THEORETISCHE GRUNDLAGEN

DER

STARKSTROM-TECHNIK

THEORETISCHE GRUNDLAGEN

DER

STARKSTROM-TECHNIKER

VON

CHARLES PROTEUS STEINMETZ

AUTORISIERTE DEUTSCHE AUSGABE

ÜBERSETZT VON

J. HEFTY

INGENIEUR

MIT 143 IN DEN TEXT EINGEDRUCKTEN ABBILDUNGEN

BRAUNSCHWEIG

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN

1903

AUS DEM VORWORTE ZUR ENGLISCHEN AUSGABE.

Der erste Teil des folgenden Werkes rührt von einer Reihe von Universitätsvorlesungen her, die ich seinerzeit zu halten versprochen hatte. Dieser Teil kann bis zu einem gewissen Grade als eine Einleitung zu meinem Werke „Theory and Calculation of Alternating Current Phenomena“ angesehen werden, indem die Theorie allmählich von der gewöhnlichen Darstellung der Wechselströme durch Sinuswellen zu der graphischen Darstellung durch Polarkoordinaten, von hier zu rechtwinkligen Komponenten von Polarvektoren und schließlich zu der symbolischen Darstellungsweise mit Hilfe von komplexen Größen aufgebaut wird. Das vorliegende Werk ist insofern breiter angelegt, als es sowohl die Fundamentalgesetze der Gleichstromtechnik als auch der Wechselstromtechnik umfaßt.

Der zweite Teil ist eine Sammlung von Abhandlungen über die wichtigeren elektrischen Apparate für Wechselstrom und Gleichstrom. In gewisser Hinsicht ist derselbe eine Ergänzung zu „Alternating Current Phenomena“. Während ich in dem letzteren Werke die allgemeinen Prinzipien der Wechselstromerscheinungen dargelegt habe, so beabsichtige ich in dem vorliegenden Bande eine spezielle Diskussion der besonderen Eigenschaften von einzelnen Apparaten zu geben. Infolgedessen ist dieser Teil des Buches etwas weniger theoretisch und mehr beschreibend, da es meine Absicht war, die wichtigsten elektrischen Apparate in allen ihren charakteristischen Eigenschaften in Bezug auf äußere und innere Bauart, Wirkungsweise unter normalen und abnormalen Verhältnissen, einzeln und in Verbindung mit anderen Apparaten darzulegen.

Ich habe mich auf diejenigen Apparate beschränkt, die nach den gemachten Erfahrungen von praktischer Bedeutung sind, und ich gebe nur diejenigen Theorien und Methoden, deren praktische Brauchbarkeit sich durch vielseitige Erfahrungen im Entwerfen und Betrieb erwiesen haben. Ich betrachte dies umsomehr als wünschenswert, als die elektrotechnische Literatur besonders in den letzten Jahren mit so vielen teils unrichtigen, teils für die praktische Verwendung zu komplizierten und daher wertlosen Theorien überhäuft wurde (z. B. für die Induktionsmaschine). Zu dieser letzterwähnten Klasse gehören die meisten graphischen Methoden, die wohl einen Einblick in das Zusammenwirken der Erscheinungen geben können, in der praktischen Technik aber oft vollständig versagen.

Ich beabsichtigte ursprünglich, ein Kapitel über Gleichrichterapparate, wie Bogenlichtmaschinen und Wechselstromgleichrichter einzufügen, mußte aber wegen des unvollkommenen Standes der Theorie dieser Apparate hiervon absehen.

VORWORT ZUR DEUTSCHEN AUSGABE.

Die vorliegende deutsche Ausgabe des Steinmetzschen Werkes ist der Hauptsache nach eine möglichst genaue Übersetzung des englischen Originals. Die in diesem verwendeten Buchstabenbezeichnungen sind jedoch durch die in Deutschland jetzt allgemein gebräuchlichen ersetzt worden. Ferner ist der Abschnitt über Ankerwicklungen für Gleichstrommaschinen vom Übersetzer umgearbeitet und zwar in Anlehnung an „Die Gleichstrommaschine“ von Prof. E. Arnold, Karlsruhe, weil es erforderlich erschien, in diesem Buche die einfachsten Schaltungsformeln mit aufzunehmen.

Karlsruhe i. B., im Juni 1903.

J. Hefty.

INHALTSVERZEICHNIS.

Erster Teil.

Allgemeine Theorie.

Zweiter Teil.

Spezielle Maschinen.

Erster Teil.

Allgemeine Theorie.

1. Magnetismus und elektrische Ströme.

Einen Magnetpol, der einen gleichen Magnetpol in der Entfernung 1 cm mit der Kraft 1 [1]) anzieht oder abstößt, nennt man einen Einheitspol.

Der Raum um einen Magnetpol heißt sein magnetisches Kraftfeld oder sein magnetisches Feld.

Das Magnetfeld in der Entfernung 1 cm von einem Einheitspol wird magnetisches Einheitsfeld genannt und wird durch eine Kraftlinie pro cm² dargestellt. Ein Einheitspol sendet somit 4π Kraftlinien aus.

Die von einem Magnetpole herrührende totale Kraftlinienzahl wird als magnetischer Fluß oder kurz Kraftfluß des Poles bezeichnet.

Der Kraftfluß Φ eines Magnetpoles von der Stärke m ist

$$\Phi = 4\pi m.$$

In der Entfernung R von einem Magnetpol von der Stärke m und mit dem Kraftflusse $\Phi = 4\pi m$ hat das Magnetfeld die Intensität (Kraftfluß pro cm²)

$$\mathfrak{H} = \frac{\Phi}{4\pi R^2} = \frac{m}{R^2},$$

da die vom Pol ausgehenden Φ Kraftlinien sich über die Kugelfläche $4\pi R^2$ verteilen.

---

[1]) D. h. bei 1 cm Entfernung mit einer Kraft, die der Masse von 1 g die Beschleunigung von 1 cm in der Sekunde erteilt (Centimeter-Gramm-Sekunden-System).

Ein Magnetfeld von der Intensität $\mathfrak{H}$ wirkt auf einen Magnetpol von der Stärke m mit der Kraft

$$m \cdot \mathfrak{H},$$

folglich wirken zwei Magnetpole von der Stärke m_1 und m_2 in der Entfernung R mit einer Kraft gleich

$$\frac{m_1\, m_2}{R^2}$$

aufeinander.

Elektrische Ströme erzeugen ebenfalls magnetische Felder, d. h. der Raum, der einen stromführenden Leiter umgibt, ist ein magnetisches Feld, das mit dem erzeugenden Strome entsteht und verschwindet. Dieses Feld ist also ein sehr wesentlicher Teil von der Erscheinung, die wir einen elektrischen Strom nennen.

Ein elektrischer Strom stellt somit eine magnetomotorische Kraft dar (MMK).

Das Magnetfeld eines geraden Leiters besteht aus magnetischen Kraftlinien, die den Leiter als konzentrische Kreise umschlingen. Die Intensität dieses Magnetfeldes ist proportional der Stromstärke und umgekehrt proportional der Entfernung von dem Leiter.

Die Einheit der Stromstärke ist derjenige Strom, der in einem geraden Leiter die Feldintensität 1 in der Entfernung 1 cm von dem Leiter erzeugt, d. h. die Intensität einer Kraftlinie pro cm² in einem magnetischen Stromkreise von 2π cm Länge, welcher den Leiter konzentrisch umgibt oder auch zweimal diese Feldintensität in der Entfernung 1 cm von einer geschlossenen Stromschleife (einer Windung), bestehend aus Hin- und Rückleitung.

Die praktische Einheit ist ein Zehntel von dieser Größe und wird ein Ampère genannt.

Eine Ampèrewindung erzeugt somit in der Entfernung 1 cm von dem Leiter die Feldstärke 0,2 und in der Entfernung R die Feldstärke $\frac{0,2}{R}$. $\mathfrak{F}$ Ampèrewindungen erzeugen die Feldintensitäten $\mathfrak{H} = 0,2\,\mathfrak{F}$ bezw. $\mathfrak{H} = \frac{0,2\,\mathfrak{F}}{R}$.

$\mathfrak{F}$ ist also das Produkt aus Stromstärke in Ampères und Windungen und wird als magnetomotorische Kraft (MMK) bezeichnet.

Die MMK pro cm Länge des magnetischen Stromkreises oder das Verhältnis

$$f = \frac{\text{MMK}}{\text{Länge des magnetischen Stromkreises}}$$

nennt man die magnetisierende Kraft.

In der Entfernung 1 cm von einem Leiter, der aus einer Schleife von $\mathfrak{F}$ Ampèrewindungen besteht, ist die magnetisierende Kraft

$$f = \frac{\mathfrak{F}}{2\pi}$$

und in der Entfernung R

$$f = \frac{\mathfrak{F}}{2\pi R}.$$

Und da die Feldstärke in der Entfernung R dargestellt wird durch

$$\mathfrak{H} = \frac{0{,}2\,\mathfrak{F}}{R},$$

so erhalten wir

$$\mathfrak{H} = 0{,}4\,\pi f = 1{,}257 f.$$

Wickelt man einen Leiter zu einem Solenoid von l cm Länge und mit N Windungen, so daß

$$n = \frac{N}{l}$$

die Zahl der Windungen pro cm Länge, und bedeutet J den durch den Leiter fließenden Strom in Ampère, so wird die MMK des Solenoids

$$\mathfrak{F} = NJ$$

und die magnetisierende Kraft in der Mitte der Spule (unter Vernachlässigung der entmagnetisierenden Wirkung der Enden):

$$f = nJ = \frac{N}{l}\,J.$$

Die Feldstärke in der Mitte des Solenoids wird demnach:

$$\mathfrak{H} = 0{,}4\,\pi f = 0{,}4\,\pi\, n\, J.$$

1 Ampèrewindung pro cm Länge des magnetischen Stromkreises erzeugt also $0{,}4\,\pi = 1{,}257$ Kraftlinien pro cm². 10 Ampère-

windungen oder die Einheit der Stromstärke pro 1 cm Länge des magnetischen Stromkreises erzeugen 4π Kraftlinien pro cm^2. Also kann man auch die Einheit der Stromstärke als denjenigen Strom definieren, der in einem magnetischen Stromkreise in Luft von der Länge 1 cm ebensoviel Kraftlinien erzeugt, als von einem Einheitspol ausgehen (4π).

Die MMK $\mathfrak{F}$ bezieht sich auf den ganzen magnetischen Stromkreis oder auf einen Teil desselben und wird in Ampèrewindungen gemessen.

Die magnetisierende Kraft f ist die MMK pro Längeneinheit des magnetischen Stromkreises und wird in Ampèrewindungen pro cm gemessen.

Die Feldintensität $\mathfrak{H}$ ist die Zahl der Kraftlinien pro cm^2.

Bedeutet l die Länge des magnetischen Stromkreises oder eines Teiles, so ist:

$$\mathfrak{F} = lf, \qquad f = \frac{\mathfrak{F}}{l},$$

$$\mathfrak{H} = 0{,}4\,\pi f, \qquad f = \frac{\mathfrak{H}}{0{,}4\,\pi},$$

$$= 1{,}257 f, \qquad = 0{,}796\,\mathfrak{H}.$$

Das Vorstehende bezieht sich jedoch nur auf magnetische Felder in Luft oder anderen unmagnetischen Substanzen.

Wenn das Medium, in welchem das magnetische Feld erzeugt wird, eine magnetische Substanz ist, so ändert sich die Kraftlinienzahl pro cm^2 und wird gewöhnlich viel größer. (Nur in diamagnetischen Substanzen wird sie etwas kleiner als in Luft.)

Unter Permeabilität oder der magnetischen Leitfähigkeit μ einer Substanz versteht man das Verhältnis zwischen der von einer bestimmten magnetisierenden Kraft in dieser Substanz erzeugten Kraftlinienzahl und derjenigen Kraftlinienzahl, welche dieselbe magnetisierende Kraft in der Luft (oder eigentlich im Vakuum) hervorbringen würde.

Die Zahl der Kraftlinien pro cm^2 in einer magnetischen Substanz nennt man die magnetische Induktion $\mathfrak{B}$.

Die Kraftlinienzahl, welche von derselben magnetisierenden Kraft in der Luft erzeugt wird, heißt die Feldintensität $\mathfrak{H}$.

In der Luft sind die magnetische Induktion $\mathfrak{B}$ und die Feldintensität $\mathfrak{H}$ gleich.

In der Regel ändert sich die magnetisierende Kraft in einem magnetischen Stromkreis bei Einführung von magnetischen Substanzen, weil die Verteilung des Kraftflusses eine andere wird.

Die Permeabilität der Luft ist konstant und gleich 1.

Die Permeabilität von Eisen und anderen magnetischen Substanzen variiert mit der magnetisierenden Kraft zwischen etwas über 1 bis etwa 4000 in weichem Eisen.

Die magnetisierende Kraft f erzeugt in einer Substanz von der Permeabilität μ die Feldintensität $\mathfrak{H} = 0{,}4\,\pi f$ und die magnetische Induktion $\mathfrak{B} = 0{,}4\,\pi\,\mu f$.

Beispiele.

1. Um einen im Mittelpunkte gelagerten horizontalen Magnetstab von 12 cm Länge in einer Stellung senkrecht zum magnetischen Meridian festzuhalten, ist ein Drehmoment von 8 Grammcentimeter erforderlich. Wie groß ist die Polstärke des Magneten und die von jedem Pol ausgehende Kraftlinienzahl, wenn die Horizontalintensität des Erdmagnetismus $\mathfrak{H} = 0{,}2$ CGS-Einheiten, und die Fallbeschleunigung 980 cm beträgt?

Die Entfernung der Pole des Magnetstabes voneinander wird zu $\frac{5}{6}$ der Gesamtlänge angenommen, dann ist $r = 5$ cm der Radius, auf den der Erdmagnetismus wirkt; m sei die Polstärke.

Das vom Erdmagnetismus erzeugte Drehmoment beträgt dann $2\,m\,\mathfrak{H}\,r = 2\,m.$

Das Gewicht von 2 g entspricht im CGS-System $2 \times 980 = 1960$ Krafteinheiten (Dyn). Diese ergeben auf 4 cm Radius ein Drehmoment von $4 \times 1960 = 7840$ Dyncentimeter. Also ist

$$2\,m = 7840$$

und die Polstärke

$$m = 3920 \text{ CGS-Einheiten.}$$

Die von jedem Pol ausgehende Kraftlinienzahl ist

$$\Phi = 4\,\pi\,m = 49\,000.$$

2. Ein Leiter, der in der Richtung des magnetischen Meridians liegt, führt einen Strom von 100 Amp.

In welche Lage wird sich eine Magnetnadel einstellen, die 50 cm vertikal unter dem Leiter angebracht ist, wenn die Intensität des erdmagnetischen Feldes $H = 0{,}2$ CGS-Einheiten beträgt?

Ein Strom von 100 Amp. erzeugt in 50 cm Entfernung von dem Leiter ein magnetisches Feld von der Intensität

$$\mathfrak{H} = \frac{0{,}2\,J}{R} = \frac{0{,}2 \,.\, 100}{50} = 0{,}4.$$

Die Richtung des Feldes steht senkrecht zum Leiter, also auch senkrecht zum erdmagnetischen Felde.

Bezeichnet α den Winkel zwischen der Magnetnadel und dem Nordpol des magnetischen Meridians, l die Länge und m die Polstärke der Nadel, so ist das vom Erdmagnetismus erzeugte Drehmoment gleich

$$\mathfrak{H}\, m\, l \sin \alpha = 0{,}2\, m\, l \sin \alpha.$$

Das von dem Strom erzeugte Drehmoment ist gleich

$$\frac{0{,}2\, J\, m\, l \cos \alpha}{R} = 0{,}4\, m\, l \cos \alpha.$$

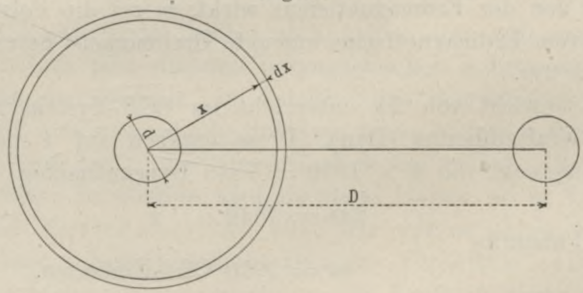
In der Gleichgewichtslage ist

$$0{,}2\, m\, l \sin \alpha = 0{,}4\, m\, l \cos \alpha,$$

also $\operatorname{tang} \alpha = 2$ und $\alpha = 63^0\, 40'$.

3. Welche totale Kraftlinienzahl für $l = 1000$ m Länge wird zwischen den Drähten einer Fernleitung erzeugt, welche J Amp.

Fig. 1.



überträgt, wenn der Durchmesser der Drähte $d = 0{,}82$ cm und ihre Entfernung $D = 45$ cm beträgt?

In der Entfernung x vom Zentrum des einen Leiters (Fig. 1) ist die Länge des magnetischen Stromkreises gleich $2\,\pi\, x$ und die MMK gleich J Ampèrewindungen. Demnach wird die magnetisierende Kraft

$$f = \frac{J}{2\,\pi\, x}$$

und die Feldintensität

$$\mathfrak{H} = 0{,}4\,\pi f = \frac{0{,}2\, J}{x}.$$

Der Kraftfluß in dem Flächenelement $d\,x$ ist

$$d\Phi = \frac{0{,}2\,J\,l\,d\,x}{x}$$

und der totale Kraftfluß von der Oberfläche des einen Leiters bis zum zweiten Leiter wird

$$\Phi = \int\limits_{\frac{d}{2}}^{D} \frac{0{,}2\,J l\,d\,x}{x} = 0{,}2\,J.l\,[\ln x]_{\frac{d}{2}}^{D} = 0{,}2\,J l \ln \frac{2\,D}{d}.$$

Derselbe Kraftfluß wird von dem zweiten Draht und zwar in derselben Richtung erzeugt, so daß der zwischen den Drähten entstehende totale Kraftfluß zweimal so groß wird:

$$2\,\Phi = 0{,}4\,J l \ln \frac{2\,D}{d},$$

oder für 1000 m $= 10^5$ cm Länge:

$$2\,\Phi = 0{,}4 \,.\, 10^5 \,.\, J \ln \frac{90}{0{,}82} = 0{,}4 \,.\, 10^5\, J \,.\, 4{,}7 = 0{,}188 \,.\, 10^6 \,.\, J,$$

also $0{,}188\,J$ Millionen Kraftlinien für 1000 m Fernleitung, von welchen $0{,}094\,J$ Millionen Kraftlinien jeden der zwei Leiter umgeben.

4. In einer Wechselstrommaschine beträgt der Kraftfluß pro Pol $6{,}4 \,.\, 10^6$ Kraftlinien. Wieviel Ampèrewindungen pro Pol sind erforderlich, um diesen Kraftfluß zu erzeugen, wenn der magnetische Stromkreis im lamellierten Armatureisen einen Querschnitt von 930 cm² und eine Länge von 15 cm besitzt, der Luftspalt zwischen dem feststehenden Magnetsystem und der rotierenden Armatur eine Länge von 0,95 cm und 1200 cm² Querschnitt, der Magnetschenkel 26,3 cm Länge und 1075 cm² Querschnitt (lamelliertes Eisen) und das Joch eine Länge von 20 cm pro Pol und 2250 cm² Querschnitt (Gußeisen) besitzt?

Die magnetischen Induktionen sind:

in der Armatur	$\mathfrak{B}_1 = 6880$
im Luftspalt	$\mathfrak{B}_2 = 5340$
„ Magnetschenkel	$\mathfrak{B}_3 = 5950$
„ Joch	$\mathfrak{B}_4 = 2850.$

Die Permeabilität von Eisenblech ist $\mu = 2550$ bei $\mathfrak{B}_1 = 6880$ und $\mu_3 = 2300$ bei $\mathfrak{B}_3 = 5950$.

Die Permeabilität von Gußeisen ist $\mu = 280$ bei $B_4 = 2850$.

Die Feldintensitäten $\mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{B}}{\mu}$ werden somit:

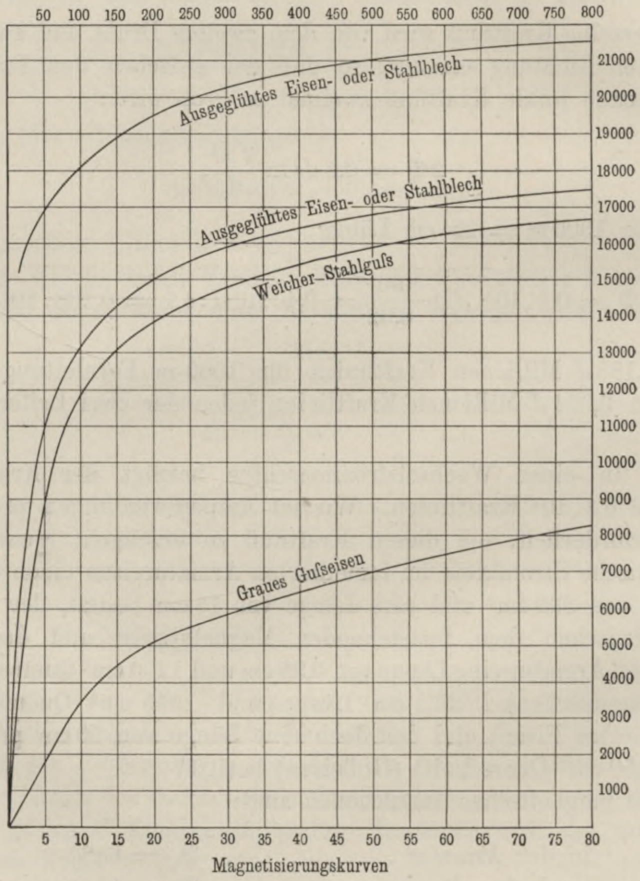
$$\mathfrak{H}_1 = 2{,}7, \quad \mathfrak{H}_2 = 5340, \quad \mathfrak{H}_3 = 2{,}6, \quad \mathfrak{H}_4 = 10{,}2.$$

Die magnetisierenden Kräfte $\left(f = \frac{\mathfrak{H}}{0{,}4\,\pi}\right)$ werden

$$f_1 = 2{,}15, \quad f_2 = 4250, \quad f_3 = 2{,}07, \quad f_4 = 8{,}13$$

Ampèrewindungen pro cm.

Fig. 2.



Magnetisierungskurven

Die erforderlichen MMKe ($\mathfrak{F} = fl$) sind also

$$\mathfrak{F}_1 = 32, \quad \mathfrak{F}_2 = 4030, \quad \mathfrak{F}_3 = 54, \quad \mathfrak{F}_4 = 163$$

und die totale MMK pro Pol

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_1 + \mathfrak{F}_2 + \mathfrak{F}_3 + \mathfrak{F}_4 = 4280 \text{ Ampèrewindungen.}$$

Die Permeabilität μ magnetischer Substanzen ändert sich mit der Induktion $\mathfrak{B}$. Aus diesem Grunde wird die Induktion $\mathfrak{B}$ gewöhnlich in Kurven dargestellt, wo man die magnetisierende Kraft f als Abscissen und die zugehörigen Induktionen $\mathfrak{B}$ als Ordinaten aufträgt, so daß man die einer gewissen magnetisierenden Kraft f entsprechende Induktion $\mathfrak{B}$ direkt dieser Kurve entnehmen kann. Ein derartiges Kurvenblatt zeigt Fig. 2.

2. Magnetismus und elektromotorische Kraft.

Bewegen wir einen elektrischen Leiter derart in einem magnetischen Felde, daß der Leiter die Kraftlinien schneidet, so wird in ihm eine elektromotorische Kraft (EMK) induziert, welche proportional ist der in der Zeiteinheit geschnittenen Kraftlinienzahl.

Die Einheit der EMK wird in einem Leiter erzeugt, wenn er 1 Kraftlinie pro Sekunde schneidet.

Die praktische Einheit ist 10^8mal so groß wie die CGS-Einheit und wird ein Volt genannt.

Bewegt man eine Spule von n seriegeschalteten Windungen durch ein magnetisches Feld, so wird die induzierte EMK $n$mal größer, als wenn wir nur eine Windung hätten, da jede Kraftlinie $n$mal geschnitten wird.

In einem geschlossenen Stromkreis erzeugt eine EMK einen elektrischen Strom.

Das Verhältnis zwischen der EMK und dem von ihr erzeugten elektrischen Strome bezeichnet man als den Widerstand des elektrischen Stromkreises.

Die Widerstandseinheit ist der Widerstand eines Stromkreises, in dem die Einheit der EMK die Einheit der Stromstärke erzeugt.

Die praktische Einheit ist 10^9mal so groß als die CGS-Einheit und wird ein Ohm genannt.

Das Ohm ist gleich dem Widerstande eines Leiters, in welchem die EMK 1 Volt die Stromstärke 1 Amp. erzeugt.

Den Widerstand eines Leiters von der Länge 1 und dem Querschnitte 1 nennt man den spezifischen Widerstand ϱ des Leiters.

Der spezifische Widerstand ϱ ist eine vom Materiale abhängige Konstante, die sich mit der Temperatur etwas verändert.

Der Widerstand r eines Leiters von der Länge l, mit dem Querschnitt q und mit dem spezifischen Widerstande ϱ ist

$$r = \frac{l\varrho}{q}.$$

Wenn der Strom in einem Leiter ansteigt oder sinkt, so ändert sich das mit dem Strome verkettete Magnetfeld. Diese Änderung induziert im Leiter eine EMK, die man die EMK der Selbstinduktion nennt.

Wenn die in einem Leiter induzierte EMK einen Strom erzeugt, so bezeichnet man das von diesem Strome hervorgerufene Magnetfeld als die magnetische Reaktion des Stromes.

Das Fundamentalgesetz der Selbstinduktion und der magnetischen Reaktion ist, daß diese Erscheinungen ihren Entstehungsursachen entgegenwirken.

Die EMK der Selbstinduktion ist demnach bei steigender Stromstärke dem Strome entgegengerichtet, bei sinkender Stromstärke wirkt die EMK der Selbstinduktion in Richtung des Stromes, d. h. sie sucht denselben zu erhalten.

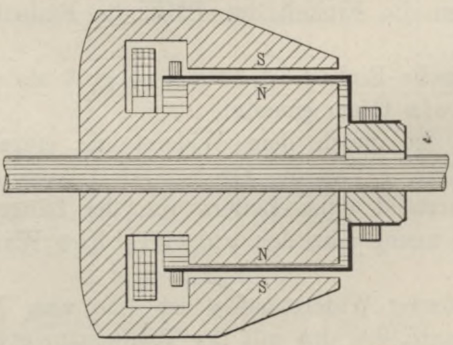
Wenn ein stromdurchflossener Leiter sich aus einem Magnetfelde herausbewegt, so hat die magnetische Reaktion des Stromes dieselbe Richtung wie das Magnetfeld. Bewegt sich dagegen der Leiter in das Magnetfeld hinein, so ist die magnetische Reaktion der Richtung des Magnetfeldes entgegengesetzt.

Eigentlich ist dieses Gesetz nur eine Folge des Gesetzes von der Erhaltung der Energie.

Beispiele.

1. Ein Elektromagnet ist so angeordnet, daß der eine Pol den anderen konzentrisch umgibt, siehe Fig. 3. Ein Kupfer-

Fig. 3.



zylinder rotiert zwischen diesen Polen mit 3000 Umdrehungen in der Minute. Welche Potentialdifferenz entsteht zwischen den Enden dieses Zylinders, wenn der magnetische Kraftfluß gleich $25 . 10^6$ ist?

Der Kupferzylinder schneidet bei jeder Umdrehung $25 . 10^6$ Kraftlinien und macht 50 Umdrehungen in der Sekunde. Also beträgt die Zahl der Kraftlinienschnitte pro Sekunde $50 . 25 . 10^6 = 12{,}5 . 10^8$, und die induzierte EMK ist somit 12,5 Volt. (Diese Induktion nennt man „unipolare“ Induktion.)

Die 20 Feldspulen bei der im ersten Abschnitt, Beispiel 4, erwähnten Wechselstrommaschine haben je 616 Windungen von 0,106 cm² Querschnitt und 160 cm mittlerer Länge. Sämtliche Spulen sind in Serie geschaltet.

Welche Spannung und welche Stromstärke ist erforderlich, um dieses Feld zu erregen, wenn der spezifische Widerstand des Kupfers $1{,}8 . 10^{-6}$ ist?

Da jede Feldspule 616 Windungen besitzt und im ganzen 4280 Ampèrewindungen erforderlich sind, so wird die Stromstärke gleich

$$\frac{4280}{616} = 6{,}95 \text{ Ampère.}$$

Der Widerstand von 20 Spulen à 616 Windungen, deren mittlere Länge 160 cm beträgt und deren Querschnitt 0,106 cm² ist, wird

$$\frac{20 . 616 . 160 . 1{,}8 . 10^{-6}}{0{,}106} = 33{,}4 \text{ Ohm.}$$

Die erforderliche Spannung ist also

$$6{,}95 . 33{,}4 = 232 \text{ Volt.}$$

3. Induktion.

Eine geschlossene Windung, welche sich in einem magnetischen Felde um eine Achse senkrecht zur Richtung des Feldes dreht,

Fig. 4.

umschließt während einer Umdrehung zweimal ein Maximum von Kraftlinien (Stellung *A* in Fig. 4) und zweimal Null Kraftlinien (Stellung *B* in Fig. 4). Somit wird der maximal in die Windung eintretende Kraftfluß während einer Umdrehung viermal geschnitten.

Bedeutet Φ den von der Schleife maximal eingeschlossenen Kraftfluß, c die Zahl der vollständigen Umdrehungen oder Perioden pro Sekunde und w die Windungszahl der Schleife, so beträgt die Zahl der Kraftlinienschnitte pro Sekunde oder die induzierte mittlere EMK:

$$E = 4\,c\,w\,\Phi \text{ CGS-Einheiten}$$

oder

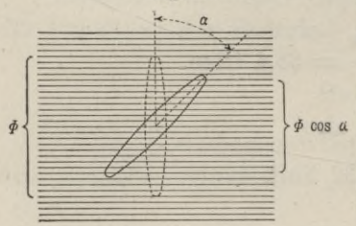
$$E = 4\,c\,w\,\Phi\; 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Wenn sich eine Windung mit konstanter Geschwindigkeit in einem homogenen Magnetfelde dreht, so ist die in jeder Stellung eingeschlossene Kraftlinienzahl gleich

$$\Phi \cos\alpha,$$

wo Φ die von der Windung maximal eingeschlossene Kraftlinienzahl und α den Winkel zwischen der augenblicklichen Stellung der Windung und der Stellung, wo dieselbe das Maximum des Kraftflusses einschließt, bedeutet (Fig. 5).

Fig. 5.



Die in der Windung induzierte EMK, welche mit der Zahl der Kraftlinienschnitte in jedem Moment oder mit der Änderung $\Phi \cos\alpha$ variiert, ist gleich

$$e = E_0 \sin\alpha,$$

wo E_0 den Maximalwert der induzierten EMK bedeutet. Diese Amplitude tritt bei $\alpha = 90^0$ auf, also in der Stellung, wo die Zahl der von der Windung eingeschlossenen Kraftlinien gleich Null ist.

Die mittlere Größe der Ordinate einer Sinuskurve von 0 bis 180^0 ist gleich $\frac{2}{\pi}$, folglich ist auch der Mittelwert der induzierten EMK

$$E = \frac{2}{\pi}\, E_0.$$

Oben haben wir für den Mittelwert der induzierten EMK den Ausdruck

$$E = 4\,c\,w\,\Phi\, 10^{-8}$$

gefunden.

Indem wir den Wert für E einsetzen, erhalten wir den Maximalwert der induzierten EMK gleich

$$E_0 = 2\pi c w \Phi 10^{-8}$$

und den Momentanwert gleich

$$e = 2\pi c w \Phi 10^{-8} \sin \alpha.$$

Bei gleichmäßiger Drehung ist der Winkel α proportional der Zeit t, und für $\alpha = 2\pi$ wird die Dauer einer ganzen Periode

$$t = \frac{1}{c}$$

gleich der Dauer einer ganzen Umdrehung in einem zweipoligen Felde, oder gleich der Dauer von $\frac{1}{p}$ einer Umdrehung in einem $2p$-poligen Felde.

Wir erhalten somit

$$\alpha = 2\pi c t$$

und

$$e = 2\pi c w \Phi 10^{-8} \sin 2\pi c t.$$

Wenn wir die Zeit nicht von dem Momente an rechnen, in welchem die Windung den maximalen Kraftfluß einschließt, sondern annehmen, daß dies zur Zeit t_1 stattfindet, so bekommen wir

$$e = 2\pi N c \Phi 10^{-8} \sin 2\pi c (t - t_1)$$

oder

$$e = 2\pi \mathrm{N} c \Phi 10^{-8} \sin (\varphi - \varphi_1),$$

wo $\varphi_1 = 2\pi c t_1$ der Drehungswinkel ist, bei welchem die Windung den maximalen Kraftfluß einschließt. Diesen Winkel nennt man die Phase der induzierten EMK. Die in einem solchen Felde induzierten EMKe wechseln fortwährend ihre Richtung.

Werden in dem Momente, wo die EMKe ihre Richtung wechseln, die Verbindungen zwischen der Windung und dem äußeren Stromkreise vertauscht, so wird die EMK in dem äußeren Stromkreise zwischen Null und E_0 pulsieren, aber denselben Mittelwert E beibehalten.

Wenn eine Anzahl seriegeschalteter Spulen bei ihrer Drehung im Magnetfelde aufeinanderfolgen, wie die Ankerwindungen einer Gleichstrommaschine, und man die Verbindungen jeder Spule mit dem äußeren Stromkreise in dem Momente vertauscht, in welchem die EMK wechselt, so werden die im äußeren Stromkreise übereinander gelagerten EMKe eine mehr oder weniger stetige oder eine konstante EMK liefern.

Der Mittelwert dieser EMK ist dann gleich der Summe der Mittelwerte der EMKe der einzelnen Spulen. In einer Gleichstrommaschine ist somit die induzierte EMK ausgedrückt durch

$$E = 4\,c\,w\,\Phi\,10^{-8},$$

wo Φ der von einer Windung eingeschlossene maximale Kraftfluß, w die Zahl der in Serie geschalteten Windungen zwischen den Bürsten und c die Periodenzahl pro Sekunde bedeutet.

Dies ist die Formel für die Induktion bei Gleichstrommaschinen.

Beispiele.

1. Eine kreisförmige Spule mit 200 Windungen und 40 cm mittlerem Durchmesser wird um eine vertikale Achse gedreht.

Wie groß ist die Horizontalintensität des Erdmagnetismus, wenn bei 900 Umdrehungen pro Minute eine mittlere EMK von 0,028 Volt induziert wird?

Der mittlere Flächeninhalt des Ringes ist

$$\frac{40^2\pi}{4} = 1255 \text{ cm}^2$$

und der vom Ringe eingeschlossene erdmagnetische Kraftfluß gleich 1255 $\mathfrak{H}$. Bei 900 Umdrehungen pro Minute, oder 15 Umdrehungen pro Sekunde schneidet jede Windung diesen Kraftfluß $4 . 15 = 60$ mal pro Sekunde, alle 200 Windungen demnach $200 . 60 = 12\,000$ mal pro Sekunde.

Die totale Zahl der Kraftlinienschnitte pro Sekunde wird gleich $12000 . 1255\,\mathfrak{H} = 0{,}151 . 10^8\,\mathfrak{H}$ und die induzierte mittlere EMK gleich $0{,}151\,\mathfrak{H}$ Volt. Da diese EMK gleich 0,028 Volt ist, so wird die gesuchte Horizontalintensität des Erdmagnetismus $\mathfrak{H} = 0{,}186$ CGS-Einheiten.

2. In einer achtpoligen Gleichstrommaschine mit Trommelanker für 550 Volt Spannung bei 500 Umdrehungen pro Minute darf die mittlere Spannung pro Kollektorsegment 11 Volt nicht übersteigen. Jede Ankerspule soll aus nur einer Windung bestehen, und die Zahl der Kollektorsegmente pro Pol muß durch 3 teilbar sein, so daß man die Maschine als Dreiphasenumformer verwenden kann.

Wie groß wird der Kraftfluß pro Pol?

Bei 550 Volt Gesamtspannung und 11 Volt pro Kollektorsegment wird die Zahl der Segmente (oder Windungen) pro Pol gleich 50, oder in unserem Falle gleich 51, da diese die nächstliegende durch 3 teilbare ganze Zahl ist.

Bei einer achtpoligen Maschine mit 500 Umdrehungen pro Min. hat man vier ganze Perioden pro Umdrehung, und während einer Sekunde $\frac{500}{60} = 8{,}33$ Umdrehungen. Die Periodenzahl wird also

$$c = 4 . 8{,}33 = 33{,}3 \text{ in der Sekunde.}$$

Die induzierte EMK ist gleich 550 Volt.

Nach der Formel für die Induktion bei einer Gleichstrommaschine $e = 4\, c\, w\, \Phi\, 10^{-8}$ erhält man

$$550 = 4 . 51 . 33{,}3 . \Phi\, 10^{-8}$$

und

$$\Phi = 8{,}1 . 10^6 \text{ Kraftlinien pro Pol.}$$

3. Wie groß ist die in einer einzelnen Windung einer 20 poligen Wechselstrommaschine mit 200 Umdrehungen pro Min. induzierte EMK, wenn der Kraftfluß pro Pol gleich $6{,}4 . 10^6$ Kraftlinien ist?

Die Periodenzahl ist $c = \frac{20 . 200}{2 . 60} = 33{,}3$ in der Sekunde

$$\begin{aligned} e &= E_0 \sin\varphi, \\ E_0 &= 2\pi\, c\, w\, \Phi\, 10^{-8}, \\ \Phi &= 6{,}4 . 10^6, \\ w &= 1, \\ c &= 33{,}3. \end{aligned}$$

Der Maximalwert der induzierten EMK wird also

$$E_0 = 2\pi . 33{,}3 . 6{,}4 . 10^6 . 10^{-8} = 13{,}3 \text{ Volt}$$

und

$$e = 13{,}3 \sin\varphi.$$

4. Effekt und Effektivwerte.

Der Effekt oder die Leistung eines Gleichstromes J von der Spannung E ist

$$P = E . J.$$

Die zur Überwindung des Widerstandes r erforderliche EMK ist

$$E_1 = J . r$$

und der vom Widerstande verbrauchte Effekt

$$P = J^2 . r.$$

Entweder ist $E_1 = E$ und der ganze Effekt des Stromkreises wird von dem Widerstande verbraucht, oder $E_1 < E$, in welchem Falle nur ein Teil des Effektes von dem Widerstande verbraucht wird, der Rest aber von irgend einer gegenelektromotorischen Kraft $E - E_1$.

Wenn ein Wechselstrom $i = J_0 \sin \varphi$ durch einen Widerstand r geht, so ist der von dem Widerstande verbrauchte Effekt gleich:

$$i^2 r = J_0^2 r \sin^2 \varphi = \frac{J_0^2 r}{2} (1 - \cos 2 \varphi).$$

Der verbrauchte Effekt ist also nicht konstant, sondern ändert sich mit der doppelten Periodenzahl des Stromes zwischen Null und $J_0^2 r$.

Der von dem Widerstande r verbrauchte mittlere Effekt ist gleich

$$(i^2 r)_{mit.} = \frac{J_0^2 r}{2} = \left(\frac{J_0}{\sqrt{2}}\right)^2 r.$$

Da der Mittelwert des Cosinus gleich Null ist, so wird im Stromkreise vom Widerstande r durch den Wechselstrom $i = J_0 \sin \varphi$ derselbe Effekt verbraucht, als wenn ein Gleichstrom von der Stärke

$$J = \frac{J_0}{\sqrt{2}}$$

im gleichen Stromkreise fließen würde.

Die Größe $J = \frac{J_0}{\sqrt{2}}$ heißt der Effektivwert des Wechselstromes $i = J_0 \sin \varphi$, weil sie denselben Effekt wie der Wechselstrom erzeugt.

Analog ist $E = \frac{E_0}{\sqrt{2}}$ der Effektivwert der EMK $e = E_0 \sin \varphi$.

Aus $E_0 = 2 \pi c w \Phi 10^{-8}$ folgt, daß

$$E = \sqrt{2} \pi c w \Phi 10^{-8}.$$
$$= 4{,}44 c w \Phi 10^{-8}$$

gleich der effektiven EMK eines Wechselstromes, welche in einer Spule von w Windungen bei c Perioden pro Sekunde in einem Magnetfelde von Φ Kraftlinien induziert wird.

Dies ist der Ausdruck für Wechselstrominduktion.

Die Formel für Gleichstrominduktion

$$E = 4\,c\,w\,\Phi\,10^{-8}$$

gilt auch, wenn die in den einzelnen Windungen induzierten EMKe keine Sinuswellen sind, weil die Formel die induzierte mittlere EMK darstellt.

Die Formel für Wechselstrominduktion

$$E = \sqrt{2}\,\pi\,c\,w\,\Phi\,10^{-8}$$

gilt nicht mehr, wenn die Wellen keine Sinuswellen sind, weil die Verhältnisse zwischen mittlerer und maximaler bezw. zwischen maximaler und effektiver EMK sich ändern.

Wenn die Feldintensitätskurve keine Sinusform besitzt, so kann die induzierte effektive EMK des Wechselstromes ausgedrückt werden durch

$$E = k\,\sqrt{2}\,\pi\,c\,w\,\Phi\,10^{-8}.$$

Der Faktor k heißt „Formfaktor“ der Welle und ist von der Form derselben abhängig, d. h. abhängig von der Verteilung des Kraftflusses im magnetischen Felde.

Beispiele.

1. Ein 20poliger Dreiphasengenerator in Sternschaltung, der mit 33,3 Perioden pro Sekunde entsprechend 200 Umdrehungen pro Minute rotiert, hat einen Kraftfluß von $6{,}4 \cdot 10^6$ Kraftlinien pro Pol. Die Armatur hat 1 Nut pro Pol und Phase, und jede Nut enthält 36 Drähte, die alle in Serie geschaltet sind. Wie groß ist die effektive EMK pro Phase und die EMK zwischen den Klemmen der Maschine?

Die Maschine hat pro Phase 20 Nuten zu je 36 Drähten, also zusammen 720 Drähte oder 360 Windungen in Serie pro Phase. Die effektive EMK ist gleich

$$\begin{aligned} E' &= \sqrt{2}\,\pi\,c\,w\,\Phi\,10^{-8}, \\ &= 4{,}44 \cdot 33{,}3 \cdot 360 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6 \cdot 10^{-8}, \\ &= 3400 \text{ Volt pro Phase.} \end{aligned}$$

Die EMK zwischen zwei Klemmen einer Drehstrommaschine in Sternschaltung ist die Resultante der EMKe der zwei Phasen, die um 60^0 gegeneinander verschoben sind. Es wird also

$$E = E' \, 2 \sin 60^0 = E' . \sqrt{3},$$
$$E = 5900 \text{ Volt.}$$

2. Die Armaturdrähte dieser Maschine haben einen Querschnitt von 0,22 cm² und eine mittlere Länge von 240 cm pro Windung. Wie groß ist der Spannungsverlust im Armaturkupfer durch Ohmschen Widerstand, wenn der spezifische Widerstand des Kupfers $\varrho = 1{,}8 . 10^{-6}$, und wie groß ist der Effektverlust bei 450 KW-Leistung?

Eine Leistung von 450 KW entspricht 150000 Watt pro Phase. Der effektive Strom wird also

$$J = \frac{150\,000}{3400} = 44{,}2 \text{ Ampère.}$$

Der Widerstand von 360 Windungen à 240 cm Länge und 0,22 cm² Querschnitt beträgt bei einem spezifischen Widerstande von $1{,}8 . 10^{-6}$

$$r = \frac{360 . 240 . 1{,}8 . 10^{-6}}{0{,}22} = 0{,}71 \text{ Ohm pro Phase.}$$

Der Spannungsverlust ist gleich

$$44{,}2 . 0{,}71 = 31{,}5 \text{ Volt pro Phase.}$$

Der Effektverlust ist gleich

$$44{,}2^2 . 0{,}71 = 1400 \text{ Watt pro Phase.}$$

Für drei Phasen somit $3 \times 1400 = 4200$ Watt.

3. Wie groß ist die Selbstinduktion jeder Leitung einer Dreiphasenkraftübertragung von 22,3 km Länge, wenn die Fernleitung aus drei Drähten von 0,82 cm Durchmesser mit 45 cm Abstand besteht, und der übertragene Effekt gleich 450 KW bei 5900 Volt verketteter Spannung ist?

Der Linienstrom beträgt wie im vorigen Beispiele 44,2 Amp. eff. und $44{,}2 . \sqrt{2} = 62{,}5$ Amp. maximal.

Im Abschnitt I, Beispiel 3 fanden wir, daß der von J Amp. erzeugte Kraftfluß pro Kilometer Länge einer Fernleitung aus zwei Drähten mit 45 cm Abstand und 0,82 cm Durchmesser folgenden Wert hat:

$$2\,\Phi = 0{,}188 . 10^6 J$$

oder für 1 Draht

$$\Phi = 0{,}094 . 10^6 . J.$$

Bei einer Leitungslänge von 22,3 km und einem Maximalwert der Stromstärke von 62,5 Amp. hat man somit pro Draht einen Kraftfluß von

$$\Phi = 22{,}3 \,.\, 62{,}5 \,.\, 0{,}094 \,.\, 10^6 = 131 \,.\, 10^6 \text{ Kraftlinien.}$$

Der Effektivwert der EMK der Selbstinduktion wird bei 33,3 Perioden pro Sekunde gleich

$$E = \sqrt{2}\,\pi\, c\, \Phi\, 10^{-8},$$
$$= 4{,}44 \,.\, 33{,}3 \,.\, 131 \,.\, 10^6 \,.\, 10^{-8} = 191 \text{ Volt pro Draht.}$$

Der Maximalwert ist dann

$$E_0 = E \,.\, \sqrt{2} = 273 \text{ Volt pro Draht}$$

und der Momentanwert

$$e = E_0 \sin(\varphi - \varphi_1) = 273 \sin(\varphi - \varphi_1),$$

oder da $\varphi = 2\pi c t = 210 t$, bekommen wir:

$$e = 273 \sin 210 (t - t_1).$$

5. Selbstinduktion und gegenseitige Induktion.

Die Zahl der Verkettungen eines elektrischen Stromkreises mit der Kraftlinienzahl, die von der Einheit der Stromstärke im Stromkreise erzeugt wird, heißt die Induktanz des Stromkreises.

Die Zahl der Verkettungen eines elektrischen Stromkreises mit der von der Einheit der Stromstärke in einem zweiten Stromkreise erzeugten Kraftlinienzahl nennt man die gegenseitige Induktanz des zweiten Stromkreises auf den ersten. Diese ist auch gleich der gegenseitigen Induktanz des ersten Stromkreises auf den zweiten, wie wir später sehen werden, und wird deshalb die gegenseitige Induktanz der beiden Stromkreise genannt.

Die Zahl der Verkettungen eines elektrischen Stromkreises mit der von der Einheit der Stromstärke in diesem Stromkreise erzeugten Kraftlinienzahl, welche nicht mit einem zweiten Stromkreise verkettet sind, heißt die Selbstinduktanz des Stromkreises.

Wenn i die Stromstärke in einem Stromkreise von w Windungen und Φ den hierdurch erzeugten und mit dem Stromkreise verketteten Kraftfluß bedeutet, so ist $w\,\Phi$ die Gesamtzahl der Verkettungen und

$$L = \frac{w\,\Phi}{i}$$

die Induktanz des Stromkreises.

Ist der Kraftfluß Φ dem Strome i und der Zahl der Windungen w proportional, so wird:

$$\Phi = \frac{w\,i}{\varrho}$$

und die Induktanz

$$L = \frac{w^2}{\varrho}.$$

Man nennt ϱ die Reluktanz und $w\,i$ die MMK des magnetischen Stromkreises.

Die Reluktanz ϱ hat im magnetischen Stromkreise dieselbe Bedeutung wie der Widerstand r im elektrischen.

Die Reluktanz ϱ und somit auch die Induktanz ist konstant in Stromkreisen, die keine magnetischen Substanzen (Eisen u. s. w.) enthalten.

Ist ϱ_1 die Reluktanz eines magnetischen Stromkreises, welcher mit zwei elektrischen Stromkreisen mit w_1 bezw. w_2 Windungen verkettet ist, so ist der von der Einheit der Stromstärke in dem ersten Stromkreise erzeugte und mit dem zweiten Stromkreise verkettete Kraftfluß gleich $\frac{w_1}{\varrho_1}$ und die gegenseitige Induktanz des ersten Stromkreises auf den zweiten gleich $M = \frac{w_1\,w_2}{\varrho_1}$, also gleich der gegenseitigen Induktanz des zweiten Stromkreises auf den ersten, wie oben erwähnt.

Ist jetzt $\varrho_1 = \varrho$, d. h. fließt kein Kraftfluß zwischen den beiden Stromkreisen, und ist L_1 gleich der Induktanz des ersten, L_2 gleich der Induktanz des zweiten Stromkreises und M die gegenseitige Induktanz, so ist

$$M^2 = L_1 \,.\, L_2.$$

Ist $\varrho_1 > \varrho$, d. h. fließt ein Kraftfluß zwischen den zwei Stromkreisen, so ist

$$M^2 < L_1 \,.\, L_2.$$

In diesem Falle besteht der von dem ersten Stromkreise erzeugte totale Kraftfluß aus einem Teil, welcher auch mit dem zweiten Stromkreise verkettet ist und die gegenseitige Induktanz bildet, und aus einem Teil, welcher zwischen den zwei Stromkreisen fließt, also nur mit dem ersten Stromkreise verkettet ist und die Selbstinduktanz bildet.

Wenn L_1 und L_2 die Induktanzen der zwei Stromkreise sind, so ist $\frac{L_1}{w_1}$ und $\frac{L_2}{w_2}$ der von der Einheit der Stromstärke in dem ersten bezw. zweiten Stromkreise erzeugte totale Kraftfluß.

Von dem Kraftfluß $\frac{L_1}{w_1}$ ist ein Teil $\frac{S_1}{w_1}$ nur mit dem ersten Stromkreise verkettet, wobei S_1 die Selbstinduktanz des Stromkreises darstellt. Ein zweiter Teil $\frac{M}{w_2}$ ist auch mit dem zweiten Stromkreise verkettet, wobei M die gegenseitige Induktanz darstellt und

$$\frac{L_1}{w_1} = \frac{S_1}{w_1} + \frac{M}{w_2}.$$

Bedeutet also

L_1 und L_2 die Induktanz,
S_1 und S_2 die Selbstinduktanz,
M die gegenseitige Induktanz zweier Stromkreise mit w_1 bezw. w_2 Windungen, so haben wir folgende Beziehungen:

$$\frac{L_1}{w_1} = \frac{S_1}{w_1} + \frac{M}{w_2}, \qquad \frac{L_2}{w_2} = \frac{S_2}{w_2} + \frac{M}{w_1}$$

oder

$$L_1 = S_1 + \frac{w_1}{w_2} M, \qquad L_2 = S_2 + \frac{w_2}{w_1} M$$

oder

$$M^2 = (L_1 - S_1)(L_2 - S_2).$$

Die praktische Einheit der Induktanz ist 10^9mal so groß als die absolute Einheit oder 10^8mal der Zahl der Verkettungen pro Amp. (weil 1 Amp. = 0,1 der CGS-Einheit) und wird ein Henry genannt; 0,001 davon heißt ein Millihenry.

Die Zahl der Verkettungen von i Ampère in einem Stromkreise von L Henry Induktanz ist gleich $i.L.10^8$ Kraftlinienverkettungen. Die bei einer Stromänderung von di in der Zeit dt induzierte EMK ist also gleich

$$e = -\frac{di}{dt} L\, 10^8 \text{ CGS-Einheiten},$$

$$= -\frac{di}{dt} L \text{ Volt}.$$

Durch eine Änderung der Stromstärke von 1 Amp. pro Sek. in einem Stromkreise von 1 Henry Induktanz wird eine EMK von 1 Volt induziert.

Beispiele.

1. Wie groß ist die Induktanz des Magnetfeldes einer 20poligen Wechselstrommaschine, wenn die 20 Feldspulen alle in Serie geschaltet sind und je 616 Windungen besitzen, und wenn eine Stromstärke von 6,95 Ampère $6{,}4 \cdot 10^6$ Kraftlinien pro Pol erzeugt?

Die totale Windungszahl aller 20 Spulen ist $20 \cdot 616 = 12\,320$. Jede Windung ist mit $6{,}4 \cdot 10^6$ Kraftlinien verkettet, also beträgt die Gesamtzahl der Verkettungen bei 6,95 Amp. $12\,320 \cdot 6{,}4 \cdot 10^6 = 78 \cdot 10^9$.

6,95 Amp. = 0,695 CGS-Einheiten. Die Zahl der Verkettungen pro Stromeinheit oder die Induktanz wird somit:

$$\frac{78 \cdot 10^9}{0{,}695} = 112 \cdot 10^9 = 112 \text{ Henry.}$$

2. Wie groß ist die gegenseitige Induktanz zwischen einer Wechselstromfernleitung und einem Telephondraht, der auf einer Strecke von 16,1 km unter der Fernleitung, und zwar in einem Abstande von 1,2 m von dem einen und 1,5 m von dem anderen Draht verläuft? Wie groß ist die in dem Telephondraht induzierte EMK, wenn die Stromstärke in der Wechselstromleitung 100 Amp. bei 60 Perioden pro Sekunde beträgt?

Die gegenseitige Induktanz zwischen dem Telephondraht und der Fernleitung ist der von der Einheit der Stromstärke im Telephondraht erzeugte Kraftfluß, welcher mit der Wechselstromleitung verkettet ist. Dies ist also der Teil von dem ganzen durch die Stromeinheit im Telephondraht erzeugten Kraftfluß, der zwischen 1,20 m und 1,50 m von dem Telephondrahte fließt.

In der Entfernung x von dem Telephondraht ist die Länge des magnetischen Stromkreises gleich $2\pi x$. Die magnetisierende Kraft ist

$$f = \frac{J}{2\pi x},$$

wo J den Strom im Telephondraht bedeutet. Die Feldintensität ist gleich

$$\mathfrak{H} = 0{,}4\pi f = \frac{0{,}2\,J}{x}$$

und der Kraftfluß in der Zone dx wird:

$$d\Phi = \frac{0{,}2\,Jl}{x}\,dx.$$

Es ist

$$l = 16{,}1 \text{ km} = 1610 \,.\, 10^3 \text{ cm}$$

und

$$\Phi = \int_{120}^{150} \frac{0{,}2\,Jl}{x}\,dx,$$

$$= 322 \,.\, 10^3\, J \ln \frac{150}{120} = 72 \,.\, J \,.\, 10^3.$$

Die Zahl der Verkettungen beträgt also $72 \,.\, J \,.\, 10^3$, und für $J = 10$ (1 CGS-Einheit) wird

$$M = 72 \,.\, 10^4 \text{ CGS-Einheiten,}$$
$$= 72 \,.\, 10^{-5} \text{ Henry} = 0{,}72 \text{ Millihenry.}$$

Eine effektive Stromstärke in der Fernleitung von 100 Amp. entspricht einem Maximalwert von 141,4 Amp. oder 14,14 CGS-Einheiten und erzeugt einen mit dem Telephondraht verketteten Kraftfluß von

$$14{,}14 \,.\, 0{,}72 \,.\, 10^{-3} \,.\, 10^9 = 10{,}2 \,.\, 10^6 \text{ Kraftlinien.}$$

Die in dem Telephondraht bei einer Periodenzahl von 60 in der Sekunde induzierte effektive EMK beträgt also

$$E = 4{,}44 \,.\, 60 \,.\, 10{,}2 \,.\, 10^6 \,.\, 10^{-8} = 27{,}3 \text{ Volt.}$$

6. Selbstinduktion in Gleichstromkreisen.

Die Selbstinduktion tritt in Gleichstromkreisen nur beim Einschalten, Ausschalten oder Umschalten des Stromes auf.

a) Einschalten des Stromes:

Ist

r = der Widerstand,
L = die Induktanz,
E = die Gleichstromspannung,
i = der Strom zur Zeit t nach Einschaltung der Spannung und di die Steigerung der Stromstärke während dem Zeitelement dt, so wird die Steigerung der magnetischen Verkettungen des Stromkreises während der Zeit dt ausgedrückt durch

$$L\,di.$$

Die hierbei induzierte EMK ist

$$e_1 = -L\frac{d\,i}{d\,t}.$$

Diese EMK ist negativ, weil sie der auf den Stromkreis wirkenden EMK entgegengerichtet ist (Lentzsches Gesetz).

Die in diesem Momente auf den Stromkreis wirkende EMK ist also

$$E + e_1 = E - L\frac{d\,i}{d\,t}$$

und der Strom wird

$$i = \frac{E + e_1}{r} = \frac{E - L\frac{d\,i}{d\,t}}{r}$$

oder umgeformt

$$-\frac{r\,d\,t}{L} = \frac{d\,i}{i - \frac{E}{r}}.$$

Durch Integration erhält man

$$-\frac{r\,t}{L} = \ln\left(i - \frac{E}{r}\right) - \ln c,$$

wo $-\ln c$ die Integrationskonstante ist.

Vorstehender Ausdruck wird somit reduziert auf

$$i = \frac{E}{r} + c\,\varepsilon^{-\frac{r\,t}{L}},$$

wo ε die Grundzahl der natürlichen Logarithmen ist.

Zur Zeit $t = 0$ ist auch $i = 0$ und folglich

$$-\frac{E}{r} = c.$$

Setzt man diesen Wert ein, so wird

$$i = \frac{E}{r}\left(1 - \varepsilon^{-\frac{r\,t}{L}}\right)$$

und die EMK der Selbstinduktion

$$e_1 = i\,r - E = -E\,\varepsilon^{-\frac{r\,t}{L}}.$$

Bei $t = \infty$ ist

$$i_0 = \frac{E}{r} \quad \text{und} \quad e_1 = 0.$$

Durch Einsetzen dieser Werte wird

$$i = i_0 \left(1 - \varepsilon^{-\frac{r\,t}{L}}\right),$$

$$e_1 = -\,r\,i_0\,\varepsilon^{-\frac{r\,t}{L}}.$$

Der Ausdruck $T_0 = \frac{L}{r}$ heißt „die Zeitkonstante des Stromkreises".

Denselben in die vorhergehenden Gleichungen eingesetzt, lauten dieselben alsdann

$$i = \frac{E}{r}\left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{T_0}}\right),$$

$$e_1 = -\,E\,\varepsilon^{-\frac{t}{T_0}}.$$

Wenn $t = T_0$, ist

$$e_1 = -\,\frac{E}{\varepsilon} = -\,0{,}368\,E.$$

b) Ausschalten des Stromes:

Nehmen wir an, daß in einem Stromkreise mit der Induktanz L und dem Widerstande r ein Strom

$$i_0 = \frac{E}{r}$$

von einer im Stromkreise wirkenden EMK E erzeugt wird, und daß diese EMK E plötzlich entfernt und der Stromkreis durch einen Widerstand r_1 geschlossen wird.

Die Stromstärke zur Zeit t nach Entfernung der EMK E nennen wir i und die Variation der Stromstärke während des Zeitelementes $d\,t$ sei $d\,i$, und zwar ist $d\,i$ negativ, d. h. die Stromstärke sinkt.

Die Abnahme der magnetischen Verkettungen während der Zeit $d\,t$ ist gleich

$$L\,d\,i.$$

Und die hierdurch induzierte EMK

$$e_1 = -\,L\,\frac{d\,i}{d\,t}$$

negativ, weil $d\,i$ negativ ist, und ferner muß e_1 positiv sein oder in derselben Richtung wie E wirken, weil e_1 den Strom aufrecht erhalten oder der Abnahme des Stromes entgegenwirken soll.

Die Stromstärke wird somit

$$i = \frac{e_1}{r + r_1} = -\frac{L}{r + r_1}\frac{d\,i}{d\,t}$$

oder umgeformt

$$-\frac{r + r_1}{L}\,d\,t = \frac{d\,i}{i}.$$

Durch Integration erhält man

$$-\frac{r + r_1}{L}\,t = \ln i - \ln c,$$

wo $-\ln c$ die Integrationskonstante ist.

Dies reduziert sich zu

$$i = c\,\varepsilon^{-\frac{r + r_1}{L}t},$$

und wenn

$$t = 0 \quad \text{zu} \quad i_0 = \frac{E}{r} = c.$$

Durch Substitution wird der Strom gleich

$$i = \frac{E}{r}\,\varepsilon^{-\frac{(r + r_1)t}{L}}$$

und die induzierte EMK

$$e_1 = i(r + r_1) = E\,\frac{r + r_1}{r}\,\varepsilon^{-\frac{(r + r_1)t}{L}}.$$

Durch Einsetzen von $i_0 = \frac{E}{r}$ erhält man den Strom

$$i = i_0\,\varepsilon^{-\frac{r + r_1}{L}t}$$

und die induzierte EMK

$$e_1 = i_0\,(r + r_1)\,\varepsilon^{-\frac{r + r_1}{L}t}.$$

Für $t = 0$ wird

$$e_1 = E\,\frac{r + r_1}{r}.$$

Die induzierte EMK wird also in demselben Verhältnis, wie der Widerstand sich erhöht, größer als die früher wirkende EMK.

Wenn $r_1 = 0$, d. h. wenn der Stromkreis bei Entfernung der wirkenden EMK E kurzgeschlossen wird, so erhält man die Stromstärke

$$i = \frac{E}{r}\,\varepsilon^{-\frac{r}{L}} = i_0\,\varepsilon^{-\frac{r\,t}{L}}$$

und die induzierte EMK

$$e_1 = E\,\varepsilon^{-\frac{r\,t}{L}} = i_0\,r\,\varepsilon^{-\frac{r\,t}{L}}.$$

In diesem Falle ist bei $t = 0$, $e_1 = E$, d. h. die EMK steigt nicht.

Wenn $r = \infty$, d. h. wenn der Stromkreis bei Entfernung der EMK E geöffnet wird, so erhält man für $t = 0$

$$e_1 = \infty,$$

d. h. die induzierte EMK wird unendlich groß. Je größer r_1 ist, desto größer ist die induzierte EMK, aber desto schneller sinken auch e und i.

Wenn $r_1 = r$, so haben wir für $t = 0$

$$e_{11} = 2\,E, \quad i = i_0 \quad \text{und} \quad e_{11} - i_0\,r = E,$$

d. h. wenn der äußere Widerstand r_1 gleich dem inneren Widerstande r ist, so ist die Klemmenspannung im Moment der Entfernung der EMK E gleich E.

Der Effekt der EMK der Selbstinduktion beim Ausschalten des Stromes ist zur Zeit t gleich

$$i\,e_1 = i_0^2\,(r + r_1)\,\varepsilon^{-2\frac{r + r_1}{L}t}$$

und die totale Energie der induzierten EMK

$$W = \int_0^\infty i\,e_1\,d\,t$$

$$= i_0^2\,(r + r_1)\left[\varepsilon^{-2\frac{r + r_1}{L}t}\right]_0^\infty \left(-\frac{L}{2\,(r + r_1)}\right) = \frac{i_0^2\,L}{2}.$$

Die als Magnetismus aufgespeicherte Energie eines Stromkreises mit der Selbstinduktanz L und dem Strome i_0 ist gleich

$$W = \frac{i_0^2\,L}{2}.$$

Die Größe dieser Energie ist also unabhängig sowohl von dem inneren Widerstande r des Stromkreises, als von dem beim Öffnen des Stromkreises eingeschalteten äußeren Widerstande r_1. Diese Energie muß aufgewendet werden, um den Strom zum Verschwinden zu bringen.

Beispiele.

1. Wie lange wird es bei dem im Abschnitt 1, Beispiel 4, Abschnitt 2, Beispiel 2 und Abschnitt 5, Beispiel 1 erwähnten Wechselstromgenerator dauern, bis nach Einschalten der erforderlichen EMK $E = 230$ Volt das Feld:

a) $1/_2$ und b) $9/_{10}$ seiner Stärke erreicht hat?

2. Nehmen wir an, daß das Feld dieser Wechselstrommaschine mit 500 Volt erregt wird und daß ein induktionsfreier Widerstand vorgeschaltet wird, um den erforderlichen Erregerstrom von 6,95 Amp. zu erhalten. In welcher Zeit nach Einschaltung der EMK $E = 500$ Volt wird das Feld

a) $1/_2$,
b) $9/_{10}$

seiner Stärke erreicht haben, und c) welchen Widerstand muß der Rheostat besitzen?

3. In welcher Zeit nach Einschaltung wird das Feld dieser Wechselstrommaschine seine volle Stärke erreicht haben, wenn man dasselbe mit 500 Volt ohne Vorschaltung von Widerstand erregt?

4. Wie groß ist die bei voller Stärke des Feldes als Magnetismus aufgespeicherte Energie?

1. Der Widerstand des Feldes ist in Abschnitt 2, Beispiel 2 zu 33,2 Ohm berechnet worden, die Induktanz zu 112 Henry (Abschnitt 5, Beispiel 1), die wirkende EMK $E = 230$ Volt und die Endstromstärke $i_0 = \frac{E}{r} = 6{,}95$ Amp.

Zur Zeit t ist der Strom gleich

$$i = i_0 \left(1 - \varepsilon^{-\frac{r\,t}{L}}\right) = 6{,}95 \left(1 - \varepsilon^{-0{,}296\,t}\right).$$

a) Bei halber Stärke des Feldes ist auch $i = \frac{i_0}{2}$, also

$$\left(1 - \varepsilon^{-0{,}296\,t}\right) = 0{,}5,$$
$$\varepsilon^{-0{,}296\,t} = 0{,}5, \quad -0{,}296\,t = \ln 0{,}5 = -0{,}693,$$
$$t = 0{,}234 \text{ Sek.}$$

b) Bei $^9/_{10}$ Stärke des Feldes ist $i = 0{,}9\, i_0$ und $(1 - \varepsilon^{-0{,}296\, t}) = 0{,}9$

$$t = 7{,}8 \text{ Sek.}$$

2. Um bei $E = 500$ Volt einen Strom von $i_0 = 6{,}95$ Amp. zu erhalten, ist ein Widerstand

$$r = \frac{500}{6{,}95} = 72 \text{ Ohm}$$

erforderlich.

Der Rheostat muß also $72 - 33{,}2 = 38{,}8$ Ohm Widerstand besitzen.

Wir bekommen demnach

$$i = i_0 \left(1 - \varepsilon^{-\frac{r\,t}{L}}\right) = 6{,}95 \left(1 - \varepsilon^{-0{,}643}\right).$$

a) $i = \frac{i_0}{2}$ nach 0,108 Sek.

b) $i = 0{,}9\, i_0$ nach 0,36 Sek.

3. Schalten wir eine Spannung von $E = 500$ Volt auf einen Stromkreis mit dem Widerstande $r = 33{,}2$ Ohm und der Reaktanz $L = 112$ Henry, so wird:

$$i = \frac{E}{r}\left(1 - \varepsilon^{-\frac{r\,t}{L}}\right) = 15{,}1 \left(1 - \varepsilon^{-0{,}296\, t}\right).$$

Bei voller Feldstärke oder $i = 6{,}95$ bekommen wir:

$$6{,}95 = 15{,}1 \left(1 - \varepsilon^{-0{,}296\, t}\right),$$
$$1 - \varepsilon^{-0{,}296\, t} = 0{,}46$$

und die volle Feldstärke ist erreicht nach:

$$t = 2{,}08 \text{ Sek.}$$

4. Die aufgespeicherte Energie ist:

$$\frac{i_0^2\, L}{2} = \frac{6{,}95^2 \,.\, 112}{2} = 2720 \text{ Wattsekunden (Joule)} = 276 \text{ mkg.}$$

Im Beispiel 3, wo das Feld nach 2,08 Sek. seine volle Stärke erreicht, ist also der mittlere zugeführte Effekt gleich $\frac{276}{2{,}08} = 133$ mkg pro Sek. gleich $1^3/_4$ PS.

Beim Ausschalten des Feldstromkreises dieser Wechselstrommaschine hat man also 276 mkg zu vernichten (durch den Öffnungsfunken u. s. w.).

5. Eine Spule mit dem Widerstande $r = 0{,}002$ Ohm und der Induktanz 0,005 Millihenry, welche eine Stromstärke von $J = 90$ Amp. führt, wird kurzgeschlossen.

a) Durch welche Gleichung läßt sich die Stromstärke nach der Kurzschließung ausdrücken?

b) In welcher Zeit ist der Strom auf $^1/_{10}$ seines Anfangswertes gesunken?

$$\text{a)}\quad i = J\,\varepsilon^{-\frac{r\,t}{L}} = 90\,\varepsilon^{-400\,t},$$

$$\text{b)}\quad i = 0{,}1\,J, \quad \varepsilon^{-400\,t} = 0{,}1,$$

also

$$t = 0{,}00576 \text{ Sek.}$$

6. Bei der Kurzschließung der Spule im vorigen Beispiel wird eine dem Strome entgegengesetzte EMK $E = 1$ Volt in den Stromkreis der Spule eingeschaltet.

a) Wie lautet die Gleichung des Stromes?

b) In welcher Zeit wird der Strom gleich Null?

c) In welcher Zeit hat der Strom seinen früheren Wert, aber in entgegengesetzter Richtung, erreicht?

d) Welche EMK ist erforderlich, um den Strom in $^1/_{2000}$ Sek. zum Verschwinden zu bringen?

e) Welche EMK ist erforderlich, um den Strom in $^1/_{1000}$ Sek. umzukehren?

a) Wenn eine EMK $-E$ eingeführt wird und i den Strom zur Zeit t bedeutet, so ist die induzierte EMK:

$$e_1 = -L\,\frac{d\,i}{d\,t}.$$

Die totale EMK ist gleich

$$-E + e_1 = -E - L\,\frac{d\,i}{d\,t}$$

und der Strom

$$i = \frac{-E + e_1}{r} = -\frac{E}{r} - \frac{L}{r}\,\frac{d\,i}{d\,t},$$

oder umgeformt

$$-\frac{r}{L}\,d\,t = \frac{d\,i}{\frac{E}{r} + i}.$$

Durch Integration erhalten wir

$$-\frac{r\,t}{L} = \ln\left(\frac{E}{r} + i\right) - \ln c,$$

wo $-\ln c$ die Integrationskonstante ist. Zur Zeit $t = 0$ ist $i = J$ und $c = J + \frac{E}{r}\cdot$ Durch Einsetzen wird:

$$i = \left(J + \frac{E}{r}\right) \varepsilon^{-\frac{r\,t}{L}} - \frac{E}{r}.$$

Die gesuchte Gleichung lautet:

$$i = 590\,\varepsilon^{-400\,t} - 500.$$

b) Für $i = 0$ hat man $\varepsilon^{-400\,t} = 0{,}85$, also wird:

$$t = 0{,}000405 \text{ Sek.}$$

c) Bei umgekehrtem Strom ist

$$i = -J = -90,$$

und

$$\varepsilon^{-400\,t} = 0{,}694,$$

also

$$t = 0{,}00091 \text{ Sek.}$$

d) Für $i = 0$ nach einer Zeit von $t = 0{,}0005$ Sek. hat man

$$0 = (90 + 500\,E)\,\varepsilon^{-0{,}2} - 500\,E,$$

$$E = \frac{0{,}18}{\varepsilon^{0{,}2} - 1} = 0{,}81 \text{ Volt.}$$

e) Für $i = -J = -90$ nach einer Zeit von $t = 0{,}001$ Sek. bekommt man:

$$-90 = (90 + 500\,E)\,\varepsilon^{-0{,}4} - 500\,E,$$

$$E = \frac{0{,}18\,(1 + \varepsilon^{-0{,}4})}{1 - \varepsilon^{-0{,}4}} = 0{,}91 \text{ Volt.}$$

7. Selbstinduktion in Wechselstromkreisen.

Ein Wechselstrom mit dem Momentanwert

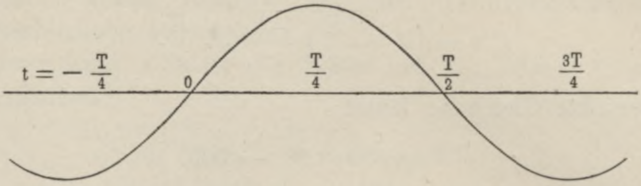
$$i = J_0 \sin 2\,\pi\,c\,t$$

oder

$$i = J_0 \sin \alpha$$

kann in einem rechtwinkligen Koordinatensystem graphisch durch eine Kurve dargestellt werden, Fig. 6 (a. f. S.). In dieser Kurve stellen die Ordinaten die Momentanwerte i des Stromes, die Abscissen die Zeit t, oder den entsprechenden Winkelbogen $\alpha = 2\pi c t$ dar, indem die Zeit von dem Punkt aus gerechnet wird, wo die steigende Welle durch Null geht.

Fig. 6.



Wenn der Nullwert des Stromes nicht als Nullpunkt für die Zeit gewählt wird, so ist die Welle ausgedrückt durch

$$i = J_0 \sin 2\pi c (t - t_0)$$

oder

$$i = J_0 \sin (\alpha - \alpha_0),$$

wo $t = t_0$ und $\alpha = \alpha_0$ die Zeit und der entsprechende Winkel sind, wo der Strom seinen Nullwert erreicht.

Wenn eine solche Sinuswelle eines Wechselstromes

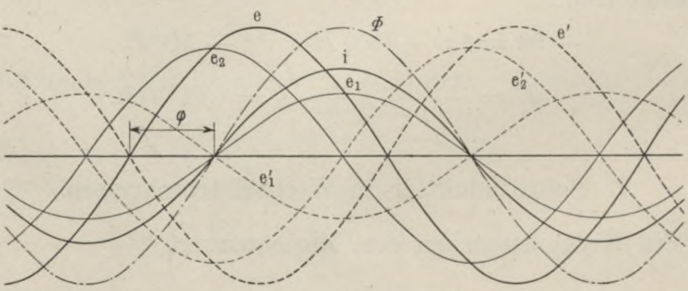
$$i = J_0 \sin 2\pi c t$$

oder

$$i = J_0 \sin \alpha$$

durch einen Stromkreis mit dem Widerstand r und der Induktanz L fließt, so werden der vom Strome erzeugte Kraftfluß

Fig. 7.



sowohl als auch die Kraftflußverkettungen $iL = J_0 L \sin \alpha$ nach einer der Stromwelle ähnlichen Sinuswelle verlaufen (Φ in Fig. 7).

Die hierdurch induzierte EMK ist proportional der Änderung von iL, also ein Maximum beim Nullpunkte der iL-Kurve und gleich Null, wenn iL ein Maximum ist. Sie ist nach dem Gesetz von Lentz positiv, wenn der Strom sinkt, und negativ, wenn der Strom steigt. Die induzierte EMK ist also eine Welle, welche der Stromwelle um die Zeit $t = \frac{T}{4}$ oder um den Winkel $\varphi = 90^0$ nacheilt, wo T die Zeitdauer einer vollen Periode gleich $\frac{1}{c}$ ist.

Diese EMK heißt die gegenelektromotorische Kraft der Selbstinduktion und ist gleich

$$e_2' = - L \frac{di}{dt} = - 2 \pi c L J_0 \cos 2 \pi c t.$$

Die gestrichelte Linie in Fig. 7 stellt e_2' dar.

Die Größe $2 \pi c L$ heißt die Reaktanz des Stromkreises und wird mit x bezeichnet. Sie hat dieselbe Dimension wie der Widerstand und wird in Ohm ausgedrückt.

Wenn L in 10^9 CGS-Einheiten oder Henry ausgedrückt wird, so erhält man x in Ohm.

Die gegenelektromotorische Kraft der Selbstinduktion des Wechselstromes

$$i = J_0 \sin 2 \pi c t = J_0 \sin \alpha$$

mit dem Effektivwert

$$J = \frac{J_0}{\sqrt{2}}$$

ist gleich

$$e_2' = - x J_0 \cos 2 \pi c t = - x J_0 \cos \alpha.$$

Der Maximalwert von e_2' ist gleich $x J_0$ und der Effektivwert

$$E_2 = \frac{x J_0}{\sqrt{2}} = x J.$$

Der Effektivwert der Gegen-EMK der Selbstinduktion ist also gleich der Reaktanz x mal dem Effektivwert J des Stromes und eilt dem Strome um 90^0 oder eine Viertelperiode nach.

Um die beim Durchgang des Stromes $i = J_0 \sin \alpha$ durch einen Stromkreis mit der Reaktanz x induzierte Gegen-EMK der Selbstinduktion

$$e_2' = - x J_0 \cos \alpha$$

aufzuheben, ist eine gleich große, aber entgegengesetzte EMK:

$$e_2 = x J_0 \cos \alpha$$

erforderlich. Diese EMK muß also dem Stromkreise aufgedrückt werden, und wird die zur Überwindung der Selbstinduktion erforderliche EMK genannt. Sie eilt dem Strome um 90° voraus und ist in Fig. 7 durch die ausgezogene Linie e_2 dargestellt.

Wir müssen also zwischen der um 90° nacheilenden Gegen-EMK der Selbstinduktion und der zur Überwindung der Selbstinduktion erforderlichen und um 90° voreilenden EMK unterscheiden.

Diese zwei EMKe verhalten sich wie Aktion und Reaktion in der Mechanik (siehe die Kurven e_2 und e_2' in Fig. 7).

Die zur Überwindung des Widerstandes r des Stromkreises erforderliche EMK ist proportional und in Phase mit dem Strome, und ist gleich

$$e_1 = r\,i = r\,J_0 \sin\alpha.$$

Wie aus Fig. 7 zu ersehen ist, erreicht e_1 seinen Maximal- und Nullwert gleichzeitig mit dem Strome i.

Der Effektivwert ist $E_1 = r\,J$.

Der Widerstand kann auch durch eine gedachte EMK

$$e_1' = -\,r\,J_0 \sin\alpha$$

dargestellt werden, welche dem Strome in der Phase entgegengesetzt ist und in Fig. 7 als gestrichelte Linie e_1' gezeichnet ist.

Die Gegen-EMK des Widerstandes und die zur Überwindung des Widerstandes erforderliche EMK stehen in demselben Verhältnis zueinander wie die Gegen-EMK der Selbstinduktion und die zur Überwindung der Selbstinduktion erforderliche EMK.

Wenn ein Wechselstrom $i = J_0 \sin\alpha$ mit dem Effektivwert $J = \frac{J_0}{\sqrt{2}}$ durch einen Stromkreis mit dem Widerstande r und der Induktanz L (also Reaktanz $x = 2\pi c L$) fließt, müssen wir also folgende EMKe unterscheiden:

a) Die zur Überwindung des Widerstandes erforderliche EMK $e_1 = r\,J_0 \sin\alpha$ mit dem Effektivwerte $E_1 = r\,J$ und in Phase mit dem Strom.

b) Die Gegen-EMK des Widerstandes $e_1' = -\,r\,J_0 \sin\alpha$ mit dem Effektivwerte $E_1 = r\,J$ und um 180° gegen den Strom phasenverschoben (also entgegengesetzt).

c) Die zur Überwindung der Reaktanz erforderliche EMK $e_2 = x\,J_0 \cos\alpha$ mit dem Effektivwerte $E_2 = x\,J$ und dem Strome um 90° oder eine Viertelperiode voreilend.

d) Die Gegen-EMK der Reaktanz $e_2' = - x J_0 \cos\alpha$ mit dem Effektivwerte $E_2' = x J$ und dem Strome um 90^0 oder eine Viertelperiode nacheilend.

Die zur Überwindung des Widerstandes und der Reaktanz erforderlichen EMKe müssen dem Stromkreise aufgedrückt werden, um die Gegen-EMKe des Widerstandes und der Reaktanz zu überwinden.

Die totale Gegen-EMK des Stromkreises wird somit

$$e' = e_1' + e_2' = - J_0 (r \sin\alpha + x \cos\alpha)$$

und die totale aufgedrückte oder vom Stromkreise verbrauchte EMK

$$e = e_1 + e_2 = J_0 (r \sin\alpha + x \cos\alpha).$$

Wir führen ein:

$$\frac{x}{r} = \operatorname{tang} \varphi,$$

$$\sqrt{r^2 + x^2} = z,$$

$$x = z \sin\varphi, \qquad r = z \cos\varphi$$

und bekommen die totale aufgedrückte EMK gleich:

$$e = z J_0 \sin(\alpha + \varphi)$$

und die totale Gegen-EMK gleich:

$$e' = - z J_0 \sin(\alpha + \varphi),$$

beide mit dem Effektivwert

$$e = z J.$$

In Fig. 7 stellt die stark ausgezogene Linie e und die stark gestrichelte Linie e' dar.

Für $\alpha = - \varphi$ wird $e = 0$, d. h. der Nullwert von e liegt dem Nullwert des Stromes um den Winkel φ voraus, oder der Strom eilt der aufgedrückten EMK um den Winkel φ nach.

Man nennt φ den Nacheilungswinkel oder die Phasenverschiebung des Stromes und $z = \sqrt{r^2 + x^2}$ die Impedanz des Stromkreises; e heißt die zur Überwindung der Impedanz erforderliche EMK, e' die Gegen-EMK der Impedanz.

Da die zur Überwindung des Widerstandes erforderliche EMK

$$E_1 = r J,$$

die zur Überwindung der Reaktanz erforderliche EMK

$$E_2 = xJ$$

und die zur Überwindung der Impedanz erforderliche EMK

$$E = zJ = \sqrt{r^2 + x^2}\,J$$

ist, so wird die totale EMK

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}.$$

E kann in die Komponenten

$$E_1 = E \cos \varphi$$

und

$$E_2 = E \sin \varphi$$

zerlegt werden.

Die Tangente des Phasenverschiebungswinkels ist gleich

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{x}{r} = \frac{2\pi c L}{r}$$

und die Zeitkonstante des Stromkreises wird gleich

$$\frac{L}{r} = \frac{\operatorname{tang} \varphi}{2\pi c}.$$

Die dem Stromkreise aufgedrückte totale EMK e besteht aus zwei Komponenten: die eine e_1 in Phase mit dem Strome, die andere e_2 um 90^0 dazu phasenverschoben oder senkrecht auf dem Strome.

Die entsprechenden Effektivwerte sind:

$$E, \quad E \cos \varphi \text{ und } E \sin \varphi.$$

Beispiele.

Beispiel 1. Wie groß ist die Reaktanz jedes Drahtes einer Fernleitung von der Länge l, wenn der Durchmesser der Drähte gleich d, der Abstand zwischen den Drähten gleich D und c die Periodenzahl ist?

Wenn die Stromstärke in CGS-Einheiten in einem Draht der Fernleitung gleich J ist, so wird die MMK ebenfalls gleich J, und die magnetisierende Kraft in einer Zone dx in der Entfernung x vom Mittelpunkt des Drahtes (Fig. 8) wird gleich

$$f = \frac{J}{2\pi x}.$$

Die Feldintensität in der Zone ist

$$\mathfrak{H} = 4\pi f = 2\frac{J}{x}$$

und der Kraftfluß in der Zone gleich

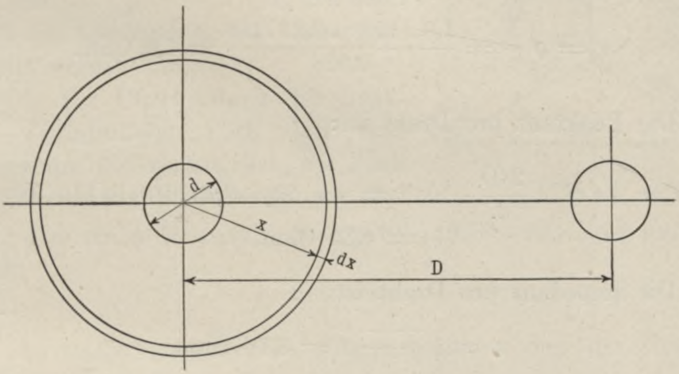
$$d\Phi = \mathfrak{H}\, l\, dx = \frac{2\, J l\, dx}{x}.$$

Der totale Kraftfluß zwischen den beiden Drähten wird gleich

$$\Phi = \int_{\frac{d}{2}}^{D} d\Phi = 2\, Jl \int_{\frac{d}{2}}^{D} \frac{dx}{x} = 2\, Jl \ln \frac{2\, D}{d}$$

unter Vernachlässigung des Kraftflusses im Innern des Drahtes.

Fig. 8.



Der Koeffizient der Selbstinduktion oder der Induktanz ist gleich:

$$L = \frac{\Phi}{J} = 2\, l \ln \frac{2\, D}{d} \text{ CGS-Einheiten} = 2\, l \ln \frac{2\, D}{d}\, 10^{-9} \text{ Henry}$$

und die Reaktanz $x = 2\pi c L = 4\pi c l \ln \frac{2\, D}{d}$ CGS-Einheiten

$$x = 4\pi c l \ln \frac{2\, D}{d}\, 10^{-9} \text{ Ohm}.$$

Beispiel 2. Die Linienspannung am Ende einer 22,3 km langen Fernleitung soll 5500 Volt bei 33,3 Perioden pro Sek. betragen. Die Fernleitung besteht aus drei Drähten mit einem Durchmesser $d = 0{,}82$ cm und einer Entfernung $D = 45$ cm.

Der spezifische Widerstand des Leitungsmateriales beträgt $1{,}8 . 10^{-6}$ CGS-Einheiten.

a) Wie groß ist der Widerstand, die Reaktanz und die Impedanz pro Draht und die zur Überwindung derselben erforderliche Spannung bei 44 Amp. Stromstärke?

b) Wie groß muß die Spannung der Primärstation bei 44 Amp. Linienstrom und induktionsfreier Belastung sein?

c) Wie groß muß die Spannung der Primärstation bei 44 Amp. Linienstrom sein, wenn der Strom eine Phasennacheilung von 45^0 gegen die Spannung besitzt?

d) Wie groß muß die Spannung der Primärstation bei 44 Amp. Linienstrom sein, wenn der Strom eine Phasenvoreilung von 45^0 gegen die Spannung besitzt?

a) Der Querschnitt des Drahtes ist 0,528 cm² und der Widerstand einer Leitung:

$$r = \varrho \frac{l}{s} = \frac{1{,}8 . 10^{-6} . 2{,}23 . 10^{6}}{0{,}528} = 7{,}6 \text{ Ohm.}$$

Die Reaktanz pro Draht ist:

$$x = 4 \pi c l \ln \frac{2D}{d} \cdot 10^{-9} = 4\pi . 33{,}3 . 2{,}23 . 10^{6} . \ln 110 . 10^{-9}$$
$$= 4{,}35 \text{ Ohm.}$$

Die Impedanz pro Draht ist:

$$z = \sqrt{r^2 + x^2} = 8{,}76 \text{ Ohm.}$$

Bei einem Linienstrom von $J = 44$ Amp. wird dann:
Die zur Überwindung des Widerstandes erforderliche EMK

$$E_1 = rJ = 334 \text{ Volt.}$$

Die zur Überwindung der Reaktanz erforderliche EMK

$$E_2 = xJ = 192 \text{ Volt.}$$

Die zur Überwindung der Impedanz erforderliche EMK

$$E_3 = zJ = 385 \text{ Volt.}$$

b) Bei 5500 Volt Linienspannung wird die Spannung zwischen einer Leitung und dem neutralen Punkte oder die Phasenspannung am Ende der Fernleitung gleich

$$\frac{5500}{\sqrt{3}} = 3170 \text{ Volt eff.}$$

(siehe Fig. 9), entsprechend einer Maximalspannung von

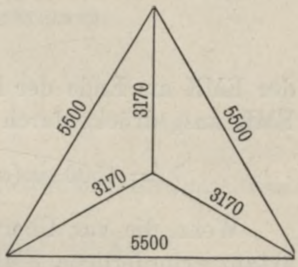
$$3170 \,.\, \sqrt{2} = 4500 \text{ Volt.}$$

Bei 44 Amp. Effektivstrom pro Draht wird der Maximalwert gleich

$$44 \,.\, \sqrt{2} = 62 \text{ Amp.}$$

Stellt $i = 62 \sin\alpha$ den Strom dar, so ist die Spannung am Ende der Fernleitung bei induktionsfreier Belastung $e = 4500 \sin\alpha$.

Fig. 9.



Die von dem Widerstand verbrauchte EMK ist in Phase mit dem Strome und wie oben gefunden gleich 334 Volt eff., hat also einen Maximalwert von $334 \,.\, \sqrt{2} = 472$ Volt und kann durch den Ausdruck $e_1 = 472 \sin\alpha$ dargestellt werden.

Die zur Überwindung der Reaktanz erforderliche EMK eilt dem Strome um 90° voraus, hat, wie oben gefunden, einen Effektivwert von 192 Volt, also einen Maximalwert von $\sqrt{2} \,.\, 192 = 272$ Volt und ist gleich:

$$e_2 = 272 \cos\alpha.$$

Die totale erforderliche Phasenspannung bei der Primärstation wird somit:

$$\begin{aligned} e_0 = e + e_1 + e_2 &= (4500 + 472) \sin\alpha + 272 \cos\alpha \\ &= 4972 \sin\alpha + 272 \cos\alpha. \end{aligned}$$

Setzen wir

$$\frac{272}{4972} = tg\,\varphi_0,$$

so wird

$$\sin\varphi_0 = \frac{tg\,\varphi_0}{\sqrt{1 + tg^2\,\varphi_0}} = \frac{272}{4980},$$

$$\cos\varphi_0 = \frac{1}{\sqrt{1 + tg^2\,\varphi_0}} = \frac{4972}{4980}$$

und

$$e_0 = 4980 (\sin\alpha \cos\varphi_0 + \cos\alpha \sin\varphi_0) = 4980 \sin(\alpha + \varphi_0).$$

Es ist also $\varphi_0 = 3{,}2^0$ der Phasennacheilungswinkel des Stromes gegen die EMK in der Primärstation und 4980 Volt die Maximalspannung pro Phase in der Primärstation.

Die effektive Phasenspannung wird

$$E_0 = \frac{4980}{\sqrt{2}} = 3520$$

und die effektive verkettete Spannung oder die Linienspannung gleich

$$3520 \,.\, \sqrt{3} = 6100 \text{ Volt}$$

in der Primärstation.

c) Wenn der Strom

$$i = 62 \sin \alpha$$

der EMK am Ende der Fernleitung um 45^0 nacheilt, so ist diese EMK ausgedrückt durch

$$e = 4500 \sin (\alpha + 45^0) = 3170 (\sin \alpha + \cos \alpha).$$

Wenn die zur Überwindung des Widerstandes und der Reaktanz erforderliche EMK gleich der unter b) gefundenen ist, so ist die Phasenspannung in der Primärstation

$$e_0 = e + e_1 + e_2 = 3642 \sin \alpha + 3442 \cos \alpha.$$

Setzen wir

$$\frac{3442}{3642} = tg\, \varphi_0,$$

so bekommen wir:

$$e_0 = 5011 \sin (\alpha + \varphi_0).$$

$\varphi_0 = 43^0$ ist also der Phasennacheilungswinkel des Stromes gegen die EMK in der Primärstation. Die Maximalspannung pro Phase ist gleich 5011 Volt, somit ist die effektive Phasenspannung gleich 3550 Volt und $3550 \sqrt{3} = 6160$ Volt die verkettete Spannung in der Primärstation.

d) Wenn der Strom

$$i = 62 \sin \alpha$$

der EMK am Ende der Fernleitung um 45^0 voreilt, so wird:

$$e = 4500 \sin (\alpha - 45^0) = 3170 (\sin \alpha - \cos \alpha).$$

Die Spannung in der Primärstation ist dann:

$$e_0 = e + e_1 + e_2 = 3642 \sin\alpha - 2898 \cos\alpha.$$

Setzen wir

$$\frac{2898}{3642} = tg\,\varphi_0,$$

so wird:

$$e_0 = 4654 \sin(\alpha - \varphi_0).$$

Der Phasenvoreilungswinkel in der Primärstation ist somit $\varphi_0 = 39^0$. Die Maximalspannung ist gleich 4654 Volt, die effektive Phasenspannung gleich 3290 Volt und die effektive verkettete Spannung gleich 5710 Volt in der Primärstation.

8. Effekt eines Wechselstromes.

Die Leistung eines Wechselstromes

$$i = J_0 \sin\alpha$$

mit dem Effektivwerte $J = \frac{J_0}{\sqrt{2}}$ in einem Stromkreise mit dem Widerstande r und der Reaktanz $x = 2\pi c L$ ist gleich

$$p = e\,i,$$

wo $e = z J_0 \sin(\alpha + \varphi)$ die aufgedrückte EMK ist. Diese EMK besteht aus den Komponenten

$$e_1 = r J_0 \sin\alpha$$

und

$$e_2 = x J_0 \cos\alpha,$$

wo e_1 die zur Überwindung des Widerstandes und e_2 die zur Überwindung der Reaktanz erforderliche EMK bedeutet. Die Impedanz des Stromkreises ist $z = \sqrt{r^2 + x^2}$ und die Tangente des Phasenverschiebungswinkels des Stromes ist

$$tg\,\varphi = \frac{x}{r}.$$

Der Effekt wird also:

$$\begin{aligned} p &= z J_0^2 \sin\alpha \sin(\alpha + \varphi), \\ &= \frac{z J_0^2}{2} [\cos\varphi - \cos(2\alpha + \varphi)], \\ &= z J^2 [\cos\varphi - \cos(2\alpha + \varphi)]. \end{aligned}$$

Da der Mittelwert von $\cos(2\alpha + \varphi) = 0$ ist, so wird der mittlere Effekt gleich

$$P = z J^2 \cos\varphi = r J^2 = E_1 J.$$

Der in dem Stromkreise geleistete Effekt besteht also nur aus dem durch den Widerstand verbrauchten und ist unabhängig von der Größe der Reaktanz.

Die Selbstinduktion verbraucht keinen Effekt und die EMK der Selbstinduktion heißt deshalb die wattlose Komponente der EMK, während die von dem Widerstand verbrauchte EMK die Wattkomponente der EMK heißt.

Die wattlose Komponente der EMK steht senkrecht auf dem Strome (d. h. ist 90^0 phasenverschoben), die Wattkomponente der EMK ist in Phase mit dem Strome.

Ist $\varphi =$ dem Phasenverschiebungswinkel des Stromes, $J =$ dem Strome, $E =$ der aufgedrückten EMK, bestehend aus zwei Komponenten, eine $E_1 = E \cos\varphi$ in Phase mit dem Strome, die andere $E_2 = E \sin\varphi$ senkrecht auf dem Strome, so ist allgemein der im Stromkreise geleistete Effekt

$$E_1 J = E J \cos\varphi.$$

Die Wattkomponente der EMK in Phase mit dem Strome ist

$$E_1 = E \cos\varphi,$$

die wattlose Komponente der EMK senkrecht auf dem Strome ist

$$E_2 = E \sin\varphi.$$

Wir müssen also zwischen der Wattkomponente der EMK, die mit dem Strome in Phase ist, und der wattlosen Komponente der EMK senkrecht auf dem Strome unterscheiden.

Jede EMK kann als aus zwei Komponenten bestehend angesehen werden, nämlich aus einer Wattkomponente e, die in Phase ist mit dem Strome, und aus einer wattlosen EMK e_2, die senkrecht auf dem Strome steht. Die totale EMK ist die Summe der Momentanwerte der zwei Komponenten

$$e = e_1 + e_2.$$

Sind E, E_1 und E_2 die entsprechenden Effektivwerte, so wird

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2},$$

weil

$$E_1 = E \cos \varphi$$

und

$$E_2 = E \sin \varphi,$$

wo φ der Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und EMK ist.

Analog kann man sich denken, daß ein Strom J, welcher von einer aufgedrückten EMK E mit dem Phasenverschiebungswinkel φ durch einen Stromkreis getrieben wird, aus zwei Stromkomponenten besteht, und zwar aus dem Wattstrome oder der Wattkomponente des Stromes

$$J_1 = J \cos \varphi$$

und aus dem wattlosen Strome oder der wattlosen Komponente des Stromes

$$J_2 = J \sin \varphi.$$

Die Summe der Momentanwerte des Wattstromes und des wattlosen Stromes ist gleich dem Momentanwerte des Gesamtstromes

$$i_1 + i_2 = i.$$

Der Effektivwert des Gesamtstromes ist gleich

$$J = \sqrt{J_1^2 + J_2^2}.$$

Ein Wechselstrom kann somit in zwei Komponenten aufgelöst werden, und zwar in einen Wattstrom, der in Phase mit der EMK ist, und in einen wattlosen Strom, der senkrecht auf der EMK steht.

Eine Wechselstromspannung kann ebenfalls in zwei Komponenten zerlegt werden, in eine Wattkomponente, die in Phase mit dem Strome ist, und in eine wattlose Komponente, die senkrecht auf dem Strome steht.

Der in einem Stromkreise geleistete Effekt ist gleich dem totalen Strome mal der totalen EMK multipliziert mit dem Kosinus des Phasenverschiebungswinkels, oder ist gleich dem Wattstrome mal der totalen EMK oder gleich der Wattkomponente der EMK mal dem totalen Strome.

Beispiele.

Beispiel 1. Im vorigen Abschnitte, Beispiel 2, haben wir die Spannungen bei einer Kraftübertragung ausgerechnet.

Wie groß sind die in der Sekundärstation dieser Anlage abgegebene Leistung, die Effektverluste in der Fernleitung, der in der Primärstation erzeugte Effekt und der Wirkungsgrad der Kraftübertragung bei induktionsfreier Belastung, bei 45° Phasennacheilung und bei 45° Phasenvoreilung?

Die bei induktionsfreier Belastung in der Sekundärstation pro Phase abgegebene Leistung ist

$$P = EJ = 3170 . 44 = 139{,}5 \text{ KW.}$$

Bei induktiver Belastung mit 45° Phasenverschiebung ist der Effekt

$$P = EJ \cos 45^0 = 98{,}5 \text{ KW.}$$

Der Effektverlust pro Draht ist

$$P_1 = J^2 R = 44^2 . 7{,}6 = 14{,}7 \text{ KW.}$$

Die Leistung der Primärstation ist also

$$P_0 = P + P_1 = 154{,}2 \text{ KW}$$

bei induktionsfreier Belastung und 113,2 KW bei induktiver Belastung mit 45° Phasenverschiebung.

Der Wirkungsgrad bei induktionsfreier Belastung ist

$$\frac{P}{P_0} = 1 - \frac{14{,}7}{154{,}2} = 0{,}905 = 90{,}5 \text{ Proz.}$$

Bei induktiver Belastung mit 45° Phasenverschiebung ist

$$\frac{P}{P_0} = 1 - \frac{14{,}7}{113{,}2} = 0{,}87 = 87 \text{ Proz.}$$

Die Gesamtleistung aller drei Phasen in der Sekundärstation ist

$$3\,P = 418 \text{ KW}$$

bei induktionsfreier und 296 KW bei induktiver Belastung.

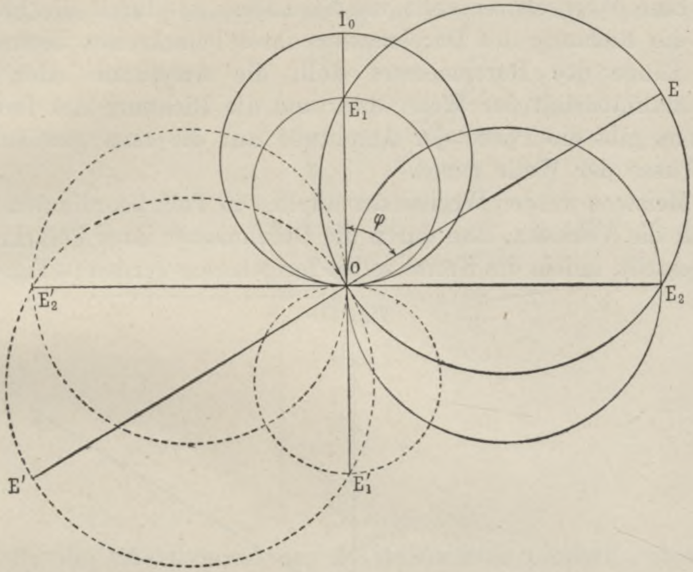
Der von der Primärstation in die Fernleitung abgegebene Effekt ist bei induktionsfreier Belastung gleich $3\,P_0 = 462$ KW und bei induktiver Belastung gleich 340 KW.

9. Polarkoordinaten.

In Polarkoordinaten werden Wechselstromwellen durch die Momentanwerte als Radiusvektoren und mit der Zeit als Drehungswinkel dargestellt. Die Drehrichtung rechnet man nach links oder in entgegengesetztem Sinne des Uhrzeigers und eine Umdrehung oder 360° stellt eine ganze Periode dar.

Die Sinuswelle des Wechselstromes $i = J_0 \sin \alpha$ wird durch einen Kreis dargestellt (Fig. 10), dessen Durchmesser $\overline{O J_0}$ gleich

Fig. 10.



dem Maximalwert J_0 ist und in der vertikalen Achse liegt.

Die zur Überwindung der Selbstinduktion erforderliche EMK $e_2 = x J_0 \cos \alpha$ wird durch einen Kreis dargestellt, dessen Durchmesser $\overline{O E_2}$ gleich dem Maximalwert $x J_0$ ist und horizontal nach rechts abgetragen wird.

Analog kann die Gegen-EMK der Selbstinduktion E_2' durch einen Kreis $\overline{O E_2'}$ dargestellt werden, die zur Überwindung des Widerstandes r erforderliche EMK durch einen Kreis $\overline{O E_1}$ mit dem Durchmesser $E_1 = r J_0$, und die Gegen-EMK des Widerstandes E_1' durch den Kreis $\overline{O E_1'}$.

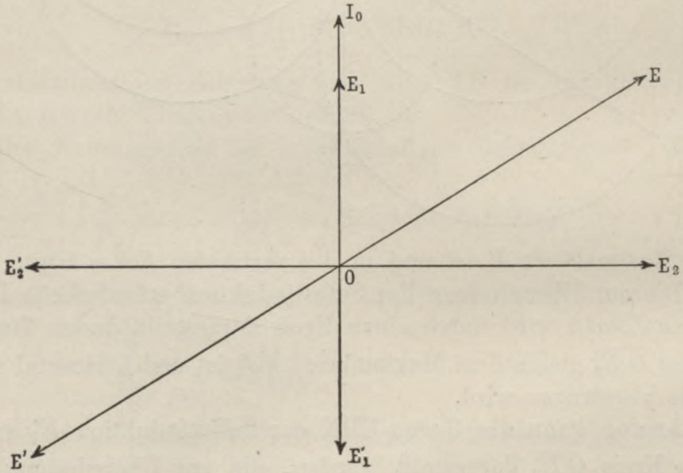
Die Gegen-EMK der Impedanz wird dargestellt durch den Kreis mit $\overline{OE'}$ einem Durchmesser gleich E', welcher gegen den Durchmesser des den Strom darstellenden Kreises um $180^0 - \varphi$ Nacheilung hat. Der Kreis $\overline{O E'}$ geht durch die Punkte E_1' und E_2', weil $e_1' = 0$ in dem Moment, wo $\alpha = 180^0$ ist und die Gegen-EMK der Impedanz e' also gleich der Gegen-EMK der Reaktanz e_2' ist. Bei $\alpha = 270^0$ ist $e_2' = 0$ und die Gegen-EMK der Impedanz e' gleich der Gegen-EMK des Widerstandes e_1'.

Die zur Überwindung der Impedanz erforderliche EMK oder die aufgedrückte Spannung wird durch den Kreis $\overline{OE}$ dargestellt, dessen Durchmesser gleich E ist und dem Durchmesser des Stromkreises um den Winkel φ voreilt. Dieser Kreis geht durch die Punkte E_1 und E_2.

Eine Wechselstromwelle von Sinusform ist durch die Länge und die Richtung des Durchmessers ihres Polarkreises bestimmt. Die Länge des Durchmessers stellt die Amplitude oder die Maximalintensität der Welle dar, und die Richtung des Durchmessers gibt die Phase der Amplitude an, die man gewöhnlich die Phase der Welle nennt.

Meistens werden Wechselstromwellen in Polarkoordinaten nur durch die Vektoren, also durch die Durchmesser ihrer Polarkreise dargestellt, indem die Kreise selbst fortgelassen werden (s. Fig. 11).

Fig. 11.



Zwei EMKe e_1 und e_2, die in demselben Stromkreise wirken, liefern eine resultierende EMK e gleich der Summe ihrer Momentanwerte. In Polarkoordinaten sind e_1 und e_2 nach Phase und Intensität durch zwei Vektoren $\overline{OE_1}$ und $\overline{OE_2}$ bestimmt (Fig. 12).

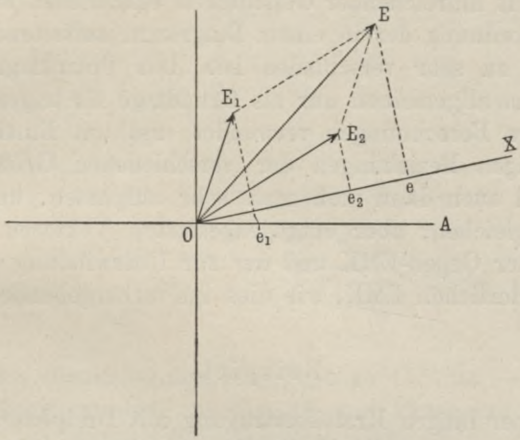
Die Momentanwerte dieser EMKe in einer beliebigen Richtung $\overline{OX}$ sind die Projektionen von $\overline{OE_1}$ und $\overline{OE_2}$, also $\overline{Oe_1}$ und $\overline{Oe_2}$ auf diese Richtungslinie.

Da die Summe der Projektionen von den Seiten eines Parallelogramms gleich der Projektion der Diagonale ist, so wird in Fig. 12 die Summe von $\overline{Oe_1}$ und $\overline{Oe_2}$ gleich $\overline{Oe}$.

$\overline{OE}$ ist die Diagonale des Parallelogramms mit den Seiten $\overline{OE_1}$ und $\overline{OE_2}$, folglich ist $\overline{OE}$ der Durchmesser des Polarkreises der resultierenden EMK.

Das heißt: Als Polarkoordinaten können die Sinuswellen der EMK, des Stromes u. s. w. durch das Parallelogramm oder das Polygon der Sinuswellen zerlegt und zusammengesetzt werden.

Fig. 12.



Da die Effektivwerte den Maximalwerten proportional sind, so stellen die Vektorlängen der Wechselstromwellen gewöhnlich die Effektivwerte dar. In diesem Falle sind die Momentanwerte durch einen Kreis mit einem $\sqrt{2}$-mal größeren Durchmesser bestimmt.

Als Phase für die zuerst betrachtete Größe (im obigen Falle für den Strom) kann jede beliebige Richtung gewählt werden. Die weiteren Größen sind aber hierdurch nach Richtung oder Phase bestimmt.

Unter der Phase des Stromes u. s. w. in Polarkoordinaten verstehen wir hier und im folgenden die Zeit oder den Winkel des Vektors, d. h. den Winkel der Amplitude. Einen Strom von der Phase Null würden wir also analytisch durch $i = J_0 \cos \alpha$ ausdrücken.

Als Nullvektor $\overline{OA}$ wählt man gewöhnlich die am häufigsten gebrauchte Größe, z. B. den Strom, wenn man eine Anzahl EMKe in einem Stromkreis mit gleichbleibendem Strome betrachtet, oder die EMK, wenn mehrere Ströme von derselben EMK erzeugt werden, oder die induzierte EMK bei Behandlung von Induktionsapparaten oder die Gegen-EMK bei Synchronapparaten.

Wählt man den Stromvektor als Nullvektor, so sind alle Horizontalkomponenten der EMKe Wattkomponenten und alle Vertikalkomponenten wattlose EMKe.

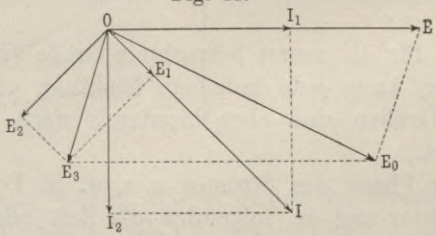
Wählt man den EMK-Vektor als Nullvektor, so werden alle Horizontalkomponenten der Ströme Wattströme und alle Vertikalkomponenten wattlose Ströme.

Bei Messungen an Polardiagrammen können Zahlengrößen oft nicht mit hinreichender Genauigkeit entnommen werden, weil die Größenordnung der in einem Diagramm auftretenden Größen gewöhnlich zu sehr verschieden ist. Das Polardiagramm wird deswegen im allgemeinen nur als Grundlage für trigonometrische oder andere Berechnungen verwendet und um Einsicht in die wechselseitigen Beziehungen der verschiedenen Größen zu erhalten, und auch dann muß man sehr aufpassen, um zwischen den zwei gleichen, aber entgegengesetzten Vektoren zu unterscheiden: der Gegen-EMK und der zur Überwindung der Gegen-EMK erforderlichen EMK, wie dies im vorhergehenden erläutert wurde.

Beispiel.

Bei einer langen Kraftübertragung mit Dreiphasenstrom soll die Linienspannung in der Sekundärstation bei Leerlauf 5000 Volt betragen, bei Volllast 5500 Volt bei 44 Amp. Wattstrom und proportional bei zwischenliegenden Belastungen, also 5250 Volt bei halber Belastung u. s. w. Bei $^3/_4$ Belastung soll der Strom

Fig. 13.



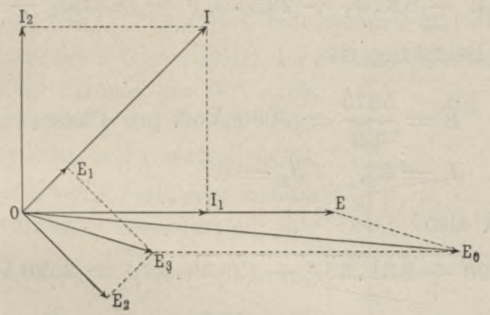
in der Sekundärstation in Phase mit der Spannung sein. Die Erregung des Generators und damit die scheinbare induzierte EMK soll bei allen Belastungen konstant gehalten werden. Die Fernleitung hat pro Draht einen Widerstand $r_1 = 7{,}6$ Ohm und eine Reaktanz $x_1 = 4{,}35$ Ohm, der Generator besitzt Sternschaltung und hat pro Phase einen Widerstand $r_2 = 0{,}71$ Ohm und bei Phasengleichheit die (synchrone) Reaktanz von $x_2 = 25$ Ohm.

Wie groß muß der Strom und die Phasenverschiebung bei Leerlauf, $^1/_4$, $^1/_2$, $^3/_4$ und Vollbelastung sein, und wie groß wird die Klemmenspannung des Generators unter diesen Bedingungen?

Der Gesamtwiderstand des Stromkreises ist $r = r_1 + r_2 = 8{,}31$ Ohm. Die totale Reaktanz beträgt $x = x_1 + x_2 = 29{,}35$ Ohm.

In den Diagrammen Fig. 13 und 14 stellen $\overline{OE} = E$ die Spannung der Sekundärstation, $\overline{OJ_1} = J_1$ den der Belastung entsprechenden Wattstrom — der in Phase mit $\overline{OE}$ ist — und $\overline{OJ_2} = J_2$

Fig. 14.



den wattlosen Strom — der senkrecht zu $\overline{OE}$ ist — dar, und zwar für Phasenvoreilung in Fig. 13 und Phasennacheilung in Fig. 14. Der Gesamtstrom ist dann $J = \overline{OJ}$.

Die zur Überwindung des Widerstandes erforderliche EMK ist $\overline{OE_1} = rJ$ und ist in Phase mit J. Die zur Überwindung der Reaktanz erforderliche EMK ist $\overline{OE_2} = xJ$ und eilt J um 90^0 voraus.

Die Resultante dieser zwei EMKe ist die zur Überwindung der Impedanz erforderliche EMK $\overline{OE_3}$. Wenn $\overline{OE_3}$ mit der Spannung in der Sekundärstation $\overline{OE}$ zusammengesetzt wird, so erhalten wir die Primärspannung $\overline{OE_0}$.

Zerlegen wir alle EMKe und Ströme in Komponenten, welche in Phase mit der Sekundärspannung E oder senkrecht zu derselben sind, so erhalten wir folgendes:

	Komponente in Phase mit E:	Komponente senkrecht auf E:
Strom	J_1	J_2
Sekundärspannung	$E = E$	0
Zur Überwindung des Widerstandes erforderliche . . . . EMK	$E_1 = rJ_1$	rJ_2
Zur Überwindung der Reaktanz erforderliche . . . . EMK	$E_2 = xJ_2$	$-xJ_1$
Primärspannung . . $E_0 = E + E_1 + E_2 =$	$E + rJ_1 + xJ_2$	$rJ_2 - xJ_1$.

Hierbei ist der nacheilende wattlose Strom als positiv, der voreilende als negativ angenommen.

Die Primärspannung besteht somit aus zwei Komponenten, welche die Resultante

$$E_0 = \sqrt{(E + r J_1 + x J_2)^2 + (r J_2 - x J_1)^2}$$

liefern.

Durch Einsetzen von Zahlenwerten erhalten wir:

$$E_0 = \sqrt{(E + 8{,}31 J_1 + 29{,}35 J_2)^2 + (8{,}31 J_2 - 29{,}35 J_1)^2}.$$

Bei $^3/_4$ Belastung ist

$$E = \frac{5375}{\sqrt{3}} = 3090 \text{ Volt pro Phase,}$$
$$J_1 = 33, \qquad J_2 = 0.$$

Es wird also

$$E_0 = \sqrt{(3090 + 8{,}31 . 33)^2 + (29{,}35 . 33)^2} = 3520 \text{ Volt pro Phase}$$

oder

$$3520 . \sqrt{3} = 6100 \text{ Volt}$$

verkettet, d. h. gleich der scheinbaren induzierten EMK des Generators. Durch Einsetzen dieser Werte wird

$$3520 = \sqrt{(E + 8{,}31 J_1 + 29{,}35 J_2)^2 + (8{,}31 J_2 - 29{,}35 J_1)^2}$$

und wir erhalten folgende Tabelle:

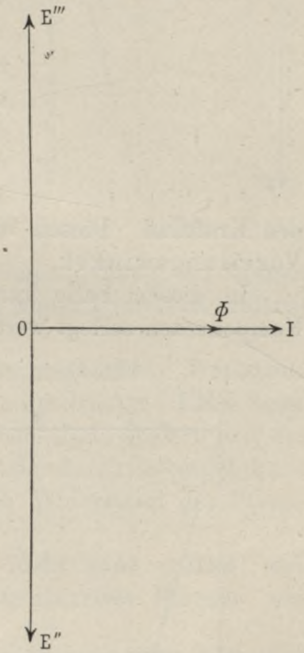
	Leerlauf	Belastung			
		$^1/_4$	$^1/_2$	$^3/_4$	$^1/_1$
Sekundärspannung verkettet	5000	5125	5250	5375	5500
Sekundärspannung . . . . pro Phase E	2880	2950	3020	3090	3160
Wattstrom J_1	0	11	22	33	44
Wattloser Strom J_2	21,6	16,2	9,2	0	− 9,7
Gesamtstrom . . . . $J = \sqrt{J_1^2 + J_2^2}$	21,6	19,6	23,9	33,0	45,05
Leistungsfaktor . . . . . . $\frac{J_1}{J} = \cos\varphi$	0	0,56	0,92	1,00	0,98
Der Phasenverschiebungswinkel des Stromes φ	90°	59°	23°	0°	− 11,5°
Primärspannung pro Phase $E' = \sqrt{(E + r_1 J_1 + x_1 J_2)^2 + (r_1 J_2 - x_1 J_1)^2}$ $= \sqrt{(E + 7{,}6 J_1 + 4{,}35 J_2)^2 + (7{,}6 J_2 - 4{,}35 J_1)^2}$	2980	3106	3228	3344	3463
Primärspannung verkettet	5200	5400	5600	5800	6000

Also steigt bei konstanter Erregung die Primärspannung proportional mit der Belastung.

10. Hysteresis und effektiver Widerstand.

Wenn ein Wechselstrom $J = \overline{OJ}$ (Fig. 15) durch einen Stromkreis mit der Reaktanz $x = 2\pi c L$ und mit vernachlässigbar kleinem Widerstand fließt, so ist der von dem Strome erzeugte Kraftfluß $\Phi = \overline{O\Phi}$ in Phase mit dem Strome, und die von diesem Kraftflusse induzierte Gegen-EMK der Selbstinduktion $\overline{OE'''} = E'''$ $= xJ$ eilt dem Strome um 90° nach. Die zur Überwindung der Selbstinduktion erforderliche oder aufgedrückte EMK $\overline{OE''} = E'' = xJ$ eilt dem Strome also um 90° voraus. Umgekehrt eilt der Strom $\overline{OJ} = J = \dfrac{E''}{x}$ der Spannung um 90° nach, wenn eine EMK $\overline{OE''}$ $= E''$ einem Stromkreise mit der Reaktanz $x = 2\pi cL$ und mit vernachlässigbarem Widerstande aufgedrückt wird.

Fig. 15.



Dieser Strom ist wattlos und heißt der **Erregerstrom** oder der **Magnetisierungsstrom** des magnetischen Stromkreises.

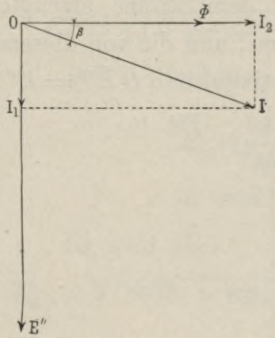
Enthält der magnetische Stromkreis Eisen oder andere magnetisierbare Substanzen, so wird Energie im magnetischen Stromkreise verbraucht durch einen Reibungswiderstand im Material bei dem Wechsel des Magnetismus, welche man **magnetische Molekularreibung** nennt.

Wird dem magnetischen Stromkreise nur durch den Wechselstrom Energie zugeführt, so zeigt der Energieaufwand durch magnetische Molekularreibung sich als eine Verzögerung des Magnetismus hinter der MMK des Stromes. Diese Verzögerung nennt man **magnetische Hysteresis**, und die Größe der Phasenverzögerung ist ein Maß für die Größe der Hysteresis.

Magnetische Hysteresis ist aber eine von der magnetischen Molekularreibung vollständig verschiedene Erscheinung und kann unter Umständen mehr oder weniger ausgeglichen werden, z. B. durch mechanische Erschütterungen, oder kann gesteigert werden, ohne daß die magnetische Molekularreibung geändert wird.

Wenn eine Wechselstromspannung $\overline{OE''} = E''$ (Fig. 16) einem Stromkreise mit vernachlässigbarem Widerstande aufgedrückt wird, so ist als eine Folge von der magnetischen Hysteresis der Erregerstrom oder der Strom, welcher den Magnetismus erzeugt, nicht wattlos und 90° phasenverzögert wie in Fig. 15, sondern eilt der EMK um einen Winkel $90^0 - \beta$ nach, wie in Fig. 16 der Vektor $\overline{OJ} = J$ zeigt.

Fig. 16.



Da der Kraftfluß $\overline{O\Phi} = \Phi$ senkrecht auf der zugehörigen EMK E'' ist, so ist der Winkel β gleich der Phasendifferenz zwischen dem Magnetismus und der MMK oder gleich der Voreilung der MMK (oder des Erregerstromes) gegen den Kraftfluß. Diesen Winkel nennt man den hysteretischen Voreilungswinkel.

In diesem Falle kann der Erregerstrom $\overline{OJ} = J$ in zwei Komponenten zerlegt werden, erstens in den Magnetisierungsstrom

Fig. 17.

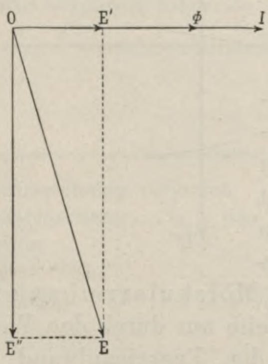
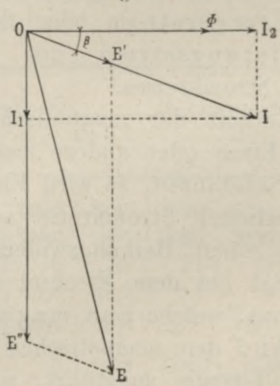


Fig. 18.

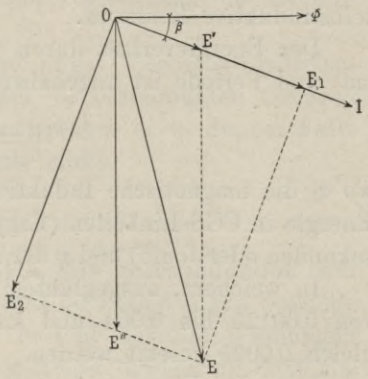


$\overline{OJ_2} = J_2$, der in Phase mit dem Magnetfluß $\overline{O\Phi} = \Phi$ und also senkrecht zu der EMK $\overline{OE''} = E''$ und deshalb wattlos ist, und zweitens in den magnetischen Wattstrom oder Hysteresisstrom $\overline{OJ_1} = J_1$, der in Phase mit der EMK $\overline{OE''} = E''$ oder senkrecht zu dem Kraftfluß $\overline{O\Phi} = \Phi$ ist.

Der Magnetisierungsstrom und der magnetische Wattstrom sind also die zwei Komponenten des Erregerstromes.

Wenn der Wechselstromkreis neben der Reaktanz $x = 2\pi c L$ auch einen Widerstand r hat, so ist die in Fig. 15 und 16 dargestellte EMK $\overline{OE''} = E''$ nicht die aufgedrückte EMK, sondern die zur Überwindung der Selbstinduktion oder der Reaktanz erforderliche EMK. Um die aufgedrückte EMK $\overline{OE} = E$ zu erhalten, muß man $\overline{OE''} = E''$, wie in Fig. 17 und 18 geschehen ist, mit der zur Überwindung des Widerstandes erforderlichen EMK $\overline{OE'} = E' = Jr$ zusammensetzen.

Fig. 19.



Durch den hysteretischen Voreilungswinkel β wird in Stromkreisen, wo Energie zur magnetischen Molekularreibung aufgewendet wird (Fig. 16 und 18), die Phasennacheilung des Stromes kleiner als in Stromkreisen, in welchen keine Hysteresis auftritt (Fig. 15 und 17).

Aus Fig. 18 ist ersichtlich, daß der magnetische Wattstrom und der Magnetisierungsstrom mit der aufgedrückten EMK bezw. nicht in Phase und senkrecht zu derselben sind, sondern mit der Gegen-EMK der Selbstinduktion oder mit der durch Selbstinduktion verbrauchten EMK, wenn der Ohmsche Widerstand des Stromkreises nicht vernachlässigbar klein ist.

Der Magnetisierungsstrom ist also nicht ganz wattlos, weil in dem Ohmschen Widerstande des Stromkreises Energie verbraucht wird.

Zerlegen wir wie in Fig. 19 die aufgedrückte EMK $\overline{OE} = E$ in zwei Komponenten, von denen die eine $\overline{OE_1} = E_1$ in Phase, die andere $\overline{OE_2} = E_2$ senkrecht auf dem Strome $\overline{OJ} = J$ ist, so wird die Wattkomponente der EMK $\overline{OE_1} = E_1$ größer als $E' = Jr$ und die wattlose EMK $\overline{OE_2} = E_2$ kleiner als $E'' = Jx$.

Das Verhältnis

$$\frac{E_1}{J} = r' = \frac{\text{Wattkomponente der EMK}}{\text{Gesamtstrom}}$$

nennt man den effektiven Widerstand und das Verhältnis

$$\frac{E_2}{J} = x' = \frac{\text{Wattlose Komponente der EMK}}{\text{Gesamtstrom}}$$

die effektive Reaktanz des Stromkreises.

Durch den Energieverlust infolge von Hysteresis (Wirbelströmen u. s. w.) wird der effektive Widerstand größer als der Ohmsche, und die effektive Reaktanz kleiner als die wahre oder selbstinduktive Reaktanz.

Der Energieverlust durch magnetische Molekularreibung pro cm³ und Periode ist angenähert:

$$W = \eta \mathfrak{B}^{1,6},$$

wo $\mathfrak{B}$ die magnetische Induktion in Kraftlinien pro cm², W die Energie in CGS-Einheiten (Erg) pro Periode (1 Erg $= 10^{-7}$ Wattsekunden oder Joule) und η der sogenannte Hysteresiskoeffizient ist.

In weichem, ausgeglühtem Eisen- oder Stahlblech variiert η von 0,00125 bis 0,004 und kann für gutes Material im Mittel gleich 0,0025 gesetzt werden.

In einem Eisenkerne vom Volumen V, mit der magnetischen Sättigung $\mathfrak{B}$ und der Periodenzahl c wird der Energieverlust somit gleich

$$P = V c \eta \mathfrak{B}^{1,6} 10^{-7} \text{ Watt.}$$

Wenn J = Erregerstrom, so ist der hysteretische effektive Widerstand gleich

$$r'' = \frac{P}{J^2} = V c \eta \, 10^{-7} \frac{\mathfrak{B}^{1,6}}{J^2}.$$

Ist die magnetische Induktion $\mathfrak{B}$ proportional dem Strome J, so ist

$$r'' = A \frac{c}{J^{0,4}},$$

d. h. der effektive hysteretische Widerstand ist umgekehrt proportional der 0,4ten Potenz des Stromes und direkt proportional der Periodenzahl.

Neben der Hysteresis tragen Wirbelströme (auch Foucault-Ströme genannt) zur Vergrößerung des effektiven Widerstandes bei.

Da die Wirbelströme bei konstanter Periodenzahl proportional dem Kraftflusse sind, von welchem sie induziert werden, und somit dem Strome angenähert proportional sind, so ist der Energieverlust durch Wirbelströme dem Quadrate des Stromes proportional, genau wie der Ohmsche Verlust. Daraus folgt, daß der von Wirbelströmen herrührende effektive Widerstand bei konstanter Periodenzahl angenähert konstant ist, während der von Hysteresis herrührende ein wenig mit dem Strome sinkt.

Da die Wirbelströme der Periodenzahl proportional sind, so variiert der von den Wirbelströmen herrührende effektive Widerstand mit dem Quadrate der Periodenzahl, während der effektive Widerstand der Hysteresis nur mit der Periodenzahl in der einfachen Potenz variiert.

Der totale effektive Widerstand eines Wechselstromkreises wächst mit der Periodenzahl, ist aber in beschränkten Grenzen bei konstanter Periodenzahl konstant, wobei er in diesem Falle nur etwas mit wachsendem Kraftflusse sinkt.

Beispiel.

Eine Drosselspule soll eine EMK der Selbstinduktion von 100 Volt bei 10 Amp. Stromstärke und 60 Perioden pro Sekunde liefern. Der elektrische Stromkreis besteht aus 200 Windungen von 8,4 mm² Querschnitt und einer mittleren Länge von 40,6 cm. Der magnetische Stromkreis hat einen Querschnitt von 39 cm², einen mittleren Kraftlinienweg von 45,7 cm und das Eisen einen Hysteresiskoeffizienten $\eta = 0{,}0025$. Um die gewünschte Reaktanz zu erhalten, ist in dem magnetischen Stromkreise ein Luftspalt mit einem Querschnitt von 64,5 cm² (einschl. nützliche Streuung) vorgesehen.

Wie lang muß der Luftspalt sein, und wie groß sind der Widerstand, die Reaktanz, der effektive Widerstand, die effektive Impedanz und der Leistungsfaktor dieser Drosselspule?

200 Windungen von je 40,6 cm Länge und 8,4 mm² Querschnitt aus Kupfer mit einem spezif. Widerstand $\varrho = 1{,}8 \,.\, 10^{-6}$ haben einen Widerstand von

$$r_1 = \frac{200 \,.\, 40{,}6 \,.\, 1{,}8 \,.\, 10^{-6}}{0{,}084} = 0{,}174 \text{ Ohm.}$$

Nach der Formel

$$E = 4{,}44\, c\, w\, \Phi\, 10^{-8}$$

finden wir den maximalen Kraftfluß

$$\Phi = \frac{100 \,.\, 10^8}{4{,}44 \,.\, 60 \,.\, 200} = 0{,}188 \,.\, 10^6 \text{ Kraftlinien.}$$

Dies gibt in einem Luftspalt von 64,5 cm² Querschnitt eine maximale Induktion von $\mathfrak{B} = 2920$ Kraftlinien pro cm².

Bei einer Stromstärke von 10 Amp. und bei 200 Windungen wird die maximale Ampèrewindungszahl

$$\mathfrak{F} = \sqrt{2} . 2000 = 2830.$$

Unter Vernachlässigung der für die Eisenteile des magnetischen Stromkreises erforderlichen Ampèrewindungen werden die 2830 Ampèrewindungen verbraucht, um in dem Luftspalt eine Induktion $\mathfrak{B} = 2920$ zu erzeugen.

Da

$$\mathfrak{B} = \frac{4\pi\mathfrak{F}}{10\,l},$$

so wird die Länge des Luftspaltes:

$$l = \frac{4\pi\mathfrak{F}}{10\,\mathfrak{B}} = \frac{4\pi\,2830}{10 . 2920} = 1{,}22 \text{ cm.}$$

Das Eisenvolumen ist bei einem Querschnitt von 39 cm² und 45,7 cm mittlerer Länge gleich 1780 cm³.

Die Induktion in dem Eisen ist

$$\mathfrak{B}_1 = \frac{188\,000}{39} = 4820 \text{ Kraftlinien pro cm}^2.$$

Der Energieverlust durch Hysteresis ist pro cm³ und Periode

$$W = \eta\,\mathfrak{B}_1^{1,6} = 0{,}0025 . 4820^{1,6},$$
$$W = 1950 \text{ Erg.}$$

Bei $c = 60$ Perioden und einem Eisenvolumen von 1780 cm³ wird der Verlust

$$P = 60 . 1780 . 1950 \text{ Erg pro Sekunde} = 20{,}8 \text{ Watt.}$$

Dies ergibt bei 10 Amp. Stromstärke einen effektiven hysteretischen Widerstand

$$r_2 = \frac{20{,}8}{10^2} = 0{,}208 \text{ Ohm.}$$

Der totale effektive Widerstand der Drosselspule wird

$$r = r_1 + r_2 = 0{,}174 + 0{,}208 = 0{,}382 \text{ Ohm.}$$

Die Reaktanz ist

$$x = \frac{E}{J} = 10 \text{ Ohm.}$$

Die Impedanz $z = 10{,}02$ Ohm und der Leistungsfaktor

$$p = \frac{r}{z} = 3{,}82 \text{ Proz.}$$

Die totale Volt-Ampèrezahl der Drosselspule ist

$$J^2 z = 1002$$

und der Effektverlust

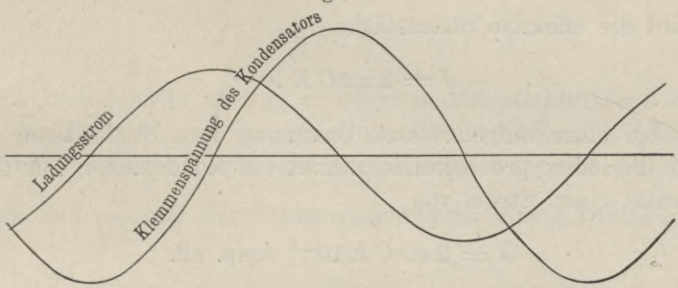
$$J^2 r = 38{,}2 \text{ Watt.}$$

11. Kapazität und Kondensatoren.

Die Ladung eines elektrischen Kondensators ist proportional der aufgedrückten Spannung und der Kapazität des Kondensators.

Ein Kondensator besitzt die Kapazität 1, wenn die während einer Sekunde fließende Einheit der Stromstärke die Potentialdifferenz 1 zwischen den Klemmen des Kondensators erzeugt.

Fig. 20.



Die praktische Einheit der Kapazität besitzt ein Kondensator, in welchem 1 Amp. in einer Sekunde 1 Volt Potentialdifferenz erzeugt.

Die praktische Einheit der Kapazität ist gleich 10^{-9} absoluten Einheiten und wird ein Farad genannt.

Ein Farad ist eine außerordentlich große Kapazität, weshalb gewöhnlich ein Milliontel eines Farad (1 Mikrofarad) verwendet wird.

Wenn eine Wechselstromspannung einem Kondensator aufgedrückt wird, so variiert die Ladung des Kondensators proportional der Spannung; es fließt also ein Strom in den Kondensator hinein, solange die Spannung ansteigt, und aus dem Kondensator heraus, wenn die Spannung sinkt, wie in Fig. 20 gezeigt ist.

Der Strom eilt also in einem Kondensator der Spannung um 90^0 oder eine Viertelperiode voraus.

Ein Kondensator wird während jeder Periode zweimal geladen und entladen und die Zeit einer vollständigen Ladung oder Entladung ist $\frac{1}{4\,c}$, wenn c die Periodenzahl bedeutet.

Bezeichnet E die einem Kondensator von C Mikrofarad (Mf) Kapazität aufgedrückte Wechselstromspannung, so ist $E\sqrt{2}$ die Maximalspannung, und es ist eine mittlere Stromstärke von $C\,E\sqrt{2}\,10^{-6}$ während einer Sekunde erforderlich, um den Kondensator auf diese Spannung zu laden. Um den Kondensator während $\frac{1}{4\,c}$ Sekunden zu laden, ist somit eine mittlere Stromstärke von $4\,c\,C\,E\sqrt{2}\;10^{-6}$ Amp. erforderlich.

Da das Verhältnis

$$\frac{\text{Effektiver Strom}}{\text{Mittlerer Strom}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}},$$

so wird die effektive Stromstärke

$$J = 2\,\pi\,c\,C\,E\,10^{-6},$$

d. h. bei einer aufgedrückten Spannung von E effektiven Volt und c Perioden pro Sekunde nimmt ein Kondensator von C Mf Kapazität einen Strom von

$$J = 2\,\pi\,c\,C\,E\,10^{-6} \text{ Amp. eff.}$$

auf.

Dieser Strom eilt der Klemmenspannung um 90^0 oder eine Viertelperiode voraus.

Umgekehrt ist

$$E = \frac{10^6\,J}{2\,\pi\,c\,C} = x_0\,J.$$

Die Größe $x_0 = \frac{10^6}{2\,\pi\,c\,C}$ heißt die Kapazitätsreaktanz des Kondensators.

Mit Rücksicht auf den Energieverlust im Kondensator durch dielektrische Hysteresis eilt der Strom der Spannung um etwas weniger als 90^0 voraus und kann in einen wattlosen Ladungsstrom und einen dielektrischen Hysteresisstrom zerlegt werden, welch letzterer jedoch gewöhnlich vernachlässigbar klein ist.

Die Kapazität eines Drahtes einer Fernleitung ist

$$C = \frac{1{,}11 \,.\, 10^{-6}\, l}{2 \ln \frac{2\,D}{d}} \text{ Mf,}$$

wo

d = Durchmesser des Drahtes in cm,
D = Entfernung zwischen Hin- und Rückleitung in cm,
l = Länge des Drahtes in cm,
$1{,}11 \,.\, 10^{-6}$ = Reduktionskoeffizient von elektrostatischen Einheiten zu Mikrofarad.

Mit Briggschen Logarithmen wird der Ausdruck für die Kapazität

$$C = \frac{0{,}25 \,.\, 10^{-6}\, l}{log \frac{2\,D}{d}} \text{ Mf.}$$

Auf die Ableitung dieser Gleichung muß hier verzichtet werden.

Der Ladungsstrom eines Fernleitungsdrahtes ist also

$$J = 2\,\pi\, c\, C\, E\, 10^{-6},$$

wo c = Periodenzahl und E = effektive Potentialdifferenz zwischen der Leitung und dem neutralen Punkte ($E = \frac{1}{2}$ Linienspannung in einem Einphasen- oder Vierphasensystem mit vier Drähten und $\frac{1}{\sqrt{3}}$ mal der Linienspannung in einem Dreiphasensystem).

Beispiel.

Wie groß ist der Ladungsstrom bei der in den Abschnitten 7, 8 und 9 behandelten Fernleitung, wenn die Linienspannung 6000 Volt und die Periodenzahl 33,3 pro Sekunde ist? Wie vielen Voltampère entspricht dieser Ladungsstrom und wieviel Prozent des Vollbelastungsstromes von 44 Amp. beträgt derselbe?

Die Länge der Fernleitung $l = 22{,}3$ km. Die Entfernung zwischen den Drähten $D = 45$ cm. Der Durchmesser des Drahtes $d = 0{,}82$ cm.

Die Kapazität ist für einen Draht:

$$C = \frac{0{,}25 \,.\, 10^{-6}\, l}{log \frac{2\,D}{d}} = 0{,}27 \text{ Mf.}$$

Die Phasenspannung ist

$$E = \frac{6000}{\sqrt{3}} = 3460$$

und der Ladungsstrom pro Draht:

$$J_0 = 2\pi c C E 10^{-6} = 0{,}195 \text{ Amp.}$$

oder 0,443 Proz. des Vollbelastungsstromes.

Er hat also keinen merkbaren Einfluß auf die Spannung der Kraftübertragung.

Die Zahl der in die Leitung hineingeschickten Voltampère ist

$$3 J_0 E = 2000 = 2 \text{ KVA.}$$

12. Impedanz von Fernleitungen.

Es sei:

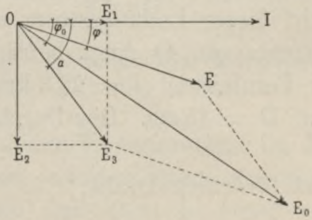
$r =$ Widerstand,
$x = 2\pi c L =$ Reaktanz der Fernleitung,
$E_0 =$ Primäre Linienspannung,
$J =$ Linienstrom,
$E =$ Sekundäre Linienspannung,
$\varphi =$ Phasenverschiebungswinkel zwischen dem Strome J und der Sekundärspannung E.

Wenn $\varphi < 0$, so hat der Strom also Voreilung, wenn $\varphi > 0$ Nacheilung, und wenn die Belastung induktionsfrei ist, so wird $\varphi = 0$.

Die Kapazität der Fernleitung soll im folgenden vernachlässigt werden.

Nehmen wir an, daß der Strom $\overline{OJ} = J$ in dem Polardiagramm Fig. 21 mit der Nulllinie zusammenfällt, so wird die

Fig. 21.



EMK E durch den Vektor $\overline{OE}$ dargestellt, welcher dem Strome um den Winkel φ vorauseilt.

Die zur Überwindung des Widerstandes r erforderliche EMK ist in Phase mit dem Strome und gleich $\overline{OE_1} = E_1 = Jr$ und die zur Überwindung der Reaktanz x erforderliche EMK eilt dem Strome um 90^0 voraus und ist gleich $\overline{OE_2} = E_2 = Jx$. Die gesamte in der Fernleitung verbrauchte EMK oder mit anderen Worten die zur Überwindung der Impedanz erforderliche EMK ist die Resultante aus $\overline{OE_1}$ und $\overline{OE_2}$ und gleich $\overline{OE_3} = E_3 = Jz$.

Bei Zusammensetzung von $\overline{OE_3}$ und $\overline{OE}$ erhält man die der Fernleitung aufgedrückte EMK oder die primäre Linienspannung gleich $\overline{OE_0}$.

Setzen wir die Tangente des Phasenverschiebungswinkels der Leitungsimpedanz

$$tg\,\alpha = \frac{x}{r},$$

so finden wir trigonometrisch:

$$\overline{OE_0^2} = \overline{OE^2} + \overline{EE_0^2} - 2\,\overline{OE}\,.\,\overline{EE_0}\cos OEE_0.$$

Da

$$\overline{EE_0} = \overline{OE_3} = Jz$$

und

$$OEE_0 = 180^0 - \alpha + \varphi,$$

so wird

$$E_0^2 = E^2 + J^2 z^2 + 2EJz\cos(\alpha - \varphi),$$

$$E_0^2 = (E + Jz)^2 - 4EJz\sin^2\frac{\alpha - \varphi}{2},$$

also

$$E_0^2 = \sqrt{(E + Jz)^2 - 4\,EJz\sin^2\frac{\alpha - \varphi}{2}}$$

und der Spannungsabfall in der Fernleitung:

$$E_0 - E = \sqrt{(E + Jz)^2 - 4\,EJz\sin^2\frac{\alpha - \varphi}{2}} - E.$$

Aus dieser Gleichung ist ersichtlich, daß die Primärspannung E_0 am Anfang einer Fernleitung und deren Spannungsabfall in der Leitung nicht allein von der Stromstärke und der Beschaffenheit der Leitung abhängig ist, sondern auch von der Phasenverschiebung des Stromes.

Bei induktionsfreier Belastung ($\varphi = 0$) ist

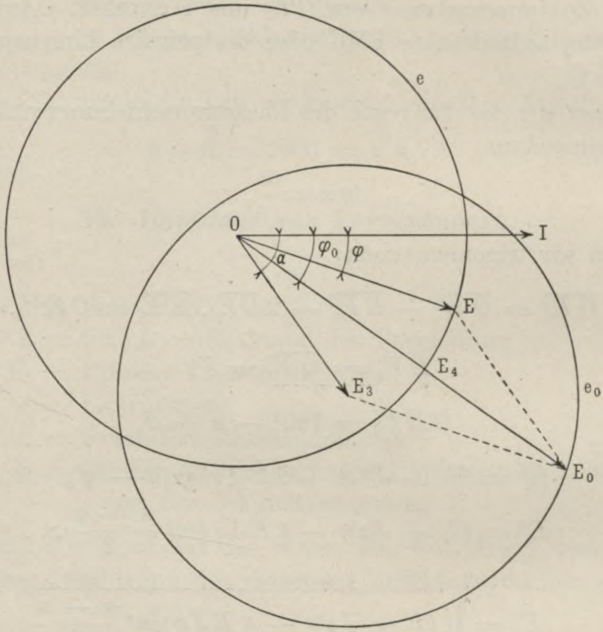
$$E_0 = \sqrt{(E + Jz)^2 - 4\,EJz\sin^2\frac{\alpha}{2}},$$

also kleiner als $E + Jz$, und der Spannungsabfall in der Leitung ist somit kleiner als Jz.

Wenn $\varphi = \alpha$, wird E_0 ein Maximum gleich $E + Jz$ und der Spannungsabfall der Leitung ist gleich der Impedanzspannung.

Wenn φ abnimmt, so sinkt E_0 und wird schließlich bei einem bestimmten Punkte gleich E, d. h. bei einem gewissen

Fig. 22.



negativen Werte von φ tritt kein Spannungsabfall in der Leitung auf. Dieser Wert ist außer von z und α auch von E und J abhängig. Unterhalb dieses Wertes von φ wird E_0 kleiner als E, d. h. es tritt eine der Reaktanz entsprechende Spannungserhöhung in der Leitung auf. Dieser Vorgang ist am besten aus dem Diagramm ersichtlich.

Für ein und dieselbe Sekundärspannung E liegen bei verschiedenen Phasenverschiebungen die Enden aller Vektoren $\overline{OE}$ auf einem Kreise e mit dem Zentrum O (Fig. 22).

Die Länge des Vektors $\overline{OE_3}$ ist konstant für eine gegebene Leitung und bei gegebener Stromstärke J.

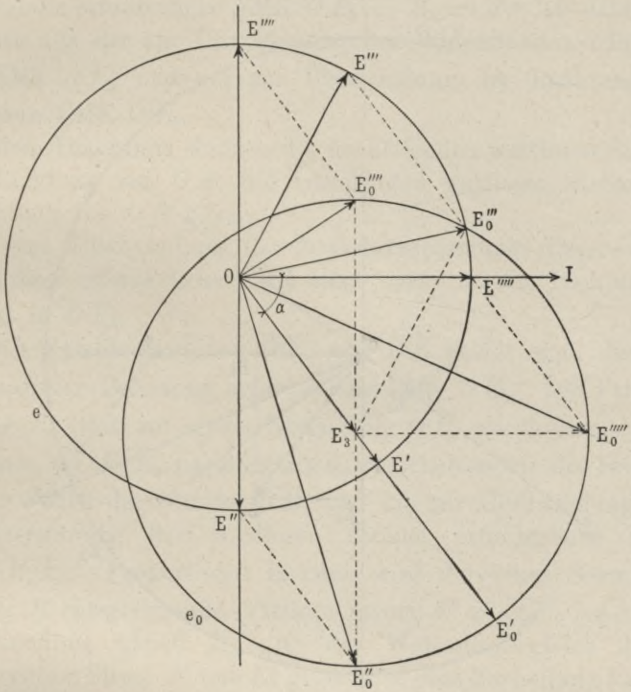
Da $\overline{E_3 E_0} = \overline{OE} =$ konstant, so liegt das Ende von E_0 auf einem Kreise e_0 mit E_3 als Mittelpunkt und $\overline{OE} = E$ als Radius.

Um das Diagramm für den Winkel φ zu konstruieren, zieht man $\overline{OE}$ unter dem Winkel φ mit $\overline{OJ}$ und $\overline{EE_0}$ parallel mit $\overline{OE_3}$.

Der Abstand $\overline{E_4 E_0}$ auf dem Vektor $\overline{OE_0}$ zwischen den zwei Kreisen stellt den Spannungsabfall oder die Spannungserhöhung in der Leitung dar.

Wie aus Fig. 23 ersichtlich, erreicht E_0 sein Maximum gleich $\overline{OE_0'}$ in der Richtung $\overline{OE_3}$ für $\varphi = \alpha$ und wird kleiner sowohl

Fig. 23.

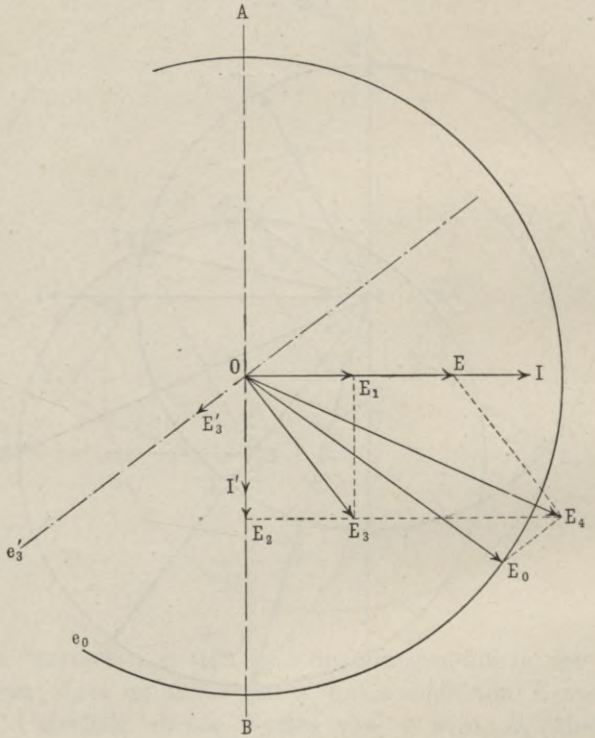


für größere als für kleinere Winkel φ. Es ist $E_0 = E$ in der Richtung $\overline{OE_0'''}$, in welchem Falle $\varphi < 0$, und E_0 wird ein Minimum in der Richtung $\overline{OE_0''''}$.

Die den Generatorspannungen E_0', E_0'', E_0''' und E_0'''' entsprechenden Werte von E sind durch die Punkte E', E'', E''' und E'''' bestimmt. Die Spannungen E_0'' und E_0'''' entsprechen einem wattlosen Belastungsstromkreise mit den Sekundärspannungen E'' und E''''. Für induktionsfreie Belastung mit $E = \overline{OE'''''}$ ist die Primärspannung gleich $\overline{OE_0'''''}$.

Bei einer induktiven Fernleitung ist also der Spannungsabfall ein Maximum und gleich Jz, wenn der Phasenverschiebungswinkel φ des Belastungsstromkreises gleich dem Phasenverschiebungswinkel α der Leitung ist. Der Spannungsabfall in der Leitung sinkt mit steigender Differenz zwischen den Phasenverschiebungswinkeln der Leitung und des Belastungsstromkreises. Der Spannungsabfall wird gleich Null, wenn die Phasenverschiebung des Belastungsstromes einen gewissen negativen Wert er-

Fig. 24.



reicht (bei voreilendem Strom). In diesem Falle tritt kein Spannungsabfall in der Leitung auf. Wenn die Voreilung des Belastungsstromes einen noch größeren Wert erreicht, so tritt eine Spannungserhöhung in der Fernleitung auf. Durch Regulierung des Phasenverschiebungswinkels φ des Belastungsstromkreises kann man also erreichen, daß der Spannungsabfall in einer Fernleitung mit dem Strome J zwischen Jz und einen gewissen negativen Wert zu liegen kommt. Und umgekehrt kann man denselben Spannungsabfall für verschiedene Stromstärken J durch Regulierung des Phasenwinkels erhalten.

Wenn also Vorrichtungen vorhanden sind, um den Phasenwinkel des Belastungsstromkreises nach Wunsch durch Erzeugung von nacheilenden oder voreilenden Strömen variieren zu können (z. B. durch Synchronmotoren oder Umformer), so kann die Sekundärspannung innerhalb gewisser Grenzen unabhängig von der Belastung und der Primärspannung konstant gehalten werden.

In Fig. 24 bezeichnet $\overline{OE} = E$ die Sekundärspannung, J den in der Leitung fließenden Wattstrom. Die zur Überwindung der Impedanz erforderliche EMK $\overline{OE_3} = E_3 = Jz$ ist dann die Resultante aus der zur Überwindung des Widerstandes erforderlichen EMK $\overline{OE_1}$ und der zur Überwindung der Reaktanz erforderlichen EMK $\overline{OE_2}$.

In dem Diagramm werden die nacheilenden wattlosen Ströme in der Richtung von OA, die voreilenden wattlosen Ströme in der Richtung von OB liegen.

Die zur Überwindung der Impedanzspannung dieser wattlosen Ströme erforderliche EMK liegt dann in der Richtung e_3' senkrecht zu $\overline{OE_3}$.

Durch Kombination von $\overline{OE_3}$ und $\overline{OE}$ erhält man die bei induktionsfreier Belastung erforderliche EMK $\overline{OE_4}$. Die Primärspannung E_0 liegt auf einem Kreise mit $\overline{OE_0}$ als Radius.

Ziehen wir $\overline{E_4 E_0}$ parallel mit e_3', so erhalten wir die Primärspannung gleich der Strecke $\overline{OE_0}$ und die zur Überwindung der Impedanzspannung der wattlosen Ströme erforderliche EMK $\overline{OE_3'} = \overline{E_4 E_0}$. Proportional hiermit wird der einer Sekundärspannung E entsprechende wattlose Strom $J' = \overline{OJ'}$, wenn die Primärspannung gleich E_0 und der Wattstrom gleich J ist Dieser wattlose Strom J' hat E_3' gegenüber eine Nacheilung kleiner als 90° und größer als 0°.

Bei der Rechnung mit numerischen Größen können wir entweder wie im vorhergehenden trigonometrisch verfahren oder auch algebraisch, indem alle Sinuswellen in zwei rechtwinklige Komponenten zerlegt werden, z. B. in eine vertikale und in eine horizontale Komponente, genau wie in der Mechanik bei Kombination von Kräften.

Wir nehmen an, daß alle horizontalen Komponenten positiv nach rechts und negativ nach links, alle vertikalen Komponenten positiv nach oben, negativ nach unten gerichtet sind.

Unter der weiteren Annahme, daß die Sekundärspannung mit der horizontalen Achse in positiver Richtung zusammenfällt, wird der Wattstrom J die horizontale Komponente, der wattlose Strom J' die vertikale Komponente des Stromes. Die zur Überwindung des Widerstandes erforderliche EMK fällt mit der Richtung des Wattstromes J zusammen und steht senkrecht auf der Richtung des wattlosen Stromes J'.

Umgekehrt fällt die zur Überwindung der Reaktanz erforderliche EMK mit der Richtung des wattlosen Stromes zusammen und steht senkrecht auf der Richtung des Wattstromes.

Wie aus Fig. 24 ersichtlich, wird also:

	Horizontale Komponente	Vertikale Komponente
Sekundärspannung E	$+E$	0
Wattstrom J	$+J$	0
Wattloser Strom J'	0	$\pm J'$
Die für den Wattstrom J zur Überwindung des Widerstandes r erforderliche EMK $J.r$	$+Jr$	0
Die für den wattlosen Strom J' zur Überwindung des Widerstandes r erforderliche EMK $J'r$	0	$\pm J'r$
Die für den Wattstrom J zur Überwindung der Reaktanz x erforderliche EMK Jx	0	$-Jx$
Die für den wattlosen Strom J' zur Überwindung der Reaktanz erforderliche EMK $J'x$	$\pm J'x$	0
Die totale erforderliche EMK oder die aufgedrückte Spannung E_0	$E+Jr\pm J'x$	$\pm J'r-Jx$

Zusammengesetzt wird

$$E_0=\sqrt{(E+Jr\pm J'x)^2+(\pm J'r-Jx)^2}$$

oder nach Auflösung:

$$E_0=\sqrt{E^2+2E(Jr\pm J'x)+(J^2+J'^2)z^2}.$$

Aus dieser Gleichung kann man J' berechnen, d. h. den wattlosen Strom bestimmen, der im gegebenen Stromkreise bei einer Primärspannung E_0, einer Sekundärspannung E und einem Wattstrome J auftritt.

Die Nacheilung des Gesamtstromes hinter der Sekundärspannung im Belastungsstromkreise ist bestimmt durch

$$tg\ \varphi = \frac{J'}{J}.$$

Die Voreilung der Primärspannung vor der Sekundärspannung ist bestimmt durch

$$tg\ \Theta = \frac{\text{Vertikalkomponente von } E_0}{\text{Horizontalkomponente von } E_0} = \frac{\pm J' r - J x}{E + J r \pm J' x}$$

und der Nacheilungswinkel des Gesamtstromes hinter der Primärspannung wird:

$$\varphi_0 = \varphi + \Theta.$$

Wie man sieht, werden bei Zerlegung der Sinuswellen in rechtwinklige Koordinaten die Phasenwinkel direkt durch diese Komponenten bestimmt.

Die zur Überwindung des Widerstandes erforderliche EMK fällt mit dem entsprechenden Strome zusammen.

Die zur Überwindung der Reaktanz erforderliche EMK eilt dem Strome um 90° voraus.

Dieselbe Untersuchung, die wir hier für Kraftübertragungen auf große Entfernungen gemacht haben, gilt auch für Verteilungsleitungen, Drosselspulen, Transformatoren und überhaupt für alle Apparate, die Widerstand und Reaktanz in Serie in einem Wechselstromkreise enthalten.

Beispiele.

Beispiel 1. Bei einem Induktionsmotor mit 2000 Volt Klemmenspannung ändern sich die Stromstärke und der Leistungsfaktor (d. h. der Kosinus des Phasenverschiebungswinkels) mit der Leistung nach den Kurven der Fig. 25 (a. f. S.).

Der Induktionsmotor wird gespeist von einer Leitung mit dem Widerstande $r = 2$ Ohm und der Reaktanz $x = 4$ Ohm.

a) Wie muß die Primärspannung e_0 geändert werden, um die Klemmenspannung des Motors bei allen Belastungen konstant auf $e = 2000$ Volt zu erhalten?

b) Wie wird die Klemmenspannung des Motors sich bei einer konstanten Primärspannung $e_0 = 2300$ Volt ändern?

Wir haben folgende Gleichungen:

Fig. 25.

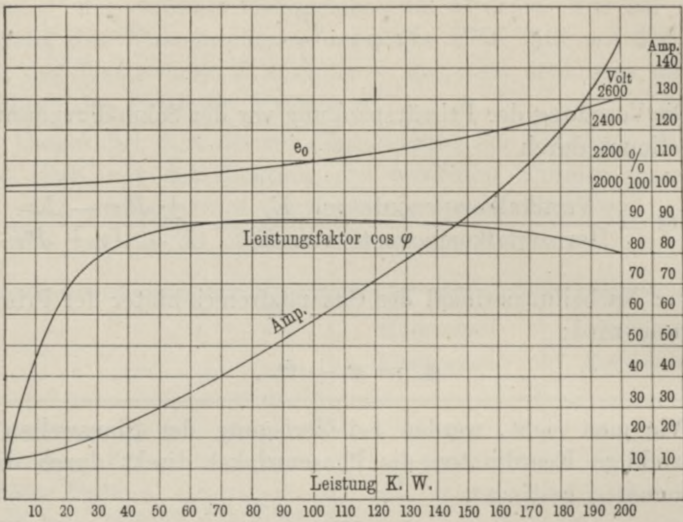
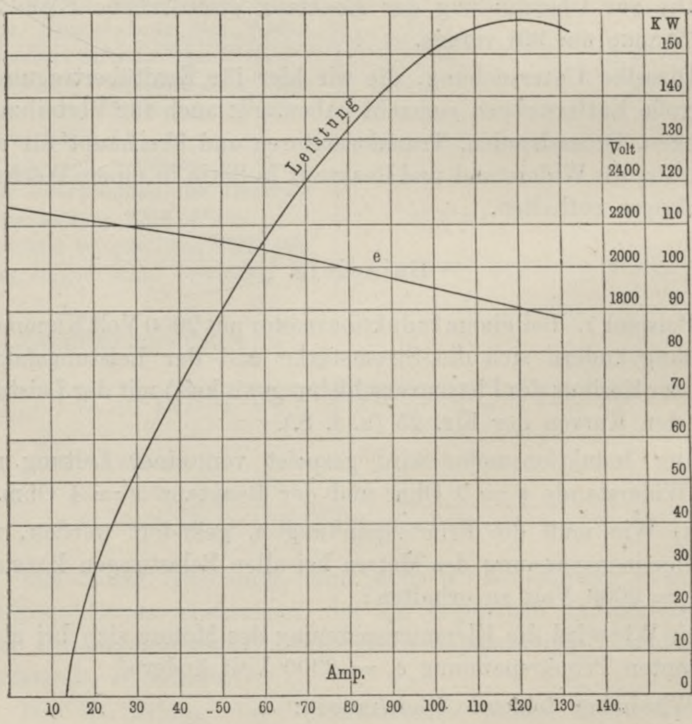

Amp.
Volt
e_0
%
Leistungsfaktor $\cos \varphi$
Amp.
Leistung K. W.
2600
2400
2200
2000
140 130 120 110 100 90 80 70 60 50 40 30 20 10
100 90 80 70 60 50 40 30 20 10
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160 170 180 190 200

Fig. 26.


K W
Leistung
Volt
e
Amp.
2400
2200
2000
1800
150 140 130 120 110 100 90 80 70 60 50 40 30 20 10 0
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140

$$e_0 = \sqrt{(e + iz)^2 - 4eiz\sin^2\frac{\alpha - \varphi}{2}},$$

$$z = \sqrt{r^2 + x^2} = 4{,}472,$$

$$tg\,\alpha = \frac{x}{r} = 2, \qquad \alpha = 63^0\,26',$$

$$\cos\varphi = \text{Leistungsfaktor},$$

$$e = 2000.$$

a) Setzen wir diese Werte und die aus Fig. 25 bei verschiedenen Belastungen entnommenen Werte für i in die Gleichung für e_0 ein, so erhalten wir für e_0 die in der Tabelle auf der folgenden Seite angegebenen Werte, die in Fig. 25 graphisch dargestellt sind.

b) Bei einer Primärspannung $e_0' = 2300$ Volt wird die Klemmenspannung des Motors

$$e' = \frac{2300}{e_0}\,e = \frac{2300}{e_0}\,2000$$

und der Strom

$$i' = \frac{2300}{e_0}\,i.$$

Die Leistung wird

$$P' = \left(\frac{2300}{e_0}\right)^2 P,$$

wenn P die Leistung bei konstanter Klemmenspannung

$$e = 2000 \text{ Volt}$$

ist.

Die Werte von e', i' und P' sind in der Tabelle (S. 70) aufgeführt und in Fig. 26 graphisch eingetragen.

Beispiel 2. Eine Leitung mit einem Widerstande $r = 2{,}0$ Ohm und einer Reaktanz $x = 6$ Ohm überträgt Effekt nach einer Sekundärstation mit einer konstanten Spannung $e = 2000$ Volt. In welcher Weise muß die Primärspannung e_0 variiert werden, wenn der Belastungsstromkreis bei Leerlauf einen wattlosen Strom $i_2 = 20$ Ampère verbraucht, und dieser wattlose Strom bei steigender Belastung, also bei wachsendem Wattstrom i_1, sinkt, derart, daß $i_2 = 0$ bei $i_1 = 50$ Ampère wird und i_2 dann wieder in demselben Verhältnis als voreilender Strom ansteigt?

Der wattlose Strom

$$i_2 = 20 \text{ Amp. bei } i_1 = 0$$

und

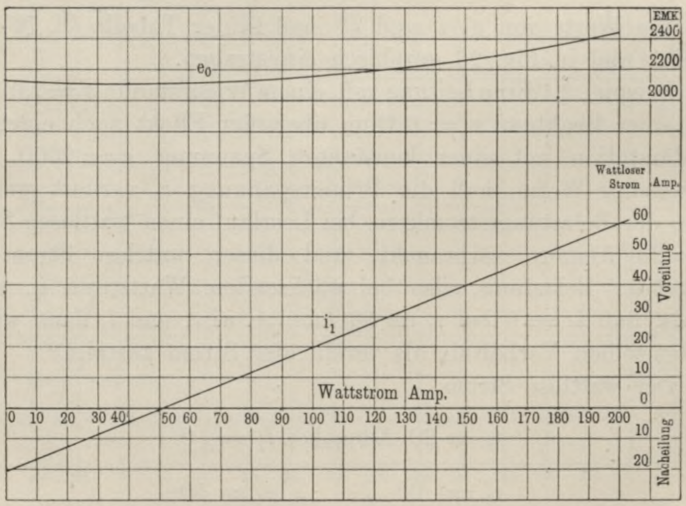
$$i_2 = 0 \quad \text{„} \quad \text{„} \quad i_1 = 50$$

$e = 2000$ Volt				$e_0 = 2300$ Volt		
Leistung P in KW	Strom i Amp.	Phasen-verschie-bungs-winkel φ	e_0 Volt	Leistung P'	Strom i'	Spannung e'
0	12,0	84° 18′	2048	0	13,45	2240
5	12,6	72° 36′	2055	6,25	14,05	2234
10	13,5	62° 36′	2060	12,4	15,00	2230
15	14,8	54° 36′	2065	18,6	16,4	2220
20	16,3	47° 54′	2071	24,4	18,0	2216
30	20,0	37° 48′	2084	36,3	22,0	2200
40	25,0	32° 48′	2093	48,0	27,5	2198
50	30,0	29°	2110	59,5	32,7	2180
69	40,0	26° 18′	2146	78,5	42,8	2160
102	60,0	24° 30′	2216	110,2	62,6	2080
132	80,0	25° 48′	2294	131,0	79,5	1990
160	100,0	28° 24′	2382	149,0	96,4	1928
180	120,0	31° 48′	2476	156,5	111,5	1860
200	150,0	36° 54′	2618	155,0	132,0	1760

kann ausgedrückt werden durch:

$$i_2 = \left(1 - \frac{i_1}{50}\right) 20 = 20 - 0{,}4\, i_1.$$

Fig. 27.



Die allgemeine Gleichung einer Fernleitung lautet

$$e_0 = \sqrt{(e + i_1 r + i_2 x)^2 + (i_2 r - i_1 x)^2},$$
$$e_0 = \sqrt{(2000 + 2\,i_1 + 6\,i_2)^2 + (2\,i_2 - 6\,i_1)^2}.$$

Durch Einsetzung von $i_2 = 20 - 0{,}4\,i_1$ erhält man:

$$e_0 = \sqrt{(2120 - 0{,}4\,i_1)^2 + (40 - 6{,}8\,i_1)^2}$$
$$= \sqrt{4\,496\,000 + 46{,}4\,i_1^2 - 2240\,i_1}.$$

Setzen wir in diese Gleichung verschiedene Werte von i_1 ein, so erhalten wir für e_0 die in der folgenden Tabelle enthaltenen Werte, die in Fig. 27 graphisch aufgetragen sind.

i_1	e_0	i_1	e_0
0	2120	120	2213
20	2116	140	2256
40	2112	160	2308
60	2128	180	2365
80	2168	200	2430
100	2176		

13. Der Wechselstromtransformator.

Der Wechselstromtransformator besteht aus einem magnetischen Stromkreise, der mit zwei elektrischen Stromkreisen verkettet ist, und zwar mit einem primären Stromkreise, der Energie aufnimmt, und mit einem sekundären Stromkreise, der Energie abgibt.

Wir bezeichnen mit r_1 den Widerstand und mit $x_1 = 2\pi c S_1$ die selbstinduktive Reaktanz des sekundären Stromkreises, und analog im primären Stromkreise mit r_0 den Widerstand und mit $x_0 = 2\pi c S_0$ die selbstinduktive Reaktanz.

S_1 und S_0 beziehen sich auf den Teil des Kraftflusses, der nur mit einem der elektrischen Stromkreise verkettet ist.

Das Übersetzungsverhältnis bezeichnen wir mit a, wo

$$a = \frac{\text{Sekundäre Windungen}}{\text{Primäre Windungen}}.$$

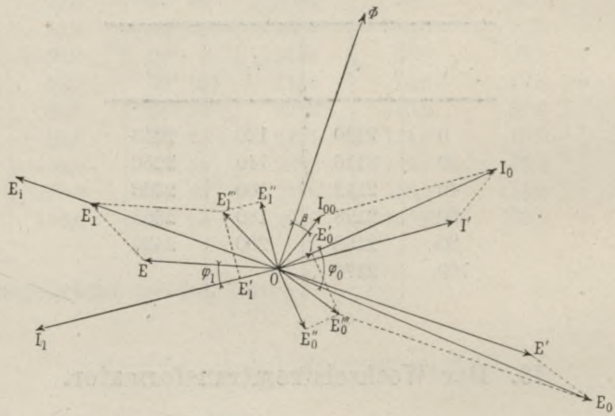
Eine dem primären Stromkreise aufgedrückte Wechselstromspannung E_0 erzeugt in den primären Windungen einen Strom, der einen mit dem primären und sekundären elektrischen Stromkreise verketteten Kraftfluß Φ erzeugt.

Dieser Kraftfluß induziert im sekundären und primären Stromkreise EMKe E_1 und E_i, die in demselben Verhältnis zueinander wie die Windungszahlen stehen, also

$$E_i = \frac{E_1}{a}.$$

Es sei E = sekundäre Klemmenspannung, J_1 = sekundärer Strom, φ_1 = die Nacheilung des Stromes J_1 hinter der Klemmenspannung E ($\varphi_1 < 0$ bezeichnet dann den voreilenden Strom).

Fig. 28.



In Fig. 28 stellt die Strecke $\overline{OE} = E$ die sekundäre Klemmenspannung dar; $\overline{OJ_1} = J_1$ ist dann der um den Winkel $EOJ_1 = \varphi_1$ nacheilende sekundäre Strom.

Die zur Überwindung des sekundären Widerstandes r_1 erforderliche EMK ist gleich $\overline{OE_1'} = E_1' = J_1 r_1$ und ist in Phase mit J_1.

Die zur Überwindung der sekundären Reaktanz x_1 erforderliche EMK ist gleich $\overline{OE_1''} = E_1'' = J_1 x_1$ und eilt J_1 um 90° voraus. Die zur Überwindung der sekundären Impedanz

$$z_1 = \sqrt{r_1^2 + x_1^2}$$

erforderliche EMK wird dann die Resultante aus $\overline{OE_1'}$ und $\overline{OE_1''}$ und gleich $\overline{OE_1'''} = E_1''' = J_1 z_1$.

Setzen wir $\overline{OE_1'''}$ mit der Klemmenspannung $\overline{OE} = E$ zusammen, so erhalten wir die sekundär induzierte EMK $\overline{OE_1} = E_1$.

Die primär induzierte EMK $\overline{OE_i} = E_i$ ist proportional und in Phase mit E_1 dividiert durch das Übersetzungsverhältnis

$$E_i = \frac{E_1}{a}.$$

Um die EMKe E_1 und E_i zu induzieren, ist ein Kraftfluß $\overline{O\Phi} = \Phi$ erforderlich, welcher $\overline{OE_1}$ und $\overline{OE_i}$ um 90^0 vorauseilt. Um den Kraftfluß Φ zu erzeugen, ist eine MMK von $\mathfrak{F}$ Amperewindungen erforderlich, die sich aus den Dimensionen des magnetischen Stromkreises bestimmen lassen. Der primäre Strom J_{00} wird im Diagramm durch den Vektor $\overline{OJ_{00}}$ dargestellt, der $\overline{O\Phi}$ um den hysteretischen Voreilungswinkel β in der Phase voraus ist.

Dem Sekundärstrome J_1 entsprechend fließt im primären Stromkreise eine Komponente J' des Primärstromes, die man den primären Belastungsstrom nennen kann. Dieser Strom ist J_1 entgegengesetzt und besitzt dieselbe MMK wie J_1, ist also gleich $J' = a\,J_1$ und wird im Diagramm durch den Vektor $\overline{OJ'} = J' = a\,J_1$ dargestellt.

Da die totale MMK des Transformators durch den primären Erregerstrom J_{00} geliefert wird, so erhalten wir den primären Gesamtstrom $\overline{OJ_0} = J_0$ durch Kombination von J_{00} mit dem primären Belastungsstrome $\overline{OJ'}$.

Die zur Überwindung des primären Widerstandes erforderliche EMK ist gleich $\overline{OE_0'} = E_0' = J_0\,r_0$ und in Phase mit J_0.

Die zur Überwindung der primären Reaktanz erforderliche EMK ist gleich $\overline{OE_0''} = E_0'' = J_0\,x_0$ und eilt $\overline{OJ_0}$ um 90^0 voraus.

Durch Kombination von $\overline{OE_0'}$ und $\overline{OE_0''}$ erhalten wir die zur Überwindung der primären Impedanz erforderliche EMK $\overline{OE_0'''}$.

Der primär induzierten EMK $\overline{OE_i}$ gleich und entgegengesetzt ist die zur Überwindung derselben erforderliche Komponente $\overline{OE'}$ der primären EMK.

Durch Zusammensetzung von $\overline{OE'}$ mit $\overline{OE_0'''}$ erhalten wir die aufgedrückte Primärspannung $\overline{OE_0} = E_0$ und den Phasenverschiebungswinkel des primären Stromkreises $\varphi_0 = \measuredangle\, E_0\,O\,J_0$.

In den Figuren 29, 30 u. 31 (a. f. S.) sind die Polardiagramme für $\varphi_1 = 45^0$ oder nacheilenden Strom, für $\varphi_1 =$ Null oder induktionsfreie Belastung und für $\varphi_1 = -45^0$ oder vorauseilenden Strom gegeben.

Fig. 29.

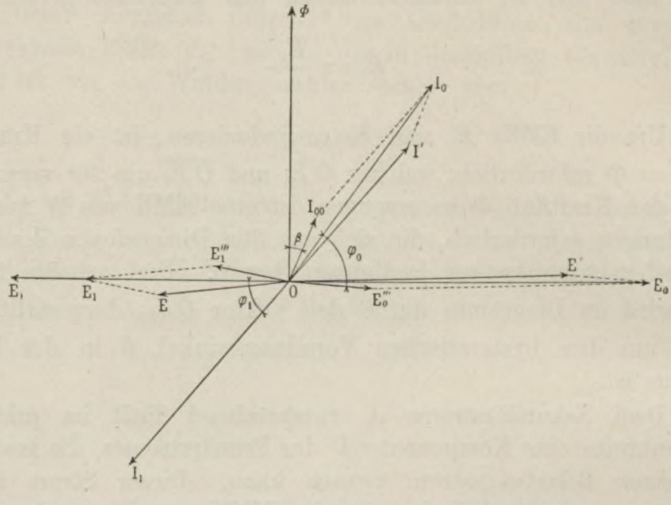


Fig 30.

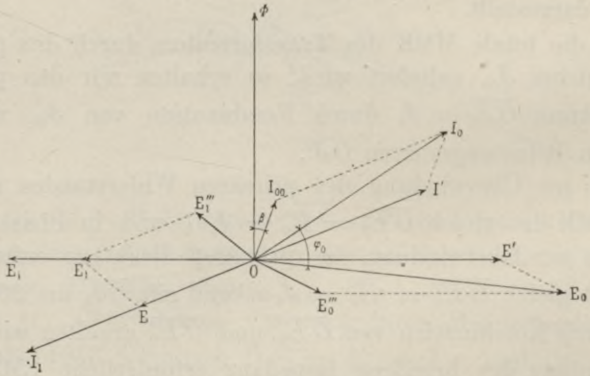
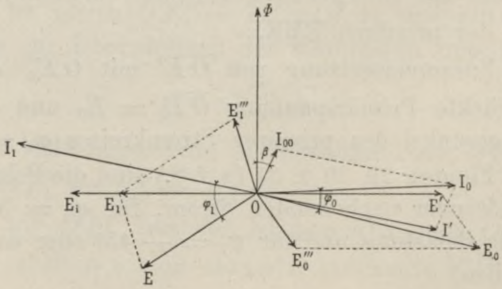


Fig. 31.



Aus diesen Figuren ist ersichtlich, daß die zur Erzeugung derselben sekundären Klemmenspannung E bei demselben Strome J_1 erforderliche primär aufgedrückte Spannung E_0 größer bei Nacheilung und kleiner bei Voreilung als bei induktionsfreier Belastung ist. Und umgekehrt ist bei demselben Sekundärstrome J_1 und derselben primär aufgedrückten Spannung E_0 die sekundäre Klemmenspannung E kleiner bei nacheilendem Strome und größer bei voreilendem Strome als bei induktionsfreiem Sekundärstromkreise (Fig. 30 und 31).

Die graphische Berechnung der einzelnen Größen ist bei diesem Diagramm praktisch nicht ausführbar, da die Größenordnung der zur Verwendung kommenden Werte zu verschieden ist. Die Größen $E_1' : E_1'' : E_1 : E_0$ verhalten sich häufig wie 1 : 10 : 100 : 2000.

Trigonometrisch wird die Rechnung wie folgt ausgeführt:

Im Dreieck $O E E_1$, Fig. 28, haben wir

$$tg\,\alpha_1 = \frac{x_1}{r_1},$$

$$\overline{OE_1^2} = \overline{OE^2} + \overline{EE_1^2} - 2\,\overline{OE} \times \overline{EE_1} \cos O E E_1,$$

$$\overline{EE_1} = J_1 z_1,$$

$$\sphericalangle\, O E E_1 = 180^0 - \alpha_1 + \varphi_1,$$

also wird die sekundär induzierte EMK E_1

$$E_1^2 = E^2 + J_1^2 z_1^2 + 2\,E J_1 z_1 \cos(\alpha_1 - \varphi_1).$$

Hieraus die primär induzierte EMK

$$E_i = \frac{E_1}{a}.$$

In dem Dreieck $E O E_1$ ist

$$\frac{\sin E_1 O E}{\sin E_1 E O} = \frac{\overline{EE_1}}{\overline{E_1 O}}.$$

Setzen wir

$$\sphericalangle\, E_1 O E = \beta_1,$$

so wird

$$\frac{\sin \beta_1}{\sin(\alpha_1 - \varphi_1)} = \frac{J_1 z}{E_1}.$$

Hieraus die Phasenverschiebung zwischen Sekundärstrom und sekundär induzierter EMK

$$\sphericalangle\, \beta_1 \text{ und } \sphericalangle\, E_1 O J_1 = \varphi = \varphi_1 + \beta_1.$$

In dem Dreieck $O J_{00} J_0$ haben wir

$$\overline{O J_0^2} = \overline{O J_{00}^2} + \overline{J_{00} J_0^2} - 2 \overline{O J_{00}} \times \overline{J_{00} J_0} \cos O J_{00} J_0.$$

Es ist, da

$$\sphericalangle E_1 O \Phi = 90^0,$$
$$\sphericalangle O J_{00} J_0 = 90^0 - \varphi - \beta$$

und

$$\overline{J_{00} J_0} = J' = a J_1,$$

der Erregerstrom

$$\overline{O J_{00}} = J_{00},$$

aus den Dimensionen des magnetischen Stromkreises berechnet.

Der Primärstrom wird:

$$J_0^2 = J_{00}^2 + a^2 J_1^2 + 2 a J_1 J_{00} \sin(\varphi + \beta).$$

In dem Dreieck $O J_{00} J_0$ haben wir

$$\frac{\sin J_{00} O J_0}{\sin O J_{00} J_0} = \frac{\overline{J_{00} J_0}}{\overline{O J_0}}.$$

Setzen wir

$$\sphericalangle J_{00} O J_0 = \beta_0,$$

so erhalten wir

$$\frac{\sin \beta_0}{\sin(\varphi + \beta)} = \frac{a J_1}{J_0}.$$

Hieraus erhalten wir β_0 und dann

$$\sphericalangle E' O J_0 = \Theta_0 = 90^0 - \beta - \beta_0.$$

In dem Dreieck $O E' E_0$ haben wir

$$\overline{O E_0^2} = \overline{O E'^2} + \overline{E' E_0^2} - 2 \overline{O E'} \times \overline{E' E_0} \cos O E' E_0.$$

Setzen wir

$$tg\, \alpha_0 = \frac{x_0}{r_0},$$

so wird

$$\sphericalangle O E' E_0 = 180^0 - \alpha_0 + \delta,$$
$$\overline{O E'} = E_i = \frac{E_1}{a},$$
$$\overline{E' E_0} = J_0 z_0$$

und die primär aufgedrückte Spannung:

$$E_0^2 = \frac{E_1^2}{a^2} + J_0^2 z_0^2 + \frac{2 E_1 J_0 z_0}{a} \cos(\alpha_0 - \Theta).$$

In dem Dreieck $O E' E_0$ ist

$$\frac{\sin E' O E_0}{\sin O E' E_0} = \frac{\overline{E' E_0}}{\overline{O E_0}}.$$

Setzen wir

$$\measuredangle E' O E_0 = \gamma,$$

so wird

$$\frac{\sin \gamma}{\sin (\alpha_0 - \Theta)} = \frac{J_0 z_0}{E_0}.$$

Hieraus erhalten wir $\measuredangle \gamma$, und die Phasenverschiebung zwischen Primärstrom und aufgedrückter Spannung wird

$$\measuredangle \varphi_0 = \Theta + \gamma.$$

Wie man sieht, ist die trigonometrische Methode zur Berechnung von Transformatoren ziemlich kompliziert.

Etwas einfacher ist die algebraische Methode mit Zerlegung in rechtwinklige Komponenten.

Wir werden erst den sekundären Stromkreis betrachten. Der Strom J_1 eilt der Klemmenspannung E um den Winkel φ_1 nach.

Die Klemmenspannung E hat die Komponente $E \cos \varphi_1$ in Phase mit dem Strome und die Komponente $E \sin \varphi_1$, die dem Strome um 90^0 voreilt.

Die zur Überwindung des Widerstandes r_1 erforderliche EMK $J_1 r_1$ ist in Phase mit dem Strome J_1, die zur Überwindung der Reaktanz x_1 erforderliche EMK $J_1 x_1$ eilt dagegen dem Strome um 90^0 voraus.

Die sekundär induzierte EMK hat also die Komponenten $E \cos \varphi_1 + J_1 r_1$ in Phase mit dem Strome J_1 und $E \sin \varphi_1 + J_1 x_1$, dem Strome J_1 um 90^0 voreilend.

Die Resultante ist somit

$$E_1 = \sqrt{(E \cos \varphi_1 + J_1 r_1)^2 + (E \sin \varphi_1 + J_1 x_1)^2}$$

und die Phasenverschiebung des sekundären Stromkreises ist bestimmt durch:

$$tg\, \varphi = \frac{E \sin \varphi_1 + J_1 x_1}{E \cos \varphi_1 + J_1 r_1}.$$

Wenn wir alle Größen in Komponenten zerlegen, entweder in Phase oder senkrecht zu der induzierten EMK E_1, oder in horizontale und vertikale Komponenten, für welche die Richtung des Kraftflusses als vertikale Achse gewählt wird, und wenn wir die Richtung nach rechts und aufwärts als positiv und die Richtung nach links und abwärts als negativ bezeichnen, so bekommen wir folgendes:

	Horizontale Komponente	Vertikale Komponente
Sekundärstrom J_1	$-J_1 \cos\varphi$	$-J_1 \sin\varphi$
Sekundär induzierte EMK E_1	$-E$	0
Primär induzierte EMK (auch Gegen-EMK genannt) $E_i = \frac{E_1}{a}$	$-\frac{E_1}{a}$	0
Primäre EMK zur Überwindung dieser, $E' = -E_i$	$+\frac{E_1}{a}$	0
Primärer Belastungsstrom $J' = -aJ_1$	$+aJ_1 \cos\varphi$	$+aJ_1 \sin\varphi$
Kraftfluß Φ	0	Φ
Primärer Erregerstrom J_{00} bestehend aus Hysteresisstrom	$J_{00} \sin\beta$	
und Magnetisierungsstrom		$J_{00} \cos\beta$

Hieraus der gesamte Primärstrom:

Horizontale Komponente: $aJ_1 \cos\varphi_1 + J_{00} \sin\beta$, Vertikale Komponente: $aJ_1 \sin\varphi_1 + J_{00} \cos\beta$.

Die zur Überwindung des primären Widerstandes r_0 erforderliche EMK $E_0' = J_0 r_0$ ist in Phase mit dem Strome J_0 und besteht aus den Komponenten:

Horizontale Komponente: $r_0 aJ_1 \cos\varphi + r_0 J_{00} \sin\beta$, Vertikale Komponente: $r_0 aJ_1 \sin\varphi + r_0 J_{00} \cos\beta$.

Die zur Überwindung der primären Reaktanz x_0 erforderliche EMK $E_0 = J_0 x_0$ eilt dem Strome J_0 um 90^0 voraus und hat die Komponenten:

Horizontale Komponente: $x_0 aJ_1 \sin\varphi + x_0 J_{00} \cos\beta$, Vertikale Komponente: $-x_0 aJ_1 \cos\varphi - x_0 J_{00} \sin\beta$.

Die zur Überwindung der primär induzierten EMK erforderliche EMK ist

$$E' = \frac{E_1}{a}.$$

Die Komponenten der primär aufgedrückten Klemmenspannung werden somit:

Horizontale Komponente:

$$\frac{E_1}{a} + a J_1 (r_0 \cos\varphi + x_0 \sin\varphi) + J_{00} (r_0 \sin\beta + x_0 \cos\beta),$$

Vertikale Komponente:

$$a J_1 (r_0 \sin\varphi - x_0 \cos\varphi) + J_{00} (r_0 \cos\beta - x_0 \sin\beta).$$

Wir setzen:

$$tg\,\alpha_0 = \frac{x_0}{r_0}$$

und

$$\sqrt{r_0^2 + x_0^2} = z_0, \quad \sin\alpha_0 = \frac{x_0}{z_0}, \quad \cos\alpha_0 = \frac{r_0}{z_0}.$$

Führen wir diese Werte in die Ausdrücke für E_0 ein, so wird die horizontale Komponente von E_0

$$\frac{E_1}{a} + a z_0 J_1 \cos(\varphi - \alpha_0) + z_0 J_{00} \sin(\beta + \alpha_0)$$

und die vertikale Komponente von E_0

$$a z_0 J_1 \sin(\varphi - \alpha_0) + z_0 J_{00} \cos(\beta + \alpha_0).$$

Die primär aufgedrückte Klemmenspannung wird jetzt gleich:

$$E_0 = \sqrt{\left[\frac{E_1}{a} + a z_0 J_1 \cos(\varphi - \alpha_0) + z_0 J_{00} \sin(\beta + \alpha_0)\right]^2 + [a z_0 J_1 \sin(\varphi + \alpha_0) + z_0 J_{00} \cos(\beta + \alpha_0)]^2},$$

$$E_0 = \frac{E_1}{a} \sqrt{1 + \frac{2 a^2 z_0 J_1}{E_1} \cos(\varphi + \alpha_0) + \frac{2 a z_0 J_{00}}{E_1} \sin(\beta + \alpha_0) + \frac{a^4 z_0^2 J_1^2}{E_1^2} + \frac{a^2 z_0^2 J_{00}^2}{E_1^2} + \frac{2 a^3 z_0^2 J_1 J_{00}}{E_1^2} \sin(\varphi + \beta)}.$$

Den gesamten Primärstrom findet man durch Kombination der beiden Komponenten gleich:

$$J_0 = \sqrt{(a J_1 \cos\varphi + J_{00} \sin\beta)^2 + (a J_1 \sin\varphi + J_{00} \cos\beta)}$$
$$= a J_1 \sqrt{1 + \frac{2 J_{00}}{a J_1} \sin(\varphi + \beta) + \frac{J_{00}^2}{a^2 J_1^2}}.$$

Da die Tangente des Phasenwinkels gleich dem Verhältnis der vertikalen Komponente zur horizontalen ist, so wird die Phase der primären EMK ausgedrückt durch:

$$tg\,\chi = \frac{a\,z_0\,J_1\,sin\,(\varphi - \alpha_0) + z_0\,J_{00}\,cos\,(\beta + \alpha_0)}{\frac{E_1}{a} + a\,z_0\,J_1\,cos\,(\varphi - \alpha_0) - z_0\,J_{00}\,sin\,(\beta + \alpha_0)}$$

und die Phase des primären Stromes:

$$tg\,\psi = \frac{a\,J_1\,sin\,\varphi + J_{00}\,cos\,\beta}{a\,J_1\,cos\,\varphi + J_{00}\,sin\,\beta}.$$

Die Nacheilung des primären Stromes hinter der aufgedrückten Klemmenspannung ist

$$\varphi_0 = \psi - \chi.$$

Beispiel.

In einem 20 KW-Transformator ist das Verhältnis der Windungszahlen gleich $\frac{20}{1}$, wobei sekundär eine Klemmenspannung von 100 Volt bei Volllast erzeugt wird. Wie groß ist die primäre Stromstärke bei Volllast und wie groß ist der sekundäre Spannungsabfall von Leerlauf bis Volllast bei konstanter Primärspannung und wie groß ist diese primäre Spannung:

a) bei induktionsfreier Belastung sekundär,

b) bei 60^0 Nacheilung im äußeren Sekundärstromkreis,

c) bei 60^0 Voreilung im äußeren Sekundärstromkreis?

Die Erregerstromstärke beträgt 0,5 Amp., die Hysteresisverluste 600 Watt, der primäre Widerstand 2 Ohm, die primäre Reaktanz 5 Ohm, der sekundäre Widerstand 0,004 Ohm und die sekundäre Reaktanz 0,01 Ohm.

600 Watt bei 2000 Volt entsprechen einem Magnetisierungswattstrom von 0,3 Amp., also wird der Magnetisierungsstrom

$$\sqrt{0{,}5^2 - 0{,}3^2} = 0{,}4 \text{ Amp.}$$

Es ist also:

$$r_0 = 2, \quad r_1 = 0{,}004, \quad J_{00}\,cos\,\beta = 0{,}3, \quad a = 0{,}05,$$
$$x_0 = 5, \quad x_1 = 0{,}01, \quad J_{00}\,sin\,\beta = 0{,}4,$$
$$J_{00} = 0.5.$$

1. Die Horizontalachse liegt in der Richtung des Sekundärstromes:

	Induktionsfrei $\varphi_1 = 0$		Nacheilung $\varphi_1 = +60^0$		Voreilung $\varphi_1 = -60^0$	
	Hor.	Vert.	Hor.	Vert.	Hor.	Vert.
Sekundärstrom J_1	200	0	200	0	200	0
Sekundäre Klemmenspannung E	100	0	50	— 86,6	50	+ 86,6
Ohmscher Spannungsabfall $J_1 r_1$	0,8	0	0,8	0	0,8	0
Induktiver Spannungsabfall $J_1 x_1$	0	— 2,0	0	— 2,0	0	— 2,0
Sekundär induzierte EMK E_1 .	100,8	0	50,8	— 88,6	50,8	+ 84,6
Resultierende sekundäre EMK .	100,8		102,13		98,68	
$tg\,\varphi$	+ 0,0198		+ 1,745		— 1,665	
φ	+ 1,1°		+ 60,2°		— 59,0°	

14. Rechtwinklige Koordinaten.

Das Polardiagramm der Sinuswellen gibt den besten Einblick in die gegenseitigen Beziehungen zwischen Wechselströmen und EMKen.

Für numerische Berechnung aus dem Polardiagramm kann man entweder die trigonometrische Methode oder die Methode der rechtwinkligen Koordinaten verwenden.

Die in den letzten Abschnitten erläuterte Methode der rechtwinkligen Koordinaten ist im allgemeinen einfacher und bequemer als die trigonometrische.

In der Methode der rechtwinkligen Koordinaten ist es wünschenswert, die Bezeichnungen der zwei Komponenten voneinander und von der Resultante oder dem Gesamtwerte unterscheiden zu können.

Um die Komponenten von der Resultante zu unterscheiden, verwenden wir deswegen kleine Buchstaben für die Komponenten und große Buchstaben für die Resultante. In dem Transformatordiagramm, Abschnitt 13, hat also der Sekundärstrom J_1 die horizontale Komponente $i_1 = - J_1 \cos \varphi_1$ und die vertikale Komponente $i_1' = - J_1 \sin \varphi_1$.

Um die horizontalen Komponenten von den vertikalen zu unterscheiden, kann man entweder verschiedene Sorten Buch-

2. Die Vertikalachse liegt in der Richtung des Kraftflusses:

	Induktionsfrei $\varphi_1 = 0$		Nacheilung $\varphi_1 = + 60^0$		Voreilung $\varphi_1 = - 60^0$	
	Hor.	Vert.	Hor.	Vert.	Hor.	Vert.
Sekundär induzierte EMK E_1	$-100,8$	0	$-102,13$	0	$-98,68$	0
Sekundärstrom J_1	-200	-4	$-99,4$	$-172,8$	-103	$+171,4$
Primärer Belastungsstrom $J' = -a J_1$	$+10$	$+0,2$	$+4,97$	$+8,64$	$+5,15$	$-8,57$
Primärer Erregerstrom J_{00}	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4
Gesamter Primärstrom J_0	$+10,3$	$+0,6$	$+5,27$	$+9,04$	$+5,45$	$-8,17$
Primärer Ohmscher Spannungsabfall $J_0 r_0$	20,6	1,20	10,54	18,08	10,9	$-16,34$
Primärer induktiver Spannungsabfall $J_0 x_0$	3,0	$-51,30$	45,20	$-26,35$	$-40,85$	$-27,25$
Die zur Überwindung der primären Gegen-EMK $\frac{-E_1}{a}$ erforderliche EMK	2016	0	2042,6	0	1973,6	0
Primär aufgedrückte Klemmenspannung E_0	2039,6	$-50,1$	2098,34	$-8,27$	1943,65	$-43,59$
Resultante E_0	2040,1		2098,3		1944,2	
Resultante J_0	10,32		10,47		9,82	
Phasenwinkel von E_0	$-1,4^0$		$-0,2^0$		$-1,2^0$	
Phasenwinkel von J_0	$+3,3^0$		$+59,8^0$		$-56,3^0$	
Primärer Nacheilungswinkel φ_0	$+4,7^0$		$+60,0^0$		$-55,1^0$	
Regulierung $\frac{E_0}{2000}$	1,02005		1,04915		0,972	
Spannungsabfall in Prozenten	2,005		4,915		$-2,79$	
Phasendifferenz $\varphi_0 - \varphi_1$	$4,7^0$		0		$4,9^0$	

staben verwenden oder den Buchstaben mit einem Index versehen oder auch einen Zusatz-Koeffizienten anwenden.

Es ist aber unbequem, verschiedene Arten von Buchstaben zu verwenden, ebenfalls ist es nicht praktisch, Indices zu gebrauchen, weil solche schon zur Unterscheidung von verschiedenen EMKen, Strömen u. s. w. Verwendung gefunden haben.

Am bequemsten wird es daher sein, die Komponenten mit einem Zusatzkoeffizienten zu versehen.

Als solchen verwendet man gewöhnlich den Buchstaben j in Verbindung mit der vertikalen Komponente.

Der Sekundärstrom im Transformatordiagramm, Abschnitt 13, kann also wie folgt geschrieben werden:

$$i_1 + j\,i_2 = J_1 \cos\varphi_1 + j\,J_1 \sin\varphi_1.$$

Diese Methode bietet den weiteren Vorteil, daß die zwei Komponenten nebeneinander geschrieben und mit dem Pluszeichen verbunden werden können, da die Hinzufügung des Koeffizienten j die Größe $j\,i_2$ oder $j\,J_1 \sin\varphi_1$ als vertikale Komponente von der horizontalen i_1 oder $J_1 \cos\varphi_1$ unterscheidet.

Der Ausdruck

$$\underset{\cdot}{J}_1 = i_1 + j\,i_2$$

bedeutet also, daß J_1 aus einer horizontalen Komponente i_1 und einer vertikalen i_2 besteht, und das Pluszeichen gibt an, daß i_1 und i_2 durch das Parallelogramm der Sinuswellen zusammengesetzt werden.

Die sekundär induzierte EMK des Transformators im Abschnitt 13, Fig. 28, ist in dieser Art geschrieben gleich

$$\underset{\cdot}{E}_1 = -\,e_1,$$

d. h. sie besteht nur aus einer horizontalen Komponente $-\,e_1$ und hat keine vertikale Komponente.

Die primär induzierte EMK ist

$$\underset{\cdot}{E}_i = -\,\frac{e_1}{a}$$

und die zur Überwindung dieser erforderliche EMK

$$\underset{\cdot}{E'} = +\,\frac{e_1}{a}.$$

Der Sekundärstrom ist

$$\underset{\cdot}{J_1} = -i_1 - j\,i_2,$$

wo

$$i_1 = J_1 \cos\varphi_1 \quad \text{und} \quad i_2 = J_1 \sin\varphi_1.$$

Der entsprechende primäre Belastungsstrom ist

$$\underset{\cdot}{J'} = -a\,\underset{\cdot}{J_1} = a\,i_1 + j\,a\,i_2.$$

Der primäre Erregerstrom ist:

$$\underset{\cdot}{J_{00}} = h + j\,g,$$

wo $h = J_{00} \sin\beta$ der Magnetisierungswattstrom und $g = J_{00} \cos\beta$ der wattlose Magnetisierungsstrom ist.

Der Ausdruck für den gesamten Primärstrom lautet also

$$\underset{\cdot}{J_0} = \underset{\cdot}{J'} + \underset{\cdot}{J_{00}} = (a\,i_1 + h) + j\,(a\,i_2 + g).$$

Die zur Überwindung des primären Widerstandes r_0 erforderliche EMK ist

$$r_0\,\underset{\cdot}{J_0} = r_0\,(a\,i_1 + h) + j\,r_0\,(a\,i_2 + g).$$

Die Horizontalkomponente $(a\,i_1 + h)$ des Primärstromes erzeugt einen Spannungsabfall durch die Reaktanz x_0. Die zur Überwindung dieses Spannungsabfalles erforderliche EMK fällt in die Richtung der negativen Ordinatenachse und wird bezeichnet mit $-j\,x_0\,(a\,i_1 + h)$. In ähnlicher Weise wird die zur Überwindung der Reaktanzspannung der Vertikalkomponenten des Primärstromes erforderliche EMK in die positive Richtung der Abszissenachse fallen und wird bezeichnet mit $x_0\,(a\,i_2 + g)$.

Die gesamte zur Überwindung der primären Reaktanz x_0 erforderliche EMK wird also

$$x_0\,(a\,i_2 + g) - j\,x_0\,(a\,i_1 + h)$$

und die gesamte zur Überwindung der primären Impedanz erforderliche EMK wird

$$[r_0\,(a\,i_1 + h) + x_0\,(a\,i_2 + g)] + j\,[r_0\,(a\,i_2 + g) - x_0\,(a\,i_1 + h)].$$

Um also aus dem Ausdruck für die Stromstärke die zur Überwindung der Reaktanz x_0 erforderliche EMK abzuleiten, hat man zur Horizontalkomponenten des Stromes den Koeffizienten $-j$ hinzuzufügen und von der Vertikalkomponente den Koeffizienten j zu entfernen. Oder wir können sagen:

Die Reaktanz wird durch $-jx_0$ für die Horizontalkomponente und durch $\frac{x_0}{j}$ für die Vertikalkomponente des Stromes bezeichnet. Oder mit anderen Worten:

Wenn $J = i + ji'$ einen Strom bezeichnet und x die Reaktanz des Stromkreises ist, so ist die zur Überwindung der Reaktanz erforderliche EMK gleich:

$$-jxi + xi' = xi' - jxi.$$

Wenn wir, anstatt j bei der Ableitung der EMK zur Überwindung der Reaktanz für die Vertikalkomponente des Strommes zu entfernen, den Koeffizienten $-j$ hinzufügen würden, wie bei Ableitung der Reaktanz-EMK für die Horizontalkomponente des Stromes, so würden wir folgenden Ausdruck für die Reaktanz-EMK erhalten:

$$-jxi - j^2xi',$$

der den richtigen Wert $-jxi + xi'$ liefert, wenn

$$j^2 = -1.$$

Wir können also sagen:

Bei Ableitung der Formel für die zur Überwindung der Reaktanz x erforderliche EMK von dem Ausdruck für den Strom multiplizieren wir den Ausdruck für den Strom mit $-jx$ und substituieren $j^2 = -1$.

Man kann also $-jx$ die Reaktanz in der Darstellung in rechtwinkligen Koordinaten nennen und

$$r - jx$$

die Impedanz, indem man j^2 als -1 definiert und einsetzt.

Die primäre Impedanzspannung des im vorhergehenden erwähnten Transformators könnte auch direkt abgeleitet werden, indem man den Ausdruck für den Strom

$$\dot{J}_0 = (ai_1 + h) + j(ai_2 + g)$$

mit der Impedanz

$$z_0 = r_0 - jx_0$$

multipliziert.

Dies gibt:

$$\dot{E}'_0 = z_0\dot{J}_0 = (r_0 - jx_0)[(ai_1 + h) + j(ai_2 + g)]$$
$$= r_0(ai_1 + h) + jr_0(ai_2 + g) - jx_0(ai_1 + h) - j^2x_0(ai_2 + g).$$

Durch Einsetzung von $j^2 = -1$ erhält man:

$$\dot{E}'_0 = [r_0(ai_1 + h) + x_0(ai_2 + g)] + j[r_0(ai_2 + g) - x_0(ai_1 + h)]$$

und die totale, primär aufgedrückte EMK wird somit:

$$\underset{\cdot}{E}_0 = \underset{\cdot}{E}' + \underset{\cdot}{E}'_0 = \left[\frac{e_1}{a} + r_0(a i_1 + h) + x_0(a i_2 + g)\right]$$
$$+ j[r_0(a i_2 + g) - x_0(a i_1 + h)].$$

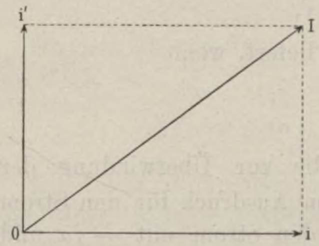
Ein Ausdruck in rechtwinkligen Koordinaten als

$$\underset{\cdot}{J} = i + j i'$$

bezeichnet nicht nur die Größe des Stromes, sondern auch die Phase.

Dies ist so zu verstehen, daß der Gesamtstrom $\overline{OJ}$ (Fig. 32) zwei rechtwinklige Komponenten hat, und zwar die Horizontalkomponente $J \cos\varphi = i$ und die Vertikalkomponente $J \sin\varphi = i'$. Also ist

Fig. 32.



$$tg\,\varphi = \frac{i'}{i},$$

d. h. die Tangente des Phasenwinkels ist gleich der Vertikalkomponenten dividiert durch die Horizontalkomponente oder gleich dem Ausdruck mit dem Koeffizienten j dividiert durch den Ausdruck ohne j.

Die Gesamtstromstärke ist selbstverständlich

$$J = \sqrt{i^2 + i'^2}.$$

Der große Buchstabe $\underset{\cdot}{J}$ bezeichnet in dem symbolischen Ausdrucke $\underset{\cdot}{J} = i + jx'$ also mehr als dasjenige J, das in dem Vorhergehenden für den Gesamtstrom u. s. w. gebraucht ist, denn es gibt nicht nur die Größe, sondern auch die Phase des Stromes an. Es ist deswegen notwendig, die großen Buchstaben, die den resultierenden Strom in symbolischer Schreibweise bezeichnen (d. h. sowohl Größe als auch Phase des Stromes angeben) durch den Druck von den großen Buchstaben zu unterscheiden, die nur die Größe des Stromes ohne Rücksicht auf Phase angeben.

Also bezeichnet

$$\underset{\cdot}{J} = i + j i'$$

einen Strom von der Größe

$$J = \sqrt{i^2 + i'^2}.$$

und mit der Phase

$$tg\,\varphi = \frac{i'}{i}\cdot$$

Im folgenden werden wir punktierte Kursivschrift für die symbolischen Ausdrücke und gewöhnliche Kursivschrift für die absoluten Werte der Wechselstromwellen verwenden.

In ähnlicher Weise bezeichnet man den Ausdruck

$$z = \sqrt{r^2 + x^2}$$

in symbolischer Darstellung seiner rechtwinkligen Komponenten durch

$$Z = r - j\,x.$$

Beim Gebrauch der symbolischen Schreibweise von rechtwinkligen Koordinaten ist es also notwendig, zum Schluß auf gewöhnliche Ausdrücke zurückzugehen.

So bedeutet in dem oben behandelten Transformator der symbolische Ausdruck für die primär aufgedrückte EMK

$$\underset{\cdot}{E}_0 = \left[\frac{e_1}{a} + r_0\,(a\,i_1 + h) + x_0\,(a\,i_2 + g)\right] \\ + j\,[r_0\,(a\,i_2 + g) - x_0\,(a\,i_1 + h)],$$

daß die primär aufgedrückte EMK die folgende Größe hat:

$$E_0 = \sqrt{\left[\frac{e_1}{a} + r_0\,(a\,i_1 + h) + x_0\,(a\,i_2 + g)\right]^2 + [r_0\,(a\,i_2 + g) - x_0\,(a\,i_1 + h)]^2}$$

und daß die Phasenverschiebung ausgedrückt werden kann durch

$$tg\,\varphi = \frac{r_0\,(a\,i_2 + g) - x_0\,(a\,i_1 + h)}{\frac{e_1}{a} + r_0\,(a i_1 + h) + x_0\,(a i_2 + g)}.$$

Die symbolische Schreibweise von rechtwinkligen Koordinaten ist die schnellste und einfachste Methode zur Behandlung von Wechselstromproblemen, und ist in vielen mehr komplizierten Fällen die einzige Methode, mit welcher man das Problem überhaupt lösen kann. Aus diesen Gründen dürfte es sich für den Leser empfehlen, sich mit dieser Methode vollkommen vertraut zu machen.

Beispiele.

1. In einem 20 KW-Transformator ist das Verhältnis der Windungszahlen gleich $\frac{20}{1}$ und es ist eine sekundäre Klemmenspannung von 100 Volt bei Volllast erforderlich.

Wie groß ist der Primärstrom, die primäre Klemmenspannung und die primäre Nacheilung:

a) bei induktionsfreier Belastung, $\varphi_1 = 0$,

b) bei einer Nacheilung $\varphi_1 = 60^0$ im äußeren Sekundärstromkreise,

c) bei einer Voreilung $\varphi_1 = -60^0$ im äußeren Sekundärstromkreise?

Der Erregerstrom ist $\dot{J}_{00} = 0{,}3 + 0{,}4\,j$ Amp. bei $e = 2000$ Volt primärer Klemmenspannung.

Die primäre Impedanz $Z_0 = 2 - 5\,j$ Ohm und die sekundäre Impedanz $Z_1 = 0{,}004 - 0{,}01\,j$ Ohm.

Wenn wir die Richtung des Sekundärstromes J_1 als reelle Achse wählen, so erhalten wir in symbolischer Schreibweise die in der Tabelle S. 90 aufgeführten Werte.

2. Es wird dem Primärstromkreise eines Transformators mit dem Übersetzungsverhältnis $\frac{20}{1}$ eine Spannung $e_0 = 2000$ Volt aufgedrückt. Die primäre Impedanz ist $Z_0 = 2 - 5\,j$, die sekundäre Impedanz $Z_1 = 0{,}004 - 0{,}01\,j$ und der Erregerstrom bei einer primär induzierten EMK $e' = 2000$ Volt ist

$$\dot{J}_{00} = 0{,}3 + 0{,}4\,j \text{ Amp.},$$

also die „primäre Admittanz"

$$Y = \frac{\dot{J}'_{00}}{\dot{e}'} = (0{,}15 + 2j)\,10^{-3}.$$

Wie groß ist der Sekundärstrom, die sekundäre Klemmenspannung und der Primärstrom, wenn der Sekundärstromkreis Belastungen mit folgenden Eigenschaften erhält:

a) Widerstand:

$Z = r = 0{,}5$ Ohm, induktionsfreie Belastung;

b) Impedanz:

$Z = r - jx = 0{,}3 - 0{,}4j$ Ohm, induktive Belastung;

c) Impedanz:

$Z = r - jx = 0{,}3 + 0{,}4\,j$ Ohm, anti-induktive Belastung.

Wählen wir die sekundär induzierte EMK e als reelle Achse, so erhalten wir in symbolischer Schreibweise die in der Tabelle auf S. 91 aufgeführten Werte.

3. Eine Sekundärstation mit induktionsfreier Belastung wird durch eine Fernleitung mit der Impedanz $Z = r - jx = 20 - 50j$ gespeist. In der Sekundärstation ist ein Apparat (eine Synchronmaschine) angeschlossen, der nach Wunsch nacheilende oder voreilende wattlose Ströme erzeugen kann. Die Primärspannung beträgt 12 000 Volt. Wie groß müssen die in der Sekundärstation erzeugten nacheilenden bezw. voreilenden Ströme sein, um eine Sekundärspannung von 10 000 Volt zu erhalten:

a) bei Leerlauf,

b) bei einer Belastung von 50 Amp. Wattstrom,

c) bei einer Belastung von 100 Amp. Wattstrom?

Wenn $e = 10\,000$ Volt die Sekundärspannung, $i_1 =$ Wattstrom, $i_2 =$ wattloser nacheilender Strom ist, so wird der gesamte Linienstrom

$$\dot{J} = i_1 + j\,i_2.$$

Die Primärspannung ist dann

$$\dot{E}_0 = e + Z\dot{J} = e + (r - jx)(i_1 + j\,i_2)$$
$$= (e + r\,i_1 + x\,i_2) + j(r\,i_2 - x\,i_1) = (10\,000 + 20\,i_1 + 50\,i_2) + j(20\,i_2 - 50\,i_1)$$

oder ausgerechnet

$$E_0 = \sqrt{(e + r\,i_1 + x\,i_2)^2 + (r\,i_2 - x\,i_1)^2}.$$

Da $E_0 = 12\,000$ Volt, wird also

$$12\,000 = \sqrt{(10\,000 + 20\,i_1 + 50\,i_2)^2 + (20\,i_2 - 50\,i_1)^2}.$$

a) Bei Leerlauf ist $i_1 = 0$ und somit

$$12\,000 = \sqrt{(10\,000 + 50\,i_2)^2 + 400\,i_2^2}.$$

Der wattlose nacheilende Strom ist also

$$i_2 = +\,39{,}5 \text{ Amp.} \quad \text{und} \quad \dot{J} = +\,39{,}5\,j.$$

b) Bei halber Belastung ist $i_1 = 50$ Amp. und

$$12\,000 = \sqrt{(11\,000 + 50\,i_2)^2 + (20\,i_2 - 2500)^2}$$

	Induktionsfrei	60° Nacheilung	60° Voreilung
Sekundärstrom . . . . $J_1 =$	200 Amp.	200 Amp.	200 Amp.
Sekundäre Impedanzspannung . . . . $E' = J_1 z_1 =$	$0{,}8 - 2j$	$0{,}8 - 2j$	$0{,}8 - 2j$
Sekundäre Klemmenspannung $E = 100(\cos\varphi_1 - j\sin\varphi_1) =$	100	$50 - 86{,}6\,j$	$50 + 86{,}6j$
Sekundär induzierte EMK . . . $E_1 = E + E_1' =$	$100{,}8 - 2j$	$50{,}8 - 88{,}6j$	$50{,}8 - 84{,}6j$
Primär induzierte EMK . . . . . . $E_i = 20\,E_1 =$	$2016 - 40j$	$1016 - 1772j$	$1016 + 1692j$
Primärer Belastungsstrom . . . . . . $J' = \frac{J_1}{20} =$	10	10	10
Primärer Erregerstrom J_{00} bei einer primären Klemmenspannung $e = 200$ Volt	$0{,}3 + 0{,}4j$	$0{,}3 + 0{,}4j$	$0{,}3 + 0{,}4j$
Bei einer primär induzierten EMK E_i ist der Erregerstrom somit . . . . $\frac{E_i\,J_{00}}{2000} =$	$\frac{(0{,}3+0{,}4j)(2016-40j)}{2000}$	$\frac{(0{,}3+0{,}4j)(1016-1772j)}{2000}$	$\frac{(0{,}3+0{,}4j)(1016+1692j)}{2000}$
Ausgerechnet wird . . . . $J_{00} =$	$0{,}310 + 0{,}397\,j$	$0{,}507 - 0{,}063j$	$-0{,}186 + 0{,}407\,j$
Primärer Gesamtstrom . . . . . $J_0 = J_{00} + J' =$	$10{,}31 + 0{,}397j$	$10{,}507 - 0{,}063j$	$9{,}814 + 0{,}407j$
Primäre Impedanzspannung . . . . . $E_0' = J_0 z_0 =$	$(2-5j)(10{,}31+0{,}397j)$	$(2-5j)(10{,}507-0{,}063j)$	$(2-5j)(9{,}814+0{,}407j)$
Ausgerechnet wird . . . . $E_0' =$	$22{,}6 - 50{,}76j$	$20{,}7 - 52{,}66j$	$21{,}66 - 48{,}26j$
Primäre Klemmenspannung . . $E_0 = E_i + E_0' =$	$2038{,}6 - 90{,}8j$	$1036{,}7 - 1824{,}7j$	$1037{,}7 + 1643{,}7j$
Phase der primären EMK . . . . $tg\,\varphi' =$	$-\frac{90{,}8}{2038{,}6}$	$-\frac{1824{,}7}{1036{,}7}$	$+\frac{1643{,}7}{1037{,}7}$
$\varphi' =$	$-2{,}6^0$	$-60{,}4^0$	$+57{,}7^0$
Phase des primären Stromes . . . . $tg\,\varphi'' =$	$+\frac{0{,}397}{10{,}31}$	$-\frac{0{,}063}{10{,}507}$	$+\frac{0{,}407}{9{,}814}$
$\varphi'' =$	$+2{,}2^0$	$-0{,}4^0$	$+2{,}4^0$
Primäre Nacheilung . . . . $\varphi_0 = \varphi'' - \varphi' =$	$+4{,}8^0$	$+60{,}0^0$	$-55{,}3^0$
Primäre Klemmenspannung in Volt . . . . . $E_0 =$	$\sqrt{2038{,}6^2 + 90{,}8^2} = 2041$	$\sqrt{1036{,}7^2 + 1824{,}7^2} = 2099$	$\sqrt{1037{,}7^2 + 1643{,}7^2} = 1943$
Primärstrom in Amp. . . . . $J_0 =$	$\sqrt{10{,}31^2 + 0{,}397^2} = 10{,}32$	$\sqrt{10{,}507^2 + 0{,}063^2} = 10{,}51$	$\sqrt{9{,}814^2 + 0{,}407^2} = 9{,}82$

	Induktionsfrei	60° Nacheilung	60° Voreilung
Impedanz	$Z = r = 0{,}5$	$Z = 0{,}3 - 0{,}4j$	$Z = 0{,}3 + 0{,}4j$
Sekundärstrom $\dot{J}_1 = \frac{e}{z} =$	$\frac{e}{0{,}5}$	$\frac{e}{0{,}3 - 0{,}4j}$	$\frac{e}{0{,}3 + 0{,}4j}$
Indem man den Nenner reell macht und $j^2 = -1$ einsetzt, wird $\dot{J}_1 =$	$2e$ $= 2e$	$\frac{e(0{,}3 + 0{,}4j)}{(0{,}3 - 0{,}4j)(0{,}3 + 0{,}4j)}$ $= 4e(0{,}3 + 0{,}4j)$	$\frac{e(0{,}3 - 0{,}4j)}{(0{,}3 + 0{,}4j)(0{,}3 - 0{,}4j)}$ $= 4e(0{,}3 - 0{,}4j)$
Sekundäre Impedanzspannung $\dot{E}_1' = \dot{J}_1 z_1 =$	$2e(0{,}004 - 0{,}01j)$ $= e(0{,}008 - 0{,}02j)$	$4e(0{,}3+0{,}4j)(0{,}004-0{,}01j)$ $= e(0{,}0208 - 0{,}0056j)$	$4e(0{,}3-0{,}4j)(0{,}004-0{,}01j)$ $= e(-0{,}0112 - 0{,}0184j)$
Sekundäre Klemmenspannung $\dot{E} = e - \dot{E}_1' =$	$e(0{,}992 + 0{,}02j)$	$e(0{,}9792 + 0{,}0056j)$	$e(1{,}0112 + 0{,}0184j)$
Ausgerechnet wird $E =$	$e\sqrt{0{,}922^2 + 0{,}02^2}$ $= 0{,}992\,e$	$e\sqrt{0{,}9792^2 + 0{,}0056^2}$ $= 0{,}9792\,e$	$e\sqrt{1{,}011^2 + 0{,}0184^2}$ $= 1{,}0114\,e$
Primär induzierte EMK $Ei =$	$20\,e$	$20\,e$	$20\,e$
Primärer Belastungsstrom $\dot{J} = \frac{1}{20}\dot{J}_1 =$	$0{,}1\,e$	$0{,}2\,e(0{,}3 + 0{,}4j)$	$0{,}2\,e(0{,}3 - 0{,}4j)$
Primärer Erregerstrom $\dot{J}_{00} = Ei\,y =$	$e(0{,}3 + 0{,}4j)10^{-3}$	$e(0{,}3 + 0{,}4j)10^{-3}$	$e(0{,}3 + 0{,}4j)10^{-3}$
Primärer Gesamtstrom $\dot{J}_0 = \dot{J}' + \dot{J}_{00} =$	$e(0{,}103 + 0{,}004j)$	$e(0{,}063 + 0{,}084j)$	$e(0{,}063 + 0{,}076j)$
Primäre Impedanzspannung $\dot{E}_0' = Z_0\dot{J}_0 =$	$e(0{,}103 + 0{,}004j)(2 - 5j)$	$e(0{,}063 + 0{,}084j)(2 - 5j)$	$e(0{,}063 - 0{,}076j)(2 - 5j)$
Ausgerechnet $=$	$e(0{,}226 - 0{,}505j)$	$e(0{,}546 - 0{,}147j)$	$e(-0{,}254 - 0{,}467j)$
Primäre Klemmenspannung $\dot{E}_0 = Ei + \dot{E}_0' =$	$e(20{,}226 - 0{,}505j)$	$e(20{,}546 - 0{,}147j)$	$e(19{,}746 - 0.467j)$
Ausgerechnet wird $e_0 =$	$e\sqrt{20{,}226^2 + 0{,}505^2}$ $= 20{,}23\,e$	$e\sqrt{20{,}546^2 + 0{,}147^2}$ $= 20{,}55\,e$	$e\sqrt{19{,}746^2 + 0{,}467^2}$ $= 19{,}75\,e$
oder $e =$	$\frac{e_0}{20{,}23}$	$\frac{e_0}{20{,}55}$	$\frac{e_0}{19{,}75}$
Da $e_0 = 2000$, so wird $e =$	98,85	97,32	101,25
e eingesetzt gibt Sekundärstrom $\dot{J}_1 =$	197,7	$116{,}8 + 155{,}6j$	$121{,}8 - 162j$
Ausgerechnet wird $J_1 =$	197,7	194,6	202,5
Sekundäre Klemmenspannung $\dot{E}_1 =$	$98{,}1 + 2j$	$95{,}3 + 0{,}54j$	$102{,}4 = 1{,}86j$
Ausgerechnet wird $E =$	98,1	95,3	102,4
Primärstrom $\dot{J}_0 =$	$10{,}18 + 0{,}004j$	$6{,}13 + 8{,}17j$	$6{,}38 - 7{,}7j$
Ausgerechnet wird $J_0 =$	10,18	10,22	10,00

und der nacheilende Strom somit

$$i_2 = +16 \text{ Amp. und } \dot{J} = 50 + 16j.$$

c) Bei voller Belastung ist $i_1 = 100$ Amp. und

$$12\,000 = \sqrt{(12\,000 + 50 i_2)^2 + (20 i_2 - 5000)^2},$$

der voreilende Strom also

$$i_2 = -27{,}13 \text{ Amp. und } \dot{J} = 100 - 27{,}13j.$$

15. Belastungscharakteristik einer Fernleitung.

Die Belastungscharakteristiken einer Fernleitung sind die Kurven, welche die Spannung und die Leistung in der Sekundärstation als Funktion von der Stromstärke darstellen, wenn die Primärspannung konstant gehalten wird.

Es sei r der Widerstand und x die Reaktanz der Fernleitung. Die Impedanz $z = \sqrt{r^2 + x^2}$ kann symbolisch bezeichnet werden durch

$$Z = r - jx.$$

Ferner sei E_0 die primär aufgedrückte Spannung.

Wählen wir die Sekundärspannung als Horizontalkomponente im Polardiagramm, so kann diese Spannung mit $\dot{E} = e$ bezeichnet werden.

Bei induktionsfreier Belastung ist der durch die Leitung fließende Strom in Phase mit der Spannung e und kann geschrieben werden $\dot{J} = i$.

Die zur Überwindung der Linienimpedanz $Z = r - jx$ erforderliche EMK ist gleich

$$\dot{E}_1 = Z\dot{J} = (r - jx)i = ri - jxi.$$

Die aufgedrückte Spannung wird also

$$\dot{E}_0 = \dot{E} + \dot{E}_1 = e + ri - jxi$$

oder reduziert

$$E_0 = \sqrt{(e + ri)^2 + x^2 i^2}$$

und die EMK

$$e = \sqrt{E_0^2 - x^2 i^2} - ri.$$

Die Leistung an der Sekundärstation wird:

$$P = ei = i\sqrt{E_0^2 - x^2 i^2} - ri^2.$$

Die Kurve, welche die EMK e als Funktion der Stromstärke darstellt, wird ein Teil einer Ellipse.

Bei offenem Stromkreise ist

$$i = 0,$$

also

$$e = E_0 \quad \text{und} \quad P = 0,$$

wie zu erwarten wäre.

Bei kurzgeschlossenem Stromkreise ist

$$e = 0$$

und also

$$0 = \sqrt{E_0^2 - x^2 i^2} - r i,$$

somit

$$i = \frac{E_0}{\sqrt{r^2 + x^2}} = \frac{E_0}{Z}.$$

Dies ist der maximale Strom, der durch die Fernleitung fließen kann, wenn die Sekundärstation induktionsfrei belastet und die Kapazität der Fernleitung vernachlässigbar klein ist.

Die Bedingung, unter welcher die maximale Leistung durch die Fernleitung übertragen wird, lautet

$$\frac{dP}{di} = 0,$$

d. h.

$$\sqrt{E_0^2 - x^2 i^2} + \frac{{}^1/_2\, i\,(-2\,x^2 i)}{\sqrt{E_0^2 - x^2 i^2}} - 2\,r\,i = 0.$$

Durch Einsetzen von

$$\sqrt{E_0^2 - x^2 i^2} = e + r\,i$$

und

$$e^2 = (r^2 + x^2)\,i^2 = Z^2 i^2$$

wird

$$e = Z i,$$

also

$$\frac{e}{i} = Z.$$

Es ist

$$\frac{e}{i} = r_1$$

der Widerstand oder der effektive Widerstand des sekundären Belastungsstromkreises.

Die Maximalleistung, die durch eine induktive Fernleitung bei konstanter Primärspannung übertragen werden kann, wenn der Belastungsstromkreis induktionsfrei ist, tritt also ein, wenn der Widerstand des Belastungsstromkreises gleich der Impedanz der Fernleitung ist, d. h. wenn

$$r_1 = z.$$

In diesem Falle ist die totale Impedanz des Systemes

$$Z_0 = Z + r_1 = r + z - j x$$

oder

$$z_0 = \sqrt{(r + z)^2 + x^2},$$

der Strom also

$$i_1 = \frac{E_0}{z_0} = \frac{E_0}{\sqrt{(r + z)^2 + x^2}}.$$

Die übertragene Leistung ist

$$P_1 = i_1^2 r_1 = \frac{E_0^2 z}{(r + z)^2 + x^2} = \frac{E_0^2}{2(r + z)},$$

d. h.:

Die Maximalleistung, die durch eine Fernleitung vom Widerstande r und der Reaktanz x übertragen werden kann, ist gleich der zweiten Potenz von der primären Linienspannung, dividiert durch die doppelte Summe von Widerstand und Impedanz der Fernleitung.

Dieser Satz liefert bei $x = 0$ die gewöhnliche Formel

$$P_1 = \frac{E_0^2}{4 r}.$$

Induktive Belastung.

In einem induktiven Belastungsstromkreise mit dem Nacheilungswinkel φ oder mit dem Leistungsfaktor $p = \cos \varphi$ und dem Induktanzfaktor $q = \sin \varphi$ und bei einer Sekundärspannung $\underset{\cdot}{E} = e$ wird der Strom ausgedrückt durch

$$\underset{\cdot}{J} = J(p + j q).$$

Die zur Überwindung der Fernleitungsimpedanz $Z = r - j x$ erforderliche EMK ist also

$$\underset{\cdot}{E_1} = Z \underset{\cdot}{J} = J(p + j q)(r - j x) = J[(r p + x q) + j(r q - x p)].$$

Die Primärspannung ist:

$$\dot{E}_0 = \dot{E} + \dot{E}_1 = [e + J(rp + xq)] + jJ(rq - xp)$$

oder reduziert

$$E_0 = \sqrt{[e + J(rp + xq)]^2 + J^2(rq - xp)^2}$$

und

$$e = \sqrt{E_0^2 - J^2(rq - xp)^2} - J(rp + xq).$$

Die zur Sekundärstation übertragene Leistung ist gleich der EMK mal der Energiekomponente des Stromes, also

$$P = eJp = Jp\sqrt{E_0^2 - J^2(rq - xp)^2} - J^2 p(rp + xq).$$

Also ist die Kurve der EMK e als Funktion vom Strome J wieder ein Teil einer Ellipse.

Bei kurzgeschlossenem Stromkreise ist $e = 0$, dies eingesetzt ergibt

$$J = \frac{E_0}{z},$$

also denselben Wert wie bei induktionsfreier Belastung, was auch selbstverständlich ist.

Die Bedingung, unter welcher die maximale Leistung durch die Fernleitung übertragen wird, lautet

$$\frac{dP}{dJ} = 0.$$

Durch Differentiation und Einsetzen von

$$\sqrt{E_0^2 - J^2(rq - xp)^2} = e + J(rp + xq)$$

wird

$$e^2 = J^2(r^2 + x^2) = J^2 z^2,$$
$$e = Jz$$

oder

$$\frac{e}{J} = z.$$

Es ist

$$z_1 = \frac{e}{i}$$

die Impedanz des Belastungsstromkreises. D. h.:

Die Leistung, die zu einem induktiven Stromkreise durch eine induktive Fernleitung übertragen wird, ist ein Maximum, wenn die Impedanz z_1 des Belastungsstromkreises gleich der Impedanz z der Fernleitung ist.

In diesem Falle ist die Impedanz des Belastungsstromkreises

$$Z_1 = z(p - jq)$$

und die totale Impedanz des Systems

$$\begin{aligned} Z_0 &= Z + Z_1, \\ &= r - jx + z(p - jq), \\ &= (r + pz) - j(x + qz). \end{aligned}$$

Somit ist der Strom

$$J_1 = \frac{E_0}{\sqrt{(r + pz)^2 + (x + qz)^2}}$$

und die Leistung:

$$P_1 = J_1^2 zp = \frac{E_0^2 zp}{(r + pz)^2 + (x + qz)^2} = \frac{E_0^2 p}{2(z + rp + xq)}.$$

Beispiel.

Die Primärspannung einer Kraftübertragungsleitung mit einer Impedanz $Z = r - jx = 20 - 50j$ beträgt 12000 Volt. Wie ändert sich die Spannung und die Leistung in der Sekundärstation bei variabler Stromstärke und induktionsfreier Belastung?

Es sei e die Spannung in der Sekundärstation und i die Stromstärke, die empfangene Leistung also gleich ei.

Die der Fernleitung aufgedrückte Spannung wird dann

$$\begin{aligned} \dot{E}_0 &= e + zi, \\ &= e + ri - jxi \end{aligned}$$

oder, reduziert

$$E_0 = \sqrt{(e + ri)^2 + x^2 i^2}.$$

Da $E_0 = 12000$ Volt, wird

$$\begin{aligned} 12000 &= \sqrt{(e + ri)^2 + x^2 i^2} = \sqrt{(e + 20i)^2 + 2500 i^2}, \\ e &= \sqrt{12000^2 - x^2 i^2} - r . i = \sqrt{12000^2 - 2500 i^2} - 20 i. \end{aligned}$$

Den Maximalstrom bei $e = 0$ erhält man aus

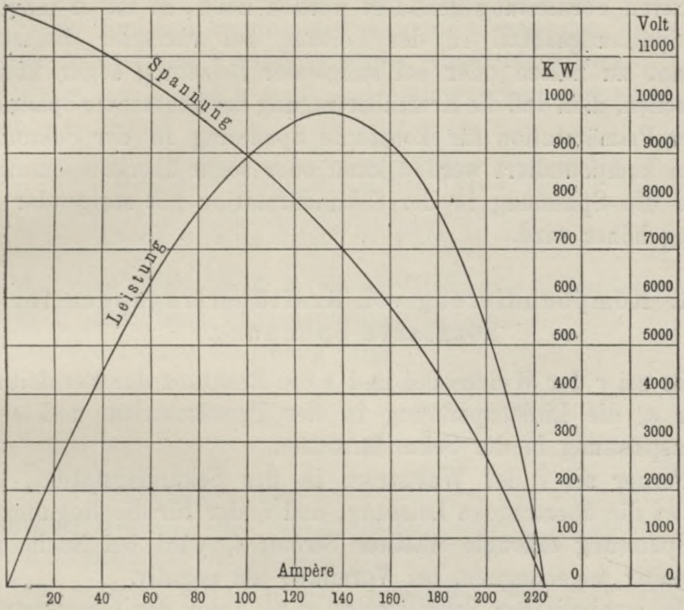
$$0 = \sqrt{12000^2 - 2500 i^2} - 20 i,$$

also

$$i = 223 \text{ Amp.}$$

Durch Einsetzen von verschiedenen Stromstärken in die Gleichung erhält man die in Fig. 33 gezeichneten Kurven. In

Fig. 33.



der folgenden Tabelle sind die erhaltenen Werte tabellarisch zusammengestellt.

i	e	$p = e\,i$
0	12 000	0
20	11 500	230×10^3
40	11 000	440×10^3
60	10 400	624×10^3
80	9 700	776×10^3
100	8 900	890×10^3
120	8 000	960×10^3
140	6 940	971×10^3
160	5 750	920×10^3
180	4 240	764×10^3
200	2 630	526×10^3
220	400	88×10^3
223	0	0

16. Phasenregulierung bei Fernleitungen.

Wenn die Phasenverschiebung in der Sekundärstation einer induktiven Fernleitung geändert werden kann, so ist es möglich, den Spannungsabfall in der Leitung bei variabler Belastung konstant zu halten oder bei steigender Belastung sogar kleiner zu machen, d. h. daß die Kraftübertragung bei konstanter Spannung in der Primärstation für konstante Spannung in der Sekundärstation kompoundiert werden kann oder sogar überkompoundiert, indem die Spannung in der Sekundärstation mit steigender Belastung höher wird.

1. Kompoundierung von Kraftübertragungen für konstante Spannung.

Es sei r der Widerstand und x die Reaktanz der Fernleitung, ferner e_0 die Linienspannung in der Primärstation und e die Linienspannung in der Sekundärstation.

Ferner sei i der Wattstrom in der Sekundärstation, also $P = ei$ die übertragene Leistung, und i_1 der für die Regulierung der Spannung erzeugte wattlose Strom; i_1 wird bei Nacheilung als positiv angenommen, bei Voreilung als negativ.

In symbolischer Schreibweise wird dann der Gesamtstrom:

$$\underset{\cdot}{J} = i + j i_1$$

und die Linienimpedanz

$$Z = r - j x.$$

Folglich ist die zur Überwindung der Linienimpedanz erforderliche EMK

$$\underset{\cdot}{E}_1 = Z \underset{\cdot}{J} = (r - j x)(i + j i_1) = r i + j r i_1 - j x i - j^2 x i_1.$$

Durch Einsetzen von

$$j^2 = -1$$

wird

$$\underset{\cdot}{E}_1 = (r i + x i_1) + j(r i_1 - x i).$$

Somit wird die primäre Klemmenspannung:

$$\underset{\cdot}{E}_0 = e + \underset{\cdot}{E}_1 = (e + r i + x i_1) + j(r i_1 - x i)$$

oder reduziert

$$e_0 = \sqrt{(e + ri + xi_1)^2 + (ri_1 - xi)^2}.$$

Wenn in dieser Gleichung e und e_0 konstant sind, so ist die wattlose Komponente i_1 des Stromes bestimmt als Funktion des Wattstromes i und somit auch der Belastung $e\,i$.

Es kann also entweder e_0 und e gewählt werden, oder man wählt eine von den Spannungen e_0 oder e und den einem gegebenen Wattstrome i entsprechenden wattlosen Strom i_1.

Wenn $i = 0$ und $i_1 = 0$ und e als gegeben angesehen wird, so ist $e_0 = e$ und

$$e = \sqrt{(e + r\,i + x\,i_1)^2 + (r\,i_1 - x\,i)^2}$$

oder

$$2\,e(r\,i + x\,i_1) + (r^2 + x^2)(i^2 - i_1^2) = 0.$$

Wie man sieht, muß in dieser Gleichung i_1 immer negativ sein, d. h. der Strom Phasenvoreilung haben.

Aus der letzten Gleichung folgt

$$i_1 = \frac{e\,x \pm \sqrt{e^2\,x^2 - 2\,e\,r\,i\,z^2 - i^2\,z^4}}{z^2}.$$

Dieser Gleichung entsprechend muß also der wattlose Strom i_1 so variiert werden, daß die Spannung $e = e_0$ konstant bleibt, ohne Rücksicht auf die Belastung.

Der wattlose Strom i_1 wird imaginär, wenn der Ausdruck unter der Wurzel negativ wird. Dieser Grenzfall tritt ein, wenn:

$$e^2\,x^2 - 2\,e\,r\,i\,z^2 - i^2\,z^4 = 0$$

oder

$$i = \frac{e\,(z - r)}{z^2}.$$

In diesem Punkte ist die übertragene Leistung

$$P = e\,i = \frac{e^2(z - r)}{z^2}.$$

Dies ist die maximale Leistung, die ohne Spannungsabfall in der Leitung übertragen werden kann. Der Wattstrom ist hierbei:

$$i = \frac{e\,(z - r)}{z^2}.$$

Da der Wurzelausdruck gleich Null wird, so wird der entsprechende wattlose Strom

$$i_1 = -\frac{e\,x}{z^2}$$

und das Verhältnis zwischen dem wattlosen und dem Wattstrom oder die Tangente des Phasenverschiebungswinkels in der Sekundärstation somit

$$tg\,\varphi_1 = \frac{i_1}{i} = -\frac{x}{z-r}.$$

Die übertragene Leistung wird größer, wenn $e_0 > e$ gewählt wird, kleiner, wenn $e_0 < e$ ist. Im letzteren Falle hat der Strom i_1 immer Voreilung, im ersteren Falle hat i_1 Nacheilung bei Leerlauf, wird gleich Null bei einer zwischenliegenden Belastung und voreilend bei höherer Belastung.

Wenn die Linienimpedanz $Z = r - jx$ und die Sekundärspannung e, sowie der Wattstrom i_0, bei welchem der wattlose Strom gleich Null werden soll, gegeben sind, so ist die Primärspannung der Leitung bestimmt durch die Gleichung:

$$e_0 = \sqrt{(e + ri + xi_1)^2 + (ri_1 - xi)^2}.$$

Durch Einsetzen von

$$i_1 = 0 \quad \text{und} \quad i = i_0$$

wird

$$e_0 = \sqrt{(e + ri_0)^2 + x^2 i_0^2}.$$

Wenn man diesen Wert in die allgemeine Gleichung

$$e_0 = \sqrt{(e + ri + xi_1)^2 + (ri_1 - xi)^2}$$

einführt, so erhält man als Gleichung zwischen i und i_1

$$(e + ri_0)^2 + x^2 i_0^2 = (e + ri + xi_1)^2 + (ri_1 - xi)^2.$$

Wenn bei konstanter Primärspannung e_0 bei Leerlauf

$$i = 0, \quad e = e_0, \quad i_1 = q$$

und bei Belastung

$$i = i_0, \quad e = e_0, \quad i_1 = 0,$$

so erhält man durch Einsetzen:

Bei Leerlauf

$$e_0 = \sqrt{(e_0 + xq)^2 + x^2 q^2}.$$

Bei Belastung i_0

$$e_0 = \sqrt{(e_0 + ri_0)^2 + r^2 i_0^2}.$$

Also ist

$$(e_0 + x q)^2 + x^2 q^2 = (e_0 + r i_0)^2 + r^2 i_0^2$$

und hieraus

$$q^2 (r^2 + x^2) + 2 q x e_0 = i_0^2 (r^2 + x^2) + 2 i_0 r e_0.$$

Diese Gleichung liefert q als Funktion von i_0, e_0, r und x.

Wenn nun der wattlose Strom i_1 als lineare Funktion vom Wattstrom i variiert, wie es der Fall ist, wenn die Kompoundierung durch rotierende Umformer mit Nebenschluß- und Hauptschlußwickelung erreicht wird, so ist

$$i_1 = \frac{(i_0 - i)}{i_0} q.$$

Setzt man diesen Wert in die allgemeine Gleichung ein:

$$(e_0 + r i_0)^2 + x^2 i_0^2 = (e + r i + x i_1)^2 + (r i_1 - x i)^2,$$

so erhält man e als Funktion von i, d. h. die Sekundärspannung als Funktion von der Belastung bei konstanter Primärspannung und $e = e_0$ bei Leerlauf

$$i = 0, \quad i_1 = q,$$

sowie $e = e_0$ für Belastung

$$i = i_0, \quad i_1 = 0.$$

Zwischen $i = 0$ und $i = i_0$ ist $e > e_0$ und der Strom hat Nacheilung.

Über $i = i_0$ ist $e < e_0$ und der Strom hat Voreilung.

Die Abweichung der Spannung e von e_0 wird verkleinert, d. h. die Regulierung verbessert durch den Einfluß der Spannungsvariation auf die Apparate der Sekundärstation, die den wattlosen Strom erzeugen, und durch die magnetische Sättigung in diesen Apparaten.

2. Überkompoundierung von Kraftübertragungen.

Die Linienspannung in der Primärstation wurde im Vorhergehenden gefunden zu:

$$e_0 = \sqrt{(e + r i + x i_1)^2 + (r i_1 - x i)^2}.$$

Wenn die Linienspannung e in der Sekundärstation proportional dem Wattstrome i steigen soll, so wird

$$e = e_1 + a i.$$

Es ist also

$$e_0 = \sqrt{[e_1 + (a+r)i + xi_1]^2 + (ri_1 - xi)^2}.$$

Hieraus bekommen wir auf demselben Wege wie im vorhergehenden die charakteristischen Kurven der Kraftübertragung.

Wenn $e_0 = e_1$, so ist $i_1 = 0$ bei Leerlauf und voreilend bei Belastung. Wenn $e_0 < e_1$ ist, so ist i_1 immer voreilend und die maximal übertragene Leistung kleiner als im vorhergehenden Falle.

Wenn $e_0 > e_1$ ist, so ist i_1 nacheilend bei Leerlauf, wird Null bei irgend einer zwischenliegenden Belastung und wird bei höherer Belastung voreilend. Die maximal übertragene Leistung ist größer als bei $e_0 = e_1$.

Je größer a ist, desto kleiner ist die maximal übertragene Leistung bei demselben e_0 und e_1.

Je größer e_0 ist, desto größer ist auch die maximal übertragene Leistung bei demselben e_1 und a, aber desto größer ist gleichzeitig auch der nacheilende Strom bei Leerlauf (oder desto kleiner der vorauseilende Strom).

Beispiele.

1. Eine Fernleitung mit der Impedanz $Z = r - jx = 10 - 20j$ hat eine konstante primäre Linienspannung e_0. Die Spannung in der Sekundärstation soll 10 000 Volt sowohl bei Leerlauf als bei der Vollbelastung von 75 Amp. Wattstrom betragen. Der wattlose Strom in der Sekundärstation wird proportional der Belastung vergrößert, so daß derselbe bei Leerlauf nacheilt, bei der Vollbelastung von 75 Amp. gleich Null und darüber vorauseilt. Wie groß muß die primäre Linienspannung e_0 sein und wie groß ist die sekundäre Linienspannung e bei $^1/_2$, $^2/_3$ und $1^1/_3$ der Vollbelastung?

Es sei $\dot{J} = i_1 + j\,i_2$ der Strom und $\dot{E} = e$ die Spannung in der Sekundärstation. Die primäre Linienspannung wird somit:

$$\begin{aligned}
\dot{E}_0 &= e + Z\dot{J}, \\
&= e + (r - jx)(i_1 + j\,i_2), \\
&= (e + r\,i_1 + x\,i_2) + j(r\,i_2 - x\,i_1), \\
&= (e + 10\,i_1 + 20\,i_2) + j(10\,i_2 - 20\,i_1)
\end{aligned}$$

oder reduziert

$$e_0^2 = (e + r\,i_1 + x\,i_2)^2 + (r\,i_2 - x\,i_1)^2,$$
$$= (e + 10\,i_1 + 20\,i_2)^2 + (10\,i_2 - 20\,i_1)^2.$$

Durch Einsetzen von

$$i_1 = 75, \quad i_2 = 0 \quad \text{und} \quad e = 10\,000$$

erhält man:

$$e_0^2 = 10\,750^2 + 1500^2 = 117{,}81 \,.\, 10^6.$$

Die Linienspannung in der Primärstation wird also

$$e_0 = 10\,860 \text{ Volt.}$$

Durch Einsetzen von

$$i_1 = 0, \quad e = 10\,000, \quad e_0 = 10\,860, \quad i_2 = q$$

erhält man

$$117{,}81 \,.\, 10^6 = (10\,000 + 20\,q)^2 + 100\,q^2$$
$$= 100 \,.\, 10^6 + 400\,q \,.\, 10^3 + 500\,q^2$$

und hieraus

$$1{,}25\,q^2 \,.\, 10^{-3} + q - 44{,}525 = 0.$$

Die Lösung dieser Gleichung liefert $q = 42{,}3$ Amp. wattlosen nacheilenden Strom bei Leerlauf.

Aus

$$e_0^2 = (e + r\,i_1 + x\,i_2)^2 + (r\,i_2 - x\,i_1)^2$$

folgt, daß

$$e = \sqrt{e_0^2 - (r\,i_2 - x\,i_1)^2} - (r\,i_1 + x\,i_2)$$

oder

$$e = \sqrt{117{,}81 \,.\, 10^6 - (10\,i_2 - 20\,i_1)^2} - (10\,i_1 + 20\,i_2).$$

Durch Einführung der verschiedenen Werte von i_1 und i_2 erhält man die entsprechenden Spannungen e.

i_1	i_2	e
0	42,3	10 000
25	28,2	10 038
50	14,1	10 038
75	0	10 000
100	— 14,1	9 922
125	— 28,2	9 803

2. Eine Fernleitung mit der Impedanz $Z = r - jx = 10 - 10j$ hat eine konstante primäre Linienspannung e_0. Die Spannung in der Sekundärstation soll 10000 Volt sowohl bei Leerlauf als auch bei einer Vollbelastung von 100 Amp. Wattstrom betragen. Bei Volllast soll der Gesamtstrom in Phase mit der Spannung in der Sekundärstation sein, während bei Leerlauf ein nacheilender Strom von 50 Amp. zugelassen wird. Wieviel Zusatzreaktanz x_0 muß eingeschaltet werden, und wie groß muß die primäre Linienspannung e_0 sein, und wie groß wird die sekundäre Linienspannung bei $^1/_2$ Belastung und $1^1/_2$ der Volllast, wenn der wattlose Strom proportional mit der Belastung variiert?

Es sei x_0 die in den Stromkreis eingeschaltete Zusatzreaktanz und $\dot{J} = i_1 + j i_2$ der Strom.

Es ist dann

$$e_0^2 = (e + r i_1 + x_1 i_2)^2 + (r i_2 - x_1 i_1)^2$$
$$= (e + 10 i_1 + x_1 i_2)^2 + (10 i_2 - x_1 i_1)^2,$$

wo

$$x_1 = x + x_0$$

die totale Reaktanz des Stromkreises zwischen e und e_0 bedeutet.

Bei Leerlauf ist

$$i_1 = 0, \quad i_2 = 50 \quad \text{und} \quad e = 10000.$$

Durch Einsetzen dieser Werte erhält man

$$e_0^2 = (10000 + 50 x_1)^2 + 250000.$$

Bei Volllast ist

$$i_1 = 100, \quad i_2 = 0 \quad \text{und} \quad e = 10000.$$

Dies eingesetzt gibt:

$$e_0^2 = 121 \,.\, 10^6 + 10000\, x_1^2.$$

Es ist also

$$(10000 + 50 x_1)^2 + 250000 = 121 \,.\, 10^6 + 10000\, x_1^2$$

und es wird

$$x_1 = 66{,}5 \pm 40{,}8 = \begin{cases} 107{,}3 \\ 25{,}7 \end{cases}.$$

Hieraus

$$x_0 = x_1 - x = \begin{cases} 97{,}3 \\ 15{,}7 \end{cases} \text{Ohm Zusatzreaktanz.}$$

Durch Einsetzung von $x_1 = 25{,}7$ erhält man

$$e_0^2 = (e + 10\,i_1 + 25{,}7\,i_2)^2 + (10\,i_2 - 25{,}7\,i_1)^2.$$

Bei Volllast ist

$$i_1 = 100,\ i_2 = 0 \text{ und } e = 10\,000.$$

Durch Einführung dieser Werte erhält man

$$e_0^2 = 121 \,.\, 10^6 + 6{,}605 \,.\, 10^6 = 127{,}605 \,.\, 10^6.$$

Die primäre Linienspannung

$$e_0 = 11\,300 \text{ Volt.}$$

Aus

$$e = \sqrt{e_0^2 - (10\,i_2 - 25{,}7\,i_1)^2} - (10\,i_1 + 25{,}7\,i_2)$$

folgt, daß

$$e = \sqrt{127{,}605 \,.\, 10^6 - (10\,i_2 - 25{,}7\,i_1)^2} - (10\,i_1 + 25.7\,i_2).$$

Durch Einsetzung von verschiedenen Werten für i_1 und i_2 erhält man e.

i_1	i_2	e
0	50	10 000
50	25	10 105
100	0	10 000
150	— 25	9 658

3. In einem Stromkreise, dessen Spannung zwischen 1800 und 2200 Volt, also um 20 Proz. variiert, ist ein Synchronmotor mit einer inneren Impedanz $Z_0 = r_0 - j\,x_0 = 0{,}5 - 5\,j$ durch eine Drosselspule mit der Impedanz $Z_1 = r_1 - j\,x_1 = 0{,}5 - 10\,j$ angeschlossen. Der Synchronmotor läuft leer als Kompensator, d. h. als Generator wattloser Ströme. Wie wird die Spannung e_1 an den Klemmen des Synchronmotors als Funktion von e_0 variieren, wenn die Erregung konstant oder, was dasselbe bedeutet, die Gegen-EMK konstant $e = 2000$ Volt bleibt bei Leerlauf und bei einer Belastung von $i = 100$ Amp. Wattstrom, und wie groß ist der wattlose Strom im Synchronmotor?

Es sei $\dot{J} = i_1 + j i_2$ der Strom im Belastungsstromkreise mit der Spannung e_1. Von diesem Strome $\dot{J}$ fließt $j i_2$ im Synchronmotor mit der Gegen-EMK e und es ist somit

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= e + Z_0 j i_2 \\ &= e + x_0 i_2 + j r_0 i_2 \end{aligned}$$

oder reduziert

$$e_1^2 = (e + x_0 i_2)^2 + r_0^2 i_2^2.$$

Primär ist die Spannung

$$\begin{aligned} \dot{E}_0 &= \dot{E}_1 + \dot{J} Z_1 \\ &= e + x_0 i_2 + j r_0 i_2 + (i_1 + j i_2)(r_1 - j x_1) \\ &= [e + r_1 i_1 + (x_0 + x_1) i_2] + j[(r_0 + r_1) i_2 - x_1 i_1] \end{aligned}$$

oder reduziert

$$e_0^2 = [e + r_1 i_1 + (x_0 + x_1) i_2]^2 + [(r_0 + r_1) i_2 - x_1 i_1]^2.$$

Durch Einführung der oben angegebenen Werte von r_0 und x_0 in die Gleichungen für e_1^2 und e_0^2 erhält man:

Bei Leerlauf ($i_1 = 0$):

$$\begin{aligned} e_1^2 &= (e + 5 i_2)^2 + 0{,}25 i_2^2 \\ e_0^2 &= (e + 15 i_2)^2 + i_2^2. \end{aligned}$$

Bei Volllast ($i_1 = 100$):

$$\begin{aligned} e_1^2 &= (e + 5 i_2)^2 + 0{,}25 i_2^2 \\ e_0^2 &= (e + 50 + 15 i_2)^2 + (i_2 - 1000)^2. \end{aligned}$$

Durch Einsetzung von $e = 2000$ wird:

Bei Leerlauf ($i_1 = 0$):

$$\begin{aligned} e_1^2 &= (2000 + 5 i_2)^2 + 0{,}25 i_2^2 \\ e_0^2 &= (2000 + 15 i_2)^2 + i_2^2. \end{aligned}$$

Bei Volllast ($i_1 = 100$):

$$\begin{aligned} e_1^2 &= (2000 + 5 i_2)^2 + 0{,}25 i_2^2 \\ e_0^2 &= (2050 + 15 i_2)^2 + (i_2 - 1000)^2. \end{aligned}$$

Durch jeweiliges Einsetzen von $e_0 = 1800$, 1900, 2000, 2100 und 2200 Volt erhält man die Werte von i_2, welche, in die

Gleichung für e_1^2 eingeführt, die entsprechenden Werte von e_1 liefern. Diese Werte sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt:

$e = 2000$				
e_0	Leerlauf i_2	$i_1 = 0$ e_1	Volllast i_2	$i_1 = 100$ e_1
1800	— 13,3	1937	— 39	1810
1900	— 7,08	1965	— 30,1	1850
2000	0	2000	— 22	1865
2100	+ 6,7	2035	— 13,5	1935
2200	+ 13,3	2074	— 6,5	1970

In dem lokalen Stromkreise, der durch den synchronen Kompensator beeinflußt und von dem Hauptstromkreise mit der schwankenden Spannung durch Reaktanz getrennt ist, erscheinen, wie man sieht, die Spannungsschwankungen nur in einem bedeutend verminderten Grade, und können durch Veränderung der Erregung des synchronen Kompensators vollkommen eliminiert werden.

17. Impedanz und Admittanz.

In Gleichstromkreisen ist das Ohmsche Gesetz das wichtigste. Dasselbe lautet:

$$i = \frac{e}{r}$$

oder

$$e = i r$$

oder

$$r = \frac{e}{i},$$

wo e diejenige Spannung ist, die in einem Widerstande r den Strom i erzeugt.

In Wechselstromkreisen können durch den Durchgang eines Stromes i durch einen Widerstand r zusätzliche EMKe erzeugt werden. Wenn man daher das Ohmsche Gesetz

$$i = \frac{e}{r}$$

auf Wechselstromkreise anwenden will, so bedeutet e die gesamte EMK, die aus der aufgedrückten Spannung und allen von dem Strome erzeugten EMKen resultiert.

Solche Gegen-EMKe können von Induktion wie Selbstinduktion oder gegenseitiger Induktion, von Kapazität oder von chemischer Polarisation herrühren.

Die Gegen-EMK der Selbstinduktion oder die EMK, welche von dem Magnetfelde des Wechselstromes i erzeugt wird, wird von einer Größe, der Reaktanz x_0, dargestellt, die dieselbe Dimension wie der Widerstand r hat und ebenfalls in Ohm gemessen wird.

Die EMK zur Überwindung der Reaktanz x ist senkrecht zum Strome, die EMK zur Überwindung des Widerstandes r ist in Phase mit dem Strome.

Die Reaktanz und der Widerstand liefern durch Zusammensetzung die Impedanz

$$z = \sqrt{r^2 + x^2}$$

oder in symbolischer (Vektor-)Darstellung

$$Z = r - j x.$$

Im allgemeinen kann in einem Wechselstromkreise mit der Stromstärke i die EMK e in zwei Komponenten aufgelöst werden, und zwar in eine Wattkomponente e_1, die mit dem Strome in Phase ist, und in eine wattlose Komponente e_2 senkrecht zum Strome.

Die Größe

$$\frac{e_1}{i} = \frac{\text{Watt-EMK oder EMK in Phase mit dem Strome}}{\text{Strom}} = r_1$$

wird der effektive Widerstand genannt.

Die Größe

$$\frac{e_2}{i} = \frac{\text{Wattlose EMK oder EMK senkrecht auf dem Strome}}{\text{Strom}} = x_1$$

nennt man die effektive Reaktanz des Stromkreises.

Ferner nennt man die Größe

$$z_1 = \sqrt{r_1^2 + x_1^2}$$

oder in symbolischer Darstellung

$$Z_1 = r_1 - j x_1$$

die Impedanz des Stromkreises.

Wenn Effekt in dem Stromkreise nur durch den Ohmschen Widerstand r verbraucht wird und die Gegen-EMK nur durch Selbstinduktion erzeugt wird, so ist der effektive Widerstand r_1 der wahre oder Ohmsche Widerstand r und die effektive Reaktanz x_1 die wahre oder selbstinduktive Reaktanz x.

Mit Hilfe der Ausdrücke effektiver Widerstand, effektive Reaktanz und Impedanz kann das Ohmsche Gesetz für Wechselstromkreise in folgender Form geschrieben werden:

$$i = \frac{e}{z_1} = \frac{e}{\sqrt{r_1^2 + x_1^2}}$$

oder

$$e = i z_1 = i \sqrt{r_1^2 + x_1^2}$$

oder

$$z_1 = \sqrt{r_1^2 + x_1^2} = \frac{e}{i} \cdot$$

In symbolischer oder Vektordarstellung schreibt man

$$\underset{\cdot}{J} = \frac{\underset{\cdot}{E}}{Z_1} = \frac{\underset{\cdot}{E}}{r_1 - j x_1}$$

oder

$$\underset{\cdot}{E} = \underset{\cdot}{J} Z_1 = \underset{\cdot}{J}(r_1 - j x_1)$$

oder

$$Z_1 = r_1 - j x_1 = \frac{\underset{\cdot}{E}}{\underset{\cdot}{J}} \cdot$$

In der letzteren Form drückt das Ohmsche Gesetz nicht nur die Größe, sondern auch das Phasenverhältnis der Ströme und Spannungen aus.

Es ist

$e_1 = i r_1$ die Wattkomponente der EMK,
$e_2 = i x_1$ die wattlose Komponente der EMK.

Statt des Ausdrucks Impedanz

$$z = \frac{e}{i}$$

mit den Komponenten Widerstand und Reaktanz kann man auch den reciproken Wert

$$\frac{i}{e} = \frac{1}{z}$$

einführen. Diese Größe nennt man Admittanz.

Die Komponenten der Admittanz werden Konduktanz und Susceptanz genannt.

Wenn man den Strom i in eine Wattkomponente i_1 in Phase mit der EMK und in eine wattlose Komponente i_2 senkrecht zur EMK zerlegt, so nennt man die Größe

$$\frac{i_1}{e} = \frac{\text{Wattstrom, oder Strom in Phase mit der EMK}}{\text{EMK}} = g$$

die Konduktanz.

Die Größe

$$\frac{i_2}{e} = \frac{\text{Wattloser Strom, oder Strom senkrecht zur EMK}}{\text{EMK}} = b$$

wird die Susceptanz des Stromkreises genannt.

Die Konduktanz repräsentiert den Strom, der in Phase mit der EMK ist, oder den Wattstrom, die Susceptanz den Strom senkrecht zur EMK oder den wattlosen Strom.

Durch Zusammensetzung von Konduktanz und Susceptanz erhält man die Admittanz

$$y = \sqrt{g^2 + b^2}$$

oder in symbolischer oder Vektordarstellung

$$Y = g + jb.$$

Das Ohmsche Gesetz kann also in folgender Form geschrieben werden:

$$i = ey = e\sqrt{g^2 + b^2}$$

oder

$$e = \frac{i}{y} = \frac{i}{\sqrt{g^2 + b^2}}$$

oder

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \frac{i}{e}\cdot$$

In symbolischer oder Vektordarstellung schreibt man

$$\dot{J} = \dot{E}Y = \dot{E}(g + jb)$$

oder

$$\underset{\cdot}{E} = \frac{\underset{\cdot}{J}}{\underset{\cdot}{Y}} = \frac{\underset{\cdot}{J}}{g + jb}$$

oder

$$Y = g + jb = \frac{\underset{\cdot}{J}}{\underset{\cdot}{E}}.$$

Es ist

$i_1 = eg$ die Wattkomponente des Stromes,
$i_2 = eb$ die wattlose Komponente des Stromes.

Je nach den Umständen kann die Verwendung der Ausdrücke Impedanz, Widerstand und Reaktanz oder Admittanz, Konduktanz und Susceptanz bequemer sein.

Da die gesamte EMK in einer Anzahl hintereinander geschalteter Stromkreise in symbolischer Darstellung gleich der Summe der einzelnen EMKe ist, so kann man folgenden Satz aufstellen:

In einer Anzahl hintereinander geschalteter Stromkreise ist die gesamte Impedanz in symbolischer Ausdrucksweise die Summe der Impedanzen der einzelnen hintereinander geschalteten Stromkreise.

Da der Gesamtstrom in einer Anzahl parallel geschalteter Stromkreise in symbolischer Darstellung gleich der Summe der einzelnen Ströme ist, so kann man folgenden Satz aufstellen:

In einer Anzahl parallel geschalteter Stromkreise ist die gesamte Admittanz in symbolischer Ausdrucksweise die Summe der Admittanzen der einzelnen parallel geschalteten Stromkreise.

Es ist also bei Hintereinanderschaltung die Verwendung des Ausdruckes Impedanz, bei Parallelschaltung die Verwendung des Ausdruckes Admittanz im allgemeinen bequemer.

In symbolischer Schreibweise ist

$$Y = \frac{1}{Z}$$

oder

$$Z\,Y = 1,$$

d. h.

$$(r - jx)(g + jb) = 1.$$

Hieraus folgt, daß

$$(rg + xb) + j(rb - xg) = 1,$$

d. h.

$$rg + xb = 1$$
$$rb - xg = 0.$$

Es wird also

$$r = \frac{g}{g^2 + b^2} = \frac{g}{y^2}$$
$$x = \frac{b}{g^2 + b^2} = \frac{b}{y^2}$$
$$g = \frac{r}{r^2 + x^2} = \frac{r}{z^2}$$
$$b = \frac{x}{r^2 + x^2} = \frac{x}{z^2}$$

oder absolut

$$y = \frac{1}{z}$$
$$zy = 1$$
$$(r^2 + x^2)(g^2 + b^2) = 1.$$

Hierbei kann die Admittanz mit ihren Komponenten der Konduktanz und Susceptanz aus der Impedanz und ihren Komponenten, der Reaktanz und dem Widerstand abgeleitet werden und umgekehrt.

Wenn $x = 0$, so ist $z = r$ und $g = \frac{1}{r}$, d. h. g ist in einem induktionsfreien Stromkreise der reziproke Wert des Widerstandes. Dies ist aber in einem induktiven Stromkreise nicht der Fall.

Beispiele.

In einem Zweiphasen-Induktionsmotor ist bei einer Klemmenspannung $e = 110$ Volt pro Phase der Strom bei Stillstand

$$\underset{\bullet}{J_0} = i_1 + j i_2 = 100 + 100 j.$$

Das Drehmoment wird hierbei mit T_0 bezeichnet.

Die zwei Phasen werden hintereinander geschaltet und mit einem Einphasenwechselstrom von 220 Volt Spannung gespeist. Die eine Phase wird außerdem durch einen Kondensator von 1 Ohm Kapazitätsreaktanz in den Nebenschluß gelegt.

Wie groß ist unter diesen Umständen das Anlaufdrehmoment T des Motors, verglichen mit dem Drehmoment T_0 bei Speisung mit Zweiphasenstrom, und wie groß ist das relative Drehmoment pro Volt-Ampère der aufgenommenen Leistung, wenn das Drehmoment proportional dem Produkt der Klemmenspannungen der zwei Stromkreise und dem Sinus des Phasenverschiebungswinkels zwischen denselben ist?

In dem Zweiphasenmotor ist das Drehmoment

$$T_0 = a e^2 = 12\,100\, a,$$

wo a eine Konstante ist.

Die aufgenommene Leistung in Voltampère beträgt:

$$Q_0 = 2\, e \sqrt{i_1^2 + i_2^2} = 31\,200.$$

Somit wird „der scheinbare Wirkungsgrad des Stators" oder das Drehmoment pro Voltampère der aufgenommenen Leistung

$$t_0 = \frac{T_0}{Q_0} = 0{,}388\, a.$$

Die Admittanz pro Motorstromkreis ist

$$Y = \frac{\dot{J}}{\dot{e}} = 0{,}91 + 0{,}91\, j$$

und die Impedanz:

$$Z = \frac{e}{\dot{J}} = \frac{110}{100 + 100\, j} = \frac{110\,(100 - 100\, j)}{(100 + 100 j)(100 - 100 j)}$$
$$= 0{,}55 - 0{,}55 j.$$

Die Admittanz des Kondensators ist

$$Y_0 = -j,$$

mithin die gesamte Admittanz des Stromkreises mit dem parallel geschalteten Kondensator:

$$Y_1 = Y + Y_0 = 0{,}91 + 0{,}91 j - j = 0{,}91 - 0{,}09\, j$$

und somit die Impedanz

$$Z_1 = \frac{1}{Y_1} = \frac{1}{0{,}91 - 0{,}09\, j} = \frac{0{,}91 + 0{,}09\, j}{0{,}91^2 + 0{,}09^2} = 1{,}09 + 0{,}11 j.$$

Die gesamte Impedanz der zwei hintereinander geschalteten Stromkreise

$$Z_2 = Z + Z_1$$
$$= 0{,}55 - 0{,}55j + 1{,}09 + 0{,}11j$$
$$= 1{,}64 - 0{,}44j.$$

Bei einer Klemmenspannung $e = 220$ Volt wird also der Strom

$$\underset{\cdot}{J} = i_1 + j\,i_2 = \frac{e}{Z_2} = \frac{220}{1{,}64 - 0{,}44j}$$
$$= \frac{220\,(1{,}64 + 0{,}44j)}{1{,}64^2 + 0{,}44^2}$$
$$= 125 + 33{,}5j$$

oder reduziert

$$J = \sqrt{125^2 + 33{,}5^2} = 129{,}4 \text{ Amp.}$$

Die aufgenommene Leistung in Voltampère ist somit

$$Q = eJ = 220 \,.\, 129{,}4 = 28\,470.$$

Die Spannungen, die auf die zwei Motorstromkreise wirken, sind

$$\underset{\cdot}{E_1} = \underset{\cdot}{J} Z_1 = (125 + 33{,}5j)(1{,}09 + 0{,}11j) = 132{,}8 + 50{,}4j$$

bezw.

$$\underset{\cdot}{E'} = \underset{\cdot}{J} Z = (125 + 33{,}5j)(0{,}55 - 0{,}55j) = 87{,}2 - 50{,}4j.$$

Die Phasen derselben sind somit

$$tg\ \varphi_1 = -\frac{50{,}4}{132{,}8} = -0{,}30, \quad \text{also} \quad \varphi_1 = -21^0,$$
$$tg\ \varphi' = +\frac{50{,}4}{87{,}2} = +0{,}579, \quad \text{also} \quad \varphi^1 = +30^0$$

und die Phasendifferenz wird:

$$\varphi = \varphi' - \varphi_1 = 51^0.$$

Die absoluten Werte dieser Spannungen sind

$$e_1 = \sqrt{132{,}8 + 50{,}4^2} = 141{,}5 \text{ Volt},$$
$$e' = \sqrt{87{,}2^2 + 50{,}4^2} = 100{,}7 \text{ Volt}$$

und somit das Drehmoment

$$T = a\,e_1\,e' \sin\varphi - 11\,100\,a.$$

Der scheinbare Wirkungsgrad des Stators wird:

$$t = \frac{T . 11\,000\, a}{Q \times 28\,470} = 0{,}39\, a.$$

Das relative Drehmoment mit dem Zweiphasenmotor verglichen ist somit

$$\frac{T}{T_0} = \frac{11\,100\, a}{12\,100\, a} = 0{,}92.$$

Das relative Drehmoment pro Voltampère oder der relative Wirkungsgrad des Stators ist

$$\frac{t}{t_0} = \frac{0{,}39\, a}{0{,}388\, a} = 1{,}005.$$

2. Ein Generator mit einer synchronen Impedanz

$$Z_0 = r_0 - j x_0 = 0{,}6 - 60 j$$

speist durch eine Fernleitung mit einer Impedanz

$$Z_1 = r_1 - j x_1 = 12 - 18 j$$

und einer Kapazitätssusceptanz 0,003 eine Sekundärstation mit induktionsfreier Belastung. Die Felderregung wird konstant gehalten und entspricht einer nominell induzierten EMK

$$e_0 = 12\,000 \text{ Volt.}$$

Wie wird die Spannung e in der Sekundärstation und die Spannung e_1 an den Generatorklemmen mit der Belastung variieren, wenn die Leitungskapazität durch einen in der Mitte quer über die Leitung geschalteten Kondensator repräsentiert wird?

Es sei $\underset{\cdot}{J} = i$ der Strom in der Sekundärstation, in Phase mit der EMK $\underset{\cdot}{E} = e$.

Die Spannung in der Mitte der Leitung ist

$$\begin{aligned} \underset{\cdot}{E}_2 &= \underset{\cdot}{E} + \frac{Z_1}{2} \underset{\cdot}{J} \\ &= e + 6 i - 9 i j. \end{aligned}$$

Die Kapazitätssusceptanz der Leitung ist in symbolischer Schreibweise $Y = - 0{,}003 j$, der Ladungsstrom also

$$\begin{aligned} \dot{J}_2 &= \dot{E}_2 Y = -0{,}003 j(e + 6i - 9ij) \\ &= -0{,}027 i - j(0{,}003 + 0{,}018 i) \end{aligned}$$

und der Gesamtstrom:

$$\dot{J}_1 = \dot{J} + \dot{J}_2 = 0{,}973 i - j(0{,}003 e + 0{,}018 i).$$

Die primäre Linienspannung wird somit:

$$\begin{aligned} \dot{E}_1 &= \dot{E}_2 + \frac{Z_1}{2} \dot{J}_1 \\ &= e + 6i - 9ij + (6 - 9j)[0{,}973 i - j(0{,}003 e + 0{,}018 i)] \\ &= (0{,}973 e + 11{,}68 i) - j(17{,}87 i + 0{,}018 e) \end{aligned}$$

und die nominell induzierte EMK des Generators

$$\begin{aligned} \dot{E}_0 &= \dot{E}_1 + Z_0 \dot{J}_1 \\ &= (0{,}973 e + 11{,}68 i) - j(17{,}87 i + 0{,}018 e) + (0{,}6 - 60 j) \\ &\quad \times [0{,}973 i - j(0{,}003 e + 0{,}018 i)] \\ &= (0{,}793 e + 11{,}18 i) - j(76{,}26 i + 0{,}02 e). \end{aligned}$$

Durch Reduktion und Einsetzen von $e_0 = 12\,000$ Volt erhält man:

$$144 . 10^6 = (0{,}793 e + 11{,}18 i)^2 + (76{,}26 i + 0{,}02 e)^2.$$

Es ist also

$$\begin{aligned} e^2 + 33 e i + 9450 i^2 &= 229 . 10^6 \\ e &= -16{,}5 i + \sqrt{229 . 10^6 - 9178 i^2} \end{aligned}$$

und

$$e_1 = \sqrt{(0{,}973 e + 11{,}68 i)^2 + (17{,}87 i + 0{,}018 e)^2}.$$

Bei $i = 0$ wird:

$$e = 15\,133 \text{ Volt} \quad \text{und} \quad e_1 = 14\,700 \text{ Volt}.$$

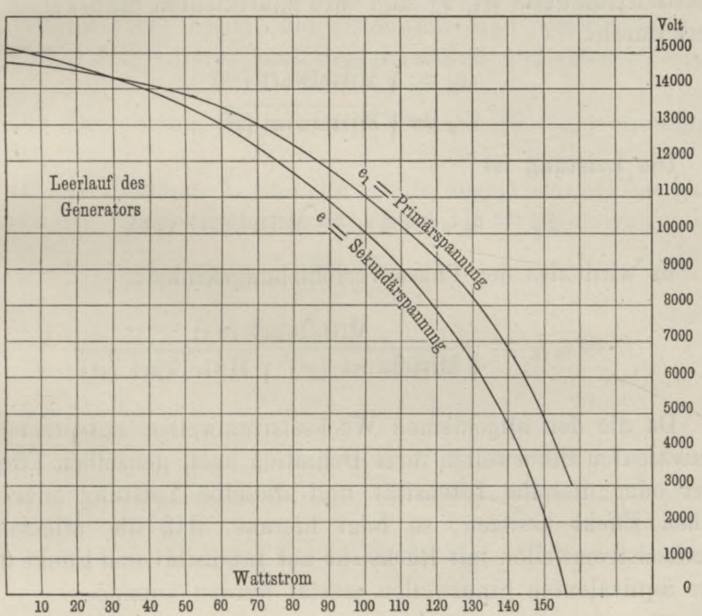
Bei $e = 0$ wird:

$$i = 155{,}6 \quad \text{und} \quad e_1 = 3327 \text{ Volt}.$$

Durch Einsetzen der verschiedenen Werte für i erhält man die in der folgenden Tabelle angegebenen Werte für e und e_1, die in Fig. 34 graphisch aufgetragen sind.

i	e	e_1	i	e	e_1
0	15 133	14 700	100	10 050	11 100
25	14 488	14 400	125	7 188	8 800
50	13 525	13 800	150	2 325	4 840
75	12 063	12 730	155,6	0	3 327

Fig. 34.



18. Äquivalente Sinuswellen.

In den vorhergehenden Abschnitten ist angenommen worden, daß die Wechselstromwellen Sinusform besitzen, und sämtliche Berechnungen stützten sich auf diese Annahme.

Die allgemeine Wechselstromwelle ist indessen nie eine vollkommene und häufig nicht einmal angenähert eine Sinuswelle.

Eine Sinuswelle, die denselben Effektivwert wie eine allgemeine Wechselstromwelle besitzt, d. h. dieselbe Quadratwurzel der mittleren Quadrate der Momentanwerte hat, wird eine der allgemeinen Wechselstromwelle entsprechende „äquivalente Sinuswelle" genannt. Diese Sinuswelle stellt denselben Effekt dar wie die allgemeine Welle.

Das Phasenverhältnis oder der Phasenverschiebungswinkel zwischen zwei Wechselstromwellen von verschiedener Form ist unbestimmt.

Die äquivalenten Sinuswellen haben indessen ein bestimmtes Phasenverhältnis, und zwar dasjenige, welches denselben Effekt wie die allgemeine Welle liefert, d. h. denselben Mittelwert $(e\,i)$.

Wenn also e die EMK und $i =$ der Strom einer allgemeinen Wechselstromwelle ist, so sind ihre äquivalenten Sinuswellen definiert durch:

$$e_0 = \sqrt{\text{Mittelwert } (e^2)}$$
$$i_0 = \sqrt{\text{Mittelwert } (i^2)}.$$

Die Leistung ist

$$p_0 = e_0\, i_0 \cos e_0\, i_0 = \text{Mittelwert } (e\, i).$$

Es wird also der Phasenverschiebungswinkel:

$$\cos e_0\, i_0 = \frac{\text{Mittelwert } (e\, i)}{\sqrt{\text{Mittelwert } (e^2)}\, \sqrt{\text{Mittelwert } (i^2)}}.$$

Da die den allgemeinen Wechselstromwellen entsprechenden äquivalenten Sinuswellen ihrer Definition nach denselben Effektivwert oder dieselbe Intensität und dieselbe Leistung oder denselben Effekt besitzen, so folgt hieraus, daß die allgemeinen Wechselstromwellen mit Rücksicht auf Intensität und Effekt durch ihre äquivalenten Sinuswellen ersetzt werden können.

Wenn wir die im Vorhergehenden behandelten Wechselströme als äquivalente Sinuswellen betrachten, welche allgemeine Wechselstromwellen darstellen, so können die gemachten Untersuchungen auf jeden Wechselstromkreis angewendet werden, ganz unabhängig von der Wellenform.

Der Gebrauch der Bezeichnungen Reaktanz, Impedanz u. s. w. setzt voraus, daß die Wellen Sinusform besitzen, oder durch eine äquivalente Sinuswelle ersetzt werden können.

Praktisch liefern alle Meßinstrumente für Wechselstromwellen, wie Ampèremeter, Voltmeter, Wattmeter u. s. w., nicht die allgemeinen Wechselstromwellen, sondern die entsprechenden äquivalenten Sinuswellen. Eine Ausnahme bilden die Methoden zur Bestimmung von Momentanwerten.

Beispiel.

In einem Wechselstromtransformator mit 25 Perioden in der Sekunde und 1000 Volt primärer Klemmenspannung ist die Zahl der primären Windungen 500, die Länge des magnetischen Stromkreises 50 cm. Der Eisenquerschnitt soll so gewählt werden, daß die maximale Induktion $\mathfrak{B} = 15\,000$ ist.

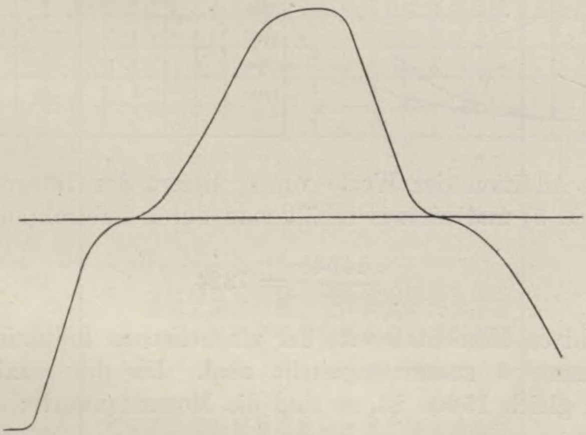
Die bei dieser Induktion auftretende Hysteresisschleife ist in Fig. 36 (a. f. S.) und Tabelle II (a. S. 122) dargestellt.

Welche Form besitzt die Stromwelle und welches sind die der EMK, dem Strome und dem Kraftfluß äquivalenten Sinuswellen?

Die Berechnung ist in der Tabelle I (S. 121) zusammengestellt.

In der Kolumne 1 sind die Grade angegeben. (Eine ganze Periode der Sinuswelle entspricht 360°.) In der Kolumne 2 sind

Fig. 35.



die aus der Fig. 35 entnommenen entsprechenden relativen Werte e der momentanen Spannungen angegeben.

In der Kolumne 3 sind die Quadrate von e aufgeführt. Die Summe derselben ist 24 939, das mittlere Quadrat somit gleich

$$\frac{24\,939}{18} = 1385{,}5$$

und der Effektivwert

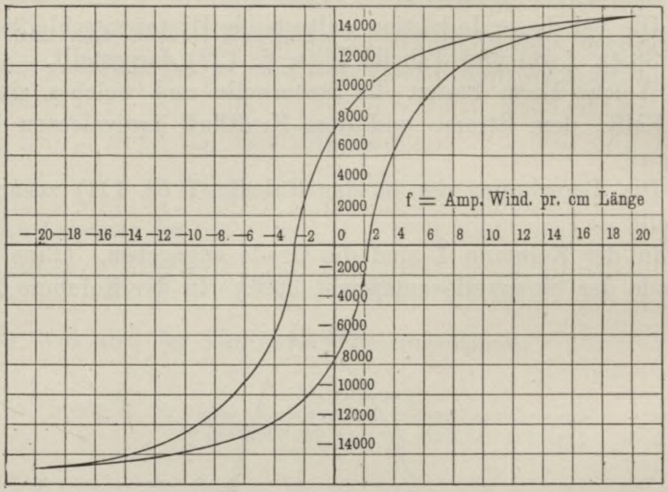
$$e' = \sqrt{1385{,}5} = 37{,}22.$$

Da der Effektivwert der primären Klemmenspannung gleich 1000 Volt ist, so sind die Momentanwerte

$$e_0 = e' \frac{1000}{3722},$$

die in Kolumne 4 enthalten sind.

Fig. 36.



Die Addition der Werte von e_0 liefert das Integral von e_0 (Kolumne 5) und hieraus erhält man durch Subtraktion von

$$\frac{14\,648}{2} = 7324$$

die relativen Momentanwerte der magnetischen Induktion B', die in Kolumne 6 zusammengestellt sind. Da die maximale Induktion gleich 15 000 ist, so sind die Momentanwerte:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{B}' \frac{15\,000}{7324} \text{ (Kolumne 7).}$$

Von der Hysteresisschleife in Fig. 36 sind die der magnetischen Induktion $\mathfrak{B}$ entsprechenden Werte der magnetisierenden Kraft f genommen und in Kolumne 8 aufgeführt. In Kolumne 9 sind die Momentanwerte der MMK $\mathfrak{F} = lf$ zusammengestellt, wo $l = 50$ cm die Länge des magnetischen Stromkreises bedeutet.

Der in Kolumne 10 aufgeführte Erregerstrom ist

$$i = \frac{\mathfrak{F}}{n},$$

Tabelle I.

(1) Grad	(2) e	(3) e^2	(4) $e' \frac{1000}{37{,}22} = e_0$	(5) Σe_0	(6) $\Sigma e_0 - 7{,}324 = B'$	(7) $B' \frac{15\,000}{7324} = B$	(8) f aus der Hysteresisschleife	(9) $50 f = F$	(10) $\frac{F}{500} = i$	(11) i^2	(12) $p = i e_0$
0	0	0	0	0	— 7324	— 15 000	— 20	— 1000	— 2,00	4,00	0
10	1	1	27	27	— 7296	— 14 950	— 19,5	— 975	— 1,95	3,80	— 53
20	3,5	12	94	121	— 7203	— 14 800	— 18	— 900	— 1,80	3,24	— 169
30	8	64	216	337	— 6987	— 14 300	— 14,3	— 715	— 1,43	2,04	— 308
40	14	196	377	714	— 6610	— 13 550	— 10	— 500	— 1,00	1,00	— 377
50	22	484	591	1 305	— 6019	— 12 350	— 5,5	— 275	— 0,55	0,30	— 325
60	31	961	835	2 140	— 5184	— 10 600	— 2,3	— 115	— 0,23	0,05	— 191
70	41	1681	1100	3 240	— 4084	— 8 370	— 2	— 10	— 0,02	0,00	— 22
80	50	2500	1345	4 585	— 2739	— 5 600	+ 1,0	+ 50	+ 0,10	0,01	+ 134
90	55	3025	1480	6 065	— 1259	— 2 580	+ 1,9	+ 95	+ 0,19	0,04	+ 281
100	57	3249	1535	7 600	+ 276	+ 570	+ 2,6	+ 130	+ 0,26	0,07	+ 398
110	58	3364	1560	9 160	+ 1736	+ 3 550	+ 3,3	+ 165	+ 0,33	0,11	+ 514
120	58	3364	1560	10 720	+ 3396	+ 6 970	+ 4,5	+ 225	+ 0,45	0,20	+ 700
130	56	3136	1508	12 228	+ 4904	+ 10 050	+ 6,6	+ 330	+ 0,66	0,44	+ 995
140	43	1849	1155	13 383	+ 6059	+ 12 400	+ 10,0	+ 500	+ 1,00	1,00	+ 1155
150	29	841	780	14 163	+ 6839	+ 14 000	+ 14,2	+ 710	+ 1,42	2,02	+ 1108
160	14	196	377	14 540	+ 7216	+ 14 800	+ 18,8	+ 940	+ 1,88	3,53	+ 710
170	4	16	108	14 648	+ 7324	+ 15 000	+ 20,0	+ 1000	+ 2,00	4,09	+ 216
180	0	0	0	14 648	+ 7324	+ 15 000					
		$\Sigma = 24\,939$								25,85	$\Sigma = 4766$

$$\text{Mittelwert } e^2 = \frac{24\,939}{18} = 1385{,}5$$

$$e' = e_{eff} = \sqrt{1385{,}5} = 37{,}22.$$

$$\text{Mittelwert } i^2 = \frac{25{,}85}{18} = 1{,}436; \quad p' = \text{Mittelwert } p = \frac{4766}{18} = 264{,}8$$

$$i' = i_{eff} = \sqrt{1{,}436} = 1{,}198.$$

Tabelle II.

f	$\mathfrak{B}$	f	$\mathfrak{B}$
0	$\pm$ 8000	12	+ 13 900 + 13 200
2	+ 10 400 — 2 500	14	+ 14 200 + 13 800
4	+ 11 700 + 5 800	16	+ 14 500 + 14 300
6	+ 12 400 + 9 300	18	+ 14 800 + 14 700
8	+ 13 000 + 11 200	20	+ 15 000
10	+ 13 500 + 12 400		

wo $n = 500$ die Windungszahl des elektrischen Stromkreises bedeutet.

In Kolumne 11 sind die Quadrate der Momentanwerte des Erregerstromes aufgeführt. Die Summe ist 25,85, also das mittlere Quadrat

$$\frac{25{,}85}{18} = 1{,}436$$

und der Effektivwert des Erregerstromes

$$i' = \sqrt{1{,}436} = 1{,}198 \text{ Amp.}$$

Kolumne 12 enthält die Momentanwerte der Leistung $p = i e_0$. Die Summe ist 4766, also die mittlere Leistung

$$p' = \frac{4766}{18} = 264{,}8.$$

Da

$$p' = e_0' . i' \cos \varphi,$$

wo e_0' und i' die äquivalenten Sinuswellen der EMK bezw. des Stromes und φ der Phasenverschiebungswinkel, so erhält man durch Einsetzen der numerischen Werte von p, e' und i'

$$264{,}8 = 1000 . 1{,}198 \cos \varphi,$$

also

$$\cos \varphi = 0{,}2365$$
$$\varphi = 76{,}3^0$$

und der hysteretische Voreilungswinkel

$$\beta = 90^0 - \varphi = 13{,}7^0.$$

Fig. 37.

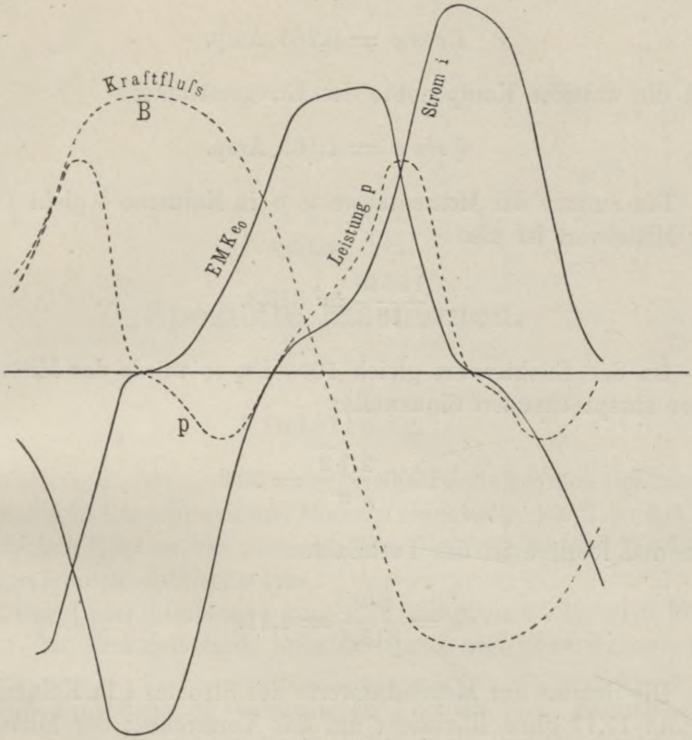
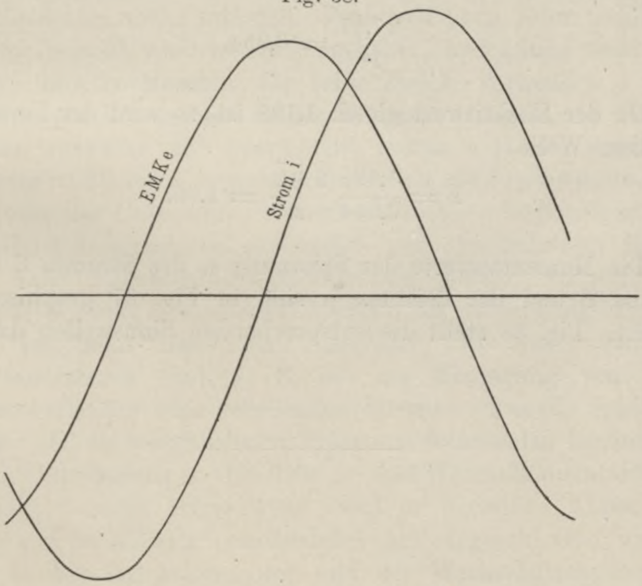


Fig. 38.



Die Wattkomponente des Erregerstromes ist dann

$$i' \cos \varphi = 0{,}283 \text{ Amp.}$$

und die wattlose Komponente des Erregerstromes

$$i' \sin \varphi = 1{,}165 \text{ Amp.}$$

Die Summe der Momentanwerte e_0 in Kolumne 4 giebt 14648, der Mittelwert ist also

$$\frac{14648}{18} = 813{,}8.$$

Da der Effektivwert gleich 1000 ist, so würde der Mittelwert einer entsprechenden Sinuswelle:

$$1000 \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 904$$

sein und folglich ist der Formfaktor

$$k = \frac{904}{813{,}8} = 1{,}11.$$

Die Summe der Momentanwerte des Stromes i in Kolumne 10 ergiebt 17,17 ohne Rücksicht auf das Vorzeichen; der Mittelwert ist also

$$\frac{17{,}17}{18} = 0{,}954.$$

Da der Effektivwert gleich 1,198 ist, so wird der Formfaktor für diese Welle

$$k = \frac{1{,}198}{0{,}954} \frac{2\sqrt{2}}{\pi} = 1{,}06.$$

Die Momentanwerte der Spannung e_0 des Stromes i, der Induktion $\mathfrak{B}$ und der Leistung p sind in Fig. 37 graphisch dargestellt. Fig. 38 stellt die entsprechenden Sinuswellen dar.

Zweiter Teil.

Spezielle Maschinen.

Einleitung.

Nach der Richtung der übertragenen Energie hat man elektrische Maschinen in Generatoren und Motoren eingeteilt. Nach der Art des elektrischen Effektes hat man zwischen Gleichstrom- und Wechselstrommaschinen unterschieden.

Diese Unterabteilungen sind aber mit dem wachsenden Fortschritt der Elektrotechnik unbefriedigend und unzureichend geworden.

Die Einteilung in Generatoren und Motoren gründet sich nicht auf eine charakteristische Eigenschaft der Maschinen und ist infolgedessen nicht rationell. Praktisch kann jeder Generator als Motor benutzt werden und umgekehrt, und häufig sieht man eine und dieselbe Maschine für beide Zwecke verwendet.

Wenn ein Unterschied in der Konstruktion gemacht wird, so ist dieser entweder nur quantitativ, indem z. B. ein Synchronmotor eine viel höhere Armaturreaktanz als ein Synchrongenerator erhält, oder der Unterschied besteht aus kleinen Änderungen, z. B. wenn Gleichstrommotoren gewöhnlich nur eine entweder Hauptstrom- oder Nebenschlußmagnetwicklung haben, während bei Generatoren häufig Kompoundwicklungen zur Anwendung kommen. Ferner hat man Maschinen eingeführt, die weder Motoren, noch Generatoren sind, z. B. die zur Erzeugung von wattlosen nacheilenden oder voreilenden Strömen dienende Synchronmaschine und die verschiedenen Typen von rotierenden Umformern.

Die Unterteilung in Gleichstrom- und Wechselstrommaschinen ist deswegen nicht befriedigend, weil in derselben Klasse Maschinen von vollständig verschiedener Art eingeschlossen werden, wie z. B. der Induktionsmotor und der Wechselstromgenerator, oder die Kommutatormaschine für konstante Spannung und die gleichrichtende Bogenlichtmaschine.

Die folgende Einteilung, welche sich auf die charakteristischen Eigenschaften der Maschinen gründet, ist von der Normalien-Kommission der American Institution of Electrical Engineers angenommen worden und wird auch in diesem Buche zur Verwendung kommen. Dieselbe umfaßt nur Maschinen zur Umwandlung von elektrischer Energie in elektrische bezw. mechanische Energie und umgekehrt:

1. Kommutatormaschinen, bestehend aus einem immer gleichgerichteten Magnetfelde und einer geschlossenen Ankerwicklung, die mit einem mehrteiligen Kommutator in Verbindung steht.

2. Synchrone Maschinen, bestehend aus einem immer gleichgerichteten Magnetfelde und einem Anker, der relativ zum Magnetfelde mit einer Geschwindigkeit rotiert, die synchron mit der Periodenzahl des dem Anker zugeführten Wechselstromes ist.

3. Gleichrichter, d. h. Maschinen, welche die Richtung eines Wechselstromes synchron mit der Periodenzahl umkehren.

4. Induktionsmaschinen, bestehend aus einem oder mehreren magnetischen, mit zwei oder mehreren elektrischen Stromkreisen verketteten Wechselfeldern, die sich relativ zueinander bewegen.

5. Stationäre Induktionsapparate, bestehend aus einem magnetischen, mit einem oder mehreren elektrischen Stromkreisen verketteten Stromkreis.

6. Elektrostatische und elektrolytische Apparate, wie z. B. Kondensatoren und Polarisationszellen.

Apparate, welche eine elektrische Energieform in eine andere transformieren, sind definiert worden als:

Transformatoren, wenn der magnetische Kraftfluß als vermittelnde Energieform benutzt wird, und

Rotierende Umformer, wenn das mechanische Moment als vermittelnde Energieform benutzt wird.

Die Transformatoren sind in der Regel stationäre Apparate, die rotierenden Umformer, wie schon der Name sagt, rotierende Apparate. Motorgeneratoren zur Umwandlung von elektrischer Energie mittels mechanischer, wieder in elektrische Energie mit Hilfe von zwei getrennten Maschinen sind nicht unter rotierende Umformer zu rechnen, selbst wenn die zwei Maschinen in einer Konstruktion kombiniert sind.

1. Kommutatormaschinen sind als Generatoren gewöhnlich zur Erzeugung einer konstanten Spannung für Bahnen, Beleuchtungsanlagen oder für allgemeine Verteilung gebaut. Nur selten sind sie für angenähert konstante Leistung zu elektrometallurgischen Zwecken, oder für angenähert konstanten Strom zur Hintereinanderschaltung von Glühlampen oder Bogenlampen bestimmt. Als Motoren haben die Kommutatormaschinen angenähert konstante Tourenzahl, wenn sie als Nebenschlußmaschinen gebaut sind, oder großes Anzugsmoment, wenn sie als Hauptstrommotoren gebaut sind.

Wenn diese Maschinen in einem Stromkreise in Serie geschaltet und so reguliert werden, daß sie eine mit der Belastung des Systems variierende Spannung liefern, werden sie Zusatzmaschinen genannt und sind Generatoren, wenn sie die Spannung erhöhen, Motoren, wenn sie dieselbe erniedrigen.

Kommutatormaschinen können als Gleichstromtransformatoren zur Übertragung der Energie von einer zu der anderen Seite eines Dreileitersystems verwendet werden.

2. Kommutatormaschinen haben fast immer ein feststehendes Magnetsystem und einen rotierenden Anker. Synchrone Maschinen haben dagegen entweder ein stillstehendes Magnetfeld und einen rotierenden Anker oder einen stillstehenden Anker und ein rotierendes Feld, oder sie sind als Induktormaschinen mit stillstehendem Anker und stillstehender Magnetwicklung, aber mit rotierendem Magnetfeld gebaut.

Die synchronen Maschinen werden nach der Zahl und Art der mit ihnen verbundenen Wechselstromkreise in Einphasen- und Mehrphasenmaschinen eingeteilt. Als Generatoren umfassen sie praktisch alle Ein- und Mehrphasenwechselstromgeneratoren, als Motoren hingegen eine sehr wichtige Klasse von Maschinen, die Synchronmotoren, welche im allgemeinen für größere Leistungen vorgezogen werden, besonders wo häufiges Anhalten und Anlaufen und ein großes Anzugsmoment nicht erforderlich ist. Synchronmaschinen können als Kompensatoren zur Erzeugung von wattlosen Strömen benutzt werden. Diese wattlosen Ströme sind nacheilend bei Untererregung, voreilend bei Übererregung. Ferner können die synchronen Maschinen als Phasenumformer benutzt werden, indem man einen mehrphasigen Synchronmotor mit nur zwei Klemmen an einen Einphasenstromkreis anschließt. Die wichtigste Klasse von Umformern sind indessen die synchronen Kommutatormachinen, die deswegen im folgenden in einem besonderen Abschnitte behandelt werden sollen.

Die synchronen Kommutatormaschinen bestehen aus einem immer gleichgerichteten Magnetfelde und einer geschlossenen Ankerwicklung, die gleichzeitig an einem mehrteiligen Gleichstromkommutator und durch Schleifringe an einem gewöhnlich mehrphasigen Wechselstromkreise angeschlossen sind. Diese Maschinen können also entweder Wechselstrom aufnehmen und Gleichstrom abgeben, oder Gleichstrom aufnehmen und Wechselstrom abgeben. In beiden Fällen werden sie rotierende Umformer genannt. Auch können sie, mechanisch angetrieben, sowohl Gleichstrom als Wechselstrom abgeben und werden in diesem Falle Doppelgeneratoren genannt; oder man kann die Wirkung als Motor und Generator mit der Wirkung als rotierender Umformer verbinden. Ein synchroner Umformer, der als Synchronmotor einen gewissen Betrag von mechanischer Leistung abgibt, ist z. B. eine ganz gewöhnliche Kombination.

3. Gleichrichtermaschinen sind Apparate, die mit Hilfe eines synchronrotierenden Gleichrichterkommutators die aufeinander folgenden halben Wellen eines ein- oder mehrphasigen Wechselstromes den Stromverbrauchern in der gleichen Richtung zusenden.

Die wichtigste Klasse dieser Apparate sind die Bogenlichtmaschinen mit offener Wicklung, welche die gleichgerichtete EMK bei angenähert konstanter Stromstärke bei der Thomson-Houston-Bogenlichtmaschine in einer sterngeschalteten Dreiphasenarmatur und bei der Brush-Bogenlichtmaschine als eine zweiphasige EMK erzeugen.

4. Induktionsmaschinen werden gewöhnlich als ein- oder mehrphasige Motoren verwendet. In diesem Falle arbeiten sie mit einer praktisch konstanten Tourenzahl, die bei steigender Belastung ein wenig abnimmt.

Die Periodenzahl der von den Induktionsmaschinen als Generatoren erzeugten EMK weicht von der der Rotation entsprechenden Periodenzahl ab und ist niedriger als dieselbe. Der Betrieb derselben beruht auf der Phasenverschiebung im äußeren Stromkreise.

Als Phasenumformer können Induktionsmaschinen in derselben Weise wie Synchronmaschinen verwendet werden.

Die wichtigste Verwendung neben derjenigen als Motoren ist indessen die als Periodenzahlumformer, für Umwandlung eines primären Mehrphasensystems in ein sekundäres Mehrphasensystem mit einer anderen Periodenzahl. In diesem Falle wird mechanische Energie erzeugt, wenn die Periodenzahl verringert wird, und mechanische Energie verbraucht, wenn die Periodenzahl erhöht wird.

5. Die wichtigsten stationären Induktionsapparate sind die Transformatoren, die aus zwei elektrischen Stromkreisen bestehen, welche mit demselben magnetischen Kraftfluß verkettet sind. Wenn man denselben elektrischen Stromkreis ganz oder teilweise primär und sekundär verwendet, so wird der Transformator ein Kompensator oder Autotransformator genannt. Wenn man den Transformator in Serie mit einem Wechselstromkreise schaltet und zur Änderung der Spannung einrichtet, so wird derselbe ein Spannungsregulator oder Zusatztransformator (Booster) genannt. Die sekundäre Spannungsänderung kann entweder durch Änderung des Verhältnisses zwischen der primären und sekundären Windungszahl, oder durch magnetische oder elektrische Änderung der gegenseitigen Induktion zwischen dem primären und sekundären Stromkreis erreicht werden. Stationäre Induktionsapparate mit nur einem elektrischen Stromkreise, die zur Erzeugung von wattlosen nacheilenden Strömen verwendet werden, heißt man Drosselspulen.

6. Kondensatoren und Polarisationszellen erzeugen wattlose voreilende Ströme, die letzteren indessen mit einem sehr niedrigen Wirkungsgrad, während der Wirkungsgrad der Kondensatoren ein sehr hoher ist, häufig über 99 Proz., d. h. der Energieverlust ist kleiner als 1 Proz. der scheinbaren zugeführten Voltampère.

Zu dieser Einteilung kann man noch die unipolare Maschine hinzufügen, in welcher ein Leiter ein Magnetfeld in gleichmäßiger Weise schneidet. Diese Maschinen haben aber keinen praktischen Wert erlangt.

Es gibt bekanntlich auch Apparate, die elektrische Energie in andere Energieformen umwandeln, welche weder elektrische noch mechanische Energie sind. Eine Umwandlung von elektrischer in chemische Energie oder umgekekrt geschieht z. B. in den Primärelementen und Akkumulatorbatterien, sowie in der elektrolytischen Zelle. Eine Umwandlung von Wärmeenergie in elektrische Energie findet in der Thermosäule statt und der umgekehrte Prozeß geht in den elektrischen Heizapparaten und Schmelzöfen vor sich. Endlich erfolgt die Umwandlung von elektrischer Energie in Lichtenergie in den Glühlampen und Bogenlampen.

A. Synchronmaschinen.

I. Allgemeines.

Die Synchronmaschinen bilden die wichtigste Klasse von Wechselstromapparaten. Dieselbe umfaßt die ein- und mehrphasigen Wechselstromgeneratoren, die Synchronmotoren, die Phasenkompensatoren, die Erregermaschinen für asynchrone Generatoren, d. h. Synchronmaschinen, welche zur Erzeugung von wattlosen nacheilenden oder voreilenden Strömen dienen, und die rotierenden Umformer. Die letzteren verbinden die Eigenschaften einer Kommutatormaschine mit denen einer Synchronmaschine und werden deswegen getrennt behandelt

In den Synchronmaschinen sind die Klemmenspannung und die induzierte EMK synchron mit der Umdrehungsgeschwindigkeit, d. h. sie haben dieselbe Periodenzahl wie diese.

Die Synchronmaschinen bestehen aus einer Armatur, in welcher die EMK durch die Rotation relativ zu einem Magnetfelde induziert wird, und aus einem gleichgerichteten Magnetfelde, das entweder durch Gleichstrom, oder durch phasenverschobene Armaturströme, oder durch permanente Magnete erregt wird.

Die Formel für die Induktion in Synchronmaschinen ist

$$E = 4{,}44\, c\, w\, \Phi\, 10^{-8},$$

wo w die Zahl der mit dem Kraftfluß Φ verketteten und in Serie geschalteten Armaturwindungen ist, c die Periodenzahl und E die in den Armaturwindungen induzierte EMK.

Diese Formel setzt voraus, daß die Welle der EMK Sinusform besitzt. Wenn die Wellenform der EMK von der Sinuslinie abweicht, so ist die EMK

$$E = 4\, k\, c\, w\, \Phi\, .\, 10^{-8},$$

wo k der Formfaktor der Welle ist, d. h. das Verhältnis zwischen Effektivwert und Mittelwert der Welle.

Der Formfaktor k ist von der Wellenform der induzierten EMK abhängig. Die Wellenform der in einem einzelnen Leiter an der Armaturoberfläche induzierten EMK ist identisch mit der Wellenform der Feldintensitätskurve und wird näher in dem Abschnitt über Kommutatormaschinen behandelt werden. Die Welle der gesamten EMK ist die Summe der EMK-Wellen in den einzelnen Leitern, geometrisch zusammengesetzt unter den richtigen Phasenverschiebungswinkeln, entsprechend der relativen Lage derselben auf der Armaturoberfläche.

In einer sterngeschalteten Dreiphasenmaschine (Y-Schaltung) ist die Spannung zwischen zwei Klemmen oder die verkettete Klemmenspannung

$$E = E_0 \cdot \sqrt{3},$$

wenn E_0 die Spannung pro Phase bedeutet, da diese — zwischen zwei Klemmen in Serie geschalteten — Phasenspannungen um 60^0 gegeneinander phasenverschoben sind ($\sqrt{3} = 2 \cos 60^0$).

In einer Dreiphasenmaschine mit Dreieckschaltung (△-Schaltung) ist die Klemmenspannung gleich der Phasenspannung.

In einer Dreiphasenmaschine mit Sternschaltung ist der Phasenstrom gleich dem Strome, der von jeder Klemme abgegeben wird, oder gleich dem Linienstrome.

In einer Dreiphasenmaschine mit Dreieckschaltung ist der von jeder Klemme abgegebene Strom (der Linienstrom)

$$J = J_0 \sqrt{3},$$

wo J_0 der Phasenstrom ist.

In einem Dreiphasensystem muß man also zwischen Phasenstrom und Linienstrom und zwischen Phasenspannung und Linienspannung (verkettete Spannung) unterscheiden. Das Verhältnis zwischen diesen ist gleich $1 : \sqrt{3}$.

Wenn von Strom und Spannung in einem Dreiphasensystem die Rede ist, so ist in der Regel mit Strom immer der Linienstrom und mit Spannung immer die Linienspannung gemeint.

II. Die EMKe in Synchronmaschinen.

In einer Synchronmaschine haben wir zwischen Klemmenspannung E, wirklich induzierter EMK E_1, virtuell induzierter EMK E_2 und nominell induzierter EMK E_0 zu unterscheiden.

Die wirklich induzierte EMK E_1 ist diejenige EMK, die in den Armaturwindungen der Wechselstrommaschine von dem mit den Windungen verketteten resultierenden Kraftfluß, d. h. von dem Kraftfluß, der durch das Ankereisen geht, induziert wird.

Diese EMK E_1 ist gleich der Resultante der Klemmenspannung und derjenigen EMK, welche zur Überwindung des Armaturwiderstandes erforderlich ist, beide unter dem richtigen Phasenverschiebungswinkel zusammengesetzt. Es ist also:

$$E_1 = E + Jr,$$

wo J den Ankerstrom und r den effektiven Ankerwiderstand bedeutet.

Die virtuell induzierte EMK E_2 ist die EMK, welche von demjenigen Kraftfluß induziert werden würde, der von den Magnetpolen erzeugt wird, oder mit anderen Worten von dem Kraftfluß, der von der Resultante der MMK der Felderregung und der Armaturreaktion erzeugt wird. Da der Kraftfluß, der von der Armatur erzeugt wird, oder der von der Selbstinduktion der Armatur herrührende Kraftfluß sich mit dem von den Magnetpolen erzeugten Kraftfluß zu einem resultierenden Kraftfluß zusammensetzt, so folgt hieraus, daß nicht der ganze von den Magnetpolen herrührende Kraftfluß durch die Armatur gehen kann. Die virtuell induzierte EMK und die wirklich induzierte EMK unterscheiden sich voneinander um die EMK der Armaturselbstinduktion. Die virtuell induzierte EMK sowohl als die in der Armatur durch Selbstinduktion induzierte EMK existieren aber in der Wirklichkeit nicht, sondern sind nur angenommene Komponenten der wirklichen oder resultierenden EMK E_1.

Die virtuell induzierte EMK ist:

$$E_2 = E_1 + Jx,$$

wo x die selbstinduktive Armaturreaktanz und Jx die zur Überwindung der Selbstinduktion erforderliche EMK ist. Jx muß mit der wirklich induzierten EMK E_1 unter dem richtigen Phasenverschiebungswinkel zusammengesetzt werden.

Die nominell induzierte EMK E_0 ist die EMK, welche von der Felderregung induziert werden würde, wenn weder Selbstinduktion noch Armaturreaktion vorhanden wären und wenn die Eisensättigung dieselbe wäre, wie sie der wirklich induzierten EMK entspricht. Die nominell induzierte EMK E_0 hat keinen entsprechenden Kraftfluß und existiert überhaupt nicht, sondern ist nur eine gedachte Größe, die aber sehr brauchbar für die Untersuchung von Wechselstrommaschinen ist, da dieselbe mit Hilfe einer (gedachten) Selbstinduktion oder Synchronreaktanz x_0 die Zusammensetzung von Armaturreaktion und Selbstinduktion zu einer einzigen Wirkung gestattet.

Die nominell induzierte EMK würde die Klemmenspannung bei Leerlauf und einer der Vollbelastung entsprechenden Erregung sein, wenn die Magnetisierungskurve eine gerade Linie wäre.

Die Synchronreaktanz x_0 ist somit eine Größe, welche die Armaturreaktion und die Selbstinduktion einer Wechselstrommaschine verbindet. Sie ist die einzige Größe, die leicht experimentell bestimmt werden kann, indem man die Wechselstrommaschine mit erregtem Felde kurzgeschlossen arbeiten läßt. Wenn in diesem Falle J_0 der Strom, W_0 der Effektverlust in der Armaturwicklung ist und E_0 die EMK, welche der Felderregung bei offenem Stromkreis entsprechen würde, so ist die synchrone Impedanz

$$z_0 = \frac{E_0}{J_0}$$

und der effektive Widerstand (Ohmscher Widerstand mit Berücksichtigung der Wirbelströme)

$$r_0 = \frac{W_0}{J_0^2}.$$

Die Synchronreaktanz wird somit

$$x_0 = \sqrt{z_0^2 - r_0^2}.$$

In dieser Eigenschaft liegt die Bedeutung des Ausdruckes „nominell induzierte EMK" E_0. Es ist also

$$E_0 = E_1 + Jx_0,$$

wo E_1 und Jx_0 unter richtigem Phasenverschiebungswinkel zusammengesetzt werden müssen.

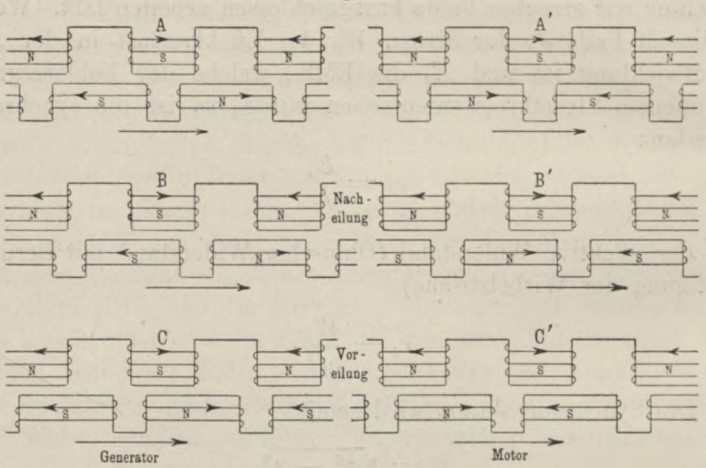
In mehrphasigen Maschinen gelten diese Betrachtungen für jede einzelne Phase.

III. Ankerrückwirkung.

Der Kraftfluß in dem Magnetfelde einer belasteten Wechselstrommaschine wird von der resultierenden MMK des Erreger- und Ankerstromes erzeugt. Diese resultierende MMK ist von der Phasenverschiebung des Ankerstromes abhängig. Die von dem Erregerstrome induzierte (nominelle) EMK erreicht ein Maximum, wenn die Ankerspulen die Stellung in der Mitte zwischen zwei Magnetpolen einnehmen, wie bei A und A' in Fig. 39 (a. f. S.).

Ist der Ankerstrom mit der nominell induzierten EMK in Phase, so erreicht er sein Maximum ebenfalls in der nämlichen Lage A, A' der Ankerspulen, wie diese EMK. Bei einem Generator (A) verstärkt deshalb in dieser Stellung der Ankerstrom einer Spule den Kraftfluß des vorhergehenden Magnetpoles und schwächt den Kraftfluß des folgenden; bei einem Synchronmotor (A') dagegen wird der auf die Spule folgende Magnetpol ver-

Fig. 39.



stärkt und der vorhergehende geschwächt (weil die Umdrehung bei einem Generator entgegen, bei einem Synchronmotor in der Richtung der magnetischen Anziehungen und Abstoßungen zwischen Feld und Anker erfolgt). In diesem Falle wird das Magnetfeld, als Ganzes betrachtet, von dem Ankerstrome weder verstärkt, noch geschwächt, indem die eine Seite eines Magnetpoles magnetisiert, die andere entmagnetisiert wird. Es tritt also nur eine Deformierung des Feldes ein.

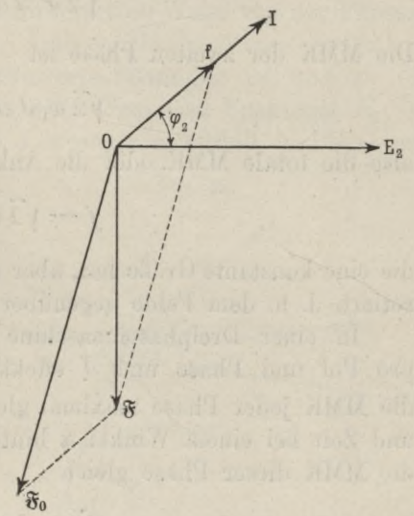
Wenn der Ankerstrom gegen die nominell induzierte EMK Nacheilung hat, so erreicht er sein Maximum in einer Lage, wo die Ankerspule sich dem nächsten Magnetpole bereits, wie in Fig. 39 bei B und B' gezeigt ist, genähert hat. Bei Nacheilung wird das Feld also in einem Generator (B) geschwächt, in einem Synchronmotor (B') verstärkt.

Wenn der Ankerstrom gegen die nominell induzierte EMK Voreilung hat, so erreicht er sein Maximum in einer früheren Lage, während die Ankerspule dem vorhergehenden Magnetpol teilweise noch gegenüber steht, wie in Fig. 39 bei C und C' gezeigt ist. Bei Voreilung wird also das Feld in einem Generator verstärkt (C), in einem Synchronmotor geschwächt.

In einem Wechselstromgenerator mit induktionsfreier Belastung, wo also der Strom in Phase mit der Klemmenspannung ist, hat der Strom wegen der Ankerrückwirkung und der Selbstinduktion Nacheilung gegen die nominell induzierte EMK und wirkt also zum Teil entmagnetisierend, d. h. die Spannung ist bei Belastung niedriger als bei Leerlauf mit gleichbleibender Felderregung.

In Fig. 40 ist $\overline{O\mathfrak{F}} = \mathfrak{F}$ die resultierende MMK der Felderregung und des Ankerstromes (die MMK der Felderregung ist der Ankerspule gegenüber wegen ihrer Umdrehung ebenfalls wechselnd), ferner ist φ_2 der Nacheilungswinkel des Stromes J gegenüber der von der resultierenden MMK induzierten virtuellen EMK E_2.

Fig. 40.



Die virtuelle EMK E_2 eilt um 90^0 dem resultierenden Kraftflusse $\overline{O\mathfrak{F}}$ nach und wird somit in Fig 40 durch $\overline{OE_2}$ dargestellt; die MMK f des Ankerstromes ist $\overline{Of}$, die um den Winkel φ_2 gegen $\overline{OE_2}$ Nacheilung hat. Die resultierende MMK $\overline{O\mathfrak{F}}$ ist die Diagonale eines Parallelogrammes, dessen Seiten gleich der MMK des Ankerstromes $\overline{Of}$ und der Klemmenspannung oder Felderregung $\overline{O\mathfrak{F}_0}$ sind. Aus diesem Diagramm kann also $\overline{O\mathfrak{F}_0}$ gefunden werden. Aus dem Winkel zwischen $\overline{Of}$ und $\overline{O\mathfrak{F}_0}$ im Diagramm kann die Stellung der Feldpole dem Anker gegenüber ersehen werden.

Trigonometrisch ist

$$\mathfrak{F}_0 = \sqrt{\mathfrak{F}^2 + f^2 + 2\,\mathfrak{F} f \sin \varphi_2}.$$

Ist J der effektive Strom in Ampère pro Ankerwindung und w_1 die Zahl der Ankerwindungen pro Pol in einer Einphasenwechselstrommaschine, so ist die Ankerrückwirkung in effektiven

Ampèrewindungen $f = w_1 J$, welche sich zwischen den Grenzen Null und $\sqrt{2}\, w_1 J$ bewegt.

In einer zweiphasigen Wechselstrommaschine mit w_1 Windungen in Serie pro Pol und Phase und J effektiven Ampère pro Windung ist die Ankerrückwirkung pro Phase gleich $w_1 J$ Ampèrewindungen effektiv und $\sqrt{2}\, w_1 J$ Ampèrewindungen maximal. Die MMKe der zwei Phasen sind zeitlich und räumlich um 90^0 gegeneinander verschoben. Zu einer Zeit t, entsprechend einem Winkel α hinter dem Maximum der ersten Phase, ist also die MMK in der Richtung, welche um den Winkel α hinter der Magnetisierungsrichtung der ersten Phase liegt, gleich

$$\sqrt{2}\, w_1 J \cos^2 \alpha.$$

Die MMK der zweiten Phase ist

$$\sqrt{2}\, w_1 J \sin^2 \alpha,$$

also die totale MMK oder die Ankerrückwirkung

$$f = \sqrt{2}\, w_1 J,$$

die eine konstante Größe hat, aber dem Anker gegenüber synchron rotiert, d. h. dem Felde gegenüber im Raume stillstehend ist.

In einer Dreiphasenmaschine mit w_1 Windungen in Serie pro Pol und Phase und J effektiven Ampère pro Windung ist die MMK jeder Phase maximal gleich $\sqrt{2}\, w_1 J$, also ist nach Lage und Zeit bei einem Winkel α hinter dem Maximum einer Phase die MMK dieser Phase gleich

$$\sqrt{2}\, w_1 J \cos^2 \alpha.$$

Die MMK der zweiten Phase ist

$$\sqrt{2}\, w_1 J \cos^2 (\alpha + 120^0) = \sqrt{2}\, w_1 J (-\, 0{,}5 \cos \alpha - \sqrt{3} \,.\, 0{,}5 \sin \alpha)^2.$$

Die MMK der dritten Phase ist:

$$\sqrt{2}\, w_1 J \cos^2 (\alpha + 240^0) = \sqrt{2}\, w_1 J (-\, 0{,}5 \cos \alpha + \sqrt{3} \,.\, 0{,}5 \sin \alpha)^2.$$

Also ist die gesamte MMK oder die Ankerrückwirkung:

$$f = \sqrt{2}\, w_1 J (\cos^2 \alpha + 0{,}25 \cos^2 \alpha + 0{,}75 \sin^2 \alpha + 0{,}25 \cos^2 \alpha \\ + 0{,}75 \sin^2 \alpha),$$

$$f = 1{,}5 \,.\, \sqrt{2} \,.\, w_1 J.$$

Diese MMK hat konstante Größe, aber rotiert synchron dem Anker gegenüber, ist also dem Felde gegenüber im Raume stillstehend. Diese Werte der Ankerrückwirkung sind nur in dem Falle streng richtig, daß alle Leiter derselben Phase in einer Nut angebracht sind. Wenn die Leiter jeder Phase über einen größeren Teil der Ankeroberfläche verteilt sind, so müssen die Werte der Ankerrückwirkung mit dem mittleren Kosinus zum Gesamtverteilungswinkel jeder Phase multipliziert werden.

IV. Selbstinduktion.

Die Wirkung der Selbstinduktion ist ähnlich der Wirkung der Ankerrückwirkung und ist in derselben Weise von der Phasenverschiebung abhängig.

Wenn E_1 die wirklich induzierte Spannung ist und φ_1 die Nacheilung des Stromes hinter der induzierten Spannung E_1, so ist der von dem Ankerstrome J erzeugte Kraftfluß in Phase mit

Fig. 41.

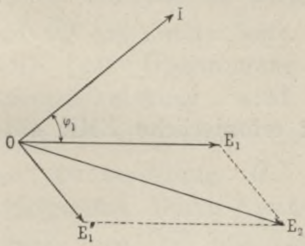
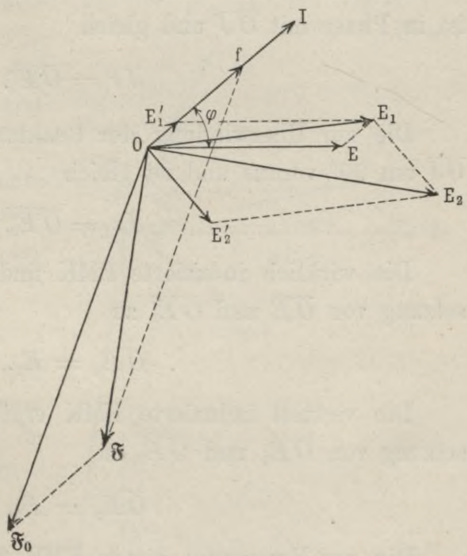


Fig. 42.



dem Strome, und also die Gegen-EMK der Selbstinduktion senkrecht auf dem Strome und nacheilend, und deswegen die zur Überwindung der Selbstinduktion erforderliche EMK ebenfalls senkrecht auf dem Strome, aber voreilend. Wenn man in Fig. 41 mit $\overline{OE_1} = E_1$ die induzierte EMK bezeichnet, so ist der Strom $J = \overline{OJ}$ gegen $\overline{OE_1}$ um den Winkel φ_1 nacheilend. Die zur Überwindung der Selbstinduktion erforderliche EMK $\overline{OE_1''}$ eilt dem Strome um 90° voraus; die virtuell induzierte EMK E_2 ist dann die Resultante aus $\overline{OE_1}$ und

$\overline{OE''_1}$. Wie man sieht, ist das Diagramm der EMKe der Selbstinduktion dem Diagramm der MMKe der Ankerrückwirkung ähnlich.

Aus diesem Diagramm erhalten wir die Wirkung der Belastung und Phasenverschiebung auf die EMK eines Wechselstromgenerators.

Es sei

E die Klemmenspannung pro Phase,
J der Strom pro Phase,
φ die Phasenverschiebung des Stromes hinter der Klemmenspannung,
r der Ankerwiderstand,
x die Ankerreaktanz der Wechselstrommaschine.

In dem Polardiagramm Fig. 42 (a. v. S.) ist dann:

$\overline{OE} = E$ die Klemmenspannung, als Nullvektor angenommen,
$\overline{OJ} = J$ der Strom, der um den Winkel $EOJ = \varphi$ nacheilt.

Die zur Überwindung des Widerstandes erforderliche EMK ist in Phase mit $\overline{OJ}$ und gleich

$$Jr = \overline{OE'_1}.$$

Die zur Überwindung der Reaktanz erforderliche EMK eilt $\overline{OJ}$ um 90^0 voraus und ist gleich

$$Jx = \overline{OE'_2}.$$

Die wirklich induzierte EMK findet man durch Zusammensetzung von $\overline{OE}$ und $\overline{OE'_1}$ zu

$$\overline{OE_1} = E_1.$$

Die virtuell induzierte EMK ergibt sich durch Zusammensetzung von $\overline{OE_1}$ und $\overline{OE'_2}$ zu

$$\overline{OE_2} = E_2.$$

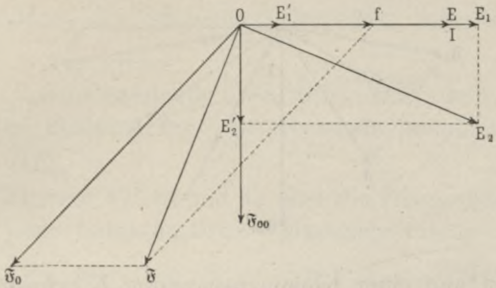
Die zur Erzeugung dieser EMK E_2 erforderliche MMK eilt $\overline{OE_2}$ um 90^0 voraus und ist gleich]

$$\overline{OF} = \mathfrak{F}.$$

Sie ist die Resultante der Anker-MMK oder Ankerrückwirkung und der aufgedrückten MMK oder Felderregung. Die

MMK des Ankers ist in Phase mit dem Strome J und ist gleich $w_1 J$ in einer Einphasen-, gleich $\sqrt{2}\, w_1 J$ in einer Zweiphasen- und gleich $1{,}5 \cdot \sqrt{2} \cdot w_1 J$ in einer Dreiphasenmaschine, wenn w_1 die Zahl der Ankerwindungen pro Pol und Phase bedeutet. Die

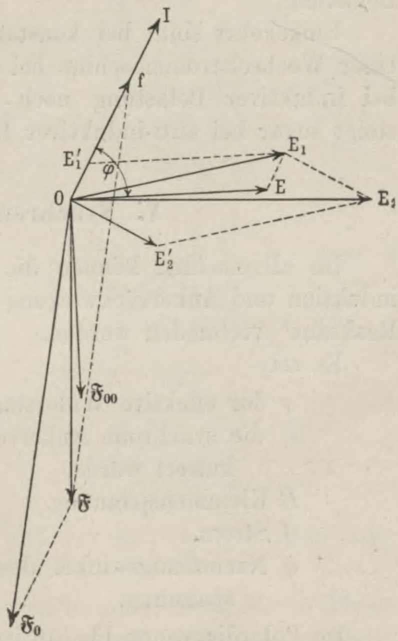
Fig. 43.



MMK der Ankerrückwirkung ist in Phase mit $\overline{OJ}$ und wird im Diagramm durch $\overline{Of} = f$ dargestellt; die aufgedrückte MMK oder die Felderregung $\overline{O\mathfrak{F}_0} = \mathfrak{F}_0$ ist die eine Seite in einem Parallelogramm mit $\overline{O\mathfrak{F}}$ als Diagonale und $\overline{Of}$ als zweite Seite. Die MMK zur Überwindung der Ankerrückwirkung wird von $\overline{Of'} = f$ dargestellt und ist der Stromrichtung $\overline{OJ}$ entgegengesetzt. Durch Zusammensetzung von $\overline{Of'}$ und $\overline{O\mathfrak{F}}$ erhält man die Felderregung

$$\overline{O\mathfrak{F}_0} = \mathfrak{F}_0.$$

Fig. 44.



In den Figuren 43, 44 und 45 (a. f. S.) sind die Diagramme aufgezeichnet für $\varphi = 0$, d. h. induktionsfreie Belastung, für

$$\varphi = 60^0$$

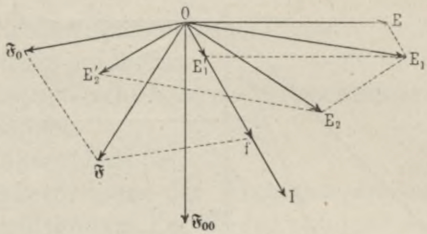
oder 60^0 Nacheilung (induktive Belastung bei einem Leistungsfaktor gleich 0,50) und für

$$\varphi = -\,60^0$$

oder 60^0 Voreilung (anti-induktive Belastung bei einem Leistungsfaktor gleich 0,50).

Wie man sieht, braucht man mit der gleichen Klemmenspannung E bei induktiver Belastung eine viel höhere Felderregung, bei anti-induktiver Belastung eine viel niedrigere Felderregung als bei induktionsfreier Belastung. Bei Leerlauf würde

Fig. 45.



die zur Erzeugung einer Klemmenspannung E erforderliche Felderregung

$$\frac{E}{E_0}\,\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_{00}$$

sein, also weniger als die Felderregung $\mathfrak{F}_0$ bei induktionsfreier Belastung.

Umgekehrt sinkt bei konstanter Felderregung die Spannung einer Wechselstrommaschine bei induktionsfreier Belastung, sinkt bei induktiver Belastung noch mehr und sinkt weniger oder steigt sogar bei anti-induktiver Belastung.

V. Synchrone Reaktanz.

Im allgemeinen können die beiden Wirkungen Ankerselbstinduktion und Ankerrückwirkung durch den Ausdruck „synchrone Reaktanz“ verbunden werden.

Es sei

r der effektive Widerstand,

x_0 die synchrone Ankerreaktanz, die in Abschnitt II diskutiert wurde,

E Klemmenspannung,

J Strom,

φ Nacheilungswinkel des Stromes hinter der Klemmenspannung.

Im Polardiagramm Fig. 46 ist die Klemmenspannung $E = \overline{OE}$ als Nullvektor angenommen, der Strom $J = \overline{OJ}$ eilt der Klemmenspannung um den Winkel $EOJ = \varphi$ nach.

Die zur Überwindung des Widerstandes erforderliche EMK ist in Phase mit $\overline{OJ}$ und gleich $\overline{OE_1'} = Jr$, die zur Überwindung der synchronen Reaktanz erforderliche EMK eilt $\overline{OJ}$ um 90^0 voraus und ist gleich $\overline{OE_0'} = Jx_0$.

Durch Zusammensetzung von $\overline{OE_1'}$ und $\overline{OE_0'}$ erhält man die zur Überwindung der synchronen Impedanz erforderliche EMK $E' = \overline{OE'}$.

Durch Zusammensetzung von $\overline{OE_1'}$, $\overline{OE_0'}$ und $\overline{OE}$ erhält man die der Felderregung entsprechende nominell induzierte EMK $E_0 = \overline{OE_0}$.

In den Figuren 47, 48 und 49 sind die Diagramme gezeichnet für $\varphi = 0$ oder induktionsfreie Belastung, für $\varphi = 60^0$ Nach-

Fig. 46.

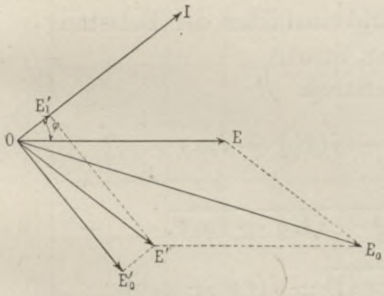


Fig. 47.

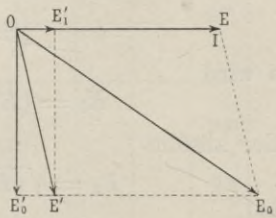


Fig. 48.

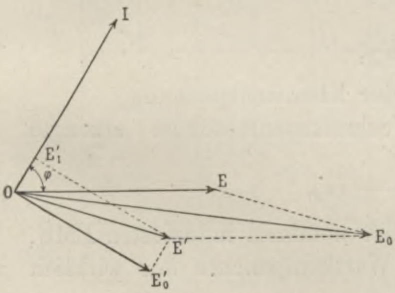
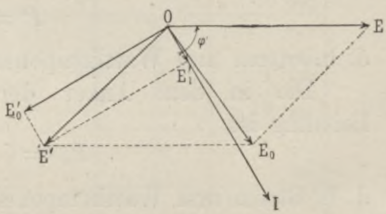


Fig. 49.



eilung also induktive Belastung und für $\varphi = -60^0$ also antiinduktive Belastung.

Durch Auflösung aller EMKe in Komponenten, die in Phase mit dem Strome und zu demselben senkrecht sind, d. h. in Wattkomponenten und wattlose Komponenten, erhält man in symbolischer Schreibweise:

Die Klemmenspannung

$$\dot{E} = E\cos\varphi - jE\sin\varphi,$$

die EMK zur Überwindung des Widerstandes

$$\dot{E}_1' = i \cdot r,$$

die EMK zur Überwindung der synchronen Reaktanz

$$\dot{E}_0' = -jix_0$$

und die nominell induzierte EMK

$$\dot{E}_0 = \dot{E} + \dot{E}_1' + \dot{E}_0' = (E\cos\varphi + ir) - j(E\sin\varphi + ix_0).$$

Da

$$\cos\varphi = p = \text{Leistungsfaktor der Belastung}\left(= \frac{\text{Wattstrom}}{\text{Gesamtstrom}}\right)$$

und

$$q = \sqrt{1 - p^2} = \sin\varphi = \text{Induktanzfaktor der Belastung}$$
$$\left(= \frac{\text{wattloser Strom}}{\text{Gesamtstrom}}\right),$$

so wird

$$\dot{E}_0 = (Ep + ir) - j(Eq + ix_0)$$

oder absolut

$$E_0 = \sqrt{(Ep + ir)^2 + (Eq + ix_0)^2},$$

also

$$E = \sqrt{E_0^2 - i^2(x_0 p - rq)^2} - i(rp + x_0 q).$$

Die von der Wechselstrommaschine in den äußeren Stromkreis gelieferte Leistung beträgt:

$$P = iEp,$$

d. h. Strom mal Wattkomponente der Klemmenspannung.

Die in dem Anker der Wechselstrommaschine erzeugte Leistung ist

$$P_0 = i(Ep + ir),$$

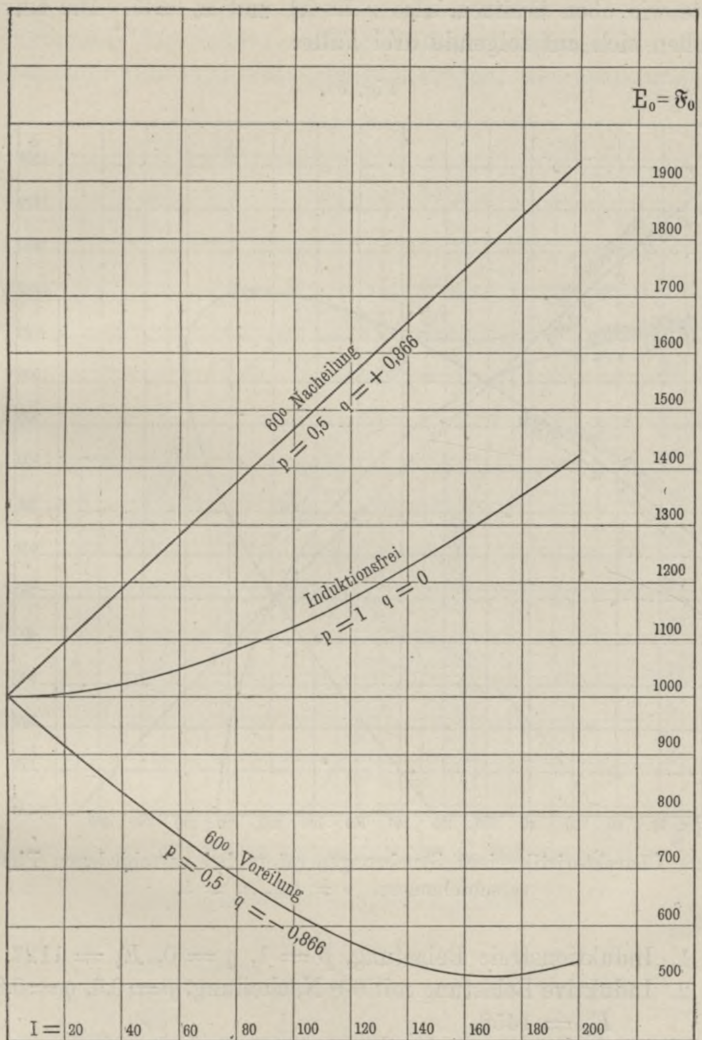
d. h. Strom mal Wattkomponente der nominell induzierten EMK, oder was dasselbe ist, Strom mal Wattkomponente der wirklich induzierten EMK.

VI. Charakteristische Kurven des Wechselstromgenerators.

In Fig. 50 sind die Werte der nominell induzierten EMK E_0 und also auch die Werte der Felderregung $\mathfrak{F}_0$ als Funktion der Stromstärke J bei konstanter Klemmenspannung E graphisch aufgetragen, und zwar für die drei Fälle:

1. Induktionsfreie Belastung, $p = 1$, $q = 0$.
2. Induktive Belastung, $\varphi = 60^0$, $p = 0{,}5$, $q = 0{,}866$.
3. Anti-induktive Belastung, $\varphi = -60^0$, $p = 0{,}5$, $q = -0{,}866$.

Fig. 50.

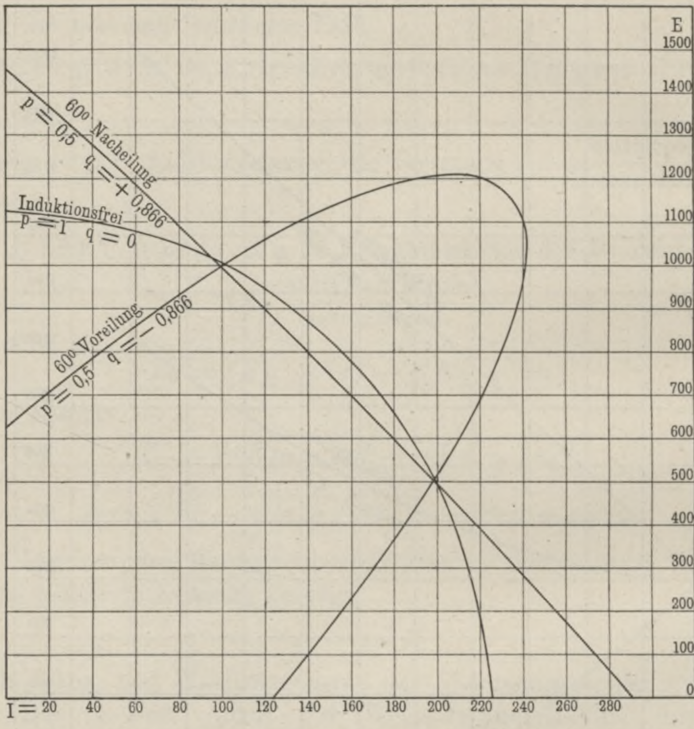


Kompoundierungskurven eines Synchrongenerators. $E = 1000$ Volt, $r = 0{,}1$, $x = 5$.

Die Werte $r = 0{,}1$, $x_0 = 5$ und $E = 1000$ sind willkürlich gewählt. Diese Kurven nennt man „Kompoundierungskurven eines Synchrongenerators".

In Fig. 51 sind die Werte der Klemmenspannnung E als Funktion der Stromstärke J graphisch aufgetragen, wobei die nominell induzierte EMK E_0, d. h. die Felderregung $\mathfrak{F}_0$, konstant ist und der Widerstand und die synchrone Reaktanz dieselben Werte wie oben besitzen, also $r = 0{,}1$ und $x_0 = 5$. Die Kurven beziehen sich auf folgende drei Fälle:

Fig. 51.



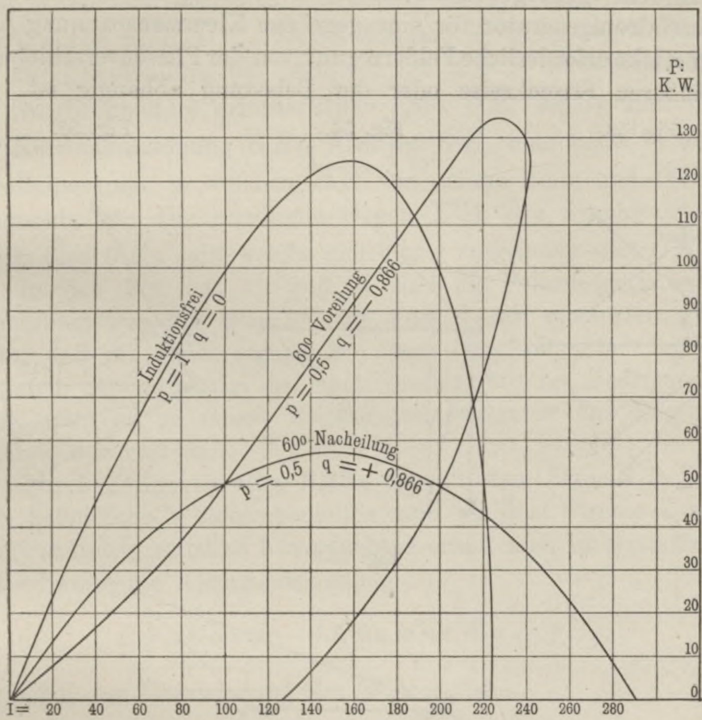
Äußere Charakteristik eines Synchrongenerators bei verschiedenen Phasenverschiebungen. $r = 0{,}1$, $x_0 = 5$.

1. Induktionsfreie Belastung, $p = 1$, $q = 0$, $E_0 = 1127$.
2. Induktive Belastung mit 60° Nacheilung, $p = 0{,}5$, $q = 0{,}866$, $E_0 = 1458$.
3. Anti-induktive Belastung mit 60° Voreilung, $p = 0{,}5$, $q = -0{,}866$, $E_0 = 628$.

Die Werte von E_0 (und von $\mathfrak{F}_0$) sind so gewählt, daß $E = 1000$ bei $J = 100$. Diese Kurven werden **äußere Charakteristiken** der Wechselstrommaschine genannt.

In Fig. 52 sind die **Leistungskurven** der Maschine mit der Stromstärke J als Abszissen und der abgegebenen Leistung in Kilo-Watt als Ordinaten unter denselben drei Bedingungen wie bei den Kurven in Fig. 51 graphisch aufgetragen. Aus der äußeren Charakteristik der Wechselstrommaschine ergibt sich, daß die der Erregung für induktionsfreie Vollast entsprechende Leerlaufspannung von 1127 Volt gleich 1,127 mal der Spannung bei

Fig. 52.



Leistungskurven eines Synchrongenerators.

$r = 0{,}1, \quad x_0 = 5$

$E_0 = 1127$ Volt bei $J = 0, \quad p = 0{,}1, \quad q = 0$

$E_0 = 1458$ „ „ $J = 0, \quad p = 0{,}5, \quad q = +\,0{,}866$

$E_0 = 628$ „ „ $J = 0, \quad p = 0{,}5, \quad q = -\,0{,}866.$

Vollast ist; ferner, daß die der Erregung für induktionsfreie Vollast entsprechende Kurzschlußstromstärke von 225 Amp. gleich 2,25 mal dem Strome bei Vollast ist, und endlich, daß die der Erregung für induktionsfreie Vollast entsprechende Maximalleistung von 124 KW gleich 1,24 mal der Leistung bei 775 Volt und 160 Amp. ist. Ob die Maschine auf konstante Spannung, konstanten Strom oder konstante Leistung reguliert, d. h. ob sie dies oder jenes konstant zu halten sucht, hängt von dem Punkte auf der äußeren Charakteristik ab, auf welchem die Wechselstrommaschine arbeitet.

VII. Synchronmotoren.

In dem Vorhergehenden haben wir gesehen, daß die in einem Wechselstromgenerator für eine gegebene Klemmenspannung und Stromstärke erforderliche Felderregung von der Phasenverschiebung im äußeren Stromkreise oder der Belastung abhängig ist. In

Fig. 53.

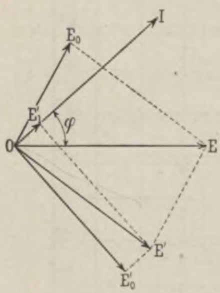


Fig. 54.

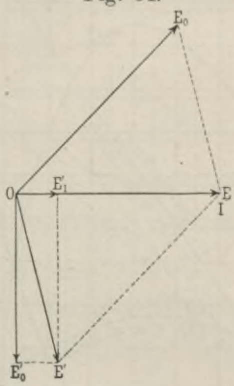


Fig. 55.

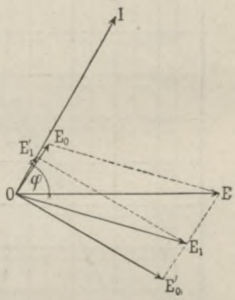
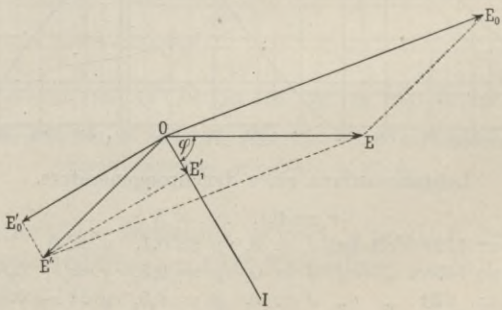


Fig. 56.



einem Synchronmotor dagegen ist die Phasenverschiebung des im Anker bei einer gegebenen Klemmenspannung fließenden Stromes von der Felderregung und der Belastung abhängig.

Es sei E die Klemmenspannung oder aufgedrückte EMK, J der Strom und φ die Nacheilung des Stromes hinter der Klemmenspannung eines Synchronmotors mit dem Widerstande r und der synchronen Reaktanz x_0. Im Polardiagramm Fig. 53 ist die Klemmenspannung $E = \overline{OE}$ als Nullvektor angenommen. Der Strom $\overline{OJ} = J$ eilt der Spannung um den Winkel $EOJ = \varphi$ nach.

Die zur Überwindung des Widerstandes erforderliche EMK ist $\overline{OE_1'} = Jr$, und diejenige zur Überwindung der synchronen Reaktanz $\overline{OE_0'} = Jx_0$. Durch Zusammensetzung von $\overline{OE_1'}$ und $\overline{OE_0'}$ erhält man die zur Überwindung der synchronen Impedanz erforderliche EMK $\overline{OE'}$. Durch Zusammensetzung von $\overline{OE'}$ und der zur Überwindung der nominell induzierten oder Gegen-EMK des Synchronmotors erforderlichen EMK $\overline{OE_0}$ erhält man dann die Klemmenspannung $\overline{OE}$. Also ist $\overline{OE_0}$ eine Seite in einem Parallelogramm, in welchem $\overline{OE'}$ die andere Seite und $\overline{OE}$ die Diagonale ist. Die nominelle Gegen-EMK des Synchronmotors würde also $\overline{OE_{00}}$ sein, welche gleich und entgegengesetzt $\overline{OE_0}$ ist.

In den Fig. 54, 55 und 56 sind die Polardiagramme des Synchronmotors für $\varphi = 0^0$, 60^0 und -60^0 entworfen. Man sieht, daß die Felderregung in einem Synchronmotor bei voreilendem Strome höher, bei nacheilendem Strome niedriger sein muß, während in einem Wechselstromgenerator das Entgegengesetzte der Fall ist.

Durch Zerlegung aller EMKe in mit dem Strome in Phase sich befindliche Wattkomponenten und zu dem Strome i senkrecht stehende wattlose Komponenten erhält man in symbolischer Schreibweise die Klemmenspannung

$$\underset{\cdot}{E} = E \cos\varphi - jE \sin\varphi = Ep - jEq,$$

die EMK zur Überwindung des Widerstandes

$$\underset{\cdot}{E_1'} = ir$$

und die EMK zur Überwindung der synchronen Reaktanz

$$\underset{\cdot}{E_0'} = -jix_0.$$

Also wird die zur Überwindung der nominell induzierten EMK oder Gegen-EMK des Synchronmotors erforderliche EMK

$$\begin{aligned} \underset{\cdot}{E_0} = \underset{\cdot}{E} - \underset{\cdot}{E_1'} - \underset{\cdot}{E_0'} &= (E\cos\varphi - ir) - j(E\sin\varphi - ix_0) \\ &= (Ep - ir) - j(Eq - ix_0) \end{aligned}$$

oder absolut

$$E_0 = \sqrt{(E\cos\varphi - ir)^2 + (E\sin\varphi - ix_0)^2},$$
$$= \sqrt{(Ep - ir)^2 + (Eq - ix_0)^2};$$

also

$$E = i(rp + x_0 q) \pm \sqrt{E_0^2 - i^2(x_0 p - rq)^2}.$$

Die von dem Synchronmotor aufgenommene Leistung ist

$$P = iEp,$$

d. h. Strom mal Wattkomponente der Klemmenspannung.

Die von dem synchronen Motoranker geleistete mechanische Arbeit beträgt

$$P_0 = i(Ep - ir),$$

d. h. Strom mal Wattkomponente der nominell induzierten EMK. Um nun die nutzbare mechanische Leistung zu erhalten, muß man von diesem Werke P_0 natürlich die Reibungs- und Hysteresisverluste sowohl als auch die Erregerverluste abziehen.

VIII. Charakteristische Kurven des Synchronmotors.

In Fig. 57 ist die nominelle Gegen-EMK E_0 und somit auch die Felderregung $\mathfrak{F}_0$ als Funktion der Stromstärke bei konstanter Klemmenspannung E graphisch dargestellt und zwar für folgende Fälle:

1. Ohne Phasenverschiebung, $\varphi = 0$, also die Bedingung für minimal aufgenommene Leistung.
2. Für $\varphi = +60^0$ oder 60^0 Nacheilung:
$$p = 0{,}5, \quad q = +0{,}866.$$
3. Für $\varphi = -60^0$ oder 60^0 Voreilung:
$$p = 0{,}5, \quad q = -0{,}866.$$

Ferner ist

$$r = 0{,}1, \quad x_0 = 5 \quad \text{und} \quad E = 1000.$$

Diese Kurven werden die **Kompoundierungskurven** des Synchronmotors genannt.

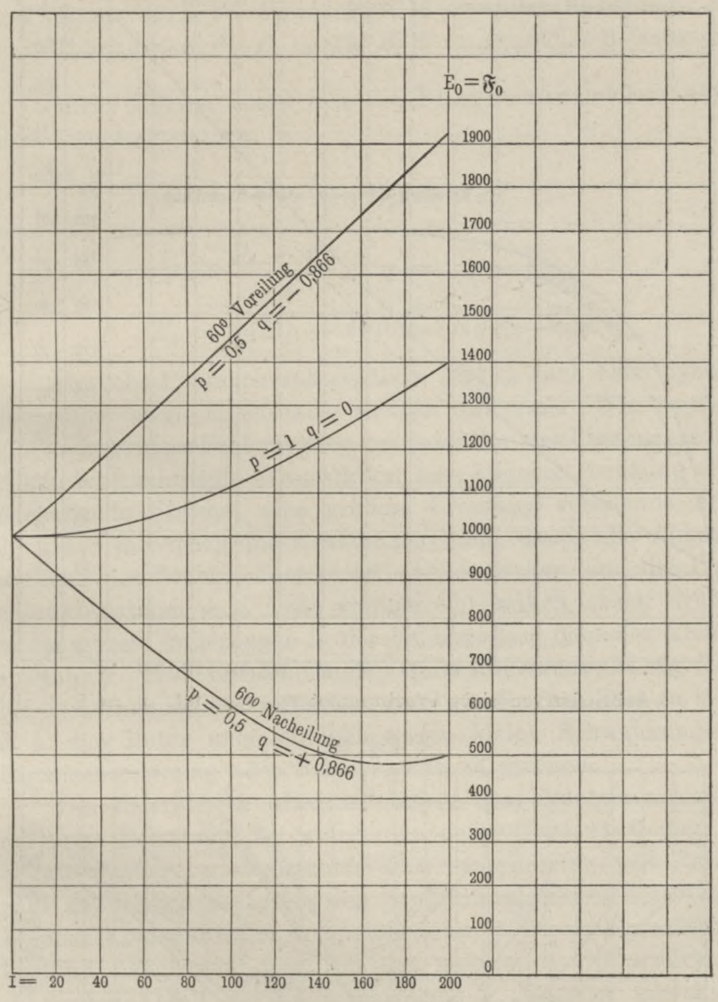
In Fig. 58 (a. S. 152) sind die Stromstärke J und der Leistungsfaktor p als Funktion der abgegebenen Leistung

$$P' = i(Ep - ir) - \text{(Hysteresis und Reibungsverluste)}$$

dargestellt. In diesem Falle sind die Konstanten $r = 0{,}1$, $x_0 = 5$ und $E = 1000$ dieselben wie im vorigen Falle, ferner ist die

Felderregung $\mathfrak{F}_0$ und also auch die konstante nominell induzierte oder Gegen-EMK $E_0 = 1109$ angenommen (entsprechend $p = 1$ und $q = 0$ bei $J = 100$). Als Hysteresisverlust ist 3000 Watt,

Fig. 57.

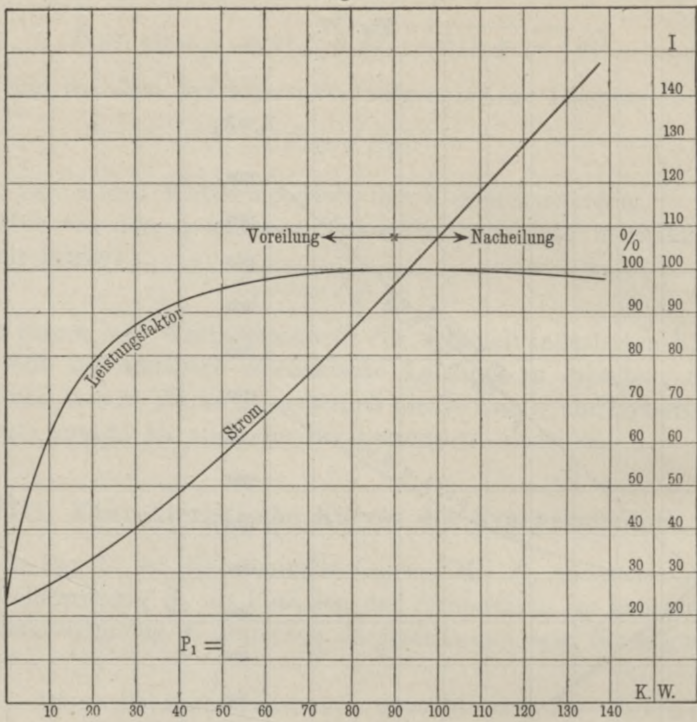


Kompoundierungskurven eines Synchronmotors.
$E = 1000,\ r = 0{,}1,\ x_0 = 5.$

als Reibungsverlust 2000 Watt angenommen. Solche Kurven nennt man Arbeitskurven eines Synchronmotors.

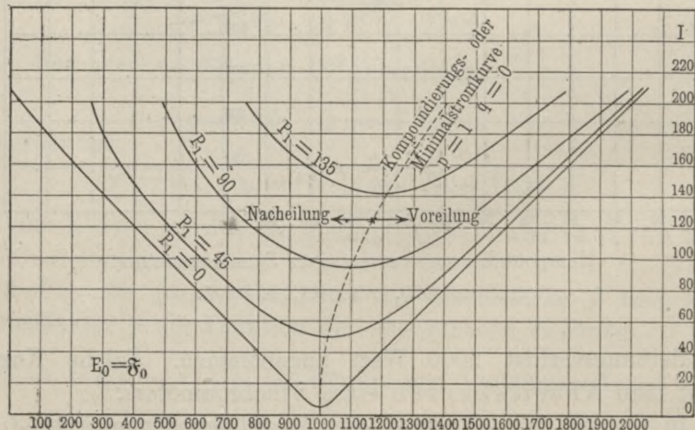
In Fig. 59 (a. f. S.) sind die Werte der Stromstärke J als Funktion von der nominell induzierten Spannung E_0 (und von der Felderregung $\mathfrak{F}_0$) graphisch dargestellt, wobei die Konstanten $r = 0{,}1$, $x_0 = 5$ und $E = 1000$ dieselben sind wie oben und die

Fig. 58.



Arbeitskurven eines Synchronmotors. $r = 0{,}1$, $x_0 = 5$.

Fig. 59.



Phasencharakteristiken eines Synchronmotors. $r = 0{,}1$, $x_0 = 5$.

abgegebene Leistung $P_0 = i(Ep - ir)$ als konstant angenommen wird. Die vier Kurven entsprechen den Bedingungen:

$$P_0 = 5\,KW,\ P_1 = 0, \text{ also Leerlauf,}$$
$$P_0 = 50\,KW,\ P_1 = 45\,KW = \text{halber Belastung,}$$
$$P_0 = 95\,KW,\ P_1 = 90\,KW = \text{voller Belastung,}$$
$$P_0 = 140\,KW,\ P_1 = 135\,KW = 1^1/_2\text{fache Belastung.}$$

Solche Kurven nennt man die Phasencharakteristiken eines Synchronmotors.

Es ist

$$P_0 = i\,Ep - i^2 r,$$

also

$$p = \frac{P_0 + i^2 r}{iE}, \quad q = \sqrt{1 - p^2}.$$

$$E_0 = \sqrt{(Ep - ir)^2 + (Eq - ix_0)^2}.$$

Ähnliche Phasencharakteristiken gibt es auch beim Synchrongenerator; diese haben aber weniger Interesse. Wie man sieht, gibt eine gewisse Felderregung bei jeder der vier Phasencharakteristiken eine minimale Stromstärke; eine kleinere Erregung erzeugt nacheilende Ströme, eine größere Erregung voreilende Ströme. Je höher die synchrone Reaktanz x_0 und damit die Ankerrückwirkung des Synchronmotors ist, desto flacher sind die Phasencharakteristiken, d. h. desto weniger empfindlich ist der Synchronmotor gegen Änderungen in der Felderregung oder der Klemmenspannung. Eine verhältnismäßig hohe Ankerrückwirkung ist also bei Synchronmotoren wünschenswert, um die Stabilität zu sichern, d. h. den Motor unempfindlich gegen kleine Schwankungen der Klemmenspannung oder Felderregung zu machen.

Die theoretische Maximalleistung des Synchronmotors oder diejenige Belastung, bei welcher er außer Tritt fällt, liegt unter Voraussetzung von konstanter Klemmenspannung und Periodenzahl gewöhnlich weit über den Erwärmungsgrenzen der Maschine, besonders bei sehr hoher Ankerrückwirkung. Die wirkliche Maximalleistung hängt von dem von der steigenden Stromstärke herrührenden Abfall der Klemmenspannung, von der Gleichmäßigkeit der zugeführten Periodenzahl und ferner von den besonderen Arbeitsbedingungen ab, aber sie ist in der Regel viel höher als Vollast.

Man kann also durch Änderung der Felderregung von Synchronmotoren den Strom nach Wunsch voreilend oder nacheilend machen. Der Synchronmotor bietet somit das einfachste Mittel zur Erzeugung von phasenverschobenen oder wattlosen Strömen für die Regulierung der Spannung in Fernleitungen, zur Kompensierung der wattlosen Ströme in Induktionsmotoren u. s. w. Synchrone Maschinen, die nur zur Lieferung von wattlosen Strömen dienen, d. h. leerlaufende Synchronmotoren oder -generatoren mit über- oder untererregtem Feld werden synchrone Kompensatoren genannt. Diese Apparate können als Erregermaschinen für asynchrone Generatoren, als Kompensatoren für die wattlosen Ströme in Induktionsmotoren u. s. w. verwendet werden. Bisweilen werden sie auch „rotierende Kondensatoren“ oder dynamische Kondensatoren genannt, wenn sie nur zur Erzeugung von voreilenden Strömen dienen.

IX. Magnetisierungskurven.

Die Kurve, welche die Abhängigkeit der induzierten EMK oder der Klemmenspannung bei offenem Stromkreise von der Felderregung darstellt, nennt man die Leerlaufcharakteristik der Synchronmaschine. Diese Kurve hat dieselbe allgemeine Form wie die Magnetisierungskurven der Eisensorten, sie besteht also aus einem geraden Teil unter der Sättigung, aus einem Knie und aus einem gesättigten Teil über dem Knie. Gewöhnlich ist aber in den Magnetisierungskurven der Synchronmaschinen der Übergang von dem nicht gesättigten zu dem gesättigten Teil der Kurve mehr allmählich, also das Knie weniger ausgeprägt als in Eisenmagnetisierungskurven, weil die verschiedenen Teile des magnetischen Stromkreises nacheinander sich der Sättigung nähern.

Die Abhängigkeit der Klemmenspannung von der Felderregung bei konstanter voller Belastungsstromstärke im Anker und induktionsfreiem äußeren Stromkreise nennt man die Belastungscharakteristik der Synchronmaschine. Dies ist eine Kurve, die angenähert äquidistant zur Leerlaufcharakteristik verläuft, die aber bei einem bestimmten Werte der Felderregung mit der Klemmenspannung gleich Null anfängt, einer Felderregung, die notwendig ist, um die volle Belastungsstromstärke gegen die synchrone Impedanz durch den Anker zu treiben.

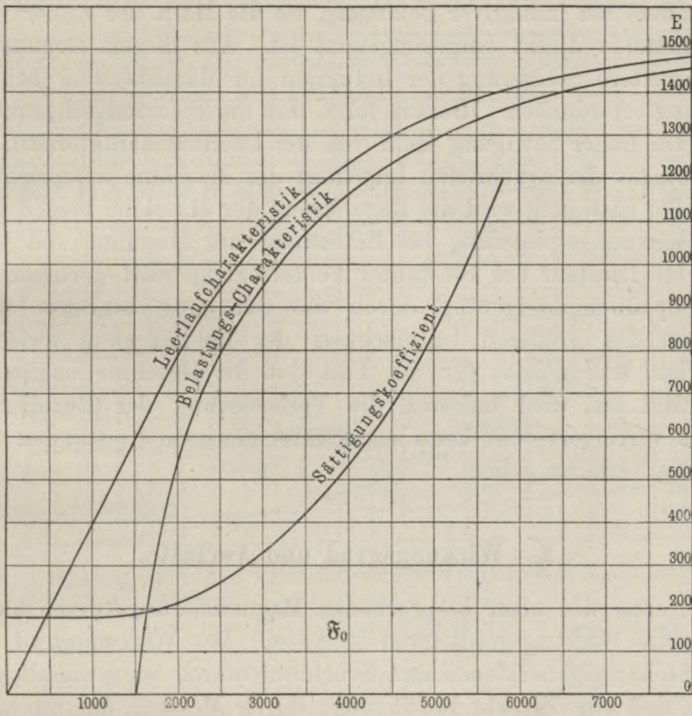
Das Verhältnis

$$\frac{\frac{d\mathfrak{F}}{dE}}{\frac{\mathfrak{F}}{E}}$$

nennt man den Sättigungskoeffizient der Maschine. Dieser Koeffizient liefert das Verhältnis der proportionalen Änderung der Felderregung, die für eine Änderung der Spannung erforderlich ist.

In Fig. 60 ist die Leerlaufcharakteristik, die Belastungscharakteristik und die Kurve des Sättigungskoeffizienten eines Synchrongenerators dargestellt. Die Spannung ist zu $E = 1000$ Volt und die Stromstärke zu $J = 100$ Amp. bei Vollast angenommen.

Fig. 60.



Magnetisierungskurven eines Synchrongenerators.

Im Vorhergehenden sind die charakteristischen Kurven der Synchronmaschinen unter der Voraussetzung diskutiert worden, daß die Magnetisierungskurve eine gerade Linie wäre, d. h. daß die Synchronmaschinen unter der Sättigungsgrenze arbeiten.

Die Wirkung der Sättigung auf die charakteristischen Kurven der Synchronmaschinen ist die, daß die Kompoundierungskurven niedriger gelegt werden, d. h. es ist bei Belastungsänderungen eine größere Änderung der Felderregung erforderlich. Bei Belastung entpricht die magnetische Induktion im Anker der wirklich induzierten EMK E_1, die magnetische Induktion im Magnetsystem der virtuell induzierten EMK E_2. Beide und besonders die letztere sind höher als die EMK oder die Klemmenspannung E des Generators bei Leerlauf, und also ist bei Belastung eine größere Steigerung der Felderregung erforderlich, wenn Sättigung vorhanden ist, als wenn die Maschine nicht gesättigt ist. Hierzu kommt noch, daß das magnetische Streufeld, d. h. der Magnetfluß, der von Feldpol zu Feldpol durch die Luft geht, wegen der rückwirkenden MMK des Ankerstromes mit der Belastung steigt, besonders bei induktiver Belastung, wo die MMK des Ankers dem Magnetfelde direkt entgegengesetzt ist. Aus diesem Grunde ist eine weitere Steigerung der Induktion im Magnetsystem bei Belastung erforderlich. Hieraus folgt, daß die Belastungscharakteristik bei hoher Sättigung mehr von der Leerlaufcharakteristik abweicht, als der synchronen Impedanz der Maschine entspricht.

Bei Sättigung wird die Regulierung der Maschine besser, d. h. die Spannungssteigerung bei Entlastung der Maschine von Volllast bis Leerlauf bei konstanter Felderregung wird geringer, da die Spannungssteigerung durch die Sättigung begrenzt wird. Wegen des größeren Unterschieds der Felderregung zwischen Leerlauf und Vollast für den Fall, daß die Maschine magnetisch gesättigt ist, wird indessen die Verbesserung der Regulierung etwas verringert oder kann sogar unter gewissen Umständen vollständig verloren gehen.

X. Wirkungsgrad und Verluste.

Neben den eben besprochenen Magnetisierungskurven haben auch die Wirkungsgradkurven Interesse. Der Wirkungsgrad von Wechselstromgeneratoren und Synchronmotoren ist gewöhnlich so hoch, daß eine direkte Bestimmung durch Messung der mechanischen und elektrischen Leistung weniger zuverlässig ist als die Bestimmung durch Addition der Verluste, und wird deswegen die letztere Methode im allgemeinen verwendet.

Die Verluste setzen sich zusammen aus:

Verlust durch Widerstand im Anker oder dem induzierten Teile.

Verlust durch Widerstand in der Feldwicklung.

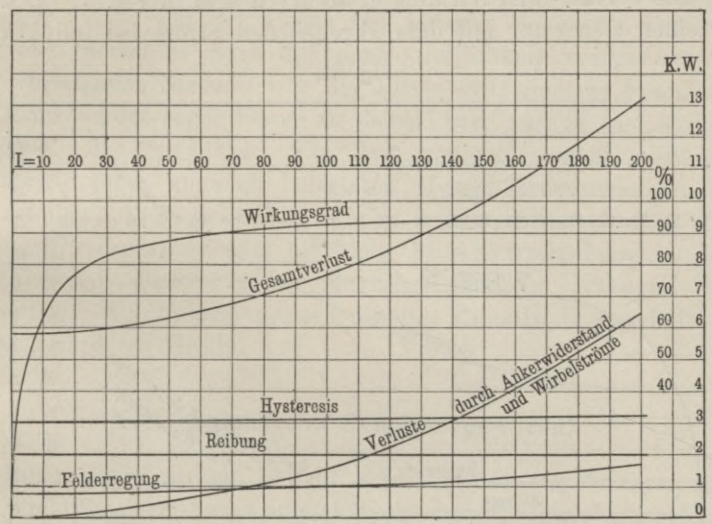
Hysteresis und Wirbelstromverluste im magnetischen Stromkreise.

Verluste durch Reibung und Luftwiderstand und allenfalls zusätzliche Verluste durch Wirbelströme oder Hysteresis, die durch den im Anker bei Belastung fließenden Strom erzeugt werden.

Der Verlust durch Ankerwiderstand ist dem Quadrate der Stromstärke J proportional.

Der Verlust durch Widerstand in der Feldwicklung ist dem Quadrat der Erregerstromstärke, also auch dem Quadrat der nominell induzierten oder Gegen-EMK E_0 proportional.

Fig. 61.



Wirkungsgrad- und Verlustkurven für einen Synchrongenerator.

Der Hysteresisverlust ist der 1,6ten Potenz der wirklich induzierten EMK $E_1 = E \pm Jr$ proportional.

Die Wirbelstromverluste sind gewöhnlich dem Quadrate der induzierten EMK E_1 proportional.

Die Verluste durch Reibung und Luftwiderstand sind konstant[1]).

Die zusätzlichen Verluste durch Wirbelströme und Hysteresis, herrührend von dem Belastungsstrome, variieren mehr oder weniger mit dem Quadrate des Ankerstromes und sollten bei richtig entworfenen Maschinen klein sein. Sie können durch einen effektiven Ankerwiderstand dargestellt werden.

[1]) D. h. bei konstanter Tourenzahl. Nach neueren Untersuchungen von Dettmar sind diese Verluste der 1,5ten Potenz der Tourenzahl proportional. Anmerkung des Übersetzers.

In dem oben behandelten Falle seien:

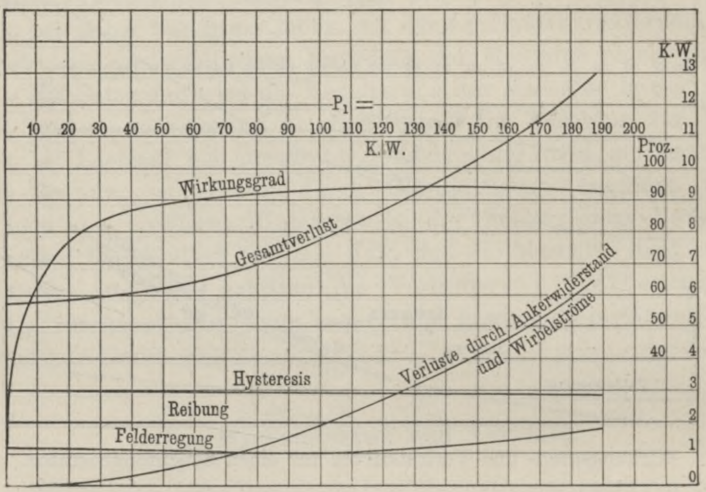
Verlust durch Reibung und Luftwiderstand gleich 2000 Watt.

Hysteresisverlust bei einer induzierten EMK $E_1 = 1000$ Volt gleich 3000 Watt.

Verlust durch Widerstand in der Feldwicklung bei $E_0 = 1000$ Volt gleich 800 Watt und zusätzliche Verluste durch Hysteresis und Wirbelströme bei Belastung 600 Watt.

Die Verlust- und Wirkungsgradkurven sind in Fig. 61 (a. v. S.) für einen Generator mit dem abgegebenen Strom bei induktions-

Fig. 62.



Wirkungsgrad- und Verlustkurven für einen Synchronmotor.

freier Belastung ($\varphi = 0$) als Abscisse dargestellt, und in Fig. 62 für einen Synchronmotor mit der abgegebenen mechanischen Leistung als Abscisse.

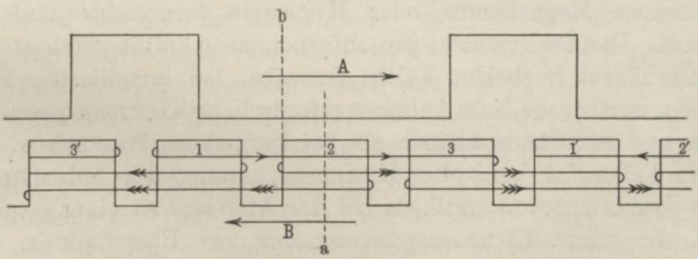
XI. Unsymmetrische Belastung von mehrphasigen Synchronmaschinen.

Die vorhergehende Diskussion bezieht sich sowohl auf mehrphasige als einphasige Maschinen. In mehrphasigen Maschinen müssen die nominell induzierten EMKe oder die nominellen Gegen-EMKe notwendigerweise in allen Phasen dieselben sein (oder in einem bestimmten Verhältnis zueinander stehen). Wenn der Strom oder die Phasenverschiebung des Stromes in den verschiedenen Phasen eines mehrphasigen Generators verschieden ist, so müssen die Klemmenspannungen ebenfalls mehr oder weniger verschieden werden. Dies nennt man Unsymmetrien in dem mehrphasigen Generator. Sie rührt von verschiedener Belastung oder Belastung mit verschiedenem Induktanzfaktor in den verschiedenen Phasen her. Wenn die Klemmenspannungen der verschiedenen Phasen eines mehrphasigen Synchronmotors wegen Unsymmetrien in dem mehrphasigen Stromkreis ungleich sind, so nimmt umgekehrt der Synchronmotor mehr Strom oder nacheilenden Strom von der Phase mit höherer Spannung auf und reduziert hierdurch diese Spannung und nimmt weniger Strom oder voreilenden Strom[1]) von der Phase mit niederer Spannung auf, oder sendet sogar Strom in diese Phase zurück und erhöht hierdurch die Spannung. Ein Synchronmotor sucht also die Symmetrie eines ungleich belasteten Mehrphasensystems wieder herzustellen, d. h. er reduziert die durch eine ungleiche Verteilung der Belastung oder ungleiche Phasenverschiebung in den verschiedenen Phasen eines Mehrphasensystems erzeugte Unsymmetrie. Ein Induktionsmotor besitzt dieselbe Eigenschaft in einem geringeren Grade.

XII. Anlauf von Synchronmotoren.

Inbezug auf Anlauf besteht zwischen dem einphasigen und dem mehrphasigen Synchronmotor ein wesentlicher Unterschied, indem der erstere nicht von selbst angeht, sondern durch äußere Mittel in vollständigen Synchronismus oder in Tritt mit dem

Fig. 63.



Generator gebracht werden muß, bevor er ein Drehmoment entwickeln kann, während der mehrphasige Synchronmotor aus dem Stillstand angeht und mit mehr oder weniger Drehmoment zum Synchronismus übergeht.

[1]) Weil der Strom in einem Synchronmotor bei niederer Klemmenspannung voreilt, bei höherer Klemmenspannung nacheilt.

Beim Anlassen muß die Felderregung des mehrphasigen Synchronmotors Null oder sehr klein sein.

Das Anlaufmoment rührt her von der magnetischen Anziehung zwischen den Ankerströmen und dem remanenten Magnetismus, der von den Strömen der vorhergehenden Phase in den Magnetpolen zurückgelassen ist, oder kann auf Wirbelströmen in den Polschuhen beruhen.

In Fig. 63 (a. v. S.) ist der magnetische Stromkreis eines mehrphasigen Synchronmotors dargestellt. Die MMK der mehrphasigen Ankerströme, die auf die aufeinander folgenden Vorsprünge oder Zähne 1, 2, 3 u. s. w. des Ankers einwirken, erreicht in diesen successive ein Maximum. D. h. der Anker ist der Sitz einer MMK, die synchron in der Richtung des Pfeiles A rotiert. Der Magnetismus, der in den den Ankervorsprüngen gegenüber liegenden Feldpolflächen induziert wird, eilt der induzierenden MMK wegen der Hysteresis und der induzierten Ströme nach und ist also noch remanent, während die MMK in 1 sinkt, und wird von der steigenden MMK in 2 angezogen u. s. w. Mit anderen Worten: Während die maximale MMK im Anker die Lage a hat, hat der in der Feldpolfläche induzierte maximale Kraftfluß noch die Lage b und wird also von a angezogen und bewirkt, daß das Feld in der Richtung des Pfeiles A rotiert (oder bei einem stationären Magnetsystem, daß der Anker in der entgegengesetzten Richtung B rotiert).

Die Lamellierung der Polschuhe vermindert das durch Wirbelströme in den Polschuhen erzeugte Anlaufmoment, aber vergrößert wegen der höheren Permeabilität der Polschuhe das durch remanenten Magnetismus oder Hysteresis verursachte Anlaufmoment. Das Drehmoment pro aufgenommene Voltampèreleistung ist angenähert in beiden Fällen dasselbe, bei lamellierten Polschuhen ist aber die beim Anlassen erforderliche Klemmenspannung höher und der Strom kleiner als bei kompakten Polschuhen. In beiden Fällen ist bei voller Klemmenspannung der Anlaufstrom eines Synchronmotors groß, da bei der Abwesenheit einer Gegen-EMK die ganze Klemmenspannung nur zur Überwindung der Impedanz des Ankerstromkreises verbraucht wird. Da das Anlaufmoment des Synchronmotors auf dem durch die Wechselströme im Anker oder durch die Ankerrückwirkung induzierten Kraftflusse beruht, so sind Synchronmotoren mit hoher Ankerrückwirkung inbezug auf Anlaufmoment besser.

XIII. Parallelbetrieb.

Jede Wechselstrommaschine kann mit einer anderen Wechselstrommaschine parallel geschaltet und parallel betrieben werden. Eine Einphasenmaschine kann mit einer Phase einer Mehrphasenmaschine parallel geschaltet werden, oder eine Zweiphasenmaschine mit einer Dreiphasenmaschine parallel betrieben werden, indem man eine Phase von der ersten mit einer Phase der letzteren parallel schaltet. Da parallel arbeitende Wechselstrommaschinen Tritt miteinander halten und dieselbe Klemmenspannung besitzen müssen, so ist die Bedingung für einen befriedigenden Parallelbetrieb die, daß die Periodenzahlen der Maschinen genau gleich sind, und daß die Felderregung derartig ist, daß die Maschinen dieselbe Klemmenspannung geben würden. Wenn dies nicht der Fall ist, so werden lokale Ausgleichströme zwischen den Wechselstrommaschinen fließen, d. h. die Maschinen sind bei Leerlauf nicht stromlos, und die Ströme bei Belastung haben nicht dieselbe Phase und sind den respektiven Leistungen nicht proportional. Die zwischen parallel betriebenen Wechselstrommaschinen fließenden Ausgleichströme können sowohl wattlose Ströme, als Wattströme sein.

Wenn die Periodenzahlen zweier Wechselstrommaschinen genau gleich sind, aber die Felderregung nicht derartig ist, daß die Maschinen bei Parallelbetrieb gleiche Klemmenspannung geben würden, so fließt ein lokaler Strom zwischen den zwei Maschinen, der wattlos ist, und in der Maschine mit niederer Felderregung voreilend ist und magnetisierend wirkt, in der Maschine mit höherer Felderregung nacheilend ist und entmagnetisierend wirkt. Bei Belastung ist dieser wattlose Strom über die Ströme, die von der Maschine in den äußeren Stromkreis fließen, superponiert. Hieraus folgt, daß der Strom in der Maschine mit höherer Felderregung dem Strome im äußeren Stromkreise nacheilt, und daß der Strom in der Maschine mit niederer Felderregung dem Strome im äußeren Stromkreise voreilt. Die Ströme in den zwei Maschinen haben somit nicht dieselbe Phase, und die Summe derselben ist größer als der resultierende Strom oder der Strom im äußeren Stromkreise. Da die durch voreilende oder nacheilende Ströme erzeugte Ankerrückwirkung die Differenz zwischen den vorhandenen Feldampèrewindungen und den zur Erzeugung von gleicher Klemmenspannung erforderlichen Feldampèrewindungen bewirkt, so folgt, daß die Maschinen um so empfindlicher gegen

Ungleichheiten oder Änderungen in der Felderregung sind, je kleiner die Ankerrückwirkung, d. h. je kleiner der Spannungsabfall der Maschinen ist. Eine zu kleine Ankerrückwirkung ist deswegen für Parallelbetrieb nicht wünschenswert.

Bei genau gleichen Maschinen müssen die bei einer Belastungsänderung erforderlichen Änderungen der Felderregung gleich groß sein. Bei Maschinen mit verschiedenen Kompoundierungskurven müssen die Änderungen in der Felderregung bei variabler Belastung verschieden sein und zwar den respektiven Kompoundierungskurven entsprechend, wenn wattlose Ströme vermieden werden sollen.

Bei Maschinen mit passender Ankerrückwirkung sind die wattlosen Ausgleichströme sogar bei relativ bedeutender Ungleichheit in der Felderregung klein. Maschinen mit hoher Ankerrückwirkung sind derartig parallel betrieben worden, daß die eine Maschine ganz ohne Felderregung war, während die andere die doppelte der normalen Felderregung hatte, jedoch nur mit Hilfe wattloser Ströme von derselben Größe wie der Vollaststrom.

XIV. Verteilung der Belastung im Parallelbetrieb.

Viel wichtiger als gleiche Klemmenspannung beim Parallelschalten von zwei Wechselstrommaschinen ist es, daß die Periodenzahlen gleich sind. Wenn parallel arbeitende Wechselstrommaschinen ungleiche Periodenzahlen oder sogar nur eine Tendenz zu ungleichen Periodenzahlen haben (da die Maschinen sich gegenseitig in Tritt oder auf gleicher Periodenzahl halten müssen), so entstehen Ausgleichströme, welche Energie von der schneller laufenden Maschine zu der langsamer laufenden übertragen und hierdurch die letztere unterstützen, indem die Belastung der ersteren vergrößert wird. Diese Ausgleichströme sind somit Wattströme, die bei Leerlauf oder geringer Belastung bewirken, daß die eine Maschine die andere als Synchronmotor antreibt, während das Ergebnis bei Belastung ist, daß die Maschinen die Belastung nicht im Verhältnis ihrer resp. Leistungen teilen.

Die Tourenzahl der Primärmaschinen, gewöhnlich Dampfmaschinen oder Turbinen, ändert sich mit der Belastung. Die Periodenzahlen der angetriebenen Wechselstrommaschinen müssen bei Parallelbetrieb gleich sein. Die respektiven Belastungen der Wechselstrommaschinen stellen sich dann so ein, daß die Antriebmaschinen gleiche Tourenzahl erhalten (oder besser gleichen

Periodenzahlen entsprechende Umdrehungszahlen). Die Teilung der Belastung zwischen parallel arbeitenden Wechselstrommaschinen, die mit unabhängigen Antriebmaschinen gekuppelt sind, beruht somit fast ausschließlich auf der Tourenregulierung der Antriebmaschinen. Um bei Wechselstrommaschinen eine Teilung der Belastung den Leistungen proportional zu erreichen, muß die Tourenregulierung der Antriebmaschinen gleich sein, d. h. die Tourenabfälle der Dampfmaschinen oder Turbinen von Leerlauf bis Vollbelastung müssen prozentual gleich sein und in gleicher Weise verlaufen.

Wenn die Regulierung der Antriebmaschinen nicht gleich ist, so wird die Belastung zwischen den Wechselstrommaschinen nicht proportional verteilt, sondern die Wechselstrommaschine, die mit der Antriebmaschine mit der empfindlichsten Tourenregulierung gekuppelt ist, übernimmt mehr als ihr Teil von der Belastung bei großen Belastungen, und weniger als ihr Teil bei kleinen Belastungen. Eine zu empfindliche Tourenregulierung bei den Antriebmaschinen ist bei Parallelbetrieb von Wechselstrommaschinen nicht erwünscht.

XV. Pulsierende Ausgleichströme bei Parallelbetrieb.

Wenn Wechselstrommaschinen von unabhängigen Antriebmaschinen getrieben werden, so ist es nicht genügend, daß die der mittleren Geschwindigkeit der Antriebmaschienen entsprechenden Periodenzahlen gleich sind, sondern es ist noch wichtiger, daß die Periodenzahl in jedem Moment dieselbe ist, d. h. daß die Periodenzahl und damit die Tourenzahl der Antriebmaschine konstant ist. Bei rotierenden Antriebmaschinen, wie z. B. Turbinen und elektrischen Motoren ist dies gewöhnlich der Fall, aber bei hin- und hergehenden Maschinen, wie z. B. Dampfmaschinen, steigt und sinkt das Drehmoment und damit die Rotationsgeschwindigkeit periodisch mit den Impulsen der Dampfmaschine während jeder Umdrehung. Die mit der Dampfmaschine gekuppelte Wechselstrommaschine wird somit keine gleichmäßige Periodenzahl haben, sondern eine pulsierende, d. h. steigende und sinkende Periodenzahl. Die Größe der Amplitude dieser Pulsierung beruht auf der Art der Dampfmaschine, auf dem Drehmoment ihres Schwungrades und auf der Wirkung des Dampfmaschinenregulators.

Wenn zwei mit gleichen Dampfmaschinen gekuppelte Wechselstrommaschinen so parallel geschaltet sind, daß die maximalen

Periodenzahlen zusammentreffen, so fließen keine Ausgleichströme zwischen den Maschinen, aber die Periodenzahl des ganzen Systems steigt und sinkt periodisch. In diesem Falle sagt man, daß die Dampfmaschinenkurbeln synchronisiert sind. Der Parallelbetrieb der Wechselstrommaschinen ist in diesem Falle genügend gesichert, da die Schwankungen in den Tourenzahlen der Dampfmaschinen dieselbe Größe und Dauer besitzen; Apparate, die aber konstante Periodenzahl erfordern, z. B. Synchronmotoren und besonders rotierende Umformer, werden, wenn sie an einem solchen System angeschlossen sind, eine verringerte Maximalleistung wegen der periodischen Ausgleichströme liefern, die zwischen den Generatoren mit der schwankenden Periodenzahl und den Synchronmotoren mit der konstanten Periodenzahl fließen. Im äußersten Falle wird die Spannung im ganzen System periodisch schwanken. Auch bei kleinen Schwankungen in der Tourenzahl der Dampfmaschinen ist die hervorgerufene Ungleichmäßigkeit der Stromstärke in Synchronmotoren und rotierenden Umformern bemerkbar.

Wenn die Wechselstrommaschinen zufällig in einer solchen Stellung parallel geschaltet werden, daß die momentane Maximalgeschwindigkeit der einen mit der momentanen Minimalgeschwindigkeit der anderen zusammentrifft, so wird wechselsweise die eine oder die andere Maschine schneller laufen, und es wird zwischen den Maschinen ein pulsierender Ausgleichstrom fließen, welcher Leistung von der jeweils voreilenden zu der jeweils nacheilenden Maschine in demselben Takt wie die Impulse der Dampfmaschine überträgt. Diese pulsierenden Ausgleichströme sind sehr unangenehm, weil sie die Tendenz haben, Spannungsschwankungen zu erzeugen und die Wechselstrommaschinen außer Tritt zu bringen, besonders wenn die Bedingungen für eine Summation der Einzelwirkungen günstig sind, was man mechanische Resonanz (Pendeln) der Dampfmaschinenregulatoren nennen kann. Die Ausgleichströme beruhen auf der synchronen Impedanz und der Phasenverschiebung der Wechselstrommaschinen, d. h. auf der Zahl der Pole und den Tourenschwankungen, und sind besonders schädlich, wenn Synchronmaschinen im System angeschlossen sind.

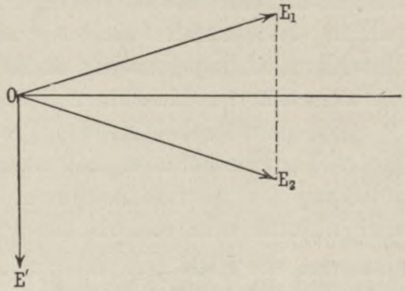
Wenn z. B. zwei 80polige Wechselstrommaschinen mit einzylindrigen Dampfmaschinen, die eine Tourenschwankung von 1 Proz. pro Umdrehung besitzen, direkt gekuppelt sind, so wird die Geschwindigkeit während jeder Umdrehung zweimal steigen und zweimal sinken, und folglich wird die Geschwindigkeit jeder Maschine während einer Viertelumdrehung über der mittleren

Geschwindigkeit sein. Da die Maximalgeschwindigkeit $^1/_2$ Proz. über dem Mittel liegt, so ist der Mittelwert der Geschwindigkeit während einer Viertelumdrehung mit der höheren Geschwindigkeit $^1/_4$ Proz. über dem Mittel, und da der Anker der Maschine während dieser Zeit 20 Pole passiert, so wird derselbe eine Lage einnehmen, die um $^1/_4$ Proz. von 20 oder $^1/_{20}$ Pol, d. h.

$$\frac{180}{20} = 9^0$$

(die doppelte Polteilung entspricht 360^0) vor der Mittellage liegt. Wenn der Anker der anderen Wechselstrommaschine in diesem Moment sich um 9^0 hinter der Mittellage befindet, so ist die Phasenverschiebung zwischen den EMKen der Wechselstrommaschinen gleich 18^0. Diese EMKe, sind in Fig. 64 durch $\overline{OE_1}$ und $\overline{OE_2}$ dargestellt. Beim Parallelbetrieb ist dann die EMK $\overline{OE'} = \overline{E_1 E_2}$ durch die synchrone Impedanz der beiden Maschinen kurz geschlossen.

Fig. 64.



Da

$$E' = \overline{OE'} = 2\,E_1 \sin 9^0,$$

so wird der maximale Ausgleichstrom:

$$J' = \frac{E_1 \sin 9^0}{z_0} = \frac{0{,}156 \,.\, E_1}{z_0} = 0{,}156\,J_0,$$

wo

$$J_0 = \frac{E_1}{z_0}$$

den Kurzschlußstrom der Wechselstrommaschine bei der Vollasterregung darstellt. Wenn also der Kurzschlußstrom nur zweimal so groß als der Strom bei Vollbelastung ist, so wird der Ausgleichstrom 31,2 Proz. vom Vollaststrom. Wenn der Kurzschlußstrom sechsmal so groß als der Strom bei Vollbelastung ist, so wird der Ausgleichstrom 93,6 Proz. von dem Vollaststrom, also praktisch gerade so groß wie dieser. Je kleiner also die Ankerrückwirkung oder je kleiner der Spannungsabfall ist, desto größer sind die zwischen den Wechselstrommaschinen fließenden Ausgleichströme, die von Unsymmetrieen in der Umdrehungsbewegung der Antriebmaschinen herrühren. Für einen guten Parallelbetrieb von Wechselstrommaschinen, die mit Dampfmaschinen direkt gekuppelt sind, ist eine gewisse Größe der Ankerrückwirkung erwünscht und ein zu geringer Spannungsabfall unvorteilhaft.

Durch die Übertragung von Energie zwischen den Maschinen werden die Schwankungen der Periodenzahl und damit auch die Ausgleichströme etwas verringert. Eine sehr hohe Ankerrückwirkung ist ebenfalls nicht vorteilhaft, da sie die Tendenz der Maschinen, sich gegenseitig in Tritt zu halten, verringert, indem die zwischen den Maschinen übertragene Energie verringert wird.

Wie man sieht, ist das Problem des Parallelbetriebes von Wechselstrommaschinen fast ausschließlich eine Frage der Regulierung der Antriebmaschinen, besonders bei Dampfmaschinen, aber absolut kein elektrisches Problem. Aus der Fig. 64 sieht man, daß die EMK $\overline{OE'}$ oder $\overline{E_1 E_2}$, welche die Ausgleichströme zwischen zwei parallel geschalteten Wechselstrommaschinen, wobei die EMKe $\overline{OE_1}$ und $\overline{OE_2}$ derselben nicht in Phase sind, erzeugt, angenähert senkrecht auf den EMKen $\overline{OE_1}$ und $\overline{OE_2}$ der Maschinen steht, wenn diese letzteren zwei EMKe einander gleich sind. Der Ausgleichstrom zwischen den Maschinen eilt der EMK $\overline{OE'}$, von welcher er erzeugt wird, um den Winkel φ nach, wo

$$tg\,\varphi = \frac{x_0}{r_0}$$

und

x_0 = synchrone Reaktanz,
r_0 = effektiver Widerstand des Ankers der Wechselstrommaschine

ist.

Die Wattkomponente dieses Ausgleichstromes, oder die Komponente, die in Phase mit $\overline{OE'}$ ist, steht somit senkrecht auf den Maschinenspannungen $\overline{OE_1}$ und $\overline{OE_2}$, d. h. die Wattkomponente überträgt keine Energie zwischen den Maschinen. Die Übertragung von Energie oder die Egalisierung der Belastung zwischen den zwei Maschinen wird von der wattlosen Komponente des Ausgleichstromes besorgt, d. h. von derjenigen Komponente, die senkrecht auf $\overline{OE'}$ steht, die also in Phase mit der einen und entgegengesetzt zu der anderen der EMKe $\overline{OE_1}$ und $\overline{OE_2}$ der Maschinen ist.

Maschinen ohne Reaktanz würden also keine Ausgleichströme besitzen und könnten nicht parallel betrieben werden. Das theoretische Maximum derjenigen Kraft, die die Maschine in

Tritt zu halten sucht, tritt ein, wenn die synchrone Reaktanz gleich dem Widerstande ist, also $x_0 = r_0$. Diese Bedingung kann indessen nicht erfüllt werden und würde auch ein gefährliches Ansteigen der Ausgleichströme veranlassen. Praktisch ist x_0 immer viel höher als r_0 und der Ausgleichstrom somit praktisch senkrecht auf $\overline{O\,E'}$, d. h. in Phase mit oder entgegengesetzt den Maschinenspannungen und ist folglich ein Strom, der Energie zwischen den Maschinen überträgt.

Wenn indessen die Maschinenspannungen $\overline{O\,E_1}$ und $\overline{O\,E_2}$ verschiedene Größe besitzen, aber angenähert in Phase sind, so ist die Spannung $\overline{E_1\,E_2}$, welche Ausgleichströme erzeugt, in Phase mit den Maschinenspannungen. Die Ausgleichströme stehen somit senkrecht auf den Maschinenspannungen $\overline{O\,E_1}$ und $\overline{O\,E_2}$ und übertragen keine Energie, sind also wattlos. In der einen Maschine hat der Ausgleichstrom Nacheilung und wirkt entmagnetisierend, in der anderen Maschine hat er Voreilung und wirkt magnetisierend.

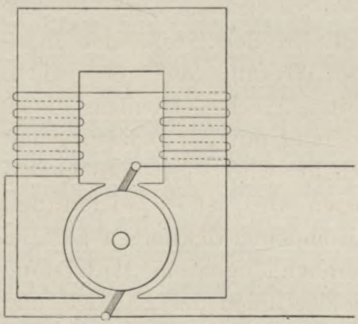
In parallelarbeitenden Wechelstrommaschinen können somit zwei Arten von Ausgleichströmen existieren, nämlich Ströme, die auf Grund einer Phasenverschiebung zwischen den EMKen der Maschinen Energie zwischen denselben übertragen, und wattlose Ströme, die wegen eines Unterschiedes in der Größe der induzierten EMKe eine magnetisierende Wirkung auf die beiden Maschinen ausüben. In kompoundierten Wechselstrommaschinen, d. h. Maschinen, in welchen die Erregung mit der Belastung mit Hilfe einer Kompoundwicklung erhöht wird, die von gleichgerichteten Wechselströmen durchflossen wird, ist es bei Parallelbetrieb fast ebenso notwendig, alle Kompoundwicklungen parallel mit Hilfe von Egalisatoren von vernachläßigbarem Widerstand zu schalten, als dies bei Gleichstrommaschinen der Fall ist, und zwar aus demselben Grunde, nämlich eine richtige Verteilung der Belastung zwischen den Maschinen zu sichern.

B. Kommutatormaschinen.

I. Allgemeines.

Kommutatormaschinen sind charakterisiert durch die Kombination eines kontinuierlich erregten Magnetfeldes mit einer geschlossenen Ankerwicklung, die mit einem mehrteiligen Kommutator verbunden ist. Entsprechend ihrer Verwendung können sie eingeteilt werden in: Gleichstromgeneratoren, die mechanische Energie in elektrische Energie umwandeln, Gleichstrommotoren, die elektrische Energie in mechanische Energie umwandeln und Gleichstromumformer, die elektrische Energie in eine andere Form von elektrischer Energie umwandeln. Da die wichtigste Klasse der letzteren die rotierenden Umformer sind, welche Eigenschaften der Synchronmaschinen mit denjenigen der Kommutatormaschinen verbinden, so werden dieselben in einem besonderen Abschnitt behandelt. Durch die Art der Erregung der Feldmagnete werden Kommutatormaschinen in folgende Unterabteilungen eingeteilt:

Fig. 65.



Nebenschlußmaschine.

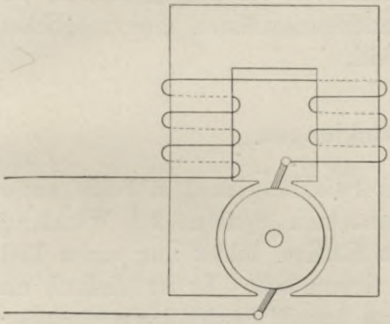
1. Magnetelektrische Maschinen, bei welchen das Feld aus permanenten Stahlmagneten gebildet wird.
2. Fremderregte Maschinen.
3. Nebenschlußmaschinen, Fig. 65, bei welchen das Feld durch einen im Nebenschluß zu den Maschinenklemmen liegenden Stromkreis erregt wird, der also einen kleinen Zweigstrom unter voller Maschinenspannung erhält.

4. Hauptstrommaschinen, Fig. 66, bei welchen der Erregerstromkreis in Serie mit dem Anker geschaltet ist, und wo also die Magnetwicklung den vollen Maschinenstrom unter kleiner Spannung erhält.

5. Kompoundmaschinen, Fig. 67, die durch eine Kombination von Nebenschlußwicklung und Hauptstromwicklung erregt werden.

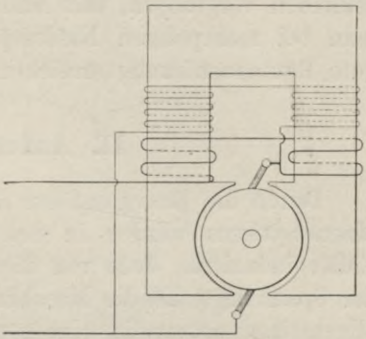
Bei Kompoundmaschinen können die beiden Wicklungen entweder in derselben Richtung magnetisierend wirken (Aufkompoundierung) oder in entgegengesetzter Richtung. Die letztere Kom-

Fig. 66.



Hauptstrommaschine.

Fig. 67.



Kompoundmaschine.

poundierung hat man bei Motoren für konstante Tourenzahl verwendet. Magnetelektrische Maschinen werden nur in sehr kleinen Größen verwendet.

Durch die Polzahl werden Kommutatormaschinen in zweipolige und mehrpolige Maschinen eingeteilt. Nur kleinere Maschinen werden zweipolig gebaut. Durch die Konstruktion des Ankers werden Kommutatormaschinen in Maschinen mit glattem Anker und Maschinen mit Nutenanker unterteilt. Bei den Maschinen mit glattem Anker wird die Ankerwicklung an der Oberfläche eines lamellierten Eisenkerns angebracht. Bei den Maschinen mit Nutenanker wird die Ankerwicklung in Nuten verlegt. Der Nutenanker hat den Vorteil der größeren Solidität, aber den Nachteil einer hohen Selbstinduktion bei der Kommutierung und erfordert deswegen Stromabnahmebürsten aus Kohle oder Graphit mit hohem Widerstande. Der Nutenanker hat weiter den Vorteil, daß die magnetische Streuung wegen des kürzeren Luftspalts zwischen Magnetpol und Anker kleiner ist, und daß die Verzerrung der Feldintensitätskurve bei Belastung geringer wird. Maschinen mit Nutenanker und Kohlenbürsten können deswegen mit konstanter Bürstenstellung bei allen Belastungen betrieben werden. Infolgedessen wird der Nutenanker gewöhnlich für große mehrpolige Maschinen verwendet, während der glatte Ringanker nur für große mehrpolige Niederspannungsmaschinen ohne besonderen Kommutator Verwendung findet, um eine möglichst große Raumersparnis zu erreichen.

Sowohl der Nutenanker als auch der Ringanker können mit Trommelwicklung oder Ringwicklung versehen werden. Die Trommelwicklung hat den Vorteil, daß die Selbstinduktion und die Verzerrung des Magnetfeldes kleiner ist. Die Trommelwicklung ist gewöhnlich auch leichter auszuführen und wird deswegen im allgemeinen vorgezogen, mit Ausnahme von besonderen Fällen, wo man bei mehrpoligen Niederspannungsmaschinen eine möglichst gute Raumausnützung erreichen will.

II. Ankerwicklungen.

Durch die Bewegung der Ankerwicklung in dem Felde eines Magnetsystems werden in den einzelnen Spulen der Wicklung EMKe induziert. Jede von diesen EMKen bildet nur einen Teil der Spannung, die die Maschine liefern soll. Es ist deshalb im allgemeinen notwendig, eine gewisse Anzahl Spulen hintereinander zu schalten, um die erforderliche Klemmenspannung zu erzeugen. Ferner ist es aus praktischen Gründen zweckmäßig, den totalen Strom, den die Maschine liefern soll, auf mehrere Drähte zu verteilen. Hieraus folgt, daß eine Ankerwicklung im allgemeinen aus mehreren Stromzweigen bestehen wird, die jeweils mehrere in Serie geschaltete Spulen enthalten. Im folgenden sollen nun die verschiedenen Methoden, nach welchen die einzelnen Spulen des Ankers geschaltet werden können, kurz beschrieben werden.

In der Wicklung einer Kommutatormaschine muß man noch die Forderung stellen, daß die Wicklung in allen Stellungen des Ankers den Stromabnahmestellen (Bürsten) gegenüber immer dieselben Eigenschaften besitzt; denn im entgegengesetzten Falle ist es unmöglich, einen vollständig gleichförmigen Strom der Wicklung zu entnehmen. Dieser Forderung genügen nur die inbezug auf das Magnetsystem symmetrischen und in sich geschlossenen Wicklungen.

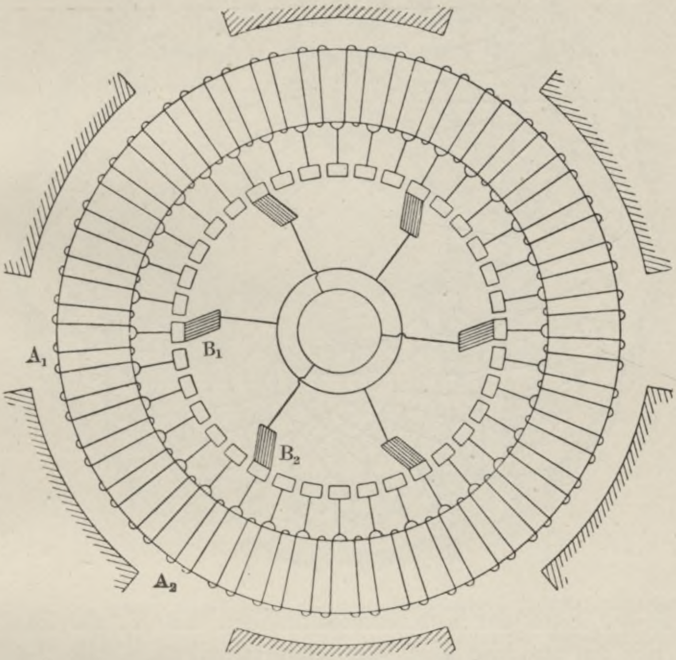
1. Die Spiral- und Schleifenwicklungen sind von den geschlossenen Wicklungen nicht allein die einfachsten, sondern auch die am meisten symmetrischen.

Die Spiralwicklung ist eine Ringwicklung. In Fig. 68

ist das Schema einer derartigen sechspoligen Wicklung dargestellt. Wie bei allen Ringwicklungen umschlingt jede Spule der Wicklung den Ankerkern.

Der maximale Kraftfluß, den eine solche Spule einschließen kann, ist also nur gleich der Hälfte des Kraftflusses pro Pol. Man sagt auch, daß die Spulen einer Ringwicklung nur eine induzierte Seite haben, da nur die Spulenseite, die an der Oberfläche des Ankers liegt, den aus den Polen austretenden Kraftfluß schneidet. Wie aus der Figur ersichtlich, sind alle Spulen

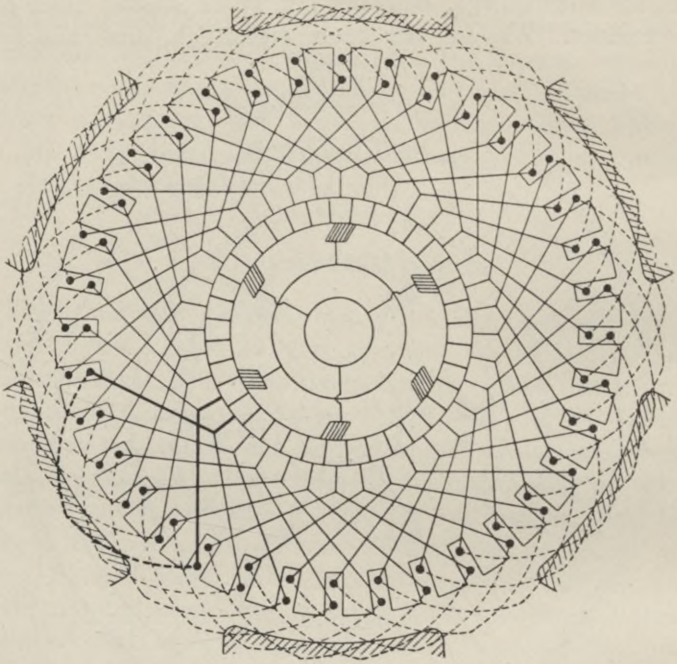
Fig. 68.



auf dem ganzen Umfang des Ankers der Reihe nach in Serie geschaltet, so daß eine in sich geschlossene Wicklung entsteht. Von den Verbindungsstellen zweier Spulen führen Drähte zu den Kommutatorlamellen. Durch die Rotation des Ankers wird in jeder Spule eine wechselnde EMK induziert, die dieselbe Kurvenform besitzt wie das Feld. Da die einzelnen Spulen aber im Felde gegeneinander verschoben sind, so ergibt die Summe der EMKe aller Spulen den Wert Null, und es kann somit kein innerer Strom in der Wicklung entstehen. Bildet man dagegen die Summe der EMKe derjenigen Spulen, die zwischen zwei neutralen Zonen, z. B. A_1 und A_2 liegen, so erhält man die zwischen den

Bürsten B_1 und B_2 induzierte Spannung. Man sieht, daß die Ankerwicklung am besten ist bei Verwendung von ebensoviel Bürsten, als neutrale Zonen oder Pole vorhanden sind. Eine Spiralwicklung hat also gleich viel parallelgeschaltete Ankerstromzweige als Pole und erfordert ebensoviel Bürsten, als Pole vorhanden sind. Im folgenden bezeichnen wir die Zahl der Spulen

Fig. 69.



mit S, die Zahl der Kommutatorlamellen mit K, die Zahl der Pole mit $2p$ und die Zahl der Ankerstromzweige mit $2a$. Bei der einfachen Spiralwicklung wie der in Fig. 68 ist also

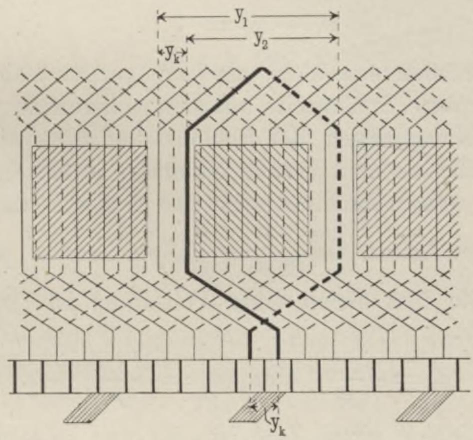
$$S = K \quad \text{und} \quad a = p.$$

Die Schleifenwicklung ist eine Trommelwicklung, besitzt aber sonst dieselben Eigenschaften wie die Spiralwicklung. Die Schleifenwicklung ist auch eine nur einmal um den Anker herum fortschreitende Wicklung, wie aus dem Schema der sechspoligen Wicklung, Fig. 69, hervorgeht. Wie bei allen Trommelwicklungen hat jede Spule zwei induzierte Seiten, die nahzu um eine Polteilung auseinander liegen. Der maximale Kraftfluß, den eine solche Spule umschlingen kann, ist also gleich dem aus einem Pol austretenden Flusse. In Fig. 70 ist die Schleifenwicklung Fig. 69 in einer Ebene abgerollt dargestellt. Selbst wenn, wie in diesem Falle, eine Spule nur eine Windung hat, so bekommt jede Spule doch die Form einer Schleife, woher auch der Name dieser Wicklung rührt.

Geht man von einer Kommutatorlamelle aus, so gelangt man wie bei der Spiralwicklung durch eine Spule zur benachbarten Lamelle und von dieser durch eine andere Spule zur nächsten Lamelle, bis man nach Berührung aller Lamellen zum Ausgangspunkte zurückgelangt ist.

In jeder Spule wird eine der Lage der Spule im Felde entsprechende EMK induziert. Summiert man die EMKe, die in

Fig. 70.



den zwischen zwei neutralen Zonen liegenden Spulen induziert werden, so erhält man die Klemmenspannung der Maschine. Da wir beim Durchlaufen der Wicklung sechsmal durch neutrale Zonen kommen, so ändern die in den durchgelaufenen Spulen induzierten EMKe sechsmal ihre Richtung, und wir müssen also ebensoviel Bürsten auflegen wie die Maschine Pole hat. Es ist also auch hier $S = K$ und $a = p$.

Als Kommutatorschritt y_k bezeichnet man gewöhnlich die Anzahl Lamellen, die man am Kommutator vorwärts schreiten muß, um von einer Lamelle aus durch nur eine Spule zu der nächsten mit dem Ende der Spule verbundenen Lamelle zu gelangen. Dieser Schritt ist sowohl bei der einfachen Spiralwicklung wie auch Schleifenwicklung gleich 1, d. h. $y_k = 1$.

Gewöhnlich bildet bei einer Trommelwicklung z. B. die rechte

Spulenseite aller Spulen die obere Lage und die linke Spulenseite die untere Lage der Wicklung. In den Fig. 69 und 70 sind die beiden Seiten durch punktierte und ausgezogene Linien unterschieden.

Für die Ausführung einer Wicklung ist es von Wichtigkeit, den Abstand zweier aufeinander folgenden Spulenseiten zu kennen. Dieser Abstand läßt sich am bequemsten durch die Anzahl Spulenseiten messen, die zwischen den zwei zu einer Spule gehörigen Spulenseiten liegen, und man nennt diese Anzahl den Teilschritt. In Fig. 70 sind die beiden Teilschritte y_1 und y_2 der Schleifenwicklung eingezeichnet. Es bezieht sich y_1 auf die Verbindung an der Kollektorseite und y_2 auf die Verbindung der Spulenseiten an dem hinteren Teile des Ankers. Wie aus der Figur ersichtlich, ist

$$y_1 - y_2 = \pm 2.$$

Ferner müssen sowohl y_1 als y_2 ungerade Zahlen sein, da immer eine untere Spulenseite mit einer oberen zu verbinden ist, und da bei Numerierung der Spulenseiten alle oberen z. B. ungerade und alle unteren gerade Nummern erhalten. Unter Anwendung der obigen Bezeichnungsweise erhalten wir $2\,S$ Spulenseiten auf dem Anker, also $\frac{2\,S}{2\,p} = \frac{S}{p}$ Spulenseiten pro Pol. Da die Spulenseite fast gleich einer Polteilung ist, so kann man setzen

$$y_1 = \frac{S \pm b}{p} \quad \text{und} \quad y_2 = \frac{S \pm b}{p} \mp 2,$$

wo b eine beliebige ganze Zahl ist, die nur so gewählt werden muß, daß y_1 eine ganze ungerade Zahl wird.

Wenn man zwischen den Spulen einer Spiral- oder Schleifenwicklung Platz frei läßt, so kann eine zweite Wicklung zwischen den Spulen der ersten eingelegt werden. Man erhält dadurch doppelt so viele Ankerstromzweige wie vorhin, d. h. es wird $a = 2\,p$. Die zweite Wicklung kann, wie in Fig. 71 gezeigt, vollständig unabhängig von der ersten sein, d. h. jede von den zwei Wicklungen ist in sich geschlossen und man sagt, daß der Anker eine zweifach geschlossene Wicklung hat. In diesem Falle muß sowohl die Spulenzahl wie Lamellenzahl durch 2 teilbar sein. Es wird

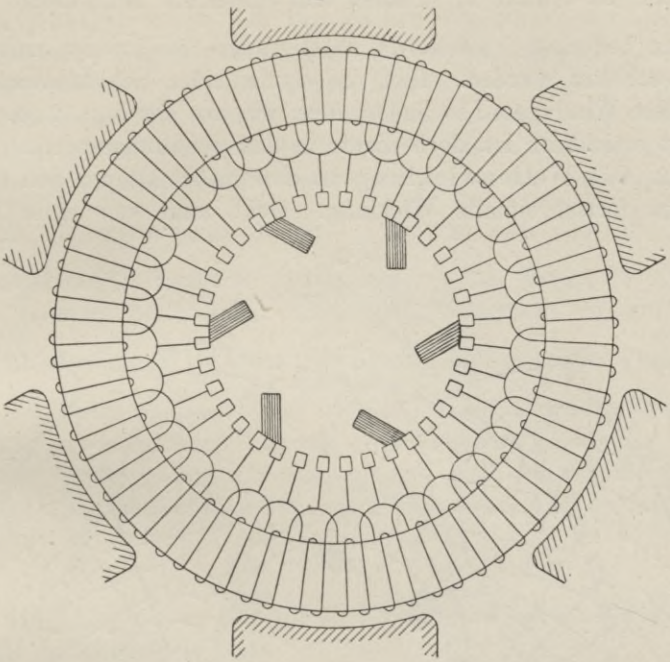
$$y_k = 2$$

und

$$y_1 = \frac{S \pm b}{p}, \quad y_2 = \frac{S \pm b}{p} \mp \frac{2\,a}{p} = \frac{S \pm b}{p} \mp 4.$$

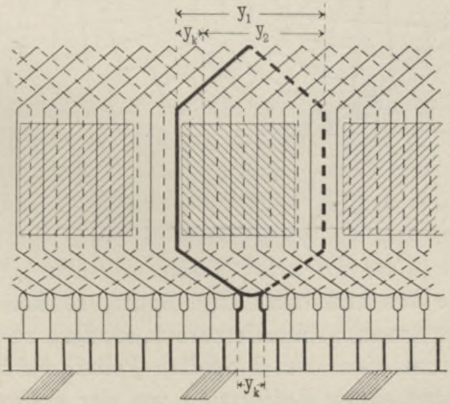
Man könnte auch beide Wicklungen elektrisch miteinander verbinden, indem man das Ende der ersten Wicklung mit dem

Fig. 71.



Anfang der zweiten Wicklung und umgekehrt verbindet. Man erhält auch in diesem Falle doppelt so viele Stromzweige wie

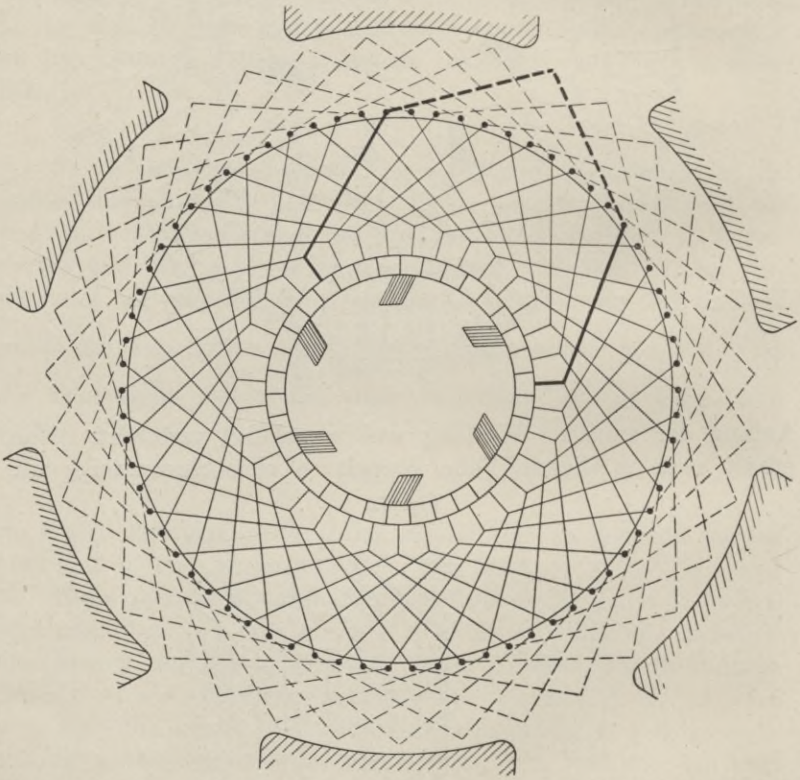
Fig. 72.



Pole und dieselben Formeln wie oben, nur ist die Wicklung einfach geschlossen, und sowohl Spulenzahl wie Lamellenzahl muß hier ungerade sein. In derselben Weise lassen sich noch weitere Wicklungen in Serie schalten. Bei der Dimensionierung der Bürsten ist darauf zu achten, daß dieselben wenigstens $\frac{a}{p}$ Lamellen bedecken müssen, da sonst einige Stromzweige zeitweise ausgeschaltet werden. Hat die Spule einer Schleifenwicklung mehrere Windungen, so ändert dies, wie aus der Fig. 72 (a. v. S.) leicht ersichtlich ist, doch nichts in den Schaltungsregeln.

2. Die Wellenwicklung ist eine mehrmals um den Anker herum fortschreitende Wicklung. Geht man von einer Kom-

Fig. 73.



mutatorlamelle aus und durch eine Spule, so kommt man nicht in der Nähe der Ausgangslamelle zurück, sondern zu der $(1 + y_k)$ten Lamelle, die um eine der doppelten Polteilung auf dem Kommutator entsprechenden Entfernung von der ersten liegt u. s. w. Nachdem man in dieser Weise p Spulen durchlaufen hat, ist man einmal um den Kommutator vorwärts geschritten und zu einer

Kommutatorlamelle in der Nähe der Ausgangslamelle gelangt. Zu der Ausgangslamelle darf man nach einem Umlauf (p Spulen) nicht zurückkehren, da in diesem Falle die p Spulen in sich kurzgeschlossen wären. In Fig. 73 kommen wir zu der der Ausgangslamelle benachbarten zurück. Alle die während eines Umlaufes berührten p Spulen liegen fast in demselben Felde, d. h. sie haben fast alle dieselbe relative Lage zu den Polen derselben Polarität. Nach einem Umlaufe kehrt man zu derjenigen Spule, welche der Spule, von der man ausgegangen ist, benachbart ist, zurück, und erst nach $y_k =$ etwa $\frac{S}{p}$ Umläufen hat man alle Kommutatorlamellen berührt. Indem wir uns bei jedem Umlauf um eine Lamelle nach links verschieben, entfernen wir uns nach $\frac{S}{p}$ Umläufen um $\frac{S}{p}$ Lamellen, d. h. um eine doppelte Polteilung von der Ausgangslamelle und müssen nun noch eine Spule durchlaufen, um zur ersten Lamelle zurückkehren zu können. Wir müssen somit y_k Umläufe machen und noch eine Spule durchlaufen, um zum Anfangspunkt zurückzukehren, d. h. es ist

$$p\,y_k + 1 = S = K.$$

Hätten wir uns bei jedem Umlauf um eine Lamelle nach rechts verschoben, so wäre

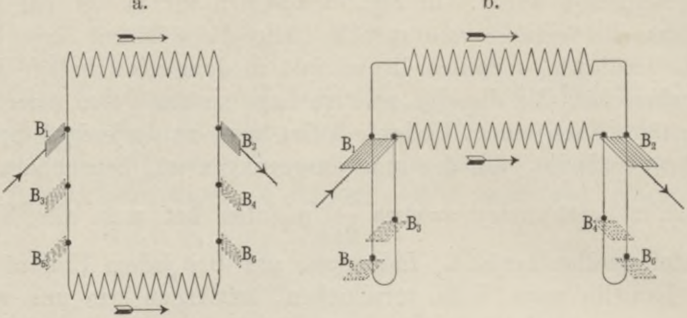
$$p\,y_k - 1 = S = K,$$

und wir erhalten allgemein für den Kollektorschritt einer solchen Wicklung

$$y_k = \frac{S \pm 1}{p} = \frac{K \pm 1}{p}.$$

Eine derartige Wellenwicklung hat nur zwei Ankerstromzweige, denn beim Durchlaufen der Wicklung sind wir nur zweimal durch neutrale Zonen gekommen, also nur zweimal haben die in den Spulen induzierten EMKe ihre Richtung gewechselt. Man braucht also nur an zwei Stellen Bürsten am Kommutator aufzulegen. In Fig. 74a und b (a. f. S.) ist die Schaltung der Ankerspulen schematisch dargestellt, erstens für den Fall, daß die Bürsten je eine Kommutatorlamelle und zweitens für den Fall, daß dieselben je zwei Segmente berühren. Man sieht aus diesem Bilde, daß die zwei Hälften aller induzierten Spulen in Serie geschaltet sind. Die Wicklung wird deswegen auch allgemein Reihen- oder Seriewicklung genannt. An $2\,p$ Stellen können Bürsten aufgelegt werden und in diesem Falle sind alle unter den p positiven oder negativen Bürsten liegende Lamellen

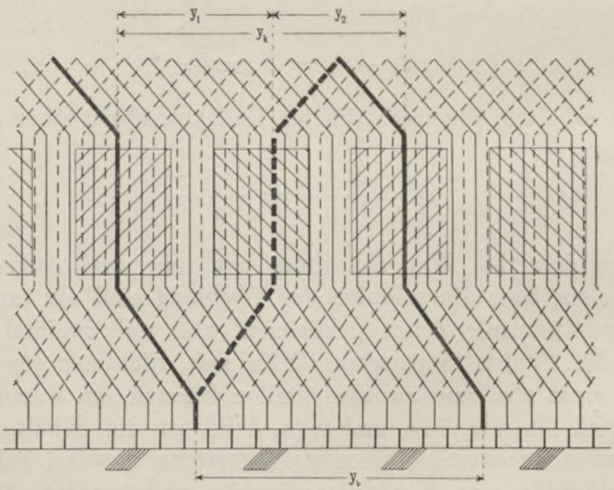
Fig. 74.



durch induktionsfreie Leiter (Stäbe, die in der neutralen Zone liegen) miteinander verbunden.

Fig. 75 stellt das abgewickelte Schema einer solchen Wellenwicklung für den Fall dar, daß jede Spule nur eine Windung hat. Wie leicht ersichtlich, schreitet die Wicklung auf der Ankeroberfläche wellenförmig vorwärts, daher auch der Name Wellenwicklung. Da es gleich viel Spulen wie Kommutatorlamellen

Fig. 75.



giebt und jede Spule einer Trommelwicklung zwei induzierte Seiten hat, so wird, wie aus Fig. 75 ersichtlich, der Kollektorschritt einer Wellenwicklung gleich dem Mittelwert der Teilschritte, d. h. bei Trommelwicklungen ist

$$y_k = \frac{y_1 + y_2}{2} \quad \text{und} \quad y_1 + y_2 = \frac{2S \pm 2}{p}.$$

Ferner macht man gewöhnlich die Spulenweite gleich der Polteilung, so daß

$$y_1 \sim y_2 \sim y_k$$

gesetzt werden kann. Jedoch müssen y_1 und y_2 wie bei der Schleifenwicklung ungerade Zahlen sein.

Bei Ringwicklungen, wo jede Spule nur eine induzierte Seite hat, ist $y_2 = 0$ und

$$y_1 = y_k = \frac{S \pm 1}{p}.$$

Wir können nun hier wie bei der Spiral- und Schleifenwicklung mehrere Wellenwicklungen in Reihenschaltung auf demselben Anker anordnen und diese entweder einzeln für sich schließen oder miteinander in Serie schalten. In beiden Fällen erhält man zweimal so viele Ankerstromzweige als aufgebrachte Wicklungen. Ist die Anzahl derselben a, so gelangen wir nach einem Durchlaufen von p Spulen nicht von einer Lamelle zu der benachbarten zurück, sondern zu der $(a + 1)$ten Lamelle, und es ist der Kommutatorschritt:

$$y_k = \frac{S \pm a}{p} = \frac{K \pm a}{p}$$

und für Trommelwicklungen:

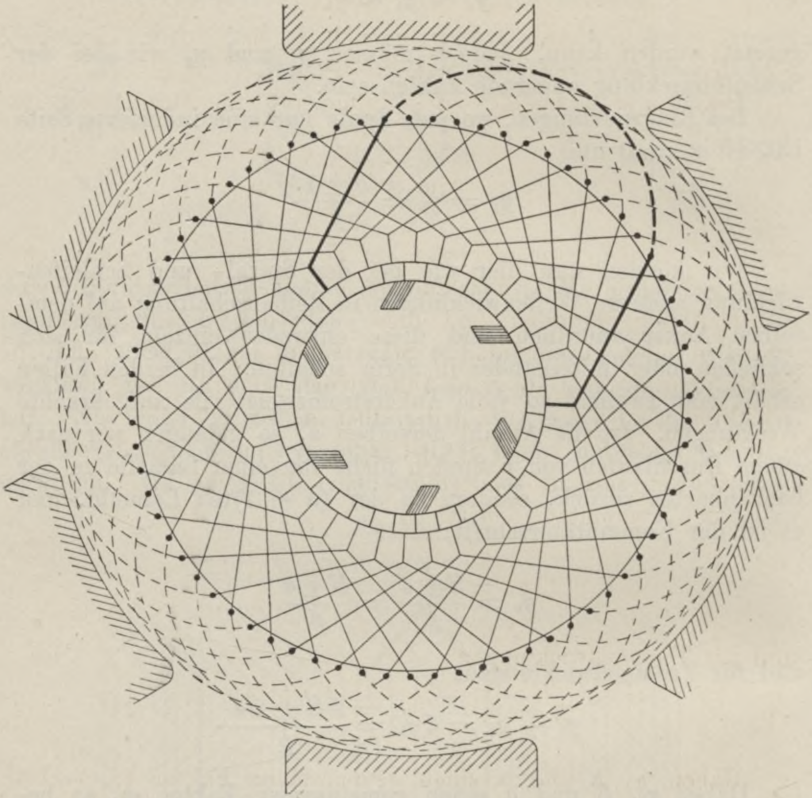
$$y_1 + y_2 = 2\,y_k = \frac{2S \pm 2a}{p}.$$

Haben y_k, K und a einen gemeinsamen Faktor m, so bedeutet dies, daß die Wicklung m-fach geschlossen ist. Aus der Natur und der Entstehung dieser Wicklungen folgt, daß man nur nötig hat, zwei Bürsten auf dem Kommutator aufzulegen, um Strom aus allen Stromzweigen zu entnehmen. Jede Bürste muß aber dann wenigstens stets a Lamellen berühren. Man kann aber auch $2a$ bis $2p$ Bürsten auflegen, die je nur eine Lamelle berühren. Eine derartige Wicklung, die durch Parallelschaltung von mehreren Reihenwicklungen entstanden ist, wird allgemein als Reihenparallelschaltung bezeichnet. Da einige dieser Wicklungen in sich geschlossen sein können, während andere hintereinander geschaltet werden, so sieht man, daß es viele Kombinationen von derartigen Wicklungen geben kann. Fig. 76 (a. f. S.)

zeigt das Schema einer einfach geschlossenen Wicklung mit Reihenparallelschaltung, und zwar für

$$a = p = 3 \quad \text{und} \quad S = K = 36.$$

Fig. 76.



Der Kommutatorschritt ergibt sich hier zu

$$y_k = \frac{K \pm a}{p} = 12 \pm 1 = \begin{cases} 13 \\ \text{oder} \\ 11. \end{cases}$$

Es wurde hier

$$y_1 = y_2 = y_k = 13$$

gewählt.

In Fig. 69 ist derselbe Anker mit Schleifenwicklung dargestellt.

Fig. 77 zeigt das Schema einer zweifach geschlossenen Reihenwicklung in einem sechspoligen Felde. Es ist $S = K = 40$,

$a = 2$ und $p = 3$, woraus folgt:

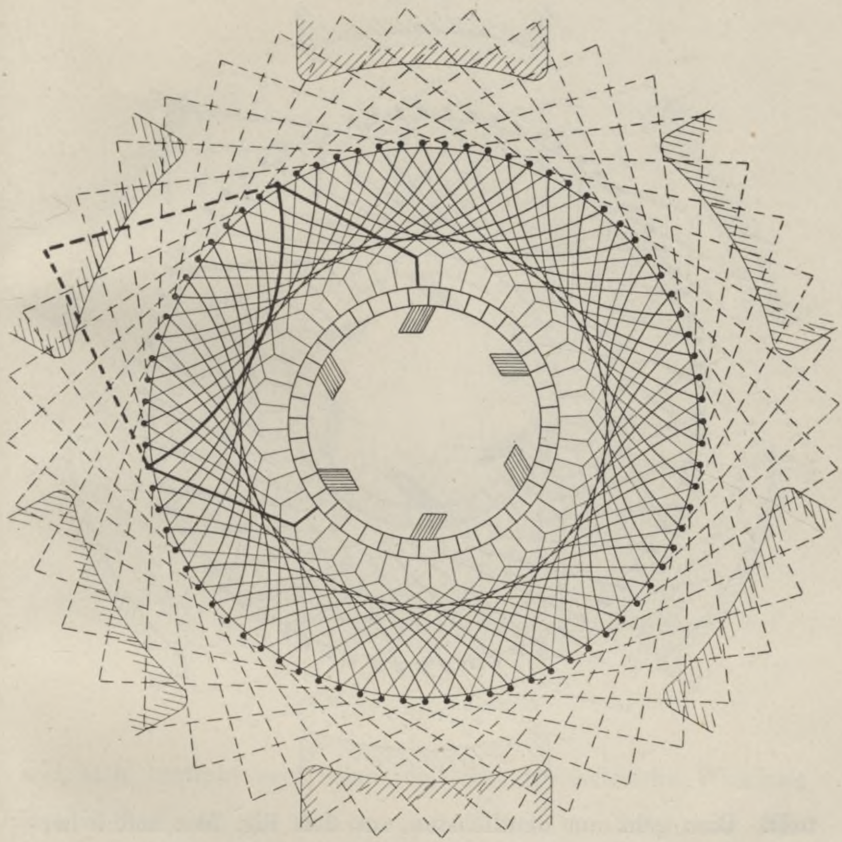
$$y_k = \frac{40 \pm 2}{3} = 14.$$

Es wird

$$y_1 = 13 \quad \text{und} \quad y_2 = 15$$

gewählt.

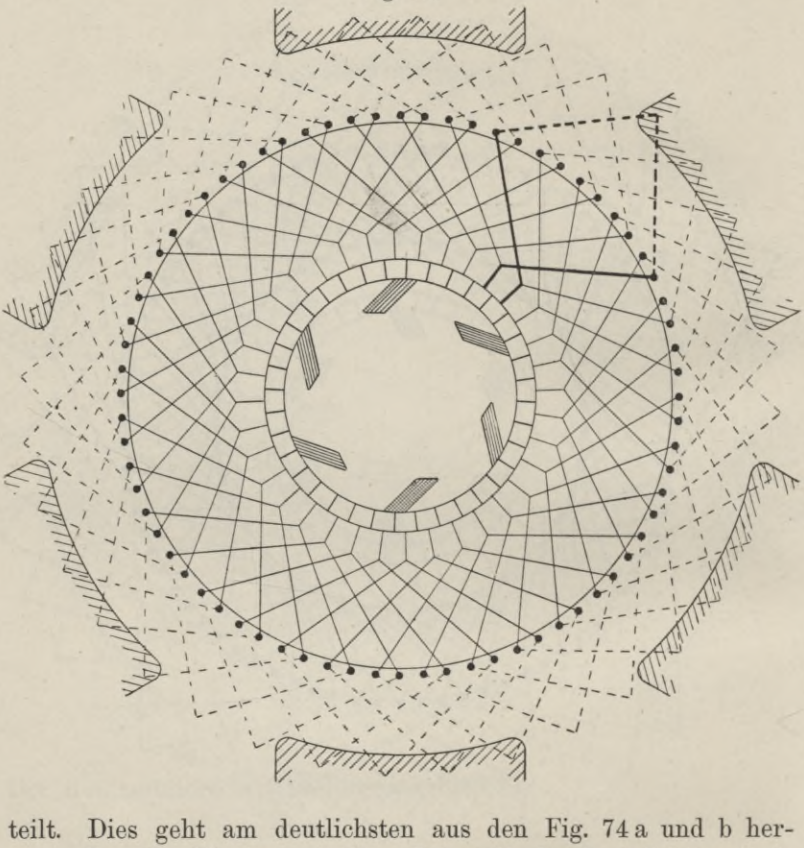
Fig. 77.



K, a und y_k haben hier den gemeinsamen Faktor 2, also ist, wie erforderlich, die Wicklung zweifach geschlossen. Für die Wicklung Fig. 77 ist angenommen, daß jede Spule aus mehreren Windungen besteht. Da aber die Schritte y_1 und y_2 sich auf die Entfernungen der Spulenseiten beziehen, so gelten die oben abgeleiteten Formeln allgemein und können auch hier angewandt werden. Für diese Art von Spulenwicklungen verwendet man auch den Namen Wellenwicklung, obwohl er hier nur zum Teil paßt.

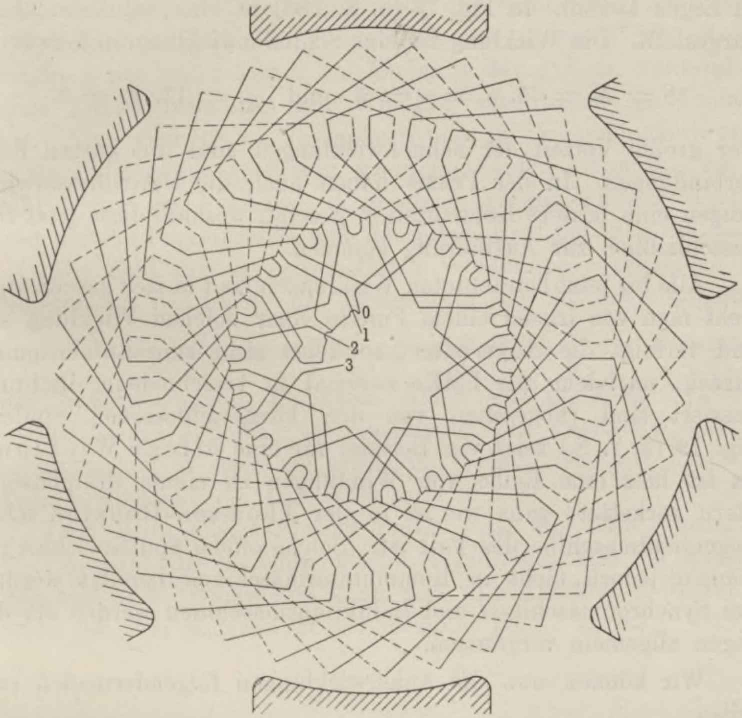
In vielen Fällen, wo die Zahl der Ankerstromzweige gleich der Polzahl oder ein Vielfaches derselben ist, können sowohl Schleifen- wie Wellenwicklungen zur Verwendung gelangen. Im allgemeinen zieht man dann die Schleifenwicklung vor, da man bei der Wellenwicklung keine Sicherheit dafür hat, daß der Strom sich gleichmäßig auf alle Bürsten derselben Polarität ver-

Fig. 78.



teilt. Dies geht am deutlichsten aus den Fig. 74 a und b hervor. Da die Bürsten gleicher Polarität durch induktionsfreie Leiter miteinander verbunden sind, so wird der Strom seinen Weg durch diejenige Bürste nehmen, die den kleinsten Widerstand darbietet. Man kann deswegen auch die Beobachtung machen, daß der durch die einzelnen Bürsten fließende Strom mit dem Druck auf dieselben variiert. Bei der Schleifenwicklung würde dagegen eine ungleichmäßige Verteilung des Stromes auf den Bürsten derselben Polarität eine ungleichmäßige Verteilung des Stromes in den einzelnen Ankerstromzweigen bewirken. Hierdurch würde aber die Ankerrückwirkung auf die einzelnen Pole des Feldes verschieden ausfallen und zwar derartig, daß sich fast der gleiche Strom in allen Stromzweigen einstellen würde. Man hat also hier keinen großen Unterschied in der Stromverteilung der Bürsten zu befürchten. Bei Maschinen von hoher Spannung, wo die Wellenwicklung der Schleifenwicklung vorzuziehen ist,

Fig. 79.



soll man bestrebt sein, eine möglichst symmetrische Wicklung zu erreichen, was der Fall ist, wenn $\frac{K}{a}$ eine ganze Zahl ist. Dies tritt ein, entweder wenn $\frac{p}{a}$ oder $\frac{y}{a}$ eine ganze Zahl ist; im letzten Falle ist die Wicklung dann a-fach geschlossen.

Man unterscheidet bei Trommelwicklungen oft zwischen Durchmesser- und Sehnenwicklungen. Bei den ersten ist die Spulenweite, die durch den Teilschritt y_2 gemessen wird, fast gleich der Polteilung. Bei den Sehnenwicklungen dagegen ist die Spulenweite bedeutend kleiner als die Polteilung. Man erreicht durch die letzteren eine kleinere Ankerrückwirkung und eine kleinere Bürstenverschiebung von Leerlauf bis Vollast. Da aber die Spulenweite kleiner als die Polteilung gemacht wird, so umschlingt die Spule einer derartigen Wicklung weniger Kraftfluß als die Spule einer Durchmesserwicklung und ist somit in elektrischer Beziehung minderwertig. Ferner wird eine funkenfreie Einstellung der Bürsten bei Sehnenwicklungen dadurch erschwert, daß die eine Seite der von den Bürsten kurzgeschlossenen Spulen in ein zu steiles Feld zu liegen kommt. In Fig. 78 (a. S. 180) ist eine Sehnenwicklung dargestellt. Die Wicklung ist eine Schleifenwicklung, und zwar ist

$$S = K = 36,\ a = p = 3 \quad \text{und} \quad y_1 = 11,\ y_2 = 9.$$

Der größte Vorteil der Sehnenwicklungen sind die kurzen Endverbindungen. In der Praxis haben auch die Durchmesserwicklungen eine bessere Kommutation gezeigt, weshalb diese jetzt fast ausschließlich zur Ausführung kommen.

Alle bis jetzt betrachteten Wicklungen sind in sich geschlossen. Geht man von irgend einem Punkte einer solchen Wicklung aus und verfolgt die Ankerleiter, so kehrt man zum Anfangspunkt zurück, nachdem alle EMKe zweimal in verschiedener Richtung passiert sind (abgesehen von den kurzgeschlossenen Spulen). Fig. 79 (a. v. S.) zeigt ein Beispiel für eine offene Wicklung. Es ist hier eine Reihe von Windungen zu einem dreiphasigen Stern verkettet, ganz wie es in der Thomson-Houston'schen Bogenlichtmaschine der Fall ist. Solche offene Spulenwicklungen können jedoch nicht in Kommutatormaschinen benutzt werden. Bei Synchronmaschinen und Induktionsmaschinen werden sie dagegen allgemein vorgezogen.

Wir können nun die Ankerwicklungen folgendermaßen einteilen:

a) Ring- und Trommelwicklungen,
b) Geschlossene und offene Wicklungen,
c) Spiral-, Schleifen- und Wellenwicklungen,
d) Durchmesser- und Sehnenwicklungen.

III. Die induzierte EMK.

Die Formel für die induzierte EMK in der im Vorhergehenden diskutierten Gleichstrommaschine ist

$$e = 4\, c\, w\, \Phi\, 10^{-8},$$

worin

e = induzierte EMK,
c = Periodenzahl = Polpaarzahl mal Umdrehungen pro Sekunde,
w = Windungszahl in Serie zwischen zwei Bürsten,
Φ = Kraftfluß pro Pol, der durch den Anker geht.

In Maschinen mit Ringanker ist Φ die Hälfte des Kraftflusses pro Pol, da der Kraftfluß im Anker in zwei Hälften geteilt wird und jede Ankerwindung nur die Hälfte des Kraftflusses pro Pol einschließt. In Ringankern hat indessen jede Ankerwindung nur einen Leiter am Umfange des Ankers, während bei einer Trommelwicklung jede Windung zwei Leiter am Umfange hat. Also wird die in Ringankern und in Trommelankern induzierte EMK gleich groß sein, wenn die beiden Anker gleiche Anzahl Leiter am Umfange, d. h. gleich großen Umfang besitzen, und gleiche Periodenzahl und denselben Kraftfluß pro Pol haben.

Die Zahl der seriegeschalteten Windungen w zwischen den Bürsten ist die Hälfte der Gesamtzahl der Ankerwindungen in einem Anker mit Serieschaltung und gleich $\frac{1}{p}$ der Gesamtzahl der Ankerwindungen in einem Anker mit einfacher Schleifenwicklung und p Polen. In Wicklungen mit zweifacher Parallelschaltung ist w halb so groß, in Wicklungen mit dreifacher Parallelschaltung ein Drittel so groß u. s. w.

Mit Hilfe dieser Formel findet man die EMK, wenn die Periodenzahl, die seriegeschalteten Windungen und der Kraftfluß gegeben sind. Umgekehrt kann man den Kraftfluß Φ berechnen, wenn die drei anderen Größen bekannt sind. Es ist

$$\Phi = \frac{e}{4\,c\,w}\,10^8.$$

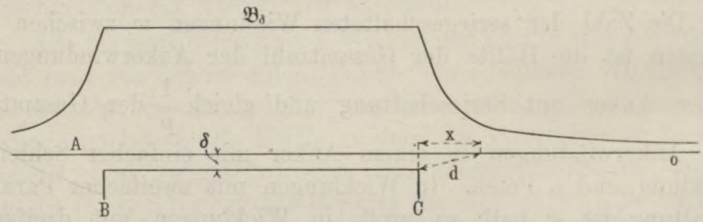
Aus dem Kraftfluß, den Querschnitten und Längen der verschiedenen Teile des magnetischen Stromkreises können die Induktionen und die zur Erzeugung dieser Induktionen erforderlichen Ampèrewindungen berechnet werden. Die gesamte Ampèrewindungszahl der Erregung pro Polpaar, die zur Erregung des Kraftflusses erforderlich ist, ist gleich der Summe der für die verschiedenen Teile des magnetischen Stromkreises erforderlichen Ampèrewindungen.

Da die Formel für die Gleichstrominduktion unabhängig von der Verteilung des Kraftflusses oder von der Form der Feldkurve ist, so sind der gesamte Kraftfluß und damit die für diesen erforderlichen Amperewindungen ebenfalls unabhängig von der Verteilung des Kraftflusses an der Ankeroberfläche. Die Form dieser sogenannten Feldkurve ist aber von Bedeutung für die Ankerrückwirkung und die Kommutierung.

IV. Feldkurven.

Die Verteilung des Kraftflusses im Luftspalt oder die Feldkurve an der Ankeroberfläche kann in der Weise angenähert berechnet werden, daß man die Induktion an irgend einem Punkte an der Ankeroberfläche proportional der in diesem Punkte wirkenden MMK und umgekehrt proportional dem nächsten Abstand von einem Magnetpol setzt. Wenn also die auf den Luftspalt zwischen Anker und Polschuh wirkenden Amperewindungen

Fig. 80.



gleich $\mathfrak{F}_0$ und δ die Länge des Luftspalts von Eisen zu Eisen ist, so ist die Induktion unter dem Pole also auf der Strecke BC in Fig. 80:

$$\mathfrak{B}_\delta = \frac{4\,\pi\,\mathfrak{F}_0}{10\,\delta}.$$

In einem Punkte in dem Abstand x vom Ende eines Magnetpoles an der Ankeroberfläche ist der Abstand von dem nächsten Feldpol

$$d = \sqrt{\delta^2 + x^2}$$

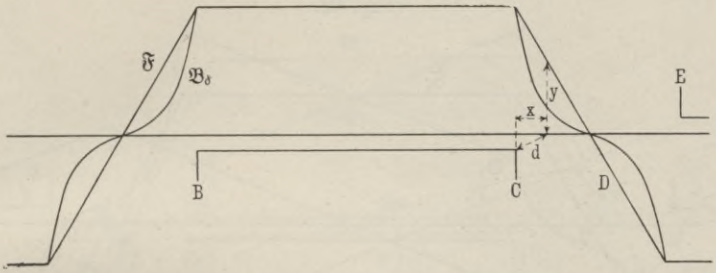
und somit die Induktion

$$\mathfrak{B}_\delta = \frac{4\,\pi\,\mathfrak{F}_0}{10\sqrt{\delta^2 + x^2}}.$$

Mit Hilfe dieser Formel ist die Feldkurve entlang der Ankeroberfläche für einen Einzelpol BC berechnet und in Fig. 80 aufgezeichnet. Die Länge des Luftspaltes ist gleich 1 cm und die MMK so groß, daß $\mathfrak{B}_\delta$ unter dem Pol gleich 8000 ist, also $\mathfrak{F}_0 = 6400$ oder $\mathfrak{H}_0 = 8000$.

An dem Umfang eines Gleichstromankers haben die aufeinanderfolgenden Pole wechselnde Polarität. Die MMK ist somit nur unter jedem Magnetpol konstant, nimmt aber in dem Raum CE, Fig. 81, zwischen den Polen von dem vollen Wert in C ab bis zu dem vollen Wert in entgegengesetzter Richtung in E. Der in der Mitte zwischen C und E liegende Punkt D, in welchem die MMK des Feldpols gleich Null ist, heißt der neu-

Fig. 81.



trale Punkt oder die neutrale Zone. Die Kurve der MMK der Felderregung ist in Fig. 81 durch die Linie $\mathfrak{F}$ dargestellt. Die Feldkurve $\mathfrak{B}$ in Fig. 81 wird berechnet nach der Formel

$$\mathfrak{B} = \frac{4\pi\mathfrak{F}}{10\,d},$$

wo

$$d = \sqrt{\delta^2 + x^2}.$$

Diese Feldkurve bezieht sich nur auf den Leerlaufzustand. Bei Belastung, wenn der Anker also Strom führt, wird die Form der Feldkurve durch den Einfluß der MMK des Ankerstromes oder die Ankerrückwirkung geändert.

Nehmen wir an, daß die Bürsten in den Mittelpunkten D und G zwischen zwei aufeinanderfolgenden Polen stehen, Fig. 82 (a. f. S.), so ist die Ankerrückwirkung ein Maximum in dem Punkte, der mit den Kommutatorbürsten in Verbindung steht, also in diesem Falle in den Punkten D und G, und nimmt allmählich von dem vollen Werte in D bis zu dem gleichen, aber entgegengesetzten Werte in G ab, wie durch die Linie f in Fig. 82 dargestellt ist. Die Linie $\mathfrak{F}_0$ bezeichnet die MMK der Felderregung.

Wenn w die Zahl der seriegeschalteten Windungen pro Pol zwischen den Bürsten und i der Strom in jeder Windung, so ist die Ankerrückwirkung:

$$f = w \, . \, i \text{ Ampèrewindungen.}$$

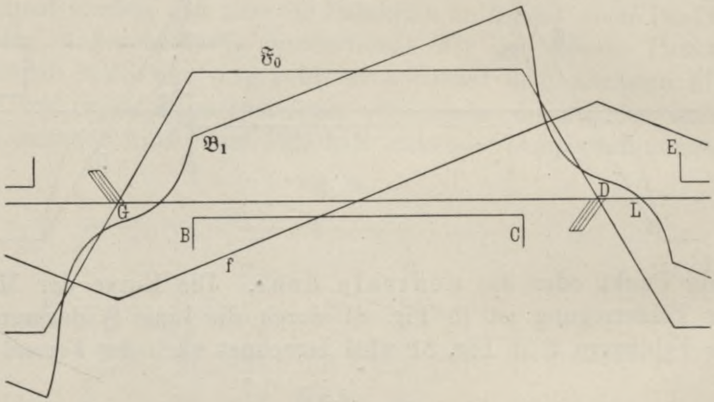
Durch Addition von f und $\mathfrak{F}_0$ erhält man die resultierende MMK $\mathfrak{F}$ und hieraus die Werte der Induktion

$$\mathfrak{B} = \frac{4\pi\mathfrak{F}}{10d},$$

die durch die Linie $\mathfrak{B}_1$ in Fig. 82 dargestellt sind.

Wenn die Bürsten in der Mitte zwischen den Polen stehen, so wirkt die MMK des Ankers in derselben Richtung wie die

Fig. 82.



MMK der Felderregung auf der einen Seite von der Mitte des Poles, und entgegengesetzt auf der anderen Seite. Die magnetische Induktion wird also auf der einen Seite erhöht, auf der anderen verkleinert. Indessen wird die gesamte MMK und damit auch der gesamte Kraftfluß, der in den Anker eintritt, nicht geändert, wenn man von der Wirkung der Sättigung absieht. Wenn die Bürsten in der Mitte zwischen den aufeinanderfolgenden Feldpolen stehen, so wirkt die Ankerrückwirkung zwar deformierend auf die Feldkurve, aber der Kraftfluß wird weder kleiner noch größer, wenn die Sättigungsgrenze des Eisens nicht erreicht ist.

Die Deformierung der Feldkurve geschieht durch die unter dem Pole von B bis C liegenden Ampèrewindungen. Wenn b die Länge des Polbogens und τ die Polteilung ist, so sind die deformierenden Ampèrewindungen der Ankerrückwirkung

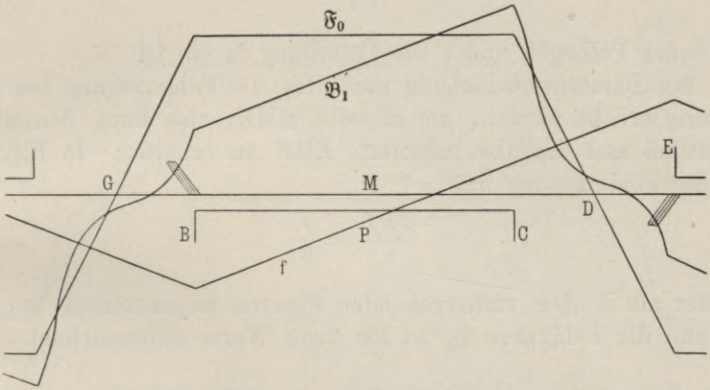
$$= \frac{b}{\tau} f.$$

In dem angeführten Beispiel Fig. 82, wo

$$f = \frac{3\,\mathfrak{F}_0}{4},$$

stehen die MMKe an den zwei Enden des Polschuhes und damit die magnetischen Induktionen in dem Verhältnis 1:3. Wie man sieht, wird die induzierte EMK durch die Ankerrückwirkung nicht geändert, wenn die Bürsten in der Mitte zwischen den Polen stehen, mit Ausnahme von dem kleinen Betrag, der von dem Kraftfluß herrührt, der außerhalb D und G eintritt, d. h. der außerhalb der Stellung der Bürsten verschoben ist. Bei D tritt

Fig. 83.



indessen auch etwas von dem Kraftfluß in den Anker ein, dessen Intensität auf der Größe der Ankerrückwirkung beruht. Bei großer Ankerrückwirkung sind die Bürsten in diesem Punkte in Bezug auf Funkenbildung sehr gefährdet, indem eine wirksame EMK durch sie kurzgeschlossen wird. Bei Belastung müssen deswegen die Bürsten gegen den folgenden Pol verschoben werden, also in der Richtung, in welcher der Nullpunkt der magnetischen Induktion durch die Ankerrückwirkung verschoben worden ist.

In der vorstehenden Fig. 83 ist angenommen, daß die Bürsten bis unter die nächste Polschuhecke E bezw. B verschoben sind.

Hieraus folgt, daß der der Felderregung entgegengesetzte Teil der Ankerrückwirkung größer als der in derselben Richtung wirkende Teil ist und folglich wird die resultierende MMK

$$\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_0 + f$$

vermindert. Bei Bürstenverstellung entmagnetisiert demnach die Ankerrückwirkung das Feld. Die entmagnetisierenden Ankeramperewindungen sind

$$PM = \frac{GB}{GM} f.$$

Wenn also h die Bürstenverschiebung in cm ist ($= GB$ in Fig. 83), so ist die entmagnetisierende Komponente der Ankerrückwirkung

$$= \frac{2h}{\tau} f$$

und die deformierende Komponente

$$= \frac{b}{\tau} f,$$

wo b der Polbogen und τ die Polteilung in cm ist.

Bei Bürstenverschiebung muß also die Felderregung bei Belastung erhöht werden, um dieselbe MMK, also auch denselben Kraftfluß und dieselbe induzierte EMK zu erhalten. In Fig. 83 ist die Felderregung um

$$\frac{2hf}{\tau} = \frac{f}{3}$$

größer als in den vorhergehenden Figuren angenommen worden ist und die Feldkurve $\mathfrak{B}_1$ ist für diese Werte aufgezeichnet.

V. Wirkung der Sättigung auf die Feldkurve.

In der Diskussion der Fig. 80 bis 83 ist die Wirkung der Sättigung nicht berücksichtigt. Wir haben die Annahme gemacht, daß das Eisen in der Nähe des Luftspaltes, also die Polschuhoberfläche und die Ankerzähne, so weit unter der Sättigung ist, daß die Induktion bei der entmagnetisierten Ecke des Polschuhes abnimmt und bei der Ecke, wo der Kraftfluß verstärkt wird, proportional der MMK steigt. Die Kurve der MMK wird selbstverständlich nicht von der Sättigung beeinflußt, aber die Form der Feldkurve wird hierdurch bedeutend geändert.

Um die Wirkung der Sättigung zu untersuchen, hat man in den Fig. 84 bis 87 die Annahme gemacht, daß der Luftzwischenraum zu der Hälfte des früheren Wertes vermindert ist, also $\delta = 0{,}5$ cm. Die Induktion im Luftspalt erfordert somit nur die Hälfte der früheren Ampèrewindungen. Es wird angenommen, daß die andere Hälfte durch die Sättigung in den Ankerzähnen verbraucht wird. Die Tiefe der Ankernuten beträgt 3,2 cm, und der Zylinderring, der von den Zähnen und der Wicklung gebildet wird, besteht zu einem Drittel aus Eisen und zu zwei Dritteln aus unmagnetischen Materialien (Nuten, Ventilationsschlitzen, Isolation zwischen den Ankerblechen u. s. w.).

In den Fig. 84, 85, 86 und 87 sind die Kurven aufgetragen, die denjenigen in den Fig. 80, 81, 82 und 83 entsprechen. Wie

Fig. 84.

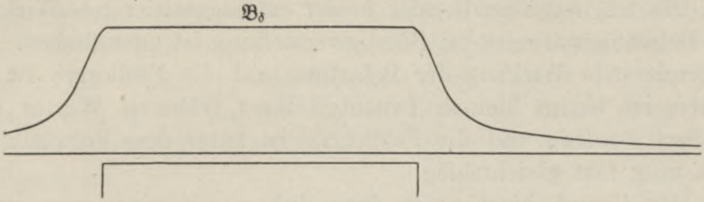


Fig. 85.

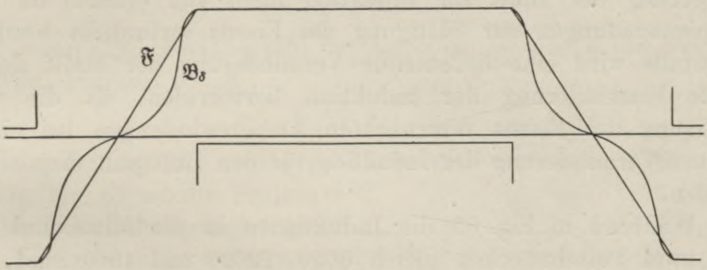


Fig. 86.

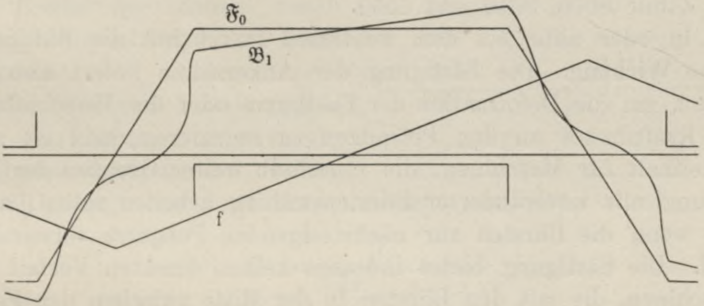
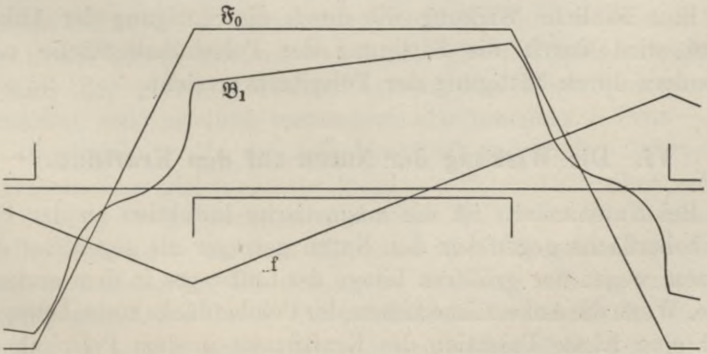


Fig. 87.



man sieht, ist der Unterschied in den magnetischen Induktionen unter den Polspitzen bedeutend vermindert, weiter weg von den Polspitzen ist die Feldkurve aber nicht geändert.

Die magnetisierende oder besser entmagnetisierende Wirkung des Belastungsstromes bei Bürstenverstellung ist unverändert. Die deformierende Wirkung der Belastung auf die Feldkurve ist indessen zu einem kleinen Bruchteil ihres früheren Wertes vermindert worden, und die Feldkurve ist unter dem Polschuh bei Belastung fast gleichmäßig.

Der Grund hierfür ist der, daß sogar eine sehr große Steigerung der MMK die Induktion nicht viel erhöht, da die Ampèrewindungen zur Sättigung des Eisens verbraucht werden. Ebenfalls wird eine bedeutende Verminderung der MMK keine große Verminderung der Induktion hervorrufen, da die zur Sättigung des Eisens verbrauchten Ampèrewindungen bei einer kleinen Verminderung der Induktion für den Luftspalt disponibel werden.

Während in Fig. 83 die Induktionen in der Mitte und bei den zwei Polschuhecken gleich 8000, 12000 und 4000 sind, so sind die entsprechenden Induktionen in Fig. 87 bei Sättigung der Zähne 8000, 9040 und 6550.

In oder nahe bei dem neutralen Punkt hat die Sättigung keine Wirkung. Die Sättigung der Ankerzähne liefert also ein Mittel, um die Deformation der Feldkurve oder die Verschiebung des Kraftflusses an den Polspitzen zu reduzieren, und ist also vorteilhaft für Maschinen, die innerhalb weiter Grenzen der Belastung mit unveränderter Bürstenstellung arbeiten sollen, aber nur wenn die Bürsten zur nächstfolgenden Polspitze verschoben sind. Die Sättigung bietet indessen keinen direkten Vorteil für Maschinen, die mit den Bürsten in der Mitte zwischen den Feldpolen kommutieren, wie bei rotierenden Umformern.

Eine ähnliche Wirkung wie durch die Sättigung der Ankerzähne wird durch die Sättigung der Polschuhoberfläche oder besonders durch Sättigung der Polspitzen erreicht.

VI. Die Wirkung der Nuten auf den Kraftfluß.

Bei Nutenankern ist die magnetische Induktion an der Polschuhoberfläche gegenüber den Nuten geringer als gegenüber den Zähnen, wegen der größeren Länge des Luftweges in dem ersteren Falle. Wenn die Ankerzähne sich an der Poloberfläche vorbeibewegen, wird eine lokale Pulsation des Kraftflusses in dem Polschuh erzeugt, die bei lamellierten Polschuhen unschädlich ist, in massiven Polschuhen dagegen Wirbelströme induziert. Die Periodenzahl dieser Pulsation ist außerordentlich hoch, und der von den Wirbelströmen herrührende Energieverlust in den Polschuhen kann auch bei Pulsationen mit kleiner Amplitude erheblich sein. Wenn v die Umfangsgeschwindigkeit des Ankers in cm pro Sekunde und t_1 die Zahnteilung ist (d. h. die Breite einer Nut und eines Zahnes an der Ankeroberfläche), so ist die Periodenzahl der Pulsation:

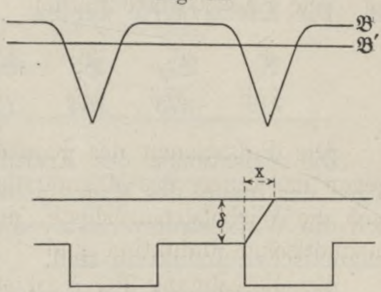
$$c_1 = \frac{v}{t_1}.$$

Oder wenn c die Periodenzahl der Maschine ist und q die Nutenzahl pro Polpaar, so ist

$$c_1 = q c.$$

Wenn z. B. $c = 33{,}3$ und $q = 51$, so wird also $c_1 = 1700$.

Fig. 88.



In Fig. 88 ist die Feldkurve an der Polschuhoberfläche unter der Voraussetzung aufgetragen, daß die Weite der Nuten gleich der Breite der Zähne gleich zweimal der Länge des Luftspaltes ist.

Die Feldkurve besteht gegenüber den Nuten aus zwei gekrümmten Zweigen, die, wie in Fig. 80 gezeigt, berechnet werden können nach der Formel

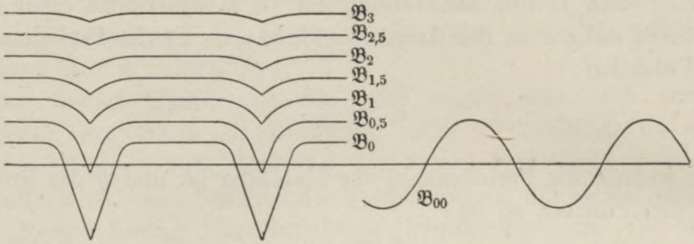
$$\mathfrak{B} = \frac{\mathfrak{F}}{\sqrt{\delta^2 + x^2}}.$$

Die mittlere magnetische Induktion ist 7525. Wenn man also die Hälfte der Ankeroberfläche mittels Nuten wegnimmt, die eine Breite gleich zweimal der Länge des Luftspaltes besitzen, so wird der gesamte Kraftfluß unter dem Magnetpol nur im Verhältnis 8000 zu 7525 vermindert, also um etwa 6 Proz.

Die Induktion $\mathfrak{B}$, die zwischen 8000 und 5700 pulsiert, ist äquivalent einer gleichmäßigen Induktion $\mathfrak{B}_1 = 7525$, über welche eine in Fig. 89 dargestellte wechselnde Induktion $\mathfrak{B}_0$ mit einem Maximum von 475 und ein Minimum von 1825 superponiert ist. Diese wechselnde Induktion $\mathfrak{B}_0$ kann in Bezug auf die Induktion von Wirbelströmen durch die äquivalente Sinuswelle $\mathfrak{B}_{00}$ ersetzt werden, d. h. von einer Sinuswelle mit demselben Effektivwert (oder gleiche Quadratwurzel von dem mittleren Quadrat). Dieser Effektivwert ist 718.

Die Pulsation des Kraftflusses weiter in den Polschuh hinein kann angenähert durch Ziehen von äquidistanten Kurven zu $\mathfrak{B}_0$ dargestellt werden. In Fig. 89 sind die Kurven $\mathfrak{B}_{0,5}$, $\mathfrak{B}_1$, $\mathfrak{B}_{1,5}$, $\mathfrak{B}_2$,

Fig. 89.



$\mathfrak{B}_{2,5}$ und $\mathfrak{B}_3$ äquidistant zu $\mathfrak{B}_0$ in den relativen Abständen 0,5, 1, 1,5, 2, 2,5 und 3 gezogen, wo $a = 1$ die Länge des Luftspaltes ist. Die Effektivwerte werden

$\mathfrak{B}_0$	$\mathfrak{B}_{0,5}$	$\mathfrak{B}_1$	$\mathfrak{B}_{1,5}$	$\mathfrak{B}_2$	$\mathfrak{B}_{2,5}$	$\mathfrak{B}_3$
718	373	184	119	91	69	57

Die Pulsationen des Kraftflusses verschwinden also schnell gegen das Innere des Magnetpoles, und noch schneller vermindern sich die Wirbelstromverluste, die proportional dem Quadrat der magnetischen Induktion sind.

Bei Berechnung der Verluste durch Wirbelströme kann die magnetisierende Wirkung der Wirbelströme, die die Pulsation des Kraftflusses zu vermindern suchen, vernachlässigt werden; dies gibt die obere Grenze der Verluste.

Es sei

$\mathfrak{B}$ der Effektiwert der Induktion in dem wechselnden Kraftfluß,

v die Umfangsgeschwindigkeit des Ankers in cm pro Sekunde,

l die Länge des Polschuhes.

Die in dem Polschuh induzierte EMK ist dann

$$e = v \,.\, l \mathfrak{B} 10^{-8}$$

und der Strom, der in einem Streifen von der Dicke d und 1 cm Breite fließt, ist

$$\varDelta i = \frac{e d}{\varrho l} = \frac{v \,.\, l \,.\, \mathfrak{B} d \,.\, 10^{-8}}{\varrho l} = \frac{v \mathfrak{B} d \,.\, 10^{-8}}{\varrho},$$

wo ϱ der spezifische Widerstand des Materials bedeutet.

Der Wirbelstromverlust in dem Streifen wird

$$\varDelta p = e \varDelta i = \frac{v^2 l \mathfrak{B}^2 d \, 10^{-16}}{\varrho}$$

oder pro cm^3

$$p = \frac{v^2 \mathfrak{B}^2 \, 10^{-16}}{\varrho}.$$

Die Verluste sind also proportional dem Quadrate des Effektivwertes der magnetischen Pulsation, ferner dem Quadrate der Umfangsgeschwindigkeit und umgekehrt proportional dem spezifischen Widerstande.

Es sei z. B.

$v = 2000$,
$\varrho = 20 \,.\, 10^{-6}$ für Stahlguß,
$\varrho = 100 \,.\, 10^{-6}$ für Gußeisen,

so wird im oben gegebenen Beispiel

Abstand von der Polschuhoberfläche	$\mathfrak{B}$	p	
		Stahlguß	Gußeisen
0	718	10,3	2,06
$\frac{a}{2}$	373	2,78	0,56
a	184	0,677	0,135
$\frac{3a}{2}$	119	0,283	0,057
$2a$	91	0,166	0,033
$\frac{5a}{2}$	69	0,095	0,019
$3a$	57	0,065	0,013

VII. Ankerrückwirkung.

Bei Leerlauf, also wenn kein Strom durch den Anker oder den induzierten Stromkreis fließt, ist das Magnetfeld einer Kommutatormaschine symmetrisch in Bezug auf die Magnetpole.

Die magnetische Induktion an der Ankeroberfläche ist also Null in dem Punkt oder in der Zone in der Mitte zwischen zwei

Magnetpolen. Dieser Punkt oder diese Zone heißt der „neutrale“ Punkt oder die „neutrale“ Zone der Kommutatormaschine.

Bei Belastung stellt der Ankerstrom eine MMK dar, die in der Richtung von einer Kommutatorbürste zu einer Kommutatorbürste von entgegengesetzter Polarität wirkt, also senkrecht zur MMK des Feldes, wenn die Bürsten in der Mitte zwischen den Magnetpolen stehen, oder gegen die senkrechte Stellung um denselben Winkel verschoben, um welchen die Kommutatorbürsten verstellt sind. Diesen Winkel nennt man den Bürstenverschiebungswinkel.

Wenn w die Zahl der seriegeschalteten Windungen pro Pol zwischen zwei Bürsten und i der Strom in jeder Windung, so ist die MMK des Ankers pro Pol $f = w \, . \, i$. Oder wenn m die Gesamtzahl der Windungen auf dem Anker, b die Zahl der parallelgeschalteten Windungen oder Stromkreise, $2p$ die Polzahl und i_0 der gesamte Ankerstrom, so ist die MMK des Ankers pro Pol

$$f = \frac{m\,i_0}{2\,p\,b}.$$

Diese MMK heißt die Ankerrückwirkung der Gleichstrommaschine. Da die Ankerwindungen über die ganze Polteilung ausgebreitet sind, d. h. über einen Raum auf der Ankeroberfläche, der 180° darstellt, so findet man die resultierende Ankerrückwirkung durch Multiplikation von f mit dem mittleren $cos \begin{cases} +90 \\ -90 \end{cases} = \frac{2}{\pi}$ und es ist also

$$f_0 = \frac{2f}{\pi} = \frac{2\,w\,i}{\pi}.$$

Wenn man die Ankerrückwirkung von Kommutatormaschinen mit derjenigen anderer Maschinentypen, wie Synchronmaschinen u. s. w. vergleicht, so muß die resultierende Ankerrückwirkung

$$f_0 = \frac{2f}{\pi}$$

verwendet werden. Wenn man aber nur Kommutatormaschinen behandelt, so wird die Größe

$$f = w\,i$$

gewöhnlich als Ankerrückwirkung betrachtet.

Die Ankerrückwirkung der Kommutatormaschine hat eine deformierende und eine magnetisierende oder entmagnetisierende

Wirkung auf das Magnetfeld. Die Ankeramperewindungen unter den Magnetpolen haben eine deformierende Wirkung, wie unter „Feldkurven" im vorhergehenden Abschnitt behandelt wurde. Die Ankeramperewindungen zwischen den Feldpolen haben keine Wirkung auf das resultierende Magnetfeld, wenn die Bürsten in der neutalen Zone stehen; wenn die Bürsten aber verstellt sind, so haben die von dem doppelten Bürstenverstellungswinkel eingeschlossenen Ankeramperewindungen eine entmagnetisierende Wirkung.

Wenn also b der Polbogen in cm, h die Bürstenverschiebung in cm an der Ankeroberfläche gemessen, f die MMK der Ankerrückwirkung und $\mathfrak{F}_0$ die MMK der Felderregung pro Pol, so ist die entmagnetisierende Komponente der Ankerrückwirkung $\frac{2fh}{\tau}$ und die deformierende Komponente der Ankerrückwirkung $\frac{b}{\tau}f$. Die magnetische Induktion an der verstärkten Polspitze entspricht der MMK $\mathfrak{F}_0 + \frac{bf}{2\tau}$ und an der geschwächten Polspitze der MMK $\mathfrak{F}_0 - \frac{bf}{2\tau}$.

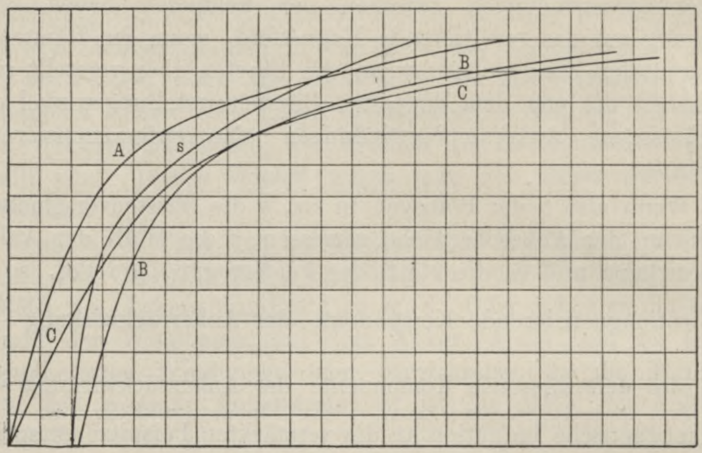
VIII. Magnetisierungskurven.

Unter der Magnetisierungskurve oder Leerlaufcharakteristik einer Kommutatormaschine versteht man eine Kurve, die die induzierte Spannung oder die Klemmenspannung bei Leerlauf und normaler Tourenzahl als Funktion der Erregeramperewindungen pro Magnetpol darstellt. Solche Kurven haben eine Form wie die Kurve A in Fig. 90 (a. f. S.).

Wegen dem remanenten Magnetismus oder der Hysteresis in den Eisenteilen des magnetischen Stromkreises wird die bei abnehmender Felderregung aufgenommene Magnetisierungskurve gewöhnlich mit der bei zunehmender Felderregung aufgenommenen nicht zusammenfallen, sondern wird höher liegen. Wenn man erst die Felderregung allmählich von Null bis Maximum ansteigen und dann wieder abnehmen läßt, erhält man die in Fig. 91 (a. f. S.) dargestellte Schleife, die als mittlere Magnetisierungskurve in Fig. 91 in der Mitte gezeichnet und in Fig. 90 bei A aufgetragen ist.

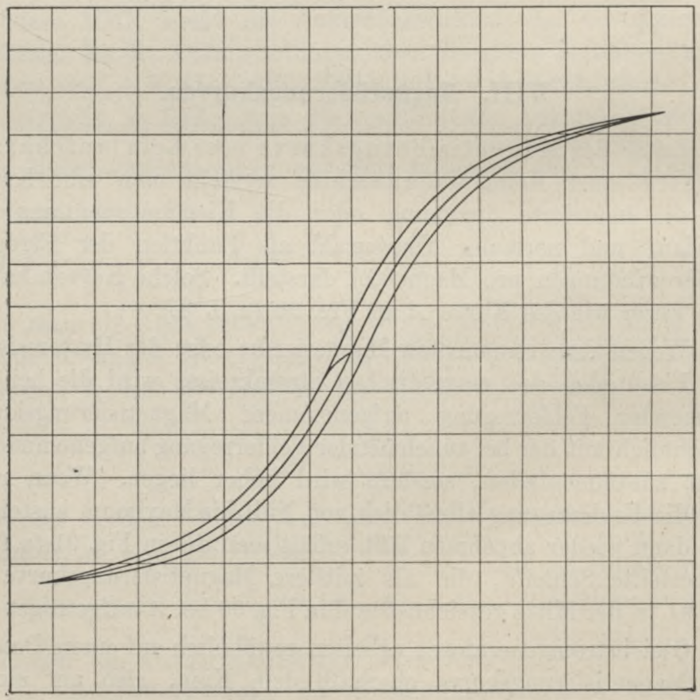
Gleichstromgeneratoren arbeiten gewöhnlich auf einem Punkte der Magnetisierungskurve oberhalb dem Knie, also auf einem Punkte, wo die Klemmenspannung bedeutend weniger als proportional der Felderregung anwächst. Dies ist in selbsterregenden Gleichstromgeneratoren notwendig, um die Stabilität zu sichern.

Fig. 90.



Magnetisierungskurven.

Fig. 91.



Magnetisierungskurven.

Das Verhältnis

$$\frac{\text{Steigung der Felderregung}}{\text{Gesamte Felderregung}} \text{ zu } \frac{\text{Entsprechende Spannungssteigerung}}{\text{Gesamtspannung}},$$

das heißt

$$\frac{d\mathfrak{F}_0}{\mathfrak{F}_0} \text{ zu } \frac{de}{e},$$

nennt man den Sättigungskoeffizient s. In Fig. 90 ist dieser Koeffizient graphisch dargestellt mit der Spannung als Ordinaten und dem Sättigungskoeffizient s als Abszissen.

Ebenfalls von beträchtlicher Wichtigkeit sind die Kurven, welche die Klemmenspannung als Funktion der Felderregung bei Belastung liefern. Derartige Kurven heißt man Belastungscharakteristiken und können Belastungscharakteristiken bei konstanter Stromstärke sein, wenn sie die Klemmenspannung als Funktion der Feldampèrewindungen bei konstantem Vollaststrom im Anker darstellen oder Belastungscharakteristiken bei konstantem äußeren Widerstande sein, wenn sie die Klemmenspannung als Funktion der Feldampèrewindungen darstellen, wenn die Maschine durch einen konstanten Widerstand geschlossen ist, der bei voller Klemmenspannung den normalen Vollaststrom ergibt.

In Fig. 90 ist B eine Belastungscharakteristik bei konstantem Strom und C eine solche bei konstantem äußeren Widerstande.

IX. Kompoundierung.

In einem Gleichstromgenerator muß die Felderregung, um konstante Klemmenspannung zu erhalten, bei Belastung vergrößert werden. Eine Kurve, die die Felderregung in Ampèrewindungen pro Pol als Funktion von der Belastung in Ampère bei konstanter Klemmenspannung darstellt, heißt die Kompoundierungskurve der Maschine.

Die bei Belastung erforderliche Erhöhung der Felderregung rührt her:

1. Von dem inneren Widerstande der Maschine, der einen dem Strome proportionalen Spannungsabfall bewirkt, so daß die induzierte EMK und damit die entsprechende MMK des Feldes bei Belastung größer sein muß. Wenn t der Spannungsabfall in der Maschine in Proz. von der Klemmenspannung oder $t = \frac{i\,r}{e}\,100$

ist, so muß die bei Belastung induzierte EMK $= e\left(1 + \frac{t}{100}\right)$ sein, und wenn $\mathfrak{F}_0$ die Felderregung bei Leerlauf und s der Sättigungskoeffizient bedeutet, so ist die zur Erzeugung der EMK $e\left(1 + \frac{t}{100}\right)$ erforderliche Felderregung $\mathfrak{F}_0\left(1 + \frac{st}{100}\right)$. Bei Belastung ist also wegen dem Ankerwiderstande ein Zuschlag in der Erregung von $\frac{s + \mathfrak{F}_0}{100}$ erforderlich.

2. Die entmagnetisierende Wirkung derjenigen Ampèrewindungen der Ankerrückwirkung, die von der Bürstenverstellung herrühren, erfordert eine Erhöhung der Felderregung um $\frac{2fh}{\tau}$.

3. Die deformierende Wirkung der Ankerrückwirkung ändert nicht die gesamte MMK, die den Kraftfluß erzeugt. Wenn indessen in einem Teil des magnetischen Stromkreises in der Nähe des Luftspaltes magnetische Sättigung erreicht oder angenähert erreicht ist, so ist die Erhöhung der Induktion an der verstärkten Polspitze geringer als die Verminderung an der geschwächten Polspitze und infolgedessen wird der gesamte Kraftfluß bei derselben totalen MMK vermindert. Um also denselben gesamten Kraftfluß zu erzeugen, ist eine erhöhte MMK, d. h. größere Felderregung erforderlich. Diese Erhöhung beruht somit auf der Sättigung des magnetischen Stromkreises in der Nähe der Ankerleiter.

4. Das magnetische Streufeld der Maschine, d. h. derjenige Teil des Kraftflusses, der von Magnetpol zu Magnetpol geht, ohne in den Anker einzutreten, steigt gewöhnlich mit der Belastung.

Das Streufeld ist proportional der magnetischen Potentialdifferenz zwischen den Magnetpolen. Beim Leerlauf ist dasselbe der im Luftspalt, in den Ankerzähnen und im Ankereisen verbrauchten MMK proportional. Bei Belastung mit derselben induzierten EMK, also mit dem gleichen durch das Ankereisen gehenden Kraftfluß, wird die magnetische Potentialdifferenz zwischen angrenzenden Magnetpolen durch die Gegen-MMK des Ankers und durch die Sättigung erhöht. Da das Streufeld durch die Magnetpole und das Joch hindurchgeht, so wird hierdurch die Induktion und entsprechend die Felderregung in diesen Teilen erhöht, besonders wenn das Eisen in den Magnetpolen und im Joch gesättigt ist.

Die wegen der Vergrößerung des Streufeldes und der magnetischen Induktion im äußeren magnetischen Stromkreise erforderliche Erhöhung der Feldstärke ist abhängig von der Form des magnetischen Stromkreises, der Ankerrückwirkung und der Sättigung in den Magnetpolen und im Joch.

Kurven, welche die zur Erhöhung der Spannung proportional dem Strome erforderlichen Ampèrewindungen pro Magnetpol der Felderregung als Funktion der gelieferten Ampère darstellen, heißen Überkompoundierungskurven. Bei der zur Überkompoundierung erforderlichen Erhöhung der Felderregung tritt die Wirkung der magnetischen Sättigung noch stärker hervor.

X. Äußere Charakteristiken.

Die äußere Charakteristik einer Maschine ist diejenige Kurve, welche die Klemmenspannung als Funktion der gelieferten Stromstärke bei konstanter Felderregung darstellt. Diese Kurve ist bei Kommutatormaschinen nicht so wichtig als bei Synchronmaschinen, da Kommutatormaschinen gewöhnlich nicht mit fremder und konstanter Erregung arbeiten, und weil die Verwendung der Kompoundwicklung ein bequemes Mittel zur Änderung der Felderregung proportional der Belastung bietet. Die Kurve, welche für eine Maschine mit Kompoundwicklung die Klemmenspannung als Funktion der gelieferten Stromstärke bei konstantem Widerstand in der Nebenschlußwicklung und konstanter Einstellung der Hauptschlußwicklung darstellt, ist immerhin von Bedeutung, da sie die Regulierungskurve des Gleichstromgenerators darstellt. Diese Kurve würde eine gerade Linie sein, wenn die oben behandelte Wirkung der Sättigung nicht vorhanden wäre.

XI. Wirkungsgrad und Verluste.

Die Verluste in einer Kommutatormaschine, die in Betracht gezogen werden müssen, wenn man den Wirkungsgrad durch Addition der Einzelverluste berechnen will, sind:

1. Verluste durch den Widerstand der Ankerwicklung, der Bürsten und Bürstenkontakte, der Nebenschluß- und Hauptschlußwicklung mit ihren Rheostaten.

2. Hysteresis- und Wirbelstromverluste in dem Eisen bei einer Spannung gleich der Klemmenspannung, vermehrt um die Verluste durch den Spannungsabfall in einem Generator, oder vermindert um die Verluste durch den Spannungsabfall in einem Motor.

3. Wirbelstromverluste in den Ankerleitern, wenn diese groß und nicht geschützt sind.

4. Lager-, Bürsten- und Luftreibung.

5. Zusätzliche Verluste, welche durch die Erhöhung der Hysteresis und der Wirbelströme bei Belastung erzeugt werden. Der Grund hierfür kann in der Änderung der Verteilung des Kraftflusses liegen, z. B. durch lokale Erhöhung der Induktion und durch das Streufeld.

Die Verluste durch Bürstenreibung und Übergangswiderstand der Bürsten können ganz erheblich sein, besonders bei Niederspannungsmaschinen.

Konstant oder angenähert konstant sind die Verluste durch Lagerreibung, Bürstenreibung und Luftwiderstand, Hysteresis und Wirbelströme, sowie der Verlust in der Nebenschlußerregerwicklung. Proportional oder angenähert proportional dem Quadrate der Stromstärke wachsen die Verluste durch Ankerwiderstand, Widerstand der Hauptschlußwicklung, Übergangswiderstand der Bürsten und die sogenannten zusätzlichen Verluste, die indessen bei Kommutatormaschinen gewöhnlich klein sind.

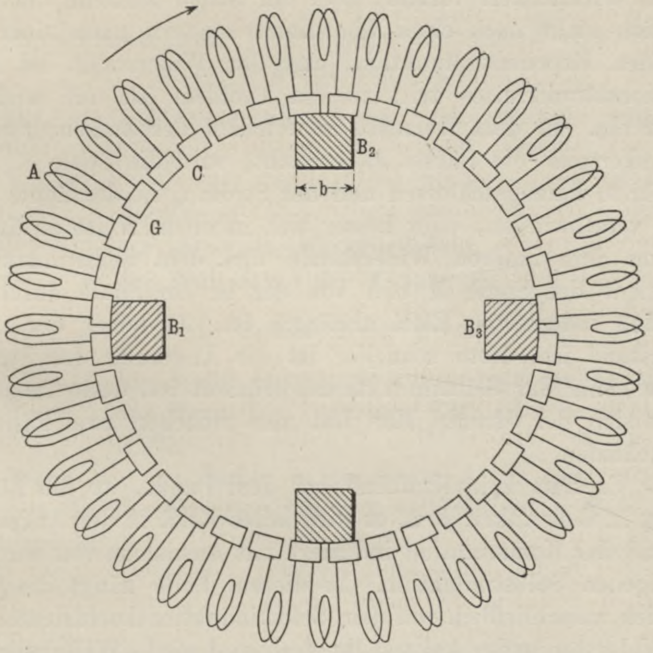
XII. Kommutation.

Das wichtigste Problem bei der Berechnung von Kommutatormaschinen ist dasjenige der Kommutation.

In Fig. 92 ist eine Kommutatormaschine graphisch dargestellt. Die in einer Ankerspule A induzierte EMK ist Null, wenn sich diese Spule in oder nahe bei der Stellung der Kommutatorbürste B_1 befindet. Die EMK steigt und erreicht ein Maximum ungefähr in der Mitte C zwischen zwei nebeneinander liegenden Bürstensätzen B_1 und B_2 und sinkt dann wieder, bis sie den Wert Null in oder ungefähr bei B_2 erreicht und wiederholt dann bei weiterer Drehung die Änderung in entgegengesetzter Richtung. Der Strom in der Ankerspule A ist indessen während der Bewegung der Spule von B_1 bis B_2 konstant. Wenn die Spule A die Bürste B_2 passiert, wird aber der Strom in der Spule A umgekehrt und verbleibt dann wieder konstant in entgegengesetzter Richtung während der Bewegung von B_2 bis B_3. Während also die Ankerspulen einer Kommutatormaschine den Sitz eines Systems von mehrphasigen EMKen sind, das so viele Phasen hat, als Spulen vorhanden sind, so ist der Strom in diesen Spulen konstant, wird aber in den einzelnen Spulen nacheinander umgekehrt.

Die Umkehrung des Stromes in der Spule A findet statt, während der Zwischenraum G zwischen zwei benachbarten Kommutatorlamellen, zwischen welchen die Spule A eingeschaltet ist, die Bürste B_2 passiert. Wenn also b_1 die Breite der Bürsten und

Fig. 92.



v_k die Umfangsgeschwindigkeit des Kommutators pro Sekunde in demselben Maße wie b_1 ist, so wird

$$t_0 = \frac{b_1}{v_k}$$

die Zeit, in welcher der Strom in A umgekehrt wird. Wenn man den Vorgang während der Umkehrung als eine einfache Umwechselung betrachtet, so ist t_0 eine halbe Periode und also

$$c_0 = \frac{1}{2\,t_0} = \frac{v_k}{2\,b_1}$$

die Periodenzahl der Kommutation oder die Kommutierungsfrequenz. Wenn also L der Selbstinduktionskoeffizient der Ankerspule A ist, so ist die in der Ankerspule während der Kommutation induzierte EMK

$$e_0 = 2\,\pi\,c_0\,L\,i_0\,,$$

wo i_0 der umgekehrte Strom ist. Die Energie, die während der Kommutation zu vernichten ist, beträgt $i_0^2 L$.

Die Kommutierungsfrequenz ist viel höher als die Periodenzahl von Synchronmaschinen und beträgt 300 bis 1000 Perioden pro Sekunde oder mehr.

In Wirklichkeit verläuft aber der Strom während der Kommutation nicht nach einer Sinuslinie, sondern nach einer verwickelten Exponentialfunktion, und der Widerstand des Kommutationsstromkreises tritt in das Problem als ein wichtiger Faktor ein. In dem Moment, in welchem der Zwischenraum G der Ankerspule die Bürste B_2 erreicht, wird die Spule A durch die Bürste kurz geschlossen und der Strom i_0 in der Spule fängt an zu verschwinden, oder besser sich in einer Weise zu ändern, die von dem inneren Widerstande und dem Selbstinduktionskoeffizient der Spule A und von der in der Spule durch den Kraftfluß induzierten EMK abhängig ist. Je höher der innere Widerstand ist, desto schneller ist die Änderung des Stromes, und je höher der Selbstinduktionskoeffizient ist, desto langsamer ändert sich der Strom. Man hat also zwischen zwei Fällen zu unterscheiden.

1. Es tritt kein Kraftfluß bei dem Punkt, wo die Bürsten stehen, in den Anker, d. h. es wird keine EMK in der Ankerspule während der Kommutation induziert mit Ausnahme von der EMK der eigenen Selbstinduktion. In diesem Falle hängt die Kommutation ausschließlich von dem Selbstinduktionskoeffizienten und dem Widerstande der Ankerspule A ab und wird „Widerstandskommutation“ genannt.

2. Die Bürsten werden so verschoben, daß die Kommutation in einem aktiven Magnetfelde stattfindet. Es wird also in der Ankerspule während der Kommutation eine EMK bei ihrer Bewegung durch das Magnetfeld der Maschine induziert. In diesem Falle hängt die Kommutation außer von dem Selbstinduktionskoeffizienten und dem Widerstande der Ankerspule noch von der durch das magnetische Hauptfeld induzierten EMK ab und wird „Spannungskommutation“ genannt.

In beiden Fällen kann der Widerstand der Bürsten und der Übergangswiderstand derselben entweder vernachlässigbar sein, was gewöhnlich bei Kupferbürsten der Fall ist, oder sie können von derselben Größe oder größer sein als der innere Widerstand der Ankerspule A. Das letztere ist bei Bürsten aus Kohle oder Graphit gewöhnlich der Fall.

Im ersten Falle ist der Widerstand des Kurzschlußstrom-kreises der Ankerspule A während der Kommutation angenähert konstant, im letzten Falle variiert der Widerstand von unendlicher Größe in dem Moment, in welchem die Kommutation anfängt, bis zu einem Minimum und wieder hinauf zu unendlicher Größe bei Beendigung der Kommutation.

a) Widerstand und Übergangswiderstand der Bürsten vernachlässigbar klein.

Dies ist bei Kupferbürsten mehr oder weniger angenähert der Fall.

Es sei

i_0 der Strom,
L der Selbstinduktionskoeffizient,
r der Widerstand der Ankerspule,
$t_0 = \frac{b_1}{v_k}$ die Zeitdauer der Kommutation,
$-e$ die in der Ankerspule während der Bewegung durch das Magnetfeld induzierte EMK oder kommutierende EMK.

Wenn wir den Strom in der Spule A zur Zeit t nach dem Anfange der Kommutation mit i bezeichnen, so ist die EMK der Selbstinduktion

$$e_1 = -L\frac{di}{dt}.$$

Die gesamte in der Spule A wirkende EMK ist somit:

$$-e + e_1 = -e - L\frac{di}{dt},$$

und der Strom

$$i = \frac{-e + e_1}{r} = -\frac{e}{r} - \frac{L}{r}\frac{di}{dt}.$$

Dieser Ausdruck kann geschrieben werden:

$$-\frac{r\,dt}{L} = \frac{di}{\frac{e}{r} + i}.$$

Das Integral von dieser Größe ist:

$$-\frac{rt}{L} = \ln\left(\frac{e}{r} + i\right) - \ln c,$$

wo $\ln c$ die Integrationskonstante ist.

Bei $t = 0$ ist $i = i_0$ und wir bekommen

$$\ln c = \ln\left(\frac{e}{r} + i_0\right),$$

also

$$c = \left(\frac{e}{r} + i_0\right)$$

und

$$i = \left(\frac{e}{r} + i_0\right) e^{-\frac{r}{L}t} - \frac{e}{r},$$

wo e die Grundzahl der natürlichen Logarithmen ist.

Bei Beendigung der Kommutation, also bei $t = t_0$, ist

$$i_1 = \left(\frac{e}{r} + i_0\right) e^{-\frac{r}{L}t_0} - \frac{e}{r}.$$

Für richtige Kommutation muß

$$i_1 = -i_0$$

sein, d. h. bei Beendigung der Kommutation muß der Strom umgekehrt sein und seinen vollen Wert in entgegengesetzter Richtung erreicht haben.

Durch Einsetzen des Wertes von i_1 aus der vorhergehenden Gleichung in die letzte Gleichung und durch Umformung erhalten wir:

$$e^{-\frac{r}{L}t_0} = \frac{\frac{e}{r} - i_0}{\frac{e}{r} + i_0}.$$

Wenn wir die Logarithmen von beiden Ausdrücken nehmen, wird

$$\frac{r}{L}t_0 = \ln \frac{\frac{e}{r} + i_0}{\frac{e}{r} - i_0}.$$

Durch Auflösung der Exponentialgleichung für e erhalten wir:

$$e = r\,i_0 \frac{1 + e^{-\frac{r}{L}t_0}}{1 - e^{-\frac{r}{L}t_0}}.$$

Es ist einleuchtend, daß die Ungleichheit $e > i_0 r$ bestehen muß, da sonst richtige Kommutation unmöglich ist.

Wenn

$$e = 0,$$

bekommen wir

$$i = i_0 \, e^{-\frac{r}{L} t_0}.$$

Dies bedeutet, daß der Strom nie umgekehrt wird, sondern nur mehr oder weniger verschwindet, und in dem Moment, in welchem der Zwischenraum G der Ankerspule die Bürste B verläßt, muß der Strom in der Spule plötzlich zu voller Stärke in entgegengesetzter Richtung anwachsen. Da dies wegen der Selbstinduktion der Spule unmöglich ist, so fließt der Strom in Gestalt eines Lichtbogens von der Bürste der Kommutatoroberfläche entlang in einem Zeitraume, der von dem Selbstinduktionskoeffizienten der Ankerspule abhängig ist.

Bei Verwendung von Bürsten mit kleinem Widerstande ist also Widerstandskommutation nur bei Maschinen mit außerordentlich kleiner Ankerselbstinduktion möglich. Die Ankerselbstinduktion muß so klein sein, daß die magnetische Energie $\frac{i_0^2 L}{2}$, die in diesem Falle als Funktion erscheint, unschädlich ist.

Spannungskommutation ist bei Bürsten von kleinem Widerstande möglich, erfordert aber eine kommutierende EMK e proportional dem Strome i_0, d. h. die Bürsten müssen proportional der Belastung verschoben werden.

Im vorgehenden ist die EMK e während der Kommutation als konstant betrachtet worden. In Wirklichkeit variiert sie etwas, indem sie steigt, wenn die kommutierende Spule sich einem dichteren Felde nähert. Es ist im allgemeinen nicht möglich, diese Änderung zu verfolgen, und e wird deswegen als der Mittelwert während der Kommutation betrachtet.

b) Bürsten mit hohem Übergangswiderstand.

In Fig. 93 (a. f. S.) stellt B eine Bürste und A eine kommutierende Spule dar.

Es sei r_0 der Übergangswiderstand der Bürste, d. h. der Widerstand von der Bürste zur Kommutatoroberfläche über die ganze Berührungsfläche der Bürsten. Der Widerstand des kommutierenden Stromkreises ist somit gleich dem inneren Widerstande der Ankerspule r, vermehrt um den Widerstand von C bis B und den Widerstand von B zu D.

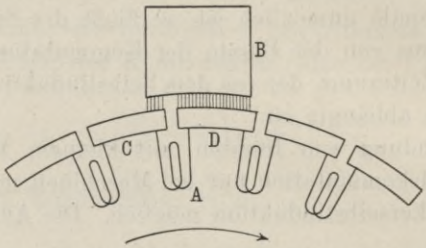
Wenn also t_0 die Zeitdauer der Kommutation ist, so ist zur Zeit t nach Anfang der Kommutation der Widerstand von C bis

B gleich $\frac{t_0 r_0}{t}$ und von B zu D $\frac{t_0 r_0}{t_0 - t}$, und somit der gesamte Widerstand der kommutierten Spule

$$R = r + \frac{t_0 r_0}{t} + \frac{t_0 r_0}{t_0 - t} = r + \frac{t_0^2 r_0}{t(t_0 - t)}.$$

Wenn i_0 der Strom vor der Kommutation ist, so ist der gesamte Strom, der in den Anker von der Bürste B eintritt, $2 i_0$.

Fig. 93.



Wenn also i der Strom in der kommutierten Spule ist, so fließt der Strom $i_0 + i$ von B bis D und der Strom $i_0 - i$ von B bis C.

Die Potentialdifferenz zwischen D und C ist somit

$$\frac{t_0 r_0}{t_0 - t}(i_0 + i) - \frac{t_0 r_0}{t}(i_0 - i).$$

Die in der Spule A wirkende EMK ist

$$- e - \frac{L\, d i}{d t},$$

und hieraus die Potentialdifferenz zwischen D und C

$$- e - L\frac{d i}{d t} - i r,$$

und es wird also

$$- e - L\frac{d i}{d t} - i r = \frac{t_0 r_0}{t_0 - t}(i_0 + i) - \frac{t_0 r_0}{t}(i_0 - i).$$

Durch Umformung erhalten wir:

$$\frac{L\, d i}{d t} + e + i r + \frac{t_0 r_0 i_0 (2 t - t_0)}{t(t_0 - t)} + \frac{t_0^2 r_0 i}{t(t_0 - t)} = 0$$

$$L\frac{d i}{d t} + e + i\left(r + \frac{r_0 t_0^2}{t(t_0 - t)}\right) + \frac{r_0 t_0 i_0 (2 t - t_0)}{t(t_0 - t)} = 0.$$

Die weitere Behandlung dieses allgemeinen Problems wird schwierig, jedoch kann man auch ohne Integration von dieser Differentialgleichung eine Anzahl wichtiger Schlußfolgerungen ableiten.

Selbstverständlich ist die Kommutation richtig und somit funkenlos, wenn der durch die Bürste eintretende Strom sich von Lamelle zu Lamelle ändert im Verhältnis zu der Bewegung des Zwischenraumes zwischen benachbarten Lamellen quer über die Bürste, d. h. wenn die Stromdichte über die ganze Kontaktfläche der Bürsten konstant ist. Dies bedeutet, daß der Strom i in der kurzgeschlossenen Spule von $+ i_0$ bis $- i_0$ als eine lineare Funktion der Zeit variiert. In diesem Falle kann der Strom ausgedrückt werden durch

$$i = i_0 \frac{t_0 - 2t}{t_0},$$

also

$$\frac{di}{dt} = - \frac{2 i_0}{t_0}.$$

Durch Einsetzen dieser Größe in die allgemeine Differentialgleichung erhalten wir nach einigen Umformungen:

$$\frac{e}{i_0} t_0 + r(t_0 - 2t) - 2L = 0$$

oder

$$e = i_0 \left\{ \frac{2L}{t_0} - r\left(1 - 2\frac{t}{t_0}\right)\right\},$$

welches beim Anfang der Kommutation, also für $t = 0$,

$$e_1 = i_0 \left(\frac{2L}{t_0} - r\right)$$

und bei Beendigung der Kommutation, also für $t = t_0$,

$$e_2 = i_0 \left(\frac{2L}{t_0} + r\right)$$

ergibt.

Auch bei Verwendung von Bürsten mit hohem Widerstande ist Spannungskommutation für eine richtige Kommutation des Stromes erforderlich und die der kommutierenden Spule aufgedrückte EMK e muß während der Kommutation von e_1 zu e_2 nach obiger Gleichung ansteigen. Diese EMK ist dem Strome i_0 proportional, aber unabhängig von dem Bürstenwiderstande r_0.

Widerstandskommutation.

Aus dem oben Gesagten folgt, daß die Widerstandskommutation nicht vollkommen sein kann, sondern daß die Stromdichte an der Kontaktstelle, wo die Lamelle die Bürste verläßt, höher als das Mittel sein muß. Es sei α das Verhältnis zwischen der wirklichen Stromdichte in dem Moment, in dem die Lamelle die Bürste verläßt, und der mittleren Stromdichte unter der Bürste. Betrachten wir nur den Schluß der Kommutation, da dies der wichtigste Moment ist, so bekommen wir:

$$i = i_0 \frac{(2\alpha - 1)t_0 - 2\alpha t}{t_0}.$$

Für

$$t = t_0 - h$$

liefert dies

$$i = -i_0 + 2\alpha \frac{h}{t_0} i_0,$$

während eine gleichmäßige Stromdichte einen Ausdruck

$$i = -i_0 + 2\frac{h}{t_0} i_0$$

ergeben würde.

Die allgemeine Differentialgleichung für Widerstandskommutation, also $e = 0$, ist

$$L\frac{di}{dt} + i\left(r + \frac{r_0 t_0^2}{t(t_0 - t)}\right) + \frac{r_0 t_0 i_0 (2t - t_0)}{t(t_0 - t)} = 0.$$

Durch Einsetzen von der Größe i aus der vorhergehenden Gleichung in die letzte Gleichung und Elimination von $t_0 - t$ erhalten wir:

$$2 r_0 t_0^2(\alpha - 1) + r t t_0 (2\alpha - 1) - 2\alpha r t^2 - 2\alpha L t = 0.$$

Es ist also

$$\alpha = \frac{t_0(2 r_0 t_0 + r t)}{2(r_0 t_0^2 + r t t_0 + r t^2 - L t)}$$

und für $t = t_0$ wird

$$\alpha = \frac{t_0(2 r_0 + r)}{2(r_0 t_0 - L)} = 1 + \frac{L + \frac{r}{2} t_0}{r_0 t_0 - L}.$$

Wie man sieht, muß immer $\alpha > 1$ sein.

Je kleiner L und je größer r_0 ist, desto kleiner wird α und desto besser ist die Kommutation.

Für sehr große Werte von α wird eine funkenlose Kommutierung unmöglich. Dies tritt ein, wenn L sich dem Werte $r_0 t_0$ nähert, oder wenn r_0 nicht viel größer als $\frac{L}{t_0}$ ist.

XIII. Verschiedene Typen von Kommutatormaschinen.

Durch die Art der Erregung werden Kommutatormaschinen in magnetelektrische, fremderregte, Nebenschluß-, Hauptschluß- und Kompoundmaschinen eingeteilt. Magnetelektrische und fremderregte Maschinen haben sehr ähnliche Charakteristiken. In beiden hat die Felderregung konstante oder angenähert konstante MMK. Magnetelektrische Maschinen werden indessen wenig angewendet und dann nur in kleinen Größen.

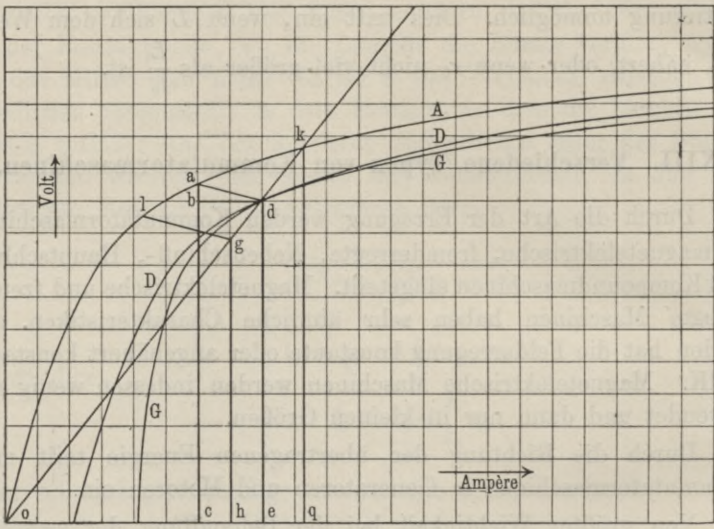
Durch die Richtung der übertragenen Energie teilt man Kommutatormaschinen in Generatoren und Motoren ein.

Von größter Wichtigkeit bei der Behandlung der verschiedenen Maschinentypen ist die Leerlauf- oder Magnetisierungscharakteristik, d. h. eine Kurve, welche die Klemmenspannung bei Leerlauf und konstanter Umdrehungszahl als Funktion der Felderreger-Ampèrewindungen pro Pol darstellt. In Fig. 94 und 95 (a. f. S.) stellt A eine solche Kurve dar. Diese Kurve hat dieselbe allgemeine Form wie die Magnetisierungskurve der Eisensorten, nur ist das Knie weniger ausgeprägt, weil die verschiedenen Teile des magnetischen Stromkreises erst nacheinander die Sättigung erreichen.

Um also die Spannung ac zu induzieren, ist die Felderregung oc erforderlich. Wenn man von ac die Größe $ab = ir$ gleich der zur Überwindung des Anker- und Kommutatorwiderstandes u. s. w. erforderlichen Spannung bei einem Generator (Fig. 94) subtrahiert, bei einem Motor (Fig. 95) dazu addiert, so erhält man die Klemmenspannung bc bei der Stromstärke i. Wenn man ferner zu oc die Größe $ce = bd = iq =$ Ankerrückwirkung oder besser die zur Überwindung der Ankerrückwirkung erforderliche Felderregung addiert, so erhält man die zur Erzeugung der Klemmenspannung de bei der Stromstärke i erforderliche Felderregung oe. Die dem Strome i entsprechende Ankerrückwirkung iq wird, wie früher auseinandergesetzt, berechnet und q kann der „Koeffizient der Ankerrückwirkung" genannt werden.

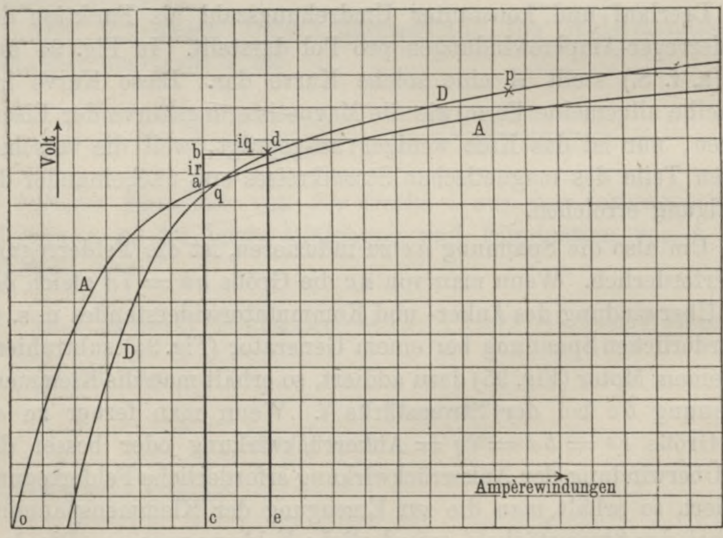
Eine solche Kurve, welche die der Felderregung *oe* entsprechende Klemmenspannung *de* beim Strome *i* liefert, heißt

Fig. 94.



Charakteristische Kurven eines Generators.

Fig. 95.



Charakteristische Kurven eines Motors.

eine Belastungscharakteristik und ist in Fig. 94 für einen Generator, in Fig. 95 für einen Motor durch *D* dargestellt. Die beiden Kurven A und D haben eine parallel zu ad gemessene konstante Entfernung voneinander gleich ad.

Die Kurven D sind unter der Annahme aufgezeichnet, daß die Ankerrückwirkung konstant ist. Häufig steigt aber bei niedriger Maschinenspannung die Ankerrückwirkung oder besser gesagt, die zur Überwindung der Ankerrückwirkung iq erforderliche Erhöhung der Felderregung wird größer, weil die Bürsten bei Spannungskommutation bei niedriger Maschinenspannung und also schwächerer Feldstärke mehr verschoben werden müssen, um funkenlose Kommutation zu sichern. Hieraus folgt, daß die entmagnetisierende Wirkung der Bürstenverschiebung steigt. Bei höherer Maschinenspannung steigt iq gewöhnlich auch, weil die magnetische Sättigung bei Belastung wegen des größeren Streufeldes erhöht wird. Die Belastungscharakteristik eines Gleichstromgenerators weicht deswegen mehr oder weniger von der theoretischen Form D ab und nähert sich der Form der Kurve G.

A. Generatoren.

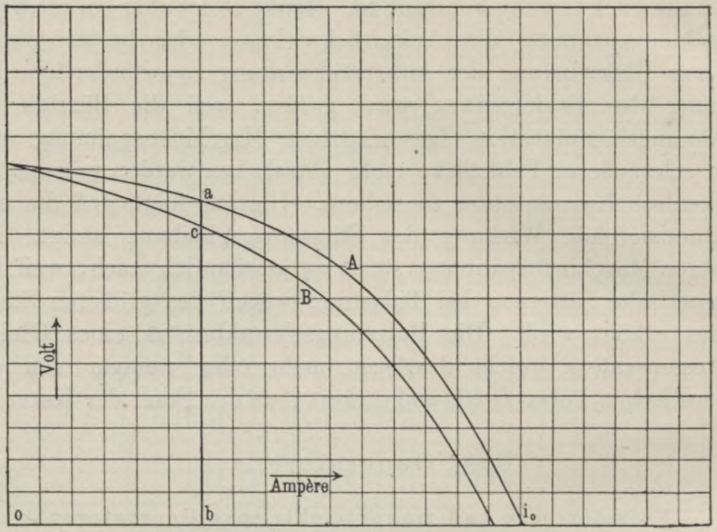
Fremderregte und magnetelektrische Generatoren.

Bei einer fremderregten oder magnetelektrischen Maschine, d. h. einer Maschine mit konstanter Felderregung $\mathfrak{F}_0$, kann aus der Leerlaufkurve A in Fig. 94 eine innere Charakteristik abgeleitet werden. Bei der Stromstärke i ist die resultierende MMK der Maschine $\mathfrak{F}_0 - iq$ und die entsprechende induzierte EMK ergibt sich aus der Leerlaufcharakteristik in Fig. 94. In Fig. 96 (a. f. S.) ist eine innere Charakteristik A mit dem Strome $ob = i$ als Abszisse und der induzierten EMK ab als Ordinate unter der Voraussetzung aufgetragen, daß der Koeffizient der Ankerrückwirkung q konstant ist, d. h. die Kurve A in Fig. 96 entspricht der Kurve D in Fig. 94. Die Kurve A in Fig. 96 geht durch Null bei einem Strome i_0, der die MMK $i_0 q = \mathfrak{F}_0$ ergibt. Wenn wir von dieser Kurve den Spannungsabfall im Anker und Kommutator $ac = ir$ abziehen, so erhalten wir die äußere Charakteristik der Maschine als Generator, d. h. eine Kurve, welche die Klemmenspannung als Funktion der Stromstärke darstellt.

In Fig. 97 (a. f. S.) sind dieselben Kurven unter der Voraussetzung aufgezeichnet, daß die Ankerrückwirkung mit der Spannung in der Weise, wie sie in der Kurve G in Fig. 94 dargestellt ist, variiert.

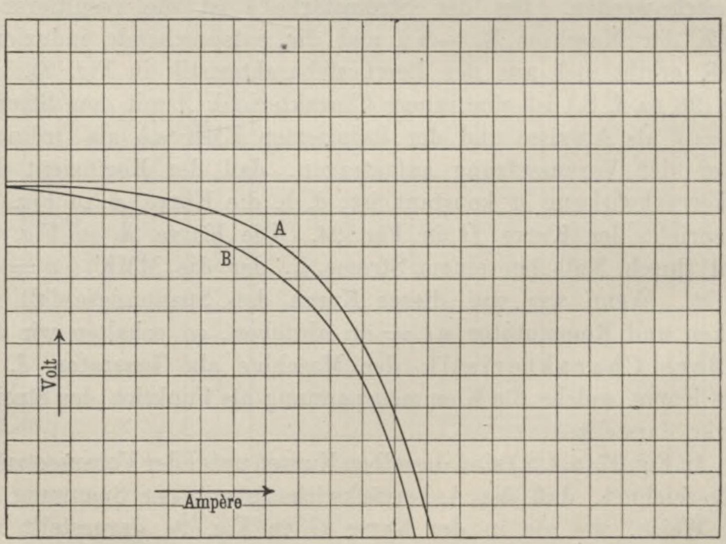
In einem fremderregten oder magnetelektrischen Motor würde die äußere Charakteristik bei konstanter Tourenzahl ebensoviel über der inneren Charakteristik *A* liegen, als sie in dem Gene-

Fig. 96.



Innere und äußere Charakteristik eines fremderregten oder magnetelektrischen Generators bei konstanter Bürstenverschiebung.

Fig. 97.



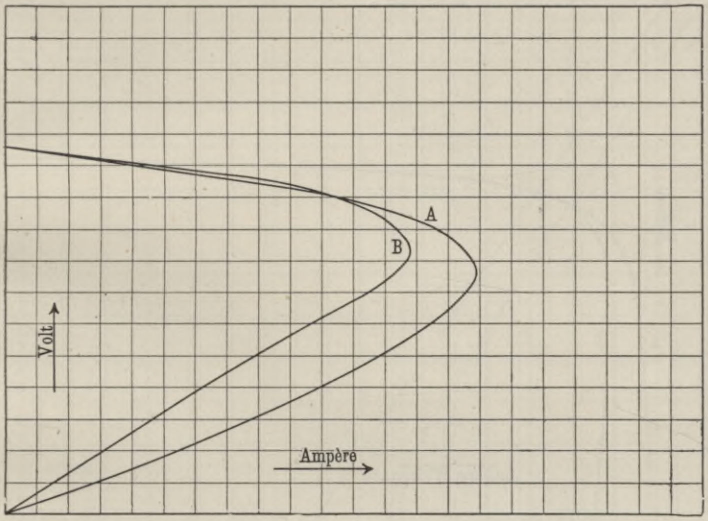
Innere und äußere Charakteristik eines fremderregten oder magnetelektrischen Generators bei variabler Bürstenverschiebung.

rator Fig. 96 unter derselben lag, und bei konstanter Spannung würde die Tourenzahl umgekehrt proportional hierzu variieren.

Nebenschlußgeneratoren.

Die äußere Charakteristik eines Nebenschlußgenerators ist in Fig. 98 mit dem Strome als Abszisse und der Klemmenspannung als Ordinate aufgetragen. Die Kurve A gilt für kon-

Fig. 98.



Äußere Charakteristiken einer Nebenschlußmaschine.

stanten Koeffizient der Ankerrückwirkung und die Kurve B für einen Koeffizienten der Ankerrückwirkung, der mit der Spannung nach der Kurve G in Fig. 94 variiert. Die Konstruktion dieser Kurven geschieht wie folgt:

In Fig. 94 ist og die gerade Linie, die die Felderregung oh als Funktion der Klemmenspannung hg liefert (da die erstere in einer Nebenschlußmaschine selbstverständlich proportional der letzteren ist). Die Leerlaufspannung der Maschine ist dann gleich kq.

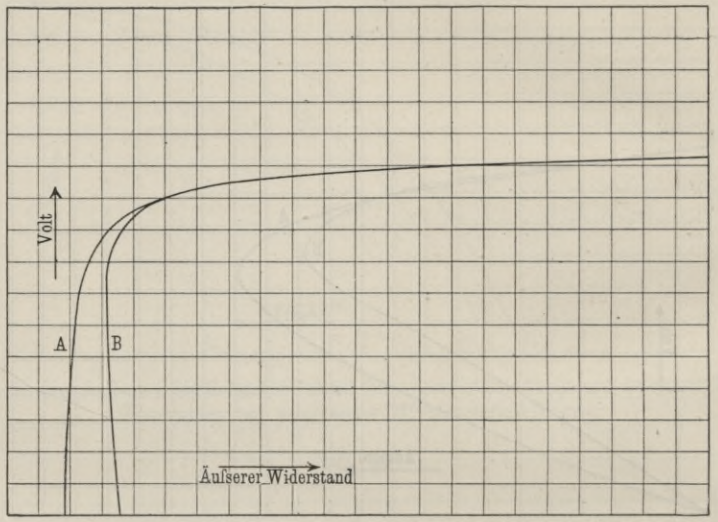
Ziehen wir unter der Annahme von konstantem Koeffizient der Ankerrückwirkung gl parallel zu da, oder unter der Annahme von variabler Ankerrückwirkung gl parallel zu der Hypothenuse in dem Dreieck mit den Katheten ir und iq bei der Spannung og, so ist der Strom, der die Spannung gh gibt, proportional gl, also ist:

$$\frac{i}{\text{Vollaststrom}} = \frac{g\,l}{d\,a}.$$

Aus der Fig. 98 ersieht man, daß es einen Maximalwert der Stromstärke gibt, der kleiner ist, wenn die Bürsten verschoben werden, als bei konstanter Bürstenstellung.

Aus der äußeren Charakteristik des Nebenschlußgenerators ist in Fig. 99 die Widerstandscharakteristik abgeleitet. Diese

Fig. 99.



Widerstandscharakteristik eines Nebenschlußgenerators.

stellt die Abhängigkeit der Klemmenspannung von dem äußeren Widerstande dar,

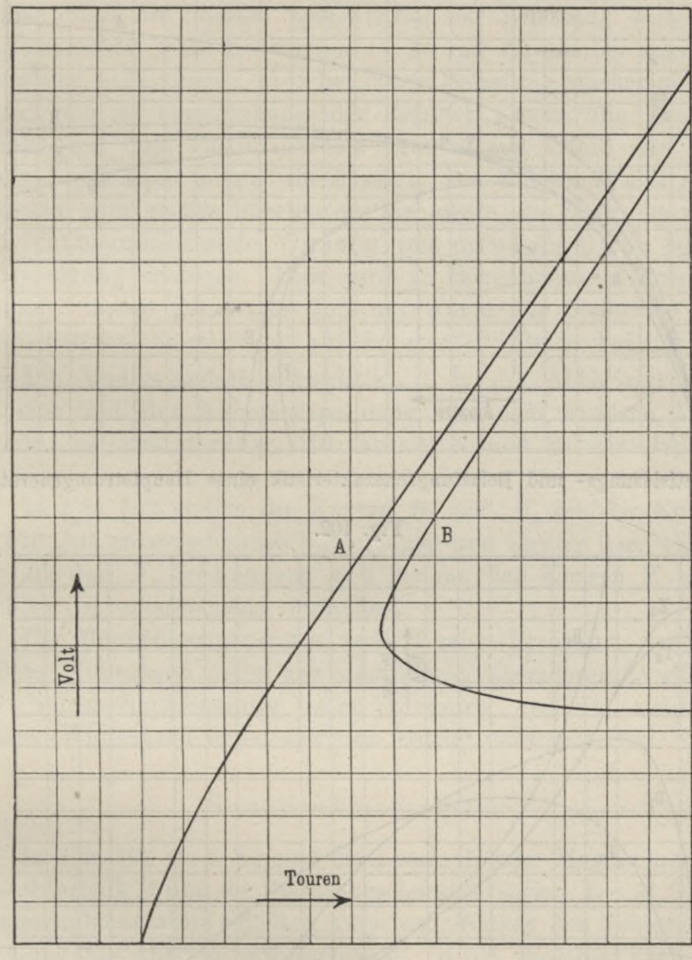
$$R = \frac{\text{Klemmenspannung}}{\text{Strom}}.$$

In Fig. 99 entspricht die Kurve A einer konstanten, Kurve B einer variablen Ankerrückwirkung. Wie man sieht, wird die Spannung bei einem bestimmten äußeren Widerstande gleich Null und für kleineren Widerstand kann die Maschine sich nicht selbst Spannung geben, sondern verliert die Erregung.

Die Variation der Klemmenspannung eines Nebenschlußgenerators mit der Tourenzahl bei konstantem Feldwiderstande ist in Fig. 100 bei Leerlauf durch die Kurve A und bei einer konstanten Stromstärke i durch die Kurve B gezeigt. Diese Kurven sind aus einer der vorhergehenden abgeleitet worden.

Sie zeigen, daß die Maschine unter einer gewissen Tourenzahl, die bei Belastung viel höher liegt als bei Leerlauf, sich nicht erregen kann. Der untere Teil der Kurve B kann wegen der Unstabilität der Maschine nicht experimentell ermittelt werden.

Fig. 100.



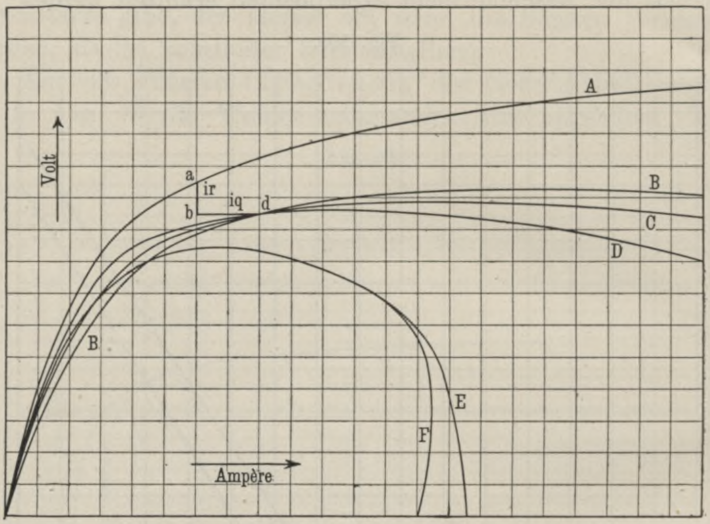
Tourencharakteristik bei konstantem Widerstand der Magnetwicklung.

Hauptstromgeneratoren.

In dem Hauptstromgenerator ist die Felderregung proportional der Stromstärke i und die Magnetisierungscharakteristik A in Fig. 101 (a. f. S.) kann somit mit dem Strome i als Abszisse aufgetragen werden. Wenn wir den Spannungsabfall $ir = ab$

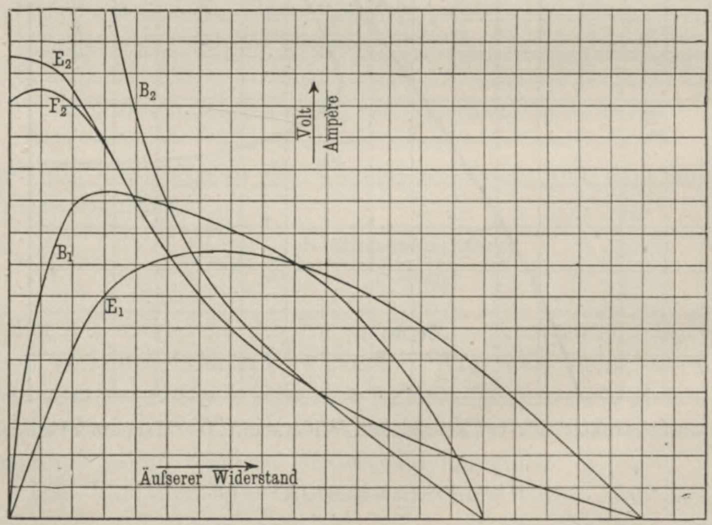
von der Spannung subtrahieren, und zu der Felderregung die Ankerrückwirkung $iq = bd$ addieren, so erhalten wir die Be-

Fig. 101.



Magnetisierungs- und Belastungscharakteristik eines Hauptstromgenerators.

Fig. 102.



Widerstandscharakteristik eines Hauptstromgenerators.

lastungscharakteristik oder die äußere Charakteristik B des Hauptstromgenerators. Die Klemmenspannung ist bei Leerlauf gleich

Null, steigt mit der Belastung und erreicht bei einer gewissen Stromstärke einen Maximalwert, sinkt dann wieder und wird Null bei einer gewissen Maximalstromstärke, dem Kurzschlußstrom.

Die Kurve B ist unter der Annahme eines konstanten Koeffizienten q der Ankerrückwirkung aufgezeichnet. Unter der Annahme, daß die Bürsten proportional der Belastung verschoben werden, erhält man die Kurven C, D und E, die bei schwacher Belastung höher liegen, aber bei hoher Belastung stärker abfallen. Eine weitere Verschiebung der Bürsten, wenn die Maschine nahezu mit dem Maximalstrome belastet ist, erteilt der Kurve einen Knick nach unten, wie F zeigt. Die Kurven E und F entsprechen sehr großen Bürstenverschiebungen, die ihrerseits wieder eine entmagnetisierende Wirkung von derselben Größe wie die Felderregung erzeugen. Dies wird in Bogenlichtmaschinen ausgenutzt, indem der letzte Teil der Kurve zur Sicherung einer selbstthätigen Regulierung auf konstanten Strom benutzt wird.

Die Widerstandscharakteristik, d. h. die Abhängigkeit des Stromes und der Klemmenspannung von dem äußeren Widerstande, ist aus der Fig. 101 abgeleitet und in Fig. 102 aufgetragen.

In Fig. 102 stellen die Kurven B_1 und B_2 die der Kurve B in Fig. 101 entsprechenden Spannungen und Ströme dar, während E_1, E_2 und F_2 Spannungen und Ströme den Kurven E und F in Fig. 101 entsprechend darstellen.

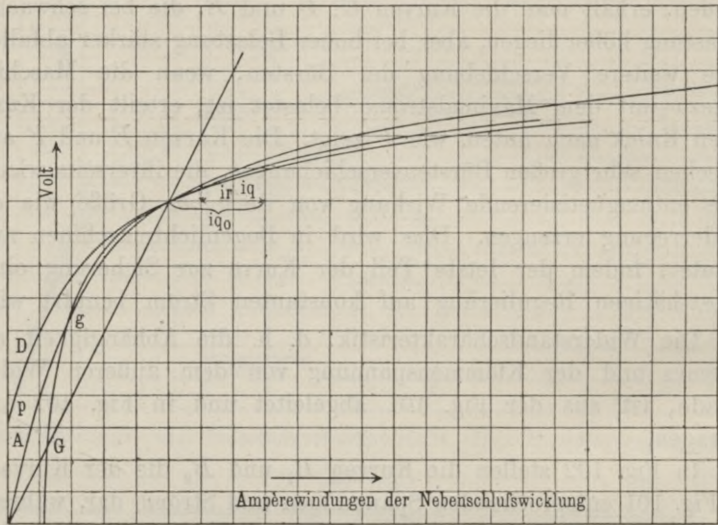
Der Hauptstromgenerator verliert seine Erregung, wenn der äußere Widerstand einen gewissen Betrag überschreitet, während der Nebenschlußgenerator seine Erregung verliert, wenn der äußere Widerstand einen gewissen Betrag unterschreitet.

Kompoundgeneratoren.

In Fig. 103 (a. f. S.) sind die Leerlauf- oder Magnetisierungscharakteristik A und die Belastungscharakteristiken D und G eines Kompoundgenerators mit den Ampèrewindungen der Nebenschlußwicklung als Abszisse aufgezeichnet. A ist dieselbe Kurve wie in Fig. 94, während D und G in Fig. 103 dieselben Kurven wie in Fig. 94 sind, nur sind sie nach links um den Abstand iq_0 verschoben, wo iq_0 die MMK der Ampèrewindungen der Hauptstromwicklung ist.

Wenn der Kompoundgenerator für gleiche Spannung bei Leerlauf und bei Vollast reguliert ist, so ist er bei konstanter Bürstenstellung bei hoher Spannung unterkompoundiert und bei niedriger Spannung überkompoundiert, und wird auch bei geöffneter Nebenschlußwicklung eine Spannung op als Hauptstromgenerator liefern. Durch Verstellung der Bürsten bei Belastung wird bei niedriger Spannung ein zweiter Punkt g erreicht, wo die Maschine richtig kompoundiert ist. Unter diesem Punkte ist

Fig. 103.



Leerlauf- und Belastungscharakteristik eines Kompoundgenerators.

die Maschine unterkompoundiert und verliert ihre Erregung, wenn das Nebenschlußfeld unter einen gewissen Wert sinkt, d. h. die Maschine erregt sich als Hauptstromgenerator nicht selbst.

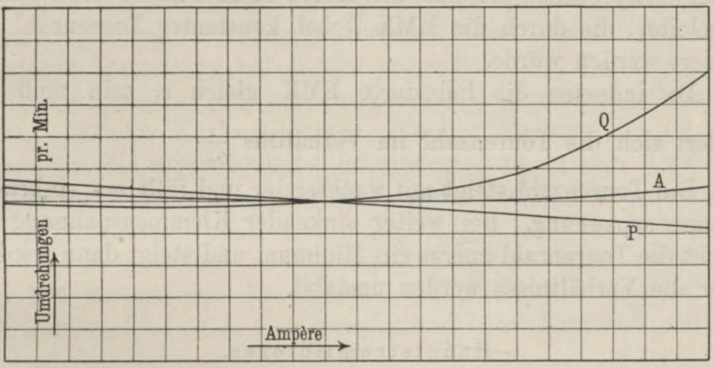
B. Motoren.

Nebenschlußmotoren.

In Fig. 104 sind drei Tourencharakteristiken A, P und Q eines Nebenschlußmotors bei konstanter Klemmenspannung e dargestellt, die den Punkten d, p, q der Motorbelastungscharakteristik Fig. 95 entsprechen. Die Ableitung derselben ist die folgende: Bei konstanter Klemmenspannung e ist die Felderregung konstant gleich $\mathfrak{F}_0$, und bei der Stromstärke i muß die induzierte Gegen-EMK gleich $e - ir$ sein. Die resultierende Felderregung ist $\mathfrak{F}_0 - iq$ und die entsprechende, bei konstanter Tourenzahl der Leerlaufcharakteristik A in Fig. 95 entnommene, induzierte EMK gleich e_1. Da die induzierte EMK gleich $e - ir$ sein muß, so ändert sich die Tourenzahl im Verhältnis zu $\frac{e - ir}{e_1}$.

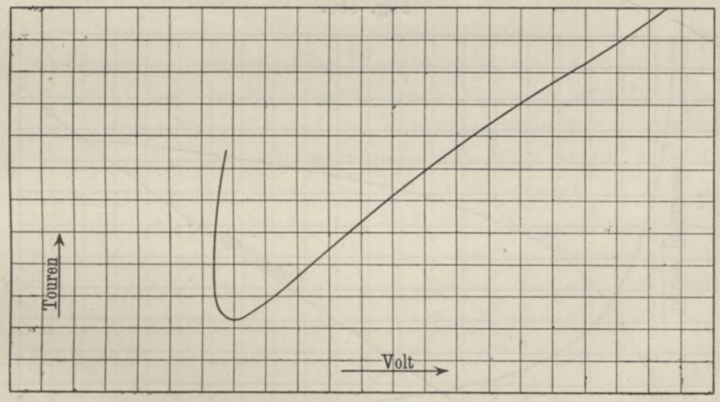
Bei einer gewissen Spannung ist die Tourenzahl sehr nahezu konstant, indem die entmagnetisierende Wirkung der Ankerrück-

Fig. 104.



Tourenzahlkurven eines Nebenschlußmotors bei konstanter Klemmenspannung.

Fig. 105.



Tourenzahlkurve eines Nebenschlußmotors bei variabler Klemmenspannung.

wirkung der Wirkung des Ankerwiderstandes entgegenwirkt. Bei höherer Spannung sinkt die Tourenzahl, bei geringer Spannung steigt dieselbe mit steigendem Strome.

In Fig. 105 ist die Tourencharakteristik des Nebenschlußmotors als Funktion der Klemmenspannung bei konstanter Leistung, d. h. bei konstantem Produkt von Strom mal induzierter EMK, dargestellt. Wenn der Strom gleich i und die konstante Leistung gleich P ist, so muß die induzierte EMK angenähert $e_1 = \frac{P}{i}$ sein, und also die Klemmenspannung $e = e_1 + ir$. Die Felderregung $\mathfrak{F}_0$ ist proportional der Klemmenspannung. Die resultierende MMK des Feldes ist somit $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_0 - iq$. Dieser MMK entsprechend ist aus der Kurve A in Fig. 96 die EMK e_0 abgeleitet, die durch die MMK $\mathfrak{F}$ bei konstanter Tourenzahl induziert werden würde.

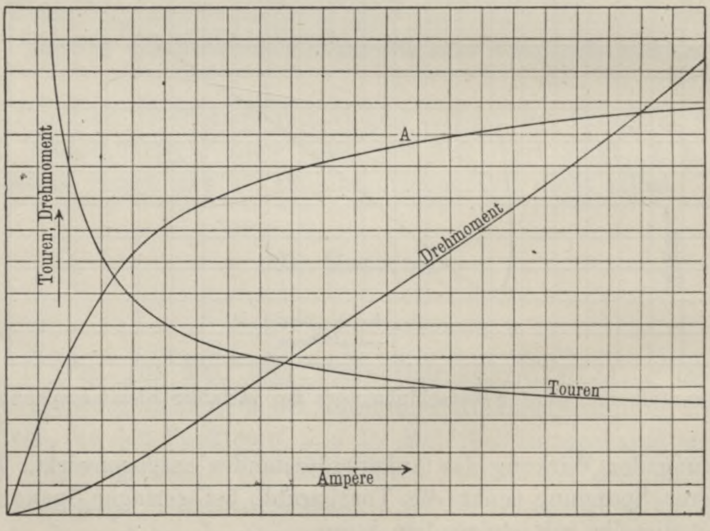
Da indessen die induzierte EMK gleich e_1 sein muß, so ändert sich die Tourenzahl im Verhältnis $\frac{e_1}{e_0}$.

Die Tourenzahl steigt mit wachsender und fällt mit sinkender Klemmenspannung. Bei weiter sinkender Klemmenspannung erreicht die Tourenzahl zuerst ein Minimum und steigt dann wieder; aber die Verhältnisse werden unstabil.

Hauptstrommotoren.

In Fig. 106 ist die Tourencharakteristik des Hauptstrommotors bei konstanter Klemmenspannung dargestellt. A ist die

Fig. 106.



Tourenzahlkurve eines Hauptstrommotors.

Magnetisierungskurve der Hauptstrommaschine, mit dem Strome als Abszisse und bei konstanter Tourenzahl. Bei der Stromstärke i muß die induzierte EMK gleich $e - ir$ sein, und die Tourenzahl ist somit $\frac{e - ir}{e_1}$ mal so groß als diejenige, für welche die Kurve A gezeichnet ist, bei welcher die EMK e_1 aus der Magnetisierungskurve A genommen ist. Diese Tourenzahlkurve entspricht einer konstanten Bürstenstellung in der Mitte zwischen den Polen, die bei Strassenbahnmotoren und anderen Hauptstrommotoren gewöhnlich verwendet wird. Wenn die Bürsten eine konstante Verstellung haben oder proportional der Belastung verschoben werden, so muß man anstatt der Magnetisierungskurve A in Fig. 106 eine Kurve benutzen, die der Stellung der Bürsten entspricht, die also abgeleitet ist, indem man zu den Abszissen von A die Werte der entmagnetisierenden Kraft der Ankerrückwirkung addiert.

Das Drehmoment eines Hauptstrommotors ist ebenfalls in Fig. 106 dargestellt. Die Kurve ist abgeleitet als proportional dem Ausdruck $A \times i$, d. h. proportional dem Kraftfluß mal der Stromstärke.

Kompoundmotoren.

Kompoundmotoren können entweder mit Aufkompoundierung oder mit Gegenkompoundierung gebaut werden.

Aufkompoundierung ist bei Elevatormotoren u. s. w. ziemlich viel in Gebrauch, um Stromersparnis beim Anlassen und bei starker Belastung unter Verzicht auf die Tourenregulierung zu erreichen. Ein Kompoundmotor mit Aufkompoundierung steht mit Rücksicht auf Tourencharakteristik und Drehmoment in der Mitte zwischen dem Nebenschlußmotor und dem Hauptstrommotor.

Gegenkompoundierung wird gebraucht, um konstante Tourenzahl bei variabler Belastung zu erreichen, jedoch nicht häufig, da ein Nebenschlußmotor, wie im Vorhergehenden gezeigt wurde, mit genügend konstanter Tourenzahl gebaut werden kann.

Schlußfolgerung.

Die vorhergehende Diskussion der verschiedenen Typen von Gleichstrommaschinen konnte selbstverständlich nur sehr allgemein gehalten werden, um die Haupteigenschaften der Kurven darzustellen. Die einzelnen Kurven können in bedeutendem Grade durch passenden Entwurf der verschiedenen Teile der Maschine modifiziert werden, wenn es verlangt wird, daß die Maschine gewisse Eigenschaften besitzen soll. Es kann z. B. gewünscht werden, den Bereich des konstanten Stromes eines Hauptstromgenerators zu erweitern, oder bei einem Nebenschlußgenerator eine Spannungsregulierung zwischen weiten Grenzen ohne Unstabilität zu erreichen, also unter dem Knie der Magnetisierungskurve zu arbeiten, oder den Bereich der äußeren Charakteristik einer Nebenschlußmaschine bei der maximalen Stromstärke zur Regulierung auf konstanten Strom zu verwenden, oder konstante Tourenzahl bei einem Nebenschlußmotor bei variabler Klemmenspannung zu erreichen, u. s. w.

Die Verwendung der Kommutatormaschine als Gleichstromumformer ist im Vorhergehenden nicht erörtert worden. Mit Hilfe von einem oder mehreren Wechselstromkompensatoren oder Autotransformatoren, die mit dem Anker durch Schleifringe verbunden sind, kann die Kommutatormaschine zur Verdoppelung oder Halbierung der Spannung oder zur Übertragung von Energie von einer Seite eines Dreileitersystems zur anderen Seite verwendet werden. Da indessen der Gleichstromumformer viele Eigenschaften mit den synchronen Umformern gemeinsam hat, z. B. die Abwesenheit der Ankerrückwirkung, die verminderte Erwärmung des Ankers u. s. w., so werden dieselben als ein Anhang zu den synchronen Umformern behandelt.

C. Rotierende Umformer.

I. Allgemeines.

Für Kraftübertragung auf weitere Entfernungen und auch für Verteilung der elektrischen Energie verwendet man allgemein entweder mehrphasige oder einphasige Wechselströme. Für viele Verwendungen, z. B. für elektrische Bahnen und für elektrolytische Zwecke, ist Gleichstrom erforderlich, und diese Stromart wird auch für Niederspannungsverteilung mit Dreileitersystem gewöhnlich vorgezogen. Wo die Energie von einem Wechselstromsystem bezogen wird, sind also Apparate zur Transformation der Energie von Wechselstrom in Gleichstrom erforderlich. Dies kann entweder mit einem Gleichstromgenerator, der von einem synchronen oder asynchronen Wechselstrommotor getrieben wird, oder mit Hilfe einer einzelnen Maschine geschehen, die in ein und demselben Anker Wechselstrom aufnimmt und Gleichstrom abgibt. Eine solche Maschine wird ein Umformer genannt und verbindet zu einem gewissen Grade die Eigenschaften eines Gleichstromgenerators und eines Wechselstromsynchronmotors, ist aber in anderen Beziehungen von beiden wieder verschieden.

Da der Wechselstrom und der Gleichstrom in einem Umformer durch dieselben Ankerleiter fließen, so stehen die EMKe derselben in einem bestimmten Verhältnis zueinander, welches derartig ist, daß in allen praktischen Fällen spannungserniedrigende Transformatoren zur Erzeugung der erforderlichen Wechselstromspannung notwendig sind.

Eine Vergleichung der Umformer mit der Kombination von synchronen oder asynchronen Wechselstrommotoren mit Gleichstromgeneratoren ergibt, daß die Umformer spannungserniedrigende Transformatoren erfordern, was die synchronen Motoren ebenfalls tun, wenn die Spannung bedeutend höher als 10000 Volt ist. Bei

Spannungen zwischen 1000 und 10 000 Volt kann der Synchronmotor häufig direkt für die Linienspannung gewickelt und die stationären Transformatoren somit gespart werden. Auf der einen Seite haben wir also zwei Maschinen mit oder gewöhnlich ohne stationäre Transformatoren, auf der anderen Seite eine einzelne Maschine mit Transformatoren.

Mit Rücksicht auf die Betriebssicherheit und Anlagekosten ist eine einzelne Maschine selbstverständlich vorzuziehen.

Mit Rücksicht auf den Wirkungsgrad genügt es, den Umformer mit dem Synchronmotorgleichstromgenerator-Aggregat zu vergleichen, da der asynchrone Motor einen kleineren Wirkungsgrad als der Synchronmotor besitzt. Der Wirkungsgrad eines größeren stationären Transformators liegt zwischen 97 und 98 Proz., im Mittel 97,5 Proz. Der Wirkungsgrad eines Umformers oder Synchronmotors variiert zwischen 91 und 95 Proz. und ist im Mittel 93 Proz., derjenige eines Gleichstromgenerators zwischen 90 und 94 Proz., im Mittel 92 Proz. Der Umformer wird mit seinem spannungserniedrigenden Transformator einen mittleren Wirkungsgrad von 90,7 Proz. ergeben; ein Gleichstromgenerator, der durch einen Synchronmotor mit spannungserniedrigenden Transformatoren angetrieben wird, hat 83,4 Proz. Wirkungsgrad, ohne spannungserniedrigende Transformatoren 85,6 Proz. Der Umformer hat also den höchsten Wirkungsgrad.

In mechanischer Beziehung hat der Umformer den Vorteil, daß keine mechanische Arbeitsübertragung stattfindet, da das zur Erzeugung des Gleichstromes erforderliche und von dem Wechselstrome gelieferte Drehmoment in denselben Ankerleitern wirkt, während die Energie in einem Gleichstromgenerator, der von einem Synchronmotor getrieben wird, durch die Welle mechanisch übertragen werden muß.

II. Das Verhältnis der EMKe und Ströme.

In seinem Bau besteht der rotierende Umformer aus einer geschlossenen Ankerwicklung, die in einem gleichstromerregten Magnetfelde rotiert und sowohl mit einem mehrteiligen Kommutator als mit Schleifringen verbunden ist. Im Bau unterscheidet sich der Umformer von einer Gleichstrommaschine durch Hinzufügung der Schleifringe und von gewissen sehr wenig gebrauchten Typen von Synchronmaschinen durch Hinzufügung des mehrteiligen Kommutators.

Infolgedessen gilt in Bezug auf Anker- und Feldwicklungen für die Umformer dieselbe Regel wie für alle Kommutatormaschinen, mit der Ausnahme, daß in einem Umformer mit Seriewicklung die Gesamtzahl der Ankerspulen und in einem Umformer mit Schleifenwicklung die Zahl der Ankerspulen pro Polpaar durch die Phasenzahl teilbar sein müssen.

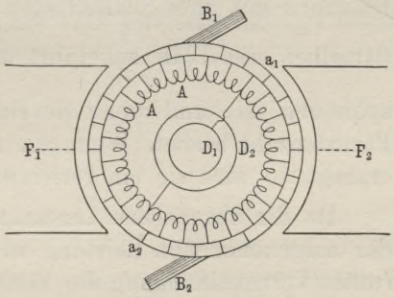
Mit Rücksicht auf die Wellenform der induzierten Wechselstrom-EMK gelten dieselben Beziehungen wie bei einer Synchronmaschine mit geschlossener Ankerwicklung, d. h. die induzierte EMK ist gewöhnlich angenähert eine Sinuswelle wegen der Verteilung der Wicklung über viele Nuten.

Im folgenden sollen deswegen nur diejenigen Eigenschaften der rotierenden Umformer diskutiert werden, in welchen diese Umformer von den in den vorhergehenden Abschnitten behandelten Kommutator- und Synchronmaschinen abweichen.

In Fig. 107 ist der Kommutator einer Gleichstrommaschine mit den mit benachbarten Kommutatorlamellen verbundenen Ankerspulen A schematisch dargestellt. B_1 und B_2 sind die Bürsten, F_1 und F_2 die Magnetpole.

Wenn man jetzt zwei einander gegenüberliegende Punkte $a_1\,a_2$ auf dem Kommutator mit zwei Schleifringen $D_1\,D_2$ verbindet, so wird selbstverständlich die EMK zwischen diesen Punkten $a_1\,a_2$ und zwischen den Schleifringen $D_1\,D_2$ in dem Moment ein Maximum erreichen, in welchem die Punkte $a_1\,a_2$ mit den Bürsten $B_1\,B_2$ zusammenfallen und wird in diesem Moment gleich der Gleichstromspannung E der Maschine sein. Während die Punkte $a_1\,a_2$ sich von dieser Stellung weg bewegen, wird die Potentialdifferenz zwischen a_1 und a_2 abnehmen und in dem Moment Null werden, in welchem $a_1\,a_2$ mit der Richtung der Mittellinie der Magnetpole $F_1\,F_2$ zusammenfallen. In diesem Augenblick kehrt sich die Potentialdifferenz zwischen a_1 und a_2 um und steigt wieder zum gleichen Werte wie E, aber in entgegengesetzter Richtung, wenn a_1 und a_2 wieder mit den Bürsten B_1 und B_2 zusammenfallen.

Fig. 107.



Zwischen den Schleifringen D_1 und D_2 wird also eine wechselnde EMK erzeugt, deren Maximalwert gleich der Gleichstrom-EMK E ist, und welche eine vollständige Periode für jede

Umdrehung der Maschine durchläuft, wenn die Maschine zweipolig ist, dagegen p Perioden pro Umdrehung in einer Maschine mit $2p$ Polen.

Diese EMK ist somit

$$e = E \sin 2\pi c t,$$

wo

$c =$ Periodenzahl,

$E =$ EMK zwischen den Bürsten der Maschine.

Der Effektivwert der wechselnden EMK ist

$$E_1 = \frac{E}{\sqrt{2}}.$$

Eine Gleichstrommaschine erzeugt also zwischen zwei mit zwei gegenüberliegenden Punkten des Kommutators verbundenen Schleifringen eine EMK, die $\frac{1}{\sqrt{2}}$ mal so groß als die Gleichstromspannung ist. Die Periodenzahl dieser EMK entspricht der Periodenzahl der Umdrehung der Maschine, und da jeder Wechselstromgenerator umkehrbar ist, so wird eine solche Gleichstrommaschine mit zwei Schleifringen als Synchronmotor laufen, wenn derselben eine EMK zugeführt wird, die $\frac{1}{\sqrt{2}}$ mal der Gleichstromspannung ist, und wenn sie eine der Umdrehung entsprechende Periodenzahl besitzt. Wenn die Maschine gleichzeitig Gleichstrom erzeugt, so wird sie ein rotierender Umformer.

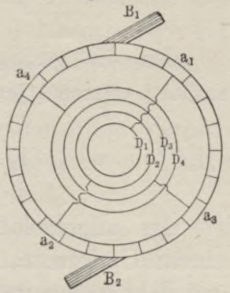
Da die abgegebene Leistung an der Gleichstromseite gleich der aufgenommenen Leistung an der Wechselstromseite sein muß (unter Vernachlässigung der Verluste und der Phasenverschiebung) und die Wechselspannung in einem Einphasenumformer gleich $\frac{1}{\sqrt{2}} E$ ist, so folgt, daß der Wechselstrom gleich $\sqrt{2} . J$, wo J gleich dem abgegebenen Gleichstrom ist.

Wenn man nun zwei weitere Punkte a_3 und a_4 auf dem Kommutator in der Mitte zwischen a_1 und a_2 mit zwei Schleifringen D_3 und D_4 verbindet (Fig. 108), so ist es klar, daß zwischen D_3 und D_4 eine Wechselspannung von derselben Größe und Periodenzahl als zwischen D_1 und D_2 erzeugt wird, aber um 90^0 gegen die letztere Phase verschoben ist, weil a_1 und a_2 das Potential Null in dem Moment besitzen, in welchem die Punkte

a_3 und a_4 mit den Bürsten B_1 und B_2 zusammenfallen und also die maximale Potentialdifferenz besitzen.

Wenn man also vier Punkte a_1, a_2, a_3, a_4 in gleichem Abstand auf dem Gleichstromgenerator mit vier Kollektorringen D_1, D_2, D_3 und D_4 verbindet, so erhält man einen Vierphasenumformer mit der EMK

Fig. 108.



$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} E$$

pro Phase.

Unter Vernachlässigung der Verluste und der Phasenverschiebung wird die Stromstärke pro Phase

$$J_1 = \frac{J}{\sqrt{2}},$$

da die Wechselstromleistung $2\,E_1\,J_1$ gleich der Gleichstromleistung $E\,J$ sein muß.

Wenn man, wie in Fig. 109, drei Punkte in gleichen Abständen auf dem Kommutator mit drei Schleifringen verbindet, so erhält man einen Dreiphasenumformer.

In Fig. 110 sind die drei EMKe zwischen den drei Schleifringen und dem neutralen Punkte (die Phasenspannung) durch

Fig. 109.

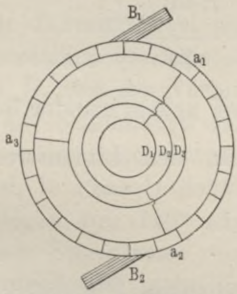
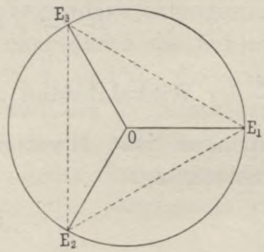


Fig. 110.



die Vektoren $\overline{OE_1}$, $\overline{OE_2}$ und $\overline{OE_3}$ dargestellt, und somit die EMK zwischen den Schleifringen oder die verkettete Spannung durch die Vektoren $\overline{E_1E_2}$, $\overline{E_2E_3}$ und $\overline{E_3E_1}$ gegeben.

Die EMK $\overline{OE_1}$ ist indessen nichts als die Hälfte der EMK E_1 des Einphasenumformers in Fig. 107, also gleich $\frac{E}{2\sqrt{2}}$. Die Phasenspannung oder die Spannung zwischen dem Kollektorring und dem neutralen Punkte eines Dreiphasenumformers ist somit:

$$E_1 = \frac{E}{2\sqrt{2}}$$

und die verkettete Spannung

$$E' = E_1 . \sqrt{3} = \frac{E\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = 0{,}612\,E.$$

Da die gesamte Dreiphasenleistung $3\,E_1 J_1$ gleich der gesamten Gleichstromleistung $J E$ ist, so wird:

$$J_1 = \frac{J E}{3\,E_1} = \frac{2\sqrt{2}}{3} J = 0{,}943\,J.$$

Im allgemeinen ist in einem n-phasigen Umformer, d. h. einem Umformer, in welchem n Punkte in gleichen Abständen auf dem Kommutator einer zweipoligen Maschine, oder n Punkte pro Polpaar einer mehrpoligen Maschine mit n Schleifringen verbunden sind, die Spannung zwischen jedem Schleifringe und dem gemeinsamen neutralen Punkte (die Phasenspannung):

$$E_1 = \frac{E}{2\sqrt{2}}.$$

Folglich ist die Spannung zwischen zwei benachbarten Schleifringen oder die verkettete Spannung

$$E' = 2\,E_1 \sin\frac{\pi}{n} = \frac{E \sin\frac{\pi}{n}}{\sqrt{2}},$$

da $\frac{2\pi}{n}$ der Winkelabstand zwischen zwei nebeneinander liegenden Schleifringen ist. Hieraus findet man den Linienstrom oder Phasenstrom zu:

$$J_1 = \frac{2\sqrt{2}\,J}{n}$$

und der Strom, der von Leitung zu Leitung fließt oder von einem Schleifringe zum benachbarten Schleifringe (der verkettete Strom)

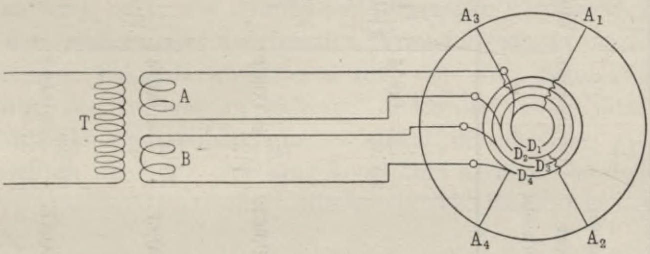
$$J' = \frac{\sqrt{2}\,J}{n . \sin\frac{\pi}{n}}.$$

In einem Einphasenumformer mit geschlossener Ankerwicklung, die an zwei Punkten in gleichen Abständen voneinander mit zwei Schleifringen verbunden ist, haben wir gesehen, daß die

Wechselstromspannung $\frac{1}{\sqrt{2}}$ mal der Gleichstromspannung und der Wechselstrom $\sqrt{2}$ mal dem Gleichstrome ist. Eine solche Anordnung eines einphasigen Umformers ist die einfachste, da nur zwei Schleifringe erforderlich sind. Wie im folgenden gezeigt werden soll, sind die Einphasenumformer jedoch in anderen Beziehungen ungünstig, besonders für größere Maschinen, und zwar wegen dem großen totalen und besonders lokalen Stromwärmeverlust $J^2 R$, und wegen dem Verlust an EMK, da die in dem Stromkreise von Schleifring zu Schleifring in den, den Verbindungsdrähten nächstliegenden, Ankerspulen induzierten EMKe einander ganz oder fast ganz entgegengesetzt sind.

Die in Fig. 111 schematisch dargestellte Anordnung, die der Verfasser „Einphasenumformer mit zwei Stromkreisen“ genannt hat, ist deswegen vorzuziehen. Der spannungserniedrigende Trans-

Fig. 111.



formator T besitzt zwei unabhängige Sekundärwicklungen A und B, von welchen die eine A in den Anker durch die Schleifringe D_1 und D_2 und die Verbindungsdrähte a_1 und a_2, die andere B durch die Schleifringe D_3 und D_4 und die Verbindungsdrähte a_3 und a_4 hineingeleitet wird, so daß die zwei Stromkreise $a_1\, a_2$ und $a_3\, a_4$ in Phase miteinander sind. Jeder Stromkreis ist über einen Bogen von 120^0 anstatt 180^0 in dem Einphasenumformer mit einem Stromkreise verteilt.

Infolgedessen steht in einem Einphasenumformer mit zwei Stromkreisen die induzierte Wechselstrom-EMK in demselben Verhältnis zur Gleichstrom-EMK wie in einem Dreiphasenumformer, also

$$E_1 = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} E = 0{,}612\, E.$$

Da die Wechselstromleistung gleich der Gleichstromleistung sein muß:

$$2\, J_1\, E_1 = J E,$$

	Gleich-strom	Einphasen mit einem Stromkreise	Einphasen mit zwei Stromkreisen	Dreiphasen	Vierphasen	Sechs-phasen	Zwölf-phasen	n-phasen
Spannung zwischen den Schleifringen und dem neutralen Punkte	—	$\frac{1}{2\sqrt{2}} = 0{,}354$	—	$\frac{1}{2\sqrt{2}} = 0{,}354$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} = 0{,}354$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} = 0{,}354$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} = 0{,}354$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} = 0{,}354$
Spannung zwischen benachbarten Schleifringen	1,0	$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707$	$\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = 0{,}612$	$\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = 0{,}612$	$\frac{1}{2} = 0{,}5$	$\frac{1}{2\sqrt{2}} = 0{,}354$	0,183	$\frac{\sin\frac{\pi}{n}}{\sqrt{2}}$
Linienstrom	1,0	$\sqrt{2} = 1{,}414$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 0{,}817$	$\frac{2\sqrt{2}}{3} = 0{,}943$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0{,}707$	$\frac{\sqrt{2}}{3} = 0{,}472$	0,236	$\frac{2\sqrt{2}}{n}$
Strom zwischen benachbarten Leitungen	—	$\sqrt{2} = 1{,}414$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 0{,}817$	$\frac{2\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = 0{,}545$	$\frac{1}{2} = 0{,}5$	$\frac{\sqrt{2}}{3} = 0{,}472$	0,455	$\left\{\begin{array}{l}\frac{\sqrt{2}}{n}\,x \\ \sin\frac{\pi}{n}\end{array}\right.$

so folgt, daß jeder der zwei zugeführten Einphasenströme

$$J' = \frac{\sqrt{2}\,J}{\sqrt{3}} = 0{,}817\ J$$

ist.

In dieser Anordnung führt, wie man sieht, ein Drittel des Ankers und zwar die Teile von a_1 bis a_3 und von a_2 bis a_4 nur den Gleichstrom, und die anderen zwei Drittel von a_1 bis a_2 und von a_3 bis a_4 die Differenz der Ströme.

Ein Sechsphasenumformer wird gewöhnlich von einem Dreiphasensystem durch drei Transformatoren gespeist. Diese Transformatoren können entweder nur je eine Sekundärwicklung von der doppelten Phasenspannung $\left(= \frac{E}{\sqrt{2}}\right)$ haben, deren zwei Klemmen mit zwei Schleifringen verbunden, die wieder an zwei einander gegenüberliegenden Punkten der Ankerwicklung angeschlossen sind, oder, was gewöhnlich vorgezogen wird, man rüstet jeden der spannungserniedrigenden Transformatoren mit zwei unabhängigen Sekundärwicklungen aus, um eine gleichmäßigere Verteilung der Ströme zu sichern. Jeder der zwei Sätze von Sekundärwicklungen wird dann zu einem dreiphasigen $\triangle$ oder Y geschaltet, aber der eine umgekehrt zum anderen, so daß man zwei Dreiphasensysteme erhält, die vereint ein Sechsphasensystem ergeben.

Weitere Anordnungen zur Transformation mittels Sechsphasensystemen siehe: „Theory and Calculation of Alternating Current Phenomena", dritte Auflage, Kapitel XXIX.

In der vorstehenden Tabelle sind die Wechselspannungen und Wechselströme der verschiedenen Umformer mit der Gleichstromspannung und dem Gleichstrome als Einheit zusammengestellt.

Die Ströme sind nur die der Gleichstromleistung entsprechenden Wattkomponenten der Wechselströme. Hierzu kommt noch der zur Bestreitung der Verluste in der Maschine erforderliche Strom und die wattlose Komponente, wenn eine Phasenverschiebung im Umformer erzeugt wird.

III. Veränderung im Verhältnis der EMKe.

Die im vorhergehenden angegebenen Verhältnisse der EMKe gelten nur streng für die induzierten EMKe und nur unter der Annahme von Sinusform der induzierten Wechselstromwelle.

Das letztere ist im allgemeinen mit genügender Annäherung der Fall, da der Anker des Umformers Nuten, also eine verteilte Wicklung besitzt.

Das Verhältnis zwischen der Potentialdifferenz der Kommutatorbürsten und jener der Schleifringe des Umformers weicht gewöhnlich etwas ab von dem theoretischen Verhältnis wegen der EMK, welche in dem Umformeranker und in Maschinen verbraucht wird, die Wechselstrom in Gleichstrom umformen, sowie wegen der Form der aufgedrückten Wechselstromwelle.

Bei Umwandlung von Wechselstrom in Gleichstrom ist die Potentialdifferenz der Kommutatorbürsten bei Belastung kleiner als die induzierte Gleichstrom-EMK und die induzierte Wechselstrom-EMK kleiner als die aufgedrückte, weil ein Teil der Spannung im Ankerwiderstande verbraucht wird.

Wenn der Strom im Umformer in Phase mit der aufgedrückten EMK ist, so hat die Ankerselbstinduktion nur geringe Wirkung. Bei Nacheilung des Stromes wird die induzierte EMK kleiner als die aufgedrückte, bei Voreilung größer, in derselben Weise wie in einem Synchronmotor.

Im allgemeinen variiert also das Verhältnis der Spannungen etwas mit der Belastung und der Phasenverschiebung. Bei konstanter aufgedrückter Wechselstromspannung sinkt die Potentialdifferenz der Kommutatorbürsten mit steigender Belastung, sinkt mit sinkender Felderregung (Nacheilung) und steigt mit steigender Felderregung (Voreilung).

Bei Umwandlung von Gleichstrom in Wechselstrom ist das umgekehrte der Fall.

Die Gleichstromspannung steht nur in einem bestimmten Verhältnis zum Maximalwert der Wechselstromspannung (da sie zweimal der maximalen Phasenspannung ist), während dies beim Effektivwert (oder bei dem am Voltmeter abgelesenen Wert) nur insofern der Fall ist, als dieser letztere von dem ersteren abhängig ist. Bei einer Sinuswelle ist der Effektivwert $\frac{1}{\sqrt{2}}$ mal dem Maximalwert.

Wenn die aufgedrückte Wechselstromwelle der EMK ein anderes Verhältnis zwischen dem maximalen und dem effektiven Wert besitzt, so wird das Verhältnis zwischen Gleichstrom- und Wechselstromspannung in demselben Verhältnis geändert, wie das Verhältnis zwischen Maximal- und Effektivwert.

Bei einer flachen aufgedrückten EMK-Welle ist z. B. der Maximalwert der aufgedrückten Wechselstrom-EMK und damit die von dieser abhängige Gleichstromspannung kleiner als bei einer Sinuswelle mit demselben Effektivwert, während sie bei einer spitzen Welle der aufgedrückten EMK höher sind. Der Unterschied kann in extremen Fällen 10 Proz. betragen.

Die resultierende Welle der an den Umformerklemmen aufgedrückten EMK hängt nicht nur von der im Generator induzierten EMK ab, sondern auch von der im Umformer induzierten oder Gegen-EMK. Bei einem Umformer, der an ein Generatorsystem von sehr großer Leistung direkt angeschlossen ist, wird die aufgedrückte EMK-Welle praktisch identisch mit der Generatorwelle sein, während die aufgedrückte EMK-Welle an den Klemmen eines Umformers, der mit dem Generator durch lange Fernleitungen mit eingeschalteten Drosselspulen und induktiven Regulatoren verbunden ist, durch die Welle der Gegen-EMK des Umformers so weit modifiziert werden kann, daß sie der letzteren mehr ähnlich ist als der Generatorwelle. Hierdurch kann das Umsetzungsverhältnis ein ganz anderes werden als dasjenige, das der Generatorwelle entspricht.

Ferner kann z. B. bei einem Dreiphasenumformer, der von Transformatoren mit Dreieckschaltung gespeist wird, die Phasenspannung an den Umformerklemmen, welche die Gleichstromspannung bestimmt, von der Phasenspannung des Generators verschieden sein, weil dieselben verschiedene dritte und neunte höhere Harmonische enthalten, welche verschwinden, wenn man die Phasenspannungen zu verketteten Spannungen zusammensetzt, und geben wie erforderlich identische Dreieckspannungen.

Die in Paragraph II angegebenen Verhältnisse zwischen den EMKen müssen also um den Spannungsabfall im Anker korrigiert und mit einem Faktor multipliziert werden, der $\sqrt{2}$ mal dem Verhältnis zwischen Effektiv- und Maximalwert der aufgedrückten Welle der Phasenspannung ist. ($\sqrt{2}$ ist das Verhältnis zwischen Maximalwert und Effektivwert der Sinuswelle, auf welcher die im Paragraph II ausgerechneten Verhältnisse sich gründen.)

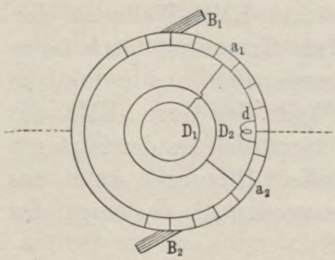
Wenn die aufgedrückte Welle von der Sinusform abweicht, so fließt ein Strom von höherer Periodenzahl, aber gewöhnlich von vernachlässigbarer Stärke, durch den Umformeranker wegen der Differenz zwischen den Wellen der aufgedrückten und der Gegen-EMK.

IV. Der Ankerstrom und die Erwärmung.

Der in den Ankerleitern eines Umformers fließende Strom ist die Differenz zwischen dem zugeführten Wechselstrom und dem abgenommenen Gleichstrom.

In Fig. 112 sind $a_1\,a_2$ zwei zu den Schleifringen D_1 und D_2 führende benachbarte Verbindungsdrähte in einem n-phasigen Umformer. Die wechselnde EMK zwischen a_1 und a_2 und damit der in dem Ankerteil zwischen a_1 und a_2 fließende Wattstrom wird ein Maximum erreichen, wenn dieser Teil, wie in Fig. 112 gezeigt, in der Mitte zwischen den Bürsten B_1 und B_2 steht.

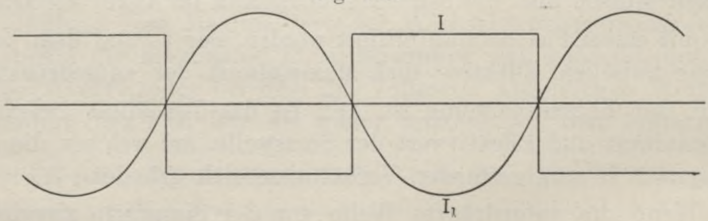
Fig. 112.



Der Gleichstrom kehrt sich in jeder Ankerspule in dem Moment um, in welchem die Spule die Bürste B_1 oder B_2 passiert und ist somit ein Wechselstrom von rechteckiger Form, wie die Kurve I in Fig. 113 zeigt.

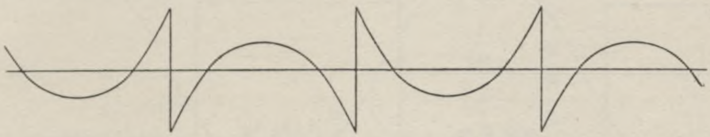
In dem Moment, in welchem der wechselnde Wattstrom sein Maximum erreicht, steht eine sich in der Mitte zwischen zwei benachbarten Wechselstromverbindungsdrähten $a_1\,a_2$ befindende Spule d in der Mitte zwischen den Bürsten B_1 und B_2 (Fig. 112) und fällt somit mit der Mitte der rechteckigen Gleichstromwelle zusammen. Infolgedessen sind der Wechselstrom und der recht-

Fig. 113.



eckige Gleichstrom in dieser Spule in Phase, aber einander entgegengesetzt, wie die Kurven I_1 und I in Fig. 113 zeigen. Der wirkliche Strom ist die Differenz der beiden Ströme, wie in Fig. 114 dargestellt ist. Der Gleichstrom kehrt sich in den aufeinanderfolgenden Ankerspulen successive um. Die in den aufeinanderfolgenden Ankerspulen fließenden rechteckigen Ströme sind gegenseitig phasenverschoben, und da der Wechselstrom in dem ganzen Ankerteil $a_1 a_2$ der gleiche und in der Spule d in Phase mit dem rechteckigen Strome ist, so kommt der Wechselstrom mehr und mehr außer Phase mit dem Gleichstrom, wenn er von der Spule d gegen a_1 oder a_2 fließt, wie in den Fig. 115, 116, 117 und 118 (a. f. S.) gezeigt ist, bis die maximale Phasenverschiebung

Fig. 114.



$\left(\text{gleich } \frac{\pi}{n}\right)$ zwischen dem Wechselstrome und dem rechteckigen Strome bei den Wechselstromverbindungsdrähten a_1 und a_2 erreicht ist.

Wenn also E die Gleichstromspannung und J der Gleichstrom in einer Ankerspule ist, die um den Winkel φ gegen die Stellung d in der Mitte zwischen zwei benachbarten Verbindungsdrähten eines n-phasigen Umformers verdreht ist, so ist der Gleichstrom $= \frac{J}{2}$ für die halbe Periode von 0 bis π und der Wechselstrom ist:

$$\sqrt{2}\, J' \sin(\alpha - \varphi),$$

wo

$$J' = \frac{\sqrt{2}\, J}{n \sin \frac{\pi}{n}}$$

der Effektivwert des Wechselstromes ist. Der wirkliche Strom in dieser Ankerspule ist somit:

$$i_0 = \sqrt{2}\, J' \sin(\alpha - \varphi) - \frac{J}{2} = \frac{J}{2}\left\{\frac{4 \sin(\alpha - \varphi)}{n \sin \frac{\pi}{n}} - 1\right\}$$

und der Effektivwert:

$$J_0 = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_0^\pi i_0^2\, d\alpha} = \frac{J}{2}\sqrt{\frac{1}{\pi}\int_0^\pi \left\{\frac{4 \sin(\alpha - \varphi)}{n \sin \frac{\pi}{n}} - 1\right\} d\alpha}$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{8}{n^2 \sin^2 \frac{\pi}{n}} + 1 - \frac{16 \cos \varphi}{n \pi \sin \frac{\pi}{n}}}.$$

Da $\frac{J}{2}$ der Strom in der Ankerspule eines Gleichstromgenerators von derselben Leistung ist, so wird γ_w das Verhältnis des Energieverlustes im Ankerwiderstand des Umformers zu jenem in einem

Fig. 115.

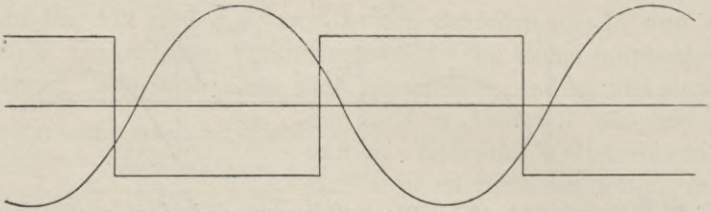


Fig. 116.

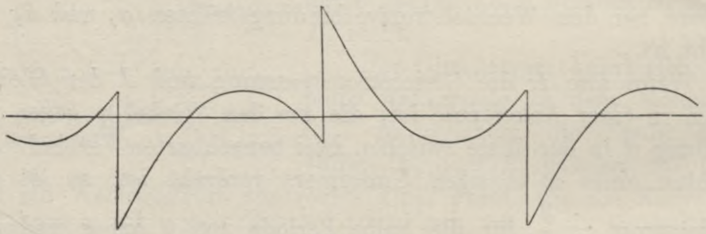


Fig. 117.

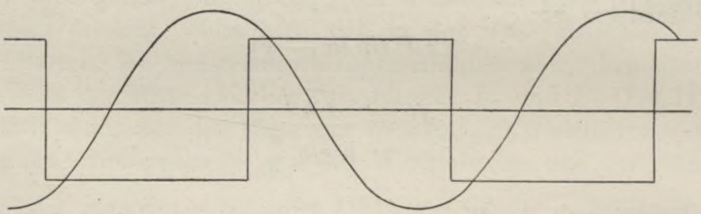
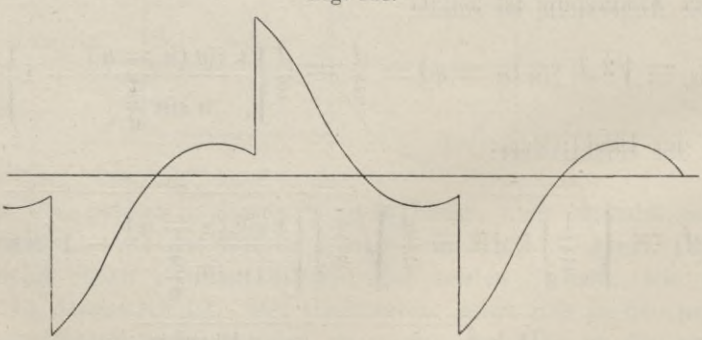


Fig. 118.



Gleichstromgenerator von derselben Leistung und also auch das Verhältnis der Erwärmung der Wicklungen:

$$\gamma_w = \left[\frac{J_0}{\frac{J}{2}}\right]^2 = \frac{8}{n^2 \sin^2 \frac{\pi}{n}} + 1 - \frac{16 \cos \varphi}{n \pi \sin \frac{\pi}{n}}.$$

Dies Verhältnis ist ein Maximum in der Stellung der Wechselstromverbindungsdrähte, also für $\varphi = \frac{\pi}{n}$ und ist

$$\gamma_m = \frac{8}{n^2 \sin^2 \frac{\pi}{n}} + 1 - \frac{16 \cos \frac{\pi}{n}}{n \pi \sin \frac{\pi}{n}}.$$

Das Verhältnis wird ferner ein Minimum für eine Spule in der Mitte zwischen benachbarten Wechselstromverbindungsdrähten, also für $\varphi = 0$ und ist

$$\gamma_0 = \frac{8}{n^2 \sin^2 \frac{\pi}{n}} + 1 - \frac{16}{n \pi \sin \frac{\pi}{n}}.$$

Durch Integration über φ von 0 (Spule d) bis $\frac{\pi}{n}$, d. h. über den ganzen Ankerteil $a_1 a_2$, bekommen wir das Verhältnis λ zwischen dem gesamten Energieverlust in dem Ankerwiderstand eines n-phasigen Umformers und eines Gleichstromgenerators von derselben Leistung, oder die relative Erwärmung des Ankers zu:

$$\lambda = \frac{n}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{n}} \gamma_w \, d\varphi = \frac{8}{n^2 \sin^2 \frac{\pi}{n}} + 1 - \frac{16}{\pi^2}.$$

Um also denselben Energieverlust in den Ankerleitern und folglich auch dieselbe Erwärmung des Ankers in dem Umformer wie in der Gleichstrommaschine zu erreichen, kann die Stromstärke im Umformer und damit die Leistung in dem Verhältnis $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ größer gemacht werden als in dem Gleichstromgenerator.

Die Berechnung für den Einphasenumformer mit zwei Stromkreisen ist etwas verschieden von der obigen, da der Stromwärmeverlust $J^2 R$ bei diesem in einem Drittel des Ankers gleich demjenigen des Gleichstromes ist, und die Differenz der Ströme nur in den übrigen zwei Dritteln $\left(\text{in Bogenmaß } \frac{2\pi}{3}\right)$ fließt. In einer

Ankerspule, die um den Winkel φ von der Mitte des letzteren Teiles verdreht ist, wird somit der resultierende Strom:

$$i_0 = \sqrt{2}\, J' \sin(\alpha - \varphi) - \frac{J}{2} = \frac{J}{2}\left\{\frac{4}{\sqrt{3}} \sin(\alpha - \varphi) - 1\right\}.$$

Der Effektivwert ist:

$$J_0 = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} i_0^2\, d\varphi} = \frac{J}{2}\sqrt{\frac{11}{3} - \frac{16}{\pi\sqrt{3}} \cos\varphi}$$

und also die relative Erwärmung:

$$\gamma_w = \left[\frac{J_0}{\frac{J}{2}}\right]^2 = \frac{11}{3} - \frac{16}{\pi\sqrt{3}} \cos\varphi.$$

Der Minimalwert für $\varphi = 0$ ist

$$\gamma_0 = \frac{11}{3} - \frac{16}{\pi\sqrt{3}} = 0{,}70$$

und der Maximalwert für $\varphi = \frac{\pi}{3}$

$$\gamma_m = \frac{11}{3} - \frac{8}{\pi\sqrt{3}} = 2{,}18.$$

Die mittlere Erwärmung durch den Ankerstrom in zwei Dritteln des Ankers ist

$$\lambda_h = \frac{3}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{3}} \gamma_w\, d\varphi = \frac{11}{3} - \frac{16}{\pi\sqrt{3}} \sin\frac{\pi}{3} = \frac{11}{3} - \frac{8}{\pi} = 1{,}11.$$

In dem übrigen Drittel des Ankers ist $\lambda_1 = 1$ und folglich das Mittel:

$$\lambda = \frac{2\lambda_2 + \lambda_1}{3} = 1{,}072.$$

Es ist also das Verhältnis

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 0{,}97.$$

Durch Einsetzen von numerischen Werten für n in die allgemeinen Gleichungen für die Stromwärme und in die auf dieser beruhenden Verhältnisse der Leistungen erhalten wir die folgende Tabelle:

Type	Gleichstrom-generator	Einphasen mit einem Stromkreise	Einphasen mit zwei Stromkreisen	Dreiphasen	Vierphasen	Sechsphasen	Zwölfphasen	∞ - Phasen
n	—	2	2	3	4	6	12	—
γ_0	1,00	0,45	0,70	0,225	0,20	0,19	1,87	0,187
γ_m	1,00	3,00	2,18	1,20	0,73	0,42	0,24	
λ	1,00	1,37	1,072	0,555	0,37	0,26	0,20	
$\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$	1,00	0,85	0,97	1,34	1,64	1,96	2,24	2,31

Wie man sieht, ist die Erwärmung des Ankers in dem Einphasenumformer mit zwei Stromkreisen geringer und gleichmäßiger verteilt, als in dem Einphasenumformer mit einem Stromkreis.

Bei der Berechnung dieser Werte ist der kleine Wattstrom, der die Verluste im Umformer bestreitet, vernachlässigt.

Setzen wir diesen Strom gleich qJ', wo J' der dem Gleichstrome entsprechende Wattstrom und q z. B. gleich 0,04 ist, wenn 4 Proz. Verlust an mechanischer und magnetischer Molekularreibung angenommen wird, so ist der gesamte Wattstrom

$$J_1' = J'(1+q)$$

und der resultierende Strom:

$$i_0' = J' \sin(\alpha - \varphi) - \frac{J}{2} = \frac{J}{2}\left\{\frac{4(1+q)\sin(\alpha-\varphi)}{n \sin\frac{\pi}{n}} - 1\right\}.$$

Der Effektivwert ist somit

$$J_0' = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_0^\pi i_0'^2\, d\alpha} = \frac{J}{2}\sqrt{\frac{8(1+q)^2}{n^2 \sin^2\frac{\pi}{n}} + 1 - \frac{16(1+q\cos\varphi)}{n\pi\sin\frac{\pi}{n}}};$$

somit

$$\gamma'_w = \frac{J'_0}{\frac{J}{2}} = \frac{8(1+q)^2}{n^2 \sin^2 \frac{\pi}{n}} + 1 - \frac{16(1+q)\cos\varphi}{n\pi \sin\frac{\pi}{n}}$$
$$= \gamma_w + 2q\left\{\frac{8}{n^2 \sin^2 \frac{\pi}{n}} - \frac{8\cos\varphi}{n\pi\sin\frac{\pi}{n}}\right\}.$$

Durch Integration nach φ von 0 bis $\frac{\pi}{n}$ erhalten wir:

$$\lambda' = \frac{n}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{n}} \gamma'_w \, d\varphi = \lambda + 2q\left(\frac{8}{n^2 \sin^2\frac{\pi}{n}} - \frac{8}{\pi^2}\right)$$

$$\lambda' = \lambda(1+2q) - 2q\left(1+\frac{8}{\pi}\right)$$
$$= (1+2q)\left(\frac{8}{n^2\sin^2\frac{\pi}{n}} + 1 - \frac{16}{\pi^2}\right) - 2q\left(1-\frac{8}{\pi}\right)$$

Im Einphasenumformer mit zwei Stromkreisen haben wir

$$i'_0 = J'(1+q)\sin(\alpha-\varphi) - \frac{J}{2}$$
$$= \frac{J}{2}\left\{\frac{4(1+q)}{\sqrt{3}}\sin(\alpha-\varphi) - 1\right\}$$

$$J'_0 = \sqrt{\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} i_0'^2 \, d\alpha} = \frac{J}{2}\sqrt{\frac{8(1+q)^2+3}{3} - \frac{16(1+q)\cos\varphi}{\pi\sqrt{3}}}$$

$$\gamma'_w = \frac{8(1+q)^2+3}{3} - \frac{16(1+q)\cos\varphi}{\pi\sqrt{3}}$$

$$\lambda'_2 = \frac{8(1+q)^2+3}{3} - \frac{8(1+q)}{\pi}$$

$$\lambda' = 1 + \frac{2\lambda'_2}{3}.$$

Unter Annahme von $q = 0{,}04$ erhalten wir die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Werte der relativen Stromwärme λ' und des entsprechenden Verhältnisses $\frac{1}{\sqrt{\lambda'}}$.

Type	Gleichstrom-generator	Einphasen mit einem Stromkreise	Einphasen mit zwei Stromkreisen	Dreiphasen	Vierphasen	Sechsphasen	Zwölfphasen	∞ - Phasen
λ	1,00	1,37	1,072	0,555	0,37	0,26	0,20	0,187
λ'	1,00	1,475	1,149	0,585	0,385	0,267	0,201	0,187
$\frac{1}{\sqrt{\lambda'}}$	1,00	0,825	0,933	1,31	1,61	1,94	2,24	2,31

Wenn eine Phasenverschiebung zwischen Strom und EMK im Umformer existiert, so kann der Strom in eine Wattkomponente in Phase mit der EMK und in eine wattlose Komponente senkrecht zur EMK zerlegt werden.

Der von einem Wechselstrome in einem Widerstande erzeugte Effektverlust ist gleich der Summe der Verluste der Wattkomponente und der wattlosen Komponente des Stromes. Wenn also in einem Umformer eine Phasenverschiebung stattfindet, so muß

	Gleichstrom	Einphasen mit einem Stromkreise	Einphasen mit zwei Stromkreisen	Dreiphasen	Vierphasen	Sechsphasen	Zwölfphasen	n - Phasen $n = \infty$
Anzahl der Stromkreise	2	2	2	3	4	6	12	n
Widerstand pro Stromkreis	2	2	$\frac{4}{3}$	$\frac{4}{3}$	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{n}$
Strom pro Stromkreis	0,5	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$	$\frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$	0,5	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	0,455	$\frac{\sqrt{2}}{n \sin \frac{\pi}{n}} = \frac{\sqrt{2}}{\pi}$
Gesamt $J^2 R$	1	2	$\frac{16}{9} = 1{,}778$	$\frac{32}{27} = 1{,}185$	1	$\frac{8}{9} = 0{,}889$	$= 0{,}827$	$\frac{8}{n^2 \sin^2 \frac{\pi}{n}} = \frac{8}{\pi^2}$
0,09 $J^2 R$	0,09	0,18	0,16	0,106	0,09	0,08	0,074	0,073

der von dem wattlosen Strome erzeugte Effektverlust zu dem in den vorhergehenden Tabellen zusammengestellten Verlust durch den Wattstrom addiert werden.

Wenn man z. B. bei Vollast einen nacheilenden oder voreilenden wattlosen Strom von 30 Proz. des Vollaststromes annimmt, so beträgt der entsprechende zusätzliche Energieverlust $0{,}3^2 = 0{,}09$ von dem Verlust in derselben Maschine als Wechselstromgenerator oder Synchronmaschine.

In der vorhergehenden Tabelle ist der relative J^2R-Verlust in dem Anker einer Gleichstrommaschine und den verschiedenen Typen von Synchronmaschinen bei demselben im Anker verbrauchten oder erzeugten Effekt zusammengestellt.

Der Widerstand von Bürste zu Bürste ist gleich 1.

Der Gesamtstrom in der Gleichstrommaschine ist gleich 1.

Durch Addition dieser Werte zu den in den vorhergehenden Tabellen zusammengestellten erhält man die relative Erwärmung der verschiedenen Maschinentypen und die zulässige Beanspruchung (auf die Erwärmung basiert), wie in der folgenden Tabelle zusammengestellt ist:

30 Proz. wattloser Strom.

Type	Gleichstromgenerator	Einphasen mit einem Stromkreise	Einphasen mit zwei Stromkreisen	Dreiphasen	Vierphasen	Sechsphasen	Zwölfphasen	∞ - Phasen
λ'	1,00	1,475	1,149	0,585	0,385	0,267	0,201	0,187
λ_0	1,00	1,655	1,255	0,691	0,475	0,347	0,275	0,260
$\frac{1}{\sqrt{\lambda_0}}$	1,00	0,78	0,89	1,20	1,45	1,70	1,91	1,96

V. Ankerrückwirkung.

Die Ankerrückwirkung des mehrphasigen Umformers ist die Resultante aus den Ankerrückwirkungen der Maschine als Gleichstromgenerator und als Synchronmotor. Wenn die Kommutatorbürsten wie gewöhnlich in Umformern ohne Verschiebung in der Mitte zwischen den Feldpolen stehen, so besteht die Gleichstromankerrückwirkung in einer Polarisation senkrecht zum Hauptfelde. Die von der Wattkomponente des Wechselstromes in einem

Synchronmotor erzeugte Ankerrückwirkung besteht ebenfalls in einer Polarisation senkrecht zum Hauptfelde, die aber der Ankerrückwirkung als Gleichstromgenerator entgegengesetzt ist.

Es sei m die Gesamtzahl der Windungen auf dem zweipoligen Anker eines n-phasigen Umformers und J der Gleichstrom, so ist die Zahl der zwischen den Bürsten in Serie geschalteten Windungen gleich $\frac{m}{2}$ und somit die gesamten Ankeramperewindungen oder die Polarisation gleich $\frac{mJ}{2}$. Da diese Amperewindungen indessen nicht in einer Richtung wirken, sondern über die ganze Oberfläche des Ankers verteilt sind, so wird die Resultante derselben

$$\mathfrak{F} = \frac{mJ}{2} \text{ mittl. } cos \left\{ \begin{array}{l} +\frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2} \end{array} \right. .$$

Da

$$\text{mittl. } cos \left\{ \begin{array}{l} +\frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi}{2} \end{array} \right. = \frac{2}{\pi}$$

ist, so wird

$$\mathfrak{F} = \frac{mJ}{\pi}$$

die Gleichstrompolarisation im Anker eines Umformers oder Gleichstromgenerators.

In einem n-phasigen Umformer ist die Zahl der Windungen pro Phase gleich $\frac{m}{n}$. Der Strom pro Phase oder der Strom zwischen zwei benachbarten Verbindungsdrähten (der Ringstrom) ist

$$J' = \frac{\sqrt{2}\, J}{n \sin \frac{\pi}{n}}$$

und somit die Amperewindungen pro Phase

$$\frac{mJ'}{n} = \frac{\sqrt{2}\, mJ}{n^2 \sin \frac{\pi}{n}}.$$

Diese Ampèrewindungen sind über $\frac{1}{n}$ des Ankerumfanges verteilt und die Resultante derselben wird somit

$$\mathfrak{F}_1 = \frac{m J'}{n} \text{ mittl. } \cos \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\pi}{n} \\ - \frac{\pi}{n} \end{array} \right. .$$

Da

$$\text{mittl. } \cos \left\{ \begin{array}{l} + \frac{\pi}{n} \\ - \frac{\pi}{n} \end{array} \right. = \frac{n}{\pi} \sin \frac{\pi}{n},$$

so wird die resultierende Polarisation einer Phase des Umformers in effektiven Ampèrewindungen

$$\mathfrak{F}_1 = \frac{\sqrt{2}\, m J}{\pi n}.$$

Die resultierende MMK von n gleichen MMKen von dem Effektivwert $\mathfrak{F}_1$ und also von dem Maximalwert $\sqrt{2}\,\mathfrak{F}_1$, die unter gleichen Winkeln $\frac{2\pi}{n}$ wirken und um $\frac{1}{n}$ einer Periode oder den Winkel $\frac{2\pi}{n}$ gegenseitig phasenverschoben sind, wird, wie folgt, gefunden:

Es sei

$$\mathfrak{F}_i = \sqrt{2}\,\mathfrak{F}_1 \sin \left(\alpha - \frac{2 i \pi}{n} \right)$$

eine der MMKe von dem Phasenwinkel $\alpha = \frac{2 i \pi}{n}$, welche in der Richtung $\varphi = \frac{2 i \pi}{n}$ wirken.

Der Nullpunkt einer der MMKe $\mathfrak{F}_1$ wird zum Nullpunkt für die Zeit α genommen, und die Richtung dieser MMK als Nullpunkt für die Richtung φ.

Die resultierende MMK in irgend einer Richtung φ wird somit:

$$\begin{aligned} \mathfrak{F} &= \sum_1^n i\, \mathfrak{F}_i \cos \left(\omega + \frac{2 i \pi}{n} \right) \\ &= \mathfrak{F}_1 \sqrt{2} \sum_1^n i \sin\left(\alpha - \frac{2 i \pi}{n} \right) \cos \left(\varphi - \frac{2 i \pi}{n} \right) \end{aligned}$$

$$\mathfrak{F} = \frac{\mathfrak{F}_1 \sqrt{2}}{2} \sum_1^n i \left\{ sin\left(\alpha + \varphi - \frac{4 i \pi}{n}\right) + sin\,(\alpha - \varphi) \right\}$$

$$= \frac{\mathfrak{F}_1 \sqrt{2}}{2} \left\{ \sum_1^n i\, sin\left(\alpha + \varphi - \frac{4 i \pi}{n}\right) + n\, sin\,(\alpha - \varphi) \right\}.$$

Da

$$\sum_1^n i\, sin\left(\alpha + \varphi - \frac{4 i \pi}{n}\right) = 0,$$

so wird

$$\mathfrak{F} = \frac{n\, \mathfrak{F}_1 \sqrt{2}}{2}\, sin\,(\alpha - \varphi).$$

Die resultierende MMK in irgend einer Richtung φ hat die Phase

$$\alpha = \varphi$$

und die Intensität

$$\mathfrak{F}' = \frac{n\, \mathfrak{F}_1 \sqrt{2}}{2}$$

und rotiert somit im Raume mit gleichmäßiger Geschwindigkeit und konstanter Stärke, synchron mit der Periodenzahl des Wechselstromes.

Da in einem Umformer

$$\mathfrak{F}_1 = \frac{\sqrt{2}\, m J}{\pi n},$$

so wird die resultierende MMK des Wattstromes in einem n-phasigen Umformer

$$\mathfrak{F}' = \frac{m J}{\pi}.$$

Diese MMK rotiert synchron in dem Anker des Umformers, und da der Anker ebenfalls synchron rotiert, so steht die resultierende MMK im Raume still, oder in Bezug auf die Magnetpole der Richtung der Gleichstrompolarisation entgegengesetzt. Da die beiden gleich sind, so folgt, daß in einem rotierenden Umformer die resultierenden Ankerrückwirkungen des Gleichstromes und der entsprechenden Wattkomponente des Wechselstromes einander gleich und entgegengesetzt sind, und sich somit neutralisieren. Die resultierende Ankerpolarisation ist somit gleich Null. Dasselbe ist selbstverständlich auch in dem umgekehrten Umformer der Fall, also in einer Maschine, die Gleichstrom in Wechselstrom umwandelt.

In einem Einphasenumformer sind indessen die Verhältnisse anders als in dem mehrphasigen Umformer. In dem Moment, in dem der Wechselstrom gleich Null ist, existiert die volle Gleichstromreaktion. In dem Moment, in dem der Wechselstrom ein Maximum erreicht hat, ist die Rückwirkung die Differenz zwischen derjenigen des Wechselstromes und des Gleichstromes, und da der Maximalwert des Wechselstromes in dem Einphasenumformer gleich dem doppelten des Gleichstromes ist, so ist in diesem Moment die resultierende Ankerrückwirkung der Gleichstromrückwirkung gleich und entgegengesetzt.

Die Ankerrückwirkung oszilliert somit mit voller Stärke mit einer Periodenzahl, die zweimal so groß als diejenige des Wechselstromes ist. Da die Rückwirkung senkrecht zur Felderregung steht, so hat sie eine Tendenz, den Kraftfluß schnell quer über die Feldpole zu verschieben und so Funkenbildung und Energieverluste zu veranlassen. Diese oszillierende Rückwirkung wird indessen durch die dämpfende Wirkung der Polkonstruktionen wesentlich vermindert.

Da infolgedessen die Kommutation bei einem Einphasenumformer nicht so gut wie bei einem Mehrphasenumformer vor sich geht, so muß man bei dem ersteren gewöhnlich zu Spannungskommutation greifen, d. h. man muß die Bürsten von ihrer Stellung in der Mitte zwischen den Feldpolen verschieben. Infolgedessen wirken die von dem doppelten Bürstenverschiebungswinkel eingeschlossenen Gleichstromampèrewindungen als entmagnetisierende Ankerrückwirkung und erfordern eine entsprechende Erhöhung der Felderregung bei Belastung.

Da im mehrphasigen Umformer die Hauptankerrückwirkungen sich gegenseitig aufheben, so bleibt nur übrig:

1. Die Ankerrückwirkung, die von dem kleinen Wattstrome herrührt, der zur Drehung der Maschine, d. h. zur Deckung der inneren Energieverluste, erforderlich ist. Dieser Strom ist senkrecht zur Felderregung, aber von vernachlässigbarer Größe.

2. Die von der wattlosen Komponente des Wechselstromes herrührende Ankerrückwirkung, wo eine solche vorhanden ist, und

3. eine Wirkung von oszillierender Art, die man die „Höhere Harmonische der Ankerrückwirkung“ nennen kann.

Der Gleichstrom, der im Anker ein Wechselstrom von rechteckiger Kurvenform ist, ändert seine Phase von Spule zu Spule, während der Wechselstrom in dem ganzen zwischen zwei benachbarten Verbindungsdrähten liegenden Ankerteil der gleiche ist.

Während also die resultierenden Rückwirkungen sich aufheben, bleibt eine lokale Wirkung zurück, die dem Magnetfeld gegenüber mit einer Periode oszilliert, die gleich der Zeit der Bewegung des Ankers durch den von benachbarten Wechselstromverbindungsdrähten eingeschlossenen Winkel ist, d. h. mit doppelter Periodenzahl in einem Einphasenumformer (in welchem dieselbe die oben beschriebene oszillierende Ankerrückwirkung ist und in Größe gleich der Gleichstromrückwirkung), mit dreifacher Periodenzahl in einem Dreiphasenumformer und vierfacher Periodenzahl in einem Vierphasenumformer.

Die Amplitude dieser Oszillation ist in einem Mehrphasenumformer klein und der Einfluß auf das Magnetfeld gewöhnlich vernachlässigbar, wegen der dämpfenden Wirkung der Magnetspulen, die einem oszillierenden Kraftfluß gegenüber als eine kurzgeschlossene Wicklung wirken.

Ein an ein unsymmetrisches Stromsystem angeschlossener Mehrphasenumformer kann als eine Kombination von einem symmetrischen mehrphasigen und einem einphasigen Umformer betrachtet werden, und da Einphasenumformer ganz befriedigend arbeiten, so ist die Wirkung von Unsymmetrien im Stromkreise auf den Mehrphasenumformer relativ klein, natürlich zwischen gewissen Grenzen.

Da die Ankerrückwirkung des Gleichstromes und des Wechselstromes im Umformer sich gegenseitig aufheben, so ist keine Änderung der Felderregung bei Belastungsänderungen im Umformer erforderlich.

Während außerdem die Ankerrückwirkung in einem Gleichstromgenerator bei gegebener Feldstärke durch die erzeugte Verzerrung des Feldes begrenzt ist, so existiert keine solche Grenze in einem Umformer. In einem Umformer kann somit eine viel größere Ankerrückwirkung als in einem Gleichstromgenerator ohne Schaden verwendet werden, da die Feldverzerrung in dem ersteren nicht vorhanden ist.

Da die Erwärmung des Ankers in einem Umformer relativ gering ist, so hängt die praktische Grenze für die Überlastungsfähigkeit nur vom Kommutator ab und ist gewöhnlich viel höher als in einem Gleichstromgenerator, weil die Feldverzerrung, die im Gleichstromgenerator Funkenbildung veranlaßt, im Umformer nicht vorhanden ist.

Die theoretische Überlastungsgrenze, d. h. die Überlastungsgrenze, bei welcher der Umformer als Synchronmotor außer Tritt fällt und stehen bleibt, ist bei stetiger Periodenzahl und konstanter

Wechselstromklemmenspannung kaum zu erreichen, während diese Grenze bei einem Wechselstromsystem mit schwankender Periodenzahl und sinkender Spannung selbstverständlich von der Amplitude und Periode der Periodenzahlschwankungen und der Größe des Spannungsabfalls abhängig ist.

VI. Wattlose Ströme und Kompoundierung.

Da die von der Wattkomponente des Wechselstromes herrührende Polarisation im Umformer als Synchronmotor senkrecht auf der MMK des Feldes steht, so ist die Polarisation oder die magnetisierende Wirkung der nacheilenden Komponente in Phase mit der Felderregung, und diejenige der voreilenden Komponente des Wechselstromes der Felderregung entgegengesetzt. Im Umformer ist also keine Verzerrung des Magnetfeldes vorhanden und überhaupt keine Ankerrückwirkung, wenn der Strom in Phase mit der aufgedrückten EMK ist, während die Ankerrückwirkung bei einem voreilenden Strome entmagnetisierend, bei einem nacheilenden Strome magnetisierend wirkt.

Wenn also der Wechselstrom Nacheilung hat, so muß die Felderregung bei derselben aufgedrückten EMK niedriger sein, während bei voreilendem Strome die Felderregung höher sein muß, als bei einem Wechselstrome in Phase mit der EMK erforderlich ist. Umgekehrt kann in einem Umformer und in einem Synchronmotor ein voreilender Strom durch Erhöhung der Felderregung und ein nacheilender Strom durch Verminderung der Felderregung erzeugt werden.

Da der Wechselstrom mit Hilfe der Felderregung magnetisierend oder entmagnetisierend gemacht werden kann, so kann die Felderregung des Umformers bei konstanter aufgedrückter Wechselstromspannung zwischen weiten Grenzen variiert werden, ohne die Spannung an den Kommutatorbürsten in erheblicher Weise zu beeinflussen. In Umformern mit großer Ankerrückwirkung und relativ schwachem Felde kann die Maschine mit Vollast und Überlast ohne jede Felderregung überhaupt arbeiten, indem das Feld durch die Ankerrückwirkung des nacheilenden Wechselstromes erregt wird. Solche Umformer ohne Felderregung, auch Reaktionsumformer genannt, müssen immer mit mehr oder weniger nacheilendem Strome laufen, also die gleiche Rückwirkung auf die Leitung ausüben wie Induktionsmotoren, die bekanntlich eine weit größere Rückwirkung auf das Wechselstromsystem ausüben als die Synchronmotoren.

Bei konstanter aufgedrückter Wechselstromspannung kann indessen die Gleichstromspannung eines Umformers nicht durch Variation der Felderregung geändert werden, wenn man von dem kleinen Betrag absieht, der von der Änderung des Umformungsverhältnisses herrührt. Eine Änderung der Felderregung erzeugt nur wattlose Ströme, die bei Verminderung der Felderregung nacheilend und magnetisierend, bei Erhöhung der Felderregung voreilend und entmagnetisierend sind.

Um die Gleichstromspannung eines Umformers zu variieren, muß also die aufgedrückte Wechselstromspannung geändert werden. Dies kann entweder mit Hilfe von regulierbaren Zusatztransformatoren, d. h. Transformatoren mit variablem Übersetzungsverhältnis, oder durch die Wirkung der wattlosen Ströme auf Selbstinduktion geschehen. Die letztere Methode ist für Umformer besonders geeignet wegen der Eigenschaft derselben, wattlose Ströme durch Änderung der Felderregung zu erzeugen.

Die EMK der Selbstinduktion eilt dem Strome um 90° nach. Wenn also der Strom der aufgedrückten EMK um 90° nacheilt, so ist die EMK der Selbstinduktion um 180° hinter der aufgedrückten EMK phasenverschoben und also direkt entgegengesetzt und vermindert infolgedessen diese. Wenn der Strom der EMK um 90° voreilt, so ist die EMK der Selbstinduktion in Phase mit der aufgedrückten EMK und erhöht infolgedessen diese. Wenn also Selbstinduktion in die Leitung zwischen dem Umformer und dem Generator von konstanter Spannung eingeschaltet ist und ein wattloser nacheilender Strom im Umformer durch Verminderung der Felderregung erzeugt wird, so wird die in der Leitung durch diesen nacheilenden Strom induzierte EMK der Selbstinduktion die am Umformer aufgedrückte Wechselstromspannung und damit die Gleichstromspannung vermindern. Wenn ein wattloser nacheilender Strom im Umformer durch eine Erhöhung der Felderregung erzeugt wird, so wird die durch diesen voreilenden Strom induzierte EMK der Selbstinduktion die am Umformer aufgedrückte Wechselstromspannung und damit die Gleichstromspannung erhöhen.

In dieser Weise kann man mit Hilfe von Selbstinduktion in den zu dem Umformer führenden Leitungen seine Spannung durch Änderung der Felderregung variieren, oder umgekehrt, seine Spannung bei konstanter Generatorspannung oder sogar konstanter Generatorerregung konstant halten mit steigender Belastung und also steigendem Spannungsabfall durch den Widerstand der Leitung. Durch passende Wahl der Verhältnisse kann die Umformerspannung bei steigender Belastung sogar erhöht, das System also überkompoundiert werden.

Die Änderung der Felderregung des Umformers bei Belastungsänderungen kann durch die Kombination von Nebenschluß- und Hauptschlußwicklung automatisch gemacht werden, und in dieser Weise kann ein Umformer kompoundiert und überkompoundiert werden, ähnlich wie ein Gleichstromgenerator.

Während die Wirkung dieselbe ist, ist aber die Ursache verschieden, indem die Kompoundierung bei einem Umformer nicht in der Maschine selbst, wie beim Gleichstromgenerator, stattfindet, sondern in den zu der Maschine führenden Wechselstromleitungen, in welchen die Selbstinduktion dann eine wichtige Rolle spielt.

VII. Das Anlassen von Umformern.

Der Mehrphasenumformer geht aus Stillstand von selbst an, d. h. wenn er an dem mehrphasigen Stromkreis angeschlossen wird, so geht er von selbst an, und läuft allmählich zum vollständigen Synchronismus hinauf. Die EMK zwischen den Kommutatorbürsten wechselt beim Anlassen mit einer Periodenzahl, die der Schlüpfung hinter Synchronismus entspricht. Ein an den Bürsten angeschlossenes Voltmeter oder eine Glühlampe zeigt dann durch den Ausschlag bezw. durch das Leuchten die Annäherung des Umformers zum synchronen Gang an. Beim Anlassen muß die Feldwicklung des Umformers geöffnet oder es muß wenigstens ein großer Widerstand vorgeschaltet sein. Das Anlassen des mehrphasigen Umformers beruht hauptsächlich auf der Wirkung der Hysteresis und ausschließlich darauf in Maschinen mit lamellierten Polschuhen, während in Maschinen mit massiven Polschuhen die in diesen induzierten Wirbelströme zur Vergrößerung des Anlaßmomentes beitragen und gleichzeitig aber durch ihre entmagnetisierende Wirkung den Kraftfluß beim Anlassen vermindern. Das erzeugte Drehmoment beruht auf der Anziehung zwischen den Wechselströmen der aufeinander folgenden Phasen und dem von der vorhergehenden Phase erzeugten remanenten Magnetismus oder den Wirbelströmen. Das Drehmoment ist natürlich verhältnismäßig schwach, und der Strom, der erforderlich ist, um den Umformer von der Ruhelage ohne Belastung anzulassen, ist ein- bis zweimal so groß als der Vollaststrom.

Der Einphasenumformer geht selbstverständlich nicht von selbst an. In dem Moment des Anlassens ist die Feldwicklung des Umformers die Sekundärwicklung eines Transformators mit der Ankerwicklung als Primärwicklung und da die Anzahl der Feldwindungen im allgemeinen viel größer als die Anzahl der Ankerwindungen ist, so können außerordentlich hohe EMKe in der Feldwicklung induziert werden, Spannungen, die häufig 4000 bis 6000 Volt erreichen und die man durch irgend welche Mittel unschädlich machen muß, z. B. durch Teilung der Feldwicklung in mehrere Teile. Sobald der Synchronismus erreicht ist, was gewöhnlich wenige Sekunden, aber auch bis zu einer Minute oder mehr in Anspruch nimmt, wird die Feldwicklung geschlossen und der Umformer belastet. Selbstverständlich muß während dem Anlassen, bis der Synchronismus erreicht ist, die Gleichstromseite des Umformers offen sein, da die EMK zwischen den Kommutatorbürsten während dieser Zeit wechselnd ist.

Wenn der Umformer von der Wechselstromseite angelassen wird, kann der Synchronismus bei jeder Polarität der Gleichstromklemmen erreicht werden. Die Polarität kann aber umgekehrt werden, indem man das Feld durch eine äußere Quelle, z. B. einen anderen Umformer, stark in der richtigen Weise erregt.

Da der Umformer einen sehr großen und gleichzeitig nacheilenden Strom erfordert, wenn er von der Wechselstromseite angelassen wird, so ist es, wo es möglich ist, vorzuziehen, den Umformer als Gleichstrommotor von der Gleichstromseite anzulassen. Dies kann gemacht werden, wenn der Umformer mit einer Akkumulatorenbatterie oder einem Gleichstromgenerator verbunden ist. Wenn der Umformer mit anderen Umformern oder Umformerstationen zusammen ein Gleichstromsystem speist, so können alle mit Ausnahme des ersten Umformers von der Gleichstromseite aus mit Hilfe von Rheostaten angelassen werden, die im Ankerstromkreise eingeschaltet sind.

Um der Notwendigkeit zu entgehen, den Umformer mit Hilfe von Phasenlampen mit dem Wechselstromsystem parallel zu schalten in dem Falle, daß das Anlassen von der Gleichstromseite aus erfolgt, so ist es häufig vorzuziehen, den Umformer bis zu oder über Synchronismus mit Hilfe von Gleichstrom anlaufen zu lassen und denselben dann vom Gleichstromsystem abzuschalten, das Feld zu öffnen und den Anker mit dem Wechselstromsystem zu verbinden. Der Umformer wird dann mittels Wechselstrom in Tritt gebracht. Das Parallelschalten mit Phasenlampen kann unter Umständen auch schwierig sein, wo die Gleichstromspannung, wie bei Eisenbahnanlagen, wegen der großen Belastungsänderungen stark schwankend ist.

VIII. Die umgekehrten Umformer.

Die Umformer können verwendet werden, entweder um Wechselstrom in Gleichstrom umzuwandeln oder als „umgekehrte Umformer“, um Gleichstrom in Wechselstrom umzuwandeln. Die erstere Verwendung ist bei weitem häufiger, jedoch kommen unter Umständen auch umgekehrte Umformer zur Anwendung. Bei Anlagen mit niedergespanntem Gleichstrom kann ein entfernt liegender Bezirk dadurch mit Strom versehen werden, daß der Gleichstrom in Wechselstrom umgeformt, nach dem betreffenden Bezirk übertragen und hier wieder in Gleichstrom umgewandelt wird. In Zentralanlagen, die sowohl Gleichstromgeneratoren zur Versorgung der näher liegenden Bezirke als Wechselstromgeneratoren zur Versorgung der entfernteren enthalten, können die Umformer als Verbindungsglied zur Übertragung der Belastung von den Gleichstrom- zu den Wechselstromgeneratoren oder umgekehrt verwendet werden, und werden dann in der einen oder anderen Richtung betrieben je nach der Verteilung der Belastung in dem System.

Bei Umwandlung von Wechselstrom in Gleichstrom ist die Umdrehungszahl des Umformers durch die Periodenzahl bestimmt und kann nicht durch Änderung der Felderregung variiert werden, da eine Änderung der letzteren nur die Phasenverschiebung des Wechselstromes ändert.

Bei Umwandlung von Gleichstrom in Wechselstrom dagegen, wenn der Umformer die einzige Quelle des Wechselstromes ist, also nicht parallel mit anderen von Dampfmaschinen oder Turbinen getriebenen Wechselstromgeneratoren arbeitet, hängt die Tourenzahl des Umformers als Gleichstrommotor von der Feldstärke ab und steigt mit sinkender und sinkt mit steigender Feldstärke. Als Wechselstromgenerator hängt die Feldstärke des Umformers indessen von der Stärke und Phasenverschiebung des Wechselstromes ab, indem ein nacheilender Strom die Feldstärke vermindert und somit die Tourenzahl und die Periodenzahl vergrößert, während ein voreilender Strom die Feldstärke vergrößert und die Tourenzahl und die Periodenzahl vermindert.

Wenn also ein umgekehrter Umformer mit nacheilenden Strömen belastet wird, indem z. B. ein anderer Umformer von der Wechselstromseite angelassen wird, so wird die entmagnetisierende Wirkung des Wechselstromes die Feldstärke vermindern, und eine Erhöhung der Periodenzahl und Tourenzahl des umgekehrten Umformers bewirken. Eine Erhöhung der Periodenzahl kann indessen die Phasenverschiebung des Stromes und damit die entmagnetisierende Wirkung weiter erhöhen, und hierdurch auch die Tourenzahl höher machen, so daß die Zunahme so schnell wird, daß man sie mit dem Nebenschlußwiderstand nicht regulieren kann und eine Gefahr für die Maschine eintritt. Umgekehrte Umformer müssen somit sorgfältig gewartet werden, besonders wenn andere Umformer von denselben angelassen werden, und es sind Anordnungen notwendig, um den umgekehrten Umformer vollständig von der Leitung abzuschalten, sobald die Tourenzahl die höchste zulässige Grenze überschreitet. Die verhältnismäßig sicherste Anordnung ist Fremderregung des umgekehrten Umformers durch eine vom Umformer mechanisch getriebene Erregermaschine, da eine Erhöhung der Tourenzahl die Erregerspannung und damit die Erregung des Umformers in einem noch höheren Grade vergrößert. Bei dieser Anordnung wird die Erhöhung der Tourenzahl somit abgedämpft.

Diese Gefahr des Durchgehens ist nicht vorhanden, wenn die umgekehrten Umformer parallel mit Wechselstromgeneratoren arbeiten, vorausgesetzt, daß diese und ihre Antriebmaschinen von einer solchen Größe sind, daß sie nicht vom Umformer angetrieben und damit auf eine höhere Tourenzahl gebracht werden können. In einem umgekehrten Umformer, der mit Wechselstromgeneratoren parallel arbeitet, kann die Tourenzahl nicht mit Hilfe von der Felderregung geändert werden. Eine Änderung der Felderregung ändert nur die Phasenverschiebung des vom Umformer gelieferten Stromes. Der Umformer nimmt also Effekt von dem Gleichstromsystem auf und gibt Effekt in das Wechselstromsystem ab, aber gleichzeitig nimmt er wattlose Ströme von dem Wechselstromsystem auf, die bei Untererregung nacheilend, bei Übererregung voreilend sind. Der umgekehrte Umformer kann somit in derselben Weise als ein gewöhnlicher Umformer oder ein Synchronmotor zur Kompensierung der in anderen Teilen des Wechselstromsystems erzeugten wattlosen Ströme verwendet werden.

IX. Doppelgeneratoren.

Der Doppelgenerator ist eine Maschine, die durch mechanische Kraft angetrieben wird und von demselben Anker sowohl Gleichstrom als Wechselstrom abgibt. Der Doppelgenerator ist ähnlich gebaut wie der Umformer, welcher Wechselstrom in Gleichstrom umwandelt, und der umgekehrte Umformer, der Gleichstrom in Wechselstrom umformt, und der Anker ist in derselben Weise wie bei diesen einerseits mit einem Kommutator, andererseits mit Schleifringen verbunden. Die Verwendung des Doppelgenerators ist auf diejenigen Größen und Tourenzahlen beschränkt, bei welchen sich ein guter Gleichstromgenerator mit derselben Polzahl ebenso wie ein guter Wechselstromgenerator bauen läßt, d. h. auf Maschinen von kleiner Periodenzahl und großer Leistung bei relativ hohen Tourenzahlen, während Doppelgeneratoren mit hoher Periodenzahl bei kleiner Umdrehungszahl nicht vorteilhaft sind.

Der wichtigste Unterschied zwischen Doppelgeneratoren und Umformern ist indessen, daß der Wechselstrom und der Gleichstrom in den ersteren nicht wie in den letzteren entgegengesetzt sind, sondern in derselben Richtung fließen. Die resultierende Ankerrückwirkung ist somit die Summe der Ankerrückwirkungen des Gleichstromes und des Wechselstromes.

Da die Ankerpolarisationen des Gleichstromes und des Wechselstromes bei gleicher Leistung und gleicher Feldstärke gleich sind, so folgt, daß die resultierende Ankerpolarisation des Doppelgenerators proportional der Belastung ist, ohne Rücksicht auf das Verhältnis, in welchem die Belastung auf die Wechselstrom- und Gleichstromseite verteilt ist. Die Erwärmung des Ankers infolge des Widerstandes ist von der Summe der zwei Ströme, d. h. von der Gesamtbelastung abhängig. Die Leistung des Doppelstromgenerators ist durch die Stromwärme im Anker und durch die von der Ankerrückwirkung herrührende Deformierung der Feldkurve in derselben Weise wie in einem Gleichstrom- oder Wechselstromgenerator begrenzt. Infolgedessen leistet ein Doppelgenerator viel weniger als ein Umformer von derselben Größe.

In Doppelgeneratoren sind die Bürsten infolge der vorhandenen Ankerrückwirkung und der daraus folgenden Deformierung der Feldkurve mehr oder weniger aus der neutralen Zone verschoben, und die Richtung der Gleichstromankerpolarisation ist also, gleich den Bürsten, um denselben Winkel gegenüber der neutralen Zone verschoben. Die Richtung der Wechselstromankerpolarisation dagegen ist der neutralen Zone gegenüber um den Phasenverschiebungswinkel des Wechselstromes verschoben. Infolgedessen ist die Rückwirkung der Gleichstromankerpolarisation und der Wechselstromankerpolarisation auf das Feld gewöhnlich verschieden. Die Rückwirkung der Gleichstrombelastung auf das Feld kann durch eine Hauptschlußwicklung kompensiert werden. Die Rückwirkung der Wechselstrombelastung auf das Feld kann durch Änderung der Phasenverschiebung kompensiert werden, wenn Umformer von dem Doppelgenerator mit Strom versehen werden, dadurch, daß man den Umformer mit einer Hauptschlußwicklung versieht und Selbstinduktion in die Wechselstromleitungen einschaltet.

Ein Doppelgenerator, der an der Wechselstromseite Umformer speist, kann somit als ein Gleichstromgenerator betrachtet werden, in welchem ein Teil des Kommutators sowie ein entsprechender Teil der Hauptschlußwicklung von dem Generator abgetrennt, in einiger Entfernung angeordnet und durch Wechselstromverbindungsdrähte mit dem Generator verbunden sind. Automatische Kompoundierung eines Doppelgenerators ist selbstverständlich nur dann möglich, wenn die Phasenverschiebung des Wechselstromes sich von Nacheilung bei Leerlauf zu Voreilung bei Belastung ändert, wie dies bei einem kompoundierten Umformer stattfindet. Anderenfalls muß der Generator mit dem Nebenschlußwiderstand reguliert werden. Dies ist z. B. der Fall, wenn die Spannung des Doppelgenerators entsprechend der Gleichstrombelastung geändert werden muß, und die Spannung des Umformers am Ende der Wechselstromleitung mit Hilfe von Wechselstromkompensatoren entsprechend der Belastung am Ende der Leitung unabhängig von der Spannung des Doppelgenerators variiert wird.

Das Feld des Doppelgenerators muß im Vergleich zum Feld des Gleichstromgenerators derartig sein, daß eine viel größere Stabilität in der Spannung erreicht wird wegen der starken entmagnetisierenden Wirkung, die von nacheilenden Strömen an der Wechselstromseite ausgeübt werden kann, eine Wirkung, die unter Umständen so stark ist, daß die Maschine ihre Erregung überhaupt verliert. Aus diesem Grunde ist es häufig vorzuziehen, Doppelgeneratoren getrennt zu erregen.

X. Schlußfolgerung.

Von den eben beschriebenen Maschinentypen: Umformer, umgekehrte Umformer und Doppelgeneratoren, können mehrere Kombinationen unter sich oder mit Synchronmotoren, Wechselstromgeneratoren, Gleichstrommotoren und -generatoren ausgeführt werden. Man kann z. B. einen Umformer dazu verwenden, einen gewissen Betrag von mechanischer Leistung als Synchronmotor abzugeben. In diesem Falle wird der Wechselstrom über den dem Gleichstrome entsprechenden Wert um den Strom, der die mechanische Leistung liefert, erhöht, und die Ankerrückwirkungen heben sich gegenseitig nicht auf, sondern die Rückwirkung des Wechselstromes übersteigt die Rückwirkung des Gleichstromes um den der mechanischen Belastung entsprechenden Betrag. In derselben Weise wird die Stromwärme im Anker erhöht. Gleichso kann ein umgekehrter Umformer zur Lieferung von einiger mechanischer Leistung verwendet werden. Diese Anordnung ist sehr gut ausführbar, hat aber den Nachteil, daß die automatische Spannungsregulierung durch Kompoundierung beeinträchtigt wird.

Doppelstromgeneratoren können mehr Leistung in den Wechselstromkreis abgeben, als ihre Antriebmaschinen zu leisten vermögen, indem die Mehrleistung von der Gleichstromseite geliefert wird. In diesem Falle wird ein Teil der Wechselstromleistung von der mechanischen Leistung erzeugt und der andere von dem Gleichstromeffekt umgeformt, und die Maschine verbindet die Eigenschaften eines Wechselstromgenerators mit denjenigen eines umgekehrten Umformers. Ähnlich verbindet der Doppelgenerator die Eigenschaften eines Gleichstromgenerators und eines Umformers, wenn derselbe Gleichstrom abgibt und mechanische Leistung von der Antriebmaschine und elektrische Leistung von dem Wechselstromsystem erhält. In jedem Falle ist die Ankerrückwirkung u. s. w. die Summe der den zwei kombinierten Maschinentypen entsprechenden Wirkungen.

Außerhalb des Rahmens dieses Werkes liegen die Fälle, in welchen ein Umformer verwendet wird, um einen Wechselstrom in einen anderen Wechselstrom von anderer Phase umzuwandeln, wenn z. B. ein Vierphasenumformer die Leistung von einem Einphasenstromkreise durch ein Paar der Schleifringe aufnimmt und von dem zweiten Paar Schleifringe die andere Phase eines Zweiphasensystems gespeist wird, oder wenn ein Dreiphasenumformer auf ein Einphasensystem geschaltet und die dritte Phase eines Dreiphasensystems von seinem dritten Schleifringe gespeist wird. Im übrigen haben diese Fälle wenig Bedeutung, da asynchrone oder synchrone Motoren für diesen Zweck besser sind.

Anhang.

Gleichstromumformer.

Wenn n Paar einander diametral gegenüberliegende Punkte in gleichem Abstande auf dem Anker einer Kommutatormaschine mit den Klemmen von n Kompensatoren oder Autotransformatoren verbunden sind, d. h. mit elektrischen Stromkreisen, die mit einem magnetischen Stromkreise verkettet sind, und die Mittelpunkte dieser Transformatoren mit einem neutralen Punkte verbunden werden, wie in Fig. 119 für $n = 3$ gezeigt ist, so ist die Spannung zwischen diesem neutralen Punkte und den zwei Sätzen von Kommutatorbürsten gleich groß. Eine solche Maschine kann als Gleichstromumformer mit einem Übersetzungsverhältnis von 1 : 2,

Fig. 119.

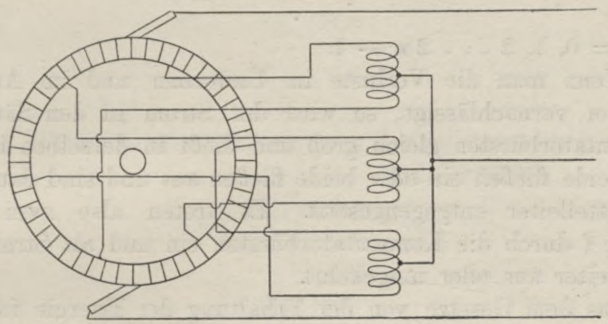
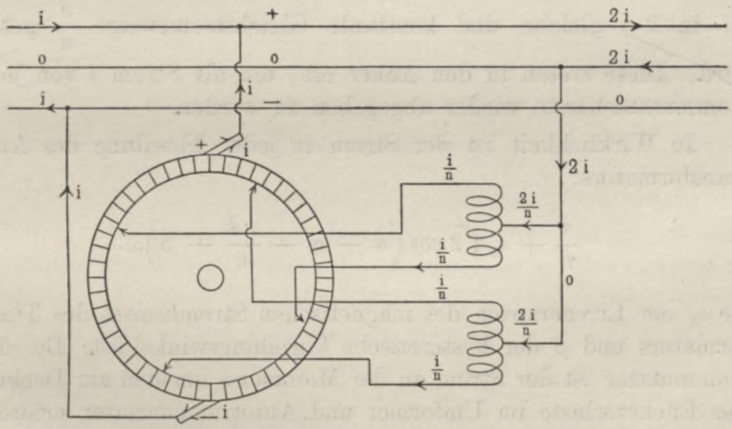


Fig. 120.



2 : 1 oder 1 : 1 benutzt werden, indem die Maschine im letzteren Falle zur Energieübertragung von einer Seite eines Dreileitersystems zu der anderen dient.

Entweder können die n Autotransformatoren stationär und mit dem Anker durch $2n$ Schleifringe verbunden sein, oder die Autotransformatoren können mit dem Anker rotieren und der neutrale Punkt mit dem äußeren Stromkreise durch einen Schleifring verbunden werden.

Die Strom- und Spannungsverteilung in einem solchen Gleichstromumformer ist in Fig. 120 (a. v. S.) für $n = 2$ gezeigt, d. h. für zwei Autotransformatoren mit 90^0 Phasenunterschied.

Wenn die Spannung zwischen den Außenleitern des Systems $2e$ beträgt, so ist die Spannung zwischen dem Mittelleiter und einem Außenleiter $\pm e$ und die auf jede der $2n$ Autotransformatorabteilungen fallende Spannung

$$e \sin\left(\alpha - \varphi - \frac{\pi k}{n}\right),$$

wo $k = 0, 1, 2 \ldots 2n - 1$.

Wenn man die Verluste im Umformer und im Autotransformator vernachlässigt, so wird der Strom in den Sätzen von Kommutatorbürsten gleich groß und fließt in derselben Richtung, d. h. beide fließen ein oder beide fließen aus und sind dem Strome im Mittelleiter entgegengesetzt. Es treten also zwei gleiche Ströme i durch die Kommutatorbürsten ein und als Strom $2i$ im Mittelleiter aus oder umgekehrt.

Aus dem Gesetze von der Erhaltung der Energie folgt, daß der in die $2n$ Autotransformatorabteilungen eintretende Strom $2i$ in $2n$ gleiche und konstante Gleichstromzweige $\frac{i}{n}$ geteilt wird. Diese treten in den Anker ein, um als Strom i von jeder Kommutatorbürste wieder abgegeben zu werden.

In Wirklichkeit ist der Strom in jeder Abteilung des Autotransformators:

$$\frac{i}{n} + i_0 \sqrt{2} \cos\left(\alpha - \varphi - \frac{\pi k}{n} + \beta\right),$$

wo i_0 der Erregerstrom des magnetischen Stromkreises des Transformators und β der hysteretische Voreilungswinkel ist. Bei dem Kommutator ist der Strom an der Motorseite um den zur Deckung der Effektverluste im Umformer und Autotransformator erforderlichen Betrag größer als an der Generatorseite.

In Fig. 120 ist die positive Seite der Maschine Generator, die negative Seite Motor. Man kann sagen, entweder, daß die Maschine den Strom i unter der Spannung e von der negativen Seite des Systems aufnimmt und in den Strom i mit der Spannung e an der positiven Seite des Systems umwandelt, oder daß die Maschine den Strom i unter der Spannung $2e$ von dem System aufnimmt und an die positive Seite den Strom $2i$ bei der Spannung e abgibt, oder daß der Strom $2i$ unter der Spannung e von der negativen Seite aufgenommen und der Strom i bei der Spannung $2e$ abgegeben wird. In jedem Falle überträgt der Umformer die Leistung $2ie$ zwischen den zwei Hälften des Dreileitersystems.

Die Ankerrückwirkung der Ströme der Generatorseite des Umformers ist der Ankerrückwirkung der entsprechenden Ströme an der Motorseite gleich, aber entgegengesetzt, und die Motor- und Generatorankerrückwirkungen heben sich also gegenseitig auf, wie in dem synchronen rotierenden Umformer. Die resul-

Fig. 121 a.

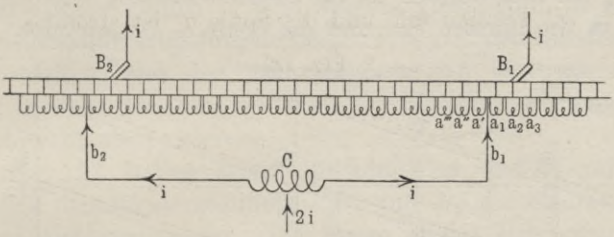
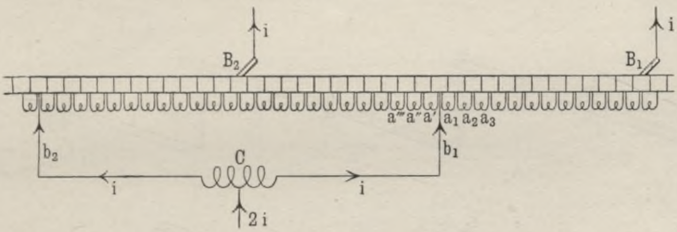


Fig. 121 b.



tierende Ankerrückwirkung des Gleichstromumformers ist somit praktisch gleich Null, indem die wirkliche Ankerrückwirkung nur diejenige ist, die dem relativ kleinen Strome entspricht, der zur Deckung der inneren Verluste der Maschine erforderlich ist.

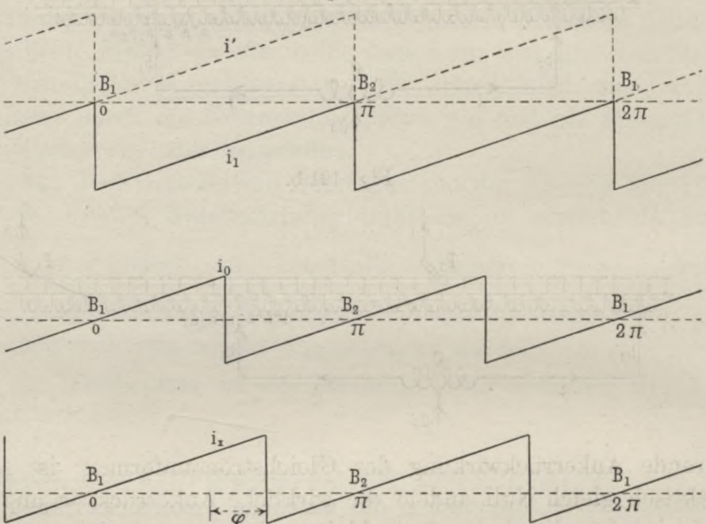
Wenn die Maschine gleichzeitig als Motor verwendet wird, z. B. zum Antrieb einer Zusatzmaschine, die in dem System eingeschaltet ist, um eine Spannungsdifferenz zwischen den zwei Hälften des System zu erzeugen, so tritt selbstverständlich die Ankerrückwirkung von demjenigen Strome auf, der die in mechanische Leistung umgewandelte elektrische Leistung liefert. Wenn die Maschine als Generator angetrieben wird, so rührt die Ankerrückwirkung von denjenigen Strömen her, die von der zugeführten mechanischen Energie erzeugt werden.

Während die Ströme in den Ankerspulen eines Wechselstromgenerators mehr oder wenig Sinusform besitzen, in dem Gleichstromgenerator oder -motor rechteckige Form, und in dem synchronen rotierenden Umformer deformierte Ströme von dreifacher Periodenzahl sind, so haben die Ströme in den Ankerspulen eines Gleichstromumformers dreieckige Form und zweifache Periodenzahl.

In Fig. 121 (a. v. S.) ist ein Gleichstromumformer mit den Bürsten B_1 und B_2 und der Autotransformator C, der vom Mittelleiter den Strom $2i$ empfängt, schematisch dargestellt. Betrachten wir zuerst eine Ankerspule a_1, die gerade hinter, d. h. in der Richtung der Umdrehung, der Zuleitung b_1 zum Transformator liegt.

In dem Moment, in welchem die Transformatorzuleitungen b_1 und b_2 mit den Bürsten $B_1 B_2$ zusammenfallen, tritt der Strom direkt in die Bürsten ein, und die Spule a_1 ist stromlos. In dem

Fig. 122.

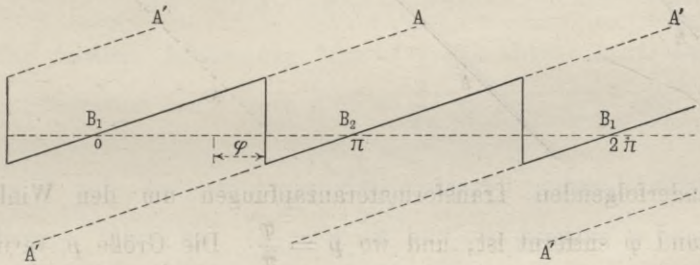


nächsten Augenblick (Fig. 121 a) geht der Gesamtstrom i von b_1 durch die Spule a_1 zu der Bürste B_1, während jetzt praktisch kein Strom von b_1 durch die Spulen a', a'' u. s. w. zu der Bürste B_2 fließt. Mit der Vorwärtsbewegung des Ankers fließt aber immer weniger vom Strome von b_1 durch a_1, a_2 u. s. w. zu der Bürste B_1 und immer mehr durch a', a'' u. s. w. zu der Bürste B_2, bis a_1 in der Mitte zwischen b_1 und b_2 angelangt ist (Fig. 121 b), in welchem Augenblick die Hälfte des Stromes von b_1 durch a_1, a_2 u. s. w. zu B_1, die andere Hälfte durch a', a'' u. s. w. zu B_2 fließt. Bei der weiteren Drehung wird der Strom in a_1 kleiner und wird Null, wenn b_1 mit B_2 zusammenfällt, was um eine halbe Periode nach dem Zusammenfallen mit B_1 eintrifft. Der Strom in der Spule a_1 hat also die von i_1 in Fig. 122 dargestellte dreieckige Form und ändert sich in jeder Periode zweimal von 0 bis i. In der Figur ist der Strom negativ dargestellt, da er gegen die Umdrehungsrichtung des Ankers fließt. In derselben Weise sieht man, daß der Strom in der Spule a' vor der Verbindungsleitung b_1 die Form i' in Fig. 122 besitzt. Der Strom in der Spule a_0 in der Mitte zwischen zwei Kommutatoranzapfungen hat die Form i_0, und im allgemeinen hat der Strom in einer beliebigen Spule a_x in dem Winkelabstand φ von der Mittelstellung a_0 die Form der Kurve i_x (Fig. 122).

Alle Ströme werden in dem Moment gleich Null, in welchem die Transformatorverbindungsleitungen $b_1\, b_2$ mit den Bürsten $B_1\, B_2$ zusammenfallen, und die Ströme ändern sich in Größe um den Wert i in dem Moment, in dem die betreffenden Spulen eine Kommutatorbürste passieren.

In Fig. 123 stellen somit die Linien A und A' mit Nullwerten bei den Bürstenstellungen B_1 und B_2 die Ströme in den einzelnen Ankerspulen dar. Der Strom ändert sich zweimal pro

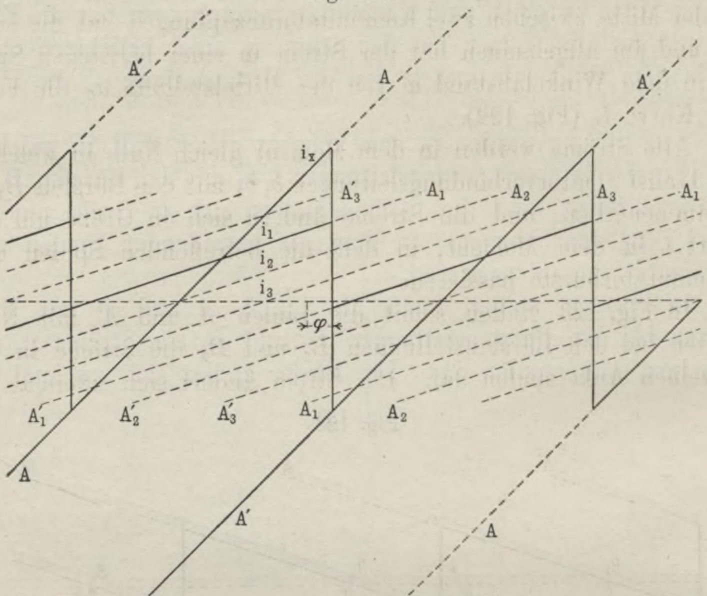
Fig. 123.



Periode von A zu A' in dem Moment φ, in welchem die betreffende Ankerspule die Bürste passiert.

Bei n Autotransformatoren führt jede Transformatorleitung den Strom $\frac{i}{n}$, der durch die Ankerspulen als dreieckiger Strom geht und seinen Wert jeweils um $\frac{i}{n}$ ändert, wenn die Ankerspule eine Kommutatorbürste passiert. Dieser Strom geht durch Null in dem Augenblick, wo die Transformatorleitung mit einer Bürste zusammenfällt. Die verschiedenen Ströme der n Transformatoren, die in einer Ankerspule a_x superponiert sind, haben somit die in Fig. 124 (a. f. S.) für $n = 3$ gezeigte Form. D. h. jeder Transformator liefert einen Satz schräge Linien $A_1 A_1'$, $A_2 A_2'$, $A_3 A_3'$, und alle Zweigströme $i_1\, i_2\, i_3$ geben superponiert einen resultierenden Strom i_x, der sich um den Betrag i in dem Moment ändert, in welchem die Spule die Bürste passiert. Der Strom i_x variiert zwischen den äußersten Werten $\frac{i}{2}(2p-1)$ und $\frac{i}{2}(2p+1)$, wenn die Ankerspule von der Mittelstellung zwischen zwei auf-

Fig. 124.



einanderfolgenden Transformatoranzapfungen um den Winkelabstand φ entfernt ist, und wo $p = \frac{\varphi}{\pi}$. Die Größe p variiert zwischen $-\frac{1}{2n}$ und $+\frac{1}{2n}$.

Der Strom in einer Ankerspule in der Stellung $p = \frac{\varphi}{\pi}$ kann zwischen den Grenzen p bis $1 + p$ und φ bis $\pi + \varphi$ mit

$$i_x = \frac{i}{2}(2x - 1)$$

bezeichnet werden, wo

$$x = \frac{\alpha}{\pi}.$$

Der Effektivwert dieses Stromes ist

$$J = \sqrt{\int_p^{p+1} i_x^2\, dx} = \frac{i}{2}\sqrt{\frac{1}{3} + 4p^2}.$$

Bei derselben Maschine als Gleichstromgenerator mit der Spannung $2e$ und dem Strome i ist der Strom pro Ankerspule $\frac{i}{2}$, und das Verhältnis der Ströme wird:

$$\frac{i}{\frac{i}{2}} = \sqrt{\frac{1}{3} + 4p^2}$$

und somit der relative $J^2 r$-Verlust oder die Wärmeentwicklung in der Ankerspule

$$\gamma = \left(\frac{J}{\frac{i}{2}}\right)^2 = \frac{1}{3} + 4p^2$$

mit dem Minimum $\gamma_0 = \frac{1}{3}$ für $p = 0$ und ein Maximum für $p = \frac{1}{2n}$:

$$\gamma_m = \frac{1}{3} + \frac{1}{n^2} = \frac{3 + n^2}{3n^2}.$$

Die mittlere Erwärmung oder $J^2 r$ des Ankers findet man durch Integration von γ über $p = -\frac{1}{2n}$ zu $p = +\frac{1}{2n}$ als

$$\lambda = n \int_{-\frac{1}{2n}}^{+\frac{1}{2n}} \gamma \, dp$$

$$\lambda = \frac{1}{3} + \frac{1}{3n^2} = \frac{1 + n^2}{3n^2}.$$

In der umstehenden Tabelle ist für den Gleichstromumformer die minimale Stromwärme γ_0 in der Spule in der Mitte zwischen zwei aufeinander folgenden Kommutatoranzapfungen, die maximale Stromwärme γ_w in der Spule neben der Kommutatoranzapfung, die mittlere Stromwärme λ und das auf der mittleren Stromwärme beruhende Verhältnis $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ zusammengestellt.

Wie man sieht, ist die Leistung des Gleichstromumformers größer, als wenn dieselbe Maschine als Generator verwendet wird. Die Verwendung von mehr als drei Autotransformatoren bietet nur wenige Vorteile, und der Unterschied zwischen zwei und drei Autotransformatoren ist auch verhältnismäßig gering. Der Unter-

Erwärmungsverhältnisse des Gleichstromumformers.

Zahl der Autotransformatoren $n =$	Gleichstromgenerator	1	2	3	4	n	∞
Minimale Stromwärme $p = 0$ $\gamma_0 =$	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
Maximale Stromwärme $p = +\frac{1}{n}$ $\gamma_m =$	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{19}{48}$	$\frac{1}{3} + \frac{1}{n^2}$	$\frac{1}{3}$
Mittlere Stromwärme $\lambda =$	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{10}{27}$	$\frac{17}{48}$	$\frac{1}{3} + \frac{1}{3n^2}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} =$	1	1,225	1,549	1,643	1,681	$\sqrt{\frac{3n^2}{1+n^2}}$	1,732

schied zwischen zwei und einem Autotransformator ist aber bedeutend, besonders mit Rücksicht auf die lokale Ankererwärmung, so daß ein Umformer mit zwei Autotransformatoren für die meisten praktischen Zwecke vorzuziehen sein würde.

Die Zahl der beim Gleichstromumformer verwendeten Autotransformatoren hat eine gleiche Wirkung in Bezug auf Stromverteilung, Erwärmung u. s. w. wie die Phasenzahl beim synchronen rotierenden Umformer.

Die in der obigen Tabelle angegebenen Leistungen beruhen selbstverständlich nur auf der Ankererwärmung. Mit Rücksicht auf die Kommutation ist der durch die Bürsten gehende Gesamtstrom im Umformer und im Generator derselbe, so daß der einzige Vorteil der ersteren eine bessere Kommutation infolge der fehlenden Ankerrückwirkung ist.

Die in Motoren und Generatoren vorhandene Begrenzung der Leistung durch die Ankerrückwirkung und die entsprechende Felderregung ist in einem Umformer somit überhaupt nicht vorhanden. Hieraus folgt, daß ein normaler Gleichstrommotor oder -generator nicht den vorteilhaftesten Gleichstromumformer abgibt, sondern daß es beim Gleichstromumformer genau wie bei dem synchronen rotierenden Umformer vorzuziehen ist, die einzelnen Teile verschieden zu dimensionieren; so z. B. kann man kleinere Querschnitte der Ankerleiter und eine größere Anzahl Leiter in Serie pro Pol u. s. w. verwenden.

D. Induktionsmaschinen.

I. Allgemeines.

Die Umdrehungsrichtung eines Gleichstrommotors mit Nebenschluß- oder Hauptschlußwicklung ist unabhängig von der Richtung des zugeführten Stromes. Wenn also der Strom in einem Gleichstrommotor umgekehrt wird, so bleibt die Drehrichtung dieselbe. Theoretisch sollte somit jeder Gleichstrommotor auch mit Wechselströmen betrieben werden können. In diesem Falle muß natürlich nicht allein der Anker, sondern auch das Magnetsystem gut lamelliert sein, um Wirbelströme zu verhindern, und es muß Sorge getragen werden, daß der Strom im Anker und Feld gleichzeitig die Richtung wechselt. Die einfachste Weise, die letztere Bedingung zu erfüllen, wäre natürlich die: Feld und Anker in Serie wie bei einem Hauptstrommotor zu schalten. Solche Motoren haben in beschränkter Ausdehnung Verwendung gefunden. Der Hauptfehler dieser Motoren ist die von der Wechselstromfelderregung herrührende hohe Selbstinduktion und der infolgedessen kleine Leistungsfaktor, und ferner die verderbliche Funkenbildung am Kollektor. Außerdem ist die Tourenzahl des Hauptstrommotors nicht konstant, sondern von der Belastung abhängig.

Wenn der Nebenschlußmotor mit Wechselstrom gespeist wird, hat er den Fehler, daß der Strom im Anker ein Wattstrom, also in Phase mit der EMK sein würde, während der Strom in der Magnetwicklung als Magnetisierungsstrom nahezu um 90^0 nacheilend ist. Feld und Anker würden also außer Phase sein. Um diesen Fehler zu beseitigen, kann das Feld von einer getrennten EMK erregt werden, die eine Phasenverschiebung von 90^0 gegen diejenige EMK hat, von welcher der Anker gespeist wird. Das heißt, daß der Anker von einer Phase, das Feld von der anderen Phase eines Zweiphasensystems gespeist wird. Hierdurch wird dann der

Strom im Anker angenähert in Phase mit dem Kraftfluß des Feldes gebracht.

Eine solche Anordnung belastet selbstverständlich die zwei Phasen des Systems unsymmetrisch, indem die eine mit dem Wattstrom im Anker, die andere mit dem nacheilenden Nebenschlußstrom belastet wird. Um das System symmetrisch zu belasten, können zwei solche zusammengebaute Motoren gleichzeitig verwendet werden, indem der eine dann den Wattstrom von der ersten und den Magnetisierungsstrom von der zweiten Phase erhält, während der zweite Motor den Magnetisierungsstrom von der ersten und den Wattstrom von der zweiten Phase erhält.

Der Fehler der verderblichen Funkenbildung am Kollektor kann vollständig beseitigt werden, wenn man die wechselnde Eigenschaft des Stromes ausnutzt. Statt den Strom in den Anker durch Bürsten und Kommutator hineinzuleiten, kann man den Strom durch elektromagnetische Induktion in den Anker hineinbringen, indem die Ankerleiter in sich geschlossen werden und der Anker mit einer Induktionsspule rechtwinklig zur Felderregerwicklung umgeben wird.

Man hat solche Motoren gebaut, die aus zwei kombinierten Maschinen bestehen, die je einen von einer Phase gespeisten Magnetisierungsstromkreis enthalten, sowie je einen Wattstromkreis, der auf eine geschlossene Ankerwicklung induzierend wirkt und von der zweiten Phase eines Zweiphasensystems gespeist wird.

Wenn man noch einen Schritt weiter geht, können die zwei Maschinen zu einer einzigen vereinigt werden, wenn jede der zwei Spulen die doppelte Funktion verrichtet: die Magnetisierung des Feldes und die Induktion von Strömen in dem Anker, auf welch letzteren die von der anderen Phase erzeugte Magnetisierung einwirkt.

Selbstverständlich kann statt zwei senkrecht aufeinander stehender Phasen eine beliebige Anzahl verwendet werden.

Durch gradweises Vorwärtsschreiten in der Entwicklung werden wir also in dieser Weise von dem Gleichstromnebenschlußmotor zum mehrphasigen Wechselstrominduktionsmotor geleitet.

In seinem allgemeinen Verhalten ist der Wechselstrominduktionsmotor dem Gleichstromnebenschlußmotor analog. Wie ein Nebenschlußmotor, arbeitet der Induktionsmotor auch mit angenähert konstanter magnetischer Sättigung. Er wird mit sehr konstanter Tourenzahl laufen, die mit steigender Belastung allmählich abnimmt. Der Hauptunterschied ist, daß der Strom im Induktionsmotor nicht in den Anker mit Hilfe eines Bürsten-systemes, wie in dem Gleichstrommotor, eingeleitet, sondern durch Induktion hineingebracht wird. Infolgedessen hat der primäre Stromkreis des Induktionsmotors zweierlei Funktionen, indem er erstens ein der Feldwicklung der Gleichstrommaschine entsprechender Erregerstromkreis ist und zweitens einen Sekundärstrom im Anker elektromagnetisch induziert.

Da der Strom im Anker des Induktionsmotors durch Induktion von dem primär zugeführten Strome erzeugt wird, so besitzt der Induktionsmotor wesentlich die elektromagnetischen Eigenschaften eines Transformators. Der Induktionsmotor besteht aus einem oder mehreren magnetischen Stromkreisen, die mit zwei oder mehreren elektrischen Stromkreisen verkettet sind, die man die primären oder induzierenden und sekundären oder induzierten Stromkreise nennt. Der Unterschied zwischen dem Transformator und dem Induktionsmotor ist der, daß in dem ersteren der sekundäre Teil gegenüber dem primären feststeht und die in dem sekundären Teil induzierte EMK verwendet wird, während der sekundäre Teil in dem letzteren gegenüber dem primären beweglich ist und die zwischen dem primären und sekundären Teil wirkende mechanische Kraft verwendet wird. Infolgedessen ist die Periodenzahl des in dem sekundären Teil des Induktionsmotors fließenden Stromes verschieden von der Periodenzahl des dem primären Stromkreise zugeführten Stromes und in der Regel viel kleiner. Somit ist das Verhältnis zwischen den primär und sekundär induzierten EMKen nicht gleich dem Verhältnis der Windungszahlen, sondern gleich dem Verhältnis zwischen den Windungszahlen und Periodenzahlen.

Unter Berücksichtigung von diesem Unterschied zwischen primärer und sekundärer Periodenzahl entspricht die theoretische Untersuchung des Induktionsmotors derjenigen des stationären Transformators. Die Transformatoreigenschaft des Induktionsmotors ist in einem solchen Grade vorherrschend, daß der Induktionsmotor bei der theoretischen Untersuchung am besten als ein Transformator behandelt wird. Die elektrische Leistung des Transformators entspricht dann der mechanischen Leistung des Induktionsmotors.

Der sekundäre Teil oder der Anker des Motors besteht aus zwei oder mehreren Stromkreisen, die so gegeneinander phasenverschoben sind, daß sie den primären Stromkreisen eine geschlossene Sekundärwicklung darbieten ohne Rücksicht auf die relative Bewegung. Der primäre Teil kann aus einem oder mehreren Stromkreisen bestehen.

Infolge der relativen Bewegung zwischen dem primären und sekundären Teil muß der magnetische Stromkreis des Induktionsmotors so angeordnet werden, daß der sekundäre Teil während der Bewegung nicht aus dem magnetischen Kraftfelde herauskommt. Das bedeutet, daß das magnetische Kraftfeld in allen Richtungen konstante Stärke besitzen muß, oder mit anderen Worten, die Komponente des Kraftflusses muß in jeder Richtung im Raume von derselben oder angenähert derselben Stärke, aber verschiedener Phase sein. Ein solches magnetisches Feld kann entweder als eine Superposition von zwei magnetischen Feldern betrachtet werden, die gleiche Stärke besitzen, aber zeitlich und räumlich um 90° phasenverschoben sind, oder es kann theoretisch durch einen rotierenden Kraftfluß von konstanter Stärke dargestellt werden oder einfach als ein wechselnder Kraftfluß von gleicher Stärke in jeder Richtung behandelt werden.

In dem mehrphasigen Induktionsmotor wird dies Magnetfeld durch eine Anzahl elektrischer Stromkreise erzeugt, die im Raume gegenseitig versetzt sind, und die durch Ströme erregt werden, welche dieselbe Phasenverschiebung besitzen, als die Erregerspulen gegenseitige Verschiebung im Raume haben.

In dem monocyklischen Motor wird eins von den zwei senkrecht aufeinanderstehenden Feldern von dem primären Wattstrom, das andere von dem Magnetisierungsstromkreis erregt.

In dem Einphasenmotor wird eins von den zwei senkrecht aufeinanderstehenden Feldern von dem primären elektrischen Stromkreis, das andere von den induzierten sekundären Ankerströmen erregt und durch die Umdrehung des Ankers in die senkrechte Lage gebracht. In beiden Fällen sind die Magnetfelder identisch bei oder in der Nähe von Synchronismus.

Da, wie oben gesagt, die Transformatoreigenschaften der Induktiosmotoren vorherrschend sind, so ist es im allgemeinen bei der theoretischen Untersuchung vorzuziehen, von diesen auszugehen.

Die Eigenschaften des Transformators sind unabhängig von dem Übersetzungsverhältnis, wenn die anderen Teile des Transformators unverändert bleiben. Wenn man z. B. die Windungszahl verdoppelt und gleichzeitig den Querschnitt der Windungen zur Hälfte vermindert, so bleibt der Wirkungsgrad, der Spannungsabfall u. s. w. des Transformators unverändert. In derselben Weise ist es beim Induktionsmotor unwesentlich, wie groß das Verhältnis zwischen den primären und sekundären Windungen ist, oder mit anderen Worten, der sekundäre Teil kann mit jeder passenden Windungszahl gewickelt werden, wenn nur der gleiche gesamte Kupferquerschnitt verwendet wird. Infolgedessen wird der sekundäre Teil gewöhnlich mit einem oder zwei Stäben pro Nut versehen, um einen minimalen sekundären Widerstand zu erreichen.

Da die allgemeinen Eigenschaften des Induktionsmotors von dem Verhältnis der Windungszahlen unabhängig sind, so ist es für theoretische Betrachtungen einfacher, den sekundären Stromkreis auf dieselbe Windungs- und Phasenzahl wie die primäre zu reduzieren, oder ein Übersetzungsverhältnis gleich 1 anzunehmen, indem alle sekundären Ströme mit dem Verhältnis der Windungszahlen multipliziert und alle EMKe durch dieses dividiert werden und alle sekundären Impedanzen mit der Wurzel aus dem Verhältnis der Windungszahlen multipliziert werden u. s. w.

In dem Folgenden werden unter sekundärem Strom, EMK, Impedanz u. s. w. immer die auf den primären Stromkreis reduzierten Werte verstanden, oder die Werte, die einem Verhältnis der Windungszahlen gleich 1 : 1 und gleicher primärer und sekundärer Phasenzahl entsprechen, obwohl das Verhältnis 1 : 1 in der Praxis kaum je verwendet wird, da es die vorteilhafte Bedingung einer gleichmäßigen magnetischen Reluktanz beim Anlassen des Induktionsmotors nicht erfüllt.

II. Die mehrphasigen Induktionsmotoren.

1. Einleitung.

Der Mehrphasenmotor ist der typische Induktionsmotor. Durch gradweise Entwicklung kommen wir von dem Gleichstromnebenschlußmotor zum mehrphasigen Induktionsmotor.

Das Magnetfeld ist in jedem Induktionsmotor, ob er durch mehrphasige, monocyklische oder einphasige EMK gespeist wird, bei normalen Arbeitsverhältnissen, d. h. in der Nähe von Synchronismus ein mehrphasiges Feld. In einem gewissen Grade können somit alle Induktionsmotoren mehrphasige Maschinen genannt werden. Die inneren Vorgänge in dem Induktionsmotor, wenn er von einem mehrphasigen System gespeist wird, sind am einfachsten und die gleichen wie in einem Transformator mit beweglichem sekundärem Teile, während in dem Einphasenmotor gleichzeitig eine Phasenumformung stattfindet, indem die zweite oder magnetisierende Phase von der aufgedrückten Phase der EMK durch die Drehung des Motors erzeugt wird, welche Drehung die induzierten Ströme in senkrechte Lage zum induzierenden Strome bringt.

Am häufigsten wird der Induktionsmotor von der zwei- oder dreiphasigen Type verwendet, während die Einphasenmotoren nur eine begrenzte Verwendung, besonders für kleine Leistungen, gefunden haben.

Im folgenden soll deswegen besonders die mehrphasige Induktionsmaschine behandelt und die Einphasentype nur insofern diskutiert werden, als sie von der typischen mehrphasigen Maschine abweicht.

2. Berechnung.

In dem mehrphasigen Induktionsmotor sei:

$Y_0 = g + jb =$ der primären Erregeradmittanz, oder die Admittanz des primären Stromkreises bei geöffnetem Sekundärstromkreis, d. h.

$g e =$ Wattkomponente des Magnetisierungsstromes,

$b e =$ wattlose Komponente des Magnetisierungsstromes,

wo:

$e =$ induzierte EMK des Motors,

$Z_0 = r_0 - j x_0 =$ primäre selbstinduktive Impedanz,

$Z_1 = r_1 - j x_1 =$ sekundäre selbstinduktive Impedanz

durch das Verhältnis der Windungszahlen auf den primären Stromkreis reduziert[1]).

Alle diese Größen beziehen sich auf einen primären Stromkreis und einen entsprechenden sekundären Stromkreis. In einem Dreiphaseninduktionsmotor ist somit die Gesamtleistung u. s. w. dreimal so groß als in einem Stromkreise; in einem Zweiphasenmotor mit dreiphasigem Anker wird dieselbe gleich dem $1\frac{1}{2}$fachen eines der drei sekundären Stromkreise, welche als jedem der zwei primären Stromkreise entsprechend angesehen werden u. s. w.

Es sei:

$e =$ primäre Gegen-EMK oder die EMK, die in dem primären Stromkreise durch den mit dem primären und dem sekundären Stromkreis verketteten Kraftfluß induziert wird (gegenseitige Induktion),

---

[1]) Die selbstinduktive Reaktanz, bezogen auf den Kraftfluß, der nur einen der elektrischen Stromkreise umgibt, ohne mit den anderen Stromkreisen verkettet zu sein.

s = Schlüpfung mit der primären Periodenzahl als Einheit, d. h. es bezeichnet
$s = 0$ synchrone Drehung,
$s = 1$ Stillstand des Motors.

Es wird dann

$1 - s$ = der sekundären Tourenzahl des Motors als Bruchteil der synchronen Tourenzahl,
$s.c$ = Periodenzahl des sekundären Stromes,

wo c die Periodenzahl des primären zugeführten Stromes ist, somit

$s.e$ = sekundär induzierte EMK.

Die wirkliche Impedanz des sekundären Stromkreises bei der Periodenzahl sc ist

$$Z_1^s = r_1 - j s x_1;$$

der Sekundärstrom wird somit:

$$J_1 = \frac{s e}{Z_1^s} = \frac{s e}{r_1 - j s x_1}$$
$$= e\left(\frac{s r_1}{r_1^2 + s^2 x_1^2} + j \frac{s^2 x_1^2}{r_1^2 + s^2 x_1^2}\right) = e(a_1 + j a_2),$$

wo

$$a_1 = \frac{s r_1}{r_1^2 + s^2 x_1^2} \quad \text{und} \quad a_2 = \frac{s^2 x_1^2}{r_1^2 + s^2 x_1^2}.$$

Der primäre Erregerstrom ist

$$J_{00} = e Y_0 = e(g + j b).$$

Der gesamte Primärstrom wird somit:

$$J_0 = e[(a_1 + g) + j(a_2 + b)] = e(b_1 + j b_2),$$

wo

$$b_1 = a_1 + g \quad \text{und} \quad b_2 = a_2 + b.$$

Die im primären Stromkreise zur Überwindung der Impedanz Z_0 erforderliche EMK ist $J_0 Z_0$ und die Gegen-EMK gleich e, somit die primäre Klemmenspannung:

$$E_0 = e + J_0 Z_0 = e[1 + (b_1 + j b_2)(r_0 - j x_0)] = e(c_1 + j c_2),$$

wo

$$e_1 = 1 + r_0 b_1 + x_0 b_2 \quad \text{und} \quad c_2 = r_0 b_2 - x_0 b_1.$$

Durch Elimination der komplexen Größen erhalten wir:

$$E_0 = e\sqrt{c_1^2 + c_2^2}.$$

Somit wird die Gegen-EMK des Motors

$$e = \frac{E_0}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2}},$$

wo E_0 = dem absoluten Wert der aufgedrückten EMK.

Wenn wir diesen Wert in die Gleichungen $\dot{J}_1$, $\dot{J}_{00}$, $\dot{J}_0$ u. s. w. einsetzen, erhalten wir die komplexen Ausdrücke für die Ströme und EMKe und durch Elimination der komplexen Größen bekommen wir den Primärstrom:

$$J_0 = e\sqrt{b_1^2 + b_2^2},$$

u. s. w. Das Drehmoment des mehrphasigen Induktionsmotors ist wie in jedem anderen Motor oder Generator proportional dem Produkte des gegenseitigen Kraftflusses und der Komponente der Ampèrewindungen auf dem Anker oder dem sekundären Teile, der zeitlich in Phase mit dem Kraftfluß, aber in Richtung oder im Raume senkrecht auf dem Kraftfluß ist. Da die induzierte EMK proportional dem gegenseitigen Kraftfluß und der Windungszahl ist, aber zeitlich senkrecht darauf steht, so ist das Drehmoment des Induktionsmotors auch proportional der induzierten EMK und der Komponente des Sekundärstromes, die zeitlich und räumlich senkrecht darauf steht.

Da

$$\dot{J}_1 = e(a_1 + j\,a_2)$$

der der induzierten EMK e entsprechende Sekundärstrom ist, so ist der räumlich senkrecht darauf stehende Sekundärstrom, d. h. der der induzierten EMK $j\,e$ entsprechende Strom

$$j\,\dot{J}_1 = e(-a_2 + j\,a_1),$$

und $a_1 e$ ist die zeitlich senkrecht auf der EMK e stehende Komponente dieses Stromes.

Das Drehmoment ist somit proportional $e \times a_1 e$ oder

$$T = e^2 a_1 = \frac{e^2 r_1 s}{r_1^2 + s^2 x_1^2} = \frac{E_0^2 r_1 s}{(c_1^2 + c_2^2)(r_1^2 + s^2 x_1^2)}.$$

Dieser Wert T hat dieselbe Dimension wie ein Effekt und ist auch die Leistung, die das Drehmoment des Motors bei synchroner Tourenzahl entwickeln würde.

Bei Induktionsmotoren und im allgemeinen bei Motoren, die eine bestimmt begrenzte Tourenzahl haben, ist es vorzuziehen, das Drehmoment als diejenige Leistung, die bei der Grenze der Umdrehungszahl, in diesem Falle bei Synchronismus, entwickelt wird, in „synchronen Watt“ anzugeben, weil das Drehmoment hierdurch unabhängig von den individuellen Eigenschaften des Motors, wie z. B. von der Polzahl, Periodenzahl u. s. w., gemacht wird, und mit der zugeführten Leistung u. s. w. verglichen werden kann. Es ist leicht einzusehen, daß, wenn das Drehmoment in synchronen Watt ausgedrückt wird, der größtmögliche Wert desselben gleich der zugeführten Leistung ist, wenn keine Verluste im Motor vorhanden wären. In einem Induktionsmotor mit einer zugeführten Leistung von 9000 Watt würde also ein Drehmoment von 7000 synchronen Watt bedeuten, dass $^7/_9$ von dem theoretisch größten möglichen Wert erreicht wurden, während die Angabe „ein Drehmoment von 5 kg auf einem Radius von 1 m“ sinnlos sein würde, wenn man nicht die Polzahl und die Periodenzahl wüßte. Die Bezeichnung des Drehmomentes in synchronen Watt ist somit die zweckdienlichste und wird vorzugsweise bei Induktionsmotoren verwendet.

Da das theoretisch größtmögliche Drehmoment gleich der zugeführten Leistung ist, so nennt man das Verhältnis

$$\frac{\text{abgegebenes Drehmoment in synchronen Watt}}{\text{zugeführte Leistung}}$$

oder

$$\frac{\text{wirkliches Drehmoment}}{\text{maximal mögliches Drehmoment}}$$

den Drehmomentwirkungsgrad analog dem Wirkungsgrad des Motors:

$$\frac{\text{abgegebene Leistung}}{\text{zugeführte Leistung}}$$

oder

$$\frac{\text{abgegebene Leistung}}{\text{maximal mögliche Leistung}}.$$

Ähnlich wird

$$\frac{\text{Drehmoment in synchronen Watt}}{\text{zugeführte Voltampère}}$$

der scheinbare Drehmomentwirkungsgrad genannt.

Die Definitionen dieser Größen, die bei der Beurteilung von Induktionsmotoren von Wichtigkeit sind, lauten also wie folgt:

Der Wirkungsgrad des Motors ist das Verhältnis zwischen der wirklichen mechanischen Leistung des Motors und derjenigen Leistung, die der Motor bei demselben zugeführten Effekt abgeben würde, wenn keine inneren Verluste im Motor vorhanden wären.

Der scheinbare Wirkungsgrad des Motors ist das Verhältnis zwischen der mechanischen Leistung des Motors und derjenigen Leistung, die der Motor bei denselben zugeführten Voltampères abgeben würde, wenn weder innere Verluste noch Phasenverschiebung im Motor vorhanden wären.

Der Drehmomentwirkungsgrad ist das Verhältnis zwischen dem Drehmoment des Motors und dem Drehmoment, das der Motor bei demselben zugeführten Effekt haben würde, wenn keine inneren Verluste im Motor vorhanden wären.

Der scheinbare Drehmomentwirkungsgrad ist das Verhältnis zwischen dem Drehmoment des Motors und dem Drehmoment, das der Motor bei denselben zugeführten Voltampères haben würde, wenn weder innere Verluste, noch Phasenverschiebung im Motor vorhanden wären.

Die Drehmomentwirkungsgrade sind von besonderem Interesse beim Anlassen, wo die Wirkungsgrade des Motors natürlich Null sind, wo es aber nichtsdestoweniger von Interesse ist, zu finden, wie viel Drehmoment der Motor pro zugeführte Watt oder Voltampère gibt.

Da

$$T = e^2 a_1$$

die von dem Motordrehmoment bei Synchronismus entwickelte Leistung ist, so wird die bei einer Tourenzahl gleich $(1 - s) \times$ Synchronismus entwickelte oder wirkliche abgegebene Leistung des Motors

$$\begin{aligned} P &= (1 - s)\, T \\ &= e^2 a_1 (1 - s) \\ &= \frac{e^2 r_1 s\,(1 - s)}{r_1^2 + s^2 x_1^2}. \end{aligned}$$

Die abgegebene Leistung P versteht sich einschließlich Lager- und Luftreibung u. s. w.; die nutzbare mechanische Leistung wird somit P — Reibung u. s. w. Da indessen die Reibung u. s. w. auf der mechanischen Konstruktion des einzelnen Motors und auf der Verwendungsart desselben beruht, so kann diese nicht durch eine allgemeine Formel ausgedrückt werden. Es ist somit P die mechanische Leistung und T das an den Ankerleitern entwickelte Drehmoment.

Der Primärstrom

$$\dot{J}_0 = e(b_1 + j\, b_2)$$

hat die senkrecht aufeinanderstehenden Komponenten $e b_1$ und $e b_2$.

Die primär aufgedrückte EMK

$$\dot{E}_0 = e(c_1 + j\, c_2)$$

hat die senkrecht aufeinanderstehenden Komponenten $e c_1$ und $e c_2$.

Da die Komponenten $e b_1$ und $e c_2$, $e b_2$ und $e c_1$ resp. senkrecht aufeinanderstehen, und somit keine Leistung darstellen, so wird die dem primären Stromkreise zugeführte Leistung:

$$e b_1 . e c_1 + e b_2 . e c_2$$

oder

$$P_0 = e^2 (b_1 c_1 + b_2 c_2).$$

Die scheinbar zugeführten Voltampère sind also

$$\begin{aligned} Q &= J_0 E_0 \\ &= e^2 \sqrt{(b_1^2 + b_2^2)(c_1^2 + c_2^2)}. \end{aligned}$$

Da die Gegen-EMK e (und somit die aufgedrückte EMK E_0) in den Gleichungen für Stromstärke, Kraftfluß u. s. w. als einfacher Faktor und in den Gleichungen für Drehmoment, zugeführte und abgegebene Leistung und für zugeführte Voltampère als quadratischer Faktor auftritt, während sie in den Gleichungen für Wirkungsgrad, Leistungsfaktor u. s. w. verschwindet, so folgt, daß die Stromstärke, der Kraftfluß u. s. w. eines Induktionsmotors proportional der aufgedrückten EMK, das Drehmoment, die abgegebene und zugeführte Leistung, sowie die zugeführten Voltampère proportional dem Quadrate der aufgedrückten EMK und die Drehmomentwirkungsgrade und die Wirkungsgrade des Motors, sowie der Leistungsfaktor von der aufgedrückten Spannung unabhängig sind.

In Wirklichkeit findet aber eine kleine Abnahme des Wirkungsgrades und Leistungsfaktors bei höheren aufgedrückten Spannungen statt, wegen der Widerstandserhöhung durch die Temperaturerhöhung des Motors und wegen der Annäherung an die magnetische Sättigungsgrenze. Bei kleineren Spannungen tritt ebenfalls eine kleine Abnahme des Wirkungsgrades ein, wenn man in dem Wirkungsgrade die Reibungsverluste mit einschließt, da die Reibungsverluste unabhängig von der Leistung sind, und somit bei kleineren Spannungen, d. h. kleineren Leistungen einen größeren Prozentsatz ausmachen. Man kann also die Wirkungsgrade und den Leistungsfaktor nur als angenähert unabhängig von der aufgedrückten Spannung, und das Drehmoment und die Leistungen nur als angenähert proportional dem Quadrate der aufgedrückten Spannung betrachten. Für die meisten Zwecke genügt es jedoch, Proportionalität anzunehmen.

3. Belastungs- und Tourencharakteristiken.

Aus der vorhergehenden Berechnung können folgende, für die Beurteilung eines Induktionsmotors sehr lehrreiche Kurven abgeleitet werden:

1. Die Belastungskurven, d. h. die Werte der Tourenzahl (als Teil von der synchronen Tourenzahl), des zugeführten Stromes, des Leistungsfaktors und Wirkungsgrades, des scheinbaren Wirkungsgrades und des Drehmoments als Funktionen der Belastung oder der abgegebenen Leistung.

2. Die Tourenkurven, d. h. die Werte des Drehmoments, des zugeführten Stromes, des Leistungsfaktors, des Drehmomentwirkungsgrades und des scheinbaren Drehmomentwirkungsgrades als Funktionen von der Tourenzahl, wobei die Tourenzahl in Bruchteilen der synchronen Tourenzahl ausgedrückt wird.

Die Belastungskurven sind am meisten belehrend für die Tourenzahlen in der Nähe von Synchronismus, d. h. für die normalen Arbeitsverhältnisse des Motors, während die Tourenkurven das Verhalten des Motors bei jeder Tourenzahl charakterisieren.

In Fig. 125 sind die Belastungskurven und in Fig. 126 (a. S. 278) die Tourenkurven eines typischen mehrphasigen Induktionsmotors von mittlerer Größe dargestellt. Die Konstanten des Motors sind:

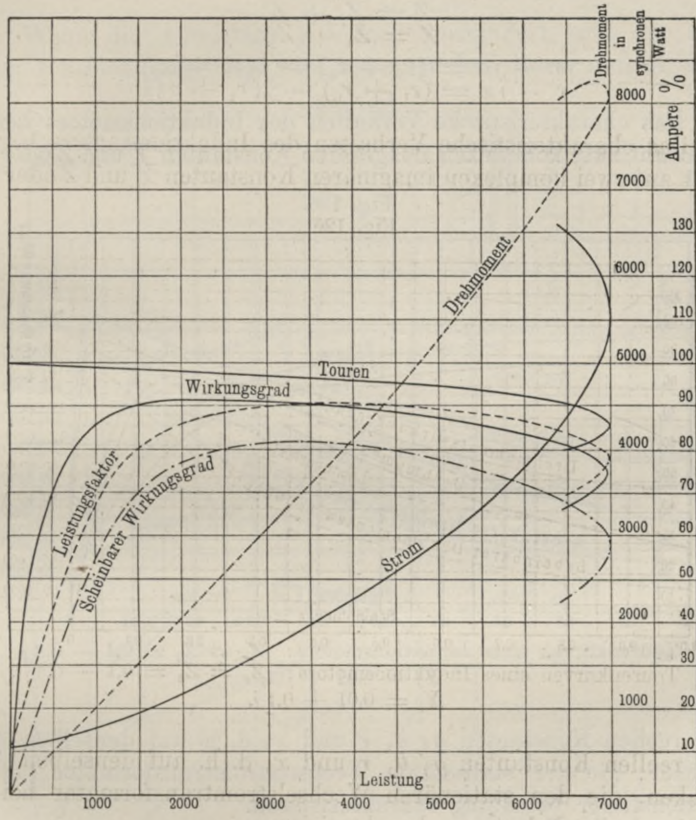
$$\begin{aligned} e_0 &= 110, \\ Y_0 &= 0{,}01 - 0{,}1\,j, \\ Z_1 &= 0{,}1 \;\; - 0{,}3\,j, \\ Z_0 &= 0{,}1 \;\; - 0{,}3\,j. \end{aligned}$$

Als Beispiel für einen schlechten Motor mit hohem Widerstand und großer Admittanz und Erregerstrom sind in Fig. 127 (a. S. 279) die Belastungskurven eines Motors mit folgenden Konstanten dargestellt:

$$e_0 = 110,$$
$$Y_0 = 0{,}04 + 0{,}4j,$$
$$Z_1 = 0{,}3 \quad - 0{,}3j,$$
$$Z_0 = 0{,}3 \quad - 0{,}3j.$$

Die Kurve für den Leistungsfaktor zeigt den bei schlechten Motoren häufig vorkommenden Knick.

Fig. 125.



Belastungskurven eines Induktionsmotors: $Z_0 = Z_1 = 0{,}1 - 0{,}3j$, $Y_0 = 0{,}01 + 0{,}1j$.

Die Form der charakteristischen Motorkurven beruht ausschließlich auf den drei komplexen Größen Y_0, Z_1 und Z_0, ist aber im wesentlichen unabhängig von der aufgedrückten Spannung.

Eine Änderung der Admittanz Y_0 hat somit keine Wirkung auf die charakteristischen Kurven, wenn gleichzeitig die Impedanzen Z_1 und Z_0 umgekehrt proportional dazu geändert werden, indem eine solche Änderung nur die Wirkung einer Änderung der aufgedrückten Spannung darstellt. Eine Änderung von einer der Impedanzen hat verhältnismäßig geringe Wirkung auf die charakteristischen Kurven des Motors, wenn die andere Impedanz gleichzeitig so geändert wird, daß die Summe $Z_1 + Z_0$ konstant bleibt. Der Motor kann somit durch seine totale innere Impedanz charakterisirt werden, also durch

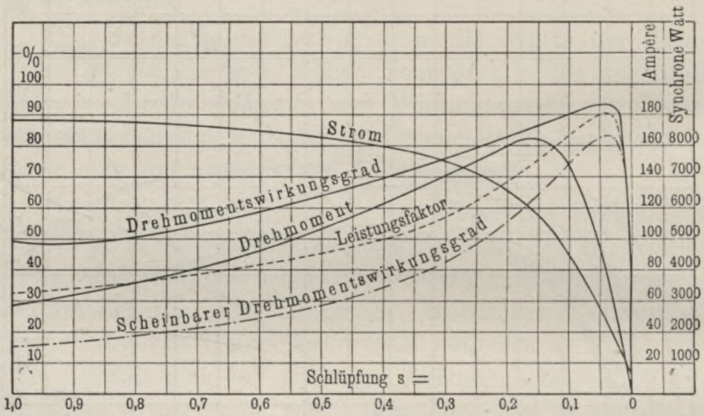
$$Z = Z_1 + Z_0$$

oder

$$r - jx = (r_1 + r_0) - j(x_1 + x_0).$$

Das charakteristische Verhalten des Induktionsmotors beruht somit auf zwei komplexen imaginären Konstanten Y und Z oder auf

Fig. 126.



Tourenkurven eines Induktionsmotors: $Z_0 = Z_1 = 0{,}1 - 0{,}3j$,
$Y_0 = 0{,}01 + 0{,}1j$.

vier reellen Konstanten g, b, r und x, d. h. auf denselben Ausdrücken, die den stationären Wechselstromtransformator bei induktionsfreier Belastung charakterisieren.

Statt der Konduktanz g, der Suszeptanz b, dem Widerstande r und der Reaktanz x kann man auch folgende charakteristische Konstanten wählen:

Die absolute Admittanz

$$y = \sqrt{g^2 + b^2},$$

die absolute Impedanz

$$z = \sqrt{r^2 + x^2},$$

den Leistungsfaktor der Admittanz

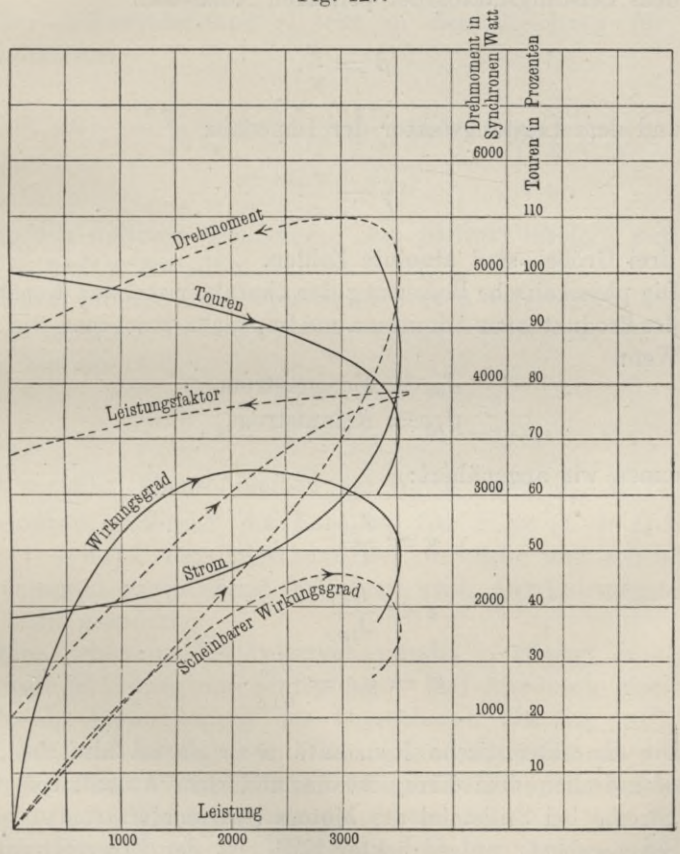
$$\beta = \frac{g}{y}$$

und den Leistungsfaktor der Impedanz

$$\gamma = \frac{r}{z}.$$

Wenn die Admittanz y n-fach vermindert und die Impedanz z n-fach vergrößert wird bei einer dem Motor aufgedrückten

Fig. 127.



Belastungskurven eines Induktionsmotors: $Z_0 = Z_1 = 0{,}3 - 0{,}3j$, $Y_0 = 0{,}04 + 0{,}4j$.

EMK $= \sqrt{n}\, E_0$, so bleiben die Tourenzahl, das Drehmoment, die abgegebene und die zugeführte Leistung, die zugeführten Voltampère und die Erregung, der Leistungsfaktor, die Wirkungsgrade u. s. w., somit alle charakteristischen Eigenschaften dieselben, wie aus den oben gegebenen Gleichungen ersichtlich ist. Da eine Änderung der aufgedrückten EMK die Charakteristiken nicht ändert, so folgt, daß eine Änderung der Admittanz und der Impedanz die Charakteristiken des Motors ebenfalls nicht ändert, vorausgesetzt, daß das Produkt $\Theta = yz$ dasselbe bleibt.

Der Induktionsmotor wird somit nur von den folgenden drei Konstanten charakterisiert:

Dem Produkt von Admittanz und Impedanz $\Theta = yz$, das die charakteristische Konstante des Motors genannt werden kann,

dem Leistungsfaktor der primären Admittanz

$$\beta = \frac{g}{y},$$

und dem Leistungsfaktor der Impedanz

$$\gamma = \frac{r}{z}.$$

Alle drei Größen sind absolute Zahlen.

Die physikalische Bedeutung der charakteristischen Konstante oder des Produktes aus Admittanz und Impedanz findet man wie fogt:

Wenn

$$J_{00} = \text{Erregerstrom},$$
$$J_{1,0} = \text{Anlaufstrom},$$

bekommen wir angenähert:

$$y = \frac{J_{00}}{E_0}$$

$$z = \frac{E_0}{J_{1,0}}$$

$$\Theta = yz = \frac{J_{00}}{J_{1,0}}.$$

Die charakteristische Konstante $\Theta = yz$ ist also das Verhältnis zwischen dem Erregerstrom und dem Anlaufstrom oder dem Strome bei Stillstand des Motors (Kurzschlußstrom).

Bei gegebener aufgedrückter EMK ist der Erregerstrom J_{00} umgekehrt proportional der gegenseitigen Induktion zwischen Primär- und Sekundärstromkreis. Der Anlaufstrom $J_{1,0}$ ist umgekehrt proportional der Summe der Selbstinduktionen des primären und sekundären Stromkreises.

Die charakteristische Konstante $\Theta = y z$ ist somit angenähert gleich dem Verhältnis zwischen der Gesamtselbstinduktion und der gegenseitigen Induktion der Motorstromkreise, d. h. dem Verhältnis zwischen dem nur mit einem Stromkreis, primär oder sekundär, verketteten Kraftfluß und dem mit beiden Stromkreisen primär und sekundär verketteten Kraftfluß, oder auch dem Verhältnis zwischen dem Streufluß und dem nutzbaren Kraftfluß. Die Bedeutung dieser Größe ist einleuchtend.

4. Das Anlassen und die Wirkung des Ankerwiderstandes.

Der Ankerwiderstand r_1 tritt in der Gleichung für den Sekundärstrom

$$\dot{J}_1 = \frac{s e}{r_1 - j s x_1} = e \left(\frac{s r_1}{r_1^2 + s^2 x_1^2} + j \frac{s^2 x_1}{r_1^2 + s^2 x_1^2} \right)$$
$$= e (a_1 + j a_2)$$

und in den weiteren Gleichungen nur indirekt insofern auf, als r_1 in a_1 und a_2 enthalten ist.

Wenn wir den Ankerwiderstand n-fach vergrößern, also zu $n r_1$, so erhalten wir eine n-fach größere Schlüpfung $n s$. Der Sekundärstrom

$$\dot{J}_1 = \frac{n s e}{n r_1 - j n s x_1} = \frac{s e}{r_1 - j s x_1}$$

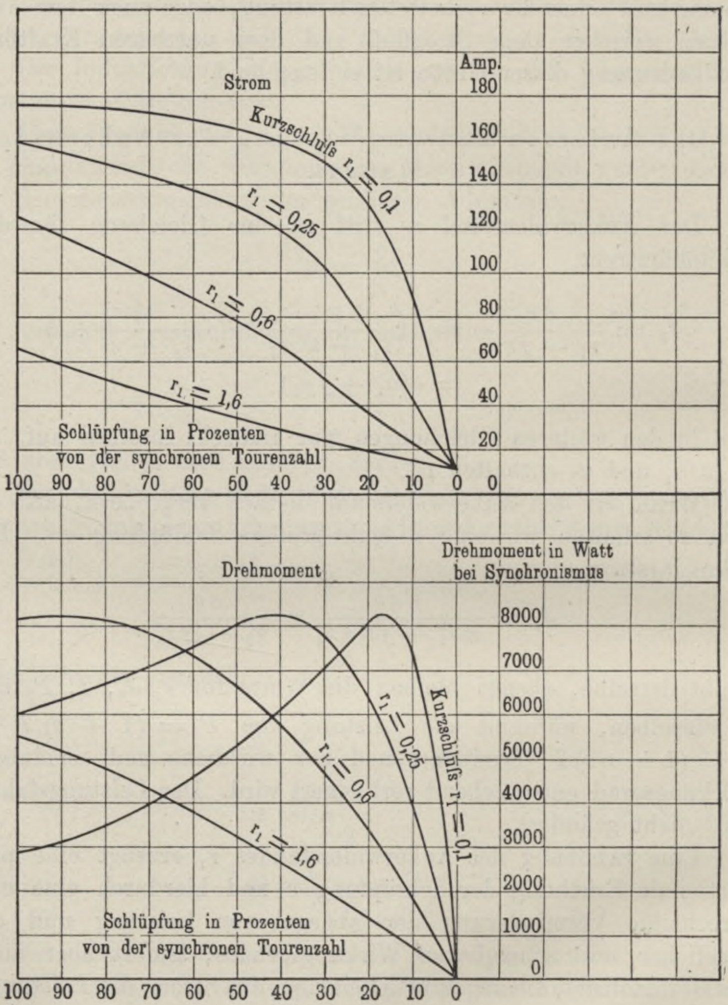
bleibt derselbe, ebenso bleiben die Werte für e, $\dot{J}_0$, T, P_0 und Q dieselben, während die Leistung von $P = (1 + s) T$ zu $P = (1 - n s) T$ vermindert und der wirkliche und scheinbare Wirkungsgrad entsprechend verkleinert wird. Der Leistungsfaktor wird nicht geändert.

Eine Erhöhung des Ankerwiderstandes r_1 erzeugt eine proportionale Erhöhung der Schlüpfung s und hierdurch eine entsprechende Verminderung der abgegebenen Leistung und des wirklichen und scheinbaren Wirkungsgrades, ändert aber nicht das Drehmoment, die zugeführte Leistung, den Strom, den Leistungsfaktor und die Wirkungsgrade des Stators.

Die Einschaltung von Widerstand in den Anker- oder Sekundärstromkreis des Induktionsmotors bietet somit ein Mittel, die einem gegebenen Drehmoment entsprechende Tourenzahl zu vermindern. Hierbei kann jedes gewünschte Drehmoment bei irgend einer Tourenzahl, die unter derjenigen bleibt, welche einem kurzgeschlossenen Anker oder Sekundärstromkreise entspricht, erzeugt werden, ohne das Drehmoment oder den Strom zu ändern.

Wenn die Tourenkurve eines kurzgeschlossenen Motors gegeben ist, so kann somit die Tourenkurve für den Fall, daß

Fig. 128.



Tourenkurven, Drehmoment und Stromstärke in einem Induktionsmotor:
$Y_0 = 0{,}01 + 0{,}1\,j,\ Z_0 = Z_1 = 0{,}1 - 0{,}3\,j.$

Widerstand im Anker eingeschaltet ist, direkt abgeleitet werden, indem man die Schlüpfung proportional der Erhöhung des Widerstandes vergrößert.

In Fig. 128 sind die Tourenkurven für den Motor Fig. 125 und 126 zwischen Stillstand und Synchronismus für folgende Ankerwiderstände dargestellt.

1. Kurzgeschlossener Anker, $r_1 = 0{,}1$ Ohm (wie in Fig. 126).
2. Ein Vorschaltwiderstand von 0,15 Ohm pro Stromkreis, im Anker eingeschaltet, also $r_1 = 0{,}25$ Ohm, d. h. 2,5 mal größere Schlüpfung.
3. Vorschaltwiderstand $= 0{,}5$ Ohm, $r_1 = 0{,}6$ Ohm, also 6 mal größere Schlüpfung.
4. Vorschaltwiderstand $= 1{,}5$ Ohm, $r_1 = 1{,}6$ Ohm, also 16 mal größere Schlüpfung.

In derselben Figur sind die entsprechenden Stromkurven dargestellt.

Bei kurzgeschlossenem Anker wird das maximale Drehmoment 8250 synchrone Watt bei 16 Proz. Schlüpfung erreichen.

Das Drehmoment beim Anlaufen beträgt 2950 synchrone Watt und der Anlaufstrom 179 Amp.

Bei einem Ankerwiderstand $r_1 = 0{,}25$ Ohm wird dasselbe maximale Drehmoment bei 40 Proz. Schlüpfung erreicht, das Drehmoment beim Anlaufen ist auf 6050 synchrone Watt erhöht und der Anlaufstrom zu 160 Amp. vermindert.

Bei einem Ankerwiderstand $r_1 = 0{,}6$ Ohm tritt das maximale Drehmoment von 8250 synchronen Watt beim Anlaufen ein und der Anlaufstrom ist zu 124 Amp. vermindert.

Bei einem Ankerwiderstand $r_1 = 1{,}6$ Ohm ist das Anlaufmoment 5620 synchrone Watt, also unter dem Maximum, und der Anlaufstrom nur 64 Amp.

In den zwei letzteren Fällen ist der untere unstabile Zweig der Drehmomentkurve vollständig verschwunden und die Tourenzahl des Motors ist über den ganzen Bereich stabil. Der Motor läuft mit dem maximal erreichbaren Drehmoment an und der Strom und das Drehmoment nehmen bei steigender Tourenzahl ab. Der Motor hat also die Eigenschaften eines Gleichstromhauptschlußmotors mit der Ausnahme, daß die höchste Tourenzahl durch den Synchronismus begrenzt ist.

Es folgt hieraus, daß ein hoher Sekundärwiderstand beim Arbeiten in der Nähe von Synchronismus sehr schädlich ist, dagegen beim Anlaufen oder beim Arbeiten bei sehr geringer Tourenzahl vorteilhaft ist, indem die zugeführte Stromstärke verringert und das Drehmoment vergrößert wird.

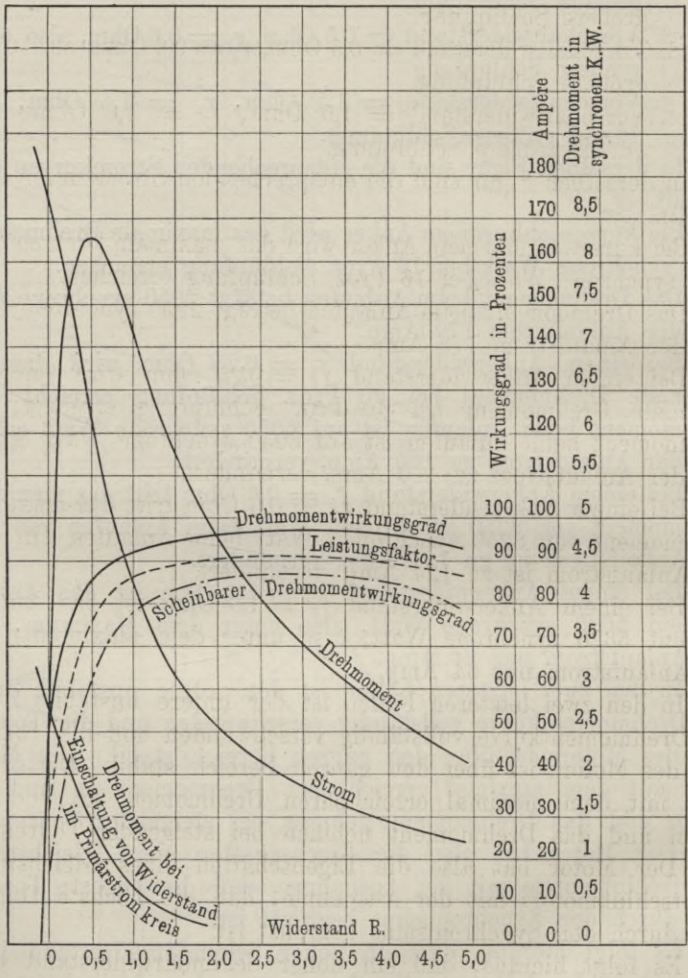
Beim Anlaufen ist

$$s = 1.$$

Wenn wir diesen Wert in die Gleichungen der Unterabteilung 2 einsetzen, erhalten wir das Anlaufmoment, den Anlaufstrom u. s. w. des mehrphasigen Induktionsmotors.

Für den Motor Fig. 125, 126 und 128 sind in Fig. 129 die Werte des Anlaufmomentes, des Stromes, des Leistungsfaktors,

Fig. 129.



Anlaufmoment eines Induktionsmotors: $Z_0 = Z_1 = 0{,}1 - 0{,}3\,j$, $Y_0 = 0{,}01 + 0{,}1\,j$.

Vorschaltwiderstand im Ankerstromkreis.

des wirklichen und scheinbaren Drehmomentwirkungsgrades für verschiedene Werte des sekundären Motorwiderstandes dargestellt.

Die Widerstände haben die Werte von $r_1 = 0{,}1$ Ohm, dem inneren Widerstande des Motors, also Vorschaltwidersand $R = 0$, zu $r_1 = 5{,}1$ Ohm also einen Vorschaltwiderstand $R = 5$ Ohm. Die besten Werte für den Drehmomentwirkungsgrad liegen über dem Punkt des maximalen Drehmomentes.

In Fig. 129 ist auch das Drehmoment bei Einschaltung von Widerstand im primären Stromkreise dargestellt.

Die Einschaltung von Reaktanz entweder im primären oder im sekundären Stromkreise ist ebenso unvorteilhaft als die Einschaltung von Widerstand im primären Stromkreise.

Die Einschaltung von Kapazität in den Sekundärstromkreis bewirkt eine sehr große Erhöhung des Drehmomentes zwischen den engen Grenzen der Kapazität, welcher eine Resonanz der inneren Reaktanz des Motors entspricht. Das Drehmoment, das man in dieser Weise erzeugen kann, ist bei weitem größer als das maximale Drehmoment des Motors im Betriebe oder beim Anlassen mit Widerstand im Sekundärstromkreis.

Aber auch beim höchsten Wert ist der erreichbare Drehmomentwirkungsgrad bei Einschaltung von Kapazität im Sekundärstromkreise weit unter demjenigen, den man bei Einschaltung von Widerstand erreichen kann.

Weitere Diskussion über den mehrphasigen Induktionsmotor siehe „Transactions American Institute of Electrical Engineers“ 1897, p. 175.

III. Die einphasigen Induktionsmotoren.

1. Einleitung.

Im mehrphasigen Motor wirken auf eine Anzahl Sekundärspulen, die im Raume gegenseitig verschoben sind, eine Anzahl primäre Spulen, die ebenfalls gegenseitig im Raume verschoben sind und von EMKen erregt werden, die eine ebensogroße gegenseitige Phasenverschiebung besitzen, als die Spulen gegenseitig verschoben sind.

Im Einphaseninduktionsmotor wirkt auf ein System von Ankerstromkreisen eine primäre Spule (oder ein System von serie- oder parallelgeschalteten Spulen), die von einem Einphasenwechselstrom erregt werden.

Eine Anzahl gegenseitig in der Lage verschobener sekundärer Stromkreise müssen so angeordnet werden, daß sie in jeder Stellung des Ankers dem primären Stromkreise einen kurz geschlossenen Sekundärstromkreis darbieten. Wenn nur eine Sekundärspule verwendet wird, so ist die Maschine ein synchroner Induktionsmotor und gehört zu der Klasse der Reaktionsmaschinen.

Ein Einphaseninduktionsmotor läuft nicht von selbst aus der Ruhelage an. Wenn er aber in beliebiger Richtung angelassen ist, so wird er mit steigendem Drehmoment seine Tourenzahl erhöhen und sich so dem Synchronismus nähern.

Wenn der Einphaseninduktionsmotor synchron oder in der Nähe von Synchronismus arbeitet, so ist sein Magnetfeld identisch mit demjenigen eines mehrphasigen Motors, d. h. es kann durch die Theorie des rotierenden Feldes dargestellt werden. In einer Windung, die unter dem Winkel α zu der Primärwicklung eines Einphaseninduktionsmotors gewickelt ist, wird bei Synchronismus eine EMK induziert, die gleich derjenigen ist, die in einer primären Windung induziert wird, aber gegen diese um den Winkel α phasenverschoben ist.

In einem Mehrphasenmotor wird der Kraftfluß in jeder Richtung von der Resultante der MMK der primären und sekundären Ströme in derselben Weise wie in einem Transformator erzeugt. Dasselbe ist der Fall in der Richtung der Achse der Erregerspule eines Einphaseninduktionsmotors. In der Richtung senkrecht auf der Achse der Erregerspule rührt indessen der Kraftfluß von der MMK der Ankerströme allein her, indem keine primäre EMK in dieser Richtung wirkt.

Infolgedessen wird der Anker des Mehrphasenmotors stromlos, wenn der Motor leer läuft, also überhaupt keine Arbeit leistet, und die Primärströme sind die einzigen Erregerströme des Motors. Wenn der Einphasenmotor aber leer läuft, so führt der Anker immer noch den Erregerstrom für den Kraftfluß, der senkrecht zur Achse der primären Erregerspule ist. Da dieser Kraftfluß im wesentlichen dieselbe Intensität wie der Kraftfluß in der Richtung der Achse der primären Erregerspule besitzt, so hat der Strom im Anker des leerlaufenden Einphaseninduktionsmotors, und somit auch der entsprechende Primärstrom dieselbe MMK, also dieselbe Stärke wie der primäre Erregerstrom. Der gesamte Primärstrom des leerlaufenden Einphaseninduktionsmotors ist somit zweimal so groß als der Erregerstrom, also gleich dem Erregerstrom des Hauptkraftflusses plus demjenigen Strome, der im Anker den Erregerstrom für den Querkraftfluß induziert. Dieser Strom hat bei Synchronismus im Anker oder dem sekundären Teile die doppelte Periodenzahl des Primärstromes. Bei einer anderen Tourenzahl ist diese Periodenzahl gleich der Tourenzahl (in Perioden) plus der synchronen Tourenzahl.

Wenn also in einem leerlaufenden Zweiphasenmotor die eine Phase ausgeschaltet wird, so verdoppelt sich der Strom in der anderen. Wenn zwei Phasen in einem Dreiphasenmotor ausgeschaltet werden, so wird der Strom in der dritten Phase dreimal größer, da die resultierende MMK einer Dreiphasenmaschine 1,5 mal der MMK einer Phase ist. Infolgedessen bleiben die gesamten zugeführten Voltampères dieselben. Bei derselben magnetischen Sättigung und derselben aufgedrückten EMK erfordern alle Induktionsmotoren von gleicher Größe, einphasige sowohl als mehrphasige, angenähert dieselben zugeführten Voltampères und gleiche zugeführte Leistung für Erregung und haben dieselbe Kraftflußverteilung.

Da die Maximalleistung eines Einphasenmotors bei gleicher aufgedrückter EMK bedeutend kleiner als die Leistung eines Mehrphasenmotors ist, so folgt hieraus, daß der relative Erregerstrom in dem Einphasenmotor größer sein muß.

Die Ursache zu dieser Quermagnetisierung in dem Einphaseninduktionsmotor in der Nähe von Synchronismus ist die, daß die induzierten Ankerströme 90° Nacheilung hinter dem induzierenden Kraftfluß haben und durch die synchrone Umdrehung im Raume um 90° bewegt werden, bevor sie ihr Maximum erreichen, und haben somit dieselbe magnetische Wirkung wie eine auf das primäre System senkrecht zur Hauptspule aufgedrückte zweiphasige EMK. Diese Wirkung kann dadurch aufgehoben werden, daß man eine um 90° phasenverschobene EMK auf einen Hilfsstromkreis aufdrückt, wie dies im monozyklischen Motor geschehen ist.

Bei Synchronismus werden die induzierten Ankerströme um weniger als 90° fortbewegt und die erzeugte Quermagnetisierung entsprechend vermindert, um bei Stillstand gleich Null zu werden.

Das Drehmoment ist proportional dem Wattstrome im Anker mal dem senkrecht darauf stehenden Kraftflusse.

Im Einphaseninduktionsmotor können die Wattströme im Anker $J_1' = e\,a_1$ nur koaxial mit der primären Spule fließen, da dies die einzige Lage ist, in welcher ein entsprechender Primärstrom vorhanden sein kann. Der auf dem sekundären Strom senkrechte Kraftfluß ist proportional der zur senkrechten Lage bewegten Komponente e, oder angenähert proportional $(1 - s)\,e$, und das Drehmoment wird somit

$$T = (1 - s)\,e\,J' = (1 - s)\,e^2\,a_1.$$

Das Drehmoment nimmt somit viel rascher mit sinkender Tourenzahl ab und wird bei Stillstand gleich Null. Die Leistung ist dann:

$$P = (1 - s)^2 e J' = (1 - s)^2 e^2 a_1.$$

Da in dem Einphasenmotor nur ein Primärstromkreis, aber eine Menge Sekundärstromkreise vorhanden sind, so müssen alle sekundären Stromkreise als demselben primären Stromkreise entsprechend angesehen werden, und es muß die vereinigte Impedanz aller Sekundärstromkreise als sekundäre Impedanz bei oder in der Nähe von Synchronismus verwendet werden. Wenn also der Anker eine Zweiphasenwicklung mit einer Impedanz Z_1 pro Stromkreis besitzt, so wird die resultierende sekundäre Impedanz $\frac{Z_1}{2}$, wenn der Anker eine Dreiphasenwicklung mit einer Impedanz Z_1 pro Stromkreis ist, so wird analog die resultierende sekundäre Impedanz $\frac{Z_1}{3}$.

Infolgedessen ist die resultierende sekundäre Impedanz in einem Einphasenmotor im Verhältnis zur primären Impedanz kleiner als in einem Mehrphasenmotor. Da der Tourenabfall bei Belastung von dem sekundären Widerstande abhängig ist, so ist der Tourenabfall in einem Einphaseninduktionsmotor bei Belastung im allgemeinen kleiner als in dem mehrphasigen Motor. Die konstantere Tourenzahl des Einphaseninduktionsmotors hat zu der irrtümlichen Meinung geleitet, daß ein solcher Motor bei Synchronismus arbeitet, während er selbstverständlich wie der mehrphasige Induktionsmotor nie vollkommenen Synchronismus erreichen kann.

Die weitere Behandlung des einphasigen Induktionsmotors ist identisch mit derjenigen des mehrphasigen Induktionsmotors und im vorhergehenden Abschnitte dargestellt.

Im allgemeinen werden keine besonderen Motoren für Einphasenanlagen verwendet, sondern mehrphasige dazu eingerichtete Motoren. Ein Induktionsmotor mit nur einer primären Wicklung könnte nicht durch Hilfsphasen angelassen werden, sondern müßte notwendigerweise durch äußere Mittel in Gang gebracht werden. Ein mehrphasiger Motor, z. B. ein einphasig betriebener Dreiphasenmotor, der mit zwei Klemmen an den Einphasenleitungen angeschlossen ist, ist ein gerade so guter Einphasenmotor als ein solcher, der nur mit einer primären Wicklung gebaut ist. Der einzige Unterschied ist, daß in dem letzteren Falle ein Teil des Umfanges primär keine Wicklungen hat, während in dem mehrphasigen Motor dieser Teil auch eine Wicklung besitzt, die indessen nicht gebraucht oder nicht wirksam ist, wenn der Motor als Einphasenmotor läuft, aber beim Anlassen mit Hilfe von phasenverschobenen EMKen notwendig ist.

Bei einem Dreiphasenmotor, der von Einphasenleitungen betrieben wird, wird die dritte Klemme beim Anlassen mit einer Anordnung zur Erzeugung einer Hilfsphase verbunden, die in dem Motor eine Quermagnetisierung senkrecht zu der Achse der primären Spule erzeugt. Diese Quermagnetisierung wird im Betrieb durch die Umdrehung der induzierten Sekundärströme erzeugt und ist durch ihre Wirkung auf die sekundär induzierten Wattströme notwendig zur Erzeugung des Drehmomentes.

Die Untersuchung des Einphaseninduktionsmotors führt somit auf die Untersuchung des mit Einphasenströmen betriebenen Mehrphasenmotors zurück.

2. Belastungs- und Tourenkurven.

Wenn wir einen Dreiphasenmotor mit der Erregeradmittanz $Y_0 = g + jb$ pro Phase, der selbstinduktiven Impedanz $Z_0 = r_0 - jx_0$ und $Z_1 = r_1 - jx_1$ pro Phase mit demselben Motor, wenn er als Einphasenmotor von einem Paar Klemmen betrieben wird, vergleichen, so wird die einphasige Erregeradmittanz $Y_0' = 3\,Y$ (so daß sich dieselben Voltampères Erregung $3\,e\,Y_0$ ergeben); die primäre selbstinduktive Impedanz ist dieselbe $Z_0 = r_0 - j\,x_0$; die sekundäre selbstinduktive Impedanz ist einphasig indessen nur $Z_1' = \frac{Z_1}{3}$, da alle drei sekundären Stromkreise demselben primären Stromkreise entsprechen. Die totale Impedanz ist einphasig, somit $Z' = Z_0 + \frac{Z_1}{3}$, während die Impedanz des Dreiphasenmotors $Z = Z_0 + Z_1$ ist.

Setzen wir angenähert $Z_0 = Z_1$, so bekommen wir:

$$Z' = \frac{2\,Z}{3}.$$

Es ist also absolut:

$$Y_0' = 3\,Y_0$$

$$Z' = \frac{2}{3}\,Z$$

$$\Theta' = 2\,\Theta.$$

Die charakteristische Konstante eines einphasig betriebenen Motors ist somit doppelt so groß, als wenn der Motor dreiphasig oder im allgemeinen mehrphasig betrieben wird.

Das Verhältnis zwischen dem Erregerstrom und dem Strome bei Stillstand, oder zwischen Streufluß und nutzbarem Kraftfluß wird also verdoppelt, wenn der Motor einphasig statt mehrphasig läuft.

Dies erklärt die Minderwertigkeit eines Einphasenmotors verglichen mit dem Mehrphasenmotor.

In der Regel gibt ein mittelguter Mehrphasenmotor einen schlechten Einphasenmotor, und ein guter Einphasenmotor muß ein ausgezeichneter Mehrphasenmotor sein.

Als Beispiele sind in Fig. 130 und Fig. 131 die Belastungs- und Tourenkurven des Dreiphasenmotors dargestellt, von welchen in Fig. 125 und 126 die Kurven für eine Phase dargestellt sind. Die Konstanten sind die folgenden:

$$e = 110$$

Dreiphasig:	Einphasig:
$Y_0 = 0{,}01 + 0{,}1\,j$,	$Y_0 = 0{,}03 + 0{,}3\,j$,
$Z_0 = 0{,}1 - 0{,}3\,j$,	$Z_0 = 0{,}1 - 0{,}3\,j$,
$Z_1 = 0{,}1 - 0{,}3\,j$,	$Z_1 = 0{,}033 - 0{,}1\,j$,
also $\Theta = 6{,}36$.	also $\Theta = 12{,}72$.

Wenn man die Fig. 130 mit Fig. 125 vergleicht, wird man den kleineren Tourenabfall wegen des relativ kleineren Sekundärwiderstandes, den kleineren Leistungsfaktor und Wirkungsgrad besonders bei schwacher Belastung bemerken. Die Maximalleistung ist von $3 \times 7000 = 21\,000$ Watt beim Dreiphasenmotor zu 9100 Watt beim Einphasenmotor gesunken.

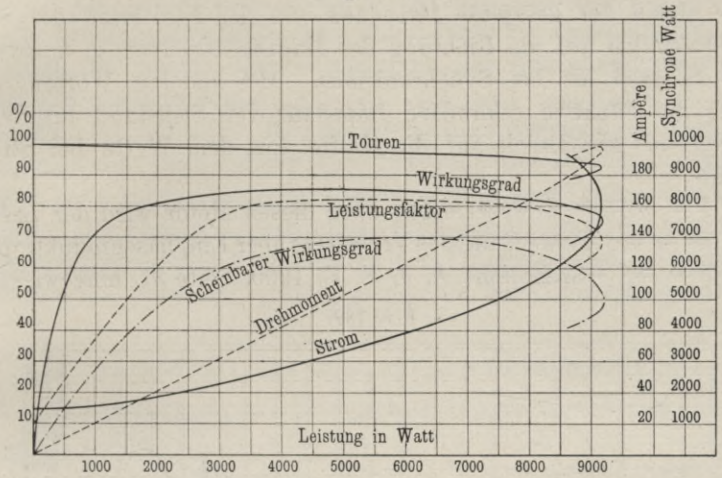
Da indessen die inneren Verluste im Einphasenmotor kleiner sind, so kann dieser mit 25 bis 30 Proz. höherer magnetischer Sättigung wie dieselbe Maschine als Mehrphasenmotor beansprucht werden. In diesem Falle ist die Leistung $^2/_3$ bis $^3/_4$ von derjenigen eines Mehrphasenmotors.

Die vorhergehende Behandlung des Einphaseninduktionsmotors ist angenähert und nur richtig bei oder in der Nähe von Synchronismus, wo das Magnetfeld praktisch ein gleichmäßig rotierendes Feld von konstanter Stärke ist, d. h. das von der Ankermagnetisierung erzeugte, um 90^0 verschobene Magnetfeld ist gleich dem von der aufgedrückten EMK erzeugten Hauptkraftflusse.

Wenn eine genaue Berechnung des Motors bei mittleren Tourenzahlen und Stillstand erforderlich ist, so muß die Änderung der effektiven Erregeradmittanz und der sekundären Impedanz wegen der Abnahme des um 90° verschobenen Kraftflusses in Betracht gezogen werden.

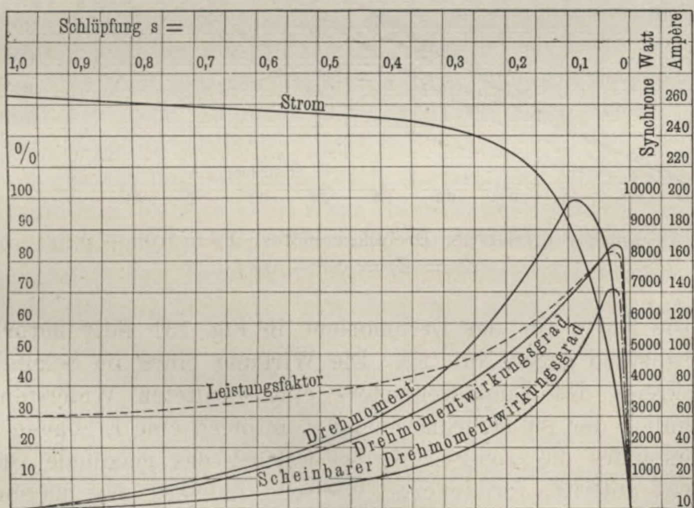
Bei Synchronismus liefert die gesamte Erregeradmittanz die MMK des Hauptkraftflusses und des Hilfskraftflusses, während

Fig. 130.



Belastungskurven eines einphasig betriebenen Dreiphaseninduktionsmotors.

Fig. 131.



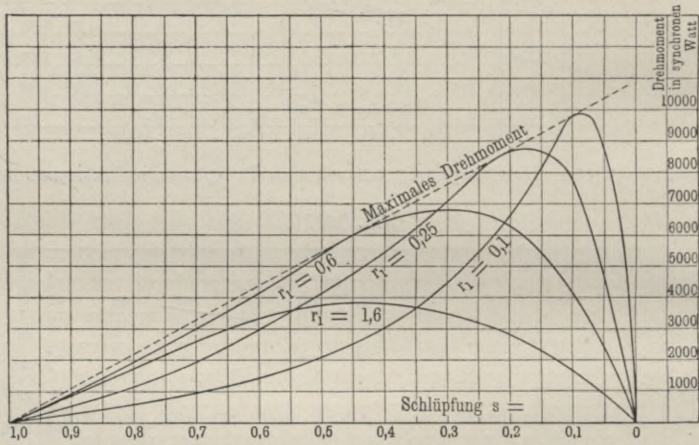
Tourenkurven eines einphasig betriebenen Dreiphaseninduktionsmotors.

der um 90° verschobene Kraftfluß bei Stillstand verschwunden oder zu dem durch die Anlaßvorrichtung gelieferten Werte vermindert ist. Die gesamte Erregeradmittanz ist somit auf die Hälfte ihres synchronen Wertes vermindert, oder auf die Hälfte vermehrt um die Erregeradmittanz des Anlaufkraftflusses.

Die effektive sekundäre Impedanz ist bei Synchronismus die gesamte Impedanz aller sekundären Stromkreise, bei Stillstand aber gleich der gesamten Impedanz von der Projektion der Sekundärspulen auf die Richtung des Hauptkraftflusses, d. h. zweimal so groß als bei Synchronismus. Mit anderen Worten, es sinkt die effektive sekundäre Impedanz von Stillstand bis Synchronismus allmählich auf die Hälfte von dem Werte bei Stillstand.

Für weitere Erläuterungen über diesen Motor wird der Leser auf die zweite Abhandlung des Verfassers über Einphaseninduktionsmotoren in: Transactions A. J. E. E. 1900, Seite 37, hingewiesen.

Fig. 132.



Einphasig betriebener Dreiphasenmotor: $Y_0 = 0{,}01 + 0{,}1\,j$,
$Z_0 = Z_1 = 0{,}1 - 0{,}3\,j$.

Die Kurve für das Drehmoment in Fig. 131 fällt natürlich bei Stillstand gegen Null ab. Die Wirkung eines im Sekundärstromkreise des Einphasenmotors eingeschalteten Widerstandes ist ähnlich der im Mehrphasenmotor, insofern eine Erhöhung des Widerstandes die Tourenzahl, bei welcher das maximale Drehmoment auftritt, vermindert. Während indessen das maximale Drehmoment im Mehrphasenmotor dasselbe bleibt und nur bei Erhöhung des Widerstandes gegen die kleinere Tourenzahl verschoben wird, so sinkt im Einphasenmotor das maximale Drehmoment proportional der Geschwindigkeit, bei welcher das maximale

Drehmoment stattfindet, weil der Faktor $(1 - s)$ in der Drehmomentgleichung

$$T = e^2 a_1 (1 - s)$$

vorhanden ist.

In Fig. 132 sind die Werte des Drehmomentes im Einphasenmotor für denselben Motor und unter denselben Bedingungen dargestellt, für welche die Tourenkurven des Mehrphasenmotors in Fig. 128 gegeben sind.

Der bei beliebiger Tourenzahl maximal erreichbare Wert des Drehmoments liegt auf der vom Ursprung zur Drehmomentkurve für $r_1 = 0{,}1$ oder kurzgeschlossenen Stromkreis gezogenen Tangente. Bei kleinen Tourenzahlen wird das Drehmoment des Einphasenmotors durch Einschaltung von Widerstand im sekundären Stromkreise bedeutend erhöht, genau wie beim Mehrphasenmotor.

3. Anlaßvorrichtungen für Einphasenmotoren.

Bei Stillstand hat der Einphaseninduktionsmotor kein Anlaufmoment, da die Richtung der von den Ankerströmen erzeugten Polarisation mit der Achse des vom primären Stromkreis erzeugten Kraftflusses zusammenfällt. Nur wenn der Anker sich dreht, wird ein Drehmoment erzeugt, da die Achse der Polarisation durch die Umdrehung gegen die Achse des Hauptkraftflusses verschoben wird, bis die Achsen bei oder in der Nähe von Synchronismus senkrecht aufeinander stehen, und die magnetischen Verhältnisse somit identisch mit denjenigen eines mehrphasigen Induktionsmotors werden.

Wenn wir das Anlassen durch mechanische Mittel sowie die Umwandlung des Motors in einen Hauptstrom- oder Nebenschlußmotor, d. h. daß der Strom mit Hilfe von Kommutator und Bürsten durch Anker und Feld geschickt wird, außer Betracht lassen, so bleiben folgende Methoden zum Anlassen eines Einphasenmotors übrig:

1. Die Achse der Ankerpolarisation wird gegen die Achse des induzierenden Hauptkraftflusses verschoben.

2. Die Achse des Hauptkraftflusses wird verschoben, indem man einen Kraftfluß erzeugt, der gegen den die Ankerströme induzierenden Kraftfluß verschoben ist.

Die erste Methode erfordert ein Sekundärsystem, welches unsymmetrisch im Verhältnis zum Primärsystem ist, und welches, da das Sekundärsystem beweglich ist, ein Mittel zur Änderung des sekundären Stromkreises erfordert. Solche Mittel sind z. B.

Kommutatoren mit Bürsten, welche sekundäre Spulen in der Stellung des effektiven Drehmoments kurzschließen, in der Stellung des entgegengesetzten Drehmoments öffnen.

Diese Methode führt zum Repulsionsmotor, der also ein Kommutatormotor ist.

Beim Induktionsmotor ohne Kommutator, oder dem Motor mit permanent geschlossenen Ankerstromkreisen, beruhen alle Anlaßvorrichtungen auf der Herstellung eines Hilfskraftflusses, der zeitlich in Phase mit den induzierten Sekundärströmen ist, und im Raume senkrecht zur Richtung der Ankerpolarisation steht. Die Methoden bestehen also in der Erzeugung einer Komponente eines Kraftflusses, die im Raume senkrecht zu dem primären Kraftflusse, der die Ankerströme induziert und in Phase mit den letzteren ist, steht, d. h. überhaupt senkrecht zum primären Kraftflusse steht.

Wenn also

P = Polarisation, die von den induzierten Ankerströmen erzeugt wird,

M = Hilfskraftfluß,

α = zeitliche Phasenverschiebung zwischen M und P,

φ = räumliche Phasenverschiebung zwischen M und P,

so wird das Drehmoment

$$T = P M \sin\varphi \cos\alpha.$$

Im allgemeinen wird das Anlaufmoment, der scheinbare Drehmomentwirkungsgrad u. s. w. des Einphaseninduktionsmotors bei Anwendung von diesen Anlaßvorrichtungen in Prozenten von den entsprechenden Werten desselben Motors mit einem mehrphasigen Kraftfluß angegeben, also wenn der Motor ein magnetisches System, bestehend aus zwei gleichen zeitlich und räumlich um 90° phasenverschobenen Kraftflüssen, besitzt.

Die große Menge Anordnungen zum Anlassen von Einphaseninduktionsmotoren kann in drei Klassen eingeteilt werden.

A. Anordnungen zur Erzeugung von Phasenverschiebung.

Der primäre Teil des Motors ist aus zwei oder mehreren Stromkreisen gebildet, die gegenseitig in der Lage verschoben und mit Impedanzen von verschiedenem Induktanzfaktor verbunden sind, um eine Phasenverschiebung zwischen den Stromkreisen zu erzeugen.

Wenn zwei Motorstromkreise verwendet werden, so können diese entweder in Serie zwischen die Einphasenleitungen geschaltet werden, und in Nebenschluß dazu Impedanzen von verschiedenem Induktanzfaktor, z. B. eine Kapazität und eine Induktanz, gelegt werden, oder man kann die zwei Stromkreise parallel zwischen die Einphasenleitungen aber in Serie mit den Impedanzen von verschiedenem Induktanzfaktor schalten.

Die zur Erzeugung von Phasenverschiebung zwischen den Erregerspulen verwandten Impedanzen können selbstverständlich entweder außerhalb oder im Motor selbst, z. B. indem man in einer Spule des Motors Windungen von hohem Widerstand verwendet, angeordnet werden.

Zu dieser Klasse gehört die Verwendung eines Transformators zur Erzeugung von Phasenverschiebungen, indem die Primärwicklung des Transformators in Serie mit einem Motorstromkreise zwischen die Hauptleitungen und der andere Motorstromkreis mit der Sekundärwicklung des Transformators verbunden wird, oder man kann den einen Motorstromkreis direkt von den Leitungen speisen und den anderen von der Sekundärwicklung eines Transformators, dessen Primärwicklung an die Leitungen angeschlossen ist. In beiden Fällen ist es die innere Impedanz bezw. innere Admittanz des Transformators, die mit einem Motorstromkreise zur Erzeugung einer Phasenverschiebung verbunden ist. Diese Anordnung wird somit am wirksamsten, wenn man Transformatoren mit hoher, innerer Impedanz oder Admittanz verwendet, wie Transformatoren für konstante Leistung oder Transformatoren mit offenem magnetischem Stromkreis.

B. Induktive Anordnungen.

Der Motor wird durch eine Kombination von zwei oder mehreren induktiv aufeinander wirkenden Stromkreisen erregt. Diese gegenseitige Induktion zwischen den Motorstromkreisen kann entweder im Motor selbst, oder außerhalb des Motors in einer getrennten Vorrichtung zur Erzeugung von Phasenverschiebung stattfinden.

In letzterem Falle ist die einfachste Form der geteilte Stromkreis, dessen Zweige dadurch induktiv aufeinanderwirken, daß sie um denselben magnetischen Stromkreis außerhalb des Motors gewickelt sind.

Im ersteren Falle ist die einfachste Form die Kombination einer primären Erregerspule und einer von dieser induzierten kurzgeschlossenen Sekundärspule auf dem primären Teil des Motors, oder auch eine durch eine Impedanz geschlossene Sekundärspule.

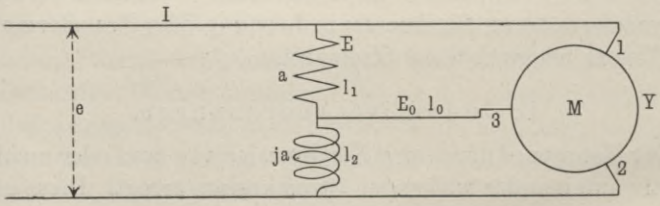
C. Monozyklische Anlaßvorrichtungen.

Es wird eine im wesentlichen wattlose und phasenverschobene EMK außerhalb des Motors erzeugt und zur Erregung eines magnetischen Querstromkreises im Motor verwendet, entweder direkt durch eine besondere Magnetisierungsspule auf dem Motor, oder indirekt durch Kombination dieser wattlosen EMK mit der Haupt-EMK, um ein System von EMKen zu erhalten, das angenähert dreiphasig ist oder ein anderes Verhältnis besitzt. In diesem Falle wird das primäre System des Motors wesentlich durch ein mehrphasiges System von EMKen mit einem einphasigen Energiefluß gespeist. Das System ist vom Verfasser das „monozyklische System“ genannt.

Im übrigen muß der Leser auf eine Abhandlung über den Einphaseninduktionsmotor in „Transactions American Institute of Electrical Engineers“, Februar 1898, hingewiesen werden. In diesem Artikel ist eine vollständige Diskussion und theoretische Untersuchung über die verschiedenen Anlaßvorrichtungen enthalten.

Die Verwendung der Anlaßvorrichtung mit Widerstand und Induktanz oder die monozyklische Anlaßvorrichtung bei Induktions-

Fig. 133.



motoren mit Dreiphasenwicklung soll etwas ausführlicher behandelt werden, da diese die einzige Methode ohne Kondensatoren ist, die eine ausgedehnte praktische Verwendung gefunden hat. Die Methode gibt das relativ beste Anlaufmoment und Drehmomentwirkungsgrade.

In Fig. 133 stellt M einen Dreiphaseninduktionsmotor dar, von welchem zwei Klemmen, 1 und 2, mit den Einphasenleitungen verbunden sind, während die Klemme 3 mit dem Verbindungspunkt zwischen einer Konduktanz a $\left(\text{d. h. einem Widerstand } \frac{1}{a}\right)$ und einer gleichen Suszeptanz ja $\left(\text{also einer Reaktanz } -\frac{j}{a}\right)$ verbunden ist. Wie aus der Figur ersichtlich, sind die Konduktanz und die Suszeptanz in Serie geschaltet und mit den Einphasenleitungen verbunden.

Es sei $Y = g + jb$ die gesamte Admittanz des Motors zwischen den Klemmen 1 und 2 bei Stillstand. Es ist dann:

$\frac{4}{3}\, Y$ die gesamte Admittanz von der Klemme 3 bis zu der Klemme 1 und 2, ohne Rücksicht darauf, ob der Motor in Stern- oder Dreieckschaltung gewickelt ist.

Ferner sei:

e die EMK zwischen den Einphasenleitungen

und

E die Potentialdifferenz zwischen den Enden der Konduktanz a der Anlaßvorrichtung.

Es ist dann der Strom in

$$a = J_1 = Ea,$$

die Spannung von

$$ja = e - E.$$

Somit der Strom in ja

$$J_2 = ja(e - E).$$

Der Strom in dem quermagnetisierenden Motorstromkreise von 3 zu 1 oder 2 wird:

$$J_0 = J_1 - J_2 = E_a - ja(e - E).$$

Die EMK in dem quermagnetisierenden Stromkreise ist, wie man aus dem Diagramm der EMKe, die ein Dreieck mit

$$E_0,\ E \quad \text{und} \quad e - E$$

als Seiten bilden, ersehen kann:

$$E_0 = E - (e - E) = 2E - e$$

und da

$$J_0 = \frac{4}{3}\, YE_0,$$

bekommen wir:

$$\underset{\cdot}{E}a - ja(e - \underset{\cdot}{E}) = \frac{4}{3}\,Y(2\underset{\cdot}{E} - e).$$

Die Lösung dieser Gleichung ergibt

$$\underset{\cdot}{E} = e\,\frac{3ja - 4Y}{3a + 3ja - 8Y},$$

welches aus dem vorhergehenden Werte für $\underset{\cdot}{E}_0$

$$\underset{\cdot}{E}_0 = \frac{3ea(j-1)}{3a + 3ja - 8Y}$$

ergibt.

Durch Einsetzen von $Y = g + jb$, Entwickelung und Multiplikation in Zähler und Nenner mit

$$(3a - 8g) - j(3a - 8b)$$

erhalten wir:

$$\underset{\cdot}{E}_0 = ea\,\frac{\frac{8}{3}(g-b) + j\left(2a - \frac{8(g+b)}{3}\right)}{\left(a - \frac{8}{3}g\right)^2 + \left(a - \frac{8}{3}b\right)^2}.$$

Die imaginäre Komponente von $\underset{\cdot}{E}_0$ oder die EMK, die zeitlich und räumlich gegen e um 90° phasenverschoben ist, wird

$$\underset{\cdot}{E}_0^j = -jea\,\frac{2a - \frac{8}{3}(g+b)}{\left(a - \frac{8}{3}g\right)^2 + \left(a - \frac{8}{3}b\right)^2}.$$

Wenn derselbe Motor mit Dreiphasenstrom betrieben wird, so ist diese um 90° verschobene EMK die Höhe in einem gleichseitigen Dreieck mit e als Seite, also gleich $je\frac{\sqrt{3}}{2}$, und da das Anlaufmoment proportional dieser um 90° verschobenen EMK ist, so ist das relative Anlaufmoment des Motors mit der monozyklischen Anlaßvorrichtung, oder das Verhältnis zwischen dem Anlaufmoment des Motors mit monozyklischer Anlaßvorrichtung und dem Anlaufmoment des dreiphasigen Motors

$$t = \frac{E_0^j}{j\frac{e\sqrt{3}}{2}} = \frac{2a}{\sqrt{3}}\,\frac{2a - \frac{8}{3}(g-b)}{\left(a - \frac{8}{3}g\right)^2 + \left(a - \frac{8}{3}b\right)^2}.$$

Weitere Erläuterungen über diesen Gegenstand siehe die oben erwähnte Abhandlung über Einphaseninduktionsmotoren.

4. Die Zunahme der Tourenzahl bei Verwendung von Anlaßvorrichtungen.

Das Drehmoment des Einphaseninduktionsmotors ist ohne Anlaßvorrichtung proportional dem Produkt aus dem Hauptkraftfluß oder dem von der primär aufgedrückten EMK erzeugten Kraftflusse und der Tourenzahl. Bei oder dicht in der Nähe von Synchronismus ist das Drehmoment somit dasselbe wie in einem Mehrphasenmotor, es fällt aber bei sinkender Tourenzahl ab und wird Null bei Stillstand.

Um ein Anlaufmoment zu erzeugen, muß eine Anordnung verwendet werden, mit welcher man im Motor einen Hilfskraftfluß erzeugen kann, der zeitlich und räumlich gegen den Hauptkraftfluß um 90° phasenverschoben ist. Das Anlaufmoment ist dann proportional diesem Hilfskraftflusse. Während der Zunahme der Tourenzahl oder bei zwischenliegenden Umdrehungszahlen ist das Drehmoment des Motors die Resultante aus dem von dem primären Hauptkraftflusse erzeugten Hauptdrehmoment und dem von dem Hilfskraftflusse oder Anlaßkraftflusse erzeugten Hilfsdrehmoment. Im allgemeinen ist dies resultierende Drehmoment nicht die Summe von dem Haupt- und Hilfsdrehmoment, sondern wegen der gegenseitigen Einwirkung zwischen dem Motor und der Anlaßvorrichtung kleiner.

Alle Anlaßvorrichtungen sind mehr oder weniger von der gesamten Admittanz und dem Leistungsfaktor des Motors abhängig. Die gesamte Admittanz des Motors sinkt indessen bei steigender Tourenzahl, während der Leistungsfaktor steigt, und eine Hilfsanordnung zur Erhöhung der Tourenzahl, die für die Admittanz des Motors bei Stillstand passend ist, wird nicht für die geänderte Admittanz des in Gang gesetzten Motors passen.

Die im sekundären Teil durch den primären Kraftfluß induzierten Ströme werden durch die Umdrehung des Motors in einer mehr oder weniger senkrechten Lage bewegt und erzeugen somit den um 90° verschobenen Kraftfluß, der das Hauptdrehmoment liefert, wie oben auseinandergesetzt ist.

Diese um 90° verschobene Komponente des Hauptkraftflusses induziert in dem Hilfsstromkreise der Anlaßvorrichtung eine EMK und ändert somit die Verteilung der Ströme und EMKe in der Anlaßvorrichtung. Die Stromkreise der Anlaßvorrichtung enthalten dann neben der Motoradmittanz und der äußeren Admittanz eine wirksame Gegen-EMK, die sich mit der Tourenzahl ändert. Umgekehrt wirken die von der Gegen-EMK des Motors in dem Hilfsstromkreise erzeugten Ströme auf die Gegen-EMK zurück, d. h. auf die senkrecht stehende Komponente des Hauptkraftflusses und ändert diese.

Während der Zunahme der Tourenzahl haben wir also in Betracht zu ziehen:

1. Die Wirkung der Änderung der gesamten Motoradmittanz und des Leistungsfaktors auf die Anlaßvorrichtung.

2. Die Wirkung der Gegen-EMK des Motors auf die Anlaßvorrichtung und die Wirkung der Anlaßvorrichtung auf die Gegen-EMK des Motors.

Die gesamte Motoradmittanz und der Leistungsfaktor ändern sich bedeutend während der Zunahme der Tourenzahl in Motoren mit kurzgeschlossenem Sekundärstromkreise von kleinem Widerstande. In solchen Motoren ist die Admittanz bei Stillstand sehr hoch und der Leistungsfaktor klein. Bei steigender Tourenzahl sinkt die Admittanz und der Leistungsfaktor steigt stark. In Motoren mit kurzgeschlossenem Sekundärstromkreise von hohem Widerstande sinkt die Admittanz ebenfalls stark bei steigender Tourenzahl, während der Leistungsfaktor sich weniger ändert, da dieser schon bei Stillstand hoch ist. Die Anlaßvorrichtung wird somit weniger beeinflußt werden. Solche Motoren haben indessen bei normaler Tourenzahl einen schlechten Wirkungsgrad. In Motoren mit variablem Sekundärwiderstand können die Admittanz und der Leistungsfaktor während der Zunahme der Tourenzahl konstant gehalten werden, indem man den Widerstand des Sekundärstromkreises entsprechend der vergrößerten Gegen-EMK vermindert. In solchen Motoren wird die Anlaßvorrichtung somit nicht durch die Änderung der Admittanz während der Zunahme der Tourenzahl außer Übereinstimmung gebracht.

In den Anordnungen zur Erzeugung von Phasenverschiebung und noch mehr in den induktiven Anordnungen ist das Anlaufmoment von der inneren Motoradmittanz abhängig und wird somit wesentlich durch die Änderung der Admittanz und die Erscheinung einer Gegen-EMK während der Zunahme der Tourenzahl beeinflußt. Der Einfluß dieser Änderungen bringt die Anlaßvorrichtung außer der richtigen Übereinstimmung, so daß häufig ein bedeutendes Drehmoment bei Stillstand existiert, während dies Drehmoment bei einer zwischenliegenden Tourenzahl Null wird und sich dann umkehrt, so daß der Motor trotz des guten Anlaufmomentes nicht im stande ist, zu normaler Tourenzahl hinaufzulaufen, wenn die Anlaßvorrichtung eingeschaltet ist. Besonders häufig ist dies der Fall, wenn Kapazität in der Anlaßvorrichtung verwendet wird.

IV. Induktionsgeneratoren.

1. Einleitung.

Zwischen den Grenzen der Schlüpfung von $s = 0$ bis $s = 1$, d. h. von Synchronismus bis Stillstand, sind das Drehmoment, die abgegebene Leistung und die zugeführte Leistung der Induktionsmaschine positiv und die Maschine arbeitet, wie oben erläutert, als Motor.

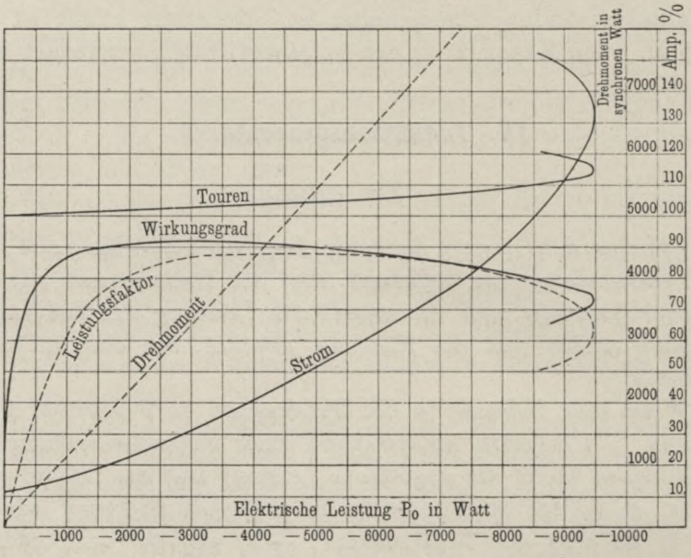
Wenn man indessen in die Gleichungen in Paragraph 1 für s Werte > 1 einsetzt, entsprechend einer Rückwärtsdrehung der Maschine, so bleibt die zugeführte Leistung und das Drehmoment positiv, d. h. das letztere wirkt in derselben Richtung wie für $s < 1$; da aber die Tourenzahl $(1 - s)$ negativ wird oder in entgegengesetzter Richtung geht, so wird die abgegebene Leistung negativ, d. h. das Drehmoment wirkt der Umdrehungsrichtung entgegen. In diesem Falle verbraucht die Maschine elektrische Energie im primären Teile und mechanische Energie durch ein der Umdrehungsrichtung entgegengesetztes Drehmoment und wirkt somit als eine Bremse.

Die gesamte elektrische sowohl als mechanische Leistung wird durch die inneren Verluste des Motors verbraucht. Da indessen das Drehmoment und die Leistung bei großer Schlüpfung in einem Motor mit kleinem Widerstande gering ist, so ist die Bremskraft der Induktionsmaschine bei Rückwärtsdrehung in der Regel nicht bedeutend.

Wenn man für s negative Werte einsetzt, entsprechend einer Tourenzahl über Synchronismus, so wird das Drehmoment, die abgegebene und die zugeführte Leistung negativ und man kann für den Induktionsgenerator eine Belastungskurve konstruieren, die der Belastungskurve des Induktionsmotors sehr ähnlich ist, aber den entsprechenden negativen Teil bildet. Diese Kurve ist in Fig. 134 (a. f. S.) für die Maschine dargestellt, deren Motorkurven in Fig. 125 gezeigt sind, während Fig. 135 (a. f. S.) die vollständigen Tourenkurven der Maschine von $s = 1{,}5$ bis $s = -1$ enthält.

Der Generatorteil der Kurve für $s < 0$ hat denselben Charakter wie der Motorteil für $s > 0$; das maximale Drehmoment und die

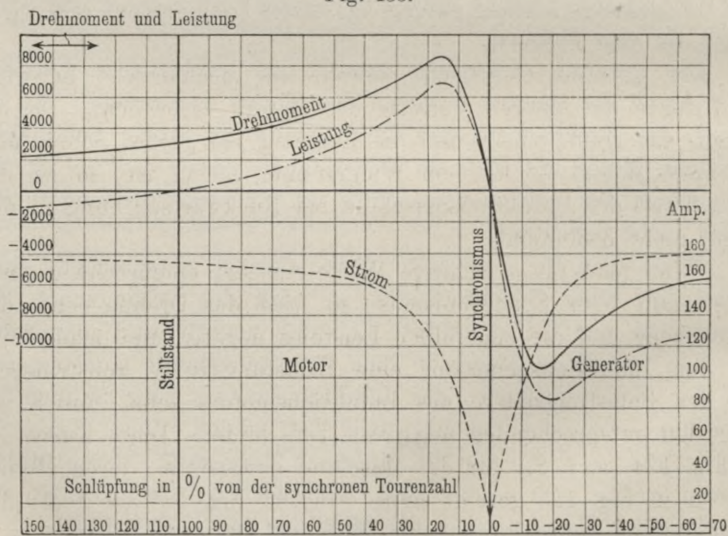
Fig. 134.



Belastungskurven eines Induktionsgenerators bei konstanter Periodenzahl und 110 Volt Spannung.

$$Z_0 = Z_1 = 0{,}1 - 0{,}3j, \quad Y_0 = 0{,}01 + 0{,}1j.$$

Fig. 135.



Tourenkurven einer Induktionsmaschine bei konstanter Periodenzahl und konstanter Spannung von 110 Volt.

$$Z_0 = Z_1 = 0{,}1 - 0{,}3j, \quad Y_0 = 0{,}01 + 0{,}1j.$$

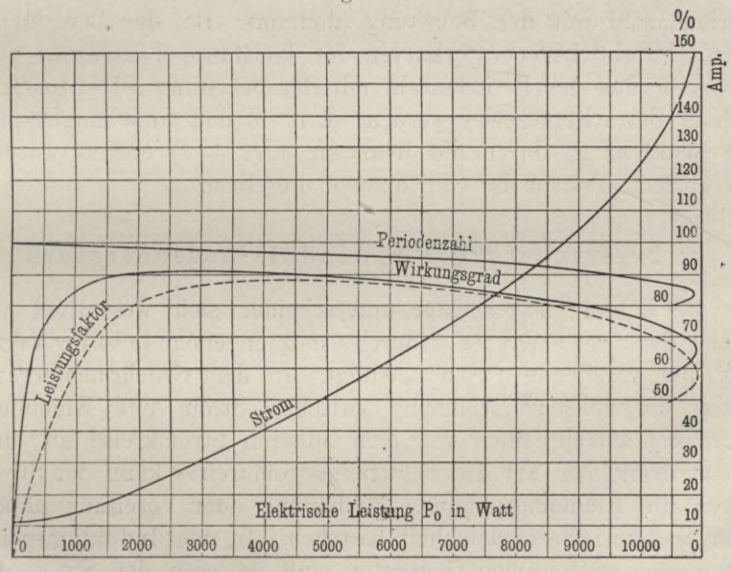
maximale Leistung der Maschine ist indessen beim Generator größer als beim Motor.

Wenn ein Induktionsmotor also übersynchron angetrieben wird, so wirkt er als eine kräftige Bremse, indem Effekt in die Leitungen zurückgeschickt wird, und zwar ist der maximale Bremseffekt und die maximal zurückgeschickte Leistung der Maschine größer als das maximale Motordrehmoment und die maximale Motorleistung.

2. Induktionsgeneratoren mit konstanter Tourenzahl oder asynchrone Generatoren.

Die Kurven in Fig. 134 und 135 sind für konstante Tourenzahl c berechnet. Um die Leistung der Maschine als Generator zu ändern, muß also die Tourenzahl geändert werden. Diese Be-

Fig. 136.



Belastungskurven eines Induktionsgenerators bei 110 Volt Spannung und konstanter Tourenzahl.

$$Z_0 = Z_1 = 0{,}1 - 0{,}3j, \quad Y_0 = 0{,}01 + 0{,}1j.$$

dingung muß erfüllt werden in dem Falle, daß Induktionsgeneratoren mit Synchrongeneratoren unter derartigen Bedingungen parallel arbeiten, daß es vorteilhaft ist, wenn die ersteren so viel von der Belastung auf sich nehmen, als ihre Triebkraft erlaubt; z. B. wenn der Induktionsgenerator mit Wasserkraft und der Synchrongenerator durch eine Dampfmaschine angetrieben wird. In diesem Falle wird der Synchrongenerator mit der Tourenregulierung versehen werden, während der Asynchrongenerator keine Anordnungen zur Tourenregulierung besitzt und somit so viel über die synchrone Tourenzahl hinausläuft, als erforderlich ist, um die zugeführte Leistung zu verbrauchen.

Wenn indessen eine Induktionsmaschine mit konstanter Tourenzahl angetrieben wird und mit einem passenden Belastungsstromkreise versehen ist, so wird die von der Maschine gelieferte Periodenzahl nicht synchron mit der Tourenzahl oder konstant bei allen Belastungen sein, sondern mit steigender Belastung vom praktischen Synchronismus bei Leerlauf abnehmen. Man kann somit für den Induktionsgenerator mit konstanter Tourenzahl die in Fig. 136 (a. v. S.) gegebene Belastungskurve konstruieren, die die Abnahme der Periodenzahl bei steigender Belastung in derselben Weise darstellt, wie die Tourenzahl des Induktionsmotors bei konstanter Periodenzahl mit der Belastung abnimmt. Bei der Berechnung dieser Induktionsgeneratorkurven für konstante Tourenzahl muß die Änderung der Periodenzahl mit der Belastung selbstverständlich in Betracht gezogen werden, d. h. in den Gleichungen muß die Reaktanz x_0 durch die Reaktanz $x_0(1 - s)$ ersetzt werden. Im übrigen bleiben die Gleichungen dieselben.

3. Leistungsfaktor des Induktionsgenerators.

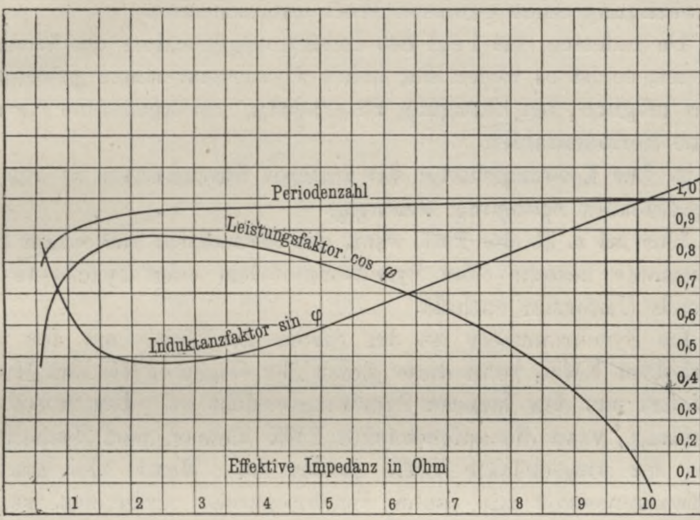
Der Induktionsgenerator unterscheidet sich wesentlich von einem Synchrongenerator dadurch, daß er einen Leistungsfaktor hat, der voreilende Ströme bedingt. In dem Synchrongenerator hängt die Phasenverschiebung zwischen Strom und Klemmenspannung ausschließlich von dem äußeren Stromkreise ab, und entsprechend der Art des Belastungsstromkreises kann der Strom gegen die Klemmenspannung Nacheilung oder Voreilung haben, oder es kann Phasengleichheit bestehen. In dem Induktionsgenerator oder asynchronen Generator muß indessen der Strom der Klemmenspannung um einen Winkel vorauseilen, der der Belastung und der Spannung der Maschine entspricht, oder mit anderen Worten, die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung im äußeren Stromkreise muß genau so sein, als der Induktionsgenerator bei dieser besonderen Belastung erfordert.

Induktionsgeneratoren können nur auf Stromkreise mit voreilenden Strömen oder mit negativer effektiver Reaktanz arbeiten.

In Fig. 137 sind der in der Belastung erforderliche Leistungsfaktor $p = \cos\varphi$ (Voreilung), der Induktanzfaktor $q = \sin\varphi$ und die Periodenzahl als Funktion der Impedanz des äußeren Stromkreises $z = \frac{e_0}{i_0}$ (wo e_0 = Klemmenspannung und i_0 = Strom im äußeren Stromkreise) für den Induktionsgenerator mit konstanter Tourenzahl, Fig. 136, dargestellt.

Wenn dieser Induktionsgenerator mit einem Stromkreise von der Impedanz z verbunden wird, so kann der Generator also nur arbeiten, wenn der Leistungsfaktor dieses Stromkreises gleich p ist. Wenn dies der Fall ist, so ist die Spannung unbestimmt, d. h.

Fig. 137.



Leistungsfaktor und Induktanzfaktor im äußeren Stromkreise eines Dreiphaseninduktionsgenerators.

$Y_0 = 0{,}01 + 0{,}1j, \quad Z_0 = Z_1 = 0{,}1 - 0{,}3j.$

unstabil, da es unmöglich ist, den Leistungsfaktor des äußeren Stromkreises genau gleich demjenigen des Induktionsgenerators zu machen.

In einem solchen Stromkreise mit einem Induktionsgenerator sind somit zwei Möglichkeiten vorhanden:

1. Der Leistungsfaktor des äußeren Stromkreises ist konstant und unabhängig von der Spannung, wie wenn der äußere Stromkreis aus Widerständen, Selbstinduktionen und Kapazitäten gebildet wäre.

Wenn in diesem Falle der Leistungsfaktor des äußeren Stromkreises größer ist als derjenige des Induktionsgenerators, d. h. der voreilende Strom kleiner, so kann der Induktionsgenerator sich nicht erregen und Strom liefern. Wenn der Leistungsfaktor des äußeren Stromkreises kleiner als derjenige des Induktionsgenerators ist, so erregt sich der letztere und die Spannung steigt, bis der Leistungsfaktor durch die Sättigung des magnetischen Stromkreises und die daraus folgende Erhöhung der Erregeradmittanz, d. h. Verminderung des inneren Leistungsfaktors, gleich dem Leistungsfaktor des äußeren Stromkreises geworden ist.

In dieser Hinsicht wirkt der Induktionsgenerator wie der Gleichstromnebenschlußgenerator, d. h. er wird nur bei Sättigung stabil, verliert aber die Erregung und somit die Spannung, wenn die Sättigung einen gewissen Wert unterschreitet.

Da indessen das Feld des Induktionsgenerators ein Wechselfeld ist, so ist es wegen der hohen Hysteresisverluste gewöhnlich nicht möglich, bei Sättigung zu arbeiten, mit Ausnahme für sehr kleine Periodenzahlen.

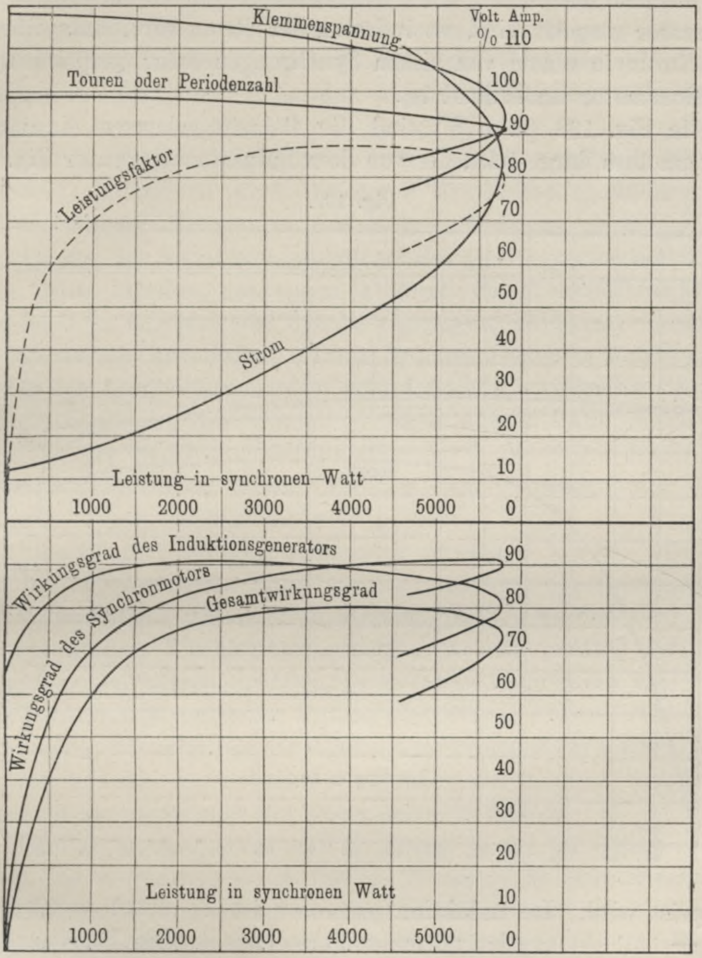
2. Der Leistungsfaktor des äußeren Stromkreises ist von der aufgedrückten Spannung abhängig.

Dies ist z. B. der Fall, wenn der Stromkreis aus einem Synchronmotor besteht oder Synchronmotoren oder synchrone rotierende Umformer enthält.

Im Synchronmotor ist der Strom in Phase mit der aufgedrückten EMK, wenn diese gleich der Gegen-EMK des Motors vermehrt um den inneren Spannungsverlust ist. Der Strom hat Voreilung, wenn die aufgedrückte EMK kleiner, und Nacheilung, wenn die aufgedrückte EMK größer ist. Wenn also ein Induktionsgenerator mit einem Synchronmotor verbunden ist, so wird die Spannung des Induktionsgenerators bei konstanter Felderregung des Synchronmotors steigen, bis sie so viel unter der Gegen-EMK des Synchronmotors ist, daß der dem Leistungsfaktor des Generators entsprechende voreilende Strom sich einstellt. Ein System, bestehend aus einem Induktionsgenerator mit konstanter Tourenzahl und einem Synchronmotor mit konstanter Felderregung ist somit absolut stabil. Bei konstanter Felderregung wird der Synchronmotor bei Leerlauf praktisch synchron mit dem Induktionsgenerator laufen, und die Spannung des letzteren wird ein wenig unter der Gegen-EMK des Synchronmotors sein. Bei steigender Belastung sinkt die Periodenzahl und damit die Tourenzahl des Synchronmotors wegen der Schlüpfung der Periodenzahl im Induktionsgenerator, und die Spannung fällt wegen der Erhöhung des erforderlichen voreilenden Stromes und wegen der Verminderung der Gegen-EMK durch die Abnahme der Periodenzahl.

Durch Erhöhung der Felderregung des Synchronmotors bei steigender Belastung kann natürlich die Spannung konstant gehalten oder auch mit der Belastung erhöht werden.

Fig. 138.



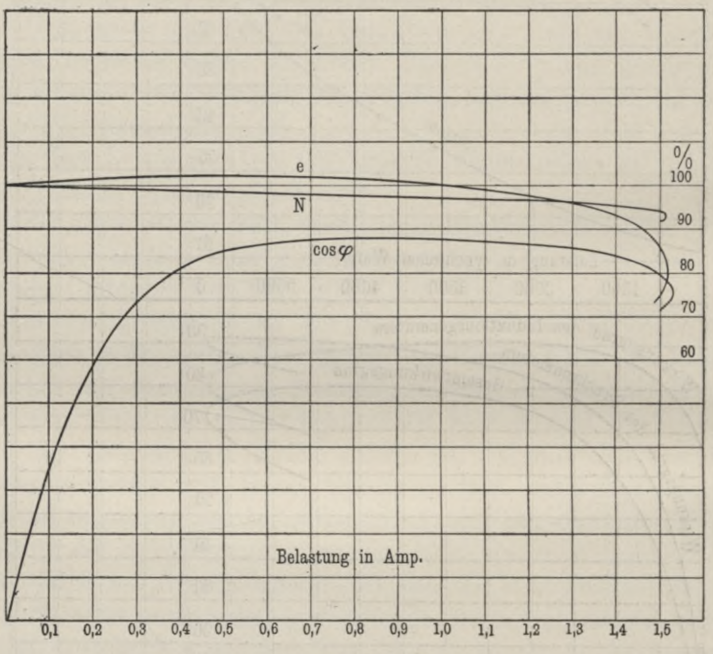
Belastungskurven eines von einem Induktionsgenerator gespeisten Sychronmotors.

Ein Synchronmotor, der von einem Induktionsgenerator gespeist wird, hat eine Belastungskurve, die der Belastungskurve eines von einem Synchrongenerator gespeisten Induktionsmotors sehr ähnlich ist. Der Synchronmotor besitzt also in diesem Falle auch einen Magnetisierungsstrom bei Leerlauf und eine Tourenzahl, die bei steigender Belastung allmählich abnimmt bis zu einem Maximalleistungspunkt, wo die Tourenkurve scharf nach unten biegt, die Stromkurve dagegen nach oben, und der Motor fällt außer Tritt.

In dem Falle, daß ein Synchronmotor von einem Induktionsgenerator gespeist wird, ist indessen der Strom voreilend, während der Strom in einem von einem Synchrongenerator gespeisten Induktionsmotor nacheilend ist.

In Fig. 138 (a. v. S.) sind die Belastungskurven eines Synchronmotors dargestellt, der von dem Induktionsgenerator Fig. 136

Fig. 139.



gespeist wird. Im Induktionsgenerator ist $Z_1 = 0{,}1 - 0{,}3\,j$ und $Y_0 = 0{,}01 + 0{,}1\,j$ bei normaler Periodenzahl. Die Tourenzahl ist als konstant angenommen. Im Synchronmotor ist $Z = 0{,}04 - 0{,}6\,j$ bei normaler Periodenzahl. Die Erregung ist konstant und gibt bei normaler Periodenzahl eine Gegen-EMK von 125 Volt.

In Fig. 139 ist die Belastungskurve eines überkompoundierten synchronen rotierenden Umformers dargestellt, der von einem Induktionsgenerator gespeist wird. Die Überkompoundierung ist derartig gewählt, daß die Klemmenspannung *e* angenähert konstant wird.

Wenn ein selbsterregender rotierender Umformer von einem Induktionsgenerator betrieben wird, so ist dies System natürlich auch unstabil, wenn beide Maschinen wenig gesättigt sind, da die in beiden Maschinen induzierten EMKe in diesem Falle proportional der Felderregung sind und die Felderregung proportional der Spannung. Wenn der Induktionsgenerator nicht gesättigt ist, so muß, um Stabilität zu erreichen, das Magnetfeld des rotierenden Umformers über dem Knie der Magnetisierungskurve gesättigt werden.

Da der Induktionsgenerator zum Betrieb voreilende Ströme erfordert, die sich in einer Weise mit der Belastung ändern, die von den inneren Konstanten des Motors abhängen, so ist es notwendig, um den Induktionsgenerator oder den asynchronen Generator zum Arbeiten an einem allgemeinen Wechselstromkreise brauchbar zu machen, eine Synchronmaschine als Erregermaschine im Stromkreise anzuordnen. Diese Synchronmaschine liefert dann die für den Induktionsgenerator erforderlichen voreilenden Ströme, und die Spannung des Systems wird in diesem Falle durch die Erregung der Synchronmaschine, also durch die Gegen-EMK derselben reguliert. Zu diesem Zwecke kann entweder eine leerlaufende Synchronmaschine von passender Größe als Erregermaschine für den Induktionsgenerator verwendet werden, oder der erforderliche voreilende Strom kann von anderen Synchronmotoren oder rotierenden Umformern im System erhalten werden, oder auch von synchronen Wechselstromgeneratoren, die parallel mit den Induktionsgeneratoren arbeiten, in welchem Falle diese vom Synchrongenerator kommenden Ströme Nacheilung haben. Man kann auch elektrostatische Kondensatoren zur Erregung verwenden, aber in diesem Falle ist neben den Kondensatoren eine Synchronmaschine zur Sicherung der Stabilität erforderlich.

Induktionsgeneratoren sind deswegen mehr für Anlagen geeignet, die normal voreilende Ströme führen, z. B. wenn Synchronmotoren und rotierende Umformer vorhanden sind, aber weniger geeignet für Anlagen mit nacheilenden Strömen, da in diesem Falle eine besondere Synchronmaschine erforderlich ist, die sämtliche nacheilende Ströme des Systems vermehrt um den Erregerstrom des Induktionsgenerators liefern muß.

Wenn Induktionsgeneratoren parallel mit Synchrongeneratoren arbeiten, so ist keine Parallelschaltung erforderlich. Der Induktionsgenerator übernimmt einfach so viel von der Belastung, als seiner Umdrehungszahl über Synchronismus entspricht. Wenn die Antriebskraft des Induktionsgenerators begrenzt ist, so ist keine Tourenregulierung erforderlich, sondern der Synchrongenerator nimmt eine Tourenzahl über Synchronismus an, die zum Verbrauch der Triebkraft erforderlich ist.

Die vorhergehenden Betrachtungen beziehen sich sowohl auf die mehrphasigen als auf die einphasigen Induktionsgeneratoren. Die letzteren erfordern indessen wegen ihres kleineren Leistungsfaktors eine größere Erregermaschine. Die im Vorhergehenden dargestellten Kurven beziehen sich auf den mehrphasigen Induktionsgenerator.

Die Wirkung der Einschaltung von Widerstand im Sekundärstromkreise ist im Induktionsgenerator wesentlich dieselbe wie im Induktionsmotor. Eine Erhöhung des Widerstandes erhöht die Schlüpfung, erfordert also eine Erhöhung der Tourenzahl bei gleichem Drehmoment, Strom und Leistung und vermindert somit den Wirkungsgrad entsprechend.

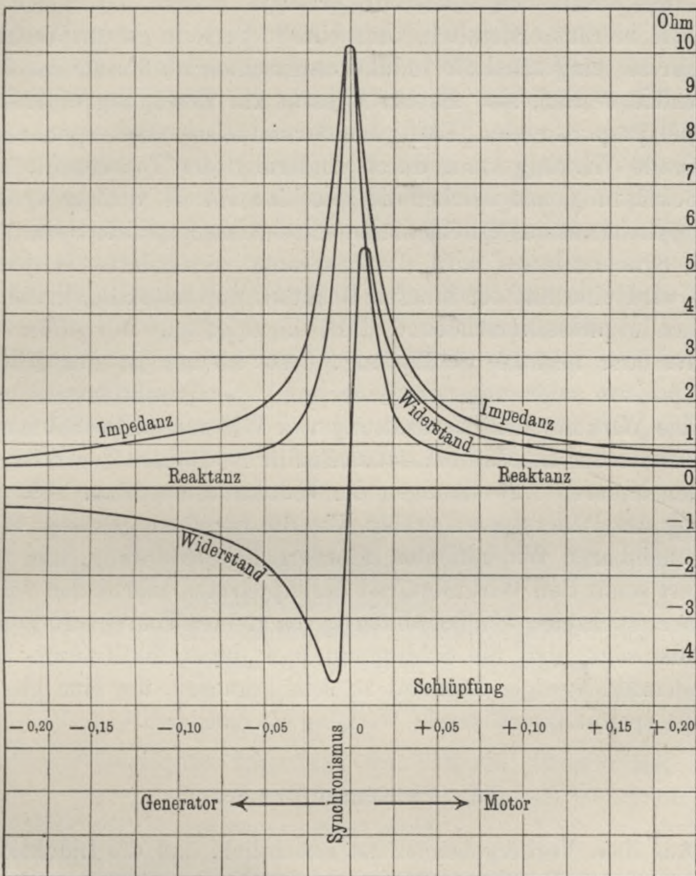
In bezug auf die synchrone Induktionsmaschine, d. h. eine Maschine, die einen einphasigen oder mehrphasigen Primärteil und einen einphasigen Sekundärteil hat, muß auf das Werk des Verfassers „Theory and Calculation of Alternating Current Phenomena" hingewiesen werden. An dieser Stelle sei nur erwähnt, daß eine derartige Maschine nicht nur als eine gewöhnliche Induktionsmaschine unter Synchronismus als Motor und über Synchronismus als Generator arbeitet, sondern auch bei Synchronismus entweder als Generator oder als Motor arbeiten kann, je nach der Phasenverschiebung zwischen der aufgedrückten EMK und der Stellung des Sekundärstromkreises. Dies geschieht in ähnlicher Weise wie in einer Reaktionsmaschine durch eine Deformierung der Wellenform, oder was man eine Energiekomponente der Selbstinduktion nennen kann, die auf einer periodischen Veränderung der Induktanz beruht.

V. Induktionszusatzmaschine.

In der Induktionsmaschine sind der Strom und die Klemmenspannung bei einer gegebenen Schlüpfung einander proportional und besitzen konstante Phasenverschiebung; somit ist ihr Verhältnis auch konstant. Wenn also die Induktionsmaschine in einem Wechselstromkreise entweder in Nebenschluß oder Hauptschluß eingeschaltet ist und eine Tourenzahl besitzt, die eine konstante und bestimmte, entweder positive oder negative, Schlüpfung s ergibt, so wirkt die Induktionsmaschine als eine konstante Impedanz.

Die scheinbare Impedanz und ihre Komponenten, der scheinbare Widerstand und die scheinbare Reaktanz, dargestellt durch die Induktionsmaschine, ändern sich mit der Schlüpfung. Bei Synchronismus sind die scheinbare Impedanz, der scheinbare Widerstand und die scheinbare Reaktanz ein Maximum, und

Fig. 140.



Effektive Impedanz einer Dreiphaseninduktionsmaschine.
$Y_0 = 0{,}01 + 0{,}1j, \quad Z_0 = Z_1 = 0{,}1 - 0{,}3j.$

sie sinken mit steigender positiver Schlüpfung. Die scheinbare Impedanz und Reaktanz sinken ebenfalls mit steigender negativer Schlüpfung, der scheinbare Widerstand sinkt zu Null und steigt dann wieder in negativer Richtung, wie in Fig. 140 dargestellt. In dieser Figur ist die scheinbare Impedanz, Reaktanz und der scheinbare Widerstand der Maschine Fig. 125, 126 u. s. w. mit der Tourenzahl als Abszisse gegeben.

Die Ursache ist, daß über Synchronismus ein Wattstrom entgegengesetzt der Klemmenspannung fließt. Die Induktionsmaschine verhält sich hierbei als eine Impedanz von negativem Widerstande, d. h. es wird im Stromkreise eine der Stromstärke proportionale zusätzliche Watt-EMK erzeugt.

Wie hieraus ersichtlich, kann eine in Serie in einem Wechselstromkreise eingeschaltete Induktionsmaschine als Zusatzmaschine verwendet werden, also als ein Apparat zur Erzeugung einer dem Strome proportionalen EMK im Stromkreise. Die spannungserhöhende Wirkung kann durch Änderung der Tourenzahl, also der Schlüpfung, mit welcher die Maschine rotiert, variiert werden. Über Synchronismus erhöht die Induktionsmaschine die Spannung, unter Synchronismus wird die Spannung vermindert. In jedem Falle wird eine auf der inneren Reaktanz der Induktionsmaschine beruhende phasenverschobene EMK hinzugefügt. Je größer die positive oder negative Schlüpfung, desto kleiner ist der scheinbare positive oder negative Widerstand der Induktionsmaschine.

Die Wirkung der Einschaltung von Widerstand im Sekundärstromkreise der Induktionszusatzmaschine ist ähnlich der Wirkung bei den anderen Anwendungen der Induktionsmaschine. Die Erhöhung des Widerstandes erhöht also die für einen gewissen Wert des scheinbaren Widerstandes erforderliche Schlüpfung, und vermindert somit den Wirkungsgrad des Apparates, macht den Apparat aber gleichzeitig weniger abhängig von kleinen Tourenvariationen. Hieraus folgt, daß die Schlüpfung und damit die Touren- und Periodenzahl weniger konstant zu sein brauchen, um eine gleichmäßige spannungserhöhende Wirkung zu erreichen.

VI. Phasenumformer.

Aus dem Vorhergehenden ist ersichtlich, daß die Induktionsmaschine gleich gut als Motor unter Synchronismus und als Generator über Synchronismus arbeiten kann.

In der Einphaseninduktionsmaschine findet die Motor- oder Generatorwirkung nur in einem primären Stromkreise statt. In der Richtung senkrecht zum primären Stromkreise fließt nur ein Magnetisierungsstrom, entweder wie im reinen Einphasenmotor im Anker oder wie im monozyklischen Motor in einem Hilfsfeldstromkreise.

Die Motor- und Generatorwirkung kann indessen gleichzeitig in derselben Maschine stattfinden, indem einige von den primären Stromkreisen als Motor-, andere als Generatorstromkreise wirken. Wenn also einer der zwei Stromkreise einer Zweiphaseninduktionsmaschine mit einem Einphasensystem verbunden ist, so wird im zweiten Stromkreise eine EMK induziert, die gleich derjenigen im ersten Stromkreise induzierten, gegen diese aber um 90° phasenverschoben ist. Diese EMK kann somit zur Erzeugung von Strömen dienen, die mit den Strömen in den primären Hauptleitungen ein Zweiphasensystem bilden. Ähnlich kann in einem Dreiphasenmotor, der mit zwei Klemmen an einem Einphasensystem angeschlossen ist, von der dritten Klemme eine EMK abgeleitet werden, die mit dem die Induktionsmaschine speisenden Einphasensystem kombiniert ein Dreiphasensystem liefert. Die Induktionsmaschine stellt bei dieser Anwendung einen Phasenumformer dar.

Der Phasenumformer verbindet die Eigenschaften eines Einphaseninduktionsmotors und eines Doppeltransformators, indem eine Transformation von dem primären Stromkreise zum sekundären Stromkreise (Anker) und von dem sekundären Stromkreise zum tertiären Stromkreise (Generatorstromkreise) vor sich geht. In einem Zweiphasenmotor, der mit einem Stromkreise an einer Einphasenleitung angeschlossen ist, sei:

$Y_0 = g + jb$ die primäre mehrphasige Erregeradmittanz,

$Z_0 = r_0 - jx_0$ die selbstinduktive Impedanz pro primärem oder tertiärem Stromkreis,

$Z_1 = r_1 - jx_1$ die resultierende einphasige selbstinduktive Impedanz der sekundären Stromkreise,

e die durch den gegenseitigen Kraftfluß induzierte EMK, und

$Z = r - jx$ die Impedanz des äußeren Stromkreises, der durch den Phasenumformer als Generator der zweiten gespeist wird.

Wir bekommen dann:

$$\dot{J}^{\,|} = \frac{e}{Z + Z_0} = \text{dem Strome der zweiten Phase, der durch den Phasenumformer erzeugt wird,}$$

$$\dot{E} = \dot{J} Z = \frac{eZ}{Z + Z_0} = \frac{e}{1 + \frac{Z_0}{Z}} = \text{der Klemmenspannung am Generatorstromkreise des Phasenumformers.}$$

Der Strom im sekundären Teile des Phasenumformers ist dann:

$$\underset{.}{J_1} = \underset{.}{J} + \underset{.}{J'} + \underset{.}{J''},$$

wo

$$\underset{.}{J} = \text{dem Belastungsstrom} = \frac{e}{Z + Z_0},$$

$\underset{.}{J'} = e\,Y =$ dem Errergerstrom des um 90^0 verschobenen Kraftflusses,

$\underset{.}{J'} = \dfrac{e\,s}{r_1 - j\,s\,x_1} =$ dem zur Drehung der Maschine erforderlichen Strome.

Der Primärstrom ist

$$\underset{.}{J_0} = \underset{.}{J_1} + \underset{.}{J'},$$

wo

$\underset{.}{J'} = e\,Y_0 =$ dem Erregerstrom des Hauptkraftflusses.

Aus diesen Strömen können die EMKe in ähnlicher Weise wie beim Induktionsmotor oder -generator abgeleitet werden.

Wegen der inneren Verluste im Phasenumformer sind die EMKe des Motor- und Generatorstromkreises praktisch nur bei Leerlauf gleich und senkrecht zueinander, verschieben sich aber aus der Phase und werden mehr ungleich bei steigender Belastung. Die Größe der Unsymmetrie ist von den Konstanten des Phasenumformers abhängig.

Es ist einleuchtend, daß die Induktionsmaschine als Phasenumformer nur zur Umwandlung von Einphasenstrom in Mehrphasenstrom verwendet wird, da eine Umwandlung von einem Mehrphasensystem in ein anderes Mehrphasensystem mit Hilfe von stationären Transformatoren ausgeführt werden kann. Eine Umwandlung eines einphasigen in ein mehrphasiges System erfordert indessen eine Energieaufspeicherung, da die Leistung als pulsierende Einphasenströmung in der Maschine aufgenommen und als gleichmäßige Mehrphasenströmung abgegeben wird. Das Schwungmoment des rotierenden Phasenumformers speichert sekundär die Energie auf und schickt dieselbe wieder hinaus.

Die Schlüpfung des Phasenumformers steigt mit steigender Belastung in dem Generatorstromkreise, jedoch nicht so viel, als wenn die Maschine dieselbe Leistung mechanisch als Induktionsmotor abzugeben hat.

In Einphasenmotoren verwendet man zuweilen den Phasenumformer insofern, als der tertiäre Stromkreis (der Generatorstromkreis) durch einen Kondensator von passender Kapazität geschlossen wird, und hierdurch den Erregerstrom des Motors im tertiären Stromkreise erzeugt.

Hierdurch wird der primäre Stromkreis von dem Erregerstrome des Motors befreit, der Wirkungsgrad bedeutend erhöht und der Leistungsfaktor des Einphasenmotors mit Kondensator im tertiären Stromkreise wird praktisch gleich eins über den gesamten Belastungsbereich des Motors. Da der Kondensatorstrom durch doppelte Transformation in dem verzahnten Teile der Induktionsmaschine, die ein praktisch gleichförmiges Magnetfeld ohne Rücksicht auf die Form der aufgedrückten EMK-Welle besitzt, erhalten wird, so wird gleichzeitig die Anwendung des Kondensators ohne Berücksichtigung der Wellenform der Generator-EMK möglich.

Gewöhnlich wird der tertiäre Stromkreis in diesem Falle unter einem Winkel von 60^0 mit dem Primärstromkreise angeordnet. Hierdurch wird die Maschine beim Anlaufen ein kräftiges Drehmoment entwickeln, und zwar mit einem Drehmomentwirkungsgrad, der größer als derjenige jeder anderen Anlaßvorrichtung für Einphasenmotoren ist. Durch Kombination mit einer induktiven Reaktanz in einem zweiten tertiären Stromkreise kann der scheinbare Drehmomentwirkungsgrad beim Anlaufen größer als derjenige des Mehrphaseninduktionsmotors gemacht werden.

Weitere Erläuterungen über diesen Gegenstand siehe Transactions A. J. E. E. 1900, S. 37.

VII. Der Periodenzahlumformer oder der allgemeine Wechselstromtransformator.

Die im sekundären Teil der Induktionsmaschine induzierten EMKe haben die Periodenzahl der Schlüpfung, also Synchronismus minus Tourenzahl, sind somit von kleinerer Periodenzahl als die aufgedrückte EMK in dem Bereich von Stillstand zur doppelten synchronen Periodenzahl, über diesem Bereich aber von höherer Periodenzahl.

Wenn man die Sekundärstromkreise der Induktionsmaschine öffnet und mit einem äußeren Verbrauchsstromkreise verbindet, so kann also die Induktionsmaschine als Periodenzahltransformator zur Umwandlung von einer Periodenzahl in eine andere verwendet werden.

Die Periodenzahl wird verringert, wenn der sekundäre Teil mit einer Tourenzahl zwischen Stillstand und doppeltem Synchronismus läuft und erhöht, wenn der sekundäre Teil entweder rückwärts oder über doppelten Synchronismus angetrieben wird.

Selbstverständlich kann der Periodenzahlumformer gleichzeitig die Spannung transformieren, indem eine passende Anzahl primärer und sekundärer Windungen verwendet werden, und kann die Phasenzahl des Systems ändern, wenn der sekundäre Teil für eine andere Phasenzahl als der primäre Teil gewickelt ist. Man kann z. B. einen Dreiphasenstrom von 6000 Volt und 25 Perioden in einen Zweiphasenstrom von 2500 Volt und 62,5 Perioden umwandeln.

Ein Periodenzahlumformer kann somit ein „allgemeiner Wechselstromtransformator" genannt werden.

Über die theoretische Behandlung und Berechnung desselben siehe „Theory and Calculation of Alternating Current Phenomena".

Die Wirkung und die Gleichungen des allgemeinen Wechselstromtransformators oder Periodenzahlumformers sind wesentlich dieselben wie die des stationären Wechselstromtransformators, mit der Ausnahme, daß das Verhältnis zwischen der primär und sekundär induzierten EMK nicht gleich dem Verhältnis zwischen den Windungszahlen, sondern dem Verhältnis zwischen den Produkten aus Windungszahlen und Periodenzahl ist, während das Verhältnis zwischen dem Sekundärstrome und dem primären Belastungsstrome (d. h. gesamter Primärstrom minus primärer Erregerstrom) gleich dem umgekehrten Verhältnis der Windungszahlen ist.

Das Verhältnis zwischen den Produkten aus induzierter EMK und Stromstärke, d. h. das Verhältnis zwischen der im sekundären Teil erzeugten elektrischen Leistung und der im primären Teil verbrauchten Leistung (minus Erregung) ist somit nicht gleich eins, sondern gleich dem Verhältnis zwischen der primären und sekundären Periodenzahl.

Wenn die Periodenzahl vermindert wird, indem der sekundäre Teil mit einer Tourenzahl zwischen Stillstand und Synchronismus rotiert, so ist somit die sekundär abgegebene Leistung kleiner als die primär zugeführte Leistung und die Differenz wird in mechanische Arbeit umgesetzt. Die Maschine wirkt also gleichzeitig als Induktionsmotor, und ist, wenn sie in dieser Weise verwendet wird, gewöhnlich mit einem synchronen oder asynchronen Generator verbunden, der dann am besten seine elektrische Leistung im Sekundärstromkreise abgibt, um doppelte Transformation der Leistung derselben zu vermeiden. In dieser Weise kann also die mechanische Leistung des Periodenzahlumformers wieder in elektrische Leistung umgeformt werden.

Wenn die Periodenzahl durch Rückwärtsdrehung erhöht wird, so ist die sekundäre Leistung größer als die primär zugeführte Leistung (oder besser gesagt: die im sekundären Teil erzeugte elektrische Leistung ist größer als die von der induzierten EMK verbrauchte primäre Leistung). Die Differenz muß mittels mechanischer Leistung zugeführt werden, indem der Periodenzahlumformer rückwärts durch einen synchronen oder asynchronen Motor oder eine andere Maschine angetrieben wird. Diese Motoren werden dann am besten mit dem primären Stromkreise verbunden.

Über Synchronismus wird das Verhältnis zwischen der sekundär abgegebenen Leistung und der primär zugeführten Leistung negativ, d. h. die Induktionsmaschine erzeugt Leistung sowohl im primären als im sekundären Teil; die primäre Leistung mit der aufgedrückten Periodenzahl, die sekundäre Leistung bei der Periodenzahl der Schlüpfung. Die Maschine erfordert also auch in diesem Falle eine äußere mechanische Triebkraft.

Die sekundäre Leistung und Periodenzahl sind kleiner als die primären bei Tourenzahlen unter doppeltem Synchronismus, größer über doppeltem Synchronismus.

Der Periodenzahlumformer ist, was die Transformatorwirkung anbelangt, als ein Transformator mit offenem magnetischem Stromkreise zu betrachten, ist also als ein Transformator mit verhältnismäßig hohem Magnetisierungsstrom zu betrachten. Damit wird indessen die Wirkung eines Induktionsmotors oder Induktionsgenerators verbunden. Wenn man den wenig wichtigen Fall der übersynchronen Umdrehung ausschließt, so ist angenähert (d. h. unter Vernachlässigung der inneren Verluste):

Zugeführte elektrische Leistung — abgegebene elektrische Leistung — abgegebene mechanische Leistung = primärer Periodenzahl — sekundärer Periodenzahl — Tourenzahl (oder primäre minus sekundäre Periodenzahl).

Die mechanische Leistung wird also negativ, wenn die Periodenzahl durch Rückwärtsdrehung erhöht wird.

Solche Periodenzahlumformer sind in einiger Ausdehnung im praktischen Gebrauch und haben gegen Motorgeneratoranlagen den Vorteil, daß das Aggregat nur von der Größe der wirklichen Leistung zu sein braucht, während das Motorgeneratoraggregat zwei Maschinen von der vollen Leistung erfordert.

Eine Anwendung des Periodenzahlumformers zur Verminderung der Periodenzahl wird bei der im nächsten Abschnitt beschriebenen Kaskadenschaltung oder Tandemregulierung der Induktionsmaschinen gemacht. In diesem Falle ist der erste Motor oder sind alle Motoren mit Ausnahme von dem letzten in der Wirklichkeit Periodenzahlumformer.

VIII. Kaskadenschaltung bei Induktionsmotoren.

Im sekundären Teile des Induktionsmotors wird eine EMK von der Periodenzahl der Schlüpfung induziert. Wenn man also den Sekundärstromkreis eines Induktionsmotors mit dem Primärstromkreise eines zweiten Induktionsmotors verbindet, so wird der letztere mit einer Periodenzahl gespeist, die gleich der Schlüpfung des ersten Motors ist, und der zweite Motor erreicht Synchronismus bei einer Tourenzahl, die der Schlüpfung des zweiten Motors entspricht. Der erste Motor wirkt somit als Periodenzahlumformer für den zweiten Motor.

Wenn dann die zwei Induktionsmotoren mechanisch derart gekuppelt sind, daß sie mit gleicher Tourenzahl rotieren müssen, so wird die Tourenzahl des zweiten Motors, die gleich der Schlüpfung des ersten Motors bei Leerlauf ist, gleich der Tourenzahl des ersten Motors $s = 1 - s$ und es ist somit $s = 0{,}5$. Ein Paar Induktionsmotoren, die in dieser Weise in Tandem- oder Kaskadenschaltung verbunden sind, haben also bei Leerlauf die Tendenz, sich auf einer Schlüpfung $s = 0{,}5$ oder halber synchroner Tourenzahl einzustellen, indem sie bei Belastung unter dieser Tourenzahl schlüpfen. Kaskadenschaltung von zwei Motoren reduziert also die synchrone Tourenzahl derselben auf die Hälfte und bietet somit ein Mittel, Induktionsmotoren bei halber Tourenzahl zu betreiben.

Wenn im allgemeinen eine Anzahl Induktionsmaschinen kaskadengeschaltet sind, so daß also der sekundäre Teil jedes Motors den primären Teil des nächsten Motors speist und der Sekundärstromkreis des letzten Motors kurzgeschlossen ist, so wird die Summe der Tourenzahlen aller Motoren suchen, sich dem Synchronismus zu nähern. Wenn alle Motoren so verbunden sind, daß sie mit gleicher Tourenzahl rotieren müssen, so arbeitet das System mit $\frac{1}{n}$ der synchronen Tourenzahl, wenn n die Anzahl der Motoren ist.

Wenn wir in zwei kaskadengeschalteten Induktionsmotoren das Verhältnis zwischen der primären und sekundären Windungszahl gleich 1 : 1 annehmen, so ist die auf den zweiten Motor bei Stillstand aufgedrückte EMK und Periodenzahl unter Vernachlässigung des Spannungsabfalles in der inneren Impedanz des ersten Motors gleich denjenigen auf dem ersten Motor aufgedrückten. Bei steigender Tourenzahl sinken die auf den zweiten Motor aufgedrückte EMK und Periodenzahl proportional miteinander. Der Kraftfluß und die magnetische Induktion im zweiten Motor und somit auch der Erregerstrom desselben bleiben konstant gleich denjenigen des ersten Motors, wenn die inneren Verluste vernachlässigt werden. In Kaskadenschaltung ist also die magnetische Induktion, der zugeführte Strom im zweiten Motor und somit das entwickelte Drehmoment angenähert gleich demjenigen des ersten Motors, indem der Unterschied nur von den inneren Verlusten des ersten Motors herrührt.

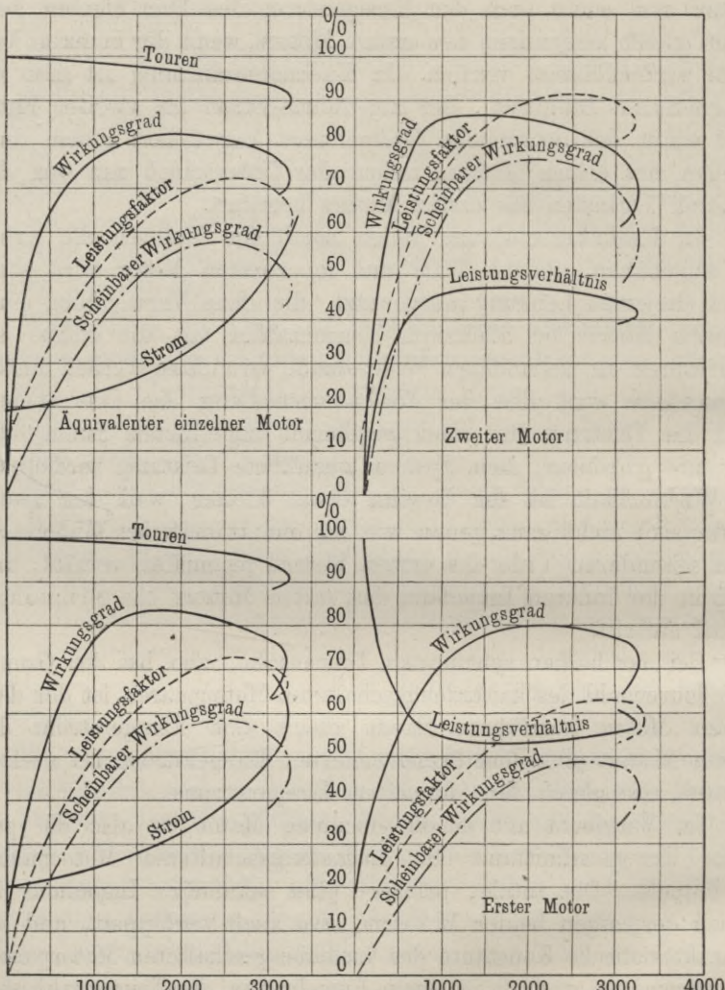
In Kaskadenschaltung teilen somit die Motoren die Arbeit in angenähert gleiche Teile und im zweiten Motor wird somit auch diejenige Leistung ausgenutzt, die ohne Verwendung eines zweiten Motors bei kleineren Tourenzahlen als die Hälfte der synchronen im sekundären Widerstande vernichtet werden mußte. Theoretisch wird also bei Kaskadenschaltung das Drehmoment und die Leistung für einen gegebenen zugeführten Strom oder für eine gegebene, dem System zugeführte Leistung verdoppelt. In Wirklichkeit ist der Gewinn etwas kleiner, weil der zweite Motor sich nicht ganz genau wie ein induktionsfreier Widerstand dem sekundären Teile des ersten Motors gegenüber verhält, und weil in der inneren Impedanz des ersten Motors ein Spannungsabfall auftritt.

Bei der halben synchronen Tourenzahl, also bei der Grenze der Tourenzahl des kaskadengeschalteten Motorpaares, ist der dem ersten Motor zugeführte Strom gleich dem Erregerstrom des ersten Motors plus dem transformierten Erregerstrom des zweiten Motors, also gleich dem doppelten Erregerstrome.

Im Vergleich mit einem einzelnen Motor ist also die primäre Erregeradmittanz des kaskadengeschalteten Motorpaares verdoppelt. Die totale, primäre plus sekundäre Impedanz ist gleich derjenigen beider Motoren, also auch verdoppelt, und die charakteristische Konstante des kaskadengeschalteten Motorpaares ist viermal so groß als in einem Einzelmotor, die Tourenzahl aber auf die Hälfte reduziert.

Wenn wir das kaskadengeschaltete Motorpaar mit einem Einzelmotor vergleichen, der für die doppelte Polzahl umgewickelt ist, also auch für halbe Tourenzahl, so ergibt sich, daß eine solche Umwicklung die Impedanz nicht ändert, aber die Admittanz vervierfacht, da halb so viele Windungen pro Pol denselben Kraftfluß in dem halben früheren Polbogen erzeugen müssen, also mit doppelt so großer magnetischer Induktion. Die charakteristische Konstante ist somit auch viermal größer geworden. Hieraus folgt, daß die charakteristische Konstante eines kaskaden-

Fig. 141.



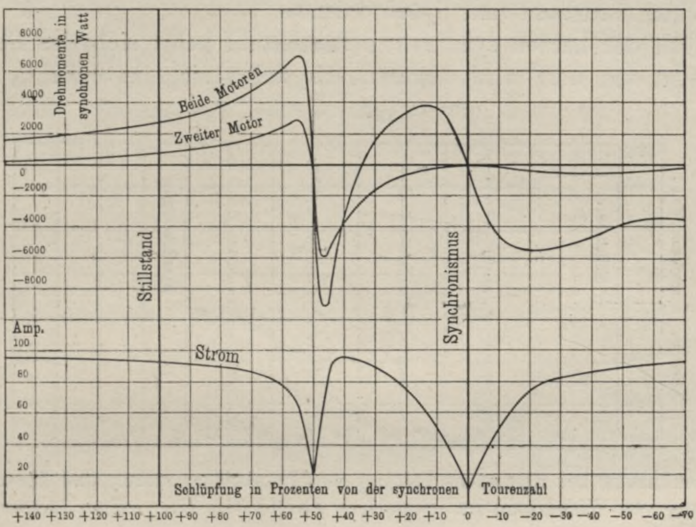
Kaskadenschaltung von Induktionsmotoren. $Z_0 = Z_1 = 0{,}1 - 0{,}3j$, $Y_0 = 0{,}01 + 0{,}1j$.

geschalteten Motorpaares gleich ist derjenigen eines Motors, der für doppelte Polzahl umgewickelt ist.

Die Schlüpfung bei Belastung ist indessen im kaskadengeschalteten Motorpaare kleiner als in dem Motor mit doppelter Polzahl, da die Schlüpfung im ersteren nur von einem Viertel der inneren Impedanz, nämlich nur von der sekundären Impedanz des zweiten Motors abhängt. Der Wirkungsgrad ist somit auch höher.

Zwei kaskadengeschaltete Motoren sind in dem Bereiche von Stillstand zur halben synchronen Tourenzahl angenähert einem Motor äquivalent, der die doppelte Admittanz, die dreifache primäre Impedanz und dieselbe sekundäre Impedanz als jeder der

Fig. 142.



Tourenkurven bei kaskadengeschalteten Induktionsmotoren.
$Z_0 = Z_1 = 0{,}1 - 0{,}3j, \quad Y_0 = 0{,}01 + 0{,}1j.$

zwei Motoren besitzt, oder genauer 2,8 mal der primären und 1,2 mal der sekundären Impedanz des einen Motors. Einen solchen Motor nennt man den „äquivalenten Motor“.

Die Berechnung der charakteristischen Kurven des kaskadengeschalteten Motorsystems erfolgt ähnlich wie beim einzelnen Motor, ist aber etwas mehr verwickelt. Man geht von der im zweiten Motor induzierten, auf volle Periodenzahl reduzierten EMK e aus, und erhält schließlich die aufgedrückte EMK e_0 des ersten Motors, indem die wirklichen Periodenzahlen in den verschiedenen Stromkreisen berücksichtigt werden. Der Leser muß indessen über diesen Gegenstand ebenfalls auf „Theory and Calculation of Alternating Current Phenomena“, 3. Auflage, hingewiesen werden.

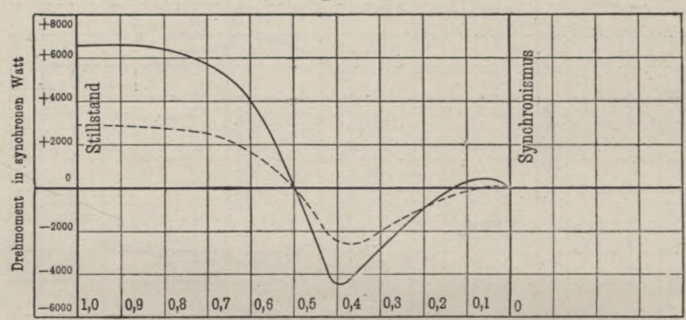
Die Belastungskurven eines Paares Dreiphasenmotoren mit denselben Konstanten wie der Motor Fig. 125 und 126 sind in Fig. 141 (a. S. 320) dargestellt, die vollständigen Tourenkurven in Fig. 142 (a. v. S.).

In Fig. 141 sind die Belastungskurven des kaskadengeschalteten Motorpaares, der zwei einzelnen Motoren und des äquivalenten Motors dargestellt.

Aus der Tourenkurve ist ersichtlich, daß die Drehmomentkurve zwischen Stillstand und der halben synchronen Tourenzahl dieselbe Form hat wie die Drehmomentkurve eines Einzelmotors zwischen Stillstand und Synchronismus.

Bei der halben synchronen Tourenzahl kehrt sich das Drehmoment um und wird negativ. Es kehrt sich bei etwa $^2/_3$ der

Fig. 143.



Tourenkurven bei Kaskadenschaltung von Induktionsmotoren und Einschaltung von Widerstand im sekundären Stromkreise des zweiten Motors.

$$Z_0 = Z_1 = 0{,}1 - 0{,}3j, \quad Y_0 = 0{,}01 + 0{,}1j.$$

synchronen Tourenzahl wieder um, ist positiv zwischen etwa $^2/_3$ der synchronen Tourenzahl und vollem Synchronismus, wird bei vollem Synchronismus Null und negativ über Synchronismus.

Bei einem kaskadengeschalteten Motorpaare sind somit zwei Bereiche von positivem Drehmoment und Leistung als Induktionsmotor vorhanden, und zwar ein von Stillstand zur halben synchronen Tourenzahl und ein anderer von etwa $^2/_3$ der synchronen Tourenzahl zu Synchronismus.

In den Grenzen zwischen der halben und etwa $^2/_3$ der synchronen Tourenzahl und über Synchronismus ist das Drehmoment negativ, d. h. das Aggregat wirkt als Generator. Die Einschaltung von Widerstand im Sekundärstromkreise des zweiten Motors hat im Bereich von Stillstand zu halber synchroner Tourenzahl dieselbe Wirkung wie in einem einzelnen Induktionsmotor, verschiebt also den Punkt des maximalen Drehmoments gegen eine kleinere Tourenzahl, ohne den Wert desselben zu ändern. Über der halben synchronen Tourenzahl wird indessen der Generatorteil der Kurve durch Einschaltung von Widerstand im Sekundärstromkreise verlängert, während der zweite Motorteil der Kurve mehr oder weniger verschwindet, wie aus Fig. 143 ersichtlich. In dieser Figur sind die Tourenkurven desselben Motors Fig. 142 dargestellt, aber mit Einschaltung von Widerstand im Sekundärstromkreise des zweiten Motors.

Die Hauptvorteile der Kaskadenschaltung sind, wie man sieht, die Möglichkeit, bei zwei verschiedenen Tourenzahlen arbeiten zu können, das erhöhte Drehmoment und der bessere Wirkungsgrad unter halber Tourenzahl und die Generatorwirkung oder Bremswirkung zwischen der halben synchronen Tourenzahl und Synchronismus.

ALPHABETISCHES SACHREGISTER.

A.

B.

C.

D.

E.

F.

G.

H.

I.

K.

L.

M.

N.

O.

P.

Q.

R.

S.

T.

U.

V.

W.

Berichtigung.

Seite 5, Zeile 5 v. u. setze $\mathfrak{H}$ statt H.