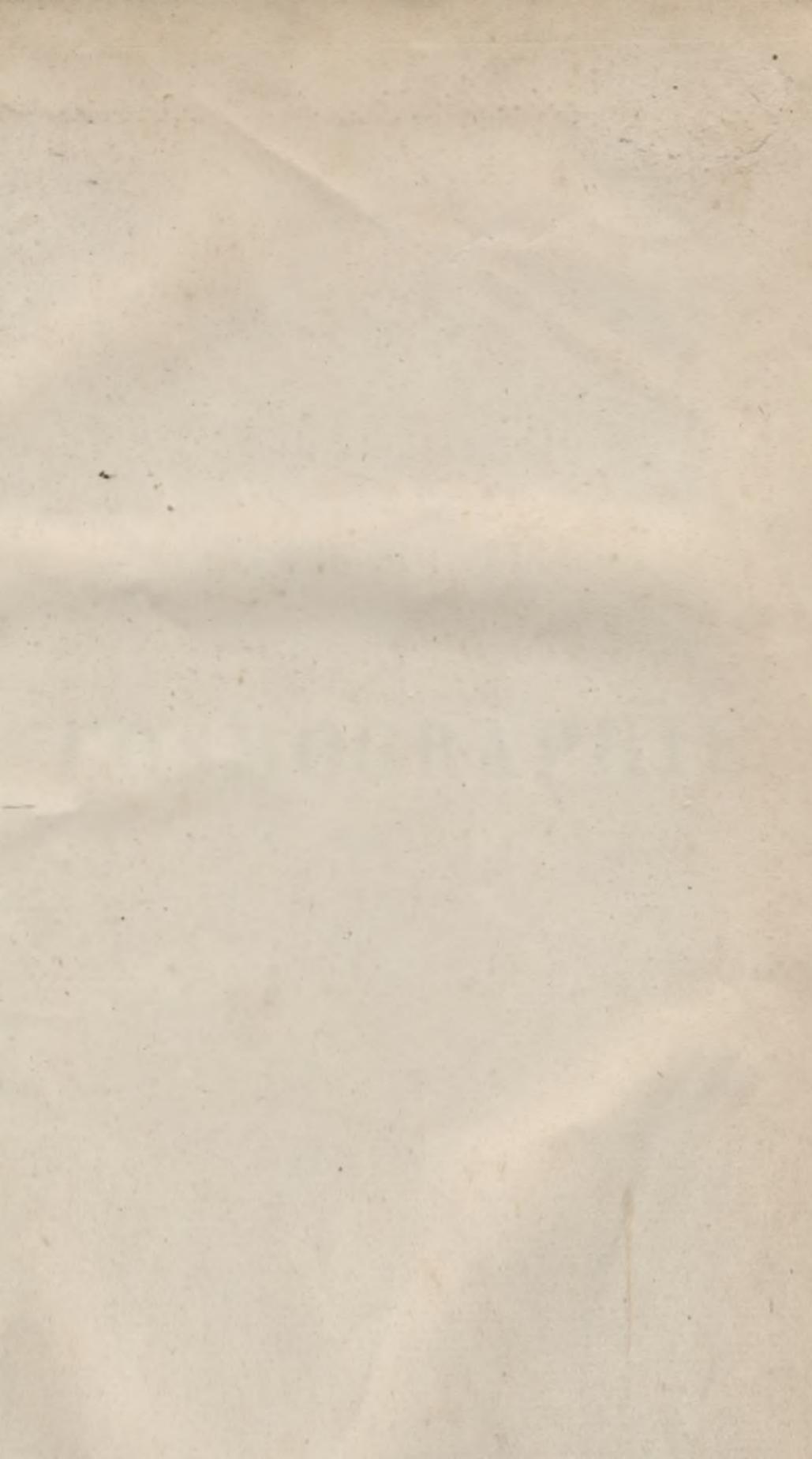


Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000294792



LEÇONS NOUVELLES

DE

COSMOGRAPHIE

Tous nos exemplaires sont revêtus de notre griffe.

J. C. Kerobry, E. Magdelaine & Cie

LEÇONS NOUVELLES

32

COSMOGRAPHIE

LEÇONS NOUVELLES
DE
COSMOGRAPHIE

RÉDIGÉS CONFORMÉMENT AU NOUVEAU PLAN D'ÉTUDES

PAR H. GARCET

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE NORMALE, AGRÉGÉ DES SCIENCES,
PROFESSEUR DE MATHÉMATIQUES AU LYCÉE NAPOLEON.

QUATRIÈME ÉDITION

REVUE ET CORRIGÉE.



PARIS

DEZOBRY, E. MAGDELEINE ET C^e, LIBRAIRES-ÉDITEURS

RUE DES ÉCOLES, 78,

Près du Musée de Cluny et de la Sorbonne.

—
1861

LECONS NOUVELLES

DE

COSMOGRAPHIE

PAR M. GARNIER

QUATRIÈME ÉDITION

II 5313



PARIS

DEBROUY, E. MAGDELINE ET C. IMPRIMERIE-ÉDITION

Akc. 1. r.

4884/50

AVERTISSEMENT.

La quatrième édition de nos *Leçons nouvelles de Cosmographie*, que nous publions aujourd'hui, ne diffère de l'édition précédente, que par quelques améliorations de détail. Le plan de l'ouvrage est resté le même. La première partie, consacrée à *la description détaillée des phénomènes célestes et des lois qui les régissent*, contient l'ensemble des connaissances exigées des candidats au baccalauréat ès sciences et aux écoles du gouvernement. Les cinq livres dont elle se compose offrent le développement méthodique et complet du programme publié par la Commission des études en 1852. La seconde partie comprend, sous le titre *d'additions*, une série de *notes* sur diverses questions astronomiques utiles à connaître, mais dont l'étude exige quelques *développements analytiques*.

Le texte de la première partie a été revu avec soin. Nous donnons, page 32, un tableau extrait des *Annales de l'Observatoire*, contenant les ascensions droites et les déclinaisons des trente-six étoiles *fondamentales*, pour 1845, ainsi que leurs mouvements propres annuels. Nous citons les noms et les hauteurs de quelques montagnes de la lune. Nous complétons le tableau des planètes télescopiques, en énumérant celles qui ont été découvertes depuis deux ans. Enfin nous énonçons à la fin de chaque livre, sous le titre *d'exercices et applications*, quelques problèmes à résoudre. La plupart de ces questions exigent

la connaissance des éléments de trigonométrie; mais toutes peuvent se résoudre, sans qu'on se serve de la trigonométrie sphérique, bien que l'emploi des formules relatives aux triangles sphériques en rende la solution plus facile et plus prompte.

Le programme de la licence ès sciences mathématiques renferme un certain nombre de questions d'astronomie, et les solutions de ces questions sont disséminées dans divers ouvrages. Nous avons souvent entendu les candidats à ce grade universitaire se plaindre de l'embaras qu'ils éprouvaient à les réunir. Peut-être ces personnes trouveront-elles dans les *additions* qui forment la seconde partie de notre livre, la réponse à la plupart des questions du programme.

Nous avons, pour obtenir ce résultat, modifié ou complété quelques-unes des *notes*, et nous serions heureux d'avoir ainsi procuré aux jeunes gens quelques facilités nouvelles pour leurs études. Si nous n'avons pas été plus loin, c'est que ce livre élémentaire a des limites qu'il ne nous est pas permis de dépasser.

H. G.

Janvier 1861.

LEÇONS NOUVELLES

DE

COSMOGRAPHIE

INTRODUCTION.

■ — DÉFINITION DE LA COSMOGRAPHIE. L'ASTRONOMIE a pour objet la recherche des lois qui régissent l'univers. Il n'est pas de science fondée sur l'observation dont l'étude approfondie offre des résultats plus utiles. Plus ancienne que toutes les autres, puisqu'elle a commencé, pour ainsi dire, avec le monde, cette science est le meilleur exemple des essais et des efforts qu'a faits l'intelligence humaine pour arriver progressivement à la découverte de la vérité. Armée d'instruments grossiers, elle ne constate d'abord que les premières apparences, et elle ébauche une théorie où l'erreur a nécessairement la plus large place. A mesure que ses méthodes se perfectionnent, à mesure que ses instruments acquièrent plus de précision, elle découvre de nouveaux faits, plus nombreux, plus difficiles à saisir; et elle construit des théories nouvelles, qui ne sont pas encore l'expression de la vérité, mais qui déjà s'en écartent moins. Lorsqu'enfin ses procédés d'observation atteignent le plus haut degré d'exactitude, elle s'élève à la conception du vrai système du monde; elle trouve les lois générales des mouvements des corps célestes, et elle remonte jusqu'à leur cause, c'est-à-dire jusqu'à la connaissance des forces qui les produi-

sent. A ce point de vue, elle peut être proposée comme le modèle de toutes les sciences d'observation.

D'un autre côté, l'immensité de l'univers, dont elle recule les limites à des distances que l'imagination ne saurait concevoir, le nombre infini de corps dont elle suit les mouvements dans l'espace, non moins que la simplicité des lois auxquelles ces corps obéissent, tout atteste un ouvrier dont la puissance est sans bornes. En déroulant à nos yeux ce magnifique tableau, l'ASTRONOMIE nous invite naturellement à reconnaître et à glorifier le Créateur de ces merveilles; et elle contribue ainsi, pour sa part, à l'éducation morale de l'homme.

Une science aussi utile doit, à tous ces titres, avoir sa place marquée dans l'enseignement de nos écoles publiques. Mais ses méthodes d'investigation ne sont pas toujours accessibles à de jeunes intelligences; elles exigent souvent l'emploi de toutes les ressources que fournit l'analyse infinitésimale. Il n'est donc pas possible de les étudier et de les approfondir dans les cours élémentaires. C'est pourquoi la haute Commission de l'instruction publique, en prescrivant, il y a quelques années (1852), l'étude de l'Astronomie dans les établissements universitaires, a voulu que ce cours fût purement descriptif, et elle en a rédigé le programme sous le nom de *Cosmographie*.

La COSMOGRAPHIE comprend l'exposition des mouvements des corps célestes, des lois auxquelles ils obéissent, des causes qui les produisent; elle embrasse l'ensemble des connaissances que l'on a pu acquérir sur les dimensions des *astres* et sur leur constitution physique; en un mot, elle fait connaître l'univers tel qu'il apparaît aux yeux de la science moderne.

LIVRE I

LES ÉTOILES.

Mouvement diurne apparent des Étoiles; Mouvement réel de la Terre sur elle-même.

CHAPITRE I.

ASPECT GÉNÉRAL DU CIEL.

PROGRAMME : **Étoiles.** — **Distances angulaires.** — **Sphère céleste.**

2—ÉTOILES. Lorsqu'un observateur se place, vers le soir, sur un lieu élevé d'où la vue peut embrasser une grande étendue dans tous les sens, il voit le *soleil* descendre peu à peu et bientôt disparaître. La *nuit* vient graduellement, et le *ciel* se parseme d'une infinité de points lumineux qu'on appelle des *étoiles*. Ces *astres* ne restent pas immobiles. Si l'observateur a, vers sa droite, la région du ciel où le soleil vient de *se coucher*, il reconnaît que les étoiles partant de la région opposée (la gauche) s'élèvent à des hauteurs plus ou moins grandes, puis descendent et finissent par disparaître dans la même région que lui. D'autres étoiles *se lèvent* à leur tour vers la gauche, suivent la même marche que celles qui les ont précédées, et *se couchent* comme elles vers la droite. Quelques-unes d'entre elles demeurent visibles pendant quelques instants seulement, et se couchent presque aussitôt après leur lever. Si l'observateur se tourne du côté opposé, il voit se produire la même série de phénomènes; il aperçoit de plus, en face de lui, des étoiles qui ne se couchent pas, et qui restent visibles pendant

toute la durée de la nuit; il en reconnaît même une parmi elles qui semble immobile, et autour de laquelle les autres paraissent tourner. Au bout d'un certain temps, le ciel blanchit; la lumière des étoiles s'affaiblit, s'éteint; le *jour* commence; le soleil se lève à son tour, parcourt une courbe semblable à celles que décrivent les autres astres, et disparaît comme la veille; puis les étoiles reparaissent, et les mêmes phénomènes se reproduisent. On peut d'ailleurs observer, à l'aide de lunettes, les étoiles en plein jour, et reconnaître que leur mouvement se poursuit dans les mêmes conditions que pendant la nuit.

Ce mouvement général, commun à tous les astres, constitue ce qu'on appelle le *mouvement diurne*.

3—DISTANCES ANGULAIRES. Lorsqu'on étudie, pendant plusieurs nuits, les phénomènes qui viennent d'être exposés, on reconnaît promptement que les étoiles, dans leur mouvement, ne changent pas de positions relatives, et que les groupes qu'elles forment présentent toujours les mêmes figures.

Ainsi la *distance angulaire* de deux étoiles quelconques, c'est-à-dire l'angle formé par les deux droites menées de l'œil à ces astres, ne varie pas pendant leur révolution diurne. On s'en assure en visant les deux étoiles à l'aide d'un instrument composé de deux pinnules ou de deux lunettes mobiles autour d'un même centre et réunies par un arc gradué. Quel que soit le moment de leur révolution que l'on choisisse, l'arc compris entre les deux rayons visuels est toujours le même. De plus, quelle que soit la position qu'occupe l'observateur à la surface de la terre, il peut se convaincre que la distance angulaire de deux étoiles a partout la même valeur.

4—SPHÈRE CÉLESTE. Cela posé, concevons une sphère immense, dont l'œil de l'observateur occuperait le centre, et projetons les étoiles sur la surface de cette sphère. Puisque les distances angulaires sont invariables, nous pouvons considérer le mouvement des astres comme un mouvement d'ensemble, équivalent à une certaine rotation de la *sphère céleste* autour de son centre. Cette rotation fait passer alternativement les astres de la région que nous cache la surface de la terre dans

celle qui est visible pour nous, et de celle-ci dans la première : elle produit ainsi le phénomène du lever et du coucher.

Cette conception mécanique peut-elle être acceptée? C'est ce que nous fera connaître l'étude approfondie des lois de ce mouvement.

5—VARIATIONS DES DISTANCES ANGULAIRES. Disons cependant que les étoiles ne sont pas rigoureusement immobiles sur la sphère céleste en mouvement : elles ont des mouvements propres, mais ces mouvements sont très-faibles. Ainsi, parmi ceux que l'on connaît, l'un des moins lents est celui de la 61^e étoile du *Cygne*, qui parcourt par an, et toujours dans le même sens, un petit arc de 5", 12¹. On trouve dans les *Annales de l'Observatoire de Paris* les mouvements propres, rigoureusement obtenus, des 36 étoiles dites *fondamentales*. Bien que ces mouvements ne soient connus avec précision que pour un petit nombre d'étoiles, il est hors de doute que toutes en sont affectées. Il en résulte que les distances angulaires ne peuvent pas être regardées comme rigoureusement constantes (v. n^o 42).

CHAPITRE II.

LOIS DU MOUVEMENT DIURNE.

PROGRAMME : **Mouvement diurne apparent des Étoiles.**—**Culmination : plan méridien.**—**Axe du monde, Pôles.**—**Étoiles circumpolaires, Étoile polaire.**—**Hauteur du pôle à Paris.**—**Parallèles, Équateur.**—**Jour sidéral.**

§ I. Première étude des lois du mouvement diurne.

6—VERTICALE. On appelle *verticale* d'un lieu, à la surface de la terre, la direction de la pesanteur en ce lieu. Cette direction est perpendiculaire à la surface des eaux tranquilles. On la détermine au moyen d'un petit appareil appelé *fil à plomb*, qui se compose essentiellement d'un corps pesant, suspendu à l'une des extrémités d'un fil flexible et très-fin; on attache

¹ En réalité, l'étoile parcourt 64 kilomètres par seconde.

L'autre extrémité du fil à un support fixe, et on abandonne l'appareil à lui-même. Lorsqu'il est en équilibre, la direction du fil, tendu par le corps pesant, est celle de la pesanteur.

7—ZÉNITH, NADIR. La verticale perce la sphère céleste en deux points opposés, l'un situé au-dessus de nos têtes et visible, appelé *Zénith*, l'autre invisible, appelé *Nadir*.

VERTICAL. Tout plan, mené suivant la verticale, coupe la sphère suivant un grand cercle, et s'appelle un *plan vertical*, ou simplement un *vertical*.

8—HORIZON. Tout plan perpendiculaire à la verticale se nomme *plan horizontal*, et toute droite tracée dans ce plan est une *droite horizontale*. Parmi les plans horizontaux, celui qui passe par l'œil de l'observateur s'appelle l'*horizon*; ce plan coupe la sphère céleste suivant un grand cercle; il sépare la partie visible du ciel de la partie invisible, lorsque l'observateur est à la surface même de la terre.

Mais lorsque celui-ci s'élève à une certaine hauteur au-dessus de cette surface, la partie visible du ciel s'agrandit, les rayons visuels tangents à la surface terrestre forment un cône au-dessous de l'horizon; l'angle que chacun d'eux fait avec ce plan s'appelle la *dépression de l'horizon apparent*, ou simplement la *dépression apparente*; cet angle est toujours fort petit. La courbe de contact du cône et de la terre se nomme l'*horizon sensible*.

Le plan parallèle à l'horizon, et qui passe par le centre de la terre, se nomme *horizon rationnel* ou *astronomique*.

Pour rendre un plan horizontal, on emploie un *niveau*¹.

9—AZIMUT, HAUTEUR APPARENTE. Cela posé, concevons que l'horizon soit représenté par le grand cercle SONE (fig. 1), l'hémisphère visible par NZS, et la verticale du

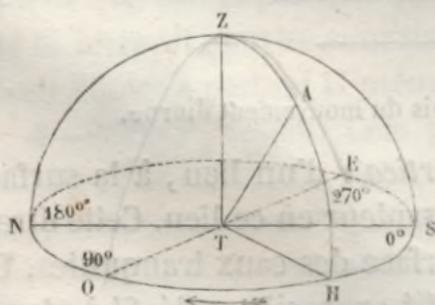


fig. 1.

lieu d'observation par TZ. Soit A la position d'une étoile sur la

¹ Voir la description et l'usage du niveau dans les traités de physique.

sphère, à un instant donné; si l'on mène un plan par le point A et par la droite TZ, ce plan coupe la sphère suivant un grand cercle, dont le quadrant ZAH se nomme le *vertical de l'astre*.

On appelle *azimut* de l'astre, l'angle que ce vertical fait avec un vertical fixe ZTS, choisi arbitrairement; cet angle est mesuré par l'angle STH que forment les traces horizontales des deux plans, ou par l'arc SH intercepté entre ces traces; il se compte, à partir de S, dans le sens SONE, indiqué par la flèche, et prend toutes les valeurs de 0° à 360°.

On appelle *hauteur apparente* de l'astre A au-dessus de l'horizon, l'angle ATH que forme avec l'horizon le rayon visuel mené à l'astre; elle est mesurée par l'arc HA intercepté sur le vertical entre ses côtés, et elle se compte de l'horizon au zénith Z, depuis 0° jusqu'à 90°. L'angle ZTA, compris entre la verticale TZ et le rayon TA, est la *distance zénithale apparente* de l'astre: c'est le complément de la hauteur. Cette distance est mesurée par l'arc ZA, compris aussi sur le vertical entre ses côtés, et se compte du zénith à l'horizon, depuis 0° jusqu'à 90°.

La position d'un astre A sur la sphère céleste est complètement déterminée, quand on connaît, à un instant donné, son azimut a et sa hauteur h , ou sa distance zénithale Z . Car si l'on porte sur le cercle horizontal SONE, dans le sens de la flèche, un arc SH égal à a , le vertical HZ, mené par l'extrémité

H, sera évidemment le vertical de l'astre; et si l'on prend sur ce quart de cercle un arc $HA = h$, ou un arc $ZA = Z$, le point A sera la position apparente de l'astre sur la sphère.

10—INSTRUMENTS POUR MESURER CES DEUX COORDONNÉES. On mesure ces deux coordonnées à l'aide d'instruments spéciaux, appelés *théodolite*, *quart de cercle*, etc. Réduits à leur plus simple expression, ces instruments (fig. 2) comprennent: 1° un cercle métallique SONE, gradué à partir du point S, et appelé *cercle azimutal*; 2° un axe

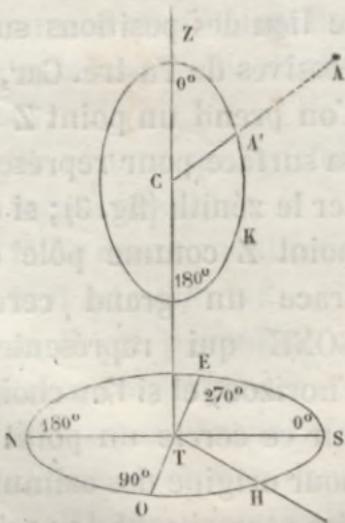


fig. 2.

TZ perpendiculaire au plan de ce cercle et passant par son centre; 3° un second cercle CK, mobile autour de l'axe TZ, qui est un de ses diamètres, et gradué à partir du point Z; il se nomme *cercle vertical*; 4° une alidade TH, perpendiculaire à l'axe TZ, située dans le plan du cercle CK, mobile avec lui autour de l'axe, et qui décrit, en tournant autour du centre T, le cercle azimutal; 5° enfin une lunette, dont l'axe optique CA' se meut autour de C dans le plan du cercle vertical, et qui porte un vernier destiné à mesurer sur ce cercle l'angle qu'elle fait avec TZ.

Pour se servir de l'instrument, on le dispose de manière que le cercle azimutal soit horizontal, et que la ligne TS soit dirigée vers le point de l'horizon qu'on a choisi pour origine des azimuts; alors l'axe TZ est vertical. Puis l'on dirige le cercle vertical et la lunette dans son plan, de telle sorte que l'étoile à observer A soit sur le prolongement de l'axe optique. On lit alors sur le cercle vertical l'angle ZCA', qui est la distance zénithale, et sur le cercle azimutal l'angle STH, qui est l'azimut de l'astre.

■ ■ — LOIS DU MOUVEMENT DIURNE. Supposons que l'on ait mesuré, pour une même étoile A, à diverses époques de son mouvement diurne, son azimut et sa hauteur; soient a_1 et h_1 , a_2 et h_2 , a_3 et h_3 ,....., les résultats obtenus. On pourra construire,

sur un globe de carton, le lieu des positions successives de l'astre. Car, si l'on prend un point Z de sa surface pour représenter le zénith (fig. 3); si du point Z comme pôle on trace un grand cercle SONE qui représentera l'horizon, et si l'on choisit sur ce cercle un point S pour origine des azimuts,

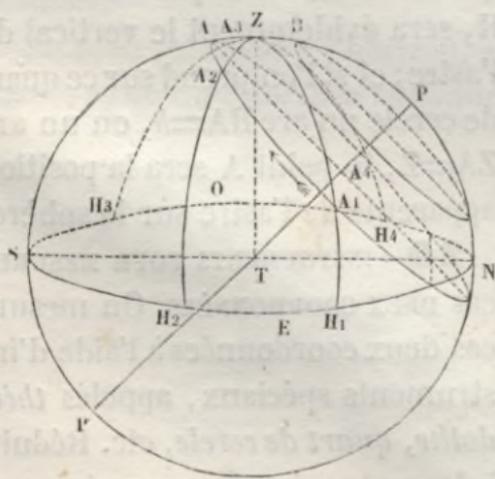


fig. 3.

les procédés de la géométrie élémentaire permettront de porter successivement sur ce cercle les arcs $\text{SOH}_1 = a_1$, $\text{SOH}_2 = a_2$, $\text{SH}_3 = a_3$,....., puis de tracer les arcs de grand cercle, ZH_1 , ZH_2 ,

ZH_3, \dots , et de porter sur ceux-ci les arcs $H_1A_1=h_1$, $H_2A_2=h_2$, $H_3A_3=h_3, \dots$; il est clair que A_1, A_2, A_3, \dots seront les positions successives de l'étoile. Or, si l'on fait passer un cercle par trois de ces positions, on trouve qu'il passe sensiblement par toutes les autres positions de l'astre : d'où l'on conclut que l'étoile décrit réellement un cercle de la sphère. Si, de plus, on a mesuré, au moyen d'un mouvement uniforme quelconque, les temps employés par l'étoile à parcourir les arcs A_1A_2, A_2A_3, \dots , on reconnaît que ces arcs sont proportionnels aux temps, c'est-à-dire que le mouvement est uniforme. Lorsqu'on construit ensuite, d'une manière analogue, la courbe décrite par une autre étoile B, on trouve la même loi du mouvement circulaire et uniforme. En outre, on reconnaît que le pôle géométrique P des deux cercles est le même; on fixe d'ailleurs la position de ce pôle par son azimut et par sa hauteur. Les étoiles tournent donc autour du même axe. On s'assure enfin que la durée de la rotation est la même pour toutes les étoiles. De ces diverses constructions on est fondé à conclure que :

Les étoiles ont un mouvement de rotation uniforme, dans le même sens et dans le même temps; elles décrivent, autour d'un axe unique incliné à l'horizon et passant par l'œil de l'observateur, des circonférences de rayons différents, dont les centres sont sur l'axe, et dont les plans sont perpendiculaires à l'axe, comme si elles étaient fixées à la surface de la sphère céleste, et entraînées par elle dans son mouvement de rotation autour de nous.

On résume quelquefois les lois du mouvement diurne sous la forme suivante :

- 1° Le mouvement est *circulaire* ;
- 2° Il est *uniforme* ;
- 3° Il est *parallèle*, c'est-à-dire que les plans des cercles diurnes décrits par les étoiles sont parallèles;
- 4° Il est *isochrone*, c'est-à-dire que toutes les étoiles exécutent leur révolution dans le même temps;
- 5° Il est *invariable*, c'est-à-dire que les positions relatives restent les mêmes;
- 6° Il est *rétrograde*, comme nous allons l'expliquer.

12—SENS DU MOUVEMENT. L'observateur qui veut préciser, en Astronomie, le sens d'un mouvement de rotation autour d'un axe, ou de translation curviligne dans un plan, doit se placer par la pensée le long de l'axe du mouvement, la tête dirigée vers l'étoile immobile (étoile polaire); il voit alors le mobile passer devant lui en allant de sa droite vers sa gauche, ou de sa gauche vers sa droite: le premier sens est celui que l'on est convenu, en astronomie, d'appeler *sens direct*; le second est le *sens rétrograde*.

On voit aisément, d'après ces conventions, que *le mouvement des étoiles est rétrograde*. Il suffit, pour s'en convaincre, de se reporter à la fig. 3, de se placer la tête en P, les pieds en T, et de remarquer que l'étoile A va de A_1 en A_2 , c'est-à-dire de gauche à droite. On dit encore que ce mouvement est dirigé *d'orient (lever) en occident (coucher)*, et que le mouvement direct est, par suite, dirigé *d'occident en orient*.

Nous emploierons comme synonymes, dans ces leçons, les mots mouvement *direct*, ou de *droite à gauche*, ou *d'occident en orient*, et comme synonymes aussi, ceux de mouvement *rétrograde*, ou de *gauche à droite*, ou *d'orient en occident*.

§ II. Deuxième étude des lois du mouvement diurne.

13—MARCHE A SUIVRE POUR VÉRIFIER CES LOIS. La démonstration que nous venons de donner des lois générales du mouvement diurne est affectée des petites erreurs inséparables des constructions graphiques de cette nature. Il ne faut donc pas la considérer comme complète: on doit, au contraire, la contrôler par toutes les vérifications que peuvent nous fournir l'expérience et le calcul. Or, pour mettre ces vérifications en lumière, nous supposerons, pour un instant, que la loi qu'il s'agit de démontrer existe; nous déduirons de cette hypothèse les conséquences géométriques qu'elle comporte; et si nous pouvons ensuite, à l'aide d'instruments appropriés ou avec le secours de l'analyse, prouver que ces déductions sont des faits réels, nous aurons mis ainsi hors de doute la belle loi qui les a données.

14—AXE, PÔLES, MÉRIDIDIENS CÉLESTES. En admettant, pour un instant, la loi du mouvement diurne comme réelle, nous appellerons *axe* du monde le diamètre idéal PP' (fig. 4), autour

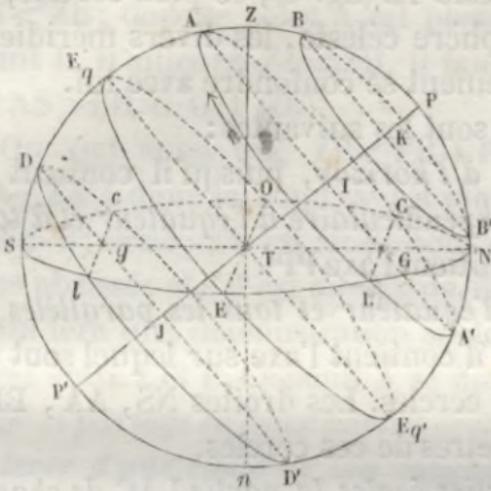


fig. 4.

duquel tourne la sphère céleste. Les *pôles* sont les points où cette droite rencontre la sphère : le pôle P, situé au-dessus de notre horizon NESO, est le pôle *boréal* ou *arctique*, ou encore le pôle *élevé*; le pôle P', invisible pour nous, est le pôle *austral*, ou *abaissé*. Tout plan passant par

l'axe des pôles coupe la sphère suivant un grand cercle appelé *méridien céleste*.

15—ÉQUATEUR, PARALLÈLES.—ÉTOILES CIRCUMPOLAIRES.—ÉTOILE POLAIRE. Le plan mené par le centre T, perpendiculairement à l'axe, coupe la sphère suivant un grand cercle E_qE_q, appelé *équateur céleste*; il sépare l'*hémisphère austral* E_qnE_q de l'*hémisphère boréal* E_qZE_q. Les sections, telles que AA', BB',..., faites par des plans perpendiculaires à l'axe, sont des petits cercles qu'on nomme *parallèles célestes* ou *cercles diurnes*. Ce sont les cercles que décrivent les étoiles dans leur révolution diurne. Certains d'entre eux, AA' par exemple, coupent l'horizon suivant une droite CL; ils appartiennent aux étoiles qui se lèvent (en L) et qui se couchent (en C). D'autres, plus voisins du pôle (BB' par exemple), sont tout entiers au-dessus de l'horizon; les étoiles qui les parcourent restent toujours visibles pour nous, même en plein jour (à l'aide de lunettes); on les nomme *étoiles circumpolaires*. L'une de ces dernières, appelée *étoile polaire*, n'est qu'à 1° 28' du pôle P; le cercle qu'elle décrit est si petit qu'elle paraît immobile; sa position, facile à reconnaître (n° 44), indique à la vue le pôle boréal.

16—PLAN MÉRIDIEN.—CULMINATION. Parmi les plans que l'on peut mener par le point T, l'un des plus importants à connaître est le *plan méridien*. On nomme ainsi le plan qui passe par l'axe PP' et par la verticale TZ (fig. 4); ce plan est fixe, et dans le mouvement de la sphère céleste, les divers méridiens célestes viennent successivement se confondre avec lui.

Les propriétés de ce plan sont les suivantes :

1° Il est perpendiculaire à l'horizon, puisqu'il contient la verticale TZ; il est aussi perpendiculaire à l'équateur et à tous les parallèles, parce qu'il contient l'axe PP'.

2° Il partage l'horizon, l'équateur et tous les parallèles en deux parties égales, puisqu'il contient l'axe sur lequel sont situés les centres de tous les cercles. Les droites NS, AA', BB', E_qE_q,... sont donc des diamètres de ces cercles.

3° Il partage en deux parties égales la partie LAC de chaque parallèle qui est située au-dessus de l'horizon, ainsi que la partie LA'C située au-dessous, c'est-à-dire, LA=AC, et LA'=A'C. En effet, le cercle diurne LACA' et l'horizon NESO étant perpendiculaires tous deux au méridien, leur intersection LC est aussi perpendiculaire à ce plan; elle est perpendiculaire, par suite, à toute droite telle que AA', NS, etc., qui passe par son pied G dans ce plan. Donc AA' est un diamètre perpendiculaire sur la corde LC; donc il partage les arcs sous-tendus LAC, LA'C en deux parties égales. C. Q. F. D.

Remarquons que, en vertu de la même démonstration, le diamètre NS, perpendiculaire sur la corde LC, partage l'arc LNC ou l'angle LTC en deux parties égales; il est donc la bissectrice de l'angle des rayons visuels TL, TC, menés aux points de lever et de coucher d'une même étoile.

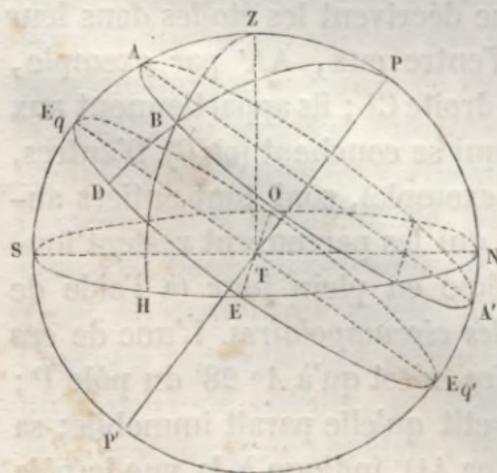


fig. 5.

4° Il contient le point de chaque parallèle qui est le plus élevé au-dessus de l'horizon, c'est-à-dire que la hauteur AS du point A situé dans le

méridien (fig. 5) est plus grande que celle de tout autre point B du parallèle. En effet, menons par le point B le vertical ZBH et le grand cercle PBD, nous aurons $PB < PZ + ZB$; or $PA = PB$; donc $PA < PZ + ZB$; ou en retranchant PZ de part et d'autre, $ZA < ZB$; donc le point A est plus rapproché du zénith que le point B. D'ailleurs, $ZS = ZH$, il faut donc, par contre, que l'on ait $AS > BH$. C. Q. F. D.

On voit aussi que $ZB < PB + PZ$, ou $ZB < PA' + PZ$, ou $ZB < ZA'$; donc le point A' est plus éloigné du zénith que le point B; donc, s'il est au-dessous de l'horizon, ce point est le plus abaissé; et s'il est au-dessus, il est le plus près de ce plan.

On fera une démonstration analogue pour le cas où le point A est entre Z et P. Ce point A se nomme point *culminant*.

5° *Il partage en deux parties égales le temps qui s'écoule entre le lever d'une étoile et son coucher.* En effet, le mouvement diurne est uniforme, d'après notre hypothèse; donc les arcs égaux LA, AC (fig. 4) doivent être parcourus en temps égaux. Remarquons en outre que le plan méridien est le seul des plans verticaux qui jouisse de cette importante propriété; car il est le seul qui contienne le centre I du cercle diurne.

Il résulte de ce qui précède que chaque étoile passe deux fois au méridien pendant la durée d'une révolution: le *passage supérieur* est en A, et le *passage inférieur* en A'. Les deux passages sont visibles quand il s'agit d'une étoile circumpolaire, comme celle qui parcourt le parallèle BB'; dans ce cas, le méridien partage en deux parties égales la durée totale de la révolution de l'étoile. Le passage supérieur des autres astres est seul visible.

17 — MÉRIDIENNE — PERPENDICULAIRE — PREMIER VERTICAL. La droite NS, intersection du méridien et de l'horizon (fig. 4), se nomme la *méridienne* du lieu. La droite EO, intersection de l'équateur et de l'horizon, est, comme LC, perpendiculaire à NS; on la nomme, en astronomie, la *perpendiculaire*. Le plan qui passe par la verticale TZ et par la perpendiculaire EO s'appelle le *premier vertical*; il est perpendiculaire au méridien.

18 — POINTS CARDINAUX — ROSE DES VENTS. La méridienne perce la sphère céleste en deux points opposés N et S. dont le

premier, situé du côté du pôle boréal, est le *nord* ou le *septentrion*, et le second est le *sud* ou le *midi*. La perpendiculaire détermine aussi deux points opposés E et O, appelés *est* ou *orient*, et *ouest* ou *occident*. Ces quatre points sont les *points cardinaux*. Le point S est ordinairement choisi pour origine des azimuts (n° 9). Ainsi les azimuts ne se comptent pas à partir du premier vertical.

Si l'on partage en deux parties égales les quatre angles droits formés par la méridienne et par la perpendiculaire, les extrémités des bissectrices portent les noms de *nord-est* (N. E.), de *sud-est* (S. E.), de *sud-ouest* (S. O.), de *nord-ouest* (N. O.). D'autres bissectrices donnent des points intermédiaires appelés N.N.E., entre le nord et le nord-est; E.N.E. entre l'est et le nord-est, etc. Enfin, de nouvelles bissectrices donnent le point $N\frac{1}{4}N.E.$ entre le nord et le nord-nord-est; le point $N.E.\frac{1}{4}N.$ entre le nord-est et le nord-nord-est; le point $N.E.\frac{1}{4}E.$ entre le nord-est et l'est-nord-est; le point $E.\frac{1}{4}N.E.$ entre l'est et l'est-nord-est, etc. Cet ensemble constitue la *rose des vents*

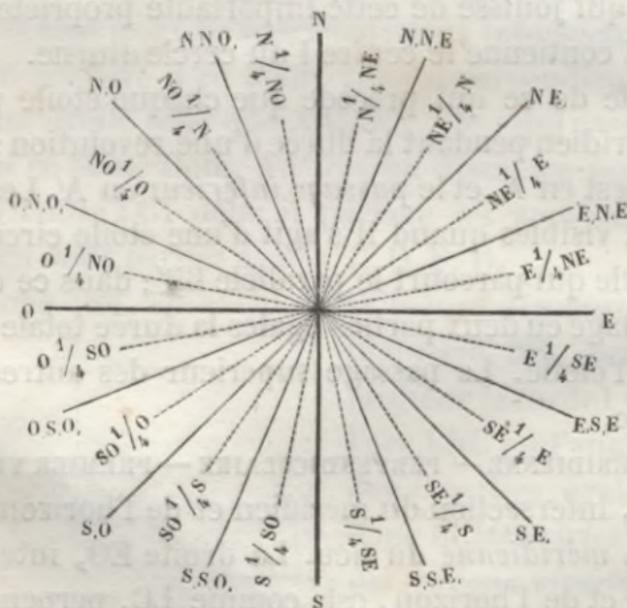


fig. 6.

(fig. 6), dont les marins se servent pour indiquer la direction du vent.

19 — DÉTERMINATION DU MÉRIDIEN. — LUNETTE MÉRIDienne. Exposons maintenant la méthode à laquelle conduisent les pro-

priétés précédentes pour déterminer rigoureusement le méridien d'un lieu. Il suffit évidemment pour cela de fixer la direction de la méridienne; car le plan vertical qui la contient est le méridien. Or, on obtient une première approximation pour la direction de la méridienne en menant sur le terrain des droites vers les points de lever et de coucher d'une même étoile, et en traçant la bissectrice de l'angle qu'elles forment entre elles (n° 16,3°). On construit alors, de part et d'autre de cette bissectrice, deux montants en maçonnerie, sur lesquels on place les deux extrémités de l'axe de rotation d'une lunette. Puis, au moyen d'une vis qui permet d'élever ou d'abaisser lentement l'une des extrémités de l'axe, on établit l'horizontalité parfaite de cet axe; alors la lunette, qui lui est perpendiculaire, décrit nécessairement, dans son mouvement autour de lui, un plan vertical. Pour faire coïncider ce plan avec le méridien, on dirige la lunette vers la région du pôle nord, et l'on observe avec elle le passage à *la croisée des fils* d'une étoile qui ne se couche pas. Une horloge, réglée sur un mouvement uniforme quelconque, permet de mesurer les temps qui s'écoulent, d'abord entre le passage supérieur et le passage inférieur, puis entre ce dernier et le passage supérieur suivant. Si ces deux durées se trouvaient rigoureusement égales, on en conclurait que le plan décrit par la lunette est celui du méridien (n° 16,5°); mais il arrive d'ordinaire qu'elles diffèrent un peu; on comprend qu'il est possible, au moyen d'une autre vis, de faire tourner l'axe dans le sens convenable, sans qu'il cesse d'être horizontal, de manière à amener l'égalité parfaite des durées, après un certain nombre de tâtonnements. Lorsqu'on a obtenu cette position, on maçonne l'appareil, de manière que la lunette ne puisse plus se mouvoir que dans le plan vertical du méridien; et l'on construit, dans la direction de la méridienne, une *mire*, qui sert de *repère* pour vérifier, lors de chaque observation, la permanence du plan décrit par la lunette ¹.

¹ A Paris, la lunette méridienne de l'Observatoire a une seule mire, située au sud, à 40 ou 50 mètres de distance.

Cet instrument, l'un des plus utiles en astronomie, se nomme la *lunette méridienne*, ou l'*instrument des passages*. Il sert exclusivement à observer les passages des astres au méridien. L'intérieur de la lunette porte un *réticule*, composé de deux fils diamétraux perpendiculaires entre eux; l'*axe optique* est indiqué par le point d'intersection des fils, et c'est derrière ce point qu'il faut amener l'étoile qu'on veut observer. D'autres fils perpendiculaires partagent ordinairement le diamètre horizontal en six parties égales; on reconnaîtra plus tard l'utilité de cette disposition pour la précision des observations.

20—CERCLE MURAL. Cet instrument, réduit à sa plus simple expression, consiste en un grand cercle ABCD (fig. 7), divisé

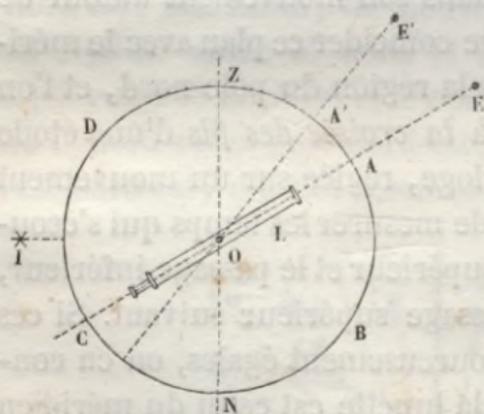


fig. 7.

avec précision sur sa tranche, et dirigé exactement dans le plan du méridien. Une lunette L, fixée au cercle suivant un de ses diamètres AC, peut tourner avec lui autour d'un axe O, perpendiculaire à son plan. A cet effet, le cercle est monté sur un essieu qui traverse un mur très-solide, contre lequel il est appliqué (de là le nom de *cercle mural*). Un index I, fixé au mur, sert de repère pour les lectures.

Voici comment on opère.

Veut-on mesurer la distance angulaire de deux étoiles E, E', qui passent en même temps au méridien, on fait tourner le cercle de manière que l'étoile E vienne derrière la croisée des fils de la lunette, et l'on fait la lecture de la division qui correspond à l'index I; on obtient ainsi l'angle AOI. Puis on amène l'étoile E' derrière la croisée des fils, et une seconde lecture donne l'angle A'OI. La différence des deux lectures, AOI—A'OI, est la distance angulaire cherchée AOA'.

Le cercle mural sert encore à déterminer la distance zénithale méridienne ou la hauteur méridienne d'une étoile E,

Pour l'obtenir, quelques moments avant le passage, on dirige l'axe de la lunette vers le nadir, ce qui se fait aisément à l'aide d'un bain de mercure placé sous le cercle; la lecture de la division correspondante à l'index donne l'arc IAN. Puis on fait tourner le cercle, et l'on amène l'étoile E derrière la croisée des fils; la seconde lecture donne l'arc IA; la différence donne l'angle AON, dont l'appareil a tourné, c'est-à-dire la distance de l'astre au nadir. Le supplément de cet angle est la distance zénithale cherchée AZ, et le complément de cette distance est la hauteur méridienne.

21—HAUTEUR DU PÔLE. On peut, à l'aide du cercle mural, déterminer la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon. On mesure à cet effet les hauteurs méridiennes d'une même étoile qui ne se couche pas, lors de ses deux passages, et on prend leur demi-somme. En effet, soient (fig. 4) B et B' les deux passages de l'étoile observée; les deux hauteurs mesurées sont BN et B'N. Or $BN = PN + BP$, et $B'N = PN - B'P$; et comme $BP = B'P$, l'addition donne $BN + B'N = 2PN$, d'où $PN = \frac{BN + B'N}{2}$. Ainsi, PN ou la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon est la moyenne arithmétique des hauteurs méridiennes d'une étoile qui ne se couche pas, et elle se détermine aisément avec le cercle mural. On trouve qu'à l'Observatoire de Paris, la hauteur du pôle est $48^{\circ} 50' 11''$.

Si, au lieu de mesurer les hauteurs au-dessus de l'horizon, l'on a mesuré les distances zénithales ZB et ZB', on voit facilement que la distance zénithale du pôle P est $\frac{ZB + ZB'}{2}$; et la hauteur du pôle est le complément de cette distance.

22—VÉRIFICATION DES LOIS DU MOUVEMENT DIURNE.—ÉQUATORIAL OU MACHINE PARALLATIQUE. Telles sont les principales conséquences géométriques, et les plus importantes déterminations expérimentales qui résultent de la loi générale admise au n^o 13. Il nous reste maintenant à les vérifier par le calcul, ou à les soumettre au contrôle de l'expérience. D'abord, si, après avoir déterminé le méridien à l'aide d'une certaine étoile (n^o 49), on mesure, au moyen de la lunette méridienne

dienne et d'une horloge bien réglée, les heures exactes des passages au méridien de toute autre étoile qui ne se couche pas, on reconnaît que les intervalles des passages sont rigoureusement égaux; donc il existe réellement un plan vertical qui partage la durée de la révolution de chaque étoile en deux parties égales. En second lieu, si l'on applique la mesure des hauteurs méridiennes fournies par le cercle mural à la détermination de la hauteur du pôle, on trouve que toutes les étoiles circumpolaires donnent le même nombre (pourvu que l'on corrige chacune de ces mesures de l'erreur due à la réfraction, comme on le verra plus tard); il existe donc, dans le plan du méridien, un axe autour duquel toutes les étoiles exécutent leur rotation diurne.

Ce mouvement, enfin, est-il réellement circulaire et uniforme? Pour le constater par l'expérience, on emploie un appareil complètement analogue à celui qui est décrit au n° 10, et dont la fig. 2 contient les éléments. Seulement l'axe TZ, au lieu d'être vertical, est dirigé suivant l'axe du monde, et, par suite, le cercle SONE, qui lui est perpendiculaire, représente le plan de l'équateur. Pour se servir de cet instrument, qu'on appelle *machine parallatique*, après l'avoir *orienté* convenablement, on fait tourner le cercle mobile CK et la lunette CA dans son plan, de manière à viser une étoile; puis on assujettit la lunette au cercle CK, de telle sorte que son angle A'CZ avec l'axe reste invariable dans son mouvement. On remarque alors 1° que, pour suivre l'étoile dans sa marche, il suffit de faire tourner le cercle CK autour de l'axe, sans déplacer la lunette; donc la distance polaire de l'astre, mesurée par l'angle invariable A'CZ, ne change pas; en d'autres termes, *l'astre décrit un cercle dont le pôle céleste est le pôle géométrique*. On remarque 2°, en associant une horloge à la machine, et en commençant les observations au moment où l'étoile est dans le plan STC, que l'angle dièdre formé par ce plan avec une position quelconque du cercle CK, angle mesuré sur l'équateur par l'angle STH, ou par l'arc SH, est proportionnel au temps écoulé; et, comme l'arc décrit par l'étoile sur son parallèle est semblable à SH, on en conclut que l'astre décrit des arcs pro-

portionnels aux temps, c'est-à-dire que *le mouvement est uniforme*.

23—REMARQUE. La vérification que nous venons de faire est la seule démonstration que nous devons donner dans ces leçons élémentaires. Nous renvoyons à la note I, placée à la fin du volume, ceux de nos lecteurs qui voudraient connaître la démonstration analytique des lois du mouvement diurne.

24—AUTRE REMARQUE. Bien que nous ayons employé, dans les démonstrations qui précèdent, les arcs tracés sur la sphère idéale, on comprend que ces démonstrations ne supposent pas pour cela l'existence de cette sphère; car ces arcs ne sont ici que les mesures des angles formés par les rayons visuels menés à l'astre, au pôle, au zénith; et ce sont ces angles seuls dont les valeurs interviennent dans nos raisonnements.

§ III. Mesure du temps.

25—JOUR SIDÉRAL, SES DIVISIONS. Le mouvement diurne va nous fournir le meilleur moyen de mesurer le *temps*. En effet, si l'on connaissait un mouvement dont les phases diverses se reproduiraient exactement dans le même ordre, et auraient toutes la même durée, chacun de ces intervalles pourrait évidemment servir d'*unité de temps*. Par exemple, les petites oscillations d'un pendule ont, d'après les lois de la mécanique, une durée constante, quelle que soit leur amplitude, chacune d'elles peut être prise pour unité, et leur nombre est la mesure du temps écoulé. C'est par des mouvements de cette nature que nous avons pu mesurer le temps, dans les vérifications exposées au n° 22. Or, si l'on observe les passages supérieurs consécutifs d'une même étoile au méridien, on reconnaît, comme il a déjà été dit, que l'intervalle de ces passages a une durée rigoureusement constante pour cette étoile, et que cette durée est la même pour toutes. La durée de la révolution diurne d'une étoile est donc invariable; elle est aujourd'hui ce qu'elle était il y a deux mille ans. On peut donc, à bon droit, la prendre pour unité de temps; c'est à cette unité qu'on donne le nom de *jour sidéral*.

On partage le jour en 24 heures sidérales, l'heure en 60 minutes sidérales, la minute en 60 secondes sidérales, etc., de sorte que le jour vaut 1440 minutes, ou 86400 secondes. Pour l'évaluer commodément, on fait osciller un pendule pendant un jour, et l'on compte le nombre n de ses oscillations; comme on connaît la longueur l du pendule simple qui ferait le même nombre d'oscillations, on en déduit la longueur l' du pendule simple qui fait 86400 oscillations par jour, à l'aide de la formule (démontrée en physique),

$$l' = l \times \frac{n^2}{86400^2}.$$

On trouve ainsi, pour la longueur du *pendule à secondes*, à Paris,

$$l' = 993^{\text{mm}}, 856463.$$

26—ORIGINE DU JOUR SIDÉRAL. Il existe sur l'équateur un point remarquable que nous définirons plus tard, et que l'on nomme *point vernal*. Les astronomes sont convenus de fixer l'origine du jour sidéral, en chaque lieu, à l'instant où le point vernal passe au méridien supérieur de ce lieu.

27—PENDULE SIDÉRALE. Lorsque la longueur du pendule à secondes est déterminée, on construit une horloge dont le cadran est divisé en 24 parties égales, et dont la petite aiguille accomplit sa révolution en un jour : c'est la *pendule sidérale*. On la règle de manière qu'elle marque $0^{\text{h}}0^{\text{m}}0^{\text{s}}$ au moment où le point vernal passe au méridien supérieur. C'est cette horloge que nous associerons désormais à la lunette méridienne, dans nos observations des passages.

28—CERCLE HORAIRE, ANGLE HORAIRE D'UNE ÉTOILE. Si l'on mène un plan par l'axe PP' (fig. 8), et par une étoile A , ce plan détermine sur la sphère un méridien céleste PAP' qu'on appelle *cercle horaire* de l'astre. — Ce cercle, dans le mouvement diurne, tourne autour de l'axe, sans cesser de contenir l'étoile en mouvement; lorsqu'il vient à contenir le zénith, il se confond avec le méridien du lieu (n° 16).

L'*angle horaire* de l'étoile A est l'angle dièdre que forme le plan de son cercle horaire avec le méridien supérieur; si PE ,

est la partie supérieure du méridien du lieu, l'angle horaire de l'étoile A est mesuré par l'arc équatorial E_qD . Il croît de 0° à 360° dans le sens du mouvement diurne (sens contraire à celui qu'indique la flèche de la figure).

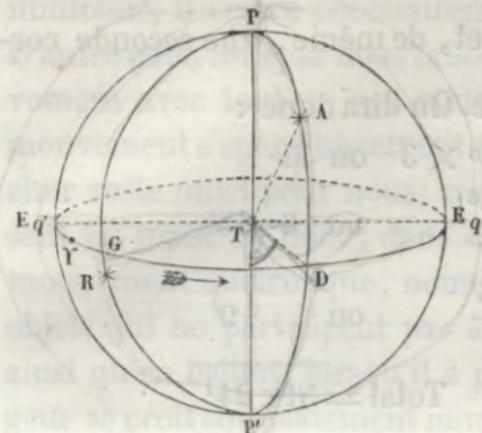


fig. 8.

En un jour sidéral, l'angle horaire varie de 360° ; comme le mouvement diurne est uniforme, la variation est de 15° par heure sidérale, et par conséquent

de $15^\circ \times t$ pour t heures sidérales.

Comme le point vernal passe au méridien supérieur à $0^h 0^m 0^s$ (n^o 26), il en résulte que, lorsque la pendule sidérale marque t heures, l'angle horaire du point vernal est $15^\circ \times t$.

29—CONVERSION DU TEMPS EN DEGRÉS. Dans l'expression $15^\circ \times t$, t représente le temps évalué en heures et en fraction ordinaire d'heure; ainsi s'il s'agit, par exemple, de $3^h 25^m 36^s$,

$$t = 3 + \frac{25}{60} + \frac{36}{3600}$$

Mais, au lieu de multiplier 15° par ce nombre fractionnaire, on peut faire la conversion du temps en degrés par un calcul plus simple. Car 1^h correspondant à 15° ,

$$1^m \text{ correspondra à } \frac{15^\circ}{60} \text{ ou à } 15', \quad 1^s \text{ à } \frac{15'}{60} \text{ ou à } 15''.$$

Donc $3^h 25^m 36^s$ correspondront à 3 fois $15^\circ + 25$ fois $15' + 36$ fois $15''$. Il suffira donc de multiplier les heures données et leurs subdivisions par 15; les heures donneront les degrés, les minutes donneront les minutes et les secondes donneront les secondes.

On dira :

3^h donnent	$15^\circ \times 3$	$=$	45°
25^m donnent	$15' \times 25 = 375'$	$=$	$6^\circ 15'$
36^s donnent	$15'' \times 36 = 540''$	$=$	$9'$
donc $3^h 25^m 36^s$ donnent			$51^\circ 24'$

On peut encore opérer d'une autre manière. En effet,

puisqu'une heure correspond à 15° , une minute correspondra à $\frac{15^\circ}{60}$ ou à un quart de degré, et, de même, une seconde correspondra à un quart de minute. On dira donc :

$$3^h \text{ donnent } 15^\circ \times 3 \text{ ou } 45^\circ$$

$$25^m \text{ donnent } \frac{25^\circ}{4} \text{ ou } 6^\circ 15'$$

$$36^s \text{ donnent } \frac{36'}{4} \text{ ou } 9'$$

$$\text{Total} = 51^\circ 24'$$

CHAPITRE III.

MOUVEMENT RÉEL DE ROTATION DE LA TERRE SUR ELLE-MÊME.

PROGRAMME : **Mouvement de rotation de la Terre autour de la ligne des Pôles et d'occident en orient.**

30 — LA SPHÈRE CÉLESTE TOURNE-T-ELLE RÉELLEMENT? Nous avons admis jusqu'ici, d'après le témoignage de nos yeux, que les étoiles tournent autour de nous d'un mouvement circulaire et uniforme; et nous ne nous sommes pas préoccupés des difficultés mécaniques que pourrait présenter une telle rotation. Il convient maintenant d'examiner la question à ce point de vue, et de chercher si les mêmes apparences ne pourraient pas être produites à nos yeux par un autre mouvement plus simple et plus admissible.

31 — ILLUSIONS PRODUITES PAR LE MOUVEMENT DE L'OBSERVATEUR. Remarquons d'abord que la vue peut avertir un observateur de la variation de la distance à laquelle il se trouve d'un objet, du changement de sa direction avec le temps; mais elle ne peut lui apprendre à qui, de l'objet ou de lui-même, il doit at-

tribuer le mouvement. Si donc, à tort ou à raison, il se croit immobile, il croira nécessairement au déplacement de l'objet. D'autre part, lorsque nous faisons partie d'un système en mouvement avec tout ce qui nous entoure, et que d'ailleurs ce mouvement s'opère librement et sans secousse, le sens du toucher reste muet pour nous; car les objets voisins nous paraissent en repos. Si donc, dans ce cas, la vue nous avertit d'un mouvement quelconque, nous ne pouvons que l'attribuer aux objets qui ne participent pas à celui qui nous entraîne. C'est ainsi qu'en ballon, lorsqu'il a perdu de vue la terre, le voyageur se croit complètement immobile, et il n'est averti que par l'inspection du baromètre qu'il monte ou qu'il descend.

32—DEUX HYPOTHÈSES SUR LE MOUVEMENT DIURNE. Cela posé, les faits qui ont été étudiés dans le chapitre précédent peuvent s'expliquer de deux manières différentes et opposées. Ou, comme nous l'avons admis, l'observateur est immobile sur la terre, et les étoiles décrivent autour de l'axe, d'orient en occident, des cercles parallèles, de rayons différents, en 24 heures sidérales, avec une vitesse angulaire constante: cette hypothèse a pour elle le témoignage de nos sens. Ou la sphère céleste est immobile, et l'observateur, ou plutôt la terre qui le porte, tourne autour du même axe, dans le même temps, avec la même vitesse angulaire, mais en sens contraire, c'est-à-dire d'occident en orient. Cette seconde hypothèse, qui répugne, au premier abord, à nos croyances instinctives, rend compte, avec la même rigueur que la première, de tous les mouvements observés; au lieu de voir passer devant lui toutes les étoiles, à mesure qu'elles traversent le méridien immobile, c'est l'observateur qui va, pour ainsi dire, à la rencontre des étoiles fixes; c'est son méridien qui, en tournant, parcourt successivement toutes les régions du ciel. Puisque, d'après ce qui a été dit (n° 31), le témoignage de nos sens ne peut être un obstacle au mouvement de la Terre, examinons laquelle des deux hypothèses est le plus en harmonie avec les lois de la mécanique, avec les inductions de la logique.

33—DISCUSSION DES DEUX HYPOTHÈSES. 1° La terre, dont nous apprendrons plus tard à mesurer les dimensions, a environ

40000 kilomètres de circonférence. Si elle tourne autour d'un axe, un point de son équateur parcourt 40000 kilomètres en 24 heures; il a donc une vitesse de 28 kilomètres environ par minute. Si ce sont, au contraire, les étoiles qui tournent, comme leur distance à la terre vaut plus de 200000 fois 150 millions de kilomètres, ainsi qu'on le verra, une étoile équatoriale doit décrire en 24 heures une circonférence de ce rayon, et avoir, par conséquent, une vitesse de plus de 2 millions de kilomètres ou 500000 lieues de poste par seconde. Quelle présomption en faveur du mouvement de la terre!

2^o La terre est un corps solide dont les molécules adhèrent les unes aux autres; et les eaux et les gaz qui existent à sa surface y sont maintenus par la loi de la pesanteur. On comprend donc que cette masse puisse tourner autour d'un axe, d'un mouvement commun à toutes ses parties. Mais la sphère céleste n'est qu'une fiction; les étoiles sont à des distances fort différentes de nous; aucune force sensible ne les retient dans leurs positions relatives; il faut donc, si elles tournent, que leurs vitesses soient rigoureusement proportionnelles aux circonférences qu'elles décrivent, ou à leurs distances à l'axe de rotation, puisque leurs révolutions s'accomplissent dans le même temps. Il faut que la même loi existe pour tous les astres visibles, et même pour ceux en bien plus grand nombre qu'on ne découvre que dans les télescopes. Quelle complication d'un côté, quelle simplicité de l'autre!

3^o Ce n'est pas tout: le soleil, la lune, tout en participant au mouvement diurne, ont un mouvement propre plus lent, dirigé en sens contraire; les planètes, les comètes, nous le démontrons, tournent autour du soleil; les satellites tournent autour de leur planète. Tous ces mouvements se comprennent et s'expliquent facilement dans l'hypothèse de l'immobilité du ciel; mais, s'il faut les combiner avec le mouvement journalier des étoiles, on ne peut y parvenir qu'en inventant, avec *Ptolémée*, pour chacun de ces corps, une sphère particulière, plus petite, concentrique à la sphère céleste, et qui tournerait, sous son impulsion, avec une vitesse différente.

On voit que, dans le système fourni par les apparences, les

difficultés surgissent de tous côtés. Mais on peut donner du mouvement de la terre des preuves d'une autre nature. L'augmentation de la pesanteur, à mesure que l'on s'approche des pôles terrestres, augmentation due en partie à la diminution de la force centrifuge¹, l'impossibilité mécanique absolue du mouvement rotatoire de corps énormes autour d'un corps relativement très-petit, les expériences constatant qu'un corps qui tombe librement sur la terre dévie toujours à l'est de la verticale, et enfin les récents travaux de M. *Foucault* sur les oscillations du pendule sont des preuves que nous ne pouvons développer ici, mais qui rendent incontestable l'hypothèse de l'immobilité des étoiles *fixes*.

34—MOUVEMENT RÉEL DE LA TERRE SUR ELLE-MÊME. Nous concluons de cette discussion, avec *Copernic*, que :

La terre tourne sur elle-même, en 24 heures sidérales, d'occident en orient, avec une vitesse constante, autour d'un axe incliné à l'horizon de Paris de 48° 50' 11''.

Mais nous n'en continuerons pas moins à employer, dans nos explications ultérieures, l'hypothèse du mouvement des étoiles, lorsqu'elle nous paraîtra devoir simplifier ou faciliter l'intelligence de nos démonstrations. Il n'est pas nécessaire de dire que ce langage n'offrira pas d'inconvénients réels, puisque, d'une part, il sera toujours possible de lui substituer un langage conforme à la vérité, et que, de l'autre, aux deux points de vue, les apparences seront toujours les mêmes.

¹ Voir la note II, à la fin du volume.

CHAPITRE IV.

DESCRIPTION DU CIEL.

PROGRAMME : **Différence des étoiles en ascension droite. — Déclinaisons. — Constellations et principales étoiles. — Étoiles de diverses grandeurs : combien on en voit à l'œil nu. — Étoiles périodiques, temporaires, colorées. — Étoiles doubles, leurs révolutions. — Distance des étoiles à la terre. — Voie lactée. — Nébuleuses, nébuleuses résolubles.**

§ I. Coordonnées des étoiles.

35—NOUVEAU SYSTÈME DE COORDONNÉES. Pour fixer la position d'une étoile sur la sphère céleste, les lois du mouvement diurne nous fournissent un système de coordonnées sphériques bien préférable au système des hauteurs et des azimuts (n° 9) : c'est celui des *ascensions droites* et des *déclinaisons* ; nous allons le définir.

36—ASCENSION DROITE. L'ascension droite \mathcal{A} d'un astre A (fig. 8, p. 21), est l'angle de son cercle horaire PAP' avec un cercle horaire arbitraire. Ce dernier coupe l'équateur en un point Υ qu'on nomme *l'origine des ascensions droites*. On marque 0° en ce point, et l'on compte l'ascension droite de l'ouest vers l'est, sur l'équateur, dans le sens indiqué par la flèche, depuis 0° jusqu'à 360° .

Soit PE_q le méridien supérieur du lieu. On a évidemment :

$$\text{arc } \Upsilon D + \text{arc } DE_q = \text{arc } \Upsilon E_q;$$

ou, en d'autres termes, *l'ascension droite de l'astre, augmentée de l'angle horaire de l'astre, est égale à l'angle horaire du point Υ* (en négligeant les multiples de 360°). C'est ce qu'on écrit ainsi :

$$\mathcal{A}_* + H_* = H_\Upsilon = 15^\circ \times t,$$

t étant l'heure sidérale (n° 28). Au moment où l'astre passe au

méridien supérieur, son angle horaire est nul ; donc, à cet instant, *son ascension droite est égale à l'angle horaire du point Υ* ; on a

$$\mathcal{A}_\Upsilon = H_\Upsilon = 15^\circ \times t.$$

Le point Υ est le *point vernal* dont la définition sera donnée ultérieurement. Comme nous ne le connaissons pas encore, nous choisirons provisoirement une étoile remarquable, *Rigel*, par exemple, et nous prendrons le point G, où son cercle horaire PRP' coupe l'équateur, comme origine des ascensions droites. Nous dirons alors que l'arc GD est l'ascension droite de l'étoile A *par rapport à Rigel*, ou, suivant l'expression reçue, *la différence des deux astres en ascension droite* ; car GD est la différence entre ΥD et ΥG .

37—DÉCLINAISON. La *déclinaison* \odot d'un astre A est l'angle que le rayon visuel mené à l'astre fait avec le plan de l'équateur (fig. 8). Elle est mesurée par l'arc AD compris, sur le cercle horaire, entre l'astre et l'équateur, et elle se compte de l'équateur au pôle, depuis 0° jusqu'à 90° . Elle est *boréale* ou *australe*, suivant que l'astre est dans l'hémisphère boréal ou dans l'hémisphère austral. Pour distinguer une déclinaison australe d'une déclinaison boréale, on regarde la première comme négative et la deuxième comme positive. La déclinaison d'un astre est le complément de sa distance polaire.

38—POSITION D'UNE ÉTOILE AU MOYEN DE SES DEUX COORDONNÉES. La position d'une étoile A est parfaitement déterminée sur la sphère, quand on connaît son ascension droite \mathcal{A} et sa déclinaison \odot . Car il suffit, pour l'y placer, de porter sur l'équateur, dans le sens de la flèche, et à partir du point origine Υ , un arc ΥD égal à \mathcal{A} , de construire le demi-cercle horaire PDP', et de porter sur ce cercle, dans le sens convenable, un arc DA égal à \odot : le point A est le lieu de l'étoile.

Le grand avantage de ce système de coordonnées, c'est qu'il ne dépend ni de la position de l'observateur sur la terre, ni du moment de l'observation ; en quelque lieu et à quelque moment que l'on détermine l'ascension droite et la déclinaison

son d'une étoile, on trouve les mêmes valeurs. Expliquons maintenant comment on peut les mesurer.

39—MESURE DE L'ASCENSION DROITE D'UNE ÉTOILE. On a vu (n° 36) que l'ascension droite d'une étoile, au moment où elle passe au méridien, est égale à l'angle horaire du point Υ , origine des ascensions droites. Or, on a démontré (n° 28), que, si la pendule sidérale est réglée sur le passage du point Υ au méridien supérieur, l'angle horaire de ce point est mesuré à chaque instant par l'heure sidérale t , et est, par suite, égale à $15^\circ \times t$. Si donc le point Υ est connu, l'ascension droite de chaque étoile est mesurée par l'heure sidérale de son passage au méridien. S'il n'est pas encore déterminé, on règle la pendule sidérale sur le passage de Rigel, et l'heure sidérale du passage de l'étoile est encore la mesure de son ascension droite par rapport à Rigel.

Ainsi, dans tous les cas, pour obtenir l'ascension droite d'une étoile, il suffit d'observer son passage supérieur, à la lunette méridienne, de noter l'heure sidérale du passage, et de convertir ce temps en degrés, minutes et secondes, à raison de 15° par heure (n° 29).

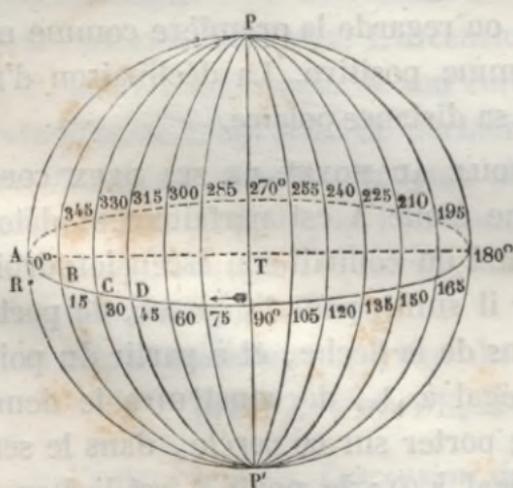


fig. 9.

On se rend compte immédiatement de cette méthode, en imaginant que la sphère céleste a été partagée en 24 parties égales par 12 cercles horaires PAP' , PBP' , PCP' ... (fig. 9), et que l'un d'eux, PAP' , contient l'origine A des ascensions droites; car alors on comprend que chacun d'eux vient à son tour, à une heure

d'intervalle, se placer dans le méridien; de telle sorte que l'étoile qui passe au méridien, une heure, deux heures, ... t heures après l'origine A, a pour ascension droite $15'$, $30'$, ... $15^\circ \times t$.

40—MESURE DE LA DÉCLINAISON D'UN ASTRE. *La déclinaison d'un astre est égale à la somme ou à la différence de la hauteur du pôle et de la distance zénithale méridienne de l'astre.* En effet, soient (fig. 10) *SZN* le méridien de l'observateur, *PP'* l'axe et *TZ* la verticale, *NS* et *EE'* les traces de l'horizon et de

l'équateur sur le méridien. L'étoile peut passer au méridien en *A* entre le pôle et le zénith (passage supérieur), ou en *B* entre le zénith et l'équateur, ou en *C* entre l'équateur et l'horizon.

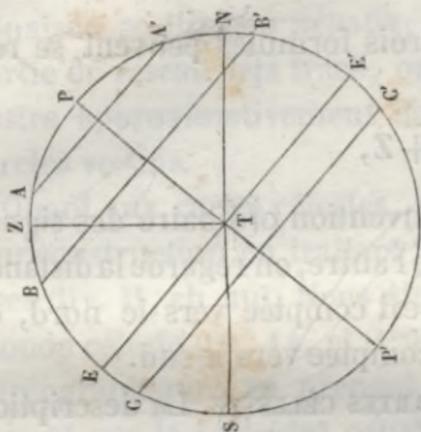


fig. 10.

ZE est la hauteur du pôle; je la désigne par *P*. D'ailleurs *ZA* est la distance zénithale méridienne de l'astre, ou *Z*; donc, en désignant par \odot la déclinaison, on a dans ce cas

$$\odot = P + Z. \quad (1)$$

Dans le deuxième cas, la déclinaison $BE = ZE - ZB$, c'est-à-dire

$$\odot = P - Z. \quad (2)$$

Dans le troisième cas, la déclinaison *CE* est australe, et on a $CE = CZ - ZE$, c'est-à-dire

$$\odot = Z - P. \quad (3)$$

C'est ce qu'il fallait démontrer.

On voit donc que, la hauteur *P* étant déterminée, une fois pour toutes, pour le lieu d'observation, il suffit, pour mesurer la déclinaison d'un astre, d'observer, au cercle mural, sa distance zénithale *Z* lors de son passage supérieur au méridien. Il sera d'ailleurs facile de reconnaître celle des trois formules

qu'on devra appliquer. Car si, pour voir le passage, on se tourne vers le nord, on choisira la première. Si l'on se tourne vers le sud, ce sera la deuxième ou la troisième qu'il faudra prendre; on prendra la deuxième, si Z est plus petit que P , et la troisième dans le cas contraire. Dans ce dernier cas seulement, la déclinaison est australe.

Remarquons encore que les trois formules peuvent se réduire à une seule,

$$\odot = P + Z,$$

si l'on adopte, d'une part, la convention ordinaire des signes pour la déclinaison (n° 37), et si, de l'autre, on regarde la distance Z comme positive, quand elle est comptée vers le nord, et comme négative quand elle est comptée vers le sud.

41—CATALOGUES, GLOBES ET CARTES CÉLESTES. La description du ciel consiste aujourd'hui à inscrire dans des *catalogues* les valeurs des deux coordonnées (ascension droite et déclinaison) de chaque étoile. Une première colonne verticale contient le nom de chaque étoile; une deuxième, l'heure de son passage au méridien, réglée sur le passage du point vernal; une troisième contient son ascension droite, en degrés, minutes et secondes; une quatrième, sa déclinaison avec son signe. Les plus célèbres de ces catalogues sont ceux d'*Hipparque*, de *Flamsteed* et de *Lalande*. Mais la lecture de ces catalogues ne peut guère nous apprendre à connaître l'état de la voûte céleste. On devra donc employer comme auxiliaires les *globes* et les *cartes*, d'après lesquels on pourra se rendre compte des positions relatives des étoiles.

Pour construire un globe céleste, on trace sur une sphère de bois ou de carton un grand cercle destiné à représenter l'équateur : les pôles de ce cercle sont les pôles du monde. On prend sur l'équateur un point qui sera l'origine des ascensions droites. On trace un grand cercle passant par ce point et par les pôles; ce sera le cercle horaire origine. Puis, partageant l'équateur en 24 parties égales, par exemple, à partir de l'origine, on trace, par les points de division, les cercles horaires qui correspondent aux différentes heures sidérales.

On divise aussi l'un de ces cercles horaires en parties égales, à partir de l'équateur; et, des pôles comme pôles géométriques, on trace, par les points de division, les petits cercles qui représenteront les parallèles célestes. Chaque étoile se place alors à l'intersection du demi-cercle horaire que détermine son ascension droite, et du parallèle boréal ou austral que donne sa déclinaison positive ou négative. Si ces deux cercles ne font pas partie du réseau déjà tracé, on les construit, ou bien on place l'astre approximativement dans le trapèze que forment les cercles voisins.

Quant aux cartes célestes, nous donnerons les principes de leur construction en traitant la question des cartes géographiques (liv. II, ch. III). Nous dirons seulement ici que la mappemonde céleste (fig. 14, pl. 1^{re}) a été construite dans le système stéréographique, en prenant l'équateur pour plan de projection, et que la carte des constellations équatoriales (fig. 14 bis, pl. 2) a été construite à l'aide des projections cylindriques. (Voir ces cartes à la fin du volume.) On distingue parmi les mappemondes celle de *Bayer* (1603), l'atlas de *Flamsteed* (1729), et surtout les 24 cartes de l'Académie de Berlin, qui contiennent les observations de *Bessel*.

42—TABLEAU DES ASCENSIONS DROITES ET DES DÉCLINAISONS DES ÉTOILES FONDAMENTALES. Nous avons déjà dit (n° 5) que les étoiles ne sont pas rigoureusement immobiles sur la sphère céleste en mouvement; mais nous avons ajouté que leurs *mouvements propres* sont très-faibles. Il résulte de là que les ascensions droites et les déclinaisons des étoiles doivent varier lentement avec le temps. M. LE VERRIER, dans un beau travail inséré dans les *Annales de l'Observatoire*, a discuté une série d'observations faites, de 1840 à 1850, à l'Observatoire de Greenwich, et il en a conclu les *positions moyennes* et les *mouvements propres annuels des trente-six étoiles dites fondamentales* pour l'année 1845. Le résultat de ce travail est consigné dans le tableau suivant; les ascensions droites y sont données en temps sidéral, l'origine du jour étant le moment du passage supérieur du point vernal au méridien.

Numéros.	NOMS DES ÉTOILES.	ASCENSION DROITE EN 1845.	MOUVEMENT PROPRE EN ASCENSION DROITE.	DÉCLINAISON MOYENNE EN 1845.	MOUVEM. PROPRE EN DÉCLINAISON.
		h. m. s.	s.	° ' "	"
1	Pégase γ	0. 5. 15,577	+0,00065	+14.19.17,7	-0,0146
2	Bélier α	1. 58. 26,839	+0,01440	+22.43.35,3	-0,1459
3	Baleine α	2. 54.10,914	-0,00131	+ 3.28.40,3	-0,1064
4	Aldébaran	4.27. 1,944	+0,00550	+16.11.31,8	-0,1739
5	La Chèvre.....	5. 5.14,870	+0,00985	+45.49.58,8	-0,4250
6	Rigel	5. 7. 5,439	+0,00030	- 8.23. 7,7	-0,0120
7	Taureau ϵ	5.16.29,838	+0,00280	+28.28.12,4	-0,1951
8	Orion α	5.46.46,880	+0,00220	+ 7.22.21,5	+0,0022
9	Sirius.....	6.38.19,165	-0,03440	-16.30.27,0	-1,3980
10	Castor.....	7.24.41,826	-0,01387	+32.13.19,2	-0,0777
11	Procyon.....	7.31.11,080	-0,04563	+ 5.37. 4,5	-1,0235
12	Pollux	7.35.49,393	-0,04652	+28.23.42,2	-0,0570
13	Hydre α	9.19.58,168	-0,00100	- 7.59.23,5	+0,0301
14	Régulus.....	10. 0. 6,682	-0,01655	+12.43.20,1	+0,0061
15	Lion ϵ	11.41. 8,952	-0,03386	+15.26.18,0	-0,1036
16	Vierge ϵ	11.42.37,273	+0,04949	+ 2.38.15,8	-0,2975
17	L'Epi	13.17. 2,032	-0,00294	-10.21. 1,3	-0,0403
18	Arcturus	14. 8.35,583	-0,07812	+19.59.30,7	-1,9830
19	Balance α^1	14.42. 7,361	-0,00773	-15.20.56,0	-0,0690
20	Balance α^2	14.42.18,763	-0,00779	-15.23.37,7	-0,0574
21	Couronne α	15.28. 7,589	+0,00958	+27.14.23,0	-0,0781
22	Serpent α	15.36.38,175	+0,00883	+ 6.55. 2,7	+0,0541
23	Antarès	16.19.54,728	-0,00059	-26. 4.56,4	-0,0336
24	Hercule α	17. 7.34,885	-0,00042	+14.34.17,8	+0,0441
25	Ophiucus α	17.27.44,477	+0,00759	+12.40.38,8	-0,2131
26	Wéga.....	18.31.41,439	+0,01870	+38.38.33,8	+0,2821
27	Aigle γ	19.38.53,400	-0,00093	+10.14.23,4	+0,0034
28	Aigle α	19.43.13,188	-0,03663	+ 8.27.48,1	+0,3800
29	Aigle ϵ	19.47.41,916	+0,00234	+ 6. 1.25,9	-0,4770
30	Capricorne α^1 ..	20. 9. 3,108	+0,00040	-12.58.57,6	+0,0010
31	Capricorne α^2 ..	20. 9.26,995	+0,00330	-13. 1.14,5	+0,0028
32	Cygne α	20.36. 8,928	+0,00087	+44.43.44,5	+0,0024
33	Verseau α	21.57.49,234	+0,00056	- 1. 4.13,6	-0,0055
34	Fomalhaut.....	22.49. 4,338	+0,02483	-30.26.31,6	-0,1662
35	Pégase α	22.57. 2,608	+0,00465	+14.22.20,2	-0,0221
36	Andromède α ...	0. 0.23,165	+0,01049	+28.14. 3,8	-0,1533

§ II. Étude des constellations.

43—CONSTELLATIONS OU ASTÉRISMES. Lorsqu'on veut se familiariser avec l'aspect du ciel, il faut néanmoins recourir au procédé des anciens, au système des *constellations*. Les étoiles sont disséminées à profusion sur la voûte céleste, mais elles y paraissent fort inégalement distribuées. On en voit beaucoup dans certaines régions, et fort peu dans d'autres; les unes sont très-brillantes, d'autres sont à peine visibles; leur couleur varie comme leur éclat; leurs positions relatives forment les

figures les plus variées. On comprend donc comment il a été possible aux anciens de réunir en groupe un certain nombre d'étoiles voisines autour des plus brillantes, de former de chaque groupe une constellation facile à distinguer des autres, et de lui donner le nom de l'homme, de l'animal, dont leur imagination croyait y reconnaître la figure. Puis, dans chaque groupe, ils ont pu désigner chaque étoile par un nom spécial, dû à la position qu'elle y occupe, ou simplement par une lettre de l'alphabet grec, en nommant d'abord les plus belles. Tout le travail se réduit donc, pour l'observateur, à reconnaître les diverses constellations. Il y parvient sans peine en commençant par celles qui avoisinent le pôle nord; il les étudie sur une carte, et il les trouve facilement dans le ciel; puis, de proche en proche, et à l'aide d'*alignements* qu'il trace sur la carte, il peut rattacher à celles-là les constellations plus éloignées; et, retrouvant ces alignements sur la voûte céleste, il peut arriver ainsi à connaître complètement toute la partie visible. Comme il y a des astres trop voisins du pôle sud pour pouvoir s'élever au-dessus de l'horizon de Paris, il faut, pour les connaître, aller dans l'hémisphère austral de la Terre.

44—DESCRIPTION DE QUELQUES CONSTELLATIONS. Les astronomes comptent ordinairement cent dix-sept constellations. Nous allons, en décrivant les principales parmi celles qui sont visibles dans nos climats, donner au lecteur les alignements qui lui permettront de les retrouver dans le ciel. Nous l'engageons à suivre dans cette recherche l'ordre que nous indiquons.

1° *La Grande-Ourse* ou le *Chariot*. Lorsque l'observateur est tourné vers le nord, il reconnaît cette belle constellation, composée principalement de sept étoiles secondaires, dont quatre forment un trapèze $\alpha \ \epsilon \ \gamma \ \delta$ (le *corps* de l'Ourse ou les *quatre roues* du Chariot), et dont les trois autres ϵ, ζ, η , forment un arc convexe vers le pôle (la *queue* de l'Ourse ou le *timon*).

2° *La Petite-Ourse*. En prolongeant la ligne $\alpha \ \epsilon$ des *gardes* de la Grande-Ourse d'une longueur égale à 5 fois sa valeur, on trouve une étoile qui brille seule dans cette région du ciel : c'est la *Polaire*. Elle est la dernière de la queue de la Petite-

Ourse, constellation formée, comme la précédente, de sept étoiles affectant la même figure, mais plus resserrée, de moindre éclat, et placée en sens inverse. On ne voit bien que les *gardes* ϵ , γ , et la Polaire α . On a déjà dit que la Polaire n'est qu'à $1^{\circ} 28'$ du pôle boréal.

3^o *Le Dragon*. Longue file sinueuse d'étoiles peu brillantes, qui sépare les deux Ourses, puis enveloppe en partie la petite, s'en éloigne ensuite par une courbure contraire, et va se terminer, non loin de la *Lyre*, par un trapèze fort visible qui est la *tête* du Dragon.

4^o *Céphée*. La ligne des gardes de la Grande-Ourse, prolongée au delà de la Polaire, tombe sur γ de Céphée, constellation formée de trois étoiles en arc légèrement convexe vers le pôle.

5^o *Cassiopee* est formée de cinq étoiles fort visibles, qui représentent un Y dont la queue est brisée à l'étoile δ . Elle est de l'autre côté du pôle par rapport à la Grande-Ourse, et à peu près à la même distance; elle est voisine de Céphée.

6^o *Pégase*. Grand carré formé de quatre belles étoiles secondaires. La ligne des gardes de la Grande-Ourse, prolongée au delà de la Polaire et de Cassiopee, traverse cette constellation.

7^o *Andromède*. L'une des étoiles α du carré de Pégase est la première d'Andromède, constellation qui contient, en outre, deux autres étoiles aussi belles ϵ , γ , presque en ligne droite avec α ; ces trois étoiles sont équidistantes, et dirigées suivant la diagonale prolongée de Pégase.

8^o *Persée*. En prolongeant la ligne d'Andromède, on rencontre la *luisante* α de Persée; elle est comprise entre deux autres plus petites γ et δ , qui forment un arc concave vers la Grande-Ourse, et presque à angle droit sur Andromède.

9^o *Les Pléiades*. Une série de petites étoiles en ligne droite, partant de δ de Persée, se porte au midi sur un groupe de six ou sept étoiles très-serrées, et parfaitement reconnaissables: ce sont les Pléiades.

10^o *Le Cocher* est un grand pentagone irrégulier, situé à l'orient de Persée; il contient la *Chèvre* (α du Cocher) très-belle étoile jaune de première grandeur. La Chèvre est sur le prolongement de l'arc $\delta \alpha \gamma$ de Persée.

11° *Les Gémeaux* sont à l'orient du Cocher, et un peu plus loin du pôle. Cette constellation forme un parallélogramme long, dont l'un des petits côtés a pour sommets *Castor* ou α à l'occident, et *Pollux* ou β à l'orient, et est le prolongement de l'arc de Persée et de la Chèvre, avec une courbure en sens inverse.

12° *Orion* est la plus belle des constellations par son étendue et par son éclat; c'est un grand quadrilatère $\alpha \beta \gamma \delta$, dont les deux sommets α et β sont deux primaires, l'épaule droite ou *Bêteigeuze*, et le pied gauche ou *Rigel*, et les deux autres γ et δ sont deux secondaires. Au centre, sont trois secondaires, serrées, en ligne droite oblique, formant le *Baudrier* ou les *Trois Rois*; l'une d'elles, δ , est à peu près dans l'équateur. La ligne qui va de la Polaire au Cocher traverse plus bas Orion.

13° *Le Taureau*. En prolongeant la ligne des Rois vers le nord-ouest, on rencontre une étoile rougeâtre de première grandeur : c'est *Aldébaran* ou l'œil du Taureau; elle termine une des branches d'un V composé de cinq étoiles très-visibles, et qui forme le front du Taureau.

14° *Le Grand-Chien*. La ligne des Rois, prolongée au sud-est, rencontre *Sirius*, la plus brillante étoile du ciel, et qui fait partie de la constellation du Grand-Chien. Cette constellation se compose en outre de cinq étoiles secondaires qui s'élèvent peu au-dessus de l'horizon de Paris.

15° *Le Petit-Chien*. En prolongeant la ligne $\gamma \alpha$ d'Orion vers l'orient, on rencontre encore une primaire, *Procyon*, seule étoile remarquable de cette constellation.

16° *Le Lion*. La ligne des gardes de la Grande-Ourse, prolongée vers β , c'est-à-dire à l'opposite du pôle, traverse le trapèze du Lion, dont la base inférieure contient à ses extrémités deux belles étoiles, le cœur α ou *Régulus* à l'occident, et la queue β ou *Dénébola* à l'orient.

17° *Le Bouvier*. L'arc de la queue de la Grande-Ourse, prolongé, va rencontrer *Arcturus*, belle étoile primaire du Bouvier; cette constellation forme un pentagone au nord-est d'Arcturus.

18° *La Vierge*. L'arc qui donne Arcturus se prolonge sur

l'*Épi*, étoile primaire de cette constellation, qui n'offre d'ailleurs rien de remarquable.

19° *La Couronne Boréale* est à l'orient du Bouvier ; elle est formée de sept étoiles en demi-cercle, et est très-facile à distinguer ; elle contient une secondaire, appelée *la Perle*.

20° *La Lyre* se distingue par une belle primaire *Wéga* ; elle est à l'opposé du pôle, par rapport à la Chèvre ; elle forme avec Arcturus et la Polaire un grand triangle, dans lequel elle est le sommet d'un angle droit.

21° *Le Cygne*, à l'orient de la Lyre, forme une croix dans la Voie lactée ; cette constellation est opposée au pôle, par rapport aux Gémeaux.

22° *L'Aigle*. La ligne qui, partant du pôle, traverse le Cygne, va rencontrer au delà trois étoiles en ligne droite, équidistantes, dont celle du milieu est primaire ; celle-ci est *Atair* ou *Altair* de l'Aigle.

Nous remarquerons, en terminant, que les étoiles *Aldébaran* du Taureau, *Régulus* du Lion, *Antarès* du Scorpion et *Fomalhaut* du Poisson austral, partagent le ciel en quatre parties à peu près égales.

Nous pourrions ajouter ici bien d'autres détails ; mais, en consultant les cartes, le lecteur pourra se tracer à lui-même des alignements, qui l'aideront à reconnaître toutes les étoiles qu'il verra sur la voûte céleste.

§ III. Particularités sur les étoiles.

45 — CLASSIFICATION DES ÉTOILES. On classe les étoiles par ordre d'éclat : les plus brillantes sont dites de *première grandeur* ; puis viennent les étoiles de deuxième, de troisième grandeur ; on ne compte pas moins de seize ordres de grandeur. Les six premiers seulement sont visibles à l'œil nu ; les dix autres comprennent les étoiles télescopiques.

On compte environ 5000 étoiles visibles à l'œil nu : mais il y en a 1000 qui ne paraissent jamais sur l'horizon de Paris.

On comprend tout ce que doit avoir d'arbitraire une classification fondée sur l'éclat qui varie d'une étoile à l'autre par

degrés insensibles. Aussi n'est-on pas parfaitement d'accord sur l'ordre qui doit renfermer certaines d'entre elles. On évalue à 45 ou 20 le nombre des étoiles de première grandeur, à 60 ou 70 celui des étoiles de deuxième, à 200, 400, 1100, 3200 environ, ceux des étoiles de troisième, quatrième, cinquième, sixième grandeur. Jusqu'à la neuvième inclusivement, on en a catalogué plus de 200000. Leur nombre total dépasse certainement 40 millions. Nous citerons seulement, parmi les étoiles remarquables, presque toutes primaires, *Sirius*, *Arcturus*, *Rigel*, *Bêteigeuze*, la *Chèvre*, *Castor*, *Pollux*, *Procyon*, *Aldébaran*, *Wéga* de la Lyre, l'*Épi*, *Ataïr*, *Régulus* et *Dénébola*, que nous connaissons déjà ; puis *Antarès*, ou le cœur du Scorpion, situé sur le prolongement de la ligne qui joint Régulus à l'Épi, ou de celle qui va de la pointe du V du Taureau à la Polaire ; *Fomalhaut*, bouche du Poisson austral, située sur la ligne ϵ α de Pégase prolongée vers le sud ; et enfin *Canopus* dans le Navire, α et ϵ du Centaure, α et ϵ de la Croix du sud, et *Achernar* de l'Éridan, ces six dernières invisibles pour nous.

Des expériences ont été faites pour comparer les intensités relatives des diverses étoiles. En appliquant une méthode due à Arago, M. Laugier a trouvé des résultats intéressants. Nous en citerons quelques-uns :

Sirius.	1000	Procyon.	445	Aldébaran	220
Wéga	617	Rigel	439	γ de l'Aigle.	80
Ataïr.	450	Bêteigeuze.	411	ϵ de l'Aigle.	34

46 — ÉTOILES PÉRIODIQUES. Certaines étoiles ont un éclat variable : on les nomme *périodiques* ou *changeantes*. Ainsi \circ de la *Baleine* est quelquefois secondaire ; son éclat dure quinze jours, puis il décroît jusqu'à la dixième grandeur ; l'étoile reste alors plusieurs mois invisible ; la période de ces alternatives est d'environ 334 jours. Le maximum d'éclat aura lieu vers le 26 août 1861, puis 334 jours après, etc. Cette étoile est australe, et se trouve sensiblement à l'intersection de la droite α ϵ d'Orion et de la diagonale ϵ γ de Pégase, à peu près à la même distance de ces deux constellations.

L'étoile χ du col du *Cygne* a une période de 404 jours, et varie de la cinquième à la onzième grandeur.

Algol ou ϵ de *Persée* ou la *Tête de Méduse* passe de la deuxième à la quatrième grandeur dans une période de 2 jours 20 heures 48 minutes. Cette étoile est au sud-ouest de la *luisante*, et à peu près à la même distance de γ d'*Andromède*.

L'étoile η d'*Argo*, qui n'est pas visible sur l'horizon de Paris, présente des variations très-singulières. Sir J. Herschel, qui l'observa longtemps au Cap de Bonne-Espérance, la plaça constamment, de 1834 à 1837, entre la deuxième et la première grandeur; le 16 décembre 1837, elle était devenue presque subitement égale à α du *Centaure*; puis elle diminua jusqu'en mars 1843, sans cesser d'être de première grandeur. En avril 1843, elle devint rapidement presque égale à *Sirius*, et elle a conservé cet éclat extraordinaire jusqu'au commencement de 1850.

On peut citer encore δ de *Céphée*, ϵ de la *Lyre*, et une vingtaine d'autres. On ignore les causes de ces changements. Quelques-uns ont pensé que ces étoiles ont des planètes, invisibles pour nous, et qui les éclipsent dans leurs révolutions; d'autres ont supposé qu'elles tournent sur elles-mêmes, et qu'elles ne sont pas également brillantes de tous les côtés; d'autres enfin veulent qu'elles aient une forme lenticulaire dont nous apercevons tantôt la tranche et tantôt la face.

47—ÉTOILES VARIABLES. Il y a des étoiles dont la lumière croît sensiblement avec la durée des siècles; telle est ϵ de la *Baleine* (au sud-ouest d'o, sur la ligne qui va de cette dernière à Fomalhaut).

Arago cite, d'après Flamsteed et Herschel, la trente et unième du *Dragon*, qui a passé, en cent ans, de la septième grandeur à la quatrième; la trente-huitième de *Persée*, qui a passé de la sixième grandeur à la quatrième.

Il y en a d'autres dont l'éclat diminue. Ainsi α de la *Grande-Ourse* était, au temps de Flamsteed, de première à deuxième grandeur; elle est aujourd'hui classée dans la deuxième. *Dénébola*, classée par Bayer (1603) dans la première grandeur, est de

la seconde aujourd'hui. De même, α du *Dragon* a passé de la deuxième à la troisième grandeur.

Il paraît enfin que certaines étoiles ont disparu : telle est la cinquante-cinquième d'*Hercule*, notée par Flamsteed comme étant de cinquième grandeur, observée par Herschel en 1781 et 1782, et qui avait disparu en 1791.

48—ÉTOILÈS TEMPORAIRES. D'autres étoiles ont paru subitement dans le ciel, ont jeté pendant quelque temps un éclat extraordinaire, puis ont disparu sans laisser de traces, et sans avoir changé de place pendant la durée de leur apparition. On peut citer, comme la plus remarquable, celle qui parut, le 11 novembre 1572 avec un éclat plus vif que celui de *Sirius* et de la planète *Jupiter*; visible d'abord en plein midi, quand le ciel était pur, elle commença à diminuer dès le mois de décembre; puis, son éclat s'affaiblissant toujours, on la vit passer successivement du blanc au jaunâtre, au jaune rougeâtre et au blanc plombé; elle finit par s'éteindre au mois de mars 1574. Elle avait brillé seize mois. Elle a été étudiée par Tycho-Brahé.

Une autre étoile primaire parut, le 10 octobre 1604, près de θ d'*Ophiucus*, à l'orient et non loin d'*Antarès*. Plus brillante, au jour de son apparition, que celle de 1572, au dire de quelques observateurs, elle ne tarda pas à diminuer d'éclat; en avril 1605, elle n'était plus que de troisième grandeur; en août, elle était comparable aux étoiles de quatrième grandeur d'*Ophiucus*; en mars 1606, elle avait disparu pour ne plus reparaitre. Képler nous a laissé le résultat de ses observations sur cette apparition.

Ces phénomènes, d'ailleurs, se reproduisent encore de nos jours; ainsi, dans la nuit du 25 avril 1848, M. *Hind* aperçut, dans le voisinage d'*Ophiucus*, une étoile de quatrième ou de cinquième grandeur, qui n'était pas visible auparavant, et qui, s'affaiblissant lentement sans changer de place, finit par s'éteindre dans le courant même de l'année.

On peut lire dans l'*Astronomie populaire* de F. Arago (t. I^{er}, liv. iv, ch. 31) les diverses explications qui ont été données de

ces apparitions, et constater le peu de confiance que leur accordait l'illustre astronome.

49—ÉTOILES COLORÉES. Presque toutes les étoiles sont blanches, comme *Sirius*, *Rigel*, etc.; quelques-unes sont rouges, comme *Bêteigeuze*, *Aldébaran*, *Arcturus*, *Antarès*; d'autres sont jaunes, telles sont la *Chèvre* et *Atair* de l'*Aigle*. Cette coloration est d'ailleurs, en général, assez peu sensible.

§ IV. Distance immense des étoiles à la terre.

50 — IMPOSSIBILITÉ DE MESURER CETTE DISTANCE. Lorsqu'on

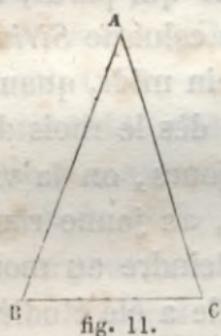


fig. 11.

veut mesurer sur la terre la distance d'un point B à un point inaccessible A (fig. 11), on trace sur le terrain une *base* BC, à l'aide de *jalons*, et on en mesure avec soin la longueur. Puis, au moyen d'instruments convenables, dont la description ne saurait être donnée ici, on évalue les angles ABC, ACB, que font, avec la base BC, les deux rayons

visuels menés des points B et C au point A. On connaît alors, dans le triangle ABC, un côté BC et les angles, on peut donc calculer la distance AB par la trigonométrie. Mais, pour que le calcul donne le résultat avec l'approximation désirable, il faut que le triangle existe, c'est-à-dire que le point A ne soit pas assez éloigné pour que les deux droites BA et CA soient sensiblement parallèles; on doit donc choisir une base dont la grandeur soit comparable à la distance à mesurer. Or, lorsqu'on veut appliquer cette méthode à la recherche de la distance d'une étoile, on trouve que, quelle que soit la base choisie sur la terre, fût-ce même son diamètre, qui vaut plus de 12700 kilomètres, les deux droites BA et CA font avec BC des angles supplémentaires, et sont par suite parallèles. Il a donc fallu chercher une plus grande échelle; l'astronomie l'a fournie dans le diamètre de l'orbite que la terre, comme nous le verrons, décrit en un an autour du soleil. Ce diamètre vaut plus de 300 millions de kilomètres; et, à six mois d'intervalle, la terre en occupe les deux extrémités. Or, si à ces deux épo-

ques, on calcule les angles que les deux rayons visuels BA , $\bar{C}A$, menés à l'étoile, font avec le diamètre BC de l'orbite (les formules de la trigonométrie sphérique permettent de les déduire des coordonnées de l'astre), on trouve encore que ces deux rayons sont parallèles ; ou du moins, si la somme des angles à la base diffère de deux angles droits, on reconnaît que l'erreur en plus ou en moins est moindre que $0''{,}4$, et qu'elle est ainsi de l'ordre de petitesse des grandeurs dont on ne peut plus répondre dans les mesures.

51—MESURE DE LA DISTANCE DE QUELQUES ÉTOILES. Le procédé naturel que nous venons d'indiquer, n'étant pas applicable à la mesure de la distance qui nous sépare des étoiles, il semble qu'il nous faut renoncer à la connaître. Cependant *Bessel*, astronome de Kœnisberg, a pu le premier, par des procédés tout différents, fondés sur des *mesures héliométriques*¹, parvenir à déterminer l'angle A , pour quelques-unes d'entre elles ; et il en a conclu la valeur de la distance correspondante. Comme cet angle est toujours excessivement petit, on peut remplacer le calcul trigonométrique par le calcul suivant, qui fournit des résultats parfaitement exacts.

Concevons qu'on ait choisi pour base (fig. 12) celui des diamètres de l'orbite terrestre qui est perpendiculaire à la distance de l'étoile au soleil.

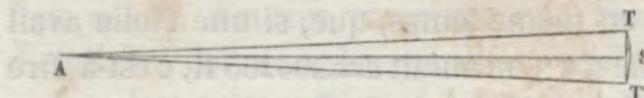


fig. 12.

Soient TT' ce diamètre, S et A les positions du soleil et de l'astre ; le triangle TAT' est isocèle ; et l'angle A , qui est alors le plus grand possible, est partagé par la droite SA en deux parties égales. L'angle SAT , sous lequel un observateur, placé à l'astre, verrait le rayon ST de l'orbite terrestre, se nomme la *parallaxe annuelle* de l'astre ; nous désignerons cet angle par p , l'unité étant la seconde sexagésimale ; l'angle A , que l'on mesure, est ainsi le double de p . Or, lorsqu'un angle TAT' est très-petit, on peut, sans erreur appréciable, suppo-

¹ Voir la note III, à la fin du volume.

ser égaux l'arc TT' décrit de son sommet comme centre et intercepté entre ses côtés, et la corde TT' de cet arc ; car leur différence est une fraction très-petite de l'un et de l'autre. Il en est de même de l'arc moitié et de sa corde, et l'on peut supposer $TA=SA$. Cela posé, soit d la distance SA ; la demi-circonférence, décrite avec ce rayon, vaut πd ; comme elle contient 180° ou $648000''$, la longueur de l'arc d'une seconde vaut $\frac{\pi d}{648000}$ et celle de l'arc p'' vaut $\frac{\pi dp}{648000}$; d'ailleurs cet arc se confond avec le rayon R de l'orbite terrestre ; donc

$$\frac{\pi dp}{648000} = R,$$

d'où
$$d = \frac{648000}{\pi p} R.$$

Or, $\frac{648000}{\pi} = 206265$, à une unité près :

donc
$$d = \frac{206265}{p} R. \quad (\alpha)$$

Cette formule sert à calculer la distance qui sépare la terre ou le soleil des astres dont on aura pu déterminer la parallaxe annuelle p . On voit, en même temps, que, si une étoile avait une parallaxe annuelle d' $1''$, on aurait $d=206265 R$, c'est-à-dire que sa distance serait 206265 fois celle du soleil à la terre ; et comme aucune étoile connue n'a une parallaxe aussi considérable, toutes sont plus éloignées de nous. Si donc on imagine une sphère, qui aurait pour centre la terre, et pour rayon l'énorme distance $d=206265 R$, aucune étoile connue n'est dans l'intérieur de cette sphère ; et sans doute beaucoup d'entre elles sont encore bien plus distantes.

Pour se faire une idée de pareilles distances, on peut les comparer au chemin que la lumière fait en un an. On verra qu'elle nous vient du soleil en $8^m 18^s$ ou en 498^s ; elle parcourt donc la distance, en deçà de laquelle il n'y a pas d'étoiles, en 206265 fois 498 secondes ; et si l'on divise ce nombre par le nombre de secondes de l'année, on trouve 3 ans $\frac{1}{4}$ environ.

Ainsi la lumière, qui fait 77000 lieues par seconde, mettrait plus de trois ans à venir de l'étoile la plus voisine! Et si cette étoile disparaissait tout à coup, nous la verrions briller pendant trois ans encore! Si d'autres sont mille fois plus éloignées, la lumière qui émane d'elles met plus de trois mille ans à faire le trajet!

Voici quelques-unes des distances les moins incertaines :

ÉTOILES.	PARALLAXE.	DISTANCE.	RETARD DE la lumière.	DEGRÉ d'incertitude.
α du Centaure...	0'',91.	226400 R.	3ans, 6	à $\frac{4}{13}$ près.
61 ^e du Cygne.....	0 ,35.	589300 R.	9ans, 4	à $\frac{4}{20}$ près.
Wéga de la Lyre.	0 ,26.	785600 R.	12ans, 6	à $\frac{4}{5}$ près.
La Polaire.....	0 ,11.	1946000 R.	31ans	à $\frac{4}{10}$ près.

52—LUMIÈRE DES ÉTOILES. Les étoiles sont certainement lumineuses par elles-mêmes; car elles ne sauraient emprunter leur éclat à d'autres corps qui sont beaucoup trop éloignés d'elles. On doit donc les considérer comme autant de soleils, qui peut-être échauffent et vivifient des systèmes planétaires comme le nôtre, imperceptibles pour nous. Le soleil lui-même n'est sans doute qu'une simple étoile, dont l'éclat et la chaleur sont relatifs à la distance qui nous sépare de lui; car transporté à la distance d' α du *Centaure*, il ne brillerait plus que comme une étoile de troisième grandeur.

53—DIMENSIONS DES ÉTOILES. Les dimensions des étoiles sont complètement inappréciables. Plus les lunettes, à l'aide desquelles on les observe, sont puissantes, et plus leur diamètre paraît petit. Si une étoile avait seulement 4'' de diamètre apparent, à la distance à laquelle nous la voyons, elle serait plus d'un million de fois plus grosse que le soleil. Si la *Chèvre* avait, comme l'admettait Herschel, un diamètre égal à 2'', 5, son

volume vaudrait plus de vingt millions de fois le volume du soleil.

54—SCINTILLATION DES ÉTOILES. Lorsqu'on regarde à l'œil nu une étoile brillante, comme *Sirius*, *Aldébaran*, *Wéga*, etc., on remarque dans sa lumière un certain tremblement, auquel on a donné le nom de *scintillation*. Nous consacrons, à la fin du volume, une note (la note IV) à la description de ce phénomène, d'après Arago.

§ V. Étoiles doubles.

55—ÉTOILES DOUBLES, LEURS RÉVOLUTIONS. On appelle *étoiles doubles*, *triples*, *quadruples*,.... *multiples*, des groupes de deux, trois, quatre,..... étoiles, qui se confondent à l'œil nu, mais que séparent de bons télescopes. *Williams Herschel*, qui, le premier, s'est occupé avec soin des étoiles doubles, en a catalogué plus de cinq cents; mais un célèbre astronome russe, M. *Struve*, en a, dans ces dernières années, porté le nombre à plus de trois mille. Le nombre des étoiles triples est beaucoup moins considérable; M. *Struve* n'en cite que cinquante-deux, parmi lesquelles se trouvent α d'*Andromède*, μ du *Loup*, μ du *Bouvier*. Une des étoiles quadruples les plus remarquables est ε de la *Lyre*. On ne connaît guère de groupes composés de plus de quatre étoiles; cependant θ d'*Orion* est une étoile sextuple.

Ordinairement les étoiles d'un groupe binaire ont des intensités et des colorations différentes. Le plus souvent, la plus grande est rougeâtre ou jaunâtre, et la plus petite est verdâtre ou bleuâtre; ces couleurs paraissent, d'ailleurs, éprouver de grands changements avec le temps. Les deux étoiles d' α du *Centaure* sont l'une de première grandeur, et l'autre de deuxième grandeur; celles d' η de la *Couronne* sont de cinquième et de sixième grandeur; celles de γ de la *Vierge* sont toutes deux de troisième grandeur.

On avait cru d'abord que ce rapprochement excessif de deux étoiles d'un groupe pouvait être un effet de perspective, et qu'en réalité les étoiles, placées presque sur le même rayon visuel, pouvaient être fort éloignées l'une de l'autre. Mais W. *Herschel*

a reconnu que les étoiles d'un même groupe sont réellement très-rapprochées, et qu'elles tournent périodiquement autour de leur centre commun de gravité, en obéissant aux lois de *Képler* (Voir le liv. V). Voici quelques-uns des résultats auxquels on est arrivé :

Noms des étoiles doubles.	Temps de la révolution.	Demi-grand axe de l'ellipse, vu perpendicul ^r . de la terre.	Excentricité.
ζ d'Hercule.	36 ^{ans.}	1'',2	0,44
η de la Couronne. . .	43	»	»
ξ de la Grande-Ourse.	58	3'',8	0,42
α du Centaure	78	12'',4	0,71
Castor.	253	8'',4	0,76
61 ^e du Cygne.	452	15'',4	»
γ de la Vierge.	629	12'',4	0,83
γ du Lion.	1200	»	»

L'observation des étoiles doubles et l'étude de leurs révolutions ont déjà fourni la preuve que ces grands corps sont régis par la même force qui, dans le système solaire, préside aux mouvements des planètes autour du soleil ; elles ont démontré que l'attraction newtonnienne était réellement universelle. Mais cette étude pourra fournir à la science, dans l'avenir, des résultats d'une importance extrême ; elle pourra servir à déterminer les distances des étoiles à la terre, sur lesquelles nous avons si peu de données certaines ; elle pourra même conduire à la connaissance de leurs masses. Les étoiles doubles servent, d'ailleurs, dès à présent, à juger de la bonté et de la puissance des lunettes et des télescopes de grandes dimensions. On peut lire, dans l'*Astronomie populaire* (t. I^{er}, p. 473 et suiv.), les pages intéressantes que F. Arago consacre à ces découvertes de l'avenir.

§ VI. Voie lactée, Nébuleuses.

56—VOIE LACTÉE. La *voie lactée* est une bande blanchâtre, irrégulière, qui partage le ciel, du nord-est au sud-ouest, en deux parties à peu près égales. Elle paraît formée d'une multitude d'étoiles, trop petites pour être visibles à l'œil nu, et qui, accumulées dans une zone étroite de la sphère, produisent cette lueur laiteuse qu'on voit dans les nuits sans lune. Elle passe sur plusieurs des constellations que nous avons décrites, telles que Céphée, Cassiopée, Persée, le Cygne, l'Aigle, etc.

57—NÉBULEUSES. Les nébuleuses sont de nombreux petits nuages blanchâtres, disséminés dans le ciel, et qui paraissent avoir quelque analogie avec la voie lactée. Lorsqu'on les observe avec de puissants télescopes, on voit quelques-unes d'entre elles *se résoudre* en étoiles distinctes extrêmement rapprochées. Mais le plus grand nombre résiste aux plus forts grossissements, et paraît constitué par une matière diffuse répandue dans l'espace.

La première nébuleuse fut découverte, en 1612, par *Simon Marius*, dans la *Ceinture d'Andromède*, près de l'étoile ν ; cet observateur comparait sa lumière à celle d'une chandelle vue à travers une feuille de corne. Sa longueur est de $2^{\circ} \frac{1}{2}$, sa largeur est de plus de 1° . En 1656, *Huyghens* observa la belle nébuleuse située autour de l'étoile θ , dans la constellation d'*Orion*. *Halley*, en 1716, ne connaissait encore que six nébuleuses; *Lacaille*, vers 1755, en signala vingt-huit nouvelles. Mais c'est à *W. Herschel* que l'astronomie doit les plus nombreuses découvertes; de 1786 à 1803, l'illustre astronome catalogua deux mille cinq cents nébuleuses.

Tout le monde connaît le groupe des *Pléiades*, situé dans la constellation du *Taureau*, et composé de soixante-quatre étoiles très-voisines, dont les plus belles, au nombre de six ou sept, sont de troisième et de quatrième grandeur. Ce groupe est, à la vue simple, et pour certains observateurs, une masse confuse de lumière, une nébuleuse; mais elle se résout à l'aide de la lunette la plus faible. On peut en dire autant du groupe

des *Hyades*, situé sur le front du *Taureau*, et du groupe du *Cancer*, nommé *Præsepe* ou la *Crèche*; le moindre grossissement les décompose en étoiles distinctes. Il est des amas stellaires qui sont des nébuleuses pour un grossissement très-faible, et que résout un télescope grossissant 50 ou 100 fois. Il en est d'autres qui exigent, pour se décomposer, des grossissements de 500 fois et au delà. Ce sont de nombreux faits de cette nature qui avaient porté Herschel à affirmer que les nébuleuses sont toutes des amas d'étoiles; et que, si quelques-unes résistent encore à la décomposition, il faut en chercher la cause dans un trop grand éloignement ou dans une trop grande concentration des étoiles composantes; mais il reconnut plus tard que cette généralisation était trop hasardée, et que toutes les nébuleuses ne sont pas résolubles.

58—NÉBULEUSES RÉSOUBLES. Les nébuleuses résolubles affectent le plus ordinairement la forme circulaire, ou plutôt la forme sphérique. On remarque alors que l'intensité de la lumière va en croissant des bords au centre, le rayon visuel côtoyant un nombre d'étoiles d'autant plus grand qu'il s'éloigne plus de la circonférence. On peut citer, comme exemple, la nébuleuse située près de ω du *Centaure*.

Le nombre des étoiles contenues dans une nébuleuse globulaire peut être très-considérable; on calcule qu'une nébuleuse, ayant un diamètre de 10', doit en contenir plus de vingt mille.

Certaines nébuleuses sont perforées ou en anneau; telle est, par exemple, celle qui sépare les étoiles ϵ et γ de la *Lyre*; d'autres sont contournées en spirales.

Il résulte des observations d'Herschel que les nébuleuses ne sont pas uniformément distribuées dans le ciel, et que les régions les plus pauvres en étoiles sont celles qui contiennent les nébuleuses les plus riches.

59—NÉBULEUSES NON RÉSOUBLES. Les nébuleuses non résolubles occupent dans le ciel des étendues considérables; il en est qui ont 4° 9' dans une seule de leurs dimensions. Ces grandes taches lumineuses n'ont pas de forme régulière; leurs contours sont, les uns rectilignes, les autres curvilignes;

quelques-unes se terminent brusquement d'un côté, et se fondent, de l'autre, dans la lumière du ciel, par une dégradation insensible. Elles affectent, dit Arago, toutes les formes fantastiques des nuages tourmentés par des vents violents et souvent contraires.

La lumière des vraies nébuleuses est très-faible, et, en général, uniforme; quelques points particuliers, seulement, sont un peu plus brillants. Herschel pensait que cette augmentation d'intensité est l'effet d'une force attractive qui condense la matière phosphorescente, et qui l'amène peu à peu à l'apparence sidérale, de sorte que nous assisterions, comme le dit encore Arago, à la formation de véritables étoiles.

60—NÉBULEUSES PLANÉTAIRES. Certaines nébuleuses non résolubles sont circulaires ou légèrement elliptiques; leur éclat est uniforme: elles ressemblent aux planètes de notre système. Herschel les appelait *nébuleuses planétaires*. La plus remarquable est celle qui fut découverte par *Méchain*, près de ϵ de la *Grande-Ourse*; son diamètre apparent est de $2' 40''$; en la supposant aussi éloignée de la Terre que la 61^e du *Cygne*, on calcule que son diamètre réel vaudrait 47 fois le diamètre de l'orbite de la planète *Neptune*.

61—ÉTOILES NÉBULEUSES. Herschel donnait le nom d'*étoiles nébuleuses* à des étoiles environnées de nébulosités faisant corps avec elles. Telle est l'étoile de huitième grandeur, située près de ζ de *Persée*. Il supposait que ces atmosphères doivent, en se condensant peu à peu, se réunir aux étoiles centrales et augmenter leur éclat. Dans sa pensée, le premier état de la matière cosmique est celui des nébuleuses également brillantes dans toutes leurs parties; le second état se manifeste par des condensations locales, progressives, dont le résultat est, à la longue, une étoile nébuleuse; puis enfin la condensation, continuant à se produire, amène l'étoile nébuleuse à l'état définitif d'étoile proprement dite.

C'est à l'avenir qu'appartient la solution de ces grandes questions; la science dira sans doute un jour s'il faut adopter ou rejeter les vues grandioses d'Herschel. Nous ne pouvons, dans un ouvrage élémentaire, développer toutes les raisons

qui militent en faveur de ces magnifiques conjectures : mais le lecteur qui voudra les connaître pourra consulter le livre XI de l'*Astronomie populaire*.

EXERCICES ET APPLICATIONS.

62—1° Trouver la plus petite déclinaison d'une étoile qui, à Paris, ne se couche pas.

2° Trouver la déclinaison d'une étoile qui, dans le mouvement diurne, passe au zénith de Paris.

3° Connaissant l'angle α que fait avec la méridienne, à Paris, le rayon visuel mené au point de lever d'une étoile, calculer sa déclinaison, sa plus grande hauteur au-dessus de l'horizon, et la durée de sa présence au-dessus de l'horizon.

4° Une étoile passe 16 heures au-dessus de l'horizon de Paris et 8 heures au-dessous. Quelle est sa déclinaison?

LIVRE II.

LA TERRE ☉.

Sa Forme, ses Dimensions.

CHAPITRE I.

FIGURE DE LA TERRE.

(Première approximation.)

PROGRAMME : **Phénomènes qui donnent une première idée de sa forme.—Pôles, parallèles, équateur.—Méridiens.—Longitude et latitude géographiques.**

§ I. Notions préliminaires.

63—LA TERRE N'EST PAS PLANE. Après avoir démontré la loi générale du mouvement diurne, et fait connaître le monde des étoiles, il nous faut étudier avec soin le globe qui nous porte, pour lui assigner plus tard la place qu'il doit occuper dans l'univers.

On n'a pas cru longtemps que la terre était plane, et que la voûte céleste s'appuyait sur elle aux bornes de l'horizon. Il est facile de citer des faits, qui ont montré aux premiers observateurs la rondeur de la terre et son isolement dans l'espace. Ainsi, 1^o lorsqu'un vaisseau s'éloigne du port, un spectateur placé sur le rivage le voit peu à peu s'enfoncer sous l'horizon; le corps du navire disparaît le premier, puis les voiles inférieures, puis les hunes et enfin l'extrémité supérieure des mâts les plus élevés. Pour revoir alors le navire, il suffit au spectateur de s'élever au-dessus du sol, et ce sont les sommets des mâts et les voiles supérieures qui reparaissent tout d'abord. Le phénomène se manifeste en sens inverse, lorsque le vais-

seau s'approche du port. Or, si la mer était plane, ne serait-ce pas le corps du navire qui devrait paraître le premier ou disparaître le dernier? Au contraire, l'hypothèse de la convexité de la mer explique parfaitement les apparences. Car l'horizon *sensible* est alors un cône tangent à la surface de la mer, ayant son sommet dans l'œil de l'observateur; à mesure que le vaisseau s'éloigne du

point A (fig. 13), et atteint les positions B, B', B'', etc., il descend progressivement au-dessous

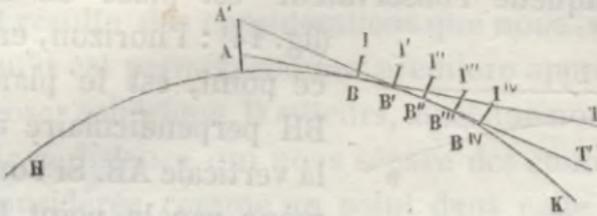


fig. 13.

du plan tangent ABT, et devient invisible en B''''; mais si le spectateur s'élève en A', son horizon s'abaisse, et il peut revoir la partie la plus élevée du navire.

2° Lorsqu'on s'avance vers le nord, on reconnaît que l'étoile polaire s'élève au-dessus de l'horizon; elle s'en rapproche, au contraire, si l'on se dirige vers le sud. Ce deuxième fait est une conséquence naturelle de la convexité de la terre dans le sens du méridien, et ne peut s'expliquer qu'en admettant cette hypothèse; car, si la terre était plane, la hauteur méridienne des étoiles devrait rester invariable, à cause de leur distance infinie.

3° De plus, les voyages autour du monde ont, depuis longtemps, mis hors de doute la proposition que nous examinons. Magellan, le premier, parti des côtes de Portugal, en se dirigeant vers l'ouest, atteignit les ports de la Chine, après avoir doublé le cap Horn. Puis, ses vaisseaux revinrent de Chine en Europe, en continuant leur route à l'ouest. Il est donc indubitable que la terre est arrondie dans ce sens. Depuis, de nombreux voyages, exécutés dans toutes les directions, ont démontré mille fois la même vérité.

4° Enfin, lorsque nous étudierons les éclipses de lune, nous dirons qu'elles ont pour cause l'ombre portée par la terre, du côté opposé au soleil. Or, l'échancrure déterminée sur la lune par cette ombre, dans une éclipse partielle, n'est pas rectiligne; sa courbure est toujours convexe vers la partie éclairée de

l'astre ; il faut en conclure que le cône d'ombre a lui-même une forme arrondie, et que la terre qui le projette a la même forme.

Ainsi la terre et les eaux forment une surface arrondie dans tous les sens, et isolée dans l'espace.

64—SPHÉRICITÉ DE LA TERRE. Soit CAD la surface de la mer,

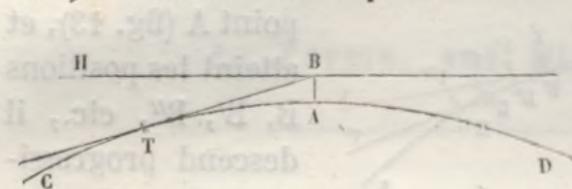


fig. 14.

une tangente BT à la surface de la mer, l'observateur voit la partie AT de cette surface, et l'horizon sensible est déterminé dans cette direction par cette tangente. L'angle HBT (n° 8) est la *dépression apparente*. Or, de quelque côté que l'observateur B se tourne, il trouve que cet angle est toujours le même, tant qu'il reste à la même hauteur. Il faut en conclure que la *courbure de la mer est uniforme*, c'est-à-dire que sa surface est sphérique. Et il est naturel de penser, qu'aux petites inégalités près, il doit en être de même de la terre ferme ¹.

65—FAUSSE IDÉE DE LA PESANTEUR. Est-il nécessaire, en terminant l'exposé de ces premières notions, de montrer l'absurdité de cette croyance primitive qui veut que la terre, ainsi isolée, tombe dans l'abîme, et que nos *antipodes* ne puissent se soutenir, la tête en bas, sur le sol ? Qui ne voit que cette erreur est due à une fausse idée que l'on se fait de la pesanteur ; que cette force réside à l'intérieur du globe ; que, par conséquent, tomber, c'est se diriger vers son centre, pour les antipodes comme pour nous ? Qui ne comprend que la terre n'a besoin d'aucune force pour la maintenir dans l'espace, si elle n'est attirée vers aucune région par une force extérieure, et que, pour elle, le mot *tomber* n'a aucun sens ?

¹ Voir la note v, à la fin du volume.

§ II. Cercles principaux : longitude et latitude, zones.

66—Revenons maintenant à l'étude de la forme de la terre. Il résulte des considérations que nous venons de développer, qu'il est permis, comme première approximation, de la supposer sphérique. D'ailleurs, ainsi que nous l'avons dit, à propos de la distance qui nous sépare des étoiles, la terre peut être considérée comme un point dans cette immense étendue, et l'on peut prendre son centre pour celui de la sphère céleste.

67—AXE, PÔLES. Cela posé, l'axe de la sphère céleste tra-

verse la terre suivant un diamètre pp' , qu'on appelle *axe terrestre* (fig. 15) c'est la droite idéale, autour de laquelle a lieu la rotation réelle. Les points où l'axe rencontre la surface sont les *pôles terrestres* : p est le pôle *boréal*, p' le pôle *austral*.

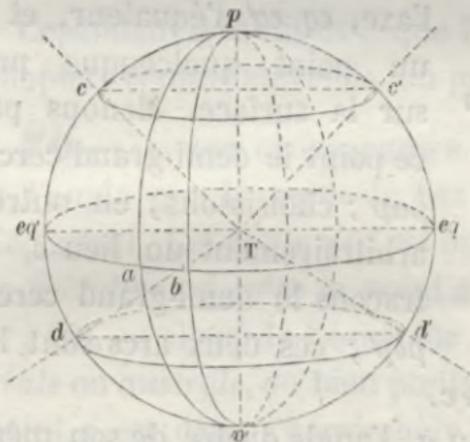


fig. 15.

ÉQUATEUR, MÉRIDIDIENS.—

Le plan de l'équateur céleste, passant par le centre de la terre, la coupe suivant un grand cercle $e q e q'$, appelé *équateur terrestre* ou *ligne équinoxiale*. Les plans des cercles horaires célestes, contenant tous l'axe, tracent sur la surface des grands cercles $p a p'$, $p b p'$, etc., qu'on nomme *méridiens terrestres*, et qui se rencontrent tous aux deux pôles.

PARALLÈLES.—Quant aux plans des parallèles célestes, ils ne rencontrent pas la surface de la terre; car elle est si petite, que deux plans parallèles, qui lui seraient tangents aux deux pôles, se confondraient avec le plan de l'équateur céleste, et passeraient par les mêmes étoiles. Mais, si l'on imagine des cônes, ayant pour sommet le centre T et pour bases les parallèles célestes, ces cônes déterminent, par leur intersection

avec la surface de la terre, des cercles cc' , dd' , auxquels on donne le nom de *parallèles terrestres*, et qui sont à la même distance angulaire de l'équateur que les cercles diurnes correspondants. Il est évident qu'on peut aussi les considérer comme ayant été déterminés par des plans perpendiculaires à l'axe pp' .

68—LONGITUDE GÉOGRAPHIQUE. La position d'un point se détermine, à la surface de notre globe, au moyen de deux coordonnées tout à fait analogues à l'ascension droite et à la

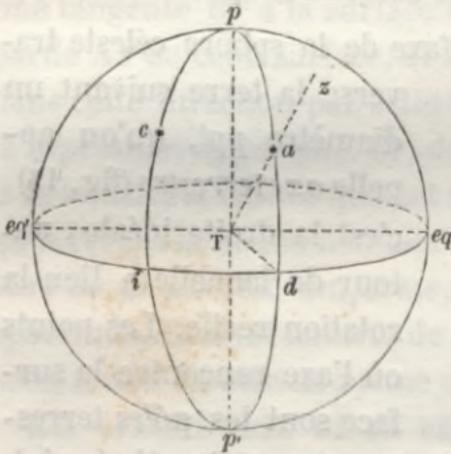


fig. 16.

déclinaison d'une étoile : ce sont la longitude et la latitude.

Soient (fig. 16) T la terre, pp' l'axe, $eq\ eq'$ l'équateur, et a un point quelconque pris sur la surface. Menons par ce point le demi-grand cercle pap' ; choisissons, en outre, arbitrairement un lieu c , et traçons le demi-grand cercle pcp' ; ces deux arcs sont les

méridiens des deux lieux a et c . On appelle *longitude* du lieu a , l'angle dièdre de son méridien avec le méridien choisi pcp' . Cet angle se mesure par l'arc id compris, sur l'équateur, entre les deux demi-grands cercles; et il se compte de 0° à 180° , de part et d'autre du point i , qui est le 0° des longitudes. La longitude est *orientale* ou *occidentale*, suivant que le point a est à l'est ou à l'ouest du méridien origine.

69—PREMIER MÉRIDIEN. Le méridien pcp' , que l'on prend pour origine des longitudes, se nomme le *premier méridien*. Autrefois tous les pays avaient adopté, avec *Ptolémée*, le même premier méridien; il passait par l'*île de Fer*, la plus occidentale des Canaries; et, comme le monde connu ne s'étendait pas au delà, toutes les longitudes étaient orientales. Aujourd'hui chaque nation a le sien; c'est ordinairement celui qui passe par le principal observatoire du pays. Pour nous, c'est le méridien

de l'observatoire de Paris; pour l'Angleterre, c'est celui de Greenwich. Ce dernier est à $2^{\circ} 20' 9'',4$ à l'ouest du premier.

La longitude d'un lieu dépend donc de la position de son premier méridien; mais il est facile de la transformer pour la rapporter à un autre. En effet, en général, une longitude orientale anglaise surpasse de $2^{\circ} 20' 9'',4$ la longitude française du même lieu. Si cependant un lieu est compris entre les premiers méridiens de Paris et de Greenwich, la longitude est occidentale pour l'un et orientale pour l'autre, et la somme des deux arcs vaut $2^{\circ} 20' 9'',4$. Si le lieu est compris entre les prolongements des méridiens, sa longitude est orientale pour la France, occidentale pour l'Angleterre, et la somme des deux arcs vaut $360^{\circ} - 2^{\circ} 20' 9'',4$ ou $357^{\circ} 39' 50'',6$.

Cependant il serait utile que les peuples s'entendissent pour adopter, comme autrefois, un premier méridien commun.

70—LATITUDE GÉOGRAPHIQUE. On nomme *latitude* d'un lieu a , l'angle que la verticale Taz du lieu fait avec le plan de l'équateur. Cet angle aTd est mesuré par l'arc ad compris sur le méridien ad entre le point a et l'équateur; il se compte de 0° à 90° , en allant de l'équateur aux pôles. La latitude est *boréale* ou *australe*, ou bien positive ou négative, suivant que le point a est dans l'hémisphère boréal ou dans l'hémisphère austral.

On remarquera avec soin que tous les lieux situés sur un même *demi-méridien* ont même longitude, ceux de l'autre moitié ayant une longitude supplémentaire et comptée en sens contraire, et que tous les lieux situés sur un même parallèle ont même latitude.

On verra facilement que la position d'un point sur le globe est déterminée, quand on connaît la grandeur et le signe de sa latitude, ainsi que la grandeur et le sens de sa longitude.

71—DÉTERMINATION DE LA LATITUDE SUR TERRE. Exposons maintenant comment on peut déterminer la latitude d'un point du globe.

THÉORÈME. *La latitude d'un point est égale à la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon de ce point.*

En effet (fig. 17), soient EPE' le méridien du lieu A , EE' et

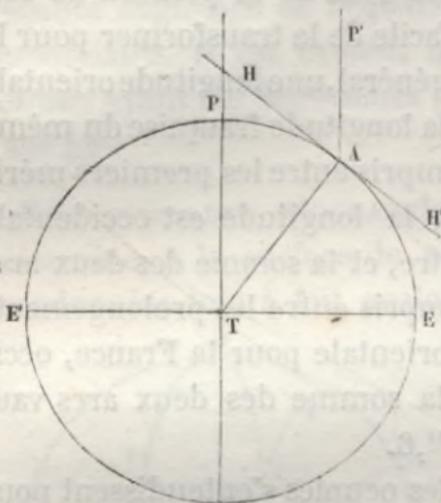


fig. 17.

perpendiculaire à l'équateur EE' . D'un autre côté le plan EPE' contient la droite AP' , et est perpendiculaire au plan de l'horizon; donc AH est la projection de AP' sur l'horizon, et l'angle $P'AH$ mesure la hauteur du pôle. Or les deux angles $P'AH$, ATE , sont égaux; car ils sont aigus, et ils ont leurs côtés respectivement perpendiculaires. Donc la latitude est égale à la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon.

On remarquera que cette démonstration est indépendante de la forme du méridien, pourvu que l'on remplace AT par la verticale du lieu. Ainsi l'angle que forme la verticale d'un lieu avec l'équateur est égal à la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon.

Nous avons dit (n° 21) comment, sur terre, on peut mesurer en un point donné la hauteur du pôle; cette mesure fournira donc la latitude du lieu. On a vu, qu'à l'Observatoire de Paris, la hauteur du pôle, et, par suite, la latitude est égale à $48^{\circ} 50' 11''$.

72—LATITUDE EN MER. En mer, on ne peut pas déterminer la hauteur du pôle par le procédé du n° 21 : il n'est pas possible, on le comprend aisément, d'installer sur le navire un cercle mural ou une lunette méridienne. On a donc recours à

un autre procédé qui est fondé sur l'emploi du *sextant*¹. On mesure, à l'aide de cet instrument, la hauteur méridienne d'une étoile dont la déclinaison \odot , calculée à l'avance, se lit dans la *Connaissance des temps* ; et l'on prend le complément de cette hauteur, qui est la distance zénithale Z de l'étoile. En désignant par P la hauteur du pôle ou la latitude du lieu, on a (n° 40) :

$$\odot = P + Z, \quad \text{d'où } P = \odot - Z.$$

Cette formule fait connaître P . On sait d'ailleurs qu'on doit y considérer Z comme positive ou comme négative, suivant que l'étoile passe au méridien au nord ou au sud du zénith.

73—DÉTERMINATION DE LA LONGITUDE.—THÉOREME. *La longitude d'un point du globe a pour mesure le temps sidéral qui s'écoule entre les passages d'une même étoile au méridien du lieu et au premier méridien, ou bien encore, la différence des heures que l'on compte, au même instant, sous ces deux méridiens.*

En effet, concevons qu'on ait tracé, sur la surface de la terre, vingt-quatre demi-grands cercles passant par les pôles et distants entre eux de 15° , et que l'un d'eux pap' (fig. 18) soit le premier méridien. Dans le mouvement diurne apparent, le cercle horaire d'une étoile connue, *Rigel*, par exemple, vient se confondre successivement avec chacun de ces méridiens, et, comme le mouvement est uniforme, il s'écoule une heure sidérale entre deux coïncidences successives ; en d'autres

termes, *Rigel* traverse les plans de ces divers méridiens à une heure d'intervalle. Si donc un lieu m se trouve sur le méridien pbp' qui fait un angle de 15° , à l'est, avec le premier méridien pap' , *Rigel* passera au méridien de ce lieu une heure avant de passer au premier méridien ; et le temps

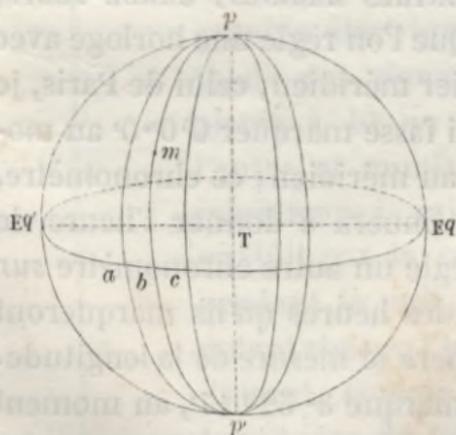


fig. 18.

¹ Voir, à la fin du volume, la note VI, relative à la description et à l'usage de cet instrument remarquable.

écoulé (une heure) entre les deux passages sera la mesure de la longitude du lieu (15°). En général, à cause de l'uniformité du mouvement diurne, la longitude est proportionnelle au temps écoulé, qui peut, par conséquent, lui servir de mesure. C. Q. F. D.

On peut aussi prendre pour mesure de la longitude la différence des heures sidérales, que l'on compte au même instant, sous les deux méridiens. Car, puisque l'on prend pour origine du jour sidéral l'instant du passage du point vernal ou d'une certaine étoile à chaque méridien, on comptera $0^h 0^m 0^s$ au lieu m , au moment de ce passage; puis on comptera de même $0^h 0^m 0^s$ sous le premier méridien, lorsque le point ou l'astre y passera à son tour. Mais, à ce dernier instant, on ne comptera plus 0^h , mais bien 1^h au lieu m , puisqu'il s'est écoulé une heure entre les deux passages. La différence des heures comptées, au même instant, sous les deux méridiens, sera donc 1^h , et la longitude du lieu m sera 15° . En général, on voit qu'à cause de l'uniformité du mouvement diurne, la différence des heures est proportionnelle à la longitude, et peut lui servir de mesure. C. Q. F. D.

74—De là résultent plusieurs méthodes pour évaluer la longitude d'un point du globe. La première est celle des chronomètres.

EMPLOI DES CHRONOMÈTRES, MONTRES MARINES, GARDE-TEMPS, POUR MESURER LES LONGITUDES. Que l'on règle une horloge avec le plus grand soin sous le premier méridien, celui de Paris, je suppose, c'est-à-dire, qu'on lui fasse marquer $0^h 0^m 0^s$ au moment où une étoile, *Rigel*, passe au méridien; ce chronomètre, transporté partout ailleurs, continuera à donner l'heure de Paris. Si donc, au lieu m , on règle un autre chronomètre sur la même étoile, la comparaison des heures qu'ils marqueront tous deux au même instant donnera la mesure de la longitude. Si, par exemple, celui de Paris marque $3^h 52^m 17^s$, au moment où celui du lieu m marque $4^h 18^m 27^s$, la différence des heures est $0^h 26^m 10^s$, et la longitude, calculée à raison de 15° par heure (n^o 29), est $6^{\circ} 32' 30''$. D'ailleurs, il est facile de voir

qu'elle est orientale, puisqu'il est plus tard en *m* qu'à Paris, au même instant.

75—MÉTHODE DES SIGNAUX INSTANTANÉS. On détermine encore les longitudes des points du globe par la méthode des *signaux instantanés*. Ainsi la télégraphie électrique peut servir merveilleusement à cet usage ; car un signal est transmis par elle avec une vitesse qu'on peut dire infinie. Que deux observateurs, placés en deux stations de la ligne électrique, règlent leurs chronomètres sur la même étoile, et qu'au moment du signal transmis, chacun note l'heure indiquée par la pendule ; il leur suffira de se communiquer leurs résultats, pour calculer immédiatement la différence des heures comptées au même

instant sous les deux méridiens, et, par suite, la longitude de l'un des lieux par rapport à l'autre. Ce procédé est le meilleur de tous ; c'est celui qu'ont employé récemment les directeurs des observatoires de Paris et de Greenwich pour déterminer la différence des longitudes des deux lieux ; à l'aide du télégraphe sous-marin qui traverse la Manche, ils ont trouvé cette différence égale à $2^{\circ}20'9''{,}4$, valeur plus faible que celle qu'on admettait auparavant, et qui était $2^{\circ}20'24''$.

Mais ce procédé ne peut être employé que sur les lignes de fer. Avant la découverte de la télégraphie électrique, *Cassini* avait indiqué la méthode des *signaux de feu*. Deux observateurs, placés à 40 ou 50 lieues de distance l'un de l'autre, et munis de chronomètres et de lunettes méridiennes, voient, au même instant, un signal produit par la combustion d'un peu de poudre, pendant la nuit, à une station intermédiaire ; ils notent chacun l'heure correspondante, et ils en déduisent, comme tout à l'heure, la différence des longitudes de leurs points d'observation. Si les points sont trop éloignés pour que le même signal puisse être aperçu par chacun des deux observateurs, on établit plusieurs stations intermédiaires

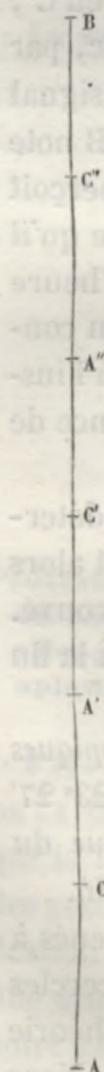


fig. 19.

A', A'' entre les stations extrêmes A et B (fig. 49); et l'on place à chacune d'elles un observateur, muni d'un chronomètre réglé de manière à battre 86400 secondes par jour sidéral. Entre chaque station, on fait successivement des signaux de feu, en C, C', C''. Le premier signal, en C, est visible de A et de A' : l'observateur A note l'heure sidérale exacte du lieu, et l'observateur A' note au même instant l'heure que marque son chronomètre. Quelques instants après, le deuxième signal a lieu en C', et est visible en A' et en A'' : l'observateur A', en notant l'heure de ce nouveau signal, détermine le temps t qui s'est écoulé depuis le premier; l'observateur A'' a noté d'ailleurs, en même temps, à son chronomètre, l'heure de ce deuxième signal. Puis le troisième signal se produit en C'', et est vu de A'' et de B simultanément : A'' connaît donc, par son chronomètre, le temps t' qui a séparé le troisième signal du deuxième, puisqu'il les a vus tous deux; d'ailleurs B note l'heure sidérale exacte de sa station, au moment où il aperçoit le signal C''. Il est évident qu'en ajoutant $t + t'$ à l'heure qu'il était en A, au moment du premier signal, on obtient l'heure qu'il était au même point, au moment du troisième; on connaît donc ainsi les heures sidérales des stations A et B, à l'instant du troisième signal, et par conséquent la différence de leurs longitudes.

76—LONGITUDE EN MER. Il n'est pas aussi facile de déterminer les longitudes en mer. L'usage du *sextant* devient alors indispensable pour calculer l'heure du lieu où l'on se trouve. Mais nous renvoyons pour plus de détails à la note VII, à la fin du volume.

77—TROPIQUES, CERCLES POLAIRES, ZONES. Les *Tropiques* sont deux parallèles de la terre, menés à la latitude de $23^{\circ} 27' 30''$ environ : le tropique boréal Tr se nomme *tropique du Cancer*, l'autre T'r est le *tropique du Capricorne* (fig. 20).

Les *cercles polaires* CC et C/C' sont des parallèles menés à $23^{\circ} 27' 30''$ environ des pôles; ils portent les noms de cercles polaires *arctique* et *antarctique*. Nous verrons, dans la théorie du soleil, quelle est l'origine de ces dénominations. Nous verrons aussi pourquoi la zone comprise entre les deux tropi-

ques se nomme zone *torride*; pourquoi les deux zones comprises entre chaque tropique et le cercle polaire correspondant s'appellent zones *tempérées*, et pourquoi celles qui s'étendent du cercle polaire au pôle sont les zones *glaciales*. Disons seulement ici que, les surfaces de ces zones étant proportionnelles à leurs hauteurs, on peut aisément calculer leur étendue, à l'aide des premiers éléments de la trigonométrie rectiligne, et qu'on obtient les résultats suivants :

La surface totale de la terre étant prise pour unité,
 la zone torride = 0,40
 chaque zone tempérée = 0,26
 chaque zone glaciale = 0,04.

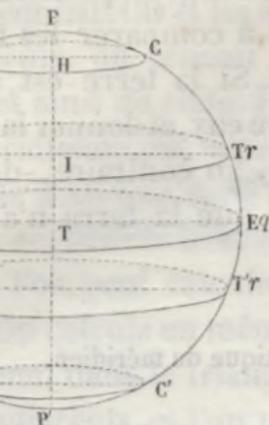


fig. 20.

CHAPITRE II.

FIGURE DE LA TERRE.

(Deuxième approximation.)

PROGRAMME : Valeurs numériques des degrés mesurés en France, en Laponie, au Pérou, et rapportés à l'ancienne toise. Leur allongement à mesure qu'on s'approche des pôles.—Rayon et aplatissement de la terre.—Longueur du mètre.

78—MARCHE A SUIVRE POUR DÉTERMINER LA VRAIE FIGURE DE LA TERRE. Nous avons supposé, dans le chapitre précédent, que la terre était une sphère; et nous n'en avons donné que des preuves trop peu concluantes pour être acceptées sans vérification ultérieure. Nous devons donc maintenant procéder à une étude plus minutieuse, plus approfondie, de la figure de notre globe. La marche que nous suivrons à cet effet consiste

à mesurer avec soin, à différentes latitudes, des arcs de méridien, et à évaluer le nombre de degrés qu'ils renferment, en les supposant circulaires; puis à comparer les mesures obtenues les unes avec les autres. Si la terre est sphérique, les résultats doivent concorder entre eux, et donner la même valeur pour le rayon; si l'on trouve, au contraire, des différences notables, on doit en conclure que la terre n'a pas la forme que nous lui avons supposée.

§ I. Forme elliptique du méridien.

79—MESURE D'UN ARC DU MÉRIDIEN. L'opération géodésique, qui a pour but la mesure de la longueur d'un arc du méridien, présente des difficultés matérielles d'exécution que nous ne pouvons pas indiquer ici; on en trouvera l'exposition complète dans les ouvrages spéciaux¹. Nous nous bornerons à faire connaître la marche générale de ce grand travail. Soit AB (fig. 21) l'arc du méridien dont il s'agit de trouver la longueur. On mesure avec le plus grand soin une base AC, allant de l'extrémité A du méridien à une première station C. Puis

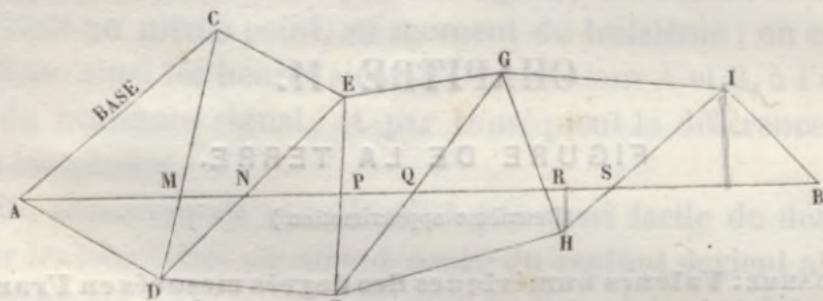


fig. 21.

on choisit, de part et d'autre de la méridienne, d'autres stations D, E, F, G, etc., de chacune desquelles on puisse voir les stations voisines; et l'on mesure, au théodolite, les angles de chacun des triangles ACD, CDE, EDF, etc., qu'elles forment entre elles. Cette première opération permet de résoudre ces divers triangles par la trigonométrie: car dans le premier, on

¹ Voir le *Traité d'Astronomie physique* de M. Bior, t. III, 3^e édition.

connaît AC et les angles, et l'on peut calculer CD ; dans le deuxième, on connaît CD et les angles, et l'on peut calculer DE ; dans le troisième, on connaît DE et les angles, et l'on peut calculer EF, et ainsi de suite. Puis on détermine en A la direction de la méridienne par le procédé ordinaire (n^o 49), et l'on mesure l'angle MAC que cette direction fait avec la base AC ; on connaît donc, dans le triangle ACM, le côté AC et les angles adjacents, et l'on peut calculer le premier tronçon AM de la méridienne. On calcule en même temps l'angle M et le côté CM ; on connaît donc, dans le triangle MDN, le côté DM=CD—CM, et les angles adjacents, et l'on peut calculer le deuxième tronçon MN de la méridienne, l'angle N et le côté DN. On connaît alors, dans le triangle NEP, le côté EN=DE—DN, et les angles adjacents, et l'on peut calculer le troisième tronçon NP de la méridienne, et ainsi de suite. On comprend que l'on pourra ainsi déterminer par parties la longueur de l'arc total AB.

Si l'on ne pouvait pas mesurer directement la base AC, on en mesurerait une autre dans une plaine voisine, et on la relierait au côté AC et par suite au réseau des triangles par une série de triangles auxiliaires, dont on calculerait d'abord les éléments de la même manière. On obtiendrait ainsi, par le calcul, la longueur de la droite AC, et l'on opérerait alors sur cette droite, comme nous venons de le dire.

SO—NOMBRE DE DEGRÉS DE L'ARC DU MÉRIDIEN. En admet-

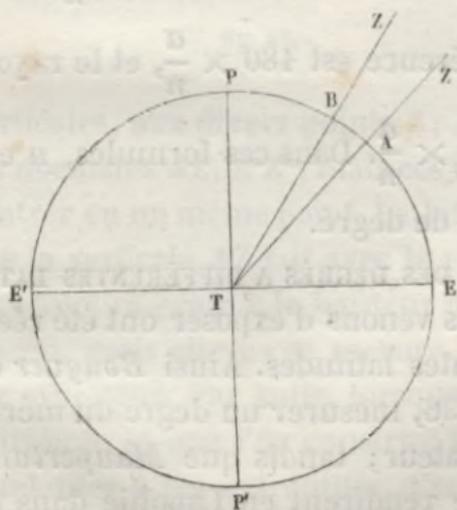


fig. 22.

tant que l'arc ainsi mesuré soit circulaire, on détermine facilement le nombre de degrés qu'il contient. Car soit PAP' (fig. 22) le méridien sur lequel est compté l'arc AB dont on a évalué la longueur (n^o 79) ; les latitudes des points A et B sont les nombres de degrés contenus dans les arcs AE et BE, et par suite le nombre de degrés de l'arc AB est la différence de ces latitudes.

Il suffit donc de mesurer les latitudes des points extrêmes de la méridienne pour connaître, par leur différence, le nombre de degrés de l'arc mesuré.

La latitude du point A se détermine à la manière ordinaire, (n° 71); car l'astronome peut choisir librement le point de départ. Mais il peut arriver que l'autre extrémité de la méridienne ne soit pas un point convenable pour y établir les instruments de mesure. On détermine alors la latitude de ce second point par le calcul. Pour cela, on termine l'arc du méridien au point S (fig. 21) où cet arc est rencontré par la ligne qui joint les deux dernières stations I et H; on mesure les latitudes λ et λ' de ces stations. Puis, abaissant des points I et H sur AB des perpendiculaires (qui se confondent avec les parallèles de ces points), on compare les triangles semblables qui ont pour bases ces perpendiculaires, et pour sommet commun le point S. En désignant par Λ la latitude cherchée du point S, on a :

$$\frac{\lambda - \Lambda}{\Lambda - \lambda'} = \frac{SI}{SH}, \quad \text{d'où} \quad \frac{\Lambda - \lambda'}{\lambda - \lambda'} = \frac{SH}{HI},$$

formule qui fait connaître Λ .

S1—LONGUEURS DE L'ARC D'UN DEGRÉ ET DU RAYON DU MÉRIDIEN. Si a est la longueur de l'arc, et si n est le nombre de degrés qu'il contient, la longueur de l'arc d'un degré est $\frac{a}{n}$; par

suite, celle de la demi-circonférence est $180 \times \frac{a}{n}$, et le rayon

de cette circonférence est $\frac{180}{\pi} \times \frac{a}{n}$. Dans ces formules, n est exprimé en degrés et fractions de degré.

S2—VALEURS COMPARATIVES DES DEGRÉS A DIFFÉRENTES LATITUDES. Les opérations que nous venons d'exposer ont été réellement exécutées sous différentes latitudes. Ainsi *Bouguer* et *La Condamine* allèrent, en 1736, mesurer un degré du méridien au Pérou, près de l'équateur; tandis que *Maupertuis*, *Clairaut* et leurs collègues se rendirent en Laponie dans le même but. *Picard* avait, un demi-siècle auparavant, mesuré,

avec une précision remarquable, la longueur du degré en France. Voici les résultats obtenus pour la longueur de cet arc d'un degré; on a trouvé :

Au Pérou.... 56750 toises,
 En France... 57060 toises,
 En Laponie.. 57422 toises.

On voit que *la longueur du degré du méridien va en augmentant, quand on va de l'équateur au pôle*. Il faut en conclure que la terre n'est pas une sphère.

§3—HYPOTHÈSE DU MÉRIDIEN ELLIPTIQUE. Quelle est donc la forme du méridien terrestre? Si l'on admet que la terre a été fluide à l'origine, et si l'on se fonde sur les lois mécaniques du mouvement de rotation, on peut conjecturer que le globe a pris, sous l'influence de la force centrifuge, la forme d'un

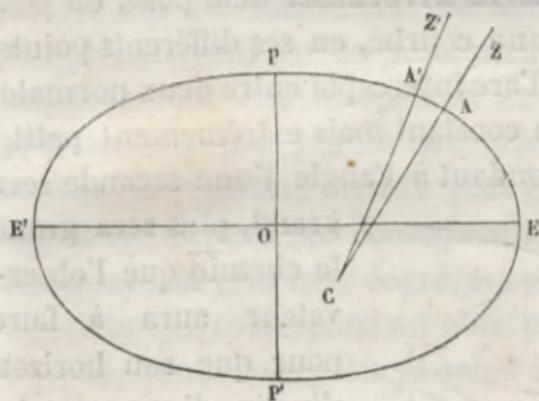


fig. 23.

ellipsoïde de révolution autour de l'axe des pôles. Admettons pour un instant cette nouvelle hypothèse. Les méridiens ne sont plus des cercles; ils sont des ellipses égales EPE/P' (fig. 23), ayant toutes l'axe des pôles PP' pour petit axe. Les

verticales, aux divers points A, A', de la surface, sont encore les normales AZ, A'Z'; mais ces normales ne vont plus se rencontrer en un même point. La latitude d'un point A, ou l'angle que la verticale AZ fait avec le plan de l'équateur EE' (n^o 70), est toujours égale à la hauteur du pôle au-dessus de l'horizon (n^o 71); mais elle ne se mesure plus par l'arc AE, qui est un arc elliptique. Par suite, lorsque l'on considère un arc AA' du méridien, et que l'on construit les normales AZ, A'Z', correspondantes à ses extrémités, l'angle C de ces deux verticales, différence des angles que chacune d'elles fait avec le plan de l'équateur, est l'angle que nous avons évalué astronomique-

ment sous le nom de différence des latitudes (n° 80). Si l'arc AA' est suffisamment petit, ce qui a toujours lieu dans les opérations de cette nature, les deux longueurs $AC, A'C$, sont à très-peu près égales; et l'arc elliptique AA' se confond sensiblement avec un arc de cercle qui aurait C pour centre et CA pour rayon. En conséquence, ce qu'il nous faut appeler maintenant arc d'un degré sur un méridien elliptique, et ce que nous avons réellement mesuré comme tel (n° 81), c'est un arc AA' , tel que les verticales menées à ses extrémités forment un angle d'un degré, ou ce qui revient au même, un arc tel que la différence des latitudes extrêmes est 1° .

Remarquons d'ailleurs avec soin, que toutes ces généralisations et leurs conséquences sont indépendantes de la forme de la courbe méridienne; elles conviennent à une courbe quelconque, comme à une ellipse.

§4—VÉRIFICATION DE CETTE HYPOTHÈSE. Cela posé, on peut apprécier la courbure d'une courbe, en ses différents points, à l'aide de la longueur de l'arc intercepté entre deux normales extrêmes faisant un angle constant mais extrêmement petit :

car plus l'arc AA' correspondant à l'angle d'une seconde sera grand, plus sera grand le chemin que l'observateur aura à faire pour que son horizon s'incline d'une seconde, et moins la courbure sera prononcée, moins l'arc différera d'une ligne droite. Si nous appliquons ce moyen de comparaison à l'ellipse EPE/P' (fig. 24),

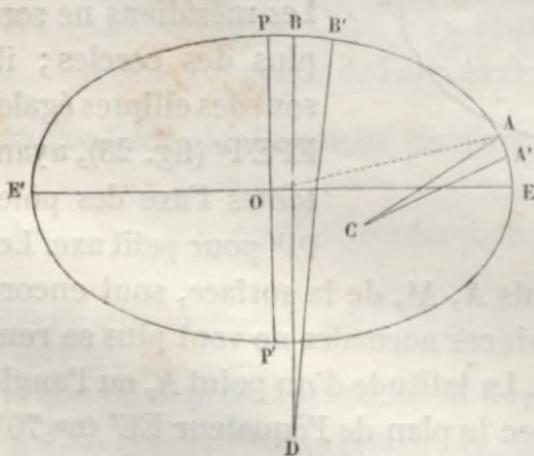


fig. 24.

dont la courbure diminue évidemment lorsqu'on va de E en P , nous reconnâtrons aisément qu'un arc AA' d'un degré, pris vers le point E , est plus petit qu'un arc BB' d'un degré, pris vers le point P ; c'est-à-dire, que *les degrés du méridien elliptique vont en augmentant de E en P* . Or, c'est là précisément

le fait que démontre la mesure directe du méridien : nous devons donc admettre que la *courbe méridienne est, comme notre ellipse, aplatie aux pôles et renflée à l'équateur.*

Ce qui précède ne suffit pas, sans doute, pour nous donner le droit de conclure que le méridien terrestre est une ellipse. Mais la Géométrie analytique permet de résoudre affirmativement la question, comme on peut le voir dans la note VIII, à la fin du volume.

Ainsi *la terre peut, sans erreur sensible, être considérée comme un ellipsoïde de révolution, aplati aux pôles et renflé à l'équateur.*

85—ERREUR COMMISE PAR BERNARDIN DE SAINT-PIERRE. Les conséquences que l'on tire de la mesure des degrés du méridien, à diverses latitudes, sont mathématiquement inattaquables : cependant elles n'ont pas été adoptées unanimement, dès qu'elles ont été formulées. *Bernardin de Saint-Pierre*, par exemple, arrivait, par un raisonnement curieux, à une conclusion diamétralement opposée. Le plus long degré, disait-il, appartient à la plus grande circonférence, puisqu'il en est toujours la 360^{me} partie ; mais la plus grande circonférence a le plus grand rayon : par conséquent, le rayon des pôles, correspondant au plus long degré, est plus grand que le rayon de l'équateur qui correspond au plus petit : la terre est donc un ellipsoïde renflé aux pôles et aplati à l'équateur. Ce raisonnement, spécieux pour les personnes qui ne sont pas familiarisées avec les propriétés de l'ellipse, ne pouvait en imposer aux géomètres ; car il est fondé sur une erreur que la figure précédente fait comprendre aisément : *Bernardin de Saint-Pierre* croyait que, dans l'ellipsoïde, les normales se rencontrent au centre, comme dans la sphère. Or cela est faux : les arcs d'un degré, comptés sur le méridien, peuvent bien être considérés comme des arcs de cercle ; mais leurs centres, C, D, sont fort distincts du centre O de l'ellipse : leurs rayons CA, DB, sont donc très-éloignés de pouvoir se confondre avec les rayons OA, OB, qui partent du centre de la courbe.

86—RAYON DE LA TERRE. Les axes de l'ellipse méridienne, dont nous donnerons plus loin les valeurs en nombres, étant

déterminés par le calcul (voir note VIII), la Géométrie analytique permet de calculer facilement les coordonnées rectilignes d'un point quelconque A dont on donne la latitude, et par suite le rayon OA de la terre en ce point. Ce rayon va évidemment en diminuant de l'équateur au pôle, tandis qu'au contraire le rayon de courbure va croissant. Quand on parle du rayon de la terre, il s'agit du rayon moyen. Cependant, dans le langage astronomique, le rayon de la terre est le demi-grand axe de l'ellipse méridienne, c'est-à-dire, le rayon de l'équateur.

87—APLATISSEMENT. On nomme *aplatissement* le rapport $\frac{a-b}{a}$, c'est-à-dire le rapport de la différence des axes au grand

axe. Nous verrons tout à l'heure que ce rapport est égal à $\frac{1}{299,45'}$, avec une incertitude de 4,66 au dénominateur. Ainsi la figure de la terre ne diffère pas beaucoup de celle d'une sphère ; car, le grand axe étant représenté par une longueur de 299 mètres, le petit le serait par une longueur de 298 mètres. Nous pourrions, en conséquence, continuer à la considérer, dans le plus grand nombre des cas, comme une sphère parfaite : c'est ce que nous ferons, en particulier, lorsqu'il s'agira de la construction des globes et des cartes géographiques.

§ II. Dimensions de la terre.

88—MESURE DE LA TERRE CHEZ LES ANCIENS. La question de la *forme* de la terre n'a été soulevée qu'à la fin du XVII^e siècle par *Huyghens* et *Newton* ; avant eux, la terre était considérée comme une sphère. Mais les anciens ont cherché à déterminer sa *grandeur*, ses dimensions : et voici, d'après les recherches de M. *Chasles*, les travaux qui ont été exécutés par eux sur ce sujet.

Aristote (330 ans avant J.-C.) n'indique aucun procédé de mesure ; il dit seulement que ceux qui s'efforcent de conjecturer la grandeur de la terre ne lui donnent guère que

400000 stades de circonférence. Nous ne connaissons pas la valeur du stade.

Eratosthène (276 ans avant J.-C.) avait remarqué qu'à Syène, le jour du solstice d'été, à midi, les puits étaient éclairés jusqu'au fond, et qu'un style vertical ne portait pas d'ombre : le soleil passait donc, en ce moment, au zénith de cette ville. A Alexandrie, au contraire, il voyait, le même jour, le soleil à une distance zénithale de $7^{\circ} 12'$. Il en concluait, en supposant le soleil infiniment éloigné, que la différence des latitudes des deux villes était de $7^{\circ} 12'$: puis, admettant qu'elles se trouvaient sous le même méridien, l'une en *s* et l'autre en *a* (fig. 25), bien qu'en fait, leurs longitudes différassent

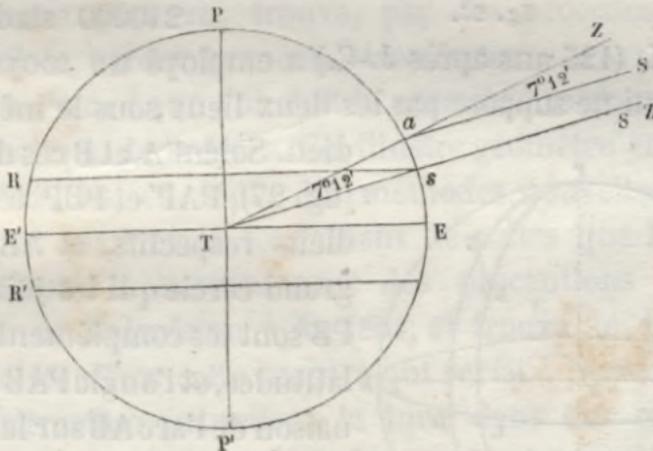


fig. 25.

de près de trois degrés, il prenait ces $7^{\circ} 12'$ pour mesure de l'arc du méridien *as* compris entre elles. Or la distance de Syène à Alexandrie était estimée 5000 stades. Il en concluait aisément que le degré valait 694 stades, et la circonférence de la terre 250000 stades. En nombre ronds, il fit le degré égal à 700 stades, et la circonférence du globe égale à 252000 stades.

Posidonius (106 ans avant J.-C.) remarqua que la belle étoile australe *Canopus* ne paraissait à Rhodes qu'à l'horizon, sans s'élever au-dessus; tandis qu'à Alexandrie, au moment de son passage au méridien, elle était à $7^{\circ} 30'$ au-dessus de l'horizon : c'était une preuve que la différence des latitudes

des deux villes était de $7^{\circ} 30'$. Comme il les supposait sous le même méridien, l'une en R et l'autre en A (fig. 26), il en résultait que cette diffé-

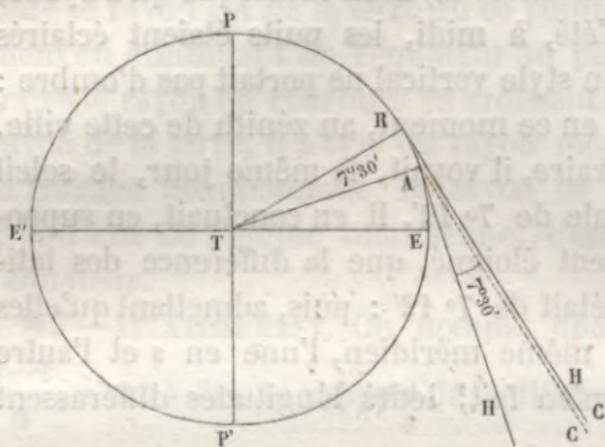


fig. 26.

rence était la mesure de l'arc AR. D'ailleurs, la distance de Rhodes à Alexandrie était estimée égale à 5000 stades : par suite le degré valait 666 stades, et la circonférence de la terre 240000 stades.

Ptolémée (125 ans après J.-C.) a employé un moyen moins inexact, qui ne suppose pas les deux lieux sous le même méridien.

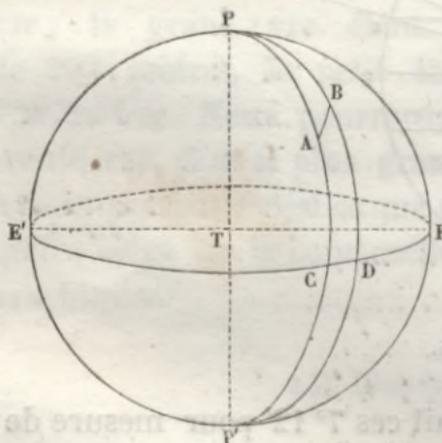


fig. 27.

Soient A et B ces deux lieux (fig. 27), PAP' et PBP' leurs méridiens respectifs, et AB l'arc de grand cercle qui les joint : PA et PB sont les compléments de leurs latitudes, et l'angle PAB est l'inclinaison de l'arc AB sur le méridien du point A. Ces trois éléments du triangle sphérique APB étant supposés connus, l'analyse moderne permet de calculer le nombre de degrés du côté AB.

Ptolémée ne dit pas comment il a déterminé la direction du point A au point B, et la valeur de l'angle A. Il dit seulement qu'il a fait le calcul, qu'il a mesuré l'arc AB en degrés et en longueur, et que le degré est de 5000 stades.

Au ix^e siècle, le calife *Almamoun* fit mesurer un degré dans les plaines de Singiar : ses mathématiciens marchèrent les uns vers le nord, les autres vers le sud, sur un même méridien, en mesurant la distance parcourue, et en calculant la différence de latitude par la hauteur mé-

ridienne du soleil. Ils arrivèrent au même résultat que Ptolémée. Pour en apprécier l'exactitude, il faudrait connaître la valeur du stade.

§9—MESURE DE LA TERRE CHEZ LES MODERNES. En 1550, *Fernel*, médecin et astronome, mesura l'arc du méridien compris entre Paris et Amiens, et trouva que le degré valait 57070 toises. Son procédé consistait à compter le nombre des tours de roue de sa voiture, depuis Paris jusqu'au point où, par l'observation de la hauteur méridienne du soleil, il jugea qu'il s'était avancé d'un degré vers le nord.

En 1616, un géomètre hollandais, *Snellius*, appliqua le premier la trigonométrie à cette question; et trouva le degré égal à 55021 toises, valeur beaucoup trop faible. De son côté, *Norwood*, en Angleterre, trouva, par des procédés analogues, 57424 toises, valeur beaucoup trop forte.

C'est à *Picard* que l'on doit la première mesure réellement mathématique de la terre. Cet illustre géomètre employa dans ces opérations, en 1669, des méthodes nouvelles, inventées par lui, et qui sont le fondement de celles que l'on emploie aujourd'hui. Il mesura avec des précautions infinies la distance de Malvoisine à Amiens, et trouva le degré égal à 57060 toises. C'est cette mesure qui servit à Newton pour calculer l'attraction qui retient la lune dans son orbite autour de la terre, et pour découvrir le grand principe de la gravitation universelle.

On s'occupait, quelques années après, de mesurer tout l'arc du méridien qui traverse la France. *J. Dominique Cassini*, en 1683, commença seul; puis, en 1700, il s'adjoignit son fils *Jacques Cassini*, et son neveu *Philippe Maraldi*, et poussa le travail jusqu'à la frontière méridionale de France: il trouva le degré égal à 57097 toises, à la latitude de 45°. Puis, en 1718, *Jacques Cassini*, *Dominique Maraldi*, neveu de Philippe, et de la *Hire* le fils, continuèrent dans le nord, d'Amiens à Dunkerque, la mesure commencée par Picard, et trouvèrent que le degré valait 56960 toises à la latitude de 50°. On voit que ces deux mesures conduisent à la conséquence de l'allongement de la terre dans le sens des pôles. *Newton* et *Huyghens* avaient

cependant formulé auparavant l'opinion opposée, fondée sur des considérations mécaniques.

Il devenait donc intéressant de mesurer les degrés du méridien dans des régions assez éloignées en latitude, pour que les erreurs des observations fussent moindres que la différence qu'on cherchait. C'est dans ce but que *Godin, Bouguer et La Condamine* partirent pour le Pérou en 1736; tandis que *Maupertuis, Clairaut, Camus, Lemonnier et Outhier* allèrent en Laponie. Ce sont les mesures de ces académiciens, et celle de Picard pour la France, que nous avons indiquées au n° 82; elles donnèrent raison à Newton et à Huyghens contre Cassini.

Vers le même temps, en 1739, *Cassini de Thury et Lacaille* recommencèrent les mesures exécutées en France. Ce travail confirma la mesure donnée par Picard, fit découvrir les erreurs de D. et de J. Cassini, et donna une mesure exacte du méridien. Ce fut alors que Cassini de Thury construisit sa belle carte de France, en couvrant le pays d'un vaste réseau de triangles qui lui servirent à déterminer les positions des points principaux. Il prolongea ensuite en Allemagne, jusqu'à Vienne, la perpendiculaire au méridien de Paris. D'autres savants exécutèrent dans leurs pays des travaux semblables. Plus tard, on voulut relier les deux observatoires de Greenwich et de Paris, pour fixer leur position relative. A cet effet, on mesura une première base, en 1784, dans la plaine de Hounslowheat, au sud-ouest de Londres; et, en 1787, on commença la chaîne des triangles qui devaient rattacher Londres à Douvres; puis on relia cette dernière ville à la méridienne de France.

90—NOUVEAU SYSTÈME DES POIDS ET MESURES. Une nouvelle série de ces travaux difficiles fut entreprise, après la révolution française, dans un tout autre but. « On ne peut voir, dit
« le marquis de Laplace ¹, le nombre prodigieux de mesures
« en usage, non-seulement chez les différents peuples, mais
« dans la même nation; leurs divisions bizarres et incom-
« modes pour les calculs; la difficulté de les connaître et de

¹ *Exposition du système du Monde*, liv. I, chap. xiv.

« les comparer ; enfin, l'embarras et les fraudes qui en résultent dans le commerce, sans regarder comme l'un des plus grands services que les gouvernements puissent rendre à la société l'adoption d'un système de mesures dont les divisions uniformes se prêtent le plus facilement au calcul, et qui dérivent, de la manière la moins arbitraire, d'une mesure fondamentale indiquée par la nature elle-même. Un peuple qui se donnerait un semblable système réunirait à l'avantage d'en recueillir les premiers fruits celui de voir son exemple suivi par les autres peuples, dont il deviendrait le bienfaiteur ; car l'empire lent mais irrésistible de la raison l'emporte, à la longue, sur les jalousies nationales, et surmonte tous les obstacles qui s'opposent au bien généralement senti. Tels furent les motifs qui déterminèrent l'Assemblée constituante à charger de cet important projet l'Académie des sciences. L'identité du calcul décimal et de celui des nombres entiers ne laisse aucun doute sur les avantages de la division de toutes les espèces de mesures en parties décimales : il suffit, pour s'en convaincre, de comparer les difficultés des multiplications et des divisions complexes avec la facilité des mêmes opérations sur les nombres entiers, facilité qui devient plus grande encore au moyen des logarithmes, dont on peut rendre, par des instruments simples et peu coûteux, l'usage extrêmement populaire.... On ne balança donc point à adopter la division décimale ; et, pour mettre de l'uniformité dans le système entier des mesures, on résolut de les dériver toutes d'une même mesure linéaire et de ses divisions décimales. La question fut ainsi réduite au choix de cette mesure universelle à laquelle on donna le nom de *mètre*. »

¶ — LONGUEUR DU MÈTRE. Guidés par la pensée de prendre la nouvelle unité dans la nature, afin de la rendre invariable, et pour qu'on pût la retrouver si elle venait à se perdre, les commissaires¹ chargés du travail convinrent de choisir une partie aliquote de la circonférence de la terre. Il fallait, pour

¹ C'étaient *Borda, Lagrange, Laplace, Monge et Condorcet*.

cela, connaître la longueur exacte du méridien. On pouvait la déduire de celle de l'arc qui traverse la France, de Dunkerque aux Pyrénées, et qui fut mesurée en 1740 par Lacaille et Cassini de Thury. « Mais une nouvelle mesure d'un arc plus grand
 « encore, faite avec des moyens plus exacts, devant inspirer,
 « en faveur du nouveau système des poids et mesures, un
 « intérêt propre à le répandre, on résolut de mesurer l'arc
 « du méridien terrestre compris entre Dunkerque et Barce-
 « lone ¹. » Cette grande opération fut confiée à Delambre et à Méchain, et menée par eux à bonne fin, malgré les périls suscités par la tourmente politique. Ils trouvèrent que le quart du méridien était égal à 5130740 toises. Ce résultat fut adopté par le Corps législatif, le 4 messidor an VII (22 juin 1799). On a pris la dix-millionième partie de cette longueur, ou 0',513074, pour valeur du *mètre*. Le mètre légal vaut donc 0³3⁰0⁰11¹,296. On trouve dans tous les traités d'arithmétique une exposition du nouveau système de mesures, et l'on voit comment chacune d'elles dérive du mètre. Il nous suffit ici d'avoir indiqué les travaux qui ont servi à le déterminer. Le gouvernement français avait invité les puissances étrangères à prendre part à ces travaux; et plusieurs d'entre elles ont envoyé à Paris des savants distingués qui, réunis aux commissaires de l'Institut, ont déterminé les unités fondamentales de poids et de longueur. « En sorte que, dit encore Laplace, la
 « fixation de ces unités doit être regardée comme un ouvrage
 « commun aux savants qui y ont concouru, et aux peuples
 « qu'ils ont représentés. Il est donc permis d'espérer qu'un
 « jour ce système, qui réduit toutes les mesures et leurs cal-
 « culs à l'échelle et aux opérations les plus simples de
 « l'arithmétique décimale, sera aussi généralement adopté
 « que le système de numération dont il est le complé-
 « ment. »

92—DIMENSIONS DU SPHÉROÏDE TERRESTRE. On était arrivé à la valeur du mètre légal, en combinant l'arc elliptique mesuré par Delambre et Méchain, entre Montjouy et Dunkerque, avec

¹ Laplace, *Exposition du système du Monde*.

l'aplatissement supposé égal à $\frac{1}{334}$. Mais cette évaluation ne reproduit pas tout à fait la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre ; elle est un peu trop petite, ce qui tient aux irrégularités locales de l'arc et à l'aplatissement employé. D'autres mesures ont été exécutées dans ce siècle : MM. *Biot* et *Arago* ont prolongé l'arc de France jusqu'à la petite île de Formentera, l'une des Baléares ; d'autres savants ont exécuté des triangulations semblables en Angleterre, en Russie, en Allemagne, aux Indes. De tous ces travaux, l'astronome allemand *Bessel* a conclu, en 1841, les éléments les plus exacts que nous possédions aujourd'hui, pour la forme et les dimensions du sphéroïde terrestre. Le quart du méridien vaut 5131180 toises, avec une incertitude de 256 toises en plus ou en moins. On voit que cette valeur surpasse celle de la commission de 440 toises, ou de 380160 lignes ; le mètre légal est donc trop faible d'environ 0^l,038. Mais ce n'est pas une raison pour revenir sur la détermination de cet élément, comme type d'unité linéaire désormais adopté.

Le rayon de l'équateur $a=3272077$ toises= 6377398 mètres.

Le demi-axe polaire $b=3261139$ toises= 6356080 mètres.

Par suite l'aplatissement $\frac{a-b}{a} = \frac{1}{299,15}$,

et la différence entre les deux demi-axes= $10938^t = 21318^m$, ce qui correspond à 5 lieues environ.

Le quart du méridien vaut 10000856^m .

Le quart de l'équateur vaut 10017594^m .

La circonférence du méridien vaut donc 40003424^m ,

Et la circonférence de l'équateur vaut 40070376^m .

Par suite la surface totale de la terre vaut 509950820 kilomètres carrés, et son volume vaut 1082841000000 kilomètres cubes.

Tels sont les éléments du sphéroïde terrestre. Lorsqu'il ne s'agit pas de calculs d'une grande précision, on prend pour la circonférence de la terre 40000 kilomètres, et pour son rayon moyen 6366 kilomètres.

CHAPITRE III.

CARTES GÉOGRAPHIQUES.

PROGRAMME : **Projections orthographique et stéréographique.**
—Mappemonde.—Système de développement en usage dans
la construction de la carte de France.

93 — DIVERSES SORTES DE CARTES GÉOGRAPHIQUES. Les *cartes géographiques* sont des dessins exécutés sur un plan, et destinés à représenter une partie quelconque de la surface de la terre. Or, cette surface, étant sphérique, n'est pas *développable*, c'est-à-dire ne peut pas s'étendre sur un plan sans déchirure ni duplication. La configuration des continents, des pays, les rapports des distances des différents lieux, sont donc nécessairement altérés sur les cartes, quel que soit le mode de représentation que l'on adopte. Nous allons exposer succinctement les principales méthodes que l'on emploie pour la construction d'une carte géographique; et nous ferons ressortir les avantages et les inconvénients de chacune d'elles.

La position d'un lieu à la surface de la terre étant parfaitement déterminée par sa longitude et sa latitude, il suffira, pour le placer sur la carte, de savoir y tracer son méridien et son parallèle; l'intersection de ces deux lignes donnera la position cherchée. La question se ramène donc tout entière à construire le réseau des méridiens et des parallèles. Le mode de construction varie, suivant les cas: s'il s'agit d'une *mappemonde*, destinée à représenter un hémisphère entier, on emploie les *projections orthographiques* ou *stéréographiques*; s'il s'agit d'une *carte particulière*, représentant une contrée, un continent, on emploie les *développements coniques*, ou les méthodes inventées par *Flamsteed*, *Mercator*, etc.

§ I. Construction des mappemondes dans le système orthographique.

94 — PROJECTIONS ORTHOGRAPHIQUES. On appelle *projection orthographique* d'un point de la surface terrestre le pied de

la perpendiculaire abaissée de ce point sur le plan d'un grand cercle; ce plan est le *plan de projection*. La mappemonde résulte des projections des différents points d'un hémisphère sur le grand cercle qui lui sert de base. On prend ordinairement pour plan de projection celui de l'équateur, ou celui d'un méridien quelconque. Examinons ce que deviennent les méridiens et les parallèles dans ces deux cas.

95—PREMIER CAS : PROJECTION ORTHOGRAPHIQUE SUR L'ÉQUATEUR. Si l'on étudie la figure 28, dans laquelle l'équateur est

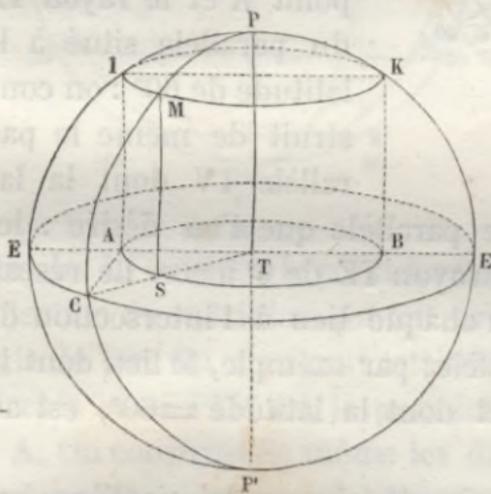


fig. 28.

ECE', et le pôle boréal est P, on voit facilement, d'après les premiers principes de la géométrie de la sphère : 1° que le pôle P se projette au centre T de l'équateur; 2° que tout méridien PCP', étant perpendiculaire au plan de projection, se projette tout entier sur le rayon TC; 3° que l'angle de deux méridiens quelconques PE

et PC est mesuré par l'angle de leurs projections TE et TC; 4° que tout parallèle IK se projette sur un cercle AB, de même rayon, concentrique à l'équateur; de sorte que le point M, situé sur le méridien PC et sur le parallèle IK, se projette sur l'intersection du rayon TC et du cercle AB au point S. De plus, si l'arc $EC = EI$, et si le point A est la projection du point I sur l'équateur, CA sera aussi perpendiculaire sur ET : car, en faisant tourner ECE' autour de EE' comme charnière, ce cercle vient se confondre avec EIE'; et le point C tombant en I, CA coïncide avec IA.

96—CONSTRUCTION DE LA CARTE. On déduit de là la construction suivante, pour la carte de l'hémisphère boréal (fig. 29). On trace un cercle EDE'D' qui représente l'équateur, et on le partage en degrés, de part et d'autre d'un diamètre EE' qui représente le premier méridien. Le point T est la projection du

pôle, et les rayons TE, TF, etc., représentent les méridiens inclinés les uns sur les autres de 30° . Les lon-

gitudes orientales sont comptées sur l'équateur dans le sens EFG, les longitudes occidentales dans le sens ECD. On joint CG, ce qui donne le point A et le rayon TA du parallèle situé à la latitude de 60° : on construit de même le parallèle TV dont la latitude est 30° , et tout autre parallèle que l'on désire : les

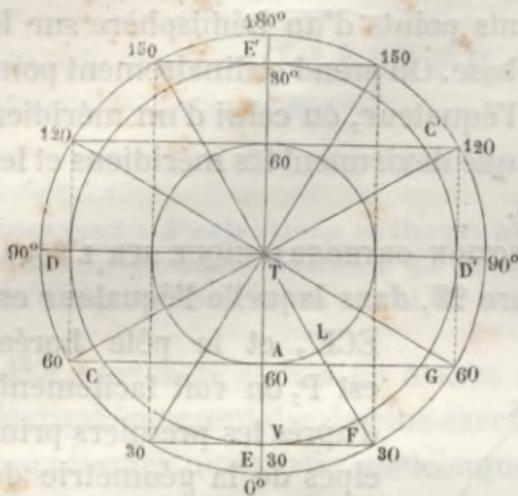


fig. 29.

latitudes sont inscrites sur le rayon TE de 0° à 90° . Le réseau étant ainsi obtenu, on place chaque lieu à l'intersection de son méridien et de son parallèle; par exemple, le lieu dont la longitude orientale = 30° , et dont la latitude = 60° , est au point L.

La carte céleste, qui représente chaque hémisphère, est souvent représentée suivant ce système.

97—DEUXIÈME CAS : PROJECTION ORTHOGRAPHIQUE SUR UN MÉRIDIEN. Le plan de projection est l'un des méridiens qui séparent le nouveau monde de l'ancien. Soit PEP' (fig. 28) ce méridien : 1° l'axe PP', étant dans le plan du méridien, est lui-même sa projection; 2° tout parallèle IH étant, ainsi que l'équateur ECE', perpendiculaire à l'axe et par suite au méridien choisi, se projette tout entier sur son diamètre; 3° le méridien perpendiculaire au plan de projection a pour projection l'axe PP' lui-même; mais tout autre méridien PCP', étant oblique au plan de projection, se projette suivant une ellipse dont le grand axe est PP', et dont le petit axe a pour sommet le point A, projection du point C; ce point A, d'ailleurs, est aussi la projection du point I sur EE', si l'arc EI = EC.

98—CONSTRUCTION DE LA CARTE. De là résulte la construction suivante. On trace un cercle PEP'E', qui représente le méridien.

dien choisi pour plan de projection (fig. 30); et on le divise en degrés, de part et d'autre du diamètre EE' qui représente l'équateur. PP' est l'axe des pôles; les latitudes boréales ou australes sont inscrites sur le méridien $PEP'E'$, à partir de EE' ; les cordes GH et $G'H'$, IK et $I'K'$, perpendiculaires à l'axe, représentent les parallèles situés aux latitudes de 30° , 60° . Si

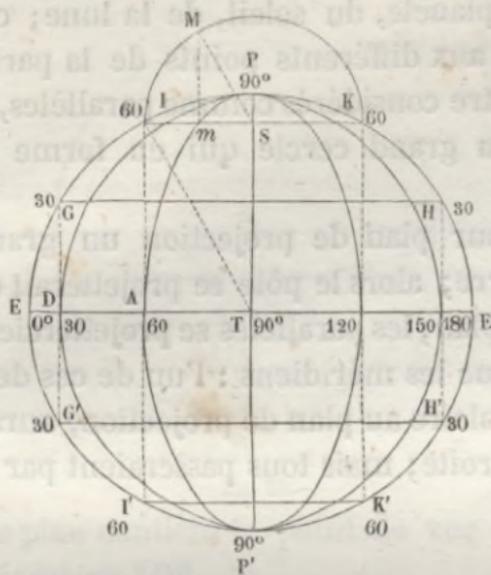


fig. 30.

l'on abaisse la perpendiculaire II' sur EE' , le point A est le sommet de l'ellipse PAP' , projection du méridien qui fait avec le méridien primitif un angle de 60° . On construit cette ellipse par les procédés ordinaires¹; et si PEP' est le premier méridien, on marque 60° en A . On construit de même les divers méridiens; et les longitudes sont marquées sur l'équateur EE' .

Le réseau étant construit, on place un lieu quelconque à l'intersection de son méridien et de son parallèle.

Si le premier méridien est, par exemple, PDP' , on marque 0° en D pour l'origine des longitudes, 30° en A , etc.

☉☉—INCONVÉNIENTS DES PROJECTIONS ORTHOGRAPHIQUES : REMARQUES. Le système des projections orthographiques présente cet avantage, que les parties centrales de la carte sont bien la représentation des lieux correspondants de la terre; mais il offre cet inconvénient, que les parties voisines des bords sont considérablement rétrécies dans le sens des rayons, tandis qu'elles conservent leurs dimensions dans le sens de la circonférence.

¹ On peut construire cette ellipse par points. Car si, sur IK comme diamètre, on construit un demi-cercle, qui est le rabattement du parallèle correspondant autour de IK , puis que l'on prenne l'arc IM égal à l'angle que le méridien cherché fait avec le plan de projection (ce qui se fait en menant SM parallèle à TI), le point M appartient au méridien en question, et la projection m de ce point appartient à l'ellipse de projection.

C'est sous la forme d'une carte orthographique qu'apparaît à nos yeux le disque d'une planète, du soleil, de la lune; car les rayons visuels, qui vont aux différents points de la partie visible de l'astre, peuvent être considérés comme parallèles, et perpendiculaires au plan du grand cercle qui en forme le contour apparent.

On pourrait prendre pour plan de projection un grand cercle quelconque de la terre; alors le pôle se projetterait en un point quelconque de ce plan; les parallèles se projetteraient suivant des ellipses, ainsi que les méridiens: l'un de ces derniers seulement, perpendiculaire au plan de projection, aurait pour projection une ligne droite; mais tous passeraient par la projection du pôle.

§ II. Construction des mappemondes dans le système stéréographique.

100—PROJECTIONS STÉRÉOGRAPHIQUES. La projection stéréographique d'un point de la surface de la terre est la perspective¹ de ce point sur le plan d'un grand cercle, le point de vue étant

¹ La perspective d'un point A (fig. 31), sur un tableau TR, pour l'œil placé en V, est le point d'intersection a

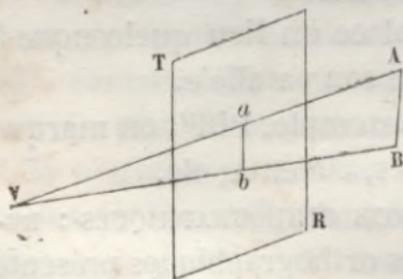


fig. 31.

La perspective d'une figure est le lieu des perspectives de ses différents points. Il résulte de là: 1° que la perspective d'une droite AB est une autre droite ab, intersection du tableau et du plan VAB; 2° que la perspective d'une figure plane, dont le plan passe par le point de vue, est aussi une droite (intersection des deux plans); 3° que

la perspective d'une courbe est généralement une courbe, et que la perspective d'une tangente en un point de la courbe est une tangente à la perspective au point correspondant. Pour démontrer cette dernière propriété, soient (fig. 32) AB une courbe, CT sa tangente en C, ab la perspective de AB et ct la tangente à cette

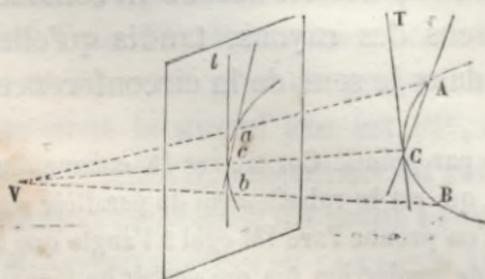


fig. 32.

courbe en c. La corde CA a pour perspective la corde ca. Or, lorsque la

à l'extrémité du rayon perpendiculaire à ce plan. Pour représenter, dans ce système, l'hémisphère ACB, on prend pour tableau le grand cercle AGB qui lui sert de base, et l'on place le point de vue en V dans l'hémisphère opposé (fig. 33). Tout point M de l'hémisphère est représenté en *m* sur le tableau. Il est évident que les points de l'arc ACB, dont le plan contient le point de vue V, se projettent tous sur le diamètre AOB.

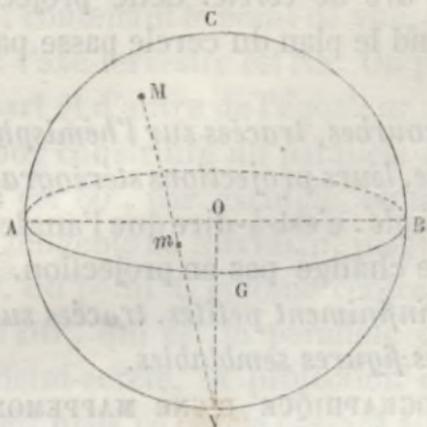


fig. 33.

On démontre, en géométrie, que les sections faites, dans un cône circulaire oblique, par des plans parallèles à la base, sont des cercles¹.

101—PRINCIPES DES PROJECTIONS STÉRÉOGRAPHIQUES. La construction des cartes, dans ce système, repose sur des principes remarquables, dont nous ne donnerons ici que l'énoncé, mais dont on trouvera la démonstration dans la note IX, à la fin du volume.

première corde tourne autour du point C, la deuxième tourne autour du point *c*, sans cesser d'être la perspective de l'autre; d'ailleurs elles deviennent, dans ce mouvement, tangentes en même temps; donc *ct* est la perspective de CT. C. Q. F. D.

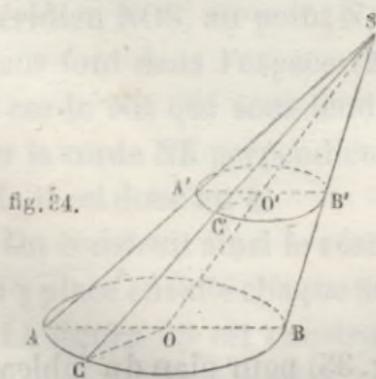


fig. 34.

¹ Soit SAB un cône circulaire oblique (fig. 34); joignons SO, et menons les rayons OA, OC, et les génératrices SA, SC. Le plan parallèle coupe les plans SAO, SCO, suivant des droites A'O', O'C', respectivement parallèles à OA et à OC; et les triangles semblables donnent $\frac{O'A'}{OA} = \frac{SO'}{SO} = \frac{O'C'}{OC}$; or OA=OC, donc O'A'=O'C'. Donc les points A', C' sont sur un cercle dont O' est le centre. C. Q. F. D.

PRINCIPE I. *Tout cercle de la sphère a pour projection stéréographique un cercle ou un arc de cercle. Cette projection devient une ligne droite, quand le plan du cercle passe par le point de vue.*

PRINCIPE II. *Si deux lignes courbes, tracées sur l'hémisphère, se coupent sous un certain angle, leurs projections stéréographiques se coupent sous le même angle : c'est-à-dire que l'angle des tangentes aux deux courbes ne change pas en projection.*

Il en résulte que *les figures infiniment petites, tracées sur la sphère, se projettent suivant des figures semblables.*

102—CONSTRUCTION STÉRÉOGRAPHIQUE D'UNE MAPPEMONDE. L'application de ces principes à la construction d'une mappemonde

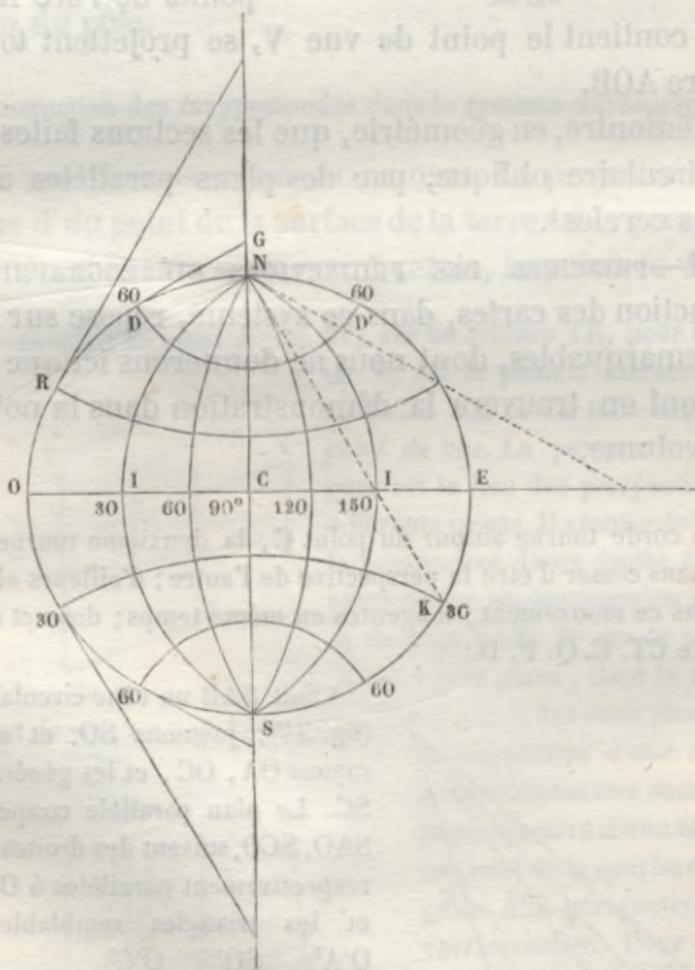


fig. 35:

monde est très-simple. On choisit (fig. 35) pour plan du tableau un méridien NESO, et l'on place le point de vue à l'extrémité

du rayon de l'équateur perpendiculaire à ce méridien. L'équateur, contenant le point de vue, se projette suivant le diamètre EO : l'axe terrestre est NS. On partage le méridien en degrés, de part et d'autre de l'équateur : ce sont les degrés de latitude.

Pour construire un parallèle quelconque, celui dont la latitude est 60° , par exemple, on mène au point D (marqué 60°) une tangente au méridien, jusqu'à la rencontre de l'axe en G ; puis, du point G comme centre, avec le rayon GD, on décrit l'arc DD', qui est le parallèle cherché. Car, le parallèle étant un demi-cercle, sa projection est un arc de cercle (1^{er} théorème) ; mais ce cercle passant aux points D et D' qui sont dans le tableau, sa projection doit y passer aussi : le centre de la projection se trouve donc sur NS. D'ailleurs, le parallèle étant perpendiculaire au méridien, les projections des deux cercles doivent se couper à angle droit, au point D (2^e théorème) : donc la tangente à la projection du parallèle doit être le rayon CD, perpendiculaire à DG ; donc le centre de cette projection doit être sur DG, et par suite en G.

Pour construire un méridien quelconque, par exemple, celui qui fait un angle de 30° avec le tableau *vers la gauche*, on prend *vers la droite* un arc SK double de l'angle donné (ici 60°), et l'on mène la corde NK : cette corde rencontre EO en L ; on décrit du point L comme centre, avec le rayon LN, l'arc NIS qui est le méridien cherché. Car la projection circulaire du méridien doit passer, comme le méridien lui-même, par les points N, S, qui sont dans le tableau : son centre est donc sur EO. De plus, cette projection doit faire avec le méridien NOS, au point N, le même angle de 30° que les méridiens font dans l'espace (2^e théorème) : donc sa tangente est la corde NR qui sous-tend l'arc double ; donc son centre est sur la corde NK perpendiculaire à NR, qui détermine l'arc égal SK ; il est donc en L.

On construit ainsi le réseau des parallèles et des méridiens ; on y place ensuite chaque lieu d'après sa longitude et sa latitude.

La figure 35 est construite dans l'hypothèse où le tableau est le premier méridien : s'il en est autrement, on construit d'abord, par la méthode précédente, ce premier méridien dont

on connaît la longitude par rapport à celui qui sert de tableau, et l'on marque 0° au point où il coupe l'équateur. Les longitudes d'ailleurs se marquent sur l'équateur.

103 — INCONVÉNIENTS DE CE SYSTÈME DE PROJECTION; REMARQUES. C'est ce système que l'on adopte ordinairement dans

les atlas. Il présente un inconvénient contraire à celui du système orthographique. Car (fig. 36) un élément PQ, qui se projette en pq vers le centre du tableau, est réduit à peu près à moitié, à cause de la relation approchée

$$\frac{pq}{PQ} = \frac{Vp}{VP} = \frac{1}{2};$$

tandis qu'un élément BS voisin du bord, se projette

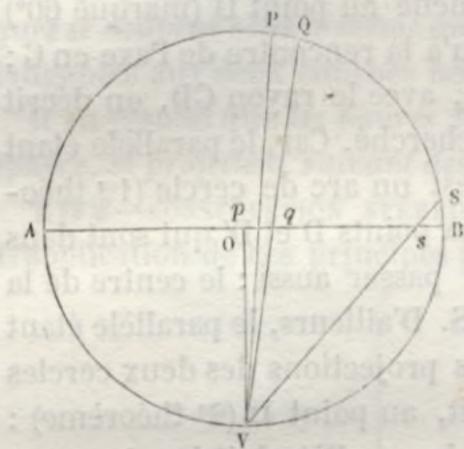


fig. 36.

suivant une ligne Bs qui lui est à peu près égale, parce que, dans le triangle BSs, les deux angles S et s sont sensiblement égaux à 45° .

Il est facile de reconnaître d'après quel système est construite une mappemonde. Car, dans le système orthographique, les méridiens ou les parallèles sont représentés par des lignes droites; tandis que, dans le système stéréographique, ils sont, les uns comme les autres, représentés par des cercles, si l'on adopte pour tableau le plan d'un méridien.

104 — AUTRES MODES DE PROJECTION STÉRÉOGRAPHIQUE. La projection stéréographique, dont nous venons de développer la construction, se nomme *projection sur le méridien*. Ce n'est pas la seule que l'on emploie dans ce système. On place quelquefois le point de vue à l'un des pôles pour représenter l'hémisphère opposé : le plan du tableau est l'équateur. Les méridiens sont représentés par des rayons de ce grand cercle, comme dans la projection orthographique (n° 96); car leurs plans contiennent tous le point de vue. Les parallèles sont de même projetés suivant des cercles concentriques à l'équateur; mais leurs rayons sont plus petits : ils sont d'ailleurs très-faciles

à construire. C'est la *projection polaire*. C'est le mode de projection que nous avons adopté pour le planisphère céleste.

Enfin, il existe une troisième sorte de projection stéréographique, qu'on appelle *projection sur l'horizon*. Le plan du tableau est l'horizon rationnel d'un lieu, de Paris, par exemple; et le point de vue est à l'extrémité opposée du diamètre qui passe par ce lieu. Le méridien du lieu se projette suivant un diamètre du tableau, et les pôles en deux points de ce diamètre (l'un intérieur et l'autre extérieur). Les autres méridiens se projettent suivant des arcs de cercle passant par les projections des pôles, et se construisent à l'aide du théorème II. Les parallèles sont des cercles, que l'on peut construire à l'aide des principes de la Géométrie descriptive.

§ III. Construction des cartes particulières.—Développements coniques et cylindriques : carte de France.

105—DÉVELOPPEMENT CONIQUE. Lorsqu'on veut représenter une partie de la terre comprise entre deux parallèles et deux méridiens, par exemple, un empire, une province, on emploie la méthode des *développements coniques*.

Soit T la terre (fig. 37); soient MM' et NN' les deux parallèles, et PDP' et PD'P' les deux méridiens qui limitent la région qu'on veut représenter. Soit en outre AA' le *parallèle moyen* (également distant des deux parallèles extrêmes). Concevons un cône circonscrit à la terre le long de ce parallèle, et soit

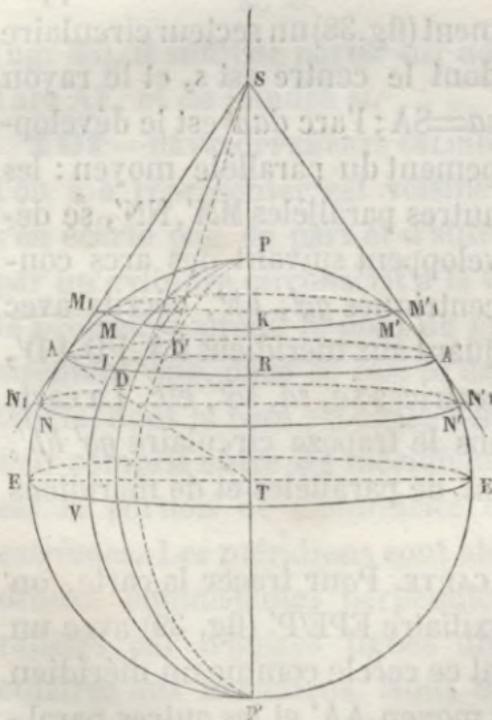


fig. 37.

S son sommet; puis prolongeons les plans des divers parallèles et méridiens de la zone considérée. Ces plans coupent le cône,

les premiers suivant des cercles tels que M_1M_1' , N_1N_1' , et les autres suivant des génératrices telles que SA , SD , SD' . Or le parallèle moyen AA' est tout entier sur la surface du cône; les autres parallèles MM' , NN' ..., diffèrent peu des sections correspondantes M_1M_1' , N_1N_1' ... : les arcs de méridien, tels que MAN , se confondent sensiblement avec les parties, telles que M_1AN_1 , des génératrices du cône. On peut donc supposer que la surface de la zone, dont on veut construire la carte, ne diffère pas trop de la portion de surface conique correspondante, et prendre l'une pour l'autre. Mais la surface conique est développable : elle peut s'étendre sur un plan sans *déchirure* ni *duplicité* : il sera donc possible d'utiliser cette propriété pour figurer la carte.

Pour cela, concevons que l'on développe le cône circonscrit

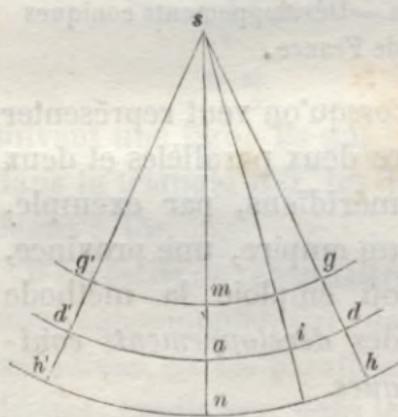


fig. 38.

sur le plan tangent à la sphère au point A . Comme le sommet S est également distant de tous les points du cercle AA' , la surface du cône devient dans le développement (fig. 38) un secteur circulaire dont le centre est s , et le rayon $sa=SA$; l'arc dad' est le développement du parallèle moyen : les autres parallèles MM' , NN' , se développent suivant des arcs concentriques gg' , hh' , décrits avec les rayons $sm=SM_1$, $sn=SN_1$. Quant aux méridiens PA , PD , PD' , ils sont remplacés par les génératrices sa , sd , sd' , etc. La carte se trouve ainsi renfermée dans le trapèze circulaire $gg' hh'$, dans lequel on imagine autant de parallèles et de méridiens qu'il est nécessaire d'en avoir.

106—CONSTRUCTION DE LA CARTE. Pour tracer la carte, on construit d'abord un cercle auxiliaire EPE/P' (fig. 39) avec un rayon arbitraire; en considérant ce cercle comme un méridien terrestre, on mène le parallèle moyen AA' et les autres parallèles aux latitudes données, et on les prolonge jusqu'à la rencontre de la tangente SA : on a ainsi les rayons SA , SM_1 , SN_1

des parallèles de la carte. On prend donc un point s pour centre (fig. 38), et on décrit ces parallèles.

Cela fait on rabat sur le plan de la figure le cercle qui a pour diamètre AA' (fig. 39), en le faisant tourner autour de ce diamètre; et l'on porte sur ce cercle à partir de A et de part et d'autre, des arcs AI' , égaux aux longitudes des méridiens qu'on veut obtenir, longitudes comptées à partir du méridien moyen SA : alors, pour tracer un méridien quelconque sur la carte

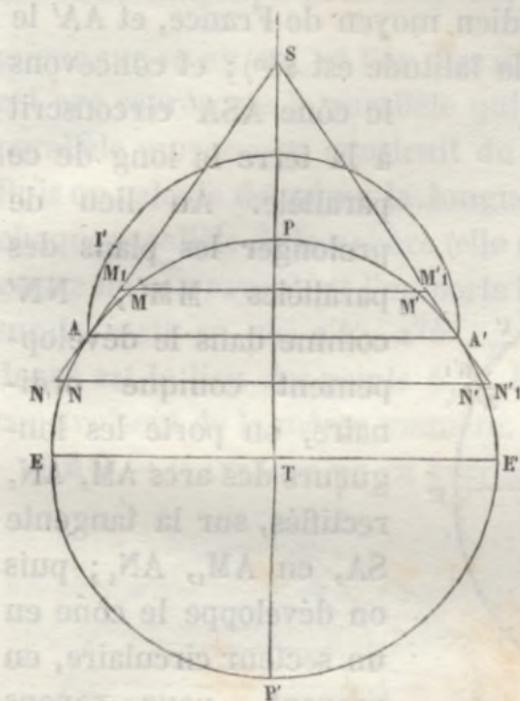


fig. 39.

(fig. 38), il suffit de porter sur ad un arc ai égal en longueur à l'arc AI' , et de joindre si .

107—DÉVELOPPEMENTS CYLINDRIQUES. Lorsque la région que l'on a à représenter est voisine de l'équateur, et lorsqu'elle s'en écarte peu de part et d'autre, le cône peut être remplacé par un cylindre circonscrit à la terre le long de l'équateur; et la projection prend le nom de *projection cylindrique*. On voit aisément que, dans ce cas, le développement fournit un rectangle, dont la base est égale à la longueur de l'arc de l'équateur compris entre les méridiens extrêmes, et dont la hauteur est la portion de génératrice comprise entre les parallèles extrêmes. Les méridiens sont alors représentés par des lignes droites équidistantes perpendiculaires à la base, et les parallèles par d'autres lignes droites équidistantes perpendiculaires aux méridiens. Nous n'insistons pas sur les détails de la construction, qui a beaucoup d'analogie avec la précédente.

108—CARTE DE FRANCE. Le corps d'état-major, chargé de construire la carte de France, a employé un procédé diffé-

rent, qui l'a conduit à des résultats d'une fidélité remarquable. Soient PAP' (fig. 40) le méridien moyen de France, et AA' le parallèle moyen (celui dont la latitude est 45°); et concevons

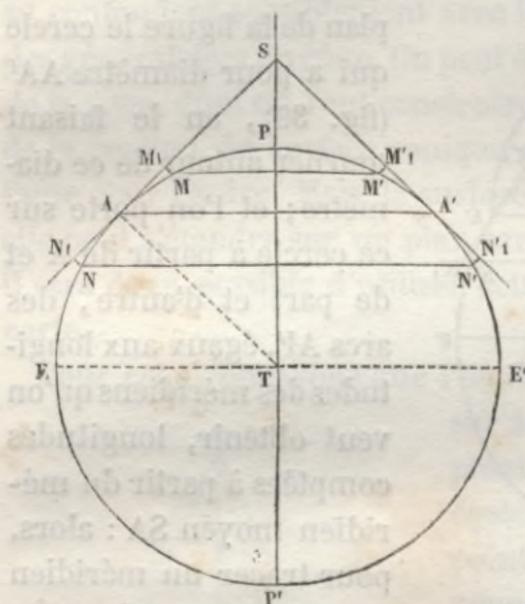


fig. 40.

le cône ASA' circonscrit à la terre le long de ce parallèle. Au lieu de prolonger les plans des parallèles MM', NN' comme dans le développement conique ordinaire, on porte les longueurs des arcs AM, AN, rectifiés, sur la tangente SA, en AM₁, AN₁; puis on développe le cône en un secteur circulaire, en prenant, pour rayons des arcs concentriques, les longueurs SA, SM₁, SN₁; et l'on a ainsi le système des parallèles de la carte.

Le méridien moyen est représenté par un rayon : quant aux autres méridiens, ce sont des lignes courbes que l'on trace par points de la manière suivante. Si l'on veut construire, par exemple, le méridien distant d'un degré du méridien moyen, on calcule les longueurs diverses de l'arc d'un degré sur les différents parallèles de la terre; et l'on transporte ces longueurs, sans les modifier, sur les parallèles correspondants de la carte. Puis on joint leurs extrémités par un trait continu.

109—CONSTRUCTION DE LA CARTE. On obtient ainsi le réseau que représente la fig. 41.

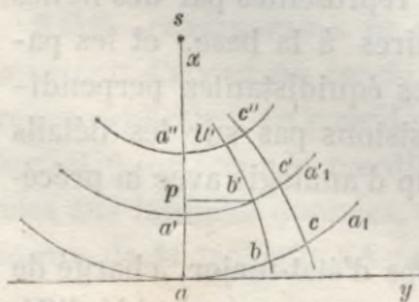


fig. 41.

Le rayon sa a une longueur arbitraire : il représente la génératrice SA ou le rayon AT de la figure précédente. On décrit avec ce rayon l'arc aa_1 qui représente le parallèle moyen AA'. Comme l'arc d'un degré, compté sur le

méridien moyen, a pour longueur $\frac{\pi \cdot AT}{180}$, on porte cette longueur sur *sa* en *aa'*, et l'on décrit avec le rayon *sa'* l'arc *a'a'*; cet arc représente le parallèle qui est distant d'un degré du parallèle moyen; on construit de même les autres parallèles. Puis on calcule de même la longueur de l'arc d'un degré sur chaque parallèle de la sphère (elle est proportionnelle à la longueur de son rayon), et l'on porte les longueurs ainsi obtenues sur la carte en *ab*, *a'b'*, *a''b''*,....: le méridien distant d'un degré est le lieu des points *b*, *b'*, *b''*. Les autres méridiens se construisent de la même manière.

110.—AVANTAGES DE CE SYSTÈME. L'avantage considérable

que présente ce développement, c'est que les surfaces ne sont pas altérées : elles sont les mêmes sur la carte et sur la sphère. Car, si l'on considère, sur la sphère (fig. 42), une surface *B'C/B''C''* comprise entre deux parallèles et deux méridiens assez voisins pour qu'on puisse regarder les arcs comme rec-

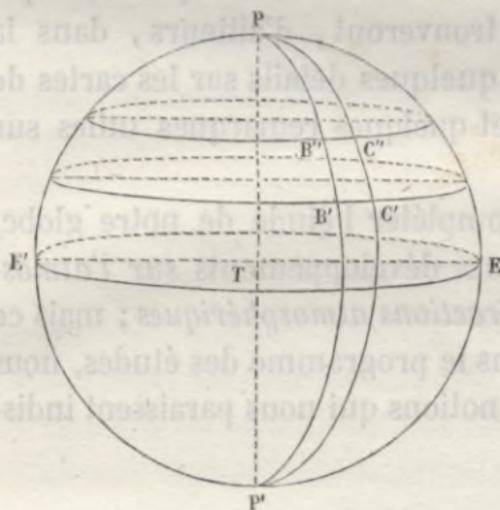


fig. 42.

tilignes, cette surface est un trapèze dont la mesure est $\frac{B'C' + B''C''}{2} \times B'B''$. La surface correspondante dans le développement est un trapèze *b'c'b''c''* (fig. 41), lequel, pouvant aussi être considéré comme rectiligne, a pour mesure $\frac{b'c' + b''c''}{2} \times a'a''$. Or, on a pris $a'a'' = B'B''$, et d'ailleurs $b'c' = B'C'$, $b''c'' = B''C''$: donc les deux aires sont égales.

Dans ce système, d'ailleurs, les méridiens sont perpendiculaires au parallèle moyen, et à très-peu près perpendiculaires aux autres parallèles : c'est le but qu'on se proposait.

111—C'est par des procédés de cette nature, que les officiers du corps d'état-major ont construit la carte de France. Après avoir déterminé les longitudes et les latitudes des points principaux, ils ont représenté graphiquement ces points sur une carte divisée en 259 feuilles, et couvrant 82 mètres carrés de superficie. L'échelle de cette carte est $\frac{1}{80000}$. C'est un travail admirable, digne tout à la fois des ingénieurs qui l'ont exécuté, et du pays dont il a fidèlement reproduit la configuration.

112—Nous n'étendrons pas davantage l'exposé des méthodes de construction des cartes géographiques. Ce que nous venons de dire suffit pour donner une idée des procédés que l'on emploie. Nos lecteurs trouveront, d'ailleurs, dans la note x, à la fin du volume, quelques détails sur les cartes de *Flamsteed* et de *Mercator*, et quelques remarques utiles sur ces sortes de constructions.

113—REMARQUE. Pour compléter l'étude de notre globe, nous devrions donner quelques développements *sur l'atmosphère terrestre et sur les réfractions atmosphériques*; mais ce sujet n'étant pas compris dans le programme des études, nous plaçons dans la note xi les notions qui nous paraissent indispensables à connaître.

EXERCICES ET APPLICATIONS.

114. 1^o On admet que les tropiques sont à $23^{\circ} 27' 30''$ de l'équateur, et que chaque cercle polaire est à $23^{\circ} 27' 30''$ du pôle correspondant, et l'on propose de calculer les aires de chacune des cinq zones, en prenant pour unité la surface de la terre.

2^o Une personne s'élève à une hauteur h au-dessus de la surface de la terre : l'aire de la zone visible pour elle est ω ; on demande d'établir une relation entre h , ω et le rayon R de la terre, et de discuter cette relation.

3^o Construire une carte mappemonde en projection orthographique ou en projection stéréographique sur l'horizon de Paris.

4^o Calculer le rayon d'un parallèle terrestre dont on donne la latitude.

5^o Lorsqu'une mappemonde est construite en projection orthographique sur le premier méridien (fig. 30), on demande de calculer le petit axe d'un

méridien dont on donne la longitude ; calculer ensuite la distance au grand axe d'un point de ce méridien dont on donne la latitude.

6° Projection stéréographique sur l'équateur ; calculer le rayon d'un parallèle dont on donne la latitude.

7° Projection stéréographique sur le premier méridien (fig. 35). Calculer, pour un parallèle dont la latitude est donnée, et pour un méridien dont la longitude est donnée, le rayon et la distance du centre au centre de la carte.

LIVRE III.

LE SOLEIL ☉.

Mouvement propre apparent du Soleil autour de la Terre ;
mouvement réel de la Terre autour du Soleil.

CHAPITRE I.

MOUVEMENT CIRCULAIRE DU SOLEIL.

PROGRAMME : **Mouvement annuel apparent du soleil.—Écliptique.—Points équinoxiaux.—Constellations zodiacales.**

§ I. Détermination graphique du cercle décrit par le soleil.

115—PREMIÈRE PREUVE DU MOUVEMENT DU SOLEIL. Lorsqu'on observe le soleil pendant un certain nombre de jours consécutifs, on ne tarde pas à s'apercevoir qu'il ne paraît pas décrire toujours, comme une étoile, la même courbe dans son mouvement diurne. Ainsi, tandis qu'une même étoile, à toutes les époques, se lève chaque jour au même point de l'horizon, monte précisément à la même hauteur, et se couche exactement au même point, le soleil se lève et se couche en des points qui sont tantôt plus près du midi que du nord, tantôt plus près du nord que du midi : il s'élève, en outre, à des hauteurs fort variables au-dessus de l'horizon. Il paraît donc avoir un *mouvement en déclinaison*, qui le rapproche successivement des deux pôles.

De plus, si l'on observe l'état du ciel pendant plusieurs nuits consécutives, on remarque un changement d'une autre nature. Ainsi, dans les premiers jours de juin, on voit, le matin, à l'orient, le lever du *Bélier* précéder de peu de temps celui du

soleil. Un mois après, le Bélier s'est éloigné de l'orient, et c'est le Taureau qui l'a remplacé; un mois après encore, les Gémeaux à leur tour apparaissent à l'orient à la fin de la nuit, tandis qu'à ce moment le Taureau et surtout le Bélier sont déjà assez élevés au-dessus de l'horizon. On voit ainsi, à mesure que les mois s'écoulent, de nouvelles constellations surgir le matin avant le soleil; et une époque arrive où le Bélier se couche à l'occident peu d'instants avant celui où le soleil se lève dans la région opposée du ciel. Cet astre paraît donc avoir un *mouvement en ascension droite*, dirigé en sens contraire du mouvement diurne.

116—MESURE DE LA DÉCLINAISON ET DE L'ASCENSION DROITE DU CENTRE DU SOLEIL. Pour étudier ce double mouvement, il nous suffira évidemment de mesurer l'ascension droite et la déclinaison du soleil à différentes époques, et de construire sur une sphère céleste le lieu des positions successives qu'il paraît occuper dans le ciel. Mais le soleil ne nous apparaît pas comme un point, à la manière des étoiles : il nous présente un disque parfaitement circulaire, d'un diamètre sensible (voy. la note III, sur l'usage de l'héliomètre pour la détermination de la forme du disque du soleil). C'est donc de son *centre* que nous aurons à déterminer les coordonnées.

Pour cela, au moment du passage au méridien, on amène le fil horizontal de la lunette du cercle mural à être tangent intérieurement, d'abord au bord supérieur, puis au bord inférieur du disque, et on note dans chaque cas la distance zénithale correspondante : on corrige d'ailleurs chacune d'elles de la réfraction (v. note XI). Si, après cette correction, on les désigne par Z et Z' , et qu'on appelle f le diamètre du fil, on voit que les distances zénithales des deux bords sont respectivement $Z - \frac{1}{2} f$ et $Z' + \frac{1}{2} f$; par suite, la distance zénithale du centre est leur demi-somme, ou $\frac{1}{2} (Z + Z')$; et cette distance fournit la déclinaison du centre, d'après la méthode ordinaire (n° 40).

¹ On doit aussi corriger cette valeur de la parallaxe de hauteur, comme on le verra plus tard.

D'autre part, on amène le fil vertical central de la lunette méridienne à être tangent intérieurement, d'abord au bord antérieur, puis au bord postérieur du disque, et l'on note l'heure sidérale de chacun de ces contacts : la demi-somme de ces temps est l'heure sidérale du passage du centre au méridien ; car là aussi les erreurs provenant de l'épaisseur du fil, dans les deux observations, disparaissent dans l'addition. En convertissant ce temps en degrés, on obtient l'ascension droite du centre (n° 39). On aura une approximation plus grande, en notant les heures des contacts intérieurs aux cinq fils verticaux de la lunette, et en prenant la moyenne des dix observations.

117—VARIATIONS DES DEUX COORDONNÉES. On peut ainsi déterminer, chaque jour à midi, lorsque le soleil n'est pas caché par des nuages, les coordonnées de son centre, et en faire un tableau qui comprenne plusieurs années. En examinant ce tableau, on voit que la déclinaison est australe en décembre, et qu'elle va en augmentant jusqu'au 22 décembre, où elle atteint un maximum d'environ $23^{\circ} 27' 30''$; puis elle diminue progressivement jusque vers le 21 mars ; elle devient nulle à cette époque, et le centre du soleil est dans l'équateur. Les jours suivants, la déclinaison est boréale, et elle augmente jusque vers le 22 juin, où elle atteint un deuxième maximum de même valeur que le premier : alors elle décroît et redevient nulle vers le 21 septembre ; puis elle est australe et elle croît jusqu'au 22 décembre, époque à laquelle elle atteint sa limite accoutumée, pour passer de nouveau par les mêmes variations. On reconnaît aussi, à l'inspection du tableau, que la déclinaison varie le plus rapidement quand le soleil est voisin de l'équateur, et que la variation devient insensible, lors des plus grandes déclinaisons : alors les hauteurs méridiennes du soleil ne changent pas pendant plusieurs jours, et cet astre paraît stationnaire.

Quant aux ascensions droites, on voit que, si le soleil a passé un certain jour au méridien, en même temps que le point vernal, il y passe après lui les jours suivants ; et son ascension droite, d'abord nulle, va constamment en augmentant. Mais cette augmentation n'est pas non plus uniforme ; elle est ta

tôt plus rapide, tantôt plus lente. La moyenne de ces variations est, par jour sidéral, environ $59', 16$, c'est-à-dire à peu près 1° . Ainsi, le soleil, en même temps qu'il se rapproche ou qu'il s'éloigne de l'équateur, s'avance chaque jour vers l'orient d'une quantité variable, qui est environ 1° .

118—GRAND CERCLE QUE LE SOLEIL PARAÎT DÉCRIRE A TRAVERS LES ÉTOILES. Si l'on construit sur un globe céleste le lieu des positions successives du centre du soleil, en portant sur ce globe les ascensions droites et les déclinaisons observées, d'après les méthodes indiquées au n^o 41, et si l'on fait passer un cercle par trois des positions obtenues, on reconnaît que ce cercle contient toutes les autres, et que, de plus, il est un grand cercle de la sphère. Si l'on porte ces coordonnées sur une mappemonde céleste construite dans le système stéréographique, on trouve encore que le lieu des projections du centre du soleil est un arc de cercle, qui va couper le tableau aux extrémités d'un même diamètre du contour de la carte. Il faut en conclure aussi que :

Le centre du soleil paraît décrire, d'occident en orient, un grand cercle de la sphère céleste, incliné à l'équateur.

119—Mais il faut remarquer avec soin que rien, dans ce qui précède, ne peut nous éclairer sur la distance du soleil à la terre ; le soleil est peut-être beaucoup plus près de nous que les étoiles. Par conséquent, le grand cercle que nous venons de tracer sur la sphère ne doit pas être considéré comme la courbe qu'il décrit autour de nous, mais simplement comme la perspective de cette courbe vue du point où nous sommes, c'est-à-dire comme sa projection sur la voûte céleste. Ce que nous pouvons dire seulement, c'est que cette perspective est un grand cercle dont nous occupons le centre, et que, par conséquent, la courbe est plane.

120 — CONCEPTION DES DEUX MOUVEMENTS APPARENTS DU SOLEIL. Lorsqu'on regarde les étoiles comme fixes et la sphère céleste comme immobile, rien n'est plus simple que la conception du mouvement du soleil : il chemine lentement, à travers les étoiles, d'occident en orient, en parcourant environ un degré par jour sidéral. Mais, dans l'hypothèse du mouve-

ment diurne apparent du ciel, on éprouve quelque peine à combiner les deux mouvements qu'il faut alors attribuer à cet astre : on ne s'explique pas facilement comment, tout en obéissant aux lois générales du mouvement diurne, il peut avoir en outre un mouvement propre, dirigé presque en sens contraire. Cependant concevons qu'on fasse tourner d'orient en occident un globe céleste en carton autour du diamètre qui passe par les pôles ; puis supposons, suivant l'ingénieuse comparaison de F. Arago¹, qu'une mouche placée sur ce globe, près de l'équateur, chemine lentement, d'occident en orient, le long d'un grand cercle incliné à celui-ci : évidemment la mouche sera entraînée d'orient en occident par la rotation rapide de la sphère, mais moins que si elle était restée immobile ; elle s'éloignera constamment des étoiles fixes sur lesquelles elles se trouvait d'abord, et passera de plus en plus tard au méridien, à chaque révolution du globe. Cette mouche est l'image du soleil.

§ II. Calcul des éléments du mouvement circulaire du soleil.

121—MARCHE A SUIVRE POUR DÉTERMINER L'ÉCLIPTIQUE. La construction graphique que nous venons de donner, pour déterminer la nature de la courbe que le soleil paraît décrire à travers les étoiles, a besoin d'être contrôlée. Nous suivrons ici la même marche que dans le premier livre, pour opérer cette vérification : je veux dire que nous admettrons provisoirement comme certain le résultat auquel nous avons été conduits : nous chercherons, dans cette hypothèse, à déterminer complètement le plan de la courbe ; et nous nous assurerons ensuite que ce plan contient réellement toutes les positions observées du soleil.

122 — ÉCLIPTIQUE, ÉQUINOXES, SOLSTICES, OBLIQUITÉ DE L'ÉCLIPTIQUE. Donnons d'abord quelques définitions. Le grand cercle qui, dans l'hypothèse admise, est le lieu des positions du soleil, se nomme l'*Écliptique*, parce que c'est dans le voisi-

¹ Arago, *Annuaire* de 1851, p. 327.

nage de ce plan que se trouve la lune, à l'époque des éclipses. Ce plan coupe l'équateur suivant un diamètre qu'on appelle la *ligne des équinoxes*. Dans la figure 43, où l'axe est PP' , et l'équateur E_qE_q' , l'écliptique est représentée par le grand cercle SS' , et la ligne des équinoxes par $\Upsilon \text{---} \text{---} \text{---}$. Le moment où le

soleil traverse l'équateur pour aller de l'hémisphère austral dans l'hémisphère boréal se nomme *l'équinoxe du printemps*; l'instant où il le traverse pour aller au contraire de l'hémisphère boréal dans l'hémisphère austral est *l'équinoxe d'automne*. A ces deux époques, le soleil décrivant sensi-

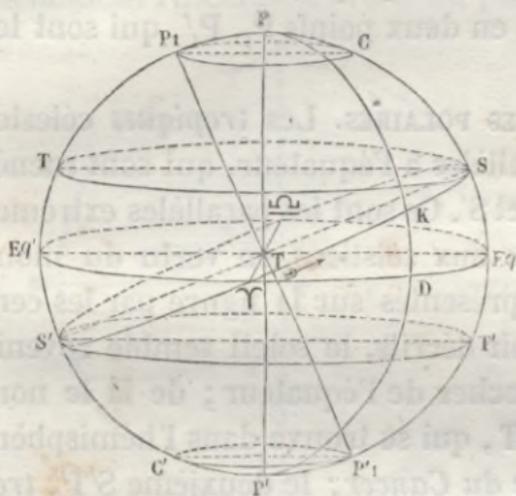


fig. 43.

blement l'équateur en vertu du mouvement diurne, le jour est égal à la nuit pour toute la terre. Les points Υ (signe du Bélier) et --- (signe de la Balance), où s'opèrent ces passages, sont les *points équinoxiaux*. L'instant où le soleil atteint sa plus grande déclinaison boréale ou australe s'appelle le *solstice*, parce qu'alors le soleil paraît s'arrêter pendant quelques jours, avant de se rapprocher de l'équateur. Le *solstice d'été* correspond à la plus grande déclinaison boréale, le *solstice d'hiver* à la plus grande déclinaison australe. Les points de l'écliptique où la déclinaison est la plus grande sont les *points solsticiaux*. L'angle dièdre que le plan de l'écliptique fait avec celui de l'équateur se nomme *l'obliquité de l'écliptique*.

Si l'on fait passer, par l'axe PP' , un plan perpendiculaire à la ligne des équinoxes, ce plan détermine sur la sphère céleste un grand cercle $PSP'S'$, perpendiculaire à la fois à l'équateur et à l'écliptique. L'arc SE_q , compté sur ce cercle, mesure l'angle STE_q , c'est-à-dire l'obliquité de l'écliptique. On voit que cet angle est égal à la plus grande déclinaison du soleil; car, pour une position quelconque K de l'astre, l'arc oblique PK est plus

grand que l'arc perpendiculaire PS; or $PE_q = PD$; donc l'arc SE_q est plus grand que l'arc KD. Le plan PSP'S' s'appelle *colure des solstices*. De même le plan qui passe par PP' et par la ligne des équinoxes s'appelle *colure des équinoxes*.

123—AXE, POLES DE L'ÉCLIPTIQUE. La perpendiculaire élevée au point T, sur le plan de l'écliptique, est l'*axe* de l'écliptique : elle perce la sphère en deux points P_1, P_1' , qui sont les *pôles* de l'écliptique.

124—TROPIQUES, CERCLES POLAIRES. Les *tropiques* célestes sont des petits cercles, parallèles à l'équateur, qui sont menés par les points solsticiaux S et S'. Ce sont les parallèles extrêmes que le soleil paraît décrire aux solstices, en vertu du mouvement diurne. Ils sont représentés sur la figure par les cercles ST, S'T'. Après les avoir décrits, le soleil semble revenir sur ses pas, pour se rapprocher de l'équateur ; de là le nom de *tropiques*. Le premier ST, qui se trouve dans l'hémisphère boréal, se nomme *tropique du Cancer* ; le deuxième S'T', *tropique du Capricorne*. Il semble que ces noms aient été imaginés par des peuples de nos régions boréales, qui, voyant le soleil, après le solstice d'été, *retourner* en quelque sorte *en arrière* pour revenir à l'équateur, ont signalé cette marche rétrograde par le symbole significatif du *Cancer* ou de l'*Écrevisse* ; et qui, voyant ensuite, après le solstice d'hiver, l'astre *remonter*, *gravir* vers l'équateur, ont voulu caractériser cette marche ascensionnelle par le nom du *Capricorne* ou de la *Chèvre*, dont on connaît assez les instincts ordinaires.

Les *cercles polaires* célestes sont d'autres petits cercles $CP_1, C/P_1'$, parallèles à l'équateur, et dont la distance au pôle est la même que la distance des tropiques à l'équateur.

125—DÉTERMINATION DES POINTS ÉQUINOXIAUX. Pour déterminer complètement la position du plan de l'écliptique dans l'espace, il suffit de fixer : 1° la position de la ligne des équinoxes ; 2° l'inclinaison de l'écliptique sur l'équateur.

Or, si l'on consulte le tableau des déclinaisons du centre du soleil, on voit que, vers le 21 mars, la déclinaison cesse d'être australe pour devenir boréale : c'est évidemment à cette époque qu'elle devient nulle, c'est-à-dire que l'astre traverse l'équa-

teur. Supposons, pour fixer les idées, qu'au midi du 20 mars elle soit encore australe et égale à \odot , et qu'au midi du 21 mars elle soit boréale et égale à \odot' : c'est entre ces deux instants qu'a eu lieu le passage. Si l'on a mesuré, en outre, les ascensions droites \mathcal{A} et \mathcal{A}' du soleil aux deux midis, on en déduira facilement l'ascension droite du point équinoxial Υ . Car, soient

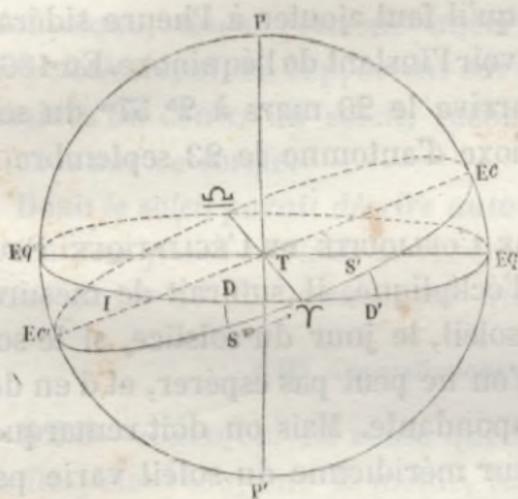


fig. 44.

(fig, 44) : S et S' les deux positions observées, et I l'origine des ascensions droites ; on a $SD = \odot$, $S'D' = \odot'$, $ID = \mathcal{A}$, $ID' = \mathcal{A}'$. Or les triangles $S\Upsilon D$, $S'\Upsilon D'$ étant très-petits, peuvent être considérés comme rectilignes et semblables, puisqu'ils sont rectangles : on a donc,

$$\frac{SD}{S'D'} = \frac{\Upsilon D}{\Upsilon D'}, \text{ ou } \frac{\odot}{\odot'} = \frac{\mathcal{A}_\Upsilon - \mathcal{A}}{\mathcal{A}' - \mathcal{A}_\Upsilon},$$

en désignant par \mathcal{A}_Υ l'ascension droite $I\Upsilon$ de l'équinoxe. On en tire par addition

$$\frac{\odot + \odot'}{\odot} = \frac{\mathcal{A}' - \mathcal{A}}{\mathcal{A}_\Upsilon - \mathcal{A}}, \text{ d'où } \mathcal{A}_\Upsilon = \mathcal{A} + \frac{(\mathcal{A}' - \mathcal{A}) \odot}{\odot + \odot'} \quad (1).$$

On arriverait à la même formule, en considérant que, dans l'intervalle d'un jour, l'ascension droite et la déclinaison varient uniformément. On voit que, pour avoir l'ascension droite du point Υ , il suffit de calculer l'expression $(\mathcal{A}' - \mathcal{A}) \times \frac{\odot}{\odot + \odot'}$, et d'en ajouter la valeur à \mathcal{A} .

On calcule de même l'ascension droite du point \sphericalangle , vers le 22 septembre, et l'on reconnaît que ces deux arcs diffèrent de 180° . Les deux points Υ et \sphericalangle sont donc aux extrémités d'un diamètre de la sphère céleste : c'est une première vérification de notre hypothèse.

126—DÉTERMINATION DE L'ÉQUINOXE. On peut calculer l'instant de l'équinoxe d'une manière analogue. Car si t est le

temps sidéral écoulé dans l'intervalle des deux midis, comme on peut supposer que la déclinaison varie uniformément pendant un temps aussi court, on dit : si une variation $\odot + \odot'$ de la déclinaison correspond à un temps t , une variation \odot correspondra au temps $\tau = t \times \frac{\odot}{\odot + \odot'}$ (2).

Cette valeur de τ est ce qu'il faut ajouter à l'heure sidérale du midi du 20 mars, pour avoir l'instant de l'équinoxe. En 1861, l'équinoxe du printemps arrive le 20 mars à $2^h 57^m$ du soir (temps moyen), et l'équinoxe d'automne le 23 septembre, à $1^h 57^m$ du matin (TM).

127—DÉTERMINATION DE L'OBLIQUITÉ DE L'ÉCLIPTIQUE. Pour déterminer l'obliquité de l'écliptique, il suffirait de mesurer la hauteur méridienne du soleil, le jour du solstice, si le solstice arrivait à midi, ce qu'on ne peut pas espérer, et d'en déduire la déclinaison correspondante. Mais on doit remarquer qu'à cette époque la hauteur méridienne du soleil varie peu d'un jour à l'autre. Il suffira donc, au moins pour une première approximation, de prendre la plus grande déclinaison observée comme mesure de l'obliquité. Au 1^{er} janvier 1861, cet angle est égal à $23^\circ 27' 30''$, 9.

On peut encore calculer l'obliquité d'une autre manière qui

n'exige pas, comme la méthode précédente, la connaissance de la latitude du lieu d'observation. Car, soient (fig. 45) : T le centre de la terre et de la sphère céleste, PEH le méridien de l'observateur, HH', EE', CC', les traces de l'horizon, de l'équateur, de l'écliptique sur ce plan.

Soit Z le zénith : les distances zénithales méridiennes du soleil, aux jours des solstices, lors du passage supérieur, sont ZC et ZD, puisqu'il décrit alors les tropiques dont les traces sont CD' et C/D. Leur différence

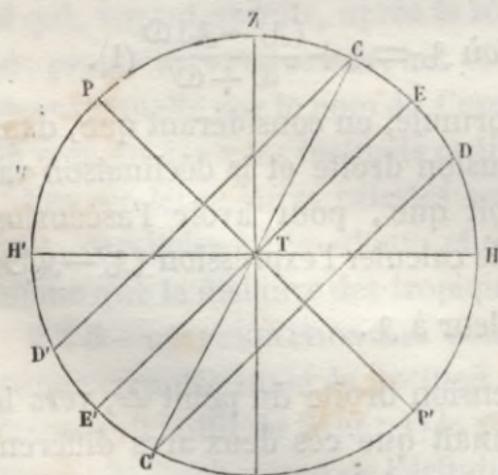


fig. 45.

Soit Z le zénith : les distances zénithales méridiennes du soleil, aux jours des solstices, lors du passage supérieur, sont ZC et ZD, puisqu'il décrit alors les tropiques dont les traces sont CD' et C/D. Leur différence

est CD, double de l'obliquité CE. Il suffit donc de mesurer ces deux distances et d'en prendre la demi-différence, pour avoir la valeur de l'obliquité.

128—VÉRIFICATION DE LA NATURE DE LA COURBE DÉCRITE PAR LE SOLEIL. Maintenant que nous connaissons les deux éléments qui déterminent complètement la position du plan de l'écliptique, nous pouvons tracer ce grand cercle sur un globe céleste, et, en rapportant sur ce globe les positions successives du centre du soleil, reconnaître qu'elles sont toutes situées sur ce cercle.

Donc le soleil paraît décrire autour de la terre, d'occident en orient, un grand cercle de la sphère céleste, dont le plan est incliné de $23^{\circ} 27' 30''$ environ sur celui de l'équateur¹.

§ III. Constellations zodiacales.

129—ZODIAQUE. La route que suit le soleil, à travers les étoiles, étant toujours la même, les anciens ont cherché à la caractériser, en créant des constellations composées avec les astres qui se trouvaient sur son passage. Ils ont imaginé, en conséquence, une zone dont les bases, parallèles au plan de l'écliptique, en sont distantes de part et d'autre de $8^{\circ} \frac{1}{2}$ environ; puis ils ont partagé cette zone en douze parties égales de 30° ou *dodécatémeries*, par douze demi-grands cercles perpendiculaires à l'écliptique, le premier d'entre eux passant par le point vernal. Enfin ils ont groupé les étoiles de chacun de ces douzièmes, et formé ainsi, le long de l'écliptique, douze constellations, dont chacune était parcourue en un mois par le soleil. Ce sont les constellations *zodiacales*, et la zone qui les renferme est le *zodiaque*.

Voici les noms latins et les signes représentatifs de ces douze constellations, dans l'ordre où le soleil les traverse successivement :

Sunt:	Aries,	Taurus,	Gemini,	Cancer,	Leo,	Virgo,
	♈	♉	♊	♋	♌	♍
	Libraque,	Scorpius,	Arcitenens,	Caper,	Amphora,	Pisces.
	♎	♏	♐	♑	♒	♓

¹ Voir la note XII, à la fin du volume.

Nous les nommons en français le *Bélier*, le *Taureau*, les *Gémeaux*, le *Cancer*, le *Lion*, la *Vierge*, la *Balance*, le *Scorpion*, le *Sagittaire*, le *Capricorne*, le *Verseau* et les *Poissons*. Plusieurs d'entre elles ont été décrites au n° 44; les autres ne présentent pas d'étoiles remarquables.

Nous dirons, en traitant de la précession des équinoxes, ce qu'on nomme les *douze signes du zodiaque*, et pourquoi ils ne correspondent pas aujourd'hui aux constellations dont ils portent les noms.

CHAPITRE II.

MOUVEMENT ELLIPTIQUE DU SOLEIL.

PROGRAMME : **Diamètre apparent du soleil, variable avec le temps. — Le soleil paraît décrire une ellipse autour de la terre. — Principe des aires.**

130—EXPOSÉ DE LA QUESTION. Nous avons dit, dans le chapitre précédent, que les méthodes employées pour démontrer le mouvement circulaire du soleil ne prouvaient qu'une chose : c'est que la perspective de l'astre, vu de la terre, et projeté sur la sphère céleste, décrit un grand cercle de cette sphère. Mais elles ne nous apprennent rien sur la distance à laquelle le soleil se meut, ni sur les variations de cette distance, aux diverses époques de son mouvement. Ainsi, rien, dans les démonstrations antérieures, ne s'oppose à ce que, sans sortir du plan de l'écliptique, il se rapproche et s'éloigne de nous alternativement, à ce qu'il circule autour de nous avec une vitesse variable, dans une courbe plane infiniment plus voisine de nous que ne le sont les étoiles. Nous nous proposons, dans ce chapitre, de traiter la question sous ce nouveau point de vue, et d'exposer les moyens de déterminer la nature de l'orbite réelle du soleil. Pour y parvenir, nous devons apprendre à mesurer deux nouveaux éléments, son *diamètre apparent* et sa *vitesse angulaire*.

§ I. Mesure du diamètre apparent et de la vitesse angulaire du soleil.

131—DIAMÈTRE APPARENT DU SOLEIL. Soient (fig. 46),

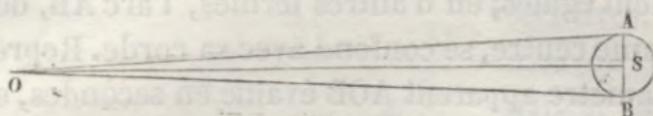


fig. 46.

S le soleil, et O l'œil de l'observateur : menons du point O, à la surface, les tangentes OA et OB dans un plan passant par le centre de l'astre : l'angle AOB se nomme le *diamètre apparent* du soleil. Comme la droite AB, qui joint les points de contact, se confond avec son diamètre réel, à cause de la grande distance OS, on dit que le diamètre apparent est l'angle sous lequel on voit ce diamètre réel.

Pour mesurer le diamètre apparent du soleil, à un jour donné, on l'observe au cercle mural au moment du passage au méridien, comme si l'on voulait obtenir la distance zénithale méridienne du centre (n° 116) : les distances zénithales des deux bords, lors du contact intérieur du fil horizontal, sont $Z - \frac{1}{2}f$ et $Z' + \frac{1}{2}f$, et le diamètre apparent est leur différence $Z' - Z + f$; il faudra donc ajouter à la différence des distances zénithales observées le diamètre du fil. On rendra inutile la connaissance de ce diamètre du fil, si l'on opère l'un des contacts extérieurement et l'autre intérieurement¹.

132—VARIATIONS DU DIAMÈTRE APPARENT. Lorsqu'on forme le tableau des valeurs du diamètre apparent du soleil aux diverses époques de son mouvement, on reconnaît qu'il varie périodiquement entre certaines limites. Ainsi il atteint un maximum égal à $32'36'',2$ vers le 31 décembre ; puis il diminue progressivement ; vers le 1^{er} juillet, il est à son minimum, et ne vaut plus que $31'30'',3$; à partir de cette époque, il croît lentement jusqu'au 31 décembre, et ainsi de suite.

133—THÉORÈME. *La distance d'un corps à un point donné*

¹ Voir la note XIII, à la fin du volume.

varie en raison inverse de son diamètre apparent, pourvu que ce dernier soit suffisamment petit. Car, soit AB (fig. 46) le diamètre réel d'un corps vu du point O sous un angle fort petit; AB est perpendiculaire sur la droite OS, et les droites OA, OB, OS, sont sensiblement égales; en d'autres termes, l'arc AB, décrit du point O comme centre, se confond avec sa corde. Représentons par δ le diamètre apparent AOB évalué en secondes, et par d la distance OS; la demi-circonférence de rayon d , dont l'arc AB fait partie, est égale à πd ; l'arc d'une seconde vaut $\frac{\pi d}{648000}$, et l'arc AB, qui correspond à δ' , vaut $\frac{\pi d \delta}{648000}$.

La corde AB, c'est-à-dire le diamètre réel de l'objet, se confondant avec son arc, a donc aussi pour valeur $\frac{\pi d \delta}{648000}$. Lorsque la distance varie et devient d' , le diamètre apparent devient δ' , et le diamètre réel, qui reste le même, est égal à $\frac{\pi d' \delta'}{648000}$. On doit donc avoir :

$$\frac{\pi d \delta}{648000} = \frac{\pi d' \delta'}{648000}, \text{ ou } d \delta = d' \delta',$$

d'où l'on déduit $\frac{d}{d'} = \frac{\delta'}{\delta}$. C. Q. F. D.

134—VARIATION DE LA DISTANCE DU SOLEIL A LA TERRE. Si l'on applique ce théorème au diamètre apparent du soleil, on en conclut que, ce diamètre étant variable, la distance de l'astre à la terre varie également : donc *le soleil ne décrit pas un cercle dont la terre occupe le centre.*

135—VITESSE ANGULAIRE DU SOLEIL. La *vitesse angulaire* du soleil, à une époque donnée, est l'angle formé par les rayons visuels menés aux deux positions que l'astre occupe sur l'écliptique à 24 heures sidérales de distance. Ainsi, soit CC' l'écliptique (fig. 47), et soient S, S', les deux positions du soleil au commencement et à la fin d'un jour sidéral; l'angle STS' est sa vitesse angulaire. Elle est mesurée par l'arc SS' qu'il a parcouru en un jour. Il serait difficile de déterminer cet arc par des observations directes : on préfère l'obtenir par le calcul. On prend à cet effet dans le tableau des ascensions droites et

des déclinaisons du centre du soleil (n° 117) les valeurs de

ces coordonnées, qui correspondent à deux observations méridiennes consécutives. L'un des systèmes de valeurs fait connaître, dans le triangle γHS , les deux côtés γH et SH ; et la trigonométrie sphérique fournit le moyen d'en conclure l'hypoténuse γS , c'est-à-dire la *longitude* du soleil lors de la première observa-

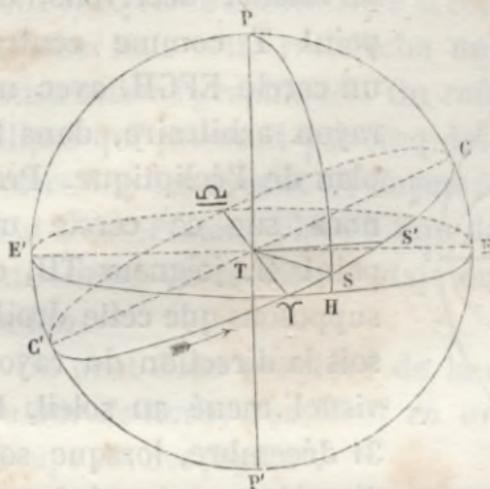


fig. 47.

tion : un calcul analogue donne la longitude du soleil lors de la seconde observation. La différence des longitudes est l'arc s décrit par le soleil dans l'intervalle des deux observations; et si l'on désigne par t cet intervalle de temps évalué en heures, la vitesse angulaire est évidemment $s \times \frac{24}{t}$ à l'époque choisie¹.

136—MOUVEMENT ANGULAIRE DU SOLEIL SUR L'ÉCLIPTIQUE. On peut ainsi déterminer, pour chaque jour, la vitesse angulaire du soleil, et reconnaître qu'elle n'est pas constante. Elle atteint son maximum vers le 31 décembre, époque à laquelle elle vaut $1^{\circ} 4' 9''$: elle décroît ensuite lentement jusqu'au 2 juillet, époque à laquelle elle vaut seulement $57' 12'' , 3$: puis elle va croissant pendant le reste de l'année.

Ainsi le mouvement angulaire du soleil sur l'écliptique n'est pas uniforme.

§ II. Orbite elliptique décrite par le soleil.

137—CONSTRUCTION PAR POINTS DE L'ORBITE DU SOLEIL. La mesure du diamètre apparent et de la vitesse angulaire nous permet de construire par points une courbe semblable à l'or-

¹ Voir la note 1, à la fin du volume.

bite du soleil. En effet, soit T (fig. 48) la position de l'observateur; décrivons, du point T comme centre, un cercle EFGH, avec un rayon arbitraire, dans le plan de l'écliptique. Prenons sur ce cercle un point H, joignons TH, et supposons que cette droite soit la direction du rayon visuel mené au soleil, le 31 décembre, lorsque son diamètre apparent δ est maximum et égal à $32\frac{36''}{2}$.

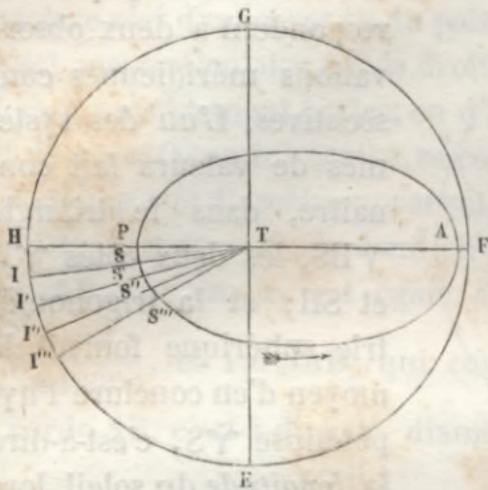


fig. 48.

Prenons, en outre, pour unité la distance correspondante d de l'astre à la terre, et représentons-la par TP : P sera la position du soleil à cette époque. Portons maintenant sur le cercle, à partir du point H, des arcs HI, II', I'I'', etc., respectivement égaux aux vitesses angulaires consignées au tableau pour le 31 décembre, le 1^{er}, le 2 janvier, etc.; les rayons TI, TI', TI'', etc., seront les directions des rayons visuels menés à l'astre ces jours-là. Enfin, calculons chacune des distances correspondantes au moyen de la formule

$\frac{d'}{d} = \frac{\delta}{\delta'}$, dans laquelle $d=1$, $\delta=32\frac{36''}{2}$, et δ' représente

le diamètre apparent mesuré à chacune des dates ci-dessus indiquées; et portons ces distances en TS, TS', TS'', etc. La courbe PSS'S''..., obtenue, en joignant, par un trait continu, les extrémités de ces distances, sera le lieu des positions successives du soleil sur le plan de l'écliptique.

138—NATURE DE LA COURBE. On reconnaît d'abord que cette courbe diffère fort peu d'un cercle, mais qu'elle n'en est pas un : car il n'y a pas de point qui soit également distant de tous ces points; et le calcul montre que le cercle qui passerait par trois des positions observées du soleil ne contient pas toutes les autres avec une approximation suffisante. On doit donc renoncer à l'hypothèse du mouvement circulaire. Comme

l'ellipse est la courbe qui se rapproche le plus du cercle, on peut essayer de reconnaître si cette courbe satisfait aux observations. Mais cette recherche ne peut pas s'exécuter par des constructions graphiques. On *calcule* donc les éléments d'une ellipse qui passerait par cinq des positions observées; on en détermine les axes et les foyers; et l'on trouve qu'en supposant l'observateur placé à l'un des foyers, il existe un accord satisfaisant entre les résultats du calcul et ceux de l'observation.

On peut donc conclure de là que *le centre du soleil décrit autour de nous, d'occident en orient, une ellipse dont la terre occupe un des foyers*¹.

On nomme *périgée*, ou *périhélie*, le point P où le soleil est le plus près de la terre; *apogée*, ou *aphélie*, le point A où il en est le plus éloigné; AP est la *ligne des apsides*.

§ III. Calcul des éléments de l'ellipse.

139—PROPORTIONNALITÉ DES AIRES AUX TEMPS. Lorsqu'on compare les tableaux qui donnent les valeurs de la vitesse angulaire du soleil et celles de son diamètre apparent, on s'aperçoit que ces deux éléments croissent et décroissent ensemble, et que leurs maximum ont lieu à la même époque, ainsi que leurs minimum. Il est naturel, dès lors, d'examiner s'ils sont proportionnels l'un à l'autre.

S'il en était ainsi, en désignant deux vitesses quelconques par v , v' , et les diamètres correspondants par δ , δ' , on aurait

$\frac{v}{v'} = \frac{\delta}{\delta'}$; comme on a aussi $\frac{\delta}{\delta'} = \frac{d'}{d}$ (n° 133), on en conclurait

$\frac{v}{v'} = \frac{d'}{d}$, ou $vd = v'd'$. Ainsi le produit de la vitesse angulaire

par la distance correspondante serait invariable. Mais l'arc SS', parcouru en un jour par le soleil, peut évidemment, à cause de son peu d'étendue, être considéré comme circulaire et dé-

¹ La figure est fort exagérée, pour rendre la démonstration sensible.

crit avec le rayon $TS = d$; il est donc égal à $\frac{\pi dv}{180}$; cet arc serait donc constant, et le mouvement serait uniforme.

Mais la proportionnalité entre les vitesses et les diamètres apparents n'existe pas; car la comparaison attentive des tableaux prouve que la vitesse angulaire est proportionnelle au carré du diamètre apparent: ainsi $\frac{v}{v'} = \frac{\delta^2}{\delta'^2}$. Mais $\frac{\delta}{\delta'} = \frac{d'}{d}$; donc

$\frac{v}{v'} = \frac{d'^2}{d^2}$; ou $vd^2 = v'd'^2$. On voit donc que le produit de la vitesse angulaire par le carré de la distance correspondante est constant. Or, si l'on considère, comme tout à l'heure, l'arc SS' décrit en un jour, comme circulaire, cet arc est sensiblement égal à $\frac{\pi dv}{180}$; et le secteur STS' , étant alors un secteur circulaire,

a pour mesure $SS' \times \frac{TS}{2}$, ou $\frac{\pi dv}{180} \times \frac{d}{2}$, ou $\frac{\pi d^2 v}{360}$. Le secteur STS' décrit en un jour, a donc une surface sensiblement constante. Cette conséquence sera d'autant plus rigoureuse, que l'unité de temps adoptée sera plus courte: ainsi, si l'on mène des rayons vecteurs du point T aux positions S, S', S'',... que le soleil occupe successivement sur son orbite après des intervalles de temps très-petits, mais égaux entre eux, les aires des secteurs STS' , $S'TS''$, $S''TS'''$,... sont rigoureusement égales. C'est cette loi qui porte le nom de *principe des aires*, et que *Képler* a énoncée ainsi:

Les aires décrites par le rayon vecteur du soleil sont proportionnelles aux temps.

On comprend, d'après cela, que les arcs décrits en temps égaux sont d'autant plus grands que la distance à la terre est plus petite: car, si dans le produit constant vd^2 , le facteur d diminue, il faut que l'autre facteur vd , ou l'arc décrit, augmente. La vitesse réelle du soleil augmente donc, quand il se rapproche de la terre; elle diminue quand il s'en éloigne.

La loi des aires, une fois démontrée, permet de construire par points l'orbite solaire; car l'équation $\frac{d'^2}{d^2} = \frac{v}{v'}$, donne

$$d' = d \sqrt{\frac{v}{v'}}$$

et permet de calculer, pour chaque longitude, la distance d' correspondant à la vitesse angulaire v' , en prenant pour unité la distance d correspondant à la vitesse maximum $v = 1^{\circ}1'9''$.

Elle peut aussi être employée avec avantage pour déterminer les éléments de l'ellipse, qui satisfait à certaines positions observées du soleil, et pour prouver ensuite que cette ellipse représente le lieu géométrique de toutes les autres positions.

■ 4 ■ — DÉTERMINATION DES ÉLÉMENTS DE L'ORBITE. D'abord le grand axe AP de l'ellipse solaire (fig. 49) est la seule droite

passant par le foyer T, qui partage l'aire de la courbe en deux segments égaux. Il suit de là, que le soleil doit mettre autant de temps pour aller de P en A, que pour aller de A en P; d'ailleurs, la diffé-

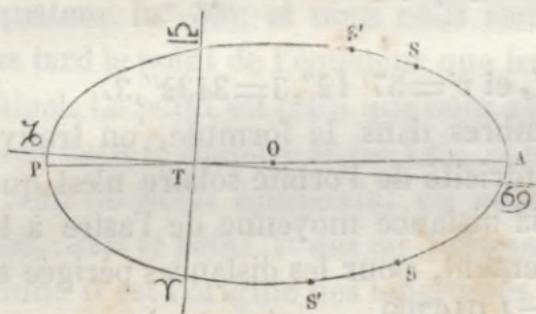


fig. 49.

rence des longitudes de ces deux points doit être de 180° . On cherche donc, parmi les longitudes observées, celles qui diffèrent de 180° , et dont les dates diffèrent d'une *demi-année*. L'une est celle du *périgée*, l'autre celle de l'*apogée*; on distingue d'ailleurs facilement l'un des points de l'autre, au moyen des vitesses angulaires aux deux époques. On trouve ainsi, en faisant quelques corrections qu'il nous est impossible d'indiquer ici, qu'en 1861, la longitude de l'apogée est $100^{\circ} 31' 44''$, et celle du périgée $280^{\circ} 31' 44''$.

Quand la position du grand axe est ainsi déterminée sur le plan de l'écliptique, par rapport à la ligne des équinoxes, on calcule l'*excentricité* de la courbe, c'est-à-dire la distance de son centre au foyer, en prenant pour unité, suivant l'usage,

le demi-grand axe. Pour cela, on désigne par d et d' les distances périégée et apogée TP, TA, par v et v' les vitesses angulaires correspondantes fournies par le tableau, et par e l'excentricité; on a d'abord : $AP = d + d'$,

$$\text{d'où} \quad d + d' = 2; \quad (1)$$

$$\text{puis} \quad d^2 v = d'^2 v'; \quad (2)$$

$$\text{et enfin} \quad AT - PT = AP - 2PT = 2OP - 2PT = 2OT,$$

$$\text{ou} \quad d' - d = 2e. \quad (3)$$

On tire de là, en ajoutant et retranchant successivement les équations (1) et (3),

$$d' = 1 + e, \quad d = 1 - e.$$

Mais l'équation (2) donne : $d \sqrt{v} = d' \sqrt{v'}$;

$$\text{donc} \quad (1 - e) \sqrt{v} = (1 + e) \sqrt{v'};$$

$$\text{d'où} \quad e = \frac{\sqrt{v} - \sqrt{v'}}{\sqrt{v} + \sqrt{v'}}.$$

Or on a vu que

$$v = 1^{\circ} 1' 9'' = 3669'', \text{ et } v' = 57' 12'', 3 = 3432'', 3.$$

En substituant ces nombres dans la formule, on trouve $e = 0,016792$. Ainsi l'excentricité de l'orbite solaire n'est que les 168 dix-millièmes de la distance moyenne de l'astre à la terre. On en déduit facilement, pour les distances périégée et apogée, $d = 0,983208$, $d' = 1,016792$.

142—MOUVEMENT DU SOLEIL CHEZ LES ANCIENS. Les anciens ne savaient mesurer ni le diamètre apparent du soleil, ni, par conséquent, les variations de sa distance à la terre. Mais ils savaient que son mouvement angulaire apparent n'est pas uniforme; et ils étaient parvenus à le représenter d'une manière assez satisfaisante, en supposant que l'astre décrit, *d'un mouvement uniforme*, un cercle dont la terre n'occupe pas le centre. On comprend, en effet, que l'œil de l'observateur, n'étant pas au centre, voit des arcs circulaires égaux, sous des angles différents, qui dépendent de sa position dans le plan du cercle. C'est cette hypothèse qu'*Hipparque* avait admise pour construire les tables du soleil : elle a été renversée par les découvertes de *Képler*.

CHAPITRE III.

TEMPS SOLAIRE.

PROGRAMME : **Origine des ascensions droites.**—**Ascension droite du soleil.** — **Temps solaire vrai et moyen.** — **Principes élémentaires des cadrans solaires.** — **Année tropique ; sa valeur en jours moyens.**— **Calendrier.**— **Réforme julienne, réforme grégorienne.**

§ I. Notions sur l'ascension droite vraie du soleil.

143—**ORIGINE DES ASCENSIONS DROITES.** Lorsque, dans la première partie de ces leçons, nous avons appris à calculer les ascensions droites des étoiles, nous avons dû choisir arbitrairement, pour origine de ces coordonnées, le point où le demi-cercle horaire d'une étoile donnée, telle que Rigel, rencontre l'équateur (n° 36); et nous nous sommes réservé de définir plus tard le point de l'équateur que les astronomes substituent à Rigel. Ce point est celui que nous avons déterminé avec précision dans le chapitre I^{er} (n° 425), et auquel nous avons donné le nom de *point équinoxial* du printemps ou *point vernal*. Ainsi, c'est le point Υ qui est l'origine des ascensions droites, comme il est l'origine des longitudes. Il est facile, lorsqu'on a

le tableau des ascensions droites des astres par rapport à Rigel, d'en déduire celui des ascensions droites par rapport à Υ : car si l'ascension droite de Υ par rapport à Rigel est représentée par α , il suffira de retrancher α de chacune des ascensions droites observées (augmentées, s'il le faut, de 360°), pour les rapporter à Υ ,

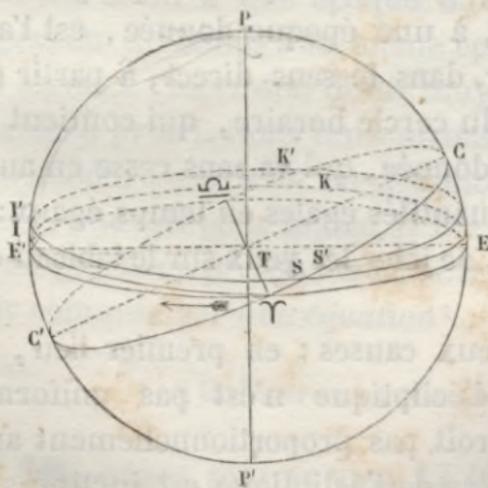


fig. 50.

comme on le voit aisément sur la figure 50. Remarquons,

d'ailleurs, que le point γ n'est pas un point visible sur la sphère céleste : il faut donc, comme nous l'avons fait, déterminer son ascension droite par rapport à une étoile connue (n° 125), pour pouvoir le prendre ensuite comme origine.

Parmi les étoiles fondamentales, α d'Andromède est celle dont le cercle horaire coupe l'équateur le plus près de γ ; son ascension droite en 1861 n'est que $18^{\circ} 5''$ environ ; elle passe au méridien $0^{\text{h}} 4^{\text{m}} 12^{\text{s}}, 35$ après γ .

144. ORIGINE DU JOUR SIDÉRAL. Nous avons dû aussi, en mesurant le temps sidéral, choisir pour origine provisoire du jour l'instant du passage de Rigel au méridien (n° 26). Les astronomes ont coutume de prendre pour origine le moment du passage du point vernal. Rien de plus facile que de trouver ce moment : car, puisqu'on sait que α d'Andromède passe au méridien $0^{\text{h}} 4^{\text{m}} 12^{\text{s}}, 35$ après γ , on s'arrangera pour que la pendule sidérale marque cette heure au passage de cette étoile ; et il est évident qu'elle aura marqué $0^{\text{h}} 0^{\text{m}} 0^{\text{s}}$ au moment du passage de γ .

Cette origine commune pour le jour sidéral et les ascensions droites offre cet avantage déjà reconnu, que l'heure marquée par la pendule sidérale, au moment du passage d'une étoile au méridien, est la mesure immédiate de l'ascension droite de cet astre.

145—ASCENSION DROITE DU SOLEIL. D'après ce qui précède, l'ascension droite du soleil, à une époque donnée, est l'arc γD , compté sur l'équateur, dans le sens direct, à partir du point γ jusqu'au pied D du cercle horaire, qui contient le centre de l'astre. Cette coordonnée, qui va sans cesse en augmentant, ne varie pas de quantités égales en temps égaux : il suffit, pour s'en convaincre, de jeter les yeux sur le tableau de ses valeurs successives.

Cette inégalité tient à deux causes : en premier lieu, le mouvement du soleil sur l'écliptique n'est pas uniforme (n° 136) ; sa longitude ne croît pas proportionnellement aux temps. En second lieu, le plan de l'écliptique est incliné sur celui de l'équateur d'un angle qui vaut plus d'un quart d'angle droit (n° 127). Il en résulte que, lors même que le soleil décri-

rait des arcs égaux sur l'écliptique, les projections sphériques de ces arcs sur l'équateur ne seraient point égales; évidemment plus grandes que les arcs projetés, dans le voisinage de l'équinoxe, elles seraient plus petites qu'eux vers le solstice, puisque l'arc γC vaut 90° , comme sa projection γE .

On verra bientôt (n° 160) que le soleil, partant du point γ situé sur l'équateur, revient à l'équateur après un temps égal à $366^{\text{j. sid.}}, 242217$; or, dans cet intervalle, son ascension droite a varié de 360° ; donc, si la variation eût été uniforme, elle eût été de $\frac{360^\circ}{366,242217}$, ou de $0^\circ 58' 58'', 642$ par jour sidéral.

Désignons cet arc par n . Après un nombre t de jours sidéraux écoulés depuis l'équinoxe, l'ascension droite du soleil eût été nt ; ce nombre nt est en quelque sorte l'*ascension droite moyenne*; elle est proportionnelle au temps. Mais l'*ascension droite vraie* diffère de nt , tantôt dans un sens et tantôt dans l'autre, par suite de l'irrégularité de la variation. Cette différence, dont il faut augmenter ou diminuer nt , pour avoir l'ascension droite vraie du soleil, est toujours assez petite, et varie périodiquement; elle est nulle quatre fois par an, vers le 15 avril, le 15 juin, le 31 août, et le 25 décembre. On la nomme *équation du temps*.

On voit d'après cela que, pour connaître l'ascension droite vraie du soleil à une époque donnée, il suffit de connaître l'équation du temps à la même époque, et de l'ajouter (avec son signe) à l'ascension droite moyenne, qui est toujours calculable *à priori*. Nous rencontrons ici le premier exemple de la méthode, assez usitée en astronomie, qui consiste à déterminer, une fois pour toutes, la moyenne des valeurs variables d'une grandeur presque constante, et à corriger ensuite l'erreur commise par une *équation*¹.

§ II. Diverses espèces de temps solaire.

146—TEMPS SOLAIRE VRAI. Le *jour solaire vrai* est le temps

¹ On appelle *équation* ce dont il faut augmenter ou diminuer une valeur moyenne pour l'égaliser à la valeur vraie.

qui s'écoule entre deux passages supérieurs consécutifs du soleil au méridien. Le *temps solaire vrai* résulte de l'accumulation des jours vrais.

Le jour solaire est plus long que le jour sidéral. Car soit (fig. 50) S la position du soleil sur l'écliptique CC', un jour donné, au moment de son passage au méridien de l'observateur ; et soit A une étoile qui passe au méridien en même temps que lui, et dont, par suite, le cercle horaire PSD est le même. Lorsque, par l'effet du mouvement diurne, qui a lieu dans le sens indiqué par la flèche *f*, l'étoile est revenue au méridien, le jour sidéral est accompli. Si le soleil n'avait pas de mouvement propre, il n'abandonnerait pas le cercle horaire de l'étoile, et le jour solaire serait égal au jour sidéral ; mais il s'est déplacé, pendant ce jour, d'un degré environ sur l'écliptique, et il est venu en S' : par conséquent, son nouveau cercle horaire PS'D' se trouve, à la fin du jour sidéral, à l'orient du méridien, d'un angle mesuré par DD' ; et il devra s'écouler un certain temps avant qu'il vienne se confondre avec ce plan méridien. Donc le jour solaire est plus long que le jour sidéral.

147—VARIATION DU JOUR SOLAIRE VRAI. L'excès du jour solaire sur le jour sidéral est sensiblement le temps que met l'arc DD' à passer au méridien. Si cet arc, différence des ascensions droites du soleil à 24 heures sidérales de distance, était le même à toutes les époques, s'il était constamment égal à un degré, par exemple, il emploierait toujours le même temps (4^m) dans ce passage ; l'excès serait constant, et le jour solaire serait constant, comme le jour sidéral. Mais il n'en est pas ainsi ; on a vu (n^o 143) que la variation de l'ascension droite du soleil est tantôt plus lente et tantôt plus rapide ; le *jour solaire*, tout en surpassant toujours le jour sidéral, *n'est donc pas constant*. Il ne peut donc pas servir d'unité de temps.

Il est vrai que le jour sidéral ne varie pas ; mais il offre cet inconvénient grave de commencer successivement à toutes les époques, soit du jour, soit de la nuit. D'ailleurs, c'est la marche diurne du soleil qui règle les alternatives du jour et de la

nuit; l'homme travaille pendant que le soleil luit, il se repose lorsque le soleil a disparu. C'est donc le jour solaire que les sociétés ont dû adopter pour unité de temps; mais aussi elles ont dû chercher à rendre cette unité invariable. Voici comment on y est parvenu.

148—JOUR SOLAIRE MOYEN. Le soleil S décrit son orbite P Υ A (fig. 49, p. 109) avec une vitesse variable, qui a son maximum au périhélie P, diminue progressivement jusqu'à l'apogée A, et augmente ensuite jusqu'au retour au périhélie. On conçoit un soleil fictif S', qui, *partant du périhélie P* en même temps que S, parcourrait la même orbite, dans le même temps que lui, mais d'un mouvement uniforme, avec la vitesse moyenne. Ces deux soleils sont ensemble au départ; puis S précède S', et la distance qui les sépare augmente, jusqu'à ce que la vitesse de S, qui décroît, soit devenue égale à la vitesse moyenne: l'écart est alors maximum. La vitesse de S devenant plus petite que celle de S', l'arc SS' diminue; et les deux soleils se retrouvent ensemble à l'apogée A, au bout d'une demi-révolution. Après le passage en A, c'est S' qui devance S; leur distance croît, jusqu'à ce que la vitesse de S, qui augmente, devienne égale à celle de S'; alors l'écart est maximum; et, à partir de ce moment, la vitesse de S devenant supérieure à celle de S', les deux soleils se rapprochent, et se retrouvent ensemble en P après une révolution complète. L'écart qui existe, à un moment donné, entre S et S', se nomme *l'équation du centre*: c'est l'arc dont il faut augmenter ou diminuer la *longitude moyenne* pour avoir la *longitude vraie*.

Mais le soleil fictif S' ne passe pas au méridien à des intervalles de temps égaux; il ne donne pas des jours solaires constants. Car cette hypothèse ne fait disparaître que la première des causes d'irrégularité dans la variation de l'ascension droite du soleil (n^o 145). On conçoit donc un second soleil fictif S'', qui, *partant du point Υ* en même temps que S', parcourrait l'équateur dans le même temps avec la même vitesse. Si, à un certain moment, l'un se trouve en S' (fig. 51) sur l'écliptique, l'autre se trouve en S'' sur l'équateur, à une dis-

tance $\gamma S'' = \gamma S'$. Le cercle horaire de S'' devance d'abord celui de S' : mais ils viennent se confondre au solstice d'été, puisque les arcs décrits alors, γE , γC sont égaux; ils se confondent de même à l'équinoxe d'automne et au solstice d'hiver.

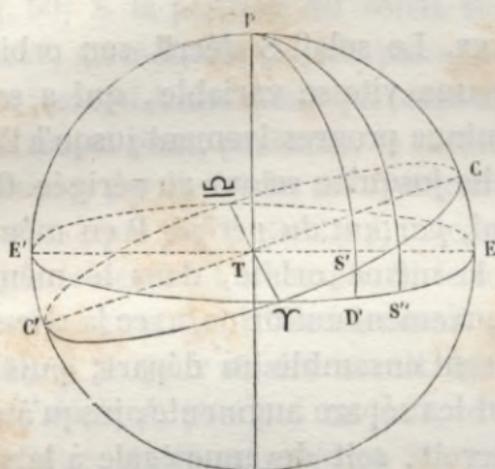


fig. 51.

prend pour unité de temps.

149.—RAPPORT DU JOUR MOYEN AU JOUR SIDÉRAL. Les conventions, que nous venons d'exposer, nous permettent de calculer le rapport du jour moyen au jour sidéral. En effet, on verra (chap. VIII), qu'en vertu de la *précession des équinoxes*, le soleil *vrai* ne décrit pas l'écliptique entière en $366^{\text{sid.}}$, 242217; il lui reste encore à parcourir un petit arc $\delta = 50', 2$. Sa vitesse

moyenne, par jour sidéral, est donc $n = \frac{360^\circ - \delta}{366,242217}$. Le soleil

moyen, qui se meut sur l'équateur avec cette vitesse moyenne, se déplace donc, en un jour sidéral, vers l'orient, de l'arc n . Mais la sphère céleste tourne, pendant ce temps, de 360° , en sens contraire; donc le soleil moyen ne décrit réellement sur l'équateur, en un jour sidéral, en vertu du mouvement diurne, que $360^\circ - n$. Pour trouver le temps qu'il met à parcourir les 360° , c'est-à-dire le jour moyen, on remarque que ce temps est proportionnel à l'arc décrit, puisque les deux mouvements sont uniformes.

Par conséquent :

Or, ce soleil S'' , décrivant des arcs égaux en temps égaux sur l'équateur, chacun de ces arcs met le même temps à passer au méridien; et le jour solaire correspondant est constant, comme le jour sidéral. C'est le jour donné par ce troisième soleil S'' , que l'on appelle *jour solaire moyen*, et que l'on

$$1^{\text{j. sol. moy.}} = 1^{\text{j. sid.}} \times \frac{360^{\circ}}{360^{\circ} - n} = 1^{\text{j. sid.}} \times \frac{360^{\circ}}{360^{\circ} - \frac{360^{\circ} - \delta}{366,242217}}$$

$$= 1^{\text{j. sid.}} \times \frac{1}{1 - \frac{\delta}{360^{\circ}}} = 1^{\text{j. sid.}} \times \frac{366,242217}{365,242217 + \frac{\delta}{360^{\circ}}}$$

Et comme $\frac{\delta}{360^{\circ}} = 0,000039,$

$$1^{\text{j. sol. moy.}} = 1^{\text{j. sid.}} \times \frac{366,242217}{365,242256} = 1^{\text{j. sid.}},0027378 = 1^{\text{j. sid.}} \cdot 0^{\text{h}} 3^{\text{m}} 56^{\text{s}},54.$$

150—SUBDIVISIONS DU JOUR SOLAIRE MOYEN. Le jour solaire se subdivise, comme le jour sidéral, en 24 heures, l'heure en 60 minutes, la minute en 60 secondes. Puisqu'un jour solaire moyen vaut $1^{\text{j. sid.}},0027378$, il est évident que $1^{\text{h. sol. moy.}}$ vaut $1^{\text{h. sid.}},0027378$, etc. On compte par jour deux fois 12 heures, au lieu de 24 heures consécutives.

Si l'on prend le jour solaire moyen pour unité, le jour sidéral est égal à $\frac{1^{\text{j. sol. moy.}}}{1,0027378}$, ou à $0^{\text{j. sol. moy.}},997268$, ou enfin à $23^{\text{h}} 56^{\text{m}} 3^{\text{s}},955$ (temps solaire moyen).

151—ORIGINE DU JOUR MOYEN. L'origine du jour moyen est le moment du passage du soleil moyen S'' au méridien. Seulement, tandis que l'usage civil est de prendre le passage inférieur (minuit), les astronomes font commencer le jour à midi, au moment du passage supérieur suivant. Comme on ne peut pas observer ce soleil fictif, c'est le soleil vrai dont on détermine le passage; et l'on corrige ensuite l'heure trouvée, d'après les considérations suivantes.

152—TEMPS MOYEN A MIDI VRAI, ÉQUATION DU TEMPS. Nous avons déjà dit (n° 145) que l'ascension droite du soleil vrai S est égale à l'ascension droite du soleil moyen S'' , augmentée ou diminuée de la partie périodique nommée *équation du temps*. Dans les cas où l'on doit *ajouter* ce petit arc, il est évident que S'' passe au méridien avant S , qu'il est midi moyen avant d'être midi vrai; par suite, lorsqu'il est midi vrai, il

est un peu plus de midi moyen. Il faut donc *ajouter* quelque chose à l'heure vraie pour avoir l'heure moyenne correspondante; et ce qu'il faut ajouter est le temps qui s'est écoulé entre les deux passages; c'est le nombre de minutes et de secondes représenté par l'équation du temps. Dans les cas où l'on devrait, au contraire, *retrancher* de l'ascension droite moyenne l'équation du temps pour avoir l'ascension droite du soleil vrai, on verra de même qu'il faudra *retrancher* de l'heure vraie le temps représenté par cette équation, pour avoir l'heure moyenne. On calcule donc *à priori* cette quantité périodique, pour chaque jour de l'année; et l'on en consigne les valeurs dans la *Connaissance des temps*. L'*Annuaire* du Bureau des longitudes de France mentionne ces résultats vis-à-vis de chaque date, dans une colonne intitulée : *Temps moyen à midi vrai*. On y lit, par exemple, qu'au 5 mai 1860, le temps moyen à midi vrai est $11^h56^m30^s$: cela veut dire, qu'au moment où le soleil vrai passe au méridien, le soleil moyen n'y est pas encore passé; il est seulement $11^h56^m30^s$ du matin; l'équation du temps est 3^m30^s . On comprend, dès lors, combien il est facile de régler les horloges publiques sur le temps moyen : il suffit de leur faire marquer, au moment du midi vrai, l'heure donnée par l'*Annuaire*.

En comparant les valeurs du temps moyen à midi vrai, pour l'année 1860, on remarque que le midi moyen précède le midi vrai, au 1^{er} janvier, de 3^m37^s ; que l'écart va croissant jusqu'au 11 février, où il atteint 14^m31^s ; qu'il décroît ensuite jusqu'au 15 avril, où il est 5^s : ce jour-là, le midi moyen arrive presque au midi vrai. Puis, c'est le midi vrai qui précède le midi moyen; l'écart augmente jusqu'au 14 mai : il est alors de 3^m54^s ; puis il décroît, et redevient nul entre le 14 et le 15 juin. A partir de ce moment, le midi moyen précède de nouveau le midi vrai; il y a un écart maximum de 6^m13^s vers le 26 juillet. Les deux soleils passent encore ensemble au méridien le 31 août. Puis le midi vrai précède à son tour le midi moyen; l'écart croît jusqu'au 2 novembre, où il atteint son maximum 16^m19^s . Enfin l'écart décroît, et devient nul pour la quatrième fois entre le 23 et le 24 décembre.

153—MESURE DES LONGITUDES TERRESTRES EN TEMPS MOYEN.

Il n'est pas inutile de faire remarquer ici, en terminant ces notions sur le temps moyen, que, lorsqu'on exprime la longitude d'un lieu *en temps*, le nombre d'heures, minutes et secondes qui la représente est le même, soit qu'il s'agisse du temps moyen, soit qu'il s'agisse du temps sidéral. En effet, supposons que le méridien d'un lieu fasse un angle de 15° avec celui de Paris, ou que sa longitude soit égale à 15° ; une étoile mettra *une heure sidérale* à passer de l'un à l'autre, et les horloges sidérales réglées sur cette étoile, sous les deux méridiens, différeront d'une heure sidérale. Le soleil moyen, de son côté, mettra un temps plus long ($1^{h\text{sid.}},0027378$) à parcourir la distance des deux méridiens, puisque son mouvement diurne est ralenti par son mouvement propre; mais ce temps plus long sera *une heure moyenne*, puisqu'il met 24 heures moyennes à décrire uniformément l'équateur entier: les deux horloges réglées sur le temps moyen différeront donc aussi d'une heure. Ainsi, on peut mesurer les longitudes avec des horloges réglées sur le temps moyen; car le soleil moyen parcourt en une heure moyenne le même arc de 15° , que l'étoile parcourt en une heure sidérale.

§ III. Des cadrans solaires.

154—PRINCIPES DES CADRANS SOLAIRES. Un cadran solaire est destiné à mesurer le temps vrai. Sa construction repose sur les considérations qui suivent.

Concevons qu'on ait partagé la surface de la terre en 24 parties égales par 24 demi-méridiens, distants de 15° , dont l'un est le méridien du lieu d'observation A. Soient (fig. 52) : T la terre, PAP' le méridien de l'observateur, P1P', P2P', P3P', etc., les méridiens consécutifs. Le soleil, en vertu de son mouvement diurne, traverse successivement les plans prolongés de ces grands cercles, dans le sens indiqué par la flèche, et revient au méridien de départ au bout d'un jour vrai. Lorsqu'il est dans le plan PAP', il est midi vrai; il est une heure vraie, deux heures vraies, lorsqu'il passe dans les plans P1P', P2P'; il est

minuit vrai, lorsqu'il arrive au plan PBP' , et ainsi de suite.

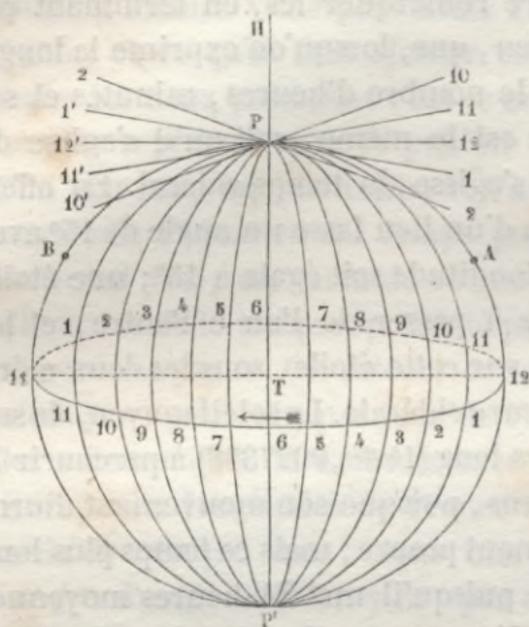


fig. 52.

Or, si l'on imagine un plan tangent à la surface de la terre au pôle P , les plans des méridiens déterminent sur ce plan des droites $12P12'$, $1P1'$, $2P2'$, etc., tangentes aux méridiens correspondants, et inclinées de 15° les unes sur les autres. Si, de plus, on conçoit en P une tige PH , dirigée suivant le prolongement de l'axe PP' , et portant ombre à l'opposé du soleil, on voit que l'ombre du

style PH sera dirigée, à midi vrai suivant $P12'$, à une heure vraie suivant $P1'$, à deux heures vraies suivant $P2'$; car, à chacune de ces époques, la trace de l'ombre sur le plan tangent sera déterminée par le plan contenant le soleil et la droite PH , plan qui n'est autre que le plan méridien correspondant. Ainsi, ce plan tangent, surmonté de son style PH , forme au pôle un *cadran solaire*, à l'aide duquel on peut, à chaque instant, déterminer l'heure vraie.

155—CADRAN ÉQUATORIAL OU ÉQUINOXIAL. CONCEVONS maintenant qu'on transporte ce plan au point A , mais que l'on conserve sa direction parallèle à l'équateur, et l'orientation de la ligne $12P12'$; le style restant parallèle à l'axe PP' , il est évident que son ombre tombera aux mêmes heures sur les mêmes lignes, à cause de la distance considérable à laquelle se meut le soleil. Par conséquent, pour construire en A un *cadran solaire équatorial ou équinoxial*, on trace sur un plan (fig. 53), autour d'un point O , 24 droites inclinées de 15° les unes sur les autres, et on leur donne les nos 1, 2, 3... 12, 1, 2, 3... 12 : puis on fixe, perpendiculairement au plan, une tige OH en fer. On oriente ensuite l'appareil, de manière que

la tige soit parallèle à l'axe du monde, et que la ligne O12 soit dans le méridien du point A ;

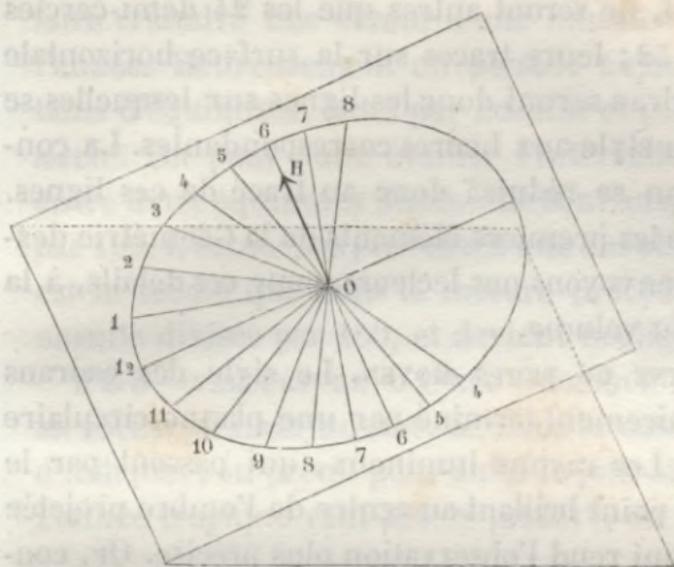


fig. 53.

soit dans le méridien du point A ; alors le plan est parallèle à l'équateur. Lorsqu'on a fixé le cadran dans cette position, il est évident que l'ombre du style se confond successivement avec les différentes lignes O12, O1, O2, etc., et qu'elle donne

l'heure vraie correspondante.

156—REMARQUES. Comme, dans nos climats, le soleil ne se lève pas avant 4 heures du matin, et ne se couche pas après 8 heures du soir, on ne trace que les lignes correspondantes aux heures comprises entre ces limites. De plus, lorsque le soleil est au-dessus de l'équateur céleste, c'est-à-dire depuis l'équinoxe du printemps jusqu'à celui d'automne, il est aussi au-dessus du plan du cadran, et par suite l'ombre du style est portée sur la face supérieure. Mais depuis l'équinoxe d'automne jusqu'à celui du printemps, le soleil, qui se meut au-dessous de l'équateur, n'éclaire plus la face supérieure, mais bien la face inférieure du cadran. Cette face doit donc porter les mêmes lignes horaires que la première ; et le style doit être prolongé de ce côté, pour donner, par son ombre, les heures correspondantes.

157—AUTRES CADRANS. Le cadran équatorial est, dans nos climats, incliné à la fois sur l'horizon et sur la verticale. Malgré la simplicité de sa construction, on préfère généralement le cadran *horizontal* ou le cadran *vertical*.

La construction de ces autres cadrans repose sur les mêmes principes. Concevons, en effet, que l'on ait adapté à un plan horizontal ou vertical un style parallèle à l'axe du monde ; les

plans qui, à midi vrai, à une heure vraie, etc., contiendront ce style et le soleil, ne seront autres que les 24 demi-cercles horaires de la fig. 52; leurs traces sur la surface horizontale ou verticale du cadran seront donc les lignes sur lesquelles se portera l'ombre du style aux heures correspondantes. La construction du cadran se réduira donc au tracé de ces lignes. Mais ce tracé exige les premiers éléments de la Géométrie descriptive; et nous renvoyons nos lecteurs, pour ces détails, à la note XIV, à la fin du volume.

158—MÉRIDIENNE DU TEMPS MOYEN. Le style des cadrans solaires est ordinairement terminé par une plaque circulaire percée d'un trou. Les rayons lumineux, qui passent par le trou, dessinent un point brillant au centre de l'ombre projetée par la plaque; ce qui rend l'observation plus précise. Or, concevons qu'à l'aide d'une montre bien réglée sur le temps moyen, on marque chaque jour, sur le cadran, la position du point brillant à midi moyen: on pourra joindre ces positions successives par un trait continu; et l'on obtiendra ainsi une courbe en forme de 8, qui servira évidemment à la détermination du midi moyen. Comme le midi moyen se confond, quatre fois par an, avec le midi vrai, la courbe coupe quatre fois la droite qui, sur le cadran, donne le midi vrai. Cette courbe se nomme la *méridienne du temps moyen*.

§ IV. De l'année.

159—ANNÉE TROPIQUE. On appelle *année tropique* l'intervalle de temps compris entre deux retours consécutifs du soleil au même équinoxe. Il est fort intéressant de connaître exactement cette durée; car elle est indispensable pour régler les travaux de l'agriculture, les spéculations du commerce, les voyages lointains.

Pour déterminer la longueur de l'année tropique, il suffirait, à la rigueur, de calculer avec soin, comme nous l'avons fait (n^o 126), l'instant de l'équinoxe du printemps pour deux années consécutives: le temps compris entre les deux époques serait la durée cherchée. Mais on n'obtiendrait pas ainsi une

précision suffisante, et les erreurs des observations pourraient faire craindre une erreur d'une minute dans la longueur de l'année. Heureusement on possède aujourd'hui des observations d'équinoxes, faites par *Lacaille* et par *Bradley*, il y a un siècle. On peut donc évaluer l'intervalle de temps compris entre deux équinoxes distants de cent ans, et diviser le résultat par 100. L'erreur, ne provenant que des observations extrêmes, est la même que dans la mesure précédente; elle se trouve ensuite divisée par 100, et devient négligeable.

160—VALEURS DE L'ANNÉE TROPIQUE EN JOURS SIDÉRAUX, EN JOURS SOLAIRES MOYENS. Si, dans le calcul que nous venons d'indiquer, on prend pour unité le jour sidéral, on trouve que l'année tropique vaut $366^{j. sid.}, 242217$, ou $366^{j. sid.} 5^h 48^m 47^s, 549$.

Or, on a vu (n° 149) que : $1^{j. sol. moy.} = 1^{j. sid.} \times \frac{366,242217}{365,242256}$. Il en résulte que :

$$365^{j. sol. moy.}, 242256 = 366^{j. sid.}, 242217 ;$$

cela revient à dire que l'année tropique vaut

$$365^{j. sol. moy.}, 242256, \text{ ou } 365^{j. sol. moy.} 5^h 48^m 50^s, 918.$$

On déduit de là que *la vitesse angulaire du soleil moyen*, c'est-à-dire l'arc décrit en un jour solaire moyen, sur l'équa-

teur, est : $\frac{360^\circ - 50', 2}{365, 242256}$, ou $0^\circ 59' 8'', 3$ (n° 149).

§ V. Du calendrier ¹.

161—DÉFINITION DU CALENDRIER. Le *Calendrier* est la collection des préceptes que donne l'astronomie, pour faire concorder la durée de l'année civile avec celle de l'année tropique, et pour subdiviser cette durée en périodes correspondantes aux variations de la température. On comprend l'importance d'une pareille concordance; car, le soleil se trouvant, après une année révolue, dans la même position par rapport à la terre, chaque jour d'une certaine dénomination jouira, dans ce système, d'une température identique (abstraction faite des

¹ Il s'agira, dans ce paragraphe, de jours solaires moyens, qui seuls sont employés dans les usages de la vie.

variations dues à des causes accidentelles). Par conséquent, on pourra régler à l'avance l'ordre et la durée des travaux d'agriculture, et dire : Dans nos climats, la moisson se fait à telle date, la vendange à telle autre, les semailles à telle autre encore. On saura sur combien de jours de température élevée on pourra compter, à la veille d'entreprendre un long voyage, etc. On se rendra compte enfin, d'une façon plus nette, de l'époque à laquelle se sont passés des événements antérieurs, et du temps qui s'est écoulé depuis leur accomplissement.

Or, cette concordance entre l'année civile et l'année astronomique n'a pas été établie dès l'origine. L'année civile a différé d'abord notablement de l'année tropique ; puis peu à peu, des réformes sont survenues. Jules César introduisit à Rome une des corrections les plus importantes. Plus tard l'Église catholique l'adopta en la perfectionnant ; et c'est elle qui a donné au monde le calendrier remarquable, presque universellement adopté aujourd'hui, que nous allons expliquer.

162—ANNÉE ÉGYPTIENNE OU VAGUE. Les Égyptiens firent d'abord usage d'une année de 360 jours, divisée en 12 mois de 30 jours chacun. Plus tard, ils composèrent leur année de 365 jours. Or, cette année, qu'on a appelée l'*année vague*, était trop courte d'environ $\frac{1}{4}$ de jour ; et il est facile de se rendre compte des inconvénients de cette discordance. Car si, par exemple, on choisit le moment de l'équinoxe du printemps pour origine, et si l'on suppose qu'il arrive au commencement du 21 mars d'une certaine année, le soleil, l'année suivante, après 365 jours révolus, ne se retrouvera pas dans l'équateur, et l'équinoxe n'arrivera que 6 heures après le commencement de l'année ; après deux années révolues, le retard sera d'un demi-jour ; il sera d'un jour entier après 4 ans, c'est-à-dire que l'équinoxe n'arrivera alors qu'au commencement du 22 mars ; 4 ans après, il arrivera le 23 mars, et ainsi de suite. On voit donc que l'équinoxe arrivera successivement, en avril, en mai, etc. ; et, par suite, que la température de cette époque correspondra successivement à toutes les dates de l'année, dans une période de 365 fois 4 ans, ou de 1460 ans. Dans ce

laps de temps, appelé *période sothiaque*, le printemps, qui commence à l'équinoxe vernal, arrivant de plus en plus tard, l'hiver, qui le précède, se prolongera dans l'année de plus en plus; et les diverses saisons se succéderont à toutes les époques du calendrier.

163—RÉFORME JULIENNE. Ces graves inconvénients frappèrent *Jules César*, qui résolut d'y remédier, et qui le fit d'une manière assez heureuse. Il ne fallait pas songer à donner à l'année civile une longueur mesurée par un nombre fractionnaire de jours, 365 jours $\frac{1}{4}$, par exemple; car si une année de ce nouveau calendrier eût commencé un certain jour à midi, l'année suivante eût commencé à 6 heures du soir, la suivante à minuit, etc. Le commencement de l'année eût donc été variable avec le temps: on comprend assez l'inconvénient de ce système. D'un autre côté, il ne fallait pas trop s'écarter de la vraie durée de l'année astronomique, sous peine de voir se reproduire les désordres qu'on voulait supprimer. Jules César, aidé de *Sosigène*, astronome et mathématicien d'Alexandrie, résolut le problème par la méthode des *intercalations*. D'abord il décida que, pour rétablir la concordance entre l'instant de l'équinoxe et sa date, l'année 708 de Rome, 46^e avant J.-C., aurait 14 mois, et compterait 445 jours: ce fut l'année de *confusion*. Voilà pour le passé. Pour l'avenir, la durée de l'année astronomique fut fixée à 365,25. Mais, pour éviter les fractions, il décida que l'année *commune* serait de 365 jours, et que trois années communes seraient suivies d'une année de 366 jours. Il répartit les 365 jours entre les douze mois de l'année, dans la proportion que nous y trouvons encore aujourd'hui; et il *intercala*, tous les quatre ans, le jour complémentaire dans le mois de février, qui n'a que 28 jours.

Cette réforme fut d'abord mal comprise par les successeurs de César, qui, chargés de l'exécuter, crurent que l'année de 366 jours devait revenir tous les trois ans. Il fallut que, 36 ans plus tard, *Auguste* supprimât les trois jours intercalaires qu'on avait introduits en trop, pour ramener l'équinoxe à sa date primitive.

164—ADOPTION DE CETTE RÉFORME PAR L'ÉGLISE. Lorsqu'en

l'an 325, le concile de Nicée se réunit pour traiter des affaires de l'Église, il s'occupa du calendrier; et croyant que l'intercalation julienne faisait concorder exactement la longueur de l'année civile avec celle de l'année astronomique, il adopta la réforme, après avoir constaté que, cette année, l'équinoxe du printemps arrivait le 21 mars. Il admit, en conséquence, que, sur quatre années consécutives, l'une compterait 366 jours, et que ce serait celle dont le millésime serait divisible par 4. Il conserva aussi l'intercalation du jour complémentaire en février, le plaça entre le 23 et le 24 de ce mois, et fixa à ce jour la fête de saint Mathias, qui tombe le 24 dans les années communes. Comme il avait adopté la division romaine du mois par les *calendes*, les *nones* et les *ides*, et la manière de compter les jours en rétrogradant, il se trouva que, le 28 février étant désigné sous le nom de *pridiè calendas martii*, le 27 sous celui de *tertio calendas*, le 24 se nommait *sexto calendas*, et le 23, *septimo calendas*. Pour ne pas changer la dénomination du 23 et des jours précédents, on nomma le jour intercalaire *bissexto calendas*. De là, sans doute, vient le nom de *bissextiles* donné aux années de 366 jours.

165—TROP GRANDE DURÉE DE L'ANNÉE JULIENNE. En adoptant $365^j,25$ pour durée de l'année astronomique, le concile la supposait trop longue d'environ $0^j,00774$ ou de 44 minutes, puisqu'elle n'est que de $365^j,24226$ (n° 160). Cette différence devait produire à la longue, mais bien plus lentement, un effet contraire à l'effet produit par l'année trop courte des Égyptiens : c'est-à-dire que l'équinoxe devait arriver successivement aux dates du 20 mars, du 19 mars, etc., et reporter ainsi la température et l'origine du printemps dans les mois qui appartenaient d'abord à la saison d'hiver. L'erreur étant de $0^j,00774$ par an, était, pour 100 ans, de $0^j,774$, et, pour 400 ans de $3^j,096$. Ainsi, au bout de 400 ans, l'équinoxe arrivait trois jours trop tôt, c'est-à-dire le 18 mars. Lorsqu'en 1582, c'est-à-dire 1257 ans après la tenue du concile de Nicée, on s'occupa sérieusement de réformer le calendrier julien, l'erreur était déjà de $0^j,00774 \times 1257$, ou de $9^j,72918$, soit 10 jours environ : l'équinoxe du printemps arrivait le 11 mars.

166—RÉFORME GRÉGORIENNE. C'est le pape *Grégoire XIII*, qui, aidé d'un savant calabrais nommé *Lilio*, eut l'honneur d'exécuter la nouvelle réforme. D'abord, pour ramener les choses à l'état où elles étaient lors du concile de Nicée, il supprima dix jours de l'année 1582; et il ordonna que le lendemain du 4 octobre serait, non pas le 5, mais le 15 octobre. Puis, pour prévenir le retour de la même discordance, due évidemment à une trop fréquente intercalation de jours complémentaires, il décida qu'en 400 ans, au lieu de compter 100 années bissextiles, on n'en compterait plus dorénavant que 97, puisque cette durée comprenait environ trois jours de trop. Et voici comment il rattacha cette réforme à la réforme julienne. Dans le calendrier julien, une année est *bissextile*, quand son millésime est divisible par 4; à ce titre, toutes les années séculaires (1600, 1700, 1800...) le sont. Or, sur quatre années séculaires consécutives, une seule a encore son millésime divisible par 4, après qu'on a supprimé deux zéros à sa droite; les trois autres donnent des nombres qui ne sont plus divisibles. Il décida, en conséquence, que ces dernières ne seraient plus bissextiles. De cette manière, sur quatre années ordinaires consécutives, trois sont communes, et une bissextile; et il en est de même pour quatre années séculaires consécutives. D'après cette décision, l'année 1600 a été bissextile; les années 1700, 1800, ont été communes; il en sera de même de l'an 1900, mais l'année 2000 sera bissextile.

Cette réforme remarquable ne donne pas encore une concordance parfaite entre les deux années : on voit qu'on ne retranche pas assez, et qu'il y a encore en trop 0,096 en 400 ans, ou un jour environ 4000 ans; il faudra donc retrancher un nouveau jour tous les 4000 ans. Cette soustraction pourra se faire d'après les mêmes règles que la précédente; on pourra, par exemple, décider que les années 4000, 8000, etc., qui restent bissextiles d'après la réforme grégorienne (puisque 40, 80, ... sont divisibles par 4), cesseront de l'être, et deviendront années communes. Et le calendrier, ainsi réglé, pourra suffire pendant longtemps pour remplir le but que l'on s'est proposé.

167—ADOPTION DE LA RÉFORME GRÉGORIENNE. La réforme

de Grégoire XIII ne fut pas accueillie partout immédiatement. La France l'adopta dès le 10 décembre 1582, et les pays catholiques d'Allemagne en 1584; mais les protestants n'y assujettirent leur calendrier qu'en 1600, et l'Angleterre qu'en 1752. Aujourd'hui les Russes et les Grecs sont les seuls chrétiens, en Europe, qui aient conservé le *vieux style*, ou le calendrier julien. Ils n'ont pas supprimé les 10 jours de l'année 1582, et ils ont continué à compter comme bissextiles toutes les années séculaires. Or les années 1700 et 1800 ne l'ont pas été dans le *nouveau style*; leur année commence donc aujourd'hui douze jours après la nôtre (dix jours pour la suppression en 1582, et deux jours pour 1700 et 1800). Ce retard sera encore augmenté d'un jour après 1900. On a l'habitude, dans les correspondances avec ces peuples, d'indiquer ainsi les dates : $\frac{16}{28}$ mars, $\frac{25}{6}$ mai ; ce qui veut dire que notre 28 mars, notre 6 juin, correspondent au 16 mars, au 25 mai des Russes ou des Grecs.

168—SUBDIVISION DE L'ANNÉE : MOIS, SEMAINE. — LETTRE DOMINICALE, CYCLE SOLAIRE. Autrefois, en France, l'année commençait le 25 mars, jour de l'Annonciation. C'est un édit de Charles IX, daté de 1564, qui reporta son origine au 1^{er} janvier.

L'année se partage en douze mois inégaux; chaque groupe de trois mois correspond à peu près à une saison (chapitre VII).

<i>Hiver.</i>	<i>Printemps.</i>	<i>Été.</i>	<i>Automne.</i>
1. janvier. . . 31 j.	4. avril. . . . 30 j.	7. juillet. . . 31 j.	10. octobre. 31 j.
2. fév. 28 ou 29	5. mai. 31	8. août. 31	11. novemb. 30
3. mars. 31	6. juin. 30	9. septemb. 30	12. décemb. 31

Il y a une autre subdivision de l'année, qui est la *semaine*: elle est formée de sept jours, *lundi, mardi, mercredi, jeudi, vendredi, samedi, dimanche*. L'année commune comprend 52 semaines et 1 jour: le nom du jour qui la commence est aussi le nom de celui qui la termine. Ainsi le 27 mars d'une année porte le même nom que le 26 mars de l'année suivante, etc. De là la possibilité de construire un *calendrier*

perpétuel. On remplace les noms des jours par les lettres A, B, C, D, E, F, G, écrites périodiquement en regard des dates respectives. Si l'année commence par un jeudi, ce jour est désigné par la lettre A pendant toute l'année; vendredi l'est par B, dimanche par D. La lettre qui indique le dimanche s'appelle *lettre dominicale*; elle change chaque année, et rétrograde d'un rang, parce qu'il y a dans l'année un jour de plus que 52 semaines. La lettre dominicale, pour 1859, est B. Dans les années bissextiles, il y a 29 jours en février; il y a donc une lettre dominicale pour janvier et février, et une autre (celle qui la précède dans l'ordre alphabétique) pour les dix autres mois. En 1860, les deux lettres sont successivement A et G. En 1861, la lettre dominicale est F.

Après sept bissextiles ou 28 ans, les lettres dominicales se reproduisent périodiquement. Cette période de 28 ans porte le nom de *cycle solaire*. Ce cycle a commencé l'an 9 avant J.-C. Pour trouver quelle est la date du cycle pour une année quelconque, il suffit donc d'ajouter 9 à son millésime, et de diviser la somme par 28; le reste est le nombre cherché. Ainsi, pour 1861, on a $1861 + 9$, qui, divisé par 28, donne 66 pour quotient et 22 pour reste: donc cette année est la 22^e du 67^e cycle.

169—NOMS DES JOURS DE LA SEMAINE; LEUR ORIGINE. Les noms des jours de la semaine sont tirés de ceux des *planètes* connues des anciens, parmi lesquelles figuraient le soleil et la lune. Ainsi, *lundi* vient de *lune*, *mardi* de *Mars*, *mercredi* de *Mercur*e, *jeudi* de *Jupiter*, *vendredi* de *Vénus*, *samedi* de *Saturne*; *dimanche* est le *jour du Seigneur* ou *du soleil*. Pour comprendre l'ordre dans lequel les noms des jours se succèdent, il faut remarquer d'abord que les anciens estimaient les distances des sept planètes à la terre d'après la durée de leur révolution apparente, et qu'ils les avaient, en conséquence, rangées dans l'ordre des distances décroissantes qu'indique ce distique :

*Saturnus, dein Jupiter, hinc Mars, Solque, Venusque,
Mercurius, cui sic ultima Luna subest.*

Il faut se rappeler ensuite que leur usage était de consacrer chaque heure du jour aux divinités adorées sous les noms de ces planètes. Ainsi, la 1^{re} heure du *samedi* était consacrée à *Saturne*, la 2^e à *Jupiter*, etc., en suivant l'ordre; la 8^e, la 15^e, la 22^e, se trouvaient de même consacrées à Saturne. Par suite, la 25^e ou la 1^{re} du lendemain, *dimanche*, était consacrée au *soleil*, en suivant l'ordre prescrit. Comme le soleil a le 3^e rang après Saturne, on voit que la 1^{re} heure du surlendemain, *lundi*, était consacrée à la *lune*, qui vient trois rangs après le soleil; la 1^{re} heure du *mardi* à *Mars*, celle du *mercredi* à *Mercur*e, celle du *jeudi* à *Jupiter*, et celle du *vendredi* à *Vénus*. Chaque jour de la semaine reçut ainsi le nom de la divinité qui présidait à sa 1^{re} heure. Et comme, en continuant cette succession, on retombait sur Saturne pour la 1^{re} heure du 8^e jour, sur le soleil pour celle du 9^e, etc., on a ainsi obtenu la petite période de la semaine, dont nous avons conservé l'usage.

Ainsi, la révolution du soleil dans l'écliptique a réglé la durée de l'année (n^o 459); on verra plus loin que la révolution synodique de la lune a servi à former le mois; et voici le culte des planètes qui a déterminé la semaine.

170—CALENDRIER RÉPUBLICAIN. Lorsqu'on a fondé le nouveau système des poids et mesures (n^o 90), on a voulu soumettre la division de l'année et du jour à d'autres règles, et le calendrier républicain fut inventé. Il a vécu quatorze ans. Nous n'en parlerons pas. Le lecteur qui serait curieux d'étudier cette question et celles qui se rattachent au calendrier, dans tous leurs détails, pourra consulter la savante notice insérée par Arago dans l'*Annuaire du Bureau des longitudes* pour 1851.

CHAPITRE IV.

DISTANCE DU SOLEIL A LA TERRE; SES DIMENSIONS.

PROGRAMME : **Distance du soleil à la terre. — Rapport du volume du soleil à celui de la terre. Rapport des masses. — Densité du soleil rapportée à la densité moyenne de la terre.**

171—Nous avons, dans les chapitres précédents, constaté que le soleil se meut autour de la terre; nous avons déterminé la nature de son orbite et la durée de sa révolution. Nous allons maintenant montrer comment on peut trouver à quelle distance ce mouvement s'opère, et quelles sont les vraies dimensions de cet astre. La solution de ces nouvelles questions est fondée sur la mesure de la *parallaxe* du soleil.

§ I. Parallaxe du soleil.

172—PARALLAXE D'UN ASTRE. On appelle en général *parallaxe* d'un astre, par rapport à un point de la surface de la terre, l'angle sous lequel un observateur placé dans l'astre verrait le rayon de la terre qui aboutit à ce point. Ainsi, soient (fig. 54)

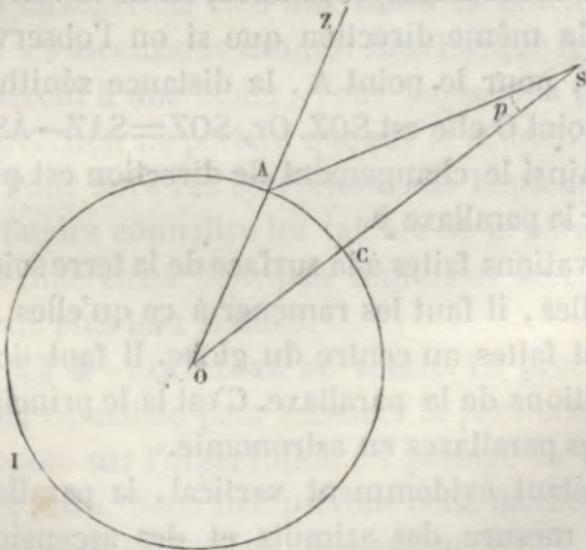


fig. 54.

O le centre de la terre que nous supposons sphérique, A le point donné de sa surface, S la position de l'astre. Le plan qui passe par ces trois points coupe

la surface de la terre suivant un grand cercle ACI; et, dans le triangle SOA qu'ils forment, l'angle S est la parallaxe

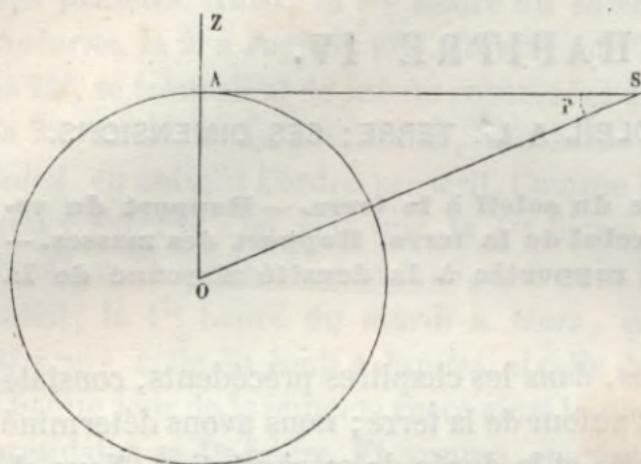


fig. 55.

de l'astre relative au point A. On l'appelle aussi *parallaxe de hauteur*.

Lorsque la droite AS, qui va du point A à l'astre, est tangente au cercle O, c'est-à-dire lorsque l'astre S est à l'horizon

(fig. 55), l'angle S se nomme la *parallaxe horizontale*.

On sait déjà que la parallaxe des étoiles est nulle à cause de leur immense éloignement; celles du soleil, de la lune, des planètes ne sont pas nulles, mais elles sont toujours très-petites.

173—USAGE DE LA PARALLAXE POUR RAMENER LES OBSERVATIONS AU CENTRE DE LA TERRE. Lorsqu'on observe un astre S (fig. 54) d'un point A de la surface de la terre, on ne le voit pas généralement dans la même direction que si on l'observait de son centre O. Car, pour le point A, la distance zénithale est SAZ, et pour le point O elle est SOZ. Or, $SOZ = SAZ - ASO$, ou $SOZ = SAZ - p$. Ainsi le changement de direction est précisément mesuré par la parallaxe p .

Pour que les observations faites à la surface de la terre soient comparables entre elles, il faut les ramener à ce qu'elles seraient si elles étaient faites au centre du globe. Il faut donc corriger ces observations de la parallaxe. C'est là le principal usage que l'on fait des parallaxes en astronomie.

Or, le plan SOZ étant évidemment vertical, la parallaxe n'influe pas sur la mesure des azimuts et des ascensions droites, car l'astre S, vu du point A, paraît dans le même plan vertical que s'il est vu du point O, et, lorsqu'il passe au méridien de l'observateur A, il passe en même temps à celui de

l'observateur O; mais la parallaxe influe sur les hauteurs et les distances zénithales en sens inverse de la réfraction; tandis que celle-ci fait paraître les astres plus élevés au-dessus de l'horizon qu'ils ne le sont réellement, la fig. 54 montre que les distances zénithales, observées du point A, sont plus grandes que si on les observait du centre O; les hauteurs sont, par conséquent, plus petites dans les mêmes circonstances. Il résulte de là qu'à toutes les hauteurs observées à la surface de la terre, il faudra ajouter la parallaxe de hauteur, pour les ramener à ce qu'elles seraient si elles étaient mesurées du centre. Ainsi, en désignant par H une hauteur observée, par R la correction de la réfraction, et par p la parallaxe, on aura $H - R + p$ pour la valeur de la hauteur vraie, telle qu'on la mesurerait s'il n'y avait pas d'atmosphère, et si l'observateur était au centre O.

La déclinaison se déduisant de la hauteur méridienne, il est évident qu'elle est affectée de la même erreur, et qu'elle doit subir la même correction.

En résumé, lorsque nous aurons à mesurer la hauteur ou la distance zénithale du soleil, de la lune ou d'une planète, nous devons les corriger de la réfraction et de la parallaxe; et nous ne changerons rien aux mesures obtenues pour les azimuts ou les ascensions droites. Mais lorsque les observations s'appliqueront à une étoile, pour laquelle la parallaxe est nulle, la correction ne portera que sur la réfraction.

Pour faire ces corrections aux hauteurs observées du soleil, il faudra connaître les valeurs de la parallaxe de hauteur pour les différentes distances zénithales de cet astre; nous en donnons plus loin la table.

174—PARALLAXE DU SOLEIL. Le procédé le plus exact que l'on connaisse pour mesurer la parallaxe horizontale du soleil repose sur l'observation du passage de *Vénus* sur le disque de cet astre. Nous indiquerons cette méthode, lorsque nous parlerons de ce curieux phénomène (liv. V, chap. II). Nous dirons seulement ici qu'en l'appliquant aux passages de 1761 et de 1769 on a trouvé $8'',57$ pour valeur moyenne de la parallaxe horizontale; mais il y a une incertitude de $0'',04$

environ sur cette valeur. Ainsi, un observateur placé dans le soleil verrait le diamètre de la terre sous un angle de $17''$ à peu près.

175—TABLE DES PARALLAXES DU SOLEIL. Lorsque la parallaxe horizontale est connue, on en déduit, par un calcul très-simple de trigonométrie, la valeur de la parallaxe de hauteur correspondante à chaque distance zénithale méridienne du soleil. Mais ce calcul est relatif à la distance moyenne du soleil à la terre. Comme cette distance n'est pas toujours la même (n° 134), un autre calcul permet d'obtenir les variations correspondantes de la parallaxe¹; et l'on obtient ainsi la table de la page suivante.

Cette table fournit les parallaxes du soleil pour le premier jour de chaque mois, et pour toutes les distances zénithales. Pour tenir compte de la date, on opère par interpolation, comme dans le calcul des logarithmes. On calcule d'abord, par une première proportion, ce qu'est la parallaxe pour la hauteur observée (qui contient des minutes et des secondes en général) le 1^{er} du mois de l'observation : *Si, pour une variation de hauteur d'un degré, la variation de la parallaxe est δ (différence donnée par la table), quelle sera, pour les minutes et secondes observées, la variation de la parallaxe?* Puis, on détermine, par une seconde proportion, l'influence de la date : *Si, pendant la durée d'un mois (30 ou 31 jours), la variation de la parallaxe est δ (autre différence donnée par la table), que sera-t-elle pour le nombre de jours indiqués par la date?* On obtient ainsi la vraie valeur de la parallaxe. Il est bien entendu que l'on fait d'abord la correction relative à la réfraction, qui est beaucoup plus considérable et de sens contraire.

¹ Voir la note xv, à la fin du volume.

§ II. Usage de la parallaxe pour mesurer les distances des astres à la terre.

176—DISTANCE MOYENNE DU SOLEIL A LA TERRE. Comme la parallaxe horizontale du soleil est fort petite, on peut appliquer à la détermination de la distance de cet astre à la terre la méthode et la formule que nous avons données (n° 51) pour mesurer la distance des étoiles. En désignant par d la distance moyenne cherchée, et par r le rayon de la terre, on a :

$$d = \frac{206265}{8,57} r, \text{ ou } d = 24068 r.$$

Cette distance moyenne est le demi-grand axe de l'orbite. Par conséquent, la distance périégée est $d(1-e)$ ou 23664 r , et la distance apogée est $d(1+e)$, ou 24472 r (n° 141).

177—REMARQUE. Comme la parallaxe du soleil n'est guère connue qu'à $0'',04$ près, on voit que l'erreur relative sur le diviseur est de près de $\frac{1}{200}$; l'erreur relative du dividende est beaucoup plus petite, et peut être négligée; celle du quotient est donc $\frac{1}{200}$. L'erreur absolue du quotient est, par suite, $\frac{1}{200}$ de 24068, ou environ 120 unités. Ainsi la distance du soleil à la terre n'est connue qu'à 120 rayons terrestres près. C'est pourquoi nous disons, en nombres ronds, que *cette distance vaut 24000 fois le rayon de la terre*, ce rayon étant, d'ailleurs, celui de l'équateur, $r=6377398^m$.

Si l'on convertit cette distance en lieues de poste de 4 kilomètres, on trouve 38200000 lieues, avec une incertitude d'environ 190000 lieues. On se fera une idée de ce grand nombre, en remarquant qu'un wagon qui ferait 50 kilomètres par heure, ou 1200 kil. par jour, ou 438000 kil. par an, ferait en 100 ans 43800000 kil., ou 10950000 lieues de poste, et mettrait par conséquent trois siècles et demi pour atteindre le soleil!

§ III. Dimensions du soleil.

178—MESURE DU RAYON DU SOLEIL. Il est facile maintenant de mesurer le rayon du soleil. En effet, la parallaxe du soleil étant l'angle sous lequel un observateur placé dans cet astre verrait le rayon de la terre, on peut dire qu'elle est la valeur du demi-diamètre apparent de la terre, vu du soleil. On connaît d'ailleurs le diamètre apparent du soleil, vu de la terre; il est, en moyenne, de $16' 3''$, ou $963''$ (n° 132). Or, les demi-diamètres réels des deux astres, étant ainsi vus à la même distance, sous des angles très-petits, peuvent être confondus avec les arcs qu'ils sous-tendent; ils peuvent donc être assimilés à deux arcs décrits avec le même rayon d , et ils sont proportionnels aux angles au centre, c'est-à-dire aux demi-diamètres apparents. Donc, en désignant par R le rayon du soleil, on a :

$$\frac{R}{r} = \frac{963}{8,57}, \text{ ou } R = \frac{963}{8,57} r = 112,06 r,$$

avec une incertitude égale à un rayon terrestre.

On serait arrivé au même résultat, en suivant la méthode géométrique déjà plusieurs fois employée. Car l'arc de $963''$ (demi-diamètre apparent), sous-tendu à la distance d par le rayon du soleil, a pour longueur $\frac{\pi d \times 963}{648000}$ ou $\frac{d \times 963}{206265}$, ou, en remplaçant d par sa valeur, $\frac{24068 \times 963}{206265} r$. Mais cet arc se confond avec le rayon R . Donc

$$R = \frac{24068 \times 963}{206265} r = 112,06 r.$$

Ces deux méthodes conduisent à la même formule; car, d'après le paragraphe précédent, on a :

$$\frac{206265}{8,57} = 24068, \text{ d'où } \frac{24068}{206265} = \frac{1}{8,57},$$

et, par suite,
$$R = \frac{963}{8,57} r.$$

Ainsi, *le rayon du soleil vaut 112 fois le rayon de la terre.* Or, la distance de la lune à la terre n'est, comme on le verra, que de 60 rayons terrestres; donc, si le centre du soleil coïncidait avec celui de la terre, la surface de cet astre envelopperait l'orbite dans laquelle se meut la lune, et s'étendrait encore presque aussi loin par delà ce satellite.

179—SURFACE ET VOLUME DU SOLEIL. Comme les surfaces S et s des deux astres sont dans le rapport des carrés des rayons, on a :

$$S = 112,06^2 \cdot s, \text{ ou } S = 12557 s.$$

Et, comme les volumes V et v sont dans le rapport des cubes des rayons, on a :

$$V = 112,06^3 \cdot v, \text{ ou } V = 1407124 v.$$

Ainsi, *le soleil est environ 1400000 fois plus gros que la terre.*

§ IV. Masse et densité du soleil.

180—MASSE D'UN CORPS. Lorsque l'on fait agir séparément deux forces constantes F , F' , sur un même corps en repos, pendant un même temps, ces forces lui impriment, en général, des vitesses différentes v et v' . On démontre, en mécanique, que *les deux forces sont proportionnelles aux vitesses qu'elles produisent.* Ainsi, on a :

$$\frac{F}{F'} = \frac{v}{v'}.$$

On tire de là :

$$\frac{F}{v} = \frac{F'}{v'},$$

c'est-à-dire que le rapport de l'intensité d'une force à la vitesse qu'elle imprime à un corps est constant, et ne dépend que de la nature du corps. Ce rapport est ce qu'on nomme la *masse* du corps. Par exemple, un corps, dont le poids est p kilogrammes, tombe dans le vide, et acquiert, dans la première seconde de sa

chute, une vitesse $g=9^m,80896$; en désignant par m la masse de ce corps, on a :

$$m = \frac{p}{g}, \text{ d'où } p = mg.$$

Comme la vitesse g est la même pour tous les corps, dans le même lieu, à la surface de la terre, *leurs masses sont proportionnelles à leurs poids.*

181—MASSE DU SOLEIL. Il n'est pas possible, on le comprend aisément, de comparer de cette manière les masses des corps célestes, et de déterminer ainsi, par exemple, le rapport de la masse du soleil à la masse de la terre. Mais la loi de l'attraction universelle (livre V, ch. I) permet de résoudre ce problème. En effet, elle démontre que deux corps célestes, placés à la même distance d'un troisième corps, l'attirent avec des forces proportionnelles à leurs masses. Mais ces forces sont, en même temps, proportionnelles aux vitesses qu'elles lui impriment pendant le même temps (no 180). Donc le rapport des masses est égal au rapport de ces vitesses. Il ne sera pas même nécessaire de présenter le même corps à l'attraction des masses dont il s'agit, car tous les corps, quelles que soient leur masse et leur nature, acquièrent la même vitesse en tombant d'une même distance vers un même astre.

Il suffira donc, pour mesurer le rapport des masses du soleil et de la terre, de mesurer les vitesses qu'acquièrent les corps en tombant, pendant une seconde, sur le soleil et sur la terre, pourvu que les distances du corps qui tombe aux centres de gravité des deux astres soient les mêmes. On pourra, d'ailleurs, substituer à ces vitesses les espaces parcourus, en une seconde, dans les mêmes circonstances; car on sait que ces espaces sont la moitié des vitesses acquises. Nous ne ferons pas ici les calculs dont nous parlons, et nous renverrons nos lecteurs à la note XVI, où ils sont exposés en détail. Nous nous contenterons d'en donner le résultat.

On prend ordinairement pour unité la masse de la terre; et, en désignant par M la masse du soleil, on trouve $M=354936$. *La masse du soleil vaut 354936 fois celle de la terre.*

182—PESANTEUR SUR LE SOLEIL. Si le soleil avait le même rayon r que la terre, un corps, placé à sa surface, pèserait 354936 fois plus que sur notre globe, et y tomberait 354936 fois plus vite, puisque l'attraction est proportionnelle à la masse du corps attirant. Mais le rayon du soleil vaut $112,06r$; la distance d'un point de la surface au centre étant ainsi 112,06 fois plus grande, l'attraction, et, par suite, le poids et la vitesse de chute sont $112,06^2$ fois plus faibles, et ne valent que $\frac{354936}{112,06^2}$, ou environ 28,28 par rapport à notre globe. Ainsi, *un corps qui pèse un kilogramme sur la terre pèserait 28,28 kilogrammes sur le soleil; et le pendule qui battrait la seconde sur cet astre devrait avoir 28^m,28 de longueur.*

183 — DENSITÉ MOYENNE DU SOLEIL. La densité d'un corps homogène est la masse plus ou moins grande que contient l'unité de volume de ce corps. En désignant par D la densité du corps dont le volume est V , et dont la masse est M , on a $M = VD$, d'où $D = \frac{M}{V}$. Lorsque le corps n'est pas homogène, ce rapport $\frac{M}{V}$ ne peut plus indiquer que la *densité moyenne*.

Comme nous avons déjà pris la masse de la terre pour unité, nous prendrons aussi pour unité sa densité moyenne; par suite, son volume sera l'unité du volume. Le volume du soleil est alors $112,06^3$ (n^o 179), et sa densité moyenne $D = \frac{354936}{112,06^3} = 0,252$.

Ainsi, *la densité moyenne du soleil n'est guère que le quart de celle de la terre.* Or, celle-ci est, d'après Cavendish, 5,48, l'unité étant la densité de l'eau. Donc celle du soleil est $0,252 \times 5,48$, ou 1,39 environ.

184—REMARQUES. Qui ne serait émerveillé, en réfléchissant aux résultats que nous venons de consigner dans ce chapitre? La mesure de la distance du soleil à la terre, du rayon et du volume de cet astre, de sa masse et de sa densité, paraît, au premier abord, un problème à tout jamais inabordable. Les personnes étrangères à l'astronomie ne comprennent pas aisément qu'il soit possible d'évaluer à distance des éléments que

nous ne saurions atteindre. Et cependant, lorsqu'on étudie les méthodes que nous venons d'exposer, elles semblent si simples et si sûres à la fois que l'on ne conçoit pas le moindre doute sur les résultats qu'elles ont fournis.

On se figure difficilement aussi la masse énorme que possède le soleil. Elle vaut 354936 fois celle de la terre, c'est-à-dire qu'elle pèserait, dans les mêmes circonstances, 354936 fois autant que notre globe. Or, si l'on calcule le poids de ce dernier par les procédés ordinaires de la physique, on trouve qu'il faudrait dix billions d'attelages composés chacun de dix billions de chevaux, pour traîner cette masse sur un sol semblable à celui sur lequel roulent nos voitures. Il en faudrait donc 354936 fois plus pour traîner le soleil. Nous sommes bien loin, on le voit, des notions poétiques de la mythologie, qui n'accordait au char de cet astre qu'un attelage de quatre chevaux pour accomplir sa révolution diurne ! C'est ainsi que la vérité, telle que l'ont découverte les astronomes modernes, se présente à notre esprit sous un aspect bien autrement grandiose que les conceptions les plus brillantes que l'imagination des anciens lui avait substituées dans son ignorance !

CHAPITRE V.

ROTATION DU SOLEIL SUR LUI-MÊME. SA CONSTITUTION. LUMIÈRE ZODIACALE.

PROGRAMME : **Taches du soleil ; rotation du soleil sur lui-même.**

§ I. Rotation du soleil sur lui-même.

185—TACHES DU SOLEIL. Lorsqu'on veut étudier la surface du soleil, on emploie une lunette dont l'oculaire est recouvert d'un verre coloré d'une teinte très-foncée, pour adoucir l'éclat

et la chaleur de ses rayons. Si l'on consacre chaque jour quelque temps à cette étude, on y remarque presque toujours des *facules*, espaces plus lumineux que le reste du disque, et des *taches* noires irrégulières, entourées d'une pénombre grisâtre, et dont les contours sont très-nets. Le nombre des taches, leur position, leur forme sont extrêmement variables. Il y en a qui ont une grandeur considérable ; celle qu'*Herschel* observa, en 1779, devait, d'après ses dimensions apparentes, avoir 19000 lieues de largeur. Il y a d'ailleurs des époques où l'on en voit beaucoup ; d'autres, où l'on n'en voit pas du tout.

186—**MOUVEMENT DES TACHES.** Les taches apparaissent, en général, sur le bord oriental du soleil, à gauche de l'observateur ; elles semblent toutes se déplacer, chaque jour, sur son disque, en allant de l'est à l'ouest, ou de gauche à droite ; leur vitesse croît jusqu'au milieu du disque, et décroît ensuite ; et,

après avoir décrit des lignes droites parallèles, ou des demi-ellipses très-aplaties dont la convexité est tournée, pour toutes, vers la même région (fig. 56),

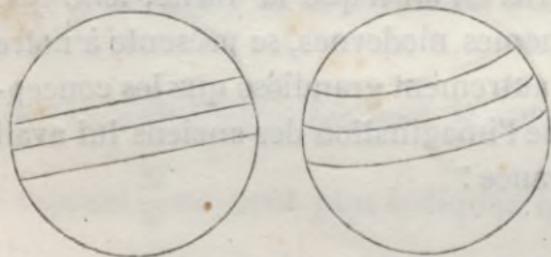


fig. 56.

elles disparaissent lorsqu'elles ont atteint le bord occidental. Plusieurs d'entre elles naissent subitement en un point du disque ; d'autres s'évanouissent pendant leur mouvement sur la partie visible du soleil ; d'autres, après avoir disparu au bord occidental, reparaissent plus tard au bord opposé, et font ainsi quelques révolutions complètes avant de se dissoudre ; d'autres, enfin, après avoir décrit leur courbe entière, ne reviennent plus, et l'on est fondé à croire qu'elles se sont dissipées sur la face, invisible pour nous, du soleil.

187 — **ÉTUDE DU MOUVEMENT DES TACHES.** Pour étudier ce mouvement, on mesure chaque jour, à l'aide de la machine parallatique, la différence des ascensions droites de la tache et de l'un des bords du soleil, puis la différence des déclinaisons ; et l'on conclut, de la valeur connue du demi-diamètre apparent, les différences d'ascension droite et de déclinaison de

la tache et du centre du disque. Le calcul (note I) permet alors d'en déduire la différence des longitudes des deux points et la latitude de la tache. Comme ces valeurs sont des arcs très-petits, on peut les considérer comme des lignes droites;

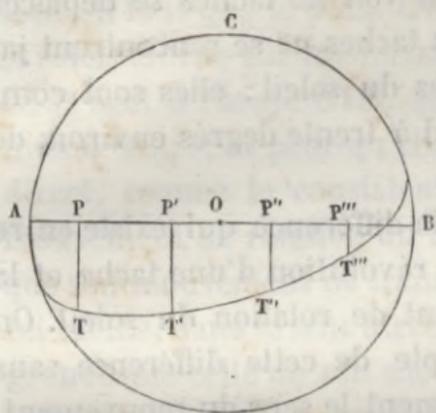


fig. 57,

et, pour construire la position de la tache sur le disque du soleil, on décrit un cercle ACB (fig. 57), dont le diamètre AB est la trace de l'écliptique sur ce disque, et l'on divise ce diamètre en autant de parties égales qu'il y a de secondes dans le diamètre apparent observé; on porte sur AB une longueur OP égale à la différence des longitudes, et sur une perpendiculaire à AB une longueur PT, égale à la latitude de la tache : T sera la position de cette tache. On peut ainsi construire par points le lieu de ses positions T, T', T'', etc.; et l'on trouve un arc d'ellipse, qui est la projection orthographique de la courbe qu'elle décrit, projection exécutée sur un plan perpendiculaire au rayon visuel qui va au centre du soleil. On reconnaît, en outre, que toutes les taches que l'on peut observer en même temps décrivent des courbes semblables et parallèles. On reconnaît enfin que toutes celles qui achèvent leur révolution sans se dissoudre reviennent à la même position apparente au bout du même temps, qui est 27 jours et un tiers environ.

188—ROTATION DU SOLEIL SUR LUI-MÊME. Si l'on applique le calcul aux faits que nous venons de signaler¹, on reconnaît que le soleil a un mouvement uniforme de rotation sur lui-même, analogue à celui qui anime la terre (liv. I, chap. III); que l'axe de rotation fait un angle de $82^{\circ} 50' 48''$ avec le plan de l'écliptique, et que le plan de l'équateur solaire (plan perpendiculaire à l'axe) coupe celui de l'écliptique, suivant une droite (ligne des nœuds) qui fait, avec la ligne des équinoxes, un angle

¹ Voir la note xvii, à la fin du volume.

de $80^{\circ} 21'$. La durée réelle de la rotation est $25^j,34$, d'après les observations de M. Laugier. Le sens du mouvement est direct, c'est-à-dire que, si un observateur se place, par la pensée, le long de l'axe, les pieds sur l'équateur solaire, et la tête dans l'hémisphère boréal, il voit les taches se déplacer de sa droite vers sa gauche. Les taches ne se rencontrent jamais dans le voisinage des pôles du soleil; elles sont comprises dans une zone qui s'étend à trente degrés environ, de part et d'autre de l'équateur.

Il est important de remarquer la différence qui existe entre la durée apparente ($27^j \frac{1}{3}$) de la révolution d'une tache et la durée réelle ($25^j \frac{1}{3}$) du mouvement de rotation du soleil. On peut, d'ailleurs, se rendre compte de cette différence sans calcul et reconnaître aussi facilement le sens du mouvement.

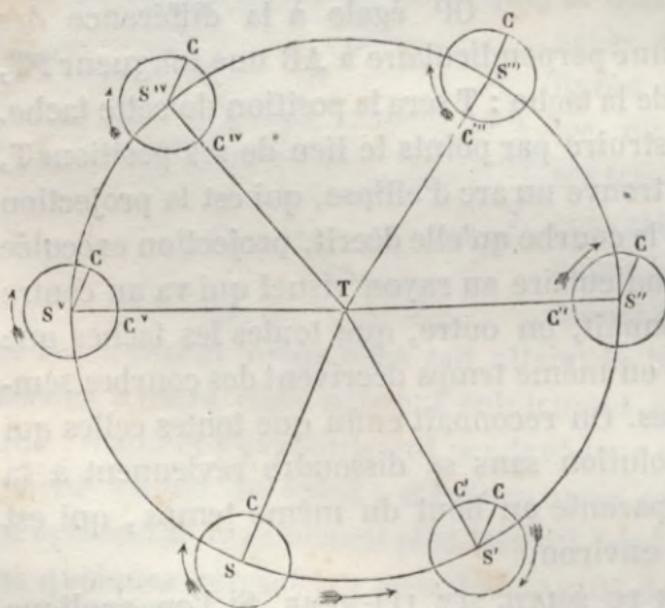


fig. 58.

Supposons, en effet, pour plus de clarté, que le plan de l'équateur solaire se confonde avec le plan de l'écliptique, c'est-à-dire que le soleil tourne autour d'un axe perpendiculaire à ce dernier plan. Soit $S S' S'' \dots$ (fig. 58) l'orbite que le soleil décrit, en un an, autour de la terre, dans le sens direct. Si S est la position de l'astre à une certaine époque, le rayon vecteur TS détermine, sur sa surface, un point C , qui nous paraît être le centre du disque. Supposons qu'à ce moment une tache occupe cette position centrale. Lorsque, au bout d'un certain temps le soleil sera venu en S' , le centre C' du disque sera donné par le rayon TS' ; s'il n'a pas tourné sur lui-même, c'est-à-dire si son rayon SC s'est transporté parallèlement à lui-même en $S'C$, la

Supposons, en effet, pour plus de clarté, que le plan de l'équateur solaire se confonde avec le plan de l'écliptique, c'est-à-dire que le soleil tourne autour d'un axe perpendiculaire à ce dernier plan. Soit $S S' S'' \dots$ (fig. 58) l'orbite que le soleil décrit, en un an, autour de la terre, dans le sens direct. Si S est la position de l'astre à une certaine époque, le rayon vecteur TS détermine, sur sa surface, un point C , qui nous paraît être le centre du disque. Supposons qu'à ce moment une tache occupe cette position centrale. Lorsque, au bout d'un certain temps le soleil sera venu en S' , le centre C' du disque sera donné par le rayon TS' ; s'il n'a pas tourné sur lui-même, c'est-à-dire si son rayon SC s'est transporté parallèlement à lui-même en $S'C$, la

tache C, immobile en réalité sur la surface, aura paru aller de C' en C; elle aura donc paru décrire, dans le sens rétrograde, un arc C/C, semblable à l'arc SS' décrit par le soleil. Pour que la tache paraisse toujours occuper sa position centrale, il faut que le point C se trouve en C'; ce qui exige que le soleil tourne sur lui-même, dans le sens direct, d'un angle CSC' égal à l'angle STS', qui mesure sa translation dans le même temps; et pour qu'elle paraisse se mouvoir dans le sens direct, comme le constatent les observations, il faut que le mouvement de rotation du soleil dans ce sens soit plus rapide que son mouvement de translation. Ainsi, le soleil tourne sur lui-même, dans le sens direct, avec une vitesse angulaire plus grande que celle de son mouvement annuel.

Or, en 27 jours $\frac{1}{3}$, la tache C a paru reprendre sa position centrale. Si le soleil est en S', au bout de ce temps, la tache est en C'; et elle a décrit, en sens contraire de la flèche, une circonférence entière augmentée de l'arc CC', tandis que le soleil a décrit l'arc SS'. Mais l'arc CC', ou l'arc égal SS', est le mouvement angulaire du soleil en $27^j \frac{1}{3}$; en le supposant uniforme, pour plus de simplicité, on peut le calculer, et on le trouve égal à $(360^\circ - 50', 2) \times \frac{27,33}{365,242256}$, ou à près de 27° . Si on le désigne par α , on voit que la tache a employé $27^j \frac{1}{3}$ à parcourir $360^\circ + \alpha$: donc elle aura mis à parcourir 360° seulement, ou à faire une révolution, un temps égal à $27^j \frac{1}{3} \times \frac{360^\circ}{360^\circ + \alpha}$. C'est ce nombre plus petit que $27^j \frac{1}{3}$, qui mesure, d'après ce calcul approximatif, la durée de la rotation du soleil.

189—DÉCOUVERTE DE LA ROTATION DU SOLEIL. La découverte des taches du soleil ne remonte qu'à l'année 1611. Elle est un des premiers résultats de l'invention des télescopes. Plusieurs savants, *Fabricius*, *Galilée*, *Schneider*, paraissent l'avoir faite en même temps. Cependant un examen approfondi des pièces relatives à cette question a porté Arago à conclure en faveur de *Fabricius*.

Ce sont les taches qui ont conduit à la connaissance de la rotation du soleil. La découverte de ce phénomène important

appartient aussi à Fabricius, qui a, le premier, décrit et expliqué la révolution des taches. Cependant *Jordan Bruno* avait soupçonné la rotation du soleil. *Képler*, de son côté, dans son immortel ouvrage sur les mouvements de Mars, dit : « Le soleil est magnétique ; *il tourne sur lui-même.* » Cet illustre astronome avait ainsi devancé l'observation.

On peut lire, sur cette question, la notice d'Arago sur les travaux d'Herschel, insérée dans l'*Annuaire du Bureau des longitudes*, pour 1842.

§ II. Constitution physique du soleil ¹.

190. NATURE GAZEUSE DES COUCHES EXTÉRIEURES DE LA SURFACE DU SOLEIL.

Nous avons déterminé, avec une précision suffisante, la distance à la terre, les dimensions, la masse, la densité moyenne, la rotation du soleil. Mais la science ne nous apprend presque rien sur sa constitution physique ; et nous sommes réduits à des conjectures plus ou moins probables sur ce sujet.

Si l'on réfléchit sur la faible valeur de la densité moyenne du soleil, et si l'on remarque que cette densité ne doit pas être uniforme, mais qu'elle doit aller en décroissant du centre à la surface, à cause de l'énorme pression que doivent supporter les couches intérieures, on est amené à penser que les couches extérieures ont une densité très-inférieure à celle que nous avons évaluée, et qu'elles sont à l'état gazeux. La chaleur énorme qui règne à la surface de l'astre, et dont nous ressentons les effets à 38 millions de lieues de distance, rend cette conjecture plus probable. Enfin, la facilité avec laquelle les taches du soleil se forment, se modifient et se dissolvent en quelques jours, nous fait présumer encore que ces mouvements considérables doivent s'exécuter au sein d'un milieu peu résistant, tel qu'un gaz. Il y a donc toute raison de croire que *les couches extérieures de l'astre forment une atmosphère incandescente.*

On peut, d'ailleurs, confirmer ces conjectures par une preuve directe, due à une belle expérience de F. Arago. L'illustre directeur de l'Observatoire de Paris avait remarqué, en effet, que, lorsqu'on regarde un corps solide ou liquide avec un oculaire biréfringent, si la lunette est dirigée normalement à la surface du corps, les deux images sont incolores ; et si elle est dirigée obliquement, les deux images ont des couleurs complémentaires. Mais, pour un gaz incandescent, tel que la flamme d'une lampe, quel que soit l'angle sous lequel sont dirigés les rayons visuels, les deux images ont toujours la même teinte. Or, c'est ce qui a lieu, quand on regarde le soleil.

¹ Ce paragraphe et le suivant ont été supprimés dans le nouveau programme officiel.

Si l'on observe son centre, les rayons visuels sont normaux à sa surface; si l'on observe ses bords, ils sont obliques; et, dans tous les cas, les deux images présentent la même teinte. Il faut en conclure que la surface extérieure du soleil est une substance gazeuse.

191—**HYPOTHÈSE D'HERSCHEL.** Herschel, pour expliquer la formation des taches, a supposé que le soleil est composé d'un noyau solide, opaque et obscur, et de plusieurs atmosphères superposées. La première atmosphère, s'appuyant sur le noyau, supporterait une couche de nuages doués du pouvoir réflecteur; et cette couche serait enveloppée à son tour par l'atmosphère extérieure incandescente. Les taches seraient produites par des éruptions volcaniques de matières gazeuses, parties du noyau central, lesquelles, en entr'ouvrant la couche des nuages et les atmosphères, nous permettraient d'apercevoir ce noyau obscur. La pénombre qui entoure une tache serait due à l'enveloppe nuageuse, qui n'est pas lumineuse par elle-même, mais qui réfléchit vers nous la lumière de l'atmosphère extérieure. Mais, nous le répétons, ce ne sont là que des hypothèses, qui peuvent rendre compte à peu près des apparences, mais qui ne sont pas assez probables pour être sérieusement admises. Il y a, d'ailleurs, des faits qu'elles n'expliquent pas: telle est, par exemple, cette circonstance, que les taches se montrent toujours dans la région équatoriale, et ne se rencontrent jamais dans le voisinage des pôles.

§ III. Lumière zodiacale.

192. La *lumière zodiacale* est une auréole lumineuse qui accompagne le soleil, et qu'on observe dans nos climats, le soir à l'ouest, après la brune, en mars et avril, ou le matin, à l'est, avant l'aurore, en septembre et octobre. Sa lueur est très-faible, et

n'empêche pas de voir les plus petites étoiles à travers son épaisseur. Elle affecte la forme d'une lentille très-aplatie (fig. 59), placée obliquement sur l'horizon; sa base offre une largeur de 20 à 30 degrés, et elle s'élève quelquefois jusqu'à une hauteur de 50 degrés. Sa direction générale est celle de l'éclip-



fig. 59.

tique; elle est par conséquent couchée sur le zodiaque, et c'est de là que lui vient son nom.

On ignore complètement les causes de cette lueur. Les conjectures qu'on a faites sur sa nature n'ont rien de bien probable; et nous n'avons pas à les mentionner ici.

On peut encore consulter, sur cette question, la notice déjà citée d'Arago sur les travaux d'Herschel.

CHAPITRE VI.

DE L'INÉGALITÉ DES JOURS ET DES NUITS.

PROGRAMME : **Du jour et de la nuit en un lieu déterminé de la terre, et de leur durée à diverses époques de l'année. — Crépuscules.**

193—Revenons maintenant sur la terre, et examinons comment le soleil distribue la lumière aux différents points de sa surface, aux diverses époques de l'année.

Le mot *jour*, quand on l'oppose au mot *nuit*, désigne l'intervalle de temps compris entre le lever et le coucher du soleil. La nuit est le temps qui s'écoule depuis son coucher jusqu'à son lever. Un jour et une nuit forment ensemble le jour solaire, qui a toujours 24 heures.

§ I. Principes pour l'explication de l'inégalité des jours et des nuits.

194—COMMENT ON PEUT COMPARER LE SOLEIL A UNE ÉTOILE QUI DÉCRIRAIT CHAQUE JOUR UN NOUVEAU PARALLÈLE. *Le soleil*, en vertu de son mouvement propre combiné avec le mouvement diurne, nous paraît décrire, sur la sphère céleste, une courbe en spirale comprise entre les deux tropiques. Car, le jour de l'équinoxe du printemps, par exemple, au moment où son centre se trouve dans l'équateur au point γ (fig. 60), s'il n'avait pas de mouvement propre, il décrirait l'équateur, comme le fait une étoile équatoriale, et il reviendrait en γ après 24 heures sidérales ; mais le lendemain, il se retrouve en S, à un degré environ de γ sur l'écliptique ; il a donc décrit, dans l'intervalle, dans le sens indi-

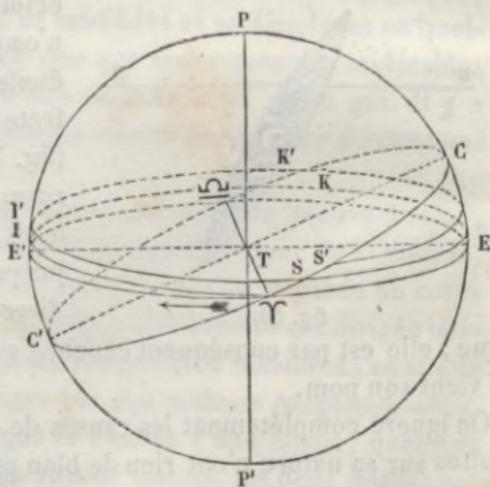


fig. 60.

qué par la flèche, une courbe γ IKS qui, partant de γ , aboutit en S. Pendant le jour suivant, il a décrit une seconde spire S'I'K'S' qui, commençant au point S, aboutit en S' ; et ainsi de suite.

Or, ces spires étant très-grandes par rapport à l'arc qui mesure le déplacement de l'astre sur l'écliptique, on peut, sans inconvénient pour les explications que nous allons donner, les considérer comme des parallèles célestes, c'est-à-dire supposer que, le jour de l'équinoxe vernal, le soleil décrit réellement l'équateur ; que, le jour suivant, il décrit un parallèle boréal fort voisin de ce grand cercle ; que, chaque jour, il parcourt ainsi un parallèle de plus en plus éloigné ; puis, qu'au solstice d'été il décrit le tropique du Cancer ; que, revenant ensuite sur ses pas, il décrit de nouveau les parallèles compris entre le tropique et l'équateur, et que, se rapprochant insensiblement de ce grand cercle, il l'atteint et le décrit de nouveau, lors de l'équinoxe d'automne ; puis, qu'à partir de ce moment il parcourt les divers parallèles de l'hémisphère austral, jusqu'au tropique du Capricorne ; et, enfin, qu'après avoir parcouru ce dernier cercle le jour du solstice d'hiver il décrit de nouveau les mêmes parallèles dans l'ordre inverse, pour se retrouver dans l'équateur à l'équinoxe du printemps.

195 — COMMENT L'HORIZON D'UN LIEU COUPE CES DIVERS PARALLÈLES. Nous pouvons aussi, sans erreur appréciable, supposer que l'horizon du lieu d'observation, au lieu d'être tangent à la surface de la terre, soit mené par son centre perpendiculairement à la verticale de ce lieu, car la grande distance du soleil rend l'erreur presque insensible. En conséquence, soient pap' , PZP' (fig. 61), les sphères terrestre et céleste concentriques ; soit $pep'e'$ le méridien du lieu, qui détermine sur la sphère céleste le grand cercle $PEP'E'$; il suffira, pour tracer l'horizon d'un lieu a , de mener sa verticale aZ , et de tracer par le centre un plan HH' perpendiculaire à cette droite.

Soient CC' , TC , $T'C'$, les traces de l'écliptique et des tropiques sur le plan du grand cercle céleste ; et soient DF , $D'F'$, les traces des cercles polaires. Les tropiques et les cercles polaires

terrestres seront représentés par tc , $t'c'$, df , $d'f'$. On voit que,

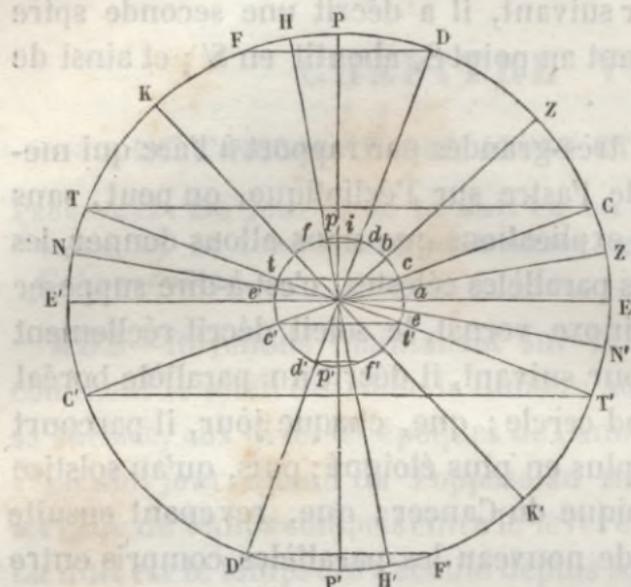


fig. 61.

si l'observateur est en e sur l'équateur terrestre, son horizon est PP' ; il partage en deux parties égales l'équateur céleste, tous les parallèles et les tropiques que le soleil décrit successivement. Si l'observateur est en a dans la zone torride, son horizon HH' coupe encore l'équateur en deux parties égales; mais il coupe les autres parallèles en deux parties d'autant plus inégales qu'ils sont plus éloignés de l'équateur. A mesure que l'observateur s'éloigne de l'équateur, et vient en b , son horizon KK' s'incline sur ce grand cercle, et la différence des segments qu'il détermine sur les parallèles célestes augmente de plus en plus; mais, en chaque point de la zone torride et de la zone tempérée, l'horizon coupe tous ces parallèles. Lorsque l'observateur se trouve en d sur le cercle polaire, son horizon est TT' , il est tangent aux deux tropiques; et, si l'observateur s'avance en i dans la zone glaciale, son horizon NN' , s'inclinant encore, ne coupe plus que ceux des parallèles qui sont les plus voisins de l'équateur, et laisse les autres tout entiers d'un même côté. Enfin pour le pôle même p , l'horizon est l'équateur EE' , auquel tous les cercles décrits successivement par le soleil sont parallèles.

196—CONSTRUCTION DE CETTE INTERSECTION. On peut construire facilement le parallèle que décrit le soleil à une époque donnée de l'année, et la partie de ce cercle qui est au-dessus de l'horizon d'un lieu déterminé. En effet, soient (fig. 62) T le centre de la sphère céleste, PEE' le grand cercle, intersection

de cette sphère par le méridien de l'observateur, TZ la verticale et HH' l'horizon du lieu. Soient, en outre, EE' et QQ' les traces de l'équateur et du parallèle que décrit le soleil à l'époque considérée : ces deux plans sont, ainsi que l'horizon, perpendiculaires au méridien, et leurs intersections avec l'horizon

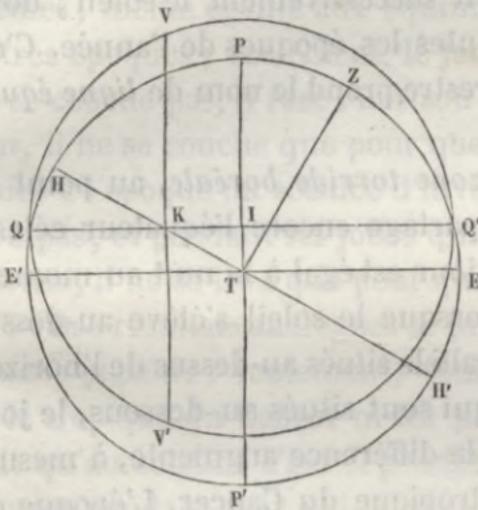


fig. 62.

sont aussi perpendiculaires au méridien. Or, le parallèle est un cercle dont QQ' est le diamètre, et l'intersection de ce cercle avec l'horizon est une corde projetée en K. Si donc on fait tourner ce cercle autour de QQ', de manière à le rabattre sur le plan de la figure, il prendra la position QVQ'V', et la corde deviendra la droite VKV' perpendiculaire sur QQ'. La partie VQ'V' du cercle sera la partie située au-dessus de l'horizon, et la partie VQV' sera celle qui est située au-dessous¹.

§ II. Inégalité des jours et des nuits, pour un même lieu, à différentes époques de l'année.

197—DURÉE DU JOUR ET DE LA NUIT AUX DIVERSES ÉPOQUES DE L'ANNÉE. Il nous est facile maintenant, en nous appuyant sur les considérations qui précèdent, de rendre compte de l'inégalité des jours et des nuits, en un lieu déterminé, aux diverses époques de l'année. En effet, le mouvement diurne du soleil peut être, dans l'intervalle de 24 heures, considéré comme uniforme ; par suite, la durée de la journée aura naturellement pour mesure, en un lieu donné, la longueur de l'arc du parallèle que l'astre décrit au-dessus de l'horizon du lieu, et la durée de la nuit, celle de l'arc qu'il décrit au-dessous de l'ho-

¹ Voir la note XVIII, à la fin du volume.

rizon ; et l'on pourra aisément construire et calculer le rapport du jour à la nuit, d'après les principes que nous avons donnés (nos 195, 196).

Ainsi, 1^o pour un habitant de l'équateur terrestre (fig. 61), l'horizon PP' partage en deux parties égales l'équateur céleste et tous les parallèles que décrit successivement le soleil ; donc le jour est égal à la nuit, à toutes les époques de l'année. C'est pour cela que l'équateur terrestre prend le nom de *ligne équinoxiale*.

2^o Pour l'habitant de la zone torride boréale, au point *a*, par exemple, l'horizon HH' partage encore l'équateur céleste en deux parties égales, et le jour est égal à la nuit au moment de chaque équinoxe. Mais, lorsque le soleil s'élève au-dessus de l'équateur, les arcs de parallèle situés au-dessus de l'horizon étant plus grands que ceux qui sont situés au-dessous, le jour est plus long que la nuit, et la différence augmente, à mesure que l'astre se rapproche du tropique du Cancer. L'époque du solstice d'été correspond au jour le plus long et à la nuit la plus courte. Puis le soleil, revenant vers l'équateur, parcourt les mêmes parallèles dans un ordre inverse ; le jour diminue, en passant par les mêmes variations, et la nuit augmente. Ils redeviennent égaux au moment de l'équinoxe d'automne. Puis le soleil, passant dans l'hémisphère austral, décrit des parallèles dont la plus grande partie est sous l'horizon ; le jour est plus court que la nuit, et continue à diminuer jusqu'au solstice d'hiver. A cette époque, la symétrie de la figure indique que le jour le plus court est égal en durée à la plus courte nuit du solstice d'été, et *vice versa*. A partir de ce moment, le soleil remonte vers l'équateur ; le jour augmente, et la nuit diminue, en passant par les mêmes phases, et ils se retrouvent égaux au moment de l'équinoxe du printemps.

3^o Le mouvement diurne du soleil produit des inégalités analogues pour l'habitant de la zone tempérée boréale ; pour lui, le jour est égal à la nuit aux équinoxes, plus long qu'elle de l'équinoxe du printemps à celui d'automne, plus court, au contraire, de ce dernier équinoxe au premier. Le plus long jour a lieu au solstice d'été, le plus court au solstice

d'hiver. Tous les jours, le soleil se lève et se couche ; car l'horizon de l'observateur coupe tous les parallèles décrits par le soleil.

4° Pour l'habitant du *cercle polaire boréal*, au point *d*, dont l'horizon rase les deux tropiques, les résultats sont encore les mêmes ; même égalité aux équinoxes, inégalité analogue aux autres époques ; seulement, le jour du solstice d'été, le soleil ne se couche pas, il rase l'horizon à minuit. Dans les jours voisins, il ne se couche que pour quelques minutes. C'est le contraire à l'époque du solstice d'hiver ; ce jour-là, le soleil ne se lève pas, et pendant les jours qui précèdent ou qui suivent le solstice, il ne se lève que pour quelques instants.

5° Des résultats analogues se présentent pour l'habitant *i* de la *zone glaciale* ; seulement, comme l'horizon *NN'* ne coupe ni le tropique du Cancer ni les parallèles qui l'avoisinent, on voit qu'au solstice d'été et pendant les jours qui le précèdent comme pendant ceux qui le suivent, le soleil ne descend pas au-dessous de l'horizon ; il n'y a plus de nuit. Mais aussi, dans le voisinage du solstice d'hiver, il n'y a plus de jour, le soleil ne se lève plus ; et la durée de cette nuit sans jour est égale à la durée du jour sans nuit qui a lieu à l'époque du solstice d'été.

6° Enfin, pour l'observateur placé au *pôle p*, le soleil décrit l'horizon aux équinoxes, et se meut parallèlement à ce grand cercle à toute autre époque ; il ne se couche pas de l'équinoxe du printemps à celui d'automne, et il ne se lève pas pendant le reste de l'année. Le jour dure six mois, et la nuit six mois.

On comprend facilement qu'une explication analogue montrerait comment, pour l'habitant de l'hémisphère austral, le phénomène se passe exactement en sens inverse ; de sorte que nos plus longues nuits correspondent à ses plus longs jours, et *vice versa*.

§ III. Inégalité des jours et des nuits, à une même époque, pour les différents lieux de la terre.

198—DURÉE DU JOUR ET DE LA NUIT A UNE MÊME ÉPOQUE.
On rend compte tout aussi facilement de l'inégalité des jours

et des nuits, à une même époque, pour les différents lieux de la terre. Ainsi, *le jour de l'équinoxe*, le soleil décrit l'équateur; ce grand cercle est coupé en deux parties égales par les horizons de tous les lieux (ceux des pôles exceptés); donc le jour est égal à la nuit par toute la terre.

Entre l'équinoxe du printemps et le solstice d'été, le jour reste égal à la nuit pour l'habitant de l'équateur; mais, à mesure que l'observateur s'éloigne et s'avance dans l'hémisphère boréal, la différence entre le jour et la nuit va en augmentant; cela résulte évidemment de la construction du n° 196, dans laquelle on voit que l'arc $VQ'V'$ augmente, à mesure que l'horizon HH' s'incline, et que le point K se rapproche du point Q . Lorsque l'observateur atteint une latitude égale au complément de la déclinaison du soleil pour l'époque assignée, la construction montre qu'il n'y a pas de nuit, et que le jour dure 24 heures. Il en est de même, à plus forte raison, pour les lieux plus voisins du pôle et pour le pôle lui-même. C'est précisément l'inverse, si l'observateur va de l'équateur au pôle austral.

Au *solstice d'été*, les résultats sont analogues, seulement, la différence entre la longueur du jour et celle de la nuit est plus prononcée, et, puisque la déclinaison du soleil est plus grande, c'est à une latitude moins élevée (celle du cercle polaire) que l'on a le jour sans nuit, ou la nuit sans jour.

Les mêmes différences se manifestent pour les époques comprises *entre le solstice d'été et l'équinoxe d'automne*. La durée du jour est la même, à la même distance avant et après le solstice.

Lorsque *le soleil est dans l'hémisphère austral*, le jour est plus court que la nuit pour l'habitant de l'hémisphère boréal terrestre, et la différence augmente à mesure que l'observateur se rapproche du pôle boréal; il n'y a plus de jour, lorsqu'il atteint une latitude complémentaire de la déclinaison de l'astre. Ce serait l'inverse, s'il parcourait les régions australes.

C'est au *solstice d'hiver* que la différence est la plus grande; et *entre ce solstice et l'équinoxe du printemps*, les différences se reproduisent les mêmes qu'avant le solstice.

§ IV. Du crépuscule.

199—CRÉPUSCULE, AUREORE, BRUNE. Les molécules de l'atmosphère réfléchissent en tous sens la lumière qui émane du soleil; et ces réflexions nombreuses produisent la *lumière diffuse* qui nous éclaire, même en l'absence des rayons directs de cet astre. Lorsque le soleil est sous l'horizon en S (fig. 63), aucun de ses rayons n'arrive directement à l'observateur placé en A; mais si sa distance à l'horizon n'est pas trop grande, ses rayons pénètrent encore dans les régions supérieures de l'atmosphère, et produisent cette lumière faible qui n'est plus ou qui n'est pas encore le jour, et qu'on appelle le *crépuscule*.

Le crépuscule se nomme spécialement la *brune* ou l'*aurore*,

selon qu'il se manifeste le soir ou le matin. On estime par expérience, en calculant le temps qui s'écoule depuis le coucher du soleil jusqu'à l'instant où l'on peut voir, à la vue simple, les plus petites étoiles (celles de 5^e et de 6^e grandeur), que la brune cesse et la nuit commence, lorsque le soleil est à 18 degrés au-dessous de l'horizon.



fig. 63.

On peut conclure de ce fait, qu'il n'y a pas de nuit à Paris, au solstice d'été. Car, soit HH' (fig. 64) l'horizon de Paris; le soleil, à l'époque indiquée, parcourt le tropique CT, et se trouve à minuit en T, à une distance TH au-dessous de l'horizon. Or, $TH = HE' - TE' = 90^\circ - \lambda - d$, en posant $\lambda = 48^\circ 50'$

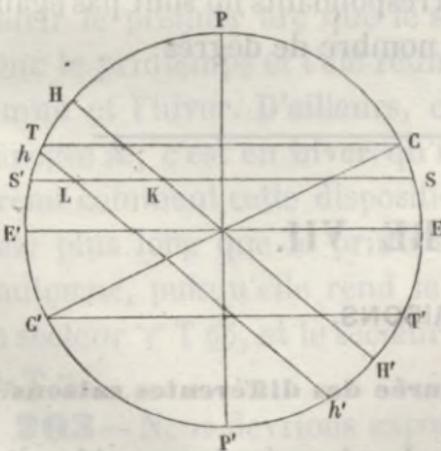


fig. 64.

41", latitude de Paris, et $d=23^{\circ} 27' 30''$, déclinaison maximum du soleil; donc $TH=17^{\circ} 42' 19''$. Ainsi, le soleil ne descend pas alors assez au-dessous de l'horizon, pour que la nuit complète survienne; et la brune n'est pas finie quand l'aurore commence.

200—DURÉE VARIABLE DU CRÉPUSCULE. Le crépuscule du matin ou du soir est de courte durée ($1^h 42^m$ environ) à l'équateur, parce que le soleil se meut perpendiculairement à l'horizon; sa durée s'allonge à mesure que la latitude augmente, parce que les parallèles que décrit le soleil deviennent de plus en plus obliques à l'horizon. Pour déterminer sa durée en un lieu quelconque, à Paris, par exemple, à une époque donnée, menons (fig. 64) un plan hh' parallèle à l'horizon HH' du lieu, et situé au-dessous à 18° de distance (l'arc $Hh=18^{\circ}$). Soit SS' le cercle que décrit alors le soleil. La brune commence lorsque le soleil est au point projeté en K , et finit lorsqu'il est au point projeté en L . L'aurore, au contraire, commence au moment où le soleil est au point projeté en L , et finit lorsqu'il est au point projeté en K . La durée du crépuscule est donc représentée par l'arc du parallèle céleste projeté sur KL . On construira facilement cet arc, en rabattant le parallèle autour de SS' , comme au n^o 196, et son rapport à la circonférence sera le rapport de la durée du crépuscule à 24 heures.

La durée du crépuscule varie pour un même lieu, avec les époques de l'année; car bien que les projections, telles que KL , soient toutes égales, les arcs correspondants ne sont pas égaux, et ne renferment pas le même nombre de degrés.

CHAPITRE VII.

DES SAISONS.

PROGRAMME: **Inégalité de la durée des différentes saisons.**

201—INÉGALITÉ DES SAISONS. Les deux équinoxes et les deux solstices forment quatre époques remarquables, qui servent à

diviser l'année en quatre parties inégales, auxquelles on donne le nom de *saisons*.

Le *printemps* est le temps qui s'écoule depuis l'équinoxe du printemps jusqu'au solstice d'été; il dure environ $92^j 21^h$.

L'*été* s'étend du solstice d'été à l'équinoxe d'automne; il dure environ $93^j 14^h$.

L'*automne* commence à l'équinoxe d'automne, et finit au solstice d'hiver; il dure à peu près $89^j 18^h$.

L'*hiver* enfin est le temps qui s'écoule entre le solstice d'hiver et l'équinoxe du printemps; sa durée est environ de $89^j 4^h$.

202—CAUSES DE CETTE INÉGALITÉ. On voit, par les nombres que nous venons de citer, que l'été est la saison la plus longue, que l'hiver est la saison la plus courte, et que le printemps a plus de durée que l'automne. Cette inégalité est due à l'ellipticité de l'orbite solaire, et à la position que le grand axe

occupe par rapport à la ligne des équinoxes et à celle des solstices. En effet, soit B Υ A \ominus (fig. 65) la courbe que décrit le soleil autour de la terre T placée au foyer; le segment Υ A \ominus est plus grand que le segment \ominus B Υ ;

le soleil doit donc mettre plus de temps à parcourir le premier arc que le second, d'après la loi des aires; donc le printemps et l'été réunis doivent durer plus que l'automne et l'hiver. D'ailleurs, c'est en été que l'astre passe à l'apogée A; c'est en hiver qu'il passe au périégée B; on comprend comment cette disposition de la ligne des apsides rend l'été plus long que le printemps, et l'hiver plus court que l'automne, puisqu'elle rend le secteur \ominus T \ominus plus grand que le secteur Υ T \ominus , et le secteur Υ T Υ plus petit que le secteur \ominus T Υ .

203— Nous devrions exposer ici les causes principales des variations de la température en un lieu déterminé de la terre, et dire quelques mots des questions importantes qui se rattachent

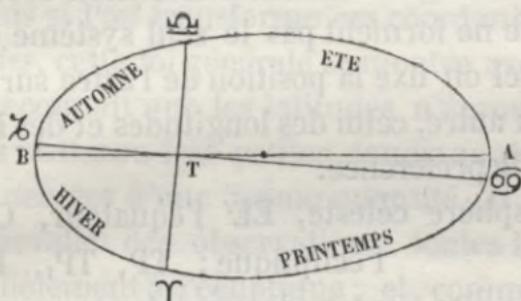


fig. 65.

à celle-ci ; mais ces questions n'existant pas dans le programme officiel, nous ne les traiterons que dans la note XIX, à la fin du volume.

CHAPITRE VIII.

PRÉCESSION DES ÉQUINOXES.

PROGRAMME : **Idée de la précession des équinoxes.**

§ I. Ce qu'est la précession des équinoxes.

204—LONGITUDE ET LATITUDE D'UN ASTRE. L'ascension droite et la déclinaison d'un astre ne forment pas le seul système de coordonnées à l'aide duquel on fixe la position de l'astre sur la sphère céleste. Il en est un autre, celui des longitudes et des latitudes, que l'on emploie de préférence.

Soient (fig. 66) T la sphère céleste, EE' l'équateur, CC'

l'écliptique ; TP, TP₁, les axes de ces deux grands cercles. Soit, en outre, S, la position d'un astre. Menons par S et par chacun des deux axes les deux grands cercles PSD, P₁SL. On sait que l'ascension droite de l'astre S, comptée à partir de Υ (n° 143), est ΥD , et que sa déclinaison est SD. On appelle *latitude* de

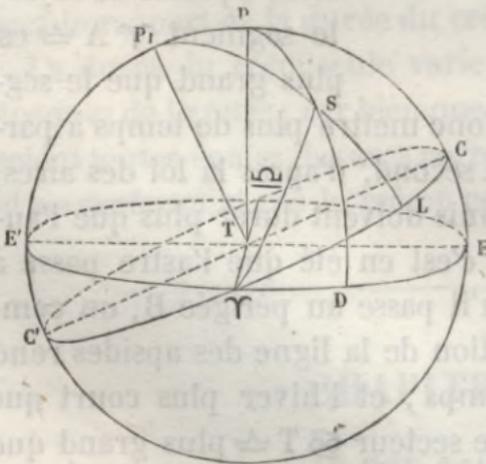


fig. 66.

l'astre la distance SL de l'astre à l'écliptique, comptée sur le grand cercle P₁SL ; elle est boréale ou australe, et se compte de 0° à 90°. On appelle *longitude* de l'astre l'arc ΥL compris sur l'écliptique entre le point Υ et le pied L du *cercle de latitude* ;

elle se compte, comme l'ascension droite, d'occident en orient, de 0° à 360° . Ces deux coordonnées jouent, par rapport au plan de l'écliptique et à son axe, le rôle que jouent la déclinaison et l'ascension droite par rapport au plan de l'équateur et à son axe. On comprend que les unes fixent, tout aussi bien que les autres, la position de l'astre S sur la sphère céleste.

L'ascension droite et la déclinaison sont données par l'observation (n^{os} 39 et 40) ; la longitude et la latitude s'en déduisent par un calcul de trigonométrie sphérique¹.

205—VARIATIONS DES LONGITUDES DES ÉTOILES. Lorsqu'on mesure, à différentes époques, les ascensions droites des étoiles, on trouve qu'elles vont généralement en augmentant avec le temps ; on reconnaît que les déclinaisons sont également variables. Mais ces variations sont fort complexes, et il serait fort difficile d'en déterminer la loi, bien qu'elles n'altèrent pas les positions relatives de ces astres.

Mais si l'on transforme ces coordonnées en *longitudes* et *latitudes*, cette loi générale se montre avec évidence. Car, alors, on reconnaît que les latitudes n'éprouvent que des modifications nulles ou très-petites, tandis que les longitudes sont toutes augmentées d'une même quantité. Il semble donc que, dans l'intervalle des observations, toutes les étoiles se sont mues parallèlement à l'écliptique ; et, comme leurs positions relatives n'ont pas été altérées dans ce mouvement, le phénomène se passe comme si toute la sphère céleste tournait autour de l'axe de l'écliptique, d'un mouvement très-lent, dirigé dans le sens direct, ou d'occident en orient.

206—PREMIÈRE HYPOTHÈSE. Pour concevoir ce mouvement, reportons-nous à la figure 67, dans laquelle EE' et CC' sont l'équateur et l'écliptique, et où PP', P₁P' sont les axes de ces deux grands cercles. La longitude d'une étoile A est représentée par γL , à la première époque d'observation. Si l'on suppose que, l'équateur EE' et son axe PP' restant fixes dans l'espace, la sphère tout entière tourne lentement autour de P₁P' dans le sens direct, l'étoile A prendra une position A' à

¹ Voir la note 1, à la fin du volume.

l'orient, en décrivant un petit arc AA' parallèle à l'écliptique ;

et sa longitude deviendra $\gamma L' > \gamma L$, tandis que sa latitude AL ou $A'L'$ restera constante. Il en sera de même pour toute autre étoile ; et l'on voit que la variation de la longitude sera bien la même pour toutes dans le même temps. On voit encore qu'au pôle fixe P viendront passer successivement les points d'un petit cercle de la sphère mobile, tracé,

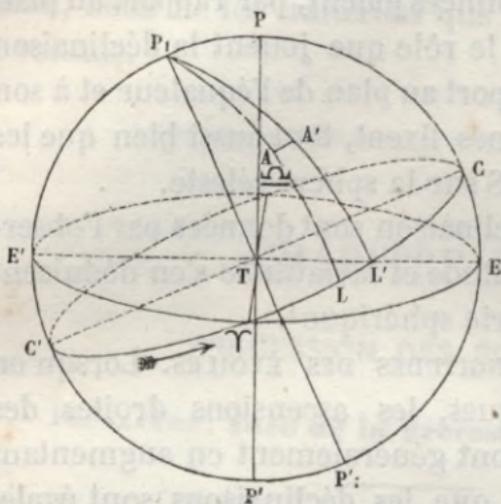


fig. 67.

du point P_1 comme pôle, parallèlement à l'écliptique, avec le rayon $P_1P = 23^\circ 27' 30''$, et que les différents points de l'écliptique viendront prendre successivement la position γ sur l'équateur.

207—DEUXIÈME HYPOTHÈSE. Mais, au lieu de supposer ainsi la sphère céleste tout entière animée d'un mouvement de rotation autour de P_1P_1' , tandis que l'équateur et son axe PP' restent fixes, on peut, au contraire, la supposer immobile, et admettre que l'axe PP' tourne d'un mouvement conique autour

de P_1P_1' , en sens rétrograde, en entraînant avec lui l'équateur EE' , qui lui reste perpendiculaire (fig. 68). Les apparences seront exactement les mêmes pour l'observateur placé en T , car le pôle mobile P tracera, sur la sphère fixe, le même cercle PG , décrit parallèlement à l'écliptique avec le même rayon sphérique ; l'équateur fera constamment, en se déplaçant, le même angle avec

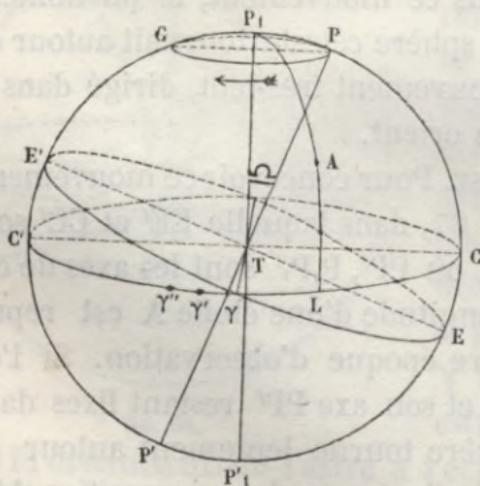


fig. 68.

l'équateur fera constamment, en se déplaçant, le même angle avec

l'écliptique; la ligne des équinoxes $T\Upsilon$, constamment perpendiculaire à chacun des deux axes TP, TP_1 , et par suite, à leur plan mobile, *rétrogradera* dans le plan de l'écliptique; et le point Υ s'éloignant progressivement dans le sens $\Upsilon C'$ sur l'écliptique, tandis que le point L restera fixe, fera paraître de plus en plus grande la longitude ΥL de l'étoile A .

208—CHOIX DE LA DEUXIÈME HYPOTHÈSE. Cette seconde hypothèse a pour elle l'avantage évident de la simplicité. Nous l'adopterons donc comme la meilleure; et il nous suffira, pour la réaliser, d'admettre que l'axe terrestre, au lieu de rester constamment fixe dans l'espace, décrit lentement un cône autour de l'axe de l'écliptique; à peu près comme l'axe d'une toupie accomplit autour de la verticale une révolution conique, tandis que la toupie tourne rapidement sur elle-même.

Nous dirons d'ailleurs que l'existence de ce mouvement conique est démontrée rigoureusement; car la cause en est connue. On peut voir, dans la *Mécanique céleste*, comment on prouve que l'attraction de la lune, du soleil et des planètes sur le renflement équatorial de la terre, fait peu à peu dévier l'axe de rotation de sa direction primitive, et rend un compte fort satisfaisant de ce phénomène.

§ II. Mesure de la précession; année sidérale.

209—RÉTROGRADATION DES POINTS ÉQUINOXIAUX. Si l'on a bien compris le mouvement que nous venons d'indiquer, on doit voir qu'à mesure que l'axe PP' tourne, en entraînant l'équateur, la ligne d'intersection $T\Upsilon$ de l'équateur mobile avec l'écliptique fixe *rétrograde* sur ce dernier plan, et que le point équinoxial Υ prend successivement les positions Υ', Υ'' ... Il en est de même du point ω . C'est à ce phénomène qu'on donne le nom de *rétrogradation des points équinoxiaux*. Pour mesurer ce petit mouvement, il nous suffira de comparer entre elles les longitudes d'une même étoile, calculées à des époques suffisamment éloignées. Or, voici un exemple cité par M. Biot, dans son *Astronomie physique*. L'Épi de la Vierge, d'après les observations d'*Hipparque*, avait, 144 ans avant

J.-C., une longitude égale à $174^{\circ} 7' 30''$, et, d'après celles de *Maskeline*, en 1802, une longitude égale à $201^{\circ} 4' 41''$. L'accroissement a donc été de $26^{\circ} 57' 11''$ en 1943 ans. En le supposant uniforme, ce serait, par an, un accroissement de $\frac{26^{\circ} 57' 11''}{1943}$

ou $50''$ environ. Ce nombre est un peu trop faible, parce que la variation annuelle est un peu plus rapide aujourd'hui que du temps d'Hipparque. Les observations modernes donnent $50''$, 2 pour valeur de la rétrogradation actuelle. Si cette valeur se conservait indéfiniment, il faudrait environ 72 ans pour que le point équinoxial parcourût un degré, et, par suite, près de 26000 ans pour qu'il parcourût la circonférence entière de l'écliptique.

210—PRÉCESSION DES ÉQUINOXES. Le mouvement rétrograde des points équinoxiaux a pour effet d'avancer l'instant de l'équinoxe. Car, si le soleil part du point γ , pour décrire son orbite d'occident en orient, il trouve, lors de son retour, ce point en γ' , à $50''$, 2 de sa position primitive. Ce retour au même point équinoxial *précède* donc le retour à l'étoile fixe qui aurait coïncidé avec ce point l'année précédente : l'équinoxe arrive plus tôt que si le point γ était resté fixe. C'est ce phénomène qu'on appelle la *précession des équinoxes*.

211—ANNÉE SIDÉRALE. L'année tropique est mesurée par le retour du soleil au point équinoxial (n° 159). Si donc on appelle *année sidérale* le temps que le soleil emploie pour revenir à la même étoile, cette dernière sera plus longue que la première, et il sera facile d'en calculer la durée. Car soient t la durée de l'année tropique, et s celle de l'année sidérale : à la fin de la première, le soleil n'a réellement parcouru sur son orbite que $360^{\circ} - 50''$, 2 : à la fin de la deuxième seulement, il a parcouru 360° . Or, son mouvement pouvant être considéré comme uniforme pendant le temps qui constitue leur différence, on aura :

$$\frac{s}{t} = \frac{360^{\circ}}{360^{\circ} - 50'' , 2} \text{ ou } \frac{s-t}{t} = \frac{50'' , 2}{360^{\circ} - 50'' , 2} ;$$

$$\text{d'où } s - t = t \times \frac{50'' , 2}{360^{\circ} - 50'' , 2} = 0^{\text{j. sol. moy.}}, 01412.$$

Ainsi l'année sidérale surpasse l'année tropique de $0^j,01412$. Elle vaut donc $365^j\text{-sol-moy},25638$. Sa durée est invariable comme celle du jour sidéral.

§ III. Conséquences de la précession.

212—DÉPLACEMENT DU PÔLE. Une des conséquences le plus remarquables de la précession des équinoxes, c'est que le pôle du monde P se déplace lentement, en décrivant sur la sphère céleste, autour du pôle P, de l'écliptique, en sens rétrograde, un petit cercle dont le rayon sphérique vaut $23^{\circ} 27' 30''$ environ. Il y a 4000 ans, le pôle se trouvait voisin d' α du *Dragon*; il s'est rapproché ensuite de ϵ de la *Petite Ourse*. Aujourd'hui il n'est guère qu'à $1^{\circ} 28'$ d' α de cette dernière constellation; il continuera à s'en rapprocher pendant 250 ans; alors il n'en sera plus qu'à un demi-degré. Puis il s'en éloignera pour passer dans d'autres constellations. Dans 8000 ans, ce sera α du *Cygne*; dans 12000 ans, ce sera *Wéga* de la *Lyre*, qui serviront à leur tour d'étoile polaire.

213—CHANGÈMENT D'ASPÈCT DU CIEL. En outre, on comprend que ce déplacement du pôle P a pour effet de modifier à la longue l'aspect du ciel en un lieu donné, de rendre visibles des étoiles qui ne passaient jamais au-dessus de l'horizon, *et vice versâ*, de rendre circumpolaires des étoiles qui se couchaient autrefois, etc.

214—DÉSACCORD ENTRE LES SIGNES ET LES CONSTELLATIONS DU ZODIAQUE. La rétrogradation des points équinoxiaux a eu encore un effet remarquable sur le zodiaque. Avant Hipparque, en effet, on avait pris le point Υ pour origine des divisions de la zone que parcourt le soleil; on avait, à partir de ce point, comme nous l'avons dit (n^o 129), partagé cette zone en douze parties égales, ayant chacune trente degrés en largeur; et l'on avait donné à chacune de ces dodécatémoires le nom et le signe de la constellation qu'on y avait créée. Par conséquent, le commencement du signe du *Bélier* correspondait à l'équinoxe du printemps; celui du signe du *Cancer*, au solstice d'été, etc.; et ces signes ou douzièmes comprenaient chacun la constella-

tion dont ils portaient le nom. Or, depuis deux mille ans, le point γ a rétrogradé d'environ $50''{,}2 \times 2000$, ou de $100400''$, ou de 27 degrés à peu près; il doit donc se trouver aujourd'hui près du commencement de la douzième dodécatémerie, qui contient les *Poissons*. L'équinoxe arrive donc, aujourd'hui, lorsque le soleil se trouve dans la constellation des *Poissons*; et il n'y a plus d'accord possible entre les divisions anciennes et les constellations zodiacales. Or, on est convenu de conserver la division du zodiaque en douze signes de 30 degrés chacun, à partir du point *mobile* γ , et de garder les noms du *Bélier*, du *Taureau*, etc., pour caractériser le 1^{er}, le 2^e signe, etc. Le soleil entre donc toujours à l'équinoxe dans le *signe* du *Bélier*, au solstice dans celui du *Cancer*, etc.; mais il n'y rencontre plus les *constellations* de même nom qu'il y trouvait autrefois; et il faut éviter de confondre aujourd'hui les mots *signe du Lion* et *constellation du Lion*, etc.

215—VARIATION DE LA DURÉE DES SAISONS. La précession des équinoxes a aussi une certaine influence sur la durée des saisons. En effet, reportons-nous à la fig. 65 (p. 157); nous voyons que le mouvement annuel du point γ tend à le rapprocher du périhélie B, dont il est actuellement éloigné de $79^{\circ} 28' 16''$ (n^o 141). Lorsque, dans la suite des temps, ces deux points seront confondus, le printemps sera égal à l'hiver, l'été à l'automne: et ces deux dernières saisons seront plus longues que les deux autres. On comprend qu'il y a eu une époque, peu éloignée, où la ligne des équinoxes était perpendiculaire au grand axe: alors le printemps et l'été étaient égaux, ainsi que l'automne et l'hiver; et ces deux dernières saisons étaient les plus courtes. Pour calculer la date de ce phénomène, il faut avoir égard au *mouvement annuel du périhélie solaire* qui a lieu dans le sens direct (voir la note XX), et prendre $62''$ et non $50''{,}2$ pour valeur du rapprochement annuel. On pose donc cette simple règle de trois: le point γ et le périhélie se sont rapprochés de $62''$ par an, combien d'années ont-ils employé à se rapprocher de $10^{\circ} 31' 44''$? Ce nombre d'années est égal à $\frac{10^{\circ} 31' 44''}{62''}$ ou à $\frac{37904}{62} = 611$: c'est

donc vers l'an 4250 de notre ère qu'il faut reporter le phénomène dont il s'agit. On calcule de la même manière l'époque à laquelle le point Υ se trouvait à l'apogée A, où le printemps était égal à l'hiver, et l'été à l'automne, ces deux dernières saisons étant les plus courtes ; et l'on trouve que cette époque coïncide à peu près avec celle qu'assigne la *Genèse* à la création du monde.

216—DÉCOUVERTE DE LA PRÉCESSION. Le phénomène de la précession des équinoxes a été connu d'*Hipparque*, le plus grand astronome de l'antiquité (425 ans avant J.-C). *Ptolémée* (130 ans après J.-C), auteur de l'*Almageste*, le mit hors de doute, en se fondant sur les observations d'Hipparque et sur les siennes ; mais il ne trouva qu'un déplacement annuel de 36'', résultat beaucoup trop faible, dû au peu d'exactitude des observations faites à ces époques reculées.

217—NUTATION. L'axe du monde n'est pas seulement soumis au mouvement conique qui détermine la précession des équinoxes ; il en possède un autre, découvert par *Bradley*, et qu'on nomme la *nutation*. D'un autre côté, les éléments de l'orbite solaire éprouvent diverses variations séculaires dont la valeur est très-petite. Nous renvoyons nos lecteurs, pour l'exposition de ces questions délicates, à la note XX, placée à la fin du volume.

CHAPITRE IX.

MOUVEMENT DE TRANSLATION DE LA TERRE.

PROGRAMME : **Mouvement réel de la terre autour du soleil.**

§ I. Explication du mouvement apparent du soleil autour de la terre, par un mouvement réel de la terre autour du soleil.

218—Nous avons exposé, dans les chapitres précédents, l'ensemble des faits que nous a présentés le mouvement pro-

pre du soleil, en admettant, conformément au témoignage de nos yeux, que ce mouvement était réel. Or il pourrait se faire que ce ne fût qu'une apparence; et de même que nous sommes parvenus à expliquer le mouvement diurne du ciel par un mouvement de rotation de la terre sur elle-même (n° 30), nous allons chercher à expliquer les apparences du mouvement propre du soleil autour de la terre par un mouvement de la terre autour du soleil.

219—HYPOTHÈSE DU MOUVEMENT DE TRANSLATION DE LA TERRE. Le soleil paraît décrire autour de nous, en un an, une ellipse dont la terre occupe le foyer : son mouvement est direct; et on le constate en déterminant les constellations zodiacales qu'il traverse successivement, et l'ordre dans lequel s'effectue ce passage. Or, les apparences seront pour nous exactement les mêmes, si nous supposons que le soleil est immobile, et que

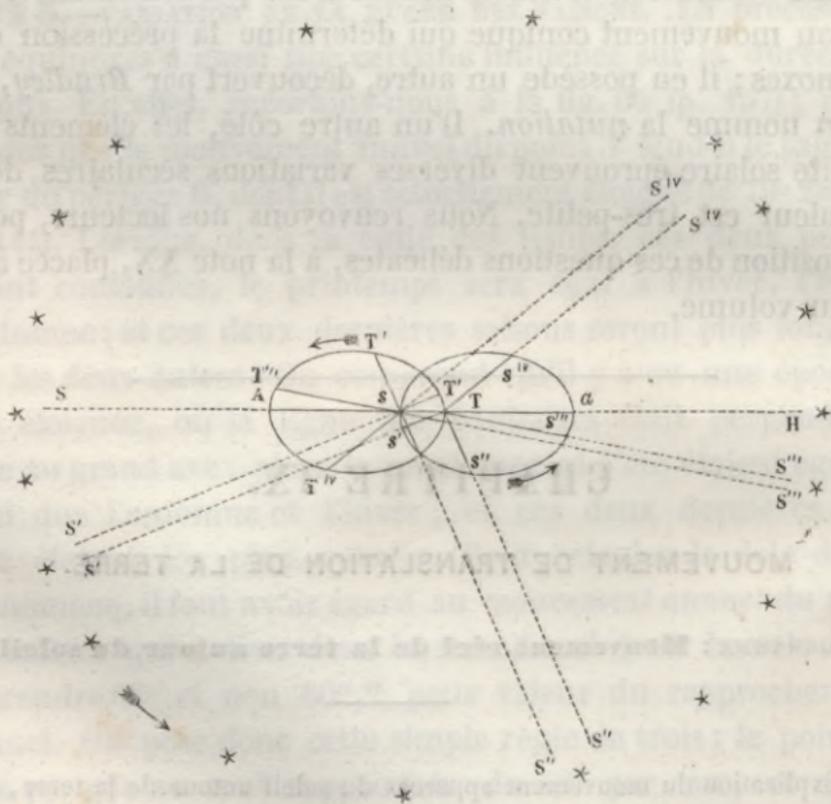


fig. 69.

la terre décrit en un an, dans le même sens, et dans le même

plan, avec la même vitesse variable, une ellipse égale, dont cet astre occupe le foyer ; le soleil nous paraîtra, dans cette nouvelle hypothèse, traverser les mêmes constellations dans le même ordre. En effet, soit (fig. 69) $ss' s''$ la courbe que le soleil paraît décrire autour de la terre T, dans le sens indiqué par la flèche. Soient s, s', s'' , ses positions successives apparentes sur son orbite ; pour nos yeux, il est projeté sur la sphère céleste en S, S', S'', à une distance infinie ; et il paraît ainsi se mouvoir dans le sens SS' S'', à travers les étoiles de ces régions. Or, si nous supposons l'astre immobile en s , pour que la terre, après un certain temps, le voie projeté en S', il suffit qu'elle soit venue se placer sur la droite sS' (parallèle à $Ts'S'$ à cause de la distance). D'ailleurs, la vraie distance des deux astres est indépendante de l'hypothèse qui attribue le mouvement à l'un ou à l'autre ; donc la terre doit se trouver alors en T' à une distance T's égale à Ts'. Il résulte de là, que le secteur TsT' décrit par le rayon vecteur de la terre, dans la nouvelle hypothèse, doit être identique au secteur sTs' décrit, dans la première, par celui du soleil, puisque l'angle et les rayons vecteurs sont les mêmes, quel que soit d'ailleurs l'intervalle de temps que l'on considère. Il suffira donc, pour que les apparences soient conservées, que la terre décrive autour du soleil fixe en s , dans le sens direct, une ellipse TT'T'', égale à $ss's''$, et dont le soleil occuperait le foyer ; que la vitesse variable de la terre, en chaque point T', soit égale à celle que nous avons attribuée au soleil au point correspondant s' , et que la révolution s'exécute dans le même temps.

220—PREUVES DE CETTE HYPOTHÈSE. Or les raisons abondent pour nous faire préférer cette nouvelle hypothèse à la première. En effet, 1^o le soleil est 1400000 fois plus gros que la terre ; et, puisqu'il faut que l'un des deux corps tourne autour de l'autre, avec une même vitesse d'environ huit lieues par seconde, il est plus simple d'attribuer ce mouvement à la terre que de l'attribuer au soleil ; 2^o Les planètes, comme on le verra, tournent toutes autour du soleil, en même temps qu'elles tournent sur elles-mêmes ; en admettant qu'il en est de même pour la terre, celle-ci devient une planète comme les autres,

soumise aux mêmes lois; et le système solaire présente une extrême simplicité. Si la terre, au contraire, est immobile, il faut que le soleil, en tournant autour d'elle, entraîne avec lui les planètes dans son mouvement annuel; les analogies sont détruites, et le système se complique considérablement; 3° indépendamment des inductions que nous venons d'indiquer, le mouvement annuel de la terre peut se démontrer rigoureusement par des faits qu'on ne saurait contester. Ainsi l'existence de la parallaxe annuelle de certaines étoiles en est une preuve matérielle : si la terre était immobile, la direction du rayon visuel mené à une étoile ne changerait pas, et l'on ne pourrait pas, à six mois d'intervalle, mesurer, comme nous l'avons dit (n° 51), l'angle à l'étoile. Nous donnerons encore, dans les notes, une autre preuve remarquable tirée de l'*aberration*¹.

Concluons donc que : *La terre décrit, en un an, avec une vitesse variable, dirigée d'occident en orient, une ellipse dont le centre du soleil occupe le foyer.* Et voyons comment, à ce nouveau point de vue, se présentent et s'expliquent les principaux phénomènes dont nous avons précédemment constaté la nature.

§ II. Phénomènes expliqués dans cette nouvelle hypothèse.

221—PARALLÉLISME DE L'AXE DE ROTATION. D'abord, dans son mouvement de translation autour du soleil, l'axe de rotation de la terre, toujours perpendiculaire à l'équateur et incliné sur l'écliptique de $66^{\circ}32'30''$, se transporte parallèlement à lui-même; ou plutôt, à cause de la précession et de la nutation, sa direction est sensiblement parallèle aux génératrices successives d'un cône qui aurait pour axe une perpendiculaire au plan de l'écliptique, et pour angle au sommet l'obliquité $23^{\circ}27'30''$. Mais cette variation dans la direction n'étant que de quelques secondes par an, on peut admettre le parallélisme rigoureux de ses positions successives dans cet intervalle.

222—ORBITE DE LA TERRE. Le rayon vecteur, mené du so-

¹ Voir la note xxxiii, à la fin du volume.

leil à la terre, décrit autour du soleil des aires proportionnelles aux temps. La vitesse maximum de la terre a lieu le 31 décembre, et la vitesse minimum le 2 juillet : à la première époque, elle passe au *périhélie*; elle passe à l'*aphélie* à la seconde.

223—LIGNE DES ÉQUINOXES. Le plan de l'écliptique est le plan de l'orbite que décrit le centre de la terre. La ligne des équinoxes est toujours l'intersection de ce plan avec le plan de l'équateur terrestre, mais cette ligne n'est plus fixe; et comme l'équateur est emporté parallèlement à lui-même dans le mouvement de translation, elle se transporte avec lui parallèlement à elle-même (abstraction faite de la précession et de la nutation). Les équinoxes ont lieu, lorsque la direction de cette ligne va passer par le centre du soleil; et les solstices, lorsqu'elle est perpendiculaire à la droite ST qui joint les centres des deux astres (nos 230 et 231.)

224—ZODIAQUE. Le zodiaque est la zone des constellations que traverse la terre en un an. Il est facile de remarquer que, lorsque le soleil entre dans un signe, celui du Bélier, par exemple, en vertu de son mouvement apparent, la terre, en vertu de son mouvement réel, entre dans le signe opposé, celui de la Balance; c'est-à-dire qu'un observateur placé dans le soleil la verrait, à cette époque, traverser ce signe. Car la droite ST perce la sphère céleste en deux points diamétralement opposés, suivant qu'on la prolonge au delà du soleil ou au delà de la terre.

Ces diverses circonstances sont mises en évidence dans la fig. 70 (p. 170), où S représente le soleil, TTT l'orbite de la terre, et T,T,T, ses positions successives; où, de plus, PP' est l'axe de rotation, EE' l'équateur, et ee' la ligne des équinoxes.

225—JOUR SOLAIRE. Le jour sidéral ne dépend que de la rotation de la terre sur elle-même, parce que le chemin qu'elle parcourt en un jour, en vertu de son mouvement de translation, est nul à la distance des étoiles : c'est le temps qui s'écoule entre deux instants où le plan du demi-méridien mobile d'un lieu contient une même étoile. Mais le jour solaire

vrai dépend à la fois des deux mouvements. En effet, soit T (fig. 71) la position de la terre sur son orbite, au moment où le méridien PAP' du lieu d'observation A contient le soleil S

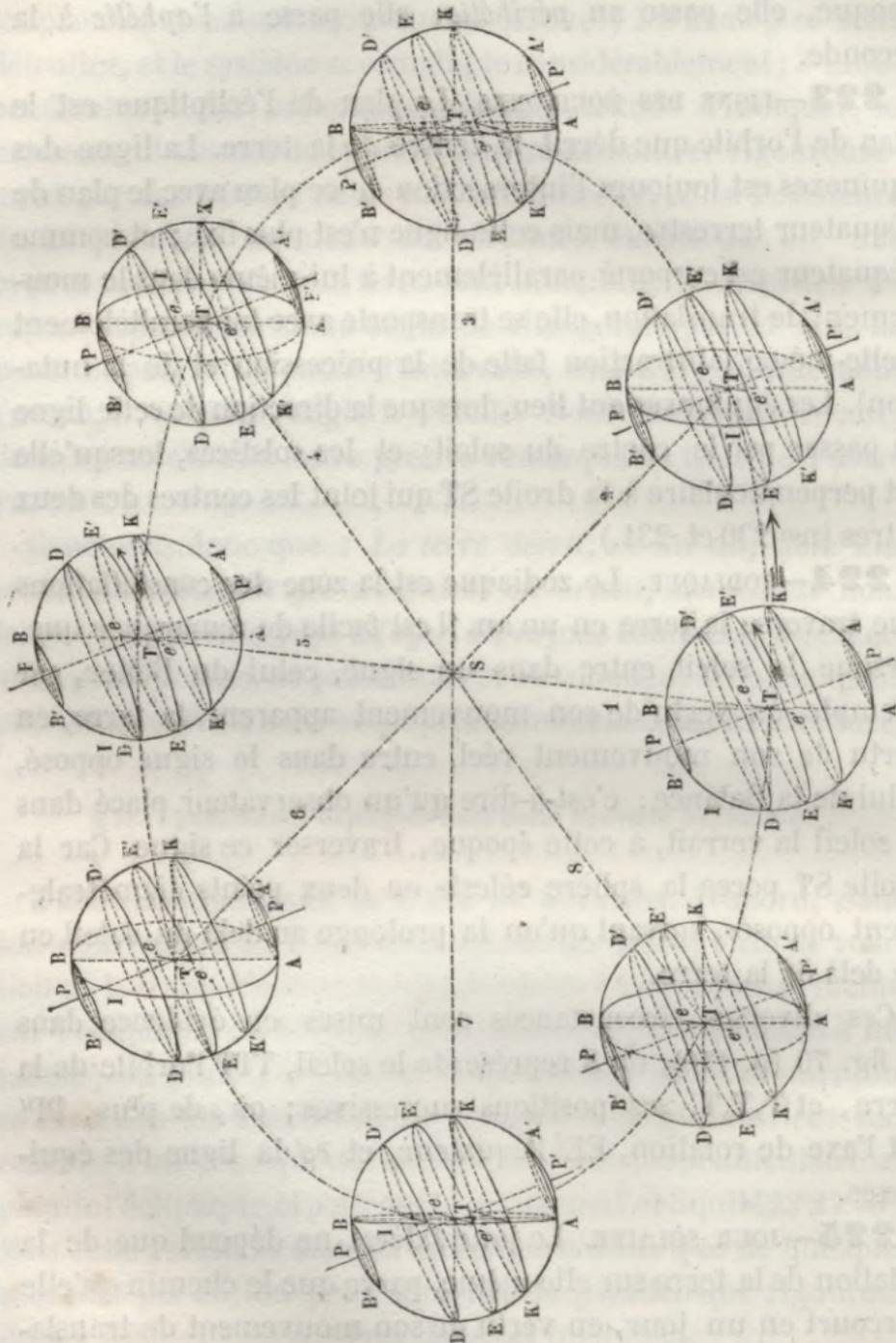


fig. 70.

et une étoile B située à l'infini derrière lui. Lorsqu'en vertu de sa rotation autour de PP', ce méridien a repris la même

direction dans l'espace, la terre s'est transportée en T'; le plan de ce méridien rencontre encore l'étoile B, parce que T'B est

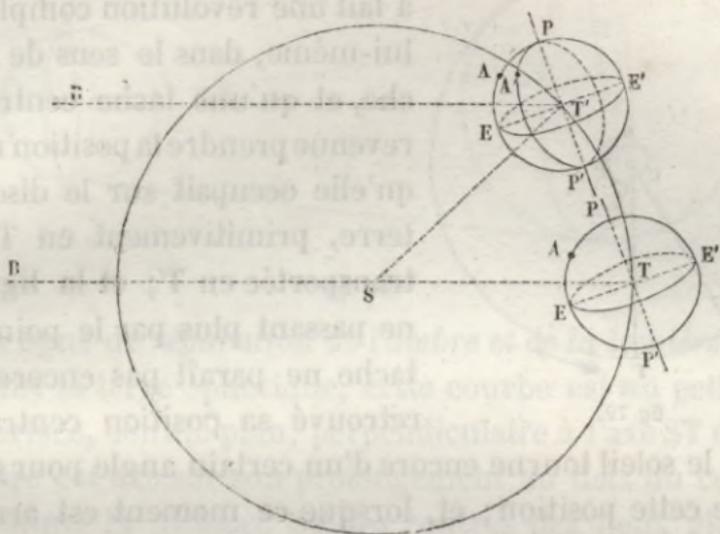


fig. 71.

parallèle à TB; mais il ne rencontre pas encore le soleil S, qui n'est pas assez loin de nous pour que T'S soit parallèle à TS; il faut, pour que la rencontre ait lieu, que ce plan tourne encore d'un petit angle APA', et prenne la position PA'P'. Ainsi *le jour solaire est plus long que le jour sidéral.*

226—ANNÉE TROPIQUE. L'année tropique est la durée de la révolution de la terre dans son orbite, ou le temps qu'elle emploie à revenir au même équinoxe. On comprendra facilement comment, après chaque révolution diurne, l'angle dont le plan du méridien doit tourner, pour revenir à sa direction primitive, va en augmentant progressivement; comment, au bout de trois mois, cet angle est de 90° ; comment il est de 180° après six mois; comment enfin, après l'année révolue, il est de 360° ; c'est-à-dire, comment, en faisant abstraction de la précession, on doit compter, en un an, un jour solaire de moins qu'on ne compte de jours sidéraux. La fig. 70 peut servir à expliquer parfaitement cette différence.

227—ROTATION DU SOLEIL SUR LUI-MÊME : DURÉE DU MOUVEMENT. On rend compte tout aussi aisément de la différence que le mouvement de translation de la terre établit entre la durée apparente et la durée réelle de la rotation du soleil sur

lui-même. En effet, ces deux mouvements ont lieu dans le même sens; lorsque le soleil (fig. 72) a fait une révolution complète sur lui-même, dans le sens de la flèche, et qu'une tache centrale est revenue prendre la position réelle C qu'elle occupait sur le disque, la terre, primitivement en T , s'est transportée en T' ; et la ligne ST' ne passant plus par le point C , la tache ne paraît pas encore avoir retrouvé sa position centrale. Il

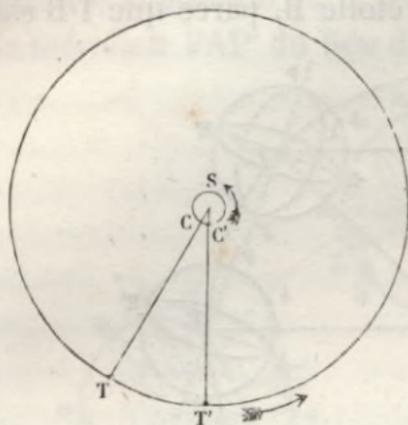


fig. 72.

faut que le soleil tourne encore d'un certain angle pour qu'elle reprenne cette position; et, lorsque ce moment est arrivé, si la terre est en T' , et la tache en C' , la tache a réellement décrit une circonférence entière, augmentée de l'arc CC' , lequel mesure le mouvement angulaire CSC' ou TST' de la terre pendant ce temps. La durée apparente de la rotation est donc plus longue que la durée vraie, et le calcul de cette dernière se déduit de la valeur de la première, comme on l'a vu (n° 188).

§ III. De l'inégalité des jours et des nuits.

228—CERCLE D'ILLUMINATION. Quelle que soit, à un instant donné, la position de la terre sur son orbite, une partie de sa surface reçoit les rayons du soleil, tandis que l'autre est plongée dans l'obscurité. Mais, comme la vitesse angulaire du mouvement de rotation est plus grande que celle du mouvement de translation, puisque le premier s'accomplit en un jour et le second en un an, on comprend qu'en général chaque lieu de la terre passe successivement de la région obscure dans la région éclairée, et vice versa, et qu'il a ainsi alternativement le jour et la nuit.

Pour déterminer, à une époque donnée, la ligne qui sépare ces deux régions à la surface du globe, concevons un cône tangent aux surfaces du soleil S et de la terre T (fig. 73); ce cône comprend évidemment tous les rayons lumineux que

reçoit la terre ; la ligne de contact ACB des deux surfaces es

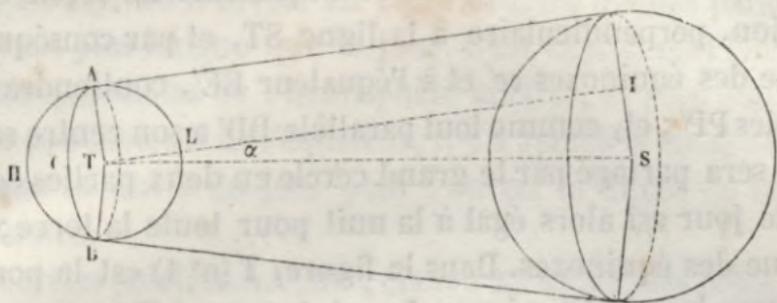


fig. 73.

donc la ligne de *séparation de l'ombre et de la lumière*. Or, en supposant la terre sphérique, cette courbe est un petit cercle de sa surface, dont le plan, perpendiculaire à l'axe ST du cône, rencontre cet axe sur son prolongement au delà du centre T. Mais comme la distance ST des centres des deux globes est fort considérable par rapport à leurs rayons, l'angle au sommet du cône est très-petit ; et l'on peut considérer la ligne de contact ACB comme un grand cercle. Par conséquent, si l'on mène par le centre T de la terre un plan perpendiculaire à la droite ST, ce plan séparera la région obscure AHB de la région éclairée ALB. Ce grand cercle se nomme *cercle d'illumination*.

229— Cela posé, pour résoudre toutes les questions relatives à la durée du jour ou de la nuit, il suffira d'examiner comment le cercle d'illumination coupe les parallèles terrestres aux diverses époques de l'année. Car le mouvement de rotation est uniforme ; si donc un parallèle est coupé en deux parties égales, le jour sera égal à la nuit sur ce parallèle, puisque chacun de ses points sera dans la région éclairée pendant une demi-révolution, et dans la région obscure pendant l'autre moitié. En général, le rapport des deux arcs déterminés, sur un parallèle, par le cercle d'illumination, sera le rapport des durées du jour et de la nuit pour ce parallèle.

230— JOURS ET NUITS AUX ÉQUINOXES. Examinons donc comment varie ce rapport, pour les différents parallèles, aux principales époques de l'année. Puisque la ligne des équinoxes se transporte sur l'écliptique parallèlement à elle-même, il arrivera deux fois par an (fig. 70), que son prolongement pas-

sera par le centre du soleil et se confondra avec ST. Ce centre se trouvera alors dans le plan de l'équateur. Le cercle d'illumination, perpendiculaire à la ligne ST, et par conséquent à la ligne des équinoxes ee' et à l'équateur EE' , contiendra l'axe des pôles PP' ; et, comme tout parallèle DD' a son centre sur cet axe, il sera partagé par le grand cercle en deux parties égales. Donc le jour est alors égal à la nuit pour toute la terre; c'est l'époque des équinoxes. Dans la figure, T (n° 4) est la position de la terre lors de l'équinoxe du printemps, et T (n° 5) sa position lors de l'équinoxe d'automne. Dans les deux cas, l'intersection DK du cercle d'illumination avec l'écliptique est une tangente à l'orbite que nous supposons circulaire: c'est la ligne des solstices.

231 — JOURS ET NUITS AUX SOLSTICES. Il arrive nécessairement aussi, deux fois par an, que la ligne des équinoxes est perpendiculaire à ST (fig. 70), et par suite tangente à l'orbite; alors le cercle d'illumination contient cette ligne, et fait avec l'axe de rotation un angle de $23^{\circ}27'30''$; le plan qui contient cet axe et la droite ST est perpendiculaire à l'écliptique, et détermine sur la surface de la terre un grand cercle $PEP'E'$. C'est l'époque des solstices. Dans la figure, T (n° 3) est la position de la terre au solstice d'été, et T (n° 7) sa position au solstice d'hiver. On voit que le cercle d'illumination ATB partage encore l'équateur EE' en deux parties égales: donc le jour

est égal à la nuit, au solstice comme à toute autre époque, pour les habitants de ce grand cercle. Mais on voit aussi que les parallèles LL' , KK' (fig. 74) de l'hémisphère boréal sont partagés en parties de plus en plus inégales, à mesure qu'ils s'éloignent de l'équateur; qu'au solstice d'été, la plus grande partie est éclairée, la plus petite est dans la nuit; donc le jour

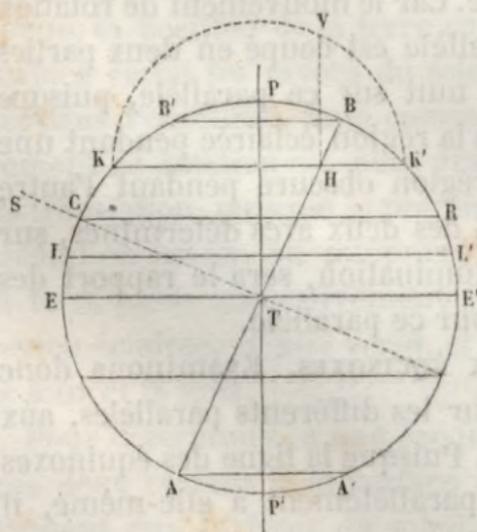


fig. 74.

est plus long que la nuit, à cette époque, pour ces parallèles¹; au solstice d'hiver, au contraire, les mêmes parallèles ont la nuit plus longue que le jour. C'est exactement l'inverse pour les parallèles de l'hémisphère austral; et pour deux parallèles équidistants de l'équateur, il y a symétrie complète, de sorte que la durée du jour pour l'un est la durée de la nuit pour l'autre.

Les cercles polaires AA', BB', étant à 23°27'30'' des pôles, sont nécessairement tangents en A et B au cercle d'illumination. Donc, au solstice d'été, le cercle polaire boréal BB' et tous les points situés plus près du pôle P n'ont pas de nuit; le cercle polaire austral AA' et tous les points plus voisins du pôle P' n'ont pas de jour. C'est encore l'inverse au solstice d'hiver.

232 — JOURS ET NUITS ENTRE LES SOLSTICES ET LES ÉQUINOXES.

Lorsque la terre passe d'un équinoxe au solstice suivant, l'axe PP', d'abord situé dans le plan du cercle d'illumination, s'en éloigne peu à peu, et finit par faire avec lui un angle de 23°27'30''. Ce plan coupe un parallèle donné en parties de plus en plus inégales; et les jours, pour ce parallèle, d'abord égaux aux nuits, s'allongent ou se raccourcissent peu à peu, et ont leurs valeurs maximum ou minimum à l'époque du solstice; puis ils varient en sens inverse, lorsque la terre va d'un solstice à l'équinoxe suivant. On voit que cette explication concorde parfaitement avec celle que nous avons donnée en supposant le soleil en mouvement autour de la terre.

§ IV. Précession des équinoxes.

233 — PRÉCESSION. Nous avons déjà dit que la précession des équinoxes a pour cause l'attraction du soleil et de la lune

¹ On peut construire aisément, pour un parallèle donné KK' (fig. 74), les arcs qui mesurent les durées respectives du jour et de la nuit. Car, soit ATB la trace du cercle d'illumination sur le plan PEP'E' qui passe par le soleil; il coupe le parallèle suivant une droite projetée en H, perpendiculaire sur KK'. Si l'on fait tourner ce parallèle autour de KK', cette perpendiculaire se rabat suivant HV; alors $\frac{VK}{VK'}$ est le rapport du jour à la nuit.

sur le renflement équatorial de la terre. Il nous reste à montrer ici comment ce petit mouvement se concilie avec l'hypothèse du mouvement de notre globe.

Soient (fig. 75) TAP l'orbite elliptique de la terre, T sa position à l'équinoxe du printemps; on sait qu'à ce moment la ligne des équinoxes, ou l'intersection de son équateur avec l'écliptique, est la droite TeS, dirigée vers le soleil. Si cette droite restait parallèle à elle-même pendant une année, elle aurait

la direction T'e', lorsque la terre serait venue en T'; mais par suite du mouvement conique de l'axe terrestre, elle a tourné en sens rétrograde et a pris une position T'e''. On comprend d'après cela, qu'elle rencontrera *plus tôt* le soleil S, que si elle

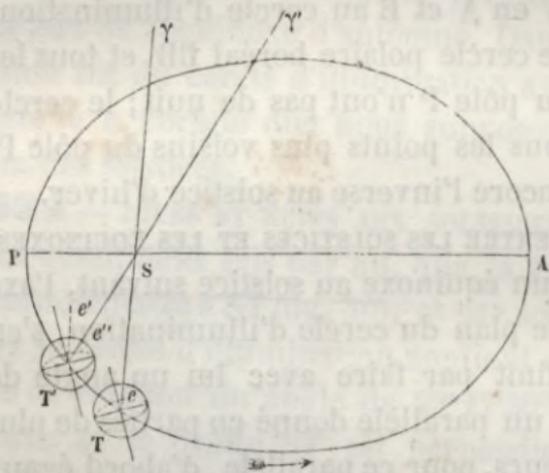


fig. 75.

n'avait pas changé de direction; et comme elle rétrograde de $50''{,}2$ par année, ce sera au moment où la terre atteindra la position T' telle que $T'ST = 50''{,}2$ qu'aura lieu l'équinoxe. Il y aura donc *précession* de l'équinoxe. D'ailleurs, à ce moment, le soleil lui paraît projeté en γ' sur la sphère céleste, tandis qu'il paraissait en γ l'année précédente: le point équinoxial lui paraît donc *rétrograder* sur l'écliptique.

§ V. Conclusion.

234—Nous terminerons ce chapitre en citant la belle page dans laquelle Laplace résume les analogies qui militent en faveur du mouvement de translation de la terre autour du soleil (*Exposition du système du monde*, liv. II, ch. II.)

« La considération des mouvements célestes nous conduit à « déplacer la terre du centre du monde où nous la supposons, « trompés par les apparences et par le penchant qui porte

« l'homme à se regarder comme le principal objet de la nature. Le globe qu'il habite est une planète en mouvement sur elle-même et autour du soleil. En l'envisageant sous cet aspect, tous les phénomènes s'expliquent de la manière la plus simple : les lois des mouvements célestes sont uniformes : toutes les analogies sont observées. Ainsi que *Jupiter*, *Saturne* et *Uranus*, la terre est accompagnée d'un satellite ; elle tourne sur elle-même, comme *Vénus*, *Mars*, *Jupiter*, *Saturne*, et probablement toutes les autres planètes ; elle emprunte, comme elles, sa lumière du soleil, et se meut autour de lui, dans le même sens, et suivant les mêmes lois. Enfin, la pensée du mouvement de la terre réunit en sa faveur la simplicité, l'analogie, et généralement tout ce qui caractérise le vrai système de la nature. Nous verrons, en la suivant dans ses conséquences, les phénomènes célestes ramenés, jusque dans leurs plus petits détails, à une seule loi dont ils sont les développements nécessaires. Le mouvement de la terre acquerra ainsi toute la certitude dont les vérités physiques sont susceptibles, et qui peut résulter, soit du grand nombre et de la variété des phénomènes expliqués, soit de la simplicité des lois dont on les fait dépendre. Aucune branche des sciences naturelles ne réunit à un plus haut degré ces avantages, que la théorie du système du monde, fondée sur le mouvement de la terre.

« Ce mouvement agrandit l'univers à nos yeux : il nous donne, pour mesurer les distances des corps célestes, une base immense, le diamètre de l'orbe terrestre. C'est par son moyen que l'on a exactement déterminé les dimensions des orbites planétaires. Ainsi le mouvement de la terre, qui, par des illusions dont il est la cause, a pendant longtemps retardé la connaissance des mouvements réels des planètes, nous les a fait connaître ensuite avec plus de précision que si nous eussions été placés au foyer de ces mouvements. Cependant la parallaxe annuelle des étoiles, ou l'angle sous lequel on verrait, de leur centre, le diamètre de l'orbe terrestre, est insensible, même relativement aux étoiles qui, par leur vif éclat, semblent être le plus près de la terre : elles

« en sont donc au moins deux cent mille fois plus éloignées
 « que le soleil. Une aussi prodigieuse distance, jointe à leur
 « vive clarté, nous prouve évidemment qu'elles n'empruntent
 « point, comme les planètes et les satellites, leur lumière du
 « soleil, mais qu'elles brillent de leur propre lumière; en
 « sorte qu'elles sont autant de soleils répandus dans l'immen-
 « sité de l'espace, et qui, semblables au nôtre, peuvent être
 « les foyers d'autant de systèmes planétaires. Il suffit, en effet,
 « de nous placer sur le plus voisin de ces astres pour ne voir
 « le soleil que comme un astre lumineux, dont le diamètre
 « apparent serait au-dessous d'un dixième de seconde.

« Il résulte de l'immense distance des étoiles, que leurs
 « mouvements en ascension droite et en déclinaison ne sont
 « que des apparences produites par le mouvement de l'axe
 « de rotation de la terre. Mais quelques étoiles paraissent
 « avoir des mouvements propres; et il est vraisemblable
 « qu'elles sont toutes en mouvement, ainsi que le soleil qui
 « transporte avec lui dans l'espace le système entier des pla-
 « nètes et des comètes, de même que chaque planète entraîne
 « ses satellites dans son mouvement autour du soleil. »

EXERCICES ET APPLICATIONS.

235—1. Lorsqu'un astre est assez éloigné de la terre pour que son diamètre apparent soit très-petit, on peut dire que ce diamètre apparent varie en raison inverse de la distance de l'astre à l'observateur (n° 133). Quelle est la loi rigoureuse qui lie les diamètres apparents et les distances, dans le cas où l'exception n'a pas lieu?

2. Calculer, dans un cadran horizontal ou dans un cadran vertical, les angles que forment avec la ligne de midi les lignes qui correspondent aux différentes heures. (Note xiv, fig. 152 et 155.)

3. On donne, dans un cadran vertical déclinant, l'angle que la trace du cadran sur le sol fait avec la ligne d'est et ouest; on propose de calculer les angles que forment avec la ligne de midi les droites qui correspondent aux différentes heures. (Note xiv, fig. 156.)

4. Chez les Persans, au xi^e siècle, trois années communes étaient suivies sept fois de suite d'une année de 366 jours; mais la huitième fois le 366^e jour intercalaire ne s'appliquait plus à la 4^e année de la série; on attendait

la cinquième pour opérer l'addition. Quelle longueur moyenne cette intercalation donne-t-elle à l'année?

5. L'an 1277 de l'hégire a commencé le 20 juillet 1860. On sait, d'une part, que, sur 400 années grégoriennes, 303 sont composées de 365 jours, et 97 comptent un jour de plus. On sait, de l'autre, que sur 25 années turques, 16 sont composées de 354 jours, et 9 comptent un jour de plus. On demande à quelle époque de l'ère chrétienne le millésime turc coïncidera avec le millésime grégorien, et pendant combien de temps aura lieu la coïncidence?

6. Connaissant la latitude d'un lieu à la surface de la terre, et la déclinaison du soleil pour un jour de l'année, calculer la durée du crépuscule en ce lieu pour cette époque. Discuter la formule.

7. Connaissant la latitude d'un lieu de la terre, et la déclinaison du soleil pour une certaine époque, calculer les durées du jour et de la nuit à cette époque et pour ce lieu. Discuter la formule et en déduire toutes les circonstances de l'inégalité des jours et des nuits.



LIVRE IV.

LA LUNE ☾.

Mouvement réel de la Lune autour de la Terre et sur elle-même.

CHAPITRE I.

PHASES DE LA LUNE.

PROGRAMME : **Diamètre apparent.** — **Phases.** — **Syzygies.** —
Quadratures. — **Lumière cendrée.**

§ I. Description des phases.

236. — **DIAMÈTRE APPARENT, PHASES.** Le soleil n'est pas le seul corps qui, tout en obéissant aux lois du mouvement diurne, paraisse avoir un mouvement propre. Et, parmi les astres qui ne demeurent pas fixes sur la voûte du ciel, les premiers observateurs ont dû tout d'abord distinguer la LUNE. Douée d'une lumière blanche qui n'éblouit pas la vue, elle se présente à nos yeux sous un *diamètre apparent* sensiblement égal à celui du soleil. Mais tandis que le soleil nous apparaît constamment sous la forme d'un disque parfaitement circulaire, la lune nous présente, en un mois environ, les formes les plus variées, les *phases* les plus diverses.

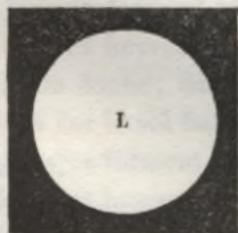


fig. 76.

237. — **PLEINE LUNE.** Si l'on choisit, par exemple, l'époque où la lune passe au méridien vers minuit, elle s'offre à nos yeux sous la forme d'un cercle entier L (fig. 76) ; elle brille pendant la nuit entière. C'est la *pleine lune*.

Pendant les nuits suivantes, on la voit passer au méridien, après minuit, à des heures de plus en

plus distantes de la première. En même temps, son bord de droite s'efface peu à peu : elle prend la forme L_1 (fig. 77).

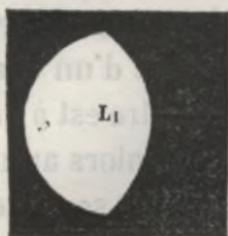


fig. 77.



fig. 78.

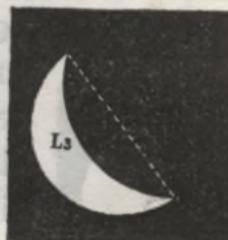


fig. 79.

238—DERNIER QUARTIER. Vers le septième jour, la lune est devenue un demi-cercle L_2 (fig. 78), dont le diamètre est situé à droite : alors elle passe au méridien vers six heures du matin ; elle n'éclaire que la seconde partie de la nuit ; et on la voit encore le matin à l'occident, après le lever du soleil. C'est le *dernier quartier* : on est alors au milieu du *déclin* de la lune.

A mesure que les nuits s'écoulent, le disque se rétrécit de plus en plus, et prend la forme d'un croissant L_3 (fig. 79), dont la largeur va diminuant, et dont les pointes sont dirigées vers la droite et vers le haut. Le passage au méridien retarde aussi continuellement, de sorte que son lever précède peu celui du soleil. Vers le treizième jour, la lune n'apparaît plus que comme un filet courbe L_4 (fig. 80), très-voisin du soleil levant.

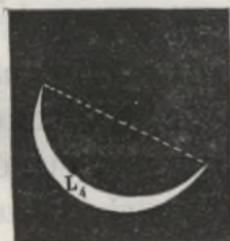


fig. 80.



fig. 81.



fig. 82.

239—NOUVELLE LUNE. Au bout de quatorze à quinze jours, on cesse entièrement de la voir : c'est l'époque de la *néoménie* ou *nouvelle lune*.

Mais bientôt elle reparaît le soir, à l'occident, près du soleil couchant, sous la forme d'un croissant très-délié L_5 (fig. 81), dont les pointes sont dirigées vers le haut et à gauche. Ce filet

croît chaque jour en largeur, et prend la forme L_6 (fig. 82). En même temps, le passage au méridien, qui avait d'abord lieu peu après midi, retarde de plus en plus.

240—PREMIER QUARTIER. Vers le vingt-deuxième jour, la lune prend de nouveau la forme d'un demi-cercle L_7 (fig. 83), dont le diamètre est à gauche de l'observateur : elle passe alors au méridien vers six heures du soir, et se couche vers minuit, de sorte qu'elle n'éclaire que la première partie de la nuit. C'est le *premier quartier*. On peut la voir, le soir, à l'orient, avant le coucher du soleil : on est alors au milieu du *croissant*.

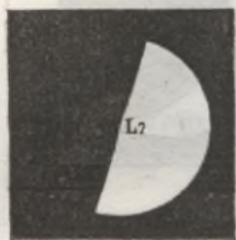


fig. 83.

Les jours suivants, la surface lumineuse s'agrandit peu à peu sur la gauche, et prend la forme L_8 (fig. 84) ; en même temps, elle passe au méridien peu avant minuit. Enfin, vers le vingt-neuvième ou trentième jour, on la revoit de nouveau sous la forme d'un cercle entier L (fig. 76).



fig. 84.

241—SYZYGIES, QUADRATURES. Telle est la série des aspects que l'on a désignés sous le nom de *phases* de la lune. La *nouvelle* et la *pleine lune* portent le nom commun de *syzygies* ; le *premier* et le *dernier quartier*, celui de *quadratures*. La durée d'une période complète des phases s'appelle *lunaison*.

Le nombre des jours écoulés depuis la dernière *nouvelle lune* s'appelle l'*âge* de la lune. On est convenu de dire que la lune est *âgée d'un jour*, pendant les vingt-quatre heures qui suivent l'instant de la nouvelle lune ; pendant les vingt-quatre heures suivantes, la lune est âgée de deux jours, et ainsi de suite. L'âge de la lune est donc représenté successivement par les nombres entiers depuis 1 jusqu'à 30. L'*Annuaire du bureau des longitudes* donne cet âge, pour chaque jour à midi.

On peut remarquer que les *cornes* du croissant sont, à tout instant, dirigées à l'opposé du soleil, et que le plan qui serait mené par le milieu du diamètre joignant les cornes, et perpendiculairement à ce diamètre, va passer, au-dessous de l'horizon,

par le centre du soleil. La partie du disque qui regarde le soleil a toujours l'apparence d'une demi-circonférence ; la partie opposée, celle d'une demi-ellipse dont le grand axe serait le diamètre des cornes.

§ II. Explication des phases.

242—Pour expliquer ces apparences singulières dans tous leurs détails, il suffit d'admettre 1° que la lune est un corps sensiblement sphérique, opaque, non lumineux par lui-même, et qui réfléchit la lumière qu'il reçoit du soleil ; 2° que la lune circule autour de la terre, dans une orbite à peu près circulaire, dans un plan peu incliné sur l'écliptique, avec une vitesse à peu près constante, en un mois environ, et qu'elle est beaucoup plus près de nous que le soleil : ce qui sera démontré un peu plus loin (nos 255, etc.).

Nous supposerons d'abord, pour rendre l'explication plus simple, que la lune se meut dans le plan de l'écliptique ; que son orbite est circulaire ; que le soleil est assez loin pour que la direction de ses rayons puisse être regardée comme constante, quelle que soit la position de la lune ; et enfin que la terre reste immobile pendant une période complète des phases.

243—CERCLE D'ILLUMINATION, CERCLE DU CONTOUR APPARENT. Soient donc : T la position de la terre (fig. 85), LL_1L_2 , l'orbite circulaire de la lune ; soit ST la direction qu'auront les rayons du soleil pendant la durée des phases, direction qui sera constante, à cause de la grande distance qui nous sépare de cet astre. Pour obtenir la partie éclairée de la lune, il suffira de mener par son centre un plan perpendiculaire à la direction constante SL : le *cercle d'illumination* ainsi obtenu sera la courbe de séparation d'ombre et de lumière. Pour avoir la partie de la lune visible pour nous, il suffira de même de mener par son centre un plan perpendiculaire à la droite TL. L'un des fuseaux compris entre ces deux grands cercles, fuseau facile d'ailleurs à distinguer des autres, est la partie à la fois éclairée et visible ;

c'est cette partie dont la projection sur la sphère céleste présente à nos yeux les divers aspects des phases.

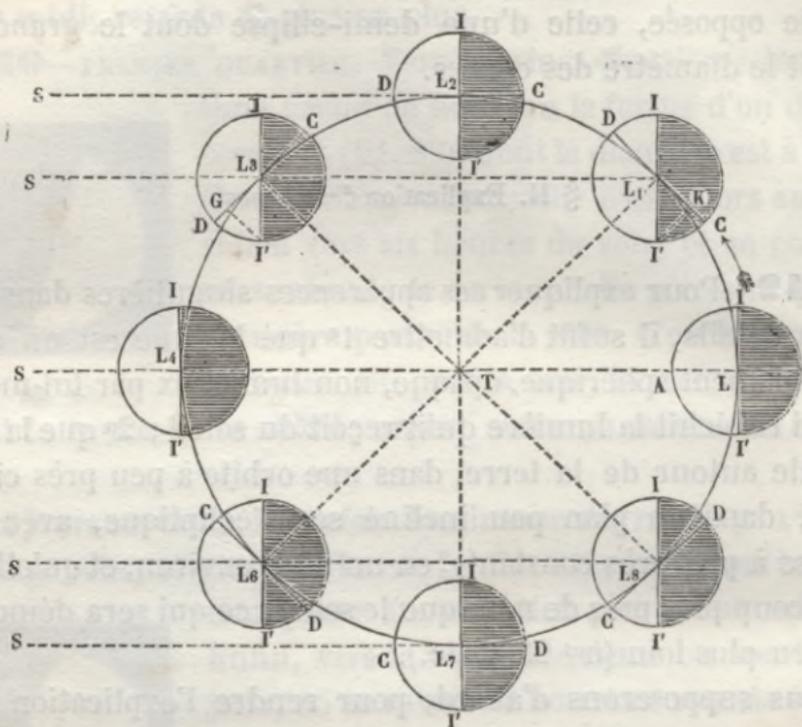


fig. 85.

244—PLEINE LUNE. En effet, lorsque la lune est en L, les directions SL et TL se confondant, le cercle d'illumination et le cercle du *contour apparent* se confondent aussi suivant I' ; l'hémisphère IAI' est à la fois éclairé et visible : il se projette orthographiquement sur sa base, et paraît sous la forme d'un cercle entier ; c'est la *pleine lune* L de la fig. 76.

Lorsque la lune vient en L₁, le cercle d'illumination II' reste parallèle à lui-même ; mais le cercle de contour apparent CD tourne, en restant perpendiculaire à L₁T. Le fuseau, à la fois éclairé et visible, est compris entre les plans I'L₁ et L₁D ; et sa projection sur le ciel a la forme L₁, de la fig. 77 : car le demi-cercle déterminé par le plan L₁D est lui-même sa projection, tandis que le demi-cercle déterminé par le plan oblique L₁I', se projette suivant une ellipse, dont le grand axe est le diamètre de la lune, et dont le petit axe est 2L₁K.

245—DERNIER QUARTIER. En L₂, à 90° de L, le cercle d'illumination II' et le cercle de contour apparent CD sont perpendiculaires l'un à l'autre ; la partie visible et éclairée I'L₂D est

un quart de sphère, qui se projette suivant le demi-cercle L_2 de la fig. 78 ; car le plan du cercle II' passe par T , et a pour projection une ligne droite : c'est le *dernier quartier*.

En L_3 , le fuseau éclairé et visible n'est plus que I/L_3D : il se projette par les mêmes raisons, suivant le croissant L_3 de la fig. 79, dont l'arc intérieur est une demi-ellipse. A mesure que la lune avance, le fuseau se rétrécit et prend la forme L_4 (fig. 80). On voit que les cornes sont les extrémités du diamètre d'intersection des deux grands cercles, et qu'elles sont toujours à l'opposé du soleil.

246—NOUVELLE LUNE. Lorsque la lune est en L_4 (fig. 85), les deux plans se confondent de nouveau ; mais la partie éclairée est complètement invisible, et la partie qu'on pourrait voir est complètement obscure. L'astre est donc alors invisible : c'est l'époque de la *nouvelle lune*.

247—PREMIER QUARTIER. A partir de ce moment, les mêmes phases, à mesure que la lune s'avance sur son orbite, se reproduisent en sens inverse ; croissant en L_6 , demi-cercle et premier quartier en L_7 , demi-cercle et demi-ellipse en L_8 : ce sont les apparences L_5, L_6, L_7, L_8 , des figures 81, 82, 83, 84.

248—REMARQUES. On remarque qu'en chaque position, L_3 par exemple, l'angle du fuseau I/L_3D est égal à l'angle STL_3 , c'est-à-dire à l'angle que forment les rayons visuels menés au soleil et à la lune.

On peut remarquer encore que le mouvement de rotation de la terre sur elle-même, autour d'un axe qui fait un grand angle ($66^\circ \frac{1}{2}$) avec l'écliptique, amène la lune sur l'horizon d'un point de l'équateur, lorsqu'elle est pleine, au moment où le soleil se couche ; qu'à mesure que la lune s'avance en L_1, L_2 , etc., l'heure de son lever s'écarte de l'heure du coucher du soleil ; qu'en L_2 elle se lève vers minuit, et en L_3 après minuit ; que lorsqu'elle est nouvelle, elle se lève en même temps que le soleil, et qu'enfin, lorsqu'elle s'avance de L_4 en L_5 , elle se lève après le soleil et se couche après lui, à des heures de plus en plus reculées. Il suffit, pour s'en convaincre, de considérer l'horizon du lieu comme un plan mobile dont les positions succes-

sives vont passer par le soleil et par la lune, et déterminent le lever et le coucher de ces astres.

249 — INFLUENCE DU MOUVEMENT DE TRANSLATION DE LA TERRE. Les choses d'ailleurs ne se passent tout à fait ainsi : mais les hypothèses que nous avons faites, pour simplifier l'explication, ne l'altèrent pas d'une manière notable. Ainsi 1^o la lune ne se meut pas tout à fait dans le plan de l'écliptique : elle est tantôt d'un côté, tantôt de l'autre de ce plan ; sa distance à la terre varie : ces circonstances modifient très-légèrement l'aspect des phases ; 2^o Le soleil n'est pas à une distance infinie ; les rayons SL, SL₁, SL₂, etc., ne sont donc pas parallèles : cette nouvelle condition tend à augmenter le petit diamètre de la phase, à un moment donné ; 3^o Enfin, la terre, en un mois, se déplace fort sensiblement dans son orbite, puisqu'elle en parcourt environ la douzième partie. Ce mouvement n'a d'autre effet que d'allonger la durée pendant laquelle s'accomplit la période des phases ; il n'en altère pas

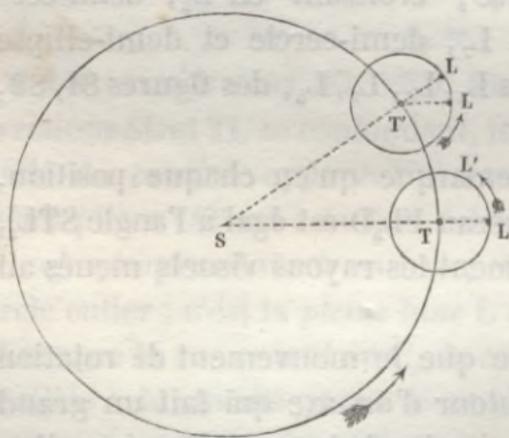


fig. 86.

les divers aspects. Car soient (fig. 86) : S le soleil, T une position de la terre au moment où la lune est pleine en L, et LL' l'orbite de la lune. Si la terre était immobile en T, la période des phases serait accomplie, lorsque la lune serait revenue en L : mais pendant ce temps la terre s'est transportée en T',

entraînant la lune avec elle : on voit qu'à cet instant la lune, placée en L, n'est pas encore pleine, et qu'il faut, pour que cette phase se produise, qu'elle arrive en L' sur le prolongement de ST'. La période des phases a donc une durée plus longue, par suite du mouvement de la terre ; mais la lune n'en présente pas moins à nos yeux la même succession d'aspects divers.

250 — DÉTAILS SUR LES PHASES. Lorsqu'on observe la lune dans une lunette, au moment où elle présente la forme d'un

rent, lors de la pleine lune, époque à laquelle les deux cercles se confondent.

§ III. Lumière cendrée.

251—LUMIÈRE CENDRÉE. Lorsqu'on observe attentivement la lune quelques jours avant le premier quartier, ou quelques jours après le dernier, c'est-à-dire lorsque le croissant est encore très-étroit, on voit distinctement le reste du disque éclairé par une lumière pâle, très-faible, qu'on appelle la *lumière cendrée*. Seulement le diamètre de cette partie paraît plus

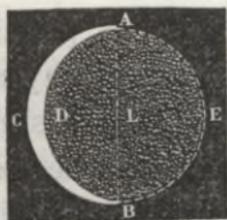


fig. 88.

petit que celui qui joint les cornes. La lune présente alors à peu près l'aspect de la fig. 88, où ACBDA est la portion éclairée directement, et ADBEA est la portion éclairée par la lumière cendrée. Cet effet de lumière disparaît toujours avant le premier quartier, et ne se manifeste qu'après le dernier.

252—PHASES DE LA TERRE POUR LA LUNE. On peut donner une explication simple de ce phénomène, qui montrera mieux encore ce qu'a de réel l'hypothèse que nous avons faite de l'opacité de la lune et de son illumination par le soleil. En effet, la terre, elle aussi, est un corps opaque, qui doit réfléchir dans l'espace la lumière qu'elle reçoit du soleil ; elle est donc une lune pour la lune, et elle doit l'éclairer, comme la lune l'éclaire elle-même. Si l'on se reporte à la fig. 85, on voit aisément que, lorsqu'il y a une *pleine lune* pour la terre, il y a une

nouvelle terre pour la lune ; et que, lorsqu'il y a une *nouvelle lune* pour celle-là, il y a une *pleine terre* pour celle-ci. En général, les phases de la terre sont complémentaires de celles de la lune ; car soient T et L (fig. 89) les centres de la terre et de la lune, situés, ainsi que le centre

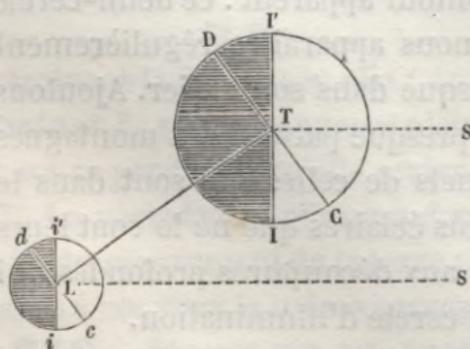


fig. 89.

du soleil, dans le plan de l'écliptique : les deux cercles

d'illumination II' et ii' sont parallèles, à cause de la distance très-grande du soleil : les deux cercles du contour apparent CD , cd , sont parallèles aussi, comme perpendiculaires à la même droite TL ; donc les angles CTI , cLi sont égaux, et par suite les angles CTI , cLi' sont supplémentaires : donc les fuseaux, dont ces angles sont les projections, sont eux-mêmes supplémentaires ; et comme ces fuseaux représentent, pour chaque astre, la partie à la fois éclairée et visible pour l'autre, il s'ensuit que leurs phases au même instant sont, en quelque sorte, le complément l'une de l'autre.

253—EXPLICATION DE LA LUMIÈRE CENDRÉE. Cela posé, pendant les jours qui précèdent ou qui suivent la néoménie, la phase lunaire étant un croissant très-étroit pour la terre, la phase terrestre a une étendue très-large pour la lune. La terre peut donc envoyer sur la lune une partie de la lumière qu'elle reçoit du soleil ; et c'est cette lumière qui, réfléchiée à son tour sur la partie obscure de la lune, nous la rend visible. On comprend que les rayons réfléchis sur les bords ne peuvent nous revenir en assez grande quantité, à cause de leur obliquité ; et c'est ce qui fait paraître le diamètre de la partie obscure moins grand que celui de la partie éclairée¹. On comprend aussi, qu'à mesure que la lune s'éloigne de la néoménie, son croissant grandit, et la phase correspondante de la terre diminue ; de sorte que bientôt la lumière réfléchiée par celle-ci n'est plus suffisante pour rendre visible la partie non éclairée directement du disque lunaire. Voilà pourquoi la lumière cendrée n'est visible que vers l'époque de la nouvelle lune.

254—LA LUNE REÇOIT SA LUMIÈRE DU SOLEIL. On voit comment la lumière cendrée fournit une preuve de l'opacité de la lune : on peut d'ailleurs, par une mesure directe, prouver que cet astre est réellement éclairé par le soleil. Car, si (fig. 85) on

¹ On peut dire aussi qu'en général, un même objet, par l'effet de l'irradiation, paraissant d'autant plus grand qu'il envoie plus de lumière, la partie éclairée directement doit nous sembler plus grande que celle qui réfléchit la lumière cendrée.

abaisse une perpendiculaire VG sur CD , DG sera évidemment le diamètre de la partie éclairée directement et visible ; or DG est le sinus-verse de l'angle $I'L_3D$, c'est-à-dire de l'angle STL_3 que l'on peut toujours connaître *à priori*. On pourra donc vérifier, à chaque instant, si les diamètres apparents de la partie éclairée sont proportionnels aux sinus-verses des angles STL formés par les rayons visuels qui vont au soleil et à la lune ; c'est ce qui a lieu en effet. Ce résultat prouve, en même temps, que la lune est à peu près sphérique.

CHAPITRE II.

MOUVEMENT PROPRE DE LA LUNE.

PROGRAMME : **Révolution sidérale et synodique.—Orbite décrite par la Lune autour de la Terre.**

§ I. Mouvement circulaire de la lune.

255—**DÉPLACEMENT DE LA LUNE A TRAVERS LES ÉTOILES.** La description que nous avons faite du phénomène des phases contient la preuve évidente du mouvement propre de la lune. Car, tandis qu'une étoile passe perpétuellement au méridien à la même heure sidérale, on voit le passage de la lune retarder chaque jour de plus de trois quarts d'heure (de 6 heures en 7 à 8 jours). Cet astre se déplace donc, parmi les étoiles, en s'avancant vers l'orient, comme le soleil, mais avec une vitesse angulaire beaucoup plus rapide. Ce déplacement, d'ailleurs, est sensible au bout de quelques heures ; et il suffit, pour le reconnaître, d'examiner au milieu de quelles étoiles la lune se trouve placée à 8 heures du soir et à minuit, par exemple.

256—**ÉTUDE DU MOUVEMENT PROPRE DE LA LUNE.** Pour étudier ce mouvement, on emploie le procédé qui a déjà servi pour tracer l'écliptique (n° 115) : on détermine chaque jour, ou du moins aussi souvent qu'il est possible, l'ascension droite et la déclinaison du centre de la lune, en corrigeant chaque obser-

vation de l'erreur due à la réfraction et à la parallaxe ; et l'on construit graphiquement sur un globe, ou l'on calcule trigonométriquement le lieu des positions successives qu'il paraît occuper sur la sphère céleste.

257—DIAMÈTRE APPARENT DE LA LUNE. Mais il se présente une difficulté dans ces mesures. La lune n'est pas toujours entièrement visible, comme le soleil ; et l'on ne peut pas alors déduire les coordonnées de son centre des observations faites successivement sur les deux bords opposés du disque (n° 116) ; car, en général, un seul des deux bords est visible à un moment donné. Il faut donc avoir recours à un autre moyen. On mesure, dans ce but, le *diamètre apparent* de la lune ; mais, comme ce diamètre varie assez sensiblement, même en vingt-quatre heures, on doit le mesurer au moment même où l'on fait l'observation de l'un des bords du disque. Il semble, au premier abord, que cela est impossible. Mais si l'on remarque que, dès qu'on aperçoit la lune, on voit toujours une des deux moitiés de son contour circulaire, on comprend qu'on peut toujours mesurer, à l'aide de l'héliomètre (voy. note III), l'angle compris entre les deux points diamétralement opposés de cette demi-circonférence, et obtenir ainsi à un instant quelconque le diamètre apparent.

Cela posé, si l'on veut déterminer la hauteur méridienne du centre de l'astre, on mesure, au cercle mural, la hauteur méridienne du seul bord inférieur ou supérieur qui soit visible ; et on lui ajoute, ou l'on en retranche, suivant les cas, le demi-diamètre apparent. Si, de même, on veut déterminer l'ascension droite du centre, on mesure l'ascension droite de celui des deux bords oriental ou occidental qui est visible, et on lui ajoute, ou l'on en retranche le demi-diamètre apparent.

258—MOUVEMENT CIRCULAIRE DE LA LUNE. La construction géométrique sur un globe, ou le calcul du lieu des positions de la lune, à travers les étoiles, montre que :

La lune paraît décrire, d'occident en orient, un grand cercle de la sphère céleste, incliné à l'écliptique.

Mais ce grand cercle n'est autre que l'intersection de la sphère par le plan dans lequel l'astre se meut ; et ce résultat

ne nous apprend rien sur l'orbite même de la lune, si ce n'est qu'elle est plane.

Comme il est toujours plus simple de rapporter à l'écliptique les mouvements des corps du système solaire, on déduit, par le calcul, les longitudes et latitudes de la lune, de ses ascensions droites et déclinaisons observées (note I). Ce sont ces coordonnées dont on étudie la marche, et qui fournissent les éléments propres à déterminer le grand cercle que l'astre décrit.

259—LIGNE DES NOEUDS. On appelle *ligne des nœuds* de la lune la droite d'intersection de son orbite avec l'écliptique. Le *nœud ascendant* Ω est le point où la lune traverse l'écliptique, pour passer de l'hémisphère austral dans l'hémisphère boréal; le *nœud descendant* ϑ est le point opposé, où la lune passe de l'hémisphère boréal dans l'hémisphère austral. On détermine chacun d'eux de la même manière qu'on a déterminé les points équinoxiaux (n° 125); ainsi on choisit les deux observations méridiennes consécutives pour lesquelles la latitude de la lune est d'abord australe, puis boréale; et l'on calcule, par une proportion, l'instant où elle est nulle, et la longitude de l'astre à ce moment. On a ainsi la *longitude du nœud ascendant*. On obtient de la même manière celle du nœud descendant, et l'on vérifie qu'elle diffère de 180 degrés de la première. Ces nœuds rétrogradent comme les points équinoxiaux;

mais bien plus rapidement; car ils font leur révolution en $6793^j,39$ ou 18 ans $\frac{3}{8}$ environ.

260—INCLINAISON DE L'ORBITE. L'*inclinaison de l'orbite* sur l'écliptique s'évalue, comme l'obliquité de l'écliptique elle-même sur l'équateur, soit en mesurant la plus grande latitude de la lune, soit par le calcul (note XII). On trouve qu'elle est égale à $5^{\circ} 8' 47'',9$; et qu'elle

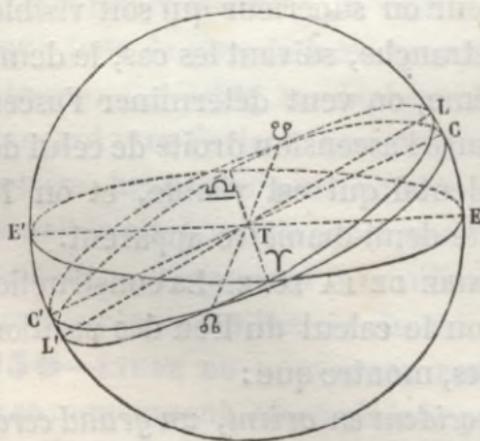


fig. 90,

(note XII). On trouve qu'elle est égale à $5^{\circ} 8' 47'',9$; et qu'elle

est, comme l'obliquité, à peu près invariable. Toutefois ce nombre n'est qu'une valeur moyenne, autour de laquelle oscille l'inclinaison pendant la durée d'une lunaison. Elle atteint un minimum $5^{\circ} 0' 1''$, chaque fois que la lune est dans les syzygies, et un maximum $5^{\circ} 47' 35''$, chaque fois que la lune est dans les quadratures.

Quant à l'inclinaison de cette orbite sur l'équateur, elle varie entre $18^{\circ} 18'$ et $28^{\circ} 40'$ environ, dans l'intervalle de 18 ans $\frac{3}{5}$ environ.

Ainsi (fig. 90) EE' représentant l'équateur, et CC' l'écliptique, LL' est l'orbite de la lune, et Ω et \mathcal{B} sont les nœuds.

261—REMARQUES. Il est à remarquer que la lune, en vertu de son mouvement propre combiné avec le mouvement diurne, doit nous paraître décrire autour de nous, comme le soleil, une courbe en spirale, dont les spires sont moins serrées; et que, par conséquent, le temps de sa présence au-dessus de notre horizon dépend, comme la durée de la journée solaire, de sa position dans son orbite, et de notre position à la surface de la terre. On peut construire ou calculer cette durée par les méthodes qui ont servi pour déterminer le rapport du jour à la nuit (n° 197).

On voit enfin que la lune, lorsqu'elle atteint ses plus grandes latitudes, peut s'éloigner de l'horizon plus que le soleil.

§ II. Durée de la révolution de la lune.

262.—RÉVOLUTION TROPIQUE DE LA LUNE. On appelle *révolution tropique* de la lune l'intervalle de temps compris entre deux retours de l'astre à la même longitude. On détermine cette durée, comme on l'a fait pour l'année tropique (n° 159); on calcule, pour deux époques suffisamment éloignées, le moment où la longitude est nulle, par exemple; et l'on divise le temps écoulé par le nombre des révolutions, qui est facile à obtenir. On trouve ainsi, pour la révolution tropique, $27^j \cdot \text{sol. moy.} \cdot 321582$.

263—RÉVOLUTION SIDÉRALE. On nomme *révolution sidérale* le temps que la lune met à revenir à la même étoile. Cette

durée ne différerait pas de la précédente, si le point γ , origine des longitudes, ne rétrogradait pas sur l'écliptique. Mais cette rétrogradation doit évidemment diminuer la durée de la révolution tropique. La révolution sidérale est donc un peu plus longue que la précédente : on peut la déterminer de la même manière que l'année sidérale (n° 211), par une proportion ; et l'on trouve pour sa valeur $27^j \cdot \text{sol. moy.}, 321661$, ou $27^j 7^h 43^m 41^s, 5$.

264—VITESSE ANGULAIRE MOYENNE DE LA LUNE. On peut déduire de là la *vitesse angulaire* diurne de la lune, ou son *mouvement moyen* par jour. Car, si elle parcourt les 360 degrés de sa circonférence en $27^j, 321661$, elle parcourt en un jour $\frac{360^\circ}{27,321661}$ ou $13^\circ 10' 35''^1$. Tel est l'arc qu'elle décrit par jour, en moyenne, à travers les étoiles. On a vu que le soleil ne décrit dans le même temps que $59' 8''$ seulement : le mouvement angulaire de la lune vaut donc plus de treize fois celui du soleil.

265.—RÉVOLUTION SYNODIQUE. La *révolution synodique* de la lune est l'intervalle de temps compris entre deux pleines lunes consécutives, ou, en général, entre deux phases de même espèce. On donne à cette durée le nom de *mois lunaire* ou de *lunaison* : elle comprend une période complète des phases. D'après ce qui a été dit (n° 249), on sait déjà qu'elle est plus longue que la révolution sidérale, parce que la terre, pendant cette dernière durée, n'est pas restée immobile. Reportons-nous à la fig. 86 (p. 186), dans laquelle T est la position de la terre à l'époque d'une première pleine lune L, et T' est sa position à l'époque d'une seconde pleine lune L'. Dans l'intervalle, la lune a parcouru une circonférence entière ou 360 degrés, plus l'arc LL', qui mesure l'angle LT'L' ou le mouvement angulaire TST' de la terre pendant le même temps. Or, on connaît la vitesse angulaire moyenne de la terre en un jour

¹ En convertissant cet arc en temps, on trouve $52^m 40^s$ environ pour le retard diurne de la lune sur les étoiles, en négligeant toutefois l'inclinaison de l'orbite de la lune sur l'équateur.

solaire moyen ; elle est $V = \frac{360^\circ}{365,25638}$; on connaît aussi celle de la lune , qui est $V' = \frac{360^\circ}{27,321661}$. Si donc on désigne par x la durée de la révolution synodique, on voit que, pendant ce temps, le mouvement angulaire de la lune est l'arc $V'x$, et celui de la terre est l'arc Vx : on doit donc avoir l'équation

$$V'x = 360^\circ + Vx,$$

d'où

$$x = \frac{360^\circ}{V' - V} = \frac{360^\circ}{\frac{360^\circ}{27,321661} - \frac{360^\circ}{365,25638}} = \frac{1}{\frac{1}{27,321661} - \frac{1}{365,25638}},$$

$$\text{ou } x = \frac{365,25638 \times 27,321661}{337,934719} = 29^j,530588,$$

$$\text{ou } x = 29^j 12^h 44^m 2^s,9.$$

266 — MESURE DIRECTE DE LA RÉVOLUTION SYNODIQUE, DE LAQUELLE ON DÉDUIT LA RÉVOLUTION SIDÉRALE. Nous avons, dans ce calcul, fait abstraction des petites inégalités qui affectent le mouvement de la lune ; nous l'avons supposé circulaire et uniforme, et nous avons déduit la révolution synodique de la révolution sidérale. En fait, c'est l'inverse que font les astronomes. Il leur est facile, en effet, de mesurer d'abord la durée précise de la période des phases, au moyen des éclipses de lune : car nous verrons que ces éclipses ont toujours lieu au moment de la pleine lune ; par suite, en déterminant les époques exactes de deux éclipses séparées par des milliers de révolutions synodiques, et en divisant par leur nombre l'intervalle de temps compris entre elles, ils obtiennent la durée moyenne d'une lunaison = $29^j,530588$. Puis ils en déduisent la révolution sidérale de la manière suivante. Soit x la durée cherchée, et soit t la lunaison : le mouvement angulaire de la terre est Vt pendant ce temps, et celui de la lune est $360^\circ + Vt$. Or, si la lune parcourt $360^\circ + Vt$ en un temps t , quel temps x mettra-t-elle à parcourir 360° ? On trouve la réponse dans la proportion

$$\frac{x}{t} = \frac{360^\circ + Vt}{360^\circ}, \text{ d'où } x = 27^j, 321661^1.$$

§ III. Mouvement elliptique de la lune.

267 — DIAMÈTRE APPARENT DE LA LUNE. Si l'on mesure, à diverses époques, le diamètre apparent de la lune (n° 257), on trouve qu'il ne conserve pas toujours la même valeur : il varie entre deux limites extrêmes, qui sont 33' 34'' et 29' 26''.

Il faut en conclure que *la lune ne décrit pas un cercle dont la terre occupe le centre.*

On voit même que les variations de distance sont proportionnellement plus grandes pour la lune qu'elles ne le sont pour le soleil, puisque les variations de son diamètre apparent sont plus considérables. A la distance moyenne, le diamètre apparent de la lune vaut 31' 6'', nombre un peu inférieur au diamètre moyen².

268 — LOI DES AIRES. On peut évaluer la vitesse angulaire de la lune pour chaque jour, par des procédés analogues à ceux que nous avons indiqués pour le soleil (n° 135), c'est-à-dire, en calculant, par les formules de la trigonométrie sphérique, l'arc décrit par la lune sur son orbite circulaire en vingt-quatre heures sidérales. On reconnaît que cette vitesse est proportionnelle au carré du diamètre apparent.

Il faut en conclure (n° 139) que *les aires décrites par le rayon vecteur de la lune sont proportionnelles aux temps employés à les décrire.*

269 — ORBITE ELLIPTIQUE. On peut aussi, à l'aide des vitesses angulaires et des diamètres apparents correspondants, construire (n° 137) une courbe semblable à celle que décrit la lune autour de la terre, ou calculer ses éléments par l'analyse.

On reconnaît ainsi que *la lune décrit une ellipse dont le centre de la terre occupe le foyer.*

270 — EXCENTRICITÉ, PÉRIGÉE, APOGÉE, RÉVOLUTION DE LA

¹ Voir la note XXI, à la fin du volume.

² Voir la note XXII, à la fin du volume.

LIGNE DES APSIDES. On détermine l'excentricité de cette ellipse et la position du périégée et de l'apogée par les méthodes qui ont servi pour le soleil (n° 141). On trouve que l'excentricité $e' = 0,0548442$ ou environ $\frac{1}{18}$. Elle est plus de trois fois plus grande que celle de l'orbite terrestre : ainsi l'ellipse lunaire diffère plus d'un cercle que celle de la terre.

Quant au périégée, on trouve que sa position n'est pas plus invariable que celle du périégée solaire : il a même un mouvement beaucoup plus rapide, puisqu'il exécute sa révolution complète, dans le sens direct, en 3232^j,57, ou en un peu moins de neuf ans. Ce mouvement n'est pas uniforme ; il se ralentit pendant que celui de la lune s'accélère. C'est à ce phénomène que l'on donne le nom de *révolution de la ligne des apsides*. Ainsi il faut concevoir que l'ellipse lunaire se déplace dans son plan, en tournant d'occident en orient, autour de celui de ses foyers où se trouve la terre. La longitude du périégée était 266°10'7^{''},5 le 1^{er} janvier 1801 ¹.

CHAPITRE III.

DISTANCE DE LA LUNE A LA TERRE; SES DIMENSIONS.

PROGRAMME : **Distance de la Lune à la Terre.** — **Diamètre réel et volume de la Lune.** — **Sa masse.**

§ I. Parallaxe de la lune.

271—MESURE DE LA PARALLAXE DE LA LUNE. CONCEVONS que deux observateurs, placés sous un même méridien, à une grande distance l'un de l'autre, mesurent simultanément les distances zénithales méridiennes de la lune. Soient (fig. 91) : PE P'E' le méridien commun aux deux observateurs, A et A' leurs positions ; soient EE' la trace de l'équateur sur le méri-

¹ Voir la note xxiii, à la fin du volume.

dien, et S la position de l'astre au moment du passage. On

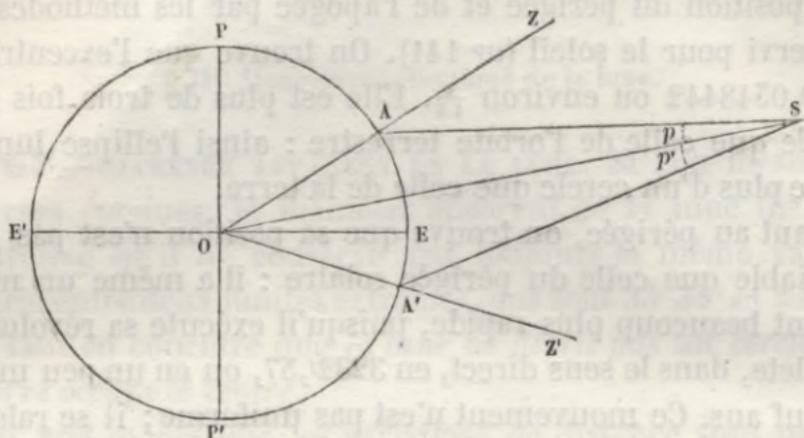


fig. 91.

connaît, dans le quadrilatère AOA'S, les angles OAS, OA'S, suppléments des distances zénithales observées, et l'angle AOA', somme des latitudes des lieux d'observation : on en déduit l'angle ASA'. Puis un calcul trigonométrique élémentaire permet d'en conclure la parallaxe horizontale de la lune à l'époque de l'observation ¹.

Cette méthode a été appliquée par l'abbé *Lacaille*, en 1756, à la détermination des parallaxes de la *Lune* et des planètes *Vénus* et *Mars*. Il observait au Cap de Bonne-Espérance, tandis que d'autres astronomes opéraient simultanément à Paris, à Greenwich, à Bologne, à Berlin, à Stockholm, etc. Ces divers observateurs n'étaient pas placés sous le même méridien ; mais on corrigeait aisément par le calcul le défaut de coïncidence (v. note XXIV).

Lacaille trouva ainsi, pour valeur moyenne de la parallaxe horizontale de la lune, $P' = 57'40'' = 3460''$, avec une incertitude d'une demi-seconde environ.

272—CORRECTION DES HAUTEURS OBSERVÉES. Cette parallaxe est beaucoup plus considérable que celle du soleil. Il sera donc fort important de réduire toutes les observations de hauteur et de distance zénithale de la lune à ce qu'elles seraient au centre de la terre, pour les rendre comparables entre elles :

¹ Voir la note xxiv, à la fin du volume.

ce sont ces corrections que nous devons supposer effectuées dans les mesures mentionnées aux deux chapitres précédents. Elles sont d'autant plus nécessaires, que c'est autour du centre de la terre que la lune exécute sa révolution, suivant les lois de Képler.

273—VARIATIONS DE LA PARALLAXE. La parallaxe horizontale moyenne de la lune varie sensiblement avec le rayon de la terre ; elle est maximum à l'équateur et minimum au pôle. La valeur donnée plus haut, $57'40''$, correspond, comme c'est l'usage, au rayon de l'équateur. A Paris, la parallaxe horizontale moyenne est seulement $57'33'',5$; au pôle, elle est $57'28'',5$. De plus, au même lieu, elle varie avec la distance de la lune à la terre. C'est ainsi que son maximum est $61'27''$, et que son minimum est $53'53''$.

§ II. Distance de la lune à la terre.

274—DISTANCE MOYENNE. En raisonnant comme on l'a fait pour le soleil (n^o 176), on aura, pour la distance moyenne d' de la lune à la terre, la formule

$$d' = \frac{206265}{3460} r = 59,614 r,$$

r étant le rayon de l'équateur terrestre. Cette distance est, à très-peu de chose près, la 400^e partie de la distance de la terre au soleil.

Comme il y a sur le diviseur une incertitude d'une demi-seconde, et par suite une erreur relative moindre que $\frac{1}{6000}$, l'er-

reur absolue du quotient est environ $\frac{1}{6000}$ de $59,614 r$, ou $\frac{1}{100}$ de r , ou 64 kilomètres, ou 16 lieues à peu près. On voit que cette distance est connue avec une grande approximation. On dit d'ailleurs, en nombres ronds, qu'elle vaut 60 rayons terrestres.

Si l'on réduit sa valeur en kilomètres ou en lieues de poste, on trouve $d' = 380180$ kil., ou 95045 lieues de poste.

On conclut de là que la distance *apogée* est $d'(1+e') = 63,802 r$, et que la distance *périgée* est $d'(1-e') = 55,947 r$.

§ III. Dimensions de la lune.

275—RAYON DE LA LUNE. Raisonnons encore, comme dans la théorie du soleil (n° 178) ; le demi-diamètre apparent de la lune, vu de la terre, à la distance moyenne, est $15'43''$ ou $943''$ (n° 267) : le demi-diamètre apparent de la terre, vu de la lune, à la même distance, ou la parallaxe lunaire est $3460''$. Donc, en désignant par r' le rayon de la lune, on a :

$$\frac{r'}{r} = \frac{943}{3460} = 0,2726 ; \text{ d'où } r' = 0,2726 r.$$

Le rayon de la lune n'est donc guère plus du quart de celui de la terre : on peut dire, avec une approximation très-grande, qu'il en est les $\frac{3}{11}$.

276—SURFACE ET VOLUME DE LA LUNE. Par suite, sa surface $s' = 0,2726^2 \times s = 0,0743 s = \frac{1}{14}$ de s ; et son volume $v' = 0,2726^3 \times v = 0,0203 v$, ou environ $\frac{1}{50}$ du volume de la terre.

277—POURQUOI LA LUNE PARAÎT PLUS GROSSE A L'HORIZON QU'AU ZÉNITH. Il nous faut expliquer ici une singulière illusion de nos sens. A mesure que la lune s'élève sur l'horizon, par suite du mouvement de rotation diurne de la terre, elle se rapproche réellement de l'observateur. Car supposons, pour simplifier le calcul, qu'elle passe à son zénith six heures environ après son lever ; soient (fig. 92) T la terre, A la position de l'observateur, LL' l'arc de cercle que le mouvement diurne fait décrire à la lune de l'horizon au zénith, en six heures, autour du centre T. Puisque $TL' = TL$, la distance AL' , différence entre TL et TA, est plus petite que AL. Si l'on désigne par r le rayon TA de la terre, on a $AL' = 59,614r - r = 58,614r$; et dans le triangle rectangle ATL,

$$AL = \sqrt{59,614^2 r^2 - r^2} = r \sqrt{59,614^2 - 1},$$

ou, en employant la méthode abrégée,

$$AL = r \times \left(59,614 - \frac{1}{119,228} \right) = 59,606 r.$$

Par conséquent, si δ et δ' sont les diamètres apparents de la lune à l'horizon et au zénith, on a :

$$\frac{\delta'}{\delta} = \frac{59,606}{58,614}, \text{ d'où } \frac{\delta' - \delta}{\delta} = \frac{0,992}{58,614} = \frac{992}{58614}.$$

En prenant pour δ la valeur $31'26''$ ou $1886''$, correspondant à la distance moyenne, on a :

$$\delta' - \delta = \frac{992}{58614} \text{ de } 1886'' = 32''.$$

Ainsi le diamètre apparent de la lune est plus grand de $32''$ au zénith qu'à l'horizon. C'est ce que démontrent, en effet, les mesures directes du diamètre horizontal, à l'époque de la pleine lune.

Cependant le témoignage de nos yeux paraît donner un démenti à ce résultat : la lune nous semble plus grande à l'horizon qu'au zénith. Cette illusion est produite principalement par la forme surbaissée de la voûte céleste. On sait, en effet, que l'atmosphère qui nous environne a la forme d'une sphère concentrique avec la terre, et qu'elle n'a qu'une faible épaisseur de 50 kilomètres au plus ; par suite, le plan de l'horizon en détache un segment, dont la flèche est 15 ou 16 fois plus petite que le rayon de base (note XI). Cette voûte surbaissée, éclairée

par la lumière émanée de tous les astres extérieurs, est pour nous un tableau transparent, sur lequel le ciel vient se dessiner en perspective. Deux étoiles, par exemple (fig. 93), qui sont successive-

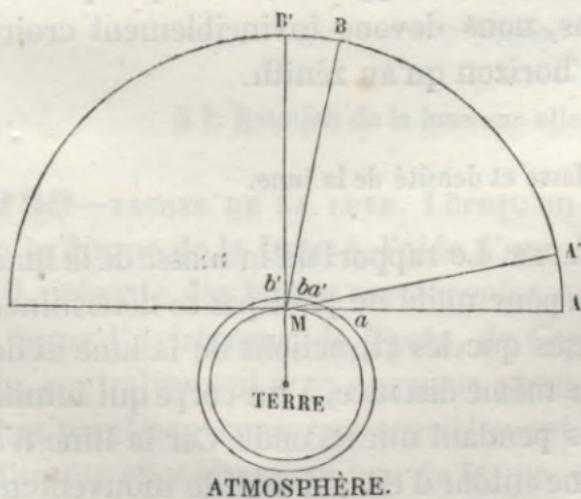


fig. 93.

B et en B', et à l'horizon, en A et en A', sont vues dans ces deux

positions sous le même angle $AMA' = BMB'$, puisque leur distance angulaire ne varie pas ; mais l'arc AA' se dessine en aa' , tandis que l'arc égal BB' se projette plus près en bb' : puisque nous voyons l'arc bb' plus près de nous que aa' , nous devons le juger aussi plus petit. L'effet de l'atmosphère est donc de nous faire paraître les distances *linéaires* des astres plus grandes à l'horizon qu'au zénith, parce qu'elle nous les fait paraître plus loin, bien que leurs distances *angulaires* n'aient pas varié. Il doit en être de même du diamètre apparent de la lune : bien qu'il soit réellement *un peu* plus grand au zénith qu'à l'horizon, comme l'astre nous paraît *beaucoup* plus près de nous dans le premier cas que dans le second, nous le jugeons, au contraire, plus gros à l'horizon qu'au zénith.

Cette illusion est d'ailleurs encore fortifiée par le moindre éclat de la lune à l'horizon. Car ses rayons, traversant une couche d'atmosphère beaucoup plus volumineuse et très-chargée de brumes, présentent l'effet d'une lumière qui s'affaiblirait en s'éloignant de nous.

On peut remarquer, enfin, qu'à l'horizon, entre l'astre et l'œil de l'observateur, se trouvent des arbres, des objets éloignés, qui peuvent servir de repère pour apprécier la distance ; et que, ces points de comparaison nous manquant lorsque l'astre est au zénith, nous sommes portés instinctivement à le juger alors plus voisin de nous. Et, comme l'angle optique, que nous nommons le diamètre apparent, est à peu près le même dans les deux cas, nous devons invinciblement croire la lune plus grande à l'horizon qu'au zénith.

§ IV. Masse et densité de la lune.

278—MASSE DE LA LUNE. Le rapport de la masse de la lune à celle de la terre prise pour unité ne peut pas se déterminer par le rapport des vitesses que les attractions de la lune et de la terre impriment, à la même distance, à un corps qui tombe sur chacun de ces astres pendant une seconde. Car la lune n'a pas de satellite qui tourne autour d'elle, et dont le mouvement puisse servir à calculer la chute sur elle en une seconde

(voir la note XVI). On emploie d'autres moyens que nous ne pouvons développer ici, et entre autres, l'attraction de la lune sur les eaux de la mer, attraction qu'on peut évaluer, et dont l'intensité est proportionnelle à la masse de notre satellite.

On a trouvé que la masse de la lune $m' = \frac{1}{88} = 0,0114$, la masse de la terre étant prise pour unité.

279—DENSITÉ DE LA LUNE. La formule $D' = \frac{m'}{v'}$ fournira la densité moyenne de la lune : il suffira d'y remplacer m' par 0,0114, et v' par 0,0203. On aura ainsi : $D' = \frac{0,0114}{0,0203} = \frac{114}{203} = 0,557$.

La densité moyenne de la lune est donc environ les $\frac{3}{5}$ de celle de la terre, et par suite elle est 3,34 par rapport à celle de l'eau.

CHAPITRE IV.

ROTATION DE LA LUNE SUR ELLE-MÊME; LIBRATION.

PROGRAMME : **Taches. — Rotation. — Libration en longitude.**

§ I. Rotation de la lune sur elle-même.

280—TACHES DE LA LUNE. Lorsqu'on examine avec attention le disque de la lune à l'aide d'une lunette, on reconnaît qu'il présente des taches permanentes, auxquelles on a donné les noms d'*Aristarque*, de *Tycho*, de *Copernic*, de *Képler*, etc. Mais, contrairement à ce que nous avons vu pour le soleil, ces taches paraissent conserver sensiblement la même position sur le disque; elles changent peu de forme, et elles n'offrent que de légères variations de teintes.

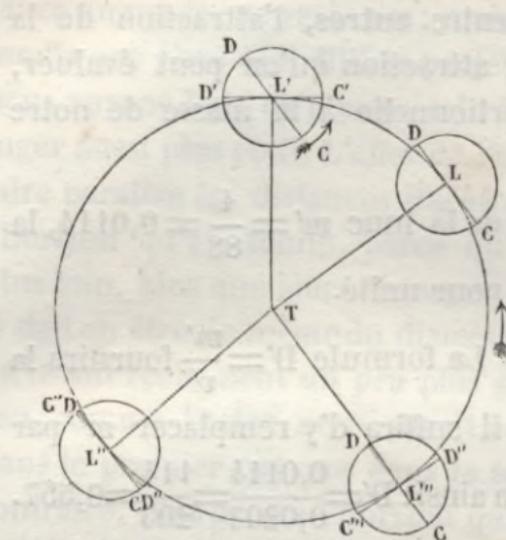
281—ROTATION DE LA LUNE SUR ELLE-MÊME. On doit conclure de ce fait que la lune tourne sur elle-même, et qu'elle accomplit ce mouvement dans le même sens et dans le même temps que sa révolution autour de la terre. Car soient T la terre et LL' l'orbite de la lune (fig. 94). Lorsque l'astre est en L, le contour apparent est déterminé par le plan CD perpendiculaire sur LT; et lorsqu'il est en L', le contour apparent est C'D'. Pour que ces deux grands cercles soient une seule et même courbe tracée sur la lune, il faut évidemment que le plan de cette courbe ait tourné comme a tourné le contour apparent lui-même, c'est-à-dire de l'angle CL'C'. Or, cet angle est égal à l'angle LTL', mouvement angulaire de l'astre sur son orbite. Donc, à chaque instant, la lune tourne sur elle-même d'un angle égal à son mouvement angulaire autour de la terre. D'ailleurs, cette rotation a lieu évidemment de droite à gauche, ou d'occident en orient. Donc :

fig. 94.

La lune tourne sur elle-même, d'occident en orient, en 27^j,321661, temps pendant lequel elle accomplit, dans le même sens, sa révolution sidérale.

282—ÉGALITÉ RIGOUREUSE DES DEUX MOUVEMENTS. On comprend que l'égalité des deux durées doit être parfaitement rigoureuse. Car si l'une était un peu plus longue que l'autre, l'accumulation des révolutions finirait par rendre la différence sensible; et l'on aurait dû voir, il y a des siècles, la face opposée de la lune. Or, les descriptions que nous ont laissées les anciens astronomes prouvent qu'ils ont vu la même face que nous. La théorie de l'attraction confirme d'ailleurs complètement ce résultat; car elle prouve, qu'en admettant l'hypothèse probable de la fluidité primitive de la lune, ce globe a dû

prendre, sous l'action attractive de la terre, une forme allongée dans les deux sens opposés, de telle sorte que l'excès de poids de la face qui nous regarde doit la faire sans cesse retomber de notre côté. Et c'est ainsi qu'à leur grand désespoir, les astronomes ne connaîtront jamais l'autre face de la lune.

283—JOURS ET NUITS SUR LA LUNE. Si l'on se reporte à la fig. 85, on voit facilement que, dans l'intervalle d'une révolution synodique, la lune, en vertu de ses deux mouvements égaux, présente successivement toutes ses faces au soleil. Cet intervalle comprend donc, pour un point de l'équateur de l'astre, un jour et une nuit, ayant chacun pour durée quinze de nos jours environ. L'accumulation de la chaleur pendant un si long jour, le refroidissement pendant une si longue nuit, doivent y être considérables. L'habitant de la lune n'a jamais vu la terre, s'il demeure sur l'hémisphère opposé. Celui qui est précisément situé sur la ligne TL, a perpétuellement la terre à son zénith. Pour lui, la lumière du soleil qui se couche est immédiatement remplacée par celle que réfléchit la terre, alors dans son premier quartier : à mesure que le soleil s'abaisse au-dessous de son horizon, le croissant terrestre augmente, et prend bientôt la forme d'un cercle entier, d'une *pleine terre*, réfléchissant treize fois plus de lumière que ne nous en envoie la pleine lune : puis le croissant se rétrécit, et lorsqu'il a atteint le dernier quartier, le soleil reparait à l'horizon, de sorte qu'il n'y a jamais de nuit obscure pour ce point.

§ II. Librations de la lune ¹.

284—LIBRATION. Lorsqu'on observe attentivement les taches de la lune voisines de ses bords, on reconnaît qu'elles ont un léger mouvement d'oscillation qui les fait paraître et disparaître alternativement. Cette espèce de balancement, qu'on nomme *libration*, n'est qu'une illusion d'optique dont on rend compte facilement.

285—1^o LIBRATION EN LONGITUDE. Si la lune va du périégée

¹ Le programme ne mentionne spécialement que la libration en longitude qui est la plus considérable.

à l'apogée, on voit les taches du bord oriental disparaître successivement, en même temps qu'on en voit d'autres apparaître au bord occidental; comme si l'astre tournait lentement sur lui-même, dans le sens rétrograde, autour d'un axe perpendiculaire au plan de son orbite. Puis, au bout d'un certain temps, le mouvement a lieu en sens inverse; et, à l'apogée, les taches ont repris la position qu'elles avaient au périégée. Après ce moment, l'oscillation continue dans le sens direct; c'est le bord oriental qui se découvre, et le bord occidental qui disparaît à son tour; après quelques jours, le mouvement s'arrête, puis se produit en sens contraire; et, au périégée, le disque a repris sa position primitive. Cette oscillation, qui a pour période la révolution sidérale, se nomme *libration en longitude*.

286—EXPLICATION DE LA LIBRATION EN LONGITUDE. Cette libration est due à cette circonstance, que le mouvement de rotation est uniforme, tandis que le mouvement de translation ne l'est pas. Comme la durée de la révolution entière est la même pour tous deux, la vitesse angulaire de la translation l'emporte, au périégée, sur celle de la rotation; et par suite, la lune ne tournant pas assez vite sur elle-même, laisse apparaître son bord postérieur ou occidental; cet effet augmente jusqu'à ce que les deux vitesses soient devenues égales; puis, la vitesse de translation se ralentissant toujours, tandis que la vitesse de rotation est constante, le bord oriental reparait peu à peu. A l'apogée, au contraire, la vitesse de rotation l'emportant sur celle de translation, la lune laisse appa-

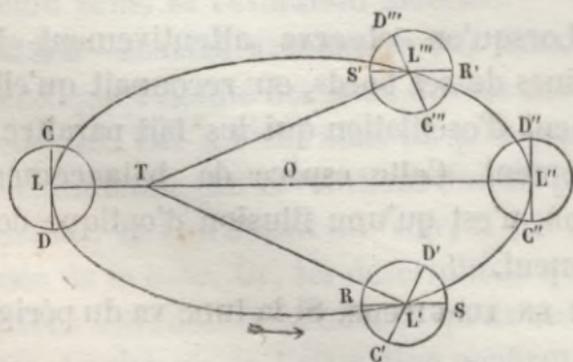


fig. 95.

raître son bord oriental ou antérieur, et l'effet augmente jusqu'à ce que la vitesse de translation, qui croît, soit devenue égale à l'autre; puis le bord oriental se cache de nouveau, et,

au périégée, l'oscillation apparente a accompli son mouvement.

Cette explication est rendue plus sensible par la fig. 95, dans laquelle T est la position de la terre, au foyer de l'ellipse LL'/L'' que décrit la lune. Au périégée L, le contour apparent est déterminé par le plan CD : C est le bord occidental du disque, et D le bord oriental. Lorsqu'il s'est écoulé un quart du temps de la révolution sidérale, le rayon vecteur de la lune a décrit le quart de l'ellipse (n° 268); il est donc alors dans la position TL', faisant un angle obtus avec TL (le secteur LTL' est équivalent au secteur L'TL'') : le contour apparent est devenu C'D' perpendiculaire à L'T. Mais la lune n'a décrit sur elle-même, pendant ce temps, que le quart de sa rotation : le plan primitif CD est donc venu se placer en RS, perpendiculairement à sa première direction. Par suite, l'observateur, placé en T, aperçoit alors le fuseau projeté sur RL'/C', qu'il ne voyait pas en L; et il ne voit plus le fuseau projeté sur SL'/D' qu'il voyait d'abord. Le bord oriental s'est donc caché, et le bord occidental s'est découvert. A l'apogée, en L'', les deux mouvements sont arrivés ensemble à la moitié de leur durée; les deux plans se confondent de nouveau. Mais en L''', après les $\frac{3}{4}$ de 27^j,32, ces deux plans sont encore distincts, le contour apparent est C'''D'''; et le plan qui occupait la position C''D'', est venu, par suite de la rotation uniforme, prendre la position perpendiculaire R'S'; c'est alors le fuseau oriental S/L'''D''' qui est visible, et le fuseau occidental R/L'''C''' qui a cessé de l'être. Enfin, au périégée, les deux mouvements ayant accompli une révolution complète, les deux plans se confondent de nouveau.

L'amplitude de cette oscillation est d'environ 8 degrés : elle nous permet d'apercevoir tantôt à l'orient, tantôt à l'occident, un fuseau de huit degrés appartenant à l'hémisphère opposé.

287—2° LIBRATION EN LATITUDE. On voit aussi se produire, dans l'intervalle d'une révolution sidérale, une autre espèce d'oscillation, qu'on nomme *libration en latitude*. On voit les taches voisines du bord supérieur s'en rapprocher progressivement et disparaître, en même temps que d'autres taches apparaissent au bord inférieur; puis le mouvement inverse se produit, et les taches supérieures redeviennent visibles, comme si l'astre oscillait autour d'un axe horizontal situé dans le plan de son orbite.

288.—EXPLICATION DE LA LIBRATION EN LATITUDE. Cette seconde libration

a pour cause la non-perpendicularité de l'axe de rotation de la lune sur le plan de son orbite. Cet axe fait avec ce plan un angle de $83^{\circ} \frac{1}{2}$ environ : il reste toujours parallèle à lui-même pendant la durée d'une révolution. Il en résulte que, suivant les positions de la lune sur son orbite, nous devons découvrir alternativement une petite région de $6^{\circ} \frac{1}{2}$ d'amplitude au delà du pôle nord et au delà du pôle sud. La fig. 70 (p. 470) peut très-bien servir à rendre compte de cette conséquence, en admettant que S représente la terre, que T figure la lune tournant autour d'elle, et en supposant que l'axe de rotation PP' ne fait qu'un angle de $6^{\circ} \frac{1}{2}$ avec AB. Ainsi, dans la position n° 3, on voit, du point S, le pôle boréal P et la région PB située au delà; mais le pôle austral P' est caché, ainsi que la région P'A, située en deçà. A mesure que la lune s'avance sur son orbite, le pôle P, toujours visible, se rapproche du contour apparent, en même temps que le pôle P', toujours invisible; dans la position n° 5, ils deviennent visibles tous les deux, et ils font partie du contour apparent. Puis le pôle P disparaît, en même temps que le pôle P' paraît s'élever au-dessus du bord inférieur. Au n° 7, l'observateur aperçoit, au delà de P', la petite région de $6^{\circ} \frac{1}{2}$ appartenant à l'hémisphère opposé. Puis le pôle P' paraît se rapprocher à son tour du contour apparent, et il l'atteint au n° 4, en même temps que le pôle P apparaît de nouveau. Enfin, ce dernier paraît s'éloigner progressivement du contour apparent jusqu'à la position n° 3.

289— 3° LIBRATION DIURNE. Il y a enfin une troisième espèce de libration,

beaucoup plus faible que les deux autres : on la nomme *libration diurne*, parce que sa période est l'intervalle d'un jour. Elle est due à ce que l'observateur, placé à la surface de la terre, n'est pas au centre du cercle que la lune paraît décrire en vertu du mouve-

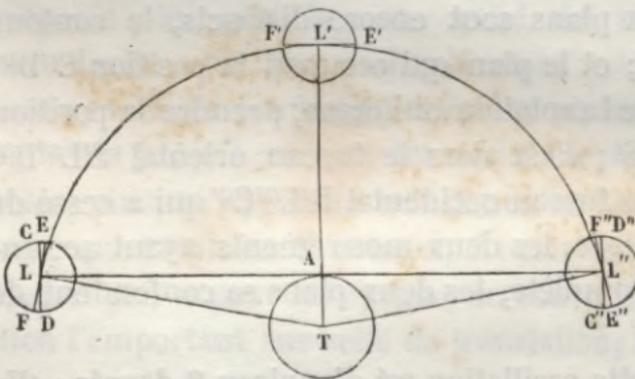


fig. 96.

ment diurne, tandis que c'est vers le centre de la terre que la lune tourne toujours la même face. Soient donc T (fig. 96) le centre de la terre, A la position de l'observateur, L la position de la lune à l'horizon; le plan EF perpendiculaire sur TL est le plan qui détermine la face toujours tournée vers le centre, tandis que le plan CD perpendiculaire sur LA est celui qui détermine le contour apparent visible pour l'observateur A. Ces deux plans sont là distincts l'un de l'autre; ils font entre eux un angle CLE égal à ALT, c'est-à-dire à la parallaxe horizontale de la lune, qui est 4° environ. Mais, à mesure que l'astre s'élève sur l'horizon, cet angle diminue; et au zénith, en L', les deux plans se confondent en E'F'. Le fuseau CLE, qui était visible

à l'horizon sur le bord occidental, ne l'est donc plus au zénith ; et le fuseau DLF, qui ne l'était pas, le devient à son tour. Puis, à mesure que la lune descend, les deux plans se séparent de nouveau ; et à l'horizon, en L'', on aperçoit, sur le bord oriental, un fuseau F''L''D'' d'un degré, tandis qu'un autre fuseau égal C''L''E'' a disparu à son tour. Ainsi, le mouvement diurne de la lune nous fait apercevoir successivement des régions d'un degré sur ses bords opposés, comme si elle tournait lentement autour d'un axe perpendiculaire au plan du parallèle céleste qu'elle décrit en un jour.

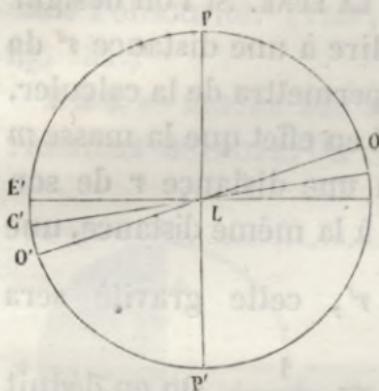


fig. 97.

290—ÉLÉMENTS DU MOUVEMENT DE ROTATION DE LA LUNE. En soumettant au calcul ces trois mouvements apparents, on a pu démontrer que le mouvement de rotation de la lune sur elle-même est uniforme, comme ceux de la terre et du soleil. On a trouvé que son axe fait avec l'écliptique un angle de $88^{\circ} 29' 49''$, et avec son orbite un angle de $83^{\circ} 20' 49''$; et que son équateur coupe l'écliptique suivant une droite parallèle à la ligne des nœuds, et qui rétrograde avec elle. Si donc L (fig. 97) est un méridien de la lune perpendiculaire à son orbite, PP' son axe, et EE' son équateur, OO' est la trace de l'orbite, et CC' celle d'un plan mené par son centre parallèlement à l'écliptique ; et ces trois plans se coupent suivant une même droite perpendiculaire au méridien. Ce résultat est une des plus belles découvertes de *Dominique Cassini*.

CHAPITRE V.

CONSTITUTION DE LA LUNE.

PROGRAMME : **Montagnes de la Lune ; leur hauteur.**

- **Constitution volcanique de la Lune.—Absence d'eau et d'atmosphère.**

291—FORME DE LA LUNE. La lune n'est pas, comme la terre, un ellipsoïde de révolution ; l'attraction de la terre paraît avoir allongé celui de ses diamètres qui est dirigé vers le centre de notre globe. *Lagrange* a prouvé qu'on pouvait la considérer comme un ellipsoïde à trois axes inégaux ; que le plus grand est dans l'équateur lunaire et dirigé vers nous ;

que le plus petit est l'axe de rotation, et que l'axe intermédiaire est perpendiculaire aux deux autres. La différence entre le plus grand et le plus petit paraît être quatre fois plus grande que la différence entre les deux plus petits.

292.—PESANTEUR A LA SURFACE DE LA LUNE. Si l'on désigne par g' la gravité à sa surface, c'est-à-dire à une distance r' de son centre, le principe de l'attraction permettra de la calculer, puisqu'on connaît sa masse m' . On sait en effet que la masse m de la terre produit une gravité g , à une distance r de son centre : donc une masse m' produira, à la même distance, une gravité $g \times \frac{m'}{m}$; et, à la distance r' , cette gravité sera

$$g' = g \times \frac{m'}{m} \times \frac{r^2}{r'^2}. \text{ Or, } \frac{m'}{m} = \frac{1}{88}, \text{ et } \frac{r}{r'} = \frac{1}{0,2726}.$$

On en déduit $g' = \frac{1}{6} g$ environ. Ainsi la pesanteur est six fois plus faible à la surface de la lune qu'à la surface de la terre.

293.—MONTAGNES DE LA LUNE. Les taches de la lune présentent toujours les mêmes circonstances ; mais elles ont une forme et une intensité très-variables. On voit souvent une tache très-prononcée, accompagnée d'une teinte moins intense, qui se prolonge d'abord comme une ombre, puis diminue et disparaît avec la tache elle-même. C'est à l'époque de la pleine lune, c'est-à-dire lorsque la lune reçoit les rayons du soleil normalement à la face tournée vers la terre, que les taches et surtout les ombres disparaissent.

Les taches les plus intenses sont produites par des cavités profondes, au fond desquelles ne pénètre pas la lumière oblique du soleil. Les ombres sont dues à de hautes montagnes qui entourent souvent ces cavités. Car lorsqu'on observe la lune avec une lunette qui grossit deux cents fois, on remarque à sa surface les effets d'ombre et de lumière que doivent produire des montagnes élevées, disposées en enceintes circulaires ; souvent, au milieu de ces cirques, s'élève un piton à pente roide. De plus, comme nous l'avons dit (n° 250), l'existence de ces montagnes et de ces cavités est encore démontrée par les dentelures profondes que présente l'arc intérieur du croissant lunaire.

Enfin, sur la partie non éclairée du disque, on aperçoit quelques points brillants, qui ne peuvent être que des sommets de montagnes assez élevés pour être éclairés par les rayons du soleil, quoique leurs bases soient plongées dans l'obscurité. (Voir, aux planches, la carte de la lune, fig. 131.)

294 — MESURE DES HAUTEURS DES MONTAGNES DE LA LUNE : PREMIÈRE MÉTHODE. On emploie plusieurs procédés pour mesurer les hauteurs de ces monta-

gnes. En voici un qui est applicable au cas où l'on aperçoit un sommet brillamment éclairé sur la partie obscure du disque. Soit L (fig. 98) le disque de la lune, à l'époque d'une quadrature; les rayons du soleil S éclairent le demi-cercle CBD, et laissent dans

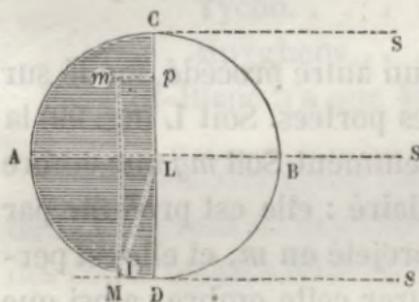


fig. 98.

l'obscurité le demi-cercle CAD : le cercle d'illumination est le plan CD perpendiculaire à SL ; et l'observateur se trouve sur la perpendiculaire élevée en L au plan de la figure. Soit m le point lumineux, sommet de la montagne : puisqu'il est éclairé par le soleil, c'est que l'un des rayons lumineux, parallèle à SL, et tangent à la surface de la lune, va le rencontrer. Or, menons un plan par le diamètre AB et par le point m ; ce plan coupe la sphère lunaire suivant un grand cercle, et contient le rayon tangent dont nous parlons. Rabattons ce plan, autour de AB sur le plan du disque ; le grand cercle se confondra avec le disque, le rayon lumineux tangent avec la tangente SD ; et le sommet m de la montagne se rabattra en M. Si donc on trace ML, la partie extérieure MI sera la hauteur cherchée. Pour la déterminer, concevons qu'on abaisse la perpendiculaire mp sur le diamètre CD ; on peut mesurer directement cette perpendiculaire : car, au moyen d'une lunette, munie d'un réticule à deux fils parallèles, on évaluera son diamètre apparent, et par suite sa longueur, puisqu'on connaît la distance de la lune à la terre. On connaîtra donc, dans le triangle LMD, les deux côtés de l'angle droit, qui sont $MD = mp$, et LD ou le rayon r' de la lune.

On pourra donc calculer l'hypoténuse LM, et, en retranchant r' , on aura pour reste la hauteur MI.

Remarquons que cette méthode ne donne pas généralement une hauteur assez grande ; car le rayon lumineux, tangent à la surface de la lune, ne passe pas par le sommet extrême de la montagne ; il la coupe, et il en détache une partie qui échappe au calcul. D'ailleurs, ce procédé n'est applicable qu'aux montagnes qui sont voisines du cercle d'illumination CD ; car les autres ne sont pas assez élevées pour que leur sommet soit éclairé par le soleil.

295—SECONDE MÉTHODE. Voici un autre procédé, fondé sur la méthode géométrique des ombres portées. Soit L (fig. 99) la lune en quadrature, comme précédemment. Soit mg une ombre que l'on voit sur le demi-disque éclairé : elle est produite par une montagne dont le sommet est projeté en m , et elle est perpendiculaire sur CD. On peut mesurer cette ombre, ainsi que gp , en mesurant leurs diamètres apparents avec une lunette munie d'un réticule à fils parallèles. Or, que l'on conçoive encore le plan qui contient AB et mg , et qu'on le fasse tourner

autour de AB, pour le rabattre sur le plan du disque : le point g , qui appartient à la surface lunaire, viendra en G ; le rayon lumineux, qui va du sommet au point g , et qui limite ainsi l'ombre, étant parallèle à SL, se rabattra suivant la parallèle GM, et

le sommet m viendra en M. Ainsi, en traçant ML, MI sera la hauteur à mesurer. Or, dans le triangle MGI, qu'on peut considérer comme rectiligne et rectangle en I, on connaît le côté $GM=gm$; de plus, les angles IGM et GLD sont égaux, comme ayant les côtés respectivement perpendiculaires : donc les triangles GMI et LGP sont semblables, et donnent

$$\frac{MI}{GP} = \frac{MG}{LG}, \text{ ou } MI = mg \times \frac{pg}{r'}.$$

C'est par des procédés de cette nature que MM. Beer et Mad-

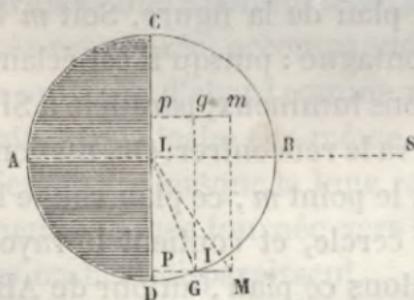


fig. 99.

ler, de Berlin, sont parvenus à mesurer un grand nombre de montagnes à la surface de la lune. Citons parmi les plus élevées :

Dorfel, dont la hauteur est de	7603 ^m ,
Newton.	7264,
Casalus.	6956,
Curtius	6769,
Calippus.	6216,
Tycho.	6151,
Huyghens...	5550.

Le Mont-Blanc n'a que 4800^m de hauteur.

296 — CONSTITUTION VOLCANIQUE DE LA LUNE. Les montagnes de la lune sont de deux sortes : les unes se présentent comme des cônes ou pics terminés en pointes ; les autres, plus nombreuses, offrent l'aspect de cratères de volcan, ayant des ouvertures de douze à quinze lieues de diamètre. On peut citer, parmi ces dernières, *Tycho* et *Archimède*, qui ont, la première 91200 mètres et la seconde 87500 mètres de diamètre. Ces montagnes sont, les cirques dont nous avons parlé ; ils sont souvent très-profonds. Sur le contour d'une large ouverture, on en voit quelquefois d'autres plus petites. Ainsi le sol de la lune présente l'aspect général de nos contrées volcaniques. A l'exception de quelques grandes plaines grisâtres, moins brillantes que le reste du disque, on n'y voit qu'accidents de terrain considérables : le sol paraît avoir été profondément tourmenté par les actions volcaniques ; et il n'offre pas les traces du nivellement, que les eaux et l'atmosphère ont lentement produit à la surface de la terre.

297 — ABSENCE D'EAU. Les plaines grisâtres dont l'éclat est moindre que celui des régions montagneuses, et que nous avons appelées les taches de la lune, ont été prises par *Hévélius* pour des mers ; et les astronomes leur avaient donné des noms. Mais on a dû revenir depuis à d'autres idées : car les lunettes font découvrir, dans ces plaines, des saillies, des fentes rectilignes, des cavités rondes, dont la présence ne saurait se concilier avec la surface d'une mer. On ne saurait admettre, d'ailleurs, que

cés accidents seraient au fond des mers, et qu'on les verrait à travers l'eau ; car la lumière provenant de ces fonds aurait des propriétés d'optique dont elle est dépourvue.

298.—ABSENCE D'ATMOSPHÈRE. On peut prouver, par plusieurs raisons, que la lune n'a pas d'atmosphère. D'abord, si cette atmosphère existe, elle ne porte jamais de nuages, comme la nôtre : car la lune se présente toujours à nos yeux avec le même aspect, et jamais rien ne s'oppose, comme le feraient des nuages, à ce que nous observions toute la portion de sa surface, qui est à la fois visible et éclairée par le soleil. Cette atmosphère est donc complètement transparente. Par conséquent, elle doit produire sur la lune un phénomène analogue à notre crépuscule (n^o 199) : nous voulons dire qu'elle doit amener une certaine quantité de lumière diffuse dans la région qui n'est pas directement éclairée par les rayons du soleil. Il en résulte que, sur une certaine étendue, le passage de la lumière à l'obscurité complète doit se faire par une dégradation insensible. Or, nous ne voyons rien de tout cela à la surface de la lune : la ligne de séparation de l'ombre et de la lumière est toujours nette et parfaitement tranchée. Il faut en conclure que l'atmosphère est assez rare pour rendre le crépuscule insensible pour nous.

D'un autre côté, l'atmosphère lunaire ne dévie pas les rayons lumineux qui la traversent, et n'affaiblit pas leur intensité. Concevons, en effet, que la lune, en vertu de son mouvement propre, passe entre une étoile et l'œil de l'observateur ; elle la fait disparaître, elle l'*occulte* pendant un certain temps. Si, pour plus de simplicité, nous supposons que l'occultation soit *centrale*, sa durée devra être égale au temps que la lune met à parcourir un arc égal à son diamètre apparent. C'est, en effet, ce que l'on constate toujours. Or, si la lune avait une atmosphère réfringente, l'étoile disparaîtrait plus tard et reparaitrait plus tôt, et la durée de l'occultation serait moindre. Car, lors même que le rayon visuel TS (fig. 100), mené de l'observateur à l'astre S, serait intercepté par le disque opaque L, le rayon lumineux Sm, pénétrant dans l'atmosphère lunaire en m, serait dévié suivant les lois de la réfraction,

viendrait raser le disque au point A, se courberait encore dans

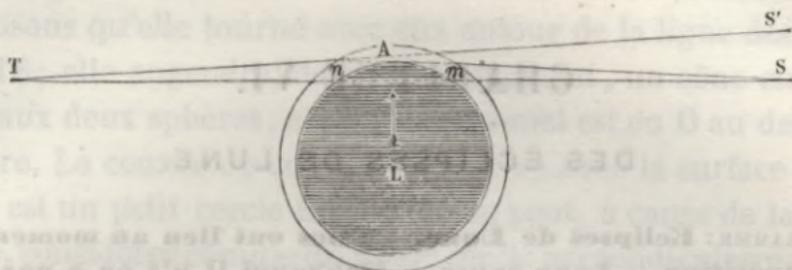


fig. 100.

le même sens, et, sortant en n , se dirigerait suivant nT . L'observateur T verrait donc encore l'astre dans la direction TnS' , qui fait avec mS un angle double de la réfraction horizontale en A . Au moment où cette réfraction ne serait plus suffisante pour amener les rayons en T , l'astre disparaîtrait subitement sans avoir paru toucher le disque. Par contre, il reparaitrait de l'autre côté, à une certaine distance du disque, avant que la ligne droite TS fût devenue tangente au globe. Puisque jamais la durée de l'occultation n'est inférieure à celle qui résulte du calcul, puisque l'étoile paraît toucher le disque lunaire avant de disparaître, il faut en conclure que la lune n'a pas d'atmosphère sensible, capable de réfracter les rayons lumineux.

299—CONSÉQUENCES DE L'ABSENCE D'EAU ET D'ATMOSPHÈRE.

Si la lune n'a pas d'atmosphère, elle ne saurait avoir d'eau : car une partie de cette eau, ne supportant aucune pression, se vaporiserait et formerait immédiatement une atmosphère, dont le poids arrêterait l'évaporation du reste.

Il en résulte encore qu'il n'y a pas de lumière diffuse à la surface de la lune, car elle n'est produite que par l'atmosphère ; les ténèbres absolues règnent hors de l'action directe des rayons du soleil : la nuit succède immédiatement au jour, le froid le plus vif à la chaleur la plus intense ; le ciel paraît noir ; on y voit les étoiles en plein midi, pourvu qu'on abrite l'œil des rayons du soleil.

Il est évident que, dans ces conditions, la lune ne saurait être habitée par des êtres de notre espèce, et qu'il ne peut y avoir à sa surface de végétation analogue à la nôtre.

CHAPITRE VI.

DES ÉCLIPSES DE LUNE.

PROGRAMME : **Éclipses de Lune.**—Elles ont lieu au moment de l'opposition.— Leur cause.— Pourquoi il n'y en a pas lors de toutes les oppositions.— L'éclipse peut être partielle ou totale.— Ombre et pénombre.— Influence de l'atmosphère terrestre.

§ I. Cause des éclipses de lune.

300—ÉCLIPSE DE LUNE. La terre est un corps opaque éclairé par le soleil; elle projette derrière elle une ombre, dans laquelle les rayons de cet astre ne peuvent pénétrer. Si la lune, dans son mouvement autour de nous, entre dans cette ombre, elle cesse de recevoir la lumière qui l'éclaire d'ordinaire; elle est *éclipsée*.

301—OMBRE PURE. Pour étudier cette cause des éclipses de lune, nous ferons d'abord abstraction de l'atmosphère de la terre, et par conséquent de la déviation qu'elle imprime aux rayons lumineux. Concevons que l'on coupe les deux corps célestes, le soleil et la terre, par un plan passant par leurs centres, par celui de l'écliptique, par exemple. Soient (fig. 101) S et T les

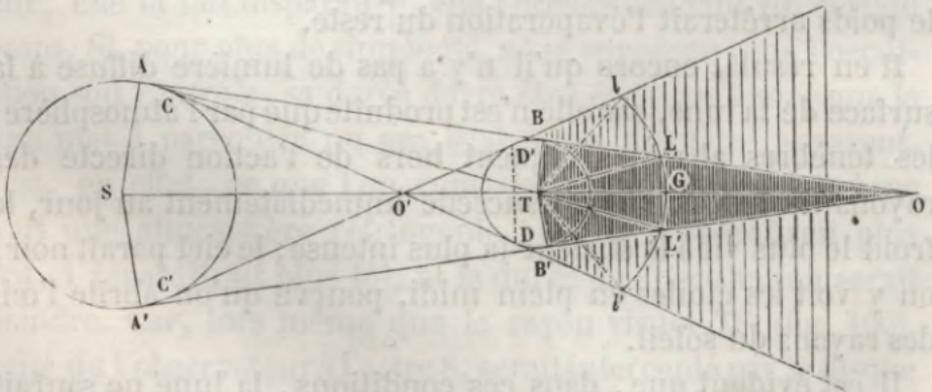


fig. 101.

grands cercles ainsi déterminés dans les deux globes. Menons

une tangente commune extérieure AB à ces deux cercles, et supposons qu'elle tourne avec eux autour de la ligne des centres TS; elle engendre, dans ce mouvement, un cône circonscrit aux deux sphères, et dont le sommet est en O au delà de la terre. La courbe de contact de ce cône avec la surface de la terre est un petit cercle BB', que l'on peut, à cause de la distance, considérer comme un grand cercle perpendiculaire à ST. Toute la partie du cône, comprise entre cette base et le sommet O, se nomme l'*ombre pure*; elle ne peut recevoir aucun rayon émané du soleil.

302—PÉNOMBRE. Si maintenant on mène aux deux cercles S et T une tangente commune intérieure CD, et qu'on la fasse aussi tourner avec eux autour de ST, elle engendre un second cône circonscrit, dont le sommet est en O' entre les deux astres, et qui va s'élargissant au delà de la terre. La partie de ce cône qui s'étend dans cette direction, à partir de la courbe de contact DD', comprend un espace indéfini, dont chaque point ne peut recevoir qu'une partie des rayons émanés du soleil: on voit, d'ailleurs, que ce point en recevra d'autant moins qu'il sera plus près de l'ombre pure. Il y a ainsi, dans cette *pénombre*, dégradation insensible de lumière.

303—PHASES DES ÉCLIPSES DE LUNE. On comprend que, si la lune entre dans l'ombre de la terre, elle pénètre d'abord dans la pénombre; son éclat diminue donc progressivement, avant de s'annuler; puis, au bout d'un certain temps, lorsqu'elle sort de l'ombre pure, elle retrouve la pénombre, et son éclat va croissant, jusqu'à ce qu'elle soit arrivée dans la région entièrement éclairée par le soleil. L'éclipse proprement dite ne commence qu'au moment où la lune pénètre dans le cône d'ombre pure: on voit alors le disque s'échancrer de plus en plus par son intersection avec le cône, puis disparaître lorsque l'astre y est entré tout entier: c'est le moment de l'éclipse *totale*. Dans cette période, la lune présente à peu près l'aspect de ses phases diverses, depuis la pleine lune jusqu'à la néoménie; cependant l'arc qui sépare la partie éclipsée de la partie qui reste lumineuse est toujours convexe vers la partie éclairée comme dans le croissant. Dans la deuxième période, ces phases

se reproduisent en sens inverse. D'ailleurs, la lune peut ne pénétrer qu'en partie dans le cône d'ombre pure : alors l'éclipse est *partielle*.

§ II. Possibilité des éclipses totales de lune.

304—CONDITIONS DE POSSIBILITÉ DES ÉCLIPSES TOTALES. Pour qu'une éclipse totale de lune soit possible, il faut d'abord que le cône d'ombre pure s'étende au delà de l'orbite de la lune ; il faut, de plus, qu'à la distance où celle-ci le traverse, la section circulaire faite dans le cône présente un diamètre apparent qui surpasse celui de l'astre. Il est facile de calculer ces divers éléments.

305—LONGUEUR DU CÔNE D'OMBRE PURE. Si l'on mène les rayons SA, TB (fig. 401), aux points de contact de la tangente AB, les triangles semblables OSA, OTB nous donnent ;

$$\frac{SO}{TO} = \frac{SA}{TB}, \text{ d'où } \frac{SO - TO}{TO} = \frac{SA - TB}{TB}.$$

Si donc on désigne les rayons du soleil et de la terre par R et r, la distance des centres ST par d, et la longueur TO du cône d'ombre par x, on a

$$\frac{d}{x} = \frac{R - r}{r},$$

$$\text{d'où } x = d \times \frac{r}{R - r}. \quad (1)$$

Or, on a vu que $R = 112,06 r$, et $d = 24068 r$ en moyenne : donc

$$x = \frac{24068 r}{111,06}, \text{ ou } x = 216,73 \text{ rayons terrestres.}$$

Telle est la longueur du cône d'ombre pure, lorsque la terre se trouve à la distance moyenne du soleil.

On trouverait facilement, en remplaçant d dans la formule (1) par les distances périégée et apogée, que les longueurs correspondantes du cône sont : 212,08 r et 220,35 r.

Or, la distance moyenne de la lune à la terre est 59,614 r ; sa distance périégée est 55,947 r, et sa distance apogée est 63,802 r. On voit donc que *le cône d'ombre pure s'étend bien au*

delà de l'orbite de la lune; celle-ci peut donc y pénétrer dans le cours de sa révolution synodique.

306—ANGLE AU SOMMET DU CÔNE. Si l'on trace AT (fig. 101), que l'on peut considérer comme une tangente au cercle S, l'angle BOT est égal à l'angle extérieur ATS diminué de l'angle BAT. Or, l'angle ATS est le demi-diamètre apparent $\frac{\delta}{2}$ du soleil, vu du centre de la terre, et BAT est la parallaxe horizontale P du soleil: donc, en désignant par α le demi-angle au sommet du cône, ou l'angle BOT, on a :

$$\alpha = \frac{\delta}{2} - P, \text{ ou } 2\alpha = \delta - 2P. \quad (2)$$

307—DIAMÈTRE DU CÔNE D'OMBRE A LA DISTANCE DE LA LUNE. Si du point T comme centre (fig. 101), avec un rayon TG égal à la distance d' de la lune à la terre, on décrit dans le cône une portion de surface sphérique LL', l'angle LTL' est le diamètre apparent de la section faite à cette distance. Soit 2ϵ ce diamètre apparent: l'angle OTL, moitié de ce diamètre, est égal à l'angle extérieur BLT, diminué de l'angle LOT. Or, BLT est la parallaxe horizontale P' de la lune, et LOT est l'angle α . Donc

$$\epsilon = P' - \alpha, \text{ ou } \epsilon = P' + P - \frac{\delta}{2}, \quad (3)$$

en remplaçant α par sa valeur (2).

Pour avoir la valeur maximum de ϵ , il faudra remplacer P' par sa valeur maximum $61' 27''$, et $\frac{\delta}{2}$ par sa valeur minimum $15' 45''$, 1. Pour avoir la valeur minimum de ϵ , il faudra, au contraire, remplacer P' par sa valeur minimum $53' 53''$, et $\frac{\delta}{2}$ par sa valeur maximum $16' 18''$, 1. Enfin la valeur de ϵ , à la distance moyenne, résultera des valeurs correspondantes de P' et de $\frac{\delta}{2}$, qui sont $57' 40''$ et $16' 3''$. D'ailleurs, on peut regarder P comme constante et égale à $8''$, 57. On trouve ainsi :

Valeur maximum = 45' 50'', 5.

Valeur moyenne = 41' 45'', 6.

Valeur minimum = 37' 43'', 5.

Or, le demi-diamètre apparent de la lune n'est jamais au-dessus de 16' 47''. Donc *la lune peut pénétrer entièrement dans le cône d'ombre pure*, et les éclipses totales sont possibles.

§ III. Conditions pour qu'une éclipse ait lieu réellement.

308 — LES ÉCLIPSES N'ONT PAS LIEU A TOUTES LES OPPOSITIONS.

On voit, d'après les calculs qui précèdent, que, si le plan de l'orbite de la lune était le plan même de l'écliptique, le centre de cet astre passerait, à chaque révolution synodique, par le point G de l'axe du cône; il y aurait, chaque mois, une éclipse totale, à l'époque de la *pleine lune*. Mais on sait que les deux plans sont inclinés l'un sur l'autre de 5° 9' environ : la latitude de la lune peut donc être égale à 5° 9', au moment de l'*opposition*¹; et, puisque le demi-diamètre du cône ne surpasse pas quarante-six minutes (n° 307), on comprend que l'astre peut rester, dans son mouvement, tout entier en dehors de l'ombre, et n'être nullement éclipié.

309 — LIMITES DE LA LATITUDE DE LA LUNE POUR QUE L'ÉCLIPSE SOIT IMPOSSIBLE OU CERTAINE. C'est seulement vers l'époque de la pleine lune qu'une éclipse sera possible; mais, pour qu'elle ait réellement lieu, il faudra que l'astre ne soit pas trop éloigné de l'écliptique; en d'autres termes, il faudra qu'il soit, à ce moment, dans le voisinage de l'un de ses nœuds. On peut calculer approximativement la limite supérieure que la latitude de la lune ne doit pas dépasser, pour que l'éclipse soit possible.

En effet, menons par les centres du soleil et de la terre un plan perpendiculaire à l'écliptique (fig. 102). Ce plan coupe le soleil suivant le cercle S, la terre suivant le cercle T, le cône

¹ La lune est en *opposition*, lorsque les centres des trois corps, soleil, terre, lune, sont dans un même plan perpendiculaire à l'écliptique, dans l'ordre S, T, L (voir n° 340).

circonscrit suivant les tangentes ABO , $A'B'O$: STO est l'inter-

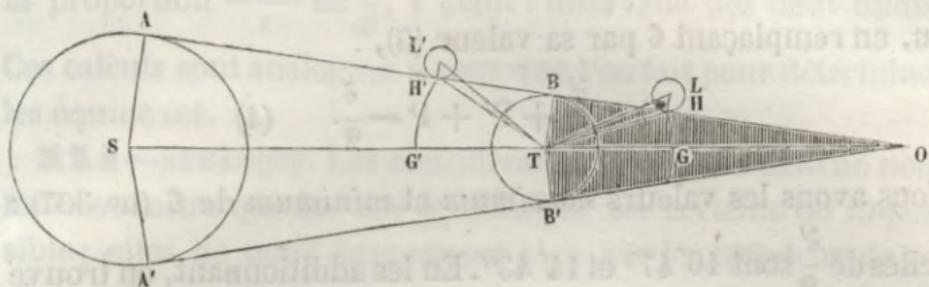


fig. 102.

section de l'écliptique par ce plan. La lune décrit autour de la terre une courbe, dont le plan coupe celui de la figure suivant une droite TL . Lorsque, dans son mouvement, elle vient à traverser ce plan AOA' , l'heure de l'opposition est arrivée, et sa latitude est alors l'angle LTO , que son rayon vecteur TL forme avec sa projection TO sur l'écliptique. Si le plan de l'orbite de la lune était perpendiculaire au plan de la figure, cet angle LTO serait le plus petit angle que le rayon vecteur TL , mené à son centre, ferait avec l'axe TO du cône. Or, cette condition n'est rigoureusement remplie que lorsque la ligne des nœuds est perpendiculaire sur ST ; mais, dans toute autre position, ces deux plans n'en sont pas moins presque perpendiculaires entre eux, et ils font un angle de plus de $84^{\circ} 51'$; car, dans l'angle trièdre rectangle formé par ces plans et par celui de l'écliptique, l'un des dièdres est droit, l'autre vaut $5^{\circ} 9'$, et l'on sait que la somme des trois angles doit surpasser 180 degrés. Nous pourrions donc supposer, comme première approximation, que la lune traverse perpendiculairement le plan de la figure : alors l'angle LTO , qui est la latitude de l'astre au moment de l'opposition, et qui est en même temps le plus petit des angles que le rayon vecteur TL fait avec l'axe, devra être moindre que la somme des demi-diamètres apparents LTH et HTG de la lune et de l'ombre pure, pour que l'éclipse soit possible; cela est évident sur la figure, où le disque de la lune est tangent extérieurement au cône. Ainsi, en désignant par λ la latitude de la lune à ce moment, on devra avoir la condition nécessaire et suffisante

$$\lambda < \frac{\delta'}{2} + \beta,$$

ou, en remplaçant ϵ par sa valeur (3),

$$\lambda < \frac{\delta'}{2} + P' + P - \frac{\delta}{2}. \quad (4)$$

Nous avons les valeurs *maximum* et *minimum* de ϵ (n° 307) : celles de $\frac{\delta'}{2}$ sont $16' 47''$ et $14' 43''$. En les additionnant, on trouve que la limite supérieure des latitudes a pour valeurs

$$\text{Maximum} = 1^{\circ} 2' 37'', 5$$

$$\text{Minimum} = 52' 26'', 5$$

On peut donc dire qu'une éclipse est impossible, si la latitude de la lune, au moment de l'opposition, surpasse $1^{\circ} 2' 38''$, et qu'elle est certaine, si cette latitude est inférieure à $52' 26''$. Cependant la limite fournie par la formule (4) est rigoureusement celle de la distance des centres de la lune et de l'ombre, et non celle de la latitude; et, comme on peut le voir dans la note XXV, on doit changer un peu les nombres précédents. Une éclipse est impossible si, au moment de l'opposition, la latitude de la lune est supérieure à $1^{\circ} 2' 59''$. Elle est certaine, si cette latitude est inférieure à $52' 38''$. Si la latitude tombe entre ces deux limites, l'éclipse est douteuse.

310—MOMENT DE L'OPPOSITION ET LATITUDE DE LA LUNE A CE MOMENT. On peut d'ailleurs calculer facilement cette latitude et l'instant de l'opposition; car les *tables* fournissent les longitudes et les latitudes de la lune, et les longitudes du soleil, pour tous les jours de l'année, à midi. Or, au moment de l'opposition, les longitudes diffèrent de 180 degrés. Ce moment arrive entre deux midis consécutifs. Si, le premier jour, on trouve que la différence des longitudes n'est que $180^{\circ} - \epsilon$, et qu'elle est, le second jour, $180^{\circ} + \epsilon'$, on voit que, dans l'intervalle, elle a varié de $\epsilon + \epsilon'$: si la variation correspondante de la latitude est δ , on pose la proportion $\frac{\epsilon + \epsilon'}{\epsilon} = \frac{\delta}{x}$; et x est la variation de la latitude depuis le premier midi jusqu'à l'opposition.

Quant au temps écoulé entre ces deux instants, il est donné par la proportion $\frac{\varepsilon + \varepsilon'}{\varepsilon} = \frac{t}{x}$, t étant l'intervalle des deux midis.

Ces calculs sont analogues à ceux que l'on fait pour déterminer les équinoxes.

311—REMARQUE. Les considérations qui précèdent ne nous font connaître que les cas où l'éclipse est certaine ou impossible; elles ne nous apprennent rien sur la grandeur de ses phases, sur sa durée, son commencement, sa fin, etc. Toutes ces circonstances peuvent être déterminées avec précision. Nous consacrons la note XXV, à la fin du volume, à l'exposition d'une méthode élémentaire, qui fait dépendre la solution complète du problème de la discussion d'une équation du deuxième degré. Nous n'indiquerons ici qu'un moyen très-simple de calculer la plus grande durée d'une éclipse.

312—MAXIMUM DE LA DURÉE D'UNE ÉCLIPSE TOTALE. Pour trouver le maximum de la durée d'une éclipse totale, on remarquera que cette durée est évidemment le temps que la lune emploie à traverser le diamètre DD' de l'ombre (fig. 103), depuis le moment où elle est tangente intérieurement au bord occidental D , jusqu'à celui où elle devient tangente intérieurement au bord oriental D' . L'arc que son centre L décrit alors est évidemment $DD' - 2LD$, ou $2\delta - \delta'$, ou $2(P' + P) - \delta - \delta'$ (n° 307). Or, la lune et l'ombre sont en mouvement dans le

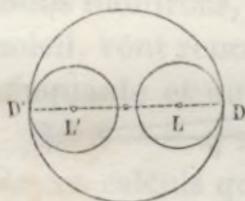


fig. 103.

même sens, d'occident en orient; mais la lune va plus vite, et c'est l'excès de sa vitesse angulaire sur la vitesse de l'ombre (ou de la terre) qui lui fait parcourir le diamètre DD' . D'ailleurs, cet excès de vitesse lui fait parcourir 360 degrés en

$29^j, 53$; car, c'est après une révolution synodique que la lune et l'ombre se retrouvent dans la même position: donc il lui fait décrire l'arc $2(P' + P) - \delta - \delta'$ en un temps égal à $29^j, 53$

$\times \frac{2(P' + P) - \delta - \delta'}{360^\circ}$. Or le maximum de l'arc $2(P' + P) - \delta - \delta'$

est $2(61' 27'' + 8'', 57) - 31' 30'' - 29' 26''$, ou $62' 15''$. En substituant cette valeur au numérateur de l'expression précé-

dente, on trouve que l'éclipse totale ne peut pas durer plus de deux heures.

313—MAXIMUM DE LA DURÉE D'UNE ÉCLIPSE AVEC TOUTES SES PHASES. Quant à la durée maximum de l'éclipse avec toutes ses phases, elle sera égale au temps que la lune met à traverser le diamètre DD' , mais en le comptant depuis le moment du contact extérieur en D , jusqu'à celui du contact extérieur en D' . L'arc décrit par le point L est, dans ce cas, $2(P' + P) - \delta + \delta'$, et le temps est $29^j, 53 \times \frac{2(P' + P) - \delta + \delta'}{360^\circ}$. Or, le maximum de l'arc est $2(61' 27'' + 8'', 57) - 31' 30'' + 33' 34''$, ou $125' 15''$; et, par suite, la durée totale de l'éclipse est au plus de quatre heures.

§ IV. Influence de l'atmosphère terrestre sur les éclipses.

314—L'ATMOSPHÈRE RACCOURCIT LE CÔNE D'OMBRE QUE LA TERRE PROJETTE DERRIÈRE ELLE. Nous avons fait abstraction, dans les calculs et les considérations qui précèdent, de l'atmosphère qui enveloppe la terre. Or, ce fluide a une influence notable sur les éclipses de lune : il raccourcit considérablement la longueur du cône d'ombre que notre globe projette derrière lui. En effet, soient S et T (fig. 104) le soleil et la terre; le sommet O du cône d'ombre pure était donné par l'intersection

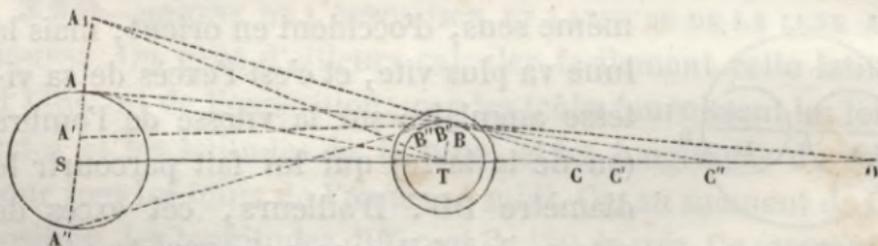


fig. 104.

de la tangente commune avec la ligne des centres; et tout point de l'axe STO situé entre les points T et O était dans une obscurité complète. Mais, puisqu'il y a une atmosphère, le rayon qui, parti du point A , vient raser la terre en B , ne conserve pas sa direction rectiligne; il s'infléchit et va couper l'axe en C , plus près du point T . C'est entre T et C que l'ombre

pure existe. En C, ou un peu au delà sur CO, un observateur verrait, par réfraction, le bord extérieur A du soleil; et, comme tout est symétrique autour de ST, l'astre lui paraîtrait envelopper le disque de la terre, comme un anneau lumineux. Un autre rayon, parti de A', et rasant la surface en B', s'infléchit à son tour, et va couper l'axe en un point plus éloigné C'; de sorte que l'observateur, placé en C', verrait un anneau lumineux plus large, puisqu'il recevrait par réfraction tous les rayons compris entre A et A'. Enfin, un rayon parti de l'autre bord A'', rasant la terre en B'', va couper l'axe en C''; et l'observateur placé là verrait le disque entier du soleil, ou plutôt un anneau enveloppant notre globe, et dont la largeur serait à peu près égale au diamètre apparent de cet astre. Si l'observateur s'éloignait encore sur TO, il ne recevrait plus de rayons lumineux rasant la terre, et venant du soleil; mais il en recevrait des points du ciel situés au-dessous de A'': l'anneau lumineux lui paraîtrait donc s'éloigner du disque de la terre, et laisser entre elle et lui un vide qui serait rempli par le bleu du ciel. Ce n'est que plus loin encore, un peu au delà du point O, qu'il commencerait à voir directement le bord A du soleil.

Pour justifier cette exposition, nous calculons, dans la note XXVI, à la fin du volume, la longueur du cône d'ombre pure, en tenant compte de la réfraction atmosphérique. Cette longueur se réduit à moins de quarante-deux rayons terrestres. Nous montrons, en outre, que des rayons, partis du centre du soleil, vont rencontrer l'axe, derrière la terre, à la distance de cinquante et un rayons.

315 — IL N'Y A PAS D'ÉCLIPSE TOTALE DE LUNE. Il résulte de ces calculs que, la distance moyenne de la lune à la terre étant $60 r$, cet astre se trouve, lors des éclipses, au delà du sommet du cône d'ombre pure; et qu'il reçoit de la lumière, non-seulement du bord du soleil, mais même du centre. On prouverait aisément qu'un observateur placé dans la lune verrait, par réfraction, au moment d'une éclipse centrale, les trois quarts au moins du disque du soleil. Si donc l'air n'affaiblissait pas les rayons réfractés par sa transparence incomplète, la lune serait encore, dans ces moments, vivement éclairée. Mais une

grande partie de ces rayons est éteinte par l'atmosphère; et, comme les couches humides qu'ils traversent ont la propriété d'absorber surtout la nuance complémentaire du rouge, la lune se trouve toujours colorée en rouge dans les éclipses totales.

Concluons donc qu'il n'y a pas, à proprement parler, d'éclipse totale de lune, puisque l'atmosphère amène sur la surface de l'astre une partie des rayons du soleil, lorsqu'elle se trouve tout entière dans le cône géométrique circonscrit au soleil et à la terre. Cependant on conserve cette qualification aux éclipses, dans lesquelles la lune n'est éclairée que par réfraction.

316—AUTRE INFLUENCE DE L'ATMOSPHÈRE. Disons, en outre, que les couches inférieures de l'atmosphère sont trop denses, pour que les rayons lumineux qui les traversent puissent éclairer la lune par réfraction. Ces couches agissent donc comme si le rayon terrestre était un peu plus grand qu'il ne l'est; et, par suite, elles augmentent le diamètre de la section du cône d'ombre, à la distance de la lune. *Mayer* a trouvé que, pour que le calcul fût d'accord avec les observations, il fallait augmenter ce diamètre d'un soixantième de sa valeur.

CHAPITRE VII.

DES ÉCLIPSES DE SOLEIL.

PROGRAMME: Éclipses de soleil. — Elles ont lieu au moment de la conjonction de la lune.— Pourquoi il n'y en a pas lors de toutes les conjonctions. — Éclipses partielles, annulaires, totales.

§ I. Causes des éclipses de soleil.

317—ÉCLIPSE DE SOLEIL. La lune est un corps opaque; si, dans son mouvement de translation autour de la terre, elle vient à s'interposer entre le soleil et l'œil de l'observateur, elle

intercepte une partie ou même la totalité des rayons qui émanent de l'astre : le soleil est *éclipsé*.

318—OMBRE PURE ET PÉNOMBRE DE LA LUNE. Pour étudier ce nouveau phénomène, on peut encore construire le cône d'ombre pure que la lune projette derrière elle, en traçant la

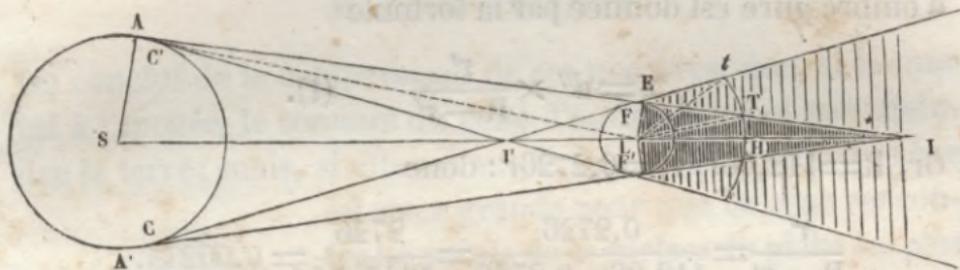


fig. 105.

tangente commune extérieure AEI (fig. 105) aux grands cercles S et L qui représentent le soleil et la lune, et en faisant tourner cette tangente autour de la ligne des centres SL avec les deux cercles. On peut aussi construire le cône de pénombre, en traçant la tangente commune intérieure C'F, et en la faisant tourner à son tour autour de SL.

319—CAUSE DE L'ÉCLIPSE DE SOLEIL. La lune, dans son mouvement, entraîne ces deux cônes avec elle; lorsqu'elle amène le premier dans une position telle que son sommet dépasse ou atteint une région quelconque de la surface terrestre, cette région ne reçoit plus aucun rayon du soleil, qui se trouve ainsi entièrement masqué pour elle; il y a *éclipse totale*. Si le second cône rencontre de même, dans son mouvement, une partie de notre globe, cette partie ne reçoit plus tous les rayons émanés de la surface entière du soleil; une portion de ces rayons est interceptée par la lune; le disque lunaire paraît échancre le disque solaire d'autant plus profondément que la région terrestre est plus près de l'ombre pure; il y a *éclipse partielle*.

§ II. Possibilité des éclipses totales de soleil.

320—CONDITIONS DE POSSIBILITÉ. Pour qu'une éclipse totale de soleil ait lieu pour un point de la surface de la terre, il faut

et il suffit que le cône d'ombre pure de la lune soit assez long pour atteindre ce point. Calculons sa longueur.

321—LONGUEUR DU CÔNE D'OMBRE LUNAIRE; SON SOMMET PEUT ATTEINDRE LA TERRE. En raisonnant comme au n° 305, on voit facilement, qu'en appelant d'' la distance du soleil à la lune, et R et r' les rayons des deux astres, la longueur x du cône d'ombre pure est donnée par la formule

$$x = d'' \times \frac{r'}{R - r'} \quad (1).$$

Or, $R = 412,06r$, $r' = 0,2726r$: donc

$$\frac{r'}{R - r'} = \frac{0,2726}{412,06 - 0,2726} = \frac{2726}{4117874} = 0,00244.$$

Quant à la distance d'' , elle varie avec la position de la lune. Comme l'éclipse de soleil ne peut avoir lieu que vers la *conjonction*¹, choisissons la position la plus favorable, celle où la lune se trouverait sur la ligne droite qui joint les centres du soleil et de la terre; alors $d'' = d - d'$, en appelant toujours d et d' les distances du soleil et de la lune à la terre. Par conséquent, d'' sera maximum, lorsque le soleil sera apogée et la lune périgée; d'' sera minimum, lorsqu'au contraire le soleil sera périgée et la lune apogée. Or on connaît ces diverses distances; on aura donc :

$$\text{Maximum de } d'' = 24472 r - 55,95 r = 24416,05 r,$$

$$\text{Minimum de } d'' = 23664 r - 63,80 r = 23600,20 r.$$

Par suite, les longueurs correspondantes du cône d'ombre seront :

$$\text{Maximum } d'x = 24416 r \times 0,00244 = 59,57 r,$$

$$\text{Minimum } d'x = 23600 r \times 0,00244 = 57,58 r.$$

Or, on vient de rappeler que les distances d' de la lune au centre de la terre sont :

¹ La lune est en *conjonction* lorsque les centres des trois corps, soleil, lune, terre, sont dans un même plan perpendiculaire à l'écliptique, dans l'ordre S, L, T (voir n° 339).

Maximum de $d' = 63,80 r$,

Minimum de $d' = 55,95 r$.

Donc les distances du centre de la lune au point le plus voisin de la surface terrestre sont seulement :

Maximum = 62,80 r,

Minimum = 54,95 r.

On conclut de la comparaison de ces nombres, que, si la lune est à l'apogée, le sommet du cône d'ombre ne peut pas atteindre la terre; mais, si elle est au périgée, la longueur du cône est assez grande pour que ce cône rencontre les points de la surface du globe les plus voisins de notre satellite. Dans le premier cas, l'éclipse totale ne peut avoir lieu pour aucun point de la surface de la terre. Pour ceux de ces points qui sont situés sur l'axe du cône, le diamètre apparent du soleil est plus grand que celui de la lune; l'éclipse est *annulaire* : on voit le bord du soleil dépasser de tous côtés, comme un anneau, le disque de la lune (fig. 106).



fig. 106.

Dans le deuxième cas, l'éclipse est *totale* pour les points qui sont situés dans le cône d'ombre; et, pour eux, le diamètre apparent de la lune est plus grand que celui du soleil. Mais ce cône est fort étroit, et il n'embrasse jamais à la fois plus de la dix-millième partie de la surface de la terre (V. note XXVII).

§ III. Conditions pour qu'une éclipse ait lieu réellement.

322—LES ÉCLIPSES N'ONT PAS LIEU A TOUTES LES CONJONCTIONS.

Les considérations qui précèdent nous montrent que, si le plan de l'orbite de la lune était celui de l'écliptique, il y aurait une éclipse de soleil à chaque conjonction, comme il y aurait une éclipse de lune à chaque opposition. On voit, en effet, en considérant de nouveau (fig. 107) le cône AOA' circonscrit à la terre et au soleil, que la lune, décrivant son orbite LL' dans le plan de la figure qui est celui de l'écliptique, pénètre en L dans le *cône lumineux*, et cache alors à la région B de la terre

une partie du disque du soleil; à mesure qu'elle s'avance vers

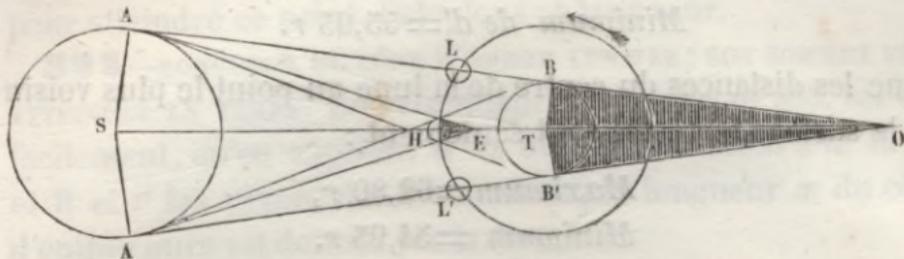


fig. 107.

H, son ombre et sa pénombre se déplacent de B vers E; et, si la première n'atteint pas la terre, la deuxième l'atteint nécessairement, et produit, pour les points qui y pénètrent successivement, une éclipse partielle. Lorsque la lune est en H, la région E a, suivant les distances, une éclipse annulaire ou une éclipse totale. Puis l'astre, continuant son mouvement, sort du cône en L', après avoir produit, dans la région terrestre EB', des phénomènes analogues à ceux que nous venons d'exposer pour la région EB.

323—LIMITE DE LA LATITUDE DE LA LUNE, LORS DE LA CONJONCTION, POUR QUE L'ÉCLIPSE AIT LIEU. Tel serait, à l'époque d'une conjonction, l'aspect que nous offrirait le soleil. Mais l'orbite de la lune est inclinée de $5^{\circ} 9'$ sur le plan de l'écliptique; par suite, cet astre peut passer en dehors du cône lumineux, et ne produire aucune éclipse, ni totale, ni partielle. Il faut, pour que l'éclipse ait lieu réellement, que la latitude de la lune n'ait pas, au moment de la conjonction, une valeur trop grande, c'est-à-dire que l'astre soit dans le voisinage d'un de ses nœuds. On peut calculer, d'une manière analogue à celle qu'on a employée au n° 309, la limite que ne doit pas dépasser cette latitude. Car, en conservant la fig. 102 (p. 221) et les développements qui ont été donnés, l'angle L'TS sera la latitude, au moment de la conjonction. Si cet angle est la somme des demi-diamètres apparents de la lune et du cône à la distance d' , l'astre rasant le cône sans y pénétrer, l'éclipse sera insensible : il faut donc que la latitude soit plus petite que cette somme. Or, le premier angle est $\frac{\delta'}{2}$; quant au second, on a :

$H'TG' = BOT + BH'T = \alpha + P' = \frac{\delta}{2} - P + P'$: donc, en désignant par λ la latitude de la lune, lors de la conjonction, il faut, pour qu'une éclipse de soleil soit possible, que l'on ait :

$$\lambda < \frac{\delta'}{2} + \frac{\delta}{2} + P' - P \quad (2).$$

Si l'on calcule cette limite, d'abord en prenant les valeurs maximum de δ , δ' et P' , puis, en prenant leurs valeurs minimum, on trouve $1^{\circ}34'24''$ dans le premier cas, et $1^{\circ}24'12''$ dans le second. Donc il n'y aura pas d'éclipse de soleil, si l'on a $\lambda > 1^{\circ}34'24''$; et il y en aura certainement une, si l'on a $\lambda < 1^{\circ}24'12''$. Cependant les limites que fournit la formule (2) sont celles de la distance des centres de la lune et de la section du cône lumineux, et non celles de la latitude; et (V. note XXVII) il faut changer un peu les nombres précédents. Une éclipse est impossible, si l'on a $\lambda > 1^{\circ}34'56''$; elle est certaine, si l'on a $\lambda < 1^{\circ}24'31''$. Si la latitude tombe entre ces deux limites, l'éclipse est incertaine.

On calcule d'ailleurs cette latitude comme au n° 310.

324—REMARQUE. La méthode pour calculer les circonstances générales d'une éclipse de soleil est identique à celle que l'on suit pour les éclipses de lune. Nous consacrons la note XXVII à cette importante question.

Nous dirons seulement ici que l'on peut calculer la durée maximum d'une éclipse de soleil, comme on a calculé celle d'une éclipse de lune (n° 313), en déterminant le temps qui s'écoule entre les deux contacts extérieurs de la lune et du cône lumineux dans les circonstances les plus favorables. Elle ne peut être de plus de six heures.

325—EFFETS PHYSIQUES DE L'ÉCLIPSE TOTALE. Une éclipse totale ne dure jamais plus de cinq minutes. Rien n'est plus curieux à examiner qu'un pareil phénomène. L'observateur voit d'abord le bord occidental du soleil échancre par la lune; puis la partie lumineuse diminue progressivement, le jour baisse, les objets prennent une teinte blafarde. Au moment où le soleil disparaît complètement, la nuit remplace immédiate-

ment le jour; les étoiles brillent au firmament; les planètes sont visibles; la rosée annonce le refroidissement subit de la terre; les animaux, l'homme lui-même, éprouvent une sensation d'effroi. Il se forme, autour du disque de la lune, une couronne de lumière pâle, dont la cause n'est pas connue. Enfin, un rayon solaire s'échappe à l'occident de la lune, et le jour reparait subitement. Bientôt le disque du soleil se dégage de l'ombre lunaire, et la lumière qu'il nous envoie reprend tout son éclat¹.

326—DATES DES ÉCLIPSES TOTALES DE SOLEIL EN EUROPE. On compte, depuis le commencement de l'ère chrétienne, un certain nombre d'éclipses totales de soleil, visibles *en Europe*. En voici les dates :

Ans 14, 59, 98, 100, 113, 192, 237, 334, 360, 655, 757, 787, 840, 878, 957, 1133, 1187, 1191, 1197, 1239, 1241, 1307, 1333, 1386, 1415, 1485, 1506, 1530, 1544, 1560, 24 décembre 1601, 23 septembre 1699, 12 mai 1706, 3 mai 1715, 22 mai 1724, 24 juin 1778. Dans notre siècle, il y a eu une éclipse totale de soleil, visible dans le midi de la France, dans la matinée du 8 juillet 1842; il y en a eu une autre, visible dans le nord de l'Allemagne, le 28 juillet 1851; celle du 15 mars 1858 a été totale en Angleterre, et celle du 28 juillet 1860 l'a été pour le nord de l'Espagne.

§ IV. Quelques remarques sur les éclipses.

327—RETOUR DES ÉCLIPSES. Nous ne terminerons pas l'étude que nous venons de faire des éclipses, sans indiquer le moyen dont on s'est longtemps servi pour en prédire le retour. Quoique ce moyen soit aujourd'hui sans usage, parce que la connaissance des lois qui régissent les mouvements célestes permet de construire les tables astronomiques avec une précision inconnue dans les temps anciens, cependant il est intéressant de savoir comment les astronomes s'y prenaient pour annoncer les éclipses à l'avance.

¹ Consulter la notice de M. Arago, *Annuaire* de 1842.

Leur procédé consistait simplement à observer une longue suite d'éclipses, et à noter avec soin toutes les circonstances de leur apparition, leurs dates, leurs grandeurs, leurs durées. En étudiant attentivement ce catalogue, ils reconnurent bientôt qu'il existait certains intervalles de temps, au bout desquels les éclipses se reproduisaient à très-peu près les mêmes, et dans le même ordre. Ainsi les Chaldéens avaient découvert une période de 18 ans 11 jours, à laquelle ils avaient donné le nom de *Saros*; cette période comprenait soixante et dix éclipses de lune et de soleil, inégalement réparties dans l'intervalle; et chaque période de 18 ans 11 jours ramenait ces éclipses aux mêmes époques, et sensiblement avec les mêmes circonstances. Ils se servaient des observations faites dans une période, pour prédire les éclipses de la période suivante; puis, corrigeant leurs prévisions par des observations nouvelles, au fur et à mesure qu'elles se réalisaient, ils obtenaient ainsi les éléments qui devaient leur permettre d'annoncer de nouveaux retours.

Ces procédés, nous l'avons dit, ne sont plus en usage aujourd'hui.

Nous exposons, dans la note XXVIII, à la fin du volume, la cause à laquelle on doit attribuer ces retours périodiques, en donnant quelques détails sur le phénomène de la *rétrogradation des nœuds* de la lune.

328—DIFFÉRENCE ENTRE LES ÉCLIPSES DE LUNE ET CELLES DE SOLEIL. Si l'on compare les éclipses de lune et celles de soleil, on reconnaît entre elles des différences essentielles. En effet, une éclipse de lune est visible, en même temps, et avec la même phase, de tous les points du globe pour lesquels l'astre est au-dessus de l'horizon. Le mouvement de rotation de la terre sur elle-même est étranger au phénomène. Au contraire, une éclipse de soleil n'est visible que successivement par les différents observateurs. Elle peut être, au même instant, totale pour quelques-uns, partielle pour d'autres; elle peut ne pas exister pour d'autres encore, bien que, pour tous, le soleil soit au-dessus de l'horizon. La grandeur et la durée de ses phases dépend à la fois, pour un lieu donné, du mouvement de rotation

de la terre et du mouvement de translation de la lune autour d'elle.

329—IL Y A, POUR TOUTE LA TERRE, PLUS D'ÉCLIPSES DE SOLEIL QUE D'ÉCLIPSES DE LUNE. Si l'on se reporte à la fig. 102 (p. 221) et aux explications que nous avons données des conditions qui rendent une éclipse possible, on voit aisément que les éclipses de soleil doivent être plus fréquentes que les éclipses de lune : car la lune entrera plus facilement en L' dans le cône lumineux compris entre la terre et le soleil, qu'elle n'entrera en L dans le cône d'ombre plus étroit que la terre projette derrière elle. C'est, en effet, ce qui arrive : car, dans la période de 18 ans 11 jours, on voit environ 70 éclipses, dont 41 de soleil et 29 de lune.

330—IL Y A, POUR UN LIEU DÉTERMINÉ, PLUS D'ÉCLIPSES DE LUNE QUE D'ÉCLIPSES DE SOLEIL. Cependant, pour un lieu déterminé de la terre, il y a à peu près trois fois plus d'éclipses de lune que d'éclipses de soleil. La raison de cette différence est facile à saisir : c'est que (n° 328) les éclipses de lune sont visibles à la fois de tous les points de l'hémisphère qui ont la lune sur l'horizon, tandis que les éclipses de soleil ne sont visibles que successivement, et seulement pour une partie de l'hémisphère qui fait face à cet astre.

331—NOMBRE D'ÉCLIPSES PAR AN. Il y a au plus, dans une année, sept éclipses ; il y en a au moins deux ; en moyenne, il y en a quatre ; mais elles ne sont pas toujours visibles en un lieu déterminé ; car les deux astres peuvent être sous l'horizon du lieu pendant la durée de l'éclipse. De plus, lors d'une éclipse de soleil, le lieu peut être en dehors de la zone assez étroite que parcourt la pénombre lunaire.

Il n'y a guère, pour un lieu donné, qu'une éclipse de soleil en deux ans, qu'une éclipse totale en deux siècles. Mais, pour toute la terre, elles sont beaucoup plus fréquentes : ainsi il y a douze éclipses totales dans le XIX^e siècle.

332—EFFROI PRODUIT PAR LES ÉCLIPSES. Les éclipses ont été l'objet de la frayeur des hommes dans les temps d'ignorance. Alexandre, près d'Arbèle, fut obligé d'user de toute son adresse pour calmer l'effroi qu'une éclipse avait jeté parmi ses

troupes. Sulpicius Gallus apaisa une sédition dans son armée, dans la guerre de Paul-Émile contre Persée, en prédisant une éclipse de lune. Christophe Colomb, près de périr de faim dans les contrées sauvages qu'il avait découvertes, annonça aux Indiens qu'il allait les priver de la lumière de la lune; et ceux-ci, effrayés en voyant la menace se réaliser, vinrent lui apporter leurs tributs ordinaires, et le supplier de rendre à cet astre son éclat accoutumé.

Le progrès des sciences a fait voir combien ces frayeurs ont peu de fondement, depuis que l'on a compris qu'on pouvait calculer les tables astronomiques, et prédire longtemps à l'avance les diverses circonstances de ces phénomènes célestes.

EXERCICES ET APPLICATIONS.

333—1° Connaissant la distance angulaire de la lune au soleil, à un instant donné, construire et calculer la partie du diamètre de la lune, perpendiculaire à la ligne des cornes, qui mesure la largeur de la partie éclairée et visible.

2° Calculer la relation qui existe entre la révolution sidérale T de la terre autour du soleil et les révolutions sidérale et synodique t et s de la lune. On

$$\text{trouve } \frac{s}{t} = 1 + \frac{s}{T}.$$

3° Dans le triangle STL (fig. 408) formé par les centres du soleil, de la

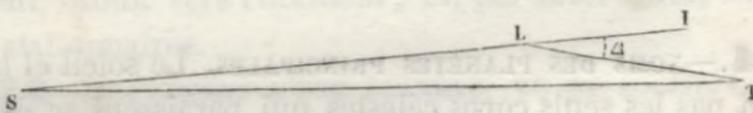


fig. 108.

terre et de la lune, pendant une éclipse de soleil, calculer la relation qui existe entre les angles T et L , connaissant les parallaxes P et P_1 du soleil et de la lune.

LIVRE V.

LES PLANÈTES ET LES COMÈTES.

Leur mouvement autour du Soleil.

CHAPITRE I.

MOUVEMENT DES PLANÈTES AUTOUR DU SOLEIL
ET SUR ELLES-MÊMES;
LOIS DE KÉPLER; PRINCIPE DE NEWTON.

PROGRAMME : **Noms des planètes principales.—Leurs distances moyennes.—Leurs mouvements autour du soleil s'effectuent suivant les lois de Képler.—Énoncé du principe de la gravitation universelle.**

§ 1. Mouvement des planètes autour du soleil et sur elles-mêmes.

334.—NOMS DES PLANÈTES PRINCIPALES. Le soleil et la lune ne sont pas les seuls corps célestes qui paraissent se déplacer parmi les étoiles. Lorsqu'on étudie avec soin la voûte du ciel, on ne tarde pas à s'apercevoir qu'il y a un petit nombre d'autres, les uns brillants et visibles à l'œil nu, les autres télescopiques, qui ont aussi un mouvement propre. Parmi ces astres, il faut citer en première ligne les *planètes*, dont les principales ont reçu les noms de *Mercure, Vénus, Mars, Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune*.

Les planètes se distinguent des étoiles à plusieurs égards. D'abord elles sont, en général, dépourvues de *scintillation*; leur éclat est plus mat. De plus, observées avec de forts gros-

sissements, elles présentent des diamètres apparents sensibles, tandis que les étoiles paraissent toujours réduites à de simples points lumineux. Enfin et surtout, elles changent de position d'une manière fort remarquable.

335—MOUVEMENT APPARENT D'UNE PLANÈTE, VU DE LA TERRE. Rien n'est plus facile que de constater l'existence du mouvement propre d'une planète. Il suffit de mesurer chaque jour son ascension droite et sa déclinaison, et de vérifier la variation perpétuelle de ces coordonnées. Mais si l'on veut tracer sur une sphère de carton le lieu des positions successives d'une même planète, comme nous l'avons indiqué, dans les livres précédents, pour le soleil et pour la lune, on trouve, non plus un grand cercle de la sphère, mais bien une courbe fort compliquée, composée de zigzags qui ne paraissent suivre aucune loi. Ainsi, quelques-uns de ces astres, tels que Mercure et Vénus, ne semblent jamais s'écarter beaucoup du soleil ; on les voit, à certaines époques, le soir, à l'occident, marcher lentement vers l'orient, puis se rapprocher progressivement du soleil : ils disparaissent alors pendant quelque temps ; puis on les voit reparaître le matin, à l'orient, s'éloignant du soleil vers l'occident, et revenant ensuite en sens contraire, pour disparaître de nouveau. D'autres, tels que Mars, Jupiter, Saturne, semblent, à la vérité, tourner autour de nous, mais d'un mouvement fort irrégulier ; car on les voit se diriger tantôt vers l'orient, tantôt vers l'occident ; et, par intervalles, ils paraissent stationnaires.

336—MOUVEMENT D'UNE PLANÈTE, VU DU SOLEIL. Ces apparences singulières, que présentent à nos yeux les planètes, sont dues à ce que la terre n'est pas au centre de leurs mouvements. Si l'observateur pouvait se placer dans le soleil, il verrait tourner toutes les planètes autour de lui, d'occident en orient, dans des orbites à peu près circulaires, dans des plans peu inclinés à celui de l'écliptique, avec des vitesses à peu près constantes. Tous ces mouvements lui paraîtraient aussi simples, aussi faciles à concevoir que l'est pour nous celui de la lune. Mais, placé sur la terre, il voit ces astres tourner autour d'un centre qui n'est pas le lieu d'observation ; et cette

position excentrique suffit pour expliquer toutes les apparences.

337—REMARQUE. Il importerait de justifier immédiatement l'assertion qui précède, et de démontrer que le mouvement des planètes s'exécute autour du soleil. Mais les ressources de l'analyse sont indispensables pour établir des vérités de cette nature. Nous renvoyons donc le lecteur, pour ces calculs, à la note XXIX, placée à la fin du volume ; et nous nous bornons à énoncer ici le résultat auquel on parvient.

Chaque planète décrit autour du soleil, d'occident en orient, une courbe plane, dont le plan est, en général, très-peu incliné à l'écliptique. La ligne des nœuds (intersection du plan de l'orbite avec celui de l'écliptique) a un mouvement rétrograde.

338 — ROTATION DES PLANÈTES SUR ELLES-MÊMES. En examinant avec soin les taches que l'on peut apercevoir sur chaque planète, on a essayé de prouver qu'elles tournent sur elles-mêmes. On est parvenu à le démontrer pour *Mercur*e, *Vénus*, *Mars*, *Jupiter*, *Saturne* ; et l'on a calculé les éléments de ce mouvement et la durée de la rotation, de la même manière que nous l'avons fait pour le soleil (note XVII). Donc :

Chaque planète tourne sur elle-même, d'occident en orient, autour d'un axe qui est, en général, incliné à son orbite.

§ II. Révolutions synodique et sidérale des planètes.

339 — CONJONCTION. On dit qu'un astre est en *conjonction* avec le soleil, lorsque le plan de son cercle de latitude passe par le soleil. Les deux astres ont alors la même longitude ; et, si les plans de leurs orbites étaient confondus, ils seraient en ligne droite avec la terre, dans l'ordre T, A, S, ou dans l'ordre T, S, A. Il peut y avoir deux sortes de conjonction, suivant que l'astre considéré est, à ce moment, plus près ou plus loin de la terre que le soleil. Dans le premier cas, l'ordre de position des trois corps est T, A, S ; il y a conjonction *inférieure*. Dans le second, où l'ordre de position est T, S, A, il y a conjonction *supérieure*. Ces dénominations sont empruntées aux notions que nous nous faisons du *haut* et du *bas* sur la terre.

Pour nous, un objet extérieur est *plus haut* qu'un autre, lorsqu'il est plus éloigné de la surface du globe ; il est *plus bas* dans le cas contraire. Si donc un astre est plus près de nous que le soleil, il est dans une position relativement *inférieure* ; s'il est plus éloigné, au contraire, il est supérieur au soleil. On a proposé de remplacer les dénominations de conjonctions *inférieure* et *supérieure* par celles de conjonctions *intérieure* et *extérieure*, qui caractériseraient les distances de l'astre à la terre, comparées à celle du soleil, indépendamment de toute notion trop restreinte.

D'après cela, soit (fig. 109) $\Upsilon S \text{---}$ l'orbite apparente du soleil autour de la terre ; et soit S la position de cet astre, à un moment donné. Un corps cé-

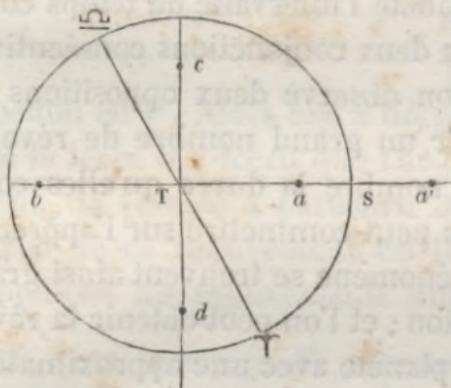


fig. 109.

leste, en conjonction avec lui, se projette sur l'écliptique, sur le rayon vecteur TS, soit en *a*, soit en *a'*. Dans le premier cas, la conjonction est inférieure ou intérieure ; dans le second, elle est supérieure ou extérieure. Il est évident que la lune, qui circule autour de la terre à une distance 400 fois plus petite que celle qui nous sépare du soleil, ne peut jamais être en conjonction supérieure.

340—OPPOSITION. On dit qu'un astre est en *opposition*, lorsque le plan de son cercle de latitude prolongé va passer par le soleil. Alors les longitudes des deux astres diffèrent de 180 degrés : si les plans des deux orbites étaient confondus, ces astres seraient encore en ligne droite avec la terre, mais celle-ci serait entre eux : de sorte que les trois corps se trouveraient dans l'ordre S, T, A. D'après cela, si le soleil est en S (fig. 109), au moment de l'opposition, la projection de l'astre sur le plan de l'écliptique est en *b*, sur le prolongement de la droite ST.

Ainsi, lors de l'opposition, la terre est toujours entre l'astre

et le soleil ; tandis qu'à l'époque de la conjonction, elle les voit tous deux du même côté.

341 — QUADRATURE. On dit encore qu'un astre est en *quadrature*, quand le plan de son cercle de latitude est perpendiculaire sur celui qui passe par le soleil : alors leurs traces sur le plan de l'écliptique sont perpendiculaires entre elles, et les longitudes des deux astres diffèrent de 90 degrés ou de 270 degrés. Par conséquent, si le soleil est en *S*, l'astre se projette en *c* ou en *d*, sur une droite *cd* perpendiculaire à la droite *ST*.

Nous avons dû donner ces définitions générales, qui n'avaient pas encore trouvé place dans ces leçons, et qui nous sont nécessaires pour ce qui va suivre.

342 — RÉVOLUTION SYNODIQUE D'UNE PLANÈTE. On appelle *révolution synodique* d'une planète l'intervalle de temps compris entre deux oppositions ou deux conjonctions consécutives de cet astre. Pour l'évaluer, on observe deux oppositions ou deux conjonctions séparées par un grand nombre de révolutions, et l'on divise par leur nombre la durée qu'elles comprennent. Les erreurs que l'on peut commettre sur l'appréciation de l'époque de chaque phénomène se trouvent ainsi grandement atténuées par la division ; et l'on peut obtenir la révolution synodique de chaque planète avec une approximation presque indéfinie.

343 — RÉVOLUTION SIDÉRALE D'UNE PLANÈTE. Il serait fort difficile de mesurer directement la *révolution sidérale* d'une planète, c'est-à-dire le temps pendant lequel elle exécute sa révolution complète autour du soleil. Car, n'étant pas placés au centre de son mouvement, nous ne pouvons reconnaître aisément le moment où elle revient au même point de son orbite. Mais la mesure de la révolution synodique nous permet d'en déduire celle de la révolution sidérale. En effet, désignons par $T=365^j,25638$ la révolution sidérale de la terre, et par x celle de la planète : soit, en outre, s la révolution synodique de celle-ci. Nous devons distinguer deux cas, suivant que la planète est plus près ou plus loin du soleil que la terre.

Dans le premier cas, soient (fig. 110) : *S* le soleil, *TT'* et *PP'* les orbites de la terre et de la planète, que nous supposons

circulaires et situées dans le même plan, hypothèses qui n'auront pas d'influence sensible sur le résultat. Soient T et P les positions des deux astres, au moment d'une conjonction. Le mouvement angulaire de la planète étant plus rapide que celui de la terre, parce qu'elle est plus près du soleil, ainsi que

le démontrera la troisième loi de Képler (n° 346), on comprend qu'elle exécute sa révolution sidérale en un temps plus court que la terre. Lorsqu'elle revient au point P, la terre n'est plus en T ; elle s'est avancée sur son orbite dans le même sens ; et, après un certain temps, la planète se retrouve en con-

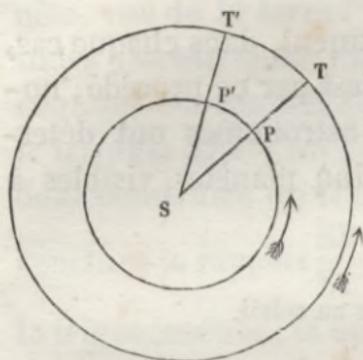


fig. 110.

jonction en P'. Alors elle a décrit $360^\circ +$ l'angle PSP', tandis que la terre n'a décrit que l'angle $TST' = PSP'$. Plus généralement, la planète a parcouru 360° de plus que la terre, et la durée de ce mouvement est la révolution synodique s. Or, supposons les mouvements uniformes ; la terre parcourant

360° dans le temps T, parcourt en un jour $\frac{360^\circ}{T} = V$; et,

dans le temps s, elle décrit Vs. Donc la planète décrit, dans le même temps s, $360^\circ + Vs$; et, pour décrire 360° seulement, elle emploie un temps x donné par la formule

$$x = s \times \frac{360^\circ}{Vs + 360^\circ}, \quad \text{ou } x = \frac{sT}{s + T}. \quad (1)$$

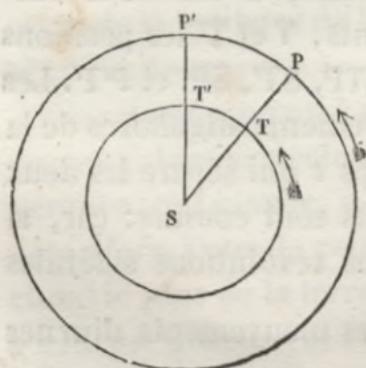


fig. 111.

Dans le second cas, les deux astres sont disposés comme dans la fig. 111. Au moment de l'opposition, ils sont, l'un en T, l'autre en P : c'est alors la terre T, qui, dans l'intervalle d'une révolution synodique s, décrit 360° de plus que la planète. Et, comme son mouve-

ment angulaire est représenté par Vs , celui de la planète est seulement $Vs - 360^\circ$. Or, si dans le temps s , la planète décrit $Vs - 360^\circ$, elle emploiera, pour décrire 360° , un temps x donné par la formule

$$x = s \times \frac{360^\circ}{Vs - 360^\circ}, \quad \text{ou} \quad x = \frac{sT}{s - T}. \quad (2)$$

Telles sont les deux formules qui donnent, dans chaque cas, la révolution sidérale de la planète. C'est par ce procédé, notons-le en passant, que les anciens astronomes ont déterminé les révolutions sidérales des cinq planètes visibles à l'œil nu.

§ III. Distances des planètes au soleil.

344—RAPPORT DES DISTANCES DE LA TERRE ET D'UNE PLANÈTE AU SOLEIL. Soient (fig. 112) : S le soleil, TT' et PP' les orbites de la terre et d'une

planète *supérieure* (le calcul serait analogue pour une planète inférieure); supposons encore que ces orbites soient circulaires et situées dans le même plan. On observe la planète, d'abord au moment de l'opposition, en P, puis à une époque rapprochée, lorsqu'elle est en P' : soient, à ces deux instants, T et T' les positions

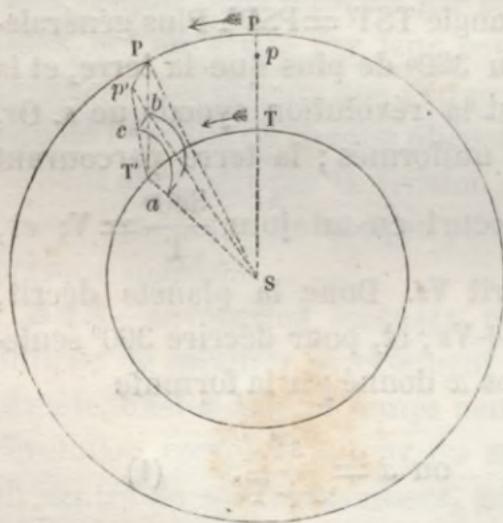


fig. 112.

correspondantes de la terre. Menons STP, ST', SP' et P'T'. Les angles TST', PSP', mesurent les mouvements angulaires de la terre et de la planète, pendant le temps t qui sépare les deux observations. Or ces deux mouvements sont connus : car, si l'on désigne par T et T' les durées des révolutions sidérales des deux astres, $\frac{360^\circ}{T}$ et $\frac{360^\circ}{T'}$ sont leurs mouvements diurnes

moyens; et, par suite, on a : angle $TST' = \frac{360^\circ}{T} \times t$, et angle

$PSP' = \frac{360^\circ}{T'} \times t$. On peut donc obtenir la valeur de l'angle

$P'ST'$, qui est la différence des angles TST' , PSP' . D'un autre côté, l'angle $ST'P'$ est la distance angulaire du soleil à la planète, vue de la terre : c'est donc la différence de leurs longitudes *géocentriques*, mesurables toutes deux par les méthodes connues. On connaît donc les deux angles en S et en T' , dans le triangle $ST'P'$; on connaît par suite l'angle P' . On pourrait donc construire un triangle semblable au triangle $SP'T'$, et en conclure le rapport $\frac{SP'}{ST'}$. Mais il est bien préférable d'employer

la trigonométrie, et de calculer ce rapport par la formule élémentaire

$$\frac{SP'}{ST'} = \frac{\sin T'}{\sin P'}. \quad (3)$$

On obtient ainsi le rapport des distances de la planète et de la terre au soleil, à l'époque de l'opposition.

345—MESURE DIRECTE DE LA DISTANCE PÉRIGÉE DE MARS, ET, PAR SUITE, DES DISTANCES DE LA TERRE ET D'UNE PLANÈTE AU SOLEIL. La méthode précédente ne fournit que le rapport $\frac{SP}{ST}$ des distances de la planète et de la terre au soleil; par conséquent, pour calculer la première, il est nécessaire de connaître la seconde. Nous avons montré, dans la théorie du soleil (n° 176), comment on peut déduire cette distance de la parallaxe solaire calculée préalablement. Mais cette méthode, à cause de la petitesse de la parallaxe, ne comporte pas une exactitude suffisante.

On a donc recours à une autre méthode qu'ont employée de concert, dans le siècle dernier, *Lacaille*, au Cap de Bonne-Espérance, et *Lalande*, à Berlin. Ils ont choisi à cet effet la planète *Mars*, l'une de celles qui, dans leur mouvement, s'approchent le plus de la terre; et, saisissant le moment où elle était à son périégée, ils ont mesuré *directement* sa distance au centre

de notre globe. Observant, pour cela, simultanément, son passage en M (fig. 113) au méridien commun des deux lieux

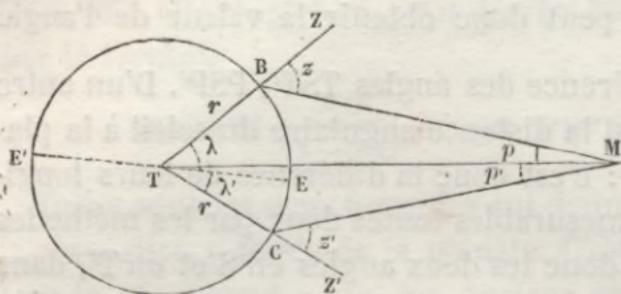


fig. 113.

B et C, ils ont mesuré à cet instant ses distances zénithales apparentes MBZ et MCZ'. Connaissant ainsi leurs suppléments MBT et MCT, sachant d'ailleurs

que l'angle BTC était la somme des latitudes BTE, CTE, des deux lieux, ils avaient toutes les données nécessaires pour déterminer le quadrilatère BTCM, et, par suite, sa diagonale TM, qui est la distance cherchée; car ils en connaissaient deux côtés TB, TC, et tous les angles.

C'est encore la trigonométrie qu'il faut employer dans ce cas. Les triangles BTM, CTM, donnent

$$(4) \quad \frac{TM}{r} = \frac{\sin z}{\sin p}, \quad \frac{TM}{r} = \frac{\sin z'}{\sin p'}, \quad \text{d'où} \quad \frac{\sin z}{\sin p} = \frac{\sin z'}{\sin p'}. \quad (5)$$

Or on voit aisément que $p + p' = z + z' - \lambda - \lambda'$; ces deux relations fournissent donc les valeurs de p et de p' ; puis la première des formules (4)

$$\text{donne} \quad TM = r \frac{\sin z}{\sin p}.$$

La distance périégée de Mars étant une fois connue, nos observateurs trouvèrent, dans les tables astronomiques calculées à l'avance, la valeur du rapport $\frac{TM}{ST}$ pour la même époque.

Divisant TM par ce rapport, ils obtinrent pour quotient la distance ST de la terre au soleil.

Enfin la mesure de ST, étant substituée dans la formule (3) calculée à l'avance dans les tables, leur fournit la distance SP d'une planète quelconque au soleil. C'est ainsi que l'on a pu déterminer les dimensions véritables du système solaire.

On comprend, d'ailleurs, que la valeur de ST, une fois connue, a pu leur servir à déterminer la parallaxe du soleil, à

l'aide de la formule $P = 206265 \frac{r}{d}$ (n° 176).

§ IV. Lois de Képler.

346—ÉNONCÉ DES TROIS LOIS DE KÉPLER. Toutes les planètes sont soumises, dans leurs mouvements, à trois lois générales qui ont été découvertes par Képler, et dont voici l'énoncé :

1^o LOI. *Chaque planète se meut autour du soleil dans une orbite plane ; et le rayon vecteur, mené du centre de la planète à celui du soleil, décrit des aires égales en temps égaux.*

2^o LOI. *La courbe décrite par chaque planète est une ellipse dont le centre du soleil occupe l'un des foyers.*

3^o LOI. *Les carrés des temps des révolutions sidérales des diverses planètes sont entre eux comme les cubes de leurs moyennes distances au soleil.*

347—DÉMONSTRATION DE CES LOIS. C'est en étudiant spécialement le mouvement de Mars, dont l'excentricité est plus forte que celle des autres planètes ; c'est en comparant des observations, en nombre considérable, faites sur cet astre par Tycho-Brahé et par lui-même ; c'est en calculant, par la méthode indiquée (note XXIX), les distances variables de la planète au soleil, en divers points de son orbite, et en mesurant ses vitesses angulaires correspondantes par la différence de ses longitudes héliocentriques, que Képler est parvenu à démontrer les deux premières lois, lesquelles ont été ensuite étendues aux autres planètes et à la terre elle-même. C'est en comparant les distances moyennes des diverses planètes au soleil, mesurées comme nous venons de le dire, avec les durées de leurs révolutions sidérales, qu'il est parvenu à la troisième loi. Cette admirable découverte a coûté dix-sept ans de travaux incessants à son auteur : c'est bien peu encore, si l'on songe à la grandeur du résultat et aux difficultés de toute nature qu'il devait rencontrer dans des mesures aussi délicates. Longtemps il a cru que les orbites des planètes étaient circulaires : il y avait, entre ces orbites et des cercles, une différence si faible, qu'il a fallu toute sa sagacité et toute la précision de ses observations pour la découvrir. Il voulait que les durées des révolutions fussent proportionnelles aux distances au soleil : cette

loi si simple lui paraissait être la loi du mouvement de tous ces corps : obligé de la rejeter, parce qu'elle ne satisfaisait qu'imparfaitement aux observations, ce ne fut pas sans de fastidieux calculs, et sans des efforts considérables, qu'il parvint à lui substituer la proportionnalité entre les carrés des temps et les cubes des grands axes.

Aussi, écoutez-le, annonçant au monde sa découverte :
 « Après avoir trouvé, dit-il, les vraies dimensions des orbites
 « par les observations de Brahé et par l'effort continu d'un
 « long travail, enfin j'ai découvert la proportion des temps
 « périodiques à l'étendue de ces orbites..... Et si vous voulez
 « en savoir la date précise, c'est le 8 de mars de cette année
 « 1618 que, d'abord conçue dans mon esprit, puis maladroi-
 « tement essayée par des calculs, partant rejetée comme fausse,
 « puis reproduite le 15 de mai avec une nouvelle énergie, elle
 « a surmonté les ténèbres de mon intelligence; mais si plei-
 « nement confirmée par mon travail de dix-sept ans sur les
 « observations de Brahé, et par mes propres méditations par-
 « faitement concordantes, que je croyais d'abord rêver et faire
 « quelque pétition de principe; mais plus de doute, c'est une
 « proposition très-certaine et très-exacte, que *le rapport entre*
 « *les temps périodiques de deux planètes est précisément sesqui-*
 « *altère du rapport des moyennes distances..... (Harmonices*
 « *mundi.)* »

Ce sont ces trois lois qui conduisirent Newton, à l'aide d'une analyse savante et inattaquable, à la découverte du grand principe de la gravitation universelle, principe qui régit tout le monde solaire.

§ V. Principe de la gravitation universelle.

348—CONSÉQUENCES MATHÉMATIQUES DES LOIS DE KÉPLER. Le principe de la gravitation universelle est une conséquence mathématique des lois de Képler.

1° Si les planètes n'étaient soumises à aucune force extérieure, leurs mouvements seraient rectilignes. Puisqu'elles se meuvent en ligne courbe, il est nécessaire qu'il y ait une force extérieure qui modifie sans cesse leur direction dans l'espace.

L'analyse, appliquée à la première loi de Képler, démontre que cette force est constamment dirigée vers le centre du soleil : elle agit, *comme le ferait une force d'attraction émanant de cet astre*. On dit donc que c'est le soleil qui, *par son attraction, retient chaque planète dans son orbite*, et qui l'empêche de suivre à chaque instant la direction de sa vitesse acquise ¹.

349—2° La loi du mouvement elliptique, combinée avec celle des aires, fournit cette seconde conséquence mathématique : *La force attractive, qui retient chaque planète dans son orbite, varie en raison inverse du carré de sa distance au soleil*. On la démontre à l'aide des principes de la mécanique : Képler avait cru que l'attraction était réciproque à la simple distance.

350—3° La troisième loi conduit à cette dernière proposition : *A égalité de distance au soleil, la force motrice est proportionnelle à la masse de chaque planète, et indépendante de sa nature particulière*. En d'autres termes, toutes les planètes, grosses ou petites, placées à la même distance du soleil, tomberaient sur cet astre avec la même vitesse, quelle que fût leur nature. Cette vérité est aussi démontrée par les principes de la mécanique ².

351—IDÉES SUR L'ATTRACTION, ANTÉRIEURES A NEWTON. Ces trois propositions constituent la loi générale connue sous le nom de *principe de la gravitation universelle*. Il s'est trouvé, dans tous les temps, même chez les anciens, des philosophes qui ont pensé que la terre possédait la force nécessaire pour retenir les corps autour de son centre, et que toute la matière de l'univers était douée d'une pareille tendance vers certains centres. A la fin du xv^e siècle, *Copernic* soupçonne une attraction générale, et attribue à cette force la forme arrondie des corps célestes. Plus tard, *Tycho-Brahé* admet une force centrale dans le soleil, pour retenir les planètes dans leurs orbites autour de lui. Vers le même temps, *Képler* croit que cette

¹ Cette conséquence a été connue de Képler.

² Nous avons consigné une démonstration élémentaire de ces trois conséquences dans nos *Eléments de Mécanique*. (Liv. III, ch. iv.)

attraction du soleil doit s'étendre à la terre et à la lune, qu'elle doit produire les inégalités du mouvement de ce satellite, et surtout qu'elle doit être réciproque, c'est-à-dire que les corps attirés par le soleil doivent aussi l'attirer lui-même. Ces idées sont adoptées par *Fermat*, par *Bacon*, par *Hévélius*, par *Roberval* et par le docteur *Hook*, dans le XVII^e siècle. Mais aucun de ces savants distingués n'a formulé nettement la loi fondamentale.

352—PRINCIPE DE LA GRAVITATION UNIVERSELLE : HISTOIRE DE SA DÉCOUVERTE. « Il était réservé à *Newton*, dit Laplace ¹, de nous faire connaître le principe général des mouvements célestes. La nature, en le douant d'un profond génie, prit encore soin de le placer à l'époque la plus favorable. Des cartes avait changé la face des sciences mathématiques par l'application féconde de l'algèbre à la théorie des courbes et des fonctions variables ; Fermat avait posé les fondements de la géométrie de l'infini par sa belle méthode de *Maximis et Minimis* et des tangentes ; Wallis, Wren et Huyghens venaient de trouver les lois du mouvement ; les découvertes de Galilée sur la chute des graves, et celles d'Huyghens sur les développées et sur la force centrifuge, conduisaient à la théorie du mouvement dans les courbes ; Képler avait déterminé celles que décrivent les planètes, et entrevu la gravitation universelle ; enfin Hook avait très-bien vu que leurs mouvements sont le résultat d'une force primitive de projection, combinée avec la force attractive du soleil. La mécanique céleste n'attendait ainsi pour éclore qu'un homme de génie, qui, en généralisant ces découvertes, sût en tirer la loi de la pesanteur. C'est ce que Newton exécuta dans son immortel ouvrage des *Principes mathématiques de la philosophie naturelle*. »

353—Né en 1642, à Woolstrop, en Angleterre, Newton découvrit, avant l'âge de 27 ans, le *calcul des fluxions* (calcul infinitésimal), et la théorie de l'émission de la lumière. Professeur de mathématiques à l'Université de Cambridge, en 1680,

¹ *Exposition du système du monde*, liv, V, chap. v.

élu, en 1705, président de la Société royale de Londres, il conserva ce poste jusqu'à sa mort, arrivée en 1727. « Il jouit de
 « la plus haute considération pendant sa longue vie ; et sa
 « nation, dont il avait fait la gloire, lui décerna les honneurs
 « funèbres les plus distingués. »

354— « En 1666, Newton, retiré à la campagne, dirigea
 « pour la première fois sa pensée vers le système du monde :
 « la pesanteur des corps au sommet des plus hautes monta-
 « gnes, à très-peu près la même qu'à la surface de la terre,
 « lui fit conjecturer qu'elle s'étend jusqu'à la lune ; et, qu'en se
 « combinant avec le mouvement de projection de ce satellite,
 « elle lui fait décrire un orbe elliptique autour de la terre.
 « Pour vérifier cette conjecture, il fallait connaître la loi de
 « diminution de la pesanteur. Newton considéra que, si la
 « pesanteur terrestre retient la lune dans son orbite, les pla-
 « nètes doivent être retenues pareillement dans leurs orbes
 « par leur pesanteur vers le soleil, et il le démontra par la loi
 « des aires proportionnelles aux temps. Or, il résulte du rap-
 « port constant trouvé par Képler entre les carrés des temps
 « des révolutions des planètes et les cubes des grands axes de
 « leurs orbes, que leur force centrifuge, et par conséquent
 « leur tendance vers le soleil, diminue en raison inverse du
 « carré de leurs distances à cet astre : Newton transporta donc
 « à la terre cette loi de la diminution de la pesanteur. En par-
 « tant des expériences de Galilée sur la chute des graves, il
 « détermina la hauteur dont la lune, abandonnée à elle-même,
 « descendait vers la terre, dans un court intervalle de temps¹.
 « Cette hauteur est le sinus verse de l'arc qu'elle décrit dans le
 « même intervalle, sinus que la parallaxe lunaire donne en
 « parties du rayon terrestre : ainsi, pour comparer à l'observa-
 « tion la loi de la pesanteur réciproque au carré des distances,
 « il était nécessaire de connaître la grandeur de ce rayon.
 « Mais Newton, n'ayant alors qu'une mesure fautive du méridien terrestre, parvint à un résultat différent de celui qu'il

¹ Nous donnons ce calcul dans la note xvi, pour déterminer la masse du soleil.

« attendait ; et, soupçonnant que des forces inconnues se joignaient à la pesanteur de la lune, il abandonna ses idées. Quelques années après, une lettre du docteur Hook lui fit rechercher la nature de la courbe décrite par les projectiles autour du centre de la terre. Picard venait de mesurer, en France, un degré du méridien : Newton reconnut, au moyen de cette mesure, que la lune était retenue dans son orbite par le seul pouvoir de la gravité supposée réciproque au carré des distances. D'après cette loi, il trouva que la ligne décrite par les corps dans leur chute est une ellipse dont le centre de la terre occupe un des foyers. Considérant ensuite que Képler avait reconnu, par l'observation, que les orbites des planètes sont pareillement des ellipses, au foyer desquelles le centre du soleil est placé, il eut la satisfaction de voir que la solution, qu'il avait entreprise par curiosité, s'appliquait aux plus grands objets de la nature. Il rédigea plusieurs propositions relatives au mouvement elliptique des planètes ; et le docteur Halley l'ayant engagé à les publier, il composa son ouvrage des *Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, qui parut en 1687...

« Newton était parvenu à la loi de la pesanteur, au moyen du rapport entre les carrés des temps des révolutions des planètes et les cubes des axes de leurs orbites supposés circulaires. Il démontra que ce rapport a généralement lieu dans les orbites elliptiques, et qu'il indique une égale pesanteur des planètes vers le soleil, en les supposant placées à la même distance de son centre. La même égalité de pesanteur vers la planète principale existe dans tous les systèmes de satellites ; et Newton la vérifia sur les corps terrestres par des expériences très-précises que l'on a depuis plusieurs fois répétées...

« En généralisant ces recherches, le grand géomètre fit voir qu'un projectile peut se mouvoir dans une section conique quelconque, en vertu d'une force dirigée vers son foyer, et réciproque au carré des distances : il développa les diverses propriétés du mouvement dans ce genre de courbes : il détermina les conditions nécessaires pour que la courbe soit un cercle, une ellipse, une hyperbole ou une parabole, con-

« ditions qui ne dépendent que de la vitesse et de la position
 « primitive du corps. Quelles que soient cette vitesse, cette
 « position, et cette direction initiale du mouvement, Newton
 « assigna une section conique que le corps peut décrire et
 « dans laquelle il doit conséquemment se mouvoir : ce qui
 « répond au reproche que lui fit Jean Bernoulli de n'avoir
 « pas démontré que les sections coniques sont les seules
 « courbes que puisse décrire un corps sollicité par une force
 « réciproque au carré des distances. Ces recherches, appliquées
 « au mouvement des comètes, lui apprirent que ces astres se
 « meuvent autour du soleil suivant les mêmes lois que les pla-
 « nètes, avec la seule différence que leurs ellipses sont très-
 « allongées ; et il donna le moyen de déterminer, par les obser-
 « vations, les éléments de ces ellipses.

« La comparaison de la grandeur des orbites des satellites et
 « de la durée de leurs révolutions, avec les mêmes quantités
 « relatives aux planètes, lui fit connaître les masses et les den-
 « sités respectives du soleil et des planètes accompagnées de
 « satellites, et l'intensité de la pesanteur à leur surface.

« En considérant que les satellites se meuvent autour de
 « leurs planètes, à fort peu près comme si ces planètes étaient
 « immobiles, il reconnut que tous ces corps obéissent à la
 « même pesanteur vers le soleil. L'égalité de l'action à la réac-
 « tion ne lui permit pas de douter que le soleil pèse vers les
 « planètes, et celles-ci vers leurs satellites, et même que la
 « terre est attirée par tous les corps qui pèsent sur elle. Il
 « étendit ensuite cette propriété à toutes les parties de la
 « matière ; et il établit en principe, que *chaque molécule de*
 « *matière attire toutes les autres, en raison de sa masse, et ré-*
 « *ciproquement au carré de sa distance à la molécule attirée.*

« Ce principe n'est pas simplement une hypothèse, qui satis-
 « fait à des phénomènes susceptibles d'être autrement expli-
 « qués, comme on satisfait de diverses manières aux équations
 « d'un problème indéterminé. Ici le problème est déterminé
 « par les lois observées dans les mouvements célestes, dont ce
 « principe est un résultat nécessaire. La pesanteur des planètes
 « vers le soleil est démontrée par la loi des aires proportion-

« nelles aux temps : sa diminution, en raison inverse du carré
 « des distances, est prouvée par l'ellipticité des orbes plané-
 « taires ; et la loi des carrés des temps des révolutions, pro-
 « portionnels aux cubes des grands axes, montre avec évidence
 « que la pesanteur solaire agirait également sur toutes les
 « planètes supposées à la même distance du soleil, et dont les
 « poids seraient par conséquent en raison des masses. L'éga-
 « lité de l'action à la réaction fait voir que le soleil pèse à son
 « tour vers les planètes, proportionnellement à leurs masses
 « divisées par les carrés de leur distance à cet astre. Les mou-
 « vements des satellites nous prouvent qu'ils pèsent à la fois
 « sur le soleil et sur leurs planètes, qui pèsent réciproquement
 « sur eux : en sorte qu'il existe, entre tous les corps du système
 « solaire, une attraction mutuelle, proportionnelle aux masses
 « et réciproque aux carrés des distances. Enfin leur figure
 « sphérique et les phénomènes de la pesanteur à la surface de
 « la terre ne laissent aucun lieu de douter que cette attraction
 « n'appartient pas seulement à ces corps considérés en masse,
 « mais qu'elle est propre à chacune de leurs molécules. »

355 — TABLES ASTRONOMIQUES. Telle est l'histoire de la plus grande découverte scientifique des temps modernes. Pour en présenter à nos lecteurs le résumé succinct, nous ne pouvions mieux faire que d'emprunter les pages qui précèdent au plus illustre successeur de Newton, au géomètre de génie dont les travaux ont le plus contribué à développer les innombrables conséquences du grand principe de la gravitation universelle. Newton n'a fait, pour ainsi dire, qu'ébaucher ces conséquences ; il les a entrevues vaguement, ou ne les a qu'imparfaitement démontrées ; souvent il n'a donné que des aperçus, toujours incertains, jusqu'à ce qu'une analyse rigoureuse en ait vérifié l'exactitude. Ce sont les géomètres français du XVIII^e siècle principalement, et Laplace à leur tête, qui, en appliquant l'analyse infinitésimale aux mouvements célestes, sont parvenus à expliquer, par la loi de la pesanteur, tous les phénomènes du système du monde, et à donner aux tables astronomiques la précision inespérée qui les caractérise aujourd'hui. Ce sont eux qui ont calculé les nombreuses in-

égalités qui résultent de l'attraction mutuelle des divers corps du système solaire, et qui les ont introduites dans ces tables. Aussi peut-on aujourd'hui, à l'aide des formules établies, remonter aux états que ce système a subis dans les temps les plus reculés, et prédire avec certitude ceux qu'il subira dans l'avenir. Et la théorie de la gravitation universelle est si complète, qu'elle a pu leur faire reconnaître un grand nombre d'inégalités nouvelles, que les observations n'avaient pas fait découvrir. Ce sont ces découvertes, faites *à priori*, et par la seule puissance de l'analyse, qui ont donné à cette belle théorie le degré de certitude qu'elle possède, et qui semble réservé aux vérités mathématiques.

§ VI. Éléments elliptiques des planètes.

356—NOMS DES ÉLÉMENTS ELLIPTIQUES. Pour pouvoir assigner, à chaque instant, la position qu'une planète occupe dans l'espace, et, par suite, la direction suivant laquelle la verra l'observateur placé sur la terre, certaines *données*, qu'on nomme les *éléments elliptiques* de la planète, sont nécessaires à connaître. Ces éléments sont au nombre de sept, savoir :

1° La *longitude du nœud ascendant*, c'est-à-dire l'angle que la ligne, menée du soleil au nœud ascendant, fait avec la ligne des équinoxes ;

2° L'*inclinaison* du plan de l'orbite sur le plan de l'écliptique ;

3° La longueur du *demi-grand axe* de l'ellipse, c'est-à-dire la distance moyenne de la planète au soleil ;

4° L'*excentricité*, c'est-à-dire le rapport de la distance des foyers au grand axe ;

5° La *longitude du périhélie*, à laquelle on peut substituer l'angle que le rayon vecteur qui va du soleil au périhélie fait avec la ligne des nœuds ;

6° L'époque du *passage* de la planète *au périhélie* ;

7° La *révolution sidérale* de l'astre.

357—LE MOUVEMENT D'UNE PLANÈTE EST DÉTERMINÉ PAR CES SEPT ÉLÉMENTS. Les deux premiers éléments, la longitude du nœud et l'inclinaison, suffisent pour déterminer la position du

plan de l'orbite dans l'espace, puisque d'ailleurs la ligne des nœuds passe par le soleil. Le troisième et le quatrième, le grand axe et l'excentricité, fixent complètement les dimensions de l'ellipse décrite. Le cinquième, la longitude du périhélie, détermine la position de l'ellipse dans son plan, puisqu'on sait que le soleil en occupe un des foyers : l'angle du grand axe avec la ligne des nœuds, que l'on peut substituer à cet élément, conduit au même résultat. Le sixième élément, l'époque du *passage*, indique à quel moment la planète était le plus près du soleil ; et, quand on connaît la durée de la révolution sidérale, c'est-à-dire le septième élément, on peut conclure de la première loi de Képler l'aire décrite par le rayon vecteur dans un temps donné, et par suite la position de la planète sur son orbite au bout de ce temps.

358—RÉDUCTION DES SEPT INCONNUES DU PROBLÈME A SIX. On voit, d'après cela, que le problème général de déterminer le mouvement d'une planète renferme sept inconnues qu'il s'agit de calculer. Cependant il faut remarquer que ces sept inconnues peuvent se réduire à six : car, d'après la troisième loi de Képler, les temps T et T' des révolutions sidérales de deux planètes et leurs demi-grands axes a , a' , sont liés par la formule

$$\frac{T^2}{T'^2} = \frac{a^3}{a'^3}.$$

Or, la terre est une planète soumise aux lois de Képler, dont on connaît la révolution T et le demi-axe a avec une grande précision : si donc on a déterminé le demi-axe a' de l'orbite d'une planète quelconque, la formule fera connaître la durée T' de sa révolution. Ainsi, le problème ne renferme réellement que six inconnues.

La solution de ce problème repose sur des calculs qui sont en dehors du cours purement descriptif prescrit par le programme. Nous indiquons (note XXX) les principes sur lesquels elle est fondée.

359—Voici, d'après l'*Annuaire*, le tableau des résultats

NOMS DES PLANÈTES.	MOYEN MOUVEMENT DIURNE.	RÉVOLUTION SIDÉRALE T.	INCLINAISON <i>i.</i>	DISTANCE MOYENNE AU SOLEIL <i>a.</i>	EXCENTRICITÉ <i>e</i>	ROTATION τ .
MERCURE.	14732",419	87,96926 ou 3mois	7° 0' 5"	0,3870985	0,2056063	24 ^h 5 ^m
VÉNUS.	5767,668	224,70080 ou 7mois $\frac{1}{2}$	3 23 29	0,7233317	0,0068618	23 21
LA TERRE.	3548,493	365,25638 ou 1 ^{an}	0 0 0	1,0000000	0,01679226	23 56
MARS.	4886,519	686,97964 ou 1 ^{an} 10 ^m $\frac{1}{2}$	1 51 6	1,523691	0,0932168	24 37
JUPITER.	299,129	4332,58482 ou 12 ^{ans}	1 18 52	5,202798	0,0481621	9 55
SATURNE.	120,455	10759,2198 ou 29 ^{ans} $\frac{1}{2}$	2 29 36	9,538852	0,0561505	10 30
URANUS.	42,233	30686,8205 ou 84 ^{ans}	0 46 28	19,18273	0,0466794	inconnue.
NEPTUNE.	21,554	60127, » ou 165 ^{ans}	1 46 59	30,04	0,0087195	inconnue.

que l'on a obtenus, pour les planètes principales, parmi lesquelles nous comprenons la terre. Nous n'indiquons ni la longitude du nœud, qui varie avec le temps, par suite de la rétrogradation des nœuds, ni par conséquent la longitude du périhélie, ni l'époque du passage, qui sont également variables. Ce tableau comprend l'inclinaison du plan de l'orbite sur l'écliptique, le demi-grand axe ou la distance moyenne au soleil, rapportée à celle de la terre prise pour unité, l'excentricité rapportée au grand axe, puis le moyen mouvement diurne en secondes, la révolution sidérale en jours solaires moyens, et enfin la durée de la rotation de chaque planète sur son axe, évaluée aussi en temps moyen.

360—REMARQUES SUR CE TABLEAU. En examinant ce tableau, on remarque que les plans des orbites sont fort peu inclinés sur l'écliptique, c'est-à-dire sur le plan de l'orbite de la terre; car la plus grande inclinaison, celle de Mercure, ne dépasse guère 7 degrés. Par conséquent les planètes principales restent toutes, dans leurs mouvements, comprises dans la zone zodiacale.

On voit en même temps que les orbites sont presque circulaires; car les excentricités sont toujours très-petites. Celle de Mercure atteint 0,2; puis, celle de Mars est au-dessous de 0,1, et les autres sont encore moindres.

On remarque encore que les planètes les plus voisines du soleil, qui sont aussi les plus petites, tournent sur elles-mêmes en 24 heures environ, comme la terre; tandis que Jupiter et Saturne, qui sont les plus grosses et les plus éloignées du soleil, exécutent leur rotation en 10 heures à peu près.

Nous avons donné les durées des révolutions sidérales en jours solaires moyens à 0,00001 près; mais nous avons indiqué en même temps les nombres ronds, faciles à retenir, qui mesurent ces durées approximativement en mois ou en années. Ce sont ces nombres que l'on grave ordinairement dans sa mémoire.

361—LOI DE BODE. Les distances moyennes des planètes au soleil sont évaluées, dans le tableau qui précède, en prenant pour unité la distance moyenne de la terre au soleil. On a cher-

ché longtemps quelle loi pouvaient suivre ces distances; le rapport singulier dont nous allons parler a été indiqué, à la fin du siècle dernier, par *Bode*, astronome de Berlin. Il paraît que *Titius* l'avait découvert le premier.

Si l'on considère la série suivante :

0, 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384.....,

dans laquelle chaque terme, à partir du troisième, qui est 6, est double de celui qui le précède; et si l'on ajoute 4 à chacun d'eux, on obtient cette seconde série,

4, 7, 10, 16, 28, 52, 100, 196, 388.....

Si enfin on prend le dixième de chacun des termes de celle-ci, on obtient une troisième série,

0,4; 0,7; 1; 1,6; 2,8; 5,2; 10; 19,6; 38,8.....,

dans laquelle chaque terme représente approximativement la distance d'une planète au soleil, comme on peut le vérifier aisément en comparant ces nombres avec ceux qui sont consignés au tableau. Cependant, en faisant cette comparaison, on remarquera qu'il n'y a, parmi les planètes que nous avons inscrites, aucun astre dont la distance réponde au nombre 2,8. En outre, le dernier nombre 38,8 ne représente la distance de Neptune qu'avec une erreur de près de neuf unités, ou d'un quart environ.

Quoi qu'il en soit, en voyant la lacune qui existait entre Mars et Jupiter, Bode, et Képler avant lui, avaient conçu l'espoir que l'on découvrirait une planète à la distance 2,8 : nous verrons bientôt comment cette espérance s'est réalisée avec une profusion qu'ils étaient loin de soupçonner (chap. IV). La découverte des petites planètes télescopiques est donc venue confirmer cette loi singulière, et faire supposer que, loin d'indiquer une relation fortuite entre des distances indépendantes les unes des autres, elle se rattache essentiellement à la constitution du monde solaire. Mais la découverte de Neptune a, dans ces dernières années, jeté du doute sur ces appréciations, et tend à prouver que la loi de Bode n'a aucune raison d'être. Cette loi n'en fournit pas moins une règle fort commode à retenir, pour fixer approximativement les distances moyennes des diverses planètes au soleil.

§ VII. Éléments physiques des planètes.

362—DIAMÈTRE APPARENT, DIAMÈTRE RÉEL, VOLUME D'UNE PLANÈTE. Indépendamment des éléments astronomiques que nous avons indiqués dans le paragraphe précédent, on est parvenu à mesurer les dimensions, la masse, la densité des planètes principales. Comme elles présentent un diamètre apparent sensible, on en a conclu leur diamètre réel, comme nous l'avons fait pour le soleil et pour la lune. Les volumes des sphères, étant proportionnels aux cubes de leurs diamètres, se déduisent immédiatement des longueurs de ces diamètres.

363—MASSE. Les plus grosses planètes, Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune, ont des satellites dont on connaît exactement la révolution : on peut en déduire la vitesse avec laquelle ces satellites, et en général des corps, soumis à l'attraction de ces planètes, et sans vitesse d'impulsion, tomberaient sur leur surface ; on en conclut, par suite, la masse de chacune d'elles, comme nous avons conclu la masse du soleil de la vitesse de chute de la terre (n° 181). Quant à celles qui n'ont pas de satellites, on a déduit leurs masses des perturbations qu'elles font éprouver aux autres corps célestes qui les approchent ; mais les méthodes employées ne sauraient être exposées ici.

364—DENSITÉ. La densité moyenne d'une planète est le rapport de sa masse à son volume : elle est donc connue, quand ces deux derniers éléments sont déterminés.

365—PESANTEUR A LA SURFACE. La pesanteur à la surface d'un de ces astres, étant proportionnelle à sa masse et inversement proportionnelle au carré de son rayon, se déduit aisément des mesures précédentes.

366—CHALEUR ET LUMIÈRE. Enfin l'intensité de la chaleur et de la lumière solaire varie suivant la loi de la raison inverse du carré de la distance au soleil ; on la conclut donc immédiatement de cette distance pour chaque planète.

367—TABLEAU DES ÉLÉMENTS PHYSIQUES DES PLANÈTES. Nous inscrivons ces divers éléments dans le tableau suivant, pour

PLANÈTES	SIGNES	DIAMÈTRES APPARENTS				DIAMÈTRE	VOLUME	MASSE	DENSITÉ moyenne	PESANTEUR à la surface	CHALEUR et lumière	APLATISSEMENT
		Plus petit	Distance moyenne	Plus grand	Vus à la distance du soleil							
MERCURE	☿	5'',0	6'',9	12'',0	6'',9	0,391	0,060	0,175	2,94	4,15	6,67	insensible
VÉNUS	♀	9,6	16,9	61,2	16,8	0,985	0,957	0,885	0,923	0,91	1,91	insensible
LA TERRE	♁	»	»	»	17,2	1,000	1,000	1,000	1,000	1,00	1,00	$\frac{1}{299}$
MARS	♂	3,6	6,29	18,28	9,6	0,519	9,140	0,132	0,948	0,50	0,43	$\frac{1}{30}$
JUPITER	♃	30,0	36,74	45,88	3'22''	11,225	1414,2	338,034	0,238	2,45	0,037	$\frac{1}{16}$
SATURNE	♄	»	16,20	»	2,46	9,022	734,8	101,411	0,138	1,09	0,011	$\frac{1}{10}$
URANUS	♅	»	4,0	»	1,14	4,344	82,0	14,789	0,180	1,05	0,003	$\frac{1}{9}$
NEPTUNE	♆	»	2,5	»	1,21	4,719	110,6	20,879	0,222	1,10	0,001	»

les planètes principales. Le diamètre et le volume sont rapportés au diamètre et au volume de la terre. La masse de notre globe est également prise pour unité, de même que sa densité moyenne. Nous rapportons enfin la pesanteur à la surface de chaque planète, à ce qu'elle est à la surface de la terre.

Nous joignons à ce tableau les diamètres apparents des planètes à leur périhélie, à leur aphélie, à leur distance moyenne de la terre, et ceux sous lesquels on les verrait si elles étaient placées à la même distance de nous que le soleil. Nous donnons aussi les aplatissements, tels que les fournissent la théorie de l'attraction ou des mesures directes.

368—REMARQUES. Nous avons peu de remarques à faire sur ce tableau. On voit que, dans leur mouvement autour du soleil, les planètes les plus voisines de la terre se rapprochent et s'éloignent beaucoup de nous : car le diamètre apparent de Vénus, par exemple, varie dans le rapport de six à un, celui de Mars varie dans le rapport de cinq à un ; et l'on sait que leurs distances sont inversement proportionnelles à ces diamètres apparents (n° 133).

On voit, en outre, que les plus grosses planètes sont les plus éloignées du soleil, et que, tandis que les plus petites ont une densité moyenne comparable à celle de la terre, les plus grosses ont, comme le soleil, une densité beaucoup plus faible.

Ce sont aussi les plus grosses planètes qui, tournant le plus vite sur elles-mêmes, ont l'aplatissement le plus considérable. Cependant Mars présente une exception à cette règle : il tourne sur lui-même en vingt-quatre heures environ, comme la Terre ; mais son aplatissement, que F. Arago évalue à $\frac{1}{30}$, est dix fois plus grand que celui de notre globe. Ce résultat est une objection sérieuse à la théorie qui suppose que les corps célestes ont été primitivement en fusion, et qu'ils ont pris alors, en tournant sur eux-mêmes, la forme géométrique que leur assignaient les conditions d'un équilibre stable.

CHAPITRE II.

PLANÈTES INFÉRIEURES : MERCURE ET VÉNUS.

PROGRAMME : **Planètes inférieures : Mercure , Vénus. — Leurs digressions orientale et occidentale.—Phases de Vénus.**

§ I. Progression , station et rétrogradation des planètes inférieures.

369—PLANÈTES INFÉRIEURES. On appelle planètes *inférieures* ou *intérieures* celles dont l'orbite est comprise dans l'orbite de la terre. On n'en connaît que deux : ce sont *Mercury* et *Vénus*.

Cependant M. *Lescarbaut*, médecin à Orgères, paraît avoir découvert, dans le courant de 1859, une troisième planète inférieure, plus voisine du soleil que *Mercury*, et qui a été nommée *Vulcain*. Nous nous contentons de la mentionner ici ; car on ne possède point encore de données sur cette planète.

370—MOUVEMENT APPARENT DES PLANÈTES INFÉRIEURES. Les planètes inférieures ne peuvent jamais se trouver en *opposition*. Mais elles ont deux *conjonctions* : l'une, conjonction intérieure ou inférieure, lorsqu'elles passent entre le soleil et la terre ; et l'autre, conjonction supérieure ou extérieure, lorsqu'elles sont au delà du soleil. Quelques jours après la conjonction inférieure, on voit la planète, le matin à l'orient, avant le lever du soleil ; elle paraît alors s'en éloigner, en allant d'orient en occident ; au bout de quelque temps, l'écart cesse de croître, la planète paraît stationnaire ; puis elle semble se rapprocher du soleil, allant ainsi vers l'orient, et elle finit par se perdre dans ses rayons. C'est alors qu'a lieu la conjonction supérieure. La planète reste quelque temps invisible. Puis, quelques jours après, on la voit, le soir, à l'occident, se dégager et s'éloigner du soleil vers l'orient : l'écart prend encore une

valeur maximum, après laquelle la planète, quelque temps stationnaire, semble de nouveau se diriger vers le soleil, c'est-à-dire vers l'occident, jusqu'à la conjonction inférieure. Ainsi, *progression* vers la conjonction supérieure, *rétrogradation* vers la conjonction inférieure, *station* à des époques intermédiaires; tels sont les aspects divers que nous présente le mouvement d'une planète inférieure.

371—EXPLICATION DES APPARENCES. Ces apparences s'expliquent avec une grande facilité. Supposons, en effet, que

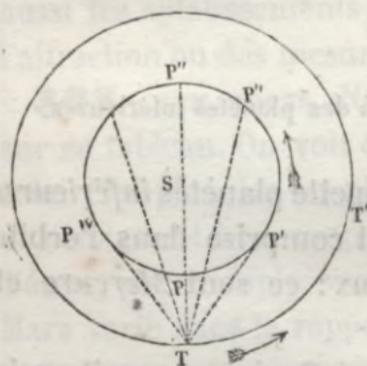


fig. 114.

S (fig. 114) soit le soleil, que PP' soit l'orbite de la planète, et que TT' soit celle de la terre; et admettons que ces deux orbites soient situées dans le même plan, celui de l'écliptique. Comme la terre est plus loin du soleil que la planète, sa vitesse angulaire est moindre. Supposons, pour un instant, que la terre soit immobile en T , pendant une révolution de la planète. Lors de la conjonction inférieure, l'astre est en P ; il se meut dans le sens PP' vers l'orient; et il nous paraît, vu du point T , rétrograder à l'occident. A mesure qu'il s'approche du point P' , où la droite TP' est tangente à son orbite, sa vitesse doit paraître se ralentir. En P' , il se meut sur la tangente elle-même, et il nous semble immobile; mais bientôt il vient en P'' , et il paraît alors se diriger vers l'orient avec une vitesse croissante jusqu'à l'époque de la conjonction supérieure en P''' . Puis il passe de l'autre côté, et il nous paraît alors à l'orient du soleil; il se dirige encore vers l'orient avec une vitesse décroissante, jusqu'à ce qu'il arrive en P'''' sur la tangente TP'''' . Il semble alors stationnaire, parce qu'il décrit cette tangente pendant quelques jours; puis il paraît rétrograder vers l'occident, jusqu'à la conjonction inférieure.

On voit ainsi comment le mouvement de la planète autour du soleil, toujours dirigé d'occident en orient, doit nous paraître tantôt direct, tantôt nul et tantôt rétrograde, à nous qui

sommes placés en dehors de son orbite. La terre, il est vrai, ne reste pas immobile pendant ce temps : cependant malgré son mouvement, qui est de même sens, mais plus lent que celui de la planète, l'explication précédente reste la même. Les choses se passent comme si, la terre étant immobile, la planète avait une vitesse moindre que celle qu'elle a en réalité : à la révolution sidérale, il faut substituer la révolution synodique qui est plus longue, pour obtenir la période complète du phénomène. Les stations ont lieu ainsi chaque fois à des époques plus reculées, et dans les diverses régions du ciel.

372 — ÉLONGATION, DIGRESSIONS. On nomme *élongation* d'une planète la différence entre les longitudes géocentriques de la planète et du soleil. La *digression* est l'élongation maximum d'une planète inférieure : on distingue la *digression occidentale* et la *digression orientale*. Les digressions de Mercure ne dépassent pas 28° , celles de Vénus 48° .

§ II. Phases des planètes inférieures.

373 — PHASES DE VÉNUS ET DE MERCURE. Les planètes inférieures présentent des phases complètement analogues à celles de la lune, et qui s'expliquent de la même manière. Car (fig. 115), lors de la conjonction inférieure, la partie éclairée

est invisible pour nous ; c'est l'époque de la *nouvelle planète*. Quelques jours après, on voit l'astre sous la forme d'un croissant qui va s'élargissant. A la station occidentale, la planète présente l'aspect d'un demi-cercle : c'est le premier quartier. Puis le disque s'élargit, à mesure qu'elle s'approche de la conjonction

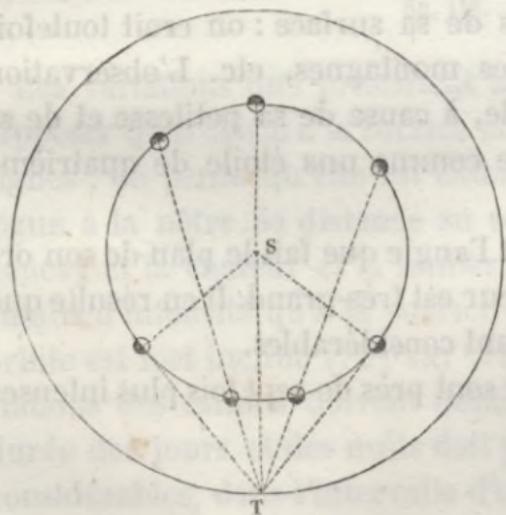


fig. 115.

supérieure. On ne la voit plus alors que difficilement,

parce qu'elle est perdue dans les rayons du soleil : mais dans les jours qui précèdent et dans ceux qui suivent, on l'aperçoit sous forme d'un cercle entier. Puis, en passant à l'orient du soleil, son disque s'échancre progressivement. A la seconde station, arrive le dernier quartier. Et enfin le croissant va se rétrécissant, et finit par disparaître à la conjonction inférieure.

Il n'est pas nécessaire de répéter ici l'explication que nous avons donnée pour les phases de la lune (nos 242 et suiv.) : il suffit de rappeler que la partie à la fois éclairée et visible de la planète est déterminée par deux plans menés par son centre, et perpendiculaires, l'un à la droite qui joint les centres de la planète et du soleil, l'autre à la droite qui joint ceux de la planète et de la terre.

Ce fait avait été prédit comme conséquence du système de Copernic, et il a été vérifié aussitôt qu'on a pu se servir des télescopes.

§ III. Mercure ☿.

374— MONOGRAPHIE DE MERCURE. Mercure est rarement visible, parce qu'il est presque toujours plongé dans les rayons du soleil. Sa distance à cet astre n'est que de 14700000 lieues environ. Cependant il était connu des anciens. On n'a guère pu distinguer les accidents de sa surface : on croit toutefois qu'il a une atmosphère, des montagnes, etc. L'observation de ses phases est fort difficile, à cause de sa petitesse et de sa proximité du soleil. Il brille comme une étoile de quatrième grandeur.

Il tourne sur lui-même, et l'angle que fait le plan de son orbite avec celui de son équateur est très-grand. Il en résulte que les variations des saisons y sont considérables.

La chaleur et la lumière y sont près de sept fois plus intenses qu'à la surface de la terre.

§ IV. Vénus ♀.

375—MONOGRAPHIE DE VÉNUS. Vénus est la brillante planète connue sous les noms d'*étoile du soir* et d'*étoile du matin*. C'est lorsqu'elle est en quadrature qu'elle a le plus d'éclat (parce que, lorsqu'elle est pleine, elle est trop voisine du soleil, et, en même temps, trop éloignée de nous) : elle est alors si brillante, qu'on la voit quelquefois en plein jour. Ses phases sont beaucoup plus faciles à observer que celles de Mercure. Comme elle est cinq ou six fois plus près de nous vers l'époque de la conjonction inférieure que vers le temps de la conjonction supérieure, elle paraît d'autant plus grosse que son croissant est plus étroit ; et ses phases présentent les variations de grandeur du diamètre apparent que nous avons essayé de représenter dans la fig. 116.



fig. 116.

Les variations que présentent les cornes du croissant font supposer qu'il existe à la surface de Vénus de très-hautes montagnes : on pense qu'elle est entourée d'une atmosphère analogue à la nôtre. Sa distance au soleil est d'environ 27486000 lieues ; et la chaleur et la lumière y ont à peu près deux fois autant d'intensité qu'à la surface de la terre. Le plan de son orbite est fort incliné (72°) sur celui de son équateur. Les variations des saisons doivent donc y être très-grandes ; et la durée des jours et des nuits doit y éprouver des changements considérables, dans l'intervalle d'une révolution.

Vénus d'ailleurs présente de grandes analogies avec la terre : elle tourne sur elle-même dans le même temps ; elle a à peu

près le même volume, la même masse et la même densité moyenne.

376—La durée de sa révolution synodique est de 584 jours : elle parcourt, pendant cette période, deux circonférences entières, plus 216° . Donc, après cinq révolutions synodiques, ou 2920 jours, ou 8 années communes, elle aura parcouru 10 circonférences plus 5 fois 216° , c'est-à-dire 13 circonférences. On voit qu'après 8 années communes, c'est-à-dire après 8 ans moins 2 jours, les conjonctions de Vénus avec le soleil arrivent au même point du ciel.

377—PASSAGE DE VÉNUS SUR LE DISQUE DU SOLEIL. Vénus, comme Mercure, peut, lors de la conjonction inférieure, passer sur le disque du soleil. Mais il faut, pour cela, comme pour les éclipses, que la planète soit dans le voisinage d'un de ses nœuds. On la voit alors comme une tache noire parfaitement ronde traverser le disque d'un mouvement uniforme, de gauche à droite. Son diamètre apparent est, dans ce cas, d'environ $4'$, et il est $\frac{1}{30}$ de celui du soleil. Le passage peut durer six ou sept heures.

378—PÉRIODE DES PASSAGES. Ce phénomène se reproduit périodiquement. On en calcule l'époque, comme celle des éclipses. Mais ces passages sont rares : les deux derniers ont eu lieu en 1761 et 1769. Après un passage, il s'écoule 8 ans avant qu'il s'en présente un second ; puis le troisième ne revient qu'après 113 ans $\frac{1}{2} \pm 8$ ans, et ainsi qu'il suit : 8 ans, 121 ans $\frac{1}{2}$, 8 ans, 105 ans $\frac{1}{2}$, etc. Les deux passages prochains auront lieu le 8 décembre 1874, et le 6 décembre 1882. Ils ont lieu en décembre ou en juin, époques auxquelles les longitudes du soleil sont 255° ou 75° , c'est-à-dire celles des nœuds de la planète.

Il est facile de se rendre compte de l'irrégularité apparente de cette période. En effet, pour qu'il y ait passage, il ne faut pas seulement qu'il y ait conjonction inférieure ; il faut encore, comme nous l'avons dit, que la planète ait, à cette époque, une latitude moindre que le demi-diamètre apparent du soleil : sans quoi elle ne se projetterait pas sur le disque solaire.

Or Vénus se retrouve en conjonction inférieure tous les

584 jours : mais ses positions sur son orbite, à ces époques successives, diffèrent comme celles de la terre sur l'écliptique : ses latitudes doivent donc aussi être différentes, et, par suite, il peut arriver que le passage n'ait pas lieu.

Supposons, par exemple, qu'une conjonction inférieure ait lieu au moment où Vénus est à son nœud, c'est-à-dire dans le plan de l'écliptique ; il y a, dans ce cas, nécessairement passage, et la planète décrit sensiblement le diamètre du soleil. Pour qu'une autre conjonction donne lieu à un autre passage, il faudra que Vénus soit encore près de son nœud, et la terre au même point de l'écliptique. Or, après huit ans moins deux jours, la planète se trouve en conjonction pour la cinquième fois (car 8 fois $365\frac{1}{2}$ = 5 fois 584) ; et la terre se trouve sensiblement au même point de son orbite. Mais Vénus ne se retrouve pas exactement à son nœud ; car ce nœud a un mouvement rétrograde sur l'écliptique. En huit ans, la latitude de la planète varie, en général, par suite de ce mouvement, de vingt à vingt-quatre minutes : or, le demi-diamètre apparent du soleil n'est que de seize minutes environ ; on voit donc qu'il pourra fort bien ne pas y avoir alors un second passage. Ce dernier ne pourra même avoir lieu qu'autant qu'à l'époque du précédent la planète ne se trouvait pas encore à son nœud. On voit, en même temps, que trois passages consécutifs, à huit ans d'intervalle, ne sont pas possibles, puisqu'en seize ans, la latitude de Vénus varie d'au moins 40'. Mais, au bout de cent treize ans environ, la latitude redevient la même : de sorte qu'après cette période de temps, il arrive un nouveau passage, qui peut être précédé ou suivi d'un autre, à huit ans d'intervalle.

379—MESURE DE LA PARALLAXE DU SOLEIL. Les passages de Vénus sur le disque du soleil offrent le moyen le plus exact que nous connaissions de mesurer la parallaxe du soleil, et, par suite, sa distance à la terre, et les dimensions du système planétaire. Les passages de 1761 et de 1769, le dernier surtout, ont été observés avec soin par des astronomes de diverses nations ; et ce sont ces observations qui ont fourni la valeur $8'',57$, que nous avons indiquée pour la parallaxe solaire. Il

nous serait difficile d'exposer complètement ici les calculs qui ont servi à cette détermination ; mais nous pouvons en indiquer l'esprit en peu de mots.

Lors du passage, Vénus se trouve environ deux fois et demie plus près de nous que le soleil ; sa parallaxe a donc une valeur très-appreciable. Il en résulte que des observateurs, placés en des points suffisamment éloignés du globe terrestre, doivent voir la planète décrire des cordes différentes du disque solaire. Ainsi (fig. 117), soient T la terre, V Vénus,



fig. 117.

et S le disque du soleil perpendiculaire à la ligne ST ; les observateurs placés en A, B, K, voient, au même instant, l'astre projeté en V', V'', V''' ; et il leur paraît décrire les cordes différentes, CD, EF, GH.

Or, supposons, pour simplifier, que les deux observateurs A et K soient placés aux extrémités d'un diamètre terrestre, et faisons abstraction du mouvement de rotation de la terre. Chacun d'eux pourra mesurer la corde qu'il voit décrire à la planète, soit directement, soit en évaluant le temps du passage (car le mouvement angulaire de Vénus étant parfaitement connu, le temps fournira l'espace parcouru). Les deux cordes CD et GH étant déterminées, on en conclura aisément leur distance V'V'''. Cela posé, les deux triangles semblables AVK, V'VV''', donnent

$$\frac{VV'}{AV} = \frac{V'V'''}{AK},$$

Or on trouve¹ que le rapport $\frac{VV'}{AV}$ des distances de Vénus au soleil et à la terre est $2\frac{1}{2}$ environ, au moment de la conjonction : donc

$$V'V''' = AK \times 2\frac{1}{2} = 5 r,$$

¹ Voir la note xxxi, à la fin du volume.

en désignant par r le rayon terrestre. Ainsi la distance des deux cordes vaut cinq fois le rayon de la terre. Donc l'angle sous lequel on voit de la terre la distance V/V''' vaut cinq fois l'angle sous lequel on verrait du soleil le rayon terrestre, ou cinq fois la parallaxe solaire. Donc, en prenant le cinquième de la distance V/V''' mesurée tout à l'heure, on aura la parallaxe cherchée.

CHAPITRE III.

PLANÈTES SUPÉRIEURES :

MARS, JUPITER, SATURNE, URANUS, NEPTUNE.

PROGRAMME : **Jupiter** ; rotation, aplatissement de son disque.—**Saturne** ; bandes, rotation, aplatissement, anneau.—**Dimensions des différentes parties de ce système.**

§ 1. Progression, station, rétrogradation des planètes supérieures.

380—PLANÈTES SUPÉRIEURES. Les planètes *supérieures* ou *extérieures* sont celles dont l'orbite comprend l'orbite de la terre. Les principales sont : *Mars, Jupiter, Saturne, Uranus* et *Neptune* ; ce sont celles dont nous nous occuperons dans ce chapitre.

381—MOUVEMENT APPARENT DES PLANÈTES SUPÉRIEURES. Une planète supérieure, étant plus éloignée du soleil que la terre, se trouve alternativement en opposition et en conjonction, par suite de son mouvement de translation. Au moment de l'opposition, la planète, qui passe au méridien vers minuit, est visible pendant toute la nuit ; elle paraît alors animée d'un mouvement rétrograde vers l'occident ou vers la droite de l'observateur. Puis ce mouvement se ralentit, et l'astre semble stationnaire au milieu des étoiles ; alors il n'est visible que le soir, à l'occident, après le coucher du soleil, et pendant la première partie de la nuit. Quelques jours après, la planète se dirige vers l'orient, et son mouvement s'accélère à mesure

qu'elle approche de la conjonction : en même temps le moment de son coucher suit presque immédiatement celui du soleil; et elle finit par devenir invisible quoique très-éclairée, parce qu'elle se trouve à peu près dans la direction du soleil et au delà de cet astre. Bientôt on aperçoit la planète, à l'orient, le matin, un peu avant le lever du soleil : elle continue alors à se déplacer dans le sens direct, à travers les étoiles; et le moment de son lever précède de plus en plus celui du soleil. Puis, son mouvement direct se ralentit, et finit par s'annuler : on la voit alors pendant la seconde partie de la nuit. Enfin le mouvement rétrograde se manifeste de nouveau, et va s'accéléralant jusqu'à l'époque de l'opposition, en même temps que l'heure de son lever se rapproche de plus en plus de celle du coucher du soleil. Ainsi, *mouvement direct* vers la conjonction, *mouvement rétrograde* vers l'opposition, *station* entre ces deux époques : tels sont les aspects divers que nous présente le mouvement d'une planète supérieure.

382—EXPLICATION DES APPARENCES, EN SUPPOSANT LA PLANÈTE IMMOBILE. Ces apparences sont dues à la différence des vitesses angulaires de la terre et de la planète; mais ici, c'est la vitesse de la terre qui est la plus grande. Pour rendre l'explication plus nette, nous supposerons encore que la planète est dans le plan de l'écliptique; et nous admettrons d'abord qu'elle est immobile, tandis que la terre exécute sa révolution autour du soleil. Soient (fig. 118) : S le soleil, TT'T' l'orbite de la terre,

et PP'P'' celle de la planète que nous supposons d'abord immobile en P. Soit, à ce moment, T la position de la terre : la planète est en opposition, elle nous paraît projetée en *p* au milieu des étoiles de cette région. A mesure que la terre s'avance vers T', la planète, qui nous semble toujours à l'extrémité du rayon visuel, paraît décrire l'arc *pp'*, en sens rétrograde. Si

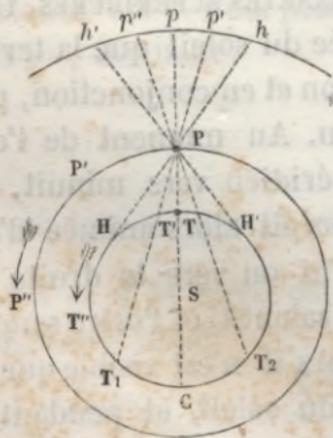


fig. 118.

l'on mène la tangente PH à l'orbite terrestre, on voit que

ce mouvement rétrograde continuera en se ralentissant, jusqu'à ce que la terre soit en H : alors la planète paraît en h . C'est là le point du ciel où elle semble stationnaire pendant quelques jours ; car la terre décrit alors sensiblement la tangente PH , et voit toujours l'astre dans la même direction. Mais, à mesure que la terre se transporte vers T_1 , le rayon visuel HP s'incline en sens inverse, et va rencontrer la sphère céleste à l'orient de h : on voit donc la planète revenir, dans le sens direct, de h en p' , puis de p' en p , lorsque la terre s'approche de la conjonction C . Le mouvement de la terre continuant vers T_2 , le mouvement de la projection de la planète continue aussi vers p'' ; mais, lorsque la terre arrive en H' sur la tangente $H'P$, l'astre se projette, pendant quelques jours, en un point fixe h' : c'est la seconde station. Puis, lorsque la terre va de H' en T , la planète paraît rétrograder de h' en p . Et après l'opposition, les mêmes apparences se reproduisent dans le même ordre.

383—EXPLICATION DANS L'HYPOTHÈSE DU MOUVEMENT DE LA PLANÈTE. La planète n'est pas fixe, comme nous l'avons supposé, pendant la révolution de la terre ; elle décrit, dans le même sens, un certain arc de son orbite, PP' , par exemple. Ce mouvement ne change pas l'explication précédente. Il n'a d'autre effet que de placer l'opposition nouvelle de la planète dans une autre région, et, par suite, de substituer la révolution synodique à la révolution sidérale pour la période des divers mouvements. Il rend ainsi plus longues les durées des stations et rétrogradations. En outre, ces stations n'ont pas lieu dans les mêmes régions du ciel.

384—EFFET DE L'INCLINAISON DE L'ORBITE. Quant à la faible inclinaison de l'orbite de la planète sur celle de la terre, que nous avons négligée, elle a un effet d'un autre genre. Il résulte de ce qui précède que, si les deux plans se confondaient, la perspective de la courbe apparente, décrite par la planète, se confondrait avec le grand cercle de l'écliptique :



fig. 119.

la perspective de la courbe apparente, décrite par la planète, se confondrait avec le grand cercle de l'écliptique :

dans l'état réel des choses, cette perspective est une courbe en zigzag assez compliquée (fig. 119), mais dont la partie rétrograde est toujours moindre que la partie correspondante au mouvement direct.

§ II. Phases des planètes supérieures.

385—CALCUL DES PHASES POUR LES PLANÈTES SUPÉRIEURES.

On ne peut citer que Mars qui ait des phases ; les autres planètes sont trop éloignées de nous. En effet, le calcul démontre ¹ que l'échancrure est pour Mars de moins du quart du rayon, et qu'elle se réduit à 0,019 pour Jupiter et à 0,0055 pour Saturne. Elle est donc complètement insensible pour ces deux dernières planètes. Quant à Mars, vers les quadratures, il doit avoir l'apparence qu'offre la lune trois ou quatre jours avant ou après l'opposition.

§ III. Mars ♀ (fig. 175, planche III).

386—MONOGRAPHIE DE MARS. Mars est la moins éloignée des planètes supérieures. Il est sept fois plus petit que la terre, et sa distance moyenne au soleil est d'environ 58 millions de lieues. Le plan de son équateur est incliné sur celui de son orbite de 28° 48'. Les saisons doivent donc y éprouver à peu près les mêmes variations que sur la terre.

Sa révolution sidérale est de 687 jours environ, et sa révolution synodique est de 780 jours à peu près.

387—Mars brille comme une belle étoile, d'une couleur rougeâtre très-prononcée. Lorsqu'on l'examine à l'aide d'une lunette, on aperçoit des taches sombres d'une teinte verdâtre, due sans doute à un effet de contraste. Elles disparaissent toujours avant d'avoir atteint le bord du disque apparent. Ces taches sont permanentes à la surface de la planète. Mais d'autres taches blanchâtres apparaissent périodiquement et alternativement aux deux pôles de l'astre, et offrent une analogie frappante avec les glaces de nos régions polaires. Il semble

¹ Voir la note xxxii, à la fin du volume.

que les neiges et les glaces, amoncelées au pôle nord de la planète, pendant l'hiver, se fondent au soleil de l'été, tandis qu'elles se forment et s'accumulent au pôle austral, sur lequel l'hiver sévit à son tour.

388—Arago, qui a publié, dans les dernières années de sa vie, le résultat des observations d'un demi-siècle sur le monde solaire, nous apprend que, d'après ses mesures photométriques, les taches blanchâtres des régions polaires réfléchissent deux fois plus de lumière que les régions équatoriales : c'est un trait de ressemblance de plus. Il faut donc admettre l'existence d'une atmosphère autour de Mars. Arago a reconnu que le centre est plus rouge que les bords ; ce qui confirme l'existence de l'atmosphère.

Enfin, après avoir discuté les observations qui donnaient, pour l'aplatissement de la planète, des valeurs fort discordantes, l'illustre astronome a annoncé qu'il se croyait en droit d'assigner à cet astre un aplatissement égal à $\frac{1}{30}$. La théorie ne donne qu'une valeur de $\frac{1}{250}$ environ.

§ IV. Jupiter ♃ (fig. 176, planche III).

389—MONOGRAPHIE DE JUPITER. Jupiter est la plus grosse des planètes qui circulent autour du soleil : son volume, qui vaut le millième de celui du soleil, est plus de quatorze cents fois celui de la terre. Sa distance au soleil vaut près de 200 millions de lieues. Un observateur, placé sur la planète, ne verrait l'astre qui l'éclaire que sous un angle de 6' environ. L'intensité de la chaleur et celle de la lumière doivent y être 25 ou 30 fois moindres qu'à la surface de la terre.

390—Jupiter tourne sur lui-même, autour d'un axe presque perpendiculaire à l'écliptique ($86^{\circ} 54' 30''$), et par suite presque perpendiculaire à son orbite. Le soleil s'écarte donc très-peu de son équateur, et la température doit y être à peu près invariable pendant l'année. D'ailleurs la rotation n'ayant qu'une durée de 10 heures, le jour et la nuit ont chacun une

durée de 5 heures environ. Cette rotation rapide a pour conséquence un aplatissement considérable aux pôles : on trouve en effet que cet aplatissement est $\frac{1}{46}$.

391—Jupiter met environ 12 ans à faire sa révolution autour du soleil : il décrit à très-peu près un degré en 12 jours, ou trente degrés en un an. Ainsi, en un an, Jupiter passe d'une constellation dans la constellation zodiacale qui est à l'orient de la première. Il se trouve aujourd'hui (1861) dans la constellation des Poissons.

Sa révolution synodique est de 399 jours.

392—Cette planète semble une étoile blanche, une peu jaunâtre, très-brillante, quoique d'un éclat inférieur à celui de Vénus. A l'aide d'une lunette, on voit sur son disque des bandes alternativement sombres et brillantes, parallèles à l'équateur de la planète. On voit aussi s'y former de temps en temps des taches brunes très-irrégulières, qui ont servi à déterminer sa rotation.

§ V. Saturne ♄ (fig. 477, planche III).

393—MONOGRAPHIE DE SATURNE. Saturne, moins gros que Jupiter, est cependant plus de sept cents fois plus gros que la terre. Sa distance moyenne au soleil est égale à 362 millions de lieues. Il tourne sur lui-même, comme Jupiter, en 10 heures $\frac{1}{2}$ à peu près ; et son axe fait avec le plan de l'orbite un angle de 64 degrés. La valeur de son aplatissement, $\frac{1}{10}$, est en rapport avec la rapidité de cette rotation.

394—Saturne ne nous envoie, à cause de sa distance au soleil, qu'une lumière pâle et comme plombée. Lorsqu'on l'observe à l'aide d'une lunette, on aperçoit sur son disque, comme sur celui de Jupiter, des bandes alternativement sombres et brillantes, parallèles à son équateur.

Cette planète met plus de 29 ans à accomplir sa révolution sidérale ; elle parcourt un degré en 30 jours, un signe en 2 ans $\frac{1}{2}$. Elle se trouve en ce moment (1861) dans la constel-

lation du Taureau. Sa révolution synodique a une durée de $1^{\text{an}} 13^{\text{j}}$.

395—ANNEAU DE SATURNE. Saturne présente une exception unique dans le système solaire. Il est entouré d'une espèce d'anneau opaque, circulaire, large et mince, à peu près plan, sans adhérence avec la planète, et qui la ceint par son milieu. Galilée le découvrit presque aussitôt après l'invention des lunettes; mais il ne put se rendre compte des singulières apparences qu'il présente successivement. Il s'offre ordinairement à nos yeux sous la forme d'une ellipse qui s'élargit peu à peu, puis se rétrécit, et finit par disparaître, pour reparaître quelques mois après. Ce fut Huyghens qui comprit le premier à quelle cause il fallait attribuer ces aspects divers.

396—Ces apparences singulières sont évidemment l'effet des positions relatives qu'occupent Saturne, le soleil et la terre. Car l'anneau paraît le prolongement de l'équateur de la planète, et fait avec l'écliptique un angle de 28 degrés. Si le plan prolongé de l'anneau laisse d'un même côté la terre et le soleil, nous voyons la face tournée vers nous, puisqu'elle est éclairée. Si le plan va passer par le soleil, nous n'en voyons plus que la tranche, qui apparaît, dans de fortes lunettes, comme une ligne lumineuse. Enfin, si le plan prolongé passe entre le soleil et la terre, la face obscure est seule tournée vers nous, et

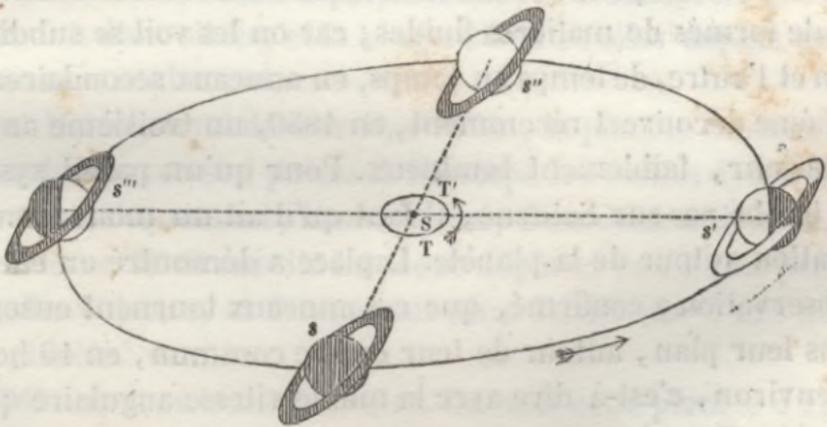


fig. 120.

l'anneau est invisible. Or, c'est là ce qui arrive réellement. En

effet, l'anneau reste, dans le mouvement de translation de la planète, constamment parallèle à lui-même. Si donc on examine la fig. 120, et qu'on se rappelle l'explication que nous avons donnée de l'inégalité des jours et des nuits par suite du mouvement de translation de la terre (n° 228), on voit facilement qu'en s ou en s'' , à l'époque des équinoxes de la planète, la tranche seule de l'anneau est éclairée; qu'en s' c'est la face boréale, et qu'en s''' c'est la face australe qui reçoit les rayons du soleil; qu'ainsi la terre, en se déplaçant sur son orbite TT' , qui a un rayon près de dix fois moindre, doit, vers le temps des équinoxes de Saturne, tous les quinze ans environ, être placée de manière à ne plus voir l'anneau; et qu'elle doit être située aux autres époques, de manière à voir tantôt l'une et tantôt l'autre face. Ajoutons encore que, quand l'anneau nous présente sa face obscure, on voit qu'il projette une ombre sur le disque de la planète. C'est en 1848 que l'anneau a disparu pour la dernière fois; maintenant il nous montre sa face australe, laquelle a obtenu sa plus grande largeur en 1855; le petit axe de l'ellipse de projection a été à peu près la moitié du grand axe; il disparaîtra de nouveau en 1863; puis on verra, pendant quinze ans, sa face boréale, sous des angles divers.

397 — SUBDIVISIONS DE L'ANNEAU. Cet anneau n'est pas simple: il est composé de deux anneaux concentriques, séparés l'un de l'autre par un intervalle obscur. Ces anneaux sont sans doute formés de matières fluides; car on les voit se subdiviser l'un et l'autre, de temps en temps, en anneaux secondaires. On a même découvert récemment, en 1850, un troisième anneau antérieur, faiblement lumineux. Pour qu'un pareil système ne tombe pas sur Saturne, il faut qu'il ait un mouvement de rotation autour de la planète. Laplace a démontré en effet, et l'observation a confirmé, que ces anneaux tournent ensemble dans leur plan, autour de leur centre commun, en 40 heures $\frac{1}{2}$ environ, c'est-à-dire avec la même vitesse angulaire que la planète elle-même.

398—DIMENSIONS DE L'ANNEAU. On a pu, dans les circonstances les plus favorables, mesurer l'angle sous lequel on voit la largeur des anneaux, et les distances angulaires de leurs

bords intérieurs et extérieurs au centre de la planète; et comme on connaît la distance réelle de Saturne, et l'inclinaison des diamètres réels, on en a déduit facilement les dimensions véritables. On a trouvé :

Rayon équatorial de Saturne.	= 64000 kilom. = 16000 lieues.
Rayon intérieur de l'anneau intérieur	= 94000 kilom. = 23500 lieues.
Rayon extérieur de l'anneau intérieur	= 120000 kilom. = 30000 lieues.
Intervalle des deux anneaux.	= 3000 kilom. = 750 lieues.
Rayon intérieur de l'anneau extérieur	= 123000 kilom. = 30750 lieues.
Rayon extérieur de l'anneau extérieur	= 142000 kilom. = 35500 lieues.

Ainsi la largeur totale des anneaux réunis vaut 48000 kil. ou 12000 lieues, c'est-à-dire les $\frac{3}{4}$ du rayon équatorial de la planète. L'anneau laisse un espace vide de 30000 kil., ou 7500 lieues, entre Saturne et lui; à travers ce vide on peut apercevoir les petites étoiles qui sont au delà. Quant à l'épaisseur de l'anneau, on ne la connaît pas; mais on suppose qu'elle n'a pas plus de 120 kilomètres ou 30 lieues.

§ VI. Uranus ♅.

399—DÉCOUVERTE D'URANUS. Les cinq planètes que nous venons d'étudier étaient connues des anciens astronomes. Celles dont il nous reste à parler n'ont été découvertes que depuis moins d'un siècle, et la plupart d'entre elles depuis quelques années seulement.

C'est Herschel qui découvrit, en 1781, la planète Uranus. En recherchant avec son puissant télescope les étoiles doubles, il aperçut un disque rond, bien terminé, d'un éclat uniforme, et un peu terne. Il vit ensuite l'astre se déplacer peu à peu parmi les étoiles voisines, et il reconnut ainsi l'existence d'une nouvelle planète.

400—MONOGRAPHIE D'URANUS. On voit cette planète à l'œil nu, comme une étoile de sixième grandeur. Herschel calcula son orbite et mesura son diamètre. Beaucoup plus petite que Saturne, elle est cependant 82 fois plus grosse que la terre. Sa distance au soleil dépasse 728 millions de lieues; elle met

84 ans à faire sa révolution annuelle. On ne sait si elle tourne sur elle-même; mais l'analogie, et surtout son aplatissement, qu'on évalue à $\frac{4}{9}$, semblent indiquer une rotation rapide.

401—La durée de sa révolution synodique est de 369 jours $\frac{1}{2}$.

La surface du soleil doit y paraître les 0,003 de ce qu'elle est pour nous: la chaleur et la lumière doivent donc y être extrêmement faibles.

§ VII. Neptune ♆.

402—DÉCOUVERTE DE NEPTUNE. Lorsqu'on veut déterminer à l'avance, par le calcul, la position qu'une planète doit occuper dans le ciel à une époque donnée, il ne suffit pas de calculer l'ellipse que l'attraction centrale du soleil lui fait parcourir; il faut encore tenir compte des attractions secondaires des autres planètes, qui exercent une petite influence sur sa marche, et qui la font dévier légèrement de son orbite. Ces *perturbations* dépendent à la fois de la masse de l'astre attirant, et de sa distance à la planète dont on étudie le mouvement.

Tant qu'il ne s'est agi que des anciennes planètes connues, le calcul des perturbations s'est trouvé constamment d'accord avec les résultats des observations; de sorte que les positions de ces divers astres pouvaient être assignées à l'avance avec une étonnante précision. Mais il n'en a pas été de même pour Uranus. En appliquant au mouvement de cette planète les méthodes qui avaient si bien réussi pour les autres, en déterminant les perturbations que devaient lui faire éprouver Saturne et Jupiter (les seules qui pouvaient avoir sur elle une action appréciable), on a trouvé constamment, pendant quarante ans, le calcul en désaccord croissant avec les observations. Comme aucune erreur ne s'était glissée dans ce calcul, il fallait admettre que le désaccord était dû à une planète perturbatrice, jusqu'alors inconnue. Il était réservé à un jeune géomètre français de développer cette conjecture, et de découvrir la nouvelle planète, à l'aide d'une savante analyse. M. Le

Verrier aborda en effet cette question, en renversant le problème ordinaire : au lieu de déterminer les perturbations qu'une planète *de masse connue* devait produire sur Uranus, à une distance connue, il se proposa de calculer la masse que devait avoir une planète inconnue, et la distance à laquelle elle devait se trouver, pour produire les perturbations qu'indiquait l'observation. Et il résolut ce magnifique problème, malgré ses difficultés innombrables. Un jour, le 31 août 1846, il annonça à l'Académie des Sciences que la planète cherchée devait se trouver par $326^{\circ} 52'$ de longitude héliocentrique, au milieu des étoiles de la XXI heure (celles dont les longitudes sont comprises entre 315 degrés et 330 degrés). Moins d'un mois après, *M. Galle*, directeur de l'observatoire de Berlin, qui avait à sa disposition les cartes récemment gravées de cette région du ciel, découvrait la planète dans le champ de son télescope, à la place que lui avait assignée le géomètre français. Il n'y avait pas une différence d'un degré entre le résultat du calcul et celui de l'observation ! Cette découverte est, à coup sûr, un des plus beaux triomphes de l'astronomie moderne, et une des preuves les plus éclatantes de la vérité du principe de l'attraction universelle.

403—MONOGRAPHIE DE NEPTUNE. Arago, chargé de nommer la nouvelle planète, lui donna le nom de celui qui l'avait si savamment trouvée : cependant on est convenu aujourd'hui de l'appeler Neptune; son signe est un trident. Elle paraît comme une étoile de 9^e grandeur; elle a, dans les plus fortes lunettes, un disque sensible. Plus grosse qu'Uranus, elle a une densité supérieure à celle de cet astre. Sa distance au soleil est de plus de 1100 millions de lieues. La chaleur et la lumière n'y sont que la millième partie de ce qu'elles sont à la surface de la terre.

CHAPITRE IV.

PLANÈTES TÉLESCOPIQUES.

PROGRAMME : **Grand nombre de très-petites planètes situées entre Mars et Jupiter.**

404—DÉCOUVERTE DES QUATRE PREMIÈRES PETITES PLANÈTES.

Képler, en examinant les rapports des distances des planètes connues au soleil, avait remarqué qu'un *hiatus* (suivant son expression) existait entre Mars et Jupiter, comme nous l'avons déjà dit en parlant de la loi de Bode (n^o 361). Il avait pensé qu'il pourrait bien exister une planète, dont l'orbite serait comprise entre celles de ces deux astres. Les recherches entreprises en Allemagne pour la découvrir n'amènèrent aucun résultat; et elles étaient abandonnées, lorsque, le 1^{er} janvier 1801, *Piazzi*, directeur de l'observatoire de Palerme, occupé à former un catalogue d'étoiles, découvrit fortuitement *Cérès*. Puis *Olbers*, illustre astronome de Brême, en étudiant la région du ciel où se mouvait *Cérès*, découvrit *Pallas*, aussi par hasard, le 28 mars 1802. C'est encore accidentellement que *Harding*, en 1804, constata l'existence de *Junon*, en explorant le firmament.

405—PROCÉDÉS POUR EN DÉCOUVRIR D'AUTRES. Jusqu'ici, c'est le hasard seul qui a présidé à ces découvertes : c'est qu'en effet, pour des astres aussi petits que ceux-là, et dont l'influence perturbatrice sur les autres est complètement nulle, il est difficile que la *théorie* puisse prévoir leur existence. L'astronome n'a donc pas d'autre ressource que celle de diriger sa lunette vers une région du ciel, et de comparer ce qu'il y voit avec ce qu'on y a vu antérieurement. Aperçoit-il un astre qui n'est pas indiqué sur la carte de cette région dessinée antérieurement, il mesure avec soin ses coordonnées pour reconnaître si elles sont variables; et, dans ce cas, il proclame l'existence d'un nouvel *astre errant*, et il calcule les éléments de

son mouvement. N'y trouve-t-il plus, au contraire, un point lumineux, qui était, sur sa carte, désigné comme une étoile, c'est que ce point était une planète, dont il recherche alors la position nouvelle.

406—**HYPOTHÈSE D'OLBERS.** Il est bien rare (c'est même un fait unique dans l'histoire de la science) que des considérations, comme celles qui ont amené M. Le Verrier à voir Neptune *au bout de sa plume*, permettent à l'astronome d'annoncer à l'avance l'existence d'une planète inconnue. Cependant ce n'est pas le hasard seul qui a conduit Olbers à la découverte de Vesta. Il avait cru remarquer, en effet, que les orbites de Cérès et de Pallas se coupaient en deux points de l'espace, par lesquels vint à passer ultérieurement l'orbite de Junon. Il imagina, en conséquence, que ces petits astres pouvaient être les fragments d'une grosse planète qui aurait fait explosion dans l'un des deux points communs aux trois orbites, et que sans doute d'autres fragments devaient venir, à chaque révolution, passer par les mêmes points. Il s'attacha donc à explorer, chaque année, les régions du ciel correspondantes à ces points, et le succès couronna ses efforts : car, le 29 mars 1807, il découvrit *Vesta*.

407—**MONOGRAPHIE DES QUATRE PREMIÈRES PETITES PLANÈTES.** Ces quatre planètes sont appelées *planètes télescopiques*, parce qu'elles ne sont visibles que dans les télescopes. Cérès et Pallas ont, à peu près, le même volume : il est $\frac{4}{1660}$ de celui de la terre. Junon est un peu plus petite que ces deux planètes. Quant à Vesta, c'est la plus petite et la plus brillante : son volume n'est guère que $\frac{4}{17700}$ de celui de la terre.

Leurs orbites sont toutes comprises entre celles de Mars et de Jupiter, et leurs distances au soleil sont à peu près 2,8.

408—**NOUVELLES PETITES PLANÈTES.** Cérès, Pallas, Junon et Vesta ont été, pendant 40 ans, les seules planètes dont la position ait réalisé les conjectures de Képler. Mais, depuis 1845, divers astronomes en ont découvert 58 autres, télescopiques aussi, comprises également entre Mars et Jupiter : huit d'entre elles appartiennent à la seule année 1852. Il n'est pas improbable que d'autres encore restent à découvrir. M. *Le Verrier*,

dans un savant travail, présenté à l'Académie des sciences en novembre 1853, est arrivé à la conclusion suivante : *La somme totale de la matière, constituant les petites planètes situées entre les distances moyennes 2,20 et 3,16, ne peut dépasser environ le quart de la masse de la terre.*

409—TABLEAU DES PETITES PLANÈTES. Voici le tableau des éléments de ces soixante-deux petites planètes connues aujourd'hui (décembre 1860). On remarquera que les inclinaisons de leurs orbites sur le plan de l'écliptique sont plus considérables que celles des planètes principales, et que les excentricités sont aussi plus grandes.

Nous croyons utile d'indiquer dans ce tableau les noms des astronomes qui ont découvert ces petits astres, ainsi que la date de chaque découverte. Les planètes (60 et 62), découvertes, l'une à Paris, par M. Chacornac, le 12 septembre 1860, l'autre à Washington, par M. Fergusson, le 14 septembre 1860, n'ont pas encore reçu de nom.

NOMS des planètes.	SIGNES.	AUTEURS de la découverte.	DATES de la découverte.	MOYENS mouvements diurnes.	JOURNÉES des révolutions sidérales.	DISTANCES moyennes au Soleil.	Excentricités.	Inclinaisons.
Cérès.	(1)	Piazzi.	1 ^{er} janvier 1801	771''	1681j.	2,767	0,080	10° 36' 28''
Pallas.	(2)	Olbers.	28 mars 1802	770	1684	2,770	0,239	34 42 41
Junon.	(3)	Harding.	1 ^{er} septemb. 1804	814	1592	2,669	0,257	13 3 21
Vesta.	(4)	Olbers.	29 mars 1807	978	1325	2,361	0,090	7 8 16
Astrée.	(5)	Hencke.	8 décemb. 1845	857	1511	2,577	0,189	5 19 23
Hébé.	(6)	Hencke.	1 ^{er} juillet 1847	939	1380	2,425	0,202	14 46 32
Iris.	(7)	Hind.	13 août 1847	963	1346	2,385	0,232	5 28 16
Flore.	(8)	Hind.	18 octobre 1847	1086	1193	2,202	0,157	5 53 3
Métis.	(9)	Graham.	26 avril 1848	962	1347	2,387	0,123	5 35 58
Hygie.	(10)	de Gasparis.	14 avril 1849	634	2043	3,151	0,101	3 47 11
Parthénope.	(11)	de Gasparis.	11 mai 1850	924	1402	2,452	0,100	4 37 1
Victoria.	(12)	Hind.	13 septemb. 1850	996	1301	2,333	0,219	8 23 19
Egérie.	(13)	de Gasparis.	2 novemb. 1850	858	1511	2,577	0,089	16 32 14
Irène.	(14)	Hind.	19 mai 1851	854	1518	2,585	0,169	9 6 44
Eunomia.	(15)	de Gasparis.	29 juillet 1851	822	1576	2,651	0,189	11 43 50
Psyché.	(16)	de Gasparis.	17 mars 1852	710	1825	2,923	0,135	3 4 9
Thétis.	(17)	Luther.	17 avril 1852	913	1420	2,473	0,127	5 35 28
Melpomène.	(18)	Hind.	24 juin 1852	1020	1271	2,296	0,217	10 9 2
Fortuna.	(19)	Hind.	22 août 1852	930	1393	2,441	0,158	1 32 31
Massalia.	(20)	de Gasparis.	19 septemb. 1852	949	1366	2,409	0,144	0 41 7
Lutetia.	(21)	Goldschmidt.	15 novemb. 1852	934	1388	2,435	0,162	3 5 9
Calliope.	(22)	Hind.	16 novemb. 1852	715	1813	2,910	0,104	13 44 52
Thalie.	(23)	Hind.	15 décemb. 1852	834	1554	2,626	0,236	10 13 59
Phocœa.	(24)	Chacornac.	6 avril 1853	954	1359	2,401	0,253	21 35 54
Thémis.	(25)	de Gasparis.	6 avril 1853	637	2034	3,142	0,123	0 49 26
Proserpine.	(26)	Luther.	5 mai 1853	820	1581	2,656	0,088	3 35 40
Euterpe.	(27)	Hind.	8 novemb. 1853	987	1314	2,347	0,173	1 35 31
Bellone.	(28)	Luther.	1 ^{er} mars 1854	768	1689	2,775	0,155	9 22 33
Amphitrite.	(29)	Marth.	1 ^{er} mars 1854	869	1492	2,555	0,072	6 7 50
Uranie.	(30)	Hind.	22 juillet 1854	975	1329	2,366	0,126	2 5 56
Euphrosine.	(31)	Fergusson.	1 ^{er} septemb. 1854	633	2048	3,156	0,216	26 25 12
Pomone.	(32)	Goldschmidt.	26 octobre 1854	853	1520	2,587	0,082	5 29 3
Polymnie.	(33)	Chacornac.	28 octobre 1854	732	1770	2,864	0,338	1 56 58
Circé.	(34)	Chacornac.	6 avril 1855	805	1609	2,688	0,106	5 26 32
Leucothée.	(35)	Luther.	19 avril 1855	720	1800	2,896	0,198	8 23 4
Atalante.	(36)	Goldschmidt.	5 octobre 1855	778	1666	2,750	0,298	18 42 9
Fides.	(37)	Luther.	5 octobre 1855	826	1569	2,642	0,175	3 7 11
Léda.	(38)	Chacornac.	12 janvier 1856	784	1657	2,740	0,156	6 58 26
Lætitia.	(39)	Chacornac.	8 février 1856	769	1684	2,771	0,111	10 20 58
Harmonia.	(40)	Goldschmidt.	31 mars 1856	1039	1247	2,267	0,046	4 15 48
Daphné.	(41)	Goldschmidt.	22 mai 1856	903	1435	2,490	0,215	15 0 9
Isis.	(42)	Pogson.	23 mai 1856	947	1369	2,412	0,213	8 34 45
Ariane.	(43)	Pogson.	15 avril 1857	1085	1195	2,204	0,168	3 27 48
Nysa.	(44)	Goldschmidt.	27 mai 1857	940	1379	2,424	0,149	3 41 41
Eugenia.	(45)	Goldschmidt.	11 juillet 1857	790	1640	2,721	0,082	6 34 58
Hestia.	(46)	Pogson.	16 août 1857	882	1470	2,530	0,166	2 17 49
Pseudo-Daphné.	(47)	Goldschmidt.	9 septemb. 1857	854	1517	2,583	0,227	7 56 51
Aglaïa.	(48)	Luther.	15 septemb. 1857	725	1788	2,883	0,131	5 0 0
Doris.	(49)	Goldschmidt.	19 septemb. 1857	649	1998	3,104	0,076	6 29 43
Palès.	(50)	Goldschmidt.	19 septemb. 1857	655	1980	3,086	0,238	3 8 31
Virginia.	(51)	Luther.	19 octobre 1857	822	1577	2,651	0,287	2 47 46
Nemausa.	(52)	Laurent.	22 janvier 1858	975	1330	2,366	0,066	9 56 55
Europa.	(53)	Goldschmidt.	6 février 1858	650	1993	3,100	0,101	7 24 35
Calypso.	(54)	Luther.	4 avril 1858	840	1543	2,613	0,180	5 3 39
Alexandra.	(55)	Goldschmidt.	10 septemb. 1858	796	1627	2,708	0,199	11 47 9
Pandore.	(56)	Searle.	10 septemb. 1858	774	1675	2,760	0,142	7 13 30
Mnémosyne.	(57)	Luther.	22 septemb. 1859	632	2049	3,157	0,104	15 8 2
Concordia.	(58)	Luther.	10 avril 1860	809	1603	2,680	0,052	5 15 31
Danaé.	(59)	Goldschmidt.	9 septemb. 1860	692	1874	2,975	0,163	18 17 1
»	(60)	Chacornac.	12 septemb. 1860	844	1535	2,605	0,196	6 35 55
Erato.	(61)	Forster et Lesser.	14 septemb. 1860	647	2002	3,109	0,170	2 11 55
»	(62)	Fergusson.	14 septemb. 1860					

CHAPITRE V.

SATELLITES DES PLANÈTES.

PROGRAMME : **Satellites de Jupiter, leurs éclipses.—Vitesse de la lumière.—Satellites de Saturne.**

§ I. Mouvement des satellites autour de leur planète.

410—LOIS DES MOUVEMENTS DES SATELLITES. On appelle *satellites* d'une planète des astres qui circulent autour de cette planète, pendant que celle-ci tourne elle-même autour du soleil. La lune est le satellite de la terre.

La plupart des planètes principales ont des satellites. Ces petits astres ne sont pas visibles à l'œil nu; ils n'ont été découverts que depuis l'invention des télescopes.

Si l'on applique à la détermination de leurs mouvements les méthodes que l'on emploie pour les mouvements des planètes, on reconnaît qu'ils obéissent aux trois lois de Képler; c'est-à-dire que chacun d'eux décrit autour de sa planète, d'occident en orient, une ellipse dont elle occupe le foyer, avec une vitesse variable telle que les aires sont proportionnelles aux temps. En outre, quand plusieurs satellites circulent autour d'une même planète, les carrés des temps de leurs révolutions sidérales sont proportionnels aux cubes de leurs moyennes distances à l'astre central. Il résulte de là, qu'ils sont soumis, comme les planètes, au principe de l'attraction universelle, attraction proportionnelle aux masses, et réciproquement proportionnelle aux carrés des distances.

411—CONSÉQUENCE RELATIVE AU MOUVEMENT DE LA TERRE. Ainsi une planète et le groupe de ses satellites forment un petit monde, image réduite du monde solaire, obéissant aux mêmes lois, où les satellites jouent le rôle des planètes, et où

la planète joue le rôle du soleil. C'est là sans doute une des preuves les plus concluantes en faveur du double mouvement de la terre. Car nous voyons les satellites de Jupiter, par exemple, tourner autour de leur planète, en même temps que nous voyons cette planète tourner autour d'elle-même et circuler autour du soleil. Ces mouvements sont parfaitement réels; il est impossible de les contester. Et cependant un observateur, placé sur cet astre, se croirait immobile, et verrait le ciel tourner autour de lui en dix heures, d'orient en occident, le soleil tourner en sens contraire en 12 ans, et les satellites accomplir aussi leurs révolutions en des temps inégaux. Ce sont les apparences que nous offrent le ciel, le soleil et la lune : puisque ces apparences n'ont rien de réel pour les planètes, il est bien naturel d'admettre qu'elles n'ont rien de réel non plus pour nous.

412—SATELLITES DE JUPITER. Jupiter a quatre satellites, qui se meuvent à très-peu près dans le plan de son orbite. Leur distance à la planète est faible, de sorte qu'en passant derrière elle, ils entrent toujours (du moins les trois premiers) dans le cône d'ombre qu'elle projette dans l'espace; et ils sont ainsi éclipsés à chaque révolution. De même, en passant devant elle, ils projettent sur le disque une ombre ronde et noire, et produisent ainsi une éclipse de soleil. Ces faits prouvent que la planète et ses satellites sont des corps opaques.

En observant avec soin les taches des satellites, on a pu reconnaître que, comme la lune, ils présentent toujours la même face à Jupiter. Car nous en voyons successivement toutes les faces dans une de leurs révolutions; et le retour périodique des taches, combiné avec la durée de leur mouvement, a permis d'en conclure le fait que nous venons d'énoncer.

413—SATELLITES DE SATURNE, D'URANUS, DE NEPTUNE. Saturne a huit satellites, Uranus en a huit, et Neptune en a un. Ils ne sont guère visibles qu'à l'aide de très-puissantes lunettes. Ceux d'Uranus ont été découverts par W. Herschel : le cinquième, le septième et le huitième n'ont été aperçus que par l'illustre astronome. Par une exception unique, les orbites du quatrième et du sixième sont circulaires; les plans de ces

PLANÈTES.	SATELLITES.	RÉVOLUTIONS sidérales.	INCLINAISONS sur l'orbite de la planète.	DISTANCES à la planète.	DIAMÈTRES.	VOLUMES.	MASSES.	DENSITÉS.
La terre.	La lune.	27,32166	5° 8' 48''	59,614	0,27	$\frac{1}{49}$	$\frac{1}{88}$	0,56
Jupiter..	1 ^{er}	4,7691	0° 0' 0''	6,0485	0,34	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{170}$	0,20
	2 ^e	3,5512	0° 0' 6'',4	9,6235	0,21	$\frac{1}{47}$	$\frac{1}{128}$	0,37
	3 ^e	7,4546	0° 5' 4'' 68	15,3502	0,45	$\frac{1}{41}$	$\frac{1}{33}$	8,33
	4 ^e	16,6888	0° 24' 33'',45	26,9983	0,39	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{70}$	0,25
Saturne.	1 ^{er}	0,943	»	3,35	»	»	»	»
	2 ^e	1,370	»	4,30	»	»	»	»
	3 ^e	1,888	»	5,28	»	»	»	»
	4 ^e	2,739	»	6,82	»	»	»	»
	5 ^e	4,517	»	9,52	»	»	»	»
	6 ^e	15,945	»	22,08	»	»	»	»
	7 ^e	21,297	»	26,78	»	»	»	»
	8 ^e	79,330	»	64,36	»	»	»	»
Uranus.	1 ^{er}	2,520	»	7,44	»	»	»	»
	2 ^e	4,444	»	10,37	»	»	»	»
	3 ^e	5,893	»	13,12	»	»	»	»
	4 ^e	8,705	»	17,01	»	»	»	»
	5 ^e	10,961	»	19,85	»	»	»	»
	6 ^e	13,463	»	22,75	»	»	»	»
	7 ^e	38,075	»	45,51	»	»	»	»
	8 ^e	107,694	»	91,01	»	»	»	»
Neptune	1 ^{er}	5,877	»	8,9	»	»	»	»

orbites sont inclinés de 79 degrés sur celui de l'écliptique, et leur mouvement est rétrograde.

414—ÉLÉMENTS CONNUS DES SATELLITES. Nous donnons ici le tableau des éléments connus de ces divers astres ; la durée de la révolution est exprimée en jours moyens ; la distance à la planète centrale, en rayons de cette planète ; le diamètre, le volume, la masse, la densité moyenne sont rapportés à la terre.

On remarquera que les satellites achèvent, presque tous, leur révolution dans un intervalle de temps moindre que la lune.

§ II. Vitesse de la lumière.

415—COMMENT NOUS VOYONS LES ÉCLIPSES DES SATELLITES DE JUPITER. Les éclipses des satellites de Jupiter ont conduit Roëmer, en 1675, à mesurer la vitesse de la lumière. Pour comprendre le procédé qu'il mit en usage, soient (fig. 121) :

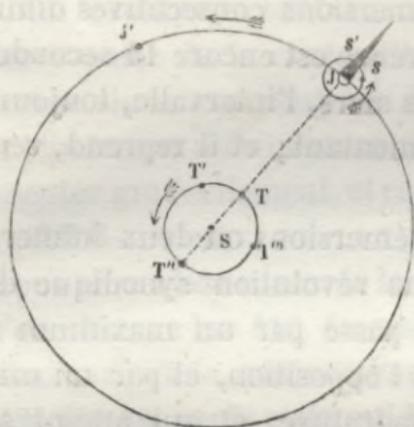


fig. 121.

S le soleil, TT' l'orbite de la terre, et JJ' celle de Jupiter. Au moment de l'opposition, la terre est en T ; et Jupiter, placé en J, nous dérobe la vue de son cône d'ombre : par conséquent nous ne pouvons voir, à cette époque, aucun des satellites entrer dans le cône ou en sortir. Lors de la conjonction, la terre est en T' ; et Jupiter, se trouvant à nos yeux dans les mêmes régions que le soleil, est invisible pour nous. Mais lorsque la terre est en T''' ou en T', en dehors de la ligne SJ, elle peut voir un satellite pénétrer dans le cône d'ombre en s, ou en sortir en s' : elle voit, dans le premier cas, la lumière du satellite diminuer graduellement et s'éteindre, tandis que, dans le second, elle le voit recouvrer progressivement son éclat. Les deux premiers satellites sont trop voisins de la planète pour qu'on puisse voir à la fois l'immersion dans

le cône et l'*émersion*; l'une des deux phases a lieu derrière le disque : l'autre est seule visible pour nous. Ainsi en T' nous ne voyons que l'*émersion*, et en T''', nous n'apercevons que l'*immersion*.

416—INTERVALLE VARIABLE DE DEUX ÉMERSIONS OU DE DEUX IMMERSIONS CONSÉCUTIVES. Si l'on observe spécialement le premier satellite de Jupiter, qui, comme nous l'avons dit, pénètre dans le cône d'ombre à chaque révolution, on reconnaît que, *vers l'époque de l'opposition*, le temps qui s'écoule entre deux émersions consécutives est égal à $42^h 28^m 48^s$. A mesure que la terre s'avance sur son orbite vers la position T', on voit le temps qui sépare deux émersions successives augmenter graduellement; et la différence atteint 14 secondes, *au moment de la quadrature*. A partir de cet instant, l'intervalle, toujours supérieur à $42^h 28^m 48^s$, va en diminuant; et il reprend sa valeur primitive *vers l'époque de la conjonction*. Puis, à mesure que la terre, continuant sa route, s'avance vers T''', on voit le temps qui sépare deux immersions consécutives diminuer progressivement; et la différence est encore 14 secondes *au moment de la quadrature*. Mais alors, l'intervalle, toujours inférieur à $42^h 28^m 48^s$, va en augmentant; et il reprend, *vers l'opposition*, sa valeur primitive.

Ainsi le temps qui sépare deux émersions ou deux immersions consécutives a, pendant une révolution synodique de Jupiter, une valeur variable, qui passe par un maximum à l'époque de la quadrature qui suit l'opposition, et par un minimum à l'époque de l'autre quadrature, et qui atteint sa valeur moyenne lors de la conjonction et lors de l'opposition.

417—EXPLICATION DE CES VARIATIONS. On explique ces variations périodiques de la manière la plus satisfaisante, en admettant que la vitesse de la lumière n'est pas infinie, et qu'un temps appréciable doit s'écouler avant que la lumière réfléchie par le satellite, au sortir du cône d'ombre, parvienne jusqu'à nous. En effet, vers le moment de l'opposition, la distance de Jupiter à la terre reste sensiblement la même, pendant quelque temps; le retard de la lumière, aux deux émersions consécutives, est donc aussi le même; et les $42^h 28^m 48^s$ que

l'on obtient alors mesurent la durée réelle de la révolution synodique du satellite. Mais, à mesure que la terre s'avance vers la quadrature, elle s'éloigne de Jupiter, et la lumière réfléchie doit parcourir, pour l'atteindre, une distance plus considérable ; l'intervalle qui sépare deux émerisions consécutives doit donc s'augmenter du temps que la lumière emploie à parcourir la différence des distances. Or cette différence des distances va en augmentant jusqu'à la quadrature, époque à laquelle elle est égale à l'espace même parcouru par la terre en $42^h 28^m 48^s$ (car, à cette époque, la terre décrit la tangente menée par Jupiter à son orbite) : puis elle diminue, et devient nulle à l'époque de la conjonction. Donc l'intervalle de deux émerisions consécutives doit aller en augmentant de l'opposition à la quadrature et en diminuant de la quadrature à la conjonction ; etcet intervalle doit reprendre sa valeur primitive à la fin de cette période, puisque la distance de Jupiter à la terre redevient alors sensiblement constante pendant plusieurs jours.

On expliquera tout aussi facilement comment, lorsque la terre passe de la conjonction à l'opposition, l'intervalle des immersions consécutives doit aller d'abord en diminuant, atteindreson minimum au moment de la quadrature, puis augmenter graduellement, et reprendre enfin sa valeur primitive.

418—VITESSE DE LA LUMIÈRE. L'explication qui précède nous permet de mesurer la vitesse de la lumière. En effet, si l'on observe les 110 émerisions qui ont lieu depuis l'opposition jusqu'à la conjonction, chacune d'elles n'est pas visible $42^h 28^m 48^s$ après celle qui la précède ; elle paraît éprouver un certain retard que l'on peut évaluer, et qui est dû à la variation de la distance. Or il est facile de voir que la somme de tous les retards est égale au temps que la lumière met à parcourir le diamètre de l'orbite de la terre. D'ailleurs, pour obtenir la valeur de cette somme, on observe, d'une part, deux émerisions aussi voisines que possible, l'une de l'opposition, l'autre de la conjonction, et on évalue le temps qui les sépare l'une de l'autre ; puis on calcule, d'autre part, le temps qui devrait les séparer, à raison de $42^h 28^m 48^s$ par révolution, si la distance ne variait pas ; et on prend la différence des deux

intervalles. On trouve ainsi que la lumière emploie $16^m\ 36^s$ à parcourir le diamètre de l'orbite de la terre. *Elle emploie donc $8^m\ 18^s$ ou 498^s à venir du soleil jusqu'à nous.* Or la distance du soleil à la terre est à peu près 38 millions de lieues : il en résulte que la lumière parcourt $\frac{38\ 000\ 000}{498}$ lieues, ou environ 77000 lieues en une seconde.

419—CONSÉQUENCES DE LA VITESSE LIMITÉE DE LA LUMIÈRE. Il résulte de ce fait que nous ne voyons jamais un phénomène céleste que quelque temps après son apparition. S'il se passe à une distance égale à d rayons de l'orbite terrestre, nous le voyons $498^s \times d$, après qu'il a eu lieu. Si le soleil venait à s'éteindre subitement, nous le verrions encore pendant $8^m\ 18^s$. Si une étoile nouvelle venait à être créée aujourd'hui, nous nous ne la verrions que dans quelques années; et il y a peut-être des étoiles qui ont été anéanties depuis longtemps, et dont nous recevons encore la lumière qui est émanée d'elles avant leur disparition. Lorsqu'une éclipse totale de soleil commence pour nous, il y a déjà plus d'une seconde que l'astre est entièrement éclipsé; et lorsque le premier rayon lumineux nous arrive du bord occidental de la lune, il y a plus d'une seconde qu'il est parti.

420—REMARQUE. L'une des conséquences les plus remarquables de la vitesse limitée de la lumière est le phénomène de l'*aberration*. On peut consulter sur ce point la note XXXIII, placée à la fin du volume.

§ III. Mesure des longitudes terrestres.

421—USAGE DES ÉCLIPSES DES SATELLITES DE JUPITER POUR LA MESURE DES LONGITUDES. Les éclipses si fréquentes des satellites de Jupiter servent à déterminer les longitudes en mer, et à résoudre ainsi l'un des problèmes les plus utiles à la navigation. On a vu que la longitude d'un lieu A du globe (n° 73) a pour mesure la différence des heures sidérales que l'on compte, au même instant physique, au point A et sous le premier méridien; et que cette différence (n° 153) est exprimée par le même nombre en temps moyen. Le problème consiste donc à trouver,

à un instant donné, l'heure qu'il est au lieu A, et l'heure qu'il est sous le premier méridien, et à convertir la différence en degrés, à raison de 15 degrés par heure.

Or, le marin détermine l'heure du lieu où il se trouve, à l'aide d'un calcul de trigonométrie dans lequel il fait usage de la hauteur du soleil, ou d'une planète, ou d'une étoile, au-dessus de l'horizon (v. note VII). Quant à l'heure qu'il est au même instant, à Paris, sous le premier méridien, nous avons indiqué (n° 74) l'emploi des chronomètres qu'on emporte avec soi dans le voyage. Mais ces utiles instruments peuvent se déranger pendant une longue traversée; et c'est alors que l'observation de l'éclipse d'un satellite de Jupiter devient très-précieuse. En effet, cette éclipse (émersion ou immersion) est un phénomène dont l'apparition ne dépend pas de la position de l'observateur sur la terre. Si elle est visible au lieu A, on peut être assuré qu'elle a lieu, au même instant, pour l'observateur placé sous le premier méridien. Or, les tables astronomiques, calculées plusieurs années à l'avance, et consignées dans la *Connaissance des temps*, donnent au marin l'heure exacte de Paris à laquelle a lieu l'éclipse : comme il peut calculer l'heure exacte du lieu A où il se trouve, au moment où il la voit lui-même, ainsi que nous l'avons dit tout à l'heure, il en conclut la différence des heures, et par suite la longitude du point A.

Par exemple, l'observateur placé en A voit une éclipse du premier satellite : il calcule, à ce moment, l'heure qu'il est en ce lieu, et trouve $9^h 13^m 24^s$. Il ouvre les tables astronomiques, et trouve que le même phénomène a lieu à Paris à $11^h 25^m 12^s$. On compte donc ces deux heures différentes au lieu A et à Paris, au même instant physique. Leur différence, $2^h 11^m 48^s$, est la mesure de la longitude de A; d'ailleurs cette longitude est occidentale, puisque l'heure est moindre en A qu'à Paris.

422—USAGE DES ÉCLIPSES DE LUNE, DES DISTANCES DE LA LUNE AUX ÉTOILES, DES OCCULTATIONS, etc. On comprend que les éclipses de lune, qui sont aussi indépendantes de la position de l'observateur, peuvent servir au même usage; mais elles sont rares, et par suite peu utiles. Celles des satellites de Jupiter

exigent de forts grossissements, qui les rendent difficiles à observer. On a donc cherché une autre méthode plus facilement applicable. Or la lune, ayant un mouvement rapide, se déplace à chaque instant parmi les planètes et les étoiles ; et sa distance angulaire à ces astres peut servir de signal céleste. La *Connaissance des temps* contient, pour chaque jour de chaque année, les distances angulaires de la lune au soleil, aux planètes principales et à certaines étoiles, calculées de trois heures en trois heures (temps moyen de Paris), et réduites au centre de la terre par la correction de la parallaxe. Si donc le marin, placé en A, observe la distance angulaire de la lune au soleil, ou à une étoile, à un instant donné, dont il calcule l'heure, il trouvera dans les tables, ou il obtiendra, par une proportion, l'heure de Paris à laquelle la distance était la même, c'est-à-dire l'heure au même instant physique, et il en conclura la longitude. Seulement, il sera obligé de faire un calcul de parallaxe pour rapporter la distance mesurée au centre de la terre : ce qu'il ne pourra faire qu'approximativement, puisque ce calcul suppose la connaissance *à priori* de la longitude cherchée.

Les éclipses de soleil, les occultations d'étoiles, de planètes, par la lune, sont encore des signaux dont on peut faire usage dans ce problème, d'une manière analogue.

Terminons en disant qu'on peut craindre, en employant ces méthodes, une erreur de plusieurs minutes sur la longitude.

CHAPITRE VI.

DES COMÈTES.

PROGRAMME : **Noyau**, chevelure, queue.—**Petitesse de la masse des comètes.** — **Nature de leurs orbites.** — **Comètes périodiques : comète de Halley; comète de Biéla, son dédoublement.**

§ I. Mouvement des comètes; leur aspect.

423—**MOUVEMENT DES COMÈTES AUTOUR DU SOLEIL.** Les comètes sont, comme les planètes, des astres qui ont un mouvement propre à travers les étoiles. On constate l'existence de ce mouvement, comme on l'a fait pour les planètes (n° 337) : on démontre que l'orbite de chacune d'elles est plane, et l'on détermine la position de la ligne des nœuds par les mêmes méthodes (note XXIX); on calcule enfin de la même manière les coordonnées polaires de l'astre, rapportées au centre du soleil comme pôle; et l'on reconnaît ainsi qu'il obéit aux lois de Képler (même note).

424 — **DIFFÉRENCES ENTRE LEURS MOUVEMENTS ET CEUX DES PLANÈTES.** Cependant les comètes se distinguent des planètes sous plusieurs rapports. Tandis que les orbites des planètes sont des ellipses à peu près circulaires, celle des comètes sont des ellipses excessivement allongées, dont le centre du soleil occupe un des foyers. Tandis que les plans des orbes planétaires sont fort peu inclinés, en général, sur celui de l'écliptique, ceux des comètes admettent toutes les inclinaisons possibles. Enfin, tandis que le mouvement de chaque planète est *direct*, on peut citer à peu près la moitié des comètes observées dont le mouvement est *rétrograde*.

425—**ÉLÉMENTS PARABOLIQUES.** Les comètes ne sont visibles que pendant une très-petite fraction du temps de leur révolution; il faut qu'elles soient assez voisines du soleil pour que

leur éclat soit sensible pour nous : elles cessent d'être aperçues dès que leur distance au soleil devient plus grande. Comme leur orbite est très-allongée, on peut considérer l'arc qu'elles décrivent dans le voisinage du périhélie comme un arc de parabole. Le problème ne présente plus ainsi que cinq éléments à déterminer. Ce sont : 1° la *longitude du nœud ascendant* ; 2° l'*inclinaison* du plan de l'orbite sur celui de l'écliptique ; 3° la *distance périhélie* ; 4° la *longitude du périhélie*, ou bien l'angle que l'axe de la parabole fait avec la ligne des nœuds ; 5° l'*époque du passage au périhélie*. Trois observations suffisent pour calculer ces *éléments paraboliques* ; mais les autres observations de l'astre fournissent des équations de condition, qui servent à obtenir des déterminations plus exactes. On doit d'ailleurs indiquer le *sens* du mouvement.

426—NOYAU, CHEVELURE, QUEUE DES COMÈTES. Ce n'est pas seulement par leurs éléments astronomiques que les comètes se distinguent des planètes, c'est encore par leur aspect. Une comète, en effet, n'a pas la forme géométrique invariable des autres corps du système solaire. Lorsqu'elle apparaît à nos yeux à une assez grande distance du soleil, elle ne présente qu'une nébulosité vague, au centre de laquelle on distingue une partie plus brillante : elle ressemble alors à un corps solide entouré d'une volumineuse atmosphère. On a donné, en conséquence, le nom de *noyau* à la partie centrale, et celui de *chevelure* à la nébulosité qui l'enveloppe. Mais si l'on examine l'astre avec un fort grossissement, on reconnaît que le noyau n'est pas, en général, plus solide que le reste de la comète ; car on peut souvent apercevoir les étoiles à travers son épaisseur. Il faut donc rejeter toute idée de solidité pour le noyau, et n'y voir le plus ordinairement qu'une nébulosité plus condensée que la partie extérieure.

A mesure que la comète se rapproche du soleil, son éclat augmente, mais sa forme s'altère ; la nébulosité s'allonge, et il se forme une *queue* qui atteint quelquefois des dimensions gigantesques. Cette queue est toujours dirigée à l'opposé du soleil ; elle suit l'astre, en l'abandonnant en partie. Puis, lorsque la comète, après son passage au périhélie, va s'éloignant

rapidement du soleil, la queue, que la chaleur solaire développe souvent outre mesure, la précède sur son orbite, et les phénomènes décrits plus haut se reproduisent en sens inverse : l'éclat diminue, et bientôt l'astre disparaît à nos yeux.

427—ASPECTS VARIABLES DES COMÈTES. Rien n'est plus variable que l'aspect des comètes. Les unes n'ont pas de queue, les autres ont des queues de soixante millions de lieues de longueur; certaines queues sont rectilignes, d'autres sont recourbées comme un sabre turc; celles-ci ont partout une largeur uniforme, celles-là s'élargissent en forme d'éventail. Leur épaisseur atteint plusieurs millions de lieues; mais ce qu'il y a de remarquable, c'est que la lumière les traverse sans déviation, sans affaiblissement sensible. La matière dont elles sont composées est donc d'une ténuité dont nous ne saurions nous faire une idée; elle est beaucoup moins dense que la plus légère fumée, que la brume la plus fine. Nous ignorons complètement la nature de ces corps étranges.

428 — PETITESSE DE LA MASSE D'UNE COMÈTE. Lorsqu'une comète passe dans le voisinage d'une planète, elle ne produit, par son attraction, aucune perturbation, aucun dérangement appréciable dans la marche de cette planète, ni même dans celle de ses satellites. Au contraire, la planète et ses satellites ont une influence énorme sur le mouvement de la comète; ils déforment son orbite, et altèrent considérablement ses éléments. Il faut conclure de là que la masse des comètes est extrêmement faible, puisque son action n'est pas assez grande pour dévier de sa marche le plus petit satellite d'une manière sensible.

429 — NOMBRE DES COMÈTES; IMPROBABILITÉ DE LEUR RENCONTRE AVEC LA TERRE. Le nombre des comètes paraît illimité; les catalogues contiennent les éléments de 800 de ces astres; d'autres, en plus grand nombre, ont été vus à diverses époques, sans que leur marche ait été soumise au calcul. Chaque jour on découvre de nouvelles comètes, à l'aide des télescopes; et l'on détermine avec soin leurs éléments.

Ces astres ont autrefois jeté l'effroi parmi les hommes : en voyant subitement apparaître un de ces corps si différents des

autres mondes de notre système, en réfléchissant à la diversité de leurs mouvements, on se demandait avec anxiété si l'un d'eux ne pourrait pas rencontrer la terre dans sa course vagabonde, et quels seraient les effets d'une pareille rencontre. Voici quelques remarques de Laplace à ce sujet :

« Ce choc, quoique possible, est si peu vraisemblable dans
 « le cours d'un siècle, il faudrait un hasard si extraordinaire,
 « pour la rencontre de deux corps aussi petits relativement à
 « l'immensité de l'espace dans lequel ils se meuvent, que l'on
 « ne peut concevoir à cet égard aucune crainte raisonnable.
 « Cependant la petite probabilité d'une pareille rencontre
 « peut, en s'accumulant pendant une longue suite de siècles,
 « devenir très-grande. Il est facile de se représenter les effets
 « de ce choc sur la terre. L'axe et le mouvement de rotation
 « changés; les mers abandonnant leur ancienne position pour
 « se précipiter vers le nouvel équateur; une grande partie des
 « hommes et des animaux noyés dans ce déluge universel, ou
 « détruits par la violente secousse imprimée au globe ter-
 « restre; des espèces entières anéanties; tous les monuments
 « de l'industrie humaine renversés, tels sont les désastres que
 « le choc d'une comète a dû produire, si sa masse a été com-
 « parable à celle de la terre... Je le répète, on doit être pleine-
 « ment rassuré sur un aussi terrible événement pendant le
 « court intervalle de la vie; d'autant plus qu'il paraît que les
 « masses des comètes sont d'une petitesse extrême..... Mais
 « l'homme est tellement disposé à recevoir l'impression de la
 « crainte, que l'on a vu, en 1773, la plus vive frayeur se ré-
 « pandre dans Paris, et de là se communiquer à toute la
 « France, sur la simple annonce d'un mémoire dans lequel
 « Lalande déterminait celles des comètes observées qui peu-
 « vent le plus approcher de la terre: tant il est vrai que les
 « erreurs, les superstitions, les vaines terreurs, et tous les
 « maux qu'entraînent l'ignorance se reproduiraient prompte-
 « ment, si la lumière des sciences venait à s'éteindre! » (*Ex-
 position du système du monde*, liv. IV, chap. iv.)

Les observations modernes ont prouvé que la masse des comètes est encore plus petite que ne le supposait Laplace :

aucun choc n'est donc à craindre. Si la terre rencontrait l'une d'elles, elle la traverserait probablement sans s'en apercevoir. Le seul accident que l'on pourrait redouter dans cette occurrence serait l'introduction, dans notre atmosphère, d'une partie de la matière cométaire, dont l'action délétère sur nos organes produirait peut-être des maladies mortelles.

§ II. Comètes périodiques.

430—DIFFICULTÉS POUR PRÉDIRE ET POUR VÉRIFIER LE RETOUR D'UNE COMÈTE. On donne le nom de comètes périodiques à celles dont le calcul permet de prédire le retour. Il semble, au premier abord, que la courbe décrite par une comète n'est pas plus difficile à déterminer que celle d'une planète. Mais si l'on considère que la comète ne peut être observée que pendant une très-petite partie de sa révolution, on comprend que le petit arc qu'elle parcourt pendant ce temps ne peut donner que fort imparfaitement les éléments de son orbite. Si l'on se rappelle, en outre, que l'astre peut être considérablement dévié de sa marche calculée par les attractions qu'exercent sur lui les planètes inconnues près desquelles il passe avant de revenir au périhélie, on reconnaît que ces calculs, exacts avant les perturbations qui se sont produites, ne peuvent fournir le mouvement ultérieur de la planète. Aussi, lorsqu'une comète déjà observée revient dans les régions où nous pouvons l'apercevoir, ses éléments ont pu être tellement modifiés pendant la durée de sa course invisible, qu'ils sont souvent méconnaissables; et l'astronome prend alors pour une comète nouvelle l'astre dont le mouvement s'accorde si peu avec celui qu'il avait lors de sa précédente apparition. Son aspect ne saurait d'ailleurs fournir un moyen de contrôle plus assuré; car cet aspect est souvent aussi variable que les éléments de son orbite. On conçoit donc aisément, d'après les considérations qui précèdent, pourquoi, sur le nombre considérable des comètes observées, il n'en est guère qu'une dizaine dont on ait pu prédire et vérifier le retour.

Pour procéder à cette recherche, les astronomes ne peuvent

se servir que des éléments paraboliques de l'astre et du sens de son mouvement. Lorsqu'une comète nouvelle est signalée, ils s'empressent de calculer ses éléments, et de les comparer à ceux qui sont consignés au catalogue : s'ils trouvent, parmi les comètes observées antérieurement, un astre qui ait suivi à peu près la même ligne, ils en concluent que ces deux astres n'en forment qu'un seul; et ils prennent l'intervalle de temps compris entre les deux apparitions pour valeur de la révolution, ou pour un multiple de cette révolution. Ils peuvent alors annoncer l'époque de la prochaine apparition avec quelques chances de succès; mais ils sont, de temps à autre, trompés dans leur espoir.

Voici quelques détails sur les plus célèbres comètes périodiques.

431—COMÈTE DE HALLEY. La première et la plus remarquable de ces comètes est celle qui porte le nom de *Halley*. Ce grand astronome, contemporain et ami de Newton, la vit en 1682, et détermina ses éléments paraboliques d'après les observations de *de La Hire*, de *Picard*, d'*Hévélius* et de *Flamsteed*. Il appliqua les mêmes calculs aux observations d'une comète de 1607, faites par *Képler* et *Longomontanus*, et il lui trouva à peu près les mêmes éléments. Une autre observation de comète, faite en 1531 par *Apian*, lui fournit encore des résultats analogues. Il lui parut dès lors évident que les trois comètes n'étaient qu'un seul et même astre, dont la révolution s'exécutait dans une période d'environ 76 ans. Il se hasarda, en conséquence, à prédire son retour pour la fin de 1758, ou pour le commencement de 1759. Les astronomes la cherchèrent dès l'année 1757 : mais *Clairaut*, calculant les perturbations que son mouvement devait éprouver par l'action de Jupiter et de Saturne, annonça, le 15 novembre 1758, à l'Académie des Sciences, que son passage au périhélie serait retardé de 618 jours, et qu'il n'aurait lieu qu'au milieu d'avril 1759. Il ajouta toutefois, que « les petites quantités, qu'il avait négligées, « dans ses approximations, pouvaient avancer ou reculer ce « terme d'un mois; et que d'ailleurs un corps qui passe dans « des régions aussi éloignées, et qui échappe à nos yeux pendant

« des intervalles de temps aussi longs, pourrait être soumis à des forces totalement inconnues, telles que l'action des autres comètes, ou même de quelque planète, toujours trop distante du soleil pour être jamais aperçue. » La comète revint au périhélie le 12 mars 1759, dans les limites fixées par Clairaut. Son dernier retour a eu lieu en 1835. MM. Damoiseau et de Pontécoulant calculèrent d'avance, chacun de son côté, l'époque du passage, en tenant compte de l'action des masses plus exactement connues de Jupiter et de Saturne, et aussi de l'action d'Uranus, dont l'existence était inconnue au temps de Clairaut. Ils obtinrent des résultats fort remarquables; car le premier ne se trompa que de 12 jours, et le second de 3 jours; erreur bien faible, si l'on songe qu'il s'agit d'une période de 76 ans.

Voici le tableau des éléments de cette comète, à ses diverses apparitions :

Date du passage au périhélie.	Longitude du nœud ascendant.	Inclinaison.	Longitude du périhélie.	Distance périhélie.	Sens du mouvement.
25 août 1531	45° 30'	17° 0'	301° 12'	0,580	Rétrograde.
26 oct. 1607	48 40	17 12	301 38	0,588	Id.
14 sept. 1682	51 11	17 45	301 56	0,583	Id.
12 mars 1759	53 50	17 37	303 10	0,585	Id.
15 nov. 1835	55 10	17 45	304 32	0,587	Id.

La comète de Halley avait paru en 1006; elle semblait quatre fois plus grande que Vénus, et jetait le quart de la lumière de la lune. C'est elle encore qui, en 1456, passa très-près de la terre : sa queue occupait 60 degrés du ciel, et avait la forme d'un grand sabre. Cette longue queue répandit la terreur dans l'Europe, déjà consternée par la rapidité des succès des Turcs, qui venaient de renverser le Bas-Empire.

Mais lors de ses dernières apparitions, elle n'a pas présenté les mêmes dimensions; en 1835, elle a passé inaperçue; et elle n'a guère éveillé que l'intérêt des astronomes et des savants.

432—COMÈTE D'ENCKE. La seconde comète périodique est celle dont *M. Encke* a calculé le retour, et qui porte son nom. C'est en 1819 qu'il en a déterminé les éléments: on l'avait déjà observée quatre fois en 1786, en 1795, en 1805 et en 1818. Sa révolution est de 1211 jours ou 3 ans $\frac{1}{2}$ environ: c'est pourquoi cette comète est dite à *courte période*. Elle se meut, dans le sens direct, sur une ellipse dont le plan est incliné de 13 degrés sur l'écliptique; son excentricité est 0,849; le périhélie tombe dans l'orbite de Mercure, l'aphélie près de l'orbite de Jupiter. Elle n'a pas de queue; elle a été souvent observée. Elle a reparu en 1858.

433—COMÈTE DE BIÉLA. La troisième comète périodique a été aperçue, d'abord à Johannisberg par *M. Biéla*, capitaine autrichien, le 27 février 1826, et 10 jours après à Marseille, par *M. Gambard*. Ce fut ce dernier observateur qui reconnut qu'elle avait déjà été aperçue en 1805 et en 1772. Pour découvrir la durée de sa révolution, il fallut passer des éléments paraboliques aux éléments elliptiques; on reconnut ainsi que cette durée est de 6 ans $\frac{3}{4}$. Elle se meut, dans le sens direct, sur une ellipse inclinée de 13 degrés sur l'écliptique: son excentricité est 0,750. Elle n'a pas de noyau. Elle a été observée en 1832, en 1846, en 1852 et en 1859. Par une coïncidence singulière, son orbite coupe le plan de l'écliptique, à peu près à la distance qui nous sépare du soleil. Si la terre s'était trouvée, en 1832, au nœud de la comète, lorsque celle-ci l'a traversé, la rencontre se serait produite; mais la terre était alors assez éloignée de ce point; et depuis cette époque, les perturbations qu'ont subies ses éléments ont fait disparaître toute chance de collision, en écartant les deux orbites l'une de l'autre.

434—DÉDOUBLEMENT DE LA COMÈTE DE BIÉLA. La comète de Biéla a présenté un singulier phénomène à son apparition de 1846: elle s'est dédoublée, c'est-à-dire qu'on vit deux comètes semblables, très-voisines l'une de l'autre, sans communication

apparente, et décrivant sensiblement l'orbite assignée à la comète primitive. Le dédoublement a persisté aux dernières apparitions en 1852 et en 1859. On ignore entièrement la cause de ce phénomène sans exemple.

435—COMÈTE DE FAYE. *M. Faye* a découvert, à Paris, en 1843, une comète dont il a calculé les éléments. Sa révolution est de 7 ans 3 mois environ; elle a été revue en 1851 et en 1858. Son mouvement est direct, et son inclinaison de 41 degrés.

Telles sont les comètes dont la périodicité est certaine, puisqu'on a déjà vérifié leur retour. Il en est quelques autres que l'on croit périodiques; mais il faut attendre leur réapparition pour constater l'accord du calcul et de l'observation. Ainsi *Olbers* a déterminé les éléments elliptiques d'une comète qui parut en 1815, et il a assigné à sa révolution une période de 75 ans: on ne pourra confirmer ce résultat qu'en 1889, époque de son premier retour.

436—COMÈTE DE 1843. Une comète fort remarquable parut en mars 1843. Elle avait passé au périhélie le 27 février; elle avait une queue dont la longueur dépassait 60 millions de lieues, et dont la largeur uniforme se détachait nettement, comme un mince filet blanc, sur le fond du ciel. Sa distance périhélie n'est que 0,005; elle a dû, en conséquence, passer fort près de la surface du soleil, et sa vitesse, à cette époque, devait être considérable. On lui assigne une révolution de 147 ans.

437—COMÈTE DE 1770. Une autre comète, observée en 1770, fut calculée par *Lexel*, qui trouva pour sa révolution une durée de 5 ans $\frac{1}{2}$. On devait s'attendre, en conséquence, à revoir souvent cette comète à courte période; et cependant, elle ne revint pas aux époques assignées par l'astronome. On devait aussi la reconnaître pour une de celles qui avaient été observées antérieurement; et cependant les catalogues n'en contenaient aucune ayant les mêmes éléments. Pour expliquer ce double phénomène, *Lexel* remarqua qu'en 1767, la comète avait dû s'approcher très-près de Jupiter, et subir l'attraction de la puissante planète; il montra que l'effet produit avait été

de diminuer considérablement la distance périhélie de la comète, et de rendre celle-ci visible en 1770, d'invisible qu'elle était auparavant. Il calcula son retour pour 1776; mais les rayons du soleil empêchèrent de l'apercevoir. Puis il constata qu'en 1779 une nouvelle attraction de Jupiter avait modifié sa distance périhélie en sens contraire, au point de la rendre de nouveau invisible. On a quelque raison de supposer que la comète de M. Faye, qui a passé fort près de Jupiter, n'est autre que la comète perdue depuis 1770. Cette comète est une de celles qui se sont le plus rapprochées de la terre : sa distance périégée n'était que 6 fois $\frac{1}{2}$ la distance de la lune, ou 400 rayons terrestres.

438—COMÈTE DE NEWTON. Citons encore la comète de 1680, dont Newton a fait un sujet de recherches, et à laquelle il attribua une révolution de 575 ans : ce serait, suivant lui, la même comète qui aurait apparu en 1106, en 531 après J.-C., puis 34 ans, 619 ans, etc., avant J.-C. Cette comète, achevant ainsi 7 révolutions en 4028 ans, a dû passer près de la terre 2349 ans avant J.-C., c'est-à-dire vers l'époque à laquelle la *Genèse* place le déluge universel.

439—COMÈTE DE 1811. Nous ne dirons qu'un mot de la comète de 1811. Son noyau avait un rayon d'environ 1000 lieues; à peine visible en avril et en mai, avant son passage au périhélie, elle disparut ensuite, pour quelque temps, dans les rayons du soleil; puis elle reparut à la fin d'août, avec un éclat remarquable : nul ne pouvait reconnaître, dans le brillant météore des nuits de septembre, l'astre pâle et terne qui avait à peine occupé l'attention quelques mois auparavant. Loin d'être pour les hommes une cause d'effroi, son apparition fut saluée avec joie par nos pères, qui attribuèrent à son heureuse influence les abondantes récoltes de cette année. Mais cette opinion n'était fondée sur aucune donnée scientifique : car un astre de cette nature ne nous envoie que des quantités de chaleur trop faibles pour produire un effet appréciable sur la température du globe; et celui qui parut en 1811 fut aussi étranger à la qualité du *vin de la comète*, que ses devanciers

le furent autrefois aux sinistres dont on les croyait les avant-coureurs.

440—COMÈTE DE M. DONATI. Depuis quelque temps on découvre chaque année un assez grand nombre de comètes nouvelles; mais presque toutes sont et restent invisibles à l'œil nu, pendant toute la durée de leur révolution, et elles n'intéressent que les astronomes. Cependant, il arrive parfois que l'un de ces astres présente des dimensions assez considérables, et se rapproche assez du soleil et de la terre pour devenir visible. C'est ainsi que dernièrement, en 1858, une comète remarquable fut découverte le 2 juin, à Florence, par M. *Donati*, dans le champ de son télescope. Invisible pendant trois mois à la vue simple, elle commença, le 3 septembre, à briller à l'œil nu dans la constellation de la Grande-Ourse; son éclat ne cessa d'augmenter rapidement pendant tout le mois, à ce point de devenir supérieur à la première grandeur des étoiles; et l'on vit se développer peu à peu une queue gigantesque, légèrement courbe, s'épanouissant à partir du noyau, et dont la longueur atteignit 40 degrés (20 millions de lieues) dans les premiers jours d'octobre. Son noyau, dont le diamètre était de 4 ou 5 secondes, passa à cette époque très-près d'Arcturus, sans diminuer son éclat; il était entouré de plusieurs auréoles d'intensités diverses et variables. Comme la comète de 1814, la comète nouvelle est apparue dans une année très-féconde; et cette coïncidence ne contribuera pas à diminuer dans nos campagnes le préjugé qui s'attache à l'heureuse influence de ces astres sur les biens de la terre.

CHAPITRE ADDITIONNEL.

DES MARÉES.

PROGRAMME : Phénomènes des marées.—Flux et reflux.—Haute et basse mer.—Circonstances principales du phénomène.—Sa période. — Les marées sont dues aux actions combinées de la lune et du soleil.—Marées des syzygies et des quadratures.

441—Nous avons cherché à montrer, dans le cours de ces leçons, comment l'observateur a pu, en étudiant le mouvement diurne et le mouvement propre apparent du soleil, reconnaître les mouvements réels de la terre, et comment il s'est élevé ensuite aux lois des mouvements planétaires, et de là au principe général de la gravitation universelle. La découverte de ce principe a permis aux géomètres d'expliquer dans tous leurs détails tous les phénomènes célestes, et même d'en prévoir quelques-uns dont ils n'avaient pas encore constaté l'existence. Notre but n'est pas de développer ici les conséquences innombrables de cette grande et belle loi; nous franchirions ainsi les limites d'un ouvrage élémentaire. Nous nous bornerons à exposer les principales circonstances du phénomène des *marées*; et nous montrerons comment le principe de l'attraction universelle rend compte de ces mouvements oscillatoires avec une admirable précision.

§ I. Description du phénomène des marées.

442—**FLUX ET REFLUX : HAUTE ET BASSE MER.** C'est un spectacle vraiment étrange, dit Laplace, que celui que présente, dans un temps calme et par un ciel serein, la vive agitation de cette grande masse liquide dont les flots viennent se briser avec impétuosité contre les rivages. Deux fois par jour, ou, plus exactement, deux fois en $24^h 50^m 28^s$ environ, la mer s'élève et s'abaisse au delà d'une certaine hauteur moyenne. Ainsi, deux

fois dans cet intervalle elle atteint sa hauteur maximum; on dit alors qu'elle est *haute* ou *pleine*; deux fois elle atteint sa hauteur minimum, et l'on dit qu'elle est *basse*. Lorsqu'elle monte, elle envahit les rivages, elle refoule l'eau des fleuves en leur donnant un cours opposé: c'est le *flux* ou le *flot*. Lorsqu'elle descend, elle abandonne les rivages jusqu'à une assez grande distance: c'est le *reflux* ou le *jusan*.

443—PÉRIODE DES MARÉES. L'intervalle de deux *pleines mers* consécutives est de $12^h 25^m 14^s$. Le moment de la *basse mer* sépare cette durée en deux parties inégales: à Brest et à Boulogne, la mer emploie seize minutes de plus à monter qu'à descendre; au Havre, la différence est de $2^h 8^m$. La période complète, qui comprend deux pleines mers et deux basses mers, est précisément égale à l'intervalle de temps compris entre deux retours consécutifs de la lune au méridien supérieur.

444—VARIATION DE LA HAUTEUR AVEC LES PHASES DE LA LUNE. La hauteur de la pleine mer varie chaque jour: elle est la plus grande vers l'époque des syzygies, et la plus petite vers le temps des quadratures. Mais la plus grande hauteur n'a pas lieu au moment de la syzygie; elle n'a lieu que 36 heures après. Ainsi, si la syzygie a lieu au moment d'une pleine mer, la troisième marée qui la suit est la plus grande; c'est aussi 36 heures après une quadrature que la marée est la plus faible.

445—MARÉE TOTALE. Plus la mer s'élève lorsqu'elle est pleine, plus elle descend dans la basse mer suivante. On nomme *marée totale* la demi-somme des hauteurs de deux pleines mers consécutives au-dessus de la basse mer intermédiaire. La marée totale atteint, en moyenne, à Brest, $6^m,2490$ dans les syzygies, et $3^m,0990$ seulement dans les quadratures.

446—VARIATION DE LA HAUTEUR AVEC LES DISTANCES DE LA LUNE ET DU SOLEIL. La grandeur de la marée totale varie avec la distance de la lune à la terre; elle augmente quand la lune se rapproche, elle diminue quand la lune s'éloigne. La variation de cette distance au-dessus ou au-dessous de sa valeur

moyenne est d'environ $\frac{4}{15}$ de cette valeur; et la variation correspondante de la marée totale, dans les syzygies, est $\frac{3}{20}$ de sa valeur moyenne; elle est ainsi d'environ $0^m,883$ à Brest; de sorte que l'effet du changement de distance de la lune est de $1^m,766$ sur les marées totales de ce port.

La variation de la distance du soleil à la terre exerce aussi une influence sur les marées, mais elle est bien moins sensible. Toutes choses égales d'ailleurs, les marées des syzygies sont plus grandes, et celles des quadratures plus petites, en hiver qu'en été.

447—VARIATION AVEC LES DÉCLINAISONS DES DEUX ASTRES. Les marées des syzygies sont d'autant plus fortes, et celles des quadratures d'autant plus faibles, que la lune et le soleil sont plus voisins de l'équateur. A Brest, la marée totale de la syzygie, dans les équinoxes, est plus forte que dans les solstices, de $0^m,75$ environ : la marée totale des quadratures est plus petite de la même quantité dans les mêmes circonstances.

448—ÉTABLISSEMENT DU PORT. AUX ÉQUINOXES, quand la lune nouvelle ou pleine se trouve à sa distance moyenne de la terre, la pleine mer n'arrive pas au moment même du passage de l'astre au méridien; elle suit le moment du minuit ou du midi vrai, d'un intervalle de temps qui varie d'un port à l'autre, mais qui est constant dans un même port. Ce retard est ce qu'on nomme l'*établissement du port*, parce qu'il détermine les heures des marées relatives aux phases de la lune. Ainsi, à Brest, la pleine mer, le jour de la syzygie, a lieu $3^h 45^m$ après midi ou minuit; l'établissement du port est $3^h 45^m$. Il est $3^h 30^m$ à Lorient, $5^h 15^m$ à Morlaix, 6^h à Saint-Malo, $7^h 45^m$ à Cherbourg, $9^h 15^m$ au Havre, $10^h 30^m$ à Dieppe, $11^h 45^m$ à Calais et à Dunkerque. Il n'est que 20^m à Ostende.

449—RETARD JOURNALIER DES MARÉES. Le retard journalier des marées est de $50^m 28^s$ en moyenne, comme nous l'avons dit; mais il varie avec les phases de la lune, avec les distances à la terre et les déclinaisons de la lune et du soleil.

Telles sont les principales circonstances du phénomène; il nous reste maintenant à en expliquer la cause.

§ II. Causes des marées.

450—Les faits que nous venons d'exposer suffisent pour montrer qu'il existe une intime relation entre les oscillations de la mer et le mouvement de la lune. Il est donc naturel d'attribuer à cet astre la plus grande part dans le phénomène : examinons comment l'attraction de notre satellite peut en rendre compte.

451—FORME QUE DOIT PRENDRE LA MER SOUS L'ACTION DE LA LUNE. Nous supposerons la terre sphérique, et complètement recouverte par la mer; et, pour étudier l'action de la lune, nous supposerons d'abord les deux astres immobiles. Soit T

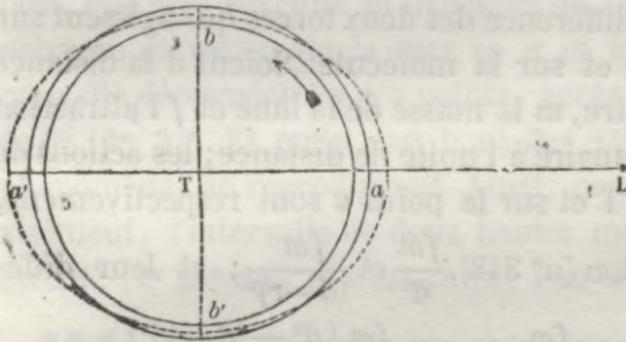


fig. 122.

la section de la terre par le plan de l'orbite de la lune (fig. 122), et soit L la position de cet astre. Si toutes les molécules qui composent la masse solide et liquide de notre

globe, étaient également attirées vers le point L, elles obéiraient, en commun, à ces attractions, et l'équilibre des eaux ne serait pas troublé. Mais il n'en est pas ainsi. On démontre, en mécanique, que l'attraction exercée par un corps sur un corps solide sphérique extérieur est exactement la même que si la masse du corps attiré était condensée à son centre : ainsi l'action de la lune sur la partie solide de la terre est la même que si la masse de la terre était tout entière au point T. Mais une molécule d'eau *a*, située sur la droite TL, est plus voisine de la lune que le centre T, de toute la longueur du rayon terrestre ; elle doit être plus énergiquement attirée ; elle tend ainsi à se séparer de la surface de la terre ; mais elle y est retenue par son poids, que cette tendance diminue. De même la molécule *a'*, située sur le prolongement du diamètre LT, est plus

éloignée de la lune que le point T; elle est moins fortement attirée: la surface terrestre tend donc à s'en séparer; mais la pesanteur de la molécule l'y retient attachée: cette force est donc encore diminuée par l'attraction lunaire. D'un autre côté, sur le diamètre perpendiculaire au premier, les molécules b et b' subissent très-sensiblement la même action que le centre T. Il faudra donc, pour que l'équilibre existe, que l'épaisseur de la masse liquide, dans les régions a et a' où la pesanteur est moindre, soit plus considérable qu'en b et b' . La mer devra donc prendre la forme allongée dans le sens aa' qu'indique la figure 122.

452—CALCUL DE LA FORCE QUI SOULÈVE LA MER. Il est facile de calculer la force qui soulève ainsi une molécule d'eau a ou a' ; car elle est la différence des deux forces qui agissent sur le centre de la terre et sur la molécule. Soient d la distance TL, r le rayon terrestre, m la masse de la lune et f l'attraction de l'unité de masse lunaire à l'unité de distance; les actions de la lune sur le point T et sur le point a sont respectivement, d'après la loi de Newton (n° 348), $\frac{fm}{d^2}$ et $\frac{fm}{(d-r)^2}$; et leur diffé-

rence est $\frac{fm}{(d-r)^2} - \frac{fm}{d^2}$, ou $\frac{fm [d^2 - (d-r)^2]}{d^2 (d-r)^2}$,

ou $\frac{fm(2dr - r^2)}{d^2 (d-r)^2}$.

Or r n'est que $\frac{d}{60}$; on peut donc négliger r^2 vis-à-vis de $2dr$ au numérateur, et r vis-à-vis de d au dénominateur; et l'expression devient $\frac{2fmr d}{d^4}$, ou $\frac{2fmr}{d^3}$.

Ainsi la force qui soulève la molécule a est proportionnelle à la masse de la lune, et en raison inverse du cube de sa distance à la terre. On verra de même que la force qui écarte la molécule a' de la surface terrestre est $\frac{fm}{d^2} - \frac{fm}{(d+r)^2}$, ou $\frac{2fmr}{d^3}$.

Elle est donc la même que celle qui agit en a . La mer prend, sous cette action, la forme d'un ellipsoïde allongé vers la lune.

453—EFFETS DE LA ROTATION DE LA TERRE ET DU MOUVEMENT

DE LA LUNE. Si la terre et la lune restaient immobiles, comme nous l'avons supposé, les eaux prendraient, d'une manière permanente, la forme que nous venons de leur assigner, et elles resteraient en équilibre. Mais, on le sait, la terre tourne sur elle-même, en 24 heures, dans le sens de la flèche; et la lune, que nous supposons dans le plan de l'équateur, circule dans le même sens autour de la terre, en 27 jours $\frac{1}{3}$. Il résulte de ces deux mouvements, que la lune paraît décrire, en $24^h 50^m 28^s$, une circonférence entière autour de nous, d'orient en occident (n^o 261). Par suite, au bout de $6^h 12^m 37^s$, elle aura décrit 90 degrés, et sera dans la direction Tb' ; ce sera dans cette direction que l'ellipsoïde sera allongé, et il y aura dépression dans la direction perpendiculaire aa' . Puis, $6^h 12^m 37^s$ plus tard, elle sera revenue au méridien du côté de a' ; il y aura de nouveau élévation de la mer en a et a' ; puis il y aura une nouvelle dépression en ces points, après un nouvel intervalle de $6^h 12^m 37^s$. Et enfin, au bout des $24^h 50^m 28^s$, les mêmes phénomènes se reproduiront. Ainsi, comme on le comprend aisément, l'intervalle de deux hautes mers consécutives doit être de $12^h 25^m 14^s$; et c'est ce que l'on observe réellement.

454—ACTION DU SOLEIL SUR LES EAUX DE LA MER. L'attraction du soleil doit produire sur les eaux de la mer un effet analogue, dont la période est le jour solaire. Mais, quoique la masse de cet astre soit beaucoup plus considérable que celle de la lune, son action est moins sensible, parce que sa distance à la terre est beaucoup plus grande.

On peut calculer aisément le rapport des deux actions, à l'aide de la formule n^o 452; car, si M est la masse du soleil, et si D est sa distance à la terre, son attraction sur une molécule

a est $\frac{2fMr}{D^3}$: donc le rapport de l'attraction du soleil à celle de

la lune est $\frac{2fMr}{D^3} : \frac{2fmr}{d^3}$, ou $\frac{M}{m} \times \frac{d^3}{D^3}$.

Or $M=354936$, et $m=\frac{1}{88}$; donc $\frac{M}{m}=354936 \times 88$: puis

$D=400 d$; donc $\frac{d}{D}=\frac{1}{400}$; donc le rapport vaut $\frac{354936 \times 88}{(400)^3}$

ou 0,48 environ. Ainsi, la marée solaire n'est pas la moitié de la marée lunaire.

455—ACTIONS COMBINÉES DES DEUX ASTRES : LEURS EFFETS. On explique, en mécanique, comment le mouvement réel d'un système, soumis à deux forces, est le mouvement résultant des mouvements partiels que chaque force lui eût imprimés séparément : donc les deux flux partiels produits par la lune et par le soleil se combinent sans se troubler, et c'est de cette combinaison que naît le flux qu'on observe dans les ports.

Mais comme les périodes des deux phénomènes ne sont pas les mêmes, l'instant de la marée solaire n'est pas toujours le même que celui de la marée lunaire. Si, à un certain moment, les deux marées coïncident, la marée lunaire suivante retardera sur la marée solaire de l'excès du demi-jour lunaire sur le demi-jour solaire, c'est-à-dire de $25^m 14^s$. Ces retards iront s'accumulant de jour en jour ; au bout de 7 jours $\frac{1}{4}$ environ, ils seront de 6 heures $\frac{1}{4}$ à peu près, et la pleine mer lunaire coïncidera avec la basse mer solaire, et inversement. Ce sont ces différences qui produisent les variations de hauteur des marées, suivant les phases de la lune. Ainsi, si le soleil et la lune passent ensemble au méridien, leurs actions s'ajoutent, puisqu'elles ont lieu dans le même sens : c'est cette concordance qui donne les grandes marées des syzygies. Si les deux astres, au contraire, passent au méridien à six heures de distance, l'un tend à produire une dépression en un point, au moment où l'autre tend à y déterminer une élévation ; les deux actions se contrarient, et se retranchent l'une de l'autre : le résultat est la marée des quadratures, la plus faible de toutes.

D'ailleurs, puisque la marée lunaire l'emporte sur la marée solaire, c'est la première qui doit régler principalement la marée résultante : ainsi, dans un temps donné, il doit y avoir autant de marées qu'il y a de passages de la lune au méridien supérieur ou inférieur : c'est ce qu'on observe en effet.

456—INFLUENCE DE L'ÉTENDUE DE LA MER SUR LE PHÉNOMÈNE. Plus une mer est vaste, et plus les phénomènes des marées doivent être sensibles. Car c'est principalement la différence des attractions exercées sur les molécules extrêmes de la masse

fluide, qui produit ici une élévation, là une dépression; or, dans une petite étendue, les attractions sont à peu près les mêmes sur toutes les molécules, et la variation du niveau ordinaire de la mer est presque nulle. C'est ainsi qu'il n'y a pas de marées dans la mer Noire, dans la mer Caspienne, et que, dans la Méditerranée elle-même, elles sont fort peu sensibles.

D'ailleurs, les circonstances locales peuvent augmenter beaucoup la grandeur des marées : ainsi, la configuration des côtes sur lesquelles les eaux se réfléchissent dans leur mouvement, le peu de largeur des espaces dans lesquels elles se précipitent, etc., peuvent les rendre considérables.

457—EFFETS DE L'ATTRACTION LUNAIRE DANS LES PORTS : RETARDS; ÉTABLISSEMENT DU PORT. Si l'Océan recouvrait partout le sphéroïde terrestre à une égale profondeur, s'il n'éprouvait aucune résistance dans ses mouvements, chaque marée partielle aurait lieu au moment même où l'astre exerce sa plus grande action, c'est-à-dire au moment de son passage au méridien. Mais il n'en est pas ainsi; et, pour comprendre par quelle cause est produit le retard dans nos ports, imaginons, avec Laplace, un large canal communiquant avec la mer, et s'étendant au loin dans les terres, sous le méridien de son embouchure. Si l'on suppose qu'à cette embouchure, la pleine mer lunaire ou solaire ait lieu au moment même du passage de l'astre au méridien, il est visible que le mouvement ondulatoire se transmettra successivement aux différents points du canal, et que les heures du flux retarderont d'autant plus que ces points seront plus éloignés de l'embouchure. C'est sous ce point de vue qu'il faut envisager les marées dans nos ports : le flot se forme au milieu de l'Océan, au moment du passage de l'astre au méridien; les ondes qu'il produit se propagent peu à peu vers les côtes, comme vers l'extrémité du canal : elles arrivent dans les ports, et y déterminent la haute mer, un temps plus ou moins long après le passage.

D'après cela, on voit que, si la mer recouvrait partout le sphéroïde terrestre, les marées lunaires et solaire auraient lieu au moment du passage de leurs astres respectifs au méridien; et si alors la syzygie arrivait à midi, ce moment serait celui de

la plus grande marée. Mais l'expérience et la théorie prouvent que, si l'attraction des deux astres se communique instantanément à la mer, les mouvements qui en résultent emploient trente-six heures environ à parvenir dans les ports de France. Ce n'est donc que trente-six heures après chaque syzygie ou chaque quadrature qu'on y observe le maximum ou le minimum des marées composées.

Quant à l'autre retard constant, appelé *établissement du port*, il provient de la configuration des côtes et des localités : il est souvent très-différent pour deux ports très-voisins.

458—Nous ne développerons pas en détail chacune des conséquences qui résultent de la théorie que nous venons d'exposer. Qu'il nous suffise de dire que la théorie de l'attraction rend compte, avec une précision satisfaisante, des variations de hauteur correspondantes aux inégalités du mouvement, de la déclinaison et de la distance des deux astres. « Cette action du soleil et de la lune sur la mer, dit Laplace, « suite nécessaire de l'attraction universelle démontrée par « tous les phénomènes célestes, étant confirmée par les phénomènes des marées, ne doit laisser aucun doute. Elle est « portée maintenant à un tel degré d'évidence, qu'il existe « sur cet objet un accord unanime entre les savants instruits « de ces phénomènes, et suffisamment versés dans la géométrie et dans la mécanique pour en saisir les rapports avec la « loi de la pesanteur. »

§ III. Influence de la lune sur les phénomènes terrestres.

459—MARÉES AÉRIENNES. On vient de voir que l'attraction de la lune est la cause principale des grandes oscillations de la mer. Il est donc naturel de penser qu'elle produit quelque effet analogue sur notre atmosphère, et que le soleil lui-même n'est pas sans influence sur ses mouvements : on peut supposer qu'il doit y avoir des marées aériennes, et que le maximum d'action a lieu aux syzygies, et le minimum aux quadratures. Mais il est fort difficile de déterminer, par la théorie, la quantité d'ailleurs très-petite de ces effets.

460—CHANGEMENTS DE TEMPS. Cette action peut-elle opérer un *changement de temps*? La nouvelle lune, surtout, peut-elle, suivant l'opinion populaire si répandue, amener un certain état de l'atmosphère, et le conserver pendant

toute la lunaison? Avant de répondre à cette question, on pourra demander d'abord ce qu'il faut entendre par un changement de temps. Pour les uns, ce sera le passage du calme au vent, d'un vent faible à un vent fort, d'un ciel serein à un ciel un peu nuageux, etc.; d'autres exigeront des variations plus tranchées. On pourra demander aussi quels sont les caractères d'un changement de temps; si une pluie de quelques minutes interrompt le beau temps; si quelques heures d'un ciel serein, séparant des journées pluvieuses, suffisent pour produire un changement de temps, etc. On voit combien est vague le sens que l'on peut attribuer à cette expression.

Si nous mettons de côté la difficulté qui résulte de ces incertitudes, et si nous compulsions, avec Bouvard, les registres qui se tiennent depuis cinquante ans à l'Observatoire de Paris, nous sommes forcés de conclure que les phases de la lune n'ont aucun rapport avec les changements de temps, ni avec la fréquence ou la quantité de la pluie. C'est là une preuve irrécusable et que personne ne saurait contester. Il faut donc considérer comme un préjugé cette opinion, si généralement accréditée, que les changements de temps ont lieu surtout à l'époque de la conjonction, et que l'état de l'atmosphère, qui se manifeste au moment de la nouvelle lune, doit se conserver autant que dure la lunaison. Il est difficile d'ailleurs de comprendre *à priori* cette influence décisive d'une phase de la lune : car, s'il est aisé d'admettre que son attraction, qui, à cette époque, s'ajoute à celle du soleil, produit quelque perturbation dans l'état de l'atmosphère, on ne voit pas pourquoi, douze heures avant ou après, cette action ne produirait pas un effet absolument opposé.

461—ABSENCE D'ACTION DE LA LUNE SUR LES PLANTES. Les autres effets que l'on attribue à la lune n'ont pas une base plus solide; et souvent ils sont, scientifiquement parlant, tellement inacceptables, que l'on ne peut s'expliquer comment ils ont pris crédit. Comment admettre, par exemple, que les arbres doivent être coupés pendant le décours de la lune, si l'on veut que le bois soit de bonne qualité et se conserve? que, pour avoir des plantes ou des arbres qui s'élèvent et poussent avec vigueur, il faut semer, planter, greffer et tailler pendant la lune croissante; mais que, pour avoir des choux ou des laitues qui puissent pousser, des fleurs doubles, des arbres à fruits précoces, il faut semer, planter et tailler pendant le déclin? que le vin qui se fait dans deux lunes n'est jamais de bonne qualité et reste constamment trouble?

462—LUNE ROUSSE. D'autres opinions reposent sur des faits vrais, pour l'explication desquels on fait à tort intervenir la lune. Nous citerons, comme exemple, l'influence nuisible que l'on attribue à la *lune rousse* sur les phénomènes de la végétation. On sait que les jardiniers donnent ce nom à la lune qui, commençant en avril, devient pleine à la fin de ce mois ou dans le courant de mai. Ils affirment qu'à cette époque, lorsque le ciel est serein, les feuilles, les bourgeons, exposés à la lumière de la lune, *roussissent*, c'est-à-dire, se gèlent, quoique le thermomètre se tienne dans

l'atmosphère à plusieurs degrés au-dessus de zéro ; mais si les nuages interceptent la lumière de l'astre et l'empêchent d'arriver jusqu'aux plantes, les mêmes effets n'ont plus lieu dans des circonstances de température parfaitement semblables. D'où ils concluent que la lune a une influence frigorifique incontestable. On sera certainement peu disposé à accepter cette opinion, si l'on se rappelle que l'on n'a jamais pu constater l'action de notre satellite sur les thermomètres les plus délicats. Cependant le fait est vrai, mais la cause est ailleurs. En effet, on sait aujourd'hui que, par suite d'un rayonnement rapide, les végétaux peuvent acquérir une température inférieure de 7 ou 8 degrés à celle de l'atmosphère qui les environne. Une plante peut donc être fortement gelée, quoique l'air se soit maintenu constamment à plusieurs degrés au-dessus de zéro. Mais il faut pour cela que le ciel soit parfaitement serein : s'il est couvert, la différence de température disparaît complètement. On comprend, d'après cela, comment, en avril et en mai, la température de l'air n'étant souvent, la nuit, que de quelques degrés au-dessus de zéro, le rayonnement, *si la lune brille*, c'est-à-dire *si le ciel est serein*, peut faire descendre la température des plantes au-dessous de zéro et les geler entièrement ; tandis que *si la lune ne brille pas*, c'est-à-dire *si le ciel est couvert*, la température des plantes ne descendra pas au-dessous de celle de l'atmosphère, et il n'y aura pas de gelée. L'observation des jardiniers est donc exacte, mais leur conclusion est fautive : la lumière de la lune n'est pour rien dans le fait de la congélation nocturne des végétaux ; elle n'est que l'indication d'une atmosphère sereine, et c'est par la pureté du ciel que la gelée a lieu.

Nous avons emprunté une grande partie de ces détails à la Notice insérée par F. Arago dans l'*Annuaire* pour l'année 1833. Nous y renverrons nos lecteurs : ils y trouveront une discussion longue et approfondie de tous les dictons, de tous les préjugés populaires sur les influences de la lune.

CONCLUSION.

463—MÉTHODE SUIVIE DANS CET OUVRAGE. Nous n'avons pas, en terminant ces leçons, à justifier la méthode d'exposition que nous avons adoptée. Nous avons suivi la marche qui nous était tracée d'avance par le programme officiel arrêté pour l'enseignement de la cosmographie dans les Lycées. Cette méthode, toute rationnelle, est celle qu'ont préférée nos illustres maîtres, les *Lalande*, les *Delambre* et les *Biot*. Elle place l'observateur en présence du ciel; elle lui montre les mouvements, apparents ou réels, des astres qui parsèment la voûte céleste, et elle lui apprend à en déterminer les lois. Puis lorsque, entraîné par le témoignage de ses yeux, il se dispose à adopter les erreurs des premiers astronomes, elle appelle le raisonnement à son aide; elle dégage peu à peu la réalité des apparences; elle accumule les inductions, les analogies, les probabilités, les preuves; et elle lui montre enfin le véritable système du monde, tel qu'il lui apparaîtrait, s'il pouvait se placer immobile en un point quelconque de l'espace, et l'embrasser d'un coup d'œil.

Telle est la méthode que nous avons adoptée dans cet ouvrage. Mais après avoir démontré successivement toutes les lois qui régissent les mouvements des corps célestes, il convient de résumer en quelques mots les résultats que nous avons obtenus, en plaçant sous les yeux de nos lecteurs le tableau général du monde solaire.

464—TABLEAU GÉNÉRAL DU MONDE SOLAIRE. Au centre du système, le soleil tourne sur lui-même d'occident en orient. Autour de lui, la terre, sept autres planètes principales, soixante-deux planètes télescopiques se meuvent dans le même

sens, à des distances différentes, avec des vitesses inégales : ces corps tournent sur eux-mêmes uniformément, comme le soleil, d'occident en orient (fig. 123). Les plus gros d'entre eux sont, à leur tour, le centre de systèmes, miniatures du monde so-

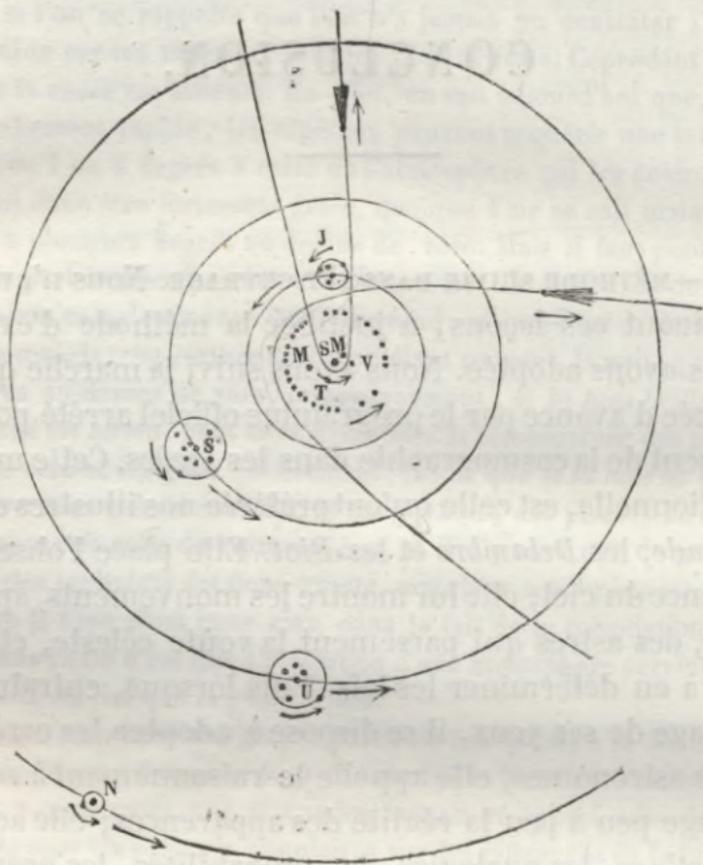


fig. 123.

laire : Jupiter, Saturne, Uranus, Neptune, la Terre sont accompagnés d'un ou de plusieurs satellites qui circulent autour de ces planètes et tournent sur eux-mêmes d'occident en orient. Tous ces mouvements sont soumis aux mêmes lois : les orbites sont des ellipses¹ ; les aires décrites sont proportionnelles aux temps ; les carrés des temps des révolutions sont proportionnels aux cubes des distances au soleil ou à la planète ; et ces lois sont les conséquences d'une loi unique, en vertu de

¹ Il faut excepter, comme on l'a déjà dit (n° 413), deux des satellites d'Uranus.

laquelle les corps célestes s'attirent proportionnellement à leurs masses et en raison inverse des carrés de leurs distances.

Indépendamment de ces éléments invariables, le système solaire est traversé dans tous les sens par un grand nombre de ces corps immenses qu'on a désignés sous le nom de comètes, qui apparaissent subitement, brillent pendant quelques jours, et disparaissent souvent pour ne plus revenir. Obéissant, comme les planètes, à la loi générale de l'attraction universelle, ils subissent, à cause de la petitesse de leurs masses, l'influence des corps près desquels ils passent, et ils sont enlevés ou rendus au monde solaire par ces actions puissantes.

Le nombre de ces astres étranges est sans doute considérable, car, chaque année, on en découvre de nouveaux. Le groupe des petites planètes s'enrichit aussi sans cesse, grâce aux travaux de quelques astronomes. Et il n'est pas impossible de prévoir, qu'un jour on découvrira peut-être quelque planète invisible, dont la présence aux limites de notre monde sera accusée par son action sur Neptune, de même que la découverte de Neptune a été elle-même la conséquence des perturbations d'Uranus. Mais, quels que soient à cet égard les secrets de l'avenir, le système solaire, tel que nous le connaissons aujourd'hui, n'en forme pas moins un tout complet, d'une majestueuse simplicité, admirablement organisé par la Providence, et dont la stabilité ne saurait être troublée spontanément par le jeu naturel des forces auxquelles il est soumis.

La figure 123 représente l'ensemble de ce système : les dimensions relatives des orbites y sont reproduites, à l'exception de celle de Neptune ; seulement nous les avons supposées circulaires, et nous avons projeté leurs plans sur celui de l'écliptique.

465—IMMENSITÉ DE L'UNIVERS. Quelle que soit l'étendue du monde solaire, il n'est qu'un point insensible dans l'immensité de l'espace. Car, si le soleil exerce son influence à des distances qui dépassent un milliard de lieues ; s'il force à tourner autour de lui des corps comme Neptune et certaines comètes qui semblent, par leur éloignement, devoir se soustraire à son action ; par delà les limites de sa sphère d'attraction, à des dis-

tances que nous ne pouvons ni mesurer ni concevoir, il existe des milliers d'étoiles visibles, qui sont des soleils comme le nôtre, lumineux comme lui, aussi éloignés les uns des autres qu'ils le sont de nous, indépendants entre eux, comme il l'est lui-même de chacun d'eux, et qui peut-être sont les centres d'autant de mondes planétaires que nous sommes destinés à ne jamais connaître. D'autres étoiles sont disséminées avec une telle profusion dans certaines régions du ciel, et leurs distances à la terre sont si considérables, qu'elles ne produisent sur nos yeux que l'impression d'une lumière pâle et laiteuse : ce sont elles qui constituent cette immense zone à laquelle on a donné le nom de *voie lactée*; on les compte par millions, lorsqu'on les sépare à l'aide des télescopes.

Mais ce n'est pas tout encore ! Plus de six mille *nébuleuses* sont dispersées dans toutes les directions; quelques-unes d'entre elles se *résolvent*, comme la voie lactée, en amas d'étoiles; presque toutes, constituées peut-être de la même manière, mais trop éloignées de nous, résistent au grossissement des plus puissantes lunettes, et n'offrent à nos yeux que de faibles nuages blanchâtres, indécomposables : plusieurs nous présentent l'aspect d'anneaux circulaires, dont le centre est vide.

466 — HYPOTHÈSES SUR LA CONSTITUTION DE L'UNIVERS. Ce sont ces faits qui ont inspiré à d'illustres astronomes de grandes conjectures sur la constitution de l'univers. Ils ont pensé que notre soleil, avec son cortège de planètes et de comètes, est au milieu d'une première agglomération sphérique, composée des étoiles brillantes du *firmament*, et qu'il en est lui-même un des éléments; que cet amas globulaire est entouré à une distance considérable par une zone immense, formée elle-même de plusieurs millions d'étoiles, et constituant la voie lactée; enfin, que chaque nébuleuse est une voie lactée, aussi riche en étoiles, aussi étendue que la nôtre, et qui, vue du point extérieur où nous sommes placés, nous apparaît comme un anneau dont le diamètre apparent dépend de la distance qui nous en sépare.

On connaît les dimensions de notre système planétaire; elles

dépassent mille millions de lieues. Ces dimensions sont presque nulles vis-à-vis des distances de notre soleil aux étoiles que nous pouvons voir à l'œil nu. Ces distances, à leur tour, sont insensibles relativement au diamètre de la voie lactée; et ce diamètre lui-même est infiniment petit, si on le compare aux distances qui séparent les nébuleuses les unes des autres, et la nôtre de chacune d'elles.

Il faut plus de trois ans pour que la lumière émanée de l'étoile la plus voisine parvienne à notre œil; il faudrait plusieurs siècles pour qu'elle traversât la voie lactée; il lui faudrait sans doute des milliers d'années pour aller d'une nébuleuse à une autre. Ainsi les rayons lumineux, ces courriers si rapides, ne nous apportent, suivant l'expression d'Arago, que l'histoire très-ancienne de ces mondes éloignés.

467—RÉFLEXIONS ET CONCLUSION. Telles sont les opinions brillantes et hardies que quelques astronomes ont fondées sur d'imposantes probabilités et sur des généralisations naturelles. Et que devient la terre dans ce vaste ensemble?

« Séduit par les illusions des sens et de l'amour-propre, l'homme s'est regardé longtemps comme le centre du mouvement des astres; et son vain orgueil a été puni par les frayeurs qu'ils lui ont inspirées. Enfin plusieurs siècles de travaux ont fait tomber le voile qui lui cachait le système du monde. Alors il s'est vu sur une planète presque imperceptible dans le système solaire, dont la vaste étendue n'est elle-même qu'un point insensible dans l'immensité de l'espace. Les résultats sublimes auxquels cette découverte l'a conduit sont bien propres à le consoler du rang qu'elle assigne à la terre, en lui montrant sa propre grandeur dans l'extrême petitesse de la base qui lui a servi pour mesurer les cieux¹. »

Est-il nécessaire de faire remarquer combien le tableau véritable que nous venons de tracer l'emporte sur les plus brillantes conceptions de la poésie ancienne? Sans sortir du domaine des faits rigoureusement démontrés, est-il possible

¹ Laplace, *Exposition du système du monde*, liv. V, chap. vi.

d'imaginer un système plus vaste dans ses proportions, plus merveilleux dans ses détails, plus régulier dans ses mouvements, plus simple dans les forces qui le sollicitent? Peut-on méconnaître, après l'avoir étudié, la puissance infinie de son auteur? Nous nous estimerons heureux si nos élèves, en reconnaissant avec nous la justesse de cette parole des Écritures : COELI ENARRANT GLORIAM DEI, trouvent, dans la lecture de cet ouvrage, quelques nouveaux motifs d'élever leur âme intelligente vers le créateur de tant de merveilles!

EXERCICES ET APPLICATIONS.

468—1° Calculer la relation qui existe entre les vitesses angulaires moyennes de deux planètes et leurs distances au soleil (en supposant les mouvements circulaires).

2° Calculer la relation entre les vitesses absolues moyennes et les distances.

3° Connaissant les distances de Mercure, de Vénus et de la Terre au Soleil, calculer la digression de Mercure et celle de Vénus.

4° Connaissant les distances de Jupiter et de la Terre au Soleil, calculer (fig. 418) l'angle hPh' et l'angle hTh' , qui mesurent les oscillations de la projection de Jupiter sur la sphère céleste.

5° Connaissant l'intervalle de temps ($42^h 28^m 48^s$) qui sépare deux émer-sions consécutives du premier satellite de Jupiter, lors de l'opposition, calculer celui qui les sépare lors de la quadrature:

FIN.

ADDITIONS

LIVRE I. — LES ÉTOILES.

NOTE I (n° 23, p. 19; n°s 36 et suiv., p. 26; n° 135, p. 105; n° 187, p. 142; n° 204, p. 158).

Formules pour la transformation des coordonnées sphériques.

169 — **Systèmes de coordonnées sphériques.** En astronomie, la conception de la *sphère céleste* sert à transformer une figure quelconque en une figure sphérique, à l'aide des *projections perspectives* ou *coniques*. Les distances des différents points de la figure au point pris pour centre ne jouent aucun rôle dans ce système de projections; elles sont remplacées par le rayon de la sphère que l'on prend ordinairement pour unité, et les positions relatives de ces points sont déterminées par leurs *distances angulaires*.

On fixe la position d'un astre sur la sphère céleste en donnant ses deux *coordonnées sphériques*. Les systèmes les plus usités sont formés d'un grand cercle et de son pôle.

1° On peut choisir l'*horizon* et le *zénith*. Les coordonnées de l'astre sont alors son *azimut* A et sa *hauteur* ou sa *distance zénithale* Z ; on les nomme *coordonnées azimutales*. Elles se mesurent au moyen du *théodolite*.

2° On peut prendre l'*équateur* et son pôle. Les coordonnées de l'astre sont alors son *angle horaire* H , et sa *déclinaison* (δ) : ce sont les *coordonnées horaires*. On les mesure à l'aide de l'*équatorial*.

Dans ces deux systèmes, on suppose que la sphère céleste est fixe, et que chaque étoile en décrit un parallèle; dans cette hypothèse, l'origine des azimuts et des angles horaires est un point fixe (le point *sud*). Mais si l'on imagine que la sphère céleste tourne en entraînant les étoiles avec elle, l'origine n'est plus fixe, et il faut changer le système.

3° On choisit encore l'*équateur* et son pôle; mais on substitue l'*ascension droite* \mathcal{A} de l'astre à son angle horaire, en conservant la *déclinaison* comme

seconde coordonnée ; ce système est celui des *coordonnées équatoriales*. Le instruments pour les mesurer sont la *lunette méridienne* et le *cercle mural*.

4^o Enfin on peut rapporter la position d'un astre à l'*écliptique* et à son *pôle*. Ses coordonnées sont alors sa *longitude* l et sa *latitude* λ : ce sont les *coordonnées écliptiques*. On ne les mesure pas directement ; on les déduit, par le calcul, des coordonnées équatoriales, comme on va le voir.

Nous allons donner les formules qui servent à passer d'un système à un autre.

470—Formules pour passer des coordonnées azimutales aux coordonnées horaires. Soient (fig. 124) : T la sphère céleste, NHS l'horizon, TZ la verticale

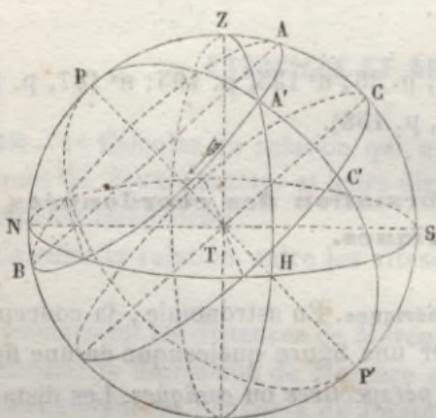


fig. 124.

du lieu, PP' l'axe du monde, NZS le méridien, CC' l'équateur, AA'B le cercle diurne d'un astre. Soit A' la position de cet astre, à l'instant considéré : son vertical est ZA'H, et son cercle horaire est PA'C'. On donne son azimut $SH=A$, et sa distance zénithale $A'Z=Z$; et il faut calculer la déclinaison $A'C'=D$ et son angle horaire $CPC'=H$.

Or, dans le triangle sphérique ZPA', on connaît la distance zénithale du pôle $PZ=P$, le côté $ZA'=Z$ et l'angle compris $PZA'=180^\circ-A$; on aura donc, pour calculer le côté $PA'=90^\circ-D$ et l'angle $ZPA'=H$,

$$\begin{aligned} \cos PA' &= \cos PZ \cos ZA' + \sin PZ \sin ZA' \cos PZA', \\ \cot ZA' \sin PZ &= \cos PZ \cos PZA' + \sin PZA' \cot ZPA'; \end{aligned}$$

$$\text{ou} \quad \left. \begin{aligned} \sin D &= \cos P \cos Z - \sin P \sin Z \cos A, \\ \cot Z \sin P &= -\cos P \cos A + \sin A \cot H; \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

formules qui font connaître D et H .

471—Formules pour passer des coordonnées horaires aux coordonnées azimutales. Dans le même triangle ZPA', on connaît $PZ=P$, $PA'=90^\circ-D$ et l'angle compris $ZPA'=H$; et l'on a, pour calculer $ZA'=Z$, et $PZA'=180^\circ-A$,

$$\begin{aligned} \cos ZA' &= \cos PZ \cos PA' + \sin PZ \sin PA' \cos ZPA', \\ \cot PA' \sin PZ &= \cos PZ \cos ZPA' + \sin ZPA' \cot PZA'; \end{aligned}$$

$$\text{ou} \quad \left. \begin{aligned} \cos Z &= \cos P \sin D + \sin P \cos D \cos H, \\ \tan D \sin P &= \cos P \cos H - \sin H \cot A; \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

formules qui donnent Z et A .

472—Formules pour passer des coordonnées horaires aux coordonnées équatoriales, et réciproquement. Comme la déclinaison \odot de l'astre est une coordonnée commune aux deux systèmes, il suffit, pour résoudre la question, d'établir une relation entre l'angle horaire et l'ascension droite. Or, en désignant par H_{γ} l'angle horaire du point vernal, on a trouvé (n° 36) :

$$\mathcal{A} + H_{\gamma} = H_{\gamma} \quad (3).$$

On sait d'ailleurs (n° 28), que

$$H_{\gamma} = 15^{\circ} \times t,$$

t étant l'heure sidérale. On doit donc regarder H_{γ} comme déterminé, quand on connaît l'heure sidérale de l'observation; et la formule (3) fait connaître \mathcal{A} ou H_{γ} .

473—Formules pour passer des coordonnées équatoriales aux coordonnées écliptiques. Soient (fig. 125) : T la sphère céleste, EE' l'équateur, CC' l'écliptique; TP, TP₁, les axes de ces deux grands cercles. Soit S la position d'un astre : menons les deux grands cercles PSD, P₁SL.

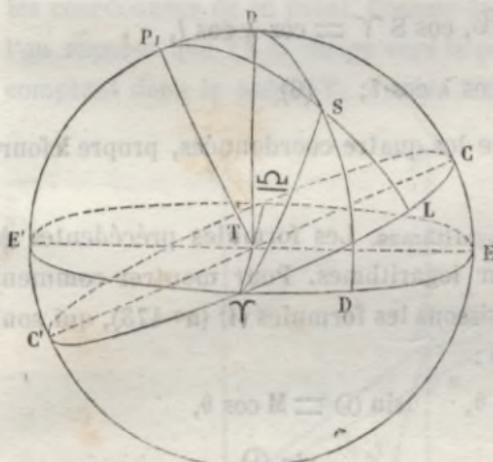


fig. 125.

La déclinaison de l'astre est $SD = \odot$; son ascension droite est $\gamma D = \mathcal{A}$. Sa latitude, c'est-à-dire sa distance à l'écliptique (positive ou négative, suivant qu'elle est boréale ou australe), est l'arc $SL = \lambda$; sa longitude, c'est-à-dire la distance du pied du cercle de latitude au point vernal, est l'arc $\gamma L = l$; elle se

compte, comme l'ascension droite et dans le même sens, de 0° à 360° .

On connaît \odot et \mathcal{A} , et l'on veut calculer λ et l . Or, dans le triangle sphérique PSP₁, on connaît le côté $PS = 90^{\circ} - \odot$, le côté $PP_1 = \omega$ qui est l'obliquité de l'écliptique, et l'angle compris $P_1PS = 90^{\circ} + \mathcal{A}$; et l'on aura, pour calculer le côté $P_1S = 90^{\circ} - \lambda$ et l'angle $PP_1S = 90^{\circ} - l$,

$$\begin{aligned} \cos P_1S &= \cos PP_1 \cos PS + \sin PP_1 \sin PS \cos P_1PS, \\ \cot PS \sin PP_1 &= \cos PP_1 \cos P_1PS + \sin P_1PS \cot PP_1S; \end{aligned}$$

$$\text{ou} \quad \left. \begin{aligned} \sin \lambda &= \cos \omega \sin \odot - \sin \omega \cos \odot \sin \mathcal{A}, \\ \text{tang } \odot \sin \omega &= -\cos \omega \sin \mathcal{A} + \cos \mathcal{A} \text{ tang } l; \end{aligned} \right\} (4)$$

formules qui donnent λ et l .

Si l'astre est le soleil, on a $\lambda = 0$, et le triangle rectangle γSH (fig. 47, p. 105), donne immédiatement

$$\cos l = \cos \mathcal{A} \cos \odot.$$

474—Formules pour passer des coordonnées écliptiques aux coordonnées équatoriales. Dans le même triangle PSP_1 , on connaît le côté $PP_1 = \omega$, le côté $P_1S = 90^\circ - \lambda$ et l'angle compris $P_1PS = 90^\circ - l$; et l'on a, pour calculer le côté $PS = 90^\circ - \textcircled{\omega}$, et l'angle $P_1PS = 90^\circ + \textcircled{\text{b}}$,

$$\begin{aligned} \cos PS &= \cos PP_1 \cos P_1S + \sin PP_1 \sin P_1S \cos PP_1S, \\ \cot P_1S \sin PP_1 &= \cos PP_1 \cos PP_1S + \sin PP_1S \cot P_1PS; \end{aligned}$$

$$\text{ou} \quad \left. \begin{aligned} \sin \textcircled{\omega} &= \cos \omega \sin \lambda + \lambda \sin \omega \cos \lambda \sin l, \\ \text{tang } \lambda \sin \omega &= \cos \omega \sin l - \cos l \text{ tang } \textcircled{\text{b}}; \end{aligned} \right\} (5)$$

formules qui font connaître $\textcircled{\omega}$ et $\textcircled{\text{b}}$.

475—Remarque. Si l'on joint $S\Upsilon$ par un arc de grand cercle, on forme deux triangles rectangles $S\Upsilon D$, $S\Upsilon L$, ayant la même hypoténuse, et qui donnent, entre leurs trois côtés, les deux relations

$$\cos S\Upsilon = \cos \textcircled{\omega} \cos \textcircled{\text{b}}, \quad \cos S\Upsilon = \cos \lambda \cos l,$$

$$\text{et, par suite,} \quad \cos \textcircled{\omega} \cos \textcircled{\text{b}} = \cos \lambda \cos l; \quad (6)$$

formule qui établit une relation entre les quatre coordonnées, propre à fournir une vérification.

476—Calcul de ces formules par logarithmes. Les formules précédentes ne sont pas, en général, calculables par logarithmes. Pour montrer comment on opère cette transformation, choisissons les formules (4) (n° 473), qui sont les plus souvent employées. On pose :

$$\sin \textcircled{\text{b}} \cos \textcircled{\omega} = M \sin \theta, \quad \sin \textcircled{\omega} = M \cos \theta,$$

$$\text{d'où l'on tire :} \quad \text{tang } \theta = \sin \textcircled{\text{b}} \cot \textcircled{\omega}, \quad M = \frac{\sin \textcircled{\omega}}{\cos \theta}, \quad (7)$$

ormules qui font connaître θ et M .

Puis on écrit la seconde des formules (4) de la manière suivante :

$$\text{tang } l = \frac{\cos \omega \sin \textcircled{\text{b}} \cos \textcircled{\omega} + \sin \omega \sin \textcircled{\omega}}{\cos \textcircled{\text{b}} \cos \textcircled{\omega}},$$

ou, en remplaçant $\sin \textcircled{\text{b}} \cos \textcircled{\omega}$ et $\sin \textcircled{\omega}$ par leurs valeurs,

$$\text{tang } l = \frac{M \sin (\theta + \omega)}{\cos \textcircled{\text{b}} \cos \textcircled{\omega}}, \quad \text{ou} \quad \text{tang } l = \frac{\text{tg } \textcircled{\omega} \sin (\theta + \omega)}{\cos \textcircled{\text{b}} \cos \theta}. \quad (8)$$

Une transformation analogue, faite sur la première des équations (4), donne

$$\sin \lambda = M \cot (\theta + \omega), \quad \text{ou} \quad \sin \lambda = \frac{\sin \textcircled{\omega} \cos (\theta + \omega)}{\cos \theta}.$$

Si l'on veut, au lieu de $\sin \lambda$, calculer $\text{tang. } \lambda$, qui offre plus d'avantage, on divise cette dernière formule par la formule (6), et l'on a :

$$\frac{\text{tang } \lambda}{\cos l} = \frac{\text{tang } (\vartheta \cos(\vartheta + \omega))}{\cos \vartheta \cos \theta}$$

Puis on divise celle-ci par la formule (8), ce qui donne :

$$\text{tang. } \lambda = \sin l \cot (\vartheta + \omega). \quad (9)$$

Ces formules (8) et (9) font connaître l et λ .

477 — Transformation des coordonnées sphériques en coordonnées rectilignes.

Il est utile, dans un grand nombre de questions d'astronomie, d'employer des coordonnées rectilignes. On prend alors pour origine le centre de la terre, et pour axes coordonnés rectangulaires, la ligne des équinoxes, la ligne des solstices et l'axe de l'écliptique. Soient TX, TY, TZ ces trois axes (fig. 126). Soit S un point de l'espace, et soient SP = Z, PQ = Y et TQ = X, les coordonnées de ce point. Comme le plan XTY est celui de l'écliptique, si l'on suppose que TX se dirige vers le point vernal, et que les longitudes se comptent dans le sens XY, l'angle XTP = L sera la longitude, et l'angle

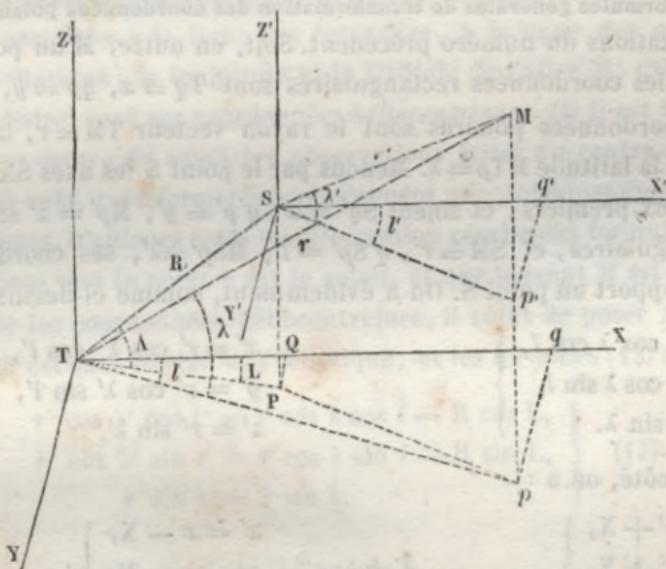


fig. 126.

STP = A la latitude du point S. Posons d'ailleurs TS = R; ce rayon vecteur est supposé connu.

On a, dans le triangle SPT,

$$SP = Z = R \sin A, \quad TP = R \cos A;$$

puis dans le triangle TPQ,

$$\begin{aligned} TQ = X &= TP \cos L = R \cos A \cos L, \\ PQ = Y &= TP \sin L = R \cos A \sin L. \end{aligned}$$

Ainsi on a :

$$\left. \begin{aligned} X &= R \cos \Lambda \cos L, \\ Y &= R \cos \Lambda \sin L, \\ Z &= R \sin \Lambda; \end{aligned} \right\} (10)$$

formules qui résolvent la question.

Les formules inverses s'en déduisent facilement; on trouve

$$\left. \begin{aligned} R^2 &= X^2 + Y^2 + Z^2, \\ \operatorname{tg} L &= \frac{Y}{X}, \\ \sin \Lambda &= \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}}. \end{aligned} \right\} (11)$$

Si l'on prenait, comme on le fait quelquefois, pour axe des z l'axe des pôles, pour axe des x la ligne des équinoxes, et pour axe des y la perpendiculaire aux deux autres, les formules seraient les mêmes; seulement on remplacerait la longitude et la latitude par l'ascension droite et la déclinaison.

478—Formules générales de transformation des coordonnées polaires. Conservons les notations du numéro précédent. Soit, en outre, M un point de l'espace, dont les coordonnées rectangulaires sont $Tq = x$, $qp = y$, $pM = z$, et dont les coordonnées polaires sont le rayon vecteur $TM = r$, la longitude $pTq = l$, et la latitude $MTp = \lambda$. Menons par le point S les axes SX' , SY' , SZ' , parallèles aux premiers; et soient $Sq' = x'$, $q'p' = y'$, $Mp' = z'$ ses coordonnées rectangulaires, et $SM = r'$, $q'Sp' = l'$, $MSp' = \lambda'$, ses coordonnées polaires par rapport au point S. On a évidemment, comme ci-dessus :

$$\left. \begin{aligned} x &= r \cos \lambda \cos l, \\ y &= r \cos \lambda \sin l, \\ z &= r \sin \lambda. \end{aligned} \right\} \quad \left. \begin{aligned} x' &= r' \cos \lambda' \cos l', \\ y' &= r' \cos \lambda' \sin l', \\ z' &= r' \sin \lambda'. \end{aligned} \right\}$$

D'un autre côté, on a :

$$\left. \begin{aligned} x &= x' + X, \\ y &= y' + Y, \\ z &= z' + Z, \end{aligned} \right\} \quad \text{d'où} \quad \left. \begin{aligned} x' &= x - X, \\ y' &= y - Y, \\ z' &= z - Z. \end{aligned} \right\}$$

Donc, en remplaçant les coordonnées rectilignes par leurs valeurs, on a :

$$\left. \begin{aligned} r' \cos \lambda' \cos l' &= r \cos \lambda \cos l - R \cos \Lambda \cos L, \\ r' \cos \lambda' \sin l' &= r \cos \lambda \sin l - R \cos \Lambda \sin L, \\ r' \sin \lambda' &= r \sin \lambda - R \sin \Lambda. \end{aligned} \right\} (12)$$

Ces formules fournissent r' , λ' , l' , quand on connaît r , λ , l , et R , Λ , L . Pour obtenir ces inconnues, on fait d'abord la somme des carrés, ce qui donne :

$$r'^2 = r^2 + R^2 - 2Rr [\sin \lambda \sin \Lambda + \cos \lambda \cos \Lambda \cos (l - L)].$$

Puis on divise la seconde des formules (12) par la première, et l'on a :

$$\operatorname{tang} l' = \frac{r \cos \lambda \sin l - R \cos \Lambda \sin L}{r \cos \lambda \cos l - R \cos \Lambda \cos L}.$$

Enfin, l' étant connue, on divise la troisième par la seconde, et l'on a :

$$\frac{\operatorname{tang} \lambda'}{\sin l'} = \frac{r \sin \lambda - R \sin \Lambda}{r \cos \lambda \sin l - R \cos \Lambda \sin L}.$$

On voit que l' et λ' ne dépendent que du rapport $\frac{r}{R}$ des distances des deux points M et S à la terre; et quand ce rapport est donné, la formule précédente fait connaître $\frac{r'}{R}$.

479—Transformation des coordonnées géocentriques et héliocentriques. Les observations d'un astre M sont naturellement rapportées au centre T de la terre; la longitude l et la latitude λ , ainsi déterminées, se nomment les coordonnées *géocentriques* du point M. Si l'on mène, par le centre du soleil, trois axes parallèles à la ligne des équinoxes, à la ligne des solstices et à l'axe de l'écliptique, la longitude et la latitude de l'astre M, prise par rapport à ce centre, sont ses coordonnées *héliocentriques*. Or il est fort utile de rapporter au centre du soleil les observations faites du centre de la terre; il faut, pour cela, transformer les coordonnées géocentriques en coordonnées héliocentriques. D'ailleurs cette transformation résulte des formules (12). Car, si l'on suppose que le point S est le soleil, et que le point M est l'astre dont on demande les coordonnées héliocentriques, il suffit de poser $\Lambda = 0$, puisque le soleil est dans le plan de l'écliptique; et les formules (12) deviennent :

$$\left. \begin{aligned} r' \cos \lambda' \cos l' &= r \cos \lambda \cos l - R \cos L, \\ r' \cos \lambda' \sin l' &= r \cos \lambda \sin l - R \sin L, \\ r' \sin \lambda' &= r \sin \lambda. \end{aligned} \right\} (13)$$

ou, d'après les transformations indiquées,

$$\left. \begin{aligned} r'^2 &= R^2 + r^2 - 2Rr \cos \lambda \cos(l-L), \\ \operatorname{tang} l' &= \frac{r \cos \lambda \sin l - R \sin L}{r \cos \lambda \cos l - R \cos L}, \\ \frac{\operatorname{tang} \lambda'}{\sin l'} &= \frac{r \sin \lambda}{r \cos \lambda \sin l - R \sin L}. \end{aligned} \right\} (14)$$

Les deux dernières formules (14) fournissent les coordonnées héliocentriques l' et λ' du point M en fonction de ses coordonnées géocentriques l et λ et du rapport $\frac{r'}{R}$.

480 — Démonstration analytique des lois du mouvement diurne. Les formules

que nous avons démontrées dans cette note peuvent servir à vérifier analytiquement les lois du mouvement diurne. Ainsi :

1° *Le mouvement diurne est circulaire.* En effet, la distance polaire $PA = p$ d'une étoile (fig. 127), à un instant donné, étant le complément de sa déclinaison, sera fournie par la première des formules (1), dans laquelle on remplacera \odot par $90^\circ - p$, ce qui donnera :

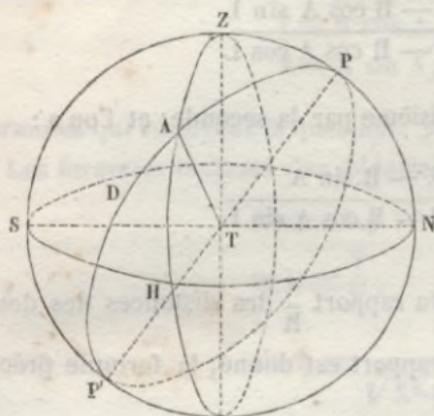


fig. 127.

$$\cos p = \cos P \cos Z - \sin P \sin Z \cos A. \quad (15)$$

Si l'on applique cette formule à une étoile quelconque, quel que soit l'instant de l'observation, on trouve que p est constant: donc *le mouvement est circulaire.*

On peut d'ailleurs vérifier cette valeur constante par l'observation directe;

car, au moment où l'astre passe au méridien, sa distance polaire PA est évidemment (fig. 128) la somme ou la différence des distances zénithales connues PZ et ZA , selon que le passage a lieu au sud du zénith en A , ou au nord en A' .

2° *Le mouvement diurne est uniforme.* En effet, la seconde des formules (1), résolue par rapport à H , donne

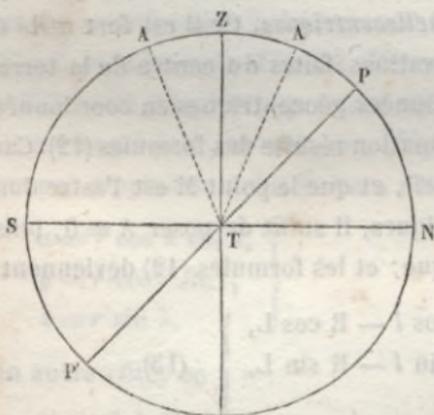


fig. 128

$$\cot H = \frac{\cot Z \sin P + \cos P \cos A}{\sin A}; \quad (16)$$

et si on l'applique aux différentes positions d'une même étoile quelconque, on trouve que l'angle horaire H est proportionnel au temps sidéral écoulé depuis le passage de l'astre au méridien. Donc *le mouvement est uniforme.*

481 — Autre application. Pour appliquer la première des formules (1) à l'instant où l'astre passe au méridien, il suffit de poser $A = 180^\circ$, ou $A = 0$, selon que l'étoile passe entre P et Z (fig. 124) ou au sud du zénith; et la formule devient :

$$\sin (\odot) = \cos P \cos Z \pm \sin P \sin Z,$$

ou $\sin (\odot) = \cos (Z \pm P),$ (17)

formule équivalente à celle du n° 40.

NOTE II (n° 33, p. 25).

Preuves de la rotation de la terre.

482—Preuve tirée de la forme de la terre. Lorsqu'un corps fluide, dont les molécules agissent les unes sur les autres comme si elles s'attiraient, tourne autour d'un axe fixe, la *mécanique* démontre que ce corps doit prendre, sous l'influence du mouvement de rotation, une forme déterminée; cette forme est permanente, si le mouvement est uniforme. Or la terre nous présente la forme d'un ellipsoïde de révolution, dont le petit axe est l'axe des pôles (n° 84), et cette forme est précisément celle qu'elle a dû prendre, si l'on admet qu'elle a été fluide autrefois, et qu'elle tournait alors autour de son axe avec la vitesse angulaire que nous lui attribuons aujourd'hui. On peut donc regarder la forme de la terre comme une preuve de son mouvement de rotation sur elle-même.

483—Preuve tirée de la variation de la pesanteur avec la latitude. Lorsqu'on fait osciller un pendule en différents lieux, on constate que la durée de l'oscillation varie avec la latitude; et comme cette durée dépend de la gravité g , d'après la formule bien connue

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

on en conclut que l'intensité de la pesanteur augmente avec la latitude. Ainsi on trouve que l'accélération due à cette force, prise au niveau des mers, est :

A l'équateur,	$g = 9^m,77980,$
Sous le parallèle moyen,	$g = 9,80567,$
A la latitude de Paris,	$g = 9,80896,$
Au pôle,	$g = 9,83154.$

En général, si l'on prend pour valeur initiale de g celle qu'on trouve sous l'équateur, on a, pour la latitude λ , la formule :

$$g = 9^m,77980 + 0,03474 \sin^2 \lambda. \quad (1).$$

Ainsi l'accélération g croît, en fait, proportionnellement au carré du sinus de la latitude.

L'aplatissement de la terre suffit, il est vrai, pour expliquer le *sens* de cette

variation. Car on sait que l'attraction en chaque lieu est inversement proportionnelle à la distance du lieu au centre de la terre; la pesanteur doit donc aller en augmentant, lorsqu'on s'éloigne de l'équateur. Mais si l'on calcule la valeur de cette augmentation, ce qui est possible, puisque la forme du méridien est connue, on reconnaît que la diminution du rayon terrestre n'est pas suffisante pour rendre compte de sa *grandeur*; et l'on trouve, dans le mouvement de rotation de la terre, une autre cause d'augmentation, qui, combinée avec celle que nous venons d'indiquer, assure aux résultats du calcul un accord satisfaisant avec ceux de l'observation.

En effet, on peut d'abord calculer la force f , qui oblige un corps pesant, de masse m , placé sur un support, à la surface de la terre, en un point A (fig. 129), dont la latitude est λ , à tourner uniformément en un jour sidéral

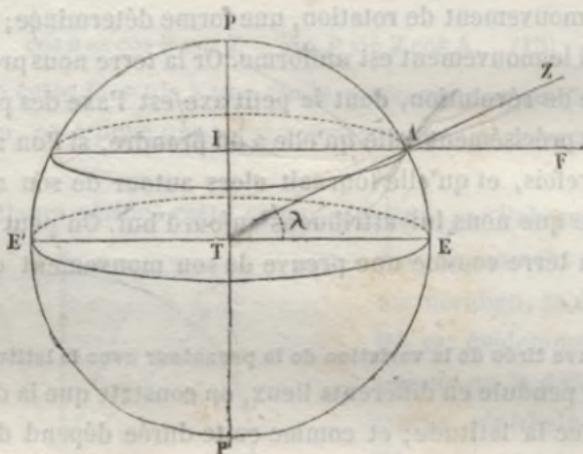


fig. 129.

autour de l'axe PP' . D'après les principes de la mécanique, puisque le mouvement est circulaire et uniforme, cette force est constante, dirigée vers le centre I du parallèle décrit et égal à $m\omega^2$, ω étant la vitesse angulaire de la terre par seconde. Or, en désignant par r le rayon de l'équateur, on a sensiblement $AI = r \cos \lambda$; on a de plus $\omega = \frac{2\pi}{T}$, en désignant par T la durée

du jour ou 86164 secondes solaires moyennes. Donc $f = \frac{4\pi^2 mr \cos \lambda}{T^2}$.

Pour effectuer le calcul, on pose $\pi = 3,1415926$, $\pi r = 20035188$, et l'on trouve $f = m \times 0,033853 \cos \lambda$.

Puis on remarque que cette force f est la résultante des deux forces qui sollicitent le corps, et qui sont : 1^o l'attraction F dirigée vers le centre T, et 2^o la réaction P du support, égale et contraire au poids, et dirigée suivant la verticale AZ et de bas en haut. Par conséquent, chacune de ces trois forces

doit être proportionnelle au sinus de l'inclinaison des deux autres. Si donc on désigne par α l'angle très-petit que la direction de l'attraction fait avec celle du poids, on aura :

$$\frac{F}{\sin \lambda} = \frac{P}{\sin (\lambda - \alpha)} = \frac{f}{\sin \alpha}.$$

De là on tire :

$$\frac{f}{\sin \alpha} = \frac{F - P}{\sin \lambda - \sin (\lambda - \alpha)}, \quad \text{ou} \quad \frac{f}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{F - P}{2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos (\lambda - \frac{\alpha}{2})};$$

d'où

$$F - P = \frac{f \cos \left(\lambda - \frac{\alpha}{2} \right)}{\cos \frac{\alpha}{2}}$$

D'ailleurs, α étant très-petit, on peut le regarder comme nul, et l'on a très-approximativement :

$$F - P = f \cos \lambda.$$

D'un autre côté, on a :

$$P = mg, \quad \text{d'où} \quad m = \frac{P}{g}, \quad \text{et} \quad f = \frac{P}{g} \times 0,033853 \cos \lambda : \text{ donc}$$

$$F - P = \frac{P}{g} \times 0,033853 \cos^2 \lambda, \quad \text{ou} \quad F = P \left(1 + \frac{0,033853 \cos^2 \lambda}{g} \right),$$

et, par suite,

$$P = F \left(1 - \frac{0,033853 \cos^2 \lambda}{g} \right).$$

Ainsi l'action de la terre est diminuée, par son mouvement de rotation, d'une quantité qui est sensiblement proportionnelle au carré du cosinus de la latitude. Le poids d'un corps doit donc augmenter, quand on le transporte de l'équateur vers le pôle. C. Q. F. D.

On peut remarquer qu'à l'équateur, $\cos \lambda = 0$, et par suite $P = F \left(1 - \frac{0,033853}{g} \right)$

ou, à peu près, $P = F \left(1 - \frac{1}{290} \right)$. Or $17^2 = 289$; donc si la terre tournait

17 fois plus vite, la force f serait 289 fois plus grande; par suite, on aurait $P = 0$; les corps ne pèseraient plus à l'équateur, tandis qu'aux pôles leurs poids subsisteraient en entier.

On peut consulter sur cette question nos *Éléments de mécanique*, 2^e édition, liv. II, chap. vi, nos 245 et 246.

NOTE III (n° 51, p. 41).

Distance des étoiles à la terre.

484—Les efforts des astronomes pour déterminer la parallaxe annuelle des étoiles, et par suite leur distance à la terre, ont été longtemps infructueux. On savait seulement que cet angle était, pour chacune, au-dessous d'une seconde. C'est en 1838 que, pour la première fois, *Bessel*, directeur de l'Observatoire de Kœnigsberg, est parvenu à un résultat positif. Nous allons exposer succinctement, dans cette note, les idées qui l'ont guidé dans ses recherches et la méthode qu'il a suivie.

485—Le mouvement de translation de la terre produit un mouvement apparent

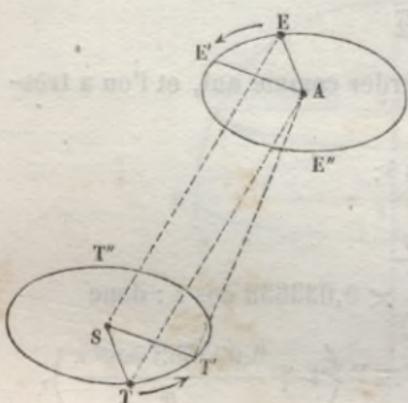


fig. 130.

de l'étoile sur la sphère céleste. En effet, soit $TT'T''$ (fig. 130) l'orbite de la terre, et soit A la position d'une étoile. L'observateur, placé en T , voit l'étoile dans la direction TA ; lorsque le mouvement de la terre l'amène en T' , il voit l'étoile dans une direction différente $T'A$. Pour apprécier l'effet de ce changement de direction, concevons qu'un observateur fictif soit immobile sur le soleil S ; et cherchons comment l'étoile devrait se déplacer, pour qu'il la vît de la même manière que l'observateur réel la

voit de la terre.

Pour cela, menons une droite SE égale et parallèle à TA ; c'est évidemment en E que devra se trouver l'étoile, pour être vue du point S de la même manière qu'on la voit du point T . Mais comme AE est alors égale et parallèle à TS , il en résulte que, pour avoir la position cherchée de l'étoile, il suffit de mener, par sa position réelle A , une droite AE égale et parallèle au rayon vecteur ST de la terre, mais de sens contraire. Par suite, lorsque la terre sera venue en T' , on mènera AE' égale et parallèle à $T'S$, et l'on aura la position E' que devrait occuper l'étoile, pour être vue du point S comme on la voit du point T' . Ainsi, lorsque la terre parcourt son orbite, les directions successives, suivant lesquelles l'observateur aperçoit l'étoile A , sont les mêmes que s'il était immobile au centre du soleil, et que l'étoile parcourût une certaine courbe $EE'E''$, déterminée comme on vient de le voir. D'ailleurs, cette courbe est égale à $TT'T''$, et est située dans un plan parallèle au plan de l'écliptique, puisque les secteurs TST' , EAE' , sont évidemment égaux, quels que soient les angles décrits, et qu'ils ont leurs plans parallèles.

On peut, sans erreur sensible, considérer la courbe $EE'E''$ comme un cercle. Comme l'observateur se croit immobile, *chaque étoile doit donc lui paraître*, en vertu du mouvement de translation de la terre, *décrire en un an, autour de sa position réelle, un cercle égal à l'orbite terrestre*. Mais il rapporte tous les mouvements à la sphère céleste; or cette sphère coupe généralement suivant une petite ellipse le cône qui a pour sommet son œil et pour base le cercle $EE'E''$. *Il doit donc voir l'étoile décrire annuellement une ellipse, dont le grand axe est parallèle au plan de l'écliptique*. Cette courbe, d'ailleurs, devient un cercle, pour une étoile située au pôle de l'écliptique; elle se réduit à son grand axe, quand l'étoile est dans le plan même de l'écliptique. Dans tous les cas, *ses dimensions sont extrêmement petites, à cause de la grande distance de l'étoile à la terre. De plus, elles sont d'autant moindres, toutes choses égales d'ailleurs, que l'étoile est plus éloignée de nous; car le cône qui les fournit par son intersection avec la sphère céleste a toujours pour sommet l'œil de l'observateur, et sa base est constante et égale à l'orbite terrestre*.

486—La détermination de l'ellipse apparente décrite par une étoile conduit à la mesure de la parallaxe annuelle de l'astre. En effet, l'angle sous lequel un observateur, placé en S (fig. 130), verrait deux positions quelconques E, E', de l'étoile, est évidemment égal à l'angle sous lequel un observateur placé en A verrait les positions correspondantes T, T', de la terre. Par conséquent, l'angle sous lequel, du point S, on verrait le grand axe de l'ellipse apparente est égal à l'angle sous lequel, du point A, on verrait celui des diamètres de l'orbite terrestre qui est parallèle à ce grand axe. Or ce dernier angle est le double de ce qu'on appelle la *parallaxe annuelle* (n° 51) de l'étoile. Donc, pour connaître cette parallaxe, il suffira d'évaluer le *diamètre apparent* du grand axe de l'ellipse, et d'en prendre la moitié.

487—Méthode de Bessel. Il est naturel de penser que les distances des étoiles au soleil, toujours fort grandes, sont très-différentes. Les ellipses qu'elles paraissent décrire, toujours très-petites, doivent donc avoir aussi des dimensions très-diverses; et, pour la plupart d'entre elles, ces dimensions doivent être totalement insensibles. Ces dernières étoiles peuvent, par suite, être considérées comme fixes. Mais, s'il existe dans une région du ciel une étoile assez voisine de nous pour avoir une parallaxe appréciable; et si, en même temps, il y a, dans la même région, d'autres étoiles trop éloignées pour que leur mouvement apparent soit sensible, il est évident que la première paraîtra se déplacer par rapport aux autres, et que celles-ci pourront servir de points de repère fixes pour mesurer son mouvement annuel.

Or certaines considérations, tirées des mouvements propres des étoiles, conduisirent Bessel à supposer que la soixante-unième du *Cygne* était une

des étoiles les moins éloignées de la terre. Il chercha donc à mesurer, à diverses époques de l'année, les distances angulaires qui la séparaient de deux étoiles voisines, éloignées d'elle, l'une de 8 minutes environ, l'autre de près de 12 minutes; et il reconnut qu'à certaines époques, elle se rapprochait constamment de l'un des repères, en s'éloignant de l'autre, tandis que, six mois plus tard, elle s'éloignait du premier pour se rapprocher du second.

Mais la mesure de ces distances ne pouvait être effectuée à l'aide des lunettes ordinaires à réticule; car, quoique très-fin, un des fils du réticule eût peut-être couvert toute la région du ciel où s'opérait le mouvement de l'étoile. Bessel se servit d'un instrument spécial, appelé *héliomètre*, que nous allons décrire.

488—Héliomètre. Cet instrument est une lunette astronomique sans réticule, dont l'objectif O est coupé en deux parties égales par un plan AB passant par son axe de figure (fig. 131). L'une des moitiés ACB est fixée au



fig. 131.

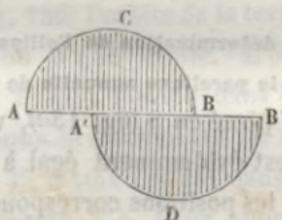


fig. 132.

corps de la lunette, tandis que l'autre ADB peut glisser sur la première suivant le plan AB, à l'aide d'une vis à tête graduée, et venir occuper une position différente (fig. 132).

Lorsque la lunette est dirigée vers une étoile, de telle sorte que cette étoile soit dans le plan de séparation AB, chaque partie de la lentille réfracte la lumière, et fait converger les rayons en un point qui est l'image de l'astre, et qui est aussi situé dans ce plan. Ces deux images se confondent, lorsque les deux moitiés sont dans la position qu'indique la fig. 131. Mais elles se séparent et se distinguent l'une de l'autre, sans sortir du plan AB, lorsque les bases des deux demi-lentilles ne coïncident plus (fig. 132); il arrive seulement que chacune d'elles a moins d'éclat que lorsqu'elles sont superposées.

Cela posé, concevons que l'on dirige l'héliomètre vers les deux étoiles voisines dont on veut mesurer la distance angulaire, et qu'on fasse tourner l'objectif autour de l'axe de figure, de manière à amener le plan AB à contenir les deux astres. Les deux demi-lentilles, d'abord superposées, ne donnent qu'une image pour chaque étoile; mais lorsqu'on fait glisser la moitié mobile, on voit chaque image se dédoubler, la première étoile donnant lieu

aux deux images A et A', et la seconde aux images B et B' (fig. 133). A mesure que ce mouvement se continue, on voit les images mobiles A' et B' s'écarter des images fixes A et B; et il arrive un moment où A' vient coïncider avec B. A ce moment, l'image A' a parcouru la distance AB que l'on veut évaluer; et cette distance est mesurée avec précision par le nombre de divisions dont la vis a tourné.

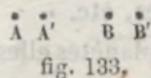


fig. 133.

489—**Parallaxe annuelle.** C'est par des observations nombreuses de cette nature que Bessel est parvenu à constater l'existence du mouvement annuel et périodique de la 61^e étoile du Cygne, à le mesurer, et à fixer 0",33 pour valeur de sa parallaxe annuelle, *en supposant insensibles celles des deux étoiles qui servaient de repères.* Depuis MM. *Struve* et *Peters* ont déterminé celle de *Véga*, et l'ont trouvée égale à 0",23. On a pu encore en mesurer quelques autres; mais on n'a pas obtenu pour elles le même degré d'exactitude que pour les deux parallaxes dont nous venons de parler. (Voir les notes de Bessel, insérées aux *Comptes rendus* des séances de l'Académie des Sciences, année 1838, t. VII, p. 785, et année 1840, t. X, p. 703.)

490—**Usage de l'héliomètre, pour constater que le disque du soleil est circulaire.** L'ingénieux appareil dont nous venons d'indiquer un des usages les plus remarquables a été inventé par *Bouguer* en 1748, pour mesurer les dimensions du soleil. On comprend, en effet, que si l'on dirige l'héliomètre vers le soleil, lorsque les deux moitiés de l'objectif sont juxtaposées, on n'aperçoit qu'une seule image de l'astre; mais si l'on fait glisser la moitié ADB, l'image du soleil se dédouble, et il arrive un moment où les deux disques deviennent tangents. A ce moment l'image mobile a parcouru une distance exactement égale au diamètre de l'image fixe, qui est parallèle au plan AB, et ce diamètre est mesuré par le nombre de divisions dont la vis a tourné. Si maintenant on fixe les deux demi-lentilles dans la position qu'elles occupent l'une par rapport à l'autre, et qu'on les fasse tourner ensemble autour de l'axe de la lunette, on voit que les deux images, dont l'une tourne autour de l'autre, ne cessent pas d'être tangentes: donc tous les diamètres de l'image fixe sont égaux; donc le disque du soleil est circulaire. (N^o 116, p. 93.)

NOTE IV (n^o 54, p. 44).

Scintillation des étoiles.

491 — « La scintillation, dit Arago (*Annuaire* de 1852, p. 365), consiste en des changements d'éclat des étoiles très-souvent renouvelés. Ces changements sont ordinairement, sont presque toujours accompagnés de

« variations de couleurs et de quelques effets secondaires, conséquences
 « immédiates de toute augmentation ou diminution d'intensité, tels que des
 « altérations considérables dans le diamètre apparent des astres, etc. »

Les observateurs sont, en général, d'accord, pour dire que les planètes elles-mêmes scintillent comme les étoiles; cependant la scintillation de Saturne est fort difficile à saisir.

« On croit généralement que la scintillation n'existe pas dans les lunettes;
 « cette opinion, quoique professée par des hommes de génie, par Newton,
 « par exemple, est erronée.

« Quand on place devant l'objectif d'une lunette astronomique achroma-
 « tique un couvercle percé d'une ouverture circulaire d'un diamètre réduit,
 « de 3 à 4 centimètres, par exemple, les images des étoiles au foyer sont
 « rondes, bien terminées et entourées d'une série d'anneaux lumineux et
 « obscurs, très-déliés et très-serrés. L'éclat de ces anneaux varie incessam-
 « samment sur les diverses parties de leurs contours; souvent, en quelques
 « points, il y a disparition totale.

« Tout restant dans le même état, si l'on enfonce peu à peu l'oculaire, on
 « verra l'image de l'étoile se dilater graduellement, et bientôt une tache
 « noire, ronde, tranchée, un véritable trou obscur se formera dans le centre.
 « La distance du foyer à laquelle on observera cette tache variera avec le dia-
 « mètre de l'ouverture placée devant l'objectif.

« Un nouveau mouvement de l'oculaire, dans le même sens, amènera d'a-
 « bord la dilatation de la tache obscure, et ensuite la naissance d'un petit
 « disque lumineux qui en occupera le milieu. L'image de l'étoile, en allant
 « du centre à la circonférence, sera alors ainsi composée: disque lumineux,
 « large anneau obscur, large anneau lumineux. Dans une troisième position
 « de l'oculaire plus voisine encore de l'objectif, le centre de l'image sera
 « obscur; à l'anneau large et brillant qui entourera ce centre succédera un
 « anneau sombre, suivi à son tour d'un anneau lumineux....

« Supposons, pour un moment, que l'oculaire de la lunette soit dans une
 « de ces positions où le centre de l'image de l'étoile, encore tout à fait
 « obscur, est près de devenir lumineux. Si l'étoile ne scintille pas, un petit
 « point lumineux apparaît de temps en temps au milieu de la tache noire,
 « comme si, dans cet instant, on avait légèrement enfoncé l'oculaire. Lors-
 « que la scintillation est fréquente, les changements de cette espèce sont
 « continuels. »

Arago, auquel nous avons emprunté la description du moyen imaginé par lui pour étudier la scintillation à l'aide des lunettes, a donné une explication complète du phénomène, fondée sur la théorie des *interférences*. Nous ne pouvons pas suivre ici l'illustre astronome dans les raisonnements par lesquels il appuie son opinion. On en trouvera les détails dans l'*Annuaire* pour 1852;

on pourra y lire en même temps les diverses explications qui ont été données avant lui, et les objections qu'il leur oppose, et l'on sera frappé de la simplicité et de la netteté de celle qu'il propose à son tour.

LIVRE II.—LA TERRE.

NOTE V (n° 64, p. 52).

Valeur approchée du rayon de la terre.

492 — On peut, en admettant la sphéricité de la terre, déterminer son rayon à l'aide des considérations du n° 64 (p. 52). En effet, soit la terre représentée par le cercle O (fig. 134);

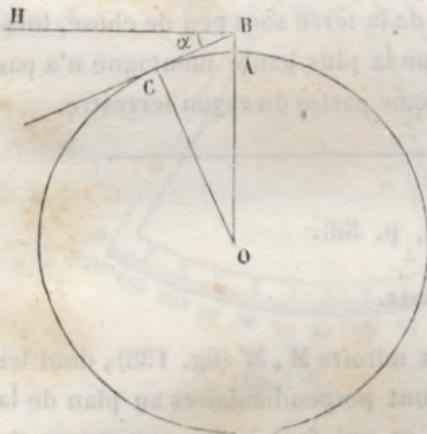


fig 1

soient R son rayon OA, h la hauteur AB, à laquelle un observateur s'élève au-dessus du niveau de la mer, et α la dépression apparente HBC; le triangle OBC, rectangle en C, donne

$$OC = OB \cos BOC.$$

Or les angles BOC et α sont égaux, comme ayant les côtés perpendiculaires; donc

$$R = (R + h) \cos \alpha;$$

$$\text{d'où, } R = \frac{h \cos \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{h \left(1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}\right)}{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{h}{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} - h. \quad (1)$$

Si donc, par exemple, $h = 75^m$, et $\alpha = 15' 30''$, le calcul logarithmique donne :

log.	75 =	=	1,8750613	}	= 5,0070850
log.	2 =	=	0,3010300		
log.	$\sin \frac{\alpha}{2} = \log. \sin 7' 45'' =$	$\bar{3},3530275$			
2 log.	$\sin \frac{\alpha}{2} =$	$= \bar{6},7060550$			
log.	$\frac{h}{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} =$	$=$	6,8679763.		

Or $4,8679740 = \log. 73786$
 $23. 0,4;$

donc

$$6,8679763 = \log. 7378640.$$

Ainsi

$$\frac{h}{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}} = 7378640^m,$$

et

$$R = 7378565^m.$$

Cette mesure, qui a été réellement exécutée, en rade de Brest, à bord du *Borda*, par l'École de marine, donne la valeur du rayon avec une *erreur relative* par excès d'un septième environ. Cela tient à ce que cette valeur dépend d'une quantité h qui est toujours très-petite, et d'un angle α trop faible pour que la plus légère erreur de mesure n'ait pas une grande influence sur le résultat final. Nous avons indiqué (p. 61) des méthodes beaucoup plus précises pour calculer R . Mais cette première approximation suffit pour faire voir, combien les montagnes et les vallées de la terre sont peu de chose, lorsqu'on les compare au globe entier, puisque la plus haute montagne n'a pas 8500^m, et n'est pas la sept-cent-cinquantième partie du rayon terrestre.

NOTE VI (n° 72, p. 56).

Du sextant.

493 — Principes du sextant. Soient deux miroirs M, M' (fig. 135), dont les

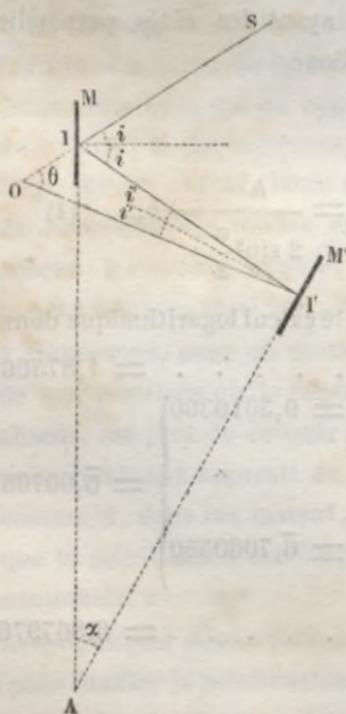


fig. 135.

plans sont perpendiculaires au plan de la figure, et qui font entre eux un angle MAM' que je désigne par α ; un rayon SI tombe en I sur le premier, s'y réfléchit suivant II' , tombe en I' sur le second, et s'y réfléchit suivant la direction $I'O$. Je désigne par θ l'angle que fait la dernière direction du rayon avec la première, c'est-à-dire l'angle SOI' . Il est facile de voir que $\theta = 2\alpha$. En effet, appelons i et i' les angles d'incidence sur les deux miroirs: le triangle IOI' , dans lequel l'angle extérieur $SII' = 2i$, et l'angle intérieur $I'O = 2i'$, donne

$$\theta = 2i - 2i'; \quad (1)$$

et le triangle IAI' , dans lequel l'angle $A = \alpha$, l'angle $I = 90^\circ - i$, et l'angle extérieur $II'M' = 90^\circ - i'$, donne

$$\alpha = (90^\circ - i') - (90^\circ - i),$$

ou

$$\alpha = i - i'. \quad (2)$$

En comparant ces deux formules, on voit que $\theta = 2\alpha$. Ainsi l'angle compris entre la première et la dernière direction du rayon est double de l'angle formé par les deux miroirs.

494—Description du sextant. Le *sextant*, inventé par Hadley, est fondé sur ce principe. Un châssis, en forme de secteur circulaire ACB (fig. 136), porte un limbe AB divisé en demi-degrés (ce limbe comprend 60° ; de là le nom de *sextant*). Une alidade CL, mobile dans son plan autour de son centre C,

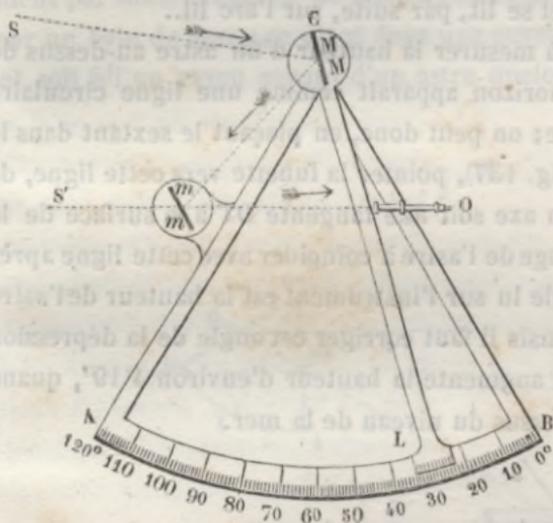


fig. 136.

porte en ce point C un miroir étamé MM qui se meut avec elle, et dont le plan est normal: c'est le *grand miroir*. Elle porte à son autre extrémité un vernier qui subdivise les divisions du limbe. Un autre miroir fixe, plus petit, mm, est placé sur le rayon CA de l'instrument, un peu en dehors, pour ne pas gêner le mouvement de l'alidade; il est perpendiculaire au plan du limbe, comme le premier, et parallèle au rayon CB: c'est le *petit miroir*; sa face extérieure est étamée seulement sur une moitié de sa superficie, afin qu'on puisse voir à la fois par réflexion sur l'une des parties du miroir et par vision directe à travers l'autre partie. A cet effet, une lunette O est fixée sur le rayon CB, de manière que son axe va rencontrer la ligne de séparation des deux parties du miroir mm.

Quelle que soit la position de l'alidade CL, l'angle des deux miroirs est égal comme alterne-interne à l'angle LCB, et se mesure à l'aide du vernier L, sur la partie BL du limbe. Mais comme l'angle qu'on mesure avec cet instrument est double de l'angle des miroirs, d'après le principe précédent, on a doublé les nombres qui représenteraient la graduation réelle, de sorte qu'on lit sur l'instrument le véritable angle que l'on veut avoir; c'est pour cela que l'arc AB contient 120° , quoiqu'il ne soit que le sixième de la circonférence.

Cet instrument ne peut pas fournir tous les angles; aussi Borda a-t-il étendu ce mode d'observation, en lui substituant un *cercle entier*. Mais le sextant suffit pour l'usage auquel nous allons l'appliquer.

495—Usages du sextant. Les marins emploient cet instrument pour mesurer la distance angulaire de deux astres S et S' (fig. 136). Pour cela, on

place le plan de l'instrument de manière qu'il contienne ces deux astres, et l'on dirige la lunette vers l'astre S' , en regardant à travers la partie non étamée du miroir mm ; puis on fait tourner l'alidade CL , au moyen d'une vis placée près du vernier, jusqu'à ce que les rayons de l'astre S , réfléchis successivement sur MM et mm , entrent dans la lunette suivant la même direction $S'O$ que ceux de l'astre S' . Alors les deux astres se trouvent dans le champ de la lunette, et l'on peut obtenir la coïncidence rigoureuse des images. Il est évident qu'alors la distance angulaire des deux astres S et S' est double de l'angle LCB des deux miroirs, et se lit, par suite, sur l'arc BL .

Cet instrument sert encore à mesurer la hauteur d'un astre au-dessus de l'horizon de la mer. Car cet horizon apparaît comme une ligne circulaire bleuâtre, très-nettement définie; on peut donc, en plaçant le sextant dans le vertical qui contient l'astre S (fig. 137), pointer la lunette vers cette ligne, de manière que la direction de son axe soit une tangente OT à la surface de la mer; puis on peut amener l'image de l'astre à coïncider avec cette ligne après sa double réflexion. Alors l'angle lu sur l'instrument est la hauteur de l'astre au-dessus de l'horizon visuel; mais il faut corriger cet angle de la dépression apparente de l'horizon α , qui augmente la hauteur d'environ $4'19''$, quand on est placé à cinq mètres au-dessus du niveau de la mer.

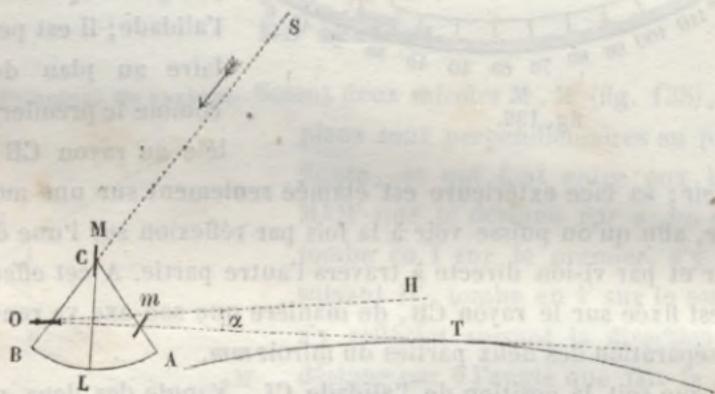


fig. 137.

Le sextant est extrêmement précieux pour les observations à la mer : dès que la coïncidence des images a été obtenue, les oscillations du navire ne sauraient la détruire, pourvu que les deux points observés soient à peu près dans le plan perpendiculaire aux deux miroirs : car cette condition, que suppose le théorème du n^o 493, étant remplie, la distance angulaire des deux points est exactement double de l'angle des miroirs; ce dernier ne peut donc varier, puisque la distance angulaire est invariable.

On a vu que, pour mesurer la latitude en mer (n^o 72, p. 56), on détermine, avec le sextant, la hauteur méridienne d'une étoile dont on connaît la déclinaison. Sans doute le marin, à bord, ne peut pas la déterminer rigoureusement, car il ne connaît pas le plan méridien avec une précision bien

grande. Mais le sextant lui permettra de suivre l'astre dans le voisinage de ce plan, et d'apprécier sa hauteur maximum, parce que, cette étoile décrivant alors un arc parallèle à l'horizon, sa hauteur ne varie pas pendant quelque temps à l'époque de son passage. C'est cette hauteur qu'il prend pour valeur de l'angle cherché.

Le sextant peut aussi servir, à terre, pour mesurer la hauteur d'un astre au-dessus de l'horizon. Mais comme ce dernier plan est masqué ordinairement par mille accidents de terrain, on emploie un *horizon artificiel*, obtenu par un bain de mercure placé dans une cuvette. Soit HH' l'horizon artificiel, et soit $S'I$ un rayon venant d'un astre quelconque (fig. 138); la hauteur de

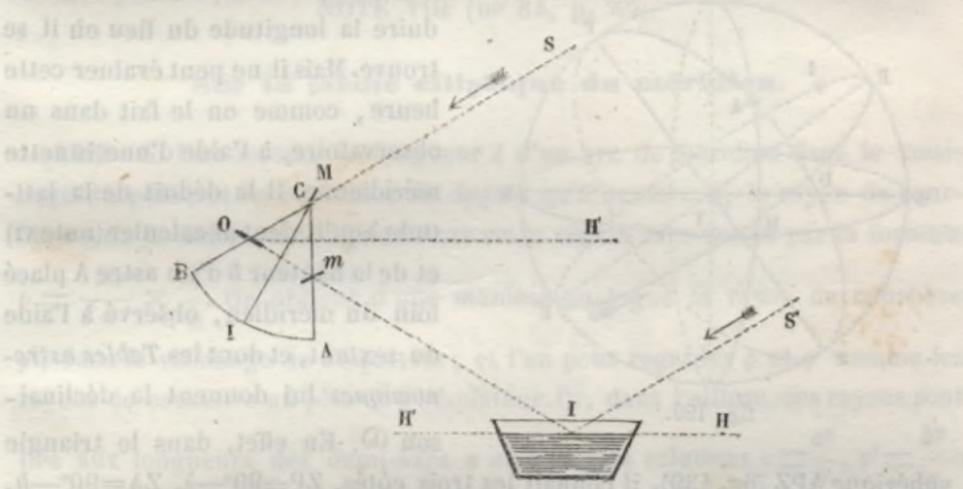


fig. 138.

l'astre est $S'IH$. Le rayon réfléchi en I fait avec IH' un angle égal à l'angle d'incidence; il est reçu directement par la lunette O dans la direction IO. Si un rayon SC, venant du même astre, et par conséquent parallèle au premier, tombe sur le grand miroir M, placé de telle manière qu'après sa réflexion sur m, il parvienne à l'œil dans la même direction que IO, l'angle que donnera le sextant sera l'angle SOI; or cet angle est évidemment double de l'angle SOH' ou de la hauteur cherchée, à cause de l'égalité des angles d'incidence et de réflexion. Si donc on amène la coïncidence entre le rayon doublement réfléchi sur les deux miroirs et le rayon réfléchi sur le bain de mercure, la moitié de l'angle mesuré par l'instrument sera la hauteur de l'astre au-dessus de l'horizon.

Il ne faudrait pas croire que le sextant, qu'on tient à la main, qui participe à tous les mouvements de l'observateur, qui subit toutes les oscillations du navire, ne donne pas une approximation suffisante. Quand on s'en sert pour mesurer les longitudes et les latitudes en mer, la perfection du procédé est telle, que la position du vaisseau se détermine à chaque instant, avec une incertitude moindre que l'étendue de l'horizon que l'œil peut embrasser du pont du navire.

NOTE VII (n° 76, p. 60).

Mesure de la longitude en mer.

496—Mesure de l'heure en mer, pour déterminer la longitude. Les montres marines ou garde-temps sont construites avec un soin extrême, et peuvent garder leur régularité pendant quelque temps et malgré les secousses d'un voyage sur mer. Elles fournissent donc à chaque instant au marin l'heure du premier méridien ; et il lui suffit de mesurer l'heure qu'il est au même moment

sur le vaisseau, pour en déduire la longitude du lieu où il se trouve. Mais il ne peut évaluer cette heure, comme on le fait dans un observatoire, à l'aide d'une lunette méridienne. Il la déduit de la latitude λ qu'il vient de calculer (note vi) et de la hauteur h d'un astre A placé loin du méridien, observé à l'aide du sextant, et dont les *Tables astronomiques* lui donnent la déclinaison \odot . En effet, dans le triangle

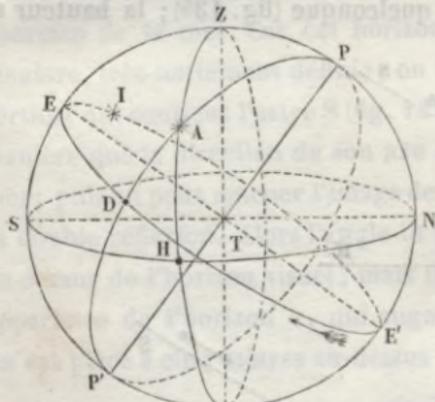


fig. 139.

sphérique APZ (fig. 139), il connaît les trois côtés, $ZP=90^\circ-\lambda$, $ZA=90^\circ-h$, $PA=90^\circ-\odot$; et il peut calculer l'angle horaire $ZPA=H$, par la formule

$$\cos ZA = \cos ZP \cos PA + \sin ZP \sin PA \cos ZPA,$$

$$\text{ou} \quad \sin h = \sin \lambda \sin \odot + \cos \lambda \cos \odot \cos H.$$

Connaissant l'angle H , il le transforme en temps, à raison d'une heure pour 15° , c'est-à-dire de 4^m pour 1° , et de 4^s pour $1'$. Il obtient ainsi le temps sidéral qui doit s'écouler jusqu'au passage de l'astre au méridien du lieu, ou qui s'est écoulé depuis ce passage. Mais les tables lui donnent l'heure du passage de l'astre au méridien de Paris, et par conséquent l'heure du passage de l'astre à son méridien, puisque l'origine du jour sidéral est la même pour les deux lieux. Il ajoute ou il retranche à cette heure le temps calculé, et il obtient l'heure locale. Par exemple, d'après son calcul, un astre doit passer au méridien du lieu dans $3^h 24^m 35^s$, et d'après les tables, il est $4^h 25^m 38^s$, lorsqu'il passe à un méridien quelconque. Il sera donc $4^h 25^m 38^s$, dans $3^h 24^m 35^s$; il n'est donc maintenant que $4^h 25^m 38^s - 3^h 24^m 35^s$, ou $1^h 1^m 3^s$. Si, au contraire, le même astre avait passé au méridien, il y a $3^h 24^m 35^s$, comme à ce moment il était $4^h 25^m 38^s$, il est maintenant $4^h 25^m 38^s + 3^h 24^m 35^s$, ou $7^h 50^m 13^s$.

Tel est le procédé dont on se sert pour calculer l'heure en mer; le chrono-

mètre donne d'ailleurs l'heure de Paris à l'instant de l'observation, et la différence des heures donne la longitude.

On verra, ailleurs, comment les mouvements de la lune et des planètes, les éclipses des satellites fournissent des phénomènes propres à faire connaître les heures différentes que l'on compte au même instant sous deux méridiens différents; et cette exposition complétera ce que nous avons à dire sur la détermination des longitudes.

NOTE VIII (n° 84, p. 66).

Sur la forme elliptique du méridien.

497—Si l'on mesure la longueur l d'un arc de méridien dans le voisinage du pôle, et le nombre n de degrés qu'il renferme, le rayon de courbure ρ de la courbe méridienne dans cette région sera donné par la formule

$$\rho = \frac{180^\circ}{\pi} \times \frac{l}{n}.$$

On obtient d'une manière analogue le rayon de courbure

ρ' , dans le voisinage de l'équateur; et l'on peut regarder ρ et ρ' comme les rayons de courbure au pôle et à l'équateur. Or, dans l'ellipse, ces rayons sont

liés aux longueurs des demi-axes a et b par les relations $\rho = \frac{a^2}{b}$, $\rho' = \frac{b^2}{a}$:

on en déduit immédiatement, $a^3 = \rho^2 \rho'$, $b^3 = \rho \rho'^2$. Si donc le méridien est une ellipse, il est complètement connu, puisque ses axes sont déterminés. On peut donc évaluer analytiquement le rayon de courbure en un point quelconque, et le comparer à celui qui résulte de la mesure directe d'un degré en ce point. C'est ce que l'on a fait pour les mesures prises en France. On a reconnu ainsi que l'hypothèse présente un accord assez satisfaisant avec les faits.

NOTE IX (n° 101, p. 81).

Démonstration des théorèmes sur les projections stéréographiques.

498 — **Théorème 1.** *Tout cercle de la sphère a pour projection stéréographique un autre cercle.*

Pour le prouver, soient (fig. 140) O la sphère, ASB le tableau, V le point de vue, EGF le cercle donné; je mène OI perpendiculaire au plan de ce cercle, et par OV et OI je fais passer un plan qui est perpendiculaire au

tableau et au cercle EGF, et qui les coupe suivant les diamètres AB et EF ;

soit EABF le grand cercle, intersection de ce plan avec la sphère. Soient, en outre, C la perspective du point E, D celle du point F, et CMD celle du cercle EGF; je veux prouver que CMD est un cercle dont CD est le diamètre. En effet, si d'un point quelconque M de cette courbe on abaisse une perpendiculaire MP sur le diamètre CD, elle est perpendiculaire au plan EABF; et si l'on mène par cette droite un plan parallèle à EGF, il coupe le cône VEF suivant un cercle HMK, dont HPK est le diamètre.

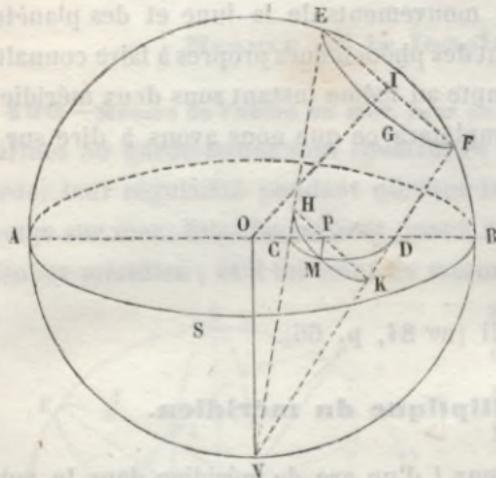


fig. 140.

Or MP est perpendiculaire sur ce diamètre; donc

$$\overline{MP}^2 = HP \times PK. \quad (1)$$

Mais l'angle E a pour mesure $\frac{BV + FB}{2}$, ou $\frac{90^\circ + FB}{2}$, et l'angle PDK a pour

mesure $\frac{AV + FB}{2}$, ou $\frac{90^\circ + FB}{2}$; donc ces deux angles sont égaux. D'ailleurs

l'angle E = l'angle CHP; donc l'angle CHP = l'angle PDK; de plus, les angles CPH, DPK sont égaux; donc les triangles CPH, DPK sont semblables;

donc $\frac{PH}{PD} = \frac{PC}{PK}$, ou $PH \times PK = PC \times PD$. Donc l'égalité (1) devient

$$\overline{MP}^2 = PC \times PD.$$

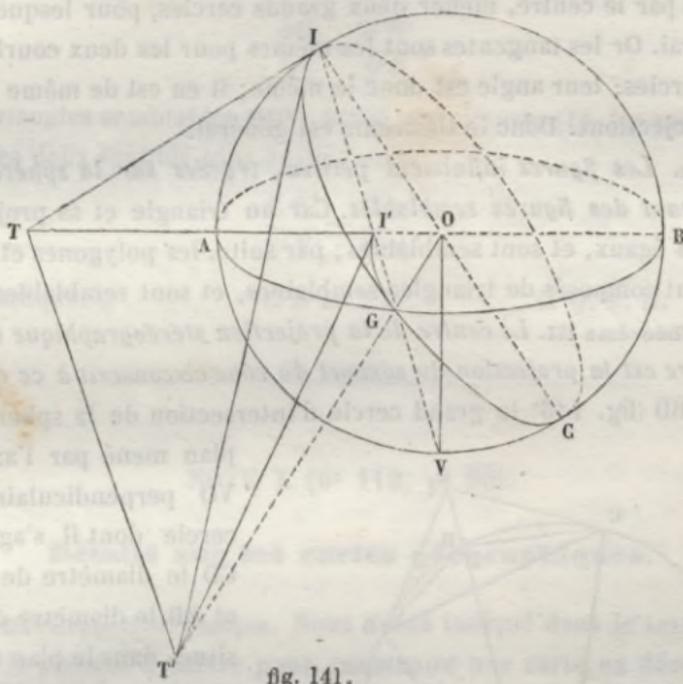
Donc M appartient à un cercle dont CD est le diamètre. C. Q. F. D.

Scolie. Il y a exception pour les cercles dont les plans passent par le point de vue; ceux-là ont pour projections des lignes droites.

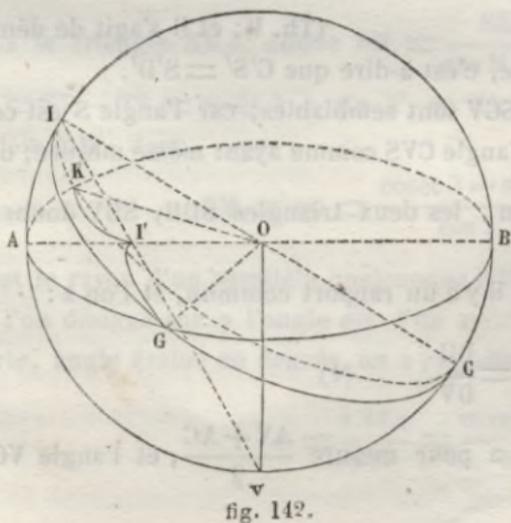
499—Théorème II. Si deux lignes courbes, tracées sur l'hémisphère, se coupent sous un certain angle, leurs projections stéréographiques se coupent sous le même angle.

Premier cas. Considérons d'abord le cas de deux grands cercles, AIB, IGC, dont le premier contient l'axe optique OV (fig. 141); leur angle est celui de leurs tangentes IT, IT' au point I. La projection du point I est I'; celle de l'arc IA est la droite I'A, et celle de l'arc IG est l'arc I'G. La tangente IT se projette sur I'T, et la tangente IT', qui perce le tableau en T', se projette sur la droite I'T', tangente à l'arc I'G au point I'. Il faut démontrer que l'angle TIT' = l'angle TI'T'.

Or, l'angle TII' a pour mesure $\frac{AI + AV}{2}$, et l'angle $TI'I$ a pour mesure $\frac{AI + BV}{2}$; donc ces deux angles sont égaux, et $TI = TI'$. D'un autre côté, le plan TIT' est perpendiculaire au rayon OI , et par suite au plan AIB ; le ta-



bleau AGB est aussi perpendiculaire au plan AIB , puisque ce dernier contient l'axe optique OV ; leur intersection TT' est donc perpendiculaire à ce plan, et par conséquent aux droites TI, TI' , qui passent par son pied dans ce plan. Ainsi les deux triangles $ITT', I'TT'$, ont chacun un angle droit au point T , compris entre deux côtés égaux, et sont égaux; donc les angles $TIT', TI'T'$, sont égaux. C. Q. F. D.



Deuxième cas. Considérons maintenant deux grands cercles quelconques IGC, IKC (fig. 142); on peut toujours mener par leur diamètre commun IG , et par l'axe OV , un plan qui détermine le grand cercle $AIBV$. Or le théorème est vrai (1^{er} cas) pour les angles que ce grand cercle fait avec chacun des deux premiers; donc il est vrai aussi pour l'angle GIC , qui est leur

somme ou leur différence. Ainsi, dans la figure 141, l'angle $AIG = AI'G$, et l'angle $AIK = AI'K$; donc :

$$AIG + AIK = AI'G + AI'K, \quad \text{ou} \quad GIK = GI'K.$$

Troisième cas. Considérons enfin deux petits cercles, ou deux courbes quelconques tracées sur la sphère : on peut, par chaque tangente au point commun et par le centre, mener deux grands cercles, pour lesquels le théorème est vrai. Or les tangentes sont les mêmes pour les deux courbes et pour les deux cercles; leur angle est donc le même; il en est de même de l'angle de leurs projections. Donc le théorème est général.

Corollaire. *Les figures infiniment petites, tracées sur la sphère, se projettent suivant des figures semblables.* Car un triangle et sa projection ont leurs angles égaux, et sont semblables; par suite, les polygones et leurs projections sont composés de triangles semblables, et sont semblables.

500—Théorème III. *Le centre de la projection stéréographique d'un cercle de la sphère est la projection du sommet du cône circonscrit à ce cercle.*

Soit AVBD (fig. 143) le grand cercle d'intersection de la sphère avec un

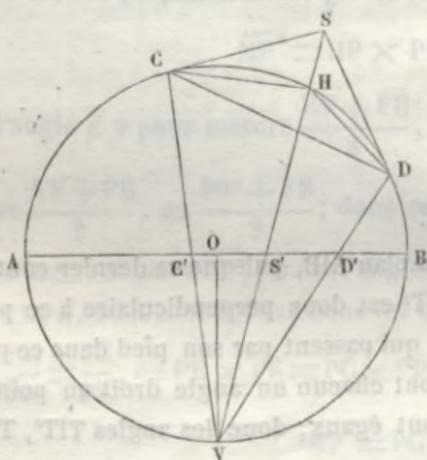


fig. 143.

plan mené par l'axe optique VO perpendiculairement au cercle dont il s'agit; soient CD le diamètre de ce cercle, et AB le diamètre du tableau, situés dans le plan sécant. Les tangentes CS, DS déterminent le sommet S du cône circonscrit; et les projections des trois points C, S, D, sont C', S', D'. Ainsi le cercle CD a pour projection un cercle dont C'D' est le diamètre (Th. I); et il s'agit de démon-

trer que le point S' est le centre, c'est-à-dire que $C'S' = S'D'$.

Or, les deux triangles SCH, SCV sont semblables; car l'angle S est commun, et l'angle SCH est égal à l'angle CVS comme ayant même mesure; donc

$\frac{CH}{CV} = \frac{CS}{SV}$. Par la même raison, les deux triangles SDH, SDV donnent :

$\frac{DH}{DV} = \frac{DS}{SV}$; et comme $CS = DS$, il y a un rapport commun, et l'on a :

$$\frac{CH}{CV} = \frac{DH}{DV}. \quad (1)$$

D'un autre côté, l'angle CHV a pour mesure $\frac{AV + AC}{2}$, et l'angle VC'S'

$\frac{BV + AC}{2}$; ces deux angles sont donc égaux, et les triangles HCV, C'VS' sont semblables; on a donc :

$$\frac{CH}{CV} = \frac{C'S'}{S'V}.$$

Par la même raison,

$$\frac{DH}{DV} = \frac{D'S'}{S'V},$$

dans les triangles semblables HDV, D'VS'. Or, d'après (1), les premiers rapports de ces deux égalités sont égaux; donc

$$\frac{C'S'}{S'V} = \frac{D'S'}{S'V},$$

et, par conséquent,

$$C'S' = S'D'. \quad \text{C. Q. F. D.}$$

NOTE X (n° 112, p. 90).

Détails sur les cartes géographiques.

501—Développement conique. Nous avons indiqué dans le texte (n° 106, page 86), le procédé à suivre pour construire une carte en développement conique. Il est facile d'appliquer le calcul à cette question. Car si l'on se reporte à la fig. 37 (p. 85), on voit qu'en prenant pour unité le rayon TA, et en désignant par λ la latitude du parallèle moyen, le triangle STA donne :

$$SA = TA \operatorname{tang} STA,$$

$$\text{ou} \quad SA = sa = \cot \lambda; \quad (1)$$

c'est le rayon avec lequel il faut décrire l'arc du parallèle moyen sur la carte.

Puis le triangle SM_1K donne $SM_1 = \frac{SK}{\cos M_1SK}$. Or, $\cos M_1SK = \cos \lambda$, et

$SK = ST - TK = \operatorname{cosec} \lambda - \sin \lambda'$, en désignant par λ' la latitude du parallèle MM' ; donc

$$SM_1 = sm = \frac{\operatorname{cosec} \lambda - \sin \lambda'}{\cos \lambda}; \quad (2)$$

c'est le rayon d'un parallèle quelconque MM' dans le développement. Enfin, si l'on désigne par φ l'angle *asi* d'un méridien quelconque avec sa sur la carte, angle évalué en degrés, on a pour longueur de ai ,

$$ai = \frac{\pi \cdot sa \cdot \varphi}{180} = \frac{\pi \cdot \cot \lambda \cdot \varphi}{180}.$$

Or, sur la sphère, en appelant l la longitude du méridien PI par rapport au méridien PA, on a :

$$AI = EV \times \frac{AR}{ET} = \frac{\pi \cdot l}{180} \cos \lambda.$$

Mais, $ai = AI$, donc :

$$\frac{\pi \cdot \cot \lambda \cdot \varphi}{180} = \frac{\pi \cdot l}{180} \cos \lambda,$$

d'où $\varphi = l \sin \lambda;$ (3)

formule qui donne la direction d'un méridien quelconque sur le développement. Ces trois formules permettent évidemment de construire le réseau des parallèles et des méridiens.

502—Développement de Flamsteed. *Flamsteed* a employé un autre développement. Dans ce système, les divers parallèles sont représentés par des droites parallèles entre elles, dont les distances sont égales aux différences de leurs latitudes. Le méridien moyen est une droite perpendiculaire à ces droites. Quant aux autres méridiens, ce sont des lignes courbes dont nous allons indiquer la construction par points.

Supposons, pour fixer les idées, que les parallèles et les méridiens soient distants les uns des autres d'un degré sur la sphère. Soient (fig. 144) GG' le

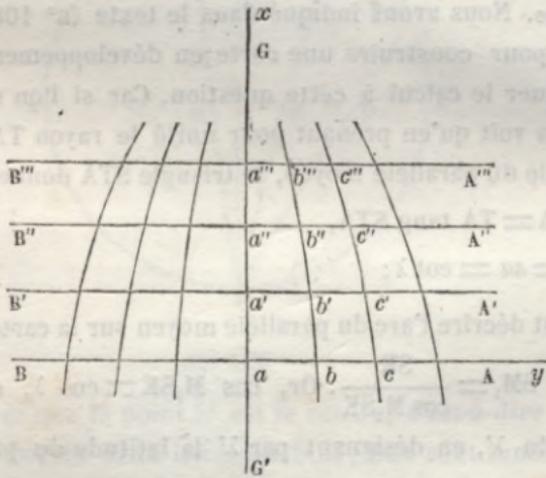


fig. 144.

méridien moyen, et AB, A'B', A''B''...., les parallèles équidistants d'un degré. Pour construire le méridien incliné d'un degré à l'est sur le méridien moyen, on porte, sur chacun des parallèles, des distances $ab, a'b', a''b'',$ etc., égales en longueur aux arcs d'un degré mesurés sur les parallèles sphériques correspondants. Ces longueurs vont en diminuant à mesure que la latitude augmente, parce que les rayons des parallèles diminuent; et elles deviennent nulles pour la latitude $\lambda = 90^\circ$. Puis on joint les points b, b', b'', \dots , par un trait continu qui représente le méridien cherché. Le méridien incliné de deux degrés s'obtient en prenant chaque longueur double de la longueur précédente, et ainsi de suite; et tous ces méridiens vont rencontrer la droite GG' au même point correspondant à $\lambda = 90^\circ$.

Le calcul donne facilement l'équation d'un méridien quelconque $bb'b''$,

rapporté aux axes aG et aB . Car, soit l la longitude de ce méridien, comptée à partir de GG' , et évaluée en degrés de grand cercle; et soit λ la latitude du parallèle AB , à partir duquel on construit la carte; soit $A'B'$ un parallèle dont la latitude est λ' . Posons $aa' = x$, $a'b' = y$; nous aurons :

$$x = \lambda' - \lambda, \quad y = l \times \cos \lambda';$$

car les arcs d'un degré sur chaque parallèle sont, en longueur, proportionnels à leurs rayons, et par suite aux cosinus de leur latitude. On tire de là, en éliminant λ' ,

$$y = l \cos (\lambda + x). \quad (4).$$

C'est l'équation du méridien; elle sert à le construire, dès que l'on a adopté une certaine longueur pour valeur du degré.

503—Carte de France. On peut aussi appliquer le calcul à cette construction. Pour cela, on remarque que $SA = \cotang 45^\circ = 1$ (fig. 40, p. 88). Ainsi le rayon du parallèle moyen est pris pour unité. Le rayon d'un parallèle quelconque de la carte, correspondant au parallèle MM' dont la latitude est λ , est $SA - AM_1 = 1 - AM$. Or AM est la longueur de l'arc $(\lambda - 45^\circ)$, comptée sur le cercle de rayon 1, c'est-à-dire $\frac{\pi \cdot (\lambda - 45^\circ)}{180^\circ}$. Ainsi

$$sa' = 1 - \pi \frac{\lambda - 45^\circ}{180^\circ}$$

Soit l la longitude du méridien qu'on veut construire, prise par rapport au méridien moyen; pour avoir le point b' de ce méridien qui se trouve sur $a'a'_1$, dont la latitude est λ , on remarque que l'arc $a'b'$ est égal en longueur (n° 501) à $\frac{\pi l}{180} \cos \lambda$; cette expression servira donc à trouver ce point.

En réalité, les parallèles ont des rayons extrêmement grands; leurs centres sont hors de la carte, et l'on ne peut les construire avec le compas. Il faut les tracer par points. Pour cela (fig. 41, p. 88), on prend pour axes la tangente ay au parallèle moyen et le méridien moyen ax . Soit b' un point, qui, sur la sphère, a une longitude l et une latitude λ ; posons $ap = x$, $pb' = y$. On a :

$$x = sa - sp = 1 - sa' \cos a'sb'.$$

Or $sa' = 1 - \pi \frac{\lambda - 45^\circ}{180^\circ}$, et l'angle $a'sb'$, étant mesuré par l'arc intercepté

entre ses côtés sur le cercle de rayon 1, c'est-à-dire par $\frac{a'b'}{sa'}$, ou par

$\frac{\pi l \cos \lambda}{180 \left(1 - \pi \frac{\lambda - 45^\circ}{180^\circ} \right)}$, sa valeur en degrés est :

$$\frac{\pi l \cos \lambda}{180 \left(1 - \pi \frac{\lambda - 45^\circ}{180^\circ} \right)} \times \frac{180^\circ}{\pi}, \text{ ou } \frac{l \cos \lambda}{1 - \pi \frac{\lambda - 45^\circ}{180^\circ}};$$

donc :
$$x = 1 - \left(1 - \pi \frac{\lambda - 45^\circ}{180^\circ}\right) \times \cos \frac{l \cos \lambda}{1 - \pi \frac{\lambda - 45^\circ}{180^\circ}}, \quad (5)$$

De plus,
$$y = sa' \sin a'sb',$$

ou
$$y = \left(1 - \pi \frac{\lambda - 45^\circ}{180^\circ}\right) \times \sin \frac{l \cos \lambda}{1 - \pi \frac{\lambda - 45^\circ}{180^\circ}}. \quad (6)$$

Ces deux formules permettront de construire un point quelconque de la carte. On en déduira l'équation du parallèle, en éliminant l , et celle du méridien, en éliminant λ .

Dans ce système, d'ailleurs, les méridiens sont perpendiculaires au parallèle moyen, et à très-peu près perpendiculaires aux autres : c'est le but qu'on se proposait.

504 — **Cartes marines; développement de Mercator.** Nous terminerons cet exposé par quelques mots sur le mode de développement de *Mercator*. Dans ce système, les méridiens et les parallèles sont représentés par deux séries de droites perpendiculaires entre elles. Les méridiens, qui forment l'une des séries, sont séparés les uns des autres sur la carte par les mêmes distances que celles qui séparent, à l'équateur, les méridiens terrestres; comme si l'on avait circonscrit un cylindre à la terre, le long de l'équateur, qu'on eût coupé ce cylindre par les plans de divers méridiens, et qu'on l'eût développé ensuite sur un plan. Quant aux parallèles qui forment la seconde série de droites, leurs distances à l'équateur ne sont pas mesurées par leurs latitudes : elles croissent plus rapidement, d'après cette condition, que : *deux lignes quelconques, tracées sur la carte, se coupent sous le même angle que les deux courbes sphériques qu'elles représentent.*

Il nous ne pouvons pas exposer ici comment le calcul intégral détermine la formule qui remplit cette condition; cette formule est :

$$\delta = a. \log. \operatorname{tang} \left(45^\circ + \frac{\lambda}{2}\right) : \quad (7)$$

a représente la longueur de l'arc de l'équateur correspondant à l'unité d'angle,

et δ est la distance à l'équateur du parallèle qui a pour latitude λ .

Il sera facile de construire, à l'aide de cette formule, le réseau des méridiens et des parallèles de la

carte. Car on tracera (fig. 145) une droite indéfinie EE' pour représenter l'équateur; et, après avoir

choisi la longueur a qui doit représenter l'arc d'un degré, on mènera des perpendiculaires à EE' , distantes

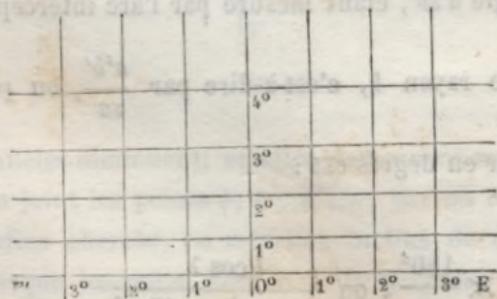


fig. 145.

représenter l'arc d'un degré, on mènera des perpendiculaires à EE' , distantes

entre elles de la quantité a : c'est la série des méridiens. Pour construire les parallèles consécutifs distants d'un degré les uns des autres, on donnera à λ dans la formule les valeurs successives 1° , 2° , 3° , etc., etc., et l'on portera les valeurs correspondantes de δ sur l'un des méridiens; puis on mènera, par les extrémités de ces longueurs, des parallèles à EE' : ce seront les parallèles de la carte.

505—Usage des cartes marines. C'est d'après ce système que sont construites les cartes marines. Il est facile de comprendre l'avantage qu'elles présentent. Car, en mer, on ne connaît aisément que la direction du méridien du lieu où l'on se trouve, direction indiquée par la boussole; c'est donc aux méridiens successifs que l'on traverse qu'il faut rapporter la direction à suivre pour aller d'un point à un autre. Or, si l'on voulait suivre le chemin le plus court, c'est-à-dire l'arc de grand cercle qui joint les deux points, comme cet arc fait des angles différents avec les divers méridiens, il faudrait calculer ces angles à l'avance; et si le vaisseau déviait un peu dans sa course de l'arc qu'il devait suivre, ce qui est inévitable, un nouveau calcul deviendrait nécessaire pour déterminer la nouvelle route du navire. C'est là une difficulté que l'on évite par l'emploi des cartes de Mercator. En effet, les marins, au lieu de suivre l'arc de grand cercle, suivent *la courbe qui coupe tous les méridiens sous le même angle*. Or, sur leur carte, cette courbe est évidemment représentée par la droite qui joint le point de départ au point d'arrivée, puisque les méridiens sont des droites parallèles entre elles. Il leur est donc extrêmement facile, en traçant cette droite à l'avance, de déterminer, une fois pour toutes, l'angle sous lequel ils doivent traverser tous les méridiens : c'est cet angle qui détermine la direction à suivre à chaque instant. On le donne au pilote, qui, par l'observation constante de la boussole, maintient la direction du vaisseau sous cet angle constant avec les méridiens successifs. Cependant, comme le navire peut être dévié de sa route par les courants, on a soin de déterminer de temps à autre la position où l'on se trouve, par les procédés que nous avons décrits, et de chercher sur la carte le nouvel angle régulateur.

506—Loxodromie. La ligne qui, *sur la sphère*, coupe tous les méridiens sous un même angle, est une espèce de spirale à double courbure qu'on appelle la *loxodromie*. Sa projection stéréographique sur le plan de l'équateur est une *spirale logarithmique*; car, d'après le théorème II des projections stéréographiques (n° 499), la projection de la loxodromie fera le même angle avec les projections des méridiens, c'est-à-dire avec ses rayons vecteurs.

C'est le développement de Mercator qu'on emploie quelquefois pour construire la carte de la zone céleste équatoriale ou de la zone zodiacale.

NOTE XI (n° 113, p. 90).

De l'atmosphère terrestre et des réfractions atmosphériques.

507 — **Constitution de l'atmosphère.** L'atmosphère est un fluide gazeux qui enveloppe la terre. Elle est un mélange d'oxygène et d'azote, dans la proportion de 21 à 79 en volume; elle contient, en outre, de l'eau en vapeur, et quelques traces d'acide carbonique. Elle a les propriétés des fluides élastiques: sa densité et son élasticité diminuent, à mesure qu'on s'éloigne de la surface de la terre. On comprend, en effet, que, l'air étant pesant, les couches inférieures sont plus comprimées que celles qui sont au-dessus d'elles, dont elles supportent le poids, et doivent être plus denses qu'elles. Les dernières couches doivent être excessivement rares, et l'élasticité doit y être nulle; s'il en était autrement, ces couches tendraient à se dissiper dans l'espace. La température de l'atmosphère va en diminuant de 1 degré par 150 ou 200^m d'élévation, du moins jusqu'à une hauteur de 7000 mètres environ.

L'atmosphère participe au mouvement de rotation de la terre sur son axe, et elle est entraînée avec elle dans son mouvement de translation autour du soleil.

508 — **Poids de l'atmosphère.** On démontre en physique que la pression atmosphérique fait équilibre à une colonne de mercure de 0^m,76, ou à une colonne d'eau de 10^m,334. Le poids total de l'atmosphère est donc égal à celui d'une colonne d'eau qui aurait pour base la surface du globe, ou $4\pi r^2$, et pour hauteur 10^m,334. Comme un mètre cube d'eau pèse 1000 kilogrammes, le poids total sera de $4\pi r^2 \times 10,334 \times 1000$ ou $4\pi r^2 \times 10334$ en kilogrammes. Or, $r = 6366198^m$. Donc le poids de l'atmosphère est de 5263063210560000000 kilogrammes, nombre si grand qu'il nous est impossible de nous en faire une idée nette. Chaque homme, d'après MM. *Dumas* et *Boussingault*, consomme par jour 1 kilogr. d'oxygène dans l'acte de la respiration; il y a 1000000000 d'habitants sur la terre, cela fait 1000000000 de kilog. d'oxygène par jour, ou 365250000000 de kilogrammes par an, ou enfin 3652500000000 de kilogrammes par siècle. Mais l'atmosphère contient près du quart de son poids d'oxygène, c'est-à-dire, 1300000000000000000 kilogrammes environ. Cette quantité suffirait donc pour faire vivre l'humanité tout entière pendant plus de 36000 siècles. Mais, dans l'ordre de choses admirable établi par la Providence, la respiration des plantes absorbe l'acide carbonique produit par l'homme, et restitue à chaque instant à l'atmosphère l'oxygène consommé par lui. C'est ainsi que la composition de l'atmosphère reste sensiblement constante.

509 — **Hauteur de l'atmosphère.** Quelle est la hauteur de l'atmosphère?

Si ce fluide était homogène, si sa densité était la même partout, la réponse serait facile; car, d'après les lois de la physique, les hauteurs des deux fluides qui exercent la même pression étant en raison inverse de leurs densités, et le mercure étant 10462 fois plus dense que l'air, on aurait :

$$x = 0^m,76 \times 10462 = 7951^m,12.$$

Telle serait la hauteur de l'atmosphère. Mais ce n'est là qu'une limite inférieure, puisque la densité va diminuant progressivement. Une discussion approfondie des observations faites par *Gay-Lussac* dans son célèbre voyage aérostatique de 1804, et de celles faites, à l'équateur, par *M. de Humboldt* et par *M. Boussingault*, a conduit *M. Biot* à admettre que la hauteur de l'atmosphère ne peut dépasser 48000 mètres ou 12 lieues. Or, le rayon de la terre vaut à peu près 6366000 mètres; donc la hauteur de l'atmosphère n'est guère que la cent-trentième partie de ce rayon. Ainsi le duvet dont une pêche est recouverte occupe sur le fruit une place proportionnellement plus grande que celle qu'occupe toute l'atmosphère sur la surface terrestre.

510 — Extinction de la lumière par l'atmosphère. L'atmosphère est imparfaitement transparente; elle éteint une partie des rayons qui la traversent. Cette extinction, faible pour les rayons verticaux, augmente avec leur distance

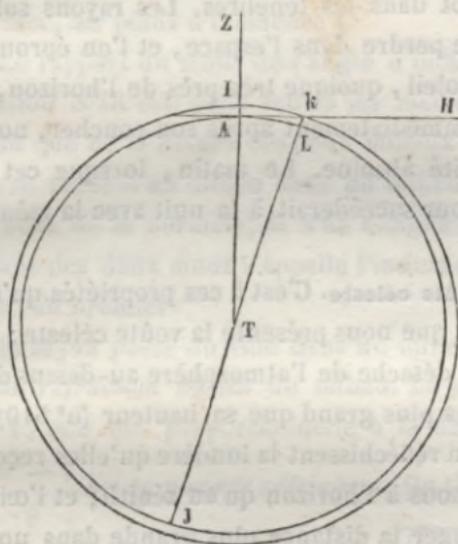


fig. 146.

zénithale, parce que l'épaisseur de la couche atmosphérique qu'ils traversent croît à mesure qu'ils s'inclinent sur l'horizon. Soient (fig. 146), T la terre, TA son rayon, AI la hauteur de l'atmosphère; le rayon qui vient du zénith Z parcourt, dans l'air, la distance IA; celui qui vient de l'horizon H parcourt la distance KA. Or les propriétés élémentaires du cercle don-

nent $\overline{KA}^2 = KJ \times KL$, ou, en désignant par r et par h le rayon TA et la hauteur AI ou KL,

$$\overline{KA}^2 = (2r + h) h.$$

D'ailleurs, $h = \frac{1}{130} r$; donc $\overline{KA}^2 = \left(2 + \frac{1}{130}\right) \frac{1}{130} r^2$,

$$\text{d'où } KA = r \sqrt{\left(2 + \frac{1}{130}\right) \times \frac{1}{130}} = \frac{r\sqrt{261}}{130} = \frac{16r}{130}.$$

Ainsi KA vaut environ 16 fois AI. L'extinction, dans le sens horizontal, doit donc être beaucoup plus considérable que dans le sens vertical. C'est pour cela qu'à l'horizon on peut regarder le soleil sans être ébloui. Cet affaiblissement de la lumière et de la chaleur solaire est encore augmenté par les vapeurs opaques qui existent toujours dans les régions inférieures de l'atmosphère.

511 — Couleur de l'atmosphère, lumière diffuse. D'un autre côté, les molécules de l'air réfléchissent la lumière en tout sens; mais comme elles sont très-petites et très-écartées les unes des autres, on ne peut les apercevoir que lorsqu'elles sont réunies en grande masse. L'impression qu'elles produisent alors est celle de la couleur bleue, parce que ce sont les rayons bleus qu'elles réfléchissent en plus grande quantité. Un rayon lumineux n'arrive donc à notre œil qu'après avoir subi des réflexions multipliées. C'est là ce qui produit la *lumière diffuse* qui nous éclaire, même lorsque nous ne recevons pas les rayons directs du soleil.

« Si l'atmosphère n'existait pas, chaque point de la surface terrestre ne
 « recevrait d'autre lumière que celle qui lui viendrait directement du soleil.
 « Quand on cesserait de regarder cet astre ou les objets éclairés par ses
 « rayons, on se trouverait aussitôt dans les ténèbres. Les rayons solaires,
 « réfléchis par la terre, iraient se perdre dans l'espace, et l'on éprouverait
 « toujours un froid excessif. Le soleil, quoique très-près de l'horizon, bril-
 « lerait de toute sa lumière; et immédiatement après son coucher, nous se-
 « rions plongés dans une obscurité absolue. Le matin, lorsque cet astre
 « reparaitrait sur l'horizon, le jour succéderait à la nuit avec la même ra-
 « pidité ¹. »

512 — Forme surbaissée de la voûte céleste. C'est à ces propriétés qu'il faut attribuer la forme très-surbaisée que nous présente la voûte céleste: car le segment sphérique, que l'horizon détache de l'atmosphère au-dessus de nos têtes, a un rayon 16 fois au moins plus grand que sa hauteur (n° 510); par conséquent, les molécules d'air qui réfléchissent la lumière qu'elles reçoivent s'étendent beaucoup plus loin de nous à l'horizon qu'au zénith; et l'œil, auquel ces rayons arrivent, doit juger la distance plus grande dans un sens que dans l'autre. De plus, lorsque nous regardons les objets terrestres éloignés de nous, comme les hautes montagnes, nous ne les voyons qu'à travers une couche épaisse d'air qui affaiblit leur éclat, et qui leur donne une teinte bleuâtre d'après laquelle nous sommes habitués à estimer leur distance. Or ces circonstances se présentent également pour les astres à l'horizon, et disparaissent à mesure qu'ils s'élèvent; nous sommes donc amenés à les juger de même plus éloignés de nous dans la première position que dans la seconde.

513 — Lois générales de la réfraction. Lorsqu'un rayon lumineux traverse

¹ M. Biot, *Astronomie physique*, t. I.

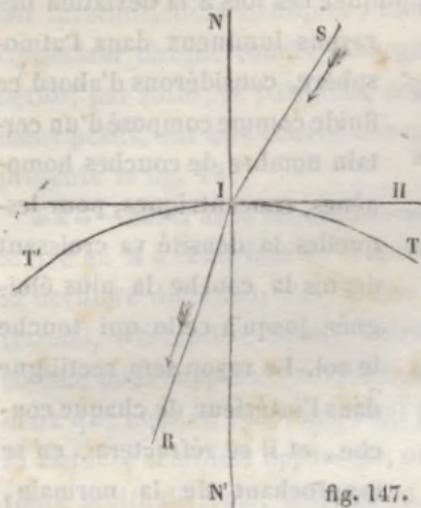


fig. 147.

un espace vide de toute matière pondérable ou un milieu homogène quelconque, sa direction est rectiligne. Mais, lorsqu'il passe d'un milieu homogène dans un autre de densité différente, ou même du vide dans un milieu, ou encore d'un milieu dans le vide, il est dévié de sa direction primitive; et il obéit, en cette circonstance, aux deux lois générales suivantes, que l'on démontre dans les cours de physique.

Soit TT' la surface de séparation des deux milieux (fig. 147), et soit I le point où le rayon incident SI rencontre cette surface; menons un plan tangent TH au point I , et la normale NIN' en ce point; soit enfin IR le rayon réfracté, c'est-à-dire la direction nouvelle du rayon dévié.

1° Le rayon incident SI et le rayon réfracté IR sont tous deux compris dans un même plan, contenant la normale NN' , et par conséquent aussi normal à la surface, au point d'incidence I .

2° Le rapport du sinus de l'angle d'incidence SIN au sinus de l'angle de réfraction $N'IR$ est, pour toutes les incidences, un nombre constant qui ne dépend que de la nature des deux milieux et de leur densité relative. Quand le rayon passe d'un milieu dans un milieu plus dense de même nature, il se rapproche de la normale; il s'en éloigne dans le cas contraire. Le rapport constant des deux sinus s'appelle l'indice de réfraction du second milieu par rapport au premier.

Si le rayon passe du vide dans un milieu M , le rapport n se nomme l'indice de réfraction absolu du milieu. La puissance réfractive du milieu est $n^2 - 1$; elle est proportionnelle à la densité ρ du milieu; et le rapport

$K = \frac{n^2 - 1}{\rho}$ est le pouvoir réfringent. On tire de cette définition :

$$n = \sqrt{1 + K\rho}.$$

Si les indices absolus de deux milieux M_1 et M_2 sont n_1 et n_2 , l'expérience prouve que, quand la lumière passe du premier milieu dans le second, l'indice de réfraction relatif est $n = \frac{n_2}{n_1}$. On a donc :

$$n = \frac{\sqrt{1 + K_2\rho_2}}{\sqrt{1 + K_1\rho_1}}.$$

Si les deux milieux sont composés d'un même gaz ou d'un mélange de gaz ayant la même composition, K est le même pour les deux, et alors on a :

$$n = \frac{\sqrt{1 + K\rho_2}}{\sqrt{1 + K\rho_1}}.$$

514—Réfraction atmosphérique. Pour appliquer ces lois à la déviation des rayons lumineux dans l'atmosphère, considérons d'abord ce fluide comme composé d'un certain nombre de couches homogènes, concentriques, pour lesquelles la densité va croissant depuis la couche la plus éloignée jusqu'à celle qui touche le sol. Le rayon sera rectiligne dans l'intérieur de chaque couche, et il se réfractera, en se rapprochant de la normale, chaque fois qu'il passera d'une couche à la suivante. Ainsi, soient (fig. 148): TT' la surface de la terre, et AA', BB', CC', DD', les surfaces de séparation des couches successives. Soit SI un rayon qui, parti d'un point lumineux S, rencontre en I la première couche atmosphérique; me-

nons par ce rayon et par la normale OI un plan qui coupe la terre et les surfaces de séparation, suivant les cercles TT', AA', etc. Le rayon réfracté sera dans ce plan, et aura la direction IJ plus voisine de la normale. En J, nouvelle déviation qui le rapproche de la normale OJ, et lui fait prendre la direction JK. Il en sera de même en K, puis en L. Ainsi, le rayon subira une série de réfractions dans le même sens, et ses directions successives formeront un polygone IJKLM, concave vers la terre, tout entier compris dans le plan normal SOI.

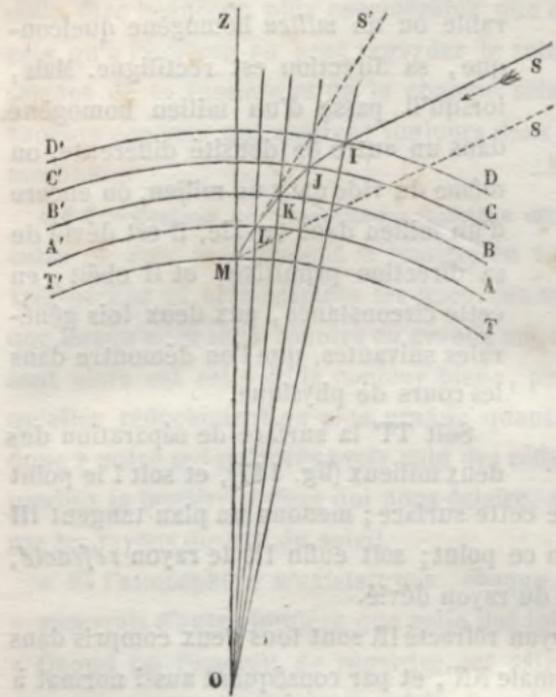


fig. 148.

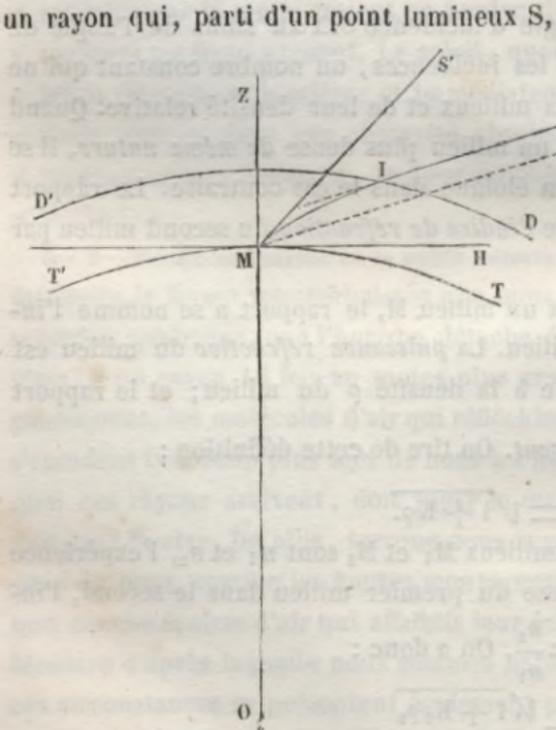


fig. 149.

Mais la densité de l'atmosphère ne varie pas, en approchant de la terre,

par intermittences brusques; elle croît par degrés insensibles. Il faut donc considérer chaque couche homogène comme ayant une épaisseur infiniment petite; par suite, le polygone, composé d'un nombre infini de côtés infiniment petits, est une courbe concave vers la surface terrestre, comme la représente la fig. 149.

515—Effets de la réfraction atmosphérique. Lorsque le rayon lumineux SI arrive en M à la surface de la terre, l'œil placé en ce point le reçoit suivant sa dernière direction, c'est-à-dire suivant le dernier côté du polygone infinitésimal, c'est-à-dire encore suivant la tangente en M à la courbe MI. Et comme nous supposons toujours les objets sur la direction des rayons lumineux que nous en recevons, l'œil juge que l'astre S est en S'. Si l'on mesure sa distance zénithale apparente, on la trouve égale à ZMS', tandis que sa distance zénithale vraie, telle qu'on l'observerait si l'atmosphère n'existait pas, est ZMS, MS étant parallèle à IS. Ainsi, la distance zénithale apparente est plus petite que la distance zénithale vraie. C'est la différence SMS' que l'on nomme la *réfraction astronomique ou atmosphérique*.

On comprend, d'après ce qui précède, que l'effet de la réfraction est de faire voir les astres plus élevés au-dessus de l'horizon qu'ils ne le sont réellement. Elle augmente leur hauteur, elle accélère leur lever et retarde leur coucher; mais elle ne change pas le vertical dans lequel ils se trouvent. Ainsi, lorsqu'on les voit passer au méridien, ils sont réellement dans ce plan. La réfraction n'altère donc ni l'azimut de l'astre, ni l'heure de son passage au fil de la lunette méridienne, ni, par conséquent, son ascension droite; mais elle affecte la déclinaison et la distance polaire, dont la valeur dépend de la hauteur méridienne.

516—Calcul de la déviation infiniment petite du rayon lumineux en passant d'une couche à l'autre. Considérons trois points, J, K, L (fig. 148), du rayon réfracté, situés sur trois circonférences consécutives; supposons que les couches CBC'B', ABA'B', sont homogènes; et soient ρ et ρ_1 leurs densités. Représentons par i et i_1 les angles d'incidence aux points K et L, et désignons par K le pouvoir réfringent de l'atmosphère. L'indice de réfraction au point K est $\frac{\sin i}{\sin OKL}$, et par conséquent on a :

$$\frac{\sin i}{\sin OKL} = \frac{\sqrt{1 + K\rho_1}}{\sqrt{1 + K\rho}} \quad (1)$$

Posons $OK = r$, $OL = r_1$; le triangle OLK donne:

$$\frac{\sin OKL}{\sin i_1} = \frac{r_1}{r} \quad (2)$$

Multiplions ces deux égalités membre à membre; il vient :

$$\frac{\sin i}{\sin i_1} = \frac{r_1 \sqrt{1 + K\rho_1}}{r \sqrt{1 + K\rho}} \quad \text{ou} \quad r \sin i \sqrt{1 + K\rho} = r_1 \sin i_1 \sqrt{1 + K\rho_1}.$$

Ainsi le produit $r \sin i \sqrt{1 + K\rho}$ est constant, quand on passe d'une couche à l'autre. Donc si l'on représente par r_0 le rayon de la terre, par ρ_0 la densité de la couche atmosphérique qui touche le sol, et par Z le dernier angle d'incidence ZML , qui n'est autre que la distance zénithale apparente, on aura :

$$r \sin i \sqrt{1 + K\rho} = r_0 \sin Z \sqrt{1 + K\rho_0}. \quad (3)$$

Cela posé, représentons par $d\theta$ la déviation du rayon lumineux quand il passe en K d'une couche dans l'autre, c'est-à-dire l'angle infiniment petit compris entre JK et le prolongement de LK , angle qui mesure la réfraction au point K . Soit $KOL = d\omega$, et soit $i - i_1 = di$. On voit aisément que l'on a :

$$d\theta = i - OKL; \text{ or } OKL = i_1 - d\omega; \text{ donc } d\theta = i - i_1 + d\omega, \text{ ou}$$

$$d\theta = di + d\omega. \quad (4)$$

Or, si l'on considère la courbe $IJKLM$ comme rapportée à des coordonnées polaires (O étant le pôle et OZ l'axe polaire), l'angle i est l'angle que la tangente à la courbe, au point K , fait avec le rayon vecteur r ; donc, d'après une formule connue, $\text{tang } i = \frac{rd\omega}{dr}$, d'où $d\omega = \frac{\text{tang } i \cdot dr}{r}$. Substituant cette valeur dans la formule (4), il vient :

$$d\theta = di + \frac{\text{tang } i \cdot dr}{r} = \frac{r \cos i \, di + \sin i \, dr}{r \cos i}, \quad \text{ou} \quad d\theta = \frac{d(r \sin i)}{r \cos i}. \quad (5)$$

Or la formule (3) donne :

$$r \sin i = \frac{r_0 \sin Z \sqrt{1 + K\rho_0}}{\sqrt{1 + K\rho}}; \text{ d'où } r \cos i = \frac{r \sqrt{(1 + K\rho) - \frac{r_0^2}{r^2} (1 + K\rho_0) \sin^2 Z}}{\sqrt{1 + K\rho}}.$$

$$\text{Puis} \quad d(r \sin i) = - \frac{K r_0 \sin Z \sqrt{1 + K\rho_0}}{2(1 + K\rho)^{\frac{3}{2}}} d\rho;$$

$$\text{donc} \quad d\theta = - \frac{K \frac{r_0}{r} \sin Z \sqrt{1 + K\rho_0} \, d\rho}{2(1 + K\rho) \sqrt{1 + K\rho - \frac{r_0^2}{r^2} (1 + K\rho_0) \sin^2 Z}} \quad (6).$$

Telle est l'expression de la déviation infiniment petite du rayon lumineux, lorsqu'il a traversé la couche infiniment mince dont la densité est ρ . Pour obtenir la *réfraction astronomique*, c'est-à-dire l'angle SMS' , il faudrait intégrer cette expression entre les limites ρ_0 et 0 , qui sont les densités des couches inférieures et supérieures de l'atmosphère. Mais il faudrait pour cela connaître la loi suivant laquelle la densité décroît à mesure que la hauteur augmente, et cette loi n'est pas connue. Il faut donc recourir au développement de l'expression (6) en série convergente.

517 — Développement de la déviation en série convergente ; valeur de la réfraction. On pose :

$$\frac{r_0}{r} = 1 - s, \quad \text{et} \quad \frac{K\rho_0}{2(1+K\rho_0)} = \alpha; \quad \text{d'où} \quad K = \frac{1}{\rho_0} \frac{2\alpha}{1-2\alpha}; \quad (7)$$

et l'on remarque que s est une quantité très-petite; car la hauteur de l'atmosphère est une très-petite fraction du rayon de la terre. On voit aussi que α est très-petit; car le pouvoir réfringent K de l'atmosphère est très-faible. L'expression de $d\theta$ devient alors :

$$d\theta = \frac{\frac{1}{\rho_0} \cdot \frac{2\alpha}{1-2\alpha} (1-s) \sin Z \frac{1}{\sqrt{1-2\alpha}} d\rho}{2 \left(1 + \frac{\rho}{\rho_0} \cdot \frac{2\alpha}{1-2\alpha} \right) \sqrt{1 + \frac{\rho}{\rho_0} \cdot \frac{2\alpha}{1-2\alpha} - \frac{(1-s)^2}{1-2\alpha} \sin^2 Z}};$$

ou, multipliant les deux termes par $(1-2\alpha) \sqrt{1-2\alpha}$, et les divisant par $\cos Z$,

$$d\theta = \frac{\frac{1}{\rho_0} \alpha \operatorname{tang} Z (1-s) d\rho}{\left\{ 1 - 2\alpha \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right) \right\} \sqrt{\left\{ 1 - 2\alpha \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right) \right\} (1 + \operatorname{tg}^2 Z) - (1-s)^2 \operatorname{tg}^2 Z}},$$

expression que l'on peut écrire :

$$d\theta = -\alpha \operatorname{tang} Z (1-s) \frac{d\rho}{\rho_0} \left\{ 1 - 2\alpha \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right) \right\}^{-1} \left\{ 1 - 2 \left[\alpha \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right) (1 + \operatorname{tang}^2 Z) - \left(s - \frac{s^2}{2} \right) \operatorname{tang}^2 Z \right] \right\}^{-\frac{1}{2}}.$$

Développant les deux derniers facteurs par la formule du binôme, il vient :

$$d\theta = -\alpha \operatorname{tang} Z (1-s) \frac{d\rho}{\rho_0} \left\{ 1 + 2\alpha \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right) + 4\alpha^2 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 + \dots \right\} \\ \times \left\{ 1 + \alpha \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right) (1 + \operatorname{tang}^2 Z) - \left(s - \frac{1}{2}s^2 \right) \operatorname{tang}^2 Z + \dots \right\}.$$

Si l'on effectue le produit, en négligeant les quantités du 3^e ordre dans le coefficient de $\frac{d\rho}{\rho_0}$, on trouve :

$$d\theta = -\alpha \operatorname{tang} Z \frac{d\rho}{\rho_0} \left\{ 1 + \alpha \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right) (3 + \operatorname{tang}^2 Z) - s (1 + \operatorname{tang}^2 Z) \right\};$$

et l'intégration donne :

$$\theta = \alpha \operatorname{tang} Z \left\{ 1 + \frac{\alpha}{2} (3 + \operatorname{tang}^2 Z) + (1 + \operatorname{tang}^2 Z) \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{s d\rho}{\rho_0} \right\}. \quad (8)$$

Si l'on veut tenir compte du 3^e ordre, la correction à faire à θ est la suivante :

$$\delta\theta = \alpha^3 \left(\frac{5}{2} \operatorname{tang} Z + \frac{5}{3} \operatorname{tang}^3 Z + \frac{1}{2} \operatorname{tang}^5 Z \right) + 3\alpha^2 \left(\operatorname{tang} Z + 2 \operatorname{tang}^3 Z + \operatorname{tang}^5 Z \right) \\ \times \int_{\rho_0}^{\rho} \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right) \frac{s d\rho}{\rho_0} - \frac{3}{2} \alpha \left(\operatorname{tang}^3 Z + \operatorname{tang}^5 Z \right) \int_{\rho_0}^{\rho} \frac{\rho s^2 d\rho}{\rho_0}. \quad (9)$$

518—Calcul des intégrales des formules précédentes ; formules de la réfraction et de sa correction. Pour obtenir les intégrales qui figurent dans ces formules, on introduit d'autres variables. Désignons par p la pression atmosphérique et par g la gravité sur la surface dont le rayon est r , et par p_0 et g_0 leurs valeurs à la surface de la terre. Soit en outre l la hauteur d'une colonne d'air, de densité constante ρ_0 , qui ferait équilibre à la pression p_0 , sous l'influence de la gravité g_0 . On a d'abord :

$$p_0 = g_0 \rho_0 l. \quad (10)$$

De plus, la pression de la petite colonne d'air, comprise entre les deux surfaces sphériques de rayons r et $r+dr$, est la différentielle de la pression p ; on a donc aussi

$$dp = -g\rho dr.$$

Comme la gravité varie en raison inverse du carré de la distance au centre d'attraction,

$$g = \frac{g_0 r_0^2}{r^2}.$$

D'ailleurs l'égalité $\frac{r_0}{r} = 1 - s$ donne par la différentiation :

$$\frac{r_0 dr}{r^2} = ds, \quad \text{d'où} \quad dr = \frac{r^2 ds}{r_0}.$$

Substituant ces valeurs dans celle de dp , on obtient :

$$dp = -g_0 \rho_0 ds,$$

ou, divisant par la valeur de p_0 (form. 10), pour rendre la formule homogène,

$$\frac{dp}{p_0} = -\frac{r_0 \rho ds}{l \rho_0}, \quad \text{ou} \quad \frac{\rho ds}{\rho_0} = -\frac{l}{r_0} \cdot \frac{dp}{p_0}. \quad (11)$$

Cette formule importante va nous servir d'abord à obtenir l'intégrale qui figure dans la formule (8). En effet, en intégrant par parties, on a :

$$\int \frac{s d\rho}{\rho_0} = s\rho - \int \frac{\rho ds}{\rho_0}.$$

Or, pour $\rho = \rho_0$, $s = 0$; donc la partie intégrée est nulle à chacune des li-

mites de l'intégrale; donc si l'on désigne par S la valeur de s correspondante à $\rho=0$, on a :

$$\int_{\rho_0}^0 \frac{s d\rho}{\rho_0} = - \int_0^S \frac{\rho ds}{\rho_0}$$

Mais, en vertu de la relation (11) :

$$\int_0^S \frac{\rho ds}{\rho_0} = - \frac{l}{r_0} \int_{p_0}^0 \frac{dp}{p_0} = - \frac{l}{r_0} \left[\frac{p}{p_0} \right]_0^{p_0} = \frac{l}{r_0};$$

donc enfin

$$\int_{\rho_0}^0 \frac{s d\rho}{\rho_0} = - \frac{l}{r_0} \quad (12)$$

et la formule approchée de la réfraction (8) est

$$\theta = \alpha \operatorname{tang} Z \left\{ 1 + \frac{\alpha}{2} (3 + \operatorname{tang}^2 Z) - \frac{l}{r_0} (1 + \operatorname{tang}^2 Z) \right\}.$$

D'ailleurs, θ est un arc évalué en longueur dans le cercle dont le rayon est 1. Pour l'obtenir en secondes, on le divise par la longueur de l'arc d'une seconde; et pour ne pas altérer la formule, on divise le second membre par $\sin 1''$, dont la différence avec l'arc est plus petite que $\frac{1}{10^{16}}$. Si donc on conserve la lettre θ pour désigner la réfraction en secondes, on aura :

$$\theta = \frac{\alpha}{\sin 1''} \left(1 + \frac{3}{2} \alpha - \frac{l}{r_0} \right) \operatorname{tang} Z + \frac{\alpha}{\sin 1''} \left(\frac{1}{2} \alpha - \frac{l}{r_0} \right) \operatorname{tang}^3 Z. \quad (13)$$

On voit que cette formule est indépendante de la constitution de l'atmosphère; ce qui la rend très-précieuse.

Calculons maintenant les deux intégrales qui figurent dans la formule (9). Comme le volume d'une masse donnée d'air diminue quand la température diminue, et, par suite, lorsqu'on s'élève au-dessus de la surface de la terre,

il en résulte que $\frac{p}{\rho g} < \frac{p_0}{\rho_0 g_0}$; et comme g diffère très-peu de g_0 , il est certain

qu'on a aussi $\frac{p}{\rho} < \frac{p_0}{\rho_0}$. Donc si l'on désigne par ε une quantité inconnue, variable, mais positive, et plus petite que 1, on a $\frac{p}{\rho} = \varepsilon \frac{p_0}{\rho_0}$, ou

$$\frac{p}{p_0} = \varepsilon \frac{\rho}{\rho_0}. \quad (14)$$

Cela posé, la première des intégrales cherchées

$$\int_{\rho_0}^0 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0} \right) \frac{s d\rho}{\rho_0} = \int_{\rho_0}^0 \frac{s d\rho}{\rho_0} - \int_{\rho_0}^0 \frac{s \rho d\rho}{\rho_0^2} = - \frac{l}{r_0} - \int_{\rho_0}^0 \frac{s \rho d\rho}{\rho_0^2}.$$

Or, en intégrant par parties, on a :

$$\int \frac{s \rho d\rho}{\rho_0^2} = \frac{1}{2} s \frac{\rho^2}{\rho_0^2} - \frac{1}{2} \int \frac{\rho^2 ds}{\rho_0^2};$$

et, comme aux deux limites la partie intégrée est nulle, il vient :

$$\int_{\rho_0}^0 \frac{s \rho d\rho}{\rho_0^2} = -\frac{1}{2} \int_0^S \frac{\rho^2 ds}{\rho_0^2} = -\frac{1}{2} \int_0^S \frac{S \rho}{\rho_0} \cdot \frac{\rho ds}{\rho_0} = \frac{1}{2} \frac{l}{r_0} \int_{p_0}^0 \frac{\rho}{\rho_0} \frac{dp}{p_0},$$

en vertu de la relation (11). Intégrant encore par parties cette dernière, on a :

$$\int \frac{\rho}{\rho_0} \cdot \frac{dp}{p_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \cdot \frac{p}{p_0} - \int \frac{p}{p_0} \frac{d\rho}{\rho_0};$$

et comme, en passant aux limites, la partie intégrée est -1 , on a :

$$\int_{p_0}^0 \frac{\rho}{\rho_0} \frac{dp}{p_0} = -1 - \int_0^0 \frac{p}{p_0} \frac{d\rho}{\rho_0} = -1 - \int_{\rho_0}^0 \varepsilon \frac{\rho}{\rho_0} \frac{d\rho}{\rho_0},$$

en remplaçant $\frac{p}{p_0}$ par sa valeur (14). Or, chacun des éléments de cette dernière intégrale étant plus petit que $\frac{\rho}{\rho_0} \frac{d\rho}{\rho_0}$, leur somme est plus petite que

$\int_{\rho_0}^0 \frac{\rho}{\rho_0} \frac{d\rho}{\rho_0}$, c'est-à-dire que $-\frac{1}{2}$. Donc, en désignant par ε' un autre nombre

positif et plus petit que 1, on peut écrire :

$$\int_{\rho_0}^0 \varepsilon \frac{\rho}{\rho_0} \frac{d\rho}{\rho_0} = -\frac{1}{2} \varepsilon',$$

et par suite

$$\int_{p_0}^0 \frac{\rho}{\rho_0} \frac{dp}{p_0} = -1 + \frac{1}{2} \varepsilon';$$

donc enfin $\int_{\rho_0}^0 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right) \frac{s d\rho}{\rho_0} = -\frac{1}{2} \frac{l}{r_0} - \frac{1}{4} \frac{l}{r_0} \varepsilon' = -\frac{l}{r_0} \left(\frac{1}{2} + \frac{\varepsilon'}{4}\right)$. (15)

Quant à la seconde intégrale, on a, en intégrant par parties,

$$\int \frac{s^2 d\rho}{\rho_0} = \frac{s^2 \rho}{\rho_0} - 2 \int \frac{s \rho ds}{\rho_0}, \quad \text{d'où} \quad \int_{\rho_0}^0 \frac{s^2 d\rho}{\rho_0} = -2 \int_0^S \frac{s \rho ds}{\rho_0} = 2 \frac{l}{r_0} \int_{p_0}^0 \frac{s dp}{p_0}.$$

Mais $\int \frac{s dp}{p_0} = \frac{s p}{p_0} - \int \frac{p}{p_0} ds$, et par suite $\int_{p_0}^0 \frac{s dp}{p_0} = - \int_0^S \frac{p}{p_0} ds$;

donc $\int_{\rho_0}^0 \frac{s^2 d\rho}{\rho_0} = -\frac{2l}{r_0} \int_0^S \frac{p}{p_0} ds = -\frac{2l}{r_0} \int_0^S \varepsilon \frac{\rho}{\rho_0} ds$.

Or, si l'on prend un certain nombre ε'' positif et plus petit que 1, on pourra écrire :

$$\int_0^S \varepsilon \frac{\rho ds}{\rho_0} = \varepsilon'' \int_0^S \frac{\rho ds}{\rho_0} = \varepsilon'' \frac{l}{r_0},$$

et, par suite,

$$\int_{\rho_0}^{\rho} \frac{s^2 d\rho}{\rho_0} = -2\varepsilon'' \left(\frac{l}{r_0} \right)^2. \quad (16)$$

La formule complémentaire de la réfraction (14) devient donc :

$$\delta\theta = \alpha^3 \left(\frac{5}{2} \operatorname{tg} Z + \frac{5}{3} \operatorname{tg}^3 Z + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^5 Z \right)$$

$$- 3 \left(\frac{1}{2} + \frac{\varepsilon'}{4} \right) \alpha^2 \frac{l}{r_0} \left(\operatorname{tg} Z + 2 \operatorname{tg}^3 Z + \operatorname{tg}^5 Z \right) + 3\varepsilon'' \alpha \left(\frac{l}{r_0} \right)^2 \left(\operatorname{tg}^3 Z + \operatorname{tg}^5 Z \right). \quad (17)$$

Parmi tous les termes de cette formule, il est aisé de reconnaître, à l'aide des valeurs numériques que nous allons donner, que le plus grand est $3\varepsilon'' \alpha \left(\frac{l}{r_0} \right)^2 \operatorname{tg}^5 Z$. Si donc on néglige tous les autres, on aura pour valeur approchée de $\delta\theta$, réduite en secondes,

$$\delta\theta = 3\varepsilon'' \frac{\alpha}{\sin 1''} \left(\frac{l}{r_0} \right)^2 \operatorname{tang}^5 Z. \quad (18)$$

Si en faisant abstraction de ε'' , qui est plus petit que 1, on trouve que $\delta\theta$ a une valeur insensible pour certaines distances zénithales, on pourra appliquer en toute sûreté la formule (13) à la détermination de la réfraction.

519—Réduction des formules en nombres. Il nous faut maintenant déterminer les valeurs des constantes α et $\frac{l}{r_0}$. On fait le calcul dans l'hypothèse où la température est 0° et la pression atmosphérique $0^m,760$: c'est ce qu'on appelle l'état moyen de l'atmosphère. Les réfractions ainsi obtenues sont les réfractions moyennes; on passe ensuite, par de légères corrections, aux valeurs correspondantes à un état quelconque.

Désignons par R_0 et ρ_0 les densités du mercure et de l'air, dans les circonstances spéciales où nous nous plaçons. D'après MM. Biot et Arago, on a, pour l'état hygrométrique moyen de l'atmosphère, $\frac{R_0}{\rho_0} = 10473,04$. D'un autre côté, les hauteurs des deux colonnes sont en raison inverse des densités; ainsi $\frac{l}{0^m,760} = \frac{R_0}{\rho_0}$. On en conclut la valeur de l , que nous prendrons, avec Laplace, égale à 7974^m . Comme le rayon moyen r_0 de la terre vaut 6366198^m , on a :

$$\frac{l}{r_0} = 0,001252553. \quad (19)$$

D'autre part, on a : $\alpha = \frac{K\rho_0}{2(1+K\rho_0)}$; et comme $K\rho_0 = n^2 - 1$, on en con-

clut : $\alpha = \frac{n^2 - 1}{2n^2}$, n étant l'indice de réfraction de l'air. On tire de là :

$$\alpha = 0,000293876; \quad (20)$$

α est nommé par les astronomes la *constante de la réfraction*.

Si l'on substitue ces valeurs de α et de r_0 dans la formule (13), elle devient :

$$0 = 60'',56706 \operatorname{tang} Z - 0'',067018 \operatorname{tang}^3 Z. \quad (21)$$

Et l'on peut s'assurer qu'en substituant les mêmes valeurs dans la formule (18), on a :

pour $Z < 64^\circ$,	$\delta'/\theta < 0'',01$,
pour $Z < 72^\circ$,	$\delta'/\theta < 0'',1$,
pour $Z < 78^\circ$,	$\delta'/\theta < 1''$,
pour $Z < 80^\circ$,	$\delta'/\theta < 10''$.

La formule (21) pourra donc servir pour la détermination des réfractions moyennes, toutes les fois que la distance zénithale apparente sera inférieure à 72° . (V. les tables excellentes, calculées par M. Caillet d'après cette formule, et insérées dans la *Connaissance des temps* pour l'année 1851.)

520—Formule pour un état quelconque de l'atmosphère. Conservons les lettres $\alpha, l, \theta, \rho_0$ pour désigner les éléments relatifs à l'état moyen ; et représentons par $\alpha', l', \theta', \rho'_0$, les éléments correspondants à un état quelconque où la température est t et la pression barométrique H . Nous avons :

$$\left. \begin{aligned} \theta' &= \frac{\alpha'}{\sin 1''} \left(1 + \frac{3}{2} \alpha' - \frac{l'}{r_0} \right) \operatorname{tang} Z + \frac{\alpha'}{\sin 1''} \left(\frac{1}{2} \alpha' - \frac{l'}{r_0} \right) \operatorname{tang}^3 Z, \\ \text{et} \quad \alpha' &= \frac{K\rho'_0}{2(1 + K\rho'_0)}. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Il nous faut calculer α' et l' . Or, soient $m = 0,003655$ le coefficient de dilatation de l'air (d'après M. Regnault), et $n = 0,00018018$ celui du mercure (d'après Dulong). Si l'on désigne par V le volume d'une certaine masse d'air à 0° et sous la pression $0^m,760$, et par V' le volume de la même masse à la température t et sous la pression H , on remarque que le volume V' , réduit à 0° , devient $\frac{V}{1 + mt}$, et que la hauteur barométrique H , à 0° , se réduit à

$\frac{H}{1 + nt}$. Par suite, en appliquant la loi de Mariotte, on a :

$$\left(\frac{V'}{1 + mt} \right) \frac{1}{V} = \frac{0,760}{\left(\frac{H}{1 + nt} \right)}, \quad \text{d'où} \quad \frac{V}{V'} = \frac{H}{0,760} \times \frac{1}{(1 + mt)(1 + nt)}$$

Le facteur $\varepsilon = \frac{1}{(1+mt)(1+nt)}$ est le *facteur thermométrique*; le facteur

$\eta = \frac{H}{0,760}$ est le *facteur barométrique*. En introduisant ici ces facteurs, on a :

$$\frac{V}{V'} = \varepsilon\eta. \text{ Mais on a évidemment } \frac{V}{V'} = \frac{\rho'_0}{\rho_0}; \text{ donc}$$

$$\rho'_0 = \varepsilon\eta \rho_0. \quad (23)$$

Éliminant ρ_0 et ρ'_0 entre les équations $\alpha = \frac{K\rho_0}{2(1+K\rho_0)}$, $\alpha' = \frac{K\rho'_0}{2(1+K\rho'_0)}$, et l'équation (23), on trouve :

$$\alpha' = \frac{\alpha\varepsilon\eta}{1 - 2\alpha(1 - \varepsilon\eta)}, \text{ ou } \alpha' = \varepsilon\eta\alpha + 2\varepsilon\eta(1 - \varepsilon\eta)\alpha^2, \quad (24)$$

en négligeant le 3^e ordre.

Pour calculer l' , on a

$$p_0 = g_0\rho_0 l, \quad p'_0 = g_0\rho'_0 l'; \quad \text{d'où} \quad \frac{p'_0}{p_0} = \frac{\rho'_0}{\rho_0} \cdot \frac{l'}{l} = \varepsilon\eta \frac{l'}{l}.$$

$$\text{Or, } \frac{p'_0}{p_0} = \frac{H}{0,760} \frac{1+nt}{1+mt}; \text{ on en tire facilement } l' = l(1+mt). \quad (25)$$

Si l'on multiplie la formule (13) par $\varepsilon\eta$, et qu'on retranche le produit de la formule (22), on a :

$$\theta' - \varepsilon\eta\theta = \frac{\alpha\varepsilon\eta}{\sin 1''} \left\{ \frac{1}{2}(1 - \varepsilon\eta)\alpha - \frac{l}{r_0} mt \right\} \frac{\operatorname{tg} Z}{\cos^2 Z} - \varepsilon\eta(1 - \varepsilon\eta) \frac{\alpha^2}{\sin 1''} \operatorname{tg}^3 Z. \quad (26)$$

La partie qui contient $\operatorname{tg}^3 Z$ n'atteint pas 0'',01. Le premier terme lui-même reste au-dessous de 0'',01, tant que Z est au-dessous de 72°; donc, pour les valeurs de Z inférieures à 72°, on pourra prendre

$$\theta' = \varepsilon\eta\theta. \quad (27)$$

521 — Remarques. Quant aux réfractions correspondantes aux valeurs de Z supérieures à 72°, nous n'entrerons pas dans le détail de leur détermination; le programme de la licence ès-sciences n'en fait pas mention. On peut consulter sur ce sujet l'*Astronomie physique* de M. Biot. Nous dirons seulement que, depuis le zénith, où la réfraction est nulle, jusqu'à la distance zénithale de 10°, où elle est égale à 10'',3, elle croît proportionnellement à la distance zénithale, à raison de 1'' par degré. Mais, dans le voisinage de l'horizon, les réfractions augmentent avec rapidité. Ainsi, quand un astre se lève ou se couche, en apparence, il est, en réalité, à 33' 48'' au-dessous de l'horizon: c'est la valeur de la *réfraction horizontale*. Or le soleil n'a que 32' 36'' de diamètre apparent au maximum; nous le voyons donc tout entier au-dessus de l'horizon, lorsque, de fait, il est encore tout entier au-dessous.

D'un autre côté, lorsque le soleil paraît à l'horizon, les rayons lumineux,

qui partent de ses deux bords supérieur et inférieur, subissent des réfractations inégales, puisqu'ils sont inégalement distants du zénith; et, comme le bord inférieur est plus soulevé que le bord supérieur, le diamètre vertical de l'astre se trouve diminué, et le disque nous apparaît comme un ovale aplati dans le sens vertical.

De plus, le diamètre horizontal éprouve lui-même une très-faible diminution; car les deux cercles verticaux qui le comprennent sont plus rapprochés l'un de l'autre aux points où la réfraction élève l'astre, qu'aux points où il est en réalité.

522 — Correction relative à la hauteur du pôle. Lorsqu'on détermine la hauteur du pôle ou la latitude d'un lieu, il faut avoir soin de corriger de la réfraction les hauteurs de l'étoile circumpolaire qu'on observe; ce n'est qu'à cette condition que la latitude sera la même, quelle que soit l'étoile observée. Tous les résultats s'accordent, dès que l'on fait cette correction; ils ne s'accordent pas dans le cas contraire. Ce fait est une preuve de la réalité du phénomène de la réfraction atmosphérique et de l'exactitude des tables de correction.

Nous avons extrait la plus grande partie de cette note de l'excellent cours d'astronomie professé en 1860 par M. Serret, à la Faculté des sciences de Paris.

LIVRE III.—LE SOLEIL.

NOTE XII (n° 128, p. 101).

Sur le mouvement circulaire du Soleil.

523 — Calcul de l'ascension droite du point Υ et de l'obliquité. L'ascension droite de Υ et l'obliquité peuvent se déduire avec avantage, surtout

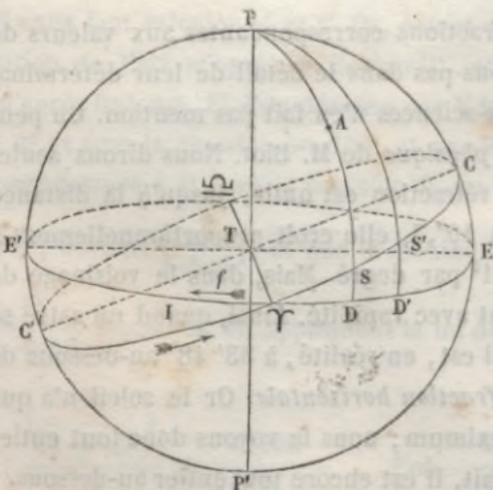


fig. 150.

le second élément, des formules de la trigonométrie sphérique, dans l'hypothèse que le centre du soleil décrit un grand cercle. Il nous suffira pour cela de deux observations d'ascension droite et de déclinaison de l'astre. En effet, soient (fig. 150), EE' l'équateur, CC' l'écliptique, S et S' deux positions du soleil dont on connaît les ascensions droites $ID = \beta$, $ID' = \beta'$, et les déclinaisons $IS = \delta$, $IS' = \delta'$, et les déclinaisons $IS = \delta$, $IS' = \delta'$.

naisons $SD = \textcircled{\omega}$, $S'D' = \textcircled{\omega}'$. Soient, en outre, α l'ascension droite I Υ du point équinoxial, et ω l'obliquité S Υ D de l'écliptique. Le triangle rectangle Υ D donne :

$$\text{tang } SD = \sin \Upsilon D \text{ tang } S\Upsilon D,$$

ou
$$\text{tang } \textcircled{\omega} = \sin (\mathcal{A} - \alpha) \text{ tang } \omega.$$

Le triangle $S' \Upsilon D'$ donne de même :

$$\text{tang } \textcircled{\omega}' = \sin (\mathcal{A}' - \alpha) \text{ tang } \omega.$$

Ces deux formules fournissent aisément α et ω .

Car, en divisant la seconde par la première, on obtient :

$$\frac{\sin (\mathcal{A}' - \alpha)}{\sin (\mathcal{A} - \alpha)} = \frac{\text{tang } \textcircled{\omega}'}{\text{tang } \textcircled{\omega}} = \frac{\sin \textcircled{\omega}' \cos \textcircled{\omega}}{\sin \textcircled{\omega} \cos \textcircled{\omega}'},$$

d'où, par une transformation connue,

$$\frac{\text{tang} \left(\frac{\mathcal{A}' + \mathcal{A}}{2} - \alpha \right)}{\text{tang} \frac{\mathcal{A}' - \mathcal{A}}{2}} = \frac{\sin (\textcircled{\omega}' + \textcircled{\omega})}{\sin (\textcircled{\omega}' - \textcircled{\omega})}.$$

Cette formule donne α ; et, par suite, l'une des deux premières fournit ω .

524 — Le soleil décrit un grand cercle de la sphère céleste. Le calcul précédent suppose que le soleil décrit un grand cercle de la sphère céleste; et il importe de vérifier cette hypothèse. Pour cela, commençons par établir la relation analytique qui exprime que trois points sont sur un même grand cercle.

Soient \mathcal{A} , \mathcal{A}' , \mathcal{A}'' , les ascensions droites, et $\textcircled{\omega}$, $\textcircled{\omega}'$, $\textcircled{\omega}''$, les déclinaisons de ces trois points; désignons par ω l'inclinaison de ce grand cercle sur le plan de l'équateur, et par α l'ascension droite de son nœud. On a les trois équations simultanées,

$$\text{tang } \textcircled{\omega} = \sin (\mathcal{A} - \alpha) \text{ tang } \omega,$$

$$\text{tang } \textcircled{\omega}' = \sin (\mathcal{A}' - \alpha) \text{ tang } \omega,$$

$$\text{tang } \textcircled{\omega}'' = \sin (\mathcal{A}'' - \alpha) \text{ tang } \omega;$$

et l'on peut éliminer α et ω , en multipliant la première par $\sin (\mathcal{A}'' - \mathcal{A}')$, la seconde par $\sin (\mathcal{A} - \mathcal{A}')$, et la troisième par $\sin (\mathcal{A}' - \mathcal{A})$, puis en ajoutant les trois produits; car on reconnaît aisément, en développant les sinus, que le coefficient de $\text{tang } \omega$ est nul de lui-même; de sorte que l'on a :

$$\text{tang } \textcircled{\omega} \sin (\mathcal{A}'' - \mathcal{A}') + \text{tang } \textcircled{\omega}' \sin (\mathcal{A} - \mathcal{A}'') + \text{tang } \textcircled{\omega}'' \sin (\mathcal{A}' - \mathcal{A}) = 0.$$

C'est la relation cherchée.

Pour l'appliquer au mouvement du soleil, il suffit de substituer dans cette équation de condition les coordonnées de trois quelconques de ses positions; on reconnaîtra toujours qu'elles la vérifient constamment. On doit en conclure que le soleil décrit un grand cercle de la sphère céleste.

ligne d'est et ouest EO, et son style GP le perce en H. Si l'on prolonge les lignes horaires G 12, G 1, etc., du cadran jusqu'à leur rencontre avec EO, en K, L, etc., les plans horaires, qui contiennent chacune d'elles avec le style, ont pour traces horizontales HK, HL, etc. Si donc on enlève le cadran équatorial en laissant le style HGP, l'ombre se portera à midi vrai sur HK, à une heure vraie sur HL, etc., puisque le soleil traverse à ces époques les plans horaires correspondants. Il suffira donc, pour construire un *cadran horizontal*, de tracer les droites HK, HL, etc., et de diriger convenablement le style HGP. Or les droites HK, HL, etc., ne font pas entre elles des angles de 15°, comme dans le cadran équatorial. Mais si l'on fait tourner le cadran équatorial autour de OE comme charnière, on voit : 1° que la ligne GK, perpendiculaire à EO, tombera sur HK, qui est aussi perpendiculaire à EO ; 2° que le point G tombera à une distance $KG' = KG$, distance facile à construire, puisque dans le triangle KGH, rectangle en G, on connaît l'hypoténuse KH et l'angle $H = 48^\circ 50' 41''$ à Paris ; 3° enfin que les droites LG, etc., coïncideront avec LG', etc. Par conséquent, les angles LG'K, etc., seront de 15°, puisqu'ils seront égaux aux angles LGK, etc. De là résulte la construction suivante.

527 — Construction du cadran horizontal. Sur un plan, on trace une ligne EO (fig. 152) et une perpendiculaire KH, destinées à représenter, l'une la

ligne d'est et ouest, et l'autre la méridienne. On choisit sur cette dernière un point H qui sera le pied du style ; puis on détermine la longueur EG' du côté de l'angle droit du triangle rectangle G' H' E,

$$EH' = KH,$$

et dont l'angle EH'G est la hauteur du pôle au lieu où l'on opère et l'on rabat cette longueur en KG sur KH. Du point G comme centre, avec un rayon arbitraire, on trace une circonférence que l'on partage en 24 parties

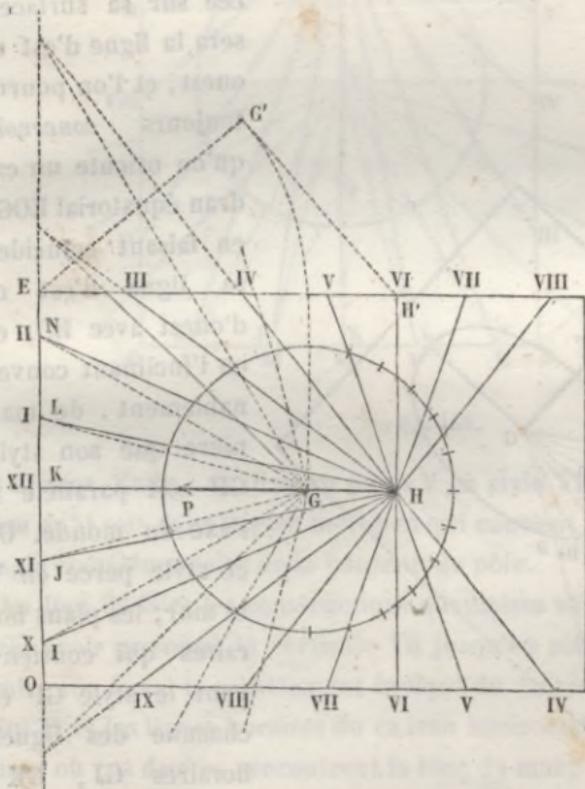


fig. 152.

égales en partant de HK ; on prolonge les rayons menés aux points de divi-

horaires du cadran vertical, et il suffit de les construire pour construire le cadran. On concevra, pour cet effet, que l'on rabat le cadran équatorial autour de EO sur le mur vertical, et l'on arrivera facilement à la construction suivante.

529—Construction du cadran vertical. On trace sur le mur (fig. 155) une horizontale EO et une verticale VK, qui représentent, l'une la ligne d'est et ouest, et l'autre la ligne horaire du midi vrai. On prend sur cette dernière un point V pour pied du style. Puis on construit un triangle rectangle V'EG', ayant pour hypoténuse V'E = VK, et pour angle G'V'E le complément de la hauteur du pôle ($41^{\circ} 9'49''$ à Paris); et l'on rabat le côté EG' en KG sur KV. Du point G comme centre, on décrit un cercle de rayon arbitraire, et on le partage en 24 parties égales, en partant de VK; on joint le centre aux points de division, et on prolonge ces droites jusqu'à la rencontre de EO en I, J, K, L, N, etc.; enfin on joint VI, VJ, etc.; ces droites sont évidemment les lignes horaires du cadran. On met les nombres X, XI, XII, I, II, etc., sur

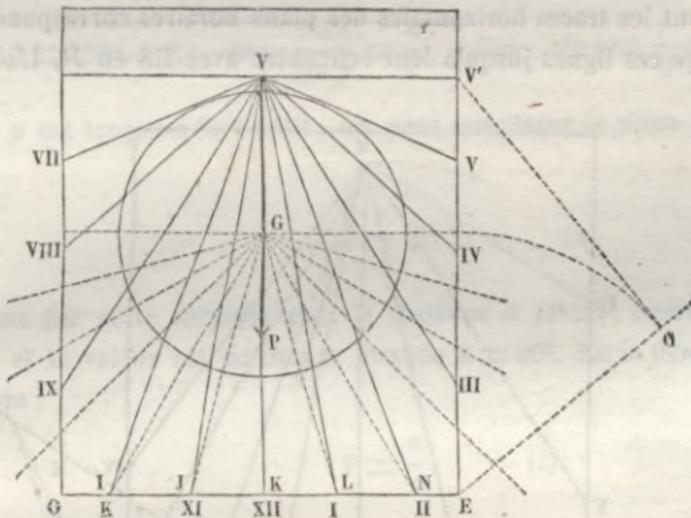


fig. 155.

ces droites. Enfin, on fixe au point V un style VP, que l'on oriente de manière qu'il soit dans le plan méridien qui contient VK, et qu'il fasse avec VK l'angle complémentaire de la hauteur du pôle.

Au lieu de faire les constructions auxiliaires sur le mur vertical, on peut, après avoir prolongé la verticale VK jusqu'au sol et choisi le point V, construire sur le sol le rabattement indiqué du cadran équatorial, déterminer le point H et les lignes horaires du cadran horizontal, et joindre au point V les points où ces droites rencontrent la base du mur; on aura ainsi évidemment les lignes horaires cherchées.

530—Cadran déclinant. C'est à cette dernière méthode qu'il faut recourir

pour construire un cadran sur un mur vertical, lorsque ce mur est *déclinant*, c'est-à-dire lorsqu'il n'est pas exactement perpendiculaire à la méridienne. Après avoir reconnu que la trace du plan méridien sur le mur est nécessairement verticale, comme intersection de deux plans perpendiculaires à l'horizon (fig. 156), on choisit le point V, qui doit être le pied du style, et l'on trace la verticale VK' qui passe par ce point. Par le pied K' de cette verticale, on trace sur le sol la méridienne K'M, qui est oblique à la base RS du mur. Le plan VK'M est évidemment le méridien; le style doit être situé dans ce plan, et son prolongement doit rencontrer K'M en un point H, et faire avec cette droite un angle égal à la hauteur du pôle. On construit donc facilement ce point de rencontre, en traçant sur le sol une droite K'V' = K'V perpendiculaire à K'M, et en menant par V' une droite V'H sous l'angle K'V'H égal au complément de la hauteur du pôle. Cela posé, traçons EO perpendiculaire à la méridienne K'M, et construisons le cadran horizontal qui aurait EO pour ligne d'est et d'ouest, et H pour pied du style; on sait que les droites HJ, HL, etc., seront les lignes horaires de XI heures, de I heure, etc., parce qu'elles seront les traces horizontales des plans horaires correspondants. Si l'on prolonge ces lignes jusqu'à leur rencontre avec RS en J', L', etc., les

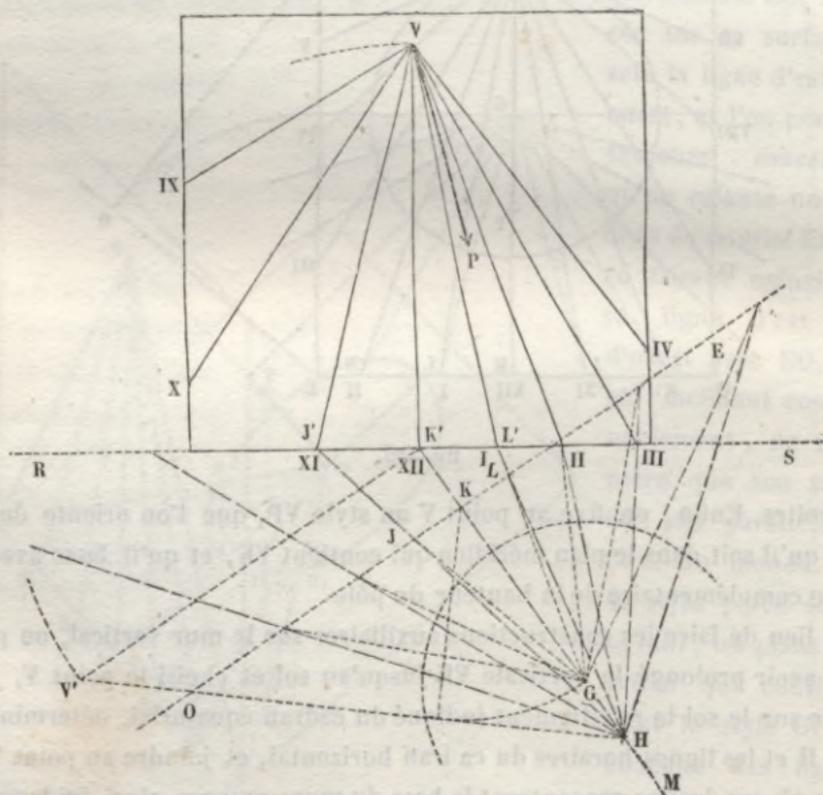


fig. 156.

traces de ces plans horaires sur le mur vertical déclinant seront VJ',

VL', etc.; car le style du cadran horizontal va évidemment passer en V. Ce sont donc les lignes horaires cherchées. Il ne reste plus qu'à fixer le style au point V, dans la direction VH; ce qui s'opère sans difficulté.

NOTE XV (n° 175, p. 134).

Sur la parallaxe d'un astre.

531 — Formules relatives à la parallaxe. Il existe, entre la parallaxe de hauteur p , la distance d de l'astre à la terre, le rayon r de la terre, et la distance zénithale Z de l'astre vu du point A, une relation trigonométrique très-simple. Car, dans la fig. 54 (p. 131), on a :

$$\frac{\sin \text{SAO}}{\sin \text{OSA}} = \frac{\text{OS}}{\text{OA}};$$

or $\text{SAO} = 180^\circ - Z$; donc $\frac{\sin Z}{\sin p} = \frac{d}{r}$, d'où $\sin p = \frac{r}{d} \sin Z$.

Comme p est toujours fort petit, on peut remplacer le sinus par l'arc, et l'on a :

$$p = \frac{r}{d} \sin Z. \quad (1)$$

On voit par cette formule que, la distance d restant constante, p croît avec Z , et sa valeur est maximum lorsque $Z = 90^\circ$. En la désignant par P , on a alors :

$$P = \frac{r}{d}. \quad (2)$$

C'est la valeur de la parallaxe horizontale de l'astre, puisque $Z = 90^\circ$. On pouvait déduire cette formule du triangle rectangle SAO (fig. 55, p. 132).

On voit aussi par la formule (1) que la parallaxe est nulle au zénith; car alors Z et $\sin Z$ sont nuls.

On remarque enfin que, dans les formules (1) et (2), p et P sont exprimées, non pas en secondes, mais en fractions de la circonférence décrite avec le rayon 1, puisque ces arcs remplacent leurs sinus.

Si dans la formule (1), on remplace $\frac{r}{d}$ par P , on a :

$$p = P \sin Z, \quad (3)$$

formule qui donne la parallaxe de hauteur en fonction de la parallaxe horizontale; mais ici p et P peuvent être évaluées toutes deux en minutes et en

secondes, ou en fractions de la circonférence, à volonté. Car les nombres qui les mesurent aux deux points de vue sont proportionnels.

La parallaxe horizontale du soleil est $P = 8'',57$ à la distance moyenne. La formule (3) fournit les parallaxes de hauteur à la même distance. Pour les obtenir à toute autre distance, il suffit de se rappeler que la parallaxe varie en raison inverse de la distance (n° 133), c'est-à-dire proportionnellement au diamètre apparent de l'astre. On a ainsi les éléments nécessaires pour construire la table de la page 135.

NOTE XVI (n° 181, p. 139).

Mesure de la masse du Soleil.

532 — Calcul de la masse du soleil. Le problème à résoudre, pour obtenir le rapport de la masse du soleil à celui de la terre, consiste à déterminer le rapport des espaces parcourus pendant une seconde, par deux corps qui, partant du repos, tomberaient, l'un sur le soleil, l'autre sur la terre. Or les travaux des physiciens nous apprennent qu'un corps qui tombe à la surface de la terre, c'est-à-dire à une distance $r = 6377398^m$ de son centre, parcourt $4^m,90448$ dans la première seconde de sa chute. Cherchons donc à déterminer l'espace que parcourrait, en une seconde, un corps qui tomberait sur le soleil.

C'est la terre elle-même dont nous allons déterminer la chute. Car nous montrons, p. 165, que c'est elle qui tourne autour du soleil, et que c'est l'attraction de cet astre qui l'oblige à décrire une ellipse autour de lui. Soient donc (fig. 157) S le centre du soleil, THK l'orbite de la terre, que je suppose

circulaire, T la position de la terre à un instant quelconque, H sa position au bout d'une seconde. Si l'attraction n'existait pas, la terre suivrait avec sa vitesse acquise la tangente TV, et parcourrait en 1^s la droite TI. Si, au contraire, la vitesse était nulle en T, la terre tomberait sur le soleil en 1^s , d'une distance TP. C'est la combinaison de ces deux mouvements simultanés qui produit le mouvement suivant l'arc TH. On peut donc considérer cet arc comme la diagonale du parallélogramme construit sur les espaces TI, TP, parcourus en 1^s . D'après cela, TP

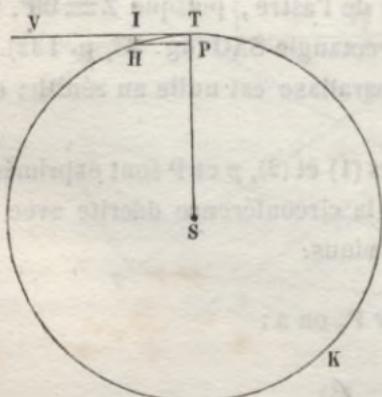


fig. 157.

gramme construit sur les espaces TI, TP, parcourus en 1^s . D'après cela, TP

est la projection de TH sur TS; et la géométrie donne, en considérant l'arc TH comme confondu avec sa corde,

$$TP = \frac{\overline{TH}^2}{2TS}.$$

Or, la circonférence entière est parcourue par la terre en une année *sidérale* (n° 211), qui vaut 365 j. sol. moy., 25638, ou $86400^s \times 365,25638$. Donc l'arc TH, parcouru en 1^s, est $\frac{1}{86400 \times 365,25638}$ de cette circonférence. D'ailleurs cette circonférence a pour rayon $TS = 24068 r$; elle est donc égale à $2\pi \times 24068 r$. Donc

$$\text{arc TH} = \frac{2\pi \times 24068 r}{86400 \times 365,25638}.$$

Substituant cette valeur et celle de TS dans celle de TP, il vient :

$$TP = \frac{4\pi^2 \times 24068^2 r^2}{86400^2 \times 365,25638^2 \times 2 \times 24068 r}$$

ou, en simplifiant,

$$TP = \frac{2\pi^2 \times 24068 r}{86400^2 \times 365,25638^2}.$$

En mettant dans cette formule, $r = 6377398^m$, on trouve $TP = 0^m,003042$. Ainsi, en une seconde, la terre, située à une distance $24068 r$ du soleil, tombe sur cet astre de $3^{mm},042$. Il en serait de même de tout autre corps placé à la même distance.

D'un autre côté, un corps, placé à la distance r du centre de la terre, tombe sur ce globe, en 1^s, de $4^m,90448$. S'il était placé à la distance $24068 r$, l'attraction serait 24068^2 fois plus faible, et la chute, en une seconde, ne serait plus que de $\frac{4^m,90448}{24068^2}$. Par conséquent, $0^m,003042$ et $\frac{4^m,90448}{24068^2}$ sont les espaces parcourus, à la même distance, dans la première seconde de la chute sur le soleil et sur la terre; donc le rapport $\frac{0,003042 \times 24068^2}{4,90448}$ est égal au

rapport des masses des deux corps. Et, comme on prend pour unité la masse de la terre, ce rapport est la masse du soleil; ainsi :

$$M = \frac{0,003042 \times 24068^2}{4,90448}.$$

On trouve, en effectuant le calcul, $M = 359200$. On a trouvé par d'autres calculs, et adopté la valeur $M = 354936$.

NOTE XVII (n° 188, p 143).

Rotation du Soleil sur lui-même.

533 — Formules qui fixent la position d'une tache à la surface du soleil. Nous avons donné (note I, n° 479) les formules qui transforment les coordonnées géocentriques d'un point de l'espace en coordonnées héliocentriques. Ces formules sont :

$$r'^2 = R^2 + r^2 - 2Rr \cos \lambda \cos (l-L), \quad (1)$$

$$\text{tang } l' = \frac{r \cos \lambda \sin l - R \sin L}{r \cos \lambda \cos l - R \cos L}, \quad (2)$$

$$\frac{\text{tang } \lambda'}{\sin l'} = \frac{r \sin \lambda}{r \cos \lambda \sin l - R \sin L}. \quad (3)$$

Si l'on suppose que le point de l'espace soit une tache du soleil, l et λ sont la longitude et la latitude géocentrique de la tache, et L est la longitude géocentrique du centre du soleil. On sait comment ces coordonnées se déduisent, par le calcul, des ascensions droites et déclinaisons observées directement (note I, n° 473); on peut donc les regarder comme connues. En outre, R est la distance de la terre au soleil, r' est le rayon du soleil; ce sont encore deux éléments connus. On a d'ailleurs l'habitude de les remplacer par leurs valeurs en fonctions de la parallaxe P et du diamètre apparent δ du soleil; car on sait qu'en désignant par ρ le rayon de la terre, on a (note XV),

$$P = \frac{\rho}{R}, \quad \text{d'où } R = \frac{\rho}{P}; \quad (4)$$

$$\text{et n° 178), } \frac{\delta}{2P} = \frac{r'}{\rho}, \quad \text{d'où } r' = \frac{\delta \rho}{2P}. \quad (5)$$

Les seules inconnues de la question sont donc :

r , distance du centre de la terre à la tache,

l' et λ' longitude et latitude héliocentriques de la tache.

Or la formule (1), qui est du 2^e degré en r , donne pour r deux valeurs réelles et positives, car le rayon visuel mené à la tache perce en deux points la surface du soleil; mais on choisit naturellement pour r la plus petite de ces deux racines. Les deux autres formules (2) et (3) fournissent les valeurs de l' et de λ' .

534 — Lieu des positions d'une tache. On peut appliquer le même calcul à la détermination des positions successives d'une même tache, vue du centre du soleil, chercher l'équation du plan qui contient trois d'entre elles, et reconnaître que ce plan contient toutes les autres. Ainsi la tache décrit une

courbe plane, c'est-à-dire un cercle à la surface du soleil. Une autre tache, soumise aux mêmes formules, paraît se mouvoir dans un plan parallèle au premier. Donc, le soleil a un mouvement de rotation autour d'un axe passant par son centre.

535—**Détermination de l'équateur solaire et de l'axe de rotation.** On obtient aisément l'équation du plan parallèle aux plans des courbes décrites, et passant par le centre du soleil : c'est le *plan de l'équateur solaire*; on a, par suite, sa trace et son inclinaison sur le plan de l'écliptique, par les formules ordinaires de la géométrie analytique. Puis on obtient aussi facilement les équations de l'axe, puisqu'il est perpendiculaire au plan de l'équateur solaire, et qu'il passe par le centre du soleil; et l'on peut calculer l'angle qu'il fait avec l'axe de l'écliptique.

536—**Nature du mouvement de rotation.** Les formules de la géométrie analytique permettent de calculer la distance du centre du soleil au plan du parallèle décrit par une tache, puisque l'équation de ce plan est connue; or le rapport de cette distance au rayon r' est le sinus de la déclinaison \odot' de la tache, prise par rapport à l'équateur solaire; donc cette déclinaison est connue, et l'on en déduit la valeur du rayon du parallèle en multipliant r' par $\cos \odot'$. Cela posé, on peut calculer la longueur de la corde qui joint deux positions observées de la tache, puisqu'on connaît les coordonnées de ses extrémités; le rapport de la demi-corde au rayon du parallèle est le sinus de la moitié de l'arc décrit par la tache entre les deux observations. On détermine ainsi le mouvement angulaire de la tache, et l'on reconnaît que l'arc décrit est proportionnel au temps employé. Donc, *le mouvement de rotation du soleil est uniforme.*

537—**Durée de la rotation.** Le même calcul donne la durée de la révolution entière; car, en désignant par t le temps employé à décrire l'arc a , la durée de la révolution sera $t \times \frac{360^\circ}{a}$.

NOTE XVIII (n° 196, p. 150).

Calcul des segments déterminés par l'horizon dans un parallèle céleste.

538—Il existe une relation trigonométrique très-simple entre la latitude

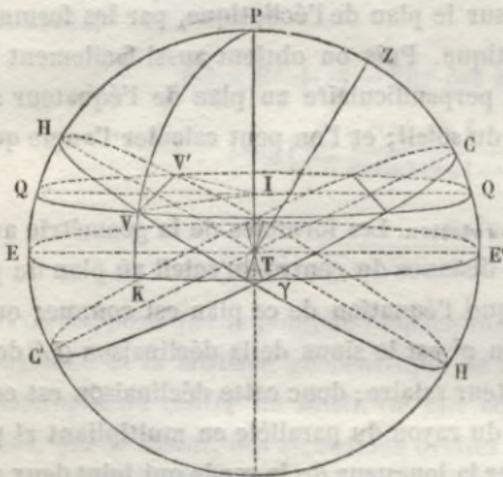


fig. 158.

λ du lieu d'observation, la déclinaison Δ du soleil et l'un des arcs 2α que l'horizon détermine dans le cercle diurne décrit par l'astre. Soient (fig. 158) : QQ' le parallèle décrit par l'astre, et HH' l'horizon du lieu, coupant ce parallèle suivant VV'; menons le cercle horaire PVK. La latitude $\lambda = PH$, la déclinaison du soleil $\Delta = VK$; l'angle VIV'; correspond à l'arc $VQV' = 2\alpha$ situé au-dessous de l'horizon :

donc $\alpha = VIQ$. D'ailleurs cet angle VIQ est la mesure de l'angle HPV des deux grands cercles PH et PV. Donc, dans le triangle sphérique PHV, qui est rectangle en H, on a :

$$PH = \lambda, \quad PV = 90^\circ - \Delta, \quad P = \alpha.$$

Or, entre ces trois éléments, la trigonométrie sphérique donne la relation,

$$\cos \alpha = \cot PV \operatorname{tang} PH, \quad \text{ou} \quad \cos \alpha = \operatorname{tang} \Delta \operatorname{tang} \lambda,$$

formule qui fera connaître la partie 2α du cercle diurne qui est située au-dessous de l'horizon.

Comme le mouvement diurne est uniforme, le rapport $\frac{2\alpha}{360^\circ - 2\alpha}$ est le rapport de la nuit au jour; et l'on conclut facilement de sa valeur la durée de jour et celle de la nuit, à l'époque de l'observation.

NOTE XIX (n° 203, p. 157).

Variations de la température de la terre.

539—Chaleur solaire. La quantité de chaleur que la terre reçoit du soleil, à un instant donné, est constamment la même; car la distance des deux corps

ne varie pas sensiblement. Mais cette chaleur se perd par voie de rayonnement, et l'expérience prouve que la température moyenne du globe reste stationnaire.

Or la chaleur solaire se distribue fort inégalement à la surface de la terre, aux diverses époques de l'année; elle varie pour un même lieu avec les saisons, et pour une même époque avec la latitude. Car, pour un lieu déterminé, la quantité de chaleur reçue dépend principalement de deux causes : 1^o la hauteur du soleil au-dessus de l'horizon ; 2^o la durée de la journée. On sait, en effet, qu'en vertu des lois de la chaleur, démontrées en physique, cette quantité de chaleur, reçue sur une surface donnée, est proportionnelle au sinus de l'angle d'incidence, c'est-à-dire au sinus de la hauteur du soleil au-dessus de l'horizon ; et l'on comprend assez que plus le jour est long, et plus, toutes choses égales d'ailleurs, elle doit être considérable.

540 — Hauteur méridienne du soleil au-dessus de l'horizon. Développons la première de ces causes. Soient (fig. 159) : T la sphère céleste, PC le méridien du lieu d'observation, TZ la verticale, HH', EE', CC' les traces de l'horizon, de l'équateur et de l'écliptique, sur le plan du méridien ; soit, en outre, SS' la trace du cercle diurne que décrit le soleil à une époque donnée. La hauteur méridienne de l'astre est alors SH, sa déclinaison boréale est SE, et l'on a :

$$SH = EH + SE.$$

Or EH est le complément de la latitude boréale λ du lieu ; donc en désignant

par \odot la déclinaison et par h la hauteur méridienne, on a :

$$h = 90^\circ - \lambda + \odot. \quad (1)$$

Si le soleil est dans l'hémisphère austral, et parcourt, par exemple, le parallèle $S_1S'_1$, on a :

$$S_1H = EH - S_1E,$$

ou

$$h = 90^\circ - \lambda - \odot.$$

Ces deux formules sont ren-

fermées dans la première, si l'on considère la déclinaison du soleil comme positive ou négative, suivant qu'elle est boréale ou australe.

Remarquons toutefois que cette formule suppose que le zénith Z de l'habitant de l'hémisphère boréal ne tombe pas entre S et E. Car si cela a lieu

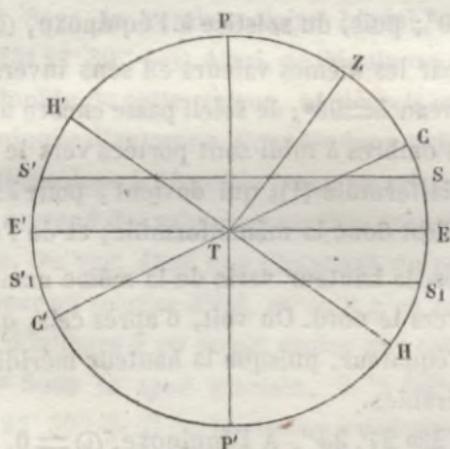


fig. 159.

(fig. 160), la hauteur méridienne du soleil est SPH, et est comptée vers le

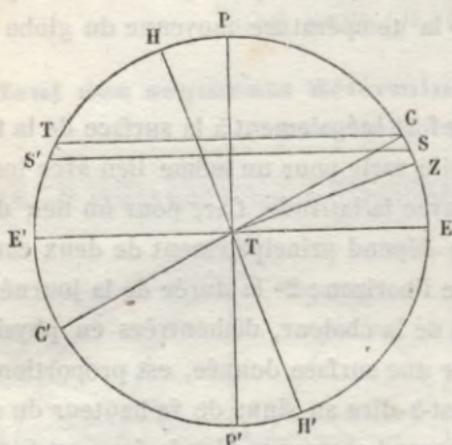


fig. 160.

nord, au lieu d'être comptée vers le sud. Elle se compose alors de $SP + PH$, c'est-à-dire du complément de la déclinaison du soleil, augmenté de la latitude. Ainsi, dans ce cas,

$$h = 90^\circ - \text{①} + \lambda. \quad (2)$$

C'est cette formule qu'il faut employer, lorsque l'observateur voit, à midi, le soleil passer au nord de son zénith.

Il est facile de comprendre que, pour l'habitant de l'hémisphère austral, les formules seront les mêmes, pourvu que, dans la formule (1), on considère ① comme positive au-dessous de l'équateur, et comme négative au-dessus; car les phénomènes se passeront pour lui dans l'hémisphère austral céleste, comme ils se passent pour l'habitant du nord dans l'hémisphère boréal, *et vice versa*.

541—Variations de cette hauteur. Cela posé, examinons comment varie la hauteur h en un lieu déterminé de la terre, aux diverses époques de l'année.

1^o Pour l'habitant de l'équateur, $\lambda = 0$; la formule (2) donne $h = 90^\circ - \text{①}$. Or, à l'équinoxe du printemps, $\text{①} = 0$; donc $h = 90^\circ$, et le soleil passe au zénith à midi. De l'équinoxe au solstice, ① augmente, et h diminue, et atteint un minimum égal à $66^\circ 32' 30''$; puis, du solstice à l'équinoxe, ① diminue et h augmente, en passant par les mêmes valeurs en sens inverse. A l'équinoxe d'automne, on a de nouveau $h = 90^\circ$; le soleil passe encore au zénith. Pendant cette demi-année, les ombres à midi sont portées vers le sud. Après l'équinoxe, il faut employer la formule (1), qui devient, pour $\lambda = 0$, $h = 90^\circ + \text{①}$, ① étant négative. C'est donc la même formule; et de l'équinoxe d'automne à celui du printemps, la hauteur varie de la même manière; seulement les ombres sont portées vers le nord. On voit, d'après cela, que la chaleur doit être fort intense sous l'équateur, puisque la hauteur méridienne du soleil y est toujours fort considérable.

2^o Sous la zone torride, on a $\lambda < 23^\circ 27' 30''$. A l'équinoxe, $\text{①} = 0$, et la formule (1) donne $h = 90^\circ - \lambda$ ou $h > 66^\circ 32' 30''$. A mesure que ① augmente, h augmente; lorsque $\text{①} = \lambda$, $h = 90^\circ$, et ce jour-là le soleil passe à midi au zénith. Puis l'astre passe au nord du zénith; il faut prendre la formule (2), qui montre que, ① augmentant, h diminue, jusqu'au solstice, époque à laquelle $h = 66^\circ 32' 30'' + \lambda$; cette hauteur est d'autant plus grande,

que le lieu est plus voisin du tropique. Lorsque le soleil redescend vers l'équateur, les mêmes variations ont lieu en sens inverse. Lorsqu'il passe dans l'hémisphère austral, la formule (1) s'écrit $h=90^{\circ}-\lambda-\odot$. Ainsi, h diminue à mesure que \odot augmente, et son minimum est $66^{\circ} 32' 30'' - \lambda$; puis le soleil se rapproche de l'équateur, et les mêmes variations se reproduisent. On voit donc que, pour l'habitant de la zone torride boréale, le soleil passe aussi deux fois au zénith dans l'année, que les hauteurs méridiennes sont très-grandes pendant le printemps et l'été, et qu'elles le sont moins, sans cesser cependant d'être supérieures à $43^{\circ} 5'$, en automne et en hiver. C'est ce qu'explique la forte température qui a lieu dans cette partie du globe, surtout pendant les deux premières saisons.

3° Sous le tropique, $\lambda=23^{\circ} 27' 30''$, $h=66^{\circ} 32' 30'' + \odot$. La discussion est la même, seulement c'est au solstice d'été que $h=90^{\circ}$; et, après cette époque, cette hauteur va diminuant, jusqu'au solstice d'hiver, où l'on a $h=66^{\circ} 32' 30'' - 23^{\circ} 27' 30'' = 43^{\circ} 5'$. On voit que la température doit y être moins élevée que dans le voisinage de l'équateur.

4° Sous la zone tempérée, $\lambda > \odot$, le soleil n'atteint jamais le zénith; la formule (1) doit maintenant servir seule. La plus grande hauteur a lieu au solstice d'été; elle est $h=90^{\circ} + 23^{\circ} 27' 30'' - \lambda$. La plus petite a lieu au solstice d'hiver, elle est $h=90^{\circ} - 23^{\circ} 27' 30'' - \lambda$. Ainsi le soleil s'élève moins haut que sous la zone torride; la température doit être plus tempérée. De plus, λ étant plus petit que $66^{\circ} 32' 30''$, latitude du cercle polaire, la hauteur h n'est jamais nulle; mais elle est, à une même époque, d'autant plus faible que λ est plus grande; donc la température doit s'abaisser, à mesure que l'observateur se rapproche du cercle polaire.

5° Sous le cercle polaire boréal, $\lambda=66^{\circ} 32' 30''$, et, par suite, $h=23^{\circ} 27' 30'' + \odot$. Ainsi, de l'équinoxe au solstice d'été, h croît de $23^{\circ} 27' 30''$ au double de cette valeur, et décroît ensuite en sens inverse, du solstice à l'équinoxe d'automne. Pour les deux autres saisons, $h=23^{\circ} 27' 30'' - \odot$; elle continue donc à décroître jusqu'au solstice d'hiver, où elle devient nulle; puis elle reprend des valeurs comprises entre 0 et $23^{\circ} 27' 30''$, du solstice à l'équinoxe. On voit donc que l'habitant du cercle polaire reçoit le maximum de chaleur au solstice d'été, et qu'il n'en reçoit pas du tout au solstice d'hiver que d'ailleurs il en reçoit moins que celui de la zone tempérée.

6° Sous la zone glaciale, $\lambda > 66^{\circ} 32' 30''$, h est plus petite que $23^{\circ} 27' 30'' + \odot$; la hauteur y est donc encore moindre, à toute époque, que sous le cercle polaire. Mais de plus, après l'équinoxe d'automne, lorsque $\odot=90^{\circ}-\lambda$, $h=0$; et à partir de ce moment jusqu'au solstice d'hiver, et du solstice jusqu'au moment où \odot redevient égale à $90^{\circ}-\lambda$, le soleil ne paraît plus sur l'horizon; la température doit se ressentir considérablement de cette absence, d'autant plus longue que λ est plus grande. Il est vrai que,

par contre, vers le solstice d'été, le soleil ne se couche pas dans ces régions; mais, comme il ne s'élève jamais à une grande hauteur, la longue durée du jour est loin de compenser sa faible élévation.

7^o Enfin, pour l'habitant du pôle, $\lambda = 90^{\circ}$, $h = \odot$. Ainsi le soleil ne s'élève jamais au-dessus de l'horizon à une hauteur plus grande que $23^{\circ}27'30''$; et, quoiqu'il reste visible pendant six mois consécutifs, on comprend que la température même du solstice d'été doit être fort basse; à plus forte raison en sera-t-il ainsi pendant les six mois de nuit.

Concluons de cette discussion, que la hauteur méridienne du soleil, $h = 90^{\circ} - \lambda \pm \odot$, diminue pour une même époque de l'année, à mesure que la latitude augmente, dès qu'elle est comptée vers le sud; par conséquent, la température doit s'abaisser, par cette cause, à mesure que l'on s'avance vers des régions de plus en plus septentrionales. Remarquons, en outre, que les saisons les plus chaudes doivent être le printemps et l'été, et que les plus froides doivent être l'automne et l'hiver. Notons enfin qu'à des époques également distantes d'un solstice, la déclinaison \odot étant la même, les hauteurs méridiennes sont les mêmes pour un même lieu.

Nous avons raisonné dans l'hypothèse où l'observateur habite l'hémisphère boréal de la terre. Pour l'habitant de l'hémisphère austral, il est évident que les saisons sont interverties, que ses hivers sont les étés du premier, et *vice versa*: la discussion, du reste, serait complètement analogue.

542 — Variations de la durée du jour. Quant à la durée de la journée, seconde cause des variations de la température, nous avons déjà dit précédemment ce qui pouvait servir à l'évaluer (n^o 196). La construction que nous avons donnée (fig. 62) montre que, pour un lieu dont la latitude $\lambda = PH$, et à l'époque où la déclinaison $\odot = QE'$, la durée de la journée est proportionnelle à l'arc VQ , et celle de la nuit à l'arc VQ' . Le rapport de ces deux arcs est donc le rapport du jour à la nuit; et, comme la durée totale est de vingt-quatre heures, on en conclut aisément les deux durées partielles.

Mais la formule de la note XVIII montre bien mieux ces rapports. Nous engageons les élèves à discuter cette formule pour toutes les latitudes λ et pour toutes les déclinaisons \odot du soleil; l'angle α , calculé à l'aide des Tables, leur donnera les valeurs du rapport $\frac{\alpha}{180^{\circ} - \alpha}$, qui est le rapport de la durée de la nuit à la durée du jour.

543 — Pourquoi la plus haute et la plus basse température n'ont-elles pas lieu aux solstices? Il semblerait, d'après les détails dans lesquels nous venons d'entrer, que, pour un habitant de nos régions tempérées boréales, le solstice d'été devrait être l'époque de la température la plus élevée, et le solstice d'hiver celle de la température la plus basse, puisque c'est à ces époques que

les deux causes assignées plus haut ont l'influence la plus grande ou la plus faible. Il semblerait, en outre, qu'à des distances égales d'un solstice, la hauteur méridienne et la durée du jour redevenant les mêmes, la température devrait aussi redevenir la même: il devrait faire aussi chaud un mois avant le solstice d'été qu'un mois après, aussi froid au 20 novembre qu'au 20 janvier. Or chacun sait qu'il n'en est pas ainsi, que l'été est plus chaud que le printemps, et l'hiver plus froid que l'automne. La cause de cette anomalie apparente est le temps que la terre met à s'échauffer sous l'action des rayons solaires, et à se refroidir par le rayonnement. Ainsi, après le solstice d'été, la terre, déjà échauffée par les longues journées de la fin du printemps, recevant encore de très-grandes quantités de chaleur, continue à s'échauffer de plus en plus; mais à mesure que l'été s'écoule, le rayonnement augmente, et il arrive un moment où le sol perd ainsi toute la chaleur qu'il reçoit; à partir de cet instant, les quantités de chaleur reçues allant toujours en décroissant, c'est le rayonnement qui l'emporte, et la température diminue. Elle s'abaisse ainsi progressivement pendant le reste de l'été et pendant l'automne. Après le solstice d'hiver, le soleil remonte lentement vers l'équateur, la durée des jours augmente insensiblement; mais la faible augmentation de chaleur qui en résulte ne suffit pas pour contre-balancer les pertes produites par le rayonnement; la température continue donc à s'abaisser, jusqu'à ce que le rayonnement qui diminue, et la chaleur qui croît, produisent des effets égaux et contraires. Bientôt le sol gagne plus qu'il ne perd, et la température commence à s'élever lentement et progressivement. C'est ainsi que le maximum et le minimum de la température de chaque année n'ont lieu qu'environ un mois après chaque solstice. C'est pour cela que l'été, profitant de la chaleur recueillie pendant le printemps, est plus chaud que cette dernière saison, que précède l'hiver; et que l'hiver, à son tour, précédé de l'automne, est plus froid que cette saison, qui a suivi l'été.

C'est par une raison analogue que le maximum de la température du jour n'a pas lieu à midi, mais vers deux heures de l'après-midi, tandis que le minimum a lieu vers deux heures du matin.

544—Autres causes de la variation de la température. Les variations de la température en un lieu donné n'ont pas, en fait, la régularité que leur assigne l'explication précédente. Il y a d'autres causes qui influent considérablement sur ces variations: ce sont principalement les vents, les chaînes de montagnes et la distribution des terres et des eaux à la surface du globe. Ces causes ne sont pas du ressort de l'astronomie; on les étudie en météorologie.

545—Inégale distribution de la chaleur dans les deux hémisphères. Nous avons déjà vu que, dans son mouvement annuel, le soleil reste huit jours de plus au-dessus de l'équateur qu'au-dessous. Nos saisons chaudes sont ainsi

plus longues que nos saisons froides ; c'est l'inverse pour nos antipodes. On voit que, par cette cause, l'hémisphère boréal reçoit un peu plus de chaleur que l'hémisphère austral.

546—Influence du périégée et de l'apogée sur les saisons. D'un autre côté, le périégée a lieu en hiver et l'apogée en été. Par conséquent, le soleil est plus près de nous au 1^{er} janvier qu'au 1^{er} juillet, ce qui rend nos étés un peu moins chauds, et nos hivers un peu moins froids. C'est encore l'inverse dans l'autre hémisphère.

547—Ce que serait la température, si l'écliptique était confondue avec l'équateur. On voit que la variation de la température pour un lieu déterminé, et celle de la durée du jour, sont dues à l'obliquité de l'écliptique. Si l'écliptique était confondue avec l'équateur, le soleil chaque jour décrirait ce grand cercle, la température serait partout invariable : elle serait brûlante sous la zone torride, tempérée comme le printemps dans nos régions, glaciale aux pôles. C'est à peu près le cas où se trouve la planète Jupiter.

NOTE XX (n^o 217, p. 165).

Sur la nutation de l'axe terrestre.

548—Phénomène de la nutation. On sait que l'axe du monde, au lieu de rester immobile, décrit en 26000 ans, autour de l'axe de l'écliptique, dans le sens rétrograde, un cône circulaire droit dont, le demi-angle au sommet est 23^o 27' 30'', et que c'est ce mouvement qui produit la précession des équinoxes. Mais le cercle, que ce cône intercepte sur la sphère céleste, ne représente pas le lieu véritable des positions successives du pôle ; chaque point de ce cercle ne doit être considéré que comme une position *fictive* ou *moyenne* , autour de laquelle le pôle oscille, en décrivant en sens rétrograde une petite ellipse, dans l'intervalle de 18 ans et demi environ. Les axes de cette ellipse sous-tendent des arcs de 18'',4 et de 13'',75. Ce nouveau mouvement du pôle de la terre a reçu le nom de *nutation* de l'axe. C'est *Bradley* , l'un des plus illustres astronomes anglais, qui en fit la découverte, en 1730. Il est dû, comme la précession, à l'attraction du soleil et de la lune sur le renflement équatorial du globe.

549 — Représentation du double mouvement de l'axe. Pour se représenter le double mouvement de l'axe, produit par la précession et par la nutation, que l'on conçoive une petite ellipse $pp'p''$, tangente à la sphère céleste T en son centre P (fig. 161), dont le grand axe $pp'' = 18''$,4, est toujours dans le

plan du cercle de latitude PP_1 , et dont le petit axe $p'p''' = 13''{,}75$ lui est

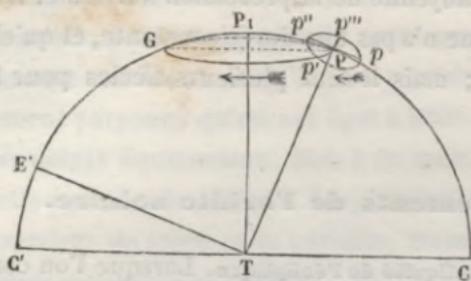


fig. 161.

perpendiculaire. Que l'on imagine ensuite le cercle PG parallèle à l'écliptique CC' , et dont le rayon sphérique est $23^{\circ} 27' 30''$. S'il n'y avait pas de nutation, le pôle du monde décrirait en 26000 ans le cercle PG , dans le sens rétrograde. Si, au contraire, la précession n'existait pas, le pôle, en

vertu de la nutation seule, décrirait, en 18 ans et demi, dans le même sens, la petite ellipse $pp'p''$. Mais, en vertu des deux causes simultanées, le pôle décrit l'ellipse, pendant que le centre P se meut sur le cercle. De sorte qu'en réalité la trajectoire est une sorte d'épicycloïde sphérique.

550—Position du pôle à un instant donné. Pour trouver, à un instant donné, la situation vraie du pôle sur l'ellipse, *Laplace* indique la construction suivante. Soit PG (fig. 162) le parallèle que décrirait le pôle en vertu de la précession seule, et soit P la position qu'il occuperait alors sur ce cercle. Soit, en outre, $pp'p''$ l'ellipse que je suppose rabattue autour de son petit axe sur

le plan du cercle. On décrit un cercle pap'' sur le grand axe comme diamètre; on conçoit un rayon de ce cercle, mû d'un mouvement uniforme et rétrograde, et parcourant la circonférence en 18 ans et demi environ; de telle sorte que ce rayon coïncide avec la moitié Pp du grand axe la plus voisine de l'écliptique, toutes les fois que le nœud moyen ascendant de l'orbite lunaire coïncide avec le point Υ .

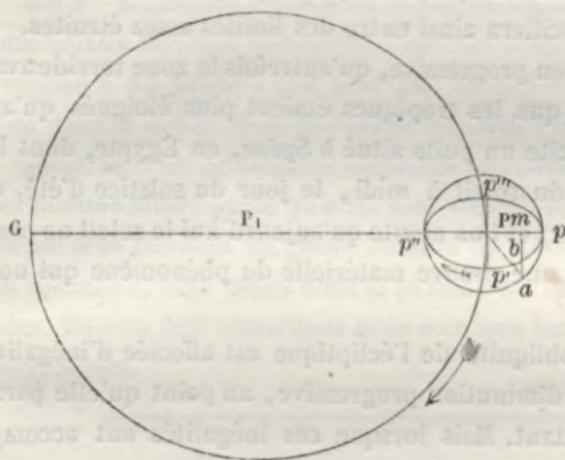


fig. 162.

La position de ce rayon mobile étant déterminée par cette condition, pour l'instant donné, et étant Pa , par exemple, on abaisse de son extrémité a une perpendiculaire am sur le grand axe. Le point b , où cette perpendiculaire rencontre l'ellipse, est le lieu vrai du pôle.

551 — Effets de la nutation. La nutation produit une petite variation dans l'inclinaison de l'équateur sur l'écliptique; nous en parlerons plus loin (n° 552). Elle produit en outre une petite variation dans la position de la ligne

des équinoxes, et par suite dans la précession. Ainsi le nombre $50''{,}2$ ne doit être considéré que comme la valeur moyenne de la précession véritable. Il en résulte que l'année tropique elle-même n'a pas une durée constante, et qu'elle éprouve aussi de légères variations; mais il faut plusieurs siècles pour les rendre sensibles.

Sur la variation des éléments de l'orbite solaire.

552 — Diminution progressive de l'obliquité de l'écliptique. Lorsque l'on compare les latitudes des étoiles voisines du point solstitial d'été, mesurées à des époques fort éloignées, avec celles que l'on observe aujourd'hui, on trouve une variation beaucoup plus faible que celle qui affecte les longitudes, mais qui cependant n'est pas insensible. Les latitudes australes sont devenues nulles, et même quelquefois boréales. Cette variation, commune à toutes les étoiles, s'explique parfaitement, en supposant que l'obliquité de l'écliptique a diminué progressivement depuis les anciens astronomes jusqu'à nous. Si ce mouvement devait se continuer indéfiniment, il arriverait une époque où l'écliptique coïnciderait avec l'équateur, et où l'inégalité des saisons disparaîtrait. Mais la théorie prouve que la diminution aura un terme, et qu'après s'être approchée de l'équateur d'environ trois degrés pendant un certain nombre de siècles, à raison de $48''$ par siècle, l'écliptique aura un mouvement en sens contraire, et oscillera ainsi entre des limites assez étroites.

Il résulte de cette diminution progressive, qu'autrefois la zone torride avait une largeur plus grande, et que les tropiques étaient plus éloignés qu'aujourd'hui de l'équateur. On cite un puits situé à *Syène*, en Égypte, dont les eaux réfléchissaient l'image du soleil à midi, le jour du solstice d'été, du temps des astronomes anciens; et l'on ajoute qu'aujourd'hui le soleil ne passe plus à son zénith, ce qui est une preuve matérielle du phénomène qui nous occupe.

Il faut remarquer que l'obliquité de l'écliptique est affectée d'inégalités périodiques, qui altèrent sa diminution progressive, au point qu'elle paraît quelquefois aller en augmentant. Mais lorsque ces inégalités ont accompli leur période, la diminution paraît évidente.

553 — Mouvement du périégée. En comparant les longitudes du périégée mesurées à diverses époques, on reconnaît qu'elles vont toujours en augmentant. Si cette augmentation n'était que de $50''{,}2$ en moyenne par année, elle serait due uniquement à la précession des équinoxes; mais elle est plus considérable, et elle atteint la valeur moyenne de $62''$; par conséquent, le périégée a un mouvement réel de $12''$ environ dans le sens direct; c'est ce qu'on nomme le *mouvement sidéral* du périégée solaire.

554 — Année anomalistique. Il résulte de là que l'intervalle de temps qui s'écoule entre deux passages consécutifs du soleil au périégée est plus long

qu'il ne serait si le périégée était invariable; et il est facile de calculer cette durée, à laquelle on donne le nom d'*année anomalistique*¹. En effet, lorsque le soleil, partant du périégée, est revenu à la longitude qu'il avait lors du passage précédent, et qu'il s'est ainsi écoulé une année tropique t , il n'a réellement parcouru qu'un arc égal à $360^{\circ}-50''{,}2$, à cause de la rétrogradation des points équinoxiaux. Mais à ce moment, il est distant de $62''$ de la nouvelle position du périégée. Le problème est donc le même que celui de deux courriers (le soleil et le périégée), marchant dans le même sens avec des vitesses respectivement égales à $360^{\circ}-50''{,}2$, et à $12''$ par année tropique. Pour avoir le temps x qui s'écoulera jusqu'à leur rencontre, on remarque que le chemin parcouru par le premier pendant ce temps est $(360^{\circ}-50''{,}2)x$, que le chemin parcouru par le deuxième est $12''x$, et que la différence des deux chemins est $62''$. On a donc (en réduisant 360° en secondes), l'équation

$$1295949,8x - 12x = 62,$$

d'où
$$x = \frac{62}{1295937,8}.$$

Cette fraction d'année tropique, réduite en jours solaires moyens, donne :

$$x = 0j,017446.$$

Ainsi l'année anomalistique = $365j,242217 + 0,017446 = 365j,259663$.

555—**Diminution progressive de l'excentricité.** Enfin, l'excentricité de l'orbite solaire diminue lentement d'environ 0,000416612 par siècle, ce qui correspond à 14 lieues à peu près par an. Cette variation n'aura pas toujours lieu dans le même sens, et l'orbite ne deviendra jamais circulaire.

Telles sont les principales *inégalités séculaires* des éléments de l'orbite. On les nomme ainsi, parce qu'elles sont très-lentes, et qu'elles ont lieu dans le même sens pendant un grand nombre de siècles. Les *inégalités périodiques*, au contraire, sont celles dont la période est limitée à un petit nombre d'années. Mais on doit remarquer avec soin que les unes, comme les autres, sont périodiques.

LIVRE IV. — LA LUNE.

[NOTE XXI (n^o 266, p. 196).

Du Calendrier.

556—Nous allons donner ici quelques détails sur les calendriers lunaires et principalement sur le calendrier ecclésiastique, que son exactitude rend propre à servir de base à diverses recherches scientifiques.

¹ L'*anomalie* du soleil, à un moment donné, est sa distance angulaire au périégée.

557—**Calendrier des mahométans.** On sait que les mahométans n'ont pas pris le mouvement du soleil, mais celui de la lune, pour base de leur calendrier. Comme la lunaison est d'environ 29j,5, ils composent leur année de 12 mois, qui sont alternativement de 29 et de 30 jours. Elle ne contient donc que 354 jours. Mais la lunaison se trouve ainsi plus longue que le mois d'environ 0,03 de jour, et les 12 lunaisons surpassent l'année de 0j,36. Au bout de 25 ans, la différence est de 9 jours; ils intercalent, en conséquence, 9 jours dans cet intervalle, en donnant 30 jours à un de leurs mois qui n'en a que 29, et cela 9 fois en 25 ans.

L'an 1277 des Turcs commence le 20 juillet 1860 et finit le 8 juillet 1861.

558—**Calendrier ecclésiastique.** Pour exposer les préceptes de ce calendrier, il nous faut d'abord donner quelques définitions.

559—**Cycle lunaire, nombre d'or.** Il n'y a pas de rapport simple entre l'année solaire et la lunaison. Cependant 19 années solaires valent à très-peu près 235 lunaisons; l'erreur est d'un jour environ en 209 ans. Cette période de 19 ans, au bout de laquelle les phases de la lune reviennent aux mêmes dates de l'année, porte le nom de *cycle de Méton*; la première période commence au 1^{er} janvier de l'année qui précéda l'ère chrétienne; le *nombre d'or* est, pour une année quelconque, le numéro d'ordre de cette année dans le cycle lunaire; il est 19 pour l'année 1861.

Pour trouver le nombre d'or d'une année quelconque, il faut, d'après ce qui précède, compter dans le premier cycle l'année qui a précédé notre ère. On ajoute donc 1 au millésime de l'année, et on divise la somme par 19; le quotient indique le nombre des périodes de 19 ans écoulées, et le reste est le nombre d'or.

560—**Épacte; correspondance avec le nombre d'or.** On appelle *épacte* d'une année l'*âge de la lune* (n^o 241) au 1^{er} janvier de cette année. Si l'on suppose d'abord que la lunaison est de 29j,5, douze lunaisons ne vaudront que 354 jours; et si l'on suppose, en outre, que l'année civile a 365 jours exactement, on voit que, si la lune est nouvelle au commencement d'une certaine année, l'épacte sera 11 pour l'année suivante, 22 pour la troisième année; elle sera 33 ou 3 pour la quatrième, en supprimant 30, et ainsi de suite; car dire que la lune est âgée de 33 jours, c'est dire qu'elle a accompli *une lunaison entière de 30 jours*, plus 3 jours. Or, le 1^{er} janvier de l'année qui précéda notre ère était un jour de nouvelle lune; si l'on représente par * l'épacte de cette année, le tableau suivant, formé en ajoutant 11 et en retranchant 30 chaque fois que cela est possible, fournira évidemment les nombres d'or et les épactes correspondantes pour chaque année d'un cycle.

Nombre d'or.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Épacte. . . .	*	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	IX
Nombre d'or.	11	12	13	14	15	16	17	18	19	
Épacte. . . .	XX	1	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	

A la vérité, on raisonne ici comme si l'année civile était de 365 jours et chaque lunaison de 29j,5 exactement, ce qui n'est pas. Mais ces erreurs se compensent presque exactement. En effet, d'un côté, en supposant l'année de 365 jours, on la fait trop courte de 0j,242256; l'erreur pour 19 ans est donc de 19 fois 0j,242256 ou de 4j,60286. D'un autre côté, en retranchant 30, dans le calcul des épactes successives, chaque fois que l'addition de 11 à l'épacte précédente donne 30 ou plus, on suppose évidemment la lunaison de 30 jours; or cette soustraction se fait six fois dans le cycle; on en fait en outre une septième, en passant de l'épacte de la dernière année du cycle, qui est XVIII, à celle de la première année du cycle suivant, qui est *; mais on ne retranche alors que 18 + 11 ou 29 jours. On suppose donc ainsi 6 lunaisons de 30 jours et une de 29, ce qui donne 209 jours au lieu de 7 fois 29,530588 ou de 206j,714116; c'est une erreur en trop de 2j,285884. Quant aux 228 autres lunaisons qui composent le cycle à raison de 12 par an, on suppose chacune d'elles de 29j,5 au lieu de 29j,530588; c'est, pour chacune, une erreur en moins de 0j,030588, ou, pour la totalité, une erreur en moins de 6j,974064. Si l'on soustrait de cette dernière l'erreur en trop 2j,285884, il reste 4j,688180; ce qui représente l'erreur finale en moins, commise sur le calcul des 235 lunaisons. On voit que cette erreur compense à peu près celle qu'on a commise sur le calcul des années, et qui est 4j,60286. La différence ne vaut pas 0j,09 en 19 ans; elle sera de près d'un jour en 11 cycles ou en 209 ans. Il faudra donc faire une correction aux épactes pour accorder complètement l'année tropique avec la lunaison.

561—Correction des épactes. On a décidé, à cet effet, qu'à chaque année séculaire non bissextile, c'est-à-dire trois fois en 400 ans, on diminuerait d'une unité les épactes du tableau précédent: c'est la *métemptose* ou équation solaire. En outre, on est convenu que de trois siècles en trois siècles (en 1500, 1800, 2100...), on augmenterait les épactes d'une unité: c'est la *proemptose* ou équation lunaire. Il en résulte qu'après 12 siècles, chaque épacte a été diminuée de 9 unités, et augmentée de 4 unités; de sorte qu'elle a été finalement diminuée de 5 unités en 1200 ans, ou de 0j,87 en 209 ans. Ce qui est à très-peu près exact; le calendrier ecclésiastique corrige d'ailleurs encore cette légère erreur. Ces deux corrections s'annulent quelquefois l'une par l'autre; ainsi, en 1800, il a fallu diminuer les épactes, parce que l'année n'est pas bissextile, et les augmenter, parce que l'année fait partie de la période 1500, 1800, 2100, etc., ce qui est revenu à n'y rien changer. Le tableau précédent servira, pour tout le XIX^e siècle, à trouver l'épacte

d'une année, connaissant le nombre d'or. En 1900, les épactes seront diminuées d'une unité.

562 — **Dates des néoménies d'une année.** Connaissant l'épacte pour une année, c'est-à-dire l'âge de la lune au 1^{er} janvier, on lui ajoute ce qui lui manque pour faire 30, et l'on trouve la date de la première nouvelle lune de l'année. Ainsi, en 1861, l'épacte est XVIII; donc, 12 jours après, c'est-à-dire le 13 janvier, la lune est nouvelle. Pour avoir les dates des autres nouvelles lunes, il suffit d'ajouter alternativement 30 et 29 jours à celle-ci; ces calculs sont faits d'avance dans le calendrier perpétuel.

563 — **Différence entre la nouvelle lune ecclésiastique et la nouvelle lune astronomique.** Il faut faire ici une remarque importante. La nouvelle lune que l'on détermine ainsi, à l'aide de l'épacte, n'est pas la nouvelle lune astronomique, qu'on ne voit pas, puisque l'astre est alors entre le soleil et la terre, mais la nouvelle lune du calendrier ecclésiastique, qui suit la première de deux jours, et qui est visible pendant quelques instants, pour la première fois, un peu après le coucher du soleil, sous forme d'un croissant très-délié (n^o 239). C'est ainsi que la nouvelle lune de janvier 1861 a lieu le 11, à 3 heures 37 minutes du matin, d'après l'*Annuaire*, tandis que notre calcul la rapporte au 13 seulement. Il résulte de là que, pour avoir la date de la pleine lune, il faut ajouter 13 jours seulement, et non pas 15, à la date de la nouvelle lune.

564 — **Date de la fête de Pâques.** Les détails dans lesquels nous venons d'entrer ont pour but principal d'expliquer d'après quelles règles se détermine la date de la fête de Pâques, de laquelle dépendent les dates des autres fêtes mobiles de l'année. D'après les décisions du concile de Nicée, qui ont été conservées dans la réforme grégorienne, *la fête de Pâques doit se célébrer le dimanche qui suit le jour de la première pleine lune qui tombe après le 20 mars.* Cette pleine lune ne doit donc pas arriver avant le 21 mars, et, par suite, la nouvelle lune précédente avant le 8 mars (13 jours plus tôt). D'après cela, si l'on veut calculer la date de Pâques pour 1861, on remarque, comme on l'a vu plus haut, que, l'épacte étant XVIII, la première nouvelle lune a lieu le 13 janvier, et la troisième le 13 mars; en ajoutant 13 à cette dernière date, on trouve le 26 mars; la pleine lune pascale arrive donc le 26 mars. Au moyen de la lettre dominicale, le calendrier perpétuel montre que le dimanche suivant est le 31 mars: c'est le jour de la fête¹.

565 — **Limites de cette fête.** Si la pleine lune pascale tombe le 21 mars, et que ce jour soit un samedi, Pâques arrive le lendemain 22; c'est la pre-

¹ La tradition porte que la Résurrection de Jésus-Christ eut lieu peu après l'équinoxe du printemps, et suivit une pleine lune. Le concile supposait que l'équinoxe arrivait toujours le 21 mars: c'est là la cause de sa décision.

mière limite. Si, au contraire, la pleine lune de mars arrive le 20, c'est la suivante qui est la pleine lune pascale; elle tombe le 30^e jour au delà, c'est-à-dire le 18 avril; si ce jour est un dimanche, la fête est remise au dimanche suivant, 25 avril. C'est la deuxième limite. La première circonstance s'est présentée en 1818; et la deuxième se présentera en 1886.

566—**Fêtes mobiles.** Lorsque la fête de Pâques a été déterminée pour une année, on place les principales *fêtes mobiles* d'après les règles suivantes :

La *Septuagésime*, le 9^e dimanche ou le 63^e jour avant Pâques ;

La *Quinquagésime*, le 7^e dimanche ou le 49^e jour avant Pâques ;

Les *Cendres*, le mercredi suivant ;

Les *Rameaux*, le 7^e jour avant Pâques ;

L'*Ascension*, le jeudi, 40^e jour après Pâques ;

La *Pentecôte*, le 7^e dimanche ou le 49^e jour après Pâques ;

La *Trinité*, le 8^e dimanche après Pâques ;

La *Fête-Dieu*, le jeudi suivant, deux mois jour pour jour après le Samedi-Saint.

Les 4 dimanches de l'*Avent* sont ceux qui précèdent Noël.

Enfin, les *Quatre-Temps* sont placés aux mercredis, vendredis et samedis qui suivent : 1^o les Cendres ; 2^o la Pentecôte ; 3^o le 14 septembre ; 4^o le 3^e dimanche de l'*Avent*.

567—**Fêtes fixes.** Le calendrier contient, en outre, aux autres dates, les noms des saints et des fêtes fixes, dont les principales sont :

La *Circoncision*, le 1^{er} janvier ;

L'*Épiphanie*, le 6 janvier ;

La *Purification*, le 2 février ;

L'*Annonciation*, le 25 mars ;

La *Saint-Jean d'été*, le 24 juin ;

La *Saint-Pierre et la Saint-Paul*, le 29 juin ;

L'*Assomption*, le 15 août ;

La *Nativité*, le 8 septembre ;

La *Toussaint*, le 1^{er} novembre ;

La *Conception*, le 8 décembre ;

Et Noël, le 25 décembre.

On y inscrit en même temps les phases de la lune, les dates des éclipses, etc. Quant aux prédictions sur les événements futurs, sur les variations de température et les changements de temps, dont on a soin d'*enrichir les almanachs*, avons-nous besoin de dire que ce sont des présages de tout point ridicules, derniers vestiges des rêveries des *astrologues*?

568—**Indiction romaine.** Pour ne rien omettre, disons encore que l'*indiction romaine* est un cycle de 15 ans, qui n'a rien d'astronomique, car il est

relatif à un mode de perception des impôts sous les empereurs romains. Comme on en a conservé l'usage à Rome, nous dirons seulement que, si l'on ajoute 3 au millésime de l'année, et qu'on divise la somme par 15, le reste est le numéro d'ordre de l'année dans le cycle; s'il n'y a pas de reste, on prend 15. On trouve ainsi 4 pour numéro d'indiction romaine en 1861.

Si l'on fait le produit des trois nombres 28, 19, 15, qui représentent les cycles solaire, lunaire et d'indiction, ce produit constitue la *période Julienne* de 7980 ans, imaginée par *Scaliger*; elle a commencé l'an 4714 avant J.-C. (Voir la Notice de M. ARAGO, *Annuaire* de 1851.)

NOTE XXII (n° 267, p. 196).

Calcul du diamètre apparent de la lune, à la distance moyenne.

569—Il ne faut pas confondre le diamètre apparent moyen d'un astre avec son diamètre apparent à la distance moyenne. En effet, désignons par d et d' les distances apogée et périégée de l'astre, et par δ et δ' ses diamètres apparents correspondants; la distance moyenne est, par définition, $\frac{d+d'}{2}$, et le diamètre apparent moyen est $\frac{\delta+\delta'}{2}$. Désignons par Δ le diamètre apparent à la distance moyenne; nous aurons, en vertu du principe du n° 133,

$$d\delta = d'\delta' = \frac{d+d'}{2} \Delta. \quad (1)$$

On tire de là successivement :

$$\frac{d}{d'} = \frac{\delta'}{\delta}, \quad \frac{d+d'}{d'} = \frac{\delta+\delta'}{\delta}.$$

Mais $\frac{d+d'}{d'} = \frac{2\delta'}{\Delta}$; donc :

$$\frac{\delta+\delta'}{\delta} = \frac{2\delta'}{\Delta}, \quad \text{d'où} \quad \Delta = \frac{\delta\delta'}{\left(\frac{\delta+\delta'}{2}\right)}. \quad (2)$$

Or on sait que la moyenne géométrique $\sqrt{\delta\delta'}$ est toujours plus petite que la moyenne arithmétique $\frac{\delta+\delta'}{2}$; donc Δ est plus petit que $\sqrt{\delta\delta'}$, et, à plus forte raison, que $\frac{\delta+\delta'}{2}$.

NOTE XXIII (n° 270, p. 197).

Inégalités du mouvement de la lune.

570—Le mouvement de la lune est soumis à des *inégalités* diverses, comme celui de la terre. La durée de la révolution sidérale diminue lentement, et la longueur du demi-grand axe de l'orbite reste seule à peu près invariable. Disons quelques mots des plus remarquables de ces inégalités, qui affectent la longitude de l'astre.

571—*Équation du centre.* Si le mouvement angulaire de la lune en longitude était uniforme, il serait représenté par un seul terme, proportionnel au temps, de la forme mt , m étant le mouvement dans l'unité de temps. *Hipparque*, en observant la lune dans les syzygies, s'aperçut que sa position différait de celle que lui aurait assignée ce *mouvement moyen*; et il en conclut qu'il y avait là une *inégalité*, qu'il chercha à représenter par un mouvement uniforme sur un cercle non concentrique à la terre. Cette première inégalité a reçu le nom d'*équation du centre*; elle est représentée par l'expression

$$\text{Équation du centre} = 6^{\circ} 20' \times \sin A,$$

A étant l'*anomalie moyenne* de la lune, ou l'angle que fait avec le grand axe le rayon vecteur d'une *lune fictive*, qui parcourrait l'orbite d'un mouvement uniforme, en partant du périégée en même temps que la *lune vraie*.

572—*Évection.* Plus tard, *Ptolémée*, observant la lune dans les quadratures, trouva qu'alors la formule d'Hipparque ne suffisait plus pour donner la position de l'astre. Il conclut qu'il existait une seconde inégalité, dont il chercha à représenter aussi les variations. C'est l'*évection*; elle a pour expression

$$\text{Évection} = 1^{\circ} 20' \times \sin (2D - A),$$

D étant la distance angulaire de la lune au soleil. Dans les syzygies, elle se confond avec l'équation du centre, qu'elle diminue constamment; car elle est alors égale à $-1^{\circ} 20' \sin A$.

573—*Variation.* Ces deux inégalités ne suffisent plus pour faire concorder le mouvement calculé de la lune, dans les octants, avec les résultats de l'observation. Il y a donc une troisième inégalité, qui a son effet maximum dans les octants; elle disparaît dans les syzygies et dans les quadratures. Elle a été découverte par *Tycho-Brahé*, et nommée la *variation*; elle ne dépend que de la distance angulaire de la lune au soleil, et a pour expression

$$\text{Variation} = 36' \times \sin 2D.$$

574—*Équation annuelle.* Enfin, quelque temps après, *Képler* découvrit une quatrième inégalité, plus faible, qui ne dépend que de l'*anomalie moyenne*

a du soleil, c'est-à-dire de l'angle que le rayon vecteur mené au *soleil moyen* fait avec le grand axe de l'orbite terrestre. C'est l'*équation annuelle*; elle est due à ce que le mouvement de la lune s'accélère quand celui du soleil se ralentit, et réciproquement; elle a pour expression

$$\text{Équation annuelle} = 11',16 \times \sin a.$$

Le mouvement vrai de la lune en longitude est donc représenté par l'expression

$$mt + 6^{\circ}20' \sin A + 1^{\circ}20' \sin (2D - A) + 36' \sin 2D + 11',16 \sin a.$$

575 — Il y a d'autres inégalités qui affectent la latitude et le rayon vecteur de la lune. Mais elles ont une valeur beaucoup moindre, et nous n'en parlerons pas. On voit, par les formules qui précèdent, que les quatre grandes inégalités dont nous venons de parler sont *périodiques*. D'autres sont *seculaires*, c'est-à-dire que leur période comprend un intervalle de temps considérable.

NOTE XXIV (n° 271, p. 198).

Mesure de la parallaxe de la Lune.

576 — Soient $EPE'P'$ le méridien commun aux deux observateurs (fig. 163), PP' l'axe, et EE' la trace de l'équateur sur le méridien; soit S la position de

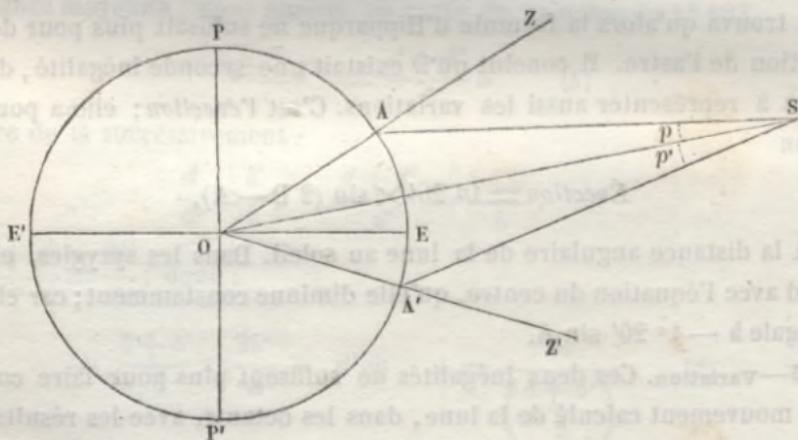


fig. 163.

l'astre au moment du passage. Les deux observateurs, placés l'un en A (Berlin), l'autre en A' (Cap), mesurent, au même instant, ses distances zénithales méridiennes; soient Z et Z' les valeurs obtenues, corrigées de la réfraction. Désignons par p et p' les parallaxes de hauteur correspondantes. En joignant SO , on a :

$$ASO = p, \quad A'SO = p', \quad ASA' = p + p'.$$

Dans le quadrilatère $AOA'S$, dont la somme des angles est égale à 360° , on a :

$$SAO = 180^\circ - Z, \quad SA'O = 180^\circ - Z', \quad AOA' = \lambda + \lambda',$$

λ et λ' étant les latitudes des points d'observation; donc :

$$180^\circ - Z + 180^\circ - Z' + \lambda + \lambda' + p + p' = 360^\circ,$$

d'où

$$p + p' = Z + Z' - \lambda - \lambda'. \quad (1)$$

D'un autre côté, désignons par P la parallaxe horizontale de l'astre, qui est la même pour A et pour A' , puisque la terre est supposée sphérique; et appliquons la formule de la note XV : nous aurons :

$$p = P \sin Z, \quad p' = P \sin Z';$$

d'où

$$p + p' = P (\sin Z + \sin Z'). \quad (2)$$

Égalant ces deux valeurs de $p + p'$, on a :

$$P (\sin Z + \sin Z') = Z + Z' - \lambda - \lambda',$$

d'où

$$P = \frac{Z + Z' - \lambda - \lambda'}{\sin Z + \sin Z'},$$

ou enfin, d'après une transformation connue qui rend l'expression calculable par logarithmes,

$$P = \frac{Z + Z' - \lambda - \lambda'}{2 \sin \frac{Z + Z'}{2} \cos \frac{Z - Z'}{2}}. \quad (3)$$

C'est à l'aide de cette formule que *Lacaille* et *Lalande* ont déterminé, en 1756, la parallaxe horizontale moyenne de la lune $P = 57'40''$.

577—Remarques. Nous avons négligé, dans l'exposé précédent, quelques corrections nécessaires. Ainsi les deux observateurs A et A' ne sont pas exactement sous le même méridien, lorsqu'ils observent le passage de la lune; de plus, les verticales des lieux d'observation ne sont pas exactement le prolongement des rayons OA , OA' de la terre; enfin, les rayons eux-mêmes ne sont pas égaux. Nous n'entrerons pas dans le détail du calcul de ces corrections; mais nous dirons que les observateurs ont eu soin d'en tenir compte.

NOTE XXV (nos 300 et suiv., p. 216).

Calcul des éclipses de Lune.

578—Formules préliminaires. Notre but, dans cette note, est de développer une méthode élémentaire, mais complète, pour le calcul des éclipses de lune. Nous reprendrons d'abord à cet effet, sous une forme un peu différente, quelques-uns des résultats auxquels nous sommes arrivés dans le corps de l'ouvrage (nos 300 et suiv.).

On sait que, lorsqu'un angle α est très-petit, on peut, avec une grande approximation, remplacer son sinus par la longueur de l'arc que l'angle intercepte dans le cercle dont le rayon est 1. Il en résulte que l'on peut écrire

$$\frac{\sin \alpha}{\sin 1''} = \frac{\alpha}{1''}, \quad \text{ou} \quad \sin \alpha = \frac{\alpha}{1''} \sin 1''.$$

Or $\frac{\alpha}{1''}$ est le nombre de secondes renfermées dans l'angle α ; donc, si l'on a la précaution d'évaluer l'angle α en secondes, on aura :

$$\sin \alpha = \alpha \sin 1'', \quad (1)$$

formule commode dont nous nous servons souvent.

Si l'on désigne par P la parallaxe horizontale d'un astre, dont la distance à la terre est représentée par d , on a évidemment, r étant le rayon de la terre,

$$d = \frac{r}{\sin P}, \quad \text{et par conséquent,} \quad d = \frac{r}{P \sin 1''}. \quad (2)$$

Si l'on représente par R le rayon de l'astre, et par δ son demi-diamètre apparent, vu de la terre, on a aussi :

$$R = d \sin \delta = d \delta \sin 1'',$$

et, par suite,
$$R = \frac{\delta}{P} r. \quad (3)$$

On a trouvé (n° 305), pour la longueur du cône d'ombre pure que la terre projette derrière elle,

$$x = d \times \frac{r}{R - r}.$$

En substituant dans cette expression les valeurs de d et R , (2) et (3), on trouve cette nouvelle formule

$$x = \frac{1}{(\delta - P) \sin 1''} r. \quad (4)$$

δ et P étant le demi-diamètre apparent et la parallaxe du soleil, évalués en secondes.

D'ailleurs, si P_1 et δ_1 sont la parallaxe horizontale et le demi-diamètre apparent de la lune, la distance de cet astre à la terre est :

$$d_1 = \frac{r}{P_1 \sin 1''};$$

et, par suite, le rapport des deux longueurs x et d_1 est :

$$\frac{x}{d_1} = \frac{P_1}{\delta - P}. \quad (5)$$

Or les valeurs maximum et minimum des quantités P, P_1, δ, δ_1 , sont :

Maximum.

Minimum.

$$P = 8''{,}75$$

$$P = 8''{,}46$$

$$\delta = 16'18'' = 978''$$

$$\delta = 15'45'' = 945''$$

$$P_1 = 61'27'' = 3687''$$

$$P_1 = 53'53'' = 3233''$$

$$\delta_1 = 16'47'' = 1007''$$

$$\delta_1 = 14'43'' = 883''$$

Si l'on substitue dans la formule (5) celles de ces valeurs qui fourniront le maximum et le minimum du rapport, on trouve

$$\text{max. de } \frac{x}{d_1} = 3,9, \quad \text{et } \text{min. de } \frac{x}{d_1} = 3,3 :$$

donc la lune peut pénétrer dans le cône d'ombre pure de la terre.

On sait d'ailleurs (n° 307) que le demi-diamètre apparent du cône d'ombre, à la distance où la lune peut le traverser, a pour expression

$$\epsilon = P_1 + P - \delta, \quad (6)$$

et que sa valeur n'est jamais au-dessous de $37'43''$, tandis que le demi-diamètre apparent de la lune n'est jamais supérieur à $16'47''$. Donc la lune peut pénétrer entièrement dans le cône d'ombre, et les éclipses totales sont possibles.

579—Condition nécessaire et suffisante pour qu'il y ait éclipse à un instant donné. Décrivons du centre T de la terre comme centre (fig. 164), une sphère

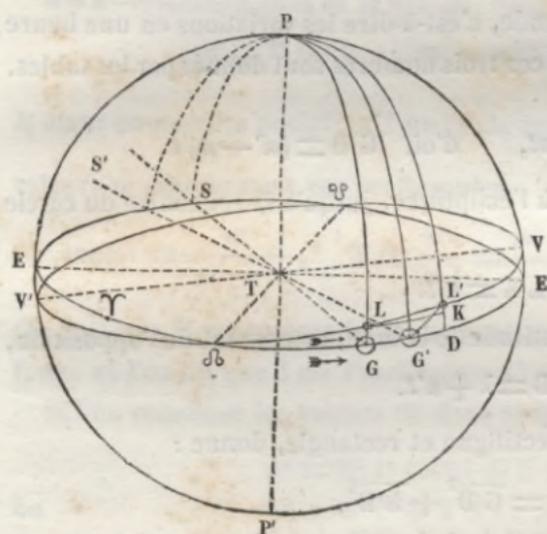


fig. 164.

PEP'E', ayant pour rayon la distance TL à la lune. Soient EE' la trace du plan de l'écliptique, dans lequel se meut le soleil dans l'hypothèse du mouvement apparent, et VV' l'orbite de la lune. Soit L la position de la lune au moment de l'opposition; elle est alors dans le même cercle de latitude LPS que le soleil S. Le cône d'ombre ayant pour axe ST, le centre de la section faite par la sphère dans ce cône est, à ce moment, en G, sur l'écliptique et sur le cer-

cle de latitude PL. La distance des deux centres est alors LG, latitude de la lune.

Soient, à un autre moment, G' et L' les positions des centres de l'ombre et de la lune; leur distance Δ est alors L'G'. Pour qu'il y ait, à cet instant, éclipse totale ou partielle, il faut et il suffit que les deux cercles ne soient

pas extérieurs l'un à l'autre, c'est-à-dire que Δ soit plus petite que la somme des deux rayons; donc, la condition nécessaire et suffisante est

$$\Delta < \delta + \delta_1, \quad \text{ou} \quad \Delta < P + P_1 - \delta + \delta_1. \quad (7)$$

Or le second membre de cette inégalité a pour maximum $62'38''$, et pour minimum $52'26''$. On peut donc, vu la petitesse de ces limites, considérer comme plane la portion de la sphère céleste où s'exécutent les mouvements de l'ombre et de la lune pendant la durée d'une éclipse. D'ailleurs, si l'on mène le cercle de latitude PL'D, chacun des deux arcs G'D et L'D est moindre que Δ ; donc l'éclipse ne peut avoir lieu que près de l'opposition, et lorsque la latitude de la lune est fort petite, c'est-à-dire lorsque la lune est dans le voisinage de l'un de ses nœuds. Nous allons calculer, d'après ces conditions, la distance des centres de la lune et de l'ombre.

580—Distance des centres de la lune et de l'ombre. Soit t un temps très-court évalué en heures, compté à partir de l'opposition, positif après, négatif avant. Soient, à ce moment, L' et G' les positions des centres de la lune et de l'ombre. On peut considérer comme rectilignes et uniformes les mouvements de la lune et de l'ombre pendant toute la durée d'une éclipse; d'ailleurs le mouvement de l'ombre est le même que celui du soleil. Soit donc, au moment de l'opposition, m le mouvement horaire du soleil en longitude, évalué en secondes, c'est-à-dire l'arc décrit par cet astre en une heure sur l'écliptique; et soient, à la même époque, m' et n' les mouvements horaires de la lune en longitude et en latitude, c'est-à-dire les variations en une heure de sa longitude et de sa latitude; ces trois nombres sont donnés par les tables. On a :

$$GD = m't, \quad GG' = mt, \quad \text{d'où} \quad G'D = (m' - m)t.$$

Si l'on mène l'arc LK, parallèle à l'écliptique, jusqu'à la rencontre du cercle de latitude PL'D, on a :

$$LK = n't.$$

Par suite, si l'on désigne par λ la latitude de la lune, au moment de l'opposition,

$$L'D = \lambda + n't.$$

Cela posé, le triangle G'L'D, rectiligne et rectangle, donne :

$$\overline{G'L'}^2 = \overline{G'D}^2 + \overline{L'D}^2,$$

$$\text{c'est-à-dire,} \quad \Delta^2 = (m' - m)^2 t^2 + (\lambda + n't)^2, \quad (8)$$

formule dans laquelle les nombres m , m' , n' , sont donnés par l'éphéméride, et λ se calcule comme on l'a vu au n^o 310.

581—Remarque. Nous n'avons construit la figure 164, qu'afin d'indiquer, aussi clairement que possible, les éléments dont se compose le triangle L'G'D. Si l'on a bien compris ce qui précède, on pourra aisément la remplacer par une autre figure beaucoup plus simple. Imaginons, en effet, un plan

tangent à la sphère, au point G de la fig. 164. Soient (fig. 165) EE' et VV' les traces de l'écliptique et de l'orbite lunaire sur ce plan; O est le nœud ascendant. On pourra supposer que, pendant la durée de l'éclipse, le centre de l'ombre se meut sur EE', et le centre de la lune sur VV'.

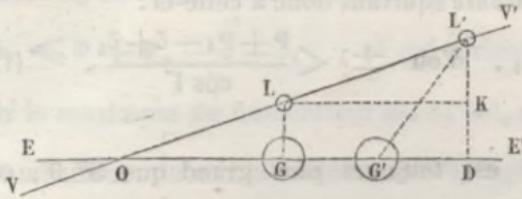


fig. 165.

Soit G la position du centre de l'ombre, au moment de l'opposition; le centre de la lune est alors en L, sur la perpendiculaire GL, qui représente le cercle de latitude. Après le temps t , les deux centres sont G' et L', et leur distance est la droite G'L'. Si l'on mène la perpendiculaire L'D et la parallèle LK à EE', on voit que, comme au numéro précédent, on a :

$$LG = \lambda, \quad GG' = mt, \quad LK = GD = m't, \quad L'K = n't;$$

et le triangle rectangle L'G'D donne :

$$\overline{L'G'}^2 = \overline{G'D}^2 + \overline{LD}^2,$$

ou
$$\Delta^2 = (m' - m)^2 t^2 + (\lambda + n't)^2.$$

C'est la formule (8).

582—Transformation de la formule. Nous poserons, pour simplifier,

$$n' = M \sin I, \quad m' - m = M \cos I; \quad (9)$$

M étant un nombre positif, et I un angle compris entre $-\frac{\pi}{2}$ et $+\frac{\pi}{2}$, dont les valeurs se déterminent par les formules

$$\text{tang } I = \frac{n'}{m' - m}, \quad M = \frac{n'}{\sin I} = \frac{m' - m}{\cos I} = \sqrt{n'^2 + (m' - m)^2}. \quad (10)$$

On voit que M représente le mouvement synodique (ou relatif) horaire de la lune; et l'on dit que I est l'inclinaison à l'écliptique de l'orbite relative.

Si l'on substitue les valeurs (9) dans la formule (8), on a :

$$\Delta^2 = M^2 t^2 \cos^2 I + (\lambda + M t \sin I)^2,$$

ou
$$\Delta^2 = M^2 t^2 + 2 M \lambda t \sin I + \lambda^2;$$

augmentant et diminuant le second membre de $\lambda^2 \sin^2 I$, il vient :

$$\Delta^2 = (M t + \lambda \sin I)^2 + \lambda^2 \cos^2 I. \quad (11)$$

583—Conséquences. Sous cette forme, on voit que la distance des centres Δ ne peut pas prendre de valeur inférieure à la valeur absolue de $\lambda \cos I$, et qu'elle atteint cette valeur, lorsque $t = -\frac{\lambda \sin I}{M}$. Or on sait que,

pour qu'il y ait éclipse, il faut et il suffit que l'on ait $\Delta < P + P_1 - \delta + \delta_1$. Cette condition nécessaire et suffisante équivaut donc à celle-ci :

$$\pm \lambda \cos I < P + P_1 - \delta + \delta_1, \quad \text{d'où} \quad \pm \lambda < \frac{P + P_1 - \delta + \delta_1}{\cos I}, \quad (12)$$

à l'instant de l'opposition.

Il est facile de voir que I est toujours plus grand que $5^\circ 9'$, car $\frac{n'}{m' - m} > \frac{n'}{m'}$; mais que I n'atteint jamais 6° , car m n'est guère que le treizième de m' . D'ailleurs le maximum de $P + P_1 - \delta + \delta_1$ est $62' 38''$, et le minimum $52' 26''$. Donc le maximum du second membre de l'inégalité (12) est $\frac{62' 38''}{\cos 6^\circ}$, ou $62' 59''$, et le minimum est $\frac{52' 26''}{\cos 5^\circ}$, ou $52' 38''$. Donc :

1^o Si, à l'instant de l'opposition, la latitude de la lune est, en valeur absolue, inférieure à $\lambda' = 52' 38''$, il y a certainement éclipse partielle ou totale.

2^o Si, à l'instant de l'opposition, la latitude de la lune est supérieure à $\lambda'' = 62' 59''$, il ne peut y avoir éclipse.

3^o Si, à l'instant de l'opposition, la latitude de la lune est comprise entre $52' 38''$ et $62' 59''$, l'éclipse est douteuse. Il faut, dans ce cas, calculer rigoureusement la formule (12), qui donne seule la condition nécessaire et suffisante.

Nous supposons, dans ce qui va suivre, que l'on ait reconnu, par ce qui précède, l'existence de l'éclipse.

584 — Détermination de la plus grande phase. La plus grande phase de l'éclipse a lieu, lorsque la distance des centres Δ est minimum. Soient Δ_0 et t_0 , cette distance minimum, et l'époque à laquelle elle a lieu; on a trouvé (n^o 575) :

$$\Delta_0 = \pm \lambda \cos I, \quad t_0 = - \frac{\lambda \sin I}{M}; \quad (13)$$

et il s'agit de déterminer la grandeur de cette phase.

A un instant quelconque de l'éclipse, celui des diamètres du disque lunaire qui est dirigé vers le centre de l'ombre est en partie ou en totalité plongé dans l'ombre. Le rapport de cette partie au diamètre total est ce qu'on nomme la phase à l'instant considéré. Ce rapport est 1 pendant toute la durée de l'éclipse totale; il est plus petit que 1, pendant les éclipses partielles.

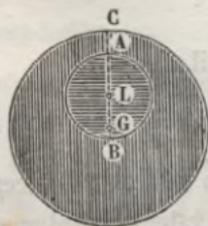


fig. 166.

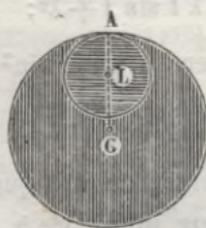


fig. 167.

Pour qu'à un instant donné, la phase soit égale à 1, il faut et il suffit qu'à ce moment la distance des centres soit inférieure (fig. 166) ou égale (fig. 167) à la différence des rayons, c'est-à-dire que l'on ait $GL \leq GC - LA$,

$$\text{ou} \quad \Delta \leq P + P_1 - \delta - \delta_1,$$

donc, pour qu'une éclipse puisse être totale, il faut et il suffit que le minimum Δ_0 de Δ satisfasse à la condition

$$\Delta_0 \leq P + P_1 - \delta - \delta_1; \quad \text{ce qui revient à } \lambda \leq \frac{P + P_1 - \delta - \delta_1}{\cos I}. \quad (14)$$

Or le maximum du numérateur est $31' 8''$, et son minimum est $20' 56''$; donc le maximum du second membre de l'inégalité (14) est $\frac{31' 8''}{\cos 6^\circ}$, ou $31' 18''$, et

son minimum est $\frac{20' 56''}{\cos 5^\circ}$, ou $21'$. Donc :

1° Si, à l'instant de l'opposition, la latitude de la lune est inférieure à $\lambda' = 21'$, l'éclipse totale est certaine.

2° Si, à l'instant de l'opposition, la latitude de la lune est supérieure à $\lambda'' = 31' 18''$, l'éclipse totale est impossible.

3° Si, à l'instant de l'opposition, la latitude est comprise entre $21'$ et $31' 18''$, l'éclipse totale est douteuse. Il faut, dans ce cas, calculer rigoureusement la formule (14), qui donne la condition nécessaire et suffisante.

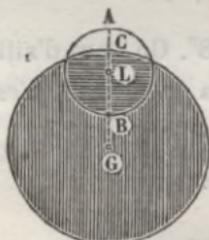


fig. 168.

Désignons par φ la phase à un instant où l'éclipse n'est pas totale, quoiqu'elle puisse l'être à un autre moment. La portion CB (fig. 168) du diamètre éclipsé de la lune est, à cet instant, l'excès de la somme des rayons sur la distance des centres, $GC + LB - GL$, c'est-à-dire $\delta + \delta_1 - \Delta$; donc la phase est :

$$\varphi = \frac{\delta + \delta_1 - \Delta}{2\delta_1}. \quad (15)$$

Si φ_0 est la phase maximum dans une éclipse partielle, on a :

$$\varphi_0 = \frac{\delta + \delta_1 - \Delta_0}{2\delta_1}. \quad (16)$$

On évalue cette phase en décimales. Autrefois on l'évaluait en douzièmes d'unité, qu'on appelait *doigts*; on ne le fait plus aujourd'hui.

585—Instant d'une phase quelconque. Soit φ une phase quelconque donnée plus petite que 1; la distance correspondante Δ est donnée par la formule (15)

$$\Delta = \delta + \delta_1 - 2\delta_1 \varphi. \quad (17)$$

Connaissant Δ , on détermine t par l'équation (11), qui, résolue, donne :

$$t = -\frac{\lambda \sin I}{M} \pm \frac{1}{M} \sqrt{\Delta^2 - \lambda^2 \cos^2 I},$$

ou, en introduisant t_0 et Δ_0 (form. 13)

$$t = t_0 \pm \frac{1}{M} \sqrt{\Delta^2 - \Delta_0^2}.$$

Ainsi il y a deux instants, également éloignés du milieu de l'éclipse, qui correspondent à la même phase.

586 — Instants du commencement et de la fin de l'éclipse; sa durée. Au moment où commence l'éclipse, comme au moment où elle finit, on a $\varphi=0$, et par suite $\Delta=\varepsilon+\delta_1$; donc, en désignant ces instants par t_1 et par t_2 , on a :

$$\left. \begin{aligned} t_1 &= t_0 - \frac{1}{M} \sqrt{(\beta+\delta_1)^2 - \Delta_0^2}, \\ t_2 &= t_0 + \frac{1}{M} \sqrt{(\beta+\delta_1)^2 - \Delta_0^2}; \end{aligned} \right\} (19)$$

et par conséquent la durée totale de l'éclipse est

$$\theta = t_2 - t_1 = \frac{2}{M} \sqrt{(\beta+\delta_1)^2 - \Delta_0^2}. \quad (20)$$

Si l'on veut avoir la durée maximum d'une éclipse, il faut d'abord faire $\Delta_0=0$ dans la formule (20), ce qui donne $\theta = \frac{2}{M} (\varepsilon+\delta_1)$; il faut ensuite prendre pour $\varepsilon+\delta_1$ sa valeur maximum $62' 38''$ ou $3758''$. On peut d'ailleurs prendre pour M le moyen mouvement synodique horaire de la lune, c'est-à-dire $\frac{1296000''}{24 \times 29,53}$ ou $\frac{54000''}{29,53}$. La formule devient alors $\theta = \frac{3758 \times 29,53}{27000}$ heures, ou $4^h, 11$.

Ainsi une éclipse de lune ne peut pas durer plus de 4 heures.

587 — Instants où commence et où finit l'éclipse totale; sa durée. L'éclipse totale, quand elle a lieu, commence au moment où φ atteint la valeur 1, c'est-à-dire où l'on a $\Delta = \varepsilon - \delta_1$; elle dure tant que Δ décroît à partir de cette valeur, et elle finit lorsque Δ , après avoir passé par son minimum Δ_0 , reprend la valeur $\varepsilon - \delta_1$ pour laquelle $\varphi = 1$. On aura donc les deux instants t'_1 et t'_2 , où commence et où finit l'éclipse totale, en posant, dans la formule (18), $\Delta = \varepsilon - \delta_1$; ce qui donne :

$$\left. \begin{aligned} t'_1 &= t_0 - \frac{1}{M} \sqrt{(\beta - \delta_1)^2 - \Delta_0^2}, \\ t'_2 &= t_0 + \frac{1}{M} \sqrt{(\beta - \delta_1)^2 - \Delta_0^2}. \end{aligned} \right\} (21)$$

Par suite, la durée de l'éclipse totale sera :

$$\theta' = t'_2 - t'_1 = \frac{2}{M} \sqrt{(\beta - \delta_1)^2 - \Delta_0^2}. \quad (22)$$

Pour avoir la durée maximum de l'éclipse, il faut d'abord faire $\Delta_0=0$ dans cette formule, ce qui donne $\theta' = \frac{2}{M} (\varepsilon - \delta_1)$; il faut ensuite prendre la valeur

maximum de $\epsilon - \delta_1$, qui est $31' 8''$ ou $1868''$, et enfin poser $M = \frac{54000''}{29,53}$. On

trouve alors $\theta' = \frac{1868 \times 29,53}{27000}$ heures, ou $2^h,04$.

Ainsi une éclipse totale de lune ne peut pas durer plus de 2 heures.

588 — Éclipse centrale. S'il arrive que $\Delta_0 = 0$, on a $\lambda = 0$. On dit alors que l'éclipse est *centrale*. La lune est à l'un de ses nœuds, au moment de l'opposition. C'est dans ce cas que la durée de l'éclipse atteint son maximum.

589 — Entrée de la lune dans la pénombre ; sortie. On calculera tout aussi facilement le moment où la lune entre dans la pénombre et celui où elle en sort. En effet, à l'un de ces instants, la distance des centres Δ (fig. 101, p. 216) est la somme des demi-diamètres de la lune et de la pénombre. Or le demi-diamètre ϵ' de la pénombre est l'angle $\angle TO$, et l'on voit aisément que l'on a :

$$TO = TO' + O'T;$$

et comme $O'T = CO'S = CTS + TCO' = \delta + P$,

on en conclut $\epsilon' = P_1 + P + \delta$. (23)

Donc $\Delta = \epsilon' + \delta_1$.

C'est cette valeur de Δ qu'il faudra introduire dans la formule (18), ce qui donnera :

$$t = t_0 \pm \frac{1}{M} \sqrt{(\beta' + \delta_1)^2 - \Delta_0^2}. \quad (24)$$

De même, au moment où la lune est tout entière dans la pénombre, on a :

$$\Delta = \epsilon' - \delta_1,$$

et, par suite, $t = t_0 \pm \frac{1}{M} \sqrt{(\beta' - \delta_1)^2 - \Delta_0^2}$. (25)

Mais ces formules ne servent pas.

590 — Remarque importante. Dans le calcul des éclipses de lune, il faut tenir compte d'une circonstance dont nous avons parlé (n° 316). Les couches inférieures de l'atmosphère, dont la densité est la plus grande, agissent comme si le rayon de la terre était plus grand qu'il n'est en réalité; et il faut, par suite, augmenter les demi-diamètres ϵ et ϵ' d'un soixantième de leur valeur, pour que le calcul soit d'accord avec l'observation. Ce sont ces valeurs ainsi modifiées qu'il faut porter dans les formules (7), (12), (14), (15), (16), (19), (20), (21), (22), (24) et (25), où se trouvent ϵ et ϵ' .

591 — Exemple d'un calcul d'éclipse de lune. Pour montrer la marche que l'on suit dans ces calculs, nous allons appliquer nos formules à l'éclipse des 13 et 14 novembre 1845. On trouve, dans l'éphéméride :

Instant de l'opposition : 1845, novembre 14, à $1^h 4^m 20^s,7$ du matin (temps moyen de Paris),

On calcule la latitude de la lune, à cet instant (n° 310), et l'on trouve :

$$\lambda = -27' 37'', 1 = -1657'', 1.$$

En comparant cette valeur avec les limites assignées (n°s 583 et 584), on reconnaît que *l'éclipse est certaine*, mais que *l'éclipse totale est douteuse*.

On prend alors, dans l'éphéméride, les données suivantes, relatives à l'instant de l'opposition :

$$\begin{aligned} P &= 8'', 7 & \delta &= 16' 12'', 3 = 972'', 3 \\ P_1 &= 55' 39'', 6 = 3339'', 6 & \delta_1 &= 15' 10'', 1 = 910'', 1. \end{aligned}$$

On y trouve encore :

$$n' = -173'', 9 \qquad m' - m = 1736'', 0.$$

Cela posé, on calcule d'abord I et M par les formules (10), et l'on trouve :

$$1^\circ \qquad I = -5^\circ 43' 13'', 4 \qquad M = 1744'', 7.$$

On détermine ϵ par la formule (6), et on le corrige, comme nous l'avons dit. On a ainsi :

$$\begin{aligned} \epsilon &= 2376'', 0 \\ \text{correction } \frac{\beta}{60} &= 39'', 6 \\ 2^\circ \qquad \epsilon \text{ corrigé} &= 2415'', 6. \end{aligned}$$

On calcule ensuite Δ_0 par la formule (13) $\Delta_0 = -\lambda \cos I$, et l'on trouve :

$$3^\circ \qquad \Delta_0 = 1648'', 8 = 27' 28'', 8.$$

Or, d'un autre côté, $\epsilon - \delta_1 = 1505'', 5$;

donc Δ_0 est plus grand que $\epsilon - \delta_1$; donc *l'éclipse ne peut pas être totale*.

Puisque l'éclipse n'est pas totale, on calcule sa plus grande phase φ_0 par la formule (16), qui donne :

$$4^\circ \qquad \varphi_0 = \frac{1676,9}{1820,2} = 0,92127.$$

Pour avoir φ_0 en *doigts*, on multiplierait cette fraction par 12, et l'on aurait : $\varphi_0 = 11$ doigts, 05.

On obtient ensuite l'instant de la plus grande phase par la formule (13); elle donne :

$$5^\circ \qquad t_0 = -5^m 40^s, 8.$$

Ainsi la plus grande phase a lieu $5^m 40^s, 8$ avant l'opposition, c'est-à-dire le 14 novembre, à $0^h 50^m 39^s, 9$.

Enfin on calcule le commencement et la fin de l'éclipse, à l'aide des formules (19) que l'on écrit ainsi :

$$t = t_0 \mp \frac{1}{M} \sqrt{(\beta + \delta_1 + \Delta_0)(\beta + \delta_1 - \Delta_0)}.$$

Il vient :

$$t = t_0 \mp \frac{\sqrt{4974,5 \times 1676,9}}{1744,7} \text{ heures} = t_0 \mp \frac{2888,2}{1744,7} \text{ heures} = t_0 \mp 1^h 39^m 19^s, 5.$$

Par conséquent $6^o t = 14$ novembre 1845, $0^h 58^m. 39^s,9 \mp 1^h 39^m 19^s,5$.

Ainsi *le commencement de l'éclipse a lieu* le 13 nov., à $11^h 19^m 20^s,4$ du soir, *et la fin*. le 14 nov., à $2^h 37^m 59^s,4$ du matin.

Par suite, *la durée de l'éclipse est* $\theta = 3^h 18^m 39^s$.

592—*Remarque.* Le criterium que nous avons donné (n° 583), pour juger de l'existence de l'éclipse, exige que l'on calcule la latitude de la lune, à l'instant de l'opposition. Or on peut éviter ce calcul. En effet, soient λ la latitude de la lune à cet instant, D la distance du centre de l'ombre au nœud voisin (ou, ce qui est la même chose, la distance du soleil à l'autre nœud), et i l'inclinaison de l'orbite de la lune sur le plan de l'écliptique. Le triangle rectangle Ω LG (fig. 164) donne, en ne tenant compte que des valeurs absolues :

$$\text{tang } \lambda = \text{tang } i \sin D, \quad \text{d'où } \sin D = \frac{\text{tang } \lambda}{\text{tang } i}.$$

Or, pour que l'éclipse soit certaine, il suffit que λ soit inférieure à une certaine limite λ' que nous avons assignée (n° 583), c'est-à-dire que l'on ait :

$\sin D < \frac{\text{tang } \lambda'}{\text{tang } i}$; et, pour qu'elle soit possible, il suffit que λ soit supé-

rieure à une autre limite λ'' , ou que l'on ait : $\sin D > \frac{\text{tang } \lambda''}{\text{tang } i}$. Si l'on rem-

place i dans la première inégalité par une valeur supérieure $5^o 17' 35''$, et dans la seconde par une valeur inférieure $5^o 0' 1''$, on en conclut que :

1° L'éclipse est certaine, si, vers l'opposition, la distance du soleil au nœud le plus voisin est inférieure à $9^o 31'$;

2° L'éclipse est impossible, si, au même instant, la distance du soleil au nœud est supérieure à $12^o 3'$.

Il suffit de jeter les yeux sur les tables pour reconnaître si, vers l'opposition, la distance du soleil à un nœud est plus petite ou plus grande qu'une quantité donnée.

Mais ce nouveau criterium ne peut guère servir que dans le cas où l'éclipse est impossible : car, si elle existe, ou même si elle est douteuse, il est nécessaire, pour les calculs ultérieurs, de déterminer la latitude λ .

593 — *Des lieux de la terre qui voient l'éclipse.* Comme la lune perd réellement sa lumière pendant l'éclipse, les différentes phases du phénomène sont absolument les mêmes pour tous les observateurs qui peuvent apercevoir l'astre, quelle que soit leur position. La parallaxe ne joue aucun rôle ici; les parallaxes qui entrent dans nos calculs n'y figurent, en effet, que comme expressions des distances des trois corps. Il n'en sera pas de même pour les éclipses de soleil.

Nous allons chercher quels sont les lieux de la terre qui verront le milieu

de l'éclipse. L'instant de ce milieu a été déterminé (par la formule 13) en temps moyen de Paris, et compté comme temps civil. En y ajoutant l'équation du temps, on a le temps vrai de Paris T_0 pour le milieu de l'éclipse. Si l'on convertit ce temps en degrés, on obtient l'angle horaire du soleil pour Paris (n° 28). Par conséquent, cet angle exprime la longitude géographique (par rapport à Paris) des points qui ont, à cet instant, le soleil dans leur méridien, longitude occidentale si T_0 est positif, orientale si T_0 est négatif. Cette longitude est, en particulier, celle du point qui a, à cet instant, le centre du soleil à son nadir et le centre de l'ombre à son zénith.

On peut aussi trouver la latitude géographique de ce point. Puisque l'ombre est au zénith, la latitude du point est mesurée par la déclinaison de l'ombre, c'est-à-dire par la déclinaison du soleil changée de signe, pour l'instant en question.

On connaît ainsi la position géographique du point qui voit le milieu de l'éclipse à son zénith. Tout l'hémisphère dont ce point est le pôle verra le milieu de l'éclipse.

On déterminera de même l'hémisphère qui verra le commencement ou la fin de l'éclipse.

NOTE XXVI (n° 314, p. 225).

Influence de l'atmosphère sur les éclipses de lune.

594—Calcul de la longueur du cône d'ombre de la terre, en tenant compte de la réfraction atmosphérique. Soit SD (fig. 169) un rayon incident, venu d'un

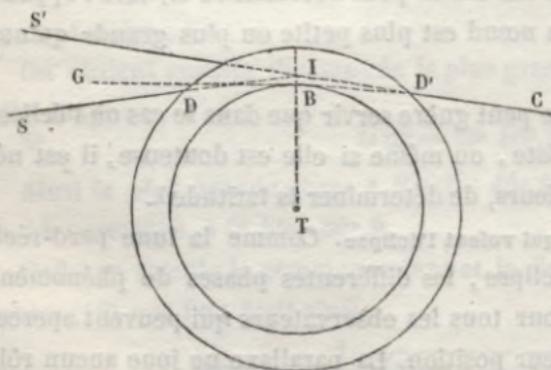


fig. 169.

point S du soleil, et entrant dans l'atmosphère en D; ce rayon s'infléchit (note XI), et va raser la terre en B; puis, à partir de ce point, il décrit une courbe BD' symétrique de BD par rapport à TB, sort de l'atmosphère en D', et continue sa route en ligne droite suivant D'C. Or cette dernière direction fait avec la direction SD un angle $S'S'$, double de celui qu'on nomme la *réfraction horizontale*, dont la valeur est $33'48'',9$, et que nous désignerons par ρ . Le point S

paraît donc, à l'observateur placé en C sur la ligne des centres du soleil et de la terre, dans la direction CS', qui fait avec la première SD l'angle 2ρ , et qui est sensiblement tangente à la surface de la terre.

Cela posé, revenons à la figure 104, p. 224, dans laquelle ABO sera le rayon incident venu du bord supérieur du soleil, et BC le rayon réfracté; le triangle CTB donne

$$CT = \frac{TB}{\sin BCT};$$

or l'angle BCT est la somme des angles $OBC = 2\rho$ et $COB = \delta - P$; donc la longueur nouvelle du cône d'ombre est :

$$x = \frac{r}{\sin(\delta + 2\rho - P)}. \quad (1)$$

Ainsi tout se passe comme si le demi-diamètre apparent du soleil était $\delta + 2\rho$, et que la réfraction n'existât pas. Cette formule fournit le point C de l'axe, où l'on commence à voir le point A par réfraction.

Pour avoir le point C', d'où l'on voit par réfraction un point A' du disque, il suffit évidemment de remplacer dans la formule (1) δ par la distance A'S. Si l'on veut trouver le point d'où le centre S devient visible par réfraction, on posera $\delta = 0$; et si l'on veut obtenir les points de l'axe de plus en plus éloignés, d'où l'on peut voir les points situés au-dessous du centre, et en particulier le point A'', on donnera à δ les valeurs qui correspondent aux distances de ces points au centre, en les affectant du signe —.

595—Applications. Rien n'est plus facile que d'exécuter le calcul de la formule (1), à l'aide des logarithmes, en remplaçant δ , ρ et P par leurs valeurs moyennes. On trouve ainsi :

Pour le bord supérieur A,	$x = 41,185 r$;
Pour le centre S,	$x = 50,968 r$;
Pour le bord inférieur A'',	$x = 66,629 r$.

On pourrait aussi calculer la portion du diamètre du disque du soleil qui serait visible de la lune, par réfraction, au moment d'une éclipse centrale : il suffirait de poser dans la formule (1), $x = 60 r$, et de résoudre, par rapport à δ , l'équation

$$\sin(\delta + 2\rho - P) = \frac{1}{60};$$

et l'on trouverait :

$$\delta = -10'11''.$$

Ainsi, un observateur placé dans la lune, au moment d'une éclipse centrale, verrait par réfraction, non-seulement le centre du soleil, mais encore les deux tiers du rayon SA''.

NOTE XXVII (nos 317 et suiv., p. 226).

Des éclipses de Soleil.

596—Formule préliminaire. Considérons encore le cône circonscrit au soleil et à la terre (fig. 102, p. 221). Décrivons du centre T une sphère de rayon TL; cette sphère coupera le *cône lumineux* suivant un cercle, et le plan de la figure suivant l'arc H'G'. Cet arc, ou l'angle H'TG' sera le demi-diamètre apparent de la section du cône lumineux à la distance de la lune; nous le désignerons par ϵ .

On voit aisément que ϵ est la somme des angles TOB et TH'B; d'ailleurs TOB est le demi-angle α au sommet du cône (n° 306), TH'B est la parallaxe P_1 de la lune; donc :

$$\epsilon = \delta + P_1 - P. \quad (1).$$

En remplaçant δ , P, P_1 , par leurs valeurs maximum ou minimum, on trouve

$$\text{max. de } \epsilon = 1^{\circ}17'36'',54 \quad \text{min. de } \epsilon = 1^{\circ}9'29'',25.$$

Le minimum de ϵ est presque le double du minimum du demi-diamètre de la section du cône d'ombre pure. Donc *les éclipses de soleil doivent être beaucoup plus fréquentes que les éclipses de lune.*

597—Condition nécessaire et suffisante pour qu'il y ait éclipse à un moment donné. Pour qu'à un instant donné il y ait éclipse de soleil pour quelque lieu de la terre, il faut et il suffit qu'à cet instant la lune soit en partie ou en totalité dans le cône lumineux. Pour cela, *il est nécessaire et suffisant que la distance angulaire Δ du centre de la lune au centre de la section du cône lumineux soit plus petite que la somme des demi-diamètres apparents ϵ et δ_1 , c'est-à-dire que l'on ait :*

$$\Delta < \epsilon + \delta_1 \quad \text{ou} \quad \Delta < \delta + \delta_1 + P_1 - P. \quad (2)$$

Décrivons du centre T (fig. 170) une sphère ayant pour rayon la distance TS de la terre au soleil. Soient, sur cette sphère, EE' l'orbite apparente du soleil, et VV' la trace du plan de l'orbite LL' de la lune. Soient, au moment de la conjonction, S et L les positions des centres du soleil et de la lune, situés dans le même cercle de latitude PGS; leur distance est alors SG, latitude de la lune. Soient, à un autre moment,

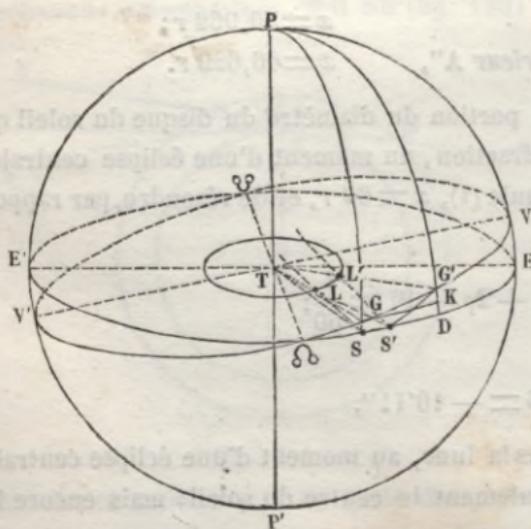


fig. 170.

S' et L' les deux centres; le point L', vu du point T, paraît projeté en G', et la distance Δ est mesurée par l'arc S'G'.

Comme le maximum du second membre de l'inégalité (2) est $1^{\circ}34'23'',54$, et que le minimum est $1^{\circ}24'12'',25$, on peut considérer comme plane la portion de la sphère céleste où s'exécutent les mouvements des deux corps pendant la durée de l'éclipse. D'ailleurs, si l'on mène le cercle de latitude PG'D, chacun des arcs S'D et G'D est moindre que Δ ; donc l'éclipse ne peut avoir lieu que près de la conjonction, et que si la lune est dans le voisinage de l'un de ses nœuds.

Cela posé, si l'on veut borner l'étude des éclipses de soleil à ce qu'on nomme l'éclipse générale, c'est-à-dire aux circonstances de l'entrée de la lune dans le cône lumineux, de sa demeure dans ce cône et de sa sortie, sans se préoccuper des lieux qui verront l'éclipse, le problème sera identiquement le même que celui des éclipses de lune.

598—Distance angulaire des centres de la lune et du soleil. Soit t un temps très-court, compté à partir de la conjonction; soient, au moment de la conjonction, λ la latitude de la lune, m le mouvement horaire du soleil en longitude, m' et n' ceux de la lune en longitude et en latitude. Soient S' et G' les positions apparentes du soleil et de la lune à l'époque t . Menons l'arc GK parallèle à l'écliptique. On aura

$$S'G' = \Delta, \quad SS' = mt, \quad SD = m't, \quad S'D = (m' - m)t, \quad G'D = \lambda + n't.$$

Dans le triangle rectiligne et rectangle G'S'D, on a donc :

$$\Delta^2 = (m' - m)^2 t^2 + (\lambda + n't)^2, \quad (3)$$

formule dans laquelle tout est connu, puisque λ se calcule comme on l'a vu (n^o 310).

On transforme cette formule, comme la formule (8) de la note XXV, en posant :

$$n' = M \sin I, \quad m' - m = M \cos I;$$

et l'on conclut de même que, pour qu'il y ait éclipse, il faut et il suffit que l'on ait, à l'instant de la conjonction,

$$\pm \lambda < \frac{\delta + \delta_1 + P_1 - P}{\cos I}. \quad (4)$$

Or, le 2^e membre de cette inégalité est compris entre $\frac{1^{\circ}34'24''}{\cos 6^{\circ}} = 1^{\circ}34'56''$

et $\frac{1^{\circ}24'12''}{\cos 5^{\circ}} = 1^{\circ}24'31''$. Donc :

1^o Si, à l'instant de la conjonction, la latitude de la lune est, en valeur absolue, inférieure à $\lambda' = 1^{\circ}24'31''$, il y a nécessairement éclipse de soleil, pour quel point de la terre.

2^o Si, à cet instant, la latitude de la lune est supérieure à $\lambda'' = 1^{\circ}34'56''$, il n'y a pas d'éclipse.

30 Si, à cet instant, la latitude de la lune est comprise entre $1^{\circ}24'31''$ et $1^{\circ}34'56''$, l'éclipse est douteuse; et il faut alors calculer la formule (4), qui donne la condition nécessaire et suffisante.

599—Commencement, fin et durée de l'éclipse. On reconnaît, comme au n^o 584, que le minimum de la distance Δ et l'époque où elle a lieu sont donnés par les formules

$$\left. \begin{aligned} \Delta_0 &= \pm \lambda \cos I, \\ t_0 &= -\frac{\lambda \sin I}{M}, \end{aligned} \right\} (5)$$

et que les instants du commencement et de la fin de l'éclipse générale sont fournis (n^o 584) par la formule

$$t = t_0 \mp \sqrt{(\beta + \delta_1)^2 - \Delta_0^2}. \quad (6)$$

Par suite la durée totale de l'éclipse est :

$$\theta = \frac{2}{M} \sqrt{(\beta + \delta_1)^2 - \Delta_0^2}. \quad (7)$$

Le maximum de cette durée s'obtiendra, en posant d'abord $\Delta_0 = 0$, puis en prenant pour $\beta + \delta_1$ sa valeur maximum $1^{\circ}34'24''$ ou $5664''$, et pour M le moyen mouvement synodique horaire de la lune $\frac{54000''}{29,53}$. On trouve ainsi :

$\theta = \frac{5664 \times 29,53}{27000}$ heures, ou $6^{\text{h}} 12^{\text{m}}$ environ. Une éclipse de soleil ne peut donc guère durer plus de 6 heures.

600—Remarque. Les calculs qui précèdent ne nous apprennent rien sur les circonstances du phénomène qu'on peut observer des différents points de la terre. Or, ces circonstances sont très-différentes d'un lieu à un autre. Quelquefois plusieurs de ces lieux peuvent voir la lune couvrir complètement le soleil, tandis que pour d'autres il n'y aura aucune éclipse. Ceci montre combien la parallaxe peut influer sur le phénomène.

601 — Éclipse centrale. Considérons le cas particulier d'une éclipse centrale pour un observateur placé au centre de la terre. On a trouvé (n^o 321) pour la longueur du cône d'ombre que la lune projette derrière elle :

$$x = 0,00244 \text{ SL.}$$

Or, dans le cas actuel, $\text{SL} = \text{ST} - \text{LT} = \frac{r}{P \sin 1''} - \frac{r}{P_1 \sin 1''}$;

donc
$$x = \frac{0,00244 r}{\sin 1''} \left(\frac{1}{P} - \frac{1}{P_1} \right). \quad (8)$$

Pour qu'il y ait éclipse totale pour quelque point de la surface de la terre,

quand il y a éclipse centrale pour le centre, c'est-à-dire quand $\Delta_0 = 0$, il faut et il suffit que l'on ait :

$$\alpha > LT - r, \quad \text{ou} \quad \frac{0,00244 r \left(1 - \frac{1}{P}\right)}{\sin 1''} > \frac{r}{P_1 \sin 1''} - r.$$

ou

$$P_1 > \frac{1,00244 P}{0,00244 + P \sin 1''}. \quad (9)$$

Or, le maximum du 2^o membre correspond au maximum de P, qui est $P = 8,75$, et ce maximum est $58'56''$. Donc l'éclipse totale est certaine, si P_1 est $> 58'56''$.

602 — Éclipse centrale totale. L'angle au sommet du cône d'ombre lunaire (fig. 105, p. 227), que nous désignons par 2α , est donné par la formule

$$\sin \alpha = \frac{LE}{LI}. \quad (10)$$

Si la lune est périgée et le soleil apogée, $LI = 59,35 r$ (n^o 321); donc

$$\sin \alpha = \frac{0,2728}{59,35}, \quad \text{d'où} \quad \alpha = \frac{0,2728}{59,35 \sin 1''} = 15'48'',1.$$

Dans ces conditions, l'éclipse centrale est nécessairement totale pour la région de la terre située sur l'axe SL; et l'on peut calculer l'étendue de la calotte sphérique interceptée par le cône d'ombre pure sur la surface terrestre. En effet, concevons le cône qui aurait pour sommet le centre de la terre, et pour base cette calotte; le demi-angle ε au sommet de ce cône et l'angle α peuvent être considérés comme les demi-diamètres apparents d'un même objet, vu du centre T et du point I; comme ils sont très-petits, ils sont en raison inverse des distances; on a donc :

$$\frac{\varepsilon}{\alpha} = \frac{IH + r}{r} = \frac{LI - LH + r}{r} = 59,35 - 55,95 + 1 = 4,4.$$

Ainsi $\varepsilon = 4,4\alpha = 4171'',64 = 1^{\circ}9'31'',64$.

Or la hauteur de la calotte est $r(1 - \cos \varepsilon)$ ou $2r \sin^2 \frac{\varepsilon}{2}$; donc l'aire de la calotte est $4\pi r^2 \sin^2 \frac{\varepsilon}{2}$, et son rapport à la surface de la terre est $\sin^2 \frac{\varepsilon}{2}$, ou $\left(\frac{\varepsilon}{2} \sin 1''\right)^2$. On trouve, en faisant le calcul, que le rapport est 0,00010226.

Ainsi la zone terrestre qui voit l'éclipse totale, à un moment donné, n'est guère que la dix-millième partie de la surface de la terre.

603 — Étudions maintenant la marche de l'axe du cône d'ombre, à la surface de la terre, dans le cas d'une éclipse centrale. Nous pourrons, dans ce cas, faire abstraction de l'inclinaison de l'orbite de la lune pendant la durée de l'éclipse.

604 — Marche de l'axe du cône d'ombre sur la terre immobile. Nous ferons d'abord abstraction de la rotation de la terre sur elle-même. Soit T (fig. 171)

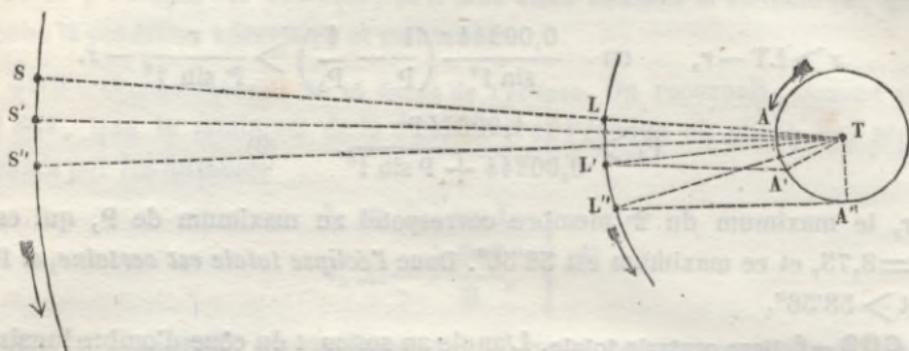


fig. 171.

la section de la terre par le plan de l'écliptique; soient SS' et LL' les orbites du soleil et de la lune; soient encore S et L les positions des centres des deux astres, au moment de la conjonction, et S' et L' leurs positions t heures après cet instant. L'axe du cône d'ombre est d'abord dirigé suivant SLT, et rencontre la terre en A. Après le temps t , cet axe a pris la direction S'L'A'. Joignons S'T et L'T. L'angle TL'A', extérieur au triangle S'L'T, est la somme des angles L'S'T et L'TS'; or le premier p est une fraction de la parallaxe P du soleil; quant à l'autre, on a $L'TS' = L'TL - S'TS$; il est donc le mouvement synodique de la lune pendant le temps t , ou Mt , en désignant par M le mouvement relatif horaire de la lune. Ainsi

$$TL'A' = p + Mt. \quad (11)$$

Au bout d'un certain temps, l'axe du cône d'ombre devient tangent à la terre; il prend alors la position S''L''A''. A cet instant, $p = P$, $TL'A' = P_1$ parallaxe horizontale de la lune. L'équation (11) devient donc

$$P_1 = P + Mt, \quad \text{d'où} \quad t = \frac{P_1 - P}{M}. \quad (12)$$

Si l'on remplace $P_1 - P$ par sa valeur maximum $3679''$, et M par $\frac{54000''}{29,53}$ (note XXV), on trouve $t = 2$ h. Ainsi il ne s'écoulera pas plus de deux heures entre l'instant de la conjonction et celui où l'axe du cône deviendra tangent à la terre; *cet axe n'emploiera donc pas plus de quatre heures à balayer la surface du globe.*

605 — Vitesse du centre de l'ombre. On peut aussi calculer l'arc AA' parcouru par le centre de l'ombre pendant le temps t . En effet, le triangle L'TA' nous donne :

$$\frac{\sin A'}{\sin L'} = \frac{d_1}{r}, \quad \text{ou} \quad \frac{\sin (T+L')}{\sin L'} = \frac{d_1}{r}, \quad (13)$$

formule dans laquelle, en négligeant p , on a $L' = Mt$, et qui fera connaître

l'angle LTA'. En ajoutant à cet angle l'angle L'TL décrit par la lune, on aura l'angle ATA', ou l'arc AA'.

D'après la formule (13), $\sin(T+L')$ vaut à peu près 60 fois $\sin L'$; donc l'angle $T+L'$ est beaucoup plus grand que l'angle L' ; il en est de même de l'angle T seul, et par suite de l'angle ATA'. Ainsi le mouvement de l'ombre est beaucoup plus rapide que le mouvement synodique de la lune, et, par suite, l'ombre doit se déplacer rapidement de l'ouest à l'est sur le globe.

Dans le voisinage de la conjonction, tant que T et L' restent très-petits, on peut substituer ces angles à leurs sinus, dans la formule (13), et l'on a :

$$\frac{T+L'}{L'} = \frac{d_1}{r}, \quad \text{d'où } T = \frac{d_1-r}{r}L', \quad \text{ou } T = 59L' \text{ environ.}$$

Ainsi, quand la lune parcourt un arc de 1' dans son mouvement synodique, l'ombre parcourt un arc de 59', augmenté du mouvement sidéral de la lune.

606—Influence du mouvement de rotation de la terre. Restituons maintenant à la terre son mouvement de rotation sur elle-même, qui a lieu dans le sens de la flèche. Supposons, pour plus de simplicité, l'équateur confondu avec l'écliptique; l'observateur placé en A se déplace dans le même sens que l'ombre. Le mouvement de rotation a donc pour effet de prolonger pour lui la durée de l'éclipse totale; et l'on peut calculer, dans ces conditions, le maximum de cette durée. En effet :

Le mouvement synodique de la lune en 1^m, ou l'an-

$$\text{gle TL'A'} = \frac{54000''}{29,53 \times 60} \dots \dots \dots = 30'',48$$

$$\text{L'angle L'TA'} = 59 \text{ TL'A'} \dots \dots \dots = 29' 58'',32$$

$$\text{Le mouvement sidéral de la lune en 1}^m = \frac{54000''}{27,32 \times 60} = 32'',94$$

$$\text{L'angle ATA', somme de ces deux angles.} \dots \dots \dots = 30' 31'',26$$

Tel est le mouvement angulaire de l'ombre, vu du centre de la terre.

$$\text{Le mouvement du point A, en 1}^m \dots \dots \dots = 15'$$

$$\text{Donc le mouvement relatif de l'ombre sur le point A} = 15' 31'',26.$$

D'un autre côté, le diamètre de l'ombre, vu du centre de la terre, ou $2\varepsilon = 20'19''3'',28$; donc autant de fois $15'31'',26$ seront contenues dans $20'19''3'',28$, autant l'ombre emploiera de minutes à passer de l'occident à l'orient du point A. Le calcul donne 8 à 9 minutes; ce nombre est trop fort, à cause des simplifications que nous nous sommes permises. En fait, une éclipse totale de soleil, pour un point donné, ne peut durer plus de 5 minutes.

607—Marche de l'ombre et de la pénombre. On comprend facilement main-

tenant quelle est la marche de l'ombre sur le disque de la terre. D'abord la pénombre est tangente à la surface en un point A (fig. 172), qui voit

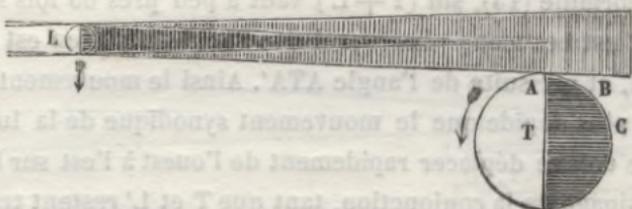


fig. 172.

ainsi commencer l'éclipse, au lever du soleil. Ce point se déplace dans le sens de la flèche, mais l'ombre va plus vite que lui dans le même sens; par suite, l'éclipse augmente, et bientôt elle devient totale pour lui (fig. 173).

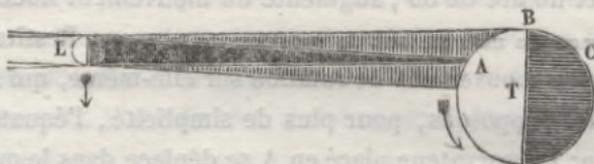


fig. 173.

En même temps un autre lieu B voit le soleil se lever éclipse partiellement. Le mouvement continuant, d'autres points C (fig. 174) ne voient le soleil se

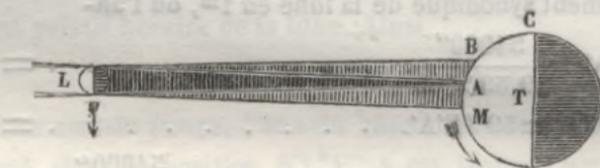


fig. 174.

lever qu'après l'éclipse; le point A la voit finir, ainsi que le point B; l'ombre envahit d'autres régions plus orientales M; et enfin il arrive un moment où, la pénombre devenant tangente à la terre au point N (fig. 175), ce point voit



fig. 175.

l'éclipse finir en même temps que le jour.

NOTE XXVIII (n° 327, p. 232).

Rétrogradation des nœuds de la Lune ; retour des éclipses.

608 — *Durée de la rétrogradation des nœuds de la lune.* Lorsqu'on mesure, par les procédés que nous avons donnés (n° 259), la *longitude du nœud ascendant* de la lune, on remarque qu'elle diminue à mesure que les révolutions lunaires s'accomplissent, c'est-à-dire que le nœud *rétrograde* sur l'écliptique. Ce mouvement, complètement analogue à celui des points équinoxiaux, s'explique de la même manière, par les attractions inégales que le soleil exerce sur la lune et sur la terre, dans leurs diverses positions relatives. Mais il est beaucoup plus rapide, et d'ailleurs sensiblement uniforme; tandis que la rétrogradation des points équinoxiaux accomplit sa révolution en 26000 ans, celle des nœuds ne dure que 18^{ans}218^j21^h, ou 6793^j,25. Ce mouvement se ralentit de siècle en siècle. De plus, par une autre analogie, l'inclinaison de l'orbite ne change pas dans cette rotation, de même que l'obliquité de l'écliptique reste invariable (n° 260).

609 — *Variation de l'inclinaison de l'orbite lunaire sur l'équateur.* Il résulte de là que l'axe de l'orbite de la lune décrit, en sens rétrograde, autour d'une parallèle à l'axe de l'écliptique, un cône circulaire droit dont le demi-angle au sommet est de 5°8'48'', en entraînant avec lui le plan de l'orbite auquel il reste perpendiculaire. C'est ce mouvement qui produit la variation de l'inclinaison de ce plan sur l'équateur. En effet, soient EE' et CC' (fig. 176) les traces des plans de l'équateur et de l'écliptique sur un plan perpendiculaire à la ligne des équinoxes. Supposons, pour plus de simplicité, que cette ligne reste fixe pendant une révolution de nœud. Il arrivera un moment où la ligne des nœuds coïncidera avec la ligne des équinoxes; alors

la trace du plan de l'orbite de la lune sur le plan de la figure sera une droite VTV', faisant avec CC' un angle de 5° 8' 48''. Puis, au bout de 9 ans 109 jours (moitié de 18 ans 218 jours), la ligne

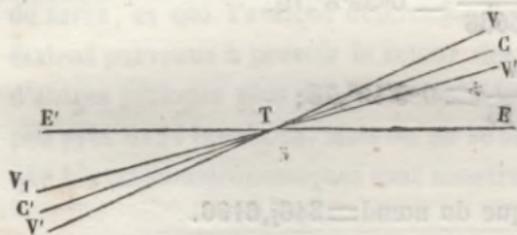


fig. 176.

des nœuds coïncidant de nouveau avec la ligne des équinoxes, et l'inclinaison sur l'écliptique restant constante, la trace de l'orbite sera une autre droite V₁TV'₁, faisant encore avec CC' le même angle 5°8'48''. On voit d'après cela que, dans la première position, l'inclinaison de l'orbite sur l'équateur EE' est la somme ETC + CTV ou 23° 27' 30'' + 5° 8' 48'' = 28° 36' 18''; et que, dans la seconde, elle est leur différence E'TC' - C'TV₁, ou 23° 27' 30'' - 5° 8' 48'' = 18° 18' 42''. C'est entre ces deux limites que varie

l'inclinaison sur l'équateur. On voit, en outre, que le plan de l'orbite lunaire est tantôt dans l'angle aigu de l'équateur avec l'écliptique, et tantôt en dehors de cet angle.

610—*Révolution synodique du nœud.* Si, pour être plus clair, on admet les mouvements apparents, et qu'on fasse tourner à la fois le soleil S et la lune L autour de la terre T dans leurs orbites respectives (fig. 177), avec leurs

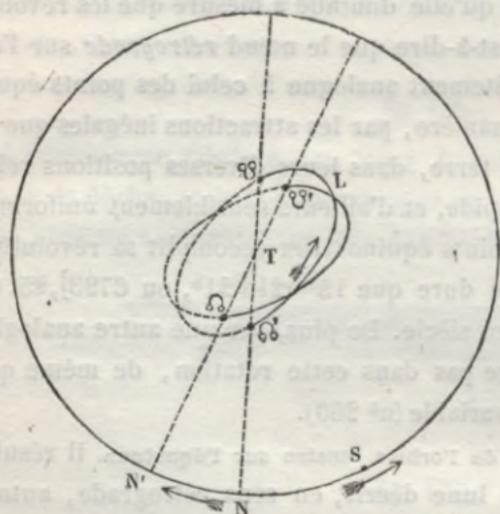


fig. 177.

vitesse angulaire propres, et si l'on choisit pour origine le moment où le soleil part du nœud ascendant N, il est évident que, lorsque cet astre reviendra, il trouvera le nœud en N' plus tôt qu'il ne l'aurait rencontré si ce dernier n'avait pas rétrogradé. On appelle *révolution synodique du nœud* le temps x que le soleil emploie ainsi à revenir au nœud. Il est facile de calculer ce temps. Car, désignons par V et V' les

vitesse, en un jour, du soleil et du nœud; les espaces parcourus par eux, en x jours, seront Vx et $V'x$: on a donc évidemment,

$$Vx + V'x = 360^\circ,$$

d'où

$$x = \frac{360^\circ}{V + V'}.$$

Or

$$V = \frac{360^\circ}{365,25638} = 0^\circ 59' 8'', 19,$$

$$V' = \frac{360^\circ}{6793,25} = 0^\circ 3' 10'', 78;$$

on tire de là :

$$\text{révolution synodique du nœud} = 346\text{j}, 6196.$$

611—*Retour des éclipses.* Pour qu'une éclipse de lune ou de soleil ait lieu, il faut, comme nous l'avons vu, qu'au moment de l'opposition ou de la conjonction, la lune se trouve dans le voisinage de l'un de ses nœuds; il faut, en d'autres termes, que la ligne des nœuds se confonde sensiblement avec les droites menées de la terre au centre du soleil et de la lune. Si ces conditions sont remplies à un moment donné, et qu'en conséquence une éclipse se produise, il est évident que la même éclipse se reproduira avec les mêmes phases et la même durée, lorsque les mouvements du soleil, de la lune et du

nœud ramèneront, dans la suite des temps, ces trois mobiles dans la même position relative.

612—Calcul de la période des éclipses. Or, après une révolution synodique du nœud, le nœud se retrouve dans la même position relativement au soleil; et après une révolution synodique de la lune, cet astre se retrouve aussi dans la même position par rapport au soleil. Si donc la première de ces révolutions était un multiple exact de la seconde; si, par exemple, une révolution synodique du nœud valait 12 révolutions synodiques de la lune, il est clair qu'après un temps égal à 346j,6196, les trois mobiles se retrouveraient dans la même position relative: cette durée serait une période, après laquelle les éclipses se reproduiraient dans le même ordre. Mais le rapport des

deux révolutions n'est pas aussi simple: car $\frac{346,6196}{29,53059} = 11,7376$. Si nous

formons les multiples successifs de ce rapport, nous trouverons que le 19^e multiple vaut 223,015. Par conséquent, en négligeant la petite fraction 0,015, on voit que 19 révolutions synodiques du nœud valent très-approximativement 223 lunaisons; et par suite, après une période de temps égale à 223 lunaisons, les trois mobiles se retrouveront très-sensiblement dans la même position relative. Cette période comprend 19 fois 346j,6196, ou 223 fois 29j,530588; elle vaut 6585j,50, ou 18 ans 11 jours environ. Si donc on a noté toutes les éclipses de lune ou de soleil, pendant une période de 18 ans 11 jours, on pourra prédire les éclipses qui arriveront dans la période suivante; car elles se reproduiront, à peu près les mêmes, et à 18 ans 11 jours de distance. En corrigeant les prévisions ainsi obtenues, par l'observation des nouvelles éclipses, quand elles se manifesteront, on prédira de même les éclipses de la troisième période, et ainsi de suite.

C'est ainsi que les Chaldéens, qui connaissaient cette période sous le nom de *saros*, et qui l'avaient déterminée par une longue suite d'observations, étaient parvenus à prévoir le retour des éclipses. On peut d'ailleurs trouver d'autres périodes plus exactes; ainsi 549 révolutions du nœud valent à très-peu près 6444 lunaisons. Mais on ne se sert plus de ces périodes, aujourd'hui que les tables astronomiques sont construites avec une admirable précision.

LIVRE V.—LES PLANÈTES.

NOTE XXIX (n^o 337, p. 238).

Détermination du mouvement des planètes.

613—Marche à suivre. Pour démontrer que les planètes tournent autour du soleil, nous suivrons la marche que nous avons plusieurs fois indiquée

dans ces leçons. Nous admettrons comme vraie la loi du mouvement des planètes autour du soleil; nous calculerons, *dans cette hypothèse*, toutes les circonstances de ce mouvement, et nous comparerons les résultats du calcul avec ceux de l'observation. Si nos conséquences théoriques se trouvent toutes vérifiées ainsi par l'expérience, nous en concluons que notre hypothèse est fondée en raison, et que le soleil est réellement le centre des mouvements observés.

614—Détermination de la ligne des nœuds. Et d'abord, si chaque planète se meut dans un plan qui contient le centre du soleil, elle doit percer le plan de l'écliptique en deux points diamétralement opposés par rapport à cet astre, et l'inclinaison des deux plans doit être constante. Vérifions ces deux conséquences.

Prenons le plan de l'écliptique pour plan de la figure : soient (fig. 178) T

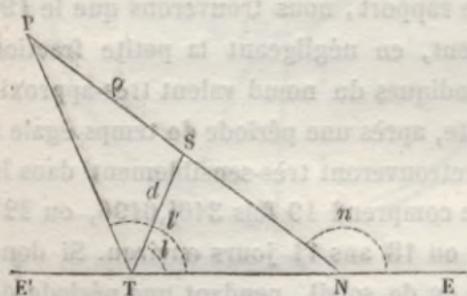


fig. 178.

le centre de la terre, S celui du soleil, et P la position d'une planète, au moment où elle traverse l'écliptique. Soit, en outre, EE', la ligne des équinoxes : joignons TS, TP, SP, et prolongeons SP jusqu'à la rencontre de EE' en N. Posons, à cet instant, $STE = l$, longitude du soleil; $PTE = l'$, longitude de la

planète; $PNE = n$, angle que la ligne SP fait avec EE'; soient d'ailleurs, $TS = d$, $SP = \rho$. Le triangle PST donne

$$\frac{SP}{ST} = \frac{\sin STP}{\sin SPT}, \quad \text{ou} \quad \frac{\rho}{d} = \frac{\sin (l' - l)}{\sin (n - l')}. \quad (1)$$

Or, l'instant où la planète traverse l'écliptique, et sa longitude l' s'obtiennent par de simples proportions, comme on détermine l'équinoxe et la position des points équinoxiaux (n° 125); car on a le tableau des longitudes et des latitudes de l'astre, déduites par le calcul (note I) du tableau de ses ascensions droites et de ses déclinaisons observées. On connaît d'ailleurs par les tables la longitude l du soleil et sa distance d à la terre à ce moment. La formule (1) fournit donc une relation entre ρ et n . A une autre époque, où la planète traverse encore le plan de l'écliptique, l, l', d ont des valeurs différentes que l'on mesure de la même manière : ces valeurs fournissent une nouvelle relation entre ρ et n , et ces deux relations suffisent pour déterminer ces deux éléments. Or, on peut, à chaque passage de la planète à travers l'écliptique, former une équation analogue; et l'on trouve que toutes ces équations sont sensiblement vérifiées par les mêmes valeurs de n et de ρ . Il faut en conclure que la distance ρ de la planète au soleil, lorsqu'elle se trouve dans l'écliptique, est à peu près constante; et que la ligne SP fait toujours

sensiblement le même angle avec la ligne des équinoxes; et comme cette dernière se meut parallèlement à elle-même (n° 223), on voit que la ligne SP reste fixe dans le plan de l'écliptique.

Le point où une planète passe de l'hémisphère austral dans l'hémisphère boréal se nomme le *nœud ascendant* de l'astre; le point où elle passe de l'hémisphère boréal dans l'hémisphère austral est le *nœud descendant*. La ligne SP, qui contient les deux nœuds, s'appelle la *ligne des nœuds*. On voit que, conformément à nos prévisions, la ligne des nœuds reste immobile, et passe par le centre du soleil. L'angle n se nomme la *longitude du nœud*.

615—Détermination de l'obliquité de l'orbite. D'autre part, concevons un plan mené par la ligne des nœuds et par le lieu qu'occupe la planète à une époque quelconque de son mouvement, et mesurons l'inclinaison de ce plan

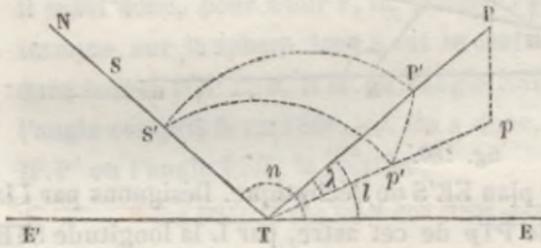


fig. 179.

sur l'écliptique. Pour cela, attendons le moment où la longitude du soleil est égale à la longitude n du nœud; et soient alors (fig. 179) T la terre, S le soleil, et EE' la ligne des équinoxes; EE'S est le plan de l'écliptique; l'angle $STE = n$ est la longitude du soleil, et ST est la ligne des nœuds. Soient, en outre, P la position de la planète, et p sa projection sur le plan de l'écliptique: PST est le plan qui contient alors la planète et la ligne des nœuds, $pTE = l$ est sa longitude, $PTp = \lambda$ est sa latitude. Or, le trièdre TSP p détermine, sur la sphère dont T est le centre, un triangle sphérique S' P' p' , rectangle en p' , dans lequel le côté $P'p' = \lambda$, $S'p' = n - l$, et l'angle $S' = i$ est l'inclinaison cherchée du plan PST sur le plan de l'écliptique. Ce triangle donne :

$$\text{tang } S' = \frac{\text{tang } P'p'}{\sin S'p'}, \quad \text{ou} \quad \text{tang } i = \frac{\text{tang } \lambda}{\sin (n - l)}. \quad (2)$$

Chaque fois que le soleil coïncidera avec le nœud de la planète, la longitude l et la latitude λ de celle-ci auront des valeurs différentes, et la formule (2) fournira une valeur de i . On trouve que cette valeur de i est constante. Ainsi, le plan, qui passe par la ligne des nœuds et par une position quelconque de la planète, fait constamment le même angle avec le plan de l'écliptique. Donc la planète se meut dans ce plan; ce qui confirme encore nos prévisions.

616—Ces calculs nous prouvent donc que chaque planète a une orbite plane, dont le plan passe par le soleil, et dont l'inclinaison sur le plan de l'écliptique ne varie pas. Nous avons à étudier maintenant le mouvement de l'astre sur son orbite. Pour cela, nous allons calculer le rayon vecteur mené

du soleil à la planète à un instant donné, et l'angle que ce rayon fait avec une ligne fixe prise dans le plan de l'orbite; nous choisirons pour ligne fixe la ligne des nœuds, maintenant déterminée.

617—Calcul de l'angle du rayon vecteur avec la ligne des nœuds. Soient (fig. 180) T, S, P, les positions de la terre, du soleil et de la planète, à l'époque considérée; EE' la ligne des équinoxes, et SN celle des nœuds. Soit p

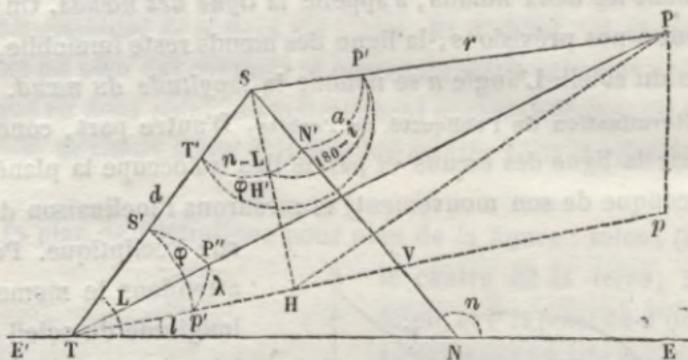


fig. 180.

la projection de la planète sur le plan EE'S de l'écliptique. Désignons par l la longitude pTE et par λ la latitude TPp de cet astre, par L la longitude STE du soleil, et par n celle du nœud ou l'angle SNE . Soit enfin représentée par i l'inclinaison du plan de l'orbite PSN sur celui de l'écliptique SNT . La lettre d représentera, comme précédemment, la distance ST du soleil à la terre. Les inconnues que nous voulons calculer sont l'angle $NSP = a$, et le rayon vecteur $SP = r$ de la planète.

L'angle trièdre $STNP$ détermine, sur la sphère dont S est le centre, un triangle $T'P'N'$, dans lequel le côté $P'N' = a$, et le côté $N'T' = n - L$: puis l'angle N' est égal au supplément de l'angle i : si donc on représente par φ l'angle T' , la trigonométrie sphérique donne, entre ces deux côtés et ces deux angles, la relation

$$\cotang a \sin (n-L) = \cos (n-L) \times \cos (180^\circ - i) + \sin (180^\circ - i) \cotang \varphi,$$

ou $\cotang a \sin (n-L) = -\cos (n-L) \cos i + \sin i \cotang \varphi.$

D'ailleurs, le triangle $TSPp$ détermine, sur la sphère dont T est le centre, un autre triangle sphérique $S'p'P''$, rectangle en p' , et dans lequel le côté $P''p' = \lambda$, le côté $S'p' = L - l$, et l'angle $S' = \varphi$; donc on a :

$$\tang \varphi = \frac{\tang \lambda}{\sin (L-l)}.$$

Substituant cette valeur dans la formule précédente, il vient :

$$\cotang a \sin (n-L) = -\cos (n-L) \cos i + \frac{\sin i \sin (L-l)}{\tang \lambda};$$

$$\text{d'où} \quad \cotang a = -\cos i \cotang (n-L) + \frac{\sin i \sin (L-l)}{\tang \lambda \sin (n-L)}. \quad (3)$$

Cette formule fournit l'angle a que le rayon vecteur de la planète fait avec la ligne des nœuds.

618 — Calcul du rayon vecteur d'une planète. Pour calculer la longueur de ce rayon lui-même, abaissons du point S une perpendiculaire SH sur Tp ; cette droite, située dans le plan de l'écliptique, est perpendiculaire, par cette cause, au plan PTp (car ce dernier est perpendiculaire à l'écliptique); elle est, par suite, perpendiculaire sur PH . Le triangle rectangle PSH donne donc :

$$SH = r \cos \text{PSH};$$

mais le triangle rectangle STH donne aussi :

$$SH = d \sin \text{STH} = d \sin (L-l);$$

on en conclut :

$$r \cos \text{PSH} = d \sin (L-l).$$

Il suffit donc, pour avoir r , de calculer l'angle PSH . Or le trièdre SPNH détermine, sur la sphère dont S est le centre, un triangle sphérique $P'N'H'$, dans lequel $P'N' = a$, $N'H'$ ou l'angle $\text{NSH} = \text{HVN} - 90^\circ = n - l - 90^\circ$, et l'angle compris $N' = 180^\circ - i$. On a donc, pour déterminer le troisième côté $H'P'$ ou l'angle PSH , la relation,

$$\cos \text{PSH} = \cos \text{PSN} \cos \text{NSH} + \sin \text{PSN} \sin \text{NSH} \cos N',$$

$$\text{ou } \cos \text{PSH} = \cos a \cos (n-l-90^\circ) - \sin a \sin (n-l-90^\circ) \cos i,$$

$$\text{ou enfin } \cos \text{PSH} = \cos a \sin (n-l) + \sin a \cos (n-l) \cos i.$$

Cette valeur, substituée dans celle de r , donne :

$$r = \frac{d \sin (L-l)}{\cos a \sin (n-l) + \sin a \cos (n-l) \cos i}. \quad (4)$$

Comme a est connu d'après la formule (3), cette formule (4) fait connaître la valeur de r .

Ces deux formules permettront donc de calculer à chaque instant la position de la planète sur son orbite; elles feront donc connaître toutes les circonstances de son mouvement. C'est en suivant cette marche que Képler a pu déterminer les lois qui portent son nom, et qui régissent les mouvements des planètes (n° 346).

NOTE XXX (n° 358, p. 254).

Calcul des éléments elliptiques des planètes.

619 — Première méthode pour résoudre le problème. Les calculs exposés dans la note précédente renferment tous les éléments de la solution du problème. En effet, nous avons appris (n° 614) à déterminer la longitude n du

nœud ascendant de la planète; puis nous avons calculé (n° 615) l'inclinaison i du plan de l'orbite sur le plan de l'écliptique; enfin, nous avons déterminé (n°s 617 et 618) les coordonnées polaires de la planète dans l'une de ses positions, c'est-à-dire sa distance r au soleil, et l'angle a que ce rayon vecteur fait avec la ligne des nœuds. Or, supposons qu'à deux autres époques quelconques, on mesure de même les coordonnées de la planète dans deux autres positions. On connaîtra ainsi trois points de l'ellipse qu'elle parcourt; et, comme son foyer est le lieu occupé par le soleil, ces trois positions suffiront pour déterminer la courbe entière, et les dimensions de ses axes, ainsi que leur direction. D'ailleurs la révolution sidérale se peut déduire de la longueur du grand axe, et la *loi des aires* donnera à chaque instant la position de la planète sur son orbite. Le problème sera ainsi complètement résolu.

620—Inconvénients de cette méthode. Mais on a dû remarquer que cette solution exige des observations faites à des époques et dans des circonstances particulières. Car, pour déterminer l'angle n , il a fallu attendre que la planète fût à son nœud, et l'observer dans cette position; pour mesurer l'inclinaison i , il a fallu choisir l'époque où la longitude du soleil était égale à celle du nœud. On comprend combien ces circonstances doivent apporter d'embarras dans la recherche du mouvement de la planète. Il est donc avantageux d'avoir un autre procédé, qui permet de déduire les six éléments elliptiques de trois observations quelconques de l'astre.

621—Deuxième méthode. Or, soient n la longitude du nœud ascendant; i l'inclinaison du plan de l'orbite sur celui de l'écliptique; a la longueur du

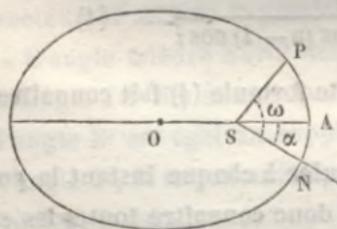


fig. 181.

semi-grand axe, et e l'excentricité; α l'angle que le grand axe fait avec la ligne des nœuds; θ le temps écoulé depuis le passage au périhélie jusqu'au moment de l'observation. Désignons, en outre, par ρ et ω , suivant l'usage, les coordonnées polaires de la planète à ce moment, c'est-à-dire le rayon vecteur SP (fig. 181) et l'angle PSN que ce rayon fait avec la ligne des nœuds. On a trouvé (note précédente, n°s 617 et 618) entre ces deux coordonnées, appelées alors r et a , les deux relations

$$\cotang \omega = -\cos i \cotang (n - L) + \frac{\sin i \sin (L - l)}{\tang \lambda \sin (n - L)}, \quad (1)$$

$$\rho = \frac{d \sin (L - l)}{\cos \omega \sin (n - l) + \sin \omega \cos (n - l) \cos i}, \quad (2)$$

dans lesquelles les longitudes L et l du soleil et de la planète, et la latitude λ de celle-ci sont données par l'observation, tandis que d , distance de la terre au soleil, a été déterminée antérieurement.

D'un autre côté, la deuxième loi de Képler assignant à la planète une orbite elliptique dont le soleil occupe le foyer, on a, d'après les premiers éléments de la géométrie analytique,

$$\rho = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos(\omega-\alpha)}. \quad (3)$$

Enfin, la loi des aires fournit une quatrième équation entre les mêmes éléments; car si A est le périhélie, et P la position actuelle de l'astre, le secteur décrit dans le temps θ sera ASP, et l'aire décrite pendant la durée T de la révolution sidérale, durée qu'on peut exprimer en fonction de a (n° 358), est celle de l'ellipse entière. Or, cette dernière est égale à $\pi a^2 \sqrt{1-e^2}$. Quant au secteur décrit, on peut le calculer en fonction de ρ et de $(\omega-\alpha)$, de a et de e , à l'aide du calcul intégral. Si donc on représente son expression par $s = f(\rho, \omega-\alpha, a, e)$, la loi des aires fournira la proportion:

$$\frac{s}{\pi a^2 \sqrt{1-e^2}} = \frac{\theta}{T}. \quad (4)$$

Si entre ces quatre équations on élimine ρ et ω , il reste deux équations entre les six inconnues, $n, i, a, e, \alpha, \theta$. Deux autres observations, faites à deux autres époques plus ou moins rapprochées, fourniront chacune deux nouvelles équations entre ces inconnues. On aura ainsi six équations pour résoudre le problème.

Ainsi trois observations quelconques suffisent pour déterminer le mouvement de la planète; mais, pour obtenir une plus grande précision, on en fait un grand nombre: chacune d'elles fournit deux équations de condition, et on applique à ces équations, pour obtenir les éléments avec la plus grande approximation, la méthode dite des moindres carrés.

NOTE XXXI (n° 379, p. 267).

Rapport des distances de Vénus au Soleil et à la Terre.

622—On peut déterminer facilement le rapport des distances de Vénus au soleil et à la terre, à l'époque de la conjonction, sans avoir besoin de connaître ni l'une ni l'autre distance. En effet, il est évident (fig. 117, p. 268) que l'on a :

$$\frac{AV}{VV'} = \frac{AV + VV'}{VV'} - 1 = \frac{AV'}{VV'} - 1.$$

Le rapport cherché $\frac{AV}{VV'}$ dépend donc du rapport $\frac{AV'}{VV'}$ des distances de la

terre et de Vénus au soleil. Or, si l'on désigne par ρ et ρ' ces distances, la deuxième loi de Képler donne :

$$\rho = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\omega - \alpha)}, \quad \rho' = \frac{a'(1 - e'^2)}{1 + e' \cos(\omega' - \alpha')}$$

Donc leur rapport $\frac{\rho}{\rho'}$ dépend du rapport $\frac{a}{a'}$, et de quantités que l'on sait déterminer avec précision. D'ailleurs la relation $\frac{a^3}{a'^3} = \frac{T^2}{T'^2}$ fait connaître $\frac{a}{a'}$: donc le rapport $\frac{\rho}{\rho'}$ est déterminé. On en conclut $\frac{\rho}{\rho'} - 1$, et, par suite, la parallaxe du soleil, comme nous le disons (n° 379).

NOTE XXXII (n° 385, p. 272).

Phases des planètes supérieures.

623 — Calcul de l'échancrure pour Mars, Jupiter et Saturne. Soit P

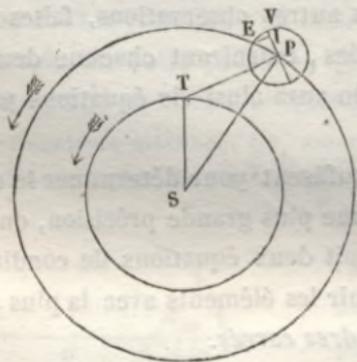


fig. 182.

$$\frac{\sin P}{\sin T} = \frac{ST}{SP}, \quad \text{d'où} \quad \sin P = \frac{ST}{SP} \sin T.$$

D'après cette formule, l'angle P a sa plus grande valeur lorsque $T = 90^\circ$, c'est-à-dire, lorsque la planète est en quadrature : alors $\sin P = \frac{ST}{SP}$. Il est donc facile de calculer l'angle P pour chaque planète. Ainsi :

$$\text{Pour Mars,} \quad \sin P = \frac{1}{1,52369};$$

donc

$$\log \sin P = \bar{1},8171033;$$

et, par suite,

$$P = 41^\circ 1' 10'' \text{ environ.}$$

De même, pour Jupiter, $\sin P = \frac{1}{5,20277}$, $\log \sin P = \bar{1},2837653$,

et $P = 11^{\circ} 4' 50''$ environ.

Enfin, pour Saturne, $P = \frac{1}{9,53885}$, $\log \sin P = \bar{1},0205040$,

et $P = 6^{\circ} 1'$ environ.

Mais l'arc du fuseau obscur se projette sur le diamètre en VI; et cette projection orthographique mesure pour nous l'échancrure apparente du disque

de la planète. Or, $VI = 1 - \cos P = 2 \sin^2 \frac{P}{2}$, en prenant le rayon de la planète pour unité. Donc on a :

$$\text{Pour Mars, } VI = 2 \sin^2 20^{\circ} 30' 35'' = 0,24550,$$

$$\text{Pour Jupiter, } VI = 2 \sin^2 5^{\circ} 32' 25'' = 0,018642,$$

$$\text{Pour Saturne, } VI = 2 \sin^2 3^{\circ} 0' 30'' = 0,0055085.$$

NOTE XXXIII (n^o 420, p. 290).

De l'aberration de la lumière.

624—**Mouvement annuel des étoiles.** Lorsqu'on observe attentivement les étoiles, on trouve qu'elles ne sont pas fixes, et qu'elles paraissent décrire annuellement un petit cercle, dont le diamètre sous-tend un angle d'environ $40'',890$. Ce cercle se projette sur la sphère céleste suivant une ellipse d'autant plus aplatie que la latitude de l'étoile est plus petite; mais son grand axe est, pour chacune, de $40'',890$. Cette constance ne permet pas d'attribuer le mouvement apparent à la parallaxe annuelle de l'étoile (note III) : car cette parallaxe est d'autant plus petite que l'étoile est plus éloignée; et le cercle qu'elle paraît décrire en conséquence suit la même loi. De plus, la parallaxe nous ferait voir l'astre dans la partie de son cercle annuel opposée à celle de l'écliptique dans laquelle nous nous trouvons; tandis que l'observation constate que nous le voyons à 90° en arrière de cette position.

625 — **Rapport des vitesses de la lumière et de la terre.** *Bradley*, qui a découvert ce phénomène, auquel on donne le nom d'*aberration*, en a trouvé l'explication réelle dans le rapport des vitesses de la lumière et de la terre. En effet, si nous désignons par d le rayon de l'orbite terrestre, que nous supposerons circulaire, la lumière parcourt cette distance en 498^s ¹; donc, en 1^s , elle parcourt $\frac{d}{498}$. D'un autre côté, la terre parcourt

$2\pi d$ en une année sidérale; donc, en un jour, elle parcourt $\frac{2\pi d}{365,25638}$,

¹ Plus exactement, en $497^s,77$.

et, en 1^s, $\frac{2\pi d}{365,25638 \times 86400}$. Le rapport des deux vitesses est donc $\frac{365,25638 \times 86400}{2\pi \times 498}$, ou 10000 environ.

Ainsi la vitesse de la lumière vaut à peu près 10000 fois celle de la terre.

626 — Position apparente d'un astre fixe, conséquence de ce rapport. Or, concevons (fig. 183) qu'un rayon lumineux, parti d'une étoile A, vienne

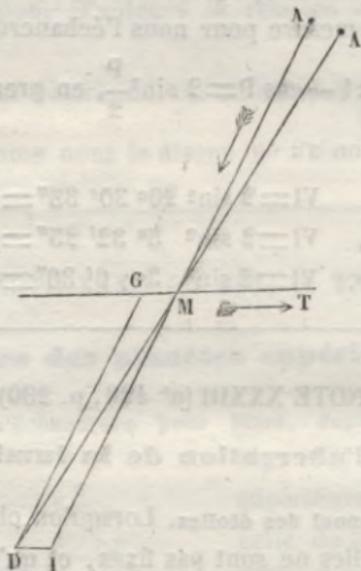


fig. 183.

frapper l'œil de l'observateur M, dans la direction AM, avec sa grande vitesse, pendant que celui-ci est en mouvement, suivant la tangente MT à son orbite, avec une vitesse dix mille fois moindre. Nous ne changerons rien à l'impression que reçoit l'observateur, si nous lui donnons, ainsi qu'au rayon lumineux, un mouvement commun égal et de sens contraire à celui qu'il possède sur son orbite; cela résulte des premières notions de la mécanique. Mais, par cette hypothèse, nous ramenons l'observateur au repos, c'est-à-dire à l'état qu'il croit être le sien. L'observateur reçoit donc la même impression que s'il était immobile, et que si le rayon lumineux avait deux vitesses, l'une dirigée suivant MI, et l'autre 10000 fois plus petite et dirigée suivant MG. Si donc on prend deux longueurs MI et MG, telles que $MI = 10000 MG$, et qu'on achève le parallélogramme MIDG, MD sera, d'après les lois de la composition des vitesses, la direction dans laquelle il percevra la sensation du rayon lumineux. L'astre lui paraîtra donc dans le prolongement MA' de cette direction, c'est-à-dire en avant de sa position réelle d'un angle égal à AMA'. C'est à cet angle qu'on donne le nom d'*aberration*.

627 — Explication de l'aberration dans le cas le plus simple. D'après cela, soit (fig. 184) TT' l'orbite annuelle de la terre, que nous supposons circu-

d'où l'on voit que $\frac{1}{10000}$ est la longueur de l'arc x dans le cercle de rayon 1 ;

on lui substituera la valeur $20'',445$, et l'on aura :

$$ATA' = 20'',445 \times \sin TA'A,$$

ou
$$ATA' = 20'',445 \times \sin ATH,$$

car l'angle ATH diffère très-peu de l'angle $TA'A$. Donc, en général, l'aberration, pour une étoile quelconque, est égale à un angle de $20'',445$, multiplié par le sinus de l'angle que la direction du rayon visuel mené à l'étoile fait avec celle du mouvement de la terre.

Ainsi l'aberration dépend de la direction de la terre dans son mouvement de translation autour du soleil ; et comme cette direction change à chaque instant, l'angle ATH varie perpétuellement. Le maximum correspond à $ATH = 90^\circ$, et est, pour toutes les étoiles, $ATA' = 20'',445$. Le minimum a lieu lorsque ATH est minimum, c'est-à-dire lorsque ATH est égal à la latitude λ de l'étoile ; alors $ATA' = 20'',445 \sin \lambda$. Ainsi le lieu des positions apparentes de l'astre est une ellipse d'autant plus aplatie que sa latitude est plus petite ; mais le demi-grand axe de cette ellipse sous-tend toujours un angle de $20'',445$. Ce résultat est d'accord avec l'observation.

629—*Aberration diurne.* Le mouvement de rotation de la terre sur son axe doit produire des effets analogues ; mais, la vitesse de ce mouvement étant plus de 60 fois moindre que celle du mouvement de translation, même pour l'habitant de l'équateur, l'aberration maximum, due à cette cause, ne sera que $\frac{20'',445}{60}$, ou $\frac{1}{3}$ de seconde environ. On a coutume de négliger cette quantité dans les calculs astronomiques.

630—*Preuve du mouvement de translation de la terre.* L'aberration, ainsi comprise, est une des preuves les plus évidentes du mouvement de translation de la terre autour du soleil. Car, si la terre était immobile en T , une étoile A serait vue constamment dans la direction TA , quelle que fût la vitesse de la lumière, et cette étoile paraîtrait immobile. Son mouvement apparent démontre donc matériellement celui de la terre.

631—*Aberration des planètes.* Il existe aussi un angle d'aberration pour les planètes et pour les astres qui ont un mouvement propre ; mais on le détermine moins simplement que celui des étoiles : car il dépend des trois vitesses de la lumière, de l'astre et de la terre.

Soit p la position apparente de la planète (fig. 185), au moment où la terre est en T sur son orbite TT' : l'observateur la voit dans la direction Tp . Mais Tp n'est pas la vraie direction du rayon lumineux parti de la planète : pour l'obtenir, il faut, d'après la théorie qui précède, mener à TT' , par le point p , une parallèle pP , dirigée en sens contraire du mouvement de la terre, et prendre sur cette droite une longueur pP égale au chemin que décrit

la terre pendant le temps que la lumière parcourt pT . Si l'on joint PT , cette droite sera la direction vraie du rayon qui vient frapper l'œil. Ainsi la planète était en P , lorsqu'elle a lancé le rayon qui parvient en T dans la direction apparente pT . Mais, pendant le temps qui s'est écoulé depuis son émission jusqu'à son arrivée en T , la planète a parcouru sur son orbite un arc PP' ; et elle est en P' , quand nous la voyons en p . L'angle d'aberration totale est donc $P'Tp$. Or, le triangle $P'pT$ donne :

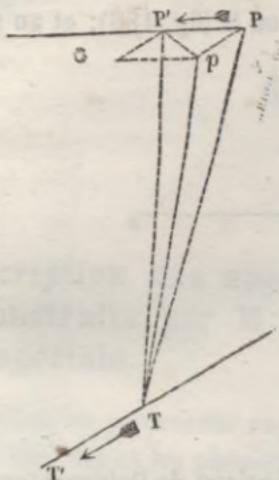


fig. 185.

$$\frac{\sin P'Tp}{\sin P'pT} = \frac{P'p}{P'T};$$

ou, en remplaçant $\sin P'Tp$ par l'arc,

$$P'Tp = \frac{P'p}{P'T} \sin P'pT.$$

$P'p$ est, en grandeur et en direction, la résultante du mouvement de la planète et d'un mouvement égal et contraire à celui de la terre, ou ce qu'on appelle le mouvement relatif de la planète (la terre étant supposée immobile); $P'T$ est le mouvement de la lumière; donc :

L'aberration d'une planète est égale au rapport de la vitesse relative de la planète et de la vitesse de la lumière, multiplié par le sinus de l'angle que les directions de ces vitesses font entre elles.

632—**Preuve de la rotation de la terre sur son axe.** Le mouvement de rotation de la terre donne lieu aussi à une aberration des planètes; comme cet effet est négligeable pour les étoiles (n° 629), il doit aussi l'être pour les planètes, puisqu'il ne dépend que du rapport des vitesses. Mais il n'en serait pas de même si la terre était immobile, et que la sphère céleste tournât autour d'elle en vingt-quatre heures: alors la vitesse de chaque planète serait comparable à celle de la lumière, comme l'est la vitesse de translation de la terre; de plus, cette vitesse serait très-variable, puisque les distances à la terre varient dans un rapport considérable. Il y aurait donc, pour ces astres, une aberration diurne fort appréciable. La non-existence de cette aberration est une preuve de l'immobilité de la sphère céleste et du mouvement de rotation de la terre autour de son axe.

633—**Erreur relative au lever des astres.** Un astre en mouvement, à une certaine distance de nous, ne nous apparaît pas, en général, en son lieu véritable. Quelques auteurs en ont conclu que, lorsqu'un observateur voit le soleil à l'horizon, il y a déjà $8^m 18^s$ qu'il est levé en réalité; et que, par conséquent, s'il était seulement cent fois plus loin de nous, nous le verrions se

lever au moment où il se couche. C'est là une erreur; car le lever du soleil n'est pas dû à un mouvement propre de cet astre, mais au mouvement de rotation de la terre sur elle-même. Le soleil est fixe en S (fig. 186); et au mo-

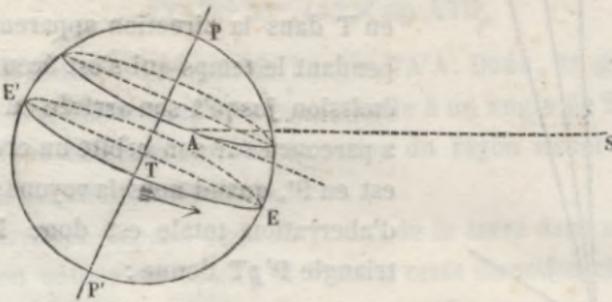


fig. 186.

ment où, par suite de la rotation de la terre T, l'horizon de l'observateur A vient le rencontrer, cet observateur reçoit le rayon SA lancé 8^m 18^s auparavant dans cette direction SA. D'ailleurs son mouvement autour de l'axe est dirigé, à ce moment, suivant la tangente en A au parallèle qu'il décrit en 24 heures. Ainsi les deux vitesses, et, par suite, leur résultante, sont dans le plan de l'horizon : le soleil lui apparaît donc à l'horizon, lorsqu'il y est réellement. Seulement, il n'apparaît pas toujours au point de l'horizon où il se trouve en réalité; mais comme nous l'avons dit, la différence est au-dessous d'un tiers de seconde.

FIN DES ADDITIONS.

APPENDICE.

I

Description des appareils uranographiques, inventés et construits par M. H. ROBERT, horloger de la marine impériale.

Lorsqu'un professeur expose à ses élèves les lois des mouvements des corps célestes et les phénomènes qui en résultent, il est souvent arrêté par la difficulté de les faire comprendre, à cause de leur complication et de leur grande variété. Les figures qu'il trace sur le tableau ne suffisent pas pour rendre claires ses démonstrations, parce que des mouvements simultanés ne sauraient être convenablement représentés par des tracés, où tout reste nécessairement immobile. Aussi a-t-on, à diverses époques, inventé des appareils destinés à venir en aide à l'intelligence de la jeunesse. On a d'abord construit des machines figurant le système solaire tout entier. Mais ces appareils curieux, savamment imaginés et exécutés avec art, ne remplissaient qu'imparfaitement le but qu'on s'était proposé : ils étaient compliqués, fort dispendieux, incommodes, et ils se prêtaient assez mal à la démonstration des phénomènes particuliers.

Un de nos plus habiles artistes, M. H. Robert, a pensé qu'il était possible de remédier à ces inconvénients. Il a construit, en conséquence, un appareil spécial pour chaque ordre de phénomènes résultant d'une même cause. Ces appareils, aujourd'hui au nombre de dix, sont maintenant employés avec succès dans tous les lycées de Paris, dans quelques lycées des départements, dans les séminaires, etc. Ils ne tarderont pas à être adoptés par toutes les autres maisons d'enseignement, qui en reconnaîtront aisément l'utilité. En en donnant ici la description sommaire, nous croyons être utile à nos élèves; et nous entrons d'ailleurs dans les vues de M. le ministre de l'instruction publique, qui, dans le nouveau règlement d'études, a prescrit l'emploi d'appareils uranographiques pour l'enseignement de la cosmographie dans les lycées.

PREMIER APPAREIL.

Appareil des saisons (fig. 1).

DESCRIPTION DE L'APPAREIL. — Au centre d'un plateau carré, représenté fig. 1, est une boule S portée par un support et figurant le soleil. Sur le plateau sont inscrits les mois de l'année, les différentes saisons et les signes

du zodiaque que la terre T parcourt successivement dans sa révolution. L'axe de la terre est terminé par un bouton destiné à produire le mouvement de rotation. On a donné à cet axe l'inclinaison réelle de $66^{\circ} \frac{1}{2}$ sur le plateau qui représente le plan de l'écliptique.

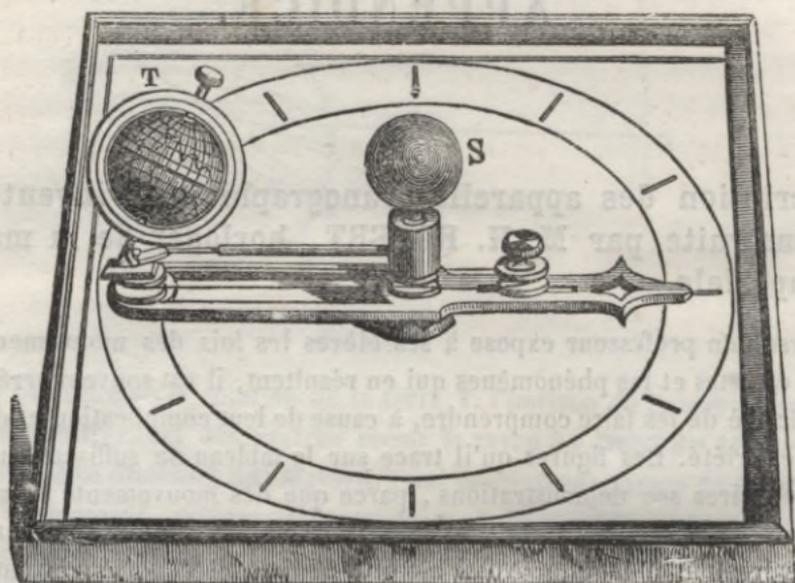


fig. I.

La terre est entourée par deux méridiens concentriques avec elle. Celui qui est le plus rapproché de la terre, et que nous appellerons méridien *sidéral*, est fixé à l'axe, et reste, comme cet axe, parallèle à lui-même dans le mouvement de translation; l'autre, qui sera le méridien *solaire*, tourne librement sur deux canons qui appartiennent au méridien sidéral et qui se trouvent aux deux extrémités de l'axe. Au méridien solaire est attachée la fourchette qui porte une tige traversant le support du soleil; cette fourchette a pour but de faire tourner le méridien solaire et de le maintenir dans un plan passant par le centre du soleil.

Il suffit de faire tourner la pointe de la flèche, dont la partie opposée porte la terre, pour faire mouvoir un système de poulies destiné à conserver à l'axe son parallélisme avec lui-même pendant le mouvement de translation. La figure représente la position de la terre au solstice d'été; le pôle arctique est tourné du côté du soleil. On conçoit facilement qu'après une demi-révolution, l'axe étant resté parallèle à lui-même, le pôle antarctique sera entièrement éclairé, tandis que le pôle nord restera dans l'obscurité. Les positions intermédiaires, où les deux pôles recevront également les rayons du soleil, représenteront les deux équinoxes.

JOUR ET NUIT. — En faisant tourner la terre sur elle-même d'occident en orient, on voit chaque point de sa surface passer successivement de la région éclairée par le soleil dans la région obscure et de celle-ci dans la première, et subir ainsi l'*alternative du jour et de la nuit*. Si l'on suppose qu'un observateur soit placé en ce point, et tourne le dos au pôle (dans l'hémi-

sphère boréal), le soleil lui apparaîtra vers sa gauche, semblera s'élever au-dessus de l'horizon, jusqu'à ce qu'il se trouve en face de lui; puis il s'éloignera vers la droite et disparaîtra sous l'horizon.

INÉGALITÉ DES JOURS ET DES NUITS. — Pour démontrer l'inégalité des jours et des nuits pour un même lieu à diverses époques de l'année, et pour des lieux différents à la même époque, il suffira de répéter sur l'appareil les explications que nous avons données (nos 228-232), en plaçant successivement la terre dans les positions qu'elle occupe aux équinoxes et aux solstices, et en la faisant tourner sur elle-même d'occident en orient dans chacune de ces positions. On verra ainsi se reproduire tous les phénomènes que nous avons décrits, et leur cause deviendra évidente.

SAISONS. — Il en sera de même du phénomène des saisons; car l'appareil montrera clairement comment varie l'inclinaison des rayons solaires sur l'horizon d'un lieu, aux diverses époques de l'année, et aussi comment cette inclinaison varie, pour une même époque, avec la latitude.

JOUR SOLAIRE, JOUR SIDÉRAL. — Lorsque la terre se transporte lentement autour du soleil, on voit le méridien sidéral se transporter parallèlement à lui-même, et le méridien solaire tourner d'un angle égal à la translation. Qu'on parte du solstice d'été, où les deux méridiens se confondent, et qu'on fasse tourner la terre rapidement autour de son axe, d'occident en orient, tandis qu'elle se transporte lentement dans le même sens autour du soleil; il est évident qu'un point de sa surface, pris sous le méridien sidéral au départ, se retrouvera sous ce méridien après une révolution complète; mais il n'arrivera qu'un peu plus tard sous le méridien solaire, qui s'est déplacé vers l'orient. Ainsi le jour solaire, mesuré par le retour sous le méridien solaire, est plus long que le jour sidéral mesuré par le retour sous le méridien sidéral.

ÉQUATION DU TEMPS. — Nous avons exposé dans cet ouvrage (nos 445 et suiv.) les causes qui rendent le jour solaire variable, tout en le laissant plus long que le jour sidéral. Dans l'appareil décrit ici, ces causes se traduisent par une variation dans l'écartement des deux méridiens après un jour sidéral. De là la nécessité du jour moyen et de la correction appelée *équation du temps*.

DEUXIÈME APPAREIL.

Appareil des phases de la lune (fig. 2).

DESCRIPTION DE L'APPAREIL. — Ce petit appareil comprend: 1^o la terre T, portée par un pied; 2^o la lune L, fixée sur une planchette horizontale, mobile dans son plan autour de la terre. On suppose le soleil en un point de l'appartement; par exemple, vers la fenêtre qui l'éclaire.

La lune a une figure qui est constamment tournée vers la terre. Elle porte une calotte noire hémisphérique, que l'on peut mettre en mouvement sans

la toucher, en faisant tourner le pied cylindrique *b* qui la porte. Dans toutes les positions que l'on donne à la lune, cette calotte doit être maintenue du côté opposé au soleil : elle est destinée à montrer aux yeux quelle est la partie de l'astre non éclairée.

ROTATION DE LA LUNE SUR ELLE-MÊME; JOUR LUNAIRE. — Si l'on fait tourner la planchette autour de la terre, d'occident en orient, on comprend immédiatement comment la lune, nous présentant toujours la même face, tourne nécessairement sur elle-même dans le temps qu'elle emploie à faire sa révolution mensuelle, puisqu'un observateur placé en un point de son équateur verrait successivement dans cet intervalle toutes les régions du ciel (n° 280). Si l'on imagine que la terre *T* tourne sur son axe, dans le même sens, on reconnaît que, pour un observateur placé à sa surface, le lever, le passage au méridien, le coucher de la lune, seront retardés chaque jour, par suite de son mouvement propre : ce qui explique pourquoi le jour lunaire est plus long que le jour sidéral (n° 282).

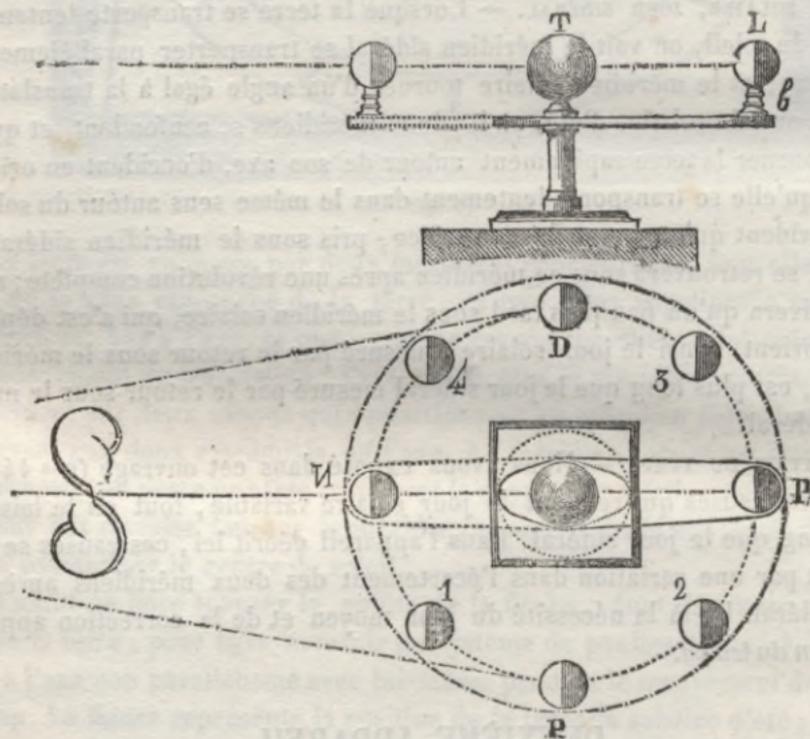


fig. 2.

PHASES. — Enfin, pour rendre compte des phases, on fait tourner autour de la terre *T* le plateau qui porte la lune, en maintenant de la main gauche, sur la table, le pied de l'appareil. On place d'abord la lune à l'opposition en *P*, en dirigeant la calotte hémisphérique à l'opposé du soleil, de manière que la face qui regarde la terre soit entièrement découverte : c'est le moment de la pleine lune. Puis on fait tourner l'astre d'occident en orient, en maintenant la calotte dans la position convenable, et on l'amène en *D* (dernier quartier), puis en *N* (nouvelle lune), puis en *P* (premier quartier).

Les positions 1, 2, 3, 4, représentent les premier, deuxième, troisième et quatrième octants. Dans chacune de ces positions, la calotte noire détermine, sur la surface sphérique, la ligne de séparation d'ombre et de lumière, et rend sensibles les aspects divers que la lune nous présente (n° 236).

TROISIÈME APPAREIL.

Appareil des éclipses (fig. 3).

DESCRIPTION DE L'APPAREIL.—Une boule S, placée sur un support, représente le soleil. Une autre boule T, placée sur un autre support, représente la terre. Leurs centres sont dans un même plan E, qui figure l'écliptique. Le support de la terre repose sur un plateau, mobile dans son plan autour du soleil. Un cercle découpé, incliné sur l'écliptique de $5^{\circ} 9'$, est l'orbite de la lune; cet astre est lui-même représenté par la petite sphère d'ivoire *l* que porte ce cercle.

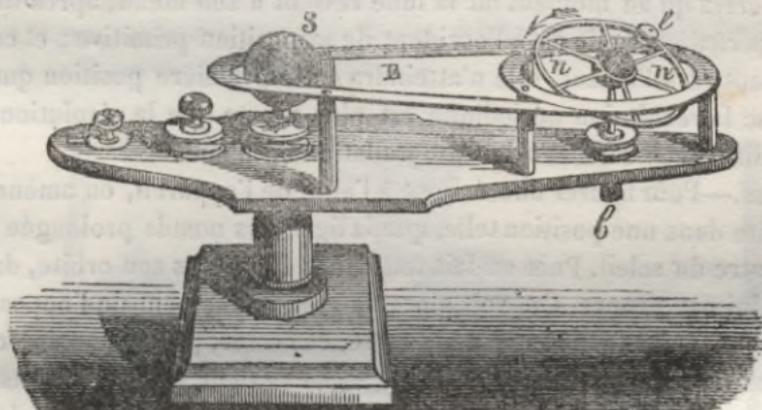


fig. 3.

Un système de poulies met en mouvement tout l'appareil. On tend d'abord les cordes en desserrant le bouton de cuivre qui surmonte chacune d'elles, et en le serrant après avoir écarté la poulie autant que possible. Il suffit alors de faire tourner à la main le plateau autour de l'axe de la colonne, dans le sens convenable (de droite à gauche pour l'observateur placé en S) : on voit en même temps le cercle tourner autour de la terre dans le même sens, en entraînant la lune *l* dans son mouvement. Le plan de ce cercle conserve son inclinaison sur celui de l'écliptique, pendant la révolution de la terre.

RÉTROGRADATION DES NŒUDS. — Une circonférence, placée dans le plan de l'écliptique, entoure l'orbite lunaire (fig. 3) : elle porte les douze signes du zodiaque. Si l'on observe, à un certain moment, la position de la ligne des nœuds *nn'*, par rapport à ces signes, on remarque qu'après une révolution entière de la terre, cette ligne a *rétrogradé* d'environ 20 degrés vers l'occident, et qu'il en est de même à chaque révolution. Pour constater ainsi cette

rétrogradation de la ligne des nœuds, il faut avoir soin de ramener la terre au point de départ, afin que les signes aient la même orientation qu'à l'origine du mouvement. Rien n'est plus facile à comprendre que ce mouvement, lorsqu'on le voit s'exécuter sur l'appareil.

RÉVOLUTION SYNODIQUE, SIDÉRALE ET PÉRIODIQUE DE LA LUNE.—Le mouvement de l'appareil rend palpable la différence qui existe entre les révolutions sidérale, synodique et périodique de la lune. Placez la lune en opposition avec le soleil, et prenez, sur les murs de l'appartement, le point vers lequel se dirige la droite qui joint le centre de la terre à celui de la lune. Puis faites mouvoir l'appareil, jusqu'à ce que la lune revienne en opposition; et vous verrez qu'avant d'arriver à cette position, la lune a passé devant le point marqué sur le mur, et qui figure une étoile: ainsi la révolution *sidérale*, mesurée par le retour à l'étoile, est plus courte que la révolution *synodique*, mesurée par son retour à la syzygie; et la différence est due au mouvement de la terre pendant la lunaison. D'un autre côté, suivez le mouvement rétrograde du nœud ascendant pendant une révolution de la lune, et vous verrez qu'au moment où la lune revient à son nœud, après une révolution *périodique*, elle est à l'occident de sa position primitive; et comme elle se meut vers l'orient, elle n'atteindra cette première position que plus tard: donc la révolution périodique est plus courte que la révolution sidérale; la différence est due à la rétrogradation du nœud.

ÉCLIPSES.—Pour figurer une éclipse à l'aide de l'appareil, on amène l'orbite lunaire dans une position telle, que la ligne des nœuds prolongée passe par le centre du soleil. Puis on fait tourner la lune dans son orbite, dans le sens qui lui est propre. On voit alors l'astre, au moment de l'opposition, pénétrer dans le cône d'ombre de la terre, et cesser, par suite, de recevoir les rayons du soleil. L'éclipse, visible à la fois pour tous les points de la terre qui ont en ce moment la lune sur l'horizon, commence par le bord oriental, pour finir par le bord occidental.

Si l'on suit le mouvement du satellite, on voit ensuite son centre, au moment de la conjonction, passer sur la droite qui joint ceux du soleil et de la terre; et il est évident qu'il doit intercepter alors, pour la terre, une partie ou la totalité des rayons du soleil. Il échancre d'abord le bord occidental, et l'éclipse finit par le bord oriental. Mais cette éclipse n'est pas visible pour tous ni au même instant, à cause du peu de largeur du cône d'ombre de la lune: on reconnaîtra facilement que la pointe du cône rencontre successivement les différents points d'une zone terrestre, en allant de l'occident à l'orient.

Pour qu'il y ait éclipse, il faut évidemment, qu'au moment d'une syzygie, le centre de la lune se trouve dans le voisinage de son nœud. Or, si l'on continue à faire mouvoir la lune dans son orbite, on s'aperçoit, qu'à cause de la translation de la terre autour du soleil, la ligne des nœuds, qui reste sensiblement parallèle à elle-même dans le cours d'une lunaison, s'écarte peu à peu de la ligne qui joint les centres de la terre et du soleil. Il en résulte

que, lorsque la lune revient à son nœud, elle n'est pas encore revenue à la syzygie; et lorsque ce dernier moment est arrivé, elle est au-dessus ou au-dessous de l'écliptique, mais trop loin de ce plan pour pouvoir être éclipsée ou pour éclipser le soleil. C'est ainsi que l'on s'explique pourquoi il n'y a pas d'éclipse à toutes les syzygies (nos 308 et 322).

QUATRIÈME APPAREIL.

Appareil des librations de la lune (fig. 4).

DESCRIPTION DE L'APPAREIL. — Les diverses librations de la lune ont été exposées et expliquées (nos 284 et suiv.). M. Robert a construit, pour en rendre compte, un appareil très-simple, représenté fig. 4.

Près du centre du plateau se trouve une boule T figurant la terre. Une autre boule L, représentant la lune, tourne autour de ce centre, et fait ainsi sa révolution dans un cercle excentrique à la terre, qui peut très-bien représenter ici son orbite elliptique. Elle est portée par un axe qui n'est pas tout à fait perpendiculaire au plan de son orbite, et qui reste parallèle à lui-même dans le mouvement de translation.

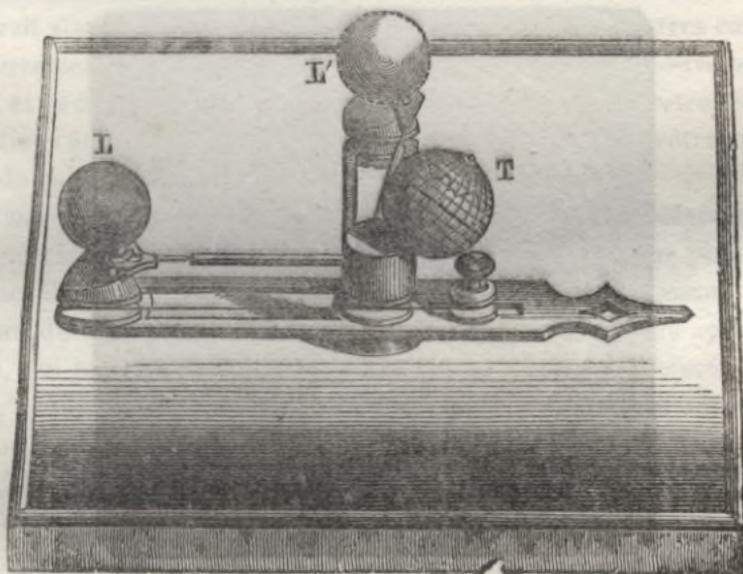


fig. 4.

LIBRATION EN LATITUDE. — Si l'on met la lune en mouvement, on voit qu'un point, pris à la surface de la terre, aperçoit successivement les deux pôles lunaires dans l'intervalle d'une révolution; de sorte que la figure qui est toujours tournée vers nous paraît osciller (comme si elle disait *oui*) autour d'un axe parallèle à l'orbite. C'est la libration en latitude: elle est due à l'inclinaison de l'axe lunaire sur le plan de l'orbite de notre satellite (n° 287).

LIBRATION EN LONGITUDE. — D'un autre côté, si l'on observe attentivement la face de la lune en L', lorsqu'elle va du périégée à l'apogée, on remarque que le bord postérieur ou occidental se découvre peu à peu, tandis que le

bord antérieur se cache; et que, dans la deuxième partie de sa révolution, c'est au contraire le bord oriental que l'on découvre: la lune paraît ainsi osciller (comme si elle disait *non*) autour d'un axe perpendiculaire à l'orbite. C'est la libration en longitude: elle est due à cette circonstance que le mouvement de rotation est uniforme, tandis que le mouvement de translation ne l'est pas (n° 285).

Quant à la libration diurne, elle est peu importante, et on la comprend aisément quand on a compris les deux autres (n° 289).

CINQUIÈME APPAREIL.

Appareil des stations et des rétrogradations des planètes (fig. 5).

DESCRIPTION DE L'APPAREIL. — On connaît les singulières apparences que présente le mouvement d'une planète supérieure: elles ont été exposées en détail dans cet ouvrage (n° 384). Voici l'appareil que M. Robert a imaginé, pour démontrer que ces apparences ne sont qu'une illusion due aux mouvements combinés de la planète et de la terre autour du soleil.

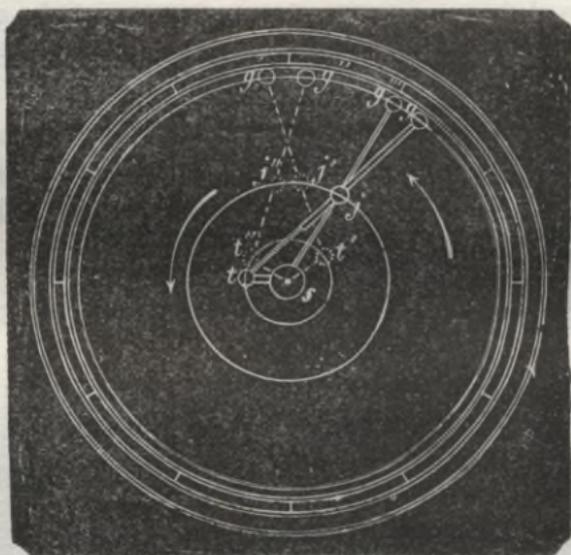


fig. 5.

Deux boules t , j , représentant, l'une la terre, et l'autre Jupiter, sont portées par deux tiges mobiles, et peuvent être mises en mouvement autour du soleil s , par un petit corps de rouages placé derrière le tableau. La vitesse angulaire de la terre est douze fois celle de Jupiter, ainsi que cela a lieu réellement.

La tige qui joint le soleil à Jupiter est prolongée au delà de cette planète, et terminée par un disque g'' , qui figure la position apparente de Jupiter au milieu des étoiles, pour un observateur placé dans le soleil. Une autre tige va de la terre à Jupiter, et se prolonge également au delà jusqu'à

un disque g , destiné à marquer au même instant la position apparente de la planète, pour un observateur placé sur la terre.

STATION ET RÉTROGRADATION D'UNE PLANÈTE SUPÉRIEURE.—Si l'on fait mouvoir le système de rouages dans le sens convenable, on voit la terre et la planète exécuter leur mouvement d'occident en orient, avec leurs vitesses inégales, d'une manière régulière, quoique non uniforme. Le disque g''' se meut, comme Jupiter, constamment dans le même sens; et l'observateur placé en s voit sa révolution s'accomplir de droite à gauche, comme celle de la lune autour de nous. Mais il n'en est pas de même pour l'observateur placé sur la terre.

Car si l'on suppose la terre en t et Jupiter en j , cet astre est vu de la terre en g ; et si l'on fait marcher les deux planètes dans le sens où elles se meuvent réellement, comme l'indiquent les flèches, on voit le disque g se mouvoir dans le même sens, et atteindre la position g' , lorsque la terre est venue en t' . Mais à partir de ce moment où la tige $t'j'g'$ est tangente à l'orbite terrestre, on voit le disque, après être resté quelque temps immobile en g' , rétrograder vers g'' , tandis que la terre va de t' en t'' , et Jupiter de j' en j'' . Puis, lorsque la tige est devenue de nouveau tangente à l'orbite terrestre en $t''j''g''$, le mouvement du disque, qui s'est ralenti, s'annule encore, et Jupiter paraît stationnaire en g'' . Mais peu après, les deux astres continuant leur mouvement direct, on voit le disque reprendre son mouvement vers l'orient, et le continuer jusqu'à ce que la terre et Jupiter se retrouvent dans des positions analogues à t' et à j' : alors il y a station, puis rétrogradation, et ainsi de suite.

On remarque aisément que la vitesse du disque g , qui représente les positions successives de Jupiter dans le ciel, pour l'observateur placé sur la terre, s'accélère à partir des stations jusqu'à un certain maximum, puis décroît pour devenir nulle à la station suivante. On remarque aussi que le disque g , qui se meut uniformément dans un même sens, coïncide avec le disque g''' , toutes les fois que Jupiter et le soleil sont en conjonction ou en opposition, mais qu'ils sont séparés dans toute autre position. On comprend ainsi la différence qui existe entre la longitude héliocentrique qui mesure le mouvement angulaire de la ligne qui joint Jupiter au soleil, et la longitude géocentrique qui mesure celui de la ligne qui joint Jupiter à la terre.

Cet ingénieux appareil est, comme on le voit, parfaitement disposé pour montrer aux yeux le phénomène compliqué des stations et rétrogradations des planètes supérieures.

SIXIÈME APPAREIL.

Appareil pour la chute des corps (fig. 6).

Lorsqu'un corps A (fig. 6) est lancé par une force horizontale dans la direction $A'B'$, cette force, combinée avec l'action de la pesanteur, lui fai

décrire une courbe parabolique AbC , et le temps qu'il emploie à parcourir cette courbe, pour arriver au plan horizontal, est égal à celui qu'il mettrait à tomber suivant la verticale AB .

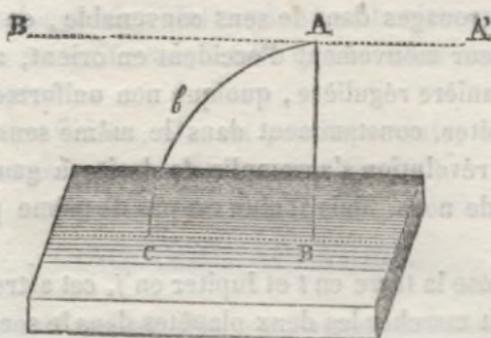


fig. 6.

L'appareil destiné à démontrer le phénomène énoncé ci-dessus se compose d'un plateau de bois muni d'une coulisse dans laquelle peut glisser une règle à détente, garnie, à l'une de ses extrémités, d'un bouton B (fig. 7).



fig. 7.

Supposons l'appareil posé horizontalement à deux mètres de hauteur au moins. Si l'on met une bille L sous le ressort R , et que l'on tire le bouton B , cette bille sera maintenue par le ressort contre le plateau de bois.

Si maintenant on met une seconde bille L' , semblable à la première, dans l'intérieur de la coulisse, et qu'on lâche ensuite le bouton B , la bille L' sera lancée horizontalement, tandis que la bille L deviendra libre et tombera sous la seule action de la pesanteur.

Pour que l'expérience soit bien faite, il faut qu'à la chute des deux corps on n'entende frapper qu'un seul et même coup. La condition essentielle est que l'appareil et le plancher soient horizontaux ou dans des plans parallèles.

SEPTIÈME APPAREIL.

Appareil servant à démontrer l'inégalité des saisons (fig. 8).

Cet appareil a pour objet de montrer que le déplacement de la ligne des équinoxes, dans le sens rétrograde, et le mouvement de la ligne des absides de l'orbite de la terre, dans le sens direct, contribuent chacun séparément à changer la valeur de la surface des quatre secteurs de l'orbite ter-

restre que forment par leur intersection la ligne des équinoxes et celle des solstices. D'où il résulte que l'étendue des quatre parties de l'orbite de la terre, dont chacune correspond à une saison, varie constamment, et qu'ainsi les durées des saisons ne peuvent être ni égales, ni constamment les mêmes.

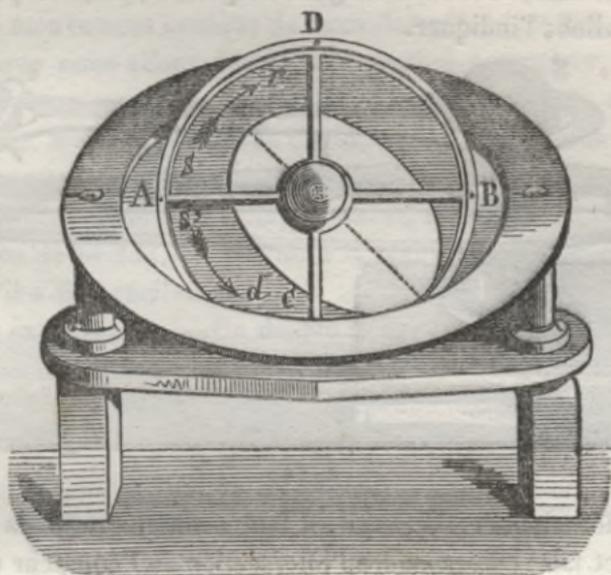


fig. 8.

Les deux lignes formées par le croisillon ABCD (fig. 8) représentent la ligne des équinoxes et celle des solstices. Ce croisillon peut tourner autour du centre de l'appareil; pour cela on n'a qu'à le faire mouvoir par l'un des quatre boutons placés en A, B, C, D.

Quant à l'ellipse, on la fait tourner au moyen du bouton placé sous l'appareil.

Pour imiter ce qui se passe dans la nature, si l'on fait tourner lentement le croisillon dans le sens rétrograde indiqué par la flèche $s r$, et qu'on imprime en même temps à l'ellipse un mouvement de rotation dans le sens direct de la flèche $s' d$, on voit à chaque instant varier l'étendue des quatre secteurs, et par conséquent la durée des saisons, puisque chaque saison est représentée par l'aire comprise entre deux des quatre rayons vecteurs, qui ne sont autres que les barrettes du croisillon.

HUITIÈME APPAREIL.

Appareil de la précession des équinoxes (partie physique)
(fig. 9).

Cet appareil est destiné à représenter simplement le fait physique de la précession des équinoxes, et à faire voir la différence de durée qui existe entre l'année équinoxiale ou tropique et l'année sidérale.

Il se compose d'une boule S figurant le soleil et portée par un pied; d'un

plateau EE coupant le soleil et la terre en deux parties égales, destiné à représenter le plan de l'écliptique; d'une terre T, dont l'axe est incliné sur le plan de l'écliptique et maintenu *sensiblement* parallèle à lui-même par un système de poulies; le cercle e figure l'équateur, dont la position varie, comme nous allons l'indiquer.

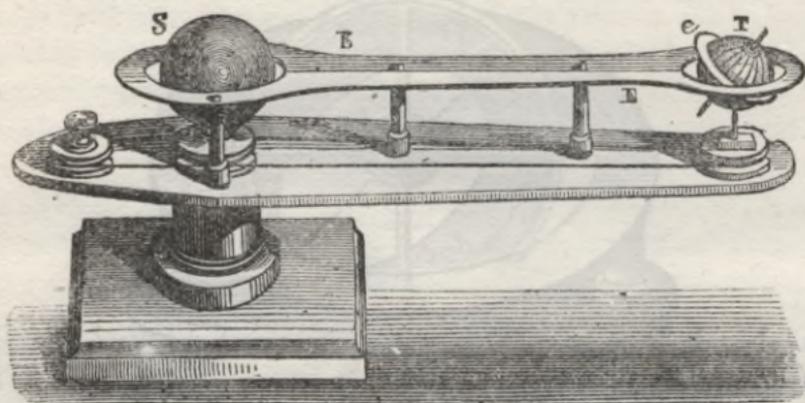


fig. 9.

Pour faire fonctionner l'appareil, il faut maintenir avec la main le pied qui le porte, et faire correspondre l'intersection de l'équateur et du plan de l'écliptique avec une ligne gravée sur le plateau qui représente l'écliptique. On amènera l'intersection des deux plans à ce point, en tournant l'extrémité de la planchette horizontale sur laquelle est fixée la terre.

Il faut alors remarquer un point sur un des murs de l'appartement, et dans le prolongement de la ligne à laquelle on a fait correspondre l'intersection; cet endroit représentera un point fixe de l'espace, une étoile, par exemple.

Si, à partir de là, on fait faire à la terre sa révolution autour du soleil, on verra que l'intersection de l'équateur et de l'écliptique, qui se trouvait tout à l'heure correspondre à la ligne marquée sur le plateau et au point fixe pris dans l'espace, se produit un peu avant que la terre soit revenue en conjonction avec ce point; il y a donc eu *précession de l'équinoxe*, puisqu'il faut encore à la terre un certain temps pour arriver au point d'où nous l'avons vue partir. Cette différence est peu sensible pour une révolution; mais après plusieurs tours de la terre, elle devient très-appreciable.

NEUVIÈME APPAREIL.

Appareil de la précession des équinoxes (partie géométrique)
(fig. 10 et 11).

Le phénomène auquel on donne le nom de *précession des équinoxes* est un de ceux qui offrent le plus de difficultés pour être bien compris. Il faut concevoir, en effet, que l'axe du monde décrit lentement un cône droit autour de l'axe de l'écliptique, en sens rétrograde, en entraînant avec lui

le plan de l'équateur qui lui reste toujours perpendiculaire. Il faut comprendre en outre, que la terre se transporte en même temps, en sens direct, en un an, autour du soleil; de sorte que c'est autour d'une parallèle à l'axe de l'écliptique, menée par le centre mobile de la terre, que s'exécute, en 26000 ans, le mouvement conique de l'axe des pôles (nos 204 et suiv.).

L'appareil que nous allons décrire est destiné à montrer, comment ce mouvement conique engendre la précession des équinoxes, et modifie la durée de l'année. Mais, pour plus de clarté, nous raisonnerons dans l'hypothèse du mouvement du soleil autour de la terre; et lorsqu'on aura parfaitement saisi le phénomène dans cette hypothèse, il sera facile, en se reportant aux explications du n° 233, de revenir à la réalité, et de concevoir le mouvement tel qu'il a lieu réellement.

DESCRIPTION DE L'APPAREIL.—Un disque *e* (fig. 10) représente l'écliptique; les douze signes du zodiaque sont inscrits sur sa circonférence; l'axe de l'écliptique est figuré par une tige *As*, perpendiculaire à son plan, en son centre.

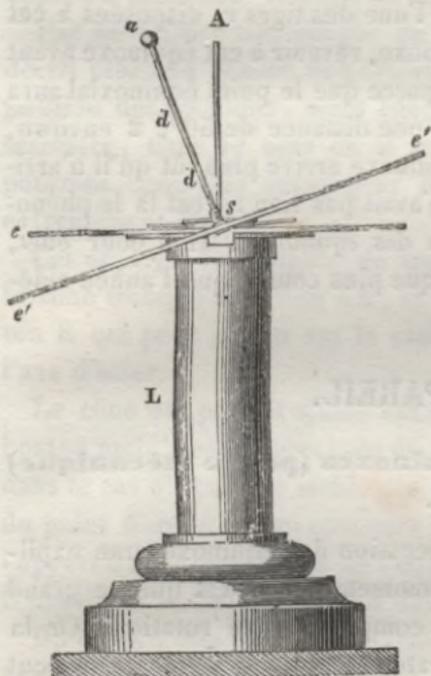


fig. 10.



fig. 11.

Un anneau *e'e'*, incliné de $23^{\circ}28'$ sur l'écliptique, représente l'équateur céleste; et la tige *as*, perpendiculaire à son plan, figure l'axe du monde: cette tige est portée par l'arc de cercle *dd* (fig. 11), qui n'est ici qu'un support. La ligne des équinoxes, intersection des plans de l'écliptique et de l'équateur, est rendue plus sensible aux yeux par deux petits index qui indiquent ses extrémités.

Un disque *s*, placé au centre de l'écliptique, représente la terre. Une petite boule *t*, portée par une tige mobile autour de la terre comme centre, figure le soleil.

RÉTROGRADATION DES POINTS ÉQUINOXIAUX. — Le plateau *e* (fig. 40) est fixé au pied de l'appareil. Si l'on fait tourner le tube de laiton *L* qui enveloppe l'axe, en sens rétrograde, comme l'indique la flèche (fig. 41), on voit l'axe du monde *as* tourner coniquement autour de l'axe de l'écliptique; on voit en même temps le plan de l'équateur *e'e'* se mouvoir, en conservant son inclinaison sur l'écliptique, et par suite la ligne des équinoxes se déplacer dans le même sens et produire le phénomène de la *rétrogradation des points équinoxiaux* (n° 209).

PRÉCESSION. — Amenez la ligne des équinoxes, figurée par les deux index, sur la division qui sépare le Bélier des Poissons, la partie la plus élevée de l'équateur étant au-dessus du signe du Cancer. Puis, tenant de la main gauche, entre l'index et le pouce, la partie cylindrique formant le support de l'appareil, et appuyant les autres doigts sur la base en bois, pour qu'elle reste immobile, faites mouvoir très-lentement ce cylindre, de manière que l'index, qui est entre le Bélier et les Poissons, s'avance dans les Poissons; et, en même temps, faites faire au soleil, de la main droite, sa révolution annuelle, en sens direct, en agissant sur l'une des tiges *r*, disposées à cet effet; vous verrez le soleil, parti de l'équinoxe, revenir à cet équinoxe avant d'avoir décrit une circonférence entière, parce que le point équinoxial aura été, pour ainsi dire, à sa rencontre, à une distance de 50'', 2 environ. Ainsi, à chaque révolution du soleil, l'équinoxe arrive plus tôt qu'il n'arriverait si le mouvement conique de l'axe n'avait pas lieu: c'est là le phénomène désigné sous le nom de *précession des équinoxes*. Il a pour effet, comme on le voit, de rendre l'année tropique plus courte que l'année sidérale (n° 211).

DIXIÈME APPAREIL.

Appareil de la précession des équinoxes (partie mécanique) (fig. 12).

S'il est si difficile de donner de la précession des équinoxes une explication claire et simple, accessible aux commençants, c'est que ce grand phénomène astronomique dépend d'une composition de rotations. Or la combinaison de plusieurs mouvements giratoires dont un même corps peut être animé est beaucoup moins familière aux esprits que celle des mouvements de translation, parce qu'à chaque instant l'expérience nous montre qu'un projectile, soumis à deux impulsions différentes, suit une direction intermédiaire entre celles qu'il prendrait si l'une ou l'autre de ces impulsions existait seule. Ainsi tout nous prépare à l'intelligence de la règle théorique dont voici l'énoncé :

Tout corps soumis à deux vitesses constantes, dont la grandeur et la direction sont représentées par deux lignes droites, se meut suivant la diagonale du parallélogramme construit sur ces droites, avec une vitesse représentée en grandeur par la grandeur de cette diagonale elle-même.

La composition des rotations fournit un énoncé presque identique :

Si un corps est animé de deux mouvements de rotation autour de deux axes distincts, la rotation résultante s'opérera autour de la diagonale d'un parallélogramme construit sur les deux premiers axes, parallélogramme où les côtés et la diagonale représentent, par leur longueur, les vitesses des rotations composantes et résultantes.

Mais cette théorie ne s'applique qu'aux corps libres de tous côtés, tandis que les arts industriels et les faits vulgaires ne nous présentent que des corps gênés dans leurs mouvements.

Le seul appareil familier que l'on puisse citer comme exemple, c'est la toupie ou le toton; et encore faut-il quelques précautions délicates pour en tirer tout l'enseignement qu'il peut fournir en réalité.

Pendant ces petits instruments ne peuvent être réellement utilisés pour l'explication élémentaire de la précession, parce que, s'ils présentent un mouvement conique de l'axe de rotation théoriquement analogue à celui de l'axe terrestre, en fait ce mouvement conique affecte précisément le sens opposé à celui dont il s'agit de rendre compte.

Par un artifice très-simple on supprime cette difficulté; et l'appareil décrit plus loin réalise non-seulement les principaux phénomènes de composition des rotations, mais encore le mouvement de précession de l'axe terrestre, dans le sens où il se produit en réalité. MM. les professeurs pourront donc s'en servir pour illustrer leurs leçons par des expériences extrêmement simples.

Cet appareil se compose de trois parties distinctes: l'axe en acier BB' , le cône tronqué en laiton AA , et une espèce de bouton ou curseur en laiton R qui peut glisser sur le canon cylindrique D , dans lequel est ajusté l'axe d'acier.

Le cône est posé et ajusté sur cet axe, de telle manière que, lorsque le bouton mobile est le plus près du cône, l'appareil posé sur son support est dans le cas d'équilibre stable, le centre de gravité se trouvant au-dessous du point d'appui; si au contraire on monte le bouton autant que possible, l'appareil sera dans le cas de l'équilibre instable, et, posé sur son support, il chavirera au lieu de se tenir dans la position verticale.

On conçoit que par tâtonnement on trouve le point intermédiaire représenté dans la figure, où le centre de gravité coïncide avec le point d'appui. L'appareil est réglé de manière à ce que ce point se rencontre, lorsque le curseur R est à peu près au milieu de la course qu'il peut fournir.

I. Composition des rotations.

Supposons l'appareil en repos, placé sur son support, de manière à ce que l'axe BB' soit vertical et que le centre de gravité soit en B ; il restera ainsi en équilibre sous l'action de la pesanteur. Si l'on frappe le disque AA de haut en bas dans le sens de la flèche L (fig. 42), l'appareil tournera au-

tour d'un certain axe idéal BE , perpendiculaire au plan vertical passant par B B' et par la flèche. Cette rotation aura pour effet de faire chavirer l'appareil vers la gauche du lecteur; mais si, au lieu d'être immobile, comme nous l'avons supposé, l'appareil tourne autour de son axe propre BB' de droite

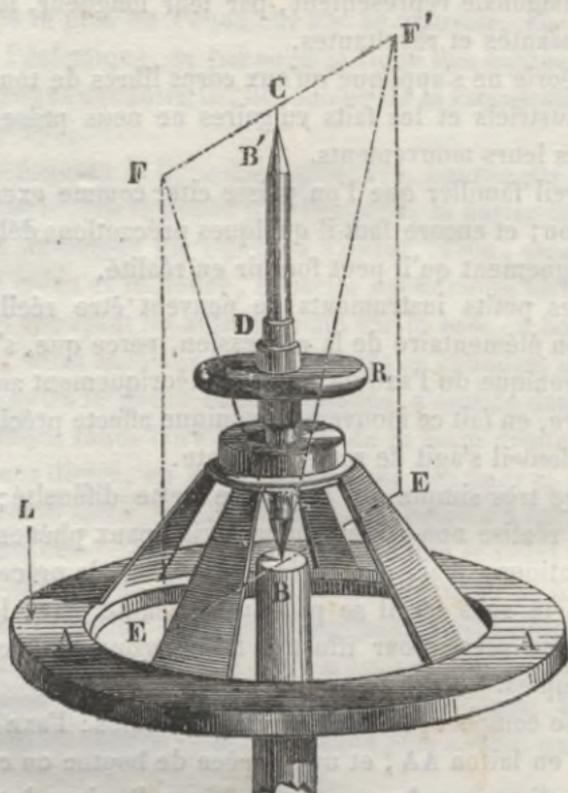


fig. 12.

à gauche, il ne tombera pas, il ne chavirera pas à gauche, il s'inclinera au contraire un peu vers le lecteur, et son axe BC prendra la position BF , en continuant à tourner sans changer de direction. Cette direction serait la diagonale du parallélogramme construit sur les axes BC et BE des deux rotations dont le corps est animé, en supposant que les longueurs BC et BE soient prises dans le rapport même de ces rotations d'énergies différentes.

Pour que l'expérience réussisse, il faut que le centre de gravité soit en B ; alors, quelque direction que l'on donne à l'axe BB' , l'appareil conservera sa position, quand bien même on lui aurait communiqué un rapide mouvement de rotation autour de BB' .

Une condition indispensable encore à l'interprétation de ce phénomène est de distinguer avec soin les deux sens que toute rotation peut affecter. Il est de règle, en effet, dans la construction du parallélogramme des axes EB , CB , dont la diagonale représente l'axe de rotation résultante, que les rotations composantes doivent être de même sens autour des axes BC et BE .

Afin d'éviter toute équivoque, rappelons la définition d'Ampère : Placez-vous par la pensée sur l'axe du corps tournant, les pieds sur le corps lui-

même; le corps tournera de droite à gauche, si les parties qui passent sous vos yeux vont, en effet, de votre droite à votre gauche; dans le cas contraire, la rotation aura lieu de gauche à droite. Négliguez de toutes façons le mouvement opposé qui s'opère derrière vous.

Cela posé, il faut que les côtés du parallélogramme $EBCF$ soient tels que la rotation s'opère dans le même sens autour de chacun d'eux.

Par exemple, si vous frappez le disque AA de haut en bas, mais à droite et non à gauche, comme le suppose la figure, la rotation que vous produisez ainsi autour de l'axe idéal BE se fera évidemment de gauche à droite; car, si l'appareil a d'ailleurs, comme tout à l'heure, une rotation de droite à gauche autour de BC , vous commettriez une erreur en construisant le parallélogramme sur BE et BC , parce que ces deux axes ne représentent plus des rotations de même sens.

Il faut alors opérer sur le prolongement BE' au delà du point B , parce que le spectateur, couché sur BE' et ayant les pieds en B , voit la rotation correspondante s'opérer de droite à gauche, comme celle qui s'exécute autour de BC . La diagonale BF' indique la position que prendra dans ce cas l'axe BB' .

Ainsi donc, si vous frappez, tantôt à gauche, tantôt à droite, l'appareil tournant, vous le verrez chavirer tantôt vers vous, tantôt du côté opposé, en supposant toujours que la rotation de l'anneau autour de son axe BB' soit de droite à gauche.

Rien de plus singulier que ces mouvements divers, dont on est d'autant plus étonné que l'on a moins d'occasions de les observer dans les faits journaliers qui se produisent sous nos yeux.

II. *Précession des équinoxes.*

Supposons maintenant l'axe BB' placé dans sa douille D , de manière que le centre de gravité de l'appareil soit situé au-dessous du support, au-dessous de l'extrémité B de l'axe de rotation. C'est la position d'équilibre stable; car si l'on écarte l'axe de la verticale, vers la droite par exemple, il reviendra à cette verticale par un mouvement de rotation exécuté de droite à gauche, autour d'un axe idéal BE . Mais si l'on a communiqué à l'appareil un mouvement de rotation autour de BB' , dès qu'on aura écarté l'axe de la verticale, il n'y reviendra pas, mais il tournera coniquement autour d'elle, en conservant toujours la même inclinaison. Il faut remarquer que le mouvement conique de l'axe sera de sens contraire à la rotation de l'appareil; si celui-ci tourne de droite à gauche, l'axe circulera de gauche à droite autour de la verticale, mais avec une lenteur extrême en comparaison de la vitesse de rotation imprimée à l'appareil. Ces phénomènes s'expliquent facilement, si l'on considère que l'axe de l'appareil incliné tend constamment à se redresser pour se rapprocher de la verticale. Si l'on construit, d'instant en instant, le parallélogramme des deux rotations, on verra géométriquement comment les choses doivent se passer.

L'assimilation de ces phénomènes avec le double mouvement de la terre autour de la ligne des pôles est aisée. Pour l'appareil, c'est la pesanteur dont l'action tend à redresser l'axe de sa rotation propre et le fait circuler coniquement une fois qu'on l'a écarté de la verticale; pour la terre, c'est la pesanteur du renflement équatorial vers le soleil et vers la lune qui tend à redresser son axe de rotation par rapport au plan de l'écliptique, et par conséquent à produire un lent mouvement conique de cet axe.

III. *Mouvement conique de l'axe de la toupie.*

Pour mettre l'appareil à même de reproduire les mouvements dont le sens est diamétralement opposé à celui qui vient d'être décrit, il faut enfoncer l'axe BB' dans sa douille, jusqu'à ce que le centre de gravité soit au-dessus de la pointe B , au-dessus du support. Alors, si l'on place l'axe BB' verticalement, l'appareil sera dans une position d'équilibre instable: et si on l'écarte de la verticale, loin de tendre à y revenir, il s'en écartera au contraire de plus en plus, par un mouvement de rotation dont l'axe sera perpendiculaire au plan vertical qui contient l'axe de l'appareil. Mais si l'on a préalablement communiqué à l'appareil un vif mouvement de rotation autour de l'axe BB' , et qu'on l'écarte ensuite de la verticale (en posant le doigt sur la pointe B'), il ne tombera pas, mais il circulera coniquement autour de cette verticale, en conservant l'inclinaison qu'on lui aura donnée.

Le sens de cette circulation conique sera le même que le sens de la rotation de l'appareil, tandis que, dans le cas précédent (celui de la terre), la circulation conique de l'axe est rétrograde si la rotation est directe; elle s'opère de gauche à droite, si la rotation de l'appareil a lieu de droite à gauche.

Résumé.

Ainsi le même appareil offre trois genres d'expériences distinctes. Elles répondent aux trois positions que le centre de gravité peut affecter par rapport au support; car il peut être au-dessous du point B , au point B lui-même, au-dessus du point B .

Mais, dans ces expériences, il faut *avoir soin* de ne toucher à l'appareil qu'avec précaution, lorsqu'on lui a communiqué une rotation rapide; si on le laissait tomber, cette rotation se transformerait, par la réaction des obstacles, en un mouvement de translation dangereux et destructeur.

C'est ainsi qu'un boulet de canon peut paraître immobile, lorsque, arrêté sur le sol, il tourne cependant avec une grande vitesse autour d'un axe vertical; mais qu'un caillou se rencontre et change la direction de cet axe, aussitôt le boulet s'élance et peut encore devenir dangereux.

Si l'expérimentateur veut, sans crainte d'accidents, se rendre compte des effets auxquels nous venons de faire allusion, qu'il présente une simple

règle ou un fil tendu à l'extrémité supérieure de l'axe B B'; l'appareil étant en rotation, il verra aussitôt l'axe se déplacer rapidement, en suivant le fil à la manière d'une roue. De même encore, en présentant le bout d'un crayon tenu verticalement à l'extrémité B' de l'axe, on voit cet axe rouler coniquement avec rapidité (dans le sens de la rotation propre) tout autour de l'obstacle.

En résumé, cet appareil a l'avantage de donner, sous la forme la plus simple, des enseignements très-variés sur une des théories les plus difficiles de la mécanique et de l'astronomie; et nous osons espérer que les hommes instruits y trouveront encore l'occasion d'éclaircir par des expériences nombreuses les théories qu'ils possèdent.

II

Description du Cosmographe, inventé et construit par M. OUVIÈRE.

(Voir la planche au commencement du volume.)

Le *Cosmographe*, ou *Uranoscope*, se compose essentiellement de deux grands cercles égaux, en fonte, dont les plans sont perpendiculaires entre eux, et dont les centres se confondent. L'un d'eux est vertical et représente, lorsqu'il est orienté, le plan du *méridien*; l'autre fait avec l'horizon un angle égal au complément de la *hauteur du pôle* pour le lieu où il est installé, et représente l'*équateur céleste*. Le premier est traversé diamétralement par une tige en fer, qui figure l'*axe du monde*, et qui, par suite, est perpendiculaire au plan de l'équateur. Différentes verges, soudées au cercle du méridien, indiquent à l'œil le *zénith*, les *tropiques du Cancer et du Capricorne*, les *cercles polaires*. La longueur de la tige qui représente l'axe du monde est calculée de telle manière, que l'œil placé à son extrémité inférieure voit la circonférence intérieure de l'équateur se projeter dans le ciel sur le cercle polaire boréal.

Lorsque le cosmographe est installé dans un lieu déterminé, il montre aux yeux les directions de l'axe du monde, de l'équateur céleste et du méridien du lieu. Il rend sensibles les lois du mouvement diurne apparent des étoiles, leurs passages successifs au méridien, leurs déclinaisons boréales ou australes, leurs ascensions droites, le mouvement propre apparent du soleil et les variations de sa déclinaison, les époques des équinoxes et des solstices. Le Cosmographe est un véritable cadran solaire équatorial; car les heures sont marquées sur la circonférence intérieure de l'équateur,

et l'ombre de la tige qui représente l'axe du monde se porte successivement sur les divisions de cette circonférence.

Le Cosmographe peut donc être regardé comme un observatoire populaire, et même comme le seul possible pour les places publiques, les jardins, etc. On l'oriente en chaque lieu, avec une extrême facilité, en se conformant à quelques règles élémentaires.

Cette courte analyse suffit pour montrer toute l'utilité que présente le Cosmographe pour l'étude et pour l'enseignement de la Cosmographie.

Le premier grand modèle a été donné par M. OUVIÈRE, au lycée Napoléon, à Paris, et installé par lui dans l'une des cours de cet établissement. Un autre orne la terrasse du petit collège de Vanves (annexe du lycée Louis-le-Grand). Enfin M. Ouvière a réduit le Cosmographe en un petit modèle, mobile autour d'un axe horizontal, et que chacun peut orienter et disposer suivant la latitude du lieu d'observation. On peut examiner ces charmants appareils chez M. Lamotte-Lafleur, éditeur, 88, rue Saint-Martin.

FIN.

ERRATA

Page 29, la figure 10 a été placée de côté : on doit la relever, de manière que T Z soit verticale, Z étant en haut.

Page 111, la figure 50 n'est pas celle qui convient au texte : il faut lire le texte en se servant de la figure 150, p. 366.



TABLE DES MATIÈRES

Cette table est la reproduction du Programme officiel du cours de Cosmographie, pour l'examen du Baccalauréat ès-sciences et pour l'admission aux Ecoles spéciales du Gouvernement.

Numéros du Programme.		Pages.
	PRÉFACE de la quatrième édition.	v
	Introduction.	1

LIVRE I.—Les Étoiles.

1, 2, 3.

CHAPITRE I.

ASPECT GÉNÉRAL DU CIEL.

Étoiles.—Distances angulaires.—Sphère céleste.	3
--	---

CHAPITRE II.

LOIS DU MOUVEMENT DIURNE.

Mouvement diurne apparent des étoiles.	5, 8, 17
Culmination.—Plan méridien.	12, 14
Axe du monde.—Pôles.	11
Étoiles circompolaires.—Étoile polaire	11
Hauteur du pôle à Paris.	17
Parallèles, équateur	11
Jour sidéral.	19

CHAPITRE III.

MOUVEMENT RÉEL DE ROTATION DE LA TERRE SUR ELLE-MÊME.

Mouvement de rotation de la terre autour de la ligne des pôles, et d'occident en orient.	22
--	----

CHAPITRE IV.

DESCRIPTION DU CIEL.

Différences des étoiles en ascension droite.—Déclinaisons.	26
4, 5, 6, 7. Description du ciel.	32
Constellations et principales étoiles	31, 33
Étoiles de diverses grandeurs.—Combien on en voit à l'œil nu.	36
Étoiles périodiques, temporaires, colorées.	37, 39, 40
Étoiles doubles : leurs révolutions	44
Distance des étoiles à la terre	40
Voie lactée.—Nébuleuses, nébuleuses résolubles.	46
<i>Exercices et applications.</i>	49

LIVRE II.—La Terre.

8, 9, 10, 11.

CHAPITRE I.

FIGURE DE LA TERRE (PREMIÈRE APPROXIMATION).

Phénomènes qui donnent une première idée de sa forme.	50
Pôles, parallèles, équateur, méridiens.	53
Longitude et latitude géographiques.	54

Numéros
du
Programme.

CHAPITRE II.

FIGURE DE LA TERRE (DEUXIÈME APPROXIMATION).

Pages.

Valeurs numériques des degrés mesurés en France, en Laponie, au Pérou, et rapportés à l'ancienne toise.	61
Leur allongement à mesure qu'on s'approche des pôles	64
Rayon et aplatissement de la terre.	67, 74
Longueur du mètre	72

CHAPITRE III.

CARTES GÉOGRAPHIQUES.

Projections orthographiques : mappemonde.	76
Projections stéréographiques : mappemonde	80
Système de développement en usage dans la construction de la carte de France	85
<i>Exercices et applications.</i>	90

LIVRE III. — Le Soleil.

CHAPITRE I.

12, 13.

MOUVEMENT CIRCULAIRE DU SOLEIL.

Mouvement annuel apparent du soleil.	92
Écliptique.—Points équinoxiaux	96
Constellations zodiacales.	101

CHAPITRE II.

MOUVEMENT ELLIPTIQUE DU SOLEIL.

Diamètre apparent du soleil, variable avec le temps	102
Le soleil paraît décrire une ellipse autour de la terre.	105, 109
Principe des aires.	107

CHAPITRE III.

TEMPS SOLAIRE.

Origine des ascensions droites	111
Ascension droite du soleil	112
Temps solaire vrai	113
Temps solaire moyen.	115
Principes élémentaires des cadrans solaires.	119
Année tropique, sa valeur en jours moyens.	122
Calendrier	123
Réforme Julienne.	125
Réforme Grégorienne	127

14, 15.

CHAPITRE IV.

DISTANCE DU SOLEIL A LA TERRE.—SES DIMENSIONS.

Parallaxe du soleil	131
Distance du soleil à la terre.	136
Rapport du volume du soleil à celui de la terre.	137
Rapport des masses	138
Densité du soleil rapportée à la densité moyenne de la terre.	140

Numéros
du
Programme.

CHAPITRE V.

ROTATION DU SOLEIL SUR LUI-MÊME.—SA CONSTITUTION.
—LUMIÈRE ZODIACALE.

Pages.

Taches du soleil.	141
Rotation du soleil sur lui-même.	143
* Constitution physique du soleil.	146
* Lumière zodiacale	147

16, 17.

CHAPITRE VI.

DE L'INÉGALITÉ DES JOURS ET DES NUITS.

Du jour et de la nuit en un lieu déterminé de la terre . . .	148
De leurs durées variables à différentes époques de l'année.	151, 153
Crépuscules.	155

CHAPITRE VII.

DES SAISONS.

Inégalité de la durée des différentes saisons.	156
--	-----

CHAPITRE VIII.

PRÉCESSION DES ÉQUINOXES.

Idée de la précession des équinoxes	158, 161
---	----------

CHAPITRE IX.

MOUVEMENT DE TRANSLATION DE LA TERRE.

Mouvement réel de la terre autour du soleil	165, 168, 172
Conclusion	176
<i>Exercices et applications.</i>	178

LIVRE IV.—La Lune.

18, 19, 20.

CHAPITRE I.

PHASES DE LA LUNE.

Diamètre apparent : phases, syzygies, quadratures.	180, 183, 191
Lumière cendrée	188

CHAPITRE II.

MOUVEMENT PROPRE DE LA LUNE.

Révolutions sidérale et synodique	190, 193
Orbite décrite par la lune autour de la terre	196

CHAPITRE III.

DISTANCE DE LA LUNE A LA TERRE : SES DIMENSIONS.

* Parallaxe de la lune	197
Distance de la lune à la terre	199
Diamètre réel et volume de la lune	200
Sa masse.	202

Números
du
Programme.

CHAPITRE IV.

ROTATION DE LA LUNE SUR ELLE-MÊME : LIBRATION.

Pages.

Taches : rotation	203
Libration en longitude	205
* Librations en latitude et diurne	207, 208

CHAPITRE V.

CONSTITUTION DE LA LUNE.

Montagnes de la lune, leur hauteur	209, 211
Constitution volcanique de la lune	213
Absence d'eau et d'atmosphère	214

CHAPITRE VI.

DES ÉCLIPSES DE LUNE.

Éclipses de lune. Elles ont lieu au moment de l'opposition : leur cause	216, 218
Pourquoi il n'y en a pas lors de toutes les oppositions	220
L'éclipse peut être partielle ou totale.	218
Ombre et pénombre	216
Influence de l'atmosphère terrestre	224

CHAPITRE VII.

DES ÉCLIPSES DE SOLEIL.

Éclipses de soleil. Elles ont lieu au moment de la conjonction de la lune.	226, 227
Pourquoi il n'y en a pas lors de toutes les conjonctions	229
Éclipses partielles, annulaires, totales.	228
* Quelques remarques sur les éclipses.	232
<i>Exercices et applications.</i>	235

LIVRE V.—Les Planètes et les Comètes.

21, 22, 23.

CHAPITRE I.

MOUVEMENT DES PLANÈTES AUTOUR DU SOLEIL ET SUR ELLES-MÊMES.
LOIS DE KÉPLER; PRINCIPE DE NEWTON.

Des planètes. Noms des principales.	236
Leurs distances moyennes	242, 257
Leurs mouvements autour du soleil s'effectuent suivant les lois de Képler	245
Énoncé du principe de la gravitation universelle	246
Éléments des planètes.	253, 258

CHAPITRE II.

PLANÈTES INFÉRIEURES.

Planètes inférieures	261
Mercure.	264
Vénus.	265
Leurs digressions orientale et occidentale	263
Phases de Vénus	265
* Passage de Vénus sur le disque du soleil.	266

Numéros
du
Programmè.

CHAPITRE III.

PLANÈTES SUPÉRIEURES.

Pages.

Planètes supérieures	269
* Phases des planètes supérieures	272
* Mars	272
Jupiter.—Rotation, aplatissement de son disque.	273
Saturne.—Bandes, rotation, aplatissement	274
Anneau.—Dimensions des différentes parties de ce système	274, 275
* Uranus.	277
* Neptune	278

CHAPITRE IV.

PLANÈTES TÉLESCOPIQUES.

Grand nombre de très-petites planètes situées entre Mars et Jupiter	280
---	-----

CHAPITRE V.

SATELLITES DES PLANÈTES.

Satellites de Jupiter; satellites de Saturne	284
Éclipses des satellites de Jupiter	287
Vitesse de la lumière.	289
Mesure des longitudes terrestres.	296

CHAPITRE VI.

DES COMÈTES.

24. Noyau, chevelure, queue. — Petitesse de la masse des comètes.	294
Nature de leurs orbites	293
Comètes périodiques: comète de Halley, comète de Biéla, son dédoublement.	297

CHAPITRE ADDITIONNEL.

DES MARÉES.

25. Phénomène des marées.—Flux et reflux.— Haute et basse mer.	304
Circonstances principales du phénomène.—Sa période.	305
Les marées sont dues aux actions combinées de la lune et du soleil: marées des syzygies et des quadratures	307
° Influence de la lune sur les phénomènes terrestres	312

CONCLUSION.

Tableau général du monde solaire.	315
Exercices et applications.	320

ADDITIONS.

	Pages.
Note 1. Formules pour la transformation des coordonnées sphériques.	321
Note 2. Preuves de la rotation de la terre.	329
Note 3. Distance des étoiles à la terre.	332
Note 4. Scintillation des étoiles.	335
Note 5. Valeur approchée du rayon de la terre.	337
Note 6. Du sextant	338
Note 7. Sur la mesure de la longitude en mer.	342
Note 8. Sur la forme elliptique du méridien	343
Note 9. Démonstration des théorèmes sur les projections stéréographiques.	343
Note 10. Détails sur les cartes géographiques	347
Note 11. De l'atmosphère terrestre et des réfractions atmosphériques. Formule de la réfraction.	352 357
Note 12. Sur le mouvement circulaire du soleil.	366
Note 13. Sur la mesure du diamètre apparent du soleil	368
Note 14. Des cadrans solaires	368
Note 15. Sur la parallaxe d'un astre	373
Note 16. Mesure de la masse du soleil.	374
Note 17. Rotation du soleil sur lui-même.	376
Note 18. Calcul des segments déterminés dans l'horizon par un parallèle céleste.	378
Note 19. Variations de la température de la terre	378
Note 20. Sur la nutation de l'axe terrestre	384
Note 21. Du calendrier.	387
Note 22. Calcul du diamètre apparent de la lune à la distance moyenne.	392
Note 23. Inégalités du mouvement de la lune	393
Note 24. Mesure de la parallaxe de la lune	394
Note 25. Calcul des éclipses de lune.	395
Note 26. Influence de l'atmosphère sur les éclipses.	406
Note 27. Sur les éclipses de soleil.	408
Note 28. Rétrogradation des nœuds de la lune. Retour des éclipses.	415
Note 29. Détermination du mouvement des planètes	417
Note 30. Calcul des éléments elliptiques des planètes.	421
Note 31. Rapport des distances de Vénus au soleil et à la terre.	423
Note 32. Phases des planètes supérieures.	424
Note 33. De l'aberration de la lumière	425

APPENDICE.

Appareils de M. H. ROBERT.	431
Cosmographe de M. OUVIÈRE.	449
TABLE DES MATIÈRES.	451

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

Fig. 175.



Fig. 176.



Fig. 171.



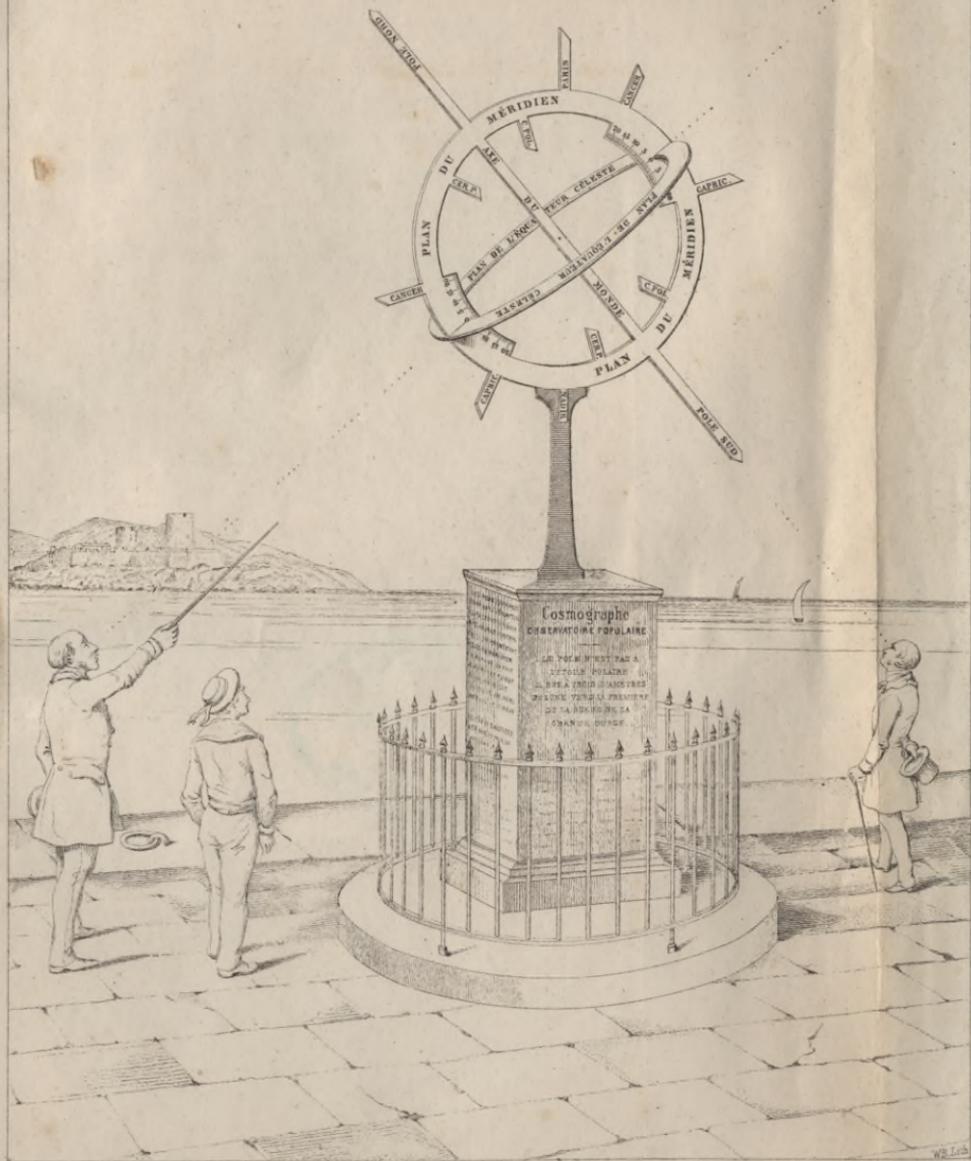
Fig. 177.



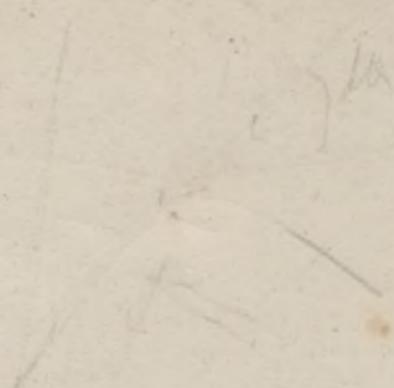
Publié par FERDINAND TANDOU ET C^{ie} RUE DES ÉCOLES 78 - QUARTIER DE LA SORBONNE.

LA LUNE.
MARS, JUPITER, SATURNE.









$\frac{r \cdot d\theta}{dr}$

$\frac{1}{2} \pi r^2$

$\frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \pi (r + dr)^2$

$dr = d(r + dr)$

$dr = d(r + dr)$

~~S-98~~

S. 61

$$v_0 = 1 - \delta$$

$$\frac{k s_0}{2(1 + \delta)}$$

$$k s_0 = 2\alpha + 2k s_0 \alpha$$

$$k s_0 [1 - 2\alpha] = 2\alpha$$

$$s_0 = \frac{1}{1 - 2\alpha} \cdot \frac{2\alpha}{k}$$

$$1 + \delta s_0 = \frac{2\alpha}{1 - 2\alpha} = \frac{2\alpha}{1 - 2\alpha}$$

$$1 + k s_0 = 1 + 2\alpha$$

$$V_T = k \cdot e_1 \quad V_T = 2\alpha$$

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA



L. inw.

5313

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000294792