

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

II

L. inw.

4990

Beiträge

zur Kenntniss von

Gauss' praktisch-geodätischen Arbeiten.

Nach Original-Materialien bearbeitet

von

Gaede,

Hauptmann à la suite des Generalstabes und Vermessungs-Dirigent bei der
Trigonometrischen Abtheilung der Landes-Aufnahme.

VII C 2

Separat - Abdruck aus der Zeitschrift für Vermessungswesen.

16689

Mit sechs Figuren-Tafeln.

Karlsruhe.

Buchdruckerei von Malsch & Vogel. XXX

1885.



437

~~VII C 2~~ 155

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000299140

Beiträge

zur Kenntniss von

Gauss' praktisch-geodätischen Arbeiten.

Nach Original-Materialien bearbeitet

von

Gaede,

Hauptmann à la suite des Generalstabes und Vermessungs-Dirigent bei der Trigonometrischen
Abtheilung der Landes-Aufnahme.

Separat-Abdruck aus der Zeitschrift für Vermessungswesen.

Mit sechs Figuren-Tafeln.

Karlsruhe.

Buchdruckerei von Malsch & Vogel.

1885.



II 4990

Inhalt.

	Seite
I. Die Originalien. — Einleitendes. — Arbeitsbericht von Gauss an das Kabinets-Ministerium über die Arbeiten im Jahre 1821 . . . (Hierzu Tafel I. und II.)	1—16
II. Das Dreiecksnetz der Gradmessung (Hierzu Tafel III.)	17—55
III. Gauss' Antheil an der Hannoverschen Landes-Vermessung . . . (Hierzu Tafel IV. und V.)	56—78
IV. Die Nothwendigkeit einer erneuten Haupt-Triangulation in Hannover und die Anlage der in der Bearbeitung befindlichen Dreiecks-Systeme der Trigonometrischen Abtheilung (Hierzu Tafel VI.)	79—99

I.

Die Originalien. — Einleitendes. — Arbeits-Bericht von Gauss an das Kabinets-Ministerium über die Arbeiten im Jahre 1821.

(Hierzu Tafel I. und II.)

Die Trigonometrische Abtheilung der Landes-Aufnahme ist seit vier Jahren mit der Messung von Hauptdreiecken in der Provinz Hannover beschäftigt. Nach der Organisation der Abtheilung führen zwei Sektionen der Haupttriangulation die Winkelmessungen aus, nachdem vorher durch eine dritte Sektion die Dreieckspunkte ausgesucht und die nöthigen baulichen Einrichtungen hergestellt sind. Die Leitung dieser dritten, der Rekognoscirungs-Sektion, ist in den letzten drei Jahren dem Verfasser übertragen gewesen.

Für die Rekognoscirung eines Dreiecksystems ist die Kenntniss der Vorgänge immer ein wesentliches Hülfsmittel und eine nothwendige Vorbedingung. Eine ganz besondere Bedeutung aber gewannen die Vorgänge, als die Arbeiten jenen Landstrich erreichten, welcher durch seine Beziehungen zu der Gauss'schen Gradmessung eine gewisse Klassizität für geodätische Operationen besitzt: wissenschaftliches und historisches Interesse geboten, an dieser für die moderne Geodäsie grundlegenden Arbeit nicht achtlos vorüber zu gehen.

Bei der Rekognoscirung im Terrain hat Verfasser in seiner dienstlichen Thätigkeit sorgfältig nach allen etwa noch vorhandenen Spuren Gauss'scher Dreieckspunkte geforscht. Diejenigen Punkte, welche noch durch Bezeichnung an Ort und Stelle vorhanden sind, wurden, soweit sie sich in den Rahmen der jetzigen Triangulirung

einfügen liessen, wieder zu Hauptdreieckspunkten gemacht; die übrigen erhaltenen sollen durch entsprechende Messungen an die neuen Dreieckssysteme angeschlossen werden. Einzelne Rekonstruktionen sind zum Theil bereits ausgeführt, zum Theil in Aussicht genommen.

Für das Studium der früheren Triangulationen in Hannover fand sich ausgiebiges Material in den Original-Akten, welche im Laufe der Zeit und mit dem Wechsel der Verhältnisse in den Besitz der Trigonometrischen Abtheilung übergegangen sind. Es sind dies sechs umfangreiche Aktenbündel des ehemaligen hannoverschen Ministeriums des Innern, welche den amtlichen Schriftverkehr aus den Jahren 1818 bis 1861 über die von Gauss ausgeführte Gradmessung (1821—1825) und die daran anschliessende, unter Gauss' Leitung ausgeführte Landes-Vermessung im Königreich Hannover (1828—1844) enthalten; ferner — in einer kleinen Kiste vereinigt — 42 einzelne Hefte mit den Original-Messungs-Akten beider Vermessungen, nämlich 35 Messungs-Journale bezw. deren Abschriften, 6 Hefte mit »Abrissen« (Resultaten der Stations-Ausgleichungen) und ein allgemeines Koordinaten-Verzeichniss sämmtlicher 1821—1844 bestimmten Punkte.

Die Aktenbündel weisen etwa 90 Schriftstücke von Gauss' Hand auf: neben Anfragen und Mittheilungen über geschäftliche Einzelheiten auch einige vierzig grössere Berichte und Entwürfe, welche über das Entstehen, die Gestaltung und den Fortgang beider Unternehmungen — der Gradmessung und der Landes-Vermessung — Aufschluss geben. Die Kiste mit ihrem Inhalt als den Arbeits-Resultaten hat Gauss nach Beendigung der Messungen und Rechnungen am 15. März 1848 dem Ministerium eingeliefert. ¹⁾

Von den Gauss'schen Berichten sind sechs, zum Theil mit starken Auslassungen, am Ende des IV. Bandes von Gauss' Werken abgedruckt. Die Koordinaten haben als Grundlage für die topographischen Arbeiten in Hannover gedient; sie sind dann 1868 für Kataster-Zwecke von Professor Wittstein und 1873 — nebst einem Theil der Abrisse — im IV. Band von Gauss' Werken publizirt. Der gesammte Rest der authentischen Materialien dürfte bisher weiteren Kreisen unbekannt geblieben sein.

Die Materialien sind — wie die Messungen, worauf sie sich beziehen — an Werth und Interesse sehr ungleich. Die hannoversche Landes-Vermessung ist, ihrem Zweck entsprechend, eine geodätische Arbeit durchaus sekundären Charakters, die allerdings, weil sie den illustren Namen Gauss als den ihres Leiters führt, aus Unkenntniss der übrigen Verhältnisse sich vielfach einer Werthschätzung erfreut, welche sie weder verdient, noch beansprucht. Anders die von Gauss ausgeführte Gradmessung. Die unmittelbare Berührung mit der praktischen Arbeit, ihren Anforderungen und Bedürfnissen, hat die Veranlassung und Grundlage zu jenen Theorien gegeben, welche

¹⁾ Das Begleitschreiben hierzu, in den Ministerial-Akten erhalten, ist theilweise in Gauss' Werken Bd. IV. Seite 481 abgedruckt.

seitdem massgebend für geodätische Operationen geworden sind. Die Gradmessung hat ein neues Zeitalter der Geodäsie heraufgeführt; und darum darf sie, neben dem wissenschaftlichen, auch auf historisches Interesse berechtigten Anspruch erheben.

Auf Grund der Original-Materialien und gestützt auf persönliche Anschauung und Erfahrung bei der Arbeit im gleichen Terrain, will der Verfasser einige Beiträge geben zur Kenntniss der Geschichte der Gauss'schen Gradmessung und des Antheils, welchen Gauss an der hannoverschen Landes-Vermessung gehabt hat. Nicht die eigene Initiative führt ihn an die Oeffentlichkeit, sondern die Aufforderung des Herrn Herausgebers dieser Zeitschrift; zur Benutzung des dienstlich zugänglichen Materials für eine derartige Publikation hat der Chef der Trigonometrischen Abtheilung, Herr Oberst Schreiber, seine Ermächtigung ertheilt.

Der Plan für die Gruppierung des Materials ist folgender. In diesem ersten Aufsatz soll in der Folge eine Orientirung über die Gradmessung in grossen Zügen gegeben werden; als Anhang ist ein den Ministerial-Akten entnommener offizieller Arbeitsbericht von Gauss in extenso abgedruckt. Der zweite Aufsatz wird das Dreiecksnetz der Gradmessung, der dritte den Antheil, welchen Gauss an der hannoverschen Landes-Vermessung gehabt hat, behandeln. In einem vierten soll die Erhaltung der Gradmessungs-Punkte im Terrain, die Nothwendigkeit einer erneuten Haupt-Triangulation in Hannover und die Anlage der in der Bearbeitung befindlichen Dreieckssysteme der Trigonometrischen Abtheilung besprochen werden.

2) Zu Anfang unseres Jahrhunderts hatten die zur Bestimmung der Grösse und Figur der Erde unternommenen geodätischen Messungen sich sehr vervielfältigt und vervollkommenet. Den Impuls dazu gab die grosse, von der französischen National-Versammlung zur Bestimmung des Meters beschlossene Gradmessung, welche von Dünkirchen bis zu der balearischen Insel Iviça ausgedehnt wurde. England veranstaltete eine ähnliche Messung von der Insel Wight bis zu den Schottländischen Inseln. Beide Messungen wurden in Zusammenhang gebracht, so dass eine Dreiecksverbindung zwischen den Sternwarten von Paris und Greenwich hergestellt und ein Meridianbogen von mehr als 22 Grad gemessen war.

Allein gerade diese grossen und genauen Messungen lehrten, dass ein einzelner Meridianbogen, so gross seine Ausdehnung auch sei, nicht hinreiche, die Figur der Erde völlig kennen zu lernen. Die Meridiane sind nicht völlig unter einander gleich und zeigen manche Unregelmässigkeiten. Es erschien deswegen erforderlich, dass mehrere Meridianbögen gemessen würden, damit man ihre Krümmungen mit einander vergleichen könne, um die nicht ganz regelmässige Gestalt

2) Die folgenden Ausführungen nach verschiedenen Original-Berichten von Gauss, die theilweise am Ende des IV. Bandes seiner Werke abgedruckt sind, und nach einem ungedruckten Promemoria des Dr. Olbers-Bremen aus dem Jahre 1823.

des Erdsphäroids genauer zu bestimmen. Isolirte Gradmessungen von geringer Ausdehnung konnten dabei nur einen untergeordneten Werth haben: es war nöthig, solche Operationen im Grossen auszuführen resp. die in verschiedenen Staaten unternommenen einzelnen Messungen unter einander in Verbindung zu bringen.

Im Jahre 1816 beauftragte nun der König von Dänemark den Professor Schumacher mit der Ausführung einer Gradmessung von der Nordspitze Jütlands bis zur südlichen Grenze des Königreiches. Diese Messung umfasste an sich einen Meridianbogen von $4\frac{1}{2}$ Grad; sie war aber, ihrer Lage nach, einer Ausdehnung bis auf 16 Grad fähig, wenn sie südwärts bis zur Insel Elba weitergeführt wurde. Eine solche Fortsetzung ging zunächst, in der Ausdehnung von etwa 2 Breitengraden, durch das Königreich Hannover; südlich davon befanden sich in Preussen, Kurhessen, Hessen-Darmstadt, Bayern, Württemberg und Oesterreich geodätische Operationen theils im Gange, theils war ihre Ausführung in nahe Aussicht genommen. Die Verbindung aller dieser Messungen zu einem einzigen System war für wissenschaftliche Zwecke von grösster Bedeutung: die erste und wesentlichste Bedingung für die Realisirung eines derartigen Planes aber war die Fortsetzung der dänischen Gradmessung durch das Königreich Hannover.

Diese Fortsetzung — die geodätische Messung des Gradbogens zwischen den astronomisch bestimmten Sternwarten von Göttingen und Altona — hat Gauss in den Jahren 1821—1823 ausgeführt. ³⁾

Seine Triangulirung schloss sich im Norden mit den Seiten Hamburg-Hohenhorn und Hohenhorn-Lauenburg an die dänischen Dreiecke des Professor Schumacher an. Aus dem südlichsten Dreieck Hohenhagen-Inselsberg-Brocken vermittelte die Seite Inselsberg-Brocken den Anschluss an die 1819 gemessenen Dreiecke des preussischen Generalstabes, während die drei Eckpunkte dieses Dreieckes und die in demselben gelegene Göttinger Sternwarte 1823 durch Winkelmessungen mit den Punkten Meissner und Herkules der gleichzeitig in Kurhessen von Professor Gerling ausgeführten Triangulation in Verbindung gebracht wurden.

Eine weitere Ausdehnung gegen Westen zum Zwecke eines neuen Anschlusses, der ursprünglich nicht projektirt war, erfuhren dann die Gauss'schen Dreiecke in den Jahren 1824 und 1825.

Anschliessend an das grosse System der französisch-englischen Dreiecke hatte nämlich der General Krayenhoff 1801—1811 in den Niederlanden, Holland, Ostfriesland und Oldenburg eine Triangulation ausgeführt. ⁴⁾ Die Schlusseiten dieser Triangulation gegen Osten hin — Seite Varel-Jever in Oldenburg und Seite Kirchhesep-

³⁾ Die Resultate der Messung sind bei der Berechnung der Erd-Dimensionen von Schmidt mit benutzt. S. Gauss, Bestimmung des Breitenunterschiedes zwischen den Sternwarten von Göttingen und Altona. Seite 82.

⁴⁾ Précis historique des opérations géodésiques et astronomiques, faites en Hollande, exécutées par le lieutenant-général Krayenhoff. 1815.

Bentheim in Hannover, hart an der Niederländischen Grenze — waren von der Gauss'schen Dreieckskette zwischen Altona und Göttingen nur noch durch kurze Strecken in der Hauptsache hannoverschen Gebietes getrennt. Wurden die Gauss'sche und die Krayenhoff'sche Triangulation an einander geschlossen, so entstand damit eine Querverbindung zwischen den französisch-englischen Dreiecken und dem grossen System der zusammenhängenden dänisch-hannoversch-preussisch-kurhessisch-bayrisch-österreichischen.

Um diese Verbindung herbeizuführen, hat Gauss in den Jahren 1824 und 1825 von den beiden Seiten Falkenberg - Wilsede und Wilsede-Hamburg seiner bisherigen Triangulation eine weitere Reihe von Dreiecken über Bremen, dann längs der Nordsee-Küste bis zum Anschluss an die Krayenhoff'sche Seite Varel - Jever geführt. Der Anschluss an diese Seite wurde, trotz der dabei zu überwindenden grösseren Terrain-Schwierigkeiten, dem Anschluss an die Seite Kirchesepe-Bentheim vorgezogen, weil sich auf dem Wege dahin die neuen Dreiecke mit der Nordsee in Verbindung bringen liessen und dadurch alle gemessenen relativen Höhen zu absoluten über der Meeresfläche werden konnten.

So besteht die von Gauss ausgeführte praktisch-geodätische Arbeit, deren Tableau ein System von zwei, annähernd rechtwinklich an einander gesetzten Dreiecksketten aufweist, aus zwei verschiedenen Theilen: der ursprünglich unternommenen Breitengrad-Messung und einer später in der Richtung des Parallels angefügten Dreieckskette. Streng genommen dürfte man nicht beide Konfigurationen unter der gemeinsamen Bezeichnung »Gauss'sche Gradmessung« begreifen, wie auch Gauss selbst unter seiner »Gradmessung« speziell die 1821—1823 gemessenen Dreiecke versteht und die 1824 und 1825 gemessenen »Fortsetzung der Gradmessung bis Jever« nennt. Der Kürze halber und im Gegensatze zu der später von Gauss' Assistenten ausgeführten »Landesvermessung« sollen aber in diesen Aufsätzen alle von Gauss selbst 1821—1825 gemessenen Dreiecke unter der Bezeichnung »Gradmessung« zusammengefasst werden.

Den Auftrag zur Ausführung der Gradmessung erhielt Gauss durch eine Kabinets-Ordre Georg IV., Königs von England und Hannover, vom 9. Mai 1820; ⁵⁾ die Kosten für die Arbeit wurden auf die Königliche Chatoul-Kasse übernommen. Der Erlass dieser Kabinets-Ordre war aber erst der Abschluss jahrlanger Vorverhandlungen.

Gauss war im Jahre 1807, damals dreissigjährig, als Professor der Astronomie an die neu zu erbauende Sternwarte der Universität Göttingen berufen, hatte aber zunächst nur eine umfangreiche Lehrthätigkeit entfalten können, da die politischen Wirren und Nothstände der nächsten Zeit die Vollendung der Sternwarte bis zum Jahre 1816 verzögerten. In diesem Jahre erhielt Schumacher, der

⁵⁾ Das Original dieser Kabinets-Ordre ist bei den Ministerial-Akten.

1809 in Göttingen von Gauss »seine letzte Ausbildung erhalten«⁶⁾ hatte, den Auftrag zur Ausführung der dänischen Gradmessung und regte sofort seinerseits bei Gauss die Idee einer Fortsetzung der Gradmessung durch Hannover an.⁷⁾ Gauss, welcher damals bereits theoretisch auf geodätischem Gebiete gearbeitet hatte,⁸⁾ interessirte sich im höchsten Maasse für die »grosse, herrliche Unternehmung«, doch schien ihm zunächst noch der Augenblick ungünstig, in Hannover einen derartigen Wunsch seinerseits in Anregung zu bringen, da »erst die Astronomie noch so grosser Unterstützung« bedürfe.⁹⁾

Die trotzdem bald beginnenden Verhandlungen über eine derartige wissenschaftliche Privat-Unternehmung, welche nur mit bedeutender Staats-Subvention ins Werk gesetzt werden konnte, boten für Gauss mancherlei Schwierigkeiten. Der König und die einflussreichen Männer seiner Umgebung hielten sich meist in England auf, und von sich selbst sagt Gauss:¹⁰⁾ »Unter allen schweren Künsten ist die Kunst des Sollizitirens diejenige, wozu ich — freilich zu meinem grossen Nachtheil — am wenigsten Talent habe, noch passe.« Dagegen stand Schumacher in nahen Beziehungen zu dem persönlich für Gradmessungs-Arbeiten sehr interessirten dänischen Könige und besass jene Welterfahrung und Geschäftsgewandtheit, die Gauss entbehrte. Wenn es Gauss widerstrebte, »noch mehr zu urgiren«,¹¹⁾ oder den Schein zu erwecken, als wolle er »verblümter Weise dem Gouvernement die Sache wieder in die Erinnerung bringen«,¹²⁾ wusste Schumacher theils auf Umwegen durch den dänischen Gesandten in London, theils auch durch direktes, persönliches Eingreifen die Angelegenheit wieder in Fluss zu bringen. Auf Schumacher's Anregung sind auch mehrere »ostensible« Briefe von Gauss an die Minister Grafen Münster und von Arnswald zurückzuführen, welche die ersten Entwürfe für die »Fortsetzung der dänischen Gradmessung durch Hannover« enthalten;¹³⁾ und Schumacher's Einfluss war es, dass Gauss — ehe noch entschieden war, ob er in Hannover eine Gradmessung im Anschluss an die dänische ausführen sollte — bereits vorläufig vereinzelte Arbeiten für diesen Zweck unternehmen konnte. Diese Vorläufer der zusammenhängenden praktischen Arbeit waren die Winkelmessungen auf dem Michaelis-Thurm in Lüneburg 1818, die astronomi-

⁶⁾ S. Gauss' Werke, Band IV., Seite 486.

⁷⁾ Briefwechsel mit Schumacher, Band I., Seite 128, 129.

⁸⁾ Vergl. Briefwechsel mit Schumacher, Band I., Seite 130 und Gauss' Werke, Band IV., Seite 353. (Anzeige der zweiten Abhandlung der Untersuchungen über Gegenstände der höheren Geodäsie.)

⁹⁾ Briefwechsel mit Schumacher, Band I., Seite 130.

¹⁰⁾ Briefwechsel mit Schumacher, Band I., Seite 141.

¹¹⁾ November 1818. — Briefwechsel mit Schumacher. Band I., Seite 156.

¹²⁾ Januar 1820. — Briefwechsel mit Schumacher. Band I., Seite 183.

¹³⁾ Diese Briefe sind theilweise am Schluss des IV. Bandes von Gauss' Werken abgedruckt.

schen Beobachtungen in Lauenburg 1819 und der Besuch bei der Messung der Braker Basis 1820.

¹⁴⁾ Im Jahre 1818 arbeitete Schumacher an der Messung seiner Dreiecke im Lauenburgischen. Von seinen südlichsten Dreieckspunkten Hamburg (Michaelis-Thurm), Hohenhorn (Thurm) und Lauenburg (Signal) war, nach Hannover hinein, der Michaelis-Thurm in Lüneburg sichtbar. Die Verbindung der Schlusspunkte seiner Triangulation mit diesem Thurm schien Schumacher, von seiner Seite her gesehen, eine zweckmässige Anschluss-Konfiguration für eine eventuelle spätere Fortsetzung der Gradmessung durch Hannover zu sein, die ausserdem den Vortheil bot, dass Gauss an den durch die Messungen bestimmten Thürmen feste Punkte behielt, bis er nach Süden zu die Arbeiten würde fortsetzen können. Gauss war auf Schumacher's Aufforderung nach einigem Zögern zwar bereit, die nöthigen Winkel-messungen in Lüneburg vorzunehmen, trug aber Bedenken, bei der Regierung in Hannover deshalb vorstellig zu werden, da noch Nichts über die Triangulation in Hannover beschlossen war. Darauf that »mit Gauss' Erlaubniss« Schumacher die nöthigen Schritte in Hannover. Der Erfolg war günstig: Gauss erhielt durch den Minister von Arnswald den Auftrag, die »zur Verbindung einer hannoverischen Triangulirung mit der dänischen nöthigen Messungen in Lüneburg« vorzunehmen, und hat dann diese Messungen im Oktober 1818 ausgeführt.¹⁵⁾ Die Absicht, ausser den dänischen Anschlusspunkten gleich auch noch die Richtung nach dem Wilseder Berge einzustellen, dessen Verbindungen mit Hamburg und Lüneburg aus der 1804—1805 in Hannover ausgeführten Triangulation des französischen Obersten Epailly bekannt waren¹⁶⁾, ist nicht zur Ausführung gekommen.

Schumacher's rastlosen Bemühungen¹⁷⁾ war es auch zu danken, dass Gauss 1819 (vom 28. Juni bis 19. Juli) bei den astronomischen Arbeiten in Lauenburg¹⁸⁾ und 1820 (vom 12. Septbr. bis 25. Oktober) bei der Basis-Messung bei Brake zugegen sein konnte.¹⁹⁾ Zu der

¹⁴⁾ Quelle für die Ausführungen über die Arbeiten in Lüneburg 1818: Briefwechsel mit Schumacher Band I, Seite 136—154.

¹⁵⁾ Die Resultate dieser Messungen stehen im Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 152—154.

¹⁶⁾ Siehe Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 145.

¹⁷⁾ Schumacher bereitete durch persönliche Rücksprache in Paris, London und Hannover Alles so vor, dass Gauss nach seinen Angaben nur noch einen „ostensiblen Brief“ zu schreiben brauchte. Vergleiche Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 158—162, und den Brief von Gauss an Minister von Arnswald, abgedruckt in Band IV. von Gauss' Werken Seite 484, 485.

¹⁸⁾ Diese astronomischen Bestimmungen wurden nur als vorläufige betrachtet. Die definitiven, für die Gradmessungszwecke benutzten haben 1827 stattgefunden, erst in Göttingen, unmittelbar darauf in Altona. Vergl. Gauss, Bestimmung des Breiten-Unterschiedes etc., Briefwechsel mit Schumacher Band II., zwischen Seite 46 und 103. Einige offizielle Berichte über die astronomischen Arbeiten sind bei den Ministerial-Akten.

¹⁹⁾ Ueber diese Reise und Gauss' Theilnahme an der Basismessung („mit einem Repsold'schen Apparat, der an Genauigkeit, Solidität und Zweckmässig-

letzteren Operation wurde seine Anwesenheit von dem dänischen Gouvernement direkt erbeten.

Auf die Braker Basis ²⁰⁾, oder vielmehr die daraus abgeleitete Seite Hamburg - Hohenhorn ²¹⁾, gründete sich später das Absolute nicht nur aller Gauss'schen Dreiecksseiten ²²⁾, sondern auch noch der ganzen südlich daran stossenden Gerling'schen Triangulation in Kurhessen. ²³⁾ Auch für die Orientirung seines Dreiecksnetzes konnte Gauss noch vor Beginn der zusammenhängenden Feldarbeiten sorgen: nach seiner Rückkehr von der Basis-Messung wurde im November und Dezember 1820 das provisorische nördliche ²⁴⁾ Meridianzeichen der Göttinger Sternwarte gebaut ²⁵⁾, sodass die ersten, von der Sternwarte auslaufenden Dreiecksseiten durch die festen Meridian-Instrumente der Sternwarte selbst auf das Genaueste orientirt werden konnten ²⁶⁾.

Die Darstellung des historischen Verlaufes der Gradmessungs-Arbeiten selbst wird einen Theil des folgenden Aufsatzes ausmachen: als Probe des dabei benutzten Original-Materials soll hier zunächst der offizielle Bericht Gauss' über die Arbeiten des ersten Jahres seiner praktischen Thätigkeit Platz finden.

An

Königliches Kabinets-Ministerium.

Unterthänigster Bericht des Hofraths
Gauss über die Arbeiten im Jahre 1821
Behuf der von Sr. Königlichen Majestät
im Königreich Hannover allergnädigst
angeordneten Gradmessung.

Von den vielfachen Operationen, welche zu einer Gradmessung gehören, ist die Bildung des Dreiecksnetzes und die Messung der Winkel diejenige, welche bei weitem die meiste Zeit und Arbeit er-

keit alle bei anderen Gelegenheiten gebrauchten übertrifft⁴⁾ ist ein Original-Bericht von Gauss bei den Ministerial-Akten.

²⁰⁾ Es ist bekannt, dass Gauss und Schumacher zu ihren Lebzeiten eine definitive Länge der Braker Basis ebensowenig erfuhren, als wir heutzutage einen unbestrittenen Werth davon besitzen.

²¹⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band II., Seite 141.

²²⁾ Eine Kontroll-Basis, die sich Schumacher am südlichsten Punkt von Gauss' Dreiecken — also bei Göttingen — gedacht hatte (Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 137), hätte Gauss auch gern gemessen, wenn er sich nicht (Briefwechsel mit Bessel Seite 412) „auch abgesehen von den grossen Kosten vor einer so höchst langweiligen Arbeit gescheut hätte“.

²³⁾ Gerling, Beiträge zur Geographie Kurhessens. Einleitung. Seite V.

²⁴⁾ Das „südliche Meridianzeichen“ kommt nur in dem bei diesem Aufsatz abgedruckten Arbeits-Bericht und Tableau pro 1821 vor; nachher ist nie mehr davon die Rede.

²⁵⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 199, 200.

²⁶⁾ Arbeits-Bericht pro 1821; vergleiche auch Briefwechsel mit Bessel. Seite 369, 370.

fordert. Bei der Hannoverschen Gradmessung muss dies Dreiecksnetz im Norden bei Hamburg sich an die Dänischen Messungen anschliessen: im Süden ist zwar die Göttinger Sternwarte der eigentliche natürliche Endpunkt der Gradmessung an sich; allein damit diese auch der weitem Ausdehnung nach Süden fähig werde, ist es zugleich sehr wesentlich, sie an diejenigen fremden Messungen anzuschliessen, welche das Königreich Hannover auf der Südseite berühren. In diesem Falle befinden sich die von der Königlich preussischen Regierung veranstalteten und mit grosser Sorgfalt ausgeführten Messungen, sowie gegenwärtig auch in Kurhessen eine grosse mit aller erreichbaren Genauigkeit auszuführende Triangulirung beabsichtigt wird.

Die erwähnten preussischen Messungen, soweit sie bisher ge-
diehen waren, wurden mir im vorigen Winter mitgetheilt; ausserdem hatte ich Gelegenheit, einen Theil der von dem französischen Obersten Epailly im J. 1804 u. f. im Hannoverschen, und namentlich im südlichen Theile, gemachten Messungen zu erhalten. Der Besitz dieser und einiger anderer Hilfsmittel, welche bei der ersten Auswahl der Dreieckspunkte einige Erleichterung geben konnten, sowie die Erwägung, dass manchen kleinen von dem Anfange solcher Operationen unzertrennlichen Schwierigkeiten und Verlegenheiten immer schneller und leichter in der Nähe von Göttingen würde abgeholfen werden können, — bestimmten mich, die Triangulirung *auf der Südseite* anzufangen.

Schon im J. 1820 hatte ich angemessene Einleitungen getroffen, um mir die erforderlichen Instrumente zu verschaffen: hier erwähne ich nur derjenigen, welche sich unmittelbar auf den geodätischen Theil der Gradmessung beziehen. Zu den eigentlichen Winkelmessungen hatte ich bei Reichenbach (dessen Werkstatt sein ehemaliger Werkmeister Ertel gegenwärtig ganz übernommen hat) einen zwölfzölligen Theodolithen bestellt, dessen Vollendung und Ablieferung auf das Frühjahr 1821 zugesagt war. Einen kleineren Theodolithen von dem englischen Künstler Troughon hatte ich durch die gefällige Besorgung des Professors Schumacher bereits in Händen.

Eine besondere Vorsorge erforderten die Hilfsmittel, die Dreieckspunkte in sehr grossen Entfernungen sichtbar zu machen. Da es meine Absicht und von grösster Wichtigkeit war, die Dreiecke so gross wie möglich zu wählen, so blieb, bei der Beschaffenheit des Landstriches, durch welches sie zu führen sind, keine Hoffnung, dass viele Kirchthürme als Dreieckspunkte würden benutzt werden können. Besonders gebaute Signalthürme sind bisher das in solchen Fällen am meisten angewandte Mittel gewesen: indessen kommen in der Ausübung nicht selten Fälle vor, wo auch dieses Mittel unzureichend wird, indem solche Signalthürme (eben sowie die Kirchthürme) in grossen Entfernungen, da, wo sie sich nicht gegen den Himmel und besonders da, wo sie sich gegen nahen dunkelfarbigem Hintergrund projiciren, immer sehr schwer zu sehen, und noch

viel schwerer zu beobachten sind. *) Andere Beobachter haben aus diesen und andern Gründen häufig (einige ausschliesslich) die Winkelbeobachtungen bei Nacht angestellt, indem sie die entfernten Dreieckspunkte durch grosse Argandsche Lampen mit sehr genau parabolischen Reverberes sichtbar machen liessen. Freilich haben diese nächtlichen Beobachtungen wieder andere grosse Schwierigkeiten und Inconvenienzen, und besonders bei sehr grossen Dreiecken muss gewöhnlich eine gelungene Beobachtung erst mit vielen vergeblichen Versuchen gleichsam erkaufte werden. Die preussischen Offiziere z. B. haben, um die drei Winkel des grossen Dreiecks zwischen dem Brocken, dem Petersberge bei Halle und dem Ettersberge bei Weimar auf diese Art zu messen, beinahe drei Monate nöthig gehabt; und noch übler ist es den französischen Astronomen bei ihren Messungen in Spanien gegangen. Wenn ich daher gleich nicht geneigt war, mich dieser Beobachtungsart ausschliesslich zu bedienen, zumal da meine physischen Kräfte den Beschwerden eines beständigen nächtlichen Aufenthalts auf meistens hohen und schwer zugänglichen Bergen schwerlich gewachsen gewesen sein würden, so musste ich mich doch, da kein anderes Mittel bisher bekannt war, im Voraus gefasst halten, dasselbe wenigstens in manchen einzelnen Fällen zu gebrauchen, und ich hatte daher vorläufig drei solcher Lampen bei Repsold in Hamburg und bei Körner in Jena bestellt. Diese Lampen erhielt ich im Mai 1821, und ihre Wirkung bei den in schicklichen Entfernungen damit verschiedentlich angestellten Versuchen hat auch meiner Erwartung entsprochen.

Indem mir alle die erwähnten grossen Schwierigkeiten bei Bildung grosser Dreiecke nach fremden Erfahrungen, noch ehe ich eigne gemacht hatte, vorschwebten, war ich auf ein ganz neues Mittel bedacht, ihnen abzuhelfen. Theoretische Untersuchungen hatten mich überzeugt, dass reflectirtes Sonnenlicht von nur ganz kleinen Planspiegeln, hinreichende Kraft habe, um in den grössten Entfernungen sichtbar zu sein, und sich viel leichter und besser beobachten zu lassen, als alle Thürme und Signale, ja selbst besser, als mehrere zusammengestellte Argandsche Lampen bei Nacht. Um diese Idee brauchbar zu machen, bedurfte es eines besonderen Apparats oder Instruments, wodurch man das reflectirte Sonnenlicht mit grösster Genauigkeit und Sicherheit ununterbrochen nach jedem beliebigen, noch so weit entfernten Punkte lenken kann. Obgleich ich die Einrichtung zu diesem Zweck im Wesentlichen schon vollständig entworfen hatte, war es doch nicht leicht, dasselbe ausgeführt zu erhalten, zumal wenn dies durch einen auswärtigen Künstler hätte geschehen sollen, wo der Vortheil fortwährender

*) Meine eigne Erfahrung im vorigen Sommer hat dies vielfach bestätigt. So habe ich z. B. während meines ganzen mehr als vierwöchentlichen Aufenthalts auf dem Brocken den auf dem Hils erbaueten $7\frac{1}{2}$ Meilen entfernten Signalthurm nur ein oder zweimal auf wenige Minuten, die Kirchthürme des 12 Meilen entfernten Hannover auch nicht ein einzigesmal sehen können, ungeachtet die Richtung genau bekannt war.

mündlicher Berathung bei einzelnen technischen Schwierigkeiten weggefallen wäre, und die Vollendung daher zum wenigsten sehr in die Länge gezogen sein würde. Diese Verlegenheit näherte sich jedoch ihrer Erledigung, als unser geschickter Inspector Rumpf, welcher während eines grossen Theils des Winters von hier abwesend gewesen war, gegen Ostern nach Göttingen zurückkehrte, und bald nachher die Arbeit eines solchen Instruments übernahm. Den Erfolg davon werde ich weiter unten berichten.

Nachdem alle die erwähnten Vorbereitungen getroffen waren, fing ich um die Mitte Aprils 1821 die ersten Recognoscirungen und vorläufigen Messungen in der Umgegend von Göttingen an. Auf einem beynahe zwei Meilen von hier entfernten Berge, dem Hohenhagen, war die Stelle, wo ehemals ein französischer Signalthurm gestanden hatte, noch zu erkennen, und dieser Platz selbst, welcher eine sehr ausgedehnte Aussicht beherrscht, wurde zu einem Hauptdreieckspunkte überaus schicklich befunden.

Diese meine vorläufigen Messungen während der letzten Hälfte des April und im Mai, setzten mich in den Stand, meinen beiden Gehülfen, dem Hauptmann Müller und dem Lieutenant Hartmann, als sie in der Mitte des Mai Hannover verliessen, die ersten Gegenstände ihrer Thätigkeit, ehe sie nach Göttingen selbst kamen, anzuweisen. Sie recognoscirten besonders die höchsten Bergspitzen im Hildesheimschen, um in dieser Gegend wo möglich einen Punkt ausfindig zu machen, der mit dem Hohenhagen und dem vom Hohenhagen aus sichtbaren Kötersberge im Amte Polle ein Dreieck bilden könnte. Diese Hoffnung schlug jedoch fehl, und die spätere Recognoscirung des Kötersberges selbst bestätigte die Unmöglichkeit vollkommen, daher dieser letztere Punct, welcher zwar bei einer allgemeinen Landestriangulirung, wie auch zu eventueller Verbindung mit den Kurhessischen und Westphälischen Messungen, sehr brauchbar sein würde, wenigstens für jetzt und für die Gradmessung aufgegeben werden musste.

Dagegen hatten meine eignen erwähnten Messungen mir eine Stelle des Hils bei Ammensen als einen wahrscheinlich zu einem Hauptdreieckspunkt sich sehr gut eignenden Platz bezeichnet, sowie auch der vom Hohenhagen aus gleichfalls sichtbare Kahlberg (nicht weit von Gandersheim), welcher ein französischer Dreieckspunkt gewesen war, eine Berücksichtigung verdiente. Ich trug daher meinen Gehülfen die Recognoscirung dieser beiden Punkte bei ihrer Reise aus dem Hildesheimschen nach Göttingen auf, und das Resultat davon war, dass zwar der auf seinem Gipfel stark bewaldete Kahlberg nur mit grossen Schwierigkeiten als Dreieckspunkt benutzt werden könnte, der Platz auf dem Hils hingegen, von wo aus in Norden die Aussicht bis Hannover (und wie spätere Untersuchung gezeigt hat, sogar noch mehr als drei Meilen weiter, bis zum Brelinger Berge) offen ist, sich sehr gut dazu qualificirte.

Bei der Hannoverschen Gradmessung ist es ein besonders wesentlicher und wichtiger Umstand, dass die ersten von der hiesigen

Sternwarte auslaufenden Dreiecksseiten durch die festen Meridian-Instrumente der Sternwarte selbst auf das genaueste orientirt werden können. Die Aussicht der Sternwarte in der Richtung des Meridians war zwar ursprünglich weder auf der Nordseite noch auf der Südseite offen, und wenn diesem Mangel nicht abzuhelpen gewesen wäre, so wäre nicht allein jener höchst wichtige Vortheil gar nicht vorhanden gewesen, sondern es wäre diess auch auf immer ein wesentlicher Radical-Fehler bei der Wahl des Platzes der Sternwarte geblieben. Glücklicherweise war aber die eine Hälfte dieser Schwierigkeit bereits überwunden; die, vorher durch die Gärten vor Göttingen versperrt gewesene Aussicht nach Norden hatte ich schon im Herbst 1820 geöffnet, und auf einem Berge unweit Weende ein provisorisches Meridianzeichen errichten lassen. Viel grösser waren hingegen die Schwierigkeiten auf der Südseite des Meridians, wo eine dichte hohe drei Stunden entfernte Waldung die Aussicht begrenzte. Dieses Hinderniss musste womöglich überwunden werden.

Nachdem meine Gehülfen in Göttingen angekommen waren, wurden zuvörderst Einleitungen zum Bau eines Signalthurms auf dem Hohenhagen getroffen. Der Hauptmann Müller ging hierauf zur Recognoscirung des Kötersberges ab, während der Lieutenant Hartmann hier blieb, um das Detail des Signalbaues in Dransfeld zu inspiciern. Zugleich wurde nun dessen Anwesenheit hier benutzt, um die Beschaffenheit jener Hindernisse der südlichen Meridian-Aussicht näher zu untersuchen. Es fand sich, dass jene Waldung Eigenthum der Dorfschaft Friedland sei, und eine Lichtung derselben möglich, obwohl mit nicht ganz unbedeutenden Entschädigungskosten. Die grosse Wichtigkeit des Gegenstandes musste hier entscheiden. Es wurde*) eine Schneis durch den Wald gehauen, welche schwierige Operation durch die geschickte Beihülfe des Lieutenants Hartmann so gut gelang, dass sie ungeachtet der geringen Breite von 1 Ruthe dem beabsichtigten Zweck vollkommen entsprach. Die Sternwarte wird hierdurch nun zugleich den unschätzbaren Vorheil gewinnen, auf *beiden* Seiten Meridianzeichen zu erhalten, und der bei der ersten Anlage begangene Fehler wird dadurch gehoben. Es ist mir angenehm, hiebei zugleich bemerken zu können, dass im ganzen Jahre weiter keine Fälle vorgekommen sind, wo Aushaue mit Kosten verknüpft gewesen wären.

Der Hauptmann Müller hatte sich inzwischen, nachdem die Unbrauchbarkeit des Köterberges vollständig entschieden war, von da nach dem Hils begeben, um hier die Erbauung eines zweiten Signalthurms einzuleiten, über dessen weitere Ausführung zu wachen der an der Karlshütte angestellte Reinking d. J. auf sich nahm, und dadurch den Hauptmann Müller in Stand setzte, sogleich noch eine Recognoscirung eines neuen Dreieckspunktes vorzunehmen. Ich hatte dazu, nachdem im Hildesheimschen sich kein schicklicher Punkt gefunden hatte, einen noch weiter nordöstlich schon im

*) *Genau* in der Richtung des Meridians.

Braunschweigischen liegenden Berg, den Kruksberg nahe bei *Lichtenberg* ausersehen, und die Reise des Hauptmanns Müller bestätigte meine Erwartung. Dieser hohe und vortheilhaft gelegene Berg ist aber mit Hochwald bewachsen; inzwischen da die Waldung herrschaftlich ist, so wurde die Genehmigung der nöthigen Aus-hau von der herzogl. Braunschweigschen Kammer sofort, und um so leichter ertheilt, weil ohnehin ein Theil dieser Forst schon zu einem baldigen Abtriebe bestimmt war.

Während dieser Zeit hatte der Inspector Rumpf schon fleissig an dem oben erwähnten Instrument gearbeitet, welches ich fortan mit dem ihm beigelegten Namen Heliotrop bezeichnen werde. Allein noch vor dessen Vollendung war ich auf die Idee gekommen, einen blossen Spiegelsextanten zu einer Art Viceheliotrop einzurichten, freilich viel unvollkommener, als jenes Instrument selbst, aber doch bei geschickter Behandlung gleichfalls brauchbar. Die damit schon auf Entfernungen von beinahe zwei Meilen angestellten Versuche bestätigten die enorme Kraft des reflectirten Sonnenlichts fast über meine Erwartung, und ich durfte nun nicht mehr zweifeln, dass die Erbauung eines dritten Signals auf dem Berge bei *Lichtenberg* schon durch den sich seiner Vollendung nahenden Heliotrop würde entbehrlich gemacht werden, daher ich den Hauptmann Müller von dort nach *Göttingen* zurückberief.

Die wirklichen Winkelmessungen konnten jetzt nach Vollendung des Signals auf dem *Hohenhagen*, ihren Anfang nehmen; denn obgleich der aus *München* erwartete Theodolith noch nicht fertig war, so hatte ich doch von dorther einstweilen einen andern ganz ähnlichen. dem Professor *Schumacher* gehörenden erhalten, welchen dieser mir vorerst zu meinen Messungen zu leihen sich gefälligst erboten hatte. Zuerst wurden die Messungen in der hiesigen Sternwarte gemacht; das Nördliche Meridianzeichen war darauf die zweite Station, wobei zugleich der erste Versuch gemacht wurde, den inzwischen fertig gewordenen Heliotrop, womit der Hauptmann Müller nach dem *Hils* detachirt wurde, zu einer wirklichen Winkel-messung im Grossen anzuwenden. Dieser Versuch fiel so glücklich aus, dass ich nun auch nicht mehr zweifeln konnte, der Heliotrop werde auch eine noch viel entscheidendere Probe bestehen, wozu schon vorher Vorbereitungen getroffen waren. Ich hatte nemlich den gegenwärtigen Vorsteher der *Gothaischen Sternwarte*, Professor *Enke*, veranlasst, den Versuchen mit dem Viceheliotrop hier beizu-wohnen, und sich mit den dabei nöthigen Handgriffen vertraut zu machen, und derselbe war nun bereitwillig, die Verbindung meiner dritten Station, des *Hohenhagen*, mit dem $11\frac{1}{2}$ Meilen entfernten *Inselsberge*, (einem Dreieckspunkt der preussischen Vermessung) dadurch befördern zu helfen, dass er dort die Winkelmessung zum *Hohenhagen*, von wo ich ihm das Heliotroplicht zusenden liess, mit einem guten Theodolithen bewerkstelligte, und zugleich wieder von dorther mit Hülfe eines zum Viceheliotrop gemachten Sextanten Sonnenlicht nach dem *Hohenhagen* für meine eignen Winkelmessungen

zu verabredeten Stunden gelangen liess. Von diesen mit dem glücklichsten Erfolge in der letzten Hälfte des Julius ausgeführten Operationen habe ich bereits im 126. Stück der hiesigen gelehrten Anzeigen eine ausführliche Nachricht bekannt gemacht.

Es war nunmehr entschieden, dass der Heliotrop im Allgemeinen die weitere Erbauung von Signalen unnöthig mache, und von diesem Zeitpunkt an hat er zum Haupthülfsmittel gedient, wodurch erreicht wurde, was auf anderm Wege gar nicht zu erreichen gewesen wäre. Der Umstand, dass mir in diesem Jahre nur Ein Heliotrop zu Gebote stand, machte es freilich unvermeidlich, dass der Hauptmann Müller, welcher ihn lenkte, mit ihm successive die verschiedenen Punkte bereisen musste, welche ich von einem Standpunkte aus zu beobachten hatte, und die Arbeiten hätten sich zum Theil bedeutend schneller fördern lassen, wenn gleichzeitig mehrere Heliotropen hätten angewandt werden können, wie es in Zukunft der Fall sein wird. Inzwischen wurde doch jener Nachtheil schon dadurch etwas gemindert, dass ich nach einer Art telegraphischer verabredeter Sprache, wozu ich mich des zum Viceheliotrop eingerichteten Sextanten bediente, dem Hauptmann Müller die nöthigen Ordres augenblicklich zukommen lassen konnte. Auch diese neue Anwendung des Heliotrops bewährte sich eben so sehr, wie die erste.

Nachdem die Winkelmessungen auf dem Hohenhagen vollendet waren, sollte nun die Hils-Station folgen: allein vorher musste erst noch eine die weitere Fortsetzung der Dreiecke betreffende Ungewissheit gehoben werden. Ich wusste zwar, dass auf dem Hils alle Thürme der Stadt Hannover sichtbar sind, allein es war noch zweifelhaft, ob einer dieser Thürme sich zu weiterer Fortsetzung gut gelegener Dreiecke, nach Osten, Nord-Ost und Norden eignen würde, zumal da nach den mir zugekommenen Nachrichten der höchste dieser Thürme, der Markthurm, der Aufstellung eines Messungs-Instruments grosse vielleicht kaum übersteigliche Hindernisse entgegenstellt. Zu dem Ende reisete ich selbst, während der Lieutenant Hartmann den Transport der Instrumente nach dem Hils, und die daselbst nöthigen Vorkehrungen besorgte, nach Braunschweig, und liess den Hauptmann Müller noch weiter nördlich, zum Wohlenberge bei Meinersen, gehen. Unsere Untersuchungen entschieden hier sofort, dass zwar vom höchsten Thurme in Braunschweig *alle* Kirchthürme von Hannover gesehen werden können, dass aber auf dem Wohlenberge, dem höchsten Punkt dortiger Gegend, nur die äusserste Spitze des Markthturms in Hannover sichtbar ist, während dessen tieferer Theil, sowie alle übrigen Kirchthürme, ganz verdeckt bleiben. Es war daher nicht darauf zu rechnen, dass Hannover als Hauptdreieckspunkt*) benutzt werden

*) Ich bemerke hiebei, dass dessenungeachtet die Lage von Hannover eben so genau mit bestimmt werden wird, als wenn es ein Hauptdreieckspunkt wäre, sowie ich überhaupt mit den unmittelbar zur Gradmessung gehörenden Beobachtungen auf jedem Standpunkte allezeit, soweit es ohne erheblichen

könnte, und es mussten bei den Beobachtungen auf dem Hils andere nördlich liegende Punkte mit zugezogen werden, deren Wahl erst bei meiner eignen Gegenwart auf dem Hils bestimmt werden konnte.

Gleich nach meiner Rückkunft von Braunschweig verfügte ich mich daher dorthin, und maass daselbst die auf den Hohenhagen, Lichtenberg, Brocken und das Nördliche Meridianzeichen Bezug habenden Winkel, wobei der Hauptmann Müller mittelst des Heliotrops zuerst den gewählten Platz bei Lichtenberg, und hernach das Meridianzeichen sichtbar zu machen hatte. Ich ging dann auf einen Tag nach Göttingen zurück, theils um wegen der noch auf dem Hils zu beobachtenden nördlichen Hauptdreieckspunkte mit dem Hauptmann Müller Rücksprache zu nehmen, theils um den neuen aus München inzwischen angelangten Theodolithen in Empfang zu nehmen. Die Messung der auf dem Hils noch rückständigen Winkel zu den neu ausgewählten Dreieckspunkten, dem Brelinger Berge und dem Deister, wurde hierauf mit Hülfe des durch den Hauptmann Müller gelenkten Heliotroplichts bis Ende August vollendet.

Ich begab mich jetzt Anfang Septembers in Begleitung des Lieutnants Hartmann nach dem fünften Hauptdreieckspunkte, dem Brocken. Die von da aus zu beobachtenden Hauptdreieckspunkte waren Lichtenberg, der Hils, der Hoehagen und der Inselsberg. Auf dem zweiten und dritten dieser Punkte befanden sich zwar Signale, allein die Erfahrung bestätigte hier, wie ich zum Theil schon oben angedeutet habe die grosse Schwierigkeit, sie zu sehen und zu beobachten. Der Hauptmann Müller musste sie daher der Reihe nach alle vier mit dem Heliotrop bereisen. Ganz nach Wunsch ging es mit den beiden ersten. Allein gegen alle Erwartung, da sonst in unsern Gegenden die Witterung im September solchen Operationen am günstigsten zu sein pflegt, trat nun eine so ungünstige ein, dass die Vollendung der Messungen zum Hohenhagen hin sehr verzögert, die zum Inselsberge hin aber fast ganz vereitelt wurden, indem während des ganzen vierzehntägigen Aufenthalts des Hauptmanns Müller beinahe ununterbrochener Nebel oder Regen fast alle Beobachtungen unmöglich machten. Nur einmal konnten während einer kurzen Aufheiterung von einer Viertelstunde, wo das Heliotroplicht die grosse Entfernung von beinahe 15 Meilen durchdrang, ein Paar unsichere Messungen gemacht werden. Auf diesen wichtigen Theil der Messung werde ich daher in Zukunft noch einmal zurückkommen müssen. Bei der vorgerückten Jahreszeit liess sich im October kein günstigeres Wetter für eine schon an sich so schwierige Operation mehr erwarten; zudem machte die damals als nahe bevorstehend angesehene Ankunft Sr. Majestät des Königs in Göttingen meine Rückkehr dahin nothwendig. Ich liess daher den Lieutenant Hartmann nach Hannover zurückgehen, und traf selbst am 3. October

Zeitverlust geschehen kann, alle diejenigen gern verbinde, die für die Geographie des Königreichs nützlich sein können.

wieder in Göttingen ein. In der Umgegend von Göttingen wurden nun noch gemeinschaftlich mit dem inzwischen vom Inselsberge zurückgekehrten Hauptmann Müller verschiedene Messungsoperationen vorgenommen, nach deren Vollendung dieser am 15. October nach Hannover zurückkehrte.

Hiemit waren für dieses Jahr die geodätischen Operationen geschlossen. Mir selbst blieb noch übrig, den Ramsdenschen Zenith-sector von dem Professor Schumacher in Altona zu übernehmen. Zum Einpacken und Escortiren dieses Instruments, welches mit dem Zubehör zwei Wägen füllte, nahm ich, da meine beiden bisherigen Gehülfen ihrer andern Geschäfte wegen zu dieser Zeit nicht wohl von Hannover abkommen konnten, den hiesigen Inspector Rumpf zu Hülfe. Die Theilung des Sectors wurde vor der Uebernahme von dem Professor Schumacher und mir mittelst eines eignen dazu von Repsold verfertigten mikroskopischen Apparats einer besondern Prüfung unterworfen. Ich traf von dieser am 22. November angetretenen Reise am 14. December wieder in Göttingen ein, wo einige Tage nachher auch der Sector selbst wohlbehalten angelangt ist. Zu seiner ersten Aufstellung in der hiesigen Sternwarte werden die Vorkehrungen in Kurzem vollendet sein.

Ich füge diesem Bericht noch eine kleine Zeichnung bei, welche zur Uebersicht der bisherigen geodätischen Arben dienen kann, und bemerke zur Erklärung derselben, dass die schwarzen Linien sich auf die schon gemachten Messungen, die rothen ²⁷⁾ auf die künftigen beziehen; die rothen punktirten ²⁷⁾ Linien bezeichnen dabei solche Verbindungen, deren Ausführbarkeit noch unentschieden ist. Da die meisten Hauptdreieckspunkte wenig bekannte Berge sind, so habe ich zugleich mehrere andere Oerter, nach ihrer meistens durch meine eignen Beobachtungen bestimmten Lage mit eingetragen.

Rücksichtlich des Personals habe ich noch zu bemerken, dass ich ausser dem mir beigegebenen aus drei Mann bestehenden Artillerie-Commando, wovon sehr häufig einer, zuweilen zwei, verschickt werden mussten, behuf der Dienstleistungen bei den Messungsoperationen noch den dazu sehr brauchbaren Aufwärter der hiesigen Sternwarte, Teipel, mitzuzuziehen für nöthig gefunden habe, anfangs, so lange die Arbeiten näher bei Göttingen dauerten, nur in einzelnen Fällen, hernach von Ende Julii an, fortwährend. An baarem Gelde habe ich demselben eben so viel dafür gereicht, als jedem des Artillerie-Commando's ausgesetzt sind.

Unterthänigst

Göttingen 7. Januar 1822.

C. F. Gauss.

²⁷⁾ In der beigegebenen photolithographischen Nachbildung dieser Zeichnung sind, um den Farbendruck in zwei Platten zu vermeiden, die rothen vollen Linien durch schwarze gestrichelte, die rothen punktirten durch schwarze punktirte ersetzt.

II.

Das Dreiecks-Netz der Gradmessung.

(Hierzu Tafel III.)

Wenn man das Dreiecksnetz der Gradmessung unbefangen prüft, wird man sagen müssen, dass seine Konfiguration keineswegs als etwas Vollendetes oder Nachahmungswerthes erscheint.

Die Anordnung der Dreiecke ist komplizirt bis zur Verworrenheit. Grösste und kleinste Formen sind in demselben System vereinigt. Die spitzen Winkel — unvermeidlich beim Uebergange von grösseren zu kleineren Seiten, aber unschädlich, wenn sie bei der durchlaufenden Seitenberechnung ohne Einfluss bleiben, — wirken mehrfach auch bei der Uebertragung der Seite von einem Dreieck in das andere mit. Die vielen kleinen und kleinsten Formen erfordern im Verhältniss zu der räumlichen Ausdehnung der Triangulation eine überaus grosse Anzahl von Winkelmessungen.

Diese unverkennbaren — und von Gauss selbst indirekt auch anerkannten — Mängel des Dreiecksnetzes sind auf folgende, bei Ausführung der Arbeit obwaltende Umstände zurückzuführen:

1. Das Missverhältniss zwischen der Schwierigkeit des zu überwindenden Terrains und den finanziellen und technischen Mitteln, welche Gauss zu Gebote standen.

2. Die Art, wie die Arbeit überhaupt vor sich ging; dass nämlich der Plan für das Dreiecksnetz successive sich ausbildete, während immer schon gleichzeitig und in derselben Gegend an den definitiven Messungen gearbeitet wurde.

Dazu kommt 3. ein persönliches Moment: eine so unruhige, körperlich anstrengende und geistig aufregende praktische Thätigkeit, wie die Rekognoscirung eines Dreiecksnetzes — zumal unter schwierigen Verhältnissen — sie erfordert, widerstrebte Gauss' ganzer Individualität.

In welcher Weise und mit welchen Mitteln das Dreiecksnetz entstand, soll in diesem Aufsatz besprochen werden. An die Darstellung des historischen Vorganges werden sich — auf Grund mehrjähriger Erfahrung des Verfassers auf dem eigenartigen und literarisch wohl selten behandelten Gebiet der praktischen Rekognoscirung in grossem Massstabe — einige selbstständige Betrachtungen und Folgerungen, wesentlich praktischer Natur, anknüpfen. Es muss dabei Kritik ausgeübt werden; aber es soll nicht eine tadel-süchtige, besser wissen wollende Kritik sein, die einem Manne wie Gauss gegenüber doppelt unangebracht wäre, sondern eine Kritik, die aus geschichtlicher Betrachtung Belehrung schöpfen will.

Das Tableau, welches diesem Aufsätze beigegeben ist, bedarf zuvor einiger Erläuterungen bezüglich der Bedeutung der angewendeten Signaturen.

Die starken vollen Linien sollen das von Gauss selbst als solches bezeichnete Haupt-Dreieckssystem hervorheben. Mit schwä-

cheren vollen Linien sind diejenigen Richtungen angegeben, von welchen Gauss sagt, sie hätten unbeschadet des Zusammenhanges fortbleiben können; da sie aber einmal — und zwar alle mit grösster Sorgfalt — gemessen seien, so bildeten sie Kreuzungskontrollen, welche bei der Rechnung nach willkürfreien Grundsätzen aufs Strengste mit berücksichtigt seien.¹⁾ Die Grenze zwischen der Gradmessung 1821—1823 und deren Fortsetzung 1824—1825 — (Seiten Hamburg-Wilsede und Wilsede-Falkenberg) — ist durch Doppel-Linien markirt. Ferner bedeuten die punktirten Linien Richtungen, welche — theils beobachtet, theils projektirt, — später wieder verworfen wurden, weil die angeschnittenen Punkte bei näherer Prüfung sich nicht zur Weiterführung der Dreieckskette eigneten. (Brelingerberg, Wohlenberg, auch südliches Meridianzeichen.²⁾ Die gestrichelten Verbindungen (von Scharnhorst nach Deister und Lichtenberg, wodurch der Punkt Garssen überflüssig geworden wäre) bezeichnen Richtungen, die nachträglich als vorhanden bzw. herstellbar konstatiert, aber nicht mehr gemessen wurden.³⁾ Diejenigen Sichten, welche mittelst Durchhau erzwungen wurden (nach Angabe der Arbeitsberichte), sind durch mehrfache Durchstrichlung der betreffenden Richtung gekennzeichnet.

Neben dem Namen jedes Punktes ist (auf Grund der Arbeitsberichte) das Jahr notirt, in welchem Gauss dort beobachtet hat. Die kleineren, hinter jede Jahreszahl in Klammern gesetzten Ziffern geben die Reihenfolge der in den einzelnen Jahren gemessenen Stationen an. Das E bei den Stations-Namen bedeutet, dass an den betreffenden Punkten schon bei der Triangulation des Oberst Epailly 1804—1805 Signale gestanden haben.⁴⁾ Die Bedeutung der

¹⁾ Bei den Akten der Trigonometrischen Abtheilung befindet sich ein Handschreiben von Gauss an General von Müffling vom 22. Dezember 1828 nebst einem Koordinatenverzeichniss der Hauptdreieckspunkte und einem eigenhändig gezeichneten Tableau. Diesem Schreiben bzw. Tableau entsprechend, ist die obige Unterscheidung gemacht, die sich übrigens ebenso auch auf einem, zum Arbeitsbericht pro 1824 gehörigen Plan wiederfindet.

²⁾ Siehe hierzu das bei Aufsatz I. abgedruckte Tableau zu Gauss' Arbeitsbericht pro 1821.

³⁾ Siehe Schumacher, Astronomische Nachrichten, Band I. Erste Beilage zu Nr. 24, Seite 444, und Briefwechsel zwischen Gauss und Schumacher, Band I., Seite 290. Beide Stellen sind identisch bis auf die Epitheta, welche sich auf die Schwierigkeit der Arbeit beziehen, worüber im Briefwechsel, Band I., Seite 292, nachzulesen.

⁴⁾ Die Trigonometrische Abtheilung besitzt ein Aktenstück über diese Triangulation, welches mehrere Berichte, Tableaux und Rechnungen enthält. Den Hauptbestandtheil desselben bildet ein 70 Seiten langer Bericht Epailly's: „Compte rendu à Monsieur le Général de Brigade du Génie Samson, directeur du dépôt général de la guerre, par le chef de section, directeur du Bureau Topographique de l'armée d'Hanovre, des travaux faits à ce Bureau pendant l'an douze.“ Gauss hat dieses Aktenstück, speziell den Compte rendu, auf welchen in der Folge mehrfach Bezug genommen werden wird, in Händen gehabt. — (Schreiben von Gauss an das Kabinets-Ministerium vom 20. März 1821. — Original bei den Akten der Abtheilung, zum grössten Theil abgedruckt in Gauss' Werken, Band IV., Seite 487-488.)

in dem Arbeits-Pensum von 1822 und 1823 angewandten Schraffirungen wird sich später im Zusammenhange der Darstellung ergeben.

Betrachten wir nun zunächst die Entwicklung der Dreieckskette zwischen den Sternwarten von Göttingen und Altona, ⁵⁾ also die Arbeit der Jahre 1821—1823.

»Im Süden«, schreibt Gauss im Arbeitsbericht pro 1821, ⁶⁾ ist zwar die Göttinger Sternwarte der eigentliche, natürliche Endpunkt der Gradmessung an sich; allein, damit diese auch der weiteren Ausdehnung nach Süden fähig werde, ist es zugleich sehr wesentlich, sie an diejenigen fremden Messungen anzuschliessen, welche das Königreich Hannover auf der Südseite berühren. In diesem Falle befinden sich die von der Königlich Preussischen Regierung veranstalteten und mit grosser Sorgfalt ausgeführten Messungen, sowie gegenwärtig auch in Kurhessen eine grosse mit aller erreichbaren Genauigkeit auszuführende Triangulation beabsichtigt wird.«

Den einfachsten und nächstliegenden Anschluss an die preussischen Dreiecke bot die Seite Inselsberg-Brocken (aus den beiden preussischen Dreiecken mit Ettersberg und Herkules, welche 1819 gemessen waren. ⁷⁾ In Kurhessen wurde die Triangulation erst im Herbst 1822 definitiv beschlossen: ⁸⁾ eine Kooperation zur Verknüpfung beider Messungen war daher bei Beginn der Gauss'schen Arbeit 1821 noch nicht möglich. Der gleich zu Anfang der Rekognoscirung 1821 von Gauss aufgesuchte Epailly'sche Dreieckspunkt Hoehagen, ⁹⁾ der »mit seiner ausgedehnten Aussicht zu einem Hauptdreieckspunkt überaus schicklich befunden« wurde, bildete mit Inselsberg und Brocken ein gutes Dreieck und eignete sich gleichzeitig zur späteren Anknüpfung der bevorstehenden Messungen nach Kurhessen hinein. So konnte sehr bald die Seite Hoehagen-Brocken als südlichste Seite der Gauss'schen Hauptdreiecke festgestellt werden. ¹⁰⁾

Im Norden war Gauss durch Schumacher's Dispositionen und seine eigenen, im Jahre 1818 auf dem Michaelis-Thurm in Lüneburg ausgeführten Winkelmessungen ¹¹⁾ an diesen Punkt bereits gebunden. Von der Seite Lüneburg-Hamburg auf Epailly's Seite Lüneburg-Wilsede weiterzugehen, war gleichfalls 1818 schon in Aus-

⁵⁾ Die Sternwarte von Altona ist 1873 nach Kiel verlegt. (Siehe C. F. W. Peters, die gegenseitige Lage der Sternwarten zu Altona und Kiel. 1884.)

⁶⁾ Abgedruckt bei Aufsatz I.

⁷⁾ Tableau aus den älteren Akten der Trigonometrischen Abtheilung.

⁸⁾ Gerling, Beiträge zur Geographie Kurhessens und der umliegenden Gegenden 1839. Einleitung.

⁹⁾ Siehe Arbeitsbericht pro 1821, abgedruckt bei Aufsatz I.

¹⁰⁾ Auf Inselsberg hat Gauss überhaupt nicht beobachtet, sondern die Messungen auf diesem Punkte 1821 dem Professor Encke von der Gothaischen Sternwarte (siehe Arbeitsbericht bei Aufsatz I.) und 1823 dem Professor Gerling überlassen. (Arbeitsbericht pro 1823 und Gerling, Beiträge zur Geographie Kurhessens.)

¹¹⁾ Vergl. Aufsatz I.

sicht genommen, so dass im Norden die Seite Lüneburg-Wilsede als Ausgangsseite für die neu zu bildenden Dreiecke angesehen werden konnte.

Zwischen Hohehagen-Brocken im Süden und Wilsede-Lüneburg im Norden sollte also die Dreieckskette der Gradmessung geführt werden. Die Entfernung zwischen den Mitten der beiden Seiten beträgt in der Luftlinie ca. 23 Meilen. Die Lage beider Seiten zur Fortschrittsrichtung der Kette ist günstig. Hohehagen und Brocken sind 9 Meilen, Wilsede und Lüneburg $4\frac{1}{2}$ Meilen von einander entfernt: das sind Längen für Hauptdreiecksseiten, welche — dem im Süden gebirgigen, im Norden flachen Terrain entsprechend — als normale und im Mittel etwa erreichbare anzusehen sind. Bei allmählicher Verkleinerung der Formen mit einer Kette von vielleicht 7 oder 8 aneinandergereihten Dreiecken auf geradem Wege von einer der gegebenen Schlusseiten zur anderen zu kommen, scheint also nach Lage und Länge derselben sehr wohl möglich.

Nun ist aber der nördliche Theil des Zwischenterrains — etwa zwei Fünftel des Ganzen — von der Lüneburger Haide ausgefüllt, einem Gelände, dessen »Widerspänstigkeit« Gauss selbst wiederholt charakterisirt hat: »das Land überall flach, keine dominirenden Punkte, überall Holz, theils in grossen Waldungen, theils in unzählbaren kleineren Kämpen, die sich schachbrettartig vor einander schieben.¹²⁾ »Thürme sind überall nur wenige da, die wenigen niedrig und nicht so hoch, wie die verwünschten überall und überall stehenden Bäume.«¹³⁾ In diesem Terrain musste ein zusammenhängendes Dreieckssystem von Grund aus neu geschaffen werden: der Epailly'sche Vorgang liess hier im Stich.

Der Oberst Epailly hatte bei seiner zur Zeit der französischen Okkupation 1804 und 1805 für kartographische Zwecke ausgeführten Triangulation Hannovers — der ersten dieses Landes überhaupt — in der Lüneburger Heide nur einzelne Dreieckspunkte, nämlich Lüneburg, Wilsede, Falkenberg, Hauselberg und Garssen, bestimmt. Hauselberg und Garssen sind in seinem Tableau unverbunden; zwischen den Seiten Falkenberg-Hauselberg und Wilsede-Lüneburg ist eine grosse Lücke, von welcher er sagt: *j'eus le désagrément de perdre quinze jours pour reconnaître l'impossibilité de conduire dans cette partie un canevas trigonométrique.*¹⁴⁾ Er hat sich dann damit geholfen, dass er seine zusammenhängende Dreieckskette im grossen Bogen um die Lüneburger Haide herumführte, nämlich vom Deister über Bremen bis zur Weser-Mündung (Bremerlehe), von da längs der Nordsee-Küste bis zur Elb-Mündung und dann elbaufwärts bis Hamburg-Wilsede.¹⁵⁾

¹²⁾ Briefwechsel mit Bessel, Seite 406—407.

¹³⁾ Briefwechsel mit Schumacher, Band I., Seite 266.

¹⁴⁾ Epailly's Compte rendu, siehe Note 4.

¹⁵⁾ „N'ayant pu pénétrer d'Hanovre vers Ulsen, je sentis que ma seule ressource était de descendre le Weser pour remonter l'Elbe.“ — Aus dem Compte rendu.

Diese Verhältnisse waren Gauss, der sich schon vor 1816 mit Rücksicht auf künftige Operationen Mühe gegeben hatte, die Epailly'schen Akten zu erhalten,¹⁶⁾ sehr wohl bekannt: er wusste aus Epailly's Berichten,¹⁷⁾ dass dieser trotz der verhältnissmässig reichlichen und energischen Mittel, welche ihm in dem okkupirten Lande zu Gebote standen,¹⁸⁾ eine Dreieckskette nicht hatte durch die Lüneburger Heide führen können. Zu dem Auswege aber, den Epailly ergriffen hatte, die Heide im Bogen zu umgehen, erklärt er im Arbeitsbericht 1822: »Ein ähnliches Verfahren, welches höchstens als Nothbehelf bei einer Landes-Vermessung zulässig sein kann, hätte ich bei der Gradmessung mir nicht erlauben dürfen«.

Die Dreieckskette zwischen Lüneburg-Wilsede und Hohehagen-Brocken sollte also trotz aller Schwierigkeiten auf geradem Wege durch die Lüneburger Heide hindurch geführt werden.

»In dem flachen, mit einer Menge Holzungen bedeckten Lande«, schreibt nun Gauss an einer anderen Stelle,¹⁹⁾ »giebt es nur wenige zu Dreieckspunkten brauchbare Plätze, wenn die Dreiecke eine etwas bedeutende Grösse haben sollen. Die Brauchbarkeit ist aber desto schwerer zu erkennen, da sie nicht von der Beschaffenheit der Plätze

¹⁶⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 131; ferner auch Seite 200.

¹⁷⁾ In dem Arbeits-Bericht pro 1822, sowie in dem Schreiben an das Kabinetts-Ministerium vom 20. März 1821 (s. Note 4) spricht er sich ausführlich hierüber aus. Vergleiche hierzu Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 260, 288, Schumacher's Astronomische Nachrichten Band I., Seite 441, Briefwechsel mit Bessel Seite 406, Brief an Bohnenberger in Band XI. dieser Zeitschrift Seite 429—432, worin Gauss speziell äussert, er besitze ein Tableau der Epailly'schen Dreiecke.

¹⁸⁾ Epailly schreibt hierüber im Compte rendu, Abschnitt „Sur les moyens d'exécution“: Pour faire marcher de front la reconnaissance des triangles, la disposition, l'élevation des signaux et l'observation des angles, il fallait malgré les cris et les plaintes des paysans pouvoir impitoyablement abattre leur bois, percer les fenêtres dans les toits de leurs clochers, y faire des observatoires; il fallait pouvoir jouir partout du droit de conquête et n'avoir à craindre nulle part ni refus, ni résistance; il fallait que nous pussions en imposer, qu'on respectât jusqu'aux signaux que nous avons élevés dans les déserts, où ils n'ont d'autre sauve-garde que la frayeur. — Epailly hatte ein sehr starkes Personal an Ingenieuren, berittenen Ordonnanzen etc., viele Wagen und Pferde. Die Rekognoscirungen wurden meist zu Pferde ausgeführt. Signale hat er bis zu 12 m Höhe angewandt; Kirchthürme unter Umständen weiss angestrichen. Für Arbeiter, Transporte u. dergl. leistete er keine Zahlung. — Die Schnelligkeit und Energie der Arbeit bei dieser militärischen „triangulation à frayeur“, wie man sie wohl nennen darf, ist sehr bemerkenswerth. Charakteristisch ist die Bemerkung, wie die Ingenieure in der Lüneburger Heide lebten: „Mr. Douyau a passé les nuits au pied de ses signaux, où il vivait de la chasse de ses ordonnances“. — Eine solche Lebensweise wäre allerdings Nichts für Gauss gewesen, der (Briefwechsel mit Schumacher Bd. I., Seite 149) „lieber täglich viermal einen langen Weg machte, als schlecht logirt“ war und (Briefwechsel mit Schumacher Bd. I., Seite 411) seinen eigenen Flaschenkeller beim Trianguliren mitführte.

¹⁹⁾ im Arbeitsbericht pro 1824. Die Aeusserung bezieht sich zunächst auf die Arbeiten des Jahres 1824, ist aber so allgemein gehalten, dass sie, auch von dieser Situation losgelöst, ihre Geltung behält.

für sich allein betrachtet, sondern von ihren Relationen unter einander abhängt, sodass öfters ein höher liegender Platz doch unbrauchbar seyn kann, wenn er nicht mit allen übrigen Punkten verbunden werden kann, mit denen er verknüpfbar seyn müsste — während dagegen zuweilen ein an sich unscheinbarer Platz tauglich seyn kann. Die Verbindungen müssen meistens erst durch Holzöffnungen erzwungen werden, deren sichere und präzise Ausführung schon ein genaues Studium des Landes voraussetzt.«

Also: nicht die Auswahl einzelner Punkte, — so urtheilt Gauss allgemein — sondern das Auffinden tauglicher Kombinationen ist die Aufgabe der Rekognoscirung. Die Voraussetzung hierzu bildet ein genaues Studium des Landes. — Verlassen wir zunächst einmal die historischen Vorgänge, und betrachten, diesen allgemeinen Gedanken in seine Details und Konsequenzen verfolgend, die Aufgaben der Rekognoscirung eines grösseren Dreieckssystems, speziell unter schwierigen Terrain-Verhältnissen.

Die Rekognoscirung eines flachen und waldigen Landes behufs Aufsuchung der Kombinationen zu einem Dreieckssystem ist eine sehr aufregende und zeitraubende Arbeit.²⁰⁾ Den Charakter eines grösseren Landstriches auffassen, die hervorragenden Punkte herausfinden, aus einem in der geistigen Auffassung immer mehr zur Klarheit sich durcharbeitenden Terrainbilde die möglichen Zusammenhänge der brauchbaren Punkte kombiniren — dazu sind weniger tiefe theoretische Einsichten nothwendig, als vielmehr praktische Anstelligkeit und Erfahrung, Urtheils- und Entschlussfähigkeit, körperliche und geistige Versatilität.²¹⁾ Es genügt aber nicht, Urtheil und Entschluss allein auf das Sehen zu gründen: die Rekognoscirung muss von vorneherein von einer vorläufigen Messung und Rechnung begleitet werden;²²⁾ nicht Karte und Fernrohr allein sind ihr Handwerkszeug, sondern dazu Theodolit und Logarithmentafel. Messung und Rechnung erfüllen noch weitere und wichtigere Zwecke,

²⁰⁾ Gauss an Schumacher 1816 (Briefwechsel Bd. I., Seite 131): „Einen grossen Vortheil haben Sie in dem Umstande, dass Dänemark schon einmal vermessen ist“; — (Anm. des Verfassers: die Bugge'schen Dreiecke, siehe Andrä, den Danske Gradmaaling, Erster Band, Einleitung) — „ich meine natürlich nicht in den gemessenen Winkeln selbst, die weit davon entfernt sind, sich zu einer Gradmessung zu qualifiziren, sondern weil jene Operation Ihnen das Auswählen der Stationspunkte ungemein erleichtern wird. Das Aufsuchen würde mir bei einer ähnlichen Arbeit das unangenehmste sein, weil dabei so viel Zeit umsonst verloren wird. Ich habe mir viele Mühe gegeben (in ähnlichen Rücksichten auf künftige Operationen) die von Epailly im Hannöverschen gemessenen Winkel zu erhalten.“

²¹⁾ Ueber die Eigenschaften, welche seine mit der Rekognoscirung zu beauftragenden Gehülfen haben sollten, äussert sich in ähnlicher Weise Gauss in einem Schreiben an den Gesandten Grafen Münster vom 30. Mai 1819 (grösstentheils abgedruckt in Gauss' Werke Band IV., Seite 482—483).

²²⁾ Gauss im Arbeitsbericht pro 1824: „Mit Hülfe der bei diesen Rekognoscirungen angestellten vorläufigen Messungen und aller sonstigen mir zu Gebote stehenden Mittel setzte ich mich in den Besitz einer genäherten Kenntniss der Lage einer bedeutenden Anzahl von Punkten, die für die bevorstehen-

als nur die Ermöglichung präziser Durchhau^e; ²³⁾ sie machen, mit der Rekognoscirung fortschreitend, diese allmählich unabhängig von der ohnehin meistens unzureichenden Karte, ²⁴⁾ und geben in den angenäherten Winkelwerthen nicht nur einen erwünschten Anhalt für die spätere, definitive Messung, sondern auch das beste Material zur Beurtheilung der Kombinationen.

Sind ältere Messungen in demselben Terrain vorhanden, so werden diese, vor Beginn der Feldarbeit vorbereitend geordnet, einen dankenswerthen Anhalt bei der Rekognoscirung selbst geben ²⁵⁾: sie sind aber nur mit grosser Vorsicht und Kritik zu benutzen und bergen eine grosse Gefahr in sich; die nämlich, dass der Rekognoscirende, welcher — unter lebhafter körperlicher Anstrengung und in stetem Kampf mit äusseren Friktionen (bei der Ueberwindung weiter Räume, dem Abpassen günstiger Witterungs-Momente etc.) — innerlich aus Zweifeln, Grübeln und Kombiniren gar nicht herauskommt, sich mit seinen Gedanken unwillkürlich allzu fest an die Vorgänge klammert und aus hierdurch beeinflussten, vorgefassten Meinungen, wie dieser oder jener Terraintheil zu behandeln sein dürfte, sich nur schwer zu selbstständigem Urtheil und eventueller

den Messungen nützlich werden konnten. Eine solche Kenntniss ist immer für die Ausführung der Hauptmessungen in vielfacher Rücksicht von grosser Wichtigkeit, ganz besonders aber in einem flachen und waldigen Terrain“ (für Ausführung von Durchhauen).

²³⁾ Grössere Durchhau sind heutzutage als ein extremes Gewaltmittel anzusehen, dessen Anwendung — abgesehen von der Schwierigkeit und Umständlichkeit der Ausführung, wegen des damit verbundenen Eingriffes in fremdes Eigenthum, der zeitraubenden und leicht Verstimmung erregenden Verhandlungen mit Behörden und Privaten — nur der äusserste Nothfall rechtfertigt.

²⁴⁾ Auch bei dem heutigen Zustande der Kartographie in Norddeutschland ist eine Uebersichtskarte wie z. B. Reymann 1:200 000 eine durchaus unzureichende Grundlage beim Rekognosciren, weil sie, aus der Kompilation verschiedener Original-Materialien entstanden, nicht auf einheitlicher Triangulation und Projektion beruht. Der hieraus beim praktischen Rekognosciren entspringenden Unsicherheit — bei schwierigem Terrain und schlechten Sichten oft sehr unangenehm — entgeht man dadurch, dass man mittelst Messung und Rechnung (wenn möglich unter Benutzung von Vorgängen, die vorher entsprechend umgearbeitet sind), sich allmählich Koordinaten einer Anzahl von markirten (ev. auch selbstgeschaffenen) Objekten in einem einheitlichen System verschafft. Dann kann man beispielsweise an einem noch nicht bestimmten Punkte nach einigen durch Rechnung schon bekannten, nahen oder leicht sichtbaren Objekten sich rückwärts einschneiden und an Ort und Stelle die Lage einer zu konstatirenden, weiten Richtung nach einem durch seine Koordinaten bekannten Punkte, dessen Sichtbarkeit zweifelhaft ist, schnell und sicher feststellen.

²⁵⁾ Gauss im Arbeitsbericht pro 1824: „Durch die älteren Oldenburgischen Messungen — obgleich ihre Genauigkeit vergleichungsweise nur gering ist — ist die gegenseitige Lage einer grossen Anzahl von Punkten, Kirchthürmen und Windmühlen, in jenem Landstriche, näherungsweise bestimmt; ich habe alle Data, welche ich nur habe zusammenbringen können, schon vorbereitend geordnet, und hoffe, darin zur Leitung der Rekognoscirungen und zur Ausmittelung der etwa vorhandenen brauchbaren Plätze eine grosse Hilfe zu finden.“

anderer Entschliessung losringt.²⁶⁾ Zwecke und Mittel späterer Triangulationen sind aber von denjenigen, welche die Vorgänge in derselben Gegend bedingt und deren Eigenart hervorgerufen haben, in der Regel verschieden; und die Vervollkommnung der Mittel einer späteren Zeit darf entsprechend höhere Leistungen, auch in der Konfiguration der Dreieckssysteme, beanspruchen.

Wenn man nun aber bei der Rekognoscirung eines Dreiecksystems in flachem und waldigem Gelände, welches keine Thürme oder sonstige direkt gegebene Aussichtspunkte darbietet, selbstständig sehen und vorläufig messen will, so darf man nicht, unsicher im Finstern tastend, am Boden bleiben: die Errichtung hoher Rekognoscirungsgerüste²⁷⁾ über die Bäume hinaus, sowohl zur Umschau, als auch als Einstellungs-Objekte bei den Messungen,²⁸⁾ ist nothwendig geboten. Das kostet Zeit und Geld²⁹⁾: aber in solchem Gelände kann man überhaupt nicht schnell und nicht billig trianguliren, und am wenigsten ist Sparsamkeit da angebracht, wo es sich darum handelt, zunächst eine gründliche und sichere Unterlage für alle weiteren Entschliessungen zu gewinnen.

Es ist weiter nöthig, dass — gerade in schwierigem Terrain — die Rekognoscirung als solche nicht früher abgeschlossen werde, als bis alle Möglichkeiten der Kombination erschöpft scheinen, und namentlich nicht früher, als bis das ganze Terrain, in welches ein einheitlich zu behandelndes Dreieckssystem fällt, auch durchweg und im Zusammenhange gründlich durchrekognoscirt ist. Geht man — bei gegebenen Schlussseiten an beiden Enden einer projektirten Kette — von einer dieser Seiten mit einem Dreiecks-Projekt, von Punkt zu Punkt sich weiter arbeitend, zur anderen fort, so kann es leicht eintreten, dass man, am anderen Ende der Schlussseite gegenüber angekommen, rückwärts das ganze Projekt ändern muss, weil die letzten Verbindungen zu den Endpunkten dieser Schlussseite fehlen. Treibt man aber, von beiden Schlussseiten ausgehend, zwei Kettenzweige einander entgegen, so lassen sich diese vielleicht

²⁶⁾ Épa lly's Vorgang ist für Gauss in der Lüneburger Haide verhängnissvoll geworden. — Uebrigens sind auch manche moderne Tableaux gar nicht anders zu erklären.

²⁷⁾ Von hier ab lässt Gauss' Beispiel als Vorbild rationeller Rekognoscirung im Stich.

²⁸⁾ Zur Konstatirung resp. vorläufigen Messung schwieriger Richtungen und zur definitiven Abmessung der nothwendigen Höhe des Beobachtungspunktes über dem Erdboden empfiehlt es sich, schon bei der Rekognoscirung Heliotrope zu benutzen.

²⁹⁾ Verfasser hat im Sommer 1883 das „Wesernetz“, welches den grössten Theil der Provinz Hannover umfasst, nach den hier entwickelten Gesichtspunkten rekognoscirt und dabei über zwanzig Rekognoscirungs-Gerüste leichtester Konstruktion bis zu 32 Meter Höhe benutzt. Von geübten Arbeitern wurden unter Leitung erfahrener Beamten pro Tag durchschnittlich 10 Meter Gerüst gebaut; das Meter kostete 4–5 Mark. Bei einem eventuellen späteren Signalbau an derselben Stelle ist das Material wieder zu verwerthen.

II.

Das Dreiecks-Netz der Gradmessung.

(Hierzu Tafel III.)

Wenn man das Dreiecksnetz der Gradmessung unbefangen prüft, wird man sagen müssen, dass seine Konfiguration keineswegs als etwas Vollendetes oder Nachahmungswerthes erscheint.

Die Anordnung der Dreiecke ist komplizirt bis zur Verworrenheit. Grösste und kleinste Formen sind in demselben System vereinigt. Die spitzen Winkel — unvermeidlich beim Uebergange von grösseren zu kleineren Seiten, aber unschädlich, wenn sie bei der durchlaufenden Seitenberechnung ohne Einfluss bleiben, — wirken mehrfach auch bei der Uebertragung der Seite von einem Dreieck in das andere mit. Die vielen kleinen und kleinsten Formen erfordern im Verhältniss zu der räumlichen Ausdehnung der Triangulation eine überaus grosse Anzahl von Winkelmessungen.

Diese unverkennbaren — und von Gauss selbst indirekt auch anerkannten — Mängel des Dreiecksnetzes sind auf folgende, bei Ausführung der Arbeit obwaltende Umstände zurückzuführen:

1. Das Missverhältniss zwischen der Schwierigkeit des zu überwindenden Terrains und den finanziellen und technischen Mitteln, welche Gauss zu Gebote standen.

2. Die Art, wie die Arbeit überhaupt vor sich ging; dass nämlich der Plan für das Dreiecksnetz successive sich ausbildete, während immer schon gleichzeitig und in derselben Gegend an den definitiven Messungen gearbeitet wurde.

Dazu kommt 3. ein persönliches Moment: eine so unruhige, körperlich anstrengende und geistig aufregende praktische Thätigkeit, wie die Rekognoscirung eines Dreiecksnetzes — zumal unter schwierigen Verhältnissen — sie erfordert, widerstrebte Gauss' ganzer Individualität.

In welcher Weise und mit welchen Mitteln das Dreiecksnetz entstand, soll in diesem Aufsatz besprochen werden. An die Darstellung des historischen Vorganges werden sich — auf Grund mehrjähriger Erfahrung des Verfassers auf dem eigenartigen und literarisch wohl selten behandelten Gebiet der praktischen Rekognoscirung in grossem Massstabe — einige selbstständige Betrachtungen und Folgerungen, wesentlich praktischer Natur, anknüpfen. Es muss dabei Kritik ausgeübt werden; aber es soll nicht eine tadel-süchtige, besser wissen wollende Kritik sein, die einem Manne wie Gauss gegenüber doppelt unangebracht wäre, sondern eine Kritik, die aus geschichtlicher Betrachtung Belehrung schöpfen will.

Das Tableau, welches diesem Aufsatz beigegeben ist, bedarf zuvor einiger Erläuterungen bezüglich der Bedeutung der angewendeten Signaturen.

Die starken vollen Linien sollen das von Gauss selbst als solches bezeichnete Haupt-Dreieckssystem hervorheben. Mit schwä-

cheren vollen Linien sind diejenigen Richtungen angegeben, von welchen Gauss sagt, sie hätten unbeschadet des Zusammenhanges fortbleiben können; da sie aber einmal — und zwar alle mit grösster Sorgfalt — gemessen seien, so bildeten sie Kreuzungskontrollen, welche bei der Rechnung nach willkürfreien Grundsätzen aufs Strengste mit berücksichtigt seien.¹⁾ Die Grenze zwischen der Gradmessung 1821—1823 und deren Fortsetzung 1824—1825 — (Seiten Hamburg-Wilsede und Wilsede-Falkenberg) — ist durch Doppel-Linien markirt. Ferner bedeuten die punktirten Linien Richtungen, welche — theils beobachtet, theils projektirt, — später wieder verworfen wurden, weil die angeschnittenen Punkte bei näherer Prüfung sich nicht zur Weiterführung der Dreieckskette eigneten. (Brelingerberg, Wohlenberg, auch südliches Meridianzeichen.²⁾ Die gestrichelten Verbindungen (von Scharnhorst nach Deister und Lichtenberg, wodurch der Punkt Garssen überflüssig geworden wäre) bezeichnen Richtungen, die nachträglich als vorhanden bzw. herstellbar konstatiert, aber nicht mehr gemessen wurden.³⁾ Diejenigen Sichten, welche mittelst Durchhau erzwungen wurden (nach Angabe der Arbeitsberichte), sind durch mehrfache Durchstrichlung der betreffenden Richtung gekennzeichnet.

Neben dem Namen jedes Punktes ist (auf Grund der Arbeitsberichte) das Jahr notirt, in welchem Gauss dort beobachtet hat. Die kleineren, hinter jede Jahreszahl in Klammern gesetzten Ziffern geben die Reihenfolge der in den einzelnen Jahren gemessenen Stationen an. Das E bei den Stations-Namen bedeutet, dass an den betreffenden Punkten schon bei der Triangulation des Oberst Epailly 1804—1805 Signale gestanden haben.⁴⁾ Die Bedeutung der

¹⁾ Bei den Akten der Trigonometrischen Abtheilung befindet sich ein Handschreiben von Gauss an General von Müffling vom 22. Dezember 1828 nebst einem Koordinatenverzeichniss der Hauptdreieckspunkte und einem eigenhändig gezeichneten Tableau. Diesem Schreiben bzw. Tableau entsprechend, ist die obige Unterscheidung gemacht, die sich übrigens ebenso auch auf einem, zum Arbeitsbericht pro 1824 gehörigen Plan wiederfindet.

²⁾ Siehe hierzu das bei Aufsatz I. abgedruckte Tableau zu Gauss' Arbeitsbericht pro 1821.

³⁾ Siehe Schumacher, *Astronomische Nachrichten*, Band I. Erste Beilage zu Nr. 24, Seite 444, und Briefwechsel zwischen Gauss und Schumacher, Band I., Seite 290. Beide Stellen sind identisch bis auf die Epitheta, welche sich auf die Schwierigkeit der Arbeit beziehen, worüber im Briefwechsel, Band I., Seite 292, nachzulesen.

⁴⁾ Die Trigonometrische Abtheilung besitzt ein Aktenstück über diese Triangulation, welches mehrere Berichte, Tableaux und Rechnungen enthält. Den Hauptbestandtheil desselben bildet ein 70 Seiten langer Bericht Epailly's: „Compte rendu à Monsieur le Général de Brigade du Génie Samson, directeur du dépôt général de la guerre, par le chef de section, directeur du Bureau Topographique de l'armée d'Hanovre, des travaux faits à ce Bureau pendant l'an douze.“ Gauss hat dieses Aktenstück, speziell den *Compte rendu*, auf welchen in der Folge mehrfach Bezug genommen werden wird, in Händen gehabt. — (Schreiben von Gauss an das Kabinets-Ministerium vom 20. März 1821. — Original bei den Akten der Abtheilung, zum grössten Theil abgedruckt in Gauss' Werken, Band IV., Seite 487–488.)

in dem Arbeits-Pensum von 1822 und 1823 angewandten Schraffirungen wird sich später im Zusammenhange der Darstellung ergeben.

Betrachten wir nun zunächst die Entwicklung der Dreieckskette zwischen den Sternwarten von Göttingen und Altona, ⁵⁾ also die Arbeit der Jahre 1821—1823.

›Im Süden‹, schreibt Gauss im Arbeitsbericht pro 1821, ⁶⁾ ist zwar die Göttinger Sternwarte der eigentliche, natürliche Endpunkt der Gradmessung an sich; allein, damit diese auch der weiteren Ausdehnung nach Süden fähig werde, ist es zugleich sehr wesentlich, sie an diejenigen fremden Messungen anzuschliessen, welche das Königreich Hannover auf der Südseite berühren. In diesem Falle befinden sich die von der Königlich Preussischen Regierung veranstalteten und mit grosser Sorgfalt ausgeführten Messungen, sowie gegenwärtig auch in Kurhessen eine grosse mit aller erreichbaren Genauigkeit auszuführende Triangulation beabsichtigt wird.‹

Den einfachsten und nächstliegenden Anschluss an die preussischen Dreiecke bot die Seite Inselsberg-Brocken (aus den beiden preussischen Dreiecken mit Ettersberg und Herkules, welche 1819 gemessen waren. ⁷⁾ In Kurhessen wurde die Triangulation erst im Herbst 1822 definitiv beschlossen: ⁸⁾ eine Kooperation zur Verknüpfung beider Messungen war daher bei Beginn der Gauss'schen Arbeit 1821 noch nicht möglich. Der gleich zu Anfang der Rekognoscirung 1821 von Gauss aufgesuchte Epailly'sche Dreieckspunkt Hohehagen, ⁹⁾ der ›mit seiner ausgedehnten Aussicht zu einem Hauptdreieckspunkt überaus schicklich befunden‹ wurde, bildete mit Inselsberg und Brocken ein gutes Dreieck und eignete sich gleichzeitig zur späteren Anknüpfung der bevorstehenden Messungen nach Kurhessen hinein. So konnte sehr bald die Seite Hohehagen-Brocken als südlichste Seite der Gauss'schen Hauptdreiecke festgestellt werden. ¹⁰⁾

Im Norden war Gauss durch Schumacher's Dispositionen und seine eigenen, im Jahre 1818 auf dem Michaelis-Thurm in Lüneburg ausgeführten Winkelmessungen ¹¹⁾ an diesen Punkt bereits gebunden. Von der Seite Lüneburg-Hamburg auf Epailly's Seite Lüneburg-Wilsede weiterzugehen, war gleichfalls 1818 schon in Aus-

⁵⁾ Die Sternwarte von Altona ist 1873 nach Kiel verlegt. (Siehe C. F. W. Peters, die gegenseitige Lage der Sternwarten zu Altona und Kiel. 1884.)

⁶⁾ Abgedruckt bei Aufsatz I.

⁷⁾ Tableau aus den älteren Akten der Trigonometrischen Abtheilung.

⁸⁾ Gerling, Beiträge zur Geographie Kurhessens und der umliegenden Gegenden 1839. Einleitung.

⁹⁾ Siehe Arbeitsbericht pro 1821, abgedruckt bei Aufsatz I.

¹⁰⁾ Auf Inselsberg hat Gauss überhaupt nicht beobachtet, sondern die Messungen auf diesem Punkte 1821 dem Professor Encke von der Gothaischen Sternwarte (siehe Arbeitsbericht bei Aufsatz I.) und 1823 dem Professor Gerling überlassen. (Arbeitsbericht pro 1823 und Gerling, Beiträge zur Geographie Kurhessens.)

¹¹⁾ Vergl. Aufsatz I.

sicht genommen, so dass im Norden die Seite Lüneburg-Wilsede als Ausgangsseite für die neu zu bildenden Dreiecke angesehen werden konnte.

Zwischen Hohehagen-Brocken im Süden und Wilsede-Lüneburg im Norden sollte also die Dreieckskette der Gradmessung geführt werden. Die Entfernung zwischen den Mitten der beiden Seiten beträgt in der Luftlinie ca. 23 Meilen. Die Lage beider Seiten zur Fortschrittsrichtung der Kette ist günstig. Hohehagen und Brocken sind 9 Meilen, Wilsede und Lüneburg $4\frac{1}{2}$ Meilen von einander entfernt: das sind Längen für Hauptdreiecksseiten, welche — dem im Süden gebirgigen, im Norden flachen Terrain entsprechend — als normale und im Mittel etwa erreichbare anzusehen sind. Bei allmählicher Verkleinerung der Formen mit einer Kette von vielleicht 7 oder 8 aneinandergereihten Dreiecken auf geradem Wege von einer der gegebenen Schlusseiten zur anderen zu kommen, scheint also nach Lage und Länge derselben sehr wohl möglich.

Nun ist aber der nördliche Theil des Zwischenterrains — etwa zwei Fünftel des Ganzen — von der Lüneburger Haide ausgefüllt, einem Gelände, dessen »Widerspänstigkeit« Gauss selbst wiederholt charakterisirt hat: »das Land überall flach, keine dominirenden Punkte, überall Holz, theils in grossen Waldungen, theils in unzählbaren kleineren Kämpfen, die sich schachbrettartig vor einander schieben.¹²⁾ »Thürme sind überall nur wenige da, die wenigen niedrig und nicht so hoch, wie die verwünschten überall und überall stehenden Bäume.«¹³⁾ In diesem Terrain musste ein zusammenhängendes Dreieckssystem von Grund aus neu geschaffen werden: der Epailly'sche Vorgang liess hier im Stich.

Der Oberst Epailly hatte bei seiner zur Zeit der französischen Okkupation 1804 und 1805 für kartographische Zwecke ausgeführten Triangulation Hannovers — der ersten dieses Landes überhaupt — in der Lüneburger Heide nur einzelne Dreieckspunkte, nämlich Lüneburg, Wilsede, Falkenberg, Hauselberg und Garssen, bestimmt. Hauselberg und Garssen sind in seinem Tableau unverbunden; zwischen den Seiten Falkenberg-Hauselberg und Wilsede-Lüneburg ist eine grosse Lücke, von welcher er sagt: *j'eus le désagrément de perdre quinze jours pour reconnaître l'impossibilité de conduire dans cette partie un canevas trigonométrique.*¹⁴⁾ Er hat sich dann damit geholfen, dass er seine zusammenhängende Dreieckskette im grossen Bogen um die Lüneburger Haide herumführte, nämlich vom Deister über Bremen bis zur Weser-Mündung (Bremerlehe), von da längs der Nordsee-Küste bis zur Elb-Mündung und dann elbaufwärts bis Hamburg-Wilsede.¹⁵⁾

¹²⁾ Briefwechsel mit Bessel, Seite 406—407.

¹³⁾ Briefwechsel mit Schumacher, Band I., Seite 266.

¹⁴⁾ Epailly's Comptes rendus, siehe Note 4.

¹⁵⁾ „N'ayant pu pénétrer d'Hanovre vers Ulsen, je sentis que ma seule ressource était de descendre le Weser pour remonter l'Elbe.“ — Aus dem Comptes rendus.

Diese Verhältnisse waren Gauss, der sich schon vor 1816 mit Rücksicht auf künftige Operationen Mühe gegeben hatte, die Epailly'schen Akten zu erhalten,¹⁶⁾ sehr wohl bekannt: er wusste aus Epailly's Berichten,¹⁷⁾ dass dieser trotz der verhältnissmässig reichlichen und energischen Mittel, welche ihm in dem okkupirten Lande zu Gebote standen,¹⁸⁾ eine Dreieckskette nicht hatte durch die Lüneburger Heide führen können. Zu dem Auswege aber, den Epailly ergriffen hatte, die Heide im Bogen zu umgehen, erklärt er im Arbeitsbericht 1822: »Ein ähnliches Verfahren, welches höchstens als Nothbehelf bei einer Landes-Vermessung zulässig sein kann, hätte ich bei der Gradmessung mir nicht erlauben dürfen«.

Die Dreieckskette zwischen Lüneburg-Wilsede und Hohehagen-Brocken sollte also trotz aller Schwierigkeiten auf geradem Wege durch die Lüneburger Heide hindurch geführt werden.

»In dem flachen, mit einer Menge Holzungen bedeckten Lande«, schreibt nun Gauss an einer anderen Stelle,¹⁹⁾ »giebt es nur wenige zu Dreieckspunkten brauchbare Plätze, wenn die Dreiecke eine etwas bedeutende Grösse haben sollen. Die Brauchbarkeit ist aber desto schwerer zu erkennen, da sie nicht von der Beschaffenheit der Plätze

¹⁶⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 131; ferner auch Seite 200.

¹⁷⁾ In dem Arbeits-Bericht pro 1822, sowie in dem Schreiben an das Kabinets-Ministerium vom 20. März 1821 (s. Note 4) spricht er sich ausführlich hierüber aus. Vergleiche hierzu Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 260, 288, Schumacher's Astronomische Nachrichten Band I., Seite 441, Briefwechsel mit Bessel Seite 406, Brief an Bohnenberger in Band XI. dieser Zeitschrift Seite 429—432, worin Gauss speziell äussert, er besitze ein Tableau der Epailly'schen Dreiecke.

¹⁸⁾ Epailly schreibt hierüber im Comptes rendu, Abschnitt „Sur les moyens d'exécution“: Pour faire marcher de front la reconnaissance des triangles, la disposition, l'élévation des signaux et l'observation des angles, il fallait . . . malgré les cris et les plaintes des paysans pouvoir impitoyablement abattre leur bois, percer les fenêtres dans les toits de leurs clochers, y faire des observatoires; il fallait pouvoir jouir partout du droit de conquête et n'avoir à craindre nulle part ni refus, ni résistance; il fallait que nous pussions en imposer, qu'on respectât jusqu'aux signaux que nous avons élevés dans les déserts, où ils n'ont d'autre sauve-garde que la frayeur. — Epailly hatte ein sehr starkes Personal an Ingenieuren, berittenen Ordonnanzen etc., viele Wagen und Pferde. Die Rekognoscirungen wurden meist zu Pferde ausgeführt. Signale hat er bis zu 12 m Höhe angewandt; Kirchthürme unter Umständen weiss angestrichen. Für Arbeiter, Transporte u. dergl. leistete er keine Zahlung. — Die Schnelligkeit und Energie der Arbeit bei dieser militärischen „triangulation à frayeur“, wie man sie wohl nennen darf, ist sehr bemerkenswerth. Charakteristisch ist die Bemerkung, wie die Ingenieure in der Lüneburger Heide lebten: „Mr. Douyan a passé les nuits au pied de ses signaux, où il vivait de la chasse de ses ordonnances“. — Eine solche Lebensweise wäre allerdings Nichts für Gauss gewesen, der (Briefwechsel mit Schumacher Bd. I., Seite 149) „lieber täglich viermal einen langen Weg machte, als schlecht logirt“ war und (Briefwechsel mit Schumacher Bd. I., Seite 411) seinen eigenen Flaschenkeller beim Trianguliren mitführte.

¹⁹⁾ im Arbeitsbericht pro 1824. Die Aeusserung bezieht sich zunächst auf die Arbeiten des Jahres 1824, ist aber so allgemein gehalten, dass sie, auch von dieser Situation losgelöst, ihre Geltung behält.

für sich allein betrachtet, sondern von ihren Relationen unter einander abhängt, sodass öfters ein höher liegender Platz doch unbrauchbar seyn kann, wenn er nicht mit allen übrigen Punkten verbunden werden kann, mit denen er verknüpfbar seyn müsste — während dagegen zuweilen ein an sich unscheinbarer Platz tauglich seyn kann. Die Verbindungen müssen meistens erst durch Holzöffnungen erzwungen werden, deren sichere und präzise Ausführung schon ein genaues Studium des Landes voraussetzt.«

Also: nicht die Auswahl einzelner Punkte, — so urtheilt Gauss allgemein — sondern das Auffinden tauglicher Kombinationen ist die Aufgabe der Rekognoscirung. Die Voraussetzung hierzu bildet ein genaues Studium des Landes. — Verlassen wir zunächst einmal die historischen Vorgänge, und betrachten, diesen allgemeinen Gedanken in seine Details und Konsequenzen verfolgend, die Aufgaben der Rekognoscirung eines grösseren Dreieckssystems, speziell unter schwierigen Terrain-Verhältnissen.

Die Rekognoscirung eines flachen und waldigen Landes behufs Aufsuchung der Kombinationen zu einem Dreieckssystem ist eine sehr aufregende und zeitraubende Arbeit.²⁰⁾ Den Charakter eines grösseren Landstriches auffassen, die hervorragenden Punkte herausfinden, aus einem in der geistigen Auffassung immer mehr zur Klarheit sich durcharbeitenden Terrainbilde die möglichen Zusammenhänge der brauchbaren Punkte kombiniren — dazu sind weniger tiefe theoretische Einsichten nothwendig, als vielmehr praktische Anstelligkeit und Erfahrung, Urtheils- und Entschlussfähigkeit, körperliche und geistige Versatilität.²¹⁾ Es genügt aber nicht, Urtheil und Entschluss allein auf das Sehen zu gründen: die Rekognoscirung muss von vorneherein von einer vorläufigen Messung und Rechnung begleitet werden;²²⁾ nicht Karte und Fernrohr allein sind ihr Handwerkszeug, sondern dazu Theodolit und Logarithmentafel. Messung und Rechnung erfüllen noch weitere und wichtigere Zwecke,

²⁰⁾ Gauss an Schumacher 1816 (Briefwechsel Bd. I., Seite 131): „Einen grossen Vortheil haben Sie in dem Umstande, dass Dänemark schon einmal vermessen ist“; — (Anm. des Verfassers: die Bugge'schen Dreiecke, siehe Andrä, den Danske Gradmaaling, Erster Band, Einleitung) — „ich meine natürlich nicht in den gemessenen Winkeln selbst, die weit davon entfernt sind, sich zu einer Gradmessung zu qualifiziren, sondern weil jene Operation Ihnen das Auswählen der Stationspunkte ungemein erleichtern wird. Das Aufsuchen würde mir bei einer ähnlichen Arbeit das unangenehmste sein, weil dabei so viel Zeit umsonst verloren wird. Ich habe mir viele Mühe gegeben (in ähnlichen Rücksichten auf künftige Operationen) die von Epailly im Hannöverschen gemessenen Winkel zu erhalten.“

²¹⁾ Ueber die Eigenschaften, welche seine mit der Rekognoscirung zu beauftragenden Gehülfen haben sollten, äussert sich in ähnlicher Weise Gauss in einem Schreiben an den Gesandten Grafen Münster vom 30. Mai 1819 (grösstentheils abgedruckt in Gauss' Werke Band IV., Seite 482—483).

²²⁾ Gauss im Arbeitsbericht pro 1824: „Mit Hülfe der bei diesen Rekognoscirungen angestellten vorläufigen Messungen und aller sonstigen mir zu Gebote stehenden Mittel setzte ich mich in den Besitz einer genäherten Kenntniss der Lage einer bedeutenden Anzahl von Punkten, die für die bevorstehen-

als nur die Ermöglichung präziser Durchhaue; ²³⁾ sie machen, mit der Rekognoscirung fortschreitend, diese allmählich unabhängig von der ohnehin meistens unzureichenden Karte, ²⁴⁾ und geben in den angenäherten Winkelwerthen nicht nur einen erwünschten Anhalt für die spätere, definitive Messung, sondern auch das beste Material zur Beurtheilung der Kombinationen.

Sind ältere Messungen in demselben Terrain vorhanden, so werden diese, vor Beginn der Feldarbeit vorbereitend geordnet, einen dankenswerthen Anhalt bei der Rekognoscirung selbst geben ²⁵⁾: sie sind aber nur mit grosser Vorsicht und Kritik zu benutzen und bergen eine grosse Gefahr in sich; die nämlich, dass der Rekognoscirende, welcher — unter lebhafter körperlicher Anstrengung und in stetem Kampf mit äusseren Friktionen (bei der Ueberwindung weiter Räume, dem Abpassen günstiger Witterungs-Momente etc.) — innerlich aus Zweifeln, Grübeln und Kombiniren gar nicht herauskommt, sich mit seinen Gedanken unwillkürlich allzu fest an die Vorgänge klammert und aus hierdurch beeinflussten, vorgefassten Meinungen, wie dieser oder jener Terraintheil zu behandeln sein dürfte, sich nur schwer zu selbstständigem Urtheil und eventueller

den Messungen nützlich werden konnten. Eine solche Kenntniss ist immer für die Ausführung der Hauptmessungen in vielfacher Rücksicht von grosser Wichtigkeit, ganz besonders aber in einem flachen und waldigen Terrain“ (für Ausführung von Durchhauen).

²³⁾ Grössere Durchhaue sind heutzutage als ein extremes Gewaltmittel anzusehen, dessen Anwendung — abgesehen von der Schwierigkeit und Umständlichkeit der Ausführung, wegen des damit verbundenen Eingriffes in fremdes Eigenthum, der zeitraubenden und leicht Verstimmung erregenden Verhandlungen mit Behörden und Privaten — nur der äusserste Nothfall rechtfertigt.

²⁴⁾ Auch bei dem heutigen Zustande der Kartographie in Norddeutschland ist eine Uebersichtskarte wie z. B. Reymann 1:200 000 eine durchaus unzureichende Grundlage beim Rekognosciren, weil sie, aus der Kompilation verschiedener Original-Materialien entstanden, nicht auf einheitlicher Triangulation und Projektion beruht. Der hieraus beim praktischen Rekognosciren entspringenden Unsicherheit — bei schwierigem Terrain und schlechten Sichten oft sehr unangenehm — entgeht man dadurch, dass man mittelst Messung und Rechnung (wenn möglich unter Benutzung von Vorgängen, die vorher entsprechend umgearbeitet sind), sich allmählich Koordinaten einer Anzahl von markirten (ev. auch selbstgeschaffenen) Objekten in einem einheitlichen System verschafft. Dann kann man beispielsweise an einem noch nicht bestimmten Punkte nach einigen durch Rechnung schon bekannten, nahen oder leicht sichtbaren Objekten sich rückwärts einschneiden und an Ort und Stelle die Lage einer zu konstatirenden, weiten Richtung nach einem durch seine Koordinaten bekannten Punkte, dessen Sichtbarkeit zweifelhaft ist, schnell und sicher feststellen.

²⁵⁾ Gauss im Arbeitsbericht pro 1824: „Durch die älteren Oldenburgischen Messungen — obgleich ihre Genauigkeit vergleichungsweise nur gering ist — ist die gegenseitige Lage einer grossen Anzahl von Punkten, Kirchthürmen und Windmühlen, in jenem Landstriche, näherungsweise bestimmt; ich habe alle Data, welche ich nur habe zusammenbringen können, schon vorbereitend geordnet, und hoffe, darin zur Leitung der Rekognoscirungen und zur Ausmittelung der etwa vorhandenen brauchbaren Plätze eine grosse Hülfe zu finden.“

anderer Entschliessung losringt,²⁶⁾ Zwecke und Mittel späterer Triangulationen sind aber von denjenigen, welche die Vorgänge in derselben Gegend bedingt und deren Eigenart hervorgerufen haben, in der Regel verschieden; und die Vervollkommnung der Mittel einer späteren Zeit darf entsprechend höhere Leistungen, auch in der Configuration der Dreieckssysteme, beanspruchen.

Wenn man nun aber bei der Rekognoscirung eines Dreiecksystems in flachem und waldigem Gelände, welches keine Thürme oder sonstige direkt gegebene Aussichtspunkte darbietet, selbstständig sehen und vorläufig messen will, so darf man nicht, unsicher im Finstern tastend, am Boden bleiben: die Errichtung hoher Rekognoscirungsgerüste²⁷⁾ über die Bäume hinaus, sowohl zur Umschau, als auch als Einstellungs-Objekte bei den Messungen,²⁸⁾ ist nothwendig geboten. Das kostet Zeit und Geld²⁹⁾: aber in solchem Gelände kann man überhaupt nicht schnell und nicht billig trianguliren, und am wenigsten ist Sparsamkeit da angebracht, wo es sich darum handelt, zunächst eine gründliche und sichere Unterlage für alle weiteren Entschliessungen zu gewinnen.

Es ist weiter nöthig, dass — gerade in schwierigem Terrain — die Rekognoscirung als solche nicht früher abgeschlossen werde, als bis alle Möglichkeiten der Kombination erschöpft scheinen, und namentlich nicht früher, als bis das ganze Terrain, in welches ein einheitlich zu behandelndes Dreieckssystem fällt, auch durchweg und im Zusammenhange gründlich durchrekognoscirt ist. Geht man — bei gegebenen Schlusseiten an beiden Enden einer projektirten Kette — von einer dieser Seiten mit einem Dreiecks-Projekt, von Punkt zu Punkt sich weiter arbeitend, zur anderen fort, so kann es leicht eintreten, dass man, am anderen Ende der Schlusseite gegenüber angekommen, rückwärts das ganze Projekt ändern muss, weil die letzten Verbindungen zu den Endpunkten dieser Schlusseite fehlen. Treibt man aber, von beiden Schlusseiten ausgehend, zwei Kettenzweige einander entgegen, so lassen sich diese vielleicht

²⁶⁾ Epa lly's Vorgang ist für Gauss in der Lüneburger Haide verhängnissvoll geworden. — Uebrigens sind auch manche moderne Tableaux gar nicht anders zu erklären.

²⁷⁾ Von hier ab lässt Gauss' Beispiel als Vorbild rationeller Rekognoscirung im Stich.

²⁸⁾ Zur Konstatirung resp. vorläufigen Messung schwieriger Richtungen und zur definitiven Abmessung der nothwendigen Höhe des Beobachtungspunktes über dem Erdboden empfiehlt es sich, schon bei der Rekognoscirung Heliotrope zu benutzen.

²⁹⁾ Verfasser hat im Sommer 1883 das „Wesernetz“, welches den grössten Theil der Provinz Hannover umfasst, nach den hier entwickelten Gesichtspunkten rekognoscirt und dabei über zwanzig Rekognoscirungs-Gerüste leichtester Konstruktion bis zu 32 Meter Höhe benutzt. Von geübten Arbeitern wurden unter Leitung erfahrener Beamten pro Tag durchschnittlich 10 Meter Gerüst gebaut; das Meter kostete 4–5 Mark. Bei einem eventuellen späteren Signalbau an derselben Stelle ist das Material wieder zu verwerthen.

in der Mitte nicht zu guten Dreiecken vereinigen.³⁰⁾ Die Vertheilung der Formen über den gegebenen Raum muss einheitlich für den ganzen Zusammenhang erfolgen.

Nach diesen Gesichtspunkten wird die Rekognoscirung vollständig zu Ende zu führen sein, ohne dass im Verlaufe derselben bereits definitive Signale gebaut oder Anordnungen irgend einer Art getroffen werden, welche spätere Entschliessungen in bestimmte Bahnen drängen, gleichviel, ob der Rekognoscirende selbst die Entscheidung über die definitive Ausführung der Arbeit zu treffen hat, oder ob er nur einer höheren Instanz das hierzu nöthige Material in Berichten und vorläufigen Messungsergebnissen unterbreitet. Die Rekognoscirung stellt zweckmässig zunächst nur die verschiedenen Möglichkeiten fest, wie einzelne Punkte sich zu Dreiecken, Dreiecke sich zu einer geschlossenen Konfiguration kombiniren lassen, ferner den Bedarf an technischen Mitteln (Signalhöhen, Durchhaue, Thurmeinrichtungen), und überschläglichs an Geld und Zeit für die Durchführung jedes einzelnen Projektes, falls deren mehrere vorhanden sind. Damit ist eine sichere Unterlage für die nunmehr nöthigen Erwägungen geschaffen, welche mit so viel Gründlichkeit und Ruhe angestellt werden müssen, dass dazu während der Rekognoscirung im Terrain meistens Zeit und Gelegenheit fehlen werden.

Die Rekognoscirung eines grösseren einheitlichen Dreieckssystems nimmt in der Regel — besonders bei schwierigem Terrain — die volle Arbeit eines Sommers in Anspruch; die auf Grund derselben beschlossenen Signalbauten werden meist noch mehr als nur den nächsten Sommer an Bauzeit erfordern; die dann folgende Ausführung der Winkelmessungen auf den einzelnen Stationen dauert weiter mehrere Jahre³¹⁾: der Entschluss, »so soll die Konfiguration bebaut und gemessen werden«, bindet also auf eine Reihe von Jahren hinaus die disponiblen Arbeitskräfte und die finanziellen Mittel, und ist um so einschneidender, als Fehler oder Versehen in der ersten Anlage sich später nur schwer wieder gut machen lassen. Um so eingehender müssen also die Erwägungen sein, welche diesem Entschluss vorangehen. Wo die finanziellen und materiellen Mittel begrenzt sind, wird zu überlegen sein, ob diese Mittel aller Art zur

³⁰⁾ Noch komplizirter, als in diesem bei Gauss' Arbeiten vorliegenden Falle gestaltet sich die einheitliche Vertheilung der Formen bei der Rekognoscirung eines grösseren („Dreiecksnetzes“, d. i. eines) von mehreren „Ketten“ umzogenen Flächenraumes, meist von annähernd runder oder quadratischer Figur, welcher innerhalb des bereits festgestellten Ketten-Rahmens mit Dreiecken ausgefüllt werden soll, derart, dass an jede nach innen zu liegende Seite der umschliessenden Ketten die Füllung angeschlossen wird und das Ganze ein einheitliches System bildet. So hatte das 1883 von dem Verfasser mit Unterstützung zweier Beamten rekognoscirte Wesernetz 18 Anschlussseiten und rund 500 Quadratmeilen Fläche. Auf dieser Fläche wurden im Laufe des Sommers die 15 Hauptdreieckspunkte des Netz-Systems durchaus im Zusammenhange meist mittelst hoher Gerüste rekognoscirt.

³¹⁾ Es folgt daraus, dass bei fester Organisation und regelmässig fortschreitender Arbeit die Rekognoscirung dem Signalbau mindestens um ein Jahr, den Beobachtungen mindestens um zwei Jahre voraus sein muss.

Ueberwindung der festgestellten Schwierigkeiten ausreichen, ob und wie eventuell neue und grössere Mittel herbeigeschafft werden können, endlich, ob es nicht besser ist, das Unternehmen überhaupt aufzugeben oder wenigstens ganz umzugestalten.³²⁾ Uebrigens aber wird durch eine ausreichende Rekognoscirung eine klare Disposition möglich, wie die vorhandenen Mittel und Arbeitskräfte bei Durchführung der Arbeit auf die erforderliche Anzahl von Arbeitsjahren zu vertheilen sind; es wird vermieden, dass Ueberflüssiges gethan, Nothwendiges unterlassen werde; der Signalbau lässt sich entsprechend vorbereiten; für die Beobachtungen auf jeder Station kann der Plan im Voraus festgestellt werden.

Eine mit Ruhe und Konsequenz durchgeführte Rekognoscirung bringt Klarheit und Ordnung in die ganze spätere Durchführung der Arbeit: die Opfer an Zeit und Geld, die sie im Voraus kostet, bringen sich nachher durch das glatte Fortschreiten der allmählichen Ausführung reichlich wieder ein.

Epailly, der wahrscheinlich kein besonders gelehrter, jedenfalls aber ein sehr praktischer Mann war, deutet die stufenweise, glatte Entwicklung seines Dreieckssystems und seiner Arbeit überhaupt in den Worten an:³³⁾ »pour faire marcher de front — la reconnaissance des triangles, — la disposition, — l'élévation des signaux, — l'observation des angles«; und auch Schumacher hatte entschieden die gleiche Reihenfolge der von einander getrennten Stufen einer derartigen Entwicklung im Sinne, als er — nach seinen eigenen praktischen Erfahrungen taxirend — im November 1817 an Gauss in Beziehung auf dessen bevorstehende Gradmessung schrieb:³⁴⁾ »Wenn durch Ihre Gehülfen, wie es sich gehört, die Stationen vorher ausgesucht und die Signale erbaut sind, so können Sie gewiss die Dreiecke in einem Jahre messen.«

Wir werden nun sehen, dass Gauss bei seinen »aktiven Gradmessungsarbeiten«, wie er sich ausdrückt,³⁵⁾ sich nicht die Zeit liess, die Rekognoscirungen, welche er zum grossen Theil selbst ausgeführt hat, erst einheitlich für das ganze projektirte System³⁶⁾ zu Ende zu bringen, dann die Disposition über die Anwendung seiner technisch und finanziell beschränkten Mittel zu treffen, demgemäss die baulichen Einrichtungen seiner Stationen zu besorgen und endlich die Winkelmessung planmässig durchzuführen: dass vielmehr im Gegentheil Rekognoscirung, Disposition, Signalbau, Winkelmessung gleichzeitig in derselben Gegend stattfanden und sich ebenso in einander verwickelten, wie ihrerseits die Dreiecksformen. Die Ersparniss an Zeit, die dabei beabsichtigt wurde, wird sich als

³²⁾ Wie es Epailly that und Gauss vielleicht hätte thun sollen (vgl. Note 69).

³³⁾ Siehe Note 18.

³⁴⁾ Briefwechsel zwischen Gauss und Schumacher Band I., Seite 136.

³⁵⁾ Briefwechsel zwischen Gauss und Schumacher Band I., Seite 335.

³⁶⁾ Bei einer Entfernung von c. 23 Meilen Luftlinie zwischen den beiden Schlussseiten betrug die im Ganzen zu rekognoscirende Fläche rund 160 Quadratmeilen, Ausdehnungen, die man für derartige Arbeiten jedenfalls nicht grosse nennen kann.

illusorisch erweisen: wir werden weiterhin konstatiren können, dass Gauss selbst nachträglich von 8 seiner (überhaupt in 5 Jahren absolvirten) 32 Gradmessungspunkte erklärt hat, sie hätten ganz wegfallen können, wenn die einfacheren Systeme gleich Anfangs ausfindig gemacht worden wären.

Als Gauss im Mai 1820 den Auftrag zur Fortsetzung der dänischen Gradmessung durch Hannover ³⁷⁾ erhielt, besass er gar keine praktischen Erfahrungen in Bezug auf geodätische Feldarbeiten, und appellirte zunächst an Schumacher's grössere Geschäfts- und Welterfahrung, von der er sehr dankbar jeden Rath annehmen wollte, ³⁸⁾ wie er auch schon in früheren Jahren von Schumacher das Material zu seinen auf die beabsichtigte Gradmessung bezüglichen, offiziellen Eingaben erbeten und erhalten hatte. ³⁹⁾ Mündliche, eingehende Besprechungen und Verabredungen zwischen Beiden haben dann vom 12. September bis 25. Oktober 1820 stattgefunden, als Gauss von Göttingen nach Holstein gereist war, um eine Zeit lang der Messung der Braker Basis beizuwohnen. ⁴⁰⁾ Demgemäss wurde auch der ganze Apparat, den Gauss für seine Arbeiten sich von Grund aus neu schaffen musste, zunächst nach dänischem Muster organisirt: Unterstützungs-Personal an Offizieren ⁴¹⁾ und

³⁷⁾ Wortlaut der Kabinettsordre vom 9. Mai 1820.

³⁸⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 190; auch 225.

³⁹⁾ Vergleiche Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 133—138 mit dem in Gauss' Werken Band IV. Seite 482—483 abgedruckten Promemoria. Das Original des letzteren ist bei den hannoverschen Ministerial-Akten.

⁴⁰⁾ Ueber diese Reise und die Braker Basis ist bereits in Aufsatz I. gesprochen. — Beiläufig mögen hier die Resultate einer persönlichen Rekognoscirung des Verfassers in Bezug auf die Gauss'sche Dreiecksseite Breithorn-Scharnhorst mitgetheilt werden, welche vielleicht von allgemeinerem Interesse sind. — Gauss hat wiederholt (Briefwechsel mit Schumacher Band I. Seite 283, 290, Schumacher's Astronomische Nachrichten I. Seite 443, Briefwechsel mit Bessel Seite 412) auf die Möglichkeit und halb und halb auch seine Absicht hingewiesen, diese Dreiecksseite, 11 220 Meter lang, unmittelbar zu messen, ein Vorhaben, dem, „soviel eine vorläufige Inspektion des Terrains urtheilen liesse, „keine unübersteiglichen Hindernisse sich darzubieten“ schienen. Verfasser hat 1884 beide Dreieckspunkte aufgesucht. Auf Breithorn ist ein kleiner Granitpfeiler (spätere Festlegung, nicht das Original-Postament) erhalten; eine Bezeichnung für Scharnhorst existirt nicht, doch wird die Stelle, wo vor 60 Jahren das Postament stand, von alten Leuten noch gezeigt. Breithorn steht jetzt in dichtem Wald, durch welchen in der Länge von 2—3 km die Richtung nach Scharnhorst geht; weiter wird die Richtung jetzt von der Eisenbahn Lüneburg-Celle in dem Einschnitt des Loher Baches gekreuzt. Die Abhänge dieses Einschnittes sind so steil, dass sie — wenigstens mit dem Bessel'schen Apparat, dessen Niveau-Einrichtung nur bis zu c. 3 Grad Steigung des Terrains direkt zu messen gestattet, — kaum zu überwinden sein dürften; auch eine künstliche Ueberbrückung des ziemlich breiten Einschnittes ist nicht wohl möglich.

⁴¹⁾ Nach Schumacher's Beispiel (vergl. Note 21) und Rath (Briefwechsel Band I. Seite 138) wählte Gauss zunächst zwei Offiziere der hannoverschen Artillerie, den Hauptmann Müller und den Lieutenant Hartmann zu Gehülfen. Vom Jahre 1822 an hat er dann ausserdem seinen ältesten Sohn Joseph (geboren 1806), später Lieutenant der Artillerie, zu den Feldarbeiten (später auch zu den Rechnungen) zugezogen.

Mannschaften, ⁴²⁾ Instrumente, ⁴³⁾ Vorbereitung des Signalbaues und der Einstellungs-Objekte, Herstellung von allerlei Beziehungen zu Forst- und Verwaltungs-Behörden, zu benachbarten Regierungen u. dergl. mehr. ⁴⁴⁾ Für diese Vorbereitungen aller Art blieb fast ein ganzes Jahr Zeit: da der Auftrag zur Ausführung der Gradmessung erst im Mai 1820 erfolgte, war es in der That unmöglich, bereits den Sommer dieses Jahres für die Feldarbeiten auszunutzen.

Die Geldmittel für die Ausführung der Gradmessung waren in der Kabinets-Ordre Georg IV. vom 9. Mai 1820 nicht bestimmt limitirt; vielmehr heisst es am Schlusse derselben nur: (Wir haben Uns entschlossen, die Kosten auf Unsere Chatoul-Kasse zu übernehmen) . . . wobei Wir voraussetzen, dass darunter in Ansehung des Kosten-Betrages mit der Ersparung werde verfahren werden, die sich mit der Erreichung des vorliegenden Zweckes vereinbaren lässt. Gauss selbst aber hatte in seiner Eingabe an den Minister Grafen Münster vom 30. Mai 1819 ⁴⁵⁾ die voraussichtlichen Kosten der Gradmessung auf 1500 Pfund Sterling angegeben, wobei er seinerseits, in Ermangelung eigener Erfahrung, nur wieder Schumacher's Schätzung gefolgt war, ⁴⁶⁾ und es erhellt aus späteren gelegentlichen Aeusserungen, ⁴⁷⁾ dass er sich an diese Grenze auch gebunden erachtete. Die Summe muss nun aber als sehr niedrig gegriffen erscheinen ⁴⁸⁾: zunächst gingen etwa 2500 Thaler für die Neubeschaffung von Instrumenten davon ab, von den übrigen

⁴²⁾ Es war dauernd bei den Feldarbeiten ein Artillerie-Kommando von 3 Mann, die indessen nur zu Transporten, Botengängen, Bewachung der Instrumente und des Observations-Zeltes und dergl. gebraucht wurden, nicht (wie heut zu Tage die kommandirten Soldaten bei der Trigonometrischen Abtheilung) auch zur Bedienung der Heliotrope. Ausserdem hatte Gauss den Aufwärter der Sternwarte, Teipel, bei den Feldarbeiten. (Arbeitsberichte.)

⁴³⁾ Gauss an Bessel (Briefwechsel Seite 559): „Bei meinen Winkelmessungen zur Gradmessung 1821—1823 und bei der nachherigen Erweiterung meiner Dreiecke 1824 und 1825 habe ich zwei verschiedene 12zöllige Theodoliten gebraucht (Verniers 4" gebend, Vergrösserung etwa 35 Mal), den einen, welchen Schumacher mir borgte, von Reichenbach selbst, bloss im Jahre 1821, den anderen von Ertel, welcher jenem ganz gleich und Eigenthum der Sternwarte ist, 1822 bis 1825.“ — Ausserdem wurde zu den Rekognoscirungs-Messungen ein kleinerer 5"ger Theodolit von Troughton benutzt, den Schumacher besorgt hatte, s. Gauss Werke Band IV., Seite 487—489.

⁴⁴⁾ Ueber diese Präliminarien sind eine grosse Anzahl von Schreiben bei den hannoverschen Ministerial-Akten.

⁴⁵⁾ Das Original befindet sich bei den hannoverschen Ministerial-Akten; grösstentheils abgedruckt ist dasselbe in Gauss Werken Band IV. S. 482—483.

⁴⁶⁾ Siehe Briefwechsel mit Schumacher Band I. Seite 158.

⁴⁷⁾ Zum Beispiel: Briefwechsel mit Schumacher Band I. Seite 236.

⁴⁸⁾ Ueber die wirklich entstandenen Kosten schreibt Gauss in einem Original-Bericht vom 21. November 1827: „Es wurden 1821—1823 bei Messung der Dreieckskette bis Hamburg verausgabt 11000 Thaler und 1824, 1825 für die von da westlich bis Ostfriesland geführte Dreieckskette etwa 7000 Thaler. Von diesen Kosten ist aber abzurechnen, was wegen Anschaffung von Instrumenten und wegen Abholens des Englischen Zenithsectors von Altona nach Göttingen verausgabt ist, und zwischen 2500 und 3000 Thaler betragen haben mag, so dass die eigentlichen Triangulirungskosten etwa 15000 Thaler betragen haben mögen.“

7 500 Thalern wurden in den $13\frac{1}{2}$ Monaten, welche in summa auf die Feldarbeiten 1821—1823 verwandt wurden, ⁴⁹⁾ allein an Diäten ⁵⁰⁾ etwa 5 500 Thaler ausgegeben, während ausserdem die wirklich entstandenen Reisekosten vergütet wurden. Für Signalbauten und andere sachliche Ausgaben blieb da allerdings nicht mehr viel übrig, und Gauss musste in der That von vorneherein in der Beschränkung seiner finanziellen Mittel die Veranlassung finden, schnell zu arbeiten und auf jede mögliche Ersparung zu sinnen.

In die Zwischenzeit bis zum Beginne der Feldarbeiten fällt nun die Erfindung des Heliotrops. Wie Gauss auf theoretischem Gebiet stets seine eigenen Wege ging und Neues von weit tragenden Folgen an die Stelle des Alten setzte, so gelang es ihm auch, die Resultate eigenartiger theoretischer Untersuchungen ⁵¹⁾ für die Praxis zu verwerthen, und ein neues Hilfsmittel für die praktische Geodäsie zu schaffen, welches seitdem als unentbehrlich für Messungen ersten Ranges betrachtet wird. ⁵²⁾ An Stelle der bis dahin gebräuchlichen Einstellungs-Objekte — Pyramidenspitzen oder Kirchthürme

⁴⁹⁾ Nach Ausweis der Arbeitsberichte dehnten sich die Feldarbeiten aus: 1821 $5\frac{1}{2}$ Monat, 1822 $5\frac{1}{2}$ Monat, 1823 $2\frac{1}{2}$ Monat, in summa $13\frac{1}{2}$ Monate. Zwischendurch fanden in jedem Jahre kürzere Pausen statt.

⁵⁰⁾ Gauss erhielt als „persönliche Defrayirung“ täglich 5 Thaler (Gradmessungs-Rechnungen bei den Akten); ferner erhielten an Diäten (s. auch im Briefwechsel mit Schumacher Bd. I. Seite 316) Kapitän Müller 4 Rthl., Lieutenant Hartmann (ebenso wie nach 1821 auch Lieutenant Gauss) 3 Rthl., die drei Artilleristen (und der Aufwärter Teipel) je 16 Ggr. Das volle Personal kostete also pro Arbeitstag c. 17 Rthl., monatlich 510 Rthl., für $13\frac{1}{2}$ Monate 6885 Rthl. — Davon sind aber abzusetzen für Lt. Gauss, welcher die Kampagne 1821 noch nicht mitmachte, 500 Rthl., ferner Ersparnisse an Diäten in den gelegentlichen Pausen und in einzelnen Zeiten, wo nicht das ganze Personal beschäftigt wurde, die auf etwa 900 Thaler anzuschlagen sind, sodass rund etwa 5500 Rthl. an Diäten ausgegeben sein dürften.

Uebrigens hat Gauss nach Beendigung der Gradmessungs-Arbeiten im Jahre 1825 noch eine persönliche Gratifikation von 1000 Thaler in Gold erhalten. Die hannoversche Regierung wollte auf diese Weise seine pekuniäre Lage verbessern und ihn an die Universität Göttingen fesseln, während Humboldt, Müffling und Andere bemüht waren, ihn nach Berlin zu ziehen. (Einige sekrete Schreiben hierüber bei den hannoverschen Akten; vergl. übrigens Gauss Briefwechsel mit Bessel Seite 429 und „Briefe zwischen A. v. Humboldt und Gauss“, herausgegeben von Dr. K. Bruhns 1877.)

⁵¹⁾ s. Arbeitsbericht pro 1821, bei Aufsatz I. abgedruckt.

⁵²⁾ Die Gauss'schen Heliotrope (es gab davon zwei Konstruktionen) waren ziemlich komplizirte Instrumente. Bei der zweiten Konstruktion, welcher Gauss den Vorzug gab (s. Briefwechsel mit Schumacher Bd. I. Seite 307) sind zwei sich durchdringende Spiegel vor einem Fernrohr angebracht, welches mit einem horizontirbaren Stativ verbunden ist. (s. Gauss, „die Berichtigung des Heliotrops“ in Schumacher's Astronom. Nachr. Bd. V. Seite 329—334, mit einer Tafel Zeichnungen; auszugsweise wiedergegeben in Jordan's Handbuch der Vermessungskunde Bd. II. Seite 60—62). Die „Lenkung“ dieses Instrumentes war schwierig, die Spiegel „derangirten“ sich sehr leicht und die nöthige „Berichtigung“ war dann mühsam. — Einfachere Instrumente wurden sehr bald konstruirt, so bereits für Bessel's Gradmessung in Ostpreussen 1831—1834 der Bertram'sche Heliotrop: für die Idee aber, „dass reflektirtes

bei Tage, die auf grosse Entfernungen nur selten und dann immer noch schwer zu pointiren waren, und Lampen mit parabolischen Hohlspiegeln bei Nacht, welche die Arbeit sehr beschwerlich und umständlich machten, — bot der ⁵³⁾ Heliotrop eine überraschende Erleichterung der Arbeit und erhöhte gleichzeitig ihre Präzision. ⁵⁴⁾

Gauss ging aber noch weiter seine eigenen Wege. Aus dem Bestreben, soviel als möglich Zeit und Geld zu sparen, und gleichzeitig unter Anwendung des neuen Hilfsmittels die Schärfe der Beobachtungen zu erhöhen, ging eine ganz neue technische Methode für die Bildung und Beobachtung des Dreiecksnetzes hervor. Diese Methode entwickelte sich im Laufe des Jahres 1821, indem sie sich allmählich von dem Hergebrachten loslöste, ⁵⁵⁾ und kam dann in den nächsten Jahren zur vollen Reife und konsequenten Durchführung. ⁵⁶⁾

Sonnenlicht von nur ganz kleinen Planspiegeln hinreichende Kraft habe, um in den grössten Entfernungen sichtbar zu sein, und sich viel leichter und besser beobachten zu lassen, als alle Thürme und Signale, ja selbst besser, als mehrere zusammengestellte Argand'sche Lampen bei Nacht“ (Arbeitsbericht 1821) — für diese Idee und ihre praktische Ausnutzung gebührt Gauss die Priorität.

⁵³⁾ Nach Gauss' offiziellem Arbeitsbericht pro 1821 muss man, dem Erfinder entsprechend, zweifellos „der“ Heliotrop sagen, nicht „das“ Heliotrop.

⁵⁴⁾ Gauss hat auch Versuche mit dem Heliotrop bei Mondlicht gemacht (Briefwechsel mit Schumacher Bd. I. Seite 247), augenscheinlich um den Vortheil der Nachtbeobachtungen, dass die Luft nicht von der Sonne erwärmt wird und die Objekte weniger zittern, vielleicht auch mit dem Heliotrop auszunutzen. Zu praktisch verwerthbaren Resultaten scheint er jedoch nicht gekommen zu sein.

⁵⁵⁾ Im Mai 1821 baute Gauss noch die beiden Signalthürme Hohehagen und Hils; auch hatte er sich mit 3 Argand'schen Lampen für Nachtbeobachtungen versehen (s. Arbeitsbericht pro 1821), deren Gebrauch ihm besonders Müffling angerathen hatte. (Briefwechsel mit Schumacher Band I. Seite 205.) Erst als Mitte Juli entschieden war, dass „der Heliotrop im Allgemeinen die weitere Erbauung von Signalen unnöthig machte“ (Arbeitsbericht 1821), wurden nur noch Postamente errichtet. (s. übrigens auch Briefwechsel mit Bessel. S. 394. 395.)

⁵⁶⁾ Aus einem bei den Ministerial-Akten befindlichen offiziellen Berichte Gauss' vom 3. Junius 1843: „Ich darf hiebei nicht unbemerkt lassen, dass die ganze Eigenthümlichkeit der von mir bei der hannoverschen Messung durchgehends angewandten Methoden (wovon bisher nur ein sehr beschränkter Theil durch Veröffentlichung zum Gemeingut geworden ist) auf die Besiegung solcher“ — (scil. Terrain-) — „Schwierigkeiten einen ebenso grossen Einfluss gehabt haben, wie auf die Erreichung einer ehemals nicht gekannten Schärfe in den Messungen selbst. Bei anderen grossen Messungen hat man solchen Terrainhindernissen abzuhelpen gesucht durch Erbauung hoher Messungsgerüste, mit grossem Aufwand an Zeit, und noch grösseren an Kosten, und dennoch immer mit grossem Nachtheil für die Schärfe der Messungen selbst. Bei den hannoverschen Messungen hingegen sind, wenn andere Auswege fehlten, sehr schmale Durchhaue, von der Breite einer Baumkrone durch die hinderlichen Holzungen gemacht: aber nur die ganze Behandlungsweise des Vermessungsgeschäftes, und besonders die mathematische Behandlungsweise, machte es möglich, solche Durchhaue immer mit der grössten Sicherheit und Präzision auszuführen: und ohne den Gebrauch der Heliotrope hätten dergleichen Durchhaue auch garnichts nutzen können.“

An die Stelle der hohen Holzgerüste, auf denen bei früheren und gleichzeitigen Triangulationen zur Gewinnung weiter Richtungen die Theodoliten aufgestellt wurden, traten bei Gauss gemauerte Postamente ⁵⁷⁾ zu ebener Erde, welche schneller und billiger herzustellen ⁵⁸⁾ waren und durch die grössere Solidität der Aufstellung ⁵⁹⁾ des Instrumentes schärfere Beobachtungen ermöglichten. Wenn die Sichten von Postament zu Postament durch zwischenliegende Waldungen verschlossen waren, wurden sie mit Durchhauen erzwungen. ⁶⁰⁾ Die Durchhaue sollten möglichst schmal sein, damit keine Kosten ⁶¹⁾ für unnöthige Holzfällungen entstanden: um sie aber so präzise und gleichzeitig auch schnell ausführen zu können, musste bereits die Rekognoscirung des Dreiecksnetzes ⁶²⁾ von vorläufigen, ziemlich scharfen ⁶³⁾ Messungen begleitet sein. Als Zielpunkte

⁵⁷⁾ „Ich bemerke, dass alle meine Dreieckspunkte zu ebener Erde liegen; ein etwa $3\frac{1}{2}$ –4 Fuss hoch aufgemauertes, steinernes Postament dient zur Aufstellung des Heliotropen und des Theodoliten.“ (Gauss an Schumacher, Briefwechsel Band I. Seite 289, abgedruckt in Schumacher's Astronomischen Nachrichten Band I. Seite 442.)

⁵⁸⁾ Nach der „Gradmessungs-Rechnung pro 1821“ (bei den hannoverschen Ministerial-Akten) kosteten die beiden Signalthürme auf Hoehagen und Hils 233 Rthl. bzw. 111 Rthl., dagegen das demnächst errichtete Stein-Postament auf dem Deister nur 5 Rthl.

⁵⁹⁾ Die Beobachtungshöhen, welche zu Gauss' Zeit in anderen Ländern bei hölzernen Signalen zur Anwendung kamen, waren z. Th. sehr bedeutend. So war der dänische Punkt Nindorf ein Signal von 60 Fuss Höhe (s. Briefwechsel Schumacher Band I. Seite 140); in der 1873 erschienenen Publikation über die zu Anfang des Jahrhunderts ausgeführte bayrische Triangulation („die bayrische Landes-Vermessung in ihrer wissenschaftlichen Grundlage“) wird auf Seite 68 berichtet, dass mehrfach das Instrumentenfernrohr auf Holz-Pyramiden sich 27 bis 38 Meter über dem Erdboden befunden habe. Auf Blatt IV. der Zeichnungen stellt Figur 2 das 33,5 Meter hohe Signal Breitsöl im Spessart dar, auf welchem 1821 und 1822 beobachtet wurde. Dies Signal ist ohne durchgehenden Mittelpfeiler und ohne isolirtes Beobachtungs-Gerüst gebaut, sodass es unmöglich fest gewesen sein kann.

⁶⁰⁾ Gauss schreibt über die Art, wie die Durchhaue hergestellt wurden, ausführlich an Schumacher (Briefwechsel Band I. Seite 426–429). „Wenn ich alle grösseren und kleineren Durchhaue aus den Jahren 1821–1824 zusammenzähle“, heisst es da unter Anderem „von solchen, wo vielleicht ein Dutzend Bäume gefällt sind, bis zu den grössten, so mögen etwa 16–17 Durchhaue vorgekommen sein.“ Da nun in den Jahren 1821–1824 im Ganzen 69 gegenseitige Richtungen gemessen sind, so ist fast genau der vierte Theil aller Richtungen mit Durchhauen erzwungen worden. Uebrigens zeigt ein Blick auf das Tableau, dass die Durchhaue fast alle auf die beiden Jahre 1822 und 1824 fallen.

⁶¹⁾ Gauss an Schumacher, Briefwechsel Band I. Seite 428. – In demselben Briefe sagt Gauss über die Kosten der Durchhaue insgesamt: „Ich glaube kaum, dass sämmtliche vorgekommenen Geldentschädigungen sich viel über 400 Thaler belaufen haben. . . . Auf alle Fälle ist das Ganze bei einer so ausgedehnten Unternehmung gar kein Objekt, und nach den mir aus München früher mitgetheilten Nachrichten hat öfters ein einziger Signalthurm, den man in Bayern baute, um sich über die Waldungen zu erheben, mehr, vielleicht doppelt mehr gekostet, als alle meine Durchhaue.“

⁶²⁾ Vergleiche Note 22.

⁶³⁾ Gauss, der selbst nie einen Durchhau betreten hat, sondern deren Herstellung stets seinen Assistenten überliess, machte diesen nicht nur „die zur

dienten, wenigstens in der Regel,⁶⁴⁾ Heliotrope: dadurch erhöhte sich die Schärfe der Beobachtungen und es wurden Zeit und Kosten für die Herstellung von Gerüsten als Einstellungs-Objekten gespart.⁶⁵⁾ So sollte die Kombination von Postament, Durchhau und Heliotrop — die Gauss eigenthümliche Methode — ermöglichen, bei verhältnissmässig geringem Aufwand an Kosten mit den Beobachtungen »überall gleich anfangen« zu können; ⁶⁶⁾ sie bot ausserdem den Vortheil,

Bestimmung der Richtungslinie erforderlichen Angaben, die er selbst aus der sorgfältigen Diskussion aller vorhandenen dazu dienlichen Materialien abgeleitet hatte“ (Arbeitsbericht pro 1825), sondern er berechnete auch, wenn es möglich war, „die Depression“, unter der, von einem Postament aus gesehen, das andere durch den Durchhau hindurch erscheinen musste. Erwies sich danach bei Ausführung des Durchhaues das zwischenliegende Terrain als zu hoch, so dass nicht der Wald, sondern der Erdboden das Hinderniss für die Sicht bildete, so wurde die Arbeit am Durchhau und die Richtung aufgegeben. (S. Briefwechsel mit Bessel Seite 408. Briefwechsel mit Schumacher Band I. Seite 427.) Hohe Gerüste, um das Zwischenterrain klar zu übersehen, ehe der Durchhau begonnen wurde, sind nicht zur Anwendung gebracht.

⁶⁴⁾ Gauss hat, wieder, um Zeit zu sparen, mehrfach auch andere, als heliotropische Zielpunkte genommen. Im Jahre 1821 hatte er überhaupt nur einen Heliotropen (s. Arbeitsbericht 1821), sodass er also die Winkel nicht unmittelbar mit Heliotropen, sondern nur mittelst Interpolation eines nicht heliotropischen Zwischenpunktes messen konnte (s. auch Briefwechsel mit Bessel Seite 393 und 396). 1822 und 1823 hatte er je 3, 1824 und 1825 (wo er noch zwei resp. einen Volontär ausser seinen regelmässigen Assistenten bei den Feldarbeiten verwenden konnte) je 4 Heliotrope (Arbeitsberichte). Ferner hatte im Laufe der Zeit Gerling 3, Schumacher 2 Heliotrope bekommen, so dass bei den Anschluss-Messungen 1823 gelegentlich 6 Heliotrope in Thätigkeit waren. Es dauerte aber manchmal lange, bis die Gehülfen, welche die Heliotropen lenkten, von einem Postament zum andern kamen; (die Befehle hierfür wurden mittelst heliotropischer Signale gegeben) und so schreibt Gauss über die Arbeiten 1822: (an Bessel, Briefwechsel Seite 409): „Um an Zeit zu gewinnen, habe ich öfter auch selbst in Distanzen von 3 bis 4 bis 5 Meilen auf meine steinernen Postamente (3½ Fuss hoch) selbst pointirt. Dadurch sind die Messungen hin und wieder etwas weniger genau geworden, als wenn ich blos Heliotroplicht gebraucht hätte, allein dann wäre ich in diesem Jahre lange nicht so weit gekommen.“ — Ferner geht aus den Arbeitsberichten und Beobachtungsjournalen hervor, dass mehrfach auch Thürme, „da es die Luft gestattete,“ ohne Heliotrop eingestellt sind, so z. B. der Michaelis-Thurm in Hamburg von Wilsede 1823 (6 Meilen) und Litberg 1824 (4 Meilen), die Thürme Lüneburg und Hohenhorn von Wilsede 1823 (4 resp. 6 Meilen), ferner der Ansgariusthurm in Bremen von Böttel 1824 (5 Meilen), Wangeroo Kirchthurm von Jever 1825 (3½ Meilen). Auf seiner Station Nindorf beobachtete Gauss 1823 7 Hauptrichtungen, wovon nur eine mit heliotropischem Zielpunkt gemessen wurde. — Ueber die von Gauss empfundene Schwierigkeit, Heliotrope auf Kirchthürmen zu pointiren s. Briefwechsel mit Schumacher Band II, Seite 30.

⁶⁵⁾ Gauss an Bohnenberger (Band XI. dieser Zeitschrift. S. 429): Die Heliotrope beider Konstruktionen kosten 145 bzw. 125 Thaler. „Durch die Möglichkeit, wo es sonst das Terrain erlaubt, die grössten Dreiecke anzuwenden, überall gleich anfangen zu können, ohne erst die so viele Zeit und Geld kostenden Signale errichten zu müssen, wird die kleine Ausgabe vielfach erspart, obwohl dies der geringste Vortheil ist, die Messungen werden dadurch einer Schärfe fähig, auf die man bei Signalen und Kirchthürmen selten rechnen darf. Meine schlechtesten Dreiecke (relativ gesprochen) sind die, worin Thürme die Zielpunkte waren.“ (S. auch Note 64.)

⁶⁶⁾ Als Beispiel, wie dies „gleich anfangen“ bei Gauss zu verstehen ist, seien hier nach dem Arbeitsbericht 1824 und dem betreffenden Beobachtungs-

dass die Messungen einer bisher nicht erreichten Schärfe fähig wurden.

Wie sehr diese Methode einen Fortschritt gegen das Hergebrachte darstellt, liegt auf der Hand: aber — sie passte nicht auf die vorliegende Aufgabe. Die Beschränktheit der finanziellen und technischen ⁶⁷⁾ Mittel, aus der die Methode erwuchs, war zu gross gegenüber den Schwierigkeiten des Terrains, in dem sie zur Anwendung kommen musste. »Es war meine Absicht und von grösster Wichtigkeit«, schrieb Gauss im Arbeitsbericht pro 1821, »die Dreiecke so gross wie möglich zu wählen«. Grosse Formen aber waren — darüber konnte wohl die allererste Rekognoscirung kaum einen

Journal die Vorgänge auf der Station Elmhorst im Mai und Juni 1824 skizzirt, welche für das ganze Verfahren typisch sind. — Von den Seiten Falkenberg-Wilsede und Wilsede-Hamburg sollte 1824 mit einer Dreieckskette nach Westen weiter gegangen werden. Die Punkte Litberg (mit den Verbindungen nach Hamburg und Wilsede) und Elmhorst (mit den Verbindungen Wilsede-Falkenberg) waren durch Rekognoscirungen 1823 festgestellt: aber weder die Verbindung Litberg-Elmhorst war sicher, noch war bekannt, wie von dieser Seite aus, falls sie herstellbar wäre, Fortgänge möglich sein würden.

In dieser Situation traf Gauss am 24. Mai 1824 — nachdem er vorher auf Falkenberg, der ersten Station des Sommers, den Winkel Elmhorst-Wilsede gemessen hatte — auf Elmhorst ein. Er fing sogleich den Winkel zwischen Wilsede und Falkenberg zu messen an (in Wilsede lenkte Lieutenant Hartmann, in Falkenberg Lieutenant Gauss den Heliotropen) und wartete einsteilen ab, welche Resultate die Rekognoscirung des Hauptmann Müller haben würde, welcher mit zwei in diesem Jahr dazu gekommenen Volontärs, Baumann und Klüver, nach Litberg geschickt war. Müller baute das Postament auf dem Litberg; dann gelang es ihm, die Richtung Elmhorst mittelst eines Durchhauses freizulegen, und der Gehülfe Baumann konnte am 29. Mai Heliotroplicht nach Elmhorst schicken. Gauss stellte dies sofort ein, nachdem der letzte Baum gefallen war.

Müller mit Klüver reisten nun weiter, um in der Gegend von Zeven einen Punkt zu suchen, der mit Elmhorst und Litberg ein Dreieck gäbe. Die Kommunikation mit ihnen ging völlig verloren. Da gar keine Nachrichten einliefen, rief Gauss schliesslich, nachdem „der Falkenberg hinlänglich festgelegt war“, seinen Sohn „mittelst telegraphischer Zeichen“ von da ab und sandte ihn Müller nach. Müller, Klüver und Lieutenant Gauss fanden aber einen Punkt, wie sie ihn suchten, nicht, gaben den Anschluss an Litberg-Elmhorst auf und nahmen den Punkt Bullerberg mit den Verbindungen Wilsede und Elmhorst als nächsten Fortgang der Dreieckskette. Hier errichtete Müller ein Postament, Lieutenant Gauss machte die Richtung nach Elmhorst mit einem Durchhau frei, und als derselbe fertig war, sandte der Gehülfe Klüver am 4. Juni Heliotroplicht nach Elmhorst, welches Gauss sofort einstellte.

Am 5. Juni war Gauss mit den Beobachtungen auf Elmhorst fertig; am 6. Juni reiste er nach Bullerberg und beobachtete dort am 7. Juni den Winkel Elmhorst-Wilsede. Als er die Station so begann, war der weitere Fortgang von Bullerberg wieder ganz und gar unsicher: Müller suchte bei Zeven-Brüttendorf, Lieutenant Gauss bei Steinberg-Bottel.

⁶⁷⁾ Die technischen Mittel jener Zeit waren insofern beschränkt, als man nach Gauss' Aeusserungen, es damals augenscheinlich noch nicht verstand, hohe Signale so fest zu bauen, dass gute Beobachtungen darauf gemacht werden konnten; und als ferner die noch sehr komplizirte Konstruktion der Heliotrope zu dem (jetzt sehr mechanisch gewordenen) Geschäft ihrer Bedienung damals Arbeitskräfte erforderte, deren Leistungsfähigkeit und Kostspieligkeit ganz anders hätten ausgenutzt werden können.

Zweifel übrig lassen — in der Lüneburger Haide mit Postament und Durchhau nicht zu gewinnen. ⁶⁸⁾

Wenn nun eine Vervollkommnung der Mittel — bezw. nach gewonnener Erkenntniss ihrer Unzulänglichkeit, auch eine Aenderung des ganzen Planes ⁶⁹⁾ — nicht möglich war, so mussten kleine Formen eben hingenommen werden: aber gerade, weil sie nur klein sein konnten, hätten sie um so besser sein müssen. Dass sie nicht gut geworden sind, daran ist die ganze Anlage der Arbeit und die durchaus mangelhafte Rekognoscirung Schuld.

Gauss sah in der Rekognoscirung mehr eine unbequeme und störende Unterbrechung des Messungsgeschäftes, als dass er sich — auch im Laufe der Jahre und um manche Erfahrung reicher — die Vortheile einer klaren und sicheren Disposition zu Nutzen gemacht hätte, die nur auf Grund einer einheitlich und gründlich durchgeführten Rekognoscirung zu erreichen ist, wenn auch von vorneherein Opfer dafür gebracht werden müssen. Die Arbeit lebte dauernd — in ähnlicher Weise, wie dies in dem ausführlich behandelten Beispiel Elmhorst dargestellt ist ⁷⁰⁾ — sozusagen von der Hand in den Mund: wie weiter zu kommen, und namentlich, wie und wann das Ende zu erreichen sein würde, war in ihrem Verlaufe niemals klar. Statt sicheren Ueberblickes über das Terrain von leichten, hohen Gerüsten aus und demnächst einheitlicher Vertheilung der Formen über das ganze System, findet sich ein unruhiges und unsicheres, schrittweises Vorwärts-Tasten (die Rekognoscirung meist nur um einen Dreieckspunkt vor der Definitiv-Messung voraus) und eine im Bewusstsein der eigenen Unsicherheit vielleicht unwillkürliche, aber jedenfalls gefährlich gewordene Anlehnung an Epailly's Vorgang. Der Mangel ausreichender Rekognoscirung hatte zur Folge, dass der Leiter der Arbeit hinterher von dem vierten Theil seiner sämtlichen Punkte sagen musste, sie hätten ganz fortfallen können, wenn die einfacheren Systeme gleich Anfangs hätten gefunden werden können. Man fragt dabei doch unwillkürlich: >warum konnten sie nicht gefunden werden?< und weiter: >wie viel

⁶⁸⁾ Gauss an Schumacher (Briefwechsel Band II., Seite 55): „Auch haben in der That trigonometrische Messungen in so flachem Lande, wo so viele Hindernisse im Wege stehen, insofern etwas undankbares, als sie immer von dem unangenehmen Gefühle begleitet werden, dass mit demselben Kraftaufwande in günstigerem Terrain so unvergleichlich mehr hätte geleistet werden können.“

⁶⁹⁾ Die ganze Dreieckskette von 1821—1823 hätte vielleicht schon von Göttingen an allmählich etwas weiter nach Westen zu herübergezogen werden sollen, so dass die Lüneburger Haide umgangen wurde, wenn auch nicht in einem so grossen Bogen, wie ihn Epailly gemacht hat. Gauss selbst zieht (s. das Tableau) nachträglich die Dreiecke, welche westlich der Seiten Falkenberg-Wilsede-Hamburg liegen (1824 festgestellt), den ursprünglichen 1822 und 1823 östlich daran gesetzten für den Anschluss an Hamburg-Hohenhorn vor. Eine solche Aenderung des anfänglichen Planes wäre allerdings erst auf Grund einer vorherigen, einheitlich über die ganze Landesstrecke ausgedehnten, wenn auch noch nicht ganz scharfen Rekognoscirung möglich gewesen.

⁷⁰⁾ siehe Note 66.

würden vielleicht auch jene einfacheren Systeme noch haben gewinnen können, wenn — bei einmal gegebenen Mitteln — jener vierte Theil überflüssig verwandter Zeit und Mühe von vorneherein einer gründlich durchgeführten Rekognoscirung zu Gute gekommen wäre?«

Um die eben angeführten charakteristischen Merkmale der Arbeit mit Beispielen zu belegen, soll demnächst in grossen Zügen die allmähliche Entwicklung des Dreieckssystems in den einzelnen Jahren geschildert werden. Vorher aber ist es billig, auch derjenigen Verhältnisse noch zu gedenken, welche bei der Ausführung der Arbeit ausser den schon hervorgehobenen technischen und finanziellen Schwierigkeiten noch zu überwinden waren.

Gauss hat wiederholt, sowohl privatim, als auch in offiziellen Schreiben, ausgesprochen,⁷¹⁾ dass er die Beschäftigung mit den praktisch-geodätischen Arbeiten nach seiner individuellen Neigung als ein Opfer auffasse, welches er aber in der Ueberzeugung von der hohen Wichtigkeit der Operationen aus reiner Liebe zur Wissenschaft gerne darbringen wolle. In behaglicher Musse und stiller »Geistesheiterkeit« für seine schöpferische Thätigkeit auf spekulativem Gebiete leben zu können, fern von »unangenehmen Eindrücken, für die sein Charakter besonders empfindlich« war, — das bildete den Wunsch seines ganzen Lebens. Nun führte ihn aber die geodätische Unternehmung aus der Beschaulichkeit seiner Sternwarte hinaus zu praktischer, unruhiger Thätigkeit, in Verhältnisse, die ganz besonders schwierig und aufreibend waren, körperlichen Strapazen entgegen, denen seine physischen Kräfte auf die Dauer zu erliegen drohten. Aus dieser individuellen Beanlagung heraus erklärt es sich, dass gerade derjenige Theil der praktisch-geodätischen Arbeit, der zweifellos der unruhigste und beschwerlichste ist, die Rekognoscirung, am wenigsten ausgebildet wurde:⁷²⁾ ein persönliches Moment, welches man nicht unterschätzen wird, wenn man bedenkt, wie sehr die ganze Gradmessung von Beginn an den Charakter eines persönlichen Unternehmens trägt.

⁷¹⁾ Vergleiche Briefwechsel mit Schumacher Band I. Seite 184 und Gauss' Schreiben an Minister v. Arnswald, abgedruckt in Gauss' Werken Band IV. S. 484, 485. — Charakteristisch sind auch folgende Stellen aus einem Briefe Gauss' an Bessel (Briefwechsel Seite 428, 429): „Alle Messungen in der Welt wiegen nicht Ein Theorem auf, wodurch die Wissenschaft der ewigen Wahrheiten wahrhaft weiter gebracht wird. Aber Sie sollen nicht über den absoluten, sondern über den relativen Werth urtheilen. Einen solchen haben ohne Zweifel die Messungen“ (von 1824, 1825); und weiter: „Wie die Sachen einmal liegen, darf ich eine Unternehmung nicht abweisen, die, obwohl mit tausend Beschwerden verbunden und vielleicht aufreibend auf meine Kräfte wirkend, doch reell nützlich ist, die freilich auch von Anderen ausgeführt werden könnte, während ich selbst unter günstigeren Verhältnissen Besseres thäte“

⁷²⁾ Vergl. die Note 20: „das Aufsuchen (der Stationspunkte) wurde mir das Unangenehmste (bei einer Gradmessung) sein.“ und später Note 94.

Dazu kommt, dass praktische Erfahrung in der Rekognoscirung (auch zunächst etwa in kleineren Verhältnissen als Anfang oder Belehrung) sowohl Gauss, wie auch seinen Assistenten vollständig fehlte, als das immerhin bedeutende Unternehmen von Grund aus neu organisirt werden musste. Es war beabsichtigt, dass Schumacher's bewährter Assistent, der dänische Capitän von Caroc, »das Vorbild aller Gehülfen«, nach Hannover beurlaubt werden sollte, um die hannoverschen Offiziere »in Auswahl der Punkte und Errichtung der Signale zu üben«. Dieser Plan kam aber nicht zur Ausführung, ⁷³⁾ und Gauss empfand es unter den mancherlei Friktionen bei Beginn der Arbeit ⁷⁴⁾ und bei der Beschäftigung mit vielen, ihm selbst zum Theil fremden Details ganz besonders unangenehm, dass er »seine Gehülfen erst selbst dressiren musste«. ⁷⁵⁾

Die vorläufigen Messungen bei der Rekognoscirung, die — nach den früheren Ausführungen — einen integrirenden Bestandtheil der ganzen Methode bildeten, hat Gauss seinen Assistenten nicht oder wenigstens niemals ganz überlassen, obwohl dazu der 5zöllige Troughton'sche Theodolit wohl ausreichend gewesen wäre: die Berechnung der Richtungslinien für die Durchhaue, welche häufig »auf eine künstliche Kombination verschiedenartiger und unvollkommener Beobachtungen gegründet« ⁷⁶⁾ war, scheint er nur selbst haben ausführen zu können, und zwar erst bei Gelegenheit der Hauptmessungen, bei denen er sich »immer zum Gesetze machte, mit der Rechnung mit allen Messungen, wie er sie erhalten hatte, gleichen Schritt zu halten (bis auf die allerletzte Zeile).« ⁷⁷⁾ Deshalb hat er vielfach die Ausführung der Durchhaue, — von deren Gelingen die Gestaltung des Dreieckssystem abhing — »auf die Zeit verspart, wo die Hauptmessungen schon bis an die betreffenden Gegenden vorgerückt sein würden.« ⁷⁸⁾ Wenn es sich dadurch nun auch »zu seiner grossen Satisfaktion« ⁷⁹⁾ erreichen liess, die Durchhaue so präzise auszuführen, »dass, sowie der letzte Baum fiel, die respektiven schon aufgemauerten Postamente in der Mitte der schmalen Spalte erschienen und unmittelbar darauf mit den schon bereit stehenden Theodoliten die Beobachtungen anfangen konnten«, ⁸⁰⁾ so war dies doch nur ein kleiner, momentaner und örtlicher Erfolg, ⁸¹⁾ unter dem das grosse Ganze der Arbeit eher Schaden litt:

⁷³⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band I. Seite 135, 216, 229.

⁷⁴⁾ Details sind im Briefwechsel mit Schumacher Band I. Seite 200—229 nachzulesen.

⁷⁵⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band I. Seite 225.

⁷⁶⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band I. Seite 273.

⁷⁷⁾ Briefwechsel mit Bessel Seite 408.

⁷⁸⁾ Arbeitsbericht pro 1822.

⁷⁹⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band I. Seite 273.

⁸⁰⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band I. Seite 283.

⁸¹⁾ Die „Satisfaktion“ über solche Erfolge wird übrigens Jeder Gauss nachfühlen, dem einmal selbst ein derartiges grösseres Unternehmen gelungen ist.

die Trennung zwischen Rekognoscirung und Messung verwischte sich; und da das Projekt im Grossen nicht erst festgestellt war, kam es im Einzelnen zu Beobachtungen, die ungeeignet und überflüssig waren.

Auch einige äussere Verhältnisse wird man sich noch vergegenwärtigen müssen, um eine richtige Auffassung von den Schwierigkeiten zu gewinnen, unter denen Gauss arbeitete.

In unserem Zeitalter der Eisenbahnen und Telegraphen, des geregelteren und schnellen Postverkehrs ist die Ueberwindung grösserer Räume und die Erhaltung der Kommunikation zwischen verschiedenen Mitgliedern einer geodätischen Unternehmung keine sehr schwierige Sache: vor allen Dingen kann man dabei immer mit bestimmten Faktoren rechnen und auf Grund von Karte und Kursbuch sicher disponiren. Vor 60 Jahren aber lagen diese Verhältnisse noch wesentlich anders: die Langsamkeit und Schwerfälligkeit des Reisens, die Unsicherheit in der Beförderung von Nachrichten, (welche wohl gelegentlich ein gefälliger Reisender mit nahm) sind gerade in denjenigen Gegenden, wo in der Terrainbeschaffenheit an sich schon die grössten Schwierigkeiten für die Arbeit lagen, von Gauss und seinen Assistenten sehr unangenehm empfunden worden.⁸²⁾ Das Unterkommen in jenen der Kultur wenig erschlossenen Gegenden war schwierig,⁸³⁾ die Quartiere selbst meist von grosser Dürftigkeit.⁸⁴⁾ Das kartographische Material, auf Grund dessen Gauss die eigenen Reisen, wie die seiner Assistenten disponiren musste, war, wie er selbst später konstatiren konnte,⁸⁵⁾ un-

⁸²⁾ Man vergleiche den Briefwechsel mit Schumacher aus den Jahren 1822 und 1824.

⁸³⁾ Gauss an Bessel. November 1822. (Briefwechsel Seite 410): „Die Fatiguen im heissen Sommer sind oft äusserst angreifend für mich gewesen, zuweilen so, dass ich glaubte, ich würde ihnen erliegen. Auch das ist eine grosse Beschwerde bei den Arbeiten in der öden Lüneburger Haide, dass man öfter nur ein schlechtes Unterkommen und doch selbst ein solches nur meilenweit vom Arbeitspunkte haben kann.“

⁸⁴⁾ Ein Punkt, in dem Gauss persönlich ziemlich empfindlich war. Nur selten kommt er dazu, die Unbequemlichkeiten der momentanen äusseren Lage mit Humor zu ertragen, wie er z. B. gelegentlich (Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 286) das Quartier (für Hauselberg und Breithorn) in Ober-Ohe schildert: „Dort lebt eine Familie, deren Haupt „Peter Hinrich von der Ohe zur Ohe“ sich schreibt (falls er schreiben kann), dessen Eigenthum vielleicht 1 Q.-Meile gross ist, dessen Kinder aber die Schweine hüten. Manche Bequemlichkeiten kennt man dort gar nicht, z. B. einen Spiegel, einen A—t und dergleichen. Gott sei dank, dass ich den zehntägigen Aufenthalt daselbst überstanden habe!“ Das Quartier in Sauensieck (am Litberge) giebt ihm (Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 408) Veranlassung zu der Bemerkung: „Ich weiss nicht, ob der Name daher kommt, dass die Säue dort krank werden. Aber 2 Bierbrauereien sind da, die auch mein Quartier mit ihrem Gebräu versehen.“

⁸⁵⁾ Gauss in einem Originalbericht vom 26. Januar 1831: „Im Jahre 1800 hat der vormalige Oberappellationsrath von Ende die Lage einer nicht unbedeutlichen Anzahl von Oertern im Lüneburg'schen astronomisch, nemlich mit einem Spiegelsextanten und Chronometer, bestimmt, und die Resultate

erhört fehlerhaft; und in die terra incognita führte der einzige trigonometrische Vorgang von Epailly in einer Weise hinein, dass der Nachfolger nur sagen konnte: »vestigia terrent.«

Man wende nicht ein, alle diese Aeusserlichkeiten hätten keinen Einfluss auf die Gestaltung der Arbeit oder dürften ihn wenigstens nicht haben: sie haben ihn thatsächlich gehabt und werden ihn immer wieder haben. Die geistige Spannkraft, die Freude zur Arbeit leidet auf die Dauer unter Reibungen aller Art, die täglich und stündlich daraus hervorgehen, auch wenn die Naturen, die davon berührt werden, sehr viel stählerner sind, als Gauss es war: vor allen Dingen aber, wenn die entscheidenden Entschlüsse in solche Momente gelegt werden, in denen die Ruhe des Urtheils durch subjektive Alteration getrübt ist. Es ist durchaus menschlich, dass man sich allmählich unter dem Drucke äusserer Verhältnisse und, um nur von diesen loszukommen, in den Anblick von Konfigurationen hineingewöhnt (sich »dabei beruhigt«), die Anfangs unerträglich schienen. Gauss schreibt — nachdem er seit dem 28. April 1822 in der Lüneburger Haide »unter unendlichen Beschwerden« rekognoscirt und seit dem 17. Juni in voller Unsicherheit, wie sich würde »durchkommen lassen«, von Punkt zu Punkt vorwärts beobachtet hatte — am 23. August 1822 an Schumacher ⁸⁶⁾: »Noch ist gar kein Definitiv-Plan zu machen, wovon gewiss wäre, dass die dabei vorkommenden Schwierigkeiten sich überwinden lassen, wenigstens kein solcher, zu welchem ich mich jetzt schon entschliessen könnte. Möchte doch das ganze Geschäft erst zu Ende sein!« Vergleicht man nun das Definitiv-Tableau mit dem Stande der Projekte Ende August, ⁸⁷⁾ so findet man beide bis auf Kleinigkeiten, die nichts wesentlich bessern, identisch. —

In dem bisherigen Verlaufe der Darstellung war zunächst Gauss' spezielle Aufgabe ins Auge gefasst worden, »eine Dreiecks-

in einem besondern 1801 erschienenen Werke bekannt gemacht. Vorher galt jene Gegend in Rücksicht auf zuverlässige geographische Bestimmungen gleichsam für eine Terra incognita, da die Resultate der in den achtziger Jahren gemachten topographischen Aufnahmen dem Publikum nicht zugänglich waren, zudem auch, wie bekannt, aller trigonometrischen Begründung ermangelten. Jene von Ende'schen Bestimmungen haben daher für jene Gegend den seitdem erschienenen Karten zur Grundlage gedient. Allein unsere trigonometrischen Messungen haben jetzt erwiesen, dass jene Bestimmungen unerhört fehlerhaft sind. So ergibt sich z. B. die Entfernung zwischen Uelzen und Lüchow aus von Ende's Bestimmung um fast $1\frac{1}{2}$ Meilen zu gross, nemlich zu fast 7 Meilen, während sie durch die trigonometrische Messung (welche, wie ich verbürge, bei den einzelnen Punkten auf ein Paar Fuss genau sind) zu $5\frac{1}{2}$ Meilen festgesetzt wird.« — (Anm. d. Verf.) Gauss spricht hier nicht von der Gradmessung, sondern von den im Jahre 1830 im Anschluss daran von Capitän Müller und Lt. Gauss ausgeführten Messungen im Lüneburgischen.

⁸⁶⁾ Briefwechsel Band I, Seite 275.

⁸⁷⁾ Ein Tableau hiervon ist im Briefwechsel mit Schumacher, Band I, Seite 279.

verbindung zwischen den Seiten Lüneburg-Wilsede und Brocken-Hohenhagen durch die Lüneburger Haide hindurch zu führen. Es wurden dann im Allgemeinen die Aufgaben der Rekognoscirung eines grösseren Dreieckssystems festgestellt, um etwas Positives, eine Grundlage zu schaffen, von der aus eine derartige Arbeit beurtheilt werden könne. Zu dem speziellen, historischen Gegenstand, der Rekognoscirung des Dreieckssystems der Gradmessung, zurückkehrend, sind im Weiteren die Mittel, die hierauf basirte eigenthümliche Methode, die charakteristischen Merkmale und die äusseren Verhältnisse dieses Theils von Gauss' praktisch-geodätischer Arbeit geschildert.

Es erübrigt jetzt, den geschichtlichen Verlauf der Arbeit in den Jahren 1821—1823 darzustellen, wobei — wie aus den bisherigen Ausführungen schon klar geworden ist — Rekognoscirung und Beobachtung des Dreieckssystems von einander nicht zu trennen sind. Im Anschluss hieran werden die Campagnen von 1824 und 1825 nur kurz zu berühren sein, weil dabei zwar ein neues Arbeitsfeld, aber keine wesentlich neuen Gesichtspunkte zur Erscheinung kommen. Endlich ist noch ein Blick auf das Resultat der Arbeit, das Tableau sämmtlicher Gauss'schen Dreiecke, zu werfen, speziell um der Frage der »Kreuzungs-Kontrollen« näher zu treten.

Bei Beginn der »aktiven Gradmessungs-Arbeiten« im Frühjahr 1821 fand zunächst eine zusammenhängende Bereisung des ganzen zu triangulirenden Terrains nicht statt. Ein Ueberblick im Grossen, eine Prüfung, in wieweit die zu Gebote stehenden Mittel für die Lösung der Aufgabe ausreichen würden, eine Vertheilung der Gesamt-Arbeit über entsprechende Zeit und auf entsprechendes Personal war von Anfang an ebenso wenig vorhanden, als im grossen Zusammenhange die Möglichkeiten einer allmählichen Verkleinerung der Dreiecksformen (von der langen Seite Hohehagen-Brocken bis zur kurzen Lüneburg-Wilsede) und die einheitliche Vertheilung der Dreiecke über die ganze Fläche ins Auge gefasst wurden: stückweise ging die Arbeit von Süden nach Norden vor, die Rekognoscirung kurz vor der Definitiv-Beobachtung.

Die Beobachtung erreichte im Jahre 1821 die Linie Brocken-Hils, während nordwärts der nächste Fortgang auf Lichtenberg-Deister feststand und Brelingerberg-Wohlenberg eine zweite vorgeschobene Staffel bildeten, die aber noch nicht definitiv rekognoscirt war. — 1822 kam die Beobachtung bis zur Linie Wilsede-Wulfsode: die Rekognoscirung hatte nur festgestellt, dass weder von Wulfsode, noch von dem als »Reserve-Platz« bereits angeschnittenen Timpenberg die Verbindung nach Lüneburg zu heben wäre. Die Wahrscheinlichkeit — aber nicht die Sicherheit — bestand, dass ein Punkt bei Drögen-Nindorf (oder auch weiter nördlich) sich mittelst Durchhau mit Timpenberg würde verbinden lassen, während Wilsede und Lüneburg dort direkt zu sehen waren. Mit dieser noch unklaren Situation schlossen die Feldarbeiten 1822, ohne dass auch nur die Rekognoscirung den Anschluss an Lüneburg erreicht hätte.

— 1823 fand im Frühjahr der Anschluss an die dänischen Dreiecke im Norden statt; nach einer Pause im Hochsommer wurden im Herbst die Beobachtungen von 1821 auf Brocken, Hohehagen und Göttinger Sternwarte theilweise wiederholt und ergänzt, ausserdem aber unter Cooperation von Gerling im Süden der Anschluss an die kurhessischen Punkte Meissner und Herkules gewonnen. Damit waren die Triangulations-Arbeiten der eigentlichen Gradmessung beendet.

Es würde ermüdend und für die Zwecke dieses Aufsatzes auch überflüssig sein, die Gewinnung jedes einzelnen Dreieckspunktes, den Arbeitsberichten entsprechend, darzustellen: es wird genügen, noch einige charakteristische Details aus den einzelnen Jahren hervorzuheben, um zu zeigen, wie Rekognoscirung und Beobachtung in einander verwickelt wurden, und wie — neben der Unzulänglichkeit der Mittel — der aus dieser fehlerhaften Anlage der Arbeit entspringende Mangel an Uebersicht und Disposition die Schuld an der Verworrenheit des Dreieckssystems trägt.

Die Arbeiten des Jahres 1821 ⁸⁸⁾ fanden in gebirgigem und übersichtlichem Terrain statt: der Epailly'sche Vorgang wies auf eine grosse Anzahl von Punkten in dieser Gegend hin. Die Rekognoscirung war nicht besonders schwer; gutgeformte Dreiecke von normaler (dem Terrain entsprechender) Grösse konnten ohne grössere Durchhaue mittelst Aufstellung zu ebener Erde erreicht werden. So sehen wir in diesem Jahre von Hohehagen-Brocken bis Lichtenberg-Deister drei einfach an einander gereichte, gute Dreiecke entstehen, an welche die Göttinger Sternwarte und das nördliche Meridianzeichen angebunden sind. Die Eigenthümlichkeit, dass die Beobachtungen beginnen, ehe die Rekognoscirungen auch nur für das in diesem Jahre voraussichtlich zu erledigende Arbeits-Pensum beendet sind, findet sich auch hier schon unter den leichten und einfachen Verhältnissen. Sobald der Fortgang von Hohehagen-Brocken auf Hils-Lichtenberg feststand, wurde die Rekognoscirung eingestellt, und Gauss beobachtete hinter einander fort die drei Stationen Sternwarte, Meridianzeichen, Hohehagen. Die vierte Station sollte Hils sein. Wie aber die Dreiecke von da weiter nach Norden geführt werden sollten oder könnten, stand noch nicht fest. Nun begab sich Gauss von Neuem auf die Rekognoscirung. Das erste Projekt, ⁸⁹⁾ die Thürme von Hannover resp. Braunschweig als weiteren Fortgang zu nehmen, erwies sich bei näherer Untersuchung als nicht durchführbar: der nächste Dreieckspunkt wurde auf das Deister-Gebirge gelegt, und dann weiter von den Gehülfen Brelingerberg und Wohlenberg ⁹⁰⁾ als Fortgang gewählt. Demnächst begannen

⁸⁸⁾ Quellen: Arbeitsbericht pro 1821, abgedruckt bei Aufsatz I.; Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 229—245; Schumacher's Astronomische Nachrichten Band I., Seite 105—106 mit Tableau; Briefwechsel mit Bessel S. 393—396.

⁸⁹⁾ Siehe das Tableau im Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 282.

⁹⁰⁾ Wohlenberg, Braunschweig, Hannover, Hils, Hohehagen, Deister waren

die Beobachtungen auf Hils, von wo auch gleich Brelingerberg eingestellt wurde. Bei der weiteren Fortsetzung der Rekognoscirung 1822 erwies sich aber Brelingerberg als unbrauchbar, da er sich mit Lichtenberg und Wohlenberg nicht verbinden liess, aber auch ebenso wie Wohlenberg überflüssig⁹¹⁾ da es sich herausstellte, dass es möglich war, von Deister-Lichtenberg aus gleich noch weiter nach Norden zu Terrain zu gewinnen.

Die grossen Schwierigkeiten für die Bildung des Dreiecksystems, welche bei der Fortsetzung der Triangulation nach Norden im Jahre 1822⁹²⁾ in der Lüneburger Haide zu erwarten waren, kannte Gauss aus Epailly's Vorgang.⁹³⁾ Er unternahm deshalb zunächst vom 28. April bis zum 1. Juni in Begleitung des Kapitän Müller eine Rekognoscirungsreise, nach deren Abschluss er auf 16 Tage nach Göttingen zurückkehrte. Am 17. Juni begannen dann die Beobachtungen auf Lichtenberg: die Rekognoscirung weiter vorwärts war aber noch keineswegs zu definitiven Resultaten gekommen. Gauss hatte sich überzeugt, dass er bei dieser Gattung von Arbeit bald unterliegen werde, und setzte die weitere Aufsuchung der Dreieckspunkte auf die spätere Zeit hinaus, wo er ein stärkeres Gehülfpersonal und alle seine Instrumente bei sich haben würde.⁹⁴⁾

Die Rekognoscirungs-Situation Mitte Juni, als die Beobachtungen von Süden her anfangen, war folgende (auf dem Tableau durch Schraffirungen kenntlich gemacht): Zunächst waren die Punkte Falkenberg und Garssen gefunden worden, beide gegenseitig sichtbar und jeder mit Lichtenberg und Deister zu verbinden. Zwischen Falkenberg und Wilsede war ein bedeutender Durchhau durch das Becklinger Holz erforderlich. Uebrigens aber war es Gauss nach unendlich beschwerlichen persönlichen Untersuchungen geglückt, zwei Dreiecke im Herzen der Haide festzulegen⁹⁵⁾, nämlich Falkenberg-Hauselberg-Wulfsode und Hauselberg-Wulfsode-Wilsede, zu deren rechtlicher Verknüpfung mit den südlichen Dreiecken er freilich noch gar keine, sowie zur Verknüpfung mit den nördlichen Punkten noch keine solche Möglichkeit sah, bei der er sich hätte beruhigen mögen⁹⁵⁾ Zwischen Falkenberg-Garssen und Falken-

Epailly'sche Punkte, ebenso auch Köterberg und Kahlberg, welche Gauss Anfangs 1821 durch seine Assistenten rekognosciren liess, die aber nicht brauchbar erschienen. (S. Arbeitsbericht pro 1821 bei Aufsatz I.)

⁹¹⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 288 und Schumacher's Astronomische Nachrichten Bd. I., Seite 441.

⁹²⁾ Quellen: Arbeitsbericht pro 1822; Briefwechsel mit Schumacher Bd. I. Seite 259—293 mit mehreren Projekt-Tableaux; Schumacher, Astronomische Nachrichten Band I., Seite 441—444 mit Tableau; Briefwechsel mit Bessel Seite 405—414.

⁹³⁾ S. Note 17.

⁹⁴⁾ Briefwechsel mit Bessel Seite 407.

⁹⁵⁾ Gauss an Schumacher am 10. Juni 1822 aus Göttingen. Briefwechsel Band I., Seite 267/8.

berg-Hauselberg klaffte also eine Lücke, ebenso zwischen Wilsede-Wulfsode und Wilsede-Lüneburg: wie beide auszufüllen sein würden, war ganz unsicher. Gauss hatte keine Kombination im grossen Zusammenhange, sondern nur einzelne Punkte gefunden; und von diesen Punkten waren Falkenberg, Garssen, Hauselberg, Wilsede und Lüneburg diejenigen, nach deren Feststellung Epailly es aufgegeben hatte, ein zusammenhängendes Dreiecksnetz durch diese Gegend zu führen.⁹⁶⁾

Gauss beobachtete zunächst vom 17. Juni bis 17. Juli die beiden Stationen Lichtenberg und Deister. Als er dann am 18. Juli nach Garssen kam, musste er, »während der Messungen zugleich auf die weitere Fortsetzung der Dreiecke nach Norden bedacht sein.«⁹⁷⁾

Da eine direkte Verbindung zwischen Garssen und Hauselberg nicht möglich war, wurde zunächst ein Zwischenpunkt Scharnhorst vom Hauptmann Müller gesucht: hier war Falkenberg frei und Garssen mit Durchhau zu heben; wie und ob aber die Verbindung nach Hauselberg zu bewerkstelligen sein würde, blieb zunächst wieder unklar. Nachdem der Durchhau Garssen-Scharnhorst fertig war, beobachtete Gauss die Richtung Scharnhorst in Garssen und reiste dann am 5. August zum Falkenberg, wo er nach Vollendung des Durchhaues durch das Becklinger Holz die Richtung nach Wilsede frei vorfand. Während Gauss nun bis zum 6. September auf der Station Falkenberg beobachtete, hatte Hauptmann Müller einen »Platz am Breiten Horne« gefunden, »der mit dem Falkenberg und Wilsede ohne Weiteres, mit Scharnhorst aber, wie sich hoffen liess, »vermittelt eines nicht zu schwierigen Durchhaues verbunden werden konnte.«⁹⁸⁾ Die Verbindung des Breithorn mit Hauselberg freilich war zunächst nicht konstatirt: aber die drei anderen vorhandenen Verbindungen ermöglichten, nachdem Falkenberg und Wilsede verbunden waren, eine neue Kombination, die Hauselberg überhaupt überflüssig machte. Auf alle Fälle schien es Gauss zweckmässig, damit er nicht vielleicht im Verlaufe der Arbeit noch einmal nach Falkenberg zurückkehren müsste, Breithorn gleich noch »anzuknüpfen«.

Nachdem dies geschehen, ging Gauss am 7. September nach Hauselberg. Hier wurde zunächst konstatirt, dass die Verbindung nach Scharnhorst nicht möglich, also der Zwischenpunkt Breithorn nöthig sei. Freilich mussten die Richtungen Breithorn-Hauselberg und Breithorn-Scharnhorst erst beide mit Durchhauen hergestellt werden, deren Gelingen noch nicht ganz sicher war. Zunächst gelang der Durchhau nach Hauselberg: Gauss mass die Station Hauselberg bis zum 12. September und traf dann am 13. September auf Breithorn ein. Ueber die dortigen Vorgänge schreibt er im Arbeits-

⁹⁶⁾ S. Seite 20.

⁹⁷⁾ Arbeitsbericht pro 1822.

⁹⁸⁾ Arbeitsbericht pro 1822.

Bericht ⁹⁹⁾: »Obgleich der Durchhau von Breithorn nach Scharnhorst noch nicht vollendet war, beschloss ich doch im Vertrauen auf den Erfolg der von mir genommenen Massregeln, sogleich die Messungen auf dem Breiten Horn anzufangen. Der Hauptmann Müller reiste nach Scharnhorst ab; die Instrumente wurden vom Hauselberge nach dem Breiten Horn geschafft und die letzte Strecke des Durchhaues absolvirt. Der Hauptmann Müller hatte bei der Einleitung dieses höchst wichtigen Durchhaues, der gleichsam den Schlussstein sämmtlicher Operationen geben musste, die ihm aufgegebenene Richtung mit einer solchen Präzision befolgt, dass beim Fallen des letzten Baumstammes der Scharnhorster Standpunkt und der daselbst vom Hauptmann Müller gleich nach seiner Ankunft aufgestellte Heliotrop mitten in dem schmalen Spalte erschienen.«

Nun war allerdings die Kluft zwischen Hauselberg und Garssen überbrückt: es stellte sich aber nachträglich heraus, dass diese beiden Epailly'schen Punkte überhaupt überflüssig gewesen wären. Ueber Hauselberg schreibt Gauss in seinem supplementum theoriae combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae ¹⁰⁰⁾: »Ceterum inspectio systematis triangulorum sponte docet, punctum Hauselberg omnino ex eo elidi potuisse, incolumi manente nexu inter latera Wilsede-Wulfode atque Falkenberg-Breithorn« und an Bessel ¹⁰¹⁾: »So hätte nun Hauselberg, wenn man Breithorn früher gekannt hätte, ganz wegbleiben können.« Ueber Garssen wird im Briefwechsel mit Schumacher gesagt ¹⁰²⁾: »Erst nachdem die übrigen Arbeiten vollendet waren, fand sich, dass der Punkt Scharnhorst vermittelt zweier, nicht sehr schwierigen Durchhaue, sich unmittelbar mit Lichtenberg und Deister verbinden lassen würde. ¹⁰³⁾ Wäre es möglich gewesen, diesen Platz früher auszumitteln und seine Brauchbarkeit und Lage festzusetzen, so hätte Garssen ganz wegfallen können. Vielleicht werde ich im künftigen Jahre die Messung der Winkel des Dreiecks Scharnhorst-Deister-Lichtenberg noch nachholen.« Letzteres ist nicht geschehen: es hätte sich auch wohl kaum verlohnt, drei Stationen noch einmal zu beziehen, um dort je einen Winkel nachzumessen.

In ganz ähnlicher Weise, wie zwischen Hauselberg und Garssen entwickelten sich im Spätherbst die Formen zwischen Wulfode und Lüneburg. Zunächst wurde, da die direkte Verbindung zwischen diesen beiden Punkten fehlte, Timpenberg eingeschoben. Ein Durchhau

⁹⁹⁾ Ueber diese glücklichen Erfolge schreibt Gauss auch an Schumacher im Briefwechsel Band I., Seite 282/3; vergl. Note 80.

¹⁰⁰⁾ Gauss Werke Band IV., Seite 92, 93.

¹⁰¹⁾ Briefwechsel mit Bessel Seite 407. In diesem Briefe werden die einzelnen Stationen von Gauss nicht mit dem Namen genannt, sondern mit Ziffern. So steht statt Hauselberg 10, statt Breithorn 11. Für obiges Citat sind die Namen statt der Ziffern eingesetzt.

¹⁰²⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 290, und Schumacher's Astronomische Nachrichten Bd. I., S. 444.

¹⁰³⁾ Die gestrichelten Richtungen des Tableaus.

von Timpenberg in der Richtung auf Lüneburg wurde 2000 Schritt vorgetrieben,¹⁰⁴⁾ dann aber aufgegeben, weil sich die Unmöglichkeit ergab, auf diese Weise die Richtung zu gewinnen. Es wurde noch ein Zwischenpunkt nöthig, dessen definitive Auffindung überhaupt in diesem Jahre nicht mehr erreicht werden konnte. Der Kardinal-Fehler in dieser Gegend lag darin, dass Schumacher schon 1818 den Michaelis-Thurm in Lüneburg und dessen Verbindungen mit Hamburg, Hohenhorn und Lauenburg von Epailly's Tableau in seines übernommen und Gauss zu diesem Anschluss genöthigt hatte.¹⁰⁵⁾ Der Thurm ist zwar mit seiner schönen, festen Laterne vorzüglich zum Beobachten geeignet und hat auch nach Norden und Westen weite Sichten, dagegen ist nach Süden zu sein Horizont auf ganz kurze Entfernungen durch hohes Terrain gesperrt.¹⁰⁶⁾ Bei einer einheitlichen und zusammenhängenden Rekognoscirung hätte die Unbrauchbarkeit dieses Thurmes für eine Fortsetzung der dänischen Gradmessung nach Süden hin sich a limine herausstellen müssen.¹⁰⁷⁾

Ueberhaupt bedarf es kaum einer besonderen Begründung, dass Gauss' Rekognoscirung 1821 von dem schon gegebenen dänischen Anschluss hätte ausgehen und von da im Zusammenhange nach Süden geführt werden müssen, wo Gerling's Arbeiten noch nicht begonnen hatten und wo überdies das leichte, übersichtliche Terrain so viel Freiheit der Bewegung bot, dass hier Anschluss-Schwierigkeiten kaum entstehen konnten. Wir finden in der That denn auch 1823 bei definitiver Herstellung des dänischen Anschlusses noch allerlei Schwierigkeiten, Missverhältnisse und Aenderungen,¹⁰⁸⁾ wäh-

¹⁰⁴⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 287, und Briefwechsel mit Bessel Seite 408.

¹⁰⁵⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 139, 140, 144, 146; vergleiche übrigens Aufsatz I.

¹⁰⁶⁾ Gauss an Schumacher, Briefwechsel Band I., Seite 268: „Lüneburg im Süden liegt der undurchdringliche Lüsing.“ Ferner Seite 270: „sehr weit geht die Aussicht nach N.-W. . . . Schade, dass die Aussicht nach Süden nicht eben so ist; das Trianguliren würde dann eben so leicht und angenehm sein, als es jetzt schwierig und lästig ist.“

¹⁰⁷⁾ An Ort und Stelle gewonnene Anschauung des Verfassers. Ein Hauptdreieckspunkt in dieser Gegend gehört entweder auf die Höhen südlich von Lüneburg (etwa bei Nindorf, wo Gauss auch 1823 ausser den 6 von ihm in das Tableau aufgenommenen Richtungen noch den Thurm von Syk, sowie das Signal Lauenburg eingestellt hat) oder besser noch auf die östlich Lüneburg gelegenen Höhen, wohin 1874 der Punkt Steinhöhe der Elbkette gelegt wurde.

¹⁰⁸⁾ Hohenhorn Thurm war seit 1818 umgebaut; alle darauf bezüglichen Messungen mussten wiederholt werden, da keine feste Marke am Thurm bestimmt war. — Die „unsichere und unbequeme“ Station Hamburg, Michaelis-Thurm, sollte nachträglich möglichst ganz aus dem Dreieckssystem entfernt werden, weshalb Gauss 1823 auch noch auf einer Station Blankenese beobachtet hat. (S. Schumacher, Briefwechsel Band I., Seite 315.) — Die Verbindungsrichtungen beider Triangulationen standen im Einzelnen nicht genügend fest etc.

rend der Anschluss mit Gerling nach vorheriger, persönlicher Besprechung auf Grund einer klaren Disposition sich glatt und leicht vollzog.¹⁰⁹⁾

Die Nothwendigkeit einer gründlichen, selbstständigen Rekognoscirung, welche im Zusammenhange die Aufgabe übersieht, die Formen einheitlich vertheilt, klare Verhältnisse und glatte Bahn schafft, kann wohl kaum schlagender, als durch die Vorgänge und das Tableau des Jahres 1822 bewiesen werden: unter leichten Verhältnissen wird ihr Mangel äusserlich weniger bemerkbar, obgleich die innere Unsicherheit der Arbeit auch hier bestehen bleibt. Die Folgen einer mangelhaften Rekognoscirung und Disposition führen aber noch weiter, als nur zu Dreiecksconfigurationen, die man ursprünglich ganz anders hatte haben wollen und nachträglich nicht gut heissen mag: auch die Anstellung der Beobachtungen leidet darunter. Es ist bekannt, dass Gauss prinzipiell auf jeder Station alle möglichen Winkelkombinationen messen wollte,¹¹⁰⁾ während schon beim Stations-Ausgleich gleiches Gewicht für jeden Winkel¹¹¹⁾ mindestens sehr bequem und erwünscht war: wie sehr aber eine entsprechende Anordnung der Beobachtungen durch die Anlage seiner Arbeit erschwert werden musste, darauf kann hier nur im Vorübergehen hingewiesen werden.

Die Aufgabe, an welche Gauss mit dem Jahre 1824¹¹²⁾ herantrat, die Fortsetzung der Gradmessung bis zur Seite Jever-Varel, war der in den Jahren 1821—1823 absolvirten ganz ähnlich: gegebene Endseiten (Krayenhoff's Seite Jever-Varel im Westen, die Seiten Falkenberg-Wilsede und Wilsede-Hamburg der Gradmessung im Osten) sollten durch eine Dreieckskette mit einander verbunden werden. Auch das Terrain war nicht wesentlich anders, als dasjenige, in welchem sich die Tringulation im Jahre 1822 bewegt hatte. Zu den Schwierigkeiten, die damals zu überwinden waren, gesellte sich jetzt noch im Bremischen und Oldenburgischen die habituell dunstige Beschaffenheit der Atmosphäre, eine Folge des allgemein verbreiteten Moorbrennens¹¹³⁾: dagegen war aus den älteren Oldenburgischen Messungen bekannt, dass in diesem Lande

¹⁰⁹⁾ Arbeitsbericht pro 1823.

¹¹⁰⁾ Siehe Briefwechsel mit Bessel. Seite 562; ferner Gerling, Beiträge zur Geographie Kurhessens etc. Seite 14.

¹¹¹⁾ Vergleiche Briefwechsel mit Schumacher Band II., Seite 141—154.

¹¹²⁾ Quellen: Arbeitsberichte pro 1824 und 1825; Briefwechsel mit Schumacher Band I, Seite 395—438, und Band II., Seite 1—31; Briefwechsel mit Bessel Seite 440—441, 457—458, 460—461.

¹¹³⁾ Arbeitsbericht pro 1824. — Diese Landplage hat sich, im Gegensatz zu allen sonstigen Anschauungen über rationelle Bodenkultur, in jenen Gegenden bis auf den heutigen Tag erhalten; nur geniessen wir jetzt die Wohlthat, dass die Dauer des Moorbrennens gesetzlich auf einige Wochen des Jahres beschränkt ist.

mehrere Thürme zu Dreieckspunkten tauglich sein würden,¹¹⁴⁾ und auch der Ansgarius-Thurm in Bremen bot, wenigstens für die Rekognoscirung,¹¹⁵⁾ eine grosse Erleichterung. Uebrigens war bei dem Interesse und Entgegenkommen, welches die Stadt Bremen für die Fortsetzung der Gradmessung und die Verknüpfung eines ihrer Thürme in das Dreiecksnetz¹¹⁶⁾ an den Tag gelegt hatte, der Ansgarius (auch eine Haupt-Station Epailly's) ein prädestinirter Dreieckspunkt: er bildete, von Beginn der Operationen an, das Direktions-Objekt für die mit der Kette einzuschlagende Richtung.

Die ersten Rekognoscirungen für die neue Aufgabe führte Gauss selbst schon 1823 aus. Als er zum Beginne der Feldarbeiten dieses Jahres in Begleitung seines Sohnes von Göttingen nach Lüneburg reiste, machte er (vom 18. Mai bis 28. Mai) einen Umweg über Bremen und Rothenburg, und durchmusterte im Speziellen die Horizonte der Bremer Thürme.¹¹⁷⁾ Im Anschluss hieran wurde im Juni 1823 vom Hauptmann Müller eine längere Rekognoscirung zwischen Bremen und Wilsede unternommen;¹¹⁷⁾ endlich reiste im September 1823 auch eine Rekognoscirungs-Expedition aus Bremen¹¹⁸⁾ (Senator Gildemeister und Studiosus Klüver) bis in die Gegend von Zeven, Brillit und Garlste¹¹⁸⁾. Bis Jever-Varel hin wurden die Untersuchungen nicht ausgedehnt.

Alle diese Rekognoscirungen hatten »zwar mehrere nützliche

¹¹⁴⁾ Gauss im Arbeitsbericht pro 1824: „Hoffentlich werden mehrere Thürme (im Oldenburgischen) zu Dreieckspunkten nicht untauglich befunden werden, wenn gleich freilich Plätze zu ebener Erde, wo man sie gebrauchen kann, immer weit vorzuziehen sind.“

¹¹⁵⁾ Gauss an Schumacher, Briefwechsel Band I., Seite 399: „Am liebsten möchte ich Bremen als Hauptdreieckspunkt ganz umgehen, ich weiss aber noch nicht, ob dies thunlich seyn wird. Der Ansgarius ist ein schlechter Zielpunkt und wird ein noch schlechterer Standpunkt seyn.“

¹¹⁶⁾ Der Leiter der Bremer Sternwarte, Dr. Olbers, welcher Gauss nahe befreundet war, richtete im Jahre 1823 ein umfangreiches Promemoria an den Senat der Stadt Bremen, worin er auf die wissenschaftliche Bedeutung und den praktischen Nutzen einer Verbindung der Krayenhoff'schen Dreiecke mit Gauss' Gradmessung — speziell auch für Bremen, falls die neuen Dreiecke über das Gebiet dieser Stadt geführt würden — hinwies und den Senat aufforderte, der Hannoverschen Regierung, falls sie eine derartige Unternehmung veranlassen wolle, die Stellung und Besoldung eines Gehülfen anzubieten. Dieses Promemoria wurde mit dem entsprechenden Anerbieten von dem Bremischen Bürgermeister Schmidt an die Hannoversche Regierung weiter gegeben, welche ihrerseits Gauss zu einer Aeusserung darüber aufforderte. Zugleich mit seinem offiziellen Bericht über die Arbeiten des Jahres 1823 hat Gauss darauf unter dem 7. Januar 1824 in längerer Ausführung seine Zustimmung zu dem Projekt erklärt, dessen Ausführung ihm dann durch ein Schreiben des Grafen Münster vom 15. Februar 1824 übertragen wurde. — Die Originalien von Olbers', Gauss' und Graf Münster's Schreiben sind bei den Hannoverschen Akten erhalten. — Vergl. übrigens hierzu Briefwechsel mit Bessel Seite 428, 429 und 434.

¹¹⁷⁾ Arbeitsbericht pro 1823.

¹¹⁸⁾ Arbeitsbericht pro 1824.

Notizen geliefert«, aber im Allgemeinen nur »die grossen Schwierigkeiten, ein Dreieckssystem über diese Gegend zu bilden, kennen gelehrt und waren noch weit davon entfernt geblieben, einen Plan dazu zu begründen«¹¹⁸⁾; nur die beiden Punkte Litberg und Elmhorst mit ihren Verbindungen nach Hamburg und Wilsede, beziehungsweise Wilsede und Falkenberg standen fest. So begannen am 20. Mai 1824 die Beobachtungen ohne festen Plan, mit der Rekognoscirung Schritt für Schritt und Punkt für Punkt vorwärts tastend.

Der Beginn der Operationen in Falkenberg, Elmhorst und Bullerberg ist früher¹¹⁹⁾ eingehend geschildert: in ähnlicher Weise gelangten bis Mitte Juli Rekognoscirung und Beobachtung über Bottel-Brüttendorf weiter bis Bremen, und schon jetzt war Bullerberg¹²⁰⁾ als überflüssig erkannt.

Nun aber rächte sich der Mangel einheitlicher Rekognoscirung und festen Planes: weder von der Seite Bremen-Bottel, noch von der Seite Bremen-Brüttendorf war ein Fortgang nach Westen zu möglich. Es wurde zunächst der Punkt Steinberg, 4,6 Kilometer südlich von Bottel, in das System aufgenommen, »in der Hoffnung«, man werde, an die Seite Bremen-Steinberg ansetzend, südlich um Bremen herum die Kette weiter führen können. »In Erwartung der Resultate dieser Rekognoscirungen« bezog Gauss die Station Bremen und beobachtete zunächst die drei Richtungen Steinberg, Bottel und Brüttendorf. Die auf Steinberg gesetzten Hoffnungen erwiesen sich aber als trügerisch: ebensowenig wie an Brüttendorf-Bremen, war es möglich, an Steinberg-Bremen ein neues Dreieck anzuknüpfen, und »ohne einen eben jetzt eingetretenen glücklichen Umstand würde es um die Fortsetzung der Messungen sehr misslich gestanden haben, da alle Möglichkeiten jetzt erschöpft schienen. Der erwähnte glückliche Umstand war die (von Gauss) auf dem Ansgarius-Thurm gemachte Bemerkung, dass die Spitze des Thurmes von Zeven dort noch eben sichtbar war«.¹²¹⁾ Durch gegenseitiges Leuchten wurde zunächst diese Richtung sicher gestellt;¹²²⁾ dann fanden sich allmählich in Zeven auch noch die Richtungen Steinberg, Wilsede und Litberg, während für die Fortsetzung der Dreieckskette nach Nordwesten »in dem Dorfe Brillit ein schicklicher mit Zeven und Bremen ohne viele Mühe zu verbindender Platz«¹²¹⁾ sich darbot.

So musste, nachdem vorübergehend die Situation geradezu kritisch gewesen war, rückwärts das Dreieckssystem geändert werden:

¹¹⁸⁾ Arbeitsbericht pro 1824.

¹¹⁹⁾ Vergleiche Note 66.

¹²⁰⁾ Gauss an Schumacher, Briefwechsel Band I., Seite 398: (Gelingt der Durchhau Brüttendorf-Litberg) „so habe ich recht schöne Dreiecke bis Bremen, und es könnte dann der Bullerberg aus dem System ganz herausfallen“.

¹²¹⁾ Citate aus dem Arbeitsbericht pro 1824.

¹²²⁾ Es ist dies — so weit wenigstens aus den Arbeitsberichten hervorgeht — das erste und anscheinend auch einzige Mal, dass bei der Rekognoscirung eine Richtung mit Heliotropen festgestellt wurde, obwohl dieses Auskunfts-

die drei Punkte Brüttendorf, Bottel und Bullerberg, deren Auf-
findung und Beobachtung mehr als 4 Wochen Zeit und Arbeit ge-
kostet hatte, waren damit überflüssig geworden. — Die Thatsachen
reden auch hier so laut, dass, sie noch einmal kritisch zergliedern,
ihren Eindruck abschwächen hiesse.

Von Bremen-Brillit kam nun 1824 und 1825 die Kette über
Garlste, Bremerlehe und Langwarden ohne besondere Schwierigkeit
bis zum Anschluss an Jever-Varel zu Stande; wenigstens, was die
Rekognoscirungen anbetrifft. Die Beobachtungen freilich, auf Thurms-
stationen und zum Theil über See und Watten fort, boten noch
Schwierigkeiten in Fülle: und leider — so darf man wohl im Hin-
blick auf die viele Mühe und persönliche Aufopferung sagen —
fand die ganze geodätische Unternehmung 1825 keinen befriedigenden
Abschluss, sondern endete in Verstimmung und Verdruss.

›Die Fatiguen der Arbeit werden mit jedem Jahre angreifender
für mich‹, schrieb Gauss im Sommer 1824 an Schumacher;¹²³⁾
›um so mehr wünsche ich das Ende der Arbeiten absehen zu können‹;
und weiter aus dem Juni 1825¹²⁴⁾: ›Geht es mit meiner Gesund-
heit noch lange so bergab, wie es seit dem Tage, wo ich Sie dies
Jahr zuerst in Rotenburg sah, allmählich geschehen ist, so werde
ich den Madeira nicht mehr austrinken.‹ Die Hitze, das dauernd
schlechte Wetter, der anhaltende Moorrauch drückten die Stimmung
immer weiter nieder. Bedeutende ›Anomalien‹ und ›Diskordanzen‹
in den eigenen Messungen, grösstentheils durch allmähliche Ab-
nutzung der Instrumente herbeigeführt, ›quälten ihn lange unbeschreiblich‹,
ehe er der Fehlerquelle auf die Spur kommen konnte¹²⁵⁾:
endlich aber erwiesen sich die Krayenhoff'schen Dreiecke in Olden-
burg und Ostfriesland bei direkter Prüfung¹²⁶⁾ durch Nachmessen
der Winkel als so ungenau, dass sie als ein für wissenschaftliche
Zwecke genügendes Mittelglied zwischen der englisch-französischen
und der dänisch-hannoverschen Gradmessung nicht angesehen wer-
den konnten.¹²⁷⁾ Der Endzweck der Feldarbeiten von 1824 und

mittel bei dunstiger Luft ziemlich nahe liegt. Gauss schreibt selbst im Ar-
beitsbericht 1824: „und dann (bei Moorrauch nämlich) zeigt sich die Kraft
des Heliotroplichtes am fühlbarsten, welches noch durchdringt, wenn schon
längst von dem Hügel oder Thurm, von welchem es hergelenkt wird, nicht
mehr die mindeste Spur zu erkennen ist.“

¹²³⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 399.

¹²⁴⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band II., Seite 19.

¹²⁵⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band II., Seite 25, 30; ferner Brief-
wechsel mit Bessel Seite 559—564.

¹²⁶⁾ Gauss hatte die Krayenhoff'schen Messungen schon im Winter 1823/24
durchgerechnet und gefunden, dass sie „lange, lange nicht so genau sind, als
sie beim ersten Anblick scheinen.“ Briefwechsel mit Schumacher Band I.
Seite 348—349.

¹²⁷⁾ Gauss spricht sich hierüber ausführlich im Arbeitsbericht pro 1825
aus und weist darin auch auf seine weiteren Untersuchungen hin, „durch
welche erst eine ganz gemessene Würdigung der Krayenhoff'schen Messungen
in den nördlichsten Gegenden möglich wird.“ „Diese Untersuchungen“, schreibt

1825 war verfehlt: eine ausreichende Verbindung der beiden grossen Messungssysteme konnte auf diesem Wege nicht erreicht werden.

Zu der Zeit, als die Beobachtungen in Jever beendet und die Unzulänglichkeit der Krayenhoff'schen Messungen erwiesen war (23. Juli 1825), bestanden noch mehrere Projekte für eine Fortsetzung der Triangulation. In Bremen, wohin Gauss von Jever zunächst sich begab, wurde zwischen ihm und Dr. Olbers die Frage eines erneuten Anschlusses an die Krayenhoff'schen Dreiecke mittelst der Seite Kirchhesepe-Bentheim erwogen;¹²⁸⁾ ferner war die Absicht, in Gemeinschaft mit Schumacher die Insel Helgoland über Wangeroog, Neuwerk und einen dänischen Dreieckspunkt an der holsteinischen Küste an die festländische Triangulation anzuschliessen und dann dort astronomische Beobachtungen zu machen, bereits bis zu einer offiziellen Erörterung in Gauss' Arbeitsbericht pro 1824 vorgeschritten;¹²⁹⁾ endlich waren auch noch weitere Verbindungen zwischen Gauss' und Schumacher's Dreiecken¹³⁰⁾ (von der Seite Hamburg-Litberg ausgehend) geplant: Gauss konnte sich aber nicht mehr zu einer Fortsetzung der Feldarbeiten entschliessen. Er erledigte noch die Beobachtungen auf seinen Stationen Brillit und Zeven, die er im Frühjahr wegen des Moorrauches »im Rücken gelassen hatte«, und, als der Zusammenhang seiner Dreiecke bis Jever-Varel fertig gestellt war, kehrte er anfangs August nach Göttingen zurück, um alsbald eine längere Erholungsreise nach dem Süden anzutreten.¹³¹⁾ Auch in späteren Jahren hat er selbst praktisch-geodätische Arbeiten nicht mehr ausgeführt. —

Unter der Ueberschrift »Resultate« schreibt Gauss im Arbeitsbericht pro 1824: »Der vorstehende Bericht und die beigelegte Karte zeigen, dass die Arbeiten des Jahres 1824 mehrfache Uebergänge von den Dreiecken der früheren Jahre bis Bremen darbieten; der einfachste ist mit starken, vollen Linien gezeichnet« (wie auf der beigegebenen Tafel III.). »Wäre es möglich gewesen, jenes ein-

er, „machen einen Theil von einer noch ungedruckten Vorlesung aus, die ich im September 1826 der hiesigen Königlichen Societät übergeben habe.“ Es ist damit der Abschnitt 23 des Supplementum theoriae gemeint (Gauss' Werke Band IV., Seite 82—87), woraus (s. Bessel, Briefwechsel Seite 460, 461) „indirekte ersichtlich, wie weit die Krayenhoff'schen Messungen von derjenigen Genauigkeit entfernt sind, die man ihnen mit Unrecht beigelegt hat.“

¹²⁸⁾ Die Krayenhoff'schen Dreiecke in dieser Gegend schienen eine grössere Genauigkeit zu besitzen, weshalb Gauss auch anfangs unschlüssig war, ob er nicht überhaupt diesen Anschluss vorziehen sollte. S. Briefwechsel mit Schumacher Band I., S. 387, Briefwechsel mit Bessel Seite 457, 458.

¹²⁹⁾ Näheres über das Helgoland-Projekt in Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 318, 319, 322, 326, 327, 332, 347, 351, 396, 420, 424, 425. Band II. Seite 6, 18.

¹³⁰⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band II., Seite 27, 28, — ferner Seite 169. (Polygon um Hamburg.)

¹³¹⁾ Arbeitsbericht pro 1825 und Briefwechsel mit Schumacher Band II. Seite 29, 35.

fachste System gleich anfangs ausfindig zu machen, so hätten allerdings die anderen, mit schwachen vollen Linien (wie auf der Tafel III.) gezeichneten Dreiecke ganz wegfallen können. Allein die obige Berichtserstattung zeigt, nach wie vielen Schwierigkeiten der Plan zu jenen erst ausgemittelt werden konnte, und die präzise, schnelle Ausführung der verschiedenen dazu erforderlichen Durchhauere wäre gleichfalls ohne vorgängige schon sehr genaue Kenntniss der Lage der Plätze ganz unthunlich gewesen. Bei dem heutigen mathematischen Zustande der höheren Geodäsie dürfen übrigens auch die letzteren Dreiecke, die schwach gezeichneten, keineswegs als überflüssig betrachtet werden: vielmehr muss ihre nach ganz bestimmten Prinzipien anzustellende Berücksichtigung mit dazu beitragen, die Schärfe der Endresultate zu erhöhen. ⁽¹³²⁾

»Endlich ist es auch noch von grosser Wichtigkeit, dass durch die drei Dreiecke zwischen den fünf Punkten Falkenberg, Elmhorst, Wilsede, Litberg, Hamburg ein neuer Uebergang von den südlichen Dreiecken im Königreich Hannover bis Hamburg erreicht worden ist, welcher dem frühern, um vieles complicirteren, in der Karte durch schwächer punktirte Linien vorgestellten (über Hauselberg, Wulfsode, Timpenberg und Nindorf auf Hamburg-Lüneburg) vorzuziehen ist, und daher, nach den vorhin angedeuteten Grundsätzen, die Genauigkeit der Resultate verdoppeln wird.«

Um, lediglich auf Grund schriftlicher Aeusserungen Gauss', zu bestimmten Schlussfolgerungen zu kommen, seien hier zunächst noch einige entsprechende Stellen citirt.

An General von Müffling schreibt Gauss bei Uebersendung seines Tableaus und seiner Koordinaten ⁽¹³³⁾: »Sie finden darin (nämlich in der Zeichnung) eine grosse Menge von Kreuzungs-Kontrollen, die theils vorsätzlich aufgenommen, theils daher entstanden sind, dass, während der Plan sich ausbildete, immer schon an den Messungen selbst gearbeitet wurde. Es könnten daher allerdings, unbeschadet des Zusammenhanges, manche Punkte und noch mehrere Linien ganz ausfallen, die aber, da die Messungen alle mit grösster Sorgfalt gemacht waren, bei der Rechnung alle nach willkürfreien Grundsätzen aufs strengste mit berücksichtigt sind.«

Im Briefwechsel mit Bessel findet sich folgende Stelle ⁽¹³⁴⁾: »Ich habe das System meiner Hauptdreiecke in diesen Tagen sorgfältig ausgeglichen, so dass nicht nur die Summe der Winkel jedes einzelnen Dreiecks, sondern auch die Verhältnisse der Seiten in den gekreuzten Vierecken und Fünfecken genau harmoniren, und zwar ohne alle Willkür, ohne Auswählen, ohne Ausschliessen, Alles nach der Strenge der Probabilitätsrechnung.«

¹³²⁾ S. das Beispiel Hauselberg im Supplementum theoriae etc. Gauss' Werke Band IV., Seite 92, 93.

¹³³⁾ S. Note 1.

¹³⁴⁾ Briefwechsel mit Bessel Seite 423; entsprechend auch Briefwechsel mit Schumacher Band I. Seite 293, 398.

Endlich schreibt Gauss an Schumacher,¹³⁵⁾ gelegentlich der Berechnung späterer Messungen (Lt. Hartmann im Hildesheim'schen) nach der Methode der kleinsten Quadrate: »Es ist in der That eine grosse Satisfaktion, Messungen nach dieser Manier zu behandeln und die schöne innige Verknüpfung aller Fakta, die beobachtet sind, zu geniessen.«¹³⁶⁾

Nachdem die Entstehung des Dreieckssystems früher geschildert ist, lässt sich jetzt auf Grund der angezogenen Schriftstellen Folgendes konstatiren:

I. Gauss hat einfach an einander gereihete Dreiecke für eine genügende Konfiguration einer Dreieckskette gehalten. Die von ihm im Jahre 1824 aus allen seinen Dreiecken ausgewählten »einfachsten Uebergänge, die den komplizirteren vorzuziehen sind«, bilden zwei solche Systeme, die mit der Seite Litberg-Wilsede zusammenhängen. In den Jahren 1821 und 1825, wo seine Mittel den Terrainschwierigkeiten gewachsen waren, finden sich auch von vorneherein keine diagonalen Kreuzungs-Kontrollen.

II. Unbeschadet des Zusammenhanges hätten aus dem System ganz ausfallen können die 8 Punkte: Garssen, Hauselberg, Wulfode, Timpelberg, Nindorf (aus dem Jahre 1822) und Brüttendorf, Bottel, Bullerberg (aus dem Jahre 1824): also da die Gradmessung insgesamt 32 Punkte hat¹³⁷⁾, ein Viertel von allen.

III. Da in Folge mangelhafter Anlage der praktischen Arbeit die Messungen auf und nach überschüssigen Punkten einmal vorhanden waren, hat Gauss sie auch nicht fortgeworfen, sondern bei der Rechnung mit berücksichtigt; sowohl in dem Streben nach höchster Objektivität, als auch, um noch eine Steigerung der Genauigkeit dadurch zu erzielen. Er hat also gewissermassen nachträglich aus der Noth eine Tugend gemacht, und dabei persönlich auch lebhaftere Satisfaktion über die Harmonie der Resultate empfunden, welche seine, in ihrer Anwendung auf geodätische Messungen neue Methode ergab.¹³⁸⁾

Ein Theil der Kreuzungs-Kontrollen ist vorsätzlich in das System aufgenommen.¹³⁹⁾ Es ist von Interesse, festzustellen,

¹³⁵⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band II., Seite 136.

¹³⁶⁾ Vergleiche auch Briefwechsel mit Bessel Seite 414: „Bei meiner Behandlung reagirt gewissermassen jeder z. B. in Wilsede gemessene Winkel auf alle übrigen bis Göttingen hin.“

¹³⁷⁾ Unter dieser Zahl ist Inselsberg nicht mit inbegriffen, weil Gauss dort nicht selbst beobachtet hat. S. Note 10.

¹³⁸⁾ Vergleiche auch (Briefwechsel mit Schumacher Band II., Seite 420) die Aeusserung über die jeux d'esprit, die Gauss gewissermassen „als einen mathematischen Konfekt sehr zu goutiren“ wusste, „sobald sich eine besondere Eleganz, Adäquatheit und Scharfsinn dabei offenbaren“.

¹³⁹⁾ Vergleiche hierzu auch Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 289, und Schumacher, Astronomische Nachrichten Band I., Seite 441 (Bericht über die Arbeiten des Jahres 1822): „Das Netz bietet durch seinen Gliederbau vielfache, zu meiner grössten Zufriedenheit ausgefallenen Kontrollen dar.“

warum Gauss diese Kontrollen gemessen hat.¹⁴⁰⁾ Zu diesem Zwecke seien zunächst wieder einige Schriftstellen citirt.

Als Gauss zu Ende der Feldarbeiten 1822 mit der Rekognoscirung und Beobachtung bis zu der Seite Wilsede-Timpenberg vorgeschritten war, während der Punkt Nindorf mit seinen Verbindungen noch fehlte,¹⁴¹⁾ schrieb er am 8. Oktober 1822 (noch von dem Vermessungs-Terrain aus) an Schumacher¹⁴²⁾: »Will ich die Verbindung mit Hamburg nicht einzig auf das in Hamburg etwas spitze Dreieck Wilsede-Timpenberg-Hamburg stützen, so ist es unerlässlich, noch einen Punkt zuzuziehen.« Wir wissen, dass erst 1823 der Punkt Nindorf eingeschoben wurde.¹⁴³⁾

An Bessel schreibt Gauss am 15. November 1822¹⁴⁴⁾: »Ich halte es für einen überaus schätzbaren Vortheil, dass in meinem System drei Vierecke vorkommen, in denen alle sechs Richtungen wirklich hin und zurück gemessen sind.« »Es wäre zu wünschen, dass man bei jeder Messung solche Prüfungen hätte. Es gibt Messungen, wobei die Summen der drei Winkel überall zum Bewundern stimmen, und wo eine solche Prüfung zeigt, dass manche Winkel um 2'' bis 3'' gewiss unrichtig sind. In der That

¹⁴⁰⁾ Vom Standpunkte des Verfassers umsomehr, als in den Ketten und Netzen der Trigonometrischen Abtheilung seit 1875 diagonale Verbindungen, auch wenn sie zufällig vorhanden sind, grundsätzlich nicht mit gemessen werden, ausgenommen den in guten Konfigurationen äusserst seltenen Fall, wo der durch sie erschlossene Rechnungsweg dem ohnehin vorhandenen an Schärfe nicht erheblich nachsteht.

¹⁴¹⁾ In diesem Zustande ist das Dreiecksnetz der Gradmessung auf dem Tableau bei No. 24 von Schumacher's Astronomischen Nachrichten dargestellt. Von da aus ist es in derselben Weise auf andere Tableaux übergegangen, z. Th. gleichzeitige, wie ein grosses Uebersichtsblatt preussischer Generalstabsdreiecke, z. Th. auch noch moderne, wie z. B. das canevas trigonométrique indiquant l'avancement des travaux géodésiques en Europe, Anlage zu dem entsprechenden Bericht bei den „Verhandlungen der Europäischen Gradmessung 1833.“ — Auf einem Blatte des Papens'schen Atlas von Hannover ist nun aber eine Uebersicht der Hauptdreiecke in Hannover gegeben, welche Gauss als richtig selbst anerkannt hat. (Auf der Rückseite eines bei den Akten der Trigonometrischen Abtheilung befindlichen Exemplares dieses Blattes steht nämlich eine eigenhändige Bemerkung Gauss' mit Unterschrift, in der es zum Schluss heisst: „Mit Ausnahme dieses geringfügigen Umstandes [falsche Kolorirung der Seite Köterberg-Hohehagen] finde ich in dieser sehr zweckmässig angeordneten Uebersichtskarte eine treue Darstellung der Hauptdreiecke und ihrer Verbindungen mit den Messungen in den Nachbarstaaten.) Auf diesem Blatte ist der Punkt Nindorf mit den Verbindungen Timpenberg, Wilsede, Hamburg, Hohenhorn und Lüneburg eingetragen. — Zu dem erwähnten Bericht soll übrigens beiläufig noch erwähnt werden, dass auf dem Tableau die Gauss'schen Dreiecke der Jahre 1824 und 1825 vollständig fehlen, während im Text (Annex II., Seite 69) Punkte der Gradmessung und der Landesvermessung so in Zusammenhang gestellt sind, als sei ihre Bestimmung völlig gleichwerthig.

¹⁴²⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 287.

¹⁴³⁾ Nach Ausweis des betreffenden Beobachtungs-Journals beträgt der Winkel in Hamburg zwischen Wilsede und Timpenberg $25^{\circ} 47'$, der zwischen Wilsede und Nindorf $28^{\circ} 12'$.

¹⁴⁴⁾ Briefwechsel mit Bessel Seite 407.

ist die Prüfung vermittelt der Summe der Winkel à la portée von Jedermann; die durch Diagonalen ist es weniger, so leicht sie auch für einen Mathematiker ist, und man kann sich der Vermuthung nicht erwehren, dass die erstere Prüfung zuweilen dazu gedient haben mag, wenn auch nicht die Beobachtungen zu verfälschen, doch etwas zu wählen. (Man bemerkt eine Tendenz dazu selbst bei Delambre.)«

Bessel antwortet hierauf ¹⁴⁵⁾: »Man wird durch vollständig geschlossene Vierecke, so wie Sie in der Lüneburger Heide gemessen haben, manchen spitzern oder stumpfern Winkel so unschädlich machen, als ob die ganze Kette aus gleichseitigen Dreiecken bestände.«

Hiernach ist also der Nutzen und Zweck der Kreuzungskontrollen ein doppelter:

1. sie sollen die Objektivität der Messungen garantiren;
2. sie sollen ein Korrektiv für übrigens schlechte Konfiguration sein; man kann auch gleich weiter gehen und sagen: wo sie sich finden, zeigen sie an, dass die einfachen Formen nicht für ausreichend gut gehalten wurden.

Betrachten wir beide Punkte noch etwas näher.

Gauss hatte zweifellos die Berechtigung, eine Art von geheimer Kontrolle über die Beobachtungen für wünschenswerth zu halten: die Objektivität der Arbeit scheint bis zu seiner Zeit nicht sonderlich gross gewesen zu sein. So schreibt er selbst über die Krayenhoffschen Messungen an Bessel ¹⁴⁶⁾: »Krayenhoff hat aus vielen Winkelreihen immer nur diejenigen beibehalten, die am besten zu passen schienen (ohne anzugeben, wieviel die anderen abwichen)« und an Schumacher ¹⁴⁷⁾: »Entweder muss also Herr Krayenhoff seine Ausgleichungen nicht gehörig gemacht haben, oder seine Winkelmessungen involviren versteckter Weise viel grössere Fehler, als man nach der Prüfung durch die drei Dreiecke und die Gyruswinkel erwarten sollte, und im letzten Fall ist man berechtigt, zu glauben, dass die angegebenen Beobachtungswinkel wenigstens partiisch gewählt sind, um diese Schliessung der einzelnen Dreiecke und Tours d'horizon zu erzwingen.« — Ueber die gleichzeitigen Bayerischen Messungen, deren Originalien Gauss mehrfach vergeblich erbeten hatte ¹⁴⁸⁾, schreibt er an Bessel ¹⁴⁹⁾: »Schumacher erzählte mir, dass Soldner ihm gesagt hätte, der Grund, warum die Kommission in München meine Bitte um die Mittheilung nicht erfüllt habe, sei, weil man annehme, dass ich über diese Dreiecke Rechnungen anstellen wolle! Ebenso ist es mir mit den österreichischen gegangen.« Später ist über die Bayerischen Original-Winkel-

¹⁴⁵⁾ Briefwechsel mit Bessel Seite 415.

¹⁴⁶⁾ Briefwechsel mit Bessel Seite 457.

¹⁴⁷⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 349.

¹⁴⁸⁾ Vergl. Briefwechsel mit Schumacher Band II., Seite 98, 101.

¹⁴⁹⁾ Briefwechsel mit Bessel Seite 460.

messungen Folgendes bekannt geworden ¹⁵⁰⁾: »Nach welchem Verfahren aus der Gesammtheit aller Messungen eines Winkels dessen in die Dreiecksberechnung aufgenommene Grösse bestimmt wurde, und ob man hierbei überhaupt ein festes System befolgte, ist aus den Akten nicht zu entnehmen. Vermuthlich sind bei Festsetzung des gemessenen Winkels praktische Erwägungen über die Persönlichkeit des Messenden, die Güte des Instrumentes, die Beleuchtung der Signale, die Horizont-Abschlüsse u. dergl. massgebend gewesen und hiernach Messungen ausgeschlossen worden, deren Werth sich jetzt nicht mehr beurtheilen lässt.« — Auch Gauss' Aeusserung ¹⁵¹⁾ an Bessel über die Vorkommnisse bei der französischen Gradmessung: »Ergötzlich ist, wie die neue Kommission sich bemüht, diese Sauerei so zu bemänteln, als sei sie irrelevant«, soll noch angeführt werden, um zu zeigen, wie gering die Objektivität der Messungen jener Zeit war.

Von Gauss an datirt aber auch in dieser Beziehung eine neue Periode der Geodäsie. Sein Beispiel lehrte, die Winkel nicht fortwerfen, wenn sie nicht passten; ¹⁵²⁾ seine Methode der kleinsten Quadrate schaffte in der Rechnung die Widersprüche der Messungen »ohne Willkür, ohne Auswählen und Ausschliessen« ¹⁵³⁾ fort, und was von ihm so viel und lebhaft als nothwendig betont wurde, die Publikation der Triangulationen in extenso, ¹⁵⁴⁾ ist — wenn auch nicht von ihm selbst durchgeführt — doch seitdem allgemein als Regel anerkannt und zunächst von Gerling und Bessel auch wirklich befolgt worden.

Man kann heutzutage wohl behaupten: wir verdanken es Gauss, dass wir diagonale Kreuzungen als geheime Objektivitäts-Polizei nicht mehr brauchen.

Weiter sollen Kreuzungskontrollen zur Aufbesserung der Konfiguration dienen. Zweifellos erhöhen sie die Zahl der Bedingungs-gleichungen des Systems: aber doch nur in dem Sinne, dass die für die Bestimmung der Lage eines einzelnen Punktes massgebende Schnittfigur, anstatt aus zwei guten, aus einem Komplex von drei oder mehreren, minder guten Schnitten gebildet wird. Die Masse also mit ihrer Komplizirtheit soll ersetzen, was bei Einfachheit an Güte nicht erreicht ist. Die Zahl der Beobachtungen und die Rechenarbeit bei der Ausgleichung erhöht sich durch vorhandene Kreuzungs-Kontrollen unter Umständen ganz erheblich; und dieser Zuwachs an Arbeit dürfte im Allgemeinen kaum im richtigen Ver-

¹⁵⁰⁾ Vortrag des Professor von Bauernfeind bei den Verhandlungen der Europäischen Gradmessung 1867. Abgedruckt im Bericht pro 1867, Seite 26.

¹⁵¹⁾ Briefwechsel mit Bessel Seite 541.

¹⁵²⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 334.

¹⁵³⁾ Briefwechsel mit Bessel Seite 423.

¹⁵⁴⁾ S. unter Anderen Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 349–351; Gauss' Brief an Bohnenberger im Band XI. dieser Zeitschrift, Seite 430; „Bestimmung des Breitenunterschiedes etc.“ Seite 74.

hältniss zu der dabei zu erreichenden Erhöhung der Genauigkeit stehen.

Vor allen Dingen aber — und das scheint ausschlaggebend — ist die Voraussetzung für die Nothwendigkeit von Kreuzungskontrollen immer der Mangel einer ausreichend guten, einfachen Konfiguration: da liegt es doch unmittelbar nahe, ein Plus von Arbeit lieber auf die Herstellung einer solchen einfachen, guten Konfiguration zu verwenden, und dann wenige Beobachtungen — und die um so schärfer und sorgfältiger — zu machen, zumal es bei dem Bewusstsein von vorhandenen Kontrollen menschlich erscheinen muss, dass bei den einzelnen Beobachtungen leicht eine etwas weniger scharfe Kritik der einzustellenden Lichter und sonstiger äusserer Verhältnisse Platz greifen könnte.

Wir kommen zu dem Resultat: Je einfacher und klarer ein Dreieckssystem aussieht, um so sorgfältiger und zielbewusster ist die Rekognoscirung gewesen: gut rekognosciren und korrekt beobachten macht Kreuzungs-Kontrollen überflüssig und darum schädlich.

Die Fragen über den Nutzen und Werth der Kreuzungskontrollen, die in diesem Zusammenhange wesentlich vom praktischen Standpunkte aus betrachtet werden konnten, lassen sich auch rein theoretisch-rechnerisch behandeln. Es wird dabei aber zu bedenken sein, dass, nur aus dem Boden gesunder praktischer Anschauung und Erfahrung erwachsen, die Theorie fruchtbringend und rückwärts die Praxis befruchtend wirken kann: dafür ist Gauss in erster Linie ein leuchtendes Beispiel.

Gauss aber kommt gegen Ende seiner praktischen Arbeit (nach 1824) dazu, ganz einfache Uebergänge als die besten herauszusuchen; und wenn er 1822 seine komplizirten Formen und seine Kreuzungs-Kontrollen genommen hat, so geschah das der »Noth gehorchend, nicht dem eig'nen Triebe.«

III.

Gauss' Antheil an der Hannoverschen Landes-Vermessung.

(Hierzu Tafel IV. und V.)

Gliederung und Anordnung des Stoffes ¹⁾ in diesem Aufsatze seien der zusammenhängenden Darstellung vorangestellt. Es sollen betrachtet werden:

1. Gauss' Neben-Beobachtungen während der Gradmessungs-Arbeiten 1821—1825 im Interesse der »Geographie des Königreiches«.
2. Die Organisation der Landes-Vermessung unter Gauss' Leitung 1827—1828.
3. Die Durchführung der Feldarbeiten 1828—1844. (Das Charakteristische der Arbeit; die Konfigurationen.)
4. Die Berechnung und der Verbleib der Resultate.
5. Einige Notizen zur Beurtheilung der Genauigkeit der Landes-Vermessung.

Gauss' Gradmessung, aus persönlicher Initiative hervorgegangen, dann mit staatlicher Subvention durchgeführt, sollte, wie früher entwickelt ist, zunächst rein wissenschaftlichen Zwecken dienen. Die Absicht, von diesem Grundstock aus die Triangulation allmählich über das ganze Königreich auszudehnen und für Staatszwecke praktisch nutzbar zu machen, findet sich aber bereits in den ersten Keimen des Unternehmens. So schreibt Gauss in der Eingabe an den Grafen Münster vom 30. Mai 1819 ²⁾: »Nur kurz brauche ich zu berühren, dass die Messung eines Meridianbogens von Hamburg bis Göttingen auch in anderen Beziehungen, als der rein wissenschaftlichen, von grosser Wichtigkeit sein würde. Das zu diesem Zwecke geführte Dreiecksnetz würde, wenn über kurz oder lang eine den heutigen Forderungen entsprechende Vermessung des ganzen Königreiches Hannover beschlossen werden sollte, die sicherste Grundlage abgeben, um die weitere Triangulation östlich und westlich an dasselbe anzuschliessen. Und falls zu einer solchen General-Vermessung nahe Aussicht sein sollte, könnte durch die Gradmessung noch der Nebenzweck erreicht werden, dass diese mit zur Vorbereitung tauglicher Personen für jenes Geschäft benutzt werden könnte.« Auch unter den Motiven für die Erweiterung der Gradmessung bis zur Seite Jever-Varel findet sich in dem betreffenden Promemoria ³⁾ eine entsprechende Stelle: »Insofern eine solche Verbindung, querüber von Ost nach West geführt, grösstentheils über hannoversches Gebiet geht, ist der

¹⁾ Das Material ist im Wesentlichen aus einigen vierzig ungedruckten Original-Berichten von Gauss geschöpft.

²⁾ Grösstentheils abgedruckt in Gauss' Werken Band IV., Seite 482—483.

³⁾ Vom 7. Januar 1824.

Vortheil, welchen die Geographie des Königreiches dadurch erhalten würde, eben so klar. Es ist jetzt allgemein anerkannt, dass eine genaue Landes-Vermessung ohne eine gehörige Triangulirung unmöglich ist. Blosser Detailmessungen lassen sich niemals mit Sicherheit zu einem unverzerrten Ganzen verbinden. Allein auch abgesehen von der ohne Vergleich grösseren Genauigkeit, gewinnt eine Detail-Aufnahme, wenn sie auf eine vorgängige gute Triangulirung gestützt wird, in ihrem ganzen Plan und Gang eine solche Leichtigkeit, Einfachheit, Sicherheit und Kontrollirbarkeit in jedem einzelnen Theile, dass die Hälfte der Zeit und Kosten erspart wird. Die Gradmessungs-Dreiecke umspannen bereits einen sehr bedeutenden Theil des Königreiches; querüber geführte Verbindungsdreiecke würden den umspannten Raum beinahe verdoppeln.<

Bei der Durchführung der Gradmessung hat dann Gauss selbst es sich angelegen sein lassen, soweit als möglich die praktischen Zwecke mit den wissenschaftlichen zu verbinden. Er schreibt darüber im Arbeitsbericht pro 1822: »Der oberste Zweck der Triangulirung als Theil der Gradmessung ist, die Göttinger Sternwarte mit den dänischen Dreiecken zu verbinden, und dazu war es am vortheilhaftesten, die Dreiecke so gross wie möglich einzurichten, und daher die Dreieckspunkte im Allgemeinen auf den höchsten Stellen, die die weiteste Aussicht darbieten, zu wählen. Diese Punkte haben aber grösstentheils kein unmittelbares Interesse für die Geographie des Königreiches. Neben dem Hauptzweck habe ich jedoch auch für diese meine Operationen überall nach Möglichkeit nützlich zu machen gesucht. Ich habe die Lage der Ortschaften, die in dem Bereich der Hauptdreiecke sich befinden, mit Sorgfalt bestimmt; einige derselben mit einer Schärfe, die der Hauptdreieckspunkte kaum nachsteht, alle aber mit solcher Genauigkeit, wie nur zu einer Landesvermessung gefordert werden kann. Von Städten nenne ich hier Hannover, Braunschweig, Celle, Lüneburg, Neustadt am Rübenberge, Burgdorf: die Anzahl der Dorfkirchthürme, deren Lage genau bestimmt wurde, ist sehr gross. Die Bahn ist gebrochen, diese Erndte, wenn es gewünscht wird, über einen grösseren Theil des Königreiches, oder über das Ganze auszudehnen.< ⁴⁾ Im Jahre 1823 hat Gauss sogar eigens auf dem Aegidius-Thurm in Hannover, der nicht zu den Gradmessungspunkten gehörte, gelegentlich seiner Durchreise (bei der Rückkehr von Hamburg nach Göttingen) »verschiedene Winkelmessungen an-

⁴⁾ Wie Gauss persönlich diese Nebenarbeit auffasste, geht aus der folgenden charakteristischen Stelle vom 15. November 1822 im Briefwechsel mit Bessel Seite 410 hervor: „Ich schnitt überdies auch alle sichtbaren Objekte bei Gelegenheit und ich muss sagen, dass ich dieses Geschäft mit seinen täglichen Ausgleichungen so lieb gewann, dass mir das Bemerken, Ausmitteln und Berechnen eines neuen Kirchthurmes wohl ebenso viel Vergnügen machte, wie das Beobachten eines neuen Gestirnes. Vor Gott ist's am Ende auch wohl einerlei, ob wir die Lage eines Kirchthurms auf einen Fuss oder die eines Sternes auf eine Sekunde bestimmt haben.“

gestellt, vornehmlich zur Bestimmung einer bedeutenden Anzahl von Punkten im Hildesheim'schen.«⁵⁾ Diese Punkte bildeten bereits eine ausreichende Grundlage für die in dortiger Gegend 1827 ausgeführte topographische Aufnahme.⁶⁾ Diese gesammte Ausbeute seiner Nebenmessungen giebt Gauss im Arbeitsbericht pro 1825 an: »ich kann hinzusetzen, dass meine sämmtlichen Messungen (1821—1825), die wohl beinahe die Hälfte der Fläche des Königreiches Hannover überspannen, zusammen über 400 gut bestimmte Punkte⁷⁾ in demselben und den benachbarten Ländern enthalten.« Die Zahl der überhaupt durch die Gradmessung und die Landesvermessung bestimmten Punkte beträgt gegen 2600⁸⁾: davon entfällt also beinahe ein Sechstel auf Gauss' persönlichen Antheil.

Nach Beendigung der astronomischen Bestimmungen brachte im Herbst 1827 der Hauptmann Müller den von der englischen Regierung entliehenen Ramsden'schen Zenithsektor nach London zurück. Er nahm dabei den weiteren Auftrag von Gauss mit, bei dieser Gelegenheit die massgebenden Persönlichkeiten am englischen Hofe für die Ausdehnung der Triangulation über das ganze Königreich Hannover zu interessiren und Gauss' Bereitwilligkeit zur Uebernahme der Leitung dieses Geschäftes zu erklären. Auf dem offiziellen Wege über London und Hannover wurde darauf Gauss am 8. November 1827 zum Bericht über diesen Gegenstand aufgefordert. Das von ihm hierüber eingereichte Promemoria hat folgenden Wortlaut:

»An

Königliches Kabinets-Ministerium.

„Unterthänigstes P. M. betreffend die weitere Ausdehnung der Gradmessungs-Arbeiten.“

Auf die mir unter dem 8. d. M. vom K. Kabinets-Ministerium gemachte Eröffnung wegen weiterer Ausdehnung der Gradmessungs-

⁵⁾ Dass Gauss besonderen Werth darauf legte, einen Thurm der Landeshauptstadt in das Hauptdreiecksnetz direkt einzufügen, geht aus seinem bei Aufsatz I. abgedruckten Arbeitsbericht pro 1821 hervor. Der Aegidiusthurm wurde von ihm 1821 und 1822 von Hils, Lichtenberg, Deister und Falkenberg geschnitten; bei oben erwähneter Gelegenheit hat er daselbst an einem Tage (19. Juli 1823) nach Ausweis des Beobachtungs-Journals über 100 Einstellungen nach Kirchthürmen und sonstigen in der Natur gegebenen Objekten gemacht. Zur Orientirung der Messung diente das Hils-Signal.

⁶⁾ Siehe das in der Folge abgedruckte Promemoria vom 21. November 1827.

⁷⁾ In dem in Note 6 erwähnten Promemoria vom Jahre 1827 giebt Gauss diese Zahl auf „über 500“ an; vermuthlich ist diese Ziffer richtiger als die oben erwähnte frühere, bei deren Feststellung die Messungsakten wohl noch nicht so genau gesichtet waren.

⁸⁾ In dem Original des „Allgemeinen Koordinaten-Verzeichnisses“, ebenso wie in dessen Wiedergabe bei Wittstein sind 2578 Punkte enthalten. In Gauss' Werke Band IV. sind ausserdem noch die Doppel-Bestimmungen von 411 dieser Punkte (aus den partiellen Koordinatenverzeichnissen) aufgenommen.

Triangulirungen auf andere Landestheile, beehre ich mich zuvörderst unterthänigst zu erwidern, dass ich, stets bereit, meine Kräfte für Zwecke, die höhern Orts für nützlich erachtet werden, zu verwenden, sehr gern die Leitung erweiterter Messungen und ihrer Verarbeitung zur Vervollkommnung der Landesgeographie übernehmen werde, soweit es meine physischen Kräfte und anderweitigen Arbeiten nur immer verstatten. Wenn nun gleich diese beiden Rücksichten mir nicht wohl erlauben würden, die Messungen selbst in dem Maasse persönlich auszuführen, wie ich es in den Jahren 1821 bis 1825 gethan habe, und daher mein unmittelbarer Antheil an den Arbeiten im Felde auf die delikatern Messungen beschränkt bleiben müsste, so würde doch dadurch die Vollkommenheit der Ausführung und die Zuverlässigkeit der Resultate nicht gefährdet werden, da die mir zum Theil eigenthümlichen Methoden, dergleichen Operationen zu combiniren und zu Resultaten zu verarbeiten, überall die durchgreifendsten und sichersten Controllen darbieten. Indessen geht hieraus hervor, dass für den Augenblick meine Uebnahme eines solchen Auftrages durch die Disponibilität eines brauchbaren Personals bedingt sein muss. Die drei bei meinen frühern Messungen gebrauchten Gehülften, der Hauptmann Müller, der Lieutenant Hartmann, und mein Sohn, gegenwärtig gleichfalls Lieutenant im Artillerie-Korps, wissen mit den Winkelmessungs-Instrumenten umzugehen, und können alle sekundären Messungen vollkommen ausführen, und ich zweifle nicht, dass sie unter meiner Leitung späterhin sich selbst zu den feinem Messungen werden fähig machen, und mich dadurch immer mehr in den Stand setzen können, mich auf die Leitung des Geschäfts, und so viel thunlich von meinem Wohnorte aus, zu beschränken. An der Bereitwilligkeit dieser Offiziere, insofern es mit ihren sonstigen Dienstgeschäften verträglich ist, ist auch nicht zu zweifeln; ich bin jedoch gegenwärtig noch nicht unterrichtet, in wiefern der Gesundheitszustand des Hauptmanns Müller ihm die Übernahme eines umfassenden Theils des Geschäfts verstatten würde.

Was *zweitens* die Designation der von den bisherigen Messungen noch nicht berührten Landestheile betrifft, so ergibt sich dieselbe aus beiliegender, zwar nur flüchtig gemachten, aber zu diesem Zwecke hinreichenden, kleinen Zeichnung, welche die Umrisse der Landesgrenzen (roth)⁹⁾, die von mir 1821—1825 ausgeführte Haupttriangulirung (schwarze, volle Linien) und einen Theil der Krayenhoff'schen Messungen (schwarz punktirt) vorstellt. Letztere, welche Ostfriesland und einen Theil der Grafschaft Bentheim umfassen, haben, wenn sie auch höheren wissenschaftlichen Forderungen nicht ganz Genüge leisten (wie ich in meinem letzten Bericht vom März d. J. entwickelt habe), doch alle für jeden geogra-

⁹⁾ In der beigegebenen autographischen Nachbildung dieser Zeichnung ist die Landesgrenze durch gerissene schwarze Linien dargestellt, um den Farbendruck in zwei Platten zu vermeiden.

phischen Zweck erforderliche Genauigkeit, und machen in dieser Beziehung eine neue Triangulirung über diese Gegend überflüssig. Der blosse Anblick dieser Zeichnung zeigt, dass noch drei getrennte, von den Dreiecksmessungen noch nicht berührte Stücke des Königreichs übrig sind:

- A. der östliche Theil des Lüneburgschen,
- B. der nördlichste Theil des Bremischen,
- C. die westlich von der grossen Dreieckskette liegenden Landestheile, enthaltend besonders das Hoya'sche, Diepholz, Osnabrück, bis Bentheim, Lingen und Meppen.

Drittens: Eine Veranschlagung der Kosten, welche eine Ausdehnung der Triangulirung über alle diese noch fehlenden Landestheile verursachen würde, ist freilich schwer zu machen. Es lassen sich allerdings die Kosten, welche bei bestimmter Organisation eines solchen Geschäfts in einem Jahre erforderlich sein mögen, näherungsweise veranschlagen, aber sehr misslich ist es, bei einem Geschäft dieser Art im Voraus zu bestimmen, wieviel in einem Jahre ausgeführt werden wird. Dieses hängt, ausser der Thätigkeit und Geschicklichkeit des Personals, von mancherlei im Voraus nicht zu bestimmenden Nebenumständen ab, von der Beschaffenheit des Terrains, welches ich in den in Frage stehenden Landestheilen aus eigener Ansicht noch fast gar nicht kenne, von dem Eintreten lokaler Hindernisse (wie z. B. das Moorbrennen im Bremischen und in Westphalen), von der Witterung u. s. w. Auf einem günstigen Terrain, wo viele hohe, feste und bequeme Thürme oder bedeutende, nicht bewaldete Anhöhen benutzt werden können, und unter begünstigenden Umständen, kann das Fortschreiten doppelt oder dreifach so schnell sein, als in Gegenden, wo solche günstigen Umstände grösstentheils oder ganz fehlen. Inzwischen können doch die bei den früheren Messungen aufgegangenen Kosten einigermaßen einen Anhaltspunkt geben. Es wurden 1821—1823 bei Messung der Dreieckskette bis Hamburg verausgabt 11 000 Thaler und 1824, 1825 für die von da westlich bis Ostfriesland geführte Dreieckskette etwa 7 000 Thaler. Von diesen Kosten ist aber abzurechnen, was wegen Anschaffung von Instrumenten und wegen Abholens des englischen Zenithsektors von Altona nach Göttingen verausgabt ist, und zwischen 2 500 und 3 000 Thaler betragen haben mag, sodass die eigentlichen Triangulirungskosten etwa 15 000 Thaler betragen haben mögen. Nun scheint nach der Übersichtskarte der Inbegriff der noch nicht berührten Landestheile wol nicht viel grösser zu sein, als die mit Dreiecken bereits überzogene Fläche, und bei aller Ungewissheit, in der ich wegen der Schwierigkeiten des Terrains bin, ist es doch kaum wahrscheinlich, dass sie grösser sein können, als diejenigen, womit ich besonders 1822 und 1824 zu kämpfen gehabt habe. Wenn ich nun ausserdem bemerke, dass die Operationen, deren Hauptzweck die Vervollkommnung der Landes-Geographie ist, auch bei einer würdigen Ausführung doch nicht den Grad von äusserster Schärfe der Messungen erfordern, welcher bei einer eigent-

lichen Gradmessung verlangt wird, so scheint die Hoffnung nicht ungegründet, dass die Erweiterung der Triangulirung über die noch nicht berührten Theile des Königreiches sich mit einer geringeren Summe und vielleicht mit 12 000 Thalern bestreiten lassen werde.

Um nun aber eine solche Triangulirung für die Vervollkommnung der Geographie möglichst nützlich zu machen, wird man sich nicht darauf einschränken müssen, bloss Netze von Hauptdreiecken der ersten Ordnung über die betreffenden Landestheile auszuführen, sondern damit die Bestimmung der Lage einer möglichst grossen Anzahl sekundärer Punkte verbinden, namentlich solcher, die scharfe Bestimmungen zulassen, und in der Regel Jahrhunderte dauern, also besonders der Kirchthürme. Ich habe mir diese Rücksicht schon bei den frühern Messungen zur Pflicht gemacht, obwohl sie dem Hauptzweck untergeordnet bleiben musste, und die Anzahl der bei jenen Messungen bestimmten Punkte beträgt schon über 500: als eine Probe davon kann die Übersicht dienen, welche die meinem letzten Bericht beigegefügte Karte von dem nördlichen Theile der Messungen giebt. — Diese Angabe der Lage einer grossen Anzahl fester Punkte in Zahlen (wieviel nämlich nördlich oder südlich, westlich oder östlich, von einem beliebigen Anfangspunkte z. B. der Göttinger Sternwarte) bis auf wenige Fuss genau, muss als die Hauptausbeute der Operationen in topographischer Rücksicht betrachtet werden. Sie behält auf Jahrhunderte einen bleibenden Werth, insofern die Mehrzahl der Punkte bleibt, wenn auch im Laufe der Zeit einige untergehen, und die dadurch etwa entstehenden Veränderungen sind leicht zu ergänzen. Sie bildet eine sichere Grundlage für alle Detailaufnahmen: alle die Unsicherheiten, welche Aufnahmen ohne solche feste Anhaltspunkte erschweren, entstellen und ihre Vereinigung zu einem fehlerfreien Ganzen unmöglich machen, fallen dabei ganz weg; nachlässige Arbeiter erhalten dadurch eine strenge, unausweisliche Controlle; jede Messtischplatte wird unabhängig von der andern bearbeitet, kein Fehler pflanzt sich also auf andere Blätter fort; endlich vereinigen sich alle einzelnen Blätter von selbst zu einem genau orientirten und überall zusammenpassenden Ganzen.¹⁰⁾ Es ist einleuchtend, dass die grossen

¹⁰⁾ In einem späteren Bericht (vom 22. April 1828) äussert sich Gauss: „Bei den älteren unvollkommenen und nicht auf eine vorgängige scharfe Triangulirung basirten Methoden der Detail-Aufnahme war die Zusammensetzung der einzelnen Blätter zu Einer Karte immer ein ebenso langwieriges, als schlüpfriges Geschäft, womit die Ingenieurs während eines grossen Theils des Winters vollauf zu thun hatten. Es blieb dabei unvermeidlich, dass bald hier, bald da etwas nicht zusammenpasste; man musste dann willkürliche, unsichere Ausgleichungen versuchen, überall abzwicken oder zerren und verrenken, um so, auf einem Prokrustes-Bett, die Blätter taliter qualiter zum Zusammenhang zu bringen. Auch von unserer älteren Landesvermessung ist mir manches der Art erzählt, was jedoch weniger den Arbeitern, als der Methode zur Last fällt.“ — Verfasser, welcher im Winter 1880/81 in Griechen-

Kosten, welche Detailaufnahmen von bedeutendem Umfange allezeit machen, durch einen solchen sicheren Gang in einem hohen Grade vermindert werden müssen; aber dieser sichere Gang ist es nicht allein, was die Arbeit beschleunigt; sehr wichtig ist in dieser Beziehung auch der Umstand, dass der Gebrauch der Messkette dadurch fast ganz überflüssig und nur ausnahmsweise nöthig wird, da die Triangulirung die Grundlinien schon von selbst giebt, und mit einer Schärfe, welche die gewöhnliche Kette garnicht einmal geben könnte.

Allein auch, wo schon Detail-Aufnahmen vorhanden sind, wie bei den meisten Ämtern des früheren Bestandes des Königreiches, bieten die festen Punkte das Mittel dar, die aus der Zusammensetzung entstandenen Fehler zu berichtigen, und dadurch selbst Karten, die sich auf unvollkommene Aufnahme-Methoden gründen, wenn sie sonst im kleinen Detail gut sind, zu Darstellungen umzuarbeiten, die auch höheren Anforderungen Genüge leisten können.

Was demnach *viertens* die Massregeln betrifft, um die Triangulirungen zur Vervollkommnung der Geographie möglichst nützlich zu machen, so sind dabei die bereits ausgeführten Messungen von den eventuell über andere Landestheile künftig zu erstreckenden zu unterscheiden.

Bei letztern wird die Gewinnung genauer Bestimmung einer möglichst grossen Anzahl fester Punkte gleich als Hauptzweck berücksichtigt werden müssen.

Bei den bereits ausgeführten Messungen hingegen ist allerdings diese Rücksicht nur als untergeordnet betrachtet gewesen; allein, da ich, wie ich schon erwähnt, dieselbe doch stets im Auge gehabt habe, soviel, ohne das Hauptgeschäft zu hemmen, geschehen konnte, so müssen hinsichtlich des Erfolges hier abermals die nördlichen Gegenden von den südlichen unterschieden werden.

In der nördlichen (grösseren) Hälfte,¹¹⁾ d. i. etwa von der Stadt Hildesheim an bis zum Meere, also in dem flachen Theile des Landes, ist die Ausbeute in der erwähnten Beziehung so ergiebig gewesen, dass wenig oder nichts zu wünschen übrig bleibt. Ich habe z. B. im vorigen Frühjahr dem Oberstlieutenant Prott über 50 scharf bestimmte Punkte im Hildesheim'schen mittheilen können, die als Grundlage der angefangenen Detailaufnahme dieses Fürstenthums benutzt sind.

In dem südlichsten Theil des Königreiches hingegen ist die

land eine Triangulation der Provinz Attika für topographische Zwecke ausgeführt hat, benutzte hierbei eine von französischen Generalstabs-Offizieren in den 1820er Jahren aufgenommene Karte, auf welche diese Schilderung Gauss' durchaus passt. Das nothwendigste Instrument bei dem Zusammenstellen der einzelnen Blätter sei die Scheere gewesen, sagte man in Athen.

¹¹⁾ Die „grössere Hälfte“ findet sich bei Gauss auch in einer Besprechung in den Göttinger gelehrten Anzeigen. S. Gauss' Werke Band IV., Seite 378.

Anzahl der scharf bestimmten Kirchthürme viel kleiner, da theils wegen der Grösse der Dreiecke, theils wegen der gebirgigen Beschaffenheit des Landes nur wenige Thürme von mehr als Einem Hauptdreieckspunkte aus zugleich sichtbar waren. Für die Vervollkommnung der Geographie des Königreiches, und namentlich, um einer Detail-Aufnahme der südlichen Theile des Hildesheim'schen, und des Eichsfeldes ähnliche sichere Grundlagen zu verschaffen, würde es daher allerdings wichtig sein, die südlichen grossen Dreiecke noch in mehrere kleinere zu zerlegen, und durch Messungen an neuen eingeschalteten Standpunkten sichere und zureichende Grundlagen für jene Aufnahmen zu gewinnen. Auf die Kosten dieser Operationen habe ich bei der obigen Schätzung keine Rücksicht nehmen können: ihre Veranschlagung würde fast noch misslicher, aber auf jeden Fall können sie doch, vergleichungsweise gegen die Kosten neuer grosser Triangulirungen in den noch nicht berührten Landestheilen nur klein sein.

Dass es übrigens in Zukunft wünschenswerth sein wird, die Resultate der Lage aller scharf bestimmten Punkte, wenn sie erst ein geschlossenes Ganze bilden, öffentlich bekannt zu machen, brauche ich nicht zu bemerken. Von dem eigentlichen rein wissenschaftlichen Theile der bisherigen Messungen versteht sich dies ohnehin von selbst.

Speziellere Massregeln werden erst dann getroffen werden können, wenn eine Entscheidung erfolgt sein wird, ob und in welcher Ausdehnung oder in welcher Reihenfolge die erweiterten Messungen ausgeführt werden sollen. Die getrennte Lage der drei noch nicht berührten Stücke hat die Folge, dass die Bearbeitung jedes derselben als ein für sich bestehendes Geschäft angesehen werden kann, ebenso wie die zuletzt erwähnten Operationen im südlichen Theile des Königreichs. Bereit, mich jedem darauf abzweckenden, beschränkteren oder ausgedehnteren, Auftrage zu unterziehen, werde ich deshalb näheren Befehlen entgegen sehen.

Unterthänigst

Göttingen, den 21. November 1827.

C. F. Gauss. <

Auf Grund dieses Promemoria wurde durch eine Kabinetsordre König Georg's IV. vom 25. März 1828 die Ausdehnung der Triangulation über das ganze Königreich unter Gauss' Leitung befohlen; gleichzeitig sollte auch eine auf diese Triangulation zu stützende Spezial-Aufnahme des Landes und die Herausgabe der »Charte« stattfinden. Die Verwendung der »General-Staabs-Offiziere« zu diesen Geschäften wurde, weil »ersparend und nützlich«, empfohlen. Für alle drei Arbeiten zusammen sollen jährlich »nicht mehr als 5000 Thaler« verwendet werden.

Die nunmehr nöthige, weitere Disposition über die Anlage der ganzen Vermessungs-Arbeit gab Gauss — nachdem er sich vorher mit den die einzelnen Ressorts leitenden Persönlichkeiten in Verbindung gesetzt und auch nicht unterlassen hatte, Schumacher um

seinen Rath ¹²⁾ zu fragen — in einem weiteren Bericht vom 26. Junius 1828, aus welchem folgende wesentliche Stellen citirt seien:

›Da die Detailaufnahme der noch nicht vermessenen Landestheile auf die trigonometrischen Operationen gegründet werden soll, und beide Geschäfte rücksichtlich der zu verwendenden Geldmittel von einander abhängig sein werden, so war zuvörderst eine ungefähre Ueberschlagung der Gesamtkosten erforderlich. Nach einer mir von Hrn. G. C. R. Hoppenstedt mitgetheilten Notiz würde der Flächeninhalt der im Detail aufzunehmenden Landestheile etwa 144 Quadratmeilen betragen; die Kosten der Detailaufnahme durch Generalstabs-Offiziere werden auf 200—250 Thaler für jede Quadratmeile geschätzt, wozu noch etwa 21 Thaler wegen der Copirungskosten der Karte in 4 Exemplaren hinzuzurechnen sein würden. Würden also zusammen 250 Thaler auf die Quadratmeile gerechnet, so würden diese Kosten etwa 36,000 Thaler, folglich mit Inbegriff der Triangulirungskosten, in den von der Gradmessung noch nicht berührten Landestheilen, gegen 50,000 Thaler betragen. Es möchten dazu noch ein oder ein paar tausend Thaler zu rechnen sein, wegen der Operationen, die erforderlich sein werden, um innerhalb der grossen südlichen Dreiecke der Gradmessung eine hinlänglich grosse Anzahl fester Punkte für die Detailaufnahme festzulegen, worüber ich mich bereits früher in der im November v. J. eingereichten Eingabe ausführlicher erklärt habe. Es würde daher, wenn zu diesen Geschäften jährlich wirklich 5 000 Thaler verwendet werden können (was ausser den Geldmitteln, auch von der steten Disponibilität des Personals abhängen wird), zur völligen Vollendung ungefähr ein Zeitraum von 10 Jahren erforderlich sein.«

›Was die Eintheilung der trigonometrischen Arbeiten auf die einzelnen Jahre betrifft, so möchte es, um diese als Grundlage der Detailaufnahme schneller vollenden zu können, rathsam sein, anfangs den grösseren Theil der Geldmittel auf dieselbe, und den kleineren auf die Detailaufnahme, vielleicht in dem Verhältniss von $\frac{2}{3}$ auf $\frac{1}{3}$, zu verwenden: letztere würde dann in den späteren Jahren, wo überall eine sichere Grundlage vorhanden ist, wo die Arbeiter nach und nach immer mehr eingeübt sind, und wo die Geldmittel allein darauf verwendet werden können, eines um so rascheren Fortschreitens gewiss sein. In Beziehung auf die Anordnung der Reihenfolge der trigonometrischen Arbeiten ist, wie die Sachen gegenwärtig stehen, weiter kein Grund vorhanden, eine der anderen vorzuziehen, als dass nur darauf gesehen werden muss, dass die gleichzeitige Detailaufnahme stets mit hinreichendem Stoff an zuverlässig bestimmten Punkten versehen sei, damit dieselbe niemals in Gefahr komme, aus Mangel an solchem in Stocken zu gerathen. Eine speziellere Bestimmung möchte wohl, für den Augenblick, theils unthunlich, theils unnöthig, theils nicht einmal rath-

¹²⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band II., Seite 173 und folgende.

sam sein, weil ein gewisser Grad von Freiheit, das den jedesmaligen Umständen nach Zweckmässigste zu bearbeiten, dem schnellern und bessern Fortschreiten nur förderlich sein kann.«

Unter solchen Verhältnissen begannen die trigonometrischen Feldarbeiten für die Landes-Vermessung noch im Spätsommer 1828: ihren Abschluss haben sie erst 1844 gefunden, sodass also statt der ursprünglich geplanten 10 Arbeitsjahre 17 gebraucht wurden

Es kann nun nicht der Zweck dieses Aufsatzes sein, die in den einzelnen Jahren ausgeführten Detail-Messungen, welche überhaupt an sich — ohne ihre Beziehung zu Gauss — ein allgemeineres historisches Interesse kaum haben würden, der Reihe nach aufzuzählen,¹³⁾ oder die mancherlei Friktionen ausführlich darzustellen, welche die Verzögerung der Ausführung zur Folge gehabt haben. Wir beschränken uns darauf, einige charakteristische Merkmale der Arbeit hervorzuheben.

Was zunächst Gauss' persönliche Theilnahme an den Feld-Arbeiten betrifft, so ist er im Laufe der 17 Jahre überhaupt nur einmal, nämlich 1828 auf dem nahe bei Göttingen gelegenen Signal Hoehagen, bei den Messungen zugegen gewesen. Im Uebrigen hat er jährlich im Frühjahr, mit Rücksicht auf die allmählich fortschreitende Spezialaufnahme des Landes, die Disposition über die, unter den jedesmaligen Umständen am zweckmässigsten vorzunehmende Detail-Triangulation gemacht¹⁴⁾ und dann im Herbst über die stattgehabte Ausführung berichtet. Auf diese Weise sind bei den Ministerial-Akten über die Arbeiten eines jeden Jahres zwei Berichte von Gauss vorhanden, während er ausserdem auch jährlich die (gleichfalls erhaltene) Rechnungslegung über die aufgewendeten Geldmittel besorgt hat. Ein mehrere Bogen langer »historischer Bericht« über alle von ihm »theils ausgeführten, theils geleiteten Messungen im Königreich Hannover« vom 2. Februar 1838 ist auf den Wechsel der vorgesetzten Instanz (bei der nach Georg's IV. Tode 1837 stattgehabten Trennung von England und Hannover) zurückzuführen, wodurch übrigens die Durchführung der Vermessungs-Arbeiten nicht alterirt worden ist.

Zur Vollständigkeit des Dreiecksnetzes im ganzen Königreich fehlten — wie Gauss in dem ausführlich mitgetheilten Promemoria vom 21. November 1827 entwickelt hat — zum Theil überhaupt noch die Hauptdreiecke, zum Theil nur Punkte niederer Ordnung innerhalb der schon feststehenden Systeme der Gradmessung. Für die allmähliche Durchführung der Arbeit bestand von vorne herein kein fester Plan, etwa derart, dass erst alle Hauptdreiecke gemessen und dann in das fertige Netz erster Ordnung die unterge-

¹³⁾ Die Karte des Pape'schen Atlas von Hannover, welche die Uebersicht der Hauptdreiecke darstellt, giebt übrigens hierüber auch genügende Auskunft.

¹⁴⁾ Beiläufig soll bemerkt werden, dass auch in Ostfriesland und auf den ostfriesischen Inseln — entgegen der in dem Promemoria vom 21. November 1827 ausgesprochenen Ansicht — eine neue Detail-Triangulation vorgenommen werden musste, weil sich später die Krayenhoff'schen Messungen nicht als ausreichend erwiesen.

ordneten Punkte eingeschaltet worden wären: massgebend war allein das momentane Bedürfniss der Kartographie. Und dies umsomehr, als keine Fürsorge getroffen wurde, die Neubestimmten Punkte durch sichere Festlegungen im Boden dauernd zu erhalten. Soweit die Punkte nicht auf Thürmen lagen, wurden sie nur durch hölzerne Signal-Pfähle bezeichnet. »Solchen Signalfählen«, schreibt Gauss in dem historischen Bericht vom Jahre 1838, »kann aber kein so sicherer Schutz gegeben werden, dass auf ihr Bestehen für viele Jahre mit Gewissheit gerechnet werden könnte. Da nun aber, wenn auch nicht gerade durch das Abhandenkommen eines oder des andern einzelnen Signalfahles, aber doch durch das Verschwinden mehrerer, vor ihrer Benutzung zu der Messtisch-aufnahme, die ganze auf ihre Bestimmung verwandte Arbeit eine verlorene sein würde, so dürfen dergleichen Vorbereitungs-Arbeiten immer nur höchstens ein oder ein Paar Jahre früher unternommen werden, ehe die betreffende Gegend bei der Detail-Aufnahme an die Reihe kommt.« — Wenn aber eine Gegend »an der Reihe« war, dann wurde auch die Bestimmung der sekundären Punkte gleichzeitig mit der Messung der Hauptdreiecke betrieben.

Ebenso wie dem Fortschreiten der Messungen ein fester Plan, fehlte dem ganzen Unternehmen eine sichere Organisation in Bezug auf das mit den Arbeiten beauftragte Personal. Die drei früheren Assistenten von Gauss bei der Gradmessung (Müller, Hartmann, Gauss jun.), welche allmählich die Triangulirungs-Arbeiten für die Landes-Vermessung ausgeführt haben, waren nicht etwa dauernd zu diesem Geschäft abkommandirt und Gauss, als dem Leiter desselben, unterstellt bezw. zur Disposition gestellt, sondern sie wurden nur, soweit sie in ihrer sonstigen dienstlichen Thätigkeit momentan entbehrlich waren, während einiger Sommer-Monate zur Ausführung der Feldarbeiten beurlaubt, nach deren Beendigung sie wieder zu ihrer militärischen Beschäftigung zurückkehrten. Gauss musste alljährlich wegen jedes Einzelnen erst Erhebungen anstellen, ob er zu dem Geschäfte der Landes-Vermessung von seinem sonstigen Dienst abkömmlich wäre. Uebrigens ist 1834 Hauptmann Hartmann und 1843 Major Müller gestorben, sodass nur Vater und Sohn Gauss den Abschluss der trigonometrischen Arbeiten erlebt haben.

Die bei den Arbeiten verwandten Instrumente waren nicht gleichwerthig. Gauss schreibt hierüber an Bessel¹⁵⁾: »Bei den späteren Messungen von 1828—1843 sind von meinen Offizieren drei andere Theodoliten gebraucht« (als bei der Gradmessung)

- ›1. von Hartmann ein 8zölliger Reichenbach'scher Theodolit, schon seit 1812 im Besitze der Sternwarte;
- ›2. von Müller ein 12zölliger Ertel'scher Theodolit, dem Hanoverschen Generalstabe gehörend (von mir besorgt), dem obigen ganz ähnlich, aber ohne Höhenkreis und Versicherungs-Fernrohr;

¹⁵⁾ Briefwechsel mit Bessel Seite 561 — vom 29. Oktober 1843.

3. von meinem Sohne ein Szölliger Ertel'scher Theodolit, auch ohne Höhenkreis und Versicherungs-Fernrohr, aber das Fernrohr ganz von derselben Stärke, wie bei No. 2.

In dem Tableau der Dreiecke spiegelt sich der Mangel festen Planes bei Anlage der Gesamtarbeit wieder. Die in den verschiedenen Jahren, je nach dem Bedürfniss der Kartographie gemessenen verschiedenen Systeme bilden durchaus kein einheitliches Ganze. Es kommt wiederholt vor, dass einzelne Punkte, die verschiedenen Jahren und Systemen angehören, auf wenige Kilometer an einander gerückt sind, ohne dass sie mit einander verbunden wären.¹⁶⁾ Gauss selbst schreibt hierüber in einem Bericht vom 5. Julius 1840: »Bei Beurtheilung der (sämmtlichen) Dreieckssysteme darf nicht übersehen werden, dass ursprünglich nicht eine allgemeine Landesvermessung beabsichtigt war, sondern zuerst nur eine Gradmessung von Göttingen bis Holstein, und sodann zunächst eine Erweiterung des Dreieckssystems bis Ostfriesland. Diesen Zwecken gemäss waren die von mir selbst 1821—1825 gemessenen Dreiecke vom Inselsberg bis Jever ausgewählt. Die übrigen, welche später hinzugekommen sind, erscheinen als Abzweigungen jener Hauptdreiecke. Eine Folge dieser Entstehungsart ist, dass die Gesamtheit nicht überall in dem Maasse wie ein abgerundetes Ganze aus einem Guss in die Augen fällt, als der Fall gewesen sein würde, wenn eine solche Rücksicht schon von Anfang an hätte genommen werden müssen; allein der eigentliche Zweck, nämlich die scharfe Festlegung der vornehmsten sich dazu qualifizirenden Punkte im ganzen Lande, ist dazu nicht weniger gut erreicht.«

Dass die Triangulation der Jahre 1828—1844 für den vorliegenden topographischen Zweck ausreichend war, ist ausser Zweifel; sie würde dafür vielleicht auch heute noch ausreichen, wenn sie genügend in der Natur erhalten wäre: einen sehr viel höheren Werth, als diesen, wird sie aber nicht beanspruchen dürfen, auch nicht aus dem Grunde, weil sie von Gauss nach der Methode der kleinsten Quadrate ausgeglichen ist. Diese Methode darf eben auch nicht als eine geheimnissvolle Maschine angesehen werden, in die man auf der einen Seite minderwerthige Beobachtungen hineinschüttet, um nach einigen Kurbeldrehungen auf der anderen Seite Resultate ersten Ranges herauszuziehen. Gegen das Ende dieses Aufsatzes soll noch einiges authentische Material zur Beurtheilung der Genauigkeit der Triangulation beigebracht werden: zunächst wenden wir uns jetzt der historischen Betrachtung zu, wie Gauss aus dem Roh-Material der Beobachtungen die Resultate geschaffen¹⁷⁾ hat und welches das Schicksal dieser Resultate gewesen ist.

¹⁶⁾ Z. B. Deister I und Deister II, Brillit und Basdahl, Eckberg und Osterberg.

¹⁷⁾ Die Gauss eigenthümliche Methode der ganzen Berechnung ist von Schreiber in der „Theorie der Projektionsmethode der hannoverschen Landesvermessung“ (cfr. Einleitung und Schlussbemerkungen daselbst) in Kürze dargestellt.

›Zu einer trigonometrischen Messung sind zweierlei ganz verschiedenartige Arbeiten erforderlich«, schreibt Gauss in dem historischen Bericht vom Jahre 1838, ›die Ausführung der Messungen an den betreffenden Plätzen im Felde, und ihre Verarbeitung zu Resultaten durch Kombination und Calkül im Zimmer. Den zweiten Theil des Geschäftes habe ich bisher ganz auf mich selbst genommen.«¹⁸⁾ ›Es handelte sich dabei«, setzt, gewissermassen ergänzend, ein Bericht vom Jahre 1845 hinzu, ›von einer erdrückenden Masse, von vielen hundert Tausenden von Zahlen, nach einem Ueberschlage etwa von einer Million oder darüber«, die ›geistig durch und durch verarbeitet« werden mussten. Mehr als zwanzig Jahre hindurch hat Gauss unter der ermüdenden Last dieses Geschäftes gelebt und gelitten, welches — wenn einmal in Gang gebracht und in zweckmässiger Weise schematisch organisirt — von jedem Anderen ebenso gut hätte besorgt werden können, während Gauss durch die massenhafte und, sobald die Methode einmal feststand, im Wesentlichen nur noch mechanische Rechen-Arbeit der Musse verlustig ging, deren er für seine schöpferische Thätigkeit auf spekulativem Gebiet, nach seinem eigenen Zeugniß, in hohem Masse bedurfte.

¹⁹⁾ Nachdem die Ausgleichung der Gradmessung beendet war, begann Gauss, von Norden nach Süden gehend, 1828 die Koordinaten der von ihm ›geschnittenen Nebenpunkte« zu berechnen. Im Januar 1827 schreibt er an Schumacher²⁰⁾: ›Das Verzeichniß (der Koordinaten) enthält schon gegen 400 Plätze, aber vollendet ist es noch nicht, im südlichsten Theil fehlt noch fast Alles. Seit einigen Wochen habe ich aber einstweilen diese ermüdende Arbeit, wobei ich gar keine Hülfe habe (ich habe es zuweilen versucht, allein das Zusammenstellen der Data für jeden Punkt und das Instruiren eines Andern kostet mich fast so viele Mühe, als wenn ich die Rechnung selbst mache, und doch geht wohl eine Woche darauf hin, bis man mir ein Paar Resultate fertig macht) bei Seite gelegt, und mit der Ausarbeitung einer Abhandlung über die ersten Gründe meiner Theorie der krummen Flächen mich zu beschäftigen angefangen.« Neben der direkten Rechenarbeit haben auch die ›Ausmittlungen anonymer Thürme«, die ›geschnitten«, aber nach den mangelhaften Karten schwer zu identifiziren waren, die Sorge für die Rechtschreibung der Namen, endlich die nicht seltenen Ablesungs-Fehler, die sich in die Messungs-Journale eingeschlichen hatten und es vielfach ungemein schwer machten, ein ›Objekt herauszubringen«, Gauss ›viel gequält«. Das aus der Gradmessung hervorgegangene

¹⁸⁾ Dies ist mit der Einschränkung zu verstehen, dass — wie später besprochen werden wird — einen Winter (1830/31) hindurch der Lieutenant Gauss seinem Vater bei den Rechnungen geholfen hat.

¹⁹⁾ Quellen für die nächsten Ausführungen: Briefwechsel mit Schumacher Band II., Seite 89, 93—94, 135—150, 156, 158, 182, 209, 226. — Briefwechsel mit Bessel Seite 460.

²⁰⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band II., Seite 93.

Material war noch keineswegs durchgearbeitet und erledigt, als die beginnende Landes-Vermessung schon wieder neuen Stoff für derartige Arbeiten zuführte: wir finden noch im Jahre 1840 ²⁰⁾ Korrespondenzen mit Schumacher über Fragen, welche von 1823 her bis dahin offene geblieben waren.

Im Winter 1828/29 (also nachdem die Feldarbeiten des ersten Jahres der Landesvermessung beendet waren) schrieb Gauss an Bessel ²¹⁾: »Im April (1828) ist die Erweiterung der trigonometrischen Messungen über das ganze Königreich verfügt und mir die Leitung davon aufgetragen. Ich habe bereits erfahren, dass das Opfer an Zeit und Arbeit, welches ich dadurch bringen muss, viel grösser noch sein wird, als ich anfangs geglaubt hatte, obgleich ich an den Messungs-Arbeiten im vorigen Sommer noch fast gar keinen unmittelbaren Antheil genommen habe. Bis zu meiner Reise nach Berlin nahm die fast tägliche Korrespondenz mit den employirten Offizieren und die vorläufige Verarbeitung der Messungen, nach derselben die weitere Verarbeitung der Messungen neben meinen anderen Amtsgeschäften meine ganze Zeit in Anspruch.« Aus derselben Zeit stammt ein Brief an Schumacher, ²²⁾ in dem es heisst: »Die Verarbeitung der im vorigen Sommer (1828) gemachten Messungen raubt mir ganz enorm viele Zeit, sodass ich an irgend eine wissenschaftliche Arbeit jetzt gar keinen Augenblick denken kann. In Zukunft wird es mit diesen Messungen nothwendig auf eine andere Art eingerichtet werden müssen, sodass ich nur die Hauptpunkte zu meinem Ressort zähle. Ueberdies bin ich jetzt noch zum Mitgliede einer Maasskommission ernannt, wobei mir gleich zum Anfang $\frac{1}{2}$ Centner Akten zugeschickt sind. Es ist zu erwarten, dass ein solches Geschäft ebenso undankbar, wie das vorhin erwähnte sein wird und in anderen Beziehungen noch verdriesslicher.«

Auch die Messungen des Jahres 1829 hat Gauss noch selbst und allein bearbeitet ²³⁾; dann aber, im Herbst 1830, reichte er bei dem Kabinets-Ministerium eine Eingabe ²⁴⁾ ein, aus der wir folgende Stellen entnehmen: »In andern Ländern, wo ähnliche Operationen« (trigonometrische Vermessungen) »ausgeführt sind oder werden, wie

²⁰⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band III., Seite 371. — Vom April 1840.

²¹⁾ Briefwechsel mit Bessel Seite 488. — Vom 27. Januar 1829.

²²⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band II., Seite 191, 192. — Vom 7. Dezember 1828.

²³⁾ Gauss an Bessel (Briefwechsel Seite 496) am 9. April 1830: „Noch viel mehr Zeit haben mir seit Mai 1829 die trigonometrischen Messungen geraubt, wenn ich gleich keinen unmittelbaren Antheil an den Geschäften im Felde das Mal genommen habe. Noch diese Stunde bin ich nicht ganz (obwohl Gott Lob beinahe) mit Verarbeitung der vorigjährigen Messungen fertig, wobei ich jeder Hülfe entbehre.“

²⁴⁾ Datirt vom 1. Oktober 1830. — In den beiden Sommern 1829 und 1830 war verhältnissmässig sehr intensiv an der (1831 vollendeten) Dreiecks-kette gearbeitet, welche auf der Tafel V. (zu anderem, späteren Zweck) dargestellt ist und von Gauss offiziell „Triangulation im Westphälischen“ genannt wird.

in Baiern, Frankreich, Preussen, Oestreich, Dänemark etc., sind eigene topographische Bureaus errichtet, wo sich die rohen Materialien concentriren und wo Behufs des zweiten Geschäfts (deren Verarbeitung zu Resultaten) eigene Verifikatoren, Calculatoren etc. angestellt sind, oder auch das Personale, welches in den Sommermonaten den Messungen obgelegen hat, so weit es dazu tüchtig ist, in den Wintermonaten zu diesen Geschäften mit verwandt wird.«

»Bei der hiesigen trigonometrischen Vermessung habe ich bisher diesen Theil des Geschäfts ganz allein auf mich selbst genommen. Meine Berichte über die Arbeiten von 1828 und 1829 geben eine Uebersicht über den Umfang des in diesen Jahren Geleisteten. Ohne hier in umständliche Details einzugehen, darf ich doch nicht unbenutzt lassen, dass mir diese Verarbeitung nur dadurch möglich gewesen ist, dass ich ihr meine ganze, mir von meinen unmittelbaren Dienstgeschäften gebliebene Zeit gewidmet habe.«

»Wie gerne ich auch zu der Verarbeitung der im verfloffenen Sommer gewonnenen rohen Materialien abermals meine Zeit und Kräfte opfern werde, da es einen so nützlichen Zweck gilt, so lässt sich doch schon mit Bestimmtheit voraussehen, dass, ohne wenigstens einige Hülfe dabei benutzen zu können, es nicht möglich sein wird, mit dieser Verarbeitung im Laufe des Winters fertig zu werden. Theils ist meine Gesundheit bedeutend geschwächt, theils ist meine Zeit für mehrere Vorlesungen schon jetzt im Voraus in Anspruch genommen: aber was die Hauptsache ist, der Umfang der im vorigen Sommer gemachten Messungen ist bedeutend grösser, als in einem der früheren Jahre.«

»Bei der fast in jeder Beziehung mir eigenthümlichen Behandlung des ganzen Geschäfts, welche hier zu entwickeln unpassend sein würde, kann ich eine reelle Hülfe bei dieser Verarbeitung nur von solchen Personen erwarten, die mit jener Eigenthümlichkeit schon in gewissem Grade vertraut sind: jeder andere, selbst schon sehr fertige Rechner, würde doch erst eines längeren Unterrichts bedürfen, und dadurch für mich die intendirte Zeitersparniss absorhirt werden.«

»Unter den drei erwähnten Artillerie-Offizieren, welche mit diesem Geiste bekannt sind, ist mein Sohn, der Lieutenant Gauss, der einzige gegenwärtig disponible, da die beiden anderen, wegen des von ihnen bei der Militärschule und Generalstabs-Akademie zu ertheilenden Unterrichts, nicht abkommen können.«

»Unter diesen Umständen bin ich daher zu der unterthänigsten Bitte genöthigt: Königliches Cabinets-Ministerium wolle veranlassen, dass der Artillerie-Lieutenant Gauss Behufs Hülffleistung bei Verarbeitung der Messungen vorerst noch auf zwei Monate zu meiner Disposition gestellt werde.«

Diese Bitte wurde Gauss gewährt; es scheint aber dies auch die einzige Unterstützung gewesen zu sein, welche er überhaupt bei der Berechnung der Landes-Vermessung gehabt hat. Wir übergehen nun die Zwischenzeit bis zur Beendigung der Messungen,

und entnehmen über deren Resultate aus einem Bericht vom Dezember 1844 (ohne Angabe des Tages) folgende Stellen: »Die Resultate (d. h. Koordinaten) sind jedes Jahr nach Verarbeitung der Messungen in Verzeichnisse gebracht, und solcher partieller Verzeichnisse sind sechzehn vorhanden, welche zusammen etwas über 3000 Bestimmungen enthalten, so jedoch, dass die Anzahl der Punkte selbst etwa um den siebenten Theil kleiner sein mag, indem viele Punkte, die in einem späteren Jahre nach dem Hinzukommen neuer Data schärfer oder zuverlässiger bestimmt werden konnten, in mehr als einem Verzeichnisse auftreten. Kirchthürme werden im ganzen Königreich nicht viele ohne Bestimmung geblieben sein.«

»Dass diese Verzeichnisse von allen seit 16 oder 17 Jahren vorgenommenen Detailaufnahmen, sowie von den Pape'schen Karten die Grundlage gewesen sind, braucht hier nicht weiter ausgeführt zu werden: von grosser Wichtigkeit ist aber, dass diese Zahlen, die ihren Werth behalten, solange die Gegenstände existiren, nicht verloren gehen können. Die erwähnten Verzeichnisse werden in der Sternwarte aufbewahrt; Abschriften davon hat auch der Lieutenant Gauss, der alle Stammunkte in die Pape'schen Karten eingetragen hat, in Händen. Zu grösserer Sicherheit und bequemern Gebrauch habe ich jetzt angefangen, die partiellen Verzeichnisse in Eins zu verschmelzen, welches demnach etwa 2600 Punkte enthalten wird.«

»Späterhin könnte es vielleicht für gerathen erachtet werden, dieses Verzeichniss oder einen Auszug daraus, durch den Druck zu veröffentlichen: für den Augenblick würde ich dies aber aus mehreren Gründen noch für vorzeitig halten.«

»Erstlich, weil eine wissenschaftlich genügende Entwicklung von Bedeutung und allseitiger Benutzung dieser Zahlen nur nach und nach in Verbindung mit der Entwicklung der mir eigenthümlichen mathematischen Theorien gegeben werden kann, welche ich in einer Reihe einzelner Abhandlungen (etwa drei oder vier) zu liefern beabsichtige. Die erste davon ist bereits als Theil des demnächst erscheinenden Bandes der Denkschriften hiesiger Societät der Wissenschaften abgedruckt, und auch einzeln in den Buchhandel gebracht ²⁵⁾: die anderen werde ich nach und nach baldthunlichst nachfolgen lassen.«

»Zweitens, weil die Zahlen des Verzeichnisses, obwohl hinreichend, ja überflüssig genau für jede praktische Benutzung, doch Behufs der den strengsten theoretischen Forderungen entsprechenden Verschmelzung der verschiedenen Messungen in Ein System noch einige (wenn auch an sich sehr geringe) Ausfeilung und Nachhülfe zulassen.«

»Drittens, weil ich die Lage der vorzüglichsten Punkte, nament-

²⁵⁾ Untersuchungen über Gegenstände der höheren Geodäsie. Erste Abhandlung. Der Königlich Societät überreicht am 23. Oktober 1843. Abgedruckt in Band II. der Denkschriften 1844.

lich der Kirchthürme in Städten, gern neben der Koordinatenform noch zugleich in einer anderen Form, nemlich nach der geographischen Breite und Länge, beifügen möchte, welche immer einen beträchtlichen Zeitaufwand erfordernde Umformung erst nach und nach wird ausgeführt werden können.«

Es ist bekannt, dass Gauss nach diesem Zeitpunkt nur noch die zweite Abhandlung über Gegenstände der höheren Geodäsie (1846) publizirt hat. Das Jahrzehnte lang geplante, umfassende und zusammenhängende Werk über Geodäsie, dem die Hannoversche Triangulation als Beispiel dienen sollte und als dessen Vorläufer auch die früheren, einzelnen Abhandlungen anzusehen sind (damit das Ganze nicht »ein sehr buntscheckiges Aussehen« bekäme, aber auch in den einzelnen Theilen Nichts »ungründlich abgefertigt« werden müsse ²⁶⁾, ist nicht zu Stande gekommen. Es ist Gauss damit ergangen, wie er schon im Jahre 1822 an Bessel schrieb ²⁷⁾: »Gewiss ist, dass, wenn meine Lage immer die nämliche bleibt, ich den grösseren Theil meiner früheren theoretischen Arbeiten, denen noch, der einen mehr, der anderen weniger, an der Vollendung fehlt, und die von solcher Art sind, dass Vollendung sich nicht erzwingen lässt, wenn man eben will, mit ins Grab nehmen werde. Denn etwas Unvollendetes kann und mag ich einmal nicht geben.«

Auch der Abschluss der rechnerischen Bearbeitung der Landesvermessung hat sich noch bis zum Jahre 1848 verzögert. Am 15. März 1848 übersandte Gauss dem Ministerium des Innern in einer kleinen Kiste 42 einzelne Hefte, welche sich, wie zu Anfang des I. Aufsatzes gesagt ist, jetzt im Besitze der Trigonometrischen Abtheilung befinden. Es ist damals auch bereits im Allgemeinen darauf hingewiesen, dass diese Hefte in drei Kategorien zerfallen; im Speziellen sind, wie hier weiter auszuführen die Stelle ist:

I. Heft 1—35 Messungs-Journale und zwar

1. Heft 1—2 Gauss eigene Messungen von 1821—1825,
2. Heft 3—5 Messungen von Hartmann,
3. Heft 6—21 Messungen von Müller,
4. Heft 22—35 Messungen des Lieutenant (später Bau-rath) Gauss.

II. Heft 36—41 »Abrisse«. — Die Gauss'sche Erklärung dieser von ihm geschaffenen Benennung folgt später.

III. Heft 42 Das »allgemeine Koordinaten-Verzeichniss«, über dessen beabsichtigte Zusammenstellung aus den jährlich gewonnenen »partiellen« Verzeichnissen Gauss im Dezember 1844, wie mitgetheilt, berichtete.

²⁶⁾ Vergl. Briefwechsel mit Bessel Seite 460.

²⁷⁾ Briefwechsel mit Bessel Seite 410.

Aus Gauss' Begleitschreiben zu dieser Sendung²⁸⁾ ist noch Folgendes zu entnehmen. Die Beobachtungs-Journale 1—5 und 21 sind, ebenso wie das allgemeine Koordinaten-Verzeichniss, nicht Originale, sondern von dem Wärter der Sternwarte Schlüter abgeschrieben und von dem Professor Goldschmidt kollationirt. Weiter schreibt Gauss: »Von den Rechnungen, durch die der Uebergang von dem rohen Messungs-Material No. 1—35 zu den Endresultaten in No. 42 gemacht ist, habe ich nur einen dem Umfange nach sehr kleinen Theil unter meine jetzigen Vorlagen aufnehmen können.«

»In der That, wenn es möglich wäre, alle jene Rechnungen in extenso vollständig wieder aufzustellen, so möchten solche leicht vier oder sechs mal so viele Bände füllen, als ich jetzt abliefern. Allein theils der Umstand, dass der grössere Theil der Details jener Rechnungen gar nicht aufbewahrt ist, theils die Form, in der sich die noch immer sehr voluminösen Fascikel der aufbewahrten Papiere befinden, haben zur Folge, dass eine vollständige und geordnete Wiederherstellung *aller* Rechnungen fast dasselbe bedeuten würde, wie eine nochmalige Wiederholung meiner ganzen Arbeit. Ich habe mich demnach auf die geordnete Extrahirung desjenigen Theils der Zwischenrechnungen beschränkt, der als der prägnanteste und nützlichste betrachtet werden muss, nämlich auf die tabellarische Zusammenstellung aller an den verschiedenen Beobachtungsplätzen festgelegten und orientirten Richtungswinkel, wobei eine Parallele mit dem Göttinger Meridian den Nullpunkt oder Ausgangspunkt bildet. Diese tabellarischen Darstellungen sind unter der Benennung von Abrissen²⁹⁾ in den sechs Heften 36—41 zusammengeordnet, wobei ich von dem Professor Goldschmidt mehrfache Beihülfe erhalten habe, welcher zugleich die Reinschriften grösstentheils selbst gemacht hat. Nur die in dem Heft 40 enthaltenen Abrisse aus den Messungen an der Oberweser und in der Allergegend habe ich selbst extrahirt, theils um die schliessliche Beendigung zu beschleunigen, theils, weil eben bei diesen das Zusammenbringen besonders schwierig war.«

Das von Gauss abgelieferte Material wurde nach 1848 im Hannoverschen Staats-Archiv aufbewahrt. Im Jahre 1859 wünschte das Ministerium des Innern die Herausgabe durch den Druck: die Ausführung dieses Vorhabens wurde aber von dem damaligen Chef des Hannoverschen Generalstabes, Generalmajor von Sichart, abgelehnt. In einem längeren, bei den Ministerial-Akten erhaltenen Schreiben führt derselbe aus, dass er diese Materialien zu einer speziellen und alleinigen Herausgabe durch den Druck nicht für geeignet halte; sie bildeten nur einen Theil des umfangreichen Materials, welches nach Gauss' Tode (1855) als dessen Nachlass in

²⁸⁾ Dasselbe ist, allerdings sehr stark gekürzt, in Gauss' Werken Band IV., Seite 481 abgedruckt.

²⁹⁾ Note bei Gauss: „Die ganze Anzahl wird etwas über fünftehalbhundert betragen“.

der Göttinger Sternwarte aufbewahrt sein solle, und würden ein allgemeineres Interesse nur dann haben, wenn sie mit Zuziehung dieses Nachlasses einer gründlichen Bearbeitung unterzogen, und das Resultat als eine vollständige Darstellung von Gauss' geodätischem System durch den Druck herausgegeben würde. Auch das allgemeine Koordinaten-Verzeichniss, welches vielleicht an sich praktisches Interesse haben könne, sei so, wie es vorläge, zum Druck nicht geeignet, weil — so heisst es wörtlich weiter —: »die darin enthaltenen Coordinaten nicht nur einen ausserordentlich relativen Werth haben, sondern auch, weil viele derselben, ausser den ausdrücklich als unsicher bezeichneten, unzuverlässig und gar falsch sind. Von solchen müsste es also zuvor gesäubert werden. Das ist aber schwierig, weil sich die unsicheren und falschen nicht ohne Weiteres erkennen lassen. Man entdeckt sie jetzt meist erst, bei dem Gebrauche derselben zur Anknüpfung neuer Messungen, nach vielen weitläufigen und zeitraubenden Rechnungen.«

Später ist Gauss' allgemeines Koordinaten-Verzeichniss »so, wie es vorlag«, zweimal abgedruckt: 1868 von Wittstein zum Gebrauch bei der Kataster-Vermessung, 1873 in Gauss' Werken Band IV. An der letzteren Stelle sind auch Gauss' Abrisse, die der Gradmessung ganz, die übrigen im Auszuge publizirt.

Aus dem von Gauss abgelieferten Material lassen sich übrigens, auch wenn man die Methode kennt, nicht ohne Weiteres die Rechnungen wiederherstellen, durch welche aus den Stations-Beobachtungen die Abrisse (Resultate der Stations-Ausgleiche) und, weiter, aus diesen die Coordinaten gewonnen sind.

Wie nach der Schilderung des Verlaufes der praktischen Gradmessungs-Arbeiten in Aufsatz II. erklärlich ist, hat Gauss selbst keineswegs auf seinen Stationen alle Winkel-Kombinationen wirklich gemessen, wenn er dies auch prinzipiell für richtig hielt; die Zahl der auf die gemessenen Kombinationen entfallenden Repetitionen ist ungleich; es sind häufig Beobachtungen verworfen. Eine methodische Anordnung und dementsprechende strenge Durchführung der Beobachtungen auf den einzelnen Stationen ist durchaus nicht vorhanden. Daher ist aus den Messungs-Journalen nicht direkt zu entnehmen, mit welchen beobachteten Werthen und Gewichten die auszugleichenden Winkel in den Stations-Ausgleich einzuführen sind: vielmehr würde man, da die Resultate der Ausgleichung in den Abrissen gegeben sind, diejenigen Beobachtungen heraussuchen müssen, welche zu jenen Resultaten führen. Für den weiteren Schritt, die Wiederherstellung der Coordinaten-Berechnung aus den Abrissen, fehlt die Kenntniss, welche Punkte Gauss bei den System-Ausgleichungen zusammen in die Rechnung eingeführt hat.

Für eine historisch immerhin interessante Rekonstruktion Gauss'scher Rechnungen würde indessen nur die Gradmessung ein Material abgeben, dessen Werth mit dem nöthigen Aufwande an Zeit und Arbeit im Einklang stände. Der Unterschied zwischen der Gradmessung und der Landes-Vermessung erscheint allerdings

dadurch, dass Gauss in dem ›allgemeinen Koordinaten-Verzeichniss‹ die Punkte beider Kategorien für die vorliegenden praktischen Zwecke ohne Weiteres ›zusammengeordnet‹ hat, einigermassen verwischt: in der Beurtheilung ihrer Genauigkeit hat er sie aber selbst sehr scharf getrennt.

In dem General-Bericht über die mitteleuropäische Gradmessung für das Jahr 1865 werden 21 Dreiecke publizirt, welche Gauss im Jahre 1834 an von Schrenck in Oldenburg mitgetheilt hat. Diese Dreiecke, auf der beiliegenden Tafel V. in derselben Weise numerirt, wie in Gauss' Zusehrift, bilden sozusagen ein Polygon um Oldenburg, oder wenigstens den grösseren Theil dieses Grossherzogthums. Die Dreiecke 1, 2 und 17—21 gehören der Gradmessung an; die übrigen 3—16 sind ein Theil der sogenannten ›Triangulation im Westphälischen‹, welche 1829 durch Lieutenant Gauss von der Seite Bremen-Steinberg aus bis zu den Seiten Mordkuhlenberg-Queckenberg-Kirchesepe geführt, 1830 von Lieutenant Hartmann bis zu den Seiten Westerstede-Leer-Emden fortgesetzt und endlich 1831 von dem letzteren Offizier bis zum Anschluss an die Seite Jever-Varel gebracht wurde, sodass an dieser Stelle der Polygon-Schluss zu Stande kam.

In einem Schreiben vom 3. August 1835 an von Schrenck ³⁰⁾ sagt nun Gauss: ›Was die relative Genauigkeit der Dreiecke betrifft, so sind Ew. Hochw. im Irrthum, wenn Sie die Dreiecke 2—8 den übrigen 9—21 und 1 entgegenstellen. Der Gegensatz soll vielmehr so sein: 3—16 *viel* ungenauer, als 17—21 und 1 und 2. Die letzteren 7 Dreiecke habe ich selbst gemessen mit 12zölligen Theodoliten, grösster Sorgfalt, Heliotroplicht ohne Ausnahme die Zielpunkte bildend, und unter möglichster Sorge für die Festigkeit der Standpunkte, wovon drei zu ebener Erde. Dagegen sind die 14 anderen Dreiecke zu anderm Zweck, mit schwächerem Instrument (8zölligen Theodolit), mit viel geringerem Zeitaufwand, ohne Anwendung von Heliotroplicht und mitunter auf sehr ungünstigen Standpunkten gemessen, wie z. B. die Thürme von Twistringern und Asendorf und vielleicht auch einige der anderen Thürme. Indem ich daher die sieben ersten Dreiecke für so scharf gemessen halte, wie das der Zustand der Kunst nur verstattet, würde ich die Genauigkeit der 14 übrigen nur $\frac{1}{3}$ so gross, oder ihr Gewicht nur $\frac{1}{9}$ so gross ansetzen.‹ ³¹⁾

Ueber die Genauigkeit seiner eigenen Messungen schreibt Gauss

³⁰⁾ S. General-Bericht pro 1865 Seite 23, 24.

³¹⁾ In einem „Bericht des Professors Wittstein an die geodätische Konferenz“ vom 18. Oktober 1864, abgedruckt in dem Generalbericht über die mitteleuropäische Gradmessung für das Jahr 1864“ Seite 8—11 heisst es: „Diese Arbeit“ (die Landes-Vermessung) „ist nicht mehr von Gauss selbst, sondern von hannoverschen Offizieren unter der unmittelbaren Leitung von Gauss ausgeführt, obwohl sie der vorigen (der Gradmessung) an Genauigkeit nicht nachsteht“. — Diese Ansicht dürfte, obiger Aeusserung von Gauss selbst entsprechend, zu modifiziren sein.

an Bessel:³²⁾ »Ich habe das System meiner Hauptdreiecke in diesen Tagen sorgfältig ausgeglichen Es sind zusammen 26 Dreiecke, worin alle Winkel von mir selbst beobachtet sind. Die grösste Summe der Fehler ist 2.''2, wo bei einer Seite das Pointiren sehr schwierig war; die nächst grösste ist 1.''8. Keine der 76 vorkommenden Richtungen ist bei der Ausgleichung um eine ganze Sekunde geändert; die grösste Aenderung beträgt 0.''813 bei der oben erwähnten Seite von Nindorf nach Hamburg.«

Ferner äussert sich Gauss an einer anderen Stelle³³⁾: »Bei meinen Messungen habe ich gefunden, dass das, was ich in meiner Abhandlung in den neuesten Göttinger Commentationes »Theoria combinationis errorum etc.« den mittleren Fehler nenne, aus mehreren Stationen, gute und weniger gute Messungen durch einander gerechnet, etwa $= \frac{3.''5}{\sqrt{n}}$ ist, $n =$ Anzahl der Repetitionen. Bei sehr fester Aufstellung, sehr günstiger (d. i. nicht zitternder) Luft und ausschliesslich heliotropischen Zielpunkten ist er aber beträchtlich kleiner. Meine sämtlichen Messungen gaben bisher 76 Hauptrichtungen (38 hin und 38 zurück) und aus der Ausgleichung der Fehler fand sich, dass der mittlere Fehler einer Hauptrichtung $= 0.''47$ war.«

Betrachten wir auf Grund dieser Aeusserungen die auf Tafel V. dargestellte Dreiecks-Konfiguration noch etwas näher.

Von dem »inneren Polygon« Varel-Westerstede-Crapendorf-Mordkuhlenberg-Twistringen-Bremen-Garlste gehört der Winkel in Garlste der Gradmessung, die anderen sechs der Landes-Vermessung an. (Die beiden Winkel in Varel und Bremen sind — hinsichtlich ihrer Genauigkeit — ganz der Landes-Vermessung zuzuzählen, weil bei dieser in den genannten beiden Punkten die Anschlussrichtung Garlste neu eingestellt werden musste.) Lassen wir, der Kürze halber, den Winkel in Garlste, dem nach Gauss' Angabe über die Genauigkeit seiner eigenen Messungen nur ein verhältnissmässig sehr geringer mittlerer Fehler ($0.47 \times \sqrt{2} = 0.66''$) zukommt, bei Seite und berechnen den mittleren Fehler einer Summe von 6 Winkeln der Landes-Vermessung. Nach Gauss' Mittheilungen ist:

der mittlere Fehler einer Richtung der Gradmessung $= 0.47''$

der mittl. Fehler e. Richtung d. Landes-Vermessung $= 3 \times 0.47 = 1.41''$

der mittl. Fehler e. Winkels der Landes-Vermessung $= 1.41 \sqrt{2} = 1.99''$

der mittlere Fehler einer Summe von 6 Winkeln

der Landes-Vermessung $= 1.99 \sqrt{6} = 4.88''$

Nun sind in dem Gradmessungs-Bericht pro 1865 (Seite 24) auf Grund der von Gauss mitgetheilten Dreiecke die Winkel des »inneren Polygons« Varel-Westerstede-Crapendorf-Mordkuhlenberg-Twistringen-Bremen-Garlste zusammengestellt. Die Summe derselben

³²⁾ Briefwechsel mit Bessel Seite 423. Vom 5. November 1823.

³³⁾ Gauss an Bohnenberger am 16. November 1823. Mitgetheilt in Bd. XI. dieser Zeitschrift, Seite 431.

beträgt $900^{\circ} 0' 32.''714$, der Excess des Polygons $17.''814$, sodass daraus der Schlussfehler des Siebenecks $= 14.''900$ hervorgeht.

Der *wirkliche* Schlussfehler des Siebenecks ist hiernach über dreimal so gross, als der *mittlere* nach den Gauss'schen Genauigkeits-Angaben.

Ein noch ungünstigeres Urtheil, wenigstens über einen Theil der Landes-Vermessung, wird aus der nachstehenden Tabelle gewonnen, welche sich auf die in Jever Dreieckspunkt 1825 von Gauss gemessenen Richtungen bezieht. Es ist vorher besprochen, dass die auf Tafel V. dargestellte Dreieckskette in den 3 Jahren 1829, 1830 und 1831 gemessen wurde, und dass die Berechnung der Messungen jährlich erfolgte. Es hat also keine einheitliche Ausglei- chung der ganzen Kette, welche eine Verbindung der definitiven Seiten der Gradmessung Bremen-Steinberg und Varel-Jever bildet, stattgefunden. Die Fehler in den Messungen sind von Jahr zu Jahr vorwärts geschoben und angehäuft: bei dem Zustandekommen des Polygon-Schlusses mussten auf diese Weise die Richtungen in und nach Varel und Jever den ganzen Anschluss-Zwang tragen. Die in Jever von Gauss geschnittenen Punkte erhielten zu ihrer Bestimmung 1831 resp. 1841 (bei der späteren Triangulation in Ostfriesland) von Punkten der Landes-Vermessung weitere Schnitte. Bei der Ausglei- chung haben die 1825 beobachteten Richtungen durch den Anschluss-Zwang diejenigen Aenderungen erfahren, welche aus der Vergleichung der beiden Kolonnen »Ausgeglichen« und »Beobachtet« hervorgehen.³⁴⁾

Jever, Dreieckspunkt 1825.

Log. der Entf. in Metern.	Ausgeglichen.	Beobachtet.	Richtungspunkt.
—	—	$0^{\circ} 58' 53''$	Etzel
2.78 085	$48^{\circ} 0' 12''$	48 0 12	Platz auf d. Felde bei Jever, 1825
4.48 123	69 39 6	69 39 15	<i>Aurich</i>
2.87 928	71 16 24	71 15 28	Windmühle mit sechs Flügeln
3.90 408	95 0 3	95 0 40	<i>Witmund</i>
4.12 398	104 49 15	104 49 53	Burhave
4.51 167	107 2 0	107 2 26	<i>Dornum</i>
4.32 118	115 21 50	115 22 26	<i>Esens</i>
4.19 875	129 41 16	129 42 10	Werdum

³⁴⁾ Die Tabelle ist ursprünglich zu anderem, gelegentlichen Zweck und auch nicht von dem Verfasser aufgestellt. — Die beobachteten Richtungen sind aus den Abrissen der Gauss'schen Beobachtungen entnommen (vergleiche Gauss' Werke Band IV., Seite 462) und auf volle Sekunden abgerundet, während die ausgeglichenen Richtungswinkel (von Gauss „Azimuthe auf dem Sphäroid“ genannt) aus den rechtwinkligen Koordinaten des Gauss'schen Koordinaten-Verzeichnisses (abgedruckt in Gauss' Werke Band IV., Seite 413 ff.) berechnet worden sind. Die Angaben über die Zahl der Repetitionen einzelner Winkel stammen aus dem Beobachtungs-Journal Gauss' 1825.

Log. der Entf. in Metern.	Ausgeglichen.	Beobachtet.		Richtungspunkt.
—	—	132	27 20	} Eggling
—	—	132	37 47	
3. 93 474	138 40 22	138	41 45	Berdum
—	—	141	53 38	} Jever Stadtkirche
—	—	142	34 19	
2. 35 912	142 7 8	142	7 8	Jever Stadtk., Theodolitplatz
—	—	142	14 58	} Jever Stadtkirche, Knopf
—	—	142	19 43	
3. 90 115	151 59 6	152	0 44	Meddoog
4. 39 030	173 35 11	173	35 11	<i>Wangeroog Kirchthurm 1825</i>
4. 39 358	174 39 14	174	31 30	Wangeroog Leuchtthurm
3. 98 845	227 37 22	257	37 17	Sengwarden
—	—	258	10 56	Andere Aufstellung. — Entf. v. Dreiecksp. = 12.592 m.
0. 83 050	259 16 27	258	53 40	Jever Centrum 1825
4. 43 249	263 59 54	263	59 54	<i>Langwarden Dreieckspunkt</i>
4. 39 595	322 58 18	322	58 18	<i>Varel Dreieckspunkt</i>
4. 07 644	332 45 42	332	45 37	Luth. Kirche i. Neustadt Gödens
4. 07 572	333 20 10	333	20 13	Neustadt Gödens Laternenthurm.
4. 02 172	338 30 30	338	30 32	Schloss Gödens
4. 54 480	358 54 2	358	53 50	Westerstede.

Mit *Cursivschrift* sind diejenigen Richtungen hervorgehoben, welche Schenkel von Winkeln sind, die Gauss repetirend beobachtet hat, und zwar:

Langwarden-Varel	= 80 mal
Langwarden-Wangeroog Kirchth.	= 40 >
Varel-Wangeroog Kirchth.	= 46 >
Varel-Witmund	= 12 >
Langwarden-Witmund	= 6 >
Witmund-Wangeroog-Kirchth.	= 6 >
Witmund-Esens	= 10 >
Esens-Wangeroog Kirchth.	= 6 >
Varel-Esens	= 10 >
Aurich-Witmund	= 12 >
Dornum-Esens	= 2 >

Die aus dieser Tabelle ersichtlichen Winkel-Verzerrungen, von denen allerdings einige vielleicht auf Nicht-Identität der 1825 bzw. 1831 und 1841 eingestellten Punkte beruhen, dürften eine passende Illustration dafür abgeben, dass die Hannoversche Landesvermessung nicht den Anspruch erheben kann, Triangulationen ersten Ranges zugezählt zu werden.

IV.

Die Nothwendigkeit einer erneuten Triangulation in Hannover und die Anlage der in der Bearbeitung befindlichen Hauptdreiecks-Systeme der Trigonometrischen Abtheilung.

(Hierzu Tafel VI.)

Nicht selten hat Verfasser beim Rekognosciren in der Provinz Hannover hören müssen: »das hat ja aber vor 50 Jahren Gauss schon Alles gemacht!« Und wenn die Leute recht aufrichtig waren, wie in Ostfriesland, fassten sie den Ausdruck ihrer Verwunderung auch wohl schärfer, um durchklingen zu lassen, es läge doch eine gewisse Ueberhebung darin, etwas ebenso gut oder gar besser machen zu wollen, als Gauss es überhaupt schon gemacht hätte.

Nichts hat bei der Erneuerung der Triangulation in Hannover ferner gelegen, als die Absicht, Gauss Konkurrenz zu machen. Diese Erneuerung ist eine Nothwendigkeit, weil die frühere Hannoversche Landes-Vermessung für die jetzt verfolgten Zwecke nicht ausreicht, und weil Gauss' persönliches Werk, die Gradmessung, im Wesentlichen nur noch auf dem Papier existirt. Uebrigens aber entspricht in der That den gesteigerten Anforderungen der Neuzeit auch eine Vervollkommnung der Mittel aller Art, welche es möglich und deshalb geboten erscheinen lässt, praktisch etwas Einheitlicheres und Vollendetes zu schaffen, als dem grossen Meister theoretischer Spekulation die Grenzen seiner Zeit und seiner Person gestatteten. —

Die Zwecke der neuen geodätischen Arbeit sind in dem »allgemeinen Plan zur Ausführung der Triangulation der sechs östlichen Provinzen des Preussischen Staates« ausgesprochen, auf Grund dessen im Jahre 1865 die Triangulation gesetzlich angeordnet wurde ¹⁾.

¹⁾ Dies Gesetz datirt vom 7. Oktober 1865. — Die Ausdehnung der Triangulation über den ganzen Umfang der Monarchie ist dann durch Gesetz vom 7. April 1869 angeordnet. — Ende der 1870er Jahre wurde ferner — (Behufs Herstellung einer Karte des deutschen Reiches im Massstabe 1 : 100000) — mit den kleineren deutschen Staaten vereinbart, dass auf ihrem Gebiet die für diesen Zweck nöthige trigonometrische Grundlage (Haupt-Triangulation und Triangulation zweiter Ordnung; 2—3 Punkte pro Quadratmeile) Seitens des preussischen Generalstabes hergestellt werden soll, während eine weitere Detail-Triangulation nur auf besonderen Antrag dieser Staaten ausgeführt

Es heisst darin ²⁾: »Die projektirte Triangulation soll durch die Trigonometrische Abtheilung des Generalstabes in solcher Weise zur Ausführung gelangen, dass das aus ihr hervorgehende Dreiecksnetz für alle Zeiten genügt, um für Detail-Vermessungen und Kartirungen in jedem erforderlich erscheinenden Massstabe als hinreichend sichere Grundlage zu dienen, so wie für wissenschaftliche Untersuchungen mannigfacher Art geeignete Elemente zu liefern.«

»Damit die für die Detailvermessung nothwendigen Grundlinien leicht abgeleitet werden können, ist höheren Orts festgesetzt worden, dass pro Quadratmeile mindestens 8 bis 10 Punkte trigonometrisch bestimmt werden sollen.«

»Um die Triangulation für alle Zeiten nutzbar zu machen, und Wiederholungen der Messung zu ersparen, ist vorgeschrieben, dass jeder trigonometrische Punkt durch dauerhafte Versteinung auf dem Terrain festzulegen ist.«

In Beziehung auf das Mass der Genauigkeit »erscheint angemessen, dass die Triangulation nicht nur dem zunächst für die Aufnahmen beabsichtigten Massstabe von $\frac{1}{5000}$ Genüge leistet, sondern dass selbst für etwa nothwendig erscheinende Aufnahmen in noch grösserem Massstabe (bis zu $\frac{1}{2000}$) das Dreiecksnetz immer noch eine hinlänglich genaue Grundlage bietet.«

»Dieser Anforderung wird vollkommen entsprochen, wenn man für die kleinsten Dreiecke die Grenze des wahrscheinlichen Fehlers auf $\frac{1}{25000}$, die analoge Fehlergrenze der Dreiecke zweiter Ordnung auf $\frac{1}{50000}$, die der Hauptdreiecke auf $\frac{1}{100000}$ festsetzt. Werden diese Fehlergrenzen nicht überschritten, so erscheint die Genauigkeit der Triangulation für alle oben bezeichneten Zwecke mehr als genügend« . . .

»Die Trigonometrische Abtheilung hält sich nicht für ermächtigt, ihrem Auftrage ferner liegende wissenschaftliche Untersuchungen zur Ausführung zu bringen . . . Für jede wissenschaftliche Untersuchung, über die Form der Erdoberfläche, über die veränderliche Wirkung der Schwere und der magnetischen Richtkraft etc. etc. wird das einmal gewonnene trigonometrische Netz zu jeder Zeit benutzt werden können, da die trigonometrischen Punkte mit einer grösseren, als der zu solchen Untersuchungen erforderlichen Schärfe bestimmt und auf die solideste Weise im Terrain festgelegt sind.«

Die topographischen Zwecke sind also unter denjenigen, welchen die jetzige Triangulation überhaupt dienen soll, die allerniedersten;

wird. Im Reichslande Elsass-Lothringen ist eine neue Haupt- und Detail-Triangulation Seitens der Trigonometrischen Abtheilung in den Jahren 1875 bis 1882 hergestellt worden. Bayern, Württemberg, Sachsen und Baden haben ihre besondere Triangulation.

²⁾ Der „allgemeine Plan pp.“ ist veröffentlicht in der Einleitung der 1867 von dem damaligen „Bureau der Landes-Triangulation“ herausgegebenen „Triangulation der Umgegend von Berlin“.

für sie allein würde ein sehr viel geringerer Grad von Schärfe in den Messungen (und entsprechend ein geringerer Aufwand von Arbeit, Zeit und Geld³⁾ ausreichend sein, als nach dem obigen Plane beabsichtigt und bei der Ausführung erreicht wird. Nach der im Jahre 1872 erfolgten Centralisirung der Vermessungen⁴⁾ im preussischen Staate bildet die Seitens des Generalstabes auszuführende Triangulation aber auch die gesetzliche Grundlage⁵⁾ für Kataster- und Forst-Vermessungen, Bergbau, Strassenbau, Wasserbau, Meliorationen aller Art, Küstenvermessung, hydrographische und geologische Arbeiten und dergl. mehr. Die Trigonometrische Abtheilung ist also weit davon entfernt, ausschliesslich militärischen Zwecken zu dienen: sie ist militärisch organisirt, aber sie arbeitet für die verschiedensten Staatsdienstzweige und für die wissenschaftliche Forschung.

Dass allen diesen erweiterten und gesteigerten Anforderungen die frühere hannoversche Landes-Vermessung nicht genügen⁶⁾ kann, dafür wird es, nach den Ausführungen des vorigen Aufsatzes, eines besonderen Beweises nicht mehr bedürfen. Wir wenden uns daher weiter zur Gradmessung, um zu konstatiren, dass sie im Terrain im Wesentlichen verschwunden ist.

Gauss hat auf die Erhaltung seiner Dreieckspunkte durch sichere und dauernde Bezeichnung in der Erde leider gar keinen Werth gelegt: ob ihn mehr die hierauf zu verwendende Mühe oder

³⁾ Die topographische Aufnahme Seitens des Generalstabes geschieht im Massstabe 1:25 000. Bei dieser Verjüngung, in welcher das Meter der natürlichen Abmessung als $\frac{1}{25}$ Millimeter erscheint, würde mit Rücksicht auf die Mittel graphischer Darstellung und Vervielfältigung eine Bestimmung der trigonometrischen Punkte, welche auf etwa 4 Meter genau ist, mehr als ausreichend sein. — Verfasser hat im Winter 1880/81 in drei Monaten eine Triangulation auf c. 20 Quadratmeilen der Provinz Attika hergestellt, welche bei der inzwischen (im Auftrage des deutschen archäologischen Instituts) ausgeführten topographischen Aufnahme in 1:25 000 durchaus hinreichend gewesen ist.

⁴⁾ Das Central-Direktorium der Vermessungen im Preussischen Staate, unter Vorsitz des Chefs des Generalstabes der Armee, zählt zu seinen ständigen Mitgliedern Kommissare des Finanz-Ministeriums, des Ministeriums für öffentliche Arbeiten, des Kultus-Ministeriums, des Ministeriums für die landwirthschaftlichen Angelegenheiten, Domainen und Forsten, des Kriegs-Ministeriums, des Generalstabes und der Admiralität; ausserdem ist das Ministerium des Inneren zur Entsendung von Kommissaren berechtigt.

⁵⁾ In den „Bestimmungen über den Anschluss der Spezialvermessungen an die trigonometrische Landes-Vermessung, laut Beschluss des Central-Direktoriums der Vermessungen im Preussischen Staate vom 29. Dezember 1879“ heisst es im §. 1: „Jede im Auftrage oder unter der Leitung von Staats-Behörden ausgeführte Spezial-Vermessung (Neumessung), welche in geschlossener Lage einen Flächenraum von hundert Hektaren oder mehr umfasst, muss an die Detailtriangulation der Landes-Aufnahme angeschlossen werden.“

⁶⁾ Sie genügt auch quantitativ nicht. Damals wurden nur c. 3 Punkte pro Quadratmeile — incl. der inzwischen meist verloren gegangenen hölzernen Signalpfähle — bestimmt, während jetzt mindestens 9—10 Punkte auf dem gleichen Flächenraum gefordert werden. — Uebrigens sind auch die vor 1865

der Mangel an finanziellen Mitteln davon abgehalten hat, mag dahingestellt bleiben. Unter den Folgen dieser Unterlassung hat er selbst schon zu leiden gehabt. Im Winter 1821/22 wurde das hölzerne Signal auf dem Hohehagen zerstört; im Anschluss an diese Mittheilung schreibt er an Bessel ⁷⁾: »ich werde glücklich sein, wenn ich nur den Punkt mit hinreichender Schärfe wiederfinden kann«. Ferner heisst es in dem Promemoria ⁸⁾ vom 7. Januar 1824 über die Ausdehnung der Gradmessung bis zur Seite Jever - Varel: »Die Gründe, welche der Doktor Olbers für eine möglichst baldige Ausführung vorbringt, beruhen blos auf ökonomischen Rücksichten und bedürfen keiner Erläuterung. Aber das darf nicht unerwähnt bleiben, dass eine Verschiebung derselben ihre Möglichkeit gefährden kann. Da die neuen Operationen natürlich von den bisherigen Dreieckspunkten ausgehen müssen, und diese grösstentheils (oder vielmehr rücksichtlich derer, welche hiebei in Frage kommen, alle) in steinernen Postamenten bestehen, die sämmtlich muthwilligen Beschädigungen blossgestellt, und wovon manche, trotz der nachdrücklich geschärfen Verbote der betreffenden Amtsbehörden, bereits wirklich mehr oder weniger beschädigt sind, so darf man sich die Möglichkeit, um nicht zu sagen Wahrscheinlichkeit nicht verbergen, dass nach Jahr und Tag vielleicht dieses oder jenes Postament ganz zerstört und also der Dreieckspunkt so gut wie ganz verloren sein könnte.«

Von den Bezeichnungen seiner »Dreieckspunkte« und »Heliotrop-Plätze« auf den Postamenten ⁹⁾ — um bei diesen zunächst zu bleiben — hat Gauss selbst gleichfalls eine längere Dauer nicht erwartet. So schreibt er an Schumacher ¹⁰⁾, als dieser im August 1823 von Hohenhorn aus die Punkte Wilsede und Nindorf einstellen sollte, auf denen Gauss im September und Oktober 1822 bzw. Juni 1823 beobachtet hatte: »Auf den Steinen werden die eigentlichen Dreieckspunkte noch recht gut zu erkennen sein und zugleich die Kreise, in welche die Heliotropspitzen ¹¹⁾ zu stehen kommen. *Sollte dies aber nicht*

in Preussen gemessenen Dreiecke zweiter Ordnung verworfen worden, weil sie, nur für topographische Zwecke gemessen, den neuen Anforderungen nicht genügten.

⁷⁾ Briefwechsel mit Bessel Seite 395.

⁸⁾ Ungedruckt; das Original befindet sich bei den hannoverschen Ministerial-Akten.

⁹⁾ Die Postamente waren, wie aus den später ausführlich mitgetheilten Notizen hervorgeht, durchschnittlich 1.0 bis 1.2 m hoch und hatten annähernd quadratischen Querschnitt von 0.4 bis 0.5 m Seitenlänge.

¹⁰⁾ Briefwechsel mit Schumacher Band I., Seite 320.

¹¹⁾ Gauss schrieb an Schumacher im Juni 1825 (Briefwechsel Band II., Seite 20), als dieser in Neuwerk für ihn einen (von Langwarden her anzuschneidenden) Heliotropen etabliren sollte: „Ich selbst pflege in ähnlichen Fällen durch die drei Fussspitzen (nämlich des Heliotrops) einen Kreis zu beschreiben, dessen Centrum als Zielpunkt betrachtet wird. Bei meinen beiden neuesten Heliotropen ist noch das Centrum selbst durch eine Spitze

der Fall seyn, so ist in Wilsede das Centrum des Stein-Quadrats als Dreieckspunkt anzunehmen; in Nindorf hingegen ist der Dreieckspunkt 10.5 mm östlich, 6.0 mm südlich vom Centrum zu setzen, wenn man die Seitenflächen von N. nach S. oder von O. nach W. gehend betrachtet (was eigentlich nicht genau ist, da die Orientirung 20° abweicht).«

Aus vereinzelt Notizen in den Beobachtungs-Journalen ist zu schliessen ¹²⁾, dass im Allgemeinen die Dreieckspunkte in den Mitten der Oberflächen der Postamente (Schnittpunkt der Diagonalen) gelegen haben und dass Dreieckspunkt und Heliotropplatz identisch ¹³⁾ gewesen sind: indessen ist aus den angeführten Stellen über Nindorf, Hauselberg und Garssen ersichtlich, dass dies nicht ohne Weiteres für jeden einzelnen Fall angenommen werden darf. Ob zur Bezeichnung der Dreieckspunkte noch andere Marken, als die für (etwaige identische) Heliotropplätze angewandten, gedient haben (wie z. B. Kreuzschnitt oder Loch im Stein oder auf einem in diesen eingelassenen Metall-Bolzen), ist aus den Beobachtungs-Journalen nicht zu ersehen; diese, an und für sich schon nicht sehr übersichtlich, behandeln Alles, was sich auf die Beschreibung der Beobachtungs-Einrichtung und die Bezeichnung der Stations-Punkte bezieht, nur ganz nebenher in flüchtigen und zerstreuten Notizen.

Zu Anfang der 1860er Jahre sind nun durch hannoversche Generalstabsoffiziere Punkte sowohl der Gradmessung, als auch der Landes-Vermessung aufgesucht und durch Steine von verschiedener Form und Grösse in der Erde neu bezeichnet worden. Man findet diese Steine, deren Inschriften häufig auch das Jahr der Wiederherstellungs-Arbeit angeben, jetzt vielfach in der ganzen Provinz Hannover: dass aber durch eine solche nachträgliche Bezeichnung die Identität der Dreieckspunkte keineswegs absolut verbürgt wird, ist — wie bezüglich der Gradmessungs-Punkte spezieller ausgeführt wurde — schon in der Mangelhaftigkeit der ursprünglichen Bezeichnung bezw. der schriftlichen Ueberlieferung begründet.

Es soll nun in der nachstehenden Tabelle nachgewiesen wer-

bezeichnet, welches viel Bequemlichkeit verschafft.“ — In der Laterne des Kirchthurmes von Zeven ist auf einem hölzernen Balken die Bezeichnung eines Heliotrop-Platzes zweifellos erhalten.

¹²⁾ Im Beobachtungs-Journal pro 1822 steht bei den Beobachtungen auf Hauselberg: „Der Theodolith konnte der zu kleinen Dimensionen des Steines wegen nur excentrisch aufgestellt werden. Er war vom Centrum des Steines entfernt 17.2 mm im Azimuth $309^\circ 37' 36''$.“ Ferner steht bei Garssen: „Wegen der zu kleinen Dimensionen des Postaments musste der Theodolith etwas verschieden vom Heliotrop-Platz aufgestellt werden.“

¹³⁾ Gauss hat, wie in Aufsatz II. dargestellt wurde, nicht durchweg Heliotrope als Einstellungsobjekte benutzt, sondern vielfach — bei kürzeren Entfernungen oder wenn das Personal zur Lenkung der Heliotrope nicht ausreichend vorhanden war — auch auf die Postamente selbst pointirt. Um Centrirungen zu vermeiden, lag es daher unmittelbar nahe, die Mitte des Postaments, den Dreieckspunkt (Theodolit-Platz) und den Heliotrop-Platz identisch zu machen.

den, welche von den 22 durch Postamente bezeichneten Punkten der Gradmessung (Inselsberg ist darin mit einbegriffen) erhalten sind. Die Nachforschungen nach diesen Postamenten haben, bei

Nr.	Name des Punktes.	Beobachtet.	Angaben der Beobachtungs-Journale über die Postamente.
1.	Inselsberg, hessischer Dreieckspunkt	1821 Encke 1823 Gerling	(Gerling's Publikation Seite 6) Stein 2 Fuss im Quadrat, 3 Fuss über und 3 Fuss unter der Erde, auf Steinfundament ruhend. — Eingehauenes Kreuz bezeichnet Standpunkt des Instruments. — Inschrift des Steines F. H. v. G.
2.	Hoehagen	1821 (3) 1823 (7)	Ausser dem hölzernen Signal (dessen Höhe = 11.68 m, horizontaler Durchmesser = 3.62 m) war ein Postament aus Stein vorhanden. Nähere Beschreibung fehlt. 1821 wurde in zwei, 1823 in einem dritten Platz beobachtet.
3.	Hils	1821 (4)	Ausser dem hölzernen Signal (bis zur „Basis des Daches“ 8.93 m hoch) war ein Postament vorhanden, 1.084 m hoch.
4.	Lichtenberg	1822 (1)	Fehlt.
5.	Deister	1822 (2)	Fehlt.
6.	Garssen	1822 (3)	Wegen der zu kleinen Dimensionen des Steines musste der Theodolit etwas verschieden vom Heliotrop-Platz aufgestellt werden. Höhe des Steines 0.9985 m.

Gelegenheit der neuen trigonometrischen Arbeiten in Hannover, zum grössten Theil in den letzten drei Jahren durch den Verfasser stattgefunden.

Jetzt aufgefunden.	Resultat.	Bemerkungen.
Stein 0.83 m hoch, 0.52 m im Quadrat-Schnitt. — Inschrift F. H. v. G. — Loch mit Kreuzschnitt auf der oberen nicht ganz horizontalen Fläche.	Original erhalten.	Die Lage des Steines gegen das jetzige Centrum der Station Inselberg (Leuchtbolzen in steinernem Pfeiler auf dem Aussichtsturm) ist durch Centrirung 1880 ermittelt. Entfernung = 32 m.
1873 wurde (Gradmessungsbericht 1873, Seite 20) Gauss' Stein umgestürzt neben einem Steinbruch gefunden; 1880 war er bei weiterer Ausdehnung des Steinbruches verschwunden.	verloren.	Gauss' Platz 3 wurde 1880, als auf dem Punkt Hoehagen des Göttinger Basis-Netzes beobachtet wurde, nach Thurmbeobachtungen auf einige cm genau rekonstruiert. Entfernung = 41 m. 1885 im Mai fiel er schon 28 m in den inzwischen erweiterten Steinbruch.
Auf einem Stein-Fundament in der Erde steht ein Stein-Pfeiler von 0.55 m Seite 1.10 m aus dem Boden; in der Mitte der Oberfläche befindet sich ein Kreuzschnitt. Es wurde durch Nachfrage festgestellt, dass 1850 der ursprüngliche Stein aus Unkenntniss entfernt und zu anderem Zwecke verwandt ist, und dass dann 1851 ein neues, ähnliches Postament annähernd auf dieselbe Stelle gesetzt wurde.	verloren.	Das Kreuz auf dem Stein ist als Centrum der Station Hils (Zwischenpunkt der Hannoversch-Sächsischen Kette) beibehalten. — Durch Rekonstruktions-Versuche konnte nur festgestellt werden, dass das Gauss'sche Postament auf demselben Fundament, wie der jetzige Stein gestanden hat; eine schärfere Rekonstruktion des Dreieckspunktes war nicht möglich.
Nichts.	verloren.	
Sandstein 0.50 m aus Erde, Seite 0.15. — Umschrift: Kön: Hann: Land: Verm: 1822. 1828. ohne Centrums-Marke.	nicht original.	Der jetzige Hauptpunkt auf dem Deister-Gebirge liegt c. 6 Kil. weiter nach Westen in der Nähe des Punktes Deister II der Landes-Vermessung. (Annathurm.)
Nichts.	verloren.	Gauss' Punkt wurde 1880 durch Rückwärts-Einschnitt auf c. 10 cm genau rekonstruiert, aber nicht dauernd bezeichnet. Der jetzige Dreieckspunkt Garssen (Zwischenpunkt der Hannoversch-Sächsischen Dreieckskette) liegt etwa 3 m davon entfernt.

Nr.	Name des Punktes.	Beobachtet.	Angaben der Beobachtungsjournale über die Postamente.
7.	Falkenberg	1822 (4) 1824 (1)	Höhe des Steines über der Erde 1.050 m.
8.	Hauselberg	1822 (5)	Der Theodolit konnte der zu kleinen Dimensionen des Steines wegen nur excentrisch aufgestellt werden.
9.	Breithorn	1822 (6)	Nichts.
10.	Wulfsode	1822 (7)	Durchmesser des Steines oben von S. nach N. 0.417 m von O. nach W. 0.419 m Höhe von der unteren Steinlage an 1.142 m.
11.	Wilsede	1822 (8) 1824 (2)	Höhe des Steines 1193 mm Seite SO.—NW. 402 mm SW.—NO. 395 mm.
12.	Scharnhorst	1822 (9)	Durchmesser des Steines in der Richtung nach Garssen 0.406 m, in der darauf senkrechten 0.405 m, Höhe des ganzen Steines 1.149 m, des oberen Aufsatzes 0.509 m.

Jetzt aufgefunden.	Resultat.	Bemerkungen.
Sandstein - Pfeiler 1.04 m hoch, quadratischen Querschnittes von 0.29 m Seite. — Umschrift: Königl: Hanno: Lands: Verm: 1822. 1824. Auf dem Pfeiler ist mittelst eines Metall-Bolzens eine 0.125 m dicke Sandsteinplatte, quadratisch, 0.435 m Seite befestigt. — Der Metallbolzen hat in seiner Mitte eine kleine Ausbohrung.	wahrscheinlich nicht original.	Gauss' Postamente sind wahrscheinlich nicht mit einer über einen schmaleren Pfeiler überstehenden Platte versehen gewesen, sondern hatten von oben bis unten gleichen Querschnitt. — Die Ausbohrung in dem Metallbolzen ist das Centrum der Station Falkenberg der Hannoversch-Sächsischen Kette.
Sandstein - Pfeiler 1.16 m hoch, quadratischen Querschnittes von 0.29 m Seite. — Umschrift: Königl: Hanno: Lands: Verms: 1828. Auf dem Pfeiler Sandsteinplatte, 0.12 m dick, quadratisch, 0.44 m Seite. Messingbolzen mit Ausbohrung wie bei Falkenberg.	wahrscheinlich nicht original.	Die Jahreszahl 1828, die Dimensionen der Platte, die tisch-artige Form des ganzen Postamentes sprechen gegen die Originalität.
Kleiner Sandstein - Pfeiler 0.42 m aus der Erde, quadratischen Querschnittes von 0.14 m Seite. Ohne Centrums-Bezeichnung. — Umschrift: Kön: Han: Land: Verm: 1828.	nicht original.	Stein steht jetzt in dichter Kiefern-Schonung.
Nichts.	verloren.	
Sandstein - Pfeiler 1.12 m hoch, quadratischen Querschnittes von 0.28 m Seite. — Umschrift: Königl: Hannov: Landes: Vermssg 1828 Darauf Sandsteinplatte 0.12 m dick, quadratischen Querschnittes von 0.43 m Seite. Platte halb zerbrochen; auf Pfeiler drehbar um einen die Mitten verbindenden Metallbolzen. — Centrum nicht scharf.	nicht original.	Die Lage des Postamentes gegen das jetzige Centrum der Station Wilsede (Elbkette) wurde durch Centrirung bestimmt. Entfernung = 4 m.
Nichts.	verloren.	

Nr.	Name des Punktes.	Beobachtet.	Angaben der Beobachtungsjournale über die Postamente.
13.	Timpenberg	1823 (1)	Höhe des Steines über dem Absatz 1.227 m. Seiten 214 bzw. 212 mm.
14.	Nindorf	1823 (2)	Höhe des Absatzes 300 mm; der Absatz steht vor 40 mm. Höhe Breite W. 927 489 N. 930 481 O. 931 490 S. 934 481.
15.	Elmhorst	1824 (2)	Höhe des Steines 1.204 m. Seite 0.493 m.
16.	Bullerberg	1824 (3)	Höhe des Steines 1.087 m. Seite 0.510 m.
17.	Bottel	1824 (4)	Höhe des Steines 1.212 m. Seite 0.445 m.
18.	Brüttendorf	1824 (5) 1825 (2)	Höhe des Steines 1.196 m. Seite 0.439 m.
19.	Garlste	1824 (7) 1825 (4)	Höhe des Steines 1.140 m. Seite 0.480 m.
20.	Brillit	1824 (8) 1825 (9)	Höhe des Erdaufwurfes, auf dem das Postament steht, 1.933 m. Höhe des Steines 1.076 m; Seite nach Garlste 0.476, senkrecht 0.467 m.
21.	Steinberg	1824 (10)	Nichts.
22.	Litberg	1824 (11)	Höhe des Steines 1158 mm; Seite in der Richtung Wilsede 468 mm, in der darauf senkrechten 470 mm.

Jetzt aufgefunden.	Resultat.	Bemerkungen.
Nichts.	verloren.	
Kleiner Sandstein-Pfeiler 0.48 m aus der Erde, quadratischen Querschnittes von 0.14 m Seite. Ohne Centrums-Bezeichnung. Umschrift: Kön: Hann: Land: Verm: 1828.	nicht original.	Der Stein steht 2.7 m von dem 1876 bestimmten Punkte II. O. Drögen - Nindorf entfernt.
Nichts.	verloren.	c. 1700 m von der Stelle des Gauss'schen Elmhorst entfernt liegt der (noch zu beobachtende) Zwischenpunkt des Wesernetzes Höllenberg.
Nichts.	verloren.	c. 30 m von der Stelle des Gauss'schen liegt der (noch zu beobachtende) Zwischenpunkt gleichen Namens des Wesernetzes.
Nichts.	verloren.	
Nichts.	verloren.	c. 200 m von der Stelle des Gauss'schen Punktes entfernt liegt der (noch zu beobachtende) Punkt gleichen Namens des Wesernetzes.
Sandstein - Pfeiler 1.20 m über Boden, quadratischen Querschnittes von 0.28 m Seite. — Kleine Einbohrung in Mitte der oberen Fläche. — Umschrift: Königl: Hannovr: Landes: Vermessg: 1828.	nicht original.	Der Zwischenpunkt Garlstedt des Wesernetzes liegt c. 5 m von dem Stein entfernt, welcher auf das neue Centrum centrirt werden wird.
Nichts.	verloren.	Der Punkt Brillit des Wesernetzes (noch zu beobachten) liegt c. 260 m von der Stelle des Gauss'schen entfernt.
Auf einer künstlichen Boden-Erhöhung, die mit Graben umzogen ist, steht ein Sandstein-Pfeiler 0.50 m aus der Erde, Querschnitt quadratisch von 0.14 m Seite. — Ohne Centrums-Bezeichnung. — Umschrift: Kön: Han: Land: Verm: 1863.	nicht original.	Der Punkt Steinberg des Wesernetzes liegt c. 2 m von dem Stein entfernt. Bei Ausführung der Beobachtungen daselbst soll der Stein centrirt werden.
Nichts.	verloren.	Der Punkt Litberg der Elbkette liegt in der Nähe.

Wir ziehen aus dieser detaillirten Nachweisung das Gesamt-Resultat: Von allen Gauss'schen Dreieckspunkten, welche auf Postamenten lagen, ist auch nicht ein einziger mehr durch absolut glaubwürdige Bezeichnung im Terrain erhalten.

Von den übrigen 10 Dreieckspunkten der Gradmessung (excl. der dänischen Anschlusspunkte Hamburg und Hohenborn) haben 8 auf Thürmen und 2 auf sonstigen Baulichkeiten (Sternwarte, Meridianzeichen) gelegen. Auf den Thürmen ist Gauss' »Dreieckspunkt« (heutzutage meist »Centrum der Station« genannt) mit Ausnahme von Lüneburg überall die Achse des Theodoliten (Theodolitplatz) gewesen, für welche eine direkte Bezeichnung nur in einem Falle, nämlich in Zeven, erhalten ist. Ausserdem hat Gauss in der Regel durch Centrirungs-Messungen die Lage des »Dreieckspunktes« gegen einen oder mehrere Gebäudetheile — meistens Thurmknopf oder höchste Spitze des Thurmes, gelegentlich aber auch noch Laternenpfeiler, Centrum des Thurmes u. A. — bestimmt. Von diesen Gebäudetheilen also, so weit sie noch erhalten sind, müssen die Dreieckspunkte rückwärts wieder abgeleitet werden.¹⁴⁾ Nun sind aber im Allgemeinen Dreieckspunkte auf Thürmen, welche — in diesem Falle noch dazu indirekt — nur durch Gebäudetheile bezeichnet werden, als besonders verwundbar anzusehen: ihre Identität muss in späterer Zeit in jedem einzelnen Falle erst mit grosser Vorsicht festgestellt werden. Umbauten oder Reparaturen, die in der Zwischenzeit ausgeführt wurden, sind in dieser Beziehung um so gefährlicher, als es häufig schwer ist, nachträglich auch nur diese Thatsache sicher festzustellen; aber auch ohne derartige umfassende Aenderungen kann sich sehr wohl im Laufe von Jahrzehnten die Lage eines Thurmknopfes oder einer Helmstange um ein ganz beträchtliches Mass ändern. Um einen derartigen Dreieckspunkt dauernd zu sichern, ist es nothwendig, nicht nur in den Messungs-Akten mit peinlichster Deutlichkeit, unter Beifügung einer genauen Zeichnung¹⁵⁾, den Punkt, auf welchen sich die Messungen bezogen haben,

¹⁴⁾ Die Rekonstruktion von Dreieckspunkten auf Grund der Gauss'schen Nebenmessungen nach nahen Thürmen, Schornsteinen, Windmühlen und sonstigen eingestellten Objekten hat ihre lebhaften Bedenken. Gauss hat, wie dies im Aufsatz III. ausgeführt ist, diese Einstellungen nur ganz nebenher gemacht, meist in Momenten, die für Anstellung von Hauptwinkel-Messungen nicht geeignet waren. Die betreffenden Objekte, deren Identität in den meisten Fällen zweifelhaft sein wird und erst jedesmal besonders festgestellt werden müsste, sind fast durchweg nur einmal eingestellt. Die Aufzeichnungen in den Messungs-Journalen aber enthalten ganz auffallend viele Fehler, theils Ablesungs- und Rechen-Fehler, theils vielleicht auch Schreibfehler. Wer einmal praktisch mit Gauss'schen Abrissen (und auch mit den Koordinaten des „Allgemeinen Verzeichnisses“) gearbeitet hat, dem wird diese Erfahrung nicht erspart geblieben sein. Vergl. übrigens auch die im Aufsatz III. aus dem Schreiben des General von Sichert 1859 citirten Stellen und die vielfachen Berichtigungen von Irrthümern im Briefwechsel mit Schumacher Band I. und II.

¹⁵⁾ Die Mittel präziser Ueberlieferung sind in neuerer Zeit durch die Photographie vermehrt worden. Die Trigonometrische Abtheilung besitzt einen eigenen photographischen Reise-Apparat, mittelst dessen durch die bei p. 10 Haupt-Triangulation beschäftigten Offiziere und Beamten Aufnahmen aller

zu beschreiben, sondern auch besondere, sichere Marken (metallene Bolzen in den unteren Theilen des Mauerwerkes, in die Erde versenkte Festlegungssteine am Fuss des Gebäudes oder dergl.) anzubringen und deren Lage zum Dreieckspunkt durch lokale Messungen zu fixiren.

Von alle dem findet sich bei Gauss Nichts. Es erfordert meistens erst ein ganz besonderes Studium und mühsame Kombination, um aus den Beobachtungs-Journalen herauszubringen, was Gauss mit seinen lokalen Bezeichnungen und Messungen eigentlich gemeint und bezweckt hat. Besondere, für längere Dauer berechnete Marken scheint er nirgends angebracht zu haben; wenigstens sind darüber weder Notizen gegeben, noch sind bei sorgfältigem Nachsuchen irgend welche entsprechende Funde gemacht worden. Man wird daher nicht umhin können, die Identität aller derjenigen Dreieckspunkte, welche nur durch Gebäudetheile resp. ihre Beziehungen zu diesen erhalten sind, so lange anzuzweifeln, als sie nicht in jedem Falle besonders bewiesen ist.

Es würde zu weit führen, hier jeden einzelnen der 10 in Rede stehenden Dreieckspunkte ausführlich zu behandeln. Wir beschränken uns darauf, die Resultate zum Theil sehr ausgedehnter Forschungen summarisch darzustellen und in Kürze zu erläutern.

1. Es sind durch Umbau der betreffenden Baulichkeiten definitiv verloren die Dreieckspunkte Brocken, Bremerlehe, Varel und Langwarden.

Auf dem Brocken beobachtete Gauss auf einem hölzernen Thurme von 10.9 m Höhe, welcher aus dem Dache des alten Brocken-Hauses herausgebaut war. Dreieckspunkt war die Achse des Theodoliten, welche, nicht identisch mit der Mitte des Thurmes, in ihrer Lage gegen dieselbe bestimmt wurde. — Thurm und Haus gingen durch Brand verloren; ein neuer steinerner Thurm wurde an einer anderen Stelle errichtet. — Aus den Ueberresten des alten Fundaments ist zwar der Gauss'sche Dreieckspunkt rekonstruirt; es liegt aber in der Natur des hierfür disponiblen Materials, dass diese Rekonstruktion nicht als ausreichend scharf angesehen werden kann. — Vergl. das „Hessische Dreiecksnetz“ des geodätischen Instituts. Seite 7, 8.

Der Kirchthurm von Bremerlehe hatte 1825 auf einem massiven Unterbau eine hölzerne Spitze und in dieser eine Laterne, in welcher Gauss, 20.8m über dem Kirchhof, beobachtete. Dreieckspunkt war die Achse des Theodoliten; die Lage des Knopfes und der Ränder der Laternenpfeiler wurden durch Centrirungs-Messungen bestimmt. — Nach einer Mittheilung aus den Kirchen-Akten ist der Thurm 1868 von seinem massiven Unterbau an umgebaut; er hat jetzt eine ganz geschlossene, hölzerne Spitze. — Die Möglichkeit einer Rekonstruktion ist ausgeschlossen.

In Varel hat Gauss 1825 in der Laterne des Kirchthurmes der lutherischen Kirche beobachtet. Dreieckspunkt war die Achse des Theodoliten. Nachsuchungen in den Kirchen-Akten ergaben, dass in den Jahren 1827, 1828 und 1833 umfassende Reparaturen sowohl an der Laterne, als auch an dem ganzen Thurm stattgefunden haben. Die Laterne ist dadurch, wie aus dem Vergleich der von Gauss gegebenen Abmessungen mit

Thürme und sonstigen Baulichkeiten gemacht werden, auf welchen Hauptdreieckspunkte liegen. Auch bei der Detail-Triangulation werden Photographien von trigonometrisch bestimmten Thürmen, soweit sie im Handel zu haben sind, gesammelt und den Messungs-Akten beigelegt.

den jetzigen hervorgeht, vollständig geändert; bei ihrem jetzigen Zustande ist es überhaupt nicht möglich, gute Beobachtungen darin zu machen. Eine Rekonstruktion nach Gauss'schen Daten wurde 1884 versucht, erwies sich aber als unmöglich.

Die sehr alte Kirche von Langwarden hatte auf dem Giebel ein ganz winziges, wackeliges Laternen-Thürmchen (s. Gauss' Skizze im Briefwechsel mit Schumacher Band II, Seite 20), in welches Gauss „über das Kirchendach durch Leitern hinauf musste.“ In diesem Laternenchen „von 5 Fuss Durchmesser“ war ein „steinernes Postament“ gebaut, dessen Oberfläche 19.67 m über dem Kirchhof lag. Neben dem Postament hatte Gauss den „westlichen und östlichen Stuhl“ stehen. Die Achse des auf dem Postament aufgestellten Theodoliten war der Dreieckspunkt; die Lage des Knopfes gegen dieselbe war durch Centrirungs-Messungen auf dem See-
deich bestimmt. — Im Jahre 1868 wurden Seitens des geodätischen Instituts, Behufs Einmessung des astronomisch bestimmten Postaments Dangast in das Gauss'sche Dreieck Langwarden-Varel-Jever, wieder Beobachtungen auf einem in dem Laternenchen neu erbauten, jetzt noch erhaltenen Pfeiler angestellt. Es wurde bei dieser Gelegenheit konstatiert (s. Gradmessungs-Bericht pro 1868, Seite 26), dass der Thurm inzwischen umgebaut ist. — Eine scharfe Rekonstruktion des Gauss'schen Dreieckspunktes erscheint nicht wohl möglich. — Uebrigens ist, da das enge und wackelige Thürmchen modernen Anforderungen an Beobachtungs-Einrichtungen nicht entsprechen kann, Seitens der Trigonometrischen Abtheilung für ihre Beobachtungen ein 10 m hohes, hölzernes Signal, etwa 350 m von der Kirche entfernt, erbaut worden.

2. Die Möglichkeit einer, wenn auch nicht ganz scharfen Rekonstruktion bezw. Kontrolle liegt vor bei den Dreieckspunkten Lüneburg, Bremen und Jever.

In der schönen, grossen Laterne des Michaelis-Thurmes in Lüneburg hat Gauss 1818 und 1823 auf einem transportablen Bock beobachtet. Von aussen ist der Thurm meistens ohne Heliotrop eingestellt. — Die Beobachtungen wurden 1813 „vom vorläufigen Centro auf den Punkt unter der Kugel reduziert“ (s. Briefwechsel mit Schumacher Band I, Seite 153). 1823 ist von zwei Plätzen ausserhalb des Thurmes der „Durchmesser des Knopfes“ und die Lage des „senkrecht unter dem Knopfe liegenden Punktes“ gegen den durch einen „Lothfaden“ bezeichneten Aufstellungspunkt des Theodoliten (das „supponirte Centrum“) bestimmt. — Dass in Lüneburg, abweichend von allen anderen Thürmen, der Thurmknopf „Dreieckspunkt“ ist, darauf deutet auch Gauss' Bezeichnung desselben im „Allgemeinen Koordinaten-Verzeichniss“. — Durch Nachforschung in den Kirchen-Akten wurde festgestellt, dass grössere Umbauten des Thurmes seit 1823 nicht stattgefunden haben, doch wurde 1866 eine neue Wetterfahne aufgebracht, wobei immerhin auch die Lage des Knopfes geändert sein kann, und in der Laterne ein neuer Bleiboden gelegt. Der Thurm macht einen sehr soliden und wohlgepflegten Eindruck.

Im Jahre 1872 hat Herr Professor Dr. C. F. W. Peters (vergl. die Publikation des geodätischen Instituts: „Die gegenseitige Lage der Sternwarten zu Altona und Kiel“) in Lüneburg Winkelmessungen angestellt. Als „Centrum der Station“ hat er „die Lage der Kirchthurmspitze zur Zeit der Messungen im Jahre 1872“ angenommen, und auf dieses Centrum die Coordinaten des Gauss'schen Dreieckspunktes, anscheinend ohne weitere Controlle, angewandt. Ausserdem wurde ein Punkt C der Gallerie, dessen Lage zur Kirchthurmspitze durch Ablothen resp. Centrirmessung bestimmt war, heruntergelothet und „unter dem Fussboden des Erdgeschosses des Thurmes durch einen eingemauerten Messingbolzen mit vertikaler Durchbohrung festgelegt.“

Eine Kontrolle der Lage des Gauss'schen Dreieckspunktes nach lokalen Messungen erscheint möglich, ist aber bisher noch nicht ausgeführt. 1876 wurde der höhere, aber zu Beobachtungen nicht geeignete Johannes-Thurm in Lüneburg durch Anschneiden als Punkt II. O. von der Trigonometrischen Abtheilung bestimmt.

Der Ansgarius-Thurm in Bremen hat eine Laterne mit 16 Pfeilern, welche das Gesichtsfeld von jedem Punkte innerhalb in einer für die Messungen sehr störenden Weise unterbrechen; ausserdem hängen Glocken darin, die grösste in der Mitte mit ihrem unteren Rande nur 1.2 m über dem Laternenboden. — Gauss hat 1824 und 1825 auf einem „Brett 618 mm über dem Fussboden“ beobachtet, welches wahrscheinlich zwischen den Laternenpfeilern befestigt war. Er hat im Ganzen 8 „Plätze“ auf diesem Brett gehabt, ausserdem noch 2 Heliotrop-Plätze. Einer der Plätze, welcher nahezu unter dem Centrum des Thurmknopfes lag, war der „Dreieckspunkt“; die Lage desselben zum Thurmknopf wurde durch Winkelmessungen von 2 Standpunkten ausserhalb bestimmt.

Jegliche Bezeichnung der „Plätze“ ist mit dem Brett verschwunden. Durch Nachforschung in den Kirchenakten ist festgestellt, dass seit 1825 ein Umbau oder eine Reparatur der Spitze und des Knopfes nicht stattgefunden hat. Indessen ist das Gebälk der Spitze, in welcher Verfasser bei den Rekognoscirungen 1883 sich in Summa wohl 24 Stunden aufgehalten hat und vom Winde in fast unheimlicher Weise hin- und hergeschleudert wurde, so morsch, dass die Lage des jetzigen Thurmknopfes nicht unbedingt als identisch mit der von 1824 und 1825 angenommen werden kann. — Eine Rekonstruktion des Dreieckspunktes, vielleicht auf einige Centimeter genau, erscheint nach Gauss' lokalen Messungen und Einstellungen der anderen, ganz nahen Bremer Thürme, vielleicht möglich.

Der Schlossturm in Jever hat auf einem cylindrischen Mauerkörper einen hölzernen Aufbau. Letzterer ist gegen den unteren gemauerten Theil soweit eingezogen, dass auf der Kante des Mauerwerkes ein Umgang entsteht, auf welchen man durch 4 Thüren aus dem Innern des hölzernen Aufbaues hinaustritt. — Auf dem Umgange vor der westlichen Thür hatte Gauss einen gemauerten Pfeiler, auf welchem die Achse des Theodoliten den Dreieckspunkt bezeichnete. Durch Centrirungs-Messungen von 2 Punkten ausserhalb wurde die Lage des Dreieckspunktes gegen den Thurmknopf und das Centrum des cylindrischen Thurmkörpers bestimmt. —

Der Pfeiler, auf welchem der Dreieckspunkt lag, ist verschwunden; ebenso einige Marken, welche zur Sicherung des Punktes später im Innern des Thurmes angebracht wurden. Festgestellt wurde, dass ein Umbau oder eine grössere Reparatur am Thurme nicht stattgefunden hat. — Der Dreieckspunkt wurde 1883 bei Gelegenheit der Hauptdreiecksmessungen der Trigonometrischen Abtheilung in Jever mit grösster Sorgfalt, etwa auf 2 cm genau, rekonstruiert.

3. Sicher erhalten sind die Dreieckspunkte Göttinger Sternwarte, Nördliches Meridianzeichen und Zeven.

Auf der Göttinger Sternwarte bildete die Mitte der Achse des Reichenbach'schen Meridiankreises den Dreieckspunkt und zugleich den Anfangspunkt der Koordinaten des Gauss'schen Systems. Die Beobachtungen fanden in einem Platze statt, der „im Meridian des Centrums der Achse des Meridiankreises, aber 5,507 m nördlicher“ lag. — Der Dreieckspunkt ist 1880 durch Winkelmessung mit den jetzigen Punkten Hohehagen und Göttinger Basis, Nördlicher Endpunkt, in Verbindung gebracht.

Für das Nördliche Meridianzeichen hatte Gauss 1820 einen hölzernen provisorischen Bau errichtet, und im Alignement der Mitte der Oeffnung desselben und des Meridianspaltes der Sternwarte 1821 auf einem „Stein“ beobachtet, auf welchem die Achse des Theodoliten den

Dreieckspunkt bezeichnete. Ueber diesem Stein wurde später das bisher erhaltene, steinerne Meridianzeichen erbaut. Die „Spaltmitte“ desselben wurde 1880 durch Winkelmessung mit den Punkten Ahlsburg, Hoehagen und Göttinger Basis, Südlicher Endpunkt, in Verbindung gebracht.

In der Laterne des Kirchthurms von Zeven wurde 1884 auf einer Bohle, welche zwischen dem Kaiserstiel des Thurmes und einem Laternen-Pfeiler befestigt ist, die Bezeichnung des Dreieckspunktes (Theodolitplatz) — (kleines Loch im Mittelpunkt eines von 4 grösseren Löchern gebildeten Quadrates) — und die Bezeichnung eines Heliotropplatzes — (kleines Loch im Mittelpunkt eines von 3 grösseren Löchern gebildeten gleichseitigen Dreiecks) — aufgefunden. — Bei Gelegenheit der Messungen auf dem jetzigen Signal Brüttendorf sollen beide Punkte bezüglich ihrer Lage zu anderen von Gauss durch lokale Messungen am Thurme bestimmten Punkten scharf kontrollirt und durch Winkelmessungen an die jetzigen Hauptdreieckspunkte angeschlossen werden.

So gleicht — im Ganzen betrachtet — die Gradmessung nur noch einer Ruine, welche, bei einem späteren Neubau an gleicher Stelle, wohl eine pietätvolle, historische Berücksichtigung, aber keinen positiven, praktischen Werth ¹⁶⁾ mehr in Anspruch nehmen kann.

Die Nothwendigkeit einer erneuten Triangulirung in Hannover, sowohl im wissenschaftlichen Interesse, als auch zu praktischen Zwecken, ist bereits im Jahre 1866 in den Verhandlungen der mittel-europäischen Gradmessung von Herrn Professor Wittstein betont worden. In dem betreffenden Bericht heisst es ¹⁷⁾: »Glücklicherweise ist übrigens die also vorzunehmende Arbeit nur von mässigem Umfange; denn es werden nur bestimmte, dem noch zu entwerfenden Systeme des Gesamtgebiets von Norddeutschland entsprechende Dreiecksketten neu zu messen sein, es wird die Neumessung sich beinahe nur auf Dreiecke erster Ordnung zu beschränken haben, und endlich fällt die Vorarbeit der Auswahl der Dreiecke weg, da man völlig den Gauss'schen Dreiecken wird folgen können.« — Dass den Anforderungen, welche nach dem Programm von 1865 an die jetzige Arbeit der Trigonometrischen Abtheilung gestellt werden, die Hannoversche Landes-Vermessung qualitativ und quantitativ nicht genügt, und dass deshalb in den betreffenden Landestheilen von Grund aus und durchweg neu triangulirt werden muss, ist vorher bereits ausgeführt. Auch die »Vorarbeit der Auswahl der Dreiecke« konnte bei der Neu-Triangulirung nicht erspart werden. Es ist im Aufsatz II. ausführlich dargestellt worden, mit welchen Mitteln und

¹⁶⁾ Bei den Rekognoscirungen im nördlichen Theil der Hannoverschen Kette und im Wesernetz sind allerdings die Resultate sowohl der Gradmessung, als auch der Landes-Vermessung dem Verfasser noch von grossem Werth gewesen. Vorbereitend geordnet, bildeten sie — neben den anderen Original-Materialien der Trigonometrischen Abtheilung — die erste Grundlage für die Rekognoscirung. Auch Gauss' Briefwechsel mit Schuhmacher lieferte hierzu manche dankenswerthe Notiz, wie auch der Herausgeber, Herr C. A. F. Peters, in der Vorrede ausspricht, „die Briefe dürften selbst für die Ausführung neuer Vermessungen noch von Nutzen sein“.

¹⁷⁾ Siehe General-Bericht über die mitteleuropäische Gradmessung für das Jahr 1866, Seite 30.

auf welche Art die Gauss'schen Dreiecke entstanden¹⁸⁾ sind: bei den gesteigerten und vervollkommeneten Mitteln der Neuzeit muss es möglich und deshalb geboten erscheinen, in dieser Beziehung wie auch in anderen, Vollendetes zu leisten.

Es würde dem Verfasser nicht wohl anstehen, wollte er an dieser Stelle in eine ausführliche oratio pro domo eintreten, um selbstgefällig zu zeigen, »wie wir's so herrlich weit gebracht«. Indessen werden doch einige positive Daten anzuführen sein, aus denen hervorgeht, wieviel entschiedener, kräftiger und darum erfolgreicher jetzt gearbeitet werden kann.

Als im Jahre 1865 die Triangulation, zunächst der sechs östlichen Provinzen, gesetzlich angeordnet wurde, erfolgte auch gleichzeitig die feste Organisation des zunächst selbstständigen »Bureaus der Landes-Triangulation«, welches, bei weiterer Entwicklung der Verhältnisse, 1875 als »trigonometrische Abtheilung« in den Verband der zum Generalstabe gehörigen »Landes-Aufnahme« eintrat.¹⁹⁾ Dieser Organismus ist, im Wesentlichen unverändert, seit nunmehr 20 Jahren in Thätigkeit; die zunächst vorliegenden Aufgaben werden zu ihrer Erledigung noch weitere 20 Jahre in Anspruch nehmen; und dann ist anzunehmen, dass die immer fortschreitende Entwicklung der Technik und der Methode Vieles von dem im Rücken Liegenden als ungenügend anzusehen und zu wiederholen oder zu verbessern zwingen wird.

Die Vortheile einer derartigen dauernden, fest gegliederten²⁰⁾ Organisation — die Praxis im Grossen, die Erfahrung des Einzelnen, die dem Ganzen zu Gute kommt, die Pflege und Durchbildung der Details, aus denen die Gesamtleistung sich aufbaut, — hat Gauss, wie in Aufsatz II. und III. ausgeführt ist, nicht gehabt und nicht haben können.

¹⁸⁾ Erhalten sind diese Dreiecke auch in sofern nicht, als im Laufe der Zeit ausser den scharfen Bezeichnungen der Dreieckspunkte auch die Visuren zwischen ihnen verloren gegangen sind. Die Lüneburger Haide ist in den letzten Jahrzehnten systematisch aufgeforstet worden und man würde jetzt in den meisten Fällen hohe Gerüste brauchen, um die von Postament zu Postament gemessenen Gauss'schen Richtungen wieder zu gewinnen. Wenn man aber zu diesem Mittel überhaupt greifen muss und greifen kann, dann lassen sich damit auch bessere Konfigurationen gewinnen. Durchhaue in der Gauss'schen Art und Anzahl würden heutzutage zu den Unmöglichkeiten gehören, Kirchthurms-Einrichtungen, wie die von Langwarden, Varel, Zeven nicht als ausreichend solide angesehen werden; und auch auf den Kirchthürmen sind einzelne Richtungen (z. B. fast alle weiteren Richtungen in Zeven) jetzt zu gewachsen.

¹⁹⁾ Vergleiche „die Königlich Preussische Landes-Aufnahme“ vom Generalleutnant von Morozowicz. Erstes Beiheft zum Militär-Wochenblatt 1879. (Berlin bei E. S. Mittler.)

²⁰⁾ Es mag hier besonders darauf hingewiesen werden, dass ausser dem in längeren oder kürzeren Zeiträumen wechselnden Personal an Offizieren die Trigonometrische Abtheilung einige zwanzig fest angestellte Beamte, mit dem offiziellen Titel „Trigonometrer“ besitzt. Diese Beamten, aus hervorragenden Elementen des Oberfeuerwerker-Standes hervorgegangen, bilden mit ihrer Erfahrung, Energie und Pflichttreue einen Fonds solidester praktischer Arbeitsleistung.

Die pekuniären Mittel, alljährlich budgetmässig für die Landes-Aufnahme festgestellt ²¹⁾, sind jetzt derartig bemessen, dass zwar haushälterisch damit gewirthschaftet werden muss, dass aber nichts als nothwendig Erkanntes wegen finanzieller Beschränkung unterlassen zu werden braucht.

Die Technik der Instrumente hat sich in den letzten 50 Jahren wesentlich gehoben ²²⁾: Repetition und Nonien-Ablesung, wie Gauss sie hatte, sind überall verschwunden. Die wesentlich vereinfachten Heliotrope sind in grosser Zahl vorhanden und werden bei den Feldarbeiten von kommandirten Soldaten bedient: andere, als heliotropische Zielpunkte kommen bei der Haupt-Triangulation nur in ganz ausnahmsweisen Fällen vor. Hohe Holzgerüste zur Aufstellung der Instrumente, auf deren Anwendung bei Bildung des Dreiecksnetzes Gauss aus technischen Rücksichten eben so sehr, wie aus finanziellen verzichten musste, werden jetzt, nach langen Versuchen und Erfahrungen in dieser Richtung, so solide und fest gebaut, dass sie die Güte der Beobachtungen in keiner Weise beeinträchtigen, und kommen, wo das Terrain dazu zwingt, in grosser Zahl und bedeutender Höhe zur Anwendung. ²³⁾

Die Konfigurationen der jetzigen Hauptdreiecks-Systeme in Hannover sind auf der beiliegenden Tafel VI. dargestellt, welche gleichzeitig die Lage der Gauss'schen Gradmessung zu der neuen Haupt-Triangulation zeigt. ²⁴⁾

Die Gliederung der Hauptdreiecks-Systeme in »Ketten« und »Netze«, welche in erster Linie charakteristisch für die jetzige Anlage der Haupttriangulation der Trigonometrischen Abtheilung

²¹⁾ Das Budget der Landes-Aufnahme beträgt jährlich etwas über eine Million Mark. Die Trigonometrische Abtheilung hat in den letzten Jahren durchschnittlich je 170 000 Mark für die Feld-Arbeiten (excl. der fortlaufenden Beamten-Gehälter, Bureau-Kosten, Anschaffung und Instandhaltung von Instrumenten) ausgegeben.

²²⁾ Gegenüber der geringen Zahl von Instrumenten, über welche Gauss verfügen konnte, besitzt die Trigonometrische Abtheilung zur Zeit — ausser einigen älteren Instrumenten — 3 zehnzöllige Theodolite und ein zehnzölliges Universal-Instrument, 8 achtzöllige Theodolite und 2 achtzöllige Universal-Instrumente, 44 fünfzöllige Universal-Instrumente und 4 fünfzöllige Theodolite, 7 Nivellir-Instrumente.

²³⁾ Das auf Tafel VI. dargestellte „Wesernetz“ liegt — die Beobachtungshöhen auf den Kirchthürmen und die sämtlichen Anschlusspunkte aus den umschliessenden Ketten eingerechnet — durchschnittlich 21 m über dem Erdboden. Die 4 höchsten Signale sind Wöpfe, 23 m Beobachtungshöhe, 27 m Leuchthöhe (erhöhtes Gerüst zur Aufstellung des Heliotrops); Brillit, 22 m Beobachtungshöhe, 30 m Leuchthöhe; Brütterdorf, 22 m Beobachtungshöhe; Falkenberg, 20 m Beobachtungshöhe, 27 m Leuchthöhe.

²⁴⁾ Die Messung der Hannoverschen Kette, 1882 begonnen, wird im Sommer 1885 beendet werden. Für die beiden nächsten Jahre ist die Messung des Wesernetzes in Aussicht genommen. Letzteres wurde, wie dies gelegentlich in Aufsatz II. mitgetheilt ist, im Jahre 1883 mit Gerüsten rekognoscirt; die definitiven Signalbauten haben 1884 begonnen und werden 1885 zu Ende geführt werden. — Ueber die Methode und die Genauigkeit der Beobachtungen vergl. mehrere Abhandlungen des Herrn Oberst Schreiber in früheren Jahrgängen dieser Zeitschrift.

ist, hat Herr Professor Helmert auf der VI. Hauptversammlung des Deutschen Geometer-Vereins in einem Vortrage behandelt, der im VI. Bande dieser Zeitschrift (1877) abgedruckt ist. Auch die Konfiguration der Hannoverschen Kette ist — im XII. Bande dieser Zeitschrift (1883) — bei Gelegenheit der Besprechung der Basis-Messung bei Meppen von Herrn Professor Jordan bereits publizirt und besprochen worden. Es wird daher den Lesern der Zeitschrift im Allgemeinen bereits bekannt sein, dass bei der successive fortschreitenden Ausdehnung der Haupt-Triangulation der Trigonometrischen Abtheilung zunächst — anschliessend an die schon fertigen, feststehenden Dreiecks-Systeme — eine »Dreieckskette«, welche in weitem Bogen einen grösseren Landstrich umzieht, gemessen, und derart ausgeglichen wird, dass der Abschlussfehler in dem ganzen von ihr gebildeten Polygon nach der Methode der kleinsten Quadrate zur Vertheilung kommt. Die Kette bildet alsdann den festen, unveränderlichen Rahmen, innerhalb dessen nachher der von ihr umspannte Landestheil mit einem »Dreiecksnetz« überzogen wird.²⁵⁾ In sehr prägnanter Weise tritt auf der beigegebenen Tafel diese Anordnung bei der »Hannoverschen Kette« und dem von ihr gegen die »Elbkette« und die »Hannoversch-Sächsische Kette« abgeschlossenen »Wesernetz« in die Erscheinung.²⁶⁾ (Dass in gleicher Weise von der Hannoversch-Sächsischen Kette gegen die Elbkette das »Sächsische Dreiecksnetz« abgeschlossen wird, ist ebenfalls aus der Tafel noch ersichtlich.) Durch die Einfügung der Göttinger Basis in die Hannoversch-Sächsische Kette und der Meppener Basis in die Hannoversche Kette wird die Uebertragung der Längen der Dreiecksseiten durch die Winkelmessung wiederholt kontrollirt bezw. korrigirt.

Einige weitere Gesichtspunkte, welche für die Führung der Ketten massgebend sind bezw. gewesen sind, mögen hier noch kurz angedeutet sein.

Mit Rücksicht auf die allmähliche, partielle Ausgleichung ist es theoretisch erwünscht, die Ketten möglichst lang zu machen. Dem steht aber — bei dem Ineinandergreifen des ganzen Triangulirungs-Geschäftes innerhalb der Abtheilung — die praktische Nothwendigkeit gegenüber, für die nachfolgende Detail-Triangulation immer rechtzeitig die Grundlage definitiv ausgeglichener Hauptdreieckspunkte bereit zu stellen.

Die Ketten an den Landes-Grenzen entlang, und im Inneren des Landes in annähernd gleichen Abständen von einander zu führen, würde nach der ganzen Anlage der Haupttriangulation die zweckmässigste Anordnung im Grossen sein. Dafür sind aber die Gestalt und das Relief des Seitens der Trigonometrischen Abtheilung zu

²⁵⁾ Vergl. Note 30 bei Aufsatz II.

²⁶⁾ Die auf der Tafel VI. mit der Signatur für Netzkonfiguration gezeichneten 4 Dreiecke des „Niederländischen Anschlusses“ werden nicht mit in die Ausgleichung der Hannoverschen Kette hineingezogen, sondern besonders ausgeglichen.

bearbeitenden Gebietes ²⁷⁾ nicht günstig: eine so systematische Anordnung der Ketten, wie Frankreich und Spanien sie besitzen, ist darin nicht erreichbar. Ueberhaupt aber sind — in Folge der geschichtlichen Entwicklung der preussischen Haupt-Triangulation ²⁸⁾ — die beiden Systeme Hannoversch - Sächsische Kette - Sächsisches Netz und Hannoversche Kette - Wesernetz bisher die einzigen, deren Anlage von vorneherein den im Eingange dieses Aufsatzes behandelten, praktischen und wissenschaftlichen Zwecken der Triangulation angepasst werden konnte. Das System ²⁹⁾ Hannoversche Kette - Wesernetz, das grössere von beiden, umfasst fast ganz Hannover, ausserdem das Grossherzogthum Oldenburg, das Fürstenthum Lippe und den nördlichsten Theil von Westphalen, im Ganzen einen Flächenraum von ca. 1000 Quadratmeilen. —

Gauss' Gradmessung diente im Wesentlichen nur der wissenschaftlichen Forschung und wurde, soweit es nebenher anging, auch für praktische Zwecke nutzbar gemacht; die hannoversche Landesvermessung wurde überhaupt nur für praktische Zwecke, und zwar niederen Ranges, unternommen; beiden, an Werth sehr ungleichen Triangulationen fehlte der einheitliche Zusammenhang. Durch die jetzige Arbeit wird eine einheitliche Haupttriangulation in Hannover geschaffen, bei welcher vermöge der höher entwickelten Mittel auch vollendetere praktische Leistungen in Aussicht stehen, und die nach ihrer ganzen Anlage sowohl praktischen Zwecken jeder Art, wie auch als Grundlage für wissenschaftliche Forschungen dienen soll und dienen kann.

Man wird nicht geringschätzig auf die Leistungen früherer Jahrzehnte herabsehen dürfen, weil man praktisch jetzt Höheres erreicht; und wenn auch aus der genaueren Kenntniss und Prüfung von Gauss' praktisch-geodätischer Arbeit hervorgeht, dass sie keineswegs heute noch als Muster und Vorbild gelten kann, so ist doch dabei zu bedenken, dass ohne Gauss auch praktisch heute das nicht geleistet werden würde, was geleistet wird. Seine praktische Arbeit bildet eine Stufe der Entwicklung, in der — hoffentlich und wahr-

²⁷⁾ Vergl. Note 1.

²⁸⁾ Bei Begründung des „Bureaus der Landes-Triangulation“ 1865 wurden im Osten der preussischen Monarchie 7 schon vorhandene Dreiecksketten (vergl. Triangulation der Umgegend von Berlin. Einleitung Seite 6, 7) als brauchbar für die neue Triangulation acceptirt. Diese Ketten waren zwischen 1832 und 1865 ohne einheitlichen Plan und Zweck gemessen. Die Ausfüllung der Lücken zwischen diesen Ketten, sowie die zunächst isolirten Triangulationen von Schleswig-Holstein 1869 und von Elsass-Lothringen 1876, deren baldige Ausführung behufs schneller topographischer Aufnahme dieser neu erworbenen Landestheile nothwendig wurde, haben bis 1879 hin die für die Haupt-Triangulation disponiblen Kräfte in Anspruch genommen. Nach 1880 ist mit der neuen Haupt-Triangulation in Sachsen und Hannover systematisch vorgegangen, wie dies aus den Jahreszahlen der Tafel VI. bzw. Note 24 hervorgeht.

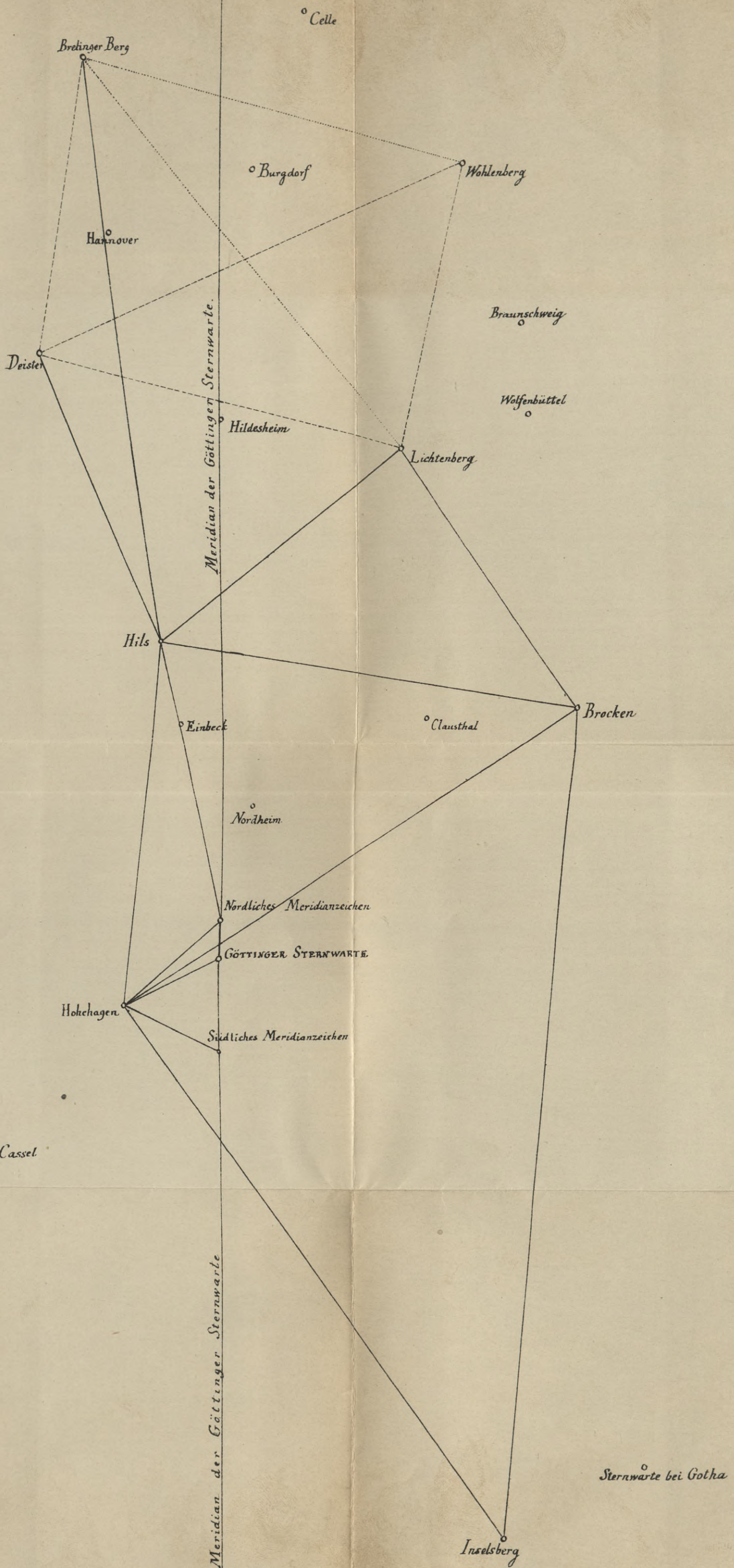
²⁹⁾ Die Hannoversche Kette besteht, wie die Tafel zeigt, aus einfach an einander gereiheten Dreiecken. (Vergl. Schluss des Aufsatz II.) Im Wesernetz wie in allen Netzen, ist von der Herstellung durchweg geschlossener Dreieckskonfigurationen abgesehen und nur auf die Schnittbestimmung der Punkte Werth gelegt.

scheinlich — auch die Leistungen unserer Zeit nach weiteren 50 Jahren überholt sein werden: zu ihrer Zeit war sie weit hervorragend über Vorhergehendes und Gleichzeitiges. Historisch aber wird die Gradmessung immer interessant bleiben als die Anregung und Veranlassung zu jenen theoretischen Arbeiten des »Princeps mathematicorum«, welche grundlegend für das ganze Gebäude moderner Geodäsie geworden sind.









Photolithographische Nachbildung einer Handzeichnung von Gauss. Zum Arbeitsbericht pro 1821.
Die gestrichelten und die punktierten Linien sind im Original roth.





Das Dreiecksnetz der Gauß'schen Gradmessung.

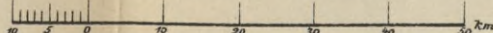
Bedeutung der Signaturen.

- Hauptsystem.
- Grenze zwischen der Gradmessung 1821-1823 und deren Fortsetzung bis Jever-Varel 1824-1825.
- Kreuzungs-Kontrollen.
- Nachträglich verroffene Richtungen.
- Nachträglich konstatierte Richtungen.
- Mit Durchbau gewonnene Richtungen.
- 1822. (6). Sechste Station des Jahres 1822.
- E. Punkt aus der Triangulation des Oberst. Epailly 1804-1805.

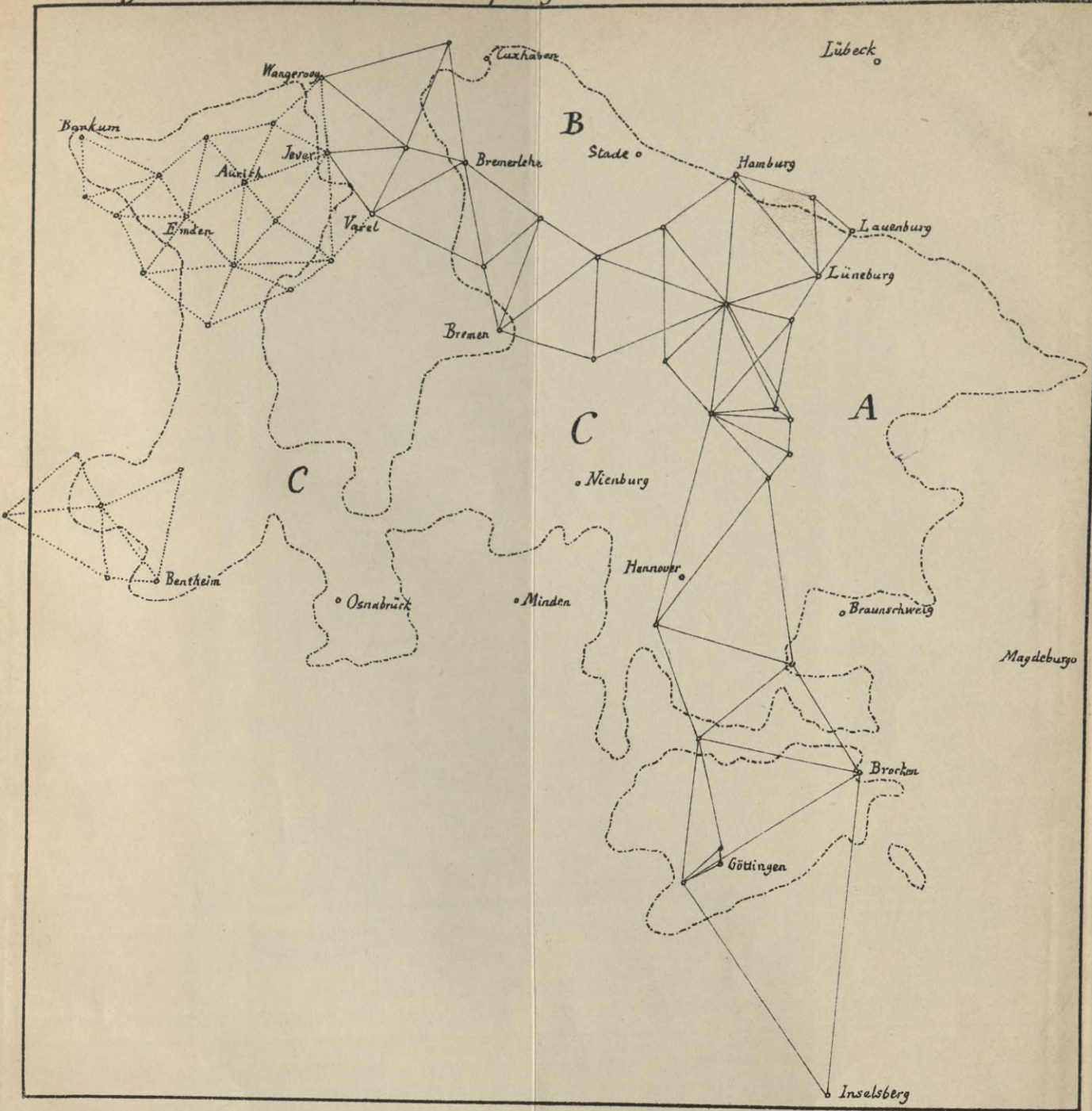
Stand der Rekognoscirung Juni 1822.



Masstab = 1:1000000.







Autographische Nachbildung einer Handzeichnung von Gauss zum Bericht an das Cabinets-Ministerium vom 21. November 1827.
 B. Die Grenze des Königreiches ist im Original roth gezeichnet; ebenso die Buchstaben A, B, C.



S - 98

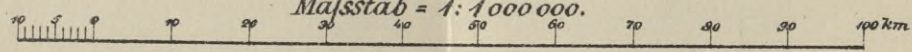
30-1



Oldenburg.

— Dreiecke der Gradmessung 1824-1825.
 - - - Triangulation, in Westphälischen " 1829, 1830, 1831.
 . . . Abgrenzungen der in den einzelnen Jahren ausgeführten Messungen.
 Die den Dreiecken eingeschriebenen Zahlen beziehen sich auf eine im Text behandelte Mittheilung von Gauss an von Schrenck in Oldenburg 1835.

Masstab = 1:1 000 000.

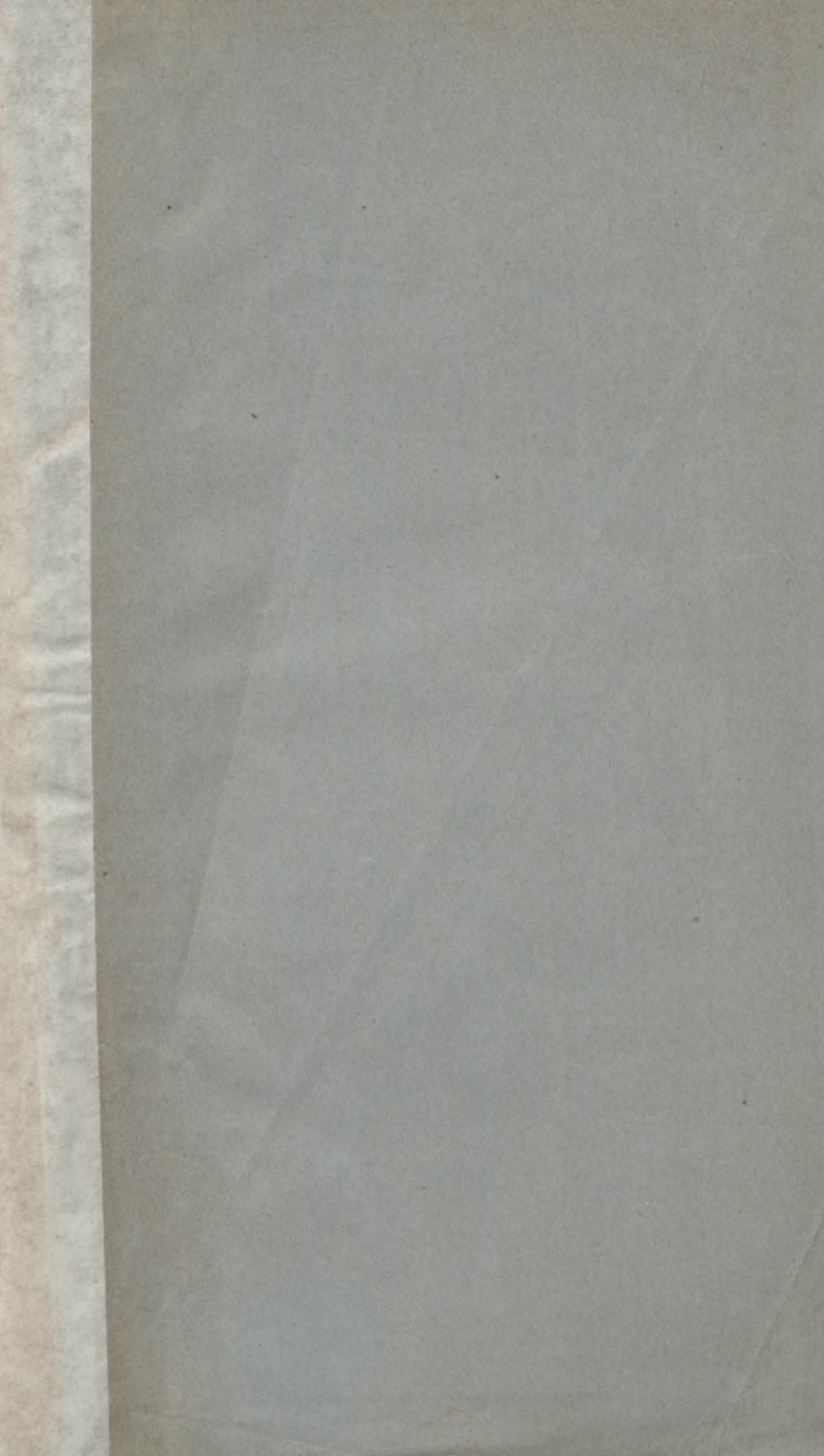




BIBLIOTEKA

KRAKÓW

*
Politechniczna



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000299140