

Franz Kreuter

Beitrag zur Berechnung
und Ausführung
der Staumauern



München und Berlin
Verlag von R. Oldenbourg

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300029

BEITRAG
zur
Berechnung und Ausführung
der Staumauern

von

FRANZ KREUTER

Ingenieur

Professor an der Technischen Hochschule in München

Mit 20 Abbildungen und einer Zusammenstellung von Zahlenwerten



(31793)

München und Berlin 1917
Druck und Verlag von R. Oldenbourg

~~cg 44 7760.~~

Berichtigungen.

- Seite 39, Zeile 6 v. o. }
 und } muß stehen 8,3642 statt 8,365
„ 41, „ 12 v. u. }
„ 50, „ 9 v. o. „ „ Δt „ „ Δt_1
„ 50, „ 3 v. u. „ „ $(t_1^2 - u_1^2)$ „ „ $(t_1^2 - u_1)^2$
„ 51, „ 10 v. u. „ „ $h_u(t_1 + u_1)^2$ „ „ $h_u(t_1 + 2u_1)^2$
„ 52, „ 1 v. o. „ „ wir „ wie
„ 43, „ 2 u. 3 v. o. rechts neben der Klammer fehlt dy .

**BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW**

II 31133

Akc. Nr. 1987/49

Inhaltverzeichnis.

	Seite
Vorbemerkung	5
I. Praktische Vorbedingungen:	
a) Sicherung der Mauer gegen den Auftrieb des Wassers	8
b) Grundgestalt des Mauerquerschnittes	10
c) Lagerflächen freistehender Staumauern	12
II. Theoretische Vorbedingungen:	
a) Praktische Zulässigkeit der Trapezregel. — Größe der Randspannungen	14
b) Festsetzung der praktischen Grenze für die Beanspruchung des Gemäuers	17
III. Entwicklung der Bestimmungsgleichungen:	
a) Hypothesen und Bezeichnungen	23
b) Widerstand gegen das Gleiten längs einer wagerechten Schnittebene	24
c) Zusammendrückung an der felseitigen (äußeren) Böschung	25
d) Zusammendrückung an der bergseitigen (inneren) Böschung	26
e) Grenzhöhe oder praktische Grenze für die Gültigkeit des Grunddreieckes	27
f) Fall, wo die bergseitige (innere) Wand nicht lotrecht ist. — Notwendigkeit einer inneren Böschung	28
IV. Anwendung:	
A. Abteilung der Querschnittfläche	31
B. Berechnung der Abmessungen	34
a) Kopf	34
b) Hals	34
c) Rumpf, obere Hälfte	37
d) Rumpf, untere Hälfte	44
e) Fuß	46
1. Entwicklung der Grundgleichungen	46
2. Ableitung der Bestimmungsgleichungen	50
Schlußbemerkungen	53

Vorbemerkung.

Seit ich eine erste Berechnung des kleinstmöglichen Querschnittes der Staumauern veröffentlichte¹⁾, haben französische und englische Mathematiker und Ingenieure neue Gesichtspunkte aufgestellt²⁾.

¹⁾ On the Design of Masonry Dams, Min. of proc. of The Institution of Civil Engineers. Vol. CXV. Session 1893—94, part. I, p. 53.

Berechnung der Staumauern. Zeitschr. f. Bauw. 1894, S. 465.

²⁾ Maurice Lévy: Quelques considérations sur la construction des grands barrages. Comptes rendus des séances de l'académie des sciences, tome 121 (1895), p. 288.

M. Lévy: Note sur les diverses manières d'appliquer la règle du trapèze au calcul de la stabilité des barrages en maçonnerie. Ann. des p. et ch. 1897. 4^{me} trim. p. 5.

L. W. Atcherley and Prof. Karl Pearson: On some disregarded points in the stability of masonry dams. Abstract in Min. of proc. Inst. C. E. vol. CLXII, p. 456.

Prof. Karl Pearson: On the stability of masonry dams. Engg. vol. 80 (1905), p. 35, 171.

Max Am Ende: Notes on stresses in masonry dams. Engg. vol. 80 (1905), p. 751.

J. S. Wilson and W. Gore: Stresses in Dams. An experimental investigation by means of india rubber models. Engg. vol. 80 (1905), p. 134, and Min. of proc. Inst. C. E. session 1907—1908.

E. P. Hill: Stresses in Masonry Dams. Ebenda.

J. W. Ottley and A. W. Brightmore: Experimental investigations of the Stresses in Masonry Dams subjected to water-pressure. Ebenda.

Die Arbeiten von Maurice Lévy müssen fortan als die wichtigste Grundlage für die Berechnung hoher Staumauern gelten. Eine im Jahre 1904 veröffentlichte, elementare Berechnung der Staumauern von Prof. Kressnik¹⁾ führt Lévy's Arbeiten zwar an, geht jedoch nicht darauf ein. Das gleiche gilt von der Berechnungsweise, welche Tudsbury und Brightmore in ihrem Buche vorführen.²⁾ Lévy selbst begnügt sich damit, die Aufgabe ganz allgemein zu behandeln, ohne sich auf Anwendungen einzulassen. Auch die übrigen Forscher weisen zwar auf Mängel der älteren Berechnungsarten hin, schlagen aber keine neue vor.

Ich habe daher den von Lévy gewiesenen Weg weiter verfolgt, meine ursprüngliche Abhandlung umgearbeitet und die Lösung der Aufgabe gefunden, welche ich den Fachgenossen hiermit übergebe. Sie bildet einen Abschnitt aus meinen Vorlesungen an der Münchener Technischen Hochschule und ist das schlichte Endergebnis vieljähriger Arbeit. Sie erfüllt die neueren Anforderungen, ist also vollständiger, richtiger und überdies genauer als die frühere. Trotzdem ist sie einfacher und übersichtlicher.

Immerhin bleibt die Berechnung einer hohen Staumauer auch jetzt noch eine mühsame Arbeit. Sie lohnt sich aber, denn es gibt kein anderes Mittel, um das kleinstmögliche Profil eines solchen Bauwerkes herzustellen und dadurch an einer großen Anlage Hunderttausende in einwandfreier Weise zu ersparen.

Die Berechnung ist so eingehend entwickelt, daß der weniger geübte Leser dem Gedankengange leicht zu

¹⁾ P. Kressnik: Das kleinstmögliche Profil der Talsperremauern. Zeitschr. d. Österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1904, S. 534.

²⁾ J. H. T. Tudsbury and A. W. Brightmore: Waterworks Engineering. 3. ed. London 1905, p. 210, 214, 230.

folgen vermag, und, wie ich glaube, so übersichtlich dargestellt, daß der Geübte mit Dingen, die ihm nebensächlich erscheinen, sich nicht aufzuhalten braucht.

Als Einheiten halten wir fest: Meter und Tonne.

Wir betrachten stets ein Stück Mauer zwischen zwei Querschnittebenen im Abstände Eins.

I. Praktische Vorbedingungen.

a) Sicherung der Mauer gegen den Auftrieb des Wassers.

Damit die Mauer nicht gefährdet wird durch Wasser, welches unter hohem Druck zwischen die Schichten dringt, genügt es nicht, daß die Druckspannung am inneren Rande bei vollem Teiche nicht kleiner wird als Null.

Nimmt man das spezifische Gewicht des Wassers als Einheit, so ist die Stärke (Intensität) des Wasserdruckes in der Tiefe von y Metern gleich y t/qm.

Ist (in t/qm) β_m die Stärke des Randdruckes im Gemäuer auf der Wasserseite in der Tiefe y , so hätte man an Stelle der Bedingung $\beta_m = 0$ zu setzen.

$$\beta_m \geq y.$$

Diese Bedingung bezieht sich auf wagerechte Lagerfugen; dann kann das Wasser nicht mehr durch den hydrostatischen Druck hineingepreßt werden, sondern es ist ein Bestreben vorhanden, es hinauszupressen. Will man aber an der Bedingung festhalten, daß die Spannung am inneren Rande der Lagerfläche bei vollem Teiche den Wert Null habe, so kann man die von Lévy vorgeschlagene Schutz- oder Schirmmauer an-

bringen, wie sie beim Réservoir du Ban ausgeführt wurde. (Abb. 1.)

An der Wasserseite der Staumauer *S* stellt man lotrechte Rippen oder Pfeilervorlagen *P* her, an welche die Schirmmauer *M* sich anlehnt. Hierdurch bildet man Schächte von etwa 2 m im Geviert, die sich über die ganze innere Wandfläche der Staumauer erstrecken. Ein allenfalls entstehender Sprung führt das eindringende Wasser in einen oder mehrere von diesen Schächten, aus denen man es ableiten kann, ohne ihm zu gestatten, daß es eine bedenkliche Höhe erreicht. Aus der Wasserführung der Entwässerdohle oder -Röhre wird man gewahr, was hinter der Staumauer vorgeht. Ist die Abflußmenge beträchtlich, so kann man die Schächte untersuchen und die Sprünge verstopfen.

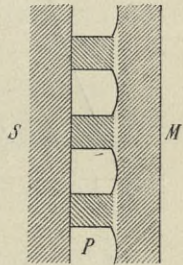


Abb. 1.

Gegen lotrechte Sprünge schützt bogenförmiger Grundriß. Der Wasserdruck auf das Gewölbe wird die Sprünge dichten, da der Druck in den Stoßfugen an sich größer sein wird als der Wasserdruck.

Auf die Bogenform wird bei der folgenden Berechnung nicht Rücksicht genommen. Wir betrachten also die Staumauern als freistehend, nicht als eingespannt.

Wichtig ist es, von Fall zu Fall das Gemäuer, welches zu einer Staumauer verwendet werden soll, in einem mechanisch-technischen Laboratorium prüfen zu lassen, um nicht nur seine Druckfestigkeit, sondern auch seine Scherfestigkeit sowie seine Ausdehnungs- und Elastizitätsverhältnisse festzustellen. Geringere Bedeutung hat die Zugfestigkeit, da es sich vermeiden läßt und stets vermieden werden sollte, Gemäuer auf Zug zu beanspruchen.

b) Grundgestalt des Mauerquerschnittes.

Der Wasserspiegel reiche bis an die Krone (Abb. 2). Diese Annahme entspricht einem ungünstigsten Falle. Wir gehen also dabei sicher. Es sei γ die Schwere des Wassers, γ_1 die des Gemäuers in t/cbm.

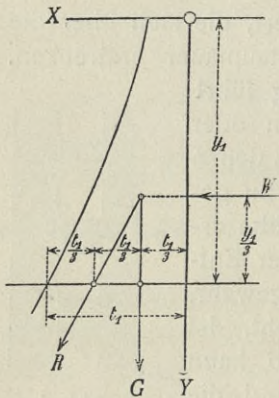


Abb. 2.

Wir stellen die Bedingung, bei vollem Teiche solle die Spannung am inneren Rande der wagerechten Lagerfugen Null werden, bei leerem Teiche am äußeren. Die eine Drucklinie hat daher am äußeren, die andere am inneren Kernrande zu verlaufen, somit hat jede der beiden Drucklinien durch ein Drittel der Fugenbreite zu gehen¹⁾.

Die innere Wand sei eine lotrechte Ebene. Für eine wagerechte Fuge in der Tiefe y_1 erhalten wir die Gleichgewichtsbedingung wie folgt:

a) Die Schwerlinie soll durch das innere Drittel der wagerechten Fuge gehen, daher

$$\frac{1}{3} t_1 \int_0^{y_1} t dy = \int_0^{y_1} \frac{1}{2} t^2 dy$$

$$t_1 \int_0^{y_1} t dy = \frac{3}{2} \int_0^{y_1} t^2 dy$$

b) Die Mittelkraft aus dem Wasserdruck und dem Gewichte der Mauer soll durch das äußere Drittel gehen:

$$\frac{1}{6} y_1^3 = \gamma \cdot \frac{1}{3} t_1 \int_0^{y_1} t dy \quad \text{oder} \quad \frac{1}{2\gamma} y_1^3 = t_1 \int_0^{y_1} t dy,$$

¹⁾ Diese Annahme setzt die Zulässigkeit der sog. „Trapezregel“ voraus. Wir kommen darauf wieder zurück.

das ist nach obigem,

$$\frac{1}{2\gamma} \cdot y_1^3 = \frac{3}{2} \int_0^{y_1} t^2 dy,$$

differenziert:

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{\gamma} \cdot y_1^2 &= \frac{3}{2} t^2 \\ \frac{y}{t} &= \sqrt{\gamma} \quad (1) \end{aligned}$$

Der Querschnitt ist daher ein rechtwinkeliges Dreieck. Die innere Kathete ist lotrecht. Die Breite t in irgendeiner Tiefe y ist nach Gl. (1) zu berechnen.

Beide Stützlinien sind Gerade und begrenzen das mittlere Drittel der Querschnittfläche.

Der Randruck wächst, wie sich leicht zeigen läßt, proportional mit der Höhe y .

In der Ausführung kann man die Mauer oben nicht in einer scharfen Kante enden lassen, sondern die Krone muß mindestens zu einer Brüstung ausgebildet werden. Häufig wird über die Mauerkrone ein Weg geführt, am einfachsten, indem man den oberen Teil der Mauer zu einem rechteckigen Block ergänzt. Allein, auch wenn die Fahrbahn auf irgendeinem besonderen Unterbau — einer Art Jochbrücke aus Holz oder Eisen, oder Bogenstellungen — ruht, muß man dies Bauwerk, für den Zweck der Berechnung, durch einen statisch gleichwertigen Mauerklotz ersetzt sich denken.

Wenn man aber die dreikantige Grundform durch einen solchen Aufbau oben belastet, so werden die Stützlinien durchweg verschoben; und wenn man alsdann noch die Bedingung gleicher Standsicherheit beibehalten will, so wird sich für den, unterhalb des rechteckigen Aufbaues oder „Kopfes“ gelegenen Teil des Mauerquerschnittes eine Form ergeben, welche um so mehr von der dreikantigen Grundform abweicht, je

breiter die Krone, kurz, je größer und schwerer jener wirkliche oder stellvertretende Mauerklotz ist.

c) Lagerflächen freistehender Staumauern.

In einem prismatischen Körper, wie eine Stau-
mauer, gibt es in jedem Querschnitte zwei Gruppen
von Linien, die sich überall rechtwinklig schneiden
und welche Lamé die isostatischen Linien genannt hat.
Sie haben die Eigenschaften:

- a) Daß sie nur streng senkrechte (normale) Drücke erfahren,
- b) daß in jedem Punkte die eine Linie die größte, die andere die kleinste Druckspannung erleidet, welche an diesem Punkte entstehen.

Die Linien der ersten Gruppe sollen A , die der zweiten B heißen.

Offenbar wären nach der Liniengruppe A die Lagerfugen anzulegen, da hierdurch jedes Bestreben, längs der Lagerflächen zu gleiten, vermieden würde. Die Erfüllung dieser Bedingung vereinfacht sich, da man vorweg zwei isostatische Linien kennt, d. h. Linien, die nur normale Drücke erleiden. Das sind die beiden Häupter des Staumauerquerschnittes.

Das äußere oder talseitige Haupt entspricht notwendigerweise der Gruppe B , wenn es den Druck Null erleidet. Das innere, berg- oder wasserseitige Haupt gehört ebenfalls zu dieser Gruppe, wenn die Bedingung

$$\beta_m \geq y$$

erfüllt ist.

Folglich müssen alle Linien der Gruppe A , d. i. alle Lagerfugen, die beiden Stirnen rechtwinklig schneiden.

Es genügt, die Lagerfugenlinien durch Kreisbögen zu ersetzen, welche die Stirnen rechtwinklig schneiden.

Dann wird an den Stirnen kein Bestreben, zu gleiten, vorhanden sein und im Inneren nur ein schwaches, was sehr wichtig ist, namentlich für die Grundfläche des Dammes. Das hindert natürlich nicht, unregelmäßiges Bruchsteingemäuer und Stufen an der Grundfläche anzuwenden. Diese Art zu mauern, erleichtert auch den Abfluß der Niederschläge während der Arbeit, namentlich, wenn sie zeitweise unterbrochen werden muß.

II. Theoretische Vorbedingungen.

a) Praktische Zulässigkeit der Trapezregel. Größe der Randspannungen.

Die Trapezregel oder die Annahme, daß die Belastungsfläche über der Angriffachse ein Trapez sei, beruht bekanntlich auf Naviers Hypothese vom ebenen Querschnitt und dem Satze vom festwertigen Elastizitätsmaß. Sie wurde bei der Berechnung von Staumauern angewendet

1. durch Delocre auf die wagerechten Schnitte,
2. durch Bouvier auf die Schnitte normal zur Druckkurve,
3. durch Guillemain, ausgehend von demjenigen Schnitte durch jeden Punkt der talseitigen (äußeren) Stirne, welcher den größten Normaldruck in diesem Punkte ergibt.

Da der durch Guillemain vorgeschlagene Weg den stärksten Druck ergäbe, so würde die Vorsicht empfehlen, ihn einzuschlagen, obschon er der mühsamste wäre.

Lévy weist nach, daß praktisch die Berechnungsarten von Delocre, Bouvier und Guillemain annähernd gleichwertig sind; daß die Trapezregel genau ist, d. h. den Grundsätzen der mathematischen Elastizitätstheorie entspricht für dreieckige Querschnitte, d. i. mit der

Kronenbreite Null, nicht aber für trapezförmige Querschnitte und noch weniger für Staumauern mit nicht ebenen Stirnen. Allein, da die Trapezregel für dreieckige Profile richtig ist, so darf man annehmen, daß sie noch annähernd richtig sein werde für Profile, die vom Grunddreieck nicht allzusehr abweichen.

Was die Größe der Randspannungen betrifft, so wird tatsächlich der stärkste Druck ausgeübt auf das Element, welches normal ist zur äußeren (talseitigen) Stirne. Das ist streng richtig, d. h. unabhängig von der Trapezregel wie von jeder anderen Hypothese.

Es sei ab (Abb. 3) ein Flächenelement (Länge 1 m), normal zur Stirne im Punkte a .

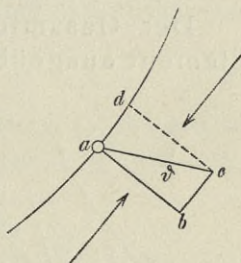


Abb. 3.

ac sei ein beliebiges Element, mit der Normalen einen Winkel φ einschließend. cb sei gleichlaufend zur Berührenden im Punkte a .

Das unendlich kleine Prisma abc ist im Gleichgewichte unter dem Einflusse erstens der Drücke, die auf seine Seitenflächen wirken, zweitens seines Gewichtes.

Die Drücke sind unendlich klein von erster Ordnung, das Gewicht ist unendlich klein von zweiter Ordnung und kann vernachlässigt werden.

Dasselbe gilt von dem Drucke auf das mit der Wandfläche gleichlaufende Element bc ; denn, wenn wir das Rechteck $abcd$ vervollständigen, so erleidet das Element ad auf der Wand einen Druck Null, daher ist die Stärke des Druckes auf das Element $bc \parallel ad$ unendlich klein, und diese, multipliziert mit dem Flächeninhalt, ist unendlich klein von zweiter Ordnung.

Das Dreieck abc ist somit vollkommen im Gleichgewichte unter dem Einflusse bloß der zwei Drücke, welche auf die Seiten ab und ac wirken. Diese Drücke müssen daher gleich und entgegengesetzt sein und längs einer Geraden wirken, welche die Mitten der beiden Seiten verbindet, d. h. sie sind gleichlaufend mit der Berührenden an der Stirne im Punkte a .

Daher der Satz:

Der Gesamtdruck, welcher auf irgendein Element ausgeübt wird, das von einem Punkte der talseitigen (äußeren) Böschung ausgeht, ist parallel zur Böschung in diesem Punkte; woraus der Folgesatz:

Der Druck auf ein zur talseitigen Böschung senkrecht Element ist senkrecht zu diesem Elemente.

Es sei (Abb. 4) α die Stärke des Druckes auf das Element ab , welches in a auf der Böschung

senkrecht steht; β die Stärke des Druckes auf das Element ac , welches mit dem senkrechten Elemente den Winkel ϑ macht. Dann sind die auf die Elemente ausgeübten Drücke $\alpha \cdot \overline{ab}$ und $\beta \cdot \overline{ac}$, und, da sie im Gleichgewichte sind,

$$\alpha \cdot \overline{ab} = \beta \cdot \overline{ac},$$

wonach
$$\beta = \frac{\overline{ab}}{\overline{ac}} \cdot \alpha = \alpha \cdot \cos \vartheta.$$

Sind β_n und β_t die normale und die tangentielle Komponente von β , so wird man haben

$$\beta_n = \beta \cos \vartheta = \alpha \cos^2 \vartheta \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

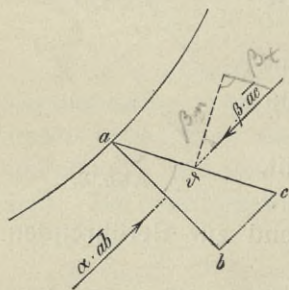


Abb. 4.

$$\beta_z = \beta \sin \vartheta = \alpha \cos \vartheta \sin \vartheta = \frac{\alpha}{2} \sin 2 \vartheta \quad (3)$$

Nach dem ersten Ausdrucke wird β_n ein Größtes für $\vartheta = 0$ und wird gleich α , d. h. das normale Element erleidet den stärksten Druck. Wenn man daher irgendwie die senkrechte Druckstärke β_n gefunden hat, die auf ein Element ausgeübt wird, welches den Winkel ϑ mit dem normalen Elemente macht, so ist der größte Druck auf die Flächeneinheit des normalen Elementes

$$\alpha = \frac{\beta_n}{\cos^2 \vartheta} \quad \dots \quad (2a)$$

Bemerkt man noch, daß nach Formel (3) die größte Scherkraft für ein Element der talseitigen (äußeren) Böschung stattfindet bei

$$\vartheta = 45^\circ$$

und daß sie immer gleich ist $\frac{\alpha}{2}$, so folgt der für die Zerstörung von Staumauern wichtige Satz: Die größte Scherspannung an einem Punkte der äußeren Böschung tritt auf in den zwei unter 45° gegen diese Böschung geneigten Richtungen und erreicht immer die Hälfte der größten Druckstärke α .

b) Festsetzung der praktischen Grenze für die Beanspruchung des Gemäuers.

Ist ac wagerecht (Abb. 5), so wird die Richtung von β_n lotrecht, der Winkel ϑ wird zum Böschungswinkel ϑ_0 im Punkte a und es ist

$$\cos^2 \vartheta_0 = \left(\frac{dy}{ds}\right)^2 = \frac{dy^2}{dy^2 + dt^2} = \frac{1}{1 + \left(\frac{dt}{dy}\right)^2} = \frac{1}{1 + \varepsilon^2} \quad (4)$$

wo ε das Böschungsverhältnis im Punkte a bezeichnet. Hätte man nach der Trapezregel den lot-

rechten Randdruck β_n im Punkte a gefunden (Abb. 6), so wäre [Gl. (2)]

$$\alpha = \frac{\beta_n}{\cos^2 \vartheta_0} = (1 + \varepsilon^2) \beta_n \quad \dots \quad (2b)$$

und die zu berücksichtigende größte Scherspannung im Punkte a

$$\sigma = \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \varepsilon^2}{2} \beta_n \quad \dots \quad (3a)$$

oder, wenn σ_0 die zulässige Scherspannung ist, wie man sie für die gegebene Stampfmörtel- oder Mauer-

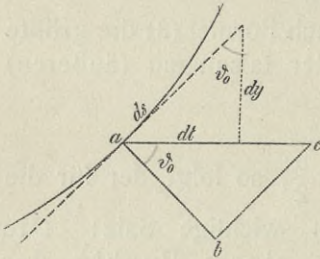


Abb. 5.

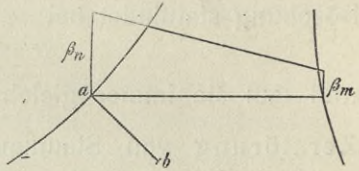


Abb. 6.

werkgattung auf Grund von Festigkeitversuchen festgesetzt hat, so darf β_n nicht größer sein als

$$\max \beta_n \leq \frac{2 \sigma_0}{1 + \varepsilon^2} \quad \dots \quad (5)$$

Versuche zur Bestimmung der Scherfestigkeit des zu einer freistehenden Staumauer zu verwendenden Betons oder Gemäuers sind also mindestens ebenso wichtig, wie die bloßen Zerdrückversuche.

Brik fand die Scherfestigkeit von Stampfbeton (1 Portlandzement, 2 Sand, 2 Schotter)

$$\sigma = 34,5 \text{ kg/qcm} = 345 \text{ t/qm.}$$

Nach Wittmann's Versuchen ist die Scherfestigkeit von Beton gleich $1/7$ bis $1/10$ seiner Druckfestigkeit δ .

Bach fand für feinkörnigen, blauen Granit

$$\delta = 1006 \text{ kg/qcm}, \quad \sigma = 45 \text{ kg/qcm}, \quad \frac{\sigma}{\delta} = \frac{1}{22}.$$

Nach Bauschinger ist im Durchschnitt

$$\text{für Stein } \sigma = \frac{1}{13} \delta,$$

$$\text{für Zementmörtel } \sigma = \frac{1}{6} \delta.$$

Es scheint, daß Beton eine verhältnismäßig größere Scherfestigkeit besitzt, als Mauerwerk. Die Druckfestigkeit von Zementbeton ist aber im Durchschnitt geringer als die von Steinen.

Föppl hat beobachtet, daß Beton gegen Stöße viel weniger widerstandsfähig ist als Sandstein von der gleichen Druckfestigkeit.

Man sollte also von Fall zu Fall möglichst gründliche Versuche anstellen lassen oder sich genau derjenigen Mischungen bedienen, für welche bereits die Ergebnisse von Versuchen an großen Probekörpern vorliegen.

Es bezeichne γ das spezifische Gewicht des Gemäuers, so hat man für das Grunddreieck (Abb. 7) nach Gl. (1)

$$\frac{t}{y} = \tan \vartheta_0 = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} = \varepsilon.$$

γ liegt zwischen den Werten 2 und 3, und im Durchschnitt kann man annehmen $\gamma = 2,3$.

Ist daher β_n die in der gewöhnlichen Weise gefundene Stärke des lotrechten Randdruckes, dann ist bei obigem Grunddreieck die Stärke des Randdruckes längs der Böschung

$$\alpha = \frac{\beta_n}{\cos^2 \vartheta_0} = (1 + \varepsilon^2) \beta_n = \frac{\gamma + 1}{\gamma} \beta_n. \quad (5a)$$

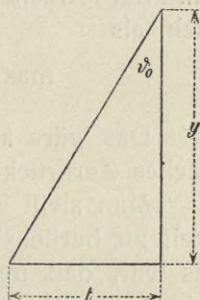


Abb. 7.

und die Stärke der Scherkraft daselbst

$$\sigma = \frac{\alpha}{2} = \frac{\gamma + 1}{\gamma} \cdot \frac{\beta_n}{2} \quad \dots \quad (5b)$$

also für $\gamma = 2,3$, $\sigma = 0,72 \beta_n$.

Verwendet man denselben Stampfmörtel wie Brik, so hat man bei fünffacher Sicherheit

$$\sigma_0 = \frac{345}{5} = 69,0 \text{ t/qm,}$$

und der lotrecht gemessene Randdruck darf nicht größer sein als

$$\max \beta_n = \frac{69}{0,72} = 96 \approx 100 \text{ t/qm.}$$

Das wäre aber etwa 30fache Sicherheit gegen einfaches Zerdrücken.

Man sieht also, wie wichtig es ist, die Scherfestigkeit zu berücksichtigen, und welcher glücklicher Zufall es war, daß man bei den älteren Staumauern an so niedrigen Druckbeanspruchungen festgehalten hat.

Da ferner beim Grunddreieck

$$\beta_n = \frac{2 \cdot \frac{t \cdot y}{2} \cdot \gamma}{t} = \gamma \cdot y$$

so wird nach (5b)

$$\sigma = (\gamma + 1) \frac{y}{2} \quad \dots \quad (5c)$$

Die Schubkraft auf einer wagerechten Ebene in der Tiefe y ist gleich dem Wasserdruck auf die lotrechte Wand und beträgt in Tonnen

$$S_y = \frac{y^2}{2}.$$

Ihre mittlere Stärke ist $\sigma_y = \frac{S_y}{t}$ und da $t = \frac{y}{\sqrt{\gamma}}$

$$\sigma_y = \frac{S_y}{t} = \frac{y^2}{2y} \sqrt{\gamma} = \frac{y}{2} \sqrt{\gamma} \quad \dots \quad (5d)$$

Nach den Modellversuchen von Wilson und Gore¹⁾ kann man annehmen, daß diese Schubspannung sich über die wagerechte Ebene nach dem Geradliniengesetze verteilt, wie die Normalspannung, so daß sie am Rande der Böschung den Größtwert erreicht:

$$\max \sigma_y = y \sqrt{\gamma} \quad \dots \quad (5e)$$

Da γ zwischen 2 und 3 liegt, so hat man

nach (5 c) $\sigma = 1,5$ bis 2

und nach (5 e) $\max \sigma_y = 1,4$ „ 1,7.

Man geht also sicher, wenn man mit der Scher-
spannung in der Böschungsebene rechnet, da sie am
größten ist und ein Ab-
scheren längs einer wag-
rechten Ebene ist leicht zu
vermeiden, wenn die Bö-
schungsebene widersteht.

Schubkräfte auf lot-
rechten Ebenen. Auf der
Grundfläche ab (Abb. 8)
verteilt sich das Gewicht
nach dem Dreieck abd und
der nach aufwärts gerichtete

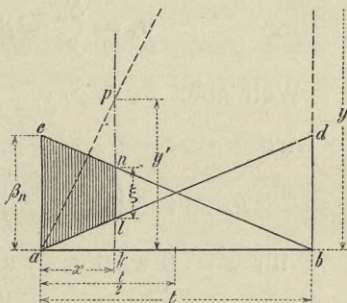


Abb. 8.

Gegendruck nach dem Dreieck abc . Betrachten wir die
lotrechte Ebene kp .

Die links von kp wirkenden Kräfte sind: das Ge-
wicht von kpa , dargestellt durch das Dreieck akl und
der Gegendruck, dargestellt durch das Trapez $aknc$.
Beide Kräfte sind parallel, daher ist ihr Unterschied die
gesamte Schubkraft auf kp , dargestellt durch die Fläche
des Trapezes $alnc$.

¹⁾ Eine strenge mathematische Untersuchung hat Professor
O. Mohr veröffentlicht: Der Spannungszustand einer Staumauer.
Zeitschr. d. Österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1908, Nr. 40 u. 41.

Mit den Bezeichnungen der Abbildung erhalten wir:

$$\frac{\xi}{\beta_n} = \frac{\frac{t}{2} - x}{\frac{t}{2}}, \quad \xi = \left(1 - \frac{2x}{t}\right) \beta_n$$

und die gesamte Schubkraft

$$S_x = (\beta_n + \xi) \frac{x}{2} = \beta_n \left(1 - \frac{x}{t}\right) x.$$

Nach den erwähnten Versuchen von Wilson und Gore kann angenommen werden, daß diese Schubkraft über die lotrechte Ebene sich gleichmäßig verteilt; ihre Stärke ist daher gleich ihrem mittleren Werte

$$\sigma_x = \frac{S_x}{y'} = \beta_n \left(1 - \frac{x}{t}\right) \frac{x}{y'}.$$

Weil aber $\beta_n = \gamma \cdot y$, $t = \frac{y}{\sqrt{\gamma}}$, $y' = x\sqrt{\gamma}$,

so wird

$$\sigma_x = \gamma \cdot y \left(1 - \frac{x\sqrt{\gamma}}{y}\right) \frac{1}{\sqrt{\gamma}} = y\sqrt{\gamma} \left(1 - \frac{x\sqrt{\gamma}}{y}\right) \quad (5f)$$

für $x = 0$ wird $\sigma_x = y\sqrt{\gamma}$, wie (5e)

„ $x = \frac{t}{2}$ „ $\sigma_x = \frac{y}{2}\sqrt{\gamma}$, „ (5d)

„ $x = t$ „ $\sigma_x = 0$.

Dies ist das nämliche Geradliniengesetz, nach welchem auch die Stärke der Schubspannung auf der Grundebene ab sich ändert.

Längs eines Lotes sind die Stärken der Schubspannungen auf den wagerechten und auf den lotrechten Flächenelementen durchweg gleich und festwertig.

Dies alles gilt zunächst für das Grunddreieck, ist aber noch anzunehmen für Querschnittformen, die vom Grunddreieck wenig abweichen.

III. Entwicklung der Bestimmungsgleichungen.

a) Hypothesen und Bezeichnungen.

Das spezifische Gewicht des Gemäuers, zugleich die Schwere in t/cbm, ist, wie bereits erwähnt, 2 bis 3.

Die Punkte des Querschnittes seien auf zwei rechtwinkelige Koordinatenachsen bezogen (Ab. 9). Die eine, OX , wagerecht längs der Krone der Stau-
 mauer von der Bergseite gegen die Talseite, die andere, OY , von der oberen Kronenkante lotrecht nach abwärts, also längs der wasser- (oder berg-) seitigen Stirne verlaufend, wenn diese lotrecht ist, was wir vorläufig annehmen.

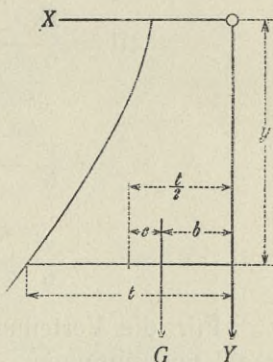


Abb. 9.

In der Tiefe y sei die Dicke der Mauer, wagerecht gemessen,

$$t = f(y) \dots (6)$$

Der Druck des Wassers auf die Wandfläche von der Höhe y und der Breite Eins ist, da ja das spezifische Gewicht des Wassers oder dessen Schwere, in t/cbm, gleich Eins

$$\frac{y^2}{2}$$

Das Gewicht des der Höhe y entsprechenden Gemäuers ist

$$G = \gamma \int_0^y t dy \quad (7)$$

Biegendes Moment gleich Moment des Wasserdruckes weniger Moment des Gewichtes in bezug auf die Mitte

$$\mathfrak{M} = \frac{y^3}{6} - G \left(\frac{t}{2} - b \right)$$

$$b = \frac{\int_0^y \frac{t^2}{2} dy}{\int_0^y t dy},$$

folglich

$$\begin{aligned} \mathfrak{M} &= \frac{y^3}{6} - \gamma \int_0^y t dy \left(\frac{t}{2} - \frac{\int_0^y \frac{t^2}{2} dy}{\int_0^y t dy} \right) \\ &= \frac{y^3}{6} - \frac{\gamma}{2} \left(t \int_0^y t dy - \int_0^y t^2 dy \right) \\ &= \frac{y^3}{6} + \frac{\gamma}{2} \left(\int_0^y t^2 dy - t \int_0^y t dy \right) \quad (8) \end{aligned}$$

Für die Verteilung des Druckes wird die Trapezregel angenommen.

b) Widerstand gegen das Gleiten längs einer waagrechten Schnittebene.

Kleinste Gewicht des Gemäuers.

Ist μ die Reibungsziffer, so muß sein:

$$G \geq \frac{y^2}{2\mu}$$

oder die kleinste Querschnittfläche

$$\int_0^y t dy \geq \frac{y^2}{2\mu\gamma} \dots \dots \dots (9)$$

Es ist $\mu = 0,7$ bis $0,75$, zwar etwas hoch für wagerechte Schichten, nicht aber für bogenförmige, bei denen für die wagerechte Schnittebene auch noch die Scherfestigkeit des Gemäuers in Betracht kommt.

Der kleinste Wert von G ist, für die Höhe y ,

$$G = \frac{y^2}{2\mu} \dots \dots \dots (9a)$$

und für das ganze Bauwerk von der Höhe h wäre er $\frac{h^2}{2\mu}$. Differenziert man die Gleichung, so erhält man,

da $G = \gamma \int_0^y t dy,$
 $t = \frac{y}{\mu\gamma},$

so daß man für den geringsten Aufwand an Gemäuer einen dreieckigen Querschnitt anzuwenden hätte. Die äußere Wand hat einen Anzug

$$1 : \mu\gamma$$

und wenn man $\mu = 0,7, \gamma$ zwischen 2 und 3 annimmt, so wäre der Anzug $1 \cdot 1,4$ bis $1 : 2,1$.

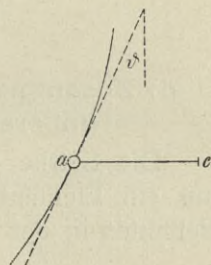


Abb. 10.

c) Zusammendrückung an der talseitigen (äußeren) Böschung. (Abb. 10.)

Hier gilt der Satz:

Der größte Druck an einem Punkte a der äußeren Stirne ist gleich dem Druck, der auf dem wagerechten Element entsteht, das durch den Punkt a geht, geteilt durch das Quadrat des Cosinus von dem Winkel, den die Böschung

mit dem Lote macht. Durch Gleichung (2b), Seite 18, ist diese Beziehung gegeben.

Der Druck $\alpha = (1 + \varepsilon^2) \beta_n$ darf die zulässige Beanspruchung des Gemäuers nicht überschreiten, und zwar sollte er mit Rücksicht auf die Scherfestigkeit bemessen werden nach Gl. (3a) und (5). Die Trapezregel ergibt

$$\beta_n = \frac{G}{t} + \frac{6 \mathfrak{M}}{t^2},$$

wonach
$$\frac{2 \sigma_0}{1 + \varepsilon^2} \cdot t^2 \geq Gt + 6 \mathfrak{M} \dots (10)$$

G und \mathfrak{M} sind aus Gl. (7) und (8) zu nehmen. Die Bedingung gleichen Widerstandes längs der talseitigen (äußeren) Böschung lautet daher

$$\frac{2 \sigma_0}{1 + \varepsilon^2} \cdot t^2 = Gt + 6 \mathfrak{M} \dots (10a)$$

d) Zusammendrückung an der bergseitigen (inneren) Böschung (vgl. Abb. 6).

Die Stärke β_m des lotrecht gemessenen Druckes auf ein Element am inneren Rande des wagerechten Schnittes in der Tiefe y ist

$$\beta_m = \frac{G}{t} - \frac{6 \mathfrak{M}}{t^2}.$$

Die Größen t , G , \mathfrak{M} sind aus den vorangegangenen Berechnungen bekannt.

Wenn man eine Schutzmauer hat und den Frost nicht zu fürchten braucht, so sollte man sich versichern, daß überall

$$\beta_m \geq 0$$

oder
$$Gt - 6 \mathfrak{M} \geq 0 \dots (11)$$

Im entgegengesetzten Falle müßte man sicher sein, daß überall

$$\beta_m \geq y$$

oder
$$Gt - 6 \mathfrak{M} \geq t^2 y \dots (11a)$$

Diese Bedingung wird wahrscheinlich nicht von selber erfüllt sein und eine neue Verstärkung der Mauer verlangen.

e) Grenzhöhe oder praktische Grenze für die Gültigkeit des Grunddreieckes.

Die Grenzhöhe ist erreicht, wenn das Gewicht des Dreikantes $\frac{ht}{2}$, das auf die Grundfläche t sich nach einem Dreieck verteilt (Abb. 11) dort einen Druck erzeugt, dessen mittlere Stärke halb so groß ist wie die zulässige Beanspruchung β . Wir haben also für die äußere oder untere Stirne

$$h_u \cdot t_u \cdot \frac{\gamma}{2} = t_u \cdot \frac{\beta_n}{2}; \quad h_u = \frac{\beta_n}{\gamma} \quad (12)$$

und für die innere oder obere Stirne

$$h_o = \frac{\beta_m}{\gamma}.$$

Da für die obere, lotrechte Stirne $\vartheta_o = 0$, also $\varepsilon = 0$, so ist, wenn wir Gl. (5) benutzen

$$\max \beta_n = \frac{2 \sigma_0}{1 + \varepsilon^2}, \quad \max \beta_m = 2 \sigma_0$$

und, da ferner für das Grunddreieck $\tan \vartheta_o = \frac{t}{h} = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}$ $= \varepsilon$, so ergibt sich

$$h_u = \frac{2 \sigma_0}{(1 + \varepsilon^2) \gamma} = \frac{2 \sigma_0}{\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) \gamma} = \frac{2 \sigma_0}{\gamma + 1} \dots (12a)$$

$$h_o = \frac{2 \sigma_0}{\gamma}, \quad \frac{h_u}{h_o} = \frac{\gamma}{\gamma + 1} \dots (12b)$$

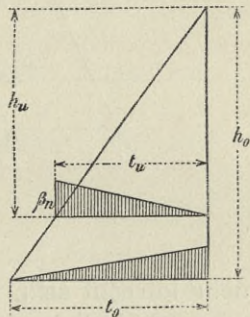


Abb. 11.

f) Fall, wo die bergseitige (innere) Wand nicht lotrecht ist. Notwendigkeit einer inneren Böschung.

Da die Randspannung an der lotrechten Innenwand proportional mit der Tiefe y wächst bis die zulässige Grenze der Belastung, somit die Grenze für die Höhe einer lotrechten Wand erreicht ist, so kann für Höhen größer als h_0 die innere Wand von $y = h_0$ ab nicht

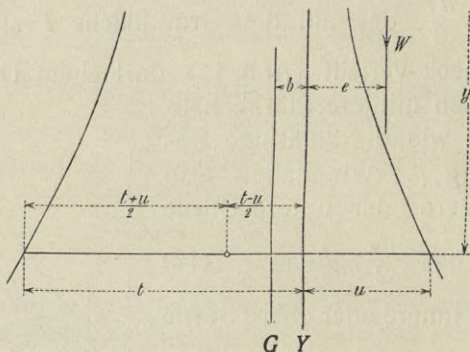


Abb. 12.

mehr lotrecht sein, sondern muß eine Böschung, sogar ein veränderliches Böschungsverhältnis erhalten. Die vorangegangenen Formeln sollen daher nach dieser Richtung vervollständigt werden. Es seien, in der Tiefe y (Abb. 12), die Abszissen eines Profilpunktes außen t , innen u , so daß t und u zwei Funktionen von y sind.

Der normale Druck auf den wagerechten Schnitt in der Tiefe y ist ausgedrückt durch

$$P = G + W,$$

wo W die lotrechte Komponente des Wasserdruckes auf die wasserseitige Böschung bezeichnet. Es ist also

$$P = \gamma \int_0^y (t + u) dy + \int_0^y y du \quad . . . \quad (13)$$

Das biegende Moment in diesem Schnitte ist

$$\mathfrak{M} = \frac{y^3}{6} - G \left(\frac{t-u}{2} - b \right) - W \left(e + \frac{t-u}{2} \right).$$

Wir haben

$$G = \gamma \int_0^y (t+u) dy$$

$$b = \frac{\int_0^y \frac{t-u}{2} (t+u) dy}{\int_0^y (t+u) dy} = \frac{\int_0^y \frac{t^2 - u^2}{2} dy}{\int_0^y (t+u) dy}$$

$$W = \int_0^y y du, \quad e = \frac{\int_0^y uy du}{\int_0^y y du}$$

Daher

$$\mathfrak{M} = \frac{y^3}{6} + \frac{\gamma}{2} \left\{ \int_0^y (t^2 - u^2) dy - (t-u) \int_0^y (t+u) dy \right\} - \int_0^y uy du - \frac{t-u}{2} \int_0^y y du \quad \dots \quad (14)$$

Die Stärke des Druckes am bergseitigen Rande wäre gegeben durch

$$\min \beta_m = \frac{P}{t+u} - \frac{6 \mathfrak{M}}{(t+u)^2} \quad \dots \quad (15)$$

und die Stärke des talseitigen Randdruckes

$$\max \beta_n = \frac{P}{t+u} + \frac{6 \mathfrak{M}}{(t+u)^2} \quad \dots \quad (16)$$

Die Gleichungen (13) und (14) gelten für den Fall, daß der Wasserspiegel bis an die Mauerkrone reicht.

Bis hierher sind wir Lévy im wesentlichen gefolgt und gehen nun auf dem gefundenen Wege weiter.

Wenn der Teich leer ist, so erhalten wir die Belastung des wagerechten Schnittes in der Tiefe y

$$G = \gamma \int_0^y (t + u) dy \quad (17)$$

und das biegende Moment

$$\mathfrak{M} = \frac{\gamma}{2} \left[(t - u) \int_0^y (t + u) dy - \int_0^y (t^2 - u^2) dy \right]. \quad (18)$$

Die Stärke des Druckes wäre am bergseitigen Rande

$$\max \beta_m = \frac{G}{t + u} + \frac{6 \mathfrak{M}}{(t + u)^2} \quad (19)$$

und am talseitigen Rande

$$\min \beta_n = \frac{G}{t + u} - \frac{6 \mathfrak{M}}{(t + u)^2} \quad (20)$$

Man kann die Gleichungen (16) und (19) auch schreiben:

$$(t + u)^2 \cdot \max \beta_n = (t + u) P + 6 \mathfrak{M} \quad . (16 a)$$

$$(t + u)^2 \cdot \max \beta_m = (t + u) G + 6 \mathfrak{M} \quad . (19 a)$$

wobei die Bedingung (5) im Auge zu behalten ist, näm-

lich $\beta_n \leq \frac{2\sigma_0}{1 + \varepsilon^2}$, was auch für β_m gilt.

IV. Anwendung.

A. Abteilung der Querschnittfläche.

Wenn wir auf die dreikantige Grundform einen rechteckigen Kopf aufsetzen, so kann dieser nur der Bedingung entsprechend hergestellt werden, daß an seiner Grundfläche der äußere (talseitige) Druckmittelpunkt (bei vollem Teiche) an den Kernrand, also ins äußere Drittel rückt. Der innere Druckmittelpunkt (bei leerem Teiche) wird immer in die Mitte fallen. Im darunter liegenden Teile des Mauerquerschnittes, dem Rumpf, sollen die beiden Druckmittelpunkte durchweg an den entgegengesetzten Kernrändern liegen, d. h. die Stützlinsen müssen mit den Kerngrenzen zusammenfallen. Wir haben also zwischen „Kopf“ und „Rumpf“ noch ein Zwischenglied, einen „Hals“, einzuschalten, in welchem der Übergang stattfindet.¹⁾

Diesen Hals machen wir trapezförmig, auf der Wasserseite lotrecht, und geben ihm solche Abmessungen, daß er sich oben an den Kopf anschließt und daß an seiner unteren Begrenzung die beiden Druckmittelpunkte

¹⁾ Die in meiner ersten Schrift eingeführten Bezeichnungen Kopf, Hals, Rumpf, Fuß, behalte ich bei, wie überhaupt die vorstehenden Erklärungen, des Zusammenhanges halber, von dort zum Teil herübergenommen sind.

je an die Ränder des mittleren Drittels fallen, wie es in dem darauffolgenden Rumpfe durchweg sattfinden soll.

Im Rumpfe wächst der Randdruck stetig, bis die Grenzhöhe erreicht ist, von welcher ab die Randspannung nicht mehr wachsen, sondern festwertig bleiben soll. Von hier ab können die Stützlinien nicht mehr den Grenzen der Kernfläche folgen, sondern sie müssen sich gegen die Mitte hereinziehen.

Diesen unteren Teil, den Fuß, könnte man theoretisch unbegrenzt hoch machen. Allein, da die Trapezregel, wie hervorgehoben, um so weniger zutrifft, je mehr die Querschnittform vom Grunddreieck abweicht, so werden wir auf eine praktische Grenze für die Höhe von Staumauern geführt, wie später gezeigt werden soll.

Schon Delocre hat in seiner Querschnittform drei durch wagerechte Gerade getrennte Abschnitte unterschieden: einen beiderseits lotrechten Kopfteil, einen Mittelteil, welcher an der Wasserseite noch lotrecht, an der Landseite aber nach einer einbiegenden Kurve geböschet ist, und den Fußteil, der in jener Tiefe beginnt, wo an der lotrechten Innenwand bei leerem Teiche bereits durch das Eigengewicht der Mauer der zulässige Randdruck erreicht wird und von wo ab er nicht mehr wachsen darf, sondern festwertig bleiben sollte, daher die Querschnittform am Fuße beiderseits durch allmählich sich verflachende Kurven zu begrenzen war. Im einfachsten Falle, wo die Gestalt des Unterbaues einer lotrechten Säule berechnet wird, deren Gesamthöhe größer ist als die zulässige Belastungshöhe des Baustoffes, erhält man bekanntlich logarithmische Kurven für die Begrenzung des Fußquerschnittes.

Die durch Delocre angegebene Abteilung des Mauerquerschnittes ist aber, wie aus dem Gesagten hervorgeht, unvollständig. Außerdem wollte man durch-

weg stetige Kurven für die Stützlinien erhalten, und so gelang es nie, integrierbare Gleichungen für die Berechnung der Staumauerquerschnitte aufzustellen.

Wenn der Kopf zu einem Viadukt u. dgl. ausgebildet ist (Abb. 13), hat man dessen Gewicht und Schwerlinie zu bestimmen und die Druckmittelpunkte m_a , m_i zu finden, wobei zu beachten, daß dieselben in der Linie CD , wo der Hals beginnt, nicht über die Kernränder hinausfallen dürfen, aber im allgemeinen eine beliebige Lage innerhalb des Kernes haben können.

Den Rumpf nehmen wir vorläufig an der Wasserseite als lotrecht an. Er sollte aber theoretisch in zwei Hälften getrennt werden. Die obere Hälfte reicht bis zur Grenzhöhe h_u [Abb. 11 und Gl. (12)], die untere Hälfte reicht bis zur Grenzhöhe h_0 , müßte aber an der Außenseite schon einer Form von gleicher Festigkeit entsprechen.

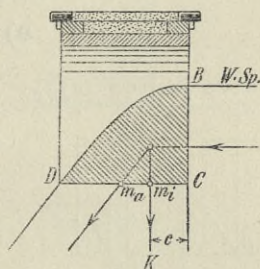


Abb. 13.

Wir erhielten also theoretisch fünf Abteilungen des Querschnittes, für deren jede andere statische Bedingungen gelten.

Es wird sich zeigen, wie weit diesen theoretischen Anforderungen praktisch entsprochen werden kann. Man könnte nach obigem die freistehenden Staumauern in zwei Gruppen einteilen:

Mauern von mäßiger Höhe,
Mauern von großer Höhe.

Als Mauern von mäßiger Höhe wären solche zu bezeichnen, bei denen die Grenzhöhe nicht überschritten wird, welche also aus Kopf, Hals und Rumpf bestehen. Unter Mauern von großer Höhe hätten wir jene zu

verstehen, die höher sind als die Grenzhöhe oder zulässige Belastungshöhe und welche einen Fuß erforderten.

Die Berechnung beginnt naturgemäß mit dem Grunddreieck und dem Kopf, und es sollen nun die Bestimmungsgleichungen für die einzelnen Felder des Querschnittes der Reihe nach entwickelt werden.

B. Berechnung der Abmessungen.

a) Kopf (Abb. 14).

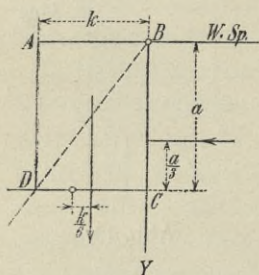


Abb. 14.

Die Gleichgewichtsbedingung ist

$$\gamma \cdot a k \cdot \frac{k}{6} = \frac{a^3}{6},$$

daher
$$\frac{k}{a} = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \dots (21)$$

wie beim Grunddreieck [vgl. Gl. (1)]. Die Diagonale BD fällt mit der Hypotenuse des Grunddreieckes zusammen.

b) Hals.

Allgemeiner Fall. (Abb. 15).

Die Rückwand von Kopf und Hals soll in einer lotrechten Ebene liegen. Der Kopf sei beliebig ausgestaltet. Sein Gewicht, auf die Längeneinheit zurückgeführt, sei K , der Abstand seiner Schwerlinie von der Y -Achse sei c , seine Grundlinie $DC = k$, die Höhe von der Grundlinie CD bis zum Wasserspiegel sei a .

Durch die Konstruktion des Kopfes sind sonach gegeben k, a, c, K .

Der Hals $CDEF$ soll trapezförmig werden und seine Höhe z und seine Grundlinie $f = x + k$ sind so zu bemessen, daß die Druckmittelpunkte M_a und M_i an die Kernränder fallen.

Die äußere Begrenzung DE könnte so berechnet werden (vgl. Kressnik a. a. O.), daß zwischen den beiden Grundlinien CD und EF die äußere Stützlinie der Kerngrenze folgt. Macht man dagegen DE geradlinig, so trifft die äußere Stützlinie nur in den beiden Grundlinien die Kerngrenze. Dazwischen tritt sie in die Kernfläche hinein. Das ist aber so geringfügig und der erzielbare Gewinn an Querschnittfläche so unbedeutend, daß wir ohne Bedenken auf diese Verfeinerung verzichten wollen.

Man berechne die dem mittleren Kopf-Querschnitt gleichwertige Fläche

$$A_{00} = \frac{K}{\gamma}.$$

Erste Bedingung: Die Schwerlinie von Kopf und Hals zusammen soll durch M_i gehen. Dann ist die Gleichung der statischen Momente um den Punkt E

$$\begin{aligned} \frac{2}{3}(k+x) \left[A_{00} + \frac{z}{2}(x+2k) \right] &= A_{00}(x+k-c) + \\ &+ \frac{2}{3}x \cdot \frac{xz}{2} + \left(x + \frac{k}{2}\right) kz. \end{aligned}$$

Hieraus erhält man

$$x = 3c - k + \frac{1}{2} \cdot \frac{zk^2}{A_{00}} \dots \dots \dots (22)$$

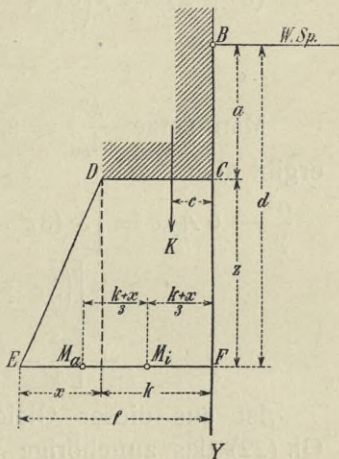


Abb. 15.

Zweite Bedingung: Die Mittelkraft aus dem Gewichte von Kopf und Hals und dem Wasserdruck auf die Ebene BF soll durch den äußeren Drittelpunkt M_a der Grundlinie EF gehen.

$$\frac{(a+z)^3}{6} = \gamma \frac{k+x}{3} \left[A_{00} + \frac{z}{2}(x+2k) \right].$$

Führt man x aus Gl. (22) ein, so erhält man

$$(a+z)^3 = \gamma \left(6c + \frac{zk^2}{A_{00}} \right) \left[A_{00} + \frac{z}{2}(3c+k) + \frac{z^2}{4} \cdot \frac{k^2}{A_{00}} \right] \dots \dots \dots (23)$$

Man setze $\frac{k^2}{A_{00}} = \chi$, entwickle und ordne, dann ergibt sich

$$\begin{aligned} \frac{a^3}{\gamma} - 6A_{00}c = & \left[3(3c+k)c + k^2 - \frac{3a^2}{\gamma} \right] z + \\ & + \left[\left(3c + \frac{k}{2} \right) \chi - \frac{3a}{\gamma} \right] z^2 + \\ & + \left[\frac{\chi^2}{4} - \frac{1}{\gamma} \right] z^3 \dots \dots \dots (23a) \end{aligned}$$

Ist aus dieser Gleichung z bestimmt, so ergibt Gl. (22) das zugehörige x .

Besonderer (einfachster) Fall:

Kopf rechteckig, bis an den Wasserspiegel reichend.

Hier ist $A_{00} = ak = k^2 \sqrt{\gamma}$ (Gl. 21), $c = \frac{k}{2}$, daher nach Gl. (22)

$$x = \frac{3}{2}k - k + \frac{1}{2} \cdot \frac{zk^2}{k^2 \sqrt{\gamma}} = \frac{k}{2} + \frac{z}{2\sqrt{\gamma}}$$

oder, da $k = \frac{a}{\sqrt{\gamma}}$

$$x = \frac{a+z}{2\sqrt{\gamma}} \dots \dots \dots (22a)$$

und Gl. (23) geht über in

$$(a+z)^3 = \gamma \left(\frac{3a+z}{\sqrt{\gamma}} \right) \left[\frac{a^2}{\sqrt{\gamma}} + \frac{z}{2} \cdot \frac{5a}{2\sqrt{\gamma}} + \frac{z^2}{4\sqrt{\gamma}} \right],$$

woraus sich entwickelt

$$(a+z)^2 = (3a+z) \left(a + \frac{1}{4}z \right)$$

oder $8a^2 = az + 3z^2,$

wonach $z = \frac{a}{6} (-1 + \sqrt{97}),$

daher

$$\left. \begin{aligned} \frac{z}{a} &= 1,475 \\ \frac{z}{k} &= 1,475 \sqrt{\gamma} \\ \frac{x}{k} &= \frac{a+z}{2a} = 1,237 \end{aligned} \right\} \dots (23b)$$

ferner

$$\left. \begin{aligned} a+z &= d = 2,475 a = 2,475 k \sqrt{\gamma} \\ k+x &= f = 2,237 k \end{aligned} \right\} \dots (23c)$$

und die Querschnittfläche von Kopf und Hals zusammen

$$A_0 = 3,387 \sqrt{\gamma} \cdot k^2$$

c) Rumpf, obere Hälfte (Abb. 16).

Bis zur Höhe $y = h_u$ [Gl. (12)] gilt die Bedingung, daß an der Wasserseite bei gefülltem Teich überall $\beta_m = 0$ sein muß, weshalb aus Gl. (11) sich ergibt

$$Gt = 6 \mathfrak{N}$$

und, wenn man G aus (7), \mathfrak{N} aus (8) einführt

$$\gamma t \int_0^y t dy = y^3 + 3\gamma \left(\int_0^y t^2 dy - t \int_0^y t dy \right)$$

oder

$$4\gamma t \int_0^y t dy = y^3 + 3\gamma \int_0^y t^2 dy \quad \dots (24)$$

Es ist aber

$\int_0^y t dy$ die Fläche des Querschnittes von der Krone bis zur Wagerechten in der Tiefe y ,
 $\int_0^y t^2 dy$ das doppelte statische Moment dieser Fläche um die Y -Achse.

Bezeichnen wir daher

$$\int_0^y t dy \text{ durch } A,$$

$$\int_0^y t^2 dy \text{ durch } \mathfrak{A},$$

so ist
$$\mathfrak{A} = \frac{2}{3} t \cdot A,$$

daher nach Gl. (24)

$$4 \gamma t A = y^3 + 2 \gamma t A$$

$$t = \frac{y^3}{2 \gamma A} \quad \dots \quad (25)$$

weil aber $t dy = dA$, $t = \frac{dA}{dy}$,

so hat man
$$2 A dA = \frac{1}{\gamma} y^3 dy,$$

mithin
$$A^2 = \frac{y^4}{4 \gamma} + C.$$

Die Fläche von Kopf und Hals zusammen haben wir bereits berechnet und durch A_0 bezeichnet.

Für $y = d$ wird $A = A_0$, daher $C = A_0^2 - \frac{d^4}{4 \gamma}$ und

$$A^2 = \frac{y^4 - d^4}{4 \gamma} + A_0^2 \quad \dots \quad (26)$$

und, wenn man den hierdurch erhaltenen Wert von A in die Gleichung (25) einführt, erhält man

$$t = \frac{y^3}{\sqrt{\gamma (y^4 - d^4 + 4 \gamma A_0^2)}} \quad \dots \quad (25 a)$$

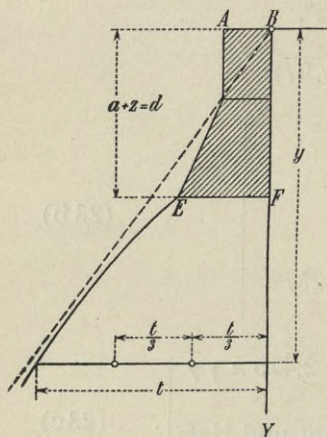


Abb. 16.

Diese Gleichung liefert also, für Werte von y zwischen den Grenzen d und h_u , die Breiten t .

Die Rechnung wird einfacher, wenn man in den Ausdruck (25a) die Werte von d und A_0 aus (23c) einführt, wonach sich für die Ausübung ergibt

$$t = \frac{y^3}{\sqrt{\gamma(y^4 + 8,365 \gamma^2 k^4)}} \dots \dots (25b)$$

$$A = \frac{1}{2\sqrt{\gamma}} \sqrt{y^4 + 8,365 \gamma^2 k^4} \dots \dots (26a)$$

Für $k=0$ erhält man aus (25a) und (25b) den für das Grunddreieck gültigen Ausdruck (1).

Für $k > 0$ sind also die Breiten t stets kleiner als beim Grunddreieck und die Kurve der äußeren Böschung nähert sich asymptotisch der Hypotenuse des Grunddreieckes.

Je schwerer das Gemäuer, desto schmaler wird das Profil — was sich eigentlich von selbst versteht. Schweres Gemäuer ist — gleichen Preis vorausgesetzt — wirtschaftlich vorteilhaft.

Hiermit ist aber zunächst nur die Bedingung erfüllt, daß die beiden Stützlinsen im Rumpfe durchweg im Abstände $\frac{t}{3}$ voneinander verlaufen, und zwar unter der Voraussetzung, daß die dem Wasserdrucke ausgesetzte Fläche als lotrecht, der Wasserdruck durchweg als wagerecht angenommen werden dürfe.

Wenn man einen Staumauerquerschnitt nur nach den im vorstehenden entwickelten Formeln berechnet und mit durchweg lotrechter innerer Wand aufträgt, so wird die äußere Stützlinie im Rumpfe ein wenig in die Kernfläche herein, die innere um ebensoviel aus ihr hinausrücken, so daß also bei vollem Teiche die Beanspruchung etwas günstiger wird, bei leerem Teiche aber

an der äußeren Böschung kleine Zugspannungen auftreten. Diese sind aber so geringfügig, daß man sie bei niedrigen Talsperren (z. B. bis zu 15 m Höhe) kaum zu berücksichtigen braucht, und auch in Fällen, wo der Wasserspiegel nicht regelmäßig und beträchtlich schwankt, wie bei Wildbachsperrn, die innere Wand unbedenklich lotrecht machen könnte.

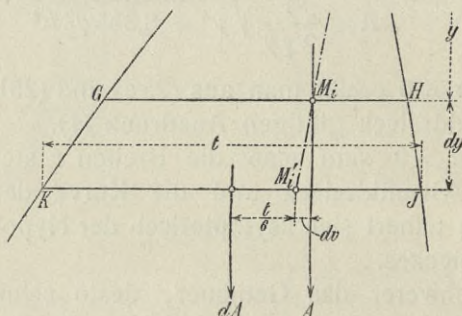


Abb. 17.

Für große Talsperren aber, die zur Bildung künstlicher Seen zu dienen haben, darf man die Mühe einer vollständigen Berechnung nicht scheuen.

Noch zu erfüllen ist also die Bedingung, daß für jede wagerechte Schnittlinie der Schwerpunkt des über ihr liegenden Teiles der Querschnittsfläche lotrecht über dem hinteren Drittelpunkte seiner Grundlinie liege.

Diese Bedingung stellt sich folgendermaßen dar (Abb. 17):

A sei die gesamte Querschnittsfläche über der Wagerechten HG , die in der Tiefe y unter der Krone liegt.

Die Schwerlinie von A gehe durch den inneren Dreiteilungspunkt M_i von GH .

Läßt man nun y um dy zunehmen, so wächst A um dA und die neue Schwerlinie muß durch den inneren

Dreiteilungspunkt M'_i der neuen Grundlinie JK gehen, welcher gegen den vorigen um dv seitlich verschoben ist. Es muß also die Gleichgewichtsbedingung erfüllt sein:

$$dA \cdot \frac{t}{6} = A dv$$

oder, da $dA = t dy$

$$\frac{t^2}{6} dy = A dv.$$

Wir führen für t den Ausdruck (25) ein und erhalten

$$dv = \frac{t^2}{6A} dy = \frac{y^6}{24 \gamma^2 A^3} dy.$$

Nach Gl. (26) ist aber

$$\begin{aligned} A^3 &= \left(\frac{y^4 - d^4}{4\gamma} + A_0^2 \right)^{3/2} = \\ &= \frac{1}{8\gamma^{3/2}} (y^4 - d^4 + 4\gamma A_0^2)^{3/2}. \end{aligned}$$

Setzt man [vgl. (25 b)] den Festwert

$$-d^4 + 4\gamma A_0^2 = 8,365 \gamma^2 k^4 = \Phi,$$

so folgt

$$dv = \frac{1}{3\sqrt{\gamma}} \cdot \frac{y^6}{(y^4 + \Phi)^{3/2}} dy \quad \dots \quad (27)$$

Dies ist die Differentialgleichung der inneren Stützlinie für den Rumpf.

Der Ursprung dieser Kurve ist der innere Dreiteilungspunkt der Grundlinie EF des Halses (Abb. 18).

Hätte man für irgendeine Tiefe y die wagerechte Ordinate v dieser Stützlinie berechnet und aufgetragen, also den inneren Druckmittelpunkt für die betreffende Wagerechte gefunden, so wäre von da aus $\frac{1}{3} t$ nach innen und $\frac{2}{3} t$ nach außen aufzutragen und die innere Be-

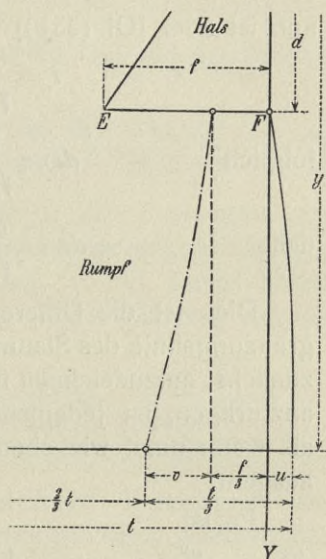


Abb. 18.

grenzung des Staumauerquerschnittes würde um ein Stück u über die Grundachse Y hinausrücken, so daß

$$-u = \frac{t}{3} - \frac{f}{3} - v \quad \text{oder} \quad -du = \frac{1}{3} dt - dv,$$

nun ist aber [Gl. (25 b)]

$$t = \frac{y^3}{\sqrt{\gamma} (y^4 + \Phi)^{1/2}},$$

folglich

$$dt = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \cdot \frac{y^6 + 3y^2 \Phi}{(y^4 + \Phi)^{3/2}} dy,$$

daher

$$-du = \frac{\Phi}{\sqrt{\gamma}} \cdot \frac{y^2}{(y^4 + \Phi)^{3/2}} \cdot dy \quad \dots \quad (28)$$

Dies ist die Differentialgleichung der inneren Begrenzungslinie des Staumauerquerschnittes. Diese Kurve zunächst aufzuzeichnen und von ihr herüber die Breiten t anzutragen, ist jedenfalls für die Ausübung bequemer, als wenn man, wie oben angedeutet, von der Stützlinie ausgeht.

Es ist

$$\frac{\Phi}{\sqrt{\gamma}} \cdot \frac{y^2}{(y^4 + \Phi)^{3/2}} = \frac{y^2}{y^6 \cdot \left(1 + \frac{\Phi}{y^4}\right)^{3/2}} \cdot \frac{\Phi}{\sqrt{\gamma}} = \left[\frac{\Phi}{y^4} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\Phi}{y^4}\right)^{3/2}} \right] \frac{1}{\sqrt{\gamma}}$$

Der eingeklammerte Ausdruck hat die Form

$$\frac{x}{(1+x)^n} = x(1+x)^{-n}.$$

Für $n = \frac{3}{2}$ erhält man nach dem binomischen Lehrsatz:

$$\begin{aligned} (1+x)^{-3/2} &= 1 - \frac{3}{2}x + \frac{3 \cdot 5}{2^2 \cdot 1 \cdot 2}x^2 - \frac{3 \cdot 5 \cdot 7}{2^3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3}x^3 + \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9}{2^4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}x^4 - \dots \\ &= 1 - \frac{3}{2}x + \frac{15}{8}x^2 - \frac{105}{48}x^3 + \frac{945}{384}x^4 - \dots \end{aligned}$$

daher

$$-du = \frac{1}{\sqrt{\gamma}} \cdot \frac{\Phi}{y^4} \left[1 - \frac{3}{2} \left(\frac{\Phi}{y^4} \right) + \frac{15}{8} \left(\frac{\Phi}{y^4} \right)^2 - \frac{105}{48} \left(\frac{\Phi}{y^4} \right)^3 + \frac{945}{384} \left(\frac{\Phi}{y^4} \right)^4 - \dots \right]$$

$$= \frac{\Phi}{\sqrt{\gamma}} \left[\frac{1}{y^4} - \frac{3\Phi}{2y^8} + \frac{15\Phi^2}{8y^{12}} - \frac{105\Phi^3}{48y^{16}} + \frac{945\Phi^4}{384y^{20}} - \dots \right],$$

und durch Integration und teilweise Kürzung der Brüche erhält man

$$u = -\frac{\Phi}{\sqrt{\gamma}} \left(-\frac{1}{3y^3} + \frac{3\Phi}{14y^7} - \frac{15\Phi^2}{88y^{11}} + \frac{35\Phi^3}{240y^{15}} - \frac{315\Phi^4}{2432y^{19}} + \dots + C \right)$$

Da $u = 0$ für $y = d$, so ist der Festwert C zu erhalten, indem man die Vorzeichen umkehrt und d statt y einführt. Die Rechnung ist mit Logarithmen leicht durchführbar, und wir schreiben daher in der für diesen Zweck bequemeren Form

$$C \cdot \Phi = \frac{1}{3} \frac{\Phi}{d^3} - \frac{3}{14} \frac{\Phi^2}{d^7} + \frac{15}{88} \frac{\Phi^3}{d^{11}} - \frac{35}{240} \frac{\Phi^4}{d^{15}} + \frac{315}{2432} \frac{\Phi^5}{d^{19}} - \dots$$

Wie man sich leicht überzeugt, konvergiert die Reihe rasch. Will man u auf Zentimeter ausrechnen, so geht man nur bis zu jenem Gliede, welches Millimeter ergibt. Meist werden die ersten fünf Glieder genügen für die Konstante. Für den veränderlichen Teil der u , also für $y > d$, braucht man immer weniger Glieder, je größer y wird. Zuletzt genügt bei hohen Mauern das erste Glied.

Man erhält somit

$$u = -\frac{1}{\sqrt{\gamma}} \left(-\frac{1}{3} \frac{\Phi}{y^3} + \frac{3}{14} \frac{\Phi^2}{y^7} - \frac{15}{88} \frac{\Phi^3}{y^{11}} + \frac{35}{240} \frac{\Phi^4}{y^{15}} - \dots \right. \\ \left. \dots + C \cdot \Phi \right) \dots \dots \dots (29)$$

Da der Ausdruck für t [Gl. (25)] gefunden wurde unter der Voraussetzung, daß der Wasserdruck überall wagerecht, also die innere Wand lotrecht sei, so wird bei einer, wie vorstehend berechneten Staumauer die äußere Stützlinie, welche dem gefüllten Teiche entspricht, nicht genau an der äußeren Kerngrenze verlaufen, sondern ganz wenig in die Kernfläche hereinrücken. Das ist aber günstig.

Führt man dagegen eine Schirmmauer aus, die innen lotrecht ist, was sich ganz naturgemäß ergibt, so überträgt diese mittels der Rippen den Wasserdruck wagerecht auf die Staumauer und die Ergebnisse der Berechnung entsprechen genau den Voraussetzungen.

Wenn man der Schirmmauer außen Absätze gibt, um ihre Dicke nach der Tiefe zunehmen zu lassen, so ändert dies an der Sache nichts.

d) Rumpf, untere Hälfte (vgl. Abb. 11, S. 27).

Nach Gl. (10) ist

$$t^2 \beta_n = Gt + 6 \mathfrak{M}.$$

Die zweite Bedingung lautet

$$0 = Gt - 6 \mathfrak{M},$$

woraus

$$t^2 \beta_n = 2 Gt$$

$$t^2 \beta_n = 2 \gamma t \int_0^y t dy.$$

β_n müßte eigentlich veränderlich sein, wenn die Böschung sich ändert. Da die Berücksichtigung dieser Forderung große Schwierigkeiten macht, so wollen wir als Näherungswert denjenigen einführen, welcher der Höhe h_u entspricht, wonach $h_u = \frac{\beta_n}{\gamma}$ und wir somit β_n

für ein y , das nicht viel größer ist, als h_u , festwertig annehmen. Dann ist

$$t^2 h_u = 2 t \int_0^y t dy, \quad t h_u = 2 \int_0^y t dy,$$

differenziert

$$dt = \frac{2}{h_u} \cdot t dy, \quad \text{folglich} \quad \ln t = \frac{2}{h_u} y + C.$$

Für $y = h_u$ erhält man nach Gl. (25a) eine Breite t_u , daher

$$\ln t_u = \frac{2}{h_u} h_u + C,$$

wonach

$$\ln \frac{t}{t_u} = \frac{2}{h_u} y - 2 = \frac{2}{h_u} (y - h_u)$$

$$t = t_u e^{\frac{2}{h_u} (y - h_u)}$$

Aus praktischen Rücksichten setzen wir fest, daß die Böschung nicht flacher werden darf als 1:1, da sonst der Fuß zu schwach wird an der Außenkante (oder, wie der Engländer treffend sagt, an der „Zehe“ — toe) und überdies die Zulässigkeit der Trapezregel sehr fraglich wird.

Diese Bedingung wäre

$$\frac{dt}{dy} \leq 1.$$

Obiger Ausdruck für t ergibt

$$\frac{dt}{dy} = t_u \frac{2}{h_u} e^{\frac{2}{h_u} (y - h_u)}$$

und es müßte sein

$$\ln \frac{2 t_u}{h_u} + \frac{2}{h_u} (y - h_u) \ln e = 0$$

$$\frac{2}{h_u} (y - h_u) = - \frac{\ln \frac{2 t_u}{h_u}}{\ln e}$$

$$y = h_u - \frac{h_u}{2} \cdot \frac{\ln \frac{2 t_u}{h_u}}{\ln e}$$

$$y < h_u,$$

d. h. für $y > h_u$ wird $\frac{dt}{dy}$ jedenfalls > 1 , daher die angenommene praktische Grenze überschritten. Der untere Teil des Rumpfes ist somit praktisch unzulässig, es verbleibt bei der Einteilung der Querschnittfläche in nur vier Felder und der Rumpf hat seine Grenze in der Tiefe h_u .

e) Fufs (Abb. 19).

1. Entwicklung der Grundgleichungen.

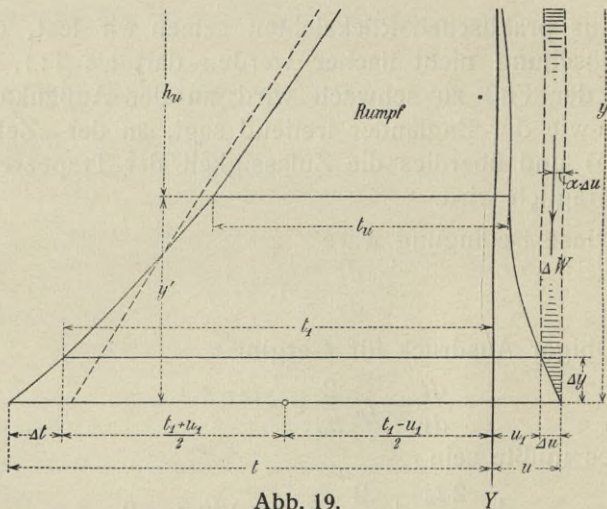


Abb. 19.

Y

Im Rumpfe hat die Randspannung mit der Tiefe stetig zugenommen.

Im Fuße soll sie festwertig werden.

Es muß daher an der Grenze zwischen Rumpf und Fuß eine Unstetigkeit auftreten.

Man erkennt sofort, daß man keinen Fuß mehr anwenden kann, wenn man mit der Höhe des Rumpfes bereits bis an die Grenze gegangen ist. Denn, wenn β_n unveränderlich bleiben soll, so müssen die Böschungen sich verflachen, somit wird ε wachsen und, nach (Gl. 3 a), die Scherspannung rasch zunehmen.

Man hätte also von Fall zu Fall zu untersuchen, ob sich eine nennenswert günstigere Beanspruchung auf Abscheren an der äußeren Böschung — die innere kommt kaum in Betracht — erzielen läßt, wenn man mit dem Fuße etwas weiter oben beginnt. Da man aber sich nicht zu weit vom Grunddreieck entfernen darf, wenn nicht die Hauptgrundlage der Rechnung — die Trapezregel — hinfällig werden soll, so folgt, daß die Anwendung eines Fußes jedenfalls sehr beschränkt ist und bei den meisten Ausführungen in bedenklichem Maße übertrieben wurde.

Nichtsdestoweniger soll der Vollständigkeit halber eine unmittelbare Berechnungsweise für den Fuß hier vorgeführt werden.

Bei gefülltem Teiche hat an der Außenseite, bei leerem an der Innenseite, die Stärke des lotrecht gemessenen Randdruckes unveränderlich gleich β_n zu bleiben.

Die Grundgleichungen sind:

1. Für den Fall, daß der Teich bis zur Kronenkante gefüllt ist

$$\text{Gl. (16 a)} \quad (t + u)^2 \max \beta_n = (t + u) P + 6 \mathfrak{N}$$

2. Für den Fall, daß der Teich leer ist, $\max \beta_n$ statt $\max \beta_m$ gesetzt,

$$\text{Gl. (19 a)} \quad (t + u)^2 \max \beta_n = (t + u) G + 6 \mathfrak{N}.$$

Daher erhalten wir

1. bei gefülltem Teiche mittels (13) und (14):

$$\begin{aligned} (t+u)^2 \beta_n = & (t+u) \left[\gamma \int_0^y (t+u) dy + \int_0^y y du \right] + y^3 + \\ & + 3\gamma \left[\int_0^y (t^2 - u^2) dy - (t-u) \int_0^y (t+u) dy \right] - \\ & - 6 \int_0^y uy du - 3(t-u) \int_0^y y du \end{aligned}$$

oder, zusammengezogen,

$$\begin{aligned} (t+u)^2 \beta_n = & y^3 - 2(t-2u) \left[\gamma \int_0^y (t+u) dy + \int_0^y y du \right] + \\ & + 3 \left[\gamma \int_0^y (t^2 - u^2) dy - 2 \int_0^y uy du \right] \quad . \quad . \quad (30) \end{aligned}$$

Wir bezeichnen nun die Fläche des Querschnittes, welche über der Grenzlinie liegt, also der Höhe h_u entspricht, durch A_u . Wir erhalten sie aus Gl. (26), indem wir h_u für y einführen.

Das doppelte statische Moment der Fläche A_u um die Y -Achse bezeichnen wir \mathfrak{A}_u .

Die Fläche für den Fuß, bis zur Gesamttiefe $y = h_u + y'$, oder von der Grenze bis auf die Tiefe y' unter ihr, sei B ; ihr doppeltes statisches Moment um die Y -Achse sei \mathfrak{B} .

Die Fläche $\int_0^y y du$ des Wasserkörpers, welcher den Fuß belastet, sei W , und $\int_0^y uy du$, ihr einfaches statisches Moment um die Y -Achse, sei \mathfrak{W} .

Dann erhält Gl. (30) die übersichtlichere Form:

$$\begin{aligned} (t+u)^2 \beta_n = & (h_u + y')^3 - 2(t-2u) [\gamma (A_u + B) + W] + \\ & + 3 [\gamma (\mathfrak{A}_u + \mathfrak{B}) - 2 \mathfrak{W}] \quad . \quad . \quad (30a) \end{aligned}$$

2. Bei leerem Teiche müssen wir haben, nach Gl. (19a), (17) und (18)

$$(t+u)^2 \beta_n = (t+u) \gamma \int_0^y (t+u) dy + \\ + 3 \gamma \left[(t-u) \int_0^y (t+u) dy - \int_0^y (t^2 - u^2) dy \right]$$

oder, zusammengezogen,

$$(t+u)^2 \beta_n = 2(2t-u) \gamma \int_0^y (t+u) dy - 3 \gamma \int_0^y (t^2 - u^2) dy \quad (31)$$

und wenn man für die Flächen und deren Momente die vorigen Bezeichnungen einführt

$$(t+u)^2 \beta_n = 2(2t-u) \gamma (A_u + B) - 3 \gamma (\mathcal{A}_u + \mathfrak{B}) \quad (31a)$$

Man berechnet nun absatzweise das t und u , wie folgt:

Für eine Schichte von mäßiger Höhe Δy kann man die beiden Böschungen als geradlinig annehmen. Dann hat man für diese Schichte, mit den aus Abb. 19 ersichtlichen Bezeichnungen, unter der Voraussetzung, daß für deren obere Begrenzung die Breiten t_1, u_1 bereits gefunden, $B_1, \mathfrak{B}_1, W_1, \mathfrak{W}_1$, berechnet seien

$$W = W_1 + \Delta W, \\ \mathfrak{W} = \mathfrak{W}_1 + \Delta W (u - \alpha \Delta u).$$

$\alpha \Delta u$ (Abb. 20) ist der Abstand der Schwerlinie des Trapezes ΔW von der inneren (längeren) Grundlinie, daher, nach bekannter Formel

$$\alpha \cdot \Delta u = \frac{\Delta u}{3} \cdot \frac{y + 2(y - \Delta y)}{y + (v - \Delta y)} \\ \alpha = \frac{1}{3} \cdot \frac{3y - 2\Delta y}{2y - \Delta y} \dots \dots \dots (32)$$

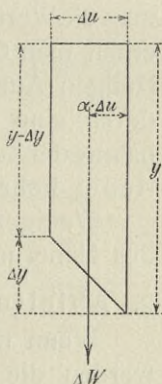


Abb. 20.

Ferner ist $B = B_1 + \Delta B$, $\mathfrak{B} = \mathfrak{B}_1 + \Delta \mathfrak{B}$, und zwar findet man nach der Abb. 19

$$\left. \begin{aligned} \Delta B &= (t_1 + u_1) \Delta y + \frac{1}{2} (\Delta t + \Delta u) \Delta y \\ \Delta \mathfrak{B} &= (t_1^2 - u_1^2) \Delta y + \Delta t \cdot \Delta y \left(t_1 + \frac{\Delta t}{3} \right) - \\ &\quad - \Delta u \cdot \Delta y \left(u + \frac{\Delta u}{3} \right) \\ \Delta W &= y \Delta u - \frac{1}{2} \Delta u \cdot \Delta y \\ \Delta \mathfrak{W} &= [u_1 + (1 - \alpha) \Delta u] \left(y \Delta u - \frac{1}{2} \Delta u \cdot \Delta y \right) \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Außerdem haben wir

$$t = t_1 + \Delta t, \quad u = u_1 + \Delta u \quad \dots \quad (33a)$$

Die Unbekannten sind Δt und Δu , die wir aus den Gleichungen (30a) und (31a) zu bestimmen haben. Führt man die Werte aus (33) und (33a) in (30a) und (31a) ein, so erhält man Gleichungen höherer Ordnung mit sehr weitläufigen Ausdrücken für die Koeffizienten, wonach sich, durch eine Folge von Versuchrechnungen mit Zuhilfenahme der Zeichnung, die Ausladungen Δt und Δu für beliebig hohe, trapezförmige Schichten berechnen lassen.

Weniger ermüdend und übersichtlicher dürfte folgendes Näherungsverfahren sein:

2. Ableitung der Bestimmungsgleichungen.

Wenn man die Schichten dünn genug macht, dann werden die Differenzen Δy , Δt , Δu so klein im Verhältnis zu y , t , u , daß man die Potenzen und Produkte der Differenzen vernachlässigen kann. Man erhält dann annähernd:

$$\left. \begin{aligned} \Delta B &= (t_1 + u_1) \Delta y \\ \Delta \mathfrak{B} &= (t_1^2 - u_1^2) \Delta y \\ \Delta W &= y \cdot \Delta u = (h_u + y') \Delta u \\ \Delta \mathfrak{W} &= u_1 \cdot y \cdot \Delta u = (h_u + y') u_1 \Delta u \end{aligned} \right\} \quad (33a)$$

Dies in Gleichungen (30 a) eingeführt, ergibt

$$\begin{aligned}
 & [(t_1 + u_1)^2 + 2(t_1 + u_1)(\Delta t + \Delta u)] \beta_n = (h_u + y')^3 - \\
 & - 2[(t_1 - 2u_1) + (\Delta t - 2\Delta u)] \cdot \{ \gamma [A_u + B_1 + (t_1 + u_1) \Delta y] + W_1 + (h_u + y') \Delta u \} + \\
 & + 3 \{ \gamma [\mathfrak{A}_u + \mathfrak{B}_1 + (t_1^2 - u_1^2) \Delta y] - 2\mathfrak{W}_1 - 2(h_u + y') u_1 \Delta u \}.
 \end{aligned}$$

Man rechne gleich aus:

$$\begin{aligned}
 A_u + B_1 + (t_1 + u_1) \Delta y &= F = A_u + B \\
 \mathfrak{A}_u + \mathfrak{B}_1 + (t_1^2 - u_1^2) \Delta y &= \mathfrak{F} = \mathfrak{A}_u + \mathfrak{B},
 \end{aligned}$$

teile die ganze Gleichung durch γ und setze $\frac{\beta_n}{\gamma} = h_u$;

$$\begin{aligned}
 & [(t_1 + u_1)^2 + 2(t_1 + u_1)(\Delta t + \Delta u)] h_u = \frac{(h_u + y')^3}{\gamma} - \\
 & - 2[(t_1 - 2u_1) + (\Delta t - 2\Delta u)] \cdot \left[F + \frac{W_1}{\gamma} + \frac{h_u + y'}{\gamma} \Delta u \right] + \\
 & + 3 \left[\mathfrak{F} - \frac{2\mathfrak{W}_1}{\gamma} - \frac{2(h_u + y') u_1}{\gamma} \Delta u \right] \dots \dots \dots (34)
 \end{aligned}$$

geordnet:

$$\begin{aligned}
 h_u(t_1 + 2u_1)^2 - \frac{(h_u + y')^3}{\gamma} + 2(t_1 - 2u_1) \left(F + \frac{W_1}{\gamma} \right) - 3 \left(\mathfrak{F} - \frac{2\mathfrak{W}_1}{\gamma} \right) &= \\
 = - 2 \left[(t_1 + u_1) h_u + \left(F + \frac{W_1}{\gamma} \right) \right] \Delta t + \\
 + 2 \left[2 \left(F + \frac{W_1}{\gamma} \right) - (t_1 + 2u_1) \frac{h_u + y'}{\gamma} - (t_1 + u_1) h_u \right] \Delta u \dots & (34 a)
 \end{aligned}$$

Man rechne aus:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \left[(t_1 + u_1)^2 h_u - \frac{(h_u + y')^3}{\gamma} + 2(t_1 - 2u_1) \left(F + \frac{W_1}{\gamma} \right) - 3 \left(\mathfrak{F} - \frac{2\mathfrak{W}_1}{\gamma} \right) \right] &= \mathfrak{D} \\
 \left[(t_1 + u_1) h_u + F + \frac{W_1}{\gamma} \right] &= E \\
 \left[2 \left(F + \frac{W_1}{\gamma} \right) - (t_1 + 2u_1) \frac{h_u + y'}{\gamma} - (t_1 + u_1) h_u \right] &= H.
 \end{aligned}$$

Dann lautet die Gleichung (34 a):

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{D} &= - E \cdot \Delta t + H \cdot \Delta u \\
 \Delta u &= \frac{\mathfrak{D} + E \cdot \Delta t}{H} \dots \dots \dots (34 b)
 \end{aligned}$$

Ebenso entwickeln wie die Gleichung (31 a):

$$\begin{aligned} [(t_1 + u_1)^2 + 2(\Delta t + \Delta u)(t_1 + u_1)] h_u &= \\ &= 2[(2t_1 - u_1) + (2\Delta t - \Delta u)] F - 3\mathfrak{F} \dots (35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (t_1 + u_1)^2 h_u - 2(2t_1 - u_1) F + 3\mathfrak{F} &= \\ = 2[2F - (t_1 + u_1) h_u] \Delta t - 2[F + (t_1 + u_1) h_u] \Delta u &(35 a) \end{aligned}$$

Man rechne aus:

$$\frac{1}{2} [(t_1 + u_1)^2 h_u - 2(2t_1 - u_1) F + 3\mathfrak{F}] = \mathfrak{P}$$

$$[2F - (t_1 + u_1) h_u] = Q$$

$$[F + (t_1 + u_1) h_u] = R.$$

Dann lautet die Gleichung (35 a):

$$\mathfrak{P} = Q \cdot \Delta t - R \cdot \Delta u$$

$$\Delta u = \frac{Q \cdot \Delta t - \mathfrak{P}}{R} \dots (35 b)$$

und nun erhält man aus (34 b) und (35 b):

$$\Delta t = \frac{\mathfrak{D} \cdot R + \mathfrak{P} \cdot H}{Q \cdot H - E \cdot R} \dots (36)$$

Schlußbemerkungen.

Bei der Berechnung einer großen Staumauer ist es unerläßlich, daß man die Rechnungsgrößen übersichtlich in Tabellenform entwickle. Sonst ist es ganz unmöglich, das Einschleichen von Fehlern zu verhüten, und es wird viel kostbare Zeit verloren. Die Berechnung des Rumpfes läßt sich mit Logarithmen und der Zimmermann'schen Rechentafel durchführen, die des Fußes dagegen kaum ohne eine vollkommene Rechenmaschine¹⁾.

Das kleinst mögliche Profil — wie es die vorstehende Berechnung liefert — ist zugleich das sicherste, weil dabei die größte Wahrscheinlichkeit besteht, daß die Annahmen, welche man der Berechnung zugrunde legt, auch zutreffen.

Man erzielt einen Körper von gleicher Festigkeit, indem man, entsprechend dem Gesetze, nach welchem die Beanspruchung über den Querschnitt sich verteilt, verschieden zementreiche Mörtelmischungen anwendet. Hierdurch wird zugleich die größtmögliche Kostenersparnis erreicht.

¹⁾ Ich bediene mich der Rechenmaschine von W. T. Odhner in St. Petersburg.

Eine Schirmmauer bietet noch den besonderen Vorteil, daß man die Krone der Staumauer in der Ebene des höchsten Seestandes anlegen kann. Zum Schutze gegen überschlagende Wellen — die ja auch von den Schächten abgehalten werden müssen — führt man die Schirmmauer auf die erforderliche Höhe über den Wasserspiegel empor.

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW



Zusammenstellung von Zahlenwerten.

y	log y	3 log y	4 log y	7 log y	11 log y	15 log y	19 log y	y ⁴
15	1,176 0913	3,528 2739	4,704 3652	8,232 6391	12,937 0043	17,641 3695	22,345 7347	50 625
16	1,204 1200	3,612 3600	4,816 4800	8,428 8400	13,245 3200	18,061 8000	22,878 2800	65 536
17	1,230 4489	3,691 3467	4,921 7956	8,613 1423	13,534 9379	18,456 7335	23,378 5291	83 521
18	1,255 2725	3,765 8175	5,021 0900	8,786 9075	13,807 9975	18,829 0875	23,850 1775	104 976
19	1,278 7536	3,836 2608	5,115 0144	8,951 2752	14,066 2896	19,181 3040	24,296 3184	130 321
20	1,301 0300	3,903 0900	5,204 1200	9,107 2100	14,311 3300	19,515 4500	24,719 5700	160 000
21	1,322 2193	3,966 6579	5,288 8772	9,255 5351	14,544 4123	19,833 2895	25,122 1667	194 481
22	1,342 4227	4,027 2681	5,369 6908	9,396 9589	14,766 6497	20,136 3405	25,506 0313	234 256
23	1,361 7278	4,085 1834	5,446 9112	9,532 0946	14,979 0058	20,425 9170	25,872 8282	279 841
24	1,380 2112	4,140 6336	5,520 8448	9,661 4784	15,182 3232	20,703 1680	26,224 0128	331 776
25	1,397 9400	4,193 8200	5,591 7600	9,785 5800	15,377 3400	20,969 1000	26,560 8600	390 625
26	1,414 9733	4,244 9199	5,659 8932	9,904 8131	15,564 7063	21,224 5995	26,884 4927	456 976
27	1,431 3638	4,294 0914	5,725 4552	10,019 5466	15,745 0018	21,470 4570	27,195 9122	531 441
28	1,447 1580	4,341 4740	5,788 6320	10,130 1060	15,918 7380	21,707 3700	27,496 0020	614 656
29	1,462 3980	4,387 1940	5,849 5920	10,236 7860	16,086 3780	21,935 9700	27,785 5620	707 281
30	1,477 1213	4,431 3639	5,908 4852	10,339 8491	16,248 3343	22,156 8195	28,065 3047	810 000
31	1,491 3617	4,474 0851	5,965 4468	10,439 5319	16,404 9787	22,370 4255	28,335 8723	923 521
32	1,505 1500	4,515 4500	6,030 6000	10,536 0500	16,556 6500	22,577 2500	28,597 8500	1 048 576
33	1,518 5139	4,555 5417	6,074 0556	10,629 5973	16,703 6529	22,777 7085	28,851 7641	1 185 921
34	1,531 4789	4,594 4367	6,125 9156	10,720 3523	16,846 2679	22,972 1835	29,098 0991	1 336 336
35	1,544 0680	4,632 2040	6,176 2720	10,808 4760	16,984 7480	23,161 0200	29,337 2920	1 500 625
36	1,556 3025	4,668 9075	6,225 2100	10,894 1175	17,119 3275	23,344 5375	29,569 7475	1 679 616
37	1,568 2017	4,704 6051	6,272 8068	10,977 4119	17,250 2187	23,523 0255	29,795 8323	1 874 161
38	1,579 7836	4,739 3508	6,319 1344	11,058 4852	17,377 6196	23,696 7540	30,015 8884	2 085 136
39	1,591 0646	4,773 1938	6,364 2584	11,137 4522	17,501 7106	23,865 9690	30,230 2274	2 313 441
40	1,602 0600	4,806 1800	6,408 2400	11,214 4200	17,622 6600	24,030 9000	30,439 1400	2 560 000
41	1,612 7839	4,838 3517	6,451 1356	11,289 4873	17,740 6229	24,191 7585	—	2 825 761
42	1,623 2493	4,869 7479	6,492 9972	11,362 7451	17,855 7423	24,348 7395	—	3 111 696
43	1,633 4685	4,900 4055	6,533 8740	11,434 2795	17,968 1535	24,502 0275	—	3 418 801
44	1,643 4527	4,930 3581	6,573 8108	11,504 1689	18,077 9797	24,651 7905	—	3 748 096
45	1,653 2125	4,959 6375	6,612 8500	11,572 4875	18,185 3375	—	—	4 100 625
46	1,662 7578	4,988 2734	6,651 0312	11,639 3046	18,290 3358	—	—	4 477 456
47	1,672 0979	5,016 2937	6,688 3916	11,704 6853	18,393 0769	—	—	4 879 681
48	1,681 2412	5,043 7236	6,724 9648	11,768 6884	18,493 6532	—	—	5 308 416
49	1,690 1961	5,070 5883	6,760 7844	11,831 3727	—	—	—	5 764 801
50	1,698 9700	5,096 9100	6,795 8800	11,892 7900	—	—	—	6 250 000
51	1,707 5702	5,122 7106	6,830 2808	11,952 9914	—	—	—	6 765 201
52	1,716 0033	5,148 0099	6,864 0132	12,012 0231	—	—	—	7 311 616
53	1,724 2759	5,172 8277	6,897 1036	—	—	—	—	7 890 481
54	1,732 3938	5,197 1814	6,929 5752	—	—	—	—	8 503 056
55	1,740 3627	5,221 0881	6,961 4508	—	—	—	—	9 150 625

$$\log \frac{1}{3} = 0,522 8787 - 1$$

$$\log \frac{3}{14} = 0,330 9933 - 1$$

$$\log \frac{15}{88} = 0,231 6086 - 1$$

$$\log \frac{35}{240} = 0,163 8568 - 1$$

$$\log \frac{315}{2432} = 0,112 3470 - 1$$

Die Erbewegung bei Ingenieurarbeiten

unter besonderer Berücksichtigung der ausführlichen
Vorarbeiten sowie der Abrechnung für Trassierung
von Straßen, Eisenbahnen und anderer Verkehrswege.

Von

Karl Allitsch,

Ingenieur, k. k. Professor in Innsbruck, emer. Oberingenieur
und beh. autor. u. beeid. Geometer.

Mit 10 Abbildungen im Text.

Kart. Preis M. 1.50.

In dem vorliegenden Buche beleuchtet der Verfasser die Ungenauigkeit der jetzt üblichen Näherungsmethoden und die Fehler, welche nach der alten Methode (Mittelung zweier Profile und Multiplikation ihrer Längenerntfernung) gemacht werden und weist nach, daß allein das zeichnerische Rechnen richtige Resultate ergibt. Die Schrift können wir allen Kollegen, welche mit Trassierungen oder auf Bauabteilungen beschäftigt werden, zur Anschaffung und Benutzung warm empfehlen.

(Zeitschrift des Vereins der Eisenbahnlandmesser.)

Der Verfasser, Herr Prof. K. Allitsch, vertritt in seiner Schrift die graphische Rechnungsmethode und hofft nun durch die erstere die Verfechter der analytischen Berechnungsweise für sich zu gewinnen. Ich bin der vollen Überzeugung, daß ihm dies gelingen wird, denn jeder Fachmann wird beim Studium des vorliegenden Werkchens die Überzeugung gewinnen, daß die in demselben vorgeführte Methode die vorteilhafteste auch bei den kompliziertesten Erdkörpern sein wird. Die Ausstattung der Ausgabe ist eine sehr gute und der Preis ein niedriger.

(Deutsche Techniker-Zeitung.)

Elektrische Kraftbetriebe und Bahnen. Zeitschrift für das gesamte Anwendungsgebiet elektrischer Triebkraft. Herausgeber: Dr.-Ing. Walter Reichel, Professor an der Kgl. Technischen Hochschule Berlin-Charlottenburg. Jährl. 36 Hefte mit etwa 800 Abbildungen und zahlreichen Tafeln.

Preis für den Jahrgang M. 16.—; halbjährl. M. 8.—.

Das Programm der Zeitschrift umfaßt nicht nur elektrische Eisenbahnen im gewöhnlichen Sinne des Wortes, also Vollbahnen, Nebenbahnen, Kleinbahnen und Straßenbahnen, sondern erstreckt sich auch auf Drahtseilbahnen, Massengüterbewältigung, Hebezeuge, Aufzüge und Fördermaschinen, Selbstfahrer, Schifffahrt, elektrische Treidelei und diejenigen Berg- und Hüttenwerke sowie Maschinenbetriebe, welche sich des elektrischen Stromes als Triebkraft bedienen.

Journal für Gasbeleuchtung und verwandte Beleuchtungsarten sowie für Wasserversorgung. Organ des Deutschen Vereins von Gas- u. Wasserfachmännern. Herausgeber und Chef-Redakteur: Geh. Hofrat Dr. H. Bunte, Prof. a. d. techn. Hochschule in Karlsruhe, General-Sekretär d. Vereins. Jährlich 52 Hefte.

Preis für den Jahrgang M. 20.—; halbjährlich M. 10.—.

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

Journal für Gasbeleuchtung und Wasserversorgung.

Das »Journal für Gasbeleuchtung und verwandte Beleuchtungsarten sowie für Wasserversorgung«, Organ des Deutschen Vereins von Gas- und Wasserfachmännern, steht nun in seinem 52. Jahrgange. Es behandelt nicht nur die Kohlengasbeleuchtung und Wasserversorgung in ihrem ganzen Umfange, sondern gibt auch eingehende Informationen über die verwandten Beleuchtungsarten, Azetylen, Petroleum, Spiritusglühlicht, Luftgas sowie elektrische Beleuchtung. Auch die Hygiene wird in gebührender Weise berücksichtigt. Das »Journal für Gasbeleuchtung und verwandte Beleuchtungsarten« ist auf diesem Gebiete unbestritten das erste und führende Organ. Es bedarf keiner weiteren Empfehlung.

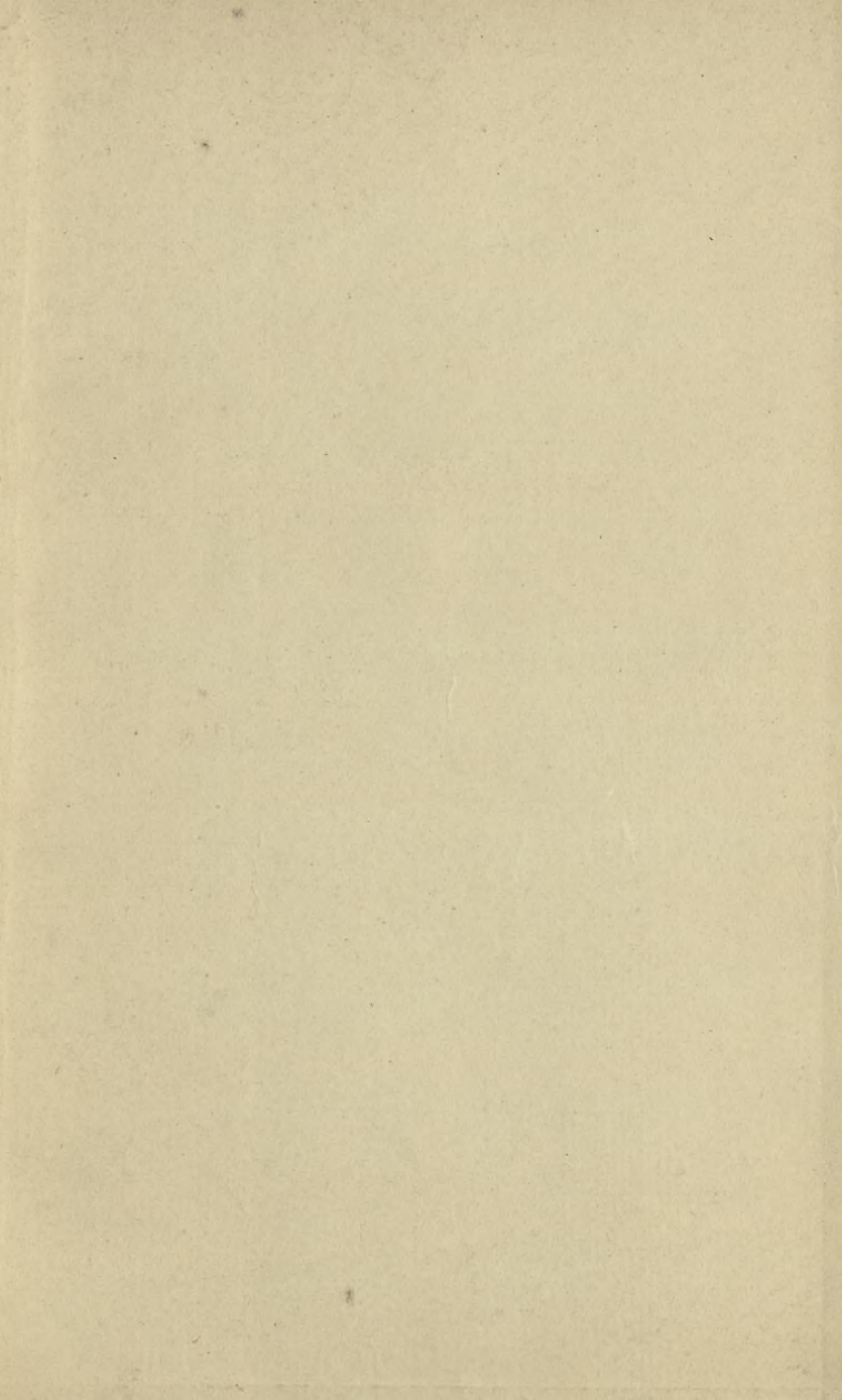
Gesundheits-Ingenieur. Zeitschrift für die gesamte Städtehygiene. Organ der Vereinigung der Verwaltungsjingenieure des Heizungsfaches. Herausgeg. von **E. v. Böhmer**, Reg.-Rat im Kais. Patentamt, Prof. Dr. **Dunbar**, Direktor des Staatl. Hyg. Inst. zu Hamburg, Geh. Reg.-Rat **Herm. Harder**, Berlin, Geh. Reg.-Rat Prof. **Proskauer**, Dir. d. Untersuchungsamtes f. hyg. u. gewerbl. Zwecke d. Stadt Berlin, **K. Schmidt**, Stadtbauinspektor, Vorstand d. Bauinsp. f. Heiz- u. Lüftungswesen d. Stadt Dresden. Die Zeitschrift erscheint wöchentlich und kostet jährlich **M. 20.—**; halbjährlich **M. 10.—**.

Das Programm des im 32. Jahrgang erscheinenden „Gesundheits-Ingenieurs“, Zeitschrift für die gesamte Städtehygiene, umfaßt die Gebiete: Wasserversorgung und alle mit ihr verknüpften Aufgaben, die Städtereinigung einschließlich des Kanalisationswesens, Abwasserbeseitigung und -Reinigung, die ganze Straßenhygiene, das Abdeckereiwesen und Leichenwesen, die Fragen der Volksernährung und Nahrungsmittelkontrolle einschließlich des Schlachthauswesens, alle Fragen der Wohnungsbauhygiene und Baupolizei, Lüftung, Heizung, Beleuchtung, Rauchplage, Bäder, Krankenhauswesen, die Fragen der Schulhygiene und des öffentlichen Kinderschutzes, des Schutzes gegen Seuchen einschließlich Desinfektion, der Gewerbehygiene und des Feuerlöschwesens sowie noch manche andere in das Gebiet der Städtehygiene fallende Fragen; besonders auch Beschreibungen und Darstellungen ausgeführter oder projektierter Anlagen, Berichte über Betriebsergebnisse usw.

Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen. Dampfturbinen und Dampfturbinenkraftwerke (einschl. Schiffsturbinen, Abdampfverwertung in Niederdruckturbinen, Kondensationsanlagen, Turbodynamos etc.) Wasserturbinen und Kraftanlagen mit Wasserturbinen = Kreiselpumpen (Wasserhaltungsanlagen etc.) = Kreiselgebläse, Turbokompressoren (einschl. Gasturbinen). Unter ständiger Mitwirkung hervorragender Autoritäten herausgegeben von Prof. **E. Josse**, Charlottenburg. Jährl. 36 Hefte zu je 16 Seiten Text, mit zahlreichen Textabbildungen. Preis pro Jahrg. **M. 18.—**; halbjährl. **M. 9.—**.

In der »Zeitschrift für das gesamte Turbinenwesen« gelangen zur Veröffentlichung wissenschaftliche Aufsätze — Theorie wie Praxis — aus dem Gebiete der Dampfturbinen (Thermodynamik) mit Einschluß der Turbodynamos, der Wasserturbinen (gesamte technische Hydraulik), der Turbinenschiffe, Wind-, Heißluft- und Gasturbinen sowie auch der Pumpen und Ventilatoren einschließlich der rotierenden Kompressoren; sodann eingehende Beschreibung und Darstellung ausgeführter oder projektierter Anlagen, Berichterstattung über Betriebsergebnisse, Ausführungen, Projekte, Besprechung der Fachliteratur usw. Besondere Beachtung und Pflege findet auch die wirtschaftliche Seite des Turbinenbetriebes.

195



WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA



L. inw.

31133

Kdn., Czapskich 4 — 678. 1. XII. 52. 10.000

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000300029