Der

Geodätische Tachygraph

und der

Tachygraph-Planimeter.

Instrumente

zur schnellen und genauen graphischen Construction der aus den Daten einer Theodolit-Vermessung herzustellenden Detailpläne, sowie zur Ausmittlung der Flächeninhalte.

Nebst

Studien über die Libelle und das umlegbare Nivellir-Fernrohr.

Von

Josef Schlesinger,
o. ö. Professor der descriptiven und praktischen Geometrie an der k. k. Hochschule für Bodencultur in Wien.

Mit 8 Holzschnitten und 2 Tafeln.

Wien, 1877.
Verlag von Faesy & Frick
k. k. Hofbuchhandlung.

Der

Geodätische Tachygraph

und der

Tachygraph-Planimeter.

Instrumente

zur schnellen und genauen graphischen Construction der aus den Daten einer Theodolit-Vermessung herzustellenden Detailpläne, sowie zur Ausmittlung ihrer Flächeninhalte.

Nebst

Studien über die Libelle und das umlegbare Nivellir-Fernrohr.

Von

Josef Schlesinger,
o. ö. Professor der descriptiven und praktischen Geometrie an der k. k. Hochschule für Bodencultur in Wien.

Mit 8 Holzschnitten und 2 Tafeln.

Wien, 1877.
Verlag von Faesy & Frick
k. k. Hofbuchhandlung.

Inhalt.

A.

Der Geodätische Tachygraph.*

(Patent Schlesinger.)

Ausgeführt in der mechanischen Werkstätte für mathematische Instrumente des C. Schneider, Währing bei Wien, Martinstraße 32.

Zweck des geodätischen Tachygraphen.

Die Feldmeßkunst hat durch die Einführung des Theodoliten in ihre praktischen Arbeiten eine wesentliche Vervollkommnung erfahren, nur wollte es noch nicht gelingen, den Theodolit auch zur Aufnahme der Detailpunkte, diese im engsten Sinne des Wortes genommen, mit Vortheil zu verwenden, weil es an einem Instrument fehlte, mit dem dieselben unmittelbar aus den Theodolitdaten, ohne Zuhilfenahme von Rechnungen, schnell und genau hätten in die Pläne eingetragen werden können. Der Theodolit kann also wohl zur Anlage eines weit zum Detail herabreichenden Polygon- oder Dreieck-Netzes dienen, an deren Seiten das Detail durch die bekannten linearen Einmessungen anzubinden ist; ein eigentlicher Detailmesser aber kann er insolange nicht mit Vortheil werden, als nicht ein zweckmäßiger Apparat für die Anfertigung der Plan-Construction aus den irgendwie erhaltenen Felddaten geschaffen wird.

Die derzeit bekannten Mittel, welche auf dem Papiere das Zeichnen der Winkel nach Gradmaß-Angaben gestatten, sind Transporteure und Sehnenmaßstäbe. Die ersteren wären verwendbare Winkelzeichner, wenn sie nur vollkommener construirt wären; allein man ist trotz vielfacher Versuche, zweckmäßige Transporteure zu bauen, immer daran gescheitert, zwei wesentliche

* Erste Publication im „Centralblatt für das gesammte Forstwesen", December 1875 u. ff.

Eigenschaften gleichzeitig zur Geltung zu bringen; nämlich die Winkel erstens genau und zweitens schnell zu construiren. Gestattet der Transporteur eine genaue Winkel-Construction, so ist die Manipulation umständlich und für die Darstellung vieler Winkel zu mühsam, wovon uns etwa der Adam'sche vollkreisige Transporteur ein Beispiel liefert; wenn aber wieder die Arbeit halbwegs förderlich von Statten geht, wie zum Beispiel bei den in den Bureaux der k. k. österreichischen General-Inspection für Eisenbahnbauten in Verwendung stehenden Transporteuren, dann gewähren sie wieder nur eine geringe Genauigkeit, namentlich wegen der nicht genügend scharfen Centrirung über einem gegebenen Zeichnungspunkte, wegen der mehr oder weniger Einfluß zeigenden Excentricität der Ziehkante und noch einigen anderen Ursachen mehr.

Die Sehnenmaßstäbe haben wieder die Uebelstände, durch das nothwendig werdende Ziehen von Kreisbogenstücken die Arbeit zu erschweren und die Genauigkeit zu gefährden.

Es handelt sich also namentlich darum, eine Construction der Winkelzeichnungs-Instrumente zu ersinnen, welche gleichzeitig den beiden vorerwähnten Hauptanforderungen gerecht zu werden vermag.

Vergegenwärtigen wir uns einigermaßen die Consequenzen, die aus einem praktischen und vollkommenen Winkelzeichnungs-Apparate fließen würden.

Denken wir uns also in den Fall, daß wir bereits im Besitze eines Instrumentes wären, mit dem schnell und genau die Constructionen durchgeführt werden könnten, so dürften wir auf dem Felde gar kein Bedenken tragen, Detailpunkte in beliebiger Menge mittelst des Theodoliten durch Rayoniren und Messen, durch Seitwärtsabschneiden, sowie durch Rayoniren und Schneiden aufzunehmen. Denn zu Hause könnten auf dem Zeichnenblatte, auf welchem die mit Hilfe von Coordinaten aufgetragenen Netzpunkte vorhanden sind, die von diesen Punkten ausgehenden Strahlen und kurze Polygone in der geringsten Zeit und vollkommen scharf gezeichnet werden, wodurch die Detailpunkte theils durch Auftragen gemessener Längen, theils durch den Schnitt sicherer Rayons, sich mindestens eben so genau ergeben würden, als wenn diese Punkte in der sonst üblichen Art linear eingemessen und wie bisher in das trigonometrische Netz eingetragen worden wären. Bedenken wir nur, welcher Umsicht des Feldmessers es bedarf, mit dem triangulirten Netze letzter Ordnung das Detail unter allen und oft recht schwierigen Verhältnissen, bloß durch lineares Einmessen zu verbinden; vergessen wir nicht, wie auf dem Zeichnenblatte all' das Eingemessene mühsam eingetragen werden muß, wie oft Zirkel und Maßstab zur Hand zu nehmen, wie oft die kurzen Ordinaten zu ziehen und ihre Längen aufzutragen sind — und wir müssen zugeben, daß uns da ein guter und schneller Winkelzeichner die Arbeit ungemein erleichtern und vereinfachen würde. Wenn wir ferner mit dem vervollkommneten Winkelzeichner noch zweckmäßige Einrichtungen für das Auftragen von Längen und das Errichten der Ordinaten anbringen könnten, so wird es denkbar, daß das ganze Detail einer beliebig großen Aufnahme, ohne Rechnung, ohne Zirkel, ohne Dreieck, in größter Schärfe zeichnenbar wäre. Dann aber könnte der Geometer auf dem Felde ganz andere Dispositionen in der Detailvermessung treffen. Er könnte mit dem Theodoliten rücksichtslos in das Detail hineinarbeiten, geradeso wie es sonst mit dem Meßtische geschieht; denn er wüßte ja, daß ihm ein genaues Winkelzeichnen weder schwierig noch zeitraubend wird. Rayoniren und Schneiden, diese herrliche Operation auf dem Meßtisch, wäre rücksichtlich des Details auch dem Theodoliten erschlossen — und welche Ersparniß an Zeit, welche Genauigkeit der Arbeit, welcher Rechts- und Zukunftswerth käme einer solchen Aufnahme zu! Wie rasch wird auf dem Felde mit einem kleinen handsamen Theodoliten manipulirt; ist die Axe vertical über den Standpunkt gestellt, so steht das Instrument schon meßgerecht da. Bei dem jedenfalls schwerfälligen Meßtische, für dessen Transport mindestens um eine Person mehr als für den eines leichten Theodoliten erforderlich ist, wird das meßgerechte Aufstellen durch die Orientirung der Tischplatte verlangsamt; sodann geht das Visiren mit der Kippregel nicht so schnell wie jenes mit dem Theodoliten, weil bei ersterem immer die Aufmerksamkeit auf das Anlegen der Ziehkante gerichtet werden muß — mithin kann man ganz bestimmt behaupten, daß mit einem Theodoliten, sobald man mit ihm ebenso unbeschränkt arbeiten kann, wie mit einem Meßtische, die Feldaufnahme weit rascher zu Ende geführt wird als mit einem Meßtische.

Die Theodolit-Aufnahme wird aber auch auf dem Plane genauer, als jene des Meßtisches. Die im Feldbuche notirten Winkel werden zu Hause, entweder direct aus den Ablesungen oder allenfalls aus den Azimuten der Winkelschenkel mit dem Winkelzeichner genau construirt. Die Orientirungen der Zeichnungsfläche, wie sie bei dem Meßtische auf dem Felde nothwendig werden, entfallen zu Hause gänzlich, und eine Belastung des Zeichnenblattes durch den Zeichner, die manchmal eintritt, um mit dem Auge der Stelle nahe zu kommen, wo die Ziehkante des Winkelzeichners angelegt wird, ist ohne nachtheiligen Einfluß für die Genauigkeit. Nicht so ist es bei dem Meßtische, denn dort geschieht es nicht selten, daß entweder die horizontale Lage der Tischplatte und hiedurch ihre Orientirung gestört wird, oder daß die Rayons nicht mit völliger Accuratesse durch den betreffenden Tischpunkt gehen. Rechnet man den beträchtlichen Zeitaufwand, um auf dem Blatte einer Meßtischaufnahme außer den durch Rayoniren und Schneiden erhaltenen Punkten noch jene Menge von Punkten einzuzeichnen, die nicht durch Meßtischoperationen bestimmt werden, und fügt man dem das Plus an Zeiterforderniß bei, welches der Meßtisch auf dem Felde gegenüber einem Theodoliten erfordert, so sieht man ein, daß die combinirte Detailaufnahme mit einem Theodoliten und mit einem vollkommenen Winkelzeichner die beiden erwähnten Zeitquantitäten zur raschen Ausfertigung des Planes verwenden kann und daß demzufolge eine Theodolit-Detailaufnahme, inclusive der mit einem brauchbaren Winkel- und Maßzeichner ausgeführten Kartirung, kaum mehr Zeit und Kosten in Anspruch nehmen wird, als bisher eine Meßtischaufnahme sammt Kartirung erforderte.

Zudem besitzt aber bekanntlich die theodolitische Detailaufnahme noch zwei Vortheile gegenüber einer Meßtischaufnahme: Man kann aus ihren Daten mit Zugrundelegung einer richtigen auch für eine Meßtischaufnahme unentbehrlichen Feldskizze jederzeit einen neuen Originalplan in jedem Verjüngungsverhältniß anfertigen, dann aber sind die verläßlichen Theodolit-Daten glaubwürdige und genaue Urkunden für eventuelle zukünftige Grenzstreitigkeiten.

Entstehung des geodätischen Tachygraphen.

Es dürfte die Entstehung dieses Instrumentes einiges Interesse erwecken.

Im September des Jahres 1875 ging mich der Mechanikus Herr E. Schneider an, mit ihm die Construction eines für forstliche Zwecke verwendbareren Bussolen-Instrumentes zu berathen, weil er einige vortheilhafte Anordnungen dabei anzubringen gedächte. Ich hielt auf die im Vermessungswesen noch oft genug in Anwendung stehenden Bussolen nicht viel, weil ja die Genauigkeit so Manches zu wünschen übrig läßt, und sprach die Meinung aus, wenn schon irgendwelche Verbesserungen anzubringen wären, so müßte unter allen Umständen eine größere Sicherheit im Ablesen des Nadelstandes angestrebt werden. Dazu würde ich ein einfaches Ablese-Mikroskop mit einem radial zum Bussolenkreis stellbaren Faden vorschlagen, welcher bei dem Ablesen den Nadelindexstrich auf die Kreistheilung verlängert. Dadurch könnte jede Parallelaxe im Sehen beseitigt und der Nadelstand viel schärfer angegeben werden. Der Verwirklichung dieser Idee standen große Schwierigkeiten entgegen. Benützt man einen Theodolit mit Aufsetzbussole, so gestattet das Instrument das Durchschlagen des Fernrohres nicht, bleibt man aber bei der alten Construction der Bussole, so stehen die Fernrohrträger im Wege, um ein Mikroskop anzubringen, welches ungehindert um die Verticalaxe rotiren kann.

Alle die mannigfaltigen Hindernisse wurden nach und nach glücklich überwunden und es entstand ein Bussolen-Theodolit, bei welchem mit einem Mikroskope der Stand der Magnetnadel bei jeder beliebigen Stellung des Bussolenkreises ablesbar ist, welcher zugleich auf demselben Kreise das Ablesen an feststehenden Nonien zuläßt u. dgl. mehr, wie ich dies in einer folgenden Arbeit ausführlich beschreiben werde — nur ein Umstand trat mir bedenklich vor die Augen: das Entfallen der Zulegeplatte, mit welcher in bekannter Weise auf einem orientirten Meßtischblatte die aufgenommenen Winkel gezeichnet werden.

Wenn auch mit dem verbesserten Bussolen-Instrumente die Winkel genauer als wie bisher erhalten werden, so schien mir die Genauigkeit doch nicht groß genug zu sein, daß sie die Mühe der Rechnung lohnen würde, um die bisher mit der Zulegeplatte gefundenen Punkte durch berechnete Coordinaten zu fixiren. Ich ging daher mit dem Gedanken um, ein Verfahren zu finden, durch welches dennoch die Winkel ohne großen Zeitaufwand und zwar entsprechend der höheren Genauigkeit ihrer Aufnahme gezeichnet werden könnten.

Zuerst schlug Herr Schneider vor, ein Lineal mit Bussole zu construiren, welches die Zulegeplatte ersetze, dabei sollte vom Bussolen-Theodolit die Nadel abgehoben und auf den Stift der Zeichnungs-Bussole aufgesetzt werden. Wiewohl viele Bedenken gegen diese Construction auftauchten, so war doch eines besonders schwerwiegend, nämlich der Verlust der durch die verbesserten Nadelstand-Ablesungen erzielten Genauigkeit, weßhalb ich auch hier eine größere Ablesegenauigkeit herbeizuführen suchte.

Das Drehen des Bussolen-Lineales in eine Stellung, bei welcher der Nadelindex mit einem Limbus-Theilstrich coincidirt, schien mir leicht durchführbar, nur das Drehen um wenige Minuten über diese Lage hinaus war nicht sicher genug zu bewerkstelligen. Nach einigen Projecten verfiel ich darauf, ein Linealende nach einem Kreisbogen von gewissem Radius abzurunden, einen separaten nur wenige Grade umfassenden in Grade und Unterabtheilungen getheilten Bogen auf einem Metallstreifen anzufertigen, am abgerundeten Linealsende einen Nonius dazu anzubringen, jedesmal den Streifen an den Nonius anzulegen und das Lineal um die gegebene Anzahl von Minuten weiter zu drehen. Dieser nur beiläufigen Construction folgte baldigst in der Idee die Einrichtung nach, auch am zweiten Linealende einen solchen Bogen anzulegen, aus beiden Bogen wurde schließlich ein voller Kreis und das Instrument bestand sonach aus einem hohlen im Gradmaße getheilten Kreise und einem in diesem Kreise als Durchmesser drehbaren Lineale mit diametralen Nonien. Die Sicherheit der Drehung erheischte, daß das Lineal in möglichst langem Bogen den hohlen Kreis berühre, wodurch eine im Limbus bewegliche Scheibe oder Alhydade mit einer in einem Durchmesser liegenden Ziehkante entstand.

Die den Limbuskreis tragende Scheibe mußte nach außen abgegrenzt werden; da lag nun der Gedanke sehr nahe, eine quadratische Form zu wählen und einen rechtwinkligen Leitrahmen zu construiren, in welchem die Limbusplatte auf- und abgeschoben werden könnte, den Rahmen selbst aber wieder an einem festliegenden Lineale weiter zu schieben. Dadurch wird es nicht blos möglich, die Ziehkante im Limbus nach gegebenem Gradmaß gegen die Kante des Lineales oder gegen die Kante des Leitrahmens zu stellen, sondern man kann auch parallele gerade Linien zeichnen.

Eine einfache Erwägung zeigte mir, daß ich durch diese Anordnung die Magnetnadel vollständig ersetzen kann. Wäre beispielsweise auf einem Tischblatte der Magnetstrich angegeben, so würde man zuerst die Alhydade drehen, bis die Ablesung 0^0 180^0 entsteht; darauf würde man den Rahmen so vorschieben, bis die Ziehkante am Magnetstrich anliegt und wenn jetzt das Lineal an die eine Rahmenschiene angelegt, auf dem Tischblatte festgeschraubt und der Rahmen am Lineale, die Limbusplatte aber im Rahmen verschoben würde, so könnte man auf dem Tischblatte eine Parallele zum Magnetstrich zeichnen wo man will und durch Drehung der Ziehkante Gerade herstellen, welche zum Magnetstrich die auf dem Felde an der Bussole abgelesenen Neigungsmaße erhielten.

Wenn man noch überdies am Lineale eine Theilung zur meßbaren Verschiebung des Leitrahmens und am Leitrahmen eine Theilung zum meßbaren Verschieben der Limbusplatte anbringen würde, so müßten sich noch manche andere nützliche Aufgaben construiren lassen, und wenn die Durchführung des Instrumentes eine subtile wird, so muß dasselbe überhaupt geeignet werden, die genauesten Winkelconstructionen auf der Zeichnungsfläche auszuführen.

Ich forschte jetzt den verschiedenen Bedürfnissen bei geodätischen Constructionen nach und suchte solche Anordnungen der Mechanismen herbeizuführen, durch welche fast allen graphischen Anforderungen genügt wird. In der Durchführung der Formen der einzelnen Bestandtheile waren der Mechaniker Herr Schneider und mein Assistent für Geodäsie, Herr Theodor Tappla, in verdienstlichster und mich zu vollstem Dank verpflichtender Weise thätig. Durch die vereinten Bemühungen ist ein Instrument zu Stande gekommen, welches eine genaue und schnelle graphische Darstellung der Aufnahmen ermöglicht wie nie zuvor und daher geodätischer Tachygraph genannt werden kann.

Beschreibung des geodätischen Tachygraphen.

Der Tachygraph (Fig. 1, Tafel 1, zeigt ein minder vollständig, Fig. 2 aber ein vollständig eingerichtetes Exemplar) soll im Wesentlichen folgenden Hauptzwecken genügen:

a) Man soll mit ihm die rechtwinkligen Coordinaten der Triangulirungspunkte in das Sectionsrechteck eintragen können.

Dieser Zweck wird erreicht, wenn man das Fuß- oder Basislineal B am Zeichnungsbrett in geeigneter Lage festschraubt, wenn man es mit einer Längentheilung versieht, wenn man dem Leitrahmen R_1 R_2 R_3 R_4, welcher längs der Basis B verschoben wird, einen zur Längentheilung M gehörigen Nonius, den Fußnonius N gibt, wenn man mit der einen zum Fußlineale senkrechten Schiene R_1 des Leitrahmens eine Pikirspitze S_1 verbindet, die sich senkrecht zur Richtung der Basis des Tachygraphen auf dem Leitrahmen R_1 verschieben läßt und wenn man endlich auf diesem Rahmen einen Maßstab M_1 mit Nonius N_1 anbringt, durch welchen die Größe der Verschiebung der Pikirspitze meßbar ist.

b) Man soll mit ihm an jeder Stelle der Zeichnungsfläche gerade Linien zeichnen können, deren Neigung gegen die Basis oder die dazu senkrechte Richtung eine gegebene ist.

Dazu dient ein passend eingerichteter quadratischer Limbusrahmen, der im Innern des Leitrahmens senkrecht zur Basis verschiebbar ist. Im Limbusrahmen dreht sich auf einer Führung der Alhydadenkreis, mit einer genauen Kreistheilung versehen, zu welcher ein Orientirungs-Nonius n gehört, der mit dem Limbusrahmen in fester Verbindung steht.

Mit dem Alhydadenkreis A ist ein Lineal L mit einer Ziehkante Z verbunden. Die Bezifferung der Theilung des Alhydadenkreises und die Stellung des Orientirungs-Nonius n ist so angeordnet, daß die Ziehkante Z auf der Basis senkrecht steht, wenn die Ablesung am Nonius n Null ist.

c) Man soll Punkte durch rechtwinklige Coordinaten, welche sich auf eine beliebige Aufnahmsgerade beziehen, darstellen können.

Um diese Construction auszuführen, ist (Fig. 2) längs des Limbuslineales L ein rechtwinkliges Dreieck, der Läufer l, verschiebbar. Das Limbuslineal L erhält eine Theilung M_2, der Läufer einen dazu passenden Nonius N_2, den Ziehkanten-Nonius, um die Läuferverschiebung zu messen.

Auf dem Läufer l senkrecht zur Ziehkante Z ist die Führung für eine Pikirspitze S_2 angebracht, welche stets in einer zu Z senkrechten Richtung sich bewegt. Eine Läufertheilung M_3 und ein Läufer-Nonius N_3 ermöglichen es, die Größe der Verschiebung der Pikirspitze zu ermitteln.

d) Der Tachygraph soll ein Planimeter sein, mit dem äquidistante Ordinaten addirt werden.

Zu diesem Zwecke ist (Fig. 2) der Maßstab M_1 auf dem Leitrahmen R_1 senkrecht zur Basis verschiebbar, während der Nonius N_1 nach des Geometers Belieben entweder feststehen bleibt, wenn der Maßstab M_1 verschoben wird, oder mit dem Maßstabe M_1 die Bewegung mitmacht. Nachdem der Maßstab M_1 an seinem unteren Ende eine Pikirspitze S besitzt, so ist es möglich, mehrere Längen durch Entfernung der Spitzen S und S_1 von einander zu addiren. Das äquidistante Verschieben des Leitrahmens wird am Fußlineale bewirkt.

e) Der Tachygraph soll ein Planimeter werden, um den Flächeninhalt von beliebig gestalteten Polygonen durch bloßes Umfahren mit der Ziehkante der Alhydade aus der Differenz zweier Ablesungen zu erhalten.

Dieser Zweck wird erreicht, wenn man mit Hilfe eines auf dem Limbusrahmen angebrachten Riegels den Limbusrahmen mit dem Nonius N_1 verbinden und dadurch die Größe der Verschiebung messen kann. Das Umfahren besteht in dem Anlegen der Ziehkante an die Polygonsecken nach dem Principe der Figurenverwandlung und das Resultat zeigt die Basis eines Dreieckes von gewählter Höhe an, welches mit dem Polygone flächengleich ist.

Detail eines vollständigen geodätischen Tachygraphen.

Das Zeichnungsbrett für den Gebrauch des geodätischen Tachygraphen muß in der Längenrichtung wenigstens um die Breite des Tachygraphen größer sein, damit noch bei der Arbeit an dem äußersten Papierrande des Blattrechteckes das Instrument eine sichere Auflage findet. Außerdem ist das Brett mit Unterleisten zu versehen, damit es wegen der Befestigungsklammern des Basislineales von der Ebene des Zeichnungstisches einen genügenden Abstand erlange. Oder man wählt einen gewöhnlichen Arbeitstisch und legt ein ebenes Reißbrett über die Tischplatte derart, daß die dem Zeichner zugewendete Seite des Reißbrettes etwas vor dem Tischrande vorsteht.

Das Fußlineal oder die Basis B, wenigstens 1m. lg., 8cm. br., von mäßiger Dicke, wird mit zwei Klemmen, ähnlich den Zwingen der Tischler, am Zeichnenbrette festgeklemmt; es besitzt eine Theilung von Centimeter zu Centimeter mit längeren Strichen und ist jeder Centimeter mit kürzeren Strichen in fünf gleiche Theile getheilt.

Der Tachygraph soll bei verschiedenen Verjüngungsverhältnissen der Zeichnungen anwendbar sein. Bei jedem besonderen Verjüngungsverhältniß wird ein Centimeter der Theilung einem anderen Feldmaße entsprechen, daher müssen die Centimeterstriche bei anderen Verjüngungsverhältnissen auch anders beziffert werden. Um die verschiedene Bezifferung zu ermöglichen, wird in das Lineal längs der Theilung eine im Querschnitte rechteckige Nuth eingehobelt, in die sich mehrere Schienen, sogenannte Ziffernsätze einschieben lassen, auf welchen die Bezifferungen angebracht werden. Jede Schiene kann, wie leicht einzusehen ist, vier verschiedene Bezifferungen enthalten und wird auf jeder derselben das Verjüngungsverhältniß beigesetzt. Auch alle Abschiebelineale lassen sich mit dieser Einrichtung versehen.

In der Praxis sind die Verhältnisse 1 : n. 500 am gebräuchlichsten, d. i. (n. 500)cm. auf dem Felde gleich 1cm. in der Zeichnung, oder was dasselbe ist: n. 5m. Feldmaß = 1cm. Zeichnungsmaß. Ist z. B. n = 4, so ist n. 5m. = 20m., folglich steht längs einer Kante des Ziffernsatzes die Angabe: 20m. = 1cm. und man sieht in Abständen von je ein Centimeter die Zahlen: 20, 40, 60, ... aufgeschrieben.

Die Nuth ist an einigen Stellen seitlich mit schwachen Federn ausgerüstet, damit der Ziffernsatz gegen unabsichtliche Verschiebung geschützt ist.

Die Verschiebbarkeit der Bezifferung bietet noch einen zweiten Vortheil, nämlich den, daß der Nullpunkt der Theilung in jeden beliebigen Centimeter-Strich verlegt werden kann.

Das Fußlineal B muß für den Leitrahmen eine solide Führung bilden, daher muß man im Stande sein, dem Leitrahmen auch eine

Feinbewegung zu geben. Man läßt deßhalb von der Fußschiene R_1 dieses Rahmens zwei Uebergriffe U_1 U_2 auf das Lineal herüberreichen. Damit das Lineal genug Körper für das Anlegen der Haken der Uebergriffe besitze, ist auf die der Theilung gegenüberstehende Seite eine Schiene fest aufgeschraubt. Zwischen der Hakenfläche und diese Schiene ist eine elastische Feder eingelegt, damit der Leitrahmen jederzeit genau am Lineale anliegt.

Mit dem einen Uebergriff U_1 steht (Fig. 2) die Spindel eines Mikrometerwerkes in Verbindung, dessen Klemmschraube bei K sich befindet. Ist diese Klemme gelüftet, so verschiebt sich der Klemmkörper mit dem Leitrahmen, ist aber der Klemmkörper an das Lineal angepreßt und dreht man an der Mikrometerschraube, so wird der Leitrahmen noch die gewünschte feine Verschiebung erfahren.

Bei der einfachen Form des Tachygraphen (Fig. 1) fehlt das Mikrometerwerk. Die feine Einstellung erfolgt aus freier Hand. Die Uebergriffe werden durch eigene Klemmen festgestellt.

Der Leitrahmen, auch Orientirungsrahmen genannt, besteht aus vier Schienen, von welchen die Schiene links R_1, die obere R_2, die Schiene rechts R_3 und die untere R_4 oder Fußschiene genannt werden soll.

Die Schienen R_2, R_3, R_4 werden aus einer Tafel Blech so herausgeschnitten, daß keine Verbindung durch Schrauben an den rechtsseitigen Ecken nothwendig und daher eine Deformation des Rahmens nicht leicht denkbar ist. Die Schiene R_1 ist von dem im Schnitt ab ersichtlich gemachten Profil. Die linksseitige Abschrägung liefert eine zum Ziehen von Linien benützbare Kante, die rechtsseitige vertical aufsteigende Fläche muß mit der größten Sorgfalt eben gehobelt sein, da sie als Führungsfläche für den Limbusrahmen dient.

Die Ziehkante der Schiene R_1 muß zur Führungsfläche genau parallel liegen.

Auf der unteren Seite ist die Leitschiene R_1 hohl gehobelt und liegt nur mit der Ziehkante am Papier auf. Damit aber auch die übrige Last der Schiene eine Unterstützung finde, sind in dem unten ausgehobelten Raum an einigen Stellen kreisrunde Elfenbeinscheibchen angebracht, mit welchen die Schiene auf dem Papiere aufliegt. Auch bei den übrigen Schienen sind unten derlei Elfenbeinplättchen befestigt, damit einerseits der metallische Strich des Messings das Zeichnenpapier nicht beschmutzt und andererseits die

Reibung keinen großen Widerstand der Fortbewegung des Rahmens entgegensetze.

Die Leitschiene R_1 wird mit R_2 und R_4 verschraubt; die Verbindung ist eine einfache Ueberplattung, wobei R_1 unter R_2 und R_4 liegt. Das Verschrauben der beiden Schienen geschieht mit Schräubchen, deren Muttern in der Schiene R_1 liegen. In den Schienen R_2 und R_4 befinden sich Löcher ohne Schraubenmuttern, welche einigermaßen weiter sind, als es die Dicke der Schraube fordert und Verstelllöcher genannt werden sollen. Der Zweck dieser Erweiterung ist der, die Schiene R_1 so zu stellen, auf daß die innere Führungsfläche für den Limbusrahmen zur Basis, also zur Führungsfläche des Fußlineales genau senkrecht gestellt werden kann, worauf erst das feste Anziehen der Schräubchen erfolgt.

Auf der Leitschiene R_1 sind, wie das Profil ab in Fig. 2 zeigt, zwei Führungsleisten in geringer Entfernung von einander aufgeschraubt, welche im Innern zwei nach unten hin divergirende ebene Flächen bilden. Die links liegende Führungsleiste auf R_1 besitzt wieder Verstelllöcher, folglich kann man sie derart richten, daß die Führungsrichtung zur Basis genau senkrecht steht.

In die Führung zwischen beiden Leisten läßt sich ein Maßstab einschieben, welcher aus zwei übereinander liegenden Stücken zusammengeschraubt ist. Das untere Stück zwischen den Führungsleisten besitzt rechts an zwei Stellen zwei schwache linealartige und etwas gebogene Federn, welche sich an die rechtsliegende Leiste anstemmen und daher das Maßstabstück sanft an die Führungsfläche der Leiste links andrücken, wodurch der Maßstab bei dem Verschieben genöthiget ist, genau in der Richtung der Führungsfläche weiter zu gehen.

Das untere der beiden Maßstabstücke besitzt abermals Verstelllöcher. Das obere Stück enthält etwas von der verticalen Richtung abweichende Seitenflächen, von welchen wir dann sehen werden, daß die linksseitige als Führungsfläche für einen Nonius dient. Da dieser Nonius sich genau senkrecht zur Basis bewegen muß, so muß die Führungsfläche auch genau zur Basis senkrecht gestellt werden können, weßhalb eben das untere Maßstabstück die Verstelllöcher erhält, während die Verbindungsschräubchen im oberen Maßstabstücke ihre Muttern erhalten. Von außen sind diese Schräubchen unsichtbar, weil die Köpfe der Spindeln im unteren Stücke versenkt liegen.

Die obere Fläche des Maßstabes enthält in den Hauptstrichen eine Centimeter-Theilung und jeder Centimeter wird in fünf gleiche Theile untergetheilt. Es sind abermals Ziffernsätze vorhanden, um die Theilung je nach dem Verjüngungsverhältniß verschieden beziffern, dann aber auch die Lage des Nullstriches nach Bedarf ändern zu können.

Am unteren Ende des R_1 Maßstabes ist ein Pikirarm aufgeschraubt und eine Pikirspitze ist so gestellt, daß sie stets an der Leistenkante einsticht. Neben diesem Arme ist ein Schraubengewinde durch den Maßstab durchgebohrt. Schraubt man eine Schraube mit ränderirtem daher leicht faßbaren Knopfe ein, bis sie auf die Leitschiene R_1 aufstößt, so bewirkt ein Versuch, die Schraubenspindel noch weiter einzuschrauben, das Anpressen des unteren Maßstabstückes an die schiefen Flächen der Führungsleisten und dadurch kann der R_1 Maßstab auf dem Rahmen R_1 in jeder Stellung festgeklemmt werden.

Die besondere Einrichtung des R_1 Nonius liegt in seinem Rahmen, welcher aus vier Schienchen jedoch derart zusammengeschraubt ist, daß das Rahmenviereck seine Gestalt nicht ändern kann. Die lange Rahmenseite links ist dazu bestimmt, mit ihrer rechts liegenden etwas schräg stehenden Fläche sich genau an die vorhin erwähnte links liegende gleichfalls geneigt stehende Seitenfläche des oberen Stückes vom Maßstabe R_1 anzulegen und an dieser Seitenfläche als Führungsfläche verschoben zu werden. Die lange Rahmenseite rechts liegt mit ihrer linksseitigen Fläche nicht ganz genau an der Fläche des oberen Rahmenstückes an, sondern es sind einige schwach gebogene linealartige Federn dazwischen eingelegt, welche die beiden Flächen auseinander halten und dadurch die links liegende Rahmenseite an die Führungsfläche des Maßstabes anpressen. Der Druck, welcher auf diese Art entsteht, dient dazu, daß der R_1 Nonius mit dem R_1 Maßstab sich mitverschiebt, falls man den R_1 Maßstab zwischen den Führungsleisten auf und ab bewegt. Will man aber haben, daß der R_1 Nonius an dieser Bewegung keinen Antheil nimmt, dann muß man die Einrichtung treffen, daß der R_1 Nonius mit den Führungsleisten für den Maßstab fest verbunden wird und dieser Zweck ist erreicht, sobald man die obere kurze Rahmenseite des R_1 Nonius zu einem hakenartigen Uebergriffe formt, wobei die innere Hakenfläche an der verticalen Außenfläche der rechts liegenden Führungsleiste anliegt, während links eine Schraube durch den vorderen Haken des Uebergriffes, in dem das Schraubengewinde liegt, durchgeschraubt wird, bis die Schraubenspindel an die Führungsleiste anstößt und bei festerem Anziehen den Nonius mit den Führungsleisten verbindet. Während der R_1 Nonius feststeht, kann man erforderlichen Falles den R_1 Maßstab auf- und abschieben, weil der Reibungswiderstand, der sonst den R_1 Nonius mit dem R_1 Maßstab verbindet, geringer ist, als der Druck, der von der Klemmschraube des R_1 Nonius ausgeübt wird.

Die untere kurze Rahmenseite endlich trägt einen aufgeschraubten Arm mit Verstelllöchern und einer Pikirspitze.

Das Detail in ab Fig. 1 zeigt die Art, in welcher die feinen Nadelspitzen zum Pikiren der Punkte verwendet werden. Es ist bei jeder Pike für die Nadelspitze soviel freier Spielraum vorhanden, daß das Auge ungehindert das Stichloch wahrnehmen kann, wenn die Nadel durch die Feder gehoben wird; auch kann man umgekehrt das Instrument verschieben, bis die Nadel über einem gegebenen Punkte steht.

Regulirt der Mechaniker sämmtliche Führungen auf R_1, daß sie untereinander parallel sind und die Rahmenschiene R_1 derart, daß die parallelen Führungen zur Basis senkrecht stehen und daß die Pikirspitzen an der Außenkante von R_1 pikiren, so wird es jetzt leicht begreiflich, daß bei dieser Einrichtung mehrere senkrecht zur Basis stehende Strecken addirt werden können, denn der R_1 Maßstab mit dem R_1 Nonius bilden sozusagen einen Stangenzirkel, bei dem eine Zirkelspitze am unteren Ende des R_1 Maßstabes und die andere Spitze am R_1 Nonius sich befindet. Das Schließen und Oeffnen dieses Zirkels wird bewirkt, wenn die Klemmschraube des R_1 Nonius angezogen und der R_1 Maßstab hinaufgeschoben oder herabgezogen wird. Wenn man jedoch die Klemmschraube des R_1 Nonius *öffnet* und den R_1 Maßstab auf- oder abschiebt, so bleibt die Entfernung der beiden Zirkelspitzen ungeändert.

Damit der R_1 Nonius den verschiedenen Verjüngungsverhältnissen angepaßt werden könne, läßt sich das die Noniustheilung tragende Plättchen vom Rahmen loslösen und durch eine andere entsprechend bezifferte Noniustheilung ersetzen.

Um die *Verschiebung des ganzen Leitrahmens* am *Fußlineale* zu messen, muß an der Fußschiene R_4 der *Fußnonius* angebracht werden. Wenn in der Praxis das Fußlineal d. i. die

Basis des Tachygraphen einmal auf dem Zeichnenbrette derart festgeschraubt ist, daß die Basis zu der langen Rechtecksseite der Zeichnung parallel liegt, dann tritt der Fall ein, daß bei dem Verschieben des Orientirungsrahmens mit der R_1 Kante an einen bestimmten Punkt, am Fußlineale eine ganz bestimmte Ablesung entstehen soll. Wäre der Fußnonius auf der Fußschiene R_4 fest, so müßte man die Befestigungsklemmen des Basislineales öffnen und die Basis bei festliegendem Orientirungsrahmen verschieben, bis die gewünschte Ablesung entsteht, worauf wieder das Lineal festzuklemmen wäre. Anstatt dieser umständlichen Procedur verschiebt man den Fußnonius, bis er die geforderte Noniusablesung gibt, und dem Ziffernsatz ertheilt man jene Lage, daß der dem Nonius-Nullstrich zunächst liegende Hauptstrich der Centimetertheilung auch die verlangte Bezifferung zugewiesen erhält.

Die Noniustheilung kann hier ebenfalls nach Bedarf des Verjüngungsverhältnisses ausgewechselt werden.

Die Fußschiene R_4 trägt noch (Fig. 2) zwei aufgeschraubte Knöpfe, an welchen der Orientirungsrahmen erfaßt und verschoben wird.

Der Limbusrahmen und die Alhydade.

Der erste Versuch, ein completes Instrument herzustellen, führte auf eine feststehende Kreistheilung, die auf dem im Orientirungsrahmen auf- und abschiebbaren Rahmen anzubringen gewesen wäre. Im Innern des Kreises sollte sich das Lineal mit der Ziehkante drehen und die diametralen Nonien tragen. Die Einrichtung entsprach jener des Limbuskreises und der Alhydade bei einem Theodoliten und deshalb überging die Bezeichnung Limbusrahmen auf den Träger der Kreistheilung.

Bei einer solchen Anordnung blieb ein zu geringer Raum zum Zeichnen innerhalb der Alhydade und deshalb wurde die Kreistheilung auf die Alhydade verlegt, für den Rahmen aber die Bezeichnung Limbusrahmen beibehalten.

Derselbe enthält vier Rahmenseiten r_1 links, r_2 oben und r_3 r_4, welche beziehungsweise zu R_1 R_2 R_3 R_4 parallel laufen. Die Seite r_1 liegt an R_1 an und es ist die innere verticale Ebene von R_1 die Führungsfläche für den Limbusrahmen. Auf den Schienen r_1 und r_3 sind je zwei Haltplättchen aufgeschraubt, mit welchen sich der Limbusrahmen auf R_1 und R_3 auflegt, falls man den Orientirungsrahmen mit dem Limbusrahmen zugleich aufhebt. Ohne diese Haltplättchen würde der Limbusrahmen durchfallen.

Zwischen r_3 und R_3 sind in der Nähe der Haltplättchen zwei leicht gebogene Linealfedern eingelegt, welche die beiden Berührungsflächen zwischen r_3 und R_3 auseinanderzuhalten suchen und daher den Limbusrahmen nöthigen, stets mit r_1 an der Führungsfläche von R_1 anzuliegen.

Innerhalb der vier Seiten r_1 r_2 r_3 r_4 liegt ein hohler Cylinder, welcher die Rahmenseiten in deren mittleren Theilen berührt und mit r_1 r_2 r_3 r_4 ein einziges zusammenhängendes Gußstück bildet. Dieser Cylinder wird mit einem zweckmäßigen Profil (ef Fig. 2) versehen und erhält eine sehr sorgfältig gedrehte schwach konische Führungsfläche für den Alhydadenkreis.

Dieser letztere besteht aus einem Alhydadencylinder, welcher genau in die Führungsfläche des Führungscylinders paßt und sozusagen ein großer Alhydadenzapfen ist. Am oberen Ende erweitert sich der Alhydadencylinder scheibenartig nach außen und diese ringförmige Scheibe, welche den Führungscylinder ganz überdeckt, daher von oben gesehen, denselben unsichtbar macht, ist bestimmt, die Kreistheilung aufzunehmen. An die Alhydadenscheibe ist auf ihrer unteren Seite eine ebene ringförmige Fläche angedreht; auf dem Führungscylinder ist oben ebenfalls eine solche Fläche vorhanden. Dadurch erhält die Alhydade eine ebene horizontale Lagerfläche, folglich wird die Alhydade sehr leicht beweglich, während der Drehungswiderstand viel größer ausfallen müßte, wenn die Alhydade mit ihrem ganzen Gewichte die konische Führungsfläche belasten würde.

An den Alhydadencylinder sind zwei parallele Arme angegossen (Fig. 2), von welchen der eine nahezu einen Durchmesser bildet. Ein dritter unterbrochener Arm, senkrecht zu den ersten Armen, dient dazu, die Festigkeit und Steifheit der Alhydade zu erhöhen; auch sind darauf die Knöpfe angebracht, an welchen die Alhydade erfaßt und gedreht wird.

Auf dem mittleren durchgehenden Arme wird ein Lineal, mit einer genau gearbeiteten Ziehkante Z und mit einer Theilung versehen, aufgeschraubt. Das Lineal besitzt drei Verstelllöcher, um es sowohl in seiner eigenen Richtung als auch senkrecht dazu behufs der Rectification der Ziehkante Z etwas verschieben zu können.

Das aufgeschraubte Lineal besitzt eine vertical stehende Führungsfläche, an welcher sich ein sogenannter Läufer mit einer zur Ziehkante Z senkrechten kurzen Ziehkante z verschieben läßt. Dieser Läufer besteht zuerst aus einer Unterlagsplatte, welche direct auf das Papier zu liegen kommt. An der Stelle, wo diese Unterlagsplatte an die Ziehkante Z anzuliegen kommt, besitzt sie einen genau bearbeiteten rechten Winkel, von dem ein Schenkel die Ziehkante z des Läufers bildet. Auf der Unterplatte ist ein gemischtliniges rechtwinkliges Dreieck so befestigt, daß mittelst der Verstelllöcher das Dreieck eine Lage erhält, bei welcher die kurze Dreiecksfläche an der Führungsfläche des langen Lineales genau anliegt und die lange Kathete sonach zu Z genau senkrecht steht. Dieses gemischtlinige Dreieck enthält die Centimetertheilung, welche wieder jeden Centimeter in fünf gleiche Theile getheilt erhält.

Außerdem wird auf die Unterplatte ein rechter Winkel aufgeschraubt. Der eine Schenkel enthält die einem gegebenen Verjüngungsverhältnisse entsprechende Bezifferung der gegenüberliegenden Centimeterstriche und am andern kürzeren Schenkel ist jener Ziehkanten-Nonius vorhanden, welcher zu dem Verjüngungsverhältnisse gehört, nach welchem auf dem ersten Schenkel die Bezifferung eingerichtet ist. Dieser rechte Winkel ist in mehreren Exemplaren vorhanden, deren jedes einem anderen Verhältnisse des Zeichnenmaßes zum Naturmaße entspricht. Je nach Bedarf wird der eine oder der andere dieser Winkel mit der Unterplatte verbunden.

Zwischen dem gemischtlinigen Dreieck und dem rechten Winkel entsteht eine Nuth, in welcher sich ein Prisma hin und her schieben läßt. Zwischen der inneren Fläche des bezifferten Winkelschenkels und der linksseitigen Fläche des beweglichen Prismas ist eine längliche, schwach gebogene Feder angebracht, welche das Prisma an die Führungsfläche des gemischtlinigen Dreiecks andrückt. Auf dem beweglichen Prisma ist rechts ein Nonius angebracht und außerdem ist ein regulirbarer Arm mit einer Pikirspitze mit dem Prisma verbunden, so daß die Pikirspitze genau in der kurzen Ziehkante z markirt.

Soll der Läufer an irgend einer Stelle des Lineales längere Zeit unverändert erhalten werden, so wird am oberen Läuferende, nämlich an der Spitze des gemischtlinigen Dreiecks und des bezifferten Winkelschenkels, ein dem Instrumente beigegebener dünner

Keil eingeschoben, welcher sich an den Läufer und an eine Stützfläche des Sehnenarmes anpreßt und daher den Läufer festhält.

Am Anfang des Alhydadenlineales ist noch eine fixe Pikirspitze angebracht und dahin berichtiget, daß der Abstand der Ziehkante z des Läufernonius von der fixen Pikirspitze jener Größe gleich ist, welche man am Ziehkanten-Nonius abliest.

Wo die Bezifferung für die Theilung des Alhydadenlineales angebracht ist, zeigt die Figur. Aendert sich das Verjüngungsverhältniß der Zeichnung, so wird eine andere Bezifferungsschiene über die fix bleibende Ziffernreihe geschraubt, wozu zwei kleine Schraubengewinde nahe an den Enden des fixen bezifferten Theiles eingeschnitten sind.

Die Bezifferung enthält noch eine zweite kürzere Zahlenreihe, welche mit Hilfe des Läufernonius bei entsprechender Regulirung des Theilungslineales Z anzeigt, wie weit die Ziehkante z des Läufers vom Centrum der Kreistheilung entfernt ist. Man kann also mit dem Läufer im erforderlichen Falle beträchtliche Dimensionen in der Richtung der Ziehkante Z abschieben, sobald man den Anfang der Längen in die fixe Pikirspitze verlegt. Stellt man aber den Orientirungs- und den Limbusrahmen derart, daß der mit dem Kreiscentrum zusammenfallende Mittelpunkt der Linealkante Z auf einen gegebenen Zeichnungspunkt zu stehen kommt, so lassen sich beliebige Radialstrahlen unter gegebenen Winkeln in bequemster Weise ziehen und Längen vom Centrum aus abschieben, deren Größe etwas kleiner ist, als die halbe Länge der Kante Z.

Durch Verschieben des beweglichen Prismas im Läufer lassen sich Ordinaten zur Kante Z ziehen, deren Längen in praktischen Fällen gewöhnlich keine großen sind, weil sie durch directes Einmessen von Detailpunkten mittelst rechtwinkliger Coordinaten auf eine Gerade entstehen.

Die feinen Theilungen machen es erwünscht, eine Lupe anzuwenden. Um diese nicht stets aus der Hand legen und wieder suchen zu müssen, wird sie mittelst eines gelenkigen Stieles in ein Loch im mittleren Sehnenarme eingesetzt. Uebrigens ist es besser, die Lupen wegzulassen, wofür aber der Zeichner sich mit einem für scharfes Construiren geeigneten Augenglase versieht.

Um die grobe Bewegung der Alhydade aufzuheben und eine mikrometrische Bewegung einzuleiten, ist eine Backenklemme mit einem feststehenden Feder-Mikrometerwerk verbunden. Das Mikrometerwerk ist auf der rechts liegenden Seite des Limbusrahmens befestigt und besteht aus dem Federhause mit der elastischen Feder und einem Druckstifte und aus der Mikrometerschraube. Zwischen den Druckstift und das Schraubenende sind die beiden losen Backen der Klemme eingesetzt. Wird die Klemmschraube angezogen, so pressen sich die Backen an den Alhydadenkreis an und es bildet jetzt die Klemme mit dem Alhydadenkreis ein zusammenhängendes Ganzes, folglich kann die Alhydade sich nicht drehen, weil die Klemme auf der einen Seite an der Mikrometerschraube und auf der andern Seite an dem Druckstift des Federhauses anliegt. Wird aber die Mikrometerschraube vor- oder zurückgedreht, so ist die Klemme und mit ihr die Alhydade einer Feinbewegung unterworfen. Oeffnet man aber die Klemme, so hört der Druck der Backenklemmen auf den Alhydadenkreis auf und dieser kann beliebig gedreht werden.

Zum Ablesen der Kreistheilung dient ein fixer Nonius n, welcher auf der unteren Seite r_4 des Limbusrahmens seine feste Stütze erhält. Er ist zwischen zwei Stellschräubchen eingeschraubt, um ihn etwas nach links oder nach rechts verschieben zu können. Auf der Kreisebene findet man eine feststehende Bezifferung unmittelbar an die längeren Theilstriche anstoßend angebracht. Das Lineal ist im Innern so gestellt, daß die Ziehkante Z in ihrer Verlängerung beiläufig auf zwei Hauptstriche der Theilung fällt. Derjenige dieser beiden Hauptstriche, welcher in der Nähe der fixen Pike des Alhydadenlineales liegt, ist der Nullpunkt der Theilung. Dreht man die Alhydade so weit, bis der Kreis-Nullpunkt die tiefste Stelle einnimmt und die Ziehkante Z genau zur Basis des Fußlineales senkrecht steht, dann soll der fixe Nonius die Ablesung Null geben. Entsteht eine andere Ablesung, so wird mit den erwähnten Stellschrauben der Nonius berichtigt.

Die Kreisbezifferung ist jener des Zifferblattes einer Uhr entgegengesetzt; wenn daher die dem Nullpunkt der Kreistheilung zugewendete Hälfte der Ziehkante Z eine rechtsläufige Bewegung ausführt, wie in der Regel die Alhydade eines Theodoliten bei einer Winkelmessung, so entstehen am fixen Nonius steigende Ablesungen, analog den steigenden Ablesungen am Theodoliten.

Diametral dem fixen Nonius gegenüber ist (Fig. 2) ein Indexstrich angebracht, um sich von jener genauen centrischen Lage der Kreistheilung gegen die Alhydadenaxe zu überzeugen, welche die graphischen Constructionen erfordern.

Bei der jetzt geschilderten Anordnung der Kreistheilung und des fixen Nonius ist es ein Leichtes, gerade Linien zu ziehen, welche bestimmte Richtungswinkel gegen die kurze Seite des Blattrechteckes der Zeichnung besitzen. Denn schraubt man das Basislineal am Zeichnenbrette fest, mit der Basis zur langen Blattseite genau parallel gerichtet, setzt man den rectificirten Tachygraphen an das Fußlineal an, stellt die Alhydade auf dem fixen Nonius auf eine gegebene Winkelgröße A ein und zieht an der Ziehkante Z eine Gerade, so schließt diese mit der Richtung der kurzen Blattseite den Winkel A ein. Nennt man diese Richtungswinkel Azimuthe, so kann der fixe Nonius n auch Azimuth-Nonius genannt werden.

Der Azimuth-Nonius befriediget aber nicht alle Anforderungen, welche bei dem Zeichnen einer Aufnahme aus Theodolitdaten auftreten. Nehmen wir beispielsweise an, auf dem Felde sei eine Gerade AB vorhanden, deren Endpunkte den Netzpunkten eines Triangulirungs-Netzes angehören. Die Rechnung habe ergeben, daß der Seite AB, wenn A ihr Anfangspunkt ist, ein bestimmtes Azimuth ω entspreche. Als der Theodolit auf A stand, kannte man das Azimuth noch nicht, folglich wird bei der Visur von A nach B eine von ω verschiedene Ablesung B entstanden sein. Von A aus wurden sehr viele Punkte a, b, c, . . . anvisirt, welchen bestimmte Ablesungen a, b, c, . . . entsprechen.

Bei der Construction der Theodolit-Aufnahme wurde der Punkt A mittelst seiner Coordinaten graphisch dargestellt. Wird die Alhydade gedreht, bis am Azimuth-Nonius die Ablesung ω entsteht, so besitzt die Ziehkante Z die gesuchte Richtung und nun kann man das Instrument verschieben, bis der Kreismittelpunkt über A liegt und den Strahl AB ziehen. Will man die folgenden Strahlen nach den Punkten a, b, . . . ziehen, so muß man vorher ihre Azimuthe berechnen. Wie unschwer zu erkennen, ist das Azimuth des Strahles Aa gleich (ω + a — B), jenes des Strahles Ab gleich (ω + b — B), u. s. w., mithin die Construction der Strahlen möglich.

Man kann nun leicht das Instrument so einrichten, daß die Subtractionen und Additionen der Ablesewerthe entbehrlich werden. Stellen wir uns vor, daß ein fliegender Nonius angebracht werde, den man auf verschiedenen Stellen des Limbusrahmens festhalten kann, so darf man nur, während die Ziehkante Z von A gegen B gerichtet ist, den fliegenden Nonius auf die Ablesung B einstellen. Dreht man die Alhydade, bis sich am fliegenden Nonius die Ablesung a ergibt, so hat die Ziehkante Z die Richtung des Strahles Aa angenommen, ohne daß es nothwendig gewesen wäre, das Azimuth von Aa vorher zu berechnen.

Der fliegende Nonius bietet aber Unbequemlichkeiten dar, wenn er entweder dem Azimuth-Nonius so nahe rückt, daß ihn dieser hindert, aufgestellt zu werden, oder es rückt der fliegende Nonius vom fixen so weit weg, daß der Zeichner seinen Standort behufs der Ablesung jedesmal verlassen muß, wenn die Alhydade am fliegenden Nonius auf eine gegebene Ablesung eingestellt werden soll.

Um diesen Uebelstand zu umgehen, ließ ich am inneren Alhydadenrande einen beweglichen Ziffernsatz anwenden, d. i. einen schmalen Ring, auf dem in entsprechenden Entfernungen die Zahlen 0, 10, 20 bis 350 eingepreßt sind. Dieser Ziffernsatz läßt sich bei festgehaltener Alhydade im Kreise drehen, mithin läßt sich jedem Hauptstriche der Kreistheilung eine der Zahlen 0, 10, 20, .. gegenüberstellen.

Die Möglichkeit des Wechsels der Bezifferung der Kreistheilung führt es jetzt herbei, daß der fliegende Nonius nur einen Bewegungsraum von 5 Graden beansprucht, und daß er deshalb sich in der Nähe des Azimuth-Nonius (Fig. 2) unterbringen läßt, um immer vom Zeichner abgelesen werden zu können, ohne daß dieser seinen Stand am Zeichnenbrette zu ändern genöthiget ist. Nehmen wir etwa an, daß das Azimuth $\omega = 37^0\ 15'$ gewesen sei, während auf dem Felde die Ablesung $211^0\ 48'$ erhalten wurde. In diesem Falle wird man, nachdem die Alhydade am Azimuth-Nonius auf $37^0\ 15'$ eingestellt wurde, den Ziffernring so weit drehen, bis derjenige Hauptstrich der Kreistheilung, welcher dem Nullstriche des fliegenden Nonius am nächsten liegt, die Bezifferung 210^0 erhält. Um aber den Nonius auf $211^0\ 48'$ zu stellen, wird man ihn mit einer eigens dazu angebrachten Mikrometerschraube um den Rest von $1^0\ 48'$ weiter schieben und jetzt ist es abermals möglich, die Alhydade zu drehen, bis sie am fliegenden Nonius die Ablesung a gibt, bei welcher die Ziehkante Z die Richtung des Strahles Aa erhält.

Der Ziffernsatz besitzt mehrere Klemmschräubchen, um seine fixe Lage während der Alhydadendrehung zu sichern.

Zum deutlichen Sehen der Kreistheilung wird eine Lupe nothwendig. Zu diesem Behufe ist auf der Seite r_4 des Limbusrahmens ein Bogen angebracht, auf welchem eine gestielte Lupe mit entsprechender Führung angebracht wird, so daß man mit derselben den fixen und den fliegenden Nonius betrachten kann.

Schließlich ist noch zu erwähnen, daß sich der Limbusrahmen nach der in der Figur ersichtlich gemachten Art mittelst eines an r_2 angebrachten Klemmwerkes festhalten und mittelst eines mit der oberen Schiene R_2 vereinigten Mikrometerwerkes fein bewegen läßt.

Will man die Größe der Verschiebung des Limbusrahmens aber messen, so kann dazu der R_1 Maßstab und R_1 Nonius verwendet werden. Denn versieht man den Limbusrahmen auf der unteren Seite r_4 mit einem Riegel und den R_1 Nonius auf seiner rechten Seite mit einem für den Riegel genau passenden Loche, so läßt sich in den dem Riegel gegenüber aufgestellten R_1 Nonius der Riegel in das Loch einschieben, wodurch der R_1 Nonius mit dem Limbusrahmen zu einem Ganzen verbunden ist. Hält man den R_1 Maßstab fest, so läßt sich nun die Verschiebung des inneren Rahmens am R_1 Maßstabe ablesen.

Ebenso kann man auch den R_1 Maßstab an seinem unteren Ende auf seiner rechten Seite mit einem Riegelloche versehen und durch den Riegel den Limbusrahmen mit dem R_1 Maßstab verbinden.

Der kleine geodätische Tachygraph (Fig. 1) weicht von dem vollkommenen Instrumente mehr oder weniger ab. Aus dem Vergleiche eines zur Anwendung vorliegenden Instrumentes mit der vorstehenden Beschreibung wird sich jedesmal ergeben, welche Anordnung zu Gunsten des billigeren Preises weggelassen wurde. Es tritt dann ein ähnliches Verhalten wie bei den Theodoliten ein, welche ja auch in verschiedenen Graden der Vollkommenheit ausgeführt werden.

Prüfung des geodätischen Tachygraphen.

Man untersucht: a) ob die Ziehkanten und die Gradführungen gerade, beziehungsweise zu einander parallel sind; b) ob die zu einander senkrecht sein sollenden Richtungen senkrecht sind; c) ob die Drehungsaxe der Alhydade und die Kreistheilung centrisch liegen und endlich d) ob alle Nonien und die Ziffernsätze die richtigen Stellungen einnehmen.

Ad a). Die gerade Ziehkante des Fußlineales läßt sich nicht nach derjenigen Art prüfen, welche bei gewöhnlichen Linealen angewendet wird, weil wegen der aufgeschraubten Schienen die obere Fläche nicht nach unten gelegt werden kann. Man wird daher an der auf die ebene Zeichnungsfläche aufgelegten Ziehkante eine feine Bleilinie ziehen und das Lineal an den Strich so anschieben, daß mit einer Lupe besehen, die Linie scharf an der Kante anliegt. Verschiebt man dann das Lineal in seiner Längenrichtung und läßt es sich immer so anlegen, daß die Linealkante ganz genau mit der Bleilinie zusammenfällt, so ist die Ziehkante geradlinig.

Die zur Basis senkrecht sein sollende Ziehkante R_1 am Leitrahmen wird auf ihre gerade Form untersucht, indem man sie an die an der geradlinig befundenen Basis gezogenen Bleilinie anlegt und nachsieht, ob sie überall mit ihr zusammenfällt.

Ebenso prüft man auch die Ziehkante des Alhydaden-Lineales und des Läufers.

Um zu untersuchen, ob die Pikirspitzen des R_1 Nonius und des R_1 Maßstabes in einer und derselben Geraden sich bewegen, lege man den Leitrahmen an das festgeklemmte Basislineal an und fixire ihn in irgend einer Position auf der Zeichnungsebene. Der R_1 Maßstab wird in seiner Führung mit der Klemmschraube angezogen und nun pikirt man mit der Spitze des R_1 Nonius eine beliebige Menge von Punkten, indem man den Nonius am R_1 Maßstabe allmälig von unten nach oben schiebt. Sodann klemmt man den R_1 Maßstab los und verschiebt denselben in seiner Führung. Geht die Pikirspitze über alle mit der Nonius-Pikirspitze bezeichneten Punkte genau hinweg, so bewegen sich beide Spitzen in derselben Geraden. Ein allfälliger Fehler wird unter Anwendung der entsprechenden Verstellschräubchen weggeschafft. Ueberdies müssen die Punkte in der an der Kante gezogenen Bleilinie liegen.

Um zu untersuchen, ob die innere Führung für den Limbusrahmen parallel zu der von den beiden Pikirspitzen beschriebenen und durch pikirte Punkte bezeichneten Geraden ist, schiebe man den Limbusrahmen im Orientirungs-Rahmen ganz herab, verschiebe den letzteren an der Basis und drehe die Alhydade, bis die Ziehkante Z des Alhydadenlineales an den pikirten Punkten genau anliegt. Wird jetzt der Limbusrahmen nach aufwärts geschoben, so muß Z stets die pikirten Punkte enthalten.

Eine weitere Untersuchung besteht darin, daß man den Läufer, auf welchem die Pikirspitze in irgend einer Stellung feststeht, längs des Lineales verschiebt, dabei viele Punkte pikirt und dann an Z eine Bleilinie zieht. Findet man jetzt mittelst eines Zirkels, daß alle pikirten Punkte gleiche Abstände von der Bleilinie haben, so ist die Führung für den Läufer zur Ziehkante Z parallel.

Die Prüfung, ob die Pikirspitze bei der Verschiebung des Läuferprismas längs der Läuferkante sich bewegt, ist selbstverständlich.

Ad b). Man prüfe, ob die zu einander parallelen Führungsflächen auf der Leitschiene R_1 zur Basislinie senkrecht stehen.

Stellt man die Pikirspitze des R_1 Maßstabes möglichst nahe an die Basiskante und die Spitze des R_1 Nonius nahe an das obere Ende des R_1 Maßstabes, den Orientirungs-Rahmen nach links, so kann man mit der unteren Spitze einen Punkt A, mit der oberen Spitze einen Punkt B markiren. Wird sodann der Leitrahmen nach rechts geschoben und wird mit der unteren Spitze ein Punkt A′ mit der oberen Spitze ein Punkt B′ markirt, so ist A′B′ eine zu AB parallele und mit AB genau gleich lange Gerade, während AA′ und BB′ zur Basislinie parallel liegen. Stehen AB und A′B′ auf AA′ senkrecht, so müssen die Dimensionen BA′ und B′A einander gleich sein. Man wird durch scharfes Abmessen sich von der Gleichheit überzeugen. Ein allfälliger Fehler wird beseitigt, indem die Schiene R_1 vermittelst ihrer Stellschrauben in die geforderte Lage gestellt wird.

Die Prüfung, ob die Läuferkante z senkrecht zur Alhydadenkante Z steht, wird ausgeführt, wenn man irgendwie einen rechten Winkel zeichnet und den zu prüfenden Winkel so anschiebt, daß Z an dem einen Schenkel und z an dem andern Schenkel anliegt. Ließe sich die zweite Forderung nicht erfüllen, so stünde z auf Z schief. Ein solcher Fehler kommt übrigens nicht vor.

Ad c). Zur Untersuchung der centrischen Lage des Alhydadenkreises und der Alhydadenaxe verwendet man die an der Rahmenseite r_2 angebrachte Indexlinie und den Azimuthal-Nonius. Dabei dreht man zuerst den mit 180° bezeichneten Punkt des Kreises auf den Indexstrich und stellt den Nullpunkt des Azimuthal-Nonius auf Null des Kreises. Sodann dreht man die Alhydade der Reihe nach auf die am Indexstrich sich ergebenden Ablesungen 185°, 190°, 195°,.... und liest am Azimuthal-Nonius jedesmal ab. Entstünde immer eine Ablesungs-Differenz von 180°, so wäre keine Excentricität vorhanden. Allein es ist für den Mechaniker eine schwere Aufgabe, den Kreis genau centrisch zum Drehungspunkte der Alhydade zu stellen und es bleibt in der Regel noch eine kleine Excentricität zurück. Bei Theodoliten ist der Excentricitätsfehler durch die Methode der Beobachtung zu beseitigen; bei dem Tachygraphen geht dies nicht an, weil die Resultate gezeichnet werden. Wir wollen daher untersuchen, welche Excentricität am Tachygraphen zulässig ist.

Es ist hier der besondere Fall vorhanden, daß die Indexlinie J, welche vom oberen Indexstrich i zum Nullstrich des Azimuthal-Nonius geht, eine festliegende Gerade bleibt, während der Alhydadenkreis sich nicht um sein Centrum, sondern um den Drehungspunkt O der Alhydade dreht.

Bezeichnen wir den durch 0 und 180° gehenden Kreisdurchmesser mit D_0, so liegt bei Beginn der Drehung D_0 in der Indexlinie J. Dreht man die Alhydade um einen unbekannten Winkel ω, so wird der mit der Alhydade fest verbundene Durchmesser D_0 in eine neue Lage D'_0 gekommen sein, welche mit der ersten Lage von D_0, d. i. mit J den Winkel ω bildet. In dem um den Alhydadenpunkt O gedrehten Kreise sind beide gerade Linien wahrnehmbar, nämlich D_0 als Durchmesser 0° 180° und J als Gerade vom Indexstrich zum Nullstrich des Nonius, also sind von beiden Geraden die Punkte ersichtlich, in welchen sie die Kreisperipherie schneiden, folglich kann man die Lage der Punkte auch ablesen. Es sei die Ablesung am Indexstrich nach der Drehung J, am Nonius nach der Drehung N; vor der Drehung waren die Ablesungen beziehungsweise 180° und 0°, mithin ist der eine Drehungsbogen J—180°, der andere N—0°, daher ist ω das arithmetische Mittel beider Bogen, also: $\omega = \frac{(J-180^0) + (N-0)^0}{2}$ oder: $\omega = \frac{J+N}{2} - 90^0$ der richtige Drehungswerth.

Bei der Anwendung des Tachygraphen wird man nur am Azimuthal-Nonius ablesen, daher wird N der scheinbare Drehungs-Winkel ω' sein und nun entsteht:

$$\omega - \omega' = \frac{J+N}{2} - 90^0 - N = \frac{J-N}{2} - 90^0.$$

Setzt man: $\frac{J - N}{2} - 90^0 = \alpha$, so kann man α berechnen, sobald für $J = 185^0, 190^0, 195^0, \ldots$ die zugehörigen N beobachtet worden sind und in eine Tabelle zusammenstellen. Sodann wird:

$$\omega = \omega' + \alpha.$$

Aus der Tabelle wird man das thatsächliche Veränderungsgesetz von α und auch den größten Werth von α, welcher positiv oder negativ sein kann, ersehen.

Der Winkel α ist demnach der Fehler in der Drehungsangabe des Tachygraphen.

Setzen wir voraus, es sei l die Länge der Ziehkante Z des Alhydadenlineales und beschreiben wir in der Idee mit dem Radius l einen Kreisbogen zum Winkel α, so wird der Bogen β, den das Ende von l beschreibt, durch die Formel gefunden:

$$\text{Bogen } \beta = \frac{l . \ \alpha^{\text{secunden}}}{206\ 265} = \frac{l\ \alpha''}{206\ 265}.$$

Wenn wir verlangen, daß der Bogen β eine graphisch verschwindend kleine Größe wird, so dürfen wir für die genauesten Arbeiten β kaum kleiner als $0{,}05^{\text{mm.}} = 0{,}005^{\text{cm.}}$ annehmen. Dadurch wird β bekannt und nun läßt sich α'' berechnen. Man findet unter Beachtung, daß $206\ 265 \times 0{,}005 = 1031$ ist:

$$\alpha'' = \frac{1031}{l}$$

mithin für eine $20^{\text{cm.}}$ lange Ziehkante: $\alpha'' = 51'', 5$, folglich darf für sehr genaue Arbeiten das nach dem obigen Verfahren erhaltene α im Maximum den Werth von $\pm$ 60 Secunden $= \pm$ 1 Minute nicht übersteigen.

Für gewöhnliche, übrigens immer noch sehr genaue Arbeiten, kann man den Bogen β gleich $0{,}1^{\text{mm.}} = 0{,}01^{\text{cm.}}$ setzen und dann ergibt sich eine zuläßige Maximal-Excentricität von $\alpha = 1'\ 40''$ oder nahezu 2 Minuten.

Verwendet man die Ziehkante bei dem Zeichnen der Winkel nur für Längen bis zu $10^{\text{cm.}}$, so kann α sogar den Werth von nahezu $3\,^1/_2$ Minuten erreichen, ohne daß in der Construction ein wahrnehmbarer Fehler entsteht.

Nach diesen Erörterungen vermögen wir uns ein Urtheil über die Größe der bei graphischen Arbeiten noch unschädlichen Excentricität zu bilden.

Wir werden unter 6. noch eine graphische Methode kennen lernen, um die Centricität der Alhydade und der Kreistheilung zu prüfen.

Ad d). Stellung der Nonien und Ziffernsätze.

1. Wenn eine größere Aufnahme in der Ausführung begriffen ist, so tritt oft der Fall ein, daß das Lineal vom Zeichnenbrette weggenommen und im Erfordernißfalle wieder angelegt wird. Bei dem Wiederanlegen hat man nur dafür Sorge zu tragen, daß die Basislinie zur Rechtecksseite der Zeichnung parallel wird. Schiebt man dann aber den Orientirungsrahmen an der Basis weiter, um eine Arbeit zu beginnen, so muß in der Regel bei einer bestimmten Position des Orientirungsrahmens die Ablesung am Fußlineale auch eine bestimmte sein. Sie wird erhalten, indem man bei unveränderter Lage des Lineales und des Rahmens den Ziffernsatz der Basis der Forderung gemäß verschiebt und daß dann auch der Nonius auf die gegebene Ablesung eingestellt wird. Klemmt man den Nonius fest, so ist die meßgerechte Anordnung für die folgende Arbeit getroffen.

2. Der R_1 Nonius am Rahmenmaßstab soll genau die Entfernungen angeben, welche die beiden Markirspitzen von einander haben.

Ein Fehler kann bei übrigens richtiger Theilung nur darin bestehen, daß die fixe Pikirspitze am unteren Ende des R_1 Maßstabes unrichtig steht. Dieser Fehler wird sich dadurch zu erkennen geben, daß alle mit dem R_1 Nonius abgeschobenen Längen um den aus der fehlerhaften Stellung der Pikirspitze hervorgehenden Betrag zu groß oder zu klein sind. Um nun denselben zu finden, schiebe man mit dem R_1 Nonius ein Stück, z. B. genau 10cm. lang ab und pikire die Enden a und b dieser Längen mit sehr feinen Stichen. Sodann stelle man den R_1 Nonius am Maßstabe auf die Ablesung von 10cm., verschiebe den R_1 Maßstab, vereinigt mit dem R_1 Nonius so weit, bis die Noniusspitze im oberen Punkte a der abgeschobenen Länge von 10cm. steht, so muß jetzt die feste Pikirspitze genau in den Punkt b pikiren. Geschieht dies nicht, so wird mittelst der Stellschräubchen die nothwendige Correctur vorgenommen.

3. Der Nullstrich des Läufer-Nonius muß mit dem Nullstrich der Läufertheilung coincidiren, wenn die Pikirspitze an der Ziehkante Z ansteht. Zu diesem Behufe schiebt

man den Läufer-Nonius auf die Ablesung Null und corrigirt die Pikirspitze mit Hilfe ihrer Stellschräubchen, daß sie genau in dem Scheitel des rechten Winkels pikirt, den die Ziehkante des Läufers mit der Ziehkante des Alhydadenlineales bildet.

4. Wenn die Nonien der Alhydadenziehkante und des Läufers auf Null stehen, soll die Pikirspitze den Drehungspunkt der Alhydade markiren.

Man stelle beide Nonien auf Null ein und pikire einen Punkt a, welcher zufolge der eben durchgeführten Rectification im Schnittpunkt der Ziehkanten z und Z liegt. Sodann drehe man die Alhydade um 180^0 und pikire bei unverändert gebliebener Nullstellung der beiden Nonien einen Punkt b. Fällt der Punkt b genau mit a zusammen, so liegt der Drehungspunkt der Alhydade im pikirten Punkte. Fällt aber b mit a nicht zusammen, so sind die Stellschrauben des Alhydadenlineales zu lüften und es ist das Lineal bei fortwährender Nullstellung beider Nonien so zu verschieben, bis die Pikirspitze den Halbirungspunkt der Strecke ab pikirt. Eine neue Probe an einer neuen Papierstelle ausgeführt, wird erkennen lassen, ob die Rectification gelungen ist.

5. Der Azimuth-Nonius soll die Ablesung für einen rechten Winkel zeigen, wenn die Ziehkante der Alhydade zur Basis des Fußlineales parallel liegt.

Man stelle die Alhydade auf 90^0 ein, schiebe den Läufer an das eine Ende der Ziehkante Z und pikire einen Punkt A. Liegt die Ziehkante Z genau parallel zur Basislinie, so muß jetzt bei einer entsprechenden Verschiebung des Leitrahmens längs der Basis, der Punkt A stets genau an der Ziehkante anliegen. Findet diese Eigenschaft nicht statt, so ist die Alhydade zu drehen, bis die Ziehkante den Punkt A bei dem Verschieben nicht verläßt, worauf dann der Azimuth-Nonius mittelst seiner Rectificirschräubchen auf 90^0 eingestellt wird.

6. Graphische Methode, die Excentricität der Alhydade und der Kreistheilung zu untersuchen.

Diese Methode setzt voraus, daß die Ziehkante Z des Alhydadenlineales bereits so rectificirt worden sei, daß sie genau durch den Drehungspunkt der Alhydade gehe.

Man stelle die Alhydade auf irgend eine Ablesung A am fixen Nonius ein und ziehe längs Z eine Gerade g. Sodann drehe man die Alhydade auf die Ablesung A $\pm$ 180° und ziehe an Z eine Gerade g'. Fällt für jeden beliebigen Werth von A die Gerade g' mit g zusammen, so ist die allfällige Excentricität so klein, daß sie graphisch nicht wahrnehmbar ist; daher können für die graphischen Zwecke des Instrumentes die Alhydade und die Kreistheilung als centrisch liegend angesehen werden.

Aufgaben für den Tachygraphen.

Bei allen folgenden tachygraphischen Constructionen wird ein großes Rechteck auf der Zeichnungsfläche, das Sectionsrechteck, als vorhanden angenommen, welches die Darstellung der Feldaufnahme zu umfassen hat. Obwohl dem Tachygraphen verschiedene Lagen auf der Zeichnungsebene gegeben werden können, so ist doch eine Lage die vorherrschende, nämlich jene, bei welcher die Kante des Fußlineales zur langen Rechteckseite ganz genau parallel liegt und bei welcher der Rahmen des Tachygraphen mit der Fußkante von R_4 scharf an die Kante des Fußlineales angelegt wird; es bewegen sich dann der Rahmenmaßstab, sein Nonius und die Limbusplatte parallel zur kürzeren Rechteckseite. Diese Lage des Tachygraphenrahmen bezeichnen wir ein- für allemal als seine normale Lage und fügen noch bei, daß die Lage der Alhydade normal genannt wird, wenn die Ziehkante der Alhydade zur kürzeren Rechteckseite parallel liegt, wobei der feste Nonius genau auf 0° zeigt.

1. Construction des Blatt- oder Sections-Rechteckes für ein gegebenes Verjüngungsverhältniß, z. B. 1 : 2000. Dasselbe soll beispielsweise 64cm. lang und 52cm. hoch werden.

Nachdem die entsprechenden Ziffernsätze und Nonien eingesetzt wurden und man ermittelt hat, an welche Stelle des Blattes beiläufig die unteren Ecken des Rechteckes kommen werden, lege man dazu parallel, ungefähr 1cm. tiefer die Kante des Fußlineales an und stelle das Lineal gegen Verschiebung fest, indem mittelst der beigegebenen Klemmbacken das Lineal an das Zeichnungsbrett, dessen zweckmäßigsten Dimensionen 110cm. Länge und 90cm. Breite sind, festgeschraubt wird. Da das Lineal wenigstens 1m. lang, das Rechteck aber nur 64cm. lang ist, so lasse man den größten Theil des Lineal-Uebermaßes rechts vom Rechteck vorstehen. Nun schiebe man der leichteren Manipulation halber den leeren Rahmen (ohne Limbus und Alhydade) mit R_1 an das Fußlineal so an, daß die äußere Kante von R_1 in die linke Rechteckseite fällt und schiebe die Markirspitze des Maßstabes in den unteren linksseitigen Eckpunkt des Rechteckes, worauf der Maßstab auf R_1 festgeklemmt wird. Der Nullstrich des Nonius von R_1 wird auf einen Hauptstrich des Fußlineales eingestellt.

Hierauf wird der R_1 Nonius auf dem nach Feldmaßen bezifferten Maßstabe in die Entfernungen von 100m., 200m. u. s. f. bis an's Ende der kurzen Rechtecksseite geschoben und werden alle diese Entfernungen pikirt. Sodann schiebt man den Rahmen am Fußlineale um 100m., 200m. u. s. f. bis an's Ende der langen Rechtecksseite fort, pikirt in jeder Stellung sowohl mit der Maßstab- als auch mit der Noniusspitze einen Punkt und schiebt in der letzten Stellung des Rahmens den Nonius wieder um je 100m., 200m. . . . herab, stets die Einzelnstellungen mit der Noniusspitze markirend.

Die pikirten Punkte werden eingeringelt und mit der Abstandszahl vom unteren linksseitigen Eckpunkt aus beschrieben.

Will man sich ein- für allemal von der geradlinigen Fortbewegung des Rahmens überzeugen, so wird man die Abstände der Stichpunkte in der oberen Rechteckseite von einander mittelst Anlegen des Fußlineales an diese Gerade und durch messendes Abschieben des zum Fußlineale gehörenden kleinen Nonius einer Prüfung unterwerfen.

Nach beendeter und befriedigender Controle verbinde man mit der höchsten Sorgfalt die gleichnamigen Hunderterstriche der parallelen Seiten durch feine blasse gerade Tuschlinien, so daß behufs der später zu erfolgenden Flächenberechnung die Section äußerst genau in Hektaren-Quadrate getheilt ist.

2. Das Auftragen der trigonometrisch berechneten Hauptpunkte.

Mit wenigen Ausnahmen bleibt für alle Constructionen das Fußlineal in seiner festen, zur Länge des Rechteckes parallelen Lage, so daß der angeschobene Tachygraph immer genau in der normalen Stellung sich befindet. Läßt man auch den R_1 Nonius in der bei Aufgabe 1 ihm gegebenen Position fest, so können die Hauptpunkte nach ihren Coordinaten sofort in derselben Weise wie die Hunderterpunkte der Sectionsseiten abgeschoben werden.

Alle aufgetragenen und pikirten Punkte werden umringelt und beschrieben.

Der Tachygraph gewährt sonach eine beiweitem schnellere Construction der Netzpunkte als sonst und zeigt sich ganz unabhängig von den zu den Rechteckseiten parallel gezogenen Geraden, die zur Eintheilung des Rechteckes in Hektaren-Quadrate gezogen wurden, denn es ist kein Zirkel und kein Abgreifen von einem Maßstabe nothwendig, um die Ueberschüsse der Coordinaten über volle Hunderte von Metern von den Parallelen aus aufzutragen. Uebrigens zeigt das Einstellen der Pikirspitze auf die Parallelen eine Controle, da die Ablesungen am R_1 Maßstab und R_1 Nonius volle Hundert von Metern geben müssen.

3. Einen Polygonzug zwischen zwei gegebenen trigonometrisch bestimmten Punkten P_1 und P_2 zu construiren.

Wenn auf dem Felde eine Triangulirung des Netzes IV. Ordnung in der Absicht vorgenommen wird, das Detail tachygraphisch aufzutragen, dann genügt es, wenn die Abstände der nächsten Netzpunkte im Mittel 600 Meter betragen. Diese Netzpunkte oder Hauptpunkte werden noch trigonometrisch berechnet und nach Aufgabe 2 auf das Zeichnungsblatt gebracht. Für das zwischen den so vertheilten Hauptpunkten liegende Detail werden neue Standpunkte erforderlich, welche sehr häufig die Ecken eines Polygonzuges zwischen zwei Netzpunkten bilden werden. Die Seiten dieses Zuges sind sorgfältig zu messen, so daß sie auf $\frac{1}{2000}$ ihrer Länge sicher sind.

Erhält der Polygonzug eine Länge von etwa 800 Metern, so wird nach den Erfahrungen und nach der Wahrscheinlichkeit der Gesammtlängenfehler kleiner als $\frac{800^{m.}}{2000} = 0{\cdot}4^{m.}$ und daher zum Vernachlässigen klein genug sein.

Wenn man diesen Polygonzug mit dem Tachygraphen construirt und die Anschlüsse der Polygonseiten an einander scharf bewerkstelligt, so ist ein besonders bemerkbarer Fehler im Anschlusse des Polygonzuges an den zweiten trigonometrischen Netzpunkt kaum zu befürchten, mithin werden auch die tachygraphisch construirten Eckpunkte dieses Zuges auf der Zeichnungsebene dieselbe Lage einnehmen, als ob sie aus berechneten Coordinaten aufgetragen worden wären.

Was endlich die Länge der Polygonseiten betrifft, so ist diese in erster Linie wohl vom Terrain abhängig, sonst aber ist es vortheilhaft, sie nicht größer als jene Länge anzunehmen, welche am Tachygraphen an der Ziehkante Z abgeschoben werden kann, d. i. 20cm. = 500m. Feldlänge.

Die Construction des Polygonzuges geschieht nun in folgender Weise.

Man entnimmt aus dem Feldbuche, auf welchen Hauptpunkt, als der Theodolit in P_1 stand, die Visur behufs Orientirung der nächsten Polygonseite P_1 A gerichtet wurde; es sei der Punkt P_x gewesen. Aus der Triangulirungsberechnung wird entnommen, welchen Richtwinkel ω die von P_1 nach P_x gehende Seite mit der durch P_1 nach Norden gezogenen, also zur kürzeren Rechteckseite als Abscissenaxe parallel gehenden Geraden bildet, wobei diese Gerade den ersten Schenkel des Richtwinkels vorstellt, der immer durch Drehung des ersten Schenkels im Sinne von links nach rechts entstanden gedacht wird. Wendet man die Alhydade so weit, bis am festen Nonius die Ablesung gleich ω ist, so hat die Ziehkante eine zu P_1 P_x genau parallele Lage angenommen, sofern der Tachygraph in der jederzeit vorausgesetzten normalen Lage sich befindet. Im Feldbuche wird man ferner eine Ablesung notirt finden, welche der Theodolit bei der von P_1 nach P_x gerichteten Visur gab; auf diese Ablesung stellt man den fliegenden Nonius scharf ein. Wird nun die Alhydade gedreht, bis der Alhydadenkreis am fliegenden Nonius jene Ablesung zeigt, die im Feldbuche als Ablesung der Visur von P_1 nach der Polygonseite P_1A verzeichnet steht, so ist die Ziehkante Z auf das Genaueste zur Seite P_1A parallel gerichtet, ohne daß die Ziehkante vorher an die Punkte P_1 und P_x hätte angelegt werden müssen, wodurch auch der sonst bei Transporteur-Arbeiten unvermeidliche, oft recht beträchtliche Anlegefehler umgangen ist.

Nun öffnet man das Mikrometerwerk für die Rahmenbewegung am Fußlineale und verschiebt den Rahmen und in ihm die Limbusplatte derart, daß die fixe Nadelspitze des Lineales genau in das Stichloch P_1 pikirt, so hat jetzt die Ziehkante Z die genaue Lage der zu suchenden Seite P_1A angenommen, worauf der Läufer um die bekannte Länge der Polygonseite P_1A an der Ziehkante Z verschoben und Punkt A mit der Läuferspitze an der Kante Z markirt wird.

Die mit dem gelenkigen Stiele versehene Lupe läßt das genaueste Sehen zu, ob die Markirspitze bei dem Anlegen an P_1 in das Stichloch P_1 markirt, mithin hat man es durch die Mikrometerwerke des Rahmens und der Limbusplatte vollständig in der Macht, die Markirspitze des Läufers in das feine Stichloch von P_1 pikirend zu bringen.

Während noch die Ziehkante Z an der Seite P_1A anliegt, verstelle man den fliegenden Nonius auf jene im Feldbuche eingeschriebene Ablesung, die bei dem Stande des Theodoliten im Punkte A und der zurückgerichteten Visur nach P_1 entstanden ist. Hierauf drehe man die Alhydade in jene Lage, bei welcher der Alhydadenkreis am fliegenden Nonius die Theodolit-Ablesung bei der Visur von A nach der zweiten Polygonseite AB zeigt, so hat die Kante Z die zur Seite AB parallele Lage genau angenommen. Wird nun neuerdings durch grobe und feine Bewegungen des Rahmens und der Limbusplatte die fixe Markirspitze des Lineales in das Stichloch A gestellt, so läßt sich die Länge AB abschieben und mit der Pikirspitze des Läufers der Punkt B an der Kante Z markiren. Uebrigens wird man es bei Polygon-Constructionen vorziehen, die Richtungswinkel der Seiten zu berechnen und den Zug unter Anwendung des fixen Nonius zu zeichnen.

Vergleicht man die tachygraphische Construction eines Polygonzuges mit den sorgfältigsten Meßtischaufnahmen eines Polygones, so ergeben sich folgende Unterschiede:

Der Tachygraph wird mittelst des Fußlineales nach der langen Rechtecksseite orientirt. Das Lineal erhält bei einer Rechteckslänge von 64cm. und einer kaum eintretenden unsicheren Anlegung von 0·1mm. eine Desorientirung von 32 Secunden. In dem Falle, als das Fußlineal noch dieselbe Lage besitzt, wie bei der Rechtecksconstruction, ist die Verschwenkung Null.

In anderen Fällen wird sie 32 Secunden nicht überschreiten, oft aber weniger betragen.

Der Meßtisch muß aber in jedem Standpunkte nach der vorhergegangenen Polygonseite orientirt werden, wodurch öfter unvermeidliche Orientirungsfehler entstehen.

Das Anlegen der Ziehkante Z an die pikirten Punkte ist in Folge der Feinbewegungen von Rahmen und Limbusplatte und der Anwendung einer Lupe bis auf jene Größe sicher, um welche die Achse der einzusetzenden Nadel von der Achse des vorhandenen Stichloches abweicht. Nachdem aber die Nadelstiche erst durch die Lupe deutlich zu erkennen sind, und nachdem mittelst der Lupe die Einstellung der Nadelspitze in das Stichloch bewirkt wird, so kann die Excentricität des Einsetzens unter der Lupe nicht mehr bemerkt werden und ist daher als graphisch nicht vorhanden anzusehen. Das scharfe Einsetzen der Nadelspitze hat nicht nur für die Lage der nächsten Polygonseite, sondern auch für deren Länge die größte Wichtigkeit, denn diese Länge beginnt in der Achse des Nadelstiches und hört in der Achse eines solchen Stiches auf.

Bei der Kippregel müssen Bleistiftlinien gezogen werden und mit einem Zirkel werden die von einem Transversal-Maßstabe abgegriffenen Längen aufgetragen. Der mit der Zirkelspitze pikirte Punkt trifft selten genau mit seiner Mitte in die Mitte der Bleilinie, und diese selbst ist doch auch möglicherweise nicht genau der Schnitt der Visirebene mit dem Tischblatte. Die folgende Polygonseite ist demnach bei einer Meßtischaufnahme mit mehreren unvermeidlichen Fehlern behaftet, die bei dem Tachygraphen so gut wie gar nicht vorkommen. Bleilinien werden keine gezogen und die Nadelspitze des Läufers markirt immer in gleicher Weise, gleich tief und senkrecht, gegen die Papierfläche. Die Aufnahme eines Polygons auf dem Meßtische ist daher aus dieser und noch aus manchen anderen Ursachen, und wenn sie auch noch so sorgfältig durchgeführt wird, eine weitaus rohere, als die Construction eines Polygons mit dem Tachygraphen aus den Ergebnissen der theodolitischen Winkelmessungen.

Schließlich darf jedoch nicht unerwähnt bleiben, daß die tachygraphische Construction eines Polygonzuges direct aus den im Feldbuche enthaltenen Visurablesungen einen gut rectificirten Theodoliten voraussetzt, bei welchem die aus einer einfachen Winkelmessung erhaltenen Winkelmaße ungefähr auf eine Minute sicher erhalten werden. Trifft diese Voraussetzung nicht zu und wird es nothwendig, jeden Winkel einmal in normaler, das zweitemal in durchgeschlagener Fernrohrlage zu messen, so muß die wahre Winkelgröße vorerst aus beiden Winkelmessungen durch Bildung des arithmetischen Mittels aufgesucht und eine zuläßige Abweichung der Winkel von ihrer theoretischen Sollsumme auf alle Winkel gleichheitlich vertheilt werden. Erst hierauf folgt die tachygraphische Construction.

4. Einen Polygonzug auftragen, der auf dem Felde mit einer Bussole aufgenommen wurde.

Die Aufnahme des Polygonzuges auf dem Felde beginnt immer am Endpunkt A einer bereits festgelegten Geraden damit, daß die Ablesung (AB) notirt wird, welche das Nordende der Magnetnadel bei der Visur nach B zeigte, worauf man die Visur nach dem nächsten Polygon-Eckpunkt 1 gibt und wieder die Ablesung (A1) am Nordende notirt. Sodann überspringt man Eckpunkt 1 und geht nach 2. Die Rückvisur nach 1 wird mit durchgeschlagenem, die Vorvisur nach 3 mit normaler Fernrohrlage durchgeführt und jedesmal am Nordende abgelesen. Alle auf diese Art entstehenden Ablesungen geben die Abweichungswinkel der einzelnen Geraden vom magnetischen Meridiane an und zwar denjenigen Winkel, um welchen man eine vom Anfangspunkt der Polygonseite nach dem magnetischen Norden gezogene Gerade von Nord über Ost drehen muß, bis sie mit der Polygonseite (nicht mit ihrer Verlängerung) zusammenfällt. Es sei ω_B dieser Abweichungswinkel der Seite AB, ω_A jener der Seite A1, ferner ω_1 jener der Seite 1, 2 u. s. w.

Man dreht und schiebt die Alhydade des normal liegenden Tachygraphen, bis sie in A centrirt und die Ziehkante nach AB gerichtet ist und stellt den fliegenden Nonius auf die Ablesung ω_B ein. Dreht man die Alhydade, bis am fliegenden Nonius die Ablesung ω_A entsteht, so ist die Ziehkante nach 1 gerichtet und es kann die Länge der Seite A1 abgeschoben und Punkt 1 erhalten werden.

Centrirt man die Alhydade über 1, dreht die Alhydade auf die Ablesung ω_1 am fliegenden Nonius und schiebt die Länge der Seite von 1 nach 2 ab, so ergibt sich 2. Mit nur geringer Mühe können in einem Tage einige Hundert Punkte durch eine einzige Person auf diese Art aufgetragen und Polygonzüge hergestellt werden.

Bei den kleineren Tachygraphen, bei welchen der fliegende Nonius fehlt, muß man dem Fußlineale eine solche Lage geben, daß am fixen Nonius auch die Abweichungswinkel der einzelnen Seiten unmittelbar abgelesen werden können.

Auch pflegt man die Centrirung über dem jeweiligen Eckpunkt zu unterlassen, sondern nur der Ziehkante der Alhydade die Richtung der Polygonseite zu geben, sie an den Endpunkt der jeweiligen Seite anzuschieben, die Gerade zu ziehen und die Seitenlänge mit dem Zirkel aufzutragen.*

Wurde ein langer Bussolenzug aufgetragen und ist der Schlußfehler ein zulässiger, so folgt die graphische Fehlervertheilung.

Sei A der bereits graphisch dargestellte Anfangspunkt, M der Anschlußpunkt des Zuges und m derjenige Punkt, welcher auf M hätte fallen sollen, so ist mM die Größe und Richtung des Schlußfehlers.

Es sei s die Länge des Zuges von A bis M. Man dividire die Länge mM durch s, wodurch sich ein gewisser Quotient q ergibt, der sozusagen den Fehlerantheil für je 1 Meter Zuglänge ergibt. Ist nun ein Eckpunkt, z. B. Punkt 4 vom Anfangspunkt längs des Polygonzuges gemessen um die Länge $e_4 = a_0 + a_1 + a_2 + a_3$ der Seiten A bis 1, dann 1 bis 2, 2 bis 3 und 3 bis 4 entfernt, so wird diese Entfernung e_4 mit q multiplicirt und es gibt $e_4 \cdot q$ die Größe der Verschiebung des Punktes 4 an.

Berechnet man die Verschiebungen der einzelnen Polygonpunkte, dreht man die Alhydade, bis die Ziehkante an m und M anliegt, verschiebt die Alhydade, um durch alle fehlerhaften Punkte des Polygones Parallele zu mM ziehen zu können und trägt die Producte $e_1\, q_1$, $e_2\, q_2$ .... im Sinne von m gegen M entsprechend auf, so ergeben sich die verbesserten Punkte 1, 2, 3, ... und es fällt der verbesserte Punkt m auf M.

Der gewandte Geometer wird etwa jeden 10. Punkt durch das Auftragen der Producte $e_{10}\, q$, $e_{20}\, q$ ... verbessern und durch sein geübtes Augenmaß die Zwischenverbesserungen vornehmen können.

5. Punkte durch Rayonniren und Messen tachygraphisch darzustellen.

Punkte durch Rayonniren und Messen zu bestimmen, ist eine bei Terrains-Aufnahmen sehr häufig angewendete Aufgabe, da hier die Ermittlung der Rayonslängen durch optische Distanzmessung geschieht. Bei Anwendung des Meßtisches zieht man auf dem Felde

* Dazu eignen sich insbesonders ganz kurze und leichte Stangenzirkel, auf welchen die Entfernung der Zirkelspitzen unmittelbar mittelst der an der Stange angebrachten Theilung in die gewünschte Entfernung gestellt werden kann, wodurch der Gebrauch des Transversalmaßstabes entfällt.

unmittelbar Rayons und trägt die berechneten Distanzen sofort auf. Es sind also, um die Feldarbeiten zu beschleunigen, zwei Geometer für den Tisch erforderlich, von welchen der Eine die Schreibgeschäfte besorgt. Bei Anwendung des Theodoliten erfolgt die Rechnung im Zimmer, wo auch die Einzeichnung der Punkte vorgenommen wird. Schneller als mit den gewöhnlichen Mitteln und in einer auch für genaue graphische Arbeiten verwendbaren Weise geschieht das Auftragen der Terrainpunkte mit dem Tachygraphen.

Es seien 1, 2, 3 . . . die Terrainpunkte, welche von einem Standpunkte A aus durch Rayon und Maß festgelegt wurden und AB sei die behufs Orientirung miteinvisirte Netzgerade. Man legt den Tachygraph in seine normale Lage und dreht die Alhydade, bis sie am festen Nonius das Azimuth der Geraden AB zeigt, wodurch die Ziehkante eine zur Geraden AB parallele Richtung annimmt. Hierauf rückt man die Läuferspitze an die Ziehkante Z, den Nullstrich des Läufer-Nonius an den mittleren Hauptstrich der Z-Theilung und schiebt Rahmen und Limbusplatte, bis die Nadelspitze den Punkt A markirt, so weiß man, daß die Alhydaden-Achse durch diesen Punkt A geht. Nun entnehme man aus dem Feldbuche die Ablesung des Theodoliten bei der Visur von A nach B und stelle den fliegenden Nonius auf diese Ablesung ein, worauf die Alhydade soweit gedreht wird, bis am fliegenden Nonius sich die Ablesung α_1 ergibt, die im Feldbuche bei der Visur von A nach dem Detailpunkte 1 verzeichnet steht. Schiebt man den Läufer der Ziehkante entlang, bis der Nonius die Länge des Rayons von A nach 1 anzeigt, so gibt ein Druck auf die Läuferspitze die Marke des Punktes 1 an Auf eine analoge Art bestimmt man alle übrigen Detailpunkte.

Man wird bemerken, daß die Construction direct aus den Ablesungsdaten des Theodoliten erfolgt, daß sonach jede Subtraction entfällt, um die Drehungswinkel für die Rayons zu erhalten. Ebenso ist zu erkennen, daß die Orientirung nach dem trigonometrisch bestimmten Azimuthe der Netzseite AB und graphisch durch Anlegen des Fußlineals an die lange Rechteckseite erfolgt, wornach der Anlegefehler äußerst gering ausfällt.

6. Punkte durch Rayonniren und Schneiden tachygraphisch darzustellen.

Bei den bisherigen theodolitischen Detailvermessungen war man sehr häufig an den Stand der Feldfrüchte gebunden, weil die Festlegung der Detailpunkte durch directes Einmessen auf vorher festgelegte Achsen erfolgte. Die Culturen durften keine Hindernisse bieten, daher mußten die Dispositionen des Geometers jederzeit auf diese Umstände Rücksicht nehmen, und sehr leicht konnte es geschehen, daß in Folge schlechter Witterung oder sonstiger Umstände die Aufnahme im Ganzen verzögert wurde und man die Vermessung vieler Details auf Monate hinaus zu verschieben genöthigt ward.

Diese Arbeitseinschränkung entfällt gänzlich, sobald man die wegen des Culturstandes der directen Einmessung unfähigen Punkte durch Rayon und Schnitt aus den Endpunkten einer festgelegten Standlinie bestimmt, also denselben Vorgang des Figurirens wie bei einer Meßtisch-Aufnahme einschlägt.

Nehmen wir an, AB sei eine bereits gezeichnete Standlinie und Detailpunkte 1, 2, 3 . . . seien mit dem Theodoliten von den Punkten A und B aus einvisirt worden.

Wir stellen am normal liegenden Tachygraphen die Alhydade am festen Nonius auf das Azimuth der Seite AB ein, richten den fliegenden Nonius auf die Ablesung der Visur von A nach B und centriren die Alhydade im Punkt A, wie bei der Aufgabe 4 gezeigt wurde. Nun dreht man die Alhydade, bis am fliegenden Nonius die Ablesung für die Visur von A nach 1 entsteht, worauf der Rayon an der Kante Z mit einem scharfen, harten Bleistift fein gezogen und der Rayon mit der Nummer des Punktes beschrieben wird. Die folgenden Rayons werden in derselben Weise hergestellt. Schließlich stellt man die Alhydade auf das Azimuth der Seite BA, richtet den fliegenden Nonius auf die Feldablesung BA, centrirt die Alhydade über B und ermittelt nun in analoger Weise die Schnitte aus B, wie vorher die Rayons aus A. Die Schnittpunkte werden eingeringelt, beschrieben und dann zu den Parcellengrenzen verbunden.

Wir haben hier den ersten Fall, in welchem Punkte als Durchschnitte von zwei geraden Linien sich ergeben, folglich ziemt es sich, über die Genauigkeit dieser Art von Punktbestimmung durch den Tachygraphen zu sprechen.

Bisher war es eigentlich nur eine ideale Gerade, die wir als Ziehkante Z in's Auge zu fassen hatten, nämlich jene Gerade, in welcher die Mittelpunkte aller Nadelstiche liegen, sobald man den Läufer der Ziehkante entlang führt und an verschiedenen Stellen mit der Nadelspitze Punkte markirt. Diese Stichgerade Z ist außerordentlich nahe an der materiellen Ziehkante Z gelegen, und wenn an letzterer eine scharfe Bleilinie gezogen wird, so liegt diese aus erkennbarer Ursache auch nur außerordentlich nahe an der materiellen Ziehkante, so daß zwischen der Bleistiftlinie Z und der Stichgeraden Z kein Unterschied besteht, der deutlich und meßbar auftreten kann, sofern die Bleilinie sorgfältig gezogen wird. Die Durchschnittspunkte sind daher sichere Punkte, solange die Schnitte nicht allzuschief ausfallen, und es kann ihnen daher eine besser befriedigende Genauigkeit zuerkannt werden, als sie bei Meßtischarbeiten erreicht werden kann.

7. Punkte durch Bindelinie und Schnitt tachygraphisch zu bestimmen.

Wenn viele langgestreckte riemenförmige Parcellen aufzunehmen sind, pflegt es vorzukommen, daß mehrere sich gegenüberliegende Standlinien eine zu der Längsrichtung der Parcellen nahezu parallele Lage haben. Bestimmt man in diesen Standlinien durch Messung mehrere geeignete Punkte, so lassen sich diese entsprechend durch Bindelinien, in nahezu senkrechter Richtung zu den Längsgrenzen, verbinden.

Zieht man es nicht vor, die Schnitte der Bindelinien mit den Parcellengrenzen einzumessen, so stellt man sich mit dem Theodoliten außerhalb einer solchen Transversalen an einem schon fixirten Standpunkte auf, sendet einen Figuranten in die Schnittpunkte der Bindelinie mit den Parcellengrenzen und nimmt des Signalstabes Stellungen mit dem Theodoliten auf; jedoch muß unter den Visuren auch ein Orientirungsrayon sein.

Auf dem Papiere wird dann jede Bindelinie ihrem Maße gemäß eingetragen und selbe als Rayon betrachtet. Der Tachygraph wird nun durch das Azimuth des Orientirungsrayons orientirt, d. h. es wird die Alhydade bei normaler Instrumentslage soweit gedreht, bis man am festen Nonius das bekannte Azimuth als Ablesung erhält, worauf der fliegende Nonius auf die auf dem Felde erhaltene Theodolit-Ablesung des Orientirungsrayons gestellt wird. Schließlich centrirt man auf selbstverständliche Art und Weise die Alhydade im Aufstellungspunkte und bestimmt die den Theodolit-Ablesungen entsprechenden Schnittpunkte der Visuren mit den Bindelinien.

8. Punkte durch Neben-Coordinaten tachygraphisch darzustellen.

Es kommt sehr häufig vor, daß Detailpunkte durch rechtwinkelige Coordinaten auf eine auf dem Felde angenommene Achse eingemessen werden. Wir wollen diese Coordinaten, weil sie nicht auf die Rechtecksseiten sich beziehen, Neben-Coordinaten nennen.

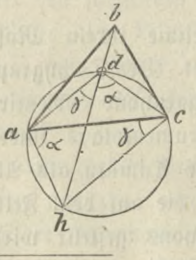
Das Auftragen der Detailpunkte durch direct gemessene Neben-Coordinaten geschieht mittelst der Ziehkante Z und des Läufers. Man dreht und schiebt die Alhydade, beziehungsweise den Rahmen, bis die Z-Kante genau an dem Rayon anliegt und die fixe Pikirspitze des Alhydadenlineals in den Anfangspunkt des Rayons einsticht. Sodann wird der Läufer um die Länge x und am Läufer die Markirspitze um die Länge y verschoben, worauf die Markirspitze durch Niederdrücken den Detailpunkt markirt.

Die Nebenordinaten sind meistens sehr kurz, so daß die Länge von 5cm. der Läuferkante dem Zwecke des Auftragens entsprechen wird. Sind die Ordinaten kurz, so kann man, wie leicht zu erkennen, bei einmaliger Lage der Alhydade sowohl positive, als negative Ordinaten auftragen. *

9. Die Pothenot'sche Aufgabe mit dem Tachygraphen direct zu lösen.

Während der Detailaufnahme bleiben die nächsten Netzpunkte der IV. Ordnung durch Signale bezeichnet, um eben thunlichst oft die Visuren an die Netzpunkte behufs Orientirung oder Controlirung anzubinden. Diese Netzpunkte IV. Ordnung können unter Umständen sehr bequem das Polygonisiren entbehrlich machen, indem aus ihnen neue Standpunkte nach der Methode des Rückwärtseinschneidens bestimmt werden.

Fig. 3.



Nehmen wir an, in nebenstehender Fig. 3 seien a, b, c drei Netzpunkte IV. Ordnung, d ein Standpunkt im Dreiecke abc und h ein Hilfspunkt in dem Kreise adc. Die Seite ab erscheint aus d unter dem gemessenen Winkel adb, folglich ist $\measuredangle$ ach $= \gamma = 180^0 -$ adb

* Der Orthograph von Peltz (1857 erfunden), beschrieben im Jahrgange 1874 der „Zeitschrift für Vermessungswesen", dient zum Auftragen von Neben-Coordinaten und ist nur für zwei Verjüngungsverhältnisse eingerichtet.

bekannt. Ferner erscheint bc aus d unter dem gemessenen Winkel cdb, mithin ist ebenso $\measuredangle$ cah $= \alpha = 180^0$ — cdb eine bekannte Größe.

Sind die Punkte abc auf dem Papierblatte bereits vorhanden, und ist (ac) das Azimuth der Seite ac, so stelle man bei normaler Lage des Tachygraphen die Alhydade am festen Nonius auf das Azimuth (ac) ein, drehe die Alhydade um den Winkel α und stelle bei normaler Tachygraphenlage das obere Ende der Ziehkante Z in a ein, so läßt sich an Z ein bei 20cm. langer Rayon ah ziehen, in welchem der Hilfspunkt h liegen wird.

Dreht man aber die Alhydade, bis Z zu ch parallel wird, so kann man das eine Ende der Kante Z an c anschieben und den früheren Rayon in h durchschneiden, worauf b mit dem Hilfspunkte h sehr genau durch eine Gerade verbunden wird. Legt man Z an bh scharf an und stellt den fliegenden Nonius auf die Feldablesung db, so ist die Alhydade nur zu drehen, bis am fliegenden Nonius die Ablesung da entsteht, damit die Ziehkante Z zu da parallel wird. Wird das Instrument parallel verschoben, bis Z an a anliegt, so gibt der Schnitt von Z mit bh den gesuchten Standpunkt d. Ebenso zieht man auch cd, um d zu prüfen.

Die wenigen Constructionslinien lassen keinen Widerspruch in der Controle befürchten, wenn nur sonst genau gearbeitet wird und keine bemerkenswerthen Unsicherheiten in der Lage der Punkte a, b, c und in den aus d gemessenen Winkeln vorhanden sind.

Bei anderen Lagen des Standpunktes d wird man sich eine Skizze von der Figur abcd entwerfen, um zu wissen, wie die Schenkel ah und ch an ac anzuzeichnen sind.

Die Möglichkeit, mit dem Tachygraphen die Pothenot'sche Aufgabe direct und leicht auflösen zu können, läßt einen häufigeren Gebrauch dieser Aufgabe bei der Detailarbeit mit dem Theodoliten zu, als es bisher möglich war, und demzufolge wird die Feldaufnahme schneller beendet werden, weil man nicht so oft die gesetzten Signale ausheben und wieder einsetzen muß.

10. Producte von der Form L $\cos^2\alpha$ und L $\cos\alpha \sin\alpha$ zu bestimmen.

Die Anwendung der optischen Distanzmesser für Terrain-Aufnahmen erfordert bei der Bildung der horizontalen Entfernung zweier verschieden hoch gelegener Punkte und bei der trigonometrischen

Ausmittlung ihres Höhenunterschiedes aus dem zwischen den Parallelfäden projicirten Lattenstück L und aus der Neigung α der mittleren Visur die Werthberechnung der Producte L $\cos^2\alpha$ und L $\cos\alpha \sin\alpha$, wobei unter Anwendung der Distanzmesser-Einrichtung nach Porro die erwähnten Producte auch schon die gesuchten Längen und Höhen sind.

Diese so oft vorkommende Aufgabe, welche allgemein für alle Werthe von L und α mit Logarithmen gelöst werden kann, sucht man schneller unter Anwendung von eigenen Tabellenwerken, von graphischen Diagrammen oder unter Gebrauch der auf Logarithmen basirten Rechenschieber durchzuführen, weil der mindere Genauigkeitsgrad doch noch immer den bei Terraindarstellungen verfolgten Zwecken genügt.

Aber auch der Tachygraph bietet die Möglichkeit, die genannten Producte zu bestimmen.

Es liege der Tachygraph auf der Zeichnungsebene in seiner gewöhnlichen normalen Lage. Man drehe die Alhydade, bis sie am festen Nonius auf Null zeigt, rücke den Läufer in den Abstand L vom Mittelpunkt O und markire mit dessen Nadelspitze einen Punkt M, so ist $OM = L$.

Hierauf drehe man die Alhydade im positiven Drehungssinne um $\sphericalangle \alpha$, verrücke den Läufer, bis seine Kante genau an M anliegt, und markire mit der Nadelspitze abermals einen Punkt N an der Ziehkante Z, so ist $ON = L \cos\alpha$. Nach einer zweiten Drehung der Alhydade um α schiebe man den Läufer soweit, bis seine Kante an N anliegt, so gibt die Ablesung am Z-Nonius eine Größe $OP = (L \cos\alpha) . \cos\alpha = L \cos^2\alpha$, und wird die Nadelspitze des Läufers in den Punkt N gerückt, so gibt die Ablesung am Läufer-Nonius den Werth $PN = L \cos\alpha . \sin\alpha$. Dabei ist P der Schnittpunkt der Läuferkante mit der Ziehkante Z.

Diese Ausmittlung von $L \cos^2\alpha$ und $L \cos\alpha \sin\alpha$ ist an und für sich einfach, jedoch ist bei massenhaftem Vorkommen dieser Productbildung die Markirung so vieler Hilfspunkte M und N und das zweimalige Einstellen und Drehen der Alhydade um den Winkel α zeitraubend. Indessen läßt sich aber aus einer e i n m a l i g e n Drehung um $\sphericalangle 2\alpha$ und aus einem e i n z i g e n Hilfspunkte M die Werthbestimmung von α s c h n e l l e r und dabei noch g e n a u e r vornehmen, w e i l e i n m a l der Z w i s c h e n p u n k t N wegfällt, u n d weil andererseits die unmittelbar erhaltenen Werthe durch 2 zu dividiren sind, wobei die Ablese-Ungenauigkeit gleichfalls halbirt wird.

Denken wir uns ein rechtwinkeliges Dreieck OMQ. Dabei sei OM = L, bei Q sei der rechte Winkel und der spitze Winkel bei O sei 2α, so ist $OQ = L \cos 2\alpha$ und $MQ = L \sin 2\alpha$. Diese beiden Größen kann man nun mit dem Tachygraphen bestimmen, wie aus dem früheren zu erkennen ist.

Nun gibt uns die Goniometrie die Formeln $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$ und $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$, folglich erhält man durch Anwendung derselben:

$$L \cos^2\alpha = \frac{L + L \cos 2\alpha}{2} \text{ und } L \cos \alpha \sin \alpha = \tfrac{1}{2} L \sin 2\alpha,$$

oder mit Rücksicht auf das genannte Dreieck OMQ:

$$L \cos^2 \alpha = \frac{L + OQ}{2} \text{ und } L \cos \alpha \sin \alpha = \tfrac{1}{2} MQ,$$

d. h. das arithmetische Mittel aus dem gegebenen L und dem abgelesenen OQ gibt das Product $L \cos^2\alpha$, und ferner: die Hälfte der abgelesenen Länge QM gibt $L \cos \alpha \sin \alpha$.

Sollen die in Massen zu bildenden Producte $L \cos^2 \alpha$ sofort in die Zeichnung übertragen werden, so läßt sich noch eine bedeutende Zeitabkürzung der ganzen Arbeit erzielen. Denken wir uns, es wären von einem Standpunkte A des Feldes vielleicht über fünfzig Terrainpunkte anvisirt worden und AB sei die Anbindevisur an einen bereits festgelegten Punkt B, so daß uns das Azimuth von AB bekannt ist. Nun kann man in gewöhnlicher Weise mit Hilfe der Läuferpikirspitze die Alhydade mit ihrem Mittelpunkt O über A stellen und der Ziehkante Z die Richtung AB geben. In Aufgabe 4 wurde nun der fliegende Nonius auf jene Ablesung gestellt, die im Feldbuch für die Visur von A nach B stand, und dann wurde die Alhydade der Reihe nach so gedreht, daß am fliegenden Nonius die Ablesungen ω sich ergaben, welche den einzelnen Visuren angehörten. Jetzt wird zwar auch dem fliegenden Nonius dieselbe Stellung gegeben, allein man dreht die Alhydade für irgend einen Rayon nicht auf das zugehörige ω, sondern auf $\omega - 2\alpha$ und schiebt in dieser Richtung die noch unmultiplicirte Länge L ab, worauf man mit der Nadelspitze den Punkt M markirt.

Dreht man die Alhydade, bis am fliegenden Nonius die Ablesung ω entsteht, und schiebt die Nadelspitze des Läufers in den

Punkt M, so gibt die Ablesung am Coulissen-Nonius die Länge OQ am Läufer MQ. Das arithmetische Mittel $\frac{L + OQ}{2}$, an Z abgeschoben, bestimmt den gesuchten Terrainpunkt P, während $\frac{1}{2}$MQ zur Berechnung der Höhenkote von P benützt wird.

Jetzt dreht man die Alhydade auf das dem nächsten Rayon entsprechende $\omega - 2\alpha$ und wiederholt die Arbeit. Selbstverständlich wird man gleich im Feldbuche an entsprechender Stelle eine mit $\omega - 2\alpha$ zu überschreibende Rubrik eröffnen und diese vor Beginn der Constructionen ausfüllen. Hätte der Theodolit statt Höhen- und Tiefenwinkeln, die in der Formel $\omega - 2\alpha$ immer in absoluter Größe, also ohne Qualitätszeichen zu nehmen sind, Zenithdistanzen Z gegeben, so bildet man $\omega - 2\alpha$ immer leicht, sobald $Z > 90^0$, weil der Ueberschuß über 90^0 das α ist und im Kopfe gefunden werden kann. Ist aber $\omega < 90^0$, so wird die Rechnung auch einfach, denn weil $\alpha = 90^0 - Z$, so findet man $\omega - 2\alpha = \omega - 180 + 2Z$ oder allgemeiner: $\omega - 2\alpha = (\omega + 2Z) \pm 180^0$. Die Addition von 2Z zu ω ist bequemer als eine Subtraction, und das Hinzufügen oder Wegnehmen von 180^0 ist ebenfalls nicht umständlich, mithin ist es in Bezug auf Zeitaufwand ganz einerlei, ob Höhen- und Tiefenwinkel oder ob Zenithdistanzen gemessen wurden.

Berücksichtigt man noch, daß das Drehen der Alhydade mit gleicher Leichtigkeit vor sich geht, wie die Alhydadendrehung bei einem Theodoliten, daß sich ferner der Läufer wie ein Dreieck an einem Lineale verschieben läßt, sowie daß die Ablesungen an den Alhydaden-Nonien immer an derselben oder doch nahe an derselben Stelle gemacht werden, und bemerkt man endlich, daß die Klemmungen und Mikrometerbewegungen stets an demselben Orte des Instrumentes erfolgen, so wird man zu der Ueberzeugung gelangen, daß der Geometer bei einiger Vertrautheit mit dem Tachygraphen, wobei die Hände mechanisch nach den betreffenden Bestandtheilen langen, gewiß rasch zu arbeiten vermag und daß die für Wegnetzprojecte so wichtige Aufgabe 9 mittelst Anwendung des Rechenschiebers nicht wesentlich schneller, wohl aber kaum genauer gelöst werden kann als mit dem Tachygraphen.

Der Tachygraph als Planimeter.

Der Tachygraph läßt sich in mehrfacher Weise als Planimeter verwenden, wie die folgenden Aufgaben zeigen.

11. Eine Polygonfläche aus den abzumessenden Coordinaten ihrer Eckpunkte zu berechnen.

Wir setzen voraus, daß die Flächenberechnung aus einem Plane erfolge, auf dem in früher erwähnter Weise das Sectionsrechteck und die zu den Sectionsseiten parallelen Geraden von 100 zu 100 Meter hergestellt wurden. Das Polygon ergebe sich entweder als Umgrenzung einer Parcelle oder eines Parcellen-Complexes, so zwar, daß die Eckpunkts-Coordinaten erst aus der Zeichnung entnommen werden müssen.

Das Abmessen der Coordinaten geschieht mittelst der Maßstäbe, die auf dem Rahmen R_1, auf dem Fußlineale oder auf der Ziehkante Z vorhanden sind. Dabei stellt man den Tachygraph wie immer normal, jedoch bezieht man die Coordinaten nicht auf die Sectionsseiten, sondern auf jene beiden Seitenparallelen des Quadratnetzes, welche beziehungsweise unten und links außerhalb dem zu berechnenden Polygone, aber ihm nahe liegen.

Die Stellung der Alhydade behufs der Messungen wird so angenommen und festgehalten, daß die Kante Z zur kurzen Sectionsseite parallel steht, wodurch die Läuferkante eine zur langen Sectionsseite parallele Lage erhält, und der Tachygraph als Ganzes wird dann derart verschoben, daß die fixe Nadelspitze der Ziehkante Z in den Coordinaten-Anfang pikirt.

Bei dieser Stellung soll man aber auch am Fußlineale die Ablesung Null erhalten; deshalb stellt man den Nullstrich des Nonius auf den ihm am nächsten liegenden Hauptstrich der Linealtheilung und schiebt den Ziffernsatz so in seiner Führung am Lineale, daß diesem Hauptstrich die Zahl Null gegenübersteht.

Wird nach dieser Anordnung der Tachygraph so situirt, bis Z an irgend einem Eckpunkte E des Polygons anliegt, und rückt man die Nadelspitze des Läufers oder seine Kante Z in den Punkt E, so gibt die Ablesung an der Ziehkante Z das x, und die Ablesung am Fußlineale das y des Punktes E.

Die Polygonfläche wird sodann nach der Formel $2F = \Sigma y_p(x_{p\mp 1}x_{p-1})$ oder auch $2F = \Sigma x_p(y_{p\mp 1}y_{p-1})$, am leichtesten unter Anwendung von Multiplicationstafeln oder einer Rechenmaschine, berechnet. Sollte es geschehen, daß die Ziehkante Z für die Abscissen x nicht ausreicht, so kann die Limbusplatte mittelst des an ihrer unteren linksseitigen Ecke befindlichen Riegels mit dem

Rahmen-Nonius R_1 zu einem Ganzen vereinigt und der Maßstab auf R_1 in einer solchen Lage festgeklemmt werden, daß mittelst Stellung des auf R_1 angebrachten Ziffernsatzes die x unmittelbar am R_1-Maßstabe abgelesen werden.

12. Die Neben-Coordinaten eines Detailpolygones abzumessen.

Wenn ein Detailpolygon sehr viele Detailpunkte enthält, so erscheint es bisweilen zweckmäßig, gewisse Eckpunkte als Haupteckpunkte auszusuchen und diese zu einem die Hauptmasse der Fläche enthaltenden Hauptpolygon zu verbinden. Ueber jeder Seite liegen noch Nebenpolygone, theils außerhalb, theils innerhalb des Hauptpolygons, deren Endpunkte auf die Seiten des letzteren durch die als Neben-Coordinaten bezeichneten Abmessungen bezogen werden, wobei die Neben-Ordinaten immer als kleine Größen sich ergeben, die oft auf dem Felde unmittelbar gemessen werden, was aber hier nicht vorausgesetzt wird.

Der Flächeninhalt des Gesammtpolygons ergibt sich durch die algebraische Summe der Inhalte des Hauptpolygons und der Nebenpolygone, von welchen das erstere nach Aufgabe 10 berechnet wird.

Bei der Abmessung der Neben-Coordinaten dreht man die Alhydade parallel zu jener Seite des Hauptpolygons, auf welche die Ordinaten zu fällen sind und gibt dem Tachygraphen jene Lage, durch die es möglich ist, von allen Nebenpunkten dieser Seite, nachdem in jedem derselben die Markirspitze des Läufers einmal eingesetzt wird, die Abscissen am Lineal- und die Ordinaten am Läufer-Nonius abzulesen.

Man sieht leicht ein, daß es für die Abmessungen gar nicht nothwendig ist, die Seiten des Hauptpolygons und die Neben-Ordinaten zu zeichnen.

Der Flächeninhalt wird nach den Formeln in 10 bestimmt.

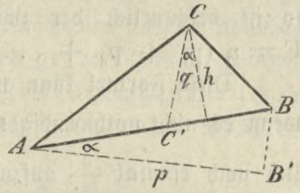
In welcher Weise etwaige Papiereingänge zu berücksichtigen sind, hängt von den Erwägungen des Geometers ab.

13. Specieller Vorgang, um Dreiecke zu berechnen.

Beabsichtigt man, den Flächeninhalt mehrerer Dreiecke nicht durch die directen Abmessungen ihrer Grundlinien und Höhen, sondern durch Bestimmung solcher Flächenfactoren auszumitteln, welche eine schriftliche Ausrechnung oder das Aufsuchen der Producte in Multiplications-Tabellen entbehrlich machen, dann ist es nothwendig, von der flächengleichen Umwandlung der Figuren Notiz zu nehmen.

Ist ABC in Fig. 4 irgend ein Dreieck, ist AB'B ein rechter Winkel und steht CC' auf AB' senkrecht, so ist bekanntlich der Flächeninhalt des Dreieckes $F = \frac{1}{2}pq$. Wenn nämlich $AB = g$ die Grundlinie und h die Dreieckshöhe bedeutet, so erhält man $p = g \cos \alpha$ und $q \cos \alpha = h$, also wird $p\,q \cos \alpha = g \cos \alpha\, h$, daher ist $p\,q = g\,h$ und die Formel $F = \frac{1}{2}pq$ bewiesen. Wenn man nun einen rechten Winkel, bei dem ein Schenkel AB' eine Länge von n . 20m. besitzt, um den Punkt A soweit dreht, bis der andere Schenkel durch B geht, so ist BB' jene Richtung, zu welcher parallel q gezogen werden muß. Wird q gemessen, so findet man $F = \frac{1}{2}n . 20q$ oder $F = n\,(10q)$. So lange n eine einziffrige Zahl ist, kann man sofort das Product n . 10q als gesuchte Dreiecksfläche niederschreiben.

Fig. 4.



Mit dem Tachygraphen erhält man einen für diesen Zweck brauchbaren rechten Winkel, sobald man die Alhydade im Punkte A centrirt und den Läufer im Abstande von n . 20m. vom Centrum O der Ziehkante Z feststellt. Man kann jetzt die Gerade AB ziehen und die Alhydade drehen, bis die Läuferkante durch B geht, wodurch sie die Richtung der Geraden q angibt. Schiebt man nun den Tachygraph, seine normale Lage beibehaltend, soweit, bis die Läuferkante durch C geht, so läßt sich $CC' = q$ mittelst der Läufertheilung abmessen.

Ist z. B. AB zwischen 60m. und 80m. gelegen, so wählt man $p = 60$m. gleich 3×20m., und findet man $q = 74{\cdot}56$m., so ist $F = 3 \times 745{\cdot}6 = 2236{\cdot}8$ □m.

14. Flächenberechnung mit Aequidistanten. (Ersatz des Fadenplanimeters.)

Ist eine Fläche von einer krummen Linie umschlossen, so kann man dieselbe in Theile zerlegen, die sich nach dem Principe der Aequidistanten berechnen lassen. Setzen wir den Fall voraus, der zu bemessende Theil sei links und rechts von zwei Geraden $p_o\,p_z$ parallel mit der Richtung der kurzen Sectionsseiten begrenzt, während die obere und untere Flächengrenze eine Curve ist, so wird eine Erwägung zeigen, wie groß die constante Distanz a der zu p_o parallelen Aequidistanten angenommen werden kann. Legt man die erste Aequidistante p_1 im Abstande $\frac{a}{2}$ von p_o, jede folgende p_2 p_3 ... p_n von der vorhergehenden um a und endlich p_z von p_n wieder um $\frac{a}{2}$ entfernt, so ist bekanntlich der zwischen p_o und p_z liegende Flächenraum $F = a\,(p_1 + p_2 + \cdots + p_n)$.

Diese Formel kann man mit Vortheil nur dann anwenden, wenn es nicht nothwendig wird, $\frac{a}{2}$, sodann a wiederholt und schließlich noch einmal $\frac{a}{2}$ aufzutragen und die Aequidistanten mit Bleilinien zu zeichnen. Man bedient sich hiezu des bekannten Fadenplanimeters und des Additionszirkels; aber ebenso ist es bekannt, daß die mit diesen Mitteln erhaltene Flächenangabe nicht sonderlich genau ausfällt.

Mit dem Tachygraphen kann man aber die Addition der Ordinaten p_1 p_2 ... sehr präcise und schneller als mit dem Fadenplanimeter ausführen wie folgt: Man legt den Tachygraphen normal auf die Zeichnungsfläche, so daß die Linealskante ziemlich nahe dem Polygone ist, und schiebt denselben derart, daß die Kante R_1 des Rahmens an der linksseitigen Begrenzung p_o der Fläche F anliegt, worauf der Nonius von R_1 auf einen Hunderterstrich minus $\frac{a}{2}$ des Fußlineales eingestellt wird. Nun rückt man, wenn z. B. $a = 10^{m.}$ angenommen wurde, den Rahmen um $\frac{a}{2} = 5^{m.}$ nach rechts und stellt die Markirspitze S des Rahmenmaßstabes auf den unteren Punkt a_1 der Flächensehne p_1, die Markirspitze s des Nonius auf den oberen Punkt b_1 dieser Sehne p_1 ein. Die Punkte a_1 und b_1 ergeben sich von selbst dort, wo die Markirspitzen die krummen Flächengrenzen treffen; ihr gegenseitiger Abstand ist gleich p_1.

Hierauf schiebe man den Rahmen um $a = 10^{m.}$ nach rechts und rücke den Maßstab vereint mit dem Nonius so nach aufwärts, daß die Maßstab-Markirspitze S auf das obere Ende b_2 von p_2 zu stehen kommt, worauf p_2 zu p_1 addirt werden soll. Zu diesem Behufe klemme man den Nonius auf dem Rahmen R_1 fest und ziehe die Markirspitze S des Maßstabes am Rahmen R_1 herab, bis sie im unteren Punkte a_2 der Flächensehne p_2 steht, so ist p_2 zu p_1

addirt. Nun öffne man die Noniusklemme und schiebe den Rahmen wieder um $a = 10^{m.}$ nach rechts, rücke den Maßstab vereint mit dem Nonius hinauf, bis die Maßstabspitze S im oberen Punkte b_3 der Flächensehne p_3 steht, so läßt sich wieder p_3 zu der bereits vorhandenen Summe $p_1 + p_2$ auf die erwähnte Art addiren. Die Summe, welche in dieser Weise durch Verschieben des Nonius gebildet werden kann, ohne den Nonius herabschieben und die Addition von Neuem beginnen zu müssen, reicht bis gegen $60^{cm.} = 1500^{m.}$, während bei der Addition mit dem Zirkel gewöhnlich schon nach je $200^{m.}$ mit erneuerter Zirkelöffnung das Addiren beginnen muß.

Die letzte Ordinate p_z wird nicht im Vorhinein, sondern am Schlusse durch Verschieben des Rahmens um $\frac{a}{2} = 5^{m.}$ gebildet, worauf nach abermaligem Verschieben um $\frac{a}{2}$ an der R_1-Kante eine feie Bleilinie gezogen wird.

Das a-fache der gefundenen Totalsumme gibt den Flächeninhalt F, wozu noch der abgeschnittene kleine Rest zu addiren kommt.

15. Die Flächeninhalte der Polygone mit dem Tachygraphen durch Umfahren, also ohne Messung der Eckpunkts-Coordinaten zu finden.

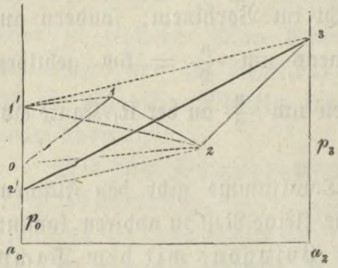
Bei der Aufnahme sehr vieler Parcellen durch den Theodoliten gelangt man allerdings in die Lage, die Flächeninhalte direct aus den Felddaten zu finden. Diese Berechnungen nehmen aber für das Detail so viel Zeit in Anspruch, daß der dadurch bedingte Kosten-Aufwand mit der Forderung an die Genauigkeit in keinem günstigen Verhältnisse steht. Man betrachtet daher die Theodolit-Daten häufig nur als Constructionsbehelfe und ermittelt von einer sehr großen Zahl von Parcellen die Flächeninhalte erst aus der genau angefertigten Zeichnung, am besten, ehe noch ein Papiereingang eingetreten ist.

Die Form der Parcellen ist aber oft eine so unregelmäßige, daß die Inhaltsbestimmung nur durch zahlreiche Zerlegungen in Dreiecke und Vierecke bewirkt werden kann, welche ebenfalls Zeit und Mühe sehr in Anspruch nehmen. Nicht zu wundern ist es daher, daß das Polar-Planimeter als ein unendlich schätzbares Instrument begrüßt wurde und vielfältig angewendet wird.

Aber auch der „Tachygraph" ist ein Planimeter, der nicht nur nach der Lehre von den Aequidistanten krummlinig begrenzte Flächen zu messen gestattet, sondern auch die Flächeninhalte der viel häufiger vorkommenden Polygone ebenso schnell wie ein Polar-Planimeter und mit nur geringfügiger Rechnung auffinden läßt, daher dieses in solchen Fällen ersetzt.

Das hiebei zur Anwendung kommende Princip besteht in der raschen und genauen Verwandlung von Polygonen in Dreiecke mit einer beliebigen Höhe von solcher Größe, daß sich die Polygonfläche sofort als Produkt aus der Größe der Dreiecksbasis in die durch eine bequeme Zahl ausgedrückte halbe Höhe des Verwandlnngsdreieckes ergibt.

Fig. 5.



Die Theorie der Flächenverwandlung mittelst Verminderung der Ecken- und Seitenzahl ist eine allbekannte.

Es seien p_0 p_3 in Fig. 5 zwei parallele Gerade, a_0 a_3 eine dazu senkrechte Basis einer Polygonfläche, welche seitlich durch p_0 p_3, oben durch den dreigliedrigen Polygonzug 0 1 2 3 begrenzt wird. Man soll diesen Zug durch eine Gerade ersetzen, welche durch den Endpunkt 3 des Zuges geht und ein Trapez a_0 2′3 a_3 erzeugt, dessen Inhalt eben so groß ist, wie jener der Polygonfläche a_0 0 1 2 3 a_3.

Zieht man durch 1 eine Parallele 1 1′ zur Geraden 0 2, so wollen wir sagen: Punkt 1 sei durch 1′ flächengleich ersetzt, denn das Dreieck über 02 mit der Spitze in 1′ ist flächengleich dem Dreiecke über 0 2 mit der Spitze in 1, daher ersetzt 1′ 2 in der verwandelten Figur flächengleich den zweigliedrigen Zug 0 1 2 der nichtverwandelten Figur.

Der neue zweigliedrige Zug 1′ 2 3 wird wieder verwandelt, wenn man 2 durch 2′ flächengleich ersetzt, indem man durch 2 eine Parallele 2 2′ zu 1′ 3 zieht, denn das Dreieck unter 1′ 3 mit der Spitze in 2′ ist flächengleich dem Dreiecke unter 1′ 3 mit der Spitze in 2, folglich ist leicht einzusehen, daß die Gerade 2′ 3 den Zug 1′ 2 3 und daher auch den Polygonzug 0 1 2 3 flächengleich ersetzt, daß also der Inhalt der Fläche a_0 2′ 3 a_3 gleich ist dem Inhalte der Fläche a_0 0 1 2 3 a_3.

Die Anwendung des Tachygraphen für diese Theorie besteht darin, daß man das Basislineal zuerst parallel mit der Basis $a_0\ a_3$ auf der Zeichnungsfläche fixirt. Dann schiebt man den Orientirungsrahmen normal an die Basis und stellt die beiden Rahmen in eine solche Position, daß der Drehungsmittelpunkt O der Alhydade äußerst genau auf den Anfangspunkt o des Polygonzuges fällt, so ist klar, daß die den Punkt O enthaltende Ziehkante Z des Alhydadenlineales bei der Drehung der Alhydade durch o geht, und daß der in Z liegende Drehungspunkt O auf der Geraden p_0 verbleibt, wenn der Limbusrahmen auf- oder abgeschoben wird.

Wir erhalten nun folgendes Arbeits-Schema für die Verwandlung:

Leit- oder Orientirungsrahmen bleibt unverrückt am Fußlineale stehen.

Limbusrahmen wird verschoben, bis der in der Ziehkante Z liegende Alhydaden-Mittelpunkt in o steht.

Jetzt folgt regelmäßig einer Drehung der Alhydade bei feststehendem Limbusrahmen eine Verschiebung des Limbusrahmens ohne Alhydadendrehung, dann wieder einer Drehung der Alhydade bei feststehendem Limbusrahmen eine Verschiebung u. s. f., und zwar:

Drehung bis Z durch 2 geht, dann Verschiebung bis Z durch 1 geht,
„ „ Z „ 3 „ „ „ „ Z „ 2 „

In diesem Momente steht der Mittelpunkt O der Alhydade auf jenem Punkte 2′, welcher, mit 3 verbunden, die den Polygonzug flächengleich ersetzende Gerade gibt.

Besäße der Polygonzug noch die Punkte 4, 5, . . . (n—1) n, so würde sich jetzt ergeben:

Drehung bis Z durch 4 geht, dann Verschiebung bis Z durch 3 geht,
„ „ Z „ 5 „ „ „ „ Z „ 4 „
— — — — — — — — — — — —
„ „ Z „ n „ „ „ „ Z „ (n—1) „ .

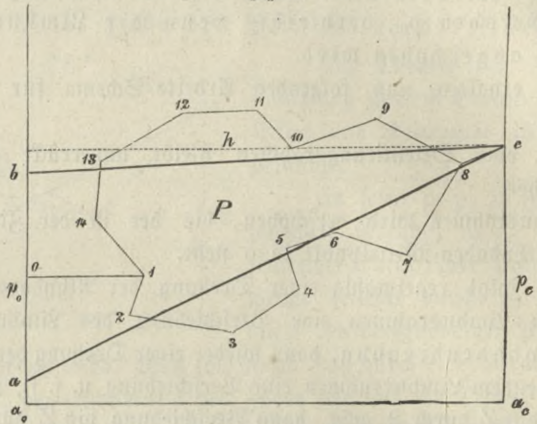
Der jetzige Ort des Alhydadenmittelpunktes O mit dem Punkte n verbunden, gibt die Gerade (n—1)′ n, welche den ganzen Polygonzug 0, 1, 2, . . . (n—1) n flächengleich ersetzt.

Wir wollen nun in Fig. 6 ein allgemeineres Polygon 1, 2, 3, ... 14 behandeln, bei welchem die Spitze des flächengleichen Verwandlungsdreieckes Punkt c werden soll und als ein auf der

Zeichnungsfläche schon vorhandener markirter Punkt gewählt werden kann.

Die Basis p_0 soll in einem zweckmäßig angenommenen Abstande h vom Punkte c entfernt liegen und parallel mit a_o a_c gemessen sein. Als Anfangspunkt O gelte irgend ein in p_0 gewählter Punkt o, welcher mit 1 durch eine Gerade verbunden gedacht wird, folglich existiren jetzt zwei Polygonzüge: Der untere Zug 0, 1, 2, ... 7, 8, c und der obere Zug 0, 1, 14, 13, . . . 9, 8, c.

Fig. 6.



Zuerst schiebt man den Riegel des Limbusrahmens in den Nonius N_1, worauf die Basis des Tachygraphen parallel zur Basis a_o a_c angelegt wird.

Nachdem man aber a_o a_c nicht aufzeichnet, sondern sich nur aufgezeichnet denkt, so kann die Richtung des Basislineales eigentlich eine ganz beliebige, also auch die gewöhnliche sein. Hierauf wendet man die Alhydade, bis die Ziehkante Z zur Basis des Tachygraphen parallel wird und verschiebt die Alhydade so weit, bis der um die Dreieckshöhe h (beispielsweise entspreche h einem Feldmaße von 200m.) vom Alhydaden-Mittelpunkte entfernte Punkt P′ der Ziehkante, den wir den Höhenpunkt von Z nennen werden, im Punkte c steht. Dadurch gelangt der Alhydaden-Mittelpunkt in die gedachte Gerade p_o und wird der Limbusrahmen entsprechend weit herabgeschoben, in den Punkt o, der ja beliebig sein kann. Der Orientirungsrahmen wird am Fußlineale festgeklemmt und bleibt so lange in dieser Lage erhalten, als die Flächenmessung dauert.

Jetzt beginnt die Verwandlung des Zuges 0 1 2 . . . 8 c analog dem früheren Verfahren.

	Drehung	auf	2	sodann Parallelverschiebung	auf	1
ferner	"	"	3	"	"	2
"	"	"	4	"	"	3
"	"	"	5	"	"	4
"	"	"	6	"	"	5
"	"	"	7	"	"	6
"	"	"	8	"	"	7
"	"	"	c	"	"	8

worauf bei dieser Stellung der Nonis N_1 abgelesen und ein Werth a erhalten wird.

Nun schiebt man den Limbusrahmen wieder zurück, bis die zur Basis parallele Ziehkante Z wieder durch o geht, mithin steht der Alhydaden-Mittelpunkt wieder auf demselben Punkte o wie früher und es beginnt die Verwandlung des zweiten Zuges.

	Drehung	auf	Punkt	14	sodann	Verschiebung	auf	Punkt	1
ferner	"	"	"	13	"	"	"	"	14
"	"	"	"	12	"	"	"	"	13
"	"	"	"	11	"	"	"	"	12
"	"	"	"	10	"	"	"	"	11
"	"	"	"	9	"	"	"	"	10
"	"	"	"	8	"	"	"	"	9
"	"	"	"	c	und		"	"	8

Bei dieser Lage wird der Nonius N_1 abgelesen und b erhalten. Die Differenz $b - a = g$ ist die Grundlinie des Dreieckes a b c, und $g \cdot \frac{1}{2} h$ der Inhalt des Dreieckes sowohl als jener des Polygones 1 2 3 . . . 13, 14, 1. Denn wie aus der früheren Entwicklung zu ersehen, ist die Fläche unterhalb des Zuges 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, c, begrenzt von $o a_o a_c c$ ebenso groß wie die unterhalb a c liegende von $a a_o a_c c$ begrenzte Fläche und das Gleiche gilt rücksichtlich der unterhalb 0, 1, 14, 13, 12, 11, 10, 9, 8, c und der Geraden b c liegenden Flächen, woraus durch Subtraction folgt, daß der Flächeninhalt F des Dreieckes a b c jenem des Polygones gleich ist.

Hat man $h = 200^{m.}$ gewählt und erscheint g auch in Metern ausgedrückt, so wird: $F = g \cdot 100 \square^{m} = g$ Aren.

Wird man es für nothwendig erachten h nicht gleich 200^{m} anzunehmen, so wird für h jedenfalls eine solche Zahl gewählt, daß $\frac{1}{2}$ h einfach ausfällt, um g mit $\frac{1}{2}$ h im Kopfe multipliciren zu können.

Erstreckt sich ein Detailpolygon auf eine größere Länge, so daß bei der Umwandlung die Ziehkante Z die Polygoneckpunkte nicht mehr erreicht, so kann man das Polygon durch irgend eine oder mehrere entsprechend angenommene Diagonalen in zwei oder mehrere Theilpolygone zerlegen, deren jedes nach der erwähnten Art gemessen wird. Im Allgemeinen ist es vortheilhaft, wenn der Anfangspunkt o der Züge außerhalb des Polygones liegt, wie in unserer Figur angenommen wurde; denn ginge die Gerade p_o durch einen Polygoneckpunkt selbst, z. B. durch Punkt 14, läge also o in 14, wäre ferner die erste Diagonale 14, 2 sehr schief gegen p_0 und läge der Punkt 1, durch welchen die Parallele zur Diagonale zu ziehen ist, weit von der Diagonale 14, 2 weg, so ließe sich möglicherweise die Verwandlung nicht durchführen, weil sich die Ziehkante Z als zu kurz erweisen würde. Diesem Uebelstande wird aber durch die Annahme des Punktes o außerhalb des Polygones abgeholfen.

Die Spitze c des Verwandlungsdreieckes könnte übrigens auch innerhalb des Polygones liegen. Häufig wird man sie in einen Polygoneckpunkt verlegen.

Liegen viele kleine Parcellen nebeneinander, so wird man, so lange es angeht, die Spitze c und die Verwandlungsrichtung p_o unverändert lassen.

Die Manipulation der Flächenausmittlung durch Formverwandlung der Figuren mittelst des Tachygraphen ist sehr einfach und sicher, sobald nur die Eckpunkte selbst deutlich dargestellt wurden. Das Klemmen der Alhydade während des Parallelverschiebens ist leicht bewirkt, weil die Klemmschraube keine variable Lage einnimmt, daher die Hand mechanisch nach ihr langt. Das Klemmen des Limbusrahmes während der Drehung entfällt, wenn vorsichtig gearbeitet wird, weil das Gewicht der Alhydade und des Limbusrahmens eine hinreichende Fixirung bewirkt.

Controlmessungen werden bewirkt, indem man den Ort des Anfangspunktes o in p_o oder überhaupt ganz die Rahmenlage oder die Höhe h ändert.

B.

Der Tachygraph-Planimeter.

Ausgeführt von E. Schneider.

Die mit dem Tachygraphen auszuführenden Manipulationen bei der Flächenberechnung der Polygone gehen zwar in sehr einfacher Weise von statten, jedoch tritt leicht der Fall ein, daß die Ziehkante nicht ausreicht, um größere Parcellen dem Inhalte nach zu bestimmen. Ich habe daher aus dem Tachygraphen ein eigenes Instrument, den Tachygraph-Planimeter, abgeleitet, welcher in erster Linie für die Flächenberechnung bestimmt ist, daher eine genügend lange Ziehkante z erhält; nebstbei ließ ich denselben aber durch mehr oder weniger Beigaben zu einem Tachygraphen billigerer Art umgestalten.

Der planimetrische Theil dieses Tachygraph-Planimeters besteht nach der in $^3/_8$ der natürlichen Größe gezeichneten Fig. 7 auf Tafel II, aus einer Leitschiene und einer Führungsleiste mit einer Maßstabtheilung nach Millimetern, auf welcher Leiste sich ein Schieber S mit einem Nonius n hin und her bewegen läßt.

Dieser Schieber S biegt an einem Ende rechtwinklig ab und erhält in dem dadurch entstehenden Vorsprunge v eine conische Bohrung als Führungsfläche für die Alhydade.

Die Alhydade besteht aus drei Theilen. Der mittlere Theil ist wie der Durchschnitt zeigt, ein Conus k, welcher sich in der conischen Führungsfläche von v drehen läßt; er ist selbst auch durchbohrt, wie der mit 3.4 bezeichnete Querschnitt zeigt, um durch die Bohrung bis auf die Papierfläche hinabsehen zu können; diese innere Conusfläche ist versilbert, um genügend viel Licht auf die unter dem Boden des Conus liegende Papierfläche zu werfen.

Auf den Alhydaden-Conus ist auf der unteren Seite das Drehlineal D angeschraubt. Mit demselben wird auf der unteren Seite eine Schiene mit einer Ziehkante z und einer 25 oder mehr Centimeter umfassenden, im Drehungspunct o beginnenden Theilung verbunden. Die Schraubenlöcher λ' sind wegen Regulirung etwas weiter, als die Verbindungsschrauben, deren Spindeln durch diese Löcher gehen und ihre Muttern in der Ziehkantenschiene besitzen.

Auf der oberen Seite des Alhydaden-Conus wird eine Kreisscheibe K aufgesetzt und durch Schräubchen verbunden. Nach unten springt längs des ganzen Umfanges der Kreisscheibe ein Rand r vor, welcher zum Klemmen verwendet wird, wie wir bald sehen werden. Die Kreistheilung liegt concentrisch zur Alhydadenachse und wird es dadurch möglich, die Ziehkante z um bestimmte Winkelgrößen zu drehen. Die Kreistheilung trägt eine zweifache Bezifferung in der Art, daß jedem Striche der Zahlenwerth α und $180^0 + \alpha$ entspricht, wobei $\alpha < 180^0$ ist. Dadurch wird es möglich, die Richtung der Ziehkante für alle Winkelwerthe von 0^0 bis 360^0 in die geforderte Lage gegen die Leitschiene zu bringen.

Der Kreis kann in verschiedenen Größen hergestellt werden.

Ein auf dem Schieber S fester Nonius n′ dient dazu, die Winkeldrehungen bis auf 3 Minuten genau ablesen zu lassen. Dieser Nonius n′ ist zwischen zwei Schräubchen regulirbar und wird so gestellt, daß die Ablesung 90^0 entsteht, wenn die Ziehkante z eine zur Bewegungsrichtung genau senkrechte Lage erhält.

Während der Verwendung des Instrumentes als Planimeter tritt der Fall ein, daß der Schieber S weiter geschoben und die Ziehkante z zur anfänglichen Lage genau parallel bleiben soll. Zum Festhalten der Kreisscheibe K dient ein Hebel abG, dessen Drehungsachse von einem cylindrischen Stifte a gebildet wird, welcher durch die beiden Zinken eines auf dem Schieber S feststehenden gegabelten Trägers t geht. Sodann ist b ein vom Hebelarm a G herabgehender Backen, welcher auf seiner unteren Fläche rauh gehalten ist; wird nun der Griff G erfaßt, um den Schieber sammt der Alhydade zu verschieben, so wird unwillkürlich ein Druck durch den Backen b auf die Kreisscheibe übertragen und diese mittelst des vorerwähnten Randes r auf den Fuß des Trägers t aufgedrückt und dadurch geklemmt. Sodann ist der Hebel Gba über a hinaus verlängert und erhält einen nach abwärts gebogenen Backen b′, durch welchen eine an den Träger t sich anstemmende Klemmschraube σ geht. Wird σ an t angedrückt, so sucht sich b′ von t zu entfernen uud erzeugt in

Folge der Hebelwirkung durch den Backen b einen Druck, welcher hinreicht, um den Kreis K auf dem Fuße des Trägers t geklemmt zu erhalten. Die Handhabung der Klemmschraube σ ist bequem und bietet gegen die Verdrehung der Ziehkante hinreichende Sicherheit. *

Ist die Ziehkante in die richtige Lage verschoben worden, so kann man die für das Planimetriren nothwendige Drehung vornehmen, ohne daß erst eine Losklemmung nothwendig wird.

Der Tachygraph-Planimeter muß folgenden Bedingungen genügen:

1. Die Schieberführung muß geradlinig sein.

2. Die Ziehkante z muß durch den Alhydadendrehungspunkt o gehen.

3. Der Nullpunkt der Ziehkantentheilung muß im Punkte o liegen.

4. Die geraden Maßstäbe und der Kreis, sowie die Nonien, müssen richtig getheilt sein.

5. Der Kreis muß zum Drehungsmittelpunkte concentrisch liegen, und

6. Bei der Ablesung Null muß die Ziehkante z zur Bewegungsrichtung des Schiebers genau parallel liegen, daher bei 90° auf der Bewegungsrichtung des Schiebers senkrecht stehen.

Die Prüfung kann in folgender Art vollzogen werden:

ad 1) Man klemmt die Kreisscheibe in irgend einer Lage, z. B. für die Noniusablesung 90° fest, zieht auf einem ebenen Reißbrett eine Gerade G und legt den Planimeter so auf das Brett, daß irgend ein Theilstrich T der z Theilung auf G liegt. Verschiebt

---

*) Im 3. Bande der Zeitschrift für Vermessungswesen, Jahrgang 1874 wird auf Seite 83 und 84 ein vom belgischen Geometer Dasnoy erfundenes, vom badischen Vermessungs-Inspektor Hofmann verbessertes „Instrument zur Verwandlung von Vielecken in Dreiecke durch Parallelabschieben" beschrieben. Das Princip ist dasselbe, welches dem Tachygraph-Planimeter zu Grunde liegt, jedoch ist das Instrument nur für die graphische Darstellung der Basis des Verwandlungsdreieckes bestimmt; es enthält keinen Schieber S, sondern es ist das drehbahre Lineal mit dem bei dem Tachygraph-Planimeter „Leitschiene" genannten Lineale fest verbunden und wird dasselbe an ein anderes Lineal oder Dreieck angelegt, um es parallel verschieben zu können. Zur Construction der Winkel, zum Auftragen von Coordinaten u. s. w. ist dasselbe nicht eingerichtet.

man S, so wird T von G abweichen und man wird leicht dahin gelangen, daß L eine solche Lage erhält, bei welcher der Theilstrich T auf G bleibt, während der Schieber auf- und abgeschoben wird. Bliebe T nicht scharf auf G, so wäre das Instrument unbrauchbar.

ad 2) und 3) Man pikirt einen sehr feinen, durch die Loupe erst deutlich sichtbaren Punkt und stellt den Planimeter mit dem Ziehkantenpunkte o scharf auf die Pike. Dreht man die Alhydade und bleibt o auf der Pike, so ist o centrirt. Die Berichtigung wird schon vom Mechaniker vorgenommen.

ad 4) und 5) Die geradlinige Theilung zu untersuchen, ist eine bekannte Sache. Bezüglich der Kreistheilung erübrigt kaum etwas anderes, als einen Halbkreis von etwa 10 cm. Radius auf der Zeichnungsebene zu zeichnen, zu theilen, sodann die Alhydadentheilung auf Null zu drehen, das Instrument so zu legen, daß die Ziehkante in den Nullradius und o auf den Mittelpunkt der Kreistheilung fällt und nun die Alhydade der Reihe nach auf 1^0, 2^0, 3^0 bis 180^0 einzustellen und nachzusehen, ob die Ziehkante Z genau durch die Theilpunkte der Zeichnung geht. Aus der Uebereinstimmung der Angaben des Instrumentes mit jenen der gezeichneten und richtigen Kreistheilung schließt man sowohl auf die Genauigkeit der Theilung, als auch auf die genügend genaue centrische Lage derselben zur Alhydadenachse.

ad 6) Die Einstellung des Kreises auf Null läßt sich leicht bewirken, wenn am Ende des Ziehkantenlineals ein Anschlagstück A in solcher Lage angeschraubt wird, daß bei dem Drehen der Alhydade auf die Ablesung Null dieser Anschlag A an das Lineal L anstößt und dadurch die Ziehkante z zur Führungsrichtung von S parallel wird. Vom Parallelismus überzeugt man sich, wenn man sowohl an der auf die Ablesung Null gestellte Ziehkante z, als auch am Lineal L feine Bleilinien zieht und deren Parallelsein mit dem Zirkel untersucht. Ob aber auch die längs L gezogene Gerade zur Führungsrichtung von S parallel ist, läßt sich prüfen, wenn man z auf 90^0 stellt, S verschiebt und die Lage irgend eines und desselben an z gewählten Punktes P bei den verschiedenen Stellungen von S markirt. Haben alle Lagen von P gleiche Abstände von L, so ist die L-Kante auch zur Führungsrichtung parallel.

Der Tachygraph-Planimeter mit einem Leitwinkel.

Die Abbildung auf Tafel II zeigt uns den Planimeter an und für sich, welcher eventuell mittelst der in das Papier einzustechenden Spitzen s, deren Fassung f in die Löcher λ eingeschraubt werden kann, sich auf dem Papier feststellen läßt. Diese mögliche, aber nicht besonders zu empfehlende Art der Feststellung wird umgangen, wenn man den Tachygraph-Planimeter mit einem Leit- oder Orientirungswinkel versieht. Denken wir uns in Fig. 1, Tafel I, den leeren Orientirungsrahmen, nehmen wir von ihm die obere Schiene R_2 und eine Seitenschiene, z. B. R_1 weg und betrachten R_3 als diejenige Leitschiene, an welcher der Planimeter auf und abgeschoben wird, und denken wir uns mit dem Schieber S eine Pikirspitze fest verbunden, so sieht man ein, daß der halbe Orientirungsrahmen, Leitwinkel genannt, mit dem Basislineal und Planimeter combinirt, einen neuen Tachygraphen gibt, welcher nicht nur das Planimetriren größerer Polygone als der Tachygraph mit Limbusrahmen zuläßt, sondern auch das scharfe Auftragen der auf die Sectionsseiten sich beziehenden rechtwinkeligen Coordinaten gestattet und bei der Construction der Polygonzüge aus **Bussolenwinkeln** dieselben Vortheile wie der Tachygraph mit Limbusrahmen bietet.

Gebrauch des Tachygraph-Planimeters.

Wir stellen zuerst den Kreis des normal auf der Zeichnung liegenden Planimeters mit Leitwinkel auf 90^0, wodurch die Ziehkante zur langen Rechtecksseite parallel wird, hierauf verschieben wir den Leitwinkel und den Planimeter in die Nähe der Figur derart, daß der in z gewählte Höhenpunkt P′ auf jenen Punkt c Fig. 6 fällt, den wir als Spitze des Verwandlungsdreieckes ausersehen. Ist kein geeigneter Punkt c vorhanden, so pikirt man P′ und erhält dadurch c.

Die Stellung des Planimeters bei Beginn der Flächenverwandlung ist wichtig, weil der Planimeter bei Beginn der Operation für die zweite Zughälfte, dieselbe Stellung, wie bei der ersten Zughälfte einnehmen muß. Man kann diese Lage des Planimeters durch eine Ablesung angeben, besser aber wird diese Lage durch einen in der Abbildung des Planimeters noch nicht ersichtlich gemachte Vorrichtung bewirkt, welche, je nachdem man will, den Schieber S ungehindert auf und ab schieben läßt, oder ihn in jener Stellung aufhält, welche er bei Beginn der Umwandlung der ersten Zughälfte einnahm.

Bevor man mit dem Apparate zu arbeiten beginnt, bezeichnet man mit einem leicht gezeichneten Winkelbogen jene zwei Trennungspunkte (1 und 8 in Fig. 6), durch welche man sich das geschlossene Polygon in zwei Züge zerlegt denkt, damit nicht ein Verwechseln mit anderen Punkten möglich ist. Die Arbeit beginnt nun damit, daß man die Ziehkante auf den ersten Eckpunkt (14) hinter dem ersten Trennungspunkt (1) dreht, mit der linken Hand das Schräubchen σ anzieht und S verschiebt, bis z am vorhergehenden Punkte (1) anliegt. Hierauf dreht man nach gelüftetem σ die Kante z auf den folgenden Eckpunkt (13) und schiebt nach angezogenem σ den Schieber S, bis z durch den vorhergehenden Punkt (14) geht. Dieses Spiel von Drehen und Schieben wird fortgesetzt, bis bei der letzten Drehung die Kante z durch den Punkt c geht, worauf die letzte Verschiebung auf den vorhergehenden Punkt (8) erfolgt. Die bei dieser Stellung sich ergebende Ablesung B wird notirt, der Planimeter auf die Anfangsstellung zurückgeführt und die Verwandlung der zweiten Zughälfte in der gleichen Weise, wie jetzt beschrieben wurde, durchgeführt, womit eine Endablesung A sich ergibt. Es ist nun die Basis des Verwandlungsdreieckes $g = (B - A)$, während die Höhe h gleich der Entfernung des Höhenpunkes P′ vom Drehungsmittelpunkte o der Abhylade ist, sonach wird $F = \frac{1}{2} h \cdot g$ der Polygoninhalt sein.

Die Benützung des Tachygraph-Planimeters für krummlinig begrenzte Flächen nach dem Principe der äquidistanten Sehnen, ist hier auch möglich. Zu diesem Ende stellt man die Ziehkante parallel zur Basis des Instrumentes und benützt die auf der Leitschiene vorhandene Theilung zum Abschieben der Aequidistanten. Wird mittelst eines Hunderter-Zirkels an der Ziehkante z nach jeder äquidistanten Verschiebung die Länge der von der Ziehkante markirten Sehne zur Summe der Längen der vorhergehenden Sehnen addirt, so ergibt sich analog wie bei dem Fadenplanimeter der Flächeninhalt, ohne daß die parallelen Sehnen gezogen werden.

Die Verwendung des Tachygraph-Planimeters zum scharfen und schnellen Auftragen der auf die Sectionsseiten sich beziehenden Coordinaten mittelst des Leitwinkels geschieht analog wie bei dem Tachygraphen mit Leitrahmen, und ebenso einfach werden die Constructionen der Polygonzüge aus Bussolendaten durchgeführt.

Auch Nebencoordinaten zum Eintragen der auf Polygonseiten eingemessenen Punkte lassen sich graphisch darstellen, wenn man den Nullpunkt der Kante auf z den Anfangspunkt der Polygonseite stellt und ein an z anschiebbares kleines rechtwinkeliges Dreieck annalog dem Läufer bei dem Tachygraphen benützt.

Hätte man von einem Punkte aus viele Polar-Coordinaten aufzutragen, und sind nicht die Azimuthe der Strahlen bekannt, so kann man sich in selbstverständlicher Weise helfen, wenn man das Basislineal in entsprechender gegen die Sectionsseiten geneigter Lage derart festklemmt, daß jeder Strahl gleich die richtige Lage erhält, sobald man den Kreis auf jene Ablesung einstellt, welche der Strahl auf dem Felde durch den Theodoliten erhielt. Die Längen der Strahlen können auf der Ziehkantentheilung sofort abgestochen werden, wobei nur ein Raum von ungefähr 1^{cm} vom Centrum aus durch den Alhydaden-Conus verdeckt wird. Die Genauigkeit der Winkelconstruction ist jedoch geringer als jene bei dem Tachygraphen mit Limbusrahmen, weil der Halbmesser der Kreistheilung kleiner angenommen wird.

Um aber den Tachygraph-Planimeter auch für verschiedene Verjüngungsverhältnisse verwendbar zu machen, werden auf allen seinen Linealen alle Theilungsstriche gleich lang gemacht, und wird entlang der Theilung ein seichter Falz von schwalbenschweifförmigem Querschnitt eingehobelt, in welchen der Geometer einen steifen Papierstreifen einschiebt, auf dem erstens die Verlängerungen der betreffenden kurzen Striche zu Hauptstrichen verzeichnet sind, und der zweitens die entsprechende Bezifferung der Hauptstriche enthält. Auch die Noniusstriche sind gleich lang, so daß erst durch einen kurzen, angemessen bezeichneten und beschriebenen Papierstreifen der Nonius eine dem Verjüngungs-Verhältnisse passende Bezifferung erlangt.

Schluß.

Die erste Publication über den geodätischen Tachygraphen geschah in dem in Wien erscheinenden „Centralblatt für das gesammte Forstwesen“ in den ersten Heften des Jahrganges 1876, in welchen sich auch die Abbildung der nach der ersten Idee noch unvollkommenen Form des Tachygraphen vorfindet. Im Winter dieses Jahres bestellte das Forst-Ingenieur-Bureau des österreichischen Ackerbau-Ministeriums den minder kostspieligen einfachen Tachygraphen (Fig. 1), und nachdem mit demselben die Arbeitsproben in der befriedigendsten Weise ausgefallen und weiter bekannt geworden waren, erfolgten Neubestellungen sowohl seitens des genannten Bureaus, als auch durch die k. k. Forst-Directionen zu Wien, Innsbruck, Gmunden und anderen Orten, so daß in kurzer Zeit bereits acht Apparate in die Praxis kamen.

Der Tachygraph-Planimeter ist ein Ergebniß der allerjüngsten Tage; er entstand aus meinem Wunsche, auch größere Figuren zu planimetriren, als es durch den gewöhnlichen Tachygraphen geschehen kann, und wurde in der in Fig. 7 angegebenen Form zuerst ausgeführt. Die Versuche lehrten: 1. Der Planimeter muß mit dem Leitwinkel in Verbindung gebracht werden, damit die Leitschiene während der Arbeit eine gesicherte, fixe Lage erhält, welche durch die in das Papier einzustechenden Spitzen s nicht hinreichend hergestellt werden kann. 2. Die Kante z des Drehlineales D ist bei richtiger Stellung des Planimeters immer vorzüglich beleuchtet; Halbschatten, wie sie von dem Stift und Arm eines Polar- oder Wetlischen Planimeters geworfen werden und das richtige Befahren des Umfanges erschweren, treten hier niemals auf. 3. Das Drehen und Einstellen des Lineales D auf einen Punkt ist äußerst leicht zu bewirken, und eben so bequem erfolgt mittelst einer Viertelwendung der Schraube σ das Klemmen und Lüften der Alhydade. 4. Durch eine zweckmäßige Regulirung des Federdruckes, durch welchen bei dem Schieber S das Schlottern an der Führungsleiste verhindert wird, kann derselbe so erhalten werden, daß einerseits das Verschieben von S und das Einstellen der Kante z auf einen Punkt ohne Mikrometerwerk sehr schnell durchführbar ist und daß andererseits der Schieber S seine fixe Lage nicht ändert, während die Kante z gedreht wird. 5. Das Anlegen der Kante z, sei es durch Parallelverschiebung oder durch Drehung von z, an einen gegebenen Punkt, kann immer viel sicherer bewirkt werden, als mit der stumpfen Spitze eines Fahrstift-Planimeters genau dem Umfange des Polygones entlang zu fahren. 6. Das lästige Anlegen von Dreiecken an die Polygonseiten, um mit dem Fahrstifte eines Polar-Planimeters genau den Seiten entlang zu fahren, wodurch sehr leicht wegen des ungleichen Widerstandes der Reibung ein Hinausfahren des Stiftes über die Grenzen eintritt und eine neue, daher zeitraubende Ausmittlung nothwendig macht, entfällt bei dem Tachygraph-Planimeter gänzlich; daher und aus den vorher angeführten Ursachen können mit diesem Instrumente die Flächeninhalte der Polygone fast schneller, als mit den Fahrstift-Planimetern ausgemittelt werden. 7. Eine Beschädigung der Zeichnung, wie sie bei öfterem Umfahren mittelst der Fahrstift-Planimeter leicht eintritt, ist hier unmöglich. 8. Die Theorie des Tachygraph-Planimeters ist so einfach, daß durch diese Einfachheit auch die Anwendung sicherer wird, während die minder einfachen Theorien der Fahrstift-Planimeter nicht von jedem Geometer dauernd gekannt sind und deshalb leicht zu Irrthümern führen. 9. Die Fahrstift-Planimeter besitzen eine ziemliche Reihe von constructiven Fehlerquellen, welche einzeln schwer zu beseitigen sind und daher nur in ihrer summarischen Wirkung untersucht werden. Der Tachygraph-Planimeter hingegen zeigt äußerst wenige mechanische Fehlerursachen; eine richtige Theilung auf den Linealen, gerade Kanten und eine centrische Lage der Drehkante z sammt ihrer Theilung sind die wesentlichsten Elemente seines Baues, welche sich einzeln scharf untersuchen lassen und welche auch genau gearbeitet werden können. 10. Der Tachygraph-Planimeter in Verbindung mit dem Leitwinkel ist ein Tachygraph, mit dem die Hauptaufgabe bei der graphischen Herstellung der Detailpläne aus Theodolit-Daten gelöst werden kann. Er gestattet nicht nur das Auftragen der zahlreichen rechtwinkligen Coordinaten, sondern ermöglicht auch die rasche Construction der Polygone aus Bussolen-Angaben. Nur für sehr genaue Winkelconstructionen ist der Tachygraph mit Leitrahmen vorzuziehen.

Die bereits erzielten Erfolge geben der Hoffnung Raum, daß der Tachygraph und der Tachygraph-Planimeter wesentlich dazu beitragen werden, die Kosten der Theodolitaufnahmen zu vermindern und hiedurch einen wesentlichen Nachtheil gegenüber den Meßtischaufnahmen zu beseitigen.

C.

Ein Beitrag zum Studium der Libellentheorie.

Im Studium der auf Rotationsachsen aufsetzbaren Libellen nach verschiedenen Autoren ergeben sich mehrere Schwierigkeiten, die sowohl auf einer unsicheren Begriffsbestimmung als auch auf der mangelhaften Beachtung der Verhältnisse beruhen, welche den Stand der Luftblase beeinflussen. So wird z. B. der Begriff der Libellenachse verschieden angegeben. In den „Elementen der Vermessungskunde von Carl Max Bauernfeind" wird die Sehne des Längenbogens der Libelle oder eine dazu parallele Gerade als Libellenachse betrachtet; im „Taschenbuch der praktischen Geometrie von W. Jordan" ist die Tangente, welche im Normalpunkt der Theilung an die Innenfläche nach der Längenrichtung gezogen wird, als Libellenachse angesehen und selbst diese Definition führt zu keiner fixen Linie, weil der Normalpunkt der Theilung nicht jederzeit im Nullpunkte, sondern nach Bedarf variabel angenommen wird. In anderen Werken findet man die Libellenachse gar nicht definirt und wird bald die eine, bald die andere der eben angeführten Linien als Libellenachse betrachtet.

Nicht minder befremdend ist der Umstand, daß man bei einigen Autoren die Möglichkeit ausspricht, die Achsenlibelle so zu rectificiren, daß der Normalpunkt der Libelle mit dem gar keiner Beachtung unterworfenen Nullpunkt der Theilung zusammenfällt, während in „Brünow's sphärischer Astronomie" davon die Rede ist, daß der Nullpunkt der Theilung überhaupt unrichtig liegen könne. Ebenso regt es zu Zweifeln an, ob die in Bauernfeind gegebene höchst werthvolle Untersuchung über das Verhalten der Libellenblase bei dem Rotiren der Libelle auf der Unterlagsachse, nicht auch in anderen sonst so ausführlichen Abhandlungen über die Achsenlibellen hätte berücksichtigt werden sollen, oder ob diese Untersuchung überflüssig ist. Nicht minder erscheint es bedenklich, von vornherein die Gleichheit der Fußwinkel beider Libellenfüße, sowie der Fernrohrträger vorauszusetzen, wie es überall geschieht, ohne die Untersuchung anzustellen, ob eine geringe Verschiedenheit dieser Winkel ohne Einfluß bleibt. Wenn man endlich eine Libelle auf die Unterlagsachse zweimal und das zweite Mal in entgegengesetzter Lage aufsetzt, wenn man dann die Unterlagsachse in ihren Trägern umlegt und wieder die Libelle in zwei entgegengesetzten Lagen aufsetzt und wenn man schließlich die Lage der Blasen-Enden jedesmal an der Libellentheilung abliest, so drängt sich die Frage auf, ob denn nicht die Ablesungen des vierten Blasenstandes naturgemäß aus den ersten drei Ablesungspaaren resultiren, und wenn man dann in der Praxis diese vier Ablesungspaare als unabhängige Größen behandelt sieht, ob nicht möglicherweise dadurch ein kleiner Fehler unterläuft, welcher sonst eliminirt oder doch vermindert werden könnte?

Es scheint demzufolge kein überflüssiges Beginnen, die Eigenschaften der Achsenlibellen neuerdings zu prüfen, um jene Bedenken womöglich zu zerstreuen, die nach dem derzeitigen Stande der Theorie sich nicht so leicht unterdrücken lassen.

Von einer Libellenröhre für vorzügliche Libellen setzen wir voraus, daß sie in ihrem oberen Theile, soweit er bei den verschiedenen Libellenstellungen von der Luftblase berührt wird, nach einer Rotationsfläche geschliffen sei, deren Meridian ein Kreisbogen ist. Diese Rotationsform wird durch die Art des Schliffes nach Thunlichkeit zu erreichen gesucht, indessen nur annähernd erreicht.

Gewinnt aber die in Betrachtung kommende Innenfläche der Libelle die Gestalt einer Rotationsfläche, dann ist naturgemäß eine bestimmte Gerade g als Rotationsachse vorhanden, welche als Libellenachse sich von selbst ergibt.

Legt man durch die Libellenachse g Meridian-Ebenen, so entstehen congruente äußerst flache Kreisbögen. Die auf der äußeren Libellenfläche verzeichneten Theilstriche sind als Theile von Parallelkreisen der inneren Fläche anzusehen, obwohl sie thatsächlich außen angebracht sind.

Die Theilkreise liegen von einem mittleren, mit Null bezeichneten Kreise beiderseits in äqidistanten Strecken derart, daß hiedurch die Entfernungen der Blasen-Enden vom Nullkreis sich durch eine gewisse Anzahl von Libellentheilen ausdrücken lassen. Die Ablesung eines Blasen-Endes ergibt sich durch jenen Theilkreis, den die Luftblase tangirt. Selbstverständlich werden die Ablesungen der Zwischenstellungen durch Abschätzen gewonnen.

Ist das Innere der Libellenröhre eine Rotationsfläche mit einem Kreisbogen als Meridian, welcher an beiden Enden der Rotationsachse g näher liegt, als in der Mitte, so gibt es in jedem Meridian nur einen einzigen Punkt, welcher von der Libellenachse g am weitesten absteht. Alle übrigen Meridianpunkte liegen näher an g; wenn auch die Differenz der Abstände noch so klein ist, so müssen wir doch zugeben, daß nur einem einzigen Meridianpunkte ein Maximum des senkrechten Abstandes von g zugesprochen werden kann. In diesem wichtigen Punkte, den wir stets den Niveaupunkt nennen wollen, läuft die zugehörige Meridiantangente zur Libellenachse g parallel und die Niveaupunkte sämmtlicher Meridiankreise liegen im größten Parallelkreise der Libellenfläche und bilden den Niveaukreis der Libelle.

Wie leicht zu erkennen, wird der Mechaniker den Nullkreis nach Gutdünken ungefähr in die Mitte der Länge der Libellenröhre verlegen, woraus also keineswegs gefolgert werden kann, daß die Ebene des Nullkreises mit der Ebene des Niveaukreises zusammenfallen wird.

Denkt sich nun ein Autor der Libellentheorie von einem Meridianbogen eine Sehne, welche durch jene Punkte geht, in welchen der Meridianbogen die idealen Stützlinien der Libelle schneidet, wie dies in Brünnow der Fall, so folgt daraus noch nicht, daß diese Sehne zur Libellenachse g parallel läuft, mithin ist die Mitte des in solcher Weise begrenzten Bogens im Allgemeinen kein Niveaupunkt, daher auch nicht als eigentlicher Nullpunkt zu betrachten. Als natürlicher Nullpunkt für die Libellentheilung ist nur ein Niveaupunkt anzusehen, und wenn der wirkliche Nullpunkt, beziehungsweise Nullkreis seitwärts vom Niveaukreis liegt, so ist man berechtigt, von einer unrichtigen Stellung des Nullkreises zu sprechen. Unser Niveaukreis ist demnach nicht von der Stellung der Röhre gegen die Libellenstützen abhängig, sondern der Libellenfläche durch ihre eigene Natur zugewiesen.

Ist 2 l die Anzahl der Theile, welche die Länge der Luftblase umfaßt und spielt dieselbe ein, so stehen ihre Enden zwar vom Nullkreise gleich weit ab, aber vom Niveaukreise nicht.

Nehmen wir an, daß ein Ende der Libellenfassung etwa durch ein aufgeklebtes Stückchen Papier markirt sei, so können wir alle am nicht markirten Ende vorkommenden Ablesungen mit A und die dem markirten Ende entsprechenden Ablesungen des Blasenstandes mit B bezeichnen, welchen Buchstaben nach Erforderniß Indices beigegeben werden.

Nehmen wir an, es liege der Nullkreis um ν Theile vom Niveaukreis gegen die markirte B-Seite hin, so wird jede Ablesung B um ν Theile zu klein, daher die Ablesung A um ν Theile zu groß ausfallen, folglich werden $B + \nu$ und $A - \nu$ die auf den Niveaukreis sich beziehenden Ablesungen sein.

Ist M die Mitte der Luftblase und liegt M bezüglich des Niveaukreises auf der markirten Libellenseite, so werden wir den Abstand von M bis zum Niveaukreis einen positiven Stand der Libellenblase, hingegen einen negativen Stand nennen, wenn der Mittelpunkt M auf der nicht markirten Libellenhälfte sich befindet.

Ist x ein positiver Stand der Luftblase, d. h. ist x die Anzahl der Liebellentheile, um welche M vom Niveaukreis entfernt auf der markirten Libellenseite liegt, so wird $B + \nu$ der Abstand des Blasen-Endes vom Niveaukreis und $B + \nu - l$ der Abstand x der Blasenmitte M von eben diesem Kreise sein, also ist: $x = B + \nu - l$. Nun ist aber, wo immer auch der Nullkreis liegt, $B + A = 2l$, folglich erhält man durch Eliminiren des l:

$$x = \frac{B - A}{2} + \nu \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; 1).$$

Zieht man daher von der Ablesung B am markirten Libellen-Ende jene A am nichtmarkirten Ende ab und dividirt durch 2, so erhält man den Abstand des Blasenmittelpunktes vom markirten Nullkreis, und addirt man dazu die Nullpunktsabweichung ν algebraisch, so erhält man dadurch die Entfernung des Blasenmittelpunktes M vom Niveaukreise, und zwar liegt, wenn x positiv ausfällt, M auf der markirten Libellenseite bezüglich des Niveaukreises, bei negativem x auf der nicht markirten Seite.

Die Lage des Blasenmittelpunktes M ist hier ganz unabhängig von der Unterlagsachse bestimmt, weil an der Libelle ein Ende markirt wurde; wir können daher zunächst die Libelle für sich, ohne Unterlagsachse betrachten.

Denken wir uns vorläufig, der Blasenmittelpunkt M liege positiv und $x_1 = \frac{B_1 - A_1}{2} + \nu$ sei der Blasenstand. Heben wir das markirte Libellen-Ende, so läuft die Blase dem sich hebenden Ende entgegen und es wird nach eingetretenem Zustande der Ruhe: $x_2 = \frac{B_2 - A_2}{2} + \nu$ ein größerer in Libellentheilen ausgedrückter Bogen und $x_2 - x_1$ wird die Größe der Weiterbewegung des Blasenmittelpunktes sein. Nachdem nun:

$$x_2 - x_1 = \frac{B_2 - A_2}{2} - \frac{B_1 - A_1}{2} \;\ldots\ldots\; 2)$$

von ν unabhängig ist, so lehrt uns die Gleichung 2): Die Größe der Weiterbewegung des Blasenmittelpunktes wird unabhängig von ν gefunden, wenn man von dem auf den markirten Nullkreis sich beziehenden veränderten Blasenstand $\frac{B_2 - A_2}{2}$ den anfänglichen Blasenstand $\frac{B_1 - A_1}{2}$ subtrahirt. . . . . . 2).

Diese Regel ist, wie leicht zu erkennen, eine ganz allgemeine, welche daher jederzeit nicht nur die Größe der Weiterbewegung, sondern durch das Qualitätszeichen auch den Sinn oder die Richtung der Bewegung ausdrückt.

Stellen wir uns durch die Libellenachse g eine verticale Ebene E gelegt vor, so erzeugt diese auf der inneren Libellenfläche einen Meridian als Schnitt. Dieser Meridian ist ein äußerst flacher Kreisbogen vom Radius r. Durch das Centrum O dieses Bogens denken wir uns eine verticale Gerade nach aufwärts gezogen, so ist klar, daß diese Verticale immer durch den Mittelpunkt M der Luftblase geht. Denken wir uns die Libelle um einen sehr kleinen Winkel φ in der Weise gedreht, daß O der Drehungsmittelpunkt ist, und daß die Libellenachse in der festgedachten Ebene E verbleibt, so haben alle mit der Libelle fest verbundenen geraden Linien sich um den Winkel φ zu ihrer ersten Lage geneigt. Die frühere verticale Gerade, welche sich mitdrehte, hat natürlich auch den Winkel φ durchlaufen, mithin muß, weil die neue durch O gehende Verticale durch die neue Lage des Blasenmittelpunktes geht, der vom Blasenmittelpunkte in der Libellenröhre zurückgelegte Weg ein Bogen vom Radius r und dem Drehungswinkel φ sein, um welchen Winkel sich auch die Libellenachse g gegen ihre Lage vor der Drehung geneigt hat. Mithin muß man behaupten:

Die Aenderung im Blasenstand entspricht der Neigungsänderung der Libellenachse. . . . . 3).

Um die Neigungsänderung der Libellenachse aus der Aenderung des Blasenstandes in Secunden ausgedrückt zu erfahren, wird in allbekannter Weise der Werth μ^{sec} eines Libellentheiles ausgemittelt. Das Product aus dem vom Blasenmittelpunkte zurückgelegten und in Libellentheilen ausgedrückten Weg in die Anzahl μ^{sec} gibt die Neigungsveränderung von g in Secunden an.

Es ist wichtig, nochmals zu bemerken, daß die Formel $\frac{B-A}{2}$, in welcher stets von der Ablesung B am markirten Ende die andere Ablesung abgezogen wird, den auf den markirten Nullkreis bezogenen Abstand des Blasenmittelpunktes algebraisch, also mit dem jeweiligen Qualitätszeichen versehen angibt. Demzufolge ist die algebraische Differenz zweier Blasenstände jederzeit dem Bogen gleich, den die Mitte der Blase durchlief, um von dem einen Blasenstand zum anderen zu gelangen, und auch gleich der Neigungsänderung der Libellenachse.

Um eine Libelle zu befähigen, die Neigungen von Instrumentsachsen gegen den Horizont zu messen, z. B. die Neigung der Ringachse bei umlegbaren Nivellir-Fernrohren, müssen ihre Fassungen mit Stützen oder Armen versehen sein, mittelst welchen man die Libelle an denselben Stellen aufsetzt, um welche die Unterlagsachse selbst gedreht wird. Die Libellenstützen oder Arme erhalten deßhalb dort, wo sie aufsitzen oder hängen, die Gestalt eines Flächenwinkels, welcher sich möglichst einem ebenen Winkel nähert.

Die Stütz-Ebenen besitzen daher nur eine geringe Breite oder sind entsprechend seitlich gekrümmt, damit man dem Ideale möglichst nahe kommt, daß die Libelle nur mit den Schenkeln eines ebenen Winkels auf der Unterlagsachse aufsitze oder an ihr hänge.

Die Unterlagsachse ist an ihren Lagerstellen so genau als möglich von kreisförmigem Querschnitt, und so genau als möglich sucht der Mechaniker die Unterlagscylinder gleich dick zu machen.

Denken wir uns die Libelle auf eine Unterlagsachse aufgesetzt, deren geometrische Achse u genannt werden soll und führen wir in der Idee an jeder Auflagerstelle zu u eine senkrechte Schnittebene, so entstehen zwei Lagerkreise und je zwei berührende Winkel, von welchen die oberen den Libellenstützen, die unteren den Achsenträgern angehören (Fig. 7). Die winkelhalbirenden Geraden, außerhalb der Winkel fortgesetzt, bilden beziehungsweise die Libellen- und die Trägerstützen in mathematischer Form. In Fig. 7 muß man sich die Kreisebenen senkrecht zur Papierebene gedreht denken.

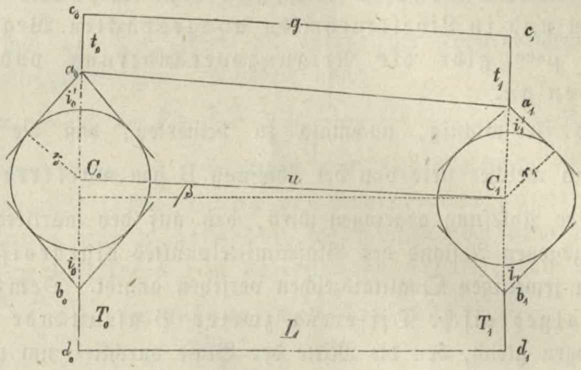


Fig. 7.

Sitzt eine Libelle auf einer Unterlagsachse derart auf, daß die Libellenstützen t_0 t_1 in die Verlängerung der Trägerstützen T_0 T_1 fallen, dann sagen wir, die Libelle sei meßgerecht auf die Unterlagsachse aufgesetzt.

Sitzt eine Libelle auf ihrer Unterlagsachse meßgerecht auf, so liegen die Scheitel a_0 a_1 b_0 b_1 aller vier Lagerwinkel und die geometrische Unterlagsachse u in einerlei Ebene, welche in der Regel eine verticale Lage besitzt.

Die in der Libellenfassung liegende Libellenröhre kann mittelst seitlicher Schräubchen verschoben und mittelst vertical wirkender Schräubchen gehoben, demnach so gerichtet werden, daß sie die Achse u schneidet, eventuell auch zu ihr parallel läuft.

Die Libellenachse g kann nun entweder zur Unterlagsachse u parallel sein oder sie schneiden Z_1 oder endlich zu ihr eine kreuzende Lage haben. Jede dieser Lagen zeigt besondere Erscheinungen im Stande der Luftblase, wenn man die Libelle auf der Unterlagsachse rotirt.

Bevor man aber diese Erscheinungen untersucht, prüfe man, ob die Unterlagsstellen auch eine kreiscylindrische Gestalt besitzen und dies geschieht durch Drehen der Unterlagsachse in ihren Trägern, ohne daß die Libelle an der Drehung Antheil nimmt. Aendert sich die Stellung der Luftblase während der Achsendrehung nicht, so sind die Unterlagsstellen kreiscylindrisch, tritt aber eine Aenderung ein, so beobachtet man die Lage der Unterlagsachse, bei welcher die Abweichung erfolgte, und notirt Größe und Richtung der Bewegung des Blasenmittelpunktes.

Auch die Unterlagsachse u bezeichnen wir an einem Ende mit einer aufgeklebten Marke und ebenso soll ein Träger markirt werden.

Wenn diese Theile derart liegen, daß die markirten Enden beisammen sind, so nennen wir die Lage eine normale.

Verschiebt man aber die Libelle nach der Richtung der Achse u und zeigt sich keine Veränderung im Stande der Luftblase, so sind auch die Unterlagsflächen zur Achse u parallele Cylinder.

Für die nun folgende Untersuchung denken wir uns Libelle, Unterlagsachse und Träger in normaler Lage. Liegt die Libellenachse zur Unterlagsachse parallel und rotirt die Libelle aus ihrer meßgerechten Lage heraus, so ändert sich, wenn die Unterlagsstellen kreiscylindrisch sind, die Stellung der Luftblase nicht, weil sich die Neigung der Libellenachse g zum Horizonte nicht ändert.

Schneidet die Libellenachse g die Unterlagsachse u in einem Punkte P, und steht die Libelle meßgerecht auf u, so beschreibt bei der Rotation der Libelle um u jeder innerhalb der Libelle liegende Punkt der Achse g einen absteigenden Kreisbogen, einerlei, ob vorwärts oder ob rückwärts rotirt wird, nur der Punkt P bleibt fix. Daher ist die Wirkung des Rotirens die, als ob das dem Punkte P abgewendete Libellen-Ende gesenkt würde. Demnach weicht die Luftblase sowohl bei dem Rotiren nach vor- als auch nach rückwärts, immer auf die Seite des Schnittpunktes P aus.

Kreuzt die Libellenachse die Unterlagsachse u, so beschreibt jenes Ende von g, welches bei dem Vorwärtsrotiren einen aufsteigenden Kreisbogen erzeugt, bei dem Rotiren nach rückwärts einen absteigenden Kreisbogen, während das zweite Ende jedesmal einen dem ersten Ende entgegengesetzt gerichteten Kreisbogen durchläuft. Sinkt aber das eine Ende von g, während das andere sich hebt, so läuft die Blase dem gehobenen Ende entgegen und nun vermag man auszusprechen:

Rotirt eine Achsenlibelle aus ihrer meßgerechten Lage heraus einmal nach vorwärts, das zweite Mal nach rückwärts, so weicht die Luftblase nach entgegengesetzten Libellenseiten aus, wenn die Libellenachse g die Unterlagsachse u kreuzt; die Abweichung erfolgt nach derselben Seite, wenn g die Achse u schneidet und die Abweichung ist Null, wenn g zu u parallel liegt.

Man vermag demzufolge eine Achsenlibelle nach einem anderen Gesichtspunkt zu rectificiren, nämlich die Libellenachse zur Unterlagsachse parallel zu stellen. Wir bezeichnen diese Berichtigung der Libelle als die Rectification der zweiten Art, während das Verfahren, Libelle und Unterlagsachse so zu richten, daß die Libelle vor und nach dem Umsetzen auf der Unterlagsachse einspielt, die Rectification der ersten Art genannt werden soll.

Die Rectification der zweiten Art erheischt das Rotiren der Libelle auf der festliegenden Unterlagsachse u. Weicht die Luftblase bei dem Vorwärtsrotiren nach der markirten Libellenseite aus und bei dem Rückwärtsrotiren nach der nicht markirten Seite, so ersieht man sogleich durch Versinnlichung der Lage von g, indem man etwa einen Bleistift über die Libelle hält und die Rotation um die Achse u nachahmt, wie g zu u kreuzend liegt und daraus schließt man, in welchem Sinne die seitlich wirkenden Schräubchen zu bewegen sind, damit g in eine die u schneidende Lage übergeht. Wiederholtes Berichtigen führt dahin, daß die Luftblase bei beiden Rotationsrichtungen nach derselben Seite ausschlägt und nun schneidet die Libellenachse g die Unterlagsachse u auf jener Seite, nach welcher die Blase ausschlägt. Ist dieser Zustand erreicht, dann benützt man die vertical wirkenden Schräubchen der Libelle in dem Sinne, daß der Schnitt P weiter hinaus und schließlich in's Unendliche rückt und diese Lage von P bedeutet, daß die Libellenachse g zur Unterlagsachse u parallel liegt. Es schlägt also jetzt die Libelle nicht mehr aus, ob sie vor- oder ob sie rückwärts rotirt wird, und die Berichtigung der zweiten Art ist vollzogen.

Bei vielen Instrumenten ist dafür gesorgt, daß man die Libelle nur sehr wenig rotiren kann, so daß die Libelle von selbst bei dem Aufsetzen in eine meßgerechte Stellung kommt, und daß eine Rectification der zweiten Art gar nicht vorgenommen werden kann.

Es ist bemerkenswerth, daß diese Berichtigung ganz ohne Rücksicht auf die Neigung der Achse u ausgeführt werden kann. Erst hintendrein ist die Achse u so zu neigen, daß die Libellenblase einspielt, und wüßte man, daß der Nullkreis der Theilung mit dem Niveaukreis zusammenfällt, so könnte man behaupten, die Unterlagsachse u liegt horizontal. Sonach zeigt sich hier ein Fall, in welchem es nothwendig erscheint, die Lage des Niveaukreises genau zu kennen, weil dann die Horizontalität der Unterlagsachse u oder auch ihre Neigungsgröße zum Horizont sofort aus dem Blasenstande erkannt zu werden vermag.

Um eine Achsenlibelle nach der ersten Art zu rectificiren, setzt man sie auf die schon sehr nahe horizontale Achse u meßgerecht auf und untersucht zuerst, ob die Libellenachse g die Unterlagsachse u kreuzt. Geschieht dies, so wird die kreuzende Lage auf die bei der früheren Rectification gezeigte Art in eine schneidende Lage zu verwandeln sein, worauf dann die Libelle bei dem Rotiren aus der meßgerechten Lage heraus, immer nur nach einerlei Seite ausschlägt. Nun neigt man u, bis die Luftblase einspielt, und setzt sodann die Libelle um. Spielt sie nicht ein, so beseitigt man den halben Ausschlag der Blase durch Neigen von u und die andere Hälfte durch die Benützung der verticalen Libellenschräubchen. Wiederholte Versuche und Berichtigungen der Neigung von u und der Libelle führen zu dem Ergebnisse, daß endlich die Libelle vor und nach dem Umsetzen einspielt, und es ist die Rectification der ersten Art beendet.

Was wird aber durch diese Rectification erreicht, wenn man nicht weiß, ob die Unterlagsstellen gleiche Radien haben, und ob die Lagerwinkel der Libellenstützen einander gleich sind? Und wenn bisweilen eine Rectification sich trotz aller Mühe nicht scharf genug ausführen läßt, wo liegt die Ursache dieses Verhaltens?

Zum Behufe der Beantwortung dieser Fragen schreiten wir zur allgemeinen Untersuchung der Verhältnisse, unter welchen mit einer nicht rectificirten umsetzbaren Libelle eine Achsenneigung bestimmt wird.

Um eine gute und empfindliche Achsenlibelle zur Bestimmung der Achsenneigung von u zu benützen, ohne die äußerst mühsame Berichtigung nach der ersten oder zweiten Art vornehmen zu müssen, berichtige man die Libelle nur insoweit, daß ihre Achse g mit u in einerlei Ebene liegt, und stelle bei der Anwendung die Libelle thunlichst meßgerecht auf der Unterlagsachse auf.

Die Wirkung der Ungleichheit der Lagerwinkel, der Ungleichheit der Radien, sowie der Verschiedenheit der Stützlängen und der Trägerhöhen auf den Ausschlag der Libelle, kann man am besten erkennen, wenn man sich vorstellt, das Instrument wäre in allen seinen Theilen vollständig fehlerfrei, und erst successive treten die Ungleichheiten und Unvollkommenheiten auf. Nehmen wir unter Beziehung auf Fig. 7 deßhalb an, vor der Veränderung haben beide Halbmesser der Unterlagskreise den Werth r_1, die halben Lagerwinkel der Libellenfüße seien gleich i'_1, die der Träger gleich i_1, die Trägerhöhen seien gleich T_1 und die Höhen t der Schnittpunkte der Libellenachse g mit den Stützlinien der Libelle über den Scheitelpunkten a_0 a_1 seien gleich t_1. Die Gerade d_0 d_1 sei ein beliebiger Horizont in der verticalen Mittelebene des Instrumentes und L die horizontale Entfernung der Kreisebenen.

Unter dieser Voraussetzung und unter der Annahme, daß auch der Nullkreis im Niveaukreis liege, spielt die Libelle ein und die Achsen g und u liegen horizontal.

Wir werden nun vier Fälle in das Auge fassen, und zwar liege:

I. Die Unterlagsachse normal in den Trägern, die Libelle normal auf u;

II. die Unterlagsachse u normal in den Trägern, die Libelle auf u in verwendeter Lage;

III. die Unterlagsachse u in den Trägern verkehrt, die Libelle auf u normal, und

IV. die Unterlagsachse u in den Trägern verkehrt und die Libelle auf u in verwendeter Lage.

In jedem dieser Fälle ändern wir die Stücke nur an den markirten Enden. Wir nehmen die Aenderungen in allen vier Fällen um gleiche Größen vor, und zwar so, daß im Falle I alle Aenderungen einen nominellen positiven Ausschlag der Luftblase bewirken. An der Allgemeinheit der Untersuchung wird durch diese Annahme nichts eingebüßt, weil ja der in positiver Form erscheinenden Aenderung noch immer eine negative Qualität beigelegt gedacht werden kann.

Um aber auch die mathematischen Ausdrücke für die Veränderungen zu erhalten, vergegenwärtigen wir uns, daß alle durch diese Veränderungen hervorgebrachten Neigungen der Libellenachse oder der anderen an dem Instrumente gehobenen Geraden von so außerordentlicher Kleinheit sind, daß jeder von den gehobenen Punkten einen Weg beschreibt, den man als einen Kreisbogen ansehen kann. Nachdem wir aber die Kreisbogen immer nur für den Halbmesser 1 betrachten, so werden wir jene Kreisbogen, welche mit dem Radius L beschrieben erscheinen, durch L dividiren, um sie auf den Halbmesser 1 zu beziehen.

Die vorkommenden Winkel erscheinen bisweilen im Bogenmaß für den Radius 1 oder im Winkelmaß oder endlich durch die Anzahl der Libellentheile ausgedrückt, welche zu diesem Winkel gehören. Ist ein Winkel im Bogenmaß zu verstehen, so setzen wir einen kleinen Bogen über den ihn bezeichnenden Buchstaben, und sind blos Libellentheile zu verstehen, so wird kein Zeichen darüber gesetzt, sollen aber Secunden verstanden werden, so wird ausdrücklich sec. beigesetzt.

Ferner sei bemerkt, daß man die zu einem Bogen vom Radius 1 gehörige Anzahl von Secunden findet, wenn man die Bogenlänge mit 206265 multiplicirt.

Schließlich sei noch angeführt, daß in den Rechnungen die Cosecante der Winkel sich sehr bequem erweist. Will man am Ende einer Formel die Cosecante hinausschaffen, so setzt man $\csc x = \frac{1}{\sin x}$. Die bei uns so oft auftretende Anwendung von csc lautet: In jedem rechtwinkeligen Dreiecke ist die Hypothenuse gleich einer Kathete multiplicirt mit der csc des dieser Kathete gegenüberliegenden Winkels.

Wir erhalten nun folgende Veränderungen:

1. Aenderung: Die Stützhöhe t_1 vergrößere sich am markirten Libellen-Ende in t_0, so tritt bei allen 4 Stellungen der Libelle eine positive Fortbewegung des Blasenmittelpunktes, also gegen das markirte Libellen-Ende hin ein.

Es ist demnach die Entfernung des Blasenmittelpunktes von dem Niveaukreis im Falle I: $= + w'$, in II: $= + w'$, in III: $= + w'$, in IV $= + w'$, und es ist sowohl jetzt als in allen anderen Fällen die Veränderung gleich der veränderten Länge weniger der unveränderten Länge, daher:

$$\widehat{w'} = \frac{t_0 - t_1}{L}.$$

2. Aenderung: Der Winkel i'_1 des Libellenfußes vom markirten Ende der Libelle verkleinere sich in i'_0. Dabei hebt sich das markirte Libellen-Ende und es bewegt sich in allen vier Fällen der Blasenmittelpunkt um einen positiven Bogen w'' weiter, also im Falle I um $+ w''$, im Falle II um $+ w''$, im Falle III um $+ w''$, im Falle IV um $+ w''$, und es ist:

$$\widehat{w''} = \frac{r_1 \,(\csc i'_0 - \csc i'_1)}{L}.$$

3. Aenderung: Der Radius vom markirten Achsen-Ende vergrößere sich, jedoch nehmen wir zuerst an, daß bei festbleibender Lage des Mittelpunktes C_0 nur die obere Kreishälfte den Radius r_0 annehme, folglich nimmt diese Veränderung auf die Lage von $C_0\, C_1$ keinen Einfluß, die Achse $C_0\, C_1 = u$ ist noch horizontal. Diese Vergrößerung bewirkt nur dort eine positive Weiterbewegung des Blasenmittelpunktes, wo das markirte Libellen-Ende über dem markirten Achsen-Ende liegt, also in den Fällen I und III. Auch ist die Größe der Aenderung eine verschiedene, denn in den Fällen I und III liegt auf dem vergrößerten Kreis der bereits vergrößerte Winkel i'_0, während in II und IV auf dem vergrößerten Kreis der unveränderte Winkel i'_1 steht. Wir erhalten daher für die Weiterbewegung des Blasenmittelpunktes

$$\text{im Falle I:} + \widehat{w'''} = \frac{(r_0 - r_1) \csc i'_0}{L},$$

$$\text{im Falle II:} - \widehat{w'''}_2 = - \frac{(r_0 - r_1) \csc i'_1}{L},$$

$$\text{im Falle III:} + \widehat{w'''} = + \frac{(r_0 - r_1) \csc i'_0}{L},$$

$$\text{im Falle IV:} - w'''_2 = - \frac{(r_0 - r_1) \csc i'_1}{L}.$$

4. Aenderung: Die Vergrößerung des Radius r_1 in r_0 am markirten Achsen-Ende erfolge auch auf der unteren Kreishälfte; dadurch entsteht eine Weiterbewegung des Blasenmittelpunktes, indem sich der Kreis in dem Trägerwinkel i_1 hebt, und zwar wird

die Weiterbewegung auch nur in den Fällen I und III positiv, daher:

$$\text{in I}: +\widehat{w}'''' = \frac{(r_0 - r_1)\csc i_1}{L},$$

$$\text{in II}: -\widehat{w}'''' = \frac{(r_0 - r_1)\csc i_1}{L},$$

$$\text{in III}: +\widehat{w}'''' = \frac{(r_0 - r_1)\csc i_1}{L}$$

$$\text{und in IV}: -\widehat{w}'''' = -\frac{(r_0 - r_1)\csc i_1}{L}.$$

Es ist also w'''' die erste Neigungsänderung, welche die Achse u angenommen hat.

5. Aenderung. Der Lagerwinkel i_1 am markirten Träger gehe in den kleineren Werth i_0 über. Dadurch wird der Blasenmittelpunkt nur in den Fällen I und IV veranlaßt, im positiven Sinne weiter zu gehen, weil das markirte Libellen-Ende über dem sich ändernden Trägerwinkel liegt. Die Größe der Weiterbewegung ist in den Fällen I und II gleich, weil sich über i_0 der Radius r_0 befindet, aber von jener in den Fällen III und IV verschieden, weil im zweiten Falle über i_0 der unveränderte Kreis mit dem Radius r_1 liegt. Wir erhalten daher

$$\text{im Falle I}: +\widehat{w}^{v} = \frac{r_0(\csc i_0 - \csc i_1)}{L},$$

$$\text{im Falle II}: -\widehat{w}^{v} = -\frac{r_0(\csc i_0 - \csc i_1)}{L},$$

$$\text{im Falle III}: -\widehat{w}_3^{v} = -\frac{r_1(\csc i_0 - \csc i_1)}{L}$$

$$\text{und im Falle IV}: +\widehat{w}_3^{v} = +\frac{r_1(\csc i_0 - \csc i_1)}{L}.$$

Es ist also w^v oder w_3^v die zweite Neigungsänderung von u.

6. Aenderung. Die Höhe T_1 des markirten Trägers gehe in die größere Höhe T_0 über. Nur in den Fällen I und IV geht der Blasenmittelpunkt im positiven Sinne weiter und wir erhalten

$$\text{im Falle I}: +\widehat{w}^{VI} = \frac{T_0 - T_1}{L},$$

$$\text{im Falle II}: -\widehat{w}^{VI} = -\frac{T_0 - T_1}{L},$$

$$\text{im Falle III}: -\widehat{w}^{VI} = -\frac{T_0 - T_1}{L}$$

$$\text{und im Falle IV}: +\widehat{w}^{VI} = \frac{T_0 - T_1}{L}.$$

Sonach ist w^{VI} die dritte Neigungsänderung der Achse u.

7. Aenderung. Die ganze Libellentheilung rücke um ν im positiven Sinne weiter, folglich sind alle Ablesungen B am markirten Libellen-Ende um ν zu vermehren, alle A um ν zu vermindern.

In jedem dieser vier Fälle sind die Verhältnisse der Libelle nach Vollzug der letzten Aenderung wirklich vorkommende geworden. Indem man in der Praxis eine zu untersuchende Libelle auf die normal liegende Unterlagsachse u in normaler und in verwendeter Lage auffetzt, dann die Achse u umlegt und wieder die Libelle zweimal auffetzt, erhält man vier Paare von Ablesungen: BA, B′A′, B_1A_1, $B'_1A'_1$, und wenn man aus jedem dieser Paare die Entfernungen des Blasenmittelpunktes M vom Niveaukreis berechnet und: $\frac{B-A}{2}+\nu=w_1$, $\frac{B'-A'}{2}+\nu=w_2$, $\frac{B_1-A_1}{2}+\nu=w_3$ und

$$\frac{B'_1-A'_1}{2}+\nu=w_4$$

setzt, so sind diese Bogen der Reihe nach gleich der algebraischen Summe der sechs Aenderungen, welche an dem vollkommenen Instrumente vorgenommen wurden, und überdies ist die algebraische Summe der 4., 5. und 6. Aenderung gleich der Neigung der Achse u gegen den Horizont, wobei das markirte Ende C_0 als jenes betrachtet wird, welches positiv oder negativ gehoben wurde. Ist u_I die Neigung von u gegen den Horizont bei der ersten Achsenlage und u_{II} bei der zweiten Achsenlage, so bestehen nun folgende Gleichungen:

$$u_I = w'''' + w^V + w^{VI}$$

$$u_{II} = w'''' - w^V_3 - w^{VI} \quad \text{und daher:}$$

$$\text{I)}\ w' + w'' + w''' + u_I = \frac{B-A}{2} + \nu$$

$$\text{II)}\ w' + w'' - w'''_2 - u_I = \frac{B'-A'}{2} + \nu$$

$$\text{III)}\ w' + w'' + w''' + u_{II} = \frac{B_1-A_1}{2} + \nu$$

$$\text{IV)}\ w' + w'' - w'''_2 - u_{II} = \frac{B'_1-A'_1}{2} + \nu.$$

Diese Fundamentalgleichungen geben uns Aufschlüsse über das Verhalten der Libelle, und wenn wir für die einzelnen w ihre Werthe einsetzen, so erhalten wir auch die entsprechenden Formeln, in welchen der Einfluß der Größen t_0 t_1 i'_0 i'_1 r_0 r_1 i_0 i_1 T_0 T_1 und L auf dieses Verhalten zu ersehen ist.

Subtrahiren wir II von I, so ergibt sich:

$$w''' + w'''_2 + 2u_I = \frac{1}{2}\left\{(B - A) - (B' - A')\right\}, \quad \text{oder:}$$

$$u_I = \frac{1}{4}\left\{(B - A) - (B' - A')\right\} + \left(-\frac{w''' + w'''_2}{2}\right).$$

Die letztere Formel lehrt uns die Neigung u_I der geometrischen Unterlagsachse u aus den beiden Ablesungspaaren der Libelle berechnen, gleichgiltig, ob sie rectificirt ist oder nicht; sie sagt uns, daß die Größe ν der Verschiebung der Theilung auf dem Libellenrohre auf die Bestimmung der Achsenneigung ohne Einfluß bleibt und läßt uns erkennen, daß der Ausdruck: $\frac{1}{4}\left\{(B - A) - (B' - A')\right\}$, noch um einen Betrag:

$$\widehat{\beta} = -\frac{\widehat{w}''' + \widehat{w}'''_2}{2} = -\frac{(r_0 - r_1)(\csc i'_0 + \csc i'_1)}{2\,L}$$

corrigirt werden muß, welcher nur bei gleichen Radien der Unterlagskreise Null werden kann, sonst aber für dieselbe Libelle und dieselbe Unterlagsachse u eine constante Größe ist, insofern auch die Fußwinkel der Libelle sich nicht ändern.

Nun beantwortet sich die Frage, was durch die Rectification einer Achsenlibelle nach der ersten Art erreicht wird, sehr einfach. Wir erhielten:

$$u_I = \frac{1}{4}\left\{(B - A) - (B' - A')\right\} + \beta,$$

und da bei der rectificirten Libelle $B = A$, $B' = A'$ sein muß, so ergibt sich: $u_I = \beta$; d. h.: Wird eine Achsenlibelle nach der ersten Art rectificirt, so erlangt dadurch die geometrische Unterlagsachse u eine constante Neigung β zum Horizont, welche nur dann Null ist, wenn die Radien der Unterlagskreise einander gleich sind.

Nachdem es sich bei Nivellir-Instrumenten mit umlegbaren Fernrohren und umsetzbaren Libellen wesentlich darum handelt, daß die Ringachse bei einspielender und nach der ersten Art rectificirter Libelle horizontal oder mindestens immer unter demselben Winkel zum Horizont geneigt sei, so muß der Geometer den Werth von β aufsuchen.

Die Aufgabe wird häufig dadurch gelöst, daß man vorerst die Visirlinien centrirt* und dann das Gefälle einer nahezu horizontalen Geraden AB durch Nivelliren aus den Enden einmal aus A, das zweitemal aus B bestimmt. Sind L_1 J_1, L_2 J_2 die zusammengehörigen Latten- und Instrumentshöhen und ist x das Lattenstück, um welches die horizontal sein sollende optische Achse die Latte zu hoch trifft, so ist bekanntermaßen:

$$x = \frac{L_1 - J_1 + L_2 - J_2}{2},$$

folglich ergibt sich β als Bogen für den Radius 1, wenn man x durch die Distanz AB = D dividirt, also ist: $\widehat{\beta} = \frac{x}{D}$.

Man kann aber auch die constante Größe β mit Hilfe der umsetzbaren Libelle allein finden, wenn man alle sechs Hauptgleichungen entsprechend verbindet. Man erhält durch Addition der 1. und 2., durch Subtraction der 3. und 4., der 5. und 6. zunächst:

$$u_I + u_{II} = 2w'''' + w^V - w_3^V$$

$$w''' + w'''_2 + 2\,u_I = \frac{1}{2}\left\{(B - A) - (B' - A')\right\}$$

$$w''' + w'''_2 + 2u_{II} = \frac{1}{2}\left\{(B_1 - A_1) - (B'_1 - A'_1)\right\}.$$

Nun ist aber vermöge der früher aufgestellten Bedeutung von β:

$$w''' + w'''_2 = -\,2\beta.$$

Ferner findet man nach kurzer Reduction

$$2\widehat{w}'''' + \widehat{w}^V - \widehat{w}^V_3 = -\frac{(r_0 - r_1)(\csc i_0 + \csc i_1)}{L},$$

welchen Ausdruck man leicht so transformiren kann, daß β in ihm vorkommt, nämlich so:

$$2\,\widehat{w}'''' + \widehat{w}^V - \widehat{w}^V_3 = -\frac{(r_0 - r_1)(\csc i'_0 + \csc i'_1)}{2\,L} \text{ mal}$$

$$-\frac{2\,(\csc i_0 + \csc i'_1)}{\csc i'_0 + \csc i_1)} = \beta \,.\, -\frac{2(\csc i_0 + \csc i_1)}{\csc i'_0 + \csc i'_1}.$$

Dadurch erhält man aus den obigen Gleichungen:

$$u_I + u_{II} = -\frac{2\,(\csc i_0 + \csc i_1)}{\csc i'_0 + \csc i'_1}\,\beta, \text{ sowie}$$

---

* Bei dieser Gelegenheit will ich erwähnen, daß eine Visirlinie, d. i. die optische Achse des umlegbaren Fernrohres, durch das gewöhnliche Verfahren nicht mit Bestimmtheit centrirt wird, wie ich in einem der folgenden Artikel zeigen werde.

$$u_I = \frac{1}{4}\Big\{(B - A) - (B' - A') + \beta,$$

$$u_{II} = \frac{1}{4}(B_1 - A_1) - (B'_1 - A'_1)\Big\} + \beta$$

aus welchen u_I u_{II} eliminirt wird, indem man u_I u_{II} aus der 2. und 3. Gleichung in die 1. Gleichung einsetzt. Nach entsprechender Vereinfachung ergibt sich dann:

$$\beta = -\frac{\csc i'_0 + \csc i'_1}{8\,(\csc i_0 + \csc i_1 + \csc i'_0 + \csc i'_1)}\Big\{(B-A)-(B'-A') + (B_1-A_1) - (B'_1-A'_1)\Big\}$$

Bei einem gegebenen Instrumente wird sich der Geodät ein- für allemal die Größe der Winkel i'_0 i'_1 i_0 i_1 ausmitteln und die Werthe ihrer Cosecanten berechnen, wodurch:

$-\frac{\csc i'_0 + \csc i'_1}{(\csc i_0 + \csc i_1 + \csc i'_0 + \csc i'_1)} = C$ als eine unveränderliche Größe gefunden wird, insoferne i_0 i_1 i'_0 i'_1 constant bleiben und jetzt ist:

$$\beta = \frac{1}{8}C\Big\{(B - A) - (B' - A') + (B_1 - A_1) - (B'_1 - A'_1)\Big\}$$

eine bekannte Größe.

Die vier Ablesungspaare, welche man durch das Umsetzen der Libelle und Umlegen der Achse u erhält, behandelte man bisher als von einander unabhängige Größen. Dieß sind sie aber nicht; denn wir fanden, daß β eine constante Größe ist, und da C seinen Werth ebenfalls nicht ändert, so muß auch:

$$(B - A) - (B' - A') + (B_1 - A_1) - (B'_1 - A'_1) = K$$

eine constante Größe sein.

Wenn man ferner die Hauptgleichungen I und II, sowie III und IV addirt, so erhält man identische Summen, mithin folgt daraus die zweite Gleichung:

$$(B - A) + (B' - A') - (B_1 - A_1) - (B'_1 - A'_1) = 0$$

Diese zwei merkwürdigen Gleichungen bieten jedem sorgsam arbeitenden Geodäten ein Mittel zur Controle der Ablesungen an der Libelle, außerdem aber auch die Möglichkeit, die Achsenneigungen noch schärfer als bisher zu bestimmen.

Denken wir uns, es liegen n Gruppen scharfer Beobachtungen von zusammengehörigen Werthen: $B - A$; $B' - A'$; $B_1 - A_1$; $B'_1 - A'_1$ vor, so ergibt sich durch Addition das nfache K, dann wird:

$$K = \frac{\text{Summe aller } [(B - A) - (B' - A') + (B_1 - A_1) - (B'_1 - A'_1)]}{n}$$

und hieraus folgt: $\beta = \frac{1}{8} C.K.$

Sobald eine neue Gruppe von vier zusammengehörigen Ablesepaaren vorliegt, so wird in Folge von unvermeidlichen Fehlern:

$$(B - A) - (B' - A') + (B_1 - A_1) - (B'_1 - A'_1) = K'$$

und K' wird von K verschieden sein, ein Beweis, daß die einzelnen Differenzen nicht vollkommen richtig gefunden worden sind. In Folge hievon wird auch der nach der Gleichung:

$$u_I = \frac{1}{4}\Big[(B - A) - (B' - A')\Big] + \frac{1}{8} C K$$

berechnete Werth von u_I etwas fehlerhaft sein. Wendet man die Theorie der kleinsten Quadrate auf die beiden Bedingungsgleichungen an, so ergeben sich daraus Verbesserungen an den Differenzen $B - A$ und $B' - A'$, und zwar findet man leicht:

$$u_I = \frac{1}{4}\Big\{(B - A) - (B' - A') + \frac{K - K'}{2}\Big\} + \frac{1}{8} C K \text{ oder:}$$

$$u_I = \frac{1}{4}\Big\{(B - A) - (B' - A')\Big\} + \frac{1}{8}(K - K' + CK),$$

welche Formel bisher noch unbekannt gewesen ist und wenn auch nicht bei gewöhnlichen Arbeiten, so doch bei sehr sorgfältigen Beobachtungen in Anwendung kommen dürfte.

III. Reversionslibellen.

Wenn eine Libelle nach der ersten Art rectificirt ist, so folgt daraus nur, daß die Unterlagsachse u mit dem Horizonte einen Winkel β einschließt, welcher $=$ o wird, wenn $r_0 = r_1$ ist. Ob aber die Libellenachse g zu u parallel geworden, geht daraus nicht hervor, folglich kann die nach der ersten Art rectificirte Libelle einen stets nach derselben Libellenseite gerichteten Ausschlag zeigen, wenn sie aus ihrer meßgerechten Lage heraus einmal vorwärts, das anderemal rückwärts rotirt wird.

Bei dieser Gelegenheit drängt sich die Bemerkung auf, daß die Libelle gegen das Rotiren minder empfindlich sein könne, als gegen das Umsetzen, und dies führte mich dazu, die Abhängigkeit der Empfindlichkeit einer Libelle bei der Rotation auf ihrer Unterlagsachse zu untersuchen. Es sei R_0 der Abstand der Libellenachse g in der Ebene des Unterlagskreises, also nach Fig. 7: $R_0 = C_0\, c_0$, und ebenso sei: $R_1 = C_1\, c_1$.

Die Achse u sei schon sehr nahe horizontal, folglich können die dazu senkrechten Kreisebenen auch als vertical angesehen werden. Die Libelle rotire um die Achse u um einen Winkel ω, so beschreiben die Punkte c_0 und c_1 dem Winkel ω entsprechende Kreisbogen, und es nähern sich die Punkte c_0 c_1 den horizontalen Durchmessern ihrer Kreise, jemehr ω sich 90^0 nähert. Ist Z_0 der Abstand des gedrehten Punktes c_0 vom horizontalen Durchmesser nach der Rotation um ω, so ist: $Z_0 = R_0 \cos \omega$ und ebenso ist: $Z_1 = R_1 \cos \omega$. Durch das Rotiren haben sich beide Punkte c_0 und c_1 gesenkt, ersterer um: $R_0 - R_0 \cos \omega = R_0 (1 - \cos \omega)$, letzterer um: $R_1 - R_1 \cos \omega = R_1 (1 - \cos \omega)$. Nachdem $R_0 > R_1$, so ist die Senkung des Punktes c_0 eine tiefere, mithin wird die Luftblase auf die Seite des Kreises R_1 ausschlagen. Zieht man von der Senkung des Punktes c_0 jene des Punktes c_1 ab, so erhält man den Unterschied der Senkungen, nämlich: $R_0 (1 - \cos \omega) - R_1 (1 - \cos \omega) = (R_0 - R_1) (1 - \cos \omega)$, und wenn man den Winkel δ berechnet, welcher dieser Senkung des einen Libellenachsen-Endes gegen das andere entspricht, so erhält man den der Rotation um den Winkel ω entsprechenden Ausschlag der Luftblase als Bogen vom Radius 1 ausgedrückt:

$$\widehat{\delta} = \frac{(R_0 - R_1)\,(1 - \cos \omega)}{L}.$$

Ist die Libellenachse g schon sehr nahe parallel zur Unterlagsachse u, so ist der Winkel φ, den g mit u einschließt, gegeben durch:

$$\widehat{\varphi} = \frac{R_0 - R_1}{L},$$

mithin verwandelt sich δ in:

$$\delta = (1 - \cos \omega)\,\varphi.$$

Wenn nun beispielsweise bekannt wäre, daß die Neigung von g zu u sich durch drei Libellentheile ausdrücken läßt, so wäre $\varphi = 3^p$, daher: $\delta = (1 - \cos \omega)\, 3^p$.

Die allgemeine Formel für den Rotationsausschlag δ lehrt, daß derselbe um so größer ausfällt, je geneigter die Libellenachse g zur Unterlagsachse u ist und je weiter die Libelle aus ihrer meßgerechten Stellung heraus rotirt.

Bei geringen Rotationen, nehmen wir beispielsweise 5^0 an, wird: $1 - \cos 5^0 = 0{,}00381$, genau genug $= 0{,}004$, folglich für den speciellen Fall: $\varphi^p = 3$, ist $\delta = 0{,}004 \,.\, 3 = 0{,}012^p$ und dies ist eine Größe, welche an der Libelle nicht mehr wahrgenommen werden kann, weil ja die einzelnen partes keine bedeutende Länge haben. Wir sehen also deutlich ein, daß selbst beträchtliche Neigungen der Libellenachse gegen die Unterlagsachse von der Libelle nicht angezeigt werden, wenn letztere nur um wenige Grade rotirt. Wenn daher eine Achsenlibelle bei dem Rotiren um wenige Grade einen deutlich wahrnehmbaren Ausschlag zeigt, so muß die Libellenachse schon eine große Abweichung vom Parallelismus zur Achse u besitzen.

Den Maximalwerth erreicht $(1 - \cos \omega)$, wenn $\omega = 180^0$, denn es ist: $(1 - \cos 180^0) = 2$, daher wird jetzt $\delta = 2\,\varphi$, d. h. rotirt eine Libelle um ihre Unterlagsachse u um 180^0, so entspricht der vom Blasenmittelpunkt durchlaufene Bogen dem doppelten Neigungswinkel der Achse g gegen die Unterlagsachse u.

Man sieht ein, daß eine zum Rotiren um 180^0 eingerichtete Libelle die Befähigung besitzt, in sehr wahrnehmbarer Weise die Neigung der Libellenachse g zur Unterlagsachse u anzugeben.

Es frägt sich nur darum, wie diese Einrichtung zu bewirken ist? Wir besitzen Nivellir-Instrumente mit umlegbarem Fernrohr, bei welchen die Libelle mit dem Fernrohre fest verbunden ist. Solche Fernrohre kann man um ihre Ringachse drehen, soweit man will, also auch um 180^0, und dreht man sie um 360^0, so kehrt die Libelle in ihre Anfangslage zurück. Wegen dieser Eigenschaft, bei fortgesetzter Rotation in die erste Lage zurückzukehren, werden solche Libellen auch Reversionslibellen genannt. Wird die Libellenröhre im Innern durchaus als Rotationsfläche geschliffen, und wird die Libellenfassung so durchbrochen, daß man den Stand der Blase nicht nur oben, sondern auch dann ablesen kann, wenn die obere Seite zur unteren geworden ist, dann besitzt man eine Reversionslibelle, welche um den doppelten und ablesbaren Bogen ausweicht, der dem Winkel zwischen g und u entspricht, sobald die Libelle durch Rotation um 180^0 in eine neue Lage gebracht wird.

Eine Reversionslibelle, welche nur das Ablesen des Blasenstandes bei normaler Libellenlage gestattet, soll eine einfache, jene hingegen, welche das Ablesen auch nach einer Rotation des Fernrohres um die Ringachse um 180^0 zuläßt, eine vollständige

Reversionslibelle genannt werden. In Fig. 8 sind von einer Reversionslibelle in schematischer Darstellung die Libellenachse g, die Fernrohrachse u, die um 90^0 zur Zeichnungsebene verwendet dargestellten Ringquerschnitte des Fernrohres und die Ringlager zur Anschauung gebracht.

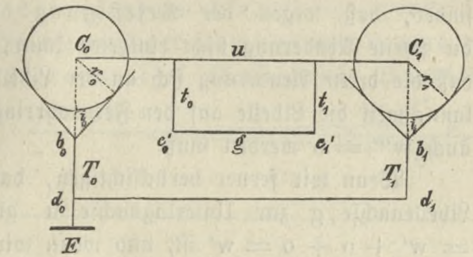


Fig. 8.

Eine vollständige Reversionslibelle wird nach dem Rectificationsverfahren der zweiten Art berichtigt; wobei man jedesmal eine Drehung um 180^0 vollführt. Ist die Libellenachse g zur Unterlagsachse u parallel geworden, so spielt die Libelle auch nach der Rotation um 180^0 ein, wenn sie vor dem Rotiren zum Einspielen gebracht wurde, ob aber die Ringachse u horizontal liegt, hängt von der richtigen Stellung des Libellennullpunktes ab, mithin ist für eine Reversionslibelle der Abstand ν des Nullkreises vom Niveaukreise von Bedeutung, während für gewöhnliche Umsetzlibellen ν ohne Einfluß auf die aus zwei oder vier Libellenlagen bestimmten Achsenneigungen bleibt.

Die Bestimmung von ν wird zweckmäßig durch die zweimalige Gefällsausmittlung einer nahezu horizontalen Geraden $A\,B = D$, wie früher auf Seite 80 schon erwähnt wurde, ausgeführt, wobei das Fernrohr nur in normaler Lage, stets mit sogenannter centrirter Visirlinie, angewendet wird. Findet man, daß die Visur um x zu hoch geht, so ist dies ein Beweis, daß die Tangente des Nullpunktes zur Libellenachse nicht parallel liegt, und es ist, in Secunden ausgedrückt, die Abweichung des Nullkreises vom Niveaukreis: $\nu^{sec} = \frac{L_1 - J_1 + L_2 - J_2}{2\,D}\,206265.$

Es liegt der Gedanke nahe, die horizontale Lage der Achse u dadurch zu prüfen, daß man die nach der zweiten Art rectificirte und überdies genau einspielende Libelle mittelst des Fernrohres in den Lagern umlegt und nachsieht, ob die Libelle wieder genau einspielt. Allein es wäre ein Irrthum, wenn man glauben würde, es müsse bei wieder einspielender Libelle die Achse u horizontal liegen.

Um dies einzusehen, gehe man die sieben Aenderungen der Libellendimensionen für die Lagen I und III wieder durch und man findet, daß wegen der Befestigung der Libelle am Fernrohr die zweite Aenderung nicht eintreten kann, daher $w'' = o$ ist, und daß die dritte Aenderung sich an der Libelle nicht bemerkbar machen kann, weil die Libelle auf den Fernrohrringen nicht aufsitzt, weßhalb auch $w''' = o$ werden muß.

Wenn wir ferner berücksichtigen, daß der Neigungswinkel der Libellenachse g zur Unterlagsachse u gleich $w' + w'' + w''' = = w' + o + o = w'$ ist, und wenn wir beachten, daß zufolge der Rectification der Libelle nach der zweiten Art, die Achse g zu u parallel geworden, so muß $w' + w'' + w''' = o$, d. i. $w' = o$ sein.

Unter diesen Umständen verwandeln sich die Hauptgleichungen I und III in die folgenden:

$$u_I = \frac{B - A}{2} + \nu$$

$$u_{II} = \frac{B_I - A_I}{2} + \nu.$$

mithin wird auch dann noch, wenn die vollständige Reversions-Libelle in beiden Lagen einspielt, wenn also $B = A$ und $B_I = A_I$ ist, die Achse u nicht horizontal, sondern ihre Neigung $u_I = u_{II} = \nu$ gleich der Abweichung des Niveaukreises vom Nullkreise sein.

Man macht den vollständigen Reversionslibellen den Vorwurf, daß die beiden Nullpunktstangenten nicht genau zu einander parallel sind. Dieser Fehler kann sowohl wegen der Verschiedenheit des Null- und Niveaukreises entstehen, als auch deshalb, weil die innere Libellenfläche keine vollkommene Rotationsfläche ist.

Bei der Untersuchung dieser Verhältnisse sehen wir von der Libellenachse ganz ab und legen durch die Rotationsachse u eine Ebene, welche die Libelle in zwei mittleren Längsbogen schneidet und nennen t_u die Nullpunktstangente, wenn die Libelle unter dem Fernrohre und t_o, wenn sie ober dem Fernrohre steht.

Daß t_u und t_o parallele Tangenten seien, ist dasjenige, was von einer fehlerfreien vollständigen Reversionslibelle verlangt wird. Nachdem wir aber kein Kennzeichen dieses Parallelseins besitzen, so nehmen wir an, t_u und t_o seien gegen einander geneigt.

Versetzt man die Libelle bei normaler Fernrohrlage in den Spielpunkt, rotirt die Libelle um 180^0 und richtet sowohl u, als auch die Libellenröhre so oft, bis die Libelle vor und nach der Rotation auf beiden Theilungen einspielt, so ist durch dieses Verfahren die Unterlagsachse u derart gegen die Libelle verstellt worden, daß sie zur Halbirungsgeraden des von t_u und t_o gebildeten Winkels $2\,\omega$ parallel läuft und überdies erhält u eine bestimmte Neigung ω zum Horizont. Sei in nebenstehender Fig. 9 u die bereits richtiggestellte Rotationsachse, u′ jene zur Rotationsachse u parallele Gerade, die wir uns

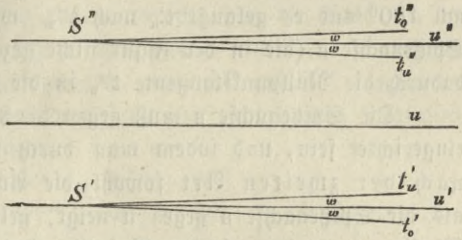


Fig. 9.

durch den Schnittpunkt S′ der beiden Tangenten $t'_u\, t'_o$, von welchen t'_u horizontal liegt, gezogen denken und halbirt u′ den Winkel $t'_u\, t'_o = 2\,\omega$, so ist klar, daß nach einer Rotation um 180^0 t''_o zu t'_u parallel liegen muß, daß sonach die Luftblase auch an der zweiten Theilung einspielt. Außerdem ist der Neigungswinkel der Rotationsachse gegen den Horizont gleich dem halben Neigungswinkel ω der beiden Nullpunktstangenten gegen einander.

Will man den Einfluß der Neigung der Ringachse zum Horizonte bei vollständigen Reversionslibellen auf das Gefälle erfahren, so wird man, wie schon vorerwähnt, das Gefälle einer nahezu horizontalen Geraden mittelst Aufstellung in beiden Endpunkten der Geraden ausmitteln, wodurch sich das Stück x bei der Distanz D ergibt, um welches sich die Visur zu hoch oder zu tief geht. Es ist also für die Praxis ganz gleichgiltig, ob bei der vollständigen Reversionslibelle der Nullkreis vom Niveaukreis verschieden, oder ob die Libellenfläche eine unvollkommene Rotationsfläche ist, denn in beiden Fällen behält doch die centrirte Visirlinie, beziehungsweise die Ringachse eine constante Neigung ω zum Horizonte bei, wenn die Reversionslibelle in beiden Rotationslagen einspielt.

An den neuesten Nivellir-Instrumenten für Präcisionsarbeiten kommen vollständige Reversionslibellen vor, bei welchen nur ein Ausschnitt an der Libellenfassung zum Beobachten des Blasenstandes vorhanden ist; dafür aber läßt sich die Libellenröhre um eine eigene Spitzenachse drehen, damit nach der Rotation des Fernrohres um die Ringachse die Libelle um die Spitzenachse s gedreht, wieder ablesbar wird. Wir können also in Fig. 9 annehmen, es sei t'_u die horizontale Libellentangente im Nullpunkt bei der normalen Fernrohrlage; dann rotirt das Fernrohr um 180^0 und es gelangt t'_u nach t''_u, worauf die Libelle um die Spitzenachse s (die in der Figur nicht gezeichnet wurde) rotirt, und dadurch die Nullpunkttangente t''_u in die Lage t''_o gelangt.

Die Spitzenachse s muß gegen die Ringachse u zum Verstellen eingerichtet sein, und indem man durch wiederholtes Rectificiren nach der zweiten Art sowohl die Achse u gegen den Horizont als die Spitzenachse s gegen u neigt, gelangt man dahin, daß die Libelle vor und nach der Rotation des Fernrohres einspielt. Ist dieser Fall eingetreten, dann ist die Spitzenachse s zu u parallel geworden. Nehmen wir an, s sei in die zu u parallele Lage u″ gekommen, also vor dem Rotiren des Fernrohres in der Lage u′ gewesen, so ist unzweifelhaft einzusehen, daß bei jeder Größe des Winkels ω zwischen der horizontalen Nullpunktstangente t'_u und der zu u parallel gewordenen Spitzenachse u'_1 die Libelle auch dann wieder einspielt, wenn das Fernrohr um u und sodann die Libelle um u″ um 180^0 rotirt.

Dadurch erhält die Rotationsachse u die Neigung ω gegen den Horizont.

Soll nun diese Neigung ω gleich Null werden, so muß die Libellenröhre wieder gegen die Spitzenachse so verstellt werden können, daß die Nullpunktstangente und die Spitzenachse zu einander paralle liegen. Ist auch eine solche Parallelstellung denkbar, so ist es doch nicht leicht möglich, dieselbe zu bewirken und durch ein einfaches Verfahren bei nur einmaliger Instrumentsaufstellung zu prüfen, folglich ist man bei dieser Libellenconstruction in einer minder sicheren Ueberzeugung, der Winkel ω sei unveränderlich geblieben, als bei Reversionslibellen mit zwei Theilungen, weßhalb Letztere den einscaligen vorzuziehen sind.

Untersuchen wir noch die einfachen Reversionslibellen.

Wenn wir eine einfache Reversionslibelle den sieben Veränderungen unterwerfen, wie sie bei der umsetzbaren Achsenlibelle vorgenommen wurden, so findet man genau so wie bei der vollständigen Reversionslibelle die zweite und dritte Aenderung ohne

Einfluß auf den Stand der Libelle. Jedoch tritt die Bedingung des Parallelseins der Libellenachse und der Unterlagsachse hier nicht auf, wie bei einer vollständigen Reversionslibelle.

Eine einfache Reversionslibelle wird nur nach der ersten Art rectificirt. Hat man die Unterlagsachse u und die Libelle durch das Rectificiren dahin gebracht, daß die Libelle in der normalen und in der umgesetzten Fernrohrlage einspielt, so entstehen aus den sechs Hauptausgleichungen, weil II und IV wegen der Unmöglichkeit, die Libelle auf dem Fernrohre umzusetzen, wegfallen, folgende vier Hauptgleichungen:

$$u_I = w'''' + w^V + w^{VI}$$
$$u_{II} = w'''' - w^V{}_3 - w^{VI}$$
$$w' + u_I = \nu$$
$$w' + u_{II} = \nu.$$

Aus den beiden letzten Gleichungen folgt $u_t = u_{II}$. Wenn man daher die beiden ersten addirt, so entsteht: $2\, u_I = 2\, w'''' + w^v - - w^v{}_3$. Setzt man die Bedeutungen für w'''', w^v und $w^v{}_3$ ein, so ergibt sich nach einfacher Reduction:

$$u_I = \frac{(r_0 - r_1)\ (\csc i_0 + \csc i_1)}{2\, L}.$$

Mithin ist zu behaupten:

Wird eine einfache Reversionslibelle nach der ersten Art rectificirt, so ist die Ringachse in beiden Fernrohrlagen bei einspielender Libelle immer unter demselben Winkel gegen den Horizont geneigt, und es liegt die Ringachse horizontal, wenn die Ringradien einander gleich sind.

Steht ein Instrument in häufigem Gebrauch, so ändern sich mit der Zeit durch Abnützung die Radien der Ringe und die Lagerwinkel, mithin ist diese Behauptung immer nur solange geltend, als die Instrument-Abnützung eine gewisse Grenze nicht überschreitet.

Die Gleichheit der Ringradien prüfe man nach erfolgter sogenannter Centrirung der Visirlinie durch zweimalige Ausmittlung des Gefälles einer nahezu horizontalen Geraden A B, wie dies schon mehrmals erwähnt wurde. Man erfährt dadurch das Stück x, um welches die Visur bei der Distanz D die Latte zu hoch oder zu tief trifft. Ergibt sich x = o, so sind die Ringradien einander gleich.

Faßt man die Ergebnisse über die Reversionslibellen überhaupt zusammen, so findet man, daß die einfachen Reversionslibellen eben so sicher und schnell wie die vollständigen Reversionslibellen die Prüfung zulassen, ob die Libellenachse gegen die Ringachse in unveränderter Lage geblieben ist.

Besondere Rücksichten sind bei genauen Libellenarbeiten auf die Temperatur-Verhältnisse zu nehmen, weil einseitige Wärme-Aenderungen in der Flüssigkeit der Libelle und in der Form der Glasröhre, namentlich bei sehr langen Libellenröhren, Störungen im Stande der Luftblase und im Winkelwerthe der Libellentheile hervorrufen. Diese hier durchgeführten Betrachtungen gelten daher nur für den Fall, daß die Libelle störenden Einwirkungen der Temperatur entzogen wird.

Zum Schlusse stellen wir die wesentlichsten Resultate des Vorhergehenden zusammen.

1. Es gibt zwei Rectificationsarten der Libellen.

2. Die unrichtige Lage der Theilung auf dem Libellenrohre ist bei freien Achsenlibellen ohne Einfluß auf die Bestimmung der Achsenneigung.

3. Wird eine Unterlagsachse u normal und verkehrt in ihre Träger eingelegt, und wird die Libelle jedesmal auch normal und verkehrt aufgesetzt, so bestehen zwischen den 4 Ablesungspaaren folgende Gleichungen:

$$(B-A)-(B'-A')+(B_1-A_1)-(B'_1-A'_1)=K \text{ (K constant)}$$

$$(B-A)+(B'-A')-(B_1-A_1)-(B'_1-A'_1)=\text{Null}.$$

4. Aus den vier Ablesungspaaren berechnet man die Neigung der Achse u in ihrer ersten Lage nach der Formel:

$$u_I=\frac{1}{4}\left\{(B-A)-(B-A)\right\}+\frac{1}{8}(K-K'+KC),$$

$$\text{dabei ist: } C=-\frac{\csc i'_0+\csc i'_1}{\csc i_0+\csc i_1+\csc i'_0+\csc i'_1}$$

und K′ jener Werth, der sich in jedem speciellen Falle der Anwendung der Libelle anstatt K ergibt.

Gewöhnlich sind die Lagerwinkel $i_0\ i_1\ i'_0\ i'_1$ einander gleich und dann wird $C=-\frac{1}{2}$. Geringe Aenderungen in $i_0\ i_1\ i'_0\ i'_1$ verändern C unwesentlich.

5. Freie Libellen besitzen bei dem Rotiren eine sehr geringe Empfindlichkeit.

6. Spielt eine doppelscalige und nach der zweiten Art berichtigte Libelle auf der Unterlagsachse u vor und nach dem Umsetzen ein, so ist die Neigung der geometrischen Achse u gegen den Horizont gleich dem halben spitzen Winkel, den die Tangenten der beiden Nullpunkte miteinander einschließen.

7. Reversionslibellen mit Spitzenachsen sind minder verläßlich, als jene mit zwei Theilungen.

8. Eine einfache und nach der ersten Art rectificirte Reversionslibelle leistet dieselben Dienste, wie eine doppelscalige oder eine Reversionslibelle mit Spitzenachse.

9. Bei Nivellir-Instrumenten mit umlegbaren Fernrohren ist die feste Verbindung einer einfachen Libelle mit dem Fernrohre einer frei umsetzbaren Libelle vorzuziehen.

Wenn die Libellenfüße und die Träger eine Bogenform besitzen, welche zum Anschmiegen an die cylindrischen Stellen der Achse u bestimmt ist, dann gelten die vorstehenden Formeln nicht, weil die Wirkung der verschiedenen Bogenradien bei dem Umsetzen der Libelle und dem Umlegen der Achse u auf den Stand der Libelle eine ganz andere ist, als jene der tangentialen Lagerflächen.

D.

Studien über die Eigenschaften des umlegbaren Nivellir-Fernrohres und seiner Verbindung mit der Nivellir-Libelle.

In der hier vorliegenden Arbeit waltet die Absicht vor, von den umlegbaren Nivellir-Fernrohren gewisse Eigenschaften derselben, welche in nur wenigen Lehrbüchern über Geodäsie die genügende Auseinandersetzung finden, oder welche ganz nebensächlich behandelt, und leicht im Studium übersehen werden, besonders hervorzuheben.

Veranlaßt wurde diese Schrift durch meine im Umgange mit praktisch arbeitenden Ingenieuren gewonnene Erfahrung, daß über viele und einfache Punkte des Nivellir-Fernrohres und der Libelle unklare Anschauungen verbreitet sind, über welche sie befriedigende Aufklärungen in der Literatur nicht finden können.

Wenn beispielsweise Ingenieure ein umlegbares Fernrohr centriren, die Libelle rectificiren und dann der Meinung sind, ihre Arbeiten werden an Genauigkeit gewinnen, wenn sie nicht blos bei normaler, sondern auch bei umgelegter Fernrohrlage und genau einspielender Libelle nivelliren und aus den Lattenhöhen das arithmetische Mittel nehmen, so finden sie über diesen Vorgang keine Aufklärung, ob die Verbindungsart der Libelle mit dem Nivellir-Instrumente einen Einfluß auf die Richtigkeit desselben ausübt oder nicht.

In der Meinung, daß ähnliche Bedenken in weiteren Kreisen der praktischen Ingenieure vorhanden sein können, beabsichtige ich, hier auf einige Punkte des Nivellirens einzugehen, vielleicht gelingt es mir, durch die Behandlungsart des bekannten Stoffes, sowie durch manche neue Anschauungen zur Klärung Einiges beizutragen.

Die stärkere Betonung der bei dem Nivelliren auftretenden, in der gewöhnlichen Praxis als verschwindend klein anzusehenden Fehler rechtfertigt sich damit, daß nicht alle in der Praxis vorkommenden Nivellir-Instrumente so vollkommen gebaut sind, daß die sonst verschwindend kleinen Abweichungen der Resultate von der Wahrheit wirklich verschwinden, ferner dadurch, daß auch die scharfe Erkenntniß dessen, was die Resultate nicht wesentlich beeinflußt, nothwendig ist, um die Arbeit des Nivellirens mit Beruhigung zu führen.

Wir gehen nun auf folgende Punkte über:

I. Das übliche Centrirungs-Verfahren einer Visirlinie näher zu untersuchen.

Lenkt man die optische Achse bei einem Nivellir-Instrument mit umlegbarem Fernrohr auf einen entfernten Zielpunkt, dreht man das Fernrohr um seine Ringachse und findet man, daß das Bild des Zielpunktes auf dem mittleren Kreuzungspunkt der Fäden des Fadenkreuzes verharrt, so liegt die optische Achse des Fernrohres in der Ringachse und man sagt das Fadenkreuz ist centrirt. Weicht das Bild des Zielpunktes vom Kreuzungspunkt ab, so wird die Fadenplatte mittelst ihrer Stellschräubchen auf- oder abwärts oder seitlich so lange verschoben, bis sich das Fadenkreuz, beziehungsweise der Durchschnittspunkt der beiden zu einander senkrechten Mittelfäden als centrirt erweist.

Dieses allenthalben angegebene Verfahren des Centrirens der optischen Achse eines umlegbaren Nivellir-Fernrohres ist nur bedingt richtig.

Um dies einzusehen, betrachten wir das Nivellir-Fernrohr in schematischer Weise, ohne auf die Mittel zur Behebung der Farbenzerstreuung, der sphärischen Abweichung u. s. w. einzugehen. Demzufolge besteht das Fernrohr aus dem Objectivrohre, äußerlich mit den zum Einlegen in die gegabelten Träger bestimmten zwei Lagerringen versehen und im Innern an entsprechender Stelle die Objectivlinse enthaltend. In dem Objectivrohre ist das Ocularrohr verschiebbar, in welchem sich eine senkrecht zur Ringachse etwas verstellbare ringförmige Scheibe mit dem zum Visiren dienenden Fadenkreuze befindet. Die Objectivlinse erzeugt, wenn das Fernrohr auf den

Zielpunkt gerichtet wird, vom Zielpunkte ein Bild, und wird die Ocularröhre entsprechend aus dem Objectivrohre herausgezogen, so kann die Ebene des Fadenkreuzes so gestellt werden, daß sie durch das Bild des Zielpunktes geht. Bild und Fadenkreuz werden durch das Ocular beobachtet und dem Auge durch letzteres vergrößert zur Anschauung gebracht.

Untersuchen wir die Einzelheiten.

Jede biconvexe sphärische Linse besitzt in ihrem Innern einen Punkt O von der eigenthümlichen Eigenschaft, daß alle durch ihn gehenden geraden Linien die beiden Linsenflächen in parallelen Flächen-Elementen schneiden, und es wird dieser durch die Linsenform gegebene Punkt O der optische Mittelpunkt der Linse genannt.

Legt man sich durch die Linsenachse eine Ebene, zieht in derselben irgend zwei parallele Radien o'c, od und verbindet ihre Endpunkte durch eine Gerade cd, so ist zu beweisen, daß diese Gerade die Linsenachse immer in demselben Punkte O schneidet, ganz gleichgiltig, welchen Winkel die parallelen Radien mit der Linsenachse einschließen.

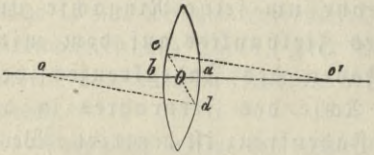


Fig. 10.

Die Aehnlichkeit der Dreiecke oOd und o'Oc gibt: oO:od = o'O:o'c oder: oO:r = (o'o − oO):r', woraus oO sich ergibt. Zieht man den für oO gefundenen Werth von oa = r ab, so findet man nach einfacher Reduction den Rest:

$$a\,O = \frac{r.ab}{r+r'},$$

woraus man sieht, daß die Entfernung aO des optischen Mittelpunktes O von der Linsenfläche von der Richtung der parallelen Radien unabhängig und eine für dieselbe Linse unveränderliche Größe ist.

Der optische Mittelpunkt O einer Objectivlinse ist daher ein geometrisch vollständig bestimmter Punkt.

Wenn nun von einem leuchtenden und hinreichend entfernten Punkte Z auf alle Punkte der einen Linsenfläche Lichtstrahlen auffallen, und wenn diese Lichtstrahlen nur kleine Winkel mit der Linsenachse bilden, so vereinigen sich alle Lichtstrahlen nach ihrem Durchgange durch die Linse wieder in einem Punkte, im Bilde Z' des leuchtenden Punktes Z. Unter allen Strahlen, welche von Z ausgehen, ist auch ein Strahl vorhanden, welcher im Innern der Linse seinen Weg durch den optischen Mittelpunkt O hindurch nimmt und es wird dieser Strahl der Hauptstrahl des leuchtenden Punktes genannt.

Der Hauptstrahl des leuchtenden Punktes Z wird im Auffallspunkte zwar etwas von seinem Wege abgelenkt, aber er tritt parallel mit der einfallenden Richtung aus der Linse wieder heraus. Je geringer der Winkel ist, den der einfallende Strahl mit der Linsenachse bildet, um so unbedeutender ist die Ablenkung des Hauptstrahles innerhalb der Linse, so daß man genau genug den austretenden Hauptstrahl als die geradlinige Verlängerung des einfallenden Strahles ansehen kann.

Nachdem nun alle Strahlen aus Z, welche die Linse treffen, sich in einem Punkte Z' zum Bilde von Z vereinigen, so ergibt sich die wichtige Bemerkung:

Zieht man von einem nahe an der Achse einer Objectivlinse liegenden Zielpunkt Z eine Gerade durch den optischen Mittelpunkt O des Objectives, d. i. einen Hauptstrahl, so geht dieser durch das Bild Z' des Zielpunktes Z.

Nennt man z und z' beziehungsweise die Abstände des Zielpunktes Z und des Bildes Z' vom optischen Mittelpunkte, f den Abstand der Brennpunkte von O, so liefert die Lehre vom Lichte die bekannte Gleichung:

$$\frac{1}{z} + \frac{1}{z'} = \frac{1}{f},$$

aus welcher dann für die Bildweite z' sich ergibt:

$$z' = \frac{z \cdot f}{z - f} = f + \frac{f^2}{z - f}.$$

Der Optiker oder Mechaniker, welcher die Linsen in den Röhren zum Fernrohre zusammensetzt, sucht soviel als möglich die Linsen so zu stellen, daß die Linsenachsen in die Ringachse fallen oder nahezu mit ihr parallel liegen. Wenn daher der Geometer sein Nivellir-Fernrohr auf einen Zielpunkt Z derart richtet, daß das Bild von Z' ungefähr in der Mitte des Gesichtsfeldes erscheint, dann liegt Z sehr nahe an der Linsenachse und es gelten jetzt die Voraussetzungen, welche wir soeben bei der Betrachtung der Objectivlinse gemacht haben.

Wie uns die zuletzt aufgestellte Formel lehrt, ist die Bildweite z' größer als die Brennweite f der Objectivlinse, und zwar ist der Ueberschuß über f, nämlich $f^2:(z-f)$ um so größer, je geringer die Zielweite z wird, weil dadurch $z-f$ in f^2 öfter enthalten ist.

Der Ort des Bildes Z′ im Fernrohre ist sonach veränderlich, und weil für ein und dasselbe Auge und dasselbe Ocular das Bild Z′ vom Ocular immer denselben Abstand erhalten muß, um deutlich gesehen zu werden, so folgt, daß man bei nahem Zielpunkte das Ocularrohr herausschieben, bei fernem Zielpunkte aber in die Objectivröhre hineinschieben muß, um den richtigen Abstand des Oculares vom Bilde herbeizuführen.

Das in der Ocularröhre enthaltene Fadenkreuz muß aber auch deutlich gesehen werden; nachdem jedoch die Entfernung des Fadenkreuzes vom Oculare sich nicht ändert, wenn man die Ocularröhre verschiebt, so muß man das Augenglas des Oculares durch Verschrauben, oder die Fadenplatte durch Verschieben in die richtige gegenseitige Distanz bringen, und erst dann, wenn man das Fadenkreuz als reine und scharfe schwarze Linien erblickt, richtet man das Fernrohr auf den Zielpunkt Z und schiebt die Ocularröhre heraus oder hinein, bis auch das Bild Z′ deutlich gesehen wird.

Nun beachte man, daß jetzt im Fernrohre zwei von einander verschiedene gerade Linien vorhanden sind: die optische Achse, vom mittleren Kreuzungspunkt K der Fäden des Fadenkreuzes zum optischen Mittelpunkte O des Objectives, und der Hauptstrahl ZOZ′. Wird das Fernrohr so gerichtet, daß das Bild Z′ auf den Kreuzungspunkt K fällt, so geht der Hauptstrahl durch zwei Punkte der optischen Achse, durch O und durch K, mithin liegt die optische Achse im Hauptstrahle des Zielpunktes Z und man sagt, es sei die Visur eingestellt.

Die Visur auf einen Zielpunkt Z einstellen heißt daher nichts Anderes, als den Hauptstrahl des Zielpunktes in die optische Achse des Fernrohres bringen.

Das Bild Z′ vom Zielpunkte Z muß genau in der Ebene des Fadenkreuzes auf K liegen. Liegt das Bild vor oder hinter der Fadenkreuzebene, so sagt man, das Bild liege parallaktisch und man erkennt die Parallaxe, wenn bei einer geringen Bewegung des Auges aus der Mitte des Ocularfeldes das Bild Z′ nicht auf dem Punkte K bleibt. Durch entsprechendes Verschieben der Ocularröhre wird die Parallaxe beseitigt.

Man wird bemerkt haben, daß der Hauptstrahl des Zielpunktes zu Stande kommt, ohne daß der Zielpunkt Z genau in der Linsenachse liegt; es ist daher nicht nothwendig, daß bei dem Anvisiren eines Zielpunktes Z dieser Zielpunkt ganz genau in der Linsenachse des Objectives liege; mithin ist es ohne Belang, wenn die optische Achse der Objectivlinse zur Ringachse nicht genau parallel liegt.

Es wäre sehr erwünscht, wenn der Mechaniker oder Optiker es vermöchte, die Objectivlinse in das Fernrohr so einzusetzen, daß der optische Mittelpunkt O in der Ringachse liegt, und zwar deshalb, damit bei dem Drehen des Fernrohres um die Ringachse der optische Mittelpunkt O seinen Ort nicht verläßt. Liegt er seitlich von der Ringachse, so beschreibt er einen kleinen Kreis, wenn man das Fernrohr um die Ringachse dreht.

Um den optischen Mittelpunkt O eines Objectives in die Ringachse zu stellen, dazu gibt es kein einfaches und scharfes Mittel, wenn, wie es gewöhnlich der Fall, das Objectiv mit dem Rohre fest verbunden ist.

Um zu prüfen, ob der optische Mittelpunkt O eines Objectives in der Ringachse liegt, verändere man die gegenseitige Entfernung von Ocular und Fadenkreuz derart, daß man das Fadenkreuz, durch das Ocular sehend, nicht erblicke. Der Zweck dieser Verstellung ist nur der, daß das Fadenkreuz bei der folgenden Untersuchung keine Störung in der Beobachtung der Erscheinung bewirkt. Sodann verschiebe man das Ocularrohr, bis man das Bild eines Gegenstandes deutlich, aber das Fadenkreuz nicht sieht. Vom Gegenstand gehen so viele Hauptstrahlen aus, als der Gegenstand leuchtende Punkte dem Objective zuwendet. Dreht man das Fernrohr um die Ringachse und liegt der optische Mittelpunkt O des Objectives in der Ringachse, so bleiben trotz der Drehung alle Hauptstrahlen dieselben, folglich behält das Bild des Gegenstandes eine unveränderte fixe Lage im Luftraume des Ocularrohres bei. Liegt aber der optische Mittelpunkt O außerhalb der Ringachse, so beschreibt O einen Kreis, folglich ändern alle Hauptstrahlen ihre Lage, mithin ändert auch das Bild des Gegenstandes seine Lage im Luftraume des Ocularrohres.

Wenn der Beobachter sein Auge in einer vollkommen ruhigen Lage vor dem Oculare erhalten könnte, während er das Fernrohr um die Ringachse dreht, so würde er die Ortsveränderung des Bildes leicht wahrnehmen. Weil aber diese Fixirung des Auges nicht möglich ist, weil es ferner im Gesichtsfelde des Fernrohres keinen markirten Punkt gibt, der während der Drehung seinen Ort nicht ändert, so vermag man nur bei erlangter Uebung und auch da nur bis zu einer gewissen Grenze anzugeben, ob sich das Gegenstandsbild bewegt oder ob es in Ruhe bleibt, wenn das Fernrohr rotirt.

Aus diesem Grunde kann man also nicht mit voller Schärfe erkennen, ob der optische Mittelpunkt O des Objectives in der Ringachse liegt, und deshalb kann auch der Optiker oder Mechaniker nicht behaupten, er habe den optischen Mittelpunkt des Objectivs scharf in di e Ringachse gestellt.

Man muß daher immer annehmen, der optische Mittelpunkt des Objectives bei einem umlegbaren Nivellir-Fernrohre liege nicht ganz genau in der Ringachse.

Was hat aber dann das sogenannte Centriren des Fadenkreuzes für eine Bedeutung?

Stellen wir uns vor, es wäre auf irgend eine Art möglich geworden, das Fernrohr so zu richten, daß die Ringachse durch den Zielpunkt Z geht. Ziehen wir durch Z den Hauptstrahl ZOZ' und rotiren das Fernrohr um die Ringachse, so beschreibt der Hauptstrahl ZOZ' eine senkrechte Kreiskegelfläche, das Bild Z' aber einen Kreis, den Bildkreis. Gäbe es im Innern der Ocularröhre einen Punkt K, den man anfänglich mit dem Bilde Z' zusammengebracht hat und wäre dieser Punkt K mit dem Fernrohre fest verbunden, so müßte K auch an der Drehung des Fernrohres theilnehmen und müßte K ganz denselben Weg zurücklegen, welcher von Z' beschrieben wird. Es bliebe daher der Punkt K auf dem Bilde Z', trotzdem Z' einen Kreis beschreibt.

Nun ist aber im Innern des Ocularrohres ein solcher Punkt K vorhanden, nämlich der Kreuzungspunkt der Mittelfäden des Fadenkreuzes und man ist im Stande, den Punkt K auf Z' zu stellen. Wie wird aber die Ringachse auf den Zielpunkt Z gerichtet werden können?

Zu diesem Zwecke macht man zuerst das Fadenkreuz wieder sichtbar und visirt den Punkt Z scharf an, d. h. man richtet das Fernrohr so lange, bis das Bild Z′ genau mit K zusammenfällt.

Nun sind zwei Fälle denkbar. Im ersten Falle treffe die Ringachse den Punkt Z, folglich bleibt das Bild von Z auf K, wenn das Fernrohr rotirt wird. Im zweiten Falle nehmen wir an, daß die Ringachse nicht durch Z gehe. Wir besitzen jetzt, ehe noch das Fernrohr um die Ringachse gedreht wird, drei besonders zu beachtende Linien: die optische Achse KO, den Hauptstrahl ZOZ′ und die Ringachse, von welchen die beiden ersten in eine einzige Gerade zusammenfallen, weil die Visur demgemäß eingestellt wurde.

Wird das Fernrohr um die Ringachse gedreht, so beschreibt die optische Achse im Allgemeinen ein Rotations-Hyperboloid, der Hauptstrahl ZOZ′ einen schiefen Kreiskegel, weil die Spitze Z des Kegels fix bleibt und nicht in der Rotationsachse liegt, während der Punkt O einen zur Rotationsachse senkrechten Kreis um die Rotationsachse durchläuft. Daraus nun, daß der Hauptstrahl ZO eine andere Fläche, als die optische Achse KO beschreibt, geht hervor, daß die beiden Geraden KO und ZOZ′, welche anfänglich in einander lagen, während der Rotation nicht mehr beisammen bleiben können, daher wird das Bild Z′ nicht auf dem Punkte K verbleiben, sobald die Ringachse nicht durch den Zielpunkt Z geht.

Tritt diese Erscheinung ein, so dreht man das Fernrohr um die Ringachse nur um 180°, wodurch das Bild von Z einen von K verschiedenen Ort Z_1' einnehmen wird. Verschiebt man die Fadenplatte, so daß sich K ungefähr auf den Halbirungspunkt der Strecke KZ_1' begibt und richtet die Visur wieder genau auf den Zielpunkt Z ein, so ist dadurch die Ringachse schon dem Punkte Z näher gerückt und wiederholt man diesen Vorgang, so gelangt man endlich dahin, daß bei der Drehung des Fernrohres um die Ringachse das Bild Z′ den Punkt K nicht mehr verläßt, und ist dieser Fall eingetreten, so kann man behaupten, **die Ringachse des Fernrohres geht durch den Zielpunkt Z**, keineswegs aber, daß die optische Achse mit der Ringachse zusammenfällt.

Uebrigens kann man auch nach der üblichen Art vorgehen, daß man zuerst die Fadenplatte so richtet, bis der eine Faden nach einer

Drehung von 180° durch das Bild desselben Zielpunktes, wie vor der Drehung geht, und daß man dieses Verfahren dann auch auf den zweiten Faden anwendet.

Es ist immerhin möglich, daß die optische Achse mit der Ringachse auch zusammenfällt, allein das Erkennungszeichen dieser Erscheinung ist kein anderes als jenes, welches immer entsteht, wenn die Ringachse durch den Zielpunkt Z geht und dabei die irgend einen Winkel mit der Ringachse bildende optische Achse KO auch den Zielpunkt Z trifft. Folglich bewirkt das übliche Centrirungsverfahren nur das Schneiden der Ringachse und optischen Achse im Zielpunkte Z.

Ist in irgend einem Standpunkte eines Nivellir-Instrumentes mit umlegbarem Fernrohr die Ringachse auf den Zielpunkt Z gerichtet worden, und nähert man den Zielpunkt aus der größeren Zielweite z in die kleinere Distanz d, so muß die Ocularröhre aus dem Objectivrohr entsprechend herausgeschoben werden, damit das Bild des Zielpunktes in die Ebene des Fadenkreuzes gelange. Wird die Ocularröhre herausgeschoben, so erleidet der Kreuzungspunkt K der Mittelfäden des Fadenkreuzes eine Ortsveränderung, während der optische Mittelpunkt O des Objectives unverändert bleibt. Der Mechaniker sucht so gut als möglich die Führung der Ocularröhre parallel zur Ringachse herzustellen; allein es kann ihm dies nur bis zu einem gewissen Genauigkeitsgrade gelingen. In Folge hievon ändert sich die Lage der optischen Achse gegen die Ringachse durch das Verschieben der Ocularröhre. Auch dann, wenn die Führung der Ocularröhre zur Ringachse genau parallel wäre, ändert sich die optische Achse bei der Verschiebung des Ocularrohres, wenn der optische Mittelpunkt O des Objects außerhalb der Ringachse sich befindet.

Waren nun bei der Zielweite z die Ringachse und die optische Achse auf den Zielpunkt Z gerichtet, und stellt man jetzt bei der Zieldistanz d den Kreuzungspunkt K auf das neue Bild des Zielpunktes Z, so kann man nicht mit Bestimmtheit behaupten, daß auch die Ringachse durch Z gehe.

Man muß daher neuerdings das Fernrohr um die Ringachse rotiren, und zeigt sich jetzt eine Abweichung des Bildes vom Kreuzungspunkt K, so ist nachgewiesen, daß entweder in der Lage des optischen Mittelpunktes O des Objectives, oder in der

Führung der Ocularröhre oder in beiden zugleich ein Mangel vorhanden sei.*

Der Vorgang, um ein umlegbares Nivellir-Fernrohr auf die centrische Lage des Fadenkreuzes und des optischen Mittelpunktes zu untersuchen, besteht sonach darin, daß man zuerst das Fadenkreuz bei der Visur auf einen möglichst entfernten Zielpunkt in der üblichen Weise centrirt. Sodann läßt man die Zielweite angemessen kleiner werden, stellt das Bild des Zielpunktes scharf in den Zielpunkt und sieht nach, ob das Fadenkreuz wieder centrirt erscheint. Findet man für alle Zielweiten, welche für das vorliegende Instrument in Betracht kommen können, das Fadenkreuz centrirt, so ist weder in der Lage des optischen Mittelpunktes des Objectives, noch in der Führung der Ocularröhre ein merkbarer Fehler vorhanden, folglich fällt die optische Achse genügend genau mit der Ringachse zusammen.

II. Wie kann man untersuchen, ob die zur umsetzbaren und rectificirten Libelle parallel gestellte Visur eines umlegbaren Fernrohres ihre Lage gegen die Ringachse geändert hat?

Wenn bei einem umlegbaren Fernrohre gefunden wird, daß die centrirte Visirebene bei einspielender rectificirter Libelle nicht horizontal liegt, so pflegt man häufig die Visur zur Libelle parallel zu stellen, wodurch die Visirebene ihre centrirte Lage verliert. Damit geht aber derjenige Vortheil verloren, den man mit umlegbaren Fernrohren erreichen will, nämlich der, daß man aus der Centricität der Visur auf ihre horizontale Lage oder überhaupt constante Neigung zum Horizonte bei einspielender rectificirter Libelle schließen kann. Ist die Visur nicht mehr centrirt, so wird gelehrt, daß man im Laufe einer Arbeit das Parallelsein von Visur und Libelle genau so prüft, wie bei fester Verbindung des Fernrohres mit seinen Trägern.

Dieser Prüfung durch zweimaliges Aufstellen des Instrumentes kann man entgehen.

Es sei f irgend ein während des Nivellirens horizontaler Faden im Fadenkreuze, ein Faden also, der nicht die Ringachse

* Siehe §. 39 des Werkes: „Theoretische und praktische Anleitung zum Nivelliren von S. Stampfer, 8. Auflage, bearbeitet von Dr. Jos. Herr, Wien 1877."

schneidet. In der Zielweite z sei eine Nivellirlatte vertical aufgestellt. Auf diese richtet man das normal liegende Fernrohr, läßt die rectificirte Libelle einspielen und liest die Lattenhöhe L ab. Dreht man das Fernrohr um die Ringachse um 180^0, wodurch der Faden f wieder horizontal zu liegen kommt und liest die Lattenhöhe L′ ab, so gibt L—L′ eine Differenz Δ, welche offenbar bei derselben Zielweite z immer dieselbe Größe besitzen muß, insolange sich der Abstand des Fadens f von der Ringachse nicht geändert hat, denn der optische Mittelpunkt des Objectives behält ja seine Lage unverändert bei.

Daraus geht hervor:

Ist man genöthiget, die Visur eines normal liegenden umlegbaren Fernrohres zur rectificirten Libelle parallel zu stellen, so messe man die bei der Rectification angewendete Zielweite, wir wollen sie die Prüfungsdistanz nennen, ab und notire sich die Prüfungsdifferenz Δ der beiden Lattenhöhen, welche bei einspielender rectificirter Libelle vor und nach dem Rotiren des Fernrohres um 180^0 erhalten wird. Soll man untersuchen, ob die zur Libelle parallel gestellte Visur gegen die Ringachse unverändert geblieben, so stelle man die Nivellirlatte in die Prüfungsdistanz und sehe nach, ob man nach Qualität und Quantität dasselbe Δ wie früher erhält. Ergibt sich ein anderer Werth Δ′ als Differenz beider Lattenhöhen vor und nach dem Drehen um 180^0, so wird die Fadenplatte corrigirt, bis sich das frühere Δ als Differenz ergibt, und nun geht die Visur bei einspielender rectificirter Libelle horizontal.

Ob aber die Visur auch bei anderen Zielweiten bei einspielender rectificirter Libelle horizontal liegt, ist fraglich, wie vorhin erörtert wurde.

In der schon erwähnten „Anleitung zum Nivelliren von S. Stampfer“ wird im §. 32 am Schlusse dieses so wichtige Erkennungszeichen des Fortbestandes der richtigen Lage der optischen Achse gegen die Ringachse dahin besprochen, daß man den Unterschied Δ der beiden Lattenhöhen durch die Größe der Fortbewegung der Luftblase messe und diese Größe als Prüfungsmittel notire. Gegen diesen Vorgang ist nur einzuwenden, daß er zu einem unrichtigen Schluß führen kann, wenn die angewendete Zielweite bei der neuen Prüfung eine andere ist als jene, bei welcher Δ zuerst bestimmt wurde.

Wird nämlich für eine bestimmte Zielweite die optische Achse zur Libelle parallel gestellt und dadurch ein gewisser Winkel φ zwischen der optischen Achse und der Ringachse erzeugt, so wird sich φ ändern, je nachdem die Ocularröhre mehr oder weniger weit verschoben wird, weil die Lage des optischen Mittelpunktes des Objectives sich nicht, wohl aber die Lage von K sich ändert. Mithin kann weder Δ noch der Libellenwerth von Δ, wegen der möglichen Veränderlichkeit der optischen Achse durch das Verschieben des Ocularrohres, bei anderen Zielweiten dieselbe Größe beibehalten.

Die Untersuchung, ob Visur und Libelle parallel seien, ist noch in praktischerer Weise, als gewöhnlich gelehrt wird, ausführbar.

Man wähle sich eine nahezu horizontale Gerade AB auf dem Felde von solcher Länge, daß das Fernrohr noch ein scharfes Ablesen der Ziellatte ermöglicht. Schreitet man die Gerade ab, so kann man hinlänglich genau die Mitte C derselben finden. In C wird das Nivellir-Instrument meßgerecht aufgestellt und bei genau einspielender Libelle einmal auf die verticale Latte in A, das zweitemal auf jene in B visirt. Sind L_a und L_b die Lattenhöhen, so werden, im Falle die Visur nicht horizontal war, beide Lattenhöhen um einen und denselben Betrag x' unrichtig sein, weil beide Zielweiten gleich lang sind. Mithin ist das Gefälle G von A nach B, d. i. $G = (L_b + x') - (L_a + x') = L_b - L_a$, von dem Fehler wegen der ungenauen horizontalen Visur gänzlich unabhängig.

Begibt man sich mit dem Instrumente nach A und ermittelt nach meßgerechter Aufstellung des Instrumentes bei genau einspielender Libelle sowohl die Lattenhöhe L in B als die Instrumenthöhe in A, so findet man das Gefälle von A nach B nach der Formel:

$$G = (L - \delta + x) - J.$$

Dabei ist δ die aus einer Tabelle für die Distanz A B entnommene Correctur wegen des Einflusses der Krümmung der Erde und der Refraction des Lichtes, x der unbekannte Fehler wegen des Nichtparallelseins der Visur und Libelle und G das bereits ausgemittelte Gefälle. Sonach wird

$$x = (G + J) - (L - \delta).$$

Nun wird je nach Umständen bei fortbestehendem Einspielen der Libelle das Fadenkreuz mittelst der Rectificirschräubchen auf-oder abwärts verschoben, bis die Visur die Lattenhöhe $(L + x)$ zeigt, oder es wird mit der Elevationsschraube die Visur auf $(L + x)$ gerichtet und die Libelle mit ihren Rectificirschräubchen in den Spielpunkt gebracht. In beiden Fällen wird für die Zielweite AB die Visur zur einspielenden Libelle parallel.

In „Stampfer" wird §. 27 empfohlen, das Instrument beidemale in einem Endpunkt der Geraden AB aufzustellen. Dadurch erwächst der Nachtheil, daß man das Gefälle nicht schon nach der ersten Aufstellung genau kennt und daß nach erfolgter Parallelstellung der Visur und Libelle gewöhnlich noch der Wunsch entsteht, durch eine neue Prüfung mittelst zweimaliger Aufstellung sich von der Vollkommenheit der Rectification zu überzeugen.

III. Das Nivelliren mit der Ringachse eines umlegbaren Fernrohres.

Wir haben bereits betont, daß die optische Achse zum genauen Nivelliren für ungleiche Zielweiten nicht geeignet ist, wenn das Fernrohr nicht äußerst vollkommen ausgeführt wurde. So gut nun bei der Beobachtung unvermeidliche kleine Fehler entstehen, eben so sind kleine Unvollkommenheiten im Baue des Instrumentes unvermeidlich, daher es auch gar nicht sicher ist, daß bei rectificirter und einspielender Libelle und bei ungleichen Zielweiten die rectificirte optische Achse stets horizontal bleibt. Hingegen ist die Ringachse ein Element, welches insolange, als die Abnützung der Fernrohrringe und der Lagerflächen eine gewisse Grenze nicht erreicht, weitaus mehr als die optische Achse eine constante Neigung zum Horizont beibehält, wenn die rectificirte Libelle genau einspielt, einerlei ob die Zielweite groß oder klein angenommen wird. Deßhalb ist es für sehr genaue Nivellements ersprießlich, die Ringachse als Nivellirgerade zu benützen und alle durch das Visiren erhaltenen Lattenhöhen auf die Ringachse zu beziehen.

Diese Beziehung ist äußerst einfach.

Sei f_1 ein Nivellirfaden, welcher während des Visirens bei genau einspielender und rectificirter Libelle horizontal liegt, L die der Ringachse entsprechende Lattenhöhe und L_1 jene des Fadens f_1 bei normaler Fernrohrlage, so wird $L = L_1 + y$ sein, wobei y positiv oder negativ und der Zahl nach um so größer ausfällt, je weiter der Faden f_1 von der Ringachse absteht.

Dreht man das Fernrohr um die Ringachse um 180⁰ und spielt die rectificirte Libelle genau ein, so bleibt die Lattenhöhe L der Ringachse unveränderlich, hingegen wird die Lattenhöhe L'_1 jetzt um soviel größer oder kleiner als L_1 als sie früher kleiner oder größer war. Es ist also: $L = L_1' - y$, folglich wird $2L = L_1 + L_1'$ und $L = \frac{L_1 + L_1'}{2}$.

Wenn man sonach mit einem beliebigen horizontalen Nivellirfaden bei genau einspielender und rectificirter Libelle, einmal bei normaler, das zweitemal bei verwendeter, d. i. um 180⁰ um die Ringachse gedrehter Lage nivellirt und aus beiden Ablesungen das arithmetische Mittel nimmt, so gibt dieses Mittel die der Ringachse entsprechende Lattenhöhe an.

Das Nivelliren mit der Ringachse bietet den schätzenswerthen Vortheil, daß man nicht das Fadenkreuz, sondern ein- für allemal (d. h. eigentlich für so lange, als die Abnützung des Instrumentes noch unbemerkbar bleibt) die Ringachse untersucht, welche Neigung sie bei genau einspielender rectificirter Libelle mit dem Horizonte bildet. In Zukunft richtet man nur sein Augenmerk auf die Rectification der Libelle und man weiß, daß durch die Methode der Beobachtung stets die der Ringachse entsprechende Lattenhöhe erhalten wird.

Ein anderer Vortheil des Nivellirens mit der Ringachse besteht in der Controle der Arbeit. Ist f_2 ein zweiter zu f_1 paralleler Nivellirfaden und sind L_2 L'_2 die entsprechenden Lattenhöhen, so ist wieder $L = \frac{L_2 + L'_2}{2}$. Bei richtiger Ablesung muß nun $(L_1 + L_1') =$ $= (L_2 + L'_2)$ gefunden werden. Ist eine kleine zulässige Differenz vorhanden, so wird überdies aus beiden $(L_1 + L_1')$ und $(L_2 + L'_2)$ noch das arithmetische Mittel genommen, folglich ist:

$$L = \frac{(L_1 + L'_1) + (L_2 + L'_2)}{4} \text{ oder allgemein:}$$

$$L = \frac{(L_1 + L'_1) + (L_2 + L'_2) + \ldots + (L_n + L'_n)}{2n}$$

die sehr genau ermittelte und controlirte Lattenhöhe für das Nivellement mit der Ringachse.

Von Wichtigkeit ist es nun, den constanten Neigungswinkel β zu bestimmen, den die Ringachse bei genau einspielender und rectificirter Libelle mit dem Horizonte einschließt, oder vielmehr den Einfluß auf die Lattenhöhe auszumitteln, welcher aus der Neigung β hervorgeht.

Es gibt zwar vom Nivellement unabhängige Wege, wie wir aus der Libellentheorie wissen, diesen Winkel β aus den Erscheinungen an der Libelle und aus den Lagerwinkeln aufzufinden, allein es ist vorzuziehen, durch sorgfältige Bestimmung des Gefälles einer Geraden AB aus einem Standpunkte C in der Mitte zwischen A und B, zuerst ein sicheres Datum zu schaffen und dann durch ein Ringachsen-Nivellement aus A das zweitemal das Gefälle zu finden. Ist L die Lattenhöhe, welche nach der letzten Formel erhalten wurde, so ist der Betrag x, den man zu L addiren muß, um die Lattenhöhe für die horizontale Visur zu erhalten, zufolge des vorhergehenden Artikels:

$$x = (G + J) - (L - \delta).$$

Ergibt sich x als eine von Null verschiedene Größe, so werden nicht mehr Visur und Libelle parallel gestellt, sondern es wird eine Tabelle berechnet, aus welcher für alle Zielweiten der Werth von x zu entnehmen ist. War D die Länge der Geraden AB, so ist x als ein Kreisbogen vom Radius AB anzusehen, daher wird der Bogen für die Distanz 1 gleich $\frac{x}{D} = x'$. Multiplicirt man x' mit der Distanz $E = 10^m, 20^m, \ldots$ so erhält man $\Delta = x'E$, als die an L bei der Distanz E anzubringende Verbesserung wegen der constanten Neigung der Ringachse zum Horizont.

Nachdem aber auch die Lattenhöhen wegen der Erhebung des scheinbaren Horizontes über den wahren und wegen der Refraction um einen von der Zielweite E abhängigen Betrag δ zu verbessern sind, so wird man für ein bestimmtes Fernrohr eine Tabelle entwerfen, in welcher die beiden Größen Δ und δ, welche zu demselben Werth von E gehören, algebraisch summirt sind.

Nach dem Taschenbuche von Jordan ist in Metermaß:

E^m	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
δ^m	0·001	0·003	0·006	0·011	0·017	0·025	0·033	0·044	0·055	0·068

Wenn das umlegbare Fernrohr mehrere parallele Nivellirfäden besitzt, so können zwei derselben als Distanzfäden benützt werden.

Die Distanzformel lautet: $E = k(o - u) + p$, wobei, da es sich nicht um eine scharfe Distanzbestimmung handelt, der kleine Werth p weggelassen werden darf. Man kann nun in jener Tabelle, welche die Summe $(\Delta + \delta)$ für verschiedene Werthe von E enthält, anstatt der Werthe von E die correspondirenden von $(o - u)$, d. i. die Differenz der Lattenhöhen, welche den Distanzfäden entsprechen, einsetzen und auch die Rubrik mit $(o - u)$ anstatt mit E überschreiben. Dadurch entgeht man der Berechnung von E.

Bei dem praktischen Arbeiten auf dem Felde wird bei rectificirter und einspielender Libelle einmal an den Nivellirfäden bei normaler Fernrohrlage und dann bei verwendeter, d. i. um 180^0 um die Ringachse gedrehter Fernrohrlage abgelesen. Die Resultate werden so eingeschrieben, daß die an demselben Faden gemachten zwei Ablesungen untereinander zu stehen kommen, damit ein flüchtiger Blick zeigt, ob die Summen einander gleich sind, um sofort einen Ablesungsfehler zu entdecken. Die Correctur $\Delta + \delta$ wird erst als Zimmerarbeit durchgeführt, im Falle sie von Belang ist.

Anmerkung. Die im vorstehenden gegebene Anschauung weicht von der üblichen darin ab, daß nicht die optische Achse als nivellirende Gerade aufgefaßt wird. Sonst war man häufig bemüht, die optische Achse parallel zur Libelle zu erhalten und Beobachtungsmethoden anzugeben, wie eine allfällige kleine Abweichung vom Parallelismus eliminirt werden könne. Hier aber wird die optische Achse nur als ein Mittel angesehen, um jene Resultate zu erhalten, welche die Ringachse liefern würde, wenn man direct mit ihr visiren könnte. Nicht die optische Achse, sondern die Ringachse ist, insolange das Instrument nicht wesentlich abgenützt wurde, etwas Unwandelbares am Fernrohre, und tritt hiezu die Eigenschaft, daß die rectificirte Libelle nur eine bestimmte Lage zum Fernrohre annimmt, wenn sie einspielt, so erhält nur die Ringachse eine unwandelbare Neigung zum Horizont, keineswegs ist aber bei der optischen Achse diese Beständigkeit der Neigung vorhanden.

Die Betonung der Ringachse als nivellirendes Element dürfte eine größere Klarheit in der Erkenntniß der Wirkungsweise eines umlegbaren Nivellir-Fernrohres erzeugen, als es die übliche Hervorhebung der optischen Achse vermag.

IV. Rectification einer mit den Trägern eines umlegbaren Nivellir-Fernrohres fest verbundenen Libelle.

Um die hier nothwendig werdenden Betrachtungen anzustellen, müssen wir auf die Ableitung der sechs Hauptgleichungen bei der Theorie der umsetzbaren Libelle (Seite 78) hinweisen. Es wurde daselbst ein allgemeiner Horizont $d_0\ d_1$ angenommen. Diesen allgemeinen Horizont d_0 d_1 nehmen wir jetzt auch an, nur sagen wir, dieser sei durch die Niveauebene der einspielenden Trägerlibelle gegeben.

Das Fernrohr kann in normaler und in verkehrter Lage eingelegt werden; weil es aber keine Libelle zum Umsetzen besitzt, so fallen in der Anwendung der Libellentheorie auf die vorliegende Construction die Fälle II und IV hinweg.

Gehen wir zu den Aenderungen über.

Die ersten drei Aenderungen haben auf die Trägerlibelle keinen Einfluß, eben so wenig auf die Neigung der Ringachse.

Die nächsten drei Aenderungen bewirken eine Neigung der Ringachse, aber die Trägerlibelle beeinflußen sie nicht. Wir erfahren daher nur, daß die Ringachse folgende zwei Neigungen angenommen hat:

$$u_I = w'''' + w^V + w^{VI}$$
$$u_{II} = w'''' - w_3^V - w^{VI}$$

aus welchen Gleichungen durch Addition und Subtraction folgt:

$$u_I + u_{II} = 2w'''' + w^V - w_3^V = \frac{(r_0 - r_1)\ (\csc i_0 + \csc i_1)}{L} = 2\beta$$

und

$$u_I - u_{II} = w^V + w_3^V + 2\,w^{VI} = \frac{2\,(T_0 - T_1) + (r_0 + r_1)\ (\csc i_0 - \csc i_1)}{L}$$

Die erste dieser Gleichungen sagt uns: Spielt die Trägerlibelle ein und legt man das Fernrohr normal und dann verkehrt in die Träger, so ist die algebraische Summe der beiden Winkel, welche die Ringachse mit dem Horizonte einschließt, eine constante Größe 2β.

Die zweite Gleichung für $u_I - u_{II}$ lehrt, daß die algebraische Differenz der beiden Neigungen wesentlich von den Höhen T_0 T_1 der Scheitelpunkte der Trägerwinkel $2\,i_0$ und $2\,i_1$ über dem Horizonte der einspielenden Luftblase der Trägerlibelle abhängt.

Diese Höhen T_0 T_1 lassen sich verändern, wenn man die Libelle mit ihren eigenen Rectificirschräubchen verstellt, folglich muß es eine solche Stellung der Libelle an den Trägern geben, bei welcher $u_I - u_{II} = o$ wird.

Das Herbeiführen der Bedingung: $u_I = u_{II}$ wird das Rectificiren der Trägerlibelle genannt und in folgender Weise bewirkt:

Man stellt auf dem Felde das Nivellir-Instrument derart auf, daß die verticale Umdrehungsachse möglichst genau vertical wird, centrirt die Visirlinie, richtet die centrirte Visur gegen die Ziellatte, versetzt mit größter Schärfe die Luftblase in den Spielpunkt und liest die Lattenhöhe L_1 ab. Sodann wendet man die Alhydade um 180^0 und legt das Fernrohr um, so muß dasselbe wieder gegen die Latte gerichtet sein. Wenn die Luftblase eine geringe Abweichung zeigt, so wird diese beseitigt und nun bei genau einspielender Libelle die Lattenhöhe L_2 abgelesen.

Wäre $u_I = u_{II}$, so müßten beide Lattenhöhen einander gleich sein. Zeigt sich eine Verschiedenheit, so neigt man das Fernrohr mittelst der Elevationsschraube, so daß der Nivellirfaden auf die Ablesung $\frac{L_1 + L_2}{2}$ zeigt. Die hiemit aus dem Spielpunkt tretende Libelle wird mit ihren Rectificirschräubchen berichtigt. Die Probe und Rectification wird so oft wiederholt, bis in beiden Fernrohrlagen die Visur genau dieselbe Lattenhöhe gibt, während die Libelle scharf im Spielpunkte steht; dann ist die Trägerlibelle rectificirt.

Der specielle Werth, den $T_0 - T_1$ annimmt, lautet nun:

$$T_0 - T_1 = - \frac{(r_0 + r_1)\,(\csc i_0 - \csc i_1)}{2\,L}$$

und die specielle Neigung β, welche die Ringachse in beiden Fernrohrlagen zum Horizonte erhält, findet man, wenn man in $u_I + u_{II}$ statt u_I und u_{II} den Werth β setzt. Dadurch ergibt sich:

$$\beta = \frac{(r_0 - r_1)\,(\csc i_0 + \csc i_1)}{2\,L}.$$

Diese Gleichung lehrt uns, daß β nur dann gleich Null ist, wenn $r_0 = r_1$ wird; daher der Satz:

Wird die Trägerlibelle eines Nivellir-Instrumentes mit umlegbarem Fernrohr rectificirt, so wird die Ringachse nur dann horizontal, wenn die Ringhalbmesser einander gleich sind.

Sind die Ringhalbmesser verschieden, so wird man β auf die schon früher besprochene Weise ausmitteln.

V. Das Nivelliren mit berichtigter aber nicht genau einspielender Libelle.

Wenn die Nivellir-Libelle sehr empfindlich ist und es zu lange dauern würde, jedesmal mittelst der Elevationsschraube die Libelle zum scharfen Einspielen zu bringen, begnügt man sich wegen Beschleunigung der Feldarbeit, daß die rectificirte Libelle nur nahezu einspielt. Die Libelle wird dabei in normaler Lage angewendet und wird das eine Ende markirt, wie bei der Libellentheorie angegeben wurde. Ist B der Blasenstand am markirten, A am nicht markirten Ende, so ist $\frac{1}{2}$ (B—A) die Entfernung der Blasenmitte vom Nullpunkt der Theilung; wird demnach jedesmal B und A abgelesen und notirt, so läßt sich die Neigung der Ringachse gegen die normale Neigung β späterhin bei Durchführung der Zimmerarbeiten berechnen. Dazu ist es aber vorher nothwendig, daß man den Winkelwerth kenne, welcher den verschiedenen Werthen der Differenz (B—A) zukommt.

Zu diesem Behufe stelle man auf einem nahezu horizontalen Terrain am Ende A einer entsprechend langen Geraden AB das Nivellir-Instrument, am anderen Ende B die Nivellirlatte meßgerecht auf, versetze mit der Elevationsschraube die Luftblase genau in den Spielpunkt und nehme die Lattenablesung L_0, sowie die Ablesungen $B_0 = A_0$ der Luftblase.

Hierauf drehe man die Elevationsschraube in vorsichtiger Weise derart, daß der Blasenmittelpunkt zuerst um 1, 2, 3 . . . Theile gegen das markirte, dann aber um ebensoviele Theile vom Nullpunkte aus gegen das nicht markirte Ende sich hin bewege, wodurch die Differenz B — A der Reihe nach die Werthe 2, 4, 6, . . . — 2, — 4, — 6, . . . annehmen wird. Liest man außerdem den jeweiligen Stand L_1 L_2 . . . L'_1 L'_2 . . . der Visur an der Nivellirlatte ab, so sind $L_1 - L_0 = \Delta_1$, $L_2 - L_0 = \Delta_2$, . . . $L'_1 - L_0 = \Delta'_1$, $L'_2 - L'_0 = \Delta'_2$ . . . die Veränderungen an der Lattenhöhe L_0, welche den Aenderungen der Libellendifferenz B—A entsprechen. Im Allgemeinen wird $\Delta_2 = 2\Delta_1$, $\Delta_3 = 3\Delta_1$ sein.

Es ist leicht einzusehen, daß der von der optischen Achse bei diesen Neigungsänderungen durchlaufene Winkel an der Nivellirlatte Differenzen Δ_1 Δ_2 Δ_3 . . . erzeugt, deren Größen hinreichend genau proportional dem Abstande der Nivellirlatte von der Verticalachse des Instrumentes sein werden, mithin, wenn Δ_n allgemein die Aenderung von L_0 bei der Zieldistanz D und der Blasenstandsdifferenz B — A = 2n ist, so ist sie für die Zielweite E die Lattenänderung offenbar: $\eta_n = \frac{\Delta_n}{D} E$. Mithin kann man die Reihe der Werthe von η für $E = 10^m, 20^m, 30^m, \ldots$ berechnen, sobald man für irgend eine Zielweite D die Größen $\Delta_1\ \Delta_2 \ldots$ durch sorgfältige Beobachtungen bestimmt hat.

Sind diese Werthe tabellarisch zusammengestellt, so lassen sich mit der rectificirten Libelle die Feldarbeiten schneller als gewöhnlich durchführen, weil auf das genaue Einspielen der Libelle nicht erst zuzuwarten, sondern nach jeder Visur der Stand der ruhig gewordenen Blase abzulesen ist.

Bei Ausführung der Berechnungsarbeiten des Nivellements werden die der nicht einspielenden Libelle entsprechenden Lattenhöhen mittelst der oben erwähnten Tabelle auf die dem Nullstande der Libelle angehörigen Lattenhöhen corrigirt.

Nachdem die Zielweiten nur annähernd zu wissen nothwendig sind und diese Zielweiten nahezu proportional mit der Differenz $(o-u)$ sich ändern, welche aus der Subtraction der Ablesungen an den Distanzfäden des Fadenkreuzes sich ergibt, so kann man unmittelbar $(o-u)$ als Argument an Stelle von D für das Aufsuchen von η setzen, um sich die Berechnung von D zu ersparen. Außerdem kann man die Correctionen der Lattenhöhen wegen der Refraction und wegen der Erhebung der Visur über den wahren Horizont, sowie jene wegen β sogleich mit den η vereinigen, so daß alle η, welche zu demselben $(o-u)$ gehören, um das zu demselben $D = k\,.\,(o-u) + p$ gehörige δ, sowie auch um den Betrag wegen der constanten Neigung β der Ringachse zum Horizonte bei einspielender Libelle verbessert, in die Tabelle der Correctionen eingetragen werden.

Man beobachtete, daß sich die Krümmungsverhältnisse einer Libellenröhre ändern, wenn die Temperatur sich beträchtlich ändert. Aus diesem Grunde wird η bei größeren Temperatur-Intervallen andere Werthe annehmen, welche im Erfordernißfalle zu bestimmen sind.

VI. Welche der drei Verbindungen der Libelle mit einem umlegbaren Nivellir-Fernrohr gestattet das Nivelliren mit nur näherungsweise berichtigter Libelle?

Das sehr genaue Rectificiren der Libellen ist bei großer Empfindlichkeit derselben eine äußerst zeitraubende Arbeit. Daher entsteht die Frage, ob es eine Methode der Beobachtung gibt, bei welcher der Fehler wegfällt, der aus einer nur näherungsweisen Libellen-Rectification entspringt.

Diese Beobachtungsmethode läßt sich aus der Betrachtung der Neigungswinkel u_I u_{II} ableiten, welche die Ringachse mit dem Horizonte bildet, wenn das Fernrohr normal und verkehrt in die Träger eingelegt wird.

Wir fanden bei der Libellentheorie allgemein:

$$u_I = w'''' + w^V + w^{VI} = \frac{(r_0 \csc i_0 - r_1 \csc i_1) + (T_0 - T_1)}{L}$$

$$u_{II} = w'''' - w_3^V - w^{VI} = \frac{(r_0 \csc i_1 - r_1 \csc i_0) - (T_0 - T_1)}{L}$$

wobei die Neigungen sich auf einen unterhalb der Scheitel der Trägerwinkel angenommenen Horizont d_0 d_1 bezogen.

Diese beiden Gleichungen lassen sich nur dann summiren, wenn in beiden die Differenz $(T_0 - T_1)$ denselben Werth besitzt. Setzen wir dies voraus, so folgt:

$$u_I + u_{II} = \frac{(r_0 - r_1)(\csc i_0 + \csc i_1)}{L} = 2\,\beta,$$

wie bereits früher gefunden wurde.

Nehmen wir jetzt die drei Fälle der Combination des umlegbaren Fernrohres mit der Libelle vor und setzen voraus, es sei die Libelle nur näherungsweise rectificirt und die Verticalachse nur näherungsweise vertical.

a) Die Libelle, frei umsetzbar, stehe normal auf dem normal liegenden Fernrohr und spiele genau ein. Der Horizont d_0 d_1 oder kurzweg H liege unterhalb der Scheitelpunkte c_0 c_1 der Trägerwinkel, mithin besitzen T_0 und T_1 Werthe mit einer bestimmten Differenz $(T_0 - T_1)$. Dreht man die Alhydade um 180° und tritt die Libelle um einen geringen Betrag aus dem Spielpunkt, so kann man sie wieder durch die Elevationsschraube in den Spielpunkt bringen und jetzt wird $(T_0 - T_1)$ denselben Werth wie zuvor haben. Legt man das Fernrohr um und setzt die nur näherungsweise rectificirte Libelle normal auf, so wird die Libelle nicht einspielen. Wenn man nun die Libelle mittelst der Elevationsschraube in den Spielpunkt bringt, so wird von den Größen T_0 T_1 die eine geändert, folglich erhält $(T_0 - T_1)$ einen anderen Werth als früher, daher ist auch: $u_I + u_{II}$ nicht gleich $2\,\beta$.

Würde also bei einer umsetzbaren und nur näherungsweise rectificirten Libelle, welche stets normal aufgesetzt wird, einmal bei normaler, das zweitemal bei verkehrter Fernrohrlage nivellirt, während jedesmal die nur annähernd rectificirte Libelle einspielt, so kann man nicht behaupten, die algebraische Summe der Neigungen der Ringachse gegen den Horizont ist eine constante Größe; folglich läßt sich auch nicht die richtige Lattenhöhe, welche der vollkommen rectificirten Libelle entspricht, aus den beiden unrichtigen Lattenhöhen berechnen.

b) Ist die Libelle mit dem Fernrohre fest verbunden, jedoch nur näherungsweise rectificirt, so kann man demungeachtet die Libelle mittelst der Elevationsschraube in den Spielpunkt bringen. Dabei wird $(T_0 - T_1)$ einen bestimmten Werth annehmen. Dreht man die Alhydade um 180^0 und beseitigt einen allfälligen kleinen Ausschlag der Luftblase mit der Elevationsschraube, so besitzt $(T_0 - T_1)$ noch immer den ersten Werth. Legt man jetzt aber das Fernrohr in den Trägern um, so wird die Libelle nicht genau einspielen, weil sie nur annähernd rectificirt ist. Wird die Libelle mit der Elevationsschraube in den Spielpunkt gebracht, so ändert sich von der Differenz $(T_0 - T_1)$ eine der beiden Größen T_0 T_1 daher die Differenz $(T_0 - T_1)$ selbst, also wird auch hier $(u_I + u_{II})$ eine variable Größe.

c) Ist die Libelle mit den Trägern fest verbunden, jedoch nur annähernd rectificirt, so kann man wieder mit der Elevationsschraube die Libelle in den Spielpunkt bringen, wobei $(T_0 - T_1)$ einen bestimmten Werth annehmen wird.

Dreht man die Alhydade um 180^0 und beseitigt einen kleinen Ausschlag mit der Elevationsschraube, so behält $(T_0 - T_1)$ den früheren Werth bei. Legt man das Fernrohr in den Trägern um, so ändert sich dadurch $(T_0 - T_1)$ nicht, mithin kann man mit Rücksicht auf die Ergebnisse unter a) und b) aussprechen:

Nivellirt man mit umlegbaren Fernrohren in normaler und verkehrter Fernrohrlage und einer nur näherungsweise rectificirten Libelle derart, daß bei jeder Visur die Libelle scharf zum Einspielen gebracht wird, so ist nur bei der festen Verbindung der Libelle mit den Fernrohrträgern die algebraische Summe der beiden Neigungswinkel, welche die Ringachse des Fernrohres mit dem Horizonte bildet, eine constante Größe 2β, wobei:

$$\beta = \frac{(r_0 - r_1)\,(\csc i_0 + \csc i_1)}{2\,L}.$$

Wird nun mit einem umlegbaren Fernrohre und einer nur näherungsweise rectificirten, aber genau einspielenden Libelle nivellirt, so wird bei normaler Fernrohrlage die Neigung der Ringachse zum Horizonte größer oder kleiner als β sein; nehmen wir an:

$$u_I = \beta + \varphi.$$

Legt man das Fernrohr in den Trägern um, dreht die Alhydade um 180^0 und nivellirt abermals bei genau einspielender Libelle, so wird jetzt wegen der Eigenschaft, daß $u_I + u_{II} = 2\beta$ werden muß, für $u_{II} = 2\beta - u_I$ gefunden:

$$u_{II} = \beta - \varphi.$$

Ging daher bei der ersten Fernrohrlage die Visur um den Winkel φ höher als bei rectificirter Libelle, so geht sie nach umgelegtem Fernrohr um denselben sehr kleinen Winkel φ tiefer, als bei rectificirter Libelle. Daraus folgt:

Das arithmetische Mittel der beiden Lattenhöhen, welche vor und nach dem Umlegen des Fernrohres in den Trägern bei genau einspielender, aber nur annähernd berichtigter Libelle erhalten werden, entspricht der Lattenhöhe bei genau rectificirter und einspielender Libelle.

Aus dieser Eigenschaft geht hervor, daß für Präcisionsarbeiten die feste Verbindung der Libelle mit den Fernrohrträgern die geeignetste ist. Denn so sorgfältig die Rectification der Libelle auch vorgenommen wird, sei sie auf diese oder jene Art mit dem Instrumente verbunden, ein kleiner Fehler wird noch immer erübrigen und die Wirkung desselben kann durch die jetzt angegebene Methode der Beobachtung nur bei fester Verbindung der Libelle mit den Fernrohrträgern beseitigt werden.

Im Uebrigen kann man mit der optischen oder mit der Ringachse, bei einspielender oder bei nicht einspielender Libelle nivelliren, wenn man auf die früheren Bemerkungen Rücksicht nimmt und die nothwendigen Daten zur Reduction der Lattenhöhe auf den Horizont des Instrumentes sammelt.

Ebenso ist auch für die gewöhnlichen Nivellements die feste Verbindung der Libelle mit den Trägern des umlegbaren Fernrohres entschieden die beste.

Schlußbemerkungen.

Aus dem Vorhergehenden ziehen wir einige Bemerkungen für das sorgfältige Nivelliren mit einem umlegbaren Fernrohre hervor.

1. Wie immer auch die Libelle mit dem Nivellir-Instrumente verbunden sei, so ist eine genaue Rectification der Libelle vorzunehmen.

2. Das Nivelliren erfolgt bei genau einspielender rectificirter Libelle. Spielt aber die Libelle nicht ein, so sind die Blasenstände zu notiren und bei der Zimmerarbeit in Rechnung zu ziehen.

3. Die optische Achse ist nur bei dem vollkommensten Baue des Fernrohres für jede Stellung des Ocularrohres von einer constanten Lage im Fernrohre. Bei minder vollkommenem Baue ändert sich die Lage der optischen Achse mit der Verschiebung der Ocularröhre. Aus dieser Ursache ist die optische Achse für das Nivelliren keine geeignete Visirgerade.

4. Man erkennt die Unveränderlichkeit der optischen Achse daran, daß die für irgend eine Zielweite centrirte Visirlinie auch für alle anderen Zielweiten centrirt bleibt.

5. Bleibt die optische Achse nicht für alle Zielweiten centrirt, so ist das Nivellement mit der Ringachse auszuführen. Denn die Lage der Ringachse ist von der Verschiebung der Ocularröhre unabhängig.

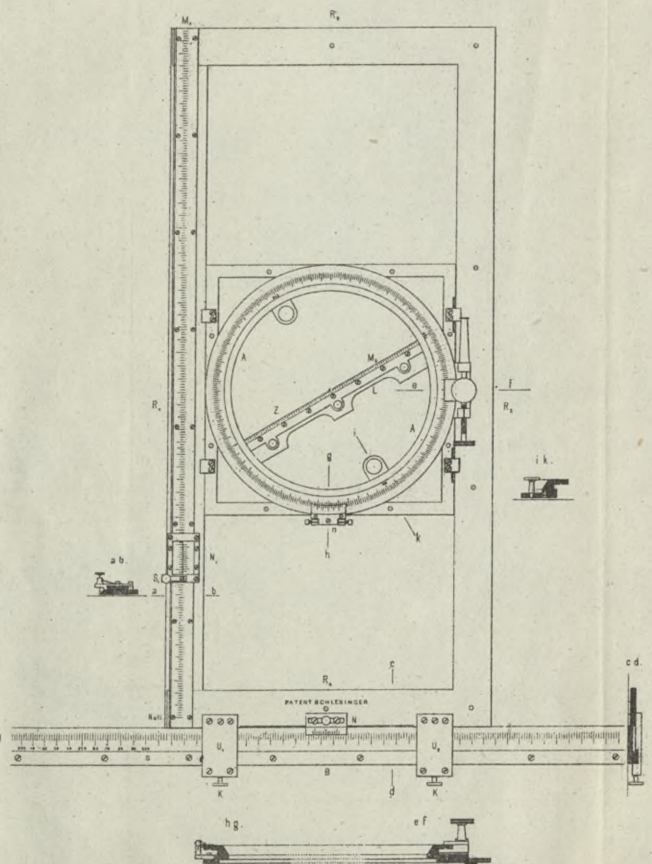
6. Ob ein rectificirter Nivellirfaden seinen Abstand von der Ringachse nicht verändert hat, läßt sich durch das Centrirverfahren bei gegebener Prüfungsdistanz untersuchen.

7. Nur bei der festen Verbindung der Libelle mit den Fernrohrträgern ist es zulässig, das Fernrohr normal und verkehrt einzulegen, mit der centrirten Visirlinie und nur annähernd berichtigten Libelle zu nivelliren und aus den Lattenhöhen das arithmetische Mittel zu nehmen.

K. k. Hofbuchdruckerei Carl Fromme in Wien.

GEODÆTISCHER TACHYGRAPH

Fig. 1.



¼ n. G.

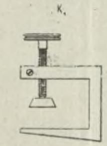
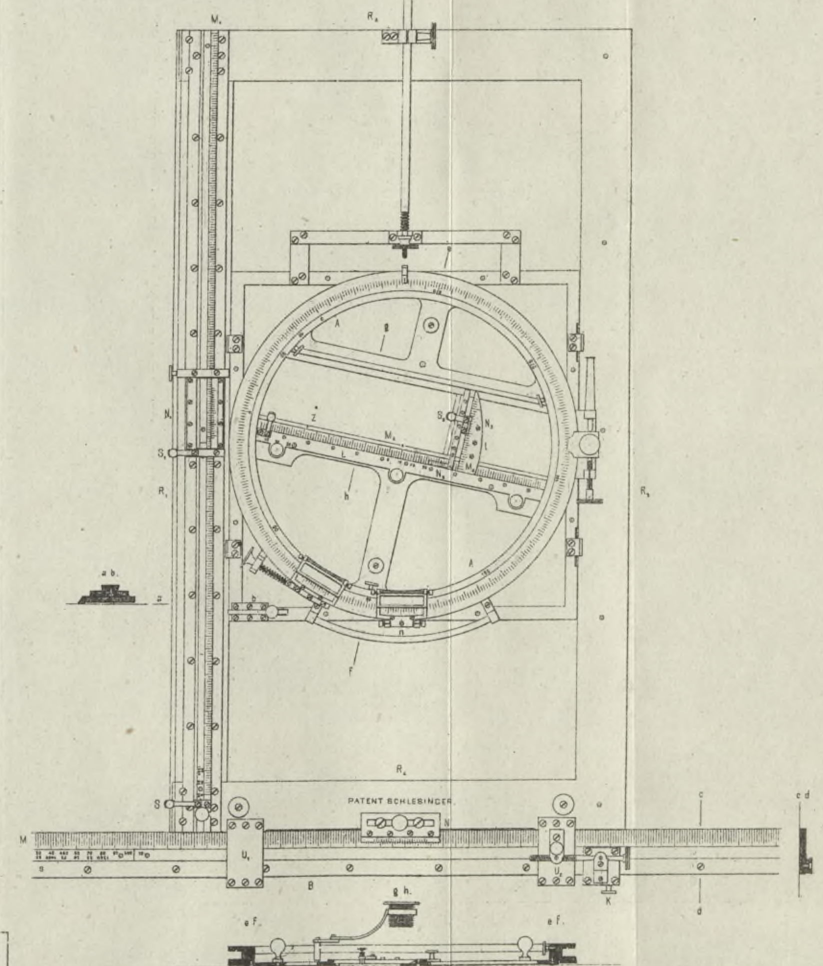


Fig. 2.



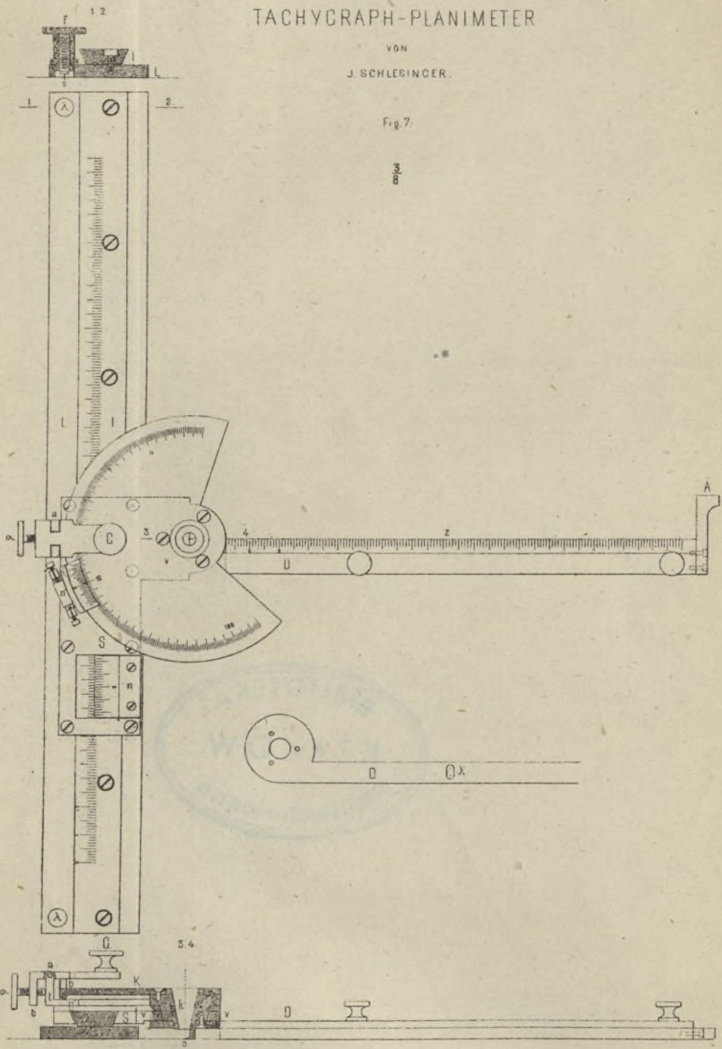
TACHYGRAPH-PLANIMETER

VON

J. SCHLESINGER.

Fig. 7.

$\frac{3}{8}$



A. T. TAPLA.