J. V. Poncelet.

Vorträge über Geschichte

der

theoretischen

Maschinenlehre

und der

damit in Zusammenhang stehenden

mathematischen Wissenschaften.

Zunächst

für technische Lehranstalten bestimmt

von

Dr. M. Rühlmann,

Königlich Preussischer Geheimer Regierungsrath und Professor
an der technischen Hochschule in Hannover.

Mit zahlreichen Holzschnitt-Illustrationen
und fünf Portraits in Stahlstich.

Zugleich als Supplement zu des Verfassers Werk:
„Allgemeine Maschinenlehre".

Erste Hälfte.

Braunschweig,

C. A. Schwetschke und Sohn
(M. Bruhn).

1881.

(Interimstitel).

Einleitung.

§. 1.

Die Wissenschaft, deren Geschichte in ihren ersten Grundzügen hier niedergeschrieben wurde, hat vornehmlich die Anwendung der rationellen (synthetischen und analytischen) Mechanik auf in Bewegung begriffene Maschinen zum Gegenstande [1]).

Bekanntlich wird vielfach angenommen, daß mit dem Erscheinen von Lagrange's ‚Mécanique analytique' (1788) das (1638) von Galilei gegründete Gebäude einer wissenschaftlichen Dynamik vollendet [2]) oder, noch weiter fassend, gleichsam der letzte Grundstein der gesammten Generalisationsperiode der analytischen Mechanik gesetzt worden sei [3]).

---

1) In dem ersten selbständigen Werke über theoretische Maschinenlehre, welches bekanntlich den Meister Grashof zum Verfasser hat, wird im Vorworte (S. IX) über diesen Zweig der angewandten Mathematik u. A. Folgendes gesagt:

„Die theoretische Maschinenlehre hat die Aufgabe, im Wesentlichen theoretisch, auf Grund der Gesetze der Mechanik zu untersuchen, wie der in einer bestimmten mechanischen Arbeitsverrichtung bestehende Zweck der Maschine auf die einfachste Weise und mit möglichst wenig Verlust an disponiblem Arbeitsvermögen erreicht werden kann; sie hat die Bewegung der Maschine, sowohl in Betreff ihres geometrischen Charakters und der damit zusammenhängenden Geschwindigkeitsverhältnisse, als auch in Betreff der durch die bewegten Massen und die bewegenden Kräfte bedingten absoluten Grössen dieser Geschwindigkeiten zu untersuchen etc. etc."

Auch Reuleaux in seiner ‚Kinematik' (§. 2) erklärt die theoretische Maschinenlehre als eine nothwendige, selbständige Wissenschaft, die einen wichtigen Theil der gesammten praktischen Mechanik bildet.

2) Dühring, ‚Kritische Geschichte der allgemeinen Principien der Mechanik' (erste Auflage), S. 310, §. 133 und S. 426, §. 171.

3) Klein, ‚Die Principien der Mechanik', S. 15 etc. etc. Dr. Suter,

Ohne hier die Richtigkeit dieser Annahme zu erörtern[1]) heben wir für unsere Zwecke aus dem nachherigen Fortbaue der Mechanik hervor, daß nach Lagrange besonders zweierlei in der betreffenden Geschichte zu verzeichnen ist, nämlich erstens das Schaffen der wünschenswerthen, ja nothwendigen Klarheit in gewisse Fundamentalprincipien der Mechanik und zweitens die systematische Anwendung der letzteren auf die Technik der Industrie und namentlich auf die in Bewegung begriffenen Maschinen[2]).

In beiden Richtungen gelangte man jedoch erst, vom ersten Viertel dieses Jahrhunderts, ab zu entschiedenen Resultaten und zwar (vorzugsweise) nicht durch Männer der reinen Wissenschaft, sondern durch solche, welche die gegenwärtige, mechanische, wissenschaftliche Technik gründeten und wovon vor Allen aus der französischen Schule Navier, Coriolis und Poncelet[3]), so wie von deutscher Seite besonders Redtenbacher und Weisbach in der Geschichte zu verzeichnen sind[4]).

§. 2.

Naturgemäß (Note 1, §. 1) hängt die Geschichte der theoretischen Maschinenlehre derartig mit derjenigen der reinen Mathematik und Mechanik (als deren Hülfsmittel, Werkzeuge) zusammen, daß die Geschichte der letzteren Wissenschaften, hauptsächlich der Mechanik, in ihren Grundzügen, der der speciellen Maschinenlehre vorausgehen muß.

Hierbei wird jedoch der bestimmte (specielle) Zweck dieses

‚Geschichte der Mathematischen Wissenschaften‘, Th. II, S. 378 (zweite Auflage.)

1) Jolly, ‚Die Principien der Mechanik‘, Stuttgart 1852, S. 81, 141 und 171. Redtenbacher, ‚Geistige Bedeutung der Mechanik und geschichtliche Entdeckung ihrer Principien‘. (Nach einem Vortrage, der vom Verfasser 1859 gehalten wurde.) München 1879, S. 112.

2) Auch Jolly a. a. O., S. 142 ist der bestimmten Ansicht, daß mit Lagrange's ‚Mécanique analytique‘ eine Erschöpfung des Gegenstandes noch nicht eingetreten war.

3) Jolly, a. a. O S. 81, 141, 168 und 171.

4) Die mehr oder weniger großen Verdienste noch lebender Männer um die Sache werden, aus wohlbegreiflichen Rücksichten, sowohl hier wie im ganzen Buche absichtlich verschwiegen.

Buches zum Maaßstabe genommen und demgemäß die Mechanik des Himmels und die mathematische Physik (so weit als angemessen) ausgeschlossen.

Hierauf soll der im Nachstehenden zu erörternde Stoff, in folgender Eintheilung behandelt werden:

Erster Theil.

Kurze Geschichte der Mechanik und der damit zusammenhängenden reinen Mathematik, mit besonderer Berücksichtigung technischer Zwecke.

Zweiter Theil.

Geschichte der theoretischen Maschinenlehre.

Erster Abschnitt.

Die ersten Maschinentheorien, von den ältesten Zeiten bis Ende des 17. Jahrhunderts. (Die Maschinen im Gleichgewichtszustande.)

Zweiter Abschnitt.

Die ersten Elemente zu einer theoretischen Maschinenlehre. Vom Ende des 17. Jahrhunderts bis zum Anfange des 19. Jahrhunderts. (Die Maschinen im Bewegungszustande.)

Dritter Abschnitt.

Begründung und Aufbau einer theoretischen Maschinenlehre. Vom Anfange des 19. Jahrhunderts bis zur Gegenwart. (Die Maschinen im wissenschaftlichen Systeme.)

Erster Theil.

Kurze Geschichte der reinen Mathematik und Mechanik.

Erstes Capitel.

Aelteste Zeit.

§. 3.

Wie die Anfänge der Arithmetik und Geometrie mit der ersten Culturperiode der Menschen zusammenfallen, Rechnen und Messen [1]) auf der Erde und am Himmel mit zunehmender

---

1) Anfänglich rechnete man mit den Fingern, mit Körnern, kleinen Steinen etc., später mit auf Saiten gezogenen Kugeln, noch später führte man bestimmte Zahlzeichen ein. Zu letzteren benutzten die Griechen ihre 24 Alphabet-Buchstaben, die Römer nur gewisse Buchstaben, bis die heutigen indischen Zahlzeichen durch die Araber zu uns gelangten. Das Wort **Ziffer** (Stellen-Zeichen) leitet man von dem arabischen Worte „cifron = leer" ab. Näheres hierüber findet sich in Whewell's ‚Geschichte der inductiven Wissenschaften' (deutsch von Littrow). Th. I, S. 199, sowie in

R. Wolf's ‚Geschichte der Astronomie' (Bd. XVI der ‚Geschichte der Wissenschaften in Deutschland') S. 106 etc., unter der Ueberschrift „Die ersten Messungen und Berechnungen".

Dann ebendaselbst S. 166 Weiteres unter der Ueberschrift „Die ersten Erdmessungen." In letzterer Quelle wird in Bezug auf Cantor's Buch ‚Mathematische Beiträge zum Culturleben der Völker', (Halle 1863) und auf Friedlein's Schrift ‚Die Zahlzeichen und das elementare Rechnen der Griechen und Römer' (Erlangen 1869) verwiesen.

Man sehe endlich auch die Einleitung zu Cantor's ‚Vorlesungen über Geschichte der Mathematik', Bd. I, S. 3 bis 14, Leipzig 1880.

Bildung und Civilisation der Völker sich als eine Nothwendigkeit herausstellte; so findet man auch bei den ersten Culturvölkern der Erde Spuren von Anwendungen der Mechanik; natürlich fast ohne wissenschaftliches Bewußtsein, mehr oder weniger ohne Kenntniß der betreffenden Gesetze.

Das erste (leider gänzlich verloren gegangene) Buch über Mechanik soll Archytas von Tarent[1]), einer der scharfsinnigsten Mathematiker aus Pythagoras'[2]) Schule, verfaßt haben. Archytas lebte circa 400 Jahre vor Christi Geburt, zählte Plato[3]) zu seinen Schülern, soll speciell die Rolle und die

---

1) Tarent (das heutige Taranto) eine alte griechische Pflanzstadt in Unteritalien. Sie war eine der blühendsten und mächtigsten Städte Groß-Griechenlands. 272 v. Chr. wurde die Stadt den Römern unterworfen.

2) Pythagoras von Samos (lebte etwa 580 bis 500 v. Chr.) darf als Vater der Mathematik bezeichnet werden. (Näheres in Hankel's ‚Geschichte der Mathematik', S. 92.)

Des Pythagoras' Satz vom rechtwinkligen Dreiecke wird von neueren Schriftstellern dem griechischen Meister abgesprochen und als eine Erfindung der Indier bezeichnet. (Auch hierüber sehe man Hankel a. a. O., S. 97 und S. 209.)

3) Plato, Sokrates' Schüler, 429 v. Chr. zu Athen geboren und 348 daselbst gestorben, war nicht nur der Gründer einer neuen Philosophenschule, unter dem Namen „Akademie", sondern auch ein trefflicher Mathematiker. Das Alterthum gab ihm den Namen des Göttlichen. Goethe (in seinen Werken Bd. XXXV, S. 51 ‚Materialien zur Geschichte der Farbenlehre') sagt von Plato: „er verhalte sich zur Welt wie ein seliger Geist, dem es beliebt, einige Zeit auf ihm zu herbergen".

Noch dürfte es von Interesse und Werth sein, Folgendes aus R. Wolf's ‚Geschichte der Astronomie' S. 32 hier aufzunehmen.

In seinem ‚Timäus' schrieb Plato: „Die Erde, unsere Ernährerin, welche gedreht ist um die durch das All ausgespannte Achse, macht er zur Wächterin und Hervorbringerin von Nacht und Tag," und dann wieder als er auf die Wohnsitze der Seelen zu sprechen gekommen: „Einige versetzt der Weltschöpfer auf die Erde, andere auf den Mond, andere auf die übrigen Instrumente der Zeit"; ferner stellt er am Schlusse seiner ‚Republik' folgendes Weltsystem auf: „Die Weltachse geht durch die Pole und durch den Mittelpunkt der Erdkugel, welche erst dann ruht. Um diese Weltachse nun kreisen eine Anzahl von acht concentrischen, in einander geschachtelten Sphären, die äußerste für die Fixsterne, die anderen sieben aber für die Planeten. Diese Sphären kreisen um dieselbe Achse mit dem Fixsternhimmel; der ganze Unterschied besteht darin, daß sie ungleiche Bewegung haben, obwohl auch in derselben Richtung bewegt".

Schraube erfunden [1]) und insbesondere zuerst den Umfang der Erde bestimmt haben.

Horaz verewigte sein Andenken in einer seiner Oden (I, 28) mit folgenden Worten:

„Dich Ausmesser des Meeres und der Erde und unzählbaren Sandes, Archytas [2]).“

Die einzige aus dieser Zeit uns verbliebene Schrift über Mechanik rührt von Aristoteles dem Schüler Plato's her und ist betitelt:

‚Quaestiones Mechanicae‘ (oder ‚Problema mechanicae‘) [3]).

In dieser 38 Capitel (Problema) umfassenden Arbeit behandelt Aristoteles bereits die Fundamentalsätze der Mechanik, wie das Parallelogramm der Bewegungen (Zusammensetzung der Geschwindigkeiten oder Kräfte), den Hebel, den Keil, sowie den ebenfalls gewöhnlich (außer mehreren anderen) der Erfindung Huyghen's zugeschriebenen wichtigen Satz, daß sich jede Bewegung eines Punktes im Kreisumfange aus zwei Bewegungen zusammensetzt (‚Probleme‘, Cap. II), wovon die eine nach der Tangente, die andere nach dem Mittelpunkte des Kreises (später die Centripetalkraft genannt) gerichtet ist.

Fourier, im ‚Pariser journal de l'école polytechnique‘ vom Jahre 1796 (année IV, cahier 5, p. 20), behauptet demnach nicht mit Unrecht, daß dem Aristoteles einige der wichtigsten mechanischen Principien bereits bekannt gewesen wären und nennt seine Erklärung vom Hebel sinnreich, obgleich unvollständig.

Sehr ausführlich über die Frage des Werthes der ‚Quaestiones

---

1) Die Angabe, daß Archytas die Rolle und Schraube erfunden haben soll, ist in Bezug auf die erstere Maschine falsch, in Bezug auf die letztere mindestens ungewiß. Irre ich nicht, so hat Young (in seinem ‚Cours of lectures on nat. phil. and mechanical arts‘, I, p. 239) diese Angabe zuerst gemacht, nachher hat sie Poggendorff (in seiner ‚Geschichte der Physik‘, S. 12) nach Young copirt. In meiner ‚Allgemeinen Maschinenlehre‘, Bd. IV, S. 19 wird nachgewiesen, daß die Rolle bereits bei den alten ägyptischen Schiffen benutzt wurde. Die Schraube scheint vor Archimedes wenig bekannt gewesen zu sein.

2) „Te maris et terrae, numeroque carentis arenae mensorem cohibent, Archyta etc.“

3) Dem Verfasser liegt zunächst die mit griechischem und lateinischem Texte, sowie mit werthvollen Commentaren (auch Abbildungen) versehene Ausgabe des van Capellen vor, welche 1812 in Amsterdam gedruckt wurde.

mechanicae' handelte zuerst Bürja in den ,Mémoires de l'académie royale des sciences et belles-lettres' (de Berlin) Jahrg. 1790 und 1791, p. 257 bis p. 296, unter der Ueberschrift „Sur les connaissances mathématiques d'Aristote."

Bürja behauptet (p. 263, p. 270 etc. etc.) geradezu, daß dem Aristoteles zweifellos das Verdienst zuerkannt werden müsse, zuerst wichtige Principien der Mechanik aufgestellt zu haben [1]).

Was Bürja noch übrig läßt, irgend Zweifel in der Hauptfrage zu erheben, beseitigt einige 30 Jahre später (der Berliner Professor der Mathematik) Poselger in einer werthvollen Arbeit, welche ebenfalls in den ,Abhandlungen der königlichen Akademie der Wissenschaften' zu Berlin jedoch aus dem Jahre 1829 von S. 56 bis mit S. 92 abgedruckt und betitelt ist: ,Ueber Aristoteles' Mechanische Probleme.' Indem der Verfasser auf diese (erste) Quelle in deutscher Sprache verweist [2]), hat er für angemessen gehalten, folgende Aeußerung Poselger's, den Zweck der Probleme betreffend, hier wörtlich aufzunehmen.

Es heißt nämlich hier unter der Ueberschrift „Zweck" in gedachter Beziehung also:

„Man darf wohl mit Recht behaupten, daß kein Grund vorhanden sei, dem Verfasser der ,Mechanischen Probleme' ausschließlich die Absicht beizulegen, eine Theorie zu geben von den Gesetzen des Gleichgewichts und der Bewegung. Vielmehr läßt sich damit sehr wohl die zweite Absicht vereinigen, wohl auch als die überwiegende ansehen, der Dialektik einen Vorrath verfänglicher Fragen (Aporieen) und Mittel zu deren Auflösung zu überliefern, hierzu aber besonders die Eigenschaften des Hebels zu benutzen, und die dabei sich ergebenden wunderbaren Erscheinungen, als vorzüglich geeignet die Art und das Verfahren anschaulich zu machen."

Bemerkenswerth ist endlich noch das, was Grant in seinem

---

1) Pag. 266 (a. a. O.) bemerkt Bürja u. A. Folgendes: „Les auteurs qui ont écrit l'histoire des mathématiques ne me paroissent pas avoir fait assez d'attention aux ouvrages d'Aristote. Montucla ,Histoire des mathématiques', Vol. I, pars 1, liv. 3 p. 187 glisse assez légèrement sur cet article, et Savérin dans son ,Histoire des progrès de l'esprit humain', semble ne parler d'Aristote que pour le tourner en ridicule."

2) Jetzt abgedruckt bei Schmorl & v. Seefeld in Hannover (1881) erschienen.

kleinen, aber höchst empfehlenswerthen Buche ‚Aristoteles' S. 36 (der deutschen Uebersetzung)[1]) über die Mathematik des Aristoteles sagt und was folgendermaßen lautet:

„Aristoteles spricht häufig von der Mathematik als von einer großen und anziehenden Wissenschaft, welche einen hohen geistigen Genuß zu bieten vermöge, doch scheint er sie als in seiner Zeit bereits so ziemlich vollendet und abgemacht angesehen zu haben, welche darum seine Aufmerksamkeit weniger als andere Erkenntnißgebiete erfordere. Wäre ihm das Leben bis zu dem von Plato oder Alexander von Humboldt erreichten Alter verlängert worden, so würde er möglichen Falls eine Darstellung der mathematischen Wissenschaft unternommen haben."

Zum Schlusse folgt hier noch Einiges über das Leben des Aristoteles und über seine Werke[2]).

Aristoteles wurde 384 v. Chr. (im ersten Jahre der neunundneunzigsten Olympiade) zu Stagira (oder Stageira) einer griechischen Colonie und Hafenstadt am Strymonischen Golf in Thracien (Macedonien) geboren.

Seinem Geburtsorte verdankt er dem weltberühmten Beinamen des Stagiriten, den ihm Scholiasten und Scholastiker in späteren Tagen gegeben haben. Sein Vater Nikomachus war Arzt und Freund des Königs Amyntas von Macedonien, wodurch der junge Aristoteles schon frühzeitig an den Hof kam und seinem künftigen Gönner, dem ihm ungefähr gleichalterigen Philipp von Macedonien bekannt wurde. Als er 17 Jahr alt (367 v. Chr.) und sein Vater gestorben war, wurde er von seinem Vormund Proxenus zu Plato nach Athen, dem damaligen „Mittelpunkt der Weisheit" gebracht und trat daselbst in die Schule, welche Plato in dem Olivenhaine des Akademus am Ufer des Kephissos gegründet hatte. Unter seinen Mitschülern soll er den Beinamen „der Leser" gehabt haben, während ihn sein Lehrer Plato selbst, in Anerkennung seiner schnellen und kräftigen Intelligenz, „den Geist der Schule" nannte[3]).

---

1) ‚Aristoteles' von Sir Alexander Grant „Principal" der Universität Edinburg. Autorisirte Uebersetzung von Dr. Immelmann, Berlin 1878.

2) Ziemlich vollständig und übersichtlich bei Grant, S. 1, Capitel I und S. 25, Capitel II. Die vortreffliche Immelmann'sche Uebersetzung umfaßt in zehn Capiteln, nur 168 (klein) Octavseiten, kostet nur 2,75 Mark und ist namentlich den Studirenden technischer Lehranstalten recht sehr zu empfehlen. Das erste Capitel dieses Buches handelt ausführlich vom Leben des Aristoteles.

3) Bei Grant-Immelmann (a. a. O. S. 4) wird erzählt, daß Aristoteles, um Zeit zu gewinnen, das Mittel erfunden habe, mit einem Ball in der Hand zu schlafen, den er über einen metallenen Tisch hielt, so daß, so bald die Hand nachließ, der Ball beim Herabfallen einen starken Schall veranlaßte und ihn zur Wiederaufnahme seiner Arbeiten weckte.

Nachdem Aristoteles etwa 20 Jahre die Akademie in Athen besucht (in den letzten Jahren sich allerdings nicht gut mit Plato vertragen)[1]) hatte, wurde er in seinem 40. Jahre vom König Philipp von Macedonien als Lehrer seines damals dreijährigen Sohnes Alexander[2]) berufen. Bei letzterem verblieb er bis ein Jahr nach deßen Thronbesteigung (336 v. Chr.), selbstverständlich nicht mehr als Erzieher, da Alexander's Geist bereits mit Herrschergedanken und Plänen zur Unterwerfung aller Völker des Orients beschäftigt war.

Als im Jahre 335 v. Chr. ernstliche Vorbereitungen für Alexander's orientalische Feldzüge getroffen wurden, begab sich Aristoteles wieder nach Athen, woselbst er bald im Osten der Stadt, in den Anlagen am Tempel des lyceischen Apollo, eine eigene Schule (Lykeion, Lyceum genannt) eröffnete. Da er hier seine Vorträge meistens im Auf- und Abgehen in den bedeckten Gängen der betreffenden Anlagen (peripatoi) mit seinen Schülern hielt, so bekamen diese den Beinamen „Peripatetiker" (Herumwandler).

Theils seiner Lehren, theils seiner Beziehungen zu Alexander wegen (dessen veränderte Sitten er übrigens freimüthig getadelt haben soll) hatte er (durch Mißverständniß) den Zorn der Athener derartig erregt, daß er es für angemessen hielt, sich nach Chalkis in Euboea zu begeben, damit, wie er gesagt haben soll, „die Athener keine Gelegenheit hätten, sich zum zweiten Male an der Philosophie zu versündigen," d. h. um der Todesart des Sokrates zu entgehen.

Bald nachher (322 v. Chr.) ward er von einer Krankheit ergriffen, an der er plötzlich zu Chalkis, in seinem 63. Lebensjahre starb[3]).

Aristoteles' Leistungen in fast allen Gebieten der Wissenschaften (Rhetorik, Poetik, Ethik, Politik, Physik, Biologie, Metaphysik etc. etc.) sind vielfach falsch beurtheilt worden und werden es hin und wieder noch heute. Man bezeichnet ihn als Compilator, als Plagiarius und wie die hämischen Titel alle lauten, vergißt aber dabei, daß wenn dieses theilweise auch nicht unbegründet ist, die menschlichen Wissenschaften und Künste überhaupt den Culturweg durchlaufen müssen, um zu einer gewissen Höhenstufe zu gelangen, daß sich fast überall die Nachfolger auf Vorgänger stützen und sich nur der allmächtige Gott allein den Ruhm vorbehalten hat, gleich ursprünglich Vollkommenes zu schaffen. Aristoteles hat unstreitig das große Verdienst, die vor ihm zerstreut vorgetragenen menschlichen Kenntnisse in Zu-

---

1) Aristoteles soll sich in der Regel geäußert haben: „Amicus Plato, sed magis amica veritas."

2) Alexander lebte von 356 bis 323 v. Chr.

3) In Grant-Immelmann's Buche ‚Aristoteles' wird S. 22 bemerkt, daß die Erzählung, Aristoteles sei vergiftet worden, eine Fabel und keiner Erwähnung werth sei. R. Wolf in seiner ‚Geschichte der Astronomie' berichtet noch (S. 41), daß der Stagirit „an Gift" gestorben sei.

sammenhang zu bringen, wodurch er wissenschaftlichen Stoff, nach Form und System zusammenstellte, den selbst noch die gegenwärtige Zeit nützlich verwenden kann.

Nach Grant-Immelmann (a. a. O., S. 25, 35 und 41) füllen die sämmtlichen (auf uns gekommenen) Werke des Stagiriten nicht weniger als 3786 Octavseiten. Sind davon auch vielleicht 925 Seiten unächt, so bleibt doch immer noch der stattliche Rest von 2861 Seiten übrig[1]). Davon füllt das am meisten angegriffene Werk ‚Die Physik‘, richtiger die Naturwissenschaften im weitesten Sinne, nicht weniger als 1447 Seiten[2]). Falsch ist darin allerdings die wichtige Lehre vom freien Falle der Körper, indem Aristoteles behauptete, „daß derjenige Körper der schwerere ist, der bei gleichem Inhalte schneller abwärts geht.“ Bekanntlich verbanden die Aristoteliker zu Galilei's Zeiten damit den (gleich falschen) Satz: „daß die Körper genau in demselben Verhältnisse schneller fallen, je größer ihr Gewicht ist[3]).“ Später sahen sich die bloßen Nachbeter des Aristoteles gezwungen, für ihre physikalischen Erklärungen ein eigenes Princip, eine unbekannte Kraft (qualitas occulta) aufzustellen, (welche man den Abscheu der Natur vor dem leeren Raume) (horror vacui) nannte (Whewell-Littrow, II, S. 72) und worauf man das Saugen, Athmen, die Wirkung des Blasbalges, den Widerstand eines Körpers gegen das Zerbrechen etc. etc. zurückführte. Man sehe hierüber besonders auch Dr. Caspar's ‚Galileo Galilei‘ S. 12 bis 15, woselbst Galilei's Versuch erörtert wird, den horror vacui zu messen.

Letztere Thatsache mag (zur Charakteristik des Mannes) benutzt werden, daß sich Aristoteles das Verdienst erworben hat, im Gegensatze zu den Akademikern, die Nothwendigkeit

---

1) Ueber das betreffende, gesammte Material, berichtet ausführlich Bonitz, im ‚Index Aristotelicus‘, Berlin 1870.

2) Whewell in seiner ‚Geschichte der inductiven Wissenschaften‘ (deutsch von Littrow), Th. I, S. 67, behauptet wörtlich: „Die Physik des Aristoteles kann nicht anders als ein ganz mißglücktes Werk betrachtet werden.“

Redtenbacher in der oben bereits citirten Schrift (von 1859) S. 102 ‚Geistige Bedeutung der Mechanik‘ behauptet in gleicher Weise „Aristoteles habe von den einfachsten mechanischen oder physikalischen Vorgängen, entweder keine, oder doch eine irrige Vorstellung gehabt.“ Die ‚Quaestiones Mechanicae‘ hat Redtenbacher wahrscheinlich nie gelesen.

3) Ausführlich erörtert bei Whewell-Littrow, I, S. 54 etc. etc.

von Beobachtungen hervorgehoben zu haben. In seiner Schrift: ‚De generatione animalium‘ III, 10, äußert er sich hierüber in folgenden Worten [1]):

„Man muß der Beobachtung mehr Glauben schenken, als der Theorie, und dieser nur, wenn sie zu den gleichen Resultaten führt wie die Erscheinung“.

Hierzu dürfte ein passender Schluß unserer kurzen Biographie des Aristoteles das sein, was Grant (a. a. O. S. 121), gleichsam zur Entschuldigung mancher Unvollkommenheiten seiner Leistungen im Gebiete der Mechanik und Physik [2]) anführt und der folgendermaßen lautet:

„Die eigentlichen Hülfsmittel der Erweiterung und Verification des Wissens, Instrumente, wie Teleskop und Mikroskop, Barometer und Thermometer, Spectroskop und unzählige andere; die Kenntniß einer Reihe großer Naturgesetze; die Gewohnheit genauer Beobachtung und sorgfältiger Aufzeichnungen — sie fehlten sämmtlich in den Tagen des Aristoteles. Darum ist es absurd, ihn wie einen modernen Gelehrten zu behandeln, welcher einer fehlerhaften Methode folgt. Man mag es einen Mißgriff nennen, daß er so viel unternahm, immer bleibt erstaunlich, was er geleistet hat, selbst wenn man es für weiter nichts als eine Landkarte der Wissenschaft des vierten Jahrhunderts v. Chr. mit vielen eigenen Zusätzen und Berichtigungen ansieht [3])“.

Es dürfte hier (wenigstens hinsichtlich der chronologischen Folge), der passende Ort sein, der Verdienste der griechischen Mathematiker Euklid und Apollonius zu gedenken.

---

1) Deutsche Bearbeitung des Aristoteles’schen Werkes ‚Von der Zeugung und Entwickelung der Thiere‘ durch Aubert und Wimmer in Breslau. Leipzig, Engelmann.

2) Daß die Neueren dennoch aus der Physik des Aristoteles Manches lernen konnten, erhellt beispielsweise aus Bd. I, S. 207 (der Prantl’schen Uebersetzung), woselbst der Begriff „Zeit“ als Zahl einer Bewegung mit Beachtung des continuirlichen, definirt ist, d. h. fast ganz so wie bei Herbart und Hartenstein (des letzteren ‚Metaphysik‘, S. 410, §. XX), welche die Zeit als „Zahl des Wechsels“ erklären.

3) Der Verfasser hält es für Pflicht, hier noch folgendes Urtheil Schlosser’s, aus dessen ‚Weltgeschichte für das deutsche Volk‘ (zweite Ausgabe, Bd. II), nachzutragen. Daselbst heißt es (S. 128 und 216 zusammenfaßend) also:

„Kein Mensch hat einen so gewaltigen Einfluß auf das geistige Leben des ganzen Menschengeschlechts ausgeübt, als der größte Philosoph, welcher jemals gelebt hat, Aristoteles, der Lehrer Alexander des Großen“ etc. etc.

Euklid lebte ungefähr 300 Jahr vor Christi Geburt, zur Zeit des ägyptischen Königs Ptolemäus Soter; mit ihm beginnt eine bedeutende Epoche in der Geschichte der reinen Mathematik. Durch die Herausgabe seines Hauptwerkes „Die Elemente der Arithmetik und Geometrie" in dreizehn Büchern, übte er einen Einfluß auf den Abschluß dieses Theiles der Mathematik aus, der größer ist, als irgend einer anderen seiner Zeit. Zugleich ist dies die erste mathematische Schrift des Alterthums, die in späteren Jahrhunderten noch gelesen zu werden pflegt und als klassisches Muster synthetischer Methode noch heute gilt [1]. Euklid erwarb sich auch Verdienste um das sogenannte Exhaustionsverfahren, worauf wir später (S. 18) zurückkommen werden [2].

Apollonius von Perga aus Pamphilien gebürtig, lebte von 300 bis 200 vor Christi zu Alexandrien unter Ptolemäus Evergetes und erlernte die Mathematik von den Schülern des Euklid. Unter den vielen Schriften des Apollonius über Mathematik, hat ihm besonders ein Werk über die Kegelschnitte in 8 Büchern einen Namen gemacht, das theils Alles enthält, was schon vor ihm geschrieben wurde, theils über Erfindungen (dieses großen Mathematikers, wie ihn Zeitgenossen und Nachkommen nannten) berichtet, worunter sich auch (im 5. Buche), zum ersten Male, Untersuchungen über das Größte und Kleinste befinden [3].

§. 4.

Eingedenk des Planes, welcher bei Abfassung unserer „Geschichte" wiederholt hervorgehoben wurde, in gegenwärtigem „Ersten Theile", besonders die „Mechanik" im Auge behalten zu wollen, knüpfen wir wieder bei Aristoteles an und bemerken, daß wie immer dieser ausgezeichnete Mann von einer rationellen Auffassung der Mechanik entfernt war, wie unzulänglich man

1) Ausführliches über Euklid findet sich in Hankel's ‚Geschichte der Mathematik im Alterthum und Mittelalter', S. 381 bis 404 und noch Weiteres in Cantor's ‚Vorlesungen über Geschichte der Mathematik', Bd. I, S. 223.

2) Klügel's ‚Mathematisches Wörterbuch', Th. II, S. 153 unter der Ueberschrift „Exhaustionsmethode."

3) Man sehe über Apollonius, Chasles (a. a. O., §. 11 und §. 13, sowie ausführlicher Cantor's ‚Vorlesungen über Geschichte der Mathematik', Bd. I, S. 287 bis 300.

namentlich auch seinen Beweis des Hebelprincipes und manches Andere dieses Gebietes, bezeichnen mag: es jedenfalls zweifellos ist, daß er für spätere Zeiten Manches angeregt und eingeleitet hat, was der Weiterbildung fähig war. Letztere Thatsache ist hervorzuheben, wenn man, wie ganz richtig, den mehr als 100 Jahre später lebenden Archimedes als den eigentlichen Gründer der wissenschaftlichen Mechanik (richtiger der Statik) bezeichnet [1]). Dabei erstrecken sich Archimedes' scharfsinnige Leistungen auf bloße Statik und, was noch mehr sagt, auf rein statische Methoden. Das was uns Archimedes über Mechanik hinterlassen hat, beschränkt sich daher ausschließlich auf eine Lehre vom Schwerpunkte, einschließlich des Hebelprinzipes und auf eine Ausführung der Gewichts- und Stabilitätsverhältnisse eingetauchter schwimmender Körper.

Gleich an der Spitze des ersten Buches seiner noch vorhandenen Werke [2]) über Geometrie und Mechanik [3]), wo über

---

1) Fourier sagt in seinem bereits oben citirten ‚Mémoires sur la statique' (5. cahier des Journal de l'école polytechn., p. 20) über Archimedes Folgendes:

„Archimède appliqua la géometrie à la statique et même la statique à la géometrie; il trouva de cette manière la première quadrature d'une aire curviligne. Ses découvertes en mécanique servent de fondement à cette science".

Dühring a. a. O., § 6 (erste Auflage) drückt sich (sehr richtig) über Archimedes' Methode wie nachstehend aus:

„Von dem Schritte, durch welchen die statischen Verhältnisse gleich im Eingange der neueren Zeit auf eventuell mögliche Bewegungen zurückgeführt wurden, ist bei Archimedes keine Spur anzutreffen, und hieraus erklärt sich, warum die eigentlichen Principien der Mechanik im Alterthum noch keine Rolle spielen konnten. Die tiefer greifenden Principien müssen den Gleichgewichts- und Bewegungsverhältnissen gemeinschaftlich sein".

2) Man sehe auch Cantor's ‚Vorlesungen über Geschichte der Mathematik' Bd. I, S. 278.

3) Dem Verfasser stehen nachbemerkte zwei Bücher, welche von den überhaupt noch vorhandenen Schriften des Archimedes handeln, zu Gebote:

I. ‚Des unvergleichlichen Archimedes Kunstbücher, oder heutigs Tags befindliche Schriften', aus dem Griechischen übersetzt von J. C. Sturm. Nürnberg 1670. Fol.

II. Ernst Nizze, ‚Archimedes' von Syrakus vorhandene Werke', aus dem Griechischen übersetzt und mit Erläuterungen und kritischen Anmerkungen begleitet, Stralsund 1824. Quart.

Da letztere Bearbeitung, wegen der vielen Erläuterungen, Anmerkungen und reichhaltigen Literaturangaben der ersteren (abgesehen von der weit richdas Gleichgewicht der schweren Ebenen oder von den Schwerpunkten derselben (wohl verstanden, der ebenen Flächen, nicht der Körper) gehandelt wird, steht die axiomatische Voraussetzung:

„Gleich schwere Größen in gleicher Entfernung wirkend, sind im Gleichgewichte".

Mit Hülfe dieser Annahme beweist er ebenso sinnreich wie einfach (im Satze 6, S. 3 und 4 der unten notirten Nizze'schen Ausgabe): „daß am Hebel ungleiche Gewichte nur dann im Gleichgewichte stehen, wenn sie umgekehrt den Hebelarmen proportional sind, an denen sie aufgehangen werden [1])".

---

tigeren Uebersetzung in gutes Deutsch) bei Weitem vorzuziehen ist, so berücksichtigen wir hier nur diese und notiren deren Inhalt wie folgt:

1. Vom Gleichgewicht der Ebenen oder von den Schwerpunkten derselben, S. 1 bis mit 41 (hier Prop. VI. und VII. Das Grundgesetz vom Gleichgewicht und Hebel).
2. Von der Kugel und dem Cylinder (Geometrie dieser Körper), S. 42 bis 109.
3. Kreismessung $\left(\pi > 3\,\frac{10}{71}\right)$, S. 110 bis 115.
4. Von den Schneckenlinien, S. 116 bis 150.
5. Von den Konoiden und Sphäroiden, S. 151 bis 208.
6. Sandeszahl (die sogenannte Sandrechnung), S. 209 bis 223.
7. Von schwimmenden Körpern, S. 224 bis 253.
8. Wahlsätze (Probleme aus der ebenen Geometrie), S. 254 bis 262.
9. Kritische Anmerkungen (des Uebersetzers), S. 263 bis 292.

1) Jolly in seinem eben so einfach wie klar dargestellten Buche ‚Die Prinzipien der Mechanik', Stuttgart 1852, giebt S. 26 den Beweis des Archimedes vom Hebelgleichgewichte noch übersichtlicher (sprachlich besser) wie der Erfinder des Satzes selbst.

Jolly erwähnt dabei (a. a. O., S. 25) den bekannten Ausspruch des Archimedes: „Gieb mir einen festen Punkt außerhalb der Erde und ich hebe sie Dir aus ihren Angeln", als einen solchen, der unter den Laien zur Erhaltung und Ausbreitung des Rufes von Archimedes mehr beigetragen habe, als seine Forschungen selbst und sein bewunderungswürdiger Scharfsinn.

Bei Plutarch in den vergleichenden Lebensbeschreibungen, Th. III, übersetzt von Kaltwasser (Magdeburg 1801), findet sich im Abschnitte „Marcellus", S. 253 etc. über gedachten Ausspruch des Archimedes Folgendes:

„Archimedes schrieb einst an den König Hiero, daß er mit der gegebenen Kraft jede gegebene Last bewegen könne; ja im stolzen Vertrauen auf die Stärke seines Beweises soll er sogar behauptet haben, er wollte selbst diese Erde fortbewegen, wenn er nur eine andere hätte, worauf er treten könnte.

Ebendaselbst ermittelt Archimedes (auf synthetischem Wege) insbesondere die Schwerpunkte ebener Flächen. Die betreffenden Ableitungen zeugen ebenfalls von großem Scharfsinne.

Die zweite der aus dem Gebiete der Mechanik erhaltenen Schrift des Archimedes (No. 7, Note 3), welche von den im Wasser schwimmenden Körpern handelt, hat das Schicksal gehabt, nicht in griechischer Sprache, sondern durch arabische Vermittlung und zwar in höchst defecter Gestalt auf uns zu gelangen [1]).

Wir copiren hier einige Hauptpunkte dieser Schrift:

1. Die Oberfläche einer jeden zusammenhängenden Flüssigkeit im Zustande der Ruhe ist sphärisch und der Mittelpunkt der zugehörigen Kugel ist einerlei mit dem Mittelpunkte der Erde.

2. Feste Körper, welche schwerer als eine Flüssigkeit, in diese eingetaucht werden, sinken, so lange sie noch tiefer kommen können, und werden in der Flüssigkeit um so viel leichter, als das Gewicht einer Masse Flüssigkeit von der Größe der eingetauchten Körper beträgt [2]).

Der König hierüber verwundert, ließ ein Frachtschiff schwer beladen und stellte an Archimedes das Ansinnen, dasselbe mit seiner eigenen Kraft aus dem Wasser an das Land zu ziehen. Archimedes setzte sich, nach getroffenen Anordnungen, in einiger Entfernung vom Schiffe nieder und bewegte sachte und ohne Anstrengung mit der Hand das Ende eines Flaschenzuges, womit er das Schiff, ohne den geringsten Anstoß, so sanft nach sich hinzog, als wenn es über das Meer hinglitte. Der König, der darüber erstaunte, und die außerordentliche Wirkung dieser Kunst einsah, beredete den Archimedes, ihm allerhand Belagerungsmaschinen, sowohl zum Angriff, als zur Vertheidigung zu verfertigen.

In unserer Quelle wird nun weiter berichtet, wie Archimedes diesem Befehle des Königs nachgekommen ist und Maschinen construirte, welche den Römern bei der Belagerung von Syrakus unter Marcellus' Führung höchst verderblich wurden. Im Nachstehenden noch ein Curiosum:

Gerstner, in seiner ‚Mechanik', Bd. I, S. 77, bemühte sich seiner Zeit (für österr. Maße und Gewichte) die Länge des zur Hebung der Erde erforderlichen Kraft-Hebelarmes unter der Voraussetzung zu berechnen, daß die betreffende Kraft das Gewicht eines Menschen, im Betrage von 150 Pfd. und die Länge des Lasthebels 1 Zoll sei. Vorher ermittelte er das Gewicht der Erde ($2^1/_4$ Centner pro Cubikfuß) zu 82 707 950 738 396 198 724 012 Centner. Das betreffende Resultat war: 191 453 589 672 213 423 Meilen als Krafthebellänge.

1) Dühring, a. a. O. §. 7.

2) In den gegenwärtigen Lehrbüchern der Hydrostatik wird dieser Satz kürzer in folgender Weise ausgedrückt:

„Ein in eine Flüssigkeit getauchter Körper verliert so viel an seinem Gewichte, als das Gewicht der von ihm verdrängten Flüssigkeit beträgt".

In Bezug auf des Archimedes nachher folgenden Stabilitätsuntersuchungen fester im Wasser schwimmender Körper machte seiner Zeit Lagrange die Bemerkung[1]), „daß zu diesen Sätzen die Neueren wenig hinzugefügt haben[2])".

Zur Auffindung einer passenden Gelegenheit auf Archimedes' Verdienste um die mathematischen Wissenschaften, außer-

---

Man sehe deshalb u. A. auch des Verfassers „Hydromechanik", §. 28 unter der Ueberschrift: „Archimedes' Princip".

1) ‚Mécanique analytique', 2. Ausgabe 1811, Bd. I, Abtheilung 1. Sect. VI.

2) Von dem oben erörterten Archimedes'schen Principe, machte der Erfinder dieses Satzes selbst schon Anwendungen zur Ermittelung des specifischen Gewichtes der Körper. In dem 2. Bande der vier Bücher des Aristoteles, welche vom Himmelsgebäude handeln, macht ein deutscher Bearbeiter (Prantl in München), in den Anmerkungen zum 4. Buche, S. 333 die richtige Bemerkung, daß bei Aristoteles „der Begriff ‚specifisches Gewicht' gänzlich fehlte".

Das Interessanteste aus diesem Gebiete ist die Erzählung, welche sich bei Vitruv (‚Baukunst', Bd. II, 9. Buch, S. 188 der vortrefflichen Rode'schen Uebersetzung) über die goldene Krone des Königs Hiero vorfindet und also lautet:

„Als Hiero zu Syrakus wegen seines Wohlverhaltens zur königlichen Würde erhoben wurde, wollte er in irgend einem Tempel den unsterblichen Göttern eine goldene Krone als Weihgeschenk verehren. Er wird mit einem Goldschmiede wegen der Verfertigung derselben einig, und wägt ihm das Gold dazu genau zu. Zur bestimmten Zeit bringt der Künstler sein vollendetes Werk. Der König ist mit der Arbeit zufrieden, findet auch das Gewicht richtig; allein kurz darauf verlautet, es sei dennoch Gold dabei unterschlagen und an dessen Statt gleich viel Silber an Gewicht beigemischt worden. Hiero hält sich dadurch für compromittirt und wird sehr ungehalten. Da er jedoch nicht weiß, wie er mit Zuverlässigkeit hinter den Betrug kommen könne, so ersucht er den Archimedes, es auf sich zu nehmen und darüber nachzudenken. Während der Zeit nun, daß dieser sich mit der Sache trägt, kommt er einmal von ohngefähr ins Bad und bemerkt, als er in die Wanne steigt, daß gerade so viel Wasser überfließt, als er Raum darin einnimmt. Da hat er den gesuchten Aufschluß! Flugs springt er voller Freude aus der Wanne wieder heraus, läuft nackend wie er ist, nach Hause, und hört nicht auf im Laufen laut zu rufen: „gefunden, gefunden!"

Weiter erzählt Vitruv das von Archimedes zur Lösung der Aufgabe angewandte Verfahren, dessen Endresultat der Nachweis des Betruges Seitens des Goldschmiedes war.

Mit wenig Worten erzählt dieselbe Geschichte Plutarch (Bd. VIII, S. 314 seiner ‚Moralischen Abhandlungen', Uebersetzung von Kaltwasser).

Sturm, in seinem bereits früher erwähnten ‚Archimedes' bemüht sich, Bogen 22, zu zeigen, daß die Krone 10 Pfund gewogen und Archimedes nachgewiesen habe, daß nur $7\frac{7}{9}$ Pfund Gold, dagegen $2\frac{2}{9}$ Pfund Silber beigemischt waren.

halb des Umfanges der Mechanik (Statik und Hydrostatik) hinweisen zu können, reihen wir hier eine kurze Biographie des verdienstvollen Mannes an und benutzen dazu sowohl Plutarch's ‚Lebensbeschreibungen', deutsch von Kaltwasser, Th. III. (Artikel ‚Marcellus'), S. 258, sowie Eschenburg's ‚Handbuch der klassischen Literatur' [1]).

Archimedes, um das Jahr 287 v. Chr. zu Syrakus geboren, bereicherte durch seinen Erfindungsgeist sehr viele Theile der Mathematik (und des Maschinenwesens) mit wichtigen Entdeckungen.

Dabei hatte Archimedes eine so edle und erhabene Gesinnung [2]) und besaß zugleich einen solchen Reichthum theoretischer Kenntnisse, daß er sich nicht entschließen konnte, über jene Dinge, die ihm Ruhm einer göttlichen, nicht bloß menschlichen Einsicht verschafft hatten, eine eigene Schrift zu hinterlassen; vielmehr betrachtete er die Beschäftigung mit mechanischen Arbeiten und überhaupt jede Kunst, die sich mit nothwendigen Bedürfnissen abgiebt, als ein unedles und niedriges Handwerk, und wendete daher seinen ganzen Eifer nur auf solche Kenntnisse, die das Gute und Schöne unvermischt mit dem Nothwendigen erhalten, die keine Vergleichung mit den Anderen zulassen, und zwischen der Materie und Demonstrationen eine Art von Wettstreit erregen, da jene die Größe und Schönheit, diese die Gründlichkeit und überzeugende Stärke aufweist. Denn in der ganzen Geometrie wird man keine schwerere und verwickeltere Aufgabe in einfache und deutliche Elemente aufgelöst finden (als in Archimedes' Schriften). Einige schreiben dies der natürlichen Geschicklichkeit und Anlage des Mannes zu, andere aber halten es für die Wirkung seines außerordentlichen Fleißes, wiewohl alles so ganz leicht und ohne Anstrengung ausgearbeitet zu sein scheint. Denn wenn man mit aller Mühe den Beweis eines Satzes für sich selbst nicht finden kann, und sich nun beim Archimedes Raths erholt, so fällt einem gleich ein, daß man ihn wohl selbst hätte finden können; einen so leichten und kurzen Weg führt er zu dem, was er beweisen will.

In so fern ist auch das, was man von ihm erzählt, nicht so ganz zu verwerfen, daß er nämlich, von einer ihm immer umschwebenden Sirene bezaubert, Essen und Trinken vergessen, und alle Pflege des Lebens hintenan gesetzt; daß er, wenn er einmal mit Gewalt zum Baden und Salben hingezogen wurde, in dem Kohlenbecken geometrische Figuren gezeichnet, und selbst auf seinem Leibe beim Salben mit dem Finger Linien gezogen habe, weil er im eigentlichen Verstande vor Vergnügen entzückt und von den Musen begeistert gewesen. Ungeachtet er so viele schöne Dinge erfunden hatte, soll

---

1) Auch Schlosser in Bd. II. seiner ‚Weltgeschichte für das deutsche Volk', giebt von S. 381 ab eine sehr gute Biographie des Syrakuser, wobei sich unter anderem Lobe S. 383 die Bemerkung findet, „daß Archimedes in Betreff der mechanischen Wissenschaft (und deren Anwendungen) durch das ganze Alterthum hindurch, unübertroffen, ja einzig dastand".

2) Wörtlich nach Plutarch a. a. O., S. 258 etc.

er seine Freunde und Verwandte gebeten haben, ihm nach seinem Tode nur einen Cylinder mit einer darin enthaltenen Kugel auf das Grab zu setzen, und darunter das Verhältniß der Größe zwischen den enthaltenden und enthaltenen Körper zu schreiben [1]).

Bei der Einnahme seiner Vaterstadt durch den römischen Feldherrn Marcellus, im Jahre 212 v. Chr., wurde Archimedes von einem römischen Soldaten getödtet [2]).

Obgleich das Hervorheben der Verdienste des Archimedes um die Geometrie nicht direct hierher gehört, so dürfte es aus mehrfachen Gründen nicht unangemessen sein, seinen Antheil an der Ausbildung des sogenannten Exhaustionsverfahrens, der Integrationsmethode der Alten, hier kurz zu skizziren, welche ihre Analysis des Unendlichen ausmachte.

Unbekannt mit der heutigen Differenzial- und Integralrechnung, bedienten sich nämlich die Alten zur Rectification der krummen Linien und der Quadratur ebener und krummer Oberflächen eines Verfahrens, welches darin bestand, die krummlinigen Figuren als Grenzen von gradlinigen zu betrachten, denen sie zwar nicht bis zum Erschöpfen (exhaustio), aber doch so nahe gebracht werden können, daß der Unterschied kleiner wie jede angebbare Größe wird. Beispielsweise bewies auf diesem Wege Archimedes in seiner ‚Kreismessung', daß der Umfang eines jeden Kreises das Dreifache des Durchmessers um weniger als $1/7$ (= 0,1428), aber mehr als $10/71$ (= 0,1408) des Durchmessers übertrifft.

Er gelangte hierzu dadurch, daß er nachwies, der Kreisumfang sei größer als jedes eingeschriebene und kleiner als jedes umschriebene Vieleck von noch so großer Seitenzahl. Auf diesem Wege führt er die Theilung der Kreisperipherie bis zum 96-Eck fort, berechnet zuweilen das Verhältniß der eingeschriebenen und umschriebenen Vielecksseiten zum Durchmesser und findet schließlich die vorbezeichneten Grenzzahlen.

---

1) Dies Denkmal wurde Archimedes auch wirklich errichtet, scheint aber sehr bald in Vergessenheit gerathen zu sein, bis es, 137 Jahr nachher, Cicero (als Quästor in Sicilien) nach vieler angewandter Mühe, mit Dornensträuchen überwachsen, endeckte. (Plutarch's ‚Marcellus', S. 260.)

2) Ausführlich Plutarch's ‚Marcellus', a. a. O., S. 264. Hier wird auch erzählt, daß Marcellus den Tod des Archimedes sehr betrauert, den Mörder desselben als einen Bösewicht verabscheut, bestraft und den Verwandten des Archimedes, die er auffinden konnte, große Ehre erwiesen habe.

Klügel bemerkt hierzu[1]), daß der Weg, den Archimedes bei allen diesen Beweisen (für die Oberfläche des Kegels, der Kugel, der Konoide etc.) genommen habe, zwar lang und für ungeduldige Leser nicht gemacht sei, allein zur Uebung des mathematischen Geistes, wegen des Scharfsinnes, bei Anwendung geringer Hülfsmittel, nicht genug empfohlen werden könne.

Anmerkung 1. Es dürfte von Interesse sein, hier noch der Sandrechnung des Archimedes, oder seiner Schrift ‚Sandeszahl' zu gedenken, worin er zeigt, daß es nicht nur fälschlich sei, die Anzahl der Sandkörner auf der Erde als unzählbar zu bezeichnen, sondern auch nachweist, daß man sogar die Anzahl der Körner eines Sandhaufens berechnen könne, dessen Größe dem Weltall gleich ist.

Archimedes macht hierzu folgende Annahme:

1) Es sind $10000 = 10^4$ (eine Myriade) Sandkörnchen erforderlich, um den Raum eines Mohnkörnchens auszufüllen[2]).

2) Auf einen Zoll (dactylus), richtiger auf eine Fingerbreite kommen 40 Mohnkörner. Bezeichnet man daher den Durchmesser eines Mohnkörnchens mit δ, so ist 1 Zoll $= 40 \,.\, \delta$.

3) 10000 Zoll sind gleich einem Stadium, daher auch ein Stadium $= 10^4 \,.\, 40\delta = 4 \,.\, 10^5\delta$.

4) Der Durchmesser $= d$ der Erde sei höchstens 10^6 Stadien, d. h. es ist $d = 10^6 \,.\, 4 \,.\, 10^5\delta = 4 \,.\, 10^{11}\delta$ zu setzen.

5) Der Abstand $= a$ der Erde von der Sonne sei höchstens

$$10^4 d, \text{ d. i. } a = 10^4 \,.\, 4 \,.\, 10^{11} \,.\, \delta = 4 \,.\, 10^{15}\delta.$$

6) Der Durchmesser $= D$ des Weltalls (der Fixsternsphäre) läßt sich aus der Proportion bestimmen.

$$D : a = a : d.$$

hieraus folgt:

$$D = \frac{a^2}{d}, \text{ d. i. nach (4 und 5):}$$

$$D = \frac{(4 \,.\, 10^{15}\delta)^2}{4 \,.\, 10^{11}\delta} = 4 \,.\, 10^{19}\delta.$$

Bezeichnet man daher schließlich die Anzahl der Sandkörner im Weltall mit x, beachtet, daß sich die Kugelinhalte wie die dritten Potenzen ihrer

---

1) „Mathem. Wörterbuch" Artikel ‚Exhaustions-Methode', S. 162. Man sehe hierüber auch in Montucla's ‚Histoire des mathématiques', T. I, p. 282, die Note E, welche die Ueberschrift trägt: „Sur les demonstrations ad absurdum, ou la méthode d'exhaustion employée par Archimède, et les géomètres anciens." Ferner in Suter's ‚Geschichte der mathem. Wissenschaften', Bd. I, S. 76 und Bd. II, S. 228.

2) Die Größe eines Sandkörnchens ist hiernach jedenfalls zu gering. In der obigen Behandlung der Frage folgt der Verfasser R. Wolf, ‚Geschichte der Astronomie' S. 36, Note 11.

Durchmesser verhalten und nimmt ferner auf Nr. 1 (oben) Rücksicht, so ergiebt sich die Proportion:

$$\frac{x : 10^4 = (4 \,.\, 10^{19}\delta)^3 : \delta^3}{x = 4^3 \,.\, 10^{61} = 64 \,.\, 10^{61}.} \text{ und hieraus:}$$

Demnach kann man den Schluß bilden, daß x jedenfalls kleiner als 1000 Decillionen ist[1]).

Anmerkung 2. Aeltere Schriftsteller[2]) wollten die Unerschöpflichkeit von Archimedes' Genie unter Anderen auch dadurch bezeugen, daß sie behaupteten, er habe seiner Zeit die im Hafen von Syrakus (unter Marcellus) liegende römische Flotte, mittelst Brennspiegeln in Brand stecken wollen[3]). Während weder Plutarch noch Livius etwas hiervon erwähnen, erklären neuere Physiker und geschichtliche Forscher die Erzählung für eine Fabel, oder mindestens doch für ein Mißverständniß.

Anmerkung 3. Zur Illustration des von Archimedes gemachten Ausspruches, er wolle die Erde aus ihren Angeln heben, wenn man ihm einen entsprechenden Stützpunkt außerhalb derselben gebe und zur Erinnerung an den sich im 17. Jahrhunderte um die Mechanik verdient gemachthabenden französischen Mathematiker Varignon, entlehnen wir letzterem Schriftsteller Figur 1, eine Vignette, welche sich am Kopfe (S. 1) seiner im Jahre 1787 zu Paris erschienenen Schrift: ‚Projet d'une nouvelle mécanique' vorgedruckt befindet. Das

1.

1) Setzt man um rund zu rechnen, $x = 100 \,.\, 10^{61} = 10^{63}$, so stimmt dies mit den Angaben von Sturm (a. a. O., S. 32 der ‚Sandrechnung') und von Klügel in dessen ‚Mathem. Wörterb.', Bd. I, S. 183 überein. Bei Nizze a. a. O., S. 223 wird x kleiner als 1000 Myriaden der 8. Ordnung angegeben.

2) Montucla erzählt a. a. O., T. I, p. 230, daß man dem Archimedes nicht weniger als 40 mechanische Erfindungen zugeschrieben habe, darunter auch die sogenannte Wasserschraube, obwohl diese Maschine viel älter ist.

3) Ebendaselbst p. 232 und Suter, ‚Geschichte der mathem. Wissenschaften', Th. I, (2. Auflage), S. 80. Poggendorff, ‚Geschichte der Physik', S. 21 und S. 436. Endlich Schlosser, ‚Weltgeschichte für das deutsche Volk', Bd. II, S. 381.

beigefügte Motto möchte sich deutsch, am besten, wie folgt ausdrücken lassen:

„Faß an und Du wirst sie bewegen."

§. 5.

Mehr oder weniger unrichtig, oder mindestens übertrieben, ist das Urtheil einiger sonst geachteter Geschichtsschreiber, welche wie insbesondere Whewell (Littrow's Uebersetzung, Bd. I, S. 84) behaupten: daß seit Archimedes von 212 v. Chr. bis zum 16. Jahrhunderte n. Chr., d. h. in einem Zeitraum von circa 1800 Jahren, „auch nicht ein einziger Schritt zur Vervollkommnung der Mechanik als Wissenschaft" gemacht worden wäre, oder welche diesen Zeitraum für die Mechanik eine geschichtliche Wüste nennen [1]). Als eine erste und vielleicht die rühmlichste Ausnahme hiervon, dürfte Heron von Alexandrien zu bezeichnen sein, der circa 120 v. Chr. (unter Ptolemäus VII.) lebte und Schüler des durch mancherlei mechanische Erfindungen bekannten Ktesibius [2]) gewesen sein soll [3]).

Henri Martin in der unten (Note 2) angegebenen Quelle, lieferte bis jetzt die ausführlichsten Nachrichten über Heron als Schriftsteller in einer 488 Quartseiten umfassenden Arbeit, welche betitelt ist: ‚Recherches sur la vie et les ouvrages d'Héron d'Alexandrie, disciple de Ctésibius et sur tous les ouvrages mathématiques grecs, conservés ou perdus, publiés ou inédits, qui ont été attribués à un auteur nommé Héron'.

Wie der Titel der weitläufigen, gründlichen Dissertation erkennen läßt, wird von allen 16 bis 18 besprochenen Herons, dem am meisten Raum gewidmet, welchen man Heron von

1) Auch Dühring a. a. O. §. 7, S. 10.

2) Ktesibius, eines Barbiers Sohn, der zu Alexandria fast 140 Jahre v. Chr. lebte, wird u. A. von Vitruv (in dessen ‚Baukunst', Buch 9, Cap. 6), als der Erfinder von Automaten (Maschine aus Hebel oder Radwelle zusammengesetzt), Wasseruhren, ferner (ebendaselbst Buch 10, Cap. 12), als Erfinder von Wasserpumpen (doppelt wirkend mit Windkessel etc.) bezeichnet.

Mehr über Ktesibius findet sich in der umfangreichen Arbeit des Henri Martin in den Pariser ‚Mémoires présentées par divers savants à l'académie des inscriptions et belles-lettres', T. IV, 1854, p. 22 etc.

3) Schlosser in seiner ‚Weltgeschichte für das deutsche Volk', Bd. II, S. 383, sagt über Heron, daß er der Einzige gewesen sei, welcher die theoretische Seite der Wissenschaften erweitert habe.

Alexandrien, Heron den Mechaniker oder Heron den Alten (Héron l'ancien) nennt und der hier allein in Betracht gezogen werden kann.

Nach einem gewissen Saint Grégoire de Nazianze (Martin a. a. O., p. 28) sollen seiner Zeit, als die größten griechischen Mathematiker, besonders drei genannt worden sein, nämlich Euklid als Geometer, Ptolemäus[1]) als Astronom und Heron als Mechaniker. (Weshalb Archimedes fehlt, ist leider nicht gesagt!)

Martin behauptet im Abschnitte ‚Conclusions' (résultant des six parties de cette dissertation) p. 387 etc. III, daß Heron fast sämmtliche Theile der Mathematik erörtert oder berührt (abordé) habe, insbesondere die Arithmetik, die Geometrie[2]), die Mechanik fester, flüssiger und gasförmiger Körper, die Optik und selbst die Astronomie. Indeß wäre die Mechanik Hauptgegenstand seiner Arbeiten gewesen und zwar sowohl in Bezug auf Theorie als zu nützlichen Anwendungen und zu vergnüglichen Dingen.

Ueber Mechanik fester Körper verfaßte Heron zwei verschiedene Werke. In dem ersten (‚Mechanica') zeichnete er die elementare Theorie der sogenannten fünf einfachen Maschinen und führte diese auf die Theorie des Hebels zurück; welche (Theorie) Martin a. a. O., p. 389 mit den Worten charakterisirt: „Identifié sans doute par lui comme par Aristote." Im zweiten Werke (‚Barulkon') behandelte Heron das Problem des Archimedes, darin bestehend, „ein beliebiges gegebenes Gewicht mittelst einer beliebigen gegebenen Kraft zu bewegen." Dies Problem versuchte er auf zweierlei Weise zu lösen, nämlich erstens mit Hülfe eines Systems gezahnter Räder und zweitens durch Combination der sogenannten fünf einfachen Maschinen (Hebel, Keil, Schraube, Flaschenzug und Rad an der Welle). Pappus[3]) berichtete später, daß Heron in diesem ‚Barulkon' insbesondere die Construction

---

1) Ptolemäus, aus Pelusium in Aegypten, lebte im 2. Jahrhundert n. Chr. Geburt. Seine bedeutsamste Arbeit, ein Capitel-Werk ‚Das erste förmliche System der Sternkunde' führt die Namen „Syntaxis," „Almagest" etc.

2) Eine besondere Ausgabe der Heron'schen ‚Geometrie' (in griechischer Sprache) hat in jüngster Zeit F. Hultsch unter dem Titel bearbeitet: ‚Heronis Alexandrini geometricorum et stereometricorum reliquiae', Berolini, MDCCCLXIV.

3) Gerhardt, ‚Die Sammlung des Pappus von Alexandrien', Buch 7 und 8, S. 331. Griechisch und deutsch. Halle 1871.

der Hebelanordnung deutlich auseinander gesetzt habe, welche sich auf den Ausspruch des Archimedes bezieht: „Gieb mir einen Standpunkt und ich bewege die Erde."

Nach Martin's Versicherung (a. a. O., p. 390) soll das erste Werk in der Bibliothek von St. Marcus in Venedig und außerdem noch in der Bibliothek des Escurial existiren.

Von dem ‚Barulkon' soll eine arabische Bearbeitung in drei Büchern von Costha ben Luca vorhanden sein und eine von Golius besorgte lateinische Uebersetzung in der Bibliothek zu Leyden aufbewahrt werden.

Leider scheint auch Martin nicht das Glück gehabt zu haben, von dem ‚Barulkon' oder ‚Barulcus' gehörige Einsicht nehmen und eine Uebersetzung liefern zu können, indem er sich in Bezug auf den Gegenstand (a. a. O., p. 390) in folgenden Worten äußert: „Ainsi, ce qu'il faut espérer, c'est que la traduction arabe et la traduction latine des trois livres du ‚Barulcus' ne sont pas ensevelies pour toujours dans la bibliothèque de Leyde."

Uebrigens verzeichnet Martin noch folgende Werke Heron's:

1. Ein (aus vier Büchern bestehendes) Werk über Wasseruhren, das als gänzlich verloren bezeichnet wird. Martin glaubt, daß nach dem wahrscheinlichen Umfange dieses Werkes, dasselbe die Theorie der damaligen hydrostatischen und hydraulischen Instrumente enthalten habe; außerdem sollen sich darin auch, nach dem Zeugnisse arabischer Schriftsteller, Abhandlungen über Maschinen zum Heben und Gewinnen (recueillir) des Wassers befunden haben.

2. Das berühmte ‚Pneumatica' betitelte Werk, worin allerlei Luft- und Wasserkünste erörtert werden und wovon man noch jetzt in allen physikalischen und mechanischen Sammlungen den Heronsball, den Heronsbrunnen und die Aeolipila (eine Luft- oder Wasser-Dampf-Reactionsmaschine) vorfindet, wurde zuerst 1575 von dem Italiener Commandino[1]) aus dem Griechischen in das Lateinische übersetzt.

---

1) Commandino, geboren zu Urbino 1509 und gestorben zu Verona 1575, war besonders durch seine Uebersetzung und Commentare alter griechischer Mathematiker berühmt. Er war zuerst Kämmerer bei dem Papst Clemens VII. und nachher Lehrer beim Herzoge von Urbino zu Verona. Ausführlich in Kästner's ‚Geschichte der Mathematik', Bd. II. S, 42 etc.

Nachher 1589 folgte eine italienische Uebersetzung von Aleotti und 1688 eine deutsche von Carion, die auch mit den Zusätzen von Aleotti ausgestattet ist und im Verlage von Ammon in Frankfurt a. M. verlegt wurde.

3. Ein Werk über Katoptrik (Optik), worüber Martin (a. a. O., S. 392) ziemlich vollständig berichtet [1]).

4. Ebenso eine Abhandlung über Dioptrik, worin gleichzeitig die Construction der betreffenden Instrumente und deren Anwendung auf praktische Geometrie erörtert wird.

Abgesehen von Vitruv [2]), der um die Zeit von Christi Geburt lebte und auf den wir in einem späteren Abschnitte wieder zurückkommen müssen, verdient Pappus, (der um das Jahr 390 n. Chr. in Alexandrien lebte) [3]), als zweiter der Männer erwähnt zu werden, die sich um die Zusammenstellung zerstreuter Entdeckungen und um die Fortbildung der Geometrie [4]) und Mechanik [5]) bemühten.

---

1) Eines der wichtigsten Theoreme, welche in dieser Katoptrik aufgestellt und bewiesen worden, ist folgendes:

„Die Linien, welche unter gleichen Winkeln von einer Fläche reflectirt werden, sind kleiner, als alle anderen, die unter ungleichen Winkeln zwischen denselben Punkten gezogen werden können, so daß die Lichtstrahlen, wenn sie die Natur nicht einen vergeblichen Umweg machen lassen will, unter gleichen Winkeln reflectirt werden müssen“ (nach Wilde, ‚Geschichte der Optik‘, Th. I, S. 49). Poggendorff in seiner ‚Geschichte der Physik‘, S. 23 und S. 318, giebt diesen Satz folgendermaßen: „Das Licht schlägt bei der Reflection immer den kürzesten Weg ein“.

2) Im 10. Buche (Cap. I.) seiner bereits oben erwähnten ‚Baukunst‘ giebt Vitruv folgende Auskunft über die hierher gehörige Wissenschaft: „Die Mechanik ist von der Natur der Dinge erfunden und von dieser Meisterin und Lehrerin uns in der Umdrehung des Himmels gelehrt worden. Man betrachte nur die Beschaffenheit des Laufes der Sonne, des Mondes und der fünf Planeten“ u. s. w.

3) Nach anderen Angaben (Cantor, a. a. O., S. 374 und ‚Zeitschr. f. Mathematik und Physik‘, Jahrg. 1876, S. 70) lebte Pappus von Alexandrien schon am Ende des 3. Jahrhunderts.

4) Pappus' Verdienste um die Geometrie erörtert ausführlich und anerkennenswerth Chasles in seiner ‚Geschichte der Geometrie‘, (deutsch von Sohncke, Halle 1839), §. 24 bis §. 42. Das Chasles'sche Original erschien in französischer Sprache 1837 in Brüssel.

5) Von den mathematischen Sammlungen des Pappus, die sich auf Geometrie, (einschließlich der Trigonometrie), sphärische Astronomie und Mechanik beziehen, besorgte zuerst der Italiener Commandino 1588 eine lateinische Ausgabe unter dem Titel: ‚Pappi Alexandrini collectiones mathematicae‘. Diese Sammlung bestand aus acht Büchern, wovon Kästner in seiner ‚Geschichte der

Besondere Anerkennung erwarb sich Pappus um die Lehre vom Schwerpunkte, insofern er den Schwerpunkt von Körpern finden lehrte, während Archimedes nur die Schwerpunkte ebener Flächen bestimmte.

Zu den vorzüglichen Leistungen des Pappus gehört aber der Nachweis, wie man den cubischen Inhalt von Körpern bestimmen kann, welche durch Drehung von ebenen Flächen um feste Achsen und ebenso den Inhalt von Oberflächen finden kann, welche in gleicher Weise durch Drehung von Linien entstanden sind.

Nachricht hierüber gab zuerst (in Europa) Montucla im ersten Theile seiner ‚Histoire des mathématiques' p. 329, jedoch mit einigen Mängeln behaftet, worüber die neueste und umfänglichste Herausgabe der Schriften des Pappus durch Prof. Hultsch[1]) in Dresden erst Aufklärung gebracht hat.

In der Ausgabe von Hultsch (nach Buch 7 des Pappus) Bd. II, S. 682, Zeile 7 bis 22 lautet der erste betreffende Hauptsatz [ins Deutsche übersetzt] folgendermaßen[2]):

„Die durch vollständige Rotation entstandenen Figuren haben unter einander ein Verhältniß, welches aus den Rotirenden und aus den von den Schwerpunkten der Rotirenden an die Drehungsachse auf gleiche Weise gezogenen Geraden sich zusammensetzt" [3]).

„Bei den durch unvollständige Rotation entstandenen Körpern setzt sich das Verhältniß zusammen aus den rotirenden Figuren

Mathematik', Bd. II, von S. 80 bis 94 einen Auszug (in deutscher Sprache) liefert. Man sehe hierüber auch Cantor's ‚Vorlesungen über Geschichte der Mathematik'. Bd. I, S. 377 etc., sowie die nachher besprochenen Ausgaben von Hultsch.

1) Pappi, ‚Alexandrini collectiones, quae supersunt e libris manuscriptis, edidit, latina interpretatione et commentariis instruxit' Hultsch, Berlin bei Weidmann, Vol. I., II. u. III. (1875—1878).

2) In der vorher citirten Ausgabe Gerhardt's fehlen diese Sätze gänzlich.

3) Diese Ausdrucksweise ist unbestimmt, theils vielleicht, weil die alten Abschreiber die ursprünglichen Worte nicht genau wiedergegeben haben, theils vielleicht, weil Pappus damit zwei Lehrsätze zugleich hat aussprechen wollen, nämlich: Die Rauminhalte (beziehungsweise die Oberflächen) der Körper, welche durch vollständige Rotation der mit der Drehungsachse in einer Ebene liegenden Figuren hervorgebracht werden, stehen unter einander in einem Verhältnisse, das sich aus den Flächeninhalten (bezw. aus den Umfängen) der rotirenden Figuren und aus den von den Schwerpunkten der ebenen Flächenstücke (bezw. der Umfangslinien) der rotirenden Figuren an die Drehungsachse unter gleichen Winkeln gezogenen Geraden zusammensetzt.

und aus der Länge der Bögen, welche von den Schwerpunkten dieser Figuren bei der Rotation beschrieben werden."

„Das Verhältniß dieser Bögen setzt sich aber offenbar aus den nach den Achsen gezogenen Geraden und aus den Winkeln zusammen, welche die äußersten dieser Geraden zwischen sich enthalten, wenn diese zu den Achsen der durch Rotation entstandenen Körper rechtwinklig sind."

Pappus bemerkt hierzu noch Folgendes:

„In der That, diese Hauptsätze, welche vollständig in Einen vereinigt werden können, umfassen sehr viele und sehr verschiedene Theoreme über Linien, Flächen und Körper in der Art, daß durch einen und denselben Beweis sich alle ergeben, sowohl die noch nicht als auch die schon abgeleiteten, eben so wie auch die in dem 12. Buche dieser Elemente sich findenden."

Diese Methode (Centrobarica methodus) [1], den Inhalt oder die Oberfläche eines Körpers vermittelst des betreffenden Schwerpunktes zu berechnen, wird gewöhnlich (fälschlich) die Guldin'sche Regel genannt, weil Guldin (ein Jesuit aus St. Gallen gebürtig) sie in seinem Werke ‚De centro gravitatis trium specierum quantitatis continuae', lib. I, 1635, lib. II, 1640 Viennae, vorgetragen und auf viele Fälle angewandt hat [2]).

Da die Pappus-Guldin'sche Regel auch für Maschinen- und Bau-Ingenieure von nicht geringer Bedeutung ist, so hält es der Verfasser für Pflicht, hierbei noch etwas zu verweilen.

Bekannt werden mußte der fragliche Satz von der Zeit an, wo der bereits oben (S. 23) genannte Italiener Commandino [3]) die folgende, jedoch erst nach seinem Tode 1588 veröffentlichte Uebersetzung aus dem Griechischen besorgt hatte, deren Titel also lautet:

‚Pappi Alexandrini mathematicae collectiones, a Frederico Commandino Urbinate in latinum conversae, et commentariis illustratae'. Pisauri apud Hieronymum Concordiam MDLXXXVIII.

In diesem Werke beginnt das 7. Buch mit dem fraglichen

---

1) Von κέντρον (kentron) der Mittelpunkt und βάρυς (barys) schwer.

2) Guldin 1577 in St. Gallen als Protestant geboren, ging 1597 zur katholischen Kirche über, war anfänglich Professor der Mathematik zu Graz und später zu Wien.

3) Ausführliches über Commandino's hinterlassene Werke findet sich in Kästner's ‚Geschichte der Mathematik' Bd. II, S. 80—91 und weiter S. 203.

Satze, der sich bei Hultsch (a. a. O.), wie vorher angegeben, vorfindet [1]).

Hierbei ist vor allem heraus zu heben, daß sich in der Pappus-Ausgabe von Commandino weder ein Commentar zu jener Stelle, noch auch ein Beweis des darin angedeuteten Lehrsatzes befindet.

Die Worte, welche Montucla [2]) dem Pappus in Beziehung auf den fraglichen Satz zuschreibt, sind keine Uebersetzung dessen, was Commandino davon giebt, sondern eine Uebersetzung der von Halley [3]) aufgestellten und ergänzten Stelle des Commandino-Pappus. Montucla hält es aber nicht für nöthig, das letztere zu sagen, vielmehr giebt er sich das Ansehen, als hätte er entdeckt, daß Guldin's Regel schon dem Pappus bekannt war und daß dies sicherlich aus des letzteren Schriften ersichtlich ist.

Es unterliegt keinem Zweifel, daß Pappus auch einen Beweis seines Satzes hatte, aber den ersten bekannt gewordenen Beweis hat doch Guldin gegeben, obwohl letzterer schwache Seiten hat, die auch Montucla erwähnen konnte [4]).

Der Verfasser kann die Nachrichten über Pappus nicht schließen, ohne aus dessen 8. Buche (wovon ihm allerdings nur die bereits oben citirte griechisch-deutsche Ausgabe von Gerhardt zu Gebote steht), welche von „verschiedenen interessanten mechanischen Problemen" handelt, Nachstehendes aus der betreffenden Einleitung aufzunehmen, zumal es eine Anrede an seinen eigenen Sohn (Hermodorus) ist, die folgendermaßen lautet:

„Da die mechanische Wissenschaft für das Leben von Nutzen ist, indem sie für vieles Große die Grundlage bildet, so ist sie mit Recht von Seiten der Philosophen der zuvorkommendsten Aufnahme gewürdigt worden, und alle Mathematik Beflissene verwenden großen Fleiß auf sie, denn sie befaßt sich hauptsächlich mit der Physiologie der Materie der Elemente, die in der Welt

---

1) Da dem Verfasser das große Werk von Hultsch nicht zu Gebote stand, so hatte der Professor der Astronomie an der Universität Göttingen, Herr Dr. Schering die Güte, mir die betreffenden Excerpte zu machen und mehrfache nützliche Bemerkungen beizufügen.

2) ‚Histoire des mathématiques', T. I, p. 329.

3) Die Einleitung zum 7. Buche des Pappus gab der berühmte englische Astronom Edmund Halley (als Sohn eines Seifensieders 1656 in London geboren und in seinem 17. Jahre schon reif zum Besuche der Universität Oxford) in Verbindung mit Apollonius, ‚De sectio rationis' heraus.

4) Nach Littrow (Whewell, ‚Geschichte der inductiven Wissenschaften' Bd. II, S. 14) gab erst Cavalieri (geb. 1598; gest. 1647) einen genügenden Beweis.

vorkommen. Indem sie nämlich über das Stehen und Gehen der Körper und über die Bewegung nach einem Orte hin allgemeine Lehrsätze aufstellt, sucht sie von den natürlichen Vorgängen den Grund auf, das Unnatürliche aber zwingt sie aus seiner eigenthümlichen Lage heraus und bringt es in entgegengesetzte Bewegung und zwar dadurch, daß sie mit Hülfe der aus derselben Materie sich ergebenden Lehrsätze die Mittel gewinnt. Heron und seine Schüler meinen daß der eine Theil der Mechanik rational, der andere praktisch sei; der rationale bestehe aus Geometrie, Arithmetik, Astronomie und den physischen Wissenschaften, der praktische aus Erzbildnerkunst, Baukunst, Holzschneidekunst, Malerkunst und aus der Fertigkeit, welche die Hand darin erlangt; der in den erwähnten Künsten eine Geschicklichkeit erreicht habe und dazu von erfinderischer Naturanlage sei, wäre vorzüglich geeignet, mechanische Werke zu erfinden und zu bauen. Da es nicht möglich sei, so viele Wissenschaften sich zu eigen zu machen und zugleich die erwähnten Künste zu erlernen, so rathen sie dem, der sich mit mechanischen Werken befassen will, die geeigneten Künste zu treiben, die in den für ein jedes nöthigen Verrichtungen gebraucht werden. Vor allen aber sind die am meisten nothwendigen Künste die, welche für den Bedarf des Lebens sorgen: die Baukunst, welche den anderen vorangeht, die Kunst der Zauberer, die ebenfalls von den Alten Mechaniker genannt werden, denn diese heben große Lasten durch Maschinen auf unnatürliche Weise in die Höhe und zwar mittelst einer kleineren Kraft; die Kunst derer, die das zum Kriege Nothwendige zurüsten, welche auch Mechaniker heißen, denn Geschosse, Steine, Waffen und diesen Aehnliches werden auf eine weite Strecke durch die von ihnen construirten Wurfmaschinen fortgeschleudert. Außer diesen die Kunst derjenigen, die eigentlich Maschinenbauer genannt werden, aus großer Tiefe nämlich wird Wasser durch Schöpfmaschinen, welche sie anfertigen, emporgehoben. Die Alten nennen auch die Gaukler Mechaniker, von denen die einen mittelst Luft ihre Kunst treiben, wie Heron in den Pneumatikois, die anderen durch Sehnen und Stricke die Bewegung Lebendiger nachzuahmen scheinen, wie ebenfalls Heron in den Automatois, noch andere durch Maschinen, die vom Wasser bewegt werden, wie Archimedes, oder durch Wasseruhren, wie Heron, die jedoch auch etwas aus der Gnomonik entlehnt zu haben scheinen. Mechaniker nennt man auch diejenigen, welche Kugeln zu machen verstehen, aus welchen ein Bild des Himmels mittelst einer gleichmäßigen, kreisförmigen Wasserbewegung bereitet wird. Die Ursache von diesen allen und den Grund, sagt man, habe Archimedes aus Syrakus erkannt.“ etc.

Schließlich ist an einer anderen Stelle des Pappus (ebenfalls Buch 8, S. 331 der Gerhardt'schen Ausgabe) für uns die Angabe noch bemerkenswerth, daß Heron in dem sogenannten ‚Barulkon‘ (S. 49) auch über die fünf Kraftmaschinen gehandelt habe, nämlich über den Keil, Hebel, über die Schraube, über den Flaschenzug und über die Welle mit dem Rade. In dem ‚Barulkon‘ bewegte er die gegebene Last durch die gegebene Kraft mittelst gezahnter Scheiben etc.

Endlich muß hier noch der Thatsache gedacht werden, daß

Pappus im 8. Buche seiner Collectionen allerdings ohne Erfolg versucht hat, das Kraftverhältniß auf der schiefen Ebene zu bestimmen. Den sonstigen Leistungen des Pappus gegenüber, insbesondere auch in der Geometrie [1]), ist jedenfalls Whewell's Urtheil über den verfehlten Versuch das mechanische Problem der schiefen Ebene zu lösen, als viel zu hart zu bezeichnen, indem dieser Geschichtsschreiber hierüber Folgendes bemerkt [2]):

„Offenbar war sein (Pappus) Begriff von dem Gegenstande unbestimmt und schwankend; es fehlte ihm die auf Verstand gegründete Ueberzeugung; er begnügte sich mit bloßen Muthmaßungen und vagen Ansichten, die aber nie zu einer wahren, reellen Erkenntniß führen."

In den folgenden Sätzen sucht Whewell dies Urtheil einigermaßen zu verbessern, indem er sich folgendermaßen äußert:

„Pappus war ohne Zweifel einer der besten Mathematiker der Alexandrinischen Schule, allein über mechanische Gegenstände, über welche seine Ideen noch so unbestimmt waren, hatten auch alle seine Zeitgenossen keine bessere aufzuweisen."

§. 6.

Während die Griechen der damaligen Zeit die Welt belehrten, wurde diese von den Römern beherrscht [3]), weshalb es auch erstere (und insbesondere die Jünger der Alexandrinischen Schule) waren, welche die Mathematik unter den Römern erhielten und cultivirten. Der Richtung und dem Geiste der Römer entsprechend, fand bei ihnen die praktische Anwendung der Mathematik und Mechanik (auf Kriegskunst, Baukunst und Feldmesskunst) besonderen Beifall und Unterstützung, weil hierdurch sowohl ihr Eroberungsgeist als ihre Prachtliebe befördert und begünstigt wurde [4]).

---

1) Chasles, ‚Geschichte der Geometrie'. Deutsch von Sohncke. Besonders S. 26, §. 24—42, auch S. 273 etc.

2) ‚Geschichte der inductiven Wissenschaften', deutsch von Littrow, Th. I, S. 206.

3) Man sehe hierüber auch folgende Bücher: Cantor, ‚Mathematische Beiträge zum Culturleben der Völker', Halle 1863, S. 168—180 und besonders: Hankel, ‚Zur Geschichte der Mathematik im Alterthum und Mittelalter', Leipzig 1874. Abschnitt „Mathematik der Römer" von S. 294—303.

4) Ueber die Mathematik der Römer und deren mathematische Literatur, berichtet ausführlich Cantor in seinen ‚Vorlesungen über Geschichte der Mathematik', Bd. I, S. 439—501.

Von den wenigen Römern, welche sich um Theile der mathematischen Wissenschaften und speciell um Hydraulik und Maschinenwesen einiges Verdienst erwarben, sind daher, nächst Vitruv, nur folgende drei zu nennen: Erstens Sextus Julius Frontinus, der am Ausgange des ersten Jahrhunderts (christlicher Zeitrechnung), im Jahre 74 Consul, nachher unter Nerva Aufseher der Wasserleitungen zu Rom war und endlich (106) als Augur (Vogeldeuter) in Rom starb [1]). Zweitens Vegetius Renatus, der im vierten Jahrhundert zu Rom und Constantinopel lebte, wahrscheinlich Christ geworden war und namentlich fünf Bücher vom Kriegswesen schrieb [2]). Drittens endlich Julius Firmicus Maternus, der aus Sicilien stammte, bis 336 Sachwalter unter Constantin dem Großen war und vornehmlich eine Mathesis in 8 Büchern schrieb, deren Inhalt jedoch meist Astrologie enthalten soll [3]).

Leider behandelten die ersten Christen die Wissenschaften, insbesondere Mathematik und Physik, mit großer Geringschätzung, oder eigentlich mit völliger Nichtachtung [4]). In der That wurde durch mehrere Jahrhunderte hindurch alles Studium der Mathematik und Naturwissenschaften, selbst von den ersten und ausgezeichnetsten Schriftstellern der christlichen Kirche, nicht bloß vernachlässigt, sondern selbst als schädlich widerrathen [5]). Ueberhaupt sind wir hierzu einem Abschnitte gelangt, wo die Cultur des Alterthums eigenthümlichen Verhältnissen erlag. Die irrigen Ansichten der ersten Christen, in Bezug auf Wissenschaft und Kunst, die innere Schwäche und Faulheit des römischen Weltreichs, der heftige Andrang der nordischen Völker [6]) und endlich die neu-

---

1) Ausführlicher (mit verschiedenen Quellenangaben) in der 2. Aufl. der ‚Hydromechanik‘ des Verfassers, S. 336 und 337.

2) Dem Verfasser liegt Renatus’ Schrift ‚De re militari‘ vor, welche 1607 in Antwerpen erschien.

3) Wolf, ‚Geschichte der Astronomie‘, S. 203.

4) Whewell-Littrow I, S. 223.

5) Wolf, in seiner ‚Geschichte der Astronomie‘ erzählt S. 65, daß einmal sogar ein Haufe fanatischer Christen, unter Anführung des Erzbischofs Theodosius in Alexandrien, die heidnischen Tempel stürmte und einen Theil der berühmten Bibliothek verbrannte. Suter (a. a. O. I, S. 123) bemerkt hierzu, daß dies im Jahre 391 geschehen sei.

6) Um hier sofort den Faden der Weltgeschichte erfassen zu können, bringen wir folgende wichtige Ereignisse in Erinnerung:

Im Jahre 323 wurde unter dem Alleinherrscher Constantin dem Großen entstandene Religion des Mohamed, wurden Ursachen, daß man den nun folgenden Zeitabschnitt, mehr oder weniger als die stationäre Periode für Kunst und Wissenschaft bezeichnen mußte.

Merkwürdiger Weise waren es die Araber, welche in diese Zeit, mindestens für die Wissenschaften, Erhaltung und Fortschritte brachten. Die Stämme der Beduinen (Bewohner der Wüste Arabiens) ein der übrigen Erde ganz unbekanntes Hirtenvolk, erhob sich durch die gewaltige Kraft eines einzigen Mannes, des vorgenannten Mohamed (geb. 571, gest. 632, aus einer Kaufmannsfamilie in Mekka stammend), zu einer erobernden, weltbeherrschenden Nation.

Der Nachfolger des Propheten (Chalifen) bemächtigte sich der Geist der Eroberung, und da sich bei ihren Anhängern Tapferkeit mit Fanatismus paarte, verbreiteten sie sich wie ein reißender Strom, so daß sich ihr Reich bald von Aegypten bis nach Indien ausdehnte [1]).

Bei der Eroberung Aegyptens durch des Chalifen Omar's Feldherrn Amru (im Jahre 641) wurde auch in dem Hauptorte griechischer Bildung, in Alexandrien, die bereits vorerwähnte Bibliothek verbrannt, in welcher bekanntlich die größten Schätze der damaligen Wissenschaften aufbewahrt lagen [2]).

Indessen verbreiteten die Araber bald nachher Wissenschaft über alle Länder, die ihrer Herrschaft unterworfen waren, selbst unter benachbarten Völkern und stifteten die gelehrten Schulen von Bagdad, Samarkand, Damaskus und Cordova, so daß sie eigentlich als die Vermittler zu bezeichnen sind, wodurch antike Gelehrsamkeit den christlichen Staaten überliefert wurde.

Zweifellos ist es, daß die Araber auch an der Vervollkommnung mathematischer Wissenschaften Theil genommen haben, wohin außer der Astronomie insbesondere Arithmetik, Algebra und selbst auch Geometrie gehören, obwohl sie in letzterer Beziehung

---

das Christenthum vom römischen Staate anerkannt. Im Jahre 375 begann die große Völkerwanderung und das Jahr 476 kann als die Untergangszeit des römischen Westreichs bezeichnet werden.

1) Wolf, a. a. O., S. 65.

2) Nach Suter (a. a. O. I, S. 123) soll Omar den barbarischen Act durch die Worte entschuldigt haben: „Wenn diese Bücher nur das enthalten, was im Koran steht, so sind sie unnütz, wenn sie etwas Anderes enthalten, so sind sie schädlich; sie sind deshalb in beiden Fällen zu verbrennen.“

die Griechen zu keiner Zeit erreichten und noch weniger diese übertrafen.

In der Arithmetik war es das von ihnen cultivirte, wenn auch aus Indien stammende (bereits oben, S. 4, Note 1 erwähnte) Ziffersystem, was unnennbaren Nutzen brachte und weder den Griechen noch den Römern bekannt war.

Auch die Ausbildung der Buchstabenrechnung und die Erfindung der Algebra schreiben Manche den Arabern zu, während sie nach Anderen letztere von den Indiern entlehnt haben sollen, endlich sind noch Andere der Ansicht, daß man den griechischen Meister Diophant als den Lehrmeister der Araber in der Algebra bezeichnen müsse [1]).

Gewöhnlich nennt man den Astronomen Mohamed ben Musa (Sohn des Mose) als den arabischen Mathematiker, welcher sich um die Ausbildung der Algebra besonderes Verdienst erwarb, obwohl die Behauptung Cardans falsch ist, daß er der Erfinder der Auflösungen von Gleichungen 2. Grades gewesen sei, indem dieser Ruhm ebenfalls den Indiern, besonders Brahmegupta und Bhâskara Acârya gebühren soll [2]). Chasles in seiner ‚Geschichte der Geometrie‘ [3]) behauptet ebenfalls, daß erst durch Mahomed ben Musa die den Indiern entlehnte Algebra in weitere Kreise verbreitet wurde und daß sein Werk ‚Behandlung der Algebra‘ [4]) gewisse Vergleichspunkte mit den Schriften der Indier darbiete, jedoch nicht mit den betreffenden Arbeiten des Diophantus.

---

1) Diophantus oder Diophantes lebte in Alexandrien und zwar wahrscheinlich im vierten Jahrhundert nach Christi Geburt. Sein unter dem Namen ‚Arithmetisches‘ verfaßtes Werk, enthält 13 Bücher über Buchstabenrechnungen und algebraische Gleichungen, von so epochemachender Stellung, daß man ihn gewöhnlich als den Vater der Arithmetik und Algebra bezeichnet. Ausführlich über Diophant und seine mathematischen Arbeiten berichten Hankel in seiner ‚Geschichte der Mathematik‘, S. 157 etc., sowie Cantor in seinen ‚Vorlesungen über Geschichte der Mathematik‘. Letzterer Autor widmet dem griechischen Meister ein ganzes Capitel (von S. 388—416) unter der Ueberschrift „Diophantus von Alexandria“. Ueber den Antheil (der Priorität) der Griechen an der Erfindung der Algebra spricht sich Cantor (a. a. O. S. 620) zu Gunsten der Griechen aus.

2) Hankel a. a. O. S. 180 und ausführlicher wieder Cantor a. a. O., Bd. I, S. 530.

3) In der deutschen (Sohncke'schen) Bearbeitung. S. 562—566.

4) Nach Hankel (a. a. O. S. 260) bezieht sich der Name Algebra richtiger Al gébr w'al mukâbala auf die zwei einfachsten Operationen von Gleichungen:

Im neunten Jahrhundert (880?) soll der arabische Prinz Mohamed ben Gabir al Battani, von den Lateinern Albategnius genannt, der bedeutendste Astronom seiner Zeit (der Ptolemäus der Araber), bei den trigonometrischen Rechnungen, anstatt der bis dahin gebräuchlichen Sehnen, die halben Sehnen, den doppelten Winkel, d. i. die Sinus eingeführt haben, wogegen Hankel behauptet [1]), daß die Indier bereits vorher immer nur mit dem Sinus gerechnet hätten.

Demselben Albategnius schreiben Chasles [2]) und Hankel (a. a. O., S. 281) auch die Auffindung derjenigen Fundamentalformel der sphärischen Trigonometrie zu, welche die Beziehung zwischen den drei Bogenseiten a, b, c und dem körperlichen Winkel A darstellt, nämlich: $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$ [3]).

Zweites Capitel.

Mittelalter.

§. 7.

Bis auf Karl den Großen [4]) (768—814) war der größte Theil Europas, durch die Völkerwanderung und unaufhörlich ver-

---

al gébr (von gabar = herstellen, einrichten, restaurare) bedeutet das Ergänzen einer Negation, d. h. das Versetzen eines negativen Gliedes einer Gleichung auf die andere Seite; almukâbala (= oppositio, Vergleichung) bedeutet die Vereinigung gleichartiger Glieder beider Seiten mit einander. Man vergleiche hiermit Cantor's Erörterungen a. a. O., S. 620, der beide gedachte Verfahren mit Herstellung und Gegenüberstellung übersetzt.

1) ‚Zur Geschichte der Mathematik im Alterthum und Mittelalter', Leipzig 1874, S. 217. Nach Wolf in seiner ‚Geschichte der Astronomie', S. 120 wurde die gedachte halbe Sehne bei den Arabern Gaib oder Busen und dann bei Uebersetzung ins Lateinische Sinus genannt.

2) Chasles, S. 571. An dieser Stelle wird auch bemerkt, daß man in Albategnius' Werken die erste Idee zu den Tangenten der Bögen und den Ausdruck $\frac{\textit{cosinus}}{\textit{sinus}}$ vorfindet, dessen sich die Griechen nicht bedienten.

3) Ptolemäus verstand es übrigens schon, jedes beliebige sphärische Dreieck auf das rechtwinklige Dreieck zurückzuführen (Wolf, a. a. O., S. 118 etc.).

4) Gewöhnlich wird angenommen, daß Karl der Große für das christliche

wüstende Kriege in die größte Barbarei versunken. Karl gebührt das Lob, daß er in seinen weitläufigen Staaten, vorzüglich nach dem Rath und durch thätige Mitwirkung des Engländers Alcuin [1]) wissenschaftliche Kenntnisse zu verbreiten suchte. Insbesondere schuf Karl Klosterschulen [2]) und berief eine größere Anzahl von Gelehrten aus verschiedenen Ländern, mit denen er eine von Alcuin dirigirte Art Akademie bildete.

Leider hatte die Förderung gelehrter Schüler durch Karl den Großen nicht den erwünschten Erfolg, da sein großes Reich nach seinem Tode zerfiel und der in den Klosterschulen aufkommende Geist der Pedanterie, der Einseitigkeit, der absprechenden Anmaßung, den Fortschritten der besseren, freien Erkenntniß nicht anders als hinderlich sein konnte [3]).

Ueberhaupt blieb die Ausbreitung der geistigen Bildung den Geistlichen und insbesondere den Mönchen anvertraut, so daß man sich in den Schulen auch der alten (römisch-gothischen) Eintheilung der Wissenschaften bediente, welche die sogenannten sieben freien Künste [4]) bildeten.

Etwas bessere Zeit für die Wissenschaften begann am Ende des 10. Jahrhunderts unter den Ottonen und war es insbesondere Gerbert, desen wissenschaftliche Thätigkeit schöne Früchte trug [5]).

Abendland dasselbe war, was sein Freund Harun-al-Raschid (786—809) für das heidnische Morgenland (Wolf, a. a. O., S. 75, §. 27).

1) Beachtenswerth ist der über Alcuin's Wissen und Wirken erstattete Bericht Schlosser's in dessen ‚Weltgeschichte für das deutsche Volk', Bd. IV., S. 396 (Ausgabe von 1876).

2) Ueber Karl's Klosterschulen berichten u. A. auch Hankel, a. a. O., S. 309 recht gut. Noch ausführlicher wird Alcuin' und der Klosterschulen in Cantor's ‚Vorlesungen über Geschichte der Mathematik', Bd. I, Capitel XXXVIII, S. 703—727 unter der Ueberschrift gedacht: „Klostergelehrsamkeit bis zum Ausgange des zehnten Jahrhunderts".

3) In dieser Zeit bildete sich auch die sogenannte „Scholastik" (Schulweisheit), die spitzfindige Begriffslehre der christlichen Philosophen des Mittelalters, welche vermittelst der Philosophie des Aristoteles das Lehrgebäude der christlichen Kirche zu befestigen suchte.

4) Drei, mehr elementare Wissenschaften, die Logik (Dialektik), Grammatik und Rhetorik hießen das Trivium, während aus den vier, höher geachteten, nämlich Arithmetik, Geometrie, Astronomie und Musik, das Quadrivium bestand.

5) Empfehlenswerth zu lesen sind die Abschnitte XXI (S. 303) „Gerbert's Leben" und XXII (S. 314) „Gerbert's Mathematik" in Cantor's Buche ‚Mathematische Beiträge zum Kulturleben der Völker', Halle 1863. Ferner auch in

Gerbert wurde am Anfang des 10. Jahrhunderts, von armen Aeltern niederer Herkunft in den Gebirgen der Auvergne und zwar in der Nähe des Klosters Aurillac geboren, in welchem letzteren er auch seine ersten Lehrer und Freunde fand. Nachher durch Reisen (namentlich nach Spanien zu den dortigen Arabern) gebildet, ward er Lehrer an der Klosterschule zu Rheims, von wo aus er sich bald einen hochgefeierten Namen als Gelehrter erwarb und gewöhnlich wegen dessen, was er in den philosophischen und mathematischen Wissenschaften erreichte, der „reparator studiorum“ [1]) genannt wurde. Durch den Einfluss seines Schülers, Kaiser Otto III. gelangte Gerbert am 22. April 999 auf den päpstlichen Stuhl, den er, unter dem Namen Sylvester II., jedoch nur vier Jahre verwaltete, da ihn schon 1003 der Tod ereilte.

Leider nahmen in den darauf folgenden Zeiten die Kreuzzüge (von 1096 ab) fast die ganze Kraft der Völker in Anspruch, so daß von eigentlichen Fortschritten in den Wissenschaften keine Rede sein konnte. Noch fast 50 Jahre vor dem letzten Kreuzzuge (dem 7., im Jahre 1270) begannen bessere Zeiten; namentlich war es der im 12. Jahrhundert (wahrscheinlich 1180) zu Pisa geborene Leonardo Fibonacci (d. h. Sohn des Bonaccio), auch Leonardo Pisano genannt, der sich um die mathematischen Wissenschaften hoch verdient machte [2]). Leonardo hatte sich bei Studienreisen in Aegypten, Syrien, Griechenland etc., namentlich von den Mohamedanern derartig in der Mathematik unterrichten lassen, daß er, in seine Vaterstadt wieder zurückgekehrt, in den Jahren 1202 bis 1228, sein berühmtes Werk ‚Liber Abaci‘ verfassen und veröffentlichen konnte. Es war dies das erste von einem Christen geschriebene Werk, durch welches die arabische Ziffernrechnung, die Rechnung mit allgemeinen Größen (Buchstabenrechnung), und die Algebra in Europa eingeführt und in selbständiger Darstellung wiedergegeben wird.

Leider fand nach Leonardo wieder ein Rückgang in dem Gebiete der Mathematik Statt, woran namentlich die im 14. Jahr-

---

dessen ‚Vorlesungen über Geschichte der Mathematik‘, Bd. I, S. 728, unter der Ueberschrift „Gerbert“.

1) Hankel, a. a. O., S. 313 unter der Ueberschrift: „Die mathematische Schule Gerbert's“.

2) Ausführlich Cantor in seinen ‚Mathematischen Beiträgen‘, Nr. XXIV, S. 341 etc. Ferner bei Hankel a. a. O., S. 342 etc.

hundert wieder die Oberhand gewonnene scholastische Philosophie die Hauptschuld trug.

Neue Hoffnung zum Besserwerden schöpfte man allerdings im christlichen Europa mit der Entstehung der Universitäten, 1206 zu Paris, 1221 zu Padua, 1249 zu Oxford und Cambridge, 1348 zu Prag, 1365 zu Wien, 1409 zu Leipzig etc.

Nach Hankel[1]) scheint man, was die mathematischen Wissenschaften betrifft, beispielsweise in Paris, dem Haupte der damaligen Universitäten, nicht über das erste Buch des Euklid hinausgekommen zu sein, was wohl der Scherzname „magister matheseos“ beweisen dürfte, welchen man bekanntlich zu jener Zeit dem sogenannten Pythagoräischen Lehrsatz[2]) gegeben hatte.

Eine bessere Stelle als in Paris nahm die Mathematik gleich anfänglich an der Universität Wien ein, deren erster Rector Albertus de Saxonia[3]) (Sohn eines Bauern zu Rickmersdorf in Sachsen) als mathematischer Schriftsteller auftrat und dessen Lehrbücher wahrscheinlich in Wien gebraucht wurden[4]).

Unter den damaligen Docenten der Mathematik und Astronomie zeichnete sich besonders Heinrich von Hessen, genannt Langenstein aus, über den gleichfalls Gerhardt in der so eben notirten ‚Geschichte‘ berichtet. Ein würdiger Nachfolger des Langenstein war der Professor der Astronomie Johannes[5]) (Joannes de Gamundia, zwischen 1375 und 1385 zu schwäbisch Gmünd in Württemberg geboren), welcher als Verfasser guter astronomischer Schriften, vor Allem aber als ein vortrefflicher Lehrer bezeichnet wird.

Vielleicht der Ausgezeichnetste seiner Schüler war Georg von Peurbach (Purbach), 1423 zu Peurbach in Ober-Oesterreich geboren, der bereits 1440 (also 17 Jahre alt) Magister wurde und dem man, nach zehnjährigen Studien in Italien, im Jahre 1450 den

1) a. a. O., S. 355.

2) Der Verfasser erwähnt hier absichtlich den Satz des Pythagoras vom rechtwinkligen Dreieck S. 5, Note 2 nochmals, um nachzutragen, daß dieser auch den Chinesen (Hankel, a. a. O., S. 406) bekannt gewesen sein soll.

3) Albertus de Saxonia war später, von 1366—1390, Bischof von Halberstadt.

4) Gerhardt, ‚Geschichte der Mathematik‘, S. 3, München 1877.

5) Wolf (a. a. O., S. 86) erzählt, daß Johannes an der Universität Wien studirte, 1406 Magister der freien Künste und der Philosophie wurde, dann zum Domherrn von St. Stephan aufrückte und 1442 starb.

Lehrstuhl der Mathematik und Astronomie an der Wiener Universität übertrug. Von der beträchtlichen Zahl der Peurbach'schen Schriften über Geometrie, vorzugsweise aber über Astronomie, wurden nach seinem Tode nur einige gedruckt, deren Verzeichniß und Inhaltsangabe in den unten notirten Büchern zu finden ist [1]). Bemerkt werden muß, daß Peurbach nicht, wie seine Vorgänger, zu denen gehörte, welche meist Anfangsgründe der Astronomie vortrugen und erläuterten, sondern daß er diese Wissenschaft auch erweiterte.

Als vierter in der Reihe von Professoren der Wiener Universität, welche sich um Fortschritte im Gebiete der mathematischen Wissenschaften verdient machten, ist noch in hervorragender Weise Johannes Müller zu nennen, der am 6. Juni 1436 zu Königsberg bei Stassfurt in Unterfranken geboren wurde und am 6. Juli 1476 zu Rom starb. Nach seinem Geburtsort wird Müller gewöhnlich Regiomontanus oder Kungsperger genannt. Nachdem er 12 Jahre alt bereits die Universität Leipzig bezogen hatte, studirte er unter Peurbach Astronomie und wurde später (1461) sein Nachfolger an der Universität Wien. Besonderes Verdienst erwarb sich Regiomontan um die Verbesserung der zu seiner Zeit wieder vernachlässigten Algebra, gab der Trigonometrie eine höhere wissenschaftliche Vollkommenheit, sowie er sich auch um die Mechanik, ganz besonders aber um die Astronomie verdient machte [2]). Von den zahlreichen Arbeiten im Gebiete letzterer Wissenschaft [3]) sind insbesondere seine ‚Ephemeriden' zu nennen. Diese sollen es namentlich veranlaßt haben, daß Regiomontan im Jahre 1475 vom Papste Sixtus IV. zum

---

1) Kästner, ‚Geschichte der Mathematik', Bd. I, S. 529 und Bd. II, S. 319. Ferner Poggendorff's ‚Biograph.-literar. Handwörterbuch', Bd. II, S. 422, sowie Gerhardt, a. a. O., S. 8.

2) Ein sehr vollständiges Verzeichniß der Werke Regiomontan's findet sich in Poggendorff's so eben citirtem Handwörterbuche, sowie in Mädler's ‚Astronomie', Bd. I, S. 130.

3) Die berühmte Buchdruckerei von Anton Coburger soll es gewesen sein, welche 1471 (im Geburtsjahre Albrecht Dürer's) unseren Regiomontan nach Nürnberg lockte, wo ein reicher Patrizier und Rathsherr Bernhard Walter sein Schüler in der Astronomie wurde. Walter ließ in seinem Hause, in der Rosengasse, mit wahrhaft fürstlicher Freigebigkeit, eine Sternwarte errichten, welche als die erste derartige Anstalt im Deutschen Reiche zu bezeichnen ist. Ausführlich hierüber Mädler a. a. O., Bd. I, S. 126, ferner Wolf in seiner ‚Geschichte der Astronomie', S. 92.

Behufe der Kalenderrevision nach Rom berufen wurde, leider aber auch dort schon 1476 starb, unentschieden ob an einer Vergiftung oder an der Pest.

Vor dem Eintritte in die nächste geschichtliche Periode dürfte noch die Frage zu beantworten sein, welchen Einfluss auf die Entwicklung der Wissenschaften das byzantinische Reich geübt hat, welches ja während des ganzen Mittelalters noch fortbestand. Eine passende und richtige Antwort hierauf scheint u. A. Kolb in seiner ‚Culturgeschichte der Menschheit' (zweite Auflage von 1872), S. 258 gegeben zu haben, welche folgendermaßen lautet:

Im byzantinischen Reich besaß man zwar die Reste der alten besonders der griechischen Literatur; allein Pfafferei und Absolutismus erschöpften alle geistigen Kräfte, so daß die Entwicklung einer höheren Intelligenz nicht zu erwarten war. Nur zu bezeichnend ist der Ausruf, den der Versmacher Manuel Philo an den Kaiser Andronikus II. richtete:

„Ich will ja ein dem Herrn getreuer Hund nur sein,
Nur nach den Brocken schauend von des Herrn Tisch."

§. 8.

Von Anfang des fünfzehnten Jahrhunderts ab ist zwar die Thatsache nicht abzuleugnen, daß durch die entstandenen Universitäten erfreuliche Lichtfunken in das Wiederaufleben und auf den Fortbau von Wissenschaft und Kunst gedrungen waren, indeß konnte man doch überall erkennen, daß die drei hochgekommenen bösen Geister des Fortschrittes, Scholastik[1]), Mysticismus[2]) und Dogmatismus[3]) noch harte Kämpfe veranlaßten[4]) und gewaltige, welterschütternde Ereignisse, gleichsam mächtige Cultur-

1) Man beachte die vorhergehende Note 3, S. 34, §. 7.

2) Whewell-Littrow, ‚Geschichte der inductiven Wissenschaften', Th. I, S. 257 etc.

3) Ebendaselbst, S. 288.

4) Littrow erzählt a. a. O., Bd. I, S. 216, daß im 10. und 11. Jahrhundert das Ansehen der (meist falsch verstandenen) Philosophie des Aristoteles so hoch gestiegen war, daß es einer Menge von Bullen und kirchlichen Bannflüchen kräftig widerstehen konnte und endlich wurde der Triumph so groß und die Verehrung, die man für den Stagiriten hegte, so abgöttisch, daß die Professoren beim Antritte ihres Lehramtes einen Eid ablegen mußten, in ihren Vorträgen sich nie, weder von dem Evangelium, noch von den Schriften des Aristoteles,

revolutionen, zu Hülfe kommen mußten, bevor ein erkennbar besserer Zustand eintreten konnte. Zu den erwähnten Ereignissen gehörte in erster Linie die Erfindung der Buchdruckerkunst (1440—1450) durch Johann Gutenberg [1]), indem sie den Werken der Alten eine immense Verbreitung gab und nächst dem (1453) die Eroberung von Constantinopel durch den osmanischen Kaiser Mohamed II. und die daraus folgende gänzliche Auflösung des byzantinischen Reiches. Durch die Tausende hierdurch flüchtig gewordenen Griechen breitete sich rasch und in größeren Kreisen die Kenntniß der griechischen Sprache und hiermit zugleich das (bessere) Verständniß der Quellen aus, aus welchen ihrer Zeit die Araber geschöpft hatten. In der That trat die Entwicklung der exacten Wissenschaften, der Mathematik, Mechanik und Astronomie, erst dann recht ein, nachdem durch die altgriechische Literatur wieder ein kräftiger wissenschaftlicher Sinn geweckt und der scholastische Bann gebrochen war.

Bevor wir jedoch in diese neue Periode der mathematischen Wissenschaften eintreten, müssen wir noch zweier Männer mit bahnbrechenden Eigenschaften und darunter insbesondere eines der größten Genies des 15. Jahrhunderts, des Italieners Leonardo da Vinci gedenken. Letzterer war ebenso berühmt als Maler [2]),

---

zu entfernen. Noch am Ende des 16. Jahrhunderts war es gefährlich, sich dem Ansehen des Aristoteles zu widersetzen, oder auch nur einige seiner Sätze nicht anzunehmen. Beispielsweise hatte es der Franzose Petrus Ramus (1551 Professor der Philosophie und Beredsamkeit am Collège roy. de France in Paris) gewagt, einige Behauptungen des Stagiriten für falsch zu erklären. Die Folge dieser Frevelthat war eine allgemeine Revolte seiner Schule, ja der ganzen Stadt. Das Parlament von Paris machte die Sache des Aristoteles zu seiner eigenen Angelegenheit. Ramus wurde entlassen, der König Karl IX. proscribirte seine Schriften, und er selbst konnte sich der allgemeinen Verfolgung nur durch eine schleunige Flucht entziehen. Später wurde dieser Anti-Aristoteles, nach Paris zurückgekehrt, von einem der philosophischen Banditen in der Bartholomäusnacht (vom 23.—24. August 1572) ermordet.

1) Ausführlich in Falkenstein's ‚Geschichte der Buchdruckerkunst', Leipzig 1840.

Hierbei darf die Erfindung der Herstellung des Papiers aus Leinenstoff nicht unerwähnt bleiben, die im 13. Jahrhundert erfolgte, nachdem man bereits im 10. Jahrhundert Papier aus Baumwollenstoffen zu verfertigen verstanden hatte. Dies sogenannte „gefilzte" Papier brachten zuerst die Araber nach Europa und zwar nach Spanien. Viel früher sollen die Chinesen und Indier die Fabrikation von Filzpapier ausgeübt haben.

2) Wer kennt nicht Leonardo's Abendmahl Christi in irgend welcher Darstellung, nach dem berühmten Wandgemälde im Refectorium des Dominicaner-

wie als Mathematiker, Architekt, Ingenieur, Philosoph, Dichter und Musiker, obwohl keines seiner Werke direct auf uns gekommen ist, vielmehr nur aus vereinzelten Handschriften Noten und Capiteln später zusammengesetzt, gesammelt und gedruckt wurde, was in den unten (Note 1) verzeichneten Quellen zu finden ist.

Leonardo's hohen Werth hat in jüngster Zeit Dr. Dühring in seinem werthvollen Werke ‚Kritische Geschichte der allgemeinen Prinzipien der Mechanik', derartig gut gezeichnet, daß es der Verfasser für angemessen hält, einige der betreffenden Stellen hier wörtlich aufzunehmen.

Zuerst urtheilt Dühring §. 10 wie folgt: „Jener italienische Maler hat sich nicht bloß in besonderen Wissenszweigen, wie in der technischen Lehre der Wasserbewegung[2]) oder in der Anatomie und Bewegungslehre der menschlichen Körpertheile, sowie in mehreren anderen Spezialrichtungen als bedeutender und vielfach bahnbrechender Geist erwiesen, und er hat nicht etwa bloß die tieferen Gründe mechanischer Vorgänge zum Theil mit Erfolg

Klosters S. Maria delle Grazie zu Mailand. Der Künstler hat den Zeitpunkt gewählt, wo Christus sagt: „Einer ist unter Euch, der mich verräth!" Ausführliches über dieses Kunstwerk findet sich u. A. in der Schrift des Grafen von Gallenberg ‚Leonardo da Vinci', S. 87 etc., welche 1834 in Leipzig bei F. Fleischer erschienen ist.

1) Das älteste aus seinem Nachlasse zusammengestellte Hauptwerk über Malerei hat (nach Gallenberg a. a. O., S. 162) folgenden Titel:

‚Trattato della pitura di Lionardo da Vinci, nuovamente dato in luce con la vita dell' autore, scritta da Raffaele Dufresne etc. Parigi 1651.'

Für Mathematik, Hydraulik, Maschinen- und Ingenieurwesen sind folgende Schriften wichtig:

Venturi ‚Essai sur les ouvrages physico-mathématiques de Léonardo da Vinci', Paris 1797.

Libri, ‚Histoire des sciences mathématiques en Italie', 4 vol., Paris 1837 - 41.

H. Grothe, ‚Leonardo da Vinci als Ingenieur und Philosoph. Ein Beitrag zur Geschichte der inductiven Wissenschaften und der Technik des Maschinenwesens'. (Mit 77 Holzschnitten und einer autographirten Tafel.) Abgedruckt in den ‚Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleißes in Preußen', Jahrg. 1875, S. 96—189 u. Jahrg. 1877, S. 254—260.

Eine fleißige nach (meist ungedruckten) italienischen Quellen bearbeitete Abhandlung, die insbesondere Mechanikern, Maschinen- und Bau-Ingenieuren empfohlen werden kann.

Der Abhandlung von 1875 sind S. 114 mehrere (meist vorher unbekannte) Quellen von Arbeiten des Leonardo beigefügt.

2) Man sehe auch über Leonardo's Verdienste um die wissenschaftliche Hydraulik und Hydrotechnik des Verfassers ‚Hydrodynamik', 2. Auflage, S. 337.

erforscht; sondern er ist auch der Repräsentant richtiger Vorstellungen über die allgemeinen Methoden der Erlangung eines richtigen Naturwissens.

Höchst beachtenswerth sind manche hierhergehörige Aussprüche Leonardo's, worüber besonders Grothe a. a. O., S. 117 ausführlich berichtet.

Unter Anderem sagt Leonardo: „Es giebt keine Gewißheit in den Wissenschaften, wo man nicht einige Theile der Mathematik anwenden könnte, oder die nicht davon in gewisser Beziehung abhinge."

Ferner charakterisirt er das Verhältniß der Mechanik zur Mathematik durch folgenden Ausspruch [1]): „Die Mechanik ist das Paradies der mathematischen Wissenschaften, weil man mit ihr zur Frucht des mathematischen Wissens gelangt".

Den Schluß dieser Aussprüche mag seine goldene Regel bilden:

„Wolle immer was du sollst" [2]).

Leonardo wurde 1452 in dem Flecken Vinci bei Florenz geboren, zeichnete sich schon früh durch sein vielseitiges Talent aus und trat 1482 als Maler in den Dienst des Herzogs Sforza in Mailand, wo er das bereits oben erwähnte Abendmahl fertigte, das später von Raphael Morghen so trefflich in Kupfer gestochen wurde. Im Jahre 1513 begab sich Leonardo zu Leo X. nach Rom und folgte endlich 1516 einem Rufe Franz I. nach Frankreich, wo er am 2. Mai 1519 im Schlosse Cloux bei Amboise starb und in der Kirche St. Florentin daselbst begraben wurde [3]).

Von den weiteren mächtigen Triebfedern (siehe vorher S. 39), zu der in der Mitte des 15. Jahrhunderts begonnenen Culturrevolution, dürfen vor allen drei der allerwichtigsten nicht unerwähnt bleiben, nämlich erstens (1498) die Entdeckung von Amerika durch Columbus (geb. 1456; gest. 1506), zweitens (1498) die Auffindung des Seewegs nach Ostindien, ums Cap der guten Hoffnung, durch Vasco da Gama (geb. 1469; gest. 1524) und drittens (1517) die Reformation durch Dr. Martin Luther (geb. 1483; gest. 1546).

Während diese Ereignisse, im Allgemeinen, zur Beförderung

---

1) Dühring a. a. O., §. 11, S. 14 (erste Auflage) und Grothe a. a. O., S. 117.

2) „Vogli semper quel che tu debbi".

3) Nach Gallenberg (a. a. O., S. 154—157) ist es falsch, wenn behauptet wird, daß Leonardo in Fontainebleau seinen Geist in den Armen des Königs aufgegeben habe.

einer freien Weltanschauung und eines neuen geistigen Lebens dienten, ist es vorzugsweise der Reformation zuzuschreiben, daß man von hier ab anfing, die lebenden Sprachen zu Organen der Wissenschaft zu machen.

Nach diesem Hinweise kehren wir zu unserer speciellen Geschichte zurück und gedenken zunächst noch, in chronologischer Folge, des berühmten deutschen Malers, Bildhauers, Kupferstechers etc., Albrecht Dürer (geb. 1471 zu Nürnberg, gest. ebendaselbst 1528) und zwar besonders deshalb, weil er der erste war, welcher eine Art darstellende Geometrie in deutscher Sprache schrieb, die 1525 zu Nürnberg unter dem Titel erschien:

‚Underweysung der messung mit dem zirkel und richtscheyt, in linien, ebenen und gantzen corporen'.

Dies Werk wurde auch in das Lateinische übersetzt und erschien 1532 in Paris [1]).

Wir gelangen hiermit zu einem Zeitabschnitte, wo Copernicus (geb. 1473 am 19. Februar zu Thorn in Preußen) an der Spitze einer Reihe großer Denker (nächst ihm Galilei und Kepler) auftritt, welche jene Theorien und Gesetze schufen, deren gewaltige Kraft und Wahrheit die Herrschaft des so lange fest gehaltenen Ptolemäischen Weltsystems stürtzten [2]).

Das Wesentliche des Copernicanischen Weltsystemes besteht bekanntlich in dem Satze:

„Daß sich die Erde und mit ihr die übrigen Planeten um die Sonne als Centrum bewegen," weshalb man auch Plato und Aristarch als Vorläufer des Copernicus bezeichnen kann, obwohl diesen Griechen der begründende Nachweis der Behauptung fehlte. Copernicus betreffendes 1543 in Nürnberg gedrucktes (einziges größeres) Werk hat folgenden Titel: ‚De revolutionibus orbium coelestium'. Unter den Fachschriftstellern berichtet hierüber Mädler in seiner ‚Geschichte der Astronomie' Bd. I, S. 153 etc. am ausführlichsten. Hierbei wird der Herausgeber des Werkes Osiander (seiner Zeit Professor der Theologie in Königsberg) mit Recht getadelt, daß er zu dem Buche eine eigene Vorrede schrieb, nicht aber die des Meisters lieferte. Die Vor-

1) Ausführliches über Albrecht Dürer's Verdienste um mathematische Wissenschaften (als Lehrer weniger als Entdecker) liefert Gerhardt in seiner ‚Geschichte der Mathematik', S. 25—27.

2) Suter a. a. O., Bd. I, S. 178—182.

rede des Copernicus wurde erst 1854 von Baronowsky in der zu Warschau erschienenen Prachtausgabe des Werkes lateinisch gedruckt und hiernach von Mädler in dem bezeichneten Bande seiner ‚Geschichte der Astronomie‘, S. 154 aufgenommen.

Leider wurde dem Copernicus das erste Exemplar seines vollendeten Werkes erst wenig Stunden vor seinem Tode überreicht. Er sah das Buch, nahm es in die Hand und ein letzter Strahl der Freude durchzuckte sein Auge, als er (am 24. Mai 1543, $70^1/_4$ Jahr alt) verstarb.

Mädler (in seiner ‚Geschichte der Astronomie‘ Bd. I, §. 59) widmet dem Copernicus einen gerechten Nachruf, der im Eingange folgendermaßen lautet:

„In Copernicus sehen wir den Mann der echten Naturforschung und echten Religiosität so innig und unzertrennlich verbunden, daß bei ihm eins ohne das andere gar nicht gedacht werden kann; den Mann, der in der Astronomie mehr eine göttliche als menschliche Wissenschaft erkennt, da sie Gottes Ruhm und Ehre verkündet und der, wenn man von seinem Systeme sprach stets einfiel mit den Worten: „Nicht mein System, sondern Gottes Ordnung“ [1]).

Wie es gewöhnlich ganz ausgezeichneten Männern zu gehen pflegt, so bekämpfte man anfänglich auch das Copernicanische System mit den Waffen der Dialektik, der Sophistik und des religiösen Mysticismus. Einer der größten Gegner war (anfänglich) der dänische Astronom Tycho Brahe (geb. 1546 zu Knudstrup bei Helsingborg, gest. 1601 zu Prag), der sogar ein anderes System aufstellte, was jedoch bald wieder zerfiel. Nichtsdestoweniger wird er als der erste und genaueste Beobachter seiner Zeit angesehen, wozu ihm besondere Gelegenheit, erst durch Erbauung und Einrichtung einer großartigen Sternwarte (Uranienborg) auf der zwischen Seeland und Schonen, im Sunde, vier Meilen nördlich von Kopenhagen gelegenen fruchtbaren Insel Hoen und nachher (1599) in Prag geboten wurde, als er durch gehässige Persönlichkeiten gezwungen worden war, Dänemark zu verlassen.

---

1) Copernicus soll sich selbst folgende Grabschrift verfaßt haben:

NON PAREM PAULO GRATIAM REQUIRO	„Nicht die Gnade begehre ich, o Gott, die
VENIAM PETRI NEQUE: POSCO, SED QUAM	Du dem Petrus und Paulus erwiesen.
IN CRUCIS LIGNO DEDERAS LATRONI.	Nur die Gnade, die Du dem Schächer
SEDULUS ORO.	am Kreuz erzeigt hast.“

In Prag wurde ihm nicht nur durch die hochherzige Freigebigkeit Kaiser Rudolf's II. der Bau einer neuen Sternwarte übertragen, sondern auch ein Jahrgehalt von 3000 Dukaten als Astronom zugebilligt. Leider konnte er hier nur zwei Jahre lang wirken, indem ihn 1601 bereits der Tod ereilte.

Noch zur rechten Zeit berief Tycho den deutschen Astronom Kepler nach Prag und übergab diesem seinen ganzen Reichthum von Himmelsbeobachtungen.

Nach zwanzigjährigem unermüdlichen Forschen findet Kepler endlich, der Hauptsache nach auf empirischem Wege, die noch heute nach ihm benannten drei wichtigen Gesetze, welche die Basis der sogenannten theoretischen Astronomie bilden, wodurch allein schon Kepler einen unsterblichen Namen erlangen mußte und welche also lauten:

1. Die Bahnen, welche die Planeten um die Sonne beschreiben, sind alle Ellipsen und die Sonne befindet sich in einem der Brennpunkte dieser Ellipsen.

2. Der Leitstrahl (radius vector), vom Brennpunkte nach dem jedesmaligen Orte des Planeten gezogen, beschreibt in gleichen Zeiten gleiche Flächenräume.

3. Die Quadrate der Umlaufszeiten, in welchen zwei verschiedene Planeten ihren Umlauf um die Sonne vollenden, verhalten sich wie die dritten Potenzen ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne.

Kepler's Verdienste um die Astronomie allein sind so groß und mannigfaltig, daß Alles, was er sonst auf dem Gebiete der Mathematik leistete, recht wohl unbeachtet gelassen werden könnte. Nichts destoweniger müssen wir seiner neuen Stereometrie (Nova Stereometria doliorum etc. Linci 1615) gedenken, worin er zuerst den Gebrauch des Unendlichen lehrte, eine tiefsinnige Idee, welche nach der Exhaustionsmethode (S. 18) des Archimedes der zweite Schritt zu den Infinitesimalmethoden wurde. Auch war es Kepler, welcher den Grund für die zwanzig Jahre später von Fermat[1]) gegebene analytische Regel: „De maximis

1) Fermat, geb. 1608 (oder 1590) zu Beaumont bei Toulouse, starb 1665 in Toulouse. Seine Verdienste um die Geometrie schildert Chasles (deutsche Uebersetzung, S. 62 bis mit 65). Auch in der Zahlentheorie hat sich Fermat große Verdienste erworben. Man sehe u. A. Klügel's ‚mathem. Wörterbuch‘, Abschnitt „Fermat's Lehrsätze“. Er wird auch als der erste Erfinder

et minimis“ legte. (Näheres hierüber namentlich bei Chasles II. §. 4 und §. 10.)

In Kepler's 1609 erschienenen Arbeit ‚Commentarius de stella martis‘ findet sich auch die noch heute seinen Namen tragende Aufgabe [1]) behandelt: „Die Fläche eines Halbkreises aus einem gegebenen Punkte des Durchmessers nach einem gegebenen Verhältnisse einzutheilen“.

Ausführliche Verzeichnisse von Kepler's hinterlassenen Schriften und Werken finden sich in Poggendorff's ‚Biographisch-liter. Handwörterbuch‘ und in Gerhardt's ‚Geschichte der Wissenschaften in Deutschland‘, S. 100 etc.

Johann Kepler wurde am 27. December 1571 zu „Weil der Stadt“ im Würtembergischen geboren und zwar in so ärmlichen Verhältnissen, daß er keine sorgfältige Erziehung erhalten konnte. Dennoch bestand er 1583 in Stuttgart ein Landesexamen, worauf er schon 1584 in die Klosterschule zu Adelberg aufgenommen werden konnte. Weitere Ausbildung erhielt er von 1586 ab in der höheren Schule zu Maulbronn, worauf er 1589 die Universität Tübingen bezog, um daselbst Theologie zu studiren. Da Kepler dem fanatischen Treiben der damaligen Tübinger Theologen unmöglich Geschmack abgewinnen konnte, so verdarb er sich seine theologische Carriere so gründlich, daß er es für angemessen hielt, sich dem mathematischen Lehrfache zu widmen. Durch seinen Lehrer Möstlin erhielt er auch bald (1593) die Stelle eines Professors der Mathematik am Gymnasium zu Graz, woselbst er auch anfing sich mit Astronomie zu beschäftigen. Drei Jahre später (1596) erschien sein erstes größeres Werk ‚Prodomus dissertationum cosmographicarum etc.‘, welches zugleich seinen wissenschaftlichen Ruf begründete. In diesem Werke nimmt Kepler das Copernicanische System in seinen Schutz, wobei er viel Scharfsinn entwickelte, aber noch mehr Phantasie vorherrschen ließ. 1599 ging Kepler auf Tycho's Einladung nach Prag, um mit diesem gemeinschaftlich astronomische Arbeiten auszuführen. Bald nachher erhielt er nicht nur die Stelle eines kaiserlichen Mathematikers, sondern er wurde nun auch officiell zu Tycho's Mitarbeiter ernannt. Durch äußere Verhältnisse gezwungen, mußte sich Kepler auch mit Astrologie beschäftigen, zeigte aber auch auf diesem Gebiete so viel Talent, daß er bald, bei seinen gläubigen Zeitgenossen als ein „astrologisches Licht erster Größe“ galt. Die dem 30jährigen Kriege vorausgehenden Bedrängnisse führten die Nichtauszahlung seiner Besoldung mit sich, wodurch er genöthigt wurde, eine Professur der Mathematik in Linz anzunehmen. Nach hier wiederum in großer Dürftigkeit verlebten 15 Jahren ging er 1625 nach Ulm, von wo er um seinen immer noch rückständigen Gehalt zu erhalten, zu Wallenstein nach Sagan geschickt wurde, der ihn mit einer Professur in Rostock entschädigen wollte.

---

der Infinitesimalrechnung und (mit Pascal) als der Begründer der Wahrscheinlichkeitsrechnung bezeichnet.

1) Klügel, ‚Mathematisches Wörterbuch‘, Artikel „Kepler's Aufgabe.“

Kepler lehnte letzteres Anerbieten ab und suchte dafür 1630 auf dem Reichstage zu Regensburg die Realisirung seiner Forderungen an den Kaiser persönlich zu betreiben.

Kummer und Anstrengungen vereint veranlaßten jedoch am 15. November 1630 seinen Tod. Es ist erwiesen falsch, wenn behauptet wird, daß der Hunger sein frühes Lebensende (im noch nicht vollendeten 59. Jahre) herbeigeführt habe.

Vor dem Eintritte in die wichtigste Periode der ganzen Mechanik, in die des großen Italieners Galilei, müssen wir, sollen anders bedeutsame Nebeneinflüsse auf den ganzen großen Bau nicht unbeachtet bleiben, einiger wichtigen Fortschritte gedenken, die so wohl dem Gebiete der reinen Mathematik als Mechanik angehören.

In der Algebra machte sich besonders Cardano (oder Cardanus), geb. 1501 zu Pavia; gest. 1576 zu Rom durch die Auflösung der cubischen Gleichung $x^3 + ax = b$ bemerkbar, die er freilich dem Italiener Tartaglia entlehnt hatte, weshalb sie den Namen des letzteren tragen und nicht die Cardani'sche Regel heißen sollte. Letztere Benennung ist wohl deshalb geblieben, weil Cardano manche andere Verdienste um Mathematik und Physik zuerkannt werden müssen. Beispielsweise in ersterer Beziehung die Feststellung des wahren Begriffes der negativen Wurzeln der Gleichungen. (Ueber Cardano's Verdienste um die Physik berichtet Poggendorff in der wiederholt citirten Geschichte S. 122.) Uebrigens war Cardano ein excentrisches Genie voll selbstgefälliger Thorheit und Mysticismus, von Gelehrsamkeit und Geistesgewandtheit, welch letztere beiden Eigenschaften ihn dennoch nicht vor kindischem Aberglauben und Lächerlichkeiten schützten. Seine zahlreichen hinterlassenen Schriften füllen nicht weniger als 10 Folio-Bände und erstrecken sich auf Mathematik, Physik, Astrologie, Medicin und Moral.

Auf dem Gebiete der Mechanik wird, unter den nächsten Vorgängern Galilei's besonders Benedetti genannt (geb. 1530 zu Venedig; gest. 1590 zu Turin). Dieser Mathematiker kannte bereits 1585 die Grundlage der Theorie der statischen Momente, er wußte, daß die Körper im leeren Raume, unabhängig von ihrer Masse mit gleicher Geschwindigkeit fallen, er kannte die Centrifugalkraft und sprach es deutlich aus, daß die Körper sich selbst überlassen, in der Tangente ihrer Bahn fortgehen, ferner ahnte er das Wesen einer accelerirten Bewegung, während er das Gesetz der Trägheit ordentlich auffaßte etc.

In diese Zeit hinein fällt auch die Erfindung der Logarithmen durch den Schotten John Napier (geb. 1550; gest. 1617), obwohl behauptet wird, daß sie der Schweizer Jost Bürgi schon vor Napier gekannt habe. Jedenfalls gebührt Napier der Ruhm die höchst praktische Bedeutung der Logarithmen für den Rechner zuerst erkannt zu haben, weshalb hier nur noch in Erinnerung gebracht werden mag, daß Napier zur Basis seines Logarithmensystemes die Zahl 2,71828 ... annahm und zwar deshalb, weil sich dann deren Berechnung durch Reihen am einfachsten (natürlichsten) gestaltete und weshalb diese Logarithmen selbst auch die natürlichen genannt wurden. Wegen einer Beziehung zur gleichseitigen Hyperbel nannte man sie wohl auch hyperbolische Logarithmen. Bald nachher erkannte die praktische Unzulänglichkeit der Napier'schen Logarithmen der Professor der Mathematik am Gresham-College zu London, Henry Briggs (geb. 1556; gest. 1630). Briggs wählte deshalb 10 als Grundzahl des logarithmischen Systemes, dessen Logarithmen noch heut zu Tage nach ihm benannt oder wohl auch als gemeine Logarithmen bezeichnet werden. Die ersten vollständigen Tafeln der Briggs'schen Logarithmen erschienen 1624.

Drei um die Mechanik verdienstvolle Männer der nächsten Vorzeit Galilei's sind endlich der Franzose Vieta, der Italiener Guido Ubaldi (Marquis del Monte) und der Holländer Stevin[1]).

1) In gewisser Beziehung als einen Vorgänger Galilei's kann man auch den, in der Mitte des 16. Jahrhunderts zu Nola in Campanien geborenen, Dominicaner Giardino Bruno bezeichnen, der, zunächst wegen Religionszweifel, sein Vaterland (Italien) verließ und dann an verschiedenen Universitäten, Paris, London, Helmstedt und namentlich von 1586—1588 auch in Wittenberg Vorlesungen, als Gegner und leidenschaftlicher Bekämpfer der Aristoteles'schen Philosophie, hielt. Unbesonnenheit und Stolz führten ihn 1592 wieder nach Italien zurück, wo seine Feinde ihn abermals mit Erfolg bekämpfen konnten, ihn 1598 in Venedig der Inquisition überlieferten und wo er nach zweijähriger Haft als Ketzer und abtrünniger Mönch in Rom, am 7. Februar 1600, auf dem Scheiterhaufen lebendig verbrannt wurde.

Noch weit mehr verdient der Engländer Francis Baco, oder Baco von Verulam (nicht zu verwechseln mit dem Mathematiker und Astronomen Roger Baco, der von 1214—1294 in England lebte) als ein Vorgänger und Zeitgenosse Galilei's erwähnt zu werden. Im Jahre 1561 in London von hohen Aeltern geboren, erhielt er, nach dem Besuche der Universität Cambridge, schon im 28. Lebensjahre die Stelle eines außerordentlichen Rathes bei der Königin Elisabeth von England, stieg rasch von einer Höhenstufe zur anderen; 1619 wurde er Lordgroßkanzler von England, und erhielt den Titel Baron von Verulam, 1620 Viscount von St. Albans. Schon 1621 wurde er vom Parlamente, Vieta wurde 1540 in Fontenay le Comte geboren und starb 1603 zu Paris. Bis 1567 Advokat seiner Vaterstadt, wurde er nachher Rath in verschiedenen Departement-Parlamenten Frankreichs, im Jahre 1580 maître des requêtes ordinaires de l'hôtel du roi in Paris und später unter Heinrich IV. Mitglied des conseil privé daselbst.

Die zahlreichen von ihm hinterlassenen Schriften, welche sich namentlich in fruchtbarer Weise auf das Gebiet der Geometrie [1]) und Arithmetik erstrecken, wurden 1646, in besonders vollkommener und guter Ausstattung, von dem Leydener Professor Franciscus van Schooten herausgegeben, Verzeichnisse davon liefern sowohl Kästner in seiner ‚Geschichte der Mathematik' Bd. III.,

---

wegen Unterschleife, aller seiner Aemter entsetzt und zur Haft im Tower verurtheilt. Allerdings begnadigte ihn sein Gönner König Jacob I., setzte ihm sogar eine Pension aus, allein seine Würden erhielt er dessenungeachtet nicht wieder. Er starb am 9. April 1626 zu Highgate (London).

Trotz des verfehlten Lebensweges gehört Baco von Verulam doch mit zu den Männern, die (wie Wolf ganz richtig, S. 222 seiner ‚Geschichte der Astronomie' sagt) „das Schwerste gethan, nämlich die erste Bresche in die gewaltige und wohl gehütete Festung gelegt haben, welche die Gefangenen umgab.

Baco's Hauptwerk ‚Novum organon' erschien 1620, ein Jahr vor dem Falle des Verfassers. Mit Recht wird Verulam's Satz:

„Homo naturae minister et interpres tantum facit et intelligit, quantum de naturae ordine re vel mente observaverit nec amplius scit aut potest." (Novum organum scientiarum; lib. I, aphorismus 1.)	„Daß der Mensch als Diener und Ausleger der Natur nur so viel und nicht mehr von der Beschaffenheit der Dinge wisse, als er durch angestellte Versuche und Beobachtungen kennen gelernt habe."

nicht in jeder Beziehung so günstig für die Entwickelung der hier vor Allem zu beachtenden Prinzipien der Mechanik gehalten, wie es die Meinung der zu weit gehenden Verehrer Baco's sehr oft war. Unter Anderem bemerkt in dieser Hinsicht Dühring in seiner ‚Geschichte der allgemeinen Prinzipien der Mechanik' (erste Auflage), S. 104 Folgendes, dem eigentlich Jedermann beistimmen müßte: „Der Antheil einer echten Speculation ist, gerade in Rücksicht auf die mechanischen Prinzipien so überwiegend, daß empirische Grundsätze in der Weise Baco's der Behandlung der Mechanik (Statik und Dynamik) nur hätten hinderlich sein können, wenn sie oder etwas Aehnliches zum Leitfaden genommen worden wären.

Uebrigens zeigt auch Libri in seiner ‚Histoire des sciences mathématiques' IV, p. 160, 466, dass Baco bereits ein Jahr vor dem Erscheinen des ‚Novum organon', die bis dahin publicirten und nicht publicirten Schriften Galilei's kennen gelernt hatte.

1) Chasles, ‚Geschichte der Geometrie', S. 49 etc.

S. 162, als (in kürzerer Fassung) Poggendorff, ‚Biographisch-literarisches Handwörterbuch', Bd. II.

Vieta verdankt man vor Allem die Einführung der Buchstabenrechnung in die Algebra und zugleich deren Anwendung auf die Geometrie.

Durch seine analytischen, geometrischen Untersuchungen legte er gleichsam den Grund zur nachherigen analytischen Geometrie, deren Ausbildung zu einem vollständigen Systeme allerdings Descartes vorbehalten blieb[1]).

§. 9.

Zum Hauptgegenstande unseres Buches, zur Geschichte der Mechanik zurückkehrend, gedenken wir Guido Ubaldi's, der als der Erste[2]) bezeichnet wird, welcher das bereits von Aristo-

---

1) Suter, ‚Geschichte der mathematischen Wissenschaften', Th. I, S. 167, 171.

Um die Art der Bezeichnung im Gebiete der Buchstabenrechnung und Algebra in Erinnerung zu bringen, deren sich Vieta bediente, indem man weder das heutige Gleichheitszeichen noch die Exponenten und eben so wenig die Multiplikationszeichen hatte, entlehnen wir der angegebenen Geschichte Suter's folgende zwei Beispiele:

1. Der Ausdruck $a^3 + 3\,a^2\,b + 3\,a\,b^2 + b^3 = (a + b)^3$ wurde folgendermaßen dargestellt:

a cubus $+$ b in a quadr. $3 + a$ in b quadr. $3 + b$ cubo aequalia $a + b$ cubo.

2. Die Gleichung

$$x^3 - 8\,x^2 + 16\,x = 40$$

wurde geschrieben:

$$1\,C - 8\,Q + 16\,N \text{ aequal } 40$$

entsprechend der Annahme, daß man die (einfache) unbekannte Größe durch N, deren Quadrat mit Q, ihren Cubus durch C u. s. w. darstellt.

Bemerkt werde hierbei zugleich, daß später der Engländer Harriot (geb. 1560; gest. 1621) die Potenzen durch die Wiederholung der Grundzahl, wie a, aa, aaa etc. jedoch erst Descartes die heute noch üblichen Exponenten einführte, also im letzteren Falle schrieb: a, a^2 a^3 etc.

Ausführliches über die Potenzen-Bezeichnungen in Klügel, ‚Mathematisches Wörterbuch' Artikel: „Potenzen".

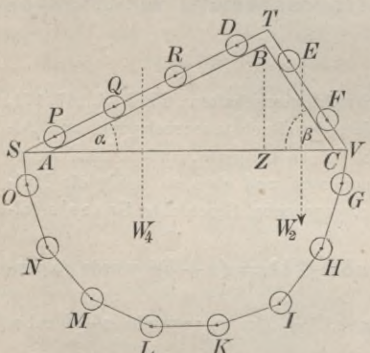
2) Lagrange, ‚Mécanique analytique' (Ausgabe von 1811), S. 7 und 20. Del Monte, Guido Ubaldo (Ubaldi), geb. 1545 zu Pesaro, gest. 1607(?). Generalinspector der Festungen Toscana's in dem Werke: ‚Mechanicorum liber', Pisauris 1577. Ubaldo war ein Schüler von Commandino und ein Beförderer Galilei's. (Man sehe die hier nachfolgende Biographie Galilei's).

teles angedeutete [1]) und von Leonardo da Vinci [2]) wieder erörterte Princip der virtuellen Geschwindigkeiten (Princip der Momente) mit Erfolg auf das Rad an der Welle, den Hebel und den Flaschenzug anwandte. Ubaldi's betreffendes Werk ‚Mecanicorum liber' erschien 1577 zu Pesaro, worin er leider von der schiefen Ebene und den von ihr abhängigen Maschinen, wie der Keil und die Schraube, eine nur unvollständige, wenig genaue Theorie lieferte.

Die allererste richtige statische Theorie der schiefen Ebene, die zugleich völlig unabhängig von der Theorie des Hebels war, stellte 1586 der holländische Mathematiker und Ingenieur Simon Stevin (geb. 1548 zu Brügge, gest. 1620 zu Haag) auf.

Lagrange [3]) nennt diese Theorie Stevin's nicht bloß neu, sondern auch ingeniös, weshalb sie hier kurz mitgetheilt werden mag.

Es sei ABC (Figur 2) ein vertical gestelltes ebenes Dreieck mit horizontal gelegter Hypotenuse AC, wobei die Cathete AB doppelt so lang ist als die andere BC. Ueber die dadurch gebildeten zwei schiefen Ebenen werde eine aus 14 Kugeln von gleichem Gewichte gebildete Kette gehangen, deren Abstände gleich groß sind. Endlich sei die Länge der beiden schiefen Ebenen so bemessen, daß auf der Ebene AB stets vier, auf der BC aber stets zwei Kugeln zu liegen kommen.



2.

Wollte man bei dieser Anordnung des Kugel- oder Ketten-Systems nicht Gleichgewicht, sondern Bewegung, also ein Gleiten der Kugeln auf den schiefen Ebenen nach einer der Seiten hin voraussetzen, so würde solches (da von allen Reibungen abgesehen wird) continuirlich fortdauern, da wie bereits hervorgehoben, die Zahl der auf den schiefen Ebenen placirten Kugeln stets dieselbe bleibt, eine solche Bewegung also ein Unding ist.

1) Poselger, in der Abhandlung „Aristoteles' mechanische Probleme" (Abdruck aus den ‚Abhandlungen der Berliner Akademie der Wissenschaften', Jahrg. 1829). Hannover 1881 bei Schmorl u. v. Seefeld.

2) Grothe, „Leonardo da Vinci", in den ‚Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfleißes in Preußen', Jahrg. 1875, S. 129.

3) A. a. O. S. 8.

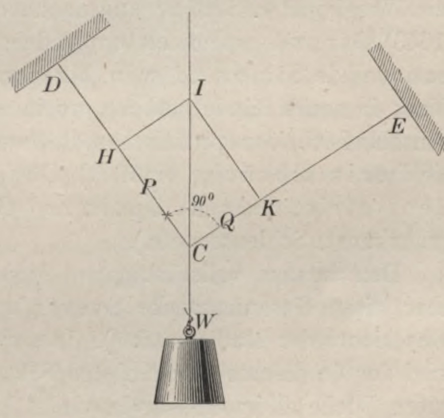
Da ferner der unterhalb der Basis AC frei herabhängende mit 8 Kugeln belastete Theil der Kette, ganz weggenommen werden könnte, ohne das Gleichgewicht zu stören, so folgt einfach, daß sich für den Gleichgewichtszustand die Gewichte der auf den schiefen Ebenen liegenden Kugeln wie deren Längen verhalten, d. h. daß, wenn man die betreffenden Gewichte beziehungsweise mit W_4 und W_2 bezeichnet, die Proportion stattfindet:

$$1.\quad W_4 : W_2 = \overline{AB} : \overline{BC}.$$

Werden daher die Neigungswinkel der schiefen Ebenen beziehungsweise (und mit Bezug vgl. Figur 2) mit α und β, so wie deren gemeinschaftliche Höhe BZ mit h bezeichnet, so daß also $\overline{AB} = \frac{h}{\sin\alpha}$ und $\overline{BC} = \frac{h}{\sin\beta}$ ist, so erhält man $W_4 : W_2 = \sin\beta : \sin\alpha$ also, wie es sein muß:

$$2.\quad W_4 \sin.\ \alpha = W_2 \sin.\ \beta.$$

Aus dieser Theorie leitete Stevin noch den Satz ab, daß wenn drei Kräfte P, Q und W, Figur 3 einen gemeinsamen Angriffspunkt haben und mit ihren Richtungen $\overline{CH}, \overline{CK}$ und $\overline{CI}$ in einer Ebene liegen, zwischen denselben Gleichgewicht vorhanden ist, wenn die nach Sinn, Ordnung und Größe den drei Seiten eines der Dreiecke, wie CHI proportional sind, sich also verhält: $P : Q : W = \overline{HC} : \overline{CK} : \overline{CI}$. Offenbar ist dies der Satz vom Parallelogramm der Kräfte, allerdings (abgesehen von den Mängeln des Beweises an sich) nur für den speciellen Fall, daß die Richtungen zweier Kräfte P und Q einen rechten Winkel mit einander bilden [1]). Leider hat Stevin weder die Allgemeinheit, noch Fruchtbarkeit, noch alle Vortheile des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte erkannt!



3.

1) Ausführlicher bei Lagrange a. a. O., S. 9 und insbesondere im ‚Mé-

In sinniger, völlig verständlicher Weise behandelte dafür Stevin die Elemente der Statik fester und flüssiger Körper überhaupt, so daß es nur verdientes Lob ist, wenn man diese Arbeiten „ausgezeichnete Leistungen" nennt [1]). Besonders hervorzuheben ist in letzterer Beziehung noch, daß Stevin namentlich die Hydrostatik wesentlich erweiterte, nicht nur den Satz vom Bodendruck erklärte, den man gewöhnlich das hydrostatische Paradoxon zu nennen pflegte, sondern auch den Druck der Flüssigkeiten auf die Seitenwände völlig richtig bestimmte [2]).

Ein anderes großes Verdienst Stevin's besteht noch darin, daß er seine Werke in der Sprache seines Volkes, d. h. holländisch schrieb. Als Grund hierzu hob Stevin hervor, „daß, wenn die Wissenschaften fortschreiten sollen, sich recht viele Männer mit der Einsammlung von Erfahrungen beschäftigen müssen und eben deshalb ist es gut, daß die Gelehrten in ihrer Muttersprache schreiben, wie es ja Griechen und Römer auch gethan haben."

Bereits 1586 erschien in Leyden sein Buch: ‚De Beghinselen der Weegkonst s. Statica' und nachher mehrere andere, die später (1643) Girard gesammelt unter dem Titel: ‚Les oeuvres mathématiques de Simon Stevin' herausgab. Girard hat das ganze Werk in sechs Bände getheilt, worin erörtert wird: Arithmetik (einschließlich der praktischen Rechnenkunst und wobei Stevin die Decimalbrüche einführt), Cosmographie, praktische Geometrie, Statik, Optik und Castrametation (Befestigungskunst, Schleusen etc.).

Den besten vollständigsten Auszug (in deutscher Sprache) über diese Gesammtwerke Stevin's giebt Kästner in seiner ‚Geschichte der Mathematik' [3]). In der überschwänglichsten Weise wird der Verdienste Stevin's gedacht in dem vorher citirten sonst guten Buche ‚Mémoire sur la vie et les travaux de Simon Stevin', par Dr. Steichen, Professeur de mécanique rationelle et de mécanique appliquée à l'école militaire, Bruxelles 1846.

---

moire sur la vie et les travaux de Simon Stevin', par Steichen, Bruxelles 1846, S. 17 und 175.

1) Dühring, ‚Principien der Mechanik' (erste Auflage), S. 63.

2) Des Verfassers ‚Hydromechanik' (zweite Auflage), S. 3.

3) Bd. III, S. 392—418 unter der Ueberschrift: „Stevin's Werke", französisch von Girard herausgegeben.

Drittes Capitel.

Fünfzehntes bis siebzehntes Jahrhundert.

§. 10.

Die Galilei-Periode.

So höchst anerkennenswerth auch die bahnbrechenden Arbeiten Stevin's namentlich im Gebiete der Mechanik genannt werden müssen, so beschränkten sich diese doch ausschließlich auf die Statik. Zur rechten Begründung der Dynamik, als der „Lehre von den Ursachen und Gesetzen der Bewegung gehörte ein so eminentes Talent wie Gott der Herr im Jahre 1564 in Galilei ins Leben rief.

Wie wir wissen, haben allerdings auch in der Dynamik einige Vorgänger Galilei's (beispielsweise Aristoteles, Leonardo da Vinci, Benedetti etc.) manche Einzelheiten dieser Wissenschaft erörtert, indeß fehlte doch allen diesen die Klarheit des Bewußtseins, mit welchen das neue Wissen bei Galilei auftritt und vor allem das Gesetz vom freien Falle der Körper. Daher schließt sich der Verfasser, in erster Linie, dem Ausspruche des ausgezeichneten Analytikers Lagrange an, welcher die Verdienste Galilei's in folgenden Worten charakterisirt[1]):

„Die Dynamik ist eine moderne Wissenschaft und Galilei ist deren Begründer. Bei seinen Zeitgenossen machten ihn seine astronomischen Entdeckungen berühmt, aber heute ist die Dynamik der größte Theil seines Ruhmes. Zu den astronomischen Entdeckungen (wie Jupiterstrabanten, Venusphasen, Sonnenflecke etc.) gehörte nur Fernrohr und Fleiß, aber um die Naturgesetze zu finden bei Phänomenen, welche man immer vor Augen hatte, deren Erklärung aber allen Philosophen entgangen war, dazu gehörte ein außerordentliches Genie.“

Dieser Ausspruch ist durch das Urtheil Dühring's zu vervollständigen, der sich über Galilei's besondere Verdienste um Feststellung der Principien also äußert[2]):

---

1) ‚Mecanique analytique‘. (Ausgabe von 1811). Tome I, Partie II, p. 221.

2) ‚Principien‘, §. 17, S. 20 (erste Auflage).

„In einem gewissen Sinne kann man bereits von Galilei sagen, daß er die Statik und die Dynamik in engster Vereinigung mit einander behandelt und in den Principien bei der Begründung seiner neuen Wissenschaft keineswegs jene Trennung zugelassen hat, in welcher man nach ihm die beiden Zweige einander entfremdete, um sie dann später, nämlich erst im Laufe des letzten Jahrhunderts, einander wieder annähern zu müssen“.

Die wichtigsten Schriften Galilei's, welche speciell die Mechanik betreffen, oder doch dahin einschlagen, sind folgende vier[1]):

1) 1612. ‚Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua o che in quella si muovono‘ [2]).

Der Inhalt dieser Schrift betrifft vorzugsweise die Anwendung des Principes der virtuellen Geschwindigkeiten auf Fragen des Gleichgewichts flüssiger Körper.

2) 1632. ‚Dialogo intorno ai due massimi systemi del mondo Tolemaico e Copernicano‘ [3]).

Hier bildet die Nachweisung der Richtigkeit des Copernicanischen Welt-Systems den Hauptgegenstand.

3) 1638. ‚Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla meccanica ed ai movimenti locali etc.‘

Diese ebenfalls wieder in Form von Gesprächen, auf sechs Tage vertheilte (giornata prima — giornata sesta) Abhandlung, ist das berühmteste Werk Galilei's über Mechanik, welches er selbst am meisten schätzte. Die erste Ausgabe hiervon erschien 1638 in Leyden (Holland). Bei Albéri ist ihr der ganze XIII. Band gewidmet, welcher 1855 erschien.

Das erste und zweite Gespräch erstreckt sich vorzugs-

---

1) Die hier benutzte, seiner Zeit beste und möglichst vollständige Gesammtausgabe der Galilei'schen Werke, ist die vom Professor Eugenio Albéri zu Florenz veranstaltete. Es besteht diese Ausgabe aus 16 schön gedruckten Octavbänden, die mit Abbildungen auf Kupfertafeln versehen ist und in den Zeitraum 1842 bis 1856 erschien.

2) Albéri a. a. O. Tomo XII, pag. 9—96. (Die Zeit der ersten Auflage 1612 giebt Albéri an.) Die Bolognaer Ausgabe (als 2. Auflage), datirt von 1855.

3) Desgl. Tomo I, pag. 13—503. Das Ganze ist in Gestalt von Gesprächen auf vier Tage vertheilt (giornata prima — giornata quarta) abgefaßt, welche zwischen drei Personen Salviati (ein Copernicaner), Simplicius (ein Ptolemäer) und Sagredos (ein Zwischenredner) geführt wurden. Specielleres hierüber in der nachher folgenden Biographie Galilei's.

weise auf Festigkeit der Körper, wobei er auch Versuche anstellte, um die Größe des Abscheues vor leerem Raume (S. 10), als Ursache des Widerstandes gegen Trennung (Zerreißen und Zerbrechen) messen zu können. In der That maß Galilei unbewußt die Größe des Luftdruckes [1]. Hierbei wies er auch nach, daß deshalb in der Saugröhre einer Pumpe das Wasser höchstens auf 18 Braccien (etwas über 10 Meter) steigen könne [2].

Im dritten und vierten Gespräche verliest die eine der drei im Gespräche begriffenen Personen (Salviati) einen lateinischen Aufsatz ,de motu locali', über den die Gesellschaft sich italienisch unterredet. Die betreffende Abhandlung umfaßt die drei Abschnitte, gleichförmige Bewegung, natürlich beschleunigte und die Bewegung geworfener Körper.

Auch wird bewiesen, daß eine frei aufgehangene Kette eine Parabel bilde, ferner, daß ein Seil mit endlichen Kräften an beiden Enden nicht horizontal gestellt werden kann. Zuletzt folgt die Beantwortung von Fragen, welche den Schwerpunkt verschiedener fester Körper betreffen.

Im fünften Gespräche [3] werden verschiedene Sätze der Euklid'schen Elemente erörtert.

Das sechste Gespräch (di giornata sesta) endlich handelt von der Kraft des Stoßes (forza della percossa). Diese Erörterungen enthalten viele Irrthümer. Beispielsweise hält es Galilei für falsch, den Stoß mit einem Drucke vergleichen zu wollen. Der Stoß sei von unendlicher Kraft etc. [4].

4) 1649. ,Della scienza meccanica e delle utilità che si traggons dagl' instrumenti di quella con on frammento sopra la forza della percossa' [5].

In diesem erst nach Galilei's Tode erschienenen Werke

---

1) Giornata prima, pag. 18. Figuro 4, Tav. I.

2) Ebendaselbst, S. 21. Die einzige, leider zu kurz gefaßte deutsche (selbständige) Arbeit über diese wichtigen Theile der Mechanik hat (1854) Dr. Caspar unter dem Titel geliefert: ,Galileo Galilei. Zusammenstellung der Forschungen und Entdeckungen Galilei's auf dem Gebiete der Naturwissenschaften'. Stuttgart bei Ebner u. Seubert.

3) Nach Albéri (Tomo XIII, Avvertimento) enthielt die Original-Leydener Ausgabe nur vier Gespräche (le sole quattro prime giornate).

4) Man sehe hierüber auch Dr. Caspar a. a. O., S. 36.

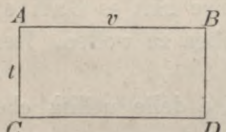
5) Albéri, Tomo XI (1854), pag. 85. Die erste Ausgabe in italienischer Sprache datirt, nach Albéri a. a. O., p. 83, vom Jahre 1649 und erschien in

wird vorzugsweise das Gleichgewicht der Kräfte an den sogenannten einfachen Maschinen, oder den mechanischen Potenzen (nach Pappus, S. 28) behandelt, und zwar mit durchgängiger Anwendung des Principes der virtuellen Geschwindigkeiten.

Nach vorstehender Uebersicht wenden wir uns zur Betrachtung und Erörterung einiger der wichtigsten Sätze aus genannten Schriften, von welchen letzteren die Gesetze des freien Falles der Körper oben an stehen, **da sie den Ausgangspunkt aller dynamischen Forschungen bilden!**

Zweifellos ist es, daß Galilei zur Entdeckung der Fallgesetze durch die Vereinigung von Speculation und Empirie gelangt ist [1]), daß er zuerst die Sätze über gleichförmige Bewegung feststellte und hierauf die Sätze über gleichförmig beschleunigte Bewegung basirte. Der Hauptinhalt dieser Sätze ist im Wesentlichen folgender:

Da bei der gleichförmigen Bewegung in gleichen Zeiten (t) gleiche Räume (s) zurückgelegt werden und bei gleichen Zeiten sich die Geschwindigkeiten (v) wie die durchlaufenen Räume verhalten, so muß sich der bei gleichförmiger Bewegung beschriebene Raum s durch die Gleichung $s = vt$ messen und folglich auch durch den Inhalt eines Rechteckes $AB\ CD$ (Figur 4) darstellen lassen, dessen Seiten die Geschwindigkeit $AB = v$ und die Zeit $AC = t$ sind.



4.

Dies vorausgesetzt zeigt Galilei [2]), daß sich beim freien Falle und überhaupt bei einer gleichförmig beschleunigten Bewegung die Zeit, in welcher ein (aus der Ruhe) fallender Körper einen bestimmten Weg zurücklegt, der Zeit gleich ist, in welcher er, mit der halben Endgeschwindigkeit gleichförmig bewegt, denselben Weg zurücklegen würde.

Ravenna nach Galilei's Tode (der 1642 erfolgte). Nach Manuscripten hatte schon früher 1634 der Pater Mersenne in Paris eine französische Uebersetzung unter dem Titel besorgt: ‚Les méçaniques de Galiléo mathématicien et ingenieur du duc de Florence'. In den bereits erwähnten Bolognaer Ausgaben der Galilei'schen Werke datirt diese Schrift vom Jahre 1855.

1) Man sehe hierüber namentlich Dühring, ‚Geschichte der Mathematik', Capitel 3, S. 33, 37 (erste Auflage).

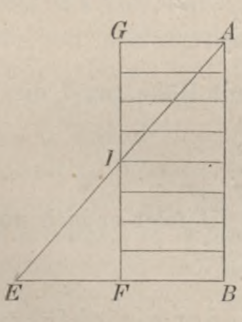
2) Bei Albéri Tomo XIII unter der Ueberschrift: ‚De motu naturaliter acceleratio', p. 167, fig. 46 (von letzterer ist unsere Figur 4 eine Copie).

Hierzu stellt er durch AB (Figur 5) die Zeit einer gleichförmig beschleunigten Bewegung und die in B auf $\overline{AB}$ errichtete Normale $\overline{BE}$ die am Ende dieser Zeit erlangte Geschwindigkeit dar. Theilt $\overline{AB}$ in gleiche Theile und zieht durch die Theilpunkte Parallelen mit $\overline{BE}$, so daß die Größen der Linien, welche innerhalb des Dreieckes ABE fallen, die Geschwindigkeiten darstellen, die den einzelnen Zeitmomenten entsprechen. Hierauf halbirt er die Linie $\overline{BE}$ in F und vollendet das Parallelogramm $ABFG$, so daß letzteres als Rechteck eine mit der halben Endgeschwindigkeit (v) während der Zeit $\overline{AB}$ ausgeführte gleichförmige Bewegung vorstellt. Die Summe der im Dreiecke ABE enthaltenen Geschwindigkeiten ist aber gleich der Geschwindigkeitssumme, welche das Parallelogramm $ABFG$ enthält, so daß auch die vermöge beider zurückgelegten Wege dieselben sein müssen. Bezeichnet man daher $\overline{BE}$ mit v und $\overline{AB}$ mit t, so hat man, nach Vorstehendem, wenn s wieder den gesammten Weg vorstellt, die Gleichung:

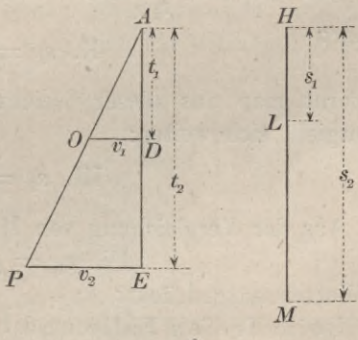
$$\text{I.}\quad s = \frac{vt}{2}.$$

Hierauf zeigt Galilei ferner, daß sich bei dieser Bewegung überdies die Wege (s) wie die Quadrate der Fallzeiten (t) verhalten. Er beweist dies folgendermaßen:

Es sei HL (Figur 6) der Weg (s_1), den ein Körper in der



5.



6.

Zeit $\overline{AD}$ (t_1) bei gleichförmig veränderter Bewegung durchfällt, so wie in gleicher Weise $\overline{HM}$ (s_2) der Weg sei, den derselbe Körper bei solcher Bewegung in der Zeit $\overline{AE}$ (t_2) zurücklegte; ferner mögen $\overline{DO}$ und $\overline{EP}$ die nach den Zeiten $\overline{AD}$ und $\overline{AE}$ erlangten Endgeschwindigkeiten (resp. v_1 und v_2) sein. Sodann ist nach dem vorigen Satze auch $\overline{HL}$ der Weg, den der Körper mit der Geschwindigkeit $\frac{1}{2}\ \overline{OD}$, so wie $\overline{HM}$ der Weg, den er mit der Geschwindigkeit $\frac{1}{2}\ \overline{EP}$ in gleichförmiger Bewegung zurücklegen würde.

Bei gleichförmiger Bewegung verhalten sich aber die Wege (Räume) wie die Producte aus Zeit und Geschwindigkeit, wonach man die Proportion hat:

$$\text{(I.)} \begin{cases} \overline{HL} : \overline{HM} = \overline{AD} \,.\, \frac{1}{2}\ \overline{DO} : \overline{AE} \,.\, \overline{EP}, \text{ d. i.} \\ \qquad\qquad\quad = \overline{AD} \,.\, \overline{DO} : \overline{AE} \,.\, \overline{EP}. \end{cases}$$

Da sich aber auch verhält:

$$\overline{AD} : \tfrac{1}{2}\ \overline{DO} = \overline{AE} : \tfrac{1}{2}\ \overline{EP}, \text{ also}$$

$$\overline{DO} = \frac{\overline{AD} \,.\, \overline{EP}}{\overline{AE}} \text{ ist, so}$$

hat man auch zufolge (I):

$$\overline{HL} : \overline{HM} = \frac{\overline{AD} \,.\, \overline{AD} \,.\, \overline{EP}}{\overline{AE}} : \overline{AE} \,.\, \overline{EP}, \text{ d. i.}$$

$$\overline{HL} : \overline{HM} = \overline{AD}^2 : \overline{AE}^2,$$

oder mit Bezug auf die in Figur 5 eingeschriebenen Buchstaben:

$$s_1 : s_2 = t_1{}^2 : t_2{}^2, \text{ w. z. b. w.}$$

Hiernach erhält man auch:

$$s_1 = \left(\frac{s_2}{t_2}\right) t_1{}^2.$$

Hat man nun $\frac{s_2}{t_2}$ durch Versuche zu $\frac{g}{2}$ ermittelt, so folgt ferner:

$$\text{II. } s_1 = \frac{g t_1{}^2}{2}.$$

Entfernt man aus dieser Gleichung mit Hülfe von I die Zeit t_1, so ergiebt sich weiter:

$$\text{III. } s_1 = \frac{v_1{}^2}{2g}.$$

Aus der Vergleichung von II und III folgt endlich noch:

$$\text{IV. } v_1 = g t_1, \text{ d. i.}$$

in Worten ausgedrückt:

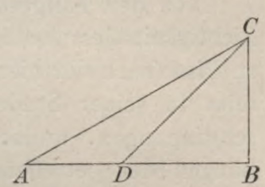
Beim freien Falle und bei jeder gleichförmig beschleunigten Bewegung sind die Geschwindigkeiten den Fallzeiten proportional, oder es verhalten sich die Geschwindigkeiten wie die Zeiten.

---

1) Die Ermittelung des Zahlenwerthes für g (der Acceleration oder Beschleunigung der Schwerkraft) gelang Galilei nicht (man sehe u. A. Kästner's ‚Mechanik' S. 57), sondern erst Huyghens, worauf wir nachher zurückkommen.

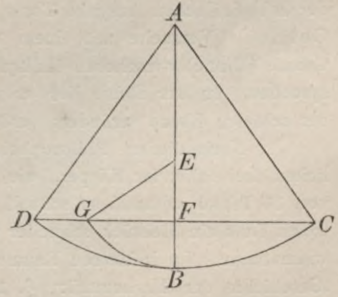
Galilei bemühte sich zuerst, diese theoretischen Sätze durch direkte Versuche mit senkrecht frei fallenden Körpern zu beweisen, gelangte indessen der großen Geschwindigkeiten und anderen Schwierigkeiten wegen, nicht zu den erwünschten Resultaten und kam deshalb auf den Gedanken, daß der Verlauf der Bewegung auf einer schiefen Ebene (der Hauptsache nach) derselbe sein müsse wie beim freien Falle.

Er schloß namentlich, daß ein Körper, welcher senkrecht durch die Höhe CB (Figur 7) einer schiefen Ebene fällt, dieselbe Geschwindigkeit erlangen müsse, als wenn er auf den Längen der schiefen Ebenen CA, CB hinabrollt, deren Endpunkte A, D mit B in derselben Horizontalebene liegen. Um dies nachzuweisen, ersann Galilei folgendes geistreiche Experiment[1]):



7.

Er bildete aus einer kleinen Bleikugel B und aus einem dünnen, biegsamen Faden, ein sogenanntes einfaches Pendel AB, fixirte dessen Aufhängepunkt A mittelst eines an einer Wand eingeschlagenen Nagels so, daß das Pendel ungehindert in einem Kreisbogen DBC schwingen konnte. Bei diesem Schwingen des Pendels fand er, daß dasselbe, wenn es von D aus nach B herabgegangen war, in letzterem Punkte angekommen, auf der anderen Seite bis zum Punkte C seinen Weg fortsetzte, wobei C mit D in einer Horizontalen lag, d. h. daß die Bleikugel B auf eine Höhe stieg, welche der Fallhöhe gleich war. Hierauf schlug er an irgend einer Stelle E der Vertikale AB einen (zweiten) Nagel derartig ein, daß der Pendelfaden AB sobald er diesen Nagel traf, eingebogen und die Kugel B gezwungen wurde, einen anderen Weg, nämlich den GB zu nehmen, während der Weg auf der freien Seite (also rechts in Figur 8) ungehindert BC blieb. Die Geschwindigkeiten, welche die Kugel B vermöge des Fallens durch DB, GB etc.



8.

1) Dialoghi delle nuove scienze. Giornate terza. Tomo XIII, S. 164, Figur 45

erlangte, war also stets die gleiche, sobald die Höhe FG des Fallens durchaus dieselbe blieb.

Diesem Experimente (und ähnlichen) zufolge erkannte Galilei die Bewegung des Pendels lediglich als eine Wirkung der Schwerkraft, als ein Fallen und zwar zugleich als ein solches, aus welchem man schließen könnte, daß, entgegen der Ansicht des Aristoteles[1]) (S. 10), von Natur alle Körper mit gleicher Geschwindigkeit fallen.

Von den Fallgesetzen ausgehend, bewies Galilei auch die Richtigkeit des von ihm an den aufgehängten Lampen im Dome zu Pisa (nach der hier später folgenden Biographie Galilei's bereits in seiner Studentenzeit) erkannten Gesetzes der Pendelschwingungen, wonach die Dauer dieser Schwingungen von den Längen der betreffenden Pendel abhängen und zwar daß, wenn man die Längen der letzteren mit l_1 und l_2, die correspondirenden Schwingungszeiten aber resp. mit t_1 und t_2 bezeichnet, dann die Proportion stattfindet:

$$l_1 : l_2 = t_1^2 : t_2^2.$$

Die Gleichung für die Schwingungszeit $= t$ eines mathematischen Pendels von der Länge $= l$, unter der Voraussetzung, daß die Erhebungswinkel (Elongationswinkel) unendlich klein sind, nämlich:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

kannte Galilei nicht. Erst Huyghens (von dem später ausführlich die Rede sein wird) gelangte zu diesem Ausdrucke[2]).

---

der Albéri'schen Ausgabe Tomo XIII. In derselben Quelle, p. 172 werden auch Galilei's Versuche mit einem 12 Brazzias langen, mit einem ausgehöhlten Canale (Rinne) versehenen Balken als schiefe Ebene angeordnet, ausführlich besprochen. In der Rinne ließ er messingene Kugeln laufen, wobei die Neigung der schiefen Ebene verändert werden konnte.

1) Nach diesem Philosophen, Physiker etc. sollten sich die Geschwindigkeiten frei fallender Körper, wie deren Gewichte verhalten, so daß ein Körper von 10 Pfund zehnmal so schnell falle, als einer von einem Pfunde. Daß in der freien Luft ein Bleistück schneller als eine Feder fällt, hat seinen Grund im Luftwiderstande. Im luftleeren Raume sind die Fallzeiten gleich. Nach Dühring ‚Geschichte der Mathematik', §. 13 (erste Auflage), soll übrigens der Italiener Benedetti (geb. 1530; gest. 1590) bereits gewußt haben, daß die Körper unabhängig von ihrer Masse mit gleicher Geschwindigkeit fallen, d. h. von denselben Höhen bei den verschiedenen Massen in gleichen Zeiten zur Erde gelangen.

2) Dühring sagt ganz richtig, daß Galilei den ersten entscheidenden Schritt zur Theorie des Pendels vornehmlich nur in empirischer Weise that (‚Geschichte der Mathematik', §. 32).

Dagegen bewies Galilei zuerst den Satz „daß ein Körper in derselben Zeit durch die Sehnen eines Halbkreises läuft, in der er durch den verticalen Durchmesser fällt“ [1]).

Ebenfalls durch die Fallgesetze wurde Galilei zum Probleme von der Bahn geworfener Körper (im luftleeren Raume) geleitet.

Vorher machte sich jedoch Galilei folgende zwei Sätze (Principien) klar:

1) Daß das Fortdauernde und Unzerstörbare der gleichförmigen Bewegung eines Körpers in einer horizontalen Ebene (das

---

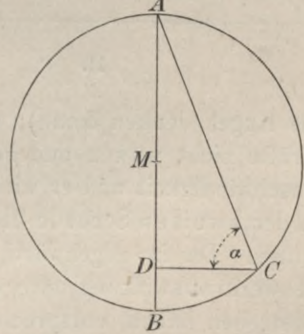
1) Nach II S. 58 ist nämlich die Zeit t_1 zum Durchfallen des Durchmessers $\overline{AB}$ Figur 9:

$$(a)\ t_1 = \sqrt{\frac{2 . \overline{AB}}{g}}$$

Für eine schiefe Ebene AC vom Neigungswinkel $ACD = \alpha$ ist dagegen $g \sin \alpha$ statt g zu setzen, so daß man für die Zeit t_2 erhält, binnen welcher derselbe Körper die schiefe Ebene AC durchläuft:

$$t_2 = \sqrt{\frac{2\ \overline{AC}}{g \sin \alpha}}.$$ Da jedoch auch

$$\sin \alpha = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$$ ist, so folgt:

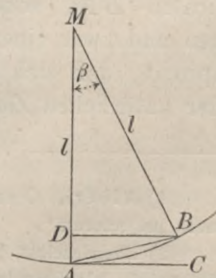


9.

$$t_2 = \sqrt{\frac{2\ \overline{AC} . \overline{AB}}{g . \overline{AC}}},$$ d. i. $$t_2 = \sqrt{\frac{2\ \overline{AB}}{g}},$$ so daß $t_2 = t_1$ d. i. gleich dem unter (a) gefundenen Werthe ist.

Noch läßt sich in ähnlicher Weise zeigen, daß das Verhältniß der Zeit eines im unendlich kleinen Kreisbogen $\overline{AB} = l . \beta$ (Figur 10) und eines auf der zugehörigen Sehne AB laufenden (fallenden) Körpers $= \frac{\pi}{2} : 2$ ist.

Bezeichnet t_3 die Zeit zum Durchlaufen der Sehne $\overline{AB}$, so hat man, wie vorher, $t_3 = \sqrt{\frac{2 . \overline{AB}}{g \sin {}^1\!/_2\, \beta}}$, da $\angle BAC = \angle DBA = {}^1\!/_2 \angle AMB = {}^1\!/_2\, \beta$ ist. Nun kann man auch setzen: $\sin {}^1\!/_2\, \beta = \frac{{}^1\!/_2 \overline{AB}}{\overline{AM}}$, so daß sich ergiebt $t_3 = \sqrt{\frac{4 . \overline{AM}}{g}}$, d. i. $t_3 = \sqrt{\frac{l}{g}}$. Daher mit dem Huyghens'schen Werthe für $\frac{t}{2}$ verglichen, in der That folgt: $t : t_3 = \frac{\pi}{2} : 2$.

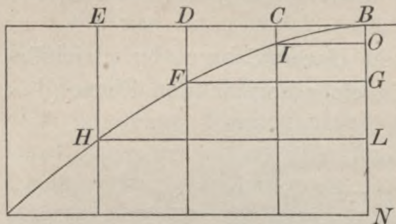


10.

Beharrungsprincip)[1]) eine Naturthatsache sei. (Gleichsam als Erläuterung hierzu).

2) Daß in allen Fällen die Bewegung, welche aus der Wirkung einer Kraft entsteht, mit derjenigen verbunden wird, die der Körper schon hatte[2]).

Sodann nahm Galilei die hier genau aus unserer Quelle copirte (Figur 11) zu Hülfe und schloß, der Hauptsache nach, folgendermaßen.



11.

Wird einem Körper in horizontaler Richtung ABE eine mehr oder weniger große Geschwindigkeit ertheilt (wobei man sich beispielsweise B als die Mündung eines Gewehr- oder Geschützrohres und den Körper als Kugel denken kann), so bleibt dem Körper, wenn andere Kräfte nicht wirken und kein Luftwiderstand vorhanden ist, diese Geschwindigkeit und er wird in der ersten Secunde einen Weg BC, in der zweiten Secunde den eben so großen Weg CD .... durchlaufen. Da in gegenwärtigem Falle aber der Körper auch der Schwerkraftswirkung unterworfen ist, so wird er das gleichzeitige Bestreben haben, entsprechend der Gleichung II (S. 58) folgende Wege zu durchlaufen $\overline{BO} = \left(\frac{g}{2}\right)$ am Ende der ersten Secunde, $\overline{BG} = \left(\frac{g}{2}\right).4$ am Ende der zweiten Secunde, $\overline{BL} = \left(\frac{g}{2}\right).9$ am Ende der dritten Secunde etc. etc.

Nach den beiden vorgenannten Principien wird aber der Körper weder der horizontalen Richtung ABE, noch der verticalen BN, sondern einer ganz besonderen Richtung folgen und zwar einer solchen, wovon die Bahn dem Gesetze entspricht, daß sich die horizontalen Abscissen im Verhältnisse der natürlichen Zahlenreihe, also wie 1, 2, 3, 4 ...., die verti-

---

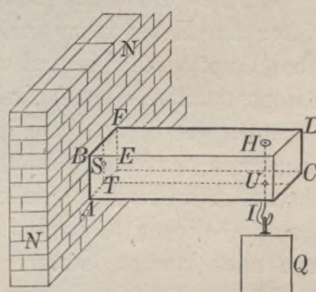
1) Albéri, ‚Opere complete‘, T. XIII, p. 221 unter der Ueberschrift: „De motu projectorum“.

2) Ebendaselbst, p. 227. Wir werden später erfahren, daß Newton diese Aussprüche als Grundsätze der Bewegung (mit wenig anderen Worten) an die Spitze seiner Mechanik (‚Principia‘) stellte.

kalen Ordinaten aber wie die Quadrate dieser Zahlenwerthe, also wie 1, 4, 9, 16 .... gleichzeitig verändern. Diesem Gesetze entspricht aber diejenige Curve, welche schon den Mathematikern des Alterthums [1]) als Parabel bekannt war.

Der Verfasser kann sich nicht zu der Ansicht verstehen, daß Galilei zur Ermittlung der Bahn geworfener Körper das Parallelogramm der Kräfte in Anwendung gebracht habe. In keiner einzigen anderen Untersuchung Galilei's, im Gebiete der Mechanik, hat er die Anwendbarkeit des Satzes vom Parallelogramme der Kräfte auch nur angedeutet!

Von dem Gesichtspunkte des technischen Zweckes ausgehend, welchem gegenwärtiges Buch gewidmet ist, entlehnen wir den ‚Discorsi etc.' [2]) noch die Theorie der Bruchfestigkeit prismatischer Körper. Galilei setzt einen aus harter, unbiegsamer Substanz bestehenden parallelepipedischen Balken $ABCD$ (Figur 12) von rechteckigem Querschnitte voraus, der mit einem Ende wagerecht in einer verticalen Wand NN befestigt und am freien Ende mit einem Gewichte Q belastet ist. Wir bezeichnen die Länge des Balkens, von der Wand an gerechnet bis zum Haken HJ, woran Q aufgehangen ist, mit dem Buchstaben l, ferner die Breite $\overline{BF} = \overline{AE}$ mit b und die Höhe $\overline{AB} = \overline{FE}$ mit h. Nimmt man dann (mit Galilei) an, daß alle Fasern, die zugleich auf der Brechungsebene AF rechtwinklig stehen, der Trennung oder dem Abreißen im Augenblicke des Bruchs mit durchaus gleicher Kraft widerstehen, so kann man sich den Gesammtwiderstand aller Fa-



12.

1) Nach Cantor ‚Geschichte der Mathematik', S. 211 hat Apollonius von Perga (S. 12 dieses Buches) den Namen Parabel für die Begrenzungslinie der parallel zur Seite des geraden Kegels geführten Schnittfläche eingeführt, während der Entdecker der Kegelschnitte Menächmus, ein Schüler des Plato, gewesen sein soll. Plato lebte aber (S. 5) circa 400 Jahre vor Christi Geburt, Man sehe über die Lehre von den Kegelschnitten auch Hankel's ‚Geschichte der Mathematik', S. 150.

2) Albéri'sche Ausgabe, Tomo XIII, giornata seconda, p. 117 (Figur 17). Unsere Figur 11 ist wieder eine Copie des Originales, mit einigen Abänderungen zum Verständniß der Sache.

sern im Schwerpunkte S der Fläche AF und demgemäß in der halben Höhe h vereint vorstellen. Bezeichnet man diesen Widerstand mit k und betrachtet STU als einen Winkelhebel, dessen Drehpunkt T ist, so hat man offenbar

$$Q \, . \, l = (k \, . \, bh) \frac{h}{2}, \text{ d. i. } Q = {}^1\!/_2 \, k \frac{bh^2}{l}.$$

Das Gewicht Q pflegt man die Bruchfestigkeit (relative Festigkeit) des Balkens zu nennen [1]).

Galilei erstreckte seine Festigkeitsuntersuchungen auch noch auf Körper von sogenanntem gleichen Widerstande, in welcher Hinsicht jedoch auf die angegebene Quelle verwiesen werden muß.

Noch ist auf einen anderen auch für die technische Mechanik wichtigen Satz, auf den Galilei'schen Hebelbeweis aufmerksam zu machen.

Galilei giebt den Beweis für das Gleichgewichtsgesetz von Kräften am Hebel in zweierlei Weise. Erstens in dem mechanischen Hauptwerke ‚Discorsi etc.' [2]) und dann in der älteren Schrift (dem posthumen Werke) ‚Della scienca meccanica' [3]).

An erster Stelle formulirt Galilei den Hebelbeweis eigentlich ganz in der Weise des Archimedes (S. 14 dieses Buches) [4]), während er an zweiter Stelle hierzu das Princip der virtuellen (möglichen) Geschwindigkeiten benutzt. Der Hauptsache nach kommt letzterer Beweis bei Galilei darauf hinaus, das virtuelle Princip als einen Grundsatz der Mechanik (ohne jeglichen Beweis) vorauszusetzen, d. h. auzunehmen, daß sich bei den einfachen Maschinen die Kräfte stets wie umgekehrt die gleichzeitigen Wege verhalten, oder daß stets nur so viel an Kraft gewonnen, als am Wege verloren wird.

Greifen zwei Kräfte P und Q (Figur 13) rechtwinklig an den Armen AB und AC eines Hebels BAC mit C als Drehpunkt

---

1) Die heutige Mechanik findet $Q = \frac{1}{6} k \frac{bh^2}{l}$, also im Wesentlichen dasselbe, nur mit dem Unterschiede, daß man den Balken als aus elastischen Fasern bestehend annimmt. Wir kommen auf diesen ganzen Gegenstand in der Folge wiederholt zurück.

2) Tomo XIII, giornata seconda, p. 113 (Albéri'sche Ausgabe).

3) Tomo XI, p. 92. (Dieselbe Ausgabe).

4) Eine ausführliche Kritik dieses Beweises findet sich in Dühring's ‚Kritische Geschichte etc. der Mechanik', S. 77 etc. (erste Auflage).

Galileo Galilei.

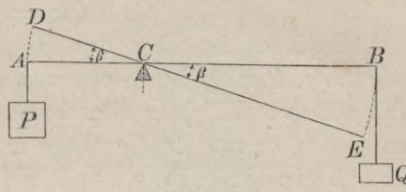
an und denkt man sich das System um ein sehr kleines Bogenstück β um C gedreht, so würde nach dem bezeichneten Principe sein:

$$P . \overline{AD} = Q . \overline{BE}.$$

Da jedoch $AD = \overline{AC} . \beta$ und $\overline{BE} = \overline{BC} . \beta$ gesetzt werden kann, so erhält man auch:

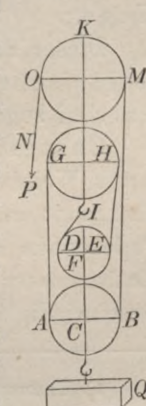
$$P . \overline{AC} . \beta = Q . \overline{BC} . \beta, \text{ d. i.}$$

$$P . \overline{AC} = Q . \overline{BC}, \text{ w. z. b. w.}$$



13.

Unter derselben Voraussetzung beweist Galilei das Verhältniß zwischen Kraft (P) und Last (Q) am sogenannten Flaschenzuge (Figur 14), welcher Beweis zugleich zur Aufstellung des Principes der virtuellen Geschwindigkeiten (für einen besonderen Fall) dienen kann. Es mögen AB und DE die Rollen der losen, sowie GH und OM die Rollen der zugehörigen festen Flasche sein. Ferner sei ein völlig biegsamer Faden zum sogenannten Einschnüren benutzt, an der unteren Flasche ein Gewicht Q aufgehangen, während am freien Fadenende N ebenfalls ein Gewicht P (oder eine Kraft) angebracht ist. Hierbei denken wir uns die Seilstücken unter einander parallel [1]) und vertical, endlich Zapfenreibungen und Seilbiegungswiderstände als nicht vorhanden.



14.

Da offenbar jeder vom Gewichte Q gespannte Faden eine gleich große Spannung erfährt, so muß wenn n parallele, gespannte Seile (Galilei nahm 4 solche Seile an) vorhanden sind, die Gleichung stattfinden:

$$P = \frac{Q}{n}.$$

Denkt man sich nun das Gleichgewicht aufgehoben und steigt oder senkt sich Q um den Weg w, so werden sich alle Seilstücke, die nach der beweglichen Flasche gehen, um dieselbe Größe, beziehungsweise verkürzen oder verlängern.

Da jedoch die gesammte Fadenlänge dieselbe bleiben muß so wird sich der Theil N, an welchem P befestigt ist, um eine Größe s erheben oder senken, für welche man hat:

1) Völlig parallele Seile erhält man immer dann, wenn man die Radien der aufeinander folgenden Rollen um den Radius der allerersten Rolle DE wachsen läßt.

$$s = n \cdot w.$$

Verbindet man nun diese beiden Gleichungen (durch Elimination von n) so ergiebt sich:

$$Qw = Ps.$$

Hierdurch ist aber das, vorher beim Hebel in Anwendung gebrachte, Princip bewiesen, was später im Jahre 1717 (von Johann Bernoulli) in allgemeinerer Weise [1]) geschah und wobei man auch zuerst für die Wege w und s den Namen „virtuelle Geschwindigkeiten" und für die Producte Qw und Qs den Namen „virtuelle Momente" [2]) brauchte.

Aus letzterer Gleichung folgt außerdem noch die Proportion:

$$P : Q = w : s, \text{ d. h.}$$

„wenn zwei Kräfte vermittelst eines festen Widerstandes im Gleichgewichte sind, so verhalten sich ihre Intensitäten umgekehrt wie die gleichzeitigen Wege."

Dieser Satz ist in der Mechanik unter dem Namen des Cartesianischen Grundsatzes bekannt [3]), während er eigentlich Galilei zugeschrieben werden muß.

Cartesius wandte allerdings den Flaschenzug in vorerörterter Weise zur Ermittelung der statischen Grundverhältnisse überhaupt an, indeß ist es unrichtig, wenn man den französischen Philosophen als den Erfinder dieses Satzes bezeichnet. Spätere Mathematiker z. B. Carnot [4]) nennen das Princip der virtuellen Geschwindigkeiten kurzweg „das Princip Galilei's" [5]).

---

1) Unserem Zwecke entsprechend, werde hier hervorgehoben, daß überall die Wege (virtuellen Geschwindigkeiten) mit den Richtungen der Kräfte P und Q als zusammenfallend angenommen sind, während der allgemeinere Beweis (des Johann Bernoulli) stets die Projectionen der Wege auf die Kraftrichtungen substituirt.

2) Der Begriff „Moment" scheint zuerst von dem Italiener Benedetti beim nicht geraden Hebel, im heutigen Sinne als statisches Moment, in Anwendung gebracht zu sein. (Man vergleiche hiermit das, was bereits über Benedetti [S. 60, Note 1] berichtet wurde.)

3) Obiger Satz ist für die ganze Maschinenmechanik in sofern von größter Wichtigkeit als damit dargethan wird, daß das, was man mittelst einer Maschine an Kraft ersparen kann, nothwendig an Weg verloren gehen muß.

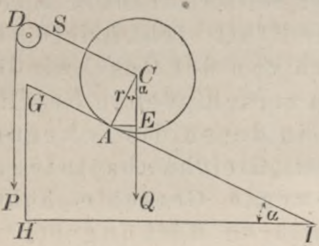
4) ‚Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement', Paris 1783. (zweite Auflage 1803), hier p. 93.

5) Man sehe hierüber besonders auch Dühring in seinen ‚Principien der Mechanik' (erste Auflage), S. 98 und 332.

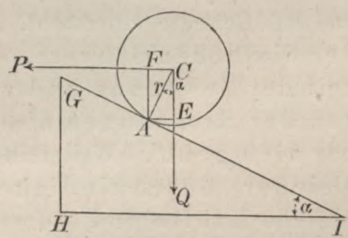
Nicht geringe Schwierigkeit fand Galilei bei dem Beweise des Satzes vom Gleichgewichte eines auf geneigter Ebene befindlichen festen Körpers.

In der ‚Scienzia meccanica‘ [1]) gründet er diesen Beweis auf den Hebel, jedoch in so umständlicher Weise, daß wir auf vorgenannte Quelle und auf Dühring's ‚Principien der Mechanik‘ [2]) verweisen und eigentlich diese Thatsache nur dazu benutzen müssen, daß er (wie bereits S. 63 hervorgehoben) den Satz vom Parallelogramm der Kräfte weder entschieden gekannt, noch allgemein anzuwenden verstanden hat.

Hierzu kommt noch, daß Galilei den fraglichen Beweis nur für den in Figur 15 angegebenen Fall geführt hat, wo die Kraft S $(= P)$ parallel zur Länge GJ der schiefen Ebene wirkt, nicht aber für den Fall (Figur 16), wenn die Richtung von P parallel der Basis HJ ist [3]).



15.



16.

Es bleibt uns vor Allem jetzt noch übrig, der Bemühungen Galilei's um die Ausbildung der Hydrostatik zu gedenken. Dieser letzteren Wissenschaft ist die bereits 1612 erschienene

---

1) Tomo XI, p. 114—120 der Albéri'schen Ausgabe.

2) Erste Auflage §. 30, S. 47 und 48, ferner S. 94.

3) Wolff (geb. 1679; gest. 1754) in seiner 1750 zu Halle erschienenen ‚Mechanik‘, Th. II der ‚mathem. Wissenschaften‘, wendet zu diesen Beweisen ebenfalls den Satz vom Hebel an. Im ersteren Falle (Figur 15) erhält er daher für die am Winkelhebel CAE wirkenden Kräfte S und Q: $S.\overline{CA} = Q.\overline{AE}$ d. i., weil $S = P$ und $\frac{\overline{AE}}{\overline{CA}} = \sin\alpha$ ist: $P = Q \sin\alpha$. Im zweiten Falle (Figur 16) betrachtet er FAE als diesen Winkelhebel und erhält: $P.\overline{FA} = Q.\overline{AE}$, also weil $\frac{\overline{FA}}{r} = \cos\alpha$ und $\frac{\overline{AE}}{r} = \sin\alpha$ ist, $P = Q\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = Q\,tg\,\alpha$, w. z. B. w. Wir kommen später auf den vielgeprüften Hallenser Professor Wolff noch einmal zurück.

Schrift (S. 54 erwähnt) gewidmet: ‚Discorso intorno alle cose che stanno in su l'acqua o che in quella si muovono'. (‚Ueber die Gegenstände, welche sich auf dem Wasser befinden oder darin bewegen')[1].

Galilei unternimmt in dieser Schrift eine Begründung der hydrostatischen Verhältnisse auf die allgemeinen Grundsätze der Statik und insbesondere auf das Princip der virtuellen Geschwindigkeiten, während im Rückblick auf Stevin (S. 50) letzterer in seinen hydrostatischen Erörterungen noch auf dem Standpunkte des Archimedes verblieb. Ueberdies scheint auch Galilei durch seine fragliche Schrift, wesentlich die Absicht gehabt zu haben, die Hauptsätze der Hydrostatik des Archimedes gegen Einwendungen zu vertheidigen[2]. In dieser der Hydrostatik gewidmeten Schrift findet sich zugleich die erste Auslassung Galilei's über den Begriff des Momentes[3]. Er versteht darunter jene Kraft (virtu, forza, efficacia), mit welcher der Motor bewegt und das Bewegte widersteht, „welche Kraft nicht allein von der einfachen Schwere, sondern von der Geschwindigkeit der Bewegung und von den verschiedenen Neigungen der Richtungen abhängt, in denen die Bewegung vor sich geht". Weiterhin heißt es: „Gleiche absolute mit gleicher Geschwindigkeit bewegte Gewichte haben gleiche Kräfte und Momente in ihren Wirkungen".

Im 6. Gespräche oder am 6. Tage, der bereits S. 54 übersichtlich erörterten ‚Discorsi', wo von der Kraft des Stoßes fester Körper gehandelt wird[4], wird behauptet, „daß sich die Energie des Stoßes aus Zweierlei zusammensetze, nämlich aus Geschwindigkeit und Gewicht". Kurz zusammengefaßt, macht Galilei einen Unterschied zwischen dem Druck eines auf einer Unterlage ruhenden Körpers und der Kraft eines in Bewegung begriffenen Körpers und kommt endlich zu dem Schlusse,

---

1) Tomo XII, p. 9 der Albéri'schen Ausgabe der Galilei'schen Gesammtwerke, Abtheilung ‚Opere fisico-matematiche'.

Eine kritische Beurtheilung dieser Arbeit Galilei's giebt Dühring in seinen ‚Principien der Mechanik' (erste Auflage), S. 90, §. 46.

2) Dühring, a. a. O. S. 90.

3) Albéri's ‚Galilei', Tomo XII, p. 14. Hieraus Dühring, ‚Geschichte der Mechanik' (erste Auflage), S. 24—29.

4) Albéri a. a. O. Tomo XIII, p. 315 etc. Hiernach Dühring a. a. O., S. 158.

daß das Moment einer Kraft, sowohl von der Geschwindigkeit (v) als von der Masse (m) des bewegten Körpers abhänge und daß es dem Producte beider proportional sei. Hiernach ist mv das Maaß der Kraft eines bewegten Körpers.

Dühring[1]) nennt alle derartigen Erläuterungen über Kraft, Moment, ferner die Doppeldefinition der Kraft, nämlich als Ursache der Bewegung oder aber nur des Bestrebens zur Bewegung etc., fundamentale Schwierigkeiten, welche sich durch die ganze Mechanik bis auf den heutigen Tag fortgepflanzt haben.

In der That beruht auf dieser lediglich sprachlichen Schwierigkeit der nachher zu erörternde Streit über das Kräftemaaß, zwischen den Anhängern des Cartesius und des Leibniz und basiren sich (noch 1859) hier auf Redtenbacher's[2]) Auslassungen gegen Lagrange, dessen Auffassungen (die ersten Principien der Mechanik) er als unklar bezeichnet, weil Lagrange Kräfte bald nach dem Drucke, bald nach dem Momente, bald nach lebendiger Kraft und endlich noch durch Stoßwirkungen mißt.

Nach unserem Wissen und übereinstimmend mit unbefangeneren wissenschaftlichen deutschen Autoritäten[3]), hat dieser Verwirrung erst der französische Geometer Poncelet im Jahre 1825 ein Ende gemacht, welcher Auffassung auch schon die Zeitgenossen dieses Begründers der industriellen Mechanik und der theoretischen Maschinenlehre (mécanique appliquée aux machines) folgten[4]), sowie deutsche Männer, welche der technischen Mechanik zu nutzen verstanden, wie Redtenbacher, Weisbach u. A.

Leider giebt es im deutschen Vaterlande noch jetzt Fachmänner, welche entgegengesetzter Meinung sind[5]), die der Verfasser, seinem Principe gemäß (S. 2, Note 4) nicht nennen will[6]).

---

1) ‚Principien der Mechanik‘ (erste Auflage), S. 26, §. 21.

2) Geistige Bedeutung der Mechanik. In der Schrift des Sohnes „Rudolph Redtenbacher“, München 1879, S. 112.

3) Jolly, ‚Principien der Mechanik‘, S. 141 und 171.

4) Wir nennen hier schon die übrigen Männer der wackern französischen Schule, nämlich Navier, Coriolis, Poisson, Belanger und Delaunay etc., auf die wir später zurückzukommen Veranlassung finden werden.

5) Namentlich solche, welche noch Druckkräfte (continuirlich wirkende Kräfte) und Stoßkräfte (momentan wirkende Kräfte) unterscheiden!

6) Um die studirende Jugend der technischen Lehranstalten, schon hier vor verkehrten Auffassungen des wichtigen Gegenstandes, nämlich des „Kräftemaaßes“,

Im Vorstehenden glaubt der Verfasser die Verdienste, welche sich der große Galilei speciell um die Mechanik (soweit es sich um die constante Kraft der Schwere handelt) erworben hat, dem hier gesteckten Ziele gemäß, hinreichend gewürdigt zu

---

zu schützen, entlehnen wir (im Voraus) dem vorbenannten Poncelet'schen Werke (Sect. 1, §. 11) folgende Betrachtung:

„Wenn man zwei Kräfte successive auf denselben Körper wirken läßt, welcher dieser Wirkung frei folgen kann, indem er sich nach der Richtung dieser Wirkung seiner eigenen Richtung parallel bewegt; so ertheilen sie diesem Körper in demselben Zeitelemente dt unendlich kleine Geschwindigkeiten, welche den Intensitäten dieser Kräfte proportional und von der bereits früher angenommenen Bewegung unabhängig sind. Wenn daher q das absolute Gewicht irgend eines Körpers an einem Orte bezeichnet, worin dieser Körper vermöge der Schwerkraftswirkung am Ende der ersten Secunde seines freien Falles die Geschwindigkeit g oder in der Zeit dt die Geschwindigkeit gdt erlangt und p irgend eine andere bewegende Kraft, welche demselben Körper im Zeitelemente dt einen Geschwindigkeitszuwachs dv zu ertheilen vermag, so hat man nach dem vorbemerkten Gesetze die Proportion:

$$p : q = dv : gdt, \text{ folglich:}$$

$$\text{I. } p = \frac{q}{g} \cdot \frac{dv}{dt}.$$

Eben so sei q_1 das absolute Gewicht desselben Körpers an irgend einem anderen Orte, wo g zu g_1 wird. Dann hat man ebenfalls:

$$p = \frac{q_1}{g_1} \cdot \frac{dv}{dt}, \text{ folglich } \frac{q}{g} = \frac{q_1}{g_1} = \text{Const.} = m.$$

Das Verhältniß m, welches von der Intensität der Schwere an jedem Orte unabhängig ist, pflegt man die Masse des Körpers zu nennen, bei welcher Definition durchaus keine physikalischen oder metaphysischen Begriffe, welche man zuweilen damit verbindet, in Betracht gezogen zu werden brauchen, so daß man vermöge einer bloßen Uebereinkunft hat:

$$q = mg \text{ oder } m = \frac{q}{g}.$$

Statt I kann man daher auch setzen:

$$\text{II. } p = m\frac{dv}{dt}, \text{ so wie}$$

$$\int p\,dt = \int m\,dv + \text{Const.}$$

Integrirt man zwischen den Grenzen 0 und t und bezeichnet den Werth von v, welcher der Zeit $t = 0$ entspricht mit v_0, so ist:

$$\text{III. } \int_0^t p\,dt = mv - mv_0 = m(v - v_0).$$

Ist keine Anfangsgeschwindigkeit vorhanden und ist p eine constante Kraft, so hat man

$$\text{IV. } pt = mv \text{ und}$$

$$\text{V. } p = \frac{mv}{t}.$$

Das Product mv nennt man nach Cartesius die Größe der Bewegung. Ein späterer Zeitgenosse Poncelet's (der Chef-Ingenieur und Professor Belanger haben und verweist hinsichtlich der wichtigsten Entdeckungen des italienischen Meisters im Gebiete der Physik und Astronomie auf die hier folgende Biographie.

---

in Paris) führte für das Integral $\int_0^t p\,dt$ und für pt (je nachdem die Kräfte von veränderlicher oder constanter Intensität sind) die Benennung Antrieb (impulsion) der Kraft während der Zeit t ein.

Bezeichnet ds den während der Zeit dt vom Beweglichen durchlaufenen Weg, so ist $ds = v\,dt$, daher, wenn letzterer Werth benutzt wird um v aus II zu entfernen, folgt:

$$\text{VI.} \quad p = m\frac{d^2 s}{dt^2},$$

was voraussetzt, daß die Zeit t als unabhängige Variable betrachtet wird also ihr Differenzial dt constant ist.

Beachtet man endlich, daß aus II das dt mittelst $dt = \frac{ds}{v}$ entfernt werden kann, so findet sich noch ein dritter Werth für p, nämlich:

$$\text{VII.} \quad p = m\frac{v\,dv}{ds}.$$

Bezeichnet man jetzt die Acceleration oder Beschleunigung (der veränderlichen Bewegung) mit j, so hat man überhaupt:

$$\text{VIII.} \quad j = \frac{\text{Kraft}}{\text{Masse}} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{v\,dv}{ds}.$$

Man kann dies die Varignon'schen Grundgleichungen der veränderlichen Bewegung nennen, weil dieser Geometer sie zuerst in Gestalt solcher Differenzialgleichungen aufstellte und 1700 in den ,Memoiren der Pariser Akademie der Wissenschaften' (p. 22—27) bekannt machte.

In synthetischer Auffassung lieferte sie zunächst Newton in seinen ,Principien der Naturlehre', Buch I, Abschnitt 7 (S. 134 der Wolfers'schen Uebersetzung).

Integrirt man die aus VII zu entnehmende Gleichung:

$$p\,ds = mv\,dv,$$

so erhält man

$$\text{IX.} \quad \int_{s_0}^{s} p\,ds = \tfrac{1}{2}\,mv^2 - \tfrac{1}{2}\,mv_0^2,$$

Hierbei ist v_0 die Geschwindigkeit der Masse m (des materiellen Punktes), welche dieselbe besitzt, wenn sie um einen Weg $= s_0$ von einem festen Punkte der geradlinigen Bahn entfernt ist. Das Product mv^2 nannte zuerst Leibniz die lebendige Kraft der Masse m. Poncelet fand diese Bezeichnung unpassend, weil in der Mechanik jetzt Kraft nur noch Druck bedeutet.

Das Integral $\int_{s_0}^{s} p\,ds$ wurde zuerst von der französischen Schule (Poncelet, Navier und Coriolis) die mechanische Arbeit der Kraft p innerhalb der Zeit genannt, welche m braucht um den Weg $s - s_0$ zu durchlaufen.

Die Gleichung IX hat für die theoretische Maschinenlehre eine viel größere Wichtigkeit, als die, welche vorher mit III bezeichnet wurde.

Ist die Bahn des Beweglichen keine gerade Linie, sondern irgend eine Curve, so bildet die Richtung der Kraft p mit der Richtung von ds (mit der Tangente der Curve) irgend einen Winkel α, in welchem Falle dann $ds \,.\, \cos\alpha$ statt ds in Rechnung zu bringen ist. Wir kommen nachher auf diesen letzteren Fall zurück.

Galileo Galilei[1]) wurde am 18. Februar 1564, dem Tage, wo Michel Angelo zu Rom die Augen schloß, in Pisa geboren. Sein Vater, ein Florentiner Edelmann in nicht glänzenden Vermögensverhältnissen, bestimmte den jungen Mann zum Kaufmannsstande (Tuchhandel). Da jedoch der Sohn ungewöhnliches Talent für Wissenschaft, Kunst und praktische Mechanik zeigte, entschied sich der Vater, trotz der Schwierigkeit die hierzu nothwendigen Mittel zu beschaffen, schließlich dazu, dem Sohne eine gelehrte Ausbildung geben zu lassen. Er sollte Arzt werden. Erst 17½ Jahre alt wurde Galilei (1581) an der Universität Pisa immatriculirt, wo er seine Studien mit Mathematik und der Metaphysik des Aristoteles begann. Schon bei dem jungen Studiosus bäumte sich der Genius gegen das starre Festhalten an einem antiquirten Standpunkt himmelhoch auf, er rang nach eigner Erkenntniß und griff deshalb, kühn und entschlossen, zum Entsetzen der ob solcher unerhörten Verwegenheit ganz verblüfften Aristoteliker, so manchen bisher für unantastbar gehaltenen Orakelspruch ihres großen Meisters in öffentlichen Disputationen an, welche „Naseweisheit" ihm schon damals zahlreiche Feinde und den Beinamen „der Zänker" einbrachte. Ebenfalls als Student entdeckte er den Isochronismus der Pendelschwingungen und zwar durch die aufmerksame Betrachtung der Schwingungen einer Lampe in der Cathedrale zu Pisa, die an einem langen Seile herabhing. Die Zeiten der Schwingungen dieses Pendels maß er mittelst Beobachtung seiner eignen Pulsschläge. Leider mußte Galilei, erst 21 Jahr alt, wegen unzulänglicher Mittel die Universität verlassen; jedoch stand er bereits derartig auf eigenen Füßen, daß er seine selbständigen Untersuchungen der Naturerscheinungen zu Hause eifrig fortsetzen konnte. Schon damals nannte ihn der Marquis del Monte (Guido Ubaldi) „den modernen Archimedes", empfahl den jungen Gelehrten dem derzeitigen Großherzoge Ferdinand I. von Toscana aus dem Hause Medici, in Folge dessen ihm 1589 eine Professur der Mathematik an der Universität Pisa anvertraut wurde, allerdings mit dem sehr geringen Gehalte von 60 Scudi (260 Mark) pro Jahr. In dieser Zeit war es, wo er seine epochemachenden Forschungen über die Gesetze des freien Falles der Körper anstellte, welche heute unter dem Namen der „Galilei'schen Gesetze" bekannt sind. Zugleich trat er offen gegen die mächtige Schule der Aristoteliker auf, was ihm viele Feinde zuzog, denen sich auch bald Johann von Medici (natürlicher Sohn von Cosmus I.) zugesellte, so daß er es für angemessen hielt, erst nach Florenz zurück zu pilgern, dann aber im Herbst 1592 in den Freistaat Venedig überzusiedeln, wo er, vorläufig auf 6 Jahre, als Professor der Mathematik in Padua angestellt wurde.

Hier erfand er (1594) den Proportionalzirkel, dann (1597) das Thermometer und als er 1609 bei einer Reise in Holland von den dort erfundenen Fernröhren hörte, erfand er bald nachher ein weit schärferes Fernrohr mit tausendfacher Vergrößerung, während das des Holländers nur eine 25fache Flächen-

1) Diese Biographie wurde vorzugsweise (an mehreren Stellen wörtlich) mit Hülfe folgender zwei Quellen verfaßt:

a) Cantor, Zeitschrift für Mathematik und Physik und

b) Karl v. Gebler, Galileo Galilei und die römische Curie. Stuttgart 1876.

vergrößerung erzeugte. Der Senat von Venedig belohnte diese wichtige Vervollkommnung mit der lebenslänglichen Anstellung als Professor, und von dieser Zeit an datirt auch Galilei's lebhafter Briefwechsel mit Kepler, der erst mit des Letzteren Tode endigte.

Mit seinem neuen Fernrohre entdeckte Galilei am 7. Januar 1610 die Jupitersmonde, erkannte den Planeten Saturn als dreigestaltig und entdeckte die sogenannten Sonnenflecke.

In demselben Jahre wurde Galilei von dem jungen Großherzoge Cosmus II. in Florenz als Professor der Mathematik nach Pisa zurückberufen, jedoch ohne zu Vorlesungen verpflichtet zu sein, oder auch nur in Pisa wohnen zu müssen. Kaum in Florenz angekommen, entdeckte er hier die Phasen des Planeten Venus, wodurch er zugleich eine kräftige Stütze für die Lehre von der Bewegung der Erde um die Sonne, also für die Richtigkeit des von ihm lebhaft vertretenen Weltsystemes des Copernicus gewann. Bekanntlich war es immer einer der stärksten Einwürfe gegen das Copernicanische System, daß diese Venus-Lichtgestalten (wie die des Mondes) und des Merkurs, nicht statt hatten, oder vielmehr nicht gesehen werden konnten.

Galilei's Erklärung für die Copernicanische Weltordnung erhöhte die Macht seiner Feinde, er wurde als Ketzer erklärt, weil man durch sein System das Ansehen der Bibel für höchst gefährdet hielt.

Im Frühjahr 1611 reiste Galilei nach Rom, vorzugsweise um daselbst einflußreiche Persönlichkeiten zu veranlassen, seine Beobachtungen zu prüfen, was jedoch nicht in rechter Weise gelang, im Gegentheil die römische Curie, insbesondere Jesuiten und Dominicaner, veranlaßte, eine wetteifernde Polemik gegen Galilei zu beginnen. Anfänglich ließ Galilei den harten Streit durch seine Freunde, insbesondere durch seinen Schüler, den edlen Benedictiner Pater Castelli, führen, bis er sich am 31. December 1613 verleiten ließ, einen Brief an Castelli zu schreiben, in welchem zum ersten Male theologische Abschweifungen vorkamen und wobei er vorzüglich die Beweise seiner Ansichten in der Bibel suchte. Leider hatte Castelli ohne Galilei's Wissen von diesem Briefe Abschriften nehmen lassen, nicht ahnend, daß er damit seinen großen Freund ins Verderben stürzte. Allerdings konnte ihm die blinde kirchliche Partei anfänglich nichts anhaben, indeß war Galilei auch starrköpfig genug, dem Rathe seines Gönners Cardinal Maffeo Barberini in Rom (selbst Jesuit) nur die heilige Schrift aus dem Spiele zu lassen, nicht zu folgen, ging vielmehr voll Siegesgewißheit im December 1615 zum zweiten Male nach Rom, seine Sache beim Papste Paul V. persönlich zu vertreten.

Während Galilei's Anwesenheit wurden die Qualificatoren des heiligen Officiums zu einer Begutachtung der zwei Sätze berufen, erstens, daß die Sonne still stehe und zweitens, daß die Erde nicht das Centrum der Welt und nicht unbeweglich sei. Das Urtheil lautete nicht wie Galilei's Feinde erwartet hatten, jene Lehre als dem Glauben zuwider und für ketzerisch bezeichnet zu sehen, vielmehr sprach sich die heilige Congregation blos dahin aus „jene Meinung stimme mit der heiligen Schrift nicht überein“ und wären demzufolge nur die Bücher zu verbieten, welche ex professo behaupten wollten, die Copernicanische Lehre stehe mit der Bibel nicht im Widerspruche, woraus folgt, daß für Galilei kein specieller Befehl absoluten Schweigens betreffs der Copernicanischen Theorie bestand[1]), sobald diese im Sinne einer Hypothese genommen wurde. Durch Decret vom 5. März 1616 war dem Galilei dieser Beschluß bekannt geworden und er hatte sich diesem in Demuth gefügt.

Sowohl dieses Ereigniß als der Tod des Papstes Paul V. (Januar 1621) hinderten vorerst ein weiteres Vorgehen seiner Feinde. Noch mehr erhöhten sich die Hoffnungen Galilei's auf einen großartigen Umschwung in der freien Entwicklung der Wissenschaft und sein Verhältniß zu ihr, als am 8. Juli 1623 sein bisheriger Gönner, Cardinal Maffeo Barberini als Papst Urban VIII., den heiligen Stuhl bestieg. Demgemäß stellte sich Galilei dem neuen Papste wiederholt persönlich vor, was wenigstens zur Folge hatte, daß man ihn von Seiten der Inquisition in Ruhe ließ. Im Jahre 1632 erschien Galilei's berühmtes Buch: ‚Dialoge über die beiden wichtigsten Weltsysteme, das Ptolemäische und das Copernicanische‘[2]), in welchem drei fingirte Personen auftreten: Salviati ein Copernicaner, Sagredo ein Zwischenredner und Simplicius ein Ptolemäer, welch letzterer (als „der Einfache“ oder eigentlich „der Einfältige“) von den beiden ersteren durch Scherz und Ernst in die Enge getrieben wird.

So sehr auch die hervorragendsten Gelehrten aller Länder dem Galilei wegen dieser wissenschaftlichen That beglückwünschten, so gut verstanden es seine lauernden Feinde, die Jesuiten und Dominicaner, solche zu Anklagen zu gestalten. Zugleich bestrebten sie sich darzuthun, daß Simplicius, der alberne Vertheidiger des Ptolemäischen Systemes in den Dialogen, Niemand anders sei als Urban VIII selbst und Galilei demnach die heilige Person des Papstes verspottet und verhöhnt habe.

Ein Mann von so großer Eitelkeit wie Urban, war natürlich an dieser schwachen Seite höchst empfindlich und richtig hielt er sich schließlich für persönlich beleidigt; es wurde eine Specialcommission von 10 hohen geistlichen Herren in Rom niedergesetzt und der traurige Inquisitionsproceß gegen Galilei begann. Bereits am 23. September 1632 erhielt der Inquisitor von Florenz den Auftrag, Galilei im Namen der heiligen Congregation zu bedeuten, daß er im Laufe des Monats October in Rom vor dem Generalcommissair des heiligen Officiums zu erscheinen habe. Nachdem alle Bemühungen seiner Freunde und Gönner diese Citation zu umgehen an der Macht seiner Feinde gescheitert waren, trat am 20. Januar 1633 der siebzigjährige gichtbrüchige Greis, in einer Sänfte getragen, die beschwerliche Reise nach Rom an, wo er (mit Einschluß einer zwanzigtägigen Quarantäne) am 13. Februar in der päpstlichen Residenz eintraf.

---

1) v. Gebler a. a. O., S. 107 und S. 122 berichtet über diese wichtigen Acte anders wie viele seiner Vorgänger, namentlich auch anders wie Cantor a. a. O. Die Ursache davon ist einfach die, daß v. Gebler Einsicht in Actenstücke des Vaticans nehmen konnte, die bis zum Jahre 1870 unzugänglich waren. Man sehe deshalb insbesondere S. 101 und 102 des v. Gebler'schen Buches.

2) ‚Dialogo di Galileo Galilei: dove nei congressi di quattro giornate si discorre sopra i due Massimi Sistemi del Mondo Tolemaico e Copernicano, proponendo indeterminatamente le ragioni filosofiche e naturali tanto per l'una parte, che per l'altra‘. Firenze 1632.

Am 12. April 1633 hatte Galilei, innerlich bereits völlig gebrochen, das erste Verhör im Palaste des heiligen Officiums zu bestehen, wobei er entweder eine große Unkenntniß fingirte, oder von dem Gedanken an den 1600 verbrannten Bruno (S. 47) geschreckt wurde. Nach diesem eigentlich resultatlosen Verhöre wurde der alte gebrechliche Mann, aus Mangel an Bewegung und zufolge der moralischen Aufregung, krank, so daß ein zweites Verhör erst am 30. April stattfinden konnte. In diesem zweiten Verhöre erklärte Galilei die Abfassung seiner Dialoge für einen Irrthum, den er aus Ehrgeiz, reiner Unwissenheit und Unachtsamkeit begangen habe, offenbar eine demüthigende Erklärung, die geradezu widerwärtig berührt. Als man ihn zum dritten Male (am 10. Mai) vor das heilige Tribunal forderte, wurde ihm die Abfassung einer Vertheidigungsschrift aufgegeben, die er jedoch sofort überreichte. Diese Schrift (hebt Gebler a. a. O., S. 273 ganz besonders hervor) war ein rührender Appell an die Gnade der Richter des heiligen Tribunals, die man nicht lesen konnte, ohne das regste Mitleid mit dem unglücklichen alten Manne zu empfinden, der am Abend seines Lebens, aus Furcht vor dem Scheiterhaufen, seine wissenschaftliche Ueberzeugung verläugnete.

Dies Alles reichte jedoch den wüthenden Finsterlingen noch nicht aus, vielmehr drängte man ihn, unter Androhung der Tortur, zu noch weitergehendem Widerrufe, allerdings ohne daß er jemals in die Kerkergewölbe der Inquisition geworfen wurde. Den Widerruf leistete er aber am 22. Juni 1633 in der Kirche des Dominicanerklosters Santa Maria sopra la Minerva, vor seinen Richtern und einer großen Versammlung von Cardinälen, Prälaten etc. der heiligen Congregation.

Demüthig knieend vor seinen Richtern mußte er eine derartig entwürdigende Abschwörung aussprechen, daß der Verfasser froh ist, hier keinen Raum zu deren Aufnahme zu haben und genöthigt wird auf S. 301 des von Gebler-schen Buches zu verweisen.

Demzufolge ist es nicht wahr, daß Galilei, im Augenblicke der gezwungenen Abschwörung empört ausgerufen haben soll: „E pur si muove! — Und sie bewegt sich doch!“ — Ebenso ist es unwahr, wenn behauptet wird, man habe ihn in die furchtbaren Gewölbe des heiligen Gerichts geworfen, habe ihm die Augen ausgestochen u. s. w., er wurde in kein eigentliches Gefängniß eingeschlossen, erhielt auch die Erlaubniß nach Arcetri zurückzukehren und selbst zuweilen auch Florenz besuchen zu dürfen; indeß wurde er von der Aufsicht und Controle der Jesuiten nie wieder befreit. Im December 1636 erblindete er leider auf beiden Augen, in welcher Zeit er dessenungeachtet seine berühmten Dialogen[1]) beendete, die aber aus Furcht vor seinen Verfolgern in Italien kein Verleger drucken wollte und daher erst 1638 in Holland und zwar zu Leyden erschienen und woraus bereits S. 54 referirt wurde.

In Arcetri, welches der blinde Greis nie wieder verließ, zeigte sich sein gewaltiges Genie stets in staunenswerther Weise, sobald die körperlichen Schmerzen nur einigermaßen nachließen und er sich mit wissenschaftlichen Speculationen beschäftigen konnte. Galilei's ganze Hoffnungslosigkeit und

1) ‚Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze attenenti alla meccanica ed ai movimenti locali‘, Leida 1638.

fromme Resignation in dieser Zeit sprechen sich am deutlichsten in dem kurzen Satze aus, den er oft an Castelli zu schreiben pflegte: „Gefällt es Gott, so muß es auch uns so gefallen“[1]). Am 8. Januar 1642, im Geburtsjahre Newton's, endete Galilei 67 Jahre 10 Monate und 20 Tage alt, sein irdisches Leben.

Seine Feinde verhinderten übrigens nicht nur, das Andenken des Verstorbenen öffentlich gebührend zu ehren, sondern respectirten auch nicht seinen letzten Willen, in der Gruft seiner Ahnen, in der Kirche Santa Croce in Florenz bestattet zu werden. Vielmehr musste die Leiche des großen Todten in einer Nebencapelle jener Kirche, ohne alle Auszeichnung, Platz finden. Erst im Jahre 1737 wurden die vergänglichen Ueberreste Galilei's in der Kirche Santa Croce selbst (dem Pantheon der Florentiner) untergebracht. Die betreffende Stelle ist noch heute durch ein schönes Denkmal bezeichnet.

§. 11.

So unbestritten es auch ist, daß die Verdienste Galilei's um die Grundlegung einer wissenschaftlichen Dynamik (durch die Entdeckung der Gesetze des freien Falles der Körper) nicht hoch genug geschätzt werden können; so war doch eine recht rüstige Fortführung des begonnenen Baues erforderlich, um schließlich zu den Endresultaten zu gelangen, deren sich die Gegenwart, gleichsam als der Ernte einer mehr denn tausendjährigen Saat, erfreut und woraus auch die theoretische Maschinenlehre so außerordentlichen Nutzen zieht.

Von denen, welche sich um die gedachte Baufortführung hoch verdient machten, ist in erster Linie der französische Philosoph[2]), Physiker und Mathematiker René Descartes oder Cartesius (man sehe dessen nachher folgende Biographie) zu nennen. Ihm verdanken wir vor Allem die Schöpfung (die Principien) der analytischen Geometrie, die Verbindung der letzteren Wissenschaft mit der Analysis und die Anwendung der Algebra auf die Theorie der Curven, wobei man die Behauptung aussprechen darf, daß dieses Verdienst Descartes mehr als seine sämmtlichen übrigen Leistungen das Andenken an ihn für alle Zeiten unvergänglich machten.

Nach Descartes' Methode kann man durch eine einzige algebraische Formel, allgemeine Eigenschaften ganzer Gruppen von

1) „Piace cosi a Dio, due piacere cosi ancora a noi“ (v. Gebler a. a. O., S. 363).

2) Gewöhnlich als der einzige streng systematische Philosoph der Franzosen bezeichnet.

Curven ausdrücken, die sogenannten Kegelschnittslinien treten, ohne an den Kegel zu denken, als Linien zweiten Grades, in der Ebene liegend auf etc.

Bemerkenswerth ist hierbei, daß Descartes in seiner Geometrie nur die Curven aufgenommen hatte, deren Gleichungen nach seinem Coordinatensysteme von einem bestimmten endlichen Grade waren, welche er zugleich geometrische Curven nannte, während er den übrigen den Namen mechanische gab und wohin namentlich die Kettenlinie, die Gleichgewichtslinie und die elastischen Linien gehören, Linien worauf wir, als für die technische Mechanik von besonderer Wichtigkeit, später zurückkommen.

Die ‚Geometrie' des Descartes erschien 1637[1]), worin er zugleich eine richtige Vorstellung von der Bedeutung negativer Wurzeln der Gleichungen gab. Man verdankt ihm auch die (seinen Namen tragende) Regel, die dazu dient, aus der Zeichenfolge einer gegebenen Gleichung zu entscheiden, ob dieselbe nur reelle Wurzeln enthält und zu bestimmen, wie viel positive und negative Wurzeln vorhanden sind.

Ebenso hat er gezeigt, wie eine biquadratische Gleichung in zwei quadratische zerlegt werden kann, welches Verfahren noch jetzt als die Methode des Descartes aufgeführt wird[2]).

Daß er es auch war, der zuerst zur Bezeichnung der Potenzen den Exponenten an die Spitze der Grundzahl als Symbol setzte, also beispielsweise $a \cdot a = a^2$, $a \cdot a \cdot a = a^3$ etc., wie es seitdem üblich ist[3]), schrieb, wurde bereits vorher (S. 49 in einer Note) erwähnt.

Endlich ist noch hervorzuheben, daß Descartes auch als Erfinder der Methode der unbestimmten Coëfficienten bezeichnet werden muß, wovon er bei der Construction der körperlichen Oerter einen glücklichen Gebrauch machte und die noch gegenwärtig bei der Entwicklung der Functionen in Reihen als ebenso wichtig wie fruchtbar bezeichnet wird[4]).

---

1) Näheres in der nachher folgenden Biographie des Cartesius.

2) Klügel, ‚Mathematisches Wörterbuch', Th. II, Artikel „Gleichung", S. 404.

3) Ebendaselbst. Th. III, Artikel „Potenz", S. 859.

4) Ebendaselbst. Th. V, Artikel „Unbestimmte Coëfficienten", S. 479–506.

René Descartes (Cartesius)[1]) wurde zu La Haye in dem ehemaligen Departement Touraine den 31. März 1596 geboren und stammt aus einer adeligen bretagnischen begüterten Familie. Im Jesuitencollegium zu La Flèche erzogen, studirte er mit besonderem Eifer klassische Literatur, Mathematik und Philosophie. Hier schloß er mit Mersenne eine Jugendfreundschaft, die bis an das Ende seines Lebens dauerte. Zum Unterschiede von seinem Bruder wurde er nach dem Familiengute Perron genannt; in der gelehrten Welt latinisirte sich dieser Name in „Renatus Cartesius".

Im August des Jahres 1612 schließt Descartes mit dem Verlassen der Schule von La Flèche die Periode der Schulbildung, welcher letzteren die Periode der Selbstbildung und zwar einer Selbstbildung im buchstäblichen Sinne folgt. Indeß bestimmte ihn der Vater nach der Familiensitte zur militärischen Laufbahn, weshalb er sich, um seinen Körper zu stärken, von 1612 bis 1613 im väterlichen Hause zu Rennes in einer den Wissenschaften abgekehrten Muße den ritterlichen Künsten widmete.

Im Jahre 1613 kommt er nach Paris, lebt dort erst in allerlei Zerstreuungen, deren er jedoch bald überdrüssig wird und verschwindet glücklich aus der vornehmen Gesellschaft. Nun lebte er von 1614 bis 1616 in der Weltstadt selbst vor seinen Eltern tief verborgen nur mit Mathematik beschäftigt und im Verkehr mit einigen wissenschaftlichen Freunden, die seinen Aufenthalt geheim hielten.

Zu dieser Zeit waren die Zustände des französischen Hofes die schlimmsten unter der Herrschaft der Maria von Medici, ihrer Günstlinge Richelieu und Marschall d'Ancre und des bevormundeten, schwachen Königs Ludwig XIII. Natürlich daß unter solchen Umständen Descartes die französische Armee mied und im Mai 1617 nach Holland ging, wo er in Breda als Freiwilliger in die Dienste des Statthalters der Niederlande trat. Im Jahre 1619 verlässt er den holländischen Militärdienst und nimmt Dienste im baierischen Heere, welch letzteres sich mit der kaiserlichen Armee vereinigt, 1620 in der Schlacht bei Prag (Schlacht auf dem weissen Berge) den böhmischen Aufstand besiegt und den Wahlkönig Friedrich V. von der Pfalz seiner Länder verlustig macht. Descartes diente dann noch in der österreichischen Armee in Ungarn mit Auszeichnung. Indessen ist von der kriegerischen Laufbahn Descartes' nicht viel Aufhebens zu machen; seine Kriegsdienste waren im Grunde nichts anderes als ein Mittel sich in der Welt umzusehen und von seinen mechanischen Erfindungen und seiner wissenschaftlichen Kunst auf Befestigungen und Belagerungen Anwendung machen zu können. Er verläßt 1621 die Kriegsdienste, bereist namentlich Norddeutschland und Holland und kehrt im März 1622 nach Frankreich zurück. Von 1623 an lebt er mit wenigen Unterbrechungen in Paris. Sein Hauptstudium in dieser Zeit ist nicht mehr die Mathematik, sondern die menschliche Natur, nachdem „er so vieler Menschen Städte gesehen und Sinne erkannt hat"[2]).

Indeß überzeugte er sich bald, daß Paris nicht der Ort sei, an welchem er seinen Lebensplan, ein festes philosophisches System auszubilden, ausführen

1) Vorzugsweise bearbeitet nach Kuno Fischer, ‚Geschichte der neueren Philosophie', Bd. I, „Descartes und seine Schule", (zweite Auflage), 1865.

2) Fischer, a. a. O., S. 167.

könne, er begab sich daher im Jahre 1629 wieder nach Holland zurück, wo er die ersehnte Unabhängigkeit mehr als in jedem anderen Lande zu finden hoffte.

Acht Jahre darauf (1637) erscheint zu Leyden das erste seiner berühmten Werke unter dem Titel: ‚Discours de la méthode, pour bien conduire sa raison, et chercher la vérité dans les sciences. Plus la dioptrique, les météores et la géométrie, qui sont des essais de cette méthode'.

In der Methodenlehre, welche diese erste Schrift aufstellt, entwickelt Descartes die Grundzüge seiner Logik. Die drei hinzugefügten Versuche enthalten Anwendung der Methode auf das Gebiet der mathematischen und physikalischen Wissenschaften. Rein mathematisch ist die ‚Geometrie', worüber bereits oben berichtet wurde, rein physikalisch die ‚Meteore' und mathematisch physikalisch der Versuch über ‚Dioptrik'. In der Abhandlung von den Meteoren bringt Descartes namentlich die Theorie des Regenbogens ihrer Vollendung nahe. In der ‚Dioptrik' erörterte Descartes die Natur des Lichtes, auf die sogenannte Emanationshypothese gestützt. Nach dieser ist in der leuchtenden Sonne ein Lichtstoff vorhanden, der aus kleinen, zarten, ungemein feinen Theilchen besteht, die von der Sonne durch eine unbekannte Kraft mit einer ganz außerordentlich großen Geschwindigkeit ausgesendet (emanirt) werden. Diese Lichttheilchen durchfahren den Raum zwischen Sonne und Auge in wenigen Minuten, gelangen mit enormer Geschwindigkeit an das Auge, dringen in dasselbe ein und erwecken in demselben die Empfindung von Helle, Licht und Farbe [1]).

In der ‚Dioptrik' giebt Descartes auch zum ersten Male das Gesetz über den constanten Werth des Verhältnisses zwischen den Sinus der Einfalls- und Brechungswinkel. Allerdings wird behauptet, daß diese wichtige Entdeckung nicht dem Descartes, sondern dem Holländer Snellius zuzuschreiben sei [2]).

Die zweite von den berühmteren Schriften des Descartes sind seine Meditationen, die 1641 in Amsterdam unter dem Titel erschienen: ‚Meditationes de prima philosophia, in quibus Dei existentia et animae humanae immortalitas demonstrantur'. Während er diese Meditationen als das grundlegende Werk seiner Philosophie betrachtete, führte er ein gesammtes Lehrgebäude auf in seinem dritten Werke ‚Principia philosophiae', welches 1644 in Amsterdam erschien und der Prinzessin Elisabeth von der Pfalz gewidmet war [3]).

---

1) In Bezug auf eine zweite derartige (bessere) Hypothese, die Undulations- oder Vibrations-Hypothese, die erst von Huyghens mit grosser Klarheit ausgesprochen und fortgebildet wurde, werde bemerkt, daß schon Aristoteles die Emanations-Hypothese bezweifelte.

2) Ausführliches hierüber in Wilde's ‚Geschichte der Optik'. Th. I, S. 227.

3) Diese Prinzessin war die Enkelin Jakobs I. und die älteste Schwester der Kurfürstin Sophie von Hannover. Sie wird als Freundin und Schülerin Descartes bezeichnet, der ihretwegen 1642 seinen Aufenthalt in einem Dorfe bei Leyden nahm.

Da der Zweck gegenwärtigen Buches das Eingehen auf die Cartesianische Philosophie nicht zuläßt, so werde hier nur berichtet, daß einige ihrer hervorstechendsten Aussprüche in den Mund der Leute derartig übergegangen sind, daß man sie unauflöslich mit dem Namen Descartes vereinigt annehmen kann. Es sind dies namentlich die Sätze: „Ich zweifle an Allem", und „ich denke, also ich bin[1])".

In Descartes' drittem Werke befindet sich auch seine Theorie des Weltsystems, worin er seine bekannte Wirbellehre vorträgt. Beispielsweise denkt er sich die Planetenbewegungen als kreisende Himmelsströmungen, in denen diese Weltkörper begriffen sind und deren Mittelpunkt die Sonne bildet. Je näher diese Weltkörper letzterem Mittelpunkte sind, um so schneller ist die Wirbelbewegung, um so geschwinder der Umlauf; je weiter entfernt, um so langsamer etc.[2]).

Während Descartes' Philosophie in seinem Vaterlande Frankreich mit raschem und allgemeinem Beifall aufgenommen wurde, entstanden in Holland namentlich mit den Theologen der Universitäten Utrecht und Leyden höchst unangenehme Zwistigkeiten (indem man ihn auf Atheismus angeklagt), die so lange dauerten, bis er von der jungen, gelehrten Königin Christine von Schweden (Tochter Gustav Adolf's) die ihn durch Briefe über die Liebe und das höchste Gut kennen gelernt hatte, im Jahre 1649 nach Stockholm berufen wurde. Leider unterlag sein ohnedies schwächlicher Körper schon im folgenden Jahre dem rauhen Klima seines neuen Vaterlandes, indem er am 11. Februar 1650 im Alter von 54 Jahren starb.

Abgesehen von seinen Leistungen in der Mathematik (von denen vorher bereits die Rede war), ist namentlich seine Philosophie (besonders der metaphysische Theil), mehr als hämisch kritisirt worden und zwar sowohl von Gassendi[3]) als insbesondere von Montucla[4]). Parteiloser und deshalb richtiger ist folgendes Urtheil[5]): „Descartes verfolgte den durch seine unsterblichen Vorgänger Baco von Verulam und Galilei angebahnten Weg einer gründlichen Reformation der Gedankenwelt, gestützt auf die gänzliche Zerstörung der Herrschaft der Scholastik und die auf Erfahrung basirte Forschung im großen Reiche der Wissenschaften".

An vorstehende Biographie anschließend, werde hier nochmals des bereits S. 65, Note 5 als Uebersetzer der älteren Galileischen Schrift über Mechanik genannten Pater Mersenne[6]) gedacht, des bekannten Freundes und Correspondenten Descartes', der übrigens mit fast allen damals lebenden Naturforschern in Briefwechsel stand.

---

1) Fischer, Bd. I, S. 306 etc.

2) Fischer, a. a. O. S. 410 etc.

3) Arago, sämmtliche Werke, (deutsch von Hankel), Bd. III, S. 248.

4) Montucla, ‚Histoire des mathématiques', T. II, p. 209.

5) Suter, ‚Geschichte der Mathematischen Wissenschaften', Th. II, S. 16.

6) Mersenne wurde im Jahre 1588 zu Soultière bei Bourg d'Oizé le main geboren und starb 1648 zu Paris.

Von Mersenne's hierher gehörigen Schriften liegen dem Verfasser die ‚Cogitata physico-mathematica' vor, welche 1644 in Paris erschienen (worin sich u. A. vorfindet: „De hydraulico-pneumaticis phaenomenis; De arte nautica; De musica theoretica et practica et de harmonia; Phaenomena mechanica; Phaenomena ballistica" etc.)

Darin behandelt der Verfasser die Elasticität [1]), das Gewicht und den Widerstand der atmosphärischen Luft, den Ausfluß des Wassers aus Gefäßen (in einigen Dingen mit einer glücklicheren Arbeit von Torricelli zusammenfallend), wobei auch die vom ausfließenden Wasserstrahle gebildete Parabel erörtert wird u. s. w.

Ebenso enthält das Buch rohe Versuche zur Bestimmung der Länge des Secundenpendels, Erörterungen über zusammengesetzte (physische) Pendel, über schwingende Saiten, über verschiedene Fragen der Akustik, eine Theorie der Spiegelteleskope etc.

Aus dem Abschnitte „Phaenomena mechanica" (p. 43, propositio XII) ist die daselbst gegebene Theorie des Keiles insofern von einigem Interesse, als nicht nur spätere deutsche Schriftsteller [2]), sondern sogar noch solche aus dem ersten Drittheile dieses Jahrhunderts [3]), derselben einen gewissen Werth beilegen.

Die Mechanik der Gegenwart muß diese Mersenne'sche Theorie des Keiles für falsch erklären, indem sie auf dem unrichtigen Satze beruht „der Widerstand sei mit dem Rücken des Keiles parallel". Richtig ist allein die Regel des Borelli [4]), welcher zuerst den Widerstand auf den Seiten des Keiles normal annahm.

Zu den hervorragenden mathematischen Talenten, welche in Frankreich rasch auf die Seite Galilei's traten, gehört in erster

1) Mersenne bespricht hierbei auch die Windbüchse und bemerkt, daß ein französischer Künstler, Namens Marin, eine solche für Heinrich IV. angefertigt habe. In Gehler's (neuem) ‚Physikal. Wörterbuch' wird der Nürnberger Hans Lobsinger als Erfinder der Windbüchse bezeichnet, der bereits 1560 die erste gefertigt haben soll.

2) Karsten, ‚Lehrbegriff der gesammten Mathematik'. Th. III (Statik fester Körper), S. 132 und 133.

3) Brix, ‚Elementarlehrbuch der Statik fester Körper' §. 215 und §. 216.

4) Borelli (geb. 1608 zu Castelnuovo bei Neapel, gest. 1679 zu Rom) war einer der neun Mitglieder der seiner Zeit berühmten Accademia del Cimento: erst Professor der Mathematik in Messina, nachher in Pisa. Sein berühmtestes Werk ‚De motu animalium', 1685, neue Auflage, Neapel 1734, wird noch heute mit Nutzen gelesen. Varignon in seinem ‚Projet d'une nouvelle mécanique' (Paris 1687), erwähnt, diese Borelli'sche Arbeit, p. 85, hinsichtlich der werthvollen Erörterungen über an Seilen aufgehangene Gewichte.

Linie der bereits (S. 44) genannte Fermat[1]), einer der gelehrtesten Männer seiner Zeit, der auch mit beinahe allen damals berühmten Mathematikern, wie Descartes, Roberval, Pascal, Huyghens, Wallis, Leibniz etc., durch eine ausgebreitete Correspondenz in der innigsten Verbindung lebte.

Wie Galilei von der Zusammensetzung der Geschwindigkeiten zur Ermittlung der Gesetze für den Wurf der Körper, so machte Roberval[2]) eine sehr sinnreiche Anwendung auf die Construction der Curventangenten. Roberval spricht sein Princip in folgenden Worten aus[3]):

„Nach den gegebenen speciellen Eigenschaften einer krummen Linie untersuche man die verschiedenen Bewegungen, welche der die Curve beschreibende Punkt an jener Stelle hat, für welche die Tangente gezogen werden soll; nachdem man alle diese Bewegungen in eine einzige zusammengesetzt hat, ziehe man die Linie für die Richtung dieser zusammengesetzten Bewegung, so hat man die Tangente der Curve“ [4]).

Im Jahre 1667 legte Roberval seine noch gegenwärtig nach ihm benannte Waage den Mathematikern und Physikern als ein mechanisches Paradoxon vor[5]), weil bei ihr, scheinbar, an einem ungleicharmigen Hebel gleiche Gewichte in ungleichen Entfernungen vom Drehpunkte, im Zustande des Gleichgewichts befindlich sein sollten[6]).

---

1) Eine kurze Biographie Fermat's findet sich bereits S. 44, Note 1. Eine vortreffliche ausführlichere Biographie Fermat's hat Arago verfaßt. Man sehe Bd. III, S. 416 der Hankel'schen Uebersetzung von Arago's Werken.

2) Roberval wurde 1602 zu Roberval bei Beauvais geboren und starb 1675 zu Paris. Von armen Eltern abstammend, nahm er in seiner Jugend Soldatendienste, ging 1629 nach Paris, wo er sich bald mit Mersenne und anderen Mathematikern verband. 1631 wurde er Professor am Collège Gervais zu Paris und später Professor am Collège de France daselbst. Er war Mitglied der Academie der Wissenschaften und starb zu Paris 1675.

3) Chasles, ‚Geschichte der Geometrie‘ (deutsch von Sohncke), S. 55, §. 8.

4) Beispiele hierzu finden sich in folgenden Schriften: Suter, ‚Geschichte der mathematischen Wissenschaften‘, Th. II, S. 7. Delaunay, ‚Lehrbuch der analyt. Mechanik‘ (deutsch von Krebs), §. 53. Schell, ‚Theorie der Bewegung und der Kräfte‘ etc. (zweite Auflage), Bd. I, S. 206.

5) Im Pariser ‚Journal des Savans pour l'année MDCLXVII‘ (1667), p. 36. Ferner im alten ‚Physikalischen Wörterbuche‘ von Gehler (1791), Artikel „Waage des Roberval“, Th. IV, S. 619 etc.

6) Wir kommen später bei den Poinsot'schen Kräftepaaren auf diesen Gegenstand zurück.

Endlich machte sich Roberval auch um die Lösung der vom Pater Mersenne 1646 gestellten Aufgabe „den Mittelpunkt des Schwunges“ d. h. den Punkt eines nicht um seinen Schwerpunkt oscillirenden Körpers aufzufinden, in welchem die ganze schwingende Masse des Körpers vereinigt zu denken ist. Für einige Fälle löste Roberval diese Aufgabe glücklicher wie Descartes, mit dem er deshalb in heftige literarische Streitigkeiten gerieth. Beide verwechselten übrigens den gedachten Punkt mit dem Mittelpunkte des Stoßes, der zufälliger Weise in den von beiden behandelten Fällen, mit dem Mittelpunkte des Schwunges einerlei ist. Erst Huyghens lehrte die richtige Bestimmung des Mittelpunktes des Schwunges.

Durch den Vorgang Galilei's, das Princip der virtuellen Geschwindigkeit zur Auflösung hydrostatischer Probleme zu verwenden, war Pascal, ein Zeitgenosse Fermat's (diesen noch an Genialität und Erfindungsgeist übertreffend), auf die Idee gekommen, dasselbe Princip zur Ableitung der Haupteigenschaft der flüssigen Körper[1]) zu benutzen, welche darin besteht, daß jeder Druck, der an irgend einem Punkte der Oberfläche einer Flüssigkeit (der man das Ausweichen verwehrt hat) angebracht wird, sich sofort gleichförmig über alle Punkte der Flüssigkeit erstreckt. In dem ‚Traité de l'équilibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air‘ (1653 geschrieben, doch erst 1663 erschienen) wird hiernach jede Flüssigkeit, die sich in einem Gefäße befindet, von Pascal als eine Maschine betrachtet, welche in ähnlicher Weise wie der Hebel, der Flaschenzug etc., die gegenseitige Wirksamkeit der angreifenden Kräfte regelt und für deren Gleichgewicht bestimmte Verhältnisse vorschreibt. Als methodischen Hauptgesichtspunkt stellt dann Pascal den Satz fest, daß es offenbar dasselbe ist, wenn man 100 Pfund Wasser 1 Zoll Wegs, oder 1 Pfund Wasser 100 Zoll Wegs machen läßt[2]). Für unseren speciellen Zweck besonders wichtig ist ferner die Thatsache, daß Pascal 1642 eine Rechenmaschine erfand, welche zwar sehr primitiver Art war, jedoch zum Addiren und Subtrahiren benutzt werden konnte. Die übrigen Verdienste Pascal's mögen in nachstehender Biographie zusammengefaßt werden.

---

1) Noch gegenwärtig das Pascal'sche Gesetz genannt. Man sehe deshalb des Verfassers ‚Hydromechanik‘ (2. Auflage), S. 7.

2) Dühring, ‚Kritische Geschichte der Mechanik‘ (erste Auflage), S. 92.

Blaise Pascal, einer der ausgezeichnetsten Schriftsteller Frankreichs auf dem Gebiete der Mathematik, Physik und Philosophie, wurde am 19. Juni 1623 zu Clermont in der Auvergne geboren und starb schon am 29. August 1662, also erst 39 Jahre alt. Sein Vater, ein hochgebildeter Mann, Président à la cour des aides in Clermont, leitete persönlich die Erziehung seines einzigen Sohnes, mit dem er 1631 nach Paris zog. Dieser trat hier bald mit den vorzüglichsten Geistern der Hauptstadt in die engste Verbindung, namentlich mit Mersenne, Roberval und Anderen.

Erst 16 Jahre alt machte er bereits den Entwurf zu einer vollständigen Behandlung der Kegelschnitte, welche Arbeit 1640 unter dem Titel: ‚Essai pour les coniques' veröffentlicht wurde. 1647 erschien von ihm eine Schrift unter dem Titel: ‚Experiences nouvelles touchant le vuide', worin er noch der herrschenden Meinung huldigte und die Erscheinungen vom Luftdrucke dem Horror vacui zuschrieb. Bald hierauf lernte jedoch Pascal die Torricelli'sche Erklärung vom Luftdruck kennen, welche derselbe durch die im Barometer abgeschlossene Quecksilbersäule gegeben hatte. Pascal schloß weiter, daß, wenn jene Quecksilbersäule vom Luftdruck getragen wird, ihre Länge auf Bergen offenbar kürzer sein muß, weil dort der Luftdruck nothwendig geringer ist, als in der Ebene. Pascal bat 1647 seinen Schwager Périer zu Clermont einmal zu versuchen, ob nicht auf der Spitze des Puy-de-Dôme, an dessen Fuße Clermont liegt, das Barometer niedriger stehe als in der Stadt. Périer verstand sich hierzu und man fand, daß die Quecksilbersäule des Barometers auf der Spitze des etwa 3000 Fuß hohen Berges nur 23″ 2‴ stand, während es am Fuße des Berges 26″ 3½‴ Quecksilberhöhe also 3″ 1½‴ mehr zeigte. Vom 19. September 1648 ab konnte daher kein Vernünftiger mehr an der Existenz des Luftdrucks zweifeln, welche auch noch dadurch vollständig bestätigt wurde, daß ein in Paris von Pascal selbst wiederholter Versuch auf dem Thurme St. Jacques de la Boucherie dieselben Resultate gab.

Im Jahre 1658 erschien seine berühmte Abhandlung über die Radlinie oder Cykloide (‚Histoire de la Roulette'), worüber sich u. A. Chasles in seiner ‚Geschichte der Geometrie'[1]) ausführlich verbreitet. In derselben Quelle[2]) werden auch Pascal's übrige Leistungen um die Geometrie als Staunen erregende Entdeckungen bezeichnet.

Ferner legte Pascal (zugleich mit Fermat) den Grund zur heutigen Wahrscheinlichkeitsrechnung und löste oft schwere mathematische Probleme in wenigen Minuten auf, an denen Andere Monate gearbeitet hatten.

Sein schwächlicher, kranker Körper bereitete ihm viel Leiden und machte ihn zu einem höchst enthaltsamen, streng frommen Menschen. Dabei betete er häufig und las in der heiligen Schrift derartig viel, daß er diese beinahe ganz auswendig lernte. In dieser Zeit schrieb er seine ‚Pensées sur la religion', die erst 1692 (d. i. 30 Jahre nach seinem Tode) erschienen. Sein Werk (Briefe), welches mehr als sechzig Auflagen erlebte: ‚Les provinciales, ou lettres écrites par Louis de Montalte à un provincial de ses amis', wird als die schärfste Satire bezeichnet, auf die laxe Moral der Jesuiten, deren An-

1) In der Sohncke'schen Uebersetzung S. 66.

2) A. a. O. §. 16—19.

sehen dadurch mächtiger erschüttert wurde, als durch die heftigsten Angriffe ihrer erklärten Gegner. Diese Briefe werden zugleich als Muster des didaktischen Briefstils in der französischen Literatur geschätzt.

Pascal's ‚Oeuvres complètes' (par Bossut), erschienen 1779 und 1819 in fünf Bänden. Die neuesten Ausgaben seiner Werke besorgte Lemercier, Paris 1830.

Eine 125 Quartseiten umfassende Biographie unter der Ueberschrift „Pascal's Leben und Wirken", findet sich als Anhang im 2. Th. des Bossut'schen ‚Versuches einer allgemeinen Geschichte der Mathematik'. Mit Anmerkungen und Zusätzen begleitet, aus dem französischen übersetzt von Reimer, Professor an der Universität Kiel. Hamburg 1804.

Vor dem gänzlichen Verlassen der Galilei-Periode, ist noch in Kürze, dreier seiner beachtenswerthesten Schüler Castelli, Torricelli und Viviani zu gedenken [1]).

Castelli [2]) ist der Verfasser des ersten wissenschaftlichen Werkes über Hydraulik, welches 1628—1629 in Rom unter dem Titel erschien: ‚Della misura del l'acque correnti'. In dieser Schrift findet sich der gegenwärtig noch richtige Satz vor, daß sich in einem regelmäßig gestalteten Canale die Querschnitte des darin im Beharrungszustande fließenden Wassers umgekehrt wie die Geschwindigkeiten verhalten. Leider hatte Castelli über die Abhängigkeit zwischen Geschwindigkeit und Tiefe eines Flusses eine falsche Ansicht, indem nach ihm die Geschwindigkeiten der Wasserfäden den Tiefen (Druckhöhen) proportional sein müssen und daher das Gesetz der Veränderung, die sogenannte Geschwindigkeitsscala, durch ein Dreieck dargestellt wird, dessen Spitze im Wasserspiegel und dessen Basis am Boden liegt. Castelli bediente sich schon zur Abmessung der Zeit bei der Bewegung des Wassers in Canälen eines Pendels, da er von Galilei gelernt hatte, daß ein sogenanntes einfaches Pendel Secunden schlagen könne, man möge die Schwingungsbogen groß oder klein machen.

Castelli war es auch, der seit 1615 die hydrostatischen

---

1) Ein vierter berühmt gewordener Schüler Galilei's, Cavalieri aus Bologna, ist bereits vorher (S. 27) erwähnt.

2) Castelli (Benedetto) wurde geboren 1577 zu Brescia und starb 1644 zu Rom. Im Jahre 1597 wurde er Mönch und später Abt eines Benedictinerklosters von der Congregation des Monte Cassino. Er lehrte die Mathematik mit ausgezeichnetem Erfolge, erst an der Universität zu Pisa und nachher am Collegio della sapienza in Rom. Der großen Freundschaftsdienste, welche Castelli seinem berühmten Lehrer und Freunde Galilei leistete, wurden bereits vorher S. 73 in der Biographie Galilei's gedacht.

Lehren Galilei's vertheidigte, namentlich gegen die ungerechten Angriffe von Delle Combe und Vicenzo di Grazia.

Torricelli[1]) widersprach Castelli in seinem 1644 gedruckten Buche ,Del moto dei gravi' hinsichtlich des Gesetzes, nach welchem Wasser fließt, indem er behauptete und nachwies, daß sich die Geschwindigkeiten des aus Bodenöffnungen fließenden Wassers wie die Quadratwurzeln aus den Druckhöhen verhielten.

Sind also v und v_1 Geschwindigkeiten und h, h_1 die correspondirenden Druckhöhen, so liefert der Torricelli'sche Satz die Proportion[1]):

$$v : v_1 = \sqrt{h} : \sqrt{h_1}$$

Galilei's Gesetze des freien Falles[3]) und der Wurfbewegung entwickelte Torricelli in seiner Schrift ,De motu gravium natu-

1) Torricelli (Evangelista) geboren 1608 zu Faenza (nach Anderen zu Piancaldoli in der Romagna fiorentina), kam in seinem 18. Jahre nach Rom, wo Benedetto Castelli sein Lehrer wurde. Das Lesen der Schriften Galilei's machte ihn zu einem der eifrigsten Anhänger desselben, und gaben ihm Veranlassung Galilei's Lehren von der Bewegung der Körper in noch ausführlicherer Weise darzustellen. Castelli schlug daher dem 78. Jahr alten, blinden und mit vielen Beschwerden beladenen Galilei vor, Torricelli (1641) nach Florenz kommen und unter seiner Leitung das fünfte der berühmten Gespräche (,Discorsi'), S. 55, redigiren zu lassen. Bekanntlich starb Galilei nicht viel über 3 Monate nach Torricelli's Ankunft; derselbe wurde Galilei's Nachfolger in Aemtern und Würden. Leider überlebte Torricelli seinen Lehrer und Meister nur 5 Jahre, da er schon 1647, erst 39 Jahre alt, starb, offenbar viel zu früh für die Wissenschaft, der er als erfinderischer Kopf, in noch erhöhterem Maße hätte nützlich werden können.

2) Aus dieser Proportion folgt:

$$v = \left(\frac{v_1}{\sqrt{h_1}}\right) \sqrt{h},$$

woraus man

$$v = \psi \sqrt{h}$$

finden konnte, wenn v_1, h_1 und auch ψ zuvor aus Versuchen bekannt waren.

Den heute noch durch die Gleichung

$$v = \sqrt{2gh}$$

dargestellten Satz, für die Geschwindigkeit des Wassers, wenn h die Druckhöhe und g die Acceleration (Beschleunigung) der Schwerkraft ist, hat Torricelli nicht aus den Grundprincipien der Mechanik abgeleitet, vielmehr gelang dies erst später Johann und Daniel Bernoulli, worauf wir nachher zurückkommen werden.

Man sehe hierüber auch die 2. Auflage der ,Hydromechanik' des Verfassers S. 189 und 190.

3) Ueber Versuche, zur Bestätigung der Galilei'schen Fallgesetze, von Riccioli, Grimaldi und Dechales, wird berichtet in Fischer's ,Geschichte

raliter descendentium et projectorum', welche 1641 in Florenz erschien.

Am berühmtesten wurde Torricelli durch seine bereits vorher (S. 84) erwähnte Erfindung der Luftwaage oder des (Quecksilber-) Barometers (1643) und der damit gemachten Entdeckung vom Drucke der atmosphärischen Luft.

Torricelli hat aber auch in noch anderen Zweigen der Physik Forschungen gemacht, in welcher Beziehung hier wenigstens seine Untersuchungen über die Gläser zu Fernröhren und Mikroskopen erwähnt werden mögen.

Ausführlich berichten über sämmtliche Arbeiten Torricelli's: Kästner in seiner ‚Geschichte der Mathematik', Bd. III, S. 458—466 und Poggendorff in seiner ‚Geschichte der Physik', von §. 145—147, sowie §. 166, S. 375.

Viviani [1]), der Liebling Galilei's, wurde 1639, also 3 Jahr vor dessen Tode, sein Schüler. Die Biographen bezeichnen ihn

---

der Physik', Göttingen 1801, Bd. I, S. 277 und in Gehler's (neuem) ‚Physikal. Wörterbuch' (1827), Bd. IV, S. 15.

1) Viviani (Vincenzo) geb. zu Florenz 1622 und gest. ebendaselbst 1703, stammte aus einem alten patricischen Geschlechte, zeigte schon frühzeitig große Anlagen zur Mathematik. In letzterer Wissenschaft machte er solche Fortschritte, daß der große Galilei sich bewogen fand, ihn gewissermaßen als Sohn anzunehmen und ihn in besonders sorgfältiger Weise zu unterrichten. Durch Viviani (wie zuletzt auch gleichzeitig durch Torricelli) wurde Galilei, der als Greis immer noch seine völlige Geisteskraft besaß, der Genuß bereitet, wenigstens noch seine letzten Lebenstage in liebenswürdiger Umgebung und passender Unterhaltung zuzubringen. Nach Galilei's Tode (1642) folgte Viviani der Aufforderung des Fürsten Leopold von Toscana, eine Biographie Galilei's zu schreiben, die zwar schätzbare Nachrichten enthält, aber auch deutlich zeigte, wie wenig er es (dem Clerus gegenüber) wagen durfte, seine wahre Ueberzeugung auszusprechen.

Zur Bestätigung dieser letztgenannten Verhältnisse entlehnt der Verfasser noch sowohl Mädler's, als Wolf's ‚Geschichte der Astronomie' nachstehende Mittheilungen.

Viviani hatte sich alle Mühe gegeben, möglichst viele Manuscripte seines Meisters zu sammeln, sah sich jedoch später genöthigt, seinen Schatz in einem „Silo" zu vergraben, um ihn vor den Nachforschungen der unter Cosmus III. allmächtigen Mönche zu sichern. Nach seinem Tode blieben die Manuscripte längere Zeit ruhig in ihrem Verstecke liegen, bis sie ein Bedienter dort auffand und die Papiere als Maculatur an einen Wursthändler zu verkaufen begann. Senator Nelli, der bei diesem etwas kauft, wirft nachher zufällig einen Blick auf das zum Einwickeln gebrauchte Papier und kehrt auf der Stelle wieder um, um dem Händler alles abzukaufen, was von diesen Papieren noch vorhanden war, oder anderwärts wieder erlangt werden konnte. Es waren Galilei'sche Manuscripte, als einen ausgezeichneten Mathematiker, der namentlich im Gebiete der Geometrie schon in seinem 16. Jahre nicht geringes Aufsehen erregte, was wohl auch die Ursache gewesen sein mag, daß ihn Galilei gewissermaßen als Sohn annahm.

Viviani war es auch, dem Torricelli seine Idee vom Luftdrucke mittheilte und welchen er als seinen Freund und Mitschüler bat, die Ausführung derselben, d. h. die Construction eines Barometers, vorzunehmen. Demnach ist es richtig[1]), daß man das Barometer die Torricellische Röhre und nicht die Vivianische nennt, weil hier offenbar die Idee höher angeschlagen werden muß, als die Ausführung.

Nach Galilei's Tode verfolgte Viviani den Plan, die verloren gegangenen Bücher des Aristäus über die Kegelschnitte und das denselben Gegenstand behandelnde, bis dahin für verloren gehaltene 5. Buch des Apollonius wieder herzustellen[2]). Viviani löste diese Aufgabe in der ausgezeichnetsten Weise und verschaffte ihm dieser glückliche Erfolg den vorzüglichen Ruf, den seine Zeitgenossen in ungetheiltem Maße ihm zugestanden.

Im Jahre 1666 wurde Viviani erster Mathematiker des Großherzogs Ferdinand II. zu Florenz, in welcher Stellung er das ganze Vertrauen dieses liberalen Beförderers der Wissenschaft und Künste gewann.

Viviani war das neunte Mitglied der seiner Zeit berühmten Accademia del Cimento[3]), ferner war er Mitglied sowohl der Royal Society in London, als auch der Akademie der Wissenschaften in Paris, welcher letzteren Auszeichnung Ludwig XIV. noch eine Pension hinzufügte[4]).

---

die sodann in einer Bibliothek zu Florenz untergebracht wurden und endlich in den Jahren 1842 bis 1856 durch den Professor Eugenio Albéri in Florenz zur Vervollständigung der aus 16 Octavbänden bestehenden ‚Opere complete' di Galileo Galilei' verwendet werden konnten, von denen auch der Verfasser dieses Buches vielfachen Gebrauch zu machen vermochte.

1) Poggendorff, ‚Geschichte der Physik', S. 324.

2) Man sehe hierüber Chasles' ‚Geschichte der Geometrie'. Uebersetzung von Sohncke, S. 4, Note 4.

3) Ausführliches über diese vom Großherzoge Ferdinand im Jahre 1657 gestiftete, leider aber auch (durch den Einfluß der Jesuiten) schon 1667 aufgehobene Akademie berichtet ausführlich Poggendorff in seiner ‚Geschichte der Physik' von S. 350 bis 403.

4) Viviani benutzte die französische Pension zu einem Monumente für Galilei. Hierzu ließ er in Florenz ein Haus bauen und darin Zimmer mit vor-

§. 12.

Die Huyghens-Periode.

Nach dem Vorstehenden muß zwar zugestanden werden, daß sich die Schüler Galilei's an der Erweiterung der (damaligen) inductiven Wissenschaften (Mathematik, Physik und Astronomie) nicht ohne Erfolg betheiligten; indeß hatten sie doch keine epochemachenden Erfindungen aufzuweisen.

Zur eigentlichen wirksamen Fortführung des von Galilei begonnenen Baues, mußten die Wissenschaften aus Italien nach Holland und England wandern, wo namentlich zwei Männer Huyghens und Newton die Weiterführung derartig erfaßten, daß erst durch sie der unermeßliche Gewinn erkannt wurde, welchen die dynamischen Forschungen den Naturwissenschaften gewähren.

Ein besonderer Grund dieser merkwürdigen Thatsache lag jedenfalls mit darin, daß der neue Geist der modernen Wissenschaften in beiden genannten Ländern, frei von aller mittelalterlichen Beimischung, (gepflegt durch die Principien des Protestantismus) in der Masse der Gelehrten ausgebildet und zur herrschenden Ansicht erhoben wurde.

In Frankreich fehlten ebenfalls wie in Italien die rechten Männer zur Ausbildung der Principien der Dynamik [1]), während

---

trefflichen Basreliefs verzieren, welche die hauptsächlichsten Erfindungen seines Lehrers und Meisters veranschaulichten.

Bemerkenswerth dürfte noch sein, daß im Jahre 1841 der Großherzog Leopold II. dem Galilei noch im Museum für Naturgeschichte zu Florenz eine monumentale Statue errichten ließ, welche von seinen vier berühmten Schülern Cavalieri, Castelli, Torricelli und Viviani umgeben ist.

1) Um nicht dem Vorwurf ausgesetzt zu werden, der Verfasser hätte wenigstens Descartes' Verdienste um die Mechanik nicht unbemerkt lassen sollen, copirt derselbe aus Jolly's bereits wiederholt gerühmten ‚Principien der Mechanik' S. 169 folgendes Urtheil und gesteht dabei seine völlige Uebereinstimmung damit zu. Jolly sagt: „Descartes ‚Principien' wären in der Geschichte der Dynamik gar nicht zu erwähnen, wenn nicht die Bedeutung des genialen Mannes für seine Zeit der Art gewesen wäre, daß selbst seine unbegründeten Behauptungen Veranlassung zu lebhaften Controversen gegeben hätten, die ihrerseits auf die Ausbildung der Dynamik einigen Einfluß äußerten." (Wir kommen später auf letzteren Gegenstand zurück.)

Ein höchst ungünstiges (wohl etwas zu scharfes) Urtheil fällt Montucla über Descartes' Lehrsätze der Dynamik, im 2. Theile seiner ‚Histoire des mathématiques', indem er p. 209 Folgendes sagt:

in dem von Religionskriegen zerrütteten lieben deutschen Vaterlande, die Neigung zu philosophischen Spekulationen dem raschen Eindringen des neuen Geistes, wenigstens auf kurze Zeit hinderlich war. Später, mit und nach Newton, lieferte Deutschland allerdings um so reichlicheren Ersatz für das Versäumte.

Der erste erfolgreiche Schritt zur Erweiterung und Ausbildung der Principien der Dynamik geschah durch den bereits im Vorstehenden genannten genialen Holländer Huyghens, den Newton nie ohne den Beinamen des Großen (Summus Hugenius) erwähnte [1]) und von dessen Entdeckungen er immer mit großer Bewunderung sprach. [2])

Mit Arago [3]) ist diese Auszeichnung durch das Urtheil zu ergänzen, „daß Huyghens zugleich einer jener vorzüglichen Männer war, denen die Natur das seltene Vorrecht erwiesen hatte, die Theorie und ihre Anwendungen in gleicher Weise zu fördern“.

Das für die technische Mechanik wichtigste Werk dieses holländischen Meisters erschien 1673 in Paris unter dem Titel:

‚Christiani Hugenii Horologium oscillatorium sive de motu pendulorum ad horologia aptato demonstrationes geometricae‘.

Dasselbe besteht aus fünf Abtheilungen, deren Stoff im Nachstehenden, so weit es Zweck und Raum unseres Buches gestatten, kurz erörtert werden soll.

Die erste Abtheilung ist der Beschreibung der Pendeluhr gewidmet, welcher eine große Tafel Abbildungen (in Holzschnitt)

„Nous trouvons effectivement dans ces règles toute sorte de défauts, principes hasardés, contradictions, manque d'analogie et de liaison; c'est, pour le dire en un mot, un tissu d'erreurs qui ne mériteroient pas d'être discutées sans la célébrité de leur auteur“.

(Man vergleiche hiermit das, was bereits S. 77 über Descartes gesagt wurde.)

1) Chasles (Sohncke) ‚Geschichte der Geometrie‘, S. 99.

2) Ebendaselbst, S. 99. Hiernach hielt Newton den Huyghens für den gewandtesten Schriftsteller unter den damaligen Mathematikern und für den ausgezeichnetsten Nachahmer der Alten, die nach seiner Meinung, wegen ihres Geschmacks und wegen der Form ihrer Beweise, Bewunderung verdienen.

3) ‚Franz Arago's sämmtliche Werke‘, deutsch von Hankel, Bd. III, S. 255.

beigegeben ist. Der dabei angewandte Hemmungsmechanismus [1]) ist die Verbindung vom Steigrad (Rad mit Sägezähnen) mit der Lappenspindel, der Spindelgang [2]) und zwar in der Weise angeordnet, daß das Steigrad horizontal liegt, seine Drehachse aber vertical gerichtet ist und die Lappenspindel eine horizontale Lage hat.

Die zweite Abtheilung, welche betitelt ist: „De descensu gravium et motu in eorum in cycloide" ergänzt zuerst die wichtige Entdeckung Galilei's von der beschleunigten Bewegung, wenn Körper frei fallen, oder sich auf zusammenstoßenden Ebenen verschiedener Neigung bewegen und wobei der Fall schneller oder langsamer erfolgt, je nachdem die Neigungen größer oder kleiner sind. Letzteres Princip diente Huyghens dazu, die Bewegung, den Fall auf verschiedenen Theilen einer vertical gestellten cykloidischen Bahn zu untersuchen, wobei er die wichtige Eigenschaft der Cykloide nachwies, daß diese Curve im luftleeren Raume eine Tautochrone oder Isochrone (Linie des gleichzeitigen Falles) sei. Der unterste Punkt der Curve wird hiernach beim Herabfallen stets in derselben Zeit erreicht, von welchem Punkte m der (hohlen) Curve AB (Figur 17), das Herabgleiten (Fallen) auch immer beginnen mag.

Von besonderem Interesse und Werthe ist der Satz, womit die zweite Abtheilung schließt, indem Huyghens hier die Zeit t ermittelt, in welcher ein Körper beim freien Falle (in der Luft, ohne auf deren Widerstand Rücksicht zu nehmen) den Durchmesser $a = 2r$ des erzeugenden Kreises der Cykloide durchfällt. Diese Zeit vergleicht er dann mit der Zeit T des Nieder- und Auf-

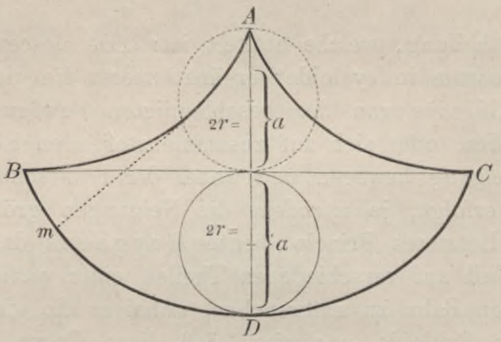
---

1) Unter Hemmung versteht man bei allen Uhren denjenigen Mechanismus, mittelst welches eine rotirende Bewegung in eine oscillatorische umgesetzt und wodurch zugleich dem Regulator das ersetzt wird, was er zufolge der Reibung verliert.

2) Die ältesten Räderuhren hatte man zur Regulirung der ungleichförmig wirkenden Triebfedern oder Gewichte, mit sogenannten Windfängen (Windflügeln) ausgestattet, wie solche sich noch heute bei den Schlagwerken der Uhren, bei Spieluhren etc. in Anwendung befinden. Der Windfang wurde später durch die Bilanz (das Libramentum) verdrängt, die anfänglich aus Schwungkolben bestand, nachher aber zu dem kleinen Schwungrade umgestaltet wurde, wie dies noch gegenwärtig (namentlich bei allen tragbaren Uhren) als Unruh vorkommt.

ganges in derselben Cykloide und gelangt zu dem Endresultate: $T : t = \pi : 1$ [1]), d. i. in Worten ausgedrückt:

Es verhält sich die Zeit eines Nieder- und Aufganges in der Cykloide, zur Zeit des freien Falles durch eine Höhe gleich dem Durchmesser des Erzeugungskreises, wie der Umfang eines Kreises zum Durchmesser desselben.



17.

Die dritte Abtheilung mit der Ueberschrift: „De linearum curvarum evolutione und dimensione" enthält die berühmte Theorie der Evoluten. Huyghens bewies dadurch eine Menge von neuen und merkwürdigen Sätzen, z. B. verschiedene Theoreme über die Rectification der Curven, so-

1) Zufolge dieser Proportion läßt sich die Zeit $= T$ finden, welche ein materieller Punkt bedarf, um bis zum tiefsten Punkte D eines Cykloidenbogens BmD (Figur 17) herabzusteigen und auf der entgegengesetzten Seite DC wieder aufzusteigen, überhaupt um eine Art Pendelschwingung in der Cykloide zu verrichten.

Nach S. 58 hatte man die Zeit $= t$ des freien Falles durch einen Raum s die Gleichung $t = \sqrt{\frac{2\,s}{g}}$, daher wenn $s = a$ angenommen wird auch $t = \sqrt{\frac{2\,a.}{g}}$ demnach also $T : \sqrt{\frac{2\,a}{g}} = \pi : 1$, also:

$$T = \pi \sqrt{\frac{2\,a}{g}} \text{ und für } 2\,a = l:$$

$$T = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

d. i. derselbe Werth, welcher bereits S. 60 für eine ganze Schwingungszeit des einfachen (mathematischen) Kreis-Pendels, unter der Voraussetzung angegeben wurde, daß dessen Schwingungsbögen sehr klein sind. Bemerkt werde hierzu noch Folgendes:

Die Zeit, welche der materielle Punkt braucht, um von irgend einem Punkte m (Figur 16) der cykloidischen Bahn BD bis zur tiefsten Stelle D herabzusteigen, ist unabhängig von der Länge des Bogens und gleich

$$\frac{T}{2} = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{2\,a}{g}} = \pi \sqrt{\frac{r}{g}} \,. \; (a = 2\,r \text{ gesetzt}).$$

wie namentlich die Eigenschaft der Cykloiden $AB = AC$ (Figur 17), daß sie zur Evolute eine zweite gleiche Cykloide BDC haben, welche man als die nämlichen Cykloiden betrachten kann, die nur aus ihrer Stelle gerückt sind [1]). Wie bereits in der Note 2, S. 90 hervorgehoben wurde, führte Huyghens seine Beweise überall auf synthetischem Wege und ist die Annahme [2]) wahrscheinlich richtig, daß Newton in seinem berühmten Werke ‚Principia naturalis' vorzugsweise aus Bewunderung für die geometrische (synthetische) Schreibart des Huyghens, zur Nachahmung veranlaßt worden sei, obwohl ihm (Newton) bereits alle Hülfsmittel der höheren Analysis bekannt waren.

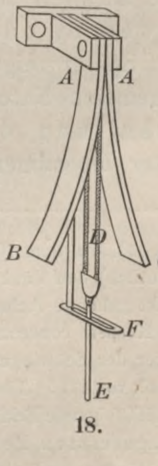
In der vierten Abtheilung, welche die Ueberschrift trägt:

Für beliebige (nicht sehr kleine) Schwingungs- oder Elongationswinkel $= \alpha$ ist die Schwingungszeit T_1 des einfachen Kreispendels von der Länge $= l$ (wie hier als bekann vorausgesetzt werden muß):

$$T_1 = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 {}^1\!/_2\, \alpha + \left(\frac{1.3}{2.4}\right)^2 \sin^4 {}^1\!/_2\, \alpha + \left(\frac{1.3.5}{2.4.6}\right)^2 \sin^6 {}^1\!/_2\, \alpha \text{ etc.} \right\}.$$

Letzteren Ausdruck hat wahrscheinlich zuerst (?) Leonhard Euler ermittelt. Derselbe findet sich in seiner 1736 erschienenen Mechanik. (Wolfer's Uebersetzung, Bd. II, §. 161—164.

1) Um einem Uhrpendel die Bewegung in einer Cykloide zu ertheilen, d. h. also das Kreispendel auch für größere Schwingungsbogen isochron (vom Elongationswinkel unabhängig) zu machen, schlug Huyghens die in Figur 17 abgebildete Anordnung vor, d. h. er hing das Pendel E an einem biegsamen Fadenpaare D zwischen zwei Evoluten AB, AC der Cykloide auf. Bei den Schwingungen des Pendels wickelt sich das Fadenpaar wechselweise an diesen aus Blech sorgfältig und genau gebildeten Curven (Backen) auf und ab, wodurch der Schwingungspunkt des Pendels gezwungen wird, sich in der vorgeschriebenen Cykloide zu bewegen.



18.

Ueber Versuche, diese Huyghens'sche Idee praktisch zu machen, handelt ein von Stampfer in Wien (seiner Zeit) verfaßter Artikel im 20. Bande (1839) der ‚Jahrbücher des k. k. polytechnischen Institutes in Wien', S. 78 unter der Ueberschrift: „Ueber Verbesserungen an Thurm-Pendel-Uhren." Stampfer hat sich bemüht, bei der Construction einer Schlaguhr für den Rathhausthurm zu Lemberg, in erwähnter Weise, von den cykloidischen Backen (Figur 18) Anwendung zu machen, was auch (allerdings nach höchst mühseligen Arbeiten für Elongationswinkel von 6 Grad) glückte, so daß diese Uhr bis zu ihrer Zerstörung durch den Blitz, einen ganz vorzüglichen Gang zeigte.

2) Chasles (Sohncke), ‚Geschichte der Geometrie', S. 99, Note 6.

„De centro oscillationis“ löst Huyghens ganz allgemein das berühmte Problem über den Mittelpunkt des Schwunges[1]), das Oscillations- oder Agitationscentrum. Bereits 1646 legte Mersenne den Mathematikern seiner Zeit die Aufgabe von den Schwingungen zusammengesetzter (materieller) Pendel von bestimmter Gestalt zur Auflösung vor und forderte namentlich Descartes und Roberval, sowie den damals noch jungen (17 Jahre alten) Huyghens hierzu besonders auf. Descartes und Roberval versuchten die Lösung der Aufgabe für einzelne Fälle, während sich Huyghens (später) mit der ganz allgemeinen Lösung der Aufgabe beschäftigte, und endlich in viel gründlicherer Weise wie alle seine Vorgänger in seinem ‚Horologium oscillatorium‘ vollständig löste.

Er gründete seine Theorie auf den Satz (die Hypothese), daß der gemeinschaftliche Schwerpunkt einzelner mit einander verbundener Massen nicht höher steigen könne, als er durch den Fall herabgesunken war. Da offenbar die Höhen, welche die Massen im Steigen erreichen, proportional den Quadraten der Geschwindigkeiten sind, welche sie beim Herabsinken erlangten, so konnte man das von Huyghens aufgestellte Theorem so aussprechen, „daß die Summe der Producte der Massen und der Quadrate der von ihnen erreichten Geschwindigkeiten dieselbe bleibt, die Massen mögen sich verbunden mit einander fortbewegen, oder isolirt dieselben Höhen ersteigen.“

Später zeigte Johann Bernoulli, daß dieses Theorem ein allgemeines Naturgesetz sei, welches er „das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte“ nannte, wobei er unter lebendiger Kraft, nach Leibniz' Vorgange, das Product

---

1) Mit dem Namen „Schwingungsmittelpunkt“ bezeichnet man (bekanntlich) den Punkt eines um eine feste horizontale, nicht durch seinen Schwerpunkt gehende Achse schwingenden Körpers, in welchem man die Gesammtmasse des Körpers concentrirt denken kann, ohne dadurch die Beschaffenheit und die Dauer der Schwingungen zu ändern. Leonhard Euler giebt §. 542 seiner Mechanik von 1765 (‚Theoria motus corporum solidorum‘), Uebersetzung von Wolfers, Th. III folgende Erklärung: Der Schwingungsmittelpunkt in einem zusammengesetzten Pendel hat die Eigenschaft, daß, wenn in ihm die ganze Masse des Körpers vereinigt wäre, sich dieselbe schwingende Bewegung ergeben würde. Man nimmt diesen Punkt aber auf der geraden Linie an, welche durch den Mittelpunkt der Trägheit des Körpers geht und normal auf der Drehachse ist.

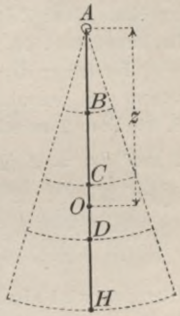
aus der Masse und dem Quadrate der Geschwindigkeit verstand, womit diese Masse bewegt wurde. Lagrange[1]) bezeichnet Huyghens, ohne Weiteres, als den Erfinder des Principes von der Erhaltung der lebendigen Kräfte, ohne sich daran zu kehren, daß (wie erwähnt) sowohl die Namengebung als die Hervorhebung als durchgreifendes Gesetz von späterem Datum sind[2]).

Für ein materielles Pendel, welches als eine gewichtslose gerade Linie AH (Figur 19) gedacht werden kann, an welcher man verschiedene Körper $B, C, D \ldots$ befestigt hat, deren Massen in derselben Ordnung m_1, $m_2, m_3 \ldots$ sind, während ihre Entfernungen vom Aufhängepnnkte A betragen $AB = a_1$, $AC = a_2$, $AD = a_3 \ldots$, erhält man für die Entfernung $AO = z$, wenn O der gesuchte Schwingungsmittelpunkt ist:

$$z = \frac{m_1 a_1^2 + m_2 a_2^2 + m_3 a_3^2 \ldots}{m_1 a_1 + m_2 a_2 + m_3 a_3 \ldots},$$

oder mit Benutzung des bekannten Summenzeichens Σ:

$$z = \frac{\Sigma(ma^2)}{\Sigma(ma)}.$$



19.

Da man nun (nach L. Euler[3]) das Product aus Masse in das Quadrat einer bestimmten Entfernung das **Trägheitsmoment** nennt, so ergiebt sich hieraus folgender Satz:

Man findet die Entfernung des Schwingungspunktes vom Aufhängepunkte eines materiellen Pendels, wenn man die Summe der Trägheitsmomente

---

1) ,Mécanique analytique'. Tome I. Seconde Partie, Sect. I, p. 232 (der Ausgabe von 1811).

2) Nach der jetzt gebräuchlichen Schreibweise läßt sich das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte (oder das Princip der Aequivalenz zwischen Arbeit und lebendiger Kraft) unter der Form darstellen:

$$\frac{1}{2}\,\Sigma\, m\, v_n^2 - \frac{1}{2}\,\Sigma\, m\, v_0^2 = \int_{e_0}^{e_n} F ds\, cos.\, \varepsilon = \int_{e_0}^{e_n} F de$$

In dieser Gleichung bezeichnen v_0 und v_n die Geschwindigkeiten der bewegten Massen im Anfange und am Ende der Bahn $= s$ und $F ds\; cos.\, \varepsilon = F de$ die elementaren Arbeiten der vorhandenen Kräfte, die betreffenden e Wege im Sinne der Kraftrichtungen genommen, so daß $ds\,.\,cos.\,\varepsilon = de$ und ε der Winkel ist, den das Wegelement ds mit der Richtung von dv einschließt.

3) ,Theoria motus corporum solidorum' (1765), in der deutschen (Wolfersschen) Bearbeitung. Th. III, S. 175, §. 363.

durch die Summe der statischen Momente aller Massen dividirt, woraus das materielle Pendel besteht[1]).

Am Ende der vierten Abtheilung bestimmt Huyghens die Länge $= l$ des einfachen Kreis-Secunden-Pendels für sehr kleine

---

1) Auf analytischem Wege läßt sich der Beweis dieses wichtigen Satzes folgendermaßen führen:

Bezeichnet r die Entfernung eines beliebigen Punktes des materiellen Pendels von der Schwingungsachse aus gerechnet, und ω die Winkelgeschwindigkeit am Ende einer Zeit t so ist $v = r\omega$ und in gleicher Weise (mit Bezug auf die Rechnungen S. 95, Anmerkung 2) $v_n = r\omega_n$, sowie $v_0 = r\omega_0$.

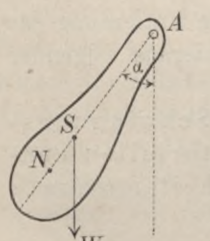
Ist ferner $d\varphi$ ein Element des Schwingungsbogens, so läßt sich $de = a\,d\varphi$ setzen und wenn man letztere Werthe in die vorher differencirte Gleichung S. 95 Note 2 substituirt, überhaupt schreiben:

$\Sigma\, mr^2\, d\omega = \Sigma\,(F a\, d\varphi)$ oder auch, und mit Beachtung, daß $\omega = \dfrac{d\varphi}{dt}$ ist:

$$\frac{d\omega}{dt}\,\Sigma\, mr^2 = \Sigma\,(Fa), \text{ also:}$$

$$\text{I. } \frac{d\omega}{dt} = \frac{\Sigma\,(Fa)}{\Sigma\, mr^2}.$$

Hiernach wird also die betreffende Bogen-Acceleration (Bogenbeschleunigung) gefunden, wenn man die Summe der statischen Momente der vorhandenen Kräfte, durch die Summe der Trägheitsmomente der in oscillirender (oder in drehender) Bewegung befindlichen Massen dividirt.



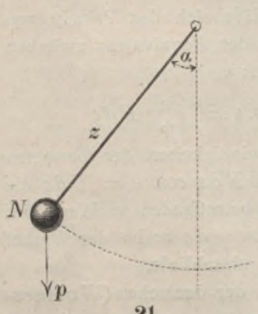
20.

Mit Bezug auf das materielle Pendel vom Gewichte $= W$ (Figur 20), dessen Schwerpunkt S in der Entfernung $AS = e$ von der Drehachse liegt, während die Entfernung des Schwingungsmittelpunktes von A sein mag: $AM = z$, erhält man daher nach I, wenn überdies α den Erhebungswinkel des Pendels bezeichnet:

$$(1)\quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{W.e\,\sin\alpha}{\Sigma\, mr^2}.$$

Ebenso erhält man für das einfache Pendel (Figur 21) von z Länge und wenn q das Gewicht einer bei N befestigten kleinen Kugel bezeichnet, sobald letzteres ebenso schnell wie ersteres schwingen soll:

$$(2)\quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{q\,.\,z\,\sin\alpha}{q\,z^2} = \frac{\sin\alpha}{z}$$



21.

Aus dem Vergleiche von (1) mit (2) folgt daher:

$$z = \frac{\Sigma\, m r^2}{W.e}.$$

Da sich der Nenner dieses Ausdrucks auch auf die Gestalt $\Sigma\, mr$ bringen läßt, so hat man auch:

$$z = \frac{\Sigma\,(mr^2)}{\Sigma\,(mr)}, \text{ w. z. B. w.}$$

Schwingungsbogen, welche letztere als mit einem Cykloidenbogen zusammenfallend angenommen werden können und findet dieselbe zu $$l = 3{,}0565 \text{ Pariser Fuß}.$$
Hiermit gelangt aber Huyghens zur Bestimmung der Acceleration oder Beschleunigung g der Schwerkraft, oder, da man zu Huyghens' Zeit mit g noch die Größe des im freien Falle am Ende der ersten Secunde durchlaufenen Weges bezeichnete, zu $\frac{g}{2}$. War also (nach S. 60) für besagtes Pendel die Zeit $= t$ eines sehr kleinen Schwunges $t = \pi \sqrt{\frac{l}{2g}}$, so ergab sich für das Secundenpendel $g = \pi^2 \frac{l}{2}$, d. i. wenn man obigen Werth für l substituirt $g = \frac{\pi^2}{2} \,.\, 3{,}0565 = 15{,}0833$ Pariser Fuß, oder wie Huyghens setzt: $$g = 15 \text{ Fuß } 1 \text{ Zoll}^{1)}.$$

Die fünfte Abtheilung endlich enthält (vorzugsweise) unter der Ueberschrift: „De vi centrifuga ex motu circulari, theoremata", dreizehn berühmt gewordene Sätze über die Centrifugalkraft[2]) bei Kreisbewegungen, jedoch ohne Beweise.

---

1) Nach jetziger Setzung also $\frac{g}{2} = 15{,}0833$ Fuß, d. i. $g = 30{,}1666$ Fuß $=$ 32,151 Fuß engl. $=$ 9,824 Meter. Für mittlere geographische Breiten, nimmt man gegenwärtig, in der technischen Mechanik, genau genug, $g = 9{,}809$ Meter.

2) Um auch hier (ähnlich wie S. 70 in der Note), Studirende vor Mißverständnissen möglichst zu schützen, erörtern wir das Capitel von der Centrifugalkraft schon jetzt in der Weise, welche sich später (nach der Erfindung der Differenzialrechnung und der analytischen Mechanik und zwar besonders nach L. Euler und Maclaurin) als naturgemäß herausstellte.

Hierzu werde bemerkt, daß die Centrifugalkraft stets als ablenkende Kraft (Centripetalkraft) auftritt, wenn sich ein materieller Punkt (Körper) aus irgend einer Ursache in krummliniger Bahn bewegt. Bei völlig freier Bewegung läßt sich zeigen, daß, welche Anzahl von Kräften auch immer auf das Bewegliche einwirken mögen, diese Bewegung (zunächst als in der Ebene stattfindend angenommen) genau so erfolgt, als würde sie durch zwei auf den materiellen Punkt wirkende Kräfte hervorgebracht, wovon die eine $= T$ in der Richtung der Tangente, die andere $= N$ nach der Richtung des Krümmungshalbmessers der beschriebenen Bahn thätig ist. Wählt man die Bezeichnungen, sowie in (Figur 22) angegeben ist, beachtet zuerst, daß nach VI, S. 71 statt der vorhandenen resultirenden Kraft zu setzen ist:
$$\overline{af} = m\,\frac{d^2x}{dt^2} \text{ und } \overline{ah} = m\,\frac{d^2y}{dt^2}$$
sodann aber eine Zerlegung in der Weise stattfinden kann, daß man hat
$$T = \overline{ae} + \overline{ad} \text{ und } N = \overline{ac} - \overline{ab} \text{ d. i.}$$
$$T = m\left(\frac{d^2x}{dt^2}\cos\alpha + \frac{d^2y}{dt^2}\sin\alpha\right) \text{ und } N = m\left[\frac{d^2y}{dt^2}\cos\alpha - \frac{d^2x}{dt^2}\sin\alpha\right].$$

Die von Huyghens aufgestellten Gesetze der Centrifugal- oder Schwungkräfte lassen sich, ohne Weiteres, aus der Gleichung II der Note 2 auf S. 97 entnehmen, sobald man namentlich die Zeit $= t$ eines Umlaufes im Kreise vom Halbmesser r einführt, also setzt $v = \frac{2 r \pi}{t}$.

Da jedoch $\cos \alpha = \frac{dx}{ds}$, $\sin \alpha = \frac{dy}{ds}$ ist, so erhält man auch:

$$T = m \left(\frac{dx\, d^2x + dy\, d^2y}{ds\, dt^2}\right);\; N = m \left(\frac{dx\, d^2y - dy\, d^2x}{ds\, dt^2}\right).$$

Nach bekannten Sätzen der analytischen Geometrie hat man für den Krümmungshalbmesser $= \varrho$ den Werth:

$$\varrho = \pm \frac{ds^3}{dx\, d^2y - dy\, d^2x},$$ folglich auch bei gleichzeitiger Zusammenziehung des Werthes für T:

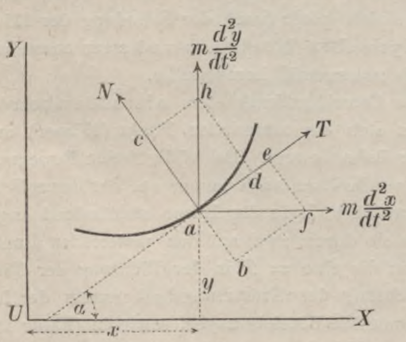
$$T = \frac{m}{2} \frac{d(dx^2 + dy^2)}{ds\, d^2t} \text{ und } N = \frac{m}{\varrho} \frac{ds^3}{ds\, dt^2},$$ d. i. wenn v die Geschwindigkeit in der Bahn bezeichnet:

$$\text{I. } T = m \frac{d^2s}{dt^2} \text{ und II. } N = m \frac{v^2}{\varrho}.$$

Huyghens untersuchte nun (auf synthetischem Wege) die Bedingung einer gleichförmigen Bewegung auf der Peripherie eines Kreises vom Radius $= r$, in welchem Falle vorstehende Gleichungen die Form annehmen:

$$\text{III. } T = o \text{ und IV. } N = m \frac{v^2}{r}.$$

Die allgemeine Auffassung, welche den Gleichungen I und II entspricht, rührt von Newton her, der jedoch zur Ableitung den synthetischen Weg einschlug.



22.

Bei gezwungener Bewegung in verticaler Kreisbahn erfährt letztere, oder das Verbindungsmittel des Beweglichen mit dem Centrum, einen Druck (oder Zug) $= N_1$, welcher zusammengesetzt ist aus der Centrifugalkraft und der mit dem Kreishalbmesser r zusammenfallenden Componente des Gewichtes $q = mg$. Bezeichnet daher φ den spitzen Winkel, welchen das Element des beschriebenen Kreises mit der Verticalen bildet, so ist V. $N_1 = N \pm q \cos \varphi = \frac{q}{g} \frac{v^2}{r} \pm q \cos \varphi$.

Hierbei gilt $+$ für den Druck im unteren Halbkreise und $-$ ebenso für den oberen. Wir werden später Gelegenheit finden, auf diesen Gegenstand, in allgemeinerer Auffassung, zurückzukommen.

Man erhält sodann:

$$\left\{N = m\,\frac{4\,r\,\pi^2}{t^2} \text{ und } N_1 = m_1\,\frac{4\,r_1\,\pi^2}{t_1{}^2} \text{ etc.}\right\}$$

Für $m = m_1$ ergeben sich daher die Proportionen:

$$N : N_1 = \frac{r}{t^2} : \frac{r_1}{t_1{}^2} \text{ und für } t = t_1$$

$$N : N_1 = r : r_1 \text{ etc.}$$

Unter Voraussetzung, daß gleiche Körper mit gleichen Schwungkräften in ungleichen Kreisen herum geführt werden, erhält man

$$t : t_1 = \sqrt{r} : \sqrt{r_1}$$

In der nach Huyghens' Tode 1703 veröffentlichten Abhandlung über die Gesetze der Schwungbewegung im Kreise („Tractatus de motu centrifuga") behandelte er auch das Centrifugal- oder conische Pendel, d. i. ein Pendel, welches sich nicht in der verticalen Ebene, sondern im Raume bewegt und eine Kegelfläche beschreibt.

Zu den verschiedenen Sätzen, die Huyghens hier hervorhebt, gehört auch folgender:

Bei gleichen Schwingungswinkeln verhalten sich die Schwingungszeiten wie die Quadratwurzeln aus den Längen [1]).

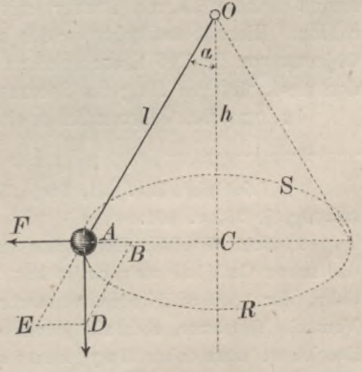
Noch ist einer andern Untersuchung Huyghens' zu gedenken, welche sich auf die Einwirkung der Centrifugalkraft in Bezug auf

---

1) Mit Hülfe des Parallelogrammes der Kräfte läßt sich dieser Satz wie folgt beweisen. Es sei $AO = l$ die Erzeugungslinie und $OC = h$ die Höhe des Kegels, q das Gewicht einer kleinen in A befestigten Kugel.

Für eine gleichförmige Bewegung muß $\overline{AF} = \overline{AB}$ sein. Da nun zufolge V (im Texte) $\overline{AF} = \frac{q}{g}\,\frac{4\,r\,\pi^2}{t^2}$ und, nach Figur 23, $\overline{AB} = q\,tg\,\alpha$, ferner $r = \overline{AC} = l\,sin\,\alpha$ ist, so ergiebt sich: $\frac{4\,l\,sin\,\alpha\,\pi^2}{g\,t^2} = tg\,\alpha$, d. i. $t = 2\,\pi\sqrt{\frac{l\,cos\,\alpha}{g}}$ wodurch obiger Satz bewiesen ist. Mit Beachtung, daß $l\,cos\,\alpha = h$, folgt noch:

$$t = 2\,\pi\sqrt{\frac{h}{g}}.$$



23.

Hiernach ist die Zeit einer Umdrehung des conischen Pendels doppelt so groß, als die Zeit eines Schwunges, beim Kreispendel (S. 60), sobald die Länge des letzteren gleich der Höhe des conischen Pendels ist.

die Gestalt der Erde bezieht, die einen rotirenden, wohl nirgends ganz harten Körper bildet. Da die Centrifugalkraft (Schwungkraft) am Aequator am stärksten und an den Polen am geringsten ist, so muß an ersterer Stelle die Schwerkraft am kleinsten sein. Huyghens wies hierdurch nach, daß die Erde ein an den Polen abgeplattetes Sphäroid bilde und daß die Abplattung mindestens $^1/_{587}$ betragen müsse.

Uebrigens veröffentlichte Huyghens seine betreffende Theorie in einem 1690 in Leyden erschienenen kleinen Werke „Discours de la cause de la pesanteur“, nachdem Newton bereits früher denselben Gegenstand aus einem allgemeineren und richtigeren Gesichtspunkte behandelt und die Abplattung zu $^1/_{289}$ berechnet hatte [1]).

Zur Vervollständigung vorstehenden Berichtes über Huyghens und seine außerordentlichen Leistungen, mag nachstehende kurze Biographie desselben dienen.

Christian Huyghens (Hugenius) wurde am 14. April 1629 zu Haag als zweiter Sohn von Constantin Huyghens (Herrn von Zelem und Zuylichem) geboren. Sein vermögender und sehr wissenschaftlich gebildeter Vater war sein erster Lehrer in der Musik, Mathematik und Maschinenkunde, für welche letztere der Sohn schon früh große Anlagen zeigte. Bereits in seinem 16. Jahre (1645) bezog er die Universität zu Leyden, um Jura zu studiren, wo schon damals Descartes das besondere Talent des Jünglings für Mathematik öffentlich rühmte. Im Jahre 1649 machte er Reisen durch mehrere Länder Europas, nach deren Beendigung er nach Holland zurückkehrte und sein erstes Werk (Leyden 1651) veröffentlichte: ‚Theoreme über die Quadratur der Hyperbel, der Ellipse und des Kreises‘. Vom Jahre 1655 ab beschäftigte er sich sammt seinem älteren Bruder, mit der Verbesserung der Objective zu Fernrohren. Hiermit entdeckte er den sechsten Saturnusmond und 1657, wo er ein Objectiv von 22 Fuß Brennweite zu Stande gebracht hatte, erkannte er zuerst den merkwürdigen Ring des Saturns.

In demselben Jahre nahm er ein Patent auf die Erfindung der Pendeluhren [2])

---

1) ‚Principia‘, Lib. III, Prop. XIX, Problema III und in Wolfers' Uebersetzung, §. 23, S. 401.

2) Nach Wolff, ‚Geschichte der Astronomie‘, §. 117 scheint es zweifellos, daß schon Galilei versucht hat, eine Pendeluhr zu construiren und daß sein Sohn, der 1649 zu Florenz verstorbene Stadtrichter Vincenzio Galilei, diese Versuche fortsetzte, ebenfalls jedoch ohne damit wirklich zu Stande zu kommen. Bezeichnet man daher Huyghens als den dritten Erfinder der Pendeluhren, so ist er eigentlich dennoch der Erste, dem es gelang, seine Erfindung bleibend ins Leben einzuführen. Wolff berichtet auch über von Bürgi im 16. Jahrhundert verfertigte Pendeluhren, sowohl zu astronomischen als zu bürgerlichen Zwecken.

Die Bürgi'sche Erfindung scheint jedoch bald wieder vergessen worden zu über welche letztere er später (1673) in seinem vorher besprochenen Werke ‚Horologium oscillatorium‘ ausführlich berichtete [1]).

In den Jahren 1660 und 1663 machte Huyghens Reisen nach Paris und London, um die persönliche Bekanntschaft der großen Gelehrten dieser beiden Hauptstädte zu machen. Im Jahre 1666, also in seinem 37. Lebensjahre, wurde er von Ludwig XIV. mit einem ansehnlichen Jahresgehalte als Mitglied der (ebenfalls 1666) errichteten Akademie der Wissenschaften nach Paris geladen, wo er auch in den Gebäuden der königlichen Bibliothek seine Wohnung erhielt. Hier schrieb er 1666 sein berühmtes Werk über Optik [2]), worin er als Erfinder der bereits S. 79, Note 1 erörterten Vibrations-Hypothese (Undulationstheorie) auftritt, die Gesetze der doppelten Strahlenbrechung im Kalkspath (isländischen Krystall) entwickelt und noch andere optische Gesetze mathematisch begründet. Ausführliches über alle diese Frfindungen und Arbeiten des Huyghens liefert namentlich Wilde in seiner ‚Geschichte der Optik‘ Th. I, S. 236 und Th. II, S. 248.

Wahrscheinlich würde Huyghens bis zu seinem Tode die vornehmste Zierde der Pariser Akademie geblieben sein, wenn sich der König nicht zum Widerrufe des Edicts von Nantes (22. October 1685) hätte bestimmen lassen. Ungeachtet man ihm für seine Person den ungekränkten Genuß seiner früheren, religiösen Freiheit versprach, so mochte er dennoch in einem Lande, in welchem die Religion nicht mehr eine Sache der freien Ueberzeugung sein sollte, um so weniger bleiben, da er täglich Zeuge der Verfolgungen seiner Glaubensgenossen sein mußte. Huyghens kam deshalb der Aufhebung jenes Edicts zuvor und kehrte im Jahre 1681 in sein Vaterland zurück. Hier lebte er größtentheils nur seinen Studien, deren literarische Ergebnisse in Poggendorff's ‚Biographisch-literarischem Wörterbuche‘ verzeichnet sind.

Anfang des Jahres 1695 veranlaßten Kummer in seiner Familie (obwohl er nie verheirathet war) und übermäßige Geistesanstrengung eine schnelle Abnahme seiner Verstandeskräfte, deren er schließlich nur so viel behielt, um über sein Vermögen und seine nachgelassenen Manuscripte verfügen zu können, welche letztere er der Bibliothek zu Leyden überließ. Am 8. Juni 1695 endete sein segenvolles der Mit- und Nachwelt theures Leben.

Im Jahre 1700 veröffentlichten zwei Professoren der Universität Leyden die erste Sammlung seines literarischen Nachlasses. Später gab 's Gravesande eine vollständige Sammlung der Huyghens'schen Schriften in vier Theilen heraus, die zuerst 1724 in Leyden und 1728 in Amsterdam erschienen.

---

sein, da er von den eigentlichen Gesetzen des Pendels wie sie Galilei entdeckte, keine Idee hatte.

1) Die Erfindung der Spiralfeder wird von Einigen ebenfalls Huyghens zugeschrieben, von Anderen aber der Engländer Hooke als der bezeichnet, welcher schon vor 1658 die Spiralfeder in Anwendung gebracht habe. Man sehe hierüber insbesondere Poggendorff's ‚Geschichte der Physik‘, §. 237.

2) Huyghens ‚Tractatus de lumine‘ wurde zuerst der Akademie der Wissenschaften zu Paris in französischer Sprache mitgetheilt, seine lateinische Uebersetzung erschien erst 1690 im Haag.

§. 13.

Die Gesetze des Stoßes fester Körper.

Bekanntlich stellte Aristoteles bereits die Frage auf, wie es komme, daß ein kleiner Stoß auf einen Keil sehr viel ausrichten könne [1]), während ein bloßer Druck gegen denselben Keil ausgeübt, verhältnißmäßig äußerst wenig leiste. Galilei bemühte sich diese Frage damit zu beantworten [2]), daß er die Kraft des Stoßes im Vergleich zum Drucke als unendlich groß annahm. Zu einer richtigen Auffassung der Sache gelangte man jedoch erst dann, als man unter Stoß einen sehr großen beständigen oder mit der Zeit veränderlichen Druck verstand, der während einer sehr kleinen Zeit auf die Oberfläche eines als ruhend angenommenen Körpers wirkt, folglich den Unterschied zwischen Stoß oder momentan wirkenden Kräften und Druck oder continuirlich wirkenden Kräften aufgab [3]). Gesetze des Stoßes fester Körper aufzustellen, versuchte zuerst Descartes und zwar in seinem bereits vorher (S. 79) notirten Werke ‚Principien der Philosophie‘ (Th. II, Nr. 46 etc.) [4]). Enthalten diese Gesetze auch viel Falsches, so dienten sie doch als Bahnbrecher und sind überdies von nicht geringem geschichtlichen Interesse [5]).

Zu richtigen Stoßgesetzen gelangte man erst auf Veranlassung der englischen Gesellschaft (Royal Society) und zwar war es der Engländer Wallis [6]), welcher demzufolge am 26. Novem-

---

1) Aristoteles ‚Mechanische Probleme‘, deutsch von Poselger, Hannover 1881, S. 34. Ferner Aristoteles' ‚Acht Bücher über Physik‘, deutsch von Prantl, München 1854, VII, 2, S. 345.

2) S. 55 gegenwärtigen Buches.

3) Ebendaselbst S. 69, Note 5, wo ebenfalls die Unterscheidung von Druck- und Stoßkräften als falsch bezeichnet wurde. Der Stoß hat eine Dauer und es giebt daher keine momentan wirkenden Kräfte!

4) In sehr gutem Auszuge theilt Kuno Fischer, in seinem wiederholt citirten Werke ‚Geschichte der neueren Philosophie‘, Bd. I, Th. I, S. 402, unter der Ueberschrift: „Gesetz des Stoßes“ die Descartes'schen Erörterungen etc. mit.

5) Dühring, ‚Geschichte der Principien der Mechanik‘, §. 72 (erste Aufl.).

6) John Wallis, geboren 1616 zu Ashford in der Grafschaft Kent, seiner Zeit als ausgezeichneter Mathematiker bekannt, war mehrere Jahre Prediger und verfaßte als solcher verschiedene theologisch-polemische und philosophische Schriften. In den bürgerlichen Kriegen (unter Karl I.) zeichnete er sich durch die Kunst aus, den Schlüssel zu den verwickeltsten Chiffreschriften zu finden. 1649 ward er Professor der Mathematik an der Universität Oxford. In dieser Stellung

ber 1668 der gedachten Corporation eine betreffende Arbeit einreichte, welche die Ueberschrift trug: ‚A Summary Account given by Dr. John Wallis, of the general laws of motion‘ und die (in lateinischer Sprache) in den ‚Philosophical Transactions‘ vom 11. Jan. 1669 abgedruckt wurden. Während Descartes die Beschaffenheit des Materials der sich stoßenden Körper ganz unbeachtet ließ, beschränkte sich Wallis auf die Ermittlung der Stoßgesetze völlig unelastischer Körper [1]) und nahm hierzu (wie Galilei und Descartes) das Produkt aus Masse und Geschwindigkeit als Maaß der betreffenden Bewegungsgröße (S. 69 und 70) an.

Unter der Voraussetzung völlig kugelförmiger aus homogenen Schichten zusammengesetzter Körper, deren Schwerpunkte sich in derselben Geraden nach gleicher Richtung und zwar hinter einander bewegen, gelangte Wallis (für den geraden, centralen Stoß) durch nachbemerkte Schlüsse, zu richtigen Resultaten:

Es habe von zwei Massen m und m_1 im Augenblicke des Stoßes erstere die größere Geschwindigkeit V und letztere die kleinere V_1, so daß die betreffenden Bewegungsgrößen ungleich sind und zwar $m\,V > m_1\,V_1$.

Vom Augenblicke der Berührung an wird daher die schneller laufende Masse m die langsamer gehende m_1 zur größeren Bewegung antreiben, folglich m einen Theil ihrer Bewegungsgröße verlieren, dagegen m_1 einen entsprechenden Theil gewinnen. Diese Action wird so lange fortdauern, bis sich beide Massen $m + m_1$ mit derselben Geschwindigkeit u bewegen. Da nun hierbei an Bewegungsgröße nichts verloren gehen kann, so ergiebt sich für das fragliche Gesetz und Gleichung:

$$m\,V + m_1\,V_1 = (m + m_1)\,u, \text{ woraus folgt:}$$

$$\text{I. } u = \frac{m\,V + m_1\,V_1}{m + m_1}.$$

Bewegen sich die Körper unter sonst gleichen Umständen gegen

(die er bis zu seinem 1703 erfolgten Tode bekleidete) schrieb er u. a. (1655) sein berühmtes Werk ‚Arithmetica infinitorum‘, worin er die kräftige Cartesische Analysis auf die Methode des Untheilbaren von Cavalieri anwandte und wodurch er die Geometrie in allen Untersuchungen, welche heute Gegenstand der Integralrechnung sind, ungemein viel weiter brachte. Ein ziemlich vollständiges Verzeichniß seiner schriftstellerischen Arbeiten findet sich in Poggendorff's ‚Biographisch-literar. Handwörterbuche‘.

1) Später hat Wallis auch den Stoß elastischer Körper behandelt, worüber nachzulesen ist in dem Werke ‚Opera mathematica‘, 3 Vol., Oxon 1695—99.

einander und ist wieder $V > V_1$, ist also auch $m V > m_1 V_1$, so hat man unter denselben Schlüssen wie im ersten Falle

$$m V - m_1 V_1 = (m + m_1) u, \text{ also}$$

$$\text{II. } u = \frac{mV - m_1 V_1}{m + m_1}.$$

Wallis betrachtete auch zuerst den Mittelpunkt des Stoßes[1]), welchen er centrum percussionis maximae nannte. Fast unmittelbar nach Wallis reichte zuerst Wren[2]) (am 17. December 1668) und im Anfange des folgenden Jahres (am 4. Januar 1669) auch Huyghens der Royal Society noch ausführlichere Arbeiten über die Stoßgesetze ein. Beide Aufsätze enthielten die Gesetze des Stoßes elastischer Körper zwar ohne Beweis, indeß zeichneten sie sich durch eine sehr kurze, gefällige und doch allgemeine Darstellung der Sache aus. Wren's Resultate finden sich abgedruckt in den ‚Philosophical Transactions', Nr. 42 vom 14. December 1668 p. 867, während Huyghens betreffende Regeln („Regulae

1) Mit dem Namen „Mittelpunkt des Stoßes" bezeichnet man denjenigen Punkt eines sich um eine feste Achse drehenden Körpers (welche nicht durch seinen Schwerpunkt geht), in welchem dieser Körper gestoßen werden muß, damit die Drehachse keinen Druck erfahre.

Es läßt sich zeigen, daß letzteres in der That eintritt, wenn erstens die Richtung der stoßenden Kraft rechtwinklig auf der Ebene steht, welche durch die Achse und durch den Schwerpunkt des Körpers geht; zweitens die Achse eine der Hauptachsen des Körpers in Bezug auf den Punkt ist, in welchem sie von derjenigen Ebene geschnitten wird, welche auf ihr senkrecht steht und die Stoß-Richtung enthält; drittens der Abstand der stoßenden Kraft von der Drehachse derselbe sei, wie derjenige des Schwingungsmittelpunktes (S. 94).

Hieraus erhellt zugleich, daß letzterer Punkt und der Mittelpunkt des Stoßes zwei Punkte von ganz verschiedenen mechanischen Eigenschaften sind und daß man sie deshalb nicht mit einander verwechseln darf. Wir werden später Gelegenheit finden, auf diesen Gegenstand zurückzukommen.

L. Euler behandelte die Lehre vom Mittelpunkte des Stoßes zuerst richtig in der Uebersetzung von Robin's ‚Artillerie', S. 182.

2) Christoph Wren, gelehrter Mathematiker, Astronom und berühmter Baumeister, wurde 1632 in Wiltshire geboren, wo sein Vater Pfarrer war. Bereits in seinem 13. Jahre erfand er ein neues astronomisches Instrument, das er, sowie eine Abhandlung vom Ursprung der Flüsse, seinem Vater in geistreichen lateinischen Versen widmete. Mit seinem 14. Jahre besuchte er die Universität Oxford und that sich hier durch große Fortschritte in den mathematischen Wissenschaften hervor. Erst 25 Jahre alt, wurde er 1657 zum Lehrer der Astronomie in Gresham-College ernannt, vertauschte aber schon 1660 diese Stelle mit dem Lehrstuhle der Astronomie zu Oxford. Seitdem zeichnete er sich durch Arbeiten

de motu corporum ex mutuo impulsu") als Inhalt eines Briefes an die Royal Society sich ebenfalls in den ‚Philosophical Transactions' vorfinden und zwar in Nr. 46 vom 12. April 1669 p. 925 [1]).

Indem der Verfasser nach Zweck und Umfang gegenwärtigen Buches, hinsichtlich einer ausführlichen Darstellung der Stoßgesetze der drei genannten Meister (Wallis, Wren und Huyghens) sich genöthigt sieht, auf die angegebenen Quellen zu verweisen, entlehnt er der im Februar 1669 der Royal Society nachgesandten Abhandlung des Huyghens folgende zwei merkwürdige, für den Stoß elastischer Körper gültige Sätze:

Erstens, daß die Größe der Bewegung zwar vermehrt oder vermindert werden könne, aber doch immer nach einerlei Seite zu unveränderlich bleibe, wenn man die nach der entgegengesetzten Seite gerichteten davon subtrahire [2]).

---

in allen Theilen der Mathematik und Naturwissenschaften aus, so daß ihn die Royal Society zu ihrem Mitgliede ernannte. Am merkwürdigsten aber ist die seltene Verbindung theoretischer Wissenschaft mit einem hervorragenden praktischen Genie, in Folge dessen er sich später durch zahlreiche Denkmäler der Baukunst auszeichnete. In letzterer Beziehung scheint die Vollendung des Baues der Peterskirche in Rom (1660?) nicht ohne Einfluß auf unseren Wren gewesen zu sein. Der große Brand in London (1666), wobei auch die prächtige gothische Kathedrale zerstört wurde, eröffnete seinen eminenten Talenten ein neues Feld großartiger Thätigkeit. Er entwarf sowohl den Plan zu einer neuen Stadt, als auch zur Paulskirche, ein Werk, das nach der Peterskirche in Rom zu den vollkommensten Denkmälern der neueren Baukunst gerechnet wird und in 35 Jahren (1675 bis 1710) vollendet wurde. Man zählt überhaupt 60 Kirchen und öffentliche Gebäude, die nach Wren's Plan oder unter seiner Aufsicht entstanden. Welchen ehrenvollen Namen Wren in der Geschichte der mathematischen Gesetze des Stoßes der Körper einnimmt, findet sich oben im Texte hinreichend erörtert.

Im Jahre 1672 wurde er zum Sir erhoben, war mehrmals Parlamentsmitglied und von 1680 bis 1682 Präsident der Royal Society. Er setzte seine Arbeiten bis zu seinem 86 Jahre (1718) fort, wo er durch Hofränke verdrängt wurde. Seitdem lebte er abgeschieden und den Wissenschaften ergeben, in seinem Hause zu Hamptoncourt. Er endete sein durch Mäßigkeit und Arbeitsamkeit weit über die gewöhnliche Grenze hinaus verlängertes Leben, am 25. Februar 1723, also über 90 Jahre alt und wurde in der Paulskirche begraben.

1) Huyghens' Hauptlösung des Stoßproblemes mit sorgfältigen und strengen synthetischen Beweisen wurde erst nach seinem Tode veröffentlicht und zwar im Jahre 1703 unter dem Titel: ‚De motu corporum ex percussione'. Man sehe hierüber auch die Mittheilungen aus letzterem Werke, welche sich in Dühring's ‚Geschichte der Principien der Mechanik' (erste Auflage), §. 74 vorfinden.

2) Descartes folgerte aus der Unveränderlichkeit des göttlichen Wesens und Wirkens: „daß die Größe der Bewegung in der Natur constant bleibt". (Kuno Fischer, a. a. O., S. 400). Offenbar ist dieser Grundsatz in

Zweitens, daß die Summe der Produkte aus den Massen in die Quadrate der Geschwindigkeiten vor und nach dem Stoße gleich groß sei [1]).

Hierbei muß an das erinnert werden, was S. 71 (Note) über die spätere Einführung des Namens „Lebendige Kraft" bemerkt wurde. Die Gesetze des excentrischen und schiefen Stoßes behandelten erst später L. Euler und die Bernoullis.

Dafür bemühte man sich fast unmittelbar nach Aufstellung richtiger Stoßgesetze durch die genannten drei Meister, die Richtigkeit dieser Gesetze durch Versuche zu prüfen.

---

solcher Allgemeinheit ausgesprochen, hier nicht ganz richtig, indem er lediglich für unelastische Körper und zwar nur dann gilt, wenn sich beide Massen vor und nach dem Stoße nach einerlei Richtung bewegen. (Man beachte hierzu die vorher S. 103 und 104 entwickelten mit I und II bezeichneten Formeln).

1) Der Nachweis dieser Sätze, sowie die mathematische Auffassung des ganzen Gegenstandes überhaupt, läßt sich auch gegenwärtig nicht besser geben, als dies 1745 bereits von L. Euler in den ‚Memoiren der Berliner Akademie der Wissenschaften' geschehen ist, welches hier nur noch in die Navier'sche Form gekleidet werden mag.

Unter Beibehaltung der obigen Bezeichnungen nehmen wir daher an, daß am Ende einer Zeit t der Abstand der Schwerpunkte beider Kugeln m und m_1 von einem festen Punkte in der Bewegungsrichtung beziehungsweise x und x_1 sind und P der Werth des Druckes ist, den beide Körper am Ende gedachter Zeit auf einander ausüben. Sodann erhält man nach S. 71, VI die beiden Gleichungen:

$$1.\ m\frac{d^2x}{dt^2} = -P \text{ und } m_1\frac{d^2x_1}{dt^2} = +P,$$

oder, wenn v und v_1 die Geschwindigkeit der Schwerpunkte der beiden Körper am Ende der vom Anfange des Stoßes ausgerechneten Zeit t sind:

$$2.\ m\frac{dv}{dt} = -P \text{ und } m_1\frac{dv_1}{dt} = +P, \text{ oder endlich auch:}$$

$$3.\ m\frac{vdv}{dx} = -P \text{ und } m_1\frac{dv_1}{dt} = +P.$$

Aus (2) folgt ohne Weiteres

$$mdv + m_1 dv_1 = 0,$$

sowie durch Integration

$$mv + m_1 v_1 = \text{Const.}$$

Da aber Const. $= mV + m_1 V_1$ sein muß, so hat man

$$\text{I.}\ mv + m_1 v_1 = mV + m_1 V_1.$$

Für völlig unelastische Körper ist $v = v_1 = u$ und daher:

$$\text{II.}\ u = \frac{mV + m_1 V_1}{m + m_1}.$$

Ferner erhält man aus den Gleichungen (1):

$$m\frac{dx\, d^2x}{dt^2} + m_1\frac{dx_1\, d^2x_1}{dt^2} = -P\,(dx - dx_1),$$

oder wenn i und i_1 die Tiefen der in beiden Körpern in demselben Augenblicke gemachten sehr kleinen Eindrücke sind:

Besonders beachtenswerth sind in dieser Beziehung die Forschungen Mariotte's[1]), der zum experimentellen Nachweise der von Wallis, Wren und Huyghens theoretisch aufgefundenen Gesetze eine besondere Vorrichtung ersann (gewöhnlich Perkussions oder Stoß-Maschine genannt), die, namentlich früher, als man sich für diesen Zweig der Physik noch lebhaft interessirte, eine gewisse Berühmtheit erlangte.

$$\tfrac{1}{2}\left[\frac{m\,d(dx^2) + m_1\,d(d^2x_1)}{dt^2}\right] = -P\,(di + di_1) \text{ und}$$

integrirt:

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{m_1v_1^2}{2} = -\int P\,(di + di_1) + \text{Const.}$$

Da jedoch Const. $= \dfrac{mV^2}{2} + \dfrac{m_1V_1^2}{2}$ ist, so hat man

$$mv^2 + m_1v_1^2 - (mV^2 + m_1V_1^2) = -2\int P\,(di + di_1).$$

Für vollkommen elastische Körper also, weil hier der rechte Theil der Gleichung Null ist: III. $mv^2 + m_1v_1^2 = mV^2 + m_1V_1^2$.

Bei völlig unelastischen Körpern ist $v = v_1 = u$, daher wenn man zugleich für u den Werth aus II einführt:

$$\text{IV. } \int P\,(di + di_1) = \tfrac{1}{2}\,\frac{mm_1}{m + m_1}\,(V - V_1)^2.$$

Obwohl für technische Anwendungen Formeln ohne Werth sind, welche vollkommen elastische Körper voraussetzen, so werde doch (für einen Fall) notirt, daß sich hier noch der Satz nachweisen läßt, daß $v - v_1 = V_1 - V$ ist und dann aus I erhalten wird:

$$v = \frac{(m - m_1)V + 2m_1V_1}{m + m_1} \text{ und } v_1 = \frac{(m - m_1)V_1 + 2mV}{m + m_1}.$$

1) Edme Mariotte wurde 1620 zu Bourgogne (Departement Saône et Loire) geboren, trat frühzeitig in den geistlichen Stand, ward später Prior zu St. Martin sous Beaume in der Nähe von Dijon und 1666 Mitglied der (in demselben Jahre gestifteten) Pariser Akademie der Wissenschaften. 1676 erschien sein Werk ‚Essai de la nature de l'air', an dessen Spitze der nach ihm benannte Satz steht, daß sich bei Gasen, welche Pressungen unterworfen sind, die Volumina umgekehrt wie diese Pressungen verhalten. Allerdings klärte sich später auf, daß bereits 10 Jahre früher der Engländer Boyle (geb. 1626; gest. 1691) denselben Satz gekannt und in Anwendung gebracht hat. Die größten Verdienste erwarb sich Mariotte um sorgfältige und gewissenhaft angestellte Versuche über auch technisch wichtige Gegenstände der mechanischen Physik, Hydrostatik und Hydraulik, so daß die betreffenden Schriften zu ihrer Zeit in klassischem Ansehen standen. Unter anderen rührt von ihm die erste Formel zu barometrischen Höhenmessungen her, nämlich $h = 63\,z + \frac{3}{8}\left(\frac{z-1}{2}\right)$, worin h die zu messende Höhe in Pariser Fußen bezeichnet und z die Differenz der Quecksilbersäulen ($z = b_0 - b$) an der unteren und oberen Station in Pariser Linien ist. Ebenso stellte er zuerst eine Formel für die Wanddicke cylindrischer Röhren auf, wenn diese Druck von innen erfahren, worüber u. A. in der Hydromechanik des Verfassers S. 40 Zusatz 1 berichtet wird. Letzterer Gegenstand findet sich

Es besteht diese Vorrichtung aus einer Reihe neben einander in der verticalen Ebene an dünnen Fäden aufgehangener, sich berührender kleinerer oder größerer Elfenbeinkugeln, deren Mittelpunkte im Ruhezustande in derselben geraden Linie liegen. Erhebt man die Kugeln und überläßt sie dann sich selbst, so gehen sie pendelartig nieder und erlangen Geschwindigkeiten, welche den correspondirenden Fallhöhen porportional sind. In der tiefsten Stelle stoßen sich die Kugeln und gehen sodann je nach der einen oder anderen Richtung zurück etc. Bei Anwendung kleiner Fallhöhen erhält man mindestens mit den Formeln genäherte Resultate, weil bei geringen Geschwindigkeiten der Luftwiderstand ebenso vernachlässigt werden kann, wie die Steifheit der Fäden, an welchen die Kugeln aufgehangen sind [1]. Nollet [2]) führte diese Vorrichtung in noch zweckmäßigerer Weise aus und richtete sie überhaupt so ein, daß sich Versuche über den centralen Stoß sowohl elastischer als unelastischer Körper anstellen lassen. Auch zur Erläuterung der Gesetze über den schiefen Stoß der Körper hat Nollet geeignete Anordnungen zu treffen verstanden.

In ähnlicher Weise und zwar mit Pendeln von 10 Fuß Länge, hat Newton Stoßversuche elastischer Körper mit Berücksichtigung der durch den Widerstand der Luft bewirkten Verzögerung angestellt, worüber ausführlich in Newton's Werke

---

ausführlich behandelt in dem ‚Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluides‘, 1686 in Paris erschienen und ferner in den ‚Memoiren der Pariser Akademie‘ von 1666 bis 1699 Tome I, endlich auch in den ‚Oeuvres de Mariotte‘ 2 Volumes, Leyden 1717. Von letzterem Werke übersetzte Dr. Meinig in Leipzig die 1723 erschienenen ‚Grundlehren der Hydrostatik und Hydraulik‘. Man findet darin die ersten beachtenswerthen Angaben über das Messen der Geschwindigkeiten fließender Wässer (in Flüssen und Canälen), über den Ausfluß des Wassers aus Gefäßen, über die Bewegung des Wassers in Röhren, über springende Wasserstrahlen, über den Stoß bewegten Wassers u. dgl. mehr. Ueberdies behandelt Mariotte in demselben Werke, bei Gelegenheit der Berechnung von Röhrenwandstärken, auch den Bruchwiderstand prismatischer Körper (S. 400 der Meinig'schen Uebersetzung) und zwar in richtigerer Weise, als dies Galilei (S. 63), versucht hatte und worauf wir in einem späteren Paragraphen zurückkommen, in welchem über Leibniz und seine Leistungen berichtet werden wird. Mariotte starb 1684 zu Paris.

1) ‚Oeuvres de Mariotte‘, à la Hage 1740, T. I, p. 1.

2) ‚Leçons de physique expérimentale‘, T. I, p. 360. Hiernach, in sehr gut abgefaßter Uebersicht, in Gehler's großem ‚Physik. Wörterbuche‘, Bd. VIII, S. 1088 (Artikel: „Stoß“).

‚Philosophiae naturalis principia mathematica' berührt wird und zwar in den Axiomata (Grundsätze oder Gesetze der Bewegung) nach Corollarium VI im Scholium (Anmerkung, S. 40 der Wolfers'schen Uebersetzung).

Viertes Capitel.

Von Mitte des siebzehnten bis Anfang des achtzehnten Jahrhunderts.

§. 14.
Newton.

Nachdem Galilei das Beharrungsgesetz (S. 61, Nr. 1) zwar ausgesprochen, aber nicht entscheidend erörtert hatte, Huyghens (S. 98) das Gesetz der Centralbewegung (Centrifugalkraft) viel besser als Aristoteles (S. 6) nachzuweisen vermochte, jedoch ebenfalls nur auf Kreisbahnen beschränkte und Wren, Halley [1]) und Hooke [2]) das Gravitationsgesetz zwar mehr oder weniger ahnten, jedoch bestimmt nicht nachzuweisen im Stande waren; fehlte es an einer gewaltigen geistigen Größe, welche Alles, was Vorgänger und Zeitgenossen einzeln in den mathematischen, physischen, astronomischen und optischen Wissenschaften gedacht, aufgestellt und entdeckt hatten, in einen Brennpunkt zu vereinigen verstand. Diese Größe war der Engländer Isaac Newton (geb. 1643; gest. 1727). Indem wir hinsichtlich der Specialitäten Newton's sämmtlicher Leistungen, auf dessen später folgende Biographie und auf die übrigens angegebene Literatur verweisen, werde hier besonders das hervorgehoben, was vor Allem die technische Mechanik dem Newton zu verdanken hat. Diese Verdienste bestehen hauptsächlich in der ganz entschiedenen

---

1) Halley, geb. 1656 in Haggerston bei London, gest. 1724 zu Greenwich, Astronom, Professor in Oxford, zuletzt kgl. Astronom der Sternwarte zu Greenwich.

2) Hooke, geb. 1635 auf der Insel Wight, gest. 1703 zu London. Auf der Universität Assistent von Wallis und Boyle, nachher Professor der Geometrie in London, später Secretär der königl. Societät etc. Er hatte die schwache Seite sich so ziemlich jede zu seiner Zeit gemachte Entdeckung anzueignen!

Feststellung der mechanischen Principien und Fundamentalsätze und in der universellen Theorie der krummlinigen Bewegungen, welche durch beliebige Kräfte von veränderlichen Intensitäten erzeugt werden.

In diesen beiden Beziehungen (und selbstverständlich im Gebiete der Gravitations-Mechanik) wird sein S. 108 bereits genanntes Werk ‚Philosophiae naturalis principia mathematica‘ (welches erst 1687 veröffentlicht wurde) für alle Zeiten hoch zu achten sein, obwohl die darin eingeschlagene, schwer verständliche geometrische Behandlungsweise das Studium derselben sehr erschwerte und deshalb auch der erste Erfolg der ‚Principia‘ nicht so groß war als man hätte erwarten sollen. Bezeichnete doch selbst Leonhard Euler[1]) Newton's gelehrtes Werk als eine schwierige Lecture, so daß es lange dauerte, ehe es zur verdienten allgemeinen Anerkennung gelangte.

Zu bedauern war es namentlich, daß Newton in den ‚Principien‘ nirgends von der von ihm wahrscheinlich schon 1666 erfundenen Fluxionsrechnung (Method of Fluxions), Gebrauch machte, da diese Methode im Wesentlichen (für gewisse einfache Fälle) dasselbe leistete, wie die nachher (von Leibnitz) erfundene Differenzialrechnung.

Mit vortrefflichen Erläuterungen und mit Anwendungen der Differenzialrechnung versehen erschienen von 1739—1760 (in zwei Auflagen) die ‚Principia‘ in drei Quartbänden von den Franzosen Le Seur und Jacquier herausgegeben, eine Arbeit, die noch heute die Beste ihrer Art genannt zu werden verdient[2]).

---

1) Welches Urtheil beispielsweise die Astronomen Mädler und Wolf über dieses Werk haben, erhellt aus des letzteren ‚Geschichte der Astronomie‘, wo es S. 462, wie folgt lautet:

„Newton's ‚Philosophiae naturalis principia mathematica‘ enthalten die Grundlage seiner Attractionstheorie, in der alles, was bis dahin Wahres und Richtiges in Beziehung auf Bewegung der Weltkörper gefunden war, seinen vollständigen und entscheidenden Beweis, seinen allgemeinen Zusammenhang, seine innere Begründung fand, und wodurch eine Menge bis dahin ungekannter und ungeahnter Wahrheiten, die sonst nur in Zwischenräumen von Jahrhunderten ans Licht getreten wären, wie mit einem Schlage entdeckt wurden“.

2) Merkwürdiger Weise erschien erst 1872 eine deutsche Ausgabe der ‚Principien‘ (mit Bemerkungen und Erläuterungen) von Wolfers, wobei nur bedauert werden muß, daß in dieser sonst sehr guten, verdienstvollen Arbeit die einzelnen Sätze mit Paragraphen versehen wurden, was das Nachschlagen ungemein erschwert, während anderwärts überall nach der Newton'schen Originaleintheilung citirt wird.

An die Spitze seiner ‚Principia‘ stellte Newton ausdrücklich folgende drei Grundgesetze der Bewegungs- oder Erfahrungsaxiome (axiomata sive leges motus wie er sie nannte):

1) „Jeder Körper beharrt in seinem Zustande der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung, wenn er nicht gezwungen wird, seinen Zustand zu ändern (Princip der Trägheit an der Materie)“.

2) „Die Aenderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt“.

3) „Die Wirkung ist stets der Gegenwirkung gleich oder die Wirkungen zweier Kräfte auf einander sind stets gleich und von entgegengesetzter Richtung“.

Die ersten beiden dieser Principien wurden bereits von Galilei in den ‚Discorsen‘ [1]) ausgesprochen, während das dritte Princip, das der Gleichheit zwischen Wirkung und Gegenwirkung von Huyghens in seinem ‚Horologium oscillatorium‘ zwar nicht ausdrücklich genannt, jedoch in der Aufstellung der Gesetze der Centrifugalkraft und in der Berechnung des Schwingungsmittelpunktes des physischen Pendels, stillschweigend gebraucht wurde.

Gestützt auf diese Principien, welche die Grundlage der Dynamik bilden, brachte Newton in mehr als hundert Theoremen alle wichtigen Fragen der Dynamik zur Erörterung und berührt in beinahe eben so vielen Problemen, die er vorlegt und löst, fast alle Zweige der Physik des Himmels und der Erde.

Unter derselben Ueberschrift („Grundsätze oder Gesetze der Bewegung“) erörtert Newton noch mehrere Zusätze (Corollarien), wovon hier zwei, als für uns besonders wichtig, Platz finden mögen [2]):

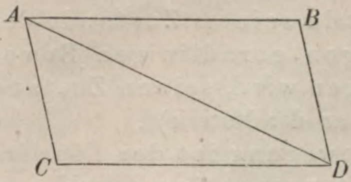
Zusatz 1. „Ein Körper beschreibt in derselben Zeit durch Verbindung zweier Kräfte die Diagonale eines Parallelogrammes, in welcher er, vermöge der einzelnen Kräfte die Seiten beschrieben haben würde“.

Newton fügt diesem Satze folgende Erläuterung bei: „Wird der Körper durch eine Kraft M allein von A (Figur 24) nach B,

1) Man sehe vorher S. 62, Note 2.

2) Der Verfasser giebt hier die Wolfers'sche Uebersetzung unverändert wieder.

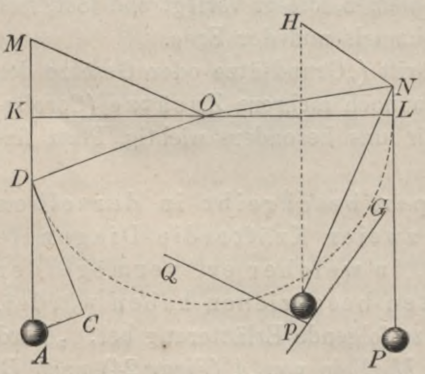
und durch eine Kraft N allein von A nach C gezogen, so vollende man das Parallelogramm $ABCD$, und es wird der Körper durch beide vereinte Kräfte in derselben Zeit von A nach D gezogen. Da nämlich die Kraft N längs der Linie $AC \parallel BD$ wirkt, so wird diese Kraft, nach den zweiten der vorstehenden Gesetze, nichts an der Geschwindigkeit ändern, mit welcher sich der Körper



24.

vermöge der Kraft M, jener Linie BD nähert. Der Körper wird daher in derselben Zeit zur Linie BD gelangen, die Kraft N mag einwirken oder nicht, und wird daher am Ende jener Zeit sich irgendwo auf BD befinden. Auf dieselbe Weise folgt, daß er am Ende jener Zeit sich irgendwo auf der Linie CD befinden wird; er muß sich also nothwendig in dem Punkte D befinden, wo beide Linien zusammentreffen. Nach dem 1. Gesetze der Bewegung wird er geradlinig von A nach D fortgehen".

Zusatz 2. Hieraus ergiebt sich die Zusammensetzung der geradlinig wirkenden Kräfte AD, aus irgend welchen zwei schiefwirkenden AB und BD und umgekehrt die Zerlegung einer geradlinigen Kraft AD in die beliebigen schiefen AB und BD. Diese Zusammensetzung und Zerlegung wird in der Mechanik vollständig bestätigt.



25.

Newton reiht hieran folgende Bemerkungen:

„Gehen vom Mittelpunkte O (Figur 25) eines Rades ungleiche Radien OM[1]) ON aus und tragen dieselben an Fäden MA, NP die Gewichte A und P, so werden die Kräfte gesucht, welche diese Gewichte zur Bewegung des Rades hervorbringen. Hierzu ziehe man durch den Mit-

1) Durch ein Versehen ist $\overline{MO}$ zu groß gezeichnet. Es sollte $MO \angle NO$ sein.

telpunkt O die gerade Linie KOL, welche in K und L auf der Richtung der Fäden normal ist. Aus O beschreibe man mit OL als Radius einen Kreis, welcher den Faden MA in D schneidet. Ferner ziehe man $AC \parallel OD$ und DC rechtwinklig auf DO. Da es gleichgültig ist, ob die Punkte K, L, D der Fäden an die Ebene des Rades befestigt sind oder nicht, so werden die Gewichte dasselbe bewirken, man mag sie an den Punkten K und L oder an denen D und L anfügen. Die Kraft des Gewichtes A werden durch die Länge AD ausgedrückt und dieselbe in die beiden Seitenkräfte AC und CD zerlegt, von denen AC den Radius DO geradlinig vom Centrum fortzieht und daher nichts zur Umdrehung des Rades beitragen kann, DC hingegen den Radius DO normal angreift und dasselbe bewirkt, als wenn sie rechtwinklig auf $OL = OD$ wirkte. Ihre Wirkung wird daher derjenigen der Kraft P gleich sein, wenn sich verhält:

$$P : A = CD : DA.$$

Da nun $\triangle\, ADC \backsim \triangle\, DOK$ ist, so haben wir:

$$CD : DA = KO : OD = KO : OL.$$

Demnach werden die Gewichte A und P, welche sich umgekehrt wie die in gerader Linie liegenden Radien OK und OL verhalten, gleiche Intensität besitzen, und so im Gleichgewicht stehen. (Dies ist die sehr bekannte Eigenschaft der Waage, des Hebels und der Winde). Ist eins von beiden Gewichten größer, als diesem Verhältnisse entsprechend, so wird seine Kraft, in Bezug auf Drehung des Rades, um so größer sein".

Vorstehende Untersuchung ist insofern von nicht geringer Wichtigkeit, als sie die erste ihrer Art ist, welche zeigt wie man das Hebelgesetz aus dem Satze vom Parallelogramme der Kräfte ableiten kann. Allerdings muß Newton um das Gleichgewicht der Kräfte A und P am geradlinigen Hebel KOL nachzuweisen, letzteren erst in einen Winkelhebel LOD verwandeln.

In ähnlicher Weise leitet Newton noch die Gesetze der schiefen Ebene und des Keiles aus dem Satze vom Parallelogramm der Kräfte ab, indem er sich ein Gewicht $p = P$ (Figur 25) zwischen zwei schiefen Ebenen pQ und pG in einer Lage befindlich denkt wie ein Keil zwischen den inneren Flächen eines gespaltenen Körpers [1]) etc.

---

1) Hierzu gehören auch die übrigen Theile der Figur 25. Insbesondere

Uebrigens hat Newton durch vorstehende Sätze zwar das Parallelogramm der Kräfte als Basis der ganzen Mechanik bezeichnet, hierdurch aber keineswegs Ansprüche auf eine wichtige Entdeckung gemacht, vielmehr zu erkennen gegeben, daß die Entdeckung dieser bedeutsamen Wahrheit durchaus nicht einer einzigen Persönlichkeit zugeschrieben werden kann.

Newton selbst spricht sich über den Inhalt seiner in drei Bücher getheilten ‚Mathematische Principien der Naturlehre', wie folgt aus):

„In den ersten beiden Büchern haben wir die allgemeinen Sätze der Dynamik entwickelt[2]) und im dritten Buche[3]) ein Bei-

---

denkt si ch Newton pN als einen Faden, woran das Gewicht p befestigt wurde, pH als eine Senkrechte auf dem Horizonte etc.

1) ‚Principia, Auctoris Praefatio' XII und Wolfers S. 2.

2) Soweit es hier Zweck und Raum gestatten, entlehnen wir den beiden ersten Büchern einige der beachtenswerthesten Sätze und Angaben.

a) Lib. I, Sect. III, Prop. XI (W., §. 29) löst Newton die Aufgabe der Centralkräfte, d. h. er findet aus der gegebenen Bahn des beweglichen Körpers, das Gesetz der Kraft, welches also lautet:

„Bewegt sich der Körper in einer Ellipse und ist die Centripetalkraft nach dem Brennpunkte der Ellipse gerichtet, so verhält sich die Centripetalkraft umgekehrt wie das Quadrat der Entfernung".

b) Ebenfalls Lib. I, Sect. VII, Prop. XXXIX (W., §. 79) leitet Newton auf synthetischem Wege den bereits vorher S. 71 unter Nr. VIII (nach Varignon analytisch) entwickelten Werth j für die Acceleration oder Beschleunigung (der veränderlichen Bewegung) $j = \frac{v\,dv}{ds}$ ab.

Im 2. Buche, welches besonders vom Widerstande bewegter Körper in flüssigen Mitteln und von der Hydraulik handelt, finden sich für die techn. Mechanik u. A. folgende interessante und werthvolle Abschnitte.

c) Sect. VII, Prop. XXXVI (W., S. 326, §. 49). „Ausfluß und Stoß des Wassers, wenn solches aus Bodenöffnungen cylindrischer Gefäße fließt und zwar mit Beachtung der Contraction des Wassers in der Ausflußmündung."

Die hier zu stellende Aufgabe löste Newton leider nicht glücklich (man sehe deshalb die 2. Auflage der ‚Hydromechanik' des Verfassers, S. 188 und S. 575) und bestätigte recht eigentlich den Erfahrungssatz, daß Niemand so hoch steht, um sich nicht einmal irren zu können.

Von Prop. XXXVII bis LX incl. (W., S. 334, §. 50 bis S. 353) behandelt Newton den Widerstand der Körper bei ihrer Bewegung im Wasser und in der atmosphärischen Luft, vorzugsweise unter der Annahme, daß dieser Widerstand dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional ist, wobei über auch selbst angestellte Versuche berichtet wird. (Auch hierüber sehe man die ‚Hydromechanik' des Verfassers, S. 732).

3) Im 3. Buche erörtert er u. A. (Prop. XXIV, W., §. 28) den Lehrsatz:

spiel dieser Sache durch die Erklärung des Weltsystems vorgelegt [1]). Denn dort wird nämlich aus den Erscheinungen am Himmel mit Hülfe der, in den ersten Büchern mathematisch bewiesenen Sätze die Kraft der Schwere abgeleitet, vermöge welcher die Körper sich bestreben, der Sonne und den einzelnen Planeten sich zu nähern. Aus derselben Kraft werden dann, gleichfalls in mathematischer Entwicklung, die Bewegungen der Planeten, Kometen, des Mondes und des Meeres als Folgen abgeleitet“.

Gleichsam zur Ergänzung des Vorstehenden und als Schluß der Mittheilungen über Newton folgt hier noch eine (möglichst) kurze Biographie dieses ausgezeichneten Mannes.

Isaac Newton wurde geboren [2]) am 25. December 1642 altenglischen, oder 5. Januar 1643 neuen Stiles, zu Woolsthorpe, einem Dörfchen im Kirchspiel Colsterworth in Lincolnshire, ungefähr 6 Meilen südlich von Grantham. Bei seiner Geburt (die nach dem Tode seines Vaters erfolgte), war er so klein und schwach, daß man wenig Hoffnung für ein langes Leben hatte. In seinem zwölften Jahre besuchte er die Stadtschule zu Grantham, wo er weder für fleißig noch talentvoll galt. Ein Streit mit seinen Mitschülern wurde Veranlassung, daß er anhaltend fleißig zu arbeiten anfing. Während sich dann seine Mitschüler in den Erholungsstunden mit ihren Spielen belustigten, beschäftigte er sich mit der Anfertigung von kleinen Maschinen, worunter seine Biographen [3])

„Die Ebbe und Fluth des Meeres werden durch die Wirkungen der Sonne und des Mondes hervorgebracht.“ Ferner

Prop. XIX bis XXXV die geometrische Auflösung des „Problemes der drei Körper“, ursprünglich die Störungen umfassend, welche die Anziehung der Sonne in der Bewegung des Mondes um die Erde hervorbringt. Allgemein betrachtet enthält dies Problem die Bestimmung der Bewegung von drei Körpern, die sich gegenseitig im Verhältniß ihrer Massen und verkehrt, wie die Quadrate ihrer Entfernungen anziehen.

Obwohl dies Problem in seiner Allgemeinheit analytisch noch nicht gelöst ist, so kann man doch die geometrische Auflösung desselben ausschließlich Newton zuerkennen.

1) Als eine der kostbarsten Früchte der von Newton aufgestellten Lehre der allgemeinen Anziehung, ist der Nachweis von Leverrier und Adams, aus den Störungen, welche sich im Laufe des Uranus durch Beobachtungen gezeigt hatten, den Ort eines noch unbekannten Planeten herzuleiten. Es gelang nämlich (1846) den genannten zwei Astronomen, mit Hülfe der Rechnung, den Ort des Planeten Neptuns so genau anzugeben, daß es nur einer Nachsuchung an betreffender Stelle bedurfte, um den bis dahin unbekannten Planeten aufzufinden. Letzteres gelang zuerst dem Dr. Galle in Berlin. (Man sehe deshalb auch Mädler's ‚Geschichte der Astronomie Bd. II, S. 150).

2) Ein Jahr nach dem Tode Galilei's, der nach S. 76 am 8. Januar 1642 starb.

3) Brewster, ‚The Life of Sir Isaac Newton‘, London 1831, p. 5 etc.

eine Windmühle, eine Wasseruhr und einen Karren hervorheben, der von einer sitzenden Person in Bewegung gesetzt wurde. Auch soll er ein Laufrad erbaut haben, welches durch eine Maus in Umdrehung gesetzt wurde, sowie Papierdrachen verfertigt haben, wobei er die beste Form und Proportion zu ermitteln suchte, sowie die vortheilhafteste Lage und Zahl der Punkte, woran die Zugschnur befestigt werden mußte.

Die Unvollkommenheit seiner Wasseruhr hatte ihn wahrscheinlich auf den Gedanken gebracht, ein genaueres Zeitmaaß zu schaffen, was er auch in der Herstellung von Sonnenuhren fand, die er an den Wänden mehrerer Gebäude zu Woolsthorpe zeichnete; dieselben sollen noch nach seinem Tode existirt haben.

Obwohl von seiner Mutter zur Landwirthschaft bestimmt, überzeugte man sich doch bald von seiner Abneigung und Unfähigkeit zu diesem Stande und schickte ihn deshalb nach einiger Vorbereitung, im Juni 1660, also 18 Jahre alt, auf die Universität Cambridge. Hier studirte er besonders die Werke von Descartes, Wallis, Kepler und erwarb sich daselbst 1665 den Grad eines Baccalaureus.

Eins der wichtigsten Jahre in Newton's Leben war das von 1666, da er in dieser Zeit seine Gedanken auf jene drei wichtigen Entdeckungen richtete, die seinen Namen zu einem der gefeiertsten unter den Gelehrten aller Völker gemacht haben, nämlich auf die Entdeckung, daß das weiße Licht aus unzählig vielen (oder sieben) Farben von verschiedener Brechbarkeit bestehe, auf die Methode der Fluxionen und die Entdeckung der allgemeinen Gravitation der Massen.

Auf letzteres Gesetz soll er durch folgenden Vorfall geleitet worden sein: Eines Tages im Garten eines Landhauses in Woolsthorpe, wohin er sich von Cambridge, um der herrschenden Pest zu entfliehen zurückbegeben hatte, unter einem Apfelbaume ruhend, soll das Herabfallen eines Apfels von diesem Baume ihn zuerst auf den Gedanken geführt haben, daß die Ursache dieses Falles in einer von der Erdmasse ausgehenden Kraft liege, daß eine solche Anziehungskraft allen Massen des Universums eigen sein möchte und daß die Weltkörper durch eben diese Kraft in ihren Bahnen erhalten werden [1].

1669 wurde Newton Professor der Mathematik in Cambridge [2], wo er die Kraft seines Geistes vorzüglich der Optik und der physischen Astronomie

Deutsch von Goldberg, mit Anmerkungen von Brandes, Leipzig 1833, S. 2. Brewster's Biographie ist die umfangreichste und (abgesehen von etwas englischer Färbung) auch die beste. Nächstdem ist Biot's Lebensbeschreibung in der ‚Biographie universelle' von besonderem Werthe.

1) Die Richtigkeit dieser Erzählung ist von mehreren Seiten bezweifelt worden (u. A. von Gauß in Göttingen). Zuerst erzählt dieselbe Voltaire und zwar gestützt auf die Angaben der Nichte Newton's, einer Madame Conduit, worüber Wilde in seiner ‚Geschichte der Optik' (Th. II, S. 5) speciell berichtet. In den neuesten Werken über ‚Geschichte der Astronomie' von Mädler und Wolf findet sich die Erzählung ebenfalls. Mädler (Bd. I, S. 361) berichtet speciell, daß der merkwürdige Baum — von ihm ein Baum des Erkenntnisses genannt — noch im Anfange dieses Jahrhunderts existirt habe. Wolf (a. a. O. S. 447) erwähnt noch Newton's Freund, Henri Pemberton, als Erzähler der Sache.

2) Isaac Barrow (geb. 1630 zu London; gest. 1677 ebendaselbst) war als

zuwandte. Im Januar 1672 wählte man ihn zum Mitgliede der königlichen Societät der Wissenschaften in London.

Ungeachtet seiner Leistungen, trotz der ihm gewordenen Auszeichnungen und des Rufes seiner Gelehrsamkeit der weit über England hinaus reichte, hatte er so geringe Einnahmen, daß er fortwährend mit Nahrungssorgen kämpfen mußte. 1675 war Newton noch so arm, daß ihm die Personensteuer von wöchentlich einem Schilling, aus Rücksicht auf seine Dürftigkeit erlassen werden mußte [1].

Im Monat Mai 1687 erfolgte auf Kosten der königlichen Societät der Druck seines ausgezeichneten Werkes ‚Philosophiae naturalis Principia mathematica', worüber vorher bereits ausführlich berichtet wurde.

Durch seinen Gönner Lord Montague wurde Newton im Jahre 1695 zur Regulirung des Münzwesens nach London gerufen, erst zum Aufseher der Münze und nachher 1699 zum Münzmeister mit einem bedeutenden jährlichen Gehalte (1200 bis 1500 Pfd. St.) ernannt.

In demselben Jahre wurde Newton auch Mitglied der Pariser Akademie der Wissenschaften.

Im Jahre 1701 wurde er Parlamentsmitglied für die Universität Cambridge und 1703 Präsident der königlichen Societät der Wissenschaften, welche Stellung er auch bei jährlich erneuter Wahl, bis an seinen Tod behielt. Erst 1704 erscheint Newton's berühmtes Werk über Optik in englischer Sprache unter dem Titel ‚Optics or a treatise of the reflections, refractions, inflections and colours of light' [2]. Im folgenden Jahre 1705 ehrte die Königin Anna Newton durch Verleihung der Ritterwürde.

Als Georg I. 1714 auf den Thron Großbritanniens gelangte, wurde Sir Isaac Newton Gegenstand besonderen Interesses am Hofe, wozu nicht nur seine hohe Stellung in der Verwaltung, sein glänzender wissenschaftlicher Ruhm, sondern vor Allem sein fleckenloser Charakter (namentlich gegenüber Leibniz) und seine ungeheuchelte Frömmigkeit wesentlich beitrugen. In letzterer Beziehung hat Newton viel falsche und ungerechte Beurtheilungen erfahren müssen und man hat namentlich seine theologischen Forschungen als Zeichen von Geistesabwesenheit zu erklären sich bemüht.

Von vielen Umständen, welche auf das Gegentheil letzterer Behauptungen schließen lassen, verdient die Thatsache besonders erwähnt zu werden, daß er noch 1726, wo er durch Dr. Pemberton eine dritte Auflage seiner ‚Principien' besorgen ließ, mancherlei nützliche Bemerkungen und Verbesserungen persönlich

---

Professor der Mathematik in Cambridge der Lehrer Newton's. 1669 entsagte Barrow seiner Professur zu Gunsten Newton's, um ganz der Theologie zu leben, 1670 ward Barrow Kaplan Karls II., Mitglied der Royal Soc. etc.

1) Littrow in der Uebersetzung von Whewell's ‚Geschichte der inductiven Wissenschaften', Th. II, S. 162.

2) Newton hat von seinen mathematischen Arbeiten selbst wenig veröffentlicht; sie sind größtentheils durch Andere, sogar erst nach seinem Tode dem Drucke übergeben worden. Aus seinem Werke über Optik ist zugleich zu entnehmen, daß die von Newton adoptirte Emanationstheorie (gegenüber der Undulationstheorie des Huyghens u. A. S. 79, Note 1) später nicht so entschieden vertheidigt wurde als dies früher der Fall war. (Man sehe hierüber auch Poggendorff's ‚Geschichte der Physik', S. 644 und 649).

anzubringen vermochte, welche zwar zuweilen von Abnahme des Gedächtnisses, nicht aber von Mangel an Geisteskraft zeugten.

Ungeachtet sich seit 1722 bei Newton mancherlei körperliche Leiden einstellten, versammelte er dennoch in seinem Hause in kleinen Kreisen die angesehensten und geistreichsten Männer um sich, deren Mittelpunkt allerdings seine Nichte Catharine Barton (nachherige Conduit) bildete.

Im Jahre 1725 verlegte er auf den Rath der Aerzte seinen Aufenthalt von London nach Kensington, wo sich sein Zustand zum Wohlbefinden besserte. Noch am 28. Febrnar 1727 konnte er sich nach London begeben, um einer Sitzung der königlichen Societät zu präsidiren. Indeß stellten sich die alten Uebel mit vergrößerter Heftigkeit bald wieder ein, demzufolge er am 20. März 1726, 85 Jahre alt, dem Gesetze der Natur unterlag, die sich gegen ihn so wohlthätig, wie gegen wenig andere Sterbliche erwiesen hatte.

Er wurde in der Westminster-Abtei zu London unter allgemeiner Trauer beigesetzt mit allen den Ehrenbezeugungen, welche man sonst nur den Mitgliedern des königlichen Hauses zu erweisen pflegt.

Im Jahre 1731 setzten ihm seine Verwandten in der genannten Abtei den Sarkophag als Denkmal, welcher heute noch an derselben Stelle zu finden ist[1]).

§. 15.
Leibniz.

Mit Vorstehendem sind wir bereits in eine der allerbedeutendsten Perioden eingetreten, welche in der Geschichte der reinen und angewandten Mathematik zu verzeichnen ist, zu der, worin Newton die Fluxionsrechnung und Leibniz die Differenzialrechnung erfand[2]) und wodurch eine gänzliche Um-

1) Die lateinische Inschrift dieses Denkmals lautet in deutscher Uebersetzung (nach Goldberg a. a. O., S. 271), folgendermaßen:

Hier ruht
Der Ritter Sir Isaac Newton
Welcher durch fast himmlische Geisteskraft der Planeten Bewegung, Gestalten,
Der Cometen Bahnen, des Oceans Ebbe und Fluth,
Indem seine Mathematik ihm den Weg zeigte,
Zuerst bewies;
Der Lichtstrahlen Ungleichheiten,
Der daraus entstehenden Farben Eigenthümlichkeiten,
Die keiner vorher auch nur gemuthmaßt hatte, erforschte.
Der Natur, der Alterthümer, der heiligen Schrift
Fleißiger, scharfsinniger und treuer Erklärer,
Des allmächtigen Gottes Majestät verherrlichte er in seiner Philosophie,
Die Einfalt des Evangeliums zeigte er in seinem Wandel.
Mögen die Sterblichen sich freuen, daß unter ihnen lebte
Diese Zierde des Menschengeschlechtes.
Geboren d. 25. December 1642, gestorben d. 20. März 1727.

2) Zur Differenzialrechnung bedurfte Leibniz den Begriff des Unendlich-

gestaltung der gesammten höheren mathematischen Wissenschaften erfolgte.

Newton hatte bald bemerkt, daß die Mathematik in dem Zustande, in welchem sie sich in der Mitte des siebzehnten Jahrhunderts befand, die wichtigsten Probleme nicht zu lösen vermochte und daß alle damaligen, eigenthümlichen Rechnungsmethoden (wie die des Archimedes, Kepler, Cavalieri, Roberval [1]), Fermat [2]), Pascal, Barrow [3]) u. A.) nicht hinreichten, um überall Rectificationen, Quadraturen, Cubaturen,

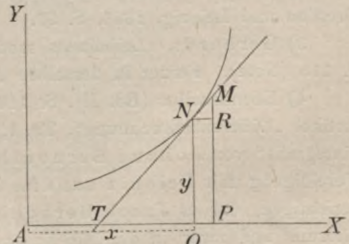
---

kleinen. Newton vermied letzteres, indem er die betreffenden mathematischen Größen wie durch eine Bewegung erzeugt, wachsend dachte und Fluentes nannte. Die Geschwindigkeiten, mit welchen die Fluenten durch die sie erzeugende Bewegung zunehmen, nannte er Fluxionen und bezeichnete sie durch Buchstaben für die Fluenten, mit Punkten darüber. Sind z. B. die veränderlichen Größen x und y, so sind ihre Fluxionen $\dot{x}$ und $\dot{y}$. Ueberdies waren Newton's Fluxionen endliche den unendlich kleinen Veränderungen der Größen proportionale Glieder eines Verhältnisses. Während Newton durch Geometrie und allgemeine Bewegungslehre auf seine Fluxionsrechnung geführt wurde, gelangte Leibniz durch die Betrachtung der Unterschiede und Summen in den Reihen der Zahlengrößen auf seine Differenzialrechnung. Anfänglich bezeichnete Leibniz das Differenzial einer Veränderlichen durch $\frac{x}{d}$, wofür er später (wie jetzt gebräuchlich) dx setzte.

1) Roberval's S. 82 erwähnte Methode der Tangenten, wozu er das Parallelogramm der Bewegungen in Anwendung brachte, hat eine merkwürdige Analogie mit der der Fluxionen.

2) Fermat (S. 82) gebrauchte bei seiner herrlichen Methode de maximis et minimis eine Rechnung, worin die Differenz zweier Größen, und dadurch mittelbar auch die Differenz zweier zugehöriger Größen, verschwindend gesetzt wird, zur Bestimmung des größten oder kleinsten Werthes einer Function, und der Berührenden an einer Curve. Diese Methode ist die Veranlassung, daß man Fermat als den ersten Erfinder der Infinitesimalrechnung oder der Analysis des Unendlichen betrachtet.

3) Mit Hülfe des sogenannten Differenzialen Dreiecks NMR (Figur 26) (auch tri angulum characteristicum genannt), wenn man $\overline{NR} = dx$ und $\overline{MR} = dy$ setzt, fand Barrow (Gerhardt ‚Die Entdeckung der höheren Analysis', Halle 1855, S. 47) die Größe $\overline{QT}$, d. h. die Subtangente einer Curve ANM, durch die Proportion $\overline{QT} : \overline{NQ} = \overline{NR} : \overline{MR}$, woraus $\overline{QT} : y = dx : dy$, und ferner folgt: $\overline{QT} = \frac{y\,dx}{dy}$. Natürlich bezeichnet Barrow $\overline{NR}$ und $\overline{MR}$ noch nicht durch die Zeichen dx und dy.



26.

Tangentenprobleme, Maxima und Minima, noch weniger aber um bedeutsame Themata aus der Mechanik des Himmels und der Erde entsprechend zu behandeln.

Newton scheint bereits 1665 [1]) im Besitze aller derjenigen Hülfsmittel gewesen zu sein, welche er zur Auflösung schwieriger, mathematischer Probleme als Werkzeug bedurfte. Indeß behielt er diese Wissenschaft für sich, führte die Beweise (in der Regel synthetisch) durch die bis dahin allgemein bekannten Hülfsmittel der Mathematik, oder er theilte auch, wenn dies zuweilen nicht durchzuführen war, seine Resultate ohne Beweis mit, woher es auch kam, daß er in seinen ‚Principien der Naturphilosophie‘ von der höheren Analysis keinen Gebrauch machte. Es fallen deshalb auch viele Beweise, wie sie Newton in den ‚Principien‘ giebt, so weitläufig und schwierig aus, daß wohl ein Mann wie Newton hinterher solche Beweise ausdenken konnte, daß aber auch ein mehr als gewöhnlicher menschlicher Scharfsinn dazu gehört haben würde, die Wahrheiten selbst auf diesem Wege zu finden [2]).

Die Entdeckung des Algorithmus der höheren Analysis durch Leibniz datirt vom 29. October 1675, nach einem Manuscripte, welches später in seinen hinterlassenen Schriften (in der Archivbibliothek zu Hannover) aufgefunden wurde [3]). Daraus ergiebt sich, daß er zuerst die Integralrechnung fand, die er „Calculus summatorius“ (die summatorische Rechnung) nannte und alsdann den Algorithmus der Differenzialrechnung ausbildete. Erst später (1696) gab Leibniz (nach dem Vorgange Jacob Bernoulli's) die Benennung „summatio“ auf und ließ sich den Namen „integralis“ gefallen [4]). Das jetzt überall gebräuchliche Summenzeichen $\int$ ist durchaus Leibniz' Erfindung, was

1) Gerhardt, ‚Geschichte der Mathematik‘, S. 178. Auch Brewster, a. a. O., S. 14.

2) Karl Schnell, ‚Newton und die mechanischen Naturwissenschaften‘, Dresden und Leipzig, 1843, S. 59.

3) Gerhardt, ‚Leibnizens mathematische Schriften‘, erste Abth., Bd. III, S. 115 (Note). Ferner in desselben Autors ‚Geschichte der Mathematik‘, S. 117.

4) Ebendaselbst (Bd. III, S. 116) und in Klügel's ‚mathem. Wörterbuche‘, Artikel „Differenzialrechnung“, Th. I, S. 845, wird angegeben, daß die Benennung „integralis“ von Johann Bernoulli herrühre und zwar datire die betreffende Vereinigung mit Leibniz aus dem Jahre 1696. Diese Angaben sind dahin zu berichtigen, daß es Jacob Bernoulli war, der schon 1690 in den ‚Actis Eruditorum‘ und zwar in der Mai-Nummer p. 218 dieser Zeitschrift die Benennung „Integralia“ gebrauchte.

auch später Johann Bernoulli annahm, der anfänglich das Zeichen $I.$ (als ersten Buchstaben des Wortes Integral) benutzte. Der wissenschaftlichen Welt allgemein bekannt wurden die beiden neuen Rechenmethoden die Differenzial- und die Integralrechnung (zusammen die Infinitesimalrechnung genannt) beziehungsweise jedoch erst in den Jahren 1684 und 1686. Die eine der beiden für alle Zeiten denkwürdigen Abhandlungen ist der Differenzialrechnung gewidmet und hat (in der unten notirten Zeitschrift)[1]) den Titel: „Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas nec irrationales quantitates moratur, et singulare pro illis calculi genus“. In dieser Abhandlung trägt Leibniz die Differenzialrechnung in der Form vor, wie sie seitdem auf dem festen Lande üblich ist. Er zeigt, wie die Differenziale eines Products, eines Quotienten und einer Potenz von irgend einer Beschaffenheit ausgedrückt werden etc., lehrt die Differenziation einer Gleichung zwischen zwei veränderlichen Größen an einem verwickelten Falle, giebt für die Erfindung der Minimis ein Beispiel aus der Optik etc.

Zwei Jahre (1686) später veröffentlichte Leibniz in derselben Zeitschrift[2]) die ersten Andeutungen zur Integralrechnung unter der Ueberschrift: „De geometria recondita et analysi indivisibilium atque infinitorum“.

Hier zeigt er u. A., daß der Barrow'sche Satz, es sei die Summe der Rechtecke aus dem Intervall der Achse zwischen Ordinate und Normale jeden Curvenpunktes in das Element der Achse, dem halben Quadrate der Ordinate gleich, mit Hülfe seines Algorithmus sofort bewiesen werden könne.

Nach Figur 27 verhält sich nämlich $DG:DB = CE:BE$, d. i. wenn man DG (die Subnormale) $= p$ setzt:

$$p : x = dx : dy, \text{ d. i.}$$

$$p = \frac{x\,dx}{dy} \text{ und daher}$$

$$\int p\,dy = \int x\,dx = \frac{x^2}{2}.$$ [3])

1) ‚Acta Eruditorum anno MDCLXXXIV‘ und daraus aufgenommen in ‚Leibnizens mathematischen Schriften‘, herausgegeben von C. J. Gerhardt, zweite Abth., Bd. I, S. 220.

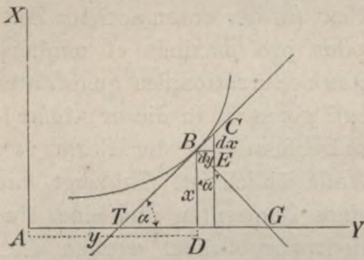
2) ‚Acta Eruditorum, anno 1686‘ und Gerhardt, ‚Leibnizens mathematische Schriften‘, zweite Abth., Bd. I, S. 226.

3) Es werde die Gelegenheit benutzt, auf das sogenannte umgekehrte

Ferner hebt er hervor, wie man durch den Gebrauch seiner Bezeichnungsweise die Eigenschaften der Curven auf's vollständigste in Gleichungen ausdrücken, beispielsweise durch

$$y = \sqrt{2x - x^2} + \int \frac{dx}{\sqrt{2x - x^2}},$$

die Cykloide charakterisiren könne [1]), wenn x und y die rechtwinkligen Coordinaten dieser Curve sind.



27.

In demselben Aufsatze erzählt **Leibniz** auch, wie ein Beweis des Satzes von der Größe der Oberfläche einer Kugel ihn auf das (hier bereits oben erwähnte) charakteristische Dreieck BEC (Figur 27) geleitet habe u. s. w. [2]).

Um von den höchst vielseitigen Anwendungen, die **Leibniz** von der Infinitesimalrechnung machte, wenigstens **ein einziges** für die technische Mechanik

---

Tangentenproblem aufmerksam zu machen (d. h. auf das Verfahren aus gegebenen Eigenschaften der Tangente an eine Curve oder der Normalen die Gleichung der Curven zu finden), was sich nach der Erfindung der Infinitesimalrechnung so gestaltet wie aus nachstehendem Beispiel erhellt. Mit Bezug auf Figur 27 erhält man für die Subtangente FD, weil sich verhält: $FD : DB = BE : EC$, $FD = \frac{x\,dy}{dx}$. Soll man nun die Curve finden deren Subtangente $= \frac{x^2}{a + y}$ ist, so erhält man $\frac{x\,dy}{dx} = \frac{x^2}{a + y}$, d. i. $(a + y)\,dy = x\,dx$ und hieraus durch Integration: $x^2 = 2\,ay + y^2$. Die fragliche Curve ist sonach eine gleichseitige Hyperbel.

1) Wählt man den Scheitel der gemeinen Cykloide zum Ursprunge der rechtwinkligen Coordinaten, nimmt die Abscissen (x) vertikal und die Ordinaten (y) horizontal, so hat man bekanntlich, wenn der Halbmesser des Rollkreises $= 1$ gesetzt wird:

$$y = arc\,(sin\,vers. = x) + \sqrt{2x - x^2}. \text{ Da ferner}$$

$$d\,arc\,(sin\,vers. = x) = \frac{dx}{\sqrt{2x - x^2}} \text{ und}$$

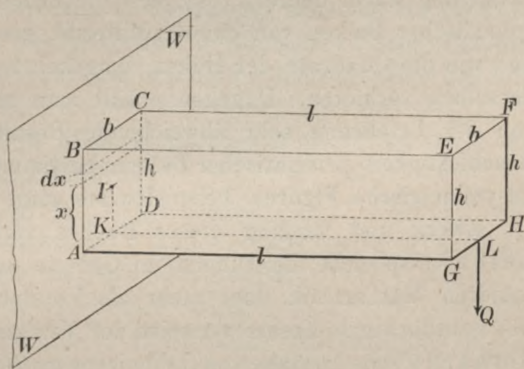
$$arc\,(sin\,vers.) = \int \frac{dx}{\sqrt{2x - x^2}} \text{ ist, so hat man auch}$$

$$y = \int \frac{dx}{\sqrt{2x - x^2}} + \sqrt{2x - x^2}, \text{ wie oben.}$$

2) Bezeichnet man das Bogenelement BC in Figur 27 mit ds, so erhält man aus dem Dreieck BCE (auch Leibniz-Dreieck genannt nach **Gerhardt** ‚Die Entdeckung der höheren Analysis', S. 151): $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$.

wichtiges Beispiel in Erinnerung zu bringen [1]), entlehnen wir den betreffenden Stoff der ,Act. Erud.' Jahrg. 1684, S. 385, welcher dort die Ueberschrift trägt: „Demonstrationes novae de Resistentia solidorum" [2]).

Wie bereits vorher Mariotte [3]), so erörtert Leibniz in dieser Abhandlung die Bruchfestigkeit prismatischer Körper unter der Voraussetzung, daß dem Bruche eines jeden Körpers eine größere oder kleinere Biegung vorausgehe und zwar nach dem schon 1661 vom Dr. Hooke ausgesprochenen Gesetze, daß (innerhalb gewisser Grenzen), die Ausdehnung der dehnenden Kraft proportional sei. Hiermit wurde zugleich die Behandlung desselben Gegenstandes von Galilei (S. 63, Figur 12) berichtigt, der die Körper als völlig unelastisch, d. h. die Fasern als unausdehnbar voraussetzte. Mit Galilei übereinstimmend legte jedoch Leibniz die Drehungsachse für den Augenblick des Bruchs wieder in die untere Kante AD des Balkens (Figur 28) an der Stelle, wo er an der vertikalen Wand WW befestigt ist.



28.

Ist hier k der Widerstand der Fasern vom Querschnitte $= 1$, im Augenblick des Zerreißens an der oberen Schicht BC, wo das Abreißen beginnen muß und k_1 dieser Widerstand der Faser in der Entfernung $IK = x$ von der

1) Ein gebildeter Ingenieur ersten Ranges im Gebiete der mathematischen Behandlung des Widerstandes elastischer Körper, Herr Professor Winkler an der technischen Hochschule in Berlin, erklärt in seinem werthvollen Artikel „Abriß der Geschichte der Elastizitätslehre" in der Zeitschrift ,Technische Blätter', III. Jahrg. (1871), S. 26: „daß Leibniz der Elastizitätslehre, durch die Erfindung der Differenzialrechnung einen Dienst von unschätzbarer Wichtigkeit geleistet habe".

2) Gerhardt, ,Leibnizens mathem. Schriften', Bd. II (1860), S. 106.

3) Grundlehren der Hydrostatik und Hydraulik, deutsch von Meinig, S. 394 etc. Mariotte machte von der Infinitesimalrechnung keinen Gebrauch.

Drehachse AD, so hat man, nach der erwähnten Voraussetzung $k_1 = k \frac{x}{h}$ (wenn wir übrigens die Bezeichnungen von Figur 12 beibehalten). Der Widerstand einer Schicht von der Höhe dx und der Breite b ist daher $k_1 b dx = k \frac{b}{h} x dx$ und das Widerstandsmoment, in Bezug auf die Achse $AD : k \frac{b}{h} x^2 dx$. Man erhält daher wie S. 63, die Gleichung

$$Ql = k \frac{b}{h} \int x^2 dx + \text{Const., d. i.}$$

$$Ql = \tfrac{1}{3} k \frac{bh^2}{l} \text{ und } Q = \tfrac{1}{3} k \frac{bh^2}{l} \text{ [1])}.$$

Obwohl hiernach die Bruchfestigkeit desselben Balkens in Bezug auf die Theorie Galilei's im Verhältnisse von 3 : 2 verschieden ausfällt, so stimmen sie doch unter einander mit der Erfahrung darin überein, daß sich die Bruchfestigkeiten parallelepipedischer Balken von einerlei Material, gerade wie die Breiten, und wie die Quadrate der Höhen, umgekehrt aber wie die Längen derselben verhalten. Dagegen erhält man nach beiden Theorien von der Erfahrung sehr abweichende Resultate, wenn man die Bruchfestigkeit prismatischer Balken bestimmt, deren Querschnitte unsymmetrische Figuren, beispielsweise etwa Dreiecke sind.

Zweck und Umfang dieses Buches verhindern leider über Leibniz specielle Leistungen im Gebiete der reinen und angewandten Mathematik, hier mehr als Vorstehendes aufzunehmen. Als nothdürftigen Ersatz verweist der Verfasser nochmals auf die Gerhardt'sche Ausgabe von ‚Leibnizens mathematischen Schriften', sieben Bände, Berlin 1849—1863, worin sich nicht nur die Abhandlungen abgedruckt vorfinden, welche Leibniz in den ‚Leipziger Acten' veröffentlichte, sondern auch sein Briefwechsel mit Huyghens, Oldenburg, Collins, Newton etc., sowie mit Wallis, Varignon, Herrmann, Tschirnhausen, den Bernoullis, dem Marquis de l'Hospital u. A. und endlich sehr viele Abhandlungen aus den Manuscripten der königlichen Archiv-Bibliothek zu Hannover.

---

1) Später (in den ‚Memoiren der Pariser Akademie' von 1708) ging zuerst Parent in Bezug auf die Frage nach der sogenannten Drehungs- oder neutralen-Achse von dem richtigen Satze aus, daß die Summe der Spannungen auf der ausgedehnten Seite gleich der auf der zusammengedrückten Seite sein müßte.

Wir gedenken daher nur noch zweier in den ‚Leipziger Acten' vom Jahre 1686 und 1695 abgedruckter Aufsätze [1]), wo Leibniz dem Descartes (S. 69) gegenüber, nicht nur ein neues Kräftemaaß aufstellte, sondern dabei auch behauptete, man müsse todte und lebendige Kräfte unterscheiden. Unter todter Kraft verstand er den Druck, den die Körper im Zustande des Gleichgewichts an ihren Berührungsstellen auf einander ausübten, dagegen unter lebendiger Kraft eine solche, welche mit wirklicher Bewegung verbunden ist. Die Alten, sagt er, hätten bloß todte Kraft betrachtet, ihre Mechanik sei daher nur Statik gewesen. Das Maaß der todten Kraft sei das Produkt mv (S. 70, Note), als das der Masse in die Geschwindigkeit, das Maaß der lebendigen Kraft dagegen sei das Product der Masse in das Quadrat der Geschwindigkeit, also mv^2 (S. 71, Note). Merkwürdiger Weise gingen die Streitigkeiten hierüber erst nach Leibniz' Tode zu Ende, als im Jahre 1743 das berühmte Werk d'Alembert's ‚Traité de dynamique' erschien. In der Vorrede (Préface) dieses Werkes [2]), wies d'Alembert nach, daß die ganze Controverse nur auf Mißverständniß beruhe, oder gar auf Wortstreit hinauslaufe.

In der That erhellt ohne Weiteres aus der Note 6 (S. 69 bis 71), daß man setzen kann:

$$p : p_1 = mv : m_1 v_1,$$

sobald die Geschwindigkeiten v und v_1 am Ende gleicher Zeiten erlangt werden, dagegen sich verhält

$$p : p_1 = mv^2 : m_1 v_1{}^2,$$

wenn die Geschwindigkeiten v und v_1 nach Zurücklegung gleich großer Wege erreicht wurden.

Es ist also eine offenbare Ungereimtheit (in die gegenwärtig wohl Niemand mehr verfällt) wollte man setzen:

$$p : p_1 = mv : m_1 v_1 = mv^2 : m_1 v_1{}^2.$$

Wir wenden uns nunmehr zur Biographie Leibniz'.

Gottfried Wilhelm Leibniz [3]) wurde Sonntag den 21. Juli 1646 in der Universitätsstadt Leipzig geboren, welcher Ort seit der Reformation als

---

1) Gerhardt, ‚Leibnizens mathematische Schriften', zweite Abth., Bd. II, S. 117 und S. 234.

2) In der Pariser Ausgabe von 1743, S. XVI etc.

3) Bei Abfassung dieser Biographie wurden insbesondere folgende Quellen benutzt: Guhrauer, ‚Leben von Leibniz'. — Grote, ‚Leibniz und seine Zeit'. — Pfleiderer, ‚Gottfried Wilhelm Leibniz als Patriot, Staatsmann und Bil-

ein hervorragender Sitz deutscher Cultur und Wissenschaft galt. Leibniz' Vater war Professor der Moral, Subsenior der philosophischen Facultät und gleichzeitig Notar und in diesem doppelten Berufe als Gelehrter und Geschäftsmann bekannt als rechtschaffener Christ und frommer Hausvater. Leider starb der Vater schon 1652, so daß die Erziehung des Knaben der sorgsamen Mutter allein überlassen blieb.

Auf dem Gymnasium seiner Vaterstadt (der Thomasschule) that sich Leibniz bereits durch seine großen angeborenen Fähigkeiten hervor, zeigte sich aber auch hier schon, nicht bloß als gewandter Autodidakt, sondern namentlich als der zukünftige Polyhistor.

Seinen Talenten entsprechend kam es denn auch, daß er bereits Ostern 1661, also erst $14^3/_4$ Jahre alt, der Universität Leipzig immatrikulirt wurde. Während sich hier seine Fachstudien insbesondere auf philosophische und juristische Gegenstände erstreckten, blieb er in der Mathematik wie in noch anderen Wissenschaften Autodidakt.

Mit den Ehren des ersten akademischen Grades (eines Baccalaureus) geschmückt, ging Leibniz Ostern 1663 nach Jena, um dort unter Weigel[1]) Mathematik, namentlich niedere Analysis und Philosophie zu studiren. Bemerkenswerth ist hierbei, daß Weigel ein entschiedener Feind der Scholastik war, jedoch den Aristoteles nicht völlig verwarf, sondern sich bemühte, ihn mit der Philosophie und Physik der neueren Zeit zu versöhnen. Letztere Aufgabe hatte sich bekanntlich später auch Leibniz gestellt.

Nach Leipzig zurückgekehrt, konnte er dort nicht den für ihn höchsten akademischen Grad, den eines Doctors beider Rechte erlangen, woran allerlei ihm gespielte Ränke hinderten und als letzten Grund der Verweigerung, das einfältige „zu jung“ hingestellt wurde.

Bereits 1666 (also 20 Jahre alt) verließ Magister Leibniz seine Vaterstadt gänzlich und ging auf Reisen „brennend vor Begierde größeren Ruhm in den Wissenschaften zu gewinnen und die Welt kennen zu lernen“.

Gleich am Anfange der Reise erwirbt er sich bei der zur freien Reichsstadt Nürnberg gehörigen Universität Altdorf[2]), durch glanzvolle Disputationen (5. November 1666), den juristischen Doctorhut, lehnte jedoch die ihm angebotene Professur ab, da ihm die stille Laufbahn eines akademischen Lehrers widerstrebte. Leibniz wendete sich nach Nürnberg und machte dort die Bekanntschaft des Barons v. Boineburg, eines der bedeutendsten Gelehrten und Staatsmänner seiner Zeit, der ihn wieder dem Schauplatze der großen Welt zuführte. Boineburg's Einfluß brachte Leibniz 1670 nach Mainz und 1672

---

dungsträger. Ein Lichtpunkt aus Deutschlands trübster Zeit'. — Gerhardt, ‚Geschichte der Mathematik in Deutschland'.

1) Man sehe die Specialschrift ‚Erhard Weigel, der Lehrer von Leibniz und Pufendorf. Ein Lebensbild aus der Universitäts- und Gelehrten-Geschichte des 17. Jahrhunderts'. Nach Quellen bearbeitet von Dr. Spieß, Leipzig 1881.

2) Südöstlich von Nürnberg 1578 gegründet, 1809 aufgehoben und mit Erlangen vereinigt.

im Auftrage des Kurfürsten von Mainz nach Paris, um Ludwig XIV. zur Eroberung Aegyptens zu bewegen und damit einerseits einen drohenden Krieg von Deutschland abzuwenden, anderseits zur Lösung der orientalischen Frage (Ausbreitung der christlichen Civilisation im Oriente) beizutragen.

In Paris widmete sich Leibniz (ernstlicher als bisher) dem speciellen Studium der höheren Mathematik, wobei er auch mit Huyghens bekannt wurde, der ihm ein Exemplar seines 1673 erschienenen Werkes ‚Horologium oscillatorium' schenkte [1]).

Eine Fülle von Anregungen und insbesondere das Studium der Cartesiani'schen Geometrie, hatte in ihm das Bedürfniß geeigneterer Mittel als die gebräuchlichen zur Ausführung höherer Rechnungen hervorgerufen, wobei er auf die Erfindung der Differenzial- und Integralrechnung, im October 1675 aber zuerst auf die höchst glücklichen Bezeichnungen dieser Rechnungsoperationen (auf die Erfindung des Algorithmus [2]) der höheren Analysis) gekommen sein soll.

Im October 1676 verließ Leibniz Paris, um nach Deutschland zurückzukehren. Er nahm seinen Weg über London, wo er die persönliche Bekanntschaft von Collins machte, der damals Secretair der Royal Society war und sich im Besitze einer Abhandlung von Newton: ‚De Analysi per aequationes numero terminorum infinitas' befand, von welcher Leibniz Kenntniß genommen haben soll [3]).

In demselben Jahre (December 1676) folgte Leibniz dem Rufe des gelehrten Herzogs Johann Friedrich von Calenberg, Göttingen und Grubenhagen (Fürstenthum Hannover) nach Hannover, um hier als Rath und Bibliothekar zu wirken.

Hier wurde er bald, wie früher zu Mainz, neben seinen bibliothekarischen Arbeiten in die höheren Staatsangelegenheiten eingeweiht, wobei die undeutsche Politik dieses Fürsten Leibniz sehr oft schmerzlich berührte. Indeß starb schon 3 Jahre nachher (1679) der Herzog und sein Bruder Ernst August gelangte zur Regierung. Diesem hochgebildeten, männlichen und deutschgesinnten Fürsten stand Sophie, die geistreiche und liebenswürdige Tochter des unglücklichen Kurfürsten von der Pfalz (Friedrich V.) zur Seite. Beide verstanden es Leibniz zu würdigen, der es seinerseits eben so verstand sich schnell bei ihnen in Gunst zu setzen.

Von hier ab entwickelte Leibniz eine bewunderungswürdige Thätigkeit, sowohl als treuer Diener seines Fürstenhauses, als auch in dem Gebiete der

---

1) Gerhardt, ‚Leibnizens mathematische Schriften', erste Abth., Bd. II, Briefwechsel zwischen Leibniz und Huyghens.

2) Mit dem Namen Algorithmus bezeichnet man (jetzt) jedes wiederkehrende zur Regel gewordene Rechnungswesen. (Man sehe hierüber auch Klügel's ‚mathem. Wörterbuch', Bd. I, S. 67).

3) Gerhardt a. a. O., S. 153 bemerkt, daß die Möglichkeit nicht bestritten werden kann es habe Leibniz von der Newton'schen Abhandlung Kenntniß genommen. Brewster in seinem Werke ‚Das Leben Newtons' bemerkt im 3. Capitel, daß dem Collins die Newton'sche Methode der Fluxionen bereits im Anfange des Jahres 1669 von Dr. Barrow mitgetheilt worden wäre.

Wissenschaften. Insbesondere war es Sophiens fein gebildeter Geist, welcher den großen Philosophen, den kenntnißreichen Gelehrten, gewandten Schriftsteller und Dichter zu schätzen verstand. Ueberhaupt beginnt von hier die glänzendste Laufbahn und die fruchtbarste Periode seines Wirkens.

In diese Zeit (October 1681), die trübste Deutschlands, fällt auch eine Hauptheldenthat Ludwig XIV. von Frankreich, nämlich der Raub Straßburgs, worüber Leibniz seinen Schmerz und seine tiefste Entrüstung aussprach, wo er immer nur konnte[1]).

Im Jahre 1682 begründet der Leipziger Professor Mencke die erste in Deutschland erschienene gelehrte Zeitschrift unter dem Titel ‚Acta Eruditorum', worin Leibniz die vorzüglichsten seiner mathematischen Arbeiten nach und nach veröffentlichte.

1684 erscheint in der Octobernummer dieser Zeitschrift die bereits vorher erörterte Abhandlung, welche die Entdeckung der Differenzialrechnung enthält[2]).

Neben seinen politischen, historischen und mathematischen Arbeiten finden wir Leibniz auch jahrelang beschäftigt mit der Construction einer Rechenmaschine[3]), mit Plänen zur Verbesserung der Harzbergwerke, mit Arbeiten über das Münzwesen und mit geologischen Studien, die er mit Beobachtungen

---

1) Leibniz machte auf jenen niederträchtigen Act folgenden Vers, den Straßburg an Deutschland richtet und welcher (nach Pfleiderer, a. a. O., S. 135) also lautet:

„Schandfleck, welchen der Rhein mit all' seinen Wogen nicht abwascht
Daß daliegen im Schlaf allzumal Kaiser und Reich!"

Der Verfasser bringt hier für die deutsche studirende Jugend in Erinnerung, daß Straßburg am 28. September 1870 nach siebenwöchentlicher regelmäßiger Belagerung von den Deutschen wiedergewonnen wurde.

Von Leibniz Bemühungen für den Ruhm und die seiner Zeit so sehr nothwendige Erhebung Deutschlands zu wirken, giebt u. a. auch eine Schrift Zeugniß, welche mein verstorbener Freund Archivrath Dr. Grotefend aus den Handschriften der königlichen Bibliothek zu Hannover im Jahre 1846 veröffentlichte. Diese Abhandlung trägt den Titel:

‚Ermahnung an die Teutschen, ihren Verstand und Sprache besser zu üben, sammt beigefügtem Vorschlag zur Stiftung einer Teutschgesinnten Gesellschaft'

und beginnt mit folgenden Worten:

„Es ist gewiß, daß nächst der Ehre Gottes einem jeden tugendhaften Menschen die Wohlfahrt seines Vaterlandes billig am meisten zu Gemüthe gehen sollte".

2) Diese gelehrte Zeitschrift wurde leider mit dem Jahrgange 1776 geschlossen, woran Kriegsunruhen und die sorglose Redaction die Hauptschuld trugen. In den mathematischeu Theilen derselben finden sich als fruchtbarste Mitarbeiter genannt: Leibniz, Huyghens, Jacob und Johann Bernoulli, l'Hospital u. A. Mit allen Supplementen und Registern bildet das Werk eine Reihe von 117 Quartbänden.

3) Leibniz lernte in Paris die primitive und nur zur Addition und Sub-

im Harz begann und deren Frucht seine Protogaea war, eine Theorie über die Entstehung und Bildung der Erde.

Um diese Zeit hatte auch der für die Entwicklung und den Ausbau der höheren Analysis wichtige Briefwechsel von Leibniz mit Huyghens, Wallis, Varignon, den Gebrüdern Bernoulli, dem Marquis de L'Hospital und Anderen begonnen [1]). Unter allen diesen Correspondenzen war die zwischen Leibniz und Johann Bernoulli die umfangreichste geworden; sie erstreckte sich ohne Unterbrechung von 1693 bis zum Tode Leibniz'. Vielleicht ist sie auch die wichtigste unter allen, da sie besonders der Integralrechnung, d. i. derjenigen Disciplin gewidmet war, die Johann Bernoulli die bedeutendsten Erweiterungen zu verdanken hat.

Während dieser Zeit (2. Sept. 1692) war der Herzog Ernst August zur Kurfürstenwürde gelangt, wozu Leibniz wesentlich in Wien mitwirkte.

Im Jahre 1698 starb Kurfürst Ernst August und es folgte ihm sein Sohn Georg Ludwig in der Regierung. Obwohl dieser neue Kurfürst Leibniz immer sein „lebendiges Dictionnaire" nannte, so herrschte doch zwischen Letzterem und seinem neuen Herrn eine Entfremdung, die es zwischen Beiden nie zu einer vertraulichen Annäherung und persönlichen Hingabe kommen ließ, wovon der Grund vorzugsweise in dem kalten, verschlossenen Charakter des Kurfürsten lag.

Dafür beginnt zu dieser Zeit die Entfaltung der geistigen Freundschaft zwischen Leibniz und der Tochter des Kurfürsten Ernst August, Sophie Charlotte, die sich inzwischen mit dem Kurfürsten Friedrich von Brandenburg verheirathet hatte. Letzterer Fürstin hatte man es auch mit zu verdanken, daß der Kurfürst von Brandenburg nicht nur einen von Leibniz entworfenen Plan zur Gründung einer Societät der Wissenschaften in Berlin genehmigte und am 11. Juli 1700 den Stiftungsbrief vollzog, sondern auch daß Leibniz zum beständigen Präsidenten der Societät ernannt wurde.

Nicht ohne Einfluß blieb Leibniz bei den Verhandlungen am kaiserlichen Hofe in Wien, welche von Berlin aus zur Gewinnung der Königskrone stattfanden und sich insofern nach Wunsch gestalteten, als schon am 18. Januar 1701 zu Königsberg die Krönung Friedrich's, als erster König von Preußen, erfolgen konnte.

Auch ging Leibniz' Wunsch, in unmittelbarer Nähe der neuen Königin von Preußen verweilen zu können, im Herbst und Winter des Jahres 1701 in

---

traction brauchbare Pascal'sche Rechenmaschine kennen und kam sofort auf den Gedanken, eine andere zu construiren die für alle vier Species eingerichtet war. Im Frühjahr 1673 war bereits ein Modell dieser Maschine fertig, während erst 1694 unter Mitwirkung des Pariser Mechanikers Olivier die Maschine selbst fertig wurde, die sich heute auf der königl. Bibliothek in Hannover vorfindet. Diese Maschine ist dem Principe nach gleich der des Mechanikers Thomas in Colmar. Man sehe hierüber einen Aufsatz des Ingenieur Gerke in Bd. IX der ‚Zeitschrift für Vermessungswesen', S. 305.

1) Diese Briefwechsel finden sich sämmtlich abgedruckt in der Gerhardtschen Ausgabe von ‚Leibnizens mathem. Schriften', erste Abth., Bd. I bis IV. 1849 bis 1859.

Erfüllung, wo er in Berlin und Lützenburg (Charlottenburg) die schönsten, innerlich reichsten Tage seines Lebens mit seiner königlichen Schülerin und Freundin in den Gebieten der Wissenschaften verlebte.

Die philosophischen Unterredungen, welche damals Leibniz mit der preußischen Königin führte, gaben die Veranlassung und bildeten die Grundlage zu Leibniz' populärstem Werke, zu seiner ‚Theodicee', oder der Idee einer Rechtfertigung Gottes wegen des Uebels in der Welt'. Leider starb die erhabene Frau schon 1705 bei einem Besuche in Herrenhausen, so daß die ‚Theodicee', welche erst 1710 erschien, gleichsam ein bleibendes Denkmal bildete, welches Leibniz seiner königlichen Freundin nach ihrem Tode setzte.

Ungeachtet des hohen Ansehens, in welchem Leibniz bei den damaligen Monarchen Europas (Peter dem Großen, dem deutschen Kaiser Karl VI. [1]) u. s. w.) stand, mußte Leibniz erfahren, daß ihn sein Kurfürst zwar schätzte, aber ihn niemals nach dem Beispiele seines Vaters, seiner Mutter und seiner Schwester, zu seinem Freunde erhob. Leider steigerte sich dieses Mißverhältniß ganz besonders, als seine erhabene Freundin die Kurfürstin Sophie am 8. Juni 1714 starb und auch der Tod der Königin Anna von England (12. August 1714) erfolgte, wonach der Kurfürst Georg Ludwig, unter dem Namen Georg I. den englischen Thron bestieg.

Von hierab betrachtete man Leibniz eigentlich nur als eine aus der fürstlichen Gunst gefallene Größe.

Zu mancherlei noch anderen geistigen Aufregungen, insbesondere seinem Streit mit Newton über die Erfindung der Infinitesimalrechnung, gesellten sich im Anfange des Jahres 1716 bei Leibniz auch kleinere und größere körperliche Leiden, die ihn allerdings nur selten hinderten, die Arbeit an der Vollendung seines geschichtlichen Werkes ‚Origines Guelficae' zu unterbrechen.

Leider erfolgte sein Tod bereits am 14. November 1716 in Hannover (im Eckhause der Schmiede- und Kaiserstraße) [2]). Leibniz' Asche ruht in der Neustädter (St. Johannes) Kirche. Eine kupferne Platte in einem der Gänge der Kirche mit der Inschrift „Ossa Leibnitii" zeigt die betreffende Stelle an. Im Jahre 1790 wurde ihm am Waterlooplatze und zwar unweit der königlichen öffentlichen Bibliothek im Archivgebäude, welcher Leibniz vorstand, ein Denkmal errichtet.

Wir schließen unsere Biographie mit Leibniz' Wahlspruche, welcher seinen Sarg ziert und also lautet:

„Pars vitae, quoties perditur hora, perit".

(So oft eine Stunde verloren geht, verliert man einen Theil des Lebens).

---

1) Leibniz wirkte damals für die Gründung einer Societät der Wissenschaften in Wien, deren Errichtung sich jedoch gewisse ehrwürdige Väter derartig widersetzten, daß die Sache unterblieb. Es vergingen über 130 Jahre ehe sich Oesterreich einer Akademie der Wissenschaften erfreuen konnte. Erst am 30. Mai 1846 wurde dieselbe in Wien gegründet und von 1848 ab datiren sich ihre Sitzungsberichte.

2) Der König Ernst August von Hannover ehrte Leibniz' Andenken durch den Ankauf dieses Hauses, welches heute noch unverändert erhalten ist.

Obgleich der Verfasser dieses Buches der Ansicht ist, daß beide ausgezeichnete Männer Newton und Leibniz die Infinitesimalrechnung, ganz unabhängig von einander, von ganz verschiedenen Gesichtspunkten ausgehend, erfunden haben, so hält er es doch für angemessen, die Urtheile einiger später lebenden berühmten Mathematiker über diese Erfindung hier anzuführen.

Leonhard Euler sagt hierüber in dem unten genannten Werke [1]) Folgendes:

„Spuren von dieser Untersuchung (die Grenze zu finden denen das Verhältniß der Zunahme zweier Veränderlichen sich immer mehr nähert, je kleiner diese Zunahme wird) finden wir schon bei den ältesten Mathematikern, welchen man daher auch nicht alle Kenntniß in der Analysis des Unendlicheu absprechen kann. Nach und nach bekam diese Wissenschaft Wachsthum, und sie hat sich nicht plötzlich oder auf einmal zu der Größe empor geschwungen, in welcher wir sie jetzt erblicken; obgleich immer noch mehr in ihr zu entdecken als bereits wirklich gefunden ist. Denn da sich die Differenzialrechnung über alle Arten der Functionen verbreitet, sie mögen so zusammengesetzt sein, wie sie irgend wollen, so konnte die Methode, die verschwindenden Elemente aller Functionen untereinander zu vergleichen, nicht auf einmal entdeckt werden, sondern man sah sich gezwungen die zusammengesetzten Functionen nach und nach zu untersuchen. Was nämlich die rationalen Functionen betrifft, so kannte man das letzte Verhältniß ihrer verschwindenden Incremente schon lange vor Newton und Leibniz, so daß die Differenzialrechnung, insofern sie die rationalen Functionen zum Gegenstande hat, schon geraume Zeit vor ihrer Periode erfunden worden ist. Dagegen leidet es keinen Zweifel, daß wir denjenigen Theil der Differenzialrechnung, welcher sich mit den irrationalen Functionen beschäftigt, dem unsterblichen Newton verdanken und der binomische Lehrsatz war es vorzüglich, wodurch er der Differenzialrechnung diese glückliche Erweiterung verschaffte. Leibniz sind wir nicht weniger verpflichtet. Er brachte nämlich diesen Calcul, den man bis dahin bloß als einen besonderen Kunstgriff betrachtet hatte, in die Form einer Wissenschaft, bildete aus den Regeln derselben ein System und stellte dasselbe in einem hellen Lichte dar. Hiernach bekam man die schätzbarsten Hülfsmittel denselben zu erweitern und das Fehlende, aus gewissen Principien abgeleitet, hinzuzufügen. Bald darauf wurden durch die Bemühungen von Leibniz und der von ihm dazu ermunterten Bernoullis die transcendenten Functionen in das Gebiet der Differenzialrechnung aufgenommen und nun auch ein fester Grund zur Integralrechnung gelegt. Es hatte aber auch schon Newton sehr wichtige Versuche aus der Integralrechnung geliefert und man kann eigentlich den Ursprung dieser Wissenschaft, wegen ihrer so engen Verbindung mit der Differenzialrechnung gar nicht genau angeben".

---

1) ‚Vollständige Anleitung zur Differenzial-Rechnung', aus dem lateinischen übersetzt von J. A. C. Michelsen, Professor der Mathem. etc. in Berlin, Th. I, S. LXXI der Vorrede.

Lagrange theilt in seinen ‚Leçons sur le calcul des functions' S. 321 ff. und 326, folgende Ansichten über den betreffenden Gegenstand mit:

„Man kann Fermat als den ersten Erfinder des neuen Calculs ansehen. Aber seine Zeitgenossen faßten den Geist dieser neuen Rechnungsart nicht ganz auf, sondern sahen sie nur als einen besonderen Kunstgriff, nur auf wenige Fälle mit Schwierigkeiten anwendbar an". —

Barrow führte unendlich kleine Größen ein und benutzte diese bereits 1674 in seiner Tangentenmethode unter Anwendung des bereits S. 119 (Note 3) erörterten kleinen Dreiecks. Allein seine Methode war nur einzeln dastehend, indem sie sich nur auf rationelle Functionen anwenden ließ und die Entwicklung einer Reihe erforderte, in welcher man die höheren Potenzen, der unendlich kleinen Größen wegließ. Es fehlte noch ein allgemeiner Algorithmus, anwendbar auf alle Arten von Ausdrücken, durch den man direct und ohne eine Reduction der algebraischen Formeln zu ihren Differenzialen übergehen konnte. Diesen stellte Leibniz (1675) auf und Newton scheint unstreitig etwas früher auf eben diese Abkürzungen der Rechnung für die Differenziationen gekommen zu sein. Aber in der Bildung der Differenzial-Gleichungen und ihrer Integration besteht das große Verdienst und die eigentliche Gewalt der neuen Rechnungsarten, und in diesem Punkte scheint mir der Ruhm der Erfindung fast einzig Leibniz zuzukommen und vornehmlich (surtout) den Bernoullis.

Endlich spricht sich Laplace in dem unten genannten Werke [1]) über diese Entdeckungen wie folgt aus:

„Ein hochwichtiger Gegenstand, den wir Leibniz verdanken, ist die höchst glückliche Bezeichnung, die sich fast von selbst auf die große Erweiterung anwandte, welche die Differenzial-Rechnung durch die Betrachtung der partiellen Differenziale erhielt". Und ferner: „Die Sprache der Analysis, die vollkommenste aller Sprachen, ist schon an sich selbst ein mächtiges Hülfsmittel und Werkzeug der Entdeckung und ihre Bezeichnungen, wenn sie glücklich gewählt sind und mit dem Gegenstande in nothwendiger Beziehung stehen, enthalten die Keime neuer Rechnungsweisen".

Schließlich citirt der Verfasser hier noch den etwas starken Ausdruck, welchen Gerhardt in seiner ‚Geschichte der Mathematik', S. 182, bei der Beurtheilung des Gegenstandes, braucht und der wie folgt lautet:

„Newton's Fluxionsrechnung verhält sich zu Leibnizens Differenzialrechnung, wie ein roher Marmorblock zu der durch Künstlerhand daraus geschaffenen Statue" [2]).

---

1) ‚Théorie analytique des probabilités'. Troisième Edition, Paris 1820. Introduction, p. XXX und XXXV.

2) Beachtenswerth ist dennoch Gerhardt's Schrift ‚Die Entdeckung der höheren Analysis', Halle 1855. In einer Note S. 86 dieser Schrift wird der An-

Aus Allem, was im Vorstehenden über Leibniz berichtet wurde, dürfte hervorgehen, daß der Schluß nicht falsch ist, diesen, zu seiner Zeit einzigen berühmten Gelehrten Deutschlands im Gebiete der Mathematik, Philosophie und der Staatswissenschaften, einen Polyhistor im wahren Sinne des Wortes und zwar „den deutschen Aristoteles“ zu nennen, der gewiß noch viel mehr geleistet haben würde, wäre er so vom Glücke begünstigt worden, wie Aristoteles durch die Gunst Alexander's des Großen, dessen Begleiter er überall sein konnte beim Zuge durch die damalige civilisirte Welt und wären Leibniz' letzte Lebenstage nicht durch allerlei (hohe und niedrige) Intriguen, durch Einschränkungen und Zurücksetzungen verbittert worden, wie dies in der That der Fall war, die um so lähmender und verderblicher auf den großen Geist wirkten, als derselbe von dem Fehler einer gewissen Ruhmredigkeit und Eitelkeit [1]) nicht freigesprochen werden konnte.

§. 16.

Die Brüder Bernoulli und der Marquis de L'Hospital.

Wir haben jetzt zunächst der Männer zu gedenken, welche sich in der Leibniz-Zeit um die Weiterbildung und Anwendung der Differenzialrechnung und Integralrechnung ganz besonders verdient machten. Obenan stehen in dieser Beziehung die Brüder Jacob und Johann Bernoulli [2]) und nächst diesen der Marquis de L'Hospital.

---

merkung (des Scholium) gedacht, womit Newton die erste Section des ersten Buches seiner ‚Principien‘ schließt und worin derselbe erklärt, daß ihm Leibniz ungefähr zehn Jahr früher ein Rechnungsverfahren mitgetheilt habe, welches dasselbe leiste, als seine Fluxionsrechnung. In der 3. Ausgabe der ‚Principia‘, welche 1725 (also zwei Jahre vor Newton's Tode) erschien, entfernten die englischen Herausgeber dieses Scholium und ersetzten es durch ein anderes. (Man sehe auch die Wolfers'sche Uebersetzung, S. 598).

1) Gerhardt, ‚Geschichte der Mathematik in Deutschland‘, S. 175.

2) Die Familie Bernoulli verließ, wahrscheinlich um den Bedrückungen des grausamen Alba zu entgehen, 1568 Antwerpen, wo sie, dem Kaufmannsstande angehörig, glücklich gelebt hatte. Sie siedelte erst nach Frankfurt a. M. über, nachher (1622) vertauschte das damalige Haupt, ebenfalls ein Jacob, letztere Stadt mit Basel. Der älteste Sohn dieses Jacob, Nicolaus mit Namen, wurde Stammvater der berühmten Mathematiker, war ebenfalls Kauf-

Jacob Bernoulli[1]) gelangte, nachdem er Leibniz' Abhandlung (S. 121) von 1684 in den ‚Act. Erud.' kennen gelernt hatte, durch eigenes Nachdenken zur Einsicht in die Mysterien des Leibniz und eröffnete seine desfallsigen Arbeiten mit der

---

mann, zugleich aber auch Mitglied des großen Rathes der Stadt Basel. Er hinterließ 11 Kinder, von denen das fünfte unser Jacob und das zehnte der ebenfalls bereits genannte Johann war. Die bedeutendsten Männer dieser Familie bekleideten nach einander über 100 Jahre Lehrstühle der Mathematik an der Universität Basel und zeigten das höchst seltene Beispiel, wie auf berühmte Großväter ebenso tüchtige Söhne, Enkel und Urenkel folgen können. Folgende kleine Geschlechtstafel dieser Familie dürfte nicht überflüssig sein:

Nicolaus (! 1623; † 1708).

Jacob I. (! 1654; † 1705) — Nicolaus. | Nicolaus — Nicolaus I. (! 1687; † 1759). | Johann I. (! 1667; † 1748) — Nicolaus II. (! 1695; † 1726); Daniel I. (! 1700; † 1782); Johann II. (! 1710; † 1790) — Johann III. (! 1744; † 1807), Jacob II. (! 1759; † 1789).

Ausführlicher berichten Poggendorff im ‚Biograph-liter. Handwörterb.', ferner Wolf in seinen ‚Biographien' und Cantor in der ‚Allgem. deutsch. Biographie'. Bd. II, S. 470 etc.

1) Jacob B. wurde am 27. December 1654 alten, oder am 6. Januar 1655 neuen Stiles, in Basel geboren und sollte nach dem Willen seines Vaters Theologie studiren, während ihn die Natur zum Mathematiker bestimmt hatte. In Bezug auf letztere Wissenschaft war daher Jacob B. lange Zeit Autodidakt, wozu noch kam, daß er sich auch anfänglich fast ohne literarische Hülfsmittel befand. Nach glücklich bestandenem theologischen Examen verließ er 1676 das väterliche Haus, unterrichtete erst in Genf und dann im südlichen Frankreich nach eigenen Methoden als Informator und als Privatlehrer, bereiste hierauf Holland, England und Deutschland und veröffentlichte 1681 eine die Kometentheorie betreffende mathematische Schrift, die allerdings eine Erstlingsprobe genannt werden mußte. Nach einer zweiten Reise, die besonders Holland und England umfaßte, kehrte er 1682 bleibend nach Basel zurück, wo er Vorlesungen über Experimentalphysik mit großem Erfolge hielt und dabei zugleich der Lehrer der Mathematik seines 13 Jahr jüngeren Bruders Johann wurde. Erst 1687 gelangte Jacob B. zur mathem. Professur, die ihm leider auf kurze Zeit deshalb wieder entzogen wurde, weil er sehr übele Missbräuche der Universisät Basel öffentlich gerügt hatte. Während dieser Zeit hatte der für die mathem. Wissenschaften so fruchtbare Briefwechsel zwischen ihm und Leibniz begonnen, der bis zum Jahre 1705 fortdauerte und der sich ziemlich vollständig in Gerhardt's Werke ‚Leibnizens mathem. Schriften' abgedruckt vorfindet. Nicht minder thätig war Jacob B. schon vom Jahre 1684 an, als Mitarbeiter der Leipziger ‚Acta Eruditorum', worin er eine Reihe von Abhandlungen veröffentlichte über Gegenstände aus fast allen Zweigen der reinen und angewandten Mathematik, deren Inhalt einen großen Theil seiner ‚Opera om-

Auflösung des von Leibniz 1687 eigentlich den Cartesianern gestellten Problems der isochronischen Curve um diesen die Vortheile seiner neuen Rechnungsmethode darzuthun. Unter dieser Curve (nicht mit der Tautochrone, S. 91 zu verwechseln) verstand man diejenige krumme Linie, auf welcher ein schwerer Körper mit gleicher (constanter) Geschwindigkeit lothrecht herabfällt, also in gleichen Zeiten um gleiche Räume in verticaler Richtung herabsinkt. Jacob B. löste dieses Problem mit Hülfe der höheren Analysis (wie schon vorher Huyghens auf synthetischem Wege) im Jahre 1690 und veröffentlichte die Lösung in der Mai-Nummer der ‚Acta Erud.' desselben Jahres, indem er zeigte, daß die erforderliche Curve eine cubische Parabel bildet, deren Gleichung $y^3 = ax^2$ ist, wenn man ihre Achse in die horizontale Ebene legt und ihre concave Seite aufwärts kehrt. Sie heisst der angegebenen Eigenschaft wegen auch „curva descensus aequabilis“ [1]). Leibniz legte hierauf eine noch schwierigere Aufgabe vor, nämlich diejenige Curve zu finden, in welcher ein Körper fallen müßte, um sich in gleichen Zeiten einem gegebenen Punkte gleichförmig zu nähern oder sich von ihm eben so zu entfernen. Leibniz nannte diese Curve „isochrona paracentrica“ [2]). Auch diese Aufgabe löste Jacob B. 1694 (analytisch) mit besonderem Erfolge.

Durch diese Probleme hatte Leibniz eine früher in der Geschichte der Mathematik wohlbekannte Sitte wieder wach gerufen,

---

nia' ausmachen, die allerdings erst nach seinem Tode und zwar 1744 in Genf erschienen. 1696 wurde Jacob B. Mitglied der Pariser Akademie der Wissenschaften und 1701 auch in die Berliner Akademie aufgenommen.

Leider war dem auch hinsichtlich seines Charakters vortrefflichen Manne kein langes Leben beschieden; schon am 16. Aug. 1705 raffte ihn der unerbittliche Tod, erst 51 Jahre alt, dahin.

Ausführlichere Biographien über Jacob Bernoulli, sind u. A. folgende:

a) ‚Histoire de l'Académie royale des sciences'. Année 1705, p. 139 unter der Ueberschrift: „Eloge de M. Jacques Bernoulli“.

b) „Vita Jacobi Bernoulli“, in dem vorgenannten posthumen (Genfer) Werke.

c) Wolf in ‚Grunert's Archiv der Mathematik' etc. Th. 25 (1855), S. 312.

d) Cantor in der ‚Allgem. deutsch. Biographie', Bd. II, S. 470.

1) Diese Curve ist zugleich diejenige, welche unter allen Curven zuerst rectificirt wurde und zwar von Neil, Fermat u. A. Auch ist sie die Evolute der gemeinen Parabel. Man sehe deshalb u. A.: Klügel's ‚mathem. Wörterbuch', Artikel „höhere Parabel“. Th. III, S. 724.

2) Jacob Bernoulli ‚Opera omnia', p. 627 und ‚Act. Erud.' 1694, Aug., p. 364.

nämlich die Aufgaben öffentlich zu stellen, um dadurch in eigenthümlicher Weise zur Förderung der mathem. Wissenschaften beizutragen. In Anwendung dieses mächtigen Mittels, die Geister zu beleben und zu schärfen, wurde Leibniz durch die damaligen Meister bald kräftig unterstützt. Von vielen Seiten wurden neue Probleme aufgestellt, um deren Auflösung man sich in erfreulicher Weise bemühte.

Vom technischen Standpunkte aus ist in dieser Beziehung zuerst das Problem der Kettenlinie zu erwähnen. Jacob B. stellte die betreffende Aufgabe in den ‚Acta Eruditorum' von 1690 (Maiheft, S. 219) und schon im folgenden Jahre lieferten Johann Bernoulli[1]), Leibniz und Huyghens in derselben Zeitschrift (‚Acta Erud.', 1691) entsprechende Auflösungen. Höchst wahrscheinlich hatte Johann B. nicht ohne Einfluß des

---

1) Johann B. wurde am 27. Juli 1667 (alten Stiles) in Basel geboren und obgleich von seinem Vater zum Kaufmannsstande und nachher zum Mediciner bestimmt, fühlte er sich doch so zur Mathematik hingezogen, daß er bald ein eifriger Schüler seines älteren Bruders Jacob wurde, der ihn in die Principien der höheren Analysis einweihte und den er gewissermaßen einholte, indem er zum selbständigen Schaffen großes Talent zeigte. Nach einer Reise in Frankreich, wo er u. A. auch die Bekanntschaft von L'Hospital machte, arbeitete er von 1692 ab (als Johann nach Basel zurückgekehrt war) mit dem Bruder in erfreulicher Eintracht zusammen und wobei er in Correspondenz mit Leibniz trat, die auch bis zu des Letzteren Tode fortdauerte. Krankheit des älteren Bruders und das hohe Selbstgefühl des jüngeren, verbunden mit großer Eitelkeit und Neid, lockerten bald das brüderliche Band, was endlich in die bitterste Feindschaft ausartete. 1695 kam Johann B. auf Huyghens Empfehlung als Professor der Mathematik und Physik nach Gröningen, wo er bis 1705 verblieb. Mancherlei Umstände veranlaßten ihn nach Basel zurückzukehren, wo ihm auch nach dem Tode seines Bruders Jacob dessen Professur angetragen und von ihm angenommen wurde. Diese Stelle verwaltete er 42 Jahre lang, ungeachtet an ihn Berufungen von Leyden, Padua, Gröningen und Berlin ergingen, bis zu seinem Tode, der am 1. Januar 1748 in Basel erfolgte.

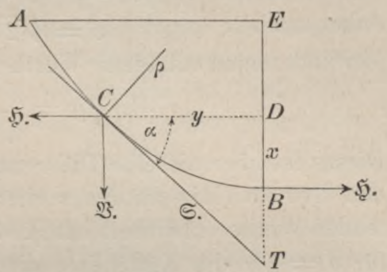
Johann B. war Mitglied der Akademie von Paris, Berlin, London, Bologna und St. Petersburg.

Seine Gesammtwerke (Johannis Bernoulli ‚Opera omnia', Tomus I—IV) erschienen 1742 in Lausanne und Genf.

Sein ausgedehnter Briefwechsel mit Leibniz findet sich in der Gerhardtschen Ausgabe der ‚mathem. Schriften' des Letztern, erste und zweite Abtheilung (Halle 1855 und 1856). Eine sehr gute Biographie schrieb in neuester Zeit M. Cantor, für die ‚Allgemeine deutsche Biographie', woselbst sich auch noch andere Abhandlungen über das Leben und Wirken Johann Bernoulli's angegeben finden.

älteren Bruders die Auflösung zu Stande gebracht, so daß das Urtheil der Geschichtsschreiber auch richtig sein wird, die Auflösung sei die Arbeit beider Brüder. Huyghens bewirkte die Auflösung nach eigner synthetischer Methode.

Zur Erinnerung an beide Bernoullis entwickeln wir im Nachstehenden das Differenzial der Kettenlinien-Gleichung in der Gestalt, wie es in den Werken sowohl des Jacob wie Johann B. zu finden ist [1]). Hierzu sei AB (Figur 29) ein beliebiges Ketten- oder Seil-Stück, wovon die Längeneinheit überall das Gewicht q besitzt. Ferner sei BC ein Stück der Kette von der Länge s, ihr Gewicht also qs, außerdem sei das Element bei B horizontal, das andere Endelement bei C unter dem Winkel $DCB = \alpha$ geneigt, so wie die rechtwinkligen Coordinaten des Punktes C, d. i. $\overline{DB} = x$, $\overline{CD} = y$. Bezeichnet man dann mit $\mathfrak{H}$ die überall gleiche Horizontalspannung und die Achsenspannung bei C mit $\mathfrak{S}$, so wie die Verticalspannung daselbst mit $\mathfrak{V}$, so ist bekanntlich:



29.

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{S} \cos\alpha = \mathfrak{S} \frac{dy}{ds} \text{ und}$$

$$\mathfrak{V} = \mathfrak{S} \sin\alpha = \mathfrak{S} \frac{dx}{ds}, \text{ also}$$

$$(1) \quad \frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{V}} = \frac{dx}{dy},$$

oder auch, da $\mathfrak{V} = qs$ ist und $\mathfrak{H} = qa$ gesetzt werden kann, sobald a eine noch näher zu bestimmende constante Größe bezeichnet:

$$(2) \quad \frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{V}} = \frac{a}{s} = \frac{dy}{dx}$$

1) ‚Jacobi Bernoulli Opera', p. 426 und ‚Johannis Bernoulli Opera omnia'. T. III, p. 495.

Da die Bernoulli'sche Auflösung im Wesentlichen mit der des Huyghens übereinstimmte, so wurde die Lösung dieser Aufgabe, ganz angemessen, als ein vortrefflicher Prüfstein für die Richtigkeit der neuen (höheren) Analysis betrachtet. Die von Leibniz gebrachte Auflösung findet sich auch in dessen von Gerhardt herausgegebenen mathematischen Schriften. Bd. I, p. 243 etc., wobei auch die Auflösungen der beiden Bernoullis und die des Huyghens von Leibniz erörtert werden.

Addirt man jetzt zu beiden Seiten der aus (2) sich ergebenden Gleichung $a^2\,dx^2 = s^2\,dy^2$ den Werth $s^2\,dx^2$, so erhält man

$$dx^2\,(a^2 + s^2) = s^2\,(dx^2 + dy^2) = s^2\,ds^2$$

und hieraus wieder

$$dx = \frac{s\,ds}{\sqrt{a^2 + s^2}}.$$

Das bestimmte Integral dieses Werthes ist aber

$$x = -a + \sqrt{a^2 + s^2},$$

daher auch

$$s = \sqrt{2\,a\,x + x^2}.$$

Verbindet man letzteren Werth mit (2) so ergiebt sich

$$\text{I. } dy = \frac{a\,dx}{\sqrt{2\,a\,x + x^2}}.$$

Dieses ist aber dieselbe Differenzialfunction, welche jeder der beiden Bernoullis an den vorher angegebenen Stellen der betreffenden Werke entwickelt hat [1]). Jacob B. zeigte später auch, daß für $s = qy$ die Kettenlinie eine gemeine Parabel bildet, indem dann aus (2) folgt: $q\,y\,dy = a\,dx$, d. i.

$$y^2 = \frac{2\,a}{q}\,x.$$

1) Die Integration der Gleichung I läßt sich leicht ausführen, wenn man $x + \sqrt{2\,a\,x + x^2} = z$ setzt, woraus $dy = \dfrac{a\,dz}{a + z}$ folgt und daher schließlich als bestimmtes Integral erhalten wird:

$$\text{II. } y = a \text{ Lgnt.} \left(\frac{a + x + \sqrt{2\,a\,x + x^2}}{a}\right)$$

Um die Kettenlinie hiernach zu zeichnen, muß man a (d. h. den Krümmungshalbmesser der Curve im Scheitel B) kennen. Ist aber dieser Werth unbekannt, so läßt er sich durch Annäherung wie folgt berechnen, sobald zwei zusammengehörige Coordinaten $\overline{BE} = m$ und $\overline{AE} = n$ gegeben sind.

Zunächst ist wegen II:

$$(\alpha)\ n = a \text{ Lgnt.} \left(\frac{a + m + \sqrt{2\,a\,m + m^2}}{a}\right)$$

Ferner werde gesetzt: $(\beta)\ \dfrac{a + m + \sqrt{2\,a\,m + m^2}}{a} = w$, so daß aus (α) wird

$(\gamma)\ n = a \text{ Lgnt. } w$. Reducirt man daher aus (β)

$a = \dfrac{2\,m\,w}{(w - 1^2)}$, so folgt endlich aus (γ):

$n = \dfrac{2\,m\,w}{(w - 1)^2}$ Lgnt. w und schließlich:

$$(\delta)\ \frac{n}{2\,m} = \frac{w}{(w - 1)^2} \text{ Lgnt. } w.$$

Ist beispielsweise $n = 8^m$, $m = 5^m$, also $\dfrac{n}{2\,m} = 0{,}8$, so erhält man zuerst für $w = 3$ und dann $w = 3{,}1$ aus (δ) Werthe, welche erkennen lassen, daß die erstere Satzung zu groß, die letztere zu klein ist und daher aus der Proportion der Differenzen für $w = 3{,}083$, richtiger folgt: $a = 7{,}105$.

Ebenfalls war es Jacob B. welcher das Problem auf ungleich schwere Ketten und Seile erweiterte, wo also das Gewicht der Längeneinheit nicht constant, sondern von einem Punkte der Curve zum andern veränderlich ist, worüber die unten notirten Werke Auskunft geben [1]).

An einer anderen Stelle [2]) (1691) findet Jacob B. zuerst, daß die sogenannte Segelcurve ebenfalls eine Kettenlinie ist, sobald der Wind, nachdem er die Segel in schiefer Richtung getroffen hat, auch völlige Freiheit besitzt wieder herauszukommen. Im folgenden Jahre (1692) brachte auch Johann B. eine Auflösung desselben Problems und zwar in dem Pariser ‚Journal des Savans' [3]), der er später (1714) eine zweite folgen ließ, die ein Theil seiner ‚Théorie de la manoeuvre des vaisseaux' bildet und welcher Briefe an Renau angeschlossen sind [4]). Naturgemäß wurde die Infinitesimalrechnung auch Veranlassung, daß man sich mit fernern Eigenschaften der Curven beschäftigte und war es Johann Bernoulli, der 1696 das desfallsige berühmte Problem der Brachistochrone [5]) vorlegte: „eine Curve von solcher Beschaffenheit zu finden, daß ein schwerer Körper, der auf ihrer concaven Seite herabfällt, von einem Punkte zu einem anderen, die beide nicht in einerlei Verticale liegen, in der möglichst kürzesten Zeit gelangt".

Leibniz soll die Auflösung sofort beschafft haben, verbarg jedoch dieselbe ebenso wie Johann B. selbst. Die von letzterem gestellte Frist von einem Jahre war noch nicht abgelaufen, als Newton, der Marquis de L'Hospital [6]) und Jacob B. ebenfalls

---

1) ‚Opera' p. 450 (Note) und ‚Acta Erud.' von 1691, p. 288.

2) ‚Opera', p. 481 und ‚Acta Erud.' von 161, p. 202.

3) Johann B. ‚Opera omnia', T. I, p. 59.

4) Ebendaselbst, T. II, p. 10 bis 107.

5) Von Bráchistos kürzeste (Superlativ von Bráchys, kurz) und chronos die Zeit. Also „Curve des schnellsten Falles".

6) L'Hospital (oder wie spätere Schriftsteller schreiben L'Hôpital wurde 1661 in Paris von vornehmen Eltern geboren, dem entsprechend er die Beinamen führte Chevalier Marquis de Sainte Mesme, Comte d'Entremont, Seigneur d'Ouques etc. Großes Talent und Vorliebe zur Mathematik setzten ihn in den Stand, sich im 15. Jahre mit Erfolg an der Lösung, der damals beliebten Probleme der Cycloide zu betheiligen. Nachdem er einige Jahre Rittmeister der französischen Cavallerie gewesen war, gab er diese Stellung gänz-

Auflösungen einsandten, die sämmtlich darin übereinstimmten, daß die verlangte Curve eine Cycloide ist, deren Basis eine horizontale Linie bildet. Während sich Newton und de L'Hospital begnügten, das Resultat kurz anzugeben, veröffentlichte Jacob B. seine Auflösung im Maihefte der ‚Acta Erud.‘ von 1697 [1]). Da-

---

lich auf und zwar sowohl wegen seiner Kurzsichtigkeit als seiner Neigung zur Mathematik. So kommt es, daß er bereits 1690 mit Huyghens in Briefwechsel tritt und noch in demselben Jahre, also 29 Jahre alt, Mitglied der Pariser Akademie der Wissenschaften wird. 1691 machte er in Paris die Bekanntschaft von Johann Bernoulli, mit dem er vier Monate lang auf seinem Landgute Ouques in Touraine verlebte. Im Jahre 1692 tritt er in Correspondenz mit Leibniz, wobei er gleich im ersten Briefe erklärt, daß er die Differenzialrechnung für vollendet (achevé) hielt und nur noch die Ausbildung der Integralrechnung als erforderlich bezeichnet. Die weitere Correspondenz zwischen Leibniz und de L'Hospital erstreckt sich u. A. auch über das Princip der Dynamik, wie es von Leibniz in dem Streite gegen die Cartesianer (S. 125) aufgestellt worden war. (Specielles über diese Correspondenzen findet sich in ‚Leibnizens mathematischen Schriften‘, herausgegeben von Gerhardt. Erste Abtheilung, Bd. II, S. 211 etc.).

1696 erscheint in Paris sein berühmtes Werk: ‚Analyse des infiniment petits, pour l'intelligence des lignes courbes‘. Dies Werk war das erste seiner Art, welches als wirklich brauchbar für den Unterricht in der Differenzialrechnung bezeichnet werden konnte und das selbst noch heut zu Tage zu den klassischen Büchern gezählt werden kann*). In diesem Buche wird auch zuerst die sinnreiche Regel vorgetragen, den Werth eines Bruches zu finden, dessen Zähler und Nenner zu gleicher Zeit verschwinden, wenn man der veränderlichen Größe einen gewissen bestimmten Werth giebt. Nachher nahm de L'Hospital auch Theil an der Lösung des von Johann Bernoulli gestellten Problemes über die Brachistochrone, sowie er sich später ebenfalls mit der Ausbildung der Integralrechnung beschäftigt zu haben scheint.

In solchen Thätigkeiten überraschte ihn, am 2. Februar 1704 zu Paris der Tod. Unter seinen hinterlassenen Manuscripten hat sich auch eine bis auf den Schluß vollendete Dynamik aufgefunden, worüber u. A. Gerhardt a. a. O., S. 215 von ‚Leibnizens mathematischen Schriften‘ berichtet.

Die ausführlichste Biographie von de L'Hospital findet sich in der ‚Histoire de l'Académie des sciences de Paris‘, année 1704, p. 125.

1) In Jacob B. ‚Opera‘ T. II, p. 768 findet sich diese Arbeit abgedruckt. Jacob Bernoulli's Beweis ist besonders gut (gestützt auf die einfachsten Sätze der Differenzialrechnung) wiedergegeben in Belanger's ‚Cours de mécanique‘, Paris 1847. Der studirenden Jugend empfiehlt der Verfasser recht sehr die von Gugler in Stuttgart besorgte deutsche Bearbeitung der Belanger'schen ‚Mechanik‘, woselbst sich der fragliche Beweis S. 152 bis 154 vorfindet. Unter Benutzung der Variationsrechnung findet sich in Navier-Wittstein's ‚Differenzial- und Integralrechnung‘, S. 591 ein sehr schöner Beweis.

*) Bossut in seinem Versuche einer Geschichte der Mathematik bemerkt

bei legte er zugleich zwei neue Probleme vor, wovon das isoperimetrische für uns das wichtigste ist und wodurch er überdies den Grund zur sogenannten Variationsrechnung legte [1]).

Bei Stellung dieser Aufgabe hatte Jacob zugleich beleidigende Aeußerungen gegen seinen Bruder Johann hinzugefügt, dahin gehend, als zweifle er an seiner Fähigkeit zur Auflösung, welcher Umstand den eitlen und ruhmsüchtigen Johann derartig bewegten, daß ein Bruderzwist in der Weise entstand, wie er bis dahin in der Geschichte der Mathematik nicht vorgekommen war. Johann knüpfte Unwahrheiten an Schimpfworte und zeigte überall seinen niedrigen Charakter, der seinen nicht zu verkennenden Verdiensten um die Wissenschaft so oft schadete [2]).

Allerdings kam es so wie Jacob Bernoulli erwartet hatte. Johann löste die Aufgabe falsch, was Jacob veranlasste, seine Auflösung zu veröffentlichen in der Schrift: ‚Analysis magni pro-

---

hierzu (I, S. 163): „Das Werk des Marquis de L'Hospital entschleierte die ganze Wissenschaft der Differenzialrechnung".

1) Etwas allgemeiner als Bernoulli selbst giebt Bossut seiner ‚Geschichte der Mathematik', Th. II (deutsche Uebersetzung, S. 170) diese Aufgabe in folgenden Worten:

„Unter allen isoperimetrischen Curven zwischen gegebenen Grenzen eine Curve von der Beschaffenheit zu finden, daß, wenn man eine zweite Curve construirt, deren Ordinaten beliebige Functionen der Ordinaten oder der Bogen jener sind, der Flächeninhalt der zweiten Curve ein Größtes oder Kleinstes bildet. Diesem Hauptprobleme fügte er noch ein anderes dem von der Brachistochrone mehr analoges bei, worüber die vorbezeichnete Quelle Auskunft giebt".

Es werde hier die Gelegenheit benutzt die studirende Jugend auf einen vortrefflichen, einfach und leicht verständlich geschriebenen Artikel Schlömilch's in Dresden aufmerksam zu machen, der unter der Ueberschrift „Isoperimetrisch" im 25. Theile der ‚Encyklopädie von Ersch und Gruber', S. 83—90 enthalten ist. Als Beispiele löst Schlömilch folgende drei Aufgaben:

a) Welche ist unter allen isoperimetrischen Curven diejenige, die die größte Fläche einschließt? Die fragliche Curve ist natürlich die Kreislinie.

b) Von welcher unter allen isoperimetrischen Curven zwischen zwei Punkten liegt der Schwerpunkt am tiefsten? Es wird nachgewiesen, daß dieser Anforderung die gemeine Kettenlinie (Note 1, S. 138) entspricht.

c) Welche ist unter allen Curven von gleicher Länge und gleichem Flächeninhalte diejenige, die bei ihrer Umdrehung um die Abscissenachse den größten Rotationskörper erzeugt? Die Rechnung zeigt, daß die größte Curve die (einfachste) elastische Linie ist.

2) Bossut (‚Geschichte der Mathematik', Th. II, deutsche Uebersetzung, S. 380) vergleicht deshalb Jacob Bernoulli mit Newton und Johann Bernoulli mit Leibniz.

blematis isoperimetrici' (Basilae, 1701). Diese Schrift, die letzte wissenschaftliche That Jacob B.'s, wurde überall für ein Meisterstück der Erfindung und des Scharfsinns und für die genialste Schöpfung auf dem Gebiete der höheren Analysis gehalten. Erst 13 Jahre nach seines Bruders Tode (der 1705 erfolgte), gab Johann B. den Irrthum selbst zu und lieferte dabei eine richtige Auflösung, die jedoch im Grunde mit der seines Bruders ganz einerlei ist [1]).

Um im Sinne unseres Buches, die besonders technisch wichtigen Arbeiten der Brüder Bernoulli, so weit als möglich, zu besprechen, kehren wir zuerst zum Jahre 1691 zurück, wo Jacob seine schönen Arbeiten über die logarithmische Spirale in den Leipziger ,Acten' [2]) veröffentlichte.

Wurde diese Curve auch bereits von Descartes [3]), Mersenne [4]), entfernter auch von Wallis und Barrow betrachtet [5]), so war es doch zuerst Jacob B., der zum Nachweise der Eigenschaften derselben die neuen analytischen Methoden in Anwendung brachte [6]), die Längen der Bogen und die Flächenräume

---

1) ,Jacobi Bernoulli Opera', T. II, p. 895.

Ueber diese ganze Angelegenheit berichten namentlich folgende Quellen: ,Jacobi B. Opera', von p. 814 ab, ferner ,Joh. B. Opera omnia', T. II, p. 235 und Bossut a. a. O., S. 164—181.

2) ,Acta Erud.' 1691, mensis junii, p. 282 und ,Jacobi B. Opera', p. 442.

3) Montucla a. a. O., T. II, p. 45.

4) Ebendaselbst, S. 45.

5) Klügel's ,mathem. Wörterbuch', Artikel „Spirale", S. 439.

6) Der Verfasser bringt hier zunächst eine der technisch wichtigsten Eigenschaften der log. Spirale, nämlich die in Erinnerung, daß in jedem Punkte E (Figur 30) die Tangenten $\overline{ET}$ mit dem Leitstrahle $\overline{AE}$ (radius vector) einen constanten Winkel ψ bildet.

Um dies nachzuweisen hat man zuerst, mit Bezug auf die Bezeichnungen der Figur: (1) $tg.\,\psi = \frac{EF}{GF} = \frac{z\,d\varphi}{dz}$. Ferner ist bekanntlich:

$$z = a^{\varphi}, \text{ also } dz = d\varphi a^{\varphi} \text{ Lgnt. } a = z\,d\varphi \text{ Lgnt. } a \text{ und}$$

daher (2) $\frac{z\,d\varphi}{dz} = \frac{1}{\text{Lgnt. } a}$, demnach zufolge (1):

$$tg.\,\psi = \frac{1}{\text{Lgnt. } a}.$$

Verlangt man beispielsweise, daß ψ constant $= 60^0$ sein soll, so wird $tg.\,60^0 =$

$$1{,}732 \text{ und Lgnt. } a = \frac{1}{1{,}732} = 0{,}577, \text{ woraus folgt } a = 1{,}78,$$

deshalb aber schließlich $z = 1{,}78^{\varphi}$,

wonach die Curve leicht gezeichnet werden kann.

Auf dem Satze von dem constanten Winkel, welchen die Tangenten der bestimmte, den Zusammenhang dieser Curve mit der loxodromischen Linie auf der Kugel zeigte und ferner fand, daß die Evolute und die Caustica (Brennlinie) [1]) dieser Spirale dieselben Linien mit ihr sind und dass sie sich noch auf viererlei Art selbst erzeugt. Diese erzeugten Linien nannte Jacob B. Anticaustica, Pericaustica und Cycloidalis. Die Eigenschaft dieser Spirale sich auf vielerlei Arten selbst zu erzeugen, veranlaßte Jacob B. ihr den Namen „Spira mirabilis“ zu geben.

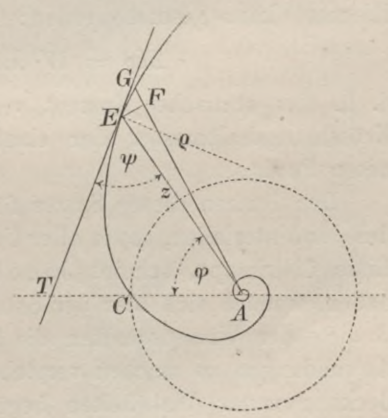
Um der Nachwelt nicht nur eine seiner schönsten Arbeiten, sondern auch seinen Glauben an die Unsterblichkeit in Erinnerung zu bringen, bat er seinen Grabstein mit der Inschrift zu versehen:

„Eadem mutata resurgo“.

(Zu deutsch etwa: „Ich selber ein Bild der Spirale werde auferstehen“, oder „Trotz der Verwandlung erhebe ich mich wieder als dasselbe Wesen“).

---

log. Spirale mit dem Lichtstrahle bilden, beruht die Construction der gekrümmten Messer, unter anderen der Häckselschneidemaschinen nach dem Systeme Lester (Rühlmann, ‚Allgem. Maschinenlehre‘, Bd. II, S. 675, zweite Auflage), die Bildung der gekrümmten Heuschläge auf den ebenen Flächen der Mühlsteine (Rühlmann, ebendaselbst, S. 228) etc.



30.

Ferner läßt sich zeigen, daß die Flügel (Schaufeln) der Schiffsanker auf das vortheilhafteste nach einer logarithmischen Spirale gekrümmt werden, sobald die Flügel mit Leichtigkeit in den Grund einschneiden und zugleich den größten Widerstand gegen das Schiff leisten sollen. Die theoretische Auflösung dieser Aufgabe (die richtige Form der Schiffsanker zu bestimmen) hat zuerst der berühmte schwedische Admiral Chapmann gegeben. Ein Auszug dieser Arbeit findet sich in Gilbert's ‚Annalen der Physik‘, Bd. VI (1800), S. 81 bis 95, unter der Ueberschrift „Von der richtigen Form der Schiffsanker“.

1) Mit dem Namen Caustica belegt man eine Curve, auf welcher die Durchschnittspunkte je zweier unmittelbar benachbarter, von einem Punkte ausgehender Lichtstrahlen liegen, welche von einer gegebenen Linie zurückgeworfen oder gebrochen werden, wenn man diese, wie die zugehörigen auffallenden Linien in steter Folge nimmt. Man sehe hierüber Klügel's ‚Mathem. Wörterbuch‘, Artikel „Brennlinie“ und Wilde's ‚Geschichte der Optik‘, Th. I, S. 340.

Für die Ingenieur-Mechanik von großer Wichtigkeit ist noch das zuerst von Jacob B. gelöste Problem der elastischen Linie, d. h. die Auffindung der Gestalt derjenigen Curve, welche die Achse eines elastischen Stabes (Streifens oder einer Ruthe) annimmt, wenn dessen Biegung durch äußere Kräfte erfolgt.

Galilei hielt die elastische Linie (ebenso wie die Kettenlinie) für eine Parabel und noch derselben Meinung waren spätere Schriftsteller, wie Gasto Pardies und Franciscus Tertius de Lanis[1]). Erst Jacob B. löste die Aufgabe und zeigte in der soeben citirten Zeitschrift und in den ‚Memoiren der Pariser Akademie der Wissenschaften', daß die fragliche Curve von ganz eigenthümlicher Beschaffenheit sei[2]). Indeß ist der bei der Auflösung des Problemes von Jacob B. eingeschlagene Weg derartig, daß wir hier nur des von ihm benutzten (noch heute gültigen) Hauptsatzes gedenken, welcher also lautet:

Das statische Moment (M) der äußeren Kräfte, multiplicirt mit dem Krümmungshalbmesser (ϱ) des Punktes der Curve, worauf das Moment bezogen wurde, ist gleich einer Constanten $= W$[3]). Hiernach kann gesetzt werden:

$$M\varrho = W \text{ oder } \frac{W}{\varrho} = M,$$

d. h. das statische Moment verhält sich umgekehrt wie der Krümmungshalbmesser der elastischen Linie an dem bezeichneten Punkte.

Den Nutzen dieses Satzes für die Ermittlung des Widerstandes der Materialien, sowie aller Untersuchungen über die elastische Linie überhaupt, scheint Jacob B. offenbar nicht gekannt zu haben, wonach sich hier der Satz bestätigen würde, daß auch im Gebiete der Wissenschaften die Erfinder nicht immer die besten Anwendungen zu machen verstehen, vielmehr sich mit der Entdeckung neuer Wahrheiten begnügen und deren Anwendungen ihren Nachfolgern überlassen.

---

1) Nach Jacob Bernoulli's Angaben in den ‚Acta Erudit.' anno 1694, p. 263.

2) ‚Acta Erud.', ebendaselbst p. 263 und P. M. von 1705, p. 176. Auch in Jacob B.'s. ‚Opera', p. 576 unter der Ueberschrift „Curvatura laminae elasticae etc." und p. 987 als Problem „Trouver la courbure elastique etc."

3) Die Constante W wird gegenwärtig das Elasticitätsmoment genannt und durch das Product ET, d. i. aus dem Elasticitätsmodul (E) multiplicirt mit dem Trägheitsmomente T des normalen Querschnittes des betreffenden Körpers, dargestellt. Man sehe deshalb u. A. des Verfassers ‚Geostatik', 3. Aufl., S. 317.

Noch ist einer Reihe von Arbeiten Jacob Bernoulli's zu gedenken, welche sich auf die Theorie des Oscillationscentrums oder des Agitationscentrums (S. 94) beziehen und zwar aus folgenden besonderen Gründen: Erstens weil sich auch bei diesem ausgezeichneten Manne der Satz bestätigt, daß alle Menschen einmal irren können und zweitens weil Jacob B. von einem Satze Gebrauch machte, mittelst dessen später d'Alembert jede Aufgabe der Dynamik auf eine Aufgabe der Statik zurückführte. Mit der von Huyghens aufgestellten Behandlung des Problems vom Schwingungsmittelpunkte (S. 95) war man seiner Zeit nicht überall einverstanden, um so weniger als damals das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte noch nicht bewiesen war.

Daher versuchte auch Jacob B. eine andere Lösung, woraus jedoch nur erhellt, daß die gestellte Aufgabe nicht so leicht war, indem sich dieser sonst so ausgezeichnete Mathematiker in einem erheblichen Punkte irrte [1]). L'Hospital [2]) verbesserte den Irrthum, den Jacob B. begangen hatte. Nachher (1691) veröffentlichte auch Jacob B. neue Darstellungen seiner Auflösungsmethode [3]), die ihren Abschluß jedoch erst in den ausführlichen Darlegungen [4]) von 1703 und 1704 fanden. An letzteren Stellen löst Jacob B. das Problem nicht nur in seiner größten Allgemeinheit und (in der Abhandlung von 1704) mit Nachweisung der zufälligen Einerleiheit des Mittelpunktes des Schwunges mit dem des Stoßes (S. 104, Note 1), sondern auch unter Benutzung des Begriffes der verlorenen Kräfte, worauf nachmals (1743) d'Alembert das nach ihm benannte Princip der Dynamik gründete und worauf wir später zurückkommen.

Vorstehende Erwähnung L'Hospital's giebt uns Veranlassung, der Lösung einer Aufgabe dieses wackern Mannes zu gedenken, die ihm 1695 von Sauveur [5]) vorgelegt wurde und welche

---

1) Dühring, ‚Geschichte der Principien der Mechanik' (erste Auflage), S. 135, zweite Ausgabe S. 133. ‚Jacobi B. Opera'; T. I, p. 277 und ‚Acta Erud.' 1686, p. 356.

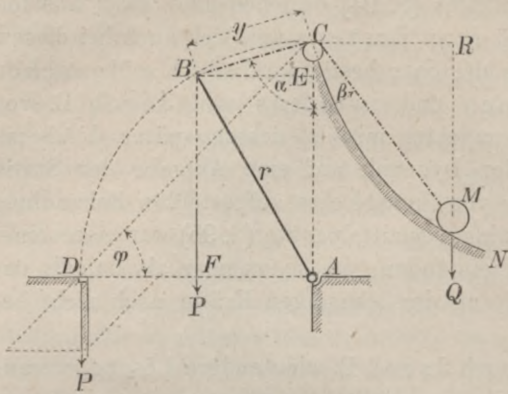
2) ‚Jacobi B. Opera', p. 454, nach der ‚Histoire des ouvrages des savans' von 1690, p. 440.

3) ‚Acta Erud.' 1691, p. 317.

4) ‚Mémoires de l'acad. des sciences de Paris' 1703, p. 78 und 1704, p. 1.

5) Sauveur, geb. 1653 zu La Flèche, gest. 1716 zu Paris, unterstützte Mariotte in seinen hydr. Versuchen, wurde darauf (1686) Professor der Mathe-

für die technische Mechanik eben so viel wissenschaftliches Interesse wie Werth für das Gebiet der Anwendung hat.



31.

Es ist dies folgende Aufgabe:

„Um einen Punkt A (Figur 31) ist eine sogenannte Klappbrücke AB drehbar, in deren einem Ende B ein Seil (oder eine Kette) BCM befestigt ist, welches man über eine vertical über dem Drehpunkt der Brücke befindliche feste Rolle C geschlagen hat. Am freien Ende M des Seiles wirkt ein Gewicht Q, man soll die Gleichung der krummen Linie CN finden, auf welcher dies Gewicht mit der Brücke AB überall im Gleichgewichte ist“.

L'Hospital löste diese Aufgabe noch in demselben Jahre, veröffentlichte die betreffenden Resultate in den ‚Actis Erud.‘ von 1695, p. 56 und zeigte, daß die Gleichung der krummen Linie CN vom vierten Grade ist. Fast unmittelbar nach L'Hospital gab Johann Bernoulli[1]) nicht nur eine viel allgemeinere Auflösung des Problems der Gleichgewichtscurve[2]), sondern zeigte auch, daß sie zur Familie der Cycloiden gehört. Auch Jacob B. und Leibniz beschäftigten sich mit dieser Aufgabe[3]). Nach den

matik am Collège royale und 1696 Mitglied der Akademie der Wissenschaften. Irrt der Verfasser nicht, so war Sauveur der erste, welcher eine Abhandlung über die Reibung eines Seiles, das über einen festliegenden Cylinder läuft, schrieb. Diese Arbeit ist im Jahrgange 1703 der ‚Memoiren‘ p. 305 der erwähnten Akademie abgedruckt.

1) ‚Acta Erud.‘ von 1695, p. 59.

2) Dabei dachte sich Johann B. an jeden der Seilenden B und M Gewichte auf Curven laufend, welche beide verschieden von der Kreislinie sind und wobei auch die feste Leitrolle C in ganz beliebiger Höhe lag etc. Man sehe hierüber auch des Verfassers ‚Geostatik‘, 3. Auflage, S. 235, wo die betreffende Aufgabe in dieser Allgemeinheit gelöst ist.

3) ‚Acta Erud.‘ von 1695, p. 65 und p. 184.

Arbeiten dieser vier berühmten Autoren läßt sich die Gleichgewichtscurve, für den einfachsten Fall der Klappbrücke AB (Figur 31) ableiten, daß der Drehpunkt der festen Rolle auch der Anfang der Gleitbahn für das Gewicht Q ist, wie folgt: Es sei l die ganze zwischen B und M befindliche Seil- oder Kettenlänge, wovon das Gewicht (hier) vernachlässigt werden soll. Für die in Figur 31 gezeichnete Lage der Klappe AB sei $BC = y$ und $CM = z$, so daß sich $l = y + z$ und $y = l - z$ ergiebt. Für die gedachte Lage von AB sei ferner $\angle BCE = \alpha$ und $\angle ECM = \beta$. Denkt man sich das Gewicht der Klappe AB von deren Schwerpunkte nach dem Ende B reducirt und zu P ermittelt, so hat man nach einem zuerst von Johann B. aufgestellten Satze[1]):

$$(1)\quad P\,.\,\overline{BF} = Q z \cos\beta.$$

Nun ist aber $\overline{CE} = y \cos\alpha$ und daher $\overline{EA} = \overline{BF} = r - y\cos\alpha$ wenn man $\overline{AB} = r$ setzt.

Demnach aus (1):

$$(2)\quad P\,(r - y\cos\alpha) = Q z \cos\beta.$$

Da ferner $\cos\alpha = \frac{y}{2r} = \frac{l - z}{2r}$ ist, so läßt sich statt (2) auch schreiben:

$$(3)\quad P\left[r - \frac{(l-z)^2}{2r}\right] = Q z \cos\beta.$$

Ist $z =$ Null, so wird $y = l$ und P gelangt nach D, so wie Q nach C. Deshalb ist für diesen Fall $P = Q \sin\varphi$, wenn φ den Winkel CDA bezeichnet. Da nun $\varphi = 45^0$, also $\sin\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}}$ und daher $P = \frac{Q}{\sqrt{2}}$ und $l = r\sqrt{2}$ ist, so ergiebt sich schließlich:

$$\text{I.}\quad z = 2r\sqrt{2}\,[1 - \cos\beta].$$

Dieser Ausdruck ist aber nichts anderes als die Polargleichung einer Epicykloide, wobei der Grundkreis gleich dem wälzenden Kreise ist[2]). Dem französischen Ingenieur Belidor war das letztere Resultat 39 Jahre nachher, noch unbekannt, da in dessen

1) Princip der virtuellen Geschwindigkeit, von dem nachher gleich die Rede sein wird.

2) Es sei ACG (Figur 32) der Bogen einer Epicykloide, welche dem besonderen Falle entspricht, daß der Grundkreis AM und der Rollkreis ADE gleich groß sind und der Radius eines jeden dieser Kreise $= a$ ist. Nehmen wir den Berührungspunkt A der beiden Kreise als Pol, setzen für einen Punkt C des Bogens den Radius vector, d. i. $AC = z$ und den zugehörigen Polwinkel $CAH = \beta$, so läßt sich erst zeigen, daß auch $\angle HCA = \beta$ ist.

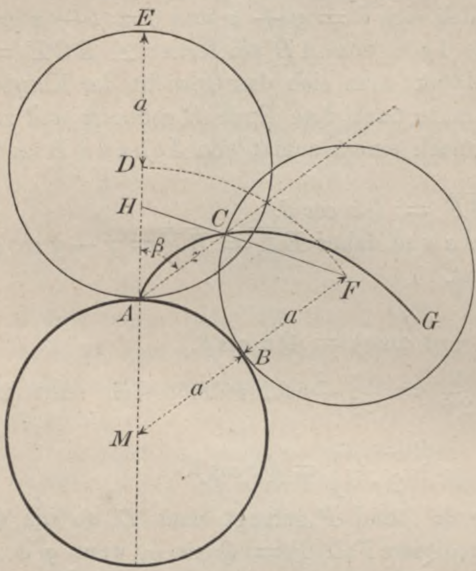
10*

Werke über die Ingenieurwissenschaften, zweite Ausgabe. Haag 1734 die Curve CN als **Sinusoide** aufgeführt wird [1]).

Zu L'Hospital's Arbeiten zurückkehrend heben wir noch hervor, daß dieser sich auch um die Theorie der Brennlinien (Katacaustica und Diacaustica) S. 143, verdient machte, die er ausführlich mit so großer Klarheit behandelte [2]),

---

Der Entstehung des Cykloidenbogens ACG entsprechend, ist nämlich $AB = BC$, daher $\angle BMA = BFC$, folglich das $\triangle MHF$ gleichschenklig und folglich $MH = FH$. Weiter ist auch $AH = CH$ und demnach $\angle HCA = \angle CHA$ w. z. B. w.



32.

Diesem zufolge verhält sich $z : AH = sin(180 - 2\beta) : sin\,\beta$), daher $AH = \frac{z}{2\cos\beta}$. Ferner hat man $\overline{MH} : \overline{AH} = \overline{MF} : \overline{AC}$ oder $a + AH : AH = 2a : z$ demnach $a + \frac{z}{2\cos\beta} : \frac{z}{\cos\beta} = 2a : z$, d. i. $z = 2a(1 - \cos\beta)$, die obige Gleichung I, sobald jeder der Radien der betreffenden Kreise $a = r\sqrt{2}$ genommen wird.

1) Mit Bezug auf Figur 31 hat man für den Gleichgewichtszustand

$$P \, . \, \overline{BF} = Q \, . \, \overline{MR} \text{ und da } \overline{BF} = r \sin \angle BAD \text{, auch}$$

$$\overline{MR} = \frac{P}{Q} r \sin \angle BAD.$$

Da hiernach die senkrechten Erhebungen MR des Gegengewichtes Q den Sinus des Erhebungswinkels BAD der Brückenklappe proportional sind, so gab Belidor der Curve den oben bemerkten Namen.

Statt der Gleichgewichtscurven mit constantem Gewichte wendet man jetzt bei Klapp- oder Zug-Brücken (nach Poncelet) ein sinnreiches System veränderlicher Gegengewichte ohne irgend welche Curven an. Man sehe deshalb Poncelet, ‚Mécanique appliquée aux machines', Sect. VIII, Nr. 28. Dagegen macht man selbst in neuerer Zeit bei transportabeln Krahnen von den sogenannten Gleichgewichtscurven Gebrauch, worüber u. A. in des Verfassers ‚Allgemeiner Maschinenlehre', Bd. IV, S. 469 ff. nachzulesen ist.

2) L'Hospital, ‚Analyse des infiniment petits', S. 104 und 120 unter den Ueberschriften: ‚Usage du calcul des différences pour trouver les caustiques par réflexion et par réfraction'.

daß die neuere Zeit hier wohl manches hinzufügen, seine Methode aber nicht übertreffen konnte [1]).

Von Johann Bernoulli sind jetzt noch zwei für die rationelle Technik wichtige Arbeiten zu erwähnen, seine Bemühungen um die Klarstellung des Princips der virtuellen Geschwindigkeiten und seine Entwicklung der hydrodynamischen Grundgleichung für die Geschwindigkeit womit, im einfachsten Falle, das Wasser bei constanter Druckhöhe aus Bodenöffnungen der Gefäße fließt.

Das erstgenannte Princip erörterte Johann B. in einem im Jahre 1717 an Varignon [2]) gerichteten Briefe, woselbst es also heißt [3]): „Wenn irgend welche Kräfte auf irgend eine Art angebracht sind und zwar so, daß sie entweder mittelbar oder unmittelbar wirken, so ist Gleichgewicht vorhanden, wenn die Summe der positiven Energien gleich ist der Summe der negativen. Unter Energie ist zu verstehen das Produkt der Kraft in die Projection der Verschiebung auf die Kraftrichtung und diese ist negativ oder positiv zu nehmen, je nachdem die Projection auf die Verlängerung oder auf die Richtung der Kraft selbst fällt".

Hierbei ist noch auf den Umstand aufmerksam zu machen, daß Johann B. den Ausdruck virtuelle Geschwindigkeit (vitesse virtuelle) hier zum ersten Male gebraucht.

Varignon war es auch, der den großen Nutzen dieses Satzes zur Berechnung des Gleichgewichtszustandes der Maschinen an sehr vielen Beispielen nachwies, weshalb wir auch im zweiten Theile unseres Buches auf diesen zweiten französischen unter den zuerst auftretenden Kämpfern [4]) (nächst dem allerdings genialern L'Hospital) für die gute Sache der Infinitesimalrechnung zurückkommen mehrfach Veranlassung finden werden [5]).

Auch auf Johann Bernoulli's Verdienste um die Hydrodynamik kommen wir im Paragraph 18 (S. 162 u. 166) zurück.

---

1) Wilde, ‚Geschichte der Optik', Th. II, S. 342.

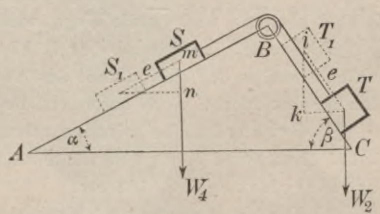
2) Varignon, geb. 1654 zu Caen, gest. 1722 zu Paris. Ursprünglich Theolog, dann 1688 Professor der Mathematik am Collége Mazarin, später auch am Collége royale in Paris. Mitglied der Akademie daselbst 1688.

3) Varignon, ‚Nouvelle mécanique ou statique', T. II, p. 174.

4) Man sehe hierüber auch das Lob, welches deshalb Montucla in seiner ‚Histoire des mathématiques', T. II, p. 397 und 489 dem Varignon ertheilt.

5) Zur Erläuterung und Illustration des Principes der virtuellen Geschwindigkeiten, wie es zuerst Johann B. bestimmt aussprach, erörtern wir nochmal den Stevin'schen Satz von der schiefen Ebene (S. 50, Figur 2). Wir fanden (S. 51), mit Bezug auf nebenstehende Figur 33:

(a) $W_4 \sin \alpha = W_3 \sin \beta$.



33.

Fünftes Capitel.

Das achtzehnte Jahrhundert.

§. 17.

Während durch die großartigen Leistungen der Mathematiker der 2. Hälfte des 17. Jahrhunderts das Fundament des bewunderungswürdigen Gebäudes der neueren reinen und angewandten Mathematik gelegt wurde, verblieb dessen Auf- und Ausbau sowie seine Gestaltung für den Unterricht, als Aufgabe der darauf folgenden Zeit.

In dem Gebiete der reinen Mathematik, namentlich um die allererste Fortbildung der Integralrechnung, erwarb sich vor Allem Johann Bernoulli derartig große Verdienste, daß er von vielen Seiten als der eigentliche Begründer dieser Rechnung bezeichnet wird [1]).

Unter den Schweizern waren es zunächst Neffe und Sohn Johann's B., beziehungsweise Nicolaus I und II (S. 134), die sich um die Fortbildung der Integralrechnung, namentlich um die Integration der Differenzialgleichungen besonderes Verdienst erwarben, dann Herrmann [2]), der sich überdies noch da-

---

Denkt man sich nun eine Verschiebung der Gewichte W_4 und W_2 auf den betreffenden schiefen Ebenen und zwar um die beliebige aber gleiche Weggröße $SS_1 = TT_1 = e$, so sind dennoch die Verticalprojectionen dieser Wege verschieden, beziehungsweise $\overline{mn}$ und $\overline{ik}$. Da jedoch $\frac{\overline{mn}}{e} = sin\,\alpha$ und $\frac{\overline{ik}}{e} = sin\,\beta$ ist, so erhält man aus (α):

$$W_4 \cdot \frac{\overline{mn}}{e} = W_3 \frac{\overline{ik}}{e}, \text{ d. i.}$$

$$W_4\, \overline{mn} = W_3\, \overline{ik_4}$$

Es sind aber $\overline{mn}$ und $\overline{ik}$ die Wege, welche beziehungsweise die Gewichte W_4 und W_2 gleichzeitig, im Sinne der Richtung ihrer Wirkung (also vertical) zurücklegten, so daß sich hiermit der Ausspruch Johann Bernoulli's bestätigt. Man beachte hierbei noch besonders die Note 1, S. 66 dieses Buches.

1) Gerhardt, ‚Leibnizens mathematische Schriften', erste Abth., Bd. III, S. 115 (Note) und Klügel's ‚Mathematisches Wörterbuch', Th. II, Artikel „Integralrechnung", S. 763 etc.

2) Jacob Herrmann, einer der vorzüglichsten Schüler Jacob Bernoulli's, wurde 1678 zu Basel geboren und starb daselbst 1733. Er hatte sich durch

durch einen Namen machte, daß er Leibniz' Differenzialrechnung gegen die Einwendungen und Anmaßungen des Holländers Nieuwentiit erfolgreich in der unten angegebenen Schrift zurückwies [1]). Herrmann's Abhandlungen über die Integration der Differenzialgleichungen findet man in den ersten Bänden der älteren Petersburger Commentarien (1728—1738). Letztere Quelle kann gleich als Veranlassung genommen werden des einzigen hier zu nennenden Deutschen „Goldbach" [2]) zu gedenken, der sich in gleicher Richtung auszeichnete.

Unter den italienischen Mathematikern machte sich zunächst

---

die (oben S. 151) erwähnte Schrift gegen Nieuwentiit Leibniz derartig bemerkbar gemacht, daß ihn dieser für eine Professur der Mathematik in Padua vorschlug, die er auch von 1707 bis 1713 bekleidete, wo er als Sturm's Nachfolger an die Universität zu Frankfurt a. d. Oder berufen wurde. Von hier ging er auf Einladung Peter's des Großen nach Petersburg, um die daselbst neu errichtete Akademie mit seinen Arbeiten aufrecht zu erhalten. Indeß verließ er schon 1731 Petersburg wieder und ging als Professor der moralischen Wissenschaften nach Basel zurück, wo er bis zu seinem letzten Lebensjahre verblieb. Als Hauptarbeit Herrmann's ist seine 1716 zu Petersburg erschienene ‚Phoronomie' zu bezeichnen, in welcher die gesammte Statik und Dynamik fester und flüssiger Körper mit viel Talent und Sachkenntniß, aber nicht mit der gehörigen Deutlichkeit und nicht ohne manche Irrthümer abgehandelt wird. Der Verfasser wählte überdies zur Darstellung vorzugsweise den synthetischen Weg Newton's.

Eine ausführlichere von Cantor verfaßte Lebensbeschreibung Herrmann's findet sich in der ‚Allgem. deutschen Biographie', Bd. XII.

1) ‚Responsio ad considerationes secundas cl. Nieuwentiitii circa calculi differentialis principia', Basil. 1700.

Man sehe hierüber auch Weißenborn's ‚Principien der höhern Analysis in ihrer Entwicklung von Leibniz bis auf Lagrange', Halle 1856, S. 123. Ferner:

‚Briefwechsel zwischen Leibniz und Herrmann' in der ersten Abtheilung von Gerhardt, ‚Leibnizens Schriften', Bd. IV, S. 255.

2) Christian Goldbach wurde 1690 zu Königsberg geboren und starb 1764 zu Moskau. Ueber sein Leben sind nur Nachrichten aus der Zeit des angehenden Mannesalters bekannt, namentlich, daß er, etwa 30 Jahre alt, ausgedehnte Reisen machte, wobei er sogenannte wissenschaftliche Größen aus dem Gebiete der Mathematik (namentlich der Familie Bernoulli) kennen lernte und mit mehreren derselben in einen fruchtbaren Briefwechsel trat. Als er einige Zeit hindurch in Berlin als preußischer Hofrath, jedoch ohne bestimmtes Amt, gelebt hatte, ging er 1725 nach Petersburg, wo er bald Mitglied der dortigen Akademie der Wissenschaften und nachher Secretär dieser gelehrten Corporation wurde. Im Jahre 1742 trat er als Collegienrath in das russische Ministerium des Auswärtigen, ward später Etatsrath und starb 1764 als Geheimer Rath. Specielles über seine Leistungen im Gebiete der Mathematik ist namentlich aus seiner Correspon-

die gräfliche Familie Riccati[1]) und aus dieser wieder besonders der Vater Jacopo bemerklich. Letzterer legte namentlich 1722 in den ‚Acta Erud.' (Supplem. T. III, p. 73) den gelehrten Fachgenossen die Differenzialgleichung $dy + ay^2 x^m dx = bx^n dx$ zur Auflösung vor, die auch alle Bernoullis, sowie Goldbach für besondere Fälle[2]) lieferten. Riccati selbst legte zuerst absonderungsfähige Fälle vor, weshalb man diese Gleichung noch heute die Riccati'sche zu nennen pflegt.

Nächstdem ist Gabriel Manfredi[3]) zu nennen, der 1707 eine Schrift über die Construction der Differenzialgleichungen vom ersten Grade herausgab, die wegen der Geschicklichkeit in der Behandlung gerühmt wird. Auch Giulio Carlo Fagnano[4]), Marchese (oder Conte) von Toschi und S. Onorio, zeichnete sich unter den italienischen Mathematikern in der 1. Hälfte des 18. Jahrhunderts, von 1718 ab, aus, insbesondere durch die Bestimmung solcher elliptischer und hyperbolischer Bögen, deren Unterschied eine algebraische Größe ist.

Sogar eine italienische Dame Maria Gaetana Agnesi[5])

---

denz mit Leonhard Euler zu entnehmen, die sich auf die Zeit von 1729 bis 1764 erstreckte und wovon nicht weniger als 177 Briefe von Fuss (dem Vater) in Bd. I (Petersburg 1843) der ‚Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII. siècle', veröffentlicht wurden.

1) Der Vater, einer seiner Zeit berühmten Familie ausgezeichneter italienischer Mathematiker, Jacopo Riccati, Graf und reicher Privatmann, wurde 1676 zu Venedig geboren und starb 1754 in Trevigi. Nach Vollendung seiner Studien in Padua war er bis 1747 in Venedig und nachher in Trevigi wohnhaft. Von der Republik Venedig wurde Graf Jacopo mehrmals bei Wasserbauten consultirt. Er war Mitglied mehrerer gelehrten Gesellschaften und Vater von fünf Söhnen, wovon drei (Vicenzo, Giordano und Francesco) ebenfalls als vorzügliche Mathematiker bezeichnet werden. Ueber alle vier erstattet Poggendorff ausführliche Berichte in ‚Bibl.-Literar. Handwörterbuche', Bd. II.

2) Leonhard Euler behandelt im ersten Bande §. 436 seiner ‚Integralrechnung' (S. 254 der Salomon'schen Uebersetzung) die Riccati'sche Gleichung in der einfacheren Form von $dy + y^2 dx = ax^m dx$.

Man sehe auch in Klügel's ‚Mathem. Wörterbuch' die Artikel „Integralrechnung", Th. II, S. 770 und Th. II, S. 297 unter der Ueberschrift „Riccati's Gleichung.

3) Gabriello Manfredi, geb. 1681 zu Bologna und gest. 1761 ebendaselbst, war Professor der Mathematik an der Universität zu Bologna, auch Mitglied des Institutes und Secretär des Senats daselbst.

4) G. C. Fagnano wurde 1682 zu Sinigaglia geboren und starb 1766 wahrscheinlich ebendaselbst.

5) M. G. Agnesi wurde 1718 zu Mailand geb. und starb daselbst 1799.

ist unter denen zu nennen, welche sich um die Differenzial- und Integralrechnung verdient machten. Ihr betreffendes Buch, ‚Instituzioni analytiche etc.' das 1748 zu Mailand erschien und sogar ins Französische übersetzt wurde, wird wegen der Einfachheit und Klarheit der Behandlung des Gegenstandes gerühmt [1]).

Von französischen Mathematikern, die sich um Ausbildung und Anwendung der Infinitesimalrechnung verdient machten, ist nächst L'Hospital und Varignon zuerst Reyneau [2]) zu nennen, der 1708 ein Werk unter dem Titel herausgab: ‚Analyse démontrée ou manière de resoudre les problémes de mathématiques'. Der Verfasser hatte sich das Doppelziel gesteckt, erstens mehrere Methoden der Algebra zu begründen und zu erläutern und zweitens, in eben derselben Weise, die Elemente der Differenzial- und Integralrechnung vorzutragen. Bossut [3]) hebt hervor, daß Reyneau lange Zeit in Frankreich der einzige Führer beim Unterrichte in den neuen Rechnungen gewesen sei. Nächstdem wird Nicole [4]) als ein ausgezeichneter französischer Mathematiker genannt [5]), welcher insbesondere (1717—1724) das erste methodische und lichtvolle Elementarwerk über die Integralrechnung endlicher Differenzen unter dem Titel lieferte: ‚Traité du calcul des différences finies'. Ein längeres Verzeichniß seiner sonstigen mathem. Arbeiten liefert Poggendorff in dem ‚Biographisch-literarischen Handwörterbuche'.

Später machten sich besonders Fontaine de Bertins [6])

Sie war die Tochter des Don Pietro di Agnesi, Lehnsvasallen von Monteveglia mit ungewöhnlichem Talente zur Mathematik begabt, so daß sie 1748 zum Professor an der Universität zu Bologna ernannt wurde. Sie ging zuletzt ins Kloster und starb als Nonne.

1) Ueber die vorbenannten Italiener wird ausführlicher berichtet in Montucla's ‚Histoire des mathématiques' T. III, p. 135 bis 188 und in Klügel's ‚Mathem. Wörterbuch', Bd. II, S. 770.

2) Reyneau, geb. 1656 zu Brissac bei Angers, gest. 1728 zu Angers. Priester vom Orden des Oratoriums, war R. nachher (von 1683 an) Professor der Mathematik zu Angers. Später (1716) war R. Associé libre der Pariser Akademie der Wissenschaften.

3) ‚Geschichte der Mathematik', Th. II, S. 271.

4) Nicole, geb. 1683 zu Paris und gest. 1758 ebendaselbst.

5) Bossut, a. a. O., S. 237.

6) Fontaine de Bertins, ein vermögender in Paris lebender Privatmann, wurde 1705 zu Clavaison (Dauphiné) geboren und starb 1771 zu Cuisseaux (Franche Comté). Er war seiner Zeit ein thätiges Mitglied der Pariser Akademie. Ueber

und Clairault[1]) in mehrfacher Beziehung um die Mathematik verdient. Hier werde nur besonders hervorgehoben, daß man diese beiden Männer in Frankreich als die bezeichnet, welche die Bedingungen der Integrabilität der Differenzialgleichungen entdeckten, während von anderer Seite in letzterer Beziehung dem Leonhard Euler die Priorität zugeschrieben wird[2]). Clairault ist überdies der Begründer der Theorie der Curven von doppelter Krümmung, da vor ihm alles hierhergehörige nur besondere Fälle betraf.

Was die englischen Mathematiker in dieser Zeit anbelangt, so ist hier vorerst nachzutragen, daß Leibniz' Differenzialrechnung in England früher bekannt wurde, als die Fluxionsrechnung Newton's. Namentlich war es der Schotte Craig[3]), der 1685 die Leibniz'sche Differenzialrechnung bei Auflösung einer Aufgabe zuerst brauchte und in einer späteren Schrift[4]), die 1693 in London erschien, Leibniz' Rechnungsmethode als eine herrliche Erweiterung der höheren Geometrie rühmt und dabei gesteht, daß ohne dieselbe seine Untersuchungen ihm sehr schwer geworden sein würden. Auch braucht Craig die Leibniz'sche Bezeichnungsart[5]).

Nichtsdestoweniger bemühte sich das Gros der mathem. Fach-

---

seine mathem. Leistungen berichtet ausführlich Montucla in Tome III, p. 44, 137 etc. seiner ‚Histoire des mathématiques'.

1) Clairault, geb. 1713 zu Paris, gest. ebendaselbst 1765. Ein mathematisches Wunderkind, da er schon 1731, also als 18jähriger Jüngling, besonders wegen seiner 1730 gedruckten Abhandlung über die Curven von doppelter Krümmung, zum Mitgliede der Pariser Akademie der Wissenschaften ernannt wurde. Clairault war es auch, welcher die neue Rechnungsmethode auf die Bestimmung der Gestalt unserer Erde, auf die Mondtheorie und auf die Theorie der Cometenstörungen anwandte.

2) Man sehe hierüber besonders die Artikel „Differenzialrechnung", „Krumme Fläche" und „Integralrechnung" in Klügel's ‚Mathem. Wörterbuch'.

Auch die Capitel IX und X, Bd. II der Bossut'schen ‚Geschichte der Mathematik', enthalten hierüber beachtenswerthe Angaben.

3) John Craig, geb. (?) in Schottland, gest. (etwa) 1718, war Pfarrer zu Gillingham (?), jedoch meistens in Cambridge wohnhaft.

Seine erste Schrift hatte den Titel: ‚Methodus figurarum lineis rectis et curvis comprehensarum quadraturas determinandi', London 1685.

4) ‚De figurarum curvi linearum quadraturis et locis geometricis'.

5) Man sehe hierüber auch Montucla ‚Histoire des mathématiques', T. III, p. 127 und 130. Ferner Klügel's ‚Mathem. Wörterbuch', Th. II, Artikel „Differenzialrechnung", S. 846.

gelehrten Englands, die Leibniz'sche Differenzialrechnung herabzusetzen und einen Krieg zu führen, der schließlich zu ihrem eignen Nachtheil endete und überdies die englischen Mathematiker hinter den Leistungen der des europäischen Continents um Jahrzehnde zurückbleiben ließ.

Nichtsdestoweniger hat man den englischen Mathematikern dieser Periode mancherlei werthvolle Erweiterungen der Wissenschaft zu verdanken.

In letzterer Beziehung ist zunächst Brook Taylor[1]) zu nennen, der sich zwar bemühte, die Newton'sche Lehre der Fluxionen fester zu begründen und zu vervollkommnen, jedoch von den phoronomischen Sätzen Newton's keinen Gebrauch machte. Taylor's Hauptwerk erschien in London 1715 unter dem Titel ‚Methodus incrementorum directa et inversa'. Darin berücksichtigt Taylor ganz vorzüglich die endlichen Differenzen, oder wie er sie nennt Incremente[2]), dabei die Fluxionen behandelnd als proportional den entstehenden oder verschwindenden Incrementen. Letztere bezeichnet er durch Hinzufügung von Punkten unten an den Buchstaben, so daß das erste Increment von x bezeichnet wird durch $\underset{\cdot}{x}$, das zweite durch $\underset{\cdot\cdot}{x}$, das dritte durch $\underset{\cdot\cdot\cdot}{x}$ u. s. w.

Er leitet dann den berühmten Ausdruck ab, welcher heute noch den Namen „die Taylor'sche Reihe" trägt und der darin besteht, daß, wenn y eine Funktion von x [also $y = f(x)$] ist

---

1) Brook Taylor, geb. 1685 zu Edmonton (Middlesex), gest. 1731 zu London. Taylor wurde als Dr. juris und vermögender Privatmann in Cambridge zum Mathematiker gebildet. Ohne amtliche Stellung, war er seit 1712 Mitglied und von 1714 bis 1718 auch Secretär der Royal Society.

Außer dem oben (im Texte) erörterten nach ihm benannten Satze, zur Entwicklung einer Funktion nach ganzen Potenzen der unabhängigen Veränderlichen hat sich Taylor namentlich durch seine Untersuchungen über die Gesetze und Gestalt schwingender Saiten verdient gemacht. In den ‚Phil. Transact.' von 1713 zeigte er zuerst, daß die gedachte Curve eine längliche Trochoide (socca cycloidis elongata) ist und die Anzahl $= n$ von Schwingungen in einer bestimmten Zeit oder ihre Tonhöhe berechnet werden kann, mittelst der Formel: $n = \sqrt{\frac{p\,g}{l\,q}}$ wenn p die spannende Kraft, g die bekannte Zahl $9^{m},809$, l und q Länge und Gewicht der Saite bedeuten. Vollständigere und fehlerfreie Lösungen dieses Problems gaben später u. A. L. Euler und d'Alembert.

2) Ausführlich hierüber handelt Weißenborn in seinen ‚Principien der höheren Analysis', S. 147.

und x in $x + h$ übergeht, wo h eine willkürliche Größe bezeichnet, die Gleichung stattfindet:

$$f(x+h) = y + \frac{h}{1} \cdot \frac{\dot{y}}{x} + \frac{h^2}{1.2} \cdot \frac{\ddot{y}}{x^2} + \frac{h^3}{1.2.3} \cdot \frac{\dddot{y}}{x^3} \cdot \cdot \cdot \cdot \quad {}^{1})$$

Dieser Satz findet sich auch im ersten Theile des 1715 in London erschienenen etwas schwer verständlichen Hauptwerkes Taylor's, welches betitelt ist: ‚Methodus incrementorum directa et inversa' [2]). Der zweite Theil dieses Werkes enthält werthvolle Anwendungen auf Quadraturen, Rectificationen, Schwingungen von Saiten, Ermittlung des Schwingungsmittelpunktes [3]), Bestimmung der astronomischen Refraction etc. etc.

Unter den Zeitgenossen Brook Taylor's machte sich auch Roger Cotes [4]) um die Mathematik verdient. Er war namentlich der Erfinder eines geometrischen Satzes, wodurch die Binomien $x^n - a^n$ und $x^n + a^n$ in einfache Factoren zerlegt werden. Noch heute wird von dieser Zerlegung unter dem Namen „Cotesischer Lehrsatz" Gebrauch gemacht. Nächstdem hat Cotes auch den Weg gebahnt zu der gegenwärtigen Form der Integralrechnung für die Fälle, wo das Integral von Logarithmen oder Winkeln abhängt [5]). Die meisten der von Cotes hinterlassenen Schriften wurden erst nach dessen Tode, von seinem Vetter und Amtsnachfolger Robert Smith [6]), herausgegeben, welcher auch, nach An-

---

1) Jetzt schreibt man bekanntlich:

$$f(x+h) = y + \frac{h}{1} \cdot \frac{dy}{dx} + \frac{h^2}{1.2} \cdot \frac{dy^2}{dx^2} + \frac{h^3}{1.2.3} \cdot \frac{d^3y}{dx^3} \cdot \cdot \cdot \cdot$$

oder (nach der Bezeichnung von Lagrange):

$$f(x+h) = f(x) + \frac{h}{1} \cdot f_1(x) + \frac{h^2}{1.2} f_2(x) + \frac{h^3}{1.2.3} \cdot f_3(x) \cdot \cdot \cdot$$

2) Bemerkenswerth dürfte es sein, daß L. Euler des Taylor's nicht als Erfinder des Satzes gedenkt. Andere behaupten sogar, daß er zuerst von dem Schotten Stirling gefunden wurde.

3) Ueber Taylor's Bestimmung des Schwingungsmittelpunktes handelt auch Dühring in der ‚Geschichte der Mathematik', §. 107 (erste Auflage).

4) Roger Cotes wurde 1682 zu Burbach geboren und starb 1716 zu Cambridge. Er war Professor der Astronomie und Physik an der Universisät Cambridge. Seiner Zeit wurde Cotes für einen der vorzüglichsten Mathematiker Englands gehalten. Newton soll seinen Tod mit den Worten betrauert haben: „Wenn Cotes länger gelebt hätte, würden wir noch von ihm etwas gelernt haben". Auch in „Gauss Werke", Bd. III, wird S. 202 über Cotes lobend berichtet.

5) Man sehe hierüber in Klügel's ‚Mathem. Wörterbuch' die Artikel „Cotesischer Lehrsatz" (Th. I, S. 561) und „Integralrechnung" (Th. II, S. 765).

6) Robert Smith, geb. 1689, gest. 1768 zu Cambridge. Smith war Dr.

leitung der von Cotes hinterlassenen Schriften, 1722 das Werk, welches als das erste vollständigere über Integralrechnung anzusehen ist, ‚Harmonia mensurarum, sive analysis et synthesis per rationum et angulorum mensuras promotae' herausgab und worin auch der Cotesische Lehrsatz enthalten ist.

Nicht unerwähnt ist der Schotte Stone[1]) deshalb zu lassen, weil er 1730 ein Buch unter dem Titel veröffentlichte: ‚The method of fluxions both direct and inverse', dessen erster Theil eine Uebersetzung von L'Hospital's Differenzialrechnung ist und der zweite Theil die Integralrechnung und deren Anwendungen enthaltend, von Johann Bernoulli, wegen seiner Ungenauigkeiten und Fehler sehr stark mitgenommen wurde[2]).

Zu den englischen Mathematikern, die sich um die Ausbildung der mathematischen Wissenschaften verdient machten, ist noch der nach England geflüchtete und dort seiner Zeit als Privatlehrer der Mathematik lebende Franzose Abraham de Moivre[3]) zu erwähnen. Er erweiterte namentlich den Cotesischen Lehrsatz auf die dreitheilige Function[4]):

$$x^{2n} \pm 2\,a^n x^n \cos\varphi + a^{2n},$$

in dem 1730 in London gedruckten Werke ‚Miscellanea analytica de scribus et quadraturis'.

Am berühmtesten von allen englischen mathematischen Schriftstellern dieser Zeit hat sich der Schotte Maclaurin[5]) gemacht

---

der Theologie, Lehrer der Mathematik des Herzogs von Cumberland und „Master of Mechanics" des Königs Georg II., dann nach Cotes' Tode Professor der Mathematik an der Universität Cambridge und Mitglied der Royal Society.

1) Edmund Stone, geb. ? zu Inverary (Schottland), gest. 1768 ebendaselbst. Von ihm ist Nichts weiter bekannt, als daß er Verfasser einiger mathem. Werke war, 1725 zum Mitgliede der Royal Society erwählt, jedoch 1742, aus unbekannten Gründen wieder gestrichen wurde.

2) ‚Opera omnia', T. IV, p. 169 bis 192 unter der Ueberschrift: „Remarques sur le calcul intégral de Mr. Stone".

3) A. Moivre wurde 1667 zu Vitry (Champagne) geboren und starb 1754 zu London. Zufolge der Aufhebung des Edicts von Nantes verließ er Frankreich und lebte und wirkte in London. 1697 wurde er Mitglied der Royal Society. Ein Verzeichniß seiner Werke und Abhandlungen liefert namentlich Poggendorff im ‚Biographisch-literarischen Handwörterbuche', Bd. II.

4) Eine Construction der Moivre'schen Factoren findet sich u. A. in Klügel's ‚Mathem. Wörterbuche', Th. I, S. 564 bis 569.

5) Colin Maclaurin wurde 1698 zu Kilmoddan bei Inverary (Schottland) geboren und starb 1746 zu York. Er war Professor der Mathematik am Marishal College in Aberdeen bis 1725, dann dasselbe an der Universität Edinburgh. Im

durch sein Werk ‚A treatise on fluxions', welches 1742 (in zwei Bänden) in Edinburgh erschien und wovon der Professsor Pezenas in Marseille 1749 eine gute französische Uebersetzung lieferte. In diesem Werke richteten sich Maclaurin's Bemühungen vorzugsweise dahin, die Fluxionsmethode strenger als seine Vorgänger zu begründen. Er sucht zunächst die Fundamentalsätze dieser Methode ohne Zuhülfenahme des Unendlichkleinen, auf dem (synthetischen) Wege der alten Geometrie zu beweisen und löst dann die schwierigsten Probleme aus der Geometrie, Mechanik und Astronomie mit bewunderungswürdiger Eleganz und Ueberlegenheit [1]). Den mathematisch wissenschaftlich gebildeten Technikern ist Maclaurin besonders durch die nach ihm benannte Formel zur Entwicklung der Funktionen in Reihen und durch die Gleichung bekannt, mittelst welcher man im Stande ist, die richtige Sprossenlage der Windräder (mit horizontaler oder etwas geneigter Achse) zu berechnen [2]).

Da wir auf letzteren Gegenstand im zweiten Theile unseres Werkes zurückkommen, so werde hier nur Maclaurin's Reihe in der Gestalt mitgetheilt, wie er sie giebt, d. h. im Kleide der Fluxionsrechnung [3]). Hiernach ist [$f(o) = A_0$ gesetzt]:

$$y = A_0 + \frac{\dot{A}_0}{\dot{x}} \cdot \frac{x}{1} + \frac{\ddot{A}_0}{\dot{x}} \cdot \frac{x^2}{1.2} + \frac{\dddot{A}_0}{\dot{x}} \cdot \frac{x^3}{1.2.3} \cdots$$

Schließlich gedenken wir von betreffenden englischen Mathematikern des Professors Simpson [4]), dem die technische wissen-

---

Jahre 1740 theilte er mit Daniel Bernoulli und L. Euler den Preis der Pariser Akademie über die Ebbe und Fluth des Meeres. 1745 erhielt er den Auftrag, die Stadt Edinburgh gegen die anrückenden Rebellen zu befestigen, wodurch seine Gesundheit derartig untergraben wurde, daß er im Jahre darauf starb.

1) Ueber die Fluxionsmethode unter Maclaurin handelt sehr ausführlich Weißenborn in seiner bereits wiederholt citirten Schrift ‚Die Principien der höheren Analysis', S. 56 bis 69. Ueber Maclaurin's Verdienste um die Geometrie giebt Chasles (deutsche Uebersetzung von Sohncke, S. 160 etc.) Auskunft.

Höchst günstigen Bericht über Maclaurin's Leistungen im Gebiete der mathem. inductiven Wissenschaften erstattet ferner Bossut in seiner ‚Geschichte der Mathematik', Bd. II, S. 273 etc.

2) Man sehe hierüber auch des Verfassers ‚Hydromechanik' (2. Auflage), S. 704 und 733.

3) Nach der Bezeichnung von Lagrange schreibt man Maclaurin's Reihe wie folgt:

$$f(x) = f(o) + \frac{x}{1} f'(o) + \frac{x^2}{1.2} f''(o) + \frac{x^3}{1.2.3} \cdot f'''(o) \ldots$$

4) Thomas Simpson wurde 1710 zu Market-Bosworth (Leicestershire)

schaftliche Welt eine nach ihm benannte Formel verdankt, mittelst der man, annäherungsweise, den Inhalt ebener Flächen berechnen kann, wenn diese ganz oder theilweise von beliebigen Curven begrenzt sind [1]).

Simpson machte seine Formel zuerst 1743 in dem Werke bekannt:

„Mathematical dissertations on physical and analytical subjects“.

§. 18.

Daniel Bernoulli.

Die Gesetze der Bewegung und Wirkungsweise des Wassers, sowie der atmosphärischen Luft, waren am Anfange des 18. Jahrhunderts, ungeachtet aller Bemühungen Galilei's, Torricelli's und anderer Italiener, ferner Newton's, Mariotte's etc., immer noch so wenig festgestellt, daß die Erscheinung eines Werkes,

---

geboren und starb 1761 ebendaselbst. Er war ursprünglich Weber, dann Schulmeister in Derby, nachher Privatlehrer der Mathematik in London und von 1743 an Professor an der Militärschule zu Woolwich. 1746 wurde er Mitglied der Royal Society. Von Simpson's mathematischen Werken und Arbeiten giebt Poggendorff in seinem ‚Biograph.-literar. Wörterbuch‘, Bd. II, S. 937 ein ziemlich vollständiges Verzeichniß.

1) Theilt man die betreffende Fläche durch rechtwinklige Ordinaten, die sämmtlich gleichweit um die Größe b von einander abstehen, gehörig ein, ermittelt die Längen dieser Ordinaten, auf einander folgend zu a_0, a_1, $a_2 \ldots$, so stellt man nach Simpson den Inhalt F der Fläche dar durch:

$$F = \frac{b}{3}\left[a_0 + 4\,a_1 + 2\,a_2 + 4\,a_3 + 2\,a_4 \ldots + 2\,a_{n-2} + 4\,a_{n-1} + a_n\right].$$

Navier in seiner Differenzial- und Integralrechnung (Wittstein'sche Bearbeitung) Bd. II, S. 215 (vierte Auflage), zeigt, daß der genaue Werth von F dem Integrale entspricht:

$$\int_0^{n\Delta x} a\,dx =$$

$$\frac{\Delta x}{3}\left\{\begin{array}{l} \quad a_0 + 4\,a_1 + 2\,a_2 + 4\,a_3 \ldots + 2\,a_{n-2} + 4\,a_{n-1} + a_n \\ -\frac{1}{30}\left(\Delta^4 a_0 + \Delta^4 a_2 + \Delta^4 a_4 \ldots + \Delta^4 a_{n-6} + \Delta^4 a_{n-4} + \Delta^4 a_{n-2}\right. \\ +\frac{1}{30}\left(\Delta^5 a_0 + \Delta^5 a_2 + \Delta^5 a_4 \ldots + \Delta^5 a_{n-6} + \Delta^5 a_{n-4} + \Delta^5 a_{n-2}\right. \\ -\frac{37}{1260}\left(\Delta^6 a_0 + \Delta^6 a_2 + \Delta^6 a_4 \ldots + \Delta^6 a_{n-6} + \Delta^6 a_{n-4} + \Delta^6 a_{n-2}\right. \\ + \;\ldots\ldots \end{array}\right\}$$

Man sehe hierüber auch den Artikel „Quadratur“ in Klügel's ‚Mathem. Wörterbuche‘, S. 150.

welches sowohl in wissenschaftlicher wie technischer Beziehung als epochemachend bezeichnet werden muß, unter allen Betheiligten das größte Aufsehen erregte und mit großen Erfolgen begleitet war. Es ist dies die ‚Hydrodynamik‘ [1]) Daniel Bernoulli's, welche 1738 in Straßburg (Argentoratum) gedruckt wurde [2]) und auf deren Titel sich Daniel B. vor Allem als den „Sohn Johann Bernoulli's“ bezeichnete [3]).

---

1) Dan. Bernoulli ‚Hydrodynamica, sive de viribus et motibus fluidorum commentarii‘. Argentorati. Anno MDCCXXXVIII.

2) Bereits 1733 vollendet, als Daniel Bernoulli Petersburg verließ. Man vergleiche die nachstehende Biographie.

3) Daniel Bernoulli wurde am 29. Januar 1700 zu Gröningen geboren. In seinem fünften Jahre siedelten seine Eltern mit ihm von Gröningen nach Basel über, wo sein erster Lehrmeister in der Mathematik sein um 5 Jahre älterer Bruder Nicolaus II. war. Nach des Vaters Willen sollte Daniel Medicin studiren, weshalb er dahin schlagende Vorlesungen erst in Basel, dann in Heidelberg und in Straßburg hörte; erst später (1721—1723) wurde er Zuhörer seines Vaters, der stets große Anforderungen an ihn stellte. 1723 ging er nach Italien, wo er sich theils unter Leitung von Michelotti in Venedig in der praktischen Arzneikunde weiter bildete, theils mit mathematischen Untersuchungen beschäftigte. 1724 befiel ihn in Padua eine gefährliche Krankheit, von der er jedoch bald genas, worauf er gemeinsam mit seinem Bruder Nicolaus II., der ebenfalls Mathematiker war, im Jahre 1725 von der Kaiserin Katharina I. nach Petersburg berufen wurde und zwar als Mitglied der von Peter dem Großen ins Leben gerufenen Akademie der Wissenschaften. Erwähnt zu werden verdient das innige Freundschaftsband dieses Brüderpaares. Beispielsweise erzählt Daniel in einem Briefe an Goldbach (Fuss, ‚Correspondance mathématique et physique etc.‘, T. II. p. 291), daß sie gemeinschaftlich um mathematische Entdeckungen bemüht waren, deren schriftliche Resultate sie in ein und dasselbe Kästchen warfen, dort durch einander brachten ohne nähere Angabe des jedesmaligen Einzelverfassers, um sie später mit der Bemerkung „per fratrum Bernoulliorum“ zu veröffentlichen. Daniel selbst äußert sich hierüber wörtlich folgendermaßen: „Il ne sera pas mauvais de s'arrêter un peu sur l'article de notre amitié, afin qu'on ne croie pas que les disputes de feu mon oncle et de mon père nous aient servi d'exemple“.

Leider starb sein Bruder Nicolaus schon im Jahre 1726, so daß er 1730, als der fünfjährige Termin verstrichen war, für welchen er sich in Petersburg verpflichtet hatte, nach Basel wieder zurückzukehren wünschte. Glänzende Gehaltsverbesserungen veranlaßten ihn noch 3 Jahre in Petersburg zu bleiben, worauf er sich um die in Basel freigewordene Professur der Anatomie und Botanik bewarb, diese auch erhielt und noch im December 1733 in sein Vaterland zurückkehrte, das er bis zu seinem im Jahre 1782 erfolgten Tode nicht wieder verließ.

Daniel B. gewann nicht weniger als 10, von der Pariser Akademie der Wissenschaften ausgesetzte Preise, welche er wiederholt mit anderen berühmten

In Daniel B.'s ‚Hydrodynamik' war Alles, sogar der Name neu. Im ersten Abschnitte [1]), worin er die gemeinsamen Principien des Gleichgewichts und der Bewegung flüssiger Körper beleuchtet, hebt er ausdrücklich hervor, daß er seine mathematischen Theorien auf den Satz „der Gleichheit zwischen dem thatsächlichen (actuellen) Herabsteigen und dem möglichen (potentiellen) Aufsteigen basire" [2]), d. i. auf das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte (S. 94). Durch erstere Ausdrucksweise hat er wahrscheinlich den Anstoß vermeiden wollen, welchen er durch das Wort „lebendige Kraft" bei Vielen erregt haben würde. Uebrigens brauchte Daniel B. dies Princip wie ein Axiom d. h. als selbstverständlich, ohne daß ein Beweis desselben erforderlich war. Unter Voraussetzung des Parallelismus der Schichten und der Continuität der Flüssigkeiten, ermittelt er die Ausflußgesetze des Wassers und der atmosphärischen Luft aus Gefäßen bei constantem und veränderlichem Drucke, ferner die Gesetze über Stoß und Reaction des Wassers, den Druck des Wassers gegen die Wände der Gefäße, worin dasselbe fließt u. s. w.

Sehr viele seiner theoretischen Entwicklungen bestätigte Daniel B. durch Experimente.

Ueber alle diese werthvollen Arbeiten Daniel B.'s hat der Verfasser gegenwärtigen Buches, an den geeigneten Stellen der zweiten Auflage seiner ‚Hydromechanik', berichtet. Hier können, des Raummangels wegen nur einige noch heute als richtig und wichtig geltende Theorien Berücksichtigung finden. Ebenso muß

Mathematikern u. A. mit Leonhard Euler, Maclaurin und selbst mit seinem Vater theilte.

Dem 2. Bande von Fuss, ‚Correspondance mathém. et physique' ist ein schönes Portrait Daniel B.'s (in Stahlstich) beigegeben. Dieser Band enthält auch die werthvolle Correspondenz zwischen Leonhard Euler und Daniel B. im Ganzen 58 Briefe, die Zeit von 1726 bis 1755 umfassend. Von ausführlicheren Biographien sind zu nennen, die in Ersch und Gruber's ‚Allgemeiner Encyklopädie der Wissenschaften und Künste', Th. IX, S. 206 und die von Cantor in der ‚Allgemeinen deutschen Biographie', Bd. II, S. 478.

1) Sectio prima, p. 11, §. 18.

2) Im Originale heißt es: „Praecipuum est conservatio virium virarum, seu, ut ego loquor, aequalitas inter descensum actualem ascensumque potentialem".

Später nannte man das „potentielle Aufsteigen" „mechanische Arbeit" und ganz neuerdings auch „potentielle Energie".

in Bezug auf Daniel B.'s Theorien hydraulischer Maschinen (Wasser- und Windräder, Wasserpumpen und Schrauben zum Wasserheben), denen er den 9. Abschnitt seines Werkes gewidmet hat, auf den zweiten Theil meines Buches verwiesen werden [1]).

Zuerst werde hier an den Ausdruck für die Geschwindigkeit v erinnert, womit Wasser bei constanter Druckhöhe $= h$ aus prismatischen Gefäßen von überall gleich großen Querschnitten $= A$ fließt, wenn die Ausflußmündung den Flächeninhalt $= a$ hat.

Daniel B. ersetzt die Ausflußgeschwindigkeit durch die entsprechende Druckhöhe $z = \frac{v^2}{2g}$, so daß sich ergiebt

$$z = \frac{A^2 h}{A^2 - a^2}\ ^{2)},$$

mit Ausnahme der Bezeichnungen, genau der Werth, welcher sich auf S. 95 der ‚Hydrodynamica' als Ausdruck für den Beharrungszustand der Bewegung vorfindet.

Leider schätzte Daniel B. den Verlust an Druckhöhe $= y$ falsch, der beim Ausflusse (oder Durchflusse) durch eine Verengung vom Querschnitte $= a_1$ stattfindet, wenn der vor und nach der Verengung vorhandene Querschnitt $a > a_1$ ist, indem er fand:

$$y = \left(\frac{v_1^2}{2g} - \frac{v^2}{2g}\right) = \left(\frac{a^2}{a_1^2} - 1\right)\frac{v^2}{2g},$$

während er (richtig) hätte setzen sollen [3]):

$$y = \frac{1}{2g}(v_1 - v)^2 = \left(\frac{a}{a_1} - 1\right)^2 \frac{v^2}{2g}, \text{ d. h.}$$

der Verlust ist nicht gleich der Differenz der Quadrate der auftretenden Geschwindigkeiten, sondern dem Quadrate der Differenz der letzteren.

---

1) Behauptet wird, daß man Daniel B. auch das Fundament zur heutigen Theorie der Constitution der Gase verdanke und ihn deshalb den Vorläufer der mechanischen Wärmetheorie nennen könnte. Man sehe deshalb u. A. das ‚Handbuch der mechanischen Wärmetheorie' meines Neffen, des Professor Richard Rühlmann in Chemnitz, Bd. I, S. 72 Abschnitt XIV.

2) Mit Hülfe des Principes von der Erhaltung der lebendigen Kräfte, wird diese Gleichung in der ‚Hydrodynamik' des Verfassers, S. 208 (2. Auflage) abgeleitet, jedoch in der Gestalt:

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 - \frac{a^2}{A^2}}}$$

Mittels der sogenannten dynamischen Grundgleichungen S. 71 (Note) will Johann B. obigen Werth für z schon 1732 entwickelt haben. Man sehe deshalb Tomes IV seiner ‚Opera omnia' p. 400.

3) Wir kommen auf diesen wichtigen Gegenstand in der Folge wiederholt zurück.

Um die Ausflußgeschwindigkeit $= v$ der aus kleinen Gefäßmündungen pro Secunde strömenden atmosphärischen Luft, ebenfalls für den Beharrungszustand zu finden, verfolgt Daniel B. der Hauptsache nach, folgenden Weg [1]):

Zuerst ermittelt er einen Ausdruck für die potentielle Energie oder mechanische Arbeit $= \mathfrak{A}$, welche bei einem pro Secunde ausströmenden Luftvolumen $\mathfrak{V}$ von der Pressung p frei wird, wenn dies Volumen in einen Raum strömt, in welchem die geringere Pressung $p_1 < p$ stattfindet; hierfür ergiebt sich:

$$(1)\ \mathfrak{A} = p\mathfrak{V} \text{ Lgnt. } \frac{p}{p_1}$$

Da jedoch dieser ausfließenden Luft die lebendige Kraft (S. 71, Note) $\frac{1}{2} mv^2$ inne wohnt, so erhält man die Gleichung

$$(2)\ \frac{1}{2} mv^2 = p\mathfrak{V} \text{ Lgnt. } \frac{p}{p_1}.$$

Bezeichnet ferner Δ die Dichte (das Gewicht der Cubikeinheit) der inneren Luft, so hat man auch $m = \frac{\Delta\mathfrak{V}}{g}$, so daß aus (2) für v folgt:

$$(3)\ v = \sqrt{2g\frac{p}{\Delta} \text{ Lgnt. } \frac{p}{p_1}}$$

Ist $p - p_1$ recht klein, so läßt sich annäherungsweise Lgnt. $\frac{p}{p_1} = \frac{p - p_1}{p_1}$ setzen und daher schreiben:

$$(4)\ v = \sqrt{2g\frac{p}{p_1}\frac{p - p_1}{\Delta}}$$

Setzt man endlich voraus, daß $\frac{p}{p_1} = 1$ angenommen werden kann, so ergiebt sich schließlich

$$(5)\ v = \sqrt{2g\frac{p - p_1}{\Delta}}.$$

Letzteren Werth pflegt man noch heute „die Formel des Daniel Bernoulli" für die Geschwindigkeit des Ausflusses atmosphärischer Luft aus kleinen Gefäßmündungen bei constantem Druck zu nennen [2]).

1) Unter Einführung der jetzt gebräuchlichen Bezeichnungen, a. a. O., (Hydrodynamica) S. 229 und 233.

2) Auszugweise, in deutscher Sprache, hat seiner Zeit (1833) Munke in Gehler's ‚Physik. Wörterbuch', Artikel „Pneumatik", von S. 602 ab, den Ausfluß der Luft aus Gefäßmündungen im Geiste Daniel B.'s behandelt und zwar sowohl unter Voraussetzung constanten wie veränderlichen Druckes. Man sehe übrigens auch des Verfassers ‚Hydromechanik', 2. Auflage, S. 662. Endlich ist auch das beachtungswerth, was Karsten im 6. Theile seiner Mathematik (die Pneumatik), §. 18, S. 324 über Daniel B.'s betreffende Arbeiten mittheilt.

Für den ersten Anfang einer neuen Theorie ist es erklärlich, wenn Daniel B. noch sich erlaubte für die Dichte $\varDelta$ ein für allemal ein gewisses constantes Verhältniß anzunehmen, während doch in der That sich die Dichte mit der Temperatur und dem Barometerstande jederzeit ändert.

Nach dieser Auffassung Daniel B.'s würden überhaupt Gase beim Ausflusse aus Gefäßmündungen denselben Gesetzen folgen wie tropfbare Flüssigkeiten [1]).

Daniel B. war es auch, welcher zuerst das Gesetz des sogenannten Stoßes isolirter Flüssigkeitsstrahlen gegen feste, unbewegliche ebene Flächen richtig darstellte, d. h. auf theoretischem Wege zeigte, daß dieser Stoß (richtiger Druck) stets gleich ist: „dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, welche den Querschnitt des Strahles zur Basis und zur Höhe die doppelte Höhe der Geschwindigkeit hat, womit der Ausfluß erfolgt“ [2]).

Daniel B. bewies letzteren Satz bereits 1736 (also vor dem Drucke der ‚Hydrodynamica‘) in den ‚Petersburger Commentarien‘ Tome VIII, p. 99 etc., darauf gestützt, daß jede krummlinige Bewegung (welche in einer Ebene vor sich geht) aus der Wirkung zweier Kräfte entstanden, angenommen werden kann, wovon die eine in der Richtung der Tangente der Curve, die andere normal auf letzterer, also in der Richtung des Krümmungshalbmessers thätig ist.

---

1) Statt vorstehender Formel (4) $v = \sqrt{2\,g\,\frac{p}{p^1}\,\frac{p - p_1}{\varDelta}}$ bedient man sich (bei technischen Annäherungsrechnungen) nachstehender Gleichung, welche man erhält, wenn man für Metermaaße nach S. 112 der ‚Hydromechanik‘ des Verfassers, $\frac{p}{\varDelta} = 7992{,}655\ (1 + \delta t)$ einführt und dann $\sqrt{2\,g} = 4{,}2918$) setzt:

$$v = 396 \sqrt{(1 + \delta t)\left(\frac{p}{p_1} - 1\right)},$$ wo t die Temperatur der ausströmenden atmosphärischen Luft und δ deren Ausdehnungscoefficienten $\frac{1}{273} = 0{,}003666$ bezeichnet.

Ist endlich noch h der Manometerstand der im Gefäße eingeschlossenen Luft und b der Barometerstand der äußeren Luft, beide in Quecksilbersäulen ausgedrückt, so hat man $\frac{p}{p_1} = \frac{b + h}{b}$, also $\frac{p}{p_1} - 1 = \frac{h}{b}$ und sodann

$$v = 396 \sqrt{(1 + 0{,}00366\ t)\,\frac{h}{b}}$$

2) Der Verfasser benutzt hier die Gelegenheit auf einen bösen Druckfehler seiner ‚Hydromechanik‘ (2. Auflage) aufmerksam zu machen, indem daselbst S. 575 bei Aufstellung des obigen Satzes, statt „Querschnitt des Flüssigkeitsstrahles“, fälschlich „die gedrückte Fläche“ gesetzt ist.

Nach den Bezeichnungen meiner Hydromechanik hat Daniel B.'s betreffender End-Ausdruck folgende Gestalt[1]):

$$(6)\ P = \frac{\gamma A}{g} \cdot v^2 \left(1 - \cos\delta \sqrt{\frac{h}{H}}\right)$$

Hierin bezeichnen H und h Geschwindigkeitshöhen, erstere die von v, letztere die, welche der Geschwindigkeit an der Stelle entspricht, wo der Tangentenwinkel der durch die Ablenkung der Flüssigkeitsstrahlen gebildeten Curve mit der ursprünglichen Strahlachse $= \delta$ und selbstverständlich $h < H$ ist. Daß auch hier mit A der Querschnitt des Flüssigkeitsstrahles in der Gefäßmündung bezeichnet wird, bedarf wohl kaum der Erwähnung.

Für $\delta = 90^0$ erhält man:

$$(7)\ P = \gamma A \frac{v^2}{g} = \gamma A \,.\, 2\left(\frac{v^2}{2\,g}\right), \text{ d. h.}$$

den vorher angegebenen Satz, wenn sämmtliche Flüssigkeitsfäden die gestoßene (richtiger gedrückte) ebene Fläche normal treffen und der Abfluß parallel zu letztgedachter Fläche erfolgt.

Leider ist der Gang des von Daniel B. gewählten Beweises so breit und umständlich, an manchen Stellen in der That sogar unverständlich, daß wir dafür hier später einen von Leonhard Euler geführten Beweis mittheilen werden.

In gleicher Weise behandelte Daniel B. auch die Reaction des aus Gefäßmündungen fließenden Wassers und zwar im XIII. Abschnitte der ‚Hydrodynamica‘, wo er §. 4 zu demselben Ausdruck für diese Kraft gelangt, wie so eben Gleichung (7) für den Normalstoß des Wassers gegen ebene Flächen mitgetheilt wurde. In §. 21 desselben Abschnittes macht er den Vorschlag die Reactionskraft des aus geeigneten Röhren fließenden Wassers als Triebkraft zum Fortlaufe der Schiffe zu benutzen, wovon merkwürdiger Weise erst von der Mitte dieses Jahrhunderts ab thatsächlich nützliche Anwendung gemacht wurde[2]).

Einen völlig neuen Gegenstand bildet die Aufstellung von Formeln, welche den Druck angeben, womit durchfließendes Wasser auf die Wände von Gefäßen wirkt. Der betreffenden Unter-

---

1) Höchst interessant ist ein Brief Daniel B.'s an Leonhard Euler (datirt Basel, d. 26. October 1735), worin er seine Freude über den gewonnenen Ausdruck recht lebhaft ausspricht. Man sehe deshalb: Fuss, ‚Correspondance‘, T. II, p. 426.

2) Des Verfassers ‚Allgemeine Maschinenlehre‘ Bd. IV, S. 171 unter der Ueberschrift „Reactionspropeller“.

suchung ist der XII. Abschnitt der ‚Hydrodynamica' unter der Ueberschrift „Hydraulico-statica" gewidmet.

Das hierbei ermittelte Gesetz läßt sich in folgenden Worten ausdrücken:

Der hydraulische Druck an einer beliebigen Wandstelle des Gefäßes ist gleich dem hydrostatischen Drucke an derselben Stelle, letzteren vermindert um die Differenz der Geschwindigkeitshöhen ebendaselbst.

Bald nach dem Erscheinen der ‚Hydrodynamica' Daniel B.'s behauptete sein Vater Johann B., daß er nicht nur alle in dem gedachten Werke aufgestellten Sätze gekannt und auch bereits 1732 (also 6 Jahre früher) niedergeschrieben [1]), sondern auch dieselben aus den einfachen Grundgleichungen der Mechanik (S. 70 und 71 in den Noten) abgeleitet habe, ohne dabei das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte verwenden zu müssen, dessen Richtigkeit allerdings Daniel B. (wie bereits oben S. 161 erwähnt) nicht nachgewiesen hatte. Allerdings gelangt Johann B. auf seinem Wege nicht nur zu denselben Werthen wie Daniel B., sondern behandelt auch manche Sätze vollständiger und ausführlicher, indeß bestätigt dies ganze Verfahren des Vaters gegen den Sohn doch nur das bereits früher S. 136, Note 1 ausgesprochene Urtheil von der übertrieben hohen Meinung und großen Eitelkeit, die Johann B. namentlich seinem Bruder Jacob gegenüber zu erkennen gab. Der bescheidenere Sohn Daniel beklagt sich unter Anderm hierüber gegen Euler in einem Briefe, den er am 12. December 1742 von Basel aus an diesen schrieb und worin er insbesondere jeden Vorwurf, die hydraulischen Arbeiten seines Vaters benutzt zu haben, zurückweist [2]).

Von bedeutsamen Arbeiten Daniel B.'s, mehr oder weniger außerhalb des Gebietes der technischen Mathematik, heben wir besonders folgende drei hervor:

1) Seine Abhandlung von 1740 ‚Sur le flux et le reflux de la mer', die neben den Auflösungen desselben Problems durch Maclaurin und Leonhard Euler, von der Pariser Akademie der Wissenschaften gekrönt wurde [3]).

---

1) ‚Johannis Bernoulli Opera omnia', T. IV, p. 387. Ferner Karsten ‚Hydraulik', XI. Abschnitt, S. 211.

2) Fuss, ‚Corresp. mathématique et physique' etc., T. II, p. 508.

3) Abgedruckt in der Ausgabe von Newton's ‚Philosophiae naturalis, principia math.', welche Leseur u. Jacquier besorgten T. III, p. 133—246.

2) Desgleichen seine Abhandlung über die Inclinationsboussolen vom Jahre 1747, die der sachkundige Condorcet[1]) als diejenige Arbeit Daniel B.'s bezeichnet, „où il a deployé le plus finesse et d'esprit“ [2]).

3) Desgleichen sein Aufsatz in den ‚Memoiren der Berliner Akademie der Wissenschaften‘ vom Jahre 1748, S. 356 unter der Ueberschrift: „Bemerkungen über das, in einem allgemeinen Sinne genommene Princip von der Erhaltung lebendiger Kräfte“, worin er von einem großen Principe der Natur redet.

Ein (wahrscheinlich) ziemlich vollständiges Verzeichniß der von Daniel B. für die ‚Petersburger Commentarien‘ und für die Memoiren der Pariser und Berliner Akademie gelieferten Abhandlungen, findet man in Poggendorff's ‚Biographisch-literarischem Handwörterbuche‘, Bd. I, S. 160.

§. 19.

Leonhard Euler.

Die erste Hälfte des 18. Jahrhunderts hat ein Ereigniß zu verzeichnen, welches für die Mechanik des Himmels und der Erde und demgemäß auch für die später auftretende theoretische Maschinenlehre als von ausserordentlicher Tragweite zu bezeichnen ist, nämlich die völlig analytische Bearbeitung der Mechanik durch Leonhard Euler[3]) in seinem 1736 zu Petersburg erschienenen Werke: ‚Mechanica seu motus scientia‘ [4]). Hierbei muß zugleich erinnert werden, daß sich Euler außerdem in allen Gebieten der höheren Analysis mit einer Leichtigkeit bewegte, wie kein anderer

---

1) Marie Jean Antoine Nicolas Caritat, Marquis de Condorcet, geb. 1743 zu Ribemont bei St. Quintin, gest. 1794 zu Bourg-la-Reine, war von 1769 an Mitglied und von 1773 Secretär der Pariser Akademie der Wissenschaften. Condorcet war nicht nur ein berühmter Mathematiker, sondern auch Philosoph und Staatsmann. Zur Zeit der Revolution war er Conventmitglied und einer der Wenigen, welche gegen den Tod Ludwig's XVI. stimmten. Um der Guillotine zu entgehen, nahm er (1794) Gift. Seine ausführliche Lebensbeschreibung findet sich in Arago's ‚Sämmtlichen Schriften‘, Bd. II, von S. 95 (der Hankels'schen Uebersetzung) ab.

2) Wolf, ‚Geschichte der Astronomie‘, S. 472.

3) Man sehe dessen Biographie am Ende dieses Paragraphen, die zugleich eine Uebersicht der Gesammtleistungen dieses außerordentlichen Mannes in dem Gebiete aller Theile der Mathematik giebt.

4) Deutsch von Wolfers. Erster Theil 1848. Zweiter Theil 1850.

Mathematiker seiner Zeit[1]). In der Vorrede zu dieser Mechanik spricht er sich über die Ursache, welche ihn veranlaßte die analytische Methode in der Mechanik zu versuchen, folgendermaßen aus[2]):

„Bei den synthetisch-geometrischen Beweisen, nach Art der Alten, wird zwar der Leser von der Wahrheit der vorgetragenen Sätze überzeugt, allein er erlangt keine hinreichend klare und bestimmte Kenntniß derselben. Werden daher dieselben Fragen nur ein wenig abgeändert, so wird er sie mit eigenen Kräften kaum beantworten können; wenn er nicht zur Analysis seine Zuflucht nimmt und dieselben Sätze nach der analytischen Methode entwickelt. Dies war gerade bei mir der Fall als ich anfing Newton's ‚Principien' und Herrmann's ‚Phoronomie' zu studiren, wo ich zwar die Auflösung vieler Aufgaben genügend verstanden zu haben glaubte, allein solche Aufgaben, welche nur ein wenig verschieden waren, nicht auflösen konnte".

Die Erweiterungen, welche die Mechanik schon durch dies erste Werk Euler's erhielt, betrafen vorzugsweise die krummlinigen Bewegungen und die Bewegungen auf vorgeschriebenen Wegen (Bahnen) und zwar eines isolirten körperlichen (materiellen) Punktes, sowohl im leeren Raume als auch in sogenannten widerstehenden Mitteln, d. h. sie bezogen sich gerade auf solche Probleme, deren Behandlung der synthetischen Methode die größere Schwierigkeit darbieten.

Bei diesen mechanisch-analytischen Untersuchungen benutzte Euler kein festes Coordinatensystem von unveränderlicher Lage, sondern stets ein solches, welches nur für den Augenblick in bestimmter Lage befindlich und zwar dabei so gerichtet ist, daß die eine der Ordinatenachsen mit der Tangente der Curve zusammenfällt, während die beiden anderen normal zur Curve sind.

Die Kraft zur Erzeugung der Tangentialbewegung nannte er die Tangentialkraft, die beiden anderen, welche normal zu letzterer wirken die Normalkräfte. Geht die Bewegung in der Ebene vor sich, so reduciren sich diese Kräfte auf jene zwei, welche bereits S. 98, §. 12 als hinreichend zur Erzeugung irgend einer krummlinigen Bewegung erkannt und dargestellt wurden durch die Gleichungen (S. 98, Note):

---

1) Die rein mathematischen für unsere Zwecke bedeutsamsten Werke Euler's sind folgende drei:

a. ‚Institutiones calculi differentialis', Berlin 1755 (deutsch von Michelsen).

b. ‚Institutiones calculi integralis', Petersburg 1768—70 (deutsch von Salomon).

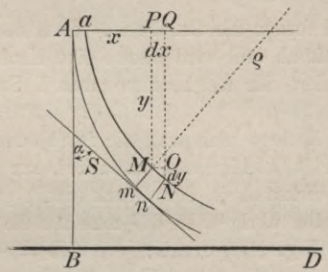
c. ‚Methodus inveniendi lineas curvas', Lausanne und Genf 1744. Mit dem Additamentum: „De curvis elasticis".

2) Wolfers, ‚Leonhard Euler's Mechanik', Th. I, S. 3.

$$T = m\,\frac{d^2 s}{dt^2} = m\,\frac{v\,d\,v}{d\,s} \text{ und } N = m\,\frac{v^2}{\varrho}.$$

Um eine technisch wichtige Anwendung dieser älteren Euler-schen Methode zu zeigen, werde die Formel entwickelt, welche bereits vorher S. 165 für die Stoßwirkung eines isolirten Wasser- oder Luftstrahles von Daniel Bernoulli aufgestellt wurde. Euler giebt die betreffende Rechnung in seiner Uebersetzung von Benjamin Robins Buche ‚Neue Grundsätze der Artillerie', welches 1742 in London erschien, folgendermaßen:

Es sei $\overline{CD}$ (Figur 34) eine ebene, unbewegliche feste Fläche, gegen welche sich, von A aus, eine flüssige Masse mit der Geschwindigkeit $\sqrt{b}$ ($= V$) bewegt, welche durch den Fall aus der Höhe b erlangt wird[1]).



34.

Weil nun alle Theile des aus der Mündung A tretenden Strahles, sobald sie sich der festen Fläche CD nahen, genöthigt werden auszuweichen und sowohl ihre Geschwindigkeit als ihre Richtung zu verändern, so muß die Fläche CD eine ebenso große Kraft empfinden, als zu dieser Veränderung sowohl in der Geschwindigkeit, als der Richtung der Theilchen, erfordert wird. Wir nehmen nun an, daß die flüssige Masse, welche bei Aa mit ihrer Geschwindigkeit $= \sqrt{b}$ gegen die Fläche CD bewegt wird, seitwärts nach $Aa\,Mm$ auszuweichen genöthigt wird, und zwar so als wenn dieselbe durch den krummen Canal $Aa\,Mm$ fortginge. In diesem Zustande wird nicht nur die Richtung der flüssigen Masse beständig verändert, sondern es wird auch, je nachdem sich dieser Canal erweitert oder verengt, die Geschwindigkeit kleiner oder größer. Es sei nun die anfängliche Weite $\overline{Aa} = a$, welche als unendlich klein angesehen werden muß, indem man sich jeden Flüssigkeitsfaden als einen besonderen Canal vorstellen kann. Ferner sei die Weite $Mm = z$ und die Geschwindigkeit daselbst $= \sqrt{v}$. Da sich nun die Geschwindigkeiten einer durch einen Canal bewegten flüssigen Masse (nach dem Satze vom Parallelismus der Schichten (S. 161) umgekehrt verhalten wie die normalen Querschnitte des Canales, so hat man auch $z\sqrt{v} = a\sqrt{b}$. Man ziehe nun ferner eine Achse AP rechtwinklig auf AB und nenne die Coordinaten $\overline{AP} = x$ und $\overline{PM} = y$; ferner werde QN mit PM parallel und unendlich nahe gezogen, so daß $\overline{PQ} = \overline{MO} = dx$ und $\overline{ON} = dy$ gesetzt werden kann. Für das Bogentheilchen $\overline{MN} = ds$ ergiebt sich dann $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ so daß das Element des Flüssigkeitsvolumens darzustellen ist durch $z\sqrt{dx^2 + dy^2}$.

1) Der Verfasser giebt möglichst wörtlich das Euler'sche Original wieder, schließt die jetzt (in seiner ‚Hydromechanik') gebräuchlichen Bezeichnungen hinter die von Euler gebrauchten in Paranthese, fügt einige Notizen zum Verständnisse des Rechnungsganges bei und läßt Figur 35 zur Erläuterung der Euler'schen Figur 34 folgen.

Nimmt man ferner $\frac{dy}{dx} = p$, so ergiebt sich $ds = dx \sqrt{1 + p^2}$ und für den Krümmungshalbmesser $= \varrho$ bei M erhält man:

$$\varrho = -\frac{dx\,(1 + p^2)^{\frac{3}{2}}}{dp}\text{ [1]}$$

Um nun den Lauf des Flüssigkeitstheilchens $MNmn = z\,ds = z\,dx\sqrt{1 + p^2}$ nach dieser Krümmung zu beugen, wird nach der Richtung MR des Krümmungshalbmessers eine Kraft $= dK$ erfordert, für welche man hat:

$$(1)\quad dK = -\frac{2\,v z\,dp}{1 + p^2}.\text{ [2]}$$

Wird ferner die Canalweite von A nach M hin größer, so nimmt die Geschwindigkeit ab und wird hierzu eine Kraft dT nach der tangentialen Richtung ms erfordert, für welche man (nach I, S. 98, Note) hat:

$$(2)\quad dT = -z\,dv\text{ [3]}.$$

Zerlegt man nun die in (1) und (2) ermittelten Kräfte beziehungsweise rechtwinklig und parallel zur festen Fläche CD so bleiben, in Bezug auf Wirksamkeit, den Druck (Stoß) gegen diese Fläche, nur die ersteren Composanten übrig [4], so daß man für die beiden rechtwinkligen Composanten (diese $= dR$ gesetzt) erhält: $dR = -[dK \sin\alpha + dT \cos\alpha]$, wenn, mit Bezug auf Figur 35 (Note 4), der Winkel, unter welchem die geometrische Tangente bei M die Strahlachse AB schneidet, mit α bezeichnet wird.

Statt vorstehenden Werthes für dR schreibt Euler, nach den von ihm gewählten Bezeichnungen

$$dR = -\left[\frac{2\,dp\sqrt{v}}{(1 + p^2)\sqrt{1 + p^2}} + \frac{dv}{v} - \frac{p}{\sqrt{1 + p^2}}\right] a\sqrt{b}$$

---

1) Nach S. 98 ist nämlich $\varrho = \pm\frac{ds^3}{dx\,d^2y - dy\,d^2x}$. Denkt man sich nun dx constant, also $d^2x =$ Null und beachtet, daß die Curve AM der Abscissenachse die concave Seite zukehrt, so hat man: $\varrho = -\frac{ds^3}{dx\,d^2y}$. Nach obiger Annahme ist aber $\frac{d^2y}{dx} = dp$, daher $\varrho = -\frac{dx^3\sqrt{(1 + p^2)^3}}{dx^2\,dp}$

$$\text{oder } \varrho = -\frac{dx\,(1 + p^2)^{\frac{3}{2}}}{dp}$$

2) Nach II S. 98 (Note) ist die betreffende ablenkende Kraft $dK = m\frac{v^2}{\varrho} = \frac{\gamma q}{g}\frac{v^2}{\varrho}$, wenn $q = z\,ds$ angenommen wird. Man erhält daher auch $dK = \gamma z\frac{ds}{\varrho}.2\left(\frac{v^2}{2g}\right)$, d. i. nach der hier gewählten Bezeichnung

$$dK = \gamma z.\frac{dx\sqrt{1 + p^2}}{\varrho}.2v = -\frac{2zv\,dp}{1 + p^2},$$

wenn man überdies $\gamma = 1$ setzt.

3) Es ist nämlich auch $dT = -m\frac{v\,dv}{ds}$, $dT = -\frac{\gamma}{g}z\,ds.\frac{\frac{1}{2}d(v^2)}{ds} = -\gamma z\,d\left(\frac{v^2}{2g}\right)$, oder wenn wider $\gamma = 1$ gesetzt und beachtet wird, daß nach der Euler'schen Bezeichnung v statt $\frac{v^2}{2g}$ zu schreiben ist:

$$dT = -z\,dv,\ \text{w. z. B. w.}$$

4) Einem Wasserelemente M im Canalfaden MN liegt offenbar genau

Hiervon ist das Integral:

$$R = -\frac{2ap\sqrt{bv}}{\sqrt{1+p^2}} + C,$$

oder wenn man beachtet, daß $\frac{p}{\sqrt{1+p^2}} = \cos\alpha$ ist:

$$R = -2a\sqrt{bv}\,.\,\cos\alpha + C.$$

Für α = Null ist aber auch R = Null und v wird zu b, daher

$$C = 2ab$$

und folglich das bestimmte Integral:

$$R = 2ab\left[1 - \cos\alpha\sqrt{\frac{v}{b}}\right]$$ [1],

derselbe Werth, welchen Euler findet a. a. O., S. 462.

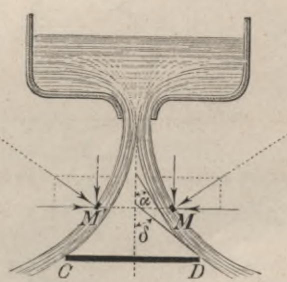
Das heute allgemein gebräuchliche Verfahren, die Bewegungen der materiellen Punkte und Körper im Raume und in der Ebene, in anderer Weise wie Euler, nämlich durch Zerlegung nach drei (beziehungsweise zwei) festen rechtwinkligen Coordinatenachsen zu bestimmen, hat zuerst Maclaurin in Anwendung gebracht[2]), und damit einem Haupterfordernisse zur Verallgemeinerung der analytischen Behandlung mechanischer Probleme entsprochen.

L. Euler machte vom Maclaurin'schen Verfahren zuerst

---

gegenüber ein anderes Element in M' (Figur 35), so daß sich die Horizontalcomponenten der Kräfte dK und dT ohne Weiteres aufheben.

Außerdem ist $\sin\alpha = \frac{dx}{ds} = \frac{dx}{dx\sqrt{1+p^2}} = \frac{1}{\sqrt{1+p^2}}$ u. $\cos\alpha = \frac{dy}{ds} = \frac{p\,dx}{dx\sqrt{1+p^2}} = \frac{p}{\sqrt{1+p^2}}$.



35.

1) Bezeichnet man die Summe von R mit P und setzt statt a den Strahlquerschnitt $A = na$, bez. ferner die Geschwindigkeitshöhen an der Mündung des Gefäßes mit $H = \left(\frac{V^2}{2g}\right)$ und da wo der Strahl bei D und C (Figur 34) die Fläche CD unter δ Winkel mit der Achse verläßt, mit h, führt endlich γ als Dichte ein, so hat man:

$$P = 2na\gamma\frac{V^2}{2g}\left[1 - \cos\delta\sqrt{\frac{h}{H}}\right] = \gamma\frac{AV^2}{g}\left[1 - \cos\delta\sqrt{\frac{h}{H}}\right],$$ d. i. die Formel Daniel Bernoulli's (S. 165 und S. 576 der 2. Auflage meiner ‚Hydromechanik').

2) ‚A complete system of fluxions' und (in der französischen Uebersetzung) ‚Traité des Fluxions', T. II, p. 244 und ferner.

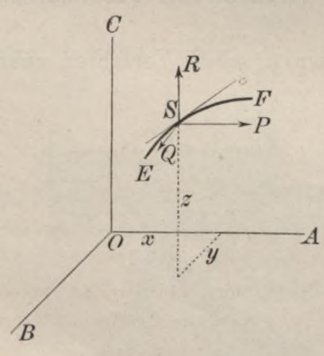
(allgemeinen) Gebrauch in seiner Mechanik der Körper [1]), bei welcher Gelegenheit er sich auch offen zu Gunsten dieser (neuen) Methode der Behandlungsweise der Bewegungsprobleme und zwar in folgender Weise ausspricht [2]):

„Die drei Geschwindigkeiten, welche wir (parallel den drei Coordinatenachsen) dem sich bewegenden Punkt beigelegt denken, werden die ganze Rechnung erleichtern und da ich mich dieses Hülfsmittels in den früheren Theilen der Mechanik nicht bedient habe, bin ich dort auf sehr verwickelte Rechnungen verfallen“.

Nachdem hierauf Euler über die Zerlegung einer Bewegung, über die inneren Principien der letzteren, über die äußeren Ursachen der Bewegung oder die Kräfte ausführlichere Erörterungen angestellt hat, handelt er (Capitel V, a. a. O.) von der absoluten Bewegung kleiner, durch beliebige Kräfte angetriebener Körper, welchem Capitel wir folgende Aufgabe (16, §. 223) entlehnen, die besonders geeignet ist, den fraglichen Gegenstand zu erörtern. Diese Aufgabe ist folgende:

„Ein kleiner Körper bewegt sich frei und wird durch beliebige Kräfte angetrieben; man soll seine Bewegung, mittelst drei auf einander normaler Coordinaten, bestimmen.

Euler giebt die Auflösung wie folgt: „Es sind die drei welchselseitig auf einander normalen Achsen OA, OB und OC (Figur 36) aufgestellt und es bewege sich ein kleiner Körper von der Masse m auf der Linie ESF. Nach Verlauf der Zeit t sei er nach S gelangt, sein augenblicklicher Ort sei durch die drei rechtwinkligen Coordinaten x, y und z festgestellt. Der bereits durchlaufene Weg ES sei $= s$, also $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$ und die Geschwindigkeit in $S = \frac{ds}{dt} = v$. Wie immer der kleine Körper in S durch beliebige Kräfte angetrieben werden mag, so kann man sie doch auf dieselben drei Richtungen zurückführen. Er werde demnach durch die drei Kräfte $\overline{SP} = P$, $SQ =$ und $SR = R$ angetrieben [3]), deren Wirkung nach S. 71 (Note) durch die drei folgenden Gleichungen:



36.

1) ‚Theoria motus corporum solidorum‘, Greifswald 1765. Deutsch von Wolfers als „Dritter Theil der Leonhard Euler’schen ‚Mechanik‘, Greifswald 1853.

2) Wolfers’ Uebersetzung. Th. III, S. 26, §. 60.

3) Wirken auf den materiellen Punkt beliebig viel Kräfte p_1, p_2, p_3 . . und schließen diese mit den drei Achsen beziehungsweise die Winkel a_1, b_1, c_1; a_2, b_2, c_2; a_3, b_3, c_3 . . . . ein, so hat man parallel der Achse AO: $p_1 \cos a_1 + p_2 \cos a_2 + p_3 \cos a_3 \ldots$, parallel der Achse BO: $p_1 \cos b_1 + p_2 \cos b_2 + p_3 \cos b_3 \ldots$ und parallel der Achse CO: $p_1 \cos c_1 + p_2 \cos c_2 + p_3 \cos c_3 \ldots$.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{P}{m}; \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{Q}{m} \text{ und } \frac{d^2z}{dt^2} = \frac{R}{m}$$

bestimmt werden, wo man das Element dt als constant angenommen hat.

Je nachdem also die Kräfte P, Q und R von den Coordinaten x, y und z oder auch von der Geschwindigkeit $\frac{ds}{dt} = v$ abhängig sind, hat man aus der Analysis die Hülfsmittel der Auflösung zu entnehmen. Inzwischen wird es angemessen sein zu bemerken, daß wegen

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 \text{ und } v^2 = \frac{ds^2}{dt^2}$$

$$\text{also } v\,dv = \frac{ds\,d^2s}{dt^2} = \frac{dx\,d^2x + dy\,d^2y + dz\,d^2z}{dt^2},$$

wir haben: I. $m \,.\, v\,dv = P\,dx + Q\,dy + R\,dz$,
eine Differenzialgleichung, durch welche die Geschwindigkeit in jedem Punkte der Curve bestimmt wird.

Die drei Kräfte P, Q und R, welche nach der Voraussetzung den kleinen Körper (materiellen Punkt) in S antreiben, werden auf eine $= F$ zurückgeführt, welche ist: II. $F = \sqrt{P^2 + Q^2 + R^2}$.

Die Richtung von F bildet mit den drei Linien SP, SQ und SR Winkel deren Cosinus, beziehungsweise sind $\frac{P}{F}$, $\frac{Q}{F}$ und $\frac{R}{F}$. Schließt ferner diese Kraft F mit der Bewegungsrichtung in Ss den Winkel ε ein, so wird die längst $S\,s$ antreibende Kraft $= F \cos \varepsilon$ und da dieselbe auch $\frac{P\,dx + Q\,dy + R\,dz}{ds}$ ist, erhalten wir III. $\cos \varepsilon = \frac{P\,dx + Q\,dy + R\,dz}{F\,ds}$

Daher aus I: IV. $m\,v\,dv = F\,ds \,.\, \cos \varepsilon$ [1]).

L. Euler zeigt ferner noch (a. a. O., §. 225), wie man auch die Coordi-

---

Nach bekannter Bezeichnungsart kann man daher setzen:

$$\Sigma(p \cos a) = P; \Sigma(p \cos b) = Q \text{ und } \Sigma(p \cos c) = R.$$

1) Dieser Satz, der integrirt das bereits S. 95, Note 2 in Betracht gezogene Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte ist, wird gegenwärtig aus I folgendermaßen abgeleitet.

Es mögen α, β und γ die Winkel sein, welche am Ende einer Zeit t die Richtung der Bewegung (also ds) mit den drei rechtwinkligen Coordinatenachsen einschließt, so daß $\cos \alpha = \frac{dx}{ds}$, $\cos \beta = \frac{dy}{ds}$ und $\cos \gamma = \frac{dz}{ds}$ ist. Ferner bezeichnen wir die Winkel, welchen die Resultirende F mit denselben Achsen einschließt beziehungsweise mit λ, μ, ν, erhalten also $P = F \cos \lambda$, $Q = F \cos \mu$ und $R = Q \cos \nu$. Subst. man diese sechs Werthe in I, so ergiebt sich

$$m\,v\,dv = F\,ds\,[\cos \alpha \cos \lambda + \cos \beta \cos \mu + \cos \gamma \cos \nu].$$

Der im rechten Theile dieser Gleichung eingeschlossene Werth ist aber nicht anderes als $\cos \varepsilon$, so daß man ebenfalls erhält:

$$m\,v\,dv = F\,ds \cos \varepsilon.$$

Durch Integration dieser Gleichung und wenn wie (S. 95, Note 2) $ds \,.\, \cos \varepsilon = de$ gesetzt wird, ergiebt sich wie am angegebenen Orte:

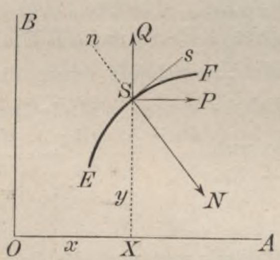
$$\tfrac{1}{2}\, m\, v_n^2 - \tfrac{1}{2}\, m\, v_0^2 = \int_{e_0}^{e_n} F\,de.$$

natengleichung der doppelt gekrümmten Curve (die Gleichung der Trajectorie) aus vorstehenden Sätzen entwickeln kann.

Die Geschichte der Mechanik hat hier eine merkwürdige Thatsache, nämlich die zu verzeichnen, dass L. Euler von der Gleichung IV, d. h. von dem Principe der Erhaltung lebendiger Kräfte (worauf wir später ausführlich zurückkommen), namentlich in seinen mathematischen Theorien hydraulischer Maschinen nirgends Gebrauch machte [1]).

In einer zweiten Aufgabe (14, §. 211 der Mechanik fester Körper) [2]) zeigt L. Euler wie man im Falle einer nichtfreien (gezwungenen) Bewegung zu verfahren hat.

Speciell lautet die Aufgabe wie folgt: „Ein kleiner Körper ist in einem, in derselben Ebene gebildeten Canal ESF (Figur 37) eingeschlossen und wird zugleich durch beliebige Kräfte angetrieben; man soll seine Bewegung im Canale und den Druck bestimmen, welche er gegen letzteren ausübt".



37.

Die Gestalt des Canales ESF wird als gegeben betrachtet und man bezieht dieselbe auf je zwei auf einander normale Achsen OA und OB. Wenn dann, nach Verlauf der Zeit t der kleine Körper nach S gekommen ist, so sei $OX = x$, $XS = y$ und $ES = s$, ferner seien die auf dieselben Richtungen bezogenen antreibenden Kräfte $SP = P$, $SQ = Q$ und die Masse des Körpers (materiellen Punktes) sei $= m$. In sofern nun der Canal die Richtung, welche der kleine Körper für sich verfolgen würde, verändert, übt er zu diesem Behuf Kräfte aus, welche zwar unbekannt, aber auf dieselbe Richtung reducirt, nämlich längst $SP = X$ und längst $SQ = Y$ seien; von diesen Kräften ist aber bekannt, daß sie die Bewegung des Körpers weder beschleunigen noch verzögern werden. Da nun die Kraft längst $SP = P + X$ und längst $SQ = Q + Y$ ist, so erhalten wir, wenn wir die Geschwindigkeit in $S = v$ und den Krümmungshalbmesser $= \varrho$ setzen, folgende Gleichungen:

$$mv\,dv = (P + X)\,dx + (Q + Y)\,dy \text{ und}$$
$$mv^2 ds = \varrho\,[(P + X)\,dy - (Q + Y)\,dx].$$

Da aber die Kräfte X und Y nichts zum Increment dv der Geschwindigkeit beitragen, so wird $Xdx + Ydy = o$
und wir erhalten aus der obigen zweiten Gleichung zur Bestimmung dieser Kräfte: $$\frac{Xdy - Ydx}{ds} = m\,\frac{v^2}{\varrho} - \frac{Pdx - Qdx}{ds}.$$

1) Man sehe über diese Thatsache auch eine betreffende Arbeit Navier's in den ‚Annales de Chimie et de Physique', T. 9 (1818), p. 146, welche betitelt ist: „Details historique sur l'emploi du principe des forces vives dans la théorie des machines, et sur divers roues hydrauliques".

2) Wolfers' Uebersetzung, Th. III, S. 98.

Es wird darnach erstens die Bewegung längst des Canales bestimmt durch die Gleichung: V. $mvdv = (Pdx + Qdy)$[1])
woraus man die Geschwindigkeit v des kleinen Körpers in jedem beliebigen Punkte kennen lernt. Zweitens übt der Canal selbst derartige Kräfte X und Y, längst der Richtungen SP und SQ aus, daß wir haben:

$$\frac{Xdx + Ydy}{ds} = O \text{ und } \frac{Xdy - Ydx}{ds} = \frac{mv^2}{\varrho} - \frac{Pdy - Qdx}{ds}$$

Wenn man nämlich diese Kräfte auf die Richtung des Canales Ss und die der Normale SN reducirt, so entspringt in der ersten Richtung die Kraft = Null und in der zweiten eine Kraft

$$\text{VI.}\quad N = m\frac{v^2}{\varrho} - \frac{Pdy - Qdx}{ds}.$$

Mit einer eben so großen Kraft drückt umgekehrt der kleine Körper gegen den Canal, nach der entgegengesetzten Richtung Sn und dies ist der gesuchte Druck[2]).

---

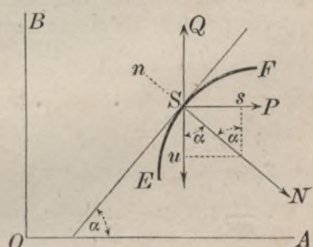
1) Das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte findet daher eben sowohl für die gezwungene wie freie Bewegung statt, sobald von allen sogenannten passiven Widerständen abgesehen wird und plötzliche Geschwindigkeitsänderungen nicht statt finden.

2) Zum noch besseren Verständnisse der Euler'schen Rechnungen diene Nachstehendes:

Es sei N (Figur 38) der Druck des Beweglichen in der Richtung des Krümmungshalbmessers $= \varrho$ und α der Winkel, welchen die allgemeine Tangente bei S mit der Abscissenachse bildet. Alsdann hat man, wenn sonst die Euler'schen Bezeichnungen beibehalten werden (da $\overline{Ss} = N \sin\alpha$ und $\overline{Su} = N\cos\alpha$ ist):

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = P + N\sin\alpha;\ m\frac{d^2y}{dt^2} = Q - N\cos\alpha,$$

oder da $\sin\alpha = \frac{dy}{dx}$ und $\cos\alpha = \frac{dx}{ds}$ ist,



38.

$$(1)\ m\frac{d^2x}{dt^2} = P + N\frac{dy}{ds};\ (2)\ m\frac{d^2y}{dt^2} = Q - N\frac{dx}{ds}.$$

Multiplicirt man die erste dieser letzteren Gleichungen mit dx, die zweite mit dy, so ergiebt sich

$$\frac{m\,dx\,d^2x}{dt^2} = Pdx + \frac{N\,dx\,dy}{ds} \text{ und } \frac{m\,dy\,d^2y}{dt^2} = Qdy - \frac{N\,dx\,dy}{ds}.$$

Hieraus aber durch entsprechende Addition:

$$m\left(\frac{dx\,d^2x + dy\,d^2y}{dt^2}\right) = Pdx + Qdy; \text{ oder}$$

$$\frac{m}{2}d\left(\frac{ds^2}{dt^2}\right) = Pdx + Qdy, \text{ d. i.}$$

$$\frac{m}{2}\cdot\frac{2\,ds\,d^2s}{dt^2} = mvdv = Pdx + Qdy; \text{ wie}$$

oben unter V gefunden wurde.

Multiplicirt man ferner die Gleichung (1) mit dy, (2) mit dx und zieht die zweite von der ersteren ab, so findet sich:

Für unsere Zwecke müssen die beiden soeben behandelten Aufgaben, die sich auf die freie und nicht freie (gezwungene) Bewegung eines materiellen Punktes beziehen, genügen, um die allgemeine Behandlungsweise der Mechanik durch Euler, in Form von Aufgaben, hier so weit als möglich darzustellen.

Wie der Titel des Werkes, aus dem wir schöpfen ‚Theoria motus corporum solidorum' besagt, wird sodann auch in nicht weniger als 19 Capiteln über die Bewegung fester oder starrer Körper gehandelt. Leider macht Euler in einer Zugabe eine Bemerkung, die wir unten in der Note [1]) wörtlich mittheilen, daß wir noch weniger Veranlassung haben, fernere Aufgaben, in der Euler'schen Weise behandelt hier aufzunehmen. Wir beschränken uns daher auf folgende wenige Mittheilungen und Begriffsfeststellungen Euler's, die noch heute von hoher Bedeutung sind.

Im Capitel V, §. 446 wo von den Trägheitsmomenten (S. 95) gehandelt wird, giebt Euler folgende Erklärung der Hauptachsen[2]): „Hauptachsen eines jeden Körpers sind jene drei durch seinen Mittelpunkt der Trägheit (Schwerpunkt) gehenden Achsen, in Bezug auf welche die Momente der Trägheit entweder Maxima oder Minima sind".

Ferner steht am Kopfe des Capitels VIII die Erklärung einer freien Dreh-

---

$$\frac{m\,dy\,d^2x}{dt^2} = Pdy + N\frac{dy^2}{ds} \text{ und } \frac{m\,dx\,d^2y}{dt^2} = Q\,dx - N\frac{dx^2}{ds^2}$$

Zieht man auch diese Werthe von einander ab, so folgt:

$$\frac{m}{dt^2}(dy\,d^2x - dx\,d^2y) = Pdy - Q\,dx + N\frac{(dy^2 + dx^2)}{ds}$$

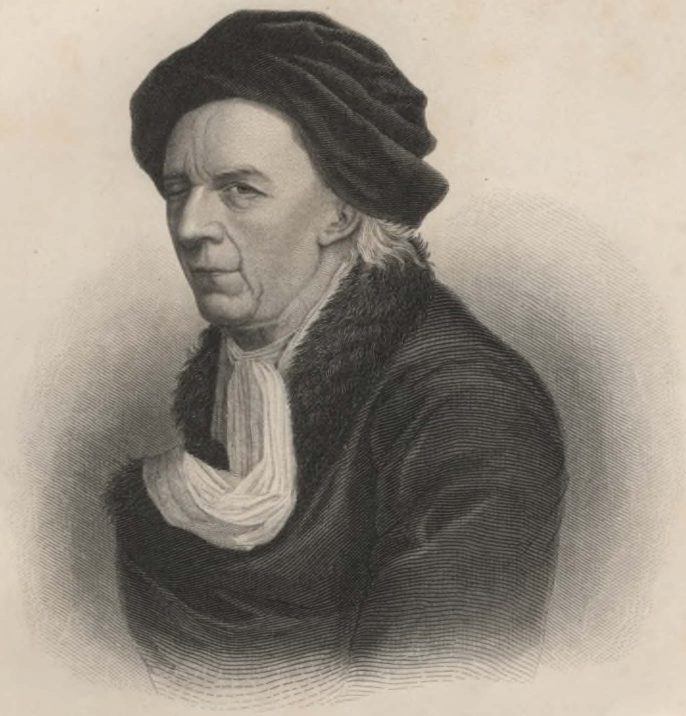
Nach S. 98 in der Note ist aber der links in der Klammer eingeschlossene Werth $\frac{ds^2}{\varrho}$, so daß aus letzterer Gleichung wird.

$$\frac{m\,ds^3}{\varrho\,dt^2} = Pdy - Q\,dx + N\,ds, \text{ oder}$$

$$\frac{m}{\varrho}\left(\frac{ds}{dt}\right)^2 = P\frac{dy}{ds} - Q\frac{dx}{ds} + N$$

$N = m\,\frac{v^2}{\varrho} - \frac{Pdy - Q\,dx,}{ds}$ wie oben unter VI angegeben wurde und Euler a. a. O., §. 211, S. 99 findet.

1) Obgleich ich in meiner Abhandlung über die Bewegung starrer Körper diese Theorie mit hinreichend glücklichem Erfolge behandelt habe, muß ich doch gestehen, daß die von mir gegebenen Auflösungen nicht nur zu verwickelt sind, sondern daß auch ihre Anwendung auf beliebige besondere Fälle im höchsten Grade lästig und mit sehr vielen Schwierigkeiten verknüpft ist. Wolfers' Uebersetzung, S. 571, §. 989. Man sehe dafür die nachher (S. 178, Note 1) angegebenen sogenannten sechs Bewegungsgleichungen starrer vollkommen freier Körper.



Leonhard Euler

achse, die wie folgt lautet: „Eine freie Drehachse[1]) ist in einem beliebigen starren Körper eine solche Achse, welche, während der Körper sich um sie dreht, keine Kräfte in Folge dieser Bewegung auszuhalten hat“ [2]).

Im Capitel XV (S. 423, §. 784) hebt Euler Folgendes hervor:

„Auf welche Weise ein starrer durch beliebige Kräfte angetriebener Körper sich auch völlig frei bewegen mag, so wird seine Bewegung zu jeder Zeit in eine fortschreitende, mit welcher der Mittelpunkt der Trägheit fortrückt und in eine drehende Bewegung um eine beliebige, durch den Mittelpunkt der Trägheit gehende, Achse zerlegt. Daher enthält die Kenntniß dieser Bewegung folgende vier Elemente:

1) Die Geschwindigkeit des Mittelpunktes der Trägheit;

2) Die Richtung, in welcher er sich bewegt;

3) Die durch den Mittelpunkt der Trägheit gehende Achse, um welche der Körper sich dreht, und

4) Die Winkelgeschwindigkeit dieser Bewegung.

Hat man diese vier Umstände erkannt, so wird man von der Bewegung des Körpers in diesem Augenblicke eine vollständige Vorstellung haben etc.“

Bald am Ende des ganzen Werkes, §. 1015 und §. 1016, gelangt er endlich (unter der Ueberschrift: „Neue Methode, die Bewegung starrer Körper zu bestimmen“) zu sechs Gleichungen (Differenzialgleichungen), wodurch man die Gesetze der Bewegung eines starren, vollkommen freien Kör-

1) Die höchst wichtige Eigenschaft, daß es in jedem festen Körper, er sei gestaltet wie er wolle, drei freie Achsen giebt, die sich in seinem Schwerpunkt senkrecht durchschneiden, hat 1755 der Professor Segner in Göttingen entdeckt. Segner wurde 1704 in Preßburg geboren und starb 1777 zu Halle. Er war zuerst praktischer Arzt in Preßburg, dann Professor an der Universität Jena und nachher von 1735 bis 1755 Professor an der Universität Göttingen, von wo er nach Halle berufen zum Geheimen-Rath ernannt und zugleich geadelt wurde. In Göttingen war es besonders, wo er zu dem Glanze dieser neuen Universität durch seine mathematischen Arbeiten beitrug. Noch heute werden die von ihm erfundenen Reactions-Turbinen mit geraden Armen oder Canälen, als Segner-sche Wasserräder bezeichnet, wovon er bereits 1750 ein solches Rad zum Betriebe einer Getreidemühle zu Nörten unweit Göttingen auszuführen und in Gang zu bringen Gelegenheit fand. Eine Abbildung dieses Segner'schen Wasserrades findet sich in der ‚Allgemeinen Maschinenlehre‘ des Verfassers Bd. I, zweite Auflage, S. 364.

2) Jede freie Achse eines Körpers muß durch dessen Schwerpunkt gehen. Aber nicht jede durch den Schwerpunkt eines Körpers gehende Achse ist deshalb eine freie Achse, sondern nur die Achsen, welche zugleich Hauptachsen des Körpers sind. Dreht sich daher ein Körper um eine derjenigen seiner drei Hauptachsen, welche sich in seinem Schwerpunkte schneiden, so erzeugen die Centrifugalkräfte aller seiner materiellen Theile keinen Druck gegen die Umdrehachse.

Für den Astronomen ist das Capitel der freien Achsen von der größten Wichtigkeit, aber auch für die technische Mechanik geht die höchst zu beachtende Lehre hervor, daß man suchen muß die Drehachsen in Bewegung befindlicher Maschinentheile (möglichst) zu freien Achsen zu gestalten.

pers darstellen kann, und wovon sich drei auf die fortschreitende, die drei anderen aber auf die Drehbewegung des Körpers beziehen. Wir kommen in dem weiteren Verlauf der Geschichte mehrmals auf diese sechs Gleichungen zurück, weshalb hier die Bemerkungen in der unten stehenden Note[1]) zunächst als hinreichend angenommen werden mögen.

Euler's Verdienste um die Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung flüssiger Körper, sowohl hinsichtlich Aufstellung der sogenannten Grundgleichungen (meist Differenzialgleichungen) dieser Wissenschaft, als auch deren Anwendungen für technische Zwecke, hat der Verfasser in der zweiten Auflage seiner ‚Hydromechanik'[2]) derartig erörtert, daß er auf letztgedachte Arbeit verweisen muß. Als betreffende Ergänzung werde indessen bemerkt, daß Allen, welche sich eine ausführlichere Kenntniß der Euler'schen Arbeiten aus dem Gebiete der Hydromechanik verschaffen wollen, des Professor Brandes Uebersetzung: „Die Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung flüssiger Körper" zu empfehlen ist, welche den Inhalt von vier Abhandlungen in sich faßt, die seiner Zeit Euler im 13., 14., 15. und 16. Bande der neuen ‚Commentarien der Petersburger Akademie' der Welt mittheilte.

In einem Geschichtsbuche wie das gegenwärtige, welches ausschließlich der technischen Mechanik gewidmet ist, dürfen die

---

1) Euler bezeichnet die den drei rechtwinkligen Coordinatenachsen parallel genommenen Componenten aller vorhandenen Kräfte mit P, Q und R und deren statischen Momente in Bezug auf dieselben Achsen, respective mit S, T und U und findet sodann

für die fortschreitende Bewegung — für die Drehbewegung.

$$\text{I. } \int dm\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) = P; \qquad \text{IV. } \int z\,dm\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right) - \int y\,dm\left(\frac{d^2z}{dt^2}\right) = S;$$

$$\text{II. } \int dm\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right) = Q; \qquad \text{V. } \int x\,dm\left(\frac{d^2z}{dt^2}\right) - \int z\,dm\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) = T;$$

$$\text{III. } \int dm\left(\frac{d^2z}{dt^2}\right) = R; \qquad \text{VI. } \int y\,dm\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) - \int x\,dm\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right) = U.$$

Den letzteren drei Gleichungen gab Euler später (‚Mémoires de l'Académie' de Berlin pour 1758, pag. 170 und ‚Theoria motus corporum solidorum etc.' 1765, pag. 515) noch folgende für die Anwendung bequemere Gestalt:

$$\text{IV(a)} \quad A\frac{dp}{dt} = (B - C)\,qr + L$$

$$\text{V(b)} \quad B\frac{dq}{dt} = (C - A)\,rp + M$$

$$\text{VI(c)} \quad C\frac{dr}{dt} = (A - B)\,pq + N$$

Hierin bezeichnen A, B und C die Hauptträgheitsmomente des festen Körpers, p, q, r die Drehgeschwindigkeiten und L, M, N die Momentensummen der wirksamen Kräfte in Bezug auf die drei beweglichen Hauptachsen des rotirenden Körpers. Letztere drei Werthe (IV^a — VI^c) werden noch heute die drei Euler-schen Gleichungen für die Drehung um den Massenmittelpunkt genannt.

2) A. a. O., S. 15 und 192.

Verdienste Euler's um die Fundamentirung und Ausbildung der Elasticitätslehre fester Körper nicht unerwähnt bleiben, wenn auch der Verfasser (des Raummangels wegen) genöthigt ist, sich hierüber ganz kurz zu fassen [1].

Euler vervollkommnete eigentlich zunächst die Theorieen der Bernoullis über diesen Gegenstand und zwar zuerst in der Schrift ‚De curvis elasticis', welche sich als Anhang (Additamentum I) in seinem berühmten Werke ‚Methodus inveniendi lineas curvas', vorfindet und welches 1744 in Lausanne und Genf erschien.

Auf den Bernoulli'schen Satz (S. 144) gestützt, daß $\frac{W}{\varrho} = M$, oder $\frac{ET}{\varrho} = M$ ist [2]) (d. h. daß das Product aus dem Krümmungshalbmesser eines bestimmten Punktes der elastischen Linie und dem statischen Momente der biegenden Kräfte eine constante Größe ist), entwickelt Euler (in rechtwinkligen Coordinaten) das Differenzial der Gleichung der elastischen Linie oder einer dünnen elastischen Ruthe von einfacher Krümmung, die ursprünglich eine ganz gerade Gestalt hatte [2]. Das Integral hiervon konnte (damals) nur durch eine unendliche Reihe dargestellt werden [3].

Je nach der Größe der Kraft, welche die Krümmung der elastischen Linie hervorbringt und nach der Richtung dieser Kraft gegen die Tangente im Angriffspunkte etc., unterscheidet Euler neun Gattungen elastischer Linien, wovon Nr. 9 sich auf den Fall bezieht, daß die elastische Linie ein Kreis wird.

Da für technische Zwecke die Weiterbildung und das Brauchbarmachen dieser (an sich vortrefflichen) Resultate erst später lebenden Mathematikern glückte, worauf wir in der Folge zurückkommen werden, so werde hier nur der ersten Gattung (jener

1) Ausführlicher wird Euler's Verdienste um die Theorie der elastisch festen Körper gedacht in Girard's ‚Analytischer Abhandlung vom Widerstande fester Körper'. Deutsch von Kröncke (Gießen 1803), S. 16 und 41 und in Saint-Venant's Bearbeitung von Navier's ‚Résumé des leçons etc.' Partie historique, Paris 1864, p. CXII. Endlich ist noch Winkler's ‚Abriß einer Geschichte der Elasticitätslehre' zu empfehlen, welcher sich im III. Jahrgange (1871) der Prager ‚Technischen Blätter', S. 22 und S. 232 abgedruckt vorfindet.

2) Euler ‚De curvis elasticis', §. 10, p. 253.

3) Später lernte man derartige Differenzialfunctionen vermittelst der elliptischen Functionen genau integriren. Man sehe deshalb u. A. Poisson, Lehrbuch der Mechanik', §. 310 (deutsch von Stern, Th. I, S. 484).

neun Gattungen) gedacht, wo die biegende Kraft in der Achsenrichtung der ursprünglich geraden Ruthe wirkt.

Für diesen Fall findet Euler das Differenzial

$$dy = \frac{a\,dx}{\sqrt{2\,(c^2 - x^2)}}$$ und das Integral zu

$$y = \frac{a}{\sqrt{2}}\, arc. \left(sin = \frac{x}{c}\right)$$ [1])

eine Gleichung, welche der länglichen Cykloide angehört.

Hiernach ermittelt Euler die Kraft Q, welche zur Erzeugung der kleinsten Krümmung der elastischen Ruthe erforderlich ist, wenn l die ursprüngliche Länge (Höhe) der elastischen Ruthe bezeichnet und W das sogenannte Elasticitätsmoment (S. 144, Note 3) ist:[2])

$$Q = W\,\frac{\pi^2}{l^2}.$$

Endlich ist noch darauf aufmerksam zu machen, daß Euler in §. 48 auch eine Theorie der bereits gekrümmten elastischen Stäbe giebt und zeigt, daß hier die Gleichung $M = W\left[\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho}\right]$ stattfindet, sobald ϱ der Halbmesser der ursprünglichen Biegung dagegen ϱ_1 der fernern Biegung ist.

Zum Schlusse werde noch kurz der Verdienste Euler's um die Mechanik des Himmels gedacht[3]), in welchem Gebiete er nicht weniger als sechs der von der Pariser Akademie ausgeschriebenen Preise gewann, obwohl er in seinem Freunde Daniel Bernoulli und den gleich im folgenden Paragraphen zu besprechenden Pariser Akademikern d'Alembert und Clairault ganz gewaltige Concurrenten fand.

Euler brach namentlich allseitig Bahn für die Untersuchung der planetarischen Störungen, war der Erste, welcher nachwies, daß streng genommen

---

1) Wie man gegenwärtig diese Gleichung ableitet, wird in allen Lehrbüchern der technischen Mechanik nachgewiesen. In des Verfassers ‚Geostatik' (3. Auflage), S. 330.

2) Für die Anwendung im Gebiete der Technik hat dieser Satz, — nach welchem die Last Q, die eine elastische (prismatische) Ruthe (oder Säule) zu biegen im Stande ist, sich umgekehrt wie das Quadrat der Länge der Ruthe (oder Säule) verhält — sehr wenig Werth. Nebenbei ergiebt sich nämlich das Paradoxon, daß bei verschiedenen Krümmungen der Ruthe einerlei Kraft erfordert wird, diese Krümmungen zu erzeugen. Da es auch später (selbst Lagrange) nicht gelangt, durch die Theorie bessere Resultate zu erhalten, so mußten die rationellen Praktiker zu Versuchen ihre Zuflucht nehmen, wovon die des Engländers Hodgkinson immer noch die besten sind, und worüber u. A. des Verfassers bereits citirte ‚Geostatik', S. 333 belehrt.

3) Wolf, ‚Geschichte der Astronomie', S. 473 etc. (wörtlich hier aufgenommen).

ein Planet in Folge des Gravitationsgesetzes nicht eine Ellipse um die Sonne beschreibe, sondern Planet und Sonne Ellipsen um ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt.

Ebenso war Euler einer der Ersten, welcher die schwierige Mondtheorie durch Lösung des Problems der drei Körper (S. 115, Note) in die Hände nahm, brauchbare Grundlage für zuverlässige Mondtafeln lieferte etc.

Manche andere Angaben über L. Euler's Leistungen auf allen Gebieten der reinen und angewandten Mathematik, finden sich in den Biographien Euler's, wovon wir hier eine folgen lassen, welche dem Zwecke und Umfange unseres Buches entsprechen dürfte [1]).

---

1) Leonhard Euler, der ausgezeichnetste Mathematiker des 18. Jahrhunderts, wurde am 15. April (N. St.) oder 4. April (A. St.) 1707 in Basel geboren und starb am 18. Sept. (N. St.) oder 7. Sept. (A. St.) 1783 zu Petersburg. Sein Vater Paul Euler, ein hochgebildeter Geistlicher, der zugleich den mathematischen Unterricht des großen Jacob Bernoulli genossen hatte, erzog sich in seinem Sohne Leonhard den lernbegierigsten Schüler in mathematischen Dingen, der auch bald diesen Wissenszweig zu seinem Berufe wählte. Während seines Studiums an der Universität Basel wurde er der Lieblingsschüler von Johann Bernoulli, der sich für den ebenso talentvollen wie bescheidenen jungen Mann lebhaft interessirte. Bereits 1723 erlangte Euler die Magisterwürde auf Grund einer in lateinischer Sprache vorgetragenen Vergleichung der Newton'schen und Cartesiani'schen Philosophie. Auf Veranlassung Daniel Bernoulli's wurde er 1727, also erst 20 Jahre alt, als Adjunct für das mathematische Fach an die Petersburger Akademie berufen. Euler betrat das russische Gebiet leider am Todestage Katharina's I., am 17. Mai 1727, von wo an die Regierung Peter's II. rein wissenschaftlichen Bestrebungen derartig entschieden ungünstig war, daß E. froh war, so lange als Schiffslieutenant in den russischen Flottendienst treten zu können, bis mit der Thronbesteigung Anna's I. (im Februar 1730) wieder bessere Zeiten begannen. Nach Herrmann's Abreise von Petersburg erhielt er die frei gewordene Professur der Physik und 1733 nach Daniel Bernoulli's Rückkehr in die Schweiz, die dadurch erledigte Stelle eines Mitgliedes der Akademie. Von der geistigen Kraftentfaltung des Mannes gab u. A. folgender Fall einige Kenntniß: 1735 sollten gewisse genaue astronomische Tafeln berechnet werden, zu deren Ausführung sich die Mathematiker der Akademie, jeder einzeln, bereit erklärten, wenn eine Frist von einigen Monaten gegeben würde. Euler machte sich anheischig, die Rechnung binnen 3 Tagen zu vollenden und hielt Wort. Am 28. October 1740 starb Anna I. und mit ihrem Tode begannen Palastrevolutionen, welchen erst nach Jahresfrist (16. December 1741) die Thronbesteigung der Kaiserin Elisabeth ein Ende machte. Während dieser Zeit gelangte an Euler ein Ruf an die Berliner Akademie, deren Erneuerung ein Lieblingsgedanke des großen königlichen Philosophen Friedrich II. war, der selbst mitten in den Unruhen des ersten schlesischen Krieges (1740—1742) den Wissenschaften die gebührende Aufmerksamkeit nicht entzog. Der König richtete selbst aus dem Feldlager zu Reichenbach am 4. September 1741 ein eigenhändiges Schreiben an Euler, worin er ihm nicht nur seines Wohlwollens ver-

§. 20.

D'Alembert.

Euler's vortreffliche Arbeiten über analytische Mechanik bestanden im Wesentlichen in der Lösung isolirter Aufgaben aus allen Theilen der angewandten Mathematik und zwar in solchem Umfange, daß es noch gegenwärtig verhältnißmäßig wenig Probleme giebt (Zeit und Umstände in Betracht gezogen), welche dieser ausgezeichnete Meister der mathematischen Wissenschaften nicht mindestens berührt hätte.

So groß aber auch Euler's Verdienste bezeichnet und hoch

---

sicherte, sondern auch eine Pension von 1600 Thalern anwies. Die Königin Mutter (Sophie Dorothea, geb. Prinzessin von Hannover, Tochter Georg's I. von England), die gern mit Gelehrten verkehrte, empfing an Stelle des abwesenden Königs, unsern Euler aufs Leutseligste. Euler, an Vorsicht in seinen Bemerkungen und Aeußerungen gewöhnt, war in dieser Unterredung so einsilbig, daß die Königin ihn darüber zur Rede stellte. Die Antwort Euler's lautete: „Ich komme aus einem Lande, wo man gehängt wird, wenn man spricht".

Im Jahre 1744 wird Euler zum Director der mathematischen Klasse der Berliner Akademie der Wissenschaften ernannt und 1755 dadurch ausgezeichnet, daß ihn Ludwig XV. von Frankreich zum überzähligen auswärtigen Mitgliede der Pariser Akademie beruft. Der Minister d'Argenson theilte ihm die Ernennung in folgenden Worten mit: „L'Académie désirait vivement de vous voir associé à ses travaux, et Sa Majesté n'a pu qu'adopter un témoignage d'estime que vous méritez à si juste titre".

Nach einer hier besonders benutzten Quelle*) nützte Euler während seines Aufenthalts in Berlin nicht nur der Wissenschaft, sondern auch der preußischen Staatsverwaltung, namentlich mit Gutachten über die Herstellung eines Canals zwischen der Havel und Oder, über die Wasserwerke zu Sanssouci etc., über Lotteriepläne und andere Finanzfragen. Da ihm die Geschicke der Petersburger Akademie immerfort am Herzen lagen und ihm eine unangenehme Reorganisation der Berliner Akademie Sorgen bereitete, so folgte er einem Rufe der Kaiserin Katharina II. nach Petersburg, wohin er auch im Juni 1766 zurückging.

Leider wurde ihm hier die Freude an einem hohen Jahresgehalte und einem Antrittsgeschenke zum Kaufe eines Hauses durch das Unglück verbittert, daß er noch im Herbste desselben Jahres sein zweites Auge verlor, nachdem er bereits 1735 schon auf einem Auge erblindet war.

*) Cantor in der ‚Allgemeinen deutschen Biographie', Bd. VI, S. 424 u. s. w. Die Quellen, woraus Cantor schöpfte, sind hier ebenfalls angegeben und darunter auch die treffliche Arbeit von Euler's Schwiegersohne, des nachherigen Staatsraths von Fuss in der ‚Correspondance mathématique et physique etc.' vol. I.

geschätzt werden müssen, so veranlaßte doch seine Methode zu dem Schlusse, daß die Lösung mechanischer Aufgaben mehr oder weniger besondere Kunstgriffe erfordere und eigentlich stets ein von Gott begnadigtes Talent vorhanden sein müsse, um mit rechtem Erfolge zum Ziele gelangen zu können.

Durch die Blindheit wurde seine wahrhaft kolossale literarische Fruchtbarkeit nicht gestört, vielmehr erhöht*), natürlich war er genöthigt, seine Arbeiten zu dictiren. Leider traf ihn 1771 ein zweites Unglück, indem eine Feuersbrunst sein Haus zerstörte und der alte blinde Mann wahrscheinlich in den Flammen umgekommen sein würde, hätte ihn nicht ein Fremder gerettet. Diesem allen ungeachtet fällt in den nachherigen Zeitraum (1773 – 1782) die größte Zahl der von ihm gelieferten Arbeiten, wie aus der untenstehenden Note erhellt.

Noch am 7./18 September 1783 hatte er die Bewegung eines Luftballons (einer Montgolfière) berechnet, als er Nachmittags am Theetische sitzend und mit einem seiner Enkel scherzend mit den Worten „ich sterbe“ zusammensank; einige Stunden darauf hatte einer der größten Mathematiker, einer der edelsten und liebenswürdigsten Menschen zu leben aufgehört.

Der Verfasser kennt kein besseres Gesammturtheil über Euler als das, welches Jolly in seinen ‚Principien der Mechanik‘, S. 138 ausspricht und das wörtlich also lautet:

„Es hätte nicht leicht ein Talent wie das Euler'sche zur glücklicheren Stunde als im Anfange des 18. Jahrhunderts auftreten können. Die großen Entdeckungen in den mathematischen Wissenschaften lagen gerade in ihren ersten Begründungen vor; in der Analysis, in der Differenzial- und Integralrechnung, in der analytischen Geometrie, in der Mechanik, in der theoretischen Astronomie und in der mathematischen Physik waren eben erst die Ausgangspunkte gewonnen und erst die Anfänge zu wissenschaftlichen Entwicklungen waren gemacht. Die Fruchtbarkeit der aufgestellten Principien, der Reichthum von Folgerungen, zu denen sie hinführen konnten, und die Summe von Problemen, die durch sie zu lösen waren, waren noch nicht erkannt. Es fehlte an der Ausbildung der mathematischen Zeichensprache, die zur analytischen Darstellung unentbehrlich erscheint, die aber, einmal hergestellt, das mathematische Talent auch rasch zur Erweiterung aller Zweige der Mathematik führen mußte. Euler besaß

*) Nach Fuss a. a. O., p. XLI beträgt die Zahl seiner sämmtlichen Arbeiten (Werke und Abhandlungen) nicht weniger als 756, von denen er lieferte:

24	von	1727	bis	1733	99	von	1754	bis	1763
49	„	1734	„	1743	104	„	1764	„	1773
125	„	1744	„	1753	355	„	1774	„	1783

Fuss fügt diesen Angaben (a. a. O., p. LVII) ein vollständiges systematisches nach wissenschaftlichen Kategorien geordnetes Verzeichniß dieser Arbeiten bei, worauf hier verwiesen werden muß. Fuss' hinterlassene Söhne veröffentlichten vom Jahre 1862 an noch ungedruckte Arbeiten Euler's unter folgendem Titel:

‚Leonhardi Euleri opera posthuma mathem. et physica anno MDCCCXLIV detecta‘.

Wollte man aber das Gebiet der Mechanik von solchen Anforderungen frei machen, so mußten außer den Grundprincipien der Mechanik (besonders der Dynamik) noch andere Principien, richtiger Lehrsätze aufgestellt werden, die man als allgemeine Resultate der dynamischen Gesetze zu betrachten hatte.

Allerdings waren am Anfange des 18. Jahrhunderts hierzu bereits gewichtige Andeutungen vereinzelt vorhanden — von Newton [1]) die Basis des Satzes von der Erhaltung des Schwerpunktes, von Huyghens und Daniel Bernoulli die Grundidee des Princips von der Erhaltung der lebendigen Kräfte und von Johann Bernoulli die richtige Auffassung des Principes der virtuellen Geschwindigkeiten; allein es fehlten mathematische Beweise hierzu, die jeden Zweifel an deren Richtigkeit und Allgemeinheit beseitigen mußten.

Dem französischen Mathematiker und Philosophen d'Alembert [2]) war es vorbehalten, den rechten Anstoß zur Aufstellung

---

jenes reich ausgestattete mathematische Talent, dem die exacten Wissenschaften diesen größten Zuwachs verdanken sollten. Er war von der Natur so glücklich organisirt, daß er mit einem vortrefflichen Gedächtniß, einem seltenen Scharfsinn und mit einer ausgezeichneten Erfindungsgabe eine Arbeitskraft verband, wie die gesammte mathematische Literatur das Gleiche nicht aufzuweisen hat".

Ein Verzeichniß verschiedener auf Leonhard Euler gehaltener Lobreden (Éloges), findet sich am Ende der sehr gut von Cantor verfaßten Biographie Euler's, in der bereits vorher citirten ‚Allgemeinen deutschen Biographie'.

Das hier beigegebene, in Stahlstich ausgeführte Portrait Euler's, ist eine Copie der Abbildung, welche Fuss in Bd. I. seiner ‚Correspondance mathémat. et physique' beifügte. Fuss, bemerkt dazu (a. a. O., Note, S. 25), daß dieses Portrait nach einem 1780 von Küttner gemalten Bilde copirt sei, folglich Euler in seinem späteren Lebensalter, also in der fruchtbarsten Periode seines Wirkens, darstellt.

Ein schöner Kupferstich, Euler in seinen jüngeren Jahren nach einem Gemälde von Handmann in Basel darstellend, ziert den ersten Band des von den Gebrüdern Fuss (1862) herausgegebenen Werkes ‚Leonhardi Euleri opera posthuma etc'.

1) Lagrange ‚Mécanique analytique', T. I, p. 243, §. 15.

2) Jean le Rond d'Alembert wurde am 16. November 1717 in Paris geboren. Sein Name stammt daher, daß er zu Paris auf den Stufen der Kirche Jean le Rond ausgesetzt gefunden und der Frau des Glasers Alembert zum Aufziehen übergeben worden war. Erst in späterer Zeit, als d'Alembert bereits ein berühmter Mann geworden war, zeigte sich, daß der Artilleriecommissair

und zum Beweise von Lehrsätzen gedachter Art zu geben, oder, wie sich Dühring in seiner ‚Geschichte der Mechanikprincipien‘ ausdrückt[1]), „die Einleitung zur Formgebung der Mechanik zu liefern“.

Destouches sein Vater und die einst berühmte Schönheit Frau von Tensin Chanoinesse von Beaujeu, seine Mutter war. Nach dieser Entdeckung wollte aber auch der Sohn nichts mehr von seinen vornehmen Eltern wissen, blieb vielmehr seiner Pflegemutter treu, bei der er lange Jahre wohnte und sie nachher fortwährend unterstützte. 12 Jahre alt wurde A. in die Pensionsanstalt des Collège Mazarin aufgenommen, wo er die raschesten Fortschritte in den Wissenschaften und seine Lehrer erstaunen machte über die Vielseitigkeit und Gründlichkeit alles Gelernten. Anfänglich fesselte ihn das Studium der Theologie, nachher studirte er die Rechte und die Medicin, um sich eine gesicherte Zukunft zu verschaffen, fand aber schließlich noch mehr Interesse an philosophischen und mathematischen Studien, denen er auch bis an sein Ende treu blieb.

Im Jahre 1741 wurde d'Alembert Mitglied der Pariser und 1747 der Berliner Akademie der Wissenschaften. 1763 trug ihm Friedrich II. die Präsidentschaft der Berliner Akademie der Wissenschaften mit einem bedeutenden Gehalte an, welchen Antrag er ausschlug, um in seinem Vaterlande bleiben zu können. Bald nachher forderte ihn Katharina II. von Rußland auf, unter glänzenden Bedingungen die Erziehung ihres Sohnes Paul zu übernehmen, jedoch ebenfalls vergeblich. Im Jahre 1772 wurde er Secretair der Académie française, in welcher Stellung er die Biographien und die gebräuchlichen Éloges aller Akademiker seit dem Anfange des Jahrhunderts verfaßte, die noch heute als Muster dieser Art von Schriften gelten. Sein sanfter Charakter, seine Gutmüthigkeit und Munterkeit, verbunden mit hohen geistigen Fähigkeiten, machten ihn zum angenehmen Gesellschafter. Er war ferner ein unermüdlicher Wohlthäter der Armen und stets bereit, talentvolle Jünglinge mit Rath nnd That zu unterstützen, in deren Gesellschaft er in seinen letzten Lebensjahren am liebsten verweilte. Die Fehler, die man ihm vorgeworfen hat, entstanden aus einer großen Lebhaftigkeit und muthwilligen Laune, der er sich zuweilen überließ, ohne die Regeln der Mäßigung und Klugheit zu beobachten.

D'Alembert übernahm seiner Zeit den mathematischen Theil der berühmten ‚Encyclopédie‘ von Diderot, welches ein summarisches Archiv aller Kentnisse sein sollte, die sich der menschliche Geist bis um die Mitte des 18. Jahrhunderts erworben hatte. Leider verwickelten ihn die in der ‚Encyclopédie‘ ausgesprochenen philosophischen Ansichten in vielfache Streitigkeiten und wurden Veranlassung, ihn in religiöser Hinsicht als einen Naturalisten zu bezeichnen. Von allen Genüssen des Lebens schien er nur zwei zu kennen: die Arbeit und die Conversation, obwohl ihm auch die letzte, kurz vor seinem Ende, nicht mehr behagen wollte. Er starb am 29. October 1783 in Folge von Steinbeschwerden, insbesondere weil er sich einer Operation nicht unterwerfen wollte.

Seine vorzüglichsten mathematischen Schriften und Abhandlungen wurden in vorstehendem Texte genannt, eine vollständige Sammlung derselben ist nicht erschienen.

1) Erste Auflage S. 395, §. 162.

Hierzu stellte d'Alembert den bereits S. 145 erwähnten und schon von Jacob Bernoulli benützten Satz von den verlorenen Kräften in allgemeiner Weise auf und lieferte zugleich eine directe Methode, jede Aufgabe der Dynamik auf eine der Statik zurückzuführen, oder wenigstens eine hierzu dienende Gleichung aufstellen zu können. Zum gehörigen Verständnisse dieses Satzes diene Folgendes.

Betrachtet man mit einiger Aufmerksamkeit die Bewegung eines Systemes unabänderlich mit einander verbundener materieller Punkte oder Körper, so erkennt man bald, daß die Bewegung jedes einzelnen derselben, sowohl von der auf ihn wirkenden Kraft abhängt, als auch von der Reaction, welche die andern materiellen Punkte oder Körper des Systemes auf ihn ausüben, oder daß im Allgemeinen keiner derselben eine Bewegung annimmt, die er zufolge der einwirkenden Kräfte angenommen haben würde, hätte er diesen frei folgen können.

Um daher die wirklich statthabende Bewegung eines der materiellen Punkte oder Körper zu bestimmen, muß man die Veränderungen kennen lernen, welche diese Bewegung zufolge der Verbindung, als Theil eines Systemes, erfährt.

Die vollständige Auflösung dieser Aufgabe, gab d'Alembert in seinen 1743 in Paris erschienenen Werke: ‚Traité de dynamique', p. 50 durch Aufstellung eines Satzes, der in der Hauptsache, folgendermaßen lautet:

„Werden den verschiedenen materiellen Punkten oder Körpern eines Systemes Bewegungen mitgetheilt (eingeprägt), welche durch die gegenseitige Verbindung der materiellen Punkte oder Körper eine Abänderung erfahren, so ist klar, daß man diese Bewegung so betrachten kann, als wäre sie zusammengesetzt (resultirend) aus den Bewegungen, welche die materiellen Punkte oder Körper des Systemes wirklich annehmen, und aus den Bewegungen, welche zufolge der Verbindung vernichtet (verloren) wurden. Hieraus folgt zugleich, daß letztere Bewegungen von der Art sein müssen, daß, wenn die materiellen Punkte oder Körper des Systemes von ihnen allein angeregt werden, Gleichgewicht stattfinden muß".

Kurz zusammengefaßt ist sonach das Charakteristische des d'Alembert'schen Satzes: „Die Zerlegung der Kräfte in zwei Bestandtheile, von denen die einen im Gleichgewicht sein müssen, während die andern zur Bewegung beitragen".

Mit Hülfe dieses Lehrsatzes (Principes) kann daher jede Aufgabe der Dynamik auf eine der Statik zurückgeführt werden [1]).

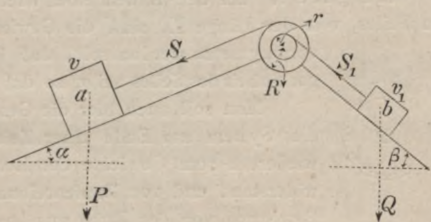
---

1) Bei der Anwendung dieses Satzes (Principes) in der oben ausgesprochenen Form, ist es zuweilen schwierig (ja oft unmöglich) die sich vernichtenden (die verlorenen) Kräfte, also auch die Gesetze des Gleichgewichtes unter diesen Kräften zu bestimmen. Diese Schwierigkeit umgeht man nach Lagrange (‚Mec. analyt.') zum Theil, wenn man bedenkt, daß offenbar auch dann Gleichgewicht eintreten muß, sobald man jedem materiellen Punkte oder Körper des Systemes eine Bewegung ertheilt, welche derjenigen, die er wirklich annimmt, gleich und entgegengesetzt ist und dann den fraglichen Satz überhaupt auf folgende Art ausdrückt:

„In jedem in Bewegung begriffenen Systeme materieller Punkte oder Körper halten sich die mitgetheilten und die resultirenden, aber entgegengesetzten Sinnes genommenen Kräfte oder Bewegungsgrößen gegenseitig im Gleichgewichte, wenn man (überdies) auf die (besondere) Beschaffenheit des Systemes Rücksicht nimmt.

Zur Erläuterung dieses auch für die technische Mechanik wichtigen Satzes mag hier die Lösung zweier Aufgaben folgen:

Aufgabe 1. Zwei Körper vom Gewichte P und Q (Figur 39) sind gezwungen sich auf zwei schiefen Ebenen zu bewegen, die beziehungsweise unter den Winkeln α und β geneigt sind. Dabei sind jedoch beide Körper an völlig biegsame Fäden S und S_1 gebunden, die sich, unter der Voraussetzung daß $P > Q$ ist, beziehungsweise von zwei Rollen, deren Halbmesser R und r sind, ab- und aufwickeln, die man auf dem Gipfel der vereinigten schiefen Ebenen in der aus der Figur zu entnehmenden Weise befestigte und daselbst um horizontalliegende Zapfen drehbar gemacht hat.



39.

Man soll die Gesetze der Bewegung dieser beiden Körper unter der Voraussetzung bestimmen, daß überall vom Gewichte der Rollen, von Reibungen und Fadenbiegungswiderstand abgesehen wird, auch die Bewegung beider Körper vom Zustande der Ruhe aus beginnt.

Auflösung. Es sind hier, wenn am Ende einer Zeit t das Gewicht P die Geschwindigkeit v und das Gewicht Q die Geschwindigkeit v_1 angenommen hat:

die vorhandenen Massen	die eingeprägten Bewegungsgrößen	die resultirenden Bewegungsgrößen
$\frac{P}{g}$	$g\left(\frac{P}{g}\right) \sin\alpha$	$\frac{P}{g}\frac{dv}{dt}$
$\frac{Q}{g}$	$g\left(\frac{Q}{g}\right) \sin\beta$	$\frac{Q}{g}\frac{dv_1}{dt}$

Nimmt man nun überdies auf die besondere Eigenthümlichkeit des Systemes, d. h. darauf Rücksicht, daß die Spannung S des Fadens, woran P befestigt ist,

Lagrange, der spätere Meister im Gebiete der analytischen Mechanik, bemerkt hierzu (‚Méc. analyt.' Tome I, Dynamique Nr. 10),

---

am Hebelarme R und die S_1, welche von Q erzeugt wird, am Hebelarme r wirkt, so hat man am Ende der Zeit t offenbar $v = R\omega$ und $v_1 = r\omega$ (sobald ω die betreffende Winkelgeschwindigkeit bezeichnet), folglich auch $\frac{v}{v_1} = \frac{R}{r}$ und $dv = dv_1 \frac{R}{r}$. Demnach liefert der d'Alembert'sche Satz die Gleichung:

$$\left(P \sin\alpha - \frac{P}{g}\frac{dv}{dt}\right) R = \left(Q \sin\beta - \frac{Q}{g}\frac{dv_1}{dt}\right) r.$$

Da ferner noch $\frac{dv_1}{dt} = -\frac{dv}{dt}\frac{r}{R}$ ist, so wird dieselbe zu

$$\left(P \sin\alpha - \frac{P}{g}\frac{dv}{dt}\right) R = \left(Q \sin\beta + \frac{Q}{g}\frac{dv}{dt}\frac{r}{R}\right) r, \text{ folglich}$$

$$\frac{dv}{dt} = gR\frac{PR\sin\alpha - Qr\sin\beta}{PR^2 + Qr^2}.$$

Die Integration giebt:

$$v = gR\frac{PR\sin\alpha - Qr\sin\beta}{PR^2 + Qr^2}.t.$$

Für die Spannungen S und S_1 der tragenden Fäden erhält man daher:

$$S = g\frac{PQ\,[r^2\sin\alpha + Rr\sin\beta]}{PR^2 + Qr^2} \text{ und } S_1 = g\frac{PQ\,[Rr\sin\alpha + R^2\sin\beta]}{PR^2 + Qr^2}$$

Aufgabe 2. An den Enden eines über eine feste Rolle (Figur 40) gelegten Seiles, von der Länge L, sind die Gewichte P und Q befestigt und wobei vorausgesetzt werden soll, daß $P > Q$ ist. Das Gewicht der Längeneinheit des Seiles sei q, so daß dessen ganzes Gewicht qL beträgt.

Man soll auch hier die Geschwindigkeit $= v$ angeben, welche dies System am Ende einer Zeit t erlangt hat, vorausgesetzt, daß wiederum vom Gewichte der Rolle und Zubehör, von Seilbiegungswiderstand und von Zapfenreibung abgesehen wird, so wie daß die Bewegung von der Ruhe aus beginnt.

40.

Auflösung. Ermittelt man wie vorher die eingeprägten und ebenso die resultirenden Bewegungsgrößen, so erhält man, wenn, nach t Zeit, links die Seillänge λ und die rechts $L - \lambda$ beträgt:

$$\frac{P + q\lambda}{g}\left(g - \frac{dv}{dt}\right) = \frac{Q + q(L-\lambda)}{g}\left(g + \frac{dv}{dt}\right),$$

Dies giebt aber

$$\frac{dv}{dt} = g\,\frac{P - Q - qL + 2q\lambda}{P + Q + qL},$$

oder weil $d\lambda = v\,dt$ ist:

$$\frac{v\,dv}{d\lambda} = g\,\frac{P - Q - qL + 2q\lambda}{P + Q + qL}$$

hier $P - Q - qL = a$ und $P + Q + qL = b$ gesetzt, giebt:

$$v\,dv = \frac{g}{b}(a + 2q\lambda)\,d\lambda.$$

Diese Gleichung integrirt giebt:

$$\frac{v^2}{2} = \frac{g}{b}(a\lambda + q\lambda^2), \text{ folglich:}$$

$$v = \sqrt{\frac{2g}{b}(a\lambda + q\lambda^2)}.$$

daß die Bestimmung der verlorenen Kräfte, ebenso wie die Gleichgewichtsgesetze zwischen diesen Kräften, die Anwendung des Satzes oft beschwerlich und mühsam und die sich schließlich ergebenden Resultate fast immer complicirter macht, als wenn man sie mittelst minder einfachen und weniger directen Sätzen (Principien) abgeleitet hätte. Hierzu bemerkt Lagrange (in besonderer Note, a. a. O. Nr. 10), daß sich die Auflösungen überdies noch dadurch mehr compliciren, da d'Alembert es vermeiden wollte, das Element der Zeit (dt) constant zu nehmen [1]).

Eine vortheilhafte Anwendung machte d'Alembert von seinem Satze auf die Theorie der Bewegung flüssiger Körper in seinem Werke ‚Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides', welches 1744 ebenfalls in Paris erschien. Mit einer gewissen Einfachheit und Eleganz löste er hier nicht nur alle Aufgaben seiner Vorgänger, sondern noch mehrere andere, die ganz neu und schwer waren.

Im d'Alembert'schen Geiste, doch mit den jetzt gebräuchlichen Formen und mit den heute üblichen Bezeichnungsweisen, hat der Verfasser in seiner ‚Hydromechanik' (2. Auflage) den Ausfluß des Wassers aus Gefäßen mit nicht verticaler Achse, wenn der Beharrungszustand noch nicht eingetreten ist, behandelt [2]) und ferner auch den Gesammtdruck des Wassers ermittelt, welchen dasselbe gegen die Wände enger Röhren ausübt, überhaupt das Problem der Reaction des Wassers gelöst [3]).

Die Anwendung des Principes von der Erhaltung der leben-

Endlich ist die Zeit $= t$, innerhalb welcher das bewegte System diese Geschwindigkeit erreicht, da

$$t = \int \frac{d\lambda}{v} + \text{Const. ist:}$$

$$t = \sqrt{\frac{b}{2g}} \int \frac{d\lambda}{\sqrt{a\lambda + q\lambda^2}} + \text{Const.}$$

Die Integration giebt, wenn λ und t gleichzeitig Null sein sollen:

$$t = \sqrt{\frac{b}{2gq}} \,.\, \text{Lgnt.} \left[\frac{a + 2q\lambda + 2\sqrt{q}\,\sqrt{a\lambda + q\lambda^2}}{a}\right]$$

1) Der Verfasser gegenwärtigen Buches hat d'Alembert's Originalwerk ‚Traité de dynamique', mehrfach ganz ausgezeichneten und mit der höheren Mathematik wohl vertrauten Schülern zum Studium und zum Nachrechnen gelöster Aufgaben, in die Hand gegeben, immer aber die (selbst von einem Lagrange geführte) Klage des sehr schweren Verstehens von Neuem vernehmen müssen.

2) Zweite Auflage, §. 80.

3) Ebendaselbst §. 189.

digen Kräfte zur Ermittlung der Bewegungsgesetze der Flüssigkeiten nach Daniel Bernoulli hält d'Alembert besonders aus den beiden Gründen für unangemessen[1]), weil erstens damals in der That der Richtigkeitsbeweis des Satzes fehle und zweitens, weil es zu falschen Endresultaten in allen den Fällen führe, wo in der Bewegung der Flüssigkeit plötzliche Geschwindigkeitsänderungen auftreten, auf welchen letzteren Umstand wir bereits vorher (S. 162) aufmerksam machten. Zur Zeit d'Alembert's mußte man diese beiden Einwendungen allerdings für richtig erklären[2]).

Von den ebenfalls für die Ingenieur-Mechanik wichtigen, ferneren Arbeiten d'Alembert's, ist noch das 1752 erschienene Werk zu erwähnen „Essai d'une nouvelle théorie sur la résistance des fluides". Ungeachtet der vielfachen scharfsinnigen Untersuchungen, welche d'Alembert hierin führt, vermochte er es dennoch nicht, das Problem vom Widerstande im Wasser bewegter Körper (namentlich der Schiffe) zur Zufriedenheit der Betheiligten zu lösen. Wahrscheinlich von d'Alembert angeregt, trug deshalb Turgot, der bekannte Minister Ludwig's XIV., den drei Mitgliedern der Akademie der Wissenschaften d'Alembert, Bossut[3]) und Condorcet, die Vornahme geeigneter Versuche auf, entsprechend dem bis zur Gegenwart im ganzen Gebiete der technischen Hydraulik einzig richtigen Satze, daß die Rechnung zur Erlangung brauchbarer Resultate, stets Hand in Hand mit der Erfahrung gehen muß. Die Ergebnisse dieser mit Modell-Schiffen angestellten Versuche wurden 1777 in Paris unter dem Titel veröffentlicht ‚Nouvelles expériences sur la rési-

---

1) ‚Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides', Préface p. XVIII und XIX, und unter der Ueberschrift ‚Du mouvement d'un fluide qui sort d'un vase qu'on entretient toujours plein à la même hauteur', p. 105 und besonders p. 108 von Nr. 123 bis mit Nr. 125.

2) Erst Borda brachte später das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte wieder zur Geltung und noch später lieferte Carnot die hierzu noch erforderlichen Beweise.

3) Charles Bossut wurde 1730 in Tartaras, Dep. Rhône geboren und starb 1814 in Paris. Von Jesuiten erzogen, widmete sich B. dem geistlichen Stande, wurde Abbé und Professor der Mathematik an der seiner Zeit berühmten École du genie zu Mézières. Letzteres Amt bekleidete er von 1752 bis zum Ausbruche der Revolution (1789), wo er dasselbe seiner antirepublikanischen Gesinnungen wegen verlor. Unter Napoleon I. wurde er Examinator der polytechnischen Schule, in welcher Stellung er bis zu seinem Tode verblieb. Von seinen

stance des fluides‘. Der Verfasser gegenwärtigen Buches hat hierüber ausführlich in der zweiten Auflage seiner ‚Hydromechanik‘ berichtet, worauf hier verwiesen werden muß.

Von den astronomischen Werken d'Alembert's verdienen in erster Linie die 1749 in Paris gedruckten ‚Recherches sur la précision des équinoxes et sur la nutation de l'axe de la terre‘ genannt zu werden. D'Alembert leistete damit der physischen Astronomie und dem Systeme Newton's einen höchst wichtigen Dienst, indem er nach den Gesetzen einer strengen und tiefsinnigen Mechanik alle Kräfte beachtete, welche den Parallelismus der Erdachse ändern und dieser Achse zwei Bewegungen ertheilen, nämlich erstens die der rückgängigen Kreisbewegung um die Pole der Ekliptik und zweitens die der Schwankungen in Beziehung auf die Ebene der Ekliptik. Die Resultate der von d'Alembert entwickelten Formeln stimmen mit Bradley's [1]) Beobachtungen überein und gewähren eine neue sehr einleuchtende Bestätigung des Newton'schen Systemes der allgemeinen Gravitation.

Von manchen Seiten wird auch Werth auf d'Alembert's ‚Opuscules mathématiques‘ (8 Volumes) gelegt, an welchen er von 1761 bis 1781 arbeitete und die eine Menge wichtiger Untersuchungen aus allen Theilen der reinen und angewandten Mathematik enthalten, die jedoch oft nur in ihren ersten Zügen angedeutet oder in einen Wald von Formeln begraben sind, die noch der letzten vollendenden Hand entbehren.

Ein Verzeichniß der von d'Alembert für die Memoiren der

---

technisch wichtigen literarischen Arbeiten verdient vor Allem das zuerst 1772 (2. Auflage 1777) veröffentlichte Werk ‚Traité élément. d'hydrodynamique‘ genannt zu werden, dessen Werth Langsdorf in der Uebersetzung (1792) mit folgenden Worten schildert: „Bossut unternahm es, neues Licht über die Hydrodynamik zu verbreiten, den Gesetzen der Natur nachzuspüren, nicht ihre Gesetze vorzuschreiben, nicht hypothetische, sondern wirkliche Hydrodynamik zu lehren etc.“. Nächstdem ist besonders sein „Essai sur l'histoire générale des mathématiques‘ zu erwähnen, welches in zwei Bänden in Paris erschien und von Reimer in Kiel ins Deutsche übersetzt wurde.

1) James Bradley, geb. 1692 zu Shireborn in Gloucestershire, gest. 1762 zu Chelford bei Gloucester, war einer der größten praktischen Astronomen, dem man namentlich die Entdeckungen der Aberration des Lichtes und die der Nutation verdankt, sowie die Bestimmung der Refraction. Im Jahre 1742 wurde Bradley als königl. Astronom in Greenwich angestellt, welches Amt er bis 1761 verwaltete. Ausführlich über Bradley berichtet Wolf in seiner ‚Geschichte der Astronomie‘, §. 163 von S. 483—490.

Akademie von Paris und Berlin gelieferten Arbeiten, giebt Poggendorff in dem ‚Biographisch-literarischen Handwörterbuche'.

§. 21.

Lagrange.

Dem größten Analytiker seiner Zeit, Joseph Louis Lagrange[1]) war die letzte Formgebung der Mechanik vorbehalten und scheinen es insbesondere die Gesichtspunkte d'Alembert's gewesen zu sein, welche dessen eminentes mathematisches Genie

1) Lagrange (Joseph Louis), einer der größten Mathematiker seiner Zeit, wurde am 25. Januar 1736 zu Turin geboren. Sein aus Frankreich stammender Vater war savoyischer Kriegsschatzmeister, der anfänglich in guten Verhältnissen lebte, später aber sein ganzes Vermögen durch unglückliche Speculationen verlor. Da überdies sein Vater 11 Kinder besaß, so wurde auch er (als das jüngste Kind) gezwungen, sich durch eigene Kraft ein unabhängiges Leben zu verschaffen. Letztern Umstand betrachtete Lagrange später als die Ursache seines Glücks, indem er die Bemerkung machte: „hätte ich Vermögen gehabt, würde ich die Mathematik nicht geliebt, vielleicht nicht einmal kennen gelernt haben". Während seines Studiums auf der Universität zu Turin wurde ihm seine wahre Bestimmung klar, welche in seinem eminenten Talente zur Mathematik wurzelte. So kam es, daß er bereits im Jahre 1753, also im Alter von 17 Jahren, Professor der Mathematik an der königlichen Artillerieschule zu Turin wurde, trotzdem er jünger als alle seine Schüler war. Am Ende der 50er Jahre wurde er Mitgründer der Turiner Akademie der Wissenschaften, die aus einer Privatgesellschaft hervorging. In den Akten der letzteren Gesellschaft erschienen von 1759 ab eine Reihe ausgezeichneter Arbeiten, die ihm die Mitgliedschaft der Akademie in Berlin verschafften. Als im Jahre 1766 Euler Berlin verlassen wollte, schlug d'Alembert dem König Friedrich II. Lagrange zum Präsidenten der Berliner Akademie vor, welche Stelle er auch erhielt. Lagrange blieb bis zum Jahre 1786 in Berlin, wo er sich leider vergeblich bemüht hatte, Deutsch zu lernen.

Nach Friedrich des Großen Tode (der bekanntlich den 17. August 1786 erfolgte) wurde Lagrange der Aufenthalt in Berlin durch den mächtigen Minister Hertzberg derartig verleidet, daß er sich nach Paris zurückbegab. In dieser Zeit schrieb Lagrange auch das berühmteste aller seiner Werke die ‚Mécanique analytique', für welche er aber merkwürdiger Weise in Paris erst 1788 einen Verleger fand und auch dann nur unter der Bedingung, daß er in einigen Jahren die übrig gebliebenen Exemplare käuflich zurücknehme. Obgleich er in Paris von der Königin Marie Antoinette sehr günstig aufgenommen wurde und auch freie Wohnung im Louvre erhalten hatte, so schienen die üblen Erfolge mit seiner Mechanik ihn doch derartig verstimmt zu haben, daß er zwei Jahre lang kein mathematisches Buch geöffnet haben soll.