



2,50

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300596

- Heft 22: Der Einfluß der Längs- und Querkräfte auf statisch unbestimmte Bogen- und Rahmentragwerke.** Von Dr.-Ing. **Rueb**, Städt. Ingenieur.
Mit 6 Textabb. u. 3 Tafeln. 1914. geh. 2,60 M.
- Heft 23: Die Berechnung der freiliegenden, rechteckigen Platten.** Von Dr.-Ing. **M. Leitz**.
Mit 26 Textabb. u. 2 Tafeln. 1914. geh. 3,60 M.
- Heft 24: Der doppelt gekrümmte Träger und das schiefe Gewölbe im Eisenbetonbau.** Ein Beitrag zu ihrer Berechnung. Von Dr.-Ing. **H. Marcus**.
Mit 23 Textabb. 1914. geh. 2,80 M.
- Heft 25: Die Rammwirkung im Erdreloch.** Versuche auf neuer Grundlage. Von Dr.-Ing. **K. Zimmermann**, Königl. Regierungsbaumeister.
Mit 118 Textabbildungen. 1915. geh. 6,— M.

*Heft 26: Männen Matjeven für Statik in Rapun.
Angeordnet in der kgl. Landesbibliothek.
Von Ing. A. Strasser. Mit 157 Abb.*



XXX
1010

22.00



FORSCHERARBEITEN

AUF DEM GEBIETE DES EISENBETONS

NEUERE METHODEN ZUR STATIK
DER RAHMEN TRAGWERKE
UND DER ELASTISCHEN
BOGENTRÄGER



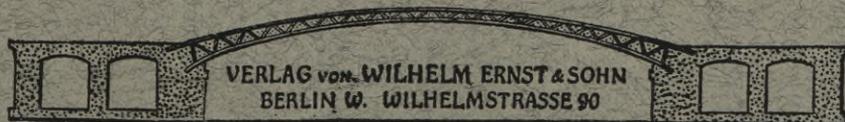
HEFT XXVI

PREIS 16 MARK

VON

INGENIEUR A. STRASSNER

Mit 157 Textabbildungen



—————
Nachdruck verboten.

—————
Alle Rechte vorbehalten.
—————

Neuere Methoden zur Statik der Rahmentragwerke und der elastischen Bogenträger

mit Rücksicht auf die Anwendung in der Praxis zur Berechnung
der durchlaufenden und der mehrstöckigen Rahmen in Eisen-
beton, sowie der eingespannten gelenklosen Brückengewölbe.

Mit gebrauchsfertigen Tabellen für die Einflußlinien von Gewölben
und ausführlichen Rechnungsbeispielen.

Von

Ingenieur **A. STRASSNER**

Mit 157 Textabbildungen.



26144/

dy/19a/15

Berlin 1916

Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn.

xxx
1.070



~~III 17452~~



11-307046

Alle Rechte vorbehalten.

Nachdruck auch auszugsweise verboten.

Copyright 1916 by Wilhelm Ernst & Sohn, Verlag, Berlin.

17452

11/10/13

Druck von Oskar Bonde in Altenburg.

311-3-156/2018

Vorwort.

Wie der Titel schon sagt, hat die vorliegende Schrift die Berechnung der durchlaufenden und der mehrstöckigen Rahmen in Eisenbeton, sowie der eingespannten gelenklosen Brückengewölbe zum Ziel, und ist dabei in einer für die Praxis besonders anschaulichen Form gehalten. Bei der einschneidenden Bedeutung, die diese Konstruktionen im Baufach erlangt haben, scheint eine dementsprechende Darstellung gerechtfertigt, um so mehr deshalb, weil diese einem in der Praxis sich in immer höherem Maße einstellenden Bedürfnis entgegenkommt.

Die Anschaulichkeit und Anpassungsfähigkeit wurde hauptsächlich dadurch erzielt, daß der ganze Aufbau der Methode auf klaren und leicht faßlichen geometrischen Beziehungen erfolgte, die das Verständnis außerordentlich erleichtern. Es ergibt sich dadurch ein einfacher übersichtlicher Rechnungsgang, und die bei der Anwendung verwickelter Elastizitätsgleichungen sich häufenden Fehlerquellen werden vermieden.

Gerade durch die einheitliche Grundlage unterscheidet sich diese Schrift von anderen, deren Verfasser Systeme und Berechnungsarten einander anzupassen suchen. Ob die dadurch angestrebte Einfachheit erzielt wird, und ob der praktisch tätige Ingenieur daran gut tut, sich mit den verschiedenen Methoden zu befassen, soll hier dahingestellt bleiben. Jedenfalls steht fest, daß in der Bureauxpraxis die einfachen geometrischen Anschauungen immer mehr an Interesse gewinnen; sie stellen einen natürlichen übersichtlichen Rechnungsgang in Aussicht, und bilden zweifellos die Grundlage, worauf sich die praktische Statik in Zukunft aufbauen wird.

Im I. Abschnitt wurde der mehrfach gestützte Rahmen und der Stockwerkrahmen behandelt, und dabei das bekannte Rittersche Verfahren mit den Festpunkten (Prof. Dr. W. Ritter, Graphische Statik, III.) besonders in Anwendung gebracht. Neben der Berechnung für lotrechte Lasten enthalten die Ausführungen auch ein Verfahren zur Berücksichtigung seitlicher Lasten. Bei den ersteren wurde nachgewiesen, daß die wagrechten Verschiebungen der Stützenköpfe nur eine untergeordnete Rolle spielen und näherungsweise vernachlässigt werden können. Soll jedoch besondere Genauigkeit erzielt werden, so ist deren zusätzliche Berücksichtigung nebst der Bestimmung des Einflusses der Normalkräfte nach einem einfachen Ver-

fahren durchführbar. Auch bei seitlicher Belastung wurde derselbe Weg eingeschlagen, jedoch tritt dann der Einfluß der Stützenkopferschiebungen hervor. Besonders wird auf das beim Stockwerkrahmen gebotene Verfahren aufmerksam gemacht, mit dessen Hilfe sonst schwierige Aufgaben zu lösen sind. Ebenso einfach ist auch die dargestellte Behandlung des zweistieligen Rahmens. Es wurden im allgemeinen rechnerische und zeichnerische, hauptsächlich aber kombinierte Lösungen gebracht, die bei den jeweils vorliegenden Verhältnissen, je nachdem sie sich als zweckmäßig erweisen, angewendet werden können.

Die im II. Abschnitt enthaltene allgemeine Theorie des elastischen Bogenträgers wurde im III. Abschnitt in eine Form gebracht, in der sie sich besonders zur Berechnung der im Eisenbetonbau üblichen Brückengewölbe eignet. Dabei wurde wie beim Balken, die Veränderlichkeit des Querschnittes gesetzmäßig ausgedrückt, und dem Verlauf der Gewölbeachse mathematische Kurven zugrunde gelegt, mit deren Hilfe es möglich war, geschlossene Formeln zur unmittelbaren Berechnung der statischen Größen herzuleiten.

Für die Praxis wurde eine ganz außerordentliche Erleichterung durch die gebrauchsfertig ausgerechneten Tabellen der Einflußlinien geschaffen, die auch eine unmittelbare Berücksichtigung von gleichmäßig verteilter Verkehrslast, und eine äußerst bequeme Ermittlung der Gewölbeachse gestatten. Dabei können die Einflußlinien auch leicht in solche für die Kernpunktmomente umgewandelt werden.

Besonders wird noch die beschriebene verbesserte Gewölbeform hervorgehoben, bei deren Anwendung in vielen Fällen sich nicht unerhebliche wirtschaftliche Vorteile ergeben dürften.

Der IV. Abschnitt befaßt sich mit der näherungsweise Berücksichtigung der Pfeilerelastizität bei Brücken, deren Gewölbe über mehrere Öffnungen durchlaufen.

Die Schrift ist so gehalten, daß zu ihrem Verständnis keine ungewöhnlichen mathematischen und statischen Kenntnisse erforderlich sind, und daß sich die Anwendung ohne Zuhilfenahme von unerfreulicher und zeitraubender Formelrechnung vollzieht. Die Aufgaben sind gewissermaßen zu Aufgaben aus der Geometrie gemacht, und es braucht daher auch auf dem Gebiete der Elastizitätstheorie keine besondere Geläufigkeit vorzuliegen.

In zunehmendem Maße sieht sich der in der Praxis stehende Ingenieur den hier behandelten Aufgaben gegenübergestellt; möge dann das Werk zu deren Bewältigung helfend eingreifen und Zeit und Mühe ersparen.

Frankfurt a. Main, im September 1916.

A. Straßner.

Inhaltsverzeichnis.

I. Abschnitt.

	Seite
Theorie und Berechnung der Rahmentragwerke und der durchlaufenden Balken	1
§ 1. Vorbemerkungen	1
§ 2. Theorie des elastisch eingespannten Balkens	1
1. Elastizitätsgleichungen	1
2. Die Festpunkte	2
3. Die Momente	3
§ 3. Die Formänderungen	3
§ 4. Die Berechnung der mehrstieligen Rahmen	6
1. Allgemeines	6
2. Ermittlung der Trägheitsmomente	7
3. Die Formänderungswinkel	8
4. Verlauf des Trägheitsmomentes und Werte von φ_a und φ_b	11
5. Die Elastizität der Stützen	17
6. Die Festpunkte und die Übergangszahlen	19
7. Die Festpunkte beim unendlich langen Rahmen	25
8. Die Bestimmung der Momente für lotrechte Lasten	26
9. Der Rahmen mit unendlich vielen Stützen	35
10. Die Quer- und Normalkräfte	37
11. Bemerkungen	38
12. Seitliche Bewegungen der Stützenköpfe	39
13. Wagrechte Kraft in der Balkenachse	45
14. Die zusätzliche Berücksichtigung der Stützenkopferschiebungen bei lotrechter Belastung	46
15. Die Bestimmung der Momente für seitliche Lasten	48
16. Der Einfluß von Wärmeschwankungen	54
17. Stützensenkungen	54
18. Die zusätzliche Berücksichtigung der Normalkräfte	56

	Seite
§ 5. Untersuchungen für gelenkig gelagerte Rahmenstützen . . .	56
§ 6. Die Berechnung der mehrstöckigen Rahmen	62
1. Festpunkte und Übergangszahlen	62
2. Die Berücksichtigung lotrechter Lasten	64
3. Die Berücksichtigung seitlicher Lasten	65
§ 7. Der zweistielige symmetrische Rahmen	70
1. Voruntersuchung	70
2. Die Berücksichtigung lotrechter Lasten	71
3. Die Berücksichtigung seitlicher Lasten	73
4. Der Zweigelenrahmen	74
§ 8. Der kontinuierliche Balken	75
§ 9. Rechnungsbeispiele	76
1. Voutenplatte, kontinuierlich über vier Öffnungen	76
2. Balkenbrücke, kontinuierlich über drei Öffnungen	80
3. Rahmen mit drei Öffnungen	84
4. Kranbahn, kontinuierlich über vier Öffnungen	104
5. Zweistieliger Rahmen mit Kragarm	120
6. Dreistöckiger Rahmen	126

II. Abschnitt.

Theorie und Berechnung des elastischen elastisch eingespannten Bogenträgers	141
§ 10. Vorbemerkungen	141
§ 11. Theorie des Bogenträgers	141
1. Grundlagen	141
2. Das statisch bestimmte System und die Unbekannten	142
3. Die Kämpferbewegungen	142
4. Die Lagerbewegungen	143
5. Elastizitätsgleichungen	143
6. Die Bestimmung der Angriffslinie der Bogenkraft	144
7. Ermittlung der Balkenmomente	145
8. Weiteres Verfahren	146
9. Die Bogenmomente	148
10. Die lotrechten Auflagerdrücke	148
§ 12. Die Formänderungen und die Biegelinie	149
1. Berechnung der Formänderungen	149
2. Die Biegelinie des Bogens	151
3. Untersuchung über den Einfluß der Normalkräfte	152
4. Bestimmung der Formänderungswinkel am Kämpfer	154
5. Bestimmung der Durchbiegungen	154
§ 13. Sonderfälle	156
1. Der unsymmetrische Bogenträger mit starren Widerlagern	156
2. Der symmetrische elastisch eingespannte Bogenträger	161

III. Abschnitt.

Das Entwerfen und die Berechnung gewölbter Eisenbeton-Brücken, insbesondere der eingespannten Gewölbe, mit Tabellen der Einflußlinien für die Momente und für die Bogenkraft	163
§ 14. Vorbemerkungen	163
§ 15. Die Ausbildung von Gewölbe und Aufbau	163
§ 16. Die Berechnung des eingespannten Brückengewölbes	167
1. Allgemeines	167
2. Die Formgebung	167
3. Die Querschnittänderung	173
4. Berechnung der Balkenmomente	175
5. Berechnung der Bogenmomente	176
6. Die Einflußlinien der Kernpunktmomente	181
7. Die Beanspruchung durch Eigenlast	182
8. Einfluß von der Wärme und vom Schwinden	183
9. Die Bestimmung der verbesserten Gewölbeform	184
10. Die Stützlinie für Verkehrslast und die Berechnung der Widerlager	187
11. Die Berechnung der Scheitelstärke nebst Untersuchungen über die Wirtschaftlichkeit	189
§ 17. Tabellen der Einflußlinien für eingespannte Brückengewölbe	193
§ 18. Rechnungsbeispiele	270
1. Straßenbrücke mit Hinterfüllung	270
2. Berechnung des großen Bogens der Gmündertobel-Brücke bei Teufen	293

IV. Abschnitt.

Das durchlaufende Brückengewölbe auf elastischen Pfeilern	306
§ 19. Vorbemerkungen	306
§ 20. Näherungsberechnung der durchlaufenden Brückengewölbe	307
1. Elastizitätsgleichungen	307
2. Die Pfeilerelastizität	308
3. Berechnung der Zusatzkraft infolge der Pfeilerelastizität	309
4. Das kontinuierliche Gewölbe über unendlich vielen gleichen Öffnungen	310
5. Rechnungsbeispiel	311

Berichtigung
zu Seite 14, Zeile 4 und 5 von oben.

Statt $\int_0^1 \frac{dv}{(1+v)^3}$ soll es heißen: $\int_0^1 \frac{dv}{(1+cv)^3}$
" $\frac{J_m}{(\lambda l^2)} \int_0^1 \dots$ " " " $\frac{J_m}{(\lambda l)^2} \int_0^1 \dots$

I. Abschnitt.

Theorie und Berechnung der Rahmentragwerke und der durchlaufenden Balken.

§ 1.

Vorbemerkungen.

Die nachstehenden Ausführungen erläutern eine Methode, welche darauf hinzielt, die im Eisenbetonbau gebräuchlichen mehrstieligen Rahmen unter beliebiger lotrechter oder seitlicher Belastung, wie auch die kontinuierlichen Balken und durchlaufenden Voutenplatten auf einfacher leicht verständlicher Grundlage, in übersichtlicher Form zu berechnen.

Um diese Konstruktionen in wirtschaftlicher Hinsicht möglichst rationell auszunutzen, wurde in der Rechnung auf die sich häufig vorfindenden voutenartigen Auflagerverstärkungen Rücksicht genommen, und diese durch Einführung veränderlichen Trägheitsmomentes hinsichtlich ihrer statischen Wirkung zum Ausdruck gebracht. Für die Änderung des Trägheitsmomentes wurden Gesetze eingeführt, die sich den Verhältnissen der Praxis möglichst anpassen, und brauchbare geschlossene Ausdrücke in Aussicht stellen.

§ 2.

Theorie des elastischen eingespannten Balkens.

1. Elastizitätsgleichungen.

Die Berechnung der hier in Frage kommenden Konstruktionen geschieht unter Zugrundelegung der bei der Elastizitätstheorie üblichen Annahme, daß zwischen Spannung und Verformung des Baumaterials ein festes Verhältnis besteht. Solange sich die Materialbeanspruchungen in zulässigen Grenzen bewegen, führt diese Voraussetzung gemäß der Erfahrung und Beobachtung zu befriedigenden Ergebnissen; der Aufbau darauf, d. i. die ganze Elastizitätstheorie, fällt aber in sich zusammen, sobald sich die Spannungen derart über das zulässige Maß erheben, daß das elastische Verhalten des Baumaterials aufhört, oder gestört wird. Notgedrungen muß bei der Berechnung dieser Fall der Beanspruchung ausgeschlossen werden. Im übrigen aber lassen sich alle Verformungen hinreichend genau als gradlinige Funktionen ihrer Erzeugungskraft oder ihres Erzeugungsmomentes auffassen.

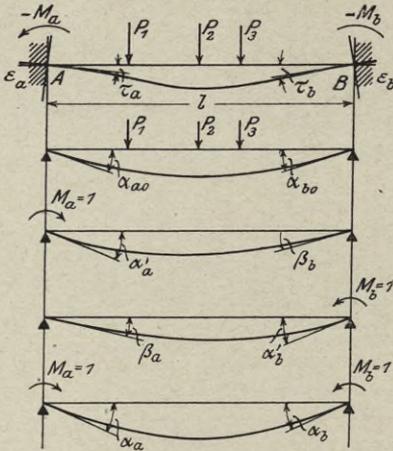


Abb. 1.

Wir betrachten nun einen Balken, an dem beliebige Lasten und an den Endquerschnitten zwei Momente angreifen (Abb. 1), und schreiben dafür die Gleichungen für die Formänderungswinkel an den Auflagern an:

$$\left. \begin{aligned} \tau_a &= \alpha_{a0} + M_a \alpha_a' + M_b \beta_b \} \\ \tau_b &= \alpha_{b0} + M_b \alpha_b' + M_a \beta_a \} \end{aligned} \right\} \dots (1a)$$

α_{a0} und α_{b0} sind die von der Belastung herführenden Winkel beim frei drehbar gelagerten Balken. Nach dem Satze von der Gegenseitigkeit der Formänderung kann $\beta_a = \beta_b = \beta$ gesetzt werden, und es gehen dann obige Gleichungen in

$$\left. \begin{aligned} \tau_a &= \alpha_{a0} + M_a (\alpha_a - \beta) + M_b \beta \} \\ \tau_b &= \alpha_{b0} + M_b (\alpha_b - \beta) + M_a \beta \} \end{aligned} \right\} \dots (1b)$$

über, worin

- α_a Verdrehung am linken Auflager infolge $M_a = M_b = 1$,
- α_b " " rechten " " $M_a = M_b = 1$,
- β " " {linken } " " { $M_b = 1$ }
- " " {rechten } " " { $M_a = 1$ }.

Die elastische Verdrehung der Auflager ergibt sich, mit ϵ_a und ϵ_b als Winkel für $M = 1$, zu

$$\left. \begin{aligned} \tau_a &= -\epsilon_a M_a, \\ \tau_b &= -\epsilon_b M_b. \end{aligned} \right\}$$

Durch Verbinden mit den Beziehungen 1b folgt

$$\left. \begin{aligned} -\epsilon_a M_a &= \alpha_{a0} + M_a (\alpha_a - \beta) + M_b \beta \} \\ -\epsilon_b M_b &= \alpha_{b0} + M_b (\alpha_b - \beta) + M_a \beta \} \end{aligned} \right\} \dots (1c)$$

Mit Hilfe dieser Formeln werden wir nun die Festpunkte und die Momente bestimmen.

2. Die Festpunkte.

Wirkt am rechten Ende eines links elastisch eingespannten Balkens das Moment M_b , dann verläuft, wie in Abb. 2 ersichtlich, die Momentenlinie nach einer Geraden, und schneidet die Balkenachse im Abstände a vom linken Auflager. Der Momentennullpunkt, der zugleich der Wendepunkt der elastischen Linie ist, wird als Festpunkt bezeichnet, und spielt bekanntlich bei der Berechnung kontinuierlicher oder elastisch eingespannter Balken eine große Rolle.

Um die Lage dieser wichtigen Punkte festzustellen, knüpfen wir unmittelbar an die letzten Gleichungen an (Gl. 1c), die offenbar auch dann noch gelten, wenn nach Art der Abb. 1 auf den gewichtslos gedachten Balken ausschließlich nur Momente einwirken. Es verschwinden dann nur die Winkel α_{a0} und α_{b0} und es folgt

$$\left. \begin{aligned} -\epsilon_a M_a &= M_a (\alpha_a - \beta) + M_b \beta \} \\ -\epsilon_b M_b &= M_b (\alpha_b - \beta) + M_a \beta \} \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

Drückt man in der ersten dieser Gleichungen das Moment M_a durch

$$M_a = -M_b \frac{a}{l-a}$$

aus, eine Beziehung, die sich aus der Abb. 2 ohne weiteres herauslesen läßt, dann ergibt sich die von der Größe des angreifenden Moments unabhängige Lage des Festpunktes

$$a = \frac{l \beta}{\alpha_a + \epsilon_a} \dots (3)$$

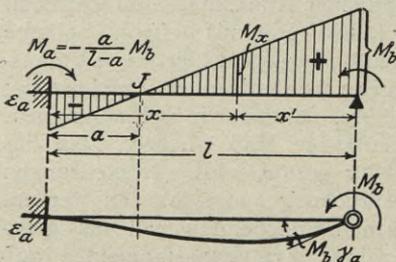


Abb. 2.

Um den Winkel der elastischen Linie beim Zustand $M_b = 1$ zu ermitteln, setzen wir in der zweiten der Beziehungen 1b

$$M_b = 1, \quad M_a = -\frac{a}{l-a} \quad \text{und} \quad \alpha_{b0} = 0,$$

und erhalten mit $\nu_b = \gamma_a$

$$\gamma_a = \alpha_b - \beta \frac{l}{l-a} \quad \dots \quad (4)$$

Liegt hinsichtlich des Belastungs- und Lagerungszustandes das Spiegelbild obiger Verhältnisse vor (Abb. 3), dann ergibt sich in ähnlicher Weise der Abstand des Festpunktes vom rechten Auflager

$$b = \frac{l\beta}{\alpha_b + \varepsilon_b} \quad \dots \quad (5)$$

und für die Verdrehung des linken Endquerschnittes folgt

$$\gamma_b = \alpha_a - \beta \frac{l}{l-b} \quad \dots \quad (6)$$

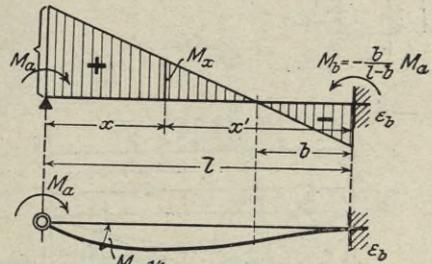


Abb. 3.

3. Die Momente.

Sind nach den vorstehenden Ausführungen die Festpunkte ermittelt, dann können die Momente infolge beliebiger lotrechter Belastung sehr leicht bestimmt werden.

Wir lösen die Gleichungen 3 und 5 nach ε_a und ε_b auf und erhalten

$$\varepsilon_a = -\alpha_a + \beta \frac{l}{a},$$

$$\varepsilon_b = -\alpha_b + \beta \frac{l}{b}.$$

Damit folgt in Verbindung mit den Gleichungen 1c nach kurzer Umformung

$$M_a \frac{l-a}{l} + M_b \frac{a}{l} = -\frac{a}{l} \cdot \frac{\alpha_{a0}}{\beta},$$

$$M_b \frac{l-b}{l} + M_a \frac{b}{l} = -\frac{b}{l} \cdot \frac{\alpha_{b0}}{b}.$$

Ein Blick in Abb. 4 ergibt, daß die linken Seiten dieser Gleichungen die Senkung der Schlußlinie auf den Festlinien darstellt. Führt man hierfür die Bezeichnung S_a und S_b ein, so folgt

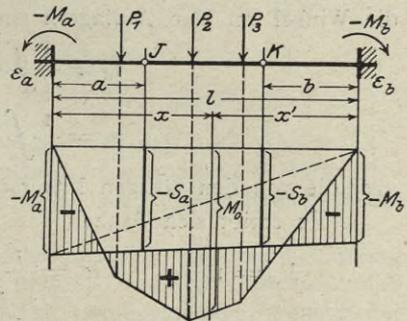


Abb. 4.

$$\left. \begin{aligned} S_a &= -\frac{a}{l} \cdot \frac{\alpha_{a0}}{\beta} \\ S_b &= -\frac{b}{l} \cdot \frac{\alpha_{b0}}{\beta} \end{aligned} \right\} \dots \quad (7)$$

§ 3.

Die Formänderungen.

Wie bereits bemerkt, setzen wir voraus, daß zwischen Spannung und Dehnung ein festes Verhältnis besteht. Außerdem wird der Einfluß der Normal- und Schubkräfte zunächst vernachlässigt, hinsichtlich des ersteren jedoch noch später Anlaß zu einer gesonderten Untersuchung genommen, auf Grund deren es möglich wird, denselben im Bedarfsfalle für sich in Rechnung zu stellen und zusätzlich zu behandeln. Zunächst sind nur solche Formänderungen ins Auge zu fassen, die von Biegemomenten herrühren; es steht daher ein übersichtlicher Rechnungsgang in Aussicht.

Wir betrachten ein Balkenelement von der Länge dx , und nehmen an, daß daran ein gegebenes Moment M_x wirke. (Abb. 5.) Die eine Schnittfläche dreht sich, wenn die andere als verhältnismäßig fest angesehen wird, um den Winkel

$$\Delta d\varphi = \frac{\Delta dx_o + \Delta dx_u}{h},$$

wobei die Dehnungen an der oberen und der unteren Faser

$$\Delta dx_o + \Delta dx_u = (\sigma_o + \sigma_u) \frac{dx}{E},$$

oder mit

$$\sigma_o + \sigma_u = \frac{M_x h}{J_x},$$

$$\Delta dx_o + \Delta dx_u = \frac{M_x h dx}{E J_x}.$$

h stellt die Querschnittshöhe senkrecht zur Drehachse des Moments vor.

Durch Verbinden des ersten Ausdrucks mit dem letzten entsteht die bekannte Gleichung für den Formänderungswinkel

$$\Delta d\varphi = \frac{M_x dx}{E J_x} \dots \dots \dots (8)$$

Die Anwendung derselben nimmt man am besten wie folgt vor und drückt die Winkel an den Auflagern eines Balkens durch die allgemeinen Beziehungen

$$\tau_a = \frac{1}{l} \int x' \Delta d\varphi = \frac{1}{l} \int \frac{M_x x' dx}{E J_x},$$

$$\tau_b = \frac{1}{l} \int x \Delta d\varphi = \frac{1}{l} \int \frac{M_x x dx}{E J_x}$$

aus, die von den lästigen Integrationskonstanten frei sind.

Es ergibt sich danach

$$\left. \begin{aligned} (M_x = 1) \quad \alpha_a &= \frac{1}{l} \int \frac{x' dx}{E J_x} \\ (M_x = 1) \quad \alpha_b &= \frac{1}{l} \int \frac{x dx}{E J_x} \\ (M_x = \frac{x}{l}) \quad \beta &= \frac{1}{l^2} \int \frac{x x' dx}{E J_x} \\ \alpha_{ao} &= \frac{1}{l} \int \frac{M_o x' dx}{E J_x} \\ \alpha_{bo} &= \frac{1}{l} \int \frac{M_o x dx}{E J_x} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

$$\dots \dots \dots (10)$$

Die Integrale sind über den ganzen Balken auszudehnen.

Graphisch ergeben sich diese Winkel wie in Abb. 6 ersichtlich, auf Grund der als Seilkurven ermittelten Biegelinien.

Um α_a zu bestimmen, denkt man sich an dem Balken die Gewichte $w \frac{x'}{l}$, wo $w = \frac{s}{E J_x}$ und s eine endliche Balkenlänge, und zeichnet dafür ein Seileck; dessen letzte Seiten bilden miteinander den gesuchten Winkel.

α_b ergibt sich in ähnlicher Weise, wenn als Belastung $w \frac{x}{l}$ angenommen wird. Gleichzeitig wird auch β bekannt.

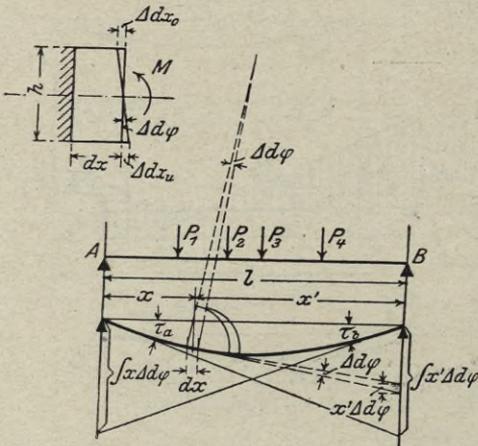


Abb. 5.

Während sich diese Winkel ausschließlich auf Grund der Tangenten der elastischen Linie an den Auflagern ergeben, sind für die Winkel infolge der Belastung die Biegeliniennordinaten maßgebend. Bezeichnet α_{a0}' die Drehung am linken Balkenende infolge der Ursache $P=1$, und δ_a die Einsenkung unter der Last beim Zustand $M_a=1$, dann ist nach dem Satze von der Gegenseitigkeit der Formänderung $\alpha_{a0}' = \delta_a$. Ebenso muß auch $\alpha_{b0}' = \delta_b$ sein. Es folgt daher

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{a0} &= \sum P \delta_a \\ \alpha_{b0} &= \sum P \delta_b \end{aligned} \right\} \quad (10a)$$

Die Einsenkungen δ_a und δ_b gehen aus denselben Biegelinien hervor, die auch zur Ermittlung von α_a und α_b in Frage kommen.

Zur analytischen Ermittlung des Verlaufes der Biegelinie dürfte eine weitere Erläuterung nicht erforderlich sein; es tritt nur an Stelle der Seilecke die entsprechende Rechnung. Dabei sind als Belastung die ideellen Gewichte anzusehen, und diese genau wie vor unter Zugrundelegung endlicher Bogenlängen zu berechnen. (Vergl. auch Abb. 105.)

Sollen ausschließlich die durch die Gleichungen 9 gegebenen Winkel bestimmt werden, dann ist es nur erforderlich, diese als Auflagerdrücke für die betreffende Belastung zu ermitteln.

Nachstehend folgen nun noch einige Ausführungen, die den bei Ermittlung der Formänderung zu betrachtenden Querschnitt betreffen, und dabei ergeben, daß entgegen den bei der Spannungsermittlung üblichen Gepflogenheiten, wonach der Beton in der Zugzone ausgeschlossen wird, die der Wirklichkeit am besten entsprechenden Ergebnisse erzielt werden, wenn man dem Trägheitsmoment den vollen Betonquerschnitt zugrunde legt.

Es ist zu bedenken, daß die Verhältnisse bei der Spannungsermittlung eine Sache für sich sind. Sie betreffen das Bruchstadium, während sich die elastischen Formänderungen meist nur unter geringen auch in der Zugzone nicht übermäßig hohen Spannungen vollziehen, die es nicht gerechtfertigt erscheinen lassen, wenn man dabei das Material in der Zugzone, das sich zweifellos an den elastischen Formänderungen noch beteiligt, einfach ausschließt. Jedenfalls sind dabei kleinere Risse unbedeutend.

Um sich darüber klar zu werden, stelle man sich einmal einen Plattenbalken vor, dessen Trägheitsmoment am Auflager kleiner ist wie in Balkenmitte. Selbst bei beträchtlicher Querschnittszunahme ist dieser Fall noch denkbar, weil am Auflager die Platte außer Wirksamkeit kommt. Es scheint aber ausgeschlossen, daß eine stärkere Verformung bei höherem Querschnitt eintritt.

Zudem treten einer solchen Rechnung noch Schwierigkeiten entgegen, da dabei die Kenntnis des Momenten-Nullpunktes vorausgesetzt wird, an welcher Stelle sich eine sprungweise Änderung des Trägheitsmomentes ergibt, und diese ebenso

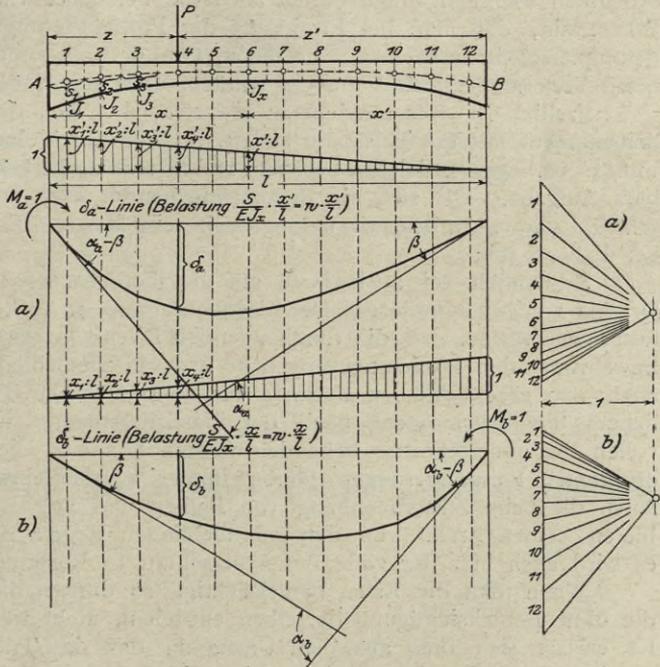


Abb. 6.

unwahr erscheint, wie die Auffindung des betreffenden Schnittes verwickelt ist. Da sich der letztere noch mit der Belastung ändert, besteht alle Aussicht auf eine mühsame Rechnung.

Ein nicht zu unterschätzender Stützpunkt bei der Entscheidung dieser außerordentlich wichtigen Frage bilden auch die Versuche. Sie führen ebenfalls zu der Erkenntnis, daß man bei Ermittlung der Formänderungen am besten den vollen Betonquerschnitt betrachtet, denn die auf Grund von gegenteiligen Annahmen berechneten Verformungen sind um ein beträchtliches Maß größer wie die tatsächlichen.

Freilich ist trotz alledem zu erwarten, daß sich der wahre Wert vom Trägheitsmoment mit der Belastung ändert, und um so kleiner ist, je höher die Spannungen vorliegen¹⁾. Diesen Umstand rechnerisch zu berücksichtigen, ist keine dankbare Aufgabe. Ob sich ein dementsprechender Weg in der Praxis Eingang verschaffen kann, wollen wir dahingestellt sein lassen. Es scheint dies aber kaum der Fall zu sein.

Schließlich sei auch noch auf die theoretischen Untersuchungen von Prof. Dr. Mörsch hingewiesen (Der Eisenbetonbau, 4. Aufl. Seite 354—360), wobei festgestellt wurde, daß die durchlaufenden Eisenbetonträger und Platten, sofern die Bewehrung den Momenten angepaßt ist, bei gleichbleibendem Trägheitsmoment nach den gebräuchlichen Formeln für kontinuierliche Träger, und bei veränderlichem Trägheitsmoment nach der Elastizitätstheorie unter Zugrundelegung des vollen Betonquerschnittes behandelt werden können. Die in entsprechender Weise ermittelten Formänderungen führen immer zu den einwandfreiesten Ergebnissen. Auch die beim Zusammenhang von Balken und Stütze vorliegenden Verhältnisse bieten keinen Anlaß von den gebräuchlichen Regeln Abstand zu nehmen, und es wird auch hier der volle Betonquerschnitt in Rechnung zu setzen sein.

Wenn man die Eisen berücksichtigt, so dürften die Ergebnisse, von denen die ohne Berücksichtigung derselben entstehen, nicht wesentlich verschieden sein. Es erklärt sich dies aus dem Umstand, daß das Trägheitsmoment aller Querschnitte sich dabei in nahezu gleichem Verhältnis ändern würde.

§ 4.

Die Berechnung der mehrstieligen Rahmen.

1. Allgemeines.

Zunächst wurde bei den folgenden Darstellungen vorausgesetzt, daß die Stützenköpfe nur Verdrehungen erleiden; Verschiebungen in irgend welchem Sinne wurden also vorläufig ausgeschlossen.

Schlägt man diesen Weg ein, so ergibt sich eine ganz wesentliche Vereinfachung im Gang der

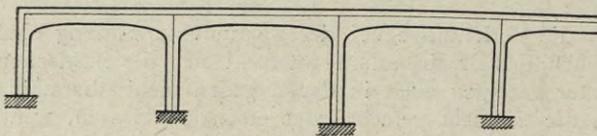


Abb. 7.

Rechnung, zu der man sich um so leichter entschließen kann, weil, wie noch gezeigt wird, bei der meist in Frage kommenden lotrechten Belastung der durch die Voraussetzung unverschieblicher

Stützenköpfe bedingte Fehler sehr gering ausfällt, und beim regelmäßigen Rahmen mit mehreren Stützen immer übersehen werden kann. Hierzu kommt noch, daß

¹⁾ In dem Aufsatz „Die wahre Größe des Trägheitsmoments im Eisenbetonbalken“, Beton u. Eisen 1916, Nr. 6, 7/8 und 9/10, verschafft Dr. Ing. F. von Emperger interessante Einblicke in die hier vorliegenden Verhältnisse. Es bestätigt sich dabei die Veränderlichkeit des Trägheitsmomentes mit den Spannungen im allgemeinen, und im besonderen ergibt sich, daß dasselbe hauptsächlich in der Nähe der Momenten-Nullpunkte einen hervorragenden Wert annimmt, was ja auch ohne weiteres verständlich ist. In bezug auf die statischen Größen ist indes dieser Umstand kaum von Bedeutung, denn gerade deshalb, daß es sich um die Momenten-Nullpunkte handelt, ist kein wesentlicher Einfluß zu erwarten.

sich im Bedarfsfalle die Stützenkopferschiebung gesondert behandeln und zusätzlich berücksichtigen läßt; es ist demnach immer noch möglich, den Genauigkeitsgrad der Rechnung nachträglich nach Belieben zu steigern.

Auch bei seitlicher Belastung kann derselbe Weg eingeschlagen werden. Es ist dabei jedoch Bedingung, daß der in diesem Falle nicht mehr belanglose Einfluß der Stützenkopferschiebung in Rechnung gestellt wird.

In dieser Weise vorgehend, kann man für die Berechnung eine einheitliche Grundlage wahren.

Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß auch der Einfluß der Normalkräfte noch nachträglich festgestellt werden kann, wenn man von den dadurch veranlaßten Stützenkopferschiebungen ausgeht.

Die nachfolgenden Ausführungen wurden in allgemeiner Form gehalten. Sie gelten für den Rahmen mit beliebig vielen elastisch eingespannten Stützen und lassen sich leicht beliebigen Sonderfällen anpassen, wie dem zweistieligen Rahmen, dem Rahmen auf gelenkig gelagerten oder fest eingespannten Stützen, und auch dem gewöhnlichen durchlaufenden Balken, der sich ergibt, wenn man das Trägheitsmoment der Stützen gleich Null setzt. Liegt etwa wie beim Stockwerkrahmen eine durchlaufende Stütze vor, dann kann der Wirkung derselben durch Einführung eines entsprechenden Wertes für den gemeinsamen Verdrehungswinkel genügt werden.

Es soll hier noch hervorgehoben werden, daß sich die nachfolgenden Ausführungen nicht auf den Rahmen mit horizontalem Balken beschränken, sondern auch dann noch anwendbar sind, wenn ungleich hohe Stützpunkte vorliegen (Abb. 8). Es sind dann immer die wahren Balkenlängen zu betrachten, und die Festpunktabstände jeweils in Richtung der Balkenachse zu messen.

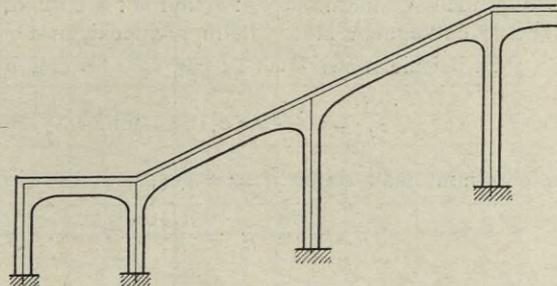


Abb. 8.

Die angewendeten Gesetze verbunden mit der auf dieser Grundlage durchgeführten Ermittlung der Formänderungswinkel, gestatten die Berücksichtigung des veränderlichen Trägheitsmomentes in sehr einfacher Weise, ohne dadurch besondere Verwicklungen zu bedingen und die Berechnung in die Länge zu ziehen. Es wird dadurch eine genaue rechnerische Behandlung möglich, mit der Erzielung restlosester Ausnutzung aller wirtschaftlicher Vorteile.

2. Ermittlung der Trägheitsmomente.

Wie bereits unter Darlegung der Gründe ausführlich beschrieben wurde, ermittelt man das Trägheitsmoment der Balken und Platten am besten unter Zugrundelegung des vollen Betonquerschnitts unter Vernachlässigung der Eisen. Hierzu dient die bekannte Gleichung

$$J = J_0 - x^2 F,$$

die in anderer Form

$$J = J_0 - \frac{S^2}{F}$$

lautet. Darin bedeutet J_0 das auf die obere Faser bezogene Trägheitsmoment, und S stellt das statische Moment der Fläche F unter derselben Bezugnahme dar. Werden in diese Gleichung die gültigen Werte

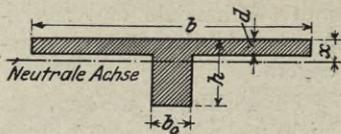


Abb. 9.

$$F = (b - b_0) d + b_0 h,$$

$$S = (b - b_0) \frac{d^2}{2} + b_0 \frac{h^2}{2},$$

$$J_0 = (b - b_0) \frac{d^3}{3} + b_0 \frac{h^3}{3}$$

eingeführt, dann ergibt sich für das Trägheitsmoment des Plattenbalkens der Ausdruck

$$J = (b - b_0) \frac{d^3}{3} + b_0 \frac{h^3}{3} - \frac{[(b - b_0) d^2 + b_0 h^2]^2}{4 [(b - b_0) d + b_0 h]},$$

oder einfacher

$$J = \frac{bh^3}{12} \mu \dots \dots \dots (11)$$

worin

$$\mu = 4 \left[\frac{b_0}{b} + \left(1 - \frac{b_0}{b}\right) \left(\frac{d}{h}\right)^3 \right] - 3 \frac{\left[\frac{b_0}{b} + \left(1 - \frac{b_0}{b}\right) \left(\frac{d}{h}\right)^2 \right]^2}{\frac{b_0}{b} + \left(1 - \frac{b_0}{b}\right) \frac{d}{h}} \dots \dots (12)$$

Um die Bestimmung von μ zu erleichtern, wurde eine graphische Tabelle gebracht (Abb. 10), welche die bei Plattenbalken von gebräuchlichen Abmessungen vorliegenden Verhältnisse $b_0 : b$ und $d : h$ enthält, und dafür die Werte von μ ohne weiteres entnehmen läßt. Beim rechteckigen Querschnitt ist $\mu = 1$.

Ist beispielsweise $d = 15$ cm, $h = 80$ cm, $b_0 = 35$ cm und $b = 140$ cm, also

$$\frac{d}{h} = \frac{15}{80} = 0,188 \quad \text{und} \quad \frac{b_0}{b} = \frac{35}{140} = 0,250,$$

so entnimmt man dafür $\mu = 0,434$, und es wird (Gl. 11)

$$J = \frac{bh^3}{12} \mu = \frac{1,40 \cdot 0,80^3}{12} \cdot 0,434 = 0,0259 \text{ m}^4.$$

3. Die Formänderungswinkel.

Der Einfachheit halber soll angenommen werden, daß innerhalb der einzelnen Balkenfelder Symmetrie besteht. Die Gleichungen 9 lauten dann

$$\left. \begin{aligned} \alpha_a = \alpha_b = \alpha &= \frac{1}{2E} \int_0^l \frac{dx}{J_x} \\ \beta &= \frac{1}{El^2} \int_0^l \frac{x x' dx}{J_x} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

Weil sich das Trägheitsmoment im allgemeinen ändert, wurde dasselbe unter dem Integralzeichen gelassen, dagegen aber der Elastizitätsmodul E als konstante Größe davor gesetzt.

Die Gleichungen 4 und 6 nehmen die Form an

$$\gamma_a = \alpha - \beta \frac{l}{l-a} \dots \dots \dots (14a)$$

$$\gamma_b = \alpha - \beta \frac{l}{l-b} \dots \dots \dots (14b)$$

Sie dienen zur Beurteilung der Einspannung, die beim kontinuierlichen Balken infolge des Zusammenhanges durch die Elastizität der jeweils an die betrachtete

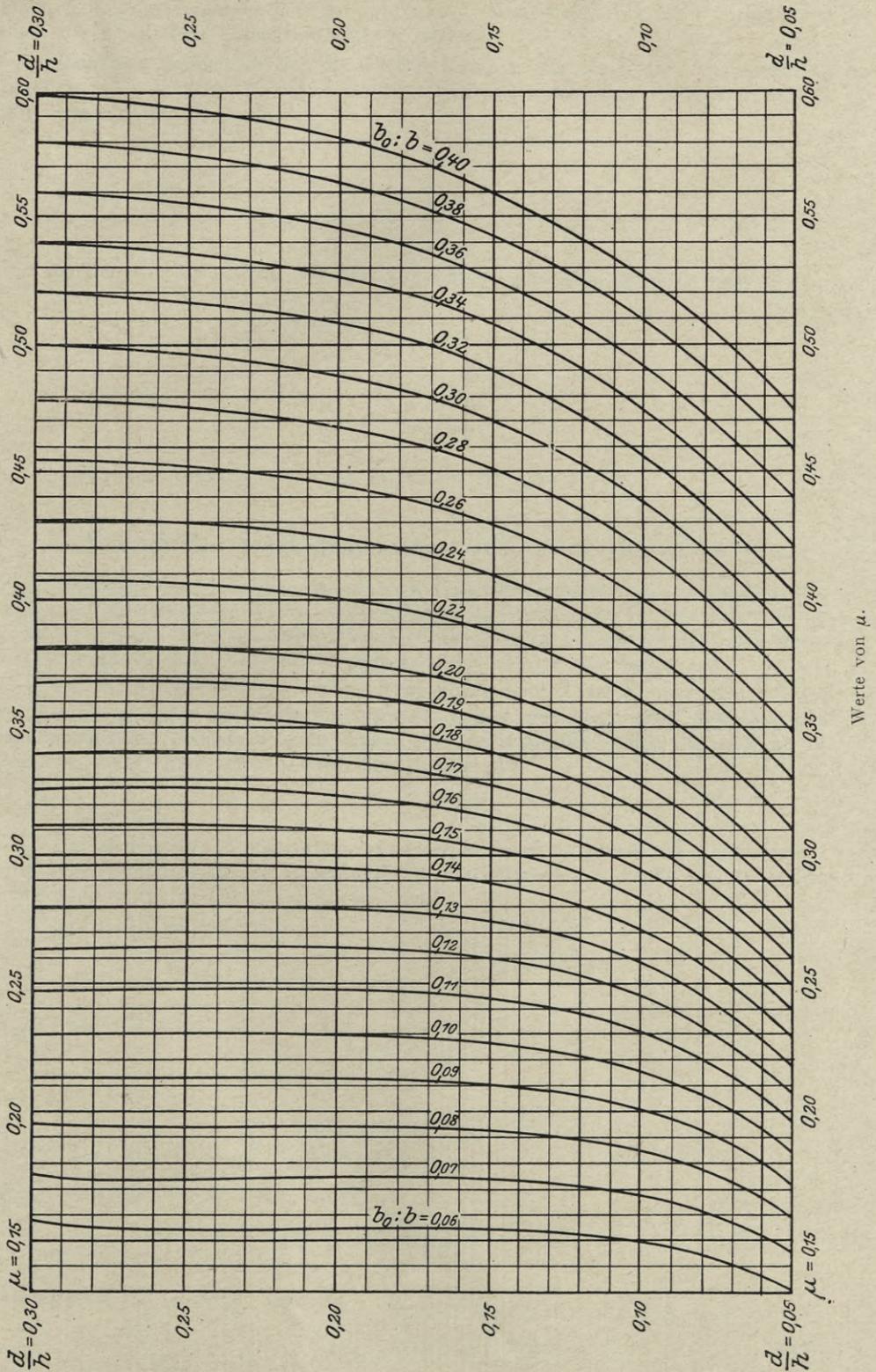


Abb. 10.

Öffnung angrenzenden Felder gebildet wird. Dazu treten bei Rahmentagwerken noch die elastischen Stützenwiderstände hinzu.

Zunächst handelt es sich um die Bestimmung, der durch die Gleichungen 13 gegebenen, vom Verlauf des Trägheitsmomentes abhängigen Winkel α und β . Wir setzen dafür allgemein

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \frac{l}{2 E J_m} \varphi_a \\ \beta &= \frac{l}{6 E J_m} \varphi_b \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

und machen die Ermittlung der Koeffizienten φ_a und φ_b , die sich nach

$$\left. \begin{aligned} \varphi_a &= \frac{J_m}{l} \int_0^l \frac{dx}{J_x} \\ \varphi_b &= \frac{6 J_m}{l^3} \int_0^l \frac{x x' dx}{J_x} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

berechnen, zum Ausgangspunkt der folgenden Betrachtungen.

4. Verlauf des Trägheitsmomentes und Werte von φ_a und φ_b .

Nachstehend wird der Verlauf des Trägheitsmoments durch einige Gesetze zum Ausdruck gebracht, die es ermöglichen den Gleichungen 16 eine geschlossene Form zu geben. In Verbindung mit den Gleichungen 14 und 15 läßt sich dann die Bestimmung der Formänderungswinkel sehr leicht durchführen.

Da in den Beziehungen 16 das Trägheitsmoment J_x im Nenner steht, scheint die Annahme eines einfachen Verlaufes für den umgekehrten Wert desselben am naheliegendsten; jedenfalls steht damit eine einfache theoretische Behandlung in Aussicht. Auf einer solchen Grundlage beruhe das

Gesetz I.

Um den in der Praxis vorliegenden Verhältnissen möglichst nahe zu kommen, wird angenommen, daß der Balken teils gleichbleibenden und teils veränderlichen Querschnitt aufweise (Abb. 11).

Für letzteren setzen wir

$$\frac{J_a}{J_x} = 1 + \mu x^v.$$

μ geht aus der Forderung

$$\frac{J_a}{J_m} = 1 + \mu (\lambda l)^v$$

zu

$$\mu = \frac{1 - n}{n (\lambda l)^v},$$

hervor, und das Gesetz lautet daher

$$\frac{J_a}{J_x} = 1 + \frac{1 - n}{n} \left(\frac{x}{\lambda l} \right)^v.$$

Es empfiehlt sich indessen dasselbe in

$$\frac{J_m}{J_x} = 1 - (1 - n) \left(1 - \left(\frac{x}{\lambda l} \right)^v \right) \dots \dots \dots (17)$$

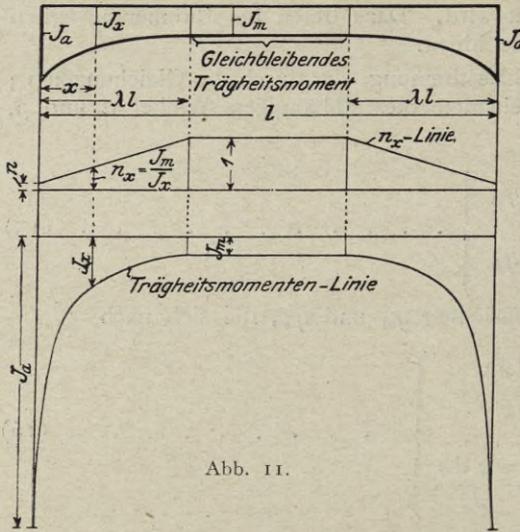


Abb. 11.

umzuformen, worin

$$\left. \begin{aligned} n &= \frac{J_m}{J_a} \\ \lambda l &= \text{Voutenlänge} \end{aligned} \right\} \dots \dots (18)$$

ν ist eine von der Voutenform abhängige Zahl, die sich in den meisten Fällen zwischen 1 und 2 bewegt, oder einen dieser Werte unmittelbar annimmt. Setzt man $\nu = 1$, dann entsteht ein Balken von der in Abb. 11. dargestellten Form, mit allmählich nach den Auflagern hin ansteigendem Querschnitt. $\nu = 2$ dagegen entspricht weniger einer gewölbten als einer geraden Untersicht.

Bei gegebenem Zwischenquerschnitt läßt sich ν mit

$$n_x = \frac{J_m}{J_x}$$

aus

$$\left(\frac{x}{\lambda l}\right)^\nu = \frac{n_x - n}{1 - n}$$

berechnen.

Durch Einführen des Gesetzes 17 in die Gleichungen 16 entsteht

$$\begin{aligned} \varphi_a &= \frac{J_m}{l} \int_0^l \frac{dx}{J_x} = 1 - 2(1-n) \int_0^{\lambda l} \left(1 - \left(\frac{x}{\lambda l}\right)^\nu\right) dx \\ \varphi_b &= \frac{6 J_m}{l^3} \int_0^l \frac{x x' dx}{J_x} = 1 - 12(1-n) \int_0^{\lambda l} \left(1 - \left(\frac{x}{\lambda l}\right)^\nu\right) x(l-x) dx, \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{oder } 1) \quad \varphi_a &= 1 - 2(1-n) \frac{\lambda \nu}{\nu + 1}, \\ \varphi_b &= 1 - (1-n) \lambda^2 \nu \left(\frac{6}{\nu + 2} + \frac{4\lambda}{\nu + 3} \right). \end{aligned} \right\} \dots \dots (19)$$

Gesetz II.

Unseren weiteren Ausführungen legen wir nun die in Abb. 12 dargestellte Balkenform zugrunde und berücksichtigen die gradlinig ansteigende Voute streng. Das Gesetz für die Änderung der Querschnittshöhe lautet alsdann

$$\frac{h_x}{h_m} = 1 + c \frac{v}{\lambda l}$$

Für die Änderung des Trägheitsmomentes ergibt sich unter der Annahme, daß sich dieses mit der dritten Potenz der Querschnittshöhe ändert,

$$\frac{J_x}{J_m} = \left(1 + c \frac{v}{\lambda l}\right)^3 \dots \dots (20)$$

c folgt aus

$$\frac{J_a}{J_m} = (1 + c)^3,$$

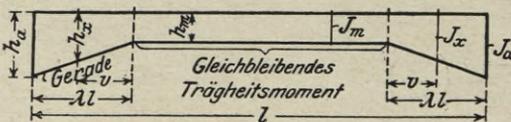


Abb. 12.

1) Vom Verfasser. Beitrag zur Berechnung mehrstöckiger Rahmen mit Rücksicht auf die Veränderlichkeit des Trägheitsmomentes. Berlin 1912, Verlag von Wilh. Ernst & Sohn.

zu

$$c = \sqrt[3]{\frac{J_a}{J_m}} - 1 \dots \dots \dots (21)$$

Wie zuvor, ist

$$\lambda l = \text{Voutenlänge.}$$

Bei rechteckigem Querschnitt kann c auch nach

$$c = \frac{h_a}{h_m} - 1 \dots \dots \dots (21a)$$

berechnet werden.

Die Voraussetzung, daß sich das Trägheitsmoment mit der dritten Potenz der Querschnittshöhe ändert, gilt beim Plattenbalken in Eisenbeton mit sehr großer Genauigkeit. Zum Nachweis dieser Tatsache sei eine kurze Ablenkung gestattet.

Wir betrachten ein Balkenstück von den in Abb. 13 ersichtlichen Abmessungen.

Am Übergang des Balkens in den beständigen Teil ist

$$\frac{b_0}{b} = \frac{36}{120} = 0,3 \quad \text{und} \quad \frac{d}{h} = \frac{10}{50} = 0,2,$$

wofür aus der graphischen Tabelle auf S. 9 $\mu = 0,487$ hervorgeht. Es ist daher

$$J_m = \frac{1,20 \cdot 0,50^3}{12} \cdot 0,487 = 0,00609 \text{ m}^4.$$

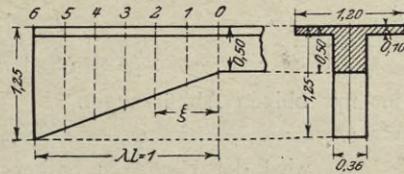


Abb. 13.

Demgegenüber folgt für das Balkenende

$$\frac{b_0}{b} = \frac{36}{120} = 0,3, \quad \text{und} \quad \frac{d}{h} = \frac{10}{125} = 0,08,$$

wofür $\mu = 0,420$ und

$$J_a = \frac{1,20 \cdot 1,25^3}{12} \cdot 0,420 = 0,08203 \text{ m}^4.$$

Man hat somit nach Gleichung 21

$$c = \sqrt[3]{\frac{J_a}{J_m}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{0,08203}{0,00609}} - 1 = 1,379,$$

und erhält alsdann für irgend einen Zwischenquerschnitt nach Gleichung 20

$$J_x = 0,00609 (1 + 1,379 \xi)^3.$$

Nun soll andererseits aber auch dem sich hiernach ergebenden Trägheitsmoment eine gerade Untersicht entsprechen. Inwieweit dies der Fall ist, zeigt die nachfolgende Tabelle, die die Querschnittshöhen in sechs gleichmäßigen Abständen, für den gesetzmäßigen Verlauf des Trägheitsmoments sowohl, als auch für die gerade Balken-Untersicht enthält.

Punkt	0	1	2	3	4	5	6	
Gesamthöhe	0,500	0,624	0,744	0,868	0,992	1,121	1,250	Gesetzmäßiger Verlauf. Gerade Untersicht.
	0,500	0,625	0,750	0,875	1,000	1,125	1,250	

Die Abweichung beträgt nur wenige Millimeter, und läßt sich in der Zeichnung nicht mehr darstellen. Es kann dies als sicherer Beweis dafür hingestellt werden, daß die getroffene Voraussetzung mit sehr großer Schärfe zutrifft, zumal, da den obigen Untersuchungen noch nicht einmal günstige Verhältnisse zugrunde liegen.

In dieser Hinsicht scheint auch die graphische Tabelle (S. 9) interessant. Sie läßt nämlich schließen, daß, wenn das in Frage kommende Kurvenstück auf eine geringe Änderung von μ deutet, die Voraussetzung besonders scharf zutrifft. Dabei braucht aber im gegenteiligen Falle eine erhebliche Ungenauigkeit auch nicht vorzuliegen.

Nach dieser Untersuchung, die nicht nur für den Plattenbalken mit gradlinig verlaufenden Verstärkungen, sondern auch für alle übrigen Balkenformen wichtig ist, kehren wir wieder zur eigentlichen Berechnung zurück und setzen vorläufig

$$\frac{J_m}{\lambda l} \int_0^{\lambda l} \frac{dv}{J_x} = \int_0^x \frac{dv}{(1 + \frac{c}{\lambda} v)^3} = k_1,$$

$$\frac{J_m}{(\lambda l)^2} \int_0^{\lambda l} v \frac{dv}{J_x} = \int_0^x \frac{v \, dv}{(1 + cv)^3} = k_2,$$

$$\frac{J_m}{(\lambda l)^3} \int_0^{\lambda l} v^2 \frac{dv}{J_x} = \int_0^x \frac{v^2 \, dv}{(1 + cv)^3} = k_3,$$

Für φ_a erhält man (Gl. 16)

$$\varphi_a = \frac{J_m}{l} \int_0^l \frac{dx}{J_x} = \int_{\lambda v}^{l-\lambda l} dx + \frac{2 J_m}{l} \int_0^{\lambda l} \frac{dv}{J_x}$$

oder mit obigen Abkürzungen

$$\varphi_a = 1 - 2 \lambda (1 - k_1).$$

φ_b wird der Übersicht halber getrennt ermittelt, und zuerst der mittlere vollständige Balkenteil betrachtet, welcher dazu den Beitrag (Gl. 16)

$$\varphi_b' = \frac{6}{l^3} \int_{\lambda l}^{l-\lambda l} x(l-x) \, dx = 1 - 6 \lambda^2 + 4 \lambda^3$$

liefert. Für den übrigen Teil von veränderlichem Querschnitt folgt dann, indem man in nachfolgender Gleichung $x = \lambda l - v$ und $x' = l - \lambda l + v$ setzt

$$\begin{aligned} \varphi_b'' &= \frac{6 J_m}{l^3} \int_0^{\lambda l} \frac{x x' \, dx}{J_x} + \frac{6 J_m}{l^3} \int_{l-\lambda l}^l \frac{x x' \, dx}{J_x} \\ &= \frac{12 J_m}{l^3} \int_0^{\lambda l} (\lambda l - v)(l - \lambda l + v) \frac{dv}{J_x}. \end{aligned}$$

oder

$$\varphi_b'' = 12 (\lambda^2 (1 - \lambda) k_1 - \lambda^2 (1 - 2 \lambda) k_2 - \lambda^3 k_3).$$

Insgesamt ergibt sich demnach (Gl. 16)

$$\begin{aligned} \varphi_b &= \frac{6 J_m}{l^3} \int_0^l \frac{x x' \, dx}{J_x} = \varphi_b' + \varphi_b'' \\ &= 1 - 6 \lambda^2 (1 - 2 k_1 + 2 k_2) + 4 \lambda^3 (1 - 3 k_1 + 6 k_2 - 3 k_3). \end{aligned}$$

Zunächst sind nun die Ausdrücke für k in eine geschlossene Form zu bringen, und folgende Integrationen durchzuführen.

In dem Ausdruck für k_1

$$k_1 = \int_0^x \frac{dv}{(1 + cv)^3},$$

setzt man

$$1 + cv = z,$$

und erhält

$$v = \frac{z - 1}{c}, \quad dv = \frac{dz}{c}.$$

Gesetz III.

Wächst, wie hier vorausgesetzt wird, die Querschnittshöhe parabolisch (Abb. 14), dann gilt

$$\frac{h_x}{h_m} = 1 + c \left(\frac{v}{\lambda l} \right)^2,$$

und der Änderung des Trägheitsmoments entspricht

$$\frac{J_x}{J_m} = \left(1 + c \left(\frac{v}{\lambda l} \right)^2 \right)^3 \dots \dots \dots (23)$$

Darin bedeutet wie früher (Gl. 21 u. 21a)

$$c = \sqrt[3]{\frac{J_a}{J_m}} - 1,$$

oder

$$c = \frac{h_a}{h_m} - 1,$$

$\lambda l =$ Voutenlänge.



Abb. 14.

Es folgt hierfür

$$k_1 = \int_0^1 \frac{dv}{(1 + cv^2)^3} = \frac{1}{8} \left[\frac{3c + 5}{(c + 1)^2} + \frac{3}{\sqrt{c}} \arctan \sqrt{c} \right]$$

$$k_2 = \int_0^1 \frac{v dv}{(1 + cv^2)^3} = \frac{c + 2}{4(c + 1)^2}$$

$$k_3 = \int_0^1 \frac{v^2 dv}{(1 + cv^2)^3} = \frac{1}{8} \left[\frac{c - 1}{c(c + 1)^2} + \frac{1}{c\sqrt{c}} \arctan \sqrt{c} \right].$$

Durch Verbinden dieser Beziehungen mit den beim Gesetz II bereits hergeleiteten Ausdrücken

$$\begin{aligned} \varphi_a &= 1 - 2 \lambda (1 - k_1) \\ \varphi_b &= 1 - 6 \lambda^2 (1 - 2 k_1 + 2 k_2) + 4 \lambda^3 (1 - 3 k_1 + 6 k_2 - 3 k_3) \end{aligned}$$

ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} \varphi_a &= 1 - \frac{\lambda}{4} \left(8 - \frac{3c + 5}{(c + 1)^2} - \frac{3}{\sqrt{c}} \arctan \sqrt{c} \right) \dots \dots \dots \\ \varphi_b &= 1 - \frac{3\lambda^2}{2} \left(\frac{4c + 3}{c + 1} - \frac{3}{\sqrt{c}} \arctan \sqrt{c} \right) + \frac{\lambda^3}{2c} \left(3 + 8c - \frac{9c + 3}{\sqrt{c}} \arctan \sqrt{c} \right) \end{aligned} \right\} (24)$$

Tabelle der Werte φ_a und φ_b $\left\{ \begin{array}{l} \varphi_a = \text{obere Zahl} \\ \varphi_b = \text{untere Zahl} \end{array} \right\}$.

Berechnet nach den Gleichungen 24 (Gesetz III; vergl. Abb. 14).

		Werte von c (Gl. 21 und 21a)												
		0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,5		3,0
Werte von λ ($\lambda \cdot l =$ Voutenlänge)	$1/2$	0,839 0,897	0,730 0,820	0,651 0,760	0,592 0,710	0,545 0,670	0,507 0,635	0,475 0,605	0,449 0,579	0,426 0,556	0,406 0,535	0,366 0,493	0,336 0,459	$1/2$
	$1/3$	0,892 0,950	0,819 0,913	0,767 0,883	0,728 0,859	0,696 0,839	0,671 0,821	0,650 0,806	0,632 0,793	0,617 0,782	0,604 0,771	0,578 0,750	0,557 0,732	$1/3$
	$1/4$	0,919 0,971	0,865 0,949	0,826 0,931	0,796 0,917	0,772 0,905	0,753 0,895	0,738 0,886	0,724 0,878	0,713 0,870	0,703 0,865	0,683 0,852	0,668 0,842	$1/4$
	$1/5$	0,935 0,981	0,892 0,967	0,860 0,955	0,837 0,946	0,818 0,938	0,803 0,931	0,790 0,925	0,779 0,920	0,770 0,915	0,762 0,911	0,747 0,903	0,734 0,896	$1/5$
	$1/6$	0,946 0,987	0,909 0,976	0,884 0,968	0,864 0,962	0,848 0,956	0,836 0,951	0,825 0,947	0,816 0,943	0,809 0,940	0,802 0,937	0,789 0,931	0,779 0,926	$1/6$
	$1/7$	0,954 0,990	0,923 0,983	0,900 0,976	0,883 0,972	0,870 0,967	0,859 0,964	0,850 0,961	0,842 0,958	0,836 0,956	0,830 0,953	0,819 0,949	0,810 0,945	$1/7$
	$1/8$	0,960 0,992	0,933 0,987	0,913 0,982	0,898 0,978	0,886 0,975	0,877 0,972	0,869 0,970	0,862 0,968	0,856 0,966	0,852 0,964	0,842 0,960	0,834 0,958	$1/8$
	$1/9$	0,964 0,994	0,940 0,989	0,922 0,986	0,909 0,982	0,899 0,980	0,890 0,978	0,883 0,976	0,877 0,974	0,872 0,973	0,868 0,971	0,859 0,969	0,852 0,966	$1/9$
	$1/10$	0,968 0,995	0,946 0,991	0,930 0,988	0,918 0,986	0,909 0,984	0,901 0,981	0,895 0,980	0,890 0,979	0,885 0,978	0,881 0,977	0,873 0,974	0,867 0,973	$1/10$

5. Die Elastizität der Stützen.

Im allgemeinen nehmen wir hier gleichbleibendes Trägheitsmoment an, berücksichtigen jedoch die Verstärkung der Stütze soweit diese in den Balken hineinreicht derart, indem wir dort das Trägheitsmoment als unendlich groß ansehen. Unter Bezugnahme auf die in Abb. 15 eingetragenen Bezeichnungen läßt sich für die Formänderungswinkel anschreiben (Gl. 9)

$$\alpha_{us} = \frac{1}{Eh} \int_0^h \frac{x' dx}{J_x} = \frac{h'(2h - h')}{2h EJ} \dots \dots \dots (25)$$

$$\alpha_{os} = \frac{1}{Eh} \int_0^h \frac{x dx}{EJ_x} = \frac{h^2}{2h EJ} \dots \dots \dots (26)$$

$$\beta_s = \frac{1}{Eh^2} \int_0^h \frac{xx' dx}{J_x} = \frac{h^2(3h - 2h')}{6h^2 EJ} \dots \dots \dots (27)$$

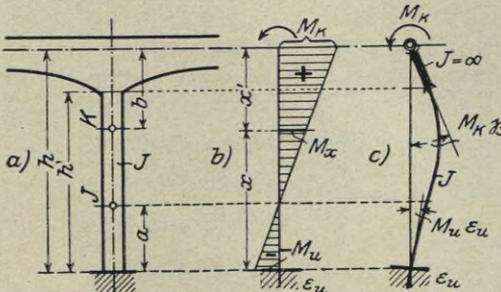


Abb. 15.

Die Integrale sind leicht als statische Momente der Momentenflächen bestimmbar. Die Zeiger von α deuten die Winkel am oberen oder am unteren Stützenende an.

Gleichung 3 lautet hier sinngemäß

$$\alpha = \frac{h \beta_s}{\alpha_{us} + \epsilon_u}$$

und gibt in Verbindung mit obigen Ausdrücken den Abstand des Festpunktes vom Stützenfuß

$$a = \frac{h'^2 (3h - 2h')}{3h'(2h - h') + 6h\varepsilon_u EJ} \dots \dots \dots (28)$$

ε_u hängt von den Lagerungsverhältnissen ab, und bedeutet die Verdrehung an der Einspannstelle beim Zustand $M = 1$ (Einspannungsgrad).

Der Winkel am Kopf der Stütze, infolge $M_k = 1$, ergibt sich unter Bezugnahme auf Gleichung 4 zu

$$\gamma_s = \alpha_{os} - \beta_s \frac{h}{h - a}$$

oder

$$\gamma_s = \frac{h'^2 (2h' - 3a)}{6hEJ(h - a)} \dots \dots \dots (29)$$

Der obere Festpunkt, dessen Bestimmung etwa beim Stockwerkrahmen, oder auch wie sich noch zeigt bei seitlicher Belastung erforderlich wird, liegt in (Gl. 5)

$$b = \frac{h\beta_s}{\alpha_{os} + \varepsilon_o} = \frac{h'^2 (3h - 2h')}{3h'^2 + 6h\varepsilon_o EJ} \dots \dots \dots (30)$$

wobei unter ε_o die Verdrehung der am Stützenkopf anschließenden Konstruktion infolge $M = 1$ zu verstehen ist. Es kann hierbei sein, daß ein einfacher oder ein durchlaufender Balken, unter Umständen auch ein solcher in Verbindung mit einer Stütze vorliegt.

Das Moment $M_u = 1$ erzeugt am Fuße der oben elastisch eingespannten Stütze den Winkel (Gl. 6)

$$\gamma'_s = \alpha_{us} - \beta_s \frac{h}{h - b} = \frac{h'}{6EJh} \left(6h - 3h' - \frac{h'(3h - 2h')}{h - b} \right) \dots (31)$$

Häufig lassen sich die Stützen am Fuße als fest eingespannt annehmen, und es folgt dann für diesen Sonderfall mit $\varepsilon_u = 0$ nach den Gleichungen 28 und 29

$$a = \frac{h'}{3} \cdot \frac{3h - 2h'}{2h - h'} \dots \dots \dots (32)$$

$$\gamma_s = \frac{h'^3}{4EJ(3h^2 - 3hh' + h'^2)} \dots \dots \dots (33)$$

Wenn man den Ausdruck für den Abstand des Schwerpunktes der eigentlichen Stütze von der Balkenachse

$$y_s = h - \frac{h'}{2}$$

mit Gleichung 33 verbindet, so läßt sich diese in

$$\gamma_s = \frac{h'^3}{EJ_s(12y_s^2 + h'^2)} \dots \dots \dots (33a)$$

umformen, und stimmt alsdann mit dem umgekehrten Wert des von Prof. W. Ritter (Graphische Statik, Bd. III, S. 128) angegebenen Elastizitätsmaßes überein.

Im Falle $h' = h$ ergeben sich die bekannten Gleichungen für durchweg gleichbleibendes Trägheitsmoment.

$$a = \frac{h}{3},$$

$$\gamma_s = \frac{h}{4EJ}$$

Ruhen die Stützen in Gelenken, so folgt dafür mit $\varepsilon_u = \infty$

$$\gamma_s = \frac{h^3}{3h^2 EJ} \quad \text{oder, wenn } h' = h \quad \gamma_s = \frac{h}{3EJ}$$

Der untere Festpunkt rückt an das Lager.

1) Bei veränderlichem Trägheitsmoment unter § 5. An Stelle von J tritt dann das nach den dort gebrachten Ausführungen berechnete Trägheitsmoment J' .

Um von dem Einfluß der Stützenkopfverstärkung ein Bild zu bekommen, betrachten wir eine fest eingespannte Stütze wofür $h' = \frac{4}{5}h$, und erhalten nach Gleichung 33

$$\gamma_s = \frac{h}{4 EJ} 0,412,$$

oder bei der Annahme $h' = \frac{9}{10}h$

$$\gamma_s = \frac{h}{4 EJ} 0,657.$$

Aus diesen Resultaten geht hervor, daß bei Bestimmung der Stützenelastizität immer gewisse Vorsicht geboten ist, und es niemals als zulässig angesehen werden kann, wenn man die Verstärkung am Stützenkopf vernachlässigt. Das erste der obigen Ergebnisse zeigt, daß diese, wenn sie sich auf $\frac{1}{5}$ der Stützhöhe ausdehnt, den Winkel noch unter das halbe gewöhnliche Maß herabdrückt.

Wird beachtet, daß die Annahme vollständiger Starrheit am Stützenkopf keineswegs in aller Strenge zutrifft, dann läßt sich aus alledem auch andererseits folgern, daß bei aller Sorgfalt und Gewissenhaftigkeit mitunter Ungenauigkeiten im Gang der Berechnung nicht ganz zu vermeiden sind.

6. Die Festpunkte und die Übergangszahlen.

Hinsichtlich des Begriffs Übergangszahl sei vorausgeschickt, daß darunter eine Zahl zu verstehen ist, mit der man ein Angriffsmoment zu multiplizieren hat, um den jenseits eines Widerstandes noch wirksamen Teil davon zu erhalten. Es ist dies so zu verstehen, daß sich beim durchlaufenden Rahmen das eine Stütze passierende Moment verkleinert, und die Multiplikation des vor der Stütze angreifenden Momentes mit der betreffenden Übergangszahl das nach Überwindung des Stützenwiderstandes im anschließenden Balken noch weitergehende Moment ergibt.

a) Rechnerische Lösung.

Es wird angenommen, ein mit den Stützen verbundener Balken sei knapp rechts neben einer Stütze durchschnitten, und an der steifen Ecke wirke das Moment $M = 1$, an dessen Aufnahme sich der Balken links davon und die Stütze gemeinsam beteiligt (Abb. 16). Zu bestimmen, welcher Teil von dem Moment auf den Balken und welcher Teil auf die Stütze entfällt, sei die nächste Aufgabe.

Bezeichnet μ_{rl} den auf den Balken entfallenden Teil vom Moment, dann entsteht, da $M = 1$ die Drehung γ_a erzeugt, nur noch der kleinere Winkel $\mu_{rl}\gamma_a$. Greift $M = 1$ an der Stütze allein an, dann liegt die Drehung γ_s vor. Infolge dem Moment $1 - \mu_{rl}$, welches nunmehr noch auf den Stützenkopf entfällt, entsteht aber nur $(1 - \mu_{rl})\gamma_s$.

Die Verdrehung ist daher einmal durch

$$\varepsilon_a = \mu_{rl}\gamma_a,$$

und das andere Mal durch

$$\varepsilon_a = (1 - \mu_{rl})\gamma_s$$

gegeben. Das gleiche Maß derselben bedingt der innige Zusammenhang von Balken und Stütze.

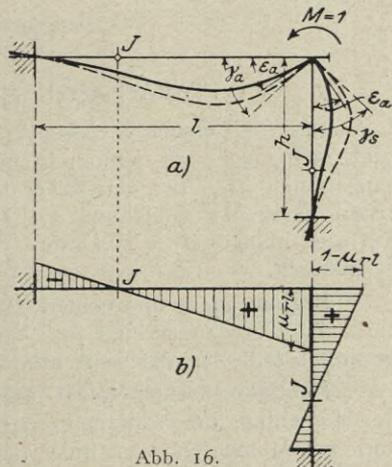


Abb. 16.

Durch Verbinden dieser Gleichungen entsteht

$$\mu_{rl} \gamma_a = (1 - \mu_{rl}) \gamma_s,$$

woraus sich für die Übergangszahl für das im Sinne von rechts nach links fortschreitende Moment allgemein

$$\mu_{rl} = \frac{\gamma_s}{\gamma_s + \gamma_a}$$

ergibt.

Zur Bestimmung der Übergangszahl für das von links nach rechts eine Stütze überschreitende Moment erhält man in ähnlicher Weise

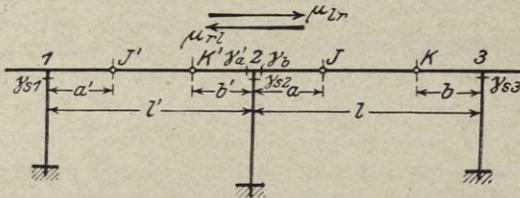


Abb. 17.

$$\mu_{lr} = \frac{\gamma_s}{\gamma_s + \gamma_b}$$

Unter Bezugnahme auf Abb. 17 läßt sich nun bei gegebenen Festpunkten J' und K im Felde l' und l mit Hilfe der Gleichungen 3 bis 6 bestimmen.

Für die Festpunktabstände a und die Übergangszahlen μ_{rl}

$$\left. \begin{aligned} \gamma_a' &= \alpha' - \beta' \frac{l'}{l' - a'} \\ \mu_{rl} &= \frac{\gamma_{s2}}{\gamma_{s2} + \gamma_a'} \\ a &= \frac{l \beta}{\alpha + \mu_{rl} \gamma_a'} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (34)$$

Für die Festpunktabstände b und die Übergangszahlen μ_{lr}

$$\left. \begin{aligned} \gamma_b &= \alpha - \beta \frac{l}{l - b} \\ \mu_{lr} &= \frac{\gamma_{s2}}{\gamma_{s2} + \gamma_b} \\ b' &= \frac{l' \beta'}{\alpha' + \mu_{lr} \gamma_b} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (35)$$

γ_{s2} ist der Winkel am Kopf der Stütze 2 (Gl. 29 oder 33).

Bei den ersten Gleichungen beginnt man am linken Balkenende und geht nach rechts vor; es ergeben sich dann alle Festpunktabstände a' und alle Übergangszahlen μ_{rl} . Bei elastischer Einspannung am linken Balkenende gilt für den ersten Festpunkt Gleichung 3. Für den Winkel ϵ_a , d. i. die Verdrehung am Auflager infolge $M = 1$, kommt dabei sehr häufig die Elastizität einer Endstütze in Betracht.

Beginnt man am rechten Balkenende, dann werden alle Festpunktabstände b und alle Übergangszahlen μ_{lr} bekannt. Der Festpunkt nächst dem Balkenende bestimmt sich bei elastischer Einspannung nach Gleichung 5.

Der Doppelzeiger der Übergangszahlen gibt den Sinn ihrer Gültigkeit an. Bei Momenten, die von rechts nach links eine Stütze überschreiten, gilt immer μ_{rl} und bei Momenten von links nach rechts μ_{lr} . Diese Übergangszahlen werden, wenn man wie oben vorgeht, nebenbei bekannt. Sie sind zur Bestimmung der Momente sehr wichtig.

Schließlich geben wir die vorstehenden Gleichungen noch für beständiges Trägheitsmoment an. Sie lauten

$$\left. \begin{aligned} \gamma_a' &= \beta' \left(3 - \frac{l'}{l-a'} \right) \\ a &= \frac{l \beta'}{3 \beta' + \mu_r l \gamma_a'} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (34a)$$

$$\left. \begin{aligned} \gamma_b &= \beta \left(3 - \frac{l}{l-b} \right) \\ b &= \frac{l' \beta'}{3 \beta' + \mu_{lr} \gamma_b} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (35a)$$

wobei
$$\beta = \frac{l}{6 E J_m} \quad \text{und} \quad \beta' = \frac{l'}{6 E J'_m}.$$

Die ersten Ausdrücke für die Übergangszahlen bleiben bestehen.

Anmerkung. Hinsichtlich der Übergangszahlen läßt sich allgemein folgendes bestimmen. Besteht ein durchlaufender Stab aus den Stäben *a* und *b*, und greift an diesen ein Moment an, dessen Aufnahme gemeinsam erfolgt, dann wird die Übergangszahl für das Moment im Stab *a*

$$\mu_a = \frac{\sphericalangle \text{ am Stab } b}{\sphericalangle \text{ am Stab } a + \sphericalangle \text{ am Stab } b}$$

und für das Moment im Stab *b*

$$\mu_b = \frac{\sphericalangle \text{ am Stab } a}{\sphericalangle \text{ am Stab } a + \sphericalangle \text{ am Stab } b}.$$

Unter den Winkeln sind dabei jene zu verstehen, die infolge der Ursache $M = 1$ an dem betreffenden Stab allein entstehen.

Im Nenner steht immer die Summe von beiden beteiligten Winkeln; der Zähler dagegen enthält immer nur einen Winkel, und zwar denjenigen für den Stab, auf den sich die Übergangszahl nicht bezieht.

b) Zeichnerische Lösung.

Im Anschluß an die rechnerische Behandlung soll noch eine zeichnerische Methode mit demselben Ziel Raum finden, deren Verwendung sehr häufig zum Vorteil gereicht.

Um eine größtmögliche Übersicht zu erzielen, schicken wir die

α) Bestimmung der Diagonalen

der eigentlichen Aufgabe voraus.

Man ermittelt für jedes Balkenfeld die Werte von ¹⁾

$$\left. \begin{aligned} z_a &= K_v \alpha l \\ z_b &= K_v \beta l \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (36)$$

oder

$$\left. \begin{aligned} z_a &= \frac{K_v l^3}{2 E J_m} \varphi_a \\ z_b &= \frac{K_v l^3}{6 E J_m} \varphi_b \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (37)$$

K_v ist darin ein beliebiger konstanter Faktor, den man am besten gleich $E J_o$ setzt. Für J_o empfiehlt sich die Annahme eines möglichst oft vorkommenden Wertes vom Trägheitsmoment vom Balken.

¹⁾ Handelt es sich um unsymmetrische Balkenfelder, dann hat man z_a einmal auf Grund von α_a und das andere Mal auf Grund von α_b zu bestimmen (Gl. 9). Es sind jedoch nach wie vor in jedem Feld nur zwei Diagonalen aufzutragen; die linkssteigende entsprechend α_a und die rechtssteigende entsprechend α_b . Sonst ist das Verfahren genau dasselbe wie bei symmetrischen Balken.

φ_a und φ_b sind von der Balkenform abhängige Zahlen. Sie können aus den Tabellen auf Seite 15 und 17 unmittelbar entnommen werden; auch gelten dafür die Gleichungen 19. Bei durchweg gleichem Trägheitsmoment ist $\varphi_a = \varphi_b = 1$.

Sind die Werte von z bekannt, dann verfährt man damit wie in Abb. 18 ersichtlich; man zieht in den betreffenden Feldern im Abstände z_b oberhalb und im Abstände $z_a - z_b$ unterhalb der Balkenachse wagrechte Linien, welche die

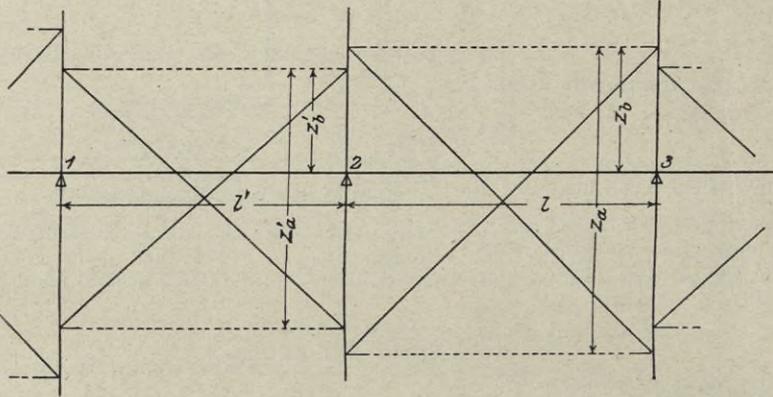


Abb. 18.

Auflagerlotrechten schneiden. Dabei kann irgend ein beliebiger Maßstab zugrunde gelegt werden, vorausgesetzt, daß man dann beim Auftragen der Winkel α (Gl. 38) das Verzerrungsverhältnis berücksichtigt. Hierauf zeichnet man die Diagonalen.

Bis jetzt ist die Konstruktion von der Elastizität der Stützen gänzlich unabhängig.

β) Bestimmung der Festpunkte J und der Übergangszahlen μ_{r1} .

Wir setzen den Festpunkt J' im Felde l' als bekannt voraus und zielen darauf hin, den Festpunkt J im Felde l und die Übergangszahl μ_{r1} für die Stütze 2 zu bestimmen. Dabei kommt der folgende Vorgang in Betracht.

Vom Kopf der Stütze 2 zieht man eine unter

$$\alpha = K_v \gamma_{s2} \dots \dots \dots (38)$$

nach links hin ansteigende Gerade und bringt diese in O_1 mit der Auflagerlotrechten 1 zum Schnitte (γ_{s2} nach Gl. 29 oder 33). Legt man die Winkel wie üblich durch eine wagrechte und durch eine lotrechte Strecke fest, so ist zu

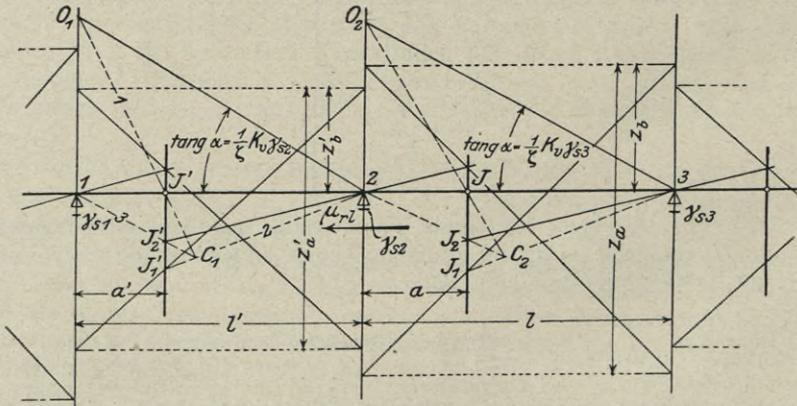


Abb. 19.

beachten, daß die erstere im Längenmaßstab und die letztere im Maßstab für z zu messen ist. Um den Tangens des Winkels zu bestimmen, hat man daher den Wert der Gleichung 38 noch durch ζ zu dividieren, wobei ζ das Verhältnis vom Längenmaßstab zum Maßstab für z bedeutet. Dasselbe ergibt sich auch durch Abtragen von 1,0 m (Längenmaßstab) im Maßstab für z .

Auf der Verbindungslinie von J_1' nach dem Auflager 2 bestimmt man den Schnittpunkt C_1 , der in der Verlängerung von $O_1 J'$ liegt, und gelangt dann durch Verbinden mit dem Auflager 1 zu dem wichtigen Teilpunkt J_2' auf der Festlinie (Abb. 19). Legt man von dort aus durch das Auflager 2 eine Linie, so schneidet diese in ihrer Verlängerung die linkssteigende Diagonale des Feldes l senkrecht über dem zu ermittelnden Festpunkt J . Eine Lotrechte durch den letzten Schnittpunkt ist demnach die gesuchte Festlinie.

Nach

$$\mu_{rl} = \frac{J' J_2'}{J' J_1'} \dots \dots \dots (39)$$

berechnet sich die Übergangszahl für ein die Stütze 2 von rechts nach links überschreitendes Moment. Es ist indes nicht erforderlich, die Übergangszahlen hiernach alle zu bestimmen. Die Momente können auch zeichnerisch verkleinert werden (Abb. 23 u. 24).

Die Bestimmung des dem Balkenende benachbarten Festpunktes kann bei elastischer Einspannung wie in Abb. 19 a erfolgen. Man zieht vom Endauflager eine unter

$$\alpha = K_v \varepsilon_a \dots \dots \dots (40)$$

ansteigende Gerade, deren Schnittpunkt mit der linkssteigenden Diagonale in der ersten Festlinie liegt. Dabei ist mit dem Winkel genau so wie mit jenem der Gleichung 38 zu verfahren.

γ) Bestimmung der Festpunkte K und der Übergangszahlen μ_{lr} .

Um den Festpunkt K' links neben der Stütze 2 im Felde l' festzulegen, zieht man vom Auflager 2 aus eine unter $\alpha = K_v \gamma_{s2}$ (Gl. 38, genau wie beim Festpunkt J) nach rechts hin ansteigende Gerade bis zum Schnittpunkt O_3' mit der Auflagerlotrechten 3 (Abb. 20). Hierauf verfährt man sinngemäß wie bei

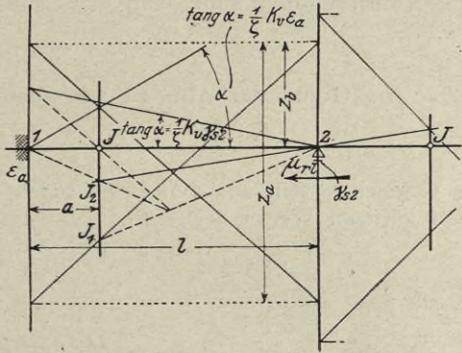


Abb. 19 a.

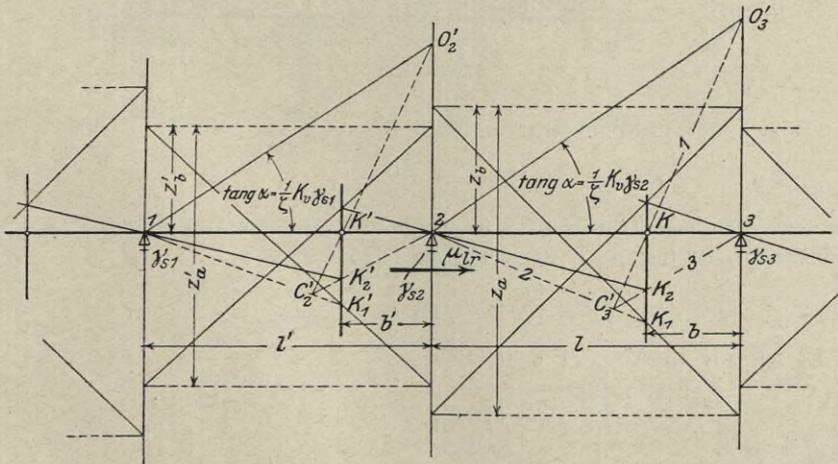


Abb. 20.

der Bestimmung von J , indem man in der Verlängerung von $O_3'K$ auf der Verbindungslinie von K_1 nach dem Auflager 2 den Punkt C_3' bestimmt und diesen mit dem Auflager 3 verbindet. Dadurch ergibt sich der Teilpunkt K_3 und damit eine weitere Linie, welche die Festlinie im Felde l' unmittelbar angibt.

Für die Übergangszahlen zur Verkleinerung der von links nach rechts überschreitenden Momente gilt

$$\mu_{lr} = \frac{\overline{KK_2}}{KK_1} \dots \dots \dots (41)$$

Zweckmäßiger ist die Anwendung der zeichnerischen Konstruktion (S. 28).

Sobald die elastischen Stützenwiderstände verschwinden und der Balken frei aufliegt, kommt die Bestimmung der Teilpunkte auf den Festlinien in Wegfall; die Konstruktion nimmt dann eine besonders einfache Form an (Abb. 65).

δ) Beweis.

Auf Grund der Abb. 21 schreiben wir das Verhältnis

$$\frac{l - a}{a} = \frac{z_a - z_b + \psi l}{z_b}$$

an, welches sich aus den Linienzügen im Felde l leicht herauslesen läßt. Mit den gültigen Werten (Gl. 36)

$$z_a = K_v \alpha l \quad \text{und} \quad z_b = K_v \beta l$$

ergibt sich daraus

$$a = \frac{l \beta}{\alpha + \frac{\psi}{K_v}}$$

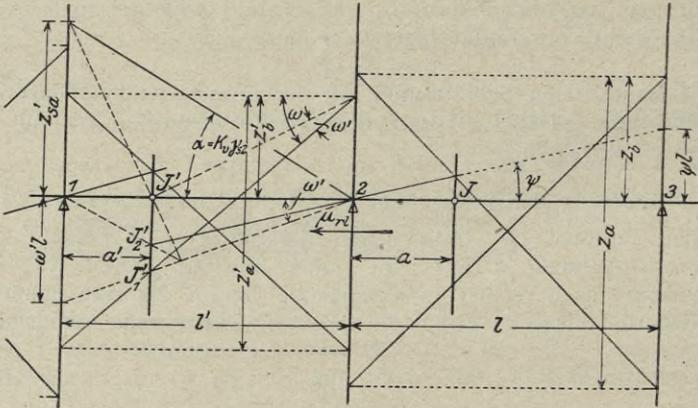


Abb. 21.

Da sich der Festpunktabstand nach (Gl. 34)

$$a = \frac{l \beta}{\alpha + \mu_{rl} \gamma a'}$$

berechnet, und dieser Ausdruck mit obigem bis auf das zweite Glied im Nenner übereinstimmt, ist nur noch nachzuweisen, daß

$$\frac{\psi}{K_v} = \mu_{rl} \gamma a'$$

Es ist, wie in Abb. 21 ersichtlich,

$$z_a' = \omega l'$$

$$z_b' = (\omega - \omega') (l' - a')$$

sowie (Gl. 36)

$$z_a' = K_v \alpha' l'$$

$$z_b' = K_v \beta' l'$$

und daraus

$$\omega' = K_v \left(\alpha' - \beta' \frac{l'}{l' - a'} \right)$$

oder kürzer (Gl. 34)

$$\omega' = K_v \gamma_a'$$

Beachtet man, daß die beiden Winkel ω' miteinander übereinstimmen ¹⁾ (Abb. 21), dann kann man das Verhältnis

$$\frac{\overline{J' J_2'}}{J' J_1'} = \frac{z_{sa}'}{z_{sa}' + \omega' l'}$$

anschreiben, wobei (Gl. 40)

$$z_{sa}' = l' \alpha = K_v \gamma_{s2} l' \quad \text{und} \quad \omega' = K_v \gamma_a'$$

Durch Verbinden ergibt sich als Beweis für die Übereinstimmung der Gleichungen 34 und 39

$$\frac{\overline{J' J_2'}}{J' J_1'} = \frac{\gamma_{s2}}{\gamma_{s2} + \gamma_a'} = \mu_{rl}$$

Da aber ferner

$$\frac{\overline{J' J_2'}}{J' J_1'} = \frac{\psi}{\omega'} = \mu_{rl}$$

so ist auch

$$\psi = \mu_{rl} \omega' = \mu_{rl} K_v \gamma_a'$$

oder

$$\frac{\psi}{K_v} = \mu_{rl} \gamma_a',$$

was noch zu beweisen war.

Andererseits geht hieraus noch hervor, daß die unter ω' und ψ gegen die Wagrechte geneigten Geraden den Auflagertangenten an die elastische Linie des betreffenden Balkens entsprechen, denn es ist

$$K_v \gamma_a' = \omega' \quad \text{und} \quad K_v \mu_{rl} \gamma_a' = K_v \varepsilon_a = \psi.$$

Dadurch ergibt sich auch die Richtigkeit der Konstruktion zur Bestimmung der Festpunkte nächst den Endauflagern bei elastischer Einspannung.

7. Die Festpunkte beim unendlich langen Rahmen.

Sind bei einem Rahmen die Stützen in gleichen Entfernungen angeordnet und dabei von gleicher Elastizität, dann müssen die Festpunktabstände in den Mittelfeldern untereinander gleich sein. Es ergibt sich dafür nach den Gleichungen 34, durch eine einzige Beziehung ausgedrückt,

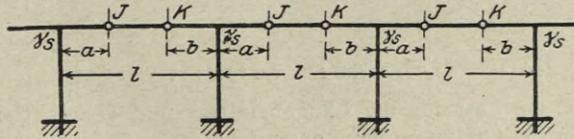


Abb. 22.

$$a = b = \frac{l \beta}{\alpha + \frac{\gamma_s \left(\alpha - \beta \frac{l}{l-a} \right)}{\gamma_s + \alpha - \beta \frac{l}{l-a}}}$$

woraus

$$a = b = \frac{l}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 \beta (\gamma_s + \alpha - \beta)}{\alpha (2 \gamma_s + \alpha)}} \right] \dots \dots \dots (42)$$

¹⁾ ω' ($l' - a'$) entspricht auf der Festlinie beide Male ein und derselben Strecke.

Die Übergangszahlen bestimmen sich nach

$$\mu_{rl} = \mu_{lr} = \frac{\gamma_s}{\gamma_s + \alpha - \beta \frac{l}{l-a}} \dots \dots \dots (42a)$$

und sind für alle Mittelstützen gleich.

Diese Ausdrücke lauten bei beständigem Trägheitsmoment

$$a = b = \frac{l}{2} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{8(3\gamma_s EJ_m + l)}{9(4\gamma_s EJ_m + l)}} \right] \dots \dots \dots (43)$$

$$\mu_{rl} = \mu_{lr} = \frac{6\gamma_s EJ_m}{6\gamma_s EJ_m + l \left(3 - \frac{l}{l-a} \right)} \dots \dots \dots (43a)$$

Verschwinden die Stützenwiderstände, dann folgt mit $\gamma_s = \infty$ für den durchlaufenden Balken

$$a = b = \frac{l}{2} \left[1 - \sqrt{1 - 2\frac{\beta}{\alpha}} \right], \dots \dots \dots (44)$$

ein Ausdruck, der bei durchweg gleichem Trägheitsmoment in

$$a = b = \frac{l}{2} \left[1 - \sqrt{\frac{1}{3}} \right] = 0,2113 l \dots \dots \dots (44a)$$

übergeht.

8. Die Bestimmung der Momente für lotrechte Lasten.

Wenn die Festpunkte und die Übergangszahlen bekannt sind, können die Momente bestimmt werden. Dabei werden wir zunächst noch annehmen, daß die Stützenköpfe keine seitlichen Bewegungen ausführen, und vorläufig nur lotrecht wirkende Lasten berücksichtigen.

Zu diesem Zwecke knüpfen wir an die Gleichungen 7 an. Diese lauten

$$S_a = -\frac{a}{l} \cdot \frac{\alpha_{a0}}{\beta}$$

$$S_b = -\frac{b}{l} \cdot \frac{\alpha_{b0}}{\beta}$$

a) Gleichmäßig verteilte Last.

Bezeichnet q die Last für die Längeneinheit, und erstreckt sich diese gleichmäßig über die ganze Öffnung, dann entspricht dieser Belastungsart eine symmetrische parabolische Momentenfläche, und an den Auflagern liegen die Winkel (Gl. 10)

$$\alpha_{a0} = \alpha_{b0} = \frac{1}{2} \int_0^l \frac{M_0 dx}{E J_x}$$

vor, wobei $M_0 = \frac{q}{2} x x'$.

Mit (Gl. 9)
$$\beta = \frac{1}{l^2} \int \frac{x x' dx}{E J_x}$$

folgt hiernach in Verbindung mit den Gleichungen 7

$$\left. \begin{aligned}
 S_a &= -\frac{a}{l} \cdot \frac{\frac{q}{4} \int \frac{x x' dx}{E J_x}}{\frac{1}{l^2} \int \frac{x x' dx}{E J_x}} = -a \frac{q l}{4} \\
 S_b &= -\frac{b}{l} \cdot \frac{\frac{q}{4} \int \frac{x x' dx}{E J_x}}{\frac{1}{l^2} \int \frac{x x' dx}{E J_x}} = -b \frac{q l}{4}
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (45)$$

Wie hieraus hervorgeht, hat der Verlauf des Trägheitsmoments auf die Werte von $-S_a : a$ und $-S_b : b$ keinen Einfluß. Es kann daher, wenn die Festpunkte bestimmt sind, zur Ermittlung der Schlußlinie die bekannte graphische Konstruktion von Prof. W. Ritter (Graphische Statik, Bd. III) Verwendung finden,

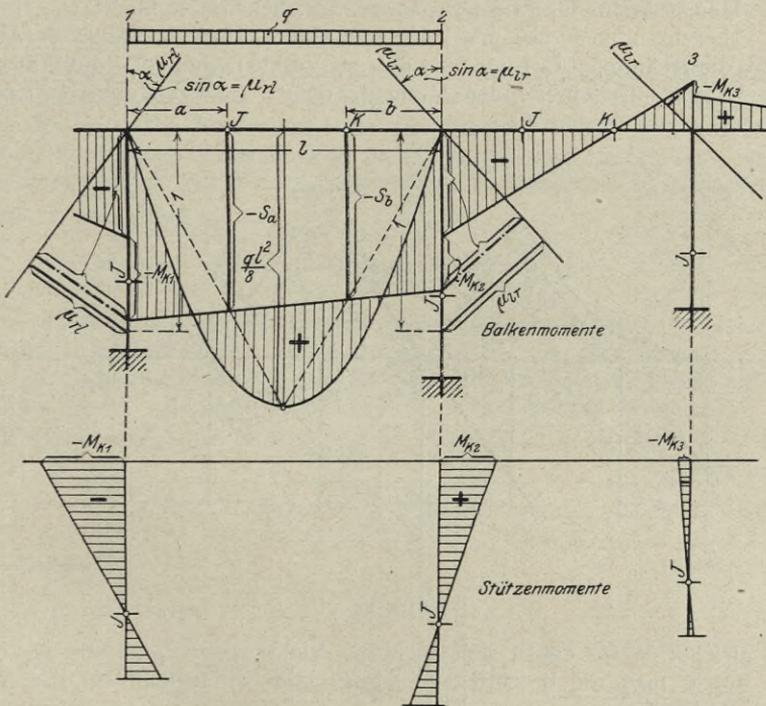


Abb. 23.

wonach man den Scheitel der Momentenparabel mit den Auflagern verbindet, und die Schlußlinie durch die sich dabei auf den Festlinien ergebende Schnittpunkte legt. Das Verfahren ist genau dasselbe wie beim gewöhnlichen durchlaufenden Balken.

Der einzige Unterschied, der bei Bestimmung der Momente in den unbelasteten Feldern in Frage kommt, liegt in dem Umstand, daß sich diese beim Überschreiten der Stützen um einen gewissen auf die letzteren entfallenden Teil verkleinern. Dabei gehen die Momentenlinien aber genau wie bei gewöhnlichen Verhältnissen rechts vom belasteten Feld durch alle K -Punkte, und links davon durch alle J -Punkte.

Um die Momentenverkleinerung festzustellen, hat man die Übergangszahlen. Die dabei erforderlichen Multiplikationen können, wie in Abb. 23 ersichtlich, auch

zeichnerisch erfolgen, soferne man deren Erledigung auf dem Rechenschieber nicht vorzieht.

Die graphische Konstruktion ist indes so zu verstehen, daß das Lot auf eine schräge Gerade, gefällt von der Auflagerlotrechten in Höhe des nicht verkleinerten Moments, das verkleinerte Moment unmittelbar angibt (Abb. 23). Der Sinus des von der Auflagerlotrechten und der schrägen Geraden eingeschlossenen Winkels hat demnach gleich der Übergangszahl zu sein.

Es ergeben sich an jeder Stütze zwei Linien, entsprechend dem von rechts nach links, und dem von links nach rechts fortschreitenden Moment. (In Abb. 23 wurde der Übersicht halber jeweils nur eine Linie eingetragen.)

Außer der Bestimmung der Schrägen auf Grund der Übergangszahlen ist es noch möglich, deren Neigung rein graphisch festzulegen, sofern man sich auch bei der Festpunktbestimmung für den graphischen Weg entschließt.

In der Verlängerung der Verbindungslinie vom Auflager 2 nach J_1' bestimmt man den Punkt A_1 auf der Auflagerlotrechten 1. Sodann schlägt man um den von man der Konstruktion für die Festpunkte her bekannten Punkt O_1 einen das Auflager 1 berührenden Kreis, und legt daran von A_1 aus eine Tangente (Abb. 24). Diese gibt die Richtung der Linie an, die zur Verkleinerung der die Stütze 2 von rechts nach links überschreitenden Momente dient; sie kann ohne weiteres nach dorthin verschoben werden ¹⁾.

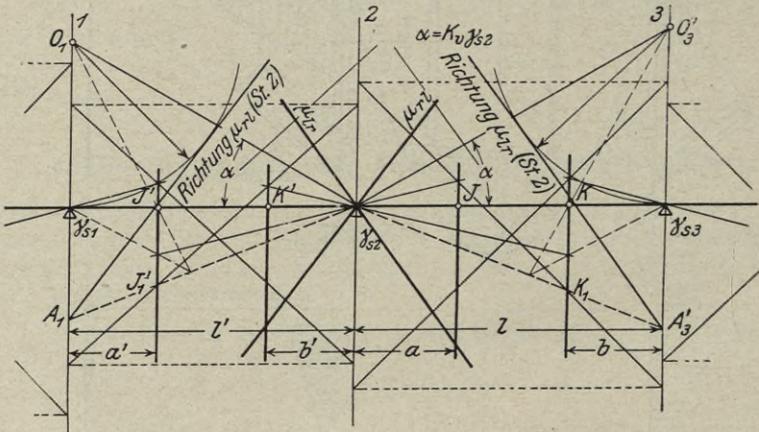


Abb. 24.

In gleicher Weise ergibt sich auch die Richtung der μ_{1r} -Linie für das Auflager 2, indem man die beschriebene Konstruktion sinngemäß auf der Auflagerlotrechten 3 durchführt.

Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß die Konstruktion für die μ_{1r} -Linie immer auf der Lotrechten links, und die Konstruktion der μ_{1l} -Linie immer auf der Lotrechten rechts neben dem betrachteten Auflager zu erfolgen hat.

Die Momentenlinien der Stützen bestehen jeweils aus einer Geraden. Sie gehen, da Verschiebungen der Stützenköpfe ausgeschlossen wurden, durch die unteren Festpunkte und sind somit durch das Moment am Stützenkopf eindeutig bestimmt. Das letztere entspricht dem Unterschied der Balkenmomente, unmittelbar rechts und links daneben.

Hinsichtlich des Vorzeichens sei hier ein für allemal bestimmt, daß die Stützenmomente als positiv anzusehen sind, wenn der Krümmungsradius der elastischen Linie nach links zeigt.

¹⁾ Wie in Abb. 24 ersichtlich, ist $\overline{A_1 O_1} = l' K_v (\gamma_s + \gamma a')$. Das Lot von O_1 auf die schräge Gerade beträgt $l' K_v \gamma_s$. Infolgedessen entspricht dem von der Schrägen und der Auflagerlotrechten eingeschlossenen Winkel $\sin \alpha = \gamma_s : (\gamma_s + \gamma a') = \mu_{1r}$. Dies ist Bedingung.

Erstreckt sich die Belastung über mehrere Felder, dann ermittelt man in der beschriebenen Weise die Momente für die Belastung eines jeden einzelnen Feldes gesondert, und addiert zum Schluß die Momentenflächen. Es ist dies genau derselbe Vorgang wie beim gewöhnlichen durchlaufenden Balken.

b) Einzellasten.

Es liegen hier wesentlich verwickeltere Verhältnisse vor, wie bei gleichmäßig verteilter Last, da sich die Lage der Schlußlinie nicht nur mit der Art der Belastung, sondern auch noch mit dem Verlaufe des Trägheitsmomentes ändert.

Stellt man Untersuchungen an, welche darauf hinzielen, den Einfluß der Querschnittänderung festzustellen, so ergibt sich dabei, daß dieser zwar von untergeordneter Natur ist, sich aber dennoch gewisse Geltung verschafft, so daß die Annahme gleichbleibenden Trägheitsmomentes mit einigermaßen scharfen Ergebnissen nicht verträglich erscheint. Demgegenüber ist es aber als gerechtfertigt anzusehen, wenn man wie in folgendem die Querschnittänderung näherungsweise berücksichtigt.

Wir schalten die den Gesetzen II und III entsprechenden Balkenformen aus unseren Untersuchungen aus, und fassen nur solche Balken ins Auge, die hinsichtlich der Querschnittänderung unter das Gesetz I fallen (Abb. 11). Dasselbe enthält drei beliebig Veränderliche (n , λ und ν), mit denen eine genügende Übereinstimmung mit den jeweils vorliegenden Verhältnissen erzielt werden kann.

Das Gesetz lautet (Gl. 17)

$$\frac{J_m}{J_x} = 1 - (1 - n) \left(1 - \left(\frac{x}{\lambda l} \right)^\nu \right).$$

Bei Aufstellung der betreffenden Gleichungen sind drei verschiedene Belastungsstadien zu betrachten und zu unterscheiden, ob die Einzellast links oder rechts in dem veränderlichen, oder in dem übrigen Balkenteil von beständigem Querschnitt angreift. Infolgedessen wird die Aufgabe etwas verwickelt.

Zur Bestimmung des Winkels α_{ao} dient die Gleichung (Gl. 10)

$$\alpha_{ao} = \frac{1}{l} \int_0^l \frac{M_o x' dx}{E J_x}$$

worin zu setzen ist:

$$\text{wenn } x < z, \quad M_o = P \frac{z'}{l} x$$

$$,, \quad x > z, \quad M_o = P \frac{z'}{l} x - P(x - z).$$

Es folgt danach wegen (Gl. 13)

$$\frac{1}{E l^2} \int x x' dx = \beta,$$

$$\alpha_{ao} = P z' \beta - P \frac{1}{E l} \int_z^l \frac{(x - z) x' dx}{J_x}.$$

Mit dem gültigen Gesetz (Gl. 17) wird das Integral¹⁾

$$J_m \int_z^l \frac{(x - z) x' dx}{J_x} = \frac{z'^3}{6} - (1 - n) \int (z' - x) x \left(1 - \left(\frac{x}{\lambda l} \right)^\nu \right) dx.$$

¹⁾ Es wurde davon Gebrauch gemacht, daß man bei entsprechender Änderung der Grenzen x mit x' vertauschen kann.

Dasselbe ist von 0 bis z' auszudehnen, wenn P im rechten veränderlichen Balkenteil angreift, und von 0 bis λl bei P im mittleren beständigen Teil. Liegt jedoch die Last links davon, so ist noch

$$- (1 - n) \int_0^{\lambda l} (x - z) x' \left(1 - \left(\frac{x}{\lambda l} \right)^\nu \right) dx$$

hinzuzufügen.

Ähnlich gewinnt man auch den Winkel α_{b0} , und es folgen dann in Verbindung mit den Gleichungen 7 die wichtigen Beziehungen

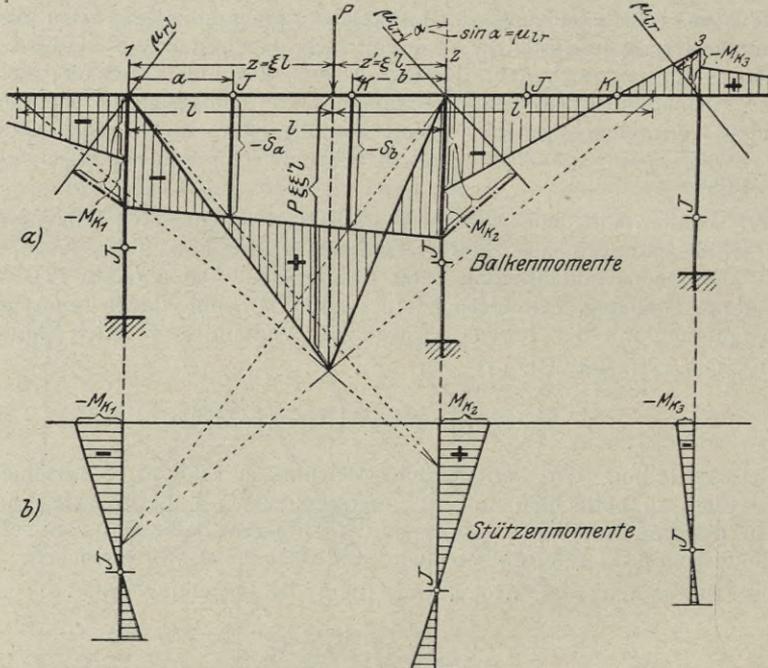


Abb. 25.

$$S_a = -Pa \left[\xi \xi' (1 + \xi') + \xi'^3 \left(1 - \frac{1 - (1 - n) c_a^0}{\varphi_a} \right) \right] \quad (46)$$

$$S_b = -Pb \left[\xi \xi' (1 + \xi) + \xi^3 \left(1 - \frac{1 - (1 - n) c_b^0}{\varphi_b} \right) \right]$$

worin :

bei P im linken veränderlichen Teil

$$c_a^0 = \frac{1}{\xi'^3} \left[\lambda^2 \nu \left(\frac{6}{\nu + 2} - \frac{4\lambda}{\nu + 3} \right) + \xi'^2 (2 + \xi') - \frac{6\lambda\nu\xi}{\nu + 1} - \frac{6\xi^{\nu+2}}{\lambda^\nu(\nu + 2)} \left(\frac{1}{\nu + 1} - \frac{\xi}{\nu + 3} \right) \right] \quad (47a)$$

$$c_b^0 = 1 - \frac{6\xi^\nu}{\lambda^\nu(\nu + 2)(\nu + 3)}$$

bei P im mittleren beständigen Teil

$$c_a^0 = \frac{\lambda^2 \nu}{\xi'^2} \left(\frac{3}{\nu + 2} - \frac{\lambda}{\xi'} \cdot \frac{2}{\nu + 3} \right) \quad (47b)$$

$$c_b^0 = \frac{\lambda^2 \nu}{\xi^2} \left(\frac{3}{\nu + 2} - \frac{\lambda}{\xi} \cdot \frac{2}{\nu + 3} \right)$$

bei P im rechten veränderlichen Teil

$$\left. \begin{aligned} c_a^o &= 1 - \frac{6 \xi' \nu}{\lambda \nu (\nu + 2) (\nu + 3)} \\ c_b^o &= \frac{1}{\xi^3} \left[\lambda^2 \nu \left(\frac{6}{\nu + 2} - \frac{4 \lambda}{\nu + 3} \right) + \xi'^2 (2 + \xi) - \frac{6 \lambda \nu \xi'}{\nu + 1} - \frac{6 \xi' \nu^2}{\lambda \nu (\nu + 2)} \left(\frac{1}{\nu + 1} - \frac{\xi'}{\nu + 3} \right) \right] \end{aligned} \right\} (47c)$$

Dabei ist (Gl. 19)

$$\varphi_b = 1 - (1 - n) \lambda^2 \nu \left(\frac{6}{\nu + 2} - \frac{4 \lambda}{\nu + 3} \right).$$

Die Kurven der Abb. 26 geben über den Einfluß der Querschnittänderung Aufschluß. Sie stellen die Werte von $S_b : b$ dar und können auch als Biegelinien aufgefaßt werden, entsprechend einem Moment M_b am linken Auflager.

Die obere Kurve soll lediglich die Abweichung der Werte $S_b : b$ von denjenigen bei beständigem Querschnitt genauer veranschaulichen.

Da sich im Falle der Belastung durch gleichmäßig verteilte Last die Querschnittänderung auf die Werte von $S_a : a$ und $S_b : b$ keinen Eingang verschaffen kann, so ist es klar, daß die einzelnen Kurven (Abb. 26) mit der Wagrechten gleich große Flächen einschließen. Demgegenüber müssen die Flächen der oberen Kurve oberhalb und unterhalb der Wagrechten unter sich gleich sein.

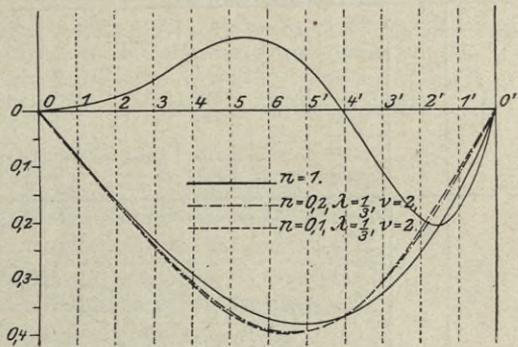


Abb. 26.

Mit $n = 1$ gehen die Ausdrücke für die Schlußliniensenkung in

$$\left. \begin{aligned} S_a &= -Pa \frac{\xi \xi'}{\xi \xi'} (1 + \xi') \\ S_b &= -Pb \frac{\xi \xi'}{\xi \xi'} (1 + \xi') \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (46a)$$

über. Sie bilden alsdann die Grundlage für die in Abb. 25 angedeutete, bekannte graphische Konstruktion.

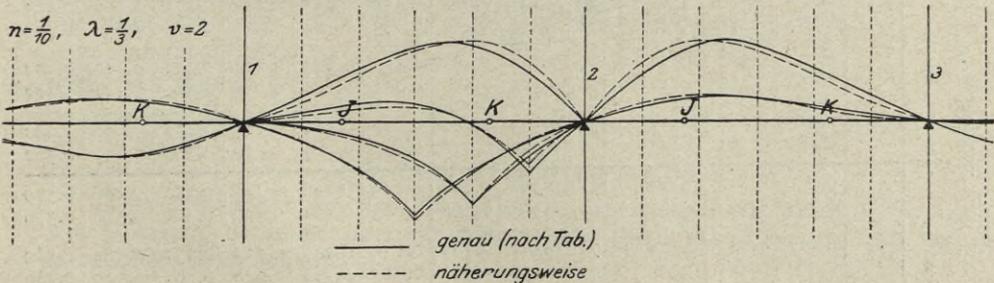


Abb. 27.

Welchen Fehler man bei deren Verwendung bei veränderlichem Trägheitsmoment begeht, zeigt sich an Hand der Abb. 27. Es sind dort die Einflußlinien für einen durchlaufenden Balken, dessen Form den Werten $n = \frac{1}{10}$, $\lambda = \frac{1}{3}$ und $\nu = 2$ entspricht, einmal genau, und das andere Mal näherungsweise dargestellt. Dabei zeigt sich, daß die letzteren sehr eigentümlich verlaufen, und sich stellenweise zwingen.

Tabelle der Werte $-\frac{S_a}{a}$ und $-\frac{S_b}{b}$ für $P = 1$.

Berechnet nach den Gleichungen 46 und 47 $\left\{ \begin{array}{l} -\frac{S_a}{a} = \text{obere Zahl} \\ -\frac{S_b}{b} = \text{untere Zahl} \end{array} \right\}$

		$\nu = 2.$						$\nu = 1.$						
		Gerade Voute (Gesetz I; Abb. 12)						Parabolische Voute (Gesetz III; Abb. 14)						
$\frac{n}{J_m} = \frac{J_a}{J_b}$		Lastpunkt						Lastpunkt						
		1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6	
Werte von λ ($\lambda \cdot l = \text{Voutenlänge.}$)	$\lambda = 1/2$	1,0	0,146 0,083	0,255 0,162	0,328 0,234	0,370 0,296	0,385 0,344	0,375 0,375	0,146 0,083	0,255 0,162	0,328 0,234	0,370 0,296	0,385 0,344	0,375 0,375
		0,20	0,117 0,083	0,220 0,165	0,304 0,242	0,365 0,313	0,401 0,369	0,402 0,402	0,123 0,083	0,230 0,164	0,312 0,241	0,368 0,308	0,396 0,361	0,393 0,393
		0,10	0,110 0,083	0,212 0,166	0,298 0,244	0,364 0,318	0,405 0,375	0,408 0,408	0,119 0,083	0,225 0,165	0,309 0,242	0,368 0,311	0,398 0,364	0,396 0,396
	0,05	0,106 0,084	0,206 0,166	0,294 0,246	0,364 0,319	0,407 0,379	0,412 0,412	0,117 0,083	0,223 0,165	0,308 0,243	0,368 0,312	0,399 0,366	0,398 0,398	
	$\lambda = 1/3$	0,20	0,117 0,083	0,223 0,165	0,310 0,243	0,370 0,312	0,398 0,364	0,395 0,395	0,125 0,083	0,234 0,164	0,317 0,240	0,371 0,307	0,394 0,358	0,388 0,388
		0,10	0,112 0,083	0,218 0,166	0,307 0,244	0,370 0,315	0,401 0,368	0,398 0,398	0,122 0,083	0,230 0,165	0,315 0,241	0,371 0,309	0,395 0,360	0,389 0,389
		0,05	0,110 0,084	0,215 0,166	0,305 0,245	0,370 0,316	0,402 0,370	0,400 0,400	0,120 0,083	0,229 0,165	0,314 0,242	0,371 0,309	0,396 0,361	0,391 0,391
	$\lambda = 1/4$	0,20	0,122 0,083	0,232 0,165	0,318 0,242	0,372 0,308	0,394 0,358	0,388 0,388	0,129 0,083	0,240 0,164	0,322 0,239	0,371 0,304	0,391 0,353	0,384 0,384
		0,10	0,118 0,083	0,229 0,165	0,317 0,243	0,372 0,309	0,395 0,360	0,390 0,390	0,127 0,083	0,238 0,165	0,321 0,240	0,371 0,305	0,392 0,354	0,385 0,385
		0,05	0,117 0,084	0,227 0,166	0,316 0,243	0,372 0,310	0,398 0,361	0,391 0,391	0,126 0,083	0,237 0,165	0,321 0,240	0,372 0,305	0,392 0,355	0,385 0,385
	$\lambda = 1/5$	0,20	0,126 0,083	0,239 0,165	0,322 0,240	0,372 0,304	0,391 0,354	0,384 0,384	0,132 0,083	0,245 0,164	0,324 0,238	0,371 0,302	0,389 0,350	0,381 0,381
		0,10	0,124 0,083	0,237 0,165	0,321 0,241	0,372 0,306	0,392 0,355	0,385 0,385	0,131 0,083	0,243 0,164	0,324 0,239	0,371 0,302	0,390 0,351	0,382 0,382
0,05		0,123 0,084	0,236 0,165	0,321 0,241	0,372 0,306	0,393 0,356	0,386 0,336	0,130 0,083	0,243 0,164	0,324 0,239	0,371 0,303	0,390 0,352	0,382 0,382	
$\lambda = 1/6$	0,20	0,130 0,083	0,244 0,164	0,324 0,239	0,371 0,302	0,390 0,351	0,382 0,382	0,135 0,083	0,248 0,164	0,325 0,237	0,371 0,300	0,388 0,349	0,379 0,379	
	0,10	0,128 0,083	0,243 0,165	0,324 0,239	0,371 0,303	0,391 0,352	0,382 0,382	0,134 0,083	0,247 0,164	0,325 0,238	0,371 0,301	0,389 0,349	0,380 0,380	
	0,05	0,127 0,084	0,242 0,165	0,323 0,240	0,372 0,304	0,391 0,352	0,383 0,383	0,133 0,083	0,246 0,164	0,325 0,238	0,371 0,301	0,389 0,350	0,380 0,380	
$\lambda = 1/8$	0,20	0,134 0,083	0,249 0,164	0,326 0,237	0,371 0,300	0,388 0,348	0,379 0,379	0,139 0,083	0,251 0,163	0,327 0,236	0,371 0,299	0,387 0,347	0,378 0,378	
	0,10	0,132 0,083	0,248 0,164	0,326 0,237	0,371 0,300	0,388 0,349	0,379 0,379	0,138 0,083	0,250 0,163	0,326 0,236	0,371 0,299	0,387 0,347	0,378 0,378	
	0,05	0,131 0,083	0,248 0,164	0,326 0,238	0,371 0,301	0,388 0,349	0,380 0,380	0,138 0,083	0,250 0,163	0,326 0,236	0,371 0,299	0,387 0,347	0,378 0,378	

Zur Erleichterung der genauen Schlußlinienbestimmung dient die Tabelle Seite 32, aus der sich in Fällen der Praxis die Werte von $-S_a : a$ und $-S_b : b$ entnehmen lassen. Für die von der Balkenform abhängige Zahl ν ist darin $\nu = 1$ und $\nu = 2$ enthalten; es ist dann die Annahme zulässig, daß $\nu = 1$ einer parabolischen (Gesetz III), und $\nu = 2$ einer geraden Balkenuntersicht (Gesetz II) entspricht.

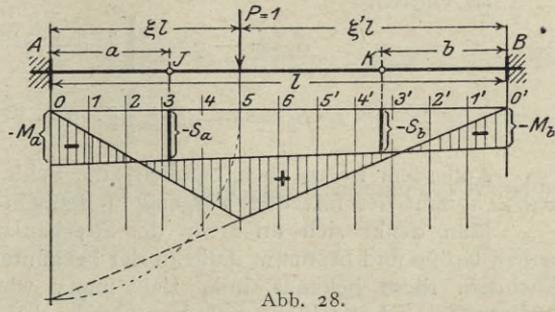


Abb. 28.

Bei Anwendung der Tabelle erhält man die Schlußlinie ebenso rasch, wie nach der bekannten graphischen Konstruktion. Um die Multiplikationen mit den Festpunktabständen zu vermeiden, kann man auch, wenn man deren Erledigung auf dem Rechenschieber nicht vorzieht, die Tabellenwerte mit einer runden Zahl (etwa 10) multiplizieren und auf einer Lotrechten in einem solchen Abstand vom Auflager auftragen, daß sich alsdann nach Art der Kreuzlinienverfahren läßt.

Schließlich sei noch auf die genaue graphische Schlußlinienbestimmung von Prof. W. Ritter (Graph. Statik, Bd. III) hingewiesen, und zu deren Erläuterung Abb. 29 gebracht. Danach hat man entsprechend dem Zustand $M_a = 1$ die Biegelinie zu bestimmen (vergl. Abb. 6, S. 5) und erhält dann, wie ersichtlich, die Kreuzlinienabschnitte t_a und t_b , deren Verwertung in der bekannten Weise die Schlußlinie ergibt¹⁾.

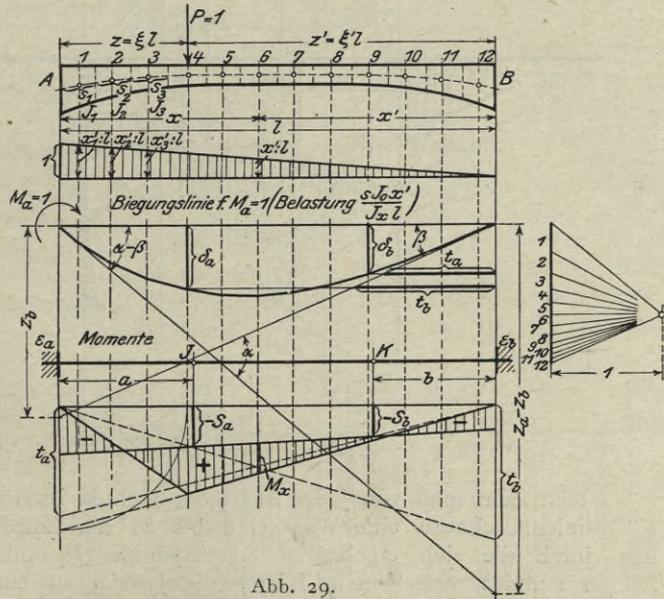


Abb. 29.

Bei unsymmetrischem Balken ist außerdem noch die Biegelinie für $M_b = 1$

erforderlich, auf Grund deren dann t_a zu bestimmen ist.

Die Verhältnisse bei den Momenten in den unbelasteten Feldern, wie auch beim Übergang derselben über die Stützen, sind genau dieselben wie beim vorher behandelten Belastungsfall.

c) Streckenbelastung.

Der Einfachheit halber sei hier beständiges Trägheitsmoment angenommen.

Die Ausdrücke zur Bestimmung der Schlußliniensenkung gewinnt man mit Hilfe der Gleichungen 46a durch Integration, indem man sich die Belastung aus lauter Einzellasten von der Größe $q dx$ zusammengesetzt denkt.

¹⁾ Siehe auch § 13 unter 1. Es würde dort neben einer näheren Beschreibung noch die Richtigkeit der Konstruktion nachgewiesen.

Es entsteht

$$\left. \begin{aligned} S_a &= -qac\xi' \left[\xi(1 + \xi') - \frac{c^2}{4l^2} \right] \\ S_b &= -qbc\xi \left[\xi'(1 + \xi) - \frac{c^2}{4l^2} \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (48)$$

Außerdem ist es noch möglich, die Schlußlinie zeichnerisch zu bestimmen. Dabei kommt der folgende Vorgang in Betracht¹⁾.

Man denkt sich an Stelle der Streckenlast eine Einzellast von genau derselben Größe und bestimmt dafür in der bekannten Weise die Kreuzlinienabschnitte. Nachdem diese bekannt sind, zieht man, wie in Abb. 30, in $\frac{1}{2}c$ von jedem Auflager eine Lotrechte, und legt durch den Schnittpunkt derselben mit den Momentengeraden (C_1 und C_2) nach den Auflagerlotrechten daneben Wagrechte. Damit liegen die mit 1 und 2 bezeichneten schrägen Geraden fest, die in Höhe der betreffenden Schnittpunkte von einer Auflagerlotrechten zum Auflager gegenüber gehen.

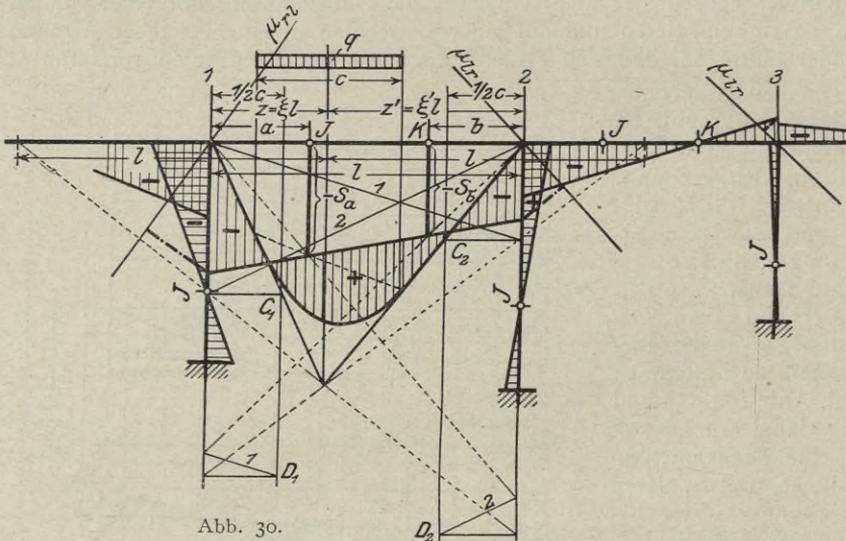


Abb. 30.

Jetzt zieht man von jeder Auflagerlotrechten in Höhe der zuerst bestimmten Kreuzlinienabschnitte eine Wagrechte bis zu der Lotrechten in $\frac{1}{2}c$ davon und legt durch die sich ergebenden Schnittpunkte (D_1 und D_2) die kurzen mit den Zahlen 1 und 2 versehenen Linien, die jeweils zu einer oberen Linie mit der gleichen Zahl parallel laufen. Damit sind die wahren Kreuzlinienabschnitte gegeben.

Schließlich zieht man noch die Kreuzlinien und erhält damit auf jeder Festlinie einen Schnittpunkt, durch den die Schlußlinie hindurch geht.

Um von der Richtigkeit dieser Konstruktion zu überzeugen, geben wir den Gleichungen 48 die Form

$$\begin{aligned} S_a &= -qac\xi\xi'(1 + \xi') + q\frac{ac^3\xi'}{4l^2} \\ S_b &= -qbc\xi\xi'(1 + \xi) + q\frac{bc^3\xi}{4l^2}, \end{aligned}$$

und zielen darauf hin, nur die zweiten Glieder zu betrachten, da die ersten offenbar diejenigen Festlinienabschnitte bedeuten, die bei der als Einzellast gedachten Auflast entstehen (Gl. 46a), und deren Ermittlung als bekannt vorausgesetzt werden darf.

¹⁾ Vom Verfasser, „Kreuzlinienabschnitte“. Beton u. Eisen 1915, Heft 19/20.

Die Momentengerade nach dem linken Auflager, deren Richtung durch die Höhe des Momentendreiecks

$$M = q c l \xi \xi',$$

und durch die Schwerlinie der Auflast eindeutig bestimmt ist, schneidet auf der in $1/2 c$ vom Auflager liegenden Lotrechten die Strecke

$$s = M \frac{1/2 c}{\xi l} = q \frac{c^2 \xi'}{2}$$

ab. Für den Neigungswinkel der mit der Zahl 2 versehenen Linie findet man daher

$$\tan \alpha = \frac{s}{l} = q \frac{c^2 \xi'}{2 l},$$

und es folgt für die Strecke, um die der wahre Kreuzlinienabschnitt von jenem für die als Einzellast gedachte Auflast verschieden ist

$$\Delta t_b = 1/2 c \tan \alpha = q \frac{c^3 \xi'}{4 l}.$$

Der entsprechende Festlinienabschnitt beträgt

$$\Delta S_a = \Delta t_b \frac{a}{l} = q \frac{a c^3 \xi'}{4 l^2}.$$

Ebenso folgt

$$\Delta S_b = q \frac{b c^3 \xi}{4 l^2}.$$

Da Übereinstimmung mit den zweiten Gliedern der gültigen Gleichung vorliegt, ist die Konstruktion richtig.

9. Der Rahmen mit unendlich vielen Stützen.

Handelt es sich um die Berechnung von Rahmentragwerken mit mehreren gleichen Öffnungen und Stützen von gleicher Elastizität, so löst man diese Aufgabe häufig unter der Annahme eines unendlich langen Rahmens. Dieser Weg scheint besonders zweckmäßig, wenn einfache Belastungsfälle vorliegen, für die es gelingt, kurze Ausdrücke zur unmittelbaren Berechnung der statischen Größen herzuleiten.

Wir setzen nun voraus, daß jedes zweite Feld eines solchen Rahmens beliebig, jedoch symmetrisch belastet ist, betrachten demnach einen Zustand, der den Grenzwerten der Balken- und Stützenmomente entspricht.

Die Bedingungsgleichungen betreffen die Winkel an einem Auflager und lauten

$$\tau = \alpha_0 + M_1 \alpha$$

$$\tau = -M_2 \alpha$$

$$\tau = -(M_1 - M_2) \gamma_s.$$

Sie liefern für die Momente die Ausdrücke

$$M_1 = -\frac{\alpha_0 (\alpha + \gamma_s)}{\alpha (\alpha + 2 \gamma_s)},$$

$$M_2 = -\frac{\alpha_0 \gamma_s}{\alpha (\alpha + 2 \gamma_s)},$$

$$M_k = \pm \frac{\alpha_0}{\alpha + 2 \gamma_s} = \pm (M_2 - M_1).$$

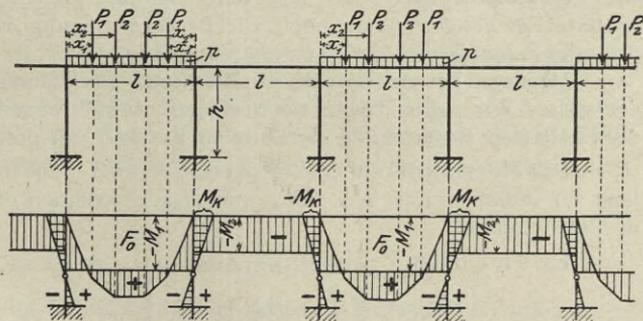


Abb. 31.

α_0 ist darin der Winkel an die Biegelinie beim frei aufgelagerten Balken infolge der Belastung. α ist durch die erste der Gleichungen 13 gegeben, und γ_s berechnet sich nach Gleichung 29 oder 33. In der letzten Gleichung gilt + für das Stützkopfmoment rechts vom belasteten Feld, und - für jenes links davon.

Mit einer ziemlich belanglosen Ungenauigkeit, die zudem noch bei gleichmäßig verteilter Last verschwindet und bei beständigem Trägheitsmoment überhaupt nicht in Frage kommt, hat man für α_0 den Ausdruck

$$\alpha_0 = \frac{3 \beta F_0}{l},$$

wo F_0 die Momentenfläche beim frei aufgelagerten Balken bedeutet.

$$F_0 = \frac{q l^3}{12} + \Sigma P x (l - x) \dots \dots \dots (49)$$

Damit kann man den Gleichungen für die Momente die Form geben

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= -\frac{3 F_0}{l} \cdot \frac{\beta (\alpha + \gamma_s)}{\alpha (\alpha + 2 \gamma_s)} \\ M_2 &= -\frac{3 F_0}{l} \cdot \frac{\beta \gamma_s}{\alpha (\alpha + 2 \gamma_s)} \\ M_k &= \pm \frac{3 F_0}{l} \cdot \frac{\beta}{\alpha + 2 \gamma_s} = \pm (M_2 - M_1) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (50)$$

Für β gilt die zweite von den Gleichungen 13.

Verschwinden die Stützenwiderstände, so entsteht der durchlaufende Balken, wofür mit $\gamma_s = \infty$

$$M_1 = M_2 = -\frac{3}{2} \cdot \frac{F_0 \beta}{l \alpha} \quad \text{und} \quad M_k = 0 \dots \dots \dots (50a)$$

folgt. Dagegen ergibt sich beim fest eingespannten Balken mit $\gamma_s = 0$.

$$M_1 = \pm M_k = -3 \frac{F_0 \beta}{l \alpha} \quad \text{und} \quad M_2 = 0 \dots \dots \dots (50b)$$

Bei symmetrisch angeordneter Last über allen Feldern, muß die elastische Linie des Balkens über den Stützen wagrecht verlaufen, und es liegen demnach die Verhältnisse wie beim fest eingespannten Balken. Demzufolge können die letzten Gleichungen auch noch zur Berücksichtigung von Eigenlast, sofern diese für alle Felder gleich ist, Verwendung finden.

Meistens besteht jedoch die Belastung aus ständiger und aus zufälliger Last zugleich. Wir geben daher noch einigen Ausführungen Raum, mit dem Ziel der unmittelbaren Bestimmung der diesem Zustand entsprechenden Momente.

Die Momentenfläche des Balkens auf zwei Stützen sei für ständige Last F_{og} , jene für zufällige Last F_{op} . M_{og} und M_{op} bezeichnen die entsprechenden Momente in Balkenmitte.

Es wird dann

$$\left. \begin{aligned} M_{\max} &= M_{og} + M_{op} - \frac{3 \beta}{l \alpha} \left[F_{og} + F_{op} \frac{\alpha + \gamma_s}{\alpha + 2 \gamma_s} \right] \\ M_{\min} &= M_{og} - \frac{3 \beta}{l \alpha} \left[F_{og} + F_{op} \frac{\gamma_s}{\alpha + 2 \gamma_s} \right] \\ M_{k \frac{\max}{\min}} &= \pm \frac{3 F_{op}}{l} \cdot \frac{\beta}{\alpha + 2 \gamma_s} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (51)$$

Bei beständigem Trägheitsmoment nehmen diese Ausdrücke wegen

$$\alpha = \frac{l}{2 E J_m} \quad \text{und} \quad \beta = \frac{l}{6 E J_m}$$

die Form an

$$\left. \begin{aligned} M_{\max} &= M_{og} + M_{op} - \frac{1}{l} \left[F_{og} + F_{op} \frac{l + 2 EJ_m \gamma_s}{l + 4 EJ_m \gamma_s} \right] \\ M_{\min} &= M_{og} - \frac{1}{l} \left[F_{og} + F_{op} \frac{2 EJ_m \gamma_s}{l + 4 EJ_m \gamma_s} \right] \\ M_{k \frac{\max}{\min}} &= \pm F_{op} \frac{1}{l + 4 EJ_m \gamma_s} \end{aligned} \right\} \quad (51a)$$

Wir geben nun noch die Gleichungen für den durchlaufenden Balken unter gleichmäßig verteilter Last ($g =$ Eigenlast, $p =$ zufällige Last — für die Längeneinheit), die sich besonders zur raschen Berechnung von Voutenplatten als zweckmäßig erweisen dürften. (Es ist $\gamma_s = \infty$)

$$\left. \begin{aligned} M_{\max} &= \frac{l^2}{24} \left[3(g + p) - \frac{\varphi_b}{\varphi_a} (2g + p) \right] \\ M_{\min} &= \frac{l^2}{24} \left[3g - \frac{\varphi_b}{\varphi_a} (2g + p) \right] \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

Für φ_a und φ_b gelten die Tabellen auf S. 15 und 17, sowie auch die Gl. 19.

Bei durchweg gleichem Trägheitsmoment folgt ($\varphi_a = \varphi_b = 1$)

$$\left. \begin{aligned} M_{\max} &= \frac{l^2}{24} (g + 2p) \\ M_{\min} &= \frac{l^2}{24} (g - p) \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

Verwickeltere Belastungsfälle werden am besten mit Hilfe der Festpunkte und der Übergangszahlen berücksichtigt, die sich für den Rahmen auf unendlich vielen Stützen nach den Gleichungen 42 bis 44 leicht bestimmen lassen.

Es wird noch darauf hingewiesen, daß man den vorbeschriebenen Weg auch beim mehrstöckigen Rahmen noch in Aussicht nehmen kann, sofern man in den betreffenden Gleichungen für γ_s einen Wert einführt, der den Verhältnissen bei der durchlaufenden Stütze Rechnung trägt. Dies ist der Fall, wenn man diesen Winkel nach (Gl. 137)

$$\gamma = \frac{\gamma_s \gamma'_s}{\gamma_s + \gamma'_s},$$

berechnet, und dabei unter γ_s wie vor dem Winkel am Kopf der Stütze unterhalb, und unter γ'_s jenen am Fuß der Stütze oberhalb des Balkens (Gl. 31) versteht. Wie diese Gleichung entsteht, kann bei den offiziellen Ausführungen für den Stockwerkrahmen verfolgt werden. Auf jeden Fall geht hieraus hervor, daß bei einfachen Verhältnissen eine bequeme rechnerische Behandlung des Stockwerkrahmens noch möglich ist.

10. Die Quer- und Normalkräfte.

Wie die Bestimmung der Momente für den mehrfach gestützten Rahmen unter enger Anlehnung an das zur Behandlung kontinuierlicher Balken gebräuchliche Verfahren erfolgen kann, so läßt sich auch die Ermittlung der Quer- und Auflagerkräfte nach denselben Gesichtspunkten durchführen. Das Wesentliche sind dabei lediglich die Momente, oder bei der graphischen Untersuchung die Momentenlinien und die Schlußlinien, die, wenn sie einmal beim Rahmen bekannt sind, in der üblichen Weise auch hier noch Verwendung finden können.

Im Grunde genommen liegt hier die gleiche Aufgabe vor wie beim Balken; es handelt sich um die Bestimmung der Quer- und Auflagerkräfte bei gegebener Belastung und gegebenen Einspannmomenten. Da die Querkräfte zur Normalkraft immer senkrecht gerichtet sind, dasselbe aber auch bei den Stützenachsen in bezug auf die Balkenachse der Fall ist, sind die Querkräfte im Balken zur Berechnung

der Normalkraft in den Stützen, und umgekehrt auch die Querkräfte in den Stützen zur Berechnung der Normalkraft im Balken maßgebend.

Ist ein Balken durch die Momente M_a und M_b eingespannt, und ist Q_o dessen Querkraft bei freier Auflagerung, dann entsteht nunmehr

$$Q = Q_o - \frac{M_a - M_b}{l} \dots \dots \dots (54)$$

Ein positiver Wert hiervon besagt, daß die Querkraft bestrebt ist, einen Querschnitt links von jenem rechts davon nach oben abzuscheren. Es folgt danach für die Querkräfte am Auflager

$$\left. \begin{aligned} Q_a &= Q_{ao} - \frac{M_a - M_b}{l} \\ Q_b &= Q_{bo} - \frac{M_a - M_b}{l} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (54a)$$

Die Normalkraft in einer Stütze findet man als Auflagerkraft vom Balken, indem man zu der Querkraft unmittelbar rechts neben der Stütze jene links davon mit umgekehrtem Vorzeichen addiert.

Die Bestimmung der Querkraftlinien und der Einflußlinien für die Auflagerkräfte (Normalkräfte in den Stützen) kann in der bekannten Weise unter Zugrundelegung der Momentenlinien erfolgen.

Die Querkraft in den Stützen berechnet sich nach

$$Q = Q_o + \frac{M_k - M_u}{h} \dots \dots \dots (55)$$

Liegt dabei keine seitliche Belastung vor, dann entsteht in allen Schnitten ($Q_o = 0$)

$$\left. \begin{aligned} Q &= \frac{M_k - M_u}{l} \\ \text{oder} \quad Q &= \frac{M_k}{z} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (55a)$$

wo z den Abstand des Momentennullpunktes vom Stützenkopf bedeutet. Dem Bestreben eines Querschnitts, sich von dem darüber nach links abzuscheren, entspricht ein positiver Wert von Q .

Die Querkräfte in den Stützen geben zugleich auch die Normalkraft im Balken an. Es ist $N = -\Sigma Q$, $\dots \dots \dots (56)$

wobei unter das Summenzeichen die Querkräfte der Stützen links von dem betrachteten Balken zu fallen haben. Sofern man das Vorzeichen ändert, gelten jedoch auch die Werte von Q in den Stützen rechts davon. Bei unmittelbarer seitlicher Belastung sind die Querkräfte am Stützenkopf maßgebend.

Anmerkung. Beim Rahmen mit ungleich hohen Stützenköpfen ist in den Gleichungen 54 und 54a unter l die wagrechte Entfernung der Stützpunkte des Balkens zu verstehen. Um die Normalkraft im Balken zu erhalten, hat man die nach den Gleichungen 55 oder 55a berechnete Werte noch durch den Cosinus des Neigungswinkels der Balkenachse zu dividieren.

11. Bemerkungen.

Stellt man das statische Verhalten der Balken bei den durchlaufenden Rahmen demjenigen des gewöhnlichen kontinuierlichen Balkens gegenüber, dann erkennt man, daß die Stützen in der Hauptsache eine Entlastung des Balkens hinsichtlich der positiven Biegemomente zur Folge haben. Es scheint deshalb die Berücksichtigung der Stützenwiderstände besonders angebracht, wenn die verfügbare Konstruktionshöhe beschränkt ist. In demselben günstigen Sinn wie die Stützen, äußert sich dabei auch die Querschnittzunahme des Balkens.

Hinsichtlich der negativen Biegemomente kann eine wesentliche Abweichung, nach irgend einer Seite, gegenüber den Verhältnissen beim gewöhnlichen durchlaufenden Balken nicht festgestellt werden, sofern man dabei von den Momenten nächst einer Endstütze absieht.

Mit zunehmender Steifigkeit werden die Stützen zur Aufnahme von Biegemomenten empfänglicher. Sind sie schlank und biegsam, so ertragen sie Verformungen leichter als solche von großer Starrheit bei entsprechend geringeren Momenten.

Durch seitliche Kräfte erfahren die Stützen oft außerordentlich hohe Spannungen. Dabei kommt es weniger auf deren Elastizität, als auf deren Höhe und Anzahl an.

Belastungsfälle solcher Art werden wir nun den nachfolgenden Ausführungen zugrunde legen und dabei auch zeigen, wie der Einfluß der Stützenkopferschiebungen bei lotrechter Belastung noch nachträglich in Rechnung gestellt werden kann. In derselben Weise stellen wir auch noch die nachträgliche Berücksichtigung des Einflusses der Normalkräfte dar, und bieten somit die Möglichkeit, den Genauigkeitsgrad der Rechnung im Bedarfsfalle beliebig zu steigern.

12. Seitliche Bewegungen der Stützenköpfe.

a) Voruntersuchung.

Am Kopf einer elastisch eingespannten Stütze wirke die wagrechte Kraft X und das Moment M_k (Abb. 32). Es vollzieht sich alsdann am Stützenkopf eine Verschiebung um $\Delta l = X\lambda' - M_k\lambda'' + Xh^2\varepsilon_u$ und eine Verdrehung um

$$\tau = X\alpha' - M_k\alpha'' + Xh\varepsilon_u,$$

wobei $\lambda' = h^2(\alpha_{us} - \beta_s)$ und $\lambda'' = \alpha' = h\alpha_{us}$.

Für α_{us} und β_s gelten die Gleichungen 25 und 27.

Durch Verbinden entsteht

$$\begin{aligned} \Delta l &= Xh^2(\alpha_{us} + \varepsilon_u - \beta_s) - M_k h \alpha_{us} \\ \tau &= Xh(\alpha_{us} + \varepsilon_u) - M_k \alpha'' \end{aligned}$$

Indessen empfiehlt es sich aber, den folgenden Weg einzuschlagen und den Winkel durch

$$\tau = \tau_0 - M_k \gamma_s$$

auszudrücken, wobei τ_0 die Drehung am Stützenkopf infolge der Verschiebung beim Zustand $M_k = 0$, und γ_s den Winkel für $M_k = 1$ (Gl. 29 oder 33) bei unverschieblichem Stützenkopf bedeutet. Um τ_0 zu ermitteln, setzen wir in obigen Gleichungen $M_k = 0$, und erhalten

$$\begin{aligned} \Delta l &= Xh^2(\alpha_{us} + \varepsilon_u - \beta_s) \\ \tau_0 &= Xh(\alpha_{us} + \varepsilon_u) \end{aligned}$$

wonach

$$\frac{\Delta l}{\tau_0} = h - \frac{h\beta_s}{\alpha_{us} + \varepsilon_u}$$

und wegen (S. 17)

$$\begin{aligned} \frac{h\beta_s}{\alpha_{us} + \varepsilon_u} &= a, \\ \frac{\Delta l}{\tau_0} &= h - a. \end{aligned}$$

Folglich ist

$$\tau_0 = \frac{\Delta l}{h - a},$$

wobei a den Festpunktabstand vom Stützenfuß bedeutet.

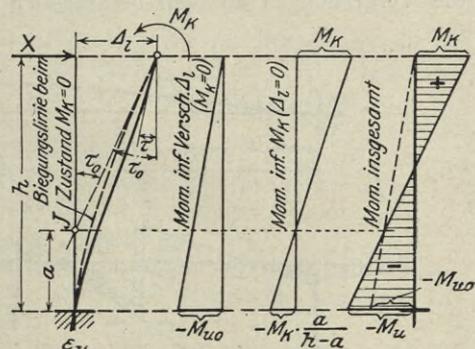


Abb. 32.

Somit ist die Verdrehung nach

$$\tau = \frac{\Delta_1}{h-a} - M_k \gamma_s \dots \dots \dots (57)$$

bestimmbar.

Das Moment am Stützenfuß läßt sich in ähnlicher Weise zu

$$M_u = M_{u0} - M_k \frac{a}{h-a}$$

bestimmen, wobei M_{u0} dem Zustand $M_k = 0$ entspricht (Abb. 32, Mom. inf. Versch.), während das zweite Glied den durch das Stützenkopfmoment bedingten Anteil darstellt (Abb. 32, Mom. inf. M_k). Man erhält

$$M_{u0} = -Xh = -\frac{\tau_0}{\alpha_{us} + \varepsilon_u}$$

$$= -\frac{\Delta_1}{(h-a)(\alpha_{us} + \varepsilon_u)},$$

oder, da

$$\varepsilon_{us} + \varepsilon_u = \frac{h \beta_s}{a},$$

$$M_{u0} = -\frac{a \Delta_1}{(h-a) h \beta_s}.$$

Es ist sonach allgemein

$$M_u = -\frac{a}{h-a} \left(\frac{\Delta_1}{h \beta_s} + M_k \right) \dots \dots \dots (58)$$

b) Verschiebung eines einzelnen Stützenkopfes.

Wir nehmen an ein einzelner Stützenkopf verschiebe sich um eine gegebene Strecke Δ_1 , und alle übrigen Stützenköpfe bleiben dabei in Ruhe. Ist diese Verschiebung positiv, wenn sie wie in Abb. 33 erfolgt (nach rechts), dann kann für die Verdrehungen an dem betreffenden Stützenkopf bestimmt werden

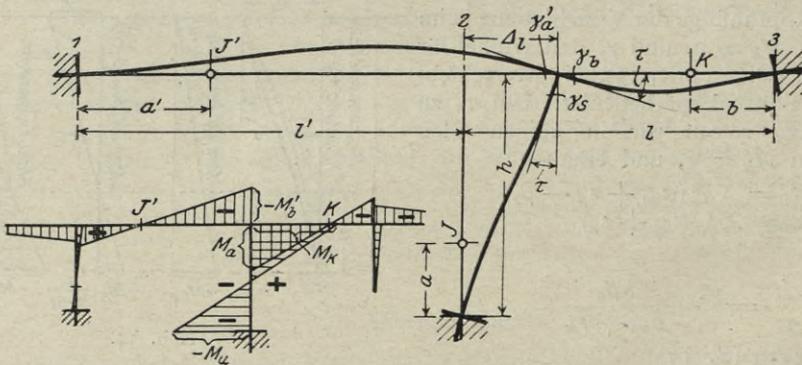


Abb. 33.

$$\tau = -M_b' \gamma_{a'}$$

$$\tau = M_a \gamma_b$$

$$\tau = \frac{\Delta_1}{h-a} - M_k \gamma_s.$$

Ferner ist

$$M_k = M_a - M_b'.$$

Danach ergibt der Ausschlagwinkel vom Knotenpunkt

$$\tau = \frac{\Delta_l}{(h-a) \left(1 + \frac{\gamma_s}{\gamma_a'} + \frac{\gamma_s}{\gamma_b} \right)} \dots \dots \dots (59)$$

γ_a' und γ_b sind die Winkel der Öffnung l' und l . (Gl. 34 u. 35). γ_s bedeutet die Drehung am Kopf der Stütze 2. (Gl. 29 oder 33.)

Ist der Winkel τ bekannt, dann werden die Momente

$$\left. \begin{aligned} M_b' &= -\frac{\tau}{\gamma_a'} \\ M_a &= \frac{\tau}{\gamma_b} \\ M_k &= M_a - M_b' \\ M_u &= -\frac{a}{h-a} \left(\frac{\Delta_l}{h\beta_s} + M_k \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (60)$$

β_s berechnet sich nach Gleichung 27.

Handelt es sich um eine Stütze am linken Balkenende, so sieht man das Trägheitsmoment des fehlenden Balkens als unendlich klein, oder die betreffende Öffnung als unendlich groß an. Es folgt dann $\gamma_a' = \infty$, und das von diesem Winkel abhängige Glied im Nenner der Gleichung 59 verschwindet. Dagegen ist $\gamma_b = \infty$ zu setzen, wenn eine Endstütze rechts in Frage kommt.

Sind nach diesen Ausführungen die Momente bestimmt, dann gestaltet sich die Ermittlung der Momentenfläche für den ganzen Rahmen sehr einfach. Da keine lotrechten Bewegungen der Stützpunkte vorliegen, müssen die Momentengeraden rechts von der betrachteten Stütze durch alle K -Punkte, und links davon durch alle J -Punkte gehen. Dabei äußern sich die Stützen in bezug auf die sie überschreitenden Momente genau in derselben Weise wie bei lotrechter Belastung (Seite 27 und 28).

Verschieben sich mehrere Stützenköpfe auf einmal, dann ermittelt man in der beschriebenen Weise den Einfluß einer jeden einzelnen Stützenkopfverschiebung für sich, und addiert zum Schluß die Momentenflächen.

Bei alledem wird vorausgesetzt, daß es sich um gegebene Stützenkopfverschiebungen handelt, eine Annahme, die in den meisten Fällen nicht zutrifft. Demzufolge stellt sich noch die Notwendigkeit einer Zwischenrechnung heraus, auf die wir später noch zurückkommen werden.

In den nächstfolgenden Ausführungen soll bestimmt werden, wie sich eine durchlaufende Stütze verhält; auch sollen noch Gleichungen für die gleichzeitige Berücksichtigung der Verschiebung mehrerer Stützenköpfe hergeleitet werden, ein Weg, der bei einfachen Verhältnissen mitunter von Vorteil ist.

Bei Berücksichtigung der durchlaufenden Stütze nehmen wir an, daß die obere Stütze sich jeweils parallel verschiebt, so, daß der Stützenkopf mit dem Stützenfuß in einer Lotrechten bleibt (Abb. 34).

Der Winkel τ_o , der infolge der Verschiebung allein bei fehlender oberer Stütze am Stützenkopf entsteht, verringert sich nunmehr um $M\gamma_s$

$$\tau_o' = \tau_o - M\gamma_s,$$

und muß dann mit dem Winkel am Fuß der oberen Stütze (γ_s' nach Gl. 31)

$$\tau_o' = M\gamma_s'$$

übereinstimmen. Verbindet man diese Gleichungen, und drückt man noch τ_o durch die gültige Beziehung

$$\tau_o = \frac{\Delta_l}{h-a}$$

aus, dann entsteht

$$\tau_o' = \frac{\Delta_l}{(h-a) \left(1 + \frac{\gamma_s'}{\gamma_s} \right)} \dots \dots \dots (61)$$

Die Verdrehung der durchlaufenden Stütze beträgt

$$\tau = \tau_0' - M\gamma,$$

oder, wegen dem in Frage kommenden Moment $M = M_a - M_b'$,

$$\tau = \frac{\Delta l}{(h-a) \left(1 + \frac{\gamma_s'}{\gamma_s} \right)} - (M_a - M_b')\gamma, \dots (62)$$

wobei (Gl. 137)
$$\gamma = \frac{\gamma_s \gamma_s'}{\gamma_s + \gamma_s'}$$

Außerdem hat man noch die Bedingungen

$$\tau = -M_b' \gamma_a'$$

$$\tau = M_a \gamma_b$$

$$\tau = M_u' \gamma_s'$$

$$M_k = M_a - M_b' + M_u'$$

und ist damit in der Lage, für den Verdrehungswinkel vom Knotenpunkt die Gleichung

$$\tau = \frac{\Delta l}{(h-a) \left(1 + \frac{\gamma_s'}{\gamma_a'} + \frac{\gamma_s}{\gamma_b} + \frac{\gamma_s'}{\gamma_s'} \right)} (63)$$

herzuleiten. Sie unterscheidet sich von

Gleichung 59 nur durch das letzte Glied im Nenner.

Für die Momente folgt

$$\left. \begin{aligned} M_b' &= -\frac{\tau}{\gamma_a'} \\ M_a &= \frac{\tau}{\gamma_b} \\ M_u' &= \frac{\tau}{\gamma_s'} \\ M_k &= M_a - M_b' + M_u' \\ M_u &= -\frac{a}{h-a} \left(\frac{\Delta l}{h\beta_s} + M_k \right) \end{aligned} \right\} \dots (64)$$

Anmerkung. Gleichung 63 kann man auch wie folgt ableiten. Man betrachtet den Winkel den der durchlaufende Balken in Verbindung mit der oberen Stütze bildet, wenn daran $M=1$ angreift, und bestimmt dafür auf Grund der Anmerkung Seite 63

$$\tau' = \frac{1}{\sum \frac{1}{\gamma}} = \frac{1}{\frac{1}{\gamma_a'} + \frac{1}{\gamma_b} + \frac{1}{\gamma_s'}}$$

Da nun einerseits die Verdrehung am Stützenkopf durch

$$\tau = M_k \tau',$$

und andererseits durch

$$\tau = \frac{\Delta l}{h-a} - M_k \gamma_s$$

gegeben ist, so gelangt man auch auf diesem Wege zu

$$\tau = \frac{\Delta l}{(h-a) \left(1 + \frac{\gamma_s}{\gamma_a'} + \frac{\gamma_s}{\gamma_b} + \frac{\gamma_s}{\gamma_s'} \right)}$$

d. i. Gleichung 63. Überdies hätte sich dieselbe auch unmittelbar anschreiben lassen, bei der Überlegung, daß in vorliegendem Falle der oberen Stütze genau dieselbe Bedeutung beizumessen ist wie einem Balken, und demnach das letzte Glied im Nenner gegenüber Gleichung 59 noch hinzu-

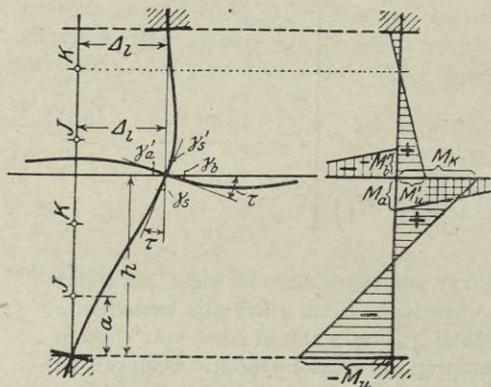


Abb. 34.

treten muß. Es gilt demnach allgemein, wenn sich am Stützenkopf beliebig viele Stäbe anschließen

$$\tau = - \frac{A_l}{(h-a) \left(1 + \gamma_s \Sigma \frac{1}{\gamma} \right)}$$

Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß die Ausführungen für den Stockwerkrahmen ein noch einfacheres auf den Festpunkten beruhendes Verfahren enthalten, welches die obigen der Vollständigkeit halber gebrachten Darlegungen sehr vorteilhaft ersetzt.

c) Gleichzeitige Berücksichtigung der Verschiebung mehrerer Stützenköpfe.

Unter Bezugnahme auf die in Abb. 35 eingetragenen Bezeichnungen können für die Verdrehungen die folgenden Beziehungen aufgestellt werden:

$$\begin{aligned} \text{Stütze 1:} \quad \tau_1 &= M_a' (\alpha' - \beta') + M_b' \beta' \\ \text{Stütze 2:} \quad \begin{cases} \tau_2 = \frac{\Delta l_2}{h_2 - a_2} - M_k \gamma_{s2} \\ \tau_2 = -M_b' (\alpha' - \beta') - M_a' \beta' \\ \tau_2 = M_a (\alpha - \beta) + M_b \beta \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Stütze 3:} \quad \tau_3 = -M_b (\alpha - \beta) - M_a \beta.$$

Außerdem ist noch $M_k = M_a - M_b'$.

Ermittelt man hieraus die Formeln für M_a und M_b' , und bringt diese unter Benutzung der letzten Gleichung mit dem ersten Ausdruck für τ_2 in Verbindung, dann entsteht die nachfolgende wichtige Beziehung, die drei aufeinanderfolgende Winkel enthält, und sich in Bauart und Anwendung an die bekannte Clapeyronsche Dreimomentengleichung anlehnt.

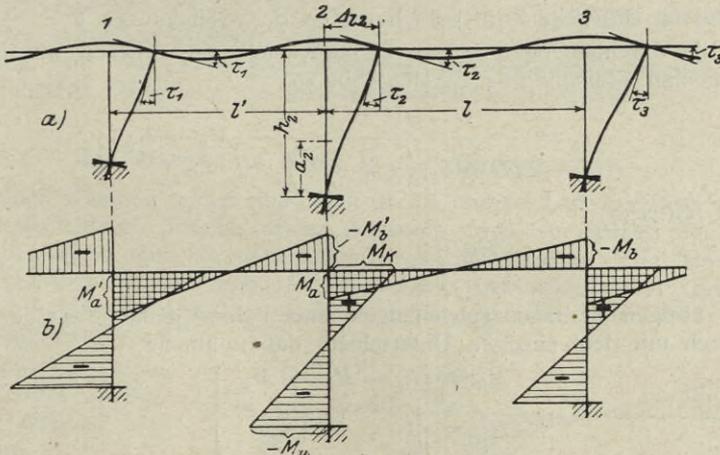


Abb. 35.

$$\tau_2 (1 + \gamma_{s2} (\alpha_a' - \alpha_b' + \alpha_a - \alpha_b)) + \tau_1 \gamma_{s2} \alpha_b' + \tau_3 \gamma_{s2} \alpha_b = \frac{\Delta l_2}{h_2 - a_2} \quad (65)$$

wo

$$\left. \begin{aligned} \alpha_a' &= \frac{1}{\alpha' - 2\beta'}, & \alpha_b' &= \frac{\beta'}{\alpha' (\alpha' - 2\beta')} = \frac{\beta'}{\alpha'} \alpha_a' \\ \alpha_a &= \frac{1}{\alpha - 2\beta}, & \alpha_b &= \frac{\beta}{\alpha (\alpha - 2\beta)} = \frac{\beta}{\alpha} \alpha_a \end{aligned} \right\} \dots \dots (66)$$

Unter α' und β' sind darin die Winkel der Öffnung l' , und unter α und β jene der Öffnung l zu verstehen (Gl. 15). γ_{s2} betrifft den Ausschlagswinkel am Kopf

der Stütze 2. Man hat für jedes Feld die Werte von α_a und α_b auszurechnen, und kann dann Gleichung 65 für jede Stütze anschreiben. Sie liefert alle un bekannten Winkel.

Steht die Stütze 2 am linken Balkenende, so setzt man das Trägheitsmoment des Balkens der Öffnung l' gleich Null, und erhält dann $\alpha_a' = \alpha_b' = 0$. Hingegen folgt, wenn die Stütze 2 am Balkenende rechts steht, $\alpha_a = \alpha_b = 0$.

Nachdem die Winkel bekannt sind, bestimmt man die Momente nach

$$\left. \begin{aligned} M_b' &= -\tau_2 (\alpha_a' - \alpha_b') - \tau_1 \alpha_b' \\ M_a &= \tau_2 (\alpha_a - \alpha_b) + \tau_3 \alpha_b \\ M_k &= M_a - M_b' \\ M_u &= -\frac{a_2}{h_2 - a_2} \left(\frac{A I_2}{h_2 \beta_{s_2}} + M_k \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (67)$$

Handelt es sich um Konstruktionen mit konstantem Trägheitsmoment, so können nachfolgende Gleichungen verwendet werden.

Für die Winkel

$$\tau_2 (1 + 2 \gamma_{s_2} (\alpha + \alpha')) + \tau_1 \gamma_{s_2} \alpha + \tau_3 \gamma_{s_2} \alpha' = \frac{A I_1}{h_2 - a_2} \dots \dots (68)$$

wo

$$\left. \begin{aligned} \alpha' &= \frac{2 E J_m'}{l'} \\ \alpha &= \frac{2 E J_m}{l} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (69)$$

Für die Momente

$$\left. \begin{aligned} M_b' &= -\alpha' (2 \tau_2 - \tau_1) \\ M_a &= \alpha (2 \tau_2 - \tau_3) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (70)$$

Für M_k und für M_u gelten die beiden letzten der Gleichungen 67.

Um die durchlaufenden Stützen zu berücksichtigen, drücken wir den Winkel derselben gemäß Gleichung 62 durch (Abb. 36)

$$\gamma_2 = \frac{A I_2}{(h_2 - a_2) \left(1 + \frac{\gamma_{s_2}'}{\gamma_{s_2}} \right)} - (M_a - M_b') \gamma_2$$

aus, wobei (Gl. 137)

$$\gamma_2 = \frac{\gamma_{s_2} \gamma_{s_2}'}{\gamma_{s_2} + \gamma_{s_2}'} \dots \dots \dots (71)$$

Alle übrigen Bedingungsgleichungen haben hier genau dieselbe Form wie zuvor, jedoch mit dem einzigen Unterschied, daß nunmehr

$$\left. \begin{aligned} M_k &= M_a - M_b' + M_u' \\ M_u' &= \frac{\tau_2}{\gamma_{s_2}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (72)$$

Mit Rücksicht darauf ergibt sich ähnlich wie zuvor die drei aufeinanderfolgende Winkel enthaltende Gleichung

$$\tau_2 (1 + \gamma_2 (\alpha_a' - \alpha_b' + \alpha_a - \alpha_b)) + \tau_1 \gamma_2 \alpha_b' + \tau_3 \gamma_2 \alpha_b = \frac{\gamma_2 A I_2}{(h_2 - a_2) \gamma_{s_2}} (73)$$

Zur Berechnung von α gelten die Gleichungen 66; γ_{s_2}' folgt nach Gleichung 31. Die Momente folgen nach den Gleichungen 67, jedoch mit Ausnahme von M_k ; dafür und für M_u' gelten die Gleichungen 72.

In der Praxis vermag die zuletzt beschriebene Art der Behandlung nicht immer Vorteile zu bieten, zumal dann nicht, wenn es sich um Konstruktionen mit mehr als drei Stützen handelt, und dabei keine Symmetrie vorliegt. Demgegenüber wird dann die erstere Methode, wonach man den Einfluß einer jeden

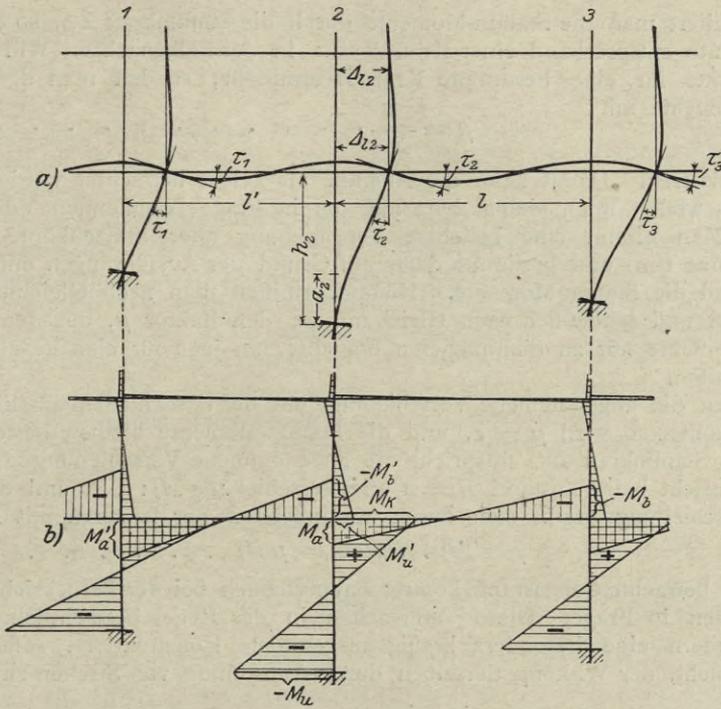


Abb. 36.

Stützenkopferschiebung für sich bestimmt, und dann die Summe der Momentenflächen bildet, immer vorzuziehen sein.

Es soll nun die praktische Verwertung des Gebotenen näher beschrieben werden. Zunächst betrachten wir den einfachsten Belastungsfall.

13. Wagrechte Kraft in der Balkenachse.

An einen Rahmen wirke eine Kraft H als äußere Last in Höhe und Richtung der Balkenachse. Infolge dieser Belastung wird der Balken eine seitliche Bewegung ausführen, und, da seine Länge dabei unverändert bleibt, eine gemeinsame Verschiebung aller Stützenköpfe veranlassen. Die Größe dieser Verschiebung ist unbekannt. Um zu Anhaltspunkten zu gelangen, nimmt man dafür zunächst einen beliebigen Wert an und ermittelt auf Grund der vorstehenden Ausführungen die Winkel und die Momente.

Die letzteren, einem beliebig angenommenen Verschiebungszustand entsprechenden Momente werden wir in der Folge kurz als Stamm-Momente, und ihre Erzeugungskraft als Stammkraft bezeichnen.

Die Stammkraft setzt sich aus den Schüben in den Stützenköpfen zusammen und berechnet sich, nachdem die Stamm-Momente bekannt sind, nach dem Ausdruck

$$\sum S = \sum \frac{M_k - M_u}{h} \dots \dots \dots (74)$$

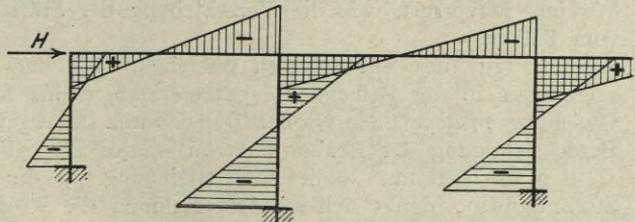


Abb. 37.

Dividiert man die Stamm-Momente durch die Stammkraft ΣS , so erhält man die Momente entsprechend einer Kraft $H = 1$ in der Balkenachse. Will man nun die Momente für eine bestimmte Kraft H ermitteln, so hat man demnach die Stamm-Momente mit

$$\mu = \frac{H}{\Sigma S} \dots \dots \dots (75)$$

zu multiplizieren. Damit kann die Aufgabe als gelöst betrachtet werden.

Wir wollen noch einmal kurz auf den in Frage kommenden Vorgang hinweisen. Man nimmt eine beliebige Verschiebung aller Stützenköpfe an (etwa $E\Delta_1 = 1000 \text{ t/m}$) und bestimmt dafür auf Grund der Ausführungen unter 12. die Winkel und die Stamm-Momente. Hierauf ermittelt man nach Gleichung 74 die Stammkraft und schließlich nach Gleichung 75 den Faktor μ , mit dem man die Stamm-Momente nur zu multiplizieren braucht, um jene für eine gegebene Kraft H zu erhalten.

Wenn die angenommene Verschiebung mit der tatsächlichen zufällig übereinstimmen sollte, so wird $\mu = 1$, und die Stamm-Momente bleiben bestehen.

Der Stammkraft ΣS entspricht die angenommene Verschiebung Δ_1 . Infolgedessen entsteht beim Zustand $H = 1$ die Verschiebung $\Delta_1 : \Sigma S$, und die tatsächliche Verschiebung ergibt sich durch Multiplizieren der letzteren mit H . Es ist demnach

$$\text{Tats. Versch.} = \mu \Delta_1 \dots \dots \dots (76)$$

Die betrachtete Belastung kommt hauptsächlich bei der Berücksichtigung von Bremskräften in Frage. Diese verursachen in der Regel beträchtliche Momente und erfordern eine besonders kräftig ausgebildete Konstruktion, sofern man es nicht vorzieht, der Wirkung derselben durch Anordnung von Streben zu begegnen.

14. Die zusätzliche Berücksichtigung der Stützenkopfverschiebungen bei lotrechter Belastung.

Wird ein durchlaufender Rahmen belastet, so wird der Balken in der Regel kleine seitliche Bewegungen ausführen und damit den Stützenköpfen Anlaß zum Vollzug von gemeinsamen gleichwertigen Verschiebungen geben. Wir zielen nun darauf hin, deren Einfluß zu bestimmen, und stellen dazu folgende Betrachtungen an.

Bei dem unter der Voraussetzung unverschieblicher Stützenköpfe behandelten Rahmen wird stets auf Grund der entsprechenden Momente nach dem Ausdruck

$$\Sigma S' = \Sigma \frac{M_k' - M_u'}{h} \dots \dots \dots (77)$$

eine positive oder eine negative Kraft festzustellen sein. Diese Kraft, welche das Bestreben hat, die Stützenköpfe in Ruhe zu halten, ist in Wahrheit nicht vorhanden. Man kann demnach folgern, daß die Reaktion davon als äußere Last dieselbe Wirkung hervorruft, wie die Verschiebung der Stützenköpfe bei freiem Spielraum vom Balken.

Es ist dies wie folgt zu verstehen. Mit der Annahme fester Stützenköpfe setzt man in der Balkenachse gewissermaßen eine Kraft voraus, von der durch Gleichung 77 gegebenen Größe. Der dadurch begangene Fehler kann alsdann durch Berücksichtigung der Reaktion davon wieder ausgeglichen werden.

Man bestimmt somit nach Gleichung 77 die Summe der Schübe in den Stützenköpfen, denkt sich an dem Rahmen die Reaktion davon als äußere Last, und berücksichtigt diese nach den unter 12. und 13. gegebenen Regeln. Da in der Balkenachse die Kraft $-\Sigma S'$ in Frage kommt, ergibt sich der Einfluß der Stützenkopfverschiebung, indem man die Stamm-Momente mit (Gl. 75)

$$\mu = - \frac{\Sigma S'}{\Sigma S} \dots \dots \dots (78)$$

multipliziert. In dieser Weise kann der Einfluß der Stützenkopfverschiebung bestimmt und zusätzlich berücksichtigt werden.

Schließlich sei noch auf die Gleichung

$$\sum S' = \sum \frac{M_k'}{z} \dots \dots \dots (77a)$$

hingewiesen, die zur Ermittlung der Schübe in den Stützenköpfen der Gleichung 77 oft vorzuziehen ist. z bedeutet darin den Abstand des Momenten-Nullpunktes vom Stützenkopf.

Sollen nach den vorstehenden Ausführungen die Einflußlinien richtig gestellt werden, so daß sie auch den Einfluß der Stützenkopfverschiebung in sich schließen, so ist es erforderlich, daß nach Gleichung 77 oder 77a die Summe der Schübe in den Stützenköpfen bei jeder betrachteten Stellung der Einzellast gebildet wird. Dies scheint umständlich; es ist deshalb nachfolgend noch ein zweckmäßigerer Weg dargestellt worden, der bei Einflußlinien bequemer zum Ziele führt.

Bezeichnet Δ_{l_0} die Verschiebung des Balkens bei der Belastung durch $P = 1$, und δ_{o1} die Einsenkung unter dieser Last beim Zustand $H = 1$ (H wirkt in der Balkenachse), dann muß sein (wegen der Gegenseitigkeit der Formänderungen)

$$\Delta_{l_0} = \delta_{o1} \dots \dots \dots (79)$$

Wir werden nun nachfolgend diese Verschiebung feststellen, und damit bezwecken, daß an Stelle der Gleichung 78 zur Berechnung von μ die handlichere Beziehung

$$\mu = \frac{\text{Tats. Versch.}}{\text{ang. Versch.}} = \frac{\Delta_{l_0}}{\Delta_l} \dots \dots \dots (80)$$

treten kann, die sich durch einfaches Umstellen der Gleichung 76 ergibt.

Nach den Gleichungen 10a ist für $P = 1$

$$\delta_a = \alpha_{a_0} \quad \text{und} \quad \delta_b = \alpha_{b_0},$$

und es folgt daher, indem man die Winkel auf Grund der Gleichungen 7 bestimmt,

$$\left. \begin{aligned} (\text{Zust. } M_a = 1) \quad \delta_a &= -\frac{S_a}{a} l\beta \\ (\text{Zust. } M_b = 1) \quad \delta_b &= -\frac{S_b}{b} l\beta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (81)$$

Es handelt sich jedoch hier um die Bestimmung der Einsenkung δ_{o1} infolge von $H = 1$. Diese ergibt sich mit M_a und M_b als Stamm-Momenten, da links das Moment $M_a : \sum S$, und rechts das Moment $M_b : \sum S$ vorliegt, zu

$$\delta_{o1} = \frac{1}{\sum S} (M_a \delta_a + M_b \delta_b).$$

In Verbindung mit Gleichung 81 folgt nun bei Beachtung von Gleichung 79

$$\Delta_{l_0} = \frac{l\beta}{\sum S} \left(-\frac{S_a}{a} M_a - \frac{S_b}{b} M_b \right) \dots \dots \dots (82)$$

Hiernach kann die Einflußlinie für die Stützenkopfverschiebung unschwer festgelegt werden, indem man die Werte von $-\frac{S_a}{a}$ und $-\frac{S_b}{b}$ für die in Frage kommende Balkenform der Tabelle Seite 32 entnimmt. Nach Gleichung 80 ergeben sich für die verschiedenen Laststellungen die Werte von μ . Sind diese bekannt, dann erhält man die als zusätzlich aufzufassenden Einflußlinienordinaten, durch Multiplizieren des Stamm-Momentes in jenem Schnitt, worauf sich die Einflußlinie bezieht, mit dem μ -Wert der zu einer Last an der betreffenden Stelle gehört.

Die nach den Einflußlinien oder unmittelbar bestimmten Momente müssen bei Berücksichtigung der Stützenkopfverschiebung von solcher Art sein, daß die Summe der Schübe in den Stützenköpfen zu Null wird; sie müssen demnach der Forderung

$$0 = \sum \frac{M_k - M_u}{h} \dots \dots \dots (83)$$

genügen, die besagt, daß der Balken von seitlichen Kräften frei ist.

Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß die Einflußlinie für die Stützenkopfschiebungen mit der Biegungslinie des Balkens beim Zustand $H = 1$ übereinstimmt. Demnach kann dieselbe auch graphisch als Seilkurve ermittelt werden, wenn man als Belastung die den Stamm-Momenten entsprechende durch $EJ_x \Sigma S$ dividierte Momentenfläche auffaßt.

15. Die Bestimmung der Momente für seitliche Lasten.

Wie bei lotrechter Belastung, werden auch hier die Momente zunächst unter der Voraussetzung unverschieblicher Stützenköpfe ermittelt; erst hierauf wird der Einfluß der Stützenkopfschiebung bestimmt, der natürlich nunmehr wesentlich mehr hervortreten wird.

Der Rechnungsgang gestaltet sich in dieser Weise viel übersichtlicher wie bei der Verwendung verwickelter Elastizitätsgleichungen, und erscheint umso zweckmäßiger, da man die Festpunkte und die Übergangszahlen, deren Kenntnis dabei erforderlich ist, von der Berechnung für die lotrechte Last her bereits kennt.

Eine einzige Ausnahme bildet dabei der obere Festpunkt in den Stützen, der zur Berücksichtigung der Last bei unverschieblichen Stützenköpfen noch bestimmt werden muß. Man hat dazu Gleichung 30

$$b = \frac{h'^2 (3h - 2h')}{3h'^2 + 6h \epsilon_0 EJ},$$

wo ϵ_0 die Einspannung am Stützenkopf betrifft (Verdrehung des durchlaufenden Balkens), und sich nach (Gl. 137, sinngemäß)

$$\epsilon_0 = \frac{\gamma'_a \gamma_b}{\gamma'_a + \gamma_b} \dots \dots \dots (84)$$

berechnet. Das Stützenkopfmoment geht teilweise nach rechts und teilweise nach links in den Balken über, auf Grund der Übergangszahlen (Gl. 139)

$$\left. \begin{aligned} \mu_r &= \frac{\gamma'_a}{\gamma'_a + \gamma_b} \\ \mu_l &= \frac{\gamma_b}{\gamma'_a + \gamma_b} = 1 - \mu_r \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (85)$$

Bei einer Endstütze bestimmt sich der obere Festpunkt etwas einfacher, da für ϵ_0 der Winkel am Balkenende in Frage kommt; auch die Bestimmung der Übergangszahlen nach der Gleichung 85 fällt dann weg.

Sind alle Festpunkte und die Schlußlinie für die belastete Stütze bestimmt, dann ergibt sich die Momentenfläche für den ganzen Rahmen sehr einfach. Die nach links fortschreitenden Momente sind in allen J -Punkten, und jene rechts davon in allen K -Punkten gleich Null (Abb. 38, a). Beim Überschreiten der Stützen liegen dabei keine besonderen Verhältnisse vor.

Zu den so bestimmten Momenten ist noch der Einfluß der Stützenkopfschiebung zu addieren. Zur Ermittlung desselben kann man genau wie bei lotrechter Belastung vorgehen, wenn man dabei als einzigen Unterschied betrachtet, daß nunmehr an Stelle der Gleichungen 77 und 77a der Ausdruck ¹⁾

$$\Sigma S' = -A_0 + \Sigma \frac{M'_k - M'_u}{h} \dots \dots \dots (86)$$

tritt. Derselbe gibt genau wie bei lotrechten Lasten die Kraft an, deren Reaktion als äußere Last hinsichtlich ihrer statischen Wirkung dem Einfluß der Stützenkopfschiebung gleichkommt. A_0 bedeutet darin die Kraft, welche von der Stütze bei freier Auflagerung auf den Balken übertragen wird.

Gleichung 86 kann auch in der Form

$$\Sigma S' = -A_0 + \frac{M'_k - M'_u}{h} + \Sigma \frac{M'_k}{z} \dots \dots \dots (86a)$$

¹⁾ Diese Kraft ist nichts anderes wie die Summe der Querkräfte (Schübe) an den Stützenköpfen.

geschrieben werden, wobei die Momente über dem Bruchstrich jene bei der belasteten Stütze bedeuten, während unter das Summenzeichen die Momente der übrigen unbelasteten Stützen fallen.

Ist diese Kraft bekannt, dann berücksichtigt man diese bzw. die Reaktion davon nach dem unter 12. und 13. gegebenen Regeln. Dabei hat der Faktor, mit dem man die Stamm-Momente zu multiplizieren hat, gemäß Gleichung 78 den Wert

$$\mu = - \frac{\sum S'}{\sum S}$$

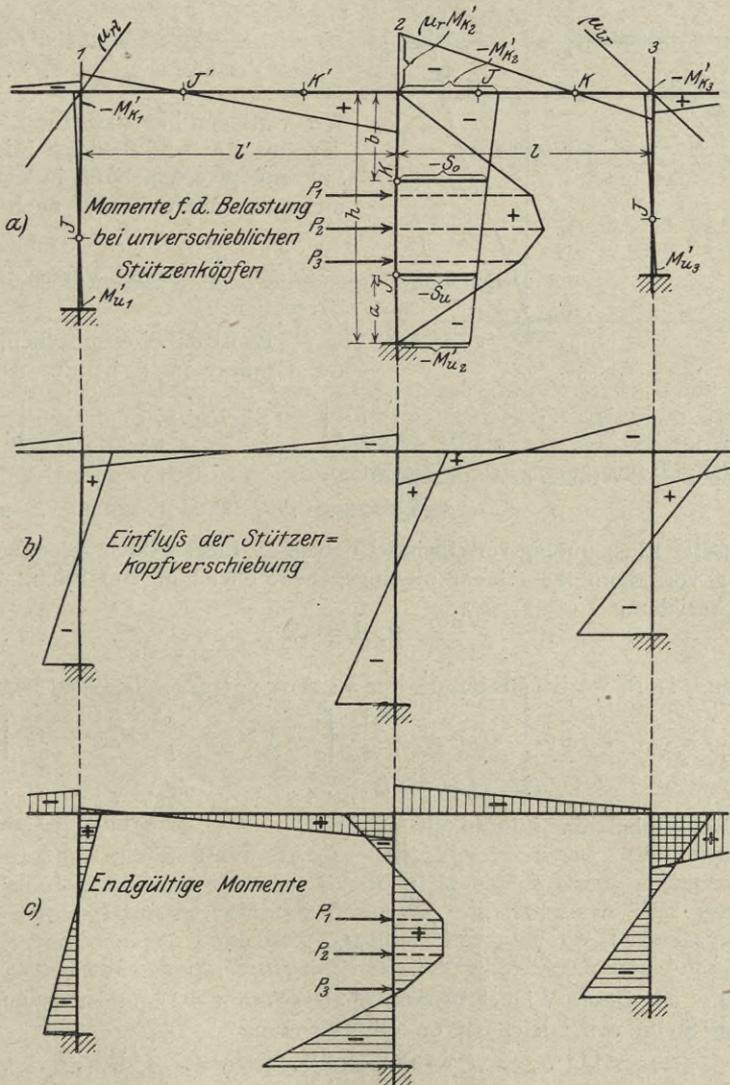


Abb. 38.

Nachdem die betreffende Momentenfläche bestimmt ist (Abb. 38, b), fügt man sie zu derjenigen für die Belastung bei unverschieblichen Stützenköpfen hinzu. In dieser Weise gelangt man zu den endgültigen Momenten (Abb. 38, c).

Um sich von der Richtigkeit der Rechnung zu überzeugen, kann man Gleichung 86 oder 86a anwenden. Jede derselben muß nämlich mit den endgültigen Momenten zu Null werden.

Schließlich wird noch auf eine weitere Methode hingewiesen, wonach sich der Wert von μ mitunter etwas einfacher bestimmen läßt, was besonders bei größerer Stützenanzahl der Fall zu sein scheint.

Bezeichnet δ die Verschiebung des Angriffspunktes von P bei Verschiebungszustand Δ_l mit der Erzeugungskraft ΣS (Abb. 39), dann nimmt die erstere Verschiebung (δ) beim Zustand $H=1$ den Wert $\delta : \Sigma S$ an. Wegen der Gegenseitigkeit der Formänderungen ist $\delta : \Sigma S$ aber auch gleich der Verschiebung der Balkenachse infolge der seitlichen Last $P = 1$. Demnach gilt für die tatsächliche Verschiebung der Balkenachse durch die Ursache P

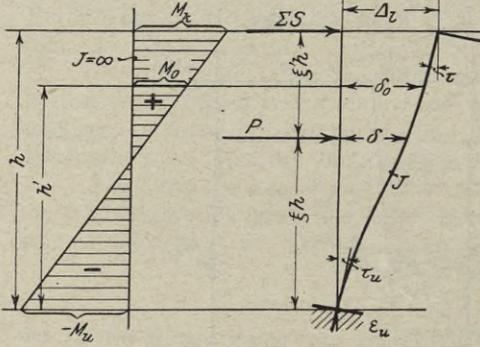


Abb. 39.

$$\text{Tats. Versch.} = \frac{P \delta}{\Sigma S} \dots (87)$$

Wir verfolgen hier dasselbe Ziel wie bei der zusätzlichen Berücksichtigung der Stützenkopfverschiebung, indem wir nunmehr den Wert von μ nach (Gl. 80)

$$\mu = \frac{\text{Tats. Versch.}}{\text{ang. Versch.}}$$

berechnen.

Es ist dabei erforderlich, daß man die Größe von δ kennt. Diese geht

$$\text{für } \xi h < h' \text{ aus } \delta = \tau_u \xi h + \frac{(h \xi)^2}{6 E J} \left[-3 M_u - \xi (M_k - M_u) \right] \dots (88)$$

hervor, wobei der Winkel am Stützenfuß

$$\tau_u = -M_u \varepsilon_u \dots (89)$$

Bei fester Einspannung verschwindet derselbe. Liegt jedoch gelenkige Stützenfußlagerung vor, dann läßt einem die angegebene Gleichung im Stich, und es ist dann die Beziehung

$$\tau_u = \frac{\Delta_l}{h} + M_k \beta_s \dots (89a)$$

anzuwenden. Dort, wo bei der Stütze der als starr vorausgesetzte Teil beginnt, wird

$$\delta_0 = \tau_u h' + \frac{h'^2}{6 E J} \left[-3 M_u - \frac{h'}{h} (M_k - M_u) \right] \dots (90)$$

und darüber

$$\delta = \Delta_l - \tau \xi' h \dots (91)$$

wobei τ der Winkel am Stützenkopf

$$\tau = \frac{\Delta_l - \delta_0}{h - h'} \dots (92)$$

oder (Gl. 57)

$$\tau = \frac{\Delta_l}{h - a} - M_k \gamma_s$$

Häufig ist dieser Winkel bereits schon bekannt. Dann ist es auch zweckmäßiger an Stelle von Gleichung 90 die Beziehung

$$\delta_0 = \Delta_l - \tau (h - h') \dots (90a)$$

anzuwenden.

Liegt gleichmäßig verteilte Last vor, dann folgt

$$\left. \begin{aligned} \text{Tats. Versch.} &= \frac{p}{\Sigma S} \int \delta dx \\ \int \delta dx &= F, \end{aligned} \right\} \dots (93)$$

wo

und F die von der elastischen Linie und der Balkenachse eingeschlossene Fläche. (Abb. 39.)

Es ergibt sich dafür

$$F = \frac{h}{2} \left(A_l \frac{h-h'}{h} + \delta_o \right) + \frac{h'^3}{24 EJ} (M_o + M_u) \dots (94)$$

wo
$$M_o = M_k \frac{h'}{h} + M_u \frac{h-h'}{h} \dots (95)$$

Bei durchweg gleichem Trägheitsmoment gilt

$$F = \frac{h}{2} A_l + \frac{h^3}{24 EJ} (M_k + M_u) \dots (94a)$$

Bei Dreiecksbelastung im Sinne der Abb. 43 (S. 53) wird

$$\text{Tats. Versch.} = \frac{p}{\Sigma S} \int \xi' \delta dx \dots (96)$$

wo
$$\int \xi' \delta dx = \delta_o \frac{h^2}{6h'} - \left(\delta_o \frac{h}{h'} - A_l \right) \frac{(h-h')^2}{6h} + \frac{h'^3}{EJ} \left[\frac{M_o + M_u}{24} - \frac{h'}{h} \left(\frac{M_o}{45} + \frac{M_u}{51,4} \right) \right] \dots (97)$$

Einfacher ist bei gleichbleibendem Trägheitsmoment

$$\int \xi' \delta dx = A_l \frac{h}{6} + \frac{h^3}{EJ} \left(\frac{M_k}{51,4} + \frac{M_u}{45} \right) \dots (97a)$$

Nachstehend werden wir nun noch einigen Ausführungen Raum geben, die ausschließlich die belastete Stütze betreffen, und die Bestimmung des Auflagerdruckes A_o (in Gl. 86 oder 86a), sowie die Ermittlung der Schlußlinie zum Ziel haben. Es finden dabei die gebräuchlichsten Belastungsarten Berücksichtigung.

Die Gleichung 7 lautet hier sinngemäß

$$S_u = -\frac{a}{h} \cdot \frac{\alpha_{uo}}{\beta_s}$$

$$S_o = -\frac{b}{h} \cdot \frac{\alpha_{oo}}{\beta_s}$$

wobei

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{uo} &= \frac{1}{h} \int \frac{M_o x' dx}{EJ_x} \\ \alpha_{oo} &= \frac{1}{h} \int \frac{M_o x dx}{EJ_x} \end{aligned} \right\} \dots (98)$$

für β_s gilt Gleichung 27.

Es ist bei der Bestimmung der Schlußlinie geboten, die Verstärkung am oberen Teil der Stütze zu berücksichtigen. Die bei durchweg gleichem Trägheitsmoment sich ergebenden Festlinienabschnitte sind zwar von den genauen nicht wesentlich verschieden, durch den Umstand aber, daß die Unterschiede von ungleichem Vorzeichen sind, ergibt sich eine beträchtliche Drehung der Schlußlinie, die man nicht ohne weiteres vernachlässigen darf.

a) Gleichmäßig verteilte Last. (Abb. 40.)

In Gleichung 86 oder 86a ist für die Auflagerkraft der Wert

$$A_o = \frac{p h}{2} \dots (99)$$

einzuführen.

Gleichung 98 hat man unter Einführung von

$$M_o = p \frac{x x'}{2}$$

zu integrieren. Es entsteht in Verbindung mit den Ausdrücken für die Festlinienabschnitte

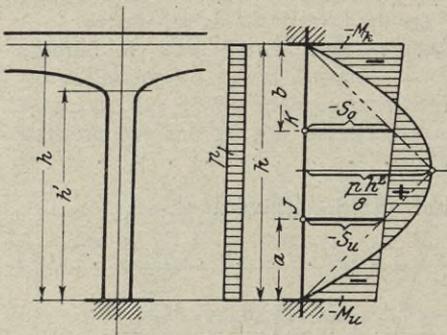


Abb. 40.

$$\left. \begin{aligned} S_u &= -\frac{pa}{4} \cdot \frac{6h^2 - 8hh' + 3h'^2}{3h - 2h'} \\ S_o &= -\frac{pb}{4} \cdot \frac{h'(4h - 3h')}{3h - 2h'} \end{aligned} \right\} (100)$$

Verschwindet die Verstärkung der Stütze, so folgt

$$\left. \begin{aligned} S_u &= -\frac{pah}{4} \\ S_o &= -\frac{pbh}{4} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (100a)$$

An Stelle der letzten Gleichungen kann auch die in Abb. 40 angedeutete Konstruktion verwendet werden.

b) Einzellasten. (Abb. 41.)

Es wird

$$A_o = P\xi \dots \dots \dots (101)$$

und für $\xi h < h'$ folgt

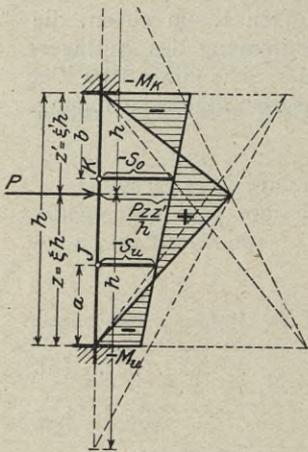


Abb. 41.

$$\left. \begin{aligned} S_u &= -Pa \left[\xi\xi'(1 + \xi') + \xi^3 - \frac{(h' - h\xi)^2(3h - 2h' - \xi h)}{h'^2(3h - 2h')} \right] \\ S_o &= -Pb \left[\xi\xi'(1 + \xi) + \xi^3 - \frac{(h\xi)^3}{h'^2(3h - 2h')} \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots (102)$$

Einfacher wird bei durchweg gleichem Trägheitsmoment

$$\left. \begin{aligned} S_u &= -Pa\xi\xi'(1 + \xi') \\ S_o &= -Pb\xi\xi'(1 + \xi) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (102a)$$

An Stelle der letzten Ausdrücke kann man auch die in Abb. 41 ersichtliche Konstruktion anwenden.

c) Dreiecksbelastung. (Abb. 42.)

Hierfür wird

$$\left. \begin{aligned} A_o &= \frac{ps^2}{6h} \\ B_o &= \frac{ps}{6} \left(3 - \frac{s}{h} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (103)$$

Bei freier Auflagerung entstehen die Schnittmomente

$$\left. \begin{aligned} \text{für } x > s, \quad M_o &= A_o(h - x) \\ \text{„ } x < s, \quad M_o &= A_o(h - x) - M_o' \\ \text{wo} \quad M_o' &= \frac{p}{6s}(s - x)^3 \end{aligned} \right\} \dots \dots (104)$$

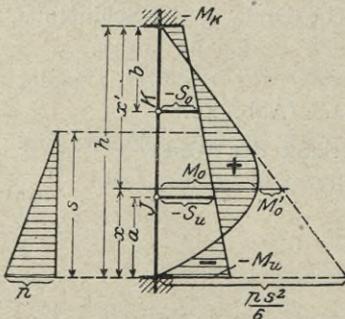


Abb. 42.

Sie erreichen den Größtwert in

$$x = s - \sqrt{\frac{s^3}{3h}} \dots \dots \dots (105)$$

Für die Integrale zur Bestimmung der Winkel (Gl. 98) erhält man

$$\int_0^h \frac{M_o x' dx}{EJ_x} = \frac{A_o}{EJ} \int_0^{h'} (h-x)^2 dx - \frac{1}{EJ} \int_0^s M_o' (h-x) dx$$

$$\int_0^h \frac{M_o x dx}{EJ_x} = \frac{A_o}{EJ} \int_0^{h'} (h-x) x dx - \frac{1}{EJ} \int_0^s M_o' x dx,$$

und gelangt schließlich zu den Ergebnissen

$$\left. \begin{aligned} S_u &= -pa \frac{(sh)^2}{6h'^2(3h-2h')} \left[2 - 1,5 \frac{s}{h} + 0,3 \left(\frac{s}{h} \right)^2 - 2 \left(1 - \frac{h'}{h} \right)^3 \right] \\ S_o &= -pb \frac{s^2}{6h} \left[1 - 0,3 \frac{s^2 h}{h'^2(3h-2h')} \right] \end{aligned} \right\} (106)$$

Dabei ist Bedingung, daß die Last nicht in den verstärkten Teil der Stütze hineinreicht ($s < h'$).

Bei beständigem Trägheitsmoment folgt

$$\left. \begin{aligned} S_u &= -pa \frac{s^2}{6h} \left[2 - 1,5 \frac{s}{h} + 0,3 \left(\frac{s}{h} \right)^2 \right] \\ S_o &= -pb \frac{s^2}{6h} \left[1 - 0,3 \left(\frac{s}{h} \right)^2 \right] \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (106a)$$

Schließlich sei noch der Sonderfall $s = h$ betrachtet. (Abb. 43.) Es wird

$$A_o = \frac{ph}{6}, \dots \dots \dots (107)$$

und bei freier Auflagerung entsteht das Moment

$$M_o = \frac{ph^2}{6} \xi \xi' (1 + \xi'), \dots \dots \dots (108)$$

mit dem Größtwert

$$M_o \max = \frac{ph^2}{15,6} \dots \dots \dots (109)$$

$$\text{in } x' = 0,577 h. \dots \dots \dots (110)$$

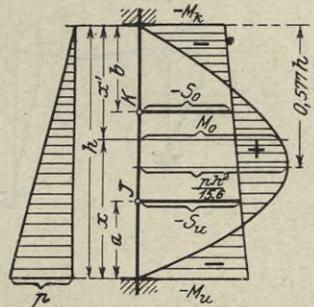


Abb. 43.

Die Festlinienabschnitte betragen

$$\left. \begin{aligned} S_u &= -pa \frac{h^2}{3h-2h'} \left[1 - \frac{5}{3} \cdot \frac{h'}{h} + \left(\frac{h'}{h} \right)^2 - \frac{1}{5} \left(\frac{h'}{h} \right)^3 \right] \\ S_o &= -pb \frac{hh'}{3h-2h'} \left[\frac{2}{3} - \frac{3}{4} \cdot \frac{h'}{h} + \frac{1}{5} \left(\frac{h'}{h} \right)^2 \right] \end{aligned} \right\} (111)$$

oder bei konstantem Trägheitsmoment

$$\left. \begin{aligned} S_u &= -\frac{p a h}{7,50} \\ S_o &= -\frac{p b h}{8,57} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (111a)$$

Trapezförmige Belastung kann durch Verbinden von Dreiecksbelastung mit gleichmäßig verteilter Last berücksichtigt werden.

d) Kranlasten. (Abb. 44.)

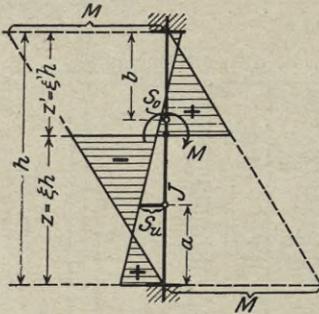


Abb. 44.

Die Momentenfläche bestimmt sich bei freier Lagerung wie in Abb. 44 ersichtlich.

Die Auflagerkräfte betragen

$$A_0 = -B_0 = \frac{M}{h}, \dots \dots \dots (112)$$

und für die Festlinienabschnitte folgt bei gleichbleibendem Trägheitsmoment

$$\left. \begin{aligned} S_u &= a \frac{M}{h} (1 - 3 \xi'^2) \\ S_o &= -b \frac{M}{h} (1 - 3 \xi'^2) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (113)$$

16. Der Einfluß von Wärmeschwankungen.

Bei einer gleichmäßigen Erwärmung um t^0 C. verlängert sich ein Eisenbetonbalken von der Länge l um

$$\Delta l = 0,000012 l t^0 \dots \dots \dots (114)$$

Gelingt es bei dem vorliegenden Rahmentragwerk von einem Stützenkopf oder von einem Punkt in der Balkenachse auszugehen, von dem man entweder aus Konstruktions- oder aus Symmetriegründen annehmen kann, daß er keine seitlichen Bewegungen ausführt, dann können die tatsächlichen Verschiebungen der Stützenköpfe, und daraufhin nach den unter 12. gebrachten Ausführungen die Momente bestimmt werden.

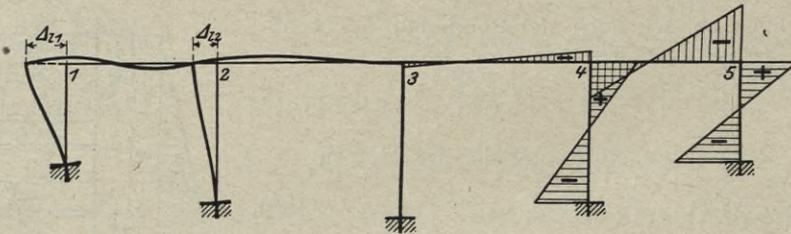


Abb. 45.

Wenn hingegen kein fester Punkt bestimmbar ist, dann ist man darauf angewiesen einen solchen zunächst beliebig anzunehmen. Hat man daraufhin die Momente berechnet, so wird sich herausstellen, daß die Summe der Schübe in den Stützenköpfen eine gewisse Kraft darstellt. Diese hat dieselbe Bedeutung wie jene, die bei der zusätzlichen Berücksichtigung der Stützenkopfverschiebungen vorliegt (Gl. 77), und kann unter Umständen noch dementsprechend in Rechnung gestellt werden.

Eine Änderung des Wärmegrades der Stützen kann nach den folgenden Ausführungen berücksichtigt werden. Gleichmäßige Wärmeänderungen aller Stützen bleiben ohne Einfluß, wenn die Stützen von gleicher Höhe sind.

17. Stützensenkungen.

Mit den Stützensenkungen sind in der Regel auch Stützenkopfverschiebungen verknüpft. Wir betrachten hier indessen ausschließlich nur die ersteren, und weisen hinsichtlich der letzteren auf die vorausgeschickten Ausführungen (S. 40 bis 47), wonach diese auf Grund der Schübe in den Stützenköpfen in Rechnung gestellt werden können.

Wir nehmen an, eine einzige Stütze habe sich um Δ_h gesenkt. Es lauten dann die Bedingungsgleichungen ¹⁾

$$\begin{aligned} \tau &= -M_k \gamma_s \\ \tau &= \frac{\Delta_h}{l' - a'} - M_b' \gamma_a' \\ \tau &= -\frac{\Delta_h}{l - b} + M_a \gamma_b \\ M_k &= M_a - M_b'. \end{aligned}$$

Sie liefern für die Verdrehung

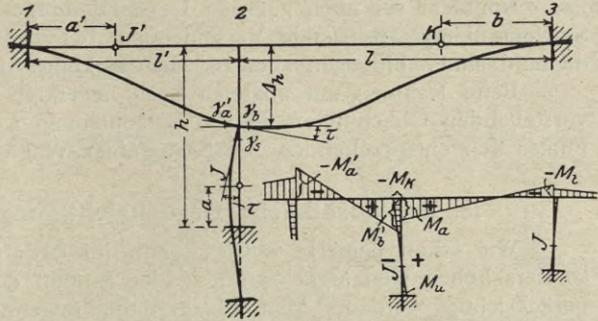


Abb. 46.

$$\tau = \Delta_h \gamma_s \frac{\frac{1}{(l' - a') \gamma_a'} - \frac{1}{(l - b) \gamma_b}}{1 + \frac{\gamma_s}{\gamma_a'} + \frac{\gamma_s}{\gamma_b}} \dots \dots \dots (115)$$

und für die Momente ²⁾

$$\left. \begin{aligned} M_b' &= \frac{1}{\gamma_a'} \left(\frac{\Delta_h}{l' - a'} - \tau \right) \\ M_a &= \frac{1}{\gamma_b} \left(\frac{\Delta_h}{l - b} + \tau \right) \\ M_k &= M_a - M_b' \\ M_a' &= -\frac{a'}{l' - a'} \left(\frac{\Delta_h}{l' \beta'} + M_b' \right) \\ M_b &= -\frac{b}{l - b} \left(\frac{\Delta_h}{l \beta} + M_a \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (116)$$

Bei einer Senkung der linken Endstütze folgt ($\gamma_a' = \infty$)

$$\tau = -\frac{\Delta_h}{(l - b) \left(1 + \frac{\gamma_b}{\gamma_s} \right)} \dots \dots \dots (115a)$$

und wenn es sich um eine Endstütze rechts handelt ($\gamma_b = \infty$)

$$\tau = \frac{\Delta_h}{(l' - a') \left(1 + \frac{\gamma_a'}{\gamma_s} \right)} \dots \dots \dots (115b)$$

In denjenigen Feldern, wo keine Senkung der angrenzenden Stützen vorliegt, verlaufen die Momente in der bekannten Weise, und sind mittels der Festpunkte und der Übergangszahlen leicht bestimmbar. Die Momentengeraden der Stützen gehen jeweils durch den unteren Festpunkt, da seitliche Bewegungen der Stützenköpfe außer Frage stehen.

Senken sich mehrere Stützenköpfe auf einmal, dann berücksichtigt man eine jede einzelne Senkung für sich, und bildet die Summe der Momentenflächen. Dabei hat man jeweils die der betrachteten Stütze benachbarten Auflager als verhältnismäßig fest anzusehen, und für Δ_h immer die Senkung in bezug auf die ursprüngliche Höhenlage der Balkenachse einzuführen.

¹⁾ Hinsichtlich der zweiten und dritten Beziehung siehe Gleichung 57, S. 40.

²⁾ Die beiden letzten Ausdrücke ergeben sich durch sinngemäße Anwendung der Gleichung 58, S. 40.

Nunmehr sei noch auf den Umstand hingewiesen, daß die sich mit der Stützensenkung auslösende Verschiebung bei der Senkung von Endstützen bedeutend sind, hingegen aber bei der Senkung von Zwischenstützen zurücktreten.

Beim Rahmen mit ungleich hoch liegenden Stützenköpfen hat man in den vorstehenden Gleichungen für die Balkenlängen l und für die Festpunktabstände immer den entsprechenden Abriß auf einer Wagrechten einzuführen.

18. Die zusätzliche Berücksichtigung der Normalkräfte.

Wie schon bemerkt wurde, kann im Bedarfsfalle, zur Erzielung eines besonders hohen Genauigkeitsgrades, der Einfluß der Normalkräfte noch zusätzlich berücksichtigt werden. Man schlägt dabei folgenden Weg ein.

Nachdem die Normalkräfte N für die einzelnen Konstruktionsglieder bestimmt sind (s. S. 37 u. 38), stellt man die dadurch erzeugten Längenänderungen fest, die sich, wenn F der Querschnitt und l die Länge von dem betreffenden Stab, nach

$$\Delta l = \frac{Nl}{EF} \dots \dots \dots (117)$$

berechnen.

Durch die Längenänderung des Balkens werden Stützenkopfverschiebungen ausgelöst, die sich ähnlich wie bei den Wärmeänderungen äußern und dabei ebenso wie diese zu berücksichtigen sind. Die Längenänderungen der Stützen indessen können genau nach den für die Stützensenkungen gegebenen Regeln in Rechnung gestellt werden.

Um die seitlichen Bewegungen zu berücksichtigen, ist es notwendig, daß man einen verhältnismäßig festen Punkt im Balken oder einen festen Stützenkopf annimmt und von dort aus die übrigen Verschiebungen feststellt. Liegt bei Konstruktion und Belastung Symmetrie vor, dann ist dessen Lage in der Symmetrieachse unmittelbar gegeben. Im gegenteiligen Falle ist man jedoch auf eine Annahme angewiesen und kann dabei genau so wie bei den Wärmeschwankungen verfahren (S. 54).

In dieser Weise bestimmten Zusatzmomente haben jedoch weitere Normalkräfte im Gefolge, die bei der Berechnung zu neuen Verwicklungen führen und diese als noch nicht abgeschlossen erscheinen lassen, da der Genauigkeitsgrad anscheinend durch Wiederholung noch einer Steigerung bedarf. Eine Untersuchung zeigt jedoch, daß bei dem ohnehin schon geringen Einfluß der Normalkräfte dadurch nur höchst belanglose Änderungen in Frage kommen, und es nicht der Mühe wert ist, diese in Rechnung zu stellen. Die erste Berechnung kann daher in jedem Falle als endgültig betrachtet werden.

Schließlich weisen wir noch darauf hin, daß der Einfluß der Normalkraft in den Stützen gegenüber jenen beim Balken in den meisten Fällen stark hervortritt.

§ 5.

Untersuchungen für gelenkig gelagerte Rahmenstützen.¹⁾

Ruhen die Stützen am Fuße in Gelenken, dann findet man, daß sich diese häufig nach unten zu verjüngen, eine Form, die durch die statische Wirkung ohne weiteres gegeben ist. Nachfolgend soll nun eine genaue rechnerische Berücksichtigung der Querschnittänderung bezweckt werden, unter der Annahme eines gesetzmäßigen Verlaufes vom Trägheitsmoment.

Man neigt in all diesen Fällen dazu, einen vermittelten Querschnitt anzunehmen und die Stütze dementsprechend als solche von konstantem Querschnitt zu betrachten, ein Vorgang, bei dem der Genauigkeitsgrad von einer mehr oder minder glücklichen Wahl des in Rechnung gestellten Querschnitts abhängt.

¹⁾ Die nachstehenden Ausführungen finden sich in etwas anderer Fassung in dem Aufsatz vom Verfasser „Zur Berechnung der Rahmen“, Beton u. Eisen 1916, Heft 6 u. 7/8.

Nachfolgend zielen wir nun darauf hin, das vermittelte Trägheitsmoment bezw. den demselben entsprechenden Querschnitt mathematisch genau festzulegen. Dadurch führen wir die Berechnung gewissermaßen auf ein einfacheres Stadium zurück.

Es wird hervorgehoben, daß das nach den hier gebotenen Ausführungen berechnete Trägheitsmoment in allen Formeln für Rahmen, die unter der Annahme gleichmäßig starker Stützen hergeleitet wurden, bei strenger Gültigkeit derselben Verwendung finden kann. Die Stützen können dabei in beliebiger Anzahl vorliegen. Auch ist es gleichgültig, ob diese mit einem Balken oder Bogen in Verbindung stehen, und im letzten Falle, welche Form dieser hat. Ausgenommen ist nur der Fall einer unmittelbaren Belastung der Stützen durch seitliche Drücke oder durch Momente. Bedingung ist auch ferner, daß die Stützen eine lotrechte Achse besitzen.

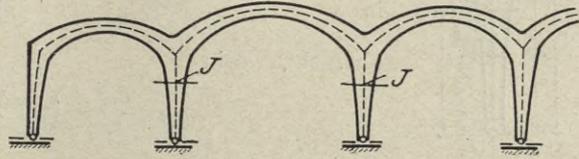


Abb. 47.

Man denke sich nun eine Stütze am Kopf fest eingespannt und am Fußgelenk derselben senkrecht zur Stabachse eine Kraft X (Abb. 48). Der obere Teil der Stütze soll starr sein.

In x vom Stützenfuß entsteht das Moment $M_x = Xx$, und es folgt daher die Verschiebung in der Krafrichtung

$$\delta = \int \frac{M_x x dx}{EJ_x} = \frac{X}{E} \int_0^h \frac{x^2 dx}{J_x}$$

oder mit J als vermitteltem Trägheitsmoment

$$\delta = \frac{X}{EJ} \int_0^h x^2 dx = \frac{Xh^3}{3EJ}$$

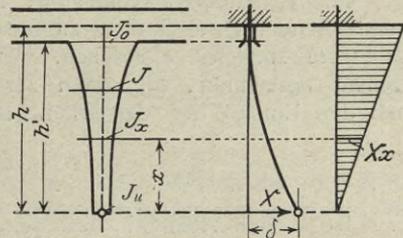


Abb. 48.

Durch Gleichsetzen dieser Beziehungen entsteht

$$\frac{h^3}{3J} = \int_0^h \frac{x^2 dx}{J_x} = h'^3 \int_0^1 \frac{\xi^2 d\xi}{J_x}$$

woraus

$$J = \left(\frac{h}{h'}\right)^3 \cdot \frac{1}{3 \int_0^1 \frac{\xi^2 d\xi}{J_x}} \dots \dots \dots (118)$$

Die angenommene Belastung ist in bezug auf die Formänderung der Stütze gleichbedeutend wie die Wirkung der Kämpferdrücke beim Rahmen, sofern man dabei von dem belanglosen Einfluß der Normalkraft absieht.

Um geschlossene Ausdrücke für J oder für die Lage des diesem vermittelten Trägheitsmoment entsprechenden Schnittes zu erlangen, drücken wir nun die Änderung des Trägheitsmomentes gesetzmäßig aus. Das erste Gesetz beruhe auf einem einfachen Verlauf des umgekehrten Wertes von J_x . Wie beim Balken bringen wir dann weiterhin noch Lösungen unter Zugrundelegung von gradlinig oder parabolisch sich änderndem Querschnitt.

Gesetz I.

Das Trägheitsmoment ändere sich nach

$$\frac{J_u}{J_x} = 1 + \mu x^{\nu},$$

ein Gesetz, welches mit μ aus

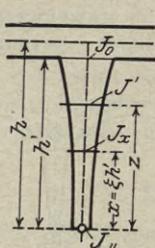


Abb. 49.

$$\frac{J_u}{J_0} = 1 + \mu h^\nu$$

in
$$\frac{J_u}{J_x} = 1 - (1 - n) \xi^\nu \dots \dots \dots (119)$$

übergeht, worin

$$n = \frac{J_u}{J_0} = \left(\frac{d_u}{d_0}\right)^3 \dots \dots \dots (120)$$

ν ist von der Balkenform abhängig und liegt etwa zwischen 0,25 und 5.

Man erhält hiernach

$$\int_0^1 \frac{\xi^2 d\xi}{J_x} = \frac{1}{J_u} \int_0^1 \left(1 - (1 - n) \xi^\nu\right) \xi^2 d\xi = \frac{1}{3 J_u} \cdot \frac{3n + \nu}{3 + \nu}$$

und in Verbindung mit Gleichung 118

$$J = \left(\frac{h}{h'}\right)^3 \frac{3 + \nu}{3n + \nu} J_u \dots \dots \dots (121)$$

wonach man das vermittelte Trägheitsmoment berechnen kann.

Es ist jedoch zweckmäßig, nach der Lage des diesem Trägheitsmoment entsprechenden Querschnittes zu forschen und dabei von dem oberen starren Teil der Stütze zunächst abzusehen. Wenn J' das sich hierbei ergebende Trägheitsmoment bezeichnet, gilt dann zur Berechnung des wahren Wertes davon, der auch den Einfluß der Verstärkung am Stützenkopf in sich schließt,

$$J = \left(\frac{h}{h'}\right)^3 J' \dots \dots \dots (122)$$

Ist z der Abstand des dem Trägheitsmoment J' entsprechenden Querschnittes vom Stützenfuß, dann muß einmal (Gl. 119)

$$\frac{J_u}{J'} = 1 - (1 - n) \left(\frac{z}{h'}\right)^\nu$$

und das andere Mal (Gl. 121 in Verbindung mit Gl. 122)

$$\frac{J_u}{J'} = \frac{3n + \nu}{3 + \nu}$$

sein. Mithin ist

$$1 - (1 - n) \left(\frac{z}{h'}\right)^\nu = \frac{3n + \nu}{3 + \nu},$$

oder einfacher

$$\left(\frac{z}{h'}\right)^\nu = \frac{3}{3 + \nu}$$

und

$$\frac{z}{h'} = \sqrt[\nu]{\frac{3}{3 + \nu}} \dots \dots \dots (123)$$

Wie ersichtlich folgt die Lage dieses Querschnittes von n unabhängig. ν kann bei gegebenem Zwischenquerschnitt nach

$$\left(\frac{x}{h'}\right)^\nu = \frac{1 - n_x}{1 - n}$$

ermittelt werden, wobei

$$n_x = \frac{J_u}{J_x}.$$

Liegt der gegebene Querschnitt in z , dann bestimmt sich ν einfacher. Man verbindet

$$\frac{J_u}{J'} = 1 - (1 - n) \left(\frac{z}{h'}\right)^\nu$$

mit
$$\left(\frac{z}{h'}\right)^\nu = \frac{3}{3 + \nu}$$

und erhält
$$\frac{J_u}{J'} = 1 - (1 - n) \frac{3}{3 + \nu},$$

woraus
$$\nu = 3 \frac{m - n}{1 - m}, \text{ wo } m = \frac{J_u}{J'} = \left(\frac{d_u}{d'}\right)^3 \dots \dots (124)$$

Der Umstand, daß hierbei die Kenntnis von z vorausgesetzt wird, ist nicht von Belang, da sich bei den gebräuchlichen Stützenformen das Verhältnis $z : h'$ nur wenig ändert. Um die Bestimmung desselben zu erleichtern, geben wir die folgende

Tabelle der Werte von $z : h'$.

(Berechnet nach Gleichung 123; Gesetz I.)

ν	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$z : h'$	0,726	0,728	0,730	0,731	0,733	0,735	0,738	0,741	0,744	0,747
ν	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,5	3,0	4,0	5,0
$z : h'$	0,750	0,756	0,761	0,766	0,770	0,775	0,758	0,794	0,809	0,822

Um ν zu bestimmen, geht man zweckmäßig von Gleichung 124 aus und legt der Bestimmung von J' den Querschnitt im oberen Viertelpunkt der Stütze zugrunde. Unter Umständen kann dann die Berechnung für das genauere Verhältnis von $z : h'$ wiederholt werden.

Ist das Trägheitsmoment J' von dem auf diese Weise festgelegten Querschnitt bestimmt, dann findet man das wahre vermittelte Trägheitsmoment J , das auch dem oberen starren Teil der Stütze Rechnung trägt, nach Gleichung 122.

Wie schon hervorgehoben wurde, hat diese Berechnung von J den Zweck, daß man Stützen mit diesem Trägheitsmoment durchweg, in statischer Hinsicht als gleichwertig ansehen darf, wie Stützen von veränderlichem Querschnitt.

Beispiel. Es sei $d_o = 90$ cm und $d_u = 30$ cm. Im oberen Viertelpunkt der Stütze sei $d_x = \sim d' = 48$ cm. Nach den Gleichungen 120 und 124 wird

$$n = \left(\frac{d_u}{d_o}\right)^3 = \left(\frac{30}{90}\right)^3 = 0,037 \quad \text{und} \quad m = \left(\frac{d_u}{d'}\right)^3 = \left(\frac{30}{48}\right)^3 = 0,244$$

$$\nu = 3 \frac{m - n}{1 - m} = 3 \cdot \frac{0,244 - 0,037}{1 - 0,244} = 0,82.$$

Nach der Tabelle liegt somit der vermittelte Querschnitt in $z : h' = 0,744$. Demselben entspricht das vermittelte Trägheitsmoment J' . Nach Gleichung 122 ergibt sich der wahre Wert davon.

Die Querschnitte sollen sich nach dem Gesetz

$$\left(\frac{d_u}{d_x}\right)^3 = 1 - (1 - n) \xi^\nu = 1 - 0,963 \xi^{0,82}$$

ändern.

Gesetz II.

Die Stütze sei von prismatischer Form bei gleichbleibender Breite vom Querschnitt.

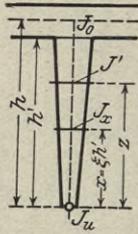


Abb. 50.

Es folgt $d_x = d_u (1 + c \xi)$ (125)

sowie $J_x = J_u (1 + c \xi)^3$ (126)

wo $c = \frac{d_0}{d_u} - 1$ (127)

Weiterhin wird (S. 15)

$$J_u \int_0^1 \frac{\xi^2 d\xi}{J_x} = \int_0^1 \frac{\xi^2 d\xi}{(1 + c\xi)^3} = \frac{1}{c^3} \left[\lg n(c + 1) - \frac{c(1,5c + 1)}{(c + 1)^2} \right]$$

und (Gl. 118 und 122)

$$\frac{J_u}{J'} = \frac{3}{c^3} \left[\lg n(c + 1) - \frac{c(1,5c + 1)}{(c + 1)^2} \right],$$

sowie (Gl. 126)

$$\frac{J_u}{J'} = \frac{1}{\left(1 + c \frac{z}{h'}\right)^3}$$

Mithin entsteht

$$\left(1 + c \frac{z}{h'}\right)^3 = \frac{c^3}{3 \left[\lg n(c + 1) - \frac{c(1,5c + 1)}{(c + 1)^2} \right]},$$

woraus

$$\frac{z}{h'} = \sqrt[3]{\frac{c}{3 \lg n(c + 1) - \frac{3c(1,5c + 1)}{(c + 1)^2}}} - \frac{1}{c} \quad (128)$$

Einfacher ist die Verwendung der Näherungsgleichung

$$\frac{z}{h'} = 0,784 - 0,0525 \frac{d_0}{d_u} + 0,0045 \left(\frac{d_0}{d_u}\right)^2, \quad (129)$$

die bei gewöhnlichen Verhältnissen ($5,0 > d_0 : d_u > 1,3$) befriedigende Ergebnisse liefert. Zu ihrer Ermittlung wurde die genaue Kurve (Gl. 128) durch eine Parabel ersetzt, bei Übereinstimmung in $d_0 : d_u = 2, 3$ und 4 .

Zur Bestimmung des vermittelten Trägheitsmomentes ist Gleichung 122 maßgebend, wobei

$$J' = J_u \left(1 + c \frac{z}{h'}\right)^3 \quad (130)$$

Tabelle der Werte von $z : h'$.

Berechnet nach Gleichung 128; Gesetz II.

$d_0 : d_u$	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8
$z : h'$	0,734	0,725	0,714	0,706	0,697	0,691	0,684	0,678	0,672
$d_0 : d_u$	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	7,0	8,0	10,0
$z : h'$	0,667	0,656	0,646	0,637	0,629	0,617	0,606	0,597	0,583

Gesetz III.

Die Querschnittshöhe der Stütze soll sich nun parabolisch ändern, entsprechend

$$d_x = d_u (1 + c \xi^2) \dots \dots \dots (131)$$

Mithin ist $J_x = J_u (1 + c \xi^2)^3 \dots \dots \dots (132)$

wo (Gl. 127) $c = \frac{d_0}{d_u} - 1$

und es folgt (S. 16)

$$\int_0^1 \frac{\xi^2 d\xi}{(1 + c \xi^2)^3} = \frac{1}{8} \left[\frac{c-1}{c(c+1)^2} + \frac{1}{c\sqrt{c}} \arctan \sqrt{c} \right].$$

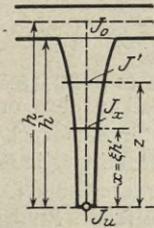


Abb. 51.

Unter Bezugnahme auf Gleichung 118 und 122 wird

$$\frac{J_u}{J'} = \frac{3}{8c\sqrt{c}} \left[\sqrt{c} \frac{c-1}{(c+1)^2} + \arctan \sqrt{c} \right],$$

und Gleichung 132 gibt

$$\frac{J_u}{J'} = \frac{1}{\left(1 + c \left(\frac{z}{h'}\right)^2\right)^3}.$$

Somit folgt

$$\left(1 + c \left(\frac{z}{h'}\right)^2\right)^3 = \frac{8c\sqrt{c}}{3 \left[\sqrt{c} \frac{c-1}{(c+1)^2} + \arctan \sqrt{c} \right]}$$

und schließlich

$$\frac{z}{h'} = \sqrt[3]{\frac{1,3867}{\sqrt{c} \sqrt[3]{\sqrt{c} \frac{c-1}{(c+1)^2} + \arctan \sqrt{c}}} - \frac{1}{c}} \dots \dots (133)$$

Näherungsweise ist für $5,0 > d_0 : d_u > 1,3$

$$\frac{z}{h'} = 0,824 - 0,0685 \frac{d_0}{d_u} + 0,0055 \left(\frac{d_0}{d_u}\right)^2 \dots \dots (134)$$

Nachdem z bekannt ist, wird (Gl. 132)

$$J' = J_u \left(1 + c \left(\frac{z}{h'}\right)^2\right)^3, \dots \dots \dots (135)$$

und endlich folgt dann das wahre vermittelte Trägheitsmoment nach Gleichung 122.

Tabelle der Werte von $z : h'$.

(Berechnet nach Gleichung 133; Gesetz III.)

$d_0 : d_u$	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8
$z : h'$	0,759	0,744	0,731	0,720	0,709	0,700	0,691	0,683	0,676
$d_0 : d_u$	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	6,0	7,0	8,0	10,0
$z : h'$	0,668	0,652	0,638	0,626	0,615	0,595	0,579	0,564	0,542

§ 6.

Die Berechnung der mehrstöckigen Rahmen.¹⁾

1. Festpunkte und Übergangszahlen.

Der elastische Widerstand der an den Stützpunkten bei einer Drehung der Balkenachse entsteht, kommt in der Rechnung ausschließlich durch den Winkel γ zum Ausdruck, der die Drehung von den den Widerstand verursachenden Konstruktionsgliedern beim Zustand $M = 1$ darstellt. Handelt es sich nur um eine untere Stütze, so hat man demnach dafür den Wert γ_s . Liegt jedoch eine durchlaufende Stütze vor, dann entsteht nur noch der kleinere Winkel γ , dessen Größe einmal durch

$$\gamma = \mu_u \gamma'_s,$$

und das andere Mal

$$\gamma = (1 - \mu_u) \gamma'_s$$

gegeben ist. Dabei ist unter μ_u derjenige Teil vom Angriffsmoment $M = 1$ zu verstehen, der auf die untere Stütze entfällt. Verbindet man diese Gleichungen,

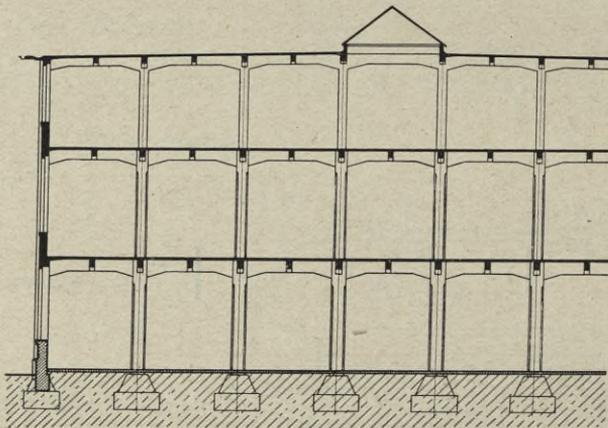


Abb. 52.

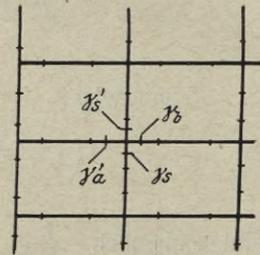


Abb. 53.

dann folgt

$$\mu_u \gamma'_s = (1 - \mu_u) \gamma'_s,$$

woraus

$$\mu_u = \frac{\gamma'_s}{\gamma_s + \gamma'_s} \dots \dots \dots (136)$$

und sonach

$$\gamma = \frac{\gamma_s \gamma'_s}{\gamma_s + \gamma'_s} \dots \dots \dots (137)$$

Mit dem einzigen Unterschied, daß nunmehr an Stelle von γ_s der hiernach berechnete Wert von γ zu treten hat, gelten die für den Rahmen auf einfachen Stützen gebrachten Darlegungen auch noch hier beim Stockwerkrahmen. Die Ermittlung der Festpunkte und der Übergangszahlen bietet demnach nichts Neues.

Die nach den früheren Ausführungen ermittelten Übergangszahlen bestimmen das auf eine obere und eine untere Stütze insgesamt entfallende Moment, das nunmehr auf Grund der Gleichung 136 noch endgültig zu zerlegen ist.

¹⁾ Die nachfolgenden Untersuchungen, (ausschließlich denjenigen für seitliche Belastung, weisen ähnliche Grundzüge auf, wie die Ausführungen des Verfassers in der Schrift „Beitrag zur Berechnung der Stockwerkrahmen mit Rücksicht auf die Veränderlichkeit des Trägheitsmomentes“, Berlin 1912, Verlag von W. Ernst & Sohn.

Um die Festpunkte in den Stützen zu bestimmen, kann man sich das ganze System um 90^0 herumdrehen, so daß die Stützen nunmehr als Balken erscheinen. Dabei hat man als Drehungswiderstand den Wert von

$$\gamma = \frac{\gamma_a' \gamma_b}{\gamma_a' + \gamma_b} \dots \dots \dots (138)$$

zu betrachten. Bei der endgültigen Zerlegung der von beiden Balken abgelenkten Momenten, gilt für den Teil rechts

$$\mu_r = \frac{\gamma_a'}{\gamma_a' + \gamma_b} \dots \dots \dots (139)$$

Anmerkung. Wir geben in folgendem zur Ermittlung der Winkel und der Übergangszahlen noch eine allgemeine Darstellung. Zu diesem Zwecke denken wir uns ein Bündel von Stäben, dessen Achsen sich in einem Punkte vereinigen. Dabei seien die jenseitigen Auflager verhältnismäßig fest, und am Knotenpunkt liege starre Verbindung der einzelnen Stäbe vor.

Bezeichnet $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3 \dots \gamma_n$ die Winkel an den einzelnen Stäben infolge $M = 1, \tau$ die Drehung bei derselben Ursache wenn alle Stäbe gemeinsam wirken, τ_{n-1} wenn dabei der Stab 1, τ_{n-2} wenn dabei der Stab 2, oder allgemein τ_{n-r} wenn dabei der Stab r fehlt, dann kann geschrieben werden

$$\tau = \mu_1 \gamma_1 = (1 - \mu_1) \tau_{n-1}$$

woraus

$$\tau = \frac{1}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\tau_{n-1}}}$$

Ferner folgt

$$\tau_{n-1} = \mu_2' \gamma_2 = (1 - \mu_2') \tau_{n-1-2},$$

woraus

$$\tau_{n-1} = \frac{1}{\frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\tau_{n-1-2}}}$$

Ebenso entsteht

$$\tau_{n-1-2} = \frac{1}{\frac{1}{\gamma_3} + \frac{1}{\tau_{n-1-2-3}}}$$

usw. Durch Verbinden dieser Gleichungen erhält man nun für den Winkel infolge $M = 1$ an allen Stäben

$$\tau = \frac{1}{\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + \frac{1}{\gamma_3} + \dots \dots \frac{1}{\gamma_n}}$$

oder

$$\tau = \frac{1}{\sum \frac{1}{\gamma}}$$

Der Stab 1 erhält das Moment

$$\mu_1 = \frac{\tau_{n-1}}{\tau_{n-1} + \gamma_1}, \quad \text{wo} \quad \tau_{n-1} = \frac{1}{\sum \frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\gamma_1}}$$

Greift $M = 1$ an den übrigen Stäben an (an allen Stäben mit Ausnahme vom Stab 1), dann entfällt davon auf den Stab 2

$$\mu_2' = \frac{\tau_{n-1-2}}{\tau_{n-1-2} + \gamma_2}, \quad \text{wo} \quad \tau_{n-1-2} = \frac{1}{\sum \frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\gamma_1} - \frac{1}{\gamma_2}}$$

μ_2' gibt mit $(1 - \mu_1)$ multipliziert den Wert vom Moment an, das bei $M = 1$ an allen Stäben, auf den Stab 2 entfällt. Man hat dafür auch unmittelbar

$$\mu_2 = \frac{\tau_{n-2}}{\tau_{n-2} + \gamma_2}, \quad \text{wo} \quad \tau_{n-2} = \frac{1}{\sum \frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\gamma_2}}$$

Allgemein gilt sonach

$$\mu_r = \frac{\tau_{n-r}}{\tau_{n-r} + \gamma_r}, \quad \text{wo} \quad \tau_{n-r} = \frac{1}{\sum \frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\gamma_r}}$$

Im allgemeinen wird der folgende Rechnungsgang in Frage kommen. Man beginnt bei den unteren Stützen und bestimmt dafür die J -Punkte. Alsdann ermittelt man in dem unteren Balken die J -Punkte, und daraufhin die K -Punkte. Es ist dabei zulässig, bei Bestimmung der Elastizität der oberen Stützen, deren K -Punkte vorläufig zu schätzen. Es folgt nun, nachdem die J -Punkte der unteren Stützen und die Festpunkte des unteren Balkens bekannt sind, die Bestimmung der J -Punkte in den nächsten Stützen; daraufhin werden die Festpunkte des zweiten Balkens ermittelt, wie vor, auf Grund von geschätzten K -Punkten in den Stützen darüber. Fährt man in dieser Weise fort, dann ergeben sich für die Balken alle Festpunkte und alle J -Punkte für die Stützen. Beginnt man daraufhin von oben, so gelangt man schließlich noch zu den letzten unbekanntem K -Punkten.

Für die erste Annahme bei den K -Punkten der Stützen sei $b = \frac{1}{4} h$ in Vorschlag gebracht¹⁾. (Bei konstruktiven Eigenheiten kann jedoch eine hiervon abweichende Annahme mitunter zweckmäßiger erscheinen.)

Werden die so ermittelten Festpunkte für nicht genau genug gehalten, wenn sich am Schlusse herausstellt, daß bei den geschätzten K -Punkten erhebliche Ungenauigkeiten vorliegen, und die wahre Lage derselben von der angenommenen wesentlich verschieden ist, so ist die Berechnung auf Grund der letzten K -Punkte zu wiederholen, und unter Umständen sind Annahme und Ergebnis in Übereinstimmung zu bringen. Der Genauigkeitsgrad reicht jedoch bei der zweiten Berechnung immer hin. Sogar diese vermag nur in seltenen Fällen eine merkliche Änderung der Resultate herbeizuführen, und es müssen dabei schon bei den K -Punkten erheblich von der Wahrheit abweichende Annahmen vorliegen.

Mit der Bestimmung der Festpunkte werden zugleich auch die Übergangszahlen für jene Momente bekannt, die einen Widerstand insgesamt betreffen. Beim Balken ergeben sich demnach die Momente, die auf die obere und auf die untere Stütze entfallen, bei den Momenten, die sich in den Stützen fortpflanzen, erhält man jene, die vom Balken rechts und vom Balken links abgelenkt werden. Diese sind dann auf Grund der Gleichungen 136 und 138 noch endgültig zu zerlegen.

2. Die Berücksichtigung lotrechter Lasten.

Gleich der Ermittlung der Festpunkte und der Übergangszahlen ist auch die Bestimmung der Momente nach den beim einfachen Rahmen bereits festgelegten Regeln auch hier noch durchführbar.

Hat man die Schlußlinie für das belastete Feld in der üblichen Weise bestimmt, dann ist zu beachten, daß sich die Einspannmomente nach drei Richtungen hin zerlegen. Zur Bestimmung der einzelnen Teile schlägt man am besten

¹⁾ Liegt der obere Festpunkt in $\frac{1}{4} h$, so gilt für den Winkel am Stützenfuß bei durchweg gleichem Trägheitsmoment

$$\gamma_s' = \frac{5}{3} \beta, \quad \text{wo} \quad \beta = \frac{h}{6 EJ}$$

oder

$$\gamma_s' = \frac{h}{3,6 EJ}$$

Allgemein ist

$$\gamma_s' = \beta \left(3 - \frac{h}{h-b} \right),$$

Bei fester Einspannung am Stützenfuß folgt für den Winkel am Kopf

$$\gamma_s = \frac{3}{2} \beta$$

oder

$$\gamma_s = \frac{h}{4 EJ}$$

Die Winkel am Balken sind durch die ersten der Gleichungen 34a und 34b gegeben.

den beschriebenen Weg ein und bestimmt zunächst das auf eine durchlaufende Stütze insgesamt entfallende Moment, um erst dann die weitere und endgültige Zerlegung für sich vorzunehmen.

Bei der Anwendung des Gebotenen in der Praxis, stellt sich heraus, daß der Einfluß der durchlaufenden Balken verschiedener Stockwerke unter sich, äußerst gering ist; der Zusammenhang macht sich daher in statischer Hinsicht hauptsächlich nur bei den einzelnen durchlaufenden Balken und den mit diesen sich kreuzenden Stützen bemerkbar, ein Umstand, wodurch sich die Ermittlung der Momente erheblich vereinfacht.

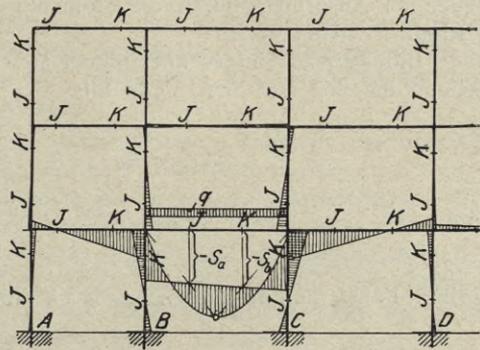


Abb. 54.

3. Die Berücksichtigung seitlicher Lasten.

Strenggenommen sollen ganz in Eisenbeton erstellte Bauwerke auch für Windkräfte berechnet werden, besonders dann, wenn diese mehr in die Höhe wie in die Breite gehen, und wenn dabei innere Versteifungen fehlen. Wenn eine derartige Berechnung nicht durchgeführt wurde, so geschah dies, von wirtschaftlichen Gründen abgesehen, bisher nicht zuletzt wegen dem Umstand, daß man die scheinbar verwinkelte Berechnung zu umgehen suchte. Die Lösung der Aufgabe ist jedoch nicht allzu schwer.

Man denke sich eine am Fuße elastisch eingespannte Stütze mit gegebenem Festpunkt in a und nehme an, daß sich der Stützenkopf, ohne einem Moment ausgesetzt zu sein, infolge irgend einer Ursache um Δ_1 seitwärts schiebe. Dabei beträgt das Moment am Stützenfuß (Gl. 58, $M_k = 0$)

$$M_{uo} = - \frac{a \Delta_1}{(h - a) h \beta_s},$$

und im unteren Festpunkt entsteht

$$S_u = M_{uo} \frac{h - a}{h} = - \frac{a \Delta_1}{h^2 \beta_s}.$$

Ebenso folgt bei der Annahme, daß sich das untere freie Ende einer oben gehaltenen Stütze nach der entgegengesetzten Seite schiebt

$$S_o = \frac{b \Delta_1}{h^2 \beta_s}.$$

Hierbei ist S_u von der Verdrehung am oberen, und S_o von der Verdrehung am unteren Stützenende jeweils unabhängig, aus dem einfachen Grunde, weil sich ein Moment als Ursache derselben einmal auf S_u , und das andere Mal auf S_o keinen Eingang verschaffen kann, eben deshalb, weil diese Werte jeweils den Querschnitt am Festpunkt betreffen, der nächst dem Balkenende gegenüber vom angreifenden Moment liegt. Demzufolge ist auch die Momentenfläche der beiderseits elastisch eingespannten Stütze, bei ge-

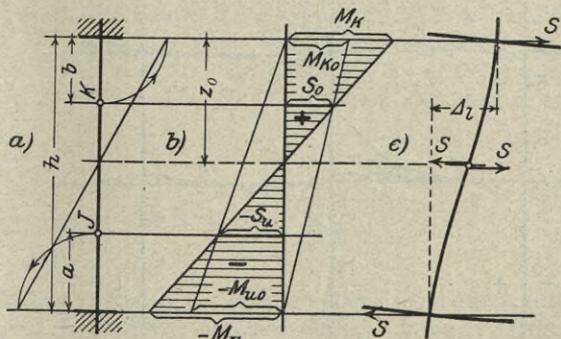


Abb. 55.

gebenen Festpunkten, und bei einer Verschiebung des einen Balkenendes um Δl gegenüber dem als verhältnismäßig festen anderen, auf Grund der obenstehenden Ausdrücke durch die Momente S_u und S_o in den Festpunkten eindeutig bestimmt. (Abb. 55.)

Indessen scheint es aber immer zweckmäßig, den Momentennullpunkt festzustellen, der sich aus dem Verhältnis

$$\frac{S_o}{-S_u} = \frac{z_o - b}{h - z_o - a}$$

zu
$$z_o = b + \frac{h - a - b}{1 - \frac{S_u}{S_o}}$$

ergibt. Führt man in diesen Ausdruck die Werte von S_u und S_o ein, dann entsteht

$$z_o = \frac{bh}{a + b} \dots \dots \dots (140)$$

Bei gegebenen Festpunkten ist demnach die Bestimmung des Momentennullpunktes verhältnismäßig einfach.

Graphisch ergibt sich derselbe wie in Abb. 55, a ersichtlich, indem man am Stützenkopf b auf die eine, und am Stützenfuß a auf die andere Seite abträgt, als Schnittpunkt einer entsprechenden schrägen Geraden mit der Stützenachse. Gleichung 140 ist aus dieser Konstruktion unmittelbar herauszulesen.

Da im oberen Festpunkt $S(z_o - b) = S_o$ sein muß, ergibt sich die Erzeugungskraft der Verschiebung nach

$$S = \frac{\Delta l}{h^2 \beta_s} \cdot \frac{b}{z_o - b} \dots \dots \dots (141)$$

Das Stützenkopfmoment beträgt

$$M_k = S z_o, \dots \dots \dots (142a)$$

und am Stützenfuß entsteht

$$M_u = -S(h - z_o) \dots \dots \dots (142b)$$

Bei beständigem Trägheitsmoment geht Gleichung 141 wegen

$$\beta_s = \frac{h}{6 EJ}$$

in

$$S = \frac{6 EJ \Delta l}{h^3} \cdot \frac{b}{z_o - b} \dots \dots \dots (143)$$

über.

Indem man wie beim Rahmen auf einfachen Stützen eine Verschiebung beliebig annimmt, ermittelt man hiernach die Strecke z_o , den Schub S , und damit das Stützenkopf- und das Stützenfußmoment für jede einzelne Stütze. Dann zerlegt man diese Momente auf Grund der Übergangszahlen in der bekannten Weise.

Wie bei den früheren Untersuchungen über den Einfluß der Stützenkopfverschiebungen, wurde auch hier vorausgesetzt, daß die Balken oberhalb von der betreffenden Stütze sich gegenseitig nicht

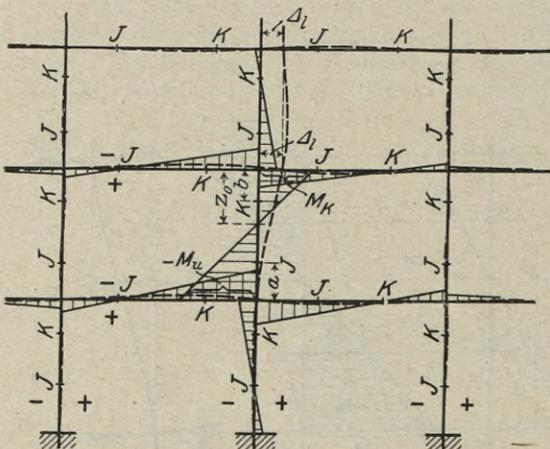


Abb. 56.

verschieben. Die übrigen Balken darunter wurden indes als unbedingt fest betrachtet.

Offenbar stehen diese Voraussetzungen mit den Verhältnissen der Wirklichkeit nicht in Einklang; es ist aber dennoch zweckmäßig, in der beschriebenen Weise vorzugehen, und zur Erlangung der endgültigen genauen Momente, das folgende interessante Verfahren zu beachten.

Abb. 57 stellt den linken Teil eines mehrstöckigen Rahmens dar, der sich so verhält, wie oben vorausgesetzt wurde. In Wirklichkeit werden die Stützen bestrebt sein, sich mehr zu strecken, und den Balken zu entsprechenden Verschiebungen Anlaß geben. Um diese Verschiebungen zu verhindern, kann man sich an den einzelnen Balken seitliche Kräfte denken, die das Bestreben haben, dieselben rückgängig zu machen. Diese Kräfte wurden in Abb. 57 allgemein mit ΣAS bezeichnet. Sie können berechnet werden, sobald man die in der vorbeschriebenen Weise bestimmten Momente kennt. Dabei ist genau so wie beim Rahmen auf einfachen Stützen vorzugehen; immer sind nur die Momente in den Stützen unter dem betreffenden Balken maßgebend, hingegen jene in den Stützen darüber ohne Belang.

Diese Kräfte sind demnach durch

$$\Sigma AS = \pm \Sigma \frac{M_k - M_u}{h} \dots \dots \dots (144)$$

oder durch

$$\Sigma AS = \pm \Sigma \frac{M_k}{z} \dots \dots \dots (144a)$$

gegeben, wobei in der letzten Gleichung z den Abstand des Momentennullpunktes vom Stützenkopf darstellt. Wir haben diese Ausdrücke mit Doppelvorzeichen versehen, und setzen voraus, daß die Ergebnisse in jedem Falle als positiv aufgefaßt werden. Die Kräfte sind immer wie in Abb. 57 gerichtet.

Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß die eigentliche Erzeugungskraft ΣS durch die Kräfte an den übrigen Balken nicht beeinflusst wird, und die letzteren voneinander nicht abhängen. Überhaupt scheinen all diese Voraussetzungen und der Gang der Rechnung klarer, wenn man sich entsprechende Diagonalverspannungen denkt, die geeignet sind, die Balken in der vorausgesetzten Lage zu halten.

Es ist nun klar, daß, wenn man die Reaktionen der Kräfte ΣAS wirken läßt, sich unmittelbar die wirklichen Momente einstellen.

Wir bezeichnen die Momente für $\Sigma S'$ mit u' (Abb. 57, a), für ΣS mit u (Abb. 57, b), und für $\Sigma S''$ mit u'' (Abb. 57, c); die Kräfte, die zu $\Sigma S'$ gehören, mit ΣAS_1 und $\Sigma AS_1''$, jene zu ΣS mit $\Sigma AS_2'$ und $\Sigma AS_2''$, und schließlich diejenigen, die $\Sigma S''$ entsprechen, mit ΣAS_3 und $\Sigma AS_3''$.

Nun betrachten wir Abb. 57, b, wobei sich die Balken 2 gegenüber dem Balken 3 um Δ_1 seitwärts schiebt. Soll sich dabei der Balken 1 und der Balken 4 wie vorausgesetzt verhalten, so müssen die Kräfte $\Sigma AS_2'$ und $\Sigma AS_2''$ vorhanden sein. In Wahrheit fehlen diese. Wir berücksichtigen daher deren Reaktion, und denken uns zu diesem Zwecke an Stelle von $\Sigma S'$ die Kraft $\Sigma AS_2'$ (Abb. 57, a), und an Stelle von $\Sigma S''$ die Kraft $\Sigma AS_2''$ (Abb. 57, c). Davon herrührend ergeben sich die Momente

$$M = \frac{\Sigma AS_2'}{\Sigma S'} u',$$

$$M = \frac{\Sigma AS_2''}{\Sigma S''} u''.$$

Durch die Kraft $\Sigma AS_2'$ am Balken 1 (Abb. 57, a) werden aber wieder die Kräfte $\Sigma AS_2' \cdot \Sigma AS_1 : \Sigma S'$ und $\Sigma AS_2' \cdot \Sigma AS_1'' : \Sigma S''$ an den Balken darunter erregt, die immer dazu vorhanden sind, um die Verschiebungen gemäß der Voraussetzung zu regeln. Man denkt sich nun die Reaktion der ersteren Kraft an Stelle von ΣS

(Abb. 57, b), und die Reaktion der letzteren an Stelle von $\Sigma S''$ (Abb. 57, c) und erhält davon die Momente

$$M = \frac{\Sigma \Delta S_2'}{\Sigma S'} \cdot \frac{\Sigma \Delta S_1}{\Sigma S} u,$$

$$M = \frac{\Sigma \Delta S_2'}{\Sigma S'} \cdot \frac{\Sigma \Delta S_1''}{\Sigma S''} u''.$$

Desgleichen ergibt sich von $\Sigma \Delta S_2''$ herrührend

$$M = \frac{\Sigma \Delta S_2''}{\Sigma S''} \cdot \frac{\Sigma \Delta S_3}{\Sigma S} u,$$

$$M = \frac{\Sigma \Delta S_2''}{\Sigma S''} \cdot \frac{\Sigma \Delta S_3'}{\Sigma S'} u'.$$

Dadurch sind aber die Kräfte $\Sigma \Delta S$ noch nicht erschöpft; es entstehen immer wieder neue. $\Sigma \Delta S_2' \cdot \Sigma \Delta S_1 : \Sigma S'$ am Balken 2 (Abb. 57, b) erregt wieder $\Sigma \Delta S_2 \cdot \Sigma \Delta S_1 \cdot \Sigma \Delta S_2' : \Sigma S' \cdot \Sigma S$ am Balken 1 und $\Sigma \Delta S_2 \cdot \Sigma \Delta S_1 \cdot \Sigma \Delta S_2'' : \Sigma S'' \cdot \Sigma S$ am Balken 3. Auch die Kraft am Balken 3 hat wieder neue Kräfte im Gefolge, die noch berücksichtigt werden müssen.

Es versteht sich, daß die von $\Sigma \Delta S$ abhängigen Werte bei dieser Steigerung immer kleiner ausfallen. Bei der Zahlenrechnung zeigt sich nun, daß man die Faktoren der Momente u , die allgemein die Form

$$\left(\frac{\Sigma \Delta S}{\Sigma S} \right)^n$$

haben, nur bis zur dritten Potenz zu berücksichtigen braucht. Auch jene Glieder, die von $\Sigma \Delta S_1''$ und $\Sigma \Delta S_3'$ abhängen, dürfen wegen ihrer Kleinheit stets gestrichen werden.

Durch diese Vereinfachungen büßen die Ergebnisse an Schärfe nichts ein, da man die Faktoren von u im allgemeinen bis zur dritten Dezimalstelle noch genau erhält.

Wir denken uns nun die Kraft H als äußere Last am Balken 2, die Reaktion davon am Balken darunter, und zielen darauf hin, die Momente für diesen Belastungszustand zu bestimmen. Den Gleichungen dafür schicken wir das folgende Schema voraus, und glauben damit das Verständnis genügend zu erleichtern.

$$\begin{array}{c}
 u \\
 \downarrow \\
 \overbrace{\frac{\Sigma \Delta S_2'}{\Sigma S'} u \quad \quad \quad \frac{\Sigma \Delta S_2''}{\Sigma S''} u''} \\
 \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\
 \frac{\Sigma \Delta S_2' \Sigma \Delta S_1}{\Sigma S' \Sigma S} u = k' u \qquad \qquad \frac{\Sigma \Delta S_2'' \Sigma \Delta S_3}{\Sigma S'' \Sigma S} u = k'' u \\
 \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\
 \underbrace{k' \frac{\Sigma \Delta S_2'}{\Sigma S'} u + k' \frac{\Sigma \Delta S_2''}{\Sigma S''} u''} \qquad \underbrace{k'' \frac{\Sigma \Delta S_2'}{\Sigma S'} u + k'' \frac{\Sigma \Delta S_2''}{\Sigma S''} u''}
 \end{array}$$

Es entsteht hiernach

$$M = \frac{H(1 + k' + k'')}{\Sigma S} \left[u + u' \frac{\Sigma \Delta S_2'}{\Sigma S'} + u'' \frac{\Sigma \Delta S_2''}{\Sigma S''} \right] \quad (145)$$

wobei $k' = \frac{\Sigma \Delta S_2' \Sigma \Delta S_1}{\Sigma S' \Sigma S}$ und $k'' = \frac{\Sigma \Delta S_2'' \Sigma \Delta S_3}{\Sigma S'' \Sigma S}$

Hiernach kann jeder beliebige mehrstöckige Rahmen genauestens berechnet werden, indem man sich den Balken z (Abb. 57) jeweils in der Wirkungsgeraden der in Rechnung zu setzenden Last denkt.

Weil immer ein Kräftepaar vorliegt, und die Reaktion einer Last jeweils an dem Balken darunter vorausgesetzt wird, hat man jede äußere Last an allen Balken unterhalb ihrer Wirkungsgeraden erneut zu denken, und entsprechend zu berücksichtigen. Als äußere Lasten hat man demnach immer die denselben zugehörigen Querkräfte zu betrachten.

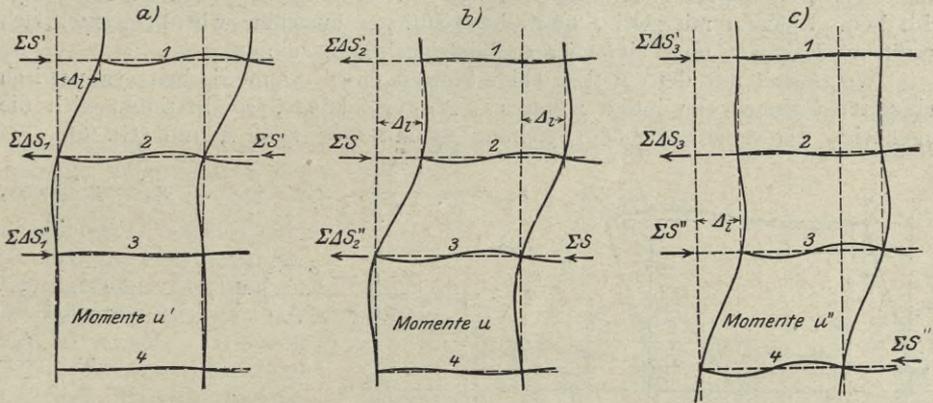


Abb. 57.

Die Gleichung für die Momente (Gl. 145) hat die allgemeine Form

$$M = uc + u'c' + u''c'', \dots \dots \dots (146)$$

und kann für jede äußere Last bestimmt werden. Mehrere Lasten können zugleich berücksichtigt werden, indem man die Summe der Faktoren von den Momenten bildet, entsprechend

$$\begin{aligned} &uc_1 + u'c'_1 + u''c''_1, \\ &uc_2 + u'c'_2 + u''c''_2, \\ &uc_3 + u'c'_3 + u''c''_3, \\ &\dots \dots \dots \end{aligned}$$

$$M_{\text{tot}} = u\Sigma c + u'\Sigma c' + u''\Sigma c'' \dots \dots \dots (147)$$

Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß die beschriebene Methode nicht nur dann gilt, wenn die angreifenden Lasten in den Balkenachsen liegen; sie kann auch noch in Frage kommen, wenn es sich um unmittelbare Belastung bei den Stützen handelt, wenn gleichmäßig verteilte Last, oder Einzellasten in beliebiger Anordnung vorliegen.

Man hat dabei nur den Umstand zu beachten, daß nunmehr an Stelle von H die seitlichen Auflagerdrücke treten, die infolge der Belastung an festen seitlichen Stützpunkten entstehen würden. Zu diesen Momenten sind dann noch die den festen Stützpunkten entsprechenden zu addieren.

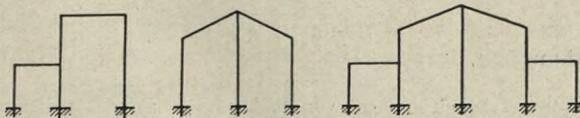


Abb. 58.

Abb. 58 zeigt noch einige Rahmen, bei denen die vorherbeschriebene Methode auch angewandt werden kann und einen sehr zweckmäßigen Weg abgibt. Wir verweisen schließlich noch auf das Rechnungsbeispiel auf Seite 126 bis 140, an Hand dessen die vorherbeschriebene Methode noch verständlicher wird.

§ 7.

Der zweistielige symmetrische Rahmen.

1. Voruntersuchung.

Wie bisher gehen wir auch hier in der Weise vor, daß wir zunächst die Momente für feste Stützenköpfe bestimmen, um erst daraufhin den Einfluß der Stützenkopferschiebung nachträglich noch in Rechnung zu stellen. Der letztere wird beim Rahmen mit zwei Stützen beträchtlicher ausfallen wie beim mehrfach gestützten Rahmen, aber einfacher zu berücksichtigen sein.

Wenn sich mit dem Balken beide Stützen eines symmetrischen symmetrisch gelagerten Rahmens an ihrem Kopfe um Δ_1 verschieben, so bestimmt sich die zugehörige Verdrehung gemäß Gleichung 65 mit $\tau_2 = \tau_3 = \tau$, und (Gl. 66)

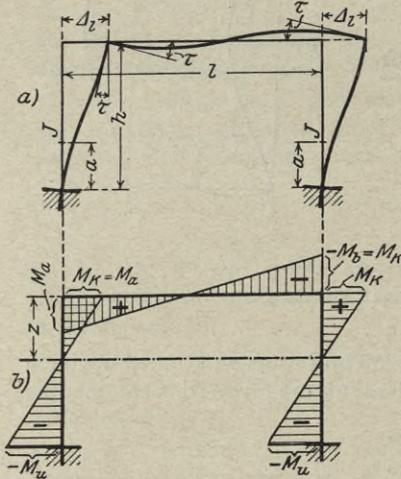


Abb. 59.

$$\kappa_a = \frac{1}{\alpha - 2\beta}, \quad \kappa_b = \frac{\beta}{\alpha} \kappa_a, \quad \kappa'_a = \kappa'_b = \infty,$$

aus

$$\tau \left(1 + \gamma_s \frac{\alpha - \beta}{\alpha(\alpha - 2\beta)} \right) + \tau \gamma_s \frac{\beta}{\alpha(\alpha - 2\beta)} = \frac{\Delta_1}{h - a}$$

zu
$$\tau = \frac{\Delta_1}{(h - a) \left(1 + \frac{\gamma_s}{\alpha - 2\beta} \right)}$$

Das Stützenkopfmoment wird nach Gleichung 67, wegen $M'_b = 0$

$$M_k = M_a = \frac{\tau}{\alpha - 2\beta} = \frac{\Delta_1}{(h - a)(\alpha - 2\beta + \gamma_s)},$$

und das Stützenfußmoment beträgt

$$M_u = -\frac{a}{h - a} \left(\frac{\Delta_1}{h\beta_s} + M_k \right).$$

Bezeichnet z den Abstand des Momentennullpunktes von der Balkenachse,

dann verhält sich
$$\frac{h - z}{z} = \frac{-M_u}{M_k},$$

und es folgt mit obigen Ausdrücken

$$\frac{h - z}{z} = \frac{a}{h - a} + \frac{a(\alpha - 2\beta + \gamma_s)}{h\beta_s},$$

woraus ¹⁾

$$z = \frac{h}{\frac{h}{h - a} + \frac{a}{h} \cdot \frac{\alpha - 2\beta + \gamma_s}{\beta_s}} \dots \dots (148)$$

Für β_s gilt Gleichung 27.

¹⁾ Bei konstantem Trägheitsmoment von Balken und Stütze hat diese Gleichung die einfache Form

$$z = \frac{h}{1 + \frac{a}{h}(3 + k)}, \quad \text{wo } k = \frac{lJ}{hJ_m}.$$

Bei fest eingespannten Stützenfüßen ist noch einfacher

$$z = \frac{3h}{6 + k}.$$

Wir haben nun mit z in jeder Stütze einen Punkt, in dem die Momente unabhängig von der Bewegung des Balkens auftreten. Dort müssen sich gleiche Momente ergeben, gleichviel ob dabei der Balken als verschieblich oder als fest angenommen wurde. Wir machen uns nun diese Erkenntnis zu nutze, und bauen darauf die folgende graphisch-analytische Methode auf.

2. Die Berücksichtigung lotrechter Lasten.

Sind die Momente für unverschiebliche Stützenköpfe bestimmt, dann verlängert man die Stützenmomentengeraden bis zum Schnitte (C) und legt durch den so bestimmten Schnittpunkt eine Wagrechte; eine weitere Wagrechte zieht man im Abstände z von der Balkenachse, nachdem man z nach Gleichung 148 vorher bestimmt hat. Dadurch ergibt sich, von den Momentengeraden der Stützen eingeschlossen, die Strecke $A'B'$. Punkt C' , auf der unteren Wagrechten, kommt senkrecht unter deren Mittelpunkt.

Ist nun C' bekannt, dann zieht man die endgültigen Momentengeraden der Stützen, die von dort aus durch A' und B' laufen, und stellt schließlich noch die Schlußlinie des Balkens entsprechend den neuen Stützenkopfmomenten richtig. Damit ist die endgültige Momentenfläche bestimmt.

Um die Richtigkeit der Konstruktion zu erkennen, bedenke man, daß sich die Stützenmomentengeraden um die Punkte A' und B' drehen, weil in den betreffenden Schnitten das Moment von der Stützenkopfverschiebung unabhängig erscheint, und daß die Momente auf der einen Seite vom Rahmen um den gleichen Betrag zunehmen müssen, als wie sie auf der andern Seite abnehmen, ein Umstand, weshalb sich der Schnittpunkt C längs einer Geraden bewegt. Seine Lage ist indessen durch die Forderung

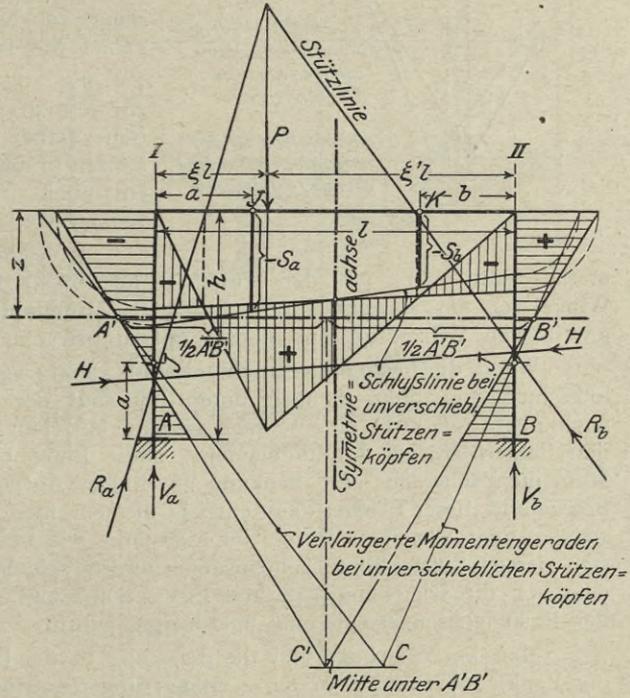


Abb. 60.

$$0 = \sum \frac{M_k - M_u}{h}$$

gegeben, der offenbar dann genügt wird, wenn die Stützenmomentengeraden in bezug auf eine Wagrechte entgegengesetzt gleich geneigt sind. Dies ist der Fall, wenn C' senkrecht unter der Mitte von $A'B'$ liegt.

In Abb. 60 wurde noch die Stützlinie eingetragen. Die Bestimmung derselben ist indes nicht unbedingt notwendig. Es ist Bedingung, daß sie durch die Momentennullpunkte geht, und dabei die Wirkungsgerade der Last in einem Punkte schneidet.

Die Normalkraft im Balken gewinnt man aus

$$N = \frac{-M_k + M_u}{h}, \dots \dots \dots (149)$$

wobei die Momente jene für die linke Stütze bedeuten. Die Normalkraft beträgt

$$\text{in der linken Stütze} \quad N = A_0 - \frac{M_a - M_b}{l} \dots \dots \dots (150a)$$

$$\text{und in der rechten Stütze} \quad N = B_0 + \frac{M_a - M_b}{l} \dots \dots \dots (150b)$$

Fällt der Schnittpunkt *C* der Momentengeraden (Abb. 60) soweit nach unten, daß dadurch die Konstruktion erschwert wird, dann kann man auch folgenden Weg in Betracht ziehen. Man zieht von einem Punkte *O*, bis zu einer Wagrechten \overline{AB} in beliebigem Abstand davon, zu den Momentengeraden der Stützen gleichlaufende Linien (Abb. 60a) und lotet den Mittelpunkt von \overline{AB} nach *O'*, auf eine Wagrechte durch *O*. Die von *O'* nach *A* und *B* gerichteten Strahlen geben nun die Richtung der endgültigen Stützenmomenten an. Die letzteren gehen dabei genau wie vor durch *A'* und *B'* (Abb. 60).

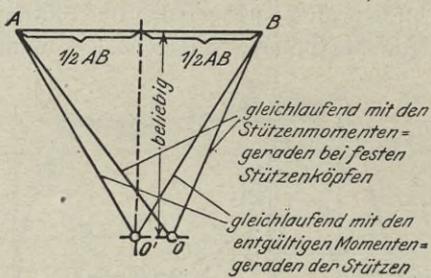


Abb. 60a.

Es soll noch eine weitere Methode zur rein graphischen Lösung gegeben werden. Dabei denken wir uns die Rahmenstützen in aufgeklapptem Zustande, so daß ein über drei Öffnungen durchlaufender Balken vorliegt.

Hinsichtlich der Festpunkte sei bemerkt, daß man, um den Punkt *J* im linken Endfeld zu bestimmen, den Winkel α_{us} am Stützenfuß und bei *J* im Mittelfeld und im Felde rechts davon jeweils den Winkel α_{os} am Stützenkopf zu betrachten hat.

Wenn die Festpunkte bestimmt sind, dann trägt man auf der ersten Auflagerlotrechten von links *a* nach unten und auf der zweiten Auflagerlotrechten *b* nach oben auf, zieht eine schräge Gerade und läßt diese durch die *K*-Punkte in den Feldern rechts hindurchlaufen. Diese Linie bildet mit der Wagrechten die Momentenfläche für eine Senkung am linken Auflager. Zeichnet man noch das Spiegelbild dieser Fläche, dann entsteht die schraffierte Momentenfläche (Abb. 61, b), welche dem gleichen Verschiebungszustand wie beim Rahmen entspricht, wenn sich dessen Stützenköpfe gemeinsam seitwärts schieben. Die Konstruktion ersetzt demnach die Gleichung 148 und liefert die Schnitte, in denen das Moment von der Balkenachsenverschiebung unabhängig auftritt.

Man berücksichtigt nun die Belastung in der bekannten Weise und bestimmt die Punkte *C*₁ und *C*₂ in der Verlängerung der Momentengeraden der Endfelder auf einer Lotrechten durch die Mitte vom ganzen Balken (Abb. 61, c). Punkt *D* liegt in der Mitte zwischen *C*₁ und *C*₂ und gibt die Richtung der endgültigen Momentengeraden an, die durch *A'* und *B'* hindurchgehen¹⁾. Die letzteren Punkte liegen dabei senkrecht unter den Momentennullpunkten der Abb. 61, b. Schließlich ist noch die Schlußlinie des Mittelfeldes auf Grund der neuen Stützenkopfmomente richtig zu stellen.

Die Punkte, die bei der ersteren Methode maßgebend waren, können auch bei der letzteren leicht nachgewiesen werden; wir sehen deshalb davon ab, die Richtigkeit besonders festzustellen. Diese leuchtet schon dann ein, wenn man erkennt, daß die Punkte *A'* und *B'* tatsächlich auch mit den Momentennullpunkten übereinstimmen. Um davon zu überzeugen, verweisen wir auf die Ausführungen auf Seite 65 und 66.

¹⁾ Näherungsweise. Strenggenommen hat man den Unterschied der Momente in *A'* und *B'* als Strecke mit dem Mittelpunkt in *D* aufzutragen, und die Momentenlinien von den Endpunkten aus zu ziehen; diejenige nach der belasteten Rahmehälfte vom unteren und die andere vom oberen.

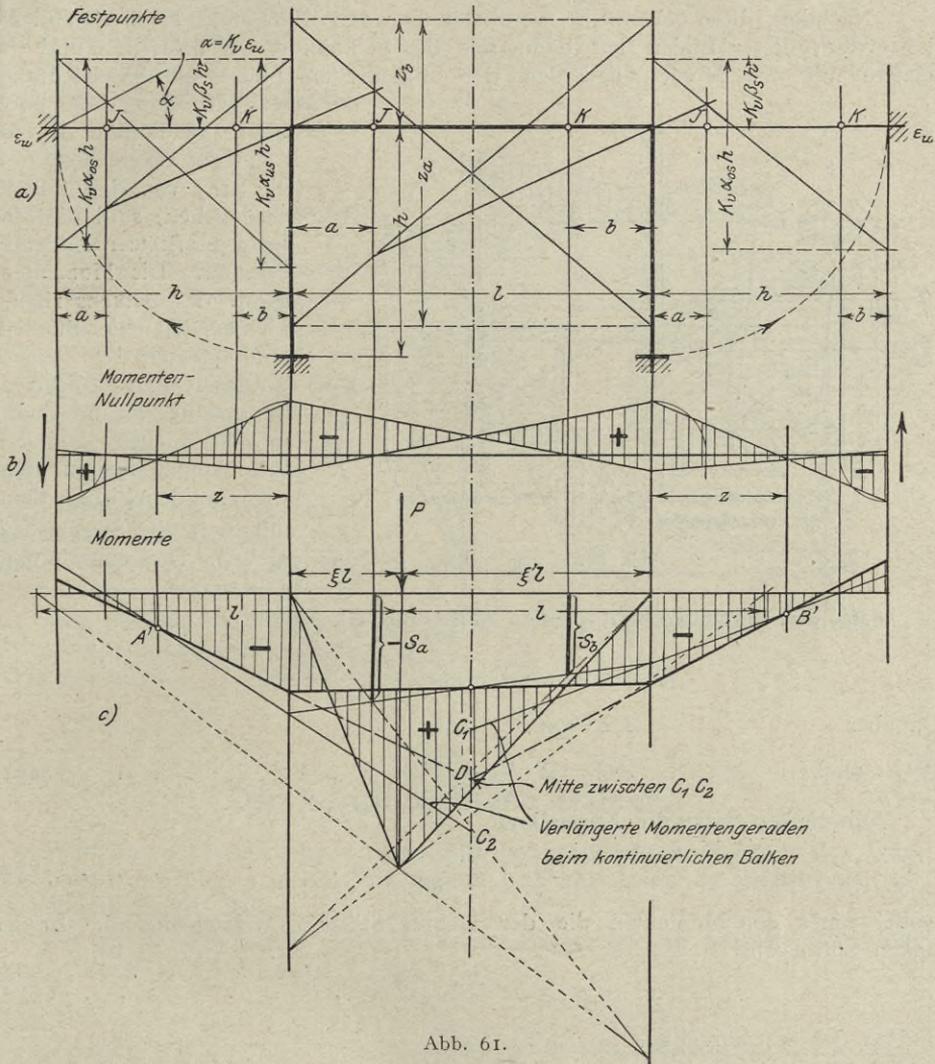


Abb. 61.

3. Die Berücksichtigung seitlicher Lasten.

Wie zuvor bestimmt man die Momente zunächst unter der Annahme unverschieblicher Stützenköpfe. Dabei muß man den K -Punkt in den Stützen kennen, der sich gemäß Gleichung 30 nach

$$b = \frac{h'^2 (3h - 2h')}{3h'^2 + 6h\epsilon_0 EJ}$$

bestimmt, wobei in vorliegendem Falle $\epsilon_0 = \gamma_a$ oder γ_b .

Durch eine Tangente am Stützenkopf, an die Momentenfläche bei freier Lagerung, bestimmt man auf der Auflagerlinie den Schnittpunkt C . Dort errichtet man ein Lot nach D in Höhe der Balkenachse und zieht von diesem Schnittpunkt aus eine Gleichlaufende zu der Momentengerade der unbelasteten Stütze nach E' . Eine weitere Gleichlaufende zur Schlußlinie, durch den linken Stützenkopf, bestimmt auf der Auflagerlinie den Punkt E . Diese Konstruktion bezweckt die Bestimmung der Strecke $\overline{EE'}$.

Nachdem diese bekannt ist, verbindet man den Mittelpunkt F mit A_0 und D ; die erstere dieser Linien hat dann mit der Schlußlinie der belasteten und die letztere mit der Momentengeraden der unbelasteten Stütze gleiche Richtung.

Dadurch, daß diese noch durch die Punkte A' und B' auf der Wagrechten in z (Gl. 148) von der Balkenachse gehen, sind die Momente der Stützen eindeutig bestimmt. Die Momentengerade des Balkens richtet sich nach den neuen Stützenkopfmomenten.

Addiert man die Stützenfußmomente mit umgekehrtem Vorzeichen zu den Stützenkopfmomenten (am besten mit dem Zirkel), dann muß sich die Strecke \overline{AC} ergeben. Dies ist wie folgt zu beweisen.

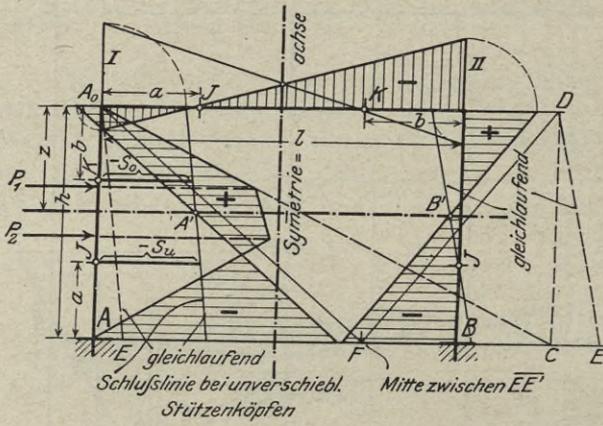


Abb. 62.

Mit den endgültigen Momenten muß sein (Gl. 86)

$$0 = -A_0 + \sum \frac{M_k - M_u}{h}$$

Da aber

$$A_0 h = \overline{AC},$$

so ist auch

$$\overline{AC} = \sum (M_k - M_u) \dots \dots \dots (151)$$

Im Balken wirkt die Normalkraft

$$N = \frac{M_k - M_u}{h} \dots \dots \dots (152)$$

wobei unter den Momenten die der rechten Stütze zu verstehen sind. In der linken Stütze wird

$$N = -\frac{M_a - M_b}{l} \dots \dots \dots (153a)$$

und in der Stütze rechts

$$N = \frac{M_a - M_b}{l} \dots \dots \dots (153b)$$

Ist die Stütze rechts belastet, dann ist die Konstruktion sinngemäß anzuwenden. Ebenso auch dann, wenn die in Rechnung zu setzenden Lasten von innen nach außen wirken. Sind beide Stützen belastet, dann berücksichtigt man die Belastung einer jeden Stütze für sich, um dann die Momentenflächen zu addieren. Einfacher wird die Rechnung bei symmetrischer Belastung, da dann der Einfluß der Stützenkopferschiebungen wegfällt.

Die Bestimmung der Schlußlinie bei unverschieblichen Stützenköpfen wurde für die gebräuchlichen Belastungsarten Seite 52 bis 54 gebracht.

4. Der Zweigelenkrahmen.

Die vorstehenden Ausführungen gelten bei beliebiger elastischer Einspannung am Stützenfuß; einfacher erscheinen sie beim Zweigelenkrahmen.

Bei lotrechter Belastung ist die Schlußlinie immer wagrecht gerichtet und geht dabei mit jener, die man bei der Annahme fester Stützenköpfe erhält, auf

der Symmetrieachse durch ein und denselben Punkt.

Die Einflußlinie für die Stützkopfmomente kann mit großer Genauigkeit als Parabel angenommen werden, mit dem Pfeil

$$\eta_s = \pm \frac{3a}{8} \dots (155)$$

+ gilt dabei für die rechte und — für die linke Stütze. Die Parabel gilt bei gleichbleibendem Trägheitsmoment streng.

Zur Berücksichtigung von seitlichen Lasten ist die unter 3. beschriebene Konstruktion sinngemäß anzuwenden.

Schließlich sei noch darauf hingewiesen, daß das hier angewandte Verfahren auch zur Berechnung von geschlossenen Rahmen sehr zweckmäßig ist, und dabei ohne besondere Unterschiede in Frage kommt.

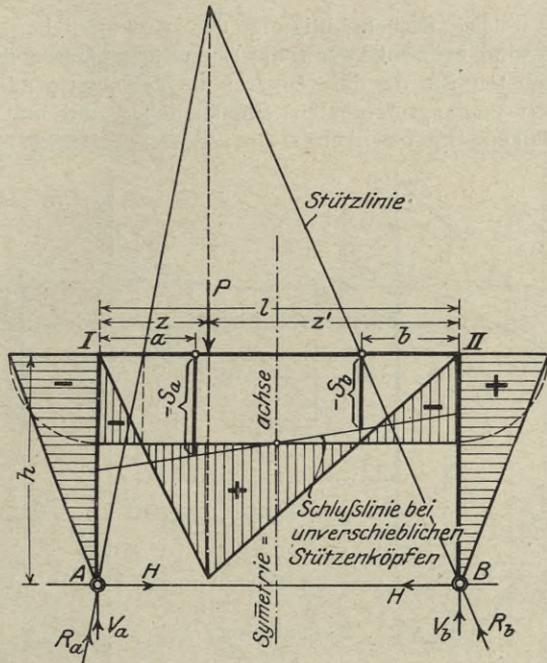


Abb. 63.

§ 8.

Der kontinuierliche Balken.

Wird in den Gleichungen für den mehrfach gestützten Rahmen das Trägheitsmoment der Stützen gleich Null gesetzt, so erhält man die Beziehungen für den kontinuierlichen Balken.

Die für die Festpunkte gültigen Gleichungen 34 und 35 nehmen daher hier folgende Form an (Abb. 64):

$$a = \frac{l\beta}{\alpha + \alpha' - \beta' \frac{l'}{l-a'}} \dots (156)$$

$$b' = \frac{l'\beta'}{\alpha' + \alpha - \beta \frac{l}{l-b}} \dots (157)$$

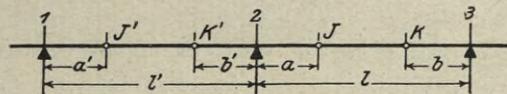


Abb. 64.

Graphisch gestaltet sich die Ermittlung der Festpunkte sehr einfach (Abb. 65).

Bei elastischer Einspannung am Balkenende ergibt sich der erste Festpunkt wie in Abb. 19a (S. 23) ersichtlich. Der Festpunkt rückt bis an das Auflager, wenn gelenkige Lagerung vorliegt; ist der Balken jedoch fest eingespannt, dann fällt der Festpunkt mit dem Schnittpunkt von Diagonale und Balkenachse, nächst dem Endauflager, zusammen.

Sind die Festpunkte bestimmt, dann erhält man die Momente nach den gegebenen Regeln. Bei Einzellasten kann dabei die Schlußlinie nach der Tabelle auf Seite 32 festgelegt werden. Gleichmäßig verteilte Last kann man nach der bekannten graphischen Konstruktion berücksichtigen. Näherungsweise ist diese auch noch bei Einzellasten anwendbar. Für Streckenlasten gilt die Konstruktion Seite 34.

Die Berücksichtigung des veränderlichen Trägheitsmomentes empfiehlt sich besonders dann, wenn die Einhaltung einer möglichst geringen Konstruktionshöhe geboten ist, da die verstärkten Querschnitte nächst den Auflagern zur Aufnahme von Biegemomenten empfänglicher sind und somit eine gewisse Entlastung in Balkenmitte bewirken.

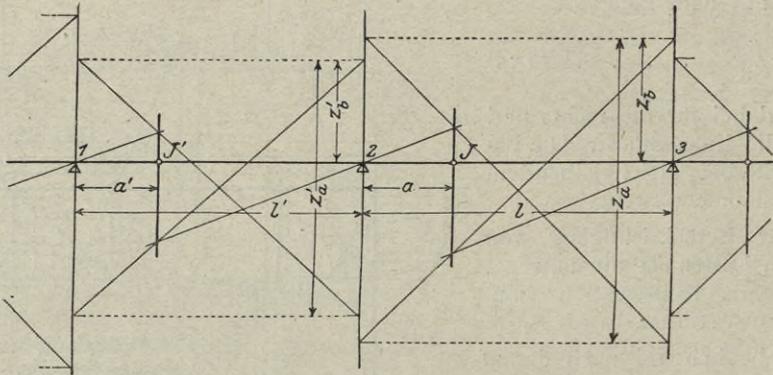


Abb. 65.

§ 9.

Rechnungsbeispiele.

1. Voutenplatte, kontinuierlich über vier Öffnungen.

Häufig findet man die Eisenbetonplatten zwischen T-Trägern bei verstärkter Ausbildung an den Auflagern. Konstruktiv sind diese Verstärkungen schon gegeben, wenn die Träger mit Beton ummantelt werden sollen. Es wird damit eine Verminderung der positiven Biegemomente gegenüber jenen beim gewöhnlichen durchlaufenden Balken erzielt, wodurch sich eine geringe Plattenstärke bei entsprechend schwächerer Bewehrung ergibt. Den größeren negativen Biegemomenten steht ein höherer Querschnitt gegenüber, so daß auch an den Auflagern der Eisenbedarf meistens noch sinkt.

Die genaue Ermittlung der Momente fällt unter die hier gebrachten Ausführungen.

Als Belastung wird angenommen

$$\begin{aligned} \text{Ständige Last} & \quad g = 0,35 \text{ t/m}^2 \\ \text{Zufällige Last} & \quad p = 0,50 \text{ t/m}^2 \\ \text{Insgesamt} & \quad q = 0,85 \text{ t/m}^2. \end{aligned}$$

a) Bestimmung der Festpunkte.

Die Zunahme der Querschnittshöhe erfolge nach dem Gesetz III (parabolisch) und beginne in $\frac{1}{4} l$. Die Plattenstärke sei 12 cm in der Mitte und 26 cm am Auflager. Theoretisch ist jedoch am Auflager $h_a = 29$ cm.

Es wird nach Gleichung 21a und 21

$$\begin{aligned} c &= \frac{h_a}{h_m} - 1 = \frac{29}{12} - 1 = \infty 1,4, \\ \lambda &= \frac{\text{Voutenlänge}}{\text{Spannweite}} = \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Hierfür entnimmt man der Tabelle (S. 17)

$$\varphi_a = 0,738, \quad \varphi_b = 0,886.$$

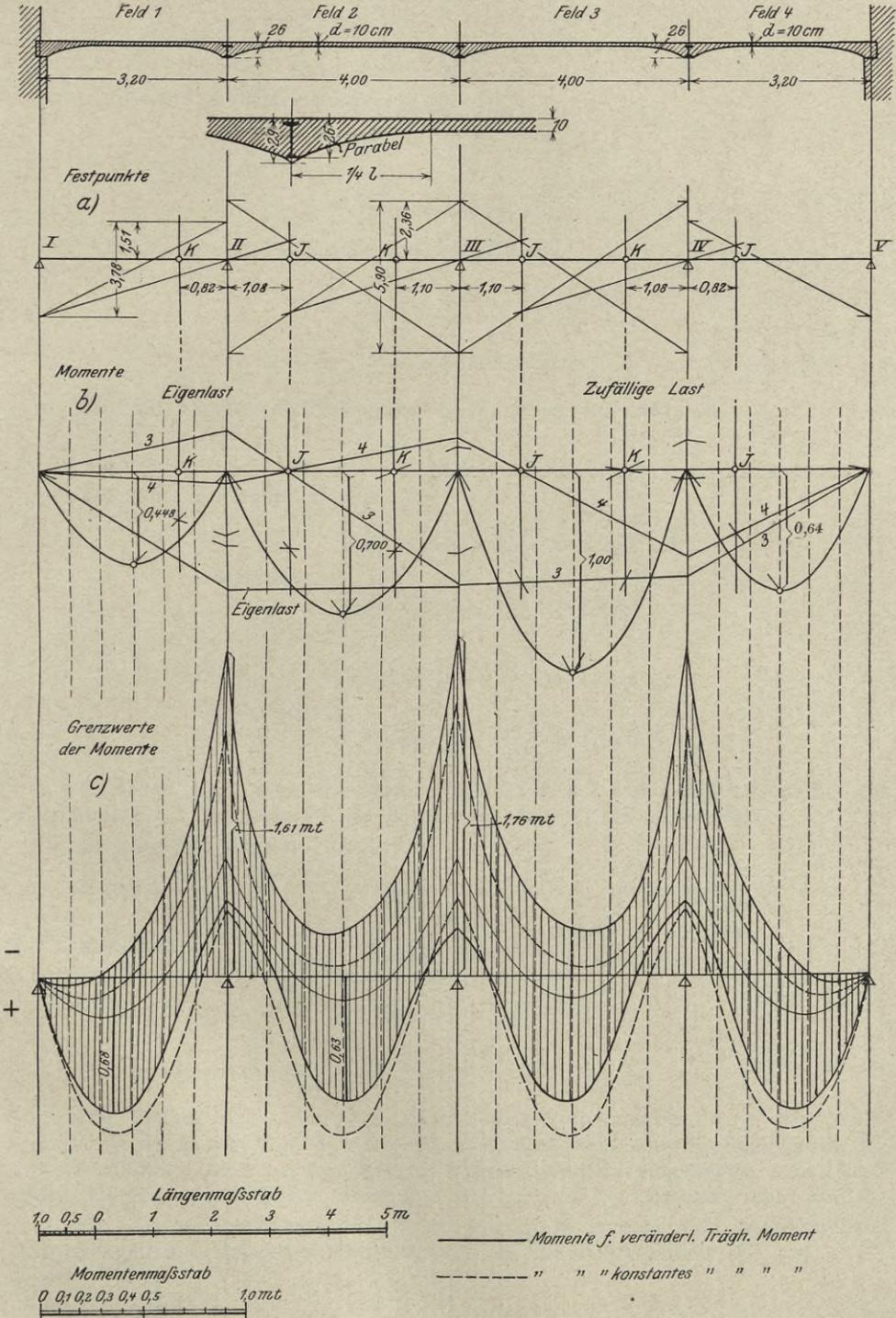


Abb. 66.

Die Gleichungen 37 lauten

$$z_a = \frac{l^2 K_v}{2 E J_m} \varphi_a, \quad z_b = \frac{l^2 K_v}{6 E J_m} \varphi_b,$$

und liefern, wenn $K_v = E J_m$ gesetzt wird,

für die Endfelder ($l = 3,20$ m)

$$z_a = \frac{3,2^2}{2} \cdot 0,738 = 3,779 \text{ m}^2,$$

$$z_b = \frac{3,2^2}{6} \cdot 0,886 = 1,512 \text{ "},$$

und für die Mittelfelder ($l = 4,00$ m)

$$z_a = \frac{4,0^2}{2} \cdot 0,738 = 5,904 \text{ m}^2,$$

$$z_b = \frac{4,0^2}{6} \cdot 0,886 = 2,363 \text{ "}.$$

Hiermit konnten die Festpunkte bestimmt werden (Abb. 66, a).

b) Ermittlung der Momente.

Bei freier Auflagerung wird

$$\begin{aligned} \text{Endfelder} & \left\{ \begin{aligned} M_g &= 0,35 \cdot \frac{3,2^2}{8} = 0,448 \text{ mt}, \\ M_p &= 0,50 \cdot \frac{3,2^2}{8} = 0,640 \text{ "}, \end{aligned} \right. \\ \text{Mittelfelder} & \left\{ \begin{aligned} M_g &= 0,35 \cdot \frac{4,0^2}{8} = 0,700 \text{ "}, \\ M_p &= 0,50 \cdot \frac{4,0^2}{8} = 1,000 \text{ "}. \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Hiernach trägt man die Momentenparabeln auf und verfährt weiterhin zur Bestimmung der Momente in der bekannten Weise (Abb. 66, b und c).

Es entstehen folgende Ergebnisse:

$$\text{Endfeld} \dots \dots \dots M_{\max} = 0,68 \text{ mt.} \quad \left(\text{entspr.} \quad \frac{q l_1^2}{12,8} \right),$$

$$\text{Mittelfeld} \dots \dots \dots M_{\max} = 0,63 \text{ " } \quad \left(\text{"} \quad \frac{q l_2^2}{21,6} \right),$$

$$\text{Stützenmoment} \dots \dots M_{\min} = -1,61 \text{ mt.} \quad \left(\text{"} \quad -\frac{q l_1^2}{5,4} \right),$$

$$\text{Stützenmoment (Mittelst.)} \quad M_{\min} = -1,76 \text{ " } \quad \left(\text{"} \quad -\frac{q l_2^2}{7,7} \right).$$

Der Verlauf der Grenzwerte der Momente ist in Abb. 66, c dargestellt. Um die Wirkung der Vouten kenntlich zu machen, sind zum Vergleich noch die entsprechenden Linien bei beständigem Trägheitsmoment eingetragen. An Hand dieser Kurven zeigt sich das günstige Verhalten der Voutenplatten sehr deutlich.

Für die unendlich lange Platte mit $l = 4,0$ m ergeben sich, bei denselben Abmessungen und derselben Belastung wie vor, die Feldmomente (Gl. 52)

$$\begin{aligned} M_{\max} &= \frac{l^2}{24} \left[3(g + p) - \frac{\varphi_b}{\varphi_a} (2g + p) \right] \\ &= \frac{4,0^2}{24} \left[3 \cdot 0,85 - \frac{0,886}{0,738} (2 \cdot 0,35 + 0,50) \right] = 0,74 \text{ mt.} \quad \left(\text{entspr.} \quad \frac{q l^2}{18,4} \right). \end{aligned}$$

$$M_{\min} = \frac{l^2}{24} \left[3g - \frac{q_b}{q_a} (2g + p) \right]$$

$$= \frac{4,0^2}{24} \left[3 \cdot 0,35 - \frac{0,886}{0,738} (2 \cdot 0,35 + 0,50) \right] = -0,26 \text{ mt. (entspr. } -\frac{q l^2}{52,3} \text{)}$$

Bei beständigem Trägheitsmoment wird (Gl. 53)

$$M_{\max} = \frac{l^2}{24} (g + 2p) = \frac{4,0^2}{24} (0,35 + 2 \cdot 0,50) = 0,90 \text{ mt. (entspr. } \frac{q l^2}{15,1} \text{)}$$

$$M_{\min} = \frac{l^2}{24} (g - p) = \frac{4,0^2}{24} (0,35 - 0,50) = -0,10 \text{ mt. (entspr. } -\frac{q l^2}{136} \text{)}$$

2. Balkenbrücke, kontinuierlich über drei Öffnungen.

Es soll hier ein Hauptträger von der in Abb. 67 dargestellten Straßenbrücke berechnet werden.

a) Belastung.

Ständige Last.

Schotter . . .	0,24 · 1,8 =	0,432 t/m ² ,
Platte . . .	0,15 · 2,4 =	0,360 „ ,
Isolierung rd.		0,018 „ ,
		g = 0,810 t/m ² .

Bei einer Trägerentfernung von 1,40 m und dem vermittelten Balkenformat 30/80 ergibt sich als Gewicht für 1 lfdm. Hauptträger

Fahrbahn	1,40 · 0,810 =	1,13 t/m,
Balken	0,35 · 0,80 · 2,4 =	0,67 „ ,
		g = 1,80 t/m.

Zufällige Last.

Die gleichmäßig verteilte Last betrage 0,40 t/m². Sie bringt für den Hauptträger

$$p = 1,40 \cdot 0,40 = 0,56 \text{ t/m.}$$

Außerdem wird noch eine Dampfwalze von 10 t Dienstgewicht in Rechnung gestellt. Die Lasten davon wirken im Abstand von 3,2 m, und haben die Größe (Abb. 67)

Vorderrad	2,86 t,
beide Hinterräder	2,70 t.

b) Trägheitsmomente.

Balkenmitte.

$$\text{Es ist } \frac{d}{h} = \frac{15}{80} = 0,188, \quad \frac{b_0}{b} = \frac{35}{140} = 0,25. \quad (\text{Abb. 67.})$$

Dafür entnimmt man der Tabelle $\mu = 0,434$ (S. 9) und erhält

$$J_m = \frac{b h^3}{12} \mu = \frac{1,40 \cdot 0,80^3}{12} \cdot 0,434 = 0,0259 \text{ m}^4.$$

Auflager.

$$\text{Es ist } \frac{d}{h} = \frac{15}{180} = 0,083, \quad \frac{b_0}{b} = \frac{35}{140} = 0,25, \text{ wofür } \mu = 0,377$$

$$\text{und } J_a = \frac{b h^3}{12} \mu = \frac{1,40 \cdot 1,80^3}{12} \cdot 0,377 = 0,2563 \text{ m}^4.$$

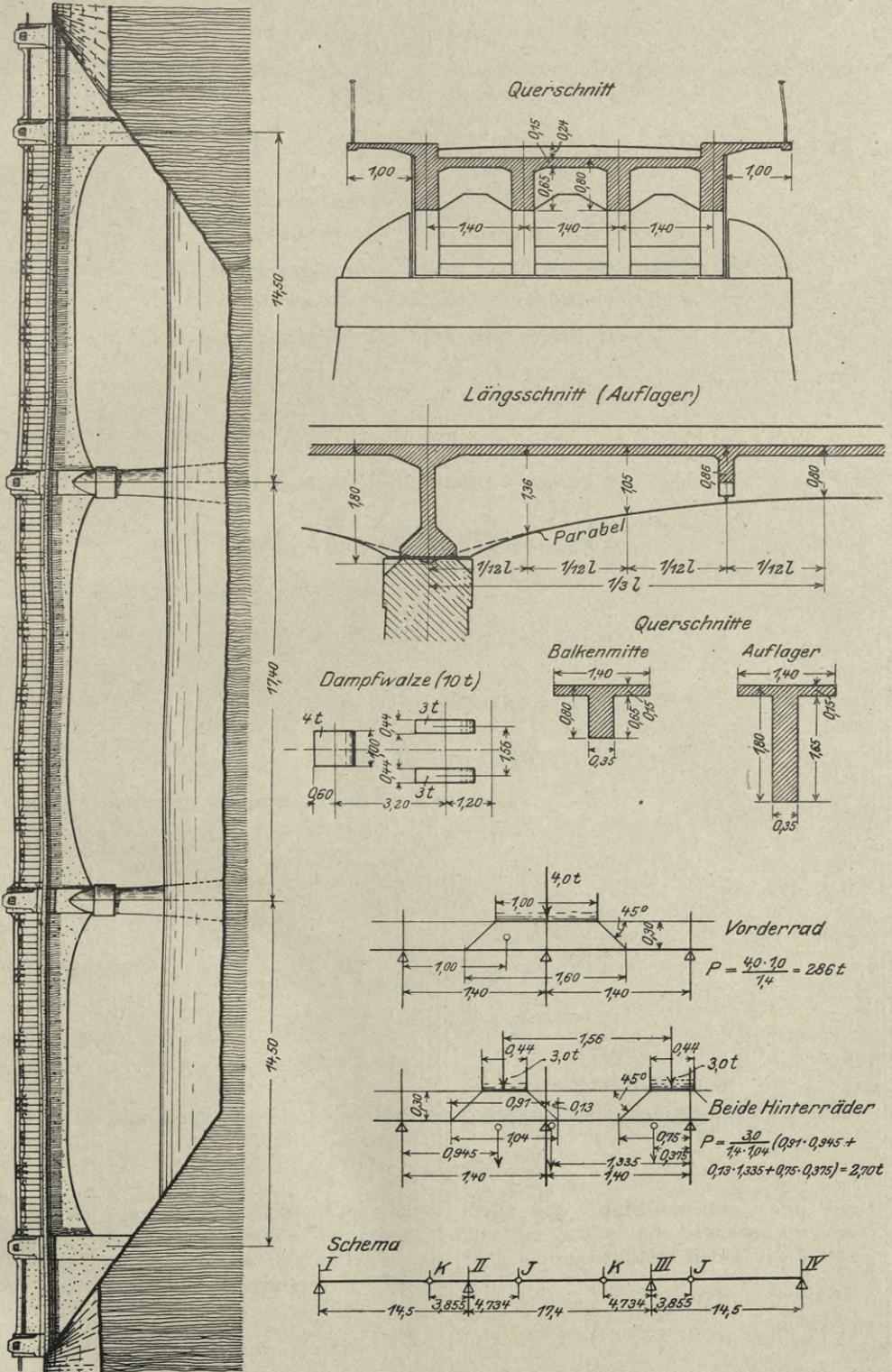


Abb. 67.

c) Formänderungswinkel.

Bei parabolischer Untersicht soll die Zunahme der Balkenhöhe in $\frac{1}{3} l$ ihren Anfang nehmen. Nach den Gleichungen 21 wird

$$c = \sqrt[3]{\frac{J_a}{J_m}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{0,2563}{0,0259}} - 1 = 1,15.$$

$$\lambda = \frac{\text{Voutenlänge}}{\text{Spannweite}} = \frac{1}{3}.$$

Durch Zwischenrechnung gewinnt man dafür aus der Tabelle (S. 17)

$$\varphi_a = 0,677, \quad \varphi_b = 0,826.$$

Nach Gleichung 15 gilt für die Formänderungswinkel

$$\alpha = \frac{l}{2 EJ_m} \varphi_a, \quad \beta = \frac{l}{6 EJ_m} \varphi_b,$$

wonach für die Endfelder ($l = 14,5$ m)

$$EJ_m \alpha = \frac{14,5}{2} \cdot 0,677 = 4,908 \text{ m},$$

$$EJ_m \beta = \frac{14,5}{6} \cdot 0,826 = 1,996 \text{ m},$$

und für das Mittelfeld ($l = 17,4$ m)

$$EJ_m \alpha = \frac{17,4}{2} \cdot 0,677 = 5,890 \text{ m},$$

$$EJ_m \beta = \frac{17,4}{6} \cdot 0,826 = 2,395 \text{ m}.$$

d) Die Festpunkte

werden rechnerisch bestimmt, nach Gleichung 156

$$a = \frac{l\beta}{\alpha + \alpha' - \beta' \frac{l'}{l - a'}}.$$

Endfeld links $a = 0$.

Mittelfeld $a = \frac{17,4 \cdot 2,395}{5,890 + 4,908 - 1,996} = 4,734 \text{ m}.$

Endfeld rechts $a = \frac{14,5 \cdot 1,996}{4,908 + 5,890 - 2,395 \cdot \frac{17,40}{17,40 - 4,734}} = 3,855 \text{ m}.$

Die Ermittlung der Festpunktabstände b erübrigt sich, da Symmetrie vorliegt

e) Einflußlinien.

Wir geben einer Last $P = 1$ einer Reihe von Angriffspunkten, und bestimmen dafür die Momente. Zur Bestimmung der Schlußlinie benutzen wir die Tabelle (S. 32). Wegen der parabolischen Balkenform kommen dabei die Werte für $\nu = 1$ in Frage; außerdem ist noch (Gl. 18)

$$n = \frac{J_m}{J_a} = \frac{0,0259}{0,2563} = \approx \frac{1}{10}, \quad \text{und} \quad \lambda = \frac{1}{3}.$$

Tabelle für die Schlußliniensenkung.

	Endfeld $\left\{ \begin{array}{l} a = 0 \\ \text{(links)} \\ b = 3,855 \text{ m} \end{array} \right.$			Mittelfeld $\left\{ \begin{array}{l} a = 4,734 \text{ m} \\ b = 4,734 \text{ m} \end{array} \right.$					
	Lastpunkt			Lastpunkt					
	1	2	3	4	5	6	7	8	
$-S_a : a$	0,315	0,389	0,241	0,230	0,371	0,389	0,309	0,165	} Aus Tabelle (S. 32)
$-S_b : b$	0,241	0,389	0,315	0,165	0,309	0,389	0,371	0,230	
$-S_a$	0	0	0	1,089	1,756	1,842	1,463	0,781	
$-S_b$	0,929	1,500	1,214	0,781	1,463	1,842	1,756	1,089	

Sind die Momente bestimmt, dann gewinnt man die Einflußlinien in der bekannten Weise.

f) Momente.

Zur Bestimmung der Momente infolge Verkehrslast wurden die Einflußlinien ausgewertet (Abb. 68). Die Berücksichtigung der Eigenlast erfolgte für sich (Abb. 69).

Schließlich wurden noch die Grenzwerte der Momente bestimmt, und zum Vergleich auch noch diejenigen Kurven gebracht, die beständigem Trägheitsmoment entsprechen.

	Trägheitsmoment veränderlich	Trägheitsmoment beständig	Unterschied
Endfelder . .	$M_{\max} = 41,2 \text{ m/t}$	$M_{\max} = 45,4 \text{ m/t}$	10 v. H.
Mittelfeld . .	$M_{\max} = 27,2 \text{ m/t}$	$M_{\max} = 38,1 \text{ m/t}$	40 v. H.
Stützenmoment .	$M_{\min} = -85,6 \text{ m/t}$	$M_{\min} = -68,3 \text{ m/t}$	20 v. H.

g) Querkräfte.

Auf Grund der Momentenlinien wurden die Einflußlinien für die Querkräfte in der bekannten Weise ermittelt (Abb. 69). Hat man die Querkraft für Eigenlast durch eine schiefe Gerade dargestellt, dann ergibt sich der Verlauf der Grenzwerte wie folgt. Man bestimmt für Verkehrsbelastung die größten positiven und kleinsten negativen Querkräfte an den Auflagern, und auch noch diejenigen Querkräfte, die dabei jeweils am Auflager gegenüber entstehen. All diese Querkräfte addiert man zu jenen infolge Eigenlast, und verbindet die, die einer Laststellung angehören, jeweils durch eine Gerade. Auf diese Weise ergeben sich in jedem Feld vier Linien, von denen je zwei gleiche Richtung haben. Die Grenzwerte der Querkräfte können nun mit hinreichender Genauigkeit durch parabolische Übergangskurven dargestellt werden, welche die äußersten dieser Linien an den Auflagerlotrechten tangieren.

3. Rahmen mit drei Öffnungen.

Der in Abb. 71 dargestellte Rahmen soll bei lotrechter und bei seitlicher Belastung berechnet werden.

I. Lotrechte Belastung.

Ständige Last	$g = 1,80 \text{ t/m,}$
Zufällige „	$p = 2,40 \text{ „}$
Insgesamt	$q = 4,20 \text{ t/m.}$

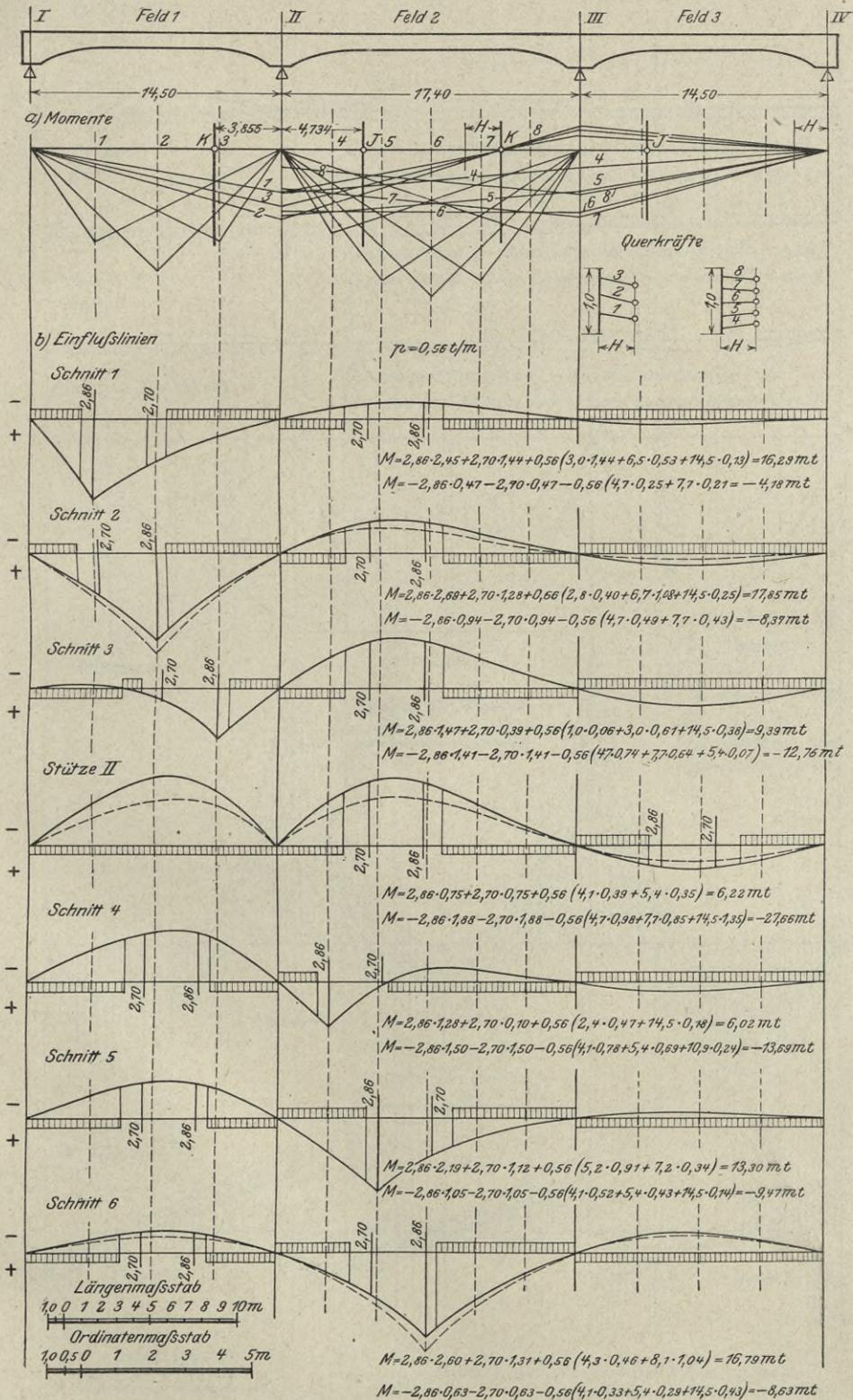


Abb. 68.

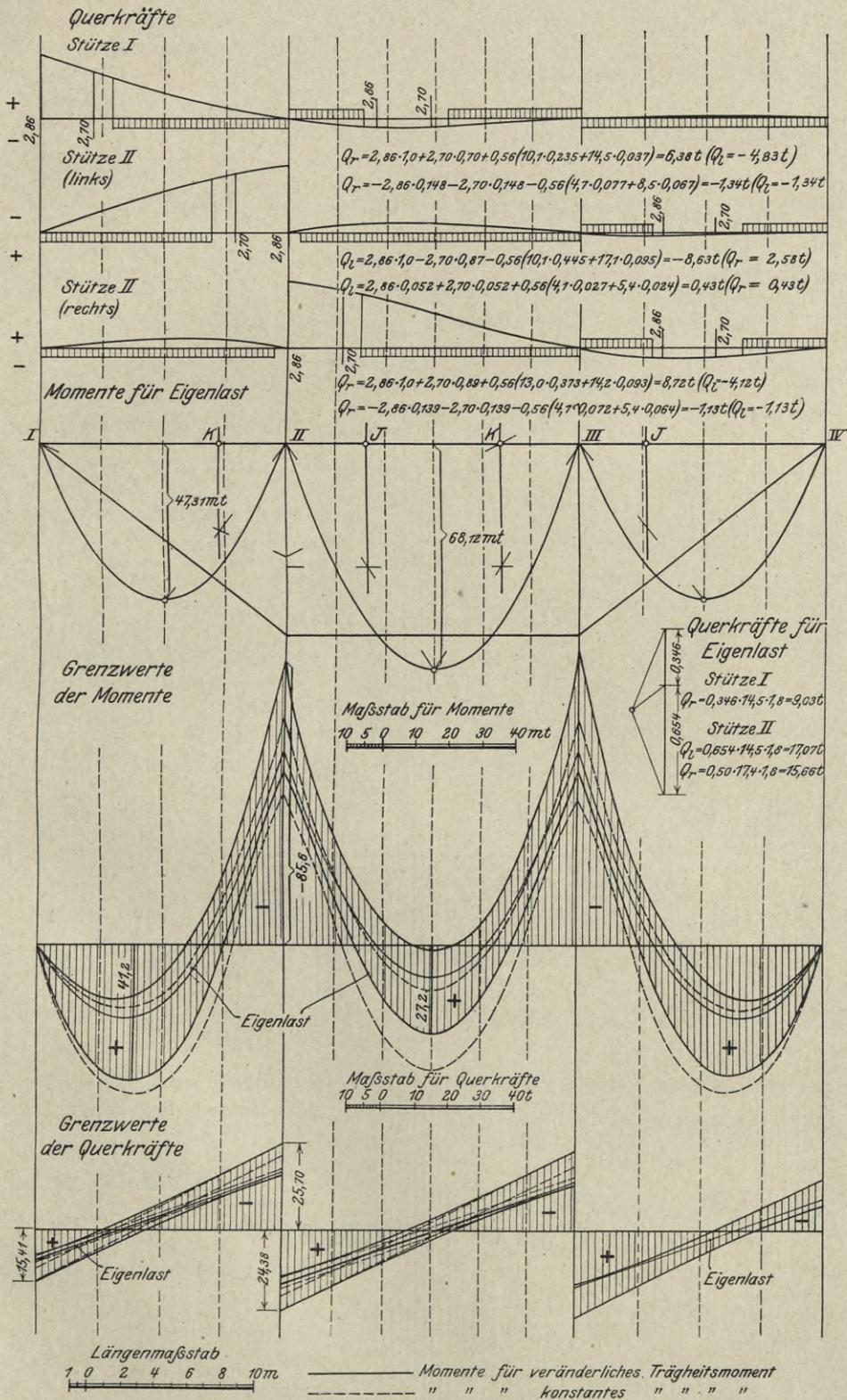


Abb. 69.

a) Trägheitsmomente.

Balkenmitte.

Es ist

$$\frac{d}{h} = \frac{12}{60} = 0,20, \quad \frac{b_0}{b} = \frac{30}{300} = 0,10, \quad \text{wofür } \mu = 0,231 \text{ (S. 9).}$$

Folglich wird

$$J_m = \frac{bh^3}{12} \mu = \frac{3,0 \cdot 0,60^3}{12} \cdot 0,231 = 0,01247 \text{ m}^4.$$

Auflager.

Es ist

$$\frac{d}{h} = \frac{12}{120} = 0,10, \quad \frac{b_0}{b} = \frac{30}{300} = 0,10, \quad \text{wofür } \mu = 0,216 \text{ und}$$

$$J_a = \frac{bh^3}{12} \mu = \frac{3,0 \cdot 1,20^3}{12} \cdot 0,216 = 0,09331 \text{ m}^4.$$

Endstützen (30/50 cm)

$$J = \frac{0,30 \cdot 0,50^3}{12} = 0,003125 \text{ m}^4.$$

Zwischenstützen (30/60 cm)

$$J = \frac{0,30 \cdot 0,60^3}{12} = 0,00540 \text{ m}^4.$$

b) Formänderungswinkel.

Balken (Abb. 70).

Es wird (Gl. 21)

$$c = \sqrt[3]{\frac{J_a}{J_m}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{0,09331}{0,01247}} - 1 = 0,96,$$

$$\lambda = \frac{\text{Voutenlänge}}{\text{Spannweite}} = \frac{1}{3}.$$

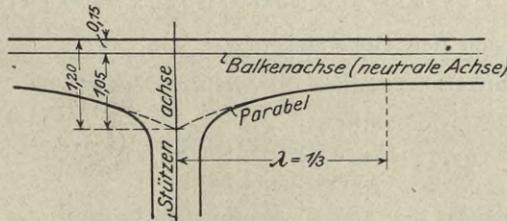


Abb. 70.

Da es sich um parabolische Balkenform handelt, gilt die Tabelle Seite 17, wonach durch Zwischenrechnung

folgt. $\varphi_a = 0,702$, $\varphi_b = 0,843$

Die Gleichungen 15

$$\alpha = \frac{l}{2 EJ_m} \varphi_a, \quad \beta = \frac{l}{6 EJ_m} \varphi_b$$

liefern für die Endfelder ($l = 7,0$ m)

$$E\alpha = \frac{7,0 \cdot 0,702}{2 \cdot 0,01247} = 197,03 \text{ t/m}^3,$$

$$E\beta = \frac{7,0 \cdot 0,843}{6 \cdot 0,01247} = 78,87 \text{ „ ,}$$

und für das Mittelfeld ($l = 8,5$ m)

$$E\alpha = \frac{8,5 \cdot 0,702}{2 \cdot 0,01247} = 239,25 \text{ t/m}^3,$$

$$E\beta = \frac{8,5 \cdot 0,843}{6 \cdot 0,01247} = 95,77 \text{ "}$$

Stützen ($h = 5,0$ m, $h' = 3,95$ m).

Gleichung 27 lautet
$$\beta_s = \frac{h'^2(3h - 2h')}{6h^2 EJ},$$

und gibt für die Endstützen

$$E\beta_s = \frac{3,95^2(3 \cdot 5,0 - 2 \cdot 3,95)}{6 \cdot 5,0^2 \cdot 0,003125} = 236,32 \text{ 1/m}^3,$$

und für die Zwischenstützen

$$E\beta_s = \frac{3,95^2(3 \cdot 5,0 - 2 \cdot 3,95)}{6 \cdot 5,0^2 \cdot 0,00540} = 136,76 \text{ 1/m}^3.$$

Der Winkel am Stützenkopf (Gl. 33)

$$\gamma_s = \frac{h'^3}{4 EJ(3h^2 - 3hh' + h'^2)},$$

beträgt bei den Endstützen

$$E\gamma_s = \frac{3,95^3}{4 \cdot 0,003125(3 \cdot 5,0^2 - 3 \cdot 5,0 \cdot 3,95 + 3,95^2)} = 156,77 \text{ 1/m}^3.$$

und bei den Zwischenstützen

$$E\gamma_s = \frac{3,95^3}{4 \cdot 0,00540(3 \cdot 5,0^2 - 3 \cdot 5,0 \cdot 3,95 + 3,95^2)} = 90,72 \text{ 1/m}^3.$$

c) Festpunkte und Übergangszahlen.

Man erhält nach den Gleichungen 34:

Endfeld (links).

$$a = \frac{7,0 \cdot 78,87}{197,03 + 156,77} = 1,560 \text{ m} \quad (l - a = 5,440 \text{ m}),$$

$$E\gamma_a = 197,03 - 78,87 \cdot \frac{7,0}{5,440} = 95,54 \text{ 1/m}^3,$$

Stütze II.

$$\mu_{rl} = \frac{90,72}{90,72 + 95,54} = 0,487.$$

Mittelfeld.

$$a = \frac{8,5 \cdot 95,77}{239,25 + 0,487 \cdot 95,54} = 2,849 \text{ m} \quad (l - a = 5,651 \text{ m}).$$

$$E\gamma_a = 239,25 - 95,77 \cdot \frac{8,5}{5,651} = 95,20 \text{ 1/m}^3,$$

Stütze III.

$$\mu_{rl} = \frac{90,72}{90,72 + 95,20} = 0,488.$$

Endfeld (rechts).

$$a = \frac{7,0 \cdot 78,87}{197,03 + 0,488 \cdot 78,87} = 2,267 \text{ m} \quad (l - a = 4,733 \text{ m}),$$

$$E\gamma_a = 197,03 - 78,87 \cdot \frac{7,0}{4,733} = 80,38 \text{ 1/m}^3.$$

Der untere Festpunkt der Stützen liegt in (Gl. 32)

$$\begin{aligned} a &= \frac{h'}{3} \cdot \frac{3h - 2h'}{2h - h'} \\ &= \frac{3,95}{3} \cdot \frac{3 \cdot 5,0 - 2 \cdot 3,95}{2 \cdot 5,0 - 3,95} = 1,545 \text{ m} \quad (h - a = 3,455 \text{ m}). \end{aligned}$$

In Abb. 71, a wurde die Bestimmung der Festpunkte überdies noch graphisch durchgeführt. Auch die Linien zur Verkleinerung der Momente wurden dort besonders ermittelt.

Um die Diagonalen festzulegen, hat man nach den Gleichungen 37

$$z_a = \frac{K_v l^2}{2 E J_m} \varphi_a, \quad z_b = \frac{K_v l^2}{6 E J_m} \varphi_b.$$

Mit $K_v = E J_m$, wird für die Endfelder

$$z_a = \frac{7,0^2}{2} \cdot 0,702 = 17,20 \text{ m}^2,$$

$$z_b = \frac{7,0^2}{6} \cdot 0,843 = 6,88 \text{ „}$$

und für das Mittelfeld

$$z_a = \frac{8,5^2}{2} \cdot 0,702 = 25,36 \text{ m}^2,$$

$$z_b = \frac{8,5^2}{6} \cdot 0,843 = 10,15 \text{ „}$$

Für den Winkel am Kopf der Endstütze gilt $E\gamma_s = 156,77 \text{ 1/m}^3$, und man hat demnach, um den ersten Festpunkt zu bestimmen, am Endauflager (Gl. 40; es ist hier $\varepsilon_a = \gamma_s$)

$$\begin{aligned} \alpha &= K_v \varepsilon_a = E J_m \gamma_s, \\ &= 0,01247 \cdot 156,77 = 1,95. \end{aligned}$$

Hingegen gilt für die Winkel am Auflager II und III, wegen $E\gamma_s = 90,72 \text{ 1/m}^3$ (Gl. 38)

$$\begin{aligned} \alpha &= K_v \gamma_s = E J_m \gamma_s, \\ &= 0,01247 \cdot 90,72 = 1,13. \end{aligned}$$

Da 1,0 m im Längenmaßstab 2,5 m² im Maßstab für z darstellt, wird mit dem Verzerrungsverhältnis $\zeta = 2,5$

$$\text{bei den Endstützen} \quad \tan \alpha = \frac{1,95}{2,5} = 0,78,$$

$$\text{bei den Zwischenstützen} \quad \tan \alpha = \frac{1,13}{2,5} = 0,45.$$

Mit diesen Werten können die Festpunkte und die Linien zur Verkleinerung der Momente bestimmt werden. Dabei braucht man nur die J -Punkte und die μ_{rl} -Linien zu ermitteln, da die übrigen Festpunkte und die μ_{lr} -Linien sich auf Grund der Symmetrie ergeben.

d) Momente.

Bei freier Auflagerung erhält man

$$\text{für die Endfelder } (l = 7,0 \text{ m}) \quad M_g = \frac{1,8 \cdot 7,0^2}{8} = 11,03 \text{ mt.},$$

$$M_p = \frac{2,4 \cdot 7,0^2}{8} = 14,70 \text{ " ,}$$

$$\text{für das Mittelfeld } (l = 8,5 \text{ m}) \quad M_g = \frac{1,8 \cdot 8,5^2}{8} = 16,26 \text{ " ,}$$

$$M_p = \frac{2,4 \cdot 8,5^2}{8} = 21,68 \text{ " .}$$

Die Bestimmung der Momente erfolgte genau nach den bekannten Regeln, bei Beachtung von dem einzigen Unterschied, daß sich die Momente nunmehr beim Überschreiten der Stützen verkleinern. (Abb. 71, b.) Es ergaben sich dabei folgende Werte: (Abb. 71, c)

Endfeld links:

$$\text{Maximalmoment . } M = 10,6 \text{ mt. (entspr. } \frac{q l^2}{19,4}),$$

$$\text{Auflager links . } M = - 8,3 \text{ " (" } - \frac{q l^2}{24,8}),$$

$$\text{" rechts . } M = - 32,5 \text{ " (" } - \frac{q l^2}{6,3}).$$

Mittelfeld:

$$\text{Maximalmoment . } M = 14,0 \text{ mt. (entspr. } \frac{q l^2}{21,7}),$$

$$\text{Auflager . . . } M = - 29,8 \text{ " (" } - \frac{q l^2}{10,2}).$$

Endstütze I:

$$\text{Unterkante Voute } M = - 5,7 \text{ mt. (entspr. } - \frac{q l^2}{36,1}),$$

$$\text{Stützenfuß . . . } M = 3,6 \text{ " .}$$

Zwischenstütze II:

$$\text{Unterkante Voute } M = - 2,5 \text{ mt. (entspr. } - \frac{q l_m^2}{101}),$$

$$\text{" " } M = 7,9 \text{ " (" } \frac{q l_m^2}{31,9}),$$

$$\text{Stützenfuß . . } M = 1,6 \text{ " ,}$$

$$\text{" . . } M = - 5,0 \text{ " .}$$

Um die Wirkung der Stützen zu zeigen, wurde schließlich noch der Verlauf der Momente für den gewöhnlichen durchlaufenden Balken eingetragen.

Rahmen über drei Öffnungen

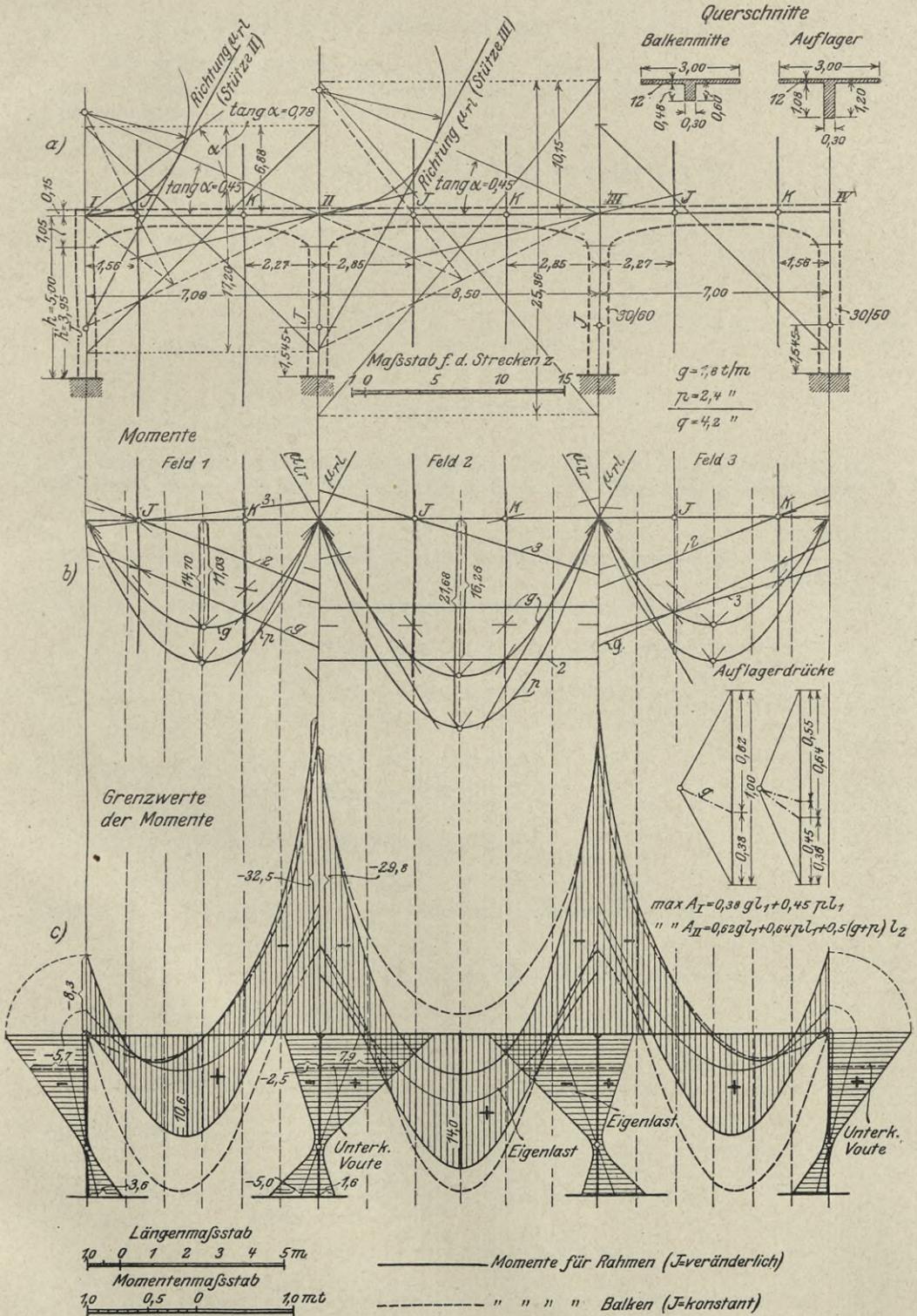


Abb. 71.

II. Seitliche Belastung.

a) Einfluß der Stützenkopfverschiebung.

Wir schlagen den auf Seite 43 und 44 beschriebenen Weg ein, wonach man die Verschiebung aller Stützenköpfe auf einmal berücksichtigt. Nach den Gleichungen 66 wird für die Endfelder

$$x_a = \frac{1}{\alpha - 2\beta} = \frac{E}{197,03 - 2 \cdot 78,87} = E 0,02545 \text{ m}^3,$$

$$x_b = \frac{\beta}{\alpha} x_a = E \frac{78,87}{197,03} \cdot 0,02545 = E 0,01019 \text{ m}^3,$$

und für das Mittelfeld

$$x_a = \frac{E}{239,25 - 2 \cdot 95,77} = E 0,02096 \text{ m}^3,$$

$$x_b = E \frac{95,77}{239,25} \cdot 0,02096 = E 0,00839 \text{ m}^3.$$

Gleichung 65 ist zweimal anzuschreiben; für die Stütze I und für die Stütze II. Wir setzen dabei für die Verschiebung $E\Delta_1 = 1000 \text{ t/m}$, und erhalten wegen $v_{II} = v_{III}$.

$$E v_I [1 + 156,77 (0,02545 - 0,01019)] + E v_{II} \cdot 156,77 \cdot 0,01019 = \frac{1000}{3,455},$$

$$E v_{II} [1 + 90,72 (0,02545 - 0,01019 + 0,02096 - 0,00839)] + E v_I \cdot 90,72 \cdot 0,01019 + E v_{II} \cdot 90,72 \cdot 0,00839 = \frac{1000}{3,455},$$

$$\text{oder} \quad E v_I \cdot 3,3929 + E v_{II} \cdot 1,5972 = 289,44$$

$$E v_I \cdot 0,9244 + E v_{II} \cdot 4,2864 = 289,44$$

$$\text{woraus} \quad E v_I = E v_{IV} = 59,568 \text{ t/m}^2,$$

$$E v_{II} = E v_{III} = 54,679 \text{ „}$$

Mithin werden die Stamm-Momente (Gl. 67)

$$\text{Endfeld links} \begin{cases} M_a = v_I (x_a - x_b) + v_{II} x_b \\ = 59,568 (0,02545 - 0,01019) + 54,679 \cdot 0,01019 = 1,466 \text{ mt.} \\ M_b = -v_{II} (x_a - x_b) - v_I x_b \\ = -54,679 (0,02545 - 0,01019) - 59,568 \cdot 0,01019 = -1,441 \text{ mt.} \end{cases}$$

$$\text{Mittelfeld} \begin{cases} M_a = -M_b = v_{II} (x_a - x_b) + v_I x_b = v_{II} x_a \\ = 54,679 \cdot 0,02096 = 1,146 \text{ mt.} \end{cases}$$

$$\text{Stütze I und IV} \begin{cases} M_k = M_a = 1,466 \text{ mt.} \\ M_u = -\frac{a}{h-a} \left(\frac{\Delta_1}{h\beta_s} + M_k \right) \\ = -\frac{1,545}{3,455} \left(\frac{1000}{5,0 \cdot 236,32} + 1,466 \right) = -1,034 \text{ mt.} \end{cases}$$

$$\text{Stütze II und III} \begin{cases} M_k = M_a - M_b' = 1,146 + 1,441 = 2,587 \text{ mt.} \\ M_u = -\frac{1,545}{3,455} \left(\frac{1000}{5,0 \cdot 136,76} + 2,587 \right) = -1,811 \text{ mt.} \end{cases}$$

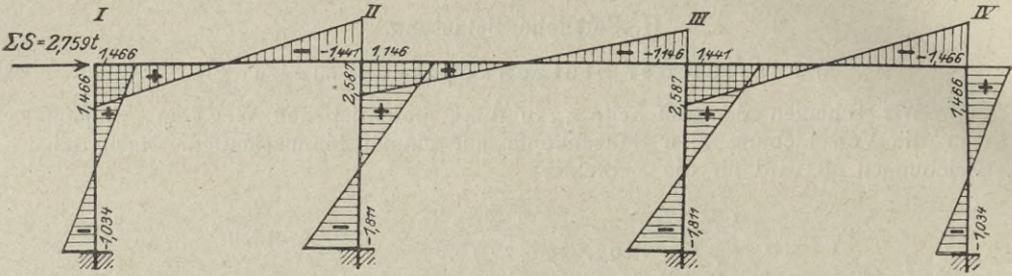


Abb. 72.

Die Stammkraft beträgt (Gl. 74)

$$\begin{aligned} \Sigma S &= \frac{M_k - M_u}{h} \\ &= \frac{2}{5,0} (1,466 + 2,587 + 1,034 + 1,811) = 2,759 \text{ t.} \end{aligned}$$

b) Festpunkte K der Stützen.

Um den Einfluß der Belastung bei festen Stützenköpfen zu bestimmen, muß man die K -Punkte der Stützen kennen. Dieselben bestimmen sich nach Gleichung 30

$$b = \frac{h'^2 (3h - 2h')}{3h'^2 + 6h\varepsilon_0 EJ}$$

Endstützen.

Der Winkel ε_0 betrifft hier das Balkenende, wofür (S. 91)

$$E\varepsilon_0 = E\gamma_b = 80,38 \text{ 1/m}^3.$$

Mithin ist
$$b = \frac{3,95^2 (3 \cdot 5,0 - 2 \cdot 3,95)}{3 \cdot 3,95^2 + 6 \cdot 5,0 \cdot 80,38 \cdot 0,003125} = 2,038 \text{ m.}$$

Zwischenstützen.

Für das linke Endfeld ist $E\gamma_a' = 95,54 \text{ 1/m}^3$ und für das Mittelfeld $E\gamma_a = E\gamma_b = 95,20 \text{ 1/m}^3$ (s. S. 90).

Es wird sonach (Gl. 84)

$$E\varepsilon_0 = E \frac{\gamma_a' \gamma_b}{\gamma_a' + \gamma_b} = \frac{95,54 \cdot 95,20}{95,54 + 95,20} = 47,70 \text{ 1/m}^3,$$

womit
$$b = \frac{3,95^2 (3 \cdot 5,0 - 2 \cdot 3,95)}{3 \cdot 3,95^2 + 6 \cdot 5,0 \cdot 47,70 \cdot 0,00540} = 2,031 \text{ m.}$$

Für den Teil, der vom Stützenkopfmoment in den Balken rechts geht, gilt (Gl. 85)

$$\mu_r = \frac{\gamma_a'}{\gamma_a' + \gamma_b} = \frac{95,54}{95,54 + 95,20} = 0,501.$$

Ila. Belastung der Stütze II durch $P = 1 \text{ t.}$

a) Momente bei unverschieblichen Stützenköpfen (Abb. 73, a).

Bei freier Auflagerung entsteht

$$M = P \frac{x x'}{h} = 1,0 \cdot \frac{3,0 \cdot 2,0}{5,0} = 1,20 \text{ mt.}$$

Die Festlinienabschnitte betragen (Gl. 102)

$$S_u = -Pa \left[\xi \xi' (1 + \xi') + \xi'^3 - \frac{(h' - h\xi)^2 (3h - 2h' - \xi h)}{h'^2 (3h - 2h')} \right]$$

$$= -1,0 \cdot 1,545 \left[\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} \left(1 + \frac{2}{5} \right) + \left(\frac{2}{5} \right)^3 - \frac{(3,95 - 3,0)^2 (3 \cdot 5,0 - 2 \cdot 3,95 - 3,0)}{3,95^2 (3 \cdot 5,0 - 2 \cdot 3,95)} \right]$$

$$= -0,566 \text{ mt}$$

$$S_o = -Pb \left[\xi \xi' (1 + \xi) + \xi^3 - \frac{(h\xi)^3}{h'^2 (3h - 2h')} \right]$$

$$= -1,0 \cdot 2,031 \left[\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} \left(1 + \frac{3}{5} \right) + \left(\frac{3}{5} \right)^3 - \frac{3,0^3}{3,95^2 (3 \cdot 5,0 - 2 \cdot 3,95)} \right]$$

$$= -0,723 \text{ mt.}$$

Die Momentfläche bestimmt sich weiterhin nach den bekannten Regeln.

b) Momente für die Stützenkopferschiebung. (Abb. 73, b.)

Mit $M_k = 2,587 \text{ mt.}$, $M_u = -1,811 \text{ mt.}$ (Stamm-Momente) und $\tau_u = \varepsilon_u = 0$ wird (Gl. 88)

$$\delta = \tau_u \xi h + \frac{(h\xi)^2}{6 EJ} \left[-3 M_u - \xi (M_k - M_u) \right].$$

$$E\delta = 0 + \frac{3,0^2}{6 \cdot 0,00540} \left[3 \cdot 1,811 - \frac{3}{5} (2,587 + 1,811) \right] = 776,1 \text{ t/m.}$$

Damit folgt nach Gleichung 87 ($\Sigma S = 2,759 \text{ t.}$)

$$\text{Tats. Versch.} = \frac{P\delta}{\Sigma S} = \frac{1,0 \cdot 776,1}{2,759} = 282 \text{ t/m,}$$

und Gleichung 80 gibt

$$\mu = \frac{\text{Tats. Versch.}}{\text{Ang. Versch.}} = \frac{282}{1000} = 0,282.$$

Mit diesem Wert sind die Stamm-Momente zu multiplizieren. Man erhält

$$\begin{array}{l} \text{Endfeld links} \cdot \begin{cases} M_a = 0,282 \cdot 1,466 = 0,413 \text{ mt.,} \\ M_b = 0,282 \cdot (-1,441) = -0,406 \text{ " } \end{cases} \\ \text{Mittelfeld} \cdot \begin{cases} M_a = 0,282 \cdot 1,146 = 0,323 \text{ " } \\ M_b = 0,282 \cdot (-1,146) = -0,323 \text{ " } \end{cases} \\ \text{Stütze I und IV} \begin{cases} M_k = 0,282 \cdot 1,466 = 0,413 \text{ " } \\ M_u = 0,282 \cdot (-1,034) = -0,292 \text{ " } \end{cases} \\ \text{Stütze II und III} \begin{cases} M_k = 0,282 \cdot 2,587 = 0,729 \text{ " } \\ M_u = 0,282 \cdot (-1,811) = -0,511 \text{ " } \end{cases} \end{array}$$

c) Endgültige Momente. (Abb. 73, c.)

Die ermittelten Momentenflächen werden addiert.

Die endgültigen Momente sind richtig, wenn sie der Forderung

$$0 = -A_0 + \Sigma \frac{M_k - M_u}{h}$$

genügen. Man erhält

$$-1,0 \cdot \frac{3,0}{5,0} + \frac{1}{5,0} (0,277 - 0,219 + 0,605 + 0,446 + 0,232 + 0,907 + 0,456 + 0,307) = \approx 0.$$

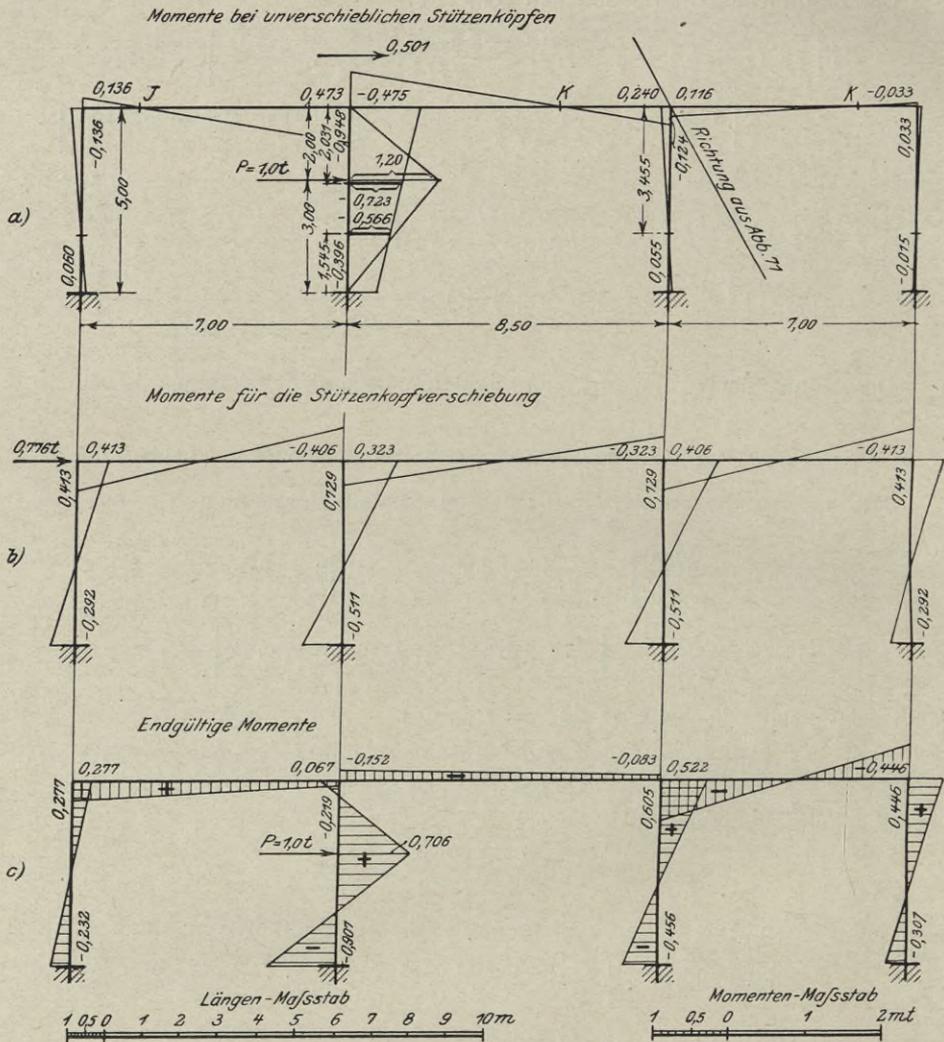


Abb. 73.

Anmerkung. Um die Stützkopfverschiebung rückgängig zu machen, ist gemäß Gleichung 86a die Kraft (Momente aus Abb. 73, a)

$$\begin{aligned} \sum S' &= -A_0 + \frac{M_k' - M_u'}{h} + \sum \frac{M_k'}{z} \\ &= -1,0 \cdot \frac{3,0}{5,0} + \frac{-0,948 + 0,396}{5,0} + \frac{-0,136 - 0,124 + 0,033}{3,455} = -0,776 \text{ t.} \end{aligned}$$

erforderlich. Damit gibt Gleichung 78

$$\mu = -\frac{\sum S'}{\sum S} = \frac{0,776}{2,759} = 0,282,$$

d. i. derselbe Wert wie vor.

IIa. Dreiecksbelastung der Stütze I.

a) Momente bei unverschieblichen Stützenköpfen. (Abb. 74, a.)

Am Stützenfuß sei $p = 1,0 \text{ t/m}$. Beim statisch bestimmten Fall wird (Gl. 108)

$$M_o = \frac{p h^2}{6} \xi \xi' (1 + \xi')$$

$$\text{für } \xi = 1/4, \quad M_o = \frac{1,0 \cdot 5,0^2}{6} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{4} \left(1 + \frac{3}{4}\right) = 1,368 \text{ mt.},$$

$$\text{„ } \xi = 1/2, \quad M_o = \frac{1,0 \cdot 5,0^2}{6} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 1,563 \text{ „},$$

$$\text{„ } \xi = 3/4, \quad M_o = \frac{1,0 \cdot 5,0^2}{6} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} \left(1 + \frac{1}{4}\right) = 0,977 \text{ „}.$$

Der Größtwert in $x' = 0,577 h = 2,89 \text{ m}$ beträgt (Gl. 109)

$$M_{o \max} = \frac{p h^2}{15,6} = \frac{1,0 \cdot 5,0^2}{15,6} = 1,605 \text{ mt.}$$

Für die Festlinienabschnitte ergibt sich (Gl. 111)

$$\begin{aligned} S_u &= -pa \frac{h^2}{3h - 2h'} \left[1 - \frac{5}{3} \cdot \frac{h'}{h} + \left(\frac{h'}{h}\right)^2 - \frac{1}{5} \left(\frac{h'}{h}\right)^3 \right] \\ &= -1,0 \cdot 1,545 \cdot \frac{5,0^2}{3 \cdot 5,0 - 2 \cdot 3,95} \left[1 - \frac{5}{3} \cdot \frac{3,95}{5,00} + \left(\frac{3,95}{5,00}\right)^2 - \frac{1}{5} \left(\frac{3,95}{5,00}\right)^3 \right] \\ &= -1,136 \text{ mt.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_o &= -pb \frac{hh'}{3h - 2h'} \left[\frac{2}{3} - \frac{3}{4} \cdot \frac{h'}{h} + \frac{1}{5} \left(\frac{h'}{h}\right)^2 \right] \\ &= -1,0 \cdot 2,038 \cdot \frac{5,0 \cdot 3,95}{3 \cdot 5,0 - 2 \cdot 3,95} \left[\frac{2}{3} - \frac{3}{4} \cdot \frac{3,95}{5,00} + \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{3,95}{5,00}\right)^2 \right] = -1,128 \text{ mt.} \end{aligned}$$

Damit können die Momente bestimmt werden.

b) Momente für die Stützenkopferschiebung. (Abb. 74, b.)

Nach Gleichung 107 wird

$$A_o = \frac{p h}{6} = \frac{1,0 \cdot 5,0}{6} = 0,833 \text{ mt.}$$

$$\text{und Gleichung 86a} \quad \Sigma S' = -A_o + \frac{M_k' - M_u'}{h} + \Sigma \frac{M_k'}{z}$$

gibt mit den Momenten aus Abb. 74, a

$$\Sigma S' = -0,833 + \frac{-1,116 + 1,145}{5,0} + \frac{-0,274 + 0,068 - 0,018}{3,455} = -0,892 \text{ t.},$$

$$\text{womit (Gl. 78)} \quad \mu = -\frac{\Sigma S'}{\Sigma S} = \frac{0,892}{2,759} = 0,324.$$

Mithin betragen die Momente

$$\begin{aligned} \text{Endfeld links} & \cdot \begin{cases} M_a = 0,324 \cdot 1,466 = 0,475 \text{ mt.}, \\ M_b = 0,324 \cdot (-1,441) = -0,467 \text{ „} \end{cases} \\ \text{Mittelfeld} & \cdot \begin{cases} M_a = 0,324 \cdot 1,146 = 0,371 \text{ „}, \\ M_b = 0,324 \cdot (-1,146) = -0,371 \text{ „} \end{cases} \\ \text{Stütze I und IV} & \begin{cases} M_k = 0,324 \cdot 1,466 = 0,475 \text{ „}, \\ M_u = 0,324 \cdot (-1,034) = -0,325 \text{ „} \end{cases} \\ \text{Stütze II und III} & \begin{cases} M_k = 0,324 \cdot 2,587 = 0,838 \text{ „}, \\ M_u = 0,324 \cdot (-1,811) = -0,587 \text{ „} \end{cases} \end{aligned}$$

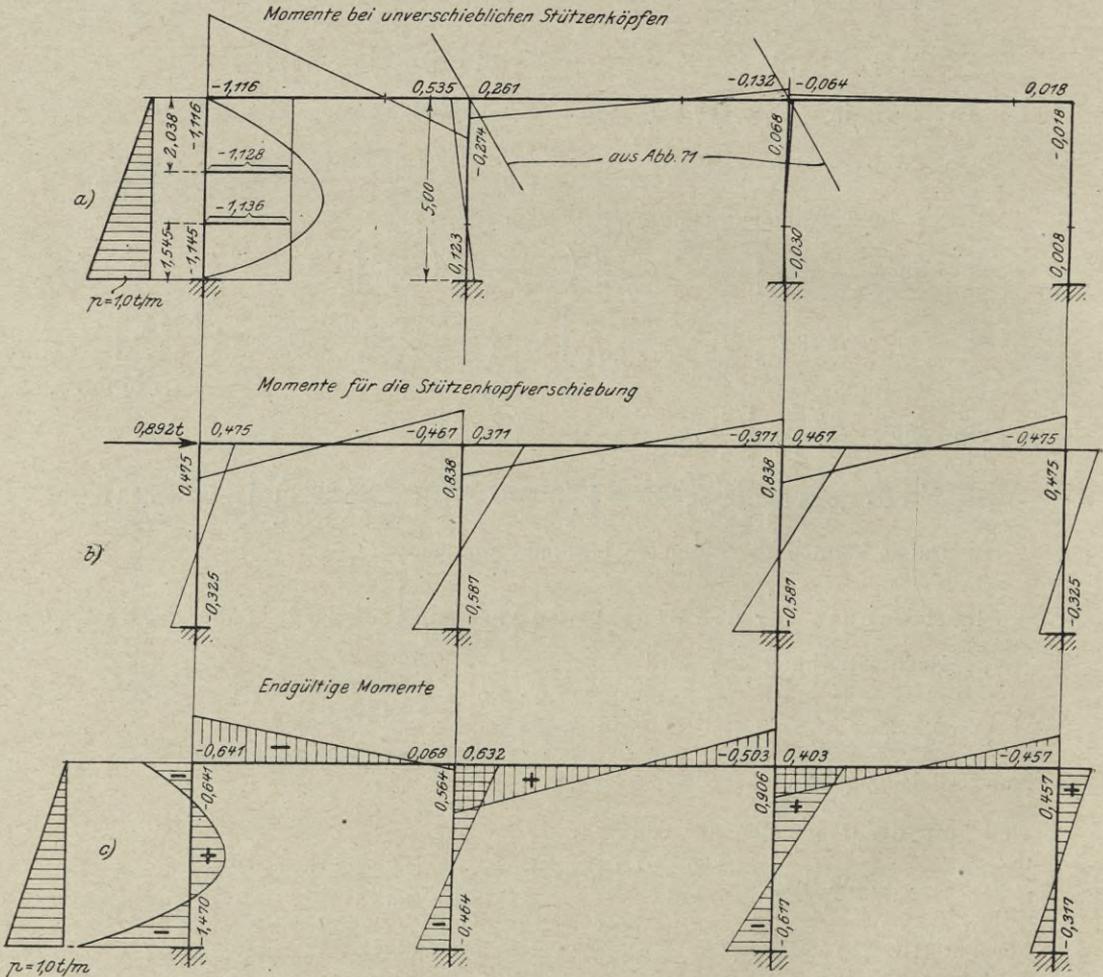
c) Endgültige Momente.

Es wird die Summe der bestimmten Momentenflächen gebildet. Auf Grund der Forderung

$$0 = -A_0 + \sum \frac{M_k - M_u}{h}$$

erweisen sich auch hier die Momente als richtig, denn es ist

$$-0,833 + \frac{1}{5,0} (-0,641 + 0,564 + 0,906 + 0,457 + 1,470 + 0,464 + 0,617 + 0,317) = \approx 0.$$



Maßstab wie auf Abb. 73.

Abb. 74.

Anmerkung. Auf anderem Wege hätte sich μ wie folgt ergeben.

Wegen $E\tau = E\tau_1 = 59,568$ wird nach Gleichung 90a

$$\delta_0 = \Delta_1 - \tau(h - h')$$

$$E\delta_0 = 1000 - 59,568(5,0 - 3,95) = 937,5 \text{ t/m.}$$

Gleichung 95 gibt (Stamm-Momente)

$$M_0 = M_k \frac{h'}{h} + M_u \frac{h - h'}{h} = 1,466 \cdot \frac{3,95}{5,00} - 1,034 \cdot \frac{1,05}{5,00} = 0,941 \text{ mt.}$$

Mithin folgt nach Gleichung 97

$$\int \xi' \delta dx = \delta_0 \frac{h^3}{6h'} - \left(\delta_0 \frac{h}{h'} - \Delta l \right) \frac{(h-h')^3}{6h} + \frac{h'^3}{EJ} \left[\frac{M_0 + M_u}{24} - \frac{h'}{h} \left(\frac{M_0}{45} + \frac{M_u}{51,4} \right) \right]$$

$$E \int \xi' \delta dx = 937,5 \cdot \frac{5,0^3}{6 \cdot 3,95} - \left(937,5 \cdot \frac{5,0}{3,95} - 1000 \right) \frac{1,05^3}{6 \cdot 5,0} +$$

$$\frac{3,95^3}{0,003125} \left[\frac{0,941 - 1,034}{24} - \frac{3,95}{5,00} \left(\frac{0,941}{45} - \frac{1,034}{51,4} \right) \right] = 893,3 \text{ t,}$$

womit (Gl. 96)

$$\text{Tats. Versch.} = \frac{p}{\sum S} \int \xi' \delta dx = \frac{1,0 \cdot 893,3}{2,759} = 324 \text{ t/m.}$$

Schließlich gibt Gleichung 80

$$\mu = \frac{\text{Tats. Versch.}}{\text{Ang. Versch.}} = \frac{324}{1000} = 0,324,$$

d. i. der gleiche Wert wie vor.

III. Einfluß der Normalkräfte.

Wir nehmen im Mittelfeld Vollbelastung an, gegenüber den Endfeldern, wo nur Eigenlast wirke. Bei diesem Belastungszustand ist ein hoher Einfluß der Normalkräfte zu erwarten, weil dieser hauptsächlich durch die lotrechten Bewegungen der Stützpunkte zum Ausdruck kommt, und dabei die Zwischenstützen wesentlich mehr zusammengedrückt werden wie die Endstützen.

Die betreffenden Momente wurden der Abb. 71, b entnommen, und in Abb. 75 besonders dargestellt.

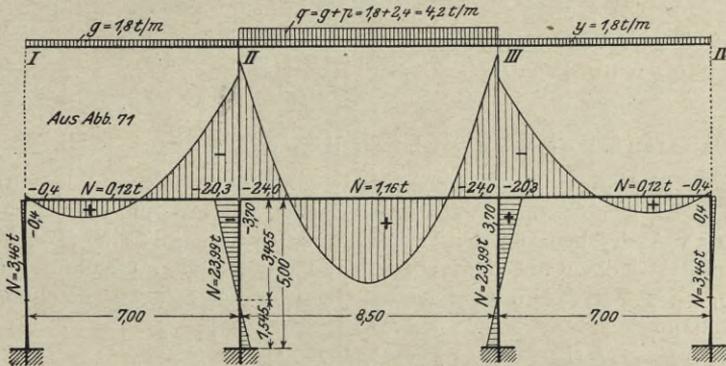


Abb. 75.

Die Normalkräfte betragen nach den Gleichungen 54a, 55a und 56

$$\text{Endfelder} \quad N = \frac{0,4}{3,455} = 0,12 \text{ t,}$$

$$\text{Mittelfeld} \quad N = 0,12 + \frac{3,7}{3,455} = 1,16 \text{ t,}$$

$$\text{Endstützen} \quad N = \frac{7,0 \cdot 1,8}{2} - \frac{20,3 - 0,4}{7,0} = 3,46 \text{ t,}$$

$$\text{Zwischenstützen} \quad N = \frac{8,5 \cdot 4,2}{2} + \frac{7,0 \cdot 1,8}{2} + \frac{20,3 - 0,4}{7,0} = 23,99 \text{ t.}$$

Mit den Querschnittflächen

$$\text{Balken} \quad F = 2,7 \cdot 0,12 + 0,3 \cdot 0,6 = 0,504 \text{ m}^2,$$

$$\text{Endstützen} \quad F = 0,3 \cdot 0,5 = 0,150 \text{ m}^2,$$

$$\text{Zwischenstützen} \quad F = 0,3 \cdot 0,6 = 0,180 \text{ m}^2,$$

ergeben sich folgende Längenänderungen (Gl. 117):

$$\begin{aligned} \text{Endfelder} \quad & E\Delta_\lambda = \frac{0,12 \cdot 7,0}{0,504} = 1,67 \text{ t/m,} \\ \text{Mittelfeld} \quad & E\Delta_\lambda = \frac{1,16 \cdot 8,5}{0,504} = 19,56 \text{ " ,} \\ \text{Endstütze} \quad & E\Delta_\lambda = \frac{3,46 \cdot 5,0}{0,150} = 115,33 \text{ " ,} \\ \text{Zwischenstütze} \quad & E\Delta_\lambda = \frac{23,99 \cdot 5,0}{0,180} = 666,39 \text{ " .} \end{aligned}$$

Da Symmetrie vorliegt, führt der Querschnitt in Mitte des ganzen Rahmens keine seitlichen Bewegungen aus. Es ergibt sich demnach für die Verrückungen der Stützenköpfe

in wagrechter Richtung

$$\begin{aligned} \text{Stütze I} \quad & E\Delta_l = \frac{19,56}{2} + 1,67 = 11,45 \text{ t/m,} \\ \text{" II} \quad & E\Delta_l = \frac{19,56}{2} = 9,78 \text{ t/m,} \\ \text{" III} \quad & E\Delta_l = - 9,78 \text{ t/m,} \\ \text{" IV} \quad & E\Delta_l = - 11,45 \text{ " ,} \end{aligned}$$

in lotrechter Richtung

$$\begin{aligned} \text{Stützen I u. IV} \quad & E\Delta_h = 115,33 \text{ t/m,} \\ \text{" II u. III} \quad & E\Delta_h = 666,39 \text{ " .} \end{aligned}$$

Verhältnismäßige Senkung der

$$\text{Stützen I u. IV} \quad E\Delta_h = - 551,06 \text{ t/m.}$$

a) Einfluß der wagrechten Bewegungen. (Abb. 76.)

Es sind hier dieselben Gleichungen maßgebend, die zur Ermittlung der Winkel bei einer gemeinsamen Verschiebung aller Stützenköpfe bereits angewendet wurden (S. 95). Abgesehen von den Verschiebungswerten ergibt sich auch hier genau derselbe Ansatz, jedoch mit dem Unterschied, daß sich nunmehr, infolge von $\tau_{II} = -\tau_{III}$, das Vorzeichen vom letzten Glied in der zweiten Gleichung ändert. Man erhält dann

$$\begin{aligned} E\tau_I \cdot 3,3929 + E\tau_{II} \cdot 1,5972 &= \frac{11,45}{3,455} \\ E\tau_I \cdot 0,9244 + E\tau_{II} \cdot 2,7639 &= \frac{9,78}{3,455}, \end{aligned}$$

woraus

$$\begin{aligned} E\tau_I &= - E\tau_{IV} = 0,585 \text{ t/m}^2, \\ E\tau_{II} &= - E\tau_{III} = 0,826 \text{ " .} \end{aligned}$$

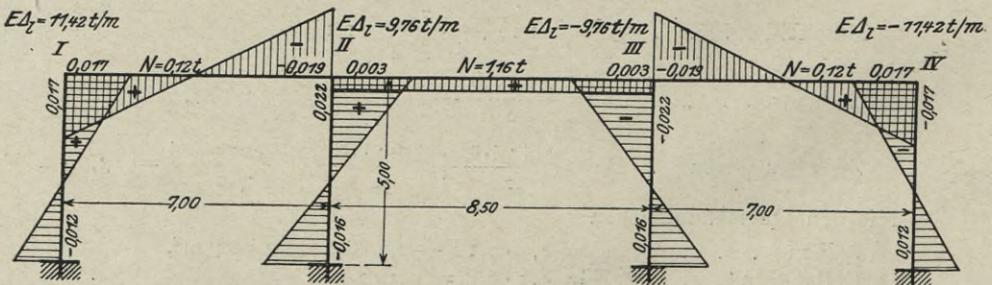


Abb. 76.

Die Momente betragen hierfür (Gl. 67)

$$\begin{aligned} \text{Endfeld links} \quad & \begin{cases} M_a = 0,585 (0,02545 - 0,01019) + 0,826 \cdot 0,01019 = 0,017 \text{ mt,} \\ M_b = -0,826 (0,02545 - 0,01019) - 0,585 \cdot 0,01019 = -0,019 \text{ ,,} \end{cases} \\ \text{Mittelfeld} \quad & \begin{cases} M_a = M_b = r_{II} (\alpha_a - \alpha_b) - r_{II} \alpha_b = \frac{r_{II}}{\alpha}, \\ = \frac{0,826}{239,25} = 0,003 \text{ mt.} \end{cases} \\ \text{Stütze I} \quad & \begin{cases} M_k = M_a = 0,17 \text{ mt.} \\ M_u = -\frac{1,545}{3,455} \left(\frac{11,45}{5,0 \cdot 236,32} + 0,017 \right) = -0,012 \text{ mt.} \end{cases} \\ \text{Stütze II} \quad & \begin{cases} M_k = M_a - M_b' = 0,003 + 0,019 = 0,022 \text{ mt.} \\ M_u = -\frac{1,545}{3,455} \left(\frac{9,76}{5,0 \cdot 136,76} + 0,022 \right) = -0,016 \text{ mt.} \end{cases} \end{aligned}$$

b) Einfluß der lotrechten Bewegungen. (Abb. 77.)

Wir betrachten die verhältnismäßige Senkung der Endauflager gegenüber den mittleren ($E\Delta_h = -551,06 \text{ t/m}$).

Senkt sich nur die Stütze I, dann entsteht die Drehung (Gl. 115a)

$$\begin{aligned} r_I &= -\frac{\Delta_h}{(l-a) \left(1 + \frac{\gamma_b}{\gamma_s} \right)}, \\ E r_I &= \frac{551,06}{4,733 \left(1 + \frac{80,38}{156,77} \right)} = 76,83 \text{ t/m}^2. \end{aligned}$$

Die Momente betragen (Gl. 116)

$$\begin{aligned} \text{Endfelder links} \quad & \begin{cases} M_a = \frac{1}{\gamma_b} \left(\frac{\Delta_h}{l-b} + r \right) \\ = \frac{1}{80,38} \left(-\frac{551,03}{4,733} + 76,83 \right) = -0,493 \text{ mt.} \\ M_b = -\frac{l}{l-b} \left(\frac{\Delta_h}{l\beta} + M_a \right) \\ = -\frac{2,267}{4,733} \left(-\frac{551,03}{7,0 \cdot 78,87} - 0,493 \right) = 0,714 \text{ mt.} \end{cases} \end{aligned}$$

Hiernach kann die gesamte Momentenfläche bestimmt werden. Beachtet man bei der Hebung der Endstütze rechts, die Symmetrie, so folgen dann die endgültigen Momente (Abb. 77).

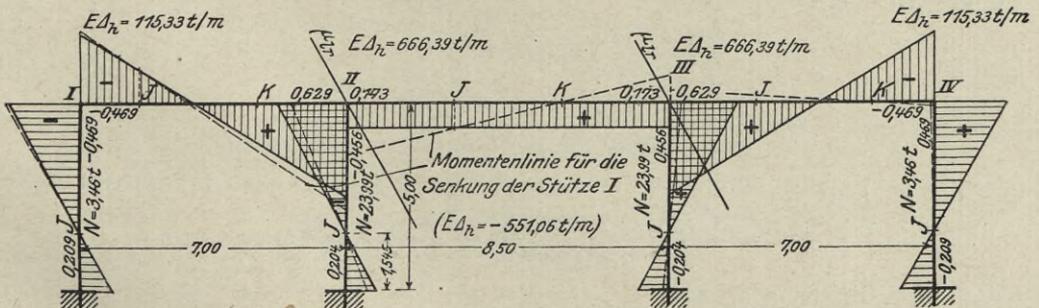


Abb. 77.

Anmerkung. Abb. 76 zeigt die Momente in wesentlich größerem Maßstab wie Abb. 77. Dies ist beim Vergleich zu berücksichtigen.

4. Kranbahn, kontinuierlich über vier Öffnungen.

Es soll nun die in Abb. 78 dargestellte Kranbahn berechnet werden. Der Balken ist über vier Öffnungen kontinuierlich, mit Auskragungen und mit Vouten versehen. Der Zusammenhang von Balken und Stützen wird in Rechnung gestellt.

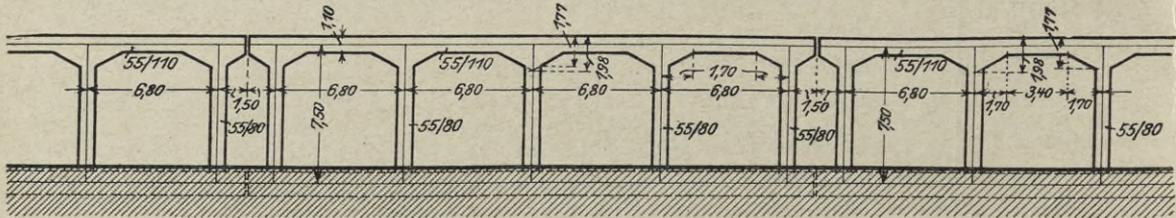


Abb. 78.

a) Belastung.

Ständige Last $g = 0,55 \cdot 1,1 \cdot 2,4 = 1,45$ t/m.

Als bewegliche Last gelten zwei Einzellasten von je 36 t im Abstand von 2,4 m.

b) Trägheitsmomente.

$$\text{Balken (55/110 cm)} \quad J_m = \frac{0,55 \cdot 1,10^3}{12} = 0,0610 \text{ m}^4,$$

$$\text{Stütze (55/80 cm)} \quad J = \frac{0,55 \cdot 0,80^3}{12} = 0,0235 \text{ "}$$

c) Formänderungswinkel.

Nach den Gleichungen 21 und 21a folgt

$$c = \frac{h_a}{h_m} - 1 = \frac{1,98}{1,10} - 1 = 0,80.$$

$$\lambda = \frac{\text{Voutenlänge}}{\text{Spannweite}} = \frac{1}{4}.$$

Wegen den geraden Vouten kommt hier das Gesetz II in Betracht. Der Tabelle entnimmt man (S. 15)

$$\varphi_a = 0,716, \quad \varphi_b = 0,856,$$

womit (Gl. 15)

$$E\alpha = \frac{6,80 \cdot 0,716}{2 \cdot 0,0610} = 39,91 \text{ 1/m}^3,$$

$$E\beta = \frac{6,80 \cdot 0,856}{6 \cdot 0,0610} = 15,90 \text{ "}$$

Gleichung 27 gibt für die Stützen ($h = 7,5$ m und $h' = 7,50 + 0,50 - 1,77 = 6,23$ m¹⁾)

$$E\beta_s = \frac{6,23^2 (3 \cdot 7,5 - 2 \cdot 6,23)}{6 \cdot 7,5^2 \cdot 0,0235} = 49,13 \text{ 1/m}^3,$$

und nach Gleichung 33 wird

$$E\gamma_s = \frac{6,23^3}{4 \cdot 0,0235 (3 \cdot 7,5^2 - 3 \cdot 7,5 \cdot 6,23 + 6,23^2)} = 38,17 \text{ 1/m}^3.$$

¹⁾ Die neutrale Achse wurde in 0,50 m unter Balken-Oberkante angenommen.

d) Festpunkte und Übergangszahlen.

Bei Anwendung der Gleichung 34 erhält man:

$$\text{Feld I} \quad a = \frac{l\beta}{\alpha + \gamma_s} = \frac{6,80 \cdot 15,90}{39,91 + 38,17} = 1,385 \text{ m } (l - a = 5,415 \text{ m}),$$

$$E\gamma_a = E\alpha - E\beta \frac{l}{l-a} = 39,91 - 15,90 \frac{6,80}{5,415} = 19,94 \text{ } 1/\text{m}^3.$$

$$\text{Stütze II} \quad \mu_{rl} = \frac{\gamma_s}{\gamma_s + \gamma_a} = \frac{38,17}{38,17 + 19,94} = 0,657,$$

$$\text{Feld 2} \quad a = \frac{l\beta}{\alpha + \mu_{rl}\gamma_a} = \frac{6,8 \cdot 15,90}{39,91 + 0,657 \cdot 19,94} = 2,040 \text{ m } (l - a = 4,760 \text{ m}),$$

$$E\gamma_a = 39,91 - 15,90 \frac{6,80}{4,760} = 17,20 \text{ } 1/\text{m}^3,$$

$$\text{Stütze III} \quad \mu_{rl} = \frac{38,17}{38,17 + 17,20} = 0,689,$$

$$\text{Feld 3} \quad a = \frac{6,8 \cdot 15,90}{39,91 + 0,689 \cdot 17,20} = 2,089 \text{ m } (l - a = 4,711 \text{ m}),$$

$$E\gamma_a = 39,91 - 15,90 \cdot \frac{6,80}{4,711} = 16,96 \text{ } 1/\text{m}^3,$$

$$\text{Stütze IV} \quad \mu_{rl} = \frac{38,17}{38,17 + 16,96} = 0,692,$$

$$\text{Feld 4} \quad a = \frac{6,8 \cdot 15,90}{39,91 + 0,692 \cdot 16,96} = 2,093 \text{ m } (l - a = 4,707 \text{ m}),$$

$$E\gamma_a = 39,91 - 15,90 \cdot \frac{6,80}{4,707} = 16,94 \text{ } 1/\text{m}^3,$$

$$\text{Stütze V} \quad \mu_{rl} = \frac{38,17}{38,17 + 16,94} = 0,693.$$

Die Festpunktabstände b und die Übergangszahlen μ_{lr} sind durch die Symmetrie gegeben.

Schließlich ergibt sich noch nach Gleichung 32 für die Stützen

$$a = \frac{h'}{3} \cdot \frac{3h - 2h'}{2h - h'} = \frac{6,23}{3} \cdot \frac{3 \cdot 7,5 - 2 \cdot 6,23}{2 \cdot 7,5 - 6,23} = 2,377 \text{ m.}$$

$$(h - a = 5,123 \text{ m}).$$

e) Einflußlinien.

Die Schlußliniensenkung wird mit Hilfe der Tabellenwerte auf Seite 32 bestimmt. Es ist

$$n = \left(\frac{h_m}{h_a} \right)^3 = \left(\frac{1,10}{1,98} \right)^3 = \approx 0,17,$$

$$\lambda = \frac{1}{4} \text{ und } \nu = 2.$$

Wir benutzen die Werte für $n = 0,20$. Zwischenrechnungen anzustellen verlohnt sich nicht.

Tabelle für die Schlußliniensenkung.

	Feld 1 $\begin{cases} a = 1,385 \text{ m} \\ b = 2,093 \text{ „} \end{cases}$			Feld 2 $\begin{cases} a = 2,040 \text{ m} \\ b = 2,089 \text{ „} \end{cases}$			
	Lastpunkt			Lastpunkt			
	1	2	3	4	5	6	
$-S_a : a$	0,318	0,388	0,242	0,318	0,388	0,242	} Aus Tabelle S. 32
$-S_b : b$	0,242	0,388	0,318	0,242	0,388	0,318	
$-S_a$	0,440	0,537	0,335	0,649	0,792	0,494	
$-S_b$	0,507	0,812	0,666	0,506	0,811	0,664	

Hiernach wurden die Momente bestimmt, und die Einflußlinien in bekannter Weise durch Vertauschen der Ordinaten gebildet (Abb. 79).

f) Momente, Quer- und Auflagerkräfte.

Die Momente infolge zufälliger Last wurden durch Auswerten der Einflußlinien bestimmt; dagegen wurde die Eigenlast besonders berücksichtigt.

Es folgen nun die Ergebnisse (Abb. 80).

Feld 1	$\begin{cases} \text{Maximalmoment} & . & M = 47,2 \text{ mt.} \\ \text{Auflager links} & . & M = -51,4 \text{ „} & Q = 62,3 \text{ t.} \\ & \text{ „ } & \text{rechts} & . & M = -65,6 \text{ „} & Q = 67,4 \text{ „} \end{cases}$
Feld 2	$\begin{cases} \text{Maximalmoment} & . & M = 44,0 \text{ mt.} \\ \text{Auflager links} & . & M = -54,3 \text{ „} & Q = 65,9 \text{ t.} \\ & \text{ „ } & \text{rechts} & . & M = -54,8 \text{ „} & Q = 67,7 \text{ „} \end{cases}$
Auskr. Stütze I	$M = -55,6 \text{ „} \quad Q = 38,2 \text{ „}$
Stütze I	$\begin{cases} \text{Unterk. Voute} & . & M = 20,6 \text{ mt.} & N = 76,3 \text{ t.} \\ & \text{ „ } & \text{ „ } & . & M = -11,2 \text{ „} & N = -6,8 \text{ „} \\ \text{Stützenfuß} & . & M = -10,2 \text{ „} \\ & \text{ „ } & . & . & M = 5,6 \text{ „} \end{cases}$
Stütze II	$\begin{cases} \text{Unterk. Voute} & . & M = 10,1 \text{ mt.} & N = 66,6 \text{ t.} \\ & \text{ „ } & \text{ „ } & . & M = -13,3 \text{ „} & N = -11,5 \text{ „} \\ \text{Stützenfuß} & . & M = -5,0 \text{ „} \\ & \text{ „ } & . & . & M = 6,6 \text{ „} \end{cases}$
Stütze III	$\begin{cases} \text{Unterk. Voute} & . & M = \pm 11,0 \text{ mt.} & N = 66,2 \text{ t.} \\ \text{Stützenfuß} & . & M = \pm 5,5 \text{ „} & N = -13,0 \text{ „} \end{cases}$

Um die Auflagerkräfte zu bestimmen, mußten besondere Einflußlinien gezeichnet werden (Abb. 81, S. 111). Sie entstehen bekanntlich, indem man die Querkräfte rechts neben einer Stütze, jene links davon mit umgekehrtem Vorzeichen addiert.

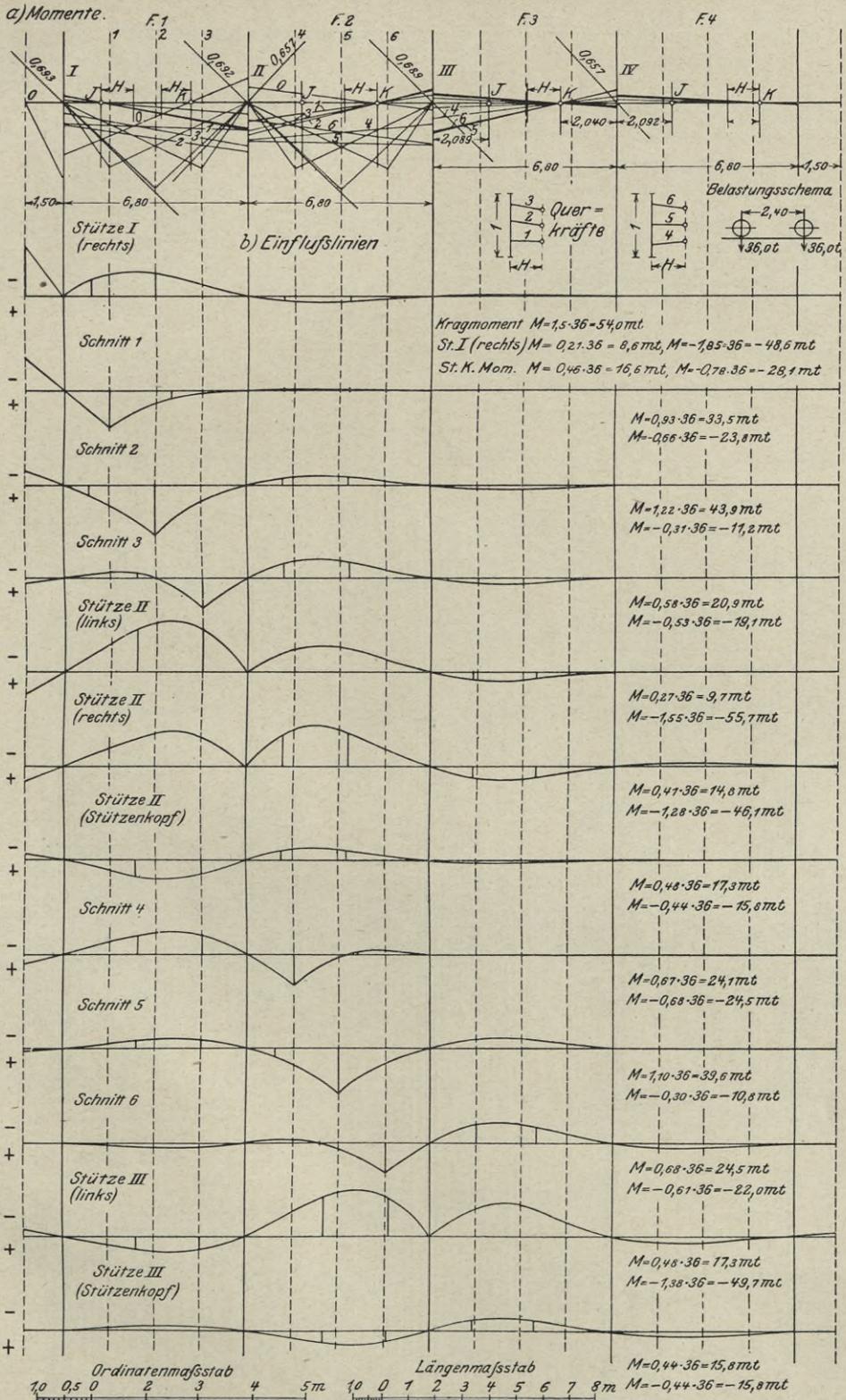
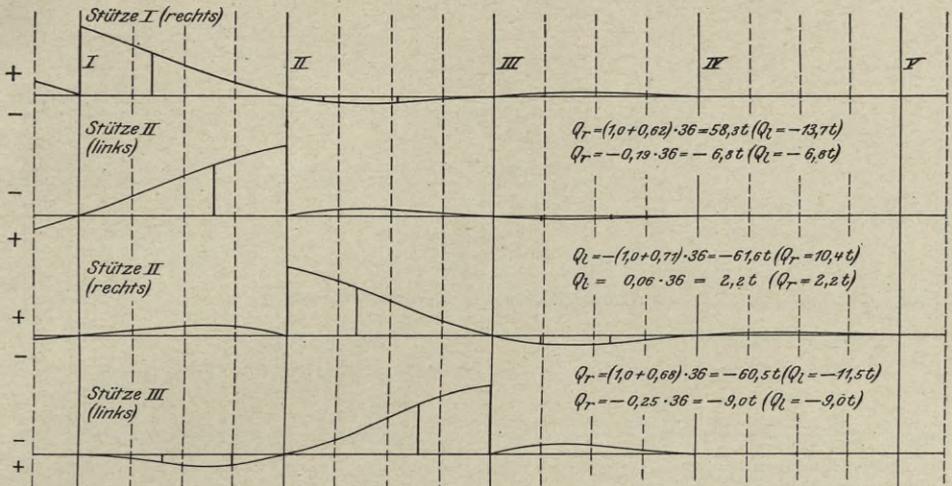


Abb. 79.

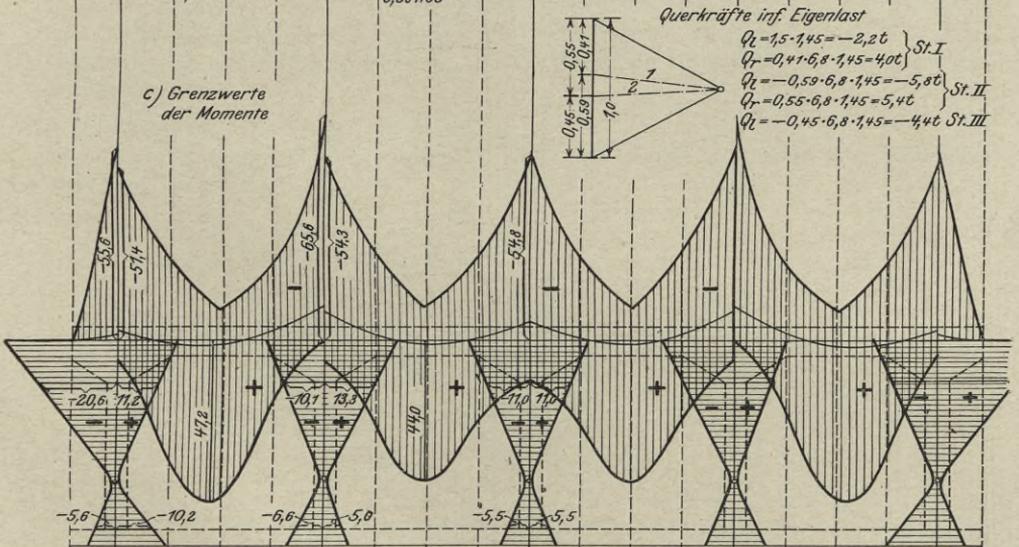
a) Einfluslinien für Querkräfte



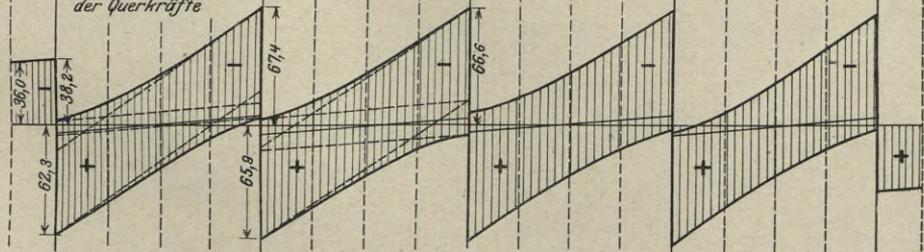
b) Momente für Eigenlast ($g=1,45t/m$)



c) Grenzwerte der Momente



d) Grenzwerte der Querkräfte



Momentenmaßstab
10 5 0 1 2 3 4 5m

Maßstab für Querkräfte
10 0 20 40 60 80 100t

Desgl. jed. f. Einfluss.
1,0 0,5 1 2 3

Abb. 80.

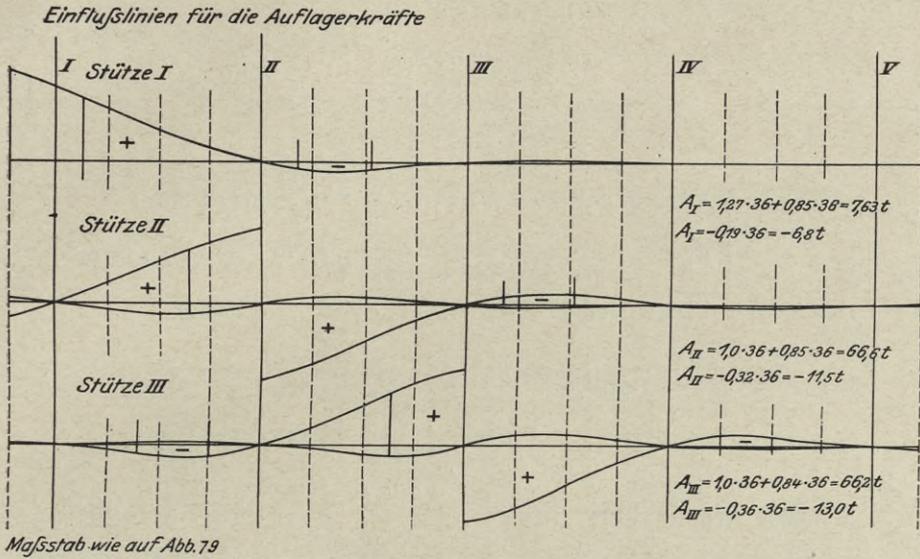


Abb. 81.

g) Stützenkopfverschiebungen.

Wie beim Beispiel 3 nehmen wir auch hier für die Verschiebung $E\Delta_1 = 1000 \text{ t/m}$ an, berücksichtigen jedoch die Verschiebung eines jeden einzelnen Stützenkopfes für sich.

Stütze I.

Gemäß Gleichung 59 bestimmt sich der Winkel am Kopf der Endstütze wegen $\gamma_a' = \infty$ nach

$$\tau = \frac{\Delta_1}{(h-a) \left(1 + \frac{\gamma_s'}{\gamma_b}\right)}$$

Es folgt hiernach
$$E\tau_1 = \frac{1000}{5,123 \left(1 + \frac{38,17}{16,94}\right)} = 60,01 \text{ 1/m}^3.$$

Die Momente betragen (Gl. 60)

$$M_a = \frac{\tau_1}{\gamma_b} = \frac{60,01}{16,94} = 3,542 \text{ mt,}$$

$$M_b = M_a = 3,542 \text{ mt.}$$

$$M_u = -\frac{2,377}{5,123} \left(\frac{1000}{7,5 \cdot 49,13} + 3,542 \right) = -2,903 \text{ mt.}$$

Die Momente schreiten nach den bekannten Regeln fort. Sie sind in Abb. 82, a dargestellt.

Stütze II.

Nach Gleichung 59 folgt wegen $\gamma_a' = 19,94 \text{ 1/m}^3$ und $\gamma_b = 16,96 \text{ 1/m}^3$

$$E\tau_{II} = \frac{1000}{5,123 \left(1 + \frac{38,17}{19,94} + \frac{38,17}{16,96}\right)} = 37,79 \text{ t/m}^2.$$

Die Momente werden (Gl. 60)

$$\text{Feld 1} \quad M_b' = -\frac{\tau_{II}}{\gamma_a'} = -\frac{37,79}{19,94} = -1,895 \text{ mt.}$$

$$\text{Feld 2} \quad M_a = \frac{\tau_{II}}{\gamma_b} = \frac{37,79}{16,96} = 2,228 \text{ mt.}$$

$$\text{Stütze II} \quad \begin{cases} M_k = M_a - M_b' = 2,228 + 1,895 = 4,123 \text{ mt.} \\ M_u = -\frac{2,377}{5,123} \left(\frac{1000}{7,5 \cdot 49,13} + 4,123 \right) = -3,172 \text{ mt.} \end{cases}$$

Der Verlauf dieser Momente ist in Abb. 82, b zu ersehen.

Stütze III.

Mit $\gamma_a' = \gamma_b = 17,20 \text{ } 1/\text{m}^3$ folgt

$$E\tau_{III} = \frac{1000}{5,123 \left(1 + 2 \cdot \frac{38,17}{17,20} \right)} = 35,90 \text{ t/m}^2.$$

Momente (Abb. 82, c)

$$\text{Feld 1} \quad M_b' = -\frac{35,90}{17,20} = -2,087 \text{ mt.}$$

$$\text{Feld 2} \quad M_a = \frac{35,90}{17,20} = 2,087 \text{ mt.}$$

$$\text{Stütze III} \quad \begin{cases} M_k = 2 \cdot 2,087 = 4,174 \text{ mt.} \\ M_u = -\frac{2,377}{5,123} \left(\frac{1000}{7,5 \cdot 49,13} + 4,174 \right) = -3,196 \text{ mt.} \end{cases}$$

Die Momente für die Stützen IV und V ergeben sich unter Bezugnahme auf die Symmetrie (Abb. 82, d und e).

• h) Seitliche Kraft in der Balkenachse.

Abb. 82, f stellt die Summe der Flächen für die einzelnen Stützenkopferschiebungen dar (Stamm-Momente). Sie entspricht einer Verschiebung aller Stützenköpfe um das vorher angenommene Maß ($E\mathcal{A}_I = 1000 \text{ t/m}$). Um die Momentengeraden der Stützen zu bestimmen, kann man von der Erkenntnis Gebrauch machen, daß das Stützenmoment im unteren Festpunkt jeweils unabhängig von der Verschiebung der übrigen Stützen auftritt. Dadurch ergeben sich die Momente einfacher.

Die Erzeugungskraft (Stammkraft) dieser Momente beträgt (Gl. 74)

$$\begin{aligned} \Sigma S &= \Sigma \frac{M_k - M_u}{h} \\ &= \frac{1}{7,5} (2(3,901 + 3,070 + 4,869 + 3,518) + 4,484 + 3,338) = 5,138 \text{ t.} \end{aligned}$$

Gemäß Gleichung 75 ergeben sich nun die Momente für eine beliebige Kraft H in Höhe der Balkenachse, indem man die Stamm-Momente mit

$$\mu = \frac{H}{\Sigma S} = \frac{H}{5,138}$$

multipliziert.

i) Einfluß und Einflußlinie der Stützenkopferschiebungen.

Auf Grund der Gleichungen 79—82 ergibt sich folgende Tabelle (S. 114).

Um Δl_0 infolge einer Last am äußersten Ende der Auskrägung zu bestimmen, geht man vom Winkel τ beim angenommenen Verschiebungszustand aus, und erhält

$$\Delta l_0 = - \frac{\tau l'}{\Sigma S},$$

wobei unter l' die Weite der Auskrägung zu verstehen ist. τ berechnet sich auf Grund der Momente (Stamm-Momente) im Feld 1 zu

$$\tau = M_a (\alpha - \beta) + M_b \beta,$$

$$E\tau = 3,901 (39,91 - 15,90) - 2,992 \cdot 15,90 = 46,1 \text{ } 1/m^3.$$

Momente für die Verschiebung der einzelnen Stützenköpfe
(Annahme $E\Delta_1 = 1000 \text{ t/m}$)

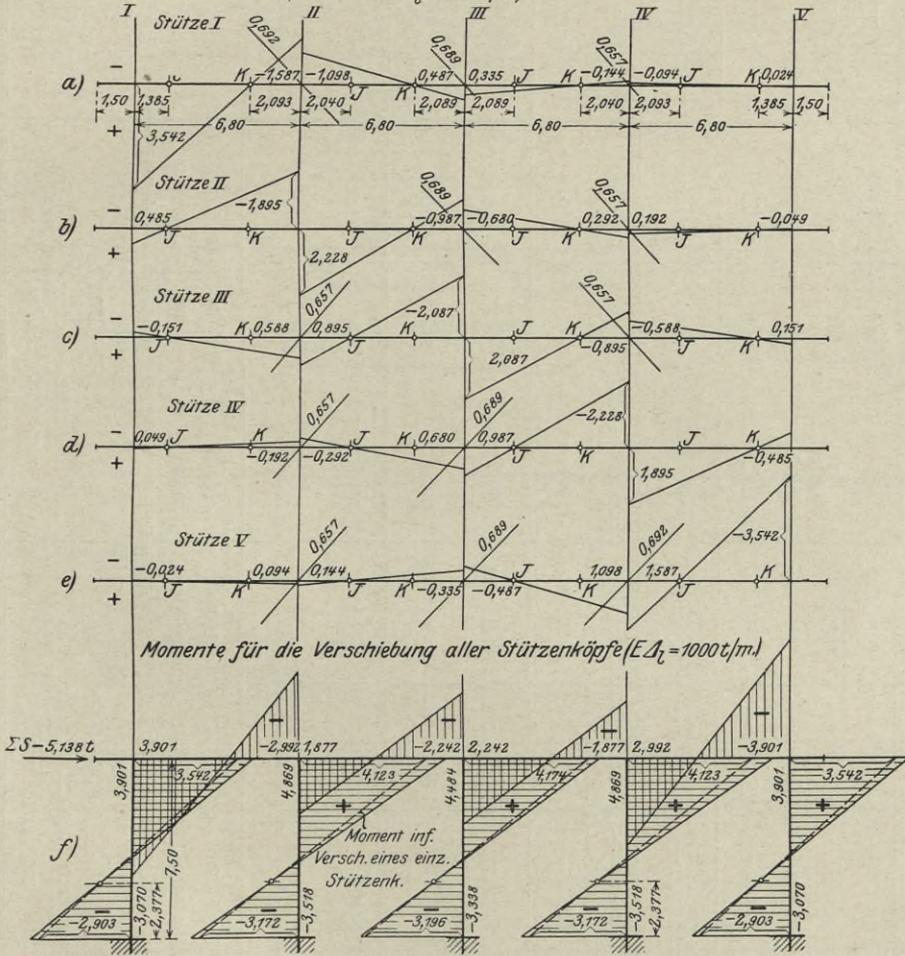


Abb. 82.

Da $l' = 1,50 \text{ m}$ und $\Sigma S = 5,138 \text{ t}$, wird

$$E\Delta l_0 = - \frac{46,1 \cdot 1,50}{5,138} = - 13,4 \text{ t/m}.$$

Nachdem die Werte von μ bestimmt sind, erhält man die von der Stützenkopfsverschiebung herrührenden Einflußlinienordinaten $\Delta \eta$, indem man das Stammmoment in demjenigen Schnitt, für den die betreffende Einflußlinie gilt, mit den verschiedenen μ -Werten multipliziert. Diese Ordinaten sind dann als zusätzlich aufzufassen.

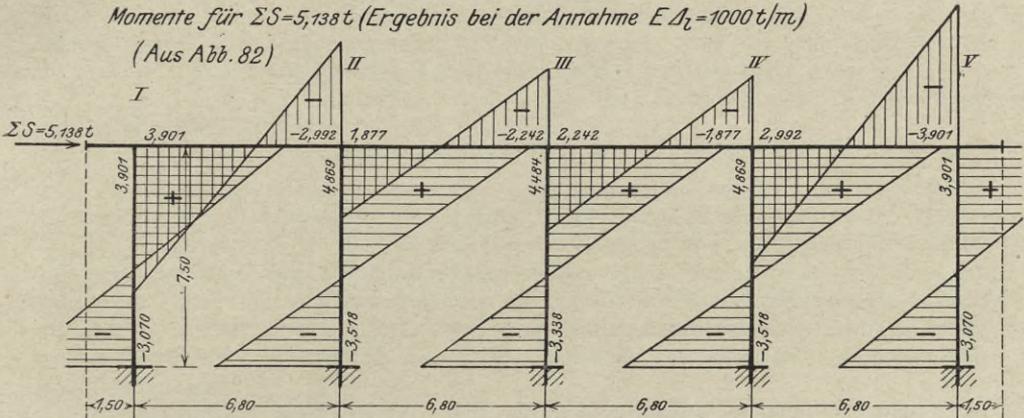
Tabelle für die Einflußlinie und den Einfluß der Stützenkopferschiebungen.

Zusätzliche Einfluß- liniennordinaten	Anskr.						Bemerkungen
	0	1	2	3	4	5	
— $S_a : a$ — $S_b : b$	0	0,318	0,388	0,242	0,318	0,242	} Aus Tab. S. 32 (s. auch S. 106)
		0,242	0,388	0,318	0,242	0,318	
(Gl. 81) $E\delta_a$ $E\delta_b$		34,4	41,9	26,2	34,4	26,2	$\delta_a = -\frac{S_a}{a} l\beta$ $\delta_b = -\frac{S_b}{b} l\beta$
		26,2	41,9	34,4	26,2	34,4	
$\frac{EM_a\delta_a}{\sum S}$ $\frac{EM_b\delta_b}{\sum S}$		26,1	31,8	19,9	12,6	15,3	$lE\beta = 6,8 \cdot 15,9$ $= 108,12 \text{ t/m}^2$
		15,3	24,4	20,0	11,4	18,3	
(Gl. 82) $E\Delta l_0$ (in m/m) Δl_0	— 13,4	10,8	7,4	— 0,1	1,2	— 3,0	$\Delta l_0 = \frac{M_a\delta_a}{\sum S} + \frac{M_b\delta_b}{\sum S}$ $E = 2100000 \text{ t/m}^2$
	— 0,00638	0,00515	0,00352	— 0,00005	0,00057	— 0,00143	
(Gl. 80) μ	— 0,0134	0,0108	0,0074	— 0,0001	0,0012	— 0,0030	$\mu = \frac{\text{Tats. Versch. } E\Delta l_0}{\text{Ang. Versch. } 1000}$
	— 0,052	0,043	0,029	0	0,005	— 0,012	
Stütze I (Kopf) $\Delta \eta$	— 0,040	— 0,033	— 0,022	0	— 0,004	0,009	$\mu \cdot 3,901$ $\mu \cdot (-2,992)$
	— 0,025	0,020	0,014	0	0,002	— 0,006	
	— 0,065	0,053	0,037	0	0,006	— 0,015	
Stütze II (Kopf) $\Delta \eta$	— 0,060	0,049	0,034	0	0,005	— 0,013	$\mu \cdot 4,869$ $\mu \cdot 4,484$
Stütze III (Kopf) $\Delta \eta$	— 0,060	0,049	0,034	0	0,005	— 0,013	
Stütze I (Kopf) $\Delta \eta$	— 0,052	0,043	0,029	0	0,005	— 0,012	

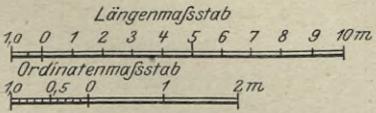
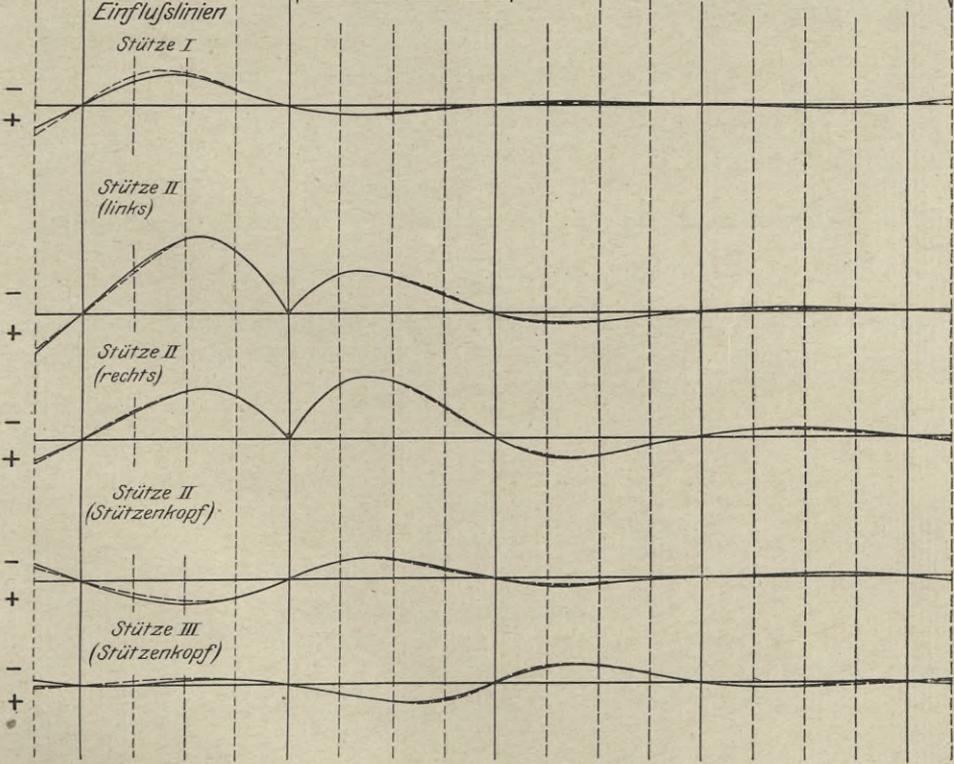
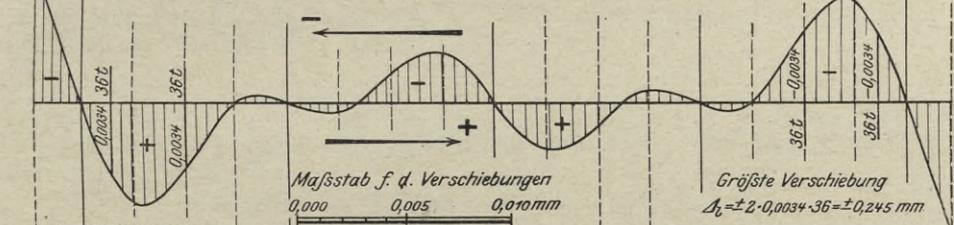
Allgemein ist $\Delta \eta = \mu \cdot M$,
wo M das Stamm-
Moment in dem Schnitt
für die betreffende Ein-
flußlinie.

Momente für $\Sigma S=5,138t$ (Ergebnis bei der Annahme $E \Delta_0=1000 t/m$)

(Aus Abb. 82)



Einflusslinie für die Verschiebung der Stützenköpfe



— Stützenköpfe verschieblich
 - - - " " " fest

Abb. 83.

Da die Achse der Stütze III zugleich Symmetrieachse ist, haben Lasten rechts davon die entgegengesetzten Verschiebungen und die entgegengesetzten Zusatzmomente im Gefolge wie Lasten in gleichen Entfernungen links.

Auf Grund der Einflußlinie ergibt sich die größtmögliche Verschiebung des Balkens (Abb. 83)

$$\Delta l = \pm 2 \cdot 0,0034 \cdot 36 = \pm 0,245 \text{ m/m.}$$

Wie aus den Einflußlinien (Abb. 83) hervorgeht, erreicht der Einfluß der Stützenkopferschiebungen in vorliegendem Falle keine große Bedeutung. Hauptsächlich kommen dabei die Stützenköpfe in Betracht und die Balkenquerschnitte in deren nächsten Nähe; auch die Stützenfüße werden davon noch betroffen. Im mittleren Teile eines Balkens hingegen ist der Einfluß der Verschiebungen so gut wie Null. Deswegen wurden auch die betreffenden Einflußlinien in Abb. 83 nicht gebracht, da die Unterschiede wegen ihrer Kleinheit in der Zeichnung nicht mehr darzustellen waren.

Aus alledem geht hervor, daß es stets zulässig ist, beim symmetrischen Rahmen die Verschiebungen der Stützenköpfe zu vernachlässigen, vorausgesetzt, daß die Stützenanzahl keine zu geringe ist. Beim unregelmäßigen Rahmen tritt der Einfluß dieser Verschiebungen hervor.

k) Temperaturmomente.

Der Balken erwärme sich gleichmäßig um 15°C . Die Längenänderung einer Öffnung beträgt dann

$$\Delta l = \lambda \alpha t^0 = 6,80 \cdot 0,000012 \cdot 15 = 0,001224 \text{ m.}$$

Der Stützenkopf III in der Symmetrieachse führt keine Bewegungen aus; die übrigen Verschiebungen betragen deshalb:

$$\begin{array}{ll} \text{Stütze I} & \Delta l = -2 \cdot 0,001224 = -0,002448 \text{ m,} \\ \text{„ II} & \Delta l = -0,001224 \text{ m,} \\ \text{„ III} & \Delta l = 0, \quad v_{\text{III}} = 0, \\ \text{„ IV} & \Delta l = 0,001224 \text{ m,} \\ \text{„ V} & \Delta l = 0,002448 \text{ m.} \end{array}$$

Ursprünglich wurde die Verschiebung der einzelnen Stützenköpfe zu

$$\Delta l = \frac{1000}{E} = \frac{1000}{2100000} = 0,000476 \text{ m}$$

angenommen. Den Einfluß der obigen Verschiebungen erhält man, indem man die Momente für die angenommene Verschiebung mit

$$\mu = \frac{\text{Tats. Versch.}}{\text{Ang. Versch.}}$$

multipliziert.

Stütze I (Abb. 84, a)

$$\mu = -\frac{0,002448}{0,000476} = -5,141.$$

$$\text{Feld I} \quad M_a = -5,141 \cdot 3,542 = -18,21 \text{ mt.}$$

$$\text{Stütze I} \quad \begin{cases} M_k = M_a = -18,21 \text{ mt.} \\ M_u = -5,141 \cdot (-2,903) = 14,92 \text{ „} \end{cases}$$

Stütze II (Abb. 84, b)

$$\mu = -\frac{0,001224}{0,000476} = -2,570.$$

$$\text{Feld I} \quad M_b = -2,570 \cdot (-1,895) = 4,87 \text{ mt.}$$

$$\text{„ 2} \quad M_a = -2,570 \cdot 2,228 = -5,73 \text{ „}$$

$$\text{Stütze II} \quad \begin{cases} M_k = -2,570 \cdot 4,123 = -10,60 \text{ „} \\ M_u = -2,570 \cdot (-3,172) = 8,15 \text{ „} \end{cases}$$

Die Stütze III bleibt in Ruhe. Die Momentenflächen für die Stützen IV und V sind das Spiegelbild jener für die Stützen II und I (Abb. 84, c und d). Die endgültige Momentenfläche ist die Summe der Momentenflächen für die einzelnen Stützen (Abb. 84, e).

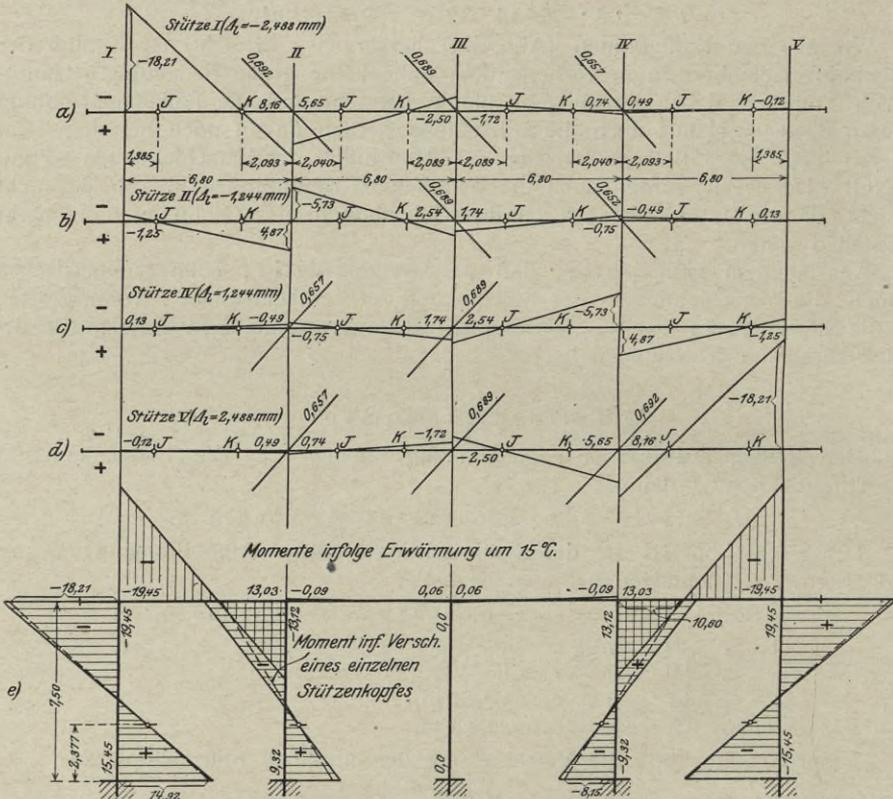


Abb. 84.

1) Stützsenkungen.

Stütze I (Abb. 85).

Die Stütze I senke sich um 1 m/m , während alle übrigen Stützen in Ruhe bleiben. Nach Gleichung 115a ergibt sich mit

$$E A_h = 0,001 \cdot 2 \cdot 100 \cdot 000 = 2 \cdot 100,$$

$$\gamma_s = 38,17 \text{ } 1/\text{m}^3, \gamma_b = 16,94 \text{ } 1/\text{m}^3 \text{ und } l - b = 4,707 \text{ m}$$

für die Verdrehung

$$E \tau_1 = - \frac{2 \cdot 100}{4,707 \left(1 + \frac{38,17}{16,94} \right)} = - 309,01 \text{ t/m}^2.$$

Die Momente betragen (Gl. 116)

$$\text{Feld I} \begin{cases} M_a = \frac{1}{16,94} \left(\frac{2 \cdot 100}{4,707} - 309,01 \right) = 8,10 \text{ mt.} \\ M_b = - \frac{2,093}{4,707} \left(\frac{2 \cdot 100}{6,8 \cdot 15,90} + 8,10 \right) = - 12,24 \text{ mt.} \end{cases}$$

$$\text{Stütze I } M_h = M_a = 8,10 \text{ mt.}$$

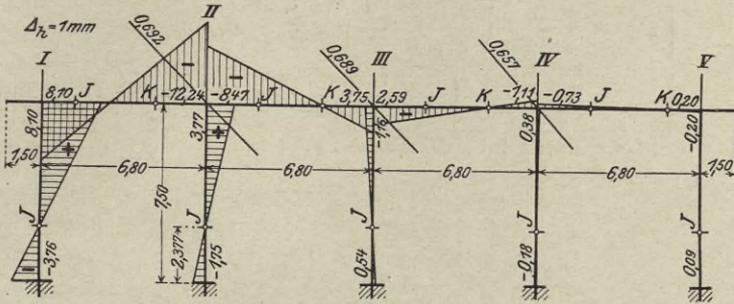


Abb. 85.

Stütze II (Abb. 86).

Wie zuvor nehmen wir an $\Delta_h = 1 \text{ m/m}$ und erhalten nach Gleichung 115 mit $\gamma'_a = 19,94 \text{ } 1/\text{m}^3$, $\gamma_b = 16,96 \text{ } 1/\text{m}^3$, $l' - a' = 5,415 \text{ m}$ und $l - b = 4,711 \text{ m}$

$$E\tau_{II} = 2100 \cdot 38,17 \cdot \frac{\frac{I}{19,94} \cdot \frac{5,415 \cdot 19,94}{19,94} + \frac{I}{16,96} \cdot \frac{4,711 \cdot 16,96}{16,96}}{1 + \frac{38,17}{19,94} + \frac{38,17}{16,96}} = -50,51 \text{ t/m}^2.$$

Die Momente werden (Gl. 116)

$$\text{Feld 1} \begin{cases} M_b = \frac{I}{19,94} \left(\frac{2100}{5,415} + 50,51 \right) = 21,98 \text{ mt.} \\ M_a = -\frac{1,385}{5,415} \left(\frac{2100}{6,8 \cdot 15,90} + 21,98 \right) = -10,59 \text{ mt.} \end{cases}$$

$$\text{Feld 2} \begin{cases} M_a = \frac{I}{16,96} \left(\frac{2100}{4,711} - 50,51 \right) = 23,31 \text{ mt.} \\ M_b = -\frac{2,089}{4,711} \left(\frac{2100}{6,8 \cdot 15,90} + 23,31 \right) = -18,95 \text{ mt.} \end{cases}$$

Stütze II $M_k = 23,31 - 21,98 = 1,33 \text{ mt.}$

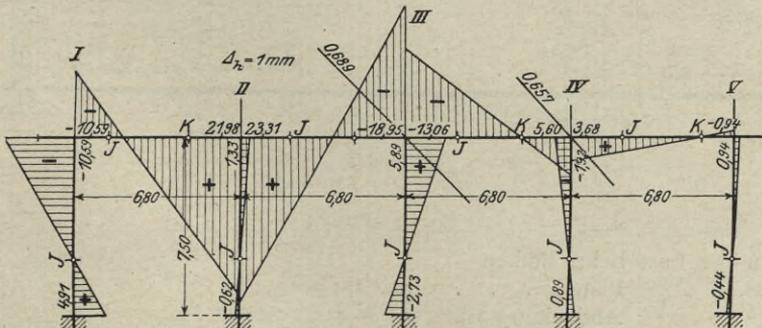


Abb. 86.

Stütze III (Abb. 87).

Aus Symmetriegründen wird $\tau_{III} = 0$. Bei derselben Senkung wie vorher ergibt sich mit $\gamma'_a = \gamma_b = 17,20 \text{ } 1/\text{m}^3$ und $l' - a' = l - b = 4,760 \text{ m}$

$$\text{Feld 2} \quad \begin{cases} M_b = \frac{I}{17,20} \left(\frac{2100}{4,760} + 0 \right) = 25,65 \text{ mt.} \\ M_a = -\frac{2,040}{4,760} \left(\frac{2100}{6,8 \cdot 15,90} + 25,65 \right) = -19,32 \text{ mt.} \end{cases}$$

Feld 3 $M_a = 25,65 \text{ mt.}, M_b = -19,32 \text{ mt.}$
 Stütze III $M_k = 0.$

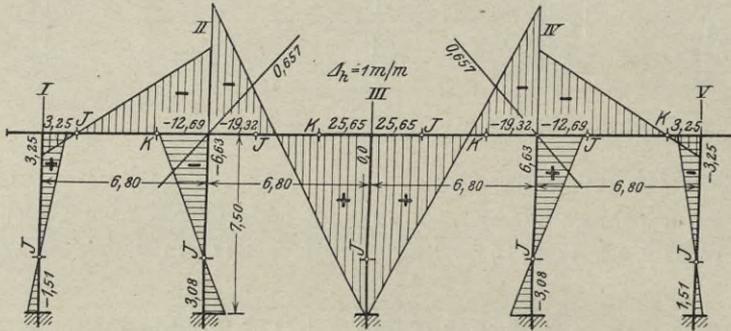


Abb. 87.

5. Zweistieliger Rahmen mit Kragarm.

Die in Abb. 88 dargestellte Konstruktion soll nach den auf Seite 70 bis 74 gebotenen Ausführungen berechnet werden. Ein jeder der mit Auslegern versehenen Rahmen wirkt in statischer Hinsicht für sich. Der Balken soll beständigen Querschnitt haben und am Stützenfuß liege jeweils feste Einspannung vor.

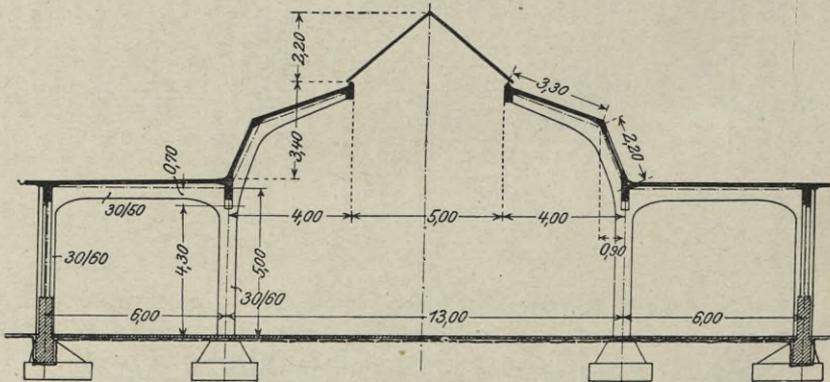


Abb. 88.

a) Belastung.

Ständige Last beim Balken

$$\begin{aligned} \text{Platte} & \dots 0,10 \cdot 2,4 = 0,240 \text{ t/m}^2, \\ \text{Abdeckung rd.} & \dots 0,020 \text{ " } \\ \hline g & = 0,260 \text{ t/m}^2. \end{aligned}$$

Bei der Binderentfernung von 4,0 m und dem vermittelten Balkenformat von 30/50 ergibt sich für 1 lfdm. Balken

$$\begin{aligned} \text{Platte und Abdeckung} & \quad 4,0 \cdot 0,26 = 1,04 \text{ t/m,} \\ \text{Balken} & \quad \dots 0,30 \cdot 0,50 \cdot 2,4 = 0,36 \text{ " } \\ \hline \text{Insgesamt} & \quad g = 1,40 \text{ t/m.} \end{aligned}$$

Ständige Last beim Ausleger.

Vermitteltes Balkenformat 30/35

$$\begin{array}{l} \text{Platte und Abdeckung wie vor} \quad 1,04 \text{ t/m,} \\ \text{Balken} \quad . \quad . \quad 0,30 \cdot 0,35 \cdot 2,4 = 0,25 \text{ " ,} \\ \text{Insgesamt } g = 1,29 \text{ t/m.} \end{array}$$

Winddruck.

Wir nehmen hier wagrechte Wirkung an, und rechnen auf 1 m² senkrecht getroffene Fläche 125 kg. Auf 1 m Höhe entfällt dann

$$w = 4,0 \cdot 0,150 = 0,50 \text{ t/m.}$$

$$\text{Schneedruck} \quad s = 4,0 \cdot 0,075 = 0,30 \text{ " .}$$

Einzellast am Ausleger:

$$\begin{array}{l} \text{Glasdach} \quad . \quad . \quad 4,0 \cdot 0,25 \cdot 0,025 = 0,25 \text{ t,} \\ \text{Randträger} \quad . \quad . \quad 4,0 \cdot 0,20 \cdot 0,25 \cdot 2,4 = 0,48 \text{ " } \\ \text{Einfassung} \quad . \quad . \quad 4,0 \cdot 0,10 \cdot 0,10 \cdot 2,4 = 0,10 \text{ " } \\ \text{Ständige Last} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad P_g' = 0,83 \text{ t,} \\ \text{Vom Winddruck} \quad . \quad W' = 2,2 \cdot 0,50 = 1,10 \text{ " } \\ \text{Vom Schneedruck} \quad . \quad P' = 4,0 \cdot 2,5 \cdot 0,045 = 0,45 \text{ " } \end{array}$$

b) Trägheitsmomente.

Balken (Format 30/50. Wirksame Breite $b = 2,0$ m bei $d = 10$ cm)

$$\frac{d}{h} = \frac{10}{60} = 0,167, \quad \frac{b_0}{b} = \frac{30}{200} = 0,15, \quad \text{wofür } \mu = 0,306 \text{ (S. 9),}$$

$$J_m = \frac{bh^3}{12} \mu = \frac{2,0 \cdot 0,60^3}{12} \cdot 0,306 = 0,01102 \text{ m}^4.$$

Stützen (Format 30/60)

$$J = \frac{0,30 \cdot 0,60^3}{12} = 0,00540 \text{ m}^4.$$

c) Formänderungswinkel.

Balken (Gl. 15)

$$E\alpha = \frac{l}{2J_m} = \frac{6,0}{2 \cdot 0,01102} = 272,2 \text{ } 1/\text{m}^3,$$

$$E\beta = \frac{l}{6J_m} = \frac{6,0}{6 \cdot 0,01102} = 90,7 \text{ " .}$$

Stützen ($h = 5,0$ m, $h' = 4,3$ m — Gleichungen 27 und 33)

$$E\beta_s = \frac{4,3^2(3 \cdot 5,0 - 2 \cdot 4,3)}{6 \cdot 5,0^2 \cdot 0,00540} = 146,1 \text{ } 1/\text{m}^3,$$

$$E\gamma_s = \frac{4,30^3}{4 \cdot 0,0054(3 \cdot 5,0^2 - 3 \cdot 5,0 \cdot 4,3 + 4,3^2)} = 127,0 \text{ } 1/\text{m}^3.$$

d) Festpunkte und Momentennullpunkte.

Balken (Gl. 3. Es ist $\varepsilon_a = \gamma_s$)

$$a = b = \frac{6,0 \cdot 90,7}{272,2 + 127,0} = 1,363 \text{ m} \quad (l - a = 4,637 \text{ m}),$$

$$E\gamma_a = 272,2 - 90,7 \frac{6,0}{4,637} = 154,8 \text{ } 1/\text{m}^3.$$

Stütze (Gl. 30 und 32. Es ist $\varepsilon_0 = \gamma_a$)

$$b = \frac{4,3^2(3 \cdot 5,0 - 2 \cdot 4,3)}{3 \cdot 4,3^2 + 6 \cdot 5,0 \cdot 154,8 \cdot 0,0054} = 1,469 \text{ m,}$$

$$a = \frac{4,30}{3} \cdot \frac{3 \cdot 5,0 - 2 \cdot 4,3}{2 \cdot 5,0 - 4,3} = 1,609 \text{ m.}$$

Von einem Moment an Balken und Stütze (Kragmoment) ergibt sich für den Teil im Balken (Gl. 34)

$$\mu = \frac{\gamma_s}{\gamma_s + \gamma_a} = \frac{127,0}{127,0 + 154,8} = 0,451.$$

Bei einer Verschiebung der Stützenköpfe liegt der Momentennullpunkt in (Gl. 148)

$$z = \frac{h}{\frac{h}{h-a} + \frac{a}{h} \cdot \frac{\alpha - 2\beta + \gamma_s}{\beta_s}} = \frac{5,00}{\frac{5,00}{5,00 - 1,609} + \frac{1,609}{5,00} \cdot \frac{272,2 - 2 \cdot 90,7 + 127,0}{146,1}} = 2,559 \text{ m.}$$

e) Berücksichtigung der Eigenlast. (Abb. 89, a.)

Bei freier Auflagerung entsteht im Balken

$$M_0 = 1,40 \cdot \frac{6,0^2}{8} = 6,30 \text{ mt.}$$

Das Kragmoment beträgt

$M_k = -0,83 \cdot 4,0 - 1,29 \cdot 3,3 \cdot 2,45 - 1,29 \cdot 2,2 \cdot 0,45 = -15,03 \text{ mt,}$
und bringt im Balken

$$M_k' = -0,451 \cdot 15,03 = -6,78 \text{ mt.}$$

Bei Anwendung der auf Seite 71 und 72 beschriebenen Konstruktion ergeben sich nun die Momente sehr einfach. Sind diese bekannt, dann werden die Normalkräfte (Gl. 54 bis 56)

$$\text{Balken } N = -Q = -\frac{1,55 + 1,61}{5,0} = -0,63 \text{ t,}$$

$$\text{Stütze I } N = Q_a = 3,0 \cdot 1,4 - \frac{1,55 + 12,41}{6,0} = 1,87 \text{ t,}$$

„ II $N = -Q_b + P$, wo $P =$ Gewicht vom Ausleger,

$$= 3,0 \cdot 1,4 + \frac{12,41 + 1,55}{6,0} + (3,3 + 2,2) \cdot 1,29 = 14,45 \text{ t.}$$

f) Berücksichtigung vom Winddruck. (Abb. 89, b, c und d.)

Der Übersicht wegen wurden hier drei Abbildungen gezeichnet.

Abb. 89, b zeigt den Einfluß vom gleichmäßig verteilten Winddruck bei der linken Stütze. Dabei beträgt das Moment bei freier Auflagerung

$$M_0 = \frac{0,50 \cdot 5,0^2}{8} = 1,56 \text{ mt.}$$

Nachdem die Momentenfläche bei festen Stützenköpfen ermittelt ist, erhält man die endgültigen Momente nach der auf Seite 73 und 74 beschriebenen Konstruktion.

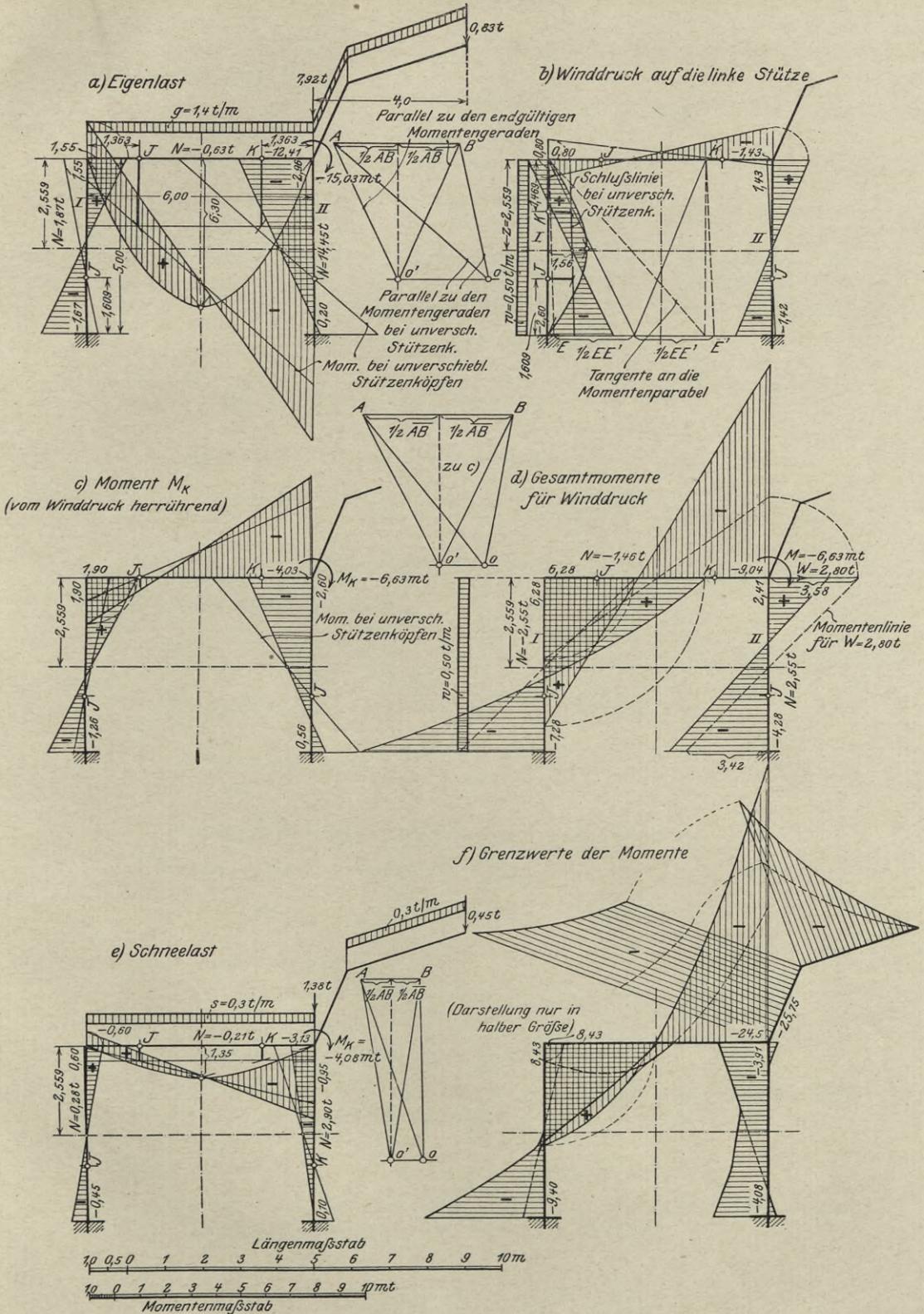


Abb. 89.

Den Einfluß vom Kragmoment, das von dem Winddruck auf den Ausleger herrührt, zeigt Abb. 89, c. Es ist

$$M_k = -1,1 \cdot 3,4 - \frac{0,50 \cdot 3,4^2}{2} = -6,63 \text{ mt.}$$

Bei festen Stützenköpfen entfällt davon auf den Balken

$$M_k' = -0,451 \cdot 6,63 = -2,99 \text{ mt.}$$

Die weitere Konstruktion erfolgt wie zuvor.

In Abb. 89, d sind die Gesamtmomente infolge Winddruck ersichtlich. Dieselben setzen sich aus den vorher ermittelten Momentflächen zusammen (Abb. 89, b und c), zu denen außerdem noch der Einfluß der vom Ausleger herrührenden wagrechten Kraft

$$W = 1,1 + 3,4 \cdot 0,50 = 2,80 \text{ t}$$

hinzutritt. Die Momente hiervon betragen, weil jede Stütze die Hälfte dieser Kraft aufnimmt, und der Momentennullpunkt in z liegt,

$$M_k = \frac{W}{2} z = \frac{2,8}{2} \cdot 2,559 = 3,58 \text{ mt,}$$

$$M_u = -\frac{W}{2} (h - z) = -\frac{2,8}{2} (5,0 - 2,559) = -3,42 \text{ mt.}$$

Nunmehr kann die Bestimmung der Gesamtmomente erfolgen.

Die Normalkräfte betragen:

$$\text{Balken } N = A_0 - Q = \frac{5,0 \cdot 0,50}{2} - \frac{6,28 + 7,28}{5,0} = -1,46 \text{ t,}$$

$$\text{Stütze I } N = Q_a = -\frac{6,28 + 9,04}{6,0} = -2,55 \text{ t,}$$

$$\text{„ II } N = -Q_b = \frac{6,28 + 9,04}{6,0} = 2,55 \text{ t.}$$

g) Berechnung für Schneedruck. (Abb. 89, e.)

Bei freier Auflagerung entsteht im Balken

$$M_0 = \frac{0,3 \cdot 6,0^2}{8} = 1,35 \text{ mt.}$$

Das Kragmoment wird

$$M_k = -0,45 \cdot 4,0 - 0,3 \cdot 3,1 \cdot 2,45 = -4,08 \text{ mt}$$

und überträgt auf den Balken

$$M_k' = -0,451 \cdot 4,08 = -1,84 \text{ mt.}$$

Die Bestimmung der Momente hat wie in Abb. 89, a zu erfolgen. Dasselbe gilt auch für die Normalkräfte.

h) Grenzwerte der Momente.

In Abb. 89, f sind die Grenzwerte der Momente dargestellt, sie ergeben sich durch sinngemäße Summierung der ermittelten Flächen.

6. Dreistöckiger Rahmen.

Um das Verständnis bei der Berechnung mehrstöckiger Rahmen zu erleichtern, soll noch ein einfaches Beispiel angefügt werden (Abb. 90).

a) Belastung.

Unterer und mittlerer Balken $g = 1,60 \text{ t/m}$, $p = 3,20 \text{ t/m}$,

Oberer Balken $g = 1,30 \text{ „}$, $p = 0,30 \text{ „}$.

Für den Winddruck nehmen wir $0,50 \text{ t/m}$ (für 1 m Höhe) an, und berücksichtigen denselben einmal durch die entsprechenden Einzellasten an den Balken, und das andere Mal als gleichmäßig verteilte Last.

b) Trägheitsmomente.

Unterer und mittlerer Balken (Format $30/60$, $b = 2,0 \text{ m}$, bei $d = 12 \text{ cm}$)

$$\frac{d}{h} = \frac{12}{72} = 0,167, \quad \frac{b_0}{b} = \frac{30}{200} = 0,15, \quad \text{wofür } \mu = 0,306,$$

$$J_m = \frac{2,0 \cdot 0,72^3}{12} \cdot 0,306 = 0,01916 \text{ m}^4.$$

Oberer Balken (Format $30/45$, $b = 2,0 \text{ m}$ und $d = 10 \text{ cm}$)

$$\frac{d}{h} = \frac{10}{55} = 0,182, \quad \frac{b_0}{b} = \frac{30}{200} = 0,15, \quad \text{wofür } \mu = 0,308,$$

$$J_m = \frac{2,0 \cdot 0,55^3}{12} \cdot 0,308 = 0,00854 \text{ m}^4.$$

Untere Stütze (Format $45/45$)

$$J = \frac{0,45 \cdot 0,45^3}{12} = 0,00342 \text{ m}^4.$$

Mittlere Stütze (Format $40/45$)

$$J = \frac{0,40 \cdot 0,45^3}{12} = 0,00304 \text{ m}^4.$$

Obere Stütze (Format $30/45$)

$$J = \frac{0,30 \cdot 0,45^3}{12} = 0,00228 \text{ m}^4.$$

c) Formänderungswinkel.

Der Einfachheit halber nehmen wir für die einzelnen Balken und Stützen beständiges Trägheitsmoment an. Es wird dann für die Balken (Gl. 34 a und 35 a)

$$\left. \begin{aligned} \gamma_a &= \beta \left(3 - \frac{l}{l-a} \right) \\ \gamma_b &= \beta \left(3 - \frac{l}{l-b} \right) \end{aligned} \right\} \text{ wo } \beta = \frac{l}{6 E J_m}$$

und für die Stützen

$$\left. \begin{aligned} \gamma_s &= \beta \left(3 - \frac{h}{h-a} \right) \\ \gamma'_s &= \beta \left(3 - \frac{h}{h-b} \right) \end{aligned} \right\} \text{ wo } \beta = \frac{h}{6 E J}.$$

Die Winkel β betragen

$$\text{Unterer und mittlerer Balken } E\beta = \frac{6,0}{6,0 \cdot 0,01916} = 52,2 \text{ } 1/\text{m}^3.$$

$$\text{Oberer Balken } \dots \dots \dots E\beta = \frac{6,0}{6,0 \cdot 0,00854} = 117,1 \text{ } \dots$$

$$\text{Untere Stütze } \dots \dots \dots E\beta = \frac{4,5}{6 \cdot 0,00342} = 219,3 \text{ } \dots$$

$$\text{Mittlere } \dots \dots \dots E\beta = \frac{4,5}{6 \cdot 0,00304} = 246,7 \text{ } \dots$$

$$\text{Obere } \dots \dots \dots E\beta = \frac{4,0}{6 \cdot 0,00228} = 292,4 \text{ } \dots$$

d) Festpunkte.

Untere Stütze (fest eingespannt)

$$a = \frac{h}{3} = \frac{4,5}{3} = 1,500 \text{ m}$$

$$h - a = 3,000 \text{ m.}$$

✧ Kopf untere Stütze

$$E\gamma_s = \frac{3}{2} \beta = \frac{3}{2} \cdot 219,3 = 329,0 \text{ } 1/\text{m}^3.$$

✧ Fuß mittlere Stütze (Annahme $b = \frac{1}{4} h$)

$$E\gamma'_s = \frac{5}{3} \beta = \frac{5}{3} \cdot 246,7 = 411,7 \text{ } 1/\text{m}^3,$$

$$E\gamma = \frac{\gamma_s \gamma'_s}{\gamma_s + \gamma'_s} = \frac{329,0 \cdot 411,7}{329,0 + 411,7} = 182,9 \text{ } 1/\text{m}^3.$$

Festpunkt unterer Balken

$$a = \frac{l\beta}{3\beta + \gamma} = \frac{6,0 \cdot 52,2}{3 \cdot 52,2 + 182,9} = 0,923 \text{ m}$$

$$l - a = 5,077 \text{ m.}$$

✧ unterer Balken

$$E\gamma_a = 52,2 \left(3 - \frac{6,0}{5,077} \right) = 94,9 \text{ } 1/\text{m}^3,$$

$$E\gamma = \frac{329,0 \cdot 94,9}{329,0 + 94,9} = 73,7 \text{ } 1/\text{m}^3.$$

Festpunkt mittlere Stütze

$$a = \frac{4,5 \cdot 246,7}{3 \cdot 246,7 + 73,7} = 1,364 \text{ } 1/\text{m}^3$$

$$h - a = 3,136 \text{ m.}$$

✧ Kopf mittlere Stütze

$$E\gamma_s = 246,7 \left(3 - \frac{4,5}{3,136} \right) = 386,1 \text{ } 1/\text{m}^3.$$

✧ Fuß obere Stütze ($b = \frac{1}{4} h$)

$$E\gamma'_s = \frac{5}{3} \cdot 292,4 = 486,0 \text{ } 1/\text{m}^3,$$

$$E\gamma = \frac{386,1 \cdot 486,0}{386,1 + 486,0} = 215,2 \text{ } 1/\text{m}^3.$$

Festpunkt mittlerer Balken

$$a = \frac{6,0 \cdot 52,2}{3 \cdot 52,2 + 215,2} = 0,842 \text{ m}$$

$$l - a = 5,158 \text{ m.}$$

✂ mittlerer Balken

$$E\gamma_a = 52,2 \left(3 - \frac{6,0}{5,158} \right) = 95,9 \text{ } 1/\text{m}^3,$$

$$E\gamma = \frac{386,1 \cdot 95,9}{386,1 + 95,9} = 76,8 \text{ } 1/\text{m}^3.$$

Festpunkt obere Stütze

$$a = \frac{4,0 \cdot 292,4}{3 \cdot 292,4 + 76,8} = 1,226 \text{ m}$$

$$h - a = 2,774 \text{ m.}$$

✂ Kopf obere Stütze

$$E\gamma_s = 292,4 \left(3 - \frac{4,0}{2,774} \right) = 455,6 \text{ } 1/\text{m}^3.$$

Festpunkt oberer Balken

$$a = \frac{6,0 \cdot 117,1}{3 \cdot 117,1 + 455,6} = 0,871 \text{ m}$$

$$l - a = 5,129 \text{ m.}$$

✂ oberer Balken

$$E\gamma_a = 117,1 \left(3 - \frac{6,0}{5,129} \right) = 214,3 \text{ } 1/\text{m}^3.$$

Festpunkt obere Stütze

$$b = \frac{4,0 \cdot 292,4}{3 \cdot 292,4 + 214,3} = 1,072 \text{ m.}$$

$$h - b = 2,928 \text{ m (Annahme war } b = \frac{h}{4} = 1,00 \text{ m).}$$

✂ Fuß obere Stütze¹⁾

$$E\gamma'_s = 292,4 \left(3 - \frac{4,0}{2,928} \right) = 477,9 \text{ } 1/\text{m}^3 \quad (486,0 \text{ } 1/\text{m}^3),$$

$$E\gamma = \frac{95,9 \cdot 477,9}{95,9 + 477,9} = 79,9 \text{ } 1/\text{m}^3.$$

Festpunkt mittlere Stütze

$$b = \frac{4,5 \cdot 246,7}{3 \cdot 246,7 + 79,9} = 1,354 \text{ m}$$

$$h - a = 3,146 \text{ m.}$$

✂ Fuß mittlere Stütze

$$E\gamma'_s = 246,7 \left(3 - \frac{4,5}{3,146} \right) = 387,2 \text{ } 1/\text{m}^3 \quad (411,7 \text{ } 1/\text{m}^3).$$

$$E\gamma = \frac{94,9 \cdot 387,2}{94,9 + 387,2} = 76,2 \text{ } 1/\text{m}^3.$$

Festpunkt untere Stütze

$$b = \frac{4,5 \cdot 219,3}{3 \cdot 219,3 + 76,2} = 1,344 \text{ m.}$$

¹⁾ Die eingeklammerten Werte entsprechen jeweils dem ersten Ergebnis, unter der Annahme $b = \frac{1}{4} h$ in den Stützen.

Damit sind alle Festpunkte bestimmt. Auf Grund der genaueren K -Punkte werden wir nun die Festpunkte der Balken erneut bestimmen

$$E\gamma = \frac{329,0 \cdot 387,2}{329,0 + 387,2} = 177,9 \text{ 1/m}^3 \quad (182,9 \text{ 1/m}^3).$$

Festpunkt unterer Balken

$$a = \frac{6,0 \cdot 52,2}{3 \cdot 52,2 + 177,9} = 0,937 \text{ m} \quad (0,923 \text{ m}),$$

$$l - a = 5,063 \text{ m}.$$

✧ unterer Balken

$$E\gamma_a = 52,2 \left(3 - \frac{6,0}{5,063} \right) = 94,7 \text{ 1/m}^3 \quad (94,9 \text{ 1/m}^3).$$

$$E\gamma = \frac{386,1 \cdot 477,9}{386,1 + 477,9} = 213,6 \text{ 1/m}^3 \quad (215,2 \text{ 1/m}^3).$$

Festpunkt mittlerer Balken

$$a = \frac{6,0 \cdot 52,2}{3 \cdot 52,2 + 213,6} = 0,846 \text{ m} \quad (0,842 \text{ m}),$$

$$l - a = 5,154 \text{ m}.$$

✧ mittlerer Balken

$$E\gamma_a = 52,2 \left(3 - \frac{6,0}{5,154} \right) = 95,8 \text{ 1/m}^3 \quad (95,9 \text{ 1/m}^3).$$

Wie ersichtlich, ergeben sich nur geringe Unterschiede, so daß man die Rechnung nicht weiter zu wiederholen braucht.

e) Übergangszahlen.

Unterer Balken.

Bei einem an der durchlaufenden Stütze angreifenden Moment gilt für den Teil in der unteren Stütze (Gl. 136)

$$\mu_u = \frac{\gamma'_s \text{ (mittl. St.)}}{\gamma'_s \text{ (mittl. St.)} + \gamma_s \text{ (unt. St.)}} = \frac{387,2}{387,2 + 329,0} = 0,541.$$

Bei einem von oben kommenden Moment entfällt auf die untere Stütze

$$\mu_{ou} = \frac{\gamma_a \text{ (unt. Balk.)}}{\gamma_a \text{ (unt. Balk.)} + \gamma_s \text{ (unt. St.)}} = \frac{94,7}{94,7 + 329,0} = 0,224.$$

Auf die mittlere Stütze entfällt bei einem Moment von unten kommend

$$\mu_{uo} = \frac{\gamma_a \text{ (unt. Balk.)}}{\gamma_a \text{ (unt. Balk.)} + \gamma'_s \text{ (mittl. St.)}} = \frac{94,7}{94,7 + 387,2} = 0,197.$$

Mittlerer Balken.

Es ergibt sich hier ebenso wie zuvor

$$\mu_u = \frac{\gamma'_s \text{ (obere St.)}}{\gamma'_s \text{ (obere St.)} + \gamma_s \text{ (mittl. St.)}} = \frac{477,9}{477,9 + 386,1} = 0,554,$$

$$\mu_{ou} = \frac{\gamma_a \text{ (mittl. Balk.)}}{\gamma_a \text{ (mittl. Balk.)} + \gamma_s \text{ (mittl. St.)}} = \frac{95,8}{95,8 + 386,1} = 0,199,$$

$$\mu_{uo} = \frac{\gamma_a \text{ (mittl. Balk.)}}{\gamma_a \text{ (mittl. Balk.)} + \gamma'_s \text{ (obere St.)}} = \frac{95,8}{95,8 + 477,9} = 0,176.$$

I. Berücksichtigung der lotrechten Lasten. (Abb. 90.)

Beim frei aufgelagerten Balken wird

Ständige Last

$$\text{Unterer und mittlerer Balken } M_o = 1,6 \cdot \frac{6,0^2}{8} = 7,20 \text{ mt.}$$

$$\text{Oberer Balken } \dots \dots \dots M_o = 1,3 \cdot \frac{6,0^2}{8} = 5,85 \text{ "}$$

Zufällige Last

$$\text{Unterer und mittlerer Balken } M_o = 3,2 \cdot \frac{6,0^2}{8} = 14,40 \text{ mt.}$$

$$\text{Oberer Balken } \dots \dots \dots M_o = 0,3 \cdot \frac{6,0^2}{8} = 1,35 \text{ "}$$

In Abb. 90, b, wurden die Momente für ständige Last bestimmt. Man braucht dabei nur die Übergangszahlen zu beachten, und sich genau an die bekannten Regeln zu halten. Abb. 90, c, zeigt die Bestimmung der Momente für Verkehrsbelastung, und schließlich sind noch in Abb. 90, d, die Grenzwerte der Momente ersichtlich. Seitliche Bewegungen der Stützenköpfe sind offenbar ausgeschlossen, da es sich um eine symmetrische Konstruktion handelt.

Es ergaben sich folgende Resultate:

Unterer Balken	$M_{\max} = 14,3 \text{ mt.}$	$\left(\text{entspr. } \frac{q l^2}{15,2} \right)$
Mittlerer "	$M_{\max} = 14,5 \text{ "}$	$\left(\text{" } \frac{q l^2}{14,9} \right)$
Oberer "	$M_{\max} = 4,8 \text{ "}$	$\left(\text{" } \frac{q l^2}{15,0} \right)$
Untere Stütze (Kopf)	$M_{\min} = -3,8 \text{ "}$	$\left(\text{" } -\frac{q l^2}{57} \right)$
Mittlere " (Fuß)	$M_{\max} = 4,3 \text{ "}$	$\left(\text{" } \frac{q l^2}{50} \right)$
" " (Kopf)	$M_{\min} = -4,5 \text{ "}$	$\left(\text{" } -\frac{q l^2}{48} \right)$
Obere " (Fuß)	$M_{\max} = 3,7 \text{ "}$	$\left(\text{" } \frac{q l^2}{58} \right)$
" " (Kopf)	$M_{\min} = -3,4 \text{ "}$	$\left(\text{" } -\frac{q l^2}{21,2} \right)$

II. Berücksichtigung der seitlichen Lasten.

a) Bestimmung der Momente für die Verschiebung der einzelnen Balken.

Wir bestimmen die Momente infolge der Verschiebung eines einzelnen Stützenkopfes wie in Abb. 55 ersichtlich. Die Ermittlung der Erzeugungskraft kann indessen hier wegfallen, da wegen der Symmetrie, wenn sich beide Stützenköpfe verschieben, gleiche Neigung der Momentengeraden vorliegen muß. Als Momentengerade nehmen wir einfach die Linie an, welche zur Bestimmung des Momentennullpunktes dient.

Abb. 91, a, zeigt die Momente für die Verschiebung der obersten Stützenköpfe. Um diese zu ermitteln, wurden zuerst die Momente für die Verschiebung des linken Stützenkopfes bestimmt (gestrichelte Linien); jene für den Stützenkopf

rechts ergaben sich unter Bezugnahme auf die Symmetrie. Die letzteren Momente, welche zu den ersteren zu addieren sind, wurden nicht besonders dargestellt.

Wir berechnen nun die zugehörige Erzeugungskraft, und erhalten nach Gleichung 74

$$\Sigma S = 2 \cdot \frac{3,80 + 4,14}{4,0} = 3,97 \text{ t.}$$

Die Kraft, welche dabei den mittleren Balken in Ruhe hält, beträgt

$$\Sigma \Delta S = 2 \cdot \frac{0,80 + 0,34}{4,5} = 0,51 \text{ t.}$$

In Abb. 91, b, sind die Momente für die Verschiebung des mittleren Balkens ersichtlich. Die Bestimmung erfolgte genau wie vor. Es entspricht denselben die Erzeugungskraft

$$\Sigma S = 2 \cdot \frac{4,34 + 4,48}{4,5} = 3,92 \text{ t,}$$

am oberen Balken $\Sigma \Delta S = 2 \cdot \frac{0,50 + 0,18}{4,0} = 0,34 \text{ t}$

und am unteren Balken

$$\Sigma \Delta S = 2 \cdot \frac{0,60 + 0,30}{4,5} = 0,40 \text{ t.}$$

Abb. 91, c, zeigt die Momente bei der Verschiebung vom unteren Balken. Es wird die Erzeugungskraft

$$\Sigma S = 2 \cdot \frac{4,44 + 4,60}{4,5} = 4,02 \text{ t.}$$

Am mittleren Balken wirkt dabei

$$\Sigma \Delta S = 2 \cdot \frac{0,16 + 0,36}{4,5} = 0,23 \text{ t.}$$

b) Berücksichtigung des Winddruckes als Einzellasten. (Abb. 91.)

Da wir auf 1 m Höhe 0,5 t rechnen, ergibt sich

$$\text{am oberen Balken } H = \frac{4,0}{2} \cdot 0,5 = 1,000 \text{ t,}$$

$$\text{„ mittleren „ } H = \frac{4,0 + 4,5}{2} \cdot 0,5 = 2,125 \text{ t,}$$

$$\text{„ unteren „ } H = \frac{4,5 + 4,5}{2} \cdot 0,5 = 2,250 \text{ t.}$$

Wir denken uns nun die Kraft $H = 1,0 \text{ t}$ am oberen Balken, die Reaktion davon am Balken darunter, und ermitteln die Momente nach Gleichung 145.

Zu diesem Zwecke denken wir uns den Balken 2 der Abb. 57 an Stelle vom oberen Balken, und erhalten dann mit

$$H = 1,000 \text{ t, } \Sigma S = 3,97 \text{ t, } \Sigma S'' = 3,92 \text{ t, } \Sigma S' = 0,$$

$$\Sigma \Delta S_2'' = 0,51 \text{ t, } \Sigma \Delta S_3 = 0,34 \text{ t, } \Sigma \Delta S_1 = \Sigma \Delta S_2' = 0,$$

$$k' = \frac{\Sigma \Delta S_2'}{\Sigma S'} \cdot \frac{\Sigma \Delta S_1}{\Sigma S} = 0,$$

$$k'' = \frac{\Sigma \Delta S_2''}{\Sigma S''} \cdot \frac{\Sigma \Delta S_3}{\Sigma S} = \frac{0,51 \cdot 0,34}{3,92 \cdot 3,97} = 0,0111$$

und

$$M = \frac{H}{\Sigma S} (1 + k' + k'') \left[u + u' \frac{\Sigma \Delta S_2}{\Sigma S'} + u'' \frac{\Sigma \Delta S_2''}{\Sigma S''} \right]$$

$$= \frac{1,000}{3,97} (1 + 0,0111) \left[u_1 + u_2 \cdot \frac{0,51}{3,92} \right] = u_1 0,255 + u_2 0,033.$$

Am mittleren Balken wirkt $H = 2,125$ t. Um jedoch die vorher an diesem Balken vorausgesetzte Kraft auszuschalten, rechnen wir mit $H = 2,125 + 1,000 = 3,125$ t.

Wir denken uns nun die Reaktion dieser Kraft am unteren Balken, und erhalten bei der Annahme, daß der Balken 2 der Abb. 57 in der Wirkungsgeraden der angreifenden Kraft liege

$$H = 3,125 \text{ t}, \quad \Sigma S = 3,92 \text{ t}, \quad \Sigma S' = 3,97 \text{ t}, \quad \Sigma S'' = 4,02 \text{ t}.$$

$$\Sigma \Delta S_2' = 0,34 \text{ t}, \quad \Sigma \Delta S_1 = 0,51 \text{ t}, \quad \Sigma \Delta S_2'' = 0,40 \text{ t}, \quad \Sigma \Delta S_3 = 0,23 \text{ t}.$$

$$k' = \frac{0,34 \cdot 0,51}{3,97 \cdot 3,92} = 0,0111, \quad k'' = \frac{0,40 \cdot 0,23}{4,02 \cdot 3,92} = 0,0058.$$

$$M = \frac{3,125}{3,92} (1 + 0,0111 + 0,0058) \left[u_2 + u_1 \cdot \frac{0,34}{3,97} + u_3 \cdot \frac{0,40}{4,02} \right]$$

$$= u_2 \cdot 0,811 + u_1 \cdot 0,069 + u_3 \cdot 0,080.$$

Schließlich denken wir noch $H = 2,250 + 3,125 = 5,375$ t am unteren Balken, und erhalten, wenn wir den Balken 2 der Abb. 57 in der Wirkungsgeraden dieser Kraft annehmen,

$$H = 5,375 \text{ t}, \quad \Sigma S = 4,02 \text{ t}, \quad \Sigma S' = 3,92 \text{ t}, \quad \Sigma S'' = 0,$$

$$\Sigma \Delta S_2' = 0,23 \text{ t}, \quad \Sigma \Delta S_1 = 0,40 \text{ t}, \quad \Sigma \Delta S_2'' = \Sigma \Delta S_3 = 0.$$

$$k' = \frac{0,23 \cdot 0,40}{3,92 \cdot 4,02} = 0,0058, \quad k'' = 0.$$

$$M = \frac{5,375}{4,02} (1 + 0,0058) \left[u_3 + u_2 \cdot \frac{0,23}{3,92} \right] = u_3 \cdot 1,345 + u_2 \cdot 0,079.$$

Um zu den endgültigen Momenten zu gelangen, addieren wir die Einflüsse der betrachteten Lasten, und erhalten (Gl. 147)

$$\begin{array}{r} u_1 \cdot 0,255 + u_2 \cdot 0,033 \\ u_1 \cdot 0,069 + u_2 \cdot 0,811 + u_3 \cdot 0,080 \\ \quad \quad \quad + u_2 \cdot 0,079 + u_3 \cdot 1,345 \\ \hline M = u_1 \cdot 0,324 + u_2 \cdot 0,923 + u_3 \cdot 1,425. \end{array}$$

Danach wird (Abb. 91, d)

Oberer Balken	$M_a =$	$3,80 \cdot 0,324 - 0,18 \cdot 0,923$	$\dots =$	1,06 mt.
Mittlerer "	$M_a =$	$3,34 \cdot 0,324 + 3,84 \cdot 0,923 - 0,16 \cdot 1,425$	$=$	4,40 "
Unterer "	$M_a =$	$-0,34 \cdot 0,324 + 3,88 \cdot 0,923 + 4,08 \cdot 1,425$	$=$	9,29 "
Obere Stütze	$M_k =$	$3,80 \cdot 0,324 - 0,18 \cdot 0,923$	$\dots =$	1,06 "
" "	$M_u =$	$-4,14 \cdot 0,324 + 0,50 \cdot 0,923$	$\dots =$	-0,88 "
Mittlere "	$M_k =$	$-0,80 \cdot 0,324 + 4,34 \cdot 0,923 - 0,16 \cdot 1,425$	$=$	3,52 t.
" "	$M_u =$	$0,34 \cdot 0,324 - 4,48 \cdot 0,923 + 0,36 \cdot 1,425$	$=$	-3,52 t.
Untere "	$M_k =$	$-0,60 \cdot 0,923 + 4,44 \cdot 1,425$	$=$	5,77 t.
" "	$M_u =$	$+0,30 \cdot 0,923 - 4,60 \cdot 1,425$	$=$	-6,27 t.

c) Berücksichtigung des Winddruckes als gleichmäßig verteilte Last. (Abb. 92.)

In Abb. 92, a, wurde der Einfluß der Belastung bei festen Stützpunkten ermittelt. Stellt man sich dabei vor, daß die belastete Stütze wagrecht liegt, so kann man genau so wie beim mehrfach gestützten Balken verfahren.

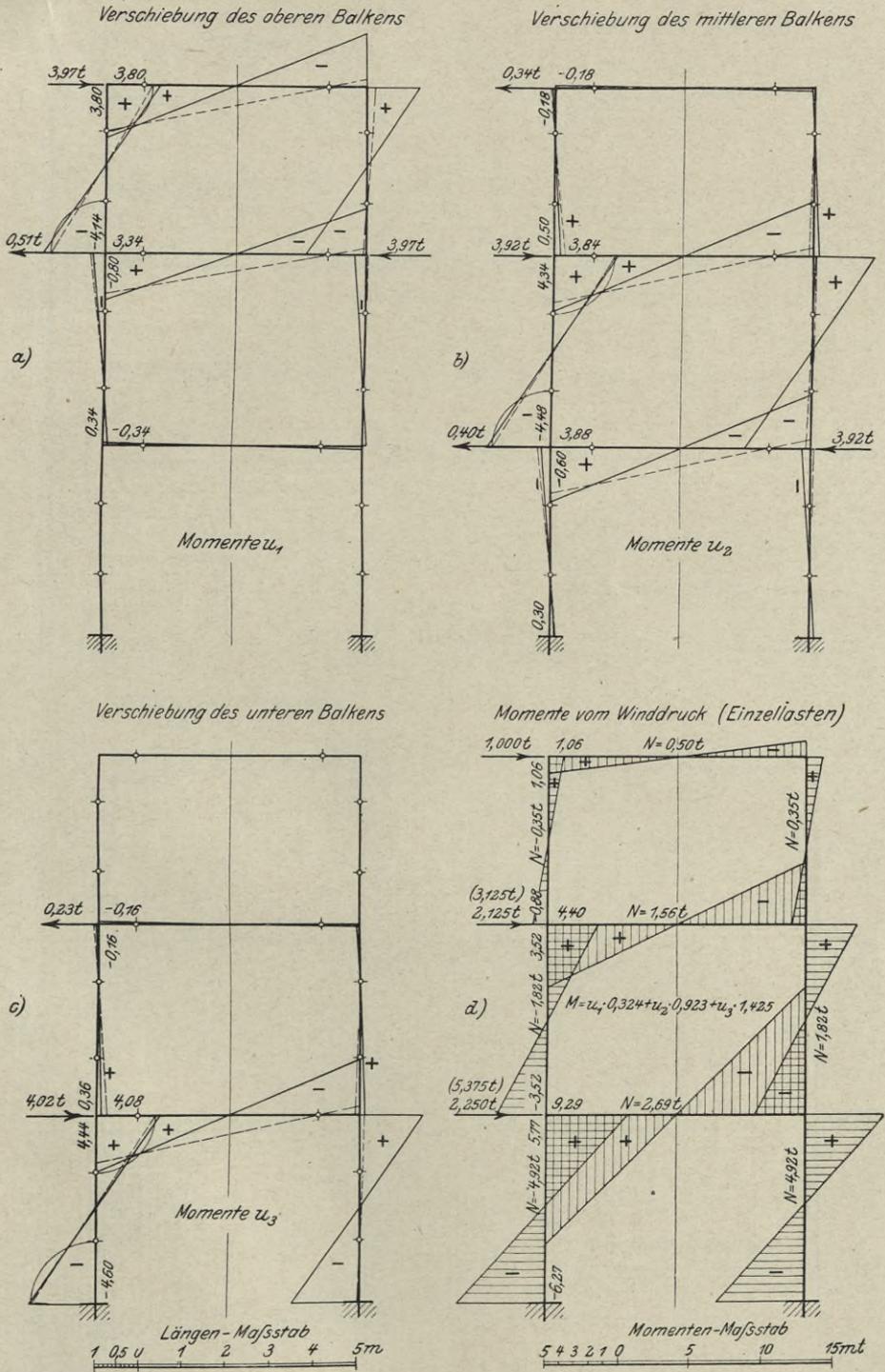


Abb. 91.

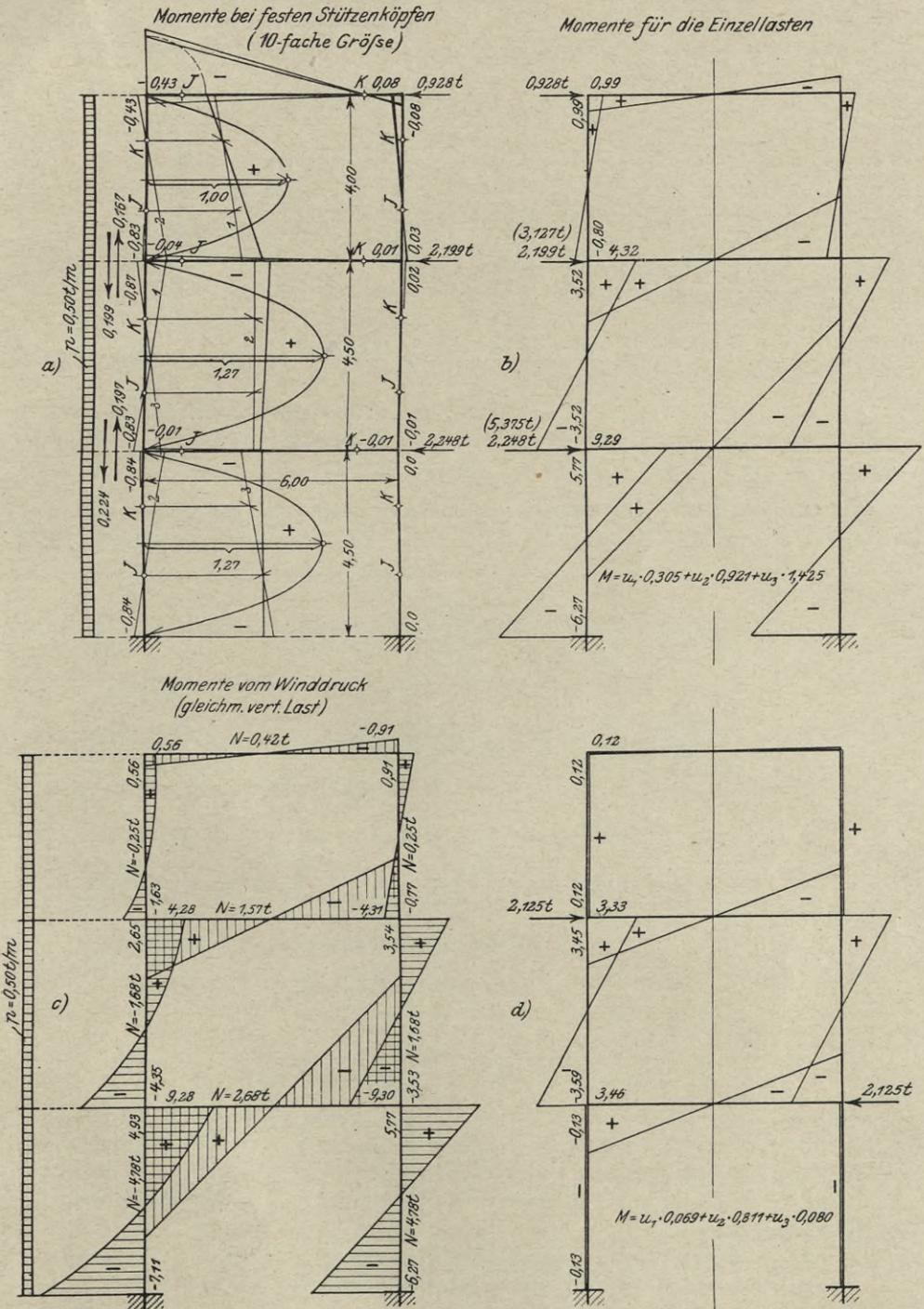


Abb. 92.

Die dabei entstehenden Stützdrücke¹⁾ sind nun noch als Lasten an den Balken besonders zu berücksichtigen.

Man erhält (Gl. 54 a)

$$\begin{aligned} \text{Obere Stütze} \quad & \left\{ \begin{aligned} -Q_b &= \frac{0,50 \cdot 4,0}{2} + \frac{-0,83 + 0,43 + 0,03 + 0,08}{4,0} = 0,928 \text{ t.} \\ Q_a &= \frac{0,50 \cdot 4,0}{2} - \frac{-0,83 + 0,43 + 0,03 + 0,08}{4,0} = 1,072 \text{ t.} \end{aligned} \right. \\ \text{Mittlere Stütze} \quad & \left\{ \begin{aligned} -Q_b &= \frac{0,50 \cdot 4,5}{2} + \frac{-0,83 + 0,87 - 0,01 - 0,02}{4,5} = 1,127 \text{ t.} \\ Q_a &= \frac{0,50 \cdot 4,5}{2} - \frac{-0,83 + 0,87 - 0,01 - 0,02}{4,5} = 1,123 \text{ t.} \end{aligned} \right. \\ \text{Untere Stütze} \quad & -Q_b = \frac{0,50 \cdot 4,5}{2} + \frac{-0,84 + 0,84}{4,5} = 1,125 \text{ t.} \end{aligned}$$

Oberer Balken $H = -Q_b \text{ (Ob. St.)} = 0,928 \text{ t.}$

Mittlerer „ $H = Q_a \text{ (Ob. St.)} - Q_b \text{ (Mittl. St.)} = 1,072 + 1,127 = 2,199 \text{ t.}$

Unterer „ $H = Q_a \text{ (Mittl. St.)} - Q_b \text{ (Unt. St.)} = 1,123 + 1,125 = 2,248 \text{ t.}$

Bei Benutzung der bereits aufgestellten Gleichungen erhält man mit diesen neuen Werten

Oberer Balken ($H = 0,928 \text{ t.}$)

$$M = \frac{0,928}{3,97} (1 + 0,0111) \left[u_1 + u_2 \frac{0,51}{3,92} \right] = u_1 \cdot 0,236 + u_2 \cdot 0,031.$$

Mittlerer Balken ($H = 2,199 + 0,928 = 3,127 \text{ t.}$)

$$\begin{aligned} M &= \frac{3,127}{3,92} (1 + 0,0112 + 0,0058) \left[u_2 + u_1 \frac{0,34}{3,97} + u_3 \cdot \frac{0,40}{4,02} \right] \\ &= u_2 \cdot 0,811 + u_1 \cdot 0,069 + u_3 \cdot 0,080. \end{aligned}$$

Unterer Balken ($H = 2,248 + 3,127 = 5,375 \text{ t.}$)

$$M = \frac{5,375}{4,02} (1 + 0,0058) \left[u_3 + u_2 \cdot \frac{0,23}{3,92} \right] = u_3 \cdot 1,345 + u_2 \cdot 0,079.$$

Mithin folgt für die gesamte Belastung (Gl. 147)

$$\begin{aligned} & u_1 \cdot 0,236 + u_2 \cdot 0,031 \\ & u_1 \cdot 0,069 + u_2 \cdot 0,811 + u_3 \cdot 0,080 \\ & \quad + u_2 \cdot 0,079 + u_3 \cdot 1,345 \end{aligned}$$

$$M = u_1 \cdot 0,305 + u_2 \cdot 0,921 + u_3 \cdot 1,425$$

Oberer Balken $M_a = 3,80 \cdot 0,305 - 0,18 \cdot 0,921 = 0,99 \text{ mt.}$

Mittlerer „ $M_a = 3,34 \cdot 0,305 + 3,84 \cdot 0,921 - 0,16 \cdot 1,425 = 4,32 \text{ „}$

Unterer „ $M_a = -0,34 \cdot 0,305 + 3,88 \cdot 0,921 + 4,08 \cdot 1,425 = 9,29 \text{ „}$

Obere Stütze $M_k = 3,80 \cdot 0,305 - 0,18 \cdot 0,921 = 0,99 \text{ „}$

„ $M_u = -4,14 \cdot 0,305 + 0,50 \cdot 0,921 = -0,80 \text{ „}$

Mittlere „ $M_k = -0,80 \cdot 0,305 + 4,34 \cdot 0,921 - 0,16 \cdot 1,425 = 3,52 \text{ „}$

„ $M_u = 0,34 \cdot 0,305 - 4,48 \cdot 0,921 + 0,36 \cdot 1,425 = -3,52 \text{ „}$

Untere „ $M_k = -0,60 \cdot 0,921 + 4,44 \cdot 1,425 = 5,77 \text{ „}$

„ $M_u = +0,30 \cdot 0,921 - 4,60 \cdot 1,425 = -6,27 \text{ „}$

¹⁾ Es sind darunter diejenigen Stützdrücke zu verstehen, die entstehen würden, wenn sich der ganze Rahmen an feste seitliche Auflager anlehnt.

Diese Momente wurden in Abb. 92, b dargestellt. Sie unterscheiden sich von den Momenten der Abb. 91, d nur unwesentlich.

Um die endgültigen Momente der Abb. 92, c zu erhalten, addiert man schließlich die ermittelten Momentenflächen.

Wie diese Ausführungen zeigen, ist die Berechnung der mehrstöckigen Rahmen für seitliche Lasten nicht so umständlich, wie man etwa annehmen dürfte. Jedenfalls ist das gebotene Verfahren einfacher, und praktisch genommen zweckmäßiger, wie die Anwendung verwickelter Elastizitätsgleichungen.

Schließlich wurden in Abb. 92, d noch die Momente dargestellt für ein Kräftepaar am mittleren Rahmen. Wie sich zeigt, sind dabei die oberen und die unteren Stützen nur äußerst geringen Biegemomenten ausgesetzt, und es ist daher zu erwarten, daß bei einer Berechnung des mittleren Rahmens für sich, fast dieselben Ergebnisse entstehen, wie bei der genauen Berechnung. Bei verwickelteren Rahmenfällen ist diese Einsicht von Interesse, da vereinfachende Annahmen als zulässig erscheinen.

II. Abschnitt.

Theorie und Berechnung des elastischen elastisch eingespannten Bogenträgers.

§ 10.

Vorbemerkungen.

Die Entscheidung der Frage ob ein Bogenträger oder ein Balken vorliegt, ist nicht allein von der äußeren Gestalt dieser Konstruktionen abhängig. Soll ein gekrümmter Träger auch statisch als solcher wirken, dann muß derselbe derartige Auflager finden, daß bei lotrechter Belastung schräg gerichtete Auflagerkräfte entstehen. Dies ist nur dann der Fall, wenn die Widerlager starr sind, oder seitliche Bewegungen der Bogenkämpfer hemmen.

Wo solche Widerstände fehlen, liegt, da die Kämpfer freien Spielraum finden, zu einer Ablenkung der Auflagerkräfte aus der Lotrechten keine Ursache vor, und ein Träger wirkt dann trotz gekrümmter Achse genau wie ein Balken.

Die folgenden Ausführungen setzen voraus, daß es sich um Konstruktionen handelt, die nur solche Formänderungen erleiden, die sich in einer einzigen Richtung, und zwar senkrecht zur Haupt-Längs-Symmetrieebene vollziehen. Außerdem sollen auch alle angreifenden Kräfte in dieser Ebene liegen und Torsionsmomente ausschließen.

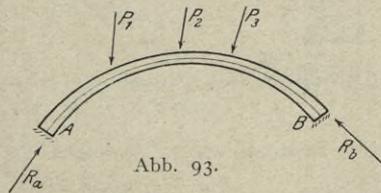
§ 11.

Theorie des Bogenträgers.

1. Grundlagen.

Die folgenden Ausführungen befassen sich mit dem massiven unsymmetrisch ausgebildeten Bogenträger, bei elastischer Lagerung und beliebiger Belastung.

Die Belastung eines solchen Bogens erzeugt die Kämpferreaktionen R_a und R_b (Abb. 93), deren Größe und Lage durch sechs Gleichungen bestimmbar ist. Allgemeine Gleichgewichtsbedingungen hat man jedoch nur drei, und diese reichen nur zur Ermittlung der Hälfte dieser Unbekannten aus. Die restlichen drei Unbekannten zu bestimmen bleibt der Elastizitätstheorie überlassen, und man hat es daher in vorliegendem Falle im allgemeinen mit dreifach statisch unbestimmten Konstruktionen zu tun.



Die Verformungen eines Bogenträgers berechnet man unter der Annahme, daß sie in einem festen Verhältnis zu ihrer Erzeugungskraft stehen. Daß diese Voraussetzung statthaft ist, und die darauf beruhenden Ergebnisse bei zulässigen Materialbeanspruchungen hinreichend genau sind, unterliegt gegenwärtig keinem Zweifel mehr. Dafür zeugen die durchgeführten Versuche. Geringe Ungenauigkeiten lassen sich bei der Berechnung nicht ausschließen; man ist einmal bei der Untersuchung von statisch unbestimmten Systemen gezwungen diese in Kauf zu nehmen. Auf alle Fälle genügt aber die Berechnung, die wir anstellen können, ihrem Zweck und gibt über die Standsicherheit der zu erstellenden Bauwerke Aufschluß.

Die Ungenauigkeiten entstehen nicht nur wegen einer Abweichung des wahren elastischen Verhaltens von dem angenommenen; es können hierbei auch ungleichmäßige Wärmeschwankungen, unabsehbare Lagerbewegungen, Schwinderscheinungen u. dergl. vorliegen, die alle rechnerisch schwer zu beurteilen sind, und die Zuverlässigkeit der errechneten Spannungen noch mehr in Frage stellen.

Nach alledem erscheint es zweckmäßig, wenn man für die in der Praxis vorkommenden Fälle des Bogenträgers zur unmittelbaren Berechnung geschlossene Ausdrücke herleitet, die auf angenommenen mathematischen Krümmungen der Achse, und gesetzmäßiger Änderung des Querschnittes beruhen. Hiervon wird im III. Abschnitt beim eingespannten Brückengewölbe eingehend Gebrauch gemacht.

2. Das statisch bestimmte System und die Unbekannten,

sei zunächst Gegenstand unserer Betrachtungen. Wir denken uns an den Kämpfern Gelenke eingeschaltet, links ein festes Gelenk, und rechts ein solches, das auf wagrechter Unterlage frei seitwärts gleiten kann. (Abb. 94). Das statisch bestimmte Hauptsystem ist somit der auf zwei Stützen frei aufliegende Bogen.

Um die Rechnung in eine zweckmäßige Form zu bringen, zerlegen wir die Kämpferresultierenden R_a und R_b in

- die vertikalen Komponenten V_a und V_b ,
- die horizontalen " H in s_a bzw. s_b von den Kämpfern,
- die Momente $-M_a$ und $-M_b$,
- die Horizontalkraft K .

Dabei ist die Kraft H , worunter nicht der eigentliche Horizontalschub, sondern der wagrechte Bestandteil desselben zu verstehen ist, in starrer Verbindung mit den Kämpfern zu denken.

3. Die Kämpferbewegungen

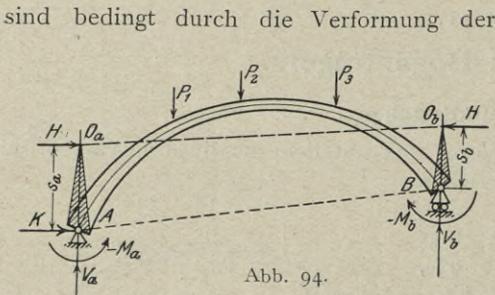


Abb. 94.

sind bedingt durch die Verformung der einzelnen Bogenelemente infolge der Kämpferresultierenden R_a und R_b resp. deren Komponenten einerseits, und die Belastung andererseits. Der Sinn dieser Bewegungen, die in jedem Falle rein elastischer Natur sind, wird durch das Vorzeichen ausgedrückt; wir bestimmen, daß eine Innendrehung der Kämpfer, und eine Verringerung der Entfernung $O_a O_b$ als positiv anzusehen ist.

Danach wird die wagrechte Bewegungskomponente der Punkte O_a und O_b

$$A_{1a} + A_{1b} = A_1 = A_{10} + H\delta' + M_a \alpha'_a s_a + M_b \alpha'_b s_b \quad (1)$$

wobei s_a und s_b den Hebelarm der Kraft H an den Kämpfern bedeutet. Die Verdrehung der Letzteren beträgt:

$$\left. \begin{aligned} v_a &= \alpha_{a0} + H\alpha_{ah} + M_a \alpha'_a + M_b \beta_b \\ v_b &= \alpha_{b0} + H\alpha_{bh} + M_b \alpha'_b + M_a \beta_a \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Für die Bewegungen infolge der Belastung läßt sich nach dem Satze von der Gegenseitigkeit der Formänderungen anschreiben

$$\left. \begin{aligned} A_{l_0} &= \sum P \delta_h \\ \alpha_{a_0} &= \sum P \delta_a \\ \alpha_{b_0} &= \sum P \delta_b \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

Außerdem ist noch

$$\beta_a = \beta_b = \beta, \quad \alpha'_a s_a = \alpha_{ah} \text{ und } \alpha'_b s_b = \alpha_{bh}$$

und die Beziehungen 2 lauten nunmehr

$$\left. \begin{aligned} A_l &= \sum P \delta_h + H \delta' + M_a \alpha_{ah} + M_b \alpha_{bh} \\ \tau_a &= \sum P \delta_a + H \alpha_{ah} + M_a \alpha'_a + M_b \beta \\ \tau_b &= \sum P \delta_b + H \alpha_{bh} + M_b \alpha'_b + M_a \beta \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

δ_h, δ_a und δ_b sind unter der Last in deren Richtung gemessene Einsenkungen, infolge der Ursachen $H=1, M_a=1$ und $M_b=1$. δ' ist die wagrechte Verschiebung der Punkte $O_a O_b$ infolge $H=1$; α_{ah} und α_{bh} bedeutet die Kämpferverdrehungen bei demselben Zustand. α'_a entspricht der Verdrehung am Auflager A infolge $M_a=1$; $M_b=1$ erzeugt den Winkel α'_b am Auflager B . β entsteht dabei jeweils am Kämpfer gegenüber.

4. Die Lagerbewegungen.

Wird die Reaktion der betrachteten Kämpferkräfte bei weggenommenem Bogen an den Widerlagern gedacht, H wie vor mittels starrer Stäbe, dann kann angeschrieben werden

$$\left. \begin{aligned} A_l &= -\varepsilon_a s_a (H s_a + M_a) - \varepsilon_b s_b (H s_b + M_b) + L_l + L_a s_a + L_b s_b \\ \tau_a &= -\varepsilon_a (H s_a + M_a) + L_a \\ \tau_b &= -\varepsilon_b (H s_b + M_b) + L_b \end{aligned} \right\} \cdot (5)$$

ε_a und ε_b sind darin elastische Lagerverdrehungen für die Momenteneinheit. Unter L dagegen sind unelastische Bewegungen zu verstehen, d. h. solche, die sich unabhängig von den wirksamen Kräften vollziehen. L_l bedeutet eine Verringerung der Spannweite, und L_a und L_b sind Innendrehungen an den Widerlagern A und B .

Als elastische Bewegungen wurden der Einfachheit halber nur Drehungen eingeführt. Lotrechte Widerlagerbewegungen (Senkungen) wurden nicht in Rechnung gestellt, da deren Einfluß nicht beträchtlich ist, und ganz verschwindet, wenn sich beide Widerlager gleichmäßig senken. Zudem können dieselben auch durch Einführung entsprechender Verdrehungen berücksichtigt werden.

5. Elastizitätsgleichungen.

Dieselben ergeben sich nach den vorstehenden Untersuchungen, durch Verbinden der Gleichungen 4 und 5. Man erhält nach kurzer Umformung

$$\left. \begin{aligned} H (\delta' + \varepsilon_a s_a^2 + \varepsilon_b s_b^2) &= -\sum P \delta_h - M_a (\alpha_{ah} + \varepsilon_a s_a) - M_b (\alpha_{bh} + \varepsilon_b s_b) \\ &\quad + L_l + L_a s_a + L_b s_b \\ M_a (\alpha'_a + \varepsilon_a) + M_b \beta &= -\sum P \delta_a - H (\alpha_{ah} + \varepsilon_a s_a) + L_a \\ M_b (\alpha'_b + \varepsilon_b) + M_a \beta &= -\sum P \delta_b - H (\alpha_{bh} + \varepsilon_b s_b) + L_b \end{aligned} \right\} (6)$$

Diese Gleichungen vereinfachen sich wesentlich, wenn man statt willkürlicher Annahme die Strecken s_a und s_b so wählt, daß sie der Forderung

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{ah} + \varepsilon_a s_a &= 0 \\ \alpha_{bh} + \varepsilon_b s_b &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

genügen. Sie lauten dann

$$\left. \begin{aligned} H (\delta' + \varepsilon_a s_a^2 + \varepsilon_b s_b^2) &= -\sum P \delta_h + L_l + L_a s_a + L_b s_b \\ M_a (\alpha'_a + \varepsilon_a) + M_b \beta &= -\sum P \delta_a + L_a \\ M_b (\alpha'_b + \varepsilon_b) + M_a \beta &= -\sum P \delta_b + L_b \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

6. Die Bestimmung der Angriffslinie der Bogenkraft.

hat auf Grund der Forderung 7

$$\begin{aligned} \alpha_{ah} + \varepsilon_a s_a &= 0, \\ \alpha_{bh} + \varepsilon_b s_b &= 0 \end{aligned}$$

zu erfolgen. Da α und s gegenseitig voneinander abhängig ist, scheint die Aufgabe verwickelt; doch läßt folgender Kunstgriff eine einfache Lösung zu.

Man denkt sich die Kräfte H an den Kämpfern, und stellt den ursprünglichen Belastungszustand durch Hinzufügen zweier Momente von der Größe s_a und s_b wieder her. Bezeichnet α_{ao}' und α_{bo}' die Kämpferverdrehungen infolge der Kräfte $H = 1$ an den Kämpfern, dann läßt sich für die Winkel anschreiben

$$\begin{aligned} \alpha_{ah} &= \alpha_{ao}' + s_a \alpha_a' + s_b \beta, \\ \alpha_{bh} &= \alpha_{bo}' + s_b \alpha_b' + s_a \beta, \end{aligned}$$

womit die Forderung 7 in

$$\left. \begin{aligned} s_a (\alpha_a' + \varepsilon_a) + s_b \beta + \alpha_{ao}' &= 0 \\ s_b (\alpha_b' + \varepsilon_b) + s_a \beta + \alpha_{bo}' &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7a)$$

übergeht.

Nun drückt man, von einer Lotrechten in l_a bzw. l_b ausgehend, die in obigen Gleichungen enthaltenen, auf den Auflagerlotrechten liegende Strecken, durch

$$\begin{aligned} s_a &= s_m + \psi l_a \\ s_b &= s_m - \psi l_b \end{aligned}$$

aus (Abb. 95) und bringt damit die Gleichung 7a in die Form

$$\begin{aligned} s_m (\alpha_a' + \beta + \varepsilon_a) + \psi (l_a (\alpha_a' + \varepsilon_a) - l_b \beta) + \alpha_{ao}' &= 0, \\ s_m (\alpha_b' + \beta + \varepsilon_b) - \psi (l_b (\alpha_b' + \varepsilon_b) - l_a \beta) + \alpha_{bo}' &= 0. \end{aligned}$$

Die Strecken l_a und l_b können darin beliebig groß angenommen werden. Jedoch empfiehlt es sich darüber so zu verfügen, daß sie dem Verhältnis

$$\frac{l_a}{l_b} = \frac{\alpha_b' + \beta + \varepsilon_b}{\alpha_a' + \beta + \varepsilon_a} \quad \dots \quad (9)$$

genügen, bei dessen Beachtung

$$s_m = - \frac{\alpha_{ao}' + \alpha_{bo}'}{\alpha_a + \varepsilon_a + \alpha_b + \varepsilon_b} \quad \dots \quad (10)$$

$$\psi l = \frac{-\alpha_{bo}' (\alpha_a + \varepsilon_a) + \alpha_{ao}' (\alpha_b + \varepsilon_b)}{(\alpha_a + \varepsilon_a) (\alpha_b + \varepsilon_b) - \beta (\alpha_a + \varepsilon_a + \alpha_b + \varepsilon_b)} \quad \dots \quad (11)$$

wird. Darin sind α_a und α_b die Winkel am Kämpfer A und B, infolge $M_a = M_b = 1$. Die Lotrechte, worauf man s_m zu messen hat, ist nach

$$l_a = \frac{l}{1 + \frac{\alpha_a + \varepsilon_a}{\alpha_b + \varepsilon_b}} \quad \dots \quad (12a)$$

oder

$$l_b = \frac{l}{1 + \frac{\alpha_b + \varepsilon_b}{\alpha_a + \varepsilon_a}} = l - l_a \quad \dots \quad (12b)$$

festzulegen.

Es wird noch hervorgehoben, daß der Winkel ψ (Gleichung 11) in bezug auf eine Gleichlaufende zur Kämpfergeraden zu verstehen, und positiv anzusehen ist, wenn er wie in Abb. 95, rechts neben der Lotrechten nach unten fällt.

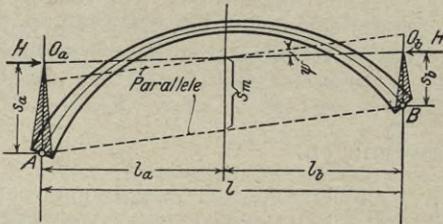


Abb. 95.

7. Ermittlung der Balkenmomente.

Als Balkenmomente bezeichnet man die Momente infolge der Belastung beim Zustand $H = 0$. Sie sind von der Form der Bogenachse nur insofern abhängig, als dadurch das Bogendifferential ds beeinflusst wird. Für ihr Zustandekommen ist Bedingung, daß mindestens ein Kämpfer frei seitwärts gleiten kann.

Zur Bestimmung der Balkenmomente dienen die beiden letzten der Gleichungen 8,

$$M_a(\alpha_a' + \varepsilon_a) + M_b\beta = -\sum P\delta_a + L_a,$$

$$M_b(\alpha_b' + \varepsilon_b) + M_a\beta = -\sum P\delta_b + L_b,$$

die nachfolgend in eine für die Anwendung geeignete Form gebracht werden.

Wir führen die neuen Unbekannten

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= M_a \frac{l_a}{l} + M_b \frac{l_b}{l} \\ X_2 &= M_a - M_b \end{aligned} \right\} \dots \dots (13)$$

ein, drücken die alten durch die entsprechenden Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} M_a &= X_1 + X_2 \frac{l_a}{l} \\ M_b &= X_1 - X_2 \frac{l_b}{l} \end{aligned} \right\} \dots \dots (14)$$

aus, und erhalten

$$X_1(\alpha_a' + \beta + \varepsilon_a) + \frac{X_2}{l}(l_a(\alpha_a' + \varepsilon_a) - l_b\beta) = -\sum P\delta_a + L_a,$$

$$X_1(\alpha_b' + \beta + \varepsilon_b) - \frac{X_2}{l}(l_b(\alpha_b' + \varepsilon_b) - l_a\beta) = -\sum P\delta_b + L_b.$$

Legt man wie zuvor die Bestimmung der Strecken l_a und l_b das Verhältnis

$$\frac{l_a}{l_b} = \frac{\alpha_b' + \beta + \varepsilon_b}{\alpha_a' + \beta + \varepsilon_a}$$

zugrunde, dann ergeben sich auf elementarem Wege die wichtigen Ausdrücke

$$X_1 = -\frac{l_a(\sum P\delta_a - L_a + \sum P\delta_b - L_b)}{l(\alpha_a' + \beta + \varepsilon_a)} \dots \dots (15a)$$

$$X_2 = -\frac{l_a(\sum P\delta_a - L_a) - l_b(\sum P\delta_b - L_b)}{l_a(\alpha_a' + \varepsilon_a) - l_b\beta} \dots \dots (15b)$$

In Verbindung mit Gleichungen 12a und 12b entsteht hiernach für die Belastung allein

$$X_1 = -\frac{\sum P\delta_1}{\alpha_a + \varepsilon_a + \alpha_b + \varepsilon_b} \dots \dots (16a)$$

$$X_2 = -\frac{\sum P\delta_2}{\frac{(\alpha_a + \varepsilon_a)(\alpha_b + \varepsilon_b)}{\alpha_a + \varepsilon_a + \alpha_b + \varepsilon_b} - \beta} \dots \dots (16b)$$

worin δ_1 und δ_2 die Einsenkungen unter der Last infolge der Ursache

$$M_a = M_b = 1 \quad \text{und} \quad M_a = l_a : l, \quad M_b = -l_b : l.$$

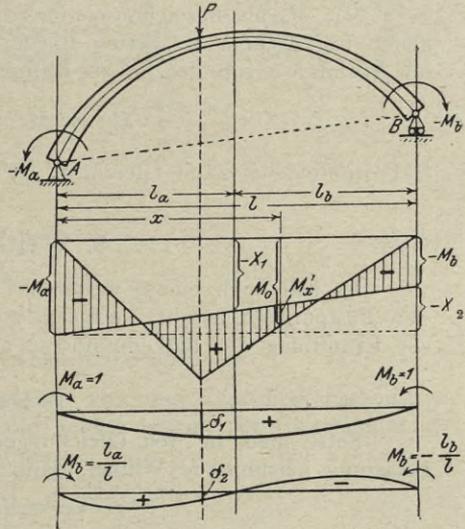


Abb. 96.

Die unelastischen Lagerverdrehungen erzeugen

$$X_1 = \frac{L_a + L_b}{\alpha_a + \varepsilon_a + \alpha_b + \varepsilon_b} \dots \dots \dots (17a)$$

$$X_2 = \frac{L_a(\alpha_b + \varepsilon_b) - L_b(\alpha_a + \varepsilon_a)}{(\alpha_a + \varepsilon_a)(\alpha_b + \varepsilon_b) - \beta(\alpha_a + \varepsilon_a + \alpha_b + \varepsilon_b)} \dots \dots (17b)$$

Mit M_0 als Bezeichnung für das Moment beim frei verschieblich und zugleich frei drehbar gelagerten Bogen, lautet die Gleichung für das Balkenmoment im Abstand x von der linken Kämpferlotrechten

$$M_x' = M_0 + X_1 + X_2 \frac{l_a - x}{l} \dots \dots \dots (18)$$

l_a bestimmt sich nach Gleichung 12a.

8. Weiteres Verfahren.

Es soll noch einem weiteren Verfahren Raum gegeben werden, welches auf den Festpunkten beruht, und sich zur Bestimmung der Strecken s_a und s_b , sowie zur Ermittlung der Balkenmomente als sehr übersichtlich erweist.

a) Festpunkte.

Setzt man in den Gleichungen 2 $H = 0$, und streicht man die von der Belastung herrührende Winkel, dann erscheinen dieselben in der Form

$$\begin{aligned} \tau_a &= M_a \alpha_a' + M_b \beta, \\ \tau_b &= M_b \alpha_b' + M_a \beta, \end{aligned}$$

während die beiden letzten der Ausdrücke 5 in

$$\begin{aligned} \tau_a &= -M_a \varepsilon_a \\ \tau_b &= -M_b \varepsilon_b \end{aligned}$$

übergehen, wenn dabei von der Berücksichtigung der unelastischen Lagerverdrehungen abgesehen wird.

Durch Verbinden dieser Gleichungen entstehen die im I. Abschnitt enthaltenen Beziehungen 2 (S. 2), und es folgt daher, daß auch hier genau wie beim Balken, die Festpunkte in (Gl. 3 u. 5, I. Abschnitt)

$$a = \frac{l\beta}{\alpha_a + \varepsilon_a} \dots \dots \dots (19a)$$

$$b = \frac{l\beta}{\alpha_b + \varepsilon_b} \dots \dots \dots (19b)$$

liegen.

b) Die Strecken s_a und s_b .

Bestimmt man auf Grund der letzten Gleichungen ε_a und ε_b

$$\varepsilon_a = -\alpha_a + \beta \frac{l}{a},$$

$$\varepsilon_b = -\alpha_b + \beta \frac{l}{b},$$

und führt man diese Ausdrücke in die zur Ermittlung der Strecken s_a und s_b maßgebende Beziehungen (Gl. 7a) ein, dann folgt nach kurzer Umformung

$$s_a \frac{l-a}{l} + s_b \frac{a}{l} = -\frac{a}{l} \cdot \frac{\alpha_{a0}'}{\beta},$$

$$s_b \frac{l-b}{l} + s_a \frac{b}{l} = -\frac{b}{l} \cdot \frac{\alpha_{b0}'}{\beta}.$$

Wie man gleich sieht, stellen die linken Seiten dieser Gleichungen die auf den Festlinien liegenden Abschnitte s_a' und s_b' dar (Abb. 97).

Demnach gilt

$$s_a' = -\frac{a}{l} \cdot \frac{\alpha_{a0}'}{\beta} \dots \dots \dots (20a)$$

$$s_b' = -\frac{b}{l} \cdot \frac{\alpha_{b0}'}{\beta} \dots \dots \dots (20b)$$

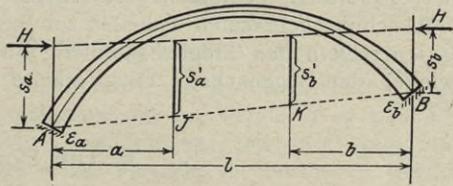


Abb. 97.

Sind diese Abschnitte berechnet, dann werden jene auf den Auflagerlotrechten

$$s_a = \frac{s_a'(l-b) - s_b'a}{l-a-b} \dots \dots \dots (21a)$$

$$s_b = \frac{s_b'(l-a) - s_a'b}{l-a-b} \dots \dots \dots (21b)$$

Einfacher ergeben sich dieselben graphisch.

c) Bestimmung der Balkenmomente.

Werden für ϵ_a und ϵ_b die aus Gleichung 19a und 19b hervorgehenden Ausdrücke, genau wie im I. Abschnitt, in die beiden letzten der Gleichungen 8 eingeführt, dann entsteht nach kurzer Umformung

$$M_a \frac{l-a}{l} + M_b \frac{a}{l} = -\frac{a}{l} \cdot \frac{\Sigma P \delta_a - L_a}{\beta},$$

$$M_b \frac{l-b}{l} + M_a \frac{b}{l} = -\frac{b}{l} \cdot \frac{\Sigma P \delta_b - L_b}{\beta},$$

oder, da die linken Seiten dieser Gleichung, wie in Abb. 98 ersichtlich, die Senkung der Schlußlinie auf den Festlinien bedeuten,

$$S_a = -\frac{a}{l} \cdot \frac{\Sigma P \delta_a - L_a}{\beta} \dots \dots (22a)$$

$$S_b = -\frac{b}{l} \cdot \frac{\Sigma P \delta_b - L_b}{\beta} \dots \dots (22b)$$

Wie vorauszusehen war, geht aus dieser Untersuchung hervor, daß die Bestimmung der Balkenmomente beim Bogen ähnlich erfolgen kann wie beim elastisch eingespannten Balken.

Sind die Festlinienabschnitte S_a und S_b bekannt, dann ergeben sich die Momente an den Kämpfern leicht graphisch. Analytisch gewinnt man dieselben aus

$$M_a = \frac{S_a(l-b) - S_b a}{l-a-b} \dots \dots \dots (23a)$$

$$M_b = \frac{S_b(l-a) - S_a b}{l-a-b} \dots \dots \dots (23b)$$

In x vom linken Kämpfer entsteht das Balkenmoment

$$M_x' = M_0 + M_a \frac{l-x}{l} + M_b \frac{x}{l} \dots \dots \dots (24)$$

oder
$$M_x' = M_0 + \frac{S_a(l-b-x) + S_b(x-a)}{l-a-b} \dots \dots \dots (24a)$$

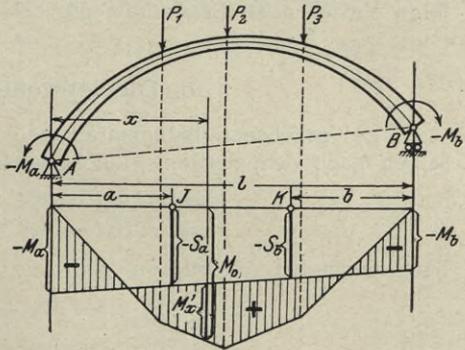


Abb. 98.

Das zuletzt mitgeteilte Verfahren verdient gegenüber dem ersteren namentlich dann den Vorzug, wenn man beabsichtigt, die Lösung auf graphischem Wege herbeizuführen. Bemerkenswert scheint noch der Umstand, daß sich sogar die im I. Abschnitt gebrachten Tabellen zur Bestimmung der Schlußliniensenkung benutzen lassen, sofern das Trägheitsmoment multipliziert mit dem Cosinus vom Neigungswinkel der Bogenachse, entsprechend einem dort beschriebenen Gesetz verläuft.

9. Die Bogenmomente

werden durch die Kraft H erzeugt, die infolge der seitlichen Kämpferwiderstände entsteht. Sie berechnet sich gemäß der ersten der Gleichungen 8 nach

$$H = \frac{-\sum P \delta_h + L_l + L_a s_a + L_b s_b}{\delta' + \varepsilon_a s_a^2 + \varepsilon_b s_b^2}, \quad (25)$$

und erzeugt das Schnittmoment (Bogenmoment).

$$M = -Hy \dots \dots \dots (26)$$

Im Bogenträger wirkt daher endgültig

$$M_x = M_x' - Hy \dots \dots \dots (27)$$

Die eigentliche Erzeugungskraft liegt in der Richtung $O_a O_b$, und hat die Größe

$$H' = H \operatorname{cosec} \alpha.$$

Sie wird in der Regel als Horizontalschub bezeichnet. Da uns diese Bezeichnung

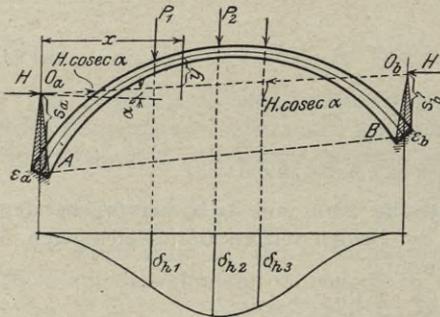


Abb. 99.

höchst unzuweckmäßig erscheint, weil dieser Schub ebensogut wie horizontal auch schräg gerichtet sein kann, führen wir, wie Prof. Mehrrens (vergl. auch Dr. Max Ritter, Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetonbaues, Heft XI), die treffendere Bezeichnung Bogenkraft ein, und glauben damit auf die in ihrem Gefolge entstehenden Bogenmomente besser hinzuweisen.

10. Die lotrechten Auflagerdrücke.

Bei gegebenen Balkenmomenten und gegebener Bogenkraft lassen sich dieselben nach den aus den Gleichgewichtsbedingungen

$$\begin{aligned} 0 &= -A_0 l + V_a l + M_a - M_b - H l \tan \alpha \\ 0 &= B_0 l - V_b l + M_a - M_b - H l \tan \alpha \end{aligned}$$

hervorgehenden Ausdrücken

$$V_a = A_0 + \frac{-M_a + M_b}{l} + H \tan \alpha \dots \dots \dots (28a)$$

$$V_b = B_0 - \frac{-M_a + M_b}{l} - H \tan \alpha \dots \dots \dots (28b)$$

berechnen. A_0 und B_0 bedeuten die Auflagerreaktion bei frei drehbaren Kämpfern. α ist der Neigungswinkel der Bogenkraft.

Wegen $M_a - M_b = X_2$ (Gl. 13) kann auch geschrieben werden

$$V_a = A_0 - \frac{X_2}{l} + H \tan \alpha \dots \dots \dots (29a)$$

$$V_b = B_0 + \frac{X_2}{l} - H \tan \alpha \dots \dots \dots (29b)$$

§ 12.

Die Formänderungen und die Biegelinie.

1. Berechnung der Formänderungen.

Von vornherein sei betont, daß die Bestimmung der Formänderung des gekrümmten Stabes, wenn dessen Krümmungshalbmesser im Vergleich zu den Abmessungen groß ist, nach den gebräuchlichen Gleichungen genau wie beim Stab mit gerader Achse erfolgen kann. Um von dieser Tatsache zu überzeugen werden folgende Darlegungen gebracht.

Auf ein Bogenelement von der Länge ds wirke das Moment M und die Normalkraft N (Abb. 100). Der Gleichgewichtszustand fordert, daß

$$\int \sigma_z dF = N \quad \text{und} \quad \int \sigma_z z dF = M.$$

Die Achse des betrachteten Bogenelements verkürzt sich infolge N um Δds , während M den Winkel $d\varphi$ und $\Delta d\varphi$ verringert.

Es ist

$$ds \varepsilon = \Delta ds \quad \text{und} \quad ds_z \varepsilon_z = \Delta ds_z,$$

weshalb die spezifische Verkürzung in der Achse

$$\varepsilon = \frac{\Delta ds}{ds},$$

und in der Faser z

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta ds_z}{ds_z}$$

oder wegen

$$\begin{aligned} \Delta ds_z &= \Delta ds + z \Delta d\varphi, \\ \varepsilon_z &= \frac{\Delta ds + z \Delta d\varphi}{ds_z} \end{aligned}$$

beträgt. Setzt man $ds_z = (r + z) d\varphi = ds + z d\varphi$, und erweitert man mit r ,

$$\text{dann entsteht} \quad \varepsilon_z = \frac{1}{r+z} \left(r \varepsilon + r \frac{z \Delta d\varphi}{ds} \right),$$

$$\text{oder} \quad \varepsilon_z = \varepsilon - \frac{z}{r+z} \left(\varepsilon - \frac{r \Delta d\varphi}{ds} \right).$$

Da aber

$$\varepsilon_z = \frac{\sigma_z}{E},$$

ist auch

$$\frac{\sigma_z}{E} = \varepsilon - \frac{z}{r+z} \left(\varepsilon - \frac{r \Delta d\varphi}{ds} \right).$$

Durch Verbinden mit den Gleichgewichtsbedingungen folgt

$$\begin{aligned} \varepsilon \int dF - \left(\varepsilon - \frac{r \Delta d\varphi}{ds} \right) \int \frac{z}{r+z} dF &= \frac{N}{E}, \\ \varepsilon \int z dF - \left(\varepsilon - \frac{r \Delta d\varphi}{ds} \right) \int \frac{z^2}{r+z} dF &= \frac{M}{E}. \end{aligned}$$

$$\text{Wird} \quad \int z^2 \frac{r}{r+z} dF = Z$$

gesetzt und beachtet, daß

$$\int dF = F, \quad \int z dF = 0,$$

daß ferner

$$\frac{z}{r+z} = \frac{z}{r} - \frac{z^2}{r(r+z)},$$

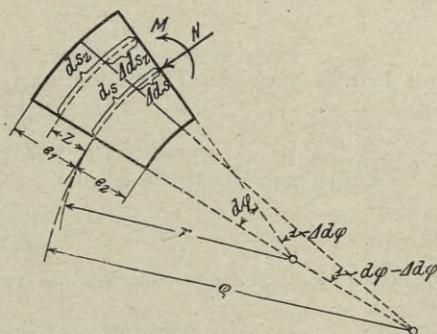


Abb. 100.

und demnach auch $r^2 \int \frac{z}{r+z} dF = r \int z dF - \int z^2 \frac{r}{r+z} = -Z,$

so entsteht $\varepsilon F + \left(\varepsilon - \frac{r \Delta d\varphi}{ds} \right) \frac{Z}{r^2} = \frac{N}{E}$
 $-\left(\varepsilon - \frac{r \Delta d\varphi}{ds} \right) \frac{Z}{r^2} = \frac{M}{Er}.$

Daraus gewinnt man die wichtigen Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} \Delta ds &= \varepsilon ds \\ \Delta d\varphi &= \left(\frac{\varepsilon}{r} + \frac{M}{EZ} \right) ds \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (30)$$

wo $\varepsilon = \frac{1}{EF} \left(N + \frac{M}{r} \right) \dots \dots \dots (31)$

Der Krümmungsradius war vor der Formänderung

$$r = \frac{ds}{d\varphi},$$

und beträgt nach der Formänderung

$$\varrho = \frac{ds - \Delta ds}{d\varphi - \Delta d\varphi}.$$

Führt man in den Ausdruck

$$\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{r} = \frac{d\varphi - \Delta d\varphi}{ds - \Delta ds} - \frac{d\varphi}{ds},$$

die für Δds und $\Delta d\varphi$ ermittelten Werte ein, dann folgt die bekannte Beziehung

$$\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{r} = - \frac{M}{EZ(1 - \varepsilon)} \dots \dots \dots (32)$$

ε berechnet sich nach Gleichung 31.

Um nun zunächst davon zu überzeugen, daß man bei der Anwendung dieser Gleichungen Z stets durch das Trägheitsmoment J ersetzen darf, entwickeln wir die Reihe

$$\frac{r}{r+z} = 1 - \frac{r}{z} + \left(\frac{r}{z}\right)^2 - \left(\frac{r}{z}\right)^3 + \left(\frac{r}{z}\right)^4 - \dots \dots \dots$$

und erhalten

$$Z = \int z^2 \frac{r}{r+z} dF = J - \frac{1}{r} \int z^3 dF + \frac{1}{r^2} \int z^4 dF - \frac{1}{r^3} \int z^5 dF + \dots \dots \dots$$

Für den rechteckigen Querschnitt von der Breite b und der Höhe h wird danach¹⁾

$$Z = J \left[1 + \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{h}{2r}\right)^2 + \frac{3}{7} \cdot \left(\frac{h}{2r}\right)^4 + \frac{3}{9} \cdot \left(\frac{h}{2r}\right)^6 + \dots \dots \dots \right]$$

Setzt man beispielsweise $r = 5h$, dann folgt

$$Z = J \cdot 1,006$$

und man sieht, daß die Verwendung des Trägheitsmomentes an Stelle von Z immer zulässig ist.

Wir wenden nun unsere Untersuchungen dem Wert von ε zu (Gl. 31). Unter Zugrundelegung einer Normalspannung von 30 kg/cm² ergibt sich für den

¹⁾ H. Müller-Breslau. „Die neueren Methoden der Festigkeitslehre und Statik der Baukonstruktionen“. IV. Aufl. S. 242.

Anteil der Normalkraft, wenn für den Elastizitätsmodul $E = 210\,000 \text{ kg/cm}^2$ gesetzt wird,

$$\frac{N}{EF} = \frac{\sigma}{E} = \frac{30}{210\,000} = 0,000143.$$

Dagegen bringt das Moment M , indem man die davon herrührende Randspannung wie die Normalspannung zu 30 kg/cm^2 annimmt, bei $r = 5h$,

$$\frac{M}{rEF} = \frac{\sigma h}{6Er} = \frac{30}{6 \cdot 210\,000 \cdot 5} = 0,000006.$$

Insgesamt wird demnach (Gl. 31)

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{1}{EF} \left(N + \frac{M}{r} \right) \\ &= 0,000143 + 0,000006 = 0,000149. \end{aligned}$$

Diese Zahl kann gegenüber Eins gestrichen werden. Gleichung 32 lautet dann, wenn noch $Z = J$ gesetzt wird,

$$\frac{1}{\varrho} - \frac{1}{r} = - \frac{M}{EJ} \dots \dots \dots (33)$$

und der Ausdruck für den Formänderungswinkel (Gl. 30) geht in

$$\Delta d\varphi = \frac{M ds}{EJ} \dots \dots \dots (34)$$

über. Wird weiterhin noch berücksichtigt, daß der Einfluß von M auf ε gegenüber jenem, den N bringt, klein ist, dann kann gesetzt werden (Gl. 30)

$$\Delta ds = \frac{N ds}{EF} \dots \dots \dots (35)$$

2. Die Biegelinie des Bogens.

Abb. 101 stellt ein unendlich kleines Bogenelement vor und nach der Verformung dar.

Es soll nun zunächst die lotrechte Verschiebung $d\delta$ des Punktes B infolge der Ursache M und N festgestellt werden. Wird die untere Schnittfläche des Bogenelementes als verhältnismäßig fest angesehen, dann folgt, wenn φ den Neigungswinkel der Achse bezeichnet,

$$d\delta = dx \Delta d\varphi + \Delta ds \sin(\varphi - \Delta d\varphi).$$

Das erste Glied rührt von der Verdrehung durch das Moment und das zweite Glied von der Verkürzung infolge der Normalkraft her. Weil $\Delta ds \sin(-\Delta d\varphi)$ als unendlich kleines Glied zweiter Ordnung wegfallen kann, ergibt sich etwas umgeformt

$$\frac{d\delta}{dx} = \Delta d\varphi + \frac{\Delta ds}{ds} \tan \varphi.$$

Differenziert man diesen Ausdruck nach dx , dann entsteht

$$\frac{d^2\delta}{dx^2} = \frac{\Delta d\varphi}{dx} + \frac{d\left(\frac{\Delta ds}{ds} \tan \varphi\right)}{dx}$$

und hiernach folgt in Verbindung mit den Gleichungen 34 und 35 die Differentialgleichung der Biegelinie

$$\frac{d^2\delta}{dx^2} = \frac{M}{EJ \cos \varphi} + \frac{d\left(\frac{N}{EF} \tan \varphi\right)}{dx} \dots \dots \dots (36)$$

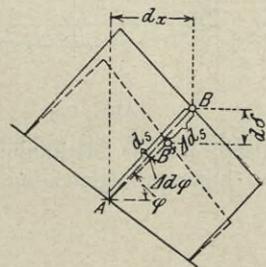


Abb. 101.

Auch hier ergibt sich bei näherer Untersuchung, daß das zweite von der Normalkraft abhängige Glied nur eine untergeordnete Rolle spielt. Sofern es sich um die Ermittlung von lotrechten Einsenkungen nach Art der Abb. 102 handelt, kann man dasselbe stets vernachlässigen. Bei der im Nenner des Ausdruckes für H (Gl. 25) vorkommenden Verschiebung δ' hingegen, hat die Normalkraft einen geringen Einfluß im Gefolge, der sich besonders bei flachen und steifen Bögen bemerkbar macht.

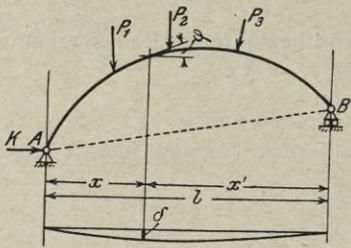


Abb. 102.

Ohne Rücksicht auf die Normalkraft lautet die Differentialgleichung der Biegelinie

$$\frac{d^2 \delta}{dx^2} = \frac{M}{EJ \cos \varphi} \quad \dots \quad (37)$$

und für den Anteil der Normalkraft folgt

$$\frac{d \delta}{dx} = \frac{N}{EF} \tan \varphi \quad \dots \quad (38)$$

3. Untersuchung über den Einfluß der Normalkräfte.

Nachstehend wird eine kurze Untersuchung gebracht, die eine Gegenüberstellung des Einflusses vom Moment und von der Normalkraft bei der Formänderung des gekrümmten Stabes bezweckt.

Wir betrachten einen an den Kämpfern frei drehbar gelagerten, parabolisch gekrümmten Träger und legen dessen Pfeilverhältnis durch $4f=l$ fest (Abb. 103). Die Querschnittshöhe sei derart, daß $J \cos \varphi$ einen festen Wert (J) annimmt.

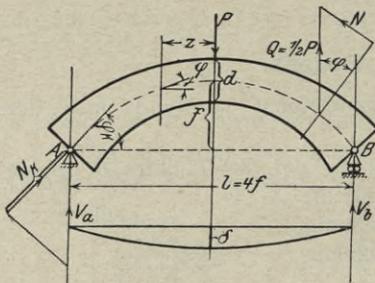


Abb. 103.

Da das eine Auflager als frei beweglich vorausgesetzt wird, stimmt die Momentenfläche mit der des gewöhnlichen auf zwei Stützen aufliegenden Balkens überein, und es entsteht daher bei der in Abb. 103 ersichtlichen Belastung in z vom Scheitel das Moment

$$M = \frac{P}{2} \left(\frac{l}{2} - z \right).$$

Mithin ist zur Bestimmung der durch das Moment allein verursachten Einsenkung die Differentialgleichung (Gl. 37)

$$\frac{d^2 \delta}{dx^2} = \frac{M}{EJ \cos \varphi} = \frac{P(l - 2z)}{4 EJ}$$

maßgebend, deren zweimalige Integration bei Berücksichtigung der Integrationskonstanten für die Scheitelseinkung

$$\delta = \frac{Pl^3}{48 EJ}$$

liefert.

Die Gleichung zur Berechnung der Randspannung bei Biegung lautet

$$\sigma = \frac{M}{W} = \frac{Md}{2J}$$

Da $M = \frac{Pl}{4}$, läßt sich die Spannung im Scheitel des betrachteten Bogens durch

$$\sigma = \frac{Pl d}{8J}$$

ausdrücken, und es folgt alsdann in Verbindung mit der Gleichung für δ

$$\delta = \frac{\sigma l^2}{6 d E}.$$

Dem Zweck der Untersuchung gemäß soll diesem Wert von δ noch derjenige, der dem Einfluß der Normalkraft entspricht, gegenüber gestellt werden.

Die betrachtete Belastung erzeugt am Kämpfer (Abb. 103)

$$N_k = \frac{P}{2} \sin \varphi_k = \frac{P}{2} \cdot \frac{4f}{\sqrt{l^2 + (4f)^2}}$$

oder, da $4f = l$

$$N_k = \frac{P}{2 \sqrt{2}} = \approx 0,35 P.$$

Die Gleichung

$$N = \approx N_k \frac{2z}{l} = \approx 0,7 \frac{Pz}{l}$$

gibt annähernd die Normalkraft in z vom Scheitel. Ferner ist noch

$$\tan \varphi \approx 8 \frac{fz}{l^2} \approx \frac{2z}{l},$$

und es folgt daher (Gl. 38)

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{N}{EF} \tan \varphi = \frac{1,4 Pz^2}{l^2 EF},$$

wonach bei der ungünstigen Annahme, daß $F =$ beständig

$$\delta = \approx \frac{Pl}{17 EF}.$$

Die Umformung des zur Ermittlung der Biegungsspannung gültigen Ausdruckes

$$\sigma = \frac{Pl d}{8 J}$$

führt wegen

$$J = F \frac{d^2}{12}$$

zu

$$\sigma = \frac{3 Pl}{2 F d},$$

und es ergibt sich hiernach in Verbindung mit der Gleichung für δ der Einfluß der Normalkraft auf die Scheitelsenkung zu

$$\delta = \approx \frac{2 \sigma d}{51 E}.$$

In nachfolgender Tabelle ist die Kleinheit des Einflusses von der Normalkraft gegenüber jenem vom Moment ersichtlich.

	Verhältnis $d:l$					} Werte von $\frac{\delta E}{\sigma l}$
	1:5	1:10	1:15	1:20	1:30	
Einfluß vom Moment . .	0,8333	1,6667	2,5000	3,3333	5,0000	}
„ von der Normalkraft	0,0065	0,0039	0,0026	0,0020	0,0013	

Demnach bietet die gekrümmte Balkenform keinen Anlaß, von der gebräuchlichen Bestimmung der Formänderung Abstand zu nehmen. Bei kleinerem Pfeilverhältnis wird der Einfluß der Normalkraft noch geringer.

4. Bestimmung der Formänderungswinkel am Kämpfer.

Bestimmt x und x' die Lage eines beliebigen Querschnitts, dann werden die Winkel der elastischen Linie an den Kämpfern (Abb. 104)

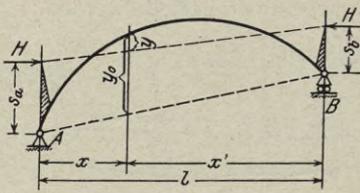


Abb. 104.

$$\alpha_a = \frac{1}{l} \int x' \Delta d\varphi,$$

$$\alpha_b = \frac{1}{l} \int x \Delta d\varphi.$$

Drückt man den Formänderungswinkel durch Gleichung 34

$$\Delta d\varphi = \frac{M ds}{EJ}$$

aus, dann folgt mit der Abkürzung

$$dw = \frac{ds}{EJ} = \frac{dx}{EJ \cos \varphi} \dots \dots \dots (39)$$

allgemein

$$\alpha_a = \frac{1}{l} \int M x' dw \dots \dots \dots (40a)$$

$$\alpha_b = \frac{1}{l} \int M x dw \dots \dots \dots (40b)$$

Mithin ergeben sich für die zur Berechnung der Bogenträger erforderlichen Winkel die Ausdrücke

$$(M = 1) \quad \alpha_a = \frac{1}{l} \int x' dw \dots \dots \dots (41a)$$

$$(M = 1) \quad \alpha_b = \frac{1}{l} \int x dw \dots \dots \dots (41b)$$

$$(M = \frac{x}{l}) \quad \beta = \frac{1}{l^2} \int x x' dw \dots \dots \dots (41c)$$

$$(M = -y_0) \quad \alpha_{a0}' = -\frac{1}{l} \int y_0 x' dw \dots \dots \dots (42a)$$

$$(M = -y_0) \quad \alpha_{b0}' = -\frac{1}{l} \int y_0 x dw \dots \dots \dots (42b)$$

y_0 ist die lotrechte Bogenordinate in bezug auf die Kämpfergerade. Die Integrale sind über den ganzen Bogen auszudehnen.

5. Bestimmung der Durchbiegungen.

Die Bestimmung der Durchbiegungen hat nach der Differentialgleichung (Gl. 37)

$$\frac{d^2 \delta}{dx^2} = \frac{M}{EJ \cos \varphi}$$

zu erfolgen. Man erhält danach

$$(M = -y) \quad \frac{d^2 \delta_h}{dx^2} = -\frac{y}{EJ \cos \varphi} \dots \dots \dots (43a)$$

$$(M = 1) \quad \frac{d^2 \delta_1}{dx^2} = \frac{1}{EJ \cos \varphi} \dots \dots \dots (43b)$$

$$\left(M = \frac{l_a x'}{l} - \frac{l_b x}{l} = -\frac{z}{l} \right) \frac{d^2 \delta_2}{dz^2} = -\frac{z}{l EJ \cos \varphi} \dots \dots \dots (43c)$$

$$\left(M = \frac{x'}{l}\right) \quad \frac{d^2 \delta_a}{dx^2} = \frac{x'}{l E J \cos \varphi} \dots \dots \dots (43 d)$$

$$\left(M = \frac{x}{l}\right) \quad \frac{d^2 \delta_b}{dx^2} = \frac{x}{l E J \cos \varphi} \dots \dots \dots (43 e)$$

Unter y ist die lotrechte Bogenordinate in bezug auf die Wirkungsgerade der Bogenkraft zu verstehen.

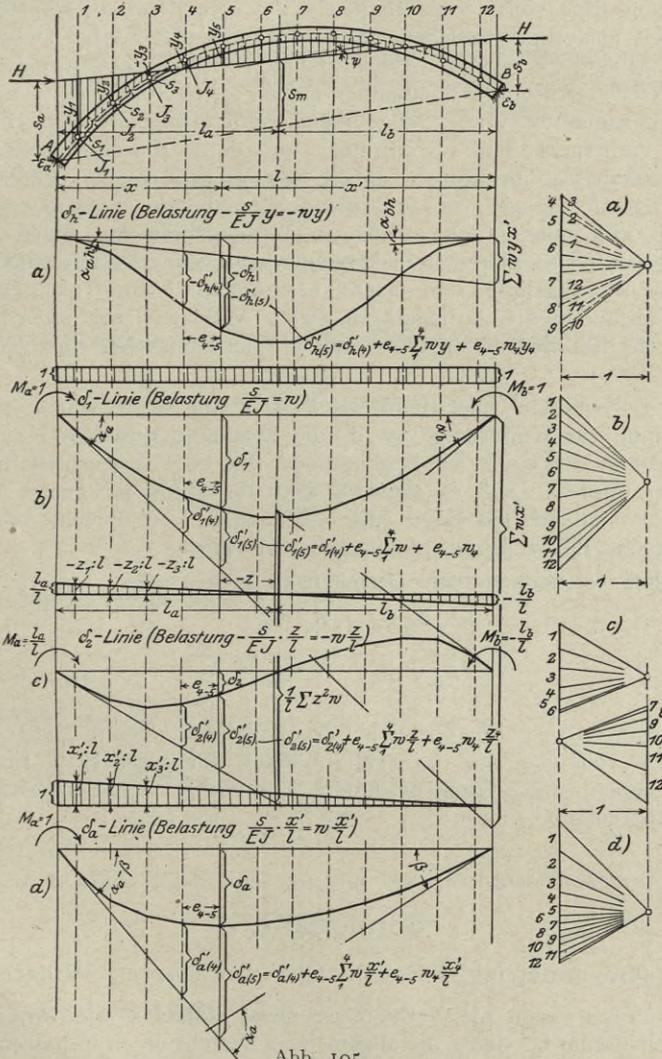


Abb. 105.

Außer diesen Einsenkungen ist noch die Kenntnis der wagrechten Verschiebung der Punkte $O_a O_b$ erforderlich. Dafür gilt

$$\delta' = \int y \Delta d\varphi + \int \Delta ds \cos \varphi$$

oder

$$\delta' = \int y^2 dw + \int \frac{\cos \varphi dx}{EF} \dots \dots \dots (44)$$

Im allgemeinen krümmt sich die Achse des Bogenträgers beliebig, und der Verlauf des Trägheitsmoments entspricht keiner bestimmten Regel. Es hat daher

die Ermittlung der Durchbiegungen und der Winkel der elastischen Linie an den Kämpfern unter Zugrundelegung endlicher Bogenlängen zu erfolgen.

Handelt es sich beispielsweise um δ_h , dann sind an dem Bogen die lotrecht wirkenden ideellen Kräfte $-wy$ zu denken ($w = s: EJ$, wo s eine endliche Bogensehne), und es ergibt sich alsdann die gesuchte Biegungslinienordinate an beliebiger Stelle, als statisches Moment für die gedachte Belastung, bei frei drehbaren und frei verschieblichen Kämpfern. Man kann also genau wie beim geraden Stab nach der hinlänglich bekannten Mohrschen Methode verfahren, und, falls man die Biegungslinie vollständig erhalten will, deren Verlauf als Momentenlinie graphisch oder analytisch festlegen (Abb. 105). Es ist dabei zweckmäßig von Punkten auszugehen, die mit den Angriffspunkten der Gewichte in einer Lotrechten liegen und gleichen Abstand voneinander haben. Außerdem ist es auch bei der analytischen Bestimmung immer angebracht, jedes folgende Moment unter Benutzung des vorhergehenden zu ermitteln und dabei die Auflagerkraft an jener Seite, an der man beginnt, vorerst gleich Null zu setzen. Es liegt dann immer ein frei auskragender Träger vor, und die sich ergebenden Einsenkungen beziehen sich demnach auf eine Tangente an die Biegungslinie am freien Balkenende. Ist man in dieser Weise am Kämpfer gegenüber angelangt, dann sind die wahren Ordinaten der Biegungslinie sehr leicht bestimmbar (Abb. 105). Bei δ_h kann auch unter Umständen die Auflagerkraft gleich Null sein (bei fester Einspannung am Kämpfer ist dies Bedingung); es ergeben sich dann die richtigen Ordinaten unmittelbar.

Um δ_1 zu ermitteln, hat man als Lasten die Werte von w zu benutzen; hingegen kommt zur Ermittlung von δ_2 die Belastung durch $-wz:l$ in Frage, wo z der Abstand der einzelnen Bogenpunkte von einer Lotrechten in l_a bzw. l_b . (Rechts davon positiv.) Soll δ_a ermittelt werden, dann ist genau wie vor zu verfahren, nur sind an den Bogen die Kräfte $wx':l$ zu denken; ebenso ergibt sich δ_b , wenn als Belastung $wx:l$ angenommen wird.

Schließlich sei noch auf die Beziehungen hingewiesen

$$\delta_1 = \delta_a + \delta_b \dots \dots \dots (45 a)$$

$$\delta_2 = \delta_a \frac{l_a}{l} - \delta_b \frac{l_b}{l} \dots \dots \dots (45 b)$$

Wenn einmal diese Biegungslinien bestimmt sind, dann sind damit auch, mit Ausnahme von α_{ao}' und α_{bo}' , alle Winkel der elastischen Linie an den Kämpfern gegeben, und deren besondere Ermittlung nach den Gleichungen 41 ist alsdann überflüssig.

§ 13.

Sonderfälle.

1. Der unsymmetrische Bogenträger mit starren Widerlagern.

In der Praxis liegen die Verhältnisse meist einfacher wie vor, und es wird sich nun noch darum handeln, die allgemeinen Ausführungen in passenden Formen wiederzugeben. So sei zunächst angenommen, daß ein unsymmetrischer Bogenträger mit starren Widerlagern vorliegt ($\epsilon_a = \epsilon_b = 0$).

Nach Gleichung 12 a folgt

$$l_a = \frac{l}{1 + \frac{\alpha_a}{\alpha_b}} = \frac{l \alpha_b}{\alpha_b + \alpha_a}$$

oder

$$l_a = l - l_b = \frac{\int x dw}{\int dw} \dots \dots \dots (46)$$

Ist die Lotrechte hiernach festgelegt, dann gewinnt man die Lage der Bogenkraft aus (Gl. 10 und 11)

$$s_m = - \frac{\alpha_{a0}' + \alpha_{b0}'}{\alpha_a + \alpha_b} = \frac{\int y_0 dw}{\int dw} \dots \dots \dots (47)$$

$$\tan \psi = \frac{\alpha_{a0}' \alpha_b - \alpha_{b0}' \alpha_a}{l(\alpha_a \alpha_b - \beta(\alpha_a + \alpha_b))} = - \frac{\int y_0 z dw}{\int z^2 dw} \dots \dots \dots (48)$$

Die letzte Gleichung entsteht, indem man in die Beziehungen für die Winkel $x = l_a + z$ und $x' = l_b - z$ einführt, wobei unter z der Abstand der Bogenpunkte von der nach Gleichung 46 bestimmten Lotrechten zu verstehen ist. (Rechts davon positiv.)

Hinsichtlich der Ordinaten y_0 ist zu bemerken, daß man nicht daran gebunden ist, diese auf die Kämpfergerade zu beziehen. Es ist auch zulässig, von einer beliebig angenommenen Geraden auszugehen, wenn unter φ der Winkel derselben mit der gesuchten Angriffslinie der Bogenkraft verstanden wird.

Für die Balkenmomente liefern die Gleichungen 16 a und 16 b

$$X_1 = - \frac{\Sigma P \delta_1}{\alpha_a + \alpha_b} = - \frac{\Sigma P \delta_1}{\int dw} \dots \dots \dots (49)$$

$$X_2 = - \frac{\Sigma P \delta_2}{\frac{\alpha_a \alpha_b}{\alpha_a + \alpha_b} - \beta} = - \frac{l^2 \Sigma P \delta_2}{\int z^2 dw} \dots \dots \dots (50)$$

An beliebiger Stelle wird (Gl. 18)

$$M_x' = M_0 + X_1 - X_2 \frac{z}{l} \dots \dots \dots (51)$$

Zur Ermittlung der Bogenkraft dient (Gl. 25)

$$H = - \frac{\Sigma P \delta_h}{\int y^2 dw + \int \frac{\cos \varphi dx}{EF}} \dots \dots \dots (52)$$

Das zweite Glied im Nenner hat nur untergeordnete Bedeutung; näherungsweise ist

$$\int \frac{\cos \varphi dx}{EF} = \approx \frac{l}{EF_s} \dots \dots \dots (53)$$

wo F_s der Scheitelquerschnitt.

Das endgültige Schnittmoment hat die Größe (Gl. 27)

$$M_x = M_x' - Hy \dots \dots \dots (54)$$

und die lotrechten Komponenten der Auflagerdrücke betragen (Gl. 29 a und 29 b)

$$V_a = A_0 - \frac{X_2}{l} + H \tan \alpha \dots \dots \dots (55 a)$$

$$V_b = B_0 + \frac{X_2}{l} - H \tan \alpha \dots \dots \dots (55 b)$$

Das Auftragen der elastischen Linien ist nicht unbedingt notwendig, und erfolgte in Abb. 106 nur, um eine bessere Übersicht zu schaffen, und um das Verständnis zu erleichtern. Außerdem erklärt sich dabei noch die graphische Behandlung der Aufgabe, wobei die Biegungslinien als Seilkurven für die angegebene Belastung zu ermitteln sind.

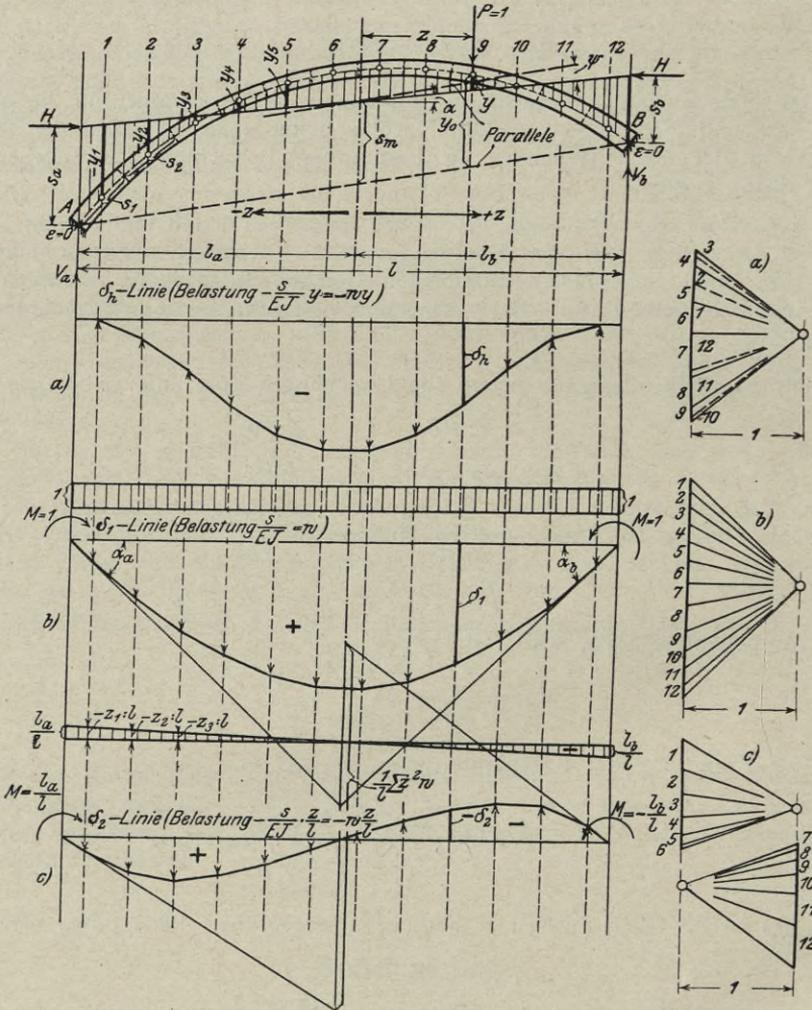


Abb. 106.

Außer diesem Verfahren ist auch eine Lösung auf Grund der Festpunkte möglich, welche zweifellos in vielen Fällen sich vorteilhaft erweisen dürfte.

Nach Gleichungen 19a und 19b liegen die Festpunkte in

$$a = \frac{l\beta}{\alpha_a} = \frac{\int x x' dw}{\int x' dw} \dots \dots \dots (56a)$$

$$b = \frac{l\beta}{\alpha_b} = \frac{\int x x' dw}{\int x dw} \dots \dots \dots (56b)$$

Für die Angriffslinie der Bogenkräfte wird nach den Gleichungen 20a und 20b

$$s_a' = a \cdot \frac{\int y_0 x' dw}{\int x x' dw} = \frac{\int y_0 x' dw}{\int x' dw} \dots \dots \dots (57a)$$

$$s_b' = b \cdot \frac{\int y_0 x dw}{\int x x' dw} = \frac{\int y_0 x dw}{\int x dw} \dots \dots \dots (57b)$$

Die Abschnitte der Schlußlinie auf den Festlinien infolge der Belastung betragen (Gl. 22a und 22b)

$$S_a = - a l \frac{\sum P \delta_a}{\int x x' dw} = - l \frac{\sum P \delta_a}{\int x' dw} \dots \dots \dots (58a)$$

$$S_b = - b l \frac{\sum P \delta_b}{\int x x' dw} = - l \frac{\sum P \delta_b}{\int x dw} \dots \dots \dots (58b)$$

Schließlich ist noch möglich, die Festlinien und die Schlußlinie rein graphisch zu bestimmen. Wie man dabei vorzugehen hat, zeigt Abb. 107¹⁾.

Man ermittelt die Biegungslinien als Seilkurven für die dort eingetragene Belastung. Die Festlinien gehen durch die Schnittpunkte der letzten Seilzugseiten und die Schlußlinie ergibt sich mittels der Kreuzlinienabschnitte t_a und t_b . Diese entsprechen den Abschnitten, die in Höhe von δ_a bzw. δ_b von den längsten der Seilzugseiten und den Auflagerlotrechten eingeschlossen werden (Abb. 107).

Um sich von der Richtigkeit dieser Konstruktion zu überzeugen, verfolge man den nachstehenden Beweis.

Da die Biegungslinien an den Auflagern die in Abb. 107 eingetragenen Winkel bildet, muß sein

$$(\alpha_a - \beta) a = \beta (l - a)$$

woraus
$$a = \frac{\beta l}{\alpha_a}.$$

Folglich ist auch
$$b = \frac{\beta l}{\alpha_b},$$

und es besteht demnach Übereinstimmung mit den gültigen Gleichungen (Gl. 56a und 56b).

Die Lage der Schlußlinie ist durch die Kreuzlinienabschnitte t_a und t_b gegeben. Man hat das Verhältnis (Abb. 107, c)

$$\frac{-S_a}{t_b} = \frac{a}{l},$$

woraus
$$S_a = - \frac{a}{l} t_b.$$

Weiterhin ist (Abb. 107, a)
$$\frac{t_b}{\delta_a} = \cot \beta$$

oder, da β sehr klein,
$$t_b = \frac{\delta_a}{\beta}.$$

Es entsteht demnach
$$S_a = - \frac{a}{l} \cdot \frac{\delta_a}{\beta},$$

und ähnlich
$$S_b = - \frac{b}{l} \cdot \frac{\delta_b}{\beta}.$$

¹⁾ Prof. W. Ritter, Graphische Statik, Bd. III.

Mit $L_a = L_b = 0$ lauten die Gleichungen 22a und 22b wie die obigen; damit ist die Richtigkeit der Konstruktion bewiesen.

Verschieben sich die Widerlager eines Bogenträgers, ohne sich dabei zu drehen, wagrecht nach innen, so, daß die Spannweite um Δl kleiner wird, dann ergibt sich als einzige davon herrührende Auflagerkraft die Bogenkraft (Gl. 25)

$$H = \frac{L_1}{\int y^2 dw + \int \frac{\cos \varphi dx}{EF}} \dots \dots \dots (59)$$

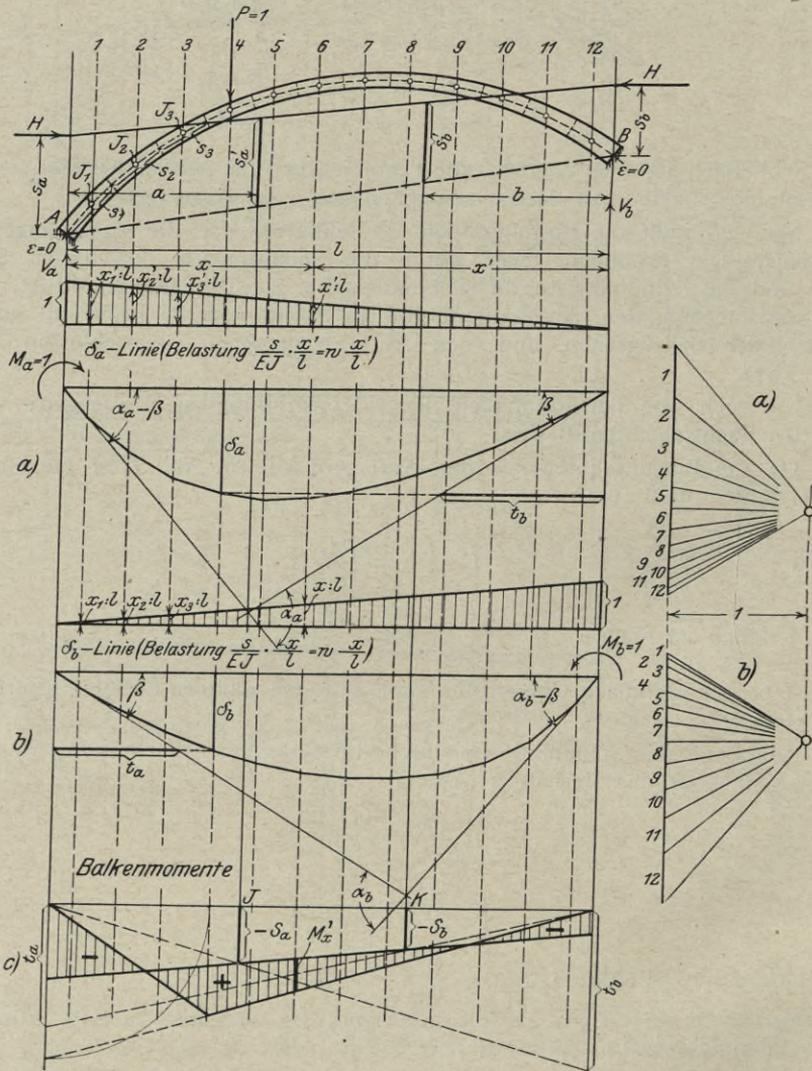


Abb. 107.

Außer diesen unelastischen Verschiebungen kommen auch noch Längenänderungen der Bogenachse in Betracht, die sich in ebenderselben Weise äußern. Die Ursache können dabei Wärmeschwankungen, Formänderungen durch die Normalkräfte oder auch Schwinderscheinungen sein.

Erwärmt sich ein Bogenträger um t^0 C. gegenüber einer Temperatur, für welcher er als spannungslos anzusehen ist, dann entsteht wegen der Verlängerung $L_t = \alpha t^0 l$ die Bogenkraft

$$H_t = \frac{\alpha t^0 l}{\int y^2 dw + \int \frac{\cos \varphi dx}{EF}} \dots \dots \dots (60)$$

und das Bogenmoment $M_w = -H_t y \dots \dots \dots (61)$

2. Der symmetrische elastisch eingespannte Bogenträger.

Es ist $\epsilon_a = \epsilon_b = \epsilon$. Nach Gleichungen 12a und 12b wird

$$l_a = l_b = \frac{l}{2} \dots \dots \dots (62)$$

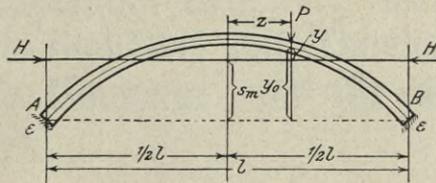


Abb. 108.

Die Bogenkraft wirkt horizontal, in (Gl. 10)

$$s_m = \frac{\int y_0 dw}{\int dw + 2 \epsilon} \dots \dots \dots (63)$$

von der Kämpfergeraden. Für die Balkenmomente (Gl. 17a und 17b) folgt

$$X_1 = - \frac{\sum P \delta_1}{\int dw + 2 \epsilon} \dots \dots \dots (64)$$

$$X_2 = - \frac{\sum P \delta_2}{\frac{1}{l^2} \int z^2 dw + \frac{\epsilon}{2}} \dots \dots \dots (65)$$

sowie (Gl. 18) $M_w' = M_0 + X_1 - X_2 \frac{z}{l} \dots \dots \dots (66)$

Sollen die Balkenmomente mit Hilfe der Festpunkte bestimmt werden, dann wird (Gl. 19a und 19b)

$$a = b = \frac{l \beta}{\alpha_a + \epsilon} = \frac{\int x x' dw}{\frac{l}{2} \int dw + l \epsilon} \dots \dots \dots (67)$$

und (Gl. 22a und 22b) $S_a = - a l \frac{\sum P \delta_a}{\int x x' dw} \dots \dots \dots (68a)$

$$S_b = - b l \frac{\sum P \delta_b}{\int x x' dw} \dots \dots \dots (68b)$$

Die Bogenkraft hat die Größe (Gl. 25)

$$H = - \frac{\sum P \delta_h}{\int y^2 dw + 2 \varepsilon s_m^2 + \int \frac{\cos \varphi dx}{EF}} \dots \dots \dots (69)$$

und das endgültige Moment beträgt

$$M_x = M_x' - Hy.$$

Die Ausdrücke für die lotrechten Auflagerkräfte lauten

$$V_a = A_0 - \frac{X_2}{l} \dots \dots \dots (70a)$$

$$V_b = B_0 + \frac{X_2}{l} \dots \dots \dots (70b)$$

Die Erwärmung um t^0 erzeugt

$$H_t = \frac{\alpha t^0 l}{\int y^2 dw + 2 \varepsilon s_m^2 + \int \frac{\cos \varphi dx}{EF}} \dots \dots \dots (71)$$

und

$$M_x = - H_t y \dots \dots \dots (72)$$

III. Abschnitt.

Das Entwerfen und die Berechnung gewölbter Eisenbeton-Brücken, insbesondere der eingespannten Gewölbe, mit Tabellen der Einflußlinien für die Momente und für die Bogenkraft.

§ 14.

Vorbemerkungen.

Sollen große Weiten überspannt und dabei Zwischenpfeiler vermieden werden, dann greift man, wenn sich Balkenkonstruktionen als zu unwirtschaftlich und als zu massig erweisen, gerne zu dem zweckmäßigeren gefälligeren Bogenträgern. Mit dem Erstellen der Bogenträger in Eisenbeton als Brückengewölbe eröffnete sich diesem Baustoff ein Verwendungsgebiet, in dem er es bisher zu seinen schönsten und kühnsten Ausführungen gebracht hat. Das steigende Interesse, das man diesen in jeder Hinsicht befriedigenden Bauwerken entgegengebracht hat und noch entgegenbringt, berechtigt zu der Erwartung, daß der Eisenbeton zum Bau von Bogenbrücken mehr und mehr herangezogen wird und einer großen Zukunft entgegengeht.

Die in Eisenbeton erstellten Brücken sind wirtschaftlicher als solche aus Stein oder Eisen, erfordern fast keine Unterhaltungskosten und dienen noch künftigen Geschlechtern. Dabei zeichnen sie sich durch ein klares statisches Verhalten aus und haben ein ruhiges gefälliges Aussehen. In ihrer leicht geschwungenen wohltuenden Gestalt passen sie vorzüglich in die Landschaft und verschönern das sich darbietende Bild: Man sieht klassische Flachkurven, wuchtige Umrisse, Linien von Zweck und Bedeutung, und hat dabei nicht den Eindruck des massigen Steinbaues, nicht den des Wirrwarrs der Eisenkonstruktionen.

§ 15.

Die Ausbildung von Gewölbe und Aufbau.

Obwohl es nicht in den Rahmen dieser Schrift gehört, eine ausführliche Darstellung der Eisenbeton-Bogenbrücken im allgemeinen zu geben, so scheint es uns dennoch gerechtfertigt, die gebräuchlichsten Ausführungen zu erwähnen und auf die Punkte kurz hinzuweisen, die beim Entwurf hervortreten.

Sehr treffend bemerkt Prof. Dr.-Ing. Mörsch am Eingang dieses Kapitels in seinem Werk „Der Eisenbeton“: „Bei den gewölbten Brücken kann der Eisenbeton entweder nur zu den Gewölben oder zur Konstruktion des Aufbaues nebst

der Fahrbahn oder aber zur Herstellung aller dieser Bauteile verwendet werden. Die Eiseneinlagen im Gewölbe geben bei kleinen Spannweiten die Möglichkeit, die Druckfestigkeit des Betongewölbes auszunützen, da auf der anderen Seite auch Zugspannungen aufgenommen werden können. Bei mittleren Spannweiten von 40 bis 50 m ist die Verwendung des armierten Betons als Wölbmaterial seltener, und zwar aus dem Grunde, weil hier bei richtiger Formgebung Zugspannungen infolge der höheren Eigengewichtsspannungen nicht auftreten. Dagegen eignet sich der Eisenbeton wieder mehr für die großen Spannweiten. Soll nämlich hier die zulässige Druckbeanspruchung im Gewölbe nicht überschritten werden, so ist es notwendig, das Gewicht des Aufbaues möglichst zu beschränken, was man durch entsprechende Verwendung des Eisenbetons leicht erreichen kann. Dadurch wird dann die Beanspruchung infolge Eigenlast bedeutend reduziert, die kleinsten Randspannungen infolge Verkehrslast sinken aber bis auf Null, so daß wieder die Notwendigkeit einer Armierung vorliegt.“

Aus diesen Ausführungen läßt sich schließen, daß keine Ursache vorliegt, den Aufbau von Brücken, falls die Spannweite nicht sehr groß ist, leicht zu halten. Gegenseitige Ausführungen können aus ästhetischen Gründen in Frage kommen oder wenn der Baugrund keine große Belastung erträgt. Bei jeder Spannweite kann die Einhaltung eines leichten Aufbaues auch dann geboten sein, wenn die Gewölbe in aufgelöstem Zustande als Rippenbögen zur Ausführung kommen.

Die Gewölbe, die man am meisten trifft, sind mit Stirnmauern ausgebildet und dazwischen befindet sich die übliche Erdaufschüttung. Bei sehr kleinen Spannweiten erscheint mitunter ein massiver Aufbau aus Füllbeton vorteilhaft, da derselbe den Seitendruck der gewöhnlichen Erdaufschüttung ausschließt, und außerdem noch eine leichte Entwässerung der Fahrbahn ermöglicht.

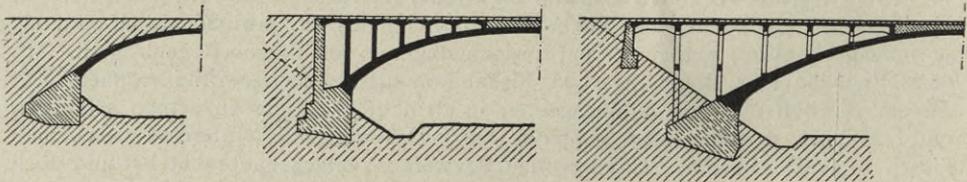


Abb. 109a.

Abb. 109b.

109c.

Die Ausbildung eines gegliederten Aufbaues kommt in der mannigfachsten Art vor. Häufig findet man die Brückengewölbe mit senkrecht zu den Stirnen angeordneten Querwänden, auf denen dann die Fahrbahn ruht. Dabei können die Querwände auch ausgespart oder durch Säulenreihen ersetzt sein, eine Anordnung, die man am meisten bei Brücken von sehr großer Spannweite findet, weil dadurch ein möglichst leichter Aufbau erzielt wird. Nach Belieben kann man dabei die Ansichtsflächen der Säulen an den Gewölbestirnen verbreitern und damit das ruhige Aussehen dieser Bauwerke noch erhöhen.

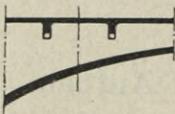


Abb. 109d.



Abb. 109e.

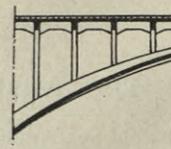


Abb. 109f.

Statt der Querwände sind auch Längswände denkbar, die ebenso wie die querverlaufenden die Fahrbahn gemeinsam unterstützen und sich dabei leichter wie diese ausführen lassen. Bei Brücken mit solchem Aufbau kann je nach der Breite auch eine Trennung des Gewölbes in zwei oder mehr Streifen erfolgen.

Durch Auflösen des Gewölbes in sehr schmale Streifen entstehen die bekannten Rippenbögen, die untereinander versteift werden und in Verbindung mit den Stützen die Fahrbahn tragen. Dabei läßt sich auch an Stelle der Versteifungen eine durchgehende Verbindungsplatte anordnen, so daß eine gekrümmte Rippenplatte entsteht. Der Platte gibt man dabei am besten eine größere Krümmung wie den Rippen und legt diese am Scheitel an Rippenoberkante und am Kämpfer an Rippenunterkante

(Moselbrücke bei Novéaut). Derartige Konstruktionen eignen sich besonders für Brücken mit kleinem Pfeilverhältnis; sie ertragen die Verformungen durch das Eigengewicht leichter als massive Gewölbe und sind auch bei einem Temperaturabfall weniger empfindlich.

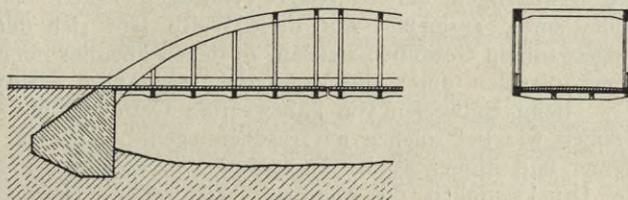


Abb. 109g.

Ist die verfügbare Konstruktionshöhe beschränkt, so daß sich ein zu kleines Pfeilverhältnis ergibt, dann kann die Fahrbahn auch an zwei Rippenbögen aufgehängt werden. Diese können teilweise oder ganz über der Fahrbahn angeordnet werden und im letzten Falle mit oder ohne Zugband versehen sein. Die Bögen mit Zugband erweisen sich besonders zweckmäßig, wenn wenig tragfähiger Baugrund vorliegt und können dabei unter Umständen noch in Frage kommen, wenn die Erstellung anderer Eisenbetonkonstruktionen wegen zu großen Bodenpressungen ausgeschlossen ist. Außerdem haben dieselben noch den Vorteil, daß Widerlagerbewegungen auf die inneren Kräfte ohne Einfluß bleiben und daß Temperaturspannungen wegfallen oder nur wenig zur Geltung kommen. Soll der Bogenschub auf die Widerlager entfallen, so wird diesem Umstand um so sicherer Rechnung getragen, wenn man in der Fahrbahn eine quergerichtete Fuge anordnet, die das Zustandekommen von Längskräften verhindert. Zur besseren Aufnahme der Windkräfte bringt man bei solchen Ausführungen in möglichst hoher Lage zwischen den Bögen Verbindungsrippen an, die seitlichen Bewegungen entgegenwirken und die Knickgefahr vermindern.

Die Gewölbe und die Bögen sind entweder fest eingespannt und gelenklos auszuführen, oder es sind Kämpfer- und Scheitelgelenke anzuordnen, so daß der bekannte Dreigelenkbogen entsteht. Davon abweichende Ausführungen, wie der Zweigelenkbogen oder der Bogen mit einem einzigen Gelenk im Scheitel, sind möglich, kommen aber im Eisenbetonbau als Brückengewölbe nur selten vor.

Neben der einfachen Berechnungsweise haben die Dreigelenkbögen noch den Vorteil, daß sich Wärmeänderungen und Schwinderscheinungen, sowie Lagerbewegungen in der Drehachse der Gelenke keinen Eingang verschaffen können. Es erklärt sich hieraus, daß ihre Erstellung besonders dann in Frage kommt, wenn die Tragfähigkeit des Baugrundes mit Sicherheit nicht festgestellt werden konnte.

Eingespannte Gewölbe erfordern als erste Bedingung für ihre Standsicherheit festen unnachgiebigen Baugrund, so daß die Widerlager und die Gewölbekämpfer unbedingt in ihrer Lage verharren. Wie außerordentlich wichtig diese Forderung für den dauernden Bestand solcher Bauwerke ist, geht schon daraus hervor, daß die einzige Ursache für das Zerstören von eingespannten Brückengewölben in dem seitlichen Ausweichen der Widerlager liegt und dieses schon bei geringen Beträgen ungewöhnlich hohe Materialbeanspruchungen veranlaßt. Bei unbedingt festen Widerlagern sind die Eisenbeton-Brückengewölbe unverwüßlich. Sie besitzen einen viel höheren Sicherheitsgrad als den, den die Berechnung ergibt. Diese Tatsache wird durch Versuche bewiesen, bei denen keine Last groß genug sein konnte, um den beabsichtigten Bruch herbeizuführen, die von Enttäuschung zu Enttäuschung führten, dabei aber ein glänzendes Resultat für die Festigkeit der Brückengewölbe in Eisenbeton hinterließen.

Unter Umständen kann die Anordnung von eingespannten Gewölben auch dann angezeigt sein, wenn eine wesentlich schiefe Achse vorliegt und eine Drehachse für die Gelenke schlecht gefunden werden kann.

Der Einfluß der Lagerbewegungen läßt sich bei festem und zugleich preßbarem Baugrund sehr wirksam ausschalten, wenn im Scheitel und in den Kämpfern provisorisch wirksame Gelenke angeordnet werden, die man später, nachdem sich die Bewegungen der Widerlager vollzogen haben und die Gewölbekämpfer in Ruhe sind, ausgießt. Auf diese Weise läßt sich dennoch die Ausführung von eingespannten Gewölben erzielen, in denen überdies noch die Spannungen, die nach dem Ausrüsten durch die Verkürzung der Achse entstehen, in Wegfall kommen.

Beim Entwerfen von unbewehrten Gewölben hat man in der Regel weniger Freiheit wie bei solchen mit Eiseneinlagen. Es ist zu bedenken, daß sich dabei immer und immer wieder Zugspannungen ergeben, die ein rationelles Ausnutzen der Druckfestigkeit des Materials erschweren. Gewöhnlich ist ausschließlich die Zugfestigkeit maßgebend.

Diejenigen Gewölbe, in denen Zugspannungen vorherrschen, nennt Engesser *Z-Gewölbe*, jene mit maßgebenden Druckspannungen *D-Gewölbe*.

Bewehrte Gewölbe haben eine tiefere *D-Z-Grenze* als solche ohne Eiseneinlagen, d. h. bei den ersteren liegt die Möglichkeit, daß Druckspannungen vorherrschen, näher wie bei den letzteren. Die Ursache dieses Umstandes liegt in der geringen Gewölbstärke, einem Hauptvorteil der Ausführungen in Eisenbeton, demzufolge sich eine hohe Grundpressung (Druckspannung) ergibt. Zudem können die Zugspannungen in beliebiger Größe ausschließlich der Bewehrung zugewiesen werden. Die dünnen biegsamen Eisenbetongewölbe ertragen auch sehr leicht Wärmeänderungen und sind bei Widerlagerbewegungen geringeren Spannungen ausgesetzt als solche aus Beton oder Stein.

Im allgemeinen wird man den Gewölben einen so hohen Pfeil geben, wie es die örtlichen Verhältnisse zulassen. Eine Abweichung von dieser Regel und eine Änderung der Grundform zugunsten höherer Normalpressungen erscheint kaum angebracht, da dann der Einfluß einer Wärmeänderung und die Beanspruchung durch die Formänderung der Normalkräfte hervortritt. Um die Grundpressungen zu erhöhen, ist man daher immer auf eine schwerere Gestaltung des Aufbaues angewiesen.

Zur Erstellung von eingespannten Brückengewölben mit dem Pfeilverhältnis $\frac{1}{8}$ und darunter kommt als einziges Baumaterial der Eisenbeton in Frage; es sei denn, daß für Ausführungen in anderem Material eine mangelhafte Berechnung geliefert wird¹⁾.

Weitgespannten Gewölben wird man in der Regel immer eine Bewehrung geben, sogar auch dann, wenn diese theoretisch überflüssig ist (schlaife Armierung), um damit Zugspannungen begegnen zu können, deren Entstehen durch ungenaue Ausführung nicht unbedingt ausgeschlossen ist.

Wenn auch, wie bereits gesagt wurde, die Brückengewölbe in Eisenbeton einen unverhältnismäßig hohen Sicherheitsgrad besitzen, so liegen dennoch verschiedene Umstände vor, bei deren Betrachtung gewisse Vorsicht als angebracht erscheint. Die Versuche geben immer zu bedenken, daß die Risse die nach einer gewissen Belastung eintraten, wohl augenblicklich bedeutungslos waren, für die Folge aber sich in unliebsamen Erscheinungen geäußert hätten. Dauernde Risse sind in jedem Falle zu vermeiden, weil sie die Zerstörungsarbeit des Wassers, und bei Brücken über Verkehrsstraßen noch die der Rauchgase, erleichtern. Es wird dies am sichersten erreicht, wenn man den Gewölben keine zu schwache Bewehrung gibt, und keine zu hohen Materialbeanspruchungen zuläßt. Kleinere Risse bei außergewöhnlicher Belastung, die mit dieser sofort wieder verschwinden, sind unbedenklich.

¹⁾ Das kleinste zulässige Pfeilverhältnis kann nach den Ausführungen auf Seite 189 bis 193 bestimmt werden.

§ 16.

Die Berechnung des eingespannten Brückengewölbes.

1. Allgemeines.

Wegen der großen Bedeutung des eingespannten Brückengewölbes in Eisenbeton, erscheint uns eine ausführliche Darstellung der Berechnung desselben gerechtfertigt. Dieselbe fällt in ihrer Art unter die bereits behandelten Bogen-träger, und es wird sich nur noch darum handeln, die hergeleiteten Gleichungen in eine für die Praxis geeignete Form zu bringen.

Wie bereits bemerkt wurde, führt die übliche Berechnung, die sich bekanntlich auf der Annahme eines festen Verhältnisses zwischen Spannung und Dehnung aufbaut, zu keinen streng richtigen Resultaten; wohl wird aber damit dem Zweck der statischen Berechnung genügt und eine hinreichend genaue Beurteilung der Standsicherheit gewährleistet.

Es werden nun einfache geschlossene Ausdrücke hergeleitet, die eine bequeme genaue Berechnung der Brückengewölbe bei äußerst geringem Zeitaufwand ermöglichen. Zu diesem Zwecke werden für die Gewölbeachse mathematische Kurven angenommen, und der Verlauf des Trägheitsmoments durch Gesetze ausgedrückt, die sich einerseits dem jeweils vorliegenden Verhältnisse gut anpassen, und andererseits für die Praxis geeignete Ausdrücke in Aussicht stellen. Dieser Weg scheint umsomehr berechtigt, weil die Ungenauigkeiten, die bei der genauen Berechnung durch das Rechnen mit endlichen Bogengrößen entstehen, mindestens ebenso hoch anzuschlagen sind wie jene, die bei den nachfolgenden Untersuchungen zugelassen wurden. Dieselben enthalten demnach keine besonderen Fehlerquellen.

Schließlich wurde die Berechnung noch besonders erleichtert, durch das Einschalten von gebrauchfertigen Tabellen für die Einflußlinien, die Momente und die Bogenkraft, die alle in der Praxis vorkommenden Fälle umfassen.

2. Die Formgebung.

Die richtige Form der Gewölbeachse ist beim Eisenbetongewölbe von großer Bedeutung. Es soll nun zunächst mit Vorbehalt auf eine spätere genauere Untersuchung, entsprechend dem Vorschlag von Prof. Dr.-Ing. Mörsch, nach dem Verlauf der Gewölbeachse als Stützlinie für Eigenlast geforscht werden¹⁾. Weil das Gewölbegewicht von der Form der Gewölbeachse, und diese wieder von dem Gewölbegewicht abhängt, wird die Lösung dieser Aufgabe erschwert.

In der Regel wird der Weg der Versuchsrechnung eingeschlagen, und die Gewölbeachse zunächst so angenommen, wie man glaubt, daß diese endgültig ausfällt. (Etwa als Kreisbogen oder als überhöhte Parabel). Alsdann zeichnet man für die dadurch festgelegte Belastung eine Stützlinie, und eine weitere für die veränderte Belastung. Unter Umständen ist dieses Verfahren zu wiederholen, bis die Gewölbeachse mit der Stützlinie übereinstimmt.

Ein allgemein gültiger mathematischer Ausdruck für die Gewölbemittellinie läßt sich nicht aufstellen, weil keine Belastungslinie alle Eigenheiten des jeweils besonderen Aufbaues umfaßt, und diese deutlich wiedergibt. Läßt man aber geringe Ungenauigkeiten zu, dann verschwinden diese Schwierigkeiten, und der Verlauf der Gewölbeachse wird durch einfache Gleichungen ausdrückbar. Wie die diesbezüglichen Untersuchungen ergaben, sind diese bei Brücken mit Hinterfüllung sehr verlässlich; auch bei Brücken mit gegliedertem Aufbau liefern sie noch befriedigende Resultate.

Zerlegt man das Gewölbegewicht in zwei Teile, einen für das ganze Gewölbe beständigen Teil (g), und einen solchen der nach den Kämpfern hin zunimmt,

¹⁾ Prof. E. Mörsch. Berechnung von eingespannten Gewölben. Schweizerische Bauzeitung 1906, Bd. 47, S. 98.

Um nun zu der Gleichung der Gewölbeachse zu gelangen, gehen wir von dem Verhältnis

$$\frac{y}{h_0} = \frac{gz}{g}$$

aus, wonach

$$z = h \operatorname{Arc} \operatorname{Cof} \frac{gz}{g},$$

und für $z = l_1$

$$l_1 = h \operatorname{Arc} \operatorname{Cof} \frac{gk}{g},$$

oder umgeformt

$$\frac{z}{h} = \frac{z}{l_1} \operatorname{Arc} \operatorname{Cof} \frac{gk}{g}.$$

Damit folgt in Verbindung mit der ersten der Gleichungen 2

$$y = h_0 \operatorname{Cof} \left(\frac{z}{l_1} \operatorname{Arc} \operatorname{Cof} \frac{gk}{g} \right),$$

oder wegen $y' = y - h_0$

$$y' = h_0 (\operatorname{Cof} \xi k - 1)$$

worin

$$\xi = \frac{z}{l_1},$$

und

$$m = \frac{gk}{g}.$$

k bestimmt sich aus

$$\operatorname{Cof} k = m \dots \dots \dots (4)$$

für $\xi = 1$ wird $y' = f$; folglich

$$f = h_0 (\operatorname{Cof} k - 1) = h_0 (m - 1),$$

woraus der Parameter

$$h_0 = \frac{f}{m - 1}.$$

Die Gleichung der Gewölbeachse erhält daher die Form ¹⁾

$$y' = \frac{f}{m - 1} (\operatorname{Cof} \xi k - 1), \dots \dots \dots (5)$$

Die Werte von $\operatorname{Cof} \xi k$ ergeben sich näherungsweise aus der Hütte. (Bd. I, 22. Aufl., S. 30—34.) Genauere Werte liefern die Tafeln der Hyperbelfunktionen von Dr. Ligowsky, Berlin 1889, eine Schrift, in der außer den Tabellen noch eine ausführliche Darstellung der einschlägigen Theorie enthalten ist.

$m = 1$ entspricht einem parabolischen Verlauf der Gewölbeachse. Wächst m , so erhebt sich dieselbe immer mehr über die Parabel.

Im Interesse der Sicherheit ist mitunter eine analytische oder eine graphische Kontrolle und Richtigstellung der nach Gleichung 5 ermittelten Gewölbemittellinie geboten, da bei weitgespannten Brücken mit gegliedertem Aufbau das vorausgesetzte Belastungsgesetz von der Wahrheit abweichen kann.

Wird der vorbeschriebene Weg eingeschlagen, dann liegen in jedem Falle nur geringe Differenzen vor, und es ergibt sich immer noch der Vorteil, daß man nach der genauen Gewölbeachse nicht lange zu suchen braucht. In der Regel kann schon die erste genauere Mittellinie als endgültige Gewölbeachse gelten.

Handelt es sich um Brücken mit wagrecht abgeglicherer Hinterfüllung, bei denen sich die Gewölbestärke nach dem Gesetz

$$d = d_s \left(1 + \frac{y'}{f} \tan \varphi \right) \cos \varphi$$

ändert, so liegt, da das Belastungsgesetz streng erfüllt ist, zu irgend einer Abweichung der genauen Gewölbeachse von der Kurve der Gleichung 5 kein Anlaß vor, und eine Kontrolle kann daher wegfallen. Unter g ist dabei das Scheitelgewicht für die Längeneinheit zu verstehen.

¹⁾ Dr.-Ing. R. Färber, „Neues Verfahren zur raschen Ermittlung der Formen und der Normalkräfte in Gewölben“. Deutsche Bauzeitung 1915, Nr. 3. Gl. 5 wird dort auf anderem Wege hergeleitet. Auch hinsichtlich der Ausdrücke für die Kämpferkräfte besteht Übereinstimmung.

Die vorstehenden Gleichungen gestatten überdies auch die Herleitung sehr einfacher Ausdrücke für die Kämpferkräfte infolge Eigenlast.

Für den lotrechten Kämpferdruck führt die Gleichung

$$V_{go} = \int_0^{l_1} g_z dz$$

mit Hilfe des umgeformten Belastungsgesetzes (Gl. 1)

$$g_z = g \left(1 + \frac{y'}{f} (m - 1) \right) = g \cos \xi k,$$

zu

$$V_{go} = g l_1 \int_0^1 \cos \xi k d\xi,$$

oder

$$V_{go} = g l_1 \frac{\sin k}{k} \dots \dots \dots (6)$$

Der Neigungswinkel der Gewölbeachse bestimmt sich an beliebiger Stelle zu (Gl. 2)

$$\tan \varphi = \frac{h_0}{h} \sin \frac{z}{h}$$

oder

$$\tan \varphi = \frac{fk}{l_1(m-1)} \sin \xi k \dots \dots \dots (7)$$

Am Kämpfer wird

$$\tan \varphi_k = \frac{fk}{l_1(m-1)} \sin k \dots \dots \dots (8)$$

und es ergibt sich daher für den wagrechten Kämpferdruck (Schub)

$$H_{go} = \frac{V_{go}}{\tan \varphi_k} = \frac{g l_1^2 (m-1)}{fk^2} \dots \dots \dots (9)$$

Die Normalkraft hat an beliebiger Stelle die Größe

$$N_{go} = \frac{H_{go}}{\cos \varphi} = H_{go} \sqrt{1 + \tan^2 \varphi},$$

oder

$$N_{go} = H_{go} \sqrt{1 + \left(\frac{fk}{l_1(m-1)} \sin \xi k \right)^2} \dots \dots \dots (10)$$

Am Kämpfer entsteht

$$R_{go} = H_{go} \sqrt{1 + \left(\frac{V_{go}}{H_{go}} \right)^2} \dots \dots \dots (11)$$

Nun soll noch durch Differenzieren der Gleichung 5 das Mittelliniengesetz

$$H_{go} \frac{d^2 y'}{dz^2} = g_z$$

gebildet werden, von dem bei diesen Untersuchungen eigentlich auszugehen war.

Man erhält von (Gl. 5)
$$y' = \frac{f}{m-1} (\cos \xi k - 1)$$

ausgehend ¹⁾ (entspr. Gl. 7, $\frac{dy'}{dz} = \tan \varphi$)

$$\frac{dy'}{dz} = \frac{fk}{l_1(m-1)} \sin \xi k$$

und

$$\frac{d^2 y'}{dz^2} = \frac{fk^2}{l_1^2(m-1)} \cos \xi k$$

¹⁾ Es ist
$$d \cos \xi k = k \sin \xi k d\xi = \frac{k}{l_1} \sin \xi k dz$$

und
$$d \sin \xi k = k \cos \xi k d\xi = \frac{k}{l_1} \cos \xi k dz$$

Da

$$\cos \xi k = \frac{g_z}{g}$$

und (Gl. 9)

$$k^2 = \frac{g l_1^2 (m-1)}{H_{g0} f}$$

entsteht

$$H_{g0} \frac{d^2 y'}{dz^2} = g_z$$

d. i. das vorstehende Gesetz.

In einem Gewölbe mit der Stützlinie für Eigenlast als Achse, treten jedoch nur dann reine Normalpressungen auf, wenn diese das Gewölbe nicht verformen. Da aber ein derartiges Verhalten den Regeln der Elastizitätstheorie entgegenläuft, und die wirksamen Normalkräfte die Gewölbeachse stets etwas verkürzen, entstehen nach den Ausrüsten neben den Normalspannungen noch Biegungsspannungen, die umso größer ausfallen, je flacher und je steifer ein Gewölbe vorliegt.

Dennoch empfiehlt es sich aber, immer den vorbeschriebenen Weg einzuschlagen, und dem Gewölbe die bekannte Stützlinienform zu geben, entweder unmittelbar für Eigenlast, wie dies in der Regel geschieht, oder für einen derart hiervon abweichenden Belastungszustand, daß günstige Anfangsspannungen in Aussicht stehen. Vom letzteren Punkt wird bei der Bestimmung der verbesserten Gewölbeform noch eingehend Gebrauch gemacht werden.

Bei Ermittlung der Beanspruchung vom Eigengewicht forscht man zuerst nach den Grundpressungen, d. h. nach denjenigen Spannungen, die sich ohne Rücksicht auf die Verformung durch die Normalkräfte ergeben. Erst nachdem diese bekannt sind, befaßt man sich mit der Ermittlung der Biegungsspannungen, die im Anschluß an die Normalkräfte entstehen, und fügt diese den ersteren hinzu. Weicht die der Stützlinie entsprechende Belastung von der Wahrheit ab, dann ist außerdem noch der betreffende Lastunterschied zu berücksichtigen.

Es fragt sich nun, welche Belastung man annehmen muß, um zu einer möglichst zweckmäßigen, wirtschaftlichen Gewölbeform zu gelangen, und um möglichst günstige Anfangsspannungen zu erzielen. Wir lassen indessen diese Frage zunächst noch der Beantwortung offen und sehen eine dementsprechende Beschreibung für eine geeignetere Stelle vor, nachdem die in folgendem sich ergebenden Ausführungen Raum gefunden haben, welche das Verständnis dafür erleichtern. Ebenso wird auch noch die Berücksichtigung der Zusatz-Biegungsspannungen, die im Gefolge der Normalkräfte entstehen, einer späteren Beschreibung vorbehalten.

Das nachstehende Beispiel möge die Anwendung des Gebotenen erläutern. Es soll die Gewölbemittellinie der in Abb. III dargestellten Brücke bestimmt werden, wenn das Gewicht des Wölbmaterials $2,4 \text{ t/m}^3$, und das Gewicht der Hinterfüllung $1,7 \text{ t/m}^3$ beträgt.

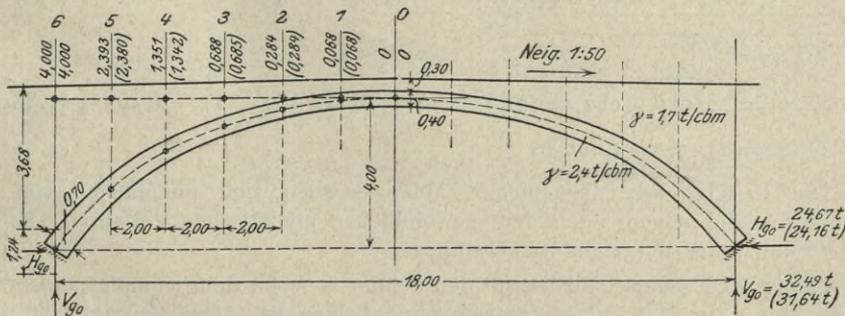


Abb. III.

Es ergibt sich für die Längeneinheit bei 1,0 m Breite

$$\text{im Scheitel } g = 0,40 \cdot 2,4 + 0,30 \cdot 1,7 = 1,47 \text{ t,}$$

$$\text{im Kämpfer } g_k = 1,24 \cdot 2,4 + 3,68 \cdot 1,7 = 9,23 \text{ t.}$$

Nach Gleichung 3 wird

$$m = \frac{g_k}{g} = \frac{9,23}{1,47} = 6,28,$$

und k bestimmt sich gemäß Gleichung 4 aus

$$m = \text{Cof } k = 6,28.$$

Die Tafeln der Hyperbelfunktionen geben

$$\text{Cof } 2,52 = 6,25453,$$

$$\text{Cof } 2,53 = 6,31658.$$

Danach liegt der wahre Wert von k zwischen 2,52 und 2,53; es ergibt sich durch Zwischenrechnung genau genug $k = 2,524$.

Die Gleichung der Gewölbeachse (Gl. 5) lautet somit

$$y' = \frac{f}{m - 1} (\text{Cof } \xi k - 1)$$

$$= \frac{4,0}{6,28 - 1} (\text{Cof } \xi \cdot 2,524 - 1),$$

oder

$$y' = 0,7576 (\text{Cof } \xi \cdot 2,524 - 1).$$

Wir nehmen nun, bei Null beginnend, für ξ jeweils um ein Sechstel zunehmende Werte an, und erhalten

$$\text{Punkt 0 } (\xi = 0), y' = 0 \quad (0)$$

$$\text{„ 1 } \left(\xi = \frac{1}{6} \right),$$

$$y' = 0,7576 (\text{Cof } 0,4207 - 1) = 0,7576 (1,0898 - 1) = 0,068 \text{ m } (0,068 \text{ m}),$$

$$\text{„ 2 } \left(\xi = \frac{1}{3} \right),$$

$$y' = 0,7576 (\text{Cof } 0,8413 - 1) = 0,7576 (1,3753 - 1) = 0,284 \text{ „ } (0,284 \text{ „}),$$

$$\text{„ 3 } \left(\xi = \frac{1}{2} \right),$$

$$y' = 0,7576 (\text{Cof } 1,2620 - 1) = 0,7576 (1,9078 - 1) = 0,688 \text{ „ } (0,688 \text{ „}),$$

$$\text{„ 4 } \left(\xi = \frac{2}{3} \right),$$

$$y' = 0,7576 (\text{Cof } 1,6827 - 1) = 0,7576 (2,7830 - 1) = 1,351 \text{ „ } (1,342 \text{ „}),$$

$$\text{„ 5 } \left(\xi = \frac{5}{6} \right),$$

$$y' = 0,7576 (\text{Cof } 2,1035 - 1) = 0,7576 (4,1581 - 1) = 2,393 \text{ „ } (2,380 \text{ „}),$$

$$\text{„ 6 } (\xi = 1), y' = 4,000 \text{ m}$$

$$(4,000 \text{ „}).$$

Die in Klammern beigefügten Zahlen ergaben sich unabhängig von vorstehenden Ausführungen, nach dem gewöhnlichen analytischen Verfahren. Es sind die Ordinaten des ausgeführten Gewölbes.

Der größte Unterschied betrifft den Schnitt 5 neben dem Kämpfer und beträgt nur 13 mm, ein Maß, das praktisch ohne Belang ist. Das Beispiel läßt daher die Zuverlässigkeit der Gleichung 5 günstig beurteilen.

Für die Auflagerkräfte ergibt sich nach den Gleichungen 6 und 9:

$$V_{g0} = \frac{g l_1 \text{Sin } k}{k}$$

$$= \frac{1,47 \cdot 9,0}{2,524} \cdot \text{Sin } 2,524 = 32,49 \text{ t (31,64 t).}$$

$$H_{g0} = \frac{g l_1^2 (m - 1)}{f k^2}$$

$$= \frac{1,47 \cdot 9,0^2 (6,28 - 1)}{4,0 \cdot 2,524^2} = 24,67 \text{ t (24,16 t).}$$

Auch hier stellen die Klammerwerte die genauen Ergebnisse dar, die sich auf analytischem Wege unabhängig von vorstehenden Ausführungen ergaben.

3. Die Querschnittänderung.

Um geschlossene Ausdrücke herbeizuführen, ist es, wie bereits bemerkt, notwendig, daß man die Änderung der Querschnitte und den Verlauf des Trägheitsmoments gesetzmäßig ausdrückt.

Es ist in der Praxis üblich, eingespannte Gewölbe so auszubilden, daß der Abriss der Querschnittshöhe auf einer Lotrechten mindestens gleich der Scheitelstärke bleibt. Außer dieser Regel, an die man noch nicht einmal gebunden ist, und die beim Entwerfen der Brückengewölbe große Freiheiten läßt, ist man durch keine zwingende Gründe an die Einhaltung einer bestimmten Gewölbeform gebunden. Es ist demnach zulässig, daß man dem Gewölbe eine passende Form gibt und diese so wählt, daß das Trägheitsmoment einen einfachen Verlauf annimmt.

Ein solches Gesetz für die Änderung des Trägheitsmoments, das den praktischen und den theoretischen Forderungen zugleich entgegenkommt, lautet

$$\frac{J_s}{J \cos \varphi} = 1 - \mu \xi.$$

Es beruht theoretisch auf der Annahme, daß der umgekehrte Wert von $J \cos \varphi$ nach einer Geraden verläuft. Nimmt man an Hand von Ausführungen eine Prüfung vor, dann ergibt sich, daß das Gesetz auch in praktischer Hinsicht seinem Zwecke genügt¹⁾.

Für $z = l_1$ muß sein

$$\frac{J_s}{J_k \cos \varphi_k} = 1 - \mu,$$

woraus

$$\mu = 1 - \frac{J_s}{J_k \cos \varphi_k}$$

und folglich

$$\frac{J_s}{J \cos \varphi} = 1 - (1 - n) \xi \quad (12)$$

wobei

$$n = \frac{J_s}{J_k \cos \varphi_k} \dots \dots \dots (13)$$

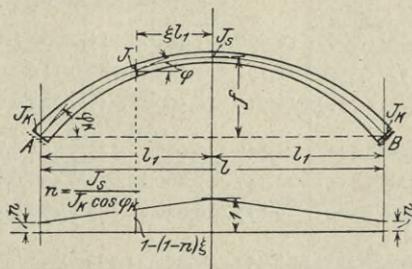


Abb. 112.

1) § 18 Gmündertobelbrücke, Tabelle der Gewölbestärken.

Soll an beliebiger Stelle die Querschnittshöhe bestimmt werden, dann hat man, da sich das Trägheitsmoment in der dritten Potenz der Querschnittshöhe ändert, von (Gl. 12)

$$\left(\frac{d_s}{d}\right)^3 = (1 - (1 - n)\xi) \cdot \cos \varphi$$

auszugehen, woraus
$$d = \frac{d_s}{\sqrt[3]{(1 - (1 - n)\xi) \cos \varphi}}$$

Bei der Beachtung, daß

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}},$$

läßt sich dieser Ausdruck noch in

$$d = d_s c \sqrt[6]{1 + \tan^2 \varphi} \dots \dots \dots (14)$$

umformen, worin

$$c = \frac{1}{\sqrt[3]{1 - (1 - n)\xi}} \dots \dots \dots (15)$$

d_s bedeutet die Scheitelstärke.

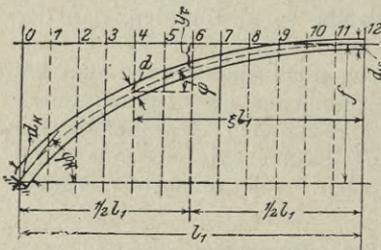


Abb. 113.

Um die Anwendung dieser Gleichung zu erleichtern, wurden die nachstehenden Tabellen gebracht, aus denen sich bei gebräuchlichen Ausführungen die Werte von $\left(\frac{l}{f}\right)^2 \tan^2 \varphi$ und c entnehmen lassen. Die ersten Werte sind ausschließlich von dem Verlauf der Gewölbemittellinie, und die letzten nur von der Art der Querschnittänderung abhängig. Einmal war deshalb das Verhältnis $y_v : f$, und das andere Mal der Wert von n maßgebend.

Tabelle der Werte $\left(\frac{l}{f}\right)^2 \tan^2 \varphi$. (Berechnet nach Gl. 7.)

Punkt	Ordinate im Gewölbeviertel													
	0 Kämpfer	1	2	3	4	5	6 Viertel	7	8	9	10	11	12 Scheitel	
$\frac{y_v}{f}$	<i>m</i>													
0,25 (1,000)	16,000	13,444	11,111	9,000	7,111	5,444	4,000	2,778	1,778	1,000	0,444	0,111	0	0,25
0,24 (1,350)	17,792	14,455	11,580	9,114	7,023	5,258	3,787	2,586	1,633	0,904	0,424	0,100	0	0,24
0,23 (1,755)	19,714	15,500	12,048	9,223	6,927	5,067	3,580	2,403	1,496	0,823	0,360	0,089	0	0,23
0,22 (2,241)	21,846	16,622	12,525	9,321	6,817	4,875	3,371	2,223	1,362	0,741	0,321	0,080	0	0,22
0,21 (2,815)	24,157	17,800	13,010	9,406	6,703	4,674	3,165	2,048	1,237	0,664	0,286	0,070	0	0,21
0,20 (3,500)	26,677	19,036	13,498	9,486	6,579	4,477	2,965	1,882	1,117	0,592	0,253	0,062	0	0,20
0,19 (4,325)	29,441	20,349	13,995	9,548	6,441	4,272	2,766	1,719	1,004	0,526	0,222	0,054	0	0,19
0,18 (5,322)	32,479	21,744	14,493	9,598	6,295	4,064	2,570	1,565	0,897	0,462	0,193	0,046	0	0,18
0,17 (6,532)	35,796	23,203	14,985	9,629	6,136	3,857	2,378	1,416	0,796	0,404	0,166	0,040	0	0,17
0,16 (8,027)	39,489	24,761	15,484	9,641	5,963	3,644	2,187	1,272	0,701	0,350	0,143	0,034	0	0,16
0,15 (0,889)	43,573	26,420	15,984	9,635	5,774	3,426	2,002	1,134	0,612	0,300	0,120	0,029	0	0,15

Tabelle der Werte von c . (Berechnet nach Gl. 15.)

Punkt	0 Kämpfer	1	2	3	4	5	6 Viertel	7	8	9	10	11	12 Scheitel	
J_s Werte von $n = \frac{J_s}{J_k \cos \varphi_k}$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,0
0,8	1,077	1,070	1,063	1,056	1,049	1,042	1,036	1,029	1,023	1,017	1,011	1,006	1,000	0,8
0,6	1,186	1,164	1,145	1,126	1,109	1,093	1,077	1,063	1,049	1,036	1,023	1,011	1,000	0,6
0,5	1,260	1,227	1,197	1,170	1,145	1,122	1,101	1,081	1,063	1,046	1,029	1,014	1,000	0,5
0,4	1,357	1,305	1,260	1,221	1,186	1,154	1,126	1,101	1,077	1,056	1,036	1,017	1,000	0,4
0,3	1,494	1,408	1,339	1,282	1,233	1,191	1,154	1,122	1,093	1,066	1,042	1,020	1,000	0,3
0,25	1,587	1,474	1,387	1,317	1,260	1,211	1,170	1,133	1,101	1,072	1,046	1,022	1,000	0,25
0,2	1,710	1,554	1,442	1,357	1,289	1,233	1,186	1,145	1,109	1,077	1,049	1,023	1,000	0,2
0,15	1,882	1,655	1,508	1,403	1,322	1,256	1,203	1,157	1,117	1,083	1,052	1,025	1,000	0,15

Die Querschnittänderung des in Abb. 113 dargestellten Gewölbes entspricht genau dem beschriebenen Gesetz. Schließlich sei noch auf den Umstand hingewiesen, daß die Querschnittshöhe, falls man sich die Gewölbeachse in aufgerolltem Zustande denkt, nahezu parabolisch zunimmt.

4. Berechnung der Balkenmomente.

Die Balkenmomente sind von der Form der Gewölbeachse gänzlich unabhängig; hingegen ist aber die Art der Querschnittzunahme von wesentlicher Bedeutung. Zu ihrer Berechnung dienen die Gleichungen (Gl. 49–51, II. Abschnitt)

$$X_1 = - \frac{\sum P \delta_1}{\int dw} \dots \dots \dots (16)$$

$$X_2 = - \frac{\sum P \delta_2}{\frac{1}{l^2} \int z^2 dw} \dots \dots \dots (17)$$

$$M_x' = M_0 + X_1 - X_2 \frac{z}{l} \dots \dots \dots (18)$$

Dabei ist z rechts vom Scheitel positiv und links davon negativ.

Das elastische Gewicht eines Bogenelements beträgt (Gl. 39, II. Abschnitt)

$$dw = \frac{ds}{EJ} = \frac{dx}{EJ \cos \varphi} = \frac{l_1 d\xi}{EJ \cos \varphi},$$

oder, wenn das Trägheitsmoment nach dem Gesetz 12 verläuft,

$$dw = \frac{l_1}{EJ_s} [1 - (1 - n)\xi] d\xi \dots \dots \dots (19)$$

Mithin erhält man zunächst für die von der Belastung unabhängigen Nennerausdrücke der obenstehenden Gleichungen

$$\int dw = \frac{l}{EJ_s} \int_0^1 [1 - (1 - n)\xi] d\xi = \frac{l}{EJ_s} \cdot \frac{1 + n}{2},$$

$$\frac{1}{l^2} \int z^2 dw = \frac{l}{4 EJ_s} \int_0^1 [1 - (1 - n)\xi] \xi^2 d\xi = \frac{l}{EJ_s} \cdot \frac{1 + 3n}{48}.$$

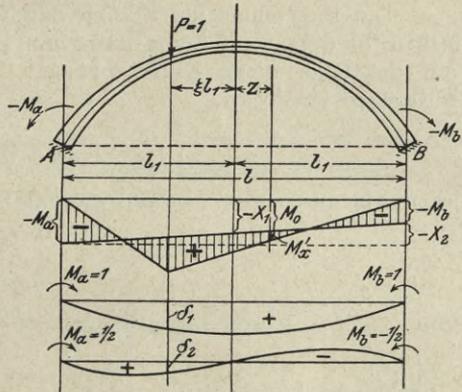


Abb. 114.

Zur Ermittlung der Einsenkungen dienen die Differentialgleichungen (Gl. 43 b und 43 c im II. Abschnitt)

$$\frac{d^2 \delta_1}{d\xi^2} = \frac{l_1^2}{EJ \cos \varphi} = \frac{l_1^2}{EJ_s} [1 - (1-n)\xi],$$

$$\frac{d^2 \delta_2}{d\xi^2} = \pm \frac{l_1^2 \xi}{2 EJ \cos \varphi} = \pm \frac{l_1^2 \xi}{2 EJ_s} [1 - (1-n)\xi],$$

die zweimal zu integrieren sind. Es folgt mit Rücksicht auf die Integrationskonstanten

$$\delta_1 = \frac{l^2}{24 EJ_s} [3(1-\xi^2) - (1-n)(1-\xi^3)],$$

$$\delta_2 = \pm \frac{l^2 \xi}{96 EJ_s} [2(1-\xi^2) - (1-n)(1-\xi^3)],$$

und die Ausdrücke für die Momente lauten daher für eine Einzellast $P = 1$

$$X_1 = - \frac{l}{12(1+n)} [3(1-\xi^2) - (1-n)(1-\xi^3)] \quad (20)$$

$$X_2 = \pm \frac{l\xi}{2(1+3n)} [2(1-\xi^2) - (1-n)(1-\xi^3)] \quad (21)$$

X_2 kann immer als positiv angesehen werden, wenn P rechts vom Scheitel liegt; hingegen kommt bei P links davon stets das negative Vorzeichen in Betracht.

5. Berechnung der Bogenmomente.

Die Bogenmomente werden durch die Kraft H erzeugt, und sind gewissermaßen in doppeltem Sinne unbekannt, da sie sowohl von der Größe, als auch von der Lage dieser Kraft abhängen. In folgendem werden dafür geschlossene Ausdrücke bezweckt.

a) Die Lage der Bogenkraft

legen wir durch den Abstand y_s vom Scheitel fest (Gl. 10, II. Abschnitt). Es ist

$$y_s = f - s_m$$

$$y_s = \frac{\int y' dw}{\int dw} \dots \dots \dots (22)$$

Für den Nenner wurde bereits

$$\int dw = \frac{l}{EJ_s} \cdot \frac{1+n}{2}$$

bestimmt. Die Ermittlung des Zählers, der nicht zuletzt vom Verlauf der Gewölbeachse abhängig ist, ist indessen erheblich verwickelter. Wir drücken, um zu zuverlässigeren

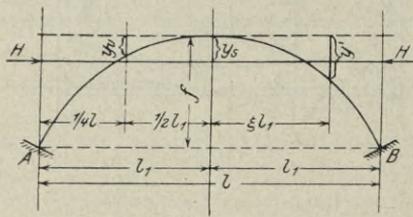


Abb. 115.

Resultaten zu gelangen, die Ordinaten y' durch die genaue Stützliniengleichung (Gl. 5)

$$y' = \frac{f}{m-1} (\cos \xi^k - 1)$$

aus, worin

$$m = \frac{gk}{g} = \cos k,$$

und schreiben zur Integration an

$$\int y' dw = \frac{fl}{EJ_s(m-1)} \int_0^{\xi} (\cos \xi^k - 1)(1 - (1-n)\xi) d\xi.$$

Danach folgt

$$\int y' dw = \frac{fl}{EJ_s} \cdot \frac{\frac{m-1}{k^2} - \frac{1}{2} + n \left(\frac{\text{Sin } k}{k} - \frac{m-1}{k^2} - \frac{1}{2} \right)}{m-1},$$

und der Ausdruck für y_s lautet mithin

$$y_s = 2f \cdot \left. \begin{aligned} &\varphi - 1 + n \left(\frac{\text{Sin } k}{k} - \varphi \right) \\ &\frac{(m-1)(n+1)}{} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (23)$$

worin

$$\varphi = \frac{1}{2} + \frac{m-1}{k^2}$$

Bei gegebener Gewölbeachse ist es immer zweckmäßig über m so zu verfügen, daß die dieser Gleichung zugrunde liegende Kurve jene im Gewölbeviertel schneidet. Bezeichnet y_v die entsprechende Ordinate, dann muß sein

$$\frac{y_v}{f} = \frac{\text{Cos } 0,5 k - 1}{m-1}, \dots \dots \dots (24)$$

wonach m am besten mittels Versuchsrechnung bestimmt wird.

In dieser Weise erhält man die Lage der Bogenkraft mit großer Schärfe.

Ein einfacherer Weg zu demselben Ziel, der zwar weniger Anspruch auf Genauigkeit hat, aber bei Gewölben mit nahezu parabolischer Achse äußerst befriedigende Ergebnisse liefert, ergibt sich in folgendem.

Es ist bekanntlich ¹⁾

$$\text{Cos } \psi = 1 + \frac{\psi^2}{2!} + \frac{\psi^4}{4!} + \frac{\psi^6}{6!} + \dots \dots \dots$$

Setzt man $\psi = \xi k$, so entsteht in Verbindung mit Gleichung 5, wenn die Glieder nur bis zur vierten Potenz berücksichtigt werden

$$y' = \frac{f}{m-1} \left(\frac{(\xi k)^2}{2!} + \frac{(\xi k)^4}{4!} \right),$$

oder allgemeiner

$$y' = f(\mu_1 \xi^2 + \mu_2 \xi^4).$$

Soll die durch diese Gleichung gegebene Kurve durch den Scheitel- und Kämpferpunkt gehen, und außerdem noch im Gewölbeviertel die Ordinate y_v besitzen, dann sind die Faktoren der Veränderlichen aus

$$\begin{aligned} f &= \mu_1 + \mu_2 \\ y_v &= \frac{\mu_1}{4} + \frac{\mu_2}{16} \end{aligned}$$

zu bestimmen. Es ergibt sich dann die Gleichung der Gewölbeachse in der Form

$$y' = \frac{f}{3} \left[\left(16 \frac{y_v}{f} - 1 \right) \xi^2 - \left(16 \frac{y_v}{f} - 4 \right) \xi^4 \right], \dots \dots \dots (25)$$

in der wir sie nun zur Ermittlung der Angriffslinie der Bogenkraft verwenden werden.

Es folgt für den Zähler

$$\begin{aligned} \int y' dw &= \frac{lf}{3 EJ_s} \int_0^x \left[\left(16 \frac{y_v}{f} - 1 \right) \xi^2 - \left(16 \frac{y_v}{f} - 4 \right) \xi^4 \right] \cdot \left[1 - (1-n)\xi \right] d\xi \\ &= \frac{lf}{180 EJ_s} \cdot \left[3 \left(16 \frac{y_v}{f} + 1 \right) + 5n \left(16 \frac{y_v}{f} + 5 \right) \right], \end{aligned}$$

und damit wird

$$y_s = \frac{f}{90(1+n)} \cdot \left[3 \left(16 \frac{y_v}{f} + 1 \right) + 5n \left(16 \frac{y_v}{f} + 5 \right) \right] \dots \dots \dots (26)$$

¹⁾ Dr. Ligowsky. „Tafeln der Hyperbelfunktionen“ Verlag von Wilh. Ernst u. Sohn, Berlin.

Bei gegebenem y_v geht die Bestimmung der Lage der Bogenkraft nach dieser Gleichung sehr rasch von statten, und es werden dabei Resultate erzielt, die mit den genaueren der Gleichung 23, nahezu restlos übereinstimmen. Um von dieser Tatsache zu überzeugen, wurde nachfolgende Tabelle gebracht, woraus sich die Abweichungen ersehen lassen.

**Tabelle der Werte von y_s { Obere Zahl genau (Gl. 23) }
 { Untere „ näherungsw. (Gl. 26) }**

$y_v : f$	0,25	0,23	0,21	0,19	0,17	0,15	
$m = gk : g$	1,000	1,755	2,815	4,325	6,532	9,889	
$\text{Werte von } n = \frac{J_s}{J_k \cos \varphi k}$	1,0	0,3333	0,3190	0,3044	0,2895	0,2743	0,2587
		0,3333	0,3191	0,3049	0,2907	0,2764	0,2622
	0,6	0,2917	0,2783	0,2646	0,2507	0,2366	0,2221
		0,2917	0,2783	0,2650	0,2517	0,2383	0,2250
	0,3	0,2436	0,2313	0,2187	0,2060	0,1931	0,1799
		0,2436	0,2313	0,2190	0,2067	0,1944	0,1821
	0,2	0,2222	0,2104	0,1983	0,1861	0,1738	0,1612
		0,2222	0,2104	0,1985	0,1867	0,1748	0,1630

Wie vorauszusehen war liegt der größte Unterschied bei den am meisten ausgebauchten Gewölbe vor, und betrifft von diesen besonders diejenigen mit beständigem Querschnitt. Er beträgt gemäß obiger Tabelle im höchsten Falle nur rund 1,4 v. H., und es läßt sich daher die einfache Gleichung 26 sehr günstig beurteilen.

Ist die Gewölbemittellinie eine Parabel, dann gilt Gleichung 26 streng, und nimmt in diesem Falle wegen $y_v : f = 0,25$ die noch einfachere Form

$$y_s = \frac{f}{6} \cdot \frac{1 + 3n}{1 + n} \dots \dots \dots (27)$$

an. Mit $n = 1$ ergibt sich hiernach die tiefste Lage der Bogenkraft zu

$$y_s = \frac{f}{3},$$

und für die höchste Lage folgt, wenn als Grenzfall $y_v : f = n = 0,15$ angenommen wird,

$$y_s = \frac{f}{6,64}.$$

b) Die Größe der Bogenkraft

hängt von der Form der Gewölbemittellinie nur wenig ab, und die Annahme des Verlaufes (Gl. 25)

$$y' = \frac{f}{3} \left[\left(16 \frac{y_v}{f} - 1 \right) \xi^2 - \left(16 \frac{y_v}{f} - 4 \right) \xi^4 \right]$$

ist hier in bezug auf die Resultate noch befriedigender wie vor.

Es wäre auch möglich von der genauen Stützliniengleichung (Gl. 5) auszugehen; doch sehen wir davon ab, da dieselbe keineswegs eine erfreuliche Behandlung verspricht und nur sehr umständlich mit sich umgehen läßt. Dabei führt sie praktisch genommen noch nicht einmal zu genaueren Resultaten.

In der einschlägigen Literatur erfreut sich die Annahme der Parabel einer ganz besonderen Vorliebe, und es ist dies auch zu verstehen, wenn man bedenkt, daß dadurch die allerbequemste und elementarste Behandlung in Aussicht steht. Inwieweit den auf dieser Grundlage beruhenden Ergebnissen zu trauen ist, wird durch Abb. 116a und 116b veranschaulicht, wo für verschiedene Werte von $y_v : f$ und n die Einflußlinie der Bogenkraft ersichtlich ist.

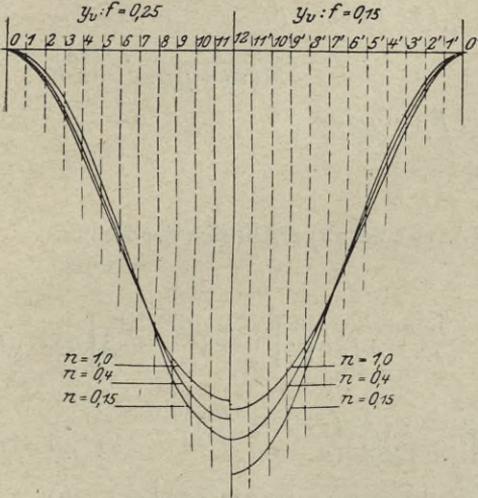


Abb. 116a.

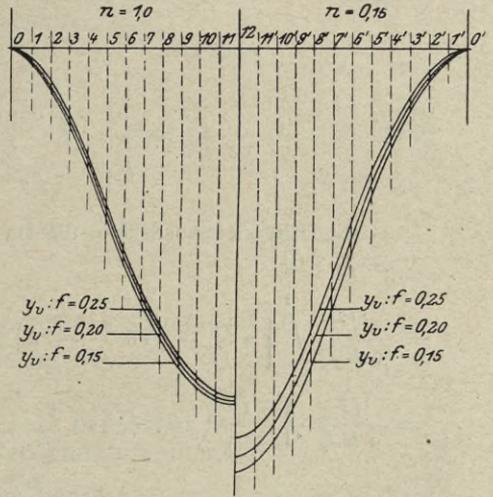


Abb. 116b.

Es wird darauf hingewiesen, daß der Einfluß der Gewölbeachsenform in bezug auf die Bogenkraft, bei Gewölben mit nach den Kämpfern hin stark ansteigendem Querschnitt wesentlich höher anzuschlagen ist, als bei Gewölben von nahezu gleicher Stärke. Eine Prüfung der Parabel rückt diese demnach, sofern sie wie dies meisten geschieht nur an Hand der letzteren Gewölbe allein erfolgt, in ein viel zu günstiges Licht, und läßt sie einwandfreier erscheinen wie sie in der Tat ist.

Dieser Umstand gibt umso mehr zu Bedenken Anlaß, da gerade kleinere Brücken einer Behandlung auf Grund einfacher Annahmen besonders zugänglich scheinen, und die dabei vorliegenden Verhältnisse den Ungenauigkeiten entgegenkommen, da es sich meist um Brückengewölbe mit Hinterfüllung und wesentlich ausgebauter Achse, sowie stark zunehmendem Querschnitt handelt.

Wir schlagen hier einen von diesen Mängeln freien Weg ein, indem wir als Gewölbeachse die durch Gleichung 25 gegebene Kurve annehmen. In Abb. 117 wird die Abweichung derselben von der genauen nach Gleichung 5 ermittelten Gewölbeachse besonders dargestellt. Der Einfluß des geringen Ausschlages ist in bezug auf die Größe der Bogenkraft belanglos, und praktisch genommen gleich Null. Gleichung 25 gibt für die auf die Wirkungsgerade der Bogenkraft bezogene Gewölbeordinaten wegen

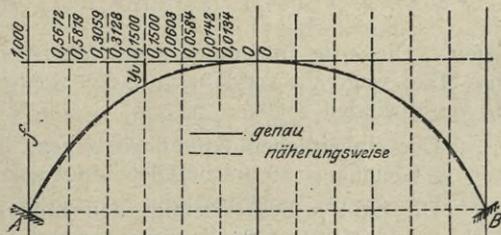


Abb. 117.

$$y = y_s - y'$$

$$y = \frac{f}{3} \left[3 \frac{y_s}{f} - \left(16 \frac{y_v}{f} - 1 \right) \xi^2 + \left(16 \frac{y_v}{f} - 4 \right) \xi^4 \right] \dots \quad (28)$$

Die Größe der Bogenkraft folgt aus (Gl. 52, II. Abschn.)

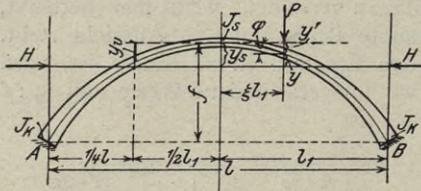


Abb. 118.

$$H = \frac{\sum P \delta_h}{\int y^2 dw + \int \frac{\cos \varphi dx}{EF}}$$

oder

$$H = \frac{\sum P \delta_h}{\int y^2 dw (1 + \mu)}$$

$$= \frac{\sum P \delta_h}{N(1 + \mu)} \quad (29)$$

worin

$$\mu = \frac{\int \frac{\cos \varphi dx}{EF}}{\int y^2 dw} = \frac{\int \frac{\cos \varphi dx}{EF}}{N}$$

Mit Hilfe der Ausdrücke für dw und y (Gl. 19 und 28) ergibt sich der Nenner $N = \int y^2 dw$

$$= \frac{f^2}{9 E J_s} \int_0^1 \left[3 \frac{y_s}{f} - \left(16 \frac{y_v}{f} - 1 \right) \xi^2 + \left(16 \frac{y_v}{f} - 4 \right) \xi^4 \right]^2 \cdot \left[1 - (1-n)\xi \right] d\xi$$

$$= \frac{f^2}{9 E J_s} \cdot \left[\frac{1}{315} \left(263 + 704 \frac{y_v}{f} + 2048 \frac{y_v^2}{f^2} - 63 \frac{y_s}{f} \left(7 + 32 \frac{y_v}{f} \right) \right) \right. \\ \left. - \frac{1-n}{30} \left(23 + 56 \frac{y_v}{f} + 128 \frac{y_v^2}{f^2} - \frac{y_s}{f} \left(37,5 + 120 \frac{y_v}{f} \right) \right) \right] \quad (30)$$

Zur Ermittlung des Zählers geht man von der Differentialgleichung (Gl. 43 a, II. Abschn. Es ist $z = \xi l : 2$, mithin $dz^2 = \frac{l^2}{4} d\xi^2$)

$$\frac{d^2 \delta_h}{d\xi^2} = - \frac{l^2 y}{4 E J \cos \varphi}$$

aus, die mit den gültigen Ausdrücken

$$\frac{d^2 \delta_h}{d\xi^2} = - \frac{f l^2}{12 E J_s} \left[3 \frac{y_s}{f} - \left(16 \frac{y_v}{f} - 1 \right) \xi^2 + \left(16 \frac{y_v}{f} - 4 \right) \xi^4 \right] \cdot \left[1 - (1-n)\xi \right]$$

lautet, und bei Berücksichtigung der Integrationskonstanten nach zweimaligem Integrieren

$$\delta_h = - \frac{f l^2}{24 E J_s} \cdot \left[\frac{y_s}{f} \left(3(1-\xi^2) - (1-n)(1-\xi^3) \right) - \frac{1}{30} \left(16 \frac{y_v}{f} - 1 \right) \left(5(1-\xi^4) \right. \right. \\ \left. \left. - 3(1-n)(1-\xi^5) \right) - \frac{4}{105} \left(1 - 4 \frac{y_v}{f} \right) \left(7(1-\xi^6) - 5(1-n)(1-\xi^7) \right) \right] \quad (31)$$

liefert. Die erste Integrationskonstante ist gleich Null, da die elastische Linie in der Mitte wagrecht verläuft, und die zweite folgt aus der Erwägung, daß für $\xi = 1$ δ_h verschwinden muß.

Der einheitlichen Grundlage wegen, ist anzuraten, daß man zur Ermittlung von y_s Gleichung 26 (nicht Gleichung 23) anwendet.

Die Zahl μ berücksichtigt den Einfluß der Normalkräfte. Sie tritt nur bei flachen und steifen Gewölben hervor und ist näherungsweise nach

$$\mu = \frac{l}{E F_s N} \quad (32)$$

zu berechnen.

Setzt man in vorstehenden Gleichungen $\frac{y_0}{f} = \frac{1}{4}$, dann entsteht auf elementarem Wege für die Bogenkraft beim Parabelbogen infolge einer Einzellast $P = 1$

$$H = \frac{l}{6f} \cdot \frac{30(1-\xi^2)^2 - 5(1-n)(4-9\xi^2 + 2\xi^3 + 3\xi^4) - 3(1-n^2)(2-5\xi^3 + 3\xi^5)}{\left(\frac{7}{3} + 14n + 5n^2\right)(1+\mu)} \quad (33)$$

worin genau genug

$$\mu = \left(\frac{i}{f}\right)^2 \cdot \frac{120(1+n)}{\frac{7}{3} + 14n + 5n^2}, \quad i^2 = \frac{J_s}{F_s} \quad \dots \quad (34)$$

Ist die Größe und die Lage der Bogenkraft bekannt, dann wird das Bogenmoment

$$M_x'' = -Hy \quad \dots \quad (35)$$

Es gibt mit dem Balkenmoment das endgültige Schnittmoment des Bogenträgers

$$M_x = M_x' + M_x'' = M_x' - Hy \quad \dots \quad (36)$$

6. Die Einflußlinien der Kernpunktsmomente.

Soll die Beanspruchung durch Verkehrslast bestimmt werden, dann bedient man sich zweckmäßig der Einflußlinien der Kernpunktsmomente. Dieselben haben im allgemeinen die in Abb. 119 dargestellte Form und bilden mit einer Wagerechten positive und negative Flächen. Zu ihrer Berechnung dienen die Ausdrücke

$$M_{ko} = M_x' - Hy_{ko} \quad \dots \quad (37a)$$

$$M_{ku} = M_x' - Hy_{ku} \quad \dots \quad (37b)$$

Die Kernpunktsordinaten lassen sich aus der Zeichnung herausmessen. Genauer gewinnt man dieselben aus

$$y_k = y \pm \frac{e}{\cos \varphi}.$$

Für rechteckigen gleichartigen Querschnitt ergibt sich danach wegen $e = \frac{1}{6}d$

$$y_{ko} = y + \frac{d}{6 \cdot \cos \varphi} \quad \dots \quad (38a)$$

$$y_{ku} = y - \frac{d}{6 \cdot \cos \varphi} \quad \dots \quad (38b)$$

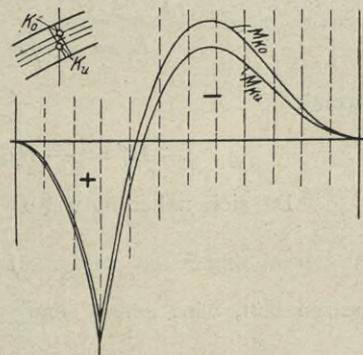


Abb. 119.

Um die Ermittlung der Einflußlinien für die Kernpunktsmomente durchführen zu können, ist es erforderlich, daß man diejenigen für die Balkenmomente und für die Bogenkraft kennt. Dieselben werden nach den vorstehenden Gleichungen bestimmt, indem man zu diesem Zwecke einer Einzellast $P = 1$ eine Reihe von Angriffspunkten gibt, und diese am besten in gleichmäßigen Abständen voneinander annimmt.

Werden die Einflußlinien wie in Abb. 119 aufgetragen, die positiven Ordinaten nach unten, und die negativen nach oben, dann verläuft die Einflußlinie für den oberen Kernpunkt über derjenigen für den unteren. Durch Anordnung der Belastung in der jeweils ungünstigsten Stellung ergeben sich die größten positiven und kleinsten negativen Kernpunktsmomente. Sind diese bestimmt, dann berechnet sich die Beanspruchung durch Verkehrslast:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Druckspannungen} \qquad \text{Zugspannungen} \\ \sigma_o = \frac{M_{ku} \max}{W} \qquad \sigma_o = \frac{M_{ku} \min}{W} \\ \sigma_u = -\frac{M_{ko} \min}{W} \qquad \sigma_u = -\frac{M_{ko} \max}{W} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (39)$$

Die Normalkraft, deren Kenntnis im allgemeinen nicht erforderlich ist, hat die Größe

$$\left. \begin{array}{l} N = \frac{1}{2e} (M_{ko} - M_{ku}) \\ \text{oder} \\ N = \frac{3}{d} (M_{ko} - M_{ku}) \end{array} \right\} \dots \dots \dots (40)$$

7. Die Beanspruchung durch Eigenlast

ermittelt man am besten getrennt; zuerst die Grundpressungen, alsdann die von der Formänderung durch die Normalkraft herrührenden Zusatzspannungen. Von den durch eine besondere Formgebung bedingten günstigen Anfangsspannungen wird hier zunächst abgesehen.

Die Bestimmung der Normalkräfte kann als bekannt vorausgesetzt werden. (S. 167 bis 170).

Die Zusatzspannungen haben als einzige Ursache eine in Höhe der Bogenkraft wirksame Kraft H_g' von der Größe

$$H_g' = \frac{L_l}{\int y^2 dw + \int \frac{\cos \varphi dx}{EF}} = \frac{L_l}{N(1 + \mu)}$$

Zur Berechnung von L_l dient die Gleichung

$$L_l = - \int \frac{\Delta ds}{\cos \varphi} = - H_{go} \int \frac{dx}{EF \cos \varphi}$$

womit

$$H_g' = - H_{go} \cdot \frac{\int \frac{dx}{EF \cos \varphi}}{N(1 + \mu)} \dots \dots \dots (41)$$

Da sich näherungsweise

$$\int \frac{dx}{EF \cos \varphi} = \frac{l}{EF_s}$$

setzen läßt, wird genau genug bei Vernachlässigung von μ im Nenner

$$H_g' = - H_{go} \cdot \frac{l}{EF_s N} = - H_{go} \cdot \mu \dots \dots \dots (42)$$

μ berechnet sich nach Gleichung 32, ist aber gewöhnlich von der Ermittlung der Bogenkraft her schon bekannt.

Die Zusatzkraft wird immer negativ und wirkt deshalb von innen nach außen. Oberhalb der Angriffslinie entstehen positive Biegemomente mit Druckspannungen am Gewölberücken und Zugspannungen an der Leibung, hingegen erzeugen unterhalb derselben negative Biegemomente Zugspannungen am Gewölberücken und Druckspannungen an der Leibung.

Zur Ermittlung der Gesamt-Beanspruchung durch Eigenlast dienen die Gleichungen

$$\sigma_o = \frac{H_{go}}{F \cos \varphi} + \frac{H_g' y_{ku}}{W} \dots \dots \dots (43a)$$

$$\sigma_u = \frac{H_{go}}{F \cos \varphi} - \frac{H_g' y_{ko}}{W} \dots \dots \dots (43b)$$

Ebenso wie der Einfluß der Normalkraft bei Verkehrsbelastung äußert sich auch die Zusatzkraft besonders bei flachen und reichlich bemessenen Gewölben. Soll die Abweichung η der Stützlinie von der Bogenachse festgestellt werden, dann geht man von der Bedingung

$$(H_{g0} + H_g') \eta = - H_g' y$$

aus und erhält

$$\eta = - \frac{H_g'}{H_{g0} + H_g'} y$$

oder wegen

$$\mu = - \frac{H_g'}{H_{g0} + H_g'}$$

$$\eta = \mu y \dots \dots \dots (44)$$

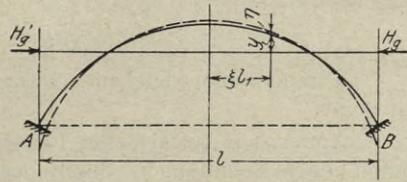


Abb. 120.

Danach läßt sich der Verlauf der Stützlinie bestimmen. Sie muß in Höhe der Bogenkraft, wegen $y = 0$, die Gewölbeachse schneiden.

8. Einfluß von der Wärme und vom Schwinden.

Erwärmt sich ein Gewölbe gegenüber seiner Herstellungstemperatur um t^0 C. gleichmäßig, dann entsteht infolge dieser Ursache als einzige Auflagerkraft die Bogenkraft

$$H_t = \frac{\alpha t^0 l}{\int y^2 dw + \int \frac{\cos \varphi dx}{EF}} = \frac{\alpha t^0 l}{N(1 + \mu)}$$

Sieht man von dem geringen Einfluß der Normalkräfte ab ($\mu = 0$), dann wird noch einfacher

$$H_t = \frac{\alpha t^0 l}{N} \dots \dots \dots (45)$$

Dabei ist der Wärmeausdehnungskoeffizient α für Beton ungefähr zu $0,000012$ anzunehmen.

Das Schnittmoment wird an beliebiger Stelle

$$M = - H_t y,$$

und die Kernpunktsmomente betragen

$$M_{ko} = - H_t y_{ko} \dots \dots \dots (46 a)$$

$$M_{ku} = - H_t y_{ku} \dots \dots \dots (46 b)$$

Daraus lassen sich die Randspannungen ermitteln; sie folgen auch unmittelbar aus

$$\sigma_o = \frac{M_{ku}}{W} = - \frac{H_t y_{ku}}{W} \dots \dots \dots (47 a)$$

$$\sigma_u = - \frac{M_{ko}}{W} = \frac{H_t y_{ko}}{W} \dots \dots \dots (47 b)$$

Je kleiner das Pfeilverhältnis und je größer das Trägheitsmoment vorliegt, desto beträchtlicher wird der Einfluß einer Wärmeänderung ausfallen.

Inwieweit sich Wärmeschwankungen Geltung verschaffen können, hängt von der Art der Ausbildung des ganzen Bauwerkes, von den Abmessungen desselben und nicht zuletzt auch von der Dauer der Wärmeeinwirkung ab.

Von Dr.-Ing. F. v. Emperger wird in dem Aufsätze „Der Einfluß der Temperatur auf Bogenbrücken aus Eisenbeton“ (B. u. E. 1909, S. 380) darauf hingewiesen, daß nur lange andauernde (mittlere Monatstemperaturen) sich Geltung verschaffen können und daß die für das ganze Bauwerk gültige Temperaturdifferenz um so geringer anzuschlagen ist, je größer die Abmessungen desselben sind. Es wird das Maß von 40^0 C. nur bei schwachen Ausführungen (etwa bis 20 cm Gewölbestärke) für nötig erachtet; bei stärkeren Abmessungen ist dieses zu ver-

ringern, und zwar etwa so, daß bei mittleren Gewölbestärken größer als 20 cm, für je 10 cm Zunahme 1° C. abgezogen wird. Es wäre dann anzunehmen

Mittlere Gewölbestärke	20 cm	+ 25°	— 15° C.	entsprechend	40° C.,
„	„	50 „	+ 22°	— 12° C.	„ 34° C.,
„	„	100 „	+ 17°	— 7° C.	„ 24° C.

Temperatenausgleichend wirkt außerdem auch noch eine Hinterfüllung der Gewölbe.

Außer den betrachteten Beanspruchungen entstehen beim Gewölbe in Eisenbeton noch Spannungen durch das Schwinden, die, wenn man das spezifische Schwindmaß zu 0,00025 annimmt, einem Wärmeabfall um

$$t^0 = \frac{0,00025}{0,000012} = \infty 20^0$$

entsprechen. Der hiernach ermittelte Einfluß des Schwindens scheint jedoch viel zu hoch gegriffen, wenn man bedenkt, daß die Gewölbe meist in Lamellen betoniert werden, die bereits schon abgebunden haben, ehe das Gewölbe zum Schluß kommt und bevor das Schwinden wirklich Spannungen erzeugt. In Fällen der Praxis darf daher die Beanspruchung durch Schwinden bei zweckmäßiger Ausführung immer vernachlässigt werden.

9. Die Bestimmung der verbesserten Gewölbeform.

Dem mit der Gewölberechnung vertrauten Statiker ist es eine bekannte Erscheinung, daß im Scheitel eines Gewölbes das zur Bemessung maßgebende positive Moment sich stets über das negative erhebt.

Ein Einblick in die vorausgeschickten Untersuchungen ergibt dies ohne weiteres. Es liegen nämlich bei den nach der Stützlinie für Eigenlast geformten Gewölben die Verhältnisse derart, daß am Scheitel auf der einen Seite das positive Moment infolge der Ursachen

1. Verkehrslast,
2. Eigenlast (Zusatzmoment infolge Zusammendrückung der Achse),
3. Wärmeabfall,
4. Schwinderscheinungen,
5. Ausweichen der Widerlager

in Frage kommt, dem auf der anderen Seite nur das kleinere negative Moment infolge

1. Verkehrslast,
2. Wärmezunahme

gegenübersteht. Zudem tritt noch das negative Moment durch Verkehrslast gegenüber dem positiven zurück.

Danach läßt sich schließen, daß bei der Berechnung der Scheitelstärke stets die Druckspannungen am Gewölberücken und die Zugspannungen an der Leibung maßgebend sind.

Um zu bestimmen, wie sich das größte positive Scheitelmoment zum kleinsten negativen Scheitelmoment verhält, gibt es keine allgemein gültige Regel, da dieses Verhältnis zu sehr an den Wechsel der Ausführungen gebunden ist. Soviel läßt sich aber feststellen, daß das positive Moment gegenüber dem negativen um so mehr hervortritt, je steifer und je flacher ein Gewölbe vorliegt und je mehr sich dessen Achse über die Parabelform erhebt. Bei sehr flachen und stark ausgebildeten Gewölben ist es möglich, daß diese infolge dem außerordentlich beträchtlichen Einfluß der Normalkräfte ein derart hohes positives Scheitelmoment erleiden, daß Zugspannungen am Gewölberücken überhaupt nicht auftreten; bei gewöhnlichen Ausführungen dagegen erreicht das negative Scheitelmoment immer nur einen Bruchteil vom positiven.

Nach alledem liegt es nahe, die Frage aufzuwerfen: Ist es möglich, einem Gewölbe eine solche Form zu geben, daß im Scheitel von vornherein ein Moment auftritt, das das endgültige positive und negative Scheitelmoment zum Ausgleich bringt. Dabei sollen sich aber auch durch eine solche Formgebung die Verhältnisse in den übrigen Querschnitten nicht zu ungünstig gestalten.

Daß sich diese Frage mit ja beantworten läßt und daß es möglich ist, eine dementsprechende Formgebung durchzuführen, mögen die nachfolgenden Darlegungen zeigen.

Zuvor soll noch darauf hingewiesen werden, daß man bisher an Stelle von Gewölben mit natürlich hervorgerufenen Beanspruchungen unter Umständen Ausführungen mit künstlich erzeugten Anfangsspannungen brachte. Es sind zu diesem Zwecke verschiedene Methoden im Gebrauche. Sofern es sich nicht um Momente infolge bleibender Längenänderungen der Gewölbeachse oder der Spannweite handelt, deren Einfluß durch eine gewisse Formgebung nur teilweise ausgeschaltet werden kann, läßt sich bei Anwendung des folgenden Verfahrens fast genau dieselbe Wirkung erzielen, wie bei einer kostspieligen Behandlung des Gewölbes mit Pressen und Schrauben.

Wir geben nun der Gewölbeachse die Form einer Stützlinie für eine von der Wahrheit abweichende Belastung, wobei der Unterschied bestrebt ist, günstige Anfangsspannungen hervorzurufen. Besonders tragen wir bei der dementsprechenden Formgebung den Verhältnissen am Scheitel Rechnung, so daß vor allen Dingen die Scheitelstärke so gering wie möglich gehalten werden kann.

Bezeichnet M das vorläufig als gegeben vorauszusetzende Scheitelmoment, M_{\max} also das größte positive und M_{\min} das kleinste negative, dann muß offenbar, wenn diese Momente gleiche Größe annehmen sollen, ein weiteres Moment von der Größe

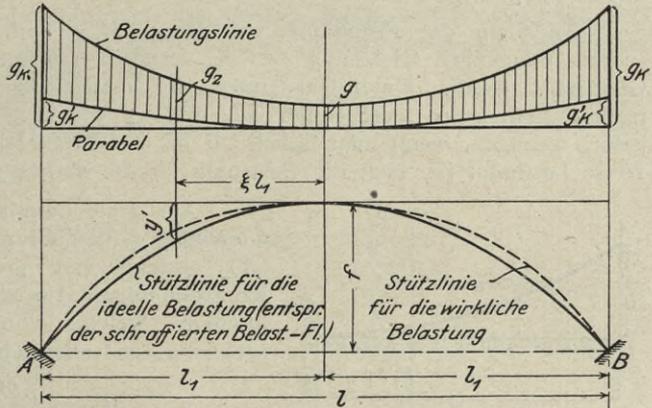


Abb. 121.

$$M_a = - \frac{M_{\max} + M_{\min}}{2} \dots \dots \dots (48)$$

hinzutreten. Gelingt es, dieses durch entsprechende Formgebung hervorzurufen, so kann die kleinstmögliche Scheitelstärke erzielt werden.

Die zur Bestimmung der günstigsten Gewölbeform maßgebende Belastung nehme am Scheitel den wirklichen Betrag an und weiche parabolisch von der Wahrheit ab, so, daß der Unterschied am Kämpfer g_k' beträgt (Abb. 121). Die Größe von g_k' richtet sich nach der Größe des Ausgleichmoments M_a . Bezeichnet \mathfrak{M} das Scheitelmoment bei parabolischer Belastung entsprechend $g_k' = 1$, dann wird

$$g_k' = \frac{M_a}{\mathfrak{M}} \dots \dots \dots (49)$$

Als einzige Verwicklung kommt bei diesem Vorgang die von vornherein unbekannt Form der Gewölbeachse in Betracht, deren Kenntnis bei der Bestimmung von M_a Bedingung ist. Da aber das Verhältnis vom Scheitelgewicht zum Kämpfergewicht, das sich nach

$$m = \frac{g_k - g_k'}{g} \dots \dots \dots (50)$$

berechnet, bei der ideellen Belastung stets geringer ausfällt wie bei der wirklichen, so ergibt sich, daß die verbesserte Gewölbeachse der Parabel immer näher liegt wie jene, die der Stützlinie für Eigenlast folgt.

Die Ermittlung des größten positiven und kleinsten negativen Scheitelmoments kann auf Grund einer schätzungsweisen Annahme von g_k' erfolgen (Gl. 50). Dabei wird die Verkehrslast am besten mit Hilfe der Einflußlinien berücksichtigt.

Zur Ermittlung von \mathfrak{M} sind die folgenden Gleichungen maßgebend, die durch Integration mit Hilfe der Beziehungen 18, 20 und 31 gewonnen wurden.

$$\mathfrak{M} = \frac{l^2}{48} + X_1 - \mathfrak{S} y_s \dots \dots \dots (51)$$

Darin ist

$$X_1 = -\frac{l^2}{360} \cdot \frac{7 + 5n}{1 + n} \dots \dots \dots (52)$$

$$\mathfrak{S} = \frac{f l^3}{720 E J_s N (1 + \mu)} \left[\frac{y_s}{f} (7 + 5n) - \frac{16 \frac{y_v}{f} - 1}{33,6} (11 + 21n) - \frac{4 - 16 \frac{y_v}{f}}{9} (1 + 3n) \right] (53)$$

Der Wert von $y_v : f$ richtet sich nach demjenigen von m (Gl. 24). N ist durch Gleichung 30 gegeben.

Nachdem die Ermittlung von M_{max} , M_{min} und \mathfrak{M} durchgeführt ist, bestimmt man nach Gleichung 48 das Ausgleichmoment M_a und daraufhin nach Gleichung 49 g_k' . Unter Umständen ist die Rechnung für den sich nunmehr nach Gleichung 50 ergebenden neuen Wert von m zu wiederholen. Es dürfte jedoch genügen, wenn man dabei nur bis auf \mathfrak{M} zurückgreift. Sobald m in dieser Weise bestimmt ist, liegt die Belastung für die verbesserte Gewölbeachse fest.

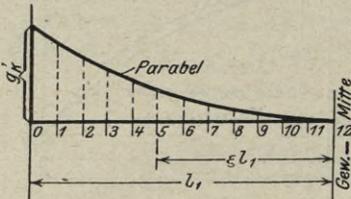


Abb. 121 a.

Am besten ermittelt man die letztere nach Gleichung 5 (auf Grund von m aus Gl. 50) und läßt alsdann eine graphische oder analytische Kontrolle folgen. Im letzten Falle wird das Schnittmoment, welches von demjenigen für die tatsächliche Last abzuziehen ist,

$$M = g_k' \frac{\xi^4 l_1^2}{12} \dots \dots \dots (54)$$

Folgende Tabelle erleichtert dessen Ermittlung.

Punkt	0 Kämpfer	1	2	3	4	5	6 Viertel	7	8	9	10	11	12 Scheitel	
$M =$	0,8333	0,5884	0,4019	0,2637	0,1646	0,0965	0,0521	0,0251	0,0103	0,0033	0,0006	0,0000	0	$\frac{g_k' l_1^2}{10}$

Wenn man für die Belastung jedes folgende Moment wie üblich unter Benutzung des vorhergehenden berechnet, dann geht die analytische Bestimmung der Gewölbeachse sehr rasch von statten.

Zur Berechnung der Beanspruchung durch Eigenlast dienen die Ausdrücke

$$\sigma_o = \frac{H_g}{F \cos \varphi} + \frac{M_g}{W} \dots \dots \dots (55 a)$$

$$\sigma_u = \frac{H_g}{F \cos \varphi} - \frac{M_g}{W} \dots \dots \dots (55 b)$$

worin $H_g = H_{g0} + H_g' + g_k' \mathfrak{S}$ und $M_g = -H_g' y + g_k' \mathfrak{M} \dots \dots (56)$

Unter H_{g_0} ist dabei die der ideellen Belastung entsprechende wagrechte Auflagerkraft und unter \mathfrak{M} das Schnittmoment an beliebiger Stelle für $g_k' = 1$ zu verstehen¹⁾.

Bei der Durchrechnung von praktischen Beispielen stellt es sich heraus, daß die in dieser Weise geformten Gewölbe am Kämpfer hauptsächlich Zugspannungen am Gewölberücken und Druckspannungen an der Leibung erleiden. Da aber das negative Moment, welches dieselben hervorruft, rasch abnimmt und nur äußerst wenig in das Gewölbe hineinreicht, ist dieser Umstand nicht so sehr bedeutend. Man wird am besten das Gewölbe an den Kämpfern kurz ansteigen lassen, so daß übermäßig hohe Beanspruchungen nicht eintreten können. Zudem sind diese Verstärkungen konstruktiv schon ohne weiteres gegeben. Das statische Verhalten wird dadurch nicht merklich beeinflusst.

Die Gewölbe sind in der beschriebenen Form besonders bei kleineren bis mittleren Spannweiten zweckmäßig; sie betreffen also Ausführungen, deren Erstellung in Eisenbeton besonders oft in Frage kommt.

Bei sehr weitgespannten Brücken kann die günstigste Gewölbeachse nicht weit von der Stützlinie liegen, da in diesem Falle die Normalspannungen hervortreten und die Biegungsspannungen nur eine untergeordnete Rolle spielen.

10. Die Stützlinie für Verkehrslast und die Berechnung der Widerlager.

Das Einzeichnen der Stützlinien ist in der Regel nicht unbedingt notwendig. Nachstehend sei dennoch ein Verfahren mitgeteilt, wonach der Verlauf derselben leicht bestimmt werden kann.

Wir legen die Richtung der Kämpferdrücke, wie in Abb. 122 ersichtlich, durch die Abschnitte auf der Wirkungsgeraden der Bogenkraft und auf den Auflagerlotrechten fest.

Es muß sein

$$\left. \begin{aligned} V_a x_a + M_a &= 0, & \text{woraus} & \quad x_a = -\frac{M_a}{V_a} \\ H y_a + M_a &= 0, & & \quad y_a = -\frac{M_a}{H} \\ V_b x_b + M_b &= 0, & & \quad x_b = -\frac{M_b}{V_b} \\ H y_b + M_b &= 0, & & \quad y_b = -\frac{M_b}{H} \end{aligned} \right\} \dots \dots (57)$$

Unter M_a und M_b ist dabei das Balkenmoment am Auflager A und B zu verstehen.

Die lotrechten Bestandteile der Kämpferdrücke betragen

$$V_a = A_0 - \frac{X_2}{l} \dots (58 a)$$

$$V_b = B_0 + \frac{X_2}{l} \dots (58 b)$$

worin A_0 und B_0 jene bei freier Lagerung bedeuten. Sind diese ermittelt, dann werden die eigentlichen Kämpferdrücke

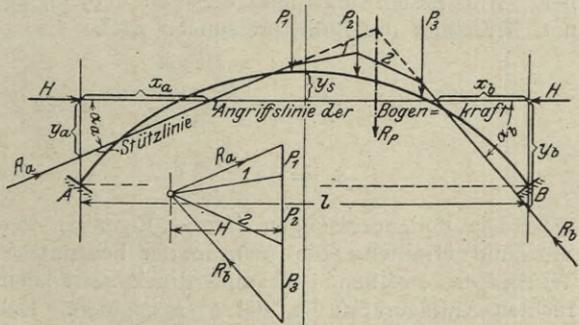


Abb. 122.

¹⁾ Ermittelt man H_g' anstatt nach Gleichung 42 nach

$$H_g' = (H_{g_0} + g_k' \mathfrak{S}) \mu,$$

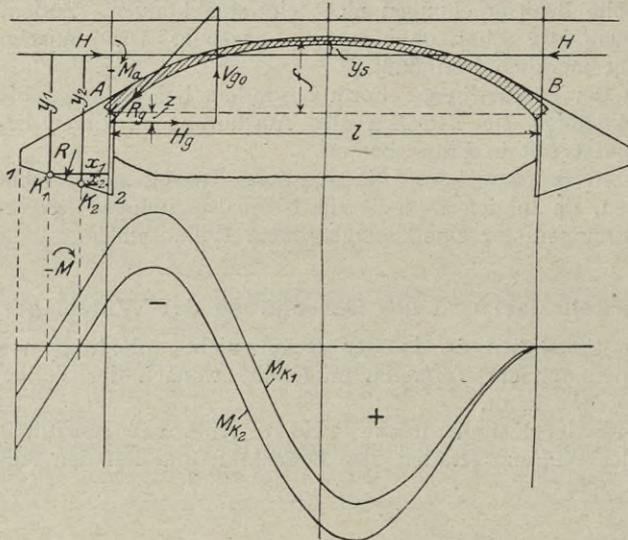
so dürfen in den Gleichungen 56 unter \mathfrak{S} und \mathfrak{M} Werte verstanden werden, die die Verkürzung der Bogenachse durch die Normalkräfte nicht berücksichtigen. Bei den Tabellenwerten ist dieser Umstand von Belang.

$$R_a = \frac{H}{\cos \alpha_a} = H \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{V_a}{H}\right)^2} \quad (59a)$$

$$R_b = \frac{H}{\cos \alpha_b} = H \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{V_b}{H}\right)^2} \quad (59b)$$

Einfacher findet man dieselben graphisch.

Der Verlauf der Stützlinie zwischen den Lasten kann nach den Regeln der



graphischen Statik festgelegt werden. Schließlich muß der Schnittpunkt der Kämpferkräfte in der Wirkungsgeraden der Ersatzkraft aller äußeren Lasten liegen.

Zur Berechnung der Bodenpressungen infolge Verkehrslast schlagen wir die Verwendung der Einflußlinien der Kernpunktsmomente für die Widerlagersole vor. Werden die Kernpunkte K_1 und K_2 , wie in Abb. 123 ersichtlich, durch die auf die Wirkungsgerade der Bogenkraft und auf die betreffende Auflagerlotrechte bezogene Längen x_1, x_2 und y_1, y_2 festgelegt, dann wird

Abb. 123.

$$M_{k1} = M_a + H y_1 - V_a x_1 \quad (60a)$$

$$M_{k2} = M_a + H y_2 - V_a x_2 \quad (60b)$$

Danach lassen sich die Einflußlinien ermitteln und daraufhin können die größten positiven und die kleinsten negativen Kernpunktsmomente bestimmt werden.

Von Wärmeschwankungen mit der Bogenkraft H_t rühren die Momente

$$\left. \begin{aligned} M_{k1} &= H_t y_1 \\ M_{k2} &= H_t y_2 \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

her. Am besten fügt man diese zu denjenigen infolge Verkehrslast noch hinzu und berechnet die Bodenpressungen nach

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{\text{Druck } M_{k2 \text{ max}}}{W} & \sigma_1 &= \frac{\text{Zug } M_{k2 \text{ min}}}{W} \\ \sigma_2 &= -\frac{M_{k1 \text{ min}}}{W} & \sigma_2 &= -\frac{M_{k1 \text{ max}}}{W} \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

Die Bodenpressungen infolge Eigenlast werden zweckmäßig mit Hilfe der Stützlinie ermittelt, die man in der bekannten Weise einzeichnet. Der auf ein Widerlager entfallende Kämpferdruck setzt sich aus H_g (Gl. 56) und der lotrechten Auflagerkraft V_{g0} (Gl. 6) zusammen. Dabei ist derselbe nicht durch den Kämpfermittelpunkt gerichtet, sondern durch einen Punkt, der um

$$z = \frac{-M_{gk}}{H_g} \quad (63)$$

darunter liegt. M_{gk} bezieht sich auf den Kämpfer und geht aus der zweiten der Gleichungen 56 hervor.

Nachdem die Resultierende aller äußeren Kräfte bestimmt ist, ergeben sich die Bodenpressungen infolge Eigenlast in der bekannten Weise.

11. Die Berechnung der Scheitelstärke nebst Untersuchungen über die Wirtschaftlichkeit.

Mit Hilfe der hergeleiteten Gleichungen und der berechneten Tabellen konnten für die statisch unbestimmten Größen in einem Gewölbe die folgenden Ausdrücke hergeleitet werden:

$$H_{g_0} = (0,1090 + 0,0185 m - 0,0005 m^2) \frac{g l^2}{f} \dots (64)$$

$$M_s = (0,0042 + 0,0004 m) p_e l^2 \dots (65)$$

$$H = (0,0600 + 0,0035 m) \frac{p_e l^2}{f} \dots (66)$$

wobei (Gl. 3) $m = \frac{gk}{g}$.

Das Verhältnis n wurde bei den letzten beiden Gleichungen zu $n = 0,30$ angenommen; bei gewöhnlichen Verhältnissen trifft dies im allgemeinen zu. Die Ausdrücke gelten bei 1,0 m Gewölbebreite¹⁾.

Die Spannungen infolge Wärmeschwankungen und durch Verkürzung der Gewölbeachse durch die Normalkräfte betragen annähernd (Gl. 42 u. 45)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_t &= \approx \frac{70 d_s t^0}{f} \text{ t/m}^2 \\ \sigma_g' &= \approx \frac{2,5 d_s \sigma_g}{f} \text{ " } \end{aligned} \right\} \dots (67)$$

wobei σ_g die Grundpressung bezeichnet. Demnach entsteht im Gewölbe endgültig

$$\sigma = \sigma_0 + d_s \frac{70 t^0 + 2,5 \sigma_g}{f}$$

σ_0 ist dabei die Randspannung vom Eigengewicht und von der Verkehrsbelastung²⁾

$$\sigma_0 = \frac{H_{g_0} + H}{d_s} + \frac{6 M_s}{d_s^2}$$

Durch Verbinden der vorstehenden Gleichungen entsteht mit den Abkürzungen

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= \frac{1}{f} [g(0,1090 + 0,0185 m - 0,0005 m^2) + p_e(0,0600 + 0,0035 m)] \\ c_2 &= p_e(0,0252 + 0,0024 m) \\ c_3 &= \frac{70 t^0 + 2,5 \sigma_g}{f} \end{aligned} \right\} (68)$$

$$\sigma = c_1 \frac{l^2}{d_s} + c_2 \frac{l^2}{d_s^2} + c_3 d_s \dots (69)$$

woraus bei gegebenem σ die Scheitelstärke ermittelt werden kann. Den Verhältnissen bei der verbesserten Gewölbeform wird genügt, wenn man in der zweiten der Gleichungen 68 zur Ermittlung von c_2 , $m = 0$ setzt.

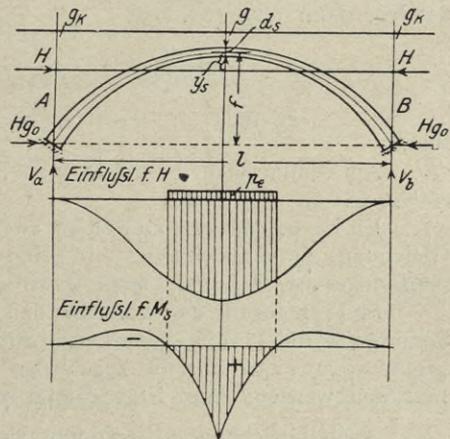


Abb. 124.

1) Für die Ersatzlast p_e bei Straßenbrücken macht Winkler folgende Angaben (Hütte, Bd. III)
 für leichte Wagen . . . $p_e = 0,37 + (1,7 : l) \text{ t/m}^2$,
 „ mittelschwere Wagen $p_e = 0,34 + (2,6 : l) \text{ „}$,
 „ schwere „ $p_e = 0,28 + (3,4 : l) \text{ „}$

2) Bei der verbesserten Gewölbeform hat man zu H_{g_0} noch $g_k' \delta$ hinzuzufügen.

Ermittelt man auf Grund eines geschätzten Wertes von d_s

$$\sigma_0 = \sigma - c_3 d_s \dots \dots \dots (70)$$

so ergibt sich die Scheitelstärke aus

$$d_s = \frac{l^2 c_1}{2 \sigma_0} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4 \sigma_0 c_2}{l^2 c_1^2}} \right] \dots \dots \dots (71)$$

Diese Näherungsgleichung liefert äußerst zuverlässige Werte.

Bei flacheren Gewölben, in denen die Wärmespannungen und die Zusatzspannungen vom Eigengewicht hervortreten, ist es möglich, daß bei einer Erhöhung der Scheitelstärke die Randspannungen noch wachsen. Dann müssen sich aber umgekehrt auch bei einer Verringerung der Scheitelstärke bis zu einem gewissen Grade geringere Spannungen einstellen. Sollen diese zu einem Minimum werden, dann muß (Gl. 69)

$$\frac{d\sigma}{dd_s} = -c_1 \frac{l^2}{d_s^2} - 2 c_2 \frac{l^2}{d_s^3} + c_3 = 0$$

oder $-c_1 l^2 d_s - 2 c_2 l^2 + c_3 d_s^3 = 0 \dots \dots \dots (72)$

sein.

Am einfachsten bestimmt man hieraus die gültige Wurzel durch Versuchsrechnung.

Es ist bei flachen Gewölben zweckmäßig, sich auf Grund der vorstehenden Gleichung zu vergewissern, ob keine zu starken Abmessungen vorliegen, damit man sicher ist, daß man nicht unwirtschaftlich konstruiert.

Soll entgegen den vorstehenden Ausführungen, nach denen bei gegebener Spannweite die für die Spannungen am günstigste Scheitelstärke erzielt wird, die größte Spannweite und die zugehörige Scheitelstärke bei gegebener Beanspruchung bestimmt werden, dann ist wie folgt vorzugehen.

Nach Gleichung 69 bestimmt sich

$$l = d_s \sqrt{\frac{\sigma - c_3 d_s}{c_1 d_s + c_2}} \dots \dots \dots (73)$$

und durch Umformen entsteht

$$l^2 = \frac{\sigma d_s^2 - c_3 d_s^3}{c_1 d_s + c_2}$$

Demnach muß bei einem Maximum von l^2 oder l

$$\frac{dl^2}{dd_s} = \frac{-c_1 \sigma d_s^2 + c_1 c_3 d_s^3}{(c_2 + c_1 d_s)^2} + \frac{2 \sigma d_s - 3 c_3 d_s^2}{c_2 + c_1 d_s} = 0$$

oder $2 c_1 c_3 d_s^2 + (3 c_2 c_3 - c_1 \sigma) d_s - 2 c_2 \sigma = 0$

sein. Mithin bestimmt sich die den kleinstmöglichen Spannungen entsprechende Scheitelstärke nach

$$d_s = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} \left[-1 \pm \sqrt{1 + \frac{\varphi_2 \varphi_3}{\varphi_1^2}} \right] \dots \dots \dots (74)$$

wobei

$$\varphi_1 = 3 c_2 c_3 - c_1 \sigma, \quad \varphi_2 = 4 c_1 c_3 \quad \text{und} \quad \varphi_3 = 4 c_2 \sigma \dots \dots (75)$$

Bei endlicher Pfeilhöhe ist mit d_s auch die erreichbare Spannweite begrenzt. Hieraus erklären sich auch die Beschränkungen, die beim Entwurf von Brücken mit sehr kleinem Pfeilerverhältnis vorliegen.

Bei all diesen Gleichungen wird eine größere Genauigkeit erzielt, wenn man c_2 nach

$$c_2 = 6 M_{s \max} \dots \dots \dots (76)$$

bestimmt und dabei das Scheitelmoment $M_{s \max}$ auf Grund einer Einflußlinie (für $l = 1$) ermittelt, die man nach den Tabellenwerten rasch aufträgt. Handelt es sich um die verbesserte Gewölbeform, so ist c_2 nach

$$c_2 = 3 (M_{s \max} - M_{s \min}) \dots \dots \dots (77)$$

zu berechnen.

Beispiel. Die in Abb. 125 dargestellte Brücke soll so ausgebildet werden, daß die Spannungen am Scheitel so gering wie möglich ausfallen. Dabei soll die Verkehrslast $p_e = 0,50 \text{ t/m}^2$ und ein Wärmeunterschied von 20° C . in Rechnung gestellt werden. Die Scheitelstärke und die zugehörige Spannung ist zu bestimmen.

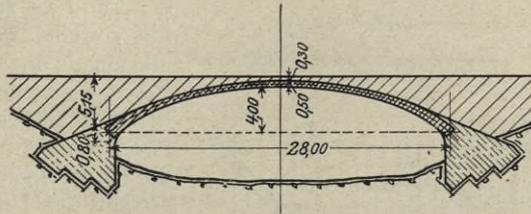


Abb. 125.

Die Gewichte betragen bei den angenommenen Abmessungen (Abb. 125)

$$\text{am Scheitel } g = 0,50 \cdot 2,4 + 0,30 \cdot 1,7 = \approx 1,70 \text{ t/m}^2,$$

$$\text{„ Kämpfer } g_k = 0,80 \cdot 2,4 + 5,15 \cdot 1,7 = \approx 10,70 \text{ „}$$

$$\text{Mithin ist (Gl. 3)} \quad m = \frac{g_k}{g} = \frac{10,7}{1,7} = \approx 6.$$

Nach Gleichung 64 wird

$$H_{g_0} = (0,1090 + 0,0185 \cdot 6 + 0,0005 \cdot 6^2) \cdot \frac{1,70 \cdot 28,0^2}{4,0} = \approx 67 \text{ t},$$

$$\text{womit die Grundpressung } \sigma_g = \frac{67}{0,5} = 134 \text{ t/m}^2.$$

Die Gleichungen 68 geben

$$e_1 = \frac{1}{4,0} [1,70 (0,1090 + 0,0185 \cdot 6 - 0,0005 \cdot 6^2) + 0,50 (0,0600 + 0,0035 \cdot 6)] = 0,100 \text{ t/m}^3,$$

$$e_2 = 0,50 (0,0252 + 0,0024) = 0,020 \text{ t/m}^2,$$

$$e_3 = \frac{70 \cdot 20 + 2,5 \cdot 134}{4,0} = 434 \text{ t/m}^3.$$

Nun folgt nach Gleichung 72

$$0 = -0,100 \cdot 28,0^2 d_s - 2 \cdot 0,020 \cdot 28,0^2 + 434 d_s^3$$

$$\text{oder} \quad 0 = -78,4 d_s - 31,4 + 434 d_s^3.$$

Es wird

$$\text{für } d_s = 0,50, \quad 78,4 \cdot 0,50 - 31,4 + 434 \cdot 0,50^3 = -16,3,$$

$$\text{„ } d_s = 0,60, \quad 78,4 \cdot 0,60 - 31,4 + 434 \cdot 0,60^3 = +15,3.$$

Schließlich findet man $d_s = 56 \text{ cm}$. Bei dieser Scheitelstärke entstehen die kleinstmöglichen Randspannungen. Sie betragen (Gl. 69)

$$\sigma = \frac{1,000 \cdot 28^2}{0,56} + \frac{0,020 \cdot 28^2}{0,56^2} + 434 \cdot 0,56 = 433 \text{ t/m}^2 = 43,3 \text{ kg/cm}^2.$$

Durch eine Erhöhung der Scheitelstärke ist man nicht mehr in der Lage, die Spannungen herabzudrücken; sie werden wie bei einer Verringerung umso höher ausfallen.

Abb. 126a veranschaulicht, wie sich die Spannungen bei wechselnden Scheitelstärken verhalten. Die eine Kurve gilt dabei für die Stützlinienform vom Gewölbe entsprechend den obigen Untersuchungen, und die andere gestrichelte Kurve

entspricht der verbesserten Gewölbeform. (S. 184 bis 187)¹⁾. Dabei war im letzten Falle zur Berechnung von c_2 , $m = 0$ maßgebend.

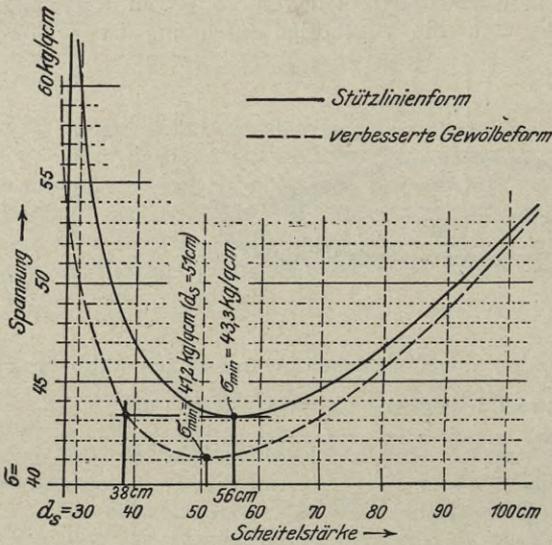


Abb. 126a.

erung der Scheitelstärke um rund 18 cm erzielt werden²⁾.

Ist die Spannung von $43,3 \text{ kg/cm}^2$ bzw. $41,2 \text{ kg/cm}^2$ unzulässig, dann ist man beim eingespannten Gewölbe

darauf angewiesen, das Pfeilverhältnis zu vergrößern. Wo dies nicht statthaft ist, kann man auch provisorisch wirksame Gelenke anordnen, oder Ausführungen nach Art der Abb. 109 f bringen.

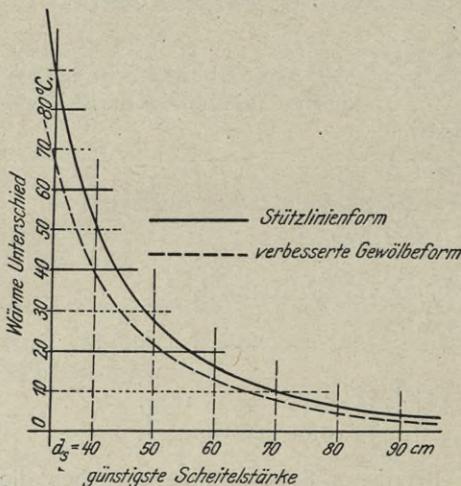


Abb. 126b.

Um zu zeigen, wo die den geringsten Spannungen zugehörige Gewölbestärke bei wechselnden Wärmeunterschieden liegt, wurde Abb. 126 b gebracht. Wie bei den übrigen Kurven wurde auch hier für γ ein fester Wert vorausgesetzt.

Soll bei gegebener Beanspruchung die größtmögliche Spannweite nebst den zugehörigen Abmessungen bestimmt werden, dann hat man wie folgt vorzugehen.

Wir nehmen für das Gewölbe, dessen Spannweite noch unbekannt ist, die in vorstehendem Beispiel betrachteten Verhältnisse an, und erhalten nach den Gleichungen 75 bei der zulässigen Beanspruchung von 433 t/m^2

$$f_1 = 3 \cdot 0,020 \cdot 434 - 0,100 \cdot 433 = -17,36,$$

$$f_2 = 4 \cdot 0,100 \cdot 434 = 173,6, \quad f_3 = 4 \cdot 0,020 \cdot 433 = 34,6,$$

¹⁾ Bei Bestimmung der Kurven wurde das Gewicht γ als unveränderlich vorausgesetzt. Durch die hierdurch entstehende Ungenauigkeit wird der Zweck unserer Untersuchung nicht beeinträchtigt. Es ergibt sich, daß der abfallende Ast der Kurve in Wahrheit etwas unter, und der ansteigende Ast etwas über jenem der Abb. 126a verlaufen wird.

²⁾ Die Bestimmung der verbesserten Gewölbeform, Seite 184 bis 187.

und damit nach Gleichung 74

$$d_s = -\frac{17,36}{173,6} \left[-1 - \sqrt{1 + \frac{173,6 \cdot 34,6}{(-17,36)^2}} \right] = 0,56 \text{ m.}$$

Das ist die bereits ermittelte günstigste Gewölbestärke. Gleichung 73 gibt die zugehörige Spannweite

$$l = 0,56 \sqrt{\frac{433 - 434 \cdot 0,56}{0,100 \cdot 0,56 + 0,020}} = 28,0 \text{ m.}$$

Die Kurve der Abb. 126 c gibt über die erreichbare Spannweite bei verschiedenen Scheitelstärken Aufschluß. Sie erreicht ihren höchsten Punkt ($l = 28,0 \text{ m}$) bei $d_s = 56 \text{ cm}$. Die gestrichelt dargestellten Kurven entsprechen der verbesserten Gewölbeform, und zwar gilt die untere für die Beanspruchung von $41,2 \text{ kg/cm}^2$ und die obere für $43,3 \text{ kg/cm}^2$. Es zeigt sich, daß sich bei der verbesserten Gewölbeform die erreichbare Spannweite um rund $1,60 \text{ m}$ vergrößert, und dabei nur eine Scheitelstärke von 54 cm erforderlich ist. Wie aus Abb. 126 a, geht auch hieraus hervor, daß mit $d_s = 38 \text{ cm}$ bei der verbesserten Gewölbeform dieselbe Spannweite erzielt wird, wie mit $d_s = 56 \text{ cm}$ bei der gewöhnlichen Stützlinienform.

In jedem Falle scheint es interessant beim Entwurf von Gewölben im Sinne der Abb. 126 a rasch eine Kurve aufzutragen, die über die Spannungsverhältnisse lehrreichen Aufschluß gibt

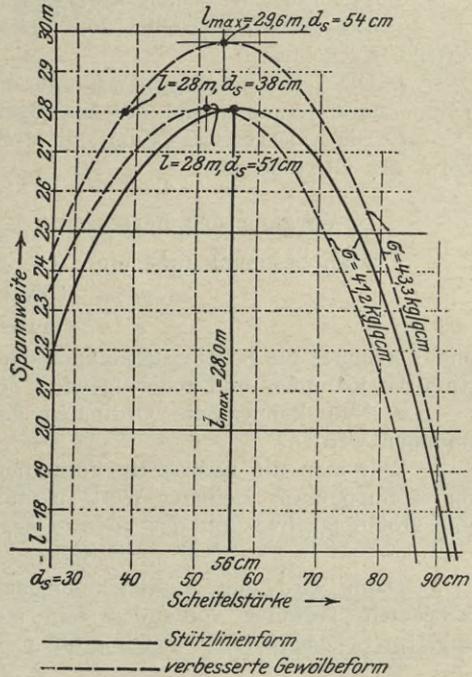


Abb. 126 c.

§ 17.

Tabellen der Einflußlinien für eingespannte Brückengewölbe.

Nach den hergeleiteten Gleichungen wurden für die in der Praxis vorliegenden Fälle des eingespannten symmetrischen Brückengewölbes in Eisenbeton, die Einflußlinien berechnet, und in den nachfolgenden Tabellen wiedergegeben.

Die Form der Gewölbeachse wurde durch das Verhältnis

$$\frac{y_v}{f} = \frac{\text{Ordinate im Gewölbeviertel}}{\text{Gewölbepeil}}$$

bestimmt, und als Grenzwerte auf der einen Seite die Parabel mit $y_v : f = 0,25$, und auf der anderen Seite $y_v : f = 0,15$ angenommen. Die Zwischenwerte ändern sich folgendermaßen: $0,25, 0,24, 0,23, 0,22, \dots, 0,15$.

Der Querschnittänderung liegt das Gesetz

$$\frac{J_s}{J} = 1 - (1 - n) \xi$$

zugrunde. Für

$$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$$

finden sich die Werte $n = 1,0, 0,8, 0,6, 0,5, 0,4, 0,3, 0,25, 0,2, 0,15$.

Es wurde angegeben :

1. Die Ordinaten der Gewölbeachse (berechnet nach Gl. 5).
2. Die Ordinaten der Einflußlinien in um $\frac{1}{24}$ der Spannweite fortschreitenden Entfernungen, und zwar
 - a) für das Moment im Scheitel, Kämpfer und Gewölbeviertel, sowie für die dazwischenliegenden Querschnitte im Gewölbeachtel,
 - b) für die Bogenkraft,
 - c) für das Balkenmoment (Seite 265 bis 269),
 - d) für die lotrechten Auflagerkräfte (Seite 264).
3. Die größten positiven und kleinsten negativen Momente für gleichmäßig verteilte Verkehrslast.
4. Die Lage der Bogenkraft und die Werte von N zur Berücksichtigung der Temperaturänderungen und des Einflusses der Normalkräfte.
5. Die Auflagerkraft \mathfrak{S} und die Momente \mathfrak{M} zur Bestimmung der verbesserten Form der Gewölbeachse.

Vorgang der Berechnung bei Anwendung der Tabellen.

1. Man bestimmt annähernd (Gl. 3)

$$m = \frac{g_k}{g} = \frac{\text{Gewicht am Kämpfer}}{\text{Gewicht am Scheitel}^1)}$$

und berechnet die Scheitelstärke nach den auf Seite 190 gegebenen Formeln; dann wird das Kämpfer- und Scheitelgewicht schärfer ermittelt und m genauer bestimmt.

2. Nun können die Ordinaten der Gewölbeachse aus den Tabellen entnommen werden.

Will man die verbesserte Form der Gewölbeachse festlegen, so nimmt man für m einen etwas kleineren Wert an und bestimmt auf Grund der Tabellenwerte das größte positive und das kleinste negative Scheitelmoment infolge Verkehrslast

$$M = (\text{Beiwert aus Tabelle}) \cdot p_e l^2.$$

Dann wird das Ausgleichmoment M_a , welches von vornherein bei unbelastetem Gewölbe vorhanden sein muß, wenn das endgültige positive und negative Scheitelmoment gleich groß ausfallen soll ²⁾, (Gl. 48, sinngemäß)

$$M_a = - \frac{\sum M}{2} - H_{g_0} y_s \mu \dots \dots \dots (78)$$

wobei (Gl. 32)

$$\mu = \frac{l}{E F_s N}.$$

H_{g_0} wird mit Hilfe der Tabellen oder nach Gleichung 64 ermittelt, N und y_s ist in den Tabellen enthalten.

Bei starken Einzellasten, wofür die Ersatzlast p_e nicht genau festzustellen ist, ist zur Berechnung von M die Verwendung der Einflußlinien angezeigt.

Jetzt bestimmt man nach den Tabellen den Wert von \mathfrak{M} (für den angenommenen m -Wert) und ermittelt den Lastunterschied (Gl. 49)

$$g_k' = \frac{M_a}{\mathfrak{M}},$$

sowie das für die verbesserte Stützlinienform gültige Verhältnis (Gl. 50)

$$m = \frac{g_k - g_k'}{g}.$$

Unter Umständen ist die Berechnung nach einer dem neuen m -Wert besser entsprechenden Tabelle zu wiederholen. Meist wird es jedoch ausreichen, mit dem genauen \mathfrak{M} -Wert g_k' festzustellen und damit m zu verbessern.

¹⁾ Bei Brücken mit gegliedertem Aufbau kann unter Umständen ein hiervon abweichender Wert zweckmäßiger sein (vergl. Seite 168).

²⁾ Es wurde angenommen, daß beim Wärmeunterschied eine ebensolche Zunahme wie Abnahme vorliegt. — Sollte noch ein weiteres Moment infolge irgend einer Ursache in Frage kommen, so ist der halbe Wert davon mit umgekehrtem Vorzeichen zu M_a hinzuzufügen.

3. Ist m bestimmt, dann wird die Gewölbeachse festgelegt; zunächst wendet man dabei die Tabellenwerte an und läßt dann eine graphische oder analytische Kontrolle folgen. Im letzten Falle kann der auf Seite 186 beschriebene Weg eingeschlagen werden bei Verwendung der dort gegebenen Tabelle.

4. Die Gewölbestärke soll sich nach dem Gesetz (Gl. 14)

$$d = d_s c \sqrt[6]{1 + \tan^2 \varphi}$$

ändern. Die Werte von $\tan^2 \varphi$ (Gl. 7) und c (Gl. 15) gehen aus den auf Seite 174 und 175 enthaltenen Tabellen hervor.

5. Unter Entnahme von \mathfrak{H} aus den Tabellen wird nun die Zusatzkraft (gem. Gl. 42, vergl. auch Fußnote Seite 187)

$$H_g' = (H_{g0} + g_k' \mathfrak{H}) \mu \dots \dots \dots (79)$$

und beim unbelasteten Gewölbe die Auflagerkraft (Gl. 56)

$$H_g = H_{g0} + H_g' + g_k' \mathfrak{H},$$

sowie das Schnittmoment bestimmt.

$$M_g = -H_g' y + g_k' \mathfrak{M}$$

Bei einer Erwärmung um t^0 entstehen durch die Bogenkraft (Gl. 45)

$$H_t = \frac{\alpha t^0 l}{N}$$

die Kernpunktsmomente

$$M_{ko} = -H_t y_{ko}, \quad M_{ku} = -H_t y_{ku},$$

wobei die Ordinaten (Gl. 38)

$$y_{ko} = y + \frac{d}{6 \cdot \cos \varphi}, \quad y_{ku} = y - \frac{d}{6 \cdot \cos \varphi}.$$

6. Die Einflußlinien der Kernpunktsmomente kann man entweder für $l = 1$ oder gleich für die wirkliche Spannweite auftragen. Im ersten Falle lassen sich die Tabellenwerte direkt benutzen und es sind nur die Endergebnisse mit der Spannweite zu multiplizieren; dieser Weg ist oft der einfachere.

Um die Einflußlinie der Kernpunktsmomente für einen beliebigen Schnitt zu bestimmen, gehe man nach folgendem Schema vor.

	Bogenkraft		Schnitt xx				
			$y = \dots$	$d = \dots$	$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}}$		
		$y \mu = \dots$	$\frac{d}{6 \cdot \cos \varphi} = \dots$		Einflußlinie der Kernpunktsmomente		
		η	$\frac{H}{l} y \mu$	$\frac{H}{l} \cdot \frac{d}{6 \cdot \cos \varphi}$	y_{ko}	y_{ku}	
Ordinate Nr. { 0 1 2 3	Aus den Tabellen	Einflußlinien-Ordinate aus den Tabellen	η	$\frac{H}{l} y \mu$	$\frac{H}{l} \cdot \frac{d}{6 \cdot \cos \varphi}$	y_{ko}	y_{ku}
						$\eta_{ko} = \eta + \frac{H}{l} \cdot y \mu + \frac{H}{l} \cdot \frac{d}{6 \cdot \cos \varphi}$	$\eta_{ku} = \eta + \frac{H}{l} \cdot y \mu - \frac{H}{l} \cdot \frac{d}{6 \cdot \cos \varphi}$

7. Bei Berechnung der Randspannungen infolge Eigenlast, Verkehrslast und Temperatur kann das folgende Schema benutzt werden.

	Schnitt xx	
$F = b d$	
$W = \frac{b d^2}{6}$	
$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}}$	$\left(\frac{l}{f}\right)^2 \tan^2 \varphi$ aus Tab. S. 174.
Normalpressung: $\sigma_1 = \frac{H_g}{F \cos \varphi}$	$H_g = H_{g0} + H_g' + g_k' \mathfrak{M}$.
Biegungsspannung: $\sigma_2 = \frac{M_g}{W}$	$M_g = -H_g' y + g_k' \mathfrak{M}$.
Randspannung vom Eigengewicht $\left\{ \begin{array}{l} \sigma_o = \sigma_1 + \sigma_2 \\ \sigma_u = \sigma_1 - \sigma_2 \end{array} \right.$	
Moment durch Temperatur $\left\{ \begin{array}{l} M_{ko} = -H_t y_{ko} \\ M_{ku} = -H_t y_{ku} \end{array} \right.$	$H_t = \frac{\alpha t^0 l}{N}$.
Moment durch Verkehrslast $\left\{ \begin{array}{l} M_{ko} \\ M_{ku} \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} + \\ + \\ - \\ - \end{array} \right\}$	
Grenzwerte d. Momente durch Temperatur und Verkehrslast $\left\{ \begin{array}{l} M_{ko} \\ M_{ku} \end{array} \right.$	Aus den Einflußlinien der Kernpunktmomente.
Randspannungen durch Temperatur und Verkehrslast $\left\{ \begin{array}{l} \sigma_u = -\frac{M_{ko}}{W} \\ \sigma_o = \frac{M_{ku}}{W} \\ \sigma_u = -\frac{M_{ko}}{W} \\ \sigma_o = \frac{M_{ku}}{W} \end{array} \right.$	
Grenzwerte der Spannungen $\left\{ \begin{array}{l} \sigma_o \text{ max} \\ \sigma_u \text{ max} \\ \sigma_o \text{ min} \\ \sigma_u \text{ min} \end{array} \right.$	

Tabellen der Einflußlinien

für die Momente und für die Bogenkraft
der eingespannten Brückengewölbe.

Bezeichnungen:

- l Spannweite
 f Pfeilhöhe
 y' Gewölbeordinate in bezug auf die Scheitelwagrechte
 y_v Desgleichen im Gewölbeviertel
 J_s Trägheitsmoment am Scheitel
 J_k „ „ „ Kämpfer
 g Gewicht am Scheitel (siehe auch S. 168)
 g_k „ „ „ Kämpfer
 φ_k Neigungswinkel der Gewölbeachse am Kämpfer
 Der Verlauf der Gewölbeachse wird durch das Verhältnis

$$\frac{y_v}{f} = \frac{\text{Ordinate im Gewölbeviertel}}{\text{Pfeilhöhe}}$$

bew.
$$m = \frac{g_k}{g} = \frac{\text{Gewicht am Kämpfer}}{\text{Gewicht am Scheitel}}$$

festgelegt. Für die Querschnittszunahme ist der Wert von

$$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$$

maßgebend.

$$\frac{y_v}{f} = 0,25.$$

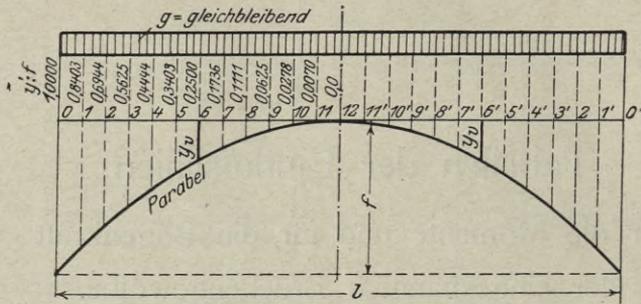


Abb. 127.

$$m = \frac{g_k}{g} = 1,000. \quad \tan \varphi_k = 4,000 \frac{f}{l}.$$

$$H_{g_0} = 0,1250 \frac{g l^2}{f}. \quad \cos \varphi_k = \frac{1}{\sqrt{1 + 16,00 \frac{f^2}{l^2}}}$$

$$V_{g_0} = 0,5000 g l.$$

Bogenkraft (Werte $H \frac{f}{l} (1 + \mu)$).

Einflusslinienordinate Nr.	$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$										$\frac{y'}{f}$	f
	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15			
y_s	0,3333	0,3148	0,2917	0,2778	0,2619	0,2436	0,2333	0,2222	0,2101			
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0000	0	
1	0,0060	0,0057	0,0053	0,0051	0,0047	0,0043	0,0041	0,0037	0,0033	0,8403	1	
2	0,0219	0,0210	0,0199	0,0191	0,0182	0,0169	0,0161	0,0152	0,0140	0,6944	2	
3	0,0449	0,0434	0,0416	0,0403	0,0388	0,0368	0,0355	0,0339	0,0319	0,5625	3	
4	0,0723	0,0706	0,0683	0,0668	0,0649	0,0625	0,0609	0,0590	0,0566	0,4444	4	
5	0,1020	0,1003	0,0980	0,0965	0,0947	0,0923	0,0908	0,0889	0,0865	0,3403	5	
6	0,1318	0,1305	0,1287	0,1276	0,1262	0,1243	0,1231	0,1217	0,1199	0,2500	6	
7	0,1601	0,1594	0,1586	0,1580	0,1574	0,1565	0,1560	0,1553	0,1545	0,1736	7	
8	0,1852	0,1855	0,1858	0,1861	0,1864	0,1868	0,1871	0,1874	0,1878	0,1111	8	
9	0,2060	0,2073	0,2089	0,2100	0,2114	0,2131	0,2143	0,2157	0,2174	0,0625	9	
10	0,2215	0,2237	0,2266	0,2284	0,2307	0,2337	0,2356	0,2380	0,2409	0,0278	10	
11	0,2311	0,2340	0,2377	0,2401	0,2431	0,2469	0,2494	0,2524	0,2562	0,0070	11	
12	0,2344	0,2375	0,2415	0,2441	0,2473	0,2516	0,2542	0,2575	0,2616	0,0000	12	
N	0,0889	0,0775	0,0653	0,0588	0,0520	0,0448	0,0410	0,0370	0,0329		$l^2 : E J_s$	
δ	0,0179	0,0176	0,0172	0,0170	0,0167	0,0163	0,0161	0,0158	0,0154		$l^2 : f$	
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		n	

$$\frac{y_v}{f} = 0,25.$$

Moment im Scheitel.

	$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									· f
	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y	0,3333	0,3148	0,2917	0,2778	0,2619	0,2436	0,2333	0,2222	0,2101	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	-0,0004	1
2	-0,0038	-0,0035	-0,0031	-0,0029	-0,0026	-0,0023	-0,0021	-0,0020	-0,0018	2
3	-0,0072	-0,0066	-0,0060	-0,0056	-0,0051	-0,0047	-0,0044	-0,0041	-0,0037	3
4	-0,0102	-0,0095	-0,0087	-0,0083	-0,0077	-0,0072	-0,0068	-0,0064	-0,0060	4
5	-0,0123	-0,0116	-0,0108	-0,0103	-0,0098	-0,0092	-0,0089	-0,0085	-0,0081	5
6	-0,0127	-0,0121	-0,0115	-0,0111	-0,0107	-0,0103	-0,0100	-0,0097	-0,0093	6
7	-0,0108	-0,0105	-0,0102	-0,0100	-0,0098	-0,0096	-0,0095	-0,0093	-0,0091	7
8	-0,0062	-0,0063	-0,0064	-0,0065	-0,0065	-0,0066	-0,0066	-0,0067	-0,0067	8
9	0,0016	0,0012	0,0006	0,0003	-0,0001	-0,0005	-0,0008	-0,0011	-0,0014	9
10	0,0130	0,0121	0,0111	0,0105	0,0099	0,0091	0,0087	0,0082	0,0077	10
11	0,0280	0,0269	0,0255	0,0247	0,0239	0,0229	0,0223	0,0218	0,0210	11
12	0,0469	0,0456	0,0441	0,0433	0,0423	0,0413	0,0407	0,0400	0,0392	12
11'	0,0280	0,0269	0,0255	0,0247	0,0239	0,0229	0,0223	0,0218	0,0210	11'
10'	0,0130	0,0121	0,0111	0,0105	0,0099	0,0091	0,0087	0,0082	0,0077	10'
9'	0,0016	0,0012	0,0006	0,0003	-0,0001	-0,0005	-0,0008	-0,0011	-0,0014	9'
8'	-0,0062	-0,0063	-0,0064	-0,0065	-0,0065	-0,0066	-0,0066	-0,0067	-0,0067	8'
7'	-0,0108	-0,0105	-0,0102	-0,0100	-0,0098	-0,0096	-0,0095	-0,0093	-0,0091	7'
6'	-0,0127	-0,0121	-0,0115	-0,0111	-0,0107	-0,0103	-0,0100	-0,0097	-0,0093	6'
5'	-0,0123	-0,0116	-0,0108	-0,0103	-0,0098	-0,0092	-0,0089	-0,0085	-0,0081	5'
4'	-0,0102	-0,0095	-0,0087	-0,0083	-0,0077	-0,0072	-0,0068	-0,0064	-0,0060	4'
3'	-0,0072	-0,0066	-0,0060	-0,0056	-0,0051	-0,0047	-0,0044	-0,0041	-0,0037	3'
2'	-0,0038	-0,0035	-0,0031	-0,0029	-0,0026	-0,0023	-0,0021	-0,0020	-0,0018	2'
1'	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	-0,0004	1'
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M	0,0054	0,0052	0,0049	0,0047	0,0046	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	· p l ²
zugeh. H	0,060	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	0,059	· p l ² : f
min M	-0,0054	-0,0052	-0,0049	-0,0047	-0,0046	-0,0044	-0,0043	-0,0041	-0,0040	· p l ²
zugeh. H	0,065	0,066	0,066	0,066	0,066	0,066	0,066	0,066	0,066	· p l ² : f
10 · M	-0,0178	-0,0168	-0,0155	-0,0148	-0,0139	-0,0131	-0,0125	-0,0120	-0,0113	· l ²
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n

$$\frac{y_v}{f} = 0,25.$$

Moment im Kämpfer.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		-0,6667	-0,6852	-0,7083	-0,7222	-0,7381	-0,7564	-0,7667	-0,7778	-0,7899	<i>f</i>
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Einfußlinienordinate Nr.	I	-0,0343	-0,0346	-0,0351	-0,0353	-0,0358	-0,0363	-0,0366	-0,0371	-0,0377	I
	2	-0,0554	-0,0564	-0,0578	-0,0588	-0,0600	-0,0618	-0,0629	-0,0641	-0,0658	2
	3	-0,0658	-0,0676	-0,0700	-0,0717	-0,0739	-0,0768	-0,0787	-0,0810	-0,0839	3
	4	-0,0675	-0,0698	-0,0732	-0,0754	-0,0784	-0,0823	-0,0848	-0,0879	-0,0917	4
	5	-0,0626	-0,0652	-0,0690	-0,0716	-0,0749	-0,0793	-0,0821	-0,0856	-0,0899	5
	6	-0,0528	-0,0554	-0,0591	-0,0616	-0,0649	-0,0693	-0,0721	-0,0755	-0,0796	6
	7	-0,0396	-0,0419	-0,0451	-0,0474	-0,0502	-0,0539	-0,0563	-0,0591	-0,0626	7
	8	-0,0247	-0,0263	-0,0287	-0,0302	-0,0322	-0,0348	-0,0365	-0,0384	-0,0407	8
	9	-0,0092	-0,0099	-0,0111	-0,0118	-0,0127	-0,0140	-0,0146	-0,0153	-0,0162	9
	10	0,0059	0,0061	0,0063	0,0065	0,0067	0,0071	0,0074	0,0080	0,0086	10
	11	0,0196	0,0207	0,0222	0,0233	0,0247	0,0265	0,0279	0,0295	0,0317	11
	12	0,0313	0,0331	0,0356	0,0374	0,0397	0,0429	0,0449	0,0475	0,0508	12
	11'	0,0403	0,0426	0,0458	0,0480	0,0509	0,0547	0,0573	0,0604	0,0644	11'
	10'	0,0464	0,0489	0,0523	0,0547	0,0577	0,0618	0,0645	0,0678	0,0718	10'
	9'	0,0495	0,0518	0,0551	0,0573	0,0603	0,0641	0,0666	0,0696	0,0733	9'
	8'	0,0494	0,0514	0,0542	0,0562	0,0587	0,0620	0,0641	0,0665	0,0696	8'
	7'	0,0465	0,0480	0,0502	0,0517	0,0536	0,0561	0,0577	0,0595	0,0616	7'
	6'	0,0410	0,0421	0,0435	0,0446	0,0459	0,0474	0,0484	0,0495	0,0508	6'
	5'	0,0336	0,0342	0,0351	0,0356	0,0363	0,0371	0,0376	0,0381	0,0385	5'
4'	0,0251	0,0253	0,0256	0,0258	0,0260	0,0263	0,0263	0,0263	0,0262	4'	
3'	0,0163	0,0162	0,0163	0,0162	0,0162	0,0161	0,0159	0,0157	0,0153	3'	
2'	0,0082	0,0081	0,0081	0,0079	0,0079	0,0076	0,0074	0,0073	0,0069	2'	
1'	0,0023	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0020	0,0017	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max <i>M</i>	0,0171	0,0177	0,0186	0,0192	0,0200	0,0211	0,0217	0,0226	0,0236	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,085	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,087	0,087	0,087	$\cdot p l^2 \cdot f$	
min <i>M</i>	-0,0171	-0,0177	-0,0186	-0,0192	-0,0200	-0,0211	-0,0217	-0,0226	-0,0236	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,040	0,039	0,039	0,039	0,039	0,039	0,038	0,038	0,038	$\cdot p l^2 \cdot f$	
10 · <i>M</i>	-0,0476	-0,0493	-0,0516	-0,0532	-0,0553	-0,0582	-0,0601	-0,0625	-0,0656	$\cdot l^2$	
<i>n</i>	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>	

$$\frac{y_v}{f} = 0,25.$$

Moment im Gewölbeviertel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		0,0833	0,0648	0,0417	0,0278	0,0119	-0,0064	-0,0167	-0,0278	-0,0399	<i>f</i>
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,0016	0,0016	0,0016	0,0015	0,0014	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0010	1
2	0,0066	0,0065	0,0062	0,0061	0,0058	0,0054	0,0052	0,0052	0,0048	0,0044	2
3	0,0148	0,0146	0,0141	0,0138	0,0133	0,0126	0,0121	0,0115	0,0107	0,0107	3
4	0,0264	0,0260	0,0253	0,0248	0,0241	0,0230	0,0223	0,0214	0,0204	0,0204	4
5	0,0412	0,0407	0,0398	0,0391	0,0382	0,0368	0,0360	0,0349	0,0336	0,0336	5
6	0,0593	0,0586	0,0575	0,0567	0,0556	0,0541	0,0532	0,0520	0,0505	0,0505	6
7	0,0389	0,0381	0,0368	0,0360	0,0348	0,0333	0,0323	0,0311	0,0297	0,0297	7
8	0,0216	0,0207	0,0194	0,0185	0,0174	0,0159	0,0150	0,0140	0,0127	0,0127	8
9	0,0073	0,0063	0,0050	0,0042	0,0032	0,0020	0,0013	0,0004	-0,0006	-0,0006	9
10	-0,0043	-0,0052	-0,0063	-0,0070	-0,0077	-0,0087	-0,0092	-0,0098	-0,0104	-0,0104	10
11	-0,0131	-0,0139	-0,0147	-0,0152	-0,0157	-0,0162	-0,0164	-0,0167	-0,0169	-0,0169	11
12	-0,0195	-0,0200	-0,0205	-0,0208	-0,0208	-0,0208	-0,0207	-0,0206	-0,0204	-0,0204	12
11'	-0,0236	-0,0238	-0,0238	-0,0236	-0,0234	-0,0229	-0,0225	-0,0220	-0,0214	-0,0214	11'
10'	-0,0257	-0,0255	-0,0250	-0,0245	-0,0239	-0,0230	-0,0223	-0,0215	-0,0205	-0,0205	10'
9'	-0,0260	-0,0254	-0,0244	-0,0237	-0,0228	-0,0215	-0,0207	-0,0196	-0,0184	-0,0184	9'
8'	-0,0247	-0,0238	-0,0225	-0,0216	-0,0205	-0,0190	-0,0181	-0,0169	-0,0155	-0,0155	8'
7'	-0,0222	-0,0211	-0,0197	-0,0187	-0,0174	-0,0159	-0,0149	-0,0138	-0,0124	-0,0124	7'
6'	-0,0188	-0,0177	-0,0162	-0,0152	-0,0140	-0,0125	-0,0116	-0,0105	-0,0093	-0,0093	6'
5'	-0,0148	-0,0138	-0,0124	-0,0115	-0,0104	-0,0091	-0,0083	-0,0075	-0,0064	-0,0064	5'
4'	-0,0106	-0,0098	-0,0086	-0,0079	-0,0071	-0,0061	-0,0055	-0,0048	-0,0040	-0,0040	4'
3'	-0,0067	-0,0060	-0,0053	-0,0048	-0,0042	-0,0035	-0,0031	-0,0027	-0,0022	-0,0022	3'
2'	-0,0033	-0,0029	-0,0025	-0,0022	-0,0019	-0,0016	-0,0014	-0,0012	-0,0009	-0,0009	2'
1'	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0005	-0,0004	-0,0003	-0,0003	-0,0002	-0,0002	1'
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max <i>M</i>	0,0090	0,0088	0,0085	0,0083	0,0080	0,0076	0,0074	0,0071	0,0068	0,0068	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>	0,040	0,039	0,038	0,037	0,036	0,035	0,034	0,033	0,031	0,031	$\cdot p l^2 : f$
min <i>M</i>	-0,0090	-0,0088	-0,0085	-0,0083	-0,0080	-0,0076	-0,0074	-0,0071	-0,0068	-0,0068	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>	0,085	0,086	0,087	0,088	0,089	0,090	0,091	0,092	0,094	0,094	$\cdot p l^2 : f$
10 · <i>M</i>	0,0137	0,0142	0,0145	0,0147	0,0147	0,0147	0,0147	0,0145	0,0142	0,0142	$\cdot l^2$
<i>n</i>	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	0,15	<i>n</i>

$$\frac{y_v}{f} = 0,25.$$

Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Scheitel.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$										
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		
<i>y</i>		0,2708	0,2523	0,2292	0,2153	0,1994	0,1811	0,1708	0,1597	0,1476	<i>f</i>	
Einflusslinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	1	-0,0001	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	1
	2	0,0000	0,0002	0,0003	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	2
	3	0,0010	0,0013	0,0015	0,0016	0,0016	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	3
	4	0,0036	0,0038	0,0040	0,0041	0,0041	0,0040	0,0040	0,0038	0,0038	0,0037	4
	5	0,0081	0,0083	0,0084	0,0083	0,0083	0,0080	0,0080	0,0079	0,0076	0,0073	5
	6	0,0151	0,0151	0,0150	0,0148	0,0146	0,0142	0,0139	0,0135	0,0135	0,0131	6
	7	0,0249	0,0246	0,0242	0,0239	0,0235	0,0229	0,0225	0,0225	0,0220	0,0215	7
	8	0,0378	0,0373	0,0366	0,0361	0,0355	0,0347	0,0342	0,0342	0,0336	0,0329	8
	9	0,0541	0,0533	0,0523	0,0516	0,0509	0,0499	0,0494	0,0494	0,0487	0,0479	9
	10	0,0322	0,0312	0,0299	0,0292	0,0283	0,0273	0,0267	0,0267	0,0260	0,0253	10
	11	0,0138	0,0127	0,0114	0,0106	0,0097	0,0088	0,0082	0,0082	0,0076	0,0069	11
	12	-0,0010	-0,0021	-0,0033	-0,0039	-0,0047	-0,0055	-0,0059	-0,0059	-0,0064	-0,0069	12
	11'	-0,0122	-0,0131	-0,0140	-0,0145	-0,0150	-0,0154	-0,0157	-0,0157	-0,0159	-0,0162	11'
	10'	-0,0202	-0,0207	-0,0211	-0,0213	-0,0214	-0,0215	-0,0215	-0,0215	-0,0215	-0,0215	10'
	9'	-0,0250	-0,0251	-0,0250	-0,0248	-0,0247	-0,0243	-0,0241	-0,0241	-0,0238	-0,0234	9'
	8'	-0,0270	-0,0266	-0,0261	-0,0257	-0,0252	-0,0245	-0,0240	-0,0240	-0,0235	-0,0229	8'
	7'	-0,0265	-0,0258	-0,0249	-0,0242	-0,0235	-0,0225	-0,0219	-0,0219	-0,0212	-0,0204	7'
	6'	-0,0240	-0,0231	-0,0219	-0,0211	-0,0202	-0,0191	-0,0185	-0,0185	-0,0177	-0,0168	6'
	5'	-0,0199	-0,0190	-0,0177	-0,0169	-0,0160	-0,0149	-0,0143	-0,0143	-0,0135	-0,0126	5'
4'	-0,0150	-0,0141	-0,0130	-0,0123	-0,0115	-0,0105	-0,0099	-0,0099	-0,0093	-0,0085	4'	
3'	-0,0097	-0,0090	-0,0082	-0,0077	-0,0071	-0,0064	-0,0060	-0,0060	-0,0055	-0,0049	3'	
2'	-0,0049	-0,0045	-0,0041	-0,0037	-0,0034	-0,0030	-0,0028	-0,0028	-0,0025	-0,0022	2'	
1'	-0,0014	-0,0013	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0007	-0,0006	-0,0005	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max <i>M</i>	0,0079	0,0078	0,0076	0,0075	0,0073	0,0071	0,0070	0,0070	0,0068	0,0066	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,061	0,061	0,061	0,060	0,059	0,058	0,058	0,058	0,058	0,057	$\cdot p l^2 : f$	
min <i>M</i>	-0,0079	-0,0078	-0,0076	-0,0075	-0,0073	-0,0071	-0,0070	-0,0070	-0,0068	-0,0066	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,064	0,064	0,064	0,065	0,066	0,067	0,067	0,067	0,067	0,068	$\cdot p l^2 : f$	
10 · <i>M</i>	-0,0075	-0,0066	-0,0056	-0,0050	-0,0043	-0,0036	-0,0032	-0,0032	-0,0029	-0,0024	$\cdot l^2$	
<i>n</i>	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>		

$\frac{y_v}{f} = 0,25$. Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Kämpfer.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		-0,2292	-0,2477	-0,2708	-0,2847	-0,3006	-0,3189	-0,3292	-0,3403	-0,3524	$\cdot f$
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		0,0041	0,0040	0,0038	0,0036	0,0034	0,0031	0,0029	0,0026	0,0023	1
2		0,0159	0,0154	0,0147	0,0141	0,0134	0,0125	0,0118	0,0111	0,0101	2
3		0,0342	0,0333	0,0320	0,0310	0,0298	0,0281	0,0270	0,0256	0,0239	3
4		0,0166	0,0153	0,0135	0,0122	0,0105	0,0082	0,0066	0,0048	0,0025	4
5		0,0038	0,0023	0,0001	-0,0015	-0,0034	-0,0062	-0,0079	-0,0101	-0,0128	5
6		-0,0050	-0,0065	-0,0089	-0,0105	-0,0125	-0,0154	-0,0172	-0,0194	-0,0221	6
7		-0,0104	-0,0119	-0,0141	-0,0156	-0,0175	-0,0201	-0,0217	-0,0237	-0,0261	7
8		-0,0131	-0,0144	-0,0163	-0,0175	-0,0191	-0,0211	-0,0224	-0,0239	-0,0258	8
9		-0,0138	-0,0148	-0,0161	-0,0169	-0,0179	-0,0193	-0,0201	-0,0210	-0,0220	9
10		-0,0130	-0,0135	-0,0142	-0,0145	-0,0149	-0,0154	-0,0156	-0,0158	-0,0159	10
11		-0,0112	-0,0112	-0,0111	-0,0110	-0,0107	-0,0103	-0,0099	-0,0094	-0,0086	11
12		-0,0088	-0,0083	-0,0075	-0,0069	-0,0060	-0,0047	-0,0038	-0,0027	-0,0011	12
11'		-0,0061	-0,0052	-0,0038	-0,0028	-0,0014	0,0005	0,0018	0,0034	0,0055	11'
10'		-0,0035	-0,0023	-0,0005	0,0008	0,0025	0,0048	0,0064	0,0082	0,0106	10'
9'		-0,0011	0,0003	0,0023	0,0037	0,0056	0,0080	0,0096	0,0115	0,0139	9'
8'		0,0008	0,0022	0,0042	0,0057	0,0075	0,0098	0,0113	0,0131	0,0153	8'
7'		0,0021	0,0035	0,0054	0,0066	0,0083	0,0103	0,0116	0,0132	0,0150	7'
6'		0,0029	0,0041	0,0056	0,0067	0,0081	0,0097	0,0107	0,0119	0,0133	6'
5'		0,0030	0,0040	0,0052	0,0060	0,0070	0,0082	0,0090	0,0097	0,0106	5'
4'		0,0027	0,0034	0,0042	0,0047	0,0054	0,0062	0,0066	0,0071	0,0076	4'
3'		0,0020	0,0024	0,0029	0,0032	0,0036	0,0040	0,0042	0,0044	0,0046	3'
2'		0,0011	0,0013	0,0015	0,0017	0,0018	0,0020	0,0020	0,0021	0,0021	2'
1'		0,0003	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0006	0,0005	0,0005	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M		0,0035	0,0036	0,0038	0,0040	0,0043	0,0046	0,0048	0,0051	0,0055	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,039	0,044	0,049	0,052	0,055	0,059	0,060	0,062	0,064	$\cdot p l^2 : f$
min M		-0,0035	-0,0036	-0,0038	-0,0040	-0,0043	-0,0046	-0,0048	-0,0051	-0,0055	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,086	0,081	0,076	0,073	0,070	0,066	0,065	0,063	0,061	$\cdot p l^2 : f$
$10 \cdot \mathcal{M}$		0,0166	0,0163	0,0154	0,0149	0,0140	0,0128	0,0119	0,0109	0,0095	$\cdot l^2$
n		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n

$$\frac{y_0}{f} = 0,24.$$

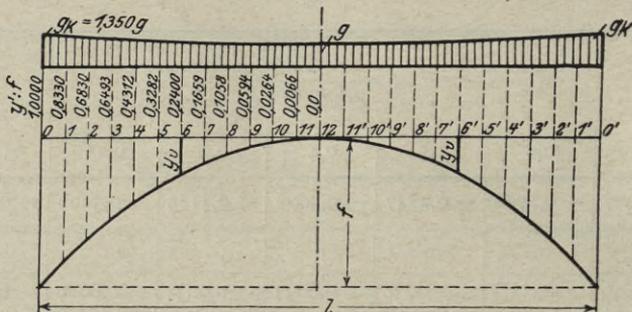


Abb. 128.

$$m = \frac{g_k}{g} = 1,350. \quad \tan \varphi_k = 4,218 \frac{f}{l}.$$

$$H_{g_0} = 0,1321 \frac{g l^2}{f}. \quad \cos \varphi_k = \frac{1}{\sqrt{1 + 17,79 \frac{f^2}{l^2}}}.$$

$$V_{g_0} = 0,5571 g l.$$

Bogenkraft (Werte $H \frac{f}{l} (1 + \mu)$).

	$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$										$\frac{y'}{f}$	
	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15			
y_s	0,3262	0,3079	0,2850	0,2713	0,2556	0,2374	0,2273	0,2163	0,2043		$\cdot f$	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0000	0	
1	0,0061	0,0058	0,0054	0,0052	0,0049	0,0045	0,0042	0,0039	0,0035	0,8330	1	
2	0,0223	0,0214	0,0203	0,0195	0,0186	0,0174	0,0166	0,0156	0,0144	0,6830	2	
3	0,0456	0,0442	0,0423	0,0411	0,0396	0,0376	0,0363	0,0347	0,0328	0,5493	3	
4	0,0733	0,0716	0,0694	0,0679	0,0661	0,0637	0,0621	0,0602	0,0579	0,4312	4	
5	0,1032	0,1015	0,0994	0,0979	0,0962	0,0938	0,0924	0,0906	0,0883	0,3282	5	
6	0,1331	0,1319	0,1302	0,1292	0,1279	0,1261	0,1250	0,1237	0,1220	0,2400	6	
7	0,1614	0,1608	0,1602	0,1597	0,1592	0,1585	0,1581	0,1576	0,1569	0,1659	7	
8	0,1864	0,1869	0,1874	0,1878	0,1882	0,1889	0,1893	0,1898	0,1904	0,1058	8	
9	0,2072	0,2086	0,2105	0,2117	0,2132	0,2152	0,2165	0,2181	0,2201	0,0594	9	
10	0,2226	0,2250	0,2281	0,2300	0,2325	0,2358	0,2379	0,2404	0,2436	0,0264	10	
11	0,2322	0,2352	0,2391	0,2417	0,2448	0,2490	0,2516	0,2549	0,2589	0,0066	11	
12	0,2354	0,2387	0,2429	0,2457	0,2491	0,2536	0,2564	0,2599	0,2643	0,0000	12	
N	0,0876	0,0762	0,0641	0,0577	0,0509	0,0437	0,0400	0,0361	0,0320		$\cdot l f^2 : E J_s$	
\tilde{Q}	0,0181	0,0178	0,0175	0,0172	0,0170	0,0166	0,0163	0,0161	0,0157		$l^2 : f$	
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		n	

$$\frac{y_v}{f} = 0,24.$$

Moment im Scheitel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		0,3262	0,3079	0,2850	0,2713	0,2556	0,2374	0,2273	0,2163	0,2043	<i>f</i>
Einflusslinieordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0007	-0,0006	-0,0005	-0,0005	1
	2	-0,0038	-0,0035	-0,0031	-0,0028	-0,0026	-0,0023	-0,0021	-0,0020	-0,0018	2
	3	-0,0071	-0,0065	-0,0059	-0,0055	-0,0051	-0,0046	-0,0043	-0,0040	-0,0037	3
	4	-0,0100	-0,0094	-0,0086	-0,0081	-0,0076	-0,0071	-0,0067	-0,0063	-0,0059	4
	5	-0,0120	-0,0113	-0,0105	-0,0101	-0,0096	-0,0090	-0,0087	-0,0083	-0,0079	5
	6	-0,0122	-0,0117	-0,0111	-0,0107	-0,0104	-0,0099	-0,0097	-0,0094	-0,0091	6
	7	-0,0101	-0,0099	-0,0096	-0,0095	-0,0093	-0,0091	-0,0090	-0,0089	-0,0087	7
	8	-0,0052	-0,0054	-0,0056	-0,0057	-0,0058	-0,0059	-0,0060	-0,0061	-0,0062	8
	9	0,0027	0,0022	0,0016	0,0012	0,0008	0,0003	0,0000	-0,0003	-0,0006	9
	10	0,0142	0,0132	0,0122	0,0115	0,0108	0,0101	0,0096	0,0091	0,0085	10
	11	0,0293	0,0281	0,0267	0,0259	0,0250	0,0239	0,0233	0,0227	0,0220	11
	12	0,0482	0,0469	0,0454	0,0444	0,0435	0,0424	0,0417	0,0410	0,0402	12
	11'	0,0293	0,0281	0,0267	0,0259	0,0250	0,0239	0,0233	0,0227	0,0220	11'
	10'	0,0142	0,0132	0,0122	0,0115	0,0108	0,0101	0,0096	0,0091	0,0085	10'
	9'	0,0027	0,0022	0,0016	0,0012	0,0008	0,0003	0,0000	-0,0003	-0,0006	9'
	8'	-0,0052	-0,0054	-0,0056	-0,0057	-0,0058	-0,0059	-0,0060	-0,0061	-0,0062	8'
	7'	-0,0101	-0,0099	-0,0096	-0,0095	-0,0093	-0,0091	-0,0090	-0,0089	-0,0087	7'
	6'	-0,0122	-0,0117	-0,0111	-0,0107	-0,0104	-0,0099	-0,0097	-0,0094	-0,0091	6'
5'	-0,0120	-0,0113	-0,0105	-0,0101	-0,0096	-0,0090	-0,0087	-0,0083	-0,0079	5'	
4'	-0,0100	-0,0094	-0,0086	-0,0081	-0,0076	-0,0071	-0,0067	-0,0063	-0,0059	4'	
3'	-0,0071	-0,0065	-0,0059	-0,0055	-0,0051	-0,0046	-0,0043	-0,0040	-0,0037	3'	
2'	-0,0038	-0,0035	-0,0031	-0,0028	-0,0026	-0,0023	-0,0021	-0,0020	-0,0018	2'	
1'	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0007	-0,0006	-0,0005	-0,0005	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max <i>M</i>	0,0058	0,0055	0,0052	0,0050	0,0048	0,0046	0,0045	0,0043	0,0042	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,062	0,062	0,062	0,061	0,061	0,061	0,061	0,061	0,061	$\cdot p l^2 : f$	
min <i>M</i>	-0,0052	-0,0050	-0,0047	-0,0045	-0,0043	-0,0042	-0,0041	-0,0039	-0,0038	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,064	0,064	0,064	0,065	0,065	0,065	0,066	0,066	0,066	$\cdot p l^2 : f$	
10 · <i>W</i>	-0,0172	-0,0162	-0,0150	-0,0144	-0,0135	-0,0127	-0,0121	-0,0117	-0,0110	$\cdot l^2$	
<i>n</i>	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>	

$$\frac{y_r}{f} = 0,24.$$

Moment im Kämpfer.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		-0,6738	-0,6921	-0,7150	-0,7287	-0,7444	-0,7626	-0,7727	-0,7837	-0,7957	<i>f</i>
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		-0,0342	-0,0345	-0,0349	-0,0352	-0,0356	-0,0361	-0,0365	-0,0369	-0,0374	1
2		-0,0550	-0,0560	-0,0574	-0,0584	-0,0596	-0,0613	-0,0624	-0,0637	-0,0654	2
3		-0,0650	-0,0667	-0,0692	-0,0709	-0,0730	-0,0759	-0,0778	-0,0802	-0,0830	3
4		-0,0664	-0,0687	-0,0719	-0,0742	-0,0771	-0,0809	-0,0835	-0,0866	-0,0903	4
5		-0,0610	-0,0637	-0,0673	-0,0699	-0,0732	-0,0776	-0,0803	-0,0837	-0,0880	5
6		-0,0510	-0,0535	-0,0572	-0,0597	-0,0629	-0,0672	-0,0699	-0,0732	-0,0773	6
7		-0,0376	-0,0399	-0,0429	-0,0451	-0,0478	-0,0514	-0,0537	-0,0564	-0,0598	7
8		-0,0226	-0,0241	-0,0263	-0,0278	-0,0297	-0,0321	-0,0336	-0,0354	-0,0376	8
9		-0,0069	-0,0076	-0,0085	-0,0092	-0,0100	-0,0110	-0,0116	-0,0122	-0,0128	9
10		0,0082	0,0085	0,0089	0,0091	0,0095	0,0102	0,0106	0,0113	0,0122	10
11		0,0220	0,0232	0,0248	0,0260	0,0275	0,0297	0,0311	0,0330	0,0354	11
12		0,0336	0,0356	0,0383	0,0402	0,0426	0,0460	0,0481	0,0509	0,0545	12
11'		0,0427	0,0451	0,0484	0,0508	0,0537	0,0579	0,0605	0,0639	0,0680	11'
10'		0,0487	0,0513	0,0549	0,0573	0,0605	0,0649	0,0677	0,0711	0,0754	10'
9'		0,0517	0,0541	0,0576	0,0599	0,0630	0,0670	0,0696	0,0728	0,0767	9'
8'		0,0515	0,0537	0,0566	0,0587	0,0612	0,0647	0,0669	0,0695	0,0727	8'
7'		0,0485	0,0501	0,0524	0,0540	0,0560	0,0586	0,0602	0,0622	0,0644	7'
6'		0,0428	0,0440	0,0455	0,0466	0,0479	0,0496	0,0506	0,0518	0,0531	6'
5'		0,0352	0,0358	0,0367	0,0372	0,0380	0,0388	0,0394	0,0399	0,0404	5'
4'		0,0263	0,0265	0,0269	0,0271	0,0273	0,0276	0,0276	0,0276	0,0276	4'
3'		0,0171	0,0171	0,0170	0,0170	0,0170	0,0169	0,0168	0,0165	0,0162	3'
2'		0,0087	0,0086	0,0085	0,0084	0,0083	0,0081	0,0079	0,0077	0,0073	2'
1'		0,0024	0,0024	0,0023	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0020	0,0018	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max <i>M</i>		0,0181	0,0187	0,0196	0,0204	0,0212	0,0222	0,0230	0,0239	0,0250	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,087	0,087	0,088	0,088	0,088	0,088	0,089	0,090	0,090	$\cdot p l^2 : f$
min <i>M</i>		-0,0166	-0,0172	-0,0181	-0,0187	-0,0194	-0,0204	-0,0211	-0,0219	-0,0229	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,039	0,039	0,038	0,038	0,038	0,038	0,038	0,037	0,037	$\cdot p l^2 : f$
10 · <i>M</i>		-0,0450	-0,0465	-0,0487	-0,0504	-0,0524	-0,0552	-0,0570	-0,0594	-0,0624	$\cdot l^2$
<i>n</i>		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>

$$\frac{y_v}{f} = 0,24.$$

Moment im Gewölbeviertel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		0,0862	0,0679	0,0450	0,0313	0,0156	-0,0026	-0,0127	-0,0237	-0,0357	$\cdot f$
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0013	0,0012	0,0011	0,0010	1
2		0,0065	0,0064	0,0062	0,0060	0,0057	0,0054	0,0051	0,0048	0,0044	2
3		0,0146	0,0144	0,0140	0,0136	0,0131	0,0125	0,0120	0,0114	0,0106	3
4		0,0261	0,0257	0,0250	0,0245	0,0238	0,0228	0,0221	0,0212	0,0202	4
5		0,0408	0,0403	0,0394	0,0387	0,0378	0,0365	0,0356	0,0346	0,0333	5
6		0,0588	0,0581	0,0570	0,0562	0,0551	0,0537	0,0527	0,0515	0,0501	6
7		0,0384	0,0375	0,0362	0,0354	0,0342	0,0327	0,0317	0,0305	0,0291	7
8		0,0210	0,0200	0,0187	0,0178	0,0167	0,0152	0,0143	0,0132	0,0120	8
9		0,0066	0,0056	0,0043	0,0034	0,0024	0,0012	0,0004	-0,0005	-0,0014	9
10		-0,0050	-0,0060	-0,0071	-0,0078	-0,0086	-0,0095	-0,0101	-0,0107	-0,0113	10
11		-0,0139	-0,0147	-0,0156	-0,0161	-0,0165	-0,0171	-0,0174	-0,0176	-0,0178	11
12		-0,0203	-0,0208	-0,0214	-0,0216	-0,0218	-0,0218	-0,0217	-0,0216	-0,0214	12
11'		-0,0244	-0,0246	-0,0246	-0,0245	-0,0243	-0,0238	-0,0234	-0,0230	-0,0223	11'
10'		-0,0264	-0,0262	-0,0258	-0,0254	-0,0248	-0,0238	-0,0232	-0,0224	-0,0214	10'
9'		-0,0267	-0,0261	-0,0252	-0,0245	-0,0236	-0,0223	-0,0215	-0,0205	-0,0192	9'
8'		-0,0253	-0,0245	-0,0232	-0,0224	-0,0212	-0,0197	-0,0188	-0,0176	-0,0162	8'
7'		-0,0228	-0,0217	-0,0203	-0,0193	-0,0181	-0,0165	-0,0155	-0,0143	-0,0130	7'
6'		-0,0193	-0,0182	-0,0167	-0,0157	-0,0145	-0,0130	-0,0120	-0,0110	-0,0097	6'
5'		-0,0152	-0,0142	-0,0128	-0,0119	-0,0108	-0,0095	-0,0087	-0,0078	-0,0067	5'
4'		-0,0109	-0,0101	-0,0089	-0,0082	-0,0073	-0,0063	-0,0057	-0,0050	-0,0042	4'
3'		-0,0069	-0,0062	-0,0054	-0,0049	-0,0044	-0,0036	-0,0032	-0,0028	-0,0023	3'
2'		-0,0034	-0,0030	-0,0026	-0,0023	-0,0020	-0,0017	-0,0014	-0,0012	-0,0010	2'
1'		-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0005	-0,0004	-0,0004	-0,0003	-0,0002	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M		0,0089	0,0087	0,0084	0,0082	0,0079	0,0075	0,0073	0,0070	0,0067	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,040	0,039	0,038	0,037	0,036	0,034	0,033	0,032	0,031	$\cdot p l^2 : f$
min M		-0,0094	-0,0091	-0,0089	-0,0087	-0,0084	-0,0080	-0,0077	-0,0074	-0,0071	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,086	0,087	0,088	0,089	0,090	0,092	0,094	0,095	0,096	$\cdot p l^2 : f$
10 · M		0,0130	0,0136	0,0138	0,0140	0,0141	0,0141	0,0141	0,0139	0,0137	$\cdot l^2$
n		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n

$\frac{y_r}{f} = 0,24$. Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Scheitel.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$										
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		
<i>y</i>		0,2668	0,2485	0,2256	0,2119	0,1962	0,1780	0,1679	0,1569	0,1449	<i>f</i>	
Einflusslinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	1	-0,0001	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	1
	2	0,0000	0,0002	0,0003	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	2
	3	0,0010	0,0013	0,0015	0,0016	0,0016	0,0017	0,0016	0,0016	0,0016	0,0015	3
	4	0,0036	0,0039	0,0040	0,0041	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0038	0,0036	4
	5	0,0082	0,0084	0,0084	0,0084	0,0083	0,0081	0,0079	0,0076	0,0076	0,0073	5
	6	0,0153	0,0152	0,0151	0,0149	0,0146	0,0142	0,0139	0,0136	0,0136	0,0131	6
	7	0,0252	0,0249	0,0244	0,0241	0,0236	0,0230	0,0226	0,0221	0,0221	0,0215	7
	8	0,0382	0,0377	0,0369	0,0364	0,0357	0,0349	0,0344	0,0338	0,0338	0,0331	8
	9	0,0546	0,0537	0,0526	0,0520	0,0512	0,0502	0,0496	0,0489	0,0489	0,0481	9
	10	0,0328	0,0317	0,0304	0,0296	0,0287	0,0276	0,0270	0,0263	0,0263	0,0255	10
	11	0,0145	0,0133	0,0119	0,0111	0,0102	0,0092	0,0086	0,0079	0,0079	0,0072	11
	12	-0,0003	-0,0015	-0,0027	-0,0035	-0,0042	-0,0051	-0,0056	-0,0061	-0,0061	-0,0066	12
	11'	-0,0116	-0,0125	-0,0135	-0,0140	-0,0145	-0,0150	-0,0153	-0,0156	-0,0156	-0,0159	11'
	10'	-0,0196	-0,0201	-0,0206	-0,0209	-0,0211	-0,0212	-0,0212	-0,0212	-0,0213	-0,0212	10'
	9'	-0,0245	-0,0246	-0,0246	-0,0245	-0,0243	-0,0241	-0,0239	-0,0236	-0,0236	-0,0232	9'
	8'	-0,0266	-0,0263	-0,0258	-0,0254	-0,0249	-0,0243	-0,0238	-0,0234	-0,0234	-0,0227	8'
	7'	-0,0262	-0,0255	-0,0246	-0,0240	-0,0233	-0,0224	-0,0218	-0,0212	-0,0212	-0,0203	7'
	6'	-0,0238	-0,0229	-0,0218	-0,0210	-0,0202	-0,0191	-0,0184	-0,0177	-0,0177	-0,0168	6'
5'	-0,0198	-0,0189	-0,0177	-0,0169	-0,0160	-0,0149	-0,0143	-0,0136	-0,0136	-0,0127	5'	
4'	-0,0149	-0,0140	-0,0130	-0,0123	-0,0115	-0,0105	-0,0100	-0,0093	-0,0093	-0,0086	4'	
3'	-0,0097	-0,0090	-0,0082	-0,0077	-0,0071	-0,0064	-0,0060	-0,0055	-0,0055	-0,0050	3'	
2'	-0,0049	-0,0045	-0,0041	-0,0038	-0,0034	-0,0030	-0,0028	-0,0025	-0,0025	-0,0022	2'	
1'	-0,0014	-0,0013	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max <i>M</i>	0,0081	0,0079	0,0077	0,0076	0,0074	0,0072	0,0071	0,0069	0,0069	0,0067	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,062	0,062	0,061	0,061	0,060	0,060	0,059	0,059	0,059	0,058	$\cdot p l^2 : f$	
min. <i>M</i>	-0,0078	-0,0077	-0,0075	-0,0075	-0,0073	-0,0071	-0,0070	-0,0068	-0,0068	-0,0066	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,064	0,064	0,065	0,065	0,066	0,066	0,067	0,068	0,068	0,069	$\cdot p l^2 : f$	
10 · <i>M</i>	-0,0073	-0,0065	-0,0055	-0,0049	-0,0042	-0,0036	-0,0032	-0,0029	-0,0029	-0,0024	$\cdot l^2$	
<i>n</i>	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		<i>n</i>	

$$\frac{y_v}{f} = 0,24.$$

Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Kämpfer.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		-0,2231	-0,2414	-0,2643	-0,2780	-0,2937	-0,3119	-0,3220	-0,3330	-0,3450	<i>f</i>
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		0,0041	0,0040	0,0038	0,0036	0,0034	0,0031	0,0029	0,0027	0,0024	1
2		0,0158	0,0153	0,0146	0,0141	0,0134	0,0125	0,0119	0,0111	0,0102	2
3		0,0341	0,0332	0,0319	0,0310	0,0298	0,0281	0,0270	0,0257	0,0240	3
4		0,0164	0,0151	0,0133	0,0120	0,0104	0,0081	0,0066	0,0047	0,0025	4
5		0,0034	0,0020	-0,0002	-0,0017	-0,0037	-0,0063	-0,0081	-0,0102	-0,0128	5
6		-0,0055	-0,0070	-0,0093	-0,0109	-0,0129	-0,0157	-0,0175	-0,0196	-0,0222	6
7		-0,0110	-0,0126	-0,0147	-0,0162	-0,0181	-0,0206	-0,0222	-0,0241	-0,0264	7
8		-0,0140	-0,0152	-0,0171	-0,0183	-0,0198	-0,0218	-0,0231	-0,0245	-0,0263	8
9		-0,0148	-0,0157	-0,0170	-0,0178	-0,0189	-0,0201	-0,0209	-0,0217	-0,0227	9
10		-0,0141	-0,0146	-0,0152	-0,0156	-0,0160	-0,0164	-0,0166	-0,0167	-0,0168	10
11		-0,0124	-0,0124	-0,0123	-0,0121	-0,0119	-0,0113	-0,0110	-0,0104	-0,0095	11
12		-0,0100	-0,0095	-0,0087	-0,0081	-0,0072	-0,0058	-0,0049	-0,0037	-0,0021	12
11'		-0,0073	-0,0064	-0,0050	-0,0040	-0,0026	-0,0006	0,0007	0,0024	0,0045	11'
10'		-0,0046	-0,0034	-0,0015	-0,0003	0,0015	0,0039	0,0054	0,0073	0,0098	10'
9'		-0,0021	-0,0007	0,0013	0,0028	0,0046	0,0071	0,0088	0,0107	0,0132	9'
8'		-0,0001	0,0014	0,0035	0,0049	0,0067	0,0092	0,0107	0,0125	0,0148	8'
7'		0,0015	0,0028	0,0048	0,0061	0,0077	0,0099	0,0112	0,0128	0,0146	7'
6'		0,0024	0,0036	0,0052	0,0063	0,0077	0,0094	0,0105	0,0117	0,0131	6'
5'		0,0027	0,0036	0,0050	0,0058	0,0068	0,0081	0,0088	0,0097	0,0106	5'
4'		0,0025	0,0032	0,0041	0,0046	0,0053	0,0061	0,0066	0,0071	0,0076	4'
3'		0,0019	0,0023	0,0028	0,0032	0,0035	0,0040	0,0042	0,0044	0,0047	3'
2'		0,0011	0,0013	0,0015	0,0017	0,0018	0,0020	0,0021	0,0021	0,0022	2'
1'		0,0003	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max <i>M</i>		0,0035	0,0036	0,0037	0,0038	0,0040	0,0044	0,0047	0,0051	0,0054	$p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,036	0,041	0,046	0,049	0,054	0,057	0,059	0,061	0,063	$p l^2 : f$
min <i>M</i>		-0,0040	-0,0041	-0,0042	-0,0043	-0,0045	-0,0049	-0,0051	-0,0054	-0,0057	$p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,090	0,085	0,080	0,077	0,072	0,069	0,068	0,066	0,064	$p l^2 : f$
10 · <i>M</i>		0,0160	0,0157	0,0149	0,0144	0,0136	0,0125	0,0117	0,0107	0,0093	l^2
<i>n</i>		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>

$$\frac{y_c}{f} = 0,23.$$

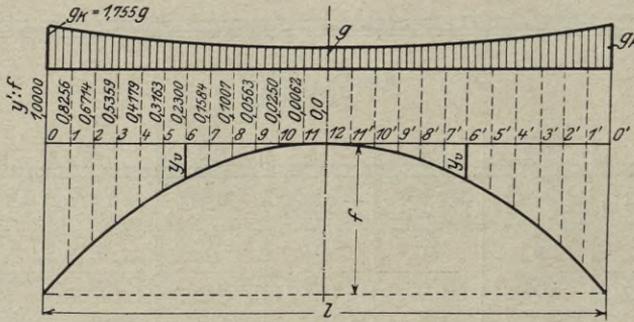


Abb. 129.

$$m = \frac{g_k}{g} = 1,755. \quad \tan \varphi_k = 4,440 \frac{f}{l}$$

$$H_{g_0} = 0,1397 \frac{g l^2}{f} \quad \cos \varphi_k = \frac{1}{\sqrt{1 + 19,71 \frac{f^2}{l^2}}}$$

$$V_{g_0} = 0,6204 g l.$$

Bogenkraft (Werte $H \frac{f}{l} (1 + \mu)$).

	$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									$\frac{y'}{f}$	
	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		
y_s	0,3190	0,3009	0,2783	0,2647	0,2492	0,2313	0,2212	0,2104	0,1985		$\cdot f$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0000	0
1	0,0063	0,0060	0,0056	0,0053	0,0050	0,0046	0,0043	0,0040	0,0036	0,8256	1
2	0,0227	0,0219	0,0207	0,0200	0,0190	0,0178	0,0170	0,0160	0,0148	0,6714	2
3	0,0463	0,0450	0,0431	0,0419	0,0404	0,0384	0,0371	0,0356	0,0336	0,5359	3
4	0,0744	0,0727	0,0705	0,0691	0,0673	0,0649	0,0634	0,0615	0,0592	0,4179	4
5	0,1044	0,1028	0,1007	0,0993	0,0976	0,0954	0,0940	0,0922	0,0900	0,3163	5
6	0,1344	0,1332	0,1317	0,1308	0,1295	0,1280	0,1269	0,1257	0,1242	0,2300	6
7	0,1626	0,1622	0,1617	0,1614	0,1610	0,1605	0,1602	0,1598	0,1593	0,1584	7
8	0,1876	0,1882	0,1890	0,1894	0,1901	0,1909	0,1914	0,1921	0,1930	0,1007	8
9	0,2083	0,2099	0,2120	0,2133	0,2150	0,2173	0,2187	0,2205	0,2227	0,0563	9
10	0,2237	0,2262	0,2295	0,2316	0,2343	0,2378	0,2401	0,2428	0,2463	0,0250	10
11	0,2331	0,2363	0,2405	0,2432	0,2466	0,2510	0,2538	0,2572	0,2616	0,0062	11
12	0,2363	0,2398	0,2443	0,2472	0,2508	0,2556	0,2586	0,2623	0,2670	0,0000	12
N	0,0863	0,0750	0,0629	0,0566	0,0498	0,0428	0,0390	0,0352	0,0312		$l f^2 : EJ_s$
\tilde{H}	0,0183	0,0180	0,0177	0,0175	0,0172	0,0168	0,0166	0,0163	0,0160		$l^2 : f$
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		n

Einflusslinienordinate Nr.

$$\frac{y_v}{f} = 0,23.$$

Moment im Scheitel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		0,3190	0,3009	0,2783	0,2647	0,2492	0,2313	0,2212	0,2104	0,1985	<i>f</i>
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	-0,0005	1
	2	-0,0038	-0,0035	-0,0031	-0,0028	-0,0026	-0,0023	-0,0021	-0,0020	-0,0018	2
	3	-0,0070	-0,0065	-0,0058	-0,0055	-0,0051	-0,0046	-0,0043	-0,0040	-0,0037	3
	4	-0,0098	-0,0092	-0,0084	-0,0080	-0,0075	-0,0069	-0,0066	-0,0063	-0,0059	4
	5	-0,0116	-0,0110	-0,0102	-0,0098	-0,0093	-0,0088	-0,0085	-0,0081	-0,0078	5
	6	-0,0116	-0,0111	-0,0106	-0,0103	-0,0099	-0,0096	-0,0093	-0,0091	-0,0088	6
	7	-0,0093	-0,0092	-0,0090	-0,0089	-0,0087	-0,0086	-0,0085	-0,0084	-0,0083	7
	8	-0,0043	-0,0045	-0,0048	-0,0049	-0,0050	-0,0052	-0,0053	-0,0054	-0,0056	8
	9	0,0039	0,0033	0,0025	0,0021	0,0017	0,0011	0,0008	0,0005	0,0001	9
	10	0,0154	0,0144	0,0133	0,0126	0,0119	0,0110	0,0105	0,0100	0,0094	10
	11	0,0307	0,0294	0,0279	0,0270	0,0261	0,0250	0,0244	0,0237	0,0229	11
	12	0,0496	0,0482	0,0466	0,0457	0,0446	0,0434	0,0428	0,0420	0,0412	12
	11'	0,0307	0,0294	0,0279	0,0270	0,0261	0,0250	0,0244	0,0237	0,0229	11'
	10'	0,0154	0,0144	0,0133	0,0126	0,0119	0,0110	0,0105	0,0100	0,0094	10'
	9'	0,0039	0,0033	0,0025	0,0021	0,0017	0,0011	0,0008	0,0005	0,0001	9'
	8'	-0,0043	-0,0045	-0,0048	-0,0049	-0,0050	-0,0052	-0,0053	-0,0054	-0,0056	8'
	7'	-0,0093	-0,0092	-0,0090	-0,0089	-0,0087	-0,0086	-0,0085	-0,0084	-0,0083	7'
	6'	-0,0116	-0,0111	-0,0106	-0,0103	-0,0099	-0,0096	-0,0093	-0,0091	-0,0088	6'
	5'	-0,0116	-0,0110	-0,0102	-0,0098	-0,0093	-0,0088	-0,0085	-0,0081	-0,0078	5'
	4'	-0,0098	-0,0092	-0,0084	-0,0080	-0,0075	-0,0069	-0,0066	-0,0063	-0,0059	4'
	3'	-0,0070	-0,0065	-0,0058	-0,0055	-0,0051	-0,0046	-0,0043	-0,0040	-0,0037	3'
	2'	-0,0038	-0,0035	-0,0031	-0,0028	-0,0026	-0,0023	-0,0021	-0,0020	-0,0018	2'
	1'	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	-0,0005	1'
	0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max <i>M</i>		0,0061	0,0059	0,0055	0,0053	0,0052	0,0049	0,0047	0,0046	0,0044	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,065	0,064	0,064	0,064	0,064	0,064	0,064	0,063	0,063	$\cdot p l^2 : f$
min <i>M</i>		-0,0048	-0,0048	-0,0045	-0,0043	-0,0043	-0,0041	-0,0039	-0,0038	-0,0036	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,062	0,063	0,063	0,063	0,064	0,064	0,064	0,065	0,066	$\cdot p l^2 : f$
10 · \mathfrak{M}		-0,0166	-0,0156	-0,0145	-0,0138	-0,0130	-0,0123	-0,0117	-0,0113	-0,0106	$\cdot l^2$
<i>n</i>		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>

$$\frac{y_v}{f} = 0,23.$$

Moment im Kämpfer.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		-0,6810	-0,6991	-0,7217	-0,7353	-0,7508	-0,7687	-0,7788	-0,7896	-0,8015	$\cdot f$
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		-0,0340	-0,0343	-0,0348	-0,0351	-0,0355	-0,0360	-0,0364	-0,0368	-0,0373	1
2		-0,0546	-0,0555	-0,0570	-0,0579	-0,0592	-0,0609	-0,0620	-0,0633	-0,0650	2
3		-0,0642	-0,0658	-0,0683	-0,0700	-0,0722	-0,0751	-0,0770	-0,0793	-0,0822	3
4		-0,0651	-0,0674	-0,0707	-0,0729	-0,0757	-0,0796	-0,0821	-0,0852	-0,0889	4
5		-0,0595	-0,0621	-0,0657	-0,0683	-0,0715	-0,0758	-0,0785	-0,0819	-0,0861	5
6		-0,0491	-0,0517	-0,0553	-0,0576	-0,0609	-0,0650	-0,0677	-0,0709	-0,0748	6
7		-0,0356	-0,0378	-0,0408	-0,0428	-0,0455	-0,0489	-0,0511	-0,0537	-0,0569	7
8		-0,0204	-0,0218	-0,0239	-0,0253	-0,0271	-0,0294	-0,0308	-0,0325	-0,0344	8
9		-0,0046	-0,0052	-0,0061	-0,0066	-0,0073	-0,0081	-0,0084	-0,0090	-0,0094	9
10		0,0106	0,0109	0,0115	0,0118	0,0123	0,0131	0,0138	0,0146	0,0158	10
11		0,0243	0,0256	0,0274	0,0287	0,0304	0,0327	0,0343	0,0363	0,0390	11
12		0,0359	0,0380	0,0409	0,0429	0,0454	0,0490	0,0514	0,0543	0,0582	12
11'		0,0450	0,0475	0,0510	0,0535	0,0566	0,0609	0,0637	0,0672	0,0717	11'
10'		0,0511	0,0537	0,0575	0,0600	0,0634	0,0679	0,0708	0,0744	0,0789	10'
9'		0,0540	0,0565	0,0601	0,0625	0,0657	0,0699	0,0726	0,0760	0,0801	9'
8'		0,0537	0,0559	0,0590	0,0611	0,0639	0,0674	0,0697	0,0725	0,0759	8'
7'		0,0505	0,0522	0,0546	0,0563	0,0583	0,0611	0,0628	0,0648	0,0673	7'
6'		0,0447	0,0458	0,0474	0,0486	0,0500	0,0518	0,0529	0,0541	0,0556	6'
5'		0,0367	0,0374	0,0383	0,0389	0,0397	0,0406	0,0412	0,0417	0,0423	5'
4'		0,0275	0,0278	0,0281	0,0284	0,0287	0,0289	0,0290	0,0290	0,0290	4'
3'		0,0179	0,0179	0,0179	0,0179	0,0179	0,0178	0,0176	0,0174	0,0170	3'
2'		0,0091	0,0091	0,0089	0,0089	0,0087	0,0085	0,0083	0,0081	0,0077	2'
1'		0,0026	0,0026	0,0025	0,0024	0,0024	0,0023	0,0022	0,0021	0,0020	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M		0,0192	0,0198	0,0207	0,0215	0,0224	0,0234	0,0244	0,0253	0,0265	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,089	0,089	0,089	0,090	0,091	0,091	0,091	0,091	0,092	$\cdot p l^2 : f$
min M		-0,0161	-0,0167	-0,0175	-0,0181	-0,0189	-0,0198	-0,0205	-0,0213	-0,0222	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,038	0,038	0,038	0,037	0,037	0,037	0,037	0,037	0,036	$\cdot p l^2 : f$
10 · \mathfrak{M}		-0,0423	-0,0438	-0,0459	-0,0474	-0,0494	-0,0522	-0,0538	-0,0562	-0,0590	$\cdot l^2$
n		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n

$$\frac{y_v}{f} = 0,23.$$

Moment im Gewölbeviertel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		0,0890	0,0709	0,0483	0,0347	0,0192	0,0013	-0,0088	-0,0196	-0,0315	$\cdot f$
Einflußlinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0,0016	0,0015	0,0015	0,0015	0,0014	0,0013	0,0012	0,0011	0,0010	1
	2	0,0064	0,0063	0,0061	0,0059	0,0057	0,0053	0,0050	0,0047	0,0043	2
	3	0,0144	0,0142	0,0138	0,0135	0,0130	0,0123	0,0118	0,0113	0,0105	3
	4	0,0258	0,0254	0,0248	0,0242	0,0235	0,0225	0,0219	0,0210	0,0200	4
	5	0,0404	0,0399	0,0390	0,0383	0,0374	0,0361	0,0353	0,0342	0,0330	5
	6	0,0584	0,0576	0,0565	0,0557	0,0546	0,0532	0,0522	0,0511	0,0497	6
	7	0,0378	0,0369	0,0356	0,0348	0,0336	0,0321	0,0311	0,0299	0,0286	7
	8	0,0203	0,0194	0,0180	0,0171	0,0160	0,0145	0,0136	0,0125	0,0112	8
	9	0,0059	0,0049	0,0035	0,0027	0,0016	0,0003	-0,0004	-0,0013	-0,0023	9
	10	-0,0057	-0,0067	-0,0079	-0,0087	-0,0095	-0,0105	-0,0110	-0,0116	-0,0122	10
	11	-0,0146	-0,0155	-0,0164	-0,0170	-0,0175	-0,0181	-0,0184	-0,0186	-0,0188	11
	12	-0,0210	-0,0216	-0,0222	-0,0225	-0,0227	-0,0228	-0,0227	-0,0226	-0,0224	12
	11'	-0,0251	-0,0254	-0,0255	-0,0254	-0,0252	-0,0248	-0,0245	-0,0240	-0,0233	11'
	10'	-0,0271	-0,0270	-0,0266	-0,0262	-0,0256	-0,0248	-0,0241	-0,0234	-0,0223	10'
	9'	-0,0273	-0,0268	-0,0259	-0,0253	-0,0244	-0,0231	-0,0223	-0,0213	-0,0200	9'
	8'	-0,0260	-0,0251	-0,0239	-0,0230	-0,0219	-0,0205	-0,0195	-0,0184	-0,0170	8'
	7'	-0,0233	-0,0223	-0,0209	-0,0199	-0,0187	-0,0171	-0,0161	-0,0149	-0,0135	7'
	6'	-0,0198	-0,0186	-0,0172	-0,0162	-0,0150	-0,0135	-0,0125	-0,0114	-0,0101	6'
	5'	-0,0156	-0,0146	-0,0132	-0,0123	-0,0112	-0,0098	-0,0090	-0,0081	-0,0070	5'
4'	-0,0112	-0,0103	-0,0092	-0,0085	-0,0076	-0,0065	-0,0059	-0,0052	-0,0044	4'	
3'	-0,0071	-0,0064	-0,0056	-0,0051	-0,0045	-0,0038	-0,0034	-0,0029	-0,0024	3'	
2'	-0,0035	-0,0031	-0,0027	-0,0024	-0,0021	-0,0017	-0,0015	-0,0013	-0,0010	2'	
1'	-0,0010	-0,0009	-0,0007	-0,0006	-0,0005	-0,0004	-0,0004	-0,0003	-0,0002	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max M	0,0087	0,0085	0,0082	0,0080	0,0078	0,0074	0,0072	0,0069	0,0066	$\cdot p l^2$	
zugeh. H	0,040	0,039	0,038	0,036	0,035	0,034	0,033	0,032	0,031	$\cdot p l^2 : f$	
min M	-0,0096	-0,0094	-0,0091	-0,0089	-0,0087	-0,0083	-0,0081	-0,0078	-0,0075	$\cdot p l^2$	
zugeh. H	0,087	0,088	0,089	0,091	0,093	0,094	0,095	0,096	0,098	$\cdot p l^2 : f$	
$10 \cdot \mathfrak{M}$	0,0124	0,0128	0,0131	0,0133	0,0134	0,0135	0,0135	0,0133	0,0131	$\cdot l^2$	
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n	

$\frac{y_v}{f} = 0,23.$ Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Scheitel.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$										
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		
y		0,2627	0,2446	0,2220	0,2084	0,1929	0,1750	0,1649	0,1541	0,1422	$\cdot f$	
Einflusslinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	1	-0,0002	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	1
	2	0,0000	0,0001	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	2
	3	0,0010	0,0012	0,0015	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	3
	4	0,0036	0,0039	0,0040	0,0041	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0036	0,0036	4
	5	0,0083	0,0084	0,0085	0,0084	0,0083	0,0081	0,0079	0,0076	0,0073	0,0073	5
	6	0,0155	0,0154	0,0152	0,0150	0,0147	0,0143	0,0140	0,0136	0,0131	0,0131	6
	7	0,0255	0,0252	0,0247	0,0243	0,0238	0,0232	0,0227	0,0222	0,0216	0,0216	7
	8	0,0387	0,0381	0,0372	0,0367	0,0360	0,0351	0,0346	0,0339	0,0332	0,0332	8
	9	0,0551	0,0542	0,0531	0,0524	0,0515	0,0505	0,0499	0,0492	0,0484	0,0484	9
	10	0,0334	0,0323	0,0309	0,0301	0,0291	0,0280	0,0274	0,0266	0,0258	0,0258	10
	11	0,0152	0,0139	0,0125	0,0116	0,0106	0,0095	0,0090	0,0083	0,0075	0,0075	11
	12	0,0004	-0,0008	-0,0022	-0,0029	-0,0037	-0,0047	-0,0051	-0,0057	-0,0063	-0,0063	12
	11'	-0,0109	-0,0119	-0,0129	-0,0135	-0,0141	-0,0147	-0,0149	-0,0153	-0,0156	-0,0156	11'
	10'	-0,0190	-0,0195	-0,0201	-0,0204	-0,0206	-0,0208	-0,0209	-0,0210	-0,0209	-0,0209	10'
	9'	-0,0240	-0,0241	-0,0241	-0,0241	-0,0240	-0,0238	-0,0236	-0,0234	-0,0230	-0,0230	9'
	8'	-0,0261	-0,0259	-0,0254	-0,0251	-0,0247	-0,0240	-0,0236	-0,0232	-0,0226	-0,0226	8'
	7'	-0,0259	-0,0252	-0,0244	-0,0238	-0,0231	-0,0223	-0,0217	-0,0211	-0,0203	-0,0203	7'
	6'	-0,0236	-0,0227	-0,0216	-0,0209	-0,0201	-0,0190	-0,0184	-0,0176	-0,0168	-0,0168	6'
5'	-0,0197	-0,0188	-0,0176	-0,0169	-0,0160	-0,0149	-0,0143	-0,0135	-0,0127	-0,0127	5'	
4'	-0,0149	-0,0140	-0,0130	-0,0123	-0,0115	-0,0106	-0,0100	-0,0094	-0,0086	-0,0086	4'	
3'	-0,0097	-0,0091	-0,0082	-0,0077	-0,0071	-0,0064	-0,0060	-0,0056	-0,0050	-0,0050	3'	
2'	-0,0050	-0,0046	-0,0041	-0,0038	-0,0035	-0,0031	-0,0028	-0,0025	-0,0022	-0,0022	2'	
1'	-0,0014	-0,0013	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0005	-0,0005	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max M	0,0082	0,0080	0,0078	0,0076	0,0074	0,0072	0,0071	0,0069	0,0067	0,0067	$\cdot p l^2$	
zugeh. H	0,063	0,063	0,062	0,062	0,061	0,060	0,060	0,060	0,059	0,059	$\cdot p l^2 : f$	
min M	-0,0077	-0,0076	-0,0074	-0,0073	-0,0071	-0,0069	-0,0068	-0,0066	-0,0065	-0,0065	$\cdot p l^2$	
zugeh. H	0,064	0,064	0,065	0,066	0,067	0,068	0,068	0,069	0,070	0,070	$\cdot p l^2 : f$	
10 · \mathfrak{M}	-0,0071	-0,0063	-0,0054	-0,0048	-0,0042	-0,0036	-0,0032	-0,0029	-0,0024	-0,0024	$\cdot l^2$	
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	0,15	n	

$\frac{y_v}{f} = 0,23.$ Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Kämpfer.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		-0,2169	-0,2350	-0,2576	-0,2712	-0,2867	-0,3046	-0,3147	-0,3255	-0,3374	$\cdot f$
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		0,0041	0,0040	0,0038	0,0036	0,0034	0,0031	0,0029	0,0027	0,0024	1
2		0,0158	0,0153	0,0146	0,0141	0,0134	0,0125	0,0119	0,0111	0,0102	2
3		0,0340	0,0331	0,0318	0,0309	0,0297	0,0281	0,0270	0,0257	0,0240	3
4		0,0162	0,0149	0,0131	0,0119	0,0103	0,0080	0,0065	0,0047	0,0025	4
5		0,0031	0,0016	-0,0005	-0,0020	-0,0039	-0,0065	-0,0082	-0,0102	-0,0129	5
6		-0,0060	-0,0076	-0,0098	-0,0113	-0,0134	-0,0160	-0,0178	-0,0199	-0,0224	6
7		-0,0118	-0,0133	-0,0154	-0,0168	-0,0187	-0,0211	-0,0227	-0,0246	-0,0268	7
8		-0,0149	-0,0161	-0,0179	-0,0191	-0,0206	-0,0226	-0,0238	-0,0252	-0,0268	8
9		-0,0159	-0,0168	-0,0180	-0,0189	-0,0199	-0,0211	-0,0218	-0,0226	-0,0235	9
10		-0,0153	-0,0158	-0,0164	-0,0167	-0,0171	-0,0175	-0,0176	-0,0177	-0,0177	10
11		-0,0136	-0,0136	-0,0135	-0,0134	-0,0131	-0,0126	-0,0121	-0,0115	-0,0106	11
12		-0,0113	-0,0108	-0,0100	-0,0094	-0,0085	-0,0071	-0,0061	-0,0049	-0,0032	12
11'		-0,0085	-0,0076	-0,0063	-0,0052	-0,0038	-0,0018	-0,0004	0,0012	0,0035	11'
10'		-0,0057	-0,0045	-0,0027	-0,0014	0,0003	0,0027	0,0044	0,0063	0,0088	10'
9'		-0,0032	-0,0017	0,0003	0,0018	0,0036	0,0062	0,0079	0,0099	0,0124	9'
8'		-0,0010	0,0005	0,0026	0,0041	0,0059	0,0084	0,0100	0,0119	0,0142	8'
7'		0,0007	0,0021	0,0041	0,0054	0,0071	0,0093	0,0107	0,0123	0,0143	7'
6'		0,0018	0,0030	0,0047	0,0059	0,0073	0,0091	0,0101	0,0114	0,0129	6'
5'		0,0023	0,0033	0,0046	0,0055	0,0065	0,0079	0,0086	0,0095	0,0105	5'
4'		0,0023	0,0030	0,0039	0,0045	0,0052	0,0060	0,0065	0,0070	0,0076	4'
3'		0,0017	0,0022	0,0027	0,0031	0,0035	0,0040	0,0042	0,0044	0,0047	3'
2'		0,0010	0,0012	0,0015	0,0017	0,0018	0,0020	0,0021	0,0022	0,0022	2'
1'		0,0003	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M		0,0033	0,0034	0,0035	0,0036	0,0039	0,0043	0,0046	0,0048	0,0052	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,032	0,037	0,043	0,047	0,050	0,055	0,058	0,060	0,063	$\cdot p l^3 : f$
min M		-0,0044	-0,0045	-0,0046	-0,0047	-0,0049	-0,0052	-0,0054	-0,0056	-0,0059	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,095	0,090	0,084	0,080	0,078	0,073	0,070	0,068	0,066	$\cdot p l^3 : f$
10 · \mathcal{M}		0,0153	0,0151	0,0144	0,0139	0,0131	0,0121	0,0114	0,0104	0,0091	$\cdot l^2$
n		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n

$$\frac{y_c}{f} = 0,22.$$

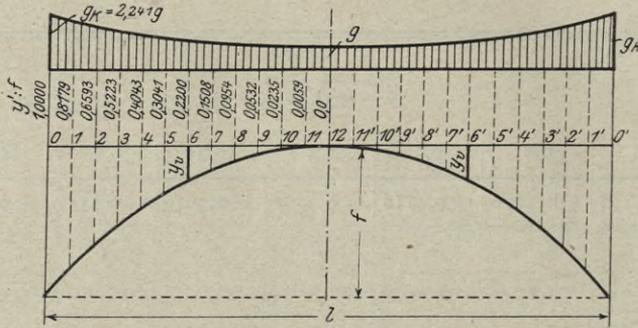


Abb. 130.

$$m = \frac{g_k}{g} = 2,241.$$

$$\tan \varphi_k = 4,674 \frac{f}{l}.$$

$$H_{g_0} = 0,1484 \frac{g l^2}{f}.$$

$$V_{g_0} = 0,6934 g l.$$

$$\cos \varphi_k = \frac{1}{\sqrt{1 + 21,85 \frac{f^2}{l^2}}}.$$

Bogenkraft (Werte $H \frac{f}{l} (1 + \mu)$).

	$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$										$\frac{y'}{f}$	
	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15			
y_s	0,3117	0,2938	0,2714	0,2580	0,2427	0,2250	0,2150	0,2043	0,1926		f	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0000	0	
1	0,0064	0,0061	0,0057	0,0055	0,0051	0,0047	0,0044	0,0041	0,0037	0,8179	1	
2	0,0232	0,0223	0,0212	0,0204	0,0195	0,0182	0,0174	0,0164	0,0152	0,6593	2	
3	0,0471	0,0457	0,0439	0,0427	0,0412	0,0393	0,0380	0,0364	0,0345	0,5223	3	
4	0,0754	0,0737	0,0716	0,0702	0,0684	0,0661	0,0646	0,0628	0,0605	0,4043	4	
5	0,1056	0,1040	0,1020	0,1007	0,0991	0,0970	0,0956	0,0939	0,0918	0,3041	5	
6	0,1356	0,1346	0,1332	0,1323	0,1312	0,1298	0,1288	0,1277	0,1263	0,2200	6	
7	0,1638	0,1636	0,1632	0,1630	0,1628	0,1624	0,1622	0,1620	0,1617	0,1508	7	
8	0,1888	0,1895	0,1904	0,1911	0,1919	0,1929	0,1936	0,1944	0,1955	0,0954	8	
9	0,2093	0,2111	0,2134	0,2149	0,2168	0,2193	0,2209	0,2228	0,2254	0,0532	9	
10	0,2246	0,2273	0,2308	0,2331	0,2360	0,2398	0,2422	0,2451	0,2489	0,0235	10	
11	0,2340	0,2374	0,2418	0,2446	0,2482	0,2529	0,2559	0,2595	0,2642	0,0059	11	
12	0,2372	0,2408	0,2455	0,2486	0,2524	0,2574	0,2606	0,2646	0,2695	0,0000	12	
N	0,0850	0,0738	0,0618	0,0555	0,0488	0,0418	0,0381	0,0343	0,0303		$l f^2 : E J_s$	
δ	0,0185	0,0182	0,0179	0,0177	0,0175	0,0171	0,0169	0,0166	0,0163		$l^2 : f$	
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		n	

Einflusslinienordinate Nr.

$$\frac{y_v}{f} = 0,22.$$

Moment im Scheitel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		0,3117	0,2938	0,2714	0,2580	0,2427	0,2250	0,2150	0,2043	0,1926	<i>f</i>
Einflusslinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	-0,0005	1
	2	-0,0038	-0,0034	-0,0031	-0,0028	-0,0026	-0,0023	-0,0021	-0,0019	-0,0017	2
	3	-0,0069	-0,0063	-0,0057	-0,0054	-0,0050	-0,0045	-0,0043	-0,0040	-0,0036	3
	4	-0,0096	-0,0090	-0,0083	-0,0078	-0,0073	-0,0068	-0,0065	-0,0062	-0,0058	4
	5	-0,0112	-0,0106	-0,0099	-0,0095	-0,0091	-0,0086	-0,0083	-0,0079	-0,0076	5
	6	-0,0110	-0,0106	-0,0101	-0,0098	-0,0095	-0,0092	-0,0089	-0,0087	-0,0085	6
	7	-0,0085	-0,0084	-0,0083	-0,0082	-0,0081	-0,0080	-0,0079	-0,0079	-0,0078	7
	8	-0,0033	-0,0036	-0,0038	-0,0040	-0,0042	-0,0044	-0,0046	-0,0047	-0,0049	8
	9	0,0051	0,0044	0,0036	0,0032	0,0026	0,0020	0,0017	0,0014	0,0009	9
	10	0,0168	0,0157	0,0145	0,0138	0,0130	0,0121	0,0116	0,0110	0,0104	10
	11	0,0321	0,0308	0,0292	0,0283	0,0273	0,0261	0,0255	0,0248	0,0240	11
	12	0,0511	0,0496	0,0480	0,0470	0,0459	0,0446	0,0440	0,0432	0,0423	12
	11'	0,0321	0,0308	0,0292	0,0283	0,0273	0,0261	0,0255	0,0248	0,0240	11'
	10'	0,0168	0,0157	0,0145	0,0138	0,0130	0,0121	0,0116	0,0110	0,0104	10'
	9'	0,0051	0,0044	0,0036	0,0032	0,0026	0,0020	0,0017	0,0014	0,0009	9'
	8'	-0,0033	-0,0036	-0,0038	-0,0040	-0,0042	-0,0044	-0,0046	-0,0047	-0,0049	8'
	7'	-0,0085	-0,0084	-0,0083	-0,0082	-0,0081	-0,0080	-0,0079	-0,0079	-0,0078	7'
	6'	-0,0110	-0,0106	-0,0101	-0,0098	-0,0095	-0,0092	-0,0089	-0,0087	-0,0085	6'
5'	-0,0112	-0,0106	-0,0099	-0,0095	-0,0091	-0,0086	-0,0083	-0,0079	-0,0076	5'	
4'	-0,0096	-0,0090	-0,0083	-0,0078	-0,0073	-0,0068	-0,0065	-0,0062	-0,0058	4'	
3'	-0,0069	-0,0063	-0,0057	-0,0054	-0,0050	-0,0045	-0,0043	-0,0040	-0,0036	3'	
2'	-0,0038	-0,0034	-0,0031	-0,0028	-0,0026	-0,0023	-0,0021	-0,0019	-0,0017	2'	
1'	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	-0,0005	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max <i>M</i>	0,0065	0,0062	0,0059	0,0056	0,0054	0,0052	0,0050	0,0049	0,0047	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	0,067	$\cdot p l^2 : f$	
min <i>M</i>	-0,0045	-0,0045	-0,0043	-0,0041	-0,0040	-0,0038	-0,0036	-0,0036	-0,0035	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,061	0,061	0,061	0,062	0,062	0,062	0,063	0,063	0,063	$\cdot p l^2 : f$	
10 · <i>M</i>	-0,0159	-0,0150	-0,0139	-0,0133	-0,0126	-0,0118	-0,0113	-0,0109	-0,0102	$\cdot l^2$	
<i>n</i>	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>	

$$\frac{y_v}{f} = 0,22.$$

Moment im Kämpfer.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		-0,6883	-0,7062	-0,7286	-0,7420	-0,7573	-0,7750	-0,7850	-0,7957	-0,8074	$\cdot f$
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		-0,0339	-0,0342	-0,0347	-0,0349	-0,0354	-0,0359	-0,0363	-0,0367	-0,0372	1
2		-0,0541	-0,0551	-0,0565	-0,0575	-0,0587	-0,0604	-0,0615	-0,0629	-0,0646	2
3		-0,0633	-0,0650	-0,0674	-0,0691	-0,0713	-0,0742	-0,0761	-0,0784	-0,0813	3
4		-0,0638	-0,0662	-0,0694	-0,0716	-0,0745	-0,0783	-0,0808	-0,0838	-0,0875	4
5		-0,0579	-0,0605	-0,0641	-0,0666	-0,0697	-0,0739	-0,0767	-0,0800	-0,0841	5
6		-0,0473	-0,0497	-0,0533	-0,0557	-0,0587	-0,0628	-0,0654	-0,0685	-0,0724	6
7		-0,0336	-0,0356	-0,0386	-0,0406	-0,0431	-0,0465	-0,0486	-0,0510	-0,0540	7
8		-0,0182	-0,0196	-0,0216	-0,0228	-0,0245	-0,0266	-0,0279	-0,0294	-0,0312	8
9		-0,0024	-0,0029	-0,0036	-0,0040	-0,0046	-0,0052	-0,0055	-0,0058	-0,0059	9
10		0,0128	0,0133	0,0140	0,0145	0,0151	0,0162	0,0169	0,0179	0,0194	10
11		0,0266	0,0280	0,0300	0,0314	0,0332	0,0358	0,0375	0,0397	0,0427	11
12		0,0383	0,0404	0,0435	0,0456	0,0483	0,0521	0,0546	0,0578	0,0618	12
11'		0,0473	0,0499	0,0536	0,0561	0,0595	0,0640	0,0670	0,0706	0,0753	11'
10'		0,0533	0,0561	0,0600	0,0627	0,0662	0,0709	0,0740	0,0777	0,0825	10'
9'		0,0562	0,0588	0,0626	0,0651	0,0684	0,0729	0,0757	0,0791	0,0836	9'
8'		0,0559	0,0581	0,0614	0,0636	0,0665	0,0702	0,0726	0,0755	0,0791	8'
7'		0,0525	0,0543	0,0568	0,0585	0,0608	0,0636	0,0654	0,0676	0,0701	7'
6'		0,0465	0,0477	0,0494	0,0506	0,0521	0,0540	0,0551	0,0565	0,0580	6'
5'		0,0383	0,0390	0,0400	0,0406	0,0415	0,0425	0,0430	0,0436	0,0443	5'
4'		0,0288	0,0290	0,0294	0,0297	0,0299	0,0302	0,0303	0,0304	0,0304	4'
3'		0,0188	0,0187	0,0188	0,0188	0,0187	0,0187	0,0185	0,0183	0,0180	3'
2'		0,0096	0,0095	0,0094	0,0093	0,0092	0,0089	0,0088	0,0085	0,0081	2'
1'		0,0027	0,0027	0,0026	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0022	0,0020	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M		0,0203	0,0208	0,0219	0,0227	0,0236	0,0248	0,0258	0,0267	0,0279	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,091	0,092	0,092	0,093	0,093	0,093	0,094	0,094	0,095	$\cdot p l^2 : f$
min M		-0,0156	-0,0161	-0,0170	-0,0176	-0,0183	-0,0193	-0,0199	-0,0206	-0,0215	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,037	0,036	0,036	0,036	0,036	0,036	0,036	0,036	0,036	$\cdot p l^2 : f$
10 · \mathfrak{M}		-0,0396	-0,0411	-0,0436	-0,0445	-0,0465	-0,0490	-0,0507	-0,0530	-0,0557	$\cdot l^2$
n		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n

$$\frac{y_v}{f} = 0,22.$$

Moment im Gewölbeviertel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		0,0917	0,0738	0,0514	0,0380	0,0227	0,0050	- 0,0050	- 0,0157	- 0,0274	$\cdot f$
Einflusslinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0,0015	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0012	0,0011	0,0010	1
	2	0,0063	0,0062	0,0060	0,0058	0,0056	0,0052	0,0049	0,0047	0,0043	2
	3	0,0142	0,0140	0,0136	0,0133	0,0128	0,0122	0,0117	0,0111	0,0104	3
	4	0,0255	0,0251	0,0245	0,0240	0,0233	0,0223	0,0216	0,0208	0,0198	4
	5	0,0401	0,0395	0,0386	0,0379	0,0370	0,0358	0,0349	0,0339	0,0326	5
	6	0,0579	0,0572	0,0560	0,0552	0,0541	0,0527	0,0518	0,0506	0,0492	6
	7	0,0372	0,0363	0,0351	0,0342	0,0330	0,0315	0,0305	0,0293	0,0280	7
	8	0,0197	0,0187	0,0173	0,0164	0,0152	0,0138	0,0129	0,0118	0,0105	8
	9	0,0052	0,0042	0,0028	0,0019	0,0008	- 0,0005	- 0,0012	- 0,0021	- 0,0031	9
	10	- 0,0064	- 0,0075	- 0,0087	- 0,0095	- 0,0104	- 0,0114	- 0,0119	- 0,0125	- 0,0132	10
	11	- 0,0153	- 0,0162	- 0,0173	- 0,0178	- 0,0184	- 0,0190	- 0,0193	- 0,0196	- 0,0198	11
	12	- 0,0218	- 0,0224	- 0,0230	- 0,0233	- 0,0236	- 0,0237	- 0,0237	- 0,0236	- 0,0234	12
	11'	- 0,0258	- 0,0261	- 0,0263	- 0,0263	- 0,0261	- 0,0258	- 0,0254	- 0,0250	- 0,0243	11'
	10'	- 0,0278	- 0,0277	- 0,0274	- 0,0270	- 0,0265	- 0,0257	- 0,0251	- 0,0243	- 0,0233	10'
	9'	- 0,0280	- 0,0275	- 0,0267	- 0,0261	- 0,0252	- 0,0240	- 0,0231	- 0,0221	- 0,0209	9'
	8'	- 0,0266	- 0,0258	- 0,0246	- 0,0237	- 0,0226	- 0,0212	- 0,0202	- 0,0191	- 0,0177	8'
	7'	- 0,0239	- 0,0229	- 0,0214	- 0,0205	- 0,0193	- 0,0177	- 0,0167	- 0,0155	- 0,0141	7'
	6'	- 0,0202	- 0,0191	- 0,0176	- 0,0167	- 0,0155	- 0,0139	- 0,0130	- 0,0119	- 0,0106	6'
	5'	- 0,0160	- 0,0150	- 0,0135	- 0,0127	- 0,0116	- 0,0102	- 0,0093	- 0,0085	- 0,0074	5'
4'	- 0,0115	- 0,0106	- 0,0095	- 0,0087	- 0,0079	- 0,0068	- 0,0062	- 0,0054	- 0,0046	4'	
3'	- 0,0073	- 0,0066	- 0,0058	- 0,0053	- 0,0047	- 0,0039	- 0,0035	- 0,0030	- 0,0025	3'	
2'	- 0,0036	- 0,0032	- 0,0028	- 0,0025	- 0,0022	- 0,0018	- 0,0016	- 0,0013	- 0,0011	2'	
1'	- 0,0010	- 0,0009	- 0,0007	- 0,0007	- 0,0006	- 0,0005	- 0,0004	- 0,0003	- 0,0002	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max M	0,0086	0,0084	0,0081	0,0079	0,0076	0,0073	0,0070	0,0068	0,0064	$\cdot p l^2$	
zugeh. H	0,039	0,038	0,038	0,036	0,035	0,034	0,033	0,032	0,031	$\cdot p l^2 : f$	
min M	- 0,0099	- 0,0098	- 0,0095	- 0,0093	- 0,0090	- 0,0087	- 0,0084	- 0,0082	- 0,0077	$\cdot p l^2$	
zugeh. H	0,089	0,090	0,091	0,093	0,094	0,095	0,097	0,098	0,099	$\cdot p l^2 : f$	
$10 \cdot \mathfrak{M}$	0,0117	0,0121	0,0125	0,0127	0,0127	0,0128	0,0129	0,0127	0,0126	$\cdot l^2$	
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n	

$\frac{y_r}{f} = 0,22$. Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Scheitel.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		0,2585	0,2406	0,2182	0,2048	0,1895	0,1718	0,1618	0,1511	0,1394	f
Einflusslinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	-0,0002	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0001	0,0001	0,0000	1
	2	-0,0001	0,0001	0,0003	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	2
	3	0,0010	0,0013	0,0014	0,0015	0,0016	0,0016	0,0016	0,0015	0,0014	3
	4	0,0037	0,0039	0,0041	0,0041	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0036	4
	5	0,0084	0,0086	0,0086	0,0085	0,0084	0,0081	0,0079	0,0077	0,0073	5
	6	0,0157	0,0156	0,0154	0,0152	0,0149	0,0144	0,0141	0,0137	0,0132	6
	7	0,0259	0,0255	0,0250	0,0246	0,0240	0,0233	0,0229	0,0224	0,0217	7
	8	0,0392	0,0385	0,0376	0,0370	0,0363	0,0354	0,0348	0,0342	0,0334	8
	9	0,0558	0,0548	0,0536	0,0528	0,0519	0,0508	0,0502	0,0495	0,0486	9
	10	0,0341	0,0329	0,0315	0,0306	0,0296	0,0284	0,0278	0,0270	0,0261	10
	11	0,0159	0,0146	0,0131	0,0122	0,0112	0,0100	0,0094	0,0087	0,0079	11
	12	0,0012	-0,0001	-0,0015	-0,0023	-0,0032	-0,0042	-0,0047	-0,0053	-0,0059	12
	11'	-0,0102	-0,0112	-0,0123	-0,0129	-0,0135	-0,0142	-0,0145	-0,0148	-0,0152	11'
	10'	-0,0183	-0,0189	-0,0195	-0,0199	-0,0202	-0,0204	-0,0205	-0,0206	-0,0206	10'
	9'	-0,0233	-0,0235	-0,0236	-0,0236	-0,0236	-0,0234	-0,0232	-0,0231	-0,0228	9'
	8'	-0,0257	-0,0254	-0,0250	-0,0247	-0,0244	-0,0238	-0,0234	-0,0229	-0,0224	8'
	7'	-0,0255	-0,0249	-0,0241	-0,0236	-0,0229	-0,0221	-0,0215	-0,0209	-0,0202	7'
	6'	-0,0233	-0,0225	-0,0214	-0,0208	-0,0199	-0,0189	-0,0183	-0,0176	-0,0167	6'
	5'	-0,0196	-0,0187	-0,0175	-0,0168	-0,0159	-0,0149	-0,0143	-0,0135	-0,0127	5'
4'	-0,0149	-0,0140	-0,0129	-0,0123	-0,0115	-0,0106	-0,0100	-0,0094	-0,0086	4'	
3'	-0,0097	-0,0091	-0,0082	-0,0077	-0,0072	-0,0065	-0,0060	-0,0056	-0,0050	3'	
2'	-0,0050	-0,0046	-0,0041	-0,0038	-0,0035	-0,0031	-0,0028	-0,0026	-0,0023	2'	
1'	-0,0014	-0,0013	-0,0011	-0,0011	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max M	0,0084	0,0082	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0072	0,0070	0,0068	$\cdot p l^2$	
zugeh. H	0,063	0,063	0,063	0,063	0,062	0,061	0,061	0,061	0,060	$\cdot p l^2 : f$	
min M	-0,0076	-0,0075	-0,0073	-0,0071	-0,0070	-0,0069	-0,0068	-0,0066	-0,0065	$\cdot p l^2$	
zugeh. H	0,065	0,065	0,065	0,066	0,067	0,068	0,069	0,069	0,070	$\cdot p l^2 : f$	
10 · M	-0,0068	-0,0061	-0,0052	-0,0047	-0,0041	-0,0035	-0,0031	-0,0028	-0,0024	$\cdot l^2$	
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n	

$\frac{y_v}{f} = 0,22.$ Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Kämpfer)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		-0,2106	-0,2285	-0,2509	-0,2643	-0,2796	-0,2973	-0,3073	-0,3180	-0,3297	$\cdot f$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,0041	0,0039	0,0038	0,0036	0,0034	0,0031	0,0029	0,0027	0,0024	0,0024	1
2	0,0157	0,0153	0,0146	0,0141	0,0134	0,0125	0,0119	0,0111	0,0102	0,0102	2
3	0,0339	0,0330	0,0317	0,0308	0,0297	0,0281	0,0270	0,0257	0,0241	0,0241	3
4	0,0159	0,0147	0,0129	0,0117	0,0101	0,0079	0,0064	0,0047	0,0025	0,0025	4
5	0,0027	0,0012	-0,0009	-0,0023	-0,0042	-0,0068	-0,0084	-0,0105	-0,0130	-0,0130	5
6	-0,0066	-0,0081	-0,0103	-0,0118	-0,0138	-0,0164	-0,0181	-0,0202	-0,0227	-0,0227	6
7	-0,0125	-0,0140	-0,0161	-0,0175	-0,0193	-0,0217	-0,0232	-0,0250	-0,0272	-0,0272	7
8	-0,0158	-0,0171	-0,0188	-0,0200	-0,0214	-0,0234	-0,0245	-0,0259	-0,0275	-0,0275	8
9	-0,0170	-0,0179	-0,0191	-0,0199	-0,0209	-0,0221	-0,0227	-0,0235	-0,0243	-0,0243	9
10	-0,0165	-0,0170	-0,0176	-0,0179	-0,0183	-0,0186	-0,0187	-0,0188	-0,0187	-0,0187	10
11	-0,0149	-0,0149	-0,0148	-0,0147	-0,0144	-0,0138	-0,0133	-0,0127	-0,0118	-0,0118	11
12	-0,0126	-0,0121	-0,0113	-0,0107	-0,0098	-0,0084	-0,0074	-0,0061	-0,0044	-0,0044	12
11'	-0,0098	-0,0089	-0,0075	-0,0065	-0,0051	-0,0031	-0,0017	0,0000	0,0023	0,0023	11'
10'	-0,0070	-0,0058	-0,0039	-0,0026	-0,0009	0,0016	0,0032	0,0052	0,0078	0,0078	10'
9'	-0,0043	-0,0028	-0,0008	0,0007	0,0026	0,0052	0,0069	0,0090	0,0116	0,0116	9'
8'	-0,0019	-0,0004	0,0017	0,0032	0,0051	0,0076	0,0092	0,0112	0,0136	0,0136	8'
7'	-0,0001	0,0014	0,0034	0,0047	0,0065	0,0087	0,0101	0,0118	0,0138	0,0138	7'
6'	0,0012	0,0025	0,0042	0,0054	0,0068	0,0087	0,0098	0,0111	0,0126	0,0126	6'
5'	0,0019	0,0029	0,0043	0,0052	0,0063	0,0076	0,0084	0,0094	0,0104	0,0104	5'
4'	0,0020	0,0027	0,0037	0,0043	0,0050	0,0059	0,0064	0,0070	0,0076	0,0076	4'
3'	0,0016	0,0021	0,0027	0,0030	0,0034	0,0039	0,0042	0,0044	0,0047	0,0047	3'
2'	0,0010	0,0012	0,0015	0,0016	0,0018	0,0020	0,0021	0,0022	0,0022	0,0022	2'
1'	0,0003	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	1'
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M	0,0031	0,0031	0,0033	0,0035	0,0037	0,0040	0,0044	0,0047	0,0051	0,0051	$\cdot p l^2$
zugeh. H	0,029	0,034	0,040	0,044	0,048	0,053	0,055	0,058	0,062	0,062	$\cdot p l^2 : f$
min M	-0,0049	-0,0049	-0,0050	-0,0051	-0,0053	-0,0055	-0,0057	-0,0059	-0,0062	-0,0062	$\cdot p l^2$
zugeh. H	0,099	0,094	0,088	0,085	0,081	0,076	0,075	0,072	0,068	0,068	$\cdot p l^2 : f$
10 · \mathfrak{M}	0,0146	0,0144	0,0138	0,0133	0,0126	0,0117	0,0110	0,0101	0,0089	0,0089	$\cdot l^2$
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	0,15	n

$$\frac{y_v}{f} = 0,21.$$

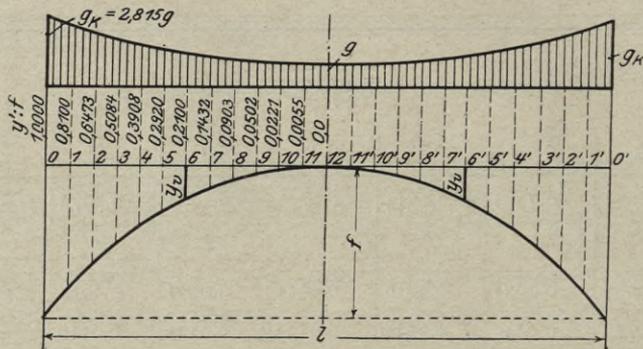


Abb. 131.

$$m = \frac{g_k}{g} = 2,815.$$

$$\tan \varphi_k = 4,915 \frac{f}{l}.$$

$$H_{g_0} = 0,1579 \frac{g l^2}{f}.$$

$$V_{g_0} = 0,7763 g l.$$

$$\cos \varphi_k = \frac{1}{\sqrt{1 + 24,16 \frac{f^2}{l^2}}}.$$

Bogenkraft (Werte $H \frac{f}{l} (1 + \mu)$).

	$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$										$\frac{y'}{f}$	
	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15			
y_s	0,3044	0,2867	0,2646	0,2513	0,2362	0,2187	0,2089	0,1983	0,1867			$\cdot f$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0000	0	
1	0,0065	0,0062	0,0058	0,0056	0,0053	0,0048	0,0046	0,0042	0,0038	0,8100	1	
2	0,0236	0,0227	0,0216	0,0209	0,0199	0,0187	0,0179	0,0169	0,0156	0,6473	2	
3	0,0478	0,0465	0,0447	0,0435	0,0420	0,0401	0,0388	0,0373	0,0353	0,5084	3	
4	0,0764	0,0748	0,0727	0,0713	0,0696	0,0674	0,0659	0,0641	0,0619	0,3908	4	
5	0,1067	0,1053	0,1034	0,1021	0,1006	0,0986	0,0973	0,0957	0,0936	0,2920	5	
6	0,1368	0,1359	0,1347	0,1339	0,1329	0,1316	0,1308	0,1298	0,1285	0,2100	6	
7	0,1650	0,1649	0,1647	0,1646	0,1645	0,1644	0,1643	0,1642	0,1641	0,1432	7	
8	0,1899	0,1907	0,1919	0,1926	0,1936	0,1949	0,1957	0,1967	0,1980	0,0903	8	
9	0,2103	0,2122	0,2147	0,2164	0,2185	0,2212	0,2230	0,2252	0,2279	0,0502	9	
10	0,2255	0,2283	0,2321	0,2345	0,2376	0,2416	0,2442	0,2474	0,2515	0,0221	10	
11	0,2348	0,2383	0,2430	0,2460	0,2497	0,2547	0,2579	0,2618	0,2667	0,0055	11	
12	0,2380	0,2417	0,2467	0,2499	0,2539	0,2592	0,2626	0,2668	0,2720	0,0000	12	
N	0,0838	0,0726	0,0607	0,0544	0,0478	0,0409	0,0372	0,0334	0,0295		$l f^2 : EJ_s$	
δ	0,0187	0,0184	0,0181	0,0179	0,0177	0,0174	0,0172	0,0169	0,0166		$l^3 : f$	
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		n	

Einflusslinienordinate Nr.

$$\frac{y_c}{f} = 0,21.$$

Moment im Scheitel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
\underline{y}		0,3044	0,2867	0,2646	0,2513	0,2362	0,2187	0,2089	0,1983	0,1867	$\cdot f$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	— 0,0011	— 0,0010	— 0,0009	— 0,0008	— 0,0007	— 0,0006	— 0,0006	— 0,0006	— 0,0005	— 0,0005	1
2	— 0,0037	— 0,0034	— 0,0030	— 0,0028	— 0,0026	— 0,0023	— 0,0021	— 0,0021	— 0,0019	— 0,0017	2
3	— 0,0067	— 0,0062	— 0,0057	— 0,0053	— 0,0049	— 0,0045	— 0,0042	— 0,0042	— 0,0039	— 0,0036	3
4	— 0,0094	— 0,0088	— 0,0081	— 0,0076	— 0,0072	— 0,0067	— 0,0064	— 0,0064	— 0,0060	— 0,0057	4
5	— 0,0108	— 0,0102	— 0,0096	— 0,0092	— 0,0088	— 0,0083	— 0,0080	— 0,0080	— 0,0077	— 0,0074	5
6	— 0,0104	— 0,0100	— 0,0096	— 0,0093	— 0,0091	— 0,0088	— 0,0086	— 0,0086	— 0,0084	— 0,0081	6
7	— 0,0077	— 0,0076	— 0,0076	— 0,0075	— 0,0075	— 0,0074	— 0,0074	— 0,0074	— 0,0074	— 0,0073	7
8	— 0,0023	— 0,0025	— 0,0029	— 0,0031	— 0,0034	— 0,0037	— 0,0038	— 0,0038	— 0,0040	— 0,0042	8
9	0,0063	0,0056	0,0047	0,0042	0,0036	0,0030	0,0026	0,0026	0,0022	0,0018	9
10	0,0182	0,0171	0,0158	0,0150	0,0142	0,0132	0,0126	0,0126	0,0120	0,0113	10
11	0,0336	0,0322	0,0305	0,0296	0,0286	0,0273	0,0267	0,0267	0,0259	0,0251	11
12	0,0526	0,0511	0,0493	0,0483	0,0472	0,0459	0,0451	0,0451	0,0443	0,0434	12
11'	0,0336	0,0322	0,0305	0,0296	0,0286	0,0273	0,0267	0,0267	0,0259	0,0251	11'
10'	0,0182	0,0171	0,0158	0,0150	0,0142	0,0132	0,0126	0,0126	0,0120	0,0113	10'
9'	0,0063	0,0056	0,0047	0,0042	0,0036	0,0030	0,0026	0,0026	0,0022	0,0018	9'
8'	— 0,0023	— 0,0025	— 0,0029	— 0,0031	— 0,0034	— 0,0037	— 0,0038	— 0,0038	— 0,0040	— 0,0042	8'
7'	— 0,0077	— 0,0076	— 0,0076	— 0,0075	— 0,0075	— 0,0074	— 0,0074	— 0,0074	— 0,0074	— 0,0073	7'
6'	— 0,0104	— 0,0100	— 0,0096	— 0,0093	— 0,0091	— 0,0088	— 0,0086	— 0,0086	— 0,0084	— 0,0081	6'
5'	— 0,0108	— 0,0102	— 0,0096	— 0,0092	— 0,0088	— 0,0083	— 0,0080	— 0,0080	— 0,0077	— 0,0074	5'
4'	— 0,0094	— 0,0088	— 0,0081	— 0,0076	— 0,0072	— 0,0067	— 0,0064	— 0,0064	— 0,0060	— 0,0057	4'
3'	— 0,0067	— 0,0062	— 0,0057	— 0,0053	— 0,0049	— 0,0045	— 0,0042	— 0,0042	— 0,0039	— 0,0036	3'
2'	— 0,0037	— 0,0034	— 0,0030	— 0,0028	— 0,0026	— 0,0023	— 0,0021	— 0,0021	— 0,0019	— 0,0017	2'
1'	— 0,0011	— 0,0010	— 0,0009	— 0,0008	— 0,0007	— 0,0006	— 0,0006	— 0,0006	— 0,0005	— 0,0005	1'
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M	0,0070	0,0066	0,0062	0,0060	0,0058	0,0055	0,0053	0,0053	0,0051	0,0049	$\cdot p l^2$
zugeh. H	0,069	0,069	0,069	0,069	0,069	0,069	0,069	0,069	0,069	0,069	$\cdot p l^2 : f$
min M	— 0,0044	— 0,0043	— 0,0040	— 0,0039	— 0,0038	— 0,0036	— 0,0035	— 0,0035	— 0,0033	— 0,0033	$\cdot p l^2$
zugeh. H	0,060	0,060	0,060	0,061	0,061	0,062	0,062	0,062	0,062	0,063	$\cdot p l^2 : f$
10 · \mathfrak{M}	— 0,0151	— 0,0143	— 0,0133	— 0,0127	— 0,0120	— 0,0113	— 0,0109	— 0,0109	— 0,0105	— 0,0099	$\cdot l^2$
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n	

$$\frac{y_v}{f} = 0,21.$$

Moment im Kämpfer.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		-0,6956	-0,7133	-0,7354	-0,7487	-0,7638	-0,7813	-0,7911	-0,8017	-0,8133	<i>f</i>
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		-0,0338	-0,0341	-0,0345	-0,0348	-0,0352	-0,0358	-0,0361	-0,0366	-0,0371	1
2		-0,0536	-0,0546	-0,0560	-0,0569	-0,0583	-0,0599	-0,0610	-0,0624	-0,0641	2
3		-0,0625	-0,0641	-0,0666	-0,0682	-0,0704	-0,0733	-0,0752	-0,0775	-0,0804	3
4		-0,0626	-0,0649	-0,0681	-0,0703	-0,0731	-0,0769	-0,0794	-0,0824	-0,0861	4
5		-0,0564	-0,0588	-0,0624	-0,0648	-0,0679	-0,0721	-0,0748	-0,0780	-0,0821	5
6		-0,0455	-0,0478	-0,0512	-0,0536	-0,0566	-0,0605	-0,0630	-0,0661	-0,0698	6
7		-0,0316	-0,0335	-0,0364	-0,0383	-0,0407	-0,0439	-0,0459	-0,0483	-0,0511	7
8		-0,0161	-0,0174	-0,0192	-0,0204	-0,0219	-0,0239	-0,0251	-0,0265	-0,0280	8
9		-0,0002	-0,0006	-0,0012	-0,0015	-0,0019	-0,0023	-0,0025	-0,0026	-0,0026	9
10		0,0151	0,0157	0,0165	0,0171	0,0179	0,0191	0,0200	0,0212	0,0229	10
11		0,0289	0,0304	0,0326	0,0340	0,0360	0,0388	0,0407	0,0431	0,0463	11
12		0,0406	0,0428	0,0460	0,0482	0,0511	0,0551	0,0577	0,0611	0,0654	12
11'		0,0496	0,0523	0,0562	0,0588	0,0622	0,0670	0,0701	0,0740	0,0789	11'
10'		0,0556	0,0584	0,0625	0,0653	0,0689	0,0738	0,0770	0,0810	0,0861	10'
9'		0,0584	0,0611	0,0650	0,0677	0,0711	0,0757	0,0787	0,0824	0,0869	9'
8'		0,0580	0,0604	0,0637	0,0660	0,0690	0,0730	0,0755	0,0785	0,0822	8'
7'		0,0545	0,0564	0,0590	0,0608	0,0631	0,0662	0,0681	0,0703	0,0730	7'
6'		0,0483	0,0496	0,0514	0,0527	0,0542	0,0562	0,0575	0,0589	0,0606	6'
5'		0,0399	0,0406	0,0417	0,0423	0,0433	0,0444	0,0450	0,0456	0,0463	5'
4'		0,0300	0,0303	0,0307	0,0310	0,0313	0,0317	0,0318	0,0318	0,0319	4'
3'		0,0196	0,0196	0,0197	0,0197	0,0196	0,0196	0,0194	0,0192	0,0188	3'
2'		0,0101	0,0099	0,0098	0,0098	0,0096	0,0094	0,0093	0,0090	0,0086	2'
1'		0,0029	0,0028	0,0027	0,0027	0,0027	0,0025	0,0025	0,0023	0,0022	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max <i>M</i>		0,0212	0,0218	0,0231	0,0239	0,0248	0,0262	0,0270	0,0282	0,0294	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,093	0,093	0,094	0,095	0,095	0,096	0,096	0,097	0,098	$\cdot p l^2 : f$
min <i>M</i>		-0,0151	-0,0156	-0,0165	-0,0171	-0,0177	-0,0187	-0,0193	-0,0200	-0,0209	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,036	0,036	0,035	0,035	0,035	0,035	0,035	0,034	0,034	$\cdot p l^2 : f$
10 · <i>M</i>		-0,0368	-0,0383	-0,0402	-0,0416	-0,0434	-0,0459	-0,0475	-0,0496	-0,0524	$\cdot l^2$
<i>n</i>		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>

$$\frac{y_v}{f} = 0,21.$$

Moment im Gewölbeviertel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
	<i>y</i>	0,0944	0,0767	0,0546	0,0413	0,0262	0,0087	-0,0011	-0,0117	-0,0233	<i>f</i>
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0,0015	0,0015	0,0015	0,0014	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0010	1
	2	0,0062	0,0061	0,0059	0,0057	0,0055	0,0051	0,0048	0,0046	0,0042	2
	3	0,0140	0,0138	0,0134	0,0131	0,0127	0,0120	0,0116	0,0110	0,0103	3
	4	0,0252	0,0248	0,0242	0,0237	0,0230	0,0220	0,0214	0,0206	0,0195	4
	5	0,0397	0,0391	0,0382	0,0375	0,0366	0,0354	0,0346	0,0336	0,0323	5
	6	0,0574	0,0567	0,0555	0,0547	0,0536	0,0522	0,0513	0,0501	0,0487	6
	7	0,0367	0,0358	0,0345	0,0336	0,0324	0,0308	0,0299	0,0287	0,0274	7
	8	0,0191	0,0181	0,0166	0,0157	0,0145	0,0130	0,0121	0,0110	0,0098	8
	9	0,0046	0,0035	0,0020	0,0011	0,0000	-0,0013	-0,0021	-0,0030	-0,0040	9
	10	-0,0071	-0,0082	-0,0095	-0,0103	-0,0112	0,0123	-0,0128	-0,0135	-0,0141	10
	11	-0,0161	-0,0170	-0,0181	-0,0187	-0,0193	-0,0200	-0,0203	-0,0206	-0,0209	11
	12	-0,0225	-0,0232	-0,0239	-0,0242	-0,0245	-0,0247	-0,0247	-0,0247	-0,0245	12
	11'	-0,0265	-0,0269	-0,0271	-0,0271	-0,0270	-0,0267	-0,0264	-0,0260	-0,0254	11'
	10'	-0,0285	-0,0285	-0,0282	-0,0279	-0,0274	-0,0266	-0,0260	-0,0252	-0,0242	10'
	9'	-0,0286	-0,0282	-0,0274	-0,0268	-0,0260	-0,0248	-0,0240	-0,0230	-0,0217	9'
	8'	-0,0272	-0,0264	-0,0253	-0,0244	-0,0234	-0,0219	-0,0210	-0,0198	-0,0184	8'
	7'	-0,0244	-0,0234	-0,0220	-0,0211	-0,0199	-0,0183	-0,0173	-0,0162	-0,0147	7'
	6'	-0,0207	-0,0196	-0,0181	-0,0172	-0,0160	-0,0144	-0,0135	-0,0124	-0,0111	6'
	5'	-0,0164	-0,0154	-0,0139	-0,0130	-0,0120	-0,0106	-0,0098	-0,0088	-0,0077	5'
	4'	-0,0118	-0,0109	-0,0098	-0,0090	-0,0081	-0,0071	-0,0064	-0,0057	-0,0048	4'
	3'	-0,0074	-0,0068	-0,0060	-0,0054	-0,0048	-0,0041	-0,0037	-0,0032	-0,0026	3'
	2'	-0,0037	-0,0033	-0,0029	-0,0026	-0,0022	-0,0019	-0,0016	-0,0014	-0,0011	2'
	1'	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0005	-0,0004	-0,0003	-0,0003	1'
	0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
	max <i>M</i>	0,0084	0,0083	0,0079	0,0078	0,0075	0,0071	0,0069	0,0066	0,0063	$\cdot p l^2$
	zugeh. <i>H</i>	0,039	0,038	0,038	0,036	0,035	0,034	0,033	0,032	0,031	$\cdot p l^2 : f$
	min <i>M</i>	-0,0101	-0,0101	-0,0098	-0,0097	-0,0094	-0,0090	-0,0088	-0,0085	-0,0081	$\cdot p l^2$
	zugeh. <i>H</i>	0,090	0,091	0,092	0,094	0,095	0,097	0,098	0,099	0,101	$\cdot p l^2 : f$
	10 · <i>M</i>	0,0110	0,0115	0,0118	0,0120	0,0121	0,0122	0,0122	0,0121	0,0120	$\cdot l^2$
	<i>n</i>	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>

$\frac{y_v}{f} = 0,21.$ Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Scheitel.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		0,2542	0,2365	0,2144	0,2011	0,1860	0,1685	0,1587	0,1481	0,1365	<i>f</i>
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-0,0002	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1
2	-0,0001	0,0001	0,0003	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	2
3	0,0010	0,0013	0,0015	0,0015	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0015	0,0014	3
4	0,0037	0,0040	0,0041	0,0041	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0038	0,0036	4
5	0,0086	0,0087	0,0087	0,0086	0,0084	0,0082	0,0079	0,0077	0,0077	0,0073	5
6	0,0160	0,0159	0,0156	0,0154	0,0150	0,0145	0,0142	0,0142	0,0138	0,0133	6
7	0,0263	0,0259	0,0253	0,0248	0,0243	0,0235	0,0231	0,0225	0,0225	0,0219	7
8	0,0397	0,0390	0,0380	0,0374	0,0366	0,0357	0,0351	0,0344	0,0344	0,0336	8
9	0,0564	0,0554	0,0541	0,0533	0,0524	0,0512	0,0506	0,0498	0,0498	0,0489	9
10	0,0348	0,0336	0,0321	0,0312	0,0301	0,0289	0,0282	0,0274	0,0274	0,0265	10
11	0,0167	0,0154	0,0137	0,0128	0,0118	0,0106	0,0099	0,0092	0,0092	0,0083	11
12	0,0020	0,0007	-0,0008	-0,0016	-0,0026	-0,0036	-0,0042	-0,0048	-0,0048	-0,0054	12
11'	-0,0094	-0,0104	-0,0116	-0,0122	-0,0129	-0,0136	-0,0140	-0,0144	-0,0144	-0,0148	11'
10'	-0,0175	-0,0182	-0,0189	-0,0193	-0,0196	-0,0199	-0,0201	-0,0202	-0,0202	-0,0202	10'
9'	-0,0227	-0,0229	-0,0231	-0,0232	-0,0231	-0,0230	-0,0229	-0,0227	-0,0227	-0,0225	9'
8'	-0,0251	-0,0249	-0,0246	-0,0243	-0,0240	-0,0235	-0,0231	-0,0227	-0,0227	-0,0222	8'
7'	-0,0251	-0,0246	-0,0238	-0,0233	-0,0227	-0,0219	-0,0214	-0,0208	-0,0208	-0,0200	7'
6'	-0,0231	-0,0223	-0,0213	-0,0206	-0,0198	-0,0188	-0,0182	-0,0175	-0,0175	-0,0166	6'
5'	-0,0194	-0,0186	-0,0174	-0,0167	-0,0159	-0,0148	-0,0142	-0,0135	-0,0135	-0,0127	5'
4'	-0,0148	-0,0139	-0,0129	-0,0122	-0,0115	-0,0106	-0,0100	-0,0093	-0,0093	-0,0086	4'
3'	-0,0097	-0,0091	-0,0082	-0,0077	-0,0072	-0,0065	-0,0061	-0,0056	-0,0056	-0,0050	3'
2'	-0,0050	-0,0046	-0,0041	-0,0038	-0,0035	-0,0031	-0,0029	-0,0026	-0,0026	-0,0023	2'
1'	-0,0014	-0,0013	-0,0012	-0,0011	-0,0010	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0006	1'
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max <i>M</i>	0,0085	0,0083	0,0080	0,0079	0,0077	0,0074	0,0072	0,0070	0,0070	0,0068	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>	0,064	0,065	0,064	0,063	0,063	0,063	0,062	0,062	0,062	0,061	$\cdot p l^2 : f$
min <i>M</i>	-0,0073	-0,0073	-0,0071	-0,0071	-0,0070	-0,0068	-0,0066	-0,0064	-0,0064	-0,0063	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>	0,065	0,065	0,065	0,066	0,067	0,068	0,069	0,070	0,070	0,071	$\cdot p l^2 : f$
10 · <i>M</i>	-0,0066	-0,0058	-0,0050	-0,0045	-0,0039	-0,0034	-0,0030	-0,0027	-0,0027	-0,0023	$\cdot l^3$
<i>n</i>	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		<i>n</i>

$\frac{y_v}{f} = 0,21$. Moment im Gewölbebeachtel. (Nächst dem Kämpfer.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		-0,2040	-0,2217	-0,2438	-0,2571	-0,2722	-0,2897	-0,2995	-0,3101	-0,3217	$\cdot f$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,0041	0,0039	0,0037	0,0036	0,0034	0,0031	0,0029	0,0027	0,0024	0,0024	1
2	0,0157	0,0152	0,0145	0,0140	0,0134	0,0125	0,0119	0,0111	0,0102	0,0102	2
3	0,0337	0,0329	0,0316	0,0307	0,0296	0,0280	0,0269	0,0257	0,0240	0,0240	3
4	0,0156	0,0144	0,0127	0,0115	0,0099	0,0078	0,0063	0,0046	0,0024	0,0024	4
5	0,0022	0,0008	-0,0012	-0,0027	-0,0045	-0,0070	-0,0087	-0,0106	-0,0131	-0,0131	5
6	-0,0073	-0,0087	-0,0109	-0,0124	-0,0143	-0,0169	-0,0185	-0,0205	-0,0230	-0,0230	6
7	-0,0134	-0,0148	-0,0169	-0,0183	-0,0201	-0,0224	-0,0239	-0,0256	-0,0277	-0,0277	7
8	-0,0168	-0,0181	-0,0198	-0,0210	-0,0224	-0,0243	-0,0254	-0,0267	-0,0282	-0,0282	8
9	-0,0181	-0,0191	-0,0203	-0,0211	-0,0220	-0,0232	-0,0238	-0,0245	-0,0253	-0,0253	9
10	-0,0178	-0,0183	-0,0189	-0,0193	-0,0196	-0,0199	-0,0200	-0,0200	-0,0199	-0,0199	10
11	-0,0163	-0,0163	-0,0162	-0,0161	-0,0158	-0,0152	-0,0147	-0,0141	-0,0131	-0,0131	11
12	-0,0140	-0,0136	-0,0128	-0,0121	-0,0113	-0,0099	-0,0089	-0,0076	-0,0058	-0,0058	12
11'	-0,0112	-0,0103	-0,0090	-0,0079	-0,0065	-0,0045	-0,0031	-0,0013	0,0010	0,0010	11'
10'	-0,0083	-0,0071	-0,0052	-0,0039	-0,0022	0,0003	0,0019	0,0040	0,0066	0,0066	10'
9'	-0,0054	-0,0040	-0,0020	-0,0005	0,0015	0,0041	0,0058	0,0079	0,0106	0,0106	9'
8'	-0,0029	-0,0015	0,0007	0,0022	0,0041	0,0067	0,0084	0,0103	0,0128	0,0128	8'
7'	-0,0009	0,0006	0,0026	0,0040	0,0057	0,0081	0,0095	0,0112	0,0133	0,0133	7'
6'	0,0006	0,0019	0,0036	0,0048	0,0063	0,0082	0,0094	0,0107	0,0123	0,0123	6'
5'	0,0014	0,0025	0,0039	0,0048	0,0059	0,0074	0,0082	0,0092	0,0102	0,0102	5'
4'	0,0017	0,0025	0,0034	0,0041	0,0049	0,0058	0,0063	0,0069	0,0075	0,0075	4'
3'	0,0015	0,0019	0,0025	0,0029	0,0033	0,0039	0,0041	0,0044	0,0047	0,0047	3'
2'	0,0009	0,0011	0,0014	0,0016	0,0018	0,0020	0,0021	0,0022	0,0022	0,0022	2'
1'	0,0003	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	1'
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0, j
max M	0,0031	0,0031	0,0031	0,0033	0,0035	0,0038	0,0041	0,0044	0,0048	0,0048	$\cdot p l^2$
zugeh. H	0,026	0,031	0,037	0,041	0,045	0,051	0,053	0,056	0,060	0,060	$\cdot p l^2 \cdot f$
min M	-0,0055	-0,0055	-0,0055	-0,0056	-0,0057	-0,0059	-0,0060	-0,0062	-0,0064	-0,0064	$\cdot p l^2$
zugeh. H	0,103	0,098	0,092	0,089	0,085	0,080	0,078	0,075	0,072	0,072	$\cdot p l^2 \cdot f$
10 · \mathcal{M}	0,0138	0,0136	0,0130	0,0126	0,0120	0,0111	0,0105	0,0096	0,0085	0,0085	$\cdot l^2$
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	0,15	n

$$\frac{y_v}{f} = 0,20.$$

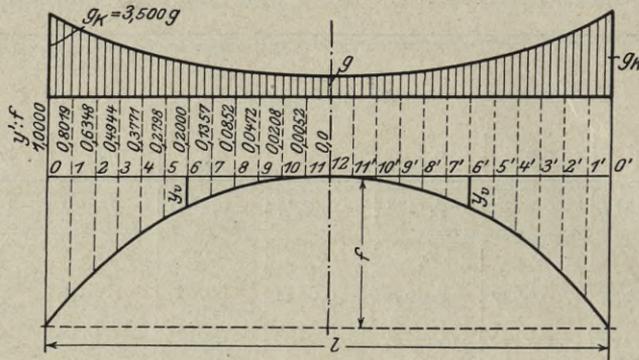


Abb. 132.

$$m = \frac{g_k}{g} = 3,500. \quad \tan \varphi_k = 5,165 \frac{f}{l}.$$

$$H_{g_0} = 0,1687 \frac{g l^2}{f}. \quad \cos \varphi_k = \frac{1}{\sqrt{1 + 26,68 \frac{f^2}{l^2}}}$$

$$V_{g_0} = 0,8713 g l.$$

Bogenkraft (Werte $H \frac{f}{l} (1 + \mu)$).

Einflusslinienordinate Nr.	$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$										$\frac{y'}{f}$	$\cdot f$
	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15			
y_s	0,2970	0,2795	0,2577	0,2446	0,2296	0,2124	0,2027	0,1922	0,1808			
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0000	0	
1	0,0067	0,0064	0,0060	0,0057	0,0054	0,0050	0,0047	0,0044	0,0039	0,8019	1	
2	0,0240	0,0232	0,0220	0,0213	0,0204	0,0191	0,0183	0,0173	0,0161	0,6348	2	
3	0,0486	0,0472	0,0455	0,0443	0,0429	0,0410	0,0397	0,0382	0,0362	0,4944	3	
4	0,0773	0,0758	0,0738	0,0725	0,0708	0,0686	0,0672	0,0655	0,0633	0,3771	4	
5	0,1078	0,1065	0,1047	0,1035	0,1021	0,1001	0,0989	0,0974	0,0955	0,2798	5	
6	0,1380	0,1372	0,1361	0,1354	0,1345	0,1334	0,1327	0,1318	0,1306	0,2000	6	
7	0,1661	0,1661	0,1662	0,1662	0,1662	0,1663	0,1663	0,1664	0,1665	0,1357	7	
8	0,1909	0,1919	0,1933	0,1942	0,1953	0,1968	0,1978	0,1990	0,2005	0,0852	8	
9	0,2112	0,2133	0,2160	0,2178	0,2201	0,2231	0,2250	0,2274	0,2304	0,0472	9	
10	0,2262	0,2292	0,2332	0,2358	0,2391	0,2434	0,2462	0,2496	0,2539	0,0208	10	
11	0,2355	0,2392	0,2440	0,2472	0,2512	0,2564	0,2597	0,2639	0,2691	0,0052	11	
12	0,2386	0,2425	0,2477	0,2511	0,2553	0,2609	0,2645	0,2689	0,2744	0,0000	12	
N	0,0827	0,0715	0,0597	0,0534	0,0469	0,0400	0,0363	0,0326	0,0287		$l f^2 : E J_s$	
\bar{y}	0,0189	0,0187	0,0184	0,0182	0,0180	0,0176	0,0174	0,0172	0,0169		$l^2 : f$	
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		n	

$$\frac{y_v}{f} = 0,20.$$

Moment im Scheitel.

	$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									· f
	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y	0,2970	0,2795	0,2577	0,2446	0,2296	0,2124	0,2027	0,1922	0,1808	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	-0,0005	1
2	-0,0037	-0,0034	-0,0030	-0,0028	-0,0025	-0,0023	-0,0021	-0,0019	-0,0017	2
3	-0,0066	-0,0061	-0,0056	-0,0052	-0,0048	-0,0044	-0,0041	-0,0039	-0,0035	3
4	-0,0091	-0,0085	-0,0078	-0,0075	-0,0070	-0,0065	-0,0062	-0,0059	-0,0055	4
5	-0,0103	-0,0098	-0,0092	-0,0088	-0,0085	-0,0080	-0,0078	-0,0075	-0,0072	5
6	-0,0097	-0,0094	-0,0090	-0,0088	-0,0086	-0,0083	-0,0082	-0,0080	-0,0078	6
7	-0,0068	-0,0068	-0,0068	-0,0068	-0,0068	-0,0068	-0,0068	-0,0068	-0,0068	7
8	-0,0011	-0,0015	-0,0020	-0,0022	-0,0025	-0,0029	-0,0031	-0,0033	-0,0035	8
9	0,0076	0,0068	0,0059	0,0053	0,0047	0,0040	0,0036	0,0032	0,0027	9
10	0,0196	0,0185	0,0171	0,0163	0,0154	0,0143	0,0138	0,0131	0,0124	10
11	0,0351	0,0336	0,0320	0,0310	0,0299	0,0286	0,0279	0,0271	0,0262	11
12	0,0541	0,0526	0,0508	0,0497	0,0485	0,0471	0,0463	0,0455	0,0446	12
11'	0,0351	0,0336	0,0320	0,0310	0,0299	0,0286	0,0279	0,0271	0,0262	11'
10'	0,0196	0,0185	0,0171	0,0163	0,0154	0,0143	0,0138	0,0131	0,0124	10'
9'	0,0076	0,0068	0,0059	0,0053	0,0047	0,0040	0,0036	0,0032	0,0027	9'
8'	-0,0011	-0,0015	-0,0020	-0,0022	-0,0025	-0,0029	-0,0031	-0,0033	-0,0035	8'
7'	-0,0068	-0,0068	-0,0068	-0,0068	-0,0068	-0,0068	-0,0068	-0,0068	-0,0068	7'
6'	-0,0097	-0,0094	-0,0090	-0,0088	-0,0086	-0,0083	-0,0082	-0,0080	-0,0078	6'
5'	-0,0103	-0,0098	-0,0092	-0,0088	-0,0085	-0,0080	-0,0078	-0,0075	-0,0072	5'
4'	-0,0091	-0,0085	-0,0078	-0,0075	-0,0070	-0,0065	-0,0062	-0,0059	-0,0055	4'
3'	-0,0066	-0,0061	-0,0056	-0,0052	-0,0048	-0,0044	-0,0041	-0,0039	-0,0035	3'
2'	-0,0037	-0,0034	-0,0030	-0,0028	-0,0025	-0,0023	-0,0021	-0,0019	-0,0017	2'
1'	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	-0,0005	1'
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M	0,0074	0,0070	0,0066	0,0064	0,0061	0,0058	0,0056	0,0054	0,0052	· p l ²
zugeh. H	0,072	0,072	0,072	0,072	0,072	0,072	0,072	0,072	0,073	· p l ² : f
min M	-0,0041	-0,0040	-0,0038	-0,0037	-0,0035	-0,0034	-0,0033	-0,0031	-0,0031	· p l ²
zugeh. H	0,057	0,058	0,058	0,059	0,059	0,060	0,060	0,061	0,061	· p l ² : f
10 · M	-0,0143	-0,0135	-0,0126	-0,0121	-0,0114	-0,0108	-0,0103	-0,0100	-0,0094	· l ²
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n

$$\frac{y_v}{f} = 0,20.$$

Moment im Kämpfer.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		-0,7030	-0,7205	-0,7423	-0,7554	-0,7704	-0,7876	-0,7973	-0,8078	-0,8192	$\cdot f$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,0336	0,0339	0,0344	0,0347	0,0351	0,0356	0,0360	0,0364	0,0370	0,0370	1
2	0,0532	0,0541	0,0556	0,0565	0,0577	0,0595	0,0606	0,0620	0,0636	0,0636	2
3	0,0615	0,0633	0,0657	0,0674	0,0694	0,0723	0,0742	0,0765	0,0795	0,0795	3
4	0,0614	0,0636	0,0668	0,0689	0,0717	0,0755	0,0779	0,0808	0,0845	0,0845	4
5	0,0548	0,0572	0,0607	0,0631	0,0661	0,0703	0,0729	0,0761	0,0800	0,0800	5
6	0,0436	0,0459	0,0493	0,0515	0,0545	0,0583	0,0607	0,0637	0,0674	0,0674	6
7	0,0296	0,0315	0,0341	0,0360	0,0383	0,0413	0,0433	0,0455	0,0482	0,0482	7
8	0,0140	0,0151	0,0168	0,0179	0,0193	0,0211	0,0222	0,0234	0,0248	0,0248	8
9	0,0020	0,0017	0,0013	0,0011	0,0008	0,0006	0,0005	0,0006	0,0008	0,0008	9
10	0,0172	0,0179	0,0189	0,0196	0,0206	0,0220	0,0231	0,0245	0,0264	0,0264	10
11	0,0311	0,0327	0,0350	0,0366	0,0388	0,0417	0,0437	0,0464	0,0498	0,0498	11
12	0,0427	0,0451	0,0485	0,0508	0,0538	0,0580	0,0609	0,0644	0,0690	0,0690	12
11'	0,0518	0,0546	0,0586	0,0614	0,0650	0,0699	0,0731	0,0773	0,0825	0,0825	11'
10'	0,0578	0,0607	0,0649	0,0678	0,0717	0,0768	0,0801	0,0843	0,0895	0,0895	10'
9'	0,0606	0,0634	0,0674	0,0702	0,0738	0,0786	0,0817	0,0855	0,0903	0,0903	9'
8'	0,0601	0,0626	0,0661	0,0685	0,0716	0,0757	0,0784	0,0815	0,0855	0,0855	8'
7'	0,0565	0,0585	0,0613	0,0631	0,0655	0,0687	0,0707	0,0731	0,0760	0,0760	7'
6'	0,0501	0,0515	0,0534	0,0547	0,0563	0,0585	0,0598	0,0613	0,0630	0,0630	6'
5'	0,0414	0,0422	0,0434	0,0441	0,0451	0,0462	0,0468	0,0476	0,0484	0,0484	5'
4'	0,0312	0,0315	0,0320	0,0323	0,0337	0,0330	0,0332	0,0334	0,0334	0,0334	4'
3'	0,0205	0,0205	0,0206	0,0206	0,0206	0,0205	0,0204	0,0202	0,0198	0,0198	3'
2'	0,0105	0,0105	0,0103	0,0102	0,0101	0,0099	0,0097	0,0094	0,0091	0,0091	2'
1'	0,0030	0,0030	0,0029	0,0028	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0023	0,0023	1'
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M	0,0222	0,0229	0,0242	0,0250	0,0260	0,0275	0,0284	0,0296	0,0309	0,0309	$\cdot p l^2$
zugeh. H	0,094	0,095	0,095	0,096	0,096	0,097	0,097	0,098	0,100	0,100	$\cdot p l^2 : f$
min M	-0,0146	-0,0151	-0,0160	-0,0165	-0,0171	-0,0181	-0,0187	-0,0193	-0,0202	-0,0202	$\cdot p l^2$
zugeh. H	0,035	0,035	0,035	0,035	0,035	0,035	0,035	0,034	0,034	0,034	$\cdot p l^2 : f$
10 · \mathcal{M}	-0,0341	-0,0354	-0,0372	-0,0386	-0,0403	-0,0427	-0,0442	-0,0463	-0,0488	-0,0488	$\cdot l^2$
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	0,15	n

$$\frac{y_v}{f} = 0,20.$$

Moment im Gewölbeviertel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		0,0970	0,0795	0,0577	0,0446	0,0296	0,0124	0,0027	- 0,0078	- 0,0192	<i>f</i>
Einflußlinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0012	0,0011	0,0011	0,0009	1
	2	0,0061	0,0060	0,0058	0,0056	0,0054	0,0051	0,0048	0,0045	0,0042	2
	3	0,0138	0,0137	0,0132	0,0129	0,0125	0,0118	0,0114	0,0109	0,0102	3
	4	0,0249	0,0245	0,0239	0,0234	0,0227	0,0218	0,0211	0,0203	0,0193	4
	5	0,0393	0,0387	0,0378	0,0371	0,0363	0,0350	0,0342	0,0332	0,0319	5
	6	0,0569	0,0562	0,0550	0,0542	0,0531	0,0517	0,0508	0,0496	0,0483	6
	7	0,0362	0,0352	0,0339	0,0329	0,0318	0,0302	0,0293	0,0281	0,0267	7
	8	0,0185	0,0174	0,0160	0,0150	0,0138	0,0123	0,0114	0,0103	0,0090	8
	9	0,0039	0,0028	0,0013	0,0003	- 0,0008	- 0,0022	- 0,0029	- 0,0039	- 0,0048	9
	10	- 0,0078	- 0,0089	- 0,0103	- 0,0111	- 0,0121	- 0,0132	- 0,0138	- 0,0144	- 0,0151	10
	11	- 0,0167	- 0,0177	- 0,0189	- 0,0196	- 0,0202	- 0,0209	- 0,0213	- 0,0216	- 0,0219	11
	12	- 0,0231	- 0,0239	- 0,0247	- 0,0251	- 0,0254	- 0,0257	- 0,0257	- 0,0257	- 0,0255	12
	11'	- 0,0272	- 0,0276	- 0,0279	- 0,0280	- 0,0279	- 0,0277	- 0,0274	- 0,0270	- 0,0264	11'
	10'	- 0,0292	- 0,0292	- 0,0290	- 0,0287	- 0,0282	- 0,0275	- 0,0269	- 0,0262	- 0,0252	10'
	9'	- 0,0293	- 0,0289	- 0,0282	- 0,0276	- 0,0268	- 0,0256	- 0,0248	- 0,0239	- 0,0226	9'
	8'	- 0,0278	- 0,0270	- 0,0259	- 0,0251	- 0,0241	- 0,0226	- 0,0217	- 0,0206	- 0,0192	8'
	7'	- 0,0250	- 0,0240	- 0,0226	- 0,0217	- 0,0205	- 0,0189	- 0,0180	- 0,0168	- 0,0154	7'
	6'	- 0,0212	- 0,0201	- 0,0186	- 0,0177	- 0,0165	- 0,0149	- 0,0140	- 0,0129	- 0,0115	6'
	5'	- 0,0168	- 0,0157	- 0,0143	- 0,0134	- 0,0123	- 0,0110	- 0,0101	- 0,0092	- 0,0081	5'
4'	- 0,0121	- 0,0112	- 0,0101	- 0,0093	- 0,0084	- 0,0073	- 0,0067	- 0,0059	- 0,0051	4'	
3'	- 0,0076	- 0,0070	- 0,0062	- 0,0056	- 0,0050	- 0,0042	- 0,0038	- 0,0033	- 0,0028	3'	
2'	- 0,0038	- 0,0034	- 0,0030	- 0,0027	- 0,0023	- 0,0019	- 0,0017	- 0,0015	- 0,0012	2'	
1'	- 0,0011	- 0,0009	- 0,0008	- 0,0007	- 0,0006	- 0,0005	- 0,0004	- 0,0004	- 0,0003	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max <i>M</i>	0,0083	0,0081	0,0078	0,0076	0,0073	0,0070	0,0068	0,0065	0,0062	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,039	0,038	0,038	0,036	0,035	0,034	0,033	0,032	0,031	$\cdot p l^2 : f$	
min <i>M</i>	- 0,0104	- 0,0103	- 0,0101	- 0,0099	- 0,0097	- 0,0094	- 0,0092	- 0,0089	- 0,0085	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,090	0,092	0,093	0,095	0,096	0,098	0,099	0,101	0,103	$\cdot p l^2 : f$	
10 · <i>M</i>	0,0103	0,0108	0,0111	0,0113	0,0114	0,0115	0,0115	0,0114	0,0113	$\cdot l^2$	
<i>n</i>	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>	

$\frac{y_v}{f} = 0,20$. Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Scheitel.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		0,2498	0,2323	0,2105	0,1974	0,1824	0,1652	0,1555	0,1450	0,1336	f
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		-0,0002	-0,0001	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1
2		-0,0001	0,0001	0,0003	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	2
3		0,0010	0,0013	0,0015	0,0015	0,0016	0,0016	0,0016	0,0015	0,0014	3
4		0,0039	0,0040	0,0041	0,0042	0,0041	0,0040	0,0039	0,0037	0,0035	4
5		0,0088	0,0088	0,0088	0,0087	0,0085	0,0082	0,0080	0,0077	0,0074	5
6		0,0163	0,0162	0,0158	0,0156	0,0152	0,0146	0,0143	0,0139	0,0134	6
7		0,0267	0,0263	0,0256	0,0251	0,0246	0,0238	0,0233	0,0227	0,0220	7
8		0,0403	0,0395	0,0385	0,0378	0,0370	0,0360	0,0354	0,0347	0,0339	8
9		0,0571	0,0560	0,0547	0,0538	0,0529	0,0517	0,0510	0,0502	0,0492	9
10		0,0357	0,0344	0,0327	0,0318	0,0307	0,0294	0,0287	0,0278	0,0269	10
11		0,0176	0,0162	0,0145	0,0135	0,0124	0,0111	0,0104	0,0096	0,0088	11
12		0,0029	0,0015	-0,0001	-0,0010	-0,0019	-0,0030	-0,0036	-0,0043	-0,0050	12
11'		-0,0085	-0,0096	-0,0109	-0,0116	-0,0123	-0,0131	-0,0135	-0,0139	-0,0143	11'
10'		-0,0167	-0,0175	-0,0183	-0,0187	-0,0190	-0,0194	-0,0196	-0,0197	-0,0198	10'
9'		-0,0220	-0,0223	-0,0226	-0,0226	-0,0227	-0,0226	-0,0225	-0,0224	-0,0221	9'
8'		-0,0245	-0,0244	-0,0242	-0,0239	-0,0236	-0,0231	-0,0228	-0,0224	-0,0219	8'
7'		-0,0247	-0,0242	-0,0235	-0,0230	-0,0224	-0,0216	-0,0211	-0,0206	-0,0199	7'
6'		-0,0228	-0,0220	-0,0210	-0,0204	-0,0196	-0,0187	-0,0181	-0,0174	-0,0166	6'
5'		-0,0192	-0,0184	-0,0173	-0,0166	-0,0158	-0,0148	-0,0142	-0,0135	-0,0126	5'
4'		-0,0147	-0,0139	-0,0128	-0,0122	-0,0114	-0,0105	-0,0100	-0,0094	-0,0087	4'
3'		-0,0097	-0,0090	-0,0082	-0,0077	-0,0072	-0,0065	-0,0061	-0,0056	-0,0051	3'
2'		-0,0050	-0,0046	-0,0041	-0,0038	-0,0035	-0,0031	-0,0029	-0,0026	-0,0023	2'
1'		-0,0014	-0,0013	-0,0011	-0,0011	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0007	-0,0006	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M		0,0087	0,0085	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,066	0,066	0,065	0,065	0,064	0,064	0,063	0,063	0,063	$\cdot p l^2 : f$
min M		-0,0072	-0,0072	-0,0071	-0,0070	-0,0069	-0,0067	-0,0065	-0,0064	-0,0062	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,063	0,064	0,065	0,066	0,067	0,068	0,069	0,070	0,071	$\cdot p l^2 : f$
10 · \mathcal{M}		-0,0063	-0,0055	-0,0048	-0,0043	-0,0037	-0,0032	-0,0029	-0,0026	-0,0022	$\cdot l^2$
n		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n

$\frac{y_v}{f} = 0,20$. Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Kämpfer.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		-0,1974	-0,2149	-0,2367	-0,2498	-0,2648	-0,2820	-0,2917	-0,3022	-0,3136	$\cdot f$
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		0,0041	0,0040	0,0038	0,0036	0,0034	0,0031	0,0029	0,0027	0,0024	1
2		0,0156	0,0152	0,0145	0,0140	0,0134	0,0125	0,0119	0,0111	0,0102	2
3		0,0335	0,0327	0,0315	0,0306	0,0295	0,0289	0,0269	0,0256	0,0240	3
4		0,0153	0,0141	0,0125	0,0113	0,0097	0,0076	0,0062	0,0045	0,0024	4
5		0,0017	0,0004	-0,0017	-0,0031	-0,0049	-0,0074	-0,0090	-0,0109	-0,0133	5
6		-0,0079	-0,0094	-0,0115	-0,0130	-0,0149	-0,0174	-0,0190	-0,0209	-0,0233	6
7		-0,0143	-0,0157	-0,0177	-0,0191	-0,0208	-0,0231	-0,0246	-0,0263	-0,0283	7
8		-0,0179	-0,0191	-0,0208	-0,0220	-0,0234	-0,0252	-0,0263	-0,0276	-0,0291	8
9		-0,0194	-0,0203	-0,0215	-0,0223	-0,0232	-0,0243	-0,0250	-0,0256	-0,0264	9
10		-0,0192	-0,0197	-0,0203	-0,0207	-0,0210	-0,0213	-0,0213	-0,0213	-0,0212	10
11		-0,0177	-0,0178	-0,0177	-0,0176	-0,0173	-0,0167	-0,0162	-0,0155	-0,0145	11
12		-0,0154	-0,0150	-0,0143	-0,0137	-0,0128	-0,0114	-0,0104	-0,0090	-0,0073	12
11'		-0,0126	-0,0118	-0,0105	-0,0094	-0,0080	-0,0060	-0,0046	-0,0027	-0,0004	11'
10'		-0,0096	-0,0084	-0,0066	-0,0053	-0,0035	-0,0011	0,0006	0,0027	0,0053	10'
9'		-0,0067	-0,0052	-0,0032	-0,0017	0,0003	0,0029	0,0047	0,0068	0,0095	9'
8'		-0,0040	-0,0025	-0,0003	0,0012	0,0031	0,0058	0,0074	0,0095	0,0120	8'
7'		-0,0018	-0,0003	0,0018	0,0032	0,0050	0,0073	0,0088	0,0106	0,0127	7'
6'		-0,0001	0,0012	0,0030	0,0042	0,0057	0,0077	0,0089	0,0103	0,0120	6'
5'		0,0009	0,0020	0,0035	0,0044	0,0056	0,0070	0,0079	0,0089	0,0101	5'
4'		0,0014	0,0022	0,0032	0,0039	0,0047	0,0056	0,0062	0,0068	0,0075	4'
3'		0,0013	0,0018	0,0024	0,0028	0,0033	0,0038	0,0041	0,0044	0,0047	3'
2'		0,0008	0,0011	0,0014	0,0016	0,0018	0,0020	0,0021	0,0022	0,0023	2'
1'		0,0003	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M		0,0030	0,0030	0,0031	0,0032	0,0034	0,0036	0,0039	0,0043	0,0046	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,022	0,027	0,033	0,037	0,042	0,048	0,050	0,054	0,058	$\cdot p l^2 : f$
min M		-0,0061	-0,0060	-0,0061	-0,0061	-0,0062	-0,0063	-0,0064	-0,0066	-0,0068	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,107	0,103	0,097	0,094	0,089	0,084	0,082	0,079	0,076	$\cdot p l^2 : f$
10 · \mathfrak{M}		0,0129	0,0128	0,0123	0,0119	0,0113	0,0105	0,0100	0,0092	0,0082	$\cdot l^2$
n		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n

$$\frac{y_v}{f} = 0,19.$$

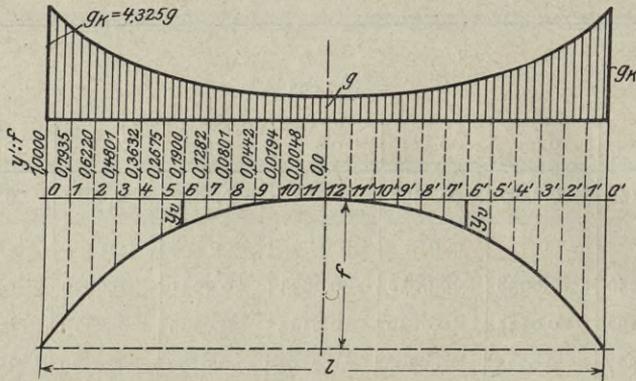


Abb. 133.

$$m = \frac{g_k}{g} = 4,325.$$

$$H_{g_0} = 0,1809 \frac{g l^2}{f}.$$

$$V_{g_0} = 0,9814 g l.$$

$$\tan \varphi_k = 5,426 \frac{f}{l}.$$

$$\cos \varphi_k = \frac{1}{\sqrt{1 + 29,44 \frac{f^2}{l^2}}}$$

Bogenkraft (Werte $H \frac{f}{l} (1 + \mu)$).

Einflusslinienordinate Nr.	$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$										$\frac{y'}{f}$	f
	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15			
y_s	0,2895	0,2723	0,2507	0,2378	0,2230	0,2060	0,1964	0,1861	0,1748			
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0000	0	
1	0,0068	0,0065	0,0061	0,0059	0,0055	0,0051	0,0048	0,0045	0,0040	0,7935	1	
2	0,0244	0,0236	0,0225	0,0218	0,0208	0,0196	0,0188	0,0178	0,0165	0,6220	2	
3	0,0493	0,0480	0,0463	0,0451	0,0437	0,0418	0,0406	0,0391	0,0372	0,4801	3	
4	0,0783	0,0768	0,0749	0,0736	0,0720	0,0699	0,0685	0,0668	0,0647	0,3632	4	
5	0,1089	0,1077	0,1060	0,1049	0,1035	0,1017	0,1006	0,0991	0,0973	0,2675	5	
6	0,1391	0,1384	0,1375	0,1369	0,1361	0,1352	0,1345	0,1338	0,1328	0,1900	6	
7	0,1672	0,1673	0,1675	0,1677	0,1679	0,1681	0,1683	0,1686	0,1689	0,1282	7	
8	0,1918	0,1930	0,1946	0,1956	0,1969	0,1987	0,1998	0,2012	0,2030	0,0801	8	
9	0,2120	0,2142	0,2172	0,2191	0,2216	0,2248	0,2270	0,2295	0,2329	0,0442	9	
10	0,2269	0,2301	0,2343	0,2371	0,2405	0,2451	0,2480	0,2517	0,2563	0,0194	10	
11	0,2361	0,2399	0,2450	0,2483	0,2525	0,2580	0,2615	0,2660	0,2714	0,0048	11	
12	0,2391	0,2432	0,2487	0,2522	0,2566	0,2625	0,2662	0,2708	0,2767	0,0000	12	
N	0,0815	0,0705	0,0587	0,0525	0,0459	0,0391	0,0355	0,0318	0,0279		$l f^2 : E J_s$	
δ	0,0191	0,0189	0,0186	0,0184	0,0182	0,0179	0,0177	0,0175	0,0172		$l^2 : f$	
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		n	

$$\frac{y_v}{f} = 0,19.$$

Moment im Scheitel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$										
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		
<i>y</i>		0,2895	0,2723	0,2507	0,2378	0,2230	0,2060	0,1964	0,1861	0,1748	<i>f</i>	
Einfußlinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	1	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	-0,0004	1	
	2	-0,0036	-0,0033	-0,0029	-0,0027	-0,0025	-0,0022	-0,0021	-0,0019	-0,0017	2	
	3	-0,0065	-0,0060	-0,0054	-0,0051	-0,0047	-0,0043	-0,0041	-0,0038	-0,0035	3	
	4	-0,0088	-0,0082	-0,0076	-0,0072	-0,0068	-0,0063	-0,0061	-0,0058	-0,0054	4	
	5	-0,0098	-0,0094	-0,0088	-0,0085	-0,0081	-0,0077	-0,0075	-0,0072	-0,0069	5	
	6	-0,0090	-0,0088	-0,0084	-0,0082	-0,0080	-0,0078	-0,0077	-0,0075	-0,0074	6	
	7	-0,0058	-0,0059	-0,0060	-0,0060	-0,0061	-0,0061	-0,0061	-0,0062	-0,0062	7	
	8	0,0000	-0,0004	-0,0010	-0,0012	-0,0016	-0,0020	-0,0022	-0,0022	-0,0025	-0,0027	8
	9	0,0089	0,0081	0,0071	0,0065	0,0058	0,0051	0,0046	0,0042	0,0036	9	
	10	0,0211	0,0199	0,0184	0,0176	0,0166	0,0155	0,0149	0,0142	0,0135	10	
	11	0,0367	0,0352	0,0334	0,0324	0,0312	0,0299	0,0292	0,0283	0,0274	11	
	12	0,0558	0,0542	0,0522	0,0511	0,0499	0,0485	0,0477	0,0468	0,0458	12	
	11'	0,0367	0,0352	0,0334	0,0324	0,0312	0,0299	0,0292	0,0283	0,0274	11'	
	10'	0,0211	0,0199	0,0184	0,0176	0,0166	0,0155	0,0149	0,0142	0,0135	10'	
	9'	0,0089	0,0081	0,0071	0,0065	0,0058	0,0051	0,0046	0,0042	0,0036	9'	
8'	0,0000	-0,0004	-0,0010	-0,0012	-0,0016	-0,0020	-0,0022	-0,0025	-0,0027	8'		
7'	-0,0058	-0,0059	-0,0060	-0,0060	-0,0061	-0,0061	-0,0061	-0,0062	-0,0062	7'		
6'	-0,0090	-0,0088	-0,0084	-0,0082	-0,0080	-0,0078	-0,0077	-0,0075	-0,0074	6'		
5'	-0,0098	-0,0094	-0,0088	-0,0085	-0,0081	-0,0077	-0,0075	-0,0072	-0,0069	5'		
4'	-0,0088	-0,0082	-0,0076	-0,0072	-0,0068	-0,0063	-0,0061	-0,0058	-0,0054	4'		
3'	-0,0065	-0,0060	-0,0054	-0,0051	-0,0047	-0,0043	-0,0041	-0,0038	-0,0035	3'		
2'	-0,0036	-0,0033	-0,0029	-0,0027	-0,0025	-0,0022	-0,0021	-0,0019	-0,0017	2'		
1'	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	-0,0004	1'		
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'		
max <i>M</i>	0,0079	0,0075	0,0070	0,0068	0,0065	0,0062	0,0060	0,0058	0,0056	$\cdot p l^2$		
zugeh. <i>H</i>	0,074	0,074	0,075	0,075	0,075	0,075	0,075	0,076	0,076	$\cdot p l^2 : f$		
min <i>M</i>	-0,0038	-0,0038	-0,0035	-0,0034	-0,0033	-0,0033	-0,0031	-0,0030	-0,0030	$\cdot p l^2$		
zugeh. <i>H</i>	0,056	0,057	0,057	0,057	0,057	0,058	0,059	0,059	0,059	$\cdot p l^2 : f$		
$10 \cdot \mathfrak{M}$	-0,0135	-0,0127	-0,0119	-0,0114	-0,0108	-0,0102	-0,0098	-0,0095	-0,0089	$\cdot l^2$		
<i>n</i>	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>		

$$\frac{y_v}{f} = 0,19.$$

Moment im Kämpfer.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		-0,7105	-0,7277	-0,7493	-0,7622	-0,7770	-0,7940	-0,8036	-0,8139	-0,8252	<i>f</i>
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		-0,0334	-0,0338	-0,0342	-0,0345	-0,0350	-0,0355	-0,0359	-0,0363	-0,0369	1
2		-0,0527	-0,0537	-0,0550	-0,0560	-0,0573	-0,0590	-0,0601	-0,0615	-0,0632	2
3		-0,0607	-0,0624	-0,0647	-0,0664	-0,0685	-0,0714	-0,0733	-0,0756	-0,0784	3
4		-0,0601	-0,0623	-0,0654	-0,0676	-0,0703	-0,0740	-0,0764	-0,0794	-0,0830	4
5		-0,0532	-0,0556	-0,0590	-0,0613	-0,0644	-0,0684	-0,0709	-0,0741	-0,0780	5
6		-0,0418	-0,0441	-0,0473	-0,0495	-0,0523	-0,0560	-0,0584	-0,0612	-0,0648	6
7		-0,0275	-0,0294	-0,0320	-0,0337	-0,0359	-0,0388	-0,0406	-0,0427	-0,0452	7
8		-0,0118	-0,0130	-0,0145	-0,0155	-0,0168	-0,0184	-0,0193	-0,0204	-0,0215	8
9		0,0041	0,0039	0,0037	0,0035	0,0034	0,0034	0,0035	0,0037	0,0043	9
10		0,0194	0,0202	0,0214	0,0222	0,0233	0,0250	0,0261	0,0277	0,0299	10
11		0,0333	0,0350	0,0374	0,0391	0,0414	0,0446	0,0468	0,0497	0,0533	11
12		0,0449	0,0474	0,0509	0,0533	0,0565	0,0610	0,0639	0,0676	0,0725	12
11'		0,0540	0,0569	0,0610	0,0639	0,0677	0,0728	0,0762	0,0806	0,0860	11'
10'		0,0599	0,0630	0,0674	0,0704	0,0743	0,0797	0,0831	0,0875	0,0930	10'
9'		0,0627	0,0656	0,0698	0,0727	0,0764	0,0814	0,0847	0,0886	0,0938	9'
8'		0,0622	0,0648	0,0684	0,0709	0,0741	0,0785	0,0812	0,0845	0,0887	8'
7'		0,0585	0,0605	0,0634	0,0654	0,0679	0,0712	0,0733	0,0759	0,0790	7'
6'		0,0520	0,0534	0,0554	0,0568	0,0585	0,0608	0,0621	0,0738	0,0756	6'
5'		0,0430	0,0439	0,0451	0,0459	0,0468	0,0481	0,0488	0,0496	0,0504	5'
4'		0,0325	0,0328	0,0334	0,0337	0,0341	0,0345	0,0347	0,0348	0,0349	4'
3'		0,0214	0,0214	0,0215	0,0214	0,0215	0,0214	0,0213	0,0211	0,0208	3'
2'		0,0110	0,0109	0,0108	0,0108	0,0106	0,0104	0,0102	0,0099	0,0095	2'
1'		0,0032	0,0031	0,0030	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0024	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max <i>M</i>		0,0233	0,0240	0,0253	0,0262	0,0272	0,0287	0,0298	0,0310	0,0325	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,096	0,097	0,097	0,098	0,098	0,099	0,100	0,101	0,102	$\cdot p l^2 : f$
min <i>M</i>		-0,0142	-0,0147	-0,0155	-0,0160	-0,0166	-0,0175	-0,0181	-0,0187	-0,0196	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,034	0,034	0,034	0,034	0,034	0,034	0,034	0,034	0,033	$\cdot p l^2 : f$
10 · <i>M</i>		-0,0314	-0,0326	-0,0344	-0,0356	-0,0373	-0,0395	-0,0409	-0,0429	-0,0453	$\cdot l^2$
<i>n</i>		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>

$$\frac{y_v}{f} = 0,19.$$

Moment im Gewölbeviertel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		0,0995	0,0823	0,0607	0,0478	0,0330	0,0160	0,0064	-0,0039	-0,0152	<i>f</i>
Einflusslinien- ordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0,0015	0,0014	0,0014	0,0014	0,0013	0,0012	0,0011	0,0010	0,0009	1
	2	0,0060	0,0059	0,0057	0,0056	0,0053	0,0050	0,0048	0,0045	0,0041	2
	3	0,0136	0,0135	0,0131	0,0128	0,0123	0,0117	0,0113	0,0107	0,0100	3
	4	0,0246	0,0243	0,0236	0,0231	0,0225	0,0215	0,0209	0,0201	0,0191	4
	5	0,0389	0,0383	0,0375	0,0368	0,0359	0,0346	0,0338	0,0328	0,0316	5
	6	0,0565	0,0557	0,0545	0,0537	0,0526	0,0512	0,0503	0,0491	0,0478	6
	7	0,0356	0,0346	0,0333	0,0323	0,0312	0,0296	0,0286	0,0275	0,0261	7
	8	0,0180	0,0168	0,0153	0,0143	0,0131	0,0116	0,0106	0,0095	0,0083	8
	9	0,0033	0,0021	0,0006	-0,0004	-0,0016	-0,0030	-0,0038	-0,0047	-0,0058	9
	10	-0,0084	-0,0096	-0,0111	-0,0120	-0,0129	-0,0141	-0,0147	-0,0154	-0,0161	10
	11	-0,0174	-0,0185	-0,0197	-0,0204	-0,0211	-0,0219	-0,0223	-0,0226	-0,0229	11
	12	-0,0238	-0,0247	-0,0255	-0,0260	-0,0263	-0,0266	-0,0267	-0,0267	-0,0266	12
	11'	-0,0279	-0,0284	-0,0287	-0,0288	-0,0288	-0,0286	-0,0284	-0,0280	-0,0274	11'
	10'	-0,0298	-0,0299	-0,0297	-0,0295	-0,0291	-0,0284	-0,0278	-0,0272	-0,0262	10'
	9'	-0,0299	-0,0296	-0,0289	-0,0284	-0,0276	-0,0265	-0,0257	-0,0247	-0,0235	9'
	8'	-0,0283	-0,0277	-0,0266	-0,0258	-0,0248	-0,0234	-0,0225	-0,0214	-0,0200	8'
	7'	-0,0255	-0,0246	-0,0232	-0,0223	-0,0211	-0,0196	-0,0186	-0,0174	-0,0160	7'
	6'	-0,0217	-0,0206	-0,0191	-0,0182	-0,0170	-0,0154	-0,0145	-0,0134	-0,0120	6'
	5'	-0,0172	-0,0161	-0,0147	-0,0138	-0,0127	-0,0114	-0,0105	-0,0095	-0,0084	5'
4'	-0,0124	-0,0115	-0,0103	-0,0096	-0,0087	-0,0076	-0,0069	-0,0062	-0,0053	4'	
3'	-0,0078	-0,0072	-0,0063	-0,0058	-0,0052	-0,0044	-0,0040	-0,0035	-0,0029	3'	
2'	-0,0039	-0,0035	-0,0031	-0,0028	-0,0024	-0,0020	-0,0018	-0,0015	-0,0012	2'	
1'	-0,0011	-0,0010	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0005	-0,0004	-0,0004	-0,0003	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max <i>M</i>	0,0082	0,0080	0,0077	0,0075	0,0072	0,0069	0,0067	0,0064	0,0061	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,039	0,038	0,037	0,036	0,035	0,034	0,033	0,032	0,031	$\cdot p l^2 : f$	
min <i>M</i>	-0,0107	-0,0106	-0,0105	-0,0103	-0,0101	-0,0098	-0,0096	-0,0093	-0,0089	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,091	0,093	0,094	0,096	0,097	0,099	0,101	0,103	0,104	$\cdot p l^2 : f$	
10 · \mathfrak{M}	0,0097	0,0101	0,0104	0,0106	0,0107	0,0108	0,0109	0,0108	0,0107	$\cdot l^2$	
<i>n</i>	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>	

$$\frac{y_v}{f} = 0,19.$$

Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Scheitel.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		0,2453	0,2281	0,2065	0,1936	0,1788	0,1618	0,1522	0,1419	0,1306	<i>f</i>
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	— 0,0002	— 0,0001	— 0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1
2	— 0,0001	0,0001	0,0002	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	2
3	0,0011	0,0013	0,0015	0,0016	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0015	0,0014	3
4	0,0040	0,0041	0,0042	0,0042	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0038	0,0036	4
5	0,0090	0,0090	0,0089	0,0088	0,0086	0,0083	0,0081	0,0078	0,0078	0,0074	5
6	0,0167	0,0164	0,0161	0,0158	0,0154	0,0148	0,0145	0,0140	0,0140	0,0135	6
7	0,0272	0,0267	0,0260	0,0255	0,0249	0,0240	0,0235	0,0229	0,0229	0,0222	7
8	0,0409	0,0401	0,0390	0,0383	0,0374	0,0364	0,0357	0,0350	0,0350	0,0341	8
9	0,0579	0,0567	0,0553	0,0544	0,0534	0,0521	0,0514	0,0506	0,0506	0,0496	9
10	0,0365	0,0352	0,0335	0,0324	0,0313	0,0300	0,0292	0,0283	0,0283	0,0274	10
11	0,0185	0,0170	0,0153	0,0142	0,0131	0,0117	0,0110	0,0102	0,0102	0,0093	11
12	0,0039	0,0024	0,0007	— 0,0002	— 0,0012	— 0,0024	— 0,0030	— 0,0037	— 0,0037	— 0,0044	12
11'	— 0,0076	— 0,0088	— 0,0101	— 0,0108	— 0,0116	— 0,0125	— 0,0129	— 0,0134	— 0,0134	— 0,0138	11'
10'	— 0,0159	— 0,0167	— 0,0176	— 0,0180	— 0,0184	— 0,0189	— 0,0191	— 0,0193	— 0,0193	— 0,0194	10'
9'	— 0,0212	— 0,0216	— 0,0219	— 0,0221	— 0,0221	— 0,0221	— 0,0221	— 0,0221	— 0,0220	— 0,0218	9'
8'	— 0,0239	— 0,0239	— 0,0237	— 0,0235	— 0,0232	— 0,0228	— 0,0225	— 0,0221	— 0,0221	— 0,0217	8'
7'	— 0,0242	— 0,0237	— 0,0231	— 0,0227	— 0,0221	— 0,0214	— 0,0209	— 0,0204	— 0,0204	— 0,0197	7'
6'	— 0,0224	— 0,0217	— 0,0208	— 0,0202	— 0,0194	— 0,0185	— 0,0179	— 0,0173	— 0,0173	— 0,0164	6'
5'	— 0,0190	— 0,0182	— 0,0171	— 0,0165	— 0,0157	— 0,0147	— 0,0141	— 0,0134	— 0,0134	— 0,0126	5'
4'	— 0,0146	— 0,0138	— 0,0128	— 0,0122	— 0,0114	— 0,0105	— 0,0100	— 0,0094	— 0,0094	— 0,0086	4'
3'	— 0,0097	— 0,0090	— 0,0082	— 0,0077	— 0,0072	— 0,0065	— 0,0061	— 0,0056	— 0,0056	— 0,0051	3'
2'	— 0,0050	— 0,0046	— 0,0041	— 0,0039	— 0,0035	— 0,0031	— 0,0029	— 0,0026	— 0,0026	— 0,0023	2'
1'	— 0,0014	— 0,0013	— 0,0011	— 0,0011	— 0,0009	— 0,0008	— 0,0007	— 0,0007	— 0,0007	— 0,0006	1'
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max <i>M</i>	0,0089	0,0087	0,0083	0,0081	0,0079	0,0076	0,0074	0,0072	0,0072	0,0070	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>	0,067	0,067	0,066	0,066	0,065	0,065	0,064	0,064	0,064	0,064	$\cdot p l^2 : f$
min <i>M</i>	— 0,0069	— 0,0069	— 0,0068	— 0,0067	— 0,0067	— 0,0066	— 0,0064	— 0,0063	— 0,0063	— 0,0062	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>	0,063	0,064	0,065	0,066	0,067	0,068	0,070	0,071	0,071	0,071	$\cdot p l^2 : f$
10 · <i>M</i>	— 0,0058	— 0,0052	— 0,0045	— 0,0040	— 0,0035	— 0,0031	— 0,0027	— 0,0025	— 0,0025	— 0,0021	$\cdot l^2$
<i>n</i>	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>	

$\frac{y_v}{f} = 0,19.$ Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Kämpfer.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		-0,1906	-0,2078	-0,2294	-0,2423	-0,2571	-0,2741	-0,2837	-0,2940	-0,3053	$\cdot f$
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		0,0041	0,0039	0,0037	0,0036	0,0034	0,0031	0,0029	0,0027	0,0024	1
2		0,0155	0,0151	0,0144	0,0140	0,0133	0,0124	0,0119	0,0111	0,0102	2
3		0,0333	0,0325	0,0314	0,0305	0,0294	0,0278	0,0268	0,0256	0,0240	3
4		0,0149	0,0138	0,0122	0,0110	0,0095	0,0074	0,0060	0,0043	0,0023	4
5		0,0012	-0,0002	-0,0021	-0,0035	-0,0053	-0,0077	-0,0093	-0,0112	-0,0135	5
6		-0,0087	-0,0101	-0,0122	-0,0136	-0,0155	-0,0180	-0,0195	-0,0214	-0,0238	6
7		-0,0152	-0,0166	-0,0186	-0,0200	-0,0217	-0,0239	-0,0253	-0,0270	-0,0290	7
8		-0,0190	-0,0202	-0,0219	-0,0231	-0,0245	-0,0263	-0,0273	-0,0286	-0,0300	8
9		-0,0206	-0,0216	-0,0228	-0,0236	-0,0245	-0,0256	-0,0262	-0,0269	-0,0275	9
10		-0,0206	-0,0211	-0,0218	-0,0221	-0,0225	-0,0227	-0,0227	-0,0228	-0,0225	10
11		-0,0192	-0,0193	-0,0193	-0,0192	-0,0189	-0,0183	-0,0178	-0,0170	-0,0160	11
12		-0,0169	-0,0166	-0,0159	-0,0153	-0,0144	-0,0130	-0,0120	-0,0107	-0,0088	12
11'		-0,0141	-0,0133	-0,0120	-0,0110	-0,0096	-0,0075	-0,0061	-0,0043	-0,0019	11'
10'		-0,0110	-0,0099	-0,0081	-0,0068	-0,0050	-0,0025	-0,0009	0,0013	0,0040	10'
9'		-0,0079	-0,0066	-0,0045	-0,0030	-0,0010	0,0016	0,0035	0,0056	0,0084	9'
8'		-0,0051	-0,0036	-0,0014	0,0001	0,0020	0,0047	0,0064	0,0085	0,0111	8'
7'		-0,0027	-0,0013	0,0008	0,0023	0,0041	0,0065	0,0080	0,0099	0,0121	7'
6'		-0,0008	0,0005	0,0023	0,0036	0,0051	0,0071	0,0084	0,0098	0,0115	6'
5'		0,0004	0,0015	0,0030	0,0040	0,0052	0,0067	0,0076	0,0086	0,0099	5'
4'		0,0010	0,0018	0,0029	0,0036	0,0044	0,0054	0,0060	0,0066	0,0074	4'
3'		0,0011	0,0016	0,0023	0,0027	0,0032	0,0037	0,0040	0,0044	0,0047	3'
2'		0,0007	0,0010	0,0013	0,0015	0,0017	0,0019	0,0021	0,0022	0,0022	2'
1'		0,0003	0,0003	0,0004	0,0005	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M		0,0029	0,0029	0,0029	0,0030	0,0031	0,0034	0,0037	0,0040	0,0044	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,020	0,024	0,030	0,035	0,039	0,045	0,048	0,053	0,057	$\cdot p l^2 : f$
min M		-0,0067	-0,0067	-0,0066	-0,0067	-0,0067	-0,0068	-0,0069	-0,0070	-0,0071	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,110	0,107	0,101	0,097	0,093	0,088	0,086	0,082	0,078	$\cdot p l^2 : f$
10 · \mathfrak{M}		0,0120	0,0119	0,0114	0,0109	0,0106	0,0099	0,0094	0,0086	0,0077	$\cdot l^2$
n		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n

$$\frac{y_c}{f} = 0,18.$$

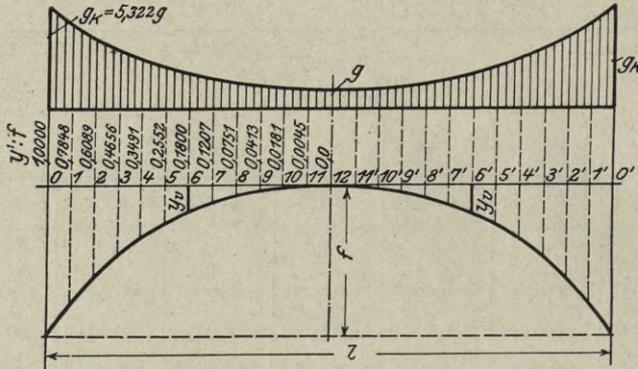


Abb. 134.

$$m = \frac{g_k}{g} = 5,322.$$

$$H_{g_0} = 0,1946 \frac{g l^2}{f}.$$

$$V_{g_0} = 1,1093 g l.$$

$$\tan \varphi_k = 5,699 \frac{f}{l}.$$

$$\cos \varphi_k = \frac{1}{\sqrt{1 + 32,48 \frac{f^2}{l^2}}}$$

Bogenkraft (Werte $H \frac{f}{l} (1 + \mu)$).

	$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									$\frac{y'}{f}$	
	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		
y_s	0,2820	0,2650	0,2437	0,2309	0,2164	0,1996	0,1901	0,1799	0,1688		$\cdot f$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0000	0
1	0,0069	0,0066	0,0063	0,0060	0,0057	0,0053	0,0050	0,0046	0,0042	0,7848	1
2	0,0249	0,0240	0,0229	0,0222	0,0213	0,0201	0,0193	0,0183	0,0170	0,6089	2
3	0,0500	0,0488	0,0471	0,0460	0,0446	0,0427	0,0415	0,0400	0,0381	0,4656	3
4	0,0792	0,0778	0,0760	0,0747	0,0732	0,0712	0,0698	0,0682	0,0661	0,3491	4
5	0,1100	0,1088	0,1073	0,1062	0,1050	0,1033	0,1022	0,1009	0,0992	0,2552	5
6	0,1402	0,1396	0,1388	0,1383	0,1377	0,1369	0,1364	0,1358	0,1350	0,1800	6
7	0,1682	0,1685	0,1689	0,1691	0,1695	0,1700	0,1703	0,1707	0,1712	0,1207	7
8	0,1927	0,1940	0,1958	0,1970	0,1985	0,2004	0,2017	0,2033	0,2054	0,0751	8
9	0,2127	0,2151	0,2183	0,2204	0,2230	0,2265	0,2288	0,2316	0,2352	0,0413	9
10	0,2275	0,2308	0,2353	0,2382	0,2418	0,2466	0,2498	0,2536	0,2586	0,0181	10
11	0,2365	0,2405	0,2459	0,2493	0,2537	0,2595	0,2632	0,2678	0,2736	0,0045	11
12	0,2396	0,2438	0,2495	0,2532	0,2578	0,2639	0,2678	0,2727	0,2789	0,0000	12
N	0,0805	0,0694	0,0577	0,0515	0,0450	0,0382	0,0347	0,0310	0,0271		$\cdot l^2 : E J_s$
\tilde{S}	0,0192	0,0190	0,0188	0,0186	0,0184	0,0182	0,0180	0,0178	0,0175		$l^2 : f$
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		n

Einflusslinienordinate Nr.

$$\frac{y_v}{f} = 0,18.$$

Moment im Scheitel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \gamma_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		0,2820	0,2650	0,2437	0,2309	0,2164	0,1996	0,1901	0,1799	0,1688	$\cdot f$
Einflußlinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	-0,0004	1
	2	-0,0036	-0,0032	-0,0029	-0,0027	-0,0025	-0,0022	-0,0021	-0,0019	-0,0017	2
	3	-0,0063	-0,0058	-0,0053	-0,0050	-0,0046	-0,0042	-0,0040	-0,0037	-0,0034	3
	4	-0,0084	-0,0079	-0,0073	-0,0070	-0,0066	-0,0061	-0,0059	-0,0056	-0,0053	4
	5	-0,0093	-0,0089	-0,0084	-0,0080	-0,0077	-0,0074	-0,0071	-0,0069	-0,0066	5
	6	-0,0083	-0,0080	-0,0078	-0,0076	-0,0075	-0,0073	-0,0072	-0,0071	-0,0069	6
	7	-0,0049	-0,0050	-0,0051	-0,0052	-0,0053	-0,0054	-0,0054	-0,0055	-0,0056	7
	8	0,0012	0,0007	0,0001	-0,0002	-0,0006	-0,0011	-0,0013	-0,0016	-0,0019	8
	9	0,0103	0,0094	0,0083	0,0077	0,0070	0,0062	0,0057	0,0051	0,0046	9
	10	0,0226	0,0214	0,0198	0,0189	0,0179	0,0168	0,0162	0,0155	0,0146	10
	11	0,0384	0,0368	0,0349	0,0339	0,0326	0,0312	0,0305	0,0296	0,0287	11
	12	0,0574	0,0558	0,0538	0,0527	0,0514	0,0499	0,0491	0,0482	0,0471	12
	11'	0,0384	0,0368	0,0349	0,0339	0,0326	0,0312	0,0305	0,0296	0,0287	11'
	10'	0,0226	0,0214	0,0198	0,0189	0,0179	0,0168	0,0162	0,0155	0,0146	10'
	9'	0,0103	0,0094	0,0083	0,0077	0,0070	0,0062	0,0057	0,0051	0,0046	9'
	8'	0,0012	0,0007	0,0001	-0,0002	-0,0006	-0,0011	-0,0013	-0,0016	-0,0019	8'
	7'	-0,0049	-0,0050	-0,0051	-0,0052	-0,0053	-0,0054	-0,0054	-0,0055	-0,0056	7'
	6'	-0,0083	-0,0080	-0,0078	-0,0076	-0,0075	-0,0073	-0,0072	-0,0071	-0,0069	6'
5'	-0,0093	-0,0089	-0,0084	-0,0080	-0,0077	-0,0074	-0,0071	-0,0069	-0,0066	5'	
4'	-0,0084	-0,0079	-0,0073	-0,0070	-0,0066	-0,0061	-0,0059	-0,0056	-0,0053	4'	
3'	-0,0063	-0,0058	-0,0053	-0,0050	-0,0046	-0,0042	-0,0040	-0,0037	-0,0034	3'	
2'	-0,0036	-0,0032	-0,0029	-0,0027	-0,0025	-0,0022	-0,0021	-0,0019	-0,0017	2'	
1'	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	-0,0004	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max M	0,0084	0,0080	0,0075	0,0072	0,0069	0,0066	0,0064	0,0061	0,0059	$\cdot p l^2$	
zugeh. H	0,077	0,077	0,077	0,077	0,077	0,077	0,078	0,078	0,078	$\cdot p l^2 : f$	
min M	-0,0035	-0,0035	-0,0033	-0,0032	-0,0031	-0,0030	-0,0029	-0,0027	-0,0027	$\cdot p l^2$	
zugeh. H	0,054	0,054	0,055	0,056	0,057	0,058	0,058	0,058	0,059	$\cdot p l^2 : f$	
10 · \mathcal{M}	-0,0125	-0,0119	-0,0111	-0,0106	-0,0101	-0,0096	-0,0092	-0,0089	-0,0084	$\cdot l^2$	
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n	

$$\frac{y_v}{f} = 0,18.$$

Moment im Kämpfer.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		-0,7180	-0,7350	-0,7563	-0,7691	-0,7836	-0,8004	-0,8099	-0,8201	-0,8312	$\cdot f$
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		-0,0333	-0,0337	-0,0340	-0,0344	-0,0348	-0,0353	-0,0357	-0,0362	-0,0367	1
2		-0,0522	-0,0532	-0,0546	-0,0555	-0,0568	-0,0584	-0,0596	-0,0609	-0,0627	2
3		-0,0598	-0,0614	-0,0638	-0,0654	-0,0675	-0,0704	-0,0723	-0,0746	-0,0774	3
4		-0,0589	-0,0610	-0,0641	-0,0662	-0,0689	-0,0725	-0,0750	-0,0778	-0,0815	4
5		-0,0516	-0,0540	-0,0573	-0,0596	-0,0625	-0,0664	-0,0689	-0,0720	-0,0758	5
6		-0,0400	-0,0422	-0,0453	-0,0475	-0,0502	-0,0538	-0,0561	-0,0588	-0,0621	6
7		-0,0256	-0,0273	-0,0297	-0,0315	-0,0335	-0,0362	-0,0379	-0,0399	-0,0423	7
8		-0,0098	-0,0108	-0,0122	-0,0131	-0,0143	-0,0157	-0,0165	-0,0174	-0,0183	8
9		0,0062	0,0062	0,0061	0,0060	0,0060	0,0060	0,0064	0,0068	0,0076	9
10		0,0216	0,0224	0,0238	0,0247	0,0259	0,0277	0,0291	0,0308	0,0334	10
11		0,0353	0,0372	0,0398	0,0416	0,0440	0,0475	0,0498	0,0528	0,0568	11
12		0,0470	0,0496	0,0533	0,0559	0,0592	0,0638	0,0669	0,0709	0,0760	12
11'		0,0560	0,0591	0,0634	0,0664	0,0703	0,0755	0,0793	0,0837	0,0894	11'
10'		0,0621	0,0652	0,0698	0,0729	0,0769	0,0824	0,0862	0,0906	0,0965	10'
9'		0,0648	0,0679	0,0722	0,0752	0,0790	0,0842	0,0876	0,0918	0,0971	9'
8'		0,0643	0,0669	0,0707	0,0733	0,0766	0,0811	0,0840	0,0875	0,0919	8'
7'		0,0605	0,0626	0,0656	0,0676	0,0703	0,0738	0,0760	0,0787	0,0819	7'
6'		0,0538	0,0553	0,0574	0,0588	0,0606	0,0630	0,0645	0,0662	0,0683	6'
5'		0,0446	0,0455	0,0468	0,0476	0,0487	0,0500	0,0508	0,0517	0,0526	5'
4'		0,0337	0,0341	0,0347	0,0350	0,0355	0,0360	0,0362	0,0364	0,0364	4'
3'		0,0222	0,0223	0,0224	0,0225	0,0225	0,0224	0,0223	0,0221	0,0218	3'
2'		0,0115	0,0114	0,0113	0,0112	0,0111	0,0109	0,0107	0,0105	0,0100	2'
1'		0,0033	0,0032	0,0032	0,0031	0,0031	0,0030	0,0029	0,0027	0,0026	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M		0,0243	0,0251	0,0264	0,0273	0,0286	0,0300	0,0312	0,0325	0,0341	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,098	0,098	0,099	0,100	0,101	0,102	0,102	0,103	0,104	$\cdot p l^2 : f$
min M		-0,0137	-0,0142	-0,0150	-0,0155	-0,0161	-0,0169	-0,0175	-0,0181	-0,0189	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,033	0,033	0,033	0,033	0,033	0,033	0,033	0,033	0,033	$\cdot p l^2 : f$
$10 \cdot \mathfrak{M}$		-0,0286	-0,0298	-0,0314	-0,0325	-0,0341	-0,0362	-0,0376	-0,0394	-0,0417	$\cdot l^2$
n		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n

$$\frac{y_v}{f} = 0,18.$$

Moment im Gewölbeviertel.

	$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos g_k}$									· f
	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y	0,1020	0,0850	0,0637	0,0509	0,0364	0,0196	0,0101	— 0,0001	— 0,0112	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0,0014	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013	0,0012	0,0011	0,0010	0,0009	1
2	0,0058	0,0058	0,0056	0,0055	0,0052	0,0049	0,0047	0,0044	0,0040	2
3	0,0135	0,0133	0,0129	0,0126	0,0121	0,0115	0,0111	0,0106	0,0099	3
4	0,0243	0,0240	0,0233	0,0228	0,0222	0,0212	0,0206	0,0198	0,0188	4
5	0,0385	0,0379	0,0370	0,0364	0,0355	0,0342	0,0334	0,0324	0,0312	5
6	0,0560	0,0552	0,0540	0,0532	0,0521	0,0507	0,0497	0,0486	0,0473	6
7	0,0351	0,0341	0,0327	0,0317	0,0305	0,0289	0,0280	0,0268	0,0255	7
8	0,0174	0,0162	0,0147	0,0136	0,0124	0,0108	0,0099	0,0087	0,0075	8
9	0,0027	0,0015	— 0,0002	— 0,0012	— 0,0023	— 0,0038	— 0,0046	— 0,0056	— 0,0067	9
10	— 0,0090	— 0,0103	— 0,0118	— 0,0127	— 0,0138	— 0,0150	— 0,0156	— 0,0163	— 0,0171	10
11	— 0,0180	— 0,0192	— 0,0205	— 0,0212	— 0,0220	— 0,0229	— 0,0232	— 0,0236	— 0,0240	11
12	— 0,0244	— 0,0254	— 0,0263	— 0,0268	— 0,0272	— 0,0276	— 0,0277	— 0,0277	— 0,0277	12
11'	— 0,0285	— 0,0291	— 0,0295	— 0,0297	— 0,0297	— 0,0296	— 0,0294	— 0,0290	— 0,0285	11'
10'	— 0,0304	— 0,0306	— 0,0305	— 0,0302	— 0,0299	— 0,0293	— 0,0288	— 0,0281	— 0,0272	10'
9'	— 0,0305	— 0,0302	— 0,0296	— 0,0291	— 0,0284	— 0,0273	— 0,0265	— 0,0256	— 0,0244	9'
8'	— 0,0289	— 0,0283	— 0,0273	— 0,0265	— 0,0255	— 0,0241	— 0,0232	— 0,0221	— 0,0207	8'
7'	— 0,0260	— 0,0251	— 0,0238	— 0,0229	— 0,0217	— 0,0202	— 0,0192	— 0,0181	— 0,0166	7'
6'	— 0,0221	— 0,0211	— 0,0196	— 0,0187	— 0,0175	— 0,0160	— 0,0150	— 0,0139	— 0,0125	6'
5'	— 0,0176	— 0,0165	— 0,0151	— 0,0142	— 0,0131	— 0,0117	— 0,0109	— 0,0099	— 0,0088	5'
4'	— 0,0127	— 0,0118	— 0,0106	— 0,0099	— 0,0090	— 0,0079	— 0,0072	— 0,0064	— 0,0055	4'
3'	— 0,0080	— 0,0074	— 0,0065	— 0,0060	— 0,0054	— 0,0046	— 0,0041	— 0,0036	— 0,0030	3'
2'	— 0,0040	— 0,0036	— 0,0031	— 0,0028	— 0,0025	— 0,0021	— 0,0018	— 0,0016	— 0,0013	2'
1'	— 0,0011	— 0,0010	— 0,0008	— 0,0008	— 0,0007	— 0,0005	— 0,0005	— 0,0004	— 0,0003	1'
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M	0,0081	0,0079	0,0076	0,0074	0,0071	0,0067	0,0065	0,0063	0,0059	· p l ²
zugeh. H	0,039	0,038	0,037	0,036	0,035	0,034	0,033	0,032	0,031	· p l ² : f
min M	— 0,0110	— 0,0110	— 0,0108	— 0,0107	— 0,0105	— 0,0101	— 0,0099	— 0,0097	— 0,0093	· p l ²
zugeh. H	0,092	0,093	0,095	0,097	0,099	0,100	0,102	0,104	0,106	· p l ² : f
10 · M	0,0090	0,0094	0,0097	0,0099	0,0101	0,0101	0,0102	0,0101	0,0101	· l ²
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n

$$\frac{y_v}{f} = 0,18.$$

Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Scheitel.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		0,2407	0,2237	0,2024	0,1896	0,1751	0,1583	0,1488	0,1386	0,1275	<i>f</i>
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		-0,0002	-0,0001	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1
2		-0,0001	0,0001	0,0003	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	2
3		0,0012	0,0013	0,0015	0,0016	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	3
4		0,0041	0,0042	0,0043	0,0043	0,0042	0,0041	0,0040	0,0038	0,0036	4
5		0,0092	0,0092	0,0091	0,0090	0,0087	0,0084	0,0082	0,0079	0,0075	5
6		0,0171	0,0168	0,0164	0,0161	0,0156	0,0150	0,0146	0,0142	0,0136	6
7		0,0277	0,0272	0,0264	0,0259	0,0252	0,0243	0,0238	0,0232	0,0224	7
8		0,0416	0,0407	0,0395	0,0388	0,0379	0,0368	0,0361	0,0354	0,0344	8
9		0,0587	0,0575	0,0560	0,0550	0,0540	0,0527	0,0519	0,0510	0,0500	9
10		0,0374	0,0360	0,0342	0,0332	0,0320	0,0306	0,0298	0,0289	0,0279	10
11		0,0195	0,0179	0,0161	0,0150	0,0138	0,0124	0,0117	0,0108	0,0099	11
12		0,0048	0,0033	0,0016	0,0006	-0,0005	-0,0017	-0,0024	-0,0031	-0,0039	12
11'		-0,0066	-0,0079	-0,0093	-0,0100	-0,0109	-0,0118	-0,0122	-0,0127	-0,0132	11'
10'		-0,0150	-0,0158	-0,0168	-0,0173	-0,0178	-0,0183	-0,0185	-0,0187	-0,0189	10'
9'		-0,0204	-0,0209	-0,0213	-0,0214	-0,0216	-0,0216	-0,0216	-0,0215	-0,0213	9'
8'		-0,0232	-0,0232	-0,0231	-0,0231	-0,0227	-0,0224	-0,0221	-0,0218	-0,0213	8'
7'		-0,0237	-0,0233	-0,0227	-0,0223	-0,0218	-0,0211	-0,0206	-0,0201	-0,0194	7'
6'		-0,0220	-0,0214	-0,0205	-0,0199	-0,0192	-0,0183	-0,0177	-0,0171	-0,0163	6'
5'		-0,0188	-0,0180	-0,0170	-0,0163	-0,0155	-0,0146	-0,0140	-0,0133	-0,0125	5'
4'		-0,0144	-0,0137	-0,0127	-0,0121	-0,0113	-0,0105	-0,0099	-0,0093	-0,0086	4'
3'		-0,0096	-0,0090	-0,0082	-0,0077	-0,0072	-0,0065	-0,0061	-0,0056	-0,0051	3'
2'		-0,0050	-0,0046	-0,0041	-0,0038	-0,0035	-0,0031	-0,0029	-0,0026	-0,0023	2'
1'		-0,0014	-0,0013	-0,0012	-0,0012	-0,0010	-0,0008	-0,0008	-0,0007	-0,0006	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max <i>M</i>		0,0092	0,0089	0,0085	0,0083	0,0080	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,068	0,067	0,068	0,067	0,066	0,066	0,066	0,066	0,065	$\cdot p l^2 : f$
min <i>M</i>		-0,0067	-0,0067	-0,0066	-0,0066	-0,0065	-0,0064	-0,0062	-0,0061	-0,0061	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,063	0,064	0,065	0,066	0,068	0,069	0,069	0,070	0,071	$\cdot p l^2 : f$
10 · \mathfrak{M}		-0,0054	-0,0048	-0,0042	-0,0037	-0,0033	-0,0029	-0,0026	-0,0023	-0,0020	$\cdot l^2$
<i>n</i>		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>

$\frac{y_v}{f} = 0,18.$ Moment im Gewölbeachtel (Nächst d. Kämpfer).

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		-0,1836	-0,2006	-0,2219	-0,2347	-0,2492	-0,2660	-0,2755	-0,2857	-0,2968	f
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		0,0040	0,0039	0,0037	0,0036	0,0034	0,0031	0,0029	0,0027	0,0024	1
2		0,0154	0,0150	0,0143	0,0139	0,0133	0,0124	0,0118	0,0111	0,0102	2
3		0,0331	0,0324	0,0311	0,0304	0,0292	0,0277	0,0268	0,0255	0,0240	3
4		0,0146	0,0135	0,0118	0,0107	0,0092	0,0072	0,0058	0,0042	0,0021	4
5		0,0006	-0,0007	-0,0026	-0,0040	-0,0057	-0,0081	-0,0097	-0,0115	-0,0138	5
6		-0,0094	-0,0109	-0,0129	-0,0143	-0,0162	-0,0186	-0,0201	-0,0220	-0,0242	6
7		-0,0162	-0,0175	-0,0195	-0,0209	-0,0226	-0,0248	-0,0262	-0,0278	-0,0297	7
8		-0,0202	-0,0214	-0,0231	-0,0242	-0,0256	-0,0274	-0,0284	-0,0296	-0,0310	8
9		-0,0220	-0,0230	-0,0242	-0,0250	-0,0259	-0,0270	-0,0276	-0,0282	-0,0288	9
10		-0,0220	-0,0226	-0,0233	-0,0236	-0,0240	-0,0243	-0,0243	-0,0243	-0,0240	10
11		-0,0208	-0,0209	-0,0209	-0,0208	-0,0206	-0,0200	-0,0195	-0,0187	-0,0177	11
12		-0,0185	-0,0182	-0,0176	-0,0170	-0,0161	-0,0147	-0,0137	-0,0124	-0,0105	12
11'		-0,0157	-0,0149	-0,0136	-0,0127	-0,0113	-0,0092	-0,0078	-0,0060	-0,0036	11'
10'		-0,0125	-0,0114	-0,0096	-0,0083	-0,0066	-0,0041	-0,0024	-0,0003	0,0025	10'
9'		-0,0093	-0,0079	-0,0059	-0,0044	-0,0024	0,0003	0,0021	0,0043	0,0071	9'
8'		-0,0063	-0,0048	-0,0026	-0,0011	0,0009	0,0036	0,0053	0,0074	0,0101	8'
7'		-0,0037	-0,0022	-0,0001	0,0013	0,0032	0,0056	0,0072	0,0091	0,0113	7'
6'		-0,0016	-0,0003	0,0016	0,0029	0,0044	0,0065	0,0078	0,0093	0,0111	6'
5'		-0,0002	0,0010	0,0025	0,0035	0,0047	0,0063	0,0072	0,0083	0,0096	5'
4'		0,0007	0,0015	0,0026	0,0033	0,0041	0,0052	0,0058	0,0065	0,0072	4'
3'		0,0009	0,0014	0,0021	0,0025	0,0030	0,0036	0,0039	0,0043	0,0047	3'
2'		0,0007	0,0009	0,0012	0,0014	0,0017	0,0019	0,0020	0,0022	0,0023	2'
1'		0,0002	0,0003	0,0004	0,0004	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M		0,0027	0,0027	0,0027	0,0029	0,0030	0,0032	0,0035	0,0038	0,0043	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,017	0,022	0,027	0,031	0,036	0,043	0,046	0,050	0,055	$\cdot p l^2 : f$
min M		-0,0074	-0,0073	-0,0073	-0,0073	-0,0073	-0,0073	-0,0074	-0,0075	-0,0076	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,114	0,109	0,105	0,102	0,098	0,092	0,089	0,086	0,082	$\cdot p l^2 : f$
10 · \mathcal{N}		0,0110	0,0109	0,0105	0,0103	0,0098	0,0091	0,0087	0,0080	0,0071	$\cdot l^2$
n		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n

$$\frac{y_c}{f} = 0,17.$$

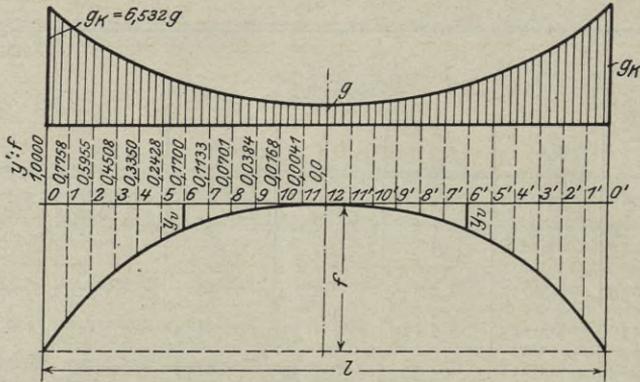


Abb. 135.

$$m = \frac{g_k}{g} = 6,532.$$

$$\tan \varphi_k = 5,983 \frac{f}{l}.$$

$$H_{g_0} = 0,2104 \frac{g l^2}{f}.$$

$$\cos \varphi_k = \frac{1}{\sqrt{1 + 35,80 \frac{f^2}{l^2}}}$$

$$V_{g_0} = 1,2588 g l.$$

Bogenkraft (Werte $H \frac{I}{l} (1 + \mu)$).

Einflusslinieordinate Nr.	$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$										$\frac{y'}{f}$	$\cdot f$
	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15			
y_s	0,2743	0,2576	0,2366	0,2240	0,2097	0,1931	0,1838	0,1738	0,1628			
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0000	0	
1	0,0071	0,0068	0,0064	0,0061	0,0058	0,0054	0,0051	0,0048	0,0043	0,7758	1	
2	0,0253	0,0245	0,0234	0,0227	0,0218	0,0205	0,0198	0,0188	0,0175	0,5955	2	
3	0,0507	0,0495	0,0479	0,0468	0,0454	0,0436	0,0424	0,0409	0,0391	0,4508	3	
4	0,0802	0,0788	0,0770	0,0759	0,0744	0,0724	0,0712	0,0696	0,0676	0,3350	4	
5	0,1110	0,1099	0,1085	0,1076	0,1064	0,1049	0,1039	0,1026	0,1010	0,2428	5	
6	0,1412	0,1408	0,1402	0,1398	0,1393	0,1387	0,1383	0,1378	0,1372	0,1700	6	
7	0,1691	0,1696	0,1701	0,1705	0,1711	0,1718	0,1722	0,1728	0,1735	0,1133	7	
8	0,1935	0,1950	0,1969	0,1983	0,1999	0,2022	0,2036	0,2054	0,2077	0,0701	8	
9	0,2133	0,2159	0,2193	0,2215	0,2244	0,2281	0,2306	0,2336	0,2375	0,0384	9	
10	0,2279	0,2314	0,2361	0,2392	0,2430	0,2481	0,2514	0,2555	0,2607	0,0168	10	
11	0,2369	0,2411	0,2466	0,2502	0,2548	0,2608	0,2647	0,2695	0,2757	0,0041	11	
12	0,2399	0,2443	0,2502	0,2540	0,2588	0,2652	0,2693	0,2744	0,2809	0,0000	12	
N	0,0794	0,0684	0,0568	0,0506	0,0442	0,0374	0,0339	0,0302	0,0264		$l f^2 : E J_s$	
ξ	0,0194	0,0192	0,0190	0,0189	0,0187	0,0184	0,0183	0,0181	0,0178		$l^2 : f$	
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		n	

$$\frac{y_v}{f} = 0,17.$$

Moment im Scheitel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		0,2743	0,2576	0,2366	0,2240	0,2097	0,1931	0,1838	0,1738	0,1628	<i>f</i>
Einflusslinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	-0,0004	1
	2	-0,0035	-0,0032	-0,0028	-0,0026	-0,0024	-0,0022	-0,0020	-0,0019	-0,0017	2
	3	-0,0061	-0,0057	-0,0052	-0,0048	-0,0045	-0,0041	-0,0039	-0,0036	-0,0034	3
	4	-0,0081	-0,0076	-0,0070	-0,0067	-0,0063	-0,0059	-0,0057	-0,0054	-0,0051	4
	5	-0,0088	-0,0084	-0,0079	-0,0076	-0,0073	-0,0070	-0,0068	-0,0066	-0,0063	5
	6	-0,0075	-0,0073	-0,0071	-0,0070	-0,0069	-0,0068	-0,0067	-0,0066	-0,0065	6
	7	-0,0039	-0,0041	-0,0042	-0,0043	-0,0045	-0,0046	-0,0047	-0,0048	-0,0049	7
	8	0,0025	0,0019	0,0013	0,0009	0,0004	-0,0001	-0,0004	-0,0007	-0,0011	8
	9	0,0118	0,0108	0,0096	0,0090	0,0082	0,0073	0,0068	0,0062	0,0057	9
	10	0,0243	0,0229	0,0213	0,0204	0,0193	0,0181	0,0174	0,0167	0,0159	10
	11	0,0401	0,0384	0,0365	0,0354	0,0341	0,0327	0,0319	0,0310	0,0300	11
	12	0,0592	0,0574	0,0554	0,0542	0,0529	0,0514	0,0505	0,0495	0,0484	12
	11'	0,0401	0,0384	0,0365	0,0354	0,0341	0,0327	0,0319	0,0310	0,0300	11'
	10'	0,0243	0,0229	0,0213	0,0204	0,0193	0,0181	0,0174	0,0167	0,0159	10'
	9'	0,0118	0,0108	0,0096	0,0090	0,0082	0,0073	0,0068	0,0062	0,0057	9'
	8'	0,0025	0,0019	0,0013	0,0009	0,0004	-0,0001	-0,0004	-0,0007	-0,0011	8'
	7'	-0,0039	-0,0041	-0,0042	-0,0043	-0,0045	-0,0046	-0,0047	-0,0048	-0,0049	7'
	6'	-0,0075	-0,0073	-0,0071	-0,0070	-0,0069	-0,0068	-0,0067	-0,0066	-0,0065	6'
5'	-0,0088	-0,0084	-0,0079	-0,0076	-0,0073	-0,0070	-0,0068	-0,0066	-0,0063	5'	
4'	-0,0081	-0,0076	-0,0070	-0,0067	-0,0063	-0,0059	-0,0057	-0,0054	-0,0051	4'	
3'	-0,0061	-0,0057	-0,0052	-0,0048	-0,0045	-0,0041	-0,0039	-0,0036	-0,0034	3'	
2'	-0,0035	-0,0032	-0,0028	-0,0026	-0,0024	-0,0022	-0,0020	-0,0019	-0,0017	2'	
1'	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	-0,0004	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max <i>M</i>	0,0090	0,0085	0,0080	0,0087	0,0074	0,0070	0,0068	0,0065	0,0063	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080	0,080	0,081	$\cdot p l^2 : f$	
min <i>M</i>	-0,0034	-0,0032	-0,0031	-0,0030	-0,0029	-0,0028	-0,0027	-0,0026	-0,0025	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,051	0,052	0,053	0,054	0,055	0,056	0,056	0,057	0,058	$\cdot p l^2 : f$	
10 · <i>M</i>	-0,0115	-0,0110	-0,0103	-0,0099	-0,0094	-0,0089	-0,0086	-0,0083	-0,0079	$\cdot l^2$	
<i>n</i>	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>	

$$\frac{y_v}{f} = 0,17.$$

Moment im Kämpfer.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		-0,7257	-0,7424	-0,7634	-0,7760	-0,7903	-0,8069	-0,8162	-0,8262	-0,8372	<i>f</i>
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		-0,0331	-0,0335	-0,0339	-0,0343	-0,0347	-0,0352	-0,0356	-0,0360	-0,0366	1
2		-0,0517	-0,0526	-0,0540	-0,0550	-0,0562	-0,0580	-0,0590	-0,0604	-0,0622	2
3		-0,0589	-0,0605	-0,0629	-0,0645	-0,0666	-0,0694	-0,0713	-0,0736	-0,0764	3
4		-0,0575	-0,0597	-0,0628	-0,0648	-0,0675	-0,0711	-0,0734	-0,0763	-0,0798	4
5		-0,0500	-0,0523	-0,0556	-0,0578	-0,0607	-0,0645	-0,0669	-0,0700	-0,0737	5
6		-0,0382	-0,0402	-0,0433	-0,0453	-0,0480	-0,0514	-0,0536	-0,0563	-0,0595	6
7		-0,0236	-0,0252	-0,0276	-0,0292	-0,0311	-0,0337	-0,0353	-0,0372	-0,0394	7
8		-0,0077	-0,0086	-0,0100	-0,0107	-0,0118	-0,0130	-0,0137	-0,0145	-0,0152	8
9		0,0083	0,0083	0,0084	0,0084	0,0086	0,0089	0,0093	0,0099	0,0109	9
10		0,0236	0,0246	0,0261	0,0271	0,0285	0,0305	0,0320	0,0339	0,0367	10
11		0,0374	0,0394	0,0421	0,0440	0,0466	0,0502	0,0527	0,0559	0,0602	11
12		0,0491	0,0517	0,0556	0,0582	0,0617	0,0666	0,0698	0,0739	0,0794	12
11'		0,0581	0,0613	0,0657	0,0688	0,0729	0,0784	0,0821	0,0868	0,0928	11'
10'		0,0641	0,0674	0,0721	0,0753	0,0795	0,0853	0,0890	0,0937	0,0998	10'
9'		0,0669	0,0700	0,0745	0,0775	0,0816	0,0870	0,0905	0,0949	0,1004	9'
8'		0,0664	0,0691	0,0729	0,0757	0,0791	0,0838	0,0868	0,0905	0,0951	8'
7'		0,0625	0,0647	0,0677	0,0699	0,0727	0,0763	0,0786	0,0814	0,0848	7'
6'		0,0556	0,0572	0,0594	0,0609	0,0628	0,0653	0,0669	0,0687	0,0709	6'
5'		0,0462	0,0471	0,0485	0,0494	0,0505	0,0520	0,0528	0,0537	0,0547	5'
4'		0,0351	0,0354	0,0360	0,0365	0,0369	0,0374	0,0377	0,0380	0,0381	4'
3'		0,0231	0,0232	0,0234	0,0234	0,0234	0,0234	0,0233	0,0231	0,0228	3'
2'		0,0120	0,0119	0,0118	0,0118	0,0117	0,0114	0,0113	0,0110	0,0105	2'
1'		0,0035	0,0034	0,0034	0,0032	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0027	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max <i>M</i>		0,0253	0,0262	0,0275	0,0285	0,0297	0,0313	0,0324	0,0339	0,0357	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,099	0,100	0,101	0,102	0,103	0,104	0,104	0,105	0,107	$\cdot p l^2 : f$
min <i>M</i>		-0,0133	-0,0138	-0,0145	-0,0150	-0,0156	-0,0164	-0,0169	-0,0176	-0,0183	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	$\cdot p l^2 : f$
10 · <i>M</i>		-0,0258	-0,0270	-0,0285	-0,0295	-0,0310	-0,0329	-0,0343	-0,0360	-0,0382	$\cdot l^2$
<i>n</i>		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>

Einflußlinienordinate Nr.

· l

$$\frac{y_v}{f} = 0,17.$$

Moment im Gewölbeviertel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		0,1043	0,0876	0,0666	0,0540	0,0397	0,0231	0,0138	0,0038	-0,0072	<i>f</i>
Einfußlinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0010	0,0009	1
	2	0,0057	0,0057	0,0055	0,0054	0,0051	0,0048	0,0046	0,0043	0,0040	2
	3	0,0133	0,0131	0,0127	0,0124	0,0120	0,0113	0,0109	0,0104	0,0097	3
	4	0,0241	0,0237	0,0230	0,0225	0,0219	0,0209	0,0203	0,0195	0,0186	4
	5	0,0382	0,0376	0,0366	0,0360	0,0351	0,0338	0,0330	0,0320	0,0308	5
	6	0,0556	0,0548	0,0535	0,0527	0,0516	0,0501	0,0492	0,0481	0,0467	6
	7	0,0346	0,0336	0,0321	0,0311	0,0299	0,0283	0,0273	0,0261	0,0248	7
	8	0,0169	0,0156	0,0140	0,0130	0,0117	0,0101	0,0091	0,0080	0,0067	8
	9	0,0022	0,0008	-0,0009	-0,0019	-0,0032	-0,0047	-0,0055	-0,0065	-0,0076	9
	10	-0,0096	-0,0110	-0,0126	-0,0135	-0,0146	-0,0159	-0,0166	-0,0173	-0,0181	10
	11	-0,0186	-0,0198	-0,0212	-0,0220	-0,0229	-0,0238	-0,0242	-0,0247	-0,0251	11
	12	-0,0250	-0,0260	-0,0271	-0,0276	-0,0281	-0,0286	-0,0287	-0,0288	-0,0288	12
	11'	-0,0291	-0,0297	-0,0303	-0,0305	-0,0306	-0,0305	-0,0303	-0,0301	-0,0296	11'
	10'	-0,0310	-0,0312	-0,0312	-0,0311	-0,0308	-0,0302	-0,0297	-0,0291	-0,0282	10'
	9'	-0,0310	-0,0308	-0,0303	-0,0298	-0,0292	-0,0281	-0,0274	-0,0265	-0,0253	9'
	8'	-0,0294	-0,0289	-0,0279	-0,0272	-0,0262	-0,0249	-0,0240	-0,0229	-0,0215	8'
	7'	-0,0265	-0,0257	-0,0244	-0,0235	-0,0224	-0,0209	-0,0199	-0,0187	-0,0173	7'
	6'	-0,0225	-0,0215	-0,0201	-0,0192	-0,0180	-0,0165	-0,0155	-0,0144	-0,0131	6'
5'	-0,0179	-0,0169	-0,0155	-0,0146	-0,0135	-0,0121	-0,0113	-0,0103	-0,0092	5'	
4'	-0,0130	-0,0121	-0,0109	-0,0102	-0,0093	-0,0081	-0,0075	-0,0067	-0,0058	4'	
3'	-0,0082	-0,0076	-0,0067	-0,0062	-0,0055	-0,0047	-0,0043	-0,0038	-0,0032	3'	
2'	-0,0041	-0,0037	-0,0032	-0,0029	-0,0026	-0,0022	-0,0019	-0,0017	-0,0014	2'	
1'	-0,0011	-0,0010	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0005	-0,0004	-0,0003	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max <i>M</i>	0,0080	0,0077	0,0074	0,0072	0,0070	0,0066	0,0064	0,0061	0,0058	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,038	0,038	0,037	0,035	0,034	0,033	0,033	0,032	0,031	$\cdot p l^2 : f$	
min <i>M</i>	-0,0113	-0,0112	-0,0111	-0,0109	-0,0108	-0,0105	-0,0103	-0,0100	-0,0097	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,093	0,094	0,096	0,099	0,101	0,103	0,104	0,105	0,108	$\cdot p l^2 : f$	
10 · <i>M</i>	0,0083	0,0087	0,0091	0,0092	0,0093	0,0094	0,0095	0,0094	0,0094	$\cdot l^2$	
<i>n</i>	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>	

$$\frac{y_v}{f} = 0,17.$$

Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Scheitel.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		0,2359	0,2192	0,1982	0,1856	0,1713	0,1547	0,1454	0,1354	0,1244	<i>f</i>
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	-0,0002	-0,0001	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1
	2	-0,0001	0,0001	0,0002	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	2
	3	0,0012	0,0014	0,0015	0,0016	0,0016	0,0016	0,0016	0,0015	0,0014	3
	4	0,0042	0,0044	0,0044	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0038	0,0036	4
	5	0,0095	0,0095	0,0093	0,0092	0,0089	0,0085	0,0083	0,0080	0,0076	5
	6	0,0175	0,0172	0,0167	0,0163	0,0159	0,0152	0,0148	0,0143	0,0137	6
	7	0,0283	0,0277	0,0269	0,0263	0,0256	0,0247	0,0241	0,0234	0,0227	7
	8	0,0423	0,0414	0,0401	0,0393	0,0384	0,0372	0,0365	0,0357	0,0348	8
	9	0,0595	0,0583	0,0567	0,0557	0,0546	0,0532	0,0524	0,0515	0,0505	9
	10	0,0384	0,0369	0,0350	0,0339	0,0327	0,0312	0,0304	0,0294	0,0284	10
	11	0,0205	0,0189	0,0170	0,0158	0,0146	0,0131	0,0123	0,0114	0,0104	11
	12	0,0059	0,0043	0,0025	0,0015	0,0003	-0,0010	-0,0017	-0,0024	-0,0032	12
	11'	-0,0055	-0,0069	-0,0084	-0,0092	-0,0101	-0,0111	-0,0116	-0,0121	-0,0127	11'
	10'	-0,0140	-0,0149	-0,0160	-0,0165	-0,0171	-0,0176	-0,0179	-0,0181	-0,0183	10'
	9'	-0,0196	-0,0201	-0,0206	-0,0207	-0,0209	-0,0210	-0,0210	-0,0210	-0,0209	9'
	8'	-0,0225	-0,0226	-0,0225	-0,0224	-0,0222	-0,0219	-0,0217	-0,0214	-0,0210	8'
	7'	-0,0231	-0,0228	-0,0222	-0,0218	-0,0214	-0,0208	-0,0203	-0,0198	-0,0192	7'
	6'	-0,0216	-0,0210	-0,0202	-0,0196	-0,0189	-0,0181	-0,0175	-0,0169	-0,0162	6'
	5'	-0,0185	-0,0177	-0,0167	-0,0161	-0,0154	-0,0145	-0,0139	-0,0132	-0,0124	5'
	4'	-0,0143	-0,0135	-0,0126	-0,0120	-0,0113	-0,0104	-0,0099	-0,0093	-0,0086	4'
	3'	-0,0095	-0,0089	-0,0082	-0,0077	-0,0071	-0,0065	-0,0060	-0,0056	-0,0051	3'
	2'	-0,0050	-0,0046	-0,0041	-0,0038	-0,0035	-0,0031	-0,0029	-0,0026	-0,0023	2'
	1'	-0,0014	-0,0013	-0,0011	-0,0011	-0,0010	-0,0008	-0,0008	-0,0007	-0,0006	1'
	0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max <i>M</i>		0,0094	0,0091	0,0087	0,0085	0,0082	0,0079	0,0077	0,0074	0,0072	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,070	0,070	0,069	0,068	0,068	0,067	0,067	0,067	0,066	$\cdot p l^2 : f$
min <i>M</i>		-0,0065	-0,0065	-0,0064	-0,0064	-0,0063	-0,0062	-0,0061	-0,0060	-0,0059	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,061	0,062	0,064	0,066	0,067	0,068	0,069	0,070	0,072	$\cdot p l^2 : f$
10 · <i>M</i>		-0,0049	-0,0044	-0,0038	-0,0034	-0,0030	-0,0026	-0,0024	-0,0021	-0,0019	$\cdot l^2$
<i>n</i>		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>

$\frac{y_v}{f} = 0,17$. Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Kämpfer.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		-0,1765	-0,1932	-0,2142	-0,2268	-0,2411	-0,2577	-0,2670	-0,2770	-0,2880	$\cdot f$
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		0,0040	0,0039	0,0037	0,0035	0,0034	0,0031	0,0029	0,0027	0,0024	1
2		0,0153	0,0149	0,0143	0,0138	0,0132	0,0123	0,0118	0,0111	0,0102	2
3		0,0329	0,0321	0,0310	0,0302	0,0291	0,0276	0,0266	0,0254	0,0239	3
4		0,0142	0,0131	0,0115	0,0104	0,0089	0,0069	0,0056	0,0040	0,0020	4
5		0,0000	-0,0013	-0,0032	-0,0045	-0,0063	-0,0086	-0,0101	-0,0119	-0,0141	5
6		-0,0102	-0,0117	-0,0137	-0,0151	-0,0169	-0,0193	-0,0208	-0,0226	-0,0248	6
7		-0,0172	-0,0186	-0,0206	-0,0219	-0,0236	-0,0258	-0,0271	-0,0287	-0,0306	7
8		-0,0214	-0,0227	-0,0244	-0,0255	-0,0269	-0,0286	-0,0296	-0,0308	-0,0321	8
9		-0,0234	-0,0244	-0,0257	-0,0265	-0,0274	-0,0285	-0,0290	-0,0295	-0,0302	9
10		-0,0236	-0,0242	-0,0249	-0,0253	-0,0257	-0,0260	-0,0260	-0,0260	-0,0257	10
11		-0,0224	-0,0226	-0,0227	-0,0226	-0,0224	-0,0218	-0,0213	-0,0206	-0,0195	11
12		-0,0202	-0,0199	-0,0193	-0,0188	-0,0180	-0,0166	-0,0156	-0,0143	-0,0124	12
11'		-0,0173	-0,0166	-0,0154	-0,0144	-0,0131	-0,0111	-0,0096	-0,0078	-0,0054	11'
10'		-0,0140	-0,0130	-0,0113	-0,0100	-0,0083	-0,0058	-0,0041	-0,0020	0,0008	10'
9'		-0,0107	-0,0094	-0,0073	-0,0059	-0,0039	-0,0012	0,0006	0,0028	0,0057	9'
8'		-0,0075	-0,0061	-0,0039	-0,0024	-0,0004	0,0024	0,0041	0,0062	0,0089	8'
7'		-0,0047	-0,0032	-0,0011	0,0003	0,0022	0,0047	0,0063	0,0082	0,0105	7'
6'		-0,0024	-0,0011	0,0008	0,0021	0,0037	0,0058	0,0071	0,0087	0,0105	6'
5'		-0,0008	0,0004	0,0019	0,0029	0,0042	0,0058	0,0068	0,0079	0,0092	5'
4'		0,0003	0,0011	0,0022	0,0030	0,0038	0,0049	0,0056	0,0063	0,0071	4'
3'		0,0007	0,0012	0,0019	0,0023	0,0029	0,0035	0,0038	0,0042	0,0046	3'
2'		0,0006	0,0008	0,0012	0,0014	0,0016	0,0018	0,0020	0,0022	0,0022	2'
1'		0,0002	0,0003	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M		0,0027	0,0026	0,0026	0,0028	0,0029	0,0030	0,0033	0,0036	0,0040	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,015	0,019	0,024	0,028	0,033	0,039	0,043	0,047	0,053	$\cdot p l^2 : f$
min M		-0,0082	-0,0081	-0,0080	-0,0080	-0,0080	-0,0080	-0,0080	-0,0080	-0,0081	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,116	0,113	0,109	0,106	0,102	0,097	0,093	0,090	0,086	$\cdot p l^2 : f$
10 · \mathfrak{M}		0,0100	0,0099	0,0095	0,0093	0,0088	0,0083	0,0079	0,0072	0,0065	$\cdot l^2$
n		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n

$$\frac{y_v}{f} = 0,16.$$

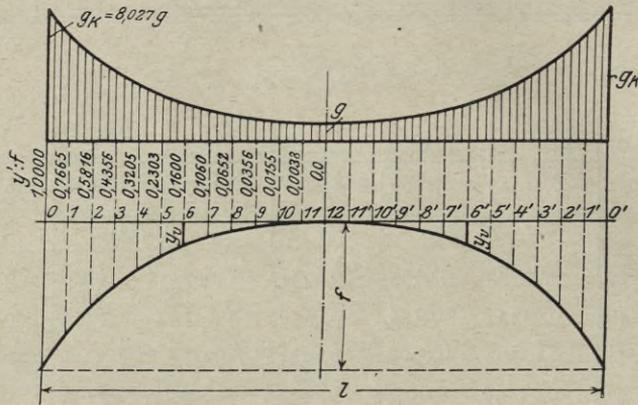


Abb. 136.

$$m = \frac{g_k}{g} = 8,027. \quad \tan \varphi_k = 6,284 \frac{f}{l}.$$

$$H_{g_0} = 0,2286 \frac{g l^2}{f}. \quad \cos \varphi_k = \frac{1}{\sqrt{1 + 39,49 \frac{f^2}{l^2}}}$$

$$V_{g_0} = 1,4365 g l.$$

Bogenkraft (Werte $H \frac{f}{l} (1 + \mu)$).

	$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$										$\frac{y'}{f}$	
	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15			
y_s	0,2666	0,2501	0,2294	0,2170	0,2029	0,1865	0,1774	0,1675	0,1567			$\cdot f$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0000	0	
1	0,0072	0,0069	0,0065	0,0063	0,0060	0,0055	0,0053	0,0049	0,0044	0,7665	1	
2	0,0257	0,0249	0,0238	0,0231	0,0222	0,0210	0,0202	0,0193	0,0180	0,5816	2	
3	0,0514	0,0502	0,0486	0,0476	0,0463	0,0445	0,0433	0,0419	0,0400	0,4356	3	
4	0,0811	0,0798	0,0781	0,0770	0,0756	0,0737	0,0725	0,0710	0,0690	0,3205	4	
5	0,1120	0,1110	0,1097	0,1089	0,1078	0,1064	0,1055	0,1044	0,1029	0,2303	5	
6	0,1422	0,1419	0,1414	0,1411	0,1408	0,1404	0,1401	0,1397	0,1393	0,1600	6	
7	0,1700	0,1706	0,1713	0,1719	0,1726	0,1735	0,1741	0,1748	0,1758	0,1060	7	
8	0,1941	0,1958	0,1980	0,1995	0,2013	0,2038	0,2054	0,2074	0,2100	0,0652	8	
9	0,2138	0,2165	0,2202	0,2226	0,2256	0,2296	0,2322	0,2355	0,2397	0,0356	9	
10	0,2282	0,2319	0,2368	0,2400	0,2441	0,2494	0,2529	0,2572	0,2628	0,0155	10	
11	0,2371	0,2414	0,2472	0,2510	0,2557	0,2620	0,2661	0,2711	0,2776	0,0038	11	
12	0,2401	0,2447	0,2508	0,2547	0,2597	0,2664	0,2706	0,2760	0,2828	0,0000	12	
N	0,0785	0,0675	0,0559	0,0497	0,0433	0,0366	0,0331	0,0295	0,0257		$\cdot l f^2 : E J_s$	
\bar{y}	0,0196	0,0194	0,0192	0,0191	0,0189	0,0187	0,0185	0,0184	0,0181		$l^2 : f$	
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		n	

Einflusslinienordinate Nr.

$$\frac{y_v}{f} = 0,16.$$

Moment im Scheitel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		0,2666	0,2501	0,2294	0,2170	0,2029	0,1865	0,1774	0,1675	0,1567	· f
Einflusslinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	-0,0011	-0,0010	-0,0008	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	-0,0004	1
	2	-0,0034	-0,0031	-0,0028	-0,0026	-0,0024	-0,0021	-0,0020	-0,0018	-0,0016	2
	3	-0,0059	-0,0055	-0,0050	-0,0047	-0,0044	-0,0040	-0,0038	-0,0036	-0,0033	3
	4	-0,0077	-0,0073	-0,0067	-0,0064	-0,0061	-0,0057	-0,0055	-0,0052	-0,0049	4
	5	-0,0082	-0,0078	-0,0074	-0,0072	-0,0069	-0,0066	-0,0064	-0,0062	-0,0060	5
	6	-0,0067	-0,0066	-0,0064	-0,0063	-0,0063	-0,0062	-0,0061	-0,0060	-0,0060	6
	7	-0,0028	-0,0030	-0,0033	-0,0034	-0,0036	-0,0038	-0,0040	-0,0041	-0,0042	7
	8	0,0038	0,0032	0,0024	0,0020	0,0015	0,0009	0,0006	0,0002	-0,0002	8
	9	0,0133	0,0123	0,0110	0,0103	0,0095	0,0086	0,0080	0,0074	0,0068	9
	10	0,0260	0,0245	0,0228	0,0219	0,0207	0,0195	0,0188	0,0180	0,0171	10
	11	0,0418	0,0401	0,0381	0,0370	0,0357	0,0342	0,0333	0,0324	0,0314	11
	12	0,0610	0,0592	0,0571	0,0558	0,0545	0,0529	0,0520	0,0510	0,0499	12
	11'	0,0418	0,0401	0,0381	0,0370	0,0357	0,0342	0,0333	0,0324	0,0314	11'
	10'	0,0260	0,0245	0,0228	0,0219	0,0207	0,0195	0,0188	0,0180	0,0171	10'
	9'	0,0133	0,0123	0,0110	0,0103	0,0095	0,0086	0,0080	0,0074	0,0068	9'
	8'	0,0038	0,0032	0,0024	0,0020	0,0015	0,0009	0,0006	0,0002	-0,0002	8'
	7'	-0,0028	-0,0030	-0,0033	-0,0034	-0,0036	-0,0038	-0,0040	-0,0041	-0,0042	7'
	6'	-0,0067	-0,0066	-0,0064	-0,0063	-0,0063	-0,0062	-0,0061	-0,0060	-0,0060	6'
5'	-0,0082	-0,0078	-0,0074	-0,0072	-0,0069	-0,0066	-0,0064	-0,0062	-0,0060	5'	
4'	-0,0077	-0,0073	-0,0067	-0,0064	-0,0061	-0,0057	-0,0055	-0,0052	-0,0049	4'	
3'	-0,0059	-0,0055	-0,0050	-0,0047	-0,0044	-0,0040	-0,0038	-0,0036	-0,0033	3'	
2'	-0,0034	-0,0031	-0,0028	-0,0026	-0,0024	-0,0021	-0,0020	-0,0018	-0,0016	2'	
1'	-0,0011	-0,0010	-0,0008	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	-0,0004	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max M	0,0095	0,0091	0,0085	0,0082	0,0078	0,0074	0,0072	0,0069	0,0067	· p l ²	
zugeh. H	0,084	0,084	0,084	0,084	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	· p l ² : f	
min M	-0,0030	-0,0030	-0,0028	-0,0027	-0,0026	-0,0025	-0,0024	-0,0023	-0,0023	· p l ²	
zugeh. H	0,048	0,049	0,050	0,051	0,051	0,052	0,053	0,054	0,055	· p l ² : f	
10 · M	-0,0105	-0,0100	-0,0094	-0,0090	-0,0086	-0,0081	-0,0079	-0,0076	-0,0073	· l ²	
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n	

$$\frac{y_v}{f} = 0,16.$$

Moment im Kämpfer.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		-0,7334	-0,7499	-0,7706	-0,7830	-0,7971	-0,8135	-0,8226	-0,8325	-0,8433	<i>f</i>
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		-0,0330	-0,0333	-0,0338	-0,0341	-0,0345	-0,0351	-0,0354	-0,0359	-0,0365	1
2		-0,0512	-0,0522	-0,0536	-0,0545	-0,0558	-0,0575	-0,0586	-0,0599	-0,0617	2
3		-0,0580	-0,0597	-0,0620	-0,0635	-0,0656	-0,0684	-0,0703	-0,0725	-0,0754	3
4		-0,0563	-0,0584	-0,0614	-0,0634	-0,0660	-0,0696	-0,0719	-0,0746	-0,0782	4
5		-0,0484	-0,0507	-0,0539	-0,0560	-0,0588	-0,0626	-0,0650	-0,0678	-0,0715	5
6		-0,0363	-0,0384	-0,0413	-0,0433	-0,0459	-0,0491	-0,0513	-0,0538	-0,0569	6
7		-0,0217	-0,0232	-0,0255	-0,0269	-0,0288	-0,0312	-0,0327	-0,0344	-0,0364	7
8		-0,0058	-0,0066	-0,0077	-0,0084	-0,0093	-0,0104	-0,0109	-0,0115	-0,0120	8
9		0,0103	0,0104	0,0106	0,0108	0,0111	0,0116	0,0121	0,0129	0,0142	9
10		0,0256	0,0267	0,0283	0,0294	0,0310	0,0332	0,0348	0,0370	0,0400	10
11		0,0394	0,0414	0,0444	0,0464	0,0491	0,0529	0,0555	0,0589	0,0635	11
12		0,0511	0,0539	0,0579	0,0605	0,0642	0,0693	0,0726	0,0770	0,0827	12
11'		0,0601	0,0633	0,0680	0,0712	0,0753	0,0811	0,0850	0,0898	0,0961	11'
10'		0,0661	0,0695	0,0743	0,0776	0,0820	0,0880	0,0919	0,0968	0,1031	10'
9'		0,0689	0,0721	0,0768	0,0800	0,0841	0,0897	0,0933	0,0979	0,1037	9'
8'		0,0683	0,0712	0,0752	0,0780	0,0816	0,0865	0,0896	0,0934	0,0983	8'
7'		0,0644	0,0667	0,0699	0,0722	0,0750	0,0789	0,0813	0,0842	0,0878	7'
6'		0,0574	0,0591	0,0613	0,0629	0,0650	0,0676	0,0693	0,0712	0,0735	6'
5'		0,0478	0,0488	0,0501	0,0512	0,0523	0,0539	0,0548	0,0558	0,0569	5'
4'		0,0363	0,0368	0,0374	0,0379	0,0384	0,0390	0,0393	0,0396	0,0397	4'
3'		0,0240	0,0241	0,0242	0,0244	0,0244	0,0244	0,0243	0,0242	0,0238	3'
2'		0,0125	0,0124	0,0123	0,0122	0,0121	0,0119	0,0117	0,0115	0,0111	2'
1'		0,0036	0,0036	0,0035	0,0034	0,0034	0,0033	0,0032	0,0030	0,0028	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max <i>M</i>		0,0263	0,0273	0,0286	0,0297	0,0309	0,0327	0,0340	0,0354	0,0372	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,100	0,101	0,102	0,103	0,104	0,105	0,106	0,107	0,108	$\cdot p l^2 : f$
min <i>M</i>		-0,0129	-0,0134	-0,0140	-0,0145	-0,0151	-0,0159	-0,0164	-0,0170	-0,0177	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	$\cdot p l^2 : f$
10 · <i>M</i>		-0,0231	-0,0241	-0,0255	-0,0265	-0,0279	-0,0296	-0,0309	-0,0324	-0,0345	$\cdot l^2$
<i>n</i>		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>

$$\frac{y_v}{f} = 0,16.$$

Moment im Gewölbeviertel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		0,1066	0,0901	0,0694	0,0570	0,0429	0,0265	0,0174	0,0075	- 0,0033	<i>f</i>
Einflußlinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0009	1
	2	0,0056	0,0056	0,0054	0,0053	0,0051	0,0047	0,0045	0,0043	0,0039	2
	3	0,0131	0,0129	0,0125	0,0122	0,0118	0,0112	0,0108	0,0102	0,0095	3
	4	0,0238	0,0234	0,0227	0,0223	0,0216	0,0207	0,0200	0,0193	0,0183	4
	5	0,0378	0,0372	0,0363	0,0356	0,0347	0,0334	0,0326	0,0317	0,0305	5
	6	0,0552	0,0543	0,0531	0,0522	0,0511	0,0496	0,0487	0,0476	0,0462	6
	7	0,0341	0,0330	0,0316	0,0306	0,0293	0,0277	0,0267	0,0255	0,0241	7
	8	0,0164	0,0151	0,0134	0,0123	0,0110	0,0094	0,0083	0,0072	0,0059	8
	9	0,0016	0,0002	- 0,0015	- 0,0026	- 0,0039	- 0,0055	- 0,0064	- 0,0074	- 0,0085	9
	10	- 0,0102	- 0,0116	- 0,0133	- 0,0143	- 0,0155	- 0,0168	- 0,0175	- 0,0183	- 0,0191	10
	11	- 0,0192	- 0,0205	- 0,0220	- 0,0228	- 0,0238	- 0,0247	- 0,0252	- 0,0257	- 0,0262	11
	12	- 0,0256	- 0,0267	- 0,0278	- 0,0284	- 0,0290	- 0,0295	- 0,0297	- 0,0299	- 0,0299	12
	11'	- 0,0296	- 0,0304	- 0,0310	- 0,0313	- 0,0315	- 0,0314	- 0,0313	- 0,0311	- 0,0307	11'
	10'	- 0,0316	- 0,0318	- 0,0319	- 0,0319	- 0,0316	- 0,0311	- 0,0307	- 0,0301	- 0,0292	10'
	9'	- 0,0316	- 0,0314	- 0,0310	- 0,0306	- 0,0299	- 0,0289	- 0,0283	- 0,0274	- 0,0263	9'
	8'	- 0,0300	- 0,0294	- 0,0285	- 0,0278	- 0,0269	- 0,0256	- 0,0247	- 0,0237	- 0,0223	8'
	7'	- 0,0270	- 0,0262	- 0,0249	- 0,0241	- 0,0230	- 0,0215	- 0,0205	- 0,0194	- 0,0180	7'
	6'	- 0,0230	- 0,0220	- 0,0206	- 0,0197	- 0,0185	- 0,0170	- 0,0161	- 0,0149	- 0,0136	6'
	5'	- 0,0183	- 0,0173	- 0,0159	- 0,0150	- 0,0139	- 0,0125	- 0,0117	- 0,0107	- 0,0095	5'
4'	- 0,0133	- 0,0124	- 0,0112	- 0,0105	- 0,0096	- 0,0084	- 0,0077	- 0,0070	- 0,0061	4'	
3'	- 0,0084	- 0,0077	- 0,0069	- 0,0064	- 0,0057	- 0,0049	- 0,0044	- 0,0039	- 0,0033	3'	
2'	- 0,0042	- 0,0038	- 0,0033	- 0,0030	- 0,0027	- 0,0023	- 0,0020	- 0,0017	- 0,0014	2'	
1'	- 0,0012	- 0,0010	- 0,0009	- 0,0008	- 0,0007	- 0,0006	- 0,0005	- 0,0004	- 0,0003	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max <i>M</i>	0,0078	0,0076	0,0073	0,0071	0,0068	0,0065	0,0063	0,0060	0,0057	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,038	0,038	0,037	0,035	0,034	0,033	0,033	0,032	0,031	$\cdot p l^2 : f$	
min <i>M</i>	- 0,0115	- 0,0115	- 0,0114	- 0,0113	- 0,0111	- 0,0109	- 0,0107	- 0,0104	- 0,0101	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,094	0,095	0,097	0,100	0,102	0,104	0,105	0,107	0,109	$\cdot p l^2 : f$	
10 · <i>M</i>	0,0077	0,0081	0,0083	0,0085	0,0086	0,0087	0,0088	0,0087	0,0087	$\cdot l^2$	
<i>n</i>	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>	

$$\frac{y_v}{f} = 0,16.$$

Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Scheitel.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$										
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		
<i>y</i>		0,2310	0,2145	0,1938	0,1814	0,1673	0,1509	0,1418	0,1319	0,1211	<i>f</i>	
Einfußlinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
	1	-0,0002	-0,0001	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1
	2	0,0000	0,0001	0,0003	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	2
	3	0,0013	0,0015	0,0016	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0016	0,0015	0,0014	3
	4	0,0044	0,0045	0,0045	0,0045	0,0044	0,0042	0,0041	0,0041	0,0039	0,0036	4
	5	0,0098	0,0098	0,0096	0,0094	0,0091	0,0087	0,0084	0,0084	0,0081	0,0077	5
	6	0,0179	0,0176	0,0171	0,0167	0,0162	0,0155	0,0151	0,0151	0,0146	0,0139	6
	7	0,0290	0,0283	0,0274	0,0268	0,0260	0,0251	0,0245	0,0245	0,0238	0,0230	7
	8	0,0431	0,0421	0,0408	0,0400	0,0390	0,0378	0,0370	0,0370	0,0362	0,0352	8
	9	0,0605	0,0591	0,0575	0,0565	0,0553	0,0539	0,0530	0,0530	0,0521	0,0510	9
	10	0,0395	0,0379	0,0359	0,0348	0,0335	0,0320	0,0311	0,0311	0,0301	0,0290	10
	11	0,0216	0,0199	0,0179	0,0168	0,0154	0,0139	0,0131	0,0131	0,0122	0,0111	11
	12	0,0070	0,0054	0,0035	0,0024	0,0012	-0,0001	-0,0009	-0,0009	-0,0017	-0,0026	12
	11'	-0,0044	-0,0058	-0,0074	-0,0083	-0,0093	-0,0103	-0,0108	-0,0108	-0,0114	-0,0120	11'
	10'	-0,0129	-0,0141	-0,0151	-0,0157	-0,0163	-0,0168	-0,0172	-0,0172	-0,0175	-0,0177	10'
	9'	-0,0186	-0,0192	-0,0198	-0,0200	-0,0202	-0,0204	-0,0204	-0,0204	-0,0204	-0,0204	9'
	8'	-0,0217	-0,0218	-0,0218	-0,0218	-0,0217	-0,0214	-0,0212	-0,0212	-0,0209	-0,0206	8'
	7'	-0,0224	-0,0222	-0,0217	-0,0214	-0,0210	-0,0204	-0,0200	-0,0200	-0,0195	-0,0189	7'
	6'	-0,0211	-0,0206	-0,0198	-0,0193	-0,0186	-0,0178	-0,0173	-0,0173	-0,0167	-0,0160	6'
5'	-0,0182	-0,0175	-0,0165	-0,0159	-0,0152	-0,0143	-0,0137	-0,0137	-0,0131	-0,0123	5'	
4'	-0,0141	-0,0134	-0,0125	-0,0119	-0,0112	-0,0103	-0,0098	-0,0098	-0,0092	-0,0086	4'	
3'	-0,0094	-0,0088	-0,0081	-0,0076	-0,0071	-0,0064	-0,0060	-0,0060	-0,0056	-0,0051	3'	
2'	-0,0049	-0,0046	-0,0041	-0,0038	-0,0035	-0,0031	-0,0029	-0,0029	-0,0026	-0,0023	2'	
1'	-0,0014	-0,0013	-0,0011	-0,0011	-0,0010	-0,0008	-0,0008	-0,0008	-0,0007	-0,0006	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max <i>M</i>	0,0097	0,0094	0,0090	0,0087	0,0084	0,0080	0,0078	0,0078	0,0076	0,0073	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,071	0,071	0,070	0,070	0,069	0,068	0,068	0,068	0,068	0,068	$\cdot p l^2 : f$	
min <i>M</i>	-0,0063	-0,0064	-0,0064	-0,0063	-0,0062	-0,0060	-0,0059	-0,0059	-0,0059	-0,0058	$\cdot p l^2$	
zugeh. <i>H</i>	0,061	0,062	0,064	0,065	0,067	0,069	0,070	0,070	0,071	0,072	$\cdot p l^2 : f$	
10 · <i>M</i>	-0,0043	-0,0039	-0,0033	-0,0030	-0,0026	-0,0023	-0,0021	-0,0021	-0,0019	-0,0016	$\cdot l^2$	
<i>n</i>	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		<i>n</i>	

$\frac{y_v}{f} = 0,16.$ Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Kämpfer.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		-0,1690	-0,1855	-0,2062	-0,2186	-0,2327	-0,2491	-0,2582	-0,2681	-0,2789	<i>f</i>
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		0,0040	0,0039	0,0037	0,0035	0,0034	0,0031	0,0029	0,0027	0,0024	1
2		0,0152	0,0148	0,0142	0,0137	0,0131	0,0123	0,0117	0,0111	0,0102	2
3		0,0326	0,0319	0,0308	0,0300	0,0289	0,0275	0,0265	0,0253	0,0238	3
4		0,0137	0,0127	0,0111	0,0100	0,0086	0,0066	0,0053	0,0037	0,0018	4
5		-0,0007	-0,0020	-0,0038	-0,0051	-0,0068	-0,0091	-0,0106	-0,0123	-0,0145	5
6		-0,0111	-0,0125	-0,0146	-0,0159	-0,0177	-0,0200	-0,0215	-0,0233	-0,0255	6
7		-0,0183	-0,0197	-0,0217	-0,0230	-0,0247	-0,0268	-0,0281	-0,0297	-0,0315	7
8		-0,0228	-0,0240	-0,0258	-0,0269	-0,0283	-0,0299	-0,0310	-0,0321	-0,0334	8
9		-0,0249	-0,0259	-0,0272	-0,0281	-0,0290	-0,0301	-0,0307	-0,0312	-0,0318	9
10		-0,0252	-0,0259	-0,0267	-0,0271	-0,0275	-0,0278	-0,0279	-0,0278	-0,0275	10
11		-0,0241	-0,0244	-0,0245	-0,0245	-0,0243	-0,0237	-0,0233	-0,0226	-0,0214	11
12		-0,0219	-0,0217	-0,0212	-0,0207	-0,0199	-0,0186	-0,0176	-0,0163	-0,0144	12
11'		-0,0190	-0,0184	-0,0172	-0,0163	-0,0150	-0,0130	-0,0116	-0,0098	-0,0074	11'
10'		-0,0157	-0,0147	-0,0130	-0,0118	-0,0100	-0,0076	-0,0059	-0,0038	-0,0010	10'
9'		-0,0122	-0,0109	-0,0089	-0,0074	-0,0055	-0,0028	-0,0010	0,0013	0,0041	9'
8'		-0,0089	-0,0074	-0,0053	-0,0037	-0,0017	0,0010	0,0028	0,0049	0,0077	8'
7'		-0,0058	-0,0044	-0,0023	-0,0008	0,0011	0,0036	0,0052	0,0072	0,0095	7'
6'		-0,0033	-0,0020	-0,0001	0,0012	0,0029	0,0050	0,0064	0,0079	0,0099	6'
5'		-0,0014	-0,0003	0,0013	0,0024	0,0036	0,0053	0,0063	0,0075	0,0088	5'
4'		-0,0002	0,0007	0,0018	0,0026	0,0035	0,0046	0,0053	0,0060	0,0069	4'
3'		0,0004	0,0009	0,0017	0,0021	0,0027	0,0033	0,0037	0,0041	0,0045	3'
2'		0,0004	0,0007	0,0011	0,0013	0,0015	0,0018	0,0019	0,0021	0,0022	2'
1'		0,0002	0,0003	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max <i>M</i>		0,0027	0,0025	0,0024	0,0025	0,0026	0,0028	0,0031	0,0033	0,0037	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,013	0,016	0,021	0,025	0,030	0,036	0,040	0,044	0,049	$\cdot p l^2 : f$
min <i>M</i>		-0,0090	-0,0089	-0,0087	-0,0087	-0,0087	-0,0086	-0,0086	-0,0086	-0,0086	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,119	0,117	0,113	0,110	0,106	0,101	0,098	0,095	0,091	$\cdot p l^2 : f$
10 · <i>M</i>		0,0088	0,0087	0,0084	0,0082	0,0078	0,0073	0,0069	0,0064	0,0057	$\cdot l^2$
<i>n</i>		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>

$$\frac{y_v}{f} = 0,15.$$

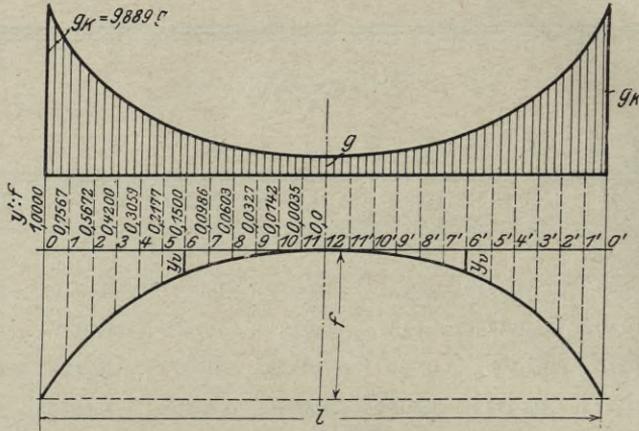


Abb. 137.

$$m = \frac{g_k}{g} = 9,889. \quad \tan \varphi_k = 6,601 \frac{f}{l}.$$

$$H_{v0} = 0,2499 \frac{g l^2}{f}.$$

$$V_{g0} = 1,6496 g l.$$

$$\cos \varphi_k = \frac{1}{\sqrt{1 + 43,57 \frac{f^2}{l^2}}}$$

Bogenkraft (Werte $H \frac{f}{l} (1 + \mu)$).

Einflughlinienordinate Nr.	$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$										$\frac{y'}{f}$	· f
	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15			
y_s	0,2587	0,2424	0,2221	0,2099	0,1960	0,1799	0,1709	0,1612	0,1506			
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1,0000	0	
1	0,0074	0,0071	0,0067	0,0064	0,0061	0,0057	0,0054	0,0050	0,0046	0,7567	1	
2	0,0261	0,0253	0,0243	0,0236	0,0227	0,0215	0,0207	0,0198	0,0185	0,5672	2	
3	0,0521	0,0510	0,0494	0,0484	0,0471	0,0454	0,0442	0,0428	0,0410	0,4200	3	
4	0,0820	0,0808	0,0791	0,0781	0,0767	0,0750	0,0738	0,0724	0,0705	0,3059	4	
5	0,1130	0,1121	0,1109	0,1102	0,1092	0,1079	0,1071	0,1061	0,1048	0,2177	5	
6	0,1431	0,1429	0,1426	0,1425	0,1423	0,1420	0,1419	0,1417	0,1414	0,1500	6	
7	0,1708	0,1715	0,1725	0,1731	0,1740	0,1751	0,1759	0,1768	0,1780	0,0986	7	
8	0,1947	0,1966	0,1990	0,2006	0,2026	0,2053	0,2071	0,2093	0,2122	0,0603	8	
9	0,2142	0,2171	0,2209	0,2235	0,2267	0,2310	0,2337	0,2372	0,2417	0,0327	9	
10	0,2285	0,2323	0,2374	0,2408	0,2450	0,2506	0,2542	0,2588	0,2646	0,0142	10	
11	0,2372	0,2417	0,2477	0,2516	0,2565	0,2630	0,2673	0,2725	0,2793	0,0035	11	
12	0,2401	0,2449	0,2512	0,2553	0,2605	0,2673	0,2718	0,2773	0,2844	0,0000	12	
N	0,0775	0,0666	0,0550	0,0489	0,0425	0,0359	0,0324	0,0288	0,0250		$\cdot l f^2 : E J_s$	
\tilde{y}	0,0198	0,0196	0,0194	0,0193	0,0191	0,0189	0,0188	0,0186	0,0184		$l^2 : f$	
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15		n	

$$\frac{y_v}{f} = 0,15.$$

Moment im Scheitel.

	$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									· f
	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y	0,2587	0,2424	0,2221	0,2099	0,1960	0,1799	0,1709	0,1612	0,1506	· f
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	-0,0011	-0,0010	-0,0008	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	-0,0004	1
2	-0,0033	-0,0030	-0,0027	-0,0025	-0,0023	-0,0021	-0,0019	-0,0018	-0,0016	2
3	-0,0057	-0,0053	-0,0048	-0,0045	-0,0042	-0,0039	-0,0036	-0,0034	-0,0032	3
4	-0,0073	-0,0069	-0,0064	-0,0061	-0,0058	-0,0054	-0,0052	-0,0050	-0,0047	4
5	-0,0075	-0,0072	-0,0068	-0,0067	-0,0064	-0,0061	-0,0060	-0,0058	-0,0057	5
6	-0,0058	-0,0057	-0,0056	-0,0056	-0,0056	-0,0055	-0,0055	-0,0055	-0,0054	6
7	-0,0017	-0,0019	-0,0023	-0,0025	-0,0027	-0,0030	-0,0031	-0,0033	-0,0035	7
8	0,0052	0,0045	0,0036	0,0032	0,0026	0,0020	0,0016	0,0012	0,0008	8
9	0,0149	0,0138	0,0125	0,0117	0,0108	0,0098	0,0093	0,0086	0,0079	9
10	0,0277	0,0262	0,0244	0,0234	0,0223	0,0210	0,0202	0,0194	0,0184	10
11	0,0437	0,0419	0,0398	0,0386	0,0373	0,0357	0,0349	0,0339	0,0328	11
12	0,0629	0,0610	0,0588	0,0575	0,0561	0,0545	0,0536	0,0525	0,0514	12
11'	0,0437	0,0419	0,0398	0,0386	0,0373	0,0357	0,0349	0,0339	0,0328	11'
10'	0,0277	0,0262	0,0244	0,0234	0,0223	0,0210	0,0202	0,0194	0,0184	10'
9'	0,0149	0,0138	0,0125	0,0117	0,0108	0,0098	0,0093	0,0086	0,0079	9'
8'	0,0052	0,0045	0,0036	0,0032	0,0026	0,0020	0,0016	0,0012	0,0008	8'
7'	-0,0017	-0,0019	-0,0023	-0,0025	-0,0027	-0,0030	-0,0031	-0,0033	-0,0035	7'
6'	-0,0058	-0,0057	-0,0056	-0,0056	-0,0056	-0,0055	-0,0055	-0,0055	-0,0054	6'
5'	-0,0075	-0,0072	-0,0068	-0,0067	-0,0064	-0,0061	-0,0060	-0,0058	-0,0057	5'
4'	-0,0073	-0,0069	-0,0064	-0,0061	-0,0058	-0,0054	-0,0052	-0,0050	-0,0047	4'
3'	-0,0057	-0,0053	-0,0048	-0,0045	-0,0042	-0,0039	-0,0036	-0,0034	-0,0032	3'
2'	-0,0033	-0,0030	-0,0027	-0,0025	-0,0023	-0,0021	-0,0019	-0,0018	-0,0016	2'
1'	-0,0011	-0,0010	-0,0008	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0006	-0,0005	-0,0004	1'
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M	0,0102	0,0097	0,0091	0,0087	0,0083	0,0079	0,0077	0,0074	0,0071	· p l ²
zugeh. H	0,087	0,087	0,087	0,088	0,088	0,088	0,088	0,089	0,089	· p l ² : f
min M	-0,0028	-0,0028	-0,0026	-0,0024	-0,0023	-0,0023	-0,0023	-0,0022	-0,0021	· p l ²
zugeh. H	0,045	0,046	0,047	0,048	0,049	0,050	0,051	0,052	0,053	· p l ² : f
10 · M	-0,0094	-0,0089	-0,0084	-0,0081	-0,0077	-0,0074	-0,0071	-0,0070	-0,0066	· l ²
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n

$$\frac{y_v}{f} = 0,15.$$

Moment im Kämpfer.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		-0,7413	-0,7576	-0,7779	-0,7901	-0,8040	-0,8201	-0,8291	-0,8388	-0,8494	<i>f</i>
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		-0,0328	-0,0331	-0,0336	-0,0339	-0,0343	-0,0349	-0,0353	-0,0358	-0,0363	1
2		-0,0507	-0,0517	-0,0530	-0,0539	-0,0552	-0,0569	-0,0580	-0,0593	-0,0611	2
3		-0,0571	-0,0587	-0,0610	-0,0626	-0,0646	-0,0674	-0,0692	-0,0715	-0,0743	3
4		-0,0550	-0,0570	-0,0600	-0,0620	-0,0646	-0,0680	-0,0703	-0,0730	-0,0765	4
5		-0,0468	-0,0490	-0,0521	-0,0542	-0,0570	-0,0606	-0,0629	-0,0657	-0,0692	5
6		-0,0346	-0,0365	-0,0394	-0,0412	-0,0437	-0,0469	-0,0489	-0,0513	-0,0542	6
7		-0,0197	-0,0212	-0,0233	-0,0247	-0,0264	-0,0287	-0,0300	-0,0316	-0,0334	7
8		-0,0038	-0,0045	-0,0055	-0,0061	-0,0069	-0,0078	-0,0082	-0,0086	-0,0088	8
9		0,0123	0,0125	0,0128	0,0131	0,0135	0,0143	0,0149	0,0159	0,0174	9
10		0,0276	0,0288	0,0305	0,0318	0,0334	0,0359	0,0376	0,0399	0,0432	10
11		0,0414	0,0435	0,0466	0,0487	0,0515	0,0555	0,0583	0,0618	0,0666	11
12		0,0530	0,0559	0,0600	0,0628	0,0666	0,0718	0,0754	0,0798	0,0858	12
11'		0,0621	0,0654	0,0702	0,0734	0,0777	0,0837	0,0877	0,0927	0,0993	11'
10'		0,0681	0,0716	0,0765	0,0800	0,0844	0,0906	0,0946	0,0997	0,1063	10'
9'		0,0709	0,0742	0,0789	0,0823	0,0865	0,0923	0,0961	0,1008	0,1069	9'
8'		0,0703	0,0733	0,0774	0,0803	0,0840	0,0891	0,0925	0,0963	0,1015	8'
7'		0,0664	0,0687	0,0721	0,0744	0,0774	0,0813	0,0839	0,0870	0,0908	7'
6'		0,0592	0,0609	0,0633	0,0650	0,0671	0,0699	0,0717	0,0737	0,0762	6'
5'		0,0494	0,0504	0,0519	0,0531	0,0542	0,0558	0,0568	0,0579	0,0592	5'
4'		0,0377	0,0381	0,0388	0,0393	0,0398	0,0405	0,0408	0,0412	0,0414	4'
3'		0,0250	0,0251	0,0252	0,0253	0,0254	0,0255	0,0254	0,0252	0,0249	3'
2'		0,0130	0,0129	0,0129	0,0128	0,0127	0,0124	0,0123	0,0121	0,0116	2'
1'		0,0038	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034	0,0033	0,0031	0,0030	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max <i>M</i>		0,0273	0,0282	0,0297	0,0308	0,0322	0,0340	0,0352	0,0368	0,0387	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,101	0,102	0,104	0,105	0,106	0,107	0,108	0,109	0,111	$\cdot p l^2 : f$
min <i>M</i>		-0,0125	-0,0129	-0,0136	-0,0140	-0,0146	-0,0154	-0,0158	-0,0164	-0,0171	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	$\cdot p l^2 : f$
10 · <i>M</i>		-0,0203	-0,0212	-0,0225	-0,0234	-0,0247	-0,0263	-0,0274	-0,0289	-0,0308	$\cdot l^2$
<i>n</i>		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>

$$\frac{y_v}{f} = 0,15.$$

Moment im Gewölbeviertel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		0,1087	0,0924	0,0721	0,0599	0,0460	0,0299	0,0209	0,0112	0,0006	<i>f</i>
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		0,0013	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0011	0,0010	0,0010	0,0009	1
2		0,0055	0,0055	0,0053	0,0052	0,0050	0,0047	0,0045	0,0042	0,0038	2
3		0,0129	0,0127	0,0123	0,0120	0,0116	0,0110	0,0106	0,0101	0,0094	3
4		0,0235	0,0231	0,0225	0,0220	0,0213	0,0204	0,0198	0,0190	0,0181	4
5		0,0375	0,0368	0,0359	0,0352	0,0343	0,0330	0,0322	0,0312	0,0301	5
6		0,0548	0,0539	0,0526	0,0517	0,0506	0,0491	0,0481	0,0470	0,0457	6
7		0,0337	0,0326	0,0310	0,0300	0,0287	0,0270	0,0260	0,0248	0,0234	7
8		0,0159	0,0145	0,0128	0,0116	0,0103	0,0086	0,0076	0,0064	0,0051	8
9		0,0011	-0,0003	-0,0022	-0,0033	-0,0047	-0,0063	-0,0072	-0,0083	-0,0094	9
10		-0,0107	-0,0121	-0,0140	-0,0150	-0,0163	-0,0176	-0,0184	-0,0193	-0,0202	10
11		-0,0197	-0,0211	-0,0227	-0,0236	-0,0246	-0,0256	-0,0262	-0,0267	-0,0272	11
12		-0,0261	-0,0273	-0,0285	-0,0292	-0,0298	-0,0304	-0,0307	-0,0309	-0,0310	12
11'		-0,0302	-0,0309	-0,0317	-0,0320	-0,0323	-0,0324	-0,0323	-0,0321	-0,0317	11'
10'		-0,0321	-0,0324	-0,0326	-0,0326	-0,0324	-0,0319	-0,0316	-0,0310	-0,0303	10'
9'		-0,0321	-0,0321	-0,0316	-0,0313	-0,0307	-0,0298	-0,0291	-0,0283	-0,0272	9'
8'		-0,0304	-0,0300	-0,0291	-0,0285	-0,0275	-0,0263	-0,0255	-0,0245	-0,0232	8'
7'		-0,0274	-0,0266	-0,0255	-0,0246	-0,0236	-0,0221	-0,0212	-0,0201	-0,0187	7'
6'		-0,0234	-0,0224	-0,0211	-0,0202	-0,0190	-0,0175	-0,0166	-0,0155	-0,0141	6'
5'		-0,0186	-0,0176	-0,0163	-0,0154	-0,0143	-0,0130	-0,0121	-0,0111	-0,0099	5'
4'		-0,0135	-0,0127	-0,0115	-0,0108	-0,0098	-0,0087	-0,0080	-0,0072	-0,0063	4'
3'		-0,0086	-0,0079	-0,0071	-0,0065	-0,0059	-0,0051	-0,0046	-0,0041	-0,0035	3'
2'		-0,0043	-0,0039	-0,0034	-0,0031	-0,0028	-0,0023	-0,0021	-0,0018	-0,0015	2'
1'		-0,0012	-0,0011	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	-0,0005	-0,0004	-0,0003	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max <i>M</i>		0,0077	0,0075	0,0072	0,0070	0,0067	0,0064	0,0062	0,0059	0,0056	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,037	0,037	0,036	0,035	0,034	0,033	0,033	0,032	0,031	$\cdot p l^2 : f$
min <i>M</i>		-0,0117	-0,0117	-0,0117	-0,0116	-0,0115	-0,0113	-0,0111	-0,0109	-0,0106	$\cdot p l^2$
zugeh. <i>H</i>		0,095	0,096	0,099	0,101	0,103	0,105	0,106	0,108	0,111	$\cdot p l^2 : f$
10 · <i>M</i>		0,0071	0,0075	0,0077	0,0078	0,0079	0,0080	0,0081	0,0080	0,0080	$\cdot l^2$
<i>n</i>		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>

$\frac{y_v}{f} = 0,15$. Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Scheitel.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
<i>y</i>		0,2260	0,2097	0,1894	0,1772	0,1633	0,1472	0,1382	0,1285	0,1179	<i>f</i>
	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	-0,0002	-0,0001	-0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1
	2	0,0000	0,0002	0,0003	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	2
	3	0,0014	0,0015	0,0017	0,0017	0,0017	0,0017	0,0016	0,0015	0,0014	3
	4	0,0046	0,0047	0,0047	0,0046	0,0045	0,0043	0,0042	0,0039	0,0037	4
	5	0,0102	0,0101	0,0098	0,0096	0,0093	0,0089	0,0086	0,0082	0,0078	5
	6	0,0184	0,0180	0,0174	0,0170	0,0165	0,0158	0,0153	0,0148	0,0141	6
	7	0,0296	0,0289	0,0279	0,0273	0,0265	0,0255	0,0248	0,0241	0,0233	7
	8	0,0440	0,0429	0,0415	0,0406	0,0396	0,0383	0,0375	0,0366	0,0356	8
	9	0,0615	0,0601	0,0583	0,0572	0,0560	0,0545	0,0537	0,0527	0,0515	9
	10	0,0405	0,0389	0,0369	0,0357	0,0343	0,0327	0,0318	0,0308	0,0296	10
	11	0,0228	0,0210	0,0189	0,0177	0,0163	0,0148	0,0139	0,0129	0,0118	11
	12	0,0082	0,0065	0,0045	0,0034	0,0021	0,0007	-0,0001	-0,0009	-0,0018	12
	11'	-0,0033	-0,0047	-0,0064	-0,0074	-0,0084	-0,0094	-0,0100	-0,0106	-0,0113	11'
	10'	-0,0119	-0,0129	-0,0141	-0,0148	-0,0154	-0,0161	-0,0164	-0,0168	-0,0171	10'
	9'	-0,0177	-0,0183	-0,0189	-0,0192	-0,0195	-0,0197	-0,0198	-0,0199	-0,0199	9'
	8'	-0,0209	-0,0211	-0,0212	-0,0212	-0,0211	-0,0209	-0,0207	-0,0205	-0,0202	8'
	7'	-0,0218	-0,0215	-0,0212	-0,0209	-0,0205	-0,0199	-0,0196	-0,0192	-0,0186	7'
	6'	-0,0206	-0,0201	-0,0194	-0,0189	-0,0183	-0,0176	-0,0170	-0,0165	-0,0158	6'
	5'	-0,0179	-0,0172	-0,0163	-0,0157	-0,0150	-0,0141	-0,0136	-0,0130	-0,0122	5'
	4'	-0,0139	-0,0132	-0,0123	-0,0117	-0,0111	-0,0102	-0,0097	-0,0092	-0,0085	4'
	3'	-0,0093	-0,0088	-0,0080	-0,0076	-0,0070	-0,0063	-0,0060	-0,0056	-0,0051	3'
	2'	-0,0049	-0,0045	-0,0041	-0,0038	-0,0035	-0,0031	-0,0029	-0,0026	-0,0023	2'
	1'	-0,0014	-0,0013	-0,0012	-0,0011	-0,0010	-0,0008	-0,0008	-0,0007	-0,0006	1'
	0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
	max <i>M</i>	0,0100	0,0097	0,0092	0,0089	0,0086	0,0082	0,0080	0,0077	0,0074	$\cdot p l^2$
	zugeh. <i>H</i>	0,072	0,072	0,071	0,071	0,070	0,070	0,069	0,069	0,069	$\cdot p l^2 : f$
	min <i>M</i>	-0,0060	-0,0061	-0,0061	-0,0060	-0,0060	-0,0059	-0,0058	-0,0057	-0,0056	$\cdot p l^2$
	zugeh. <i>H</i>	0,060	0,061	0,063	0,065	0,067	0,068	0,070	0,071	0,073	$\cdot p l^2 : f$
	10 · <i>M</i>	-0,0037	-0,0033	-0,0029	-0,0026	-0,0023	-0,0020	-0,0018	-0,0017	-0,0014	$\cdot l^2$
	<i>n</i>	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	<i>n</i>

$\frac{y_v}{f} = 0,15$. Moment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Kämpfer.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
y		-0,1613	-0,1776	-0,1979	-0,2101	-0,2240	-0,2401	-0,2491	-0,2588	-0,2694	$\cdot f$
0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1		0,0040	0,0038	0,0037	0,0035	0,0033	0,0031	0,0029	0,0027	0,0024	1
2		0,0151	0,0147	0,0141	0,0136	0,0130	0,0122	0,0117	0,0110	0,0102	2
3		0,0323	0,0316	0,0305	0,0297	0,0287	0,0273	0,0263	0,0252	0,0237	3
4		0,0132	0,0122	0,0106	0,0096	0,0081	0,0062	0,0050	0,0034	0,0015	4
5		-0,0014	-0,0026	-0,0045	-0,0058	-0,0075	-0,0097	-0,0111	-0,0129	-0,0150	5
6		-0,0121	-0,0135	-0,0155	-0,0168	-0,0186	-0,0209	-0,0224	-0,0241	-0,0262	6
7		-0,0195	-0,0209	-0,0229	-0,0242	-0,0259	-0,0280	-0,0293	-0,0308	-0,0326	7
8		-0,0242	-0,0254	-0,0272	-0,0283	-0,0297	-0,0314	-0,0324	-0,0335	-0,0348	8
9		-0,0265	-0,0275	-0,0289	-0,0298	-0,0307	-0,0318	-0,0324	-0,0330	-0,0335	9
10		-0,0269	-0,0277	-0,0285	-0,0290	-0,0294	-0,0297	-0,0298	-0,0298	-0,0295	10
11		-0,0259	-0,0262	-0,0265	-0,0265	-0,0263	-0,0259	-0,0254	-0,0247	-0,0236	11
12		-0,0238	-0,0236	-0,0232	-0,0228	-0,0220	-0,0208	-0,0198	-0,0185	-0,0167	12
11'		-0,0208	-0,0202	-0,0192	-0,0183	-0,0170	-0,0151	-0,0137	-0,0120	-0,0095	11'
10'		-0,0174	-0,0164	-0,0149	-0,0136	-0,0120	-0,0095	-0,0079	-0,0058	-0,0030	10'
9'		-0,0138	-0,0125	-0,0106	-0,0091	-0,0072	-0,0045	-0,0027	-0,0005	0,0024	9'
8'		-0,0103	-0,0088	-0,0067	-0,0052	-0,0032	-0,0005	0,0013	0,0035	0,0063	8'
7'		-0,0070	-0,0056	-0,0034	-0,0020	-0,0001	0,0025	0,0041	0,0061	0,0085	7'
6'		-0,0043	-0,0029	-0,0010	0,0003	0,0020	0,0042	0,0056	0,0072	0,0091	6'
5'		-0,0021	-0,0010	0,0006	0,0017	0,0030	0,0045	0,0057	0,0070	0,0084	5'
4'		-0,0007	0,0002	0,0014	0,0022	0,0031	0,0043	0,0050	0,0057	0,0066	4'
3'		0,0001	0,0007	0,0014	0,0019	0,0025	0,0032	0,0035	0,0039	0,0044	3'
2'		0,0003	0,0006	0,0010	0,0012	0,0014	0,0017	0,0019	0,0021	0,0022	2'
1'		0,0002	0,0002	0,0003	0,0004	0,0005	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	1'
0'		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'
max M		0,0026	0,0024	0,0023	0,0023	0,0025	0,0026	0,0029	0,0031	0,0034	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,012	0,014	0,018	0,022	0,027	0,033	0,036	0,041	0,046	$\cdot p l^2 : f$
min M		-0,0098	-0,0097	-0,0096	-0,0095	-0,0095	-0,0094	-0,0094	-0,0093	-0,0093	$\cdot p l^2$
zugeh. H		0,120	0,119	0,117	0,114	0,110	0,105	0,103	0,099	0,096	$\cdot p l^2 : f$
10 · \mathfrak{M}		0,0076	0,0075	0,0072	0,0070	0,0067	0,0063	0,0059	0,0054	0,0048	$\cdot l^2$
n		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n

$\frac{y_v}{f} = \text{beliebig.}$

Balkenmoment im Scheitel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
Einflußlinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0,0009	0,0008	0,0007	0,0006	0,0005	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	1
	2	0,0035	0,0031	0,0027	0,0025	0,0022	0,0018	0,0016	0,0014	0,0012	2
	3	0,0078	0,0071	0,0062	0,0056	0,0050	0,0043	0,0039	0,0035	0,0030	3
	4	0,0139	0,0127	0,0112	0,0103	0,0093	0,0081	0,0074	0,0067	0,0059	4
	5	0,0217	0,0200	0,0178	0,0165	0,0150	0,0133	0,0123	0,0113	0,0101	5
	6	0,0313	0,0289	0,0260	0,0243	0,0223	0,0200	0,0188	0,0174	0,0159	6
	7	0,0425	0,0396	0,0360	0,0339	0,0314	0,0285	0,0269	0,0252	0,0233	7
	8	0,0556	0,0521	0,0478	0,0453	0,0423	0,0389	0,0370	0,0350	0,0328	8
	9	0,0703	0,0664	0,0615	0,0586	0,0553	0,0514	0,0492	0,0469	0,0443	9
	10	0,0868	0,0825	0,0772	0,0739	0,0703	0,0660	0,0637	0,0611	0,0583	10
	11	0,1050	0,1005	0,0948	0,0914	0,0875	0,0830	0,0805	0,0778	0,0749	11
	12	0,1250	0,1204	0,1146	0,1111	0,1071	0,1026	0,1000	0,0972	0,0942	12
	11'	0,1050	0,1005	0,0948	0,0914	0,0875	0,0830	0,0805	0,0778	0,0749	11'
	10'	0,0868	0,0825	0,0772	0,0739	0,0703	0,0660	0,0637	0,0611	0,0583	10'
	9'	0,0703	0,0664	0,0615	0,0586	0,0553	0,0514	0,0492	0,0469	0,0443	9'
	8'	0,0556	0,0521	0,0478	0,0453	0,0423	0,0389	0,0370	0,0350	0,0328	8'
	7'	0,0425	0,0396	0,0360	0,0339	0,0314	0,0285	0,0269	0,0252	0,0233	7'
	6'	0,0313	0,0289	0,0260	0,0243	0,0223	0,0200	0,0188	0,0174	0,0159	6'
5'	0,0217	0,0200	0,0178	0,0165	0,0150	0,0133	0,0123	0,0113	0,0101	5'	
4'	0,0139	0,0127	0,0112	0,0103	0,0093	0,0081	0,0074	0,0067	0,0059	4'	
3'	0,0078	0,0071	0,0062	0,0056	0,0050	0,0043	0,0039	0,0035	0,0030	3'	
2'	0,0035	0,0031	0,0027	0,0025	0,0022	0,0018	0,0016	0,0014	0,0012	2'	
1'	0,0009	0,0008	0,0007	0,0006	0,0005	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max M	0,0417	0,0393	0,0364	0,0347	0,0327	0,0304	0,0292	0,0278	0,0263		
min M	0,0417	0,0393	0,0364	0,0347	0,0327	0,0304	0,0292	0,0278	0,0263		
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n	

$\frac{y_v}{f} = \text{beliebig.}$

Balkenmoment im Kämpfer.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
Einflusslinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	-0,0383	-0,0385	-0,0388	-0,0390	-0,0392	-0,0395	-0,0397	-0,0399	-0,0402	1
	2	-0,0700	-0,0708	-0,0719	-0,0726	-0,0735	-0,0745	-0,0752	-0,0759	-0,0768	2
	3	-0,0957	-0,0973	-0,0994	-0,1008	-0,1025	-0,1046	-0,1059	-0,1074	-0,1091	3
	4	-0,1157	-0,1182	-0,1215	-0,1237	-0,1263	-0,1295	-0,1315	-0,1338	-0,1364	4
	5	-0,1306	-0,1339	-0,1384	-0,1413	-0,1448	-0,1491	-0,1517	-0,1547	-0,1582	5
	6	-0,1406	-0,1448	-0,1503	-0,1538	-0,1581	-0,1634	-0,1665	-0,1701	-0,1744	6
	7	-0,1463	-0,1512	-0,1575	-0,1615	-0,1663	-0,1723	-0,1759	-0,1799	-0,1846	7
	8	-0,1482	-0,1534	-0,1603	-0,1646	-0,1698	-0,1761	-0,1799	-0,1842	-0,1891	8
	9	-0,1465	-0,1519	-0,1591	-0,1635	-0,1687	-0,1751	-0,1789	-0,1831	-0,1879	9
	10	-0,1418	-0,1472	-0,1542	-0,1585	-0,1636	-0,1697	-0,1732	-0,1772	-0,1816	10
	11	-0,1345	-0,1396	-0,1461	-0,1501	-0,1548	-0,1602	-0,1634	-0,1668	-0,1707	11
	12	-0,1250	-0,1296	-0,1354	-0,1389	-0,1429	-0,1474	-0,1500	-0,1528	-0,1558	12
	11'	-0,1138	-0,1177	-0,1225	-0,1254	-0,1285	-0,1320	-0,1339	-0,1359	-0,1380	11'
	10'	-0,1013	-0,1044	-0,1082	-0,1103	-0,1125	-0,1149	-0,1162	-0,1174	-0,1185	10'
	9'	-0,0879	-0,0902	-0,0929	-0,0943	-0,0958	-0,0971	-0,0977	-0,0982	-0,0984	9'
	8'	-0,0741	-0,0757	-0,0774	-0,0782	-0,0789	-0,0793	-0,0794	-0,0792	-0,0788	8'
	7'	-0,0603	-0,0612	-0,0621	-0,0624	-0,0625	-0,0623	-0,0619	-0,0613	-0,0604	7'
	6'	-0,0469	-0,0473	-0,0476	-0,0476	-0,0473	-0,0466	-0,0460	-0,0451	-0,0440	6'
	5'	-0,0344	-0,0345	-0,0344	-0,0341	-0,0336	-0,0327	-0,0320	-0,0311	-0,0299	5'
4'	-0,0231	-0,0231	-0,0228	-0,0224	-0,0219	-0,0210	-0,0204	-0,0196	-0,0185	4'	
3'	-0,0137	-0,0135	-0,0132	-0,0129	-0,0125	-0,0118	-0,0113	-0,0107	-0,0099	3'	
2'	-0,0064	-0,0063	-0,0060	-0,0059	-0,0056	-0,0052	-0,0049	-0,0046	-0,0041	2'	
1'	-0,0017	-0,0016	-0,0015	-0,0015	-0,0014	-0,0013	-0,0012	-0,0011	-0,0009	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max M	-0,0833	-0,0857	-0,0886	-0,0903	-0,0923	-0,0946	-0,0958	-0,0972	-0,0987		
min M	-0,0833	-0,0857	-0,0886	-0,0903	-0,0923	-0,0946	-0,0958	-0,0972	-0,0987		
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n	

$\frac{y_v}{f} = \text{beliebig.}$

Balkenmoment im Gewölbeviertel.

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
Einflusslinien-nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0,0021	0,0020	0,0018	0,0016	0,0015	0,0013	0,0012	0,0010	0,0009	1
	2	0,0084	0,0078	0,0071	0,0066	0,0060	0,0053	0,0049	0,0044	0,0038	2
	3	0,0186	0,0174	0,0159	0,0149	0,0138	0,0124	0,0115	0,0106	0,0095	3
	4	0,0324	0,0306	0,0282	0,0266	0,0248	0,0226	0,0213	0,0198	0,0181	4
	5	0,0497	0,0472	0,0439	0,0418	0,0393	0,0362	0,0345	0,0324	0,0301	5
	6	0,0703	0,0671	0,0629	0,0603	0,0571	0,0533	0,0511	0,0486	0,0458	6
	7	0,0523	0,0484	0,0434	0,0404	0,0367	0,0323	0,0297	0,0268	0,0235	7
	8	0,0370	0,0327	0,0271	0,0237	0,0196	0,0147	0,0119	0,0087	0,0052	8
	9	0,0244	0,0197	0,0137	0,0101	0,0058	0,0006	-0,0023	-0,0056	-0,0093	9
	10	0,0142	0,0093	0,0032	-0,0006	-0,0050	-0,0102	-0,0131	-0,0164	-0,0200	10
	11	0,0061	0,0013	-0,0048	-0,0085	-0,0128	-0,0178	-0,0206	-0,0237	-0,0271	11
	12	0,0000	-0,0046	-0,0104	-0,0139	-0,0179	-0,0224	-0,0250	-0,0278	-0,0308	12
	11'	-0,0044	-0,0086	-0,0139	-0,0170	-0,0205	-0,0245	-0,0267	-0,0291	-0,0316	11'
	10'	-0,0072	-0,0110	-0,0155	-0,0182	-0,0211	-0,0245	-0,0263	-0,0281	-0,0301	10'
	9'	-0,0088	-0,0119	-0,0157	-0,0179	-0,0203	-0,0229	-0,0242	-0,0256	-0,0270	9'
	8'	-0,0093	-0,0118	-0,0148	-0,0165	-0,0183	-0,0202	-0,0212	-0,0221	-0,0230	8'
	7'	-0,0089	-0,0108	-0,0130	-0,0143	-0,0156	-0,0169	-0,0175	-0,0181	-0,0186	7'
	6'	-0,0078	-0,0092	-0,0108	-0,0116	-0,0125	-0,0133	-0,0136	-0,0139	-0,0141	6'
	5'	-0,0063	-0,0073	-0,0083	-0,0088	-0,0093	-0,0097	-0,0099	-0,0099	-0,0099	5'
4'	-0,0046	-0,0052	-0,0058	-0,0061	-0,0063	-0,0065	-0,0065	-0,0064	-0,0063	4'	
3'	-0,0029	-0,0032	-0,0035	-0,0036	-0,0037	-0,0037	-0,0037	-0,0036	-0,0035	3'	
2'	-0,0015	-0,0016	-0,0017	-0,0017	-0,0017	-0,0017	-0,0017	-0,0016	-0,0015	2'	
1'	-0,0004	-0,0004	-0,0004	-0,0005	-0,0004	-0,0004	-0,0004	-0,0004	-0,0003	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max M	0,0132	0,0117	0,0103	0,0094	0,0085	0,0074	0,0069	0,0063	0,0056		
min M	-0,0027	-0,0036	-0,0051	-0,0059	-0,0070	-0,0082	-0,0089	-0,0097	-0,0105		
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n	

$\frac{y_v}{f}$ = beliebig. **Balkenmoment im Gewölbeachtel.** (Nächst dem Scheitel.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
Einflußlinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0,0015	0,0014	0,0012	0,0011	0,0010	0,0009	0,0008	0,0007	0,0006	1
	2	0,0059	0,0055	0,0049	0,0045	0,0041	0,0036	0,0032	0,0029	0,0025	2
	3	0,0132	0,0123	0,0110	0,0103	0,0094	0,0083	0,0077	0,0070	0,0062	3
	4	0,0232	0,0216	0,0197	0,0185	0,0171	0,0154	0,0144	0,0132	0,0120	4
	5	0,0357	0,0336	0,0308	0,0291	0,0271	0,0248	0,0234	0,0218	0,0201	5
	6	0,0508	0,0480	0,0445	0,0423	0,0397	0,0367	0,0349	0,0330	0,0308	6
	7	0,0682	0,0649	0,0606	0,0579	0,0549	0,0512	0,0492	0,0468	0,0443	7
	8	0,0880	0,0841	0,0792	0,0761	0,0726	0,0685	0,0661	0,0635	0,0606	8
	9	0,1099	0,1056	0,1001	0,0968	0,0930	0,0885	0,0860	0,0831	0,0800	9
	10	0,0922	0,0876	0,0818	0,0783	0,0743	0,0696	0,0669	0,0640	0,0608	10
	11	0,0764	0,0717	0,0658	0,0623	0,0582	0,0535	0,0508	0,0479	0,0447	11
	12	0,0625	0,0579	0,0521	0,0486	0,0446	0,0401	0,0375	0,0347	0,0317	12
	11'	0,0503	0,0460	0,0405	0,0372	0,0335	0,0293	0,0269	0,0244	0,0216	11'
	10'	0,0398	0,0358	0,0308	0,0279	0,0246	0,0208	0,0187	0,0165	0,0141	10'
	9'	0,0308	0,0273	0,0229	0,0204	0,0175	0,0143	0,0125	0,0106	0,0087	9'
	8'	0,0232	0,0202	0,0165	0,0144	0,0120	0,0094	0,0079	0,0064	0,0049	8'
	7'	0,0168	0,0144	0,0115	0,0098	0,0079	0,0058	0,0047	0,0036	0,0024	7'
6'	0,0117	0,0099	0,0076	0,0063	0,0049	0,0034	0,0026	0,0017	0,0009	6'	
5'	0,0077	0,0064	0,0048	0,0038	0,0029	0,0018	0,0012	0,0007	0,0001	5'	
4'	0,0046	0,0038	0,0027	0,0021	0,0015	0,0008	0,0005	0,0001	- 0,0002	4'	
3'	0,0024	0,0019	0,0013	0,0010	0,0007	0,0003	0,0001	- 0,0001	- 0,0002	3'	
2'	0,0010	0,0008	0,0005	0,0004	0,0002	0,0001	0,0000	- 0,0001	- 0,0001	2'	
1'	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max M	0,0339	0,0315	0,0286	0,0269	0,0249	0,0226	0,0214	0,0200	0,0185		
min M	0,0339	0,0315	0,0286	0,0269	0,0249	0,0226	0,0214	0,0200	0,0185		
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n	

$\frac{y_v}{f} = \text{beliebig.}$ Balkenmoment im Gewölbeachtel. (Nächst dem Kämpfer.)

		$n = \frac{J_s}{J_k \cdot \cos \varphi_k}$									
		1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	
Einflußlinienordinate Nr.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1	0,0028	0,0026	0,0023	0,0022	0,0020	0,0017	0,0016	0,0014	0,0012	1
	2	0,0109	0,0102	0,0093	0,0087	0,0080	0,0071	0,0065	0,0059	0,0052	2
	3	0,0239	0,0226	0,0207	0,0196	0,0181	0,0164	0,0153	0,0141	0,0127	3
	4	0,0000	-0,0022	-0,0050	-0,0069	-0,0090	-0,0118	-0,0134	-0,0153	-0,0175	4
	5	-0,0196	-0,0225	-0,0264	-0,0289	-0,0319	-0,0356	-0,0378	-0,0403	-0,0432	5
	6	-0,0352	-0,0389	-0,0437	-0,0468	-0,0505	-0,0550	-0,0577	-0,0608	-0,0643	6
	7	-0,0470	-0,0514	-0,0570	-0,0606	-0,0648	-0,0700	-0,0731	-0,0766	-0,0805	7
	8	-0,0556	-0,0604	-0,0666	-0,0705	-0,0751	-0,0807	-0,0840	-0,0877	-0,0919	8
	9	-0,0610	-0,0661	-0,0727	-0,0767	-0,0815	-0,0873	-0,0906	-0,0944	-0,0986	9
	10	-0,0638	-0,0689	-0,0755	-0,0796	-0,0843	-0,0899	-0,0932	-0,0968	-0,1008	10
	11	-0,0642	-0,0692	-0,0755	-0,0793	-0,0838	-0,0890	-0,0920	-0,0952	-0,0989	11
	12	-0,0625	-0,0671	-0,0729	-0,0764	-0,0804	-0,0849	-0,0875	-0,0903	-0,0933	12
	11'	-0,0591	-0,0632	-0,0682	-0,0712	-0,0745	-0,0783	-0,0803	-0,0825	-0,0848	11'
	10'	-0,0543	-0,0577	-0,0618	-0,0642	-0,0668	-0,0697	-0,0712	-0,0728	-0,0743	10'
	9'	-0,0483	-0,0511	-0,0543	-0,0561	-0,0580	-0,0600	-0,0610	-0,0619	-0,0627	9'
	8'	-0,0417	-0,0437	-0,0461	-0,0473	-0,0486	-0,0498	-0,0503	-0,0507	-0,0509	8'
	7'	-0,0346	-0,0360	-0,0376	-0,0384	-0,0391	-0,0396	-0,0397	-0,0397	-0,0395	7'
	6'	-0,0273	-0,0283	-0,0292	-0,0296	-0,0299	-0,0299	-0,0298	-0,0295	-0,0290	6'
	5'	-0,0204	-0,0209	-0,0213	-0,0215	-0,0215	-0,0212	-0,0209	-0,0205	-0,0199	5'
4'	-0,0139	-0,0141	-0,0143	-0,0143	-0,0141	-0,0137	-0,0134	-0,0130	-0,0124	4'	
3'	-0,0083	-0,0084	-0,0084	-0,0083	-0,0081	-0,0078	-0,0075	-0,0072	-0,0067	3'	
2'	-0,0039	-0,0039	-0,0039	-0,0038	-0,0037	-0,0034	-0,0033	-0,0031	-0,0028	2'	
1'	-0,0010	-0,0010	-0,0010	-0,0010	-0,0009	-0,0009	-0,0008	-0,0007	-0,0006	1'	
0'	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0'	
max M	0,0016	0,0015	0,0013	0,0012	0,0010	0,0009	0,0008	0,0007	0,0006		
min M	-0,0302	-0,0325	-0,0352	-0,0368	-0,0386	-0,0408	-0,0419	-0,0432	-0,0446		
n	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,2	0,15	n	

§ 18.

Rechnungsbeispiele.

1. Straßenbrücke mit Hinterfüllung.

Es soll die in Abb. 138 dargestellte Straßenbrücke berechnet werden.

Als Verkehrslast kommt in Frage

400 kg/m² Menschengedränge,
Dampfwalze von 16 t Dienstgewicht.

Die spezifischen Gewichte betragen

Wölbmaterial (Eisenbeton) 2,4 t/m³,
Aufschüttung (Erde) . . . 1,7 „ .

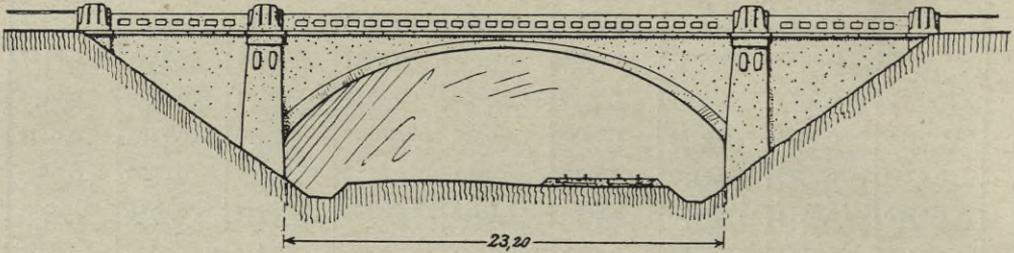


Abb. 138.

Die zulässige Beanspruchung wird zu 40 kg/cm² angenommen.

Um die Vorteile der verbesserten Gewölbeform kenntlich zu machen, wurde die Berechnung für diese und auch für die gewöhnliche Stützlinienform durchgeführt.

I. Stützlinienform.

Auf Grund der angenommenen in Abb. 139 eingetragenen Abmessungen ergeben sich die Gewichte

$$\text{am Scheitel } g = 0,40 \cdot 2,4 + 0,40 \cdot 1,7 = 1,64 \text{ t/m}^2,$$

$$\text{„ Kämpfer } g_k = 1,10 \cdot 2,4 + 5,00 \cdot 1,7 = 11,14 \text{ „}$$

und damit das Verhältnis (Gl. 3)

$$m = \frac{g_k}{g} = \frac{11,14}{1,64} = \sim 6,8.$$

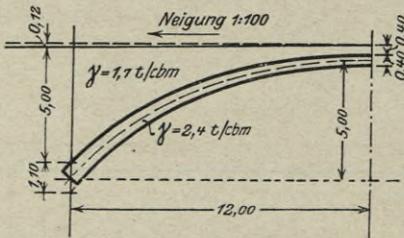


Abb. 139.

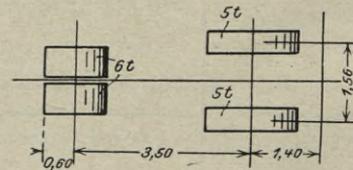


Abb. 140.

Es wird angenommen, daß sich die Last der Dampfwalze auf einen Gewölbestreifen von 4,0 m Breite verteilt. Die auf 1,0 m Breite entfallenden Lasten betragen daher für beide Hinterräder $P = 10 : 4,0 = 2,5 \text{ t}$ und für das Vorderrad $P = 6 : 4,0 = 1,5 \text{ t}$ (Abb. 140).

Zur Ermittlung der Ersatzlast p_e berechnen wir diejenigen Lasten, die auf die Beitragsstrecke für das positive Scheitelmoment (ungefähr das mittlere Bogendrittel von 8 m) zu stehen kommen und erhalten bei der Annahme, daß die Hinterräder der Walze in Gewölbemitte stehen,

Hinterräder	2,5 t,
Vorderrad	1,5 t,
Menschengedränge (rd. 2,5 m ²)	1,0 t,
Insgesamt	5,0 t.

$$\text{Demnach ist } ^1) \quad p_e = \frac{5,0}{8,0} = \infty 0,63 \text{ t/m}^2.$$

Da die konzentrierten Lasten ungünstiger wirken wie gleichmäßig verteilte Last, multiplizieren wir diesen Wert mit $\frac{4}{3}$

$$p_e = \frac{4}{3} \cdot 0,63 = \infty 0,85 \text{ t/m}^2.$$

Wir erhalten nach den Gleichungen 68 mit $m = \infty 7$

$$c_1 = \frac{1}{f} [g(0,1090 + 0,0185 m - 0,0005 m^2) + p_e(0,0600 + 0,0035 m)],$$

$$= \frac{1}{5,0} [1,64(0,1090 + 0,0185 \cdot 7 - 0,0005 \cdot 7^2) + 0,85(0,0600 + 0,0035 \cdot 7)]$$

$$= 0,085 \text{ t/m}^3,$$

$$c_2 = p_e(0,0252 + 0,0024 m),$$

$$= 0,85(0,0252 + 0,0024 \cdot 7) = 0,036 \text{ t/m}^2,$$

$$c_3 = \frac{70 t^0 + 2,5 \sigma_g}{f} \text{ (Annahme } t^0 = 20^0, \sigma_g = 100 \text{ t/m}^2)$$

$$= \frac{70 \cdot 20 + 2,5 \cdot 100}{5,0} = 330 \text{ t/m}^3,$$

und nach Gleichung 70 folgt bei $\sigma = 400 \text{ t/m}^2$ (zulässige Beanspruchung)

$$\sigma_0 = \sigma - c_3 d_s = 400 - 330 \cdot 0,40 = 268 \text{ t/m}^2.$$

Damit wird die Scheitelstärke nach Gleichung 71

$$d_s = \frac{l^2 c_1}{2 \sigma_0} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4 \sigma_0 c_2}{l^2 c_1^2}} \right],$$

$$= \frac{24,0^2 \cdot 0,085}{2 \cdot 268} \cdot \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot 268 \cdot 0,036}{24,0^2 \cdot 0,085^2}} \right] = \infty 0,39 \text{ m}.$$

Wir behalten die zu 40 cm geschätzte Scheitelstärke bei.

Der dem ermittelten Verhältnis $m = 6,8$ am nächsten liegende Tabellenwert ist $m = 6,532$. Dafür gibt die Tabelle auf Seite 174

$$\tan^2 \varphi_k = 35,796 \left(\frac{f}{l} \right)^2 = 35,796 \left(\frac{5}{24} \right)^2 = \infty 1,56.$$

Gemäß Gleichung 14 ist für das Gewölbe an beliebiger Stelle

$$d = d_s c \sqrt[6]{1 + \tan^2 \varphi}$$

und am Kämpfer

$$d_k = d_s c \sqrt[6]{1 + \tan^2 \varphi_k},$$

$$= 40 c \sqrt[6]{1 + 1,56}.$$

¹⁾ Nach Winkler würde man für schwere Wagen erhalten (S. 189)

$$p_e = 0,28 + (8,4 : l) = 0,28 + 8,4 : 24 = 0,63 \text{ t/m}^2.$$

Bei gegebener Kämpferstärke läßt sich hieraus c ermitteln und es kann dann das gültige Verhältnis von n bestimmt werden. Wir nehmen indessen hier an, daß der Querschnittzunahme $n = 0,30$ entspricht, und berechnen dafür die Kämpferstärke, die sich mit dem aus der Tabelle Seite 175 hervorgehenden Wert $c = 1,494$ (für $n = 0,30$) zu

$$d_k = 40 \cdot 1,494 \sqrt[6]{1 + 1,56} = \approx 70 \text{ cm}$$

ergibt.

Die Gewichte werden nun genauer (Abb. 141)

$$\text{am Scheitel } g = 0,40 \cdot 2,4 + 0,40 \cdot 1,7 = 1,640 \text{ t/m}^2,$$

$$\text{„ Kämpfer } g_k = 1,12 \cdot 2,4 + 4,92 \cdot 1,7 = 11,042 \text{ „}$$

und damit folgt das genaue Verhältnis (Gl. 3)

$$m = \frac{11,042}{1,640} = 6,739.$$

Durch Zwischenrechnung ergibt sich gemäß der Tabellen für $m = 6,532$ und $m = 8,0227$ (S. 246 und 252) folgende

Tabelle für die Gewölbeform und die Gewölbestärke.

Punkt	Kämpfer 0	2	4	Viertel 6	8	10	Scheitel 12	
$\frac{y'}{f}$	1,0000	0,5936	0,3330	0,1686	0,0694	0,0166	0	Durch Zwischenrechnung aus Tabelle S. 246 u. 252. $f = 5,0 \text{ m.}$
(Ord. d. Gew.-Achse) y'	5,000	2,968	1,665	0,843	0,347	0,083	0	
$\left(\frac{l}{f}\right)^2 \tan^2 \varphi$	36,31	15,07	6,12	2,36	0,79	0,17	0	Aus Tabelle S. 174.
$\tan^2 \varphi$	1,576	0,654	0,266	0,102	0,034	0,007	0	$\left(\frac{l}{f}\right)^2 = \left(\frac{24}{5}\right)^2$
$\sqrt[6]{1 + \tan^2 \varphi}$	1,171	1,087	1,040	1,016	0,006	1,001	1,000	
c	1,494	1,339	1,233	1,154	1,093	1,042	1,000	Aus Tabelle S. 175.
(Gewölbestärke in cm) d	70,0	58,2	51,3	46,9	44,0	41,7	40,0	$d = d_s c \sqrt[6]{1 + \tan^2 \varphi}$

Weiterhin ergibt sich noch (S. 246 und 252)

$$H_{go} = 0,2129 \cdot \frac{g l^2}{f} = 0,2129 \cdot 1,640 \cdot \frac{24,0^2}{5} = 40,22 \text{ t,}$$

$$V_{go} = 1,2833 \cdot g l = 1,2833 \cdot 1,640 \cdot 24,0 = 50,51 \text{ t.}$$

Analytische Kontrolle und Richtigstellung der Gewölbeachse.

Ermittlung der Gewichte (Abb. 141).

Querkraft

Lamelle 12—10 ;	$2,01 \cdot 0,408 \cdot 2,4 + 2,0 \cdot 0,41 \cdot 1,7 = 3,362 \text{ t,}$	3,362 t,
„ 10—8 ;	$2,03 \cdot 0,428 \cdot 2,4 + 2,0 \cdot 0,54 \cdot 1,7 = 3,921 \text{ t,}$	7,283 t,
„ 8—6 ;	$2,07 \cdot 0,450 \cdot 2,4 + 2,0 \cdot 0,90 \cdot 1,7 = 5,296 \text{ t,}$	12,579 t,
„ 6—4 ;	$2,16 \cdot 0,489 \cdot 2,4 + 2,0 \cdot 1,51 \cdot 1,7 = 7,669 \text{ t,}$	20,248 t,
„ 4—2 ;	$2,39 \cdot 0,544 \cdot 2,4 + 2,0 \cdot 2,47 \cdot 1,7 = 11,518 \text{ t,}$	31,766 t,
„ 2—0 ;	$2,85 \cdot 0,632 \cdot 2,4 + 2,0 \cdot 3,94 \cdot 1,7 = 17,719 \text{ t,}$	$V_{go} = 49,485 \text{ t.}$

Die lotrechten Schwerachsen dieser Gewichte wurden nicht einfach in der Mitte angenommen, sondern genauer bestimmt.

Wie man sieht, kommt eine Abweichung der Gewölbeachse kaum in Betracht; es handelt sich im höchsten Falle nur um 4 mm.

Nach den Tabellen ist für das gültige Verhältnis $m = 6,739$ bzw. $y_0 : f = 0,847 : 5,0 = 0,1694$ (S. 246 und 252)

$$\frac{y_s}{f} = 0,1922,$$

und es liegt daher die Bogenkraft in

$$y_s = 0,1922 \cdot 5,0 = 0,961 \text{ m}$$

vom Scheitel.

Der Nenner des Ausdruckes für H ergibt sich zu (S. 246 und 252)

$$N = 0,0367 \frac{l f^2}{E J_s} = 0,0367 \cdot 5,0^2 \cdot \frac{l}{E J_s}$$

oder

$$N = 0,9175 \frac{l}{E J_s},$$

womit (Gl. 32)

$$\mu = \frac{l}{E F_s N} = \frac{1}{0,9175} \cdot \frac{0,40^2}{12} = 0,0145.$$

Gleichung 42 gibt die Zusatzkraft

$$H_g' = -H_{g0} \mu = -39,374 \cdot 0,0145 = -0,572 \text{ t.}$$

Eine Temperaturänderung um $\pm 20^\circ$ erzeugt nach Gleichung 45

$$H_t = \frac{\alpha t^0 l}{N} = \pm \frac{0,000012 \cdot 2100000 \cdot 20 \cdot 0,40^3}{0,9175 \cdot 12} = \pm 2,929 \text{ t.}$$

Auswertung der Einflußlinien (Abb. 142).

Scheitel (142, a).

$$\begin{aligned} M_{ko} &= (2,5 \cdot 0,049 + 1,5 \cdot 0,001 + 0,40 \cdot 2,3 \cdot 0,011) \cdot 24,0 = 3,22 \text{ mt,} \\ M_{ku} &= (2,5 \cdot 0,056 + 1,5 \cdot 0,007 + 0,40 \cdot 3,1 \cdot 0,013) \cdot 24,0 = 4,00 \text{ ,,} \\ M_{ko} &= -(2,5 \cdot 0,007 + 1,5 \cdot 0,005 + 0,40 \cdot 2,4 \cdot 0,002) \cdot 24,0 = -1,05 \text{ ,,} \\ M_{ku} &= -(2,5 \cdot 0,004 + 1,5 \cdot 0,003 + 0,40 \cdot 2,4 \cdot 0,001) \cdot 24,0 = -0,65 \text{ ,,} \end{aligned}$$

Kämpfer (142, b).

$$\begin{aligned} M_{ko} &= (2,5 \cdot 0,073 + 1,5 \cdot 0,064 + 0,40 \cdot 3,5 \cdot 0,033 + 0,40 \cdot 5,9 \cdot 0,025) \cdot 24,0 = 9,22 \text{ mt.} \\ M_{ku} &= (2,5 \cdot 0,088 + 1,5 \cdot 0,082 + 0,40 \cdot 3,8 \cdot 0,041 + 0,40 \cdot 6,5 \cdot 0,027) \cdot 24,0 = 11,40 \text{ ,,} \\ M_{ko} &= -(2,5 \cdot 0,072 + 1,5 \cdot 0,044 + 0,40 \cdot 1,8 \cdot 0,030 + 0,40 \cdot 1,6 \cdot 0,017) \cdot 24,0 = -6,70 \text{ ,,} \\ M_{ku} &= -(2,5 \cdot 0,065 + 1,5 \cdot 0,040 + 0,40 \cdot 1,4 \cdot 0,022 + 0,40 \cdot 1,3 \cdot 0,015) \cdot 24,0 = -5,83 \text{ ,,} \end{aligned}$$

Viertel (142, c).

$$\begin{aligned} M_{ko} &= (2,5 \cdot 0,048 + 1,5 \cdot 0,006 + 0,40 \cdot 1,9 \cdot 0,002 + 0,40 \cdot 1,0 \cdot 0,009) \cdot 24,0 = 3,22 \text{ mt.} \\ M_{ku} &= (2,5 \cdot 0,052 + 1,5 \cdot 0,008 + 0,40 \cdot 1,9 \cdot 0,002 + 0,40 \cdot 1,6 \cdot 0,012) \cdot 24,0 = 3,63 \text{ ,,} \\ M_{ko} &= -(2,5 \cdot 0,033 + 1,5 \cdot 0,030 + 0,40 \cdot 2,3 \cdot 0,014 + 0,40 \cdot 7,8 \cdot 0,011) \cdot 24,0 = -4,19 \text{ ,,} \\ M_{ku} &= -(2,5 \cdot 0,025 + 1,5 \cdot 0,021 + 0,40 \cdot 2,2 \cdot 0,011 + 0,40 \cdot 7,3 \cdot 0,011) \cdot 24,0 = -3,26 \text{ ,,} \end{aligned}$$

Tabelle der Einflußlinien für die Kernpunktmomente und der Momente für Eigenlast und Temperatur (für $l = 1$ m).

Berechnet auf Grund der Tabellenwerte (S. 246 bis 255) für $\frac{y_e}{f} = \frac{0,847}{5,0} = 0,1694$ bzw. $m = 6,739$ und $n = 0,30$.

Einflußlinien- ordinate Nr.	Bogenkraft		Scheitel.		Kämpfer.		Viertel.	
	$H \frac{f}{l} (1+\mu)$	$H \cdot l$	η	$\frac{H}{l} \cdot y \mu$	$\frac{H}{l} \cdot y \mu$	η	$\frac{H}{l} \cdot y \mu$	$\frac{H}{l} \cdot y \mu$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0,0205	0,0040	-0,0022	0,0001	-0,0024	-0,0018	-0,0580	0,0002
4	0,0726	0,0143	-0,0059	0,0002	-0,0067	-0,0047	-0,0709	0,0008
6	0,1389	0,0264	-0,0067	0,0004	-0,0081	-0,0045	-0,0511	0,0015
8	0,2024	0,0399	0,0000	0,0006	-0,0021	0,0033	-0,0126	0,0023
10	0,2481	0,0489	0,0183	0,0007	0,0157	0,0223	0,0309	0,0029
12	0,2654	0,0523	0,0516	0,0007	0,0488	0,0558	0,0670	0,0031
10'	0,2481	0,0489	0,0183	0,0007	0,0157	0,0223	0,0309	0,0029
8'	0,2024	0,0399	0,0000	0,0006	-0,0021	0,0033	-0,0126	0,0023
6'	0,1389	0,0264	-0,0067	0,0004	-0,0081	-0,0045	-0,0511	0,0015
4'	0,0726	0,0143	-0,0059	0,0002	-0,0067	-0,0047	-0,0709	0,0008
2'	0,0205	0,0040	-0,0022	0,0001	-0,0024	-0,0018	-0,0580	0,0002
0'	0	0	0	0	0	0	0	0
Eigenlast		$M_g = -H_g y$	$M_g = 0,572 \cdot 0,961 = 0,55$ mt.		$M_g = -0,572 \cdot 4,039 = -2,31$ mt.		$M_g = -0,572 \cdot 0,118 = 0,07$ mt.	
Zusatz- moment		$M_{ko} = -H_k y_{ko}$	$M_{ko} = \pm 2,929 \cdot (0,961 + 0,067) = \pm 3,01$ mt.		$M_{ko} = \pm 2,929 \cdot (-4,039 + 0,188) = \pm 11,28$ mt.		$M_{ko} = \pm 2,929 \cdot (0,118 + 0,082) = \pm 0,59$ mt.	
Temperatur- Moment		$M_{ku} = -H_k y_{ku}$	$M_{ku} = \pm 2,929 \cdot (0,961 - 0,067) = \pm 2,62$ "		$M_{ku} = \pm 2,929 \cdot (-4,039 - 0,188) = \pm 12,38$ "		$M_{ku} = \pm 2,929 \cdot (0,118 - 0,082) = \pm 0,10$ "	

Viertel.

$$y = -y_e + y_s = -0,843 + 0,961 = 0,118 \text{ m,}$$

$$d = 0,469 \text{ m, } \tan^2 \varphi = 0,102,$$

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi}} = 0,953,$$

$$y \mu = 0,118 \cdot 0,0145 = 0,0017 \text{ m,}$$

$$\frac{d}{6 \cdot \cos \varphi} = \frac{0,469}{6 \cdot 0,953} = 0,082 \text{ m.}$$

Kämpfer.

$$y = -f + y_s = -5,0 + 0,961 = -4,039 \text{ m,}$$

$$d = 0,700 \text{ m, } \tan^2 \varphi_k = 1,576,$$

$$\cos \varphi_k = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2 \varphi_k}} = 0,622,$$

$$y \mu = -4,039 \cdot 0,0145 = -0,0586 \text{ m,}$$

$$\frac{d}{6 \cdot \cos \varphi} = \frac{0,700}{6 \cdot 0,658} = 0,188 \text{ m.}$$

Scheitel.

$$y = y_s = 0,961 \text{ m,}$$

$$d = 0,400 \text{ m,}$$

$$\cos \varphi = 1,000,$$

$$y \mu = 0,961 \cdot 0,0145 = 0,0139 \text{ m,}$$

$$\frac{d}{6 \cdot \cos \varphi} = \frac{0,400}{6 \cdot 1,0} = 0,067 \text{ m.}$$

Randspannungen durch Eigenlast und Verkehr, sowie für eine Wärmeänderung um $\pm 20^{\circ} \text{C}$.

	Scheitel	Kämpfer	Viertel		
$F = bd$	0,400	0,700	0,469	} Gewölbe-Breite $b = 1 \text{ m}$.	
$W = \frac{bd^2}{6}$	0,0267	0,0817	0,0367		
$\cos \varphi$	1,000	0,622	0,953		Aus Tab. S. 277.
Normalspannung $\sigma_1 = \frac{H_g}{F \cos \varphi}$	97	89	87	} $H_g = 39,374 -$ $0,572 = 38,802 \text{ t}$.	
M_g	0,55	-2,31	0,07		Aus Tab. S. 277.
Biegungsspannung $\sigma_2 = \frac{M_g}{W}$	21	-28	2		
Randspannung vom Eigengewicht	$\sigma_o = \sigma_1 + \sigma_2$	118	61	89	
	$\sigma_u = \sigma_1 - \sigma_2$	76	117	85	
Moment durch Temperatur	M_{ko}	$\pm 3,01$	$\pm 11,28$	$\pm 0,59$	} Aus Tab. S. 277.
	M_{ku}	$\pm 2,62$	$\pm 12,38$	$\pm 0,10$	
Moment durch Verkehrslast	M_{ko}	3,22	9,22	3,22	} Berechnet aus den Einflußlinien (Abb. 142).
	M_{ku}	4,00	11,40	3,63	
	M_{ko}	-1,05	-6,70	-4,19	
	M_{ku}	-0,65	-5,83	-3,26	
Grenzwerte der Momente durch Temperatur und Verkehr	M_{ko}	6,23	20,50	3,81	
	M_{ku}	6,62	23,78	3,73	
	M_{ko}	-4,06	-17,98	-4,78	
	M_{ku}	-3,27	-18,21	-3,36	
Randspannungen durch Temperatur und Verkehr	$\sigma_u = -\frac{M_{ko}}{W}$	-233	-251	-104	
	$\sigma_o = \frac{M_{ku}}{W}$	248	291	102	
	$\sigma_u = -\frac{M_{ko}}{W}$	152	220	130	
	$\sigma_o = -\frac{M_{ku}}{W}$	-122	-223	-92	
Grenzwerte der Spannungen	$\sigma_o \text{ max}$	366	352	191	} in t/m^2 . + = Druck. - = Zug.
	$\sigma_u \text{ max}$	228	337	215	
	$\sigma_o \text{ min}$	-4	162	-3	
	$\sigma_u \text{ min}$	-157	-134	-19	

Die größte Pressung entsteht im Scheitelquerschnitt und beträgt dort 366 t/m^2 oder $36,6 \text{ kg/cm}^2$. Die zulässige Beanspruchung von 40 kg/cm^2 wird nicht erreicht.

Ermittlung der erforderlichen Bewehrung.

Wir bewehren das Gewölbe so, daß die Eisen den Zug allein aufnehmen können.

Bezeichnet man die Druckspannung mit σ_d , und die Zugspannung mit σ_z , dann berechnet sich die Höhe des Zugdreiecks zu (Abb 143)

$$z = \frac{d \sigma_z}{\sigma_z + \sigma_d}$$

und es beträgt daher der von den Eisen aufzunehmende Zug

$$Z = \frac{bd \sigma_z^2}{2(\sigma_z + \sigma_d)}$$

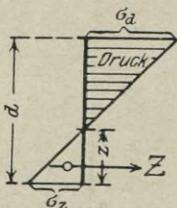


Abb. 143.

Für die Gewölbebreite von 1,0 m ergibt sich im

Scheitel.

$$\text{Oben: } \sigma_d = 228 \text{ t/m}^2, \sigma_z = 4 \text{ t/m}^2,$$

$$Z = \frac{0,40 \cdot 4^2}{2(4 + 228)} = \infty 0.$$

$$\text{Eingelegt: } 2\frac{1}{2} \text{ } \Phi \text{ 12 mit } fe = 2,82 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Unten: } \sigma_d = 366 \text{ t/m}^2, \sigma_z = 157 \text{ t/m}^2,$$

$$Z = \frac{0,40 \cdot 157^2}{2(157 + 366)} = 9,5 \text{ t.}$$

$$\text{Eingelegt: } 5 \text{ } \Phi \text{ 16 mit } fe = 10,05 \text{ cm}^2.$$

$$\sigma = \frac{9500}{10,05} = 945 \text{ kg/cm}^2.$$

Kämpfer.

$$\text{Oben: } \sigma_d = 337 \text{ t/m}^2, \sigma_z = 162 \text{ t/m}^2.$$

$$Z = \frac{0,70 \cdot 162^2}{2 \cdot (162 + 337)} = 18,4 \text{ t.}$$

$$\text{Eingelegt: } 5 \text{ } \Phi \text{ 20} + 2\frac{1}{2} \text{ } \Phi \text{ 12 mit } fe = 18,53 \text{ cm}^2,$$

$$\sigma = \frac{18400}{18,53} = 1000 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\text{Unten: } \sigma_d = 352 \text{ t/m}^2, \sigma_z = 134 \text{ t/m}^2,$$

$$Z = \frac{0,70 \cdot 134^2}{2(134 + 352)} = 12,9 \text{ t.}$$

$$\text{Eingelegt } 5 \text{ } \Phi \text{ 16} + 2\frac{1}{2} \text{ } \Phi \text{ 12 mit } fe = 12,87 \text{ cm}^2,$$

$$\sigma = \frac{12900}{12,87} = 1000 \text{ kg/cm}^2.$$

Viertel:

$$\text{Oben: } \sigma_d = 215 \text{ t/m}^2, \sigma_z = 3 \text{ t/m}^2, Z = \infty 0.$$

$$\text{Eingelegt: } 2\frac{1}{2} \text{ } \Phi \text{ 12 mit } fe = 2,82 \text{ cm}^2.$$

$$\text{Unten: } \sigma_d = 191 \text{ t/m}^2, \sigma_z = 19 \text{ t/m}^2.$$

$$Z = \frac{0,469 \cdot 19^2}{2(19 + 191)} = 0,4 \text{ t.}$$

$$\text{Eingelegt: } 5 \text{ } \Phi \text{ 16 mit } fe = 10,05 \text{ cm}^2,$$

$$\sigma = \frac{400}{10,05} = 40 \text{ kg/cm}^2.$$

II. Verbesserte Gewölbeform.

Wir nehmen die Scheitelstärke zu 35 cm an, und erhalten die Gewichte

$$\text{am Scheitel } g = 0,35 \cdot 2,4 + 0,40 \cdot 1,7 = 1,52 \text{ t/m}^2,$$

$$\text{am Kämpfer } g_k = (\text{wie zuvor}) = 11,14 \text{ ,,}$$

$$\text{und das Verhältnis } m = \frac{g_k}{g} = \frac{11,14}{1,52} = \infty 7,3.$$

Nach den Gleichungen 68 folgt (bei Ermittlung von c_2 gilt $m = 0$)

$$c_1 = \frac{1}{5,0} [1,52 (0,1090 + 0,0185 \cdot 7,3 - 0,0005 \cdot 7,3^2) + 0,85 (0,0600 + 0,0035 \cdot 7,3)] = 0,081 \text{ t/m}^3.$$

$$c_2 = 0,0252 \cdot 0,85 = 0,0214 \text{ t/m}^2.$$

$$c_3 = \frac{70 \cdot 20 + 2,5 \cdot 100}{5,0} = 330 \text{ t/m}^2 (\text{Annahme } t^0 = 20^0 \sigma_y = 100 \text{ t/m}^2, \text{ wie vor}).$$

Als zulässige Materialbeanspruchung wurde 350 t/m^2 oder 35 kg/cm^2 angenommen. Es wird daher nach Gleichung 70

$$\sigma_0 = 350 - 330 \cdot 0,35 = 234 \text{ t/m}^2.$$

Gleichung 71 gibt die Scheitelstärke

$$d_s = \frac{24,0^2 \cdot 0,081}{2 \cdot 234} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot 234 \cdot 0,0214}{24,0^2 \cdot 0,081^2}} \right] = \sim 0,35 \text{ m}.$$

Diesen Wert, welcher dem angenommenen entspricht, behalten wir bei. Nach den Kämpfern hin lassen wir das Gewölbe so ansteigen, daß dem Verhältnis $n = 0,25$ genügt wird.

Um zu der verbesserten Gewölbeform zu gelangen, schätzen wir $m = 5,322$ (entspricht dem Verhältnis $y_v : f = 0,18$) und tragen dafür auf Grund der Tabellenwerte (S. 241) die Einflußlinie für das Scheitelmoment auf (Abb. 144), wonach sich für Verkehrslast die Momente

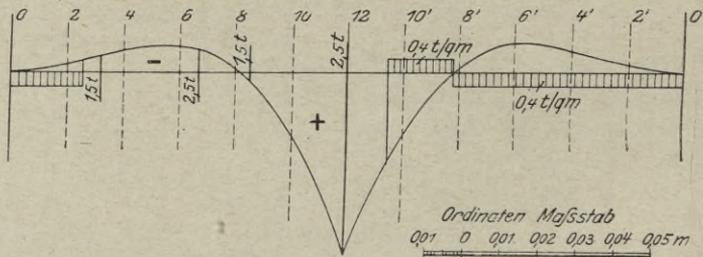


Abb. 144.

$$M = (2,5 \cdot 0,049 + 1,5 \cdot 0,002 + 0,40 \cdot 2,3 \cdot 0,011) \cdot 24,0 = \dots 3,26 \text{ mt},$$

$$M = -(2,5 \cdot 0,006 + 1,5 \cdot 0,005 + 0,40 \cdot 2,6 \cdot 0,022 + 0,40 \cdot 8,3 \cdot 0,043) \cdot 24,0 = -0,93 \text{ „}$$

$$\Sigma M = 2,33 \text{ mt}$$

ergeben. Das Ausgleichmoment wird daher (Gl. 78)

$$M_a = -\frac{\Sigma M}{2} - H_{g0} y_s \mu = -\frac{2,33}{2} - H_{g0} y_s \mu.$$

Es ist nach Gleichung 64 (hier nimmt man am besten den ersten Wert von m)

$$H_{g0} = (0,1090 + 0,0185 \cdot 7,3 - 0,0005 \cdot 7,3^2) \cdot \frac{1,52 \cdot 24,0^2}{5,0} = \sim 38,0 \text{ t}.$$

Aus der Tabelle Seite 240 entnimmt man

$$N = 0,0347 \cdot \frac{l f^2}{E J_s},$$

und erhält damit (Gl. 32)

$$\mu = \frac{l}{E F_s N} = \frac{0,35^2}{0,0347 \cdot 5,0^2 \cdot 12} = 0,0118.$$

Außerdem folgt noch (Tabelle S. 240)

$$y_s = 0,1901 \cdot f = 0,1901 \cdot 5,0 = 0,95 \text{ m.}$$

Es wird daher (Gl. 78)

$$M_a = -\frac{2,33}{2} - 38,0 \cdot 0,95 \cdot 0,0118 = \infty - 1,50 \text{ mt.}$$

Nach der Tabelle Seite 241 ist

$$\mathfrak{M} = -0,00092 \cdot 24,0^2 = -0,53 \text{ mt,}$$

somit (Gl. 49)

$$g_k' = \frac{M_a}{\mathfrak{M}} = \frac{1,50}{0,53} = \infty 2,80 \text{ t/m}^2$$

und für die verbesserte Gewölbeachse folgt annähernd (Gl. 50)

$$m = \frac{g_k - g_k'}{g} = \frac{11,14 - 2,80}{1,52} = \infty 5,5.$$

Ursprünglich wurde $m = 5,322$ angenommen; es besteht somit genügende Übereinstimmung. Im gegenteiligen Falle wäre die Rechnung auf Grund des letzten m -Wertes zu wiederholen.

Die Tabelle (S. 174) liefert für $m = 5,322$

$$\tan^2 \varphi_k = 32,479 \cdot \left(\frac{f}{l}\right)^2 = 32,479 \cdot \left(\frac{5}{24}\right)^2 = \infty 1,41$$

und für das angenommene Verhältnis $n = 0,25$ ist am Kämpfer $c = 1,587$. (Tabelle S. 175). Danach folgt die Kämpferstärke (Gl. 14)

$$\begin{aligned} d_k &= d_s c \sqrt[6]{1 + \tan^2 \varphi_k} \\ &= 35 \cdot 1,587 \sqrt[6]{1 + 1,41} = \infty 64 \text{ cm,} \end{aligned}$$

womit sich die genaueren Gewichte (Abb. 145)

$$\text{am Scheitel } g = 0,35 \cdot 2,4 + 0,40 \cdot 1,7 = 1,520 \text{ t/m}^2,$$

$$\text{am Kämpfer } g_k = 1,00 \cdot 2,4 + 4,96 \cdot 1,7 = 10,832 \text{ „}$$

ergeben. Mithin wird für die verbesserte Gewölbeform genau (Gleichung 50)

$$m = \frac{10,832 - 2,80}{1,520} = 5,284.$$

Durch Zwischenrechnen folgt aus den Tabellen für $m = 5,322$ und $m = 4,325$ die

Tabelle für die Gewölbeachse und Gewölbestärke.

Punkt	Kämpfer 0	2	4	Viertel 6	8	10	Scheitel 12	
$\frac{y'}{f}$	1,0000	0,6094	0,3496	0,1804	0,0753	0,0181	0	} Durch Zwischenrechnung aus Tabelle S. 234 u. 240. $f = 5,0 \text{ m}$
(Ord. d. Gew.-Achse) y'	5,000	3,047	1,748	0,902	0,377	0,091	0	
$\left(\frac{l}{f}\right)^2 \tan^2 \varphi$	32,37	14,48	6,30	2,58	0,90	0,19	0	Aus Tabelle S. 174.
$\tan^2 \varphi$	1,405	0,628	0,278	0,114	0,040	0,009	0	$\left(\frac{l}{f}\right)^2 = \left(\frac{24}{5}\right)^2$
$\sqrt[6]{1 + \tan^2 \varphi}$	1,157	1,085	1,042	1,018	1,007	1,002	1,000	
c	1,587	1,387	1,260	1,170	1,101	1,046	1,000	Aus Tabelle S. 175.
(Gewölbestärke in cm) d	64,3	52,7	45,9	41,7	38,8	36,7	35,0	$d = d_s c \sqrt[6]{1 + \tan^2 \varphi}$

Genau analytische Bestimmung der Gewölbeachse.

Ermittlung der Gewichte. (Abb. 145).

Lamelle		Querkraft
12-10;	$2,01 \cdot 0,358 \cdot 2,4 + 2,0 \cdot 0,42 \cdot 1,7 = 3,155 \text{ t.}$	3,155 t.
„ 10-8;	$2,02 \cdot 0,377 \cdot 2,4 + 2,0 \cdot 0,57 \cdot 1,7 = 3,766 \text{ „}$	6,921 „
„ 8-6;	$2,06 \cdot 0,402 \cdot 2,4 + 2,0 \cdot 0,92 \cdot 1,7 = 5,115 \text{ „}$	12,036 „
„ 6-4;	$2,15 \cdot 0,438 \cdot 2,4 + 2,0 \cdot 1,57 \cdot 1,7 = 7,599 \text{ „}$	19,635 „
„ 4-2;	$2,38 \cdot 0,492 \cdot 2,4 + 2,0 \cdot 2,55 \cdot 1,7 = 11,480 \text{ „}$	31,115 „
„ 2-0;	$2,82 \cdot 0,586 \cdot 2,4 + 2,0 \cdot 4,00 \cdot 1,7 = 17,566 \text{ „}$	$V_{90} = 48,681 \text{ „}$

Momente für die ermittelten Lasten.

Punkt 12;	$M = \dots \dots \dots = 0$
„ 10;	$M = 3,155 \cdot 0,99 \dots \dots \dots = 3,123 \text{ mt.}$
„ 8;	$M = 3,123 + 3,155 \cdot 2,0 + 3,766 \cdot 0,96 = 13,048 \text{ „}$
„ 6;	$M = 13,048 + 6,921 \cdot 2,0 + 5,115 \cdot 0,94 = 31,698 \text{ „}$
„ 4;	$M = 31,698 + 12,036 \cdot 2,0 + 7,599 \cdot 0,93 = 62,837 \text{ „}$
„ 2;	$M = 62,837 + 19,635 \cdot 2,0 + 11,480 \cdot 0,93 = 112,783 \text{ „}$
„ 0;	$M_0 = 112,783 + 31,115 \cdot 2,0 + 17,566 \cdot 0,93 = 191,379 \text{ „}$

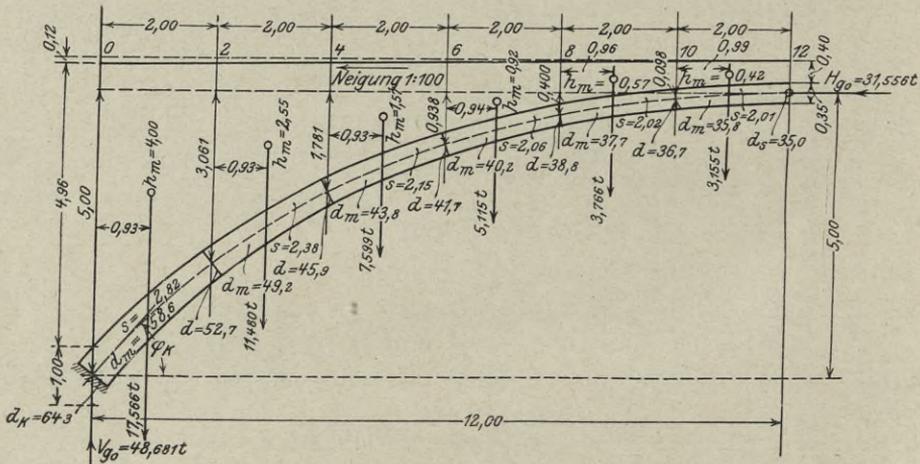


Abb. 145.

Ermittlung der Momente für die ideelle Belastung zur Bestimmung der verbesserten Gewölbeform, unter Benutzung der Tabelle Seite 186. (Gl. 54 wobei $g_k' = 2,8 \text{ t/m}^2$).

Punkt 12;	$M = \dots \dots \dots = 0$
„ 10;	$M = 3,123 - 2,8 \cdot 0,00006 \cdot 12,0^2 = 3,099 \text{ mt.}$
„ 8;	$M = 13,048 - 2,8 \cdot 0,00103 \cdot 12,0^2 = 12,632 \text{ „}$
„ 6;	$M = 31,698 - 2,8 \cdot 0,00521 \cdot 12,0^2 = 29,597 \text{ „}$
„ 4;	$M = 62,837 - 2,8 \cdot 0,01646 \cdot 12,0^2 = 56,200 \text{ „}$
„ 2;	$M = 112,783 - 2,8 \cdot 0,04019 \cdot 12,0^2 = 96,578 \text{ „}$
„ 0;	$M_0 = 191,379 - 2,8 \cdot 0,08333 \cdot 12,0^2 = 157,781 \text{ „}$

Der ideellen Belastung entspricht die Bogenkraft

$$H_{90} = \frac{157,781}{5,0} = 31,556 \text{ t.}$$

Ermittlung der Ordinaten der Gewölbeachse.

Punkt	y'		aus Tabelle
12;	$y' = \dots = 0$		0
"	10;	$y' = \frac{3,099}{31,556} = 0,098 \text{ m}$	0,091 m
"	8;	$y' = \frac{12,632}{31,556} = 0,400 \text{ "}$	0,377 "
"	6;	$y_e = \frac{29,597}{31,556} = 0,938 \text{ "}$	0,902 "
"	4;	$y' = \frac{56,200}{31,556} = 1,781 \text{ "}$	1,748 "
"	2;	$y' = \frac{96,578}{31,556} = 3,061 \text{ "}$	3,047 "
"	0;	$f = \frac{157,781}{31,556} = 5,000 \text{ "}$	5,000 "

Danach ist
$$\frac{y_e}{f} = \frac{0,938}{5,0} = 0,1876.$$

Von einer Wiederholung der Rechnung kann wegen der in Aussicht stehenden äußerst geringen Änderung der Resultate abgesehen werden.

Um die dem ermittelten Verhältnis von $y_e : f$ entsprechenden Werte zu erhalten, hat man auf Grund der Tabellen für $y_e : f = 0,18$ und $y_e : f = 0,19$ Zwischenrechnungen anzustellen.

Demnach folgt für $n = 0,25$ der Abstand der Bogenkraft vom Scheitel (S. 234 und 240)

$$y_s = 0,1949 \cdot f = 0,1949 \cdot 5,0 = 0,975 \text{ m.}$$

Außerdem wird nach denselben Tabellen

$$N = 0,0353 \frac{l f^2}{E J_s} = 0,0353 \cdot 5,0^2 \frac{l}{E J_s}$$

oder
$$N = 0,883 \cdot \frac{l}{E J_s}$$

und (Gl. 32)
$$\mu = \frac{l}{E F_s N} = \frac{1}{0,883} \cdot \frac{0,35^2}{12} = 0,0116.$$

Die dem Wert $g_k' = 2,80 \text{ t/m}^2$ entsprechende Bogenkraft beträgt (nach den gleichen Tabellen)

$$g_k' \mathfrak{S} = g_k' \cdot 0,0178 \cdot \frac{l^2}{f} = 2,80 \cdot 0,0178 \cdot \frac{24,0^2}{5,0} = 5,742 \text{ t.}$$

Wird vom Einfluß der Normalkräfte abgesehen, dann ergibt sich im unbelasteten Gewölbe

$$H_{g0} + g_k' \mathfrak{S} = 31,556 + 5,742 = 37,298 \text{ t}$$

und es folgt daher für die Zusatzkraft (Gl. 79)

$$H_g' = -37,298 \cdot \mu = -37,298 \cdot 0,0116 = -0,432 \text{ t.}$$

Demnach entsteht im unbelasteten Gewölbe endgültig (Gl. 56)

$$H_g = 37,298 - 0,432 = 36,866 \text{ t.}$$

Eine Temperaturänderung um $\pm 20^0$ erzeugt (Gl. 45)

$$H_t = \pm \frac{0,000012 \cdot 2100000 \cdot 20 \cdot 0,35^2}{0,883 \cdot 12} = \pm 2,039 \text{ t.}$$

Tabelle der Einflußlinien für die Kernpunktmomente nebst den Momenten durch Eigenlast und Temperatur.

Berechnet auf Grund der Tabellenwerte (S. 234 bis 243) für $\frac{f^0}{f} = 0,1876$ und $n = 0,25$.

Einflußlinienordinate Nr.	Scheitel.			Kämpfer.			Viertel.			
	$H \cdot l$	η	$\frac{H}{l} \cdot y \mu$	η_{ko}	η_{ku}	η	$\frac{H}{l} \cdot y \mu$	η_{ko}	η_{ku}	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2	0,0189	0,0037	0,0000	-0,0023	-0,0019	0,0600	-0,0002	0,0006	-0,0608	-0,0596
4	0,0688	0,0136	0,0001	-0,0066	-0,0053	0,0761	-0,0006	0,0022	-0,0789	-0,0745
6	0,1350	0,0267	0,0003	-0,0087	-0,0059	0,0578	-0,0012	0,0043	-0,0633	-0,0547
8	0,2003	0,0396	0,0004	-0,0036	-0,0004	0,0186	-0,0018	0,0064	-0,0268	-0,0140
10	0,2484	0,0492	0,0006	0,0025	0,0133	0,0268	-0,0023	0,0080	0,0165	0,0325
12	0,2666	0,0528	0,0006	0,0027	0,0133	0,0646	-0,0025	0,0086	0,0535	0,0707
10'	0,2484	0,0492	0,0006	0,0025	0,0133	0,0838	-0,0023	0,0080	0,0535	0,0707
8'	0,2003	0,0396	0,0004	-0,0036	-0,0004	0,0819	-0,0018	0,0064	0,0735	0,0895
6'	0,1350	0,0267	0,0003	-0,0087	-0,0059	0,0819	-0,0018	0,0064	0,0737	0,0865
4'	0,0688	0,0136	0,0002	-0,0066	-0,0053	0,0627	-0,0012	0,0043	0,0572	0,0658
2'	0,0189	0,0037	0,0000	-0,0023	-0,0019	0,0351	-0,0006	0,0022	0,0323	0,0367
0'	0	0	0	0	0	0,0103	0,0002	0,0006	0,0095	0,0107
Bogenkraft										
$y = -f + y_s = -5,0 + 0,975 = -4,025 \text{ m,}$ $d = 0,643 \text{ m, } \tan^2 \varphi = 30,17 \cdot \left(\frac{5}{24}\right)^2 = 1,31,$ $\cos \varphi_k = \frac{1}{\sqrt{1 + 1,31}} = 0,658,$ $y \mu = -4,025 \cdot 0,0116 = -0,0467 \text{ m,}$ $\frac{d}{6 \cdot \cos \varphi} = \frac{0,643}{6 \cdot 0,658} = 0,163.$										
Eigenlast										
$M = 0,432 \cdot 0,975 = \dots = 0,42 \text{ mt.}$ $M = -2,80 \cdot 0,00097 \cdot 24,0^2 = -1,56 \text{ "}$ $M_g = -1,14 \text{ mt.}$										
Temperatur										
$M_{ko} = \pm 2,039 \cdot (0,975 + 0,052) = \pm 2,09 \text{ mt.}$ $M_{ku} = \pm 2,039 \cdot (0,975 - 0,052) = \pm 1,88 \text{ "}$ $M_{ko} = \pm 2,039 \cdot (4,025 + 0,163) = \pm 7,87 \text{ mt.}$ $M_{ku} = \pm 2,039 \cdot (4,025 - 0,163) = \pm 8,54 \text{ "}$ $M = -0,432 \cdot 4,025 = \dots = -1,74 \text{ mt.}$ $M = -2,80 \cdot 0,0401 \cdot 24,0^2 = -6,45 \text{ "}$ $M_g = -8,19 \text{ mt.}$ $M_{ko} = \pm 2,039 \cdot (0,037 + 0,074) = \pm 0,23 \text{ mt.}$ $M_{ku} = \pm 2,039 \cdot (0,037 - 0,074) = \pm 0,07 \text{ "}$ $M = 0,432 \cdot 0,037 = \dots = 0,02 \text{ mt.}$ $M = 2,80 \cdot 0,00107 \cdot 24,0^2 = \dots = 1,72 \text{ "}$ $M_g = 1,74 \text{ mt.}$										

Auswertung der Einflußlinien (Abb. 146).

Scheitel (Abb. 146, a).

$$\begin{aligned}
 M_{ko} &= (2,5 \cdot 0,046 + 1,5 \cdot 0,000 + 0,40 \cdot 2,0 \cdot 0,009) \cdot 24,0 = 2,93 \text{ mt,} \\
 M_{ku} &= (2,5 \cdot 0,051 + 1,5 \cdot 0,004 + 0,40 \cdot 2,7 \cdot 0,011) \cdot 24,0 = 3,36 \text{ „} \\
 M_{ko} &= -(2,5 \cdot 0,007 + 1,5 \cdot 0,005 + 0,40 \cdot 2,8 \cdot 0,002 + 0,40 \cdot 8,5 \cdot 0,005) \cdot 24,0 = -1,06 \text{ „} \\
 M_{ku} &= -(2,5 \cdot 0,005 + 1,5 \cdot 0,003 + 0,40 \cdot 2,0 \cdot 0,001 + 0,40 \cdot 7,9 \cdot 0,004) \cdot 24,0 = -0,73 \text{ „}
 \end{aligned}$$

Kämpfer (Abb. 146, b).

$$\begin{aligned}
 M_{ko} &= (2,5 \cdot 0,075 + 1,5 \cdot 0,063 + 0,40 \cdot 3,6 \cdot 0,034 + 0,40 \cdot 5,9 \cdot 0,024) \cdot 24,0 = 9,30 \text{ mt,} \\
 M_{ku} &= (2,5 \cdot 0,089 + 1,5 \cdot 0,077 + 0,40 \cdot 3,8 \cdot 0,041 + 0,40 \cdot 6,4 \cdot 0,032) \cdot 24,0 = 11,39 \text{ „} \\
 M_{ko} &= -(2,5 \cdot 0,073 + 1,5 \cdot 0,057 + 0,40 \cdot 1,3 \cdot 0,022 + 0,40 \cdot 2,2 \cdot 0,024) \cdot 24,0 = -7,21 \text{ „} \\
 M_{ku} &= -(2,5 \cdot 0,066 + 1,5 \cdot 0,053 + 0,40 \cdot 1,0 \cdot 0,018 + 0,40 \cdot 1,8 \cdot 0,021) \cdot 24,0 = -6,40 \text{ „}
 \end{aligned}$$

Viertel (Abb. 146, c).

$$\begin{aligned}
 M_{ko} &= (2,5 \cdot 0,048 + 1,5 \cdot 0,006 + 0,40 \cdot 1,9 \cdot 0,002 + 0,40 \cdot 1,1 \cdot 0,009) \cdot 24,0 = 3,24 \text{ mt.} \\
 M_{ku} &= (2,5 \cdot 0,052 + 1,5 \cdot 0,008 + 0,40 \cdot 1,9 \cdot 0,002 + 0,40 \cdot 1,5 \cdot 0,011) \cdot 24,0 = 3,60 \text{ „} \\
 M_{ko} &= -(2,5 \cdot 0,031 + 1,5 \cdot 0,027 + 0,40 \cdot 2,1 \cdot 0,013 + 0,40 \cdot 7,9 \cdot 0,010) \cdot 24,0 = -4,09 \text{ „} \\
 M_{ku} &= -(2,5 \cdot 0,025 + 1,5 \cdot 0,020 + 0,40 \cdot 2,2 \cdot 0,011 + 0,40 \cdot 7,4 \cdot 0,007) \cdot 24,0 = -2,95 \text{ „}
 \end{aligned}$$

Randspannungen durch Eigen- und Verkehrslast, sowie für eine Temperaturänderung um $\pm 20^{\circ} \text{ C}$.

	Scheitel	Kämpfer	Viertel	
$F = bd$	0,350	0,850	0,417	} $b = 1,0 \text{ m}$.
$W = \frac{b d^2}{6}$	0,0204	0,1204	0,0290	
$\cos \varphi$	1,000	0,658	0,945	
Normalspannung $\sigma_1 = \frac{H_g}{F \cos \varphi}$	105	66	94	$H_g = 36,866 \text{ t}$.
Biegemomente M_g	-1,14	-8,19	1,74	Aus Tab. S. 284.
Biegungsspannung $\sigma_2 = \frac{M_g}{W}$	-56	-68	42	
Spannung durch Eigenlast $\begin{cases} \sigma_o = \sigma_1 + \sigma_2 \\ \sigma_u = \sigma_1 - \sigma_2 \end{cases}$	$\begin{matrix} 49 \\ 161 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -2 \\ 134 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 136 \\ 52 \end{matrix}$	
Moment durch Temperatur $\begin{cases} M_{ko} \\ M_{ku} \end{cases}$	$\begin{matrix} \pm 2,09 \\ \pm 1,88 \end{matrix}$	$\begin{matrix} \pm 7,87 \\ \pm 8,54 \end{matrix}$	$\begin{matrix} \pm 0,23 \\ \pm 0,07 \end{matrix}$	} Aus Tab. S. 284.
Moment durch Verkehrslast $\begin{cases} M_{ko} \\ M_{ku} \end{cases}$	$\begin{matrix} 2,93 \\ 3,36 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 9,30 \\ 11,39 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3,24 \\ 3,60 \end{matrix}$	} Berechnet aus den Einflußlinien (Abb. 146).
$\begin{cases} M_{ko} \\ M_{ku} \end{cases}$	$\begin{matrix} -1,06 \\ -0,73 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -7,21 \\ -6,40 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -4,09 \\ -2,95 \end{matrix}$	
Grenzwerte der Momente durch Temperatur und Verkehr $\begin{cases} M_{ko} \\ M_{ku} \end{cases}$	$\begin{matrix} 5,02 \\ 5,24 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 17,17 \\ 19,93 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 3,47 \\ 3,67 \end{matrix}$	
$\begin{cases} M_{ko} \\ M_{ku} \end{cases}$	$\begin{matrix} -3,15 \\ -2,61 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -15,08 \\ -14,94 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -4,32 \\ -3,02 \end{matrix}$	
Randspannungen von Temperatur und Verkehr $\begin{cases} \sigma_u = -\frac{M_{ko}}{W} \\ \sigma_o = \frac{M_{ku}}{W} \\ \sigma_u = -\frac{M_{ko}}{W} \\ \sigma_o = \frac{M_{ku}}{W} \end{cases}$	$\begin{matrix} -246 \\ 257 \\ 154 \\ -128 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -143 \\ 165 \\ 125 \\ -124 \end{matrix}$	$\begin{matrix} -120 \\ 127 \\ 149 \\ -104 \end{matrix}$	
Grenzwerte der Randspannungen $\begin{cases} \sigma_o \text{ max} \\ \sigma_u \text{ max} \\ \sigma_o \text{ min} \\ \sigma_u \text{ min} \end{cases}$	$\begin{matrix} 306 \\ 315 \\ -79 \\ -96 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 163 \\ 259 \\ -126 \\ 9 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 263 \\ 201 \\ 32 \\ -68 \end{matrix}$	} in t/m^2 . + = Druck. - = Zug.

Die zulässige Beanspruchung von 35 kg/cm^2 wird nicht erreicht. Die größte Spannung ergibt sich im Scheitelquerschnitt zu 315 t/m^2 oder $31,5 \text{ kg/cm}^2$. Demgegenüber wurde bei der Stützlinienform die Beanspruchung $\sigma_{\max} = 36,6 \text{ kg/cm}^2$ ermittelt, obwohl dort die Gewölbstärke durchweg um rd. 5 cm höher gehalten wurde.

Am Kämpfer ließen wir das Gewölbe kurz auf die Stärke von 85 cm ansteigen, wie dies konstruktiv schon ohne weiteres gegeben ist (Abb. 147).

Bestimmung der Eiseneinlagen.

Scheitel.

Oben. $\sigma_d = 315 \text{ t/m}^2, \sigma_z = 79 \text{ t/m}^2.$

$$Z = \frac{0,35 \cdot 79^2}{2(79 + 315)} = 2,77 \text{ t.}$$

Eingelegt: 3 Φ 12 mit $f_e = 3,39 \text{ cm}^2.$

$$\sigma = \frac{2770}{3,39} = 820 \text{ kg/cm}^2.$$

Unten. $\sigma_d = 306 \text{ t/m}^2, \sigma_z = 96 \text{ t/m}^2.$

$$Z = \frac{0,35 \cdot 96^2}{2(96 + 306)} = 4,01 \text{ t.}$$

Eingelegt: 3 Φ 14 mit $f_e = 4,62 \text{ cm}^2.$

$$\sigma = \frac{4010}{4,62} = 870 \text{ kg/cm}^2.$$

Kämpfer.

Oben. $\sigma_d = 259 \text{ t/m}^2, \sigma_z = 126 \text{ t/m}^2.$

$$Z = \frac{0,85 \cdot 126^2}{2(126 + 259)} = 17,53 \text{ t.}$$

Eingelegt: 6 Φ 18 + 3 Φ 12 mit $f_e = 18,65 \text{ cm}^2.$

$$\sigma = \frac{17530}{18,65} = 940 \text{ kg/cm}^2.$$

Unten. $\sigma_d = 163 \text{ t/m}^2, \sigma_z = 9 \text{ t/m}^2.$

$$Z = \frac{0,85 \cdot 9^2}{2(9 + 163)} = 0,20 \text{ t.}$$

Eingelegt: 3 Φ 14 mit $f_e = 4,62 \text{ cm}^2.$

$$\sigma = \frac{200}{4,62} = 43 \text{ kg/cm}^2.$$

Viertel.

Oben. $Z = 0,$ Eingelegt 3 Φ 12 mit $f_e = 3,39 \text{ cm}^2.$

Unten. $\sigma_d = 263 \text{ t/m}^2, \sigma_z = 68 \text{ t/m}^2.$

$$Z = \frac{0,417 \cdot 68^2}{2(68 + 263)} = 2,92 \text{ t.}$$

Eingelegt: 3 Φ 14 mit $f_e = 4,62 \text{ cm}^2.$

$$\sigma = \frac{2920}{4,62} = 630 \text{ kg/cm}^2.$$

Die oberen Eiseneinlagen am Kämpfer brauchen um wenig in das Gewölbe hineinzureichen, da das negative Moment rasch abnimmt.

Die Ersparnis

an Material, die bei letzterem Gewölbe gegenüber dem zuerst berechneten erzielt wird, beträgt für 1 m² Gewölbe ungefähr

an Beton 0,05 cbm,
 „ Eisen 6 kg.

Bei Annahme von Durchschnittspreisen (1 cbm Beton M. 28,— und 1 kg Eisen M. 0,18) ergibt sich demnach, daß das letztere Gewölbe um rund

$$0,05 \cdot 28,0 + 6 \cdot 0,18 = \approx 2,50 \text{ M/m}^2$$

billiger zu stehen kommt wie das erste nach der Stützlinie für Eigenlast geformte. Außerdem ist dabei in Betracht zu ziehen, daß im letzteren Gewölbe trotz der kleineren Abmessungen auch noch geringe Beanspruchungen entstehen und es demnach nicht ausgeschlossen ist, daß auch noch an Zement gespart werden kann.

Wird die Breite der berechneten Brücke zu 8,0 m angenommen, dann ergibt sich, wenn die Formgebung in der beschriebenen Weise erfolgt, bei der ganzen Brücke eine Ersparnis von ungefähr 530 M. Es verlohnt sich daher in jedem Falle, die Gewölbe in der zuletzt beschriebenen Form auszuführen.

III. Berechnung der Widerlager.

a) Ständige Last.

Der ständig wirksame Kämpferdruck besteht aus der lotrecht gerichteten Kraft $V_{go} = 48,681 \text{ t}$ und dem Schub $H_g = 36,866 \text{ t}$. Außerdem wirkt am Kämpferquerschnitt noch das Moment $M_g = -8,19 \text{ mt}$; demnach geht die Kämpferresultierende durch einen Punkt um

$$z = \frac{8,19}{36,866} = 0,222 \text{ m}$$

unterhalb der Kämpfermitte.

Ermittlung der Gewichte.

$$\begin{array}{l} \text{Widerlager} \quad \left\{ \begin{array}{l} G_1 = 1,80 \cdot 1,40 \cdot 2,0 = 5,04 \text{ t,} \\ G_2 = 3,80 \cdot 1,30 \cdot 2,0 = 9,88 \text{ t,} \\ G_3 = 5,00 \cdot 0,60 \cdot 2,0 = 6,00 \text{ t,} \end{array} \right. \\ \text{Erdaufschüttung} \quad \left\{ \begin{array}{l} G_4 = 2,10 \cdot 5,80 \cdot 1,7 = 20,71 \text{ t,} \\ G_5 = 2,00 \cdot 6,90 \cdot 1,7 = 23,46 \text{ t,} \end{array} \right. \\ \text{Erddruck} \quad \quad E = \frac{1}{2} \cdot 7,80 \cdot 1,52 \cdot 1,7 = 10,08 \text{ t (nach d. graph. Unters.).} \end{array}$$

Aus der graphischen Untersuchung geht die Resultierende zu

$$R_g = 122 \text{ t}$$

hervor. Sie erzeugt wegen der Verteilungsfläche

$$F = 1,0 \cdot 5,0 = 5,0 \text{ m}^2$$

durchweg die Bodenpressung

$$\sigma = \frac{122}{5,0} = 24,4 \text{ t/m}^2.$$

Die Bodenpressung von

b) Verkehrslast und Wärmeschwankung

ermitteln wir in der beschriebenen Weise; erstere auf Grund der Einflußlinien für die Kernpunktmomente, letztere nach den Kernpunktmomenten unmittelbar.

Der Abstand der Kernpunkte von der Auflagerlotrechten und der Wirkungsgeraden der Bogenkraft wurde aus der Zeichnung herausgemessen und beträgt (Abb. 147)

$$\begin{array}{ll} x_1 = 2,51 \text{ m,} & x_2 = 0,89 \text{ m,} \\ y_1 = 6,70 \text{ „} & y_2 = 7,07 \text{ „} \end{array}$$

Die Temperaturkraft $H_t = \pm 2,052$ t erzeugt

$$M_{k_1} = \pm 2,039 \cdot 6,70 = \pm 13,7 \text{ mt,}$$

$$M_{k_2} = \pm 2,039 \cdot 7,07 = \pm 14,4 \text{ „}$$

Einflußlinien der Kernpunktmomente für die Bodenpressung (Gl. 60a und 60b).

$$M_{k_1} = M_a + H y_1 - V_a x_1,$$

$$M_{k_2} = M_b + H y_2 - V_a x_2.$$

Tabelle der Kernpunktmomente.

Einflußlinienordinate Nr.	Aus Tab. S. 266	M_a	n.S. 284		Aus Tab. S. 264	Kernpunkt 1			Kernpunkt 2			
	$M_a : l$		$H : l$	H	V_a	$H \cdot y_1$	$V_a \cdot x_1$	η_{k_1}	$H \cdot y_2$	$V_a \cdot x_2$	η_{k_2}	
0	0	0	0	0	1,000	0,00	2,51	-2,51	0,00	0,89	-0,89	0
2	-0,0752	-1,805	0,0037	0,089	0,989	0,61	2,42	-3,61	0,64	0,88	-2,04	2
4	-0,1315	-3,156	0,0136	0,326	0,951	2,20	2,39	-3,35	2,32	0,85	-1,69	4
6	-0,1665	-3,996	0,0267	0,641	0,880	4,33	2,21	-1,88	4,57	0,78	-0,21	6
8	-0,1799	-4,318	0,0396	0,950	0,777	6,42	1,95	0,15	6,77	0,69	1,76	8
10	-0,1732	-4,205	0,0492	1,181	0,646	7,93	1,62	2,11	8,37	0,58	3,59	10
12	-0,1500	-3,600	0,0528	1,267	0,500	8,52	1,26	3,66	8,98	0,45	4,93	12
10'	-0,1162	-2,789	0,0492	1,181	0,354	7,93	0,89	4,25	8,37	0,31	5,27	10'
8'	-0,0794	-1,906	0,0396	0,950	0,223	6,42	0,56	3,95	6,77	0,20	4,66	8'
6'	-0,0460	-1,104	0,0267	0,641	0,120	4,33	0,30	2,93	4,57	0,11	3,36	6'
4'	-0,0204	-0,490	0,0136	0,326	0,049	2,20	0,12	1,59	2,32	0,04	1,79	4'
2'	-0,0049	-0,118	0,0037	0,089	0,011	0,61	0,03	0,46	0,64	0,01	0,51	2'
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Es wird angenommen, daß sich die Last der Dampfwalze auf die Fundamentbreite von 6,0 m verteilt. Dann betragen die Drücke von

$$\text{beiden Hinterrädern, } \frac{10,0}{6,0} = 1,67 \text{ t}$$

$$\text{und vom Vorderrad, } \frac{6,0}{6,0} = 1,00 \text{ t.}$$

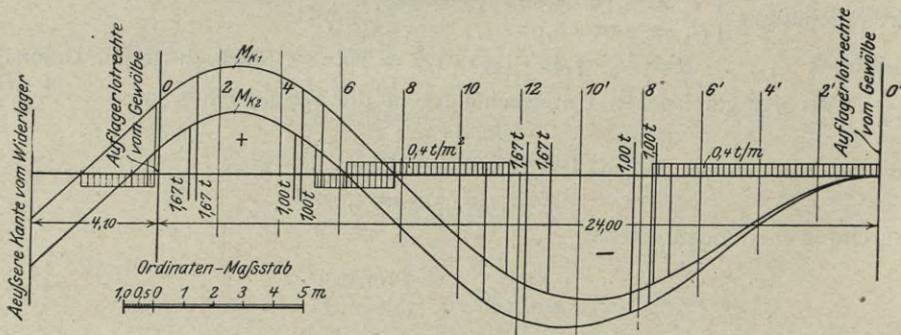


Abb. 148.

Auswertung der Einflußlinien (Abb. 148).

$$M_{k_1} = 1,67 \cdot 4,05 + 1,0 \cdot 3,74 + 0,40 \cdot 3,8 \cdot 1,75 + 0,40 \cdot 6,9 \cdot 1,48 = 17,3 \text{ mt,}$$

$$M_{k_2} = 1,67 \cdot 5,07 + 1,0 \cdot 4,80 + 0,40 \cdot 4,7 \cdot 2,20 + 0,40 \cdot 7,5 \cdot 1,83 = 22,9 \text{ „}$$

$$M_{k_1} = -1,67 \cdot 3,36 - 1,0 \cdot 2,93 - 0,40 \cdot 2,4 \cdot 1,20 - 0,40 \cdot 2,4 \cdot 1,22 = -10,9 \text{ „}$$

$$M_{k_2} = -1,67 \cdot 1,62 - 1,0 \cdot 1,36 - 0,40 \cdot 0,5 \cdot 0,25 - 0,40 \cdot 0,9 \cdot 0,40 = -4,5 \text{ „}$$

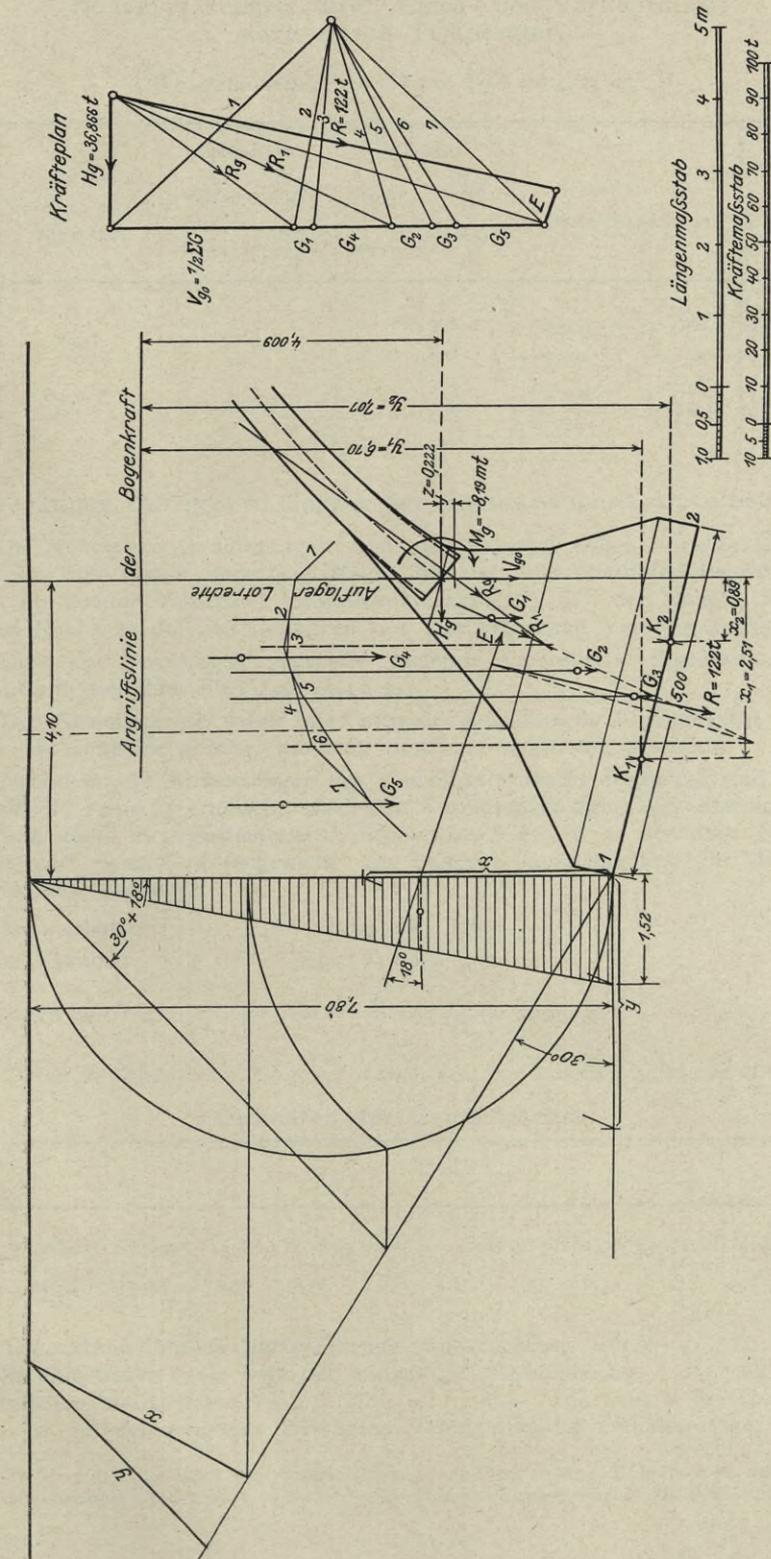


Abb. 147.

**Bodenpressungen durch Eigen- und Verkehrslast,
sowie durch Temperatur.**

$$\left(\text{Widerstandsmoment } W = \frac{5,0^2}{6} = 4,17 \text{ m}^2. \right)$$

	Grund- pressung durch Eigenlast	Temperatur $\sigma_1 = \frac{M_{k_2}}{W}$ $\sigma_2 = -\frac{M_{k_1}}{W}$	Verkehr $\sigma_1 = \frac{M_{k_2}}{W}$ $\sigma_2 = -\frac{M_{k_1}}{W}$	Grenzwerte der Bodenpressungen	
σ_1	24,4	$\pm 3,3$	+ 5,5 - 1,1	$\sigma_1 \text{ max} = + 33,2$ $\sigma_1 \text{ min} = + 20,0$	} in t/m ²
σ_2	24,4	$\pm 3,5$	+ 4,2 - 2,6	$\sigma_2 \text{ max} = + 32,1$ $\sigma_2 \text{ min} = + 18,3$	

2. Berechnung des großen Bogens der Gmündertobel-Brücke bei Teufen.

Die gebotenen Ausführungen und die Tabellen sollen noch in Kürze bei einem aus der Praxis herausgegriffenen Beispiel, der Gmündertobel-Brücke bei Teufen im Kanton Appenzell, angewendet werden¹⁾. In der Hauptsache haben wir den Nachweis der Zuverlässigkeit des hier gebotenen Verfahrens zum Ziel.

Die der Berechnung zugrunde liegende theoretische Spannweite beträgt $l = 79,64$ m bei dem Pfeil $f = 25,50$ m.

Der Gewölbeachse wurde die Form der Stützlinie für Eigengewicht gegeben. Es sei nun zunächst gezeigt, wie man diese am raschesten bestimmt.

Nachdem die Abmessungen des Gewölbes vorläufig festgelegt sind, werden die Gewichte g und g_k ermittelt. Nach den Ausführungen Seite 168 setzt sich in vorliegendem Falle bei gegliedertem Aufbau das Gewicht g aus dem Fahrbahngewicht und dem Gewölbegewicht am Scheitel (ausschließlich für die Wölbkonstruktion) zusammen.

Man erhält $g = \approx 28,3$ t/m
und am Kämpfer $g_k = \approx 90,0$ „

Daher wird (Gl. 3) $m = \frac{g_k}{g} = \frac{90,0}{28,3} = 3,18$.

Durch Zwischenrechnung gewinnt man aus den Tabellen Seite 222 und 228 die

Ordinaten der Gewölbeachse.

Punkt	Kämpfer	Viertel										Scheitel	
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\frac{y'}{f}$	1,0000	0,8056	0,6406	0,5009	0,3834	0,2854	0,2046	0,1392	0,0875	0,0486	0,0214	0,0053	0
y'	25,50	20,54	16,34	12,77	9,78	7,28	5,22	3,55	2,23	1,24	0,55	0,14	0

Die diesen Maßen entsprechende Gewölbeachse wurde in Abb. 151 gestrichelt eingetragen; sie liegt der endgültigen Gewölbeachse, die sich auf dem gewöhnlichen analytischen Wege ergibt, sehr nahe. Die genaue Berechnung derselben ist in der eingangs erwähnten Veröffentlichung enthalten (von Prof. Dr.

¹⁾ Als Unterlage dient die Veröffentlichung von Prof. Dr.-Ing. E. Mörsch in der Schweizerischen Bauzeitung 1909, Nr. 7, 8, 9 und 10. Daraus stammen auch die Abb. 149 und 150.

Mörsch) und wird deshalb hier nicht vorgeführt werden. Es versteht sich, daß sich die Berechnung viel bequemer gestaltet, wenn man dabei von den oben ermittelten Ordinaten ausgeht.

Im Gewölbeviertel beträgt die Ordinate $y_v = 5,40$ m und es ist deshalb für die Gewölbeform das Verhältnis

$$\frac{y_v}{f} = \frac{5,40}{25,50} = 0,2118$$

maßgebend.

Zunächst soll nun untersucht werden, wie es sich mit der Querschnittszunahme verhält und wie es in der Praxis mit der Verwendung des Gesetzes 12 aussieht. Es muß dabei in vorliegendem Falle auch noch darauf Rücksicht genommen werden, daß das Gewölbe sich auch in der Breite ändert, indem es von 6,50 m (Scheitel) auf 7,50 m (Kämpfer) ansteigt. Diesem Umstand wird dadurch Rechnung getragen, wenn man anstatt der Gleichung 14 die Beziehung

$$d = d_s c \frac{\sqrt[6]{1 + \tan^2 \varphi}}{\sqrt[3]{\frac{b}{b_s}}}$$

anwendet, die gegenüber jener nur noch die Wurzel im Nenner enthält.

Nach der Tabelle Seite 174 wird für das angegebene Verhältnis von $y_v : f$

$$\left(\frac{l}{f}\right)^2 \tan^2 \varphi_k = 23,73,$$

woraus

$$\tan^2 \varphi_k = 23,73 \cdot \left(\frac{25,50}{79,64}\right)^2 = 2,433.$$

Bei der gegebenen Gewölbestärke von 1,20 m am Scheitel und 2,13 m am Kämpfer ergibt sich auf Grund vorstehender Gleichung für d die Bedingung

$$2,13 = 1,20 \cdot c \cdot \frac{\sqrt[6]{1 + 2,433}}{\sqrt[3]{\frac{7,5}{6,5}}},$$

woraus

$$c = 1,516.$$

Dieser Wert betrifft den Kämpferquerschnitt. Nunmehr folgt aus der Tabelle Seite 175 durch Zwischenrechnen das für die Querschnittszunahme gültige Verhältnis

$$n = 0,288,$$

womit die dem Gesetz entsprechenden Gewölbestärken leicht festzulegen sind. Man erhält folgende

Tabelle der Gewölbestärken.

Punkt:	Kämpfer					Viertel						Scheitel		
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
$\left(\frac{l}{f}\right)^2 \tan^2 \varphi$	23,73	17,59	12,92	9,39	6,72	4,71	3,21	2,08	1,26	0,67	0,30	0,07	0	Aus Tab. S. 174 $\left(\frac{y_v}{f} = 0,2118\right)$
$\tan^2 \varphi$	2,433	1,803	1,325	0,963	0,689	0,483	0,329	0,213	0,129	0,069	0,031	0,007	0	
$\sqrt[6]{1 + \tan^2 \varphi}$	1,228	1,187	1,151	1,119	1,091	1,068	1,049	1,033	1,020	1,011	1,005	1,001	1,000	Aus Tab. S. 175 $(n = 0,288)$
c	1,516	1,424	1,350	1,290	1,239	1,196	1,158	1,125	1,095	1,067	1,043	1,020	1,000	
b	7,50	7,33	7,14	7,01	6,89	6,79	6,71	6,65	6,59	6,55	6,52	6,51	6,50	
$\frac{b}{b_s}$	1,154	1,128	1,098	1,078	1,060	1,045	1,032	1,023	1,014	1,008	1,003	1,001	1,000	
$\sqrt[3]{\frac{b}{b_s}}$	1,049	1,041	1,032	1,025	1,020	1,015	1,011	1,008	1,005	1,003	1,001	1,000	1,000	
d	2,13	1,94	1,81	1,69	1,59	1,51	1,44	1,38	1,33	1,29	1,26	1,22	1,20	
	(2,13)	(1,96)	(1,80)	(1,68)	(1,57)	(1,49)	(1,42)	(1,36)	(1,31)	(1,26)	(1,24)	(1,21)	(1,20)	

Die Klammerwerte entsprechen der Ausführung. Es handelt sich demnach nur um äußerst geringtägige Abweichungen, was als Beweis dafür angesehen werden kann, daß das ausgeführte Gesetz den Bedürfnissen der Praxis gut entspricht.

Es wird nun mit der eigentlichen Berechnung begonnen und den dabei sich ergebenden Resultaten jedesmal der entsprechende von Prof. Dr.-Ing. Mörsch ermittelte Wert in Klammer beigelegt.

Die gültigen Verhältnisse betragen

$$\frac{y_0}{f} = 0,2118 \text{ und } n = 0,288.$$

Die Bogenkraft liegt in

$$y_s = 0,2174 \cdot f = 0,2174 \cdot 25,5 = 5,544 \text{ m (5,434 m)}$$

vom Scheitel.

Der Nenner des Ausdruckes für H berechnet sich aus

$$EN = 0,0407 \cdot \frac{l f^2}{J_s}$$

mit
$$J_s = \frac{6,50 \cdot 1,20^3}{12} = 0,936 \text{ m}^4$$

zu
$$EN = 0,0407 \cdot \frac{79,64 \cdot 25,5^2}{0,936} = 2251,7 \text{ 1/m (2221,10 1/m)}.$$

Es wird damit

$$\mu = \frac{l}{E F_s N} = \frac{79,64}{2251,7 \cdot 6,5 \cdot 1,2} = 0,00453 \text{ (0,00438)}.$$

Die von der Verformung durch die Normalkräfte herrührende Zusatzkraft H_g' wird wegen $H_{g0} = 1228,56 \text{ t}$

$$H_g' = -H_{g0} \mu = -1228,56 \cdot 0,00453 = -5,6 \text{ t (-5,4 t)}.$$

Für einen Temperaturunterschied von $t^0 = \pm 20^0 \text{ C.}$ ergibt sich mit $\alpha = 0,000012$ und $E = 2000000 \text{ t/m}^2$

$$\begin{aligned} H_t &= \frac{\alpha t^0 l}{N} = \pm \frac{2000000 \cdot 0,000012 \cdot 20 \cdot 79,64}{2251,7}, \\ &= \pm 17,0 \text{ t } (\pm 17,2 \text{ t}). \end{aligned}$$

Die Verkehrsbelastung der Brücke besteht aus gleichmäßig verteilter Last von 450 kg/m^2 in Verbindung mit einem 20 t schweren Lastwagen. Bei der Berechnung stellte sich heraus, daß die Belastung durch Menschengedränge allein größere Momente erzeugt, als wenn dabei noch der Lastwagen in Rechnung gestellt wird. Es kommt demnach als Verkehrsbelastung ausschließlich nur gleichmäßig verteilte Last in Frage, wofür sich die Momente auf Grund der Tabellen unmittelbar berechnen lassen. Das Auftragen der Einflußlinien ist nicht erforderlich.

Als Belastung ergibt sich bei der Belastungsbreite von $6,90 \text{ m}$ für die Längeneinheit

$$p = 6,9 \cdot 0,45 = 3,1 \text{ t/m}.$$

Es ist zweckmäßig, zur Ermittlung der Kernpunktmomente die Formeln (S. 195)

$$M_{ko} = M + Hy\mu - H \frac{d}{6 \cdot \cos \varphi},$$

$$M_{ku} = M + Hy\mu + H \frac{d}{6 \cdot \cos \varphi}$$

zu benutzen, die noch die Verkürzung der Bogenachse durch die Normalkräfte berücksichtigen. H betrifft natürlich die der Belastung zugehörige Bogenkraft und M bedeutet das aus den Tabellen unmittelbar hervorgehende Schwerpunktmoment.

Die Momente werden nun für den Scheitel- und den Kämpferquerschnitt, sowie für drei in gleichmäßigen Entfernungen dazwischen liegende Schnitte berechnet. Mit Ausnahme vom Scheitelquerschnitt stimmen diese mit den von Prof. Mörsch betrachteten Schnitten nicht genau überein. Es ist dies für die Berechnung zwar belanglos, was den bezweckten Nachweis der Übereinstimmung an-

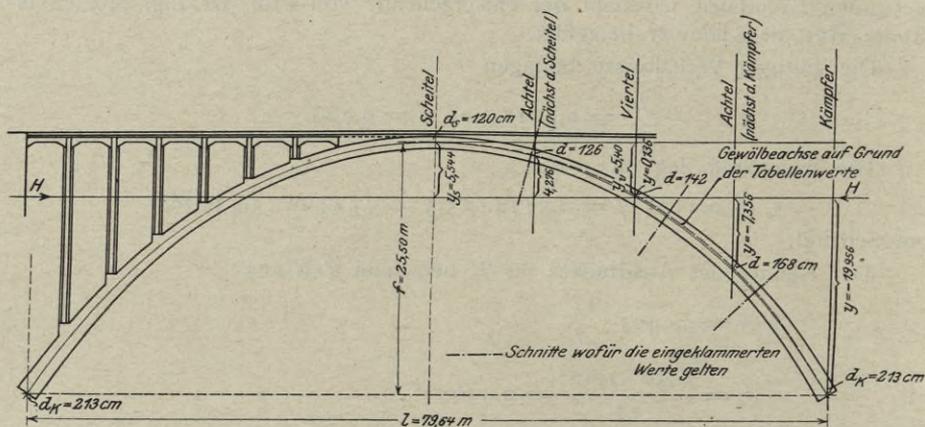


Abb. 151.

betrifft, so wird dieser weniger klar zu erbringen sein. In folgendem ist dieser Umstand zu berücksichtigen und zu beachten, daß der Unterschied bei den erzielten Ergebnissen auch von der verschiedenen Lage der betrachteten Querschnitte herrühren kann. Schließlich sei noch bemerkt, daß unsere Schnitte lotrecht angenommen wurden im Gegensatz zu den schrägen bei den Klammerwerten.

Berechnung der Momente für Verkehrslast.

$$(y = 3,1 \text{ t/m}).$$

Scheitel.

$$y = y_s = 5,54 \text{ m.}$$

$$y \cdot \mu = 5,54 \cdot 0,00453 = 0,025 \text{ m.}$$

$$d = 1,20 \text{ m} \quad \cos \varphi = 1,00$$

$$\frac{d}{6 \cdot \cos \varphi} = \frac{1,20}{6 \cdot 1,00} = 0,200 \text{ m}$$

$$M = 3,1 \cdot 0,0055 \cdot 79,64^2 = 108,1 \text{ mt.} \quad (0,0055 \text{ aus Tab. S. 223})$$

$$H = 3,1 \cdot \frac{0,069 \cdot 79,64^2}{25,50} = 53,2 \text{ t.} \quad (0,069 \text{ aus Tab. S. 223})$$

$$M = -3,1 \cdot 0,0036 \cdot 79,64^2 = -70,8 \text{ mt.}$$

$$H = 3,1 \cdot \frac{0,062 \cdot 79,64^2}{25,50} = 47,8 \text{ t.}$$

$$M_{ko} = M + Hy\mu - H \frac{d}{6 \cdot \cos \varphi}$$

$$= 108,1 + 53,2 \cdot 0,025 - 53,2 \cdot 0,200 = 98,8 \text{ mt.} \quad (100,5 \text{ mt.}).$$

$$M_{ku} = M + Hy\mu + H \frac{d}{6 \cdot \cos \varphi}$$

$$= 108,1 + 53,2 \cdot 0,025 + 53,2 \cdot 0,200 = 120,0 \text{ mt.} \quad (123,0 \text{ mt.}).$$

$$M_{ko} = -70,8 + 47,8 \cdot 0,025 - 47,8 \cdot 0,200 = -79,2 \text{ „} \quad (-74,6 \text{ „}).$$

$$M_{ku} = -70,8 + 47,8 \cdot 0,025 + 47,8 \cdot 0,200 = -60,0 \text{ „} \quad (-56,1 \text{ „}).$$

Kämpfer.

$$y = -f + y_s = -25,50 - 5,54 = -19,96 \text{ m}, \quad y \cdot \mu = -19,96 \cdot 0,00453 = -0,090 \text{ m}$$

$$d = 2,13 \text{ m} \quad \cos \varphi = 0,539$$

$$\frac{d}{6 \cdot \cos \varphi} = \frac{2,13}{6 \cdot 0,539} = 0,659 \text{ m}$$

$$M = 3,1 \cdot 0,0266 \cdot 79,64^2 = 523,0 \text{ mt.}$$

$$H = 3,1 \cdot \frac{0,096 \cdot 79,64^2}{25,50} = 74,0 \text{ t.}$$

$$M = -3,1 \cdot 0,0193 \cdot 79,64^2 = -379,5 \text{ mt.}$$

$$H = 3,1 \cdot \frac{0,035 \cdot 79,64^2}{25,50} = 27,1 \text{ t.}$$

$$M_{ko} = 523,0 - 74,0 \cdot 0,090 - 74,0 \cdot 0,659 = 467,5 \text{ mt.} \quad (501,1 \text{ mt.}).$$

$$M_{ku} = 523,0 - 74,0 \cdot 0,090 + 74,0 \cdot 0,659 = 565,1 \text{ „} \quad (556,4 \text{ „}).$$

$$M_{ko} = -379,5 - 27,1 \cdot 0,090 - 27,1 \cdot 0,659 = -399,8 \text{ „} \quad (-402,0 \text{ „}).$$

$$M_{ku} = -379,5 - 27,1 \cdot 0,090 + 27,1 \cdot 0,659 = -364,0 \text{ „} \quad (-344,1 \text{ „}).$$

Viertel.

$$y = -y_e + y_s = -5,40 + 5,54 = 0,14 \text{ m}, \quad y \cdot \mu = 0,14 \cdot 0,00453 = 0,001 \text{ m}$$

$$d = 1,42 \text{ m} \quad \cos \varphi = 0,821$$

$$\frac{d}{6 \cdot \cos \varphi} = \frac{1,42}{6 \cdot 0,821} = 0,288 \text{ m}$$

$$M = 3,1 \cdot 0,0071 \cdot 79,64^2 = 139,6 \text{ mt.}$$

$$H = 3,1 \cdot \frac{0,034 \cdot 79,64^2}{25,50} = 26,2 \text{ t.}$$

$$M = -3,1 \cdot 0,0089 \cdot 79,64^2 = -179,1 \text{ mt.}$$

$$H = 3,1 \cdot \frac{0,097 \cdot 79,64^2}{25,50} = 74,8 \text{ t.}$$

$$M_{ko} = 139,6 + 26,2 \cdot 0,001 - 26,2 \cdot 0,288 = 132,0 \text{ mt.} \quad (107,3 \text{ mt.}).$$

$$M_{ku} = 139,6 + 26,2 \cdot 0,001 + 26,2 \cdot 0,288 = 147,2 \text{ „} \quad (122,0 \text{ „}).$$

$$M_{ko} = -179,1 + 74,8 \cdot 0,001 - 74,8 \cdot 0,288 = -200,5 \text{ „} \quad (-177,3 \text{ „}).$$

$$M_{ku} = -179,1 + 74,8 \cdot 0,001 + 74,8 \cdot 0,288 = -157,5 \text{ „} \quad (-131,5 \text{ „}).$$

Achtel. (Nächst dem Scheitel).

$$y = -y' + y_s = -1,26 + 5,54 = 4,28 \text{ m}, \quad y \cdot \mu = 4,28 \cdot 0,00453 = 0,019 \text{ m}$$

$$d = 1,26 \text{ m} \quad \cos \varphi = 0,967$$

$$\frac{d}{6 \cdot \cos \varphi} = \frac{1,26}{6 \cdot 0,967} = 0,217 \text{ m}$$

$$M = 3,1 \cdot 0,0074 \cdot 79,64^2 = 145,5 \text{ mt.}$$

$$H = 3,1 \cdot \frac{0,063 \cdot 79,64^2}{25,50} = 48,6 \text{ t.}$$

$$M = -3,1 \cdot 0,0068 \cdot 79,64^2 = -133,7 \text{ mt.}$$

$$H = 3,1 \cdot \frac{0,068 \cdot 79,64^2}{25,50} = 52,4 \text{ t.}$$

$$M_{ko} = 145,5 + 48,6 \cdot 0,019 - 48,6 \cdot 0,217 = 135,8 \text{ mt.} \quad (133,0 \text{ mt.}).$$

$$M_{ku} = 145,5 + 48,6 \cdot 0,019 + 48,6 \cdot 0,217 = 157,0 \text{ „} \quad (154,5 \text{ „}).$$

$$M_{ko} = -133,7 + 52,4 \cdot 0,019 - 52,4 \cdot 0,217 = -144,1 \text{ „} \quad (-137,8 \text{ „}).$$

$$M_{ku} = -133,7 + 52,4 \cdot 0,019 + 52,4 \cdot 0,217 = -121,3 \text{ „} \quad (-114,2 \text{ „}).$$

Achtel. (Nächst dem Kämpfer).

$$y = y' + y_s = -12,90 + 5,54 = -7,36 \text{ m}, \quad y \cdot \mu = -7,36 \cdot 0,00453 = -0,033 \text{ m}$$

$$d = 1,68 \text{ m} \quad \cos \varphi = 0,714$$

$$\frac{d}{6 \cdot \cos \varphi} = \frac{1,68}{6 \cdot 0,714} = 0,392 \text{ m}$$

$$M = 3,1 \cdot 0,0039 \cdot 79,64^2 = 76,7 \text{ mt.}$$

$$H = 3,1 \cdot \frac{0,052 \cdot 79,64^2}{25,50} = 40,1 \text{ t.}$$

$$M = -3,1 \cdot 0,0058 \cdot 79,64^2 = -114,0 \text{ mt.}$$

$$H = 3,1 \cdot \frac{0,079 \cdot 79,64^2}{25,50} = 60,9 \text{ t.}$$

$$M_{ko} = 76,7 - 40,1 \cdot 0,033 - 40,1 \cdot 0,392 = 59,7 \text{ mt.} \quad (106,7 \text{ mt.}).$$

$$M_{ku} = 76,7 - 40,1 \cdot 0,033 + 40,1 \cdot 0,392 = 91,1 \text{ " } \quad (141,0 \text{ "}).$$

$$M_{ko} = -114,0 - 60,9 \cdot 0,033 - 60,9 \cdot 0,392 = -239,9 \text{ " } \quad (-167,5 \text{ "}).$$

$$M_{ku} = -114,0 - 60,9 \cdot 0,033 + 60,9 \cdot 0,392 = -192,1 \text{ " } \quad (-120,0 \text{ "}).$$

Berechnung der Randspannungen.

Scheitel.

$$F = 6,50 \cdot 1,20 = 7,80 \text{ m}^2$$

$$W = \frac{6,50 \cdot 1,20^2}{6} = 1,56 \text{ m}^3$$

$$y_{ko} = y + \frac{d}{6 \cdot \cos \varphi} = 5,54 + 0,20 = 5,74 \text{ m}$$

$$y_{ku} = y - \frac{d}{6 \cdot \cos \varphi} = 5,54 - 0,20 = 5,34 \text{ "}$$

$$\cos \varphi = 1,000.$$

$$H_{go} = 1229,0 \text{ t, } H_g' = -5,6 \text{ t und } H_t = \pm 17,0 \text{ t.}$$

a) Vom Eigengewicht.

$$\sigma_o = \frac{H_{go}}{F \cos \varphi} - \frac{H_g' y_{ku}}{W} = \frac{1229,0}{7,80} + \frac{5,6 \cdot 5,34}{1,56} = 177 \text{ t/m}^2. \quad (176 \text{ t/m}^2).$$

$$\sigma_u = \frac{H_{go}}{F \cos \varphi} + \frac{H_g' y_{ko}}{W} = \frac{1229,0}{7,80} - \frac{5,6 \cdot 5,74}{1,56} = 137 \text{ " } \quad (139 \text{ "}).$$

b) Von Verkehrsbelastung.

$$\sigma_o = \frac{M_{ku}}{W} = \frac{120,0}{1,56} = 77 \text{ t/m}^2. \quad (79 \text{ t/m}^2).$$

$$\sigma_u = -\frac{M_{ko}}{W} = \frac{79,2}{1,56} = 51 \text{ " } \quad (48 \text{ "}).$$

$$\sigma_o = \frac{M_{ku}}{W} = -\frac{60,0}{1,56} = -38 \text{ " } \quad (-36 \text{ "}).$$

$$\sigma_u = -\frac{M_{ko}}{W} = -\frac{98,8}{1,56} = -63 \text{ " } \quad (-64 \text{ "}).$$

c) Von Temperatur.

$$\sigma_o = -\frac{H_t y_{ku}}{W} = \pm \frac{17,0 \cdot 5,34}{1,56} = \pm 58 \text{ t/m}^2. \quad (\pm 58 \text{ t/m}^2).$$

$$\sigma_u = \frac{H_t y_{ko}}{W} = \pm \frac{17,0 \cdot 5,74}{1,56} = \pm 62 \text{ " } \quad (\pm 62 \text{ "}).$$

Kämpfer.

$$F = 7,43 \cdot 2,13 = 15,83 \text{ m}^2,$$

$$W = \frac{7,43 \cdot 2,13^2}{6} = 5,62 \text{ m}^3,$$

$$y_{ko} = -19,96 + 0,66 = -19,30 \text{ m,}$$

$$y_{ku} = -19,96 - 0,66 = -20,62 \text{ "}$$

$$\cos \varphi = 0,539.$$

a) Vom Eigengewicht.

$$\sigma_o = \frac{1229,0}{15,83 \cdot 0,539} - \frac{5,6 \cdot 20,62}{5,62} = 124 \text{ t/m}^2 \cdot (127 \text{ t/m}^2).$$

$$\sigma_u = \frac{1229,0}{15,83 \cdot 0,539} + \frac{5,6 \cdot 19,30}{5,62} = 163 \text{ " } \cdot (165 \text{ " }).$$

b) Von Verkehrsbelastung.

$$\sigma_o = \frac{565,1}{5,62} = 100 \text{ t/m}^2 \cdot (99 \text{ t/m}^2).$$

$$\sigma_u = \frac{399,8}{5,62} = 71 \text{ " } \cdot (72 \text{ " }).$$

$$\sigma_o = -\frac{364,0}{5,62} = -65 \text{ " } \cdot (-61 \text{ " }).$$

$$\sigma_u = -\frac{467,5}{5,62} = -83 \text{ " } \cdot (-89 \text{ " }).$$

c) Von Temperatur.

$$\sigma_o = \pm \frac{17,0 \cdot 20,62}{5,62} = \pm 62 \text{ t/m}^2 \cdot (\pm 62 \text{ t/m}^2).$$

$$\sigma_u = \pm \frac{17,0 \cdot 19,30}{5,62} = \pm 58 \text{ t/m}^2 \cdot (\pm 60 \text{ " }).$$

Viertel.

$$F = 6,71 \cdot 1,42 = 9,53 \text{ m}^2,$$

$$W = \frac{6,71 \cdot 1,42^2}{6} = 2,26 \text{ "}$$

$$y_{ko} = 0,14 + 0,29 = 0,43 \text{ "}$$

$$y_{ku} = 0,14 - 0,29 = -0,15 \text{ "}$$

$$\cos \varphi = 0,821.$$

a) Vom Eigengewicht.

$$\sigma_o = \frac{1229,0}{9,53 \cdot 0,821} - \frac{5,6 \cdot 0,15}{2,26} = 157 \text{ t/m}^2 \cdot (145 \text{ t/m}^2).$$

$$\sigma_u = \frac{1229,0}{9,53 \cdot 0,821} - \frac{5,6 \cdot 0,43}{2,26} = 156 \text{ " } \cdot (154 \text{ " }).$$

b) Von Verkehrsbelastung.

$$\sigma_o = \frac{147,2}{2,26} = 65 \text{ tm}^2 \cdot (49 \text{ t/m}^2).$$

$$\sigma_u = \frac{200,5}{2,26} = 89 \text{ " } \cdot (72 \text{ " }).$$

$$\sigma_o = -\frac{157,5}{2,26} = -70 \text{ " } \cdot (-53 \text{ " }).$$

$$\sigma_u = -\frac{132,0}{2,26} = -59 \text{ " } \cdot (-43 \text{ " }).$$

c) Von Temperatur.

$$\sigma_o = \pm \frac{17,0 \cdot 0,15}{2,26} = \pm 1 \text{ t/m}^2 (\pm 14 \text{ t/m}^2).$$

$$\sigma_u = \pm \frac{17,0 \cdot 0,43}{2,26} = \pm 3 \text{ " } (\pm 12 \text{ " }).$$

Achtel. (Nächst dem Scheitel).

$$F = 6,55 \cdot 1,26 = 8,25 \text{ m}^2$$

$$W = \frac{6,55 \cdot 1,26^2}{6} = 1,73 \text{ m}^3$$

$$y_{ko} = 4,28 + 0,22 = 4,50 \text{ m,}$$

$$y_{ku} = 4,28 - 0,22 = 4,06 \text{ „}$$

$$\cos \varphi = 0,967.$$

a) Vom Eigengewicht.

$$\sigma_o = \frac{1229,0}{8,25 \cdot 0,967} + \frac{5,6 \cdot 4,06}{1,73} = 167 \text{ t/m}^2 \cdot (169 \text{ t/m}^2).$$

$$\sigma_u = \frac{1229,0}{8,25 \cdot 0,967} - \frac{5,6 \cdot 4,50}{1,73} = 140 \text{ „} \cdot (142 \text{ „}).$$

b) Von Verkehrsbelastung.

$$\sigma_o = \frac{157,0}{1,73} = 91 \text{ t/m}^2 \cdot (91 \text{ t/m}^2).$$

$$\sigma_u = \frac{144,1}{1,73} = 83 \text{ „} \cdot (81 \text{ „}).$$

$$\sigma_o = -\frac{121,3}{1,73} = -70 \text{ „} \cdot (-67 \text{ „}).$$

$$\sigma_u = -\frac{135,8}{1,73} = -78 \text{ „} \cdot (-78 \text{ „}).$$

c) Von Temperatur.

$$\sigma_o = \pm \frac{17,0 \cdot 4,06}{1,73} = \pm 40 \text{ t/m}^2 (\pm 40 \text{ t/m}^2),$$

$$\sigma_u = \pm \frac{17,0 \cdot 4,50}{1,73} = \pm 44 \text{ „} (\pm 46 \text{ „}).$$

Achtel. (Nächst dem Kämpfer).

$$F = 7,01 \cdot 1,68 = 11,78 \text{ m}^2$$

$$W = \frac{7,01 \cdot 1,68^2}{6} = 3,30 \text{ m}^3$$

$$y_{ko} = -7,36 + 0,39 = -6,97 \text{ m}$$

$$y_{ku} = -7,36 - 0,39 = -7,75 \text{ „}$$

$$\cos \varphi = 0,714.$$

a) Vom Eigengewicht.

$$\sigma_o = \frac{1229,0}{11,78 \cdot 0,714} - \frac{5,6 \cdot 7,75}{3,30} = 133 \text{ t/m}^2 \cdot (135 \text{ t/m}^2).$$

$$\sigma_u = \frac{1229,0}{11,78 \cdot 0,714} + \frac{5,6 \cdot 6,97}{3,30} = 158 \text{ „} \cdot (164 \text{ „}).$$

b) Von Verkehrsbelastung.

$$\sigma_o = \frac{91,1}{3,30} = 28 \text{ t/m}^2 \cdot (39 \text{ t/m}^2).$$

$$\sigma_u = \frac{239,9}{3,30} = 73 \text{ „} \cdot (46 \text{ „}).$$

$$\sigma_o = -\frac{192,1}{3,30} = -58 \text{ „} \cdot (33 \text{ „}).$$

$$\sigma_u = -\frac{59,7}{3,30} = -18 \text{ „} \cdot (29 \text{ „}).$$

c) Von Temperatur.

$$\sigma_o = \pm \frac{17,0 \cdot 7,75}{3,30} = \pm 40 \text{ t/m}^2 \cdot (\pm 48 \text{ t/m}^2).$$

$$\sigma_u = \pm \frac{17,0 \cdot 6,97}{3,30} = \pm 36 \text{ " } \cdot (\pm 46 \text{ " }).$$

Hiermit ergeben sich die

Grenzwerte der Randspannungen (in t/m²).

Schnitt	Eigenlast	Verkehr	Temperatur	Grenzwerte.			
Scheitel	$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_o \\ \sigma_u \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 77 \\ + 51 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} - 38 \\ - 63 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 58 \\ + 62 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} - 58 \\ - 62 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 312 (+ 313) \\ + 250 (+ 249) \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 81 (+ 82) \\ + 12 (+ 13) \end{array} \right.$
Achtel nächst dem Scheitel	$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_o \\ \sigma_u \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 91 \\ + 83 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} - 70 \\ - 78 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 40 \\ + 44 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} - 40 \\ - 44 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 298 (+ 300) \\ + 267 (+ 269) \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 57 (+ 62) \\ + 18 (+ 18) \end{array} \right.$
Viertel	$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_o \\ \sigma_u \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 65 \\ + 89 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} - 70 \\ - 59 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 1 \\ + 3 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} - 1 \\ - 3 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 223 (+ 208) \\ + 248 (+ 238) \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 86 (+ 78) \\ + 94 (+ 99) \end{array} \right.$
Achtel nächst dem Kämpfer	$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_o \\ \sigma_u \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 28 \\ + 73 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} - 58 \\ - 18 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 40 \\ + 36 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} - 40 \\ - 36 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 201 (+ 222) \\ + 267 (+ 256) \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 35 (+ 54) \\ + 104 (+ 89) \end{array} \right.$
Kämpfer	$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_o \\ \sigma_u \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 100 \\ + 71 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} - 65 \\ - 83 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 62 \\ + 58 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} - 62 \\ - 58 \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} + 286 (+ 288) \\ + 292 (+ 297) \end{array} \right.$	$\left\{ \begin{array}{l} - 3 (+ 4) \\ + 22 (+ 16) \end{array} \right.$

Wie ersichtlich, stimmen die Endergebnisse sehr gut mit den von Professor Mörsch ermittelten überein. Es ist beim Vergleich, wie schon bemerkt wurde, darauf Rücksicht zu nehmen, daß nicht alle betrachteten Schnitte genau zusammenfallen, und daß die vorliegenden Differenzen vorwiegend diesem Umstand zuzuschreiben sind.

IV. Abschnitt.

Das durchlaufende Brückengewölbe auf elastischen Pfeilern.

§ 19.

Vorbemerkungen.

Die Anordnung von Gewölbe neben Gewölbe führt zu der durchlaufenden Gewölbereihe, die man in Verbindung mit elastischen Pfeilern im Brückenbau hauptsächlich bei Talbrücken trifft.

Entgegen den gewöhnlichen Verhältnissen, wobei die Gewölbekämpfer starre Widerlager finden, die Bewegungen derselben ausschließen, liegt hier der Fall vor, daß die elastischen Pfeiler den auf sie wirkenden Kräften etwas nachgeben.

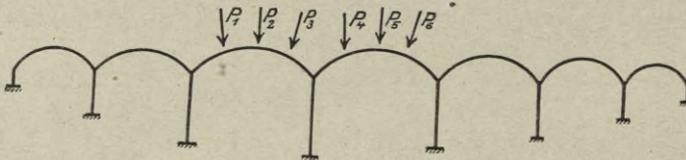


Abb. 152.

Die Gewölbe kann man daher nicht als fest eingespannt ansehen. Von den in Betracht kommenden Bewegungen treten hauptsächlich seitliche Bewegungen der Pfeilerköpfe hervor, während Verdrehungen wegen der großen Starrheit der Pfeiler nur von geringer Bedeutung sind. Eine noch untergeordnete Rolle wie diese Verdrehungen, spielen die elastischen lotrechten Bewegungen der Stützenköpfe.

Um die gestellte Aufgabe in recht einfacher Weise der Lösung zuzuführen berücksichtigen wir ausschließlich nur den vorherrschenden Einfluß der seitlichen Bewegungen, und nehmen daher an, daß sich die Pfeilerköpfe nur verschieben; Drehungen dagegen schließen wir aus¹⁾. Durch diese Annahme wird eine äußerst einfache Ermittlung des Einflusses der Pfeilerelastizität erzielt, bei praktisch hinreichend genauen Resultaten. Ein besonderer Vorteil ergibt sich dabei durch den Umstand, daß die Pfeilerelastizität noch nachträglich, wenn das Gewölbe als eingespannt bereits berechnet ist, berücksichtigt werden kann.

¹⁾ Dr. Max Ritter, „Beiträge zur Theorie und Berechnung der vollwandigen Bogenträger ohne Scheitelgelenk“. Verlag von W. Ernst u. Sohn, Berlin.

Näherungsberechnung der durchlaufenden Brückengewölbe.

1. Elastizitätsgleichungen.

Wir bezeichnen die der Pfeilerelastizität entsprechende Bogenkraft der Öffnung l_r mit ΔH_r , und die Bogenkraft die bei starren Pfeilern entsteht mit H_r . Im Gewölbe auf elastischen Pfeilern wirkt daher die Kraft $H_r + \Delta H_r$, und es ergibt sich für die Verschiebung der Kämpferquerschnitte (Abb. 153)

$$\Delta l_r + \Delta l_{r+1} = \sum P \delta_{hr} + (H_r + \Delta H_r) \delta_r'$$

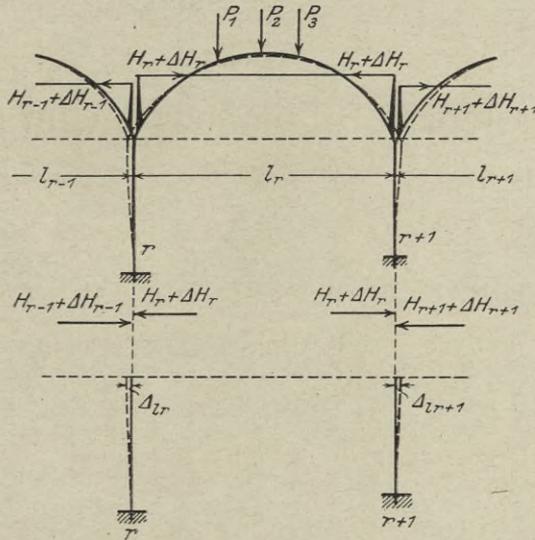


Abb. 153.

Diese Bogenkraft erzeugt mit derjenigen der angrenzenden Öffnungen vereint die Pfeilerkopfverschiebungen

$$\Delta l_r = \lambda_r (H_r + \Delta H_r - H_{r-1} - \Delta H_{r-1}),$$

$$\Delta l_{r+1} = \lambda_{r+1} (H_r + \Delta H_r - H_{r+1} - \Delta H_{r+1}).$$

Durch Verbinden dieser Gleichungen entsteht

$$(H_{r-1} + \Delta H_{r-1}) \lambda_r - (H_r + \Delta H_r) (\delta_r' + \lambda_r + \lambda_{r+1}) + (H_{r+1} + \Delta H_{r+1}) \lambda_{r+1} - \sum P \delta_{hr} = 0.$$

und wegen

$$H_r = - \frac{\sum P \delta_{hr}}{\delta_r'}$$

folgt

$$(H_{r-1} + \Delta H_{r-1}) \lambda_r - (H_r + \Delta H_r) (\delta_r' + \lambda_r + \lambda_{r+1}) + (H_{r+1} + \Delta H_{r+1}) \lambda_{r+1} + H_r \delta_r' = 0 \quad \dots (1)$$

λ bedeutet die Verschiebung eines Pfeilerkopfes infolge $H = 1$; der Zeiger gibt dabei den Pfeiler an, um den es sich handelt.

Die entwickelte Gleichung enthält die Bogenkräfte dreier aufeinanderfolgender Öffnungen; sie läßt sich für jede Öffnung einmal anschreiben, und gestattet daher die Ermittlung aller Unbekannten.

Es ist hervorzuheben, daß die hier in Frage kommenden Balkenmomente von denjenigen für das eingespannte Gewölbe nicht verschieden sind, da hier ebenso wie dort Lagerverdrehungen ausgeschlossen wurden. Außerdem stimmt auch die Lage der Bogenkraft mit derjenigen beim fest eingespannten Gewölbe überein.

Die obenstehende Gleichung wird noch eine zweckmäßige Behandlung und Umformung erfahren, so daß sich der Einfluß der Pfeilerelastizität rasch bestimmen läßt. Zuvor sollen jedoch folgende Ausführungen Raum finden.

2. Die Pfeilerelastizität.

Sollen sich die Pfeilerköpfe wie vorausgesetzt verschieben, also ohne sich zu drehen, dann muß außer der horizontalen Kraft am Stützenkopf noch ein Moment vorliegen, damit die Verdrehung verschwindet.

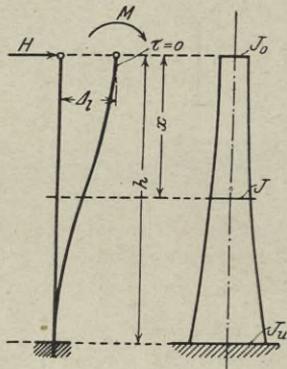


Abb. 154.

Es wird

die Verschiebung $\Delta l = H \lambda' + M \lambda''$,
 die Verdrehung $\alpha = H \alpha' + M \alpha''$.

Wird beachtet, daß nach dem Satze von der Gegenseitigkeit der Formänderungen $\alpha' = \lambda''$ sein muß, dann folgt daraus wegen

$$\Delta l = H \lambda$$

$$\lambda = \lambda' - \frac{\lambda''^2}{\alpha''} \dots \dots \dots (2)$$

Bekanntlich ist

$$\lambda' = \int x^2 dw, \quad \lambda'' = \int x dw \quad \text{und} \quad \alpha'' = \int dw.$$

In der Regel werden die Pfeiler nach oben zu immer schwächer, so daß man das Trägheitsmoment nicht als beständig ansehen kann. Wir berücksichtigen die Änderung durch das Gesetz

$$\frac{J_0}{J} = 1 - (1 - n) \xi,$$

worin

$$n = \frac{J_0}{J_u}.$$

Dasselbe entspricht ungefähr einem Pfeiler von der in Abb. 154 dargestellten Form. Das elastische Gewicht eines Bogenelements beträgt

$$dw = h (1 - (1 - n) \xi) d\xi,$$

und es ergibt sich damit

$$\lambda' = \frac{h^3}{E J_0} \int_0^1 (1 - (1 - n) \xi) \xi^2 d\xi = \frac{h^3 (1 + 3n)}{12 E J_0},$$

$$\lambda'' = \frac{h^2}{E J_0} \int_0^1 (1 - (1 - n) \xi) \xi d\xi = \frac{h^2 (1 + 2n)}{6 E J_0},$$

$$\alpha'' = \frac{h}{E J_0} \int_0^1 (1 - (1 - n) \xi) d\xi = \frac{h (1 + n)}{2 E J_0}.$$

Durch Einführung dieser Ausdrücke in Gleichung 2 entsteht

$$\lambda = \frac{h^3}{36 E J_0} \cdot \frac{1 + 4n + n^2}{1 + n} \dots \dots \dots (3)$$

Bei beständigem Trägheitsmoment folgt ($n = 1$)

$$\lambda = \frac{h^3}{12 E J_0} \dots \dots \dots (4)$$

3. Berechnung der Zusatzkraft infolge der Pfeilerelastizität.

Denkt man sich die einzelnen Gewölbe gewichtslos, dann entstehen, sofern nicht alle Öffnungen belastet sind, in den unbelasteten Öffnungen Kräfte, die ausschließlich nur von der Pfeilerelastizität abhängen. Für diese außer dem Bereich der Belastung liegende Gewölbe lautet Gleichung 1

$$\Delta H_{r-1} \lambda_r - \Delta H_r (\delta_r' + \lambda_r + \lambda_{r+1}) + \Delta H_{r+1} \lambda_{r+1} = 0 \quad \dots (5)$$

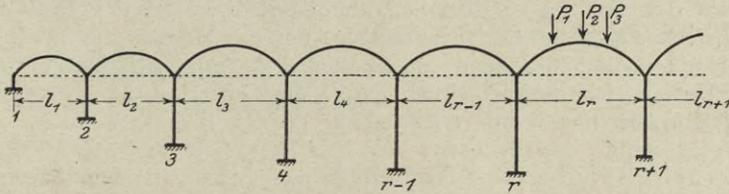


Abb. 155.

Wenn man von einem Endwiderlager ausgeht, läßt sich nach dieser Gleichung das Verhältnis einer jeden Kraft zu derjenigen der nächstfolgenden Öffnung bestimmen. Es ergibt sich unter Bezugnahme auf Abbildung 155

$$\left. \begin{aligned} -\Delta H_1 (\delta_1' + \lambda_1 + \lambda_2) + \Delta H_2 \lambda_2 &= 0; \quad \frac{\Delta H_1}{\Delta H_2} = k_2 = \frac{\lambda_2}{\delta_1' + \lambda_1 + \lambda_2} \\ \Delta H_1 \lambda_2 - \Delta H_2 (\delta_2' + \lambda_2 + \lambda_3) + \Delta H_3 \lambda_3 &= 0; \quad \frac{\Delta H_2}{\Delta H_3} = k_3 = \frac{\lambda_3}{\delta_2' + \lambda_2 + \lambda_3 - \lambda_2 k_2} \\ \Delta H_2 \lambda_3 - \Delta H_3 (\delta_3' + \lambda_3 + \lambda_4) + \Delta H_4 \lambda_4 &= 0; \quad \frac{\Delta H_3}{\Delta H_4} = k_4 = \frac{\lambda_4}{\delta_3' + \lambda_3 + \lambda_4 - \lambda_3 k_3} \end{aligned} \right\} (6)$$

Allgemein bestimmt sich

$$k_r = \frac{\Delta H_{r-1}}{\Delta H_r} = \frac{\lambda_r}{\delta_{h' r-1} + \lambda_r + \lambda_{r-1} (1 - k_{r-1})} \quad \dots (7a)$$

oder von rechts beginnend

$$k_{r+1} = \frac{\Delta H_{r+1}}{\Delta H_r} = \frac{\lambda_{r+1}}{\delta_{h' r+1} + \lambda_{r+1} + \lambda_{r+2} (1 - k_{r+2})} \quad \dots (7b)$$

Bedingung ist hierbei, daß bei k_r die Belastung rechts neben der Öffnung l_r , und bei k_{r+1} links davon liegt. Folgt einer unbelasteten Öffnung eine belastete, so ist in obigen Verhältnissen (Gl. 7a und 7b) unter der Kraft im Nenner die gesamte Bogenkraft zu verstehen. Um dies einzusehen, braucht man sich nur bei den Gleichungen 6 (in der letzten Reihe) unter ΔH_4 die Bogenkraft einer belasteten Öffnung $H_4 + \Delta H_4$ vorzustellen.

Ist nur die Öffnung l_r belastet, so können demnach die Verhältnisse

$$k_r' = \frac{\Delta H_{r-1}}{H_r + \Delta H_r}, \quad k_{r+1} = \frac{\Delta H_{r+1}}{H_r + \Delta H_{r+1}}$$

mit Gleichung 1, die nunmehr wegen $H_{r-1} = H_{r+1} = 0$

lautet, verbunden werden,

$$\Delta H_{r-1} \lambda_r - (H_r + \Delta H_r) (\delta_r' + \lambda_r + \lambda_{r+1}) + \Delta H_{r+1} \lambda_{r+1} + H_r \delta_r' = 0$$

Es entsteht dann

$$(H_r + \Delta H_r) k_r \lambda_r - (H_r + \Delta H_r) (\delta_r' + \lambda_r + \lambda_{r+1}) + (H_r + \Delta H_r) k_{r+1} \lambda_{r+1} + H_r \delta_r' = 0$$

$$\text{oder } (H_r + \Delta H_r) (\delta_r' + \lambda_r (1 - k_r) + \lambda_{r+1} (1 - k_{r+1})) - H_r \delta_r' = 0,$$

$$\text{woraus } \Delta H_r = -H_r \cdot \frac{1}{1 + \frac{\lambda_r (1 - k_r) + \lambda_{r+1} (1 - k_{r+1})}{\delta_r'}} \quad \dots (8)$$

δ_r' entspricht dem zur Ermittlung der Bogenkraft H_r gültigen Nennerwert N , und kann den Tabellen entnommen werden. In der durch die Gleichungen 6 und 7 angedeuteten Art berechnet man vom linken Endwiderlager ausgehend das Verhältnis k_r ; in gleicher Weise bestimmt man k_{r+1} , indem man am rechten Widerlager beginnt und nach links vorgeht.

Die Kraft ΔH_r erzeugt in der belasteten Öffnung das Bogenmoment

$$M = -\Delta H_r y (9)$$

Man braucht dasselbe nur zu dem Schnittmoment des unter der Annahme starrer Kämpfer berechneten Gewölbes hinzuzufügen, um das Moment des durchlaufenden Gewölbes auf elastischen Pfeilern zu erhalten. Es zeigt sich hierbei wie außerordentlich einfach sich die Berücksichtigung der Pfeilerelastizität gestaltet.

Die unbelasteten Gewölbe erfahren nur geringe Biegemomente, und dies umso mehr, je weiter dieselben von der belasteten Öffnung entfernt liegen. Sie haben als einzige Ursache die Kraft ΔH für das betreffende Gewölbe.

Hinsichtlich der Pfeiler läßt sich sagen, daß diese infolge ihrer Elastizität geringeren Kräften ausgesetzt sind, als wie sich bei der Annahme vollständiger Starrheit ergibt.

Gleichung 8 ist umso zuverlässiger, da die Größe der Kraft ΔH von den Verhältnissen außerhalb der betrachteten Öffnungen nur wenig abhängt. k ist immer nur sehr klein und in Gleichung 8 fast belanglos; die Werte von δ' und λ aber, die die belastete Öffnung und die Pfeiler daneben betreffen, sind desto bedeutender.

4. Das kontinuierliche Gewölbe über unendlich vielen gleichen Öffnungen.

In der Praxis findet man durchlaufende Gewölbereihen meistens mit gleichen oder nur wenig voneinander verschiedenen Spannweiten, da die Pfeiler, sofern sie einigermaßen schlank sind, keine exzentrische Belastung vertragen.

Es ist dann

$\lambda_r = \lambda_{r-1} = \lambda_{r+1} = \lambda, \quad \delta'_{hr} = \delta'_{hr-1} = N, \quad k_r = k_{r-1} = k_{r+1} = k,$
womit nach Gleichung 7a

$$k = \frac{\lambda}{N + 2\lambda - \lambda k},$$

oder

$$k = 1 - \frac{N}{2\lambda} \left[-1 + \sqrt{1 + \frac{4\lambda}{N}} \right] (10)$$

In einem Mittelfelde ergibt sich gemäß Gleichung 8

$$\Delta H = -H \cdot \frac{1}{1 + \frac{N}{2\lambda(1-k)}} (11a)$$

oder

$$\Delta H = -H \cdot \frac{1}{1 + \frac{1}{-1 + \sqrt{1 + \frac{4\lambda}{N}}}} (11b)$$

In einem Endfeld entsteht

$$\Delta H = -H \cdot \frac{1}{1 + \frac{N}{\lambda(1-k)}} (12a)$$

oder

$$\Delta H = -H \cdot \frac{1}{1 + \frac{2}{-1 + \sqrt{1 + \frac{4\lambda}{N}}}} (12b)$$

5. Rechnungsbeispiel.

Wir betrachten eine Gewölberreihe auf elastischen Pfeilern von den in Abb. 156 eingetragenen Abmessungen. Über die Anzahl der Öffnungen sei zunächst nichts gesagt; wir werden diese, um später Vergleiche anstellen zu können, verschieden annehmen.

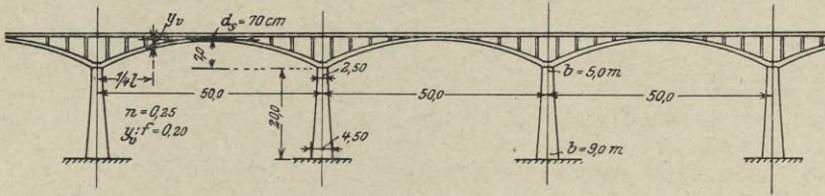


Abb. 156.

Bei einer Scheitelstärke von 70 cm und der Gewölbebreite von 5,0 m wird das Trägheitsmoment des Scheitelquerschnitts

$$J_s = \frac{5,0 \cdot 0,70^3}{12} = 0,143 \text{ m}^4.$$

Für die angenommenen Verhältnisse $n = 0,25$ und $y:f = 0,20$ ergibt sich nach den Tabellen (S. 228)

$$EN = E\delta' = 0,0363 \cdot \frac{l f^2}{J_s} = 0,0363 \cdot \frac{50,0 \cdot 7,0^2}{0,143} = 622 \text{ 1/m}.$$

Der Querschnitt des 20,0 m hohen Pfeilers betrage am Kopf 2,5/5,0 m und am Fuß 4,5/9,0 m. Es wird daher

$$J_o = \frac{5,0 \cdot 2,5^3}{12} = 6,5 \text{ m}^4,$$

$$J_u = \frac{9,0 \cdot 4,5^3}{12} = 68,3 \text{ ,,}$$

folglich

$$n = \frac{J_o}{J_u} = \frac{6,5}{68,3} = 0,095.$$

Ändert sich das Trägheitsmoment nach dem angeführten Gesetz, dann folgt nach Gleichung 3

$$\begin{aligned} E\lambda &= \frac{h^3}{36 J_o} \cdot \frac{1 + 4n + n^2}{1 + n}, \\ &= \frac{20,0^3}{36 \cdot 6,5} \cdot \frac{1 + 4 \cdot 0,095 + 0,095^2}{1 + 0,095} = 43 \text{ t/m}. \end{aligned}$$

Wir denken uns nun ein starres Endwiderlager und berechnen nacheinander das Verhältnis k (Gl. 6)

$$\text{am ersten Pfeiler } k = \frac{43}{622 + 43} = 0,065,$$

$$\text{„ zweiten „ } k = \frac{43}{622 + 2 \cdot 43 - 43 \cdot 0,065} = 0,061.$$

$$\text{„ dritten „ } k = \frac{43}{522 + 2 \cdot 43 - 43 \cdot 0,061} = 0,061.$$

Wie man sieht, bleibt der zweite Wert von k schon konstant. Gleichung 10 hätte für einen mittleren Pfeiler

$$k = 1 - \frac{622}{2 \cdot 43} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4 \cdot 43}{622}} \right] = 0,061$$

unmittelbar geliefert.

In einem Mittelfeld findet man ΔH nach der Gleichung 11a

$$\Delta H = -H \cdot \frac{1}{1 + \frac{N}{2\lambda(1-k)}},$$

bei drei Öffnungen mit $k = 0,065$ zu

$$\Delta H = -H \cdot \frac{1}{1 + \frac{622}{2 \cdot 43 \cdot (1 - 0,065)}} = -H \cdot 0,114,$$

und bei unendlich vielen Öffnungen mit $k = 0,061$ zu

$$\Delta H = -H \cdot \frac{1}{1 + \frac{622}{2 \cdot 43 \cdot (1 - 0,061)}} = -H \cdot 0,115.$$

Für die Endfelder wird auf Grund von (Gl. 12a)

$$\Delta H = -H \cdot \frac{1}{1 + \frac{N}{\lambda(1-k)}},$$

bei zwei Öffnungen mit $k = 0,065$

$$\Delta H = -H \cdot \frac{1}{1 + \frac{622}{43 \cdot (1 - 0,065)}} = -H \cdot 0,061,$$

bei drei Öffnungen mit $k = 0,061$

$$\Delta H = -H \cdot \frac{1}{1 + \frac{622}{43 \cdot (1 - 0,061)}} = -H \cdot 0,061,$$

bei unendlich vielen Öffnungen mit $k = 0,061$

$$\Delta H = -H \cdot \frac{1}{1 + \frac{622}{43 \cdot (1 - 0,061)}} = -H \cdot 0,061.$$

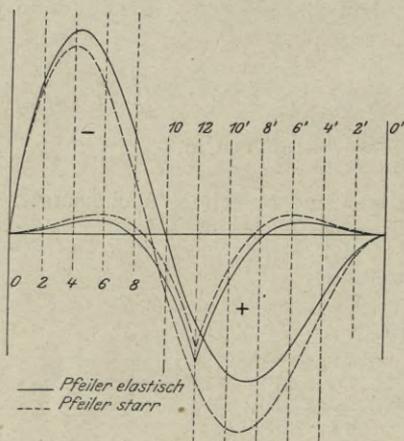


Abb. 157.

Wenn die Anschlußöffnungen überhaupt fehlen, dann ergibt sich mit $k = 0$

$$\Delta H = -H \cdot \frac{1}{1 + \frac{622}{2 \cdot 43}} = -H \cdot 0,112.$$

Es zeigt sich hierbei, daß die Anzahl der Öffnungen fast gar nicht in Betracht kommt.

Abb. 157 stellt die Einflußlinien für den Scheitel- und Kämpferquerschnitt einer Mittelöffnung dar. Es wurden zu deren Bestimmung die Einflußlinienordinaten für das Gewölbe mit starren Kämpfern aus den Tabellen (S. 229 und 230) entnommen und dann noch $-\Delta H \cdot y$ oder $H \cdot 0,115 \cdot y$ hinzugefügt. Auch H ging gleichzeitig aus der Tabelle Seite 228 hervor.

30.00

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

17452

Druk. U. J. Zam. 356. 10.000.

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



III-307043

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000316011

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



III-307044

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000316012

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



III-307045

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000316013

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



III-307046

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000316014

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



III-307042

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300596