



G. 44
44

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300013

1883

Berechnung der Stauweiten in offenen Wasserläufen

von
Dr. phil. habil. Hermann Hagen

Lehrstuhl für Hydraulik, Berlin

Verlag

von

Dr. phil. habil. Hermann Hagen

in Berlin, Wilhelmstr. 11, im Verlag des Verlagsbuchhandels

München

Verlag des Verlagsbuchhandels

1883

X
1583

Tabelle

zur

Berechnung der Stauweiten in offenen Wasserläufen

mit einführenden Erörterungen über die Bewegung des Wassers
in geschlossenen und offenen Röhren

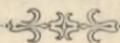
für Studierende und Praktiker berechnet

von

Danckwerts

Regierungs- und Baurath
Professor an der technischen Hochschule zu Hannover.

Mit 35 Abbildungen im Texte und 2 besonderen Anlagen.



F. Nr. 25408.



Wiesbaden

C. W. KREIDEL'S VERLAG

1903.

944
47
Acc. Nr. 51

Tabelle
zur
Berechnung der Stauweiten
in offenen Wasserläufen

Sonderabdruck aus der Zeitschrift für Architektur und
Ingenieurwesen 1903.

Alle Rechte vorbehalten.

Uebersetzungen, auch in's Ungarische,
verboten.

**BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW**

II 31154

Druck von Gebrüder Jänecke, Hannover.

Akc. Nr. 2095/49

Die nachfolgende Arbeit soll keine neuen wissenschaftlichen Entdeckungen mittheilen, sondern verfolgt lediglich den Zweck, den Studirenden der Technischen Hochschulen und den Praktikern eine anschauliche und übersichtliche Vergleichung der von Rühlmann und von Tolkmitt für die Berechnung von Stauweiten gegebenen Formeln und Tabellen zu ermöglichen.*)

Bei den rechnerischen Vergleichen zeigt sich nämlich abgesehen von einigen offenbaren Druckfehlern der Rühlmann'schen Tabellen ($f 1,20 = 2,500$ statt $2,568$) als ein Mangel der Tolkmitt'schen Tabellen die Verschiebung des Koordinaten anfangs um $1,0$, wodurch der Vergleich beider Tabellen sehr erschwert wird. Auch sind beide Tabellen gewissermaßen in der Entwicklung stecken geblieben, insofern als sie für den in der Praxis oft wichtigen Vergleich zahlreicher Einzelfälle nicht, wie z. B. die Kutter'schen Tabellen, ohne Weiteres geeignet sind und der Anschaulichkeit entbehren.

Um die nachfolgende Tabelle (Seite 35) formell anwenden zu können, genügt nun zwar die Durchsicht des dazu Seite 35 gegebenen Beispiels. Um jedoch ein Verständnis und eine kritische Anwendung der neuen

*) Für eingehende Studien sei namentlich auch Zeuner, Theorie der Turbinen, Leipzig 1899, empfohlen.

Tabelle zu ermöglichen, ist eine kurze, aber zusammenhängende Entwicklung der einschlägigen Formeln für die ungleichförmige Bewegung des Wassers nöthig, und es dürfte diese Entwicklung auch dem Praktiker erwünscht sein, weil sie unter Beiseitelassung der rein mathematischen Rechnungen von dem allgemeinen Fall der geschlossenen Rohrleitungen zu dem Sonderfall der offenen Wasserläufe fortschreitet, während Rühlmann, der für die Kritik der Rühlmann'schen Tabellen natürlich in erster Linie in Betracht zu ziehen ist, zuerst die Bewegung in offenen Kanälen und dann in einem besonderen Abschnitt die Bewegung in geschlossenen Röhren behandelt.

Bemerkung. Die mir nachträglich bekannt gewordene verdienstvolle Arbeit des Dipl. Ing. Dr. H. Walter in der Zeitschrift für Gewässerkunde 1902, Heft 2, „über ein neues analytisch-graphisches Verfahren zur Bestimmung der Stauweite“ macht die nachfolgenden Ausführungen und die diesseitige Tabelle nicht überflüssig, wie sich des Weiteren zeigen dürfte.

Bewegung des Wassers in Röhren.

a) ohne Reibung.

Der senkrechte Wasserdruck auf die Seitenwand eines Gefäßes ist unabhängig von der Gefäßform gleich dem

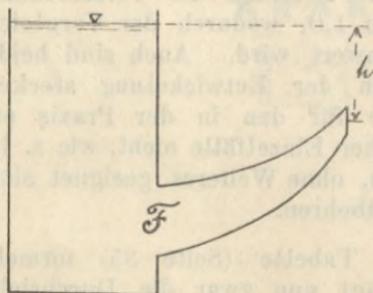


Abb. 1.

Gewicht einer Wassersäule, welche die gedrückte Fläche zur Grundfläche und den Abstand des Schwerpunktes derselben vom Wasserspiegel zur Höhe hat.

Ist an ein Gefäß eine Röhre angesetzt (Abb. 1), so ist der Wasserdruck auf die verschlossene Mündungsfläche gleich dem

Gewicht der Wassersäule, welche die Mündungsfläche (nicht die Fläche der Rohrwurzel F') zur Grundfläche und den Abstand des

Schwerpunktes der Mündungsfläche vom Wasserspiegel zur Höhe hat — unabhängig von der Gestalt der Röhre und von der Tiefe des Ansatzes der Röhrenwurzel unter der Wasseroberfläche.

Hat die Röhre so glatte Wandungen, dass sie keine Reibung auf das fließende Wasser ausübt, so ist bei geöffneter Mündungsfläche die Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers theoretisch $= \sqrt{2gh}$ und die zur Erzeugung einer bestimmten Ausflussgeschwindigkeit v_1 erforderliche Druckhöhe h theoretisch $= \frac{v_1^2}{2g}$. Praktisch

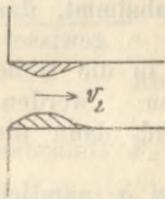


Abb. 2.

muss dieser Betrag mit Rücksicht auf die beim Eintritt in die Rohrwurzel entstehende Kontraktion (Abb. 2) des Wassers um einen gewissen Prozentsatz ζ_0 des theoretischen Betrags der Geschwindigkeit v_2 in der Rohrwurzel

also um $\zeta_0 \frac{v_2^2}{2g}$ erhöht werden, also die

Größe $\frac{v_1^2}{2g} + \zeta_0 \frac{v_2^2}{2g}$ erreichen.

Ist die Röhre nicht cylindrisch, sondern an der Wurzel weiter als an der Mündung, so entstehen an Wurzel und Mündung verschiedene Geschwindigkeiten umgekehrt proportional den Röhrenquerschnitten und es ist dicht hinter der Röhrenwurzel (Abb. 3) zur Steigerung der Geschwindigkeit von v_2

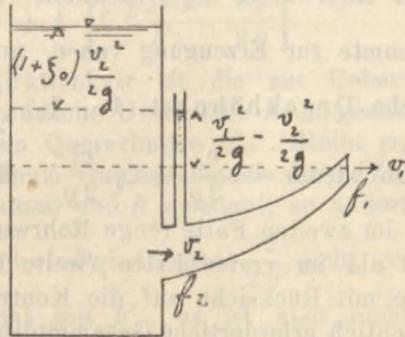


Abb. 3.

auf v_1 eine Druckhöhe $= \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}$ und ferner im Gefäße selbst zur Erzeugung von v_2 eine weitere Druck-

höhe $(1 + \zeta_0) \frac{v_2^2}{2g}$ also insgesamt eine Druckhöhe über der Rohrmündung $= \frac{v_1^2}{2g} + \zeta_0 \frac{v_2^2}{2g}$ erforderlich.

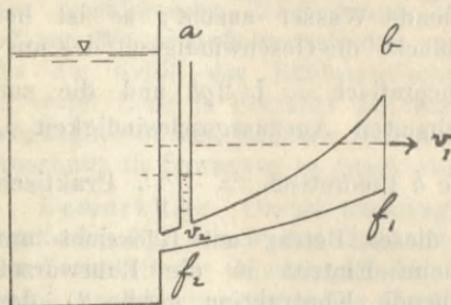


Abb 4.

Ist die Röhre an der Wurzel enger als an der Mündung (Abb. 4), also $f_1 > f_2$ und $v_2 > v_1$, so muss, da die Geschwindigkeit von a bis b abnimmt, das Wasser gewissermaßen in die Höhe geworfen werden. Es wird dann die

Druckhöhe $\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}$ negativ und liegt bei a (nämlich bei glatter Röhre) tiefer als der Mündungs-Schwerpunkt. Im Gefäß tritt dazu dann noch zur Erzeugung von v_2 in der Rohrwurzel die Druckhöhe $(1 + \zeta_0) \frac{v_2^2}{2g}$ und die gesamte zur Erzeugung von v_1 an der Mündung erforderliche Druckhöhe ist $(1 + \zeta_0) \frac{v_2^2}{2g} - \left(\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} \right)$, also wieder $= \frac{v_1^2}{2g} + \zeta_0 \frac{v_2^2}{2g}$. Da bei gleichbleibendem v_1 im zweiten Falle (enge Rohrwurzel) v_2 erheblich größer ist als im ersten Falle (weite Rohrwurzel), so ist auch die mit Rücksicht auf die Kontraktion des Wassers tatsächlich erforderliche Gesamtdruckhöhe im zweiten Falle größer als im ersten, während sie theoretisch für beide Fälle gleich groß $= \frac{v_1^2}{2g}$ ist.

b) Mit Reibung.

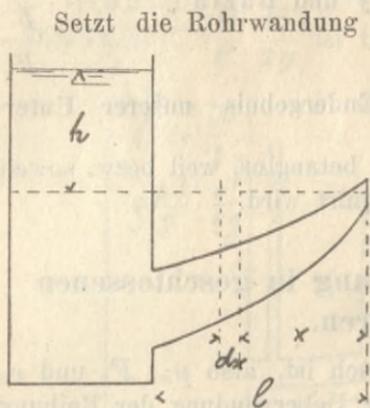


Abb. 5.

Setzt die Rohrwandung der Bewegung des Wassers einen Reibungswiderstand entgegen (Abb. 5), so ist, um in der Rohrmündung eine Geschwindigkeit v_1 zu erzeugen, zu der theoretischen Druckhöhe noch ein weiterer Prozentsatz derselben hinzuzufügen, welcher für jedes Röhrenelement proportional mit der reibenden Fläche $p_x dx$ (p benetzter Umfang) und umgekehrt proportional dem Röhren-

querschnitt F_x , also $\zeta \frac{p_x dx}{F_x} \frac{v_x^2}{2g}$ und also für das ganze Rohr $\int_0^l \zeta \frac{p_x dx}{F_x} \frac{v_x^2}{2g}$ ist. Die gesammte Druckhöhe im Gefäße über dem Mündungs-Querschnitte beträgt dann also:

$$h = \frac{v_1^2}{2g} + \zeta_0 \frac{v_2^2}{2g} + \int_0^l \left[\zeta \frac{p_x dx}{F_x} \frac{v_x^2}{2g} \right].$$

Anmerkung. In Wirklichkeit ist die zur Ueberwindung der Reibung erforderliche Druckhöhe nicht genau umgekehrt proportional dem Querschnitte F_x . Bleibt p_x konstant (was man mit einem Gummischlauch durch Zusammendrücken probiren kann) und h konstant, so ändert sich die theoretische Geschwindigkeitshöhe $\frac{v_x^2}{2g}$ nicht genau umgekehrt proportional mit F_x , es ist also nicht $\frac{v_x^2}{2g} : F_x = \text{konstant}$, sondern variabel und demgemäß auch nicht ζ konstant sondern variabel. ζ ist vielmehr variabel mit v und F — nach welchem Gesetz, darüber ist man nicht einig. Weisbach setzt empirisch

$$\zeta = a + \frac{b}{\sqrt{v}} \text{ und Darcy und Bazin } \zeta = a + \frac{b}{F} \\ = a + \frac{b}{R}. \text{ Für das Endergebnis unserer Unter-}$$

suchungen ist diese Differenz belanglos, weil bezw. soweit ζ bei den Berechnungen eliminirt wird.

Gleichförmige Bewegung in geschlossenen Röhren.

Wenn das Rohr cylindrisch ist, also p_x , F_x und v_x konstant sind, so ist die zur Ueberwindung der Reibung erforderliche Druckhöhe = $\zeta \frac{p \cdot l}{F} \frac{v_1^2}{2g}$ und die gesammte zur Erzeugung von v_1 erforderliche Druckhöhe

$$h = \frac{v_1^2}{2g} \left(1 + \zeta_0 + \zeta \frac{pl}{F} \right),$$

das ist die Weisbach'sche Grundformel.

Innerhalb des Rohres bleibt die Geschwindigkeit konstant und ist daher zu einer Beschleunigung des Wassers hier keine Druckhöhe erforderlich. Ist das Rohr reibungslos (Abb. 6), oder kann die Reibung als belanglos vernachlässigt werden, so ist die Druckhöhe im Piezometer an der Rohrwurzel = 0. Eine Druckhöhe wird dann nur beim Eintritt des Wassers in das Rohr erforderlich.

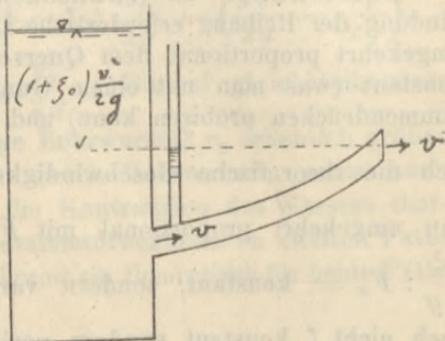


Abb. 6.

Die zur Ueberwindung der Reibung erforderliche Druckhöhe $\zeta \frac{pl}{F} \frac{v^2}{2g}$ ist bei konstantem p , F und v und

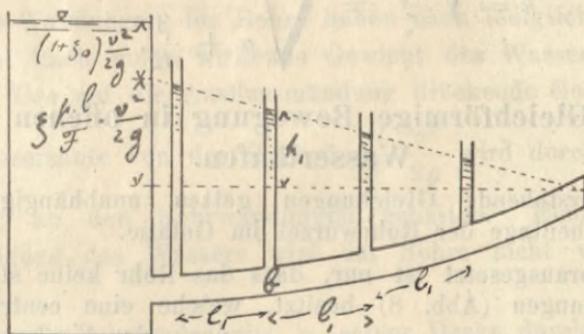


Abb. 7.

also ζ abhängig nur von l und zwar direkt proportional demselben (Abb. 7).

Die Wasserstände in den auf die Röhre aufgesetzten Piezometerrohren ergeben, miteinander verbunden, eine gerade Linie.

Ist der Rohrquerschnitt kreisförmig, so wird

$$\frac{pl}{F} = \frac{l}{d} \text{ und } h = \left(1 + \zeta_0 + \lambda \frac{l}{d}\right) \frac{v^2}{2g}.$$

Betrachtet man zwei im Abstand l_1 von einander liegende Rohrquerschnitte, so ist, da das Wasser bei konstanter Geschwindigkeit eine Beschleunigung nicht erhält, eine Druckhöhe h nur erforderlich zur Ueberwindung des Reibungswiderstandes $h = \zeta \frac{pl_1}{F} \frac{v^2}{2g}$, welche Formel auch durch Umstellung geschrieben wird:

$$v = \sqrt{\frac{2g}{\zeta} \frac{F}{p} \cdot \frac{h}{l_1}} \quad v = \sqrt{\frac{2g}{\zeta}} \sqrt{R \cdot J}$$

$$v = k \sqrt{R \cdot J} \text{ Chézy-Eitelwein'sche Formel.}$$

Ist $\zeta = a + \frac{b}{R}$ nach Darcy-Bazin, so ist

$$k = \sqrt{\frac{2g}{\zeta}} = \sqrt{\frac{1}{a + \frac{b}{R}}}$$

Gleichförmige Bewegung in offenen Wasserläufen.

Vorstehende Gleichungen gelten unabhängig von der Höhenlage der Rohrwurzel im Gefäße.

Vorausgesetzt ist nur, dass das Rohr keine starken Krümmungen (Abb. 8) besitzt, welche eine centrifugal nach der Konkave hin gerichtete Bewegung und eine Querschnittsverengung des Wassers erzeugen und also

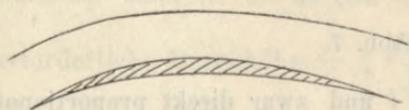


Abb. 8.

noch eine besondere Steigerung der Druckhöhe erforderlich machen, welche nach Erfahrungsergebnissen als ein Prozentsatz von h

mit $\zeta_2 \frac{v^2}{2g}$ einzusetzen ist.

mit $\zeta_2 \frac{v^2}{2g}$ einzusetzen ist.

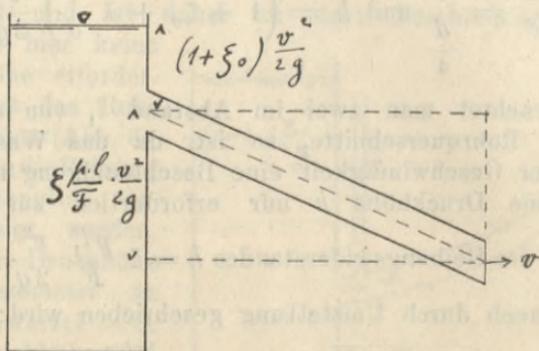


Abb. 9.

Wird die Rohrwurzel so hoch (Abb. 9) in die Höhe geschoben, dass die Mittellinie des Rohrs mit der durch

die Reibung erzeugten Drucklinie zusammenfällt, so ist in den aufgesetzten Piezometerröhren ein Druck nicht wahrnehmbar.

Die Wandungen des Rohrs haben dann lediglich das lothrecht nach unten wirkende Gewicht des Wassers zu tragen. Das auf die Ausflussmündung drückende Gewicht der Wassersäule von der Höhe $\zeta \frac{pl}{F} \frac{v^2}{2g}$ wird durch die Reibung an den Rohrwandungen gehalten. Eine Beschleunigung des Wassers wird im Rohre nicht weiter erzeugt.

Ist der Rohrquerschnitt in seiner Decke durch eine horizontale Ebene (Abb. 10) begrenzt, so ist der innere Druck gegen diese Decke = 0. Die Decke wird von der unteren Schale nicht abgehoben, kann also lose aufliegen und auch in der Längsrichtung aus lauter einzelnen unver-

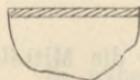


Abb. 10.

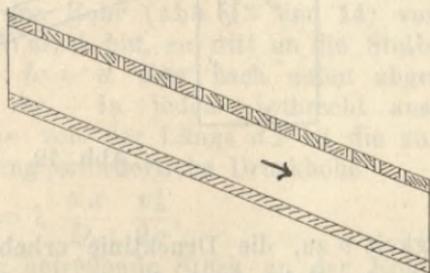


Abb. 11.

bundenen Platten bestehen. Man kann also ein so gestaltetes Rohr als mit lauter einzelnen völlig reibungslosen Spiegelglasscheiben lose abgedeckt (Abb. 11) oder auch ganz offen sich vorstellen und erhält dann einen offenen Wasserlauf, der den vorhin erörterten Gesetzen ebenso folgt wie ein geschlossenes Rohr, dessen obere glatte Abdeckung eine Reibung an dem Wasser nicht weiter erzeugt.

Röhren mit sogenanntem natürlichem Gefälle, welche bei Drainagen und städtischen Kanalisationen verwendet werden, können also, weil sie einem inneren Druck nicht zu widerstehen haben, aus Material von geringer Zugfestigkeit (gebranntem Thon) oder selbst aus oben offenen Schalen hergestellt werden.

Wird aber bei einer ringsum geschlossenen Röhre die Druckhöhe im Gefäße (Abb. 12) über das Maß

$(1 + \zeta_0) \frac{v^2}{2g}$ hinaus gesteigert, so nimmt die Geschwin-

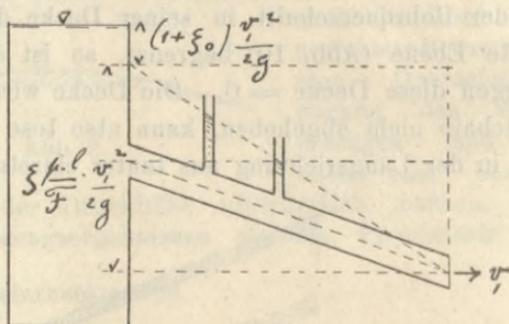


Abb. 12.

digkeit v zu, die Drucklinie erhebt sich über die Mittel- linie des Rohrs und der innere Ueberdruck sprengt die Wandungen des Rohrs.

Ungleichförmige Bewegung in kreisförmigen Röhren.

Die ungleichförmige Bewegung in ringsum geschlossenen Röhren werde nunmehr nur noch weiter verfolgt für den in der Praxis besonders vorkommenden Fall, dass der Rohrquerschnitt ein Kreis ist.

Es soll in der Mündung eine Austrittsgeschwindigkeit v erzeugt werden, wie groß ist die erforderliche Druckhöhe?

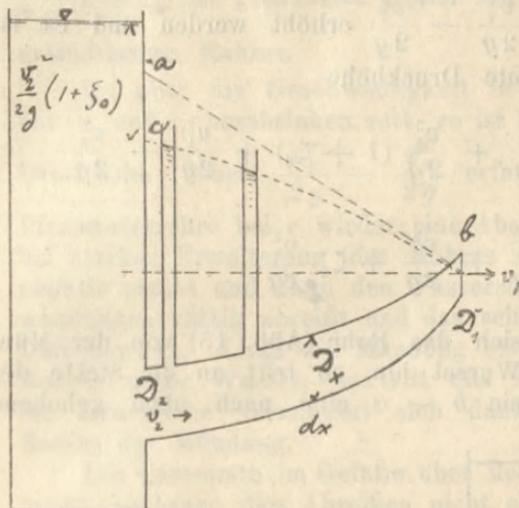


Abb 13.

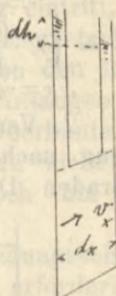


Abb. 14.

1. Erweitert sich das Rohr (Abb. 13 und 14) von der Mündung nach der Wurzel hin, so tritt an die Stelle der geraden Drucklinie $b - a$ eine nach unten abgelenkte gebogene Linie bc . In jedem lothrecht ausgeschnittenen Rohrstücke von der Länge dx ist die zur Ueberwindung der Reibung erforderliche Druckhöhe

$$dh = \lambda \frac{dx}{D_x} \frac{v_x^2}{2g}.$$

Je näher also das betreffende Stück an der Rohrwurzel liegt, und je größer der Durchmesser D_x und je kleiner gleichzeitig v_x wird, um so mehr bewirken beide (D_x und v_x) in gleicher Weise eine Verkleinerung der einzelnen Theildruckhöhen dh nach der Wurzel hin. Im Gefäß ist außerdem noch eine weitere Druckhöhe $\frac{v^2}{2g} (1 + \zeta_0)$ erforderlich, die kleiner ist als $\frac{v_1^2}{2g} (1 + \zeta_0)$ des cylindrischen Rohrs.

Dies gilt für den Fall, dass D_1 und D_2 , also v_1 und v_2 , nicht wesentlich verschieden sind. Ist dies aber

der Fall, so muss, um im Rohre die Geschwindigkeit von v_2 auf v_1 zu erhöhen, der Wasserstand im Piezometerrohre c um $\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}$ erhöht werden und es ist dann die gesammte Druckhöhe

$$h = \int_{v=v_2}^{v=v_1} \lambda \frac{dx}{D_x} \frac{v_x^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g} (1 + \zeta_0) + \frac{v_1^2}{2g} - \frac{v_2^2}{2g}$$

$$= \int_{v=v_2}^{v=v_1} \lambda \frac{dx}{D_x} \frac{v_x^2}{2g} + \frac{v_1^2}{2g} + \zeta_0 \frac{v_2^2}{2g}$$

2. Verengt sich das Rohr (Abb. 15) von der Mündung nach der Wurzel hin, so tritt an die Stelle der geraden Drucklinie $b - a$ eine nach oben gehobene

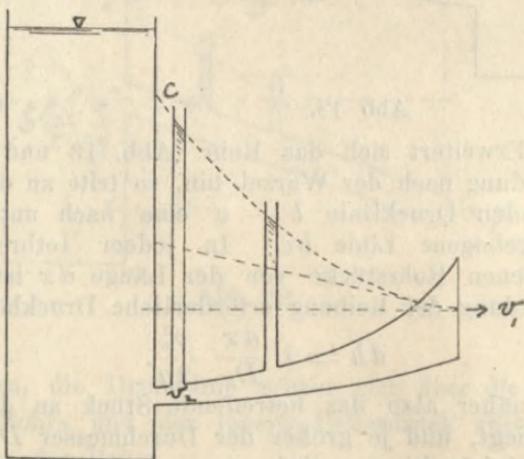


Abb. 15.

gebogene Linie bc , denn die für jedes lothrecht ausgeschnittene Rohrstück von der Länge dx zur Ueberwindung der Reibung erforderliche Druckhöhe

$$dh = \lambda \frac{dx}{D_x} \frac{v_x^2}{2g}$$

wird, je näher das betreffende Stück an der Rohrwurzel liegt, um so größer, weil dann v_x größer und D_x kleiner wird.

Die im Gefäße weiter erforderliche Druckhöhe $\frac{v_2^2}{2g} (1 + \zeta_0)$ ist gleichfalls größer als $\frac{v_1^2}{2g} (1 + \zeta_0)$ des cylindrischen Rohres.

Da aber die Geschwindigkeit im Rohre schließlich von v_2 auf v_1 herabsinken soll, so ist hierzu eine negative Druckhöhe (Wurf) $\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g}$ erforderlich, sodass im Piezometerrohre bei c wieder eine Absenkung eintritt, die bei starker Erweiterung des Rohres die Piezometerhöhe negativ macht und dann den Wasserstrahl von den Rohrwandungen völlig abreißt und das seitliche Ansaugen von Luft bewirkt. Liegt die Mündung bis zur Oberkante des Rohres unter Wasser, so tritt das Abreißen nicht ein, die Druckhöhe vermindert sich dann jedoch um den Radius der Mündung.

Die gesammte im Gefäße über dem Mündungsschwerpunkt, so lange dies Abreißen nicht eintritt, erforderliche Druckhöhe lässt sich ausdrücken durch

$$\begin{aligned}
 h &= \int_{v=v_2}^{v=v_1} \lambda \frac{dx}{D_x} \frac{v_x^2}{2g} + \frac{v_2^2}{2g} (1 + \zeta_0) - \left(\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} \right) \\
 &= \int_{v=v_2}^{v=v_1} \lambda \frac{dx}{D_x} \frac{v_x^2}{2g} + \frac{v_1^2}{2g} + \zeta_0 \frac{v_2^2}{2g}.
 \end{aligned}$$

Ungleichförmige Bewegung in offenen Kanälen.

Beide vorstehenden Fälle kommen nun auch bei offenen Kanälen mit der Einschränkung vor, dass die oben offene Rohrschale an ihrer Wurzel (am oberen Ende) mit ihrer Wasserspiegellinie bis in die Höhe der Drucklinie hinauf geschoben wird und mit dieser zusammenfällt.

Dabei wird in der Praxis zunächst nur die Rohrschale selbst ohne das Gefäß betrachtet und demgemäß nur die Druckhöhe in dem Piezometerrohre c berechnet. Auch wird, um die Durchführung der nöthigen Rechnungen zu ermöglichen, die aus der Abnahme der Geschwindigkeiten von v_2 zu v_1 entstehende Absenkung der Drucklinie, als

aber nicht aus Zunahme

in der Praxis geringfügig, von Rühlmann und Tolkmitt außer Acht gelassen und nur die durch die Reibung an der Rohrwand entstehende Erhöhung der Drucklinie ermittelt.

Bemerkung. Thatsächlich ist dies nur für kleinere Stauhöhen der Fall. Ist dagegen $v_2 = 2^m$, $v_1 = 0,1^m$, ist also der Mündungsquerschnitt = dem 20fachen Wurzelquerschnitte, so ist $h = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} = \frac{3,99}{19,61} = 0,20^m$.

Es ergibt sich dann die Formel

$$dh = \zeta \frac{p_x dx}{F_x} \frac{v_x^2}{2g}$$

und da $v_x = \frac{Q_x}{F_x}$ $v_x^2 = \frac{Q_x^2}{F_x^2}$

I. $dh = \frac{\zeta Q^2}{2g} \cdot \frac{p_x dx}{F_x^3};$

II. $h = \frac{\zeta Q^2}{2g} \int_{x=0}^{x=l} \frac{p_x dx}{F_x^3}.$

Ferner wird nur der für die Praxis besonders wichtige Sonderfall betrachtet, dass die Sohle der Schale ein gleichmäßiges Gefälle J besitzt.

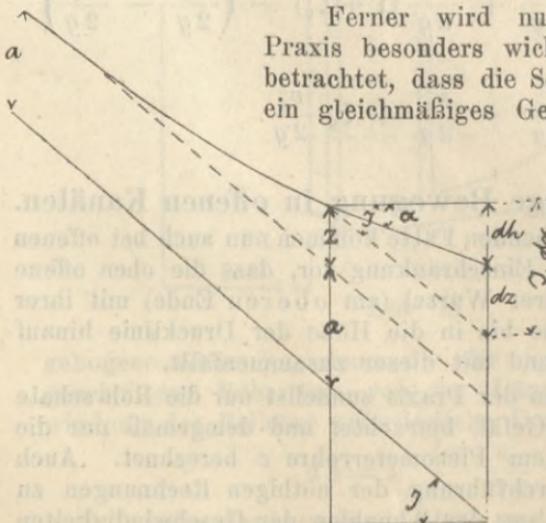


Abb. 16.

1. Fall. Die untere Mündung der Schale hat einen größeren Querschnitt, als ihre obere Wurzel, die Tiefe an der Wurzel sei $= a$, an der Mündung $= a + Z$.

Für einen beliebigen Querschnitt ist

$$dz = J dx - dh = J dx - \alpha \cdot dx$$

$$dh = \frac{Q^2}{2g} \frac{p_x dx}{F^3}$$

III.
$$dz = \left(J - \frac{\zeta}{2g} Q^2 \frac{p_x}{F^3} \right) dx.$$

IV.
$$\frac{dh}{dx} = \alpha = \frac{\zeta}{2g} Q^2 \frac{p_x}{F^3}.$$

Formel IV dient dazu, um für unregelmäßige Profile (Abb. 17) durch Theilung der Flusslänge in einzelne Strecken die einzelnen Druckhöhen zu ermitteln und zur Drucklinie zusammensetzen.

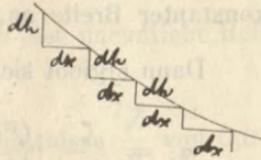


Abb. 17.

$$\alpha_{x.1} = \frac{dh_{x.1}}{dx},$$

$$\alpha_{x.2} = \frac{dh_{x.2}}{dx},$$

$$\frac{\alpha_{x.1}}{\alpha_{x.2}} = \frac{dh_{x.1}}{dh_{x.2}} = \frac{p_{x.1}}{p_{x.2}} \frac{F_{x.2}^3}{F_{x.1}^3}.$$

α_1 an der oberen Wurzel = J ,
 α_2 an der unteren Mündung (Abb. 18).

V.

$$\alpha_2 = J \frac{p_2}{p_1} \frac{F_1^3}{F_2^3}.$$

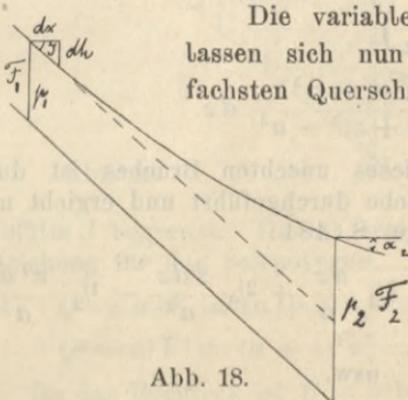


Abb. 18.

Die variablen Größen p_x und F_x lassen sich nun zwar für die mannigfachsten Querschnittformen als Funktionen von z darstellen, aber die

Integration der Gleichung III ist nur durchführbar für einzelne bestimmte Querschnittsformen.

Rechteckiges Profil.

Zunächst ist von Hagen, Weisbach, Dupuit, Rühlmann ein rechteckiger Querschnitt von konstanter Breite mit rauher Sohle aber glatten Seitenwänden den Berechnungen zu Grunde gelegt (Abb. 19).

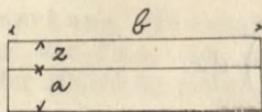


Abb. 19.

Auch Professor Fliegener nimmt nach Walter S. 92, 93 ein Rechteck von

konstanter Breite an.

$$\text{Dann ergibt sich } \frac{p}{F^3} = \frac{b}{(a+z)^3 b^3},$$

$$\alpha_x = \frac{\zeta}{2g} \frac{Q^2}{b^2} \left(\frac{1}{a+z} \right)^3 = m \cdot \left(\frac{1}{a+z} \right)^3$$

$$J = m \left(\frac{1}{a} \right)^3$$

$$\frac{\alpha_x}{J} = \left(\frac{a}{a+z} \right)^3.$$

$$\text{Va.} \quad \alpha_2 = J \left(\frac{a}{a+z} \right)^3$$

$$dz = (J - \alpha_x) dx = \left[J - J \left(\frac{a}{a+z} \right)^3 \right] dx$$

$$\frac{dz}{1 - \left(\frac{a}{a+z} \right)^3} = J dx,$$

$$J dx = \frac{(a+z)^3}{(a+z)^3 - a^3} dz.$$

Die Integration dieses unechten Bruches ist durch Zerlegung in Partialbrüche durchgeführt und ergibt nach Rühlmann, 2. Auflage, S. 481:

$$\begin{aligned} \frac{J dx}{a} &= \frac{1}{3} \frac{dz}{z} + \frac{2}{3} \frac{dz}{a} + \frac{2}{9} \frac{z dz}{a^2} - \frac{1}{9} \frac{z^2 dz}{a^3} \\ &+ \frac{1}{27} \frac{z^3 dz}{a^4} \text{ usw.} \end{aligned}$$

$$V^2 = k^2 a \cdot J \quad (V = k \sqrt{R \cdot J})$$

$$v_x^2 = k_x^2 (a + z) \alpha_x$$

$$v_1^2 = k_1^2 (a + Z) \alpha_1$$

$$Q^2 = k^2 a^3 J = k_x^2 (a + z)^3 \alpha_x = k_1^2 (a + Z)^3 \alpha_1,$$

wenn k, k_x, k_1 konstant für alle R angenommen wird, so

$$a^3 J = (a + z)^3 \alpha$$

$$\alpha = J - \frac{dz}{dx} \quad [dz = J dx - \alpha dx]$$

$$a^3 J = (a + z)^3 J - (a + z)^3 \frac{dz}{dx}$$

$$(a + z)^3 dz = J dx [(a + z)^3 - a^3]$$

$$J dx = \frac{(a + z)^3}{(a + z)^3 - a^3} dz.$$

Dies ist wie oben durch Zerlegung in Partialbrüche zu integrieren. Ferner ist

$$a^3 J = (a + Z)^3 \alpha_1$$

$$\alpha_1 = J \left(\frac{a}{a + Z} \right)^3 \text{ wie oben.}$$

Nach dieser ersten Annäherungsrechnung kann man nun noch k, k_x, k_1 nach Bazin oder Kutter für den

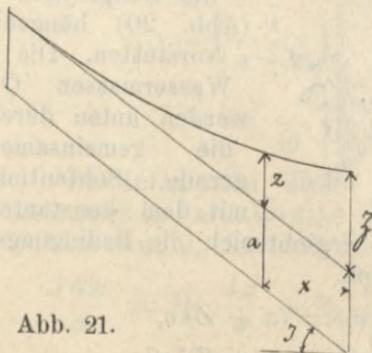


Abb. 21.

Einzelfall veränderlich machen und die vorstehende Rechnung nochmals durchführen. Es ergeben sich dadurch in der mathematischen Entwicklung keine Änderungen. Doch erscheint die vielfache mühsame Wiederholung dieser Versuchsrechnungen bei der Unsicherheit der Bazin-

schen und Kutter'schen k für die Praxis von recht zweifelhaftem Werth.

Parabelprofil.

Tolkmitt hat 1892 (Grundlagen der Wasserbaukunst und Handbuch der Ingenieurwissenschaften) eine flache Parabel, die sich mit konstantem Parameter von der Kanalwurzel bis zur Mündung von b auf B verbreitert,

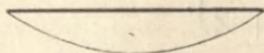


Abb. 22.

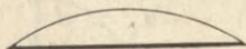


Abb. 23.

angenommen. Den rauhen Umfang nimmt er, wie bei der flachen Parabel üblich und zulässig, = der oberen Breite (Abb. 22), wobei man sich die Wassermenge an der oberen Drucklinie gewissermaßen wie an einem Hängeseil in der Luft herableitend denken kann (Bemerkung: Walter benutzt S. 96 gleichfalls die Konstruktion eines Seilpolygons zur zeichnerischen Ermittlung der Staukurve) oder nach Abb. 23, wobei man das Profil umgekehrt liegend sich vorzustellen hat.

Bemerkung. Wird für die verschiedenen parabolischen Querschnitte eines Flusslaufes, wie es in der Praxis oft vorkommen dürfte, die Breite b konstant (also der Parameter variabel) angenommen, so kann man für diese Parabeln Rechtecke von gleichem Querschnitt und gleichem reibenden Umfang b dagegen von $\frac{2}{3}$ der Tiefe setzen, und dann die Formeln für das rechteckige Profil ohne Weiteres verwenden.

$$b^2 = 2 p \cdot a,$$

$$B^2 = 2 p (a + Z),$$

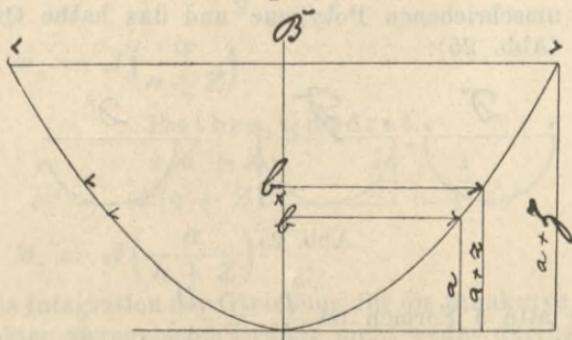


Abb. 24.

$$\frac{p_1}{F_1^3} = \frac{b}{(2/3 ab)^3} = \frac{27}{8} \cdot 2p \frac{1}{a^4},$$

$$\frac{p_2}{F_2^3} = \frac{27}{8} \cdot 2p \frac{1}{(a+Z)^4},$$

$$\alpha_2 = J \frac{p_2}{p_1} \frac{F_1^3}{F_2^3} = J \cdot \left(\frac{a}{a+Z} \right)^4,$$

$$dz = (J - \alpha) dx = J \cdot \left[1 - \left(\frac{a}{a+z} \right)^4 \right] dx$$

$$\frac{dz}{1 - \left(\frac{a}{a+z} \right)^4} = J dx$$

$$J dx = \frac{(a+z)^4}{(a+z)^4 - a^4} dz.$$

Wieder durch Zerlegung in Partialbrüche und Integration ergibt sich eine Reihe, die, von Tolkmitt nach

$\frac{a+z}{a}$ anders als von Rühlmann nach $\frac{z}{a}$ gruppiert, gleichfalls auf die Form der Gleichung führt

$$\frac{Jx}{a} = F\left(\frac{a+Z}{a}\right) - F\left(\frac{a+z}{a}\right).$$

Halbkreisprofil und halbes Quadrat.

Als Querschnittsform kleinsten Widerstandes und also als theoretisch günstigstes Kanalprofil sind der Halbkreis, die ihm umschriebenen Polygone und das halbe Quadrat bekannt (Abb. 25):

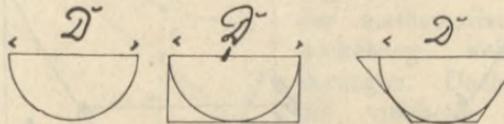


Abb. 25.

Für alle 3 Formen ist $\frac{p}{F} = \frac{D}{4}$.

Entwässerungs-, Bewässerungs- und Kraftwerkanäle werden annähernd in diesen Profilen ausgeführt, und es erscheint deshalb angezeigt, wenigstens den Halbkreis und das halbe Quadrat als äußere Grenzfälle des Polygons in diese Erörterungen hineinzuziehen.

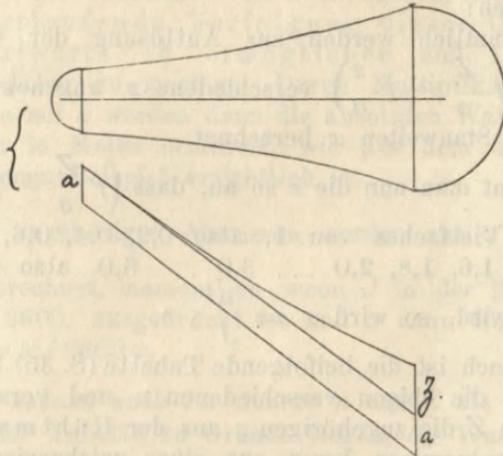


Abb. 26.

Dabei ist der Praxis annähernd entsprechend ein allmähliches Anwachsen der oberen Breite wie bei der Parabel zu beachten.

Kreis.

$$\frac{p}{F'^3} = \frac{(a + Z) \pi}{\left(\frac{(a + Z)^2 \cdot \pi}{2}\right)^3} = \frac{8}{\pi^2} \frac{1}{(a + Z)^5}$$

$$\alpha_2 = J \left(\frac{a}{a + Z} \right)^5$$

Halbes Quadrat.

$$\frac{p}{F'^3} = \frac{4(a + Z)}{(2(a + Z)^2)^3} = \frac{1}{2} \frac{1}{(a + Z)^5}$$

$$\alpha_2 = J \left(\frac{a}{a + Z} \right)^5$$

Die Integration der Gleichung für die Staukurve ist aus dem später angegebenen Grunde nicht weiter durchgeführt.

Weiterführung der Untersuchungen.

Das Bestreben, die Rühlmann'schen und Tolkmitt'schen Gleichungen und Tabellen miteinander in Beziehung zu setzen und ihre praktische Anwendbarkeit gegen einander abzuwägen, führt nun weiter zu folgenden Ergebnissen:

Bekanntlich werden zur Auflösung der Gleichung $x = \frac{a}{J} \left(f \frac{Z}{a} - f \frac{z}{a} \right)$ verschiedene z angenommen und dafür die Stauweiten x berechnet.

Nimmt man nun die z so an, dass $\left(f \frac{Z}{a} - f \frac{z}{a} \right) = 1$ oder ein Vielfaches von 1, also 0,2, 0,4, 0,6, 0,8, 1,0, 1,2, 1,4, 1,6, 1,8, 2,0 ... 3,0 ... 6,0, also allgemein $= n \cdot 1$ wird, so wird $x = \frac{a}{J} \cdot n$.

Darnach ist die beifolgende Tabelle (S. 35) berechnet, indem für die obigen verschiedenen n und verschiedenen Stauhöhen Z die zugehörigen z aus der Rühlmann'schen Tabelle entnommen bzw. aus einer zeichnerischen Darstellung interpoliert sind. Die zugehörigen Stauweiten sind dann $x = n \cdot \frac{a}{J}$.

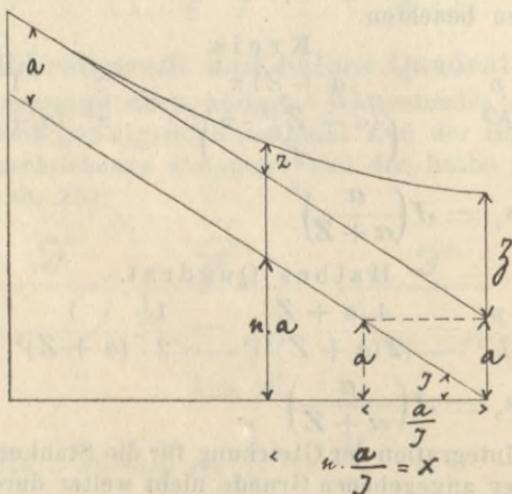


Abb. 27.

Wesentlich ist hierbei die Einführung von a als Höheneinheit an Stelle der Metereinheit.

Es ist dann zweckmäßig, durch Addition von $(n + 1) \cdot a$ zu z unmittelbar die Wasserspiegelordinaten der Staukurve als Vielfaches von a anzugeben, um dadurch eine fortlaufende Verfolgung dieser Ordinaten stromaufwärts zu ermöglichen und Druckfehler sofort sichtbar zu machen. Durch Multiplikation dieser Ordinaten mit a werden dann die absoluten Wasserspiegelordinaten in Meter ermittelt, wie aus dem der Tabelle beigegebenen Beispiel ersichtlich ist.

Die zugehörigen Abscissen werden aus $x = n \cdot \frac{a}{J}$ leicht berechnet, namentlich wenn J in der Form $1:m$, z. B. $1:2600$, ausgedrückt ist und x dann die Form annimmt $= n \cdot 2600 a$.

Um sodann auch für andere n und Z als diejenigen, welche der Tabelle zu Grunde liegen, die Wasserspiegelordinaten leicht einschalten zu können, sind auf Blatt 1 die berechneten Ordinaten zeichnerisch aufgetragen. Dabei

ist der Längenmaßstab $\frac{a}{J} = a \cdot 1$ so gewählt, dass die Flusssohle unter 45^0 ansteigt und dadurch die Schnittpunkte mit dem Millimeternetz möglichst deutlich werden. Es kann aber auch jeder andere Längenmaßstab gewählt werden, ohne dass dadurch Aenderungen in den Zahlen eintreten, wie ja bei jedem Längenprofil die Aenderung des Verhältnisses der verzerrten Längen und Höhen keine Aenderung in den rechtwinklichen Koordinaten hervorbringt.

Tabelle und Zeichnung dürften sich wegen ihrer Anschaulichkeit und bequemen Verwendbarkeit sowohl für die Uebungen der Studirenden als auch für die mehr mechanischen Arbeiten bei der Projektirung von Bewässerungsgräben etc. meines Erachtens besser eignen als die Rühlmann'sche Tabelle und dadurch die für die Praxis willkommene Veranlassung geben, sich über die Staulinien besser, als bisher üblich ist, Rechenschaft zu geben.

Die Tolkmitt'schen Tabellen sind durch die Verschiebung des Koordinatennullpunktes um $\frac{z}{a} = 1,0$ gegen Rühlmann's Tabellen $\left(\frac{z+a}{a}$ statt $\frac{z}{a}\right)$ mit letzteren schwer vergleichbar. In der vorliegenden Tabelle sind beide Tabellen auf ein gemeinsames Koordinatensystem umgerechnet und es ist daher ein direkter Vergleich beider Staulinien sofort mit dem Auge möglich.

2. Fall. Auch für die Senkungskurven sind die Wasserspiegelkoordinaten nach Rühlmann berechnet und aufgetragen. Dabei sind jedoch nicht die $\frac{a-Z}{a}$ wie bei den Hebungslinien, sondern die $F\left(\frac{a-Z}{a}\right)$ in vollen Zahlen angenommen, weil bei den geringen Differenzen für die Ordinaten sonst zu große Ungenauigkeiten entstehen. Die Interpolation ist aber dadurch nicht erheblich erschwert. Augenfällig ist die geringe Erstreckung der Senkungen flussaufwärts gegenüber den gleichwerthigen Hebungslinien.

Von einer Einschaltung der Tolkmitt'schen Senkungskoordinaten ist Abstand genommen nicht nur wegen der Uebersichtlichkeit sondern auch, weil die Stauweite nach Tolkmitt noch mit $\frac{Z-z}{J}$ und mit $J \frac{c^2}{g}$ variabel sein soll. Dies bedingt eine Berechnung für die verschiedensten J und macht eine zeichnerische Darstellung auf nur 2 Koordinatenachsen unmöglich, eine tabellarische Darstellung sehr unübersichtlich.

Auch die weiter folgende Erörterung wird die Fortlassung der Tolkmitt'schen Senkungszahlen gerechtfertigt erscheinen lassen.

Die Berechnung der Ordinaten ist nur auf zwei Dezimalen erfolgt, weil der Gebrauch des Rechenschiebers nur diesen Genauigkeitsgrad zulässt. Man vergleiche übrigens Tolkmitt S. 82. „Eine große Schärfe der Ausrechnungen ist nicht bloß zwecklos, sondern wegen des falschen Scheins wissenschaftlicher Gründlichkeit auch wenig angemessen, und man wird sie nicht selten als ein Zeichen mangelnder Einsicht ansehen dürfen. Besser ist es, mehrere Formeln oder Regeln versuchsweise anzuwenden und darnach die gesuchte Größe einzuschätzen.“

Für die größeren Stauhöhen schwanken die Ordinaten in der Nähe der Staustelle so wenig, dass man einen horizontalen Spiegel annehmen könnte. Das würde aber den vorhergehenden theoretischen Erörterungen widersprechen. Vielmehr ergeben sich als Wasserspiegelgefälle an

der Staustelle für das Rechteck $a_2 = J \left(\frac{a}{a + Z} \right)^3$

die Parabel $J \left(\frac{a}{a + Z} \right)^4$

Halbkreis und halbes Quadrat $J \left(\frac{a}{a + Z} \right)^5$.

Desgleichen an der Senkungsstelle für Rechteck $a_2 = J \left(\frac{a}{a - Z} \right)^3$

Parabel $J \left(\frac{a}{a - Z} \right)^4$

Halbkreis und halbes Quadrat $J \left(\frac{a}{a - Z} \right)^5$

$\frac{a}{a + Z}$ ist ein echter, $\left(\frac{a}{a - Z} \right)$ ein unechter Bruch, demnach ist für die Hebung:

α_2 Rechteck $>$ α_2 Parabel $>$ α_2 Halbkreis
für die Senkung:

α_2 Rechteck $<$ α_2 Parabel $<$ α_2 Halbkreis.

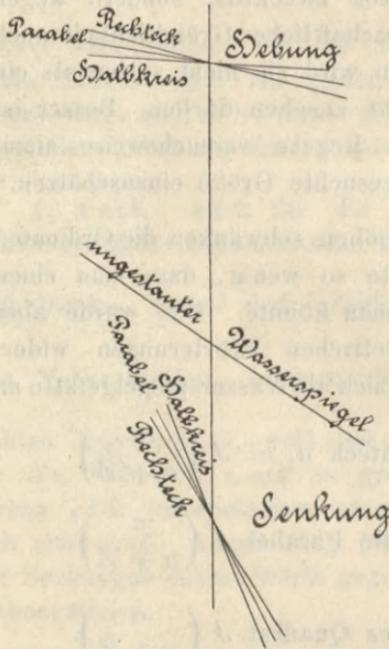


Abb. 28.

α_2 ist stets ein Vielfaches von J und als solches in die Tabelle eingetragen. Die Rühlmann'schen Tabellen ergeben nach der beistehenden Skizze die größten Hebungen und die größten Senkungen, das Halbkreisprofil ergibt die geringsten Hebungen und die geringsten Senkungen.

Die Nothwendigkeit einer reichlichen Sicherheit wird in den meisten Fällen der Praxis, insbesondere bei Mühlenangelegenheiten dazu führen, die Rühlmann'schen Zahlen anzuwenden.

Erfolgt eine Senkung in einem Parabelprofil, so wird in der Praxis meistens b konstant (also der Parameter variabel) sein und nicht nach der Mündungsstelle hin abnehmen. Für diesen Fall ist dann die Rühlmann'sche Senkungskurve event. unter Einführung von $\frac{2}{3} b$ statt b anzuwenden.

Bemerkung. Interessant ist die von Walter für einen bestimmten Einzelfall ausgerechnete (S. 105) Tabelle der Stauweiten für $0,45$ m Stauhöhe nach den Formeln von

	Stauweite für 0,45 ^m Stauhöhe	
Rühlmann (Hütte gewöhnliche Formel)	1083,50 ^m	100 %
Tolkmitt (Handbuch der Ing.-W.)	1143,00 „	105,5 „
Meißner (genaue Formel)	1049,35 „	97,0 „
„ einfache „	1108,50 „	102,0 „
Keck	1152,67 „	106,0 „
Fliegner	1177,00 „	108,5 „
Ritter	1203,00 „	111,0 „
Hütte korrigirt μ	1215,00 „	112,0 „
Klimpert ohne Faktor von Dubuat	1631,98 „	150,0 „
„ mit „ „ „	3100,76 „	286,0 „

Bei der Unsicherheit der den Rechnungen zu Grunde liegenden Voraussetzungen (Parallelismus der Schichten, k veränderlich nach Bazin oder Kutter oder konstant usw.) weichen diese Ergebnisse, abgesehen von den beiden letzten, so wenig von einander ab, dass eine weitere sorgfältige Abwägung aller dieser Formeln gegeneinander für die Praxis zur Zeit kaum lohnend erscheint. Hierzu werden erst weitere Versuche an Wasserläufen und im Ingenieurlaboratorium vorhergehen müssen.

Bestimmt man für das von Walter gewählte Beispiel $a = 1,80$ m, $Z = 1,50$ m, $\frac{a+Z}{a} = 1,833$, $J = \frac{12}{10\ 000}$

die Wasserspiegelordinaten und zugehörigen Abscissen (Stauweiten) aus der vorliegenden neuen Tabelle nach Rühlmann und Tolkmitt einerseits und aus der Walter'schen Tafel II (Verlauf der Staukurve) andererseits, so ergibt sich Folgendes:

	Stauweite	3300 m	3000 m	2700 m	2400 m	2100 m
Wasser- spiegel- ordinaten	nach Rühlmann	+ 5,78 m	+ 5,43 m	+ 5,09 m	+ 4,76 m	+ 4,45 m
	„ Walter	+ 5,77 m	+ 5,42 m	+ 5,07 m	+ 4,72 m	+ 4,38 m
	„ Tolkmitt	+ 5,77 m	+ 5,42 m	+ 5,07 m	+ 4,72 m	+ 4,38 m
	1800 m	1500 m	1200 m	900 m	600 m	300 m
	0.					
	+ 4,16 m	+ 3,92 m	+ 3,74 m	+ 3,57 m	+ 3,45 m	+ 3,36 m
	+ 4,08 m	+ 3,84 m	+ 3,67 m	+ 3,54 m	+ 3,42 m	+ 3,35 m
	+ 4,08 m	+ 3,84 m	+ 3,64 m	+ 3,48 m	+ 3,38 m	+ 3,34 m

Die Walter'schen Ordinaten decken sich fast überall mit den Tolkmitt'schen, nur bei den Abscissen 1200^m bis 300^m liegen sie zwischen diesen und den Rühlmann'schen Ordinaten.

Der Gang der Rechnung dürfte unter Anwendung der diesseitigen Tabelle, einfacher, übersichtlicher und leichter kontrollirbar sein als bei Anwendung der Walter'schen Methode.

α_2 wird für Halbkreis, Parabel und Rechteck zu Null erst bei $Z = \infty$, also bei einer unbegrenzten Höhe des Aufstaus, α_2 wird $= J$ bei $Z = 0$ und es wird $= \infty$ bei einer Senkung $Z = a$.

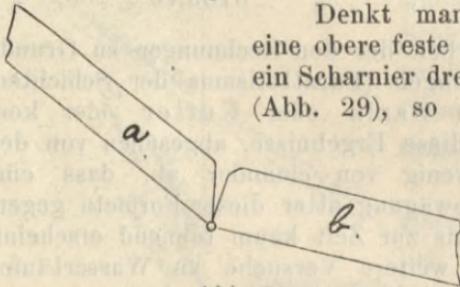


Abb. 29.

Denkt man sich Wasser durch eine obere feste a und eine untere, um ein Scharnier drehbare Rinne b fließend (Abb. 29), so wird bei genügender Länge von b —, sodass nämlich in b eine gleichförmige Bewegung des Wassers durch den Reibungswiderstand

des Profils erzeugt wird, — die Wassertiefe in b größer sein als in a , solange b nach aufwärts gedreht ist. Sie muss unendlich groß werden, wenn b horizontal steht, also kein Gefälle und keine Geschwindigkeit vorhanden sind. Ein Fließen in horizontaler oder gar ansteigender Rinne b (Abb. 30) ist nur bei ungleichförmiger Bewegung möglich (festes Ueberfallwehr).

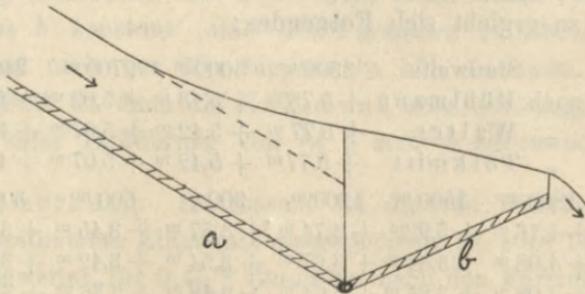


Abb. 30.

Wird umgekehrt die Rinne b allmählich (Flussdurchstich) in die senkrechte Lage gebracht (Abb. 31), so wird die Wassertiefe in b immer kleiner und schließlich $= 0$.

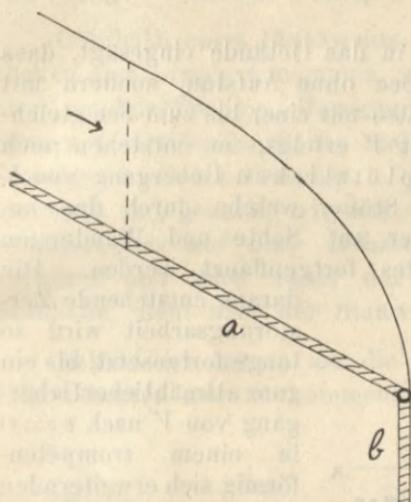


Abb. 31.

Das Wasser fließt schließlich in lothrechter Richtung mit unendlich großer Geschwindigkeit herunter. Denkt man sich zwei derartige Rinnen a gegen einander gestellt

(Abb. 32) und die Rinne b nicht vollkommen glatt, sondern

Reibungswiderstände leistend, sodass v nicht ∞ , sondern begrenzt ist, so bildet sich zwar keine ganz lothrechte aber doch sehr merkbare Absenkung, äh-

lich dem bekannten Wirbel.

Die Vorbedingung der mathematischen Entwicklungen, nämlich eine gleichmäßige

Geschwindigkeit v in jedem Punkt eines Profils (Parallelismus der Schichten) ist in der Wirklichkeit nirgends vorhanden und deshalb jede der obigen Formeln nur als eine Annäherung anzusehen.

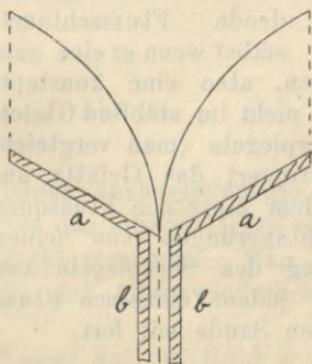


Abb. 32.

Bemerkung. Dies gilt auch für die übrigen von Walter S. 105 angeführten Formeln.

Am nächsten kommt die Wirklichkeit dieser Vorbedingung bei der freien Einmündung eines Baches oder Flusses in einen tiefen See. Stürzt der Bach über ein felsiges Ufer steil herab, so entsteht eine große Geschwin-

digkeit und ein abmähliches Aushämmern der lothrechten Rinne durch die unendlich vielen Stöße der als Fallhämmer wirkenden Wassertropfen.

Ist der Fluss so tief in das Gelände eingesägt, dass die Einmündung in den See ohne Aufstau, sondern mit gleichförmiger Bewegung, also mit einer bis zum See gleichbleibenden Geschwindigkeit V erfolgt, so entstehen auch hier (Abb. 33) noch beim plötzlichen Uebergang von V auf $v = 0$ hammerartige Stöße, welche durch das unelastische, ruhende Wasser auf Sohle und Wandungen des Mündungs-Querschnittes fortgepflanzt werden. Die

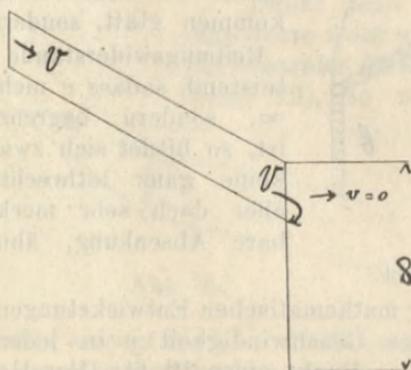


Abb. 33.

daraus entstehende Zerstörungsarbeit wird so lange fortgesetzt, bis ein ganz allmählicher Uebergang von V nach $v = 0$ in einem trompetenförmig sich erweiternden Flussschlauch eingetreten ist. Hat der Wasserstand in dem See nicht eine ganz gleichbleibende Höhe, so ist auch der einmündende Flussschlauch, selbst wenn er eine ganz

konstante Wassermenge Q führen, also eine konstante Geschwindigkeit V zeigen würde, nicht im stabilen Gleichgewicht. Jede Hebung des Seespiegels (man vergleiche die Zeichnung auf Blatt 9) verringert das Gefälle und also die Geschwindigkeit in jedem einzelnen Flussquerschnitt und bringt daselbst Ablagerungen von feinem Schlamm hervor. Jede Senkung des Seespiegels vergrößert die Geschwindigkeit in jedem einzelnen Flussquerschnitt und reißt die größeren Sande mit fort.

Bemerkung. Auf die periodischen Schwankungen der Staulinie bei Ebbe und Fluth kann hier nicht weiter eingegangen werden.

Die Absenkungskurve des Wasserspiegels kommt deutlich in dem abfallenden Freigerinne eines ober-schlächtigen Wasserrades zur Erscheinung.

Oberhalb eines Flusswehrs mit hochliegendem Wehr-rücken sind, streng genommen, wie oben schon angedeutet, zwei ungleichförmige Bewegungen, nämlich zuerst ein Stau anf abfallender Sohle und dann eine Absenkung auf ansteigender Sohle vereinigt. Die Wirkung der Absenkung erstreckt sich jedoch, wie aus der Zeichnung Blatt 9 er-sichtlich, nur auf eine verhältnismäßig geringe Strecke aufwärts und wird daher nur bei der Bestimmung der Stauhöhe, nicht aber der Stauweite berücksichtigt.

Schließlich möge, um die bei Stauwerken, Brücken-, Buhnenbauten usw. vorkommenden hydraulischen Aufgaben hier zusammenzufassen, noch eine anschau-liche Art zur leichten Aufstellung der recht verwickelt erscheinenden Formel über die Stau-höhe gegeben werden (Abb. 34). Man stelle sich den, eine konzen-trirte Stauhöhe erzeu-genden Querschnitt vor als ein mit unendlich vielen und unendlich

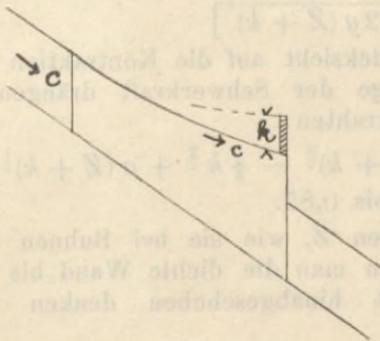


Abb. 34.

kleinen Ausflussöffnungen versehenes Sieb, welches oberhalb des Oberwasserspiegels durch eine dichte Wand ab-geschlossen wird. Man stelle sich ferner vor, dass das mit der Geschwindigkeit c im Flusslauf ankommende

Wasser auf die Höhe $k = \frac{c^2}{2g}$ emporgeworfen wird, dann

ergibt sich als Durchflussmenge auf die Flussbreite b theoretisch, d. h. unter der Annahme, dass die einzelnen

Wasserstrahlen ihre horizontale Bewegung beibehalten
(Inhalt der schraffierten Abb. 35):

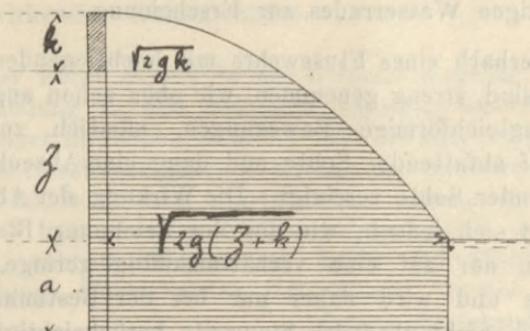


Abb. 35.

$$Q = b \left[\frac{2}{3} (Z + k) \sqrt{2g(Z+k)} - \frac{2}{3} k \sqrt{2gk} + a \sqrt{2g(Z+k)} \right]$$

und thatsächlich mit Rücksicht auf die Kontraktion der sich gegenseitig in Folge der Schwerkraft drängenden und kreuzenden Wasserstrahlen

$$Q = \mu \cdot b \sqrt{2g} \left[\frac{2}{3} (Z + k)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} k^{\frac{3}{2}} + a (Z + k)^{\frac{1}{2}} \right]$$

μ für Brücken = 0,95 bis 0,85.

Für kleine Stauhöhen Z , wie sie bei Buhnen und Brücken vorkommen, kann man die dichte Wand bis auf den Unterwasserspiegel hinabgeschoben denken und erhält dann

$$Q = \mu b \sqrt{2g} (Z + k)^{\frac{1}{2}} \cdot a,$$

oder

$$\frac{Q}{\mu \cdot b \cdot a \sqrt{2g}} = (Z + k)^{\frac{1}{2}}$$

$$\frac{Q}{\mu \cdot b \cdot a} = \sqrt{2g(Z+k)} = v \text{ im Unterwasser,}$$

$$\frac{v^2}{2g} = Z + k = Z + \frac{c^2}{2g}$$

$$Z = \frac{v^2 - c^2}{2g}.$$

Dankwerts.

$n = 6,6$	6,4	6,2	6,0	5,8	5,6	5,4	5,2	5,0	4,8	4,6	4,4	4,2	4,0	3,8	3,6	3,4	3,2	3,0	2,8	2,6
$r. 7,60$	7,41	7,22	7,03	6,85	6,70	6,55	6,43	6,34	6,26	6,21	6,16	6,14	6,10	6,09	6,08	6,07	6,06	6,05	6,05	6,04
$p. 7,60$	7,40	7,20	7,01	6,82	6,63	6,47	6,33	6,23	6,16	6,11	6,07	6,06	6,05	6,04	6,03	6,02	6,02	6,02	6,01	6,00
		$r. 7,00$	6,82	6,63	6,44	6,28	6,12	5,98	5,87	5,79	5,73	5,67	5,64	5,62	5,60	5,58	5,56	5,55	5,54	5,54
		$p. 7,00$	6,80	6,60	6,41	6,22	6,05	5,90	5,78	5,69	5,63	5,59	5,56	5,55	5,54	5,54	5,53	5,53	5,52	5,52
			$r. 6,60$	6,41	6,22	6,03	5,86	5,69	5,55	5,43	5,33	5,26	5,21	5,16	5,13	5,09	5,08	5,07	5,07	5,07
			$p. 6,60$	6,40	6,20	6,01	5,82	5,63	5,47	5,33	5,23	5,16	5,11	5,07	5,06	5,05	5,04	5,04	5,03	5,03
				$r. 6,00$	5,82	5,63	5,44	5,27	5,11	4,93	4,87	4,78	4,73	4,67	4,64	4,64	4,60	4,60	4,60	4,60
				$p. 6,00$	5,80	5,60	5,41	5,22	5,05	4,90	4,78	4,69	4,63	4,59	4,56	4,56	4,55	4,55	4,55	4,55
					$r. 5,40$	5,22	5,03	4,85	4,69	4,55	4,43	4,33	4,25	4,19	4,19	4,19	4,19	4,19	4,19	4,19
					$p. 5,40$	5,20	5,01	4,82	4,63	4,47	4,33	4,23	4,16	4,11	4,11	4,11	4,11	4,11	4,11	4,11
						$r. 5,20$	5,02	4,83	4,65	4,49	4,34	4,22	4,12	4,04	4,04	4,04	4,04	4,04	4,04	4,04
						$p. 5,20$	5,00	4,81	4,62	4,43	4,27	4,13	4,03	3,96	3,96	3,96	3,96	3,96	3,96	3,96
							$r. 5,00$	4,82	4,63	4,45	4,28	4,14	4,02	3,92	3,92	3,92	3,92	3,92	3,92	3,92
							$p. 5,00$	4,80	4,61	4,42	4,23	4,07	3,93	3,83	3,83	3,83	3,83	3,83	3,83	3,83
								$r. 4,80$	4,62	4,43	4,25	4,09	3,94	3,82	3,82	3,82	3,82	3,82	3,82	3,82
								$p. 4,80$	4,60	4,40	4,21	4,03	3,87	3,73	3,73	3,73	3,73	3,73	3,73	3,73
									$r. 4,60$	4,42	4,23	4,05	3,88	3,73	3,73	3,73	3,73	3,73	3,73	3,73
									$p. 4,60$	4,40	4,20	4,01	3,83	3,67	3,67	3,67	3,67	3,67	3,67	3,67
										$r. 4,40$	4,22	4,03	3,85	3,68	3,68	3,68	3,68	3,68	3,68	3,68
										$p. 4,40$	4,20	4,00	3,81	3,63	3,63	3,63	3,63	3,63	3,63	3,63
											$r. 4,20$	4,02	3,83	3,65	3,65	3,65	3,65	3,65	3,65	3,65
											$p. 4,20$	4,00	3,80	3,61	3,61	3,61	3,61	3,61	3,61	3,61
												$r. 4,00$	3,82	3,63	3,63	3,63	3,63	3,63	3,63	3,63
												$p. 4,00$	3,80	3,60	3,60	3,60	3,60	3,60	3,60	3,60
													$r. 3,80$	3,62	3,62	3,62	3,62	3,62	3,62	3,62
													$p. 3,80$	3,60	3,60	3,60	3,60	3,60	3,60	3,60

Gleichung der Staukurve:

Stauweite nach (r.) Rühlmann $x = \frac{a}{J} \left(f \frac{Z}{a} - f \frac{z}{a} \right) = \frac{a}{J} \cdot n$

" (p.) Tolkmitt $x = \frac{a}{J} \left(F \frac{a+Z}{a} - F \frac{a+z}{a} \right) = \frac{a}{J} \cdot n$

Beispiel: Tiefe des ungestauten Wasserlaufes $a = 1,20$ m.

Ordinate des Wasserspiegels an der Staustelle $Z + a = 3,12$ m.

$\frac{Z+a}{a} = \frac{3,12}{1,20} = 2,60;$

Gefälle des Wasserlaufes $J = \frac{1}{2500};$

$\frac{a}{J} = 1,20 \cdot 2500 = 3000$ m.

Wasserspiegelordinaten nach der Tabelle:

$n = 3,0$	2,8	2,6	2,4	2,2	2,0	1,8	1,6	1,4	1,2	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0,0
(r.) Rühlmann	4,00·a	3,82·a	3,63·a	3,45·a	3,28·a	3,13·a	3,00·a	2,90·a	2,82·a	2,76·a	2,70·a	2,68·a	2,64·a	2,62·a	2,60·a
	4,80 m	4,58 m	4,35 m	4,13 m	3,94 m	3,76 m	3,60 m	3,48 m	3,38 m	3,31 m	3,24 m	3,22 m	3,17 m	3,14 m	3,12 m
(p.) Tolkmitt	4,00·a	3,80·a	3,60·a	3,42·a	3,23·a	3,07·a	2,92·a	2,82·a	2,74·a	2,68·a	2,65·a	2,63·a	2,62·a	2,61·a	2,60·a
	4,80 m	4,56 m	4,32 m	4,10 m	3,87 m	3,68 m	3,50 m	3,38 m	3,29 m	3,22 m	3,18 m	3,16 m	3,14 m	3,13 m	3,12 m

Zugehörige Abszisse (Stauweite)

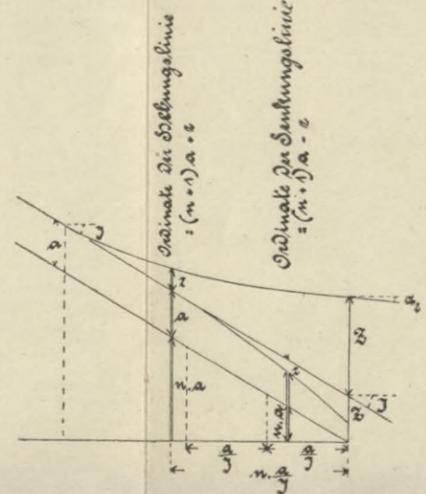
$n \cdot \frac{a}{J} = n \cdot 3000$ 9000 m 8400 m 7800 m 7200 m 6600 m 6000 m 5400 m 4800 m 4200 m 3600 m 3000 m 2400 m 1800 m 1200 m 600 m 0 m

Tabelle der Wasserspiegelordinaten des gestauten und gesenkten Wasserspiegels, in der Einheit a ausgedrückt und auf die Abszissen $\frac{a}{J}$ bezogen.

Der Nullpunkt des Koordinatensystems liegt in der Sohle des Wasserlaufes unter der Staustelle.

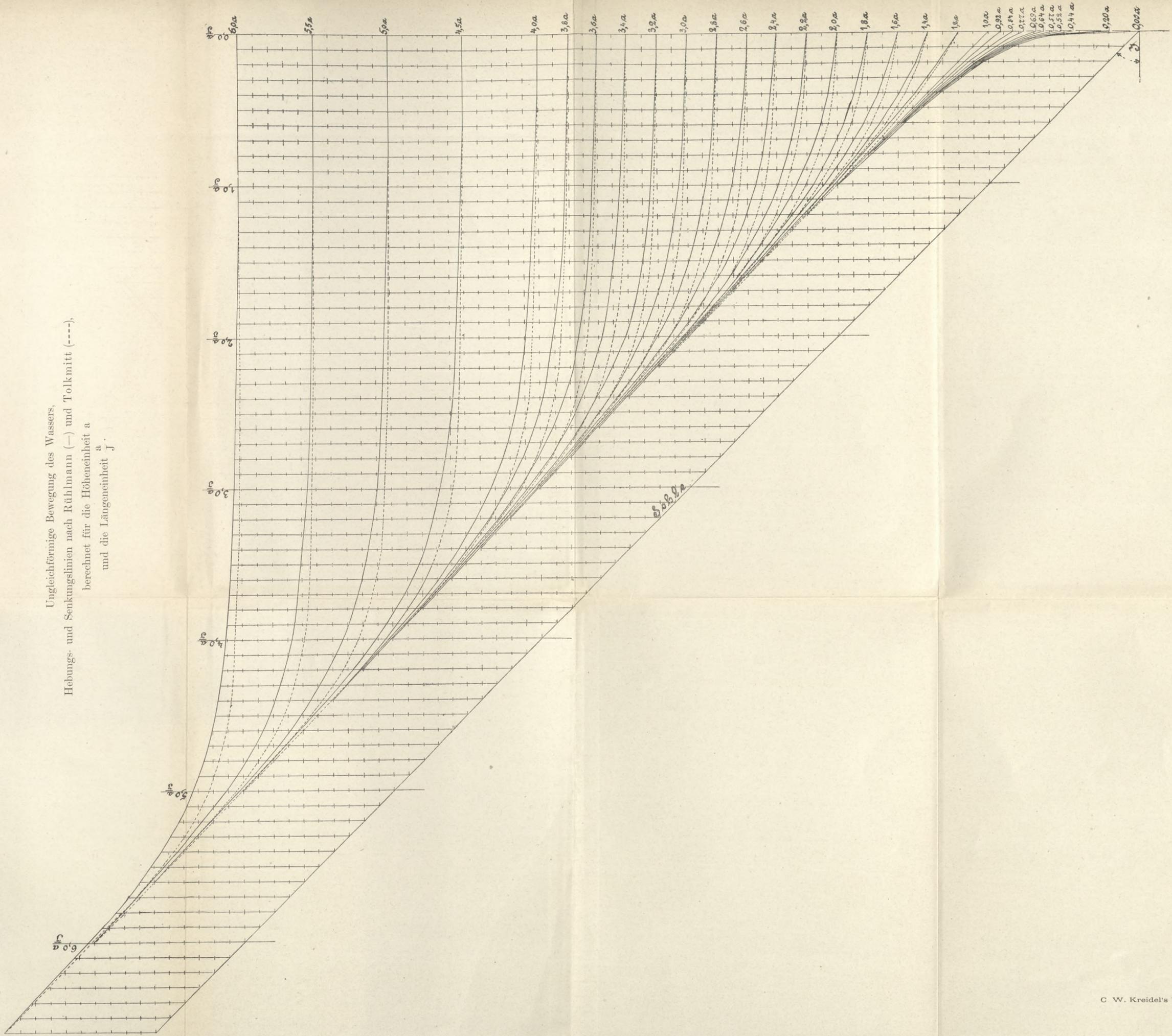
Die Ordinaten sind berechnet für rechteckigen Querschnitt nach Rühlmann (r.) und für Parabelquerschnitt nach Tolkmitt (p.).

Das Wasserspiegelgefälle $\alpha_2 = m \cdot J$ an der Staustelle ist berechnet für Rechteck, Parabel und Halbkreis (= halbes Quadrat).



2,4	2,2	2,0	1,8	1,6	1,4	1,2	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1	0,05	0,03	0,00	$r.$	$\alpha_2 = m \cdot J$	$k.$
6,03	6,02	6,02	6,02	6,01	6,01	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00				6,00	0,0046 · J	0,0008 · J	0,0001 · J
6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00	6,00				6,00	0,0060	0,0011	0,0002
5,54	5,53	5,52	5,52	5,52	5,52	5,51	5,50	5,50	5,50	5,50	5,50				5,50	0,0080 · J	0,0016 · J	0,0003 · J
5,52	5,51	5,51	5,51	5,51	5,50	5,50	5,50	5,50	5,50	5,50	5,50				5,50	0,0110	0,0024	0,0005
5,06	5,05	5,04	5,04	5,03	5,02	5,01	5,01	5,00	5,00	5,00	5,00				5,00	0,0156 · J	0,0039 · J	0,0009 · J
5,02	5,02	5,02	5,01	5,01	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00				5,00	0,0183	0,0048	0,0013
4,57	4,56	4,56	4,55	4,54	4,53	4,52	4,51	4,51	4,50	4,50	4,50				4,50	0,0214	0,0060	0,0017
4,54	4,53	4,53	4,52	4,52	4,51	4,51	4,51	4,50	4,50	4,50	4,50				4,50	0,0255	0,0075	0,0022
4,14	4,12	4,09	4,08	4,06	4,05	4,04	4,03	4,02	4,01	4,00	4,00				4,00	0,0306	0,0095	0,0030
4,07	4,06	4,05	4,04	4,03	4,02	4,02	4,01	4,01	4,00	4,00	4,00				4,00	0,0371 · J	0,0123 · J	0,0041 · J
3,98	3,94	3,92	3,88	3,86	3,85	3,84	3,83	3,82	3,82	3,81	3,80				3,80	0,0456	0,0163	0,0058
3,91	3,87	3,86	3,85	3,84	3,83	3,82	3,82	3,81	3,81	3,80	3,80				3,80	0,0570	0,0219	0,0085
3,84	3,78	3,74	3,71	3,68	3,66	3,65	3,64	3,63	3,62	3,61	3,60				3,60	0,0724	0,0302	0,0126
3,76	3,71	3,67	3,66	3,65	3,64	3,62	3,62	3,62	3,61	3,61	3,60				3,60	0,0940	0,0427	0,0194
3,72	3,64	3,58	3,54	3,51	3,48	3,46	3,45	3,44	3,43	3,42	3,41				3,40	0,1250 · J	0,0625 · J	0,0313 · J
3,62	3,62	3,55	3,50	3,46	3,45	3,44	3,42	3,42	3,41	3,41	3,40				3,40	0,1720	0,0955	0,0531
3,62	3,51	3,42	3,36	3,32	3,29	3,26	3,25	3,23	3,23	3,22	3,21				3,20	0,2440	0,1530	0,0957
3,53	3,42	3,35	3,30	3,26	3,24	3,23	3,22	3,22	3,22	3,21	3,20				3,20	0,3650	0,2610	0,1865
3,53	3,41	3,31	3,23	3,17	3,12	3,09	3,06	3,04	3,03	3,02	3,01				3,00	0,5800	0,4840	0,4020
3,47	3,33	3,22	3,15	3,10	3,06	3,04	3,03	3,03	3,02	3,02	3,01				3,00	1,00 · J	1,00 · J	1,00 · J
3,48	3,33	3,21	3,10	3,03	2,96	2,92	2,89	2,85	2,83	2,82	2,81				2,80	1,29	1,39	1,52
3,43	3,27	3,13	3,02	2,95	2,90	2,86	2,84	2,83	2,83	2,82	2,81				2,80	1,70	2,02	2,42
3,45	3,28	3,13	3,00	2,90	2,82	2,76	2,70	2,68	2,64	2,62	2,61				2,60	2,20	2,86	3,70
3,42	3,23	3,07	2,92	2,82	2,74	2,68	2,65	2,63	2,62	2,62	2,61				2,60	3,10	4,40	6,50
3,43	3,25	3,08	2,93	2,80	2,69	2,61	2,55	2,49	2,47	2,44	2,42				2,40	3,80	6,00	9,30
3,40	3,22	3,03	2,87	2,72	2,62	2,54	2,48	2,45	2,43	2,42	2,41				2,40	4,40	9,50	16,70
3,42	3,23	3,04	2,87	2,72	2,59	2,48	2,39	2,33	2,28	2,24	2,22				2,20	5,40	13,60	26,20
3,40	3,20	3,02	2,83	2,67	2,52	2,41	2,34	2,28	2,24	2,23	2,21				2,20	7,10	18,60	31,00
r. 3,40	3,22	3,03	2,84	2,67	2,51	2,38	2,27	2,18	2,12	2,06	2,03				2,00	11,80	26,70	61,00
p. 3,40	3,20	3,00	2,82	2,63	2,46	2,32	2,21	2,13	2,06	2,03	2,01				2,00	125,00	265,00	3100,00
		$r. 3,20$	3,01	2,83	2,64	2,46	2,30	2,16	2,05	1,96	1,89				1,80	∞ · J	∞ · J	∞ · J
		$p. 3,20$	3,00	2,80	2,62	2,43	2,25	2,12	2,00	1,91	1,85				1,80			

Ungleichförmige Bewegung des Wassers,
 Hebungs- und Senkungslinien nach Rühlmann (—) und Tolkmitt (----),
 berechnet für die Höheneinheit a
 und die Längeneinheit l .



S. 61



WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA



L. inw.

31154

Kdn., Czapskich 4 — 678. 1. XII. 52. 10.000

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300013