

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

II

L. inw.

4875

FÜHRER DURCH DIE  
MATHEMATISCHE LITERATUR



Meinen umfangreichen Verlag auf dem Gebiete der **Mathematik**, der **Naturwissenschaften** und **Technik** nach allen Richtungen hin weiter auszubauen, ist mein stetes durch das Vertrauen und Wohlwollen zahlreicher hervorragender Vertreter dieser Gebiete von Erfolg begleitetes Bemühen, wie mein Verlagskatalog zeigt, und ich hoffe, daß bei gleicher Unterstützung seitens der Gelehrten und Schulmänner des In- und Auslandes auch meine weiteren Unternehmungen Lehrenden und Lernenden in Wissenschaft und Schule jederzeit förderlich sein werden. **Verlagsanerbieten** gediegener Arbeiten auf einschlägigem Gebiete werden mir deshalb, wenn auch schon gleiche oder ähnliche Werke über denselben Gegenstand in meinem Verlage erschienen sind, stets sehr willkommen sein.

Unter meinen zahlreichen Unternehmungen mache ich ganz besonders auf die von den Akademien der Wissenschaften zu Göttingen, Leipzig, München und Wien herausgegebene **Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften** aufmerksam, die in 7 Bänden die Arithmetik und Algebra, die Analysis, die Geometrie, die Mechanik, die Physik, die Geodäsie und Geophysik und die Astronomie behandelt und in einem Schlußband Geschichte, Philosophie und Didaktik besprochen wird. Eine **französische Ausgabe**, von französischen Mathematikern besorgt, hat zu erscheinen begonnen.

Weitester Verbreitung erfreuen sich die mathematischen und naturwissenschaftlichen Zeitschriften meines Verlags, als da sind: Die **Mathematischen Annalen**, die **Bibliotheca Mathematica**, Zeitschrift für Geschichte der Mathematischen Wissenschaften, das **Archiv der Mathematik und Physik**, die **Jahresberichte der Deutschen Mathematiker-Vereinigung**, die Zeitschrift für Mathematik und Physik, Organ für angewandte Mathematik, die Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, die **Mathematisch-naturwissenschaftlichen Blätter**, ferner das **Archiv für Rassen- und Gesellschafts-Biologie**, die **Monatshefte für den naturwissenschaftlichen Unterricht aller Schulgattungen**, die **Geographische Zeitschrift**, **Himmel und Erde**, illustrierte naturwissenschaftliche Monatschrift u. a.

Seit 1868 veröffentliche ich: „**Mitteilungen der Verlagsbuchhandlung B. G. Teubner**“. Diese jährlich zweimal erscheinenden „**Mitteilungen**“, die in 31 000 Exemplaren im In- und Auslande von mir verbreitet werden, sollen das Publikum, das meinem Verlage Aufmerksamkeit schenkt, von den erschienenen, unter der Presse befindlichen und von den vorbereiteten Unternehmungen des Teubnerschen Verlags durch ausführliche Selbstanzeigen der Verfasser in Kenntnis setzen. Die **Mitteilungen** werden jedem Interessenten auf Wunsch regelmäßig bei Erscheinen umsonst und postfrei von mir übersandt. Das ausführliche „**Verzeichnis des Verlags**“ von B. G. Teubner auf dem Gebiete der **Mathematik**, **Naturwissenschaften**, **Technik** nebst **Grenzwissenschaften**“ 101. Ausgabe, mit eingehender systematischer und alphabetischer Bibliographie und einem Gedenktagebuch für Mathematiker, 10 Bildnissen sowie einem Anhang, Unterhaltungsliteratur enthaltend. [C] mit Interessenten umsonst und postfrei

LEIPZIG

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000299005

B. G. Teubner.





ABHANDLUNGEN ZUR GESCHICHTE DER MATHEMATISCHEN  
WISSENSCHAFTEN MIT EINSCHLUSS IHRER ANWENDUNGEN  
BEGRÜNDET VON MORITZ CANTOR · XXVII. HEFT

---

---

570

**FÜHRER**  

---

**DURCH DIE MATHEMATISCHE LITERATUR**

---

MIT BESONDERER BERÜCKSICHTIGUNG  
DER HISTORISCH WICHTIGEN SCHRIFTEN

VON

**FELIX MÜLLER**

---



LEIPZIG UND BERLIN  
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER  
1909

D/541

**Biblioteka**  
**Jana Ptaszyckiego.**



II 4875



ALLE RECHTE, EINSCHLIESSLICH DES ÜBERSETZUNGSRECHTS, VORBEHALTEN.

Akc. Nr. 3625/50

## Vorwort.

---

Das Buch, das ich hiermit den Freunden der Mathematik übergebe, soll allen denen ein zuverlässiger Führer durch die mathematische Literatur sein, die sich über irgendein Gebiet dieser Wissenschaft, sei es eine mathematische Disziplin oder ein mathematisches Problem oder ein mathematischer Satz, durch Selbstunterricht belehren wollen. Zu dem Zwecke gibt es eine systematische Übersicht über eine beträchtliche Zahl von Einzelwerken und Journalabhandlungen aus der reinen Mathematik, die geeignet sind, in Form von älteren und neueren Lehrbüchern, Originalabhandlungen, speziellen Untersuchungen, Aufgaben und Übungen, Tafeln und Modellen über den gewünschten Gegenstand zu unterrichten.

Insonderheit ist es ein Leitfaden für Studierende der Mathematik, der das in den Vorlesungen Dargebotene nach der historisch-literarischen Seite hin zu ergänzen geeignet ist. Den Herren Dozenten, welche sich in den Vorlesungen über eine spezielle mathematische Disziplin oft nur mit kurzen Hinweisen auf die einschlägige Literatur (Originalarbeiten, Lehrbücher, Aufgaben, Geschichtliches usw.) begnügen müssen, wird es erwünscht sein, auf den „Führer“ als auf einen literarischen Assistenten hinweisen zu können, der das zeitraubende Anschreiben von Namen, von genauen Titeln und Quellen erspart.

Aus dem vorher Gesagten geht schon hervor, daß der „Führer durch die mathematische Literatur“ keineswegs eine „mathematische Bibliographie“ im gewöhnlichen Sinne ist, die womöglich alle im Gebiete der reinen Mathematik erschienenen Einzelwerke und Journalabhandlungen sammelt und systematisch ordnet. Eine solche „Bibliographie“ würde einen weit größeren Raum einnehmen, aber deshalb auch weniger zur schnellen Orientierung geeignet sein, als unser bescheidenes bibliographisches Hilfsmittel.

Das Buch zerfällt in drei Teile. Der erste, historisch-enzyklopädische Teil orientiert über große historische Werke, über gesammelte Schriften hervorragender Mathematiker und Klassikerausgaben, über Zeitschriften mathematischen Inhalts und Enzyklopädien. Vorlesungen über Geschichte der Mathematik werden bis jetzt noch recht selten an Universitäten gehalten. Und doch interessieren sich für die historische Entwicklung der mathematischen Wissenschaften nicht nur viele Mathematiker von Fach, sondern auch viele Vertreter anderer Wissenszweige und sogar viele gebildete Laien. Ein Hinweis auf die historische Literatur wird also auch weiteren Kreisen erwünscht sein. Der Leser wird außer mit den historischen Gesamtdarstellungen

auch mit Schriften bekannt gemacht, welche die Geschichte der Mathematik in einzelnen Zeiten und bei einzelnen Völkern behandeln. Wer sich für die Lebensumstände hervorragender Mathematiker interessiert, findet die betreffende Literatur in dem Abschnitt: „Biographisches“. Die zahlreichen „Gesammelten Werke“, einschließlich Briefwechsel und Vorlesungsreihen, sowie die Klassikerausgaben ersparen das Aufsuchen wichtiger Originalarbeiten in seltenen oder schwer zugänglichen Zeitschriften. Eine Zusammenstellung der wichtigeren Zeitschriften mathematischen Inhalts wird den Studierenden willkommen sein, zumal aus den oft willkürlichen Abkürzungen vieler Literaturzitate die Quelle schwer zu erkennen ist.

Der zweite Teil des Buches umfaßt Philosophie, Pädagogik, Algebra, niedere und höhere Arithmetik und niedere und höhere Analysis, der dritte Teil das weite Gebiet der Geometrie, in das auch — abweichend von der sonst gebräuchlichen, beispielsweise in dem Jahrbuch für die Fortschritte der Mathematik angewandten Systematik, — die geometrische Optik und die kinematische Geometrie aufgenommen worden sind.

Im allgemeinen beginnt das einzelne Kapitel, das einer speziellen Disziplin gewidmet ist, mit einer kurzen Einleitung, in der die Aufgabe dieser Disziplin mit wenigen Worten charakterisiert und eine kurze historische Notiz über die Entstehung der Disziplin gegeben wird. Daran schließt sich eine Auswahl älterer einschlägiger Werke; es folgen neuere Lehrbücher, grundlegende Abhandlungen, nebst Aufgabensammlungen für das ganze Gebiet, und den Beschluß machen Schriften über spezielle Untersuchungen. Besondere Sorgfalt ist auf die genauen Titel und Quellenangaben gelegt. Der bei den meisten Einzelwerken angegebene Umfang läßt leicht erkennen, ob wir es mit einem größeren Kompendium, einem kleineren Lehrbuch oder einer kurzen Einführung zu tun haben, was die Auswahl erleichtert. Für eine Reihe von Disziplinen gibt es eine so große Zahl von Lehrbüchern, daß ich darauf verzichten mußte, viele, selbst empfehlenswerte, Werke in die Liste aufzunehmen, um nicht den dem Buche zugewiesenen Umfang zu überschreiten. Ganz besondere Berücksichtigung haben die historisch wichtigen Schriften gefunden; in ihnen findet man häufig auch eingehende bibliographische Notizen. Durch eine kurze Notiz sind diejenigen Schriften gekennzeichnet, in denen sich geschichtliche oder bibliographische Angaben in größerer Zahl finden.

Der Verlagsbuchhandlung bin ich zu Dank verpflichtet, da sie meinen Wünschen in bezug auf den recht schwierigen Druck entgegengekommen ist.

Schließlich danke ich den Herren Gustav Eneström, Conrad Müller und Paul Stäckel für freundliche Hilfe bei der Korrektur. Herr Eneström hat mit unermüdlicher Ausdauer sämtliche Korrekturbogen durchgesehen; seine staunenswerte Kenntnis der mathematischen Literatur ist jeder Seite meines Buches zugute gekommen.

Loschwitz, im August 1908.

Felix Müller.



# Inhaltsübersicht.

## Erster Teil.

### Geschichte der Mathematik. Enzyklopädisch-Historisches.

#### Abschnitt I. Mathematische Geschichtswerke.

	Seite
§ 1. Einleitung . . . . .	1
§ 2. Versuche im Altertum . . . . .	1
§ 3. Versuche in neuerer Zeit . . . . .	1
§ 4. Gesamt-Darstellungen . . . . .	2
§ 5. Geschichte der Mathematik in einzelnen Zeiten und bei einzelnen Völkern . . . . .	4
§ 6. Zeitschriften für Geschichte der Mathematik . . . . .	6

#### Abschnitt II. Biographisches.

§ 1. Einleitung . . . . .	7
§ 2. Gelehrten-Lexika . . . . .	8
§ 3. Einzelbiographien und Nekrologe . . . . .	8

#### Abschnitt III. Gesammelte Werke. Klassikerausgaben.

§ 1. Einleitung . . . . .	12
§ 2. Altertum . . . . .	12
§ 3. Neuere Zeit . . . . .	14
§ 4. XVIII. Jahrhundert . . . . .	16
§ 5. XIX. Jahrhundert . . . . .	17
§ 6. Klassiker der exakten Wissenschaften . . . . .	20

#### Abschnitt IV. Zeitschriften mathematischen Inhalts.

§ 1. Einleitung . . . . .	21
§ 2. Anfänge. Einteilung . . . . .	22
§ 3. Vorwiegend mathematische Zeitschriften . . . . .	22
§ 4. Astronomische Zeitschriften . . . . .	29
§ 5. Physikalische Zeitschriften . . . . .	30
§ 6. Technisch-militärische Zeitschriften . . . . .	32
§ 7. Allgemein-wissenschaftliche Zeitschriften . . . . .	33
§ 8. Akademie-Schriften . . . . .	34

#### Abschnitt V. Mathematische Bibliographien.

Mathematische Bibliographien . . . . .	41
--	----

#### Abschnitt VI. Enzyklopädien und Gesamtkompendien.

§ 1. Enzyklopädien . . . . .	42
§ 2. Gesamtkompendien . . . . .	43
§ 3. Formelsammlungen. Modelle . . . . .	46
§ 4. Neuere Kompendien der Elementar-Mathematik . . . . .	46

## Zweiter Teil.

## Philosophie. Pädagogik. Algebra. Arithmetik. Analysis.

## Abschnitt I. Philosophie der Mathematik.

	Seite
§ 1. Einleitung . . . . .	48
§ 2. Allgemeine Beziehungen zwischen Mathematik und Philosophie. . . . .	48
§ 3. Logik und Methodenlehre . . . . .	49
§ 4. Der Zahlbegriff und das mathematische Unendliche . . . . .	50
§ 5. Raumschauung . . . . .	51
§ 6. Prinzipien der Mechanik und Physik . . . . .	52

## Abschnitt II. Mathematisch-Pädagogisches.

§ 1. Einleitung . . . . .	53
§ 2. Über mathematischen Unterricht im allgemeinen . . . . .	53
§ 3. Unterricht in speziellen mathematischen Disziplinen . . . . .	54

## Abschnitt III. Algebra.

Kapitel 1. Formale Algebra . . . . .	55
Kapitel 2. Lehrbücher der Algebra . . . . .	56
Kapitel 3. Theorie der algebraischen Gleichungen . . . . .	59
§ 1. Kubische Gleichungen. . . . .	59
§ 2. Allgemeine Theorie . . . . .	59
§ 3. Fundamentaltheorem . . . . .	60
§ 4. Sturmscher Satz . . . . .	60
§ 5. Numerische Gleichungen. Fortsetzung . . . . .	60
§ 6. Symmetrische Funktionen . . . . .	61
§ 7. Gleichungen 4., 5. und 6. Grades . . . . .	61
§ 8. Reziproke Gleichungen . . . . .	62
§ 9. Binomische Gleichungen. . . . .	62
§ 10. Trinomische Gleichungen . . . . .	62
§ 11. Aufgaben über algebraische Gleichungen . . . . .	62

## Kapitel 4. Elimination, Substitution und Gruppentheorie.

§ 1. Elimination . . . . .	63
§ 2. Substitution . . . . .	63
§ 3. Gruppentheorie . . . . .	64

## Kapitel 5. Determinanten.

§ 1. Einleitung. Historisches . . . . .	64
§ 2. Lehrbücher und Abhandlungen . . . . .	65

## Kapitel 6. Algebraische Formen.

§ 1. Einleitung. Historisches . . . . .	66
§ 2. Lehrbücher der Theorie der algebraischen Formen. . . . .	66
§ 3. Spezielles . . . . .	67

## Abschnitt IV. Arithmetik.

## Kapitel 1. Niedere Arithmetik.

§ 1. Das elementare Rechnen . . . . .	67
§ 2. Die elementare Arithmetik. Lehrbücher und Aufgaben . . . . .	70

	Seite
§ 3. Praktische Arithmetik . . . . .	72
§ 4. Logarithmen . . . . .	73
§ 5. Instrumentale Arithmetik . . . . .	75

### Kapitel 2. Höhere Arithmetik (Zahlentheorie).

§ 1. Einleitung . . . . .	76
§ 2. Lehrbücher . . . . .	76
§ 3. Zahlkörper . . . . .	77
§ 4. Zerlegung der Zahlen und Potenzreste . . . . .	78
§ 5. Faktorentafeln. Primzahltafeln . . . . .	79
§ 6. Zahlensysteme . . . . .	80
§ 7. Unbestimmte Analytik . . . . .	80
§ 8. Magische Quadrate. Mathematische Belustigungen . . . . .	81
§ 9. Kreisteilungsgleichungen . . . . .	82
§ 10. Zahlentheoretische Formen . . . . .	83

### Abschnitt V. Niedere Analysis.

Einleitung . . . . .	84
----------------------	----

#### Kapitel 1. Kombinationslehre.

Kombinationslehre. . . . .	84
----------------------------	----

#### Kapitel 2. Wahrscheinlichkeitsrechnung und Methode der kleinsten Quadrate.

§ 1. Einleitung . . . . .	86
§ 2. Ältere Schriften über Wahrscheinlichkeit . . . . .	86
§ 3. Neuere Lehrbücher über Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .	87
§ 4. Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung . . . . .	87
§ 5. Geometrische Wahrscheinlichkeit. . . . .	88
§ 6. Ausgleichsrechnung und Methode der kleinsten Quadrate . . . . .	88

#### Kapitel 3. Reihen und Interpolation.

§ 1. Einleitung . . . . .	89
§ 2. Lehrbücher über algebraische Analysis . . . . .	90
§ 3. Spezielle Reihen . . . . .	91
§ 4. Interpolationen . . . . .	92

#### Kapitel 5. Kettenbrüche.

Kettenbrüche . . . . .	92
------------------------	----

### Abschnitt VI. Höhere Analysis.

#### A. Infinitesimal-Analysis.

Einleitung . . . . .	93
----------------------	----

#### Kapitel 1. Allgemeines.

§ 1. Geschichte und Literatur . . . . .	94
§ 2. Ältere und neuere Lehrbücher . . . . .	94
§ 3. Übungen. . . . .	96

#### Kapitel 2. Differential- und Differenzenrechnung.

§ 1. Historisches. Prinzipien. . . . .	97
§ 2. Spezielles . . . . .	98
§ 3. Maxima und Minima . . . . .	98

## Kapitel 3. Integralrechnung.

	Seite
§ 1. Spezielles . . . . .	99
§ 2. Mehrfache Integrale . . . . .	100
§ 3. Bestimmte Integrale . . . . .	100
§ 4. Mechanische Quadratur. . . . .	102
§ 5. Mechanische Integration. Planimeter und Integraphen . . . . .	102

## Kapitel 4. Differentialgleichungen.

§ 1. Einleitung. Anfänge der Theorie . . . . .	102
§ 2. Lehrbücher . . . . .	103
§ 3. Spezielles. Neuere Originalarbeiten . . . . .	105
§ 4. Einige besondere Differentialgleichungen. . . . .	106

## Kapitel 5. Variationsrechnung.

§ 1. Historisches. Einleitung. Ältere Originalarbeiten . . . . .	107
§ 2. Lehrbücher . . . . .	108
§ 3. Spezielles . . . . .	108

**B. Funktionentheorie.**

## Kapitel 1. Allgemeines.

§ 1. Einleitung . . . . .	109
§ 2. Geschichte und Bibliographie . . . . .	109
§ 3. Ältere und neuere Lehrbücher . . . . .	110
§ 4. Spezielle Gebiete der Funktionentheorie. Besondere Probleme. . . . .	111
§ 5. Komplexe Größen. Quaternionen, Äquipollenzen . . . . .	114
§ 6. Funktionalrechnung. Iteration . . . . .	116

## Kapitel 2. Besondere elementare Funktionen.

§ 1. Fakultäten . . . . .	117
§ 2. Trigonometrische, logarithmische und Exponentialfunktionen . . . . .	117
§ 3. Hyperbolische Funktionen. Parabolische Logarithmen . . . . .	118
§ 4. Bernoullische Funktionen. Eulersche Funktionen. . . . .	119
§ 5. Hypergeometrische Funktionen . . . . .	120
§ 6. Transzendente Gleichungen. Keplers Problem . . . . .	121

## Kapitel 3. Elliptische Funktionen.

§ 1. Einleitung. Historisches. Fundamentalarbeiten . . . . .	122
§ 2. Lehrbücher . . . . .	122
§ 3. Spezielles. Formeln und Tafeln. Anwendungen . . . . .	123
§ 4. Transformation. Multiplikation. Modulfunktionen . . . . .	125

## Kapitel 4. Hyperelliptische und Abelsche Funktionen.

§ 1. Grundlegende Schriften. . . . .	126
§ 2. Lehrbücher und zusammenfassende Darstellungen. . . . .	127
§ 3. Spezielle Untersuchungen. . . . .	128

## Kapitel 5. Kugelfunktionen und verwandte Funktionen.

§ 1. Kugelfunktionen. . . . .	130
§ 2. Besselsche, Lamésche, Zylinder- und Kugelfunktionen. . . . .	131

## Dritter Teil.

## Geometrie.

## Abschnitt I. Reine, elementare und darstellende Geometrie.

## Kapitel 1. Grundlagen der Geometrie.

§	1. Parallelentheorie. . . . .	Seite	132
§	2. Nichteuklidische Geometrie. . . . .		133

## Kapitel 2. Elementare Planimetrie.

§	1. Geschichte der elementaren Planimetrie . . . . .	134
§	2. Zur Methodik der elementaren Planimetrie. . . . .	135
§	3. Ältere und neuere Lehrbücher der Planimetrie. . . . .	135
§	4. Aufgaben und Übungen aus der Planimetrie. Geometrographie . . . . .	139
§	5. Historisch berühmte Aufgaben und Konstruktionen . . . . .	141
§	6. Geradlinige Gebilde und Kreis in der elementaren Geometrie . . . . .	145
§	7. Kegelschnitte und andere Kurven in elementargeometrischer Behandlung . . . . .	148

## Kapitel 3. Ebene und sphärische Trigonometrie.

§	1. Einleitung. Geschichtliches . . . . .	149
§	2. Ältere Lehrbücher der Trigonometrie . . . . .	150
§	3. Neuere Lehrbücher der Trigonometrie . . . . .	150
§	4. Aufgaben und Übungen aus der Trigonometrie. . . . .	151
§	5. Abhandlungen über spezielle Untersuchungen. . . . .	152
§	6. Praktische Trigonometrie. Niedere Geodäsie. Markscheidekunst. . . . .	153

## Kapitel 4. Kontinuitätsbetrachtungen.

§	1. Analysis situs . . . . .	155
§	2. Topologie und Kristallographie . . . . .	155

## Kapitel 5. Stereometrie.

§	1. Einleitung. Historisches. Ältere Schriften. . . . .	156
§	2. Neuere Lehrbücher . . . . .	157
§	3. Aufgaben und Spezielles . . . . .	158
§	4. Visierbücher. . . . .	159

## Kapitel 6. Darstellende Geometrie.

§	1. Einleitung. Historisches. Anfänge . . . . .	159
§	2. Lehrbücher der darstellenden Geometrie . . . . .	160
§	3. Spezielles. Aufgaben. Photogrammetrie. . . . .	162

## Abschnitt II. Höhere Geometrie.

## Kapitel 1. Analytische Geometrie. Allgemeines.

§	1. Einleitung. Historisches. Ältere Schriften. . . . .	163
§	2. Lehrbücher der elementaren analytischen Geometrie . . . . .	165
§	3. Übungen zur elementaren analytischen Geometrie . . . . .	166
§	4. Koordinaten. . . . .	167
§	5. Ausdehnungslehre. Vektoranalysis. . . . .	170

## Kapitel 2. Synthetische Geometrie. Allgemeines.

§	1. Einleitung. Historisches. Anfänge . . . . .	171
§	2. Lehrbücher . . . . .	173

Kapitel 3. Infinitesimale Geometrie. Allgemeines.		
§ 1. Einleitung. Historisches. Ältere Schriften . . . . .		174
§ 2. Lehrbücher . . . . .		176
Kapitel 4. Höhere Geometrie ebener Gebilde.		
Einleitung . . . . .		176
§ 1. Lehrbücher der höheren Geometrie der Ebene . . . . .		177
§ 2. Geradlinige Gebilde . . . . .		178
§ 3. Zur Theorie ebener Gebilde zweiten Grades . . . . .		179
§ 4. Spezielle ebene höhere Kurven . . . . .		181
§ 5. Allgemeine Theorie der ebenen Kurven . . . . .		184
§ 6. Das Imaginäre in der Geometrie . . . . .		186
Kapitel 5. Höhere Geometrie des Raumes.		
§ 1. Lehrbücher der Raumkurven und Flächen . . . . .		187
§ 2. Zur Theorie der Raumkurven und Flächen . . . . .		188
§ 3. Flächen zweiten Grades . . . . .		193
§ 4. Flächen dritten Grades. Flächen vierten Grades . . . . .		197
§ 5. Andere spezielle Flächen . . . . .		200
§ 6. Abwickelbare Flächen . . . . .		202
Kapitel 6. Abzählende Geometrie.		
§ 1. Einleitung. Geschichtliches. . . . .		203
§ 2. Zusammenfassende Darstellungen. Originalarbeiten . . . . .		204
§ 3. Neuere Arbeiten über Charakteristiken . . . . .		205
Kapitel 7. Liniengeometrie.		
§ 1. Einleitung. Historisches . . . . .		206
§ 2. Lehrbücher der Liniengeometrie. . . . .		206
§ 3. Regelflächen im allgemeinen . . . . .		207
§ 4. Strahlensysteme. Geometrische Optik . . . . .		208
§ 5. Kongruenzen, Konnexen, Komplexe . . . . .		210
Kapitel 8. Transformationen. Abbildung. Korrelation. Verwandtschaft.		
§ 1. Abbildung. Kartographie . . . . .		212
§ 2. Verwandtschaft, Korrelation, Transformation . . . . .		214
Kapitel 9. Mehrdimensionale Geometrie.		
§ 1. Einleitung. Historisches . . . . .		216
§ 2. Lehrbücher und Einführungen. Grundlagen . . . . .		216
§ 3. Mannigfaltigkeiten. Allgemeines . . . . .		217
§ 4. Projektive und Differentialgeometrie im $R_n$ . . . . .		218
§ 5. Körper höherer Dimensionen . . . . .		219
§ 6. Vierdimensionale Geometrie . . . . .		219
Kapitel 10. Kinematische Geometrie.		
§ 1. Einleitung. Historisches . . . . .		220
§ 2. Lehrbücher der Kinematik . . . . .		221
§ 3. Spezielle Probleme der kinematischen Geometrie . . . . .		222
§ 4. Bewegungsmechanismen . . . . .		223
Nachträge und Verbesserungen . . . . .		225
Sachregister . . . . .		230
Namenregister . . . . .		235

## Erster Teil.

### Geschichte der Mathematik. Enzyklopädisch-Historisches.

#### Abschnitt I. Mathematische Geschichtswerke.

§ 1. **Einleitung.** Die Aufgabe des mathematischen Historiographen wird in erster Linie sein, zu zeigen, wann, wie und von wem einzelne Sätze aufgestellt und bewiesen sind, wann und wie ganze Disziplinen der reinen Mathematik geschaffen und weiter entwickelt wurden. Damit darf er sich aber nicht begnügen. Er muß es verstehen, eine historische Entwicklung der leitenden Ideen zu geben, muß zeigen, welche Anwendungen der Inhalt und die Methode der reinen Mathematik auf die Erkenntnis der Natur erfahren hat, und welchen Einfluß umgekehrt die angewandte Mathematik auf die Entwicklung der reinen Wissenschaft gehabt hat. Ferner soll er die Gründe erforschen, aus denen sich die Mathematik zu bestimmten Zeiten und bei einzelnen Völkern so und nicht anders entwickeln konnte.

Wer die Probleme kennen lernen will, welche der Geschichtsschreiber der Mathematik sich zu stellen hat, den verweisen wir auf die kleine Abhandlung von Sigm. Günther: „Ziele und Resultate der neueren mathematisch-historischen Forschung“, Erlangen 1876.

§ 2. **Versuche im Altertum.** Die ersten Versuche, eine Geschichte der Mathematik zu schreiben, wurden in der zweiten Hälfte des 4. Jahrhunderts v. Chr. von Schülern des Aristoteles gemacht. Aber nur von Eudemos von Rhodos sind uns Bruchstücke historischer Schriften über Geometrie und Astronomie erhalten. Näheres über die Bedeutung dieser Schriften des Eudemos, sowie über die späteren Schriftsteller des Altertums und des Mittelalters, bei denen historische Notizen sich finden, suche man in M. Cantors „Vorlesungen über Geschichte der Mathematik“, von denen weiter unten die Rede sein wird.

§ 3. **Versuche in neuerer Zeit.** Aus der neueren Zeit nennen wir die folgenden für die Geschichte der Mathematik wertvollen Werke: **Petrus Ramus**, *Scholae mathematicae*, Paris 1569.

Von den 31 Büchern mathematischer Untersuchungen enthalten die drei ersten eine Geschichte der Mathematik im Altertum.

**Bernardino Baldi**, Cronica de' matematici, ovvero epitome dell' istoria delle vite loro, 1 v. 4<sup>o</sup>, Urbino 1707, und dessen Vite de' Matematici (abgedruckt im Bull. bibl. storia mat. von Boncompagni; siehe Index, 20, 731).

**Giuseppe Biancani (Blancanus)**, De natura mathematicarum scientiarum tractatio, atque clarorum mathematicorum chronologia, Bononiae 1615, 4<sup>o</sup>.

**Gerhard Johann Voß (Vossius)**, De universa matheseos natura et constitutione liber, cui subjungitur chronologia mathematicorum, Amstelod. 1650, 4<sup>o</sup>.

**Claude François Milliet Dechaies**, Cours seu mundus mathematicus. Pars I: tractatus prooemialis, de progressu matheseos et illustribus mathematicis. 4 v. fol. Lugduni 1690.

**Johann Christoph Heilbronner**, Versuch einer mathematischen Historie, Frankfurt 1739, 204 S. 8<sup>o</sup>; und Historia matheseos universae, a mundo condito ad saeculum post Chr. Nat. XVI; accedit Recensio elementorum compendiorum et operum mathematicorum atque Historia Arithmetices ad nostra tempora, Lipsiae 1741, 4<sup>o</sup>.

Wir müssen uns mit der Anführung der Titel begnügen und verweisen wegen des näheren Inhalts auf Cantors Vorlesungen.

§ 4. **Gesamt-Darstellungen.** Das erste Werk, das wirklich den Titel einer Geschichte der Mathematik verdient, und dessen Inhalt aus den unmittelbaren Quellen geschöpft ist, ist das von

**Jean Etienne Montucla**: Histoire des mathématiques, dans laquelle on rend compte de leurs progrès depuis leur origine jusqu'à nos jours; où l'on expose le tableau et le développement des principales découvertes dans toutes les parties des mathématiques, les contestations qui se sont élevées entre les mathématiciens, et les principaux traits de la vie des plus célèbres. 2 v. 4<sup>o</sup>. Paris 1758.

Der erste Band enthält die Geschichte der Mathematik von den ältesten Zeiten bis zum Beginn des 17. Jahrhunderts, der zweite gibt die Geschichte der Mathematik im 17. Jahrhundert. Montucla war im Begriff, seine Geschichte bis auf die Gegenwart fortzusetzen, doch ereilte ihn am 18. Dezember 1799 der Tod, nachdem im August desselben Jahres die 2. Auflage der beiden ersten Bände erschienen war. Der 3. und 4. Band der 2<sup>iemé</sup> Édition, considérablement augmentée et prolongée jusque vers l'époque actuelle, 4 v. 4<sup>o</sup>, Paris 1799—1802, wurden von Jérôme de La Lande ergänzt und stehen an Wert weit hinter den beiden ersten Bänden zurück. Band I (au VII) umfaßt VIII + 739 Seiten, II (au VII) 717, III (au X) VIII + 832, IV (au X) 688 Seiten.

Mehr eine genaue Beschreibung von Büchern, als eine eigentliche Geschichte der Mathematik, aber doch für jeden Historiker unentbehrlich ist das Werk von

**Abraham Gotthelf Kästner**, Geschichte der Mathematik seit der Wiederherstellung der Wissenschaften bis an das Ende des achtzehnten Jahrhunderts. Göttingen, 4 Bde. 8<sup>o</sup>, 1796—1800.

Eine nicht bloß für Mathematiker von Fach, sondern für jeden Gebildeten interessante, aber nicht ins Detail gehende Darstellung der historischen Entwicklung unsrer Wissenschaft gibt

**Charles Bossut**, Essai sur l'histoire générale des mathématiques. 2 v. 8<sup>o</sup> Paris 1802; 2. éd. 1810; deutsch von K. Th. Reimer, 2 Teile Hamburg 1804; italienisch von A. Mozzoni mit Zusätzen von G. Fontana, Milano 1802; englisch von Bonycastle, London 1803.



Die Absicht, einem größeren Leserkreise in allgemeinen Umrissen nachzuweisen, daß das Naturgesetz des geistigen Prozesses sich auch in der Entwicklung der Mathematik erkennen läßt, verfolgt

**A. Arneht**, Die Geschichte der reinen Mathematik in ihrer Beziehung zur Geschichte der Entwicklung des menschlichen Geistes. Aus der „Neuen Enzyklopädie für Wissenschaften und Künste“ besonders abgedruckt. Stuttgart, 1852. 291 S. 8°.

Zu erwähnen ist ferner seines brauchbaren 2. Bandes

**H. Suter**, Geschichte der mathematischen Wissenschaften. I. Teil, Zürich 1872, 2. Aufl. 1873; II. Teil ib. 1875.

Der erste Teil: „Von den ältesten Zeiten bis Ende des 16. Jahrhunderts“ enthält nach Aussage kompetenter Beurteiler zu viele Lücken und Unrichtigkeiten. Im zweiten ist die Entwicklung der mathematischen Disziplinen im 17. und 18. Jahrhundert, besonders die der niederen und höheren Analysis, in ansprechender Weise dargestellt.

Das kulturgeschichtlich wichtige Werk von

**William Whewell**, History of the inductive sciences, London 1837—1838, 3 v. 8°, 3. ed. 1847, deutsch von Littrow, 3 Bde. Stuttgart 1840—41.

gibt auch eine Darstellung der Gesamtentwicklung der Mathematik, allerdings besonders der angewandten.

Erst in den letzten vier Dezennien erwachte bei den Mathematikern ein lebhaftes Interesse für die historische Entwicklung ihrer Wissenschaft. Immer größer wurde der Kreis der Mitarbeiter auf dem historisch-mathematischen Gebiete. Die Geschichte der Mathematik wurde sogar Gegenstand von Universitätsvorlesungen. Aus solchen entstand ein Werk, das in der Bibliothek keines Mathematikers fehlen sollte, da es über den Bestand der gegenwärtigen historisch-mathematischen Wissenschaften am besten orientiert. Es ist dies das Werk von

**Moritz Cantor**, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Leipzig. I. Bd. Von den ältesten Zeiten bis zum Jahre 1200 n. Chr. 1880, viii u. 804 S.; 2. Aufl. 1894, vii u. 883 S. 3. Aufl. 1907. II. Bd. Von 1200—1668. 1892, x u. 863 S.; 2. Aufl. xii u. 943 S. III. Bd. Von 1668—1758. 1898, xiv u. 893 S.; 2. Aufl. x u. 923 S.

Ein vierter Band, den Herr M. Cantor mit Hilfe jüngerer Kräfte bearbeitet, ist dem Abschluß ziemlich nahe; er umfaßt die Jahre 1759—1799. In der Bibliotheca mathematica veröffentlicht Herr G. Eneström fortlaufend „Kleine Bemerkungen zur zweiten Auflage von Cantors Vorlesungen über Geschichte der Mathematik“, welche Zusätze und Berichtigungen seitens verschiedener Mitarbeiter enthalten.

Keine eigentliche Geschichte, eher eine ansprechend geschriebene Sammlung mathematisch-historischer Unterhaltungen, in biographischer Anordnung, teilweise mit ausführlicher Analyse der Hauptwerke, ist:

**Max. Marie**, Histoire des sciences mathématiques et physiques. 12 v. petit in-8°, Paris 1883—1888. T. I umfaßt Periode 1—3, bis Diophant; II (P. 4 u. 5) bis Vieta; III (P. 6 u. 7) bis Descartes; IV (P. 8 u. 9) bis Huygens; P. 10. De Huygens à Newton; P. 11. De Newton à Euler (T. V—VIII); P. 12. De Euler à Lagrange (T. VIII—IX); P. 13. De Lagrange à Laplace (T. IX—X); P. 14

De Laplace à Fourier (T. X); P. 15. De Fourier à Arago (T. XI); P. 16. D'Arago à Abel et aux géomètres contemporains (T. XII).

Nichts als eine Kompilation aus früheren Werken will sein:

**W. W. Rouse Ball**, A short account of the history of mathematics. London 1888, xxiii u. 464 S. 8°; 2<sup>de</sup> ed. London 1893, xxiv u. 520 S. Ital. von D. Gambioli u. G. Puliti, durchgesehen von G. Loria. I. Bologna 1903, x u. 284 S. 8°. II. 1904, vi u. 439 S. Französisch von L. Freund I. Paris 1906. vii u. 422.

Doch ist das Buch recht geschickt abgefaßt und bietet eine gute Einführung in die Geschichte der Mathematik, bei der freilich die neuere Zeit etwas dürftig behandelt ist. Für den Nichtmathematiker, der aber Interesse an der Entwicklung der Mathematik besitzt, ist eine kurze ansprechende Darstellung ein zweites Büchlein von

**W. W. Rouse Ball**, A primer of the history of mathematics. London 1895. iv u. 146 S. 8°.

Beifällige Aufnahme hat auch gefunden eine populär geschriebene Geschichte der Mathematik von

**F. Cajori**, A history of mathematics. London and New-York. 1894. xiv u. 422 S.

Noch populärer geschrieben ist:

**J. Boyer**, Histoire des mathématiques. Paris 1900. xii u. 260 S. Neunzehn Bildnisse von Mathematikern sollen das Interesse des Dilettanten für die Mathematik wecken.

Als allererste Einführung in die Geschichte der [Mathematik wird manchem von Nutzen sein das billige Büchlein von

**A. Sturm**, Geschichte der Mathematik. Leipzig. Sammlung Göschen. 1904. 152 S. 12°. Neudruck 1906. Es schließt mit dem Ende des 18. Jahrhunderts.

Bereits die fünfte Auflage hat erlebt, ohne von groben Irrtümern befreit zu sein,

**F. Höfer**, Histoire des mathématiques, depuis leurs origines jusqu'au commencement du 19<sup>e</sup> siècle. Paris. 5<sup>e</sup> éd. iii u. 609 S. 16°.

Mehr, als der bescheidene Titel besagt, bietet das zur Orientierung recht nützliche Büchlein von

**Karl Fink**, Kurzer Abriß einer Geschichte der Elementar-Mathematik mit Hinweisen auf die sich anschließenden höheren Gebiete. Tübingen 1890. x u. 269 S. kl. 8°. Unter dem Titel: A brief history of mathematics ins Englische übersetzt von W. W. Beman and D. E. Smith. Chicago 1900. xii u. 333 S. 8°.

Für Lehrer der Mathematik zu gelegentlichen historischen Rückblicken wohl zu benutzen sind:

**F. Cajori**, A history of elementary mathematics. With hints on methods of teaching. New York 1896, viii u. 304 S. 12°; und

**Joh. Tropfke**, Geschichte der Elementar-Mathematik in systematischer Darstellung. I. Bd. Rechnen und Algebra. Leipzig 1902, viii u. 332 S. II. Bd. Geometrie. Logarithmen. Ebene Trigonometrie. Sphärik und sphärische Trigonometrie. Reihen. Zinseszinsrechnung. Kettenbrüche. Stereometrie. Analytische Geometrie. Kegelschnitte. Maxima und Minima. Leipzig 1903. viii u. 496 S. gr. 8°.

§ 5. Geschichte der Mathematik in einzelnen Zeiten und bei einzelnen Völkern. Wir kommen nun zu denjenigen Werken, welche

die Entwicklung der mathematischen Wissenschaften während einzelner Zeitepochen und bei einzelnen Völkern zum Gegenstande haben. Eine Darstellung der Geschichte der Mathematik im Altertum, mit Ausschluß der Geometrie der klassischen Periode, und der Mathematik im Mittelalter bis zur Mitte des 15. Jahrhunderts enthält das geistvolle, wegen des frühen Todes des Verfassers leider fragment gebliebene Werk von

**Hermann Hankel**, Zur Geschichte der Mathematik in Altertum und Mittelalter. Leipzig 1874. 410 S. 8°.

Das Wesentliche, was für Studierende und Lehrer der Mathematik zu wissen notwendig ist, geben die Werke von:

**H. G. Zeuthen**, Forelaesning over Matematikens Historie. Oldtid og Middelalder. Kjöbenhavn 1893. 282 S. 8°; deutsch:

**H. G. Zeuthen**, Geschichte der Mathematik im Altertum und Mittelalter. Vorlesungen. Deutsch von v. Fischer-Benzon. Kopenhagen 1896. (4) u. vii u. 342 S. 8°;

**H. G. Zeuthen**, Histoire des mathématiques dans l'antiquité et le moyen âge. Éd. franç. par J. Mascart. Paris 1902. ix u. 296 S.;

**H. G. Zeuthen**, Forelaesninger over Matematikens Historie. II. 16<sup>de</sup> og 17<sup>de</sup> Aarhundrede. Kjöbenhavn 1903. xi u. 612 S. 8°; = Geschichte der Mathematik im XVI. und XVII. Jahrhundert. Deutsch von Raphael Meyer. Leipzig 1903. viii u. 434 S. (Abh. z. Gesch. d. math. Wiss. Heft xvii.)

Wer eingehendere Studien über die Geschichte der Mathematik im Altertum und im Mittelalter machen will, findet die betreffenden zahlreichen Quellschriften sorgfältig angeführt in M. Cantors Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Wir begnügen uns deshalb, einige auch für den Nicht-Historiker interessante Schriften zu nennen:

**M. Cantor**, Mathematische Beiträge zum Culturleben der Völker. Halle 1863.

**M. Cantor**, Euklid und sein Jahrhundert. Mathematisch-historische Skizze. Leipzig 1867.

**P. Tannery**, Pour l'histoire de la science hellène. De Thalès à Empédocle. Paris 1887. 396 S.

**P. Tannery**, La géométrie grecque. Comment son histoire nous est parvenue et ce que nous en savons. I. Histoire générale de la géométrie élémentaire. Paris 1887. 188 S.

**G. J. Allman**, Greek Geometry from Thales to Euclid. 2. ed. Dublin, London. 1889. 237 S.

**J. Gow**, A short history of greek mathematics. Cambridge, 1884. 323 S.

**G. Loria**, Le scienze esatte nell' antica Grecia. I—V. Modena 1893—1902. (Auch Mem. Acc. Modena (2) 10, 3—168; 11, 3—237.)

**L. Am. Sédillot**, Matériaux pour servir à l'histoire comparée des sciences mathématiques chez les Grecs et les Orientaux. 2 vol. 8°. Paris 1845—50.

**G. H. F. Nesselmann**, Die Algebra der Griechen. Der I. (einzige) Teil eines nach den Quellen bearbeiteten Versuches einer kritischen Geschichte der Algebra. Berlin 1842. xvi u. 498 S. 8°.

Ein für die Geschichte der Mathematik im Mittelalter höchst bedeutendes Werk ist:

**G. Libri**, Histoire des sciences mathématiques en Italie, depuis la renaissance des lettres jusqu'à la fin du dix-septième siècle. 4 v. 8°. Paris 1837—41; 2<sup>de</sup> éd. Halle 1865.

Als XVII. Band der von der Königl. Akademie der Wissenschaften

zu München herausgegebenen „Geschichte der Wissenschaften in Deutschland. Neuere Zeit“ erschien:

**C. J. Gerhardt**, Geschichte der Mathematik in Deutschland. München 1877. XII u. 307 S. 8°. I. Buch. Bis zur Mitte des siebzehnten Jahrhunderts. II. Buch. Von der Mitte des siebzehnten Jahrhunderts bis zum Ende des achtzehnten Jahrhunderts. III. Buch. Vom Anfang bis zur Mitte des neunzehnten Jahrhunderts.

Die Geschichte der Mathematik in Dänemark und Norwegen im 18. Jahrhundert behandelt

**S. A. Christensen**, Matematikens Udvikling i Danmark og Norge i det 18. Aarhundrede. Odense. 1895. III u. 265 S. 8°.

Die Entwicklung der Mathematik in der französischen Schweiz stellt dar:  
**L. Isely**, Histoire des sciences mathématiques dans la Suisse Française. Neuchâtel. 215 S. 8°. 1901.

Für die Geschichte der Mathematik in den Niederlanden sind zu nennen:

**A. J. Quetelet**, Histoire des sciences mathématiques et physiques chez les Belges. Bruxelles 1864; 2<sup>de</sup> éd. 1871, 484 S.;

**A. J. Quetelet**, Sciences mathématiques et physiques chez les Belges au commencement du XIX<sup>e</sup> siècle. Bruxelles 1867. 760 S. 8°;

**M. de Tilly**, Rapport séculaire sur les travaux mathématiques de l'académie Royale de Belgique (1772—1872). Bruxelles 1872.

Für die neueste Geschichte der Mathematik in Frankreich:

**Jules Drach**, Histoire des sciences mathématiques en France. Leipzig 1904. 320 S. (Abh. z. Gesch. d. math. Wiss.; im Erscheinen begriffen.)

**R. d'Adhémar**, L'oeuvre mathématique du XIX<sup>e</sup> siècle. Rev. quest. scient. Soc. sc. Bruxelles (2) 20, 177—218, 1901;

**S. Günther**, Geschichte der anorganischen Naturwissenschaften im neunzehnten Jahrhundert. Berlin 1901. XIX u. 984 S. 8°.

Wer sich ein klares Bild von dem Entwicklungsgange der Mathematik in der neueren Zeit verschaffen will, der lese die geistvolle Antrittsvorlesung von

**H. Hankel**, Die Entwicklung der Mathematik in den letzten Jahrhunderten. Tübingen 1869, 36 S. 8°; 2. Aufl. 1885.

Einen Versuch, die Mathematiker des Altertums in graphischer Weise übersichtlich darzustellen, machte

**A. Favaro**, Saggio di cronografia dei matematici dell' antichità (a. 600 a. C. — a. 400 d. C.). Padova 1875. Referat von P. Mansion, Bull. bibl. 8, 185—220, 1875.

Eine chronologische Übersicht über die Geschichte der Mathematik, Physik und Astronomie für Altertum und Mittelalter gibt:

**Felix Müller**, Zeitafeln zur Geschichte der Mathematik, Physik und Astronomie bis zum Jahre 1500, mit Hinweis auf die Quellenliteratur. Leipzig 1892. IV u. 102 S. 8°.

§ 6. Zeitschriften für Geschichte der Mathematik. Wir werden im Abschnitt IV ausführlicher von den mathematischen Zeitschriften zu reden haben; hier führen wir einige neuere Zeitschriften an, welche hauptsächlich der Geschichte und Bibliographie der Mathematik gewidmet sind:

Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques, rédigé par le Baron de Férussac. Paris 1—6, 1824—31.

Gleichsam eine Fortsetzung dieses Journals war das

Bulletin de bibliographie, d'histoire et de biographie mathématique, publ. p. O. Terquem. Paris 1—8, 1855—62. Anhang zu den Nouvelles Annales.

Die „Literaturzeitung“ der Zeitschrift für Mathematik und Physik von O. Schlömilch wurde mit dem 20. Jahrgang dieser Zeitschrift erweitert zu einer Historisch-literarischen Abteilung der Zeitschrift für Mathematik und Physik, **20—45**, 1875—1900.

Als Supplement zu dieser Zeitschrift erschienen die zehn ersten Hefte, als selbständige Zeitschrift seit 1901 die folgenden Hefte der Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften mit Einschluß ihrer Anwendungen. Begründet von Moritz Cantor. In zwanglosen Heften. Leipzig. **1**, 1877 — **20**, 1906 u. flg.

Die bedeutendste historisch-mathematische Zeitschrift war das *Bulletino di bibliografia e di storia delle scienze matematiche e fisiche*. Pubblicato da B. Boncompagni. Roma. **1—20**, 1868—87.

Anfänglich (1884—1886) eine Anzeige von neuen Erscheinungen mit kurzen Notizen, unter dem Titel „*Bibliotheca mathematica*“ (1. Serie), später als selbständige „Zeitschrift für Geschichte der mathematischen Wissenschaften“ erschien die

*Bibliotheca mathematica*, herausgegeben von Gustav Eneström. Stockholm. (2) **1—13**, 1887—94; (3) **1**, 1900 u. flg.

*Fisiko-matematitscheskaia nauki etc.* Die physisch-mathematischen Wissenschaften im Gange ihrer Entwicklung. Zeitschrift, herausgegeben von V. V. Bobynin. Moskau. **1—10**, 1885—91; (2) **1—5**, 1900—1904.

*Bolletino di bibliografia e storia delle scienze matematiche*. Pubblicato per cura di Gino Loria. Torino. **1**, 1898 u. flg. als Fortsetzung des *Bullettino* gedacht.

Die referierenden mathematischen Zeitschriften, welche keine historischen Artikel bringen, werden wir im IV. Abschnitt anführen.

Es wäre nun unsere Aufgabe, von denjenigen Schriften zu reden, welche die Geschichte einzelner mathematischer Disziplinen behandeln. Da aber diese Schriften zugleich die betreffende Literatur des Gegenstandes bringen, so wird es zweckmäßiger sein, wenn wir sie später an der Stelle bringen, wo wir die spezielle Disziplin zu behandeln haben. Wir wenden uns deshalb sofort zu dem biographischen Teil.

## Abschnitt II. Biographisches.

§ 1. **Einleitung.** Im folgenden wollen wir den Studierenden mit denjenigen Schriften bekannt machen, in welchen er über die Lebensumstände hervorragender Mathematiker Auskunft erhält. Zunächst ist zu erwähnen, daß in den meisten der oben genannten Geschichtswerke, besonders in den umfassenderen, auch mehr oder weniger ausführliche Lebensbeschreibungen bedeutender Mathematiker gegeben werden. Auch sind in

diesen Werken die Quellen genannt, aus denen weitere biographische Notizen geschöpft werden können.

§ 2. **Gelehrten-Lexika.** Es wird daher für unsere Zwecke genügen, wenn wir auf einige größere Gelehrten-Lexika hinweisen:

- Ch. G. Jöcher**, Allgemeines Gelehrten-Lexikon. 4 Bde. 4°. Leipzig 1750—51. Fortsetzung und Ergänzungen dazu von F. C. Adelung, 2 Bde. 4°. 1784—87, und von H. W. Rotermund. 4 Bde. Delmenhorst 1810—19.
- J. Michaud**, Biographie universelle, ancienne et moderne, rédigée par une Société de gens de lettres. Nouv. éd. Paris. 43 v. 1843 u. fig.
- R. v. Liliencron** u. a., Allgemeine Deutsche Biographie. Leipzig. 1, 1875 u. fig.
- J. G. Meusel**, Lexikon der von 1750 bis 1800 verstorbenen deutschen Schriftsteller. 15 Bde. 8°. Leipzig 1802—16.
- J. G. Meusel**, Das gelehrte Teutschland, oder Lexikon der jetzt lebenden teutschen Schriftsteller, fortgesetzt von J. W. S. Lindener. 23 Bde. Lemgo 1796—1834.
- J. M. Quérard**, La France littéraire. 12 v. 8°. Paris 1827—39. Corrections, additions etc. 1 v. 1854—57.
- A. Chalmers**, The general biographical dictionary. New ed. 32 v. 8°. London 1812—17.
- F. Höfer**, Nouvelle biographie générale. 8°. Paris 1862—66.

Auf diese und zahlreiche andere Quellschriften, die hier nicht alle aufgezählt werden können, wird übrigens hingewiesen in dem für das Gebiet der exakten Wissenschaften unübertroffenen historisch-literarischen Werke von

- J. C. Poggendorff**, Biographisch-literarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exakten Wissenschaften, enthaltend Nachweisungen über Lebensverhältnisse und Leistungen von Mathematikern, Astronomen, Physikern, Chemikern, Mineralogen, Geologen usw. aller Völker und Zeiten. 1. Bd. (A—L). 2. Bd. (M—Z) Leipzig 1863. 3. Bd. (1858 bis 1883), hrsg. von B. W. Feddersen und A. J. v. Öttingen. 1898. 4. Bd. (die Jahre 1883 bis zur Gegenwart umfassend), hrsg. von A. v. Öttingen. 1902—1905.

Für die orientalischen Mathematiker ist von Wichtigkeit:

- J. Lippert**, Ibn Al Qifti, Ta'rib Al-Huhama. Leipzig. xxii u. 496 S. gr. 8. 1903. (Lebensbeschreibungen von ca. 400 arabischen Ärzten, Mathematikern, Astronomen usw. nebst Verzeichnis ihrer literarischen Tätigkeit.) Nach Vorarbeiten von A. Müller.

§ 3. **Einzel-Biographien und Nekrologe.** Ausführlichere Biographien hervorragender Mathematiker finden sich in zahlreichen mathematischen Zeitschriften, ferner in den Berichten der größeren Akademien und gelehrten Gesellschaften und in den Ausgaben der gesammelten Werke von Mathematikern. Berühmt sind ja die Éloges, die von den Mitgliedern der Pariser Akademie (Fontenelle, Mairan, Grandjean de Fouchy, Condorcet, Delambre, Arago, Fourier, Flourens, Bertrand, J. A. Serret, Hermite u. a.) geschrieben sind. Sammlungen solcher Nekrologe sind:

- B. de Fontenelle**, Éloges des académiciens. 3 vol. 12°. Paris 1719.
- N. C. de Condorcet**, Éloges des académiciens de l'Académie Royale morts depuis 1666 jusqu'en 1699. Paris. 5 v. 12°. 1773 et 1799.
- F. Arago**, Notices biographiques. (Oeuvres complètes, publ. par M. J. Barral,

I [638 S.], II [703 S.] 1854, III [628 S.] 1855.) Paris. Deutsch von W. Hankel. 3 Bde. 8°. Leipzig 1856.

Es muß jedem Studierenden der Mathematik ein großer Genuß sein, Arago's elegant geschriebene Histoire de ma jeunesse und seine größeren Biographien von Fresnel, Th. Young, Fourier, L. N. M. Carnot, Ampère, de Condorcet, Monge, Poisson u. a. zu lesen.

Ferner ist hier zu nennen:

**J. Bertrand**, Éloges académiques. Nouvelle série: Poincaré, Cosson, Chasles, Cordier, Paris, Cauchy, Tisserand, Viète, Galilée, D. Papin, Clairaut, Euler, d'Alembert et Lagrange, Abel, Galois, Faraday, Pasteur. Avec un éloge historique de Joseph Bertrand par G. Darboux. Paris 1902. LI u. 411 S. 16°.

Auch in

**R. Wolf**, Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz. Zürich 1858—1862. 4 Bde. 8°.

finden sich interessante Biographien von Mathematikern, wie Jac. I. Bernoulli, Joh. I. Bernoulli, G. Cramer, L. Euler, Lambert, Lhuillier, C. F. Sturm u. a.

Die bis 1892 erschienenen Quellen für die Lebensgeschichte der Mathematiker vor 1500 sind in unsern „Zeittafeln“ (s. S. 6) leicht zu finden. Ein Verzeichnis von Nekrologen für ca. 260 Mathematiker mit Angabe des Geburts- und Todesjahres enthält:

**G. Eneström**, Bio-bibliographie der 1881—1900 verstorbenen Mathematiker. Biblioth. math. (3) 2, 326—350, 1901.

In den folgenden Heften der Bibliotheca math. wird die Literatur der Nekrologe fortgesetzt. Wir erinnern auch daran, daß das „Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik“ regelmäßig (seit 1868) eine Übersicht über die Nekrologe gibt. Auf diese Quellen mag der Leser zurückgreifen, wenn ihn das folgende Verzeichnis im Stiche läßt, das einige größere Lebensbeschreibungen anführt, die zugleich für die Geschichte der Mathematik im allgemeinen von Wichtigkeit sind.

**A. Görland**, Aristoteles und die Mathematik. Marburg. VIII u. 211 S. 8°. 1899.

**Bunte**, Über Archimedes, mit besonderer Berücksichtigung der Lebens- und Zeitverhältnisse, sowie zweier von demselben herrührender Kunstwerke. Progr. Leer 1877.

**H. Martin**, Recherches sur la vie et les ouvrages d'Héron. Mém. prés. Ac. inscr. IV. Paris 1854. (Jetzt allerdings veraltet.)

**F. Predari**, Della vita e delle opere di Bonaventura Cavalieri. Milano 1843.

**Ad. Müller**, Nicolaus Copernicus, der Altmeister der neueren Astronomie. Ein Lebens- und Kulturbild. Freiburg i. Br. VII u. 159 S. 8°. 1898.

**L. Prowe**, Nicolaus Copernicus. Berlin I, 1883.

**L. R. Birkenmaier**, Nicolas Copernic. I<sup>me</sup> Partie. Études sur les travaux du célèbre astronome et Matériaux pour servir à sa biographie. Cracovie XIII u. 709. 4°. 1900 (Polnisch).

**Millet**, Histoire de Descartes. 2 v. Paris I, 1867. II, 1870.

**G. Cl. de Nelli**, Vita e commercio letterario di Galileo Galilei. Losanna 1793, 2 v. 4°.

**Ph. Chasles**, Galileo Galilei, sa vie, son procès et ses contemporains. Paris 1862. 8°.

**Parchappe**, Galilée, sa vie, ses découvertes et ses travaux. Paris 1866. 8°

- Th. H. Martin**, Galilée, les droits de la science et la méthode des sciences physiques. Paris 1866. 8°. (Jetzt veraltet.)
- S. Günther**, Biographien Keplers und Galileis. Berlin. VII u. 233 S. 8°. 1897. (Geisteshelden, hrsg. von A. Bettelheim. Bd. 22.)
- J. J. Fahie**, Galileo: his life and works. London. XVI u. 365 S. 8°. 1903.
- F. Fischer**, Johannes Keplers Leben und Entdeckungen. Progr. Leipzig 1884.
- Ad. Müller**, Johann Kepler, der Gesetzgeber der neueren Astronomie. Ein Lebensbild. Freiburg i. Br. 1903. 186 S. 8°.
- A. Allégret**, Éloge de Viète. Poitiers 1867.
- F. Ritter**, Viète. Notice sur sa vie et ses oeuvres. Paris 1895. 102 S.
- P. Harting**, Christian Huygens in zijn leven en werken. Groningen 1868.
- M. Napier**, Memoirs of John Napier of Merchiston, his lineage, life and times, with a history of the invention of logarithms. London 1834.
- D. Brewster**, The life of Sir Isaac Newton. London 1831; 2<sup>d</sup> ed. 2 v. 8°. 1860; deutsch von Goldberg, Leipzig 1833; franz. von Peyrot, Paris 1836. 16°.
- Ferd. Rosenberger**, Isaac Newton und seine physikalischen Principien. Ein Hauptstück aus der Entwicklungsgeschichte der modernen Physik. Leipzig VI u. 636 S. 8°. 1895.
- Guhrauer**, Gottfried Wilhelm von Leibniz. 2 Bde. Breslau 1842, nebst Nachtrag 1846.
- Luisa Anzoletti**, Maria Gaetana Agnesi. Milano 1900. 495 S. 8°.
- P. Merian**, Die Mathematiker Bernoulli. Basel 1860. 4°.
- F. Giesel**, Jacob I Bernoulli. Progr. Leer 1869.
- Nic. Fuß**, Éloge de M. Léonard Euler. St. Petersburg 1783. 124 S. Deutsch Basel 1786. 8°.
- G. B. Biadego**, Intorno alla vita ed agli scritti di Gianfrancesco Malfatti, matematico del secolo XVIII. Bull. bibl. stor. Boncompagni 9, 361—480. 1876. (Darin Briefe von Malfatti und eine Bibliographie des Malfatti'schen Problems.)
- F. Lefort**, Documents relatifs à la vie et aux travaux scientifiques ou littéraires de Jean Baptiste Biot. Bull. bibliogr. Terquem 8, 57—80, 1862.
- Fr. Schmidt**, Aus dem Leben zweier ungarischer Mathematiker Johann und Wolfgang Bolyai von Bolya. Arch. f. Math. u. Phys. (1) 48, 217—228. 1868. Französ. Mém. Soc. Sc. phys. Bordeaux 5, 191—204, und in Jean Bolyai, La science absolue de l'espace. Paris 1868.
- L. Schlesinger**, Johann Bolyai. Festrede. Stzgsber. Dtsch. Math. Ver. 12, 165—194, 1903.
- Sartorius von Waltershausen**, Gauß zum Gedächtnis. Leipzig 1856.
- F. A. T. Winnecke**, Gauß. Ein Umriß seines Lebens und Wirkens. Braunschweig. 1877.
- Th. Wittstein**, Carl Friedrich Gauß. Hannover 1877. 8°.
- A. Forti**, Intorno alla vita ed alle opere di Luigi Lagrange. Pistoja 1868, 2. ed. Roma 1869. 8°.
- J. B. J. Delambre**, Éloge historique de M. de Lalande. Mém. Inst. 8, 30—57. 1807. Paris 1807—08.
- D. Huber**, J. H. Lambert, nach seinem Leben und Wirken. Basel 1829. 8°.
- Elie de Beaumont**, Adrien Marie Legendre. Éloge historique. Mém. Ac. sc. Inst. Paris 32, XXXVII—XCIV, 1864.
- Ch. S. Dupin**, Essai historique sur les services et les travaux scientifiques de Gaspard Monge. Paris 1819.
- I. Didion**, Notice sur la vie et les ouvrages du général Jean Victor Poncelet. Paris 1869.
- C. A. Bjerknes**, Niels-Henrik Abel, sa vie et son action scientifique. Mém. Ac. Bordeaux (3) 1, 1—365. 1885; auch Paris 1885, 368 S.
- Ch. Lucas de Pesloüan**, N. H. Abel. Sa vie et son oeuvre. Paris 1906. XIII u. 169. 8°.



- Niels Henrik Abel, Mémorial publié à l'occasion du centenaire de sa naissance. Kristiania, Paris, Leipzig 1902. XII u. 438 S.
- J. F. Encke, Gedächtnisrede auf Friedrich Wilhelm Bessel. Abh. Ak. Berlin 1846.
- J. F. W. Herschel, A brief notice of the life, researches and discoveries of F. W. Bessel. London 1847. 8°.
- S. Dickstein, Hoene Wronski. Sein Leben und seine Werke. Krakau. IV u. 368 S. 1895 (Polnisch).
- C. A. Valson, La vie et les travaux du baron Cauchy. Paris 1868. 2 v. 8°.
- A. De la Rive, Notice sur Michel Faraday, sa vie et ses travaux. Genève 1867.
- J. Tyndall, Faraday as a discoverer. London 1868. Deutsch von Helmholtz. Braunschweig 1870.
- S. P. Thompson, Michel Faraday. His life and work. New York. IX u. 308. 12° 1898.
- C. Bruhns, Johann Franz Encke, sein Leben und Wirken. Leipzig 1869.
- E. S. Holden, Sir William Herschel, his life and works. New York 1881. 8°.
- P. Lejeune Dirichlet, Gedächtnisrede auf C. G. J. Jacobi. Abh. Ak. Berl. 1852; J. f. Math. 52, 193—218, 1856, J. math. p. appl. Liouville (2) 2, 1857; Arch. Math. Phys. 22, 158—182, 1854.
- L. Königsberger, Carl Gustav Jacob Jacobi. Festschrift. Leipzig, XVII u. 554 S. 1904.
- P. Dupuy, La vie d'Évariste Galois. Ann. Éc. Norm. (3) 13, 197—266, 1895.
- E. Kummer, P. Lejeune Dirichlet. Gedächtnisrede. Abh. Ak. Berlin 1860, J. f. Math. 57. 1860.
- C. W. Borchardt, Otto Hesse. J. f. Math. 79, 345—347. 1875.
- Felix Klein, Otto Hesse. Bericht Polyt. Schule München 1874/5, 46—50.
- M. Nöther, Otto Hesse. Z. f. Math. Phys. III. Abt. 20, 77—88. 1875.
- A. Gretschel, August Ferdinand Möbius. Arch. Math. Phys. 49, 1869.
- A. Clebsch, Zum Gedächtnis an Julius Plücker. Abh. Ges. Gött. 1871; franz. von P. Mansion, Bull. bibl. stor. Boncompagni 5, 183—212. 1872 (mit einem Verzeichnis der Arbeiten).
- A. Dronke, Julius Plücker. Bonn 1871.
- v. Martins, C. G. Chr. von Staudt. Nekrolog. Arch. Math. Phys. 49, 1869.
- O. Hesse, Jacob Steiner. J. f. Math. 62. 1863.
- C. F. Geiser, Zur Erinnerung an Jacob Steiner. Zürich 1874.
- J. H. Graf, Der Mathematiker Jacob Steiner von Utzendorf. Ein Lebensbild und zugleich eine Würdigung seiner Leistungen. Bern. 54 S. 1897.
- P. Volkmann, Franz Neumann (11. Sept. 1798 bis 23. Mai 1895). Leipzig. VII u. 68, 1896.
- Luise Neumann, Franz Neumann. Erinnerungsblätter. Tübingen und Leipzig. XII u. 463 S. gr. 8°.
- A. Wangerin, Franz Neumann. Braunschweig 1907. x u. 185 S. 8°.
- K. Lasswitz, Gustav Theodor Fechner. Stuttgart. VIII u. 207 S. 1897; 2. verm. Aufl. VIII u. 205. 1902.
- W. Wundt, Gustav Theodor Fechner. Leipzig VI u. 92 S. gr. 8°. 1901.
- A. Wassilief, Pafnutii Lvooitch Tchébichef et son oeuvre scientifique. Turin 56 S. 1898. Deutsche Ausgabe. Leipzig 1900.
- Friedr. Engel, Sophus Lie. Rede. Ber. Sächs. Ges. Leipzig. 51, XI—LXI, 1899; Verz. d. Schriften Lie's Bibl. math. (3) 1, 166—204. 1900.
- M. Nöther, Sophus Lie. Math. Ann. 53, 1—41, 1900.
- H. Poincaré, L'oeuvre mathématique de Weierstraß. Acta math. 22, 1—18, 1898.
- E. Picard, L'oeuvre scientifique de Charles Hermite. Ann. Éc. Norm. (2) 18, 9—34, 1901.
- M. Nöther, Charles Hermite. Math. Ann. 55, 337—385. 1901.
- G. Loria, Eugenio Beltrami e le sue opere matematiche. Bibl. math. (3) 2, 392—440, 1901.

- L. Königsberger**, Hermann von Helmholtz. Braunschweig. 3 Bde. I, XII u. 375, 1902; II, XVI u. 383, 1903; III, X u. 142 S., 1903.
- J. Reiner**, Hermann von Helmholtz. Leipzig 1905. 204 S. 8°.
- G. Loria**, L'oeuvre mathématique d'Ernest de Jonquières. *Bibl. math.* (3) 34, 276—322, 1902; *Publicaz. mat. di Jonquières. Bullet. bibl. sc. mat.* (3) 5, 71—82, 1902.
- P. Duhem**, Notice sur la vie et les travaux de George Brunel (1856—1900). *Mém. Soc. Bordeaux* (6) 2, I—LXXXIX. 1903.
- G. Loria**, Luigi Cremona. *Bibl. math.* (3) 5, 125—195. 1904.
- G. Darboux**, Joseph Louis François Bertrand. *Mém. Ac. sc. Paris* 47, 321—386. 1904.
- Felix Müller**, Karl Schellbach. Rückblick auf sein wissenschaftliches Leben. Nebst zwei Schriften aus seinem Nachlaß und Briefen von Jacobi, Joachimsthal und Weierstraß. 86 S. Leipzig 1905 (*Abh. Gesch. d. math. Wiss.* XX. Heft St. 1).
- Al. Macfarlane**, Peter Guthry Tait, his life and works. *Bibl. math.* (3) 4, 185—200. 1903.
- Ludw. Boltzmann**, Gustav Robert Kirchhoff. *Festrede*. Leipzig 1887. 32 S.
- Eduard Riecke**, Rudolf Clausius. *Rede*. Göttingen 1888. 39 S. 4°.

### Abschnitt III. Gesammelte Werke. Klassikerausgaben.

§ 1. **Einleitung.** Das Studium von Originalarbeiten ist für den Studierenden der Mathematik unumgänglich notwendig. Beim Aufsuchen der Quellschriften wäre der Studierende häufig genötigt, seltene Einzelwerke sich zu verschaffen oder schwer zugängliche Zeitschriften einzusehen, wenn nicht die Werke hervorragender Mathematiker gesammelt herausgegeben wären. Leider vermischen wir noch immer eine Gesamtausgabe der Werke mehrerer großer Mathematiker, wie Dan. Bernoulli, Euler, Clairaut, Lambert, Kästner, Delambre, Lalande, Legendre, Monge, van Swinden, Kummer, J. A. Serret, Clebsch, Genocchi, Gilbert, Sophus Lie, Jean Plana, Le Besgue u. a.

Bis heute sind die Gesammelten Werke von ungefähr 300 Mathematikern veröffentlicht worden. Aus dieser Zahl ergibt sich, daß ein vollständiges Verzeichnis dieser Gesammelten Werke hier nicht gegeben werden kann. Wir begnügen uns, einige derselben anzuführen, von deren Existenz jeder Studierende der Mathematik Kenntnis haben sollte.

§ 2. **Altertum.** Aus dem Altertum sind besonders die Werke eines Euklid, Archimedes, Apollonius, Aristoteles, Pappus, Diophant, Ptolemäus, Heron, Serenus und die *Scriptores metrologici* zu nennen. Die Ausgaben Euclids sind sehr zahlreich. Die beiden ersten Ausgaben der *Elemente* druckte zu Venedig 1482 Erhardus Ratdolt: *Praeclarissimum Opus elementorum Euclidis Megarensis una cum commentis Campani*. Die neueste Ausgabe ist die auf 12 Bände veranschlagte: *Euclidis Opera omnia*. Ediderunt et latine interpretati sunt J. L. Heiberg et H. Menge. Leipzig 1883 u. fig. Sie enthält: V. I, libb. 1—4, X u. 333 S. 1883; II, libb. 5—9, XXII u. 437 S. 1884; III, lib. 10, VI u. 417 S. 1886; IV, libb. 11—13, VI u. 423 S. 1885; V. *Elementorum qui feruntur* libb. 14—15 et

scholia in elementa cum prolegomenis criticis et appendicibus. cxxx u. 738 S. 1896; VI. Data cum commentariis Marini et scholiis antiquis ed. Menge. lxxii u. 336 S. 1896; VII. Optica, opticoꝝ recensio Theonis, Cat. optica, cum scholiis antiquis ed. Heiberg. lv u. 362 S. 1895.

Noch nicht erschienen sind die Phaenomena, die beiden musikalischen Schriften, die Fragmente der verlorenen Schriften, die Scholien. Als Supplement erschien:

**Anarithi** Elementorum Euclidis commentarii, ed. M. Curtze. xxix u. 390 S. 1899.

Eine frühere sehr wertvolle Ausgabe Euclids ist:

Les Oeuvres d'**Euclide**, en grec, en latin et en français par Fr. Peyrard. 3 v. 4<sup>o</sup>. Paris 1814—18.

Eine ältere sehr geschätzte Ausgabe muß hier noch erwähnt werden: *Εὐκλείδου τὰ σωζόμενα*, Euclidis quae supersunt omnia (gr. et lat.), ex recensione Dav. Gregorii. Oxoniae 8 Bl. u. 686 S. fol. 1703.

Eine gute deutsche Übersetzung der Elemente ist folgende:

**Euclid's** Elemente. 15 Bücher. Aus dem Griechischen übersetzt von J. Fr. Lorenz. Halle 1781. 366 S. 8<sup>o</sup>. Auch 1798, und 6. Ausg. 1840 von Dippe.

Zahlreich sind auch die Ausgaben der Werke des Archimedes. Die neuesten Ausgaben sind:

**Archimedis** Opera omnia cum commentariis Eutocii. E codice Florentino recensuit, latine vertit notisque illustravit J. L. Heiberg. 3 voll. Leipzig 1880—81. 8<sup>o</sup>. I, xii u. 499 S.; II, viii u. 468 S.; III, xcii u. 525 S.

The works of **Archimedes**. Edited in modern notation, with introductory chapter, by T. L. Heath. Cambridge. clxxxvi u. 326 S. 1897.

Die beste deutsche Übersetzung ist:

**Archimedes von Syrakus** Vorhandene Werke. Aus dem Griechischen übersetzt und mit erläuternden und kritischen Anmerkungen begleitet von Ernst Nizze. Stralsund 4<sup>o</sup>. 1827.

Eine französische Übersetzung:

Oeuvres d'**Archimède**, traduites littéralement avec un commentaire par F. Peyrard. Paris. 2 v. 4<sup>o</sup>. 1807; 2<sup>d</sup> éd. 1808.

Die beste ältere Ausgabe des Textes und der Kommentare ist:

**Archimedis** Opera, quae supersunt omnia, cum Eutocii Ascalonitae commentariis, graece et latine, ex recensione Jos. Torelli. Oxoniae fol. 1792.

Die beste ältere Ausgabe der Kegelschnitte des Apollonius gab Edmund Halley, Oxford 1710. Die neueste Ausgabe der Opera ist: **Apollonii Pergaei** quae Graece exstant cum commentariis antiquis. Edidit et latine interpretatus est J. L. Heiberg. Leipzig. 2 v. 8<sup>o</sup>. I, xii u. 541 S., 1890; II, lxxxv u. 361 S., 1893.

Die mathematischen Schriften des Aristoteles sammelte Giuseppe Biancani in der Ausgabe:

**Aristotelis** loca mathematica, ex universis ipsius operibus collecta et explicata a Jos. Blancano. Bononiae 1615. 4<sup>o</sup>.

**J. L. Heiberg**, Mathematisches zu Aristoteles. Abh. z. Gesch. d. math. Wiss. 18, 1—49, 1904.

Die große Ausgabe der sämtlichen Werke des Aristoteles durch die Berliner Akademie erschien in 5 Bänden 1831, 1836 und 1870. Im letzten ist der berühmte Index Aristotelicus von Bonitz. Eine neuere Ausgabe ist:

**Aristotelis** Opera omnia rec. W. Christ, B. Langkavel, C. Prantl, alii. Leipzig 1868—1895. Die *Physica* erschien 1879, *Metaphysica* 1895, *Mechanica*, de libris insecabilibus etc. 1886.

Die *Μαθηματικά συναγωγή* des Pappos, deren 6 letzte Bücher F. Commandino Pesaro 1588 lateinisch herausgab, erfuhren eine ausgezeichnete Ausgabe durch Hultsch:

**Pappi Alexandrini** Collectionis quae supersunt e libris manu scriptis edidit, latina interpretatione et commentariis instruxit Fridericus Hultsch. Berlin. I, 1876; II, 1877; III, 1878. 1488 S.

Nachdem G. Wertheim die Arithmetik und die Schrift über Polygonzahlen des Diophantus von Alexandria übersetzt und mit Anmerkungen begleitet, Leipzig 1890, herausgegeben hatte, erschien die Gesamtausgabe:

**Diophanti Alexandrini** Opera omnia cum graecis commentariis. Edidit et latine interpretatus est P. Tannery. Leipzig. 2 v. 8°. I, Diophanti quae exstant omnia continens 1893, ix u. 481 S. II, Continens pseudepigrapha, testimonia veterum, Pachymerae paraphrasin, Planudis commentarium, scholia vetera. 1895. XLVII u. 298 S.

Von Claudius Ptolemäus Werken war schon 1551 zu Basel eine Gesamtausgabe, mit Ausnahme der Geographie, erschienen. Neuere Ausgaben sind:

**Claudii Ptolemaei** Opera quae exstant omnia. Vol. I. Syntaxis mathematica, ed. J. L. Heiberg. 2 partes. Pars I, libr. 1—6 continens. Leipzig 1898. vi u. 546 S. 8°. Pars II, libr. 7—13 continens. 1903. iv u. 608 S.

**Cl. Ptolemaeus**, Graece et latine. Rec., indicibus, tabulis instruxit C. Müller. Vol. I, 2 partes. Paris 1883—1901.

Die *Expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem utilium* des Theon von Smyrna gab Ed. Hiller heraus (Leipzig 1878, VIII u. 216 S.). Als Gesamtausgabe der Werke Theons erschien später:

**Théon de Smyrne**, Oeuvres, traduites pour la première fois du grec en français, avec le texte en regard, par J. Dupuis. Ajouté un Mémoire sur le nombre géométrique de Platon. Paris. 1893. xxvii u. 404 S. gr. 8°.

Endlich seien genannt:

**Sereni Antinoensis** Opuscula. Edidit et latine interpretatus est J. L. Heiberg. XIX u. 303 S. 8°. Leipzig 1896.

Werke griechischer und römischer Metrologici sind enthalten in: *Scriptorum metrologicorum reliquiae*. Collegit, recensuit, partim nunc primum edidit Fridericus Hultsch. 2 v. 8°. Leipzig. I, quo scriptores Graeci continentur. xxiv u. 355 S. 1864; II, quo scriptores Romani continentur. xxxii u. 264 S. 1866.

§ 3. **Neuere Zeit.** Wir übergehen die Ausgaben der gesammelten Werke von Mathematikern im früheren und späteren Mittelalter, da ihre Kenntnis meist nur für spezielle mathematisch-historische Studien von Bedeutung ist. Für das 16. und 17. Jahrhundert kommen hier in Betracht die folgenden: Galilei, Kepler, Wallis, Pascal, Fermat, Descartes, Huygens, Leibniz und Newton.

Le Opere di **Galileo Galilei**. Edizione nazionale sotto gli auspicii di Sua Maestà il Re d'Italia. Pubbl. da A. Favaro. Firenze I—XVIII, 1890—1906. 4°.

**Ioannis Kepleri** *Astronomi Opera omnia*. Edidit Chr. Frisch. 8 v. 8°. Francof. et Erlang. 1858—71. Ergänzung: Ungedruckte wissenschaftliche Korrespondenz zwischen Johann Kepler und Herwart von Hohenburg. Hrsg. von C. Anschütz. Stzgsb. Böhm. Ges. Prag 1886. 118 S.

**John Wallis**, *Opera mathematica*. 3 vol. fol. Oxoniae 1695—99.

**Blaise Pascal**, *Oeuvres mathématiques et philosophiques*, publ. par Bossut. 5 v. 8°. La Haye et Paris 1779; 2<sup>a</sup> éd. par Lefèvre. 6 v. 8°. Paris 1819.

**Oeuvres de P. de Fermat**, publiées par les soins de Paul Tannery et Charles Henry sous les auspices du ministère de l'instruction publique. Paris 4°. 3 v. I. *Oeuvres mathématiques diverses*. Observations sur Diophante. xxxvii u. 440 S. 1891. II. Correspondance. xii u. 514 S. 1894. III. Traductions par P. Tannery. 1. Des écrits et fragments latins de Fermat. 2. De l'Inventum novum de Jacques de Billy. 3. Du Commercium epistolicum de Wallis. xvi u. 611 S. 1896.

**Oeuvres de Descartes**, publiées par Charles Adam et Paul Tannery, sous les auspices du Ministère de l'instruction publique. Paris. I. Correspondance (Avril 1622 — Févr. 1638) cv u. 589 S. 4°. 1897. II. Correspondance (Mars 1638 — Déc. 1639) xxiii u. 653 S. 1898. III. Correspondance (Janv. 1640 — Juin 1643) iv u. 722 S. 1899. IV. Correspondance (Juillet 1643 — Avril 1647) vi u. 708 S. 1901. V. Correspondance (Mai 1647 — Févr. 1650) 669 S. 1903. VI. Discours de la méthode et Essais. xiv u. 727 S. 1903. VII. Meditationes de prima philosophia. xvi u. 612. 1904. VIII. Principia philosophiae. 1906. IX. Méditations et principes. Trad. fr. x u. 244, xx u. 358. 1904.

Da diese Ausgabe noch nicht vollständig ist, so erwähnen wir auch eine frühere:

**Renati Descartes** *Opera omnia*. Amstel. 1692—1701. 9 v. 4°. I. Principia philosophiae, dissertatio de methodo; dioptrice et meteora. II. Meditationes de prima philosophia; Passiones animae. III. Tractatus de homine. IV. V. Geometriae 2 vol. VI. VII. VIII. Epistolae. IX. Opera posthuma.

**Oeuvres complètes de Christian Huygens**, publiées par la Société hollandaise des sciences. La Haye 4. Correspondance: I (1638—56) xiv u. 621 S. 1888. II (1657—59) 638 S. 1889. III (1660—61) 591 S. 1890. IV (1662—63) 520 S. 1891. V (1664—65) 625 S. 1893. VI (1666—69) 1895. VII (1670—75) 624 S. 1897. VIII (1676—84) 631 S. 1899. IX (1685—90) 662 S. 1901. (1691—95) 1905. Wird fortgesetzt.

**Chr. Hugenii** *Opera varia, mathematica, geometrica et astronomica cum posthumis*, cura Guil. Jac. s'Gravesande. 4 t. 4°. Lugd. Bat. 1724. (Cont.: Horologium oscillatorium; Brevis institutio de usu horologiorum ad invenendas longitudes; Theoremata de quadratura hyperbolae, ellipsis et circuli, ex dato portionum gravitatis centro; De circuli magnitudine inventa, accedunt problematum quorundam illustrium constructiones; De Saturni luna observatio nova; De ratiociniis in ludo aleae, etc.)

**Leibnizens** Gesammelte Werke, aus den Handschriften der Königlichen Bibliothek zu Hannover, herausgegeben von Georg Heinrich Pertz. 3. Folge. Mathematik. Auch unter dem Titel:

**Leibnizens** *Mathematische Schriften*, herausg. von Carl Imm. Gerhardt. I. Abt. Bd. I—IV, Berlin 1849 u. 1850 (Briefwechsel), III—IV, Halle 1855 bis 1859 (Briefwechsel). II. Abt. I. Halle 1858 (Dissertatio de arte combinatoria. De Quadratura arithmetica circuli, ellipseos et hyperbolae. Characteristia geometrica. Analysis geometrica propria. Calculus situs. Analysis infinitorum. Beilagen). II. Halle 1860 (Dynamica). III. Halle 1863 (Initia mathematica. Mathesis universalis. Arithmetica. Algebraica. Geometria. Leibniz an den Freiherrn von Bodenhausen).

Der Briefwechsel von **Gottfried Wilhelm Leibniz** mit Mathematikern, hersg. von C. J. Gerhardt. Neue Auflage. I. Berlin 1898. xxviii u. 766 S. gr. 8°.

Die philosophischen Schriften von **G. W. Leibniz**, hersg. von C. J. Gerhardt. Halle 1875—82. 7 Bde.

**Leibnizens** Nachgelassene Schriften physikalischen und technischen Inhalts. Hrsg. von E. Gerland. Leipzig 1906. 256 S. (Abh. z. Gesch. d. math. Wiss. Heft XXI).

**Isaac Newton**, Opera quae exstant omnia, commentariis illustravit Sam. Horsley. 5 v. 4<sup>o</sup>. London. I. (Arithmetica universalis. Tractatus de rationibus primis ultimisque. Analysis per aequationes numero terminorum infinitas. Excerpta quaedam ex epistolis ad series fluxionesque pertinentia. Tractatus de quadratura curvarum. Geometria analytica sive specimina artis analyticae. Methodus differentialis. Enumeratio linearum tertii ordinis) 1779. II. (Philosophiae naturalis principia mathematica. Lib. 1, 2. De motu corporum). 1779. III. (Principia l. 3. De systemate mundi. De mundi systemate. Theoria lunae. Lectiones opticae). 1782 IV. (Opticks. Letters on various subjects in natural philosophy. Letter to M<sup>r</sup> Boyle on the cause of gravitation. Tabulae duae, Calorum altera, altera refractionum. De Problematibus Bernoullianis. Propositions for determining the motion of a body urged by two central forces. Four lettres to D<sup>r</sup> Bentley. Commercium epistolicum de varia re mathematica. Additamenta commercii epistolici ad historiam fluxionum Raphsoni) 1782. V. (Meist Theologisches) 1785.

Da hier seine Briefe aus dem Commercium epistolicum fehlen, so verweisen wir auf die vollständige Ausgabe:

Commercium epistolicum **J. Collins** et aliorum de analysi promota. Par J. B. Biot et F. Lefort, Paris 1856. xv u. 293 S. 4<sup>o</sup>. (Briefe von J. Gregory. Is. Barrow, Oldenburg, Alf. Borelli, Collins, Sluze, Wallis, Dav. Gregory, Tschirnhaus, Leibniz, Keill, Newton, Sloane).

§ 4. **XVIII. Jahrhundert.** Was das 18. Jahrhundert betrifft, so haben wir oben (S. 12) schon erwähnt, daß eine Gesamtausgabe der Werke Leonh. Eulers noch fehlt. Eine solche würde, nach R. Wolfs Angabe, nicht weniger als 16000 Quartseiten füllen. Erschienen sind:

**L. Euler**, Opuscula varii argumenti. 3 t. 4<sup>o</sup>. Berol. 1746—51. (Im ganzen 13 Abhandlungen.) Ferner:

**L. Euler**, Opuscula analytica. 2 t. 4<sup>o</sup>. Petrop. 1783—85. Correspondance mathématique et physique de quelques célèbres géomètres du XVIII. siècle. Par P. H. Fuß. 2 v. 8<sup>o</sup>. Pétersb. 1843. (Eine wichtige Sammlung, in der auch Briefe von Euler); andere Briefe von Euler Bibl. math. (3) 4—7, 1903—1906.

**L. Euler**, Opera minora collecta. Commentationes arithmeticae collectae, ed. P. H. et Nic. Fuß. 2 v. 4<sup>o</sup>. Petrop. 1849. (War auf 8 Bände veranschlagt).

**L. Euler**, Opera posthuma mathematica et physica, anno 1844 detecta. Ed. P. H. et Nic. Fuß. 2 v. 4<sup>o</sup>. Petrop. 1862.

Auch nicht vollständig sind die Ausgaben der Werke

**d'Alemberts**, Oeuvres philosophiques, historiques et littéraires de d'Alembert. Publ. par J. F. Bastien. 18 v. 8<sup>o</sup>. Paris 1805.

**d'Alembert**, Opuscules mathématiques. 8 v. 8<sup>o</sup>. Paris 1761—80.

**d'Alembert**, Correspondance inédite (avec Cramer, Lesage, Clairaut, Turgot et a.). Publ. par Ch. Henry. Bullett. bibl. soc. 18, 507—570, 605—660. 1887.

Dagegen haben wir vorzügliche Ausgaben der Werke von Johann I. Bernoulli, Jacob I. Bernoulli, Laplace, Lagrange und Fourier. **Johannes Bernoulli**, Opera omnia, tam antea sparsim edita, quam haecenus inedita. Lausannae et Genevae 1742. 4 v. 4<sup>o</sup> (Ed. G. Cramer, 189 Aufsätze). Virorum celeberrimorum **God. Gul. Leibnitii** et **Joh. Bernoulli** Commercium

philosophicum et mathematicum ab a. 1694—1716. 2 v. 4<sup>o</sup> Lausannae et Genevae 1745 (275 Briefe).

**Jac. Bernoulli**, Opera omnia mathematica. 2 v. 4<sup>o</sup>. Genevae 1744.

Oeuvres complètes de **Laplace**, publiées sous les auspices de l'Académie des sciences. Par Puiseux, Tissérand, J. Houël. 13 v. 4<sup>o</sup>. Paris. I—V (Traité de mécanique céleste) 1878—82, VI (Exposition du système du monde) 1884, VII (Théorie des probabilités) 1886, VIII—XIII (Mémoires divers) 1887 bis 1904.

Oeuvres de **Lagrange**, publ. par les soins de J. A. Serret et G. Darboux, sous les auspices du Ministre de l'Instruction publique. Paris 14 v. 4<sup>o</sup>. I. Série. I—VII (Mémoires imprimés dans les Recueils des Académie de Turin, de Berlin et de Paris; Pièces diverses publiées séparément) 1867—77; IV. Série. 1879—92. VIII—XIV. (Les Ouvrages didactiques, la Correspondance et les Mémoires inédits). VIII (Résolution des équations numériques) 1879; IX (Théorie des fonctions analytiques) 1881; X (Leçons sur le calcul des fonctions) 1884. XI (Mécanique analytique I. Statique) 1888; XII (Mécanique analytique II. Dynamique) 1889; XIII (Correspondance inédite de Lagrange et d'Alembert, p. p. Lud. Lalanne) 1882; XIV (Correspondance de Lagrange avec Condorcet, Laplace, Euler et divers savants) 1892.

Oeuvres de **Fourier** publ. par les soins de Gaston Darboux, sous les auspices du Ministre de l'Instruction publique. Paris. 4<sup>o</sup>. I (Théorie analytique de la chaleur) XXVIII u. 563 S. 1888; II (Mémoires publiés dans divers recueils). XVI u. 636 S. 1890.

§ 5. **XIX. Jahrhundert.** Die bei weitem größte Zahl von Mathematikern, von deren gesammelten Werken ein durchgebildeter Mathematiker Kenntnis haben sollte, gibt es im 19. Jahrhundert. Zu den gesammelten Werken und dem Briefwechsel kommen hier noch die veröffentlichten Vorlesungsreihen. Um das Auffinden zu erleichtern, folgen wir der alphabetischen Anordnung: Abel, Arago, Beltrami, Bessel, Borchardt, Brioschi, Cauchy, Cayley, Dirichlet, Encke, L. Fuchs, Galois, Gauß, Graßmann, Helmholtz, Hermite, Hertz, Jacobi, Kirchhoff, Kronecker, E. Laguerre, L. Lorenz, Möbius, Franz Neumann, Plücker, Riemann, Steiner, G. G. Stokes, Sylvester, Tschebyscheff, Wilh. Weber, Weierstraß.

**Niels Henric Abel**, Oeuvres complètes. Nouv. éd. publ. aux frais de l'État Norvégien par MM. L. Sylow et S. Lie. 2 v. 4<sup>o</sup>. Kristiania, Leipzig I, VIII u. 621 S. II, IV u. 340 S. 1881. (Den Briefwechsel Abels siehe in dem oben (S. 11) erwähnten Mémorial.)

Oeuvres complètes de **François Arago**, publ. par J. B. Barral. 17 v. 8<sup>o</sup>. Paris 1854—62. Astronomie populaire, 4 v. Notices biographiques, 3 v. Notices scientifiques, 5 v. Voyages scientifiques, 1 v. Mémoires scientifiques, 1 v. Mélanges, 1 v. Tables analytiques, 1 v. 900 S.

**F. Arago**, Sämtliche Werke. Dtsch. Ausg. von W. G. Hankel. 16 Bde. Leipzig 1854—60.

**E. Beltrami**, Opere matematiche. Publicate per cura della Facolta di Scienze della R. Università di Roma. Milano. 4<sup>o</sup>. I. 1902. 459 S. II. 1904. 468 S.

**Fr. W. Bessel**, Abhandlungen. Hrsg. von R. Engelmann. 3 Bde. 4<sup>o</sup>. Leipzig. I. Bewegung der Körper im Sonnensystem. Sphärische Astronomie. 345 S. 1875. II. Theorie der Instrumente. Stellarastronomie. Mathematik. 404 S. 1876. III. Geodäsie. Physik. Verschiedenes. 540 S. 1876.

Briefwechsel zwischen **Gauß** und **Bessel**. Hrsg. auf Veranlassung der Berliner Akademie. 1880. 598 S. 4<sup>o</sup>. — Zwischen **Olbers** und **Bessel**. Hrsg. von

- A. Erman. 2 Bde. Leipzig 1852. 8°. 935 S. — Ergänzung: Zwölf Briefe von Bessel an Olbers. Stzgb. Ak. Berlin 1900, 745—762.
- C. W. Borchardt, Gesammelte Werke. Auf Veranlassung der K. Preuß. Akademie d. Wiss. hrsg. von G. Hettner. Berlin. x u. 511 S. 4°. 1888.
- Opere matematiche di Francesco Brioschi. Milano. 3 v. 4°. 1901—1904.
- Oeuvres complètes d'Augustin Cauchy. Publ. sous la direction scientifique de l'Académie d. sc. Paris 27 v. 4°. I<sup>me</sup> Série. Mémoires, notes et articles extraits de Recueils de l'Académie des sciences. 12 v. 1882—1900. II<sup>me</sup> Série. Mémoires extraits de divers Recueils, Ouvrages classiques, Mémoires publiés en corps d'ouvrage, Mémoires publiés séparément. 15 v. 1887—59.
- G. Lejeune Dirichlet, Gesammelte Werke. Hrsg. auf Veranlassung der K. Preuß. Akademie d. Wiss. von L. Kronecker, fortgesetzt von L. Fuchs I, x u. 644 S. 4°. 1889. II, x u. 422 S. 1897.
- Briefwechsel zwischen G. Lejeune-Dirichlet und H. Leopold Kronecker. Nachr. Ges. Göttingen 1885, 361—382.
- J. F. Encke, Gesammelte mathematische und astronomische Abhandlungen. Berlin. 3 v. 8°. 1888—89. I. Allgemeines betr. Rechnungsmethoden. II. Methode der kleinsten Quadrate, Fehlertheoretische Untersuchungen. III. Astronomische und optische Abhandlungen.
- L. Fuchs, Gesammelte mathematische Werke. Hrsg. von R. Fuchs und L. Schlesinger. I. Abhandlungen (1858—75). II (1875—87) Berlin 1904—06. VIII u. 476, x u. 487 S. 4°.
- Évariste Galois, Oeuvres mathématiques, Publ. sous les auspices de la Société mathématique de France, avec une Introduction par M. Émile Picard. Paris. x u. 63. 8°. 1897.
- Carl Friedrich Gauß, Werke. Hrsg. von der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen. 10 Bde. gr. 4°. Leipzig 1870—1906. I. Disquisitiones arithmeticae. 2. Abdruck 478 S. 1876. II. Höhere Arithmetik. 2. Abdr. 528 S. und Nachtrag zum 1. Abdr. des 2. Bandes. 33 S. 1876. III. Analysis. 2. Abdr. 499 S. 1876. IV. Wahrscheinlichkeitsrechnung und Geometrie. 2. Abdr. 492 S. 1880. V. Mathematische Physik. 2. Abdr. 642 S. 1877. VI. Astronomische Abhandlungen. 2. Abdr. 664 S. 1874. VII. Theoria motus corporum coelestium. Astronomischer Nachlaß. 1906. 650 S. VIII. Ergänzungen zu I—III u. IV. (Nachträge zur Arithmetik, Analysis, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Geometrie; Grundlagen der Geometrie). 458 S. 1900. IX. Geodätische Nachträge zu Bd. IV; insbes. Hannoverische Gradmessung. 528 S. 1903. X. Biographisches. Briefwechsel. (In Vorbereitung.)
- Briefwechsel zwischen C. Fr. Gauß und Wolfgang Bolyai. Mit Unterstützung der ungarischen Akademie hrsg. von Franz Schmidt und Paul Stäckel. Leipzig. xiv u. 208 S. 4°. 1899.
- Briefwechsel zwischen Olbers und Gauß. Hrsg. von C. Schilling, Berlin 1900 (Leben und Werke Olbers. II, 1. 380 Briefe).
- H. Graßmann, Gesammelte mathematische und physikalische Werke. Auf Veranlassung der mathematisch-physikalischen Klasse der Königl. Sächs. Ges. d. Wiss. hrsg. von Fr. Engel. 3 Bde. gr. 8°. Leipzig. I. 1. T. Die Ausdehnungslehre von 1844 und die geometrische Analyse. xvi u. 435 S. 1894. I. 2. T. Die Ausdehnungslehre von 1862. viii u. 511 S. 1896. II. 1. T. Die Abhandlungen zur Geometrie und Analysis. x u. 452 S. 1904. II. 2. T. Die Abhandlungen zur Mechanik und zur mathematischen Physik. 256 S. 1902. III. (In Vorbereitung.)
- H. v. Helmholtz, Wissenschaftliche Abhandlungen. Leipzig. 3 Bde. 1882, 1883, 1895.
- H. v. Helmholtz, Vorlesungen über theoretische Physik. Leipzig 8°. 6 Bde. I. 1. Abt. Einleitung zu den Vorlesungen über theoretische Physik. Hrsg. von A. König und C. Runge. viii u. 50 S. 1903. I. 2. Abt. Vorlesungen über die Dynamik diskreter Massenpunkte. Hrsg. von O. Krigar-Menzel.



- x u. 380. 1898. II. Dynamik kontinuierlich verbreiteter Massen, hrsg. von O. Krigar-Menzel. VIII u. 248. 1898. III. Mathematische Prinzipien der Akustik. Hrsg. von A. König und Carl Runge. XIV u. 256. 1898. IV. Elektrodynamik und Theorie des Magnetismus. Hrsg. von O. Krigar-Menzel und Max Laue. 1907. V. Elektromagnetische Theorie des Lichtes. Hrsg. von A. König und C. Runge. XII u. 370. 1897. VI. Theorie der Wärme. Hrsg. von Franz Richarz. XII u. 418. 1903.
- H. v. Helmholtz**, Populäre wissenschaftliche Vorträge. Braunschweig. 2 v. 8<sup>o</sup>. 1865—71. Engl. von Tyndall. London 1873—81. 2 v. 8<sup>o</sup>.
- Oeuvres de **Charles Hermite**, publ. sous les auspices de l'Académie d. sc., par Emile Picard. 3 v. gr. 8<sup>o</sup>. Paris I 1905, II et III (en prépar).
- Correspondance d'**Hermite** et de **Stieltjes**, publ. par les soins de B. Baillaud et H. Bourget, avec une préface de E. Picard, 2 v. Paris 1905. I, xx u. 477; II, vi u. 457 S.
- H. Hertz**, Gesammelte Werke. 3 Bde. 8<sup>o</sup>. Leipzig. I. Schriften vermischten Inhalts. Hrsg. von Ph. Lenard. XXIX u. 368. 1895. Engl. by D. E. Jones and G. A. Schott. London XVI u. 340. 8. 1896. II. Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft. 2. Aufl. Leipzig IX u. 296 S. 1895. III. Die Prinzipien der Mechanik, in einem neuen Zusammenhange dargestellt. Hrsg. von Ph. Lenard. XXIX u. 312 S. 1894.
- H. Hertz**, Gesammelte Abhandlungen. Hrsg. von F. v. d. Leyen. Leipzig 1905.
- C. G. J. Jacobi**, Gesammelte Werke. Hrsg. auf Veranlassung der Königl. Preuß. Akademie d. Wiss., von C. Borchardt und C. Weierstraß. 7 Bde. u. Suppl. 1881—1891. Berlin 4<sup>o</sup>. Suppl. Vorlesungen über Dynamik. Hrsg. von E. Lottner. 1884.
- Correspondance mathématique entre **Legendre** et **Jacobi**. Publ. par C. Borchardt. J. f. Math. 80, 205—279. 1875
- Briefwechsel zwischen **C. G. J. Jacobi** und **M. H. Jacobi**. Hrsg. von W. Ahrens. Leipzig 1907. xx u. 282.
- G. Kirchhoff**, Gesammelte Abhandlungen. Leipz. 641 S. 8<sup>o</sup>. 1882. Nachtrag, hrsg. von L. Boltzmann. Leipz. VII u. 137 S. 8<sup>o</sup>. 1891.
- G. Kirchhoff**, Vorlesungen über mathematische Physik, 1883—94. I. Mechanik, hrsg. von W. Wien. 4. Aufl. 1897. II. Optik, hrsg. v. K. Hensel. 1891. III. Theorie der Elektrizität und des Magnetismus, hrsg. von M. Planck. 1891. IV. Theorie der Wärme, hrsg. von M. Planck. 1894. Leipzig.
- Leopold Kronecker**, Werke. Hrsg. auf Veranlassung der Königl. Preuß. Akademie d. Wiss. von K. Hensel. 4 Bde. gr. 4<sup>o</sup>. Leipzig. 1895—99.
- Leopold Kronecker**, Vorlesungen über Mathematik. Leipzig. gr. 8<sup>o</sup>. 5 Bde. I. Vorlesungen über die Theorie der einfachen und vielfachen Integrale, hrsg. von E. Netto, x u. 346 S. 1894. II. Vorlesungen über Arithmetik. Bearb. von K. Hensel. 2. Abschn. Vorlesungen über die Theorie der Determinanten. 1. (1—21. Vorl.) XII u. 390. 1903. III. Vorlesungen über Zahlentheorie. 1. XVI u. 509, 1901. IV. u. V. Vorlesungen über die Theorie der algebraischen Gleichungen. (In Vorbereitung.)
- Edm. Laguerre**, Oeuvres. Publ. par Ch. Hermite, H. Poincaré et E. Rouché. I. Algèbre. Calcul intégral. xv u. 471 S. 1897. II. Géométrie. 715 S. 1905. Paris.
- L. Lorenz**, Oeuvres scientifiques. Revues et annotées par H. Valentiner. Publiées aux frais de la fondation Carlsberg. Copenhague. 2 v. gr. 8<sup>o</sup>. I. (Arbeiten aus der Theorie des Lichtes.) 529 S. 1896—98. II, 1 (Die übrigen Arbeiten aus der mathematischen Physik), IV u. 315 S. 1899; II, 2 (Mathematische Abhandlungen), S. 317—583. 1904.
- A. F. Möbius**, Gesammelte Werke. Hrsg. auf Veranlassung der Königl. Sächs. Ges. d. Wiss. von R. Baltzer, F. Klein und W. Scheibner. 4 Bde. 1885—87.
- Franz Neumann**, Gesammelte Werke. Hrsg. von Carl Neumann u. a. 3 Bde. gr. 4<sup>o</sup>. Leipzig. (In Vorbereitung; bis jetzt Bd. II erschienen 1906. XVI u. 620.)
- Franz Neumann**, Vorlesungen über mathematische Physik, gehalten an der

- Universität Königsberg. Hrsg. von seinen Schülern in zwanglosen Heften. Leipzig. 8 Bde. gr. 8. I. Vorlesungen über die Theorie des Magnetismus, namentlich über die Theorie der magnetischen Induktion. VIII u. 116. 1881. II. Einleitung in die theoretische Physik. Hrsg. von C. Pape. x u. 291. 1883. III. Vorlesungen über elektrische Ströme. Hrsg. von K. von der Mühlh. x u. 310. 1884. IV. Vorlesungen über theoretische Optik. Hrsg. von E. Dorn. VIII u. 310. 1885. V. Vorlesungen über die Theorie der Elastizität der festen Körper und des Lichtäthers. Hrsg. von Oskar Emil Meyer. XIV u. 374. 1885. VI. Vorlesungen über die Theorie des Potentials und der Kugelfunktionen. Hrsg. von C. Neumann. XVI u. 364. 1887. VII. Vorlesungen über die Theorie der Kapillarität. Hrsg. von A. Wangerin. x. u. 234. 1894. VIII. Vorlesungen über die Wärme. Hrsg. von J. Pernet. (In Vorbereitung.)
- Julius Plücker**, Gesammelte wissenschaftliche Abhandlungen. Im Auftrage der Königl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen hrsg. von A. Schönflies und Fr. Pockels. 2 Bde. Leipzig. gr. 8°. I. Mathematische Abhandlungen. XXXV u. 620. 1895. II. Physikalische Abhandlungen. XVIII u. 834. 1896.
- Bernhard Riemann**, Gesammelte mathematische Werke und wissenschaftlicher Nachlaß. 2. Aufl. hrsg. von H. Weber. Leipzig x u. 558 S. gr. 8°. 1892. Nachträge. Hrsg. von M. Nöther und W. Wirtinger. VIII u. 116 S. 1902.
- Oeuvres mathématiques de **Bernhard Riemann**. Traduit par L. Laugel. Paris XXXV u. 453. gr. 8°. 1898.
- Henry John Stephan Smith**, Collected mathematical papers. Ed. by J. W. L. Glaisher. Oxford 2 v. 4°. 1894. I. XIV u. 603. II. VII u. 719.
- Jacob Steiner**, Gesammelte Werke. Auf Veranlassung der Königl. Preuß. Ak. d. Wiss. hrsg. von K. Weierstraß. 2 Bde. 1275 S. Berlin. I. 1881. II. 1882. 8°.
- Briefwechsel zwischen **J. Steiner** und **L. Schläfli**. Hrsg. von H. Graf. 208 S. Mitt. Naturf.-Ges. Bern. 1896.
- J. S. Sylvester**, The Collected mathematical papers. P. by H. F. Baker. 2 v. 8°. Cambridge. I (a. 1837—53) 1904. XII u. 650 S. II (In Press.).
- Wilhelm Webers Werke**. Hrsg. von der Königl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen. Berlin. 6 Bde. 8°. 1892. 94. I. Akustik, Mechanik, Optik und Wärmelehre. Besorgt durch Wold. Voigt. VII u. 600. 1892. II. Magnetismus. Bes. durch Ed. Riecke. VIII u. 380. 1892. III. u. IV. Galvanismus und Elektrodynamik. Bes. durch H. Weber. XII u. 676 1893; XIV u. 638, 1894. V. Wellenlehre. Bes. durch Ed. Riecke. XXXII u. 433. 1893. VI. Mechanik der menschlichen Werkzeuge. Bes. durch Fr. Merkel und O. Fischer. XXIV u. 326. 1894.
- K. Weierstraß**, Mathematische Werke. Hrsg. unter Mitwirkung einer von der Königl. Preuß. Ak. d. Wiss. eingesetzten Kommission. I. Abhandlungen, 1. Hälfte. VIII u. 356. Berlin 1894. II. Abhandlungen. 2. Hälfte. VI u. 363. 1895. IV. Vorlesungen über die Theorie der Abel'schen Funktionen. Bearb. von G. Hettner und J. Knoblauch. XIV u. 631. 1902. (Wird fortgesetzt.)
- G. G. Stokes**, Mathematical and physical papers. Reprinted from the original journals and transactions, with brief historical notes and references. Cambridge. 5 v. 8°. 1880—1905.

§ 6. **Klassiker der exakten Wissenschaften.** Durch den Hinweis auf die Gesamtwerke der bedeutendsten Mathematiker bezweckten wir, für den Studierenden der Mathematik das Studium der Quellen zu erleichtern. Wir müssen hier noch auf eine Sammlung von Quellschriften aufmerksam machen, welche sowohl als Unterrichtsmittel wie als Forschungsmittel von großer Bedeutung ist. Unter dem Titel: „Klassiker der exakten

Wissenschaften“ erscheinen bei W. Engelmann in Leipzig seit dem Jahre 1889 unter der allgemeinen Redaktion von W. Ostwald und herausgegeben von hervorragenden Vertretern der Wissenschaften, zu billigen Preisen Abhandlungen aus den Gebieten der Mathematik, Astronomie, Physik, Chemie (einschließlich Krystallkunde) und Physiologie. Die Leitung der mathematischen Abteilung hat A. Wangerin, die der physikalischen Arth. von Öttingen, die der astronomischen H. Bruns übernommen. Die Studierenden der Mathematik, denen früher die Quellen ihrer Wissenschaft so wenig zugänglich waren, daß sie nur zu leicht darauf verzichteten, aus diesen Quellen zu lernen, sollten mit Freuden dieses Hilfsmittel begrüßen. Auf die einzelnen in dieser Sammlung erschienenen Abhandlungen werden wir bei der Literatur der betr. Disziplinen zurückkommen.

#### Abschnitt IV. Zeitschriften mathematischen Inhalts.

§ 1. **Einleitung.** Eine literarische Hodogetik für Studierende der Mathematik würde sehr unvollkommen sein, wenn sie, wie die älteren Bibliographien von J. Rogg, L. A. Sohncke u. a., nur die mathematischen Einzelwerke anführen wollte. Sie muß vor allem die mathematische Journalliteratur berücksichtigen, da die Originalarbeiten, auf deren Studium hingewiesen werden muß, größtenteils in periodischen Schriften zu suchen sind. Von der Bedeutung der Zeitschriften für die mathematische Literatur überzeugen uns einige Zahlen, die Herr G. Valentin in einem Bericht über die von ihm bearbeitete mathematische Bibliographie mitgeteilt hat. Herr Valentin schätzt die Anzahl der separat erschienenen Schriften auf ca. 35 000 (ein Buch mit allen Auflagen und Übersetzungen als Einheit gerechnet), die Anzahl der Journalaufsätze aber auf 90 000 bis 95 000. Die letzteren hat er aus 4000 Publikationen mit mehr als 120 000 Bänden exzerpiert.

Die Kenntnis der Zeitschriften, in denen zahlreiche mathematische Abhandlungen veröffentlicht wurden, ist insbesondere für denjenigen notwendig, der sich mit mathematisch-historischen Studien beschäftigt. Die historisch-kritischen Darstellungen, welche die Deutsche Mathematiker-Vereinigung veröffentlicht, sowie die Monographien der Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften weisen auf mehrere Hunderte von Zeitschriften hin. Natürlich müssen bei häufigen Zitaten die Titel dieser Zeitschriften abgekürzt werden. Die Willkür, mit der man früher bei dieser Abkürzung verfuhr, erschwerte das Auffinden einer literarischen Quelle außerordentlich. Früher nannte man häufig eine Zeitschrift nach dem Herausgeber (Crelle's J., Darboux Bull., Poggendorff Ann.). Das hatte den Übelstand, daß dieselbe Zeitschrift beim Wechsel der Redaktion auch nach dem neuen Herausgeber genannt wurde (z. B. Wiedemann Ann.). Publikationen der Akademien wurden häufig nach dem Sitz der Akademie

zitiert (Paris Mém., Wien Ber.). Auch das gab zu Verwechslungen Anlaß. Jetzt hat man sich größtenteils dahin geeinigt, die Abkürzung des Titels mit dem Stichwort zu beginnen (Abh., Acta, Nova Acta, Ann., Arch., Atti, Ber., Bull., Mém., Nouv. Mém., Proc., Verh., Ztschr. usw.) und solche sachlichen und lokalen Beiworte hinzuzufügen, die eine Verwechslung mit anderen Journalen ausschließen. Auf Veranlassung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung wurde ein alphabetisches Verzeichnis von ca. 1200 Zeitschriften veröffentlicht von Felix Müller, Abgekürzte Titel von Zeitschriften mathematischen Inhalts, mit Erläuterungen und historischen Notizen. Leipzig, Teubner 1903. Für geschichtliche Studien ist dieses Verzeichnis dadurch noch nutzbarer gemacht, daß den Titeln die Anfangsjahre der Zeitschriften beigefügt und bei solchen, die bereits wieder eingegangen sind, das letzte Jahr des Erscheinens.

§ 2. **Anfänge. Einteilung.** Das Jahr 1665 ist in der Geschichte der mathematischen Literatur bemerkenswert durch das Erscheinen der beiden ersten großen wissenschaftlichen Zeitschriften, des Journal des Sçavans, das anfänglich Organ der Pariser Akademie des Sciences war, und der Philosophical Transactions der Royal Society of London. Beide Journale erscheinen noch heute, das Journal des Sçavans mit einer Unterbrechung in den Jahren 1792—1816, die Phil. Trans. regelmäßig.

Außer diesen beiden Zeitschriften erschienen in der zweiten Hälfte des 17. Jahrhunderts noch 15, welche für die Geschichte der Mathematik in Betracht kommen könnten. Im achtzehnten Jahrhundert wuchs diese Zahl auf mehr als 250, und seit Beginn des 19. Jahrhunderts sogar auf mehr als 1000. Wir können alle diese Zeitschriften, in denen mathematische Aufsätze veröffentlicht werden, in 6 Gruppen teilen, um die Übersicht über dieselben zu erleichtern. Wir wollen zuerst von den Zeitschriften reden, welche rein mathematischen oder doch vorwiegend mathematischen Inhalts sind. In zweiter Linie interessieren uns die astronomischen Zeitschriften, die dritte Gruppe bilden die vorwiegend physikalischen, die vierte die technischen und militärischen, die fünfte die allgemeinwissenschaftlichen. Zuletzt werden wir die uns interessierenden Schriften der Akademien und Gelehrten Gesellschaften anführen.

§ 3. **Vorwiegend mathematische Zeitschriften.** Schon im Beginn des 18. Jahrhunderts entstand eine Reihe englischer Zeitschriften mathematischen Inhalts, welche zur Erweckung des Interesses für die Mathematik in England sehr viel beitrugen.

Im Jahre 1704 erschien:

The Ladies Diary or the Womans Almanach. London 1704—1840.

Zuerst ein Almanach zur Unterhaltung mehr als zur Förderung der Wissenschaft, brachte es Rebus-, Rätsel-, Scherz- und andere Aufgaben, wurde aber später interessanter und wissenschaftlicher und enthielt hübsche Aufgaben aus der elementaren Mathematik. In 137 Nummern erschien

es bis zum Jahre 1840 und ward dann unter dem Titel „Lady's and Gentlemans Diary“, London 1841—71, 31 nos., vereinigt mit: The Gentleman's Diary, or the mathematical Repository, London, 100 nos., 1741—1840,

das unter der Redaktion von Olinthus Gregory, Thomas Leybourn u. a. schon wissenschaftlicher war und etwas schwierigere Aufgaben aus der Elementar-Mathematik brachte. Seit 1835 und nach der Verschmelzung enthielten diese Journale auch mathematische Abhandlungen, bis 1865.

S. Urban's The Gentleman's Magazine or monthly intelligencer (später: and historical chronicle), London, 1731—1816, 1818—33, (2) 1834—65, (3) 1866—80 (Index London 1889), umfaßt mehr als 200 Bände. Es brachte sogar mathematisch-historische Notizen.

Für den Historiker sind besonders interessant die Serien des Mathematical Repository, by T. Leybourn u. a. London 1748—53, 1795 bis 1804, 1806—35. 8°.

Außer den erwähnten Zeitschriften erschienen bis in den Anfang des 19. Jahrhunderts mehr als 20 in englischer Sprache. Man ist erst in neuerer Zeit auf die Bedeutung dieser englischen Zeitschriften für die Geschichte der Elementarmathematik aufmerksam geworden und hat die Entdeckung gemacht, daß zahlreiche Sätze der sogenannten modernen Dreiecksgeometrie, welche fälschlich nach ihren modernen Wiederentdeckern genannt werden, bereits in diesen älteren Zeitschriften sich finden.

Eine Zeitschrift für Elementar-Mathematik erschien 1754 in Holland: Maandelykse Mathematische Liefhebbery, 17 v., Purmerende 1754—1769. 12°.

Ihm folgte in Deutschland, unter ähnlich klingendem Titel:

Der mathematische Liebhaber, Wochenschrift von Johann Reimers. Hamburg 1767—69, 4 T. 8°.

Der Leipziger Professor Karl Friedrich Hindenburg, der Vater der kombinatorischen Analysis, begründete die drei folgenden mathematischen Journale:

Leipziger Magazin für Naturkunde, Mathematik und Ökonomie, von C. Bd. Funck, N. Gf. Leske und K. Fr. Hindenburg. Leipzig. 5 Bde. 8°. 1781—1785.

Leipziger Magazin für reine und angewandte Mathematik. Hrsg. von Joh. Bernoulli und K. F. Hindenburg. 4 Hefte 8°. Leipzig 1786—88. (Es enthält Aufsätze von Lambert, Kästner, Joh. III. Bernoulli, Hindenburg, Tetens, Olbers, J. F. Pfaff, Nic. Fuß, Klügel u. a.)

Archiv der reinen und angewandten Mathematik. Hrsg. von K. F. Hindenburg. Leipzig. 11 Hefte 8°. 1795—1800. (Dieselben Mitarbeiter.)

Bald nach der Gründung der Polytechnischen Schule zu Paris 1794 entstand das

Journal de l'École Polytechnique, publié par le Conseil d'Instruction de cet établissement, die erste mathematische Zeitschrift in Frankreich. Es erscheint noch heute. Die erste Serie umfaßt 64 Bände oder 28 cahiers, 1794—1894; die zweite Serie beginnt 1895. (Lagrange, Laplace, Monge, Biot, Legendre, Lamé, Poisson, Cauchy, Fourier, Liouville, Mannheim, Bertrand, J. A. Serret, Resal und viele andere berühmte Mathematiker Frankreichs gehören zu seinen Mitarbeitern.)

Alle mathematischen Journale, welche seit dem Beginn des 19. Jahrhunderts entstanden sind, zu nennen, verbietet uns der Raum. Wir begnügen uns damit, die wichtigsten derselben anzuführen, von deren Existenz

jeder Studierende der Mathematik gehört haben sollte. In chronologischer Reihenfolge sind es diese:

Annales de mathématiques pures et appliquées, recueil périodique, rédigé par J. D. Gergonne et J. E. Thomas Lavernède. Nismes et Paris. 4<sup>o</sup>. 22 v. 1810—31. (Lhuillier, Poncelet, Plücker, Schumacher, Libri gehören zu den Mitarbeitern.)

Correspondance sur l'École polytechnique, à l'usage des élèves de cet école. Par Hachette. Paris 8<sup>o</sup>. I (1804—8) 1813, II (1309—13) 1814, III (1814—16) 1816.

Bulletin des Sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques, rédigé par le Baron de Férussac. Paris 8<sup>o</sup>. 1—16, 1824—31. (Darin sind Arbeiten von Cauchy, Poisson, Poncelet, J. K. F. Sturm, Galois u. a.)

Correspondance mathématique et physique, publ. par A. Quetelet et J. G. Garnier. Gand et Bruxelles. 8<sup>o</sup>. 11 v. 1825—39. (Außer den Herausgebern seien Plateau, Chasles, Verhulst als Mitarbeiter genannt.)

Journal für die reine und angewandte Mathematik, hrsg. von A. L. Crelle (1825—55), fortgesetzt von Borchardt, Weierstraß, Kronecker, Fuchs, Hensel u. a.

(Dieses berühmteste deutsche mathematische Journal umfaßt bis jetzt Bd. 1—130, Berlin 4<sup>o</sup>, 1826—1906. Inhalt und Namenverzeichnis der Bände 1—100 (1826—87), Berlin 1887, 252 S. 4<sup>o</sup>. In den ersten hundert Bänden sind von 427 Verfassern 2265 Aufsätze veröffentlicht, von Jacobi allein 113, von Cayley 59, Steiner 56, Stern 50, Crelle und Clebsch 47, Hesse 44, Gudermann 38, Eisenstein, Hermite und Raabe 37, Clausen 36, Heine 35, Kummer 32, Minding 31, Dirichlet 30.)

Journal de Mathématiques pures et appliquées, fondé en 1836 et publié jusqu'en 1874 par Joseph Liouville. Séries (3)—(5) publ. par Resal, C. Jordan et a. Paris. 4<sup>o</sup>. (1) 20 v. 1836—55; (2) 20 v. 1856—74; (3) 10 v. 1875—84; (4) 10 v. 1885—94; (5) 10 v. 1895—1904; etc. (Alle hervorragenden Mathematiker Frankreichs haben Beiträge für dieses wichtigste französische mathematische Journal geliefert.)

Cambridge Mathematical Journal. Ed. by D. F. Gregory and R. Leslie Ellis. Cambridge. 8<sup>o</sup>. I—IV, 1839—45. Fortgesetzt als: Cambridge and Dublin Mathematical Journal. Ed. by W. Thomson and N. M. Ferrers. Cambridge and Dublin. 8<sup>o</sup>. (2) I—IX (resp. V—XIII), 1846—54. Vorläufer des

The Quarterly Journal of pure and applied mathematics. Ed. by J. J. Sylvester, N. M. Ferrers, J. W. L. Glaisher a. o. London 8<sup>o</sup>. 1—35, 1855—1903, u. fig. Register zu 1—16, in Bd. 16, 1879.

(Das bedeutendste in England erscheinende mathematische Journal, Außer von den Herausgebern enthält es Beiträge von Cayley, Boole, Booth, Brioschi, de Morgan, Spottiswoode, Stokes, Cockle, Maxwell, Walker und vielen anderen.)

Archiv der Mathematik und Physik, mit besonderer Rücksicht auf die Bedürfnisse der Lehrer an höheren Unterrichtsanstalten. Gegründet im Jahre 1841 von J. A. Grunert; fortgesetzt seit dem Jahre 1873 bis 1900 von R. Hoppe, und in der 3. Serie von E. Lampe, Fr. Meyer und E. Jahnke. Greifswald u. Leipzig. Teil 1—70, 1841—84. (2) 1—17, 1884—1900; (3) 1, 1900 u. fig.

(Dieses Archiv wurde nach dem Vorbild der Annales de math. p. et appl. Gergonnes gegründet und fortgeführt. Unter Grunert und Hoppe waren Mitarbeiter Seydewitz, Arndt, Schlömilch, Dienger, U. Graß-

mann, Imschenetzky, Clausen, Lindman, S. Spitzer, Dostor, Unferdinger, Durège, Hoüel, Gerhardt, M. Cantor u. a.)

Nouvelles Annales de Mathématiques. Journal des Candidats aux Écoles Polytechnique et Normale, fondé en 1842 par Gerono et Terquem, continué à partir de 1863 par Gerono, Prouhet, J. Bourget, Ch. Brisse, E. Rouché, C. A. Laisant etc. Paris 8°. 1—20, 1842—61, (2) 1—29, 1862—81, (3) 1—20, 1882—1901; (4) 1, 1902 u. fig.

Annali di scienze matematiche e fisiche, compilati da Barnaba Tortolini. Roma. 4°. 1—8, 1850—57. Fortsetzung:

Annali di matematica pura ed applicata, pubbl. da B. Tortolini, e compilati da E. Betti, F. Brioschi, A. Genocchi, R. Tortolini. Roma 4°. 1—7, 1858—66. Fortsetzung:

Annali di matematica pura ed applicata, già diretti da F. Briochi e continuati dai professori L. Bianchi, L. Cremona, U. Dini, G. Jung. Milano. 4°. (2) 1—26, 1867—98; (3) 1, 1898 u. fig. (Das bedeutendste italienische mathematische Journal.) Indici generali (1850—1897). Milano 1904.

Zeitschrift für Mathematik und Physik, begründet 1856 durch O. Schlömilch, zuerst herausgegeben von O. Schlömilch, B. Witzschel, M. Cantor und E. Kahl, seit 1898 von R. Mehmke und M. Cantor, und seit 1901 als Organ für angewandte Mathematik von R. Mehmke und C. Runge. Seit 1, 1856 regelmäßige Jahrgänge, 43, 1898, 46, 1901 etc. Die historisch-literarische Abteilung unter Redaktion von M. Cantor. Supplement 1 erschien zum 12. Jahrgang, 2 zum 13.; die übrigen Supplemente auch unter dem Titel „Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften“. Generalregister zu 1—25, (1856—1880), 123 S. 8°. Leipzig 1880. Generalregister zu Bd. 1—50, von E. Wölffing, Leipzig 1905. VIII u. 308.

The Oxford, Cambridge and Dublin University of Mathematics. A journal supported by junior mathematical students of the three universities. Edited by William Alben Whitworth, John Casey, Henry William Challis, James Mc. Dowell, Charles Taylor and William Peverill Turnbull. London and Cambridge. 8°. 1—5, 1862—71. Die 2. Serie:

The Messenger of Mathematics, ed. by M. Allen Whitworth, C. Taylor, M. Pendlebury, J. W. L. Glaisher. London and Cambridge. 8°. (2) 1, 1872, reg. Jahrgänge.

Giornale di Matematiche, ad uso degli studenti delle università italiane, pubbl. per cura del prof. G. Battaglini. Proseguito dal prof. A. Capelli. Napoli. gr. 8°. 1, 1863, reg. Jhrge.

Vorwiegend, zuletzt ausschließlich mathematische Arbeiten enthalten die Annales scientifiques de l'École Normale Supérieure, pbl. p. L. Pasteur etc. avec un Comité de Rédaction composé de MM. les maîtres de conférence de l'École. Paris 4°. 1—7, 1864—70; (2) 1—12, 1872—83; (3) 1, 1884 u. fig.

Mathematische Annalen. Begründet 1868 durch A. Clebsch und C. Neumann. Unter Mitwirkung von P. Gordan, C. Neumann, M. Noether, A. Mayer, K. Von der Mühl, H. Weber hrsg. von F. Klein, D. Hilbert u. a. Leipzig. gr. 8°. 1—58, 1869—1904, u. fig. Generalregister zu 1—50, von A. Sommerfeld, Leipzig, x u. 202 S. 1898.

American Journal of mathematics (pure and applied). Ed. J. J. Sylvester, S. Newcomb, Fr. Morley a. o. Published under the Auspices of the Johns Hopkins University. Baltimore. 4°. 1, 1878, reg. Jhrge.

Acta mathematica. Zeitschrift, hrsg. von G. Mittag-Leffler. Stockholm 4°. 1, 1882—27, 1903 u. fig.

Annales of Mathematics. Ed. Ormond Stone u. o. University of Virginia. New-York. 4°. 1—12, 1884—98; (2) 1, 1899 sq.

Monatshefte für Mathematik und Physik. Mit Unterstützung des hohen K. K. Ministeriums für Kultus und Unterricht hrsg. von G. v. Escherich, L. Gegenbauer, F. Mertens u. a. Wien. 8°. 1, 1890, u. fig.

- Mathesis. Recueil mathématique à l'usage des écoles spéciales et des établissements d'instruction moyenne. Publ. par P. Mansion et J. Neuberger. Gand. 8°. 1—10, 1882—1890; (2) 1—10, 1891—1900; (3) 1, 1901 u. flg.
- Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht. Begründet 1869 durch J. C. V. Hoffmann. Hrsg. von H. Schotten. Leipzig. gr. 8°. 1. Jahrgg. 1870, regelm. Jhrge. Generalregister 1—25 (1870—94) in Arbeit. Sammlung des Aufgaben-Repertoriums der ersten 25 Bände, von Hoffmann, Leipzig, XII u. 399 S. Leipzig 1898.
- Mathematical questions, with their solutions. From the „Educational Times“. With many papers and solutions not published in the „Educational Times“. Ed. by W. J. Miller a. o. London 8°. 1—75, 1864—1901; (2) 1, 2, 1902 u. flg.
- Periodico di matematica per l'insegnamento secondario, fondato da D. Besso, continuato da A. Lugli ed attualmente diretto dal Dott. G. Lazzeri. Organo dell'Associazione „Mathesis“. Livorno 8°. 1—15 (1886—1899), (2) 1, 1899, u. flg.
- Prace matematyczno-fizyczne. Hrsg. von S. Dickstein u. a. Warschau. Seit 1888.
- L'Enseignement mathématique. Revue internationale paraissant tous les deux mois. Directeurs: C. A. Laisant, H. Fehr. Paris et Genève. 8°. 1, 1899 u. flg.
- Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften. Begründet von B. Schwalbe und H. Pietzker. Berlin 4°. 1, 1897, u. flg.
- L'Intermédiaire des mathématiciens, dirigé par C. A. Laisant, Émile Lemoine et a. Paris 8°. 1, 1894, u. flg. (Ein internationales Organ, welches nur Fragen und Antworten enthält.)

Eine Reihe mathematischer Gesellschaften ist hier zu erwähnen, in deren Publikationen bemerkenswerte mathematische Aufsätze enthalten sind. Die älteste dieser Gesellschaften ist wohl die Mathematische Gesellschaft zu Hamburg, seit 1690. Die Geschichte der Gesellschaft von 1690—1890 erschien im 2. Bande der

Mitteilungen der Mathematischen Gesellschaft in Hamburg. Leipzig. I, 1899; II, Festschrift, 2 Teile, 1890; III (1891—1900), 1900; IV, 5 Hefte 1901—5, u. flg.

Im Jahre 1778 wurde die Wiskundig (d. i. mathematische) Genootschap zu Amsterdam gegründet. Sie gab heraus:

Kunst-Oeffeningen over verscheide nuttige onderweysen. Amsterdam. 1779, 1782—88.

Wiskundig Verlostiging, Amsterdam 1793—95.

Wiskundig Mengelwerk, Amsterdam 1798—1811, 1816, 1827.

Wiskundig Oeffeningen, Amsterdam 1806—1809.

Verzameling d. wiskundige voorstellen (Recueil de questions Mathématiques), Amsterdam 1811—15, 1820—36, 1841—46, 1850—54.

Tijdschrift der bevordering der mathematische Wetenschappen. Furerende 1823—28.

Tijdschrift voor Wiskunde. Deventer, 3 v., 1874—76.

Nieuw Archief voor Wiskunde, uitgegeven door het Wiskundig Genootschap te Amsterdam, onder Redactie van J. C. Kluyver, D. J. Korteweg en P. H. Schoute. Amsterdam 8°, 1—20, 1875—93; (2) 1, 1894, u. flg.

Die berühmte Società Italiana, detta dei XL, gab heraus:

Memorie di matematica e di fisica della Società Italiana delle Scienze, fondata da Antonio-Maria Lorgna. Firenze, Modena, Verona. 4°. 1—25, 1782—55; (2) 1—2, 1862—66; (3) 1, 1867 u. flg.

Außer Lorgna sind Boscovich, Fontana, Malfatti, Paoli, G. Riccati, Cagnoli, Delanges, Ferroni, Giordano, Cossali, Plana, Ruffini, Bellavitis, Saladini, Brioschi und viele andere Mathematiker als Mitarbeiter zu nennen.



Die Société Philomatique zu Paris veröffentlichte folgende Reihe von Schriften:

Rapports généraux de la Société Philomatique. Paris I, 1788—92, II, 1792—98, III, 1798—99, mit Arbeiten von Laplace, van Swinden u. a. (2) Bulletin des sciences, 1—3, 1792—1803. Nouveau Bulletin des sciences, 1—3, 1807—13. (3) Bulletin de la Société Philomatique, 1—11, 1814—24. (4) Nouveau Bulletin, 1—4, 1825—33. (5) Extrait des Procès verbaux des séances, ann. 1836—52. (6) Bulletin de la Société Philomatique (2) 1—8, 1864—71. (7) Bulletin (3) 1—10, 1877—88. (8) 1—10, 1889—98. (9) 1, 1899 u. flg.

Die mathematische Gesellschaft zu London wurde i. J. 1865 begründet.

Sie veröffentlicht

Proceeding of the London mathematical Society. London 8°. I (Jan. 1865 — Nov. 1866) 1866, II (Nov. 1866 — Nov. 1869) 1869, III (Nov. 1869 — Nov. 1871) 1871, IV (Nov. 1871 — Nov. 1873) 1873, dann reg. Jhrgg. bis XXXV, 1902; (2) 1, 1903 u. flg. Die bedeutendsten Mathematiker Englands haben Beiträge geliefert.

Der Verein böhmischer Mathematiker in Prag gab heraus:

Zpravy zednoty Českých Matematiků. Hrsg. von M. Naumann und A. Pánek. Prag 8°. (Böhmisch). Ann. I—III, 1870—72.

Časopis pro Pěstování Matematiky a Fysiky (Zeitschrift zur Pflege der Mathematik und Physik). Redig. mit Rücksicht auf Studierende der Mittel- und Hochschulen, von F. J. Studnička u. a. Prag 8° (Böhmisch). 1, 1872 u. flg., regelm. Jhrge.

Die mathematische Gesellschaft in Frankreich veröffentlicht ein

Bulletin de la Société Mathématique de France, publ. par les Secrétaires. Paris 8°. Seit 1, 1873, jhrl. 1 Band.

Sehr viel Mathematisches enthält auch eine französische Wanderversammlung für exakte Wissenschaften:

Association Française pour l'avancement des sciences. Compte rendu des sessions. Paris 8°. 1 (a. 1872) 1873, u. flg.

Die Mathematische Gesellschaft in Moskau, gegründet 1866, gibt heraus, in russischer Sprache, eine

Mathematischeskij Sbornik, Mathematische Sammlung, Moskau, 1—24, 1876—1903, u. flg.

Auch die Mathematische Gesellschaft in Charkow gibt seit 1879 eine Sammlung ihrer Mitteilungen heraus unter dem Titel

Soobščeniija Charkowskago matematičeskago obščestva. Charkow. 1—18, 1879—86; (2) 1, 1887 u. flg.

Ebenso die physiko-mathematische Gesellschaft an der Kaiserlichen

Universität zu Kazan, unter dem Titel

Izvestija fisiko-matematičeskago obščestva pri Imperatorskom Kazanskom Universitetu. Kazan. 1—8, 1883—90; (2) 1, 1891 u. flg.

Proceedings of the Edinburg Mathematical Society. Edinburg. 8°. 1, 1883; regelm. Jhrge.

Der am 2. März 1884 zu Palermo gegründete Circolo matematico bezweckt die Förderung und Verbreitung der mathematischen Wissenschaften in Italien. Diese wissenschaftliche Gesellschaft gibt heraus:

Rendiconti del Circolo matematico di Palermo. Direttore G. B. Guccia. Palermo 8°. 1—21, 1887—1906, u. flg. (Ein Band Indici dei Tomi I—XX ist in Vorbereitung.) Ferner ein Annuario.

Im Auftrage des Mathematisch-naturwissenschaftlichen Vereins in Württemberg werden herausgegeben:

Mathematisch-naturwissenschaftliche Mitteilungen. Hrsg. O. Böcklen, E. Wölffing u. a. Stuttgart. 8°. 1—10, 1884—93; (2) 1, 1899 u. flg.

Obwohl der Gedanke eines Zusammenschlusses der deutschen Mathematiker bereits 1867 von Clebsch angeregt und weiter verfolgt wurde, ist die Gründung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung erst auf das Jahr 1890 anzusetzen, und zwar besonders durch die Bemühungen von Georg Cantor. Sie gab die Anregung zu historisch-kritischen Berichten über größere mathematische Disziplinen, die wir weiter unten kennen lernen werden, und zur „Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften“ (s. S. 45). Sie veröffentlicht einen:

Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. Hrsg. von G. Cantor, Dyck, E. Lampe und seit 1897 A. Gutzmer. Berlin u. Leipzig. 1, 1892, u. flg.

Auch die Internationalen Mathematiker-Kongresse zu Zürich 1897, Paris 1900, Heidelberg 1904 sind von ihr ins Leben gerufen. Die Verhandlungen dieser Kongresse erschienen in Leipzig 1898, 1901 u. 1905.

Die im Jahre 1891 gegründete American Mathematical Society zu New-York gibt heraus:

Bulletin of the American Mathematical Society. A historical and critical review of mathematical science. Ed. by T. S. Fiske, A. Ziwet, F. Morley, F. N. Cole, E. A. Lovett, D. E. Smith, V. Snyder u. a. o. New-York. 8°. 1—3, 1891/2—1893/4; (2) 1, 1894/5, u. flg. General-Index (1891—1904) New-York 1905.

Transactions of the American Mathematical Society. Ed. by E. H. Moore, E. W. Brown, Th. F. Fiske. Lancaster, Pa. and New-York. gr. 8°. 1, 1900, u. flg.

Die Associazione „Mathesis“, eine Gesellschaft von Lehrern der Mathematik an italienischen Mittelschulen, die jährliche Versammlungen hält, gab zuerst heraus ein

Bollettino dell' Associazione „Mathesis“ fra gli insegnanti di matematica delle scuole medie. Roma e Torino. 8°. 1, 1896/7, 2, 1897/8, 3, 1898/9, das nun mit dem Periodico di matematica (s. oben S. 26) verschmolzen wurde.

Am 31. Oktober (dem Geburtstage C. Weierstraß') 1901 wurde die Berliner Mathematische Gesellschaft gegründet. Sie veröffentlicht: Sitzungsberichte der Berliner Mathematischen Gesellschaft. Leipzig 8°. 1, 1902, u. flg.

Die hauptsächlich der Geschichte und Bibliographie der Mathematik gewidmeten Zeitschriften von Férussac, Terquem, M. Cantor, Boncompagni, Eneström, Bobynin und Loria haben wir schon im ersten Abschnitt dieses Teiles angeführt. Es bleibt uns noch übrig von drei rein mathematischen Zeitschriften zu sprechen, welche vorwiegend referierende Inhalte sind, also Berichte über mathematische Schriften bringen. Sie bieten neben den großen Bibliographien, von denen wir im folgenden Kapitel reden werden, dem Studierenden ein ausgezeichnetes Hilfsmittel, sich in der neueren mathematischen Literatur zu orientieren. Es sind diese ein deutsches, ein französisches und ein holländisches Journal, nämlich: Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik. Begründet 1869 von Carl Ohrtmann und Felix Müller. Hrsg. von C. Ohrtmann, Felix Müller,

Albert Wangerin, Max Henoch, Emil Lampe. Berlin gr. 8°. I (Jhrg. 1868) 1871—XXXIV (J. 1903) 1906 u. fig. In Bd. II u. XXV sind 2 Jahrgänge vereinigt. Referate über die systematisch geordnete Literatur eines jeden Jahres.

Bulletin des sciences mathématiques et astronomiques. Réd. par M. G. Darboux, J. Houël, J. Tannery, É. Picard etc. Seit (2) IX, 1885 heißt der Titel: Bulletin des sciences mathématiques. Paris 8°. I—XI, 1870—76 Indices XI; (2) I, 1877 u. fig. Seit 1877 sind getrennt: I. 1°. Comptes rendus de livres et analyses de mémoires, 2°. Mélanges scientifiques, traductions de mémoires importants et peu répandus et réimpression d'ouvrages rares. II. Revue des publications académiques et périodiques.

Revue semestrielle des Publications mathématiques, rédigée sous les auspices de la Société mathématique d'Amsterdam par P. H. Schoute (Groningen), D. J. Kortweg (Amsterdam), J. C. Kluyver (Leyden), W. Kapteyn (Utrecht), P. Zeeman (Delft) u. a. Amsterdam u. Leipzig. 8°. I, 1893 u. fig. Tables des matières des v. I—V, VI—X. Bringt Titel nebst ganz kurzen Referaten von Zeitschriften-Artikeln, mit Angabe des Kapitels, in welches der Artikel nach der Klassifikation des Congrès international de bibliographie des sciences mathématiques gehört. Eine Tabelle der Bezeichnungen dieser Klassifikation ist am Schlusse jedes Heftes enthalten.

§ 4. **Astronomische Zeitschriften.** Von astronomischen Zeitschriften, in denen wichtige mathematische Abhandlungen enthalten sind, nennen wir die alten berühmten Ephemeriden:

Connaissance des temps, ou des mouvements célestes, à l'usage des astronomes et des navigateurs. Paris 8°. Seit 1679. Ihre ersten Mitarbeiter waren J. Picard, Lalande, Arago, Biot, Delambre, Lagrange, Laplace u. a. The Nautical Almanac and astronomical Ephemeris. Ed. by N. Maskelyne, J. Pond u. a. Seit 1766 (year 1767).

Astronomisches Jahrbuch, hrsg. von J. E. Bode, J. F. Encke, Wolfers, Förster u. a. Berlin. Seit 1828 Berliner astronomisches Jahrbuch. Seit 1773. Berlin. Registerband 1829.

Effemeridi astronomiche calcolate pel meridiano di Milano. Ed. Giov. Angelo Cesari u. a. Milano 1775—1875. Vorläufer von G. Schiaparelli's Pubblicazioni del R. Osservatorio di Brera in Milano.

Annuaire. Publ. par le Bureau des Longitudes. Avec des Notices scientifiques. Paris 16°. Seit 1799.

Die wichtigste deutsche astronomische Zeitschrift sind:

Astronomische Nachrichten, begründet von H. C. Schumacher, fortges. von P. A. Hansen, A. C. Petersen u. a. Altona und Kiel. 4°. I, 1821. Generalregister zu I—XL, von G. A. Jahn, 2 Bde., Hamburg 1851 u. 1856.

Die im Jahre 1821 zu London gegründete Royal Astronomical Society gab heraus:

Memoirs of the Royal Astronomical Society. London 4°. Seit 1822, und Monthly Notices. Seit 1831.

Die Astronomische Gesellschaft zu Leipzig gibt heraus:

Vierteljahrsschrift der Astronomischen Gesellschaft. Hrsg. von C. Ch. Bruhns, A. Auwers, A. Winnecke u. a. Leipzig 8°. Seit 1866.

Wer sich über die astronomischen Zeitschriften näher unterrichten will, den verweisen wir auf ein literarisches Unternehmen, das nach dem Vorbilde des Jahrbuches für die Fortschritte der Mathematik Berichte über die astronomische Literatur eines jeden Jahres in systematischer Anordnung bringt:

Astronomischer Jahresbericht. Mit Unterstützung der Astronomischen Gesellschaft hrsg. von W. F. Wislicenus. I (Jahrgang 1899) Berlin 1900. gr. 8°.

§ 5. **Physikalische Zeitschriften.** Der durchgebildete Mathematiker muß auch eine Reihe von physikalischen Zeitschriften kennen. Von denjenigen, welche mathematische Abhandlungen in größerer Zahl enthalten, seien hier folgende genannt:

Journal de Physique, de Chimie et de l'Histoire naturelle, par J. C. de Lamétherie et Ducrotay de Blainville. Paris 4°. 1—96, 1794—1823. Es enthält Arbeiten von Jac. II Bernoulli, Biot, Lalande, Laplace, Prévost u. a.

Philosophical Magazine and Journal, by A. Tilloch and R. Taylor. London 4°. 1—68, 1798—1826. The Philosophical Magazine or Annals of Chemistry, Mathematics, Astronomy, Natural History and General Science, by R. Taylor and R. Phillips. London. (2) 1—11, 1827—32. The London and Edinburgh Philosophical Magazine and Journal of Science, ed. by Brewster, Taylor, Phillips a. o. London. (3) 1—16, 1832—40. The London, Edinburgh and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science. Conducted by D. Brewster, R. Taylor, B. Kane, W. Francis a. o. (3) 17—37, 1840—50; (4) 1—50, 1851—75; (5) 1—50, 1876—1900; (6) 1, 2, 1901, u. flg.

Bibliotheca fisica d'Europa, da L. G. Brugnatelli. Pavia, 4°. 1—20, 1788—91. Vorläufer des Giornale fisico-medico, da L. G. Brugnatelli, Pavia, 1—20, 1792—96, und des Giornale di fisica, chimica e storia naturale, da L. G. Brugnatelli, Brunacci u. a. Pavia. 1—10, 1808—17; (2) 1—10, 1818—27. (Aufsätze von Biot, Fourier, Bordonio, Carlini u. a.)

Das bedeutendste französische Journal der Physik sind die

Annales de chimie et de physique, par A. F. de Fourcroy, Arago, Gay-Lussac, Chevreuil, Dumas, Boussignault, Regnault, Wurtz, Berthelot u. a. Paris 8°. 1—96, 1789—1815; (2) 1—75, 1816—40; (3) 1—69, 1841—63; (4) 1—30, 1864—73; (5) 1—30, 1874—83; (6) 1—30, 1884—93; (7) 1—30, 1894—1903; (8) 1, 1904 u. flg.

In Deutschland entsprechen ihm die Annalen der Physik, mit ihren Vorläufern:

Journal der Physik, hrsg. von F. A. C. Gren, Leipzig. 8°. 1—8, 1790—94. Neues Journal der Physik, von Gren, ib. 1—4, 1795—97. Annalen der Physik, hrsg. von L. W. Gilbert, Halle und (2) Leipzig. 1—30, 1799—1808; (2) 1—45, 1809—23. Annalen der Physik und Chemie, hrsg. von J. C. Poggendorff und (2) G. Wiedemann u. a. Leipzig. 8°. 1—60, 1824—77, mit Supplementbänden. (2) 1, 1877 u. flg. Dazu: Beiblätter zu den Annalen der Physik und Chemie. 1, 1877 u. flg.

The American Journal of science and arts, founded by W. Silliman. Ed. B. Silliman, B. Silliman jun., J. D. Dana, Edw. L. Dana a. o. New Haven, Conn. 8°. 1—49 (Gen. index 50), 1818—45; (2) 1—50, 1846—70; (3) 1—50, 1871—95; (4) 1, 1896 u. flg.

Bibliothèque universelle des sciences, belles lettres et arts. Partie des Sciences: Revue Suisse. Genève 8°. 1—60, 1816—35; (2) 1—60, 1836—45. Ein Vorläufer des Journals:

Archives des sciences physiques et naturelles. Supplément à la Bibliothèque universelle et Revue Suisse. Publ. p. De la Rive, Marignac, F. J. Pictet, A. de Candolle, etc. etc. Genève. 8°. 1—36, 1846—57; (2) 1—64, 1858—78; (3) 1—32, 1879—94; (4) 1, 1895 u. flg. Jährlich 2 Bände.

Magazin for Naturvidenskaberne. Udgivet af G. F. Lundt etc. (3) Udgivet af den physiographiske Forening i Christiania. 8°. 1—9, 1823—28; (2) 1—2, 1832—36. War ein Vorläufer des

Nyt Magazin for Naturvidenskaberne. Udgivet af den physiographiske Forening i Christiania ved C. Langberg, G. O. Sars og Th. Kjerulf. Christiania 8°. 1—21, 1838—75. Es enthält mathematische Aufsätze von Broch, A. S. Guldberg, Sexe, Hoppe u. a.

Ein Vorläufer der „Fortschritte der Physik“ (s. unten) war das Repertorium der Physik. Enthaltend eine vollständige Zusammenstellung der neueren Fortschritte dieser Wissenschaft. Unter Mitwirkung von Lejeune-Dirichlet, Jacobi, F. Neumann, Rieß, Strehlke hrsg. von H. W. Dove und L. Moser. Berlin 8°. 8 Hefte. 1837—49.

Journal de physique théorique et appliquée. Fondé par J. Ch. d'Almeida. Publ. par E. Bouty, A. Cornu, E. Mascart, A. Potier etc. Paris 8°. 1—10, 1872—81; (2) 1—10, 1882—91; (3) 1—10, 1892—1901; (4) 1, 1902 u. flg.

Il Cimento, rivista di scienze, lettere ed arti. Torino 8°. 1—4, 1844—46; (2) 1—6, 1852—55. Vorläufer von:

Il Nuovo Cimento. Giornale fondato per la fisica e la chimica da C. Matteucci e R. Piria, continuato per la fisica esperimentale e matematica da E. Betti e R. Felice. Pisa 8°. 1—28, 1855—69; (2) 1—15, 1869—76; (3) 1—32, 1877—92; (4) 1—12, 1895—1900; (5) 1, 2, 1901, u. flg.

Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht. Unter der besonderen Mitwirkung von E. Mach und B. Schwalbe hrsg. von F. Poske. Berlin 8°. 1, 1888, reg. Jhrge.

Die berühmte British Association in London hält jährlich seit 1831 ihre Wanderversammlungen ab und berichtet darüber im Report of the . . . meeting of the British Association for the advancement of science. London 8°. 1 (meeting held 1831) 1833, u. flg.

Die im Jahre 1845 zu Berlin gegründete Physikalische Gesellschaft gibt das für physikalische Quellenforschung unentbehrliche, über alle im Laufe eines Jahres erschienenen Arbeiten aus den Gebieten der physikalischen Wissenschaften referierende Journal heraus, nach dessen Muster unser Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik (s. S. 28) begründet wurde, nämlich

Die Fortschritte der Physik. Dargestellt von der Physikalischen Gesellschaft zu Berlin. Redig. von G. Karsten, W. Beetz, A. K. Krönig etc. etc. Berlin, später Braunschweig. 8°. 1 (Jhrge. 1845) 1847, u. flg.

Seit 1883 gibt sie heraus:

Verhandlungen der Physikalischen Gesellschaft zu Berlin. Red. von F. Neesen, König u. a. Berlin, 1—17, 1883—98; darauf: Verhandlungen der Deutschen Physikalischen Gesellschaft. Leipzig, 1899, u. flg.

Die Société des sciences physiques et naturelles zu Bordeaux gibt heraus:

Mémoires de la Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux. Bordeaux 8°. 1—1, 1855—75; (2) 1—5, 1875—84; (3) 1—5, 1885—89; (4) 1—5, 1890—94; (5) 1—5, 1895—99; (6) 1, 1900 u. flg. (Aufsätze von Darboux, Hoüel, Le Besque, Resal, Mansion, Em. Weyr u. a.) Ferner Procès verbaux des Séances de la Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux. Bordeaux, Paris. 8. 1, 1894/5, u. flg.

Die physikalisch-ökonomische Gesellschaft zu Königsberg gibt ihre Schriften seit dem Jahre 1861 heraus.

Die Naturforschende Gesellschaft in Zürich ließ auf ihre „Mitteilungen“, Heft 1—10, 1847—56, folgen die

Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich. Red. von Rud. Wolf, F. Rudio u. a. Zürich. 8°. 1, 1856, u. flg., jährlich 1 Bd. (Hier finden sich Arbeiten von F. E. Neumann, Raabe, H. A. Schwarz, R. Wolf, H. Weber, Fiedler u. a.)

Die Holländische Gesellschaft der Wissenschaften zu Haarlem gibt heraus:

Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles. Publ. par la Société Hollandaise des sciences à Haarlem. Haarlem, La Haye 8°. 1—30, 1865/6—1897; (2) 1, 1898 u. flg.,

und die Teylor's Genootschap in Haarlem veröffentlicht ein:

Archive du Musée Teylor. Haarlem. 4°. 1, 1866, u. flg. (2) 1, 1898/9, u. flg.

§ 6. **Technisch-militärische Zeitschriften.** Aus der vierten Gruppe der Zeitschriften, der technisch-militärischen, seien hier nur folgende Journale angeführt:

Journal des Mines, ou Recueil des Mémoires sur l'exploitation des Mines. Paris 8°. 1—38, 1794—1815, mit ihrer Fortsetzung: Annales des Mines, ou Recueil des Mémoires sur l'exploitation des Mines et sur les sciences et les arts, qui s'y rapportent. Paris 8°. 1—13, 1816—26; (2) 1—10, 1827—31; (3) 1—20, 1832—41; (4) 1—20, 1842—51, u. s. f. in je 10 Jahren eine neue Serie mit 20 Bänden. (Aufsätze von Borda, Prony, Biot, Laplace, Poncelet, Lamé, Combes, Bertrand, Phillips, Resal u. a.)

Mémorial de l'Officier du Génie, ou Recueil de Mémoires, Expériences, Observations et Procédés généraux, propres à perfectionner la fortification et les constructions militaires, rédig. par les soins du Comité des fortifications. Paris 8°. 1—15, 1803—48; (2) 1 (= 16), 1854 u. flg. (Dieses vom General Marescot gegründete Journal enthält bedeutende technische Abhandlungen.)

Polytechnisches Journal. Hrsg. von J. G. Dingler, E. M. Dingler, J. Zemann, F. Fischer u. a. Augsburg. 8°. 1, 1820, u. flg. Bis 1825 jährlich 3, von da an jährlich 4 Bände.

Annales des Ponts et Chaussées. Mémoires et documents relatifs à l'art de construction et au service de l'ingénieur. Paris 8°. 1—20, 1831—40; (2) 1—20, 1841—50, u. s. f. in je 10 Jahren eine Serie mit 20 Bänden. (Arbeiten von Coriolis, Moutier, Navier, Prony, Rankine u. a.)

Der Ingenieur. Zeitschrift für das gesamte Ingenieurwesen. Hrsg. von Bornemann. Freiberg 4°. 1—2, 1848—50. Mit seiner Fortsetzung: Der Civilingenieur. Zeitschrift für das Ingenieurwesen. Hrsg. von G. Zeuner u. a. Freiburg u. Leipzig. 4°. 1, 1854 u. flg., jährl. Bände. Generalregister 1—20, 1875.

Il Politecnico. Giornale dell' Ingegnere, Architetto civile ed industriale. Dir. da F. Brioschi, G. Colombo, A. Cottrau etc. Milano 8°. Anno 1, 1853 u. flg.

Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure. Red. von Grashof, Weber, Ziebarth u. a. Berlin 4°. 1, 1857, u. flg. reg. Jhrge.

Annales du Génie civil. Recueil de Mémoires sur les mathématiques pures et appliquées, l'astronomie, la chimie, la physique, etc. Paris 1—10, 1862—71; (2) 1, 1872 flg. mit der Fortsetzung: Le Génie civil. Revue générale des industries françaises et étrangères. Paris. 1, 1880 u. flg.

The Quarterly Journal of science. London. 8°. 1—7, 1864—70; mit den Fortsetzungen: The Quarterly Journal of science and Annals of Mining, Metallurgy, Engineering, Industrial Arts, Manufactures and Technology. Cond. by Sir W. Fairbairn, W. Crookes, Robert Hunt, H. Woodward a. o. London 8°. (2) 1—9 (= 8—16), 1871—78; und The Monthly Journal of science, and Annals of biology, astronomy, geology, industrial arts, manufactures and technology. London 8°. (3) 1, 1879 u. flg.

Cosmos. Les Mondes. Revue encyclopédique hebdomadaire des progrès des sciences et de leurs applications aux arts et à l'industrie. Fondé par B. R. de Monfort. Éd. par Moigno, Meunier etc. Paris 8°. 1—25, 1852—64; (2) 1, 1866 u. fg.;

Repertorium für Experimentalphysik, für physikalische Technik, mathematische und astronomische Instrumentenkunde. Hrsg. von P. Carl. München 8°. 1—18, 1865—82. Fortsetzung: Repertorium der Physik. Hrsg. von F. Exner. München. 19, 1883 u. fg.;

Zeitschrift für Vermessungswesen. Organ des Deutschen Geometervereins. Hrsg. von Spielberger, W. Jordan, F. R. Helmert, F. Lindemann, Reinhardt u. a. München u. Stuttgart. 8°. 1, 1872 u. fg., regelm. Jhrge.

Auf ein bibliographisches Journal weisen wir noch hier hin:

Polytechnische Bibliothek. Monatliches Verzeichnis der neu erschienenen Werke aus den Fächern der Mathematik, Physik und Chemie. Leipzig. Jhr. 1, 1866, ff.

§ 7. **Allgemein-wissenschaftliche Zeitschriften.** Aus der fünften Gruppe von Zeitschriften mathematischen Inhalts, den allgemein-wissenschaftlichen, haben wir das älteste Journal, das Journal des Sçavans schon oben (S. 22) erwähnt. Eine italienische Übersetzung der diesem Journal entnommenen Artikel, vermehrt durch Notizen über italienische, dort nicht erwähnte Schriften, ließ der Abbate Francesco Nazari in seinem Giornale de' Letterati, Roma 1668—81, erscheinen. Ihm folgten andere italienische Journale, unter denen das bedeutendste das

Giornale de' Letterati d'Italia, hrsg. von Apostolo Zeno, Venedig, 40 v., 1710—30, mit den Fortsetzungen:

Osservazioni letterarie des Scipione Maffei, 7 v., Venezia 1737—40, Minerva, ossia Nuovo Giornale de' Letterati d' Italia, Venezia 1762—66.

Hier finden sich Aufsätze von Conte Jacopo Riccati, Giulio Conte di Fagnano, Bernardino Baldi, Jakob Hermann, Gabriello Manfredi, Bernardino Zendrini, Nic. I. Bernoulli, u. a.

Diesen Journalen schließt sich an die Raccolta di Opuscoli scientifici e filologici von P. Angelo Calogerà, 51 v., Venezia 1728—87, in der Arbeiten der Gebrüder Fagnano und der Gebrüder Riccati zu finden sind.

Von großer Wichtigkeit für die Geschichte der Mathematik sind die Acta Eruditorum, nach dem Muster des Journal des Sçavans und der Philos. Transactions (S. 22) begründet von Otto Mencke, Leipzig 1682, fortgesetzt seit 1707 von seinem Sohne Joh. Burckhardt Mencke, 1—50, Lipsiae 1682—1731, Suppl. 1—10, 1692—1734. Seit 1732 fortgesetzt als Nova Acta Eruditorum, Lipsiae 1—43, 1732—76, Suppl. 1—8, 1735—57. Indices 1—6 (ab ann. 1682—1741). 1692—1745.

Diese 117 Bände umfassende Zeitschrift hat viele berühmte Mathematiker zu Mitarbeitern, wie Leibniz, Tschirnhausen, Jac. I. Bernoulli, Varignon, Joh. I. Bernoulli, Huygens, de l'Hôpital, Nic. I. Bernoulli, Chr. Wolff, Daniel I. Bernoulli, Jacopo Riccati, Lalande, Kästner, Lambert, Tetens.

Ein nach gleichem Muster von dem Philosophen Pierre Bayle gegründetes Journal sind die Nouvelles de la République des lettres, 1684—98, 1715—20, 56 Bde. Paris.

Ebenso die

Mémoires de Trévoux, pour servir à l'histoire des sciences et des beaux arts. Trévoux 12°. 1—265, 1701—67.

Im 19. Jahrhundert entstanden das

Giornale Arcadico di scienze, lettere ed arti. Roma 8°. 1—145, 1819—56; (2) 1—60, 1857—71. Es enthält Aufsätze von Jacobi, Steiner, Tortolini, Chelini, Secchi, B. Boncompagni u. a.;

L'Institut. Journal universel des sciences et des sociétés savantes en France et à l'étranger. 1<sup>re</sup> Série. Sciences mathématiques, physiques et naturelles. Paris 4°. 1, 1833 u. fg.;

Revue scientifique et industrielle. Réd. p. Quesneville. Paris 1—39, 1840—52;

Le Moniteur scientifique. Réd. p. Quesneville. Paris. 1—5, 1857—63; (2) 1—7, 1864—70; (3) (Comptes rendus des académies) 1, 1871 ff.;

The Scientific American. A weekly Journal of practical information, arts, science, mechanics, chemistry and manufactures. New-York. 1, 1846 ff., jährl. 2 Bde.;

L'Année scientifique et industrielle, ou Exposé mensuel des travaux scientifiques. Réd. p. Figuier. Paris. 1 (a. 1856) 1857 u. fg.;

La Revue des cours scientifiques de la France et de l'étranger. Réd. p. Young. Paris 1—7, 1863—71; (2) Revue scientifique de la France et de l'étranger.

(2) 1—19, 1871—80; (3) 1—20, 1881—91; (4) 1, 2, 1892 ff.;

Nature. A weekly illustrated journal of science. London 4°. 1, 1869, 2, 1870 ff., jetzt jährlich 2 Bde.;

Revue générale des sciences pures et appliquées. Dir. Louis Olivier. Paris. 1, 1890 u. fg.

§ 8. **Akademie-Schriften.** Wir kommen nun zu den Publikationen der Akademien und anderer gelehrten Gesellschaften. Jeder Studierende sollte die wichtigsten dieser Zeitschriften kennen. Die oft recht ähnlich klingenden Titel werden leider häufig bei Quellenangaben nicht sorgfältig unterschieden, was ärgerliche und zeitraubende Verwechslungen zur Folge hat. Die Zahl der Serien, welche einzelne Akademien veröffentlicht haben, ist, wie wir sehen werden, recht groß, so daß man genau auf die Titel achten muß. Bei den wichtigsten Serien der *Academica* wollen wir die Jahre beifügen, verweisen im übrigen auf das oben (S. 21) erwähnte Verzeichnis der abgekürzten Titel, das manchem beim Aufsuchen einer Quelle gute Dienste leisten wird.

Wir beginnen mit den großen Akademien. Aus einer i. J. 1645 zu Oxford gegründeten und 1658 nach London verlegten Privatgesellschaft entstand i. J. 1662 die berühmte Royal Society of London. Von ihren Publikationen wurden oben (S. 22) schon erwähnt die *Philosophical Transactions*, I (for the year 1665/6) London 1666 etc., bis jetzt über 200 Bände.

Einen Auszug enthalten:

The *Philosophical Transactions of the R. Soc. of London from 1665—1800*, abridged, with notes and biographic illustrations, by Ch. Hutton, G. Shaw and R. Pearson. I—XVIII, London 1809. 4°.

Eine zweite Serie sind die

*Proceedings of the R. Soc. of London*, zuerst  $\alpha$ ) *Abstracts of the Papers printed in the Phil. Trans., from 1800—1854*, I—VI, London 1832—54; dann  $\beta$ ) *Proceedings of the R. Soc. London, 1854 u. fg.*



Am 1. Januar 1652 fand die erste Sitzung der vom Stadtphysikus und Bürgermeister Johann Lorenz Bausch in der freien Stadt Schweinfurt gegründeten Academia Naturae Curiosorum statt, die später den Namen „Kaiserlich Deutsche Leopoldinisch-Carolinische Akademie“ erhielt. Sie veröffentlichte 1670 *Miscellanea Ac. Nat. Cur. medico-physicorum. Norimb.*; dann 1712—1722 *Ephemeridis med. phys. Germanicae*; hierauf *Acta physico-medica, Norimb. I—X, 1727—54*; *Nova Acta Ac. Caes. Leop. Carol.* seit 1756; seit 1818 *Verhandlungen, auch Abhandlungen der Leop.-Carol. Ak.*, und seit 1859 *Leopoldina, Halle, jährlich 1 Heft in 12 Nrn.*

Die Pariser Akademie, entstanden aus der von Richelieu 1635 gegründeten Académie des lettres, zu der 1648 von Mazarin die Académie des beaux arts hinzukam, die von Colbert 1663 gegründete Académie des inscriptions et belles-lettres und 1666 die Académie des sciences, eröffnet im 18. Jahrhundert die Reihe der für die Mathematik wichtigen Zeitschriften. Die Publikationen der Académie und des Institut sind folgende:

*Histoires de l'Académie des Sciences I (depuis 1666 jusqu'à 1686) Paris 1733, II (1686—1699) Paris 1733;*

*Mémoires de l'Académie des Sciences. III—XI, Paris 1729—33.*

*Histoires de l'Ac. d. Sc. avec les Mémoires de Mathématiques et de Physique, ann. 1699—1790, Paris 1702—1797;*

*Mémoires de Mathématiques et de Physique présentés par divers Savants étrangers à l'Ac. d. cc. Paris I—XI, 1750—1786;*

*Recueil des Pièces qui ont remporté le prix. I—XI (a. 1720—72) Paris 1752—77;*

*Mémoires de l'Institut. Sciences math. et phys. I—XIV (an IV—1815) Paris 1798—1818;*

*Mémoires de l'Ac. d. sc. de l'Institut de France. (2) I, (a. 1816) Paris 1818 etc.;*

*Mémoires présentés par divers savants à l'Ac. d. sc. de l'Inst. de France. I, 1806, II, 1811, (2) I, 1830 etc.;*

*Comptes Rendus hebdomadaires des Séances de l'Ac. d. sc. Seit 3. Aug. 1835 regelm. jährl. 2 Bände;*

*Histoires de l'Ac. R. d. inscriptions et belles lettres. Avec les Mémoires de littérature Paris. Seit 1717;*

*Machines approuvées par l'Académie des sciences I—VII. Paris 1735—1777.*

Alle diese 11 Publikationen der Pariser Akademie enthalten wichtige mathematische und mathematisch-historische Abhandlungen.

Im Jahre 1700 beschloß König Friedrich I. von Preußen nach Vorschlägen von Leibniz und der Königin Sophie Charlotte die Gründung der Akademie der Wissenschaften zu Berlin. 1711 wurde sie als „Sozietät der Wissenschaften“ eröffnet und 1744 von Friedrich d. Großen zur Königlichen Akademie der Wissenschaften erhoben. Ihre für die Mathematik wichtigsten Publikationen sind folgende:

*Miscellanea Berolinensia ad incrementum scientiarum ex scriptis Societatis Regiae scientiarum exhibitis edita. I—VII, Berol. 1710—44;*

*Histoire de l'Ac. R. d. sc. et belles-lettres de Berlin, avec les Mémoires. I—XXV, ann. 1745—69, Berl. 1746—71;*

*Nouveaux Mémoires de l'Ac. R. de Berlin. I—XXX, ann. 1770—1804, Berl. 1772—1807;*

*Sammlung der Deutschen Abhandlungen, welche in der Ak. d. Wiss. vorgelesen wurden in den Jahren 1788—1803. I—VI, Berl. 1793—1806;*

*Abhandlungen der K. Ak. d. Wiss. zu Berlin. I (f. 1804—11) Berlin 1815, II—VII (f. 1812—24), 1816—24; seit 1824 jhrl. 1 Bd.;*

Berichte d. K. Preuß. Ak. d. Wiss. zu Berlin 1836—55;  
 Monatsberichte d. K. Preuß. Ak. d. Wiss. zu Berlin 1856—81;  
 Sitzungsberichte d. K. Preuß. Ak. d. Wiss. zu Berlin I (= XXVII) 1882 u. flg.  
 Besonders erschienen daraus: Mathematisch-naturwissenschaftliche Mitteilungen,  
 Berlin 1883—95;  
 Sammlung astronomischer Abhandlungen, Beobachtungen und Nachrichten. Hrsrg.  
 von d. K. Ak. d. Wiss. zu Berlin. I—IV, 1793—1808.

Von der alten Akademie zu Bologna, gegründet 1690, wurden herausgegeben:

Commentarii de Bononiensi scientiarum et artium Instituto atque Academia,  
 11 Bde., a. I—VII, Bon. 1731—91.

Die durch Leo XII. erneuerte Akademie veröffentlichte:

Novi Commentarii Academiae Bononiensis I—X, 1834—49;  
 Memorie dell' Accademia delle scienze dell' Istituto di Bologna I—XII, 1850—  
 61; (2) I—X, 1862—70; (3) I, 1871 etc. (6) I, 1903/4 etc.;  
 Rendiconto delle sessioni, ab a. 1829, 1833 u. flg. reg. Jhrge.

Die i. J. 1710 zu Upsala gegründete Societät gab heraus:

Acta litteraria Sueciae, Upsaliae publicata, I—II, 1720—29;  
 Acta litterarum et scientiarum Sueciae, Upsaliae publicata, III—IV, 1730—39;  
 Acta Societatis Regiae scientiarum Upsaliensis. I—V (ab ac. 1740—50) 1744—51;  
 Nova Acta Regiae Societatis scientiarum Upsaliensis (2) I—XIV, 1773—1850, (3)  
 I—XVIII, 1854—1900; (4) I, 1905 etc.

Die i. J. 1724 nach Plänen Peters des Großen von der Kaiserin Katharina I. gegründete Kaiserliche Akademie zu Petersburg hat die meisten Serien unter verschiedenen Titeln aufzuweisen:

Commentarii Academiae Imperialis scientiarum Petropolitanae. I—XIV (ab ann.  
 1726—46) 1728—51;  
 Novi Commentarii I—XX (a. 1747—75) 1750—76;  
 Acta Academiae scientiarum Petropolitanae I—VI, je P. I, II (a. 1777—82) 1778—86;  
 Nova Acta Ac. Petrop. I—XV (a. 1783—1802) 1787—1806;  
 Mémoires de l'Académie Impériale des sciences de St. Pétersbourg. I—X (a. 1803  
 —22) 1809—1830, u. XI, 1830;  
 Mémoires des sciences mathématiques et physiques de l'Ac. de St. Pétersbourg,  
 I, 1859 u. flg.;  
 Mémoires des savans étrangers. Mémoires présentés à l'Ac. de St. Pétersbourg,  
 I—IX, 1831—59;  
 Recueil des actes des séances publiques. I—XXI (a. 1826—48) 1827—49;  
 Comptes rendus I—VIII (a. 1849—57) 1850—58; diese erscheinen seit 1859 in  
 russischer Sprache;  
 Bulletin scientifique I—X (a. 1836—42) 1837—42;  
 Bulletin de la Classe physico-mathématique I—XVII (a. 1842—59) 1843—59;  
 Bulletin de l'Ac. Imp. I (a. 1859) 1860 u. flg.;  
 Mélanges mathématiques et astronomiques, tirés du Bulletin de l'Ac. Imp. I,  
 1850 u. flg..

\* Ferner Abhandlungen d. Kais. Akademie der Wissenschaften zu Petersburg, in russischer Sprache.

Von der 1731 zu Edinburgh gegründeten Society haben wir:

Essays and Observations, physical and literary, read before a Society in Edinburgh. Edinburgh, I—III, 1754—71;  
 Transactions of the Royal Society of Edinburgh. I, 1788 etc.;  
 Proceedings of the R. Soc. of Edinburgh. I, 1845 etc.

Die Schwedische Akademie zu Stockholm gab heraus:

- Kongliga Svenska Vetenskaps-Akademiens Handlingar, I—XI (a. 1739—79) Stockholm 1743—79; Nya Handlingar I—XXXIII, 1780—1812; Handlingar 1813—56, (2) I, 1858 u. fig.;  
 Bihang till Kongliga Svenska Vetenskaps Akademiens Handlingar I—XXVII, 1872—1901/2; fortgesetzt durch das Archiv for mat., astr. och fysik I, 1903/4 u. fig.  
 Öfversigt af K. Sv. Vet.-Ak. Förhandlingar. Stockholm, I, 1844, regelm. Jhrge.

Die Gesellschaft der Wissenschaften zu Kopenhagen publizierte:

- Kjöbenhavnske Videnskabers Selskabs Skrifter, I—XII, 1745—79;  
 Nye Samling af det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs Skrifter (2) I—V, Kjöbenhavn 1781—99;  
 Det Kongelige Danske Videnskabernes Selskabs Skrifter, (3) I—VI, Kjöbenhavn 1801—18;  
 Afhandlinger. Naturvidenskabelig og matematisk Afdeling. (4) I—XII, 1824—46, (5) I, 1849 etc.;  
 Oversigt over det Kongelige Danske Vid.-Selsk. Forhandlingar. Kjöbenhavn 4<sup>o</sup>, 1806—43; 8<sup>o</sup>, 1844 u. fig.

In der zweiten Hälfte des 18. Jahrhunderts beginnen die Publikationen folgender Akademien. Von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen:

- Commentarii Societatis Regiae scientiarum Gottingensis, I—IV (ab a. 1751—54) 1752—55;  
 Novi Commentarii Soc. Gott. I—VIII (a. 1769—77) 1771—78;  
 Deutsche Schriften, von d. Königl. Societät d. Wiss. zu Göttingen herausgegeben. 1 Bd. 1771;  
 Commentationes Societatis Regiae scientiarum Gottingensis, I—XVII (ab a. 1778—1807), 1779—1810;  
 Commentationes recentiores Soc. R. sc. Gott. I—III (ab a. 1808—15), 1811—16, IV—VIII (ab a. 1816—37), 1818—41;  
 Abhandlungen der Königl. Ges. d. Wiss. zu Göttingen, I (f. d. J. 1838—41) 1843 u. fig.;  
 Göttingische Gelehrte Anzeigen. Seit 1739;  
 Nachrichten von der Königl. Ges. d. Wiss. u. d. Georg-August-Universität zu Göttingen. Seit 1845 regelm. Jhrge.

Von der Akademie nützlicher Wissenschaften zu Erfurt gibt es:

- Acta Academiae Electoralis Moguntiacae scientiarum utilium quae Erfordiae est, I—II, 1757—61; (2) (ad a. 1776—95), 1777—96;  
 Nova Acta Moguntiacae, oder Abhandlungen der Kurfürstlich Mainzer Akademie nützlicher Wissenschaften. I—V (ad a. 1796—1806) Erf. 1799—1817;  
 Abhandlungen der Akademie gemeinnütziger Wissenschaften zu Erfurt, I, 1828 u. fig.

Die Reale Accademia delle scienze zu Turin entstand aus einer Privatgesellschaft, welche herausgab die:

- Miscellanea philosophico-mathematica Societatis privatae Taurinensia I, 1759.  
 Vom 2. Bande ab heißen sie:  
 Mélanges de philosophie et de mathématique de la Société R. de Turin. II—V, 1760/1—1776. Es folgen:  
 Mémoires de l'Académie R. des sc. de Turin, I—XXI, 1784—1815;  
 Memorie della Reale Accademia delle scienze di Torino. Scienze fisiche e matematiche. XXII—XL, 1816—38, (2) I, 1839 u. fig.;  
 Atti della R. Acc. d. sc. di Torino, seit 1865.

Zu Siena besteht eine Akademie, welche herausgibt:

Atti della Reale Accademia delle scienze di Siena, detta de' Fisiocritici, I—X (ab a. 1760) 1761—1841, (2) I, 1867, (3) I, 1878, (4) I, 1880 etc., und Rivista scientifica I, 1869 etc.

Die im Jahre 1759 gegründete Akademie zu München veröffentlichte folgende Serien von Schriften:

Abhandlungen der Churfürstlich Baierischen Akademie der Wissenschaften. I—X, München 1763—76;

Neue philosophische Abhandlungen der Churfürstlich Baierischen Akademie der Wissenschaften. I—VII, 1778—97;

Physikalische Abhandlungen der Baierischen Akademie. I—II, 1803—1806;

Denkschriften der Königl. Baierischen Akademie d. Wiss. I—IX (f. d. J. 1808—24) 1809—25;

Abhandlungen der mathematisch-physikalischen Classe der K. Bayer. Ak. d. Wiss. I (= Denkschr. X) (f. d. J. 1829) 1832 u. flg.;

Berichte über die Arbeiten der math.-phys. Cl. d. K. Ak. d. Wiss. I—V, 1808—12;

Gelehrte Anzeigen d. K. Bayer. Ak. d. Wiss. I—L, 1835—60;

Sitzungsberichte d. K. Bayer. Ak. d. Wiss. f. 1860—1870;

Sitzungsberichte der math.-phys. Cl. d. K. Bayer. Ak. d. Wiss. Jhr. 1871 u. flg.

Aus einer seit 1754 bestehenden Privatgesellschaft in Böhmen, zur Aufnahme der Mathematik, der vaterländischen Geschichte und der Naturgeschichte ward 1769 die Königlich Böhmisches Gesellschaft der Wissenschaften zu Prag. Es erschienen:

Abhandlungen einer Privatgesellschaft in Böhmen. I—VI, Prag 1775—84;

Abhandlungen der (Königl.) Böhmisches Ges. d. Wiss. Math.-naturwiss. Klasse.

I—IV, 1785—89; Neuere Abhandlungen (2) I—III (V—VII) 1791—98; Abhandlungen der K. Böhms. Ges. (3) I—VIII (1802—24) 1804—24, (4) I—V, 1827—37,

(5) I—XIV (1837—66) 1841—67, (6) I (1867) 1868 u. flg.;

Sitzungsberichte der K. Böhms. Ges. d. Wiss. Prag. Seit 1859 regelm. Jhrge.

Die American Philosophical Society zu Philadelphia hat:

Transactions of the American Philos. Soc. I—V, 1771—1809; (2) I, 1818 u. flg.;

Proceedings of the Amer. Philos. Soc. Seit 1840.

Von Bedeutung für die mathematische Literatur sind auch folgende im 18. Jahrhundert entstandene Akademieschriften:

Verhandlingen uitgegeven door de Hollandische Maatschappij der Wetenschappen te Haarlem. I—XXX, 1754—93; und Natuurkundige Verhandelingen van de (Bataafsche) Hollandsche Maatschappij. 4<sup>o</sup> Haarlem I, 1799 u. flg.

Die Zeitschrift Archives Néerlandaises derselben Gesellschaft ist schon oben (S. 32) genannt.

Die Académie R. des sciences, des lettres et des beaux arts de Belgique veröffentlichte folgende wohl zu unterscheidende Serien:

a) Mémoires couronnés, Bruxelles, p. les ann. 1773—82, 7 v. 4<sup>o</sup>;

b) Mémoires I—IV, 1777—88; Nouv. Mém. I—XIX, 1820—45; Mémoires XX etc., 1847 u. flg.;

c) Mémoires couronnés et Mémoires des savans étrangers. 4<sup>o</sup>. I—V (Mém. sur les questions prop.) 1818—25, VI—XV (Mém. cour.) 1827—43, XVI etc. (Mém. cour. et Mém. d. sav. étr.) 1844 u. flg.;

d) Mémoires couronnés et autres Mémoires. 8<sup>o</sup>. I, 1840 u. flg.;

e) Bulletin de l'Académie etc. 8<sup>o</sup>. I—XXIII (a. 1832 etc.) 1835—56, (2) I, 1857 u. flg. (3) I, 1881 u. flg.;

f) Annuaire de l'Académie etc. 12<sup>o</sup>. Seit 1835.

Zahlreiche Serien, zuletzt von 10 zu 10 Jahren, haben die *Mémoires de l'Académie des Sciences, Inscriptions et Belles-Lettres de Toulouse*. 8<sup>o</sup>. I (a. 1781) 1782, . . . (10) I, 1899 u. flg.

Die American Academy of Arts and Sciences zu Boston hat ihre *Memoirs* I—IV, 1783—1821; (2) I, 1833 u. flg. unregelmäßig; *Proceedings* I, 1848 u. flg. Seit IX = (2) I, 1874 jährlich.

Die Literary and Philosophical Society of Manchester: *Memoirs* seit 1875, mehrere Serien, unregelmäßig, und *Proceedings* I, 1857 u. flg.

Von der Royal Irish Academy zu Dublin gibt es: *Transactions* I (year 1786) 1787 u. flg., unregelmäßig; *Proceedings* I, 1841 etc., mehrere Serien; *Journal*, seit 1856.

Die Academia Real das Sciencias de Lisboa veröffentlicht: *Memorias*. Classe de sc. math., phvs. e naturaes, seit 1797; *Jornal de sc. math., phys. e nat.* Seit 1868.

Die Accademia di scienze, lettere ed arti in Padova hat:

- a) *Saggi scientifici e letterarie*, 4<sup>o</sup>, I—IV, 1786—94;
- b) *Nuovi Saggi* 4<sup>o</sup>, I—VII, 1817—63;
- c) *Rivista periodica dei lavori*, I, 1851 u. flg.;
- d) *Atti e Memorie*, seit 1883.

In Neapel gab es schon 1698 eine Accademia Palatina, welche 1732 Reale Accademia delle scienze, 1778 R. Acc. delle scienze e belle lettere wurde. Sie gab heraus:

- Atti dell' Accademia Borbonica* I—VI, Napoli 1819—51;
- Memorie della Reale Accademia*. I (1852/4) Napoli 1856, II (1855/7) 1857;
- Rendiconto delle adunanzi e de' lavori*, (1842—61) 1850—61;
- Atti della R. Acc. delle scienze fisiche e matematiche* (Classe d. Soc. R. di Napoli) I—IX, 1863—82, (2) I—XI, 1888—1902, etc. *Rendiconto* 4<sup>o</sup> I—XXV, 1862—86, (2) 4<sup>o</sup> I—VIII, 1887—94, (3) 8<sup>o</sup> I—IX, 1895—1903, etc.

Im 19. Jahrhundert ist zuerst zu nennen das Istituto Lombardo zu Milano. Von ihm gibt es folgende Serien:

- a) *Memorie dell' Istituto Nazionale Italiano-Bologna*. 4<sup>o</sup>. I—VI, 1806—13;
- b) *Memorie dell' (J. R.) Istituto del Regno Lombardo-Veneto*. Milano 4<sup>o</sup>. I (ab a. 1812)—V, 1819—38;
- c) *Annali delle scienze*. Milano I—IX, 1831—39;
- d) *Memorie*. Cl. di sc. mat. e nat. Seit 1843;
- e) *Atti*. I—III, 1857—63;
- f) *Rendiconti*. I—IV, 1864—67, (2) I, 1868 u. flg.

Die Société Impériale des Naturalistes de Moscou hat:

- a) *Mémoires* I—VI, 1811—23; b) *Nouveaux Mémoires*, seit 1829; c) *Bulletin* I—IX, 1829—37; (2) I, 1837 u. flg.

Die Koninglijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam veröffentlichte:

- a) *Verhandelingen* I—VII, 1812—25; (2) (*Nieuwe Verh.*) I—XIII, 1827—48; (3) (*Verh.*) I—V, 1849—52; (4) I, 1854 etc. Seit 1893 Erste Sectie I, u. flg.;
- b) *Verslagen en Mededeelingen*. Seit 1853;
- c) *Verslag van de gewone Vergaderingen der Wis- en Natuurkundige Afdceeling d. K. Ak.* I, 1892/3, etc.;
- d) *Jaarboek*, seit 1847.

In polnischer Sprache sind die Veröffentlichungen der Akademie der Wissenschaften zu Krakau:

- a) Roczniki (Jahrbücher) seit 1817;
- b) Pamiętnik (Bulletin) seit 1874; Rozprawy (Sitzungsberichte d. math.-naturw. Sektion) seit 1874; Denkschriften, seit 1874.

Wichtiger sind die Publikationen der Société des sciences physiques et naturelles de Bordeaux:

- a) Sciences publiques, 1819—37;
- b) Recueil des Actes, I—XIX, 1839—51, (2) I—III (XXI—XXIII). 1856—60;
- c) Mémoires I—X, 1864—75, (2) I—V, 1876—83, etc. Serien zu je 5 Bänden.

Von der Cambridge Philosophical Society haben wir

- a) Transactions, seit 1821; b) Proceedings, seit 1865.

Die Reale Accademia di scienze, lettere ed arti di Modena hat: Memorie I—XX, 1833—82, (2) I, 1883 u. flg.

Das Ateneo di Venezia gab heraus:

- a) Sessioni (a. 1812—16), 1814—17;
- b) Exercitazioni scientifiche e letterarie, I—V, 1827—46;
- c) Atti (2) I—XIV, 1864—77, (3) I, 1878 etc.

Die Accademia Gioenia de Scienze Naturali in Catania seit 1824. Atti. (4) 18, anno LXXXII, 1905.

Die Gesellschaft der Wissenschaften zu Helsingfors:

- a) Acta Societatis Scientiarum Fennicae, seit 1842, und
- b) Öfversigt af Finska Vetenskaps Societetens Förhandlingar. Seit 1858 jährlich ein Band.

Von der Société des Sciences de Liège (Lüttich) erscheinen:

Mémoires I (a. 1842) — XX, 1843—66; (2) I, 1866 u. flg.

Als Vorläufer der Publikationen der K. Ges. d. Wiss. zu Leipzig könnten angeführt werden:

- a) Miscellanea Lipsiensia, I—XII, 1703—23;
- b) Miscellanea Lipsiensia nova, I—X, 1742—58.

Fast 1 Jahrhundert später beginnen die

Abhandlungen der Math.-phys. Classe der K. Sächs. Ges. d. Wiss. Leipzig 4<sup>o</sup>. I, 1852 u. flg. und

Berichte Math.-phys. Cl. I (1846/7) 1848 und regelmäßige Jahrgänge.

In Rom gründete unter Paul V. (1605—21) der 18jährige Fürst Federigo Cesi am 18. August 1603 die Accademia dei Lincei, nach dem Luchs, dem durch Scharfblick bekannten Tiere, benannt. Die als Accademia Pontificia de' Nuovi Lincei erneuerte Akademie gibt seit 1847 Atti heraus. Im Jahre 1870 wurde von der Päpstlichen Akademie die Reale Accademia dei Lincei zu Rom getrennt. Ihre Atti (XXIV—XXVI), 1871—73, (2) I—III, 1873—76 teilten sich in Transunti, I—VIII, 1877—84, seitdem die Rendiconti und Memorie delle Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali I, 1877 etc.

Die i. J. 1846 zu Wien gegründete Kaiserl. Akademie der Wissenschaften gibt für ihre II. (math.-naturw.) Classe seit 1848 Sitzungsberichte, seit 1850 Denkschriften und seit 1864 Anzeigen heraus.

Die Gesellschaft der Wissenschaften in Christiania veröffentlicht außer den Forhandlingar i Videnskabs-Selskabet i Christiania, 1858 u. flg. regelm. Jhrge, seit 1889 Skrifter.

## Abschnitt V. Mathematische Bibliographien.

Eine vollständige mathematische Bibliographie, welche alle mathematischen Schriften seit Erfindung der Buchdruckerkunst bis in die neueste Zeit enthält, gibt es bis jetzt noch nicht; doch hat Herr G. Valentin eine solche allgemeine mathematische Bibliographie, alphabetisch nach den Namen der Verfasser geordnet, seit mehreren Jahren in Arbeit. Die neuere mathematische Literatur findet man in den oben genannten Zeitschriften mathematischen Inhalts, besonders in denen, die der Geschichte und Bibliographie der Mathematik gewidmet sind. Die wichtigere ältere mathematische Literatur suche man in den oben angeführten Werken über Geschichte der Mathematik. Auch enthalten die in dem folgenden Abschnitt zu nennenden Enzyklopädien, Wörterbücher und Gesamtraktate viele literarische Notizen.

Von älteren Versuchen mathematischer Bibliographien müssen wir einige nennen, die häufig beim Aufsuchen älterer Werke gute Dienste leisten, obwohl es ihnen meist an einer geschickten systematischen Anordnung fehlt und es schwer ist, die Spreu vom Weizen zu unterscheiden.

**Cornel. a Beughem**, *Bibliographia mathematica*. Amstel. 1688. 526 S. Enthält viele seltene Schriften.

**Fr. W. A. Murhard**, *Literatur der mathematischen Wissenschaften. Bibliotheca mathematica*. 5 Bde. Leipzig 1797—1805. Bei vielen Werken werden die Journalbände angeführt, in denen Besprechungen und Rezensionen enthalten sind. *Reine Mathematik I u. II*. 256 u. 436 S. 8°.

**Joh. Ephr. Scheibel**, *Einleitung zur mathematischen Bücherkenntnis*. 3 Bde. Breslau 1769—89. Erster Band (Stück 1—6) in neuer Auflage 1781, II (St. 7—12) 1775—1781. Der 3. Band (Stück 13—20) 1785—1798, enthält die *Astronomie*.

Während hier nur Einzelwerke aufgezählt werden, bringt

**J. D. Reuß**, *Repertorium Commentationum a Societatibus litterariis editarum*, 7 Bde. Göttingen 1802—08

ein systematisch geordnetes Verzeichnis der in Akademieberichten bis 1800 veröffentlichten Abhandlungen. Band VII enthält die *Mathematik*.

**J. W. Müller**, *Auserlesene mathematische Bibliothek*. Nürnberg 1820. XXII u. 266 S. 8°.

**J. S. Ersch**, *Literatur der Mathematik, Natur- und Gewerbskunde, seit der Mitte des 18. Jahrhunderts bis auf die neueste Zeit*. Amsterdam u. Leipzig 1803. I. Abschn. *Mathematik*, 1—58.

**J. Rogg**, *Handbuch der mathematischen Literatur vom Anfange der Buchdruckerkunst bis zum Schluß des Jahres 1830*. I. Abteilung, welche die arithmetischen und geometrischen Wissenschaften enthält. Tübingen 1830. 578 S. 8°.

**L. A. Sohncke**, *Bibliotheca mathematica*. Leipzig 1854. 388 S. 8°. Fortsetzung des Rogg, vom Jahre 1830 bis Mitte des Jahres 1854.

**A. Erlecke**, *Bibliotheca mathematica*. I (einz.) die enzyklopädisch-mathematische Literatur umfassend. Halle a. S. 1873. 307 S. (Generalregister deutscher Zeitschriften.)

Eine alle exakten Wissenschaften umfassende Bibliographie seit dem Jahre 1800 bis 1883 enthält der

Catalogue of scientific papers. Edited by the Royal Society of London. 12 Bde. London 1867—1902. Fortsetzung bis 1900 in Arbeit.

Gleichsam eine Fortsetzung dieses Katalogs für die Literatur der exakten Wissenschaften seit 1900 soll sein der:

International Catalogue of scientific literature. Published by the R. Society of London. Seit 1902. A. Mathematics, B. Mechanics etc. Anfänglich sehr unvollständig.

Ein systematisches Verzeichnis von Einzelwerken mathematischen Inhalts, die im 19. Jahrhundert erschienen sind, gibt:

**E. Wölffing**, Mathematischer Bücherschatz. I. T. Reine Mathematik. Abh. z. Gsch. d. Math. 16, 1. Leipzig 1903. xxxvi u. 416 S. Die Einleitung bringt eine kritische Übersicht über die bibliographischen Hilfsmittel der Mathematik. S. I—xxxii.

Für die Astronomie ist unentbehrlich das Werk von:

**J. C. Houzeau et A. Lancaster**, Bibliographie générale de l'astronomie. I. P. cxx u. vii u. 1623 p. 1887—89. II. P. lxxxix p. u. 2218 Spalten. 1623. 1882 Bruxelles.

Für die in Italien erschienenen Werke ist zu nennen:

**P. Riccardi**, Biblioteca matematica italiana dalla origine della stampa ai primi anni del secolo XIX. Ripubblicata a cura della Società tipografica modenese, con due nuove serie di aggiunte. 2 v. Torino 1894. 4<sup>o</sup>.

Auf die Bibliographien einzelner mathematischer Disziplinen oder Probleme werden wir bei der Literatur der betreffenden Disziplinen hinweisen.

## Abschnitt VI. Enzyklopädien und Gesamtkompendien.

§ 1. **Enzyklopädien.** Über die Enzyklopädien des Altertums und Mittelalters, die nur noch historisches Interesse haben, unterrichtet uns M. Cantor in seinen Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Wir verweisen deshalb auf dieses Werk und beginnen mit dem 16. Jahrhundert.

Ein sehr beliebter Lehrbegriff des Quadriviums war:

**Mich. Psellus**, Liber de quatuor mathematicis scientiis: arithmetica, musica, geometria et astronomia. Gr. et lat. Guil. Xylandro interprete. Basil. et Witteb. 1556 und spätere Auflagen.

Ihm folgte der Gesamttraktat des

**Petrus Ramus**, Scholarum mathematicarum libri XXXI. Frankf. a. M. 1569 (320 S.) und 1599 (444 S.).

In seine berühmte Enzyklopädie aller Wissenschaften vom Jahre 1611 und später nahm Joh. Heinr. Alsted sein Elementale mathematicum, in quo continentur arithmetica, geometrica, geodaesia, astronomia, geographia, musica, optica, Frankf. 4<sup>o</sup> 1588, in neuer Bearbeitung auf.

Weit umfangreicher war der Gesamttraktat des

**Pierre Hérigone** (Petrus Herigonius), Cursus mathematicus, nova, brevi et clara methodo demonstratus. 6 vol. Paris 1634—1642.

Außer dem Inhalt der 13 Bücher Euklids und einiger Schriften des Apollonius enthält er eine Arithmetik, Algebra, Trigonometrie, praktische



Geometrie, Fortifikation, Astronomie, Geographie, Nautik, Optik, Katoptrik, Dioptrik, Perspektive, Gnomonik und Akustik. Neben ihm nennen wir noch:

**Claude Franç. Milliet Dechaes**, *Cursus seu mundus mathematicus*. 3 v. fol. Lugd. 1674; 4 v. ib. 1690, und

**Kaspar Schott**, *Cursus mathematicus seu absoluta omnium mathematicarum disciplinarum encyclopaedia in libros XXVIII digesta*. fol. Herbipoli 1661, Frankf. 1674 (660 S.), Bamberg 1677.

Nach der Ordnung der Disziplinen gesammelte und erklärte mathematische Kunstausdrücke enthält:

**Jacques Ozanam**, *Dictionnaire mathématique ou Idée générale des mathématiques*. 4°. Paris 1690. Brauchbarer ist mit alphabetischer Anordnung der Terme

**Christian v. Wolff**, *Mathematisches Lexikon*. 8°. Leipzig 1716; 2. Aufl. 1732; auch

**A. Savérien**, *Dictionnaire universel de mathématiques et de physique*. 2 v. 4°. Paris 1752.

Die wichtigsten mathematischen Beiträge von d'Alembert, Bossut, Condorcet und Lalande zu d'Alemberts und Diderots berühmter *Encyclopédie ou Dictionnaire raisonnée des sciences, des arts et des métiers*, 33 v. fol. Paris 1751—81, erschienen als *Encyclopédie méthodique. Mathématiques*. I—III. Paris 1784—89. ca. 3500 S.

Einzelne recht gute Artikel und viele historische Daten enthält:

**Ch. Hutton**, *A mathematical and philosophical dictionary*. 2 v. 4°. London 1795—96; new ed. 1815.

**A. S. de Montferrier**, *Dictionnaire des sciences pures et appliquées*. 2 vol. 4°. Bruxelles 1838.

Wenig benutzt, obwohl eine Fundgrube hübscher Sätze, wird heute **Georg Simon Klügel**, *Mathematisches Wörterbuch*. Fortgesetzt von Mollweide und Grunert. 5 Bde. u. 4 Supplementbände. Leipzig 1803—47. Für angewandte Mathematik fortges. von Jahn, 2 Bde. 1855.

Wichtiger für die angewandte Mathematik als für die reine ist:

**L. Hoffmann** u. **L. Natani**, *Mathematisches Wörterbuch*. 7 Bde. Leipzig. 1857—1867.

Die ausgezeichneten Artikel von L. Natani sind unter dem Titel: „Die höhere Analysis mit Berücksichtigung der Theorie der complexen Größen“, Berlin 1866, besonders erschienen.

Für die angewandte Mathematik ist zu nennen:

**H. Sonnet**, *Dictionnaire des mathématiques appliquées*. Paris 1868; 2<sup>d</sup> éd. 1895. IV u. 1478 S. 8°.

§ 2. **Gesamtkompendien**. Das älteste Compendium für Studierende in deutscher Sprache ist:

**Leonh. Chr. Sturm**, *Kurtzer Begriff der gesamten Mathesis*. Nürnberg 1707; 2. Aufl. 1710. Inhalt: Universal-Mathesis; Wissenschaft der Zahlen, der Größe, des Maßes, der Schwere, der Bewegung; Algebra; Rechenkunst; Meßkunst, Militairbaukunst, Civilbaukunst, Artillerie, Mechanica, Astronomie, Geographie, Chronologie, Sonnenuhren, Optik, Perspective, Akustik, Tabellen.]

Ein für seine Zeit sehr bedeutendes Lehrbuch der gesamten Mathematik war das von

**Christian von Wolf**, Anfangsgründe aller mathematischen Wissenschaften. 4 Bde. 8°, Halle 1710, und später wiederholt aufgelegt; 10. Aufl. 1775; 11. Aufl. 1800. Ebenso seine *Elementa matheseos universae*. Halae. 2 v. 4°. 1713; 5 vol. Verona 1713—41, 1730—52, 1743—69, mit wiederholten Auflagen und Auszügen. Der IV. Band der deutschen Ausgabe, ebenso wie der V. der *Elementa*, enthält einen bibliographischen Anhang: Kurzer Unterricht von den vornehmsten mathematischen Schriften. Neue Aufl. Wien 1763.

Ein viel benutztes Kompendium der gesamten Mathematik für Studierende war:

**A. G. Kästner**, Anfangsgründe der Mathematik. 4 Teile, Göttingen 1758—66.

Wir führen den Inhalt der einzelnen Teile an, da er charakteristisch für die damaligen und folgenden mathematischen Gesamtraktate. I, 1. Anfangsgründe der Arithmetik, Geometrie, ebenen und sphärischen Trigonometrie und Perspektive. 1758; 6. Aufl. 1800 (512 S.) I, 2. Weitere Ausführung der Rechenkunst in Anwendung auf mancherlei Geschäfte. 1781; 3. Aufl. 1801. I, 3 u. 4. Sammlung geometrischer Abhandlungen und Anwendungen der ebenen Geometrie und Trigonometrie. 1790—91. II, 1 u. 2. Anfangsgründe der angewandten Mathematik. Mechanik und optische Wissenschaften, Astronomie, Geographie, Chronologie und Gnomonik, Artillerie, Fortifikation und bürgerliche Baukunst. 1759; 4. Aufl. 1792. III, 1. Anfangsgründe der Analysis endlicher Größen. 1760; 3. Aufl. 1794 (579 S.). III, 2. Anfangsgründe des Unendlichen. 1760; 3. Aufl. 1799. IV, 1. Höhere Mechanik. 1765; 2. Aufl. 1793. IV, 2. Hydrodynamik. 1766; 2. Aufl. 1797.

**W. J. G. Karsten**, Lehrbegriff der gesamten Mathematik. 8 Teile. Rostock und Greifswald 1767—77; neue Aufl. 1786—95.

**J. A. v. Segner**, *Cursus mathematici, seu elementa arithmeticae, geometriae et calculi geometrici, analyseos finitorum etc.* 5 v. Halle 1757—68. Viele Auflagen und Übersetzungen.

Aus der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts sei angeführt:

**M. Ohm**, Versuch eines vollkommen konsequenten Systems der Mathematik. 3 Bde., 8 Teile. Berlin 1822; 2. Aufl. 1828—51. I. Niedere Analysis: Arithmetik und Algebra. 1828. II. Algebra und Analysis des Endlichen. 1829. III. Lehrbuch der höheren Analysis: Differential- und Integralrechnung (4 Teile) 1829—32; die Lehre von den endlichen Differenzen und Summen und der reellen Faktoriellen und Fakultäten, sowie die Theorie der bestimmten Integrale. 1851.

In Frankreich waren sehr beliebt 2 Kompendien der reinen Mathematik:

**N. L. de la Caille**, *Leçons élémentaires de mathématiques*. Seit 1741 bis 1811 in zahlreichen Auflagen; und

**M. J. Lemoine**, *Traité élémentaire des mathématiques, ou principes d'arithmétique, de géométrie et d'algèbre, avec les sections coniques, plusieurs autres courbes anciennes et modernes, le calcul différentiel et le calcul intégral, l'histoire des mathématiques pures et des géomètres les plus célèbres*. Paris 1789; 3. éd. 1793.

**Ét. Bezout**, *Cours complet de mathématiques*. 4 v. Paris 1770—72; 2. éd. 1795—99; augm. par Garnier. 6 v. 1806; nouv. ed. par Reynaud et de Rossel. 6 v. 1814 u. 1825.

Ein älteres Kompendium der Mathematik in italienischer Sprache sei noch erwähnt, weil es nach Lagrange's Urteil damals das vollständigste Werk über Mathematik war:

**Od. Gherli**, Gli elementi teorico-pratici delle matematiche pure. Publ. da D. Pollera. 7 vol. fol. Modena 1770—1777.

Im 19. Jahrhundert wird die Zahl der brauchbaren Lehrbücher, welche alle Gebiete der Mathematik darstellen, immer geringer; desto größer die Zahl der Lehrbücher für einzelne Disziplinen. Zu erwähnen ist:

**O. Schlömilch**, Handbuch der Mathematik. Encyklopädie der Naturwissenschaften I. Abteilung. 2 Bde. Breslau 1879—81. 2. Aufl. Hrsg. von R. Henke und R. Heger. Leipzig 1904. I. Band. Elementarmathematik (Arithmetik und Algebra, Planimetrie, Trigonometrie, Stereometrie). xii u. 611 S. II. Band. Höhere Mathematik. I. Teil (1. Buch: Darstellende Geometrie. 2. Buch: Analytische Geometrie der Ebene. 3. Buch: Analytische Geometrie des Raumes). 4. Buch: Differentialrechnung. viii u. 765 S. III. Band. Höhere Mathematik. II. Teil (Integralrechnung, Abriß der Ausgleichsrechnung, mathematische Grundlage der Lebens- und Invalidenversicherung, mathematische Kartentwurfslehre). viii u. 622 S.

Auf diese werden wir in den folgenden Büchern zu sprechen kommen.

In Frankreich erschien ein ausgezeichnetes Werk für die Kandidaten der École polytechnique, der École normal und der École centrale des arts et manufacture, von

**Ch. de Comberousse**, Cours de mathématiques. 4 vol. Paris. I. Arithmétique et algèbre élémentaire. 3. éd. 1884. II. Géométrie élémentaire, plane et dans l'espace; Trigonométrie rectiligne et sphérique. 3. éd. 1893. III. Algèbre supérieure. 1. Partie. Compléments d'algèbre élémentaire; Combinaisons; Séries; Études des fonctions; Dérivées et différentielles. Premiers principes du calcul intégral. 2. éd. xxi u. 767. 1887. IV. Algèbre supérieure. 2. Partie. Étude des imaginaires. Théorie générale des équations. 2. éd. xxxiv u. 831. 1890.

Zur vorläufigen Orientierung in den Resultaten der höheren Mathematik und in der betreffenden Literatur ist recht geeignet:

**E. Pascal**, Repertorio di matematiche superiori (Definizioni, formole, teoremi, cenni bibliografici). Milano. I. Analisi 1898. xv u. 642. II. Geometria 1900. xxviii u. 928. Deutsch von A. Schepp: Repertorium der höheren Mathematik. Leipzig. I. Analysis 1900. 638 S. 8°. II. Die Geometrie. 1902. 712 S.

Schließlich haben wir einiger Enzyklopädien zu gedenken, die im Entstehen begriffen sind.

Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften, mit Einschluß ihrer Anwendungen. Hrsg. im Auftrage der Akademien der Wissenschaften zu Göttingen, Leipzig, München und Wien. 7 Bde. Leipzig. I. Arithmetik und Algebra, red. von W. Fr. Meyer. II. Analysis, red. von H. Burkhardt und W. Wirtinger. III. Geometrie, red. von W. Fr. Meyer. IV. Mechanik, red. von F. Klein und C. H. Müller. V. Physik, red. von A. Sommerfeld. VI, 1. Geodäsie und Geophysik, red. von Ph. Furtwängler und E. Wiechert. VI, 2. Astronomie, red. von K. Schwarzschild. VII. Historisches, Philosphisches, Didaktisches, red. von F. Klein und C. H. Müller.

Erst Band I ist vollständig erschienen (1904); von den übrigen Teilen bis jetzt nur einzelne Hefte, die wir bei den einzelnen Disziplinen erwähnen werden. Eine französische Bearbeitung dieser großen Enzyklopädie

erscheint unter dem Titel *Encyclopédie des Sciences mathématiques pures et appliquées*. Sous la direction de Jules Molk. Leipzig und Paris.

**J. G. Hagen**, Synopsis der höheren Mathematik. Berlin gr. 4°. I. Arithmetische und algebraische Analyse. 1891. VIII u. 398. II. Geometrie der algebraischen Gebilde. 1894. VIII u. 416. III. Differential- und Integralrechnung. 1906. 471 S. Mehrere Bände sollen folgen.

### § 3. Formelsammlungen. Modelle.

**W. Laska**, Sammlung von Formeln aus der reinen und angewandten Mathematik. Braunschweig 1888—1894. XVI u. 1071. (Nicht frei von Fehlern.)

„Hütte“, Des Ingenieurs Taschenbuch, hrsg. v. Akad. Verein „Hütte“. 19. Aufl. Berlin 1905. 2. Abt. 1334 u. 926 S. kl. 8°.

**G. S. Carr**, Synopsis of elementary results in pure mathematics containing propositions, formulae and methods of analysis, with abridged demonstrations. London 1886, xxxvi u. 936 u. 20 Taf. gr. 8°. Enthält Sätze und Formeln, mit Quellenangabe.

**O. Th. Bürklen**, Formelsammlung und Repetitorium der Mathematik. 2. Aufl. Leipzig, Göschen. 1898. 229 S. 8°.

**C. E. O. Neumann**, Formelbuch, enthaltend die hauptsächlichsten Formeln, Sätze und Regeln der Elementar-Mathematik. 6. Aufl. Dresden. IV u. 168. 1899.

**J. Weisbach**, Ingenieur. Sammlung von Tafeln, Formeln und Regeln der Arithmetik, der theoretischen und praktischen Geometrie, sowie der Mechanik und des Ingenieurwesens. 7. Aufl. von F. Reuleaux. Braunschweig 1896. xx u. 1058 S. 8°.

**R. Wolf**, Taschenbuch für Mathematik, Physik, Geodäsie und Astronomie. 6. Aufl., von A. Wolfer vollendet. Zürich 1895. xxiv u. 388 S. 12°.

**W. Ligowski**, Taschenbuch der Mathematik. Tafeln und Formeln zum Gebrauche für den Unterricht an höheren Lehranstalten und zur Anwendung bei Berechnungen. Berlin. 3. Aufl. 1893. xiii u. 219. 12°.

**G. Peano**, Formulaire mathématique. Turin 1901—3. (Eine Sammlung von Formeln in der Sprache der mathematischen Logik.)

**Martin Schilling**, Katalog mathematischer Modelle für den höheren mathematischen Unterricht. 6. Aufl. Halle a. S. 1903. xiii u. 130 S.

§ 4. **Neuere Kompendien der Elementar-Mathematik.** Aus der Flut der neueren Lehrbücher der gesamten Elementar-Mathematik können wir hier nur einige wenige hervorheben. Ihr Inhalt ist meist durch die Prüfungs-Reglements und Pensenbestimmungen für Gymnasien, Realgymnasien und Oberrealschulen bestimmt, und ändert sich häufig mit diesen Bestimmungen. Diese Lehrbücher enthalten meist die sieben elementaren algebraischen Operationen, die Theorie der Gleichungen bis zu denen 3. Grades, arithmetische und geometrische Reihen, die elementare Geometrie bis zur Kreisberechnung, die ebene und sphärische Trigonometrie, die Elemente der Stereometrie und die Elemente der analytischen Geometrie, in letzter Zeit auch eine Einführung in die Differentialrechnung.

**F. G. Mehler**, Hauptsätze der Elementar-Mathematik zum Gebrauche an Gymnasien und Realgymnasien. Mit einem Vorwort von K. Schellbach. Berlin. 22. Aufl. 1901.

**Haller von Hallerstein**, Lehrbuch der Elementar-Mathematik. 1. T. Arithmetik. 2. T. Geometrie. Berlin 1846. 11. Aufl. Hrsg. von B. Hülsen. I, 1902. VI u. 412 S. gr. 8°; II, 1906. VIII u. 552 S.

- L. Kambly**, Die Elementar-Mathematik für den Schulgebrauch. 1. T. Arithmetik und Algebra. 34. Aufl. von H. Langguth. Breslau 1892. 168 S. 2. T. Planimetrie mit Anhang: Trigonometrische und stereometrische Lehraufgabe. 123. Aufl. von H. Röder. 1900.
- R. Baltzer**, Die Elemente der Mathematik. Berlin. 2. T. 7. Aufl. 1885.
- G. Holzmüller**, Methodisches Lehrbuch der Elementar-Mathematik. Leipzig. Allgemeine Ausgabe A. I. T. bis zur Abschlußprüfung. 3. Aufl. VIII u. 239. 1898. 4. Aufl. 1904. XII u. 319 S. II. für die 3 Oberklassen. 2. Aufl. VIII u. 292 S. 1897. III. Lehr- und Übungsbuch für die Oberklassen. 2. Aufl. XIV u. 370 S. 1903. Ausgabe B für Gymnasien. I. VIII u. 228 S. 1896. II. VIII u. 280 S. 1896.
- Heinrich Müller**, Die Mathematik auf den Gymnasien und Realschulen. Leipzig. Ausgabe A. Für Gymnasien und Progymnasien. I. T. Unterstufe. VIII u. 137 S. 2. Aufl. 1902. II. T. Oberstufe. XII u. 311 S. 2. Aufl. 1902. Ausgabe B. Für reale Anstalten und Reformschulen. I. T. Unterstufe. 3. Aufl. VIII u. 199. S. 1904. II. T. Oberstufe. 2. Aufl. 1902. Abt. 1. Planimetrie, Algebra, Trigonometrie und Stereometrie. VIII u. 223 S. Abt. 2. Synthetische und analytische Geometrie der Kegelschnitte. Grundlehren der darstellenden Geometrie. VIII u. 178 S.

Mehr ein Leitfaden für Lehrer, als eine Enzyklopädie ist

- H. Weber und J. Wellstein**, Encyklopädie der Elementar-Mathematik. Ein Handbuch für Lehrer und Studierende. I. Elementare Algebra und Analysis. 2. Aufl. XVIII u. 539. Leipzig 1906. II. Elementare Geometrie. XIV u. 600. 1905. III. Anwendungen der Elementar-Mathematik, bearb. von K. Weber, H. R. Weber und J. Wellstein. XIII u. 658. 1907.

Auf einzelne Teile anderer Elemente der Mathematik werden wir bei der Literatur der speziellen Disziplinen zurückkommen.

## Zweiter Teil.

### Philosophie. Pädagogik. Algebra. Arithmetik. Analysis.

#### Abschnitt I. Philosophie der Mathematik.

§ 1. **Einleitung.** Es ist klar, daß der Studierende der Mathematik, um seine allgemeine Bildung zu fördern, Vorlesungen über Philosophie besucht und an philosophischen Übungen teilnimmt. Aus der Geschichte der Philosophie wird er die Stellung der Mathematik zu den älteren philosophischen Systemen kennen lernen. Von besonderem Interesse werden für den Studierenden der Mathematik die Philosophen Plato, Aristoteles, Spinoza, Baco von Verulam, Descartes, Leibniz, Kant und Herbart sein. Während die früheren Philosophen bis auf Kant ihr fertig ausgebildetes System auf die exakten Wissenschaften übertragen, bemühen sich später die Vertreter der exakten Wissenschaften, diese philosophisch zu erfassen. Die philosophischen Grundlagen der Mathematik werden Gegenstand zahlreicher Schriften. Die Untersuchungen über das Wesen der Mathematik beruhen bei einigen Philosophen, wie bei Kant, auf logischen Betrachtungen, bei anderen, wie Herbart, auf psychologischen. In zahlreichen Werken über Logik werden die Erkenntnisprinzipien der Mathematik behandelt; desgleichen die mathematische Methodenlehre. Andere Schriften behandeln insbesondere den Zahlbegriff, den Begriff des Raumes, die Prinzipien der Mechanik und die der Physik. Nach diesen Kategorien werden wir die Orientierung in den Schriften philosophisch-mathematischen Inhalts anordnen. Von einer Aufzählung der Gesamtausgaben der Werke oben genannter Philosophen können wir absehen.

Schließlich machen wir darauf aufmerksam, daß die philosophischen Grundlagen der einzelnen mathematischen Disziplinen meist in den sie behandelnden Lehrbüchern zu finden sind, von denen weiter unten die Rede sein wird.

§ 2. **Allgemeine Beziehungen zwischen Philosophie und Mathematik** finden sich in folgenden Werken:

**Ed. Zeller**, Die Philosophie der Griechen in ihrer geschichtlichen Entwicklung dargestellt. Leipzig. I. 4. Aufl. 1876; II. 3. Aufl. 1875—79; III. 3. Aufl. 1880—81. Neue Aufl. im Erscheinen.

**Francisque Bouillier**, Histoire de la philosophie Cartésienne. 3. éd. Paris 1868.

**I. Kant**, Kritik der reinen Vernunft. Königsberg 1781. Hrsg. von J. H. v. Kirch-

mann. 2. Aufl. Berlin 1870. 720 S. Hrsg. von Benno Erdmann. 4. Aufl. Hamburg 1889. Darin u. a. neue Anschauungen vom Raume.

- I. Kant**, Prolegomena zu einer jeden künftigen Metaphysik, die als Wissenschaft wird auftreten können. Hrsg. u. hist. erklärt von Benno Erdmann Hamburg 1878.
- H. Wronski**, Introduction à la philosophie des mathématiques. Paris 1811.
- I. F. Herbart**, Über die Möglichkeit und Notwendigkeit, Mathematik auf Psychologie anzuwenden. Königsberg 1823.
- I. F. Herbart**, Psychologie als Wissenschaft, gegründet auf Erfahrung, Metaphysik und Mathematik. Königsberg 1826.
- I. F. Herbart**, Psychologische Untersuchungen. 2 Hefte. Göttingen 1839 u. 1840.
- Th. Wittstein**, Neue Behandlung des mathematisch-psychologischen Problems. Hannover 1845.
- M. W. Drobisch**, Quaestionum mathematico-psychologicarum specimina. Fasc. 1—4. Leipzig 1836—39.
- Th. Waitz**, Lehrbuch der Psychologie als Naturwissenschaft. Braunschweig 1849. 685 S.
- J. Plüsch**, Die wichtigsten Grundlagen der mathematischen Psychologie. Pr. Leitomysehl 1883. (Historisch: Leibniz, Wolff, Herbart, Drobisch, Fechner u. a.)
- F. A. Lange**, Grundlegung der mathematischen Psychologie. Ein Nachweis des fundamentalen Fehlers bei Herbart und Drobisch. 1865.
- H. Scheffler**, Wesen der Mathematik und Aufbau der Weiterkenntnis auf mathematischer Grundlage. Braunschweig. I. VIII u. 409. 1895. II. VIII u. 462. 1896.

§ 3. **Logik und Methodenlehre.** Die Begründung einer wissenschaftlichen Methode in den exakten Wissenschaften verdanken wir

**Fr. Baco von Verulam**, De dignitate et augmentis scientiarum. London 1605.  
**Francis Baco**, Neues Organon. Übersetzt und erläutert von J. H. v. Kirchmann. Berlin 1870.

Ihm folgte das berühmte Werk von

- René Descartes**, Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher les vérités dans les sciences; plus la Dioptrique, les Météores et la Géométrie. Leyden 1637; Geometria. lat. ed. Schooten Lugd. Bat. 1649.
- G. Lamé**, Examen des différentes méthodes pour les problèmes de géométrie. Paris 1818. Réimpr. Paris, A. Hermann. 1903. XII u. 124 S. 8°.
- Joh. Heinr. Lambert**, Neues Organon, oder Gedanken über die Erforschung und Bezeichnung des Wahren und dessen Unterscheidung vom Irrtum und Schein. 2 Bde. Leipzig 1764. 592 u. 436 S.
- I. Kant**, Logik. Ein Handbuch zu Vorlesungen. Hrsg. von G. B. Jäsche; erläutert von J. H. v. Kirchmann. 2. Aufl. Leipzig 1876. 164 S.
- W. Hamilton**, Lectures on logic. Dublin. 3. ed. 1860.
- H. Lotze**, Logik. Drei Bücher vom Denken, vom Unterscheiden und vom Erkennen. 2. Aufl. Leipzig 1880. 608 S.
- M. W. Drobisch**, Neue Darstellung der Logik nach ihren einfachsten Verhältnissen mit Rücksicht auf Mathematik und Naturwissenschaft. 5. Aufl. Hamburg 1887. 247 S.
- J. Stuart Mill**, System of logic, ratiocinative and inductive. London 1842 u. spätere Aufl. Deutsch: System der deduktiven und induktiven Logik. Übers. von J. Schiel. 4. Aufl. Braunschweig 1877. 2 Bde. 573 u. 586 S. Deutsch von Th. Gompertz. 3 Bde. Leipzig. 2. Aufl. 1884—86.
- J. Schiel**, Die Methode der induktiven Forschung; nach J. Stuart Mill. Braunschweig 1865.
- A. Fouillée**, La logique de Port-Royal. Éd. nouv., avec introduction et notes, suivie d'éclaircissements et d'extraits d'Aristote, Descartes, Male-

- branche, Spinoza, Leibniz, Kant, Hamilton, Stuart Mill. Paris 1879. 456 p. Neue Ausgabe des Werkes von Arnaud et Nicole, La logique ou l'art de penser ou La logique de Port-Royal, 1662.
- H. Burhenne**, Die Mathematik als System betrachtet. Eine Skizze. Cassel 1838.
- H. Schwarz**, Versuch einer Philosophie der Mathematik verbunden mit einer Kritik der Aufstellungen Hegels über den Zweck und die Natur der höheren Analysis. Halle 1853.
- Const. Frantz**, Die Philosophie der Mathematik. Zugleich ein Beitrag zur Logik und Naturphilosophie. Leipzig 1842.
- Fr. Harms**, Logik. Aus dem Nachlasse des Verfassers hrsg. von Heinr. Wiese. Leipzig 1886. 308 S.
- Fr. Überweg**, System der Logik und Geschichte der logischen Lehren. 4. Aufl. Bonn 1874. 434 S.
- J. M. C. Duhamel**, Des méthodes dans les sciences de raisonnement. 5 Vol. Paris 1865—68. I. Des méthodes communes à toutes les sciences de raisonnement. 3. éd. 1885. II. Application des méthodes à la science des nombres et à la science de l'étendue. 2. éd. 1877. III. Application de la science des nombres à la science de l'étendue. 2. éd. 1882. IV. Application des méthodes générales à la science des forces. 2. éd. 1886. V. Essai d'une application des méthodes à la science de l'homme moral. 2. éd. 1879.
- Fr. Alb. Lange**, Logische Studien. Ein Beitrag zur Neubegründung der formalen Logik und der Erkenntnistheorie. Iserlohn 1877. 159 S.
- W. Wundt**, Logik, eine Untersuchung der Prinzipien der Erkenntnis und der Methoden wissenschaftlicher Forschung. I. Bd. Erkenntnislehre. Stuttgart 1880. 585 S. II. Bd. Methodenlehre. 1883. 620 S. 2. Aufl. 1894. XII u. 590 S. Der 2. Abschnitt (S. 74—219) handelt von der Logik der Mathematik.
- Ch. Sigwart**, Logik. I. Bd. Die Lehre vom Urteil, vom Begriff und vom Schluß. Tübingen 1873. 420 S. II. Bd. Die Methodenlehre. ib. 1878. 612 S.
- F. Dauge**, Cours de méthodologie mathématique. 2. éd. Gand, Paris. x u. 525. 1896.
- H. Girard**, La philosophie scientifique. Paris 1880. Enthält viel mathematisch Wichtiges; auch S. 372—402 eine Klassifikation der mathematischen Disziplinen.
- J. Venn**, The principles of empirical or inductive logic. London 1889. 594 S.
- W. Stanley Jevons**, The principles of science, a treatise on logic and scientific method. London. 3. ed. 1879. 786 S.
- Z. G. de Galdeano**, Estudios de crítica y pedagogía matemáticas. Zaragoza. 1900. 152 S. 8°.
- H. Cohen**, Logik der reinen Erkenntnis. Berlin 1902.
- G. Gallucci**, Saggio di una introduzione alla filosofia delle matematiche. Caltanissetta. 1902. 125 S. 8°.
- J. Richard**, Sur la philosophie des mathématiques. Paris 1903. 248 S. 12° (Eine Sammlung von Aufsätzen.)
- B. Russell**, The principles of mathematics. Vol. I. Cambridge. xxix u. 534 S. 1903.
- G. F. Lipps**, Untersuchungen über die Grundlagen der Mathematik. Wundt, Philos. Studien 9, 151—175, 354—383, 1893; 10, 169—202, 1894; 11, 254—306, 1895; 14, 157—242, 1898.
- H. Poincaré**, Sur la valeur objective de la science. Rev. métaph. 10, 263—293, 1902. Dtsch.: Der Wert der Wissenschaft von E. Weber. Leipzig 1906. 252 S.
- H. Poincaré**, La science et l'hypothèse. Paris 1903. 284 S. 12°. Dtsch. von F. u. L. Lindemann. 2. Aufl. Leipzig 1906. xvi u. 346. 8°.

§ 4. Der Zahlbegriff und das mathematische Unendliche. Die verschiedenen modernen Ansichten über den Zahlbegriff stellt dar

- R. Bettazzi**, Sul concetto di numero. Period. mat. 2, 97—113, 129—145. 1887.
- E. G. Husserl**, Über den Begriff der Zahl, psychologische Analysen. Habil. Schr. Halle 1887. 64 S.



- G. Cantor**, Grundlagen einer allgemeinen Mannigfaltigkeitslehre. Ein mathematisch-philosophischer Versuch in der Lehre des Unendlichen. Leipzig 1883. 47 S.
- R. Dedekind**, Was sind und was sollen die Zahlen? 2. Aufl. Braunschweig 1893. XIX u. 58.
- G. Cantor**, Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre. Math. Ann. 46, 481—512, 1895; 49, 207—246, 1897.
- Laz. Bendauid**, Versuch einer logischen Auseinandersetzung des mathematischen Unendlichen. Berlin 1789, 148 S.; 2. Aufl. 1796.
- C. Th. Michaelis**, Über Kants Zahlbegriff. Pr. Berlin 1884.
- V. Valeriani**, L'infinito nelle scienze matematiche e naturali. Verona 1882.
- G. Bammert**, Über das mathematische Unendliche. Tübingen 1884.
- G. Frege**, Die Grundlagen der Arithmetik, eine logisch-mathematische Untersuchung über den Begriff der Zahl. Breslau 1884. 119 S.
- G. Vivanti**, Il concetto d'infinitesimo e la sua applicazione alla matematica. Saggio storico. Mantova 1894, 134 S.; 2. Aufl. Gior. di mat. 38, 265—314, 1900; 39, 317—365, 1901.
- C. Cranz**, Über den Unendlichkeitsbegriff in der Mathematik und Naturwissenschaft. Wundt, Philos. Stud. 11, 1—40, 1895.
- Ferd. Aug. Müller**, Das Problem der Kontinuität in der Mathematik und Mechanik. Marburg 1886.
- L. Schläfli**, Theorie der vielfachen Kontinuität. Hrsg. von J. H. Graf. Zürich u. Basel. 1901. IV u. 239 S. gr. 4°.
- P. Freyer**, Studien zur Metaphysik der Differentialrechnung. Pr. Nordhausen 1884.
- Hermann Cohen**, Das Prinzip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte. Ein Kapitel zur Grundlegung der Erkenntnistheorie. Berlin 1883. 162 S.
- C. de Freycinet**, Essais sur la philosophie des sciences. Analyse. Mécanique. 2. éd. Paris 1900. XIII u. 336.
- A. Schönflies**, Mengenlehre. Encycl. d. math. Wiss. 1, 184—207, 1898.
- A. Schönflies**, Die Entwicklung der Lehre von den Punktmannigfaltigkeiten. Stzgsb. Dtsch. Math. Ver. 8<sub>2</sub>, 1—250, 1900.
- G. Vivanti**, Notice historique sur la théorie des ensembles. Bibl. Math. (2) 6, 9—25, 1892. Lista bibliografica della teoria degli aggregati. ib. (3) 1, 160 bis 165, 1900.
- W. H. Young and Grace Chisholm Young**, The theory of sets of points. Cambridge 1906. XII u. 316 S.

### § 5. Raumschauung.

- B. Riemann**, Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen. Gött. Abh. 13, 1—20, 1868.
- H. Helmholtz**, Über die Tatsachen, die der Geometrie zu Grunde liegen. Gött. Nachr. 1868, 193—221.
- F. C. Fresenius**, Die psychologischen Grundlagen der Raumwissenschaft. Wiesbaden 1868.
- J. J. Baumann**, Die Lehren von Raum, Zeit und Mathematik in der neueren Philosophie nach ihrem ganzen Einfluß dargestellt und beurteilt. Berlin I, 1868; II, 1869. (Ein reichhaltiges historisch-kritisches Werk.)
- R. Mauritianus**, Bemerkungen zur Psychologie der Raumvorstellungen und zum Fechnerschen Gesetze der logarithmischen Perception. Pr. Coburg 1870.
- C. Stumpf**, Über den psychologischen Ursprung der Raumvorstellung. Leipzig 1873.
- J. C. Becker**, Abhandlungen aus dem Grenzgebiete der Mathematik und Philosophie. Zürich 1870.
- P. O. Schmidt**, Ursprung und Bedeutung des Raum- und Zeitbegriffs im Lichte der modernen Physik. Diss. Halle 1887. 57 S.
- B. Erdmann**, Die Axiome der Geometrie. Eine philosophische Untersuchung der Riemann-Helmholtz'schen Raumtheorie. Leipzig 1877.

- J. Rosanes**, Über die neuesten Untersuchungen in Betreff unserer Anschauung vom Raume. Habil. Vortrag. Breslau 1871. 20 S.
- A. Donath**, Das mathematische Raumproblem und die geometrischen Axiome. Leipzig 1881.
- A. v. Berger**, Raumanschauung und formale Logik. Wien 1886.
- O. Hölder**, Die Axiome der Quantität und die Lehre vom Maß. Ber. Ges. Wiss. Leipzig. 53, 1—64, 1900.
- Ch. de Freycinet**, De l'expérience en Géométrie. Paris 1903. XIX u. 300.

### § 6. Prinzipien der Mechanik und Physik.

- Is. Newton**, Philosophiae naturalis principia mathematica. London 1687, Camb. 1713. Viele späteren Auflagen.
- P. van Geer**, Philosophiae naturalis principia mathematica. Leiden 1883. (Über Newtons Hauptwerk und über die Methoden der Naturwissenschaften.)
- K. Kroman**, Unsere Naturerkenntnis. Beiträge zu einer Theorie der Mathematik und Physik. Gekrönte Preisschrift. Dtsch. von R. v. Fischer-Benzon. Kopenhagen 1883. 458 S.
- H. Klein**, Die Prinzipien der Mechanik, historisch und kritisch dargestellt. Leipzig 1872.
- E. Dühring**, Kritische Geschichte der allgemeinen Prinzipien der Mechanik. Berlin 1873. 3. Aufl. 1878. 513 S.
- L. Lange**, Die geschichtliche Entwicklung des Bewegungsbegriffes und ihr voraussichtliches Endergebnis. Ein Beitrag zur historischen Kritik der mechanischen Prinzipien. Leipzig 1886. 161 S.
- H. v. Helmholtz**, Über die Erhaltung der Kraft. (1847.) Ostw. Klass. d. exakt. Wiss. Nr. 1. Leipzig 1889. 60 S.
- J. Weyrauch**, Das Prinzip von der Erhaltung der Energie seit Robert Mayer. Zur Orientierung. Leipzig 1885. 48 S. (Historisch-kritische Untersuchung.)
- M. Planck**, Das Prinzip der Erhaltung der Energie. Von der Gött. Fak. gekrönte Preisschrift. Leipzig 1887. 247 S.
- G. Helm**, Die Lehre von der Energie, historisch-kritisch entwickelt. Leipzig 1888. 104 S.
- H. Scheffler**, Die Naturgesetze und ihr Zusammenhang mit den Prinzipien der abstrakten Wissenschaften. Leipzig. 3 T. 1876—1880. I. T. Die Theorie der Anschauung oder die mathematischen Gesetze.
- E. Strötzl**, Untersuchungen über den Begriff der Kraft. 2 Pr. Berlin 1877 u. 1884.
- O. Schmitz-Dumont**, Die Einheit der Naturkräfte. Berlin 1881.
- I. I. Gilles**, Über die Newtonsche Anziehungskraft. Pr. Essen 1881.
- C. Neumann**, Über die Prinzipien der Galilei-Newtonschen Theorie. Akad. Rede. Leipzig 1870. 32 S.
- E. Dreher**, Über den Begriff der Kraft mit Berücksichtigung des Gesetzes von der Erhaltung der Kraft. Berlin 1885.
- J. B. Stallo**, Die Begriffe und Theorien der modernen Physik. Aus d. Engl. von H. Kleinpeter. Mit einem Vorwort von E. Mach. Leipzig xx u. 332. 1901. (Eine kritische Prüfung des Atombegriffes.)
- P. G. Tait**, Die Eigenschaften der Materie. Deutsch von G. Siebert. Wien 1888. VI u. 332.
- Cl. Bäumker**, Das Problem der Materie in der griechischen Philosophie. Münster 1890.
- Kurt Laßwitz**, Geschichte der Atomistik vom Mittelalter bis Newton. Hamburg u. Leipzig. 2 Bde. 1890. 518 u. 609 S.
- O. Caspari**, Leibniz' Philosophie beleuchtet vom Gesichtspunkt der physikalischen Grundbegriffe von Kraft und Stoff. Leipzig 1870.

## Abschnitt II. Mathematisch-Pädagogisches.

§ 1. **Einleitung.** Bereits im IV. Abschnitt des I. Buches nannten wir einige Zeitschriften, welche sich die Pflege des mathematischen Unterrichts angelegen sein lassen. In ihnen findet man auch Besprechungen von Werken mathematisch-pädagogischen Inhalts. In den großen Enzyklopädien des Erziehungs- und Unterrichtswesens wird meist die Mathematik recht stiefmütterlich behandelt. In Baumeisters Handbuch der Erziehungs- und Unterrichtslehre für höhere Schulen haben Max Simon und J. Kießling die Didaktik und Methodik des Rechen-, Mathematik- und Physik-Unterrichts, München 1895 (128 u. 37 S.) bearbeitet. Eine 2. Aufl. soll demnächst erscheinen. Alle diese Schriften allgemein-pädagogischen Inhalts geben dem zukünftigen Lehrer nur einzelne brauchbare Winke. Die Pädagogik ist eine Kunst und kann nicht aus Büchern erlernt werden. Leider kommt mancher Kandidat des höheren Schulamts erst während des pädagogischen Probejahres zu der Erkenntnis, daß ihm die Begabung für diese Kunst fehlt. Was die Ausbildung der Mathematiker auf den Universitäten betrifft, so wäre eine Hodegetik für viele gewiß recht erwünscht. Bis jetzt haben sich die meisten Dozenten gegen die Aufstellung eines eingehenderen Studienplanes erklärt, weil er der sogenannten „akademischen Freiheit“ widersprechen soll, die gleichmäßig für Studierende und für Dozenten gilt. Doch haben die mathematischen Dozenten mehrerer Universitäten (Göttingen, Leipzig, Jena, Greifswald u. a.) allgemeine „Ratschläge“ für die Studierenden der Mathematik und Physik veröffentlicht, deren Durcharbeitung und Berücksichtigung den Studierenden nicht dringend genug ans Herz gelegt werden kann.

§ 2. **Über mathematischen Unterricht im allgemeinen.** Den oben genannten Werken über Methodenlehre im allgemeinen und mathematische Methode im besonderen seien noch hinzugefügt:

- Chr. v. Wolf**, Anfangsgründe der Rechenkunst, Geometrie und Trigonometrie, nebst einem Unterricht von der mathematischen Lehrart. Halle 1733.
- F. W. Dn. Snell**, Preisschrift von der besten Methode, die Mathematik in den Schulen zu lehren. Gießen 1786.
- M. W. Drobisch**, Philologie und Mathematik als Gegenstände des Gymnasialunterrichts betrachtet. Leipzig 1832.
- S. Fr. Lacroix**, Essai sur l'enseignement en général et sur celui des mathématiques en particulier. Paris 1798; 2. éd. 1816; 3. éd. 1838.
- F. A. W. Diesterweg**, Wegweiser zur Bildung für deutsche Lehrer. 3. Aufl. 1844.
- A. Gille**, Herbarts Ansichten über den mathematischen Unterricht. Diss. Halle 1888. 50 S.
- A. Mayr**, Die wissenschaftliche Methode angewandt auf die Mathematik. Würzburg 1845.
- C. H. Schellbach**, Über den Inhalt und die Bedeutung des mathematischen und physikalischen Unterrichts an unsern Gymnasien. Pr. Friedr.-Wilh.-Gymn. Berlin 1866; 2. Aufl. 1883.
- E. Kretschmer**, Welche Aufgabe soll die Mathematik in der Gymnasialerziehung erfüllen? Pr. Posen 1875.
- G. Korneck**, Über mathematischen Unterricht. Pr. Kempen. 1870.

- L. Houtain**, Quelques réflexions sur l'enseignement supérieur. Mém. Soc. Liége (2) 6. 1878. (Darin eine Klassifikation der Mathematik.)
- Fr. Reidt**, Anleitung zum mathematischen Unterricht an höheren Schulen. Berlin 1886. x u. 252 S.
- Ziegel**, Methode und Lehrplan des mathematischen Unterrichts an Progymnasien. Pr. Schwerin a. d. W. 1878.
- J. C. Becker**, Die Mathematik als Lehrgegenstand des Gymnasiums. Berlin 1883.
- Th. Wittstein**, Die Methode des mathematischen Unterrichts. Nebst Proben einer schulgemäßen Behandlung der Geometrie. Hannover 1879. 2. Aufl. iv u. 103. 1890.
- G. Loria**, Della varia fortuna di Euclide in relazione con i problemi dell' insegnamento geometrico elementare. Period. di mat. 8, 81—113, 1893.
- Friedr. Meyer**, Mitteilungen aus dem mathematischen Lehrplane des Gymnasiums. Pr. Halle a. S. 1901. 35 S. 4<sup>o</sup>.
- F. Buchbinder**, Der mathematisch-naturwissenschaftliche Unterricht auf deutschen Gymnasien. Z. f. math. Unt. 1, 10—33, 1870.
- D. E. Smith**, The teaching of elementary mathematics. New York 1900. xv u. 312.
- Felix Müller**, Welche Bedeutung hat für den Lehrer der Mathematik die Kenntnis der Geschichte, Literatur und Terminologie seiner Wissenschaft? Z. f. Gymn.-Wesen 57, 801—815. Berlin 1903.
- F. Rosenberger**, Die Geschichte der exakten Wissenschaften und der Nutzen ihres Studiums. Festschrift für M. Cantor, Leipzig 1899, 359—381. Abh. z. Gesch. d. Math. 9.
- A. de Morgan**, On the study and difficulties of mathematics. 2<sup>a</sup> ed. Chicago. vi u. 288 S. 1899.
- A. Brill**, Über die akademische Vorbildung der Candidaten des höheren Lehramts für Mathematik und Naturwissenschaften. Beilage z. Allg. Ztg. Nr. 139 u. 140. München 1893. 21 S.
- Erw. Papperitz**, Die Mathematik an den deutschen technischen Hochschulen. Leipzig 1899. iv u. 68.
- F. Klein** und **E. Riecke**, Über angewandte Mathematik und Physik in ihrer Bedeutung für den Unterricht an höheren Schulen. Nebst Erläuterung der bezüglichen Göttinger Universitätseinrichtungen. Leipzig vi u. 252. 1900.
- F. Klein** und **E. Riecke**, Neue Beiträge zur Frage des mathematischen und physikalischen Unterrichts an höheren Schulen. Vorträge. Leipzig 1905.
- F. Klein**, Vorträge über den mathematischen Unterricht an den höheren Schulen. Nach Vorlesungen aus den Jahren 1904—05 bearbeitet von R. Schimmack. 2 Teile. Leipzig. I. 1907.
- J. W. A. Young**, Teaching of mathematics in the elementary and secondary schools. London 1907.
- Rein historisch:
- S. Günther**, Geschichte des mathematischen Unterrichts im deutschen Mittelalter bis 1525. Monum. Germ. Paedag. 3. Berlin 1887. vi u. 408 S.
- Beier**, Die Mathematik im Unterricht der höheren Schulen von der Reformation bis zur Mitte des 18. Jahrhunderts. Pr. Crimmitschau. 1879.
- Schließlich weisen wir auf eine für Lehrer der Mathematik wichtige Sammlung von Lesestoffen aus Euklid, Ptolemäus, Nikomachos, Diophant, Geminus, Strabo u. a. hin:
- M. C. P. Schmidt**, Realistische Chrestomathie aus der Literatur des klassischen Altertums. I. viii u. 128. II. vi u. 170. Leipzig 1900.

### § 3. Unterricht in speziellen mathematischen Disziplinen.

- B. Becker**, Über die Methode des geometrischen Unterrichts. Frankfurt a. M. 1845.
- C. Harms**, Die erste Stufe des mathematischen Unterrichts. 2. T. Oldenburg 1852.

- Jänicke**, Geschichte des Rechenunterrichts, in **Kehr**, Geschichte der Methodik I, 1877.
- Knilling**, Zur Reform des Rechenunterrichts. 2 Pr. 1884—86.
- Fr. Unger**, Die Methodik der praktischen Arithmetik in historischer Entwicklung vom Ausgange des Mittelalters bis auf die Gegenwart. Nach den Originalquellen bearbeitet. Leipzig 1888. 240 S.
- J. van Hoorn**, Historisch-critisch overzicht der in de vorige eeuw verschenen methode vor het stelonderwijs. Groningen 1903. 252 S.
- K. Kraus**, Methodik des Unterrichts in der Geometrie und im geometrischen Zeichnen. Wien 1895. 212 S.
- Paul Serret**, Des méthodes en géométrie. Paris 1855. (Für höhere Geometrie.)
- G. Veronese**, Dei principali metodi in geometria. Verona e Padova 1882 (ebenso).
- R. Sturm**, Die neuere Geometrie auf der Schule. Z. f. math. Unt. I, 474—490. 1870.
- J. Kober**, Über die Definitionen der geometrischen Grundbegriffe. Z. f. math. Unt. I, 228—236. 1870. (Für den Schulunterricht).
- H. Schotten**, Inhalt und Methode des planimetrischen Unterrichts. Eine vergleichende Planimetrie. Leipzig. I. Grundbegriffe. (Zusammenstellung von Definitionen aus zahlreichen Lehrbüchern.) iv u. 370. 1890. II. Richtung und Abstand. Lagen- und Maßbezeichnungen. Parallelismus. Winkel. Dreieck. iv u. 410. 1893. III. (in Vorbereitung).
- A. Pieper**, Einige Bemerkungen zum Unterricht in der Elementargeometrie. Pr. Bochum 1868.
- H. Börner**, Geometrische Propädeutik. Pr. Ruhrort 1876.
- E. Enriques**, Questioni riguardanti la geometria elementare. Raccolte. Bologna VII u. 532. 1900. (Sammlung von 14 Aufsätzen erfahrener und mit der Literatur vertrauter italienischer Lehrer der Mathematik, welche die neuesten Fortschritte der Geometrie im Unterricht der elementaren Geometrie nutzbar machen. Viel Historisches.) Deutsche Ausgabe von Fleischer, Leipzig, II. 1907.
- F. Klein**, Vorträge über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie. Ausgearbeitet von F. Tägert. Leipzig 1895. v u. 66.
- Krähe**, Über den indirekten Beweis. Pr. Berlin 1874.
- K. A. F. Knabe**, Die Formen des indirekten Beweises mit besonderer Rücksicht auf ihre Anwendung in der Mathematik. Diss. Leipzig 1885.
- K. A. F. Knabe**, Über den direkten Beweis. Pr. Cassel 1890. 26 S.
- H. Vogt**, Der Grenzbegriff in der Elementar-Mathematik. Pr. Breslau 1885.
- Schließlich erinnern wir hier an die schon oben (S. 45) erwähnte Encyclopädie der Elementar-Mathematik von H. Weber und J. Wellstein.

## Abschnitt III. Algebra.

### Kapitel 1. Formale Algebra.

Leibniz trug sich mit dem Gedanken eines calculus philosophicus oder calculus ratiocinator, einer Disziplin, die aus gegebenen Prämissen in rechnender Weise Schlußfolgerungen in allen rein deduktiven Richtungen auch mit erwiesener Vollständigkeit ziehen sollte. In gewissem Sinne verwirklichte George Boole diesen Gedanken.

**George Boole**, The mathematical analysis of logic, being an essay towards a calculus of deductiv reasoning. Cambridge 1847. 82 S.

**George Boole**, The calculus of logic. Cambr. a. Dubl. math. J. 3, 183—198, 1848.

**George Boole**, An investigation of the laws of thought, on which are founded the mathematical theories of logic and probabilities. London, Cambridge. 1854. 424 S.

In gedrängter Form faßte seine Resultate zusammen:

**E. Schröder**, Der Operationskreis des Logikcalculus. Leipzig 1877. 37 S. (Er gibt eine elementare Methode, die Probleme der deduktiven Logik mittels eleganter Rechnung zu lösen.)

Verwandten Inhalts sind folgende Schriften:

**G. Frege**, Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens. Halle 1879. 88 S. (Ein Versuch, Leibniz' Ideal einer Pasigraphie zu verwirklichen.)

**Hugh Mac Coll**, The calculus of equivalent statements and integration limits. Proc. Lond. math. Soc. 9, 9—20, 177—186, 1878; 10, 16—28, 1879; 11, 113—121, 1880. (Eine symbolische Sprache, welche bezweckt, die logischen Operationen in mathematischer Bezeichnung und durch mathematische Rechnung wiederzugeben.)

**Ch. S. Peirce**, On the algebra of logic. A contribution to the philosophy of notation. Amer. J. 3, 15—57, 1880; 7, 180—202, 1885.

**E. Schröder**, Die formalen Elemente der absoluten Algebra. Pr. Baden-Baden 1874.

**E. Schröder**, Vorlesungen über die Algebra der Logik (exakte Logik). Leipzig. 3 Bde. I. XII u. 717. 1890. II, 1 (Der Aussagecalcul). xv u. 400. 1891. II, 2. Hrsg. von E. Müller 1905. xxxii u. 206. III. (Algebra und Logik der Relative). viii u. 649. 1895.

**L. Couturat**, L'algèbre de la logique. Paris 1905. 100 S.

Die Notwendigkeit einer formalen Mathematik, einer Verknüpfung der Größen im allgemeinen, wurde zuerst mit Entschiedenheit betont von

**G. Peacock**, Report of certain branches of analysis. Rep. Brit. Ass. 3, London 1834.

Er schuf die Cambridger Schule für „symbolische Algebra“. Vgl.

**A. de Morgan**, The foundation of algebra. Phil. Trans. Cambridge 7 u. 8.

Der Gedanke, die allgemeine Arithmetik und Algebra unter dem höheren Gesichtspunkte einer formalen Mathematik anzusehen, die durch das Prinzip der Permanenz ihrer formalen Gesetze bedingt ist, wurde durchgeführt von

**H. Hankel**, Theorie der complexen Zahlensysteme. Leipzig 1869. 167 S.

Eine kurze, aber strenge Begründung der Elemente der Algebra enthält:

**E. Schröder**, Abriß der Arithmetik und Algebra für Schüler an Gymnasien und Realschulen. I. Heft. Die sieben algebraischen Operationen. Leipzig 1874. 48 S.

Werke, welche die Entwicklung des Zahlbegriffs mit Hilfe der algebraischen Operationen enthalten, suche man im Abschnitt „Arithmetik“.

## Kapitel 2. Lehrbücher der Algebra.

Verstehen wir unter Algebra die Herstellung und Lösung von Gleichungen, so können wir die Anfänge dieser Wissenschaft bis zum Rechenbuche des Ahmes, um 1700 v. Chr., zurück verfolgen. Doch ist die eigentliche Algebra, die Ansetzung und Lösung der Gleichungen mit Hilfe von Zahlensymbolen eine Schöpfung der Araber, und das älteste Lehrbuch,

mit dem die Geschichte der Algebra bei den Arabern beginnt, ist das des Mohammed ben Musa, um 820 geschrieben, im Original und übersetzt herausgegeben von Fr. Rosen, *The Algebra of Mohammed ben Musa*, London 1831. Über den Inhalt dieses Werkes und über die weitere Ausbildung der Algebra findet man Näheres in M. Cantors Vorlesungen über Geschichte der Mathematik (s. oben S. 3).

Speziell für die Geschichte der Algebra seien folgende Werke genannt:

- G. H. F. Nesselmann**, Versuch einer kritischen Geschichte der Algebra. I. (einz.) T. Die Algebra der Griechen. Berlin 1842. 498 S.
- John Wallis**, *Treatise of algebra, both historical and practical*, London 1685, fol. Später in seinen Werken lateinisch als *Tractatus de algebra historicus et practicus*, Oxford 1693.
- P. Cossali**, *Origine, trasporto in Italia, primi progressi in essa dell' algebra. Storia critica*. Roma 1797—99. 2 v. 4<sup>o</sup>. 396 e 492 p.
- A. Favaro**, *Notizie storico-critiche sulla costruzione delle equazioni*. Modena 1878. iv e 206 S.
- L. Matthießen**, *Grundzüge der antiken und modernen Algebra der litteralen Gleichungen*. Leipzig 1878. 1001 S. 2. Ausg. 1896. (Mit einem chronologischen Verzeichnis der Literatur.)
- A. Aubry**, *Essai historique sur la théorie des équations*. J. math. spéc. (4) **3** (Von Thales bis Descartes) 1894; (4) **4** (Bis Fourier, Abel, Galois) 1895; (4) **5** (Moivre, Zerlegung des Trinoms, Lösungen durch rekurrente Reihen) 1896; (5) **1** (Fundamentaltheorem, Imaginäres) 1897. (Eine Reihe kleinerer Artikel in jedem Bande.)

Die Anfänge des algebraischen Kalküls neben der praktischen Arithmetik enthält das bedeutendste mathematische Werk des 15. Jahrhunderts: **Luca Paciolo**, *Summa de Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalità*. Venet. 1494 fol., 2. ed. 1523. (Das erste größere mathematische Werk, das unter die Presse kam.)

Das erste, auf den von Grammateus gegebenen Grundlagen aufgebaute Lehrbuch der Algebra in Deutschland war:

- Christoff Rudolff**, *Behend vnnnd hübsch Rechnung durch die kunstreichen Regeln Algebre, so gemeincklich die Coß genennt werden*. Straßburg 1525. Neu herausgegeben von
- Michael Stifel**, *Die Coß Christoph Rudolphs, mit schönen Exempeln der Coß gebessert*. Königsberg 1553.

Einen wesentlichen Fortschritt in der Theorie der algebraischen Gleichungen brachte Vieta, dessen Werke wir in Kap. 3 nennen werden, ferner Descartes (*Géométrie*) und

- Alb. Girard**, *Invention nouvelle en l'Algèbre, tant pour la solution des équations, que pour recognoistre le nombre des solutions qu'elles reçoivent, avec plusieurs choses qui sont nécessaires à la perfection de ceste divine science*. Amsterdam 1629. Réimpr. p. Bierens de Haan. Leiden 1854.

Aus dem 18. Jahrhundert seien folgende Lehrbücher der Algebra genannt:

- Nick. Saunderson**, *The elements of algebra in ten books*. Cambridge 1740. 2 v. 748 S. 4<sup>o</sup>. Ein Lehrbuch mit vielen Beispielen und Übungen. Frz. von Joncourt, Amsterdam 1756.
- A. C. Clairaut**, *Éléments d'algèbre*. Paris 1746. 314 S. Es folgten zahlreiche neue Auflagen 1749, 1753, 1760; 5. éd. avec des notes et des additions par Lagrange et De Laplace, par Lacroix, 1797, 2 v.; auch 6. éd. par P. Garnier 1801. Dtsch. von Mylius 1752; 2. Aufl. von Tempelhof 1778.

- C. Maclaurin**, A treatise of algebra, in three parts, to which is added an Appendix concerning the general properties of geometrical lines. Posth. 366 u. 65 S. London 1748; 6. ed. 1796.
- L. Euler**, Vollständige Anleitung zur niederen und höheren Algebra. St. Petersburg 1770, u. später. Nach der franz. Ausgabe von de Lagrange hrsg. von Joh. Phil. Gruson. Berlin. 2. T. I, 1796, 312 S. II, 1797, 403 S. Der I. Teil: „Von den verschiedenen Rechnungsarten, Verhältnissen und Proportionen“. II. Teil: „Von der Auflösung algebraischer Gleichungen und der unbestimmten Analytik“. Lagranges Zusätze betreffen die unbestimmte Analysis. Die Eulersche Algebra wurde ins Lateinische, Französische, Englische, Holländische und Russische übersetzt. Eine neue Auflage erschien noch Leipzig, Reklam 1883.
- In den oben (S. 44) angeführten Gesamtraktaten der Mathematik aus dem 18. Jahrhundert sind z. T. recht gute Lehrbücher der Algebra. Außerordentlich wächst die Zahl der letzteren im 19. Jahrhundert. Zur Orientierung für den Studierenden wird es genügen, die folgenden neueren Lehrbücher der Algebra zu nennen:
- S. F. Lacroix**, Éléments d'algèbre. Paris 1826. 25. éd. rev. par Prouhet 1888. Compléments des Éléments d'algèbre. 7. ed. ib. 1888.
- P. L. M. Bourdon**, Éléments d'algèbre. Avec Notes de Prouhet. 19. éd. Paris 1897. XII u. 655.
- L. Lefébure de Fourcy**, Leçons d'algèbre. 9. éd. Paris 1880. 10. éd. 1893.
- J. Bertrand**, Traité d'algèbre élémentaire. Paris. 17. éd. par H. Garcet 1899. Ital. v. Betti. 23. éd. Firenze 1895.
- E. Combette**, Cours abrégé d'algèbre élémentaire. 8. éd. Paris 1905. VIII u. 336.
- H. Laurent**, Traité d'algèbre. I. Algèbre élémentaire. II. Analyse algébrique. III. Théorie des équations. IV. Compléments: Théorie des polynômes à plusieurs variables. Paris. 5. éd. rev. p. Marchand. 1894.
- G. Salmon**, Treatise on higher algebra. 3. ed. London 1876. Leçons d'algèbre supérieure. Trad. par M. Bazin, augm. de notes par M. Hermite, Paris 1868.
- J. A. Serret**, Cours d'algèbre supérieure. Paris 5. éd. 2 v. 1895. Dtsch. „Handbuch der höheren Algebra“ von G. Wertheim. Leipzig 1868. 2. Aufl. 2 Bde. 1878/79, 528 u. 574 S.
- Jul. Petersen**, Theorie der algebraischen Gleichungen. Kopenhagen 1878. 335 S. Trad. p. H. Laurent. Paris 1897.
- J. Carnoy**, Cours d'algèbre supérieure. Louvain et Paris. XII u. 537, 1900. (Principes de la théorie des déterminants. Théorie des équations. Introduction à la théorie des formes algébriques.)
- Ch. de Comberousse**, Algèbre supérieure. 2 v. Paris. I. Compléments d'algèbre élémentaire: Déterminants, fonctions continues etc. Combinaisons. Séries. Étude des fonctions. Dérivées et différentielles. Premiers principes du calcul intégral. 3. éd. XXI u. 767, 1904. II. Étude des imaginaires. Théorie générale des équations. 2. éd. XXV u. 832, 1890.
- H. Weber**, Lehrbuch der Algebra. 2 Bde. Braunschweig 1895—96. 2. Aufl. I. XVI u. 704, 1898. II. XVI u. 885, 1899. Frz. von J. Gries, Traité d'algèbre supérieure. Principes, racines des équations, grandeurs algébriques, théorie de Galois. Paris 1898, XI u. 764.
- E. Netto**, Vorlesungen über Algebra. Leipzig I, 1896. 388 S. II, 1899. 519 S.
- E. Netto**, Elementare Algebra. Akademische Vorlesungen für Studierende der ersten Semester. Leipzig 1904. VIII u. 200.
- L. Kronecker**, Vorlesungen über die Theorie der algebraischen Gleichungen. Hrsg. von K. Hensel. 2 T. Leipzig. 1906.
- Ch. Briot**, Leçons d'Algèbre, conformes aux Programmes officiels de l'enseignement des lycées. 2 v. Paris. I, 13. éd. 1891. II, 16. éd. 1893.



**Julius König**, Einleitung in die Theorie der algebraischen Größen. Leipzig 1903. x u. 564.

**Émile Borel**, Algèbre. Paris 1904. 2. éd. 1904. I. cycle 256 S. II. cycle 379 S. Deutsch von Stäckel n. d. Pr.

### Kapitel 3. Theorie der algebraischen Gleichungen.

#### § 1. Kubische Gleichungen:

**Nicola Tartaglia**, Quesiti ett inventioni diverse. Venecia 1546.

**Geronimo Cardano**, Artis magnae sive de regulis algebraicis liber unus. Mediol. 1545.

**R. Bombelli**, L'Algebra parte maggiore dell'aritmetica divisa in tre libri. Bologna 1572.

§ 2. **Allgemeine Theorie**. Die allgemeine Theorie der algebraischen Gleichungen beginnt mit:

**François Viète (Vieta)**, De aequationum recognitione et emendatione libri duo. Publ. Al. Anderson. Paris 1615. und

**Fr. Vieta**, De numerosa potestatum purarum atque adfectarum ad exegesis resolutione tractatus. Paris 1600.

**Thomas Harriot**, Artis analyticae praxis ad aequationes algebraicas nova, expedita et generali methodo resolvendas. London 1631.

**Joh. Hudde**, De aequationum reductione; de maximis et minimis. 2 Briefe an F. van Schooten, von diesem aus dem Holländ. übersetzt und 1659 publ.

**J. Wallis**, Treatise of algebra, both historical and practical. London 1685, lat. 1693, enthält Newtons Methode zur Lösung numerischer Gleichungen. Ebenso Newton, Methodus fluxionum et serierum infinitarum, ed. J. Colson, London 1736 (schon 1671 geschrieben).

**Is. Newton**, Arithmetica universalis seu de compositione et resolutione arithmetica liber, ed. Whiston, Cambr. 1707; 2. ed. London 1722; engl. Übersetzung, London 1728.

**Michel Rolle**, Traité d'algèbre, ou principes généraux pour résoudre les questions de mathématiques. Paris 1690.

**Edm. Halley**, Methodus nova accurata et facilis inveniendi radices aequationum quarumcunque generaliter, sine praevia reductione. Phil. Trans. London 1694.

**J. P. de Gua**, Recherche des nombres des racines réelles ou imaginaires, qui peuvent se trouver dans les équations de tous les degrés. Hist. Ac. Paris a. 1741, 435—494

**Dan. Bernoulli**, De seriebus recurrentibus. Comm. Ac. Petr. 3. ad a. 1728 [1732].

**L. Lagrange**, Sur la résolution des équations numériques. Mém. Ac. Berlin 23, 311—352, a. 1767 [1769] u. 24, 111—180, a. 1768 [1770]. (S. auch folg. Seite.)

**E. W. v. Tschirnhausen**, Nova methodus auferendi omnes terminos intermedios ex data aequatione. Act. Erud. 1683, 204.

**E. S. Bring**, Meletemata quaedam mathematica circa transformationem aequationum algebraicarum. Diss. Lundae 1786. Reprod. Arch. Math. Phys. 41, 105—112, 1864.

**Edw. Waring**, Miscellanea analytica de aequationibus algebraicis et curvarum proprietatibus. Cambr. 1762. 162 S. Meditationes algebraicae. Cambridge 1770, 219 S.; 1773; 3. ed. 1782, 389 S.; 1785, 42 u. 722 S.

**É. Bezout**, Sur plusieurs classes d'équations de tous les degrés qui admettent une solution algébrique. Mém. Ac. Paris a 1762 [1764]. Sur la résolution générale des équations de tous les degrés. ib. a. 1765 [1768].

**L. Lagrange**, Réflexions sur la résolution algébrique des équations. Nouv. Mém. Ac. Berlin 1770, 134—215, [1772], et 1771, 138—254 [1773]. (Deutsch von Michelsen in Eulers Einleitung in die Analysis des Unendlichen, 3, Berlin

1791.) (Hier sind alle früheren Methoden, Gleichungen höherer Grade zu lösen, zusammengestellt. Als allgemeines Prinzip benutzt Lagrange die Aufstellung der nach ihm benannten Resolvente.)

- Vandermonde**, Mémoire sur la résolution des équations. Hist. Mém. Ac. Paris a. 1771, 365 [1773]. (Bestimmung des Grades der Resolventengleichung. Mit dieser Abhandlung datiert ein neuer Aufschwung der Algebra.)
- Ruffini**, Riflessioni intorno alla soluzione delle equazioni algebriche generali. Mem. Soc. It. 10, 1803. (Zuerst der Satz ausgesprochen, daß die algebraische Auflösung der Gleichungen von höherem als dem 4. Grade unmöglich ist.)
- H. N. Abel**, Mémoire sur les équations algébriques, où l'on démontre l'impossibilité de la résolution de l'équation générale du cinquième degré. Christiania 1824; Beweis der Unmöglichkeit. Journ. f. Math. 1, 65—84. 1826.
- H. N. Abel**, Sur une classe particulière d'équations résolubles algébriquement. Journ. f. Math. 4, 131—156, 1829. Hrsg. von A. Löwy: Abhandlung über eine besondere Klasse algebraisch auflösbarer Gleichungen. Ostw. Klass. III. 1900. 50 S.

§ 3. **Fundamentaltheorem.** Das Fundamentaltheorem der algebraischen Gleichungen. (Jede algebraische Gleichung  $n^{\text{ten}}$  Grades hat  $n$  Wurzeln):

- C. F. Gauß**, Demonstratio nova theorematis, omnem functionem algebraicam rationalem integram unius variabilis in factores reales primi vel secundi gradus resolvi posse. Diss. Helmstedt 1797. Neue Beweise Comm. rec. Gott. 3, 1815 u. 1816; Abh. Ges. Gött. 4, 1848—1850: „Beiträge zur Theorie der algebraischen Gleichungen.“ „Die Gaußschen vier Beweise für die Zerlegung ganzer algebraischer Funktionen in reelle Faktoren des ersten oder zweiten Grades. (1799—1849).“ Hrsg. von E. Netto. Ostw. Klass. 14, 81 S. 1890.

Die Geschichte und Bibliographie des Fundamentaltheorems gibt:

- G. Loria**, Esame di alcune ricerche concernenti l'esistenza di radici nelle equazioni algebriche. Bibl. math. (2) 5, 99—112, 1891.

§ 4. **Sturmscher Satz.** Der berühmte Sturmsche Satz über die Anzahl der zwischen zwei gegebenen Zahlen liegenden reellen Wurzeln einer Gleichung wurde zuerst veröffentlicht 1829:

- Ch. Sturm**, Analyse d'un Mémoire sur la résolution des équations numériques. Bull. d. sc. math. (Férussac) 11, 419, 1829; dann das Mémoire in Mém. prés. Ac. Paris (2) 6, 271—318, 1835.

Eine zusammenhängende Theorie gab:

- G. Darboux**, Mémoire sur le théorème de Sturm. Bull. sc. math. 8, 56—63, 92—112, 1875.
- L. Kronecker**, Über die verschiedenen Sturmschen Reihen und ihre gegenseitigen Beziehungen. Monatsber. Ak. Berl. 1873, 116—154.
- L. Kronecker**, Über Sturmsche Funktionen. Monatsber. Ak. Berlin 1878, 95—121.

§ 5. **Numerische Gleichungen. Fortsetzung.** Weitere Schriften über die Lösung der numerischen Gleichungen:

- L. Lagrange**, Traité de la résolution des équations numériques de tous les degrés. Avec des Notes sur plusieurs points de la théorie des équations algébriques. 3. éd. p. Poincot. Paris 1826.
- J. B. J. Fourier**, Analyse des équations déterminées. Posth. Paris 1831.
- M. W. Drobisch**, Lehre von den höheren numerischen Gleichungen. Leipzig 1834.
- J. Brizard**, Méthode pour résoudre les équations numériques de tous les degrés. Paris 1834.

- K. H. Gräffe**, Die Auflösung der höheren numerischen Gleichungen. Zürich 1837. Zusätze 1839. Bearbeitet von Encke, Berl. astr. Jhrb. 1841.  
**C. Jordan**, Traité des substitutions et des équations algébriques. Paris 1870.

§ 6. **Symmetrische Funktionen.** Die Theorie der symmetrischen Funktionen der Wurzeln algebraischer Gleichungen findet sich in den oben (S. 59) genannten Schriften Edw. Warings. Ferner in:

- C. W. Borchardt**, Bestimmung der symmetrischen Verbindungen mittels ihrer erzeugenden Funktion. Journ. f. Math. **53**, 193, 1857.  
**G. Salmon**, Lessons introductory to modern higher algebra. London 2. ed. 1866. Dtsch. von Fiedler. Vorlesungen über die Algebra der linearen Transformationen. 2. Aufl. Leipzig 1877.  
**G. v. Escherich**, Beiträge zur Bildung der symmetrischen Funktionen der Wurzelsysteme und der Resultante simultaner Gleichungen. Denkschr. Ak. Wien **36**, 1876. 24 S.

Tafeln der symmetrischen Funktionen finden sich noch in:

- Meier Hirsch**, Sammlung von Aufgaben aus der Theorie der algebraischen Gleichungen. Berlin, 1809.  
**Faà di Bruno**, Théorie des formes binaires. Turin 1876. Dtsch.: Einleitung in die Theorie der binären Formen. Bearb. von Th. Walter. Leipzig 1881. VIII u. 379 S.  
**W. Rehořovský**, Tafeln der symmetrischen Funktionen der Wurzeln und der Koeffizienten-Kombinationen vom Gewichte 11 und 12. Denkschr. Ak. Wien. **46**, 182. 10 S. u. 2. Tafeln.

### § 7. Gleichungen 4., 5. u. 6. Grades:

- A. Olivier**, Über die konstruktive Lösung geometrischer Aufgaben des 3. und 4. Grades. Pr. Schaffhausen 1868.  
**E. Hutt**, Die Auflösung der Gleichung 4. Grades durch elliptische Funktionen. Diss. Königsberg 1870.  
**A. Puchta**, Das Oktaëder und die Gleichung 4. Grades. Denkschr. Ak. Wien. **41**, 1879. 42 S.  
**J. Pierpont**, Zur Geschichte der Gleichung des 5. Grades (bis 1858). Monatschr. f. Math. **6**, 15—68, 1895. (Tschirnhaus, Euler, Bezout, Lagrange, Vandermonde, Malfatti, Ruffini, Abel, Jacobi, Galois, Hermite, Brioschi, Kronecker.)  
**F. Klein**, Vorlesungen über das Ikosaëder und die Auflösung der Gleichungen vom fünften Grade. Leipzig 1884. 260 S.  
**Ch. Hermite**, Sur la théorie des équations modulaires et la résolution de l'équation du cinquième degré. Paris 1859. Sur l'équation du cinquième degré. Paris 1866.  
**F. Klein**, Untersuchungen über das Ikosaëder. Math. Ann. **12**, 503—561. 1876.  
**P. Gordan**, Die Auflösung der Gleichungen vom fünften Grade. Math. Ann. **13**, 375—405. 1878.  
**F. Brioschi**, Über die Auflösung der Gleichungen vom fünften Grade. Math. Ann. **13**, 109—160. 1878.  
**F. Klein**, Über die Transformation der elliptischen Funktionen und die Auflösung der Gleichungen fünften Grades. Math. Ann. **14**, 111—172. 1878.  
**L. Kiepert**, Auflösung der Gleichungen fünften Grades. J. f. Math. **87**, 114—133. 1878.  
**D. Besso**, Sull equazione del quinto grado. Mem. Acc. Linc. (3) **19**. Roma 1884.  
**A. Weill**, Die geometrische Interpretation der Gleichung fünften Grades auf invariantentheoretischer Grundlage. Diss. Straßburg 1900. 60 S.  
**P. Joubert**, Sur l'équation du sixième degré. Paris 1867.

§ 8. **Reziproke Gleichungen.** Man findet die Theorie derselben in allen elementaren Lehrbüchern der Algebra. Von besonderen Schriften seien angeführt:

A. **Vogt**, Théorie des équations réciproques. Diss. Freiburg 1862.

B. **Adam**, Über reziproke Gleichungen. Pr. Clausthal 1883.

§ 9. **Binomische Gleichungen.** Binomische Gleichungen werden in der Algebra, Zahlentheorie und Trigonometrie behandelt.

F. **Tano**, Intorno alle equazione binomie. Palermo 1881.

C. **Biehler**, Sur la division des arcs en trigonométrie. Sur les équations binômes. Paris 1891.

§ 10. **Trinomische Gleichungen:**

A. **Gebhardt**, Auflösung dreigliedriger algebraischer Gleichungen durch Reihen. Pr. Leipzig 1873.

H. v. **Mangoldt**, Über Darstellung der Wurzeln einer dreigliedrigen algebraischen Gleichung durch unendliche Reihen. Berlin 1878.

J. **Dieckmann**, Zur Auflösung der dreigliedrigen irrationalen Gleichung mit beliebigen Radikanden. Pr. Viersen 1889. 25 S.

A. **Gundelfinger**, Tafeln zur Berechnung der reellen Wurzeln sämtlicher trinomischer Gleichungen. Leipzig 1897. iv u. 15 S.

§ 11. **Aufgaben über algebraische Gleichungen.** In den meisten größeren und kleineren Lehrbüchern der Algebra finden sich Übungen und Aufgaben. Von besonderen Aufgabensammlungen über algebraische Gleichungen seien folgende genannt.

E. **Bardey**, Algebraische Gleichungen nebst den Resultaten und den Methoden zu ihrer Auflösung. 5. Aufl. von Fr. Pietzker. Leipzig 1902. xvi u. 420.

E. **Bardey**, Anleitung zur Auflösung eingekleideter algebraischer Gleichungen. Neue Ausg. von F. Pietzker. Leipzig 1903. viii u. 159.

E. **Bardey**, Quadratische Gleichungen mit den Lösungen für die oberen Klassen der Gymnasien und Realschulen. 2. Aufl. Leipzig 1887. iv u. 94.

E. **Bardey**, Zur Formation quadratischer Gleichungen. 2. Aufl. 1894. viii u. 390. Leipzig.

**Meier Hirsch**, Sammlung von Aufgaben aus der Buchstabenrechnung und Algebra. Berlin 1804. 5. Aufl. 1853. 18. Ausg. von H. Bertram 1881.

**Eduard Heis**, Sammlung von Beispielen und Aufgaben aus der allgemeinen Arithmetik und Algebra. Köln 1837. 20. Aufl. 1868. 106.—108. Ausg. 1904.

**Ludwig Matthießen**, Schlüssel zur Sammlung von Beispielen und Aufgaben von E. Heis. 3. Aufl. 3 Teile. Köln 1886.

S. **Tzaut et Morf**, Exercices et Problèmes d'Algèbre. I<sup>re</sup> Série. Recueil gradué renfermant plus de 3880 exercices sur l'Algèbre élémentaire jusqu'aux équations du premier degré inclusivement. 12<sup>o</sup>. Paris 1877. 2. éd. 1892. Réponses aux Exercices et Problèmes. ib.

S. **Tzaut**, Exercices et Problèmes d'Algèbre. II<sup>re</sup> Série. Recueil gradué renfermant plus de 6200 exercices sur l'Algèbre élémentaire, depuis les équations de premier degré exclusivement jusqu'au binôme de Newton et aux déterminants inclusivement. 12<sup>o</sup>. Paris 1881. Réponses ib. 1881.

E. **Lampe**, Geometrische Aufgaben zu den cubischen Gleichungen nebst einem Anhang mit Aufgaben über biquadratische Gleichungen. Pr. Berlin 1876.

E. **Lampe**, Geometrische und mechanische Aufgaben zur numerischen Auflösung von Gleichungen höherer Grade. Pr. Berlin 1885. 24 S.

Weitere Aufgaben über algebraische Gleichungen sind mit solchen über Arithmetik vereinigt und im nächsten Abschnitt zu finden. Auch verweisen wir auf die weiter unten anzuführenden Aufgaben-Sammlungen aus der gesamten Elementar-Mathematik.

Wir bemerken schließlich, daß wir die transzendenten Gleichungen in die Funktionentheorie eingereiht haben, und die Theorie der Elimination in das gleiche Kapitel wie die Substitution gesetzt haben.

## Kapitel 4. Elimination, Substitution und Gruppentheorie.

§ 1. **Elimination.** Die Auflösung eines Systems simultaner Gleichungen wird in den Lehrbüchern der Algebra, die oben (S. 57—59) genannt sind, vorgetragen.

Die Theorie der Elimination fand ihre Ausbildung in folgenden Arbeiten:

- Gabriel Cramer**, Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques. Genève 1750.
- L. Euler**, Nouvelle méthode d'éliminer les quantités inconnues des équations. Hist. Mém. Ac. Berlin **20**, a. 1764, 91—104 [1766].
- L. Lagrange**, Sur l'élimination des inconnues dans les équations. Hist. Mém. Ac. Berlin **25**, a. 1769, 303—318 [1771].
- Ét. Bezout**, Recherches sur le degré des équations résultantes de l'évanouissement des inconnues et sur les moyens qu'il convient d'employer pour trouver les équations résultantes. Mém. Ac. Par. a. 1764, 288—338 [1767].
- Ét. Bezout**, Théorie générale des équations algébriques. Paris 1779, 471 p. 4<sup>o</sup>.
- Ch. A. Vandermonde**, Mémoire sur l'élimination des inconnues dans les équations. Mém. Ac. Par. a. 1771—72, 365 [1773—74].
- A. L. Cauchy**, Mémoire sur l'élimination d'une variable entre deux équations algébriques, in Exercices mathématiques. Paris 1827. Wieder abgedruckt Nouv. Ann. (2) **15**, 385—396, 433—451. 1876.
- K. G. J. Jacobi**, De eliminatione variabilis e duabus equationibus algebraicis. Journ. f. Math. **15**, 101—123. 1836.
- J. J. Sylvester**, Dialectic method of eliminating. Phil. Mag. **22**, 1842.
- R. Lemonnier**, Mémoire sur l'élimination. Ann. Ec. Norm. (2) **8**, 77—100, 151—214. 1878. (Historische Methoden von Sylvester, Bezout, Cauchy; Theorie der gemeinsamen Wurzeln zweier Gleichungen; Sturmsche Funktionen.)
- M. Falk**, Sur la méthode d'élimination de Bezout et Cauchy. Mém. Soc. Upsala 1879. 36 S.
- L. Kronecker**, Zur Theorie der Elimination einer Variablen aus zwei algebraischen Gleichungen. Monatsber. Ak. Berlin Juni 1881. 66 S.

§ 2. **Substitution.** Die Theorie der Substitutionen hat sich ebenfalls aus der Theorie der algebraischen Gleichungen entwickelt; in den Lehrbüchern der Algebra finden wir die Elemente der Substitutionentheorie vorgetragen. In Lagranges Réflexions sur la résolution algébrique des équations 1770/71 (s. oben S. 59) sind die Anfänge der Theorie zu suchen. Die weiteren Entwicklungen der Theorie durch Cauchy, Gauß, Abel und Galois nebst der einschlägigen Literatur werden in folgenden Lehrbüchern dargestellt:

- J. A. Serret**, Cours d'algèbre supérieure 1866 (s. oben S. 58) II, 4: Die Substitutionen. In der dtsh. Ausg. S. 175—342.
- C. Jordan**, Traité des substitutions et des équations algébriques. Paris 1870.
- E. Netto**, Substitutionentheorie und ihre Anwendung auf die Algebra. Leipzig 1882. VIII u. 290 S. (Eine leichtere Einführung mit Benutzung der Kroneckerschen Anschauungen über Rationalitätsbereiche u. ä.)
- E. Netto**, Einleitung in die Theorie der Substitutionen und ihrer Anwendungen. Arch. Math. Phys. 62, 225—259. 1878.

§ 3. **Gruppentheorie.** Die Anfänge der Gruppentheorie sind zurückzuführen auf die Schrift von

**Paolo Ruffini**, Teoria generale delle equazioni, in cui si dimostra impossibile la soluzione algebraica delle equazioni generali di grado superiore al quarto. 2 v. Bologna 1798. 522 S.

Geschichtliches findet man in:

**H. Burkhardt**, Die Anfänge der Gruppentheorie und Paolo Ruffini. Z. Math. Phys. 37, Suppl. 119—159, 1892.

**G. A. Miller**, Report on recent progress in the theory of groups of finite order. Bull. Amer. Math. Soc. (2) 5, 227—249, 1899. Second report. ib. (2) 9, 106—123, 1902.

Ev. Galois wies auf die Bedeutung des Begriffs der diskontinuierlichen Gruppe für die Algebra hin. Später wurde der Begriff der diskontinuierlichen Gruppe für die Zahlentheorie von Dedekind u. a., für die allgemeine Funktionentheorie von F. Klein, Poincaré, Picard u. a. verwertet. Ihre Arbeiten siehe in den betr. Abschnitten.

Die Theorie der Auflöser der algebraischen Gleichungen beruht hauptsächlich auf der Betrachtung gewisser Gruppen von Substitutionen oder Vertauschungen der Wurzeln. Ein ähnliches Problem ist, wie S. Lie 1873 bemerkt hat, das der Integration von Differentialgleichungen. Für die erste Einführung in die Liesche Gruppentheorie sei genannt:

**S. Lie**, Vorlesungen über kontinuierliche Gruppen zur Einführung in die Theorie derselben. Bearbeitet und hrsg. von G. Scheffers. Leipzig 1891. XVI u. 568.

Eine vollständige systematische Darstellung der von Lie veröffentlichten Untersuchungen gibt das Werk von

**S. Lie**, Theorie der Transformationsgruppen. Unter Mitwirkung von F. Engel. I. X u. 632. 1888. II. VIII u. 555. 1890. III. XXVII u. 831. 1893.

Anwendungen von Lies Gruppentheorie auf Differentialgleichungen enthalten Arbeiten, auf welche wir in der Theorie der Differentialgleichungen hinweisen.

## Kapitel 5. Determinanten.

§ 1. **Einleitung. Historisches.** Die erste Idee, die Theorie der Gleichungen durch Bildung kombinatorischer Ausdrücke, die heute Determinanten genannt werden, zu fördern, gebührt Leibniz (Brief an de l'Hospital v. 28. April 1693). Die zweite Erfindung der Determinanten machte

**G. Cramer**, Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques. Appendice. Genève 1750.

Anfänge der Theorie finden sich bei

- L. Lagrange**, Nouvelle solution du problème du mouvement de rotation d'un corps etc. *Nouv. Mém. Ac. Berlin* a. 1773, 86—120 [1775], und bei  
**A. Th. Vandermonde**, Mémoire sur l'élimination des inconnues dans les équations. *Mém. Ac. Paris* a. 1772, 516 [1774].

Aber der formale Begründer der Determinantentheorie wurde

- A. L. Cauchy**, Mémoire sur les fonctions qui ne peuvent obtenir que deux valeurs égales et de signes contraires par suite des transpositions opérées entre les variables qu'elles renferment. *J. Éc. Polyt. ch.* 17, 1815.

Die geschichtliche Entwicklung der Theorie der Determinanten und eine Bibliographie enthalten die Schriften von

- Th. Muir**, The theory of determinants in the historical order of its development. Part I. Determinants in general. Leibniz (1693) to Cayley (1841). London 1890. xi u. 278. 2<sup>a</sup>. ed. London 1906. xi u. 491.  
**Th. Muir**, The theory of continuants in the historical order of its development up to 1870. *Proc. Soc. Edinb.* 25, 129—159, 1904; 648—679, 1905.  
**Th. Muir**, A third list of writings of determinants (1885—1900). *Quart. J.* 36, 171—192, 1904; 193—267, 1905. (S. auch § 3 S. 67.)

§ 2. **Lehrbücher und Abhandlungen.** Ein Kapitel über Determinanten findet man in allen Lehrbüchern der Algebra. Von besonderen Lehrbüchern seien genannt:

- H. Dölp**, Die Determinanten, nebst Anwendung auf die Lösung algebraischer und analytischer Aufgaben. 5. Aufl. Darmstadt 1899. iv u. 95.  
**Ö. Hesse**, Die Determinanten, elementar behandelt. 2. Aufl. Leipzig 1872. iv u. 48. (Wegen der strengen Definition nicht einfach.)  
**S. Günther**, Lehrbuch der Determinantentheorie. Erlangen. 2. Aufl. 1877. (Mit Literaturverzeichnis und Aufgaben.)  
**R. Baltzer**, Theorie und Anwendung der Determinanten. Leipzig. 5. Aufl. 1881. (Nicht für Anfänger.) Frz. von Hoüel. Paris 1861.  
**J. Diekmann**, Einleitung in die Lehre von den Determinanten und ihrer Anwendung auf dem Gebiete der niederen Mathematik. Essen 1876. 88 S.  
**K. Hattendorff**, Einleitung in die Lehre von den Determinanten. Hannover. 2. Aufl. 1887. 60 S.  
**P. Mansion**, Introduction à la théorie des déterminants. 3. éd. Gand 1899. 40 S. Übersetzt:  
**P. Mansion**, Einleitung in die Theorie der Determinanten für Gymnasien und Realschulen. Leipzig 1899. 40 S.  
**P. Mansion**, Éléments de la théorie des déterminants avec de nombreux exercices. Paris 6<sup>e</sup>. éd. 1900. iv u. 91. Deutsch von Horn. Leipzig 3. Aufl. 1900. 103 S.  
**E. Pascal**, I determinanti, teoria ed applicazioni, con tutte le più recenti ricerche. Milano 1896. viii u. 330. (Ein vollständiges Kompendium mit Geschichte und Bibliographie.) Dtsch. von Leitzmann. Leipzig 1900. xvi u. 266.  
**R. Forsyth Scott**, The theory of determinants and their applications. 2<sup>o</sup> ed. rev. by G. B. Mathews. Camb. 1904. xi u. 288.  
**Th. Muir**, A treatise on the theory of determinants with graduated sets of exercises for use in colleges and schools. London 2. ed. 1900. 240 S.  
**G. Dostor**, Éléments de la théorie des déterminants, avec application à l'Algèbre, la Trigonométrie et la Géométrie analytique dans le plan et dans l'espace. Paris. 2. éd. 1883. xxxii u. 352. 3. éd. 1905. xxxiii u. 362.  
**E. Netto**, Kombinatorik. § 15—35 Determinanten. *Encykl. d. math. Wiss.* I, 36—46.

Von wichtigen Abhandlungen über Determinanten seien genannt:

- C. G. J. Jacobi**, De formatione et proprietatibus determinantium. *J. f. Math.* 22, 285—318, 1841. Dtsch. hrsg. von P. Stäckel: Über die Bildung und

die Eigenschaften der Determinanten. Ostw. Klass. Nr. 77. 1896. 73 S. (Mit historischen Notizen.)

- C. G. J. Jacobi**, De determinantibus functionalibus. J. f. Math. **22**, 319—352, 1841. Dtsch. hrsg. von P. Stäckel: Über die Funktionaldeterminanten, Ostw. Klass. Nr. 78. 1896. 72 S.
- O. Hesse**, Über die Elimination der Variablen aus drei algebraischen Gleichungen vom zweiten Grade mit zwei Variablen. Journ. f. Math. **28**, 68—96, 1844.
- A. Cayley**, On the theory of determinants. Trans. Soc. Cambr. **8**, 1844.
- A. Cayley**, Sur quelques propriétés des déterminants gauches. Journ. f. Math. **38**, 93, 1848.
- E. Schering**, Analytische Theorie der Determinanten. Abh. Ges. Gött. **22**, 1877. 41 S.
- Ph. Gilbert**, Sur une propriété des déterminants fonctionnels. Bruxelles 1869.

## Kapitel 6. Algebraische Formen.

### § 1. Einleitung. Historisches.

Charakteristisch für die neuere Algebra ist, daß sie ihre Resultate in größter Allgemeinheit und in symmetrischer Form gibt. Unter Theorie der algebraischen Formen versteht man die Untersuchung derjenigen Eigenschaften der ganzen homogenen Funktionen beliebig vieler Veränderlichen, die bei beliebigen linearen Transformationen bestehen bleiben. Der Keim der Invarianz ist bereits in Lagranges oben (S. 59) genannter Abhandlung v. J. 1773 zu finden; doch beginnt die eigentliche Theorie der algebraischen Formen erst in den vierziger Jahren des 19. Jahrhunderts.

- O. Hesse**, Über die ebenen Kurven 3. Ordnung. Journ. f. Math. **28**, 68 u. **97**, **36**, **143**; **37**, 241 u. 257. Covariante (Hessische Form) und eine Invariante (Diskriminante).
- A. Cayley**, Über die Hyperdeterminante, das Fundamentalprinzip der modernen Algebra. Cambr. Math. J. **4**, 1845 u. Journ. f. Math. **30**, 1—37, 1846.
- J. J. Sylvester**, On a theory of the syzygetic relations of two rational integral functions. Phil. Trans. London 1853. (Trägheitsgesetz der quadratischen Formen.)
- S. Aronhold**, Zur Theorie der homogenen Funktionen dritten Grades. Journ. f. Math. **39**, 140—160, 1850.
- S. Aronhold**, Über eine fundamentale Begründung der Invariantentheorie. Journ. f. Math. **52**, 281, 1863.
- S. Aronhold**, Theorie der homogenen Funktionen dritten Grades von drei Veränderlichen. Journ. f. Math. **55**, 97—191 1858.
- A. Cayley**, Memoirs upon Quantics. Phil. Trans. London 1857 u. 1858.
- A. Cayley**, Mémoire sur la forme canonique des formes binaires. Journ. f. Math. **54**, 48—58 u. 292, 1857.

Geschichte und Literatur der algebraischen Formen gibt:

- Franz Meyer**, Bericht über den gegenwärtigen Stand der Invariantentheorie. Ber. Dtsch. Math. Ver. **1**, 79—292. 1892. Frz. von H. Fehr, Bull. sc. math. **20**, 1896. Ital. von G. Vivanti, Giorn. di mat. Napoli 1899.

### § 2. Lehrbücher der Theorie der algebraischen Formen.

- G. Salmon**, Lessons introductory to the modern higher algebra. London 1859. Deutsch von W. Fiedler: Vorlesungen über die Algebra der linearen Transformationen. 2. Aufl. Leipzig 1877. xiv u. 478. (Theorie der Determinanten; Resultanten, Diskriminanten, Invarianten und Covarianten; Kanonische Formen; Binäre Formen. Historisches. Bibliographie.)
- W. Fiedler**, Die Elemente der neueren Geometrie und der Algebra der binären



Formen. Ein Beitrag zur Einführung in die Algebra der linearen Transformationen. Leipzig 1862. 235 S.

- A. Clebsch**, Theorie der binären algebraischen Formen. Leipzig 1871. VIII u. 467.  
**F. Faà di Bruno**, Théorie des formes binaires. Torino 1876. Dtsch. von Th. Walter. Leipzig 1881. VIII u. 379.  
**P. Gordan**, Vorlesungen über Invariantentheorie. Hrsggeg. von G. Kerschene- steiner. Leipzig. I. Bd Determinanten. XI u. 201. 1885. II. Binäre Formen. XII u. 360. 1887. III. Ternäre Formen. 1906.  
**E. Study**, Methoden zur Theorie der ternären Formen. Im Zusammenhange mit Untersuchungen Anderer dargestellt. Leipzig. 1889. XII u. 210.  
**H. Andoyer**, Leçons sur la théorie des formes et la géométrie analytique supérieure, à l'usage des étudiants des facultés des sciences. 2 v. Paris 1900. I. VI u. 508. II. (sous presse).

### § 3. Spezielles.

- P. Gordan**, Über das Formensystem binärer Formen. Leipzig. 1875. 52 S.  
**F. Klein**, Über binäre Formen mit linearen Transformationen in sich selbst. Math. Ann. 9, 183—208, 1875.  
**L. Wedekind**, Beiträge zur geometrischen Interpretation binärer Formen. Diss. Erlangen 1875.  
**C. Jordan**, Mémoire sur les covariants des formes binaires. Journ. d. math. p. appl. (3) 2, 177—233, 1876.  
**A. Cayley**, A tenth memoir upon quantics. Phil. Trans. London 169, 603—661, 1878. (Zur Theorie der binären Formen. 5. Ordnung.)  
**P. Gordan**, Über Combinanten. Math. Ann. 5, 95—123. 1872.  
**A. Clebsch und P. Gordan**, Über cubische ternäre Formen. Math. Ann. 6, 436—512, 1873.  
**Th. Muir**, The theory of orthogonants in the historical order of its development up to 1832. Proc. R. Soc. Edinb. 24, 244—288, 1902.  
**Th. Muir**, The theory of Jacobians in the historical order of its development up to 1841. Proc. R. Soc. Edinb. 24, 151—195, 1902.

## Abschnitt IV. Arithmetik.

### Kapitel 1. Niedere Arithmetik.

§ 1. Das elementare Rechnen. Die niedere Arithmetik umfaßt die sieben algebraischen Operationen, d. h. die Theorie der Verknüpfungen von Zahlen durch die Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division, Potenzierung, Radizierung und Logarithmierung. Das elementare Rechnen vollzieht diese Verknüpfungen an natürlichen bestimmten Zahlen; die allgemeine Arithmetik oder Buchstabenrechnung, arithmetica speciosa, operiert mit unbestimmten Zahlen oder Zahlensymbolen (Buchstaben).

Über die Geschichte der Zahlzeichen, der Numerationssysteme und des elementaren Rechnens in den ältesten Zeiten findet man Näheres in **M. Cantors** Vorlesungen über Geschichte der Mathematik (oben S. 3), in **M. Cantor**, Mathematische Beiträge zum Culturleben der Völker. Halle 1863.  
**G. Friedlein**, Die Zahlzeichen und das elementare Rechnen der Griechen und Römer und des christlichen Abendlandes vom 7. bis 13. Jahrhundert. Erlangen 1869.

- P. Treutlein**, Geschichte unsrer Zahlzeichen und Entwicklung der Ansichten über dieselben. Pr. Karlsruhe 1875.  
**R. F. B. Cantzler**, De Graecorum arithmetica dissertatiunculae. 2 Pr. Greifswald 1831 u. 1832.

- K. G. Hunger**, Die arithmetische Terminologie der Griechen als Kriterium für das System der griechischen Arithmetik. Pr. Hildburghausen 1874.
- P. Treutlein**, Das Rechnen im 16. Jahrhundert. Abh. z. Gesch. d. Math. I. Leipzig 1877 u. Z. f. Math. u. Phys. 20. Suppl.
- H. Stoy**, Zur Geschichte des Rechenunterrichts. I. (einz.) T. Diss. Jena 1876.
- Friedr. Unger**, Die Methodik der praktischen Arithmetik, in historischer Entwicklung vom Ausgange des Mittelalters bis auf die Gegenwart, nach den Originalquellen bearbeitet. Leipzig 1888. 240 S.
- T. Adam**, Geschichte des Rechnens und des Rechenunterrichts. Quedlinburg 1892.
- P. Bariola**, Storia della ragioneria italiana. Milano 1897.
- A. Brambilla**, Saggio di storia della ragioneria presso i popoli antichi. Milano 1896. 50 S.
- A. Brambilla**, Saggi critici di storia della ragioneria. I. Milano 1898.
- F. Villieus**, Geschichte der Rechenkunst vom Altertum bis zum 18. Jahrhundert mit besonderer Rücksicht auf Deutschland und auf Österreich. 3. Aufl. Wien 1897. VI u. 114.
- A. Sadowski**, Die österreichische Rechenmethode in pädagogischer und historischer Beleuchtung. Pr. Königsberg 1892.
- P. Steinweller**, Kurzer Abriss der Geschichte des Rechenunterrichts sowie Beschreibung der wichtigsten Lehrmittel für denselben. Leipzig. 2. Aufl. 1900. 48 S.
- G. Carboni**, Elenco cronologico delle opere di computisteria e ragioneria venuto alla luce in Italia dal 1202 sino al presente. 3. ed. Roma 1886.
- H. Große**, Historische Rechenbücher des 16. und 17. Jahrhunderts und die Entwicklung ihrer Grundgedanken bis zur Neuzeit. Ein Beitrag zur Geschichte der Methodik des Rechenunterrichts. Leipzig 1901. 183 S.
- Von älteren Rechenbüchern nennen wir nur solche, die historisch wichtig sind. Jahrhunderte hindurch haben die Rechenmeister und Algebraisten ihre Weisheit geschöpft aus dem Werke von:
- Leonardo Pisano** (gen. Fibonacci), Liber Abaci, 1202 geschrieben. 1228. Pubblicato da B. Boncompagni, Roma 1857.
- Luca Paciolo**, Summa de arithmetica, 1494. (Das schon oben [S. 57] erwähnte Buch enthält auch die praktische Arithmetik.)
- Ulrich Wagner**, ein Rechenbuch, gedruckt 1482 von Petzensteiner. Bamberg.
- J. Widmann**, Behende und hübsche Rechnung auf allen Kaufmannschaft. Leipzig 1489, Pforzheim 1500, 1508, Hagenau 1519 u. Augsburg. 1526.
- Gernardus**, Algorithmus demonstratus. Ed. J. Schoner Norimb. 1534.
- G. v. Peuerbach**, Elementa Arithmetices. Wittenberg 1536.
- Reiner Gemma Frisius**, Arithmeticae practicae methodus facilis. Antw. 1540, Viteb. 1548. Viele Auflagen.
- Adam Riese**, Rechnung nach der Lenge, auf den Linien und Federn, dazu forteil und behendigkeit durch die Proportionen, Practica genennt. St. Annenberg 1550.
- Christian Pescheck**, Vorhof zur Rechenkunst. Zittau 1708. 12. Aufl. 1768. (Ein weit verbreitetes Rechenbuch.)
- C. v. Clausberg**, Demonstrative Rechenkunst, worinnen gemeine und kaufmännische Rechnungsarten. Leipzig 1732. 5. Aufl. 1795.
- I. G. G. Hübsch**, Arithmetica Portensis. Leipzig 1748. (Für Lateinschulen. Ganze Zahlen, Brüche, Praktik, Regeldetri.)
- I. B. Basedow**, Überzeugende Methode der auf das bürgerliche Leben angewandten Arithmetik. Lübeck 1763.
- J. H. Pestalozzi**, Anschauungslehre der Zahlenverhältnisse, bearb. von Krüsi. Zürich 1803.
- Jos. Schmidt**, Die Elemente der Zahl als Fund der Algebra. Heidelberg 1810.
- E. A. A. Tillich**, Allgemeines Lehrbuch der Arithmetik. Leipzig 1806 u. 1821.

- F. W. v. Türk**, Leitfaden zur zweckmäßigen Behandlung des Unterrichts im Rechnen. Berlin 1816. 4. Aufl. 1824.
- A. Diesterweg** und **Horner**, Methodisches Handbuch für den Gesamtunterricht im Rechnen. Elberfeld. 3. Aufl. 1839.
- W. Stern**, Lehrgang des Rechenunterrichts nach geistbildenden Grundsätzen. Karlsruhe 1832.
- A. W. Grube**, Leitfaden für das Rechnen in der Elementarschule, nach den Grundsätzen der heuristischen Methode. Berlin 1842. 2. Aufl. 1852.
- A. Böhme**, Anleitung zum Unterricht im Rechnen. Berlin 1852.
- A. Harprecht**, Der Rechenunterricht in der Realschule. Pr. Berlin 1866.
- B. E. R. Schurig**, Lehrbuch der Arithmetik. Leipzig 1883—84.
- F. Schader**, Über den Rechenunterricht an höheren Schulen. Entwurf eines methodischen Leitfadens. I. Pr. Naumburg 1884.
- Tanck**, Das Rechnen auf der Unterstufe. 1884.
- A. P. L. Claußen**, Methodische Anleitung zum Unterricht im Rechnen. Potsdam 1885. 304 S. (Für Volksschullehrer.)
- E. Sürchinger** u. **V. Ester**, Aufgabensammlung für den Rechenunterricht. 3 Hefte: 91 + 104 + 70 S. Leipzig. 3. Aufl. 1904.
- H. Müller** und **F. Pietzker**, Rechenbuch für die unteren Klassen der höheren Lehranstalten. A. Für Gymnasien. VIII u. 254. B. Für Realanstalten. VIII u. 284. Leipzig 1904. C. 3 Hefte. 1906. XVIII u. 252.
- H. Heinemann** und **Fr. Schreyer**, Rechenbuch für kaufmännische Fortbildungsschulen. A. 4 Hefte. VI u. 412. B. II u. 338. C. II u. 189. Leipzig 1904.
- W. Stegemann**, Zur Methodik des Rechenunterrichts in höheren Schulen. Pr. Prenzlau 1889.

Das Kopfrechnen wird ausführlich behandelt in:

- Ryder**, Système complet de calcul mental, ou Méthode de calcul abrégé. Paris 1886.
- W. A. Quitzow**, Das Kopfrechnen in systematischer Stufenfolge. Leipzig 1883. 250 S.
- W. Adam**, Schule des Kopfrechnens. Zum Handgebrauch für Lehrer bearbeitet. Leipzig. I. T. 1886. 215 S. II. 1887. 136 S. III. 1888. 156 S.
- Émile Jacobi**, La clef de l'Arithmétique. Traité de Calcul mental. Ouvrage couronné. 2. éd. 18°. Paris 1860.

Die Bruchrechnung, sowohl das Rechnen mit gemeinen Brüchen wie die Dezimalbruchrechnung, werden in den genannten Rechenbüchern abgehandelt. Von besonderen Büchern seien genannt:

- E. Th. Schütze**, Praktische Anweisung zur Behandlung der Bruchrechnung und der bürgerlichen Rechnungsarten. Für angehende Lehrer. Leipzig 1877. 368 S. — Frag- u. Aufgabenhefte zur Bruchrechnung und den bürgerlichen Rechnungsarten. Leipzig 1878, I. Heft. — Bruchrechnung und Regeldetri. 88 S. II. Heft. — Die bürgerlichen Rechnungsarten mit abgekürzter Dezimalbruchrechnung. 66 S. Auflösungen zu I u. II. 35 S.

Was die Entstehung der Dezimalbrüche anbetrifft, so waren Peurbach und Regiomontanus die Ersten, welche in astronomischen Rechnungen die von den Griechen überkommenen Sexagesimalbrüche durch Dezimalbrüche ersetzten. Allgemeiner kamen sie erst in Gebrauch durch die erste zusammenhängende Darstellung von

- Simon Stevin**, La disme enseignant facilement expédier par nombres entiers sans rompre tous comptes se rencontrant aux affaires des hommes. Leyden 1585. 7 S. fol. Weitere Schriften:
- Joh. Hartmann-Beyer**, Logistica decimalis, d. i. Kunstrechnung von zehnteiligen Brüchen. Frankf. 1603. IV u. 230 S. u. später.
- J. Robertson**, On the theory of circulating decimal fractions. Phil. Trans. Lond. 1768, 207.

- Joh. III. Bernoulli**, Sur les fractions décimales périodiques. Hist. Mém. Ac. Berlin a. 1771, 273, 305.
- W. Fr. Wucherer**, Beiträge zum allgemeinen Gebrauch der Decimalbrüche. Mit Tafeln. Carlsruhe 1795. 152 S.
- Ch. L. Schübler**, Praktische Vorteile der Decimalrechnung mit bestimmten Anwendungen, insbesondere auch in Beziehung auf Kopfrechnen. Heilbronn 1799.
- F. Vieille**, Théorie générale des approximations numériques. 2. éd. 18°. Paris 1854.
- C. Harms**, Das abgekürzte Rechnen. Pr. Oldenburg 1872.
- A. Powel**, Abgekürzte Rechnung mit Dezimalzahlen. Pr. Gumbinnen 1887.
- P. Martin**, Théorie et pratique des calculs d'approximation numérique. Paris 12°. 1864.
- Gouyon**, Sur les approximations numériques. 2. éd. Paris 1891.
- Bohnstedt**, Das Rechnen mit Dezimalbrüchen. Pr. Luckau 1874.
- G. de Coninck**, Lois nouvelles des puissances des nombres. Propriétés nouvelles des fractions décimales périodiques. Paris 1875.
- H. Schwarz**, Theorie der abgekürzten Rechnung mit Dezimalzahlen. Pr. Gumbinnen 1882.
- C. H. Nagel**, Theorie der periodischen Dezimalbrüche. Stuttgart. 2. Aufl. 1884.
- O. Adam**, Über periodische Dezimalbrüche. Pr. Wien 1885.
- H. Bork**, Periodische Dezimalbrüche. Pr. Berlin 1895.
- E. Kullrich**, Die abgekürzte Dezimalbruchrechnung. Pr. Schöneberg 1898. 28 S. 4°.
- A. Holtze**, Über periodische Dezimalbrüche und ihr Analogon in anderen Zahlensystemen. Pr. Naumburg 1887. 50 S. 4°.
- P. F. Verhulst**, Leçons d'arithmétique sur la multiplication abrégée. Bruxelles 1897.
- Die Verhältnisrechnung und Regeldetri findet ihre Stelle in allen Rechenbüchern; von speziellen Schriften seien genannt:
- K. F. de Rees**, Allgemeine Regel der Rechenkunst, oder neueste Art, alle Aufgaben, in welchen etwas ein Verhältnis zu andern Dingen hat, kurz und leicht aufzulösen. Aus dem Holl. von L. Mt. Kahle Bremen 1738. 6. A. 1797.
- M. L. Willich**, Gründliche Vorstellung der Reeseschen allgemeinen Regel nebst deren Anwendung auf die üblichsten Rechnungsarten. 2 Bd., Bremen u. Göttingen 1759—60.
- J. G. Schmalzried**, Vollständige Anleitung zur Reeseschen Rechnung. Stuttgart 1778; 7. Aufl. 1810.
- J. M. Knappich**, Logisch-mathematische Lösungsmethode der Verhältnisrechnung. Isng. 1827.
- N. H. W. Arendt**, Die Regeldetri in ganzen Zahlen und mit leichten Brüchen. Hamburg und Leipzig 1835.
- G. Longona**, La regola de tri. Sambolini 1893.
- E. R. Albricht**, Über die Lösung aller Aufgaben der einfachen und zusammengesetzten Regeldetri. Pr. Leisnig 1893.
- F. Kleinpaul**, Aufgaben zum praktischen Rechnen. I—IV. 12. Aufl. Bremen 1886.
- E. Knieß und O. Bachmann**, Aufgabensammlung für das Rechnen mit bestimmten Zahlen. I—II. 4.—5. Aufl. München 1893.
- K. Röse**, 5000 Aufgaben nebst den Resultaten aus der Bruchrechnung. Wismar 1890.

## § 2. Die elementare Arithmetik. Lehrbücher und Aufgaben.

In dem VII., VIII. und IX. Buch der Elemente Euklids wird die Arithmetik behandelt; aber in Ermangelung passender Symbole werden hier allgemeine Zahlen durch Strecken bezeichnet und Zahlenverbindungen durch Konstruktionen erläutert. Deutliche Anfänge der Buchstabenrechnung finden sich erst bei

**Michael Stifel**, *Arithmetica integra*. Mit Vorrede von Ph. Melanchthon. Norimb. 1544, und *Die Coss* (S. S. 57).

Weiter entwickelt wird die Buchstabenrechnung von

**Fr. Vieta**, *Isagoge in artem analyticam*. Tours 1591.

**Simon Stevin**, *La pratique d'arithmétique*. Leiden 1585.

**A. Girard**, *Invention nouvelle en l'algèbre* (s. oben S. 57).

**Franciscus Maurolycus**, *Arithmeticon libri II*. Anhang der *Opuscula*. Venetiis 1575.

Als ältere praktische Lehrbücher der Arithmetik nennen wir:

**Reiner Gemma Frisius**, *Arithmeticae practicae methodus facilis*. Antwerp. 1540, Viteberg. 1548. Viele Auflagen.

**Georg Henisch**, *Arithmetica perfecta et demonstrata*. Aug. Vindelic. 1605.

**L. Euler**, Einleitung zur Rechenkunst. Petersb. 1738—40. 2 Bde., 8°.

**A. de Fortia**, *Traité d'arithmétique*. Avignon 1781 u. 1794.

**L. Lagrange**, *Mathematische Elementarvorlesungen* (1795 an der École Normale zu Paris gehalten). Dtsch. von H. Niedermüller. Leipzig 1880, behandeln im I. u. II. Teil die Arithmetik.

Seit Beginn des 19. Jahrhunderts entstanden sehr viele wissenschaftlich gehaltene Lehrbücher der Arithmetik. Aus der Fülle derselben seien folgende genannt:

**M. Ohm**, *Reine Elementarmathematik*. I. Die Arithmetik. Berlin 1825. — Versuch eines vollkommen consequenten Systems der Mathematik. I. Niedere Analysis: Arithmetik und Algebra. Berlin. 2. Aufl. 1828.

**M. Cantor**, *Grundzüge einer Elementararithmetik*. Heidelberg 1855.

**J. H. T. Müller**, *Lehrbuch der allgemeinen Arithmetik*. Halle 1838; 2. Aufl. 1855. 412 S.

**H. Graßmann**, *Lehrbuch der Arithmetik*. Berlin 1861. 220 S.

**J. Bertrand**, *Traité d'arithmétique*. 4. éd. Berlin 1867.

**E. Kossak**, *Die Elemente der Arithmetik*. Pr. Berlin 1872. 29 S. 4°. (Eine wissenschaftliche Auffassung nach Weierstraß.)

**O. Hesse**, *Die vier Species*. Leipzig 1872; 35 S.

**J. A. Serret**, *Traité d'arithmétique*. 7. éd. Paris 1887.

**O. Stolz**, *Vorlesungen über allgemeine Arithmetik*. Nach den neueren Ansichten bearbeitet. Leipzig. I. Allgemeines und Arithmetik der reellen Zahlen. 1885, 344 S. II. Arithmetik der complexen Zahlen. 1886, 326 S.

**R. Baltzer**, *Die Elemente der Mathematik*. I. Arithmetik, S. 1—197. Leipzig. 7. Aufl. 1885.

**H. Schubert**, *Elementare Arithmetik und Algebra*. Leipzig. Göschen. 1899. 230 S. (Auch historische Notizen.)

**K. Schwing**, *Arithmetik und Algebra für höhere Lehranstalten*. Freiburg i. B. 2. Aufl. 1899. 80 S.

**Ch. de Comberousse**, *Arithmétique (I. du Cours de Mathématiques)*. 4. éd. Paris 1900.

**E. Humbert**, *Traité d'arithmétique*. Avec une préface de J. Tannery. 3. éd. Paris 1903. VII u. 501.

**O. Stolz** und **J. A. Gmeiner**, *Theoretische Arithmetik*. Leipzig. I. T. 1901, IV u. 98; II. T. 1902, XI u. 99—402.

**F. Amodeo**, *Aritmetica particolare e generale*. Napoli 1904. XVI u. 526.

Eine Bibliographie der Arithmetik gibt

**A. de Morgan**, *Arithmetical books from the invention of printing to the present time*. London 1847.

In den meisten dieser Lehrbücher finden sich zugleich zahlreiche Übungen und Aufgaben. Von besonderen Aufgaben-Sammlungen seien hier noch einige angeführt:

- Meier Hirsch**, Sammlung von Aufgaben aus der Buchstabenrechnung und Algebra. Berlin 1804. 18. Aufl. von H. Bertram 1881.
- Eduard Heis**, Sammlung von Beispielen und Aufgaben aus der allgemeinen Arithmetik und Algebra. Köln 1837. 108 Aufl. 1904.
- Ludw. MatthieBen**, Schlüssel zur Sammlung von Beispielen und Aufgaben aus der allgemeinen Arithmetik und Algebra von E. Heis. Köln 4. Aufl. VIII u. 180. 1902.
- E. Bardey**, Arithmetische Aufgaben nebst Lehrbuch der Arithmetik. Leipzig 5. Aufl. 1888. 269 S. 13. Aufl. 1903. IX u. 269. 14. Aufl. Neu bearbeitet von F. Pietzker und O. Preßler. Leipzig 1905.
- E. Bardey**, Methodisch geordnete Aufgabensammlung, mehr als 8000 Aufgaben enthaltend, über alle Teile der Elementar-Arithmetik. Leipzig. 28. Aufl. 1905. XIV u. 330. Neue Ausg. 5. Aufl. von F. Pietzker und O. Preßler 1907. VIII u. 395. Ausg. für Lehrerseminare von W. Seyffarth. Leipzig 1904. VIII u. 300.
- H. Schubert**, Sammlung von arithmetischen und algebraischen Fragen und Aufgaben, verbunden mit einem systematischen Aufbau der Begriffe, Formeln und Lehrsätze der Arithmetik für höhere Schulen. 2 Hefte. Potsdam 1883. 222 u. 224 S.
- H. Schubert**, Beispielsammlung zur Arithmetik und Algebra. 2765 Aufgaben, systematisch geordnet. 3. Aufl. Leipzig. 1905. 147 S. 12<sup>o</sup>.
- H. Müller und M. Kutnewsky**, Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik, Trigonometrie und Stereometrie. In 2 Teilen. gr. 8. Leipzig. Ausgabe A: Für Gymnasien und Progymnasien. I. Teil: 4. Aufl. 1906. VII u. 237 S. II. Teil: 1902. VIII u. 348 S. 2. verb. u. stark gekürzte Aufl. 1905. VIII u. 273 S. Ausgabe B: Für reale Anstalten und Reformschulen. I. Teil: 4. Aufl. 1906. VIII u. 301 S. II. Teil: 2. Aufl. 1907. IX u. 304 S. Ausgabe für bayerische Lehranstalten. Herausg. von M. Zwerger. 1906. VIII u. 276 S.
- A. Schülke**, Aufgaben-Sammlung aus der Arithmetik, Geometrie, Trigonometrie und Stereometrie nebst Anwendungen auf Astronomie, Feldmessung, Nautik, Physik, Technik und Volkswirtschaftslehre. gr. 8. Leipzig. I Teil: Für die mittleren Klassen. Mit 7 Figuren im Text. 1906. VIII u. 194 S. II. Teil: Für die oberen Klassen. Mit 45 Figuren im Text. 1902. X u. 194 S.
- H. Fenkner**, Arithmetische Aufgaben. Unter besonderer Berücksichtigung von Anwendungen aus dem Gebiete der Geometrie, Physik und Chemie. Braunschweig 1898. Ausg. A. (Gymn.) VIII u. 258. B. (Realsch.) VI u. 222. 4. Aufl.
- P. André**, Exercices d'arithmétique, problèmes et théorèmes. Énoncés et solutions développées. Paris 6. éd. 1891. 360 S.
- J. Fitz-Patrick et G. Chevreul**, Exercices d'arithmétiques, énoncés et solutions. Avec une préface de J. Tannery. 2. éd. Paris 1899. 690 S.
- K. Schwering**, Sammlung von Aufgaben aus der Arithmetik. 3 T. Freiburg i. B. 2. Aufl. 1902. 242 S.
- E. Wrobel**, Übungsbuch zur Arithmetik und Algebra. 3. Aufl. Rostock 1898.
- H. Harth**, Aufgabensammlung aus der Arithmetik und Algebra. Leipzig und Wien 1898. 305 S.
- K. Fuß**, Sammlung von Aufgaben aus der Buchstabenrechnung und Algebra. Nürnberg 6. Aufl. XII u. 256 S. 1904.

### § 3. Praktische Arithmetik.

Eine der ersten wissenschaftlichen Arbeiten über Zinsrechnung ist:

- G. Leibniz**, Meditatio juridico-mathematica de interusurio simplici. Acta Erud. 1683.

In vielen Lehrbüchern des elementaren Rechnens und der Arithmetik, die wir im vorigen genannt haben, wird auch das kaufmännische Rechnen,

die Zinseszins-, Rabatt-, Termin-, Rentenrechnung und die politische Arithmetik behandelt.

Von speziellen älteren und neueren Lehrbüchern der praktischen Arithmetik seien genannt:

- Christlieb v. Clausberg**, Demonstrative Rechenkunst, worinnen gemeine und kaufmännische Rechnungsarten. Leipzig 1732. 5. Aufl. 1795. 1520 S. (Das bedeutendste kaufmännische Rechenbuch des Jahrhunderts.)
- Carl Chassot de Florencourt**, Abhandlungen aus der juristischen und politischen Rechenkunst. Mit Vorrede von Kästner. Altenburg 1781. 298 S. 4<sup>o</sup>.
- A. G. Kästner**, Fortsetzung der Rechenkunst in Anwendung auf mancherley Geschäfte. Göttingen 1786.
- J. N. Tetens**, Einleitung zur Berechnung der Leibrenten und Anwartschaften, die von dem Leben und Tode einer oder mehrerer Personen abhängen. Mit Tabellen zum praktischen Gebrauche. 2 Bde., Leipzig 1785—86. 1000 S. (Vollständigstes Werk über Leibrenten.)
- Fr. Ferd. Schweins**, Zinseszinsrechnung. Darmstadt 1812.
- J. Ambr. Hülße**, Die einfache und zusammengesetzte Zinsrechnung mit ihren Anwendungen. Leipzig 1836.
- H. Bleicher**, Grundriß der Theorie der Zinsrechnung. Berlin 1888. 75 S.
- F. E. Feller** und **C. G. Odermann**, Das Ganze der kaufmännischen Arithmetik. Leipzig 1842. 17. Aufl. 1897.
- L. Öttinger**, Anleitung zur finanziellen, politischen und juridischen Rechnungen. Braunschweig 1845.
- W. Stanley-Jevons**, The theory of political economy. London 1871.
- Léon Walras**, Éléments d'économie politique pure, ou théorie de la richesse sociale. Lausanne 1874. 208 S.
- E. Kaulich**, Lehrbuch der kaufmännischen Arithmetik. 4. Aufl. Prag 1885.
- M. Cantor**, Politische Arithmetik oder die Arithmetik des täglichen Lebens. Leipzig 1898; 2. Aufl. 1903. x u. 155.
- Moritz Kitt**, Grundlinien der politischen Arithmetik. I. Zinseszins- und Rentenrechnung. iv u. 78. II. Tabellen. 29 S. Wien 1901.
- U. Ceretti**, Gli elementi dell' aritmetica pratica esposto con metodo sinottico. Rieti 1894.
- C. Burali-Forti**, Lezioni di aritmetica pratica. Torino 1901. viii u. 276.
- E. Pereire**, Tables de l'intérêt composé, des annuités et des rentes viagères. Paris 3. éd. 1882.
- N. Lacaille**, Tables synoptiques des calculs d'intérêts composés, d'annuités et d'amortissements. 2. éd. Paris 1885.
- C. Runge**, Praxis der Gleichungen. Leipzig 1900. 196 S.
- J. Lüroth**, Vorlesungen über numerisches Rechnen. Leipzig 1900. vi u. 194.
- H. Bruns**, Grundlinien des wissenschaftlichen Rechnens. Leipzig 1903. vi u. 159.
- R. Mehmke**, Numerisches Rechnen. Encykl. d. math. Wiss. I. T. 938—1079. Leipzig 1901. (Genaueres Rechnen. Genähertes Rechnen. Rechenapparate und -Maschinen. Graphische Tafeln.)
- C. Faßbinder**, Théorie et pratique des approximations numériques. Paris 1906. vi u. 92.

#### § 4. Logarithmen.

Bei Beginn des 17. Jahrhunderts begann eine neue Epoche der Arithmetik mit der Erfindung der Logarithmen.

Die jetzt übliche Darstellung der Lehre von den Logarithmen rührt von **L. Euler** her. (Introductio in analysin infinitorum, Laus. et Gen. 1748, I § 102 sq.)

Für die Geschichte und Bibliographie der Logarithmen ist von Bedeutung das Sammelwerk von

- Fr. Mazères**, *Scriptores logarithmici; or a Collection of several curious tracts on the nature and construction of Logarithmus*, mentioned in Dr. Huttons historical introduction to his new edition of Sherwins mathematical tables. London 6 v. 4<sup>o</sup>. 1791—1807.
- Peter Wargentín**, *Af vetenskapernas historia; om logarithmerma*. Handl. Vet. Stockh. 13, (1752), 1—11. Dtsch. Abh. Schwed. Ak. 14, (1752), 3—15.
- I. Sm. Fr. Gehler**, *Historiae logarithmorum naturalium primordia*. Lips. 1776. 4<sup>o</sup>.
- L. Euler**, *De la controverse entre Mm. Leibniz et Bernoulli sur les logarithmes des nombres négatifs et imaginaires*. Mém. Ac. Berlin 5, a. 1749, 139—179. 1751.
- Bernh. F. Thibaut**, *Historiae controversiae circa numerorum negativorum et impossibilium logarithmos*. Gotting. 1797. 4<sup>o</sup>.
- Joost Bürgi**, *Arithmetische und geometrische Progreß-Tabulen, sambt gründlichem Unterricht, wie solche nützlich in allerley Rechnungen zu gebrauchen und verstanden werden sol*. Prag 1620. 4<sup>o</sup>.
- John Napier**, *Mirifici logarithmorum canonis descriptio*. Edinb. 1614; 2. éd., vermehrt um die: *Mirifici ipsius canonis constructio*, 1619. Facsimile Reprod. der Ausg. Lugd. 1620. Paris 1895. (1) u. 62.
- Henry Briggs**, *Logarithmorum Chilias prima*. London 1618.
- Henry Briggs**, *Arithmetica logarithmica*. London 1624. (Erste vollständige Tafel der gemeinen Logarithmen der Zahlen von 1 bis 20000, von 90000—100000 auf 14 Stellen.) Neue Aufl. von Vlacq. Goudae 1628 (worin die Lücke 20000—90000 ausgefüllt wird).
- Henry Briggs**, *Trigonometria Britannica: sive de doctrina Triangulorum libri duo*. Ed. Henr. Gellibrand. Goudae 1633. 4. Bll. u. 110 S. u. 68 Bg. Tafeln fol.
- Adr. Vlacq**, *Trigonometria artificialis, seu magnus canon triangulorum logarithmicus*. Goudae fol. 1633. Auszüge 1636 und öfter.
- Nic. Mercator**, *Logarithmotechnia, sive methodus nova accurata et facilis construendi logarithmos*. London 1668.
- G. v. Vega**, *Thesaurus logarithmorum completus, d. i. vollständige Sammlung größerer logarithmisch-trigonometrischer Tafeln*. Leipzig 1794. 684 S. fol. (10stellig). Reprod. Florenz 1889 u. 1896. 3 u. 29 u. 684 S. 4<sup>o</sup>.
- G. v. Vega**, *Logarithmisch-trigonometrische Tafeln*. Wien 1783. (7stellig.) Zahlreiche Ausg. von v. Vega, Hülße, Bremiker.
- Fr. Caillet**, *Tables portatives de logarithmes*. Paris 1783 u. flg. Neue Ausg. 1866. 798 S. 8<sup>o</sup>.
- Sherwin**, *Mathematical tables. Revised and corrected by W. Gardiner*. London 1706 u. später. 5. ed. 1785. 535 S.
- G. v. Vega**, *Logarithmisch-trigonometrisches Handbuch*. Hsg. von I. A. Hülße. 34. Aufl. Leipzig 1851; 46. Aufl. 1862. Neue Ausgaben von C. Bremiker. 74. Aufl. von F. Tietjen. Berlin 1892. xxviii u. 575.
- Joh. Karl Schulze**, *Neue Sammlung logarithmischer, trigonometrischer und anderer Tafeln*. 2 T. Berlin 1788. (Enthält 48-stellige natürliche Logarithmen der Primzahlen unter 10000.)
- A. Namur et P. Mansion**, *Tables de logarithmes à 12 décimales, jusqu'à 434 milliards*, publ. p. l'Académie Royale de Belgique. Paris, Bruxelles 1877.
- E. Chambers** *Mathematical tables, consisting of logarithmes of numbers 1 to 10800, trigonometrical, nautical and other tables*, ed. by James Pryde. New ed. by W. and R. Chambers. London, Edinburgh 1880. 454 S. (Reichhaltiges Tabellenwerk.)
- V. Caillet**, *Tables des logarithmes et co-logarithmes des nombres et des lignes trigonométriques. Suivies d'un Recueil de Tables astronomiques et nautiques*. Paris 1854. 331 S., 47 T.
- C. Bruhns**, *Neues logarithmisch-trigonometrisches Handbuch auf 7 Dezimalstellen*. Leipzig 6. Ausg. 1903. xxiv u. 610.



- L. Schrön**, Siebenstellige gemeine Logarithmen der Zahlen von 1 bis 108000 und der Sinus, Cosinus, Tangenten und Cotangenten aller Winkel des Quadranten von 10 zu 10 Sekunden. Braunschweig. T. I u. II. 22. Aufl. 1895. VIII u. 4, XX u. 474. Lex. 8°.
- H. G. Köhler**, Logarithmisch-trigonometrisches Handbuch. Leipzig. 16. Aufl. 1898. XXXVI u. 388 S. 8°.
- I. Höüel**, Tables des logarithmes à cinq décimales pour les nombres et les lignes trigonométriques, suivies des logarithmes d'addition et de soustraction ou logarithmes de Gauß et de diverses tables usuelles. Paris. Nouv. éd. 1891.
- Z. Leonelli**, Supplément logarithmique. Bordeaux 1802. (Darin schon die sog. Gaußschen Logarithmen.) 2. éd. avec une Notice sur l'auteur, par I. Höüel. Paris 1864.
- C. F. Gauß**, Tafel zur bequemen Berechnung der Logarithmen der Summe oder Differenz zweier Größen, die selbst nur durch ihre Logarithmen gegeben sind. Monatl. Corr. Zach 26, 1812.
- Th. L. Wittstein**, Siebenstellige Gaußische Logarithmen. Hannover 1866.
- S. Gundelfinger**, Sechsstellige Gaußische u. siebenstellige gemeine Logarithmen. 2. Aufl. Leipzig 1902. IV u. 31.
- W. Jordan**, Logarithmisch-trigonometrische Tafeln für neue (centesimale) Teilung, mit 6 Dezimalstellen. Stuttgart 1894. VIII u. 420. Gr. Lex. 8°.
- C. Bremiker**, Logarithmisch-trigonometrische Tafeln mit 6 Dezimalstellen. Neu bearb. von Th. Albrecht. Berlin. 13. Asg. 1900. XVIII u. 598.
- C. Stampfer**, Sechsstellige logarithmisch-trigonometrische Tafeln. Neu bearb. von Ed. Doležal. 20. Aufl. Schulausgabe. Wien 1904. XXXII u. 162.
- F. G. Gauß**, Fünfstellige vollständige logarithmische und trigonometrische Tafeln. Halle. 60. Aufl. 1899. 166 u. XXXV. Ster. Dr. 1904. 140 u. XVII.
- H. Schubert**, Fünfstellige Tafeln und Gegentafeln für logarithmisches und trigonometrisches Rechnen. Leipzig 1897. VI u. 157.
- H. Gravelius**, Fünfstellige logarithmisch-trigonometrische Tafeln für die Dezimalteilung des Quadranten. Nebst vierstelligen Tafeln der Zahlenwerte der trigonometrischen Funktionen, sowie gewöhnlichen Logarithmentafeln und Quadrattafeln. Berlin 1886. 203 S. gr. 8°.
- H. Gravelius**, Vierstellige Logarithmentafeln. Berlin 1901. 24 S. 3°.
- C. Bremikers** Tafeln vierstelliger Logarithmen. 2. Aufl. von A. Kallius. Berlin 1894. 64 S. gr. 8°.
- F. G. Gauß**, Vierstellige logarithmische und trigonometrische Tafeln. Halle a. S. 1900. 96 S. 8°.
- A. Schülke**, Vierstellige Logarithmentafeln. Leipzig. 6. Aufl. 1907. VI u. 22.
- Jos. Hrabák**, Praktische Hilfstabellen für logarithmische und andere Zahlenrechnungen. Leipzig. 3. Aufl. 1885. V u. 253.
- I. Zech**, Tafeln der Additions- und Subtractions-Logarithmen für sieben Stellen. Berlin 3. Aufl. 1892.

### § 5. Instrumentale Arithmetik.

- John Napier (Neper)**, Rhabdologiae seu numerationis per virgulas libri duo, cum appendice de expeditissimo multiplicationis promptuario, quibus accessit et arithmeticae localis liber unus. Edinb. 1617. 159 S. 12°. Dtsch. 1619, 1623; ital. Verona 1623. (Rechenstäbe zur Multiplikation.)
- Edmund Gunter**, The description and use of the sector, gross-staff and other instruments. London 1620, Works 1624. 5. ed. 1673. (Rechenschieber, règle à calcul, sliding rule.)
- Joh. Heinr. Lambert**, Beschreibung und Gebrauch der logarithmischen Rechenstäbe. Augsburg 1761. Zusätze 1770. 2. Aufl. 1772.
- Ph. Mouzin**, Instruction sur la manière de se servir de la règle à calcul. Paris 3. éd. 1837.

- A. Labosne**, Instruction sur la règle à calcul, contenant les applications de cet instrument au calcul des expressions numériques, à la résolution des équations du deuxième et du troisième degré, et aux principales questions de trigonométrie. Paris 1872.
- K. v. Ott**, Der logarithmische Rechenschieber. Theorie und Gebrauch desselben. Prag 1891.
- E. Hammer**, Der logarithmische Rechenschieber und sein Gebrauch. Stuttgart. 2. Aufl. 1901. VII u. 69. 3. Aufl. 1904. VIII u. 71.
- B. Esmarch**, Die Kunst des Stabrechnens. Gemeinfaßliche und vollständige Anleitung zum Gebrauch des Rechenstabes. Leipzig 1896. 192 S. u. 2 Tfln.
- I. A. Müller-Bertosa**, Anleitung zum Rechnen mit dem logarithmischen Rechenschieber. Zürich. 2. Aufl. 1896. IV u. 60.
- W. Dyck**, Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente. Unter Mitwirkung zahlreicher Fachgenossen herausgegeben im Auftrage des Vorstandes der Dtsch. Math.-Ver. München 1892. XVI u. 430. Nachtrag 1893. X u. 135. (Abt. I, 1: Arithmetik.)
- M. d'Ocagne**, Nomographie. Les calculs usuels effectués au moyen des abaques. Essai d'une théorie générale. Règles pratiques. Exemples d'application. Paris 1891. VI u. 96.
- M. d'Ocagne**, Traité de Nomographie. (Théorie des abaques. Applications pratiques.) Paris 1891. XIV u. 480. 8°.
- F. Schilling**, Über die Nomographie von M. d'Ocagne. Eine Einführung. Leipzig 1900. 47 S.
- R. Mehmke**, Numerisches Rechnen. (S. S. 73.)

## Kapitel 2. Höhere Arithmetik (Zahlentheorie).

§ 1. **Einleitung.** Während die niedere Arithmetik, die Zahlenlehre im engeren Sinne, nur nach der Größe der Zahl fragt, untersucht die höhere Arithmetik oder Zahlentheorie die Qualität der Zahl. Ihre Anfänge reichen zurück bis auf Diophant. Durch die Beschäftigung mit Diophant gelangte Fermat zur Auffindung einer Reihe zahlentheoretischer Sätze. Er teilte sie sowohl in Briefen an Roberval, Pascal, den Pater Merenne und andere mit, wie besonders in den von seinem Sohne herausgegebenen beiden Werken: Diophanti Alexandrini quaestionum arithmeti-  
corum libri VI, cum Commentariis D. Bacheti et observationibus P. de Fermat, Tolosae 1670, und Varia Opera mathematica D. P. de Fermat, Tolosae 1679; Réimpr. Berlin 1861. (S. auch Omores, oben S. 15.) Einen Auszug beider Werke und einen Auszug aus Fermats Briefwechsel gibt E. Brassinne, Précis des oeuvres mathématiques de Fermat. Paris 1853. Ein großer Teil der Sätze Fermats wurde von L. Euler und Lagrange bewiesen. Zu einer besonderen mathematischen Disziplin wurde die Zahlentheorie erst um die Wende des 18. Jahrhunderts.

§ 2. **Lehrbücher.** Das erste größere zusammenhängende Werk über Zahlentheorie ist

- A. M. Legendre**, Essai sur la théorie des nombres. Paris 1798; 2. éd. Théorie des nombres 1808, 2 Suppl. 1816 u. 1825; 3. éd. 2 v. 1830; 4. éd. (Réimpr.) 1899. 800 S. 4°. Dtsch. von H. Maser 2 Bde., Leipzig 1893. I. XVIII u. 442; II. XII u. 453.
- K. F. Gauß**, Disquisitiones arithmeticae. Lipsiae 1801. Werke I (Sectio I.

Kongruenzen im allgemeinen. II. Kongruenzen 1. Gr. III. Potenzreste. IV. Kongruenzen 2. Gr. V. Quadratische Formen. VI. Anwendungen. VII. Kreisteilungsgleichungen.)

- K. F. Gauß**, Untersuchungen über höhere Arithmetik. Dtsch. hrsg. von H. Maser. Berlin 1889. 695 S. (Außer dem vorigen Werke mehrere Abhandlungen arithmetischen Inhalts.)
- Ferd. Minding**, Anfangsgründe der höheren Arithmetik. Berlin 1832. 198 S.
- P. G. Lejeune-Dirichlet**, Vorlesungen über Zahlentheorie. Hrsg. von R. Dedekind. 4. Aufl. Braunschweig 1894. xvii u. 657. Ital. von Faifofer. Venezia 1881.
- P. Bachmann**, Zahlentheorie. Versuch einer Gesamtdarstellung dieser Wissenschaft in ihren Hauptteilen. I. Die Elemente der Zahlentheorie. Leipzig 1892. xii u. 264. II. Die analytische Zahlentheorie. 1894. xviii u. 494. III. Die Lehre von der Kreisteilung und ihre Beziehungen zur Zahlentheorie. 1872. xii u. 300. IV. Die Arithmetik der quadratischen Formen. 1. Abt. 1898. xvi u. 668. V. Allgemeine Arithmetik der Zahlenkörper. 1905. xxii u. 548.
- V. A. Lebesgue**, Introduction à la théorie des nombres. Paris 1862.
- G. Wertheim**, Elemente der Zahlentheorie. Leipzig 1887. x u. 382.
- G. B. Matthews**, Theory of numbers. I. Cambridge 1892. xii u. 323.
- Ed. Lucas**, Théorie des nombres. T. I. (Le calcul des nombres entiers. Le calcul des nombres rationnels. La divisibilité arithmétique.) Paris 1891. xxxiv u. 520.
- U. Scarpis**, Primi elementi della teoria dei numeri. Man. Höpli. Milano 1896. viii u. 152. kl. 8.
- E. Cahen**, Éléments de la théorie des nombres. (Congruences. Formes quadratiques. Nombres incommensurables. Questions diverses.) Paris 1899. viii u. 403. gr. 8.
- L. Kronecker**, Vorlesungen über Zahlentheorie. Hrsg. von K. Hensel. I. Bd. Leipzig 1901. xvi u. 509.
- G. Wertheim**, Anfangsgründe der Zahlenlehre. Braunschweig 1902. xii u. 427. (Populäre Darstellung.)
- P. L. Tschebyscheff**, Elemente der Zahlentheorie. (Theorie der Kongruenzen.) Russisch 1889. Dtsch. von H. Schapira. Neue Asg. Berlin 1902. xvii u. 314 u. 32. gr. 8.
- P. Cazzaniga**, Gli elementi della teoria dei numeri. Padova 1903. viii u. 408.
- P. Bachmann**, Analytische Zahlentheorie. Encycl. d. math. Wissensch. I C 3, 636—674. Leipzig 1900. (Historisch-bibliographisch.)
- P. Bachmann**, Niedere Zahlentheorie. I. Leipzig 1902. x u. 402.
- T. J. Stieltjes**, Sur la théorie des nombres. Étude bibliographique. Ann. Fac. Toulouse 4, 1—103, 1890. Sonderabdruck. Paris 1895.
- St. Smith**, Reports of the theory of numbers. Rep. Brit. Ass. 1859—65. Coll. Math. Pap. I, 38, 93, 163, 229, 263, 289.

§ 3. **Zahlkörper**. Den Schriften über den Zahlbegriff, welche in Teil II, Abschn. 1, § 4 (S. 50 flg.) genannt worden sind, haben wir hier noch folgende hinzuzufügen. Die Einführung der imaginären Zahlen in die Zahlentheorie verdanken wir

- K. F. Gauß**, Theoria residuorum biquadraticorum commentatio prima et secunda. Werke 2, 65 u. 93. (In diesen Abhandlungen liegt der Keim der Theorie der algebraischen Zahlkörper.)
- Day. Hilbert**, Die Theorie der algebraischen Zahlkörper. Bericht in Jhrs. d. Dtsch. Math. Ver. 4, 1—xviii, 175—546, 1897. (Historisches.)
- P. G. Lejeune-Dirichlet**, Untersuchungen über die Theorie der complexen Zahlen. J. f. Math. 22, 375—379. 1841 u. Abh. Ak. Berlin 1841, 141—161.
- E. E. Kummer**, Zur Theorie der complexen Zahlen. J. f. Math. 35, 319—327, 1847. — Über die Zerlegung der aus Wurzeln der Einheit gebildeten complexen Zahlen in ihre Primfaktoren ib. 327—368.

- G. Zolotareff**, Théorie des nombres entiers complexes, avec une application au calcul intégral. St. Petersburg 1874.
- C. G. Reuschle**, Tafeln complexer Primzahlen, welche aus Wurzeln der Einheit gebildet sind. Berlin 1875.
- R. Dedekind**, Sur la théorie des nombres entiers algébriques. Paris 1877.
- R. Dedekind**, Stetigkeit und irrationale Zahlen. Braunschw. 1872; 2. Aufl. 1892. VII u. 24. 3. Aufl. 1905.
- K. Weierstraß**, Zur Theorie der aus  $n$  Haupteinheiten gebildeten complexen Größen. Nachr. Ges. Gött. 1884, 395—519.
- R. Dedekind**, Zur Theorie der aus  $n$  Haupteinheiten gebildeten complexen Größen. Nachr. Ges. Gött. 1885, 141—159.
- L. Kronecker**, Grundzüge einer arithmetischen Theorie der algebraischen Größen. Festschrift. Berlin 1882; J. f. Math. **92**, 1—123, 1881.
- L. Kronecker**, Über den Zahlbegriff. J. f. Math. **101**, 337—355, 1887.
- O. Stolz**, Vorlesungen über allgemeine Arithmetik. Nach den neueren Ansichten bearbeitet. I. T. Allgemeines und Arithmetik der reellen Zahlen. Leipzig 1885. II. T. Arithmetik der complexen Zahlen. 1886. VIII u. 326.
- P. Bachmann**, Vorlesungen über die Natur der Irrationalzahlen. Leipzig 1892. X u. 121.
- G. Landsberg**, Untersuchungen über die Theorie der Ideale. Diss. Breslau 1890. 58 S.
- Dav. Hilbert**, Theorie der algebraischen Zahlkörper. Encycl. d. math. Wiss. I C 4a, 675—698. 1898. Theorie des Kreiskörpers. ib. 699—714.
- H. Weber**, Theorie der Abelschen Zahlkörper. Acta math. **8**, 193—263, 1885; **9**, 105—130, 1886.
- H. Minkowski**, Geometrie der Zahlen. Lfr. 1. Leipzig 1896. 240 S.
- U. Minkowski**, Diophantische Approximationen. Eine Einführung in die Zahlentheorie. Leipzig 1907. VIII u. 236.
- J. Sommer**, Vorlesungen über Zahlentheorie. Einführung in die Theorie der algebraischen Zahlkörper. Leipzig 1907. VI und 361.

§ 4. **Zerlegung der Zahlen. Potenzreste** Die Lehre von der Teilbarkeit der Zahlen und von den Potenzresten verdanken wir L. Euler. Seine zahlreichen Abhandlungen sind in den Comm. Ac. Petr. und Nov. Comm. Ac. Petr. enthalten. Wir nennen von ihnen:

- L. Euler**, Demonstratio theorematis Fermatiani, omnem numerum primum formae  $4n + 1$  esse summam duorum quadratorum. Nov. Comm. Ac. Petr. **5**, 1754/5, 3—58. — De partitione numerorum in partes tam numero quam specie datas. ib. **14**, I, 1769, 168. — Theoremata circa residua ex divisione potestatum relicta, ib. **7**, 195 8/7, 45. S. auch seine Opuscula analytica und seine Opera minora (oben S. 16).
- O. Baumgart**, Über die quadratischen Reciprocitätsgesetze. Eine vergleichende Darstellung der Beweise des Fundamentaltheorems in der Theorie der quadratischen Reste und der denselben zu Grunde liegenden Principien. Z. Math. Phys. **30**, M. Abt. 169—236, 241—277. 1885. (Historisch-kritisch.)
- T. Pepin**, Étude historique sur la théorie des résidus quadratiques. Mem. Acc. Lincei Roma **16**, 220—276, 1900.
- H. Koenig**, Geschichte der Gleichung  $t^2 - Du^2 = 1$ . Leipzig 1901. v u. 132.
- D. Gambioli**, Memoria bibliografica sull' ultimo teorema di Fermat. Period. di mat. (2) **3**, 145—192, 1902. [ $x^n + y^n = z^n$  für  $n > 2$  unmöglich.]

Von Originalarbeiten seien genannt:

- K. F. Gauß**, Theorematis fundamentalis in doctrina de residuis quadraticis demonstrationes et ampliaciones novae. Gotting. 1817. Werke **2**, 59—64. — Theoria residuorum biquadraticorum. Comm. I. Gotting. 1828.
- A. M. Legendre**, Recherches sur quelques objets d'analyse indéterminée et

particulièrement sur le théorème de Fermat. Mém. Inst. Paris (2) 6, ann. 1823, 1—60. 1827.

- A. **L. Cauchy**, Mémoire sur la théorie des nombres. Mém. Inst. Paris (2) 17, 249—768. 1840.
- P. **G. Lejeune-Dirichlet**, Démonstration d'une propriété analogue à la loi de réciprocité qui existe entre deux nombres premiers quelconques. J. f. Math. 9, 379—389. 1832.
- E. **E. Kummer**, De residuis cubicis disquisitiones nonnullae analyticae. Breslau 1842.
- P. **G. Lejeune-Dirichlet**, Recherches sur les formes quadratiques à coefficients et à indéterminées complexes. J. f. Math. 24, 241—372, 1842.
- E. **Schering**, Bestimmung des quadratischen Rest-Charakters. Abh. Ges. Gött. 24, 1879. 48 S.
- C. **F. Degen**, Codex Pellianus, sive Tabula simplissimam aequationis celebratissimae  $y^2 = ax^2 + 1$  solutionem, pro singulis numeri datī valoribus ab 1 usque ad 1000 in numeris rationalibus iisdemque integris exhibens, Kjöbnh. 1817.

Aus der Literatur über die Primzahlen:

- J. **P. Gram**, Undersögelses angaaende maengden af printal under en given graense. Kjöbnh. 1884. Résumé en français. Skrift. Kjöbnh. (6) 2, 185—308. 1884. (Sorgfältige Bibliographie. Tafeln der reziproken Potenzen, Werte zahlentheoretischer Funktionen, Primzahltafeln bis 10000.)
- B. **Riemann**, Über die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grenze. Monatsb. Ak. Berlin 1859. Werke, 2. Aufl. 145—153. Frz. v. Laugel. Paris 1895.
- E. **Meiβel**, Über die exakte Bestimmung der Primzahlmenge innerhalb gegebener Grenzen. Pr. Iserlohn 1869. — Über die relative Menge gewisser Formprimzahlen innerhalb beträchtlicher Zahlenräume. Pr. Kiel 1884.
- P. **Seelhoff**, Prüfung größerer Zahlen auf ihre Eigenschaft als Primzahlen. Amer. J. of math. 7 u. 8, 1885. 19 S.
- J. **Perotti**, Remarques au sujet du théorème d'Euclide sur l'infinité du nombre des nombres premiers. Amer. J. of math. 11, 99—138, 1888; 13, 235—308, 1891. (Anwendung der Gruppentheorie auf die Zahlkörper.)

§ 5. **Faktorentafeln, Primzahltafeln.** Die erste größere Faktorentafel (bis 24 000) findet sich bei

- I. **H. Rahn**, Teutsche Algebra. Zürich 1659. 4; engl. übers. von Th. Branker 1668, wo diese Tafel bis 100000 fortgesetzt ist.
- J. **H. Lambert**, Beiträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendungen. II. Über Teilung und Teiler der Zahlen. Berlin 1770 (bis 102000).
- J. **Ch. Burckhardt**, Table des diviseurs pour tous les nombres du deuxième million, ou plus exactement depuis 1020000 à 2028000 avec les nombres premiers, qui s'y trouvent. Paris 1814. 112 S. fol. . . . Depuis 2028000 à 3036000. ib. 1816. 112 S. . . . Depuis 1 à 1020000. ib. 1817. 114 S.
- J. **M. Zacharias Dase**, Faktoren-Tafeln für alle Zahlen der 7., 8., 9. Million. Hamburg 1862—65. (Die der 4., 5., 6. Million als Manuskript bei der Berliner Akademie.)
- P. **Barlow**, Tables of squares, cubes, square roots, cube roots, reciprocals of all integer numbers up to 10 000. London 1814. Ster.-Ed. 1852.
- K. **G. J. Jacobi**, Canon arithmeticus, sive tabulae, quibus exhibentur pro singulis numeris primis vel primorum potestatibus infra 1000 numeri ad datos indices et indices ad datos numeros pertinentes. Regiomont. 1839. 4<sup>o</sup>.
- G. **v. Vega**, Tafel der Primfactoren der Zahlen von 1 bis 16397, Tafel der 4. bis 8. Potenzen der Zahlen von 1 bis 100, Tafel der 2. und 3. Potenzen der Zahlen von 1 bis 1000, Tafel der 2. und 3. Wurzeln der Zahlen von 1 bis 1000. Ausgearb. von W. Matzka. Wien 1838. gr. 8.

- G. v. Vega**, Sammlung mathematischer Tafeln. Als neue und völlig umgearbeitete Auflage von dessen größeren logarithmisch-trigonometrischen Tafeln. Herausg. von J. A. Hülße. Ster.-Ausg. Leipzig 1840. 2. Abdr. 1849.
- Fr. Schaller**, Primzahl-Tafel von 1 bis 10 000. Berlin 1855; 2. Aufl. 1869.
- B. Goldberg**, Primzahl- und Faktorentafeln von 1 bis 251 647. Leipzig 1862.
- J. Ph. Kulik**, Tafel der einfachen Faktoren aller Zahlen unter einer Million. Graz 1825. — Tafeln der Quadrat- und Kubikzahlen aller natürlichen Zahlen bis 100 000, nebst ihrer Anwendung auf die Zerlegung großer Zahlen in ihre Faktoren. Leipzig. 1848, VII u. 460.
- J. Blater**, Tafel der Viertelquadrate aller Zahlen von 1 bis 200 000. Wien 1887. XVI u. 205.
- J. W. L. Glaisher**, Factor Tables for the 4<sup>th</sup>., 5<sup>th</sup>., 6<sup>th</sup>. million. London 1879—83.
- A. L. Crelle**, Rechentafeln. Mit einem Vorwort von C. Bremiker. 9. Aufl. Berlin 1904. x u. 452 S. 4<sup>o</sup>.
- H. Zimmermann**, Rechentafel nebst Sammlung häufig gebrauchter Zahlenwerte. Berlin. 5. Aufl. 1907. xxxiv u. 204.

§ 6. **Zahlensysteme**. Der Erste, der sich mit Zahlensystemen von einer anderen Basis als 10 beschäftigte, war

- Joh. Caramuel**, *Mathesis biceps, vetus et nova*. Campaniae 1670. Es werden hierin außer dem dyadischen Zahlensystem auch die Systeme mit den Grundzahlen 3 bis 10, 12 und 60 behandelt.
- Erk. Weigel**, *Tetractys, summum tum arithmeticae, tum philosophiae discursivae compendium*. Jenae 1672.
- G. W. Leibniz**, *Explication de l'arithmétique binaire, qui se sert des seuls caractères a et b*, *Mém. Ac. sc. Paris* a. 1703, p. 105. (Darin auch historische Notizen.)
- Joh. Friedr. Weidler**, *Dissertatio de praestantia arithmeticae decadicae, quae tetractica et duadica antecellit*. Vitemb. 1719.
- G. F. Brander**, *Arithmetica binaria sive dyadica, oder die Kunst, nur mit 2 Zahlen in allen vorkommenden Fällen sicher und leicht zu rechnen*. Augsb. 1767; 2. Aufl. 1775.
- J. D. Colenne**, *Le système octaval, ou la numération et les poids et mesures réformés*. Paris. Nouv. éd. 1845.
- A. F. Pott**, *Die quinäre und vigesimale Zählmethode bei Völkern aller Weltheile*. Halle 1847.
- O. Byrne**, *Dual arithmetic*. London 1864.
- A. Mariage**, *Numération par huit*. Paris 1857.
- E. Ullrich**, *Das Rechnen mit Duodezimalzahlen*. Pr. Middelberg 1891. 30 S. (Geschichte des Rechnens mit nicht-dekadischen Zahlensystemen.)
- L. G. Du Pasquier**, *Zahlentheorie der Tettarionen*. Diss. Zürich 1906. 76 S. Eine Darstellung aller Primzahlen bis  $2^{11}$  im dyadischen Zahlensystem;
- O. Simony**, *Über den Zusammenhang gewisser topologischer Tatsachen mit neuen Sätzen der höheren Arithmetik und dessen theoretischer Bedeutung*. Ber. Ak. Wien **96**, 191—286, 1887;
- E. Suchanek**, *Dyadische Coordinaten der bis 100 000 vorkommenden Primzahlen zur Reihe der ungeraden Zahlen*. Ber. Ak. Wien **103**, 443—610, 1894.

§ 7. **Unbestimmte Analytik**. Sie wurde zuerst eingehend behandelt von den Indern. In Europa ist der eigentliche Begründer der Methode der unbestimmten Analytik, desjenigen Teiles der höheren Arithmetik, der rationale, meist sogar ganze Zahlen finden läßt, die gegebenen Bedingungen Genüge leisten, der Kommentator Diophants, Bachet de Méziriac.

**Cl. G. Bachet de Méziriac**, Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres. Lyon 1612 u. 1624. 5<sup>e</sup> éd. par A. Labosne. Paris 1884. Abgekürzte Ausg. 1905. vi u. 163.

**Diophanti Alexandrini** arithmeticonum libri sex et de numeris multangulis liber unus. Ed. Bachet. Paris 1621; Neue Ausg. von S. Fermat 1670 (mit Bemerkungen von P. Fermat).

Eine ähnliche Methode zur Auflösung der unbestimmten Gleichungen gab

**L. Euler**, Vollständige Anleitung zur Algebra. 2 Bde. Petersburg 1770. Hrg. von Grūson. Berlin. II. 1797. Abschn. 2: Von der unbestimmten Analytik, S. 163—403. (Die schon oben (S. 58) erwähnten Zusätze zu Eulers Elementen der Algebra von J. L. Lagrange beziehen sich ebenfalls auf die unbestimmte Analytik.)

**J. L. Lagrange**, Solution d'un problème d'arithmétique. Mém. Tur. 4, 1766—69, 44 ff.

**J. L. Lagrange**, Sur la solution des problèmes indéterminés du second degré. Mém. Ac. Berlin 23, a. 1767 [1769], 165—310. — Nouvelles méthodes pour résoudre les problèmes indéterminés en nombres entiers. ib. 24, a. 1768 [1770], 181—250. — Über die Lösung der unbestimmten Probleme 2. Grades. 1768. Dtsch. von Netto. Klass. d. ex. Wiss. 146. Leipzig 1904. 131 S.

Eine weitere Entwicklung wurde gegeben in den oben (S. 78) genannten Werken von Legendre und Gauß. Ferner in:

**A. Goepel**, De aequationibus secundi gradus indeterminatis. Diss. Berlin 1835.

**C. A. W. Berkhan**, Lehrbuch der unbestimmten Analytik. 2 T. Halle 1855—56.

**J. Heger**, Auflösung eines Systems von unbestimmten Gleichungen ersten Grades in ganzen Zahlen. Wien 1856.

**E. Desmarest**, Traité d'analyse indéterminée du 2<sup>e</sup> degré à deux inconnus. Paris 1852.

**E. Lucas**, Recherches sur l'analyse indéterminée et l'arithmétique de Diophante. Moulins 1873.

**A. C. W. H. Scheffler**, Die unbestimmte Analytik. 2 T. Hannover 1854.

**K. Wehrauch**, Die Anzahl der Lösungen diophantischer Gleichungen bei teilfremden Coefficienten. Z. Math. Phys. 20, 97—111, 1875.

**J. Hermes**, Gleichungen ersten und zweiten Grades schematisch aufgelöst in ganzen Zahlen. Leipzig 1882. 87 S.

§ 8. **Magische Quadrate. Mathematische Belustigungen.** Die Beziehung zwischen geometrischer Form und arithmetischer Anordnung kann sowohl der Kombinationslehre wie der Zahlentheorie eingereicht werden. Den einfachsten Fall bilden die magischen Quadrate. Es handelt sich um die Aufgabe, alle ganzen positiven Zahlen von 1 bis  $n^2$  so in die  $n^2$  Felder eines quadratischen Schachbrettes einzutragen, daß alle Vertikalreihen, alle Horizontalreihen und beide Diagonalen dieselbe Summe ergeben. Moschopoulos schrieb um 1300 ein Werk über das magische Quadrat.

Historische Studien über die magischen Quadrate enthält:

**S. Günther**, Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften. Leipzig 1876. viii u. 352. Kap. IV, S. 188—270.

Außer den in § 7 genannten Problèmes von Bachet de Méziriac sind zu nennen:

**Ath. Kircher**, Arithmologia sive de abditis numerorum mysteriis. Romae 1635. 301 S. 4<sup>o</sup> (Magische Quadrate. Historisches).

**L. P. Ons-en-Bray**, Méthode facile pour faire telles quarrées magiques que l'on voudra. Mém. Ac. sc. Paris 1750. Mém. 241, 363.

- Corn. Capito**, Alle magischen Quadrattafeln zu verfertigen. Glückstadt 1767. 8 Bgn. 8<sup>o</sup>.
- L. Euler**, De quadratis magicis. Opera posth. I, 140—151. 1849. Comment. arithm. 2, 593—602, 1862. — Recherches sur une nouvelle espèce de carrés magiques. Verhand. Genootsch. Vliissingen, 9, 85—239, 1782. Comment. ar. 1, 302—361, 1849.
- K. B. Mollweide**, De quadratis magicis commentatio. Leipzig 1816.
- T. Hugel**, Die magischen Quadrate, mathematisch behandelt und bewiesen. Ansbach 1859.
- B. Violle**, Traité complet des carrés magiques. 2 v. Paris 1838.
- M. Frollov**, Les carrés magiques. Nouv. étude, suivie de Notes de MM. Delannoy et Éd. Lucas. Paris 1886. gr. 8.
- H. Scheffler**, Die magischen Figuren. Allgemeine Lösung und Erweiterung eines aus dem Altertume stammenden Problems. Leipzig 1882. III u. 112.
- Massip**, Les carrés magiques. Mém. Ac. Toulouse (9) 4, 423—454, 1892. (Zum Teil historisch.)
- F. Latoon**, On common and perfect magic squares. With examples. London 1896. 140 S.
- P. A. Mac Mahon**, Les carrés magiques. Rev. scient. (4) 17, 744—751, 1902. (Großenteils historisch.)
- Dan. Schwenter**, Deliciae mathematicae, oder mathematische und philosophische Erquickstunden. Nürnberg 1636. 574 S. 2. Aufl. 1651. Fortsetzung durch **Phil. Harsdörffer**, ib. 1651, 1653. 620 u. 660 u. Register.
- J. Ozanam**, Récréations mathématiques et physiques. Paris 1694. Zahlreiche neue Auflagen.
- Guyot**, Nouvelles récréations physiques et mathématiques. Paris 1769; 3 v. 1772—74, 1799, 1810. Dtsch. Augsburg. 7 T. 1772—77.
- E. Lucas**, Récréations mathématiques. 4 v. Paris 1892—94; 2. Aufl. I, 1893; II, 1896, 247 S.; III, 1893; IV, 1894.
- W. W. Rouse Ball**, Mathematical recreations and problems at past and present times. 3. ed. London 1896, 288 S. u. später. Franz. von Fitz-Patrik. Paris 1898. IV u. 352. 2<sup>e</sup> éd. 1907—1908.
- E. Lucas**, L'arithmétique amusante. Introduction aux Récréations mathématiques. Amusements scientifiques pour l'enseignement et la pratique du calcul. Paris 1895. VIII u. 266.
- W. Große**, Unterhaltende Probleme und Spiele in mathematischer Beleuchtung. Leipzig 1897. v u. 252.
- J. Vinot**, Récréations mathématiques. Nouveau recueil de questions curieuses et utiles extraites des auteurs anciens et modernes. Paris 4<sup>e</sup> éd. 1898. VIII u. 215.
- E. Fourrey**, Récréations arithmétiques. Paris 1899. VIII u. 263.
- H. Schubert**, Mathematische Mußstunden. Eine Sammlung von Geduldsspielen, Kunststücken und Unterhaltungsaufgaben. 2. Aufl. 3 Bde. Leipzig 1900. VIII u. 199, IV u. 247, III u. 265.
- W. Ahrens**, Mathematische Unterhaltungen und Spiele. Leipzig 1901. x u. 428. (Auch Literat.) — Mathematische Spiele 1907. VI u. 118.
- L. Pfandler**, Das chinesisch-japanische Go-Spiel. Leipzig 1908. VI u. 74.
- W. Ahrens**, Mathematische Spiele. Encycl. d. math. Wiss. I, 1080—1093. 1902. In d. frz. Ausg. bearb. von E. Maillet. I, 3, 62—75, 1906. (Historisches und Bibliographisches.)
- A. v. d. Linde**, Geschichte und Literatur des Schachspiels. 2 T. Berlin 1874.
- G. W. Hemming**, Billards mathematically treated. London 1899. 46 S.

§ 9. **Kreisteilungsgleichungen.** Die binomischen Gleichungen  $x^n - 1 = 0$ , deren Wurzeln ( $n^{\text{te}}$  Einheitswurzeln) durch  $n$  äquidistante Punkte eines Kreises geometrisch dargestellt werden können, heißen des-



halb Kreisteilungsgleichungen. Ihre Theorie wird in den Lehrbüchern der Algebra und denen der Zahlentheorie abgehandelt. Ausführliche Literatur gibt:

- P. G. H. Bachmann**, Die Lehre von der Kreisteilung und ihre Beziehungen zur Zahlentheorie. Leipzig 1872. XII u. 300.  
**K. G. C. v. Staudt**, Möglichst einfache Entwicklung des Gaußschen Theorems, die Teilung des Kreises betreffend. Pr. Würzburg 1825.  
**F. Arndt**, Einfacher Beweis für die Irreducibilität der Gleichungen in der Kreisteilung. Berlin 1857.  
**N. Fialkowski**, Teilung des Winkels und des Kreises. Wien 1860.  
**F. Tano**, Intorno alle equazioni binomie. Palermo 1881.  
**P. Biehler**, Sur les équations auxquelles conduit le problème de la division des arcs en trigonométrie. Nouv. Ann. (3) 8, 552—563, 1889. — Sur les équations binômes. ib. (3) 9, 472—476, 1890. Beides auch Paris 1891.  
**U. Scarpis**, Il problema della divisione della circonferenza esposto elementarmente. Savona 1891. 72 S.

§ 10. **Zahlentheoretische Formen.** Die Theorie der quadratischen Formen ist von C. F. Gauß, Disquisitiones arithmeticae (s. S. 76) Sect. 5 begründet worden.

- L. A. Seeber**, Mathematische Abhandlungen. Untersuchungen über die Eigenschaften der positiven ternären quadratischer Formen. Freiburg 1831. — **C. F. Gauß**, Zusätze zu Seebers Werke über die ternären quadratischen Formen. Gött. Anz. 1831.  
**G. Lejeune Dirichlet**, Untersuchungen über die Theorie der quadratischen Formen. Abh. Ak. Berlin 1833, 101—121.  
**G. Lejeune Dirichlet**, Recherches sur les diverses applications de l'analyse infinitésimale à la théorie des nombres. J. f. Math. 19, 324, 1839; 20, 1 u. 134, 1840. 80 S. Dtsch. hrsg. von R. Haußner, Ostw. Klass. d. ex. Wiss. Nr. 91. Leipzig 1897. 118 S. kl. 8°.  
**G. Lejeune Dirichlet**, Recherches sur les formes quadratiques à coefficients et à indéterminées complexes. J. f. Math. 24, 291—371, 1842.  
**G. Lejeune Dirichlet**, Über die Reduktion der positiven quadratischen Formen mit drei unbestimmten ganzen Zahlen. J. f. Math. 40, 209—229, 1850.  
**G. Eisenstein**, Tabelle der reduzierten positiven ternären quadratischen Formen nebst den Resultaten neuer Forschungen über diese Formen in besonderer Rücksicht auf ihre tabellarische Rechnung. J. f. Math. 41, 141—227, u. Berlin 1851. 66 S. 4°.  
**Ch. Hermite**, Sur la théorie des formes quadratiques ternaires indéfinies. J. f. Math. 47, 307—313, 1854. — Sur la théorie des formes quadratiques. 2 Mém. ib. 313—369, 1854.  
**F. Arndt**, Zur Theorie der binären kubischen Formen. Berlin 1855.  
**F. Arndt**, Über die Anzahl der Genera der quadratischen Formen. Berlin 1857.  
**K. Weierstraß**, Zur Theorie der bilinearen und quadratischen Formen. Monatsb. Ak. Berlin 1868, 310—338. **L. Kronecker**, Bemerkungen dazu: ib. 339—346.  
**Ed. Selling**, Über die binären und ternären quadratischen Formen. J. f. Math. 77, 143—229, 1874; u. J. math. p. appl. (3) 3, 21—61, 153—107, 1877.  
**A. Korkine et G. Zolotareff**, Sur les formes quadratiques. Math. Ann. 2, 366—390, 1873; 11, 242—292, 1877.  
**L. Charve**, De la réduction des formes quadratiques ternaires positives et de son application aux irrationnelles du troisième degré. Ann. Ec. Norm. (2) 9, Suppl. 1880. 156 S. (Viel Historisches).  
**L. Kronecker**, Über bilineare Formen mit vier Variablen. Abh. Ak. Berlin 1884.  
**H. J. S. Smith**, Mémoire sur la représentation des nombres par des sommes de cinq carrés. Mém. prés. sav. étr. Ac. Paris (2) 29, Nr. 1. 1887. 72 S.

- H. Minkowski**, Mémoire sur la théorie des formes quadratiques à coefficients entiers. Mém. prés. sav. étr. Ac. Paris (2) 29, Nr. 2. 1887. 180 S.
- A. Mayer**, Über die Klassenanzahl derjenigen ternären quadratischen Formen, durch welche die Null rational darstellbar ist. J. f. Math. 98, 177—231. 1885.
- Ph. Furtwängler**, Zur Theorie der in Linearfaktoren zerlegbaren ganzzahligen ternären kubischen Formen. Diss. Göttingen. 1896. 64 S.
- F. Klein**, Ausgewählte Kapitel der Zahlentheorie. I. Vorles. 1895/96. Ausg. von A. Sommerfeld. Autogr. Göttingen 1896. v u. 391. II. Vorl. 1896. Ausg. von A. Sommerfeld u. Ph. Furtwängler. 1897. 354 S. III. Math. Ann. 48, 562—587. 1896. Leipzig.
- P. Bachmann**, Die Arithmetik der quadratischen Formen. I. Abt. Leipzig 1898. xvi u. 668. (Der Zahlentheorie IV. Teil.)

## Abschnitt V. Niedere Analysis.

**Einleitung.** Wir haben als Überschrift zu diesem Abschnitt, der die Kombinationslehre, die Wahrscheinlichkeitsrechnung mit der Methode der kleinsten Quadrate, die Reihen, die Interpolation und die Kettenbrüche umfassen wird, den Namen „Niedere Analysis“ gewählt, im Gegensatz zur Infinitesimal-Analysis und Funktionentheorie, welche den Gegenstand des VI. Abschnittes bilden. Wir hätten auch als Überschrift zu unserm Abschnitt „Algebraische Analysis“ sagen können, eine Bezeichnung, die sich seit dem Erscheinen von Cauchys gleichnamigem Werke (1821) eingebürgert hat.

### Kapitel 1. Kombinationslehre.

Die Anfänge der Kombinationslehre (Würfe mit Würfeln, Verbindungen, Variationen) finden sich schon bei Tartaglia und Cardano. Auch bei **Joh. Buteo**, Logistica in quinque libros digesta. Lugduni. 1559.

**Franz van Schooten**, Exercitationum mathematicarum libri quinque. Lugd. Bat. 1657. 4°.

Als älteste Abhandlungen über Kombinationslehre sind zu nennen:

**P. Guldin**, Problema arithmeticum de rerum combinationibus. Viennae 1622. 4.

**Blaise Pascal**, Traité du triangle arithmétique. (Op. posth.) Paris 1665, schon 1654 vollendet. Oeuvres Paris 1880, 3, 243.

Weitere Ausbildung erfuhr die Theorie durch:

**G. W. Leibniz**, Dissertatio de arte combinatoria, cum appendice. Lipsiae 1668. 4; 2. Ausg. Francof. 1690. Math. Schriften, hrsg. von C. J. Gerhardt, V, 14.

**B. Frénicle de Bessy**, Abrégé des combinaisons. Paris 1693.

**Jakob Bernoulli**, Ars conjectandi. (Posth.) Herausg. von Nicolaus I Bernoulli. Basileae 1713. Frz. von L. G. F. Vastel, Caen. An X.

**L. Euler**, Observationes analyticae variae de combinationibus. Comm. Ac. Petrop. 13, 1741—43, 64—93 [1751].

**Fr. Maseres**, The doctrine of permutations and combinations, being an essential part of the doctrine of chances. With many tables. London 1795. 606 S. r. 8°. Enthält eine Sammlung von Aufsätzen über Kombinationslehre, u. a.

- Jac. Bernoullis Doctrine of permutations and combinations, einen Auszug aus dem Werke *De arte combinatoria*, ferner Abhandlungen von Simpson, Wallis, Dodson, Maseres, Hutton u. a.
- K. Fr. Hindenburg**, *Novi systematis permutationum, combinationum et variationum primae lineae*. Lipsiae 1781. 4<sup>o</sup>.
- K. Fr. Hindenburg**, Sammlung kombinatorisch-analytischer Abhandlungen. Leipzig 1796—1800. 2 Bde 8<sup>o</sup>. Abh. 2, 1800, p. 263.
- J. C. Weingärtner**, *Lehrbuch der kombinatorischen Analysis*. 2 T. Leipzig 1800—1801.
- K. Fr. Hindenburg**, *Über kombinatorische Analysis und Derivationskalkül*. Leipzig 1805.
- F. F. Schweins**, *Analysis, kombinatorisch behandelt*. Heidelberg 1820.
- A. v. Ettingshausen**, *Die kombinatorische Analysis*. Wien 1826.
- L. Öttinger**, *Lehre von den Kombinationen*. Freiburg 1837.
- J. F. C. Hessel**, *Eigentümliche, leicht faßliche, in systematischem Zusammenhang stehende Beweise bekannter wichtiger Sätze aus der Kombinationslehre*. Arch. Math. Phys. (1) 7, 295—304, 1846.
- L. Öttinger**, *Über den Begriff der Kombinationslehre und der Bezeichnung in derselben und einige neue Sätze über die Kombinationen mit beschränkten Wiederholungen*. Arch. Math. Phys. (1) 15, 241—314, 1850.
- E. Jablonski**, *Théorie des permutations et des arrangements circulaires complèts*. J. math. p. appl. (4) 8, 331—349, u. Paris 1892.
- H. Staudacher**, *Lehrbuch der Kombinatorik. Ausführliche Darstellung der Lehre von den kombinatorischen Operationen (Permutieren, Kombinieren, Variieren)*. Stuttgart 1892. VII u. 298. 8<sup>o</sup>.
- E. Netto**, *Kombinatorik*. *Encycl. d. math. Wiss.* I, 28—46, Leipzig 1900. Ed. frz. I, 63—88. (Exposé p. H. Vogt.) 1904.
- E. Netto**, *Lehrbuch der Kombinatorik*. Leipzig 1901. VIII u. 260.
- H. Schubert**, *Niedere Analysis*. I. T. *Kombinatorik, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Kettenbrüche und diophantische Gleichungen*. Leipzig, Sammlung Göschen. 1902. v u. 181. 8<sup>o</sup>.

Die Kombinationslehre findet ihre Anwendung auf eine Reihe mathematischer Unterhaltungen und Spiele, von denen im vorigen Abschnitte (s. o. Kap. 1, S. 82) die Rede war. Auch die Aufgaben des Schachspiels gehören dorthin; zugleich auch in die sogenannte *Analysis situs*. Die erste Mitteilung seiner Idee einer *Analysis situs*, „welche unmittelbar den *situs* ausdrückt, wie die Algebra die *magnitudo*“, machte Leibniz in einem Briefe an Huygens vom 8. September 1679 (*Math. Schriften*, hrsg. von C. J. Gerhardt, Abt. I, Bd. III, Berlin 1850). Dann folgte die Abhandlung von

- G. W. Leibniz**, *Annotatio de quibusdam ludis, imprimis de ludo quodam sinico etc.* Misc. Berol. 1710.
- L. Euler**, *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*. *Comm. Ac. Petrop.* a. 1736, 8, 126—140 [1741]. Frz. von Coupy, *Nouv. Ann.* 10, 106—119, 1851. (Aufgabe der 7 Brücken.)
- L. Euler**, *Solution d'une question curieuse, qui ne paraît soumise à aucune analyse, sur la marche du cavalier sur l'échiquier*. *Hist. Mém. Ac. Berl.* 15, a. 1759, 310—359 [1766].
- Ch. A. Vandermonde**, *Remarques sur les problèmes de situation*. *Mém. Ac. sc.* Paris 1771, 566. (Rösselsprung.)
- C. M. Collini**, *Solution du problème du cavalier au jeu des échecs*. Mannheim. 1773. 60 S. 8<sup>o</sup>.

## Kapitel 2. Wahrscheinlichkeitsrechnung und Methode der kleinsten Quadrate.

§ 1. **Einleitung.** Durch dieselben kombinatorischen Probleme veranlaßt begründeten Pascal und Fermat die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Der darauf bezügliche Briefwechsel zwischen beiden findet sich in *Oeuvres mathématiques et philosophiques de Blaise Pascal*, p. Bossut, 2<sup>e</sup> éd. par Lefèvre Paris 1819, t. 4 u. in den *Oeuvres de Fermat*, II. Paris 1894. Fast zu derselben Zeit, wo Pascal seinen oben (S. 84) genannten *Traité du triangle arithmétique* schrieb, verfaßte Chr. Huygens seine Schrift *De ratiociniis in ludo aleae*, die als Anhang zu Schooten's *Exercitationum mathematicarum libri quinque* 1657 Lugd. Bat. erschien. In dieser Schrift ist der Fundamentalsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung enthalten.

§ 2. **Ältere Schriften über Wahrscheinlichkeit.** Huygens Abhandlung wurde mit Kommentar abgedruckt in dem ersten Teil des schon oben (S. 84) genannten epochemachenden Werkes von

**Jac. Bernoulli**, *Ars conjectandi*. Basil. 1713. Dtsch. übers. u. herg. von R. Haußner. Leipzig. Ostwalds Klass. d. ex. Wiss. Nr. 107 u. 108. 1899. 162 u. 172 S. kl. 8. Der zweite Teil enthält die Kombinationslehre, der dritte Lösungen von Problemen über Wahrscheinlichkeit, der vierte Anwendungen der Theorie auf Fragen der Moral und Politik.

**Abraham de Moivre**, *De mensura sortis s. de probabilitate eventuum in ludis a casu fortuito pendentibus*, Phil. Trans. London 1711.

**Abraham de Moivre**, *The doctrine of changes or a method of calculating probabilities of events in play*. London 1718. 4, auch 1738, 1756. Mit der letzten Ausgabe wurde vereinigt:

**Abraham de Moivre**, *Evaluation of annuities of lives, with several tables exhibiting at one view the values of liver for several rates of interest*. London 1724, 1742, 1756. Dtsch: *Abhandlung über Leibrenten*. Von Em. Czuber. Wien 1906. 88 S.

Für das Bernoullische Prinzip der moralischen Hoffnung:

**Daniel Bernoulli**, *Specimen theoriae novae de mensura sortis*, Com. Ac. Petrop. 5, a. 1730/31, 175—192. [1738]; Dtsch. mit Anm. von A. Pringsheim, *Die Grundlagen der modernen Wertlehre*. Leipzig 1896. 60 S. 8.

**Dan. Bernoulli**, *Disquisitiones analyticae de novo problemate conjecturandi*. Nov. Comm. Ac. Petrop. 14 P. I. a. 1769. Mem. 3. [1770].

**Dan. Bernoulli**, *Dijudicatio maxime probabilis plurium observationum discrepantium*. Acta Ac. Petrop. 1, P. I, a. 1777, 3—23. [1778].

Die Bedeutung des arithmetischen Mittels bei Bestimmung des wahrscheinlichen Wertes zeigten:

**Thomas Simpson**, *On the advantage of taking the mean of a number of observations in practical astronomy*. Phil. Trans. London 49, 82—93. 1755.

**J. L. Lagrange**, *Mémoire sur l'utilité de la méthode de prendre le milieu entre les résultats de plusieurs observations*. Mém. Ac. Tur. 5, 167—232, 1770/3.

Die Prinzipien der Wahrscheinlichkeit der Ursachen, aus der Beobachtung abgeleitet:

**Th. Bayes**, *An essay towards solving a problem in the doctrine of chances*. (Posth.) Ed. R. Price. Phil. Trans. Lond. 53, 370, 1763.

**P. S. Laplace**, *Mémoire sur la probabilité des causes par les événements*. Mém. prés. Ac. sc. Paris 6, 621. 1774.

**P. S. Laplace**, Mémoire sur les suites récurro-récurrentes et sur leurs usages dans la théorie des hazards. ib. p. 353.

**P. S. Laplace**, Mémoire sur l'intégration des équations différentielles et sur leur usage dans la théorie des hazards. ib. 7, a 1773, 37 [1776].

Die Lösung des Hauptproblems der aposteriorischen Wahrscheinlichkeit gab

**N. C. de Condorcet**, Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix. Paris 1785. U. d. T. Éléments du calcul des probabilités. Publ. p. Fayolle. Paris 1805.

Am wesentlichsten wurde die Wahrscheinlichkeitsrechnung gefördert durch das Werk von

**P. S. Laplace**, Théorie analytique des probabilités. Paris 1812, 1814, 3<sup>e</sup> éd. 1820. 4<sup>e</sup> supplém. 1825. (Erstes zusammenfassendes Lehrbuch.)

**P. S. Laplace**, Essai philosophique sur les probabilités. Paris 1814, 5<sup>e</sup> éd. 1825. 6<sup>e</sup> éd. 1840. (Einleitung aus dem großen Lehrbuch.)

Für die historische Entwicklung der Wahrscheinlichkeitsrechnung bis zu Laplaces Zeiten ist zu nennen:

**I. Todhunter**, A history of the mathematical theory of the probability, from the time of Pascal to that of Laplace. London 1865.

und für die Geschichte auch der neueren Zeit:

**Em. Czuber**, Die Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie und ihrer Anwendungen. Jahresb. d. Dtsch. Math. Ver. VII, 2, 1899. VIII u. 279.

### § 3. Neuere Lehrbücher über Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Die neueren Werke über die Theorie der Wahrscheinlichkeit enthalten meist auch die Literatur und Geschichte dieser Disziplin. Als Studienwerke mögen hier genannt werden:

**G. Hagen**, Grundzüge der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Berlin. 1837 u. 1867. 3. Aufl. 1882. (Besonders für Techniker.)

**H. Laurent**, Traité du calcul des probabilités. Paris 1873. 268 S.

**J. Bertrand**, Calcul des probabilités. Paris 1889. LVII u. 332. gr. 8<sup>o</sup>.

**A. Meyer**, Vorlesungen über Wahrscheinlichkeitsrechnung. Deutsch bearbeitet von E. Czuber. Leipzig 1879. 554 S.

**H. Poincaré**, Calcul des probabilités. Leçons réd. p. A. Quiquet. Paris 1896. 280 S.

**E. Czuber**, Wahrscheinlichkeitsrechnung. Encykl. d. math. Wiss. I, D, 1, 733—767. 1899. Calcul des probabilités. Exposition par J. Le Roux. Encycl. d. sc. math. I, D, 1:4, 1—46. Paris 1906.

**E. Czuber**, Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung auf Fehlerausgleichung, Statistik und Lebensversicherung. Leipzig 1903. XIV u. 593. [2. Aufl. unter der Presse.]

**H. Bruns**, Wahrscheinlichkeitsrechnung und Kollektivmaßlehre. Leipzig 1906. VIII u. 310 u. Anhang 18 S.

§ 4. Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Die soeben angeführten Lehrbücher, besonders das zuletzt genannte, enthalten Anwendung der Theorie der Wahrscheinlichkeit auf mathematische Statistik, Lebensversicherung, Nationalökonomie, Ausgleichsrechnung und Methode der kleinsten Quadrate. Für diese Anwendungen müssen wir neben neueren Werken auch einige ältere, historisch wichtige nennen.

**Th. Simpson**, The doctrine of annuities and reversions. London 1742; 2<sup>d</sup>. ed. 1775.

- Fr. Baily**, The doctrine of interest and annuities analytically investigated and explained. London 1808.
- Joh. Nic. Tetens**, Einleitung zur Berechnung der Leibrenten und Anwartschaften, die von dem Leben und Tode einer oder mehrerer Personen abhängen. Mit Tabellen zum praktischen Gebrauche. 2 Bde. Leipzig 1785—86. 604 u. 302 S.
- W. Morgan**, The doctrine of annuities and assurances of lives and survivorships. London 1779; 2<sup>a</sup>. ed. 1821.
- M. Kanner**, Allgemeine Probleme der Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung auf Fragen der Statistik. Ann. ges. Versicherungswesens 1. No. 20 bis 24. Berlin 1870.
- W. Karup**, Theoretisches Handbuch der Lebensversicherung. Leipzig 1871.
- E. Béziat d'Audibert**, Théorie élémentaire des assurances sur la vie et d'autres opérations viagères. Paris 2<sup>e</sup> éd. 1893. 204 S.
- H. Laurent**, Théorie et pratique des assurances sur la vie. Paris 1895. 176 S.
- H. Laurent**, Théorie des opérations financières. Paris 1898. 486 S.
- C. Vivante**, Traité théorique et pratique des assurances maritimes. Traduit, annoté et complété par V. Yseux. Paris 1898. 40 u. 564.
- A. Meizen**, Geschichte, Theorie und Technik der Statistik. 2. Aufl. Stuttgart 1903. x u. 240.
- H. Westergaard**, Die Lehre von der Mortalität und Morbilität. Anthropologisch-statistische Untersuchungen. 2. Aufl. Jena 1901. vii u. 703.
- F. Virgilli e C. Garibaldi**, Introduzione alla economia matematica. (Manuali Hoepli No. 281.) Milano 1899. xii u. 210.
- L. v. Bortkewitsch**, Das Gesetz der kleinen Zahlen. Leipzig 1898. vii u. 52.
- L. v. Bortkewitsch**, Anwendungen der Wahrscheinlichkeitsrechnung auf Statistik: Enc. d. math. Wiss. 1, 821—851. Leipzig 1900.
- O. Bohlmann**, Lebensversicherungs-Mathematik. Enc. d. math. Wiss. 1, 852—917. Leipzig 1900.
- W. Großmann**, Versicherungsmathematik. Leipzig 1902. vi u. 218.
- A. Löwy**, Versicherungsmathematik. Leipzig-Götschen 1903. 145 S.

§ 5. **Geometrische Wahrscheinlichkeit.** Die ersten Spuren einer geometrischen Wahrscheinlichkeit findet man in Buffons Nadelproblem: **G. Buffon**, Essai d'arithmétique moral. Supplément à l'Histoire naturelle. Paris 1777; schon geschrieben 1760.

Dieses und ähnliche Probleme wurden auch behandelt in Laplaces Théorie analytique des probabilités 1812 (s. oben vor. S.) und in der neueren Zeit mit Hilfe der Integralrechnung, vor allem von

**M. W. Crofton**, Local probability and geometrical probability, Trans. R. Soc. Lond. 158, 181—199, 1868.

Die erste zusammenfassende Darstellung mit Literatur gab:

**E. Czuber**, Geometrische Wahrscheinlichkeiten und Mittelwerte. Leipzig 1884. vii u. 244.

§ 6. **Ausgleichsrechnung und Methode der kleinsten Quadrate.** Die Ausgleichsrechnung hat ihren Namen daher, daß sie die Widersprüche in der Ermittlung der Unbekannten ausgleichen will, die durch Beobachtungsfehler entstanden sind. Gauß stellte den Begriff des mittleren Fehlers auf und erfand 1795 die Methode der kleinsten Quadrate, welcher Legendre, der zu derselben Methode gelangte, den Namen gab. Die ältere Darstellung dieser Methode ist zu finden in:

**C. Fr. Gauß**, Theoria motus corporum coelestium 1800. Lib. II, sect. III (Werke Bd. VII). Ferner

**C. Fr. Gauß**, Bestimmung der Genauigkeit der Beobachtungen. *Ztschr. f. Astr.* von Lindemann und Bohnenberger. 1, 1816.

**C. Fr. Gauß**, *Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae*. *Commentat. Soc. Gott. rec.* 5, 1819—1822, 6, 1823—1827.

Der Studierende findet diese fundamentalen Arbeiten zusammengestellt in:

**C. Fr. Gauß**, *Abhandlungen zur Methode der kleinsten Quadrate*. In deutscher Sprache herausgegeben von A. Börsch und P. Simon, mit einem Vorworte von Prof. Helmert. Berlin 1887. 207 S.

**C. Fr. Gauß**, *Méthode des moindres carrés. Mémoires sur la combinaison des observations*. Trad. p. J. Bertrand. Paris 1855.

Eine Bibliographie der Methode der kleinsten Quadrate enthält

**M. Merriman**, List of writings relating to the method of least squares. *Trans. Ac. Connecticut* 4, 151 sq. 1877. (408 Titel.)

Von Lehrbüchern seien hier folgende genannt:

**F. R. Helmert**, *Die Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate mit Anwendung auf die Geodäsie und die Theorie der Meßinstrumente*. Leipzig 1872. xi u. 348.

**W. v. Freeden**, *Die Praxis der Methode der kleinsten Quadrate, für die Bedürfnisse der Anfänger bearbeitet*. Braunschweig 1863.

**E. Czuber**, *Theorie der Beobachtungsfehler*. Leipzig 1891. xii u. 418. (Mit zahlreichen Literaturangaben.)

**R. Henke**, *Über die Methode der kleinsten Quadrate*. Leipzig. 5. Aufl. 1894. v u. 77. (Historisch-kritische Begründungen.)

**M. Merriman**, *The method of least squares*. New-York. 7<sup>te</sup> ed. 1897. 326 S.

**O. O. Forti**, *Il metodo dei minimi quadrati e la teoria degli errori*. Milano 1890.

**D. J. Bartlett**, *General principles of the method of least squares, with applications*. Boston 2<sup>de</sup> ed. 1900. 142 u. 11 S.

**O. Koll**, *Die Theorie der Beobachtungsfehler und die Methode der kleinsten Quadrate mit ihrer Anwendung auf die Geodäsie und die Wassermessungen*. Berlin. 2. Aufl. 1900. xii u. 323 u. 31. (Für Techniker.)

**J. Bauschinger**, *Ausgleichsrechnung. (Methode der kleinsten Quadrate. Fehlertheorie.)* *Encykl. d. math. Wiss.* 1, 768—798. Leipzig 1901.

### Kapitel 3. Reihen und Interpolation.

§ 1. **Einleitung.** Zahlenreihen kannten schon die Ägypter und Babylonier; Ägypter und Griechen aus der pythagoreischen Schule nahmen schon verschiedene Summierungen vor, Archimedes summierte unendliche geometrische Reihen, um Quadraturen der Parabel und Inhaltsbestimmungen der Körper zu finden, aber eine Theorie der unendlichen Reihen beginnt erst im 17. Jahrhundert. Hier sind zu nennen:

**B. Cavalieri**, *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*. Bologna 1635; 2. Aufl. 1653.

**John Wallis**, *Arithmetica infinitorum sive nova methodus inquirendi in curvilinearum quadraturam, aliaque difficiliora matheseos problemata*. Oxoniae 1656.

**Nic. Mercator**, *Logarithmotechnia sive methodus construendi logarithmos nova accurata et facilis. Cui accedit vera quadratura hyperbolae et inventio summae logarithmorum*. London 1668.

**W. Brouncker**, *The squaring of the hyperbola by an infinite series of rational numbers, together with its demonstration*. *Phil. Trans. R. Soc. London* 1668.

Die universelle Einführung der unendlichen Reihen gebührt Is. Newton. Er legte seine Abhandlung: „*De analysi per aequationes numero terminorum infinitas*“, welche die erste Methode der Entwicklung gegebener

Funktionen in unendliche Reihen enthält und zuerst 1711 dann 1744 in der Opuscula Newtoni I, 3—28 erschien, schon 1669 Barrow vor. Schon in Wallis' Algebra 1685 wurde Newtons Verfahren auseinandergesetzt und in Newtons 1704 erschienener „Quadratura curvarum“ sind für die Analysis wichtige Reihen enthalten. Wir verweisen hier im übrigen wegen der geschichtlichen Entwicklung auf:

**R. Reiff**, Geschichte der unendlichen Reihen. Tübingen 1889. 212 S.

**A. Pringsheim**, Irrationalzahlen und Konvergenz unendlicher Prozesse, *Enz. d. math. Wiss.* 1, 49—146, u. Ergänzung: Unendliche Prozesse mit komplexen Termen. *ib.* 1, 1121—1128. Leipzig 1898—1904. *Expos. franc.* p. J. Molk, I, 1, 133—270. 1904—1907.

§ 2. **Lehrbücher über algebraische Analysis.** Die Summation der elementaren arithmetischen und geometrischen Reihen findet man in einem jeden Lehrbuch der Elementar-Mathematik, besonders in der elementaren Arithmetik. Als das erste zusammenfassende Lehrbuch der unendlichen Reihen kann angesehen werden:

**John Wallis**, *Treatise of algebra both historical and practical with some additional treatises.* London 1685.

Ihm folgten 5 Abhandlungen von

**Jacob Bernoulli**, *Propositiones arithmeticae de seriebus infinitis earumque summa finita.* Basileae 1689, mit 4 Fortsetzungen: *Propositionum arithmeticarum pars altera*, 1692, *tertia* 1696, *quarta* 1698, *quinta* 1704. *Opera omnia* I, 373—402. 517—542, 745—764, 849—867, 955—975. Auch als Anhang zur *Ars conjectandi*, Basel 1713, S. 241—306 erschienen.

Später finden wir die Reihentheorie dargelegt in Lehrbüchern der algebraischen Analysis, auch in solchen über Differentialrechnung und über Funktionentheorie. Als erstes klassisches Lehrbuch der algebraischen Analysis ist zu nennen:

**L. Euler**, *Introductio in analysin infinitorum.* Lausannae. 2 vol. 4<sup>o</sup>, 1748; Lugduni 1797. Deutsch von Michelsen, 3 Teile. Berlin 1788—91; u. 1835—36; I. Teil deutsch von H. Maser. Berlin 1885. Frz. von Labey, Paris 2 v. an IV, V (1796, 1797); auch 1835. (Der erste Teil enthält die wichtigsten Probleme der algebraischen Analysis.)

Von späteren Werken über die algebraische Analysis seien genannt:

- A. L. Cauchy**, *Cours d'analyse de l'École polytechnique.* P. I. *Analyse algébrique.* Paris 1821. 576 S. — Lehrbuch der algebraischen Analysis, a. d. Franz. übers. von C. L. B. Huzler, Königsberg 1828. — Dtsch. von C. Itzigsohn, Berlin 1885. 398 S.
- M. A. Stern**, *Lehrbuch der algebraischen Analysis.* Leipzig 1860.
- K. Hattendorff**, *Algebraische Analysis.* Hannover 1877. 298 S.
- R. Götting**, *Einleitung in die Analysis.* Berlin 1880. 188 S.
- O. Schlömilch**, *Handbuch der algebraischen Analysis.* Jena 1845. 6. Aufl. Stuttgart 1886.
- E. Cesàro**, *Corso di analisi algebraica con introduzione al calcolo infinitesimale.* Torino 1894. VIII u. 500.
- O. Biermann**, *Elemente der höheren Mathematik. Vorlesungen zur Vorbereitung des Studiums der Differentialrechnung, Algebra und Funktionentheorie.* Leipzig 1895. XII u. 382.
- H. Burkhardt**, *Funktionentheoretische Vorlesungen. I, 1. Algebraische Analysis.* Leipzig 1903. XII u. 195.



- E. Borel**, Leçons sur les séries à termes positifs, professées au Collège de France. Recueillies et rédigées par R. d'Adhémar. Paris 1902. vi u. 95.
- Maurice Godefroy**, Théorie élémentaire des Séries. (Limites. Séries à termes constants. Séries à termes variables. Fonction exponentielle. Fonctions circulaires. Fonction gamma.) Avec une Préface de L. Sauvage. Paris 1903. viii u. 266.
- J. Lieblein**, Sammlung von Aufgaben aus der algebraischen Analysis, zum Selbstunterricht. 2. Aufl. hrsg. von W. Láska. Prag 1888. 180 S.
- C. Runge**, Theorie und Praxis der Reihen. (Sammlung Schubert Nr. 32.) Leipzig, Göschen 1904. 266 S.

§ 3. **Spezielle Reihen.** Wir wollen im folgenden einige Schriften über spezielle Reihen anführen.

- L. Euler**, Demonstratio theorematis Newtoniani de evolutione potestatum binomii, pro casibus quibus exponentes non sunt numeri integri. Novi Comm. Ac. Petrop. 19, a. 1774, 103—111 [1775].
- L. Euler**, De mirabilibus proprietatibus unciarum, quae in evolutione binomii ad potestatem quaecumque evecti occurrunt. Acta Ac. Petrop. 5, a. 1781, P. I, 74—111 [1784].
- L. Euler**, De insignibus proprietatibus unciarum binomii ad uncias quorumvis polynomiorum extensis, ib. P. II, 76—89 [1785].
- N. H. Abel**, Untersuchungen über die Reihe  $1 + \frac{m}{1} x + \frac{m \cdot m - 1}{1 \cdot 2} x^2 + \dots$   
Journ. f. Math. 1, 311—339, 1827. — Hrsg. von A. Wangerin. Ostw. Klass. d. ex. Wiss. Nr. 71. Leipzig 1895. 46 S.
- C. Fr. Gauß**, Disquisitiones generales circa seriem infinitam  $1 + \frac{\alpha \cdot \beta}{1 \cdot \gamma} x + \frac{\alpha(\alpha + 1) \beta(\beta + 1)}{1 \cdot 2 \gamma(\gamma + 1)} x^2$  etc. Commentat. Gotting. 2, a. 1812 [1813]. — Deutsch; Allgemeine Untersuchungen etc., mit Einschluß der nachgelassenen Fortsetzung übers. von H. Simon. Berlin 1887. 86 S. Werke III.
- L. Jecklin**, Historisch-kritische Untersuchung über die Theorie der hypergeometrischen Reihe bis zu den Entdeckungen von E. E. Kummer. Bern 1901. 87 S.
- P. G. Lejeune Dirichlet**, Sur la convergence des séries trigonométriques qui servent à représenter une fonction arbitraire entre des limites données. Journ. f. Math. 4, 157—169, 1829.
- P. G. Lejeune Dirichlet**, Sur l'usage des intégrales définies dans la sommation des séries finies ou infinies. Journ. f. Math. 17, 57—67, 1837.
- P. G. Lejeune-Dirichlet**, Über die Darstellung ganz willkürlicher Functionen durch Sinus- und Cosinusreihen. Dove's Repert. 1, 152—174, 1837.
- P. L. Seidel**, Note über eine Eigenschaft der Reihen, welche discontinuirliche Functionen darstellen. Abh. Ak. München. Math. phys. Kl. 5, 1847. Hrsg. von H. Liebmann. Ostw. Klass. d. ex. Wiss. No. 116. Leipzig 1900. 58 S.
- B. Riemann**, Über die Darstellbarkeit einer Funktion durch eine trigonometrische Reihe. Abh. Ges. Wiss. Gött. 13, 1867. 47 S. — Ges. Werke. 2. Aufl. 227—271. Leipzig 1892. (Auch Historisches.)
- A. Sachse**, Versuch einer Geschichte der Darstellung willkürlicher Functionen einer Variablen durch trigonometrische Reihen. Diss. Göttingen 1879. Verbessert: Ztschr. Math. Phys. 25, Suppl. 229—276. 1880. — Frz. Bull. sc. math. (2) 3, 43—64, 83—112. 1880.
- P. du Bois Reymond**, Zur Geschichte der trigonometrischen Reihen. Tübingen 1880. 62 S.
- G. A. Gibson**, On the history of the Fourier series. Proc. math. Soc. Edinb. 11, 137—166. 1893.
- L. Saalschütz**, Vorlesungen über die Bernoullischen Zahlen, ihren Zusammenhang mit den Sekanten-Koeffizienten und ihre wichtigeren Anwendungen. Berlin 1893. viii u. 208.

- E. C. Catalan**, Sur les nombres de Bernoulli et d'Euler. Mém. Ac. Bruxelles 37, 1867.
- Dan. Bernoulli**, De seriebus recurrentibus. Comm. Ac. Petrop. 3, a. 1728 [1732].
- A. M. Lorgna**, Specimen de seriebus recurrentibus. Veronae 1775. 100 S. Translated by H. Clarke, with Supplement. London 1779, 1783.
- J. L. Lagrange**, Sur l'intégration d'une équation différentielle à différences finies, qui contient la théorie des suites récurrentes. Misc. Taur. 1, 1759, 33 ff.
- M. d'Ocagne**, Mémoire sur les suites récurrentes. Journ. Éc. Polyt. cah. 64, 151—224. 1894.
- T. J. Stieltjes**, Recherches sur quelques séries semiconvergentes. Ann. Éc. Norm. (3) 3, 201—258. 1886.
- M. Servant**, Essai sur les séries divergentes. Ann. Fac. Toulouse. (2) 1, 117—175. 1899.
- E. Borel**, Leçons sur les séries divergentes. Paris 1901. VII u. 182.

#### § 4. Interpolationen.

- Die Interpolation wird sowohl in der Theorie der Reihen wie in der Funktionentheorie und in Lehrbüchern der Astronomie behandelt. Die ersten Interpolationsformeln gab Newton, „Principia“ 1687, lib. III, lemma 5, und „Methodus differentialis“ 1711. Geschichtliches siehe in:
- A. v. Braunnühl**, Historische Untersuchung der ersten Arbeiten über Interpolation. Bibl. math. (3) 2, 86—110, 1901.
- Jul. Bauschinger**, Interpolation. Encykl. d. math. Wiss. I D. 3, 799—820. Leipzig 1900—1904. Expos. franç. par H. Andoyer. 1:4. S. 127—160. 1906.
- R. Radau**, Études sur les formules d'interpolation. Paris 1891. (Reich, an literarischen Angaben.)
- E. Pascal**, Calcolo della variazioni e calcolo delle differenze finite. Manuale Hoepli. Milano. XII u. 330. 1897. (Viel Literatur.)
- J. L. Lagrange**, Sur les interpolations. (Ältere Darstellung vom J. 1778.) Oeuvres 7, 535. Deutsch von Schultze, Über das Einschalten, nebst Tafeln. Berl. astr. Jhrb. f. 1783 [1781].
- J. L. Lagrange**, Sur une méthode particulière d'approximation et d'interpolation. Nouv. Mém. Ac. Berlin 14, a. 1783, 279 [1785]. (Oeuvres 5, 517.)
- J. L. Lagrange**, Mémoire sur la méthode d'interpolation. Nouv. Mém. Ac. Berlin 21, a. 1792—93, 271 [1795]. (Oeuvres 5, 663.)
- C. F. Gauß**, Theoria interpolationis methodo nova tractata. Werke III (Nachlaß) p. 265.
- H. Bruns**, Grundlinien des wissenschaftlichen Rechnens. Leipzig 1903. VII u. 159.
- H. Burkhardt**, Trigonometrische Interpolation. (Mathematische Behandlung periodischer Naturerscheinungen.) Encykl. d. math. Wiss. 2, 642—694. Leipzig 1904.

### Kapitel 4. Kettenbrüche.

Lord Brouncker bediente sich bei dem Versuche, die Fläche eines Kreises annähernd zu bestimmen, der Kettenbrüche, um 1665. Als Vorläufer könnte man Pietro Cataldi 1613 und Dan. Schwenter 1618 nennen. Die erste zusammenhängende Theorie der Kettenbrüche und zugleich den Namen *fractio continua*, verdanken wir Euler;

- L. Euler**, De fractionibus continuis. Comm. Ac. Petrop. 9, a. 1737, 98—137 [1744] und: De fractionibus continuis observationes. Comm. Ac. Petro. 11, a. 1739, 32—81 [1750] und: De transformatione serierum in fractiones continuas, ubi simul haec theoria non mediocriter amplificatur. Opusc. anal 2, 138—177. 1785. Siehe auch seine „Introductio“. (Oben S. 90.)

Über die Entwicklungsgeschichte der Kettenbrüche siehe:

**S. Günther**, Beiträge zur Erfindungsgeschichte der Kettenbrüche. Pr. Weissenburg 1872. Ital. neu bearbeitet, mit Zusätzen von S. Günther, von A. Spagnagna, Bull. bibl. stor. 7, 213—254. 1874.

**A. Favaro**, Notizie storiche sulle frazioni continue, dal secolo decimoterzo al decimosettimo. ib. 451—502, 533—596.

S. auch den oben (S. 90) zitierten Beitrag zur Enzyklopädie von A. Pringsheim. Literatur findet sich auch in folgenden Lehrbüchern:

**M. A. Stern**, Theorie der Kettenbrüche und ihre Anwendung. Berlin 1833.

**T. J. Stieltjes**, Recherches sur les fractions continues. Ann. Fac. Toulouse 8 J., 1—122, 1894, 9 A, 1—47, 1895.

Eine Theorie der Kettenbrüche ist auch in den oben genannten Lehrbüchern der algebraischen Analysis zu finden sowie in denen über Funktionentheorie und höhere Algebra.

Außer den obigen Eulerschen Originalarbeiten seien noch folgende genannt:

**J. L. Lagrange**, Essai de l'analyse numérique sur la transformation des fonctions. Journ. Éc. Polyt. cah. 5, 93 sq.

**F. A. Möbius**, Beiträge zur Lehre von den Kettenbrüchen. Journ. f. Math. 6, 215—243, 1830.

**M. A. Stern**, Über die Kennzeichen der Konvergenz eines Kettenbruchs. Journ. f. Math. 37, 255—273, 1848; — Zur Theorie der periodischen Kettenbrüche, ib. 53, 1—102, 1857.

**Ph. L. Seidel**, Untersuchungen über die Konvergenz und Divergenz der Kettenbrüche. München 1846; — Bemerkungen über den Zusammenhang zwischen dem Bildungsgesetze eines Kettenbruchs und der Art des Fortgangs seiner Näherungsbrüche. München 1855.

**C. G. J. Jacobi**, Allgemeine Theorie der kettenbruchähnlichen Algorithmen, in welchen jede Zahl aus drei vorhergehenden gebildet wird. Posth. hrsg. von E. Heine. Journ. f. Math. 69, 29—64, 1868.

## Abschnitt VI. Höhere Analysis.

### A. Infinitesimal-Analysis.

**Einleitung.** Eine Reihe von Problemen, welche seit Beginn des 17. Jahrhunderts Mathematiker wie Cavalieri, Pascal, Fermat, Roberval, Barrow u. a. beschäftigten, nämlich die Betrachtung einer Summe von unendlich vielen, unendlich kleinen Größen oder des Quotienten zweier unendlich kleiner Größen, die Bestimmung des Maximums oder Minimums einer Funktion, die Aufgabe, an eine Kurve eine Tangente zu ziehen, die Quadraturen, das umgekehrte Tangentenproblem führten auf die Entstehung der Infinitesimal-Rechnung. Der Algorithmus der Differentialrechnung wurde von Leibnitz 1676 geschaffen. Die erste Enthüllung über die Fluxionsmethode von Is. Newton geschah durch Wallis, der 1693 in der Ausgabe seiner eigenen Werke Briefe Newtons aus dem Jahre 1692 veröffentlichte. Ihre formale Ausbildung erhielt die Differential- und Integralrechnung durch Johann Bernoulli, L. Euler, J. L. Lagrange u. a., ihre Begründung durch Maclaurin, d'Alembert, Cauchy u. a. Die Aufgabe der Differentialrechnung ist, die Grenze des Verhältnisses zwischen dem Zuwachs einer Funktion und dem Zuwachs der unabhängigen Veränderlichen zu finden, wenn letzterer unendlich klein

wird. Die Integralrechnung sucht umgekehrt aus diesem Verhältnis, oder der Ableitung der Funktion, diese Funktion zu finden.

## Kapitel 1. Allgemeines.

- § 1. **Geschichte und Literatur.** Die Geschichte der Infinitesimalrechnung findet man in allen größeren Werken über die Geschichte der Mathematik (s. oben I. Teil Abschn I). Von Monographien nennen wir noch:
- C. I. Gerhardt**, Historische Entwicklung des Principis der Differentialrechnung bis auf Leibniz, Pr. Salzwedel (Halle) 1840; — *Historia et origo calculi differentialis a Leibnitio conscripta.* Hannover 1846.
- C. I. Gerhardt**, Die Entdeckung der Differentialrechnung durch Leibniz. Halle 1848.
- C. I. Gerhardt**, Die Geschichte der höheren Analysis. I. Die Entdeckung der höheren Analysis. Halle 1855.
- F. Giesel**, Entstehung des Newton-Leibnizschen Prioritätsstreites, hinsichtlich der Erfindung der Infinitesimalrechnung. Delitzsch 1868.
- H. Weißenborn**, Die Principien der höheren Analysis in ihrer Entwicklung von Leibniz bis auf Lagrange. Halle 1856.
- P. Mansion**, Esquisse de l'histoire du calcul infinitésimal. Gand 1887. 35 S.
- J. Cohn**, Geschichte des Unendlichkeitsproblems im abendländischen Denken bis Kant. Leipzig 1896. VII u. 261.
- G. Vivanti**, Il concetto d'infinitesimo e la sua applicazione alla matematica. Saggio storico. Mantova 1894. 134 S. 2. Aufl. Napoli 1901. 163 S.
- G. Bohlmann**, Übersicht über die wichtigsten Lehrbücher der Infinitesimalrechnung von Euler bis auf die heutige Zeit. Jhrsb. Dtsch. Math.-Ver. 6, II, 91—110. 1900.
- A. Voß**, Differential- und Integralrechnung. Encykl. d. math. Wiss. II A, 2, 2, 54—134. Leipzig 1899.

§ 2. **Ältere und neuere Lehrbücher.** Die Zahl der älteren und neueren Lehrbücher der Höheren Analyse ist außerordentlich groß; wir können hier nur verhältnismäßig wenige nennen. Bis ins XVII. Jahrhundert zurück reicht das Lehrbuch der Differentialrechnung von

- G. Fr. de l'Hospital**, *Analyse des infiniments petits pour l'intelligence des lignes courbes.* Paris 1696; 2<sup>e</sup> éd. 1715; 3<sup>e</sup> éd. 1768. Übersetzt und durch eine Integralrechnung vermehrt von Edm. Stone. *The method of fluxions both direct and inverse.* London 1730.
- Colin Maclaurin**, *A treatise of fluxions in two books.* 2 vol. Edinb. 1742. New ed. 1807. Franz. v. Pezenas. Paris 1750. (Die 2. Hälfte des 2. Bandes enthält die Integralrechnung.)

Als Fortsetzung des Werkes von de l'Hospital können dienen:

- L. A. de Bougainville**, *Traité du calcul intégral.* 2 v. Paris 1754 u. 1756; und
- Joh. Bernoulli**, *Lectiones mathematicae de methodo integralium, aliisque.* Paris. (Ausgearbeitet 1691 u. 1692; erst gedruckt Opera III, 385—558.) 1742.
- Th. Le Seur et Fr. Jacquier**, *Éléments du calcul intégral*, Parma 1768; 2. Aufl. Parma u. Leipzig 1782.

Eines der ältesten Lehrbücher der Differential- und Integralrechnung, das seiner Zeit sehr beliebt war, schuf

- Maria Gaetana Agnesi**, *Istituzioni analitiche ad uso della gioventù italiana.* Milano 2 v. 4<sup>o</sup>. 1748. 428 u. 589 S. Der 2. Band frz. *Traité élémentaire de calcul différentiel et de calcul intégral, avec Additions par Cousin.* Paris 1775. Engl. *Analytical institutions*, by J. Colson. 2. v. London 1801.

Noch heute werden mit Erfolg studiert die Werke von L. Euler:

- L. Euler**, Institutiones calculi differentialis cum ejus usu in analysi infinitorum ac doctrina serierum. Berolini 1755. 2 v. Ticini 1787. Deutsch von J. A. Ch. Michelson. T. I u. II Berlin u. Libau 1790, T. III Berlin 1793. Supplement von J. Ph. Grüson, Berlin 1798. Eine Fortsetzung; Institutiones calculi differentialis Sectio III, Opera posthuma I, 342—402. Petropoli 1862.
- L. Euler**, Institutiones calculi integralis. Petropoli 3 v. I 1768, II 1768, III 1769; 2. ed. 4 v. ib. 1792—94; 3. ed. 4 v. ib. 1824—45. Deutsch von Jos. Salomon. Wien I 1828, II 1829, III 1830, IV (Supplemente) 1830.
- Thomas Simpson**, The doctrine and application of fluxions. 2 v. London 1750; new ed. 1823.
- Simon Lhuillier**, Exposition élémentaire des principes des calculs supérieurs. Berlin 1786. 2. Aufl. lat. Principiorum calculi differentialis et integralis expositio elementaris. Tubingae 1795. 339 S.
- S. Fr. Lacroix**, Traité du calcul différentiel et intégral. 3 v. 4<sup>o</sup>. Paris 1797—1800. 2. Ausg. 1810—19. — Traité élémentaire du calcul différentiel et intégral. 2 v. 8<sup>o</sup>. Paris 1797. 9<sup>e</sup> éd. par J. A. Serret et Ch. Hermite. Paris 1881. Deutsch von J. Ph. Grüson, Berlin 1798—1800, u. a.
- Ch. Bossut**, Traité de calcul différentiel et de calcul intégral. Paris 1798. 2 vol. 600 u. 582 S.
- J. L. Lagrange**, Leçons sur le calcul des fonctions. Zuerst in Séances de l'École Normale 1801 u. Journ. Éc. Polyt. cah. XII, 1804; 2<sup>e</sup> éd. Paris 1806. Oeuvres X. Paris 1884. 455 p. 4<sup>o</sup>.
- J. L. Boucharlat**, Éléments de calcul différentiel et de calcul intégral. Paris 1813. 9<sup>e</sup> éd. par H. Laurent. Paris 1891.
- A. L. Cauchy**, Résumé des leçons données à l'École royale polytechnique sur le Calcul infinitésimal. I. Paris 1823. 158 S. 8<sup>o</sup>.
- A. L. Cauchy**, Leçons de calcul différentiel et de calcul intégral. Réd. par Moigno. Paris 1840—44. 2 v.
- J. L. Raabe**, Die Differential- und Integralrechnung. Zürich. 3 Bde. 1839—47.
- Fr. Autenheimer**, Elementarbuch der Differential- und Integralrechnung, mit zahlreichen Anwendungen aus der Analysis, Geometrie, Mechanik, Physik usw. Weimar 1865; 3. Aufl. 1887; 5. Aufl. von A. Donadt. Leipzig 1901. x u. 602.
- M. Sturm**, Cours d'analyse de l'École Polytechnique. Paris 1857. Viele spät. Aufl. 8<sup>e</sup> éd. Publ. par Prouhet. 2 vol. Paris 1884; 12<sup>e</sup> éd. Par A. de Saint-Germain 1901.
- Louis Navier**, Résumé des leçons d'analyse données à l'École Polytechnique. 2 v. Paris 1840—41. Deutsch; Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung. Mit Zusätzen von Liouville, verm. von Th. Wittstein. 2 Bde. 4. Aufl. Hannover 1875. 360 u. 394 S.
- A. Harnack**, Die Elemente der Differential- und Integralrechnung. Zur Einführung in das Studium dargestellt. Leipzig 1881, VIII u. 409.
- L. Kiepert**, Grundriß der Differential- und Integralrechnung. I. T. Differentialrechnung. 9. Aufl. des gleichnamigen Leitfadens von M. Stegemann. Hannover 1901. XVIII u. 750 S. II. T. Integralrechnung. 8. Aufl. 1903. XVIII u. 660 S.
- O. Schlömilch**, Compendium der Höheren Analysis. 2 Bde. Braunschweig 1853. I, 5. Aufl. 1881. 566 S. II, 4. Aufl. 1895, 596 S.
- J. Bertrand**, Traité de calcul différentiel et de calcul intégral. 2 v. Paris I, 1864. 836 S. 4<sup>o</sup> u. II, 1870. 720 S.
- C. Jordan**, Cours d'analyse de l'École Polytechnique. 3 v. Paris 2<sup>e</sup> éd. I, 1893, XVIII u. 612 S.; II, 1894, XVIII u. 627 S.; III, 1896. XI u. 547 S.
- A. Genocchi**, Differentialrechnung und Grundzüge der Integralrechnung. Deutsch von G. Bohlmann und A. Schepp. Leipzig 1899. VII u. 409.
- J. A. Serret**, Cours de calcul différentiel et intégral. 2 v. 5. ed. Paris 1900. I XIII u. 617 S.; II XIII u. 904 S. Deutsch von A. Harnack. 2. Aufl. von

Bohlmann. 3 Bde. Leipzig. 3. Aufl. von G. Scheffers. I 1906, xvi u. 624 S. II 1907, xiv u. 386 S. III, 1. 1903, III, 2. 1904, xii u. 479 S.

W. Franz Meyer, Differential- und Integralrechnung, 2 Bde. Leipzig 1901, xviii u. 395, II, 1905, xvi u. 443.

H. Burkhardt, Elemente der Differential- und Integralrechnung. Leipzig 1907. ix u. 252.

Möglichst schnell in die für die Technik erforderlichen Kenntnisse aus der höheren Analysis sollen einführen:

W. Nernst und A. Schoenflies, Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften. Kurzgefaßtes Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung, mit besonderer Berücksichtigung der Chemie. München. 4. Aufl. 1904. xii u. 370 S.

G. A. Gibson, An introduction to the calculus based on graphical methods. London 1904. xviii u. 225 S.

H. A. Lorentz, Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung und der Anfangsgründe der analytischen Geometrie. Mit besonderer Berücksichtigung der Bedürfnisse der Studierenden der Naturwissenschaften. Übers. a. d. Holländ. von G. C. Schmidt. Leipzig 1900. vii u. 476 S.

G. Vivanti, Complementi di matematica ad uso dei chimici e dei naturalisti Milano, Hoepli 1903. x u. 381. 12°.

Eine strenge, dem Sinne der neueren Funktionstheorie entsprechende Einführung gibt:

O. Stolz, Grundzüge der Differential- und Integralrechnung. Leipzig. I. T. Reelle Veränderliche und Funktionen. 1893, x u. 460 S. II. T. Komplexe Veränderliche und Funktionen. 1896, ix u. 338 S. III. T. Die Lehre von den Doppelintegralen. 1899, viii u. 296 S.

E. Pascal, Lezioni di calcolo infinitesimale. P. I. Calcolo differenziale. 2<sup>a</sup> ed Milano, Hoepli 1902. xii u. 311. 12°. P. II. Calcolo integrale. 1903. viii u. 329. — Esercizi e note critiche di calcolo infinitesimale. ib. 1895. xix u. 371 S. (Funktionentheoretische Grundlagen.)

### § 3. Übungen.

O. Schlömilch, Übungsbuch zum Studium der höheren Analysis. I u. II Leipzig 1868—70. 4. Aufl. von R. Henke 1900. viii u. 448. 5. Aufl. von E. Nätsch. Leipzig 1904. viii u. 372 S.

M. F. Frenet, Recueil d'exercices sur le calcul infinitesimal. 6. éd. Paris 1904. 45 u. 533 S.

L. A. Sohncke, Sammlung von Aufgaben aus der Differential- und Integralrechnung. I. 6. Aufl. Halle 1903. I, xi u. 304. I u. II. 5. Aufl. 1885.

H. Dölp, Aufgaben zur Differential- und Integralrechnung, nebst den Resultaten und den zur Lösung nötigen theoretischen Erläuterungen. 10. Aufl. von E. Netto. Gießen 1903. iii u. 216 S.

E. Brahy, Exercices méthodiques du calcul différentiel. 2. éd. Paris 1899. Exercices méthodiques du calcul intégral. Bruxelles 1895. viii u. 391.

F. Tißerand, Recueil complémentaire d'exercices sur le calcul infinitesimal. 2. éd. Paris 1896. xxiii u. 524 S.

A. Fuhrmann, Anwendungen der Infinitesimalrechnung in den Naturwissenschaften, im Hochbau und in der Technik. Teil I. Naturwissenschaftliche Anwendungen der Differentialrechnung. Lehrbuch und Aufgabensammlung. Berlin 1888. xii u. 148 S. 2. Aufl. 1900. xviii u. 239 S. II. Teil. Naturwissenschaftliche Anwendungen der Integralrechnung. 1890. xii u. 268 S. III. Teil. Bauwissenschaftliche Anwendungen der Differentialrechnung. 2 Hälften. 1898 u. 1899. xix u. xvi u. 348 S. IV. Teil. Bauwissenschaftliche Anwendungen der Integralrechnung. 1903. xiii u. 292 S. (Ist auf 6 Teile berechnet.)

## Kapitel 2. Differential- und Differenzenrechnung.

§ 1. **Historisches. Prinzipien.** Für die Begründung der Differential- und Differenzenrechnung wichtige Schriften, außer den oben Kap. 1

§ 2 (S. 94—96) genannten Lehrbüchern, sind folgende:

- G. W. Leibniz**, *Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, quae nec fractas, nec irrationales quantitates moratur: et singulare pro illis calculi genus.* Acta Erud. 3, 467—473, Lipsiae 1684. Abgedr. von K. F. Giesel. Pr. Leipzig 1884. 42 S.
- Is. Newton**, *Method of fluxions and infinite series, with its application to the geometry of curved lines*, ed. by J. Colson. London 1736 (verfaßt 1671).
- J. L. Lagrange**, *Sur une nouvelle espèce de calcul relatif à la différentiation et à l'intégration des quantités variables.* Nouv. Mém. Ac. Berlin ann. 1772 [1774], 186—221. Oeuvres 3, 441—476, 1869.
- J. L. Lagrange**, *Théorie des fonctions analytiques, contenant les principes du calcul différentiel, dégagés de toute considération d'infiniment petits, d'évanouissants, de limites et de fluxions, et réduits à l'analyse algébrique des quantités finies.* Paris 1797. 3<sup>e</sup> éd. par J. A. Serret 1847; 4<sup>e</sup> éd. 1881. 427 S. 4<sup>o</sup>. Deutsch von Ph. Gruson, Berlin 1798.
- Brook Taylor**, *Methodus incrementorum directa et inversa.* London 1715. Neue Facsimile-Ausg. Berlin 1862.
- Colin Maclaurin**, *A treatise of fluxions.* Edinb. 1742. 2 vol. Edinb. 1801.
- L. M. N. Carnot**, *Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal.* Paris 1797; 2<sup>e</sup> éd. 1813; 4<sup>e</sup> éd. 1860. Deutsch von Hauff. Frankf. 1800.
- L. Fr. A. Arbogast**, *Du calcul des dérivations et de ses usages dans la théorie des suites et dans le calcul différentiel.* Straßburg 1800. 404 S. 4<sup>o</sup>.
- J. Landen**, *The residual analysis, a new branch of the analytic art of very extensive use, both in pure mathematics and natural philosophy.* Book I. London 1764.
- J. Stirling**, *Methodus differentialis sive Tractatus de summatione et interpolatione serierum infinitarum.* London 1730. 4<sup>o</sup>.
- W. Emerson**, *The method of increments.* London 1763. 4<sup>o</sup>.
- W. Emerson**, *The arithmetic of infinities, and the differential method illustrated by examples.* London 1767. 8<sup>o</sup>.
- S. F. Lacroix**, *Traité des différences et des séries.* Paris 1800. 4<sup>o</sup>. 2<sup>a</sup> éd. 1819.
- R. Hoppe**, *Lehrbuch der Differentialrechnung und Reihentheorie. Mit strenger Begründung der Infinitesimalrechnung.* Berlin 1865. 280 S.
- Is. Todhunter**, *Treatise on the differential calculus.* London. 8<sup>th</sup> ed. 1878.
- P. Freyer**, *Studien zur Metaphysik der Differentialrechnung.* Pr. Ilfeld 1883. 39 S. 4<sup>o</sup>.
- O. Schlömilch**, *Theorie der Differenzen und Summen.* Halle 1848.
- G. Boole**, *A treatise on the calculus of finite differences.* London. 3. ed. 1880. Deutsch von C. H. Schnuse. Braunschweig 1867.
- L. Barbera**, *Introduzione allo studio del calcolo detto delle differenze.* Bologna 1881.
- A. A. Markoff**, *Differenzenrechnung.* Russisch. St. Petersburg 1889—91. Übers. von Th. Friesendorff und E. Prümm. Mit e. Vorw. von R. Mehmke. Leipzig 1896. vi u. 194 S.
- E. Pascal**, *Calcolo delle variazioni e calcolo delle differenze finite.* Milano 1897. xii u. 330 S. (Reich an Literaturangaben.)
- Dem. Seliwanoff**, *Lehrbuch der Differenzenrechnung.* Leipzig 1904. iv u. 92 S. — *Differenzenrechnung.* Encyklop. d. m. Wiss. I, E, 1, 918—937. 1901. Exposé p. H. Andoyer. Ed. fr. I: 4, 47—127, 1906.
- Den historischen Schriften in Kap. 1 (S. 94) sind hier hinzuzufügen:
- G. Eneström**, *Differenskalkylens historia.* I. Ups. Univ. Arsskr. 1879. (4) u. 71 S. (Geschichte der Vorarbeiten und der Entdeckung der Differenzenrechnung.)

**O. Zuca**, Cenni storici sulle origini del calcolo delle differenze finite. Genova 1888.

### § 2. Spezielles.

- H. Becker**, Die geometrische Entwicklung des Infinitesimalbegriffs im Exhaustionsbeweise bei Archimed, und ihre Bedeutung für die Differentialgeometrie und die Schule. Pr. Insterburg 1894. 26 S. 4°.
- R. Hoppe**, Theorie der independenten Darstellung der höheren Differentialquotienten. Leipzig 1845.
- F. Bessell**, Über die Entwicklung der höheren Differentiale zusammengesetzter und implizierter Funktionen. Diss. Jena 1872.
- K. Bochow**, Der Differentialquotient zu beliebigem Index. Diss. Halle 1885. (Viel Historisches.)
- F. Buchwaldt**, Ny methode for differentiation med hvilkesomhelst indices. Tidschr. f. Math. (3) 5, 1—21, 95—96, 128, 1875; 6, 41—56, 1876.
- S. Pincherle**, Sulle derivate ad indice qualunque. Mem. Ist. Bologna (5) 9, 745—758. 1902.
- F. Engel**, Die höheren Differentialquotienten. Ber. Ges. Leipz. 54, 17—51, 1902.
- J. G. Butgers**, Over differentiaal van gebroken orde en haar gebruik bij de afleiding van bepaalde integralen. Diss. Utrecht 1904. 49 S. (Auch Historisches.)
- M. G. Ricci et T. Levi Cività**, Méthodes de calcul différentiel absolu et leurs applications. Math. Ann. 54, 125—201. 1900.
- R. E. Moritz**, Generalization of the differentiation process. Amer. J. 24, 257—302. 1902.
- D. Mirianow**, Sur les bases du calcul de généralisation. Thèse. Genève 1900.
- Alex. Macfarlane**, Differentiation in the quaternion analysis. Proc. R. Ir. Ac. Dublin. (3) 6, 199—215. 1900. — Vector differentiation. Bull. Phil. Soc. Washington 14, 73—92. 1901.
- V. Fischer**, Vektordifferentiation und Vektorintegration. Leipzig 1904. iv u. 82 S.
- O. Schlömilch**, Theorema Taylorianum. Diss. Jena 1844.
- E. Marloh**, Geschichte des Restes der Taylorschen Reihe. Diss. Göttingen 1881.
- A. Pringsheim**, Zur Geschichte des Taylorschen Lehrsatzes. Bibl. math. (3) 1, 433—479. 1900.
- J. Dienger**, Die Sätze von Bürmann und Lagrange. Prag 1868.
- J. L. Lagrange**, Nouvelle méthode pour résoudre les équations littérales par le moyen des séries. Hist. Mém. Ac. Berlin an. 1768, 251—326 [1770]. (Die Lagrangesche Reihe S. 275.)

### § 3. Maxima und Minima.

- K. H. Schellbach**, Mathematische Lehrstunden. Aufgaben aus der Lehre vom Größten und Kleinsten. Bearb. u. hrsg. von A. Bode und E. Fischer. Berlin 1860. iv u. 154 S.
- H. C. E. Martus**, Maxima und Minima. Ein geometrisches und algebraisches Übungsbuch. Berlin 1861. 2. Abdr. Hamburg 1903. 127 S.
- W. Schrader**, Allgemeine Methoden zur elementaren Bestimmung der Maxima und Minima. Pr. Halberstadt 1862.
- H. Heilermann**, Eine elementare Methode zur Bestimmung von größten und kleinsten Werthen, nebst vielen Aufgaben. Leipzig 1871. vii u. 104 S.
- P. Wiecke**, Lehrproben. Geometrische und algebraische Betrachtungen über Maxima und Minima. Berlin 1894. viii u. 180 S.
- A. Maurer**, Maxima und Minima. Aufgaben für die Prima höherer Lehranstalten. Berlin 1897. v u. 50 S.
- A. Aubry**, Étude élémentaire sur la théorie des maxima et minima, Progreso mat. (2) 2, 41—49, 185—193, 233—251, 321—324. 1900. (Auch Historisches.)



- Sim. Lhuillier**, De relatione mutua capacitatis et terminorum figurarum, seu de maximis et minimis. Pars I. Varsoviae 1782. 4. — Polygonométrie et abrégé d'isopérimétrie élémentaire. Genève 1789. 4°.
- J. Steiner**, Einfache Beweise der isoperimetrischen Hauptsätze. Journ. f. Math. 18, 281—296. 1838. — Sur le maximum et minimum des figures dans le plan, sur la sphère et dans l'espace en général. Journ. f. Math. 24, 93—213. 1842.
- E. Kötter**, Über diejenigen Polyeder, die bei gegebener Gattung und gegebenem Volumen die kleinste Oberfläche besitzen. Journ. f. Math. 110, 198—229. 1892.
- L. Lindelöf**, Recherches sur les polyèdres maxima. Acta Soc. Fenn. 24, Nr. 8. 1898. 47 S.
- L. Scheeffer**, Theorie der Maxima und Minima einer Funktion von zwei Variabeln. Mitget. von A. Mayer. Ber. Ges. Leipz. 1886, 102—143.
- O. Stolz**, Die Maxima und Minima der Funktionen von mehreren Veränderlichen. Ber. Ak. Wien 99, 495—510, 1890; 100, 1167—1181, 1891; 102, 85—87, 1893.
- V. v. Dantscher**, Zur Theorie der Maxima und Minima einer Funktion von zwei Veränderlichen. Math. Ann. 42, 89—131, 1893.
- Weitere Schriften über Maxima und Minima und über isoperimetrische Figuren siehe unter „Variationsrechnung“.

### Kapitel 3. Integralrechnung.

§ 1. **Spezielles.** Die ersten Lehrbücher der Integralrechnung sind in Kap. 1 § 2 (S. 94—96) genannt worden. Wir führen hier einige für die Entwicklung der Integralrechnung wichtige Schriften an:

- G. W. Leibniz**, De geometria recondita et analysi indivisibilium atque infinitorum. Acta Erud. 1686, 297ff. — Specimen novum analyseos pro scientia infiniti circa summas et quadraturas. Acta Erud. 1702.
- Joh. Bernoulli**, Solution d'un problème concernant le calcul intégral. Mém. Ac. sc. Paris 1702, 289; Opp. I, 393—400.
- Roger Cotes**, Harmonia mensurarum, sive Analysis et Synthesis per rationem et angulorum mensuras promotae; accedunt alia Opuscula mathematica. Ed. Rob. Smith. Cantabr. 1722. 4°.
- D. C. Walmesley**, Analyse des mesures, des rapports et des angles, ou Réduction des intégrales aux logarithmes et aux arcs de cercle. Paris 1748. 4°.  
(Ein Kommentar zum vorigen.)
- A. de Moivre**, Miscellanea analytica de seriebus et quadraturis. London 1730.
- J. le Rond d'Alembert**, Recherches sur le calcul intégral. Mém. Ac. Berlin a. 1746, 182—224 [1748]. Suite ib. a. 1748, 249—291 [1750].
- L. Euler**, De reductione formularum integralium ad rectificationem ellipsis et hyperbolae. Nov. Comm. Ac. Petr. 10, a. 1764, 3—50 [1766]. — Supplementum calculi integralis pro integratione formularum irrationalium. Acta Ac. Petr. 4, a. 1781, P. I, 4—31 [1783].
- A. M. Legendre**, Sur les intégrations par arcs elliptiques. 2 Mém. Hist. Mém. Ac. sc. Paris a. 1786, 616 u. 644 [1788]. — Mémoire sur les transcendentes elliptiques. Paris 1793. — Exercices de calcul intégral sur divers ordres de transcendentes et sur les quadratures. 3 v. Paris 1811—19. — Traité des fonctions elliptiques et des intégrales eulériennes. Paris. 2 v. et 3 suppl. 1825—1828.
- P. Ferroni**, De calculo integralium exercitationes mathematicae. Florent. 1792. 344 S. 4°.
- A. L. Cauchy**, Recherche d'une formule générale qui fournit la valeur de la plupart des intégrales connues et celle d'un grand nombre d'autres. Ann. math. Gergonne 16, 1825/6, 17, 1826/7.

- J. Liouville**, Premier mémoire sur la détermination des intégrales dont la valeur est algébrique. Mém. prés. Ac. sc. Paris (2) 5, 76—151. 1838.
- L. Königsberger**, Über Integrale transcendentener Funktionen. Journ. f. Math. 98, 97—126. 1885. — Über die Reduktion von Integralen transcendentener Funktionen. Amer. J. 11, 221—282. 1889.
- Meier Hirsch**, Integraltafeln, oder Sammlung von Integralformeln. Berlin 1810. Engl. Integral tables. London 1823.
- F. Minding**, Sammlung von Integraltafeln. Zum Gebrauche für den Unterricht an der Königl. Allg. Bauschule und dem Königl. Gewerbe-Institut. Berlin 1849. 186 S.
- G. Petit Bois**, Tafeln unbestimmter Integrale. Leipzig 1906. XII u. 154 S. (Sammlung von 2500 Integralen mit ihren Lösungen.)

§ 2. **Mehrfache Integrale.** Die erste Behandlung der Transformation des Doppelintegrals gab L. Euler, von dem auch der Name formula integralis duplicata herrührt:

- L. Euler**, De formulis integralium duplicatis. Nov. Comm. Ac. Petrop. 14, a. 1769, 72—103 [1770]; Instit. calc. int. 4, 416.
- A. M. Legendre**, Mémoire sur les intégrales doubles. Hist. Mém. Ac. sc. Paris, a. 1788, 454—584 [1791].
- C. G. J. Jacobi**, Commentatio de transformatione integralis duplicis in formam simpliciorum. Königsberg 1832. — Varia theoremata de transformatione et determinatione integralium multiplicium. Journ. f. Math. 12, 1—69. 1834. — De formatione et proprietatibus determinantium. ib. 22, 285—319. 1841. — De determinantibus functionalibus. ib. 22, 319—360. 1841.
- P. G. Lejeune-Dirichlet**, Über eine neue Methode zur Bestimmung vielfacher Integrale. Abh. Ak. Berlin 1839, 61—79. Journ. de math. p. 4, 164—168. 1841.
- E. C. Catalan**, Mémoire sur la réduction d'une classe d'intégrales multiples. Journ. de math. 4, 323—344. 1841.
- O. Schlömilch**, Über die Entwicklung vielfacher Integrale. Z. Math. Phys. 1, 75 ff., 1856.
- L. Kronecker**, Vorlesungen über die Theorie der einfachen und vielfachen Integrale. Hrsg. von E. Netto. Leipzig 1894. x u. 346 S.
- E. Neugebauer**, Über die Transformation und Reduktion vielfacher Integrale durch simultane Substitutionen. Pr. Linz 1890.
- F. J. Obenrauch**, Zur Transformation und Reduktion von Doppelintegralen mittels elliptischer Koordinaten. Pr. Neutitschein. 1891|2. 56 S. gr. 8°.  
(Historisches über elliptische Koordinaten.)
- C. Lorenz**, Die eigentlichen dreifachen Integrale. Monatsh. f. Math. 13, 3—118. 1902.

§ 3. **Bestimmte Integrale.** Für die Anfänge der Behandlung der bestimmten Integrale ist wichtig:

- L. Euler**, De inventione integralium, si post integrationem variabili quantitati determinatus valor tribuatur. Misc. Berol. 7, a. 1743, 129—171.

Die von Legendre nach Euler benannten Integrale, die Gammafunktion und die Betafunktion, werden zur Bestimmung des allgemeinen Gliedes einer Reihe benutzt in den früheren Aufsätzen von

- L. Euler**, De progressionibus transcendentibus seu quarum termini algebraice dari nequeunt. Comm. Ac. Petrop. 5, a. 1730—31, 36—57 [1738] und De summatione innumerabilium progressionum. ib. 91—105.
- A. M. Legendre**, Traité des fonctions elliptiques et des intégrales Eulériennes, avec des tables pour en faciliter le calcul numérique. Paris 1827. — Siehe auch die oben (in § 1 auf vor. S.) genannten Exercices.

- J. Binet**, Mémoires sur les intégrales définies eulériennes, et sur leur application à la théorie des suites ainsi qu'à l'évaluation des fonctions de grands nombres. Journ. Ec. Polyt. cah. 27, 16, 1840.
- H. Limbourg**, Théorie de la fonction Gamma. Gand 1859.
- A. Berger**, Sur quelques applications de la fonction Gamma à la théorie des nombres. Nov. Act. Ups. (3) 1880, 1—87.
- L. Bourget**, Développement en séries des intégrales eulériennes. Ann. Ec. Norm. (2) 10, 175—233. 1881. (Viel Historisches.)
- G. Brunel**, Monographie de la fonction Gamma. Mém. Soc. sc. ph. nat. Bordeaux. (3) 3, 1886. 184 S. (Bibliographie und Geschichte.)
- J. Eggenberger**, Beiträge zur Darstellung des Bernoullischen Theorems, der Gammafunktion und des Laplaceschen Integrals. Mitt. Naturf. Ges. Bern 1893, 110—182. (Viel Historisches.)
- H. Schenkel**, Kritisch-historische Untersuchungen über die Theorie der Gammafunktionen und die Eulerschen Integrale. Bern 1895. 66 S.
- J. H. Graf**, Einleitung in die Theorie der Gammafunktion und der Eulerschen Integrale. Bern 1895. xxv u. 746.
- N. Nielsen**, Handbuch der Theorie der Gammafunktionen. Leipzig 1906. x u. 746.
- M. Godefroy**, La fonction gamma. Théorie, histoire, bibliographie. Paris 1901. vii u. 94 S.

Die Untersuchungen von Gauß über die hypergeometrische Reihe (s. S. 91) führten auf eine Funktion  $\Pi(x) = \Gamma(x + 1)$ .

- A. Enneper**, Über die Funktion  $\Pi$  von Gauß mit komplexem Argument. Inaug. Diss. Göttingen 1856. 32 S. 4°.

Die Literatur über hypergeometrische Funktionen siehe auch in der „Funktionentheorie“ weiter unten.

- G. Brunel**, Bestimmte Integrale. Encykl. math. Wiss. II, 135—188, 1899.
- G. F. Meyer**, Vorlesungen über die Theorie der bestimmten Integrale zwischen reellen Grenzen. Mit vorzüglicher Berücksichtigung der von P. G. Lejeune Dirichlet gehaltenen Vorträge. Leipzig 1871. xviii u. 628 S.
- P. G. Lejeune Dirichlet**, Vorlesungen über die Lehre von den einfachen und vielfachen bestimmten Integralen. Hrsg. von G. Arendt. Braunschweig 1901. xxiii u. 476 S.
- J. Thomae**, Einleitung in die Theorie der bestimmten Integrale. Halle 1875.
- D. Bierens de Haan**, Réduction des intégrales définies générales. Amsterdam 1857. — Exposé de la théorie, des propriétés, des formules de transformation et des méthodes d'évaluation des intégrales définies. 3 Teile. Amsterdam 1860—62. 4°.
- G. Dillner**, Sur les intégrales définies des fonctions d'une variable complexe. Handl. Svenska Vet. Ak. 18. Nr. 6. Stockholm 1881.
- A. L. Cauchy**, Mémoire sur les intégrales définies prises entre des limites imaginaires. Mém. prés. Ac. sc. Paris (2) 1, 599—799. 1825. Neudruck Bull. sc. math. 7, 265—304, 1874; 8, 43—55, 148—159, 1875. Deutsch von P. Stäckel. Klass. d. ex. Wiss. Nr. 112. Leipzig 1900. 80 S. 12°.
- Ch. Hermite**, Cours de la faculté des Sciences de Paris sur les intégrales définies, la théorie des fonctions d'une variable imaginaire et les fonctions elliptiques. Réd. p. M. Andoyer. 4° éd. Paris 1891. 284 S. 4°.
- D. Bierens de Haan**, Tables d'intégrales définies. Verh. Ak. Vet. Amsterdam. I—IV. 1858. xvi u. 572 S. 4°.
- C. F. Lindman**, Observations sur les tables d'intégrales définies de M. Bierens de Haan. (Amst. 1858.) Bihang Ak. Vet. Stockh. 10, 1885. 268 S.
- D. Bierens de Haan**, Nouvelles tables d'intégrales définies. I—III. Leiden 1867.
- C. F. Lindman**, Examen des nouvelles tables d'intégrales définies de M. Bierens de Haan (Amst. 1867). Handl. Ak. Vet. Stockh. 24, Nr. 5, 1891. 231 S.

## § 4. Mechanische Quadratur.

- C. F. Gauß**, Methodus nova integralium valores per approximationem inveniendi. *Comm. Soc. Gott.* 3, 1816. Werke III, 165.
- C. G. J. Jacobi**, Über Gauß' neue Methode, die Werte der Integrale näherungsweise zu finden. *Journ. f. Math.* 1, 301—308, 1826.
- D. Poisson**, Mémoire sur le calcul numérique des intégrales définies. *Mém. Inst. Ac. Paris* (2) 6, a. 1823, 571—602. Auch Paris 1827.
- E. B. Christoffel**, Über die Gaußsche Quadratur und eine Verallgemeinerung derselben. *Journ. f. Math.* 55, 61—83, 1858.
- K. Schellbach**, Über mechanische Quadratur. *Pr. Berlin* 1877. 26 S. 4°; 2. Abdr. 1884.
- R. Radau**, Études sur les formules d'approximation qui servent à calculer la valeur d'une intégrale définie. *Journ. de math. p. appl.* (2) 6, 283—336. 1879, und Paris 1881.
- P. Mansion**, Sur l'évaluation approchée des aires planes. *Ann. Soc. sc. Bruxelles.* 5 B, 231—290. 1881.
- B. Baillaud**, Calcul numérique des intégrales définies. *Mém. Soc. Toulouse* (8) 5, 161—190. 1883.

## § 5. Mechanische Integration. Planimeter und Integraphen.

- J. M. Solin**, Über graphische Integration. *Abh. Ak. Prag* (6) 5, 1872.
- J. Amsler**, Über die mechanische Bestimmung des Flächeninhalts, der statischen Momente und der Trägheitsmomente ebener Figuren; insbesondere über einen neuen Planimeter. Schaffhausen 1856. — *Vierteljahrsschr. Ges. Zürich* 1, 44—48. 1856.
- A. Amsler-Laffon**, Neue Planimeter-Constructions. *Ztschr. Instr.-Kunde* 1884.
- C. Nehls**, Über graphische Integration und ihre Anwendung in der graphischen Statik. Leipzig. 2. Aufl. 1885.
- J. Massau**, Mémoire sur l'intégration graphique et ses applications. Avec appendice et atlas de 24 pl. Paris 1887 u. 1889. 731 u. 264 S. 4°.
- A. Amsler**, Über den Flächeninhalt und das Volumen durch Bewegung erzeugter Kurven und Flächen und über mechanische Integrationen. Schaffhausen 1880.
- A. Amsler**, Über mechanische Integrationen. *Katalog d. math. Ausst. München* 1892, 99—124. (Prinzipien, Geschichte, Theorie und Anwendung.)
- E. Herpin**, Instruction sur le planimètre polaire de Amsler de Schaffhausen. Nancy 1895. XII u. 61 S.
- Br. Abdank-Abakanowicz**, Les intégraphes, la courbe intégrale et ses applications. Étude sur un nouveau système d'intégrations mécaniques. Paris 1886. 156 S. — Deutsch von E. Bitterli. Leipzig 1889. VIII u. 176 S.

## Kapitel 4. Differentialgleichungen.

§ 1. Einleitung. Anfänge der Theorie. Betrachtungen von Differentialgleichungen, d. h. Gleichungen zwischen einer Funktion und ihrer Ableitung oder ihren Ableitungen, reichen bis in die Anfänge der Infinitesimalrechnung zurück. Newton integrierte Differentialgleichungen 1. O. durch eine Reihe, Joh. Bernoulli löste durch besondere Kunstgriffe spezielle Differentialgleichungen; er fand auch die Lösung der von seinem Bruder Jakob vorgelegten und nach diesem benannten „Bernoullischen Differentialgleichung“. Nach ihm wurde die Theorie weiter entwickelt u. a. in folgenden Originalarbeiten:

- L. Euler**, Nova methodus innumerabiles aequationes differentiales secundi gradus reducendi ad aequationes differentiales primi gradus. *Comm. Ac. Petrop.* 3, a. 1728, 124—137 [1732]. — De infinitis curvis ejusdem generis seu methodus

- inveniendi aequationes pro infinitis curvis ejusdem generis. *Comm. Ac. Petrop.* 7, a. 1734—35, 174—183 [1740]; *Additamentum ib.* 184—200. — *De integratione aequationum differentialium altiorum graduum.* *Misc. Berol.* 7, 193—242, 1743. — *Methodus aequationes differentiales altiorum graduum integrandi ulterius promota.* *Novi Comm. Ac. Petrop.* 3, a. 1750—51, 3—35 [1753]. — *De integratione aequationum differentialium.* *Novi Comm. Ac. Petrop.* 8, a. 1760—61, 3—63 [1763].
- Al. Cl. Clairaut**, Trouver des courbes, dont la propriété consiste dans une certaine relation entre leurs branches. *Mém. Ac. sc. Paris* 1734. — Sur l'intégration ou la construction des équations différentielles du premier ordre. *Mém. Ac. sc. Paris*, a. 1740, 294 [1742].
- J. le Rond d'Alembert**, Recherches sur le calcul intégral. *Hist. Mém. Ac. sc. Paris*, a. 1769, 73 ff. [1772].
- P. S. de Laplace**, Recherches sur les solutions particulières des équations différentielles et sur les inégalités séculaires des planètes. *Mém. Ac. sc. Paris*, a. 1732, 343 ff. u. 651 ff.
- J. L. Lagrange**, Sur l'intégration des équations à différences partielles du premier ordre. *Mém. Ac. Berlin*, a. 1772, 353—372 [1774]. *Deutsch von G. Kowalewski: Lagrange und Cauchy, Zwei Abhandlungen zur Theorie der partiellen Differentialgleichungen.* Leipzig. *Klass. d. ex. Wiss.* Nr. 113. 1900. 54 S.
- J. L. Lagrange**, Sur les intégrales particulières des équations aux différences partielles avec des remarques nouvelles sur la nature et sur l'intégration de ces sortes d'équations. *Nouv. Mém. Ac. Berlin*, a. 1774, 198—275 [1776].
- G. Monge**, Mémoire sur la détermination des fonctions arbitraires dans les intégrales de quelques équations aux différences partielles. *Mém. Ac. Turin.* 5, 1770—73, 16 u. 79. — Mémoire sur les fonctions arbitraires continues ou discontinues qui entrent dans les intégrales des équations aux différences finies. *Mém. prés. Ac. sc. Paris* 9, a. 1774, 345 [1780].
- L. F. A. Arbogast**, Mémoire pour déterminer la nature des fonctions arbitraires, introduites par l'intégration des équations aux différences partielles. *St. Petersburg.* 1791. 96 S. 4<sup>o</sup>.
- § 2. **Lehrbücher.** Die Theorie der Differentialgleichungen findet man mehr oder weniger ausführlich behandelt in den Lehrbüchern der Integralrechnung (s. oben S. 94—96). Von speziellen Lehrbüchern der Differentialgleichungen seien hier folgende angeführt:
- Jos. Petzval**, Integration der linearen Differentialgleichungen mit konstanten und veränderlichen Koeffizienten. 2 Bde. Wien 1851 u. 1859.
- George Boole**, A treatise on differential equations. Cambridge, London 1865; 3. ed. with supplementary volume 1872; 4. ed. London 1877.
- L. Natani**, Die höhere Analysis. Mit Berücksichtigung der Theorie der komplexen Größen. 3. Abhandlung. Berlin 1866.
- S. Spitzer**, Vorlesungen über lineare Differentialgleichungen. Wien 1878.
- P. M. H. Laurent**, Théorie des équations différentielles simultanées et aux différences totales. 2 P. Paris 1873 u. 1874.
- A. R. Forsyth**, Theory of differential equations. Part I. Exact equations and Pfaff's problem. 2<sup>d</sup> ed. Cambridge 1888. xiii u. 340 S. *Deutsch von H. Maser.* Leipzig 1893. xii u. 378 S. — Part II. Ordinary equations not linear. Vol. II and III. Camb. 1900. — Part III. Ordinary linear equations. [Vol. IV.] Camb. 1902. xvi u. 534 S.
- L. Königsberger**, Lehrbuch der Theorie der Differentialgleichungen mit einer unabhängigen Variablen. Leipzig 1889. xvi u. 486 S.
- W. W. Johnson**, A treatise on ordinary and partial differential equations. New York 1880; 3. ed. 1893.
- L. Schlesinger**, Handbuch der Theorie der linearen Differentialgleichungen. 2 Bde.

- Leipzig. I, 1895, xx u. 487 S. II, 1, 1897, xviii u. 532 S. II, 2, 1898, xiv u. 446. (Größeres Kompendium mit historischen und bibliographischen Notizen.)
- L. Schlesinger**, Vorlesungen über lineare Differentialgleichungen. Leipzig 1908. x u. 334.
- L. Heffter**, Einleitung in die Theorie der linearen Differentialgleichungen mit einer unabhängigen Variablen. Leipzig 1894. xv u. 258 S. (Lehrbuch zur Einführung, nach den Grundlagen von Fuchs.)
- P. Painlevé**, Leçons sur la théorie analytique des équations différentielles, professées à Stockholm. Paris 1897. 19 u. 6 u. 589 S. lith.
- J. M. Page**, Ordinary differential equations. An elementary textbook; with an introduction to Lie's theory of the groupe of one parameter. London 1897. xviii u. 226. <sup>13</sup>—
- F. Marotte**, Les équations différentielles linéaires et la théorie des groupes. Ann. Fac. Toulouse 12 H, 1—92. Thèse. Paris 1898. 97 S. 4°.
- L. Schlesinger**, Einführung in die Theorie der Differentialgleichungen mit einer unabhängigen Variablen. 2. Aufl. Leipzig 1904. 320 S.
- J. Horn**, Gewöhnliche Differentialgleichungen beliebiger Ordnung. Leipzig 1905. x u. 391.
- P. Painlevé**, Gewöhnliche Differentialgleichungen; Existenz der Lösungen. Encykl. d. math. Wiss. II A 4 a, 189—229. Leipzig 1900.
- E. Vessiot**, Gewöhnliche Differentialgleichungen; Elementare Integrationsmethoden. Encykl. d. math. Wiss. II A 4 b, 294—399. 1900.

Für die Geschichte und Bibliographie der singulären Lösungen sind zu nennen:

- K. M. Lindeberg**, Historisk öfversigt af theorie för singulärna solutioner till ordinära differential eqvationer. Pr. Stockholm. Diss. Upsala 1875. (Historisches.)
- P. Mansion**, Notes bibliographiques sur les intégrales générales et les solutions singulières des équations différentielles et aux dérivées partielles. Ann. Soc. sc. Bruxelles 15, 1891, A. 32—37 u. 60. (Bibliographie.)

Speziell die partiellen Differentialgleichungen behandeln folgende Lehrbücher:

- J. Dienger**, Integration der partiellen Differentialgleichungen. Stuttgart 1862.
- B. Riemann**, Die partiellen Differentialgleichungen und deren Anwendung auf physikalische Fragen. Vorlesungen, hrsg. von K. Hattendorf. Braunschweig 1869. 315 S. 3. Aufl. 1882.
- H. Weber**, Die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik. Nach Riemanns Vorlesungen. 4. Aufl. 2 Bde. Leipzig 1901. I, xvii u. 506 S.; II, xii u. 527 S.
- P. Mansion**, Théorie des équations aux dérivées partielles du premier ordre. Paris 1875. 282 S. — Deutsch von H. Maser. Berlin 1892.
- V. G. Imschenetzky**, Sur l'intégration des équations aux différences partielles du premier ordre. Mém. de Kazan 1868. Trad. du russe par J. Hoüel. 2. éd. Paris 1873.
- E. J. B. Goursat**, Leçons sur l'intégration des équations aux différences partielles du premier ordre. Réd. par C. Bourlet. Paris 1891. 354 S. — Deutsch von H. Maser. Leipzig 1893. xii u. 416 S.
- E. J. B. Goursat**, Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre à deux variables indépendantes. Paris 1896. viii u. 226 S. T. I. Problème de Cauchy. Caractéristiques. Intégrales intermédiaires. T. II. La méthode de Laplace. Les systèmes en involution. La méthode de M. Darboux. Les équations de la première classe. Transformations des équations du second ordre. Généralisations diverses. Paris 1898. 344 S.
- Ed. v. Weber**, Vorlesungen über das Pfaffsche Problem und die Theorie der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung. Leipzig 1900. xi u. 622 S.

- Ét. Delassus**, Leçons sur la théorie analytique des équations aux dérivées partielles du premier ordre. Paris 1897. 88 S.
- S. Lie**, Vorlesungen über Differentialgleichungen mit bekannten infinitesimalen Transformationen. Bearb. u. hersg. von G. Scheffers. Leipzig 1891. 568 S.
- Ed. v. Weber**, Partielle Differentialgleichungen. Encykl. d. math. Wiss. II A, 5, 294—399. Leipzig 1900.

### § 3. Spezielles. Neuere Originalarbeiten.

- J. Fr. Pfaff**, Methodus generalis, aequationes differentiarum partialium, nec non aequationes differentiales vulgares, utrasque primi ordinis, inter quatuordecim variables, complete integrandi. Abh. Ak. Berlin 1814/5, 76—136 [1818].
- A. L. Cauchy**, Mémoire sur l'intégration des équations linéaires aux différences partielles et à coefficients constants. Journ. Ec. Polyt. 12, cah. 19, 1823.
- C. G. J. Jacobi**, Über die Reduction der Integration der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung zwischen irgend einer Zahl Variablen auf die Integration eines einzigen Systems gewöhnlicher Differentialgleichungen. Journ. f. Math. 17, 97—162, 1837. — Theoria novi multiplicatoris systemati aequationum differentialium vulgarium applicandi. ib. 27, 199, 1844; 29, 213 u. 333, 1845. Zus. 181 S. — Nova methodus, aequationes differentiales partiales primi ordinis inter numerum variabilium quemcumque propositas integrandi. Aus d. Nachlaß hersg. von A. Clebsch. Journ. f. Math. 60, 1—181. 1862. — Vorlesungen über Dynamik. Hrsg. von A. Clebsch. Berlin 1866. Werke, Supplbd. Berlin 1884.
- A. Mayer**, Über die Jacobi-Hamiltonsche Integrationsmethode der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung. Math. Ann. 3, 435—452, 1871. — Über die Integration simultaner partieller Differentialgleichungen der ersten Ordnung mit derselben unbekanntem Funktion. ib. 4, 88—96, 1871. — Über unbeschränkt integrable Systeme von linearen totalen Differentialgleichungen und die simultane Integration linearer partieller Differentialgleichungen. ib. 5, 448—470, 1872.
- S. Lie**, Über eine neue Integrationsmethode partieller Differentialgleichungen erster Ordnung. Nachr. Ges. Wiss. Gött. 1872, 321—326. — Begründung einer Invariantentheorie der Berührungstransformation. Math. Ann. 8, 215—303, 1874. — Allgemeine Theorie der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung. Math. Ann. 10, 245—296. 1875, u. 11, 464—557, 1876.
- S. v. Kowalevsky**, Zur Theorie der partiellen Differentialgleichungen. Journ. f. Math. 80, 1—32, 1875.
- L. Fuchs**, Zur Theorie der linearen Differentialgleichungen mit veränderlichen Koeffizienten. Pr. Berlin 1865. Journ. f. Math. 66, 121—161, 1866; 68, 354—386, 1868.
- L. W. Thomé**, Zur Theorie der linearen Differentialgleichungen. Journ. f. Math. 74, 193—218, 1872; 75, 265—291; 76, 273—291, 1873; 78, 223—245, 1874; 81, 1—32, 1875; 83, 89—111, 1877; 91, 78—198, 341—346, 1881; 95, 44—98, 1883, 96, 185—281, 1884.
- J. Tannery**, Propriétés des intégrales des équations différentielles linéaires à coefficients variables. Ann. Ec. Norm. (2) 4, 113—182, 1875.
- G. Floquet**, Sur la théorie des équations différentielles linéaires. Ann. Ec. Norm. (1) 8, Suppl., 3—132, 1879. Auch Paris 1879.
- L. Fuchs**, Über die Werte, welche die Integrale einer Differentialgleichung erster Ordnung in singulären Punkten annehmen können. Monatsber. Ak. Berlin 1884, 279—300.
- G. Frobenius**, Über den Begriff der Irreducibilität in der Theorie der linearen Differentialgleichungen. Journ. f. Math. 76, 236—271, 1873. — Über die Integration der linearen Differentialgleichungen durch Reihen. ib. 214—235. 1873.
- L. Königsberger**, Allgemeine Untersuchungen aus der Theorie der Differentialgleichungen. Leipzig 1882. 246 S.

- P. Du Bois-Reymond**, Beiträge zur Integration der partiellen Differentialgleichungen mit drei Variablen. I (einz.) (Die Theorie der Charakteristiken.) Leipzig 1864.
- V. G. Imschenetsky**, Sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre. Trad. du russe par J. Hoüel. Arch. Math. Phys. **50**, 278—474. 1869.
- J. Graindorge**, Mémoire sur l'intégration des équations aux dérivées partielles des deux premiers ordres. Mém. Soc. Liège (2) **5**. Paris 1872.
- G. Darboux**, Mémoires sur les solutions singulières des équations aux dérivées partielles du premier ordre. Mém. prés. Ac. sc. Paris **27**, 1883.
- J. H. Poincaré**, Sur l'intégration algébrique des équations différentielles du 1. ordre et du 1. degré. Rend. circ. mat. Pal. **5**, 161—191, 1891; **11**, 193—239, 1897.
- Aloys Mayr**, Der integrierende Faktor und die particulären Integrale. Würzburg 1868.
- A. Lafon**, Sur l'intégration des équations différentielles de la mécanique. Thèse. Paris 1854.
- J. H. Poincaré**, Sur les équations aux dérivées partielles de la physique mathématique. Amer. Journ. **12**, 211—294, 1890.
- J. H. Poincaré**, Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste. T. I. Solutions périodiques. Non-existence des intégrales uniformes. Solutions asymptotiques. Paris 1892. 385 S. T. II. Méthodes de MM. Newcomb, Gylden, Lindstedt et Bohlin. ib. 1893. VIII u. 479 S. T. III. Invariants intégraux. Solutions périodiques du deuxième genre. Solutions doublement asymptotiques. ib. 1899. IV u. 414 S.
- J. König**, Theorie der partiellen Differentialgleichungen zweiter Ordnung mit zwei unabhängigen Variablen. Math. Ann. **24**, 465—537, 1884.
- Ch. M. Mason**, Randwertaufgaben bei gewöhnlichen Differentialgleichungen. Diss. Göttingen. 1903. IV u. 75. gr. 8°.
- A. Sommerfeld**, Randwertaufgaben in der Theorie der partiellen Differentialgleichungen. Encykl. d. math. Wiss. II A 7 c, 2, I, 504—570. 1900.

#### § 4. Einige besondere Differentialgleichungen.

- Jac. Riccati**, Animadversiones in aequationes differentiales secundi gradus. Acta Erud. Suppl. VIII, 1722.
- L. Euler**, Constructio aequationis differentialis  $ax^n dx = dy + y^2 dx$ . (Riccatianae.) Comm. Ac. Petrop. **6**, a. 1732—33, 231—246 [1739].
- P. Helmling**, Über die Integration der allgemeinen Riccatischen Gleichung und der von ihr abhängigen Differentialgleichungen. Leipzig 1879. 43 S. 4°.
- J. W. L. Glaisher**, On Riccati's equation and its transformation, and on some definite integrals which satisfy them. Phil. Trans. London **172**, 759—828. 1882. (Auch Literatur.)
- L. Euler**, De integratione aequationis differentialis  $\frac{m dx}{\sqrt{1-x^4}} = \frac{n dy}{\sqrt{1-y^4}}$ . Novi Comm. Ac. Petrop. **6**, a. 1756—57, 37—57 [1761]. — Observationes de comparatione arcuum irrectificabilium. ib. 58—84. — Consideratio formularum, quarum integratio per arcus sectionum conicarum absolvi potest. Novi Comm. Ac. Petrop. **8**, a. 1760—61, 129—149 [1763]. — De reductione formularum integralium ad rectificationem ellipsis et hyperbolae. Novi Comm. Ac. Petrop. **10**, a. 1764, 3—50 [1766]. — Integratio aequationis  $\frac{dx}{\sqrt{X}} = \frac{dy}{\sqrt{Y}}$ . Novi Comm. Ac. Petrop. **12**, a. 1766—67, 316 [1768]. — Evolutio generalior formularum comparatione curvarum inservientium. ib. 42—86.
- R. Sturm**, Über den integrierenden Faktor der elliptischen Differentialgleichung. Math. Ann. **21**, 446—455. 1883.
- Ch. Hermite**, Sur l'intégration de l'équation différentielle de Lamé. Journ. f. Math. **89**, 9—18. 1880.



- E. E. Kummer**, De generali quadam aequatione differentiali 3. ordinis. Pr. Liegnitz 1834. Abgedr. Journ. f. Math. **100**, 1—9, 1886. — Über die hypergeometrische Reihe. Journ. f. Math. **15**, 39 u. 127. 1835. 92 S.
- E. Goursat**, Sur l'équation différentielle linéaire, qui admet pour intégrale la série hypergéométrique. Ann. Ec. Norm. (2) **10**, Suppl. 3—142. 1881. — Mémoire sur les fonctions hypergéométriques d'ordre supérieur. Ann. Ec. Norm. (2) **12**, 261—287, 395—430. 1883. — Recherches sur les intégrales algébriques de Kummer. Journ. math. p. appl. (4) **3**, 255—305. 1887.
- F. Brioschi**, Sulle equazioni differenziali del tetraedro, dell'ottaedro e dell'icosaedro. Ann. di mat. p. appl. (2) **10**, 101—128. 1881.
- A. Wangerin**, Reduktion der Potentialgleichung für gewisse Rotationskörper auf eine gewöhnliche Differentialgleichung. Preisschr. Jablon. Ges. Leipzig 1875. 32 S. 4<sup>o</sup>.
- Fr. Pockels**, Über die partielle Differentialgleichung  $\Delta u + k^2 u = 0$  und deren Auftreten in der mathematischen Physik. Leipzig 1891. XII u. 399 S.

Die Literatur einiger anderer Differentialgleichungen wird in der allgemeinen Funktionentheorie und in der Theorie besonderer transzendenter Funktionen gegeben werden.

## Kapitel 5. Variationsrechnung.

§ 1. **Historisches. Einleitung. Ältere Originalarbeiten.** Die Anfänge der Variationsrechnung reichen bis auf Newton und Leibniz zurück. Der Briefwechsel Leibniz' mit Johann Bernoulli wurde für die Entwicklung der Methode von Bedeutung; noch wichtiger sind die veröffentlichten Lösungen des isoperimetrischen Problems. Es handelt sich in der Variationsrechnung um eine Methode, größte und kleinste Werte (Extrema) zu bestimmen von Funktionen, die nicht unmittelbar gegeben sind. Die Probleme der Isoperimetrie und der Brachistochrone waren es, an denen sich diese Methode entwickelte.

**Jac. Bernoulli**, Analysis magni problematis isoperimetrici. Acta Erud. 1701, 213.

**L. Euler**, Problematis isoperimetrici in latissimo sensu accepti solutio generalis. Comm. Ac. Petrop. **6**, a. 1732—33, 123—155 [1739]. — Curvas maximi minime proprietate gaudentium inventio nova et facilis. Comm. Ac. Petrop. **8**, a. 1736, 159—190 [1741]. — Methodus inveniendi lineas curvas maximi minime proprietate gaudentes sive solutio problematis isoperimetrici latissimo sensu accepti. Lausannae et Genevae 1744. 320 S. 4<sup>o</sup>. Teilweise in deutscher Übersetzung hrsg. von P. Stäckel in „Abhandlungen über Variationsrechnung. I. T. Abhandlungen von Joh. Bernoulli (1696), Jac. Bernoulli (1697) und Leonhard Euler (1744).“ Ostw. Klass. d. ex. Wiss. Nr. 46. Leipzig 1894. 144 S. kl. 8<sup>o</sup>.

**J. L. Lagrange**, Recherches sur la méthode des maxima et minima. Misc. Taur. **1**, 1759, 18—35. — Essai d'une nouvelle méthode pour déterminer les maxima et minima des formules intégrales indéfinies. Mém. Turin **2**, a. 1760—61, 173 [1762]. (Deutsch s. unten.)

**L. Euler**, Elementa calculi variationum. Novi Comm. Ac. Petrop. **10**, a. 1764, 51—92 [1766]. — Analytica explicatio methodi maximorum et minimorum. ib. 94—134.

**J. L. Lagrange**, Observations sur la méthode des variations. Mém. Turin **4**, a. 1766—69, 163—187 [1770]. — Deutsch von P. Stäckel: Abhandlungen über Variationsrechnung. T. II. Abhandlungen von Lagrange (1762, 1770), Legendre (1786) und C. G. J. Jacobi (1837). Ostw. Klass. d. ex. Wiss. Nr. 47. Leipzig 1894. 110 S. kl. 8<sup>o</sup>.

**L. Euler**, Institutionum calculi integralis III. Appendix de calculo variationum.

Petrop. 1769. Deutsch: Integralrechnung III, Übers. von J. Salomon. Anhang 379—486. Wien 1830. — Methodus nova ac facilis calculum variationum tractandi. Novi Comm. Ac. Petrop. 16, a. 1771, 551—580 [1772].

Die Geschichte der Variationsrechnung behandeln folgende Schriften:

- H. Gräffe**, Commentatio historiam calculi variationum complectens, inde ab origine calculi differentialis atque integralis usque ad nostra tempora. Gotting. 1825.
- K. F. Giesel**, Geschichte der Variationsrechnung. I. Pr. Torgau 1857.
- A. P. E. Guiraudet**, Aperçu historique au sujet des problèmes auxquels s'applique le calcul des variations jusqu'aux travaux de Lagrange. Thèse Paris 1856. — Aperçu historique sur l'origine et le progrès du calcul des variations. Lille 1862.
- Is. Todhunter**, A history of the calculus of variations during the 19<sup>th</sup> century. Cambridge 1861.
- G. Eneström**, Framställning af striden om det isoperimetriska problemet. Upsala 1876. 77 S.
- L. Anton**, Geschichte des isoperimetrischen Problems, eine geschichtliche Darstellung der Variationsrechnung von Bernoulli bis Lagrange. Diss. Leipzig 1888. 77 S.
- A. Kneser**, Euler und die Variationsrechnung. Vortrag. Festschrift zur Feier des 200. Geburtstages Leonhard Eulers. Leipzig 1907, 21—60. Abh. z. Gesch. d. math. Wiss. Heft XXV.

## § 2. Lehrbücher.

- G. W. Strauch**, Theorie und Anwendung des sogenannten Variationskalküls. Zürich. 2. Aufl. 1854.
- L. L. Lindelöf** et **F. N. M. Moigno**, Leçons de calcul des variations. Paris 1861.
- J. H. Jellett**, An elementary treatise on the calculus of variations. Dublin 1855. Deutsch von Schnuse. Braunschweig 1859.
- L. Natani**, Die Variationsrechnung. Berlin 1866.
- J. Dienger**, Grundriß der Variationsrechnung. Braunschweig 1867.
- E. Pascal**, Calcolo delle variazioni e calcolo delle differenze finite. Milano 1897. xii u. 330. (Auch Geschichte.) Deutsch: Variationsrechnung, von A. d. Schapp. Leipzig 1899. vi u. 146 S.
- A. Kneser**, Lehrbuch der Variationsrechnung. Braunschweig 1900. xvi u. 311 S. — Variationsrechnung. Encykl. d. math. Wiss. II, 1, 591—625, 1904.
- E. Zermelo** und **H. Hahn**, Weiterentwicklung der Variationsrechnung in den letzten Jahren. Encykl. d. m. Wiss. II, 626—641, 1904.
- H. Hancock**, Lectures on the calculus of variations. [The Weierstrassian Theory.] Cincinnati 1904. xvi u. 292 S. 8°.

## § 3. Spezielles.

- A. M. Ampère**, Recherches sur l'application des formules générales du calcul des variations aux problèmes de Mécanique. Mém. prés. Ac. sc. 1, 493—523. Paris 1806.
- D. Poisson**, Mémoire sur le calcul des variations. Mém. de l'Inst. (2) 12, 223—332. Paris 1833.
- C. G. J. Jacobi**, Zur Theorie der Variationsrechnung und der Differentialgleichungen. Journ. f. Math. 17, 68—83. 1837.
- P. F. Sarrus**, Recherches sur le calcul des variations. Pièce pour le concours sur la question relative aux maxima et minima des intégrales multiples. Mém. prés. Ac. sc. (2) 10, 1—128. Paris 1848.
- K. Schellbach**, Probleme der Variationsrechnung. Journ. f. Math. 41, 293—363, 1851.
- O. Hesse**, Über die Kriterien der Maxima und Minima der einfachen Integrale. Journ. f. Math. 54, 227—273, 1857.

- A. Clebsch**, Über die Reduktion der zweiten Variation auf ihre einfachste Form. Journ. f. Math. **55**, 254—273, 1858.
- F. Minding**, Über die Transformationen, welche in der Variationsrechnung zur Nachweisung größter und kleinster Werte dienen. Journ. f. Math. **55**, 300—309, 1858.
- A. Clebsch**, Über die zweite Variation vielfacher Integrale. Journ. f. Math. **56**, 123—148, 1859.
- R. Lipschitz**, Beiträge zur Theorie der Variation der einfachen Integrale. Journ. f. Math. **65**, 26—41, 1866.
- Ad. Mayer**, Beiträge zur Theorie der Maxima und Minima der einfachen Integrale. Leipzig 1866. VIII u. 86 S.
- Is. Todhunter**, Researches in the calculus of variations, principally on the theory of discontinuous solutions. London 1871. 278 S.
- Ad. Mayer**, Die Lagrangesche Multiplikationsmethode und das allgemeinste Problem der Variationsrechnung bei einer unabhängigen Variablen. Ber. Ges. Leipzig **47**, 129—144, 1895.
- A. Kneser**, Beiträge zur Theorie und Anwendung der Variationsrechnung. I. Math. Ann. **55**, 86—107, 1901; II. ib. **56**, 169—232. 1902.

## B. Funktionentheorie.

### Kapitel 1. Allgemeines.

§ 1. **Einleitung.** Der Begriff der Funktion entwickelte sich zugleich mit der Koordinatengeometrie, die von Fermat und Descartes bei Beginn des 17. Jahrhunderts geschaffen wurde. Von einer gegenseitigen Abhängigkeit zweier veränderlichen Größen ist wiederholt die Rede bei Leibniz, Joh. I. Bernoulli, Jacob I. Bernoulli u. a. am Ende des 17. und Anfang des 18. Jahrhunderts. Joh. I. Bernoulli und Leonhard Euler definierten die Funktion als einen aus Veränderlichen und Konstanten zusammengesetzten Ausdruck. Durch seine *Introductio in analysin infinitorum* 1748 wurde Euler der Begründer der Analysis, als einer selbständigen Wissenschaft. Nach ihm waren Cauchy, Riemann und Weierstraß die Hauptförderer dieser neuen Disziplin.

§ 2. **Geschichte und Bibliographie.** Außer den Werken über Geschichte der Mathematik im allgemeinen sind für die Geschichte und Bibliographie der Theorie der Funktionen insbesondere folgende Schriften zu Rate zu ziehen:

- A. Brill** und **M. Nöther**, Die Entwicklung der Theorie der algebraischen Funktionen in älterer und neuerer Zeit. Jhrsber. d. Dtsch. Math.-Ver. **3**, 107—566, 1892—94.
- P. Stäckel**, Integration durch imaginäres Gebiet. Ein Beitrag zur Geschichte der Funktionentheorie. *Bibl. math.* (3) **1**, 109—123, 1900. — Beiträge zur Geschichte der Funktionentheorie im achtzehnten Jahrhundert. *Bibl. math.* (3) **2**, 111—121, 1901.
- A. Sachse**, Versuch einer Geschichte der Darstellung willkürlicher Funktionen einer Variablen durch trigonometrische Reihen. *Abh. z. Gesch. d. math. Wiss.* Heft III. Leipzig 1880. 43 S. (s. § 3, S. 91.)
- B. Riemann**, Über die Darstellbarkeit einer Funktion durch eine trigonometrische Reihe. *Habil. Schrift Göttingen* 1854. *Abh. Gött. Ges.* **15**, 1867. 40 S.
- J. Bertrand**, Rapport sur les progrès les plus récents de l'analyse mathématique. Paris 1867.

- F. Casorati**, Teoria delle funzioni di variabile complessa. I (einz.) Pavia 1868. (Die Einleitung 1—143 ist rein historisch.) Darüber E. Beltrami, Articolo bibliografico. Giorn. mat. p. appl. 7, 29—41. 1869.
- H. Burkhardt**, Entwicklungen nach oszillierenden Funktionen. Bericht, erstattet der Deutschen Mathematiker-Vereinigung. Leipzig 1901—1908. Jhrsb. d. Dtsch. Math.-Ver. 10, 1—1804. (Darstellung willkürlicher Funktionen durch Reihen, die nach oszillierenden Funktionen fortschreiten, und den Anwendungen auf mechanische und physikalische Probleme.)
- A. Pringsheim**, Grundlagen der allgemeinen Funktionenlehre. Encykl. d. math. Wiss. 2, 1—53. 1899.
- S. Pincherle**, Pour la bibliographie de la théorie des opérations distributives. Bibl. math. (2) 13, 13—18, 1899.
- L. Königsberger**, Zur Geschichte der Theorie der elliptischen Transcendenten in den Jahren 1826—1829. Leipzig 1879. 104 S.
- A. Enneper**, Elliptische Funktionen. Theorie und Geschichte. Akademische Vorträge. Halle a. S. 1876. 2. Aufl. von Felix Müller. Halle a. S. 1890. xix u. 598 S.
- G. Bellacchi**, Introduzione storica alla teoria delle funzioni ellittiche. Firenze 1894. iv u. 316 S.
- H. Hancock**, The historical development of Abelian functions up to the time of Riemann. Rep. Brit. Ass. 1897, 246—286.
- J. V. Pezider**, Übersicht über die Literatur des Abel'schen Theorems. Bibl. math. (3) 4, 52—64, 1903.
- R. Weth**, Zur Entwicklungsgeschichte des Funktionsbegriffes. Diss. Basel 1891.
- A. Hurwitz**, Über die Entwicklung der allgemeinen Theorie der analytischen Funktionen in neuerer Zeit. Verh. intern. Math. Kongr. 1, 81—112. 1897.

### § 3. Ältere und neuere Lehrbücher.

- L. Euler**, Introductio in analysin infinitorum. 2 v. 4<sup>o</sup>. Lausannae 1748. Deutsch von Michelsen. 3 Teile. Berlin 1788—91. I. T. Dtsch. von H. Maser. Berlin 1885. xii u. 320. (Enthält im I. Teile eine elementare Funktionenlehre.)
- J. L. Lagrange**, Leçons sur le calcul des fonctions. Séances Éc. Norm. 1801; 2<sup>e</sup> éd. Paris 1806. Oeuvres X, Paris 1884. Oeuvres X. Deutsch von A. L. Crelle, Berlin 1823.
- A. L. Cauchy**, Cours d'analyse de l'École polytechnique. I. Analyse algébrique. Paris 1821. — Deutsch von B. Huzler, Königsberg 1828; von C. Itzigsohn, Berlin 1885. xii u. 398.
- C. H. Berger**, Étude sur les fonctions des variables imaginaires d'après Cauchy. Thèse. Montpellier 1863.
- F. Grelle**, Elemente der Theorie der von reellen Veränderlichen abhängigen Funktionen. Leipzig 2. Aufl. 1881. 268 S. Neudruck 1885.
- J. Houël**, Théorie élémentaire des quantités complexes. Paris 1874. 586 S.
- F. Casorati**, Teoria delle funzioni di variabili complesse. Pavia P. I (einz.) 1868. 471 S. (Schon oben § 2 für die Geschichte genannt.)
- G. Durège**, Elemente der Theorie der Funktionen einer komplexen veränderlichen Größe. Mit besonderer Berücksichtigung der Schöpfungen Riemanns bearbeitet. Leipzig 1864; 4. Aufl. 1893. x u. 300 S. Engl. von G. E. Fischer und J. J. Schwatt. Philadelphia 1896. 288 S.
- J. Thomae**, Abriss einer Theorie der Funktionen einer komplexen Veränderlichen und der Thetafunktionen. Halle a. S. 1870; 3. Aufl. 1890. 144 S. — Elementare Theorie der analytischen Funktionen einer komplexen Veränderlichen. Halle a. S. 1880; 2. Aufl. 1898. viii u. 150 gr. 4<sup>o</sup>.
- M. Marie**, Théorie des fonctions des variables imaginaires. I—III. Paris 1874—76.
- R. Lipschitz**, Lehrbuch der Analysis. 2 Bde. Bonn 1877 u. 1880. 594 u. 734 S.
- P. du Bois-Reymond**, Die allgemeine Funktionentheorie. I (einz.). (Metaphysik und Theorie der mathematischen Grundbegriffe; Größe, Grenze, Argument und Funktion.) Tübingen 1882. xiv u. 292 S.

- O. Rausenberger**, Lehrbuch der Theorie der periodischen Funktionen einer Variablen mit einer endlichen Anzahl wesentlicher Diskontinuitätspunkte, nebst einer Einleitung in die allgemeine Funktionentheorie. Leipzig 1884. VIII u. 476 S.
- J. Tannery**, Introduction à la théorie des fonctions d'une variable. Paris 1886. 2. éd. I. Nombres irrationnels, ensembles, limites, fonctions élémentaires, dérivées. Paris 1904. IX u. 422 S.
- O. Biermann**, Theorie der analytischen Funktionen. Leipzig 1887. X u. 452 S.
- M. Dini**, Fondamenti per la teorica delle funzioni di variabili reali. Pisa 1878. — Deutsch von J. Lüroth und Ad. Schepp. Leipzig 1892. XVIII u. 554 S. (Auch Literaturverzeichnis.)
- J. Harkneß** and **F. Morley**, Theory of functions. London 1893. IX u. 507 S.
- L. Bianchi**, Lezioni sulla teoria delle funzioni di variabile complessa e delle funzioni ellittiche. Anno 1898—99. Pisa 1899. P. I. Funzioni monodrome di variabile complessa. 326 S. P. II. Funzioni ellittiche. 480 S.
- A. R. Forsyth**, The theory of functions of a complex variable. Cambridge 1893. 2<sup>d</sup> ed. 1900. XXIV u. 782 S.
- S. Pincherle**, Lezioni sulla teoria delle funzioni analitiche. Raccolti per cura del Dr. A. Bottari. Bologna 1900. XVIII u. 566. 4<sup>o</sup>.
- G. Vivanti**, Teoria delle funzioni analitiche. Milano, Hoepli. 1901. VIII u. 431 S. 12<sup>o</sup>. Dtsch. Umarb. von A. Gutzmer. Leipzig 1906. VI u. 512.
- E. T. Whittaker**, A course of modern analysis. An introduction to the general theory of infinite series and of analytic functions; with an account of the principal transcendental functions. Cambridge 1902. XVI u. 378 S.
- L. J. Petersen**, Forelaesninger over functionsteori. I—III. Kjöbenhavn 1895. — Vorlesungen über Funktionentheorie. Kopenhagen 1898. VI u. 328 S.
- H. Burkhardt**, Einführung in die Theorie der analytischen Funktionen einer komplexen Veränderlichen. Leipzig 1897. 2. Aufl. 1903. XII u. 227 S.
- G. Vivanti**, Lezioni sulla teoria delle funzioni analitiche. Reggio Calabria. Lith. 1896. 435 S.
- R. Fricke**, Kurzgefaßte Vorlesungen über verschiedene Gebiete der höheren Mathematik mit Berücksichtigung der Anwendungen. Analytisch-funktionentheoretischer Teil. Leipzig 1900. IX u. 520 S.
- Ed. A. Fouët**, Leçons élémentaires sur la théorie des fonctions analytiques. I. Paris 1902. 330 S. II. (Fonctions en général. Fonctions analytiques; Leurs modes de définition et de représentation. Théorèmes d'existence. Étude des fonctions analytiques au point de vue de Cauchy, de Weierstraß, de Riemann.) 1904. XI u. 299 S.
- G. Robin**, Théorie nouvelle des fonctions, exclusivement fondée sur l'idée de nombre. Publ. p. L. Raffy. Paris 1903. VI u. 215 S.
- W. F. Osgood**, Allgemeine Theorie der analytischen Funktionen a) einer und b) mehrerer komplexen Größen. Encykl. d. math. Wiss. II, 2, 1—114. 1902.

#### § 4. Spezielle Gebiete der Funktionentheorie. Besondere Probleme.

- V. Puiseux**, Recherches sur les fonctions algébriques. Journ. de math. p. appl. 15, 1850 u. 16, 1851. — Deutsch von H. Fischer. Halle 1861. 143 S.
- M. Hamburger**, Über die Entwicklung algebraischer Funktionen in Reihen. Ztschr. Math. Phys. 16, 461—491. 1871.
- B. Riemann**, Allgemeine Voraussetzungen und Hilfsmittel für die Untersuchung von Funktionen unbeschränkt veränderlicher Größen. Journ. f. Math. 54, 101—104. 1857. — Lehrsätze aus der Analysis situs für die Theorie der Integrale von zweigliedrigen vollständigen Differentialen. ib. 105—110. — Bestimmung einer Funktion einer veränderlichen komplexen Größe durch Grenz- und Unstetigkeitsbedingungen. ib. 111—114.
- C. Neumann**, Das Dirichletsche Prinzip in seiner Anwendung auf die Riemannschen Flächen. Leipzig 1865. 80 S.

- B. Riemann**, Grundlagen für eine allgemeine Theorie der Funktionen einer veränderlichen komplexen Größe. Göttingen 1851. 2. Abdruck 1867. 32 S.
- F. Klein**, Über Riemanns Theorie der algebraischen Funktionen und ihrer Integrale. Eine Ergänzung der gewöhnlichen Darstellungen. Leipzig 1882. 82 S.
- C. Guichard**, Théorie des points singuliers essentiels. Paris 1883. 98 S. 4<sup>o</sup>.
- E. Schering**, Das Anschließende einer Funktion an algebraische Funktionen in unendlich vielen Stellen. Abh. Ges. Gött. **27**, 1880. 62 S.
- R. Dedekind und H. Weber**, Theorie der algebraischen Funktionen einer Veränderlichen. Journ. f. Math. **92**, 181—291. 1882.
- K. Weierstraß**, Abhandlungen aus der Funktionentheorie. Berlin 1886. 262 S.
- P. de Bois-Reymond**, Bemerkungen über  $\Delta z = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ . Journ. f. Math. **103**, 204—229. 1888.
- P. Appell et Ed. Goursat**, Théorie des fonctions algébriques et de leurs intégrales. Étude des fonctions analytiques sur une surface de Riemann. Paris 1895. x u. 530 S.
- P. E. A. Riquier**, Sur les principes de la théorie générale des fonctions. Ann. Ec. Norm. (3) **8**, 59—86, 141—172. 1891.
- K. Hensel und F. Landsberg**, Theorie der algebraischen Funktionen einer Variablen und ihre Anwendung auf algebraische Kurven und Abelsche Integrale. Leipzig 1902. 707 S.
- E. Netto**, Rationale Funktionen einer Veränderlichen; ihre Nullstellen. Encykl. der math. Wiss. **I**, 227—254. 1899. — Rationale Funktionen mehrerer Veränderlichen. ib. 255—282. 1899.
- W. Wirtinger**, Algebraische Funktionen und ihre Integrale. Encykl. d. math. Wiss. **II**, **B**, **2**, **2**, 115—175. Leipzig 1901.
- R. Fricke und F. Klein**, Vorlesungen über die Theorie der automorphen Funktionen. 2 Bde. Leipzig. I. Die gruppentheoretischen Grundlagen. 1897. xiv u. 634 S. II. Die funktionentheoretischen Ausführungen und die Anwendungen. 1. Hälfte: Engere Theorie der automorphen Funktionen. 1901. 282 S.
- H. Poincaré**, Théorie des groupes fuchsien. Acta math. **1**, 1—62. 1882. — Mémoire sur les fonctions fuchsien. ib. 193—294. 1883. — Mémoire sur les groupes kleinéens. Acta math. **3**, 49—92. 1883. — Les fonctions fuchsien et l'équation  $\Delta u = e^u$ . Journ. de Math. (5) **4**, 137—230. 1898. — Sur les propriétés du potentiel et sur les fonctions abéliennes. Acta math. **22**, 89—178. 1898.
- F. Klein**, Neue Beiträge zur Riemannschen Funktionentheorie. Math. Ann. **21**, 141—218. 1883.
- E. Ritter**, Die eindeutigen automorphen Formen vom Geschlecht Null; eine Revision und Erweiterung der Poincaréschen Sätze. Diss. Göttingen 1892 u. Math. Ann. **41**, 1—82. 1892.
- E. Ritter**, Die Stetigkeit der automorphen Funktionen bei stetiger Abänderung des Fundamentalbereichs. I. T. Symmetrische Fundamentalberichte. Math. Ann. **45**, 473—544, 1894. II. T. Allgemeine Fundamentalbereiche. ib. **46**, 200—248, 1895.
- Em. Borel**, Leçons sur la théorie des fonctions. (Exposé sur la théorie des ensembles.) Paris 1898. ix u. 136 S. — Leçons sur les fonctions entières. Paris 1900. vi u. 124 S. — Leçons sur les fonctions méromorphes. Réd. p. L. Zoratti. Paris 1903. vi u. 119 S. — Leçons sur les fonctions de variables réelles et les développements en séries de polynomes. Paris 1905. viii u. 158 S.
- O. Stolz und J. A. Gmeiner**, Einleitung in die Funktionentheorie. Leipzig 1904. vi u. 242 S. — 2. Aufl. I. Abt. 1904. II. Abt. 1905. 598 S.
- J. Ch. Fields**, Theory of the algebraic functions of a complex variable. Berlin 1906. 186 S.
- M. Pasch**, Über einige Punkte der Funktionentheorie. Math. Ann. **30**, 132—154. 1887. (Grundlehren der Theorie der Funktionen einer reellen Veränderlichen.)

- L. Königsberger**, Beweis der Unmöglichkeit der Existenz eines anderen Funktionaltheorems als des Abelschen. Festschrift Heidelberg. Journ. f. Math. **100**, 121—136; **101**, 1—72. 1887.
- K. Weierstraß**, Zur Theorie der eindeutigen analytischen Funktionen. Abh. Ak. Berlin 1876, 11—60.
- G. Mittag-Leffler**, Sur la représentation analytique des fonctions monogènes uniformes d'une variable indépendante. Acta math. **4**, 1—79, 1884. — Sur la représentation analytique d'une branche uniforme d'une fonction homogène. Acta math. **23**, 43—61, 1899; **24**, 183—244, 1900; **26**, 353—392, 1902; **29**, 101—182, 1905.
- E. Borel**, Sur les séries de polynomes et de fractions rationnelles. Acta math. **24**, 309—382. Add. ib. 383—388. 1901.
- P. Painlevé**, Sur les lignes singulières des fonctions analytiques. Ann. Fac. Toulouse **2**; 130 S. 1888.
- J. Hadamard**, Essai sur l'étude des fonctions données par leur développement de Taylor. Journ. de math. p. appl. (4) **8**, 101—186. 1892. Thèse. Paris 1892. 86 S. 4°. — La série de Taylor et son prolongement analytique. Paris 1901. 102 S.
- E. Borel**, Essai sur l'étude des fonctions données par leur développement de Taylor. Études sur les propriétés de la fonction entière et en particulier d'une fonction considérée par Riemann. Mém. cour. Paris 1902. 132 S. 4°.
- H. Padé**, Sur la représentation approchée d'une fonction par des fractions rationnelles. Ann. Éc. Norm. (3) **9**, Suppl. 3—93. 1892. Thèse. Paris 1892. 93 S. 4°.
- A. Paraf**, Sur le problème de Dirichlet et son extension au cas de l'équation linéaire générale du second ordre. Ann. Fac. Toulouse **6** H, 1—75. Thèse. Paris 1892. 75 S. 4°.
- C. Scheffers**, Verallgemeinerung der Grundlagen der gewöhnlichen komplexen Funktionen. I. II. Ber. Ges. Leipzig. **45**, 828—848, 1893; **46**, 120—134, 1894.
- E. Picard et G. Simart**, Théorie des fonctions algébriques de deux variables indépendantes. I. Paris 1897. vi u. 246. II, 1. 1899. iv u. 206.
- K. Hensel**, Über eine neue Theorie der algebraischen Funktionen zweier Variablen. Acta math. **23**, 339—416. 1900.
- K. Hensel**, Zur Theorie der algebraischen Funktionen einer Veränderlichen und der Abelschen Integrale. Math. Ann. **54**, 437—497. 1901.
- P. Cousin**, Sur les fonctions de  $n$  variables complexes. Acta math. **19**, 1—62, 1895.
- E. Picard**, Mémoire sur les fonctions entières. Ann. Éc. Norm. (2) **9**, 147—166, 1880.
- E. W. Barnes**, A memoir of integral functions. Phil. Trans. Lond. **194** (A), 411—500, 1902. — On the classification of integral functions. Trans. Cambr. **19**, 322—355, 1903.
- E. Lindelöf**, Mémoire sur la théorie des fonctions entières de genre fini. Acta Soc. Fenn. **31**. 1902. iv u. 79 S. 4°.
- A. Pringsheim**, Elementare Theorie der ganzen transzendenten Funktionen von endlicher Ordnung. Math. Ann. **58**, 257—342. 1905.
- P. Boutroux**, Sur quelques propriétés des fonctions entières. Acta math. **28**, 97—224. 1904.
- R. Mattson**, Contributions à la théorie des fonctions entières. Diss. Upsala 1905. 96 S.
- G. Vivanti**, Lezioni sulla teoria delle funzioni modulari. Reggio Calabria 1903. 264 S. (lith.).
- O. Blumenthal**, Über die Modulfunktionen von mehreren Veränderlichen. Math. Ann. **56**, 509—548, 1903; **58**, 497—529, 1904.
- F. Hartogs**, Beiträge zur elementaren Theorie der Potenzreihen und der eindeutigen analytischen Funktionen zweier Veränderlicher. Diss. München 1904. — Zur Theorie der analytischen Funktionen mehrerer unabhängiger Ver-

änderlicher, insbesondere über die Darstellung derselben durch Reihen, welche nach Potenzen einer Veränderlichen fortschreiten. Habil. Schr. München 1905. 88 S.; Math. Ann. **62**, 1—88. 1906.

- G. Faber**, Über die zusammengehörigen Konvergenzradien von Potenzreihen mehrerer Veränderlicher. Habil. Schr. Karlsruhe 1905; Math. Ann. **61**, 289—324. 1906.
- D. Hilbert**, Über das Dirichletsche Prinzip. Göttingen 1901. 27 S. Math. Ann. **59**, 161—186. 1904. Journ. f. Math. **129**, 63—67, 1905.
- O. D. Kellogg**, Zur Theorie der Integralgleichungen und des Dirichletschen Prinzips. Diss. Göttingen 1902. 43 S.
- L. Silla**, Il principio di Dirichlet e il problema dei valori al contorno. Giorn. di mat. **40**, 37—104, 1902. (Geschichte und Literatur.)
- D. Hilbert**, Grundzüge einer allgemeinen Theorie der linearen Integralgleichungen. Gött. Nachr. 1904, 49—91, 213—259; 1905, 307—338; 1906, 157—227.

### § 5. Komplexe Größen. Quaternionen, Äquipollenzen. Die

Theorie der komplexen Größen spielt in verschiedenen Gebieten der Analysis eine wichtige Rolle. Daher haben wir Schriften über dieselbe mehrfach in früheren Gebieten angeführt, in der Algebra, der niederen und höheren Arithmetik und in der Funktionentheorie. Es sollen hier als Ergänzung die wichtigeren Schriften über höhere komplexe Größen, über die geometrische Darstellung der komplexen Größen und über Quaternionen genannt werden sowie über Äquipollenzen.

- F. Study**, Theorie der gemeinen und höheren komplexen Größen. Encykl. d. math. Wiss. **1**, 147—183. 1898.
- C. Wessel**, Om Directionens analytiske Betegning, et Forsøg anvendt fornemmelig til plane og sphaeriske Polygoners Opløsning. Nye Saml. Danske Selsk. Skrifter **5**, 469—518, 1799. — Essai sur la représentation analytique de la direction. Publié avec préfaces de H. Valentiner et T. N. Thiele par l'Académie R. d. sc. de Danemark à l'occasion du centenaire de sa présentation à l'Académie le 10. mars 1797. Copenhage 1897. xiv u. 60.
- R. Argand**, Essai sur une manière de représenter les quantités imaginaires. Paris 1806. 2<sup>e</sup> éd. suivie d'un Appendice contenant des Extraits des Annales de Gergonne. Par M. J. Hoüel. 1874.
- C. F. Gauß**, Anzeige zur „Theoria residuorum biquadraticorum, Commentatio secunda“, Gött. 1831. Werke II, 174.
- F. Vallès**, Études philosophiques sur la science du calcul, Paris 1841. — Des formes imaginaires en algèbre. 3 P. Paris 1869—72.
- H. Scheffler**, Über das Verhältnis der Arithmetik zur Geometrie, insbesondere über die geometrische Bedeutung der imaginären Zahlen. Braunschweig 1846.
- M. W. Drobisch**, Über die geometrische Konstruktion der imaginären Größen. Ber. Sächs. Ges. **2**, a. 1848, 171—178 [1849].
- A. L. Cauchy**, Mémoire sur les quantités géométriques. Exercices d'analyse et de physique mathématique. IV. Paris 1847.
- K. G. C. v. Staudt**, Beiträge zur Geometrie der Lage. Nürnberg 1856—60.
- O. Stolz**, Die geometrische Bedeutung der komplexen Elemente in der analytischen Geometrie. Math. Ann. **4**, 416—441, 1871.
- F. August**, Untersuchungen über das Imaginäre in der Geometrie. Pr. Berlin 1872. 28 S. 4<sup>o</sup>.
- O. Frege**, Über eine geometrische Darstellung der imaginären Größen in der Ebene. Diss. (Göttingen). Jena 1873.
- M. Marie**, Réalisation et usage des formes imaginaires en géométrie. Paris 1891.
- Z. G. de Galdeano**, El concepto del imaginarismo en la ciencia matemática. Zaragoza 1894. 32 S. (Auch Historisches.)



- E. Study**, Kürzeste Wege im komplexen Gebiet. *Math. Ann.* **60**, 321—377. 1905.
- G. Scheffers**, Isogonalkurven, Äquitangentialkurven und komplexe Zahlen. *Math. Ann.* **68**, 491—530. 1905.
- H. Hankel**, Theorie der komplexen Zahlensysteme, insbesondere der gemeinen imaginären Zahlen und der Hamiltonschen Quaternionen nebst ihrer geometrischen Darstellung. Leipzig 1887. 196 S. (Geschichte und Literatur.)
- K. Weierstraß**, Zur Theorie der aus  $n$  Haupteinheiten gebildeten komplexen Größen. *Gött. Nachr.* 1884, 395—419.
- R. Dedekind**, Zur Theorie der aus  $n$  Haupteinheiten gebildeten komplexen Größen. *Gött. Nachr.* 1885, 141—159. — Erläuterungen zur Theorie der sogenannten allgemeinen komplexen Größen. *Gött. Nachr.* 1887, 1—7.
- B. Berloty**, Théorie des quantités complexes à  $n$  unites principales, Thèse. Paris 1886. 125 S. (Historisches.)
- J. Petersen**, Über  $n$ -dimensionale komplexe Zahlen. *Gött. Nachr.* 1887, 489—502.
- A. Krüger**, Lehrbuch des Rechnens mit imaginären und komplexen Zahlen. Stuttgart 1891. VIII u. 166.
- Th. Molien**, Über Systeme höherer komplexer Zahlen. *Math. Ann.* **41**, 83—156. 1892.
- H. E. Hawkes**, On hypercomplex number systems. *Trans. Amer. Math. Soc.* **3**, 312—330. 1902.
- Die Darstellung der komplexen Größen der Ebene wurde in England der Keim zur Entdeckung der Quaternionen.
- W. Rowan Hamilton**, Lectures on quaternions. Dublin 1853. 736 S. — Elements of quaternions. London 1866. 762 S. — Elemente der Quaternionen. Dtsch. von P. Glan. Leipzig. 2 Bde. 1882—84. I. Theorie der Quaternionen. 746 S. II. Anwendungen. 436 S.
- P. G. Tait**, An elementary treatise on quaternions. 2<sup>d</sup>. ed. Cambridge 1873. 296 S. 3. ed. 1890. — Elementares Handbuch der Quaternionen. Übers. von G. v. Scherff. Leipzig 1880. 332 S. — *Traité élémentaire des quaternions*. Fr. von G. Plarr. 2 v. Paris I. 1882. II. 1884.
- P. Kelland** and **P. G. Tait**, Introduction to quaternions, with numerous examples. London 1873. 227 S. 2. Aufl. 1882; 3. Aufl. 1904.
- J. Hoüel**, *Éléments de la théorie des quaternions*. Paris 1874. 298 S.
- G. Dillner**, Versuch einer neuen Entwicklung der Hamiltonschen Methode, genannt „Calculus of quaternions“. *Math. Ann.* **11**, 168—199, 1877.
- J. Odstrčil**, Kurze Anleitung zum Rechnen mit den (Hamiltonschen) Quaternionen. Halle 1879. 79 S.
- K. W. Unverzagt**, Über die Grundlagen der Rechnung mit Quaternionen. Pr. Wiesbaden 1881.
- C. A. Laisant**, Introduction à la méthode des quaternions. Paris 1881.
- D. Padeletti**, Principii della teoria dei quaternioni elementarmente esposti. *Giorn. mat. Battaglini* **20**, 1—48, 1882.
- Fr. Gräfe**, Vorlesungen über die Theorie der Quaternionen, mit Anwendung auf die allgemeine Theorie der Flächen und der Linien doppelter Krümmung. Leipzig 1883. IV u. 164.
- H. W. L. Hime**, The outlines of quaternions. London 1894. XVI u. 190.
- P. Molenbroek**, Theorie der Quaternionen. Leiden 1891. 284 S. — Anwendung der Quaternionen auf die Geometrie. Leiden 1893. XV u. 253.
- A. Macfarlane**, Principles of the algebra of physics. *Proc. Amer. Ass.* 1891, 65—117. — The imaginary of algebra. *Proc. Amer. Ass.* 1892, 33—55. — A report on recent progress in the quaternion analysis. *Proc. Amer. Ass.* **51**, 305—326. 1902. (Historisch.) — Bibliography of quaternions and allied systems of mathematics. New York a. Dublin 1904. 86 S. — Vector analysis and quaternions. New York 1906.
- C. J. Joly**, Manuel of quaternions. London 1905. 348 S.

**K. W. Unverzagt**, Theorie der goniometrischen und der longimetrischen Quaternionen, zugleich als Einführung in die Rechnung mit Punkten und Vektoren. Wiesbaden 1876. 312 S.

Die geometrische Darstellung der imaginären Größen wurde in Italien unabhängig durch G. Bellavitis gefunden, der darauf seine Theorie der Äquipollenzen begründete.

**G. Bellavitis**, Calcolo delle equipollenze. Padova 1835. — Méthode des équipollences. Ann. Ist. Lomb.-Ven. 7, 1837. — Sur la méthode des équipollences. Bull. bibl. Terquem. 1, 60—62, 1855. — Exposition de la méthode des équipollences. Trad. p. C. A. Laisant. Paris 1874. 183 S. — Saggio sull'algebra degli immaginari. Venezia 1861

**C. A. Laisant**, Théorie et application des équipollences. Paris 1887. 299 S.

§ 6. **Funktionalrechnung. Iteration.** Die Funktionalrechnung oder die Rechnung mit Symbolen ist derjenige Zweig der Analysis, welcher die sogenannten Funktionaloperationen behandelt, deren Objekte und Resultate Funktionen einer oder mehrerer Veränderlichen sind. Den Keim dieser Rechnung finden wir bei Leibniz.

**G. Leibniz**, Symbolismus memorabilis calculi algebraici et infinitesimalis in comparatione potentiarum et differentiarum. Misc. Berol. 1, 160—165. 1710.

**L. Lagrange**, Sur une nouvelle espèce de calcul, relatif à la différentiation et à l'intégration des quantités variables. Nouv. Mém. Ac. Berlin a. 1772, 186—221 [1774].

**A. M. de Lorgna**, Théorie d'une nouvelle espèce de calcul fini et infinitésimal. Mém. Ac. Turin 3, 409 [1787].

**J. Ph. Gräson**, Le calcul d'exposition. Nouv. Mém. Ac. Berlin a. 1798, 151; a. 1799—1800, 157. — Calcul d'exposition. Berlin 1802.

**L. J. A. Arbogast**, Du calcul des dérivations. Straßburg 1800.

**M. Servois**, Essai sur un nouveau mode d'exposition des principes du calcul différentiel. Ann. math. Gergonne 5, 93, 1814.

**R. Murphy**, On the theory of analytical operations. Phil. Trans. London 1837, 179.

**R. Carmichael**, Treatise of the calculus of operations. London 1855. XII u. 170. Deutsch von C. H. Schnuse. Braunschweig 1857.

**G. Koenigs**, Recherches sur les intégrales de certaines équations fonctionnelles. Ann. Ec. Norm. (3) 1, Suppl. 1—41. 1884. — Nouvelles recherches sur les équations fonctionnelles. Ann. Ec. Norm. (2) 2, 385—404. 1885.

**E. Schröder**, Über Algorithmen und Calculn. Arch. Math. Phys. (2) 5, 225—278, 1887.

**G. Oltramare**, Mémoire sur les principes généraux du calcul, généralisation. C. A. Ass. Fr. Toulouse 1887, 285—305. — Essai du calcul de généralisation. Paris 1893. 132 S. autogr.

**S. Pincherle**, Mémoire sur le calcul fonctionnel distributif. Math. Ann. 49, 325—382, 1897.

**S. Pincherle** e **U. Amaldi**, Le operazioni funzionali distributivi e le loro applicazioni all'analisi. Bologna 1901. XII u. 490.

**S. Pincherle**, Funktionaloperationen und -Gleichungen. Encycl. d. math. Wiss. II, A. 11, 761—817. Leipzig 1906.

**M. Fréchet**, Sur quelques points du calcul fonctionnel. Thèse. Paris 1906.

Wir schließen hieran die Literatur über iterierte Funktionen.

**E. Schröder**, Über iterierte Funktionen. Math. Ann. 3, 286—322, 1870.

**F. Farkas**, Sur les fonctions itératives. J. de math. (3) 10, 101—108, 1884.

**J. Fegerl**, Über die unendlich oft iterierten Funktionen. Pr. Mährisch-Ostau 1893.

**C. Isenkrahe**, Das Verfahren der Funktionswiederholung, seine geometrische Veranschaulichung und algebraische Anwendung. Pr. Leipzig 1897, 114 S.

- J. E. Böttcher**, Beiträge zur Theorie der Iterationsrechnung. Diss. Leipzig 1898. 78 S.  
**O. Spieß**, Die Grundbegriffe der Iterationsrechnung. Mitt. d. Ges. Bern 1902, 106—137. Auch Basel 1902. 34 S.

## Kapitel 2. Besondere elementare Funktionen.

§ 1. **Fakultäten**. In den Lehrbüchern der Elementar-Mathematik, der algebraischen Analysis, der Funktionentheorie und der Trigonometrie werden vielfach elementare algebraische und transzendente Funktionen behandelt. In diesem Kapitel wollen wir eine Anzahl Schriften über einige besondere elementare Funktionen, deren Theorie von besonderer Wichtigkeit ist, hervorheben. Wir beginnen mit den analytischen Fakultäten, die zuerst von Vandermonde 1772 untersucht wurden. Den Namen hat Kramp 1799 eingeführt.

- A. L. Crelle**, Versuch einer allgemeinen Theorie der analytischen Fakultäten. Berlin 1823. — Mémoire sur la théorie des puissances, des fonctions angulaires et des facultés analytiques. Journ. f. Math. 7, 253 u. 314. 120 S. 1831. — Auch Sep. Berlin 1831.  
**W. Schaeffer**, De facultatibus. Diss. Berlin 1837.  
**K. Weierstraß**, Über die analytischen Fakultäten. Pr. Deutsch-Krone 1843.  
**P. Tate**, Treatise on factorial analysis. 2. ed. London 1848.  
**M. Ohm**, Über die Behandlung der Lehre der reellen Faktoriellen und Fakultäten, nach einer Methode der Einschließung in Grenzen. Journ. f. Math. 39, 23—41. 1950. — Die Lehre von den endlichen Differenzen und Summen und der reellen Faktoriellen und Fakultäten, sowie die Theorie der bestimmten Integrale. Nürnberg 1851.  
**L. Schläfli**, Sur les factorielles. Journ. f. Math. 43, 1—22. 1852 u. 47, 179—183, 1854.  
**O. Schlömilch**, Über die independente Bestimmung der Koeffizienten unendlicher Reihen und der Fakultäten-Koeffizienten insbesondere. Arch. Math. Phys. 18, 306—327, 1852.  
**L. Öttinger**, Theorie der analytischen Fakultäten, nebst ihrer Anwendung auf Analysis, Kreisfunktionen und bestimmte Integrale. Freiberg i. B. 1854.  
**F. Gambardella**, Sui coefficienti delle facultà analitiche. Giorn. di mat. Battaglini 11, 49—61, 85—97, 1873.  
**M. Mägelin**, Über Fakultätenkoeffizienten. Diss. Halle 1882.  
**P. Harmuth**, Über die Darstellung von ganzzahligen Faktoriellen und Potenzen durch Produkte gemischter Zahlen. Pr. Berlin 1898. 8 S.

## § 2. Trigonometrische, logarithmische und Exponentialfunktionen.

Die Anfänge der Exponentialrechnung reichen in das 17. Jahrhundert zurück. Der Erste, welcher eine Theorie der elementaren transzendenten Funktionen, der Exponentialgrößen, der Logarithmen und der trigonometrischen Funktionen entwickelte, war L. Euler, Introductio in analysia infinitorum, 1748; I, Kap. 6. Schon vor Euler hatte Cotes den Zusammenhang zwischen den trigonometrischen Funktionen und der Exponentialfunktion mit imaginärem Argument entdeckt.

- P. G. Jolly**, De Euleri meritis de functionibus circularibus. Heidelberg 1834.

- L. Euler**, De summis serierum reciprocarum ex potestatibus numerorum naturalium ortarum dissertatio altera. Misc. Berol. 7, 172—192, 1743.
- L. Euler**, Sur les logarithmes des nombres négatifs et imaginaires. §§ 1—34. Opera posth. I, 269—281 [1862].
- Joh. I. Bernoulli**, Principia calculi exponentialium seu percurrentium. Acta Erud. Lips. Mart. 1697. 125 ff. Opera I, 179—187.
- J. H. Lambert**, Sur quelques propriétés remarquables des quantités transcendentes circulaires et logarithmiques. Hist. Mém. Ac. Berlin a. 1761, 265 ff. [1765].
- P. Ferroni**, Magnitudinum exponentialium, logarithmorum et trigonometriae sublimioris theoria nova methodo pertractata. Florent 1782. 66 u. 612 S. 4°.
- J. Pasquich**, Anfangsgründe einer neuen Exponentialrechnung. Arch. r. ang. Math. 8, 386—424, 1798.
- J. Brag**, Praecipuorum functionum trigonometricarum per analysisin infinitorum expositio. I—III. Lundae 1840. 24 S. 4°.
- P. H. Fleury**, Nouvelle théorie des logarithmes. Paris 1873.
- M. A. C. Berlin**, Om geometriska representationen af logarithmer och de enklaste trigonometriska funktioner af en komplex variabel. Diss. Lund 1869.
- H. C. R. Méray**, Théorie analytique du logarithme réperien et de la fonction exponentielle. Ann. Fac. sc. Toulouse IV Q, 1—35, 1890. Auch Paris 1890.
- Ch. Hermite**, Sur la fonction exponentielle. C. R. Ac. Paris 77, 18—24, 74—79, 226—233, 285—293, 1873. Paris 1874. Journ. f. Math. 76. 303 u. 342.
- F. Lindemann**, Über die Ludolphsche Zahl. Sitzgsber. Ak. Berl. 1882, 679—682. — Über die Zahl  $\pi$ . Math. Ann. 20, 213—225. 1882.
- K. Weierstraß**, Zu Lindemanns Abhandlung: „Über die Ludolphsche Zahl“. Sitzgsber. Ak. Berlin 1884, 1067—1086.
- D. Hilbert**, Über die Transzendenz der Zahlen  $e$  und  $\pi$ . Math. Ann. 43, 216—219, 1893.
- A. Hurwitz**, Über die Transzendenz der Zahl  $e$ . Math. Ann. 43, 220—221. 1893.
- P. Gordan**, Transzendenz von  $e$  und  $\pi$ . Math. Ann. 43, 222—224. 1893.
- F. Mertens**, Über die Transzendenz der Zahlen  $e$  und  $\pi$ . Ber. Ak. Wien 105, 839—955. 1896.
- A. Pringsheim**, Über die ersten Beweise der Irrationalität von  $e$  und  $\pi$ . Stzgsber. Ak. München 28, 325—337. 1898. (Geschichte.)
- R. Götting**, Die Funktionen Kosinus und Sinus beliebiger Argumente in elementarer Darstellung. Berlin 1881. 66 S.
- H. Schapira**, Theorie allgemeiner Kofunktionen und einige ihrer Anwendungen auf die Algebra, Analysis, Geometrie und Mechanik. 3 Bde. Leipzig 1890.
- A. S. Chessin**, On the analytic theory of circular functions. Amer. J. Math. 19, 217—258. 1897.

### § 3. Hyperbolische Funktionen. Parabolische Logarithmen.

Die Anfänge der Lehre von den hyperbolischen Funktionen oder Hyperbelfunktionen finden sich in

**Vinc. Riccati**, Opuscula ad res physicas et mathematicas pertinentia. Bologna I, 1757. (S. 45 u. 68.)

Die erste Theorie gab J. H. Lambert. Siehe die oben in § 2 genannte Abhandlung und:

**J. H. Lambert**, Observations trigonométriques. Mém. Ac. Berlin a. 1768, 327—356 [1770]. — Zusätze zu den logarithmischen und trigonometrischen Tabellen. Berlin 1770. Taf. XXXII, S. 176—181.

**C. Gudermann**, Theorie der Potenzial- und cyklisch-hyperbolischen Funktionen mit Tafeln. Journ. f. Math. 4, 287—296, 1829; 6, 1, 162, 311 (158 S.) 1830. Auch sep. Berlin 1830.

**J. A. Grunert**, Grundzüge der Theorie der hyperbolischen Funktionen und der

Anwendung derselben zur Ausziehung der Wurzeln und zur Auflösung der Gleichungen. Arch. Math. Phys. **38**, 48—76, 1862.

- W. Gronau**, Tafeln für sämtliche trigonometrische Funktionen der hyperbolischen und cyklischen Sektoren. Danzig 1863. — Theorie und Anwendungen der hyperbolischen Funktionen. Danzig 1865.
- A. Forti e Mossotti**, Tavole dei logaritmi delle funzioni circolari ed iperboliche. Pisa 1863. Torino 1870. Ed. 3<sup>a</sup> Torino 1877.
- M. Azzarelli**, Trattato elementare delle funzione iperboliche. Atti Acc. N. Linc. **24**, 112—137. 1871.
- G. Dötsch**, Über die hyperbolischen Funktionen und deren Beziehungen zu den Kreisfunktionen. Neue Ausg. Nürnberg 1873.
- C. A. Laisant**, Essai sur les fonctions hyperboliques. Paris 1874; Mém. Soc. sc. Bordeaux **10**, 233—328. 1875.
- M. Roggatz**, Einige Anwendungen der Theorie der hyperbolischen Funktionen. Diss. Göttingen 1876.
- S. Günther**, Die Lehre von den gewöhnlichen und verallgemeinerten Hyperbelfunktionen, teilweise auf Grund freier Bearbeitung von Laisants „Essai sur les fonctions hyperboliques“ und Fortis „Tavole logaritmiche“. Halle 1881. 440 S. (Geschichte und Literatur.)
- P. Mansion**, Précis de la théorie des fonctions hyperboliques. Paris 1884. 32 S.
- E. H. v. d. Heyden**, Elementare Anwendungen der Hyperbelfunktion. Pr. Essen 1886.
- L. Hübner**, Ebene und räumliche Geometrie des Maßes in organischer Verbindung mit der Lehre von den Kreis- und Hyperbelfunktionen, neu dargestellt. Leipzig 1888. 340 S.
- A. Forti**, Nuove tavole delle funzioni iperboliche aventi per argomento il loro doppio settore, precedute da nozioni principali della teoria, da cenni monografici ed applicazioni. Roma 1893. LIII u. 299.
- J. Mac Mahon**, Hyperbolic functions. New York 1906.
- C. Hellwig**, Beiträge zur Theorie derjenigen Funktionen, welche die Verallgemeinerung der hyperbolischen und cyklischen Kosinus und Sinus darstellen. Arch. Math. Phys. **35**, 186—200, 1860.
- R. Nicomedi**, Intorno ad alcune funzioni più generali delle funzioni iperboliche. Giorn. di mat. Battaglini **15**, 193—234, 1877.
- J. Gf. Brendel**, Commentatio de logarithmis parabolicis. I—II. Göttingen 1751. 4<sup>o</sup>.
- J. Gf. Brendel**, Opusculum mathematici et medici argumenti. Pars I, Gotting. 1769.
- J. Booth**, A memoir on the trigonometry of the parabola and the geometrical origin of logarithms. London 1856.
- J. Booth**, A treatise on some new geometrical methods containing essays on tangential coordinates, pedal coordinates, reciprocal polars, the trigonometry of the parabola, the geometric origin of logarithms, the geometrical properties of elliptic integrals and other kindred subjects. I. London 1873.
- S. Günther**, Parabolische Logarithmen und Parabolische Trigonometrie. Eine vergleichende Untersuchung. Leipzig 1882. 98 S. (Geschichte und Literatur.)

§ 4. **Bernoullische Funktionen. Eulersche Funktionen.** Die ersten Untersuchungen über die Bernoullische Funktion machten Raabe und Schläfli.

- L. Schläfli**, Praktische Integration. (Um d. J. 1840 geschrieben.) Posth. Mitt. Ges. Bern. 1900, 83—103.
- J. L. Raabe**, Die Jacob Bernoullische Funktion. Zürich 1848.
- L. Saalschütz**, Studien zu Raabes Monographie über die Jacob Bernoullische Funktion. Zsch. Math. Phys. **42**, 1—13, 1897.
- L. Schendel**. Die Bernoullischen Funktionen und das Taylorsche Theorem

nebst einem Beitrage zur analytischen Geometrie der Ebene in trilinearen Koordinaten. Jena 1876.

- J. W. Glaisher**, On the definite integral connected with the Bernoullian function. Messenger (2) **26**, 152—182; **27**, 20—98. 1897.
- Fr. Rogel**, Theorie der Eulerschen Funktionen. Ber. Ges. Prag 1896. Nr. 2, 45 S. — Note zur Entwicklung nach Eulerschen Funktionen. Ber. Ges. Prag 1896. Nr. 43, 11 S. — Die Entwicklung nach Bernoullischen Funktionen. Ber. Ges. Prag 1896. Nr. 31, 48 S.
- H. Renfer**, Die Definitionen der Bernoullischen Funktion und Untersuchung der Frage, welche von denselben für die Theorie die zutreffendste ist. Diss. Bern 1900. 100 S. u. 4 Taf.
- M. Henneberger**, Beiträge zur Theorie der Integrale der Bernoullischen Funktionen. Bern 1903. 67 S.
- M. Krause**, Zur Theorie der ultra-bernoullischen Zahlen und Funktionen Ber. Ges. Leipz. **54**, 139—205. 1902.
- F. Wicke**, Über ultrabernoullische und ultraeulerische Zahlen und Funktionen und deren Anwendung auf die Summation von unendlichen Reihen. Diss. (Jena.) Leipzig 1905. 66 S.
- J. Beaupin**, Sur les fonctions d'ordre supérieur de Kinkelin. Mém. cour. et sav. étr. Ac. Belg. **59**, 1903. 67 S.

§ 5. **Hypergeometrische Funktionen.** Die für die Theorie der hypergeometrischen Funktionen grundlegende Arbeit von Gauß über die Reihe  $1 + \frac{\alpha \cdot \beta}{1 \cdot \gamma} x + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{1 \cdot 2 \cdot \gamma(\gamma+1)} x^2 + \dots$  haben wir in der Theorie der Reihen (Abschn. V, Kap. 3, § 3, S. 91) angeführt. Ihr folgte die zweite Abhandlung von

- C. F. Gauß**, Determinatio seriei nostrae per aequationem differentialem secundi ordinis. Posth. Werke III, 207 ff.
- E. Papperitz**, Über die historische Entwicklung der hypergeometrischen Funktionen. Verh. Ges. Isis. Dresden 1889. 13 S.
- I. Jecklin**, Historisch-kritische Untersuchung über die Theorie der hypergeometrischen Reihe bis zu den Entdeckungen von E. E. Kummer. Diss. Bern 1901. 87 S.

Siehe auch die in der Theorie der bestimmten Integrale (Abschn. VIA, Kap. 3, § 3) genannten Arbeiten von M. Godefroy, Enneper u. a.

- E. E. Kummer**, Über die hypergeometrische Reihe  $1 + \frac{\alpha \cdot \beta}{1 \cdot \gamma} x + \frac{\alpha(\alpha+1)\beta(\beta+1)}{1 \cdot 2 \cdot \gamma(\gamma+1)} x^2 + \dots$  Journ. f. Math. **15**, 39 ff. u. 127 ff. 92 S. 1836.
- R. Blindow**, Über die hypergeometrische Reihe mit komplexen Werten ihrer Argumente. 2 T. Fraustadt 1855 u. 1856.
- C. G. J. Jacobi**, Untersuchungen über die Differentialgleichungen der hypergeometrischen Reihen. Posth. Journ. f. Math. **56**, 149—165, 1859.
- L. Sohncke**, De aequatione differentiali seriei hypergeometricae. Diss. Königsberg 1866.
- B. Riemann**, Beiträge zur Theorie der durch die Gaußsche Reihe  $F(\alpha, \beta, \gamma, x)$  darstellbaren Funktionen. Abh. Ges. Gött. 1857.
- H. A. Schwarz**, Über diejenigen Fälle, in welchen die Gaußsche hypergeometrische Reihe eine algebraische Funktion ihres vierten Elementes darstellt. Journ. f. Math. **75**, 292—335, 1873.
- J. Thomae**, Elementare Behandlung der hypergeometrischen Reihe. Ztschr. f. Math. Phys. **26**, 314—333, 1881.
- E. Goursat**, Sur l'équation différentielle linéaire qui admet pour intégrale la série hypergéométrique. Thèse. Paris 1881. — Mémoire sur les fonctions

- hypergéométriques d'ordre supérieur. Ann. Éc. Norm. (2) **12**, 261—287, 395—430, 1883.
- C. Appell**, Sur les fonctions hypergéométriques de deux variables. J. de math. (3) **8**, 173—217, 1882.
- J. Horn**, Über die Konvergenz der hypergeometrischen Reihe zweier und dreier Variabeln. Diss. Leipzig 1889.
- C. Schellenberg**, Neue Behandlung der hypergeometrischen Funktion auf Grund ihrer Definition durch das bestimmte Integral. Diss. Göttingen 1892. 68 S. gr. 8°.
- G. Lauricella**, Sulle funzione ipergeometriche a più variabili. Rend. Circ. mat. Palermo **7**, 111—158, 1893.
- S. Pincherle**, Delle funzioni ipergeometriche e di varie questioni ad essi attenenti. Giorn. di mat. **32**, 209—291, 1894.
- F. Klein**, Über die hypergeometrische Funktion. Vorlesung. Ausg. von E. Ritter. Göttingen 1894. vi u. 571. (Lith.)
- E. Ritter**, Über die hypergeometrische Funktion mit einem Nebenpunkt. Math. Ann. **48**, 1—36, 1896.
- J. Beupain**, Sur les fonctions hypergéométriques de seconde espèce et d'ordre supérieur. Mém. cour. et sav. étr. Ac. Belg. **64**. 46 u. 47 S. 4°. — Sur les fonctions hypergéométriques d'ordre supérieur. Mém. sav. étr. Ac. Belg. **56**, 1898. 52 S.
- Hj. Mellin**, Über die fundamentale Wichtigkeit des Satzes von Cauchy für die Theorie der Gamma- und hypergeometrischen Funktionen. Acta Soc. Fenn. **21**, No. 1. 1896. 115 S.
- W. Heymann**, Über hypergeometrische Funktionen, deren letztes Element speziell ist, nebst einer Anwendung auf Algebra. Pr. Chemnitz 1898. 44 S. 4°.

§ 6. **Transzendente Gleichungen. Keplers Problem.** Leibniz nannte (Acta Erud. 1686) transzendente Größen solche, die auf Probleme führen, „quae omnem aequationem algebraicam transcendunt“. Transzendente Gleichungen sind solche, welche transzendente Funktionen enthalten. In der Theorie der elementaren transzendenten Funktionen und in der Trigonometrie werden spezielle transzendente Gleichungen wiederholt gelöst. Für die allgemeine Theorie sind folgende Werke von Bedeutung.

- A. F. Möbius**, De peculiaribus aequationum trigonometricarum affectibus. Leipzig 1815.
- M. A. Stern**, Über die Auflösung von transzendenten Gleichungen. Gekr. Preisschr. Journ. f. Math. **22**, 1—61. Berlin 1841. Franz. von Lévy. Paris 1858. 85 S.
- C. H. Schnuse**, Die Theorie und Auflösung der höheren algebraischen und transzendenten Gleichungen theoretisch und praktisch bearbeitet. Braunschweig 1850.
- S. Spitzer**, Auflösung transzendenten Gleichungen. Denkschr. Ak. Wien **3**, 155—162. 1852 u. Wien 1852.
- A. Deschmann**, Auflösung von transzendenten Gleichungen und Anwendung derselben auf einige geometrische Beispiele. Pr. Cilli 1877.
- E. Laguerre**, Sur quelques équations transcendentes. C. R. **94**, 160—163. 1882.
- P. Cazzaniga**, Sulle equazioni trascendenti. Padova 1885.

Das berühmte Keplersche Problem, bei dem es sich um Beziehungen zwischen einem Kreisbogen und seiner Sehne handelt, wird in zahlreichen Schriften behandelt, von denen wir folgende nennen:

- C. P. Burger**, De solutione problematis Kepleriani. Diss. Leiden 1851.
- C. T. Anger**, Über das Keplersche Problem. Danzig 1856.

- G. Streit**, De problematis Kepleriani solutionibus. Diss. Greifswald 1861.  
**J. W. L. Glaisher**, On the solution of Keplers problem. Monthly Not. Astr. Soc. Lond. **37**, 445—458. 1877.  
**Th. v. Oppolzer**, Über die Auflösung des Keplerschen Problems. Wien 1885.  
**J. J. Åstrand**, Hilfstafeln zur leichten und genauen Auflösung des Keplerschen Problems. Mit einer Einleitung von H. Bruns. Leipzig 1890. 110 S. 8°.  
**A. Martone**, Sul problema di Kepler. Bologna 1890.  
**L. Volderauer**, Zum Keplerschen Problem. Pr. Wien 1898. 83 S.  
**T. Levi-Civita**, Sopra la equazione di Kepler. Rend. Acc. Lincei Roma **13**, 260—268, 1904.

### Kapitel 3. Elliptische Funktionen.

§ 1. **Einleitung. Historisches. Fundamentalarbeiten.** Die Keime der Theorie der elliptischen Funktionen liegen in der Beschäftigung mit den elliptischen Integralen. So werden die Integrale genannt, in denen Quadratwurzeln aus Polynomen 3. oder 4. Grades auftreten, weil der Bogen der Ellipse sich durch ein solches Integral darstellen läßt. Solche Integrale nannte noch Legendre „elliptische Funktionen“. Die wichtigsten Schriften Eulers, der diese Integrale zu einer gleichen Bedeutung in der Analysis brachte, wie sie die zyklometrischen Funktionen und die Logarithmen seit lange hatten, sowie die seines Nachfolgers Legendre sind in der „Integralrechnung“ angeführt. Erst mit der Entdeckung der doppelten Periodizität der elliptischen Funktionen durch Abel und Jacobi im ersten Viertel des 19. Jahrhunderts beginnt die Theorie der „elliptischen Funktionen“.

- N. H. Abel**, Recherches sur les fonctions elliptiques. Journ. f. Math. **2**, 101 bis 180, 1827; Suite: **3**, 160—189, 1828. Théorèmes sur les fonctions elliptiques. Journ. f. Math. **4**, 194—199, 1828. — Précis d'une théorie des fonctions elliptiques. ib. 236 u. 309, zus. 72 S. — Recherches sur les fonctions elliptiques. Second Mémoire. (Christiania, 27. Aug. 1828.) Acta math. **26**, 3—42, 1902. — S. auch Oeuvres complètes I.  
**C. G. J. Jacobi**, Extrait de deux lettres. Astr. Nachr. **4**, Nr. 123, Sept. 1827. — Demonstratio theorematis ad theoriam functionum ellipticarum spectantis. Astr. Nachr. **6**, Nr. 127, Dez. 1827.  
**C. G. J. Jacobi**, Fundamenta nova theoriae functionum ellipticarum. Regiom. 1829.  
**C. G. J. Jacobi**, Addition au mémoire de M. Abel sur les fonctions elliptiques. Vol. II, p. 101. Journ. f. Math. **3**, 85, 1828. — Notices sur les fonctions elliptiques. ib. **3**, 192—195, 303—310, 403—404, 1828; **4**, 185—193, 1829. — De functionibus ellipticis commentatio prima et altera. ib. **4**, 371—390; **6**, 397—403, 1830. — S. auch Gesammelte Werke I.

Die Geschichte und Literatur ist in den oben (Kap. 1, § 2) genannten Werken von F. Casorati, G. Bellacchi, L. Königsberger u. a. zu finden.

### § 2. Lehrbücher.

- P. F. Verhulst**, Traité élémentaire des fonctions elliptiques, ouvrage destiné à faire suite aux traités élémentaires de calcul intégral. Bruxelles 1841. 316 S.  
**M. Briot et M. Bouquet**, Théorie des fonctions doublement périodiques et en particulier des fonctions elliptiques. Paris 1859. 342 S. 8°. — Deutsch von Fischer. Halle 1862. — 2. éd. Théorie des fonctions elliptiques. Paris 1875. 700 S. 4°.



- O. J. Broch**, Théorie élémentaire des fonctions elliptiques. Christiania 1867. 281 S.
- H. Durège**, Theorie der elliptischen Funktionen. Leipzig 1861. 5. Aufl. von L. Maurer. Leipzig 1908. VIII u. 436.
- K. H. Schellbach**, Die Lehre von den elliptischen Integralen und den Theta-funktionen. Berlin 1864. x u. 440.
- Ch. Hermite**, Théorie des fonctions elliptiques et ses applications à l'arithmétique. 2. P. Paris 1863. (Anhang zu Lacroix, Traité élémentaire de calcul différentiel et intégral.) Deutsch von L. Natani. Berlin 1863. 143 S.
- L. Königsberger**, Vorlesungen über die Theorie der elliptischen Funktionen, nebst einer Einleitung in die allgemeine Funktionenlehre. 2 Bde. Leipzig, 1874. I, VIII u. 431; II, VII u. 219.
- J. Thomae**, Abriß einer Theorie der complexen Funktionen und der Theta-funktionen einer Veränderlichen. Halle 1870. 2. Aufl. 1873.
- A. Enneper**, Elliptische Funktionen, Theorie und Geschichte. Akademische Vorträge. Halle 1875. — 2. Aufl., bearbeitet von Felix Müller. Halle 1890. XIX u. 598.
- A. Cayley**, An elementary treatise on elliptic functions. Cambridge 1876. 2. ed. 1895. 390 S.
- H. Laurent**, Traité élémentaire des fonctions elliptiques. Paris 1880. 2. éd. 1882.
- K. Bobek**, Einleitung in die Theorie der elliptischen Funktionen. Leipzig 1884. XII u. 275.
- De Sparre**, Cours sur les fonctions elliptiques. Ann. Soc. sc. Bruxelles 10 B, 129—200, 1886; 11 B, 200—292, 1887; 12 B, 1—90, 1888.
- G. H. Halphen**, Traité des fonctions elliptiques et de leurs applications. 3 v. Paris. I. 1886. 492 S. II. 1888. 659 S. III. (Fragments. Posth.) 1891. XVII u. 272.
- J. Tannery et J. Molk**, Éléments de la théorie des fonctions elliptiques. 4 v. Paris I, 1893. VIII u. 246. II, 1896. 360 S. III, 1898. VIII u. 267. IV, 1902. IX u. 303.
- A. C. Dixon**, The elementary properties of the elliptic functions. With examples. London 1893. VIII u. 142.
- Th. Pepin**, Introduction à la théorie des fonctions elliptiques d'après les oeuvres posthumes de Gauß. Mem. Acc. Pontif. N. Linc. Rom (2) 9, 1—129. 1893.
- E. Pascal**, Teoria delle funzioni ellittiche. Manuale Hoepli. Milano 1895. XII u. 227. kl. 8°.
- P. Appell et Émile Lacour**, Principes de la théorie des fonctions elliptiques et applications. Paris 1897. IX u. 421.
- M. Krause**, Theorie der doppeltperiodischen Funktionen einer veränderlichen Größe. 2 Bde. Leipzig I. 1895. XIII u. 328. II. 1897. XII u. 306.
- P. Appell et É. Lacour**, Principes de la théorie des fonctions elliptiques et applications. Paris 1897. IX u. 421.
- L. Lévy**, Précis élémentaire de la théorie des fonctions elliptiques, avec tables numériques et applications. Paris 1898. VIII u. 237.
- C. Henry**, Abrégé des fonctions elliptiques. Paris 1895. 126 S.
- B. Riemann**, Vorlesungen über elliptische Funktionen. Mit Zusätzen hrsg. von H. Stahl. Leipzig 1899. VIII u. 144. Bemerkungen dazu. Zsch. Math. Phys. 45, 216—228. 1900.
- H. Burkhardt**, Elliptische Funktionen. Leipzig 1899. XVI u. 374.
- G. Vivanti**, Lezioni sulla teoria delle funzioni ellittiche. Messina 1900. 313 S. (lith.)
- J. Harkness**, Elliptische Funktionen. Leipzig 1909. (Unter der Presse.)

### § 3. Spezielles. Formeln und Tafeln. Anwendungen.

- J. A. Serret**, Mémoire sur la représentation géométrique des fonctions elliptiques et ultraelliptiques. Mém. près. p. div. sav. Ac. sc. Paris (2) 11, 103—160. 1851.
- G. Lamé**, Leçons sur les fonctions inverses des transcendentes et sur les surfaces isothermes. Paris 1857.

- H. Gylden**, Entwicklung einiger Verbindungen elliptischer Funktionen. Mém. St. Pétersb. 16, 1—131, 1871.
- H. Bruns**, Über die Perioden der elliptischen Funktionen 1. und 2. Gattung. Dorpat 1875.
- D. André**, Développements en série des fonctions elliptiques et de leurs puissances. Ann. Éc. Norm. (2) 6, 265—328, 1877.
- W. Scheibner**, Zur Reduktion elliptischer Integrale in reeller Form. 2. Abh. Leipzig 1879 u. 1880.
- J. Farkas**, Généralisation du logarithme et de l'exponentielle. Budapest 1879.
- W. Scheibner**, Zur Reduktion elliptischer, hyperelliptischer und Abelscher Integrale. Ber. Ges. Leipz. 41, 31—56. Math. Ann. 34, 473—493, 1889. — Über den Zusammenhang der Thetafunktionen mit den elliptischen Integralen. Ber. Ges. Leipz. 41, 86—109, 245—276. Math. Ann. 34, 494—543, 1889.
- A. G. Greenhill**, Pseudoelliptic integrals and their dynamical applications. Proc. Lond. Math. Soc. 25, 195—304, 1894.
- J. J. Hutchinson**, On the reduction of hyperelliptic functions ( $p=2$ ) to elliptic functions by a transformation of the second degree. Diss. Göttingen 1897. 40 S. 8°.
- A. Söderblom**, Sur la fonction elliptique fondamentale  $s = \varphi(u; g_2, g_3)$ . Nova Acta Ups. (3) 17: 2, 1896. 56 S. [1898].
- A. Harprecht**, De computatione functionum ellipticarum, quarum moduli sunt reales. Diss. Berlin 1862.
- E. Meißel**, Tafeln über elliptische Funktionen. Iserlohn 1860.
- J. Thomae**, Sammlung von Formeln, welche bei Anwendung der elliptischen und Rosenhainschen Funktionen gebraucht werden. Halle 1876. 37 S. 4°.  
— Sammlung von Formeln und Sätzen aus dem Gebiete der elliptischen Funktionen nebst Anwendungen. Leipzig 1905. iv u. 44. gr. 4°.
- K. P. T. Bohlin**, Tables des fonctions elliptiques. Stockholm 1900. 73 S.
- H. A. Schwarz**, Formeln und Lehrsätze zum Gebrauche der elliptischen Funktionen. Nach Vorlesungen und Aufzeichnungen des Herrn K. Weierstraß bearb. u. hrsg. 2. Ausg. 1. Abt. (einz.) Berlin 1893. xii u. 96. — Frz. von Padé. Paris 1894.
- Was die zahlreichen Anwendungen der elliptischen Funktionen betrifft, so finden sich historische Notizen über dieselben sowie viele Literaturangaben in dem oben (in § 2) genannten Werke von Enneper, 2. Aufl. bearb. von Felix Müller 1890, S. 524—571. Hier nennen wir: **Felix Müller**, Studien über Mac Laurins geometrische Darstellung elliptischer Integrale. Pr. Berlin 1875.
- H. Kleiber**, Ableitung eines Systems von Formeln für die elliptischen Funktionen und ihr Zusammenhang mit der sphärischen Trigonometrie. 2 Pr. Königsberg 1880 u. 1881.
- A. Allégret**, Mémoire sur la représentation des transcendentes par des arcs de courbes. Ann. Éc. Norm. (2) 2, 149—200, 1873.
- L. Kiepert**, De curvis quarum arcus integralibus ellipticis primi generis exprimuntur. Diss. Berlin 1870.
- A. Clebsch**, Über diejenigen Kurven, deren Koordinaten sich als elliptische Funktionen eines Parameters darstellen lassen. Journ. f. Math. 64, 210 bis 370, 1865.
- H. Picquet**, Application de la représentation des courbes du troisième degré à l'aide des fonctions elliptiques. Journ. Éc. Polyt. cah. 54, 31—100, 1885.
- C. G. J. Jacobi**, Über die Anwendung der elliptischen Transcendenten auf ein bekanntes Problem der Elementargeometrie. Journ. f. Math. 3, 376—389, 1828.
- F. J. Richelot**, Über die Anwendung einiger Formeln aus der Theorie der elliptischen Funktionen auf ein bekanntes Problem der Geometrie. Journ. f. Math. 38, 353—372, 1848.

- J. Rosanes und M. Pasch**, Über das einem Kegelschnitt umschriebene und einem andern einbeschriebene Polygon. Journ. f. Math. **64**, 126—166, 1865.
- M. Simon**, De relationibus inter constantes duarum linearum secundi ordinis, ut sit polygonum alteri inscriptum, circumscriptum alteri. Diss. Berlin 1867.
- H. Léauté**, Études géométriques sur les fonctions elliptiques de première espèce. Journ. Éc. Polyt. cah. **66**, 65—99, 1879.
- R. Noske**, Die kürzesten Linien auf dem Ellipsoid. 2 Pr. Königsberg in Pr. 1886 u. 1887. (Literaturangaben.)
- G. Holzmüller**, Einführung in die Theorie der isogonalen Verwandtschaften und der konformen Abbildungen, verbunden mit Anwendungen auf mathematische Physik. Leipzig 1882. (Literaturangaben.)
- C. Brandenburger**, Anwendungen der elliptischen Funktionen auf durch algebraische Funktionen vermittelte konforme Abbildungen. Diss. Zürich 1899. 49 S. 8°.
- Ch. Hermite**, Sur quelques conséquences arithmétiques des formules de la théorie des fonctions elliptiques. Bull. Ac. sc. St. Pétersbourg **29**. Acta math. **5**, 297—330. 1884. — Sur quelques applications des fonctions elliptiques. I. Paris 1885.
- C. J. F. Joubert**, Sur la théorie des fonctions elliptiques et ses applications à la théorie des nombres. Paris 1860.
- P. J. Nasimow**, Anwendung der Theorie der elliptischen Funktionen auf die Theorie der Zahlen. Moskau 1885. (Russisch.)
- H. Weber**, Elliptische Funktionen und algebraische Zahlen. Braunschweig 1891.
- W. Biermann**, Problemata quaedam mechanica functionum ellipticarum ope soluta. Diss. Berlin 1865.
- A. G. Greenhill**, The applications of elliptic functions. London 1892. xi u. 357. — Frz. Les fonctions elliptiques et leurs applications, von Grieb. Paris 1895. xviii u. 574.
- E. Mathy**, Applications des fonctions elliptiques à la mécanique, à la géométrie et à la physique. Gand. 1903. 49 S. 4°.

#### § 4. Transformation. Multiplikation. Modulfunktionen.

- John Landen**, An investigation of a general theorem for finding the length of any conic hyperbola, by means of two elliptic arcs, with some other new and useful theorems deduced therefrom. Phil. Trans. Lond. 1775, 283 ff. — Mathematical Memoirs I, 32 ff. London 1780.
- N. H. Abel**, Solution d'un problème général concernant la transformation des fonctions elliptiques. Astr. Nachr. **5**, 365—388, Nr. 138. 1828. — Addition au mémoire sur les fonctions elliptiques. Astr. Nachr. **7**, 33—44, Nr. 147. 1829.
- L. A. Sohncke**, Aequationes modulares pro transformatione functionum ellipticarum. Journ. f. Math. **16**, 97—130. 1834.
- C. Gudermann**, Theorie der Modularfunktionen und der Modularintegrale. Berlin 1824.
- G. Eisenstein**, Beiträge zur Theorie der elliptischen Funktionen. Journ. f. Math. **30**, 185—210, 1845; **39**, 160—179, 224—274, 275—287, 1850.
- H. E. Schröter**, De aequationibus modularibus. Diss. Königsberg 1854.
- Felix Müller**, De transformatione functionum ellipticarum. Diss. Berlin 1867.
- F. J. Richelot**, Die Landensche Transformation in ihrer Anwendung auf die Entwicklung der elliptischen Funktionen. Königsberg 1868.
- L. Königsberger**, Die Transformation, die Multiplikation und die Modulargleichungen der elliptischen Funktionen. Leipzig 1868. vii u. 196.
- P. Mansion**, Théorie de la multiplication et de la transformation des fonctions elliptiques. Gand 1870.
- W. Göring**, Untersuchungen über die Teilwerte der Jacobischen Thetafunktionen und die im Gaußschen Nachlasse mitgeteilten Bezeichnungen derselben. Math. Ann. **8**, 311—386, 1874.

- L. Kiepert**, Zur Transformationstheorie der elliptischen Funktionen. Journ. f. Math. **87**, 199—216; **88**, 205—212, 1879; **95**, 218—233, 1883. — Über Teilung und Transformation der elliptischen Funktionen. Math. Ann. **26**. 369—454, 1884. — Über die Transformation der elliptischen Funktionen bei zusammengesetztem Transformationsgrade. Math. Ann. **32**, 1—135, 1888. — Über gewisse Vereinfachungen der Transformationsgleichungen in der Theorie der elliptischen Funktionen. Math. Ann. **37**, 368—398, 1889. — Über die komplexe Multiplikation der elliptischen Funktionen. I. Math. Ann. **39**, 145—178, 1891.
- L. Kronecker**, Zur Theorie der elliptischen Funktionen. Monatsber. Ak. Berlin 1885, 701—780. (Zur Transformationstheorie.)
- H. Weber**, Zur Theorie der elliptischen Funktionen. Acta math. **6**, 329—416, 1885; **11**, 333—390, 1888. (Transformation und Zahlentheorie.)
- G. Pick**, Über die komplexe Multiplikation der elliptischen Funktionen. Math. Ann. **25**, 433—447, 1885; ib. **16**, 219—230, 1886.
- L. Sylow**, Sur la multiplication complexe des fonctions elliptiques. Journ. de math. p. appl. (4) **3**, 109—254, 1887.
- G. H. Stuart**, Complex multiplication of elliptic functions. Quart. J. **20**, 18—57, 221—234, 1884.
- A. G. Greenhill**, Complex multiplication of elliptic functions. Quart. J. **22**, 119—150, 174, 1887. — Complex multiplication moduli of elliptic functions. Proc. Lond. Math. Soc. **19**, 301—364, 1888. (Literaturangaben.) Frz. Übers. Ann. Éc. Norm. (3) **11**, 165—248, 1894. — Table of complex multiplication moduli. Proc. Lond. Math. Soc. **21**, 403—422, 1890.
- A. G. Greenhill**, The transformation and division of elliptic functions. Proc. Lond. Math. Soc. **27**, 403—486, 1896.
- J. de Séguier**, Formes quadratiques et multiplication complexe. Deux formules fondamentales d'après Kronecker. Berlin 1894. VIII u. 339.
- P. Bonaventura**, Sulle formule generali di moltiplicazione complessa delle funzioni ellittiche. Ann. Scuola Norm. Pisa **7**, 1895. 55 S.
- O. Bolza**, Die kubische Involution und die Dreiteilung und Transformation 3. Ordnung der elliptischen Funktionen. Math. Ann. **50**, 68—102, 1897.
- C. H. Kummel**, The quadric transformation of elliptic integrals, combined with the algorithm of the arithmetico-geometric mean. Bull. Soc. Washington **7**, 102—121, 1885.
- J. König**, Zur Theorie der Modulargleichungen der elliptischen Funktionen. Heidelberg 1873.
- M. Krause**, Zur Transformation der Modulargleichungen der elliptischen Funktionen. Heidelberg 1873.
- A. Cayley**, A memoir on the transformation of elliptic functions. Phil. Trans. Lond. **164**, 397—456, 1874. Addition **169**, 419—425, 1878.
- H. J. Smith**, Notes on the theory of elliptic transformation. Mess. of math. (2) **12**, 49—99, 1882; **13**, 1—49, 1883.
- R. Dedekind**, Schreiben an Herrn Borchardt über die Theorie der elliptischen Modulfunktionen. Journ. f. Math. **83**, 262—292, 1877.
- A. Hurwitz**, Grundlagen einer independenten Theorie der elliptischen Modulfunktionen und Theorie der Multiplikatorgleichungen erster Stufe. Diss. Leipzig u. Math. Ann. **18**, 528—592, 1881.
- F. Klein**, Vorlesungen über die Theorie der elliptischen Modulfunktionen; Ausg. u. vervollst. von R. Fricke. Leipzig. 2 Bde. I, 1890. xx u. 764. II, 1892, xv u. 712.

## Kapitel 4. Hyperelliptische und Abelsche Funktionen.

### § 1. Grundlegende Schriften.

- N. H. Abel**, Mémoire sur une propriété générale d'une classe très étendue de

fonctions transcendantes. Mém. prés. Ac. sc. Paris (2) 7, 176—264. Paris 1841. Oeuvres, 2. éd. I, 145—211.

- C. **G. J. Jacobi**, Considerationes generales de transcendentibus Abelianis. Journ. f. Math. 9, 394—403, 1832. — De functionibus duarum variabilium quadrupliciter periodicis, quibus theoria transcendentium Abelianarum innititur. Journ. f. Math. 13, 55—78, 1835. — Dtsch. Übers. von A. Witting, hrsg. von H. Weber. Ostw. Klass. Nr. 64. Leipzig 1895. 40 S.
- A. **Göpel**, Theoriae transcendentium Abelianarum primi ordinis adumbratio levis. Journ. f. Math. 35, 277—312, 1847. — Dtsch. Übers. von A. Witting, hrsg. von H. Weber. Ostw. Klass. Nr. 67. Leipzig 1895. 60 S.
- G. **Rosenhain**, Mémoire sur les fonctions de deux variables et à quatre périodes qui sont les inverses des intégrales ultraelliptiques de la première classe. Mém. sav. étr. Ac. sc. Paris 2, 361 ff. 1850. — Dtsch. Übers. von A. Witting, hrsg. von H. Weber. Ostw. Klass. Nr. 65. Leipzig 1895. 94 S.
- C. **Weierstraß**, Beiträge zur Theorie der Abelschen Integrale. Pr. Braunsberg 1849. — Zur Theorie der Abelschen Funktionen. Journ. f. Math. 47, 289—306, 1854. — Theorie der Abelschen Funktionen. Journ. f. Math. 52, 285—380, 1856.
- B. **Riemann**, Theorie der Abelschen Funktionen. Journ. f. Math. 54, 115—155, 1857 u. Berlin 1858.

## § 2. Lehrbücher und zusammenfassende Darstellungen.

- F. **E. Prym**, Neue Theorie der ultraelliptischen Funktionen. Diss. Berlin 1863. 2. Aufl. 1885.
- C. **Neumann**, Vorlesungen über Riemanns Theorie der Abelschen Integrale. Leipzig 1865. 514 S. 2. Aufl. 1884. xiv u. 472.
- J. **Thomae**, Theorie der ultraelliptischen Funktionen und Integrale 1. und 2. Gattung. Halle 1865.
- A. **Clebsch** und **P. Gordan**, Theorie der Abelschen Funktionen. Leipzig 1866. 333 S.
- H. **Weber**, Theorie der Abelschen Funktionen vom Geschlecht  $p = 3$ . Berlin 1876.
- L. **Königsberger**, Vorlesungen über die Theorie der hyperelliptischen Integrale. Leipzig 1878. 170 S.
- Ch. **Briot**, Théorie des fonctions abéliennes. Paris 1870.
- F. **Schottky**, Abriß einer Theorie der Abelschen Funktionen von drei Variablen. Leipzig 1880. 162 S.
- A. **Cayley**, A Memoir on the Abelian and Thetafunctions. Amer. Journ. math. 5, 137—180, 1882; 7, 101—166, 1885. (Vorlesungen.)
- A. **R. Forsyth**, A Memoir on the theta-functions, particularly those of two variables. Phil. Trans. London 173, 1882. — On Abels theorem and Abelian functions. Phil. Trans. London 174, 323—368, 1883.
- F. **Schottky**, Zur Theorie der Abelschen Funktionen von vier Variablen. Journ. f. Math. 102, 304—352, 1888. — Über spezielle Abelsche Funktionen vierten Ranges. ib. 103, 185—203, 1888.
- H. **Burkhardt**, Grundzüge einer allgemeinen Systematik der hyperelliptischen Funktionen erster Ordnung. Nach Vorlesungen von F. Klein. Math. Ann. 35, 198—296. 1889.
- F. **Klein**, Zur Theorie der Abelschen Funktionen. Math. Ann 36, 1—83. 1890. (Einführung.)
- F. **Schottky**, Theorie der elliptisch-hyperelliptischen Funktionen von vier Argumenten. Journ. f. Math. 108, 147—178, 193—255, 1891.
- G. **Humbert**, Sur les fonctions abéliennes singulières. Journ. de math. (5) 5, 233—350, 1899; 6, 279—386, 1900.
- A. **Krazer** und **F. Prym**, Neue Grundlagen einer Theorie der allgemeinen Thetafunktionen. Kurz zusammengefaßt und hrsg. von A. Krazer. Leipzig 1892. xii u. 134.
- W. **Wirtinger**, Untersuchungen über Thetafunktionen. Leipzig 1895. viii u. 125.
- H. **Stahl**, Theorie der Abelschen Funktionen. Leipzig 1896. x u. 354.

- H. F. Baker**, Abels theorem and the allied theory including the theory of the theta-functions. Cambridge 1897. xx u. 684.
- Ad. Krazer**, Lehrbuch der Thetafunktionen. Leipzig 1903. xxiv u. 509.
- H. Stahl**, Die Abelschen Funktionen von drei Variabeln. Journ. f. Math. **130**, 153—196, 1905.
- G. Vivanti**, Lezioni sulla teoria degli integrali abeliani. Reggio Calabria 1901. 392 S. (lith.)
- E. B. Christoffel**, Vollständige Theorie der Riemannschen  $\vartheta$ -Funktion. Math. Ann. **54**, 347—399, 1901.
- G. Rost**, Theorie der Riemannschen Thetafunktion. Leipzig 1901. iv u. 66. 4<sup>o</sup>.
- § 3. **Spezielle Untersuchungen.**
- G. Roch**, De theoremate quodam circa functiones Abelianas. Diss. (Halle) Leipzig 1864.
- J. C. Bouquet**, Mémoire sur la théorie des intégrales ultra-elliptiques. Mém. prés. Ac. sc. Paris (2) **21**. 675—683, 1875.
- A. Pringsheim**, Zur Theorie der hyperelliptischen Funktionen, insbesondere derjenigen dritter Ordnung. Habil.-Schr. München 1877.
- G. Hettner**, Reduktion der Integrale einer besonderen Klasse von algebraischen Differentialen auf hyperelliptische Integrale. Diss. Berlin 1877.
- J. Thomae**, Über eine spezielle Klasse Abelscher Funktionen. Halle 1877. 57 S. — Über eine spezielle Klasse Abelscher Funktionen vom Geschlecht 3. Halle 1879.
- L. Königsberger**, Reduktion des Transformationsproblems der hyperelliptischen Integrale. Math. Ann. **13**, 540—545, 1878. — Über die Reduktion hyperelliptischer Integrale auf elliptische. Journ. f. Math. **85**, 273—294, 1878.
- A. v. Morstein**, Die ultraelliptischen Integrale 1. Gattung, 2. Ordnung und ihre Umkehrung. Pr. Königsberg 1880.
- A. v. Miller-Hauenfels**, Die Dualfunktionen und die Integrale der elliptischen und hyperelliptischen Differentiale. Graz 1880.
- Ch. Hermite**, Sur la réduction des intégrales hyperelliptiques. Paris 1883.
- J. Hanel**, Reduktion hyperelliptischer Funktionen auf elliptische. Diss. Breslau 1882.
- O. Bolza**, Über die Reduktion hyperelliptischer Integrale 1. Ordnung u. 1. Gattung auf elliptische. Diss. Göttingen 1886. 39 S.
- H. Stahl**, Über die Behandlung des Jacobischen Umkehrproblems der Abelschen Integrale. Diss. Berlin 1882. 40 S.
- Fr. Prym**, Untersuchungen über die Riemannsche Thetaformel und die Riemannsche Charakteristikentheorie. Leipzig 1882. 112 S.
- A. Krazer**, Theorie der zweifach unendlichen Thetaeichen auf Grund der Riemannschen Thetaformel. Leipzig 1882. 66 S.
- G. E. A. Brunel**, Étude sur les relations algébriques entre les fonctions hyperelliptiques de genre 3. Paris 1883. 62 S. 4<sup>o</sup>.
- B. Baumert**, Über die ultraelliptischen Integrale der 3. Ordnung. 2 Pr. Striegau 1887 u. 1889.
- J. Schröder**, Über den Zusammenhang der hyperelliptischen Sigma- und Thetafunktionen. Diss. Göttingen 1890.
- R. C. Rowe**, Memoir on Abels theorem. Phil. Trans. London **173**, 713—750, 1882. (Im wesentlichen Reproduktion der Abhandlung Abels a. d. J. 1841.)
- H. Poincaré**, Sur les fonctions abéliennes. Amer. math. Journ. **8**, 289—343, 1886. — Remarques diverses sur les fonctions abéliennes. Journ. de math. (5) **1**, 219—314, 1895. Acta math. **26**, 43—98, 1902.
- F. Nölke**, Übersicht über die Theorie der Abelschen Funktionen zweier Variabeln. Diss. Marburg 1903. 30 S.
- C. Jordan**, Sur les périodes des fonctions inverses des intégrales des différentielles algébriques. Thèse. Paris 1860.
- M. Henoch**, De Abelianarum functionum periodis. Diss. Berlin 1867. 20 S. 4<sup>o</sup>.

- F. Casorati**, Le relazioni fondamentali tra moduli di periodicità degli integrali abeliani di prima specie. *Ann. di mat.* (2) **3**, 1869.
- L. Milewski**, De abelianarum functionum periodis per aequationes differentiales definiendis. *Diss.* Berlin 1876.
- E. Ullrich**, Die Periodizitätsmoduln der hyperelliptischen Normalintegrale. 3. Gattung. *Diss.* Heidelberg 1884.
- F. Casorati**, Les fonctions d'une seule variable à un nombre quelconque de périodes. Milano 1885. 15 S. 4°.
- J. Lüroth**, Über die kanonischen Perioden der Abelschen Integrale. *Abh. Ak. München* **16**. I, 1885; II, 1887.
- R. Fuchs**, Über die Periodizitätsmoduln der hyperelliptischen Integrale als Funktionen eines Verzweigungspunktes. *Diss.* Berlin 1897. 24 S. *Journ. f. Math.* **119**, 1—24.
- F. J. Richelot**, Commentatio de integralibus abelianis primi ordinis. Königsberg 1834. 30 S. 4°. — De transformatione et computatione integralium abelianarum primi ordinis. Berlin 1837. — Commentatio de functionum ultraellipticarum valoribus, quibus pro complementis argumentorum atque indicum dimidiis induuntur. *Regiom.* 1845. 52 S. 4°. — Nova theoremata de functionum Abelianarum cuiusque ordinis valoribus. *Journ. f. Math.* **29**, 52 S. 1869.
- Ch. Hermite**, Sur la théorie de la transformation des fonctions abéliennes. *C. R.* **40**, 1855; Paris 1856.
- L. Königsberger**, Über die Transformation der Abelschen Functionen erster Ordnung. *Journ. f. Math.* **55**, 335—361, 1858; **64**, 17—43, 1865. — Über die Transformation des zweiten Grades für die Abelschen Functionen erster Ordnung. *Journ. f. Math.* **67**, 58—78, 1867. — Über die Transformation dritten Grades und die zugehörigen Modulargleichungen der Abelschen Functionen erster Ordnung. *Journ. f. Math.* **67**, 97—114, 1867.
- J. T. Meyer**, De transformatione functionum ultraellipticarum. *Diss.* Königsberg 1866.
- H. Weber**, Über das Additionstheorem der Abelschen Functionen. *Journ. f. Math.* **70**, 193—211, 1869.
- E. Kossak**, Das Additionstheorem der ultraelliptischen Functionen erster Ordnung. *Diss.* Göttingen 1871.
- T. E. Dorn**, Über eine Transformation 2. O., welche das elliptische Integral mit imaginärem Modul auf ein ultraelliptisches mit reellen Moduln reduziert. *Diss.* Königsberg 1871.
- H. Weber**, Über die Transformationstheorie der Thetafunktionen, insbesondere derer von 3 Veränderlichen. *Ann. di mat.* (2) **9**, 126—166, 1878.
- M. Roberts**, A tract on the addition of the elliptic and hyperelliptic integrals. *Dublin*. 2<sup>d</sup> ed. 1883.
- M. Krause**, Die Transformation der hyperelliptischen Functionen erster Ordnung. *Nebst Anwendungen.* Leipzig 1886. VII u. 276.
- P. M. Pokrowsky**, Sur la transformation des intégrales et des fonctions hyperelliptiques de la 1<sup>re</sup> classe. (Russisch) *Sbornik Moskau Math. Samml.* **15**, 397—572, 1891.
- P. Appell**, Sur les intégrales de fonctions à multiplicateurs et leur application au développement des fonctions abéliennes en séries trigonométriques. (Preis-schr.) *Acta math.* **13**, 1—174, 1890.
- H. Burkhardt**, Untersuchungen aus dem Gebiete der hyperelliptischen Modulfunctionen. I. *Math. Ann.* **36**, 371—434, 1890; II. *ib.* **38**, 161—224, 1891; III. *ib.* **41**, 313—343, 1892.
- C. W. Borchardt**, Über das arithmetisch-geometrische Mittel. *Journ. f. Math.* **58**, 127—234, 1861. — Über das arithmetisch-geometrische Mittel aus 4 Elementen. *Monatsber. Ak. Berlin* 1876, 611—621.
- A. Brill**, Über diejenigen Kurven, deren Koordinaten sich als hyperelliptische Functionen eines Parameters darstellen lassen. *Journ. f. Math.* **65**, 269—283, 1866.

- H. Rohn**, Transformation der hyperelliptischen Funktionen  $p = 2$  und ihre Bedeutung für die Kummersche Fläche. Habil.-Schr. Leipzig 1879.
- O. Staude**, Geometrische Deutung des Additionstheorems der hyperelliptischen Integrale und Funktionen 1. O. im System der konfokalen Flächen 2. Grades. Habil.-Schr. Breslau 1883. Math. Ann. **22**, 1—69, 145—176.
- W. Reichardt**, Darstellung der Kummerschen Fläche durch hyperelliptische Funktionen. Diss. Leipzig 1887. Nova Acta Leop. **50**, 375—483.
- A. Ohnesorge**, Hyperelliptische Integrale und Anwendung auf Probleme der Mechanik. Pr. Berlin 1889. 24 S.

## Kapitel 5. Kugelfunktionen und verwandte Funktionen.

§ 1. **Kugelfunktionen.** Probleme der Mechanik gaben zuerst gegen Ende des 18. Jahrhunderts Veranlassung, sich mit den Kugelfunktionen zu beschäftigen. Legendre und Laplace führten sie fast gleichzeitig in die Analysis ein.

- A. M. Legendre**, Sur l'attraction des sphéroïdes homogènes. Mém. math. phys. prés. Ac. sc. Paris **10**, a. 1785, 419 ff.
- P. F. Laplace**, Théorie des attractions des sphéroïdes et de la figure des planètes. Mém. math. phys. prés. Ac. sc. Paris a. 1782, 119 ff. [1785].
- A. M. Legendre**, Exercices de calcul intégral sur divers ordres de transcendentes et sur les quadratures. II. Paris 1817.

Eine Übersicht über die Entwicklung der Theorie findet sich bei:

- A. Wangerin**, Theorie der Kugelfunktionen und der verwandten Funktionen, insbesondere der Laméschen und Besselschen. (Theorie spezieller durch lineare Differentialgleichungen definierter Funktionen.) Encykl. d. math. Wiss. II A **10**, 695—759, Leipzig 1904.

Für die weitere Ausbildung der Kugelfunktionen nennen wir:

- C. G. J. Jacobi**, Über eine besondere Gattung algebraischer Funktionen, die aus der Entwicklung der Funktion  $(1 - 2xz + z^2)^{\frac{1}{2}}$  entstehen. Journ. f. Math. **2**, 223—226, 1827. — Über die Entwicklung des Ausdrucks  $(a^2 - 2\varphi aa' + a'^2)^{\frac{1}{2}}$ . Journ. f. Math. **26**, 81—87, 1843.
- P. G. Lejeune-Dirichlet**, Sur les séries dont le terme général dépend de deux angles, et qui servent à exprimer des fonctions arbitraires entre des limites données. Journ. f. Math. **17**, 35—56, 1837.
- E. Heine**, Theorie der Anziehung eines Ellipsoids. Journ. f. Math. **42**, 70—81, 1851.
- G. Bauer**, Von den Koeffizienten der Reihen von Kugelfunktionen einer Variabeln. Journ. f. Math. **56**, 101—121, 1859.
- P. A. Hansen**, Über die Entwicklung der Größe  $(1 - 2\alpha H + \alpha^2)^{-\frac{1}{2}}$  nach den Potenzen von  $\alpha$ . Abh. Ges. Leipzig **1**, 127—130, 1852.
- F. G. Mehler**, Über die Entwicklung einer Function von beliebig vielen Variabeln nach Laplaceschen Functionen höherer Ordnung. Journ. f. Math. **66**, 161—176, 1866.
- E. Heine**, Handbuch der Kugelfunktionen. Theorie und Anwendungen. Berlin 1861. 382 S. 2. Aufl. I. Bd. Theorie der Kugelfunktionen. 1878. 484 S. II. Bd. Anwendungen der Kugelfunktionen. 1881. 380 S.
- G. Sidler**, Die Theorie der Kugelfunktionen. Bern 1861. 71 S. 4<sup>o</sup>.
- F. Neumann**, Beiträge zur Theorie der Kugelfunktionen. Leipzig 1878. 156 S. 4<sup>o</sup>.
- C. Neumann**, Über die nach Kreis-, Kugel- und Zylinderfunktionen fortschreitenden Entwicklungen, unter durchgängiger Anwendung des Du Bois-Reymondschen Mittelwertsatzes. Leipzig 1881. VIII u. 140.
- F. Neumann**, Vorlesungen über die Theorie des Potentials und der Kugelfunktionen. Hrsg. von C. Neumann. Leipzig 1887.



- P. G. Lejeune-Dirichlet**, Über die im umgekehrten Verhältnis des Quadrats der Entfernung wirkenden Kräfte. Hrsg. von Grube. Leipzig 1876. 2. Aufl. 1887.
- E. Didon**, Études de certaines fonctions analogues aux fonctions  $X_n$  de Legendre. Thèse. Paris 1858.
- N. M. Ferrers**, An elementary treatise on spherical harmonics and subjects connected with them. London 1877. 2<sup>d</sup> ed. 1881.
- J. Frischauf**, Vorlesungen über Kreis- und Kugelfunktionenreihen. Leipzig 1897.
- W. E. Byerly**, Harmonic functions. New York 1906.
- § 2. **Besselsche, Lamésche, Zylinder- und Kegelfunktionen.**
- G. Fourier**, Théorie analytique de la chaleur. 1822. 369 ff.
- D. Poisson**, Sur la distribution de la chaleur dans les corps solides. Journ. Éc. Polyt. cah. 19, 1822. 349 ff.
- F. W. Bessel**, Untersuchung des Teils der planetarischen Störungen, welcher aus der Bewegung der Sonne entsteht. Abh. Ak. Berlin, a. 1824, 1—52 [1826].
- C. G. J. Jacobi**, Formula transformationis integralium definitorum. Journ. f. Math. 14, 1—26, 1836.
- C. Neumann**, Über die Besselschen Funktionen. Ein Analogon zur Theorie der Kugelfunktionen. Leipzig 1867, 72 S.
- E. Lommel**, Studien über die Besselschen Funktionen. Leipzig 1868. 135 S.
- E. Heine**, Die Fourier-Besselsche Funktion. Journ. f. Math. 69, 128—142, 1868.
- H. Hankel**, Die Zylinderfunktionen erster und zweiter Art. Math. Ann. 1, 467—501, 1869.
- G. Lamé**, Mémoire sur les surfaces isothermes dans les corps solides homogènes en équilibre de température. Journ. de math. 2, 147—183, 1837. — Leçons sur les fonctions inverses des transcendentes et les surfaces isothermes. Paris 1857. — Leçons sur la théorie analytique de la chaleur. Paris 1861.
- E. Heine**, Über die Laméschen Funktionen. Journ. f. Math. 56, 79—85, 1859. — Einige Eigenschaften der Laméschen Funktionen. ib. 56, 87—99, 1859. — Die Laméschen Funktionen verschiedener Ordnungen. ib. 60, 252—303, 1862. — Die speziellen Laméschen Funktionen erster Art von beliebiger Ordnung. ib. 62, 110—131, 1863.
- J. W. Strutt, Lord Rayleigh**, Notes on Bessels functions. Phil. Mag. (4) 44, 328—344, 1872.
- A. Gray and G. B. Mathews**, A treatise on Bessels functions and its applications to physics. London 1895. x u. 292.
- J. H. Pratt**, A treatise on attractions, Laplace functions and the figure of the earth. 2<sup>d</sup> ed. Cambridge 1860—61; 3<sup>d</sup> ed. 1865; 4<sup>th</sup> ed. 1871.
- J. Todhunter**, An elementary treatise on Laplace functions, Lamés functions and Bessels functions. London 1875. 348 S.
- J. H. Graf und E. Gubler**, Einleitung in die Theorie der Besselschen Funktionen. I. II. Bern 1898, VI u. 142 S. 1900, VIII u. 156 S.
- E. Meißel**, Tafeln der Besselschen Funktionen  $J_k^0$  und  $J_k^1$  von  $k = 0$  bis  $k = 15,5$ . Abh. Ak. Berlin 1888. 23 S.
- Niels Nielsen**, Handbuch der Theorie der Zylinderfunktionen. Leipzig 1904. XIV u. 408.
- F. G. Mehler**, Über eine mit den Kugel- und Zylinderfunktionen verwandte Funktion und ihre Anwendung in der Theorie der Elektrizitätsverteilung. Pr. Elbing 1870. 30 S. 4<sup>o</sup>.

## Dritter Teil.

### Geometrie.

#### Abschnitt I. Reine, elementare und darstellende Geometrie.

##### Kapitel 1. Grundlagen der Geometrie.

§ 1. **Parallelentheorie.** Die Schriften über die neueren Anschauungen vom Raume, welche mit denen über die Grundlagen der Geometrie verwandt sind, haben wir schon oben Teil II, Abschn. I, § 5 (s. S. 51) angeführt. Die Zweifel an der Beweisbarkeit des XI. Euklidischen Axioms von den Parallelen aus den übrigen Axiomen waren der Anstoß zur Untersuchung der Grundlagen der Geometrie. Schon 1733 schrieb Saccheri seine Schrift: *Euclides ab omni naevo vindicatus*. Über die Geschichte der Theorie der Parallelen belehrt uns:

- P. Stäckel** und **Fr. Engel**, Die Theorie der Parallelinien von Euklid bis auf Gauß. Eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der nichteuklidischen Geometrie. Leipzig 1895. x u. 325. (Hier ist die betreffende Literatur möglichst vollständig zusammengestellt.) Eine Fortsetzung bilden:
- R. Bonola**, *Index operum ad geometriam absolutam spectantium*. J. Bolyai in Memoriam. Festschrift d. Ungar. Univ. zu Klausenburg. Leipzig 1903, S. 81—154. (900 Titel.)
- Fr. Engel** und **P. Stäckel**, Urkunden zur Geschichte der nichteuklidischen Geometrie. 2 Bde. Leipzig. I. Nikolaj Iwanowitsch Lobatschefskij, zwei geometrische Abhandlungen. 1. T. Die Übersetzung. 2. T. Anmerkungen. Lobatschefskijs Leben und Schriften. xvi u. iv u. 476. 1899. II. Wolfgang und Johann Bolyai, geometrische Untersuchungen. (In Vorbereitung.)

Eine kritische Übersicht über Originalarbeiten enthalten mehrere Dissertationen von

- C. J. D. Hill**, *Conatum theoriæ linearum parallelarum stabiliendi præcipuorum brevis recensio*. Lundae (1835—1850). 74 S. 4°.

Von wichtigen Originalarbeiten seien noch genannt:

- A. M. Legendre**, *Réflexions sur différentes manières de démontrer la théorie des parallèles ou le théorème sur la somme des trois angles du triangle*. Mém. Ac. Paris 12, 367—471, 1833.
- C. Flye Sainte-Marie**, *Études analytiques sur la théorie des parallèles*. Paris 1871.
- M. Dehn**, Die Legendreschen Sätze über die Winkelsumme im Dreieck. Leipzig 1900. 38 S.
- J. Houël**, *Essai critique sur les principes fondamentaux de la Géométrie élémentaire, ou Commentaire sur les 32 premières propositions des Éléments d'Euclide*. Paris 2<sup>e</sup> éd. 1883.

- W. Reinecke**, Die Grundlagen der Geometrie nach Kant und neueren Autoren. I. T. Diss. Halle a. S. 1903. 57 S.
- W. Killing**, Einführung in die Grundlagen der Geometrie. Paderborn. I. 1893. x u. 357. II. 1898. vi u. 361.
- B. A. W. Russel**, An essay on the foundations of geometry. Cambridge 1897. 201 S. Frz. von A. Cadenat. Paris 1901. x u. 274.
- O. Hölder**, Anschauung und Denken in der Geometrie. Ak. Antrittsvorlesung. Leipzig 1900. 75 S. 8°.
- J. F. Bonnel**, Les atomes et les hypothèses dans la géométrie. Paris 3<sup>e</sup> éd. 1899. 200 S.
- D. Hilbert**, Grundlagen der Geometrie. Leipzig. 2. Aufl. 1904. vi u. 175. (Einfaches und vollständiges System von Axiomen der Geometrie.) Frz. von L. Laugel. Ann. Éc. Norm. (3) 17, 103—209, und Paris 1900. 114 S. 4°.

## § 2. Nichteuklidische Geometrie.

- Joannes Bolyai de Bolya**, Appendix scientiam spatii absolute veram exhibens, a veritate aut falsitate axiomatis XI. Euclidei, a priori haud unquam decidenda, independentem, adjecta ad casum falsitatis quadratura circuli geometrica. Ed. nova. Leipzig 1903. 40 S.
- J. Bolyai**, La science absolue de l'espace, indépendante de la vérité ou de la fausseté de l'axiome XI d'Euclide (que l'on ne pourra jamais établir, a priori). Suivi de la quadrature géométrique du cercle dans le cas de la fausseté de l'axiome XI. Trad. par J. Hoüel. 2<sup>e</sup> tir. Paris 1895.
- Wolfgang Bolyai de Bolya**, Tentamen juventutem studiosam in elementa mathematicae purae elementaris ac sublimioris methodo intuitiva evidentialiaque huic propria introducendi, cum appendice triplici. Ed. sec. I. Conspectus arithmeticae generalis. Leipzig 1897. XII u. 679.
- A. Karagiannides**, Die nichteuklidische Geometrie vom Altertum bis zur Gegenwart. Berlin 1893. 44 S.
- R. Bonola**, Sulla teoria delle parallele e sulla geometria non-euclidea. Bologna 1900. 80 S. 8°.
- R. Bonola**, La geometria non-euclidea. Esposizione storico-critica del suo sviluppo. Bologna 1906. vi u. 213. Deutsch von Liebmann. Leipzig 1908.
- R. Bonola**, Bibliografia sui fondamenti della geometria in relazione alla geometria non-euclidea. Boll. bibl. sc. mat. 3, 2—3, 33—60, 70—73, 1900; 5, 33—41, 65—71, 1902.
- N. J. Lobatschewsky**, Sur les principes de la Géométrie. Courier de Kazan 1828 et 1829. Nouveaux principes de Géométrie avec une théorie complète des parallèles. Mém. Univ. Kazan 1835 ch. 1, 1836 ch. 2 et 3, 1837, ch. 1, 1838, ch. 1. 470 S. (Russisch). — Géométrie imaginaire. J. f. Math. 17, 295—320, 1837.
- N. J. Lobatschewsky**, Pangéométrie (Kazan 1856). Übers. u. hrsg. von H. Liebmann. Ostw. Kl. 150. Leipzig 1903. 95 S. 12°.
- N. J. Lobatschewsky**, Pangéométrie ou précis de géométrie fondée sur la théorie générale et rigoureuse des parallèles (1835). Réimpression fac-similé. S. 279—340. Paris 1905.
- Lobatschewskijs** imaginäre Geometrie und Anwendung der imaginären Geometrie auf einige Integrale. A. d. Russ. von H. Liebmann. Abh. z. Gesch. d. Math. Heft 19. 1904. 192 S. u. Leipzig 1904. xi u. 188.
- E. Beltrami**, Saggio di interpretazione della geometria non-euclidea. Giorn. di mat. 6, 285—315, 1868. — Interprétation de la géométrie non-euclidienne. Trad. par J. Hoüel Ann. Éc. Norm. 6, 251—288. Paris 1868.
- H. Liebmann**, Nichteuklidische Geometrie. Leipzig 1905. Sammlung Schubert. VIII u. 248.
- J. Frischauf**, Absolute Geometrie nach Johann Bolyai bearbeitet. Leipzig 1872. XII u. 96.
- J. Hoüel**, Essai critique sur les fondements de la Géométrie. Paris 1867. 96 S. Mém. Soc. Bordeaux. 1872.

- J. Frischauf**, Elemente der absoluten Geometrie. Leipzig 1876. xi u. 142.
- F. Klein**, Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen. Pr. Erlangen 1872. 48 S. u. Math. Ann. **43**, 63—100, 1900. Ital. von G. Fano, Ann. di mat. (2) **17**, 301—343, 1899.
- F. Klein**, Nichteuklidische Geometrie. Autographierte Vorlesungshefte. Leipzig. I, 1889/90. 364 S. II, 1890. 238 S.
- W. Killing**, Die nichteuklidischen Raumformen in analytischer Behandlung. Leipzig 1885. xi u. 264.
- R. Beez**, Über euklidische und nichteuklidische Geometrie. Pr. Plauen 1888.
- G. Fano**, Lezioni di geometria non-euclidea. Roma 1898.
- É. Gérard**, Sur la géométrie non-euclidienne. Thèse. Paris 1892.
- J. H. Poincaré**, Les géométries non-euclidiennes. Paris 1891.
- P. Mansion**, Premières principes de métageométrie ou géométrie générale. Mathesis (2) **6**, Suppl. IV. 47 S. = Revue néoscolastique **3**, 143—170, 242—259. Louvain 1896.
- P. Mansion**, Mélanges de géométrie euclidienne et non-euclidienne. Bruxelles 1898. 24 u. 14 S. 8°.
- P. Barbarin**, Géométrie non-euclidienne. Paris 2° éd. 1907. 80 S.
- K. Th. Vahlen**, Abstrakte Geometrie. Untersuchungen über die Grundlagen der euklidischen und nichteuklidischen Geometrie. Leipzig 1905. xii u. 302.
- L. Schlesinger**, Vorlesungen über absolute (nichteuklidische) Geometrie. Leipzig. (In Vorbereitung.)

Die Schriften über mehr-dimensionale Geometrie bringen wir in einem Kapitel der analytischen Geometrie, ebenso die Untersuchungen über Analysis situs und Topologie sowie über Ausdehnungslehre.

## Kapitel 2. Elementare Planimetrie.

§ 1. **Geschichte der elementaren Planimetrie.** Indem wir auf die oben (1. Teil, Abschn. I, S. 1—6) angeführten größeren Geschichtswerke, welche auch die Entwicklung der ebenen Planimetrie enthalten, verweisen, führen wir hier einige spezielle, die Geschichte der Planimetrie behandelnde Schriften an.

- Mich. Chasles**, Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie. Paris 1837; 3° éd. 1889. (2) u. 851 S. — Deutsch: Geschichte der Geometrie, von Sohncke. Halle 1839. (Betrifft nur zum Teil Elementargeometrisches).
- R. Klimpert**, Geschichte der Geometrie, für Freunde der Mathematik gemeinverständlich dargestellt. Stuttgart 1888. 160 S. 8°. — Ital. Storia della geometria ad uso dei dilettanti di matematica e degli alunni delle scuole secondarie. Traduz. con note ed appunti di P. Fantasin. Bari 1901. 324 u. 10 S.
- Em. Weyr**, Über die Geometrie der alten Ägypter. Wien 1884. 35 S.
- C. A. Bretschneider**, Die Geometrie und die Geometer vor Euklides. Ein historischer Versuch. Leipzig 1870. iv u. 184.
- G. J. Allman**, Greek geometry from Thales to Euclid. Dublin 1889. 237 S. gr. 8°.
- M. Cantor**, Euklid und sein Jahrhundert. Mathematisch-historische Skizze. Leipzig 1867. 72 S. Ital. von G. B. Biadego, Bull. bibl. stor. **5**, 1—64. Note ib. 65—74, 1873.
- M. Cantor**, Die römischen Agrimensoren und ihre Stellung in der Geschichte der Feldmeßkunst. Leipzig 1875. 237 S.
- R. Rothlauf**, Die Mathematik zu Platons Zeiten und seine Beziehungen zu ihr. Diss. Jena 1878.
- J. L. Heiberg**, Philologische Studien zu griechischen Mathematikern. Leipzig. I. II. 1886, 44 S., III. 1881, 28 S., IV. 1884, 35 S. — Literargeschichtliche

Studien über Euklid. Leipzig 1882. iv u. 224. — Mathematisches zu Aristoteles. Abh. z. Gesch. d. math. Wiss. 18, 1904, II u. 196.

**P. Tannery**, La géométrie grecque. Comment son histoire nous est parvenu et ce que nous en savons. I. P. (seule). Histoire générale de la géométrie élémentaire. Paris 1887. 187 S. Eine Sammlung von Aufsätzen aus Darboux Bull. bibl.

**J. Gow**, A short history of Greek mathematics. Cambridge 1884. 323 S.

**Gino Loria**, Le scienze esatte nell' antica Grecia. Modena. L. I. I geometri greci precursori di Euclide. 1893. 168 S. L. II. Il periodo aureo della geometria greca. 1895. 236 S.

**Gino Loria**, Il passato ed il presente delle principali teorie geometriche. Torino 1888. 2<sup>a</sup> ed. 1896. xx u. 346. Deutsch: Die hauptsächlichsten Theorien der Geometrie in ihrer früheren und heutigen Entwicklung. Von Fritz Schütte. Leipzig 1888. 132 S.

Die Geschichte einzelner Probleme siehe in Kap. 4 (Spezielles).

§ 2. **Zur Methodik der elementaren Planimetrie.** Die größeren Werke über mathematische Methodenlehre fanden Aufnahme in dem I. Teile, Abschn. II (S. 53 ff.). Es erübrigt, einige Schriften über die Methoden der elementaren Geometrie hier nachzutragen.

**G. S. Ohm**, Grundlinien zu einer zweckmäßigen Behandlung der Geometrie als höheren Bildungsmittels. Erlangen 1818.

**G. Lamé**, Examen des différentes méthodes employées pour résoudre les problèmes de géométrie. Paris 1818. Réimpr. facs. 1903. xii u. 124. 8<sup>o</sup>.

**L. N. Carnot**, De la corrélation des figures de géométrie. Paris 1801. 2<sup>d</sup> éd. 1806.

**Rob. Kosack**, Beiträge zu einer systematischen Entwicklung der Geometrie aus der Anschauung. Pr. Nordhausen 1852.

**L. Glaser**, Ein Beitrag zur Methodik des geometrischen Unterrichts. Worms 1861.

**J. Parthe**, Zur Methodik des Unterrichts in der geometrischen Anschauungslehre. Pr. Brünn 1874.

**H. Börner**, Geometrische Propädeutik. Pr. Ruhrort 1876.

**G. Veronese**, Dei principali metodi in geometria. Verona e Padova 1882.

**O. Strack**, Die Propädeutik der Geometrie. Karlsruhe 1883.

**C. W. Baur**, Die heuristische Methode und Reform der euclidischen Elementargeometrie. Tübingen 1884.

**K. Kraus**, Methodik des Unterrichts in der Geometrie und im geometrischen Zeichnen. Wien 1895. 212 S.

**D. E. Smith**, The teaching of elementary mathematics. New York 1900. xv u. 312.

**G. Bellavitis**, Considerazioni sulla geometria pura. Mem. Ist. Ven. 17, 189—253, 1893.

§ 3. **Ältere und neuere Lehrbücher der Planimetrie.** Bereits im ersten Teile, Abschnitt III (S. 12) sind unter den Ausgaben der mathematischen Klassiker auch die Elemente Euklids genannt. Wir fügen hier einige hinzu. Die erste Ausgabe in griechischer Sprache ist: *Εὐκλείδου στοιχείων βιβλ. ιε*. Euclidis elementorum geometricorum libri XV, cum Commentario Procli in primum librum, graece ed. Simon Grynaeus. Basileae 1533 fol.

Viele Auflagen erlebte:

Euclidis Elementorum libri XV, accessit XVI. de solidorum regularium comparatione, omnes perspicuis demonstrationibus accuratisque scholiis illustrati auctore Christophoro Clavio. Romae 2 v. 1574. I 2 u. 321. II 2 u. 100 S.

Eine neuere griechische Ausgabe, die vor der Heibergschen (s. S. 12) erschienen ist, verdient genannt zu werden:

**Euclidis** *Elementa ex optimis libris in usum tironum graece edita* ab E. F. August. 2 Prts. Berolini 1826, 1839.

Von den überaus zahlreichen englischen Ausgaben sei genannt:

**Euclid**, *The elements. With notes and appendix and exercises* by J. Todhunter. New revised and enlarged edition, by S. L. Loney. London 1899. viii u. 332 u. 132 S. 12°.

Auch eine italienische:

**E. Betti** e **F. Brioschi**, *Gli elementi di Euclide. Con note, aggiunte ed esercizi ad uso dei ginnasi e de' licei.* 32<sup>a</sup> ristampa. Firenze 1898. viii u. 60. 16°.

Eine vollständige Bibliographie Euklids ist:

**P. Riccardi**, *Saggio di una bibliografia Euclidea.* Mem. Acc. Ist. Bologna. (4) 8, 1887, 399—523; (4) 9, 1888, 319—343; (5) 1, 1890, 25—84; (5) 3, 1893, 637—694.

Bibliographisches enthält auch:

**M. Simon**, *Euklid und die sechs planimetrischen Bücher.* Mit Benutzung der Textausgabe von Heiberg. Abh. z. Gesch. d. math. Wiss. Heft XI. Leipzig 1901. vii u. 141 S.

Zur Erläuterung der 6 ersten Bücher der Elemente dienen:

**Ch. F. Pfeleiderer**, *Akademische Schriften* Heft 1—5. Scholien zum 1.—6. Buch der Elemente. Stuttgart 1826—27.

Von älteren, historisch wichtigen Lehrbüchern der elementaren Geometrie seien nur folgende angeführt:

**P. Ramus**, *Arithmeticae libri duo, geometriae septem et viginti.* Basil. 1569. Geometria. Paris 1577. Auch Hannover 1604. Ins Holländische übers. von D. H. Houtman, mit Kommentar von W. Snellius. Amsterdam 1622.

**Andr. Tacquet**, *Elementa geometriae planae et solidae. Quibus accedunt selecta ex Archimede theoremata.* Antwerp. 1654.

**Al. Cl. Clairaut**, *Éléments de géométrie.* Paris 1741. Dtsch. von J. Reimer Hamburg 1790.

**de La Chapelle**, *Institutions de géométrie.* Paris 1746. 4<sup>e</sup> éd. 1765. (Ein sehr beliebtes Lehrbuch.)

**Th. Simpson**, *The elements of geometry, with their application to the construction of geometrical problems.* London 1747. 2<sup>d</sup> ed. 1760. 5<sup>th</sup> ed. 1800.

**Abel Bürja**, *Der selbstlehrende Geometer, oder deutliche Anweisung zur Meßkunst, worin sowohl des Euklids Geometrie als auch die geradlinige und sphärische Trigonometrie, nebst einer Anweisung zum Nivellieren und Landmessen enthalten ist.* 2 T. Berlin 1787; auch 1802, 1823—24. (Ein beliebtes Lehrbuch.)

**J. H. van Swinden**, *Grondbeginsels der Meetkunde.* Amsterd. 1790. 586 S. 2. Aufl. 1816. Deutsch: *Anfangsgründe der Meßkunde*, von C. F. A. Jacobi. Jena 1834.

**Adr. M. Legendre**, *Éléments de géométrie et de trigonométrie.* Paris 1794. 29<sup>e</sup> éd. par Blanc 1889. Deutsch: *Die Elemente der Geometrie und der ebenen und sphärischen Trigonometrie*, von A. L. Crelle. Berlin 1822; 4. Ausg. 1844. (Ein vorzügliches, sehr verbreitetes Lehrbuch, das auch mehrfach ins Englische, Italienische, Schwedische, Spanische übersetzt wurde.)

**Sylv. Fr. Lacroix**, *Éléments de géométrie.* Paris 1794. 25<sup>e</sup> éd. p. Prouhet 1897. Dtsch. von Ideler. Berlin 1826.

**A. L. Crelle**, *Lehrbuch der Elemente der Geometrie, Goniometrie, ebenen und sphärischen Trigonometrie, vorzüglich zum Selbstunterricht.* 2 Bde. Berlin 1825—1826.

**C. L. A. Kunze**, *Lehrbuch der Geometrie. I. Planimetrie.* Jena 1842. 2. Aufl. 1851.

Ausgezeichnet durch Berücksichtigung des historischen Elementes sind die Lehrbücher von

- F. Kruse**, Elemente der Geometrie. I (einz.) Geometrie der Ebene. Berlin 1875. XII u. 320.  
**R. Baltzer**, Die Elemente der Mathematik. II. Planimetrie, Stereometrie, Trigonometrie. Leipzig. 6. Aufl. 1883. 387 S. Italienisch: Elementi di matematica. Trad. da L. Cremona. 5<sup>a</sup> ed. Genova 1900.  
**E. Rouché et Ch. de Comberousse**, Traité de géométrie. 7<sup>e</sup> éd. par E. Rouché. P. I. Géométrie plane. P. II. Géométrie dans l'espace; courbes et surfaces usuelles. Paris 1900. LVI u. 1116 S. 8°.

Die neueren Lehrbücher der elementaren Geometrie begannen vor ungefähr drei Jahrzehnten dem kritischen Zuge Rechnung zu tragen, der die Entwicklung der Mathematik im 19. Jahrhundert überhaupt kennzeichnet. Die besseren Lehrbücher, ältere in ihren neueren Auflagen, berücksichtigen die neueren Untersuchungen über die Grundlagen der Geometrie. Ein Verzeichnis dieser Lehrbücher würde ganze Bände füllen; für die Zwecke unsres „Führers durch die mathematische Literatur“ genügt es, einige der beliebtesten und bekanntesten Lehrbücher der Elementargeometrie hier zu nennen.

- J. K. Becker**, Die Elemente der Geometrie auf neuer Grundlage streng deductiv dargestellt. Berlin 1877.  
**J. Frischauf**, Elemente der Geometrie. Leipzig 1877. 164 S.  
**O. Rausenberger**, Die Elementargeometrie des Punktes, der Geraden und der Ebene, systematisch und kritisch behandelt. Leipzig 1887. VI u. 236.  
**O. Schlömilch**, Grundzüge einer wissenschaftlichen Darstellung einer Geometrie des Maßes. Ein Lehrbuch. Leipzig. I. T. 1. Heft. Planimetrie. 7. Aufl. 1888. VI u. 163.  
**Hubert Müller**, Die Elemente der Planimetrie. Ein Beitrag zur Methodik des geometrischen Unterrichts. Metz. 7. Aufl. 1899. IV u. 84.  
**Hubert Müller**, Leitfaden der ebenen Geometrie, mit Benutzung neuerer Anschauungsweisen für die Schule. Leipzig. I. T. Heft 1. Die geradlinigen Figuren und der Kreis. Mit Übungen. 3. Aufl. 1889. VIII u. 69 u. 49 S. Heft 2. Anhang: Erweiterungen zu T. I und Einleitung in die neuere Geometrie. Mit Übungen. 2. Aufl. 1878. 36 u. 34 S. II. T. Die Kegelschnitte und die Elemente der neueren Geometrie. 1875. IV u. 111 S.  
**H. Lieber** und **F. v. Lühmann**, Leitfaden der Elementar-Mathematik. 3 Teile. Neu bearb. von C. Müsebeck. Berlin 1902. VII u. 155, VIII u. 194, VII u. 180 S.  
**J. Henrici** und **P. Treutlein**, Lehrbuch der Elementar-Geometrie. 3 T. Leipzig. I, 3. Aufl. 1897, VIII u. 144. II, 2. Aufl. 1896, IX u. 248. III, 2. Aufl. 1901, XII u. 192 S.  
**F. G. Mehler**, Hauptsätze der Elementar-Mathematik. Mit einem Vorwort von Schellbach. 21. Aufl. Berlin 1898. X u. 266. 22. Aufl. 1908.  
**M. Focke** und **M. Kraß**, Lehrbuch der Geometrie. I. T. Planimetrie. Münster 11. Aufl. 1894. VIII u. 155.  
**B. Féaux**, Lehrbuch der ebenen Planimetrie. Paderborn. 9. Aufl. von Fr. Busch. 1904. VIII u. 216.  
**G. Holzmüller**, Methodisches Lehrbuch der Elementar-Mathematik. 3 Teile. Leipzig. I, 4. Aufl. 1904. XII u. 319. II, 2. Aufl. 1897. VII u. 291. III, 2. Aufl. 1903, XIV u. 370.  
**Koppes** Geometrie zum Gebrauche an höheren Unterrichtsanstalten. I. Planimetrie. Essen. Ausg. für Gymnasien. 19. Aufl. von J. Diekmann. 1902. Ausg. f. Realanstalten. I, 21. Aufl. 248 S.; II, 19. Aufl. 1904, IV u. 270 S. 7. Aufl. d. neuen Bearbeitung; von K. Knops. 1906.  
**F. J. Brockmann**, Lehrbuch der elementaren Geometrie. Leipzig. 2 T. I. Die Planimetrie. 3. Aufl. 1887, IX u. 201 S.

- F. Haller von Hallerstein**, Lehrbuch der Elementar-Mathematik. 11. Aufl. von B. Hülsen. II. T. Geometrie. Berlin 1906. VIII u. 552 S. gr. 8°. I. Die ebene Geometrie oder Planimetrie (1—212). II. Die ebene Trigonometrie (213—300), III. Die körperliche Geometrie oder Stereometrie (301—403), IV. Die sphärische Trigonometrie (404—456), V. Die Grundlehren der analytischen Geometrie (457—552).
- T. L. Wittstein**, Planimetrie. 15. Aufl. Hannover 1891. VII u. 211.
- Heinr. Müller**, Die Elementar-Planimetrie. Leipzig 1891. VIII u. 188 S. Neue Aufl. 1904.
- J. Menger**, Grundlehren der Geometrie. Ein Leitfaden für den Unterricht in der Geometrie und im geometrischen Zeichnen an Realschulen. Mit vielen Konstruktions- und Rechnungsaufgaben. Wien. 7. Aufl. 1904. IV u. 127.
- F. Hočevar**, Lehrbuch der Geometrie nebst einer Sammlung von Übungsaufgaben für Obergymnasien. Wien. 5. Aufl. 1904. IV u. 298.
- F. Hočevar**, Lehr- und Übungsbuch der Geometrie für Untergymnasien. Wien. 6. Aufl. 1902. II u. 122.
- H. Fenkner**, Lehrbuch der Geometrie. I. T. Ebene Geometrie. Berlin. 4. Aufl. 1903. VIII u. 224.
- H. Andoyer**, Cours de géométrie Préc. d'une préface de J. Tannery. Paris 1894. XI u. 487.
- Ch. de Comberousse**, Cours de Mathématiques. T. II. Géométrie élémentaire, plane et dans l'espace, trigonométrie rectiligne et sphérique. Paris 4<sup>e</sup> éd. 1904.
- E. Rouché et Ch. de Comberousse**, Éléments de géométrie. 7<sup>e</sup> éd. Paris 1904. XLI u. 652 S.
- E. Lebon**, Géométrie élémentaire, comprenant la géométrie plane et la géométrie dans l'espace. Paris 1900. 461 S. 16°.
- F. J. (Brunhes)**, Éléments de géométrie, comprenant les notions sur les courbes usuelles, un complément sur le déplacement des figures et de nombreux exercices. Paris 11<sup>e</sup> éd. 1902. XII u. 525. 16°.
- P. Simon**, Traité de géométrie élémentaire. Paris. I. 1903. II. 1904. 452 S. 8°.
- J. Hadamard**, Leçons de géométrie élémentaire. I. Géométrie plane. 2<sup>e</sup> éd. Paris 1906. XVI u. 309.
- C. Vacquant et A. Macé de Lépinay**, Cours de géométrie élémentaire. Paris 7<sup>e</sup> éd. 1904. 919 S.
- A. Grévy**, Éléments de géométrie. (Cl. 4<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> A.) 5<sup>e</sup> éd. Paris 1904. 172 S. 16°. (Cl. 2<sup>d</sup> et 1<sup>e</sup> A et B) ib. 136 S. 16°. (Cl. 2<sup>d</sup> et 1<sup>e</sup> D) 3<sup>e</sup> éd. 1904. 120 S. 16°.
- L. Carton**, Éléments de géométrie. Paris 6<sup>e</sup> éd. 1904. 316 S.
- Eysséric et Pascal**, Éléments de géométrie et notions sur les courbes usuelles. Paris 23<sup>e</sup> éd. 1904. 526 S.
- G. Veronese**, Elementi di geometria. Con la collabor. di P. Gazzaniga. 3<sup>a</sup> ed. Verona-Padova 1904. I, xxiv u. 124; II, iv u. 220.
- G. M. Testi**, Elementi di geometria ad uso delle scuole tecniche. 5<sup>a</sup> ed. Livorno 1901. VII u. 205 S. 16°.
- A. Faifofer**, Trattato di geometria intuitiva, ad uso delle scuole tecniche e normali. 31<sup>a</sup> ed. Venezia 1899. 165 S. 16°. Frz. von F. Talanti. Paris 1903. 584 S. 16°.
- S. Pincherle**, Geometria pura elementare. Milano 6<sup>a</sup> ed. 1903. VI u. 175. Man. Höpli.
- G. Riboni**, Elementi di geometria, corr. da una raccolta di circa mille esercizi per cura di D. Gambioli. 5<sup>a</sup> ed. Bologna. 1903. VIII u. 505. 16°.
- G. Lazzari e A. Bassani**, Elementi di geometria. 2<sup>a</sup> ed. Livorno 1898. XVI u. 380.
- A. Sanna ed E. d'Ovidio**, Elementi di geometria. I. ad uso dei ginnasi. 12<sup>a</sup> ed. Napoli 1906. VI u. 200.
- G. Scotti**, Elementi di geometria intuitiva. Torino 4<sup>a</sup> ed. 1904. 139 S.
- F. Enriques e U. Amaldi**, Elementi di geometria ad uso delle scuole secondarie superiori. Bologna 2<sup>a</sup> ed. 1904. 567 S. 16°.



- Ortega y Sala**, Geometria. Con ejercicios. Madrid 10. ed. 1903. I, xxiii u. 695. II, 283 S.
- Th. F. Holgate**, Elementary geometry, plane and solid, for use in high-schools and academies. New York, London 1901, xi u. 440.
- C. H. Alcock**, Theoretical geometry for beginners. I, II. London 1903. ix u. 135, viii u. 123.
- S. Barnard and J. M. Child**, A new geometry for schools. London 1903. xxvi u. 514.
- C. Godfrey and A. W. Siddons**, Elementary geometry: Practical and theoretical. Cambridge 1903. xi u. 355.
- H. S. Hall and F. H. Stevens**, A school geometry. London 1904. xiv u. 442 u. xii.
- R. Lachlan and W. C. Fletscher**, The elements of geometry. London 1903. xii u. 207.
- B. Niewengłowski et L. Gerard**, Cours de géométrie élémentaire. Paris 1903. I. Géométrie plane. xvi u. 163. II. Géométrie dans l'espace. 122 S.
- Rawdon Roberts**, A new geometry for beginners; theoretical and practical. London 1903. 87 S.
- A. T. Warren**, Experimental and theoretical course of geometry. Oxford 1903. viii u. 248.
- B. Niewengłowski et L. Gerard**, Leçons de géométrie élémentaire. Paris 1907. I. Géométrie plane. xx u. 251. II. Géométrie dans l'espace. 263 S.
- Für den propädeutischen Unterricht in der Geometrie und das geometrische Zeichnen sind folgende Schriften zu nennen:
- F. v. Močnik**, Geometrische Anschauungslehre für Untergymnasien. Bearb. von J. Spielmann. I. Abt. 26. Aufl. Wien-Prag 1901. 76 S.
- F. v. Močnik**, Geometrische Formenlehre und Anfangsgründe der Geometrie für Realschulen. Bearb. von J. Spielmann. 18. Aufl. Wien 1900. iv u. 158.
- G. Zizmann**, Geometrische Formenlehre. Jena. 2. Aufl. 1869.
- H. Müller**, Über den ersten planimetrischen Unterricht. 2 Pr. Charlottenburg 1889 u. 1890.
- G. Holzmüller**, Vorbereitende Einführung in die Raumlehre. Für den Anfangsunterricht. Leipzig 1904. x u. 123.
- G. Müller**, Zeichnende Geometrie. Stuttgart. 6. Aufl. 1900. xii u. 172.
- O. Meyer**, Der geometrische Zeichenunterricht in Quinta. Pr. Schwetz. vi u. 8. 1885.
- H. Börner**, Geometrischer Anschauungs- und Zeichenunterricht für die Quinta höherer Lehranstalten. Pr. Elberfeld 1887. 31 S.
- J. H. Kronauer**, Die Anfangsgründe des geometrischen Zeichnens. Zürich. 2. Aufl. 1846.
- C. W. Scharpf**, Die geometrische Formenlehre in Verbindung mit dem geometrischen Zeichnen. Ulm. 3. Aufl. 1852.
- C. F. Hertter**, Zeichnende Geometrie. Für die planimetrische Repetition mit besonderer Berücksichtigung des geometrischen Zeichnens. Stuttgart 1882.

§ 4. **Aufgaben und Übungen aus der Planimetrie. Geometrographie.** Ein großer Teil der im vorigen Kapitel genannten Lehrbücher enthält neben der Theorie auch Übungen und Aufgaben. Im folgenden sollen noch einige spezielle Aufgabensammlungen aus der Planimetrie erwähnt werden.

- Mth. Stewart**, Propositiones geometricae more veterum demonstratae ad geometriam antiquam illustrandam et promovendam idoneae. Edinb., London 1763.
- J. H. van Swinden**, Theoremata geometrica. Accedunt problematum geometricorum libri quinque. Amstolod 1786. 14 Bog. 8°.
- Meyer Hirsch**, Sammlung geometrischer Aufgaben. 2 Teile. Berlin 1805 u. 1807.

- G. Lamé**, Examen des différentes méthodes employées pour résoudre les problèmes de géométrie. Paris 1818. Neue Ausg. 1904.
- W. A. Diesterweg**, Geometrische Aufgaben nach der Methode der Griechen. I. Berlin 1825. II. Elberfeld 1828.
- W. A. Diesterweg**, Zur geometrischen Analysis. Vorwort, Lehrsätze und Aufgaben. Bonn 1834.
- H. Graßmann**, Geometrische Analyse. Stettin 1847.
- C. Adams**, Geometrische Aufgaben mit besonderer Rücksicht auf geometrische Konstruktion. 2 T. Winterthur 1847 u. 1849.
- F. Luke**, Geometrische Aufgaben nach der Methode der Alten. I. T. Planimetrische Aufgaben. Thorn 1845.
- L. Wöckel**, Die Geometrie der Alten in einer Sammlung von 848 Aufgaben mit einer neuen, die Selbsttätigkeit des Schülers sowohl, als die Erinnerung an das früher Gelernte stets in Anspruch nehmenden Art der Auflösung und mit Beweisen. 3. Aufl. Nürnberg 1853.
- J. Petersen**, Methoden und Theorien zur Auflösung geometrischer Konstruktionsaufgaben. Übers. von A. v. Fischer-Benzon. Kopenhagen 1879. 106 S. Frz. von O. Chemin. Paris 3<sup>e</sup> éd. 1901.
- F. J. Brockmann**, Materialien zur Dreieckskonstruktionen nebst Anwendung auf fast vierhundert Aufgaben. 2. Aufl. Leipzig 1888. vi u. 88 S.
- F. J. Brockmann**, Planimetrische Konstruktionsaufgaben. Eine Vorschule zu d. Verf. Materialien. Enthaltend 501 Aufgaben nebst deren Lösungen. Leipzig 1889. vi u. 103.
- F. J. Brockmann**, Versuch einer Methodik zur Lösung planimetrischer Konstruktionsaufgaben. Mit zahlreichen Beispielen. Leipzig 1889. vi u. 111.
- A. Luke**, Sammlung planimetrischer Aufgaben über das Dreieck. 2 T. Halle 1881.
- G. de Longchamps**, Essai sur la géométrie de la règle et de l'équerre. Paris 1890.
- H. Lieber und Fr. v. Lühmann**, Geometrische Konstruktionsaufgaben. Berlin, 11. Aufl., 1898.
- W. Adam**, Geometrische Analysis und Synthesis. Potsdam. 2. Aufl. 1893.
- A. Hoffmann**, Sammlung planimetrischer Aufgaben. Paderborn. 5. Aufl. 1895.
- C. A. Laisant**, Recueil de problèmes de mathématiques. Géométrie et géométrie descriptive, à l'usage des classes de mathématiques élémentaires. Paris 1893. x u. 206. (Planimétrie Nr. 1—686, Stéréométrie 687—802, Géométrie descriptive 803—813, Théorie élém. des sections coniques 649 bis 686.)
- E. F. Borth**, Die geometrischen Konstruktionsaufgaben, für den Schulgebrauch methodisch geordnet und mit Anleitung zum Auflösen derselben versehen. Leipzig 13. Aufl. 1904. xii u. 167.
- J. Gherzi**, Metodi facili per risolvere i problemi di geometria elementare. Milano. Manuelli Höpli 1899. xi u. 190 u. 64. 12<sup>o</sup>.
- E. R. Müller**, Lehrbuch der planimetrischen Konstruktionsaufgaben, gelöst durch geometrische Analysis. Stuttgart. I, 1890, xii u. 235; II, 1891, vi u. 160; III, 1893, v u. 86; IV, 1894, viii u. 68.
- K. Fuß**, Sammlung von Konstruktions- und Rechenaufgaben aus der Planimetrie und Stereometrie. Nürnberg. 3. Aufl. 1902. viii u. 252.
- B. Gambioli**, Raccolta di esercizi di geometria. Milano 1894.
- P. Simon**, Guide méthodique de résolution des problèmes en géométrie élémentaire. Paris 2<sup>e</sup> éd. 1902. 272 S. 12<sup>o</sup>.
- K. Schwering**, 100 Aufgaben aus der niederen Geometrie, nebst vollständigen Lösungen. Freiburg 2. Aufl. 1899. xi u. 168.
- G. Lemaire**, Méthodes de résolution et de discussion des problèmes de géométrie. Paris 1904. 227 S.
- W. D. Egger**, Practical exercises in geometry. London 1903. xii u. 287. 12<sup>o</sup>.
- A. B. Morgan**, Exercises in theoretical and practical geometry. London 1903. 96 S.

**J. Alexandroff**, Problèmes de géométrie élémentaire groupés d'après les méthodes à employer pour leur résolution. Traduits du Russe sur la 6<sup>e</sup> éd. p. D. Aitoff. Paris 1898. xi u. 154.

Die Kunst, Konstruktionen der Elementargeometrie mit möglichster Einfachheit und Genauigkeit auszuführen, wird nach E. Lemoine „Géométrie“ genannt, eine Auffassung, der es nicht an Kritik und an Einwendungen gefehlt hat. Die größte Einfachheit wird bestimmt durch die kleinste Zahl von sogenannten elementaren Zeichenoperationen.

**E. Lemoine**, De la mesure de la simplicité dans les constructions géométriques. Mathesis 8, 217—222, 241—244, 1888.

**E. Lemoine**, La géométrie ou l'art des constructions géométriques. C. R. Assoc. Fr. 21, 36—100, 1892 u. Paris 1902, 87 S. — Géométrie dans l'espace ou stéréométrie. C. R. AB. Fr. 29, 60—71, 1901.

**E. Lemoine**, Eléments de la géométrie. Paris 1893, 87 S.

**E. Lemoine**, La géométrie ou la simplicité réelle des constructions géométriques. In Memoriam N. J. Lobatschewskii. Kazan Ges. (2) 6, 98—133. 1907.

**J. Reusch**, Planimetrische Konstruktionen in geometrischer Ausführung Leipzig 1904. xiii u. 84.

### § 5. Historisch berühmte Aufgaben und Konstruktionen.

**J. E. Montucla**, Histoire des recherches sur la quadrature du cercle avec une addition concernant les problèmes de la duplication du cube et la trisection de l'angle. Paris 1754. N. ed. par S. L. Lacroix. Paris 1831. 352 S.

**N. Th. Reimer**, Historia problematis de cubi duplicatione sive de inveniendis duabus mediis continue proportionalibus inter duas datas. Götting. 1798. xvi u. 222. 8<sup>o</sup>.

**F. Rudio**, Geschichte des Problems von der Quadratur des Zirkels von den ältesten Zeiten bis auf unsere Tage. Mit vier Abhandlungen (in deutscher Übersetzung) über die Kreismessung von Archimedes, Huygens, Lambert, Legendre. Leipzig 1892. viii u. 166.

**B. Carrara**, I tre problemi classici degli antichi in relazione ai recenti risultati della scienza. Riv. di fis. Pavia 3, 1901, 407—417; 4, 1901, 36—54, 115—118, 208—220, 304—318.

**A. Sturm**, Das Delische Problem. 3 Pr. Linz 1895, 1896, 1897. Zus. 140 S.

**E. Wölffing**, Bibliographische Notiz über die 3- und  $n$ -Teilung des Winkels. Mitt. Math. Ver. Stuttgart (2) 2, 1900, 21—27.

**Bahr**, Die Mathematiker des Altertums und die Quadratur des Kreises. Pr. Wien 1866.

**H. Schubert**, Die Quadratur des Zirkels in berufenen und ungerufenen Köpfen. Eine kulturgeschichtliche Studie. Hamburg 1888. 40 S. 8<sup>o</sup>.

**A. Aubry**, Noticia histórica sobre la cuadratura del círculo. Progreso mat. (2) 2, 273—305, 1900. (Bibl. d. Quadraturen und Rektifikationen des Kreises.)

**W. Göring**, Die Auffindung der rein geometrischen Quadratur des Kreises und die Teilung jedes beliebigen Winkels und Kreises in eine beliebige Anzahl gleicher Teile. Dresden 1899. 13 S. (Annähernd durch fortgesetztes Winkelhalbieren, wie es schon 1763 bei Euler sich findet.)

**A. Kochansky**, Observationes cyclometricae ad facilitandam Praxin accommodatae. Acta Erud. 1685, 394—398. (Eine angenäherte Konstruktion von  $\pi$ .)

Eine reichhaltige Zusammenstellung solcher Konstruktionen gibt:

**G. Paucker**, Ebene Geometrie der geraden Linie und des Kreises, oder die Elemente, für Gymnasien und zum Selbstunterricht. I. B. Königsberg 1823. (Artikel 317.)

**D. Bierens de Haan**, Notice sur quelques quadrateurs du cercle dans les Pays-

Bas. Bull. bibl. stor. mat. 7, 99—140, 1874. (Von Simon van der Eycke 1584 bis Gillis Bovy 1754.)

**Archimedes von Syrakus**, Kreis-Messung, nebst dem Kommentar des Eutokios von Askalon, griech. u. dtsh., hrg. von J. Gutenäcker. 2. Aufl, Würzburg 1828.

**Chr. Hugenius**, De circuli magnitudine inventa. Accedunt ejusdem problematum quorundam illustrium constructiones. Lugd. Bat. 1654.

**G. F. Leibniz**, De quadratura arithmetica circuli, ellipseos et hyperbolae. Ed. C. I. Gerhardt. Pr. Eisleben 1858.

**Pappus Alexandrinus**, Mathematicae Collectiones, a Fed. Commandino in lat. conversae et commentariis illustratae. Ven. fol. 1589. (Delisches Problem, Trisektion des Winkels.) Die Ausgabe von Hultsch s. S. 14.

**H. Brocard**, Mémoire sur divers problèmes de géométrie dont la solution dépend de la trisection de l'angle. Algier 1874.

**A. Conti**, Problemi di terzo grado; duplicazione del cubo, trisezione del angolo. Bologna 1900.

**E. Eckhardt**, Die Dreiteilung des Winkels. Diss. Marburg 1892.

**H. Hippauf**, Lösung des Problems der Trisektion mittels der Konchoide auf zirkularer Basis. Diss. (Jena). Leipzig 1872.

**W. Panzerbieter**, Über einige Lösungen des Trisektionsproblems mittels dreier Kegelschnitte. Pr. Berlin 1896.

Da Porisma, nach M. Cantors Erklärung, ein Theorem war, das zugleich ein Problem anregte und einschloß, so sei hier von der Literatur über Porismen einiges eingeschaltet.

**M. Chasles**, Les trois livres de Porismes d'Euclide rétablis pour la première fois d'après la notice et les lemmes de Pappus et conformément au sentiment de R. Simson sur la forme des énoncés de ces propositions. Paris 1860.

**F. Buchbinder**, Euklids Porismen und Data. Pr. Pforta 1866.

**P. E. Breton de Champ**, Recherches nouvelles sur les porismes d'Euclide. I—II. Paris 1855—56; Questions de porismes. I—II. Paris 1866 u. 1873.

**B. Gompertz**, Hints on porismes. London 1850.

**C. P. Housel**, Les porismes d'Euclide. Paris 1856.

Über die berühmten Schriften des Apollonius über die 3 Probleme:

Sectio rationis, sectio spatii, sectio determinata sehe man:

**Apollonius Pergaeus**, De sectione rationis libri duo (ex arab. ms. lat. versi).

Acc. ejusdem de sectione spatii libri duo restituti. Praemitt. Pappi Alex. praef. ad VII suum collectionis mathem. nunc primum gr. edita, cum lemmatibus Pappi ad hos Apollonii libros. Op. et stud. Edm. Halley. Oxford 1706. gr. 8°. 5 Bde. LII u. 168.

**Apollonius Pergaeus**, De sectione determinata libri duo restituti, duobus in super libris aucti, in Rob. Simson Opp. Glasgow. 1776. 4°.

**Apollonius von Perga**, Die Bücher des, de sectione determinata, wiederhergestellt von R. Simson und den angehängten Büchern des letzteren, nach dem Lat. von W. A. Diesterweg. Berlin 1823. gr. 8.

**Apollonius von Perga**, die Bücher De sectione rationis, nach d. Lat. des Edm. Halley frei bearb. u. mit einem Anhang versehen von W. A. Diesterweg. 2. T. Berlin 1824. 8°.

**Apollonius Pergaeus**, Bücher de sectione spatii, wiederhergestellt von W. A. Diesterweg. Elberfeld 1827. gr. 8.

**Apollonius von Perga**, Die Bücher des „de sectione spatii“, analytisch bearbeitet und mit einem Anhang von mehreren Aufgaben ähnlicher Art versehen von M. G. Grabow. Frankfurt a/M. 1834.

**G. Paucker**, Geometrische Analysis, enth.: des Apollonius von Perga sectio rationis, spatii und determinata, nebst einem Anhang zu der letztern. Neu bearbeitet. Leipzig 1837.

**Apollonius von Perga**, Die Bücher de sectione determinata, analytisch bearbeitet und durch einen Anhang von vielen Aufgaben ähnlicher Art vermehrt von M. G. Grabow. Frankfurt a/M. 1828.

**P. v. Lüthmann**, Die sectio rationis, sectio spatii und sectio determinata des Apollonius. Pr. Königsberg 1882.

Eine vierte Aufgabe, der „Neigungen“, welche für die Geschichte der griechischen Mathematik, aber kaum für die Planimetrie von Wichtigkeit ist, findet sich in

**Apollonius Pergaeus**, Inclinationum libri duo, gr.-lat., restit. Sam. Horsley. Oxford 1770. Nach dem Lat. frei bearbeitet von W. A. Diesterweg. Berlin 1823.

Am berühmtesten ist die sogenannte „Berührungsaufgabe des Apollonius“, d. i. die Aufgabe, einen Kreis zu zeichnen, der drei Bedingungen genügt, deren jede darin bestehen kann, durch einen gegebenen Punkt zu gehen, oder eine gegebene Gerade zu berühren, oder einen gegebenen Kreis zu berühren:

**Apollonius Pergaeus**, De tactionibus quae supersunt, ac max. lemmata Pappi in hos libros, graece ed., cum problematis Apollonari historia a. J. W. Camerer. Gotha 1795. gr. 8.

**Apollonius**, The two books concerning tangencies, as they have been restored by Fr. Vieta and Marin. Ghetaldus. By J. Lawson. 2<sup>d</sup> ed. with two Supplements. London 1773. 4<sup>o</sup>.

**C. G. Haumann**, Versuch einer Wiederherstellung der Bücher des Apollonius von den Berührungen. Breslau 1817.

**J. T. Ahrens**, Über das Problem des Apollonius von den Berührungen. Augsburg 2 Pr. 1832 u. 1836. 4.

**Ant. Vieth**, Leitfaden zur vollständigen Bearbeitung des wiederhergestellten Apollonius von Fr. Vieta. Dessau 1820.

**W. L. Christmann**, Apollonius Saeuus sive tactionum problema nunc demum restitutum. Accedente censura in Vietam. Tübingen 1821.

**E. Schilke**, Die Lösungen und Erweiterungen des Apollonischen Berührungsproblems. Pr. Hagenau, Berlin 1880.

**P. A. Breuer**, Die einfache Lösung des Apollonischen Problems. Pr. Erfurt 1892. 16 S.

**H. Cranz**, Das Apollonische Berührungsproblem und verwandte Aufgaben. Sammlung von 163 gelösten und analogen ungelösten Aufgaben. Stuttgart 1891. 232 S.

**E. Study**, Das Apollonische Problem. Math. Ann. **49**, 497—542, 1897.

Das Castillonsche Problem, in einen Kreis ein Dreieck zu zeichnen, dessen drei Seiten durch gegebene Punkte gehen, wurde 1788 (Mem. Soc. It. 4) auf ein  $n$ -Eck erweitert von Annibale Giordano aus Ottojano (daher der unrichtige Name Ottojanisches Problem). Zur Literatur beider:

**F. M. Castillon**, Sur un problème de géométrie plane. Nouv. Mém. Ac. Berlin 1776, 265 ff. [1779]; Lösung von Lagrange ib. 284 ff.

**A. J. Lexell**, Solutio problematis geometrici a de Castillon propositi. Acta Ac. Petrop. a. 1780, P. II, 70—90 [1784].

**G. Heiligendörffer**, Über das Problem in eine Kurve 2. Gr. ein Dreieck zu beschreiben, dessen Seiten durch drei gegebene Punkte gehen. Pr. Königsberg i. Neum. 1839.

**Cr. Alasia**, Un antico problema die geometria piana. II Pitagora **10**, 65—72, 1904. (Castillons Problem.)

**J. M. Brückner**, Das Ottojanische Problem. Eine mathematisch-historische Studie. Pr. Zwickau 1872. 25 S.

Die Malfattische Aufgabe verlangt, in ein gegebenes ebenes Dreieck drei Kreise zu beschreiben, von denen jeder die beiden andern und zwei Seiten des Dreiecks berührt. Lösungen, Literatur und Geschichte des Problems und seiner Erweiterungen behandeln folgende Schriften:

- G. Malfatti**, Memoria sopra un problema stereotomico. Mem. mat. fis. Soc. It. Modena 10, P. I, p. 235, 1803.
- A. Wittstein**, Zur Geschichte des Malfattischen Problems. I. Diss. Erlangen. 1871. II. Pr. Nördlingen. 1878.
- K. Schellbach**, Eine Auflösung der Malfattischen Aufgabe. J. f. Math. 45, 91—92, 1853; Eine Erweiterung der Malfattischen Aufgabe, ib. 186—187.
- J. Steiner**, Einige geometrische Betrachtungen. J. f. Math. 1, 1816. Hrsg. von R. Sturm. Ostw. Klass. Nr. 123. Leipzig 1901. 125 S.
- C. Adams**, Das Malfattische Problem mehrfach gelöst. Winterthur 1848.
- G. Binder**, Das Malfattische Problem. Pr. Tübingen 1868.
- J. Sachs**, Über die Aufgabe des Malfatti, ihre Erweiterungen und Lösungen. Pr. Freiburg i. B. 1885.
- C. F. Mertens**, Über die Malfattischen Aufgaben mit Steiners Konstruktion. Wien 1876.
- J. Derousseau**, Historique et résolution analytique complète du problème de Malfatti. Bruxelles 1892 u. Mém. Soc. Liège (2) 18, 1895. 52 S.
- F. Hall**, Die älteren rein geometrischen Beweise zu Steiners Konstruktion der Malfattischen Aufgabe. Pr. Wattenscheid. 1898. 13 S. 4<sup>o</sup>.
- A. Pampuch**, Das Malfatti-Steinersche Problem. Pr. Straßburg 1902. 53 S.

Schließlich sei für die Mascheronischen und Steinerschen Konstruktionen hingewiesen auf folgende Schriften:

- Lor. Mascheroni**, Lettera. Alcuni problemi geometrici sciolti col solo cerchio senza la regola. Giorn. fis.-med. (Brugnatelli). Pavia 1795.
- L. Mascheroni**, La Geometria del Compasso. Pavia 1797. Frz. von Carette. Paris 2<sup>e</sup> éd. 1828. Dtsch. von Grüson. Berlin 1835 (Gebrauch des Zirkels). Nuova ed. da G. Fazzari. Palermo 1901. xvi u. 152 8<sup>o</sup>.
- J. Steiner**, Die geometrischen Konstruktionen ausgeführt mittelst der geraden Linie und eines festen Kreises, als Lehrgegenstand auf höheren Unterrichts-Anstalten und zur praktischen Benutzung. Berlin 1833. 2. Aufl. hrsg. von J. v. Öttingen. Ostw. Klass. Nr. 60. Leipzig 1895. 85 S.
- J. Frischauf**, Geometrische Konstruktionen von L. Mascheroni u. J. Steiner. Graz 1869.
- F. J. Hutt**, Die Mascheronischen Konstruktionen. 2. Aufl. Halle 1880.
- O. Byrne**, The geometry of compasses. London 1877.
- G. de Longchamps**, Essai sur la géométrie de la règle et de l'équerre. Paris 1890.
- W. M. Kutta**, Zur Geschichte der Geometrie mit konstanter Zirkelöffnung. Halle. Abh. Leop. Ak. 1897.
- G. Mulsow**, Mascheronische Konstruktionen. Pr. Schwerin 1898. 16 S.
- E. Cesàro**, Les problèmes de géométrie résolus par le compas. Mém. Soc. Liège 1899.

Eine Reihe älterer und neuerer elementar-geometrischer Probleme und Konstruktionen mit Hilfe neuerer Beweismethoden werden behandelt in der Göttinger Festschrift von

- F. Klein**, Vorträge über ausgewählte Fragen der Elementargeometrie. Ausgearbeitet von F. Tägert. Leipzig 1895. 66 S. Réd. franç. p. G. Griess. Paris 1896. 99 S.

Eine bedeutende Sammlung wichtiger Aufsätze über Elementar-Geometrie enthält:

**F. Enriques**, Questioni riguardanti la geometria elementare, trattate da U. Amaldi, E. Baroni, R. Bonola, B. Calò, G. Castelnuovo, A. Conti, E. Daniele, F. Enriques, A. Giacomini, A. Guarducci, G. Vailati, G. Vitali. Bologna 1900. VII u. 532. (Definitionen, Prinzipien, Konstruktionen, Probleme mit Lösungen.) Deutsch von Fleischer. II. Leipzig 1907, XII u. 348. I. noch nicht erschienen.

§ 6. Geradlinige Gebilde und Kreis in der elementaren Geometrie. Die gerade Linie, das Dreieck, die Vielecke und der Kreis haben zu vielen anderen als den in den vorigen Kapiteln erwähnten Untersuchungen und Problemen Veranlassung gegeben, aus deren überreicher Literatur hier noch einige Schriften erwähnt werden mögen.

**M. G. O. Paucker**, Ebene Geometrie der geraden Linie und des Kreises. Königsberg 1823.

**H. Erb**, Probleme der geraden Linie, des Winkels und der ebenen Flächen. Heidelberg 1846.

**T. E. Hart**, Elemente der Geometrie auf der Geraden. Diss. Leipzig 1866.

**W. A. Willeock**, The theory of the right line and of the circle. London 1875.

**J. Williams**, Elementary geometry of the right line and circle. London 1875.

Der goldene Schnitt, die Teilung einer Strecke nach stetiger Proportion, kam erst zu Ehren durch das Werk von

**Luca Pacioli**, Divina proportione. Die Lehre vom goldenen Schnitt. Nach der venezianischen Ausgabe vom Jahre 1509 neu herausgegeben, übersetzt und erläutert von C. Winterberg. Wien 1896. VI u. 367. 8°.

**A. Wiegand**, Der allgemeine gerade Schnitt und sein Zusammenhang mit der harmonischen Teilung. Ein neuer Beitrag zum Ausbau der Geometrie. Halle 1849.

**L. Sonnenburg**, Der goldene Schnitt. Beiträge zur Geschichte der Mathematik und ihrer Anwendungen. Pr. Bonn 1881.

**G. Eusmann**, Die sectio aurea. Pr. Stettin 1874.

**F. X. Pfeifer**, Der goldene Schnitt und dessen Erscheinungsform in Mathematik, Naturwissenschaft und Kunst. Augsburg 1885. II u. 232.

**Th. L. Wittstein**, Der goldene Schnitt. Hannover 1874.

**A. Zeising**, Neue Lehren von den Proportionen des menschlichen Körpers aus einem bisher unbekannt gebliebenen und die ganze Natur und Kunst durchdringenden Grundgesetze. Leipzig 1854. Der goldene Schnitt. (Posth.). Leipzig 1884. 28 S.

**K. Büttler**, Der goldene Schnitt und dessen Vorkommen in Natur und Kunst. Pr. Zug 1889.

**A. Göringer**, Der goldene Schnitt (göttliche Proportion) und seine Beziehung zum menschlichen Körper usw. München 1893. 37 S. 8°. u. 2 Tf.

Was den Winkel betrifft, so haben wir die Literatur über Trisektion des Winkels bereits im Vorigen (S. 142) gegeben. Zu seiner Theorie sei noch angeführt:

**C. F. Wagner**, De angulis quos dicunt mixtilineis. Königsberg 1815.

**O. Böddicker**, Beiträge zur Theorie des Winkels. Diss. (Göttingen). Stuttgart 1875.

**H. Gräfe**, Bemerkungen über den Begriff und die Lehre von ebenen Winkeln. Leipzig 1824.

**C. G. Reuschle**, Grundzüge der Winkelrechnung. Stuttgart 1850.

**D. Piani**, Problemi geometrici relativi agli angoli. Bologna 1853.

**W. Unverzagt**, Der Winkel als Grundlage mathematischer Untersuchungen. Pr. Wiesbaden 1878.

**A. Moroff**, Das Winkelfeld und die anderen ebenen Felder. Pr. Hof 1890. 21 S. 8°.

Von den Dreiecken sei zuerst das rechtwinklige mit seinem pythagoreischen Lehrsatz erwähnt.

**J. J. Lange**, Dissertatio de demonstrationibus theorematibus Pythagorici. Halle 1752.

**J. W. Müller**, Systematische Zusammenstellung der wichtigsten bisher behandelten Beweise des pythagoräischen Lehrsatzes. Nürnberg 1819.

**J. J. J. Hoffmann**, Der Pythagoräische Lehrsatz mit 32 theils bekannten, theils neuen Beweisen. 1819; 2. Aufl. Mainz 1821.

**Buerbaum**, Theorema pythagoricum multiplici ratione diversisque argumentis probatum. Pr. Coesfeld 1855.

**G. Wipper**, 46 Beweise des pythagoreischen Lehrsatzes. Dtsch. von Graup. Leipzig 1880.

**G. Arnoux**, Le cas général du carré de l'hypothénuse. Digne 1889.

**J. Knirr**, Das rechtwinklige rationale Dreieck. Pr. Wien 1881.

**E. W. Grebe**, Zusammenstellung von Stücken rationaler ebener Dreiecke. Halle 1864.

**P. E. Breton de Champ**, Notes sur les triangles à cotés entiers et à l'aire entier. Grenoble 1869.

**K. Schwering**, Geometrische Aufgaben mit rationalen Lösungen. Düren 1898. 15 S.

**L. Rotter**, Geometrische Aufgaben und Beispiele in rationalen Zahlen. Pr. Mähr. Schönberg. 1901. 40 S.

Das schiefwinklige Dreieck wird behandelt u. a. in

**K. F. A. Jacobi**, De triangulorum rectilineorum proprietatibus quibusdam nondum satis cognitis. Pr. Pforta 1825.

**K. F. A. Jacobi**, Die Entfernungsörter geradliniger Dreiecke. Jena 1851.

**J. B. Féaux**, Vollständige Theorie des ebenen Dreiecks. Auf eigentümliche Weise dargestellt. München 1846.

**E. Adams**, Die merkwürdigsten Eigenschaften des geradlinigen Dreiecks. Winterthur 1846.

**A. Wiegand**, Die merkwürdigen Punkte des Dreiecks mit Rücksicht auf harmonische Teilung. Eine reiche Fundgrube von Übungsaufgaben. 2. Aufl. Halle 1848.

**C. Gent**, Die geometrischen Örter einiger merkwürdigen Punkte im Dreieck und damit in Verbindung stehende Dreieckssätze. Pr. Liegnitz 1850.

**E. W. Grebe**, Eine Gruppe von Aufgaben über das geradlinige Dreieck. Pr. Marburg 1856.

**A. L. Crelle**, Über einige Eigenschaften des ebenen geradlinigen Dreiecks rück-sichtlich dreier durch die Winkelspitzen gezogener Geraden. Berlin 1816.

**K. W. Feuerbach**, Die Eigenschaften einiger merkwürdigen Punkte des geradlinigen Dreiecks und einiger durch sie bestimmten Linien und Figuren. Nürnberg 1822.

Um 1885 entstand in Frankreich die sogenannte Neuere Dreiecksgeometrie, welche sich mit den merkwürdigen Punkten, Geraden, Kreisen etc. am Dreieck beschäftigt und eine neue Terminologie, besonders Nominalbezeichnungen geschaffen hat, die vielfach historisch ungerechtfertigt sind, da längst bekannte Gebilde und Sätze nach neueren Mathematikern genannt werden, die sie wieder entdeckt haben. Literatur und Geschichte dieser neueren Dreiecksgeometrie finden sich in folgenden Schriften:

**E. Vigarié**, Géométrie du triangle. Paris 1886.

**E. Vigarié**, Les progrès de la géométrie du triangle. En 1890: J. math. él. (3) V, 1891; en 1891: ib. (4) 1, 1892; en 1892: ib. (4) 2, 1893.



- Chr. Alasia**, Saggio terminologico-bibliografico sulla recente geometria del triangolo. Bergamo 1902. iv u. 43 S.
- Chr. Alasia**, La recente geometria del triangolo. Città de Castello. 1900. 58 S.
- J. Casey**, A sequel to the first six books of the Elements of Euclid, containing an easy introduction to modern geometry, with numerous examples. Dublin 1881. 5<sup>th</sup> ed. 1888.
- J. Casey**, Géométrie élémentaire récente. Trad. de l'anglais p. Fr. Falisse; avec une préface de J. Neuberg. Gand, Paris 1890. 80 S. gr. 8°.
- J. S. Mackay**, The triangle and its six scribed circles. Proc. Edinb. Math. Soc. 1; London 1894. iv u. 140.
- J. S. Mackay**, History of the nine-point circle. Proc. Edinb. Math. Soc. 11, 19—57. 1893.
- J. Lange**, Geschichte des Feuerbachschen Kreises. Pr. Berlin 1894. 34 S. 4°.
- A. Emmerich**, Die Brocardschen Gebilde und ihre Beziehungen zu den verwandten merkwürdigen Punkten und Kreisen des Dreiecks. Berlin 1891. xiv u. 153.
- J. Griffith**, Recent geometry of the triangle. London 1891.
- A. Perozzi**, Contributo alla geometria del triangolo e del tetraedro. Tolentino 1892.
- C. A. Laisant**, Recueil de problèmes de mathématiques. VI. Géométrie du triangle. Paris 1896. x u. 136 gr. 8°.
- A. Poulain**, Principes de la nouvelle théorie du triangle, Paris 1892. 46 S.
- A. Poulain**, Recherches sur la nouvelle théorie du triangle. Angers 1895.
- Die Lehre von den Transversalen im Dreieck wurde begründet durch **Giov. Ceva**, De lineis se invicem secantibus. Mediolani 1678. (Darin die Transversalensätze des Menelaus und Ceva.)
- L. N. M. Carnot**, Sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points quelconques pris dans l'espace, suivi d'un essai sur les transversales. Paris 1806.
- C. J. Brianchon**, Applications de la théorie des transversales. Paris 1818.
- J. G. Garnier**, Traité élémentaire des transversales. Bruxelles 1827.
- C. Adams**, Die Lehre von den Transversalen in ihrer Anwendung auf Planimetrie. Winterthur 1843.
- J. O. Gandtner**, Über Parallel- und Gegentransversalen im geradlinigen Dreieck. Pr. Greifswald 1852.
- S. Brauns**, Die Lehre von den Dreieckstransversalen. Pr. Schwerin 1869.
- H. Kiehl**, Zur Theorie der Dreieckstransversalen. Pr. Bromberg 1881.
- W. Blumberger**, Abhandlungen über einige Eigenschaften des Vierecks mit besonderer Berücksichtigung der Theoreme des Menelaus und Ceva. Pr. Neiße 1853.
- Über Vierecke seien genannt:
- H. Weißenborn**, Das Trapez bei Euklid, Heron und Brahmagupta. Z. Math. Phys. 24, Suppl. 167—184. 1879.
- E. W. Grebe**, De quadrilatero circulari observationes quaedam. Marburg 1831.
- K. F. A. Jacobi**, Commentatio geometrica de quadrangulis. Pr. Pforta 1837. — De quadrangulorum proprietatibus quibusdam minus cognitis. Jena 1838.
- G. J. Dostor**, Propriétés nouvelles des quadrilatères en général. Arch. Math. Phys. 48, 245 ff. 1868 u. Sep. Greifswald 1868.
- K. H. Fritsche**, Das Deltoid, eine geometrische Studie. Pr. Pirna 1881.
- Die Polygonometrie gehört größtenteils in die Trigonometrie. Hier sind zu nennen von Schriften über Polygonen und Konstruktionen von Polygonen:
- S. Lhuillier**, Polygonométrie, ou de la mesure des figures rectilignes et abrégé d'isopérimétrie élémentaire ou de la dépendance mutuelle des grandeurs et des limites des figures. Genève 1789. 4°.
- A. L. Fr. Meister**, Generalia de genesi figurarum planarum et independentibus

earum affectionibus. Novi Comm. Gott. a. 1769 [1770], 144 ff. (Positive und negative Flächenteile, Sternpolygone.)

**Chr. Wiener**, Über Vielecke und Vielfache. Leipzig 1864. VIII u. 31.

**K. Bochow**, Eine einheitliche Theorie der regelmäßigen Vielecke. 2 Pr. Magdeburg 1895 u. 1896. 14 u. 20 S. 4<sup>o</sup>.

**M. Brückner**, Vielecke und Vielfache; Theorie und Geschichte. Leipzig 1900. VIII u. 227. 4<sup>o</sup>.

Die Sternpolygone sind behandelt in:

**Thomas Bradwardinus**, Geometria speculativa sive breve compendium artis geometricae. Paris 1495. (Kurze Notiz.)

**G. Dostor**, Théorie général des polygones étoilés. J. d. math. (3) 6, 344—386. 1880. Und Paris 1881.

**H. Eichler**, Über Sternpolygone. Pr. Wien 1880.

Über die Geschichte der Sternpolygone siehe:

**S. Günther**, Vermischte Untersuchungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften. Leipzig 1876. VIII u. 352. (Kap. I, 1—92).

Die geometrische Konstruktion der regelmäßigen Vielecke, auch die angenäherte, hat eine umfangreiche Literatur, aus der wir folgende Schriften auswählen (s. auch Kreisteilung):

**M. G. v. Paucker**, De divisione geometrica peripheriae circuli in XVII partes aequales. Königsberg 1814.

**H. A. Rothe**, De divisione peripheriae circuli in XVII et XIII partes aequales. Erlangae 1840.

**B. Möllmann**, Das regelmäßige 17-Eck. Pr. Rostock 1863.

**H. E. Schröter**, Zur v. Staudtschen Konstruktion des regulären Siebzehnecks. J. f. Math. 75, 13—24, 1872.

**H. Schwendenwein**, Das reguläre 257-Eck. Pr. Teschen 1892. 22 S.

**P. W. Fiedler**, Zyklographie oder Konstruktion der Aufgaben über Kreise und Kugeln. Leipzig 1882. XVI und 264.

### § 7. Kegelschnitte und andere Kurven in elementargeometrischer Behandlung.

**H. G. Zeuthen**, Kegelschnittsleeren i Oldtiden. Kjøbenhavn 1885. — Dtsch.: Die Lehre von den Kegelschnitten im Altertum. Übers. von R. v. Fischer-Benzon. Kopenh. 1886. XIV u. 511.

**Apollonii Pergaei** Conicorum libri VIII, cum Pappi Alexandrini lemmatis et Eutocii Ascalonitae Commentariis. Accedunt Sereni Antissensis de sectione cylindri et eoni libri duo. Ed. Edm. Halley. Oxonii 1710. (Die Ausgabe von J. L. Heiberg ist Teil I, S. 13 genannt).

**Apollonius of Perga**, Treatise on conic sections. Edited in modern notation, with introductions including an essay on the earlier history of the subject. By T. L. Heath. Cambridge 1896. CLXX u. 254.

**H. Balsam**, Des Apollonius sieben Bücher über Kegelschnitte. Deutsche Bearbeitung. Berlin 1861.

**Lor. Lorenzini**, Exercitatio geometrica de dimensione omnium conicarum sectionum, curvae parabolicae, curvae superficiei conoidis parabolici. Florent. 1721.

**Claude Mydorge**, De sectionibus conicis libri IV. Paris 1644. 4<sup>o</sup>.

**Phil. de La Hire**, Sectiones conicae in novem libros distributae. Paris 1685 fol. — Nouveaux éléments des sections coniques. Paris 1679. 12<sup>o</sup>.

**Robert Simson**, Treatise on Conic sections. Edinb. 1735. 2. ed. 1750.

**Matthew Stewart**, Propositiones geometricae more veterum demonstratae. Edinb. 1763.

**A. v. Braunmühl**, Historische Studie über die organische Erzeugung ebener Kurven von den ältesten Zeiten bis zum Ende des 18. Jahrhunderts. Katalog d. math. Ausst. Nürnberg 1892, 54—88.

- Colin Maclaurin**, *Geometria organica sive descriptio linearum curvarum universalis*. London 1720. 139 S. 4<sup>o</sup>.
- Bl. Pascal**, *Histoire de la roulette*. Paris 1658. — *Lettres à Mr. Carcavi* (contenant les résolutions des problèmes sur la cycloïde) Paris 1659.
- R. G. Bosovich**, *De cycloïde et logistica*. Roma 1745.
- M. v. Poppe**, Ausführliche Geschichte der Anwendung aller krummen Linien in mechanischen Künsten und in der Architektur. Nürnberg 1802.
- H. G. Zeuthen**, *Grundriß einer elementar-geometrischen Kegelschnittslehre*. Leipzig 1882. vi u. 97.
- A. Jacobi**, *Grundzüge einer Theorie der Kegelschnitte auf rein elementare Betrachtungen gegründet*. Breslau 1844.
- O. Kimmel**, *Die Kegelschnitte in elementar-geometrischer Behandlung*. Tübingen 1883.
- E. Lehmann**, *De la Hire und seine Sectiones conicae*. 2 Pr. Leipzig 1888 und 1890.
- J. Schlotke**, *Die Kegelschnitte und ihre wichtigsten Eigenschaften in elementar-geometrischer Behandlung*. Dresden 1903. iii u. 96.
- Andere elementar-geometrische Lehrbücher der Kegelschnitte siehe unter „Synthetische Geometrie“.
- Fernere geometrische Örter in elementar-geometrischer Behandlung:
- Guido Grandi**, *Flores geometrici ex Rhodonearum et Cleliarum curvarum descriptione resultantis*. Florent 1728.
- W. Braikenridge**, *Exercitatio geometrica de descriptione linearum curvarum*. London 1733. (Organische Erzeugungsweise der Kurven als Durchschnitte dreier um feste Punkte beweglicher Graden.)
- Gregorius a Sancto Vincentio**, *Opus geometricum quadraturae circuli et sectionum conic.* Antverp. 1647.
- P. Sauvage**, *Les lieux géométriques en géométrie élémentaire*. Paris 1893.
- Über die Eigenschaften des Arbelos, ἀρβηλος (Schusterknief) siehe:
- J. S. Mackay**, *The shoemaker's knife*. Proc. Edinb. Math. Soc. 3, 2—11, 1885.
- V. Sassoli**, *L'arbelo di Archimede*. Bologna 1887.

### Kapitel 3. Ebene und sphärische Trigonometrie.

§ 1. **Einleitung, Geschichtliches.** Die Geschichte der Trigonometrie findet man in allen obengenannten Werken, welche die Geschichte der elementaren Geometrie im allgemeinen behandeln (siehe Kap. 2, § 1.)

Ferner in:

- G. L. Klügel** und **J. A. Grunert**, *Mathematisches Wörterbuch*. Trigonometrie. Geschichte. S. 322—334.
- E. Fasbender**, *Die Kopernikanischen Sehnen- und Dreiecksberechnungen*. Pr. Thorn 1872.
- S. Günther**, *Beiträge zur Geschichte der neueren Mathematik*. Pr. Ansbach 1881.
- A. von Braunnühl**, *Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie*. I. T. Von den ältesten Zeiten bis zur Erfindung der Logarithmen. Leipzig 1900. vii u. 260. II. T. Von der Erfindung der Logarithmen bis auf die Gegenwart. ib. 1903. xi u. 264.

Ausgaben der *μεγάλη σύνταξις* des Astronomen Claudius Ptolemäus: *Ptolemaei Almagestum*, Lat. Ven. 1515. Latine a G. Trapezuntio. Ven. 1525. fol. *Composition mathématique de Claude Ptolémée, ou astronomie ancienne*, traduite par N. B. Halma, suivie de notes de Mr. Delambre. 2 vol. Paris 1813—1816. — *Claudii Ptolemaei Opera quae extant omnia*. I. *Syntaxis mathematica*. Ed. J. L. Heiberg. 2 Partes. Leipzig 1898 u. 1903. vi u. 546; iv u. 608.

### § 2. Ältere Lehrbücher der Trigonometrie.

- Joh. Regiomontanus**, De triangulis omnimodis libri quinque. Ed. Schonerus. Norimb. 1533. fol.
- Th. Fink**, Geometriae rotundi libri XIII. Basel 1583.
- Joach. Rheticus**, Opus Palatinum de triangulis. Neostad. in Palat. 1596.
- Barthol. Pitiscus**, Trigonometriae sive de dimensione triangulorum libri V. Aug. Vindob. 1600, 1608, 1612
- Benj. Ursinus**, Trigonometria, cum magno logarithmorum canone. Coloniae 1625. Anhang: Magnus canon logarithmicus. Coloniae 1624.
- Willebr. Snellius**, Doctrinae triangulorum canonicae libri IV. Posth. ed Hortensius. Lugd. Bat. 1627.
- Phil. Lansberg**, Triangulorum geometriae libri IV. Lugd. Bat. 1591. 4<sup>o</sup>.  
Spätere Ausgaben 1631, Middelburg 1663.
- H. Briggs**, Trigonometria Britannica sive de doctrina triangulorum libri duo. Goudae 1633. 4 Bl. u. 110 S. u. 68 Bg. Tafeln.
- Bon. Cavalieri**, Directorium generale uranometricum, in quo trigonometriae logarithmicae fundamenta ac regulae demonstrantur. Bonon. 1632. 4<sup>o</sup>.
- Bon. Cavalieri**, Trigonometria plana et sphaerica. Bonon. 1643. 4<sup>o</sup>.
- W. Oughtred**, Trigonometria. London 1657.
- F. G. de Opper**, Analysis triangulorum. Dresden 1746.
- W. Emerson**, The elements of trigonometry. London 1749. 186 S.
- Tycho Brahe**, Triangulorum planorum et sphaericorum praxis arithmetica. Ed. Studnička. Prag 1886.
- Thom. Simpson**, Trigonometry plane and spherical, with the construction and application of the logarithms. London 1748. 2<sup>o</sup>. ed. 1765.
- G. S. Klügel**, Analytische Trigonometrie. Braunschweig 1770. 248 S.
- Andrea Cagnoli**, Trigonometria plana et sferica. Paris 1786. 2<sup>a</sup> ed. Bologna 1804. Frz. von Chompré, Paris 1787 u. 1808.
- Ch. Fr. Pfeleiderer**, Trigonometria plana. Tubing. 1784—85. — Ebene Trigonometrie, mit Anwendungen und Beiträgen zur Geschichte derselben. Tübingen 1802.
- S. Fr. Lacroix**, Traité élémentaire de trigonometrie rectiligne et sphérique et d'application de l'algèbre à la géométrie. Paris 1799. 8<sup>o</sup>. éd. 1827. Deutsch von E. M. Hahn, Berlin 1805, und von V. Ideler, Berlin 1822.
- L. Euler**, Principes de la trigonométrie sphérique tirés de la méthode des plus grands et plus petits. Hist. Mém. Ac. Berlin 9, a. 1753, 223—257 [1755]. Dtsch. von E. Hammer, Ostw. Klass. d. ex. Wiss. Nr. 73. Leipzig 1896, 1—39. — Éléments de trigonométrie sphéroïdique, tirés de la méthode des plus grands et plus petits. Hist. Mém. Ac. Berlin 9, a. 1753, 258—293 [1755]. — Trigonometria sphaerica universa, ex primis principiis breviter et dilucide derivata. Acta Ac. Petrop. 3, a. 1779, P. I, 72—86 [1782]. Deutsch von E. Hammer; Ostw. Klass. d. ex. Wiss. Nr. 73. Leipzig 1896, S. 41—54.
- A. R. Maudit**, Principes d'astronomie sphérique ou traité complet de trigonométrie sphérique. Paris 1765. Engl. A new and compleat treatise of spherical trigonometry, v. W. Crakelt. London 1768. 216 S.
- J. Trembley**, Essai de trigonométrie sphérique, contenant diverses applications de cette science à l'astronomie. Neuchatel 1783.
- J. A. Grunert**, Sphäroidische Trigonometrie. Berlin 1833. 4.

§ 3. Neuere Lehrbücher der Trigonometrie. Die meisten Lehrbücher der Elementar-Mathematik und besonders diejenigen der Elementar-Geometrie, welche wir im vorigen angeführt haben, enthalten einen Abriß der ebenen und sphärischen Trigonometrie. Deshalb begnügen wir uns hier, auf einige neuere Lehrbücher der Trigonometrie hinzuweisen.

- J. L. A. Le Cointe**, Leçons sur la théorie des fonctions circulaires et la trigonométrie. Paris 1858. 385 S.
- J. Dienger**, Handbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie. 3. Aufl. Stuttgart 1867.
- C. G. Reuschle**, Elemente der Trigonometrie mit ihrer Anwendung in der mathematischen Geographie. Stuttgart 1873.
- P. L. M. Bourdon**, Trigonométrie rectiligne et sphérique. 2<sup>e</sup> éd. rev. p. C. Brisse. Paris 1877. Nouv. tir. 1904. 131 S.
- A. Delisle et C. Gerono**, Éléments de trigonométrie rectiligne et sphérique. 7<sup>e</sup> éd. Paris 1876.
- Th. Spieker**, Lehrbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie mit Übungsstücken. Potsdam 1885. 134 S. Ausg. B. 9. Aufl. 1903. v. u. 172.
- S. F. Lacroix**, Introduction à la connaissance de la sphère. 4<sup>e</sup> éd. Paris 1872.
- J. A. Serret**, Traité de trigonométrie. 7<sup>e</sup> éd. Paris 1888. 8<sup>e</sup> éd. 1900. x u. 336. — Ital. v. G. Tolomei. Firenze. 6<sup>e</sup> éd. 1904. 269 S.
- F. J. Brockmann**, Lehrbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie. 2. Aufl. Leipzig 1880. 156 S.
- O. Schlömilch**, Grundzüge einer wissenschaftlichen Darstellung einer Geometrie des Maßes. T. I, Heft 2: Ebene Trigonometrie. 6. Aufl. Leipzig 1883. vi u. 97.
- J. Todhunter**, Plane trigonometry. London 1891. — Spherical trigonometry. London 1902. 288 S. 12<sup>o</sup>.
- E. Hammer**, Lehrbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie. Stuttgart. 2. Aufl. 1898. xiv u. 572 S. (Auch Historisches.)
- R. C. T. Nixon**, Elementary plane trigonometry. Oxford 1892. xviii u. 380.
- M. Focke und M. Kraß**, Lehrbuch der ebenen Trigonometrie nebst den Grundzügen der sphärischen Trigonometrie. München. 9. Aufl. 1903. iv u. 80.
- C. Spitz**, Lehrbuch der ebenen Trigonometrie, nebst einer Sammlung von 630 Beispielen und Übungsaufgaben. Leipzig. 6. Aufl. 1888. M. Anhang.
- C. Spitz**, Lehrbuch der sphärischen Trigonometrie. Leipzig. 3. Aufl. 1886. 175 S.
- J. Casey**, A treatise on plane trigonometry containing an account of the hyperbolic functions. Dublin 1888. xv u. 275.
- J. Casey**, A treatise on elementary trigonometry. With numerous examples and questions for exercise. Dublin. 2<sup>a</sup> ed. 1897.
- W. E. Johnson**, Treatise on trigonometry. London 1889. xvii u. 504.
- H. E. Thombeck**, Cours de trigonométrie rectiligne. Paris. 6<sup>e</sup> éd. 1898. 141 S.
- B. J. Féaux**, Ebene Trigonometrie und elementare Stereometrie. Paderborn. 7. Aufl. 1898. vi u. 187.
- J. D. Cortázar**, Tratado de trigonometria y topografia. Madrid. 22<sup>a</sup>. ed. 1904. 216 S.
- P. Killmann**, Lehrbuch der ebenen Trigonometrie nebst einer reichhaltigen Sammlung von Übungsaufgaben. 13. Aufl. Mittweida 1904. v u. 113.
- H. W. Lübsen**, Ausführliches Lehrbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie. Zum Selbstunterricht, mit Rücksicht auf die Zwecke des praktischen Lebens bearbeitet. 18. Aufl. von A. Donadt. Leipzig 1904. v u. 146.
- G. Pesci**, Trattato elementare di trigonometria piana e sferica, con 2327 esercizi. Libro di testo per la R. Accademia navale. Livorno. 2<sup>a</sup> ed. 1904. 320 S.
- A. Grévy**, Trigonométrie. Paris 1903. viii u. 272. 16<sup>o</sup>. 3<sup>e</sup> éd. 1904. viii u. 274.
- G. A. Wentworth**, New plane and spherical trigonometry, surveying and navigation. Boston 1903. ii u. 390. 12<sup>o</sup>.
- C. Alasia**, Geometria e trigonometria della sfera. Milano. Man. Hoepli 1899. vi u. 207. 16<sup>o</sup>.

§ 4. Aufgaben und Übungen aus der Trigonometrie. Obwohl die genannten Lehrbücher der ebenen und sphärischen Trigonometrie zum

größten Teil Aufgaben und Übungen enthalten, müssen wir doch noch einige besondere Aufgabensammlungen erwähnen.

- A. Luke**, Sammlung trigonometrischer Aufgaben. I u. II. Halle 1883.  
**C. Gützlaff**, Über das Auflösen trigonometrischer Aufgaben. Pr. Marienwerder 1866.  
**W. Gallenkamp**, Sammlung trigonometrischer Aufgaben. Berlin. 2. Aufl. 1878.  
**A. Quapp**, Trigonometrische Analysis von Aufgaben der ebenen Geometrie. Pr. Minden 1871.  
**Fr. Reidt**, Die trigonometrische Analysis planimetrischer Konstruktions-Aufgaben. Leipzig 1882. 50 S.  
**H. Lieber** und **F. v. Lühmann**, Trigonometrische Aufgaben. Berlin. 2. Aufl. 1889. 298 S.  
**Fr. Reidt**, Sammlung von Aufgaben und Beispielen aus der Trigonometrie und Stereometrie. T. I. Trigonometrie. 4. Aufl. von A. Much. Leipzig 1894. x u. 250. Resultate. 4. Aufl. 1894. 88 S.  
**F. v. Lühmann**, Übungsbuch für den Unterricht in der Goniometrie und der ebenen Trigonometrie. Berlin 1898. VIII u. 81.  
**F. Nau**, Recueil de problèmes de trigonométrie rectiligne, renfermant en particulier 150 questions. I. Énoncés. Paris 1899. 48 S.  
**C. Alasia**, Esercizi ed applicazioni di trigonometria piana, con 400 esercizi e problemi proposti. Milano. Man. Hoepli. 1901. XI u. 291.  
**J. B. Guilhaumon**, Exercices de trigonométrie sphérique, de cosmographie, de navigation et de calculs nautiques. Ouvrage renfermant plus de 150 questions. Paris 1901. 116 S. 4<sup>o</sup>.  
**J. B. Guilhaumon**, Compléments de trigonométrie et méthodes pour la résolution des problèmes. Paris 1901. XII u. 243. 18<sup>o</sup>.  
**E. Künzer**, Lösung einiger Aufgaben aus der mathematischen Geographie. Pr. Straßburg i. P. 1876.  
**W. Fuhrmann**, Sätze und Aufgaben aus der sphärischen Trigonometrie. Pr. Königsberg 1894.  
**J. C. V. Hoffmann**, Sammlung der Aufgaben des Aufgaben-Repertoriums der ersten 25 Bände der Ztschr. f. Math. u. Phys. Unter Mitwirkung von Stoll systematisch geordnet von Emmerich und C. Müsebeck. Leipzig 1898. XII u. 399.

### § 5. Abhandlungen über spezielle Untersuchungen.

- Roger Cotes**, Aestimatio errorum in mixta mathesi per variationes partium trianguli plani et sphaerici. Posth. Camb. 1722. (28 Theoreme aus der sphärischen Trigonometrie.)  
**Fr. Blake**, Spherical trigonometry reduced to plane. Phil. Trans. London 47, 441 ff. 1751.  
**A. J. Lexell**, De resolutione polygonorum rectilineorum. Diss. I et II. Novi Comm. Ac. Petrop. 19, a. 1774, 184 [1775]; 20, a. 1775, 80 [1776]. — Solutio problematis geometrici ex doctrina sphaericorum. Acta Ac. Petrop. a. 1781. P. I, 112 [1784]. — Demonstratio nonnullorum theorematum ex doctrina sphaerica. ib. a. 1782, P. II, 85 [1786].  
**A. M. Legendre**, Analyse des triangles tracés sur la surface d'un sphéroïde. Mém. Inst. Paris 7, 130—161. 1806—7.  
**A. M. Legendre**, Sur les opérations trigonométriques dont les résultats dépendent de la figure de la terre. Hist. Mém. Ac. Paris 1787, 338 ff. [1790]. (Beziehungen zwischen ebener und sphärischer Trigonometrie.)  
**J. L. Lagrange**, Solutions de quelques problèmes relatifs aux triangles sphériques. J. Éc. Polyt. cah. 6, 1799. (Vereinfachte Herleitung der Fundamentalformeln.)  
**J. G. Tralles**, Analytische Betrachtung ebener und sphärischer Dreiecke und deren Analogie. Abh. Ak. Berlin, a. 1816 u. 1817, 66—133 [1819].

- J. Bohnenberger**, De computandis dimensionibus trigonometricis. Tübingen 1826.
- L. Puissant**, Nouvelle essai de trigonométrie sphéroïdique. Mém. Inst. Paris (2) 10, a. 1827, 457—529. Paris 1831.
- A. L. F. Meister**, Generalia de genesi figurarum planarum et inde pendentibus earum affectionibus. Novi Comm. Gott. I, 144 ff., a. 1769 [1770].
- J. Tob. Mayer**, Tetragonometriae specimen. I. Gott. 1773. 53 S. 4<sup>o</sup>.
- J. H. Lambert**, Beiträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendung. Berlin, Bd. II, 1770, S. 175 ff.
- A. J. Lexell**, Polygonometrie oder Anweisung zur Berechnung jeder geradlinigen Figur. Übers. von J. T. Lempe. 2 T. Leipzig 1783.
- S. L'Huilier**, Polygonométrie, ou de la mesure des figures rectilignes et abrégé d'isopérimétrie élémentaire, ou de la dépendance mutuelle des grandeurs et des limites des figures. Genf, Paris 1789. 124 S.
- G. Dostor**, Propriétés nouvelles des quadrilatères en général avec application aux quadrilatères inscriptibles, circonscriptibles etc. Paris 1868. 109 S. Arch. Math. Phys. 48, 245 ff. 1868.
- L. B. Francoeur**, La goniométrie. Paris 1820.
- A. Meyer**, Nouveaux éléments de goniométrie. Liège 1854.
- G. J. Verdam**, Summarium der Goniometrie. Leiden. 3 Aufl. 1858.
- S. Günther**, Parabolische Logarithmen und parabolische Trigonometrie. Eine vergleichende Untersuchung. Leipzig 1882. iv u. 99.
- F. W. Neumann**, Higher trigonometry. Superrationals of second order. Cambridge 1892.
- E. Study**, Sphärische Trigonometrie, orthogonale Substitutionen und elliptische Funktionen. Abh. Ges. Leipzig 20, 83—232, 1893.

Die trigonometrischen Tafeln sind unter „Logarithmen“ aufgeführt, die trigonometrischen Funktionen in der „Funktionentheorie“.

§ 6. **Praktische Trigonometrie. Niedere Geodäsie. Markscheidekunst.** Die niedere Geodäsie oder Vermessungslehre bedient sich der Trigonometrie, weshalb wir sie in diesen Abschnitt mit aufnehmen. Sie umfaßt die Feld-, Land- und Forstmessung, auch als Markscheidekunst die Gruben-Vermessung, Tachymetrie oder Schnellmessung ist dasjenige Verfahren, bei dem Lagemessung und Höhenmessung gleichzeitig bestimmt wird. Die rein mathematisch wichtigen Arbeiten aus der höheren Geodäsie werden in der „Theorie der krummen Flächen“ ihren Platz finden.

Den, der sich für die geodätische Literatur interessiert, verweisen wir auf folgende Werke:

- O. Boersch**, Geodätische Literatur. (Internationale Erdmessung.) Berlin 1889. VIII u. 226.
- J. Howard Gore**, A bibliography of geodesy. Washington 1889. 200 S. 4<sup>o</sup>.
- E. Wiechert**, Einführung in die Geodäsie. Aus F. Klein und E. Riecke, Über angewandte Mathematik und Physik. Vorträge. Leipzig 1900, 57—113.
- C. Reinhardt**, Niedere Geodäsie. Encykl. d. math. Wiss. VI, 1, 1—97. 1905.
- W. Jordan**, Handbuch der Vermessungskunde. Stuttgart. 3 Bde. I, 5. Aufl. 1904. II, 6. Aufl. 1904. III. 4. Aufl. 1896.

Schon bei Aristoteles stand die Geometrie, die wissenschaftliche Raumlehre, gegenüber der Geodäsie, der praktischen Feldmeßkunst. Der älteste Vertreter derselben war vielleicht Heron von Alexandria. Indem wir wegen der Geschichte der praktischen Geometrie auf das Geschichtswerk von M. Cantor (S. Teil I, Abschn. I, S. 3) und die übrigen

obengenannten Geschichtswerke verweisen, führen wir hier nur noch folgende Schriften an:

- M. Cantor**, Die römischen Agrimensoren und ihre Stellung in der Geschichte der Feldmeßkunst. Eine historisch-mathematische Untersuchung. Leipzig 1875. 237 S.
- E. Stöber**, Die römischen Grundsteuer-Vermessungen nach dem lateinischen Texte des gromatischen Codex, insbesondere des Hyginus, Frontinus und Nipsus. München 1877.
- H. Mendthal**, Geometria Culmensis. Ein agronomischer Traktat aus der Zeit des Hochmeisters Conrad von Jungingen (1393—1407). Leipzig 1886.
- Von älteren Büchern über praktische Geometrie nennen wir:
- Joannes Stöffler**, Von künstlicher Abmessung aller Größe, ebene oder niedere, in die Länge, Höhe, Breite und Tiefe. Aus wahren Grund der Geometria, Perspectiva und Arithmetik. Frankfurt 1536.
- Erasmus Reinhold**, Vom Feldmessen und Markscheiden. Frankf. 1574 u. 1615.
- Chr. Clavius**, Geometria practica. Rom 1604.
- Dan. Schwenter**, Geometria practica nova. Nürnberg 1618—1627. Neue Ausg. 1623—1627, 1641 u. 1667.
- I. F. Penther**, Praxis geometriae. Augsburg 1732. Zugabe 1739. 8. Aufl. 1776.
- J. Tob. Mayer**, Gründlicher und ausführlicher Unterricht in der praktischen Geometrie. 3 T. Göttingen. I, 1777, 478 S. II, 1779, 487 S. III, 1783, 551 S. 4. Aufl. 5 Bde. 1814—1820.
- M. Mallet**, La géométrie pratique. 4 v. Paris 1702.
- J. A. Eytelwein**, Aufgaben, größtenteils aus der angewandten Mathematik, zur Übung der Analysis für angehende Feldmesser, Ingenieure und Baumeister. Berlin 1793. (Noch heute von Wert.)
- F. W. v. Oppel**, Anleitung zur Markscheidekunst. Dresden 1749. 484 S.
- Joh. Fr. Weidler**, Institutiones geometriae subterraneae. Wittenberg 1726, 1751. Dtsch. von Fuchsthaler. Wien 1765. 117 S.
- A. G. Kästner**, Anmerkungen über die Markscheidekunst. Nebst einer Abhandlung über Höhenmessungen durch das Barometer. Göttingen 1775. 440 S.
- de Genssane**, Géométrie souterraine, ou Traité de la géométrie pratique, appliquée à l'usage des travaux des mines. Montpellier 1776. 224 S.
- J. F. Maler**, Geometrie und Markscheidekunst. Karlsruhe 1762. 248 S. Neue Aufl. von Kästner 1767; von Wucherer 1795. 256 S.
- L. Puissant**, Traité de géodésie, ou Exposition des méthodes trigonométriques et astronomiques. Paris. 2. éd. 1819, Suppl. 1827; 3. éd. 2 v. 1842. — Traité de topographie, d'arpentage et de nivellement. 2. éd. Paris 1820.
- F. Proß**, Lehrbuch der praktischen Geometrie. Stuttgart 1838.
- Ign. Porro**, Traité de tachéométrie. Paris 1847.
- S. Stampfer**, Theoretische und praktische Anleitung zum Nivellieren. Wien 1845. 9. Aufl. von F. Lorber 1894; 10. Aufl. von E. Doležal 1902. xiv u. 308, gr. 8<sup>o</sup>.
- J. Weisbach**, Die neue Markscheidekunst. Braunschweig. 2 T. 1851 u. 1859.
- A. Pelletan**, Opérations souterraines. Paris 1889.
- F. Baur**, Lehrbuch der niederen Geodäsie. Berlin. 5. Aufl. 1890. xvi u. 579.
- A. Baule**, Lehrbuch der Vermessungskunde. Leipzig 1891. x u. 405.
- H. Groß**, Die einfacheren Operationen der praktischen Geometrie. Leitfaden für den Unterricht an technischen Lehranstalten. Stuttgart. 4. Aufl. 1894. viii u. 94.
- F. Hartner**, Handbuch der niederen Geodäsie. 7. Aufl. von J. Wastler. Wien 1892. xiv u. 800; 9. Aufl. von E. Doležal. 1904 u. 1905.
- A. Wüst**, Leichtfaßliche Anleitung zum Feldmessen und Nivellieren. Für Landwirte. Berlin. 3. Aufl. 1892. vi u. 154.



- C. M. Goulier**, Études théoriques et pratiques sur les levers topométriques et en particulier sur la tachéométrie. Paris 1892.
- O. Brathuhn**, Lehrbuch der praktischen Markscheidekunst. Leipzig. 3. Aufl. 1902.
- F. G. Gauß**, Die trigonometrischen und polygonometrischen Rechnungen in der Feldmeßkunst. 2. Aufl. Halle 1893.
- P. Uhlich**, Lehrbuch der Markscheidekunst. Freiberg i. S. 1901.

#### Kapitel 4. Kontinuitätsbetrachtungen.

§ 1. **Analysis situs.** In einem Briefe vom 8. September 1679 an Huygens hatte Leibniz den Gedanken einer neuen geometrischen Analysis angeregt, welche „uns unmittelbar den situs ausdrückt, wie die Algebra die magnitudo“. Huygens setzte keine große Hoffnung auf diese neue Charakteristik, und erst Euler wußte diese Anregung nutzbar zu machen, indem er die Analysis situs schuf.

- L. Euler**, Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis. Comm. Ac. Petrop. 8, a. 1736, 128—140 [1741]. Übers. von Coupy, Nouv. Ann. 10, 106—119, 1851. — Solution d'une question curieuse qui ne paraît soumise à aucune analyse sur la marche du cavalier sur l'échiquier. Hist. Mém. Ac. Berlin 15, a. 1759, 310—337 [1766].
- Ch. A. Vandermonde**, Remarques sur les problèmes de situation. Hist. Mém. Ac. sc. Paris, a. 1771, 566 ff.
- L. N. M. Carnot**, Géométrie de position, à l'usage de ceux qui se destinent à mesurer des terrains. Paris an XI (1803). Übers. Geometrie der Stellung, von H. C. S. Schumacher. Altona 1808.
- W. Dyck**, Beiträge zur Analysis situs. I. Ber. Ges. Leipzig 1885, 314—325; II. ib. 1886, 53—69; III. ib. 1887, 40—52. — Beiträge zur Analysis situs. I. Math. Ann. 32, 457—513, 1888; II. ib. 37, 273—316, 1890.
- H. Poincaré**, Analysis situs. J. Éc. Polyt. (2) 1, 1—123, 1895. — Complément à l'Analysis situs. Rend. Circ. mat. Palermo 13, 285—343, 1899. — 2<sup>d</sup> Complément. Proc. Math. Soc. London 32, 277—308, 1900. — 3<sup>e</sup> Complément. Bull. Soc. Math. France 30, 49—70, 1902. — 4<sup>e</sup> Complément. Rend. Circ. mat. Palermo 18, 45—110, 1903.

#### § 2. Topologie und Kristallographie.

- J. B. Listing**, Vorstudien zur Topologie. (Göttinger Studien.) Göttingen 1847.
- J. B. Listing**, Der Census räumlicher Complexe, oder Verallgemeinerung des Eulerschen Satzes von den Polyedern. Abh. Ges. Gött. 10, a. 1861—62 97—182 [1862].
- G. Tait**, Listings Topologie. Phil. Mag. (5) 17, 30—46, 1884.
- A. F. Möbius**, Über das Gesetz der Symmetrie der Kristalle und die Anwendung dieses Gesetzes auf die Einteilung der Kristalle in Systeme. Ber. Ges. Leipz. 1848, 65—74. — Über symmetrische Figuren. ib. a. 1851, 19—27 [1852].
- R. Baltzer**, Eine Erinnerung an Möbius und seinen Freund Weiske. Ber. Ges. Leipz. 1885, 1—6. (Historisch.)
- C. Reinhardt**, Zu Möbius' Polyedertheorie. Ber. Ges. Leipz. 1885, 106—125.
- O. Simony**, Über eine Reihe neuer Tatsachen aus dem Gebiete der Topologie. Math. Ann. 19, 110—120, 1881; ib. 24, 253—281, 1884. Ber. Ak. Wien 1882, 907—928. — Gemeinfaßliche, leicht kontrollierbare Lösung der Aufgabe, in ein einfach geschlossenes Band einen Knoten zu machen, und verwandter merkwürdiger Probleme. Wien. 3. Aufl. 1881. — Über den Zusammenhang gewisser topologischer Tatsachen mit neuen Sätzen der höheren Arithmetik und dessen theoretische Bedeutung. Ber. Ak. Wien, 96, 191—236, 1887.
- B. Kempe**, On the geographical problem of the four-colour theorem. Amer. J. math. 2, 193—200. 1879.

- P. J. Heawood**, Map-colour theorem. *Quart. J.* **24**, 332—338, 1890. — On the four-colour map theorem, *ib.* **29**, 270—285, 1897.
- L. Heffter**, Über das Problem der Nachbargebiete. *Math. Ann.* **38**, 477—508, 1891.
- A. Schoenflies**, Über reguläre Gebietsteilungen des Raumes. *Gött. Nachr.* 1887, 223—237. — Über Gruppen von Transformationen des Raumes in sich. *Math. Ann.* **34**, 172—203, 1889.
- E. Goursat**, Sur les substitutions orthogonales et les divisions régulières de l'espace. *Ann. Éc. Norm. (3)* **6**, 9—102, 1889.
- V. Eberhard**, Eine Klassifikation der allgemeinen Ebenensysteme. *Journ. f. Math.* **106**, 89—120, 1890.
- V. Schlegel**, Theorie der homogen zusammengesetzten Raumgebilde. *Nova Acta Ac. Leop.* **44**, 343—459, 1883.
- E. Heß**, Über die regulären Polytope höherer Art. *Ber. Naturf. Ges. Marburg* 1885, 31—57. — Über regelmäßige Einteilungen des dreidimensionalen sphärischen Raumes. *ib.* 1895, 29—50. — Über eine anschauliche Darstellung der regelmäßigen Einteilungen des dreidimensionalen Raumes. *ib.* 1898, 89—108. — Beiträge zur räumlichen Konfiguration. *Nova Acta Ac. Leop.* **55**, 97—167, 1890.
- V. Eberhard**, Ein Satz aus der Topologie. *Math. Ann.* **36**, 121—233, 1890.
- A. Bravais**, Sur les propriétés géométriques des assemblages de points régulièrement distribués dans l'espace. *C. R. Ac. sc. Paris* **27**, 1848; **29**, 1849; **31**, 1850. — Sur les applications de la théorie des assemblages à la cristallographie, *ib.* **28** n. **29**, 1849. Abhandlung über die Systeme von regelmäßig auf einer Ebene oder im Raume verteilten Punkten (1848). Übers. und hrsg. von C. u. E. Blasius. *Ostw. Klass. Nr. 90.* Leipzig 1897. 142 S.
- L. Sohncke**, Entwicklung einer Theorie der Kristallstruktur. Leipzig 1879. VIII u. 248.
- A. Schoenflies**, Beiträge zur Theorie der Kristallstruktur. *Gött. Nachr.* 1887, 483—501.
- A. Schoenflies**, Kristallsysteme und Kristallstruktur, geometrisch dargestellt. Leipzig 1891. XII u. 638.
- E. S. Fedoroff**, Symmetrie der regelmäßigen Systeme von Figuren. *Verh. Mineral. Ges. St. Petersburg. (2)* **28**, 1—146, 1891. (Russisch.)
- E. Blasius**, Die Geometrie der Lage in ihrer Anwendung auf die Kristallographie. *Ann. Phys. Chem. Wiedem.* **45**, 108—158; 1892.
- J. F. Ch. Hessel**, Kristallometrie oder Kristallonomie und Kristallographie. I. II. Leipzig 1831. Hrsg. von E. Heß. *Ostw. Klass. Nr. 88 u. 89.* Leipzig 1897. 192 u. 165 S.
- H. Hilton**, *Mathematical crystallography and the theory of groups of movements.* Oxford 1903. XII u. 262.
- E. Sommerfeld**, *Geometrische Kristallographie.* Leipzig 1906.
- Th. Liebisch, A. Schoenflies und O. Mügge**, *Kristallographie.* *Encykl. d. math. Wiss. V*, 7, 391—493, Leipzig 1906.

## Kapitel 5. Stereometrie.

§ 1. **Einleitung. Historisches. Ältere Schriften.** Das 11., 12. und 13. Buch der Elemente Euklids (S. S. 12), behandeln die Stereometrie, und zwar das 13<sup>te</sup> die 5 regelmäßigen Körper. Wichtige Sätze über die Sphärik enthalten Euklids Phaenomena. (S. Werke, oben S. 13). **Archimedes**, *De sphaera et cylindro libri duo, de conoidibus et sphaeroidibus* in den Opera, ed Is. Barrow, London 1675. (S. S. 13 die Ausgabe von Heiberg.)

In den „Opera“ sind auch Sphaericorum Theodosii libri tres enthalten.

Die älteste Sphärik, ein astronomisch-geometrisches Lehrbuch der Kugel, schrieb Autolykus um 330 v. Chr.

**Autolyki** de sphaera quae movetur liber, de orbitibus et occasibus libri duo. Ed. Fr. Hultsch. Leipzig 1885. LXIV u. 231.

**Archimedes**, Zwei Bücher über Kugel und Zylinder. Von K. F. Hauber. Cotta 1798.

**Theodosii Sphaericorum libri tres**, gr. et lat. Oxon 1707. Deutsche Übers. von E. Nizze. Stralsund 1826.

**J. Kepler**, Nova stereometria doliorum vinariorum, imprimis Austriaci, Lincei 1615. Darii Supplementum ad Archimedes de stereometria figurarum, conoidibus et sphaeroidibus proxime succedentium. Deutsch: Auszug aus der uralten Messekunst Archimedis. 1616.

**Ch. Fr. Pfeiderer**, Kepleri methodus solida quaedam sua dimetiendi illustrata et cum methodis geometrarum posteriorum comparata. Tübingen 1795.

**B. Cavalleri**, Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota. Bologna 1635. Neue Aufl. 1653.

**V. Caravello**, Archimedis theoremata de circuli dimensione, sphaera et cylindro, aucta et faciliori methodo demonstrata, quibus accedunt theoremata architectis perutilia de novis solidis sphaeroidalibus. Napoli 1751. 176 S.

**L. Euler**, Elementa doctrinae solidorum. Novi Comm. Ac. Petrop. 4, a. 1752—53, 109—140 [1758]. — Demonstratio nonnullarum insignium proprietatum, quibus solida hederis planis inclusa sunt praedita. ib. 140—160. — De mensura angulorum solidorum. Acta Ac. Petrop. 2, a. 1778. P. II, 31—54 [1781].

**A. L. Fr. Meister**, De solidis geometricis pro cognoscenda eorum indole in certos ordines et versus disponendis. Commentat. Soc. Gott. 7, P. II, 3 ff. 1784.

**S. L'Huilier**, Théorèmes sur les solides plano-superficiels. Mém. Ac. Berlin, a. 1786—87, 423 ff. [1792]. — Théorème de polyédrométrie. Mém. prés. Institut. Paris (1800), 1. 264—289. 1805 u. Paris 1805. — Démonstrations diverses du théorème d'Euler sur les polyèdres. Ann. math. Gergonne 3, 178 ff. 1812—13.

**J. Tob. Mayer**, Anleitung zur praktischen Stereometrie. Göttingen 1809.

**L. Poinso**t, Mémoire sur les polygones et les polyèdres. Mém. prés. Inst. Paris 2, 552—591, an X, u. Journ. Éc. Polyt. cah. 10, 16 ff. an IX.

**I. F. C. Hessel**, Nachtrag zu dem Eulerschen Lehrsatz von den Polyedern. Journ. f. Math. 8, 13—20, 1832.

§ 2. **Neuere Lehrbücher.** In allen Lehrbüchern der Elementarmathematik finden sich auch Abschnitte über Stereometrie. Häufig werden auch Trigonometrie und Stereometrie zu einem Lehrbuch der Elementargeometrie für obere Klassen vereinigt. Aus der Fülle der neueren Lehrbücher der Stereometrie führen wir einige an.

**Hub. Müller**, Leitfaden der Stereometrie mit Benutzung neuerer Anschauungsweisen für die Schule. I. T. Die Grundgebilde und die einfachsten Körperformen. Leipzig 1877. VIII u. 127.

**J. Henri**c und **P. Treutlein**, Die Gebilde des körperlichen Raumes. Abbildung von einer Ebene auf eine zweite. (Kegelschnitte). 2. Aufl. Leipzig 1901. XII u. 192.

**J. Petersen**, Lehrbuch der Stereometrie. Dtsch. von Fischer-Benzon. Kopenhagen 1885.

**G. Hauck**, Lehrbuch der Stereometrie. Auf Grund von Dr. Ferd. Kommerells Lehrbuch neu bearb. u. erweitert. 8. Aufl. Tübingen 1900. XVI u. 224. 9. Aufl. von V. Kommerell. 1905. XV u. 224.

**G. Holzmüller**, Elemente der Stereometrie. Leipzig, I, 1899. X u. 383; II, 1900. XV u. 477; III, 1902. XII u. 335; IV, 1902. XI u. 311.

- C. H. v. Nagel, Lehrbuch der Stereometrie. 5. Aufl. von Th. Schröder. Nürnberg 1892. VII u. 132.
- F. Reidt, Stereometrie. 9. Aufl. Berlin 1900.
- P. Sauerbeck, Lehrbuch der Stereometrie nebst zahlreichen Übungen und einem Abschnitt über Kristallographie. Stuttgart 1900. VII u. 291.
- C. Lucke, Leitfaden der Stereometrie. Leipzig 1890. X u. 204.
- F. Giudice, Geometria solida. Brescia. 2<sup>a</sup> ed. 1900. 279 S.
- R. Glaser, Stereometrie. Leipzig, Göschen. 2. Aufl. 1903. 140 S.
- J. Rüfli, Lehrbuch der Stereometrie nebst einer Sammlung von Übungsaufgaben. Bern. 3. Aufl. 1904. VII u. 119.
- A. Grévy, Géométrie dans l'espace. Paris 2<sup>e</sup> éd. 1901. 140 S.
- J. Hadamard, Leçons de géométrie élémentaire. P. II. Géométrie dans l'espace. Paris 1901. XXI u. 582.
- Th. Spieker, Lehrbuch der Stereometrie mit Übungsaufgaben für höhere Lehranstalten. 3. Aufl. Potsdam 1901. IV u. 119.
- E. H. P. Atkinson, Text-book of practical solid geometry. London 1899. 116 S. u. XVI Taf.

### § 3. Aufgaben und Spezielles.

- F. Reidt, Sammlung von Aufgaben und Beispielen aus der Trigonometrie und Stereometrie. 4. Aufl. von Much. Leipzig 1897. VIII u. 194 u. 58.
- H. Lieber, Stereometrische Aufgaben. Berlin 1887. 141 S.
- R. C. J. Nixon, Geometry in space, containing parts of Euclids eleventh and twelfth books and some properties of polyhedra and solids of revolution, with exercises. Oxford 1888. VIII u. 101.
- M. Schuster, Stereometrische Aufgaben. Leipzig 1900. VII u. 80.
- H. Thieme, Sammlung von Lehrsätzen und Aufgaben aus der Stereometrie. Leipzig 1885. 92 S. Ital. von Gambioli und Bernardi. Torino 1891.
- K. Jüdt, Aufgaben aus der Stereometrie und Trigonometrie. Ansbach. 6. Aufl. 1900.
- P. Scholim, Stereometrische Örter und Konstruktionsaufgaben. Pr. Kreuzburg O.-Schl. I, 1890. II, 1891.
- M. Switalski, 50 stereometrische Aufgaben aus der Optik für Oberprima. Pr. Baunsberg 1892. 26 S. 4<sup>o</sup>.
- A. Rivelli, Stereometria applicata allo sviluppo dei solidi ed alla loro costruzione in carta. Milano, Hoepli 1897. 90 S. 12<sup>o</sup>.
- G. Holzmüller, Einführung in das stereometrische Zeichnen. Mit Berücksichtigung der Kristallographie und Kartographie. Leipzig 1886. VI u. 102.
- A. Brude, Das Zeichnen der Stereometrie. Stuttgart 1872.
- F. C. M. Marie, Géométrie stéréographique, ou Reliefs des polyèdres pour faciliter l'étude des corps en 25 planches gravées. Paris 1835.
- C. Ibrügger, Zeichnungen für den stereometrischen Unterricht. Pr. Greifenberg 1897. 23 S.
- C. Heinze, Die halbbregelmäßigen Körper. Pr. Cöthen 1868.
- T. Hugel, Die regulären und halbbregulären Polyeder. Pr. Neustadt a. H. 1876.
- M. Steinhauser, Die Netze der Poinsoischen Körper. Graz 1871.
- O. Löwe, Über die regulären und Poinsoischen Körper und ihre Inhaltsbestimmung vermittels Determinanten. Arch. Math. Phys. 57, 392—419, 1875. 2. Aufl. München 1883.
- W. Fischer, Netze zur Herstellung geometrischer Körper. Dresden 1891.
- V. Eberhard, Zur Morphologie der Polyeder. Leipzig 1891. IV u. 245.
- M. Brückner, Geschichtliche Bemerkungen zur Aufzählung der Vielfache. Pr. Zwickau 1897. 19 S. u. 7 Taf.
- Poinso, Cauchy, Bertrand, Cayley, Abhandlungen über die regelmäßigen Sternkörper. Übers. u. hrsg. von R. Haußner. Leipzig 1906.
- A. Bravais, Note sur les polyèdres symétriques de la géométrie. Mémoire sur

les polyèdres de forme symétrique. Paris 1849. Abhandlungen über symmetrische Polyeder. Übers. u. mit P. Groth hrsg. von C. u. E. Blasius. Ostw. Klass. Nr. 17. Leipzig 1890. 50 S.

**Chr. Wiener**, Über Vielecke und Vielfache. Leipzig 1864. VIII u. 31.

**A. F. Möbius**, Über die Bestimmung des Inhalts eines Polyeders. Ber. Ges. Leipz. 17, 31—67, 1865.

**E. Heß**, Über die zugleich gleichseitigen und gleichflächigen Polyeder. Pr. Kassel 1876.

**C. Reinhard**, Einleitung in die Theorie der Polyeder. Pr. Meißn 1890.

**O. Hermes**, Verzeichnis der einfachsten Vielfache. Pr. Berlin 1896. — Die Formen der Vielfache. Journ. f. Math. 120, 27—59, 305—353, 1899; 122, 124—154, 1900; 123, 312—342, 1901. — Die Formen der Vielfache. Nova Acta Ac. Leop. 85, Nr. 5, 431—443, u. 2 Taf. 1906.

**Edm. Heß**, Einleitung in die Lehre von der Kugelteilung. Mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendung auf die Theorie der gleichflächigen und der gleichseitigen Polyeder. Leipzig 1883. x u. 476.

**Strenger**, Über halbregelmäßige Vielfache. Pr. Schwäb. Hall 1905. 44 S.

**M. Brückner**, Über die gleichseitig-gleichflächigen, diskontinuierlichen und nicht-konvexen Polyeder. Nova Acta Ac. Leop. 86, Nr. 1. 1906. 348 S. u. 29 Tafeln.

§ 4. **Visierbücher**. Das älteste deutsche Visierbuch, zum Gebrauche der Visierrute beim Ausmessen von Fässern und anderen Hohlmann gab:

**Hans Sporer**, gen. **Briefmaler**, Fisierbüchlein auf allerhand Eich. Bamberg 1485.

**J. Kepler**, Nova stereometria doliorum. 1616, siehe oben in § 1 (S. 157).

**J. H. Lambert**, Beiträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendungen. Berlin. 4 Bde. 1765—1772. In I, 314 ff.: Die Visirkunst sowohl ganz als nicht ganz ausgefüllter liegender Fässer, auf ihre einfachsten Gründe und Regeln gebracht. 1765.

**Espr. Pezenas**, La théorie et pratique du jaugeage des tonneaux, des navires et de leurs segmens. Avignon 1742. 2. Aufl. 1778. 149 S.

**Mt. Müller**, Versuch, den Inhalt der Fässer durch Anwendung der Muschellinie zu finden. Aus d. Holl. Leipzig 1784. 46 S.

**Sören Brunn**, Tafeln für den Inhalt der Fässer mit Erklärung für den Gebrauch derselben. Von d. Dän. Ak. gekrönte Preisschrift. 2 Bde. Kopenhagen 1797 u. 1799.

**K. L. Bleibtren**, Die Visir-Kunst, oder theoretisch-praktische Anleitung zum Visiren der Fässer. Karlsruhe 1833.

**C. H. J. Berchuys**, De dolimetria. Diss. Deventer 1839.

**A. Mesmer**, Bestimmung des Rauminhalts einer tropfbaren Flüssigkeit in vollen und nicht vollen Fässern. Pr. Innsbruck 1876.

**K. Broda**, Bestimmung des Inhalts von Fässern. Pr. Karolinenthal 1879.

**P. Mansion**, Formules pour le jaugeage des tonneaux. Mathesis (2) 2, 14—17, 1892.

**C. Pietsch**, Katechismus der Raumberechnung. Anleitung zur Größenbestimmung von Flächen und Körpern jeder Art. 4. Aufl. Leipzig 1899. VIII u. 124.

## Kapitel 6. Darstellende Geometrie.

§ 1. **Einleitung. Historisches. Anfänge**. Als besondere mathematische Disziplin wurde die darstellende Geometrie, géométrie descriptive, von G. Monge zugleich mit der École Polytechnique zu Paris 1794 begründet.

**G. Poudra**, Histoire de la perspective ancienne et moderne. Paris 1864.

- L. Cremona**, Sulla storia della prospettiva antica e moderna. Riv. ital. sc., lett., arti 5, 226—231, 241—245, 1865.
- R. Riccardi**, Di alcuni opere di autori italiani ommesse nella Histoire de la perspective di M. Poudra. Bibl. math. (2) 3, 39—42, 1889.
- E. Papperitz**, Über die wissenschaftliche Bedeutung der darstellenden Geometrie und ihre Entwicklung bis zur systematischen Begründung durch Gaspard Monge. Rede. Freiberg i. S. 1901. 24 S.
- F. J. Obenrauch**, Geschichte der darstellenden und projektiven Geometrie, mit besonderer Berücksichtigung ihrer Begründung in Frankreich und Deutschland und ihrer wissenschaftlichen Pflege in Österreich. Brünn 1897. VI u. 442.
- Die Anfänge der Perspektive reichen bis in das V. Jahrhundert v. Chr. zurück, bis auf Agatharchus, Anaxagoras und Demokritos. Hipparch, um 150 v. Chr., war der Erfinder der stereographischen Projektion; diese und andere geographischen Projektionen lehrte Claudius Ptolemäus um 135 n. Chr. Besonders durch die Übersetzung der Optik Alhazens (um 1000) wurde die Perspektive im Abendlande bekannt. Der Mönch Witelo, Vitellio, schrieb um 1300 eine „Perspectiva“; der berühmte Maler Leonardo da Vinci behandelte um 1500 die Perspektive in seinem ‚Trattato della pittura‘. Die erste Anleitung zum richtigen geometrischen Zeichnen für Künstler, eine Reißkunst, gab 1525 Dürer. **Albrecht Dürer**, Unterweysung der messung mit dem zirkel und richtscheyt, in Linien, ebenen und gantzen corporen. Arnheim 1525.
- Clavius**, Astrolabium. Rom 1593. (Über stereographische Projektion, Beschreibung des Proportionalzirkels.)
- Fr. Aguillon**, Opticorum libri VI. Antwerpen 1613. fol. (Sätze über Perspektive; das Wort „stereographische Projektion“.)
- G. Barozzi Vignola**, Le due Regole della prospettiva pratica. Roma 1582 u. viele Auflagen. Mit Kommentar von Egnatio Danti. Rom 1611.
- Gérard Desargues**, Brouillon projet d'une atteinte aux événements des rencontres d'un cone avec un plan. Paris 1639. — Brouillon projet d'exemple d'une manière universelle. Paris 1640. (Begriff der Involution von 6 Punkten, Perspektive, Steinschnitt.)
- G. Desargues**, Manière universelle pour pratiquer la perspective. Ed. Abr. Bosse. Paris 1648.
- Andrea Alberti**, Zwei Bücher von der Perspektive. Nürnberg 1670.
- Brook Taylor**, New principles of linear perspective. London 1719.
- A. Fr. Friezier**, La théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois ou traité de stéréotomie. Straßburg 2 v. 1738—39. 3 v. Paris 1754, 1760, 1768, 1759.
- J. H. Lambert**, Die freie Perspektive oder Anweisung, jeden perspektivischen Aufriß von freien Stücken und ohne Grundriß zu verfertigen. Zürich 1759; 2. Aufl. 1774. (Auch Historisches.)
- J. H. Lambert**, Sur la perspective aérienne. Mém. Ac. Berlin a. 1774, 74 ff. [1776].
- J. A. Segner**, Anfangsgründe der Perspective. Berlin 1779. 94 S. 4°.
- G. H. Werner**, Anweisung aller Arten von Perspektiven nach den Regeln der Kunst und Perspektiv von selbst ziehen zu lernen. Erfurt 1781. 130 S.
- G. S. Klügel**, Geometrische Entwicklung der Eigenschaften der stereographischen Projektion. Berlin u. Stettin 1788.

## § 2. Lehrbücher der darstellenden Geometrie.

- G. Monge**, Leçons de géométrie descriptive. Séances des écoles normales, I—IV. Paris 1795. 4°. 6° éd. 1837; 7° éd. p. Brisson 1847. — Traité de géométrie descriptive. Paris 1799. 4; 2<sup>a</sup> éd. 1811; 5° éd. p. Brisson 1827.

- Nouv. éd. 1898—99. Dtsch. von Schreiber. Freiberg 1822. Übers. u. hrsg. von R. Haubner. Ostw. Klass. Nr. 117. Leipzig 1900. 217 S. 12°.
- S. F. Lacroix**, Essai de géométrie sur les plans et les surfaces courbes. (Éléments de géométrie descriptive.) Paris 1795; 2<sup>e</sup> éd. 1802. 7<sup>e</sup> éd. 1840. (Darstellung von Durchschnitten, Perspektive etc.)
- Th. Olivier**, Développements de géométrie descriptive. Paris 1843. — Cours de géométrie descriptive. Paris 1845. (Compléments de géométrie descriptive. Paris 1845.) 2<sup>e</sup> éd. 3 Parties. 1852.
- J. Adhémar**, Traité de géométrie descriptive. 3<sup>e</sup> éd. Paris 1847.
- A. L. Busch**, Vorschule der darstellenden Geometrie. (Für Techniker.) Mit e. Vorw. von C. G. J. Jacobi. Berlin 1846.
- F. Wolff**, Die beschreibende Geometrie, die geometrische Zeichenkunst und die Perspektive. Berlin. 2. Aufl. 1847; 3. Aufl. 1861.
- K. Pohlke**, Darstellende Geometrie. Berlin 2. Aufl. 1866; 6. Aufl. 1874.
- A. Amiot**, Leçons nouvelles de géométrie descriptive. Paris 1852.
- C. F. A. Leroy**, Traité de géométrie descriptive. 2<sup>e</sup> éd. 2 vols. Paris 1847. Dtsch. von E. F. Kauffmann. 2. Aufl. Stuttgart 1853. 12<sup>e</sup> éd. par E. Martelet. Paris 1885; 14<sup>e</sup> éd. 1896. xx u. 370 u. 71 Taf.
- J. A. R. de La Gournerie**, Traité de géométrie descriptive. Paris 1862; 2<sup>e</sup> éd. 3 Parties. I, 1873; II, 1880; III, 1885. 3<sup>e</sup> éd. resp. 1891, 1880, 1901. xx u. 230.
- Jos. Schlesinger**, Die darstellende Geometrie im Sinne der neueren Geometrie. Wien 1870.
- R. Sturm**, Elemente der darstellenden Geometrie. Leipzig 1874. 100 S. 2. Aufl. 1900. v u. 157.
- E. Prix**, Elemente der darstellenden Geometrie. Leipzig 1883. iv u. 120.
- B. Gugler**, Lehrbuch der descriptiven Geometrie. Stuttgart. 4. Aufl. 1880.
- R. Heger**, Darstellende Geometrie. Breslau. 1880. 118 S.
- A. Schmidt**, Elemente der darstellenden Geometrie. Die orthogonale Projektion. Wiesbaden 1882. 229 S. u. Atlas.
- A. Mannheim**, Premiers éléments de la géométrie descriptive. Paris 1882. — Cours de géométrie descriptive de l'École Polytechnique, comprenant les Éléments de la Géométrie cinématique. Paris, Gand. 2<sup>e</sup> éd. 1886.
- W. Fiedler**, Die darstellende Geometrie in organischer Verbindung mit der Geometrie der Lage. Leipzig. I. Die Methoden der darstellenden Geometrie und die Elemente der projektivischen Geometrie. 4. Aufl. 1904. xxiv u. 431. II. Die darstellende Geometrie der krummen Linien und Flächen. 3. Aufl. 1885. xxxiii u. 560. III. Die konstruierende und analytische Geometrie der Lage. 3. Aufl. 1888. xxx u. 660. (Historisches und Literaturangaben.)
- Ch. Wiener**, Lehrbuch der darstellenden Geometrie Leipzig. I, 1884. xx u. 477. II, 1887. xxx u. 649. (Auch Historisches.)
- G. A. v. Peschka**, Darstellende und projektive Geometrie, nach dem gegenwärtigen Stande der Wissenschaft. 4 Bde. Wien. I, 1883. 578 S. m. Atl. 2. Aufl. 1899. xxi u. 719. II, 1884. 576 S. m. Atl. III, 1884. 792 S. m. Atl. IV, 1885. 550 S. m. Atl.
- N. Breithof**, Traité de géométrie descriptive. Paris. 2<sup>e</sup> éd. 3 v. I, 1880—81. II, 1883. 333 S. III, 4<sup>e</sup> éd. 1901. 193 S.
- Ch. Brisse**, Cours de géométrie descriptive. 2 v. Paris. 2<sup>e</sup> éd. 1901.
- J. Schlotke**, Lehrbuch der darstellenden Geometrie. 4 Bde. Dresden. I, 5. Aufl. 1902. iv u. 167. II. 3. Aufl. 1902. ii u. 60. III. 2. Aufl. 1902. v u. 133. IV. 2. Aufl. 1896. v u. 177.
- K. Rohn und E. Papperitz**, Lehrbuch der darstellenden Geometrie. 2 Bde. Leipzig. I, 2. Aufl. 1901. xx u. 418. II, 1896. xv u. 528.
- F. Smolik**, Elemente der darstellenden Geometrie. 3. Aufl. von J. F. Heller. Leipzig 1906. vi u. 306 u. 334 Fig.
- X. Antomari**, Cours de géométrie descriptive. Paris. 3<sup>e</sup> éd. 1906. 623 S. — Traité de géométrie descriptive. 3<sup>e</sup> éd. Paris 1904. 164 S.

- Chr. Beyel**, Darstellende Geometrie. Mit einer Sammlung von 1800 Dispositionen zu Aufgaben. Leipzig 1901. XII u. 190.
- J. Vonderlinn**, Darstellende Geometrie für Bauhandwerker. I. 2. Aufl. Bremerhaven 1904. VIII u. 228. II. Stuttgart 1894. VIII u. 161. 2. Aufl. 1907.
- H. Ferval**, *Éléments de géométrie descriptive*. Paris 6<sup>e</sup> éd. 1906. VI u. 326. 12<sup>o</sup>.
- F. Enriques**, *Lezioni di geometria descrittiva*, pubbl. p. U. Concina. Bologna 1902. XI u. 421.
- F. J. (Brunhes)**, *Éléments de géométrie descriptive avec de nombreux exercices*. Paris 7<sup>e</sup> éd. 1902. 462 S. 16<sup>o</sup>.
- E. Lebon**, *Géométrie descriptive et géométrie cotée*, Paris 1905. VI u. 176.
- Max Bernhard**, Darstellende Geometrie. (Leitfaden für Techniker.) Stuttgart. 2. Aufl. 1905. XI u. 278.
- F. Aschieri**, *Lezioni di geometria descrittiva*. Milano. 2<sup>a</sup> ed. 1895. 443 S.
- G. Loria**, Vorlesungen über darstellende Geometrie. Dtsch. von Fr. Schütte, I. Die Darstellungsmethoden. Leipzig 1907. XI u. 219.

### § 3. Spezielles. Aufgaben. Photogrammetrie.

- Ch. Scheiner**, *Pantografice seu ars delineandi res quaslibet per parallelogrammum lineare seu cavum, mechanicum, mobile*. Romae 1631. 4<sup>o</sup>. (Storchschnabel.)
- W. v. Bohl**, Instrumente und Apparate für geometrisches Zeichnen mit Erklärung ihrer Theorie. Hrsg. von d. Techn. Ges. Moskau. 1893. VII u. 243. Russisch. (Geschichtliches.)
- G. Poudra**, *Traité de perspective-relief*. Paris 1860. 224 S.
- J. A. R. de La Gournerie**, *Traité de perspective linéaire*. Paris 3<sup>e</sup> éd. 1898.
- L. Delaistre**, *Cours complet de dessin linéaire, gradué et progressif*. 4 P. Paris 5<sup>e</sup> éd. 1894. 70 S. 60 Taf. 4<sup>o</sup>.
- G. Müller**, Zeichnende Geometrie. 5. Aufl. Stuttgart 1892. VIII u. 92 u. 10 Taf. Übungsstoff für das geometrische Zeichnen. Stuttgart. 10. Aufl. 1892. 112 S. 12<sup>o</sup> u. 21 Taf.
- H. Becker**, Geometrisches Zeichnen. Neu bearb. von J. Vonderlinn. Leipzig, Göschen. 3. Aufl. 1903. 136 S. u. 23 Taf.
- A. Stuhlmann**, Zirkelzeichnen. Allg. Teil. (Für Techniker.) Dresden 13. Aufl. 1891. XV u. 11 S. u. 18 Taf. 12<sup>o</sup>.
- A. J. Preßland**, *Geometrical drawing*. London 1892. VII u. 144.
- J. Vonderlinn**, Vorlegeblätter für den Unterricht in Linear- und Projektionszeichnen. Stuttgart. 1892. 12 Taf. u. 13 Bl. gr. 4<sup>o</sup>.
- J. H. Spanton**, *Science and art drawing. Complete geometrical course*. London 1895. 582 S.
- A. Göller**, Lehrbuch der Schattenkonstruktion und Beleuchtungskunde. Mit 200 Übungsaufgaben. Stuttgart 1895. VIII u. 160 gr. 4<sup>o</sup> u. 4 Taf.
- J. Kugelmayer**, Die Projektionslehre. Mit bes. Berücksichtigung des Bau- und Maschinenfaches. Wien 1891. VIII u. 168 S. 8<sup>o</sup>.
- C. H. Müller und O. Preßler**, Leitfaden der Projektionslehre. Ein Übungsbuch der konstruierenden Stereometrie. Ausg. A. VIII u. 320. Ausg. B. VI u. 138. Leipzig 1903.
- A. Weiler**, Neue Behandlung der Parallelprojektionen und der Axonometrie. Leipzig 1896. VIII u. 210.
- Chr. Beyel**, Axonometrie und Perspektive. Stuttgart 1887. V u. 57.
- R. Schüßler**, Orthogonale Axonometrie. Ein Lehrbuch zum Selbststudium. Leipzig 1905. VIII u. 170.
- J. Vonderlinn**, Parallelperspektive; Rechtwinklige und schiefwinklige Axonometrie. Leipzig 1905. 112 S.
- J. Doré**, *Traité pratique de perspective et théorie nouvelle et rationnelle des ombres portées*. Paris 1904. IV u. 172.
- G. Schreiber**, Lehrbuch der Perspektive. Leipzig. 3. Aufl. 1886. XXII u. 212.
- G. A. v. Peschka**, Freie Perspektive. 2. Aufl. Leipzig. I. 1888. XXIII u. 336. II, 1889, XX u. 328.



- W. Streckfuß**, Lehrbuch der Perspektive. Berlin. 3. Aufl. 1897. 180 u. 12.  
**F. Chomé**, Plans cotés. Cours de géométrie descriptive de l'École militaire. Paris. 4<sup>e</sup> éd. 1904. vi u. 171.  
**N. Charruit**, Cours de géométrie cotée à l'usage des candidats à l'École spéc. mil. de St. Cyr. Paris 1898. iv u. 299. gr. 8<sup>o</sup>.  
**E. Brassine**, Éléments de géométrie descriptive appliquée à la coupe des pierres et à la charpente. Paris 1868.  
**C. F. A. Leroix**, Traité de stéréotomie, comprenant les applications de la géométrie descriptive à la théorie des ombres, la perspective linéaire, la gnomonique, la coupe des pierres et la charpente. 12<sup>e</sup> éd. Paris 1898.  
**F. Breithof**, Stéréotomie, théorie et construction des arches biaises. Paris 1901. 68 S.  
**R. Gerke**, Aufgabensammlung aus der darstellenden Geometrie. 40 Tafeln mit 350 Fig. 2. Aufl. von C. Schönemark. Hannover 1889.  
**J. F. Heller**, Methodisch geordnete Sammlung von Aufgaben und Beispielen aus der darstellenden Geometrie für Realschulen. 3 T. I, 1904, iv u. 103; II, 1892. iv u. 106; III, 1893, 49 S.  
**E. Sailer**, Die Aufgaben aus der darstellenden Geometrie, welche bei der Prüfung für das Lehramt der Math. u. Phys. 1873—93 gestellt wurden. München 1899. 75 S. gr. 8<sup>o</sup>.

Die Photogrammetrie, oder Metrophotographie, wie sie ihr Erfinder A. Laussedat (1850) nannte, leitet für bestimmte Visierrichtungen die Horizontal- und Vertikalwinkel aus dem photographischen Bilde her.

- A. Laussedat**, Historique de l'application de la photographie au lever des plans. C. R. Assoc. France (2) 21, 215—238. 1892.  
**A. Laussedat**, Recherches sur les instruments, les méthodes et le dessin topographique. II: 1 Iconométrie et métrophotographie. Paris 1901. 198 S. u. 15 Taf.  
**A. Meydenbauer**, Das photographische Aufnehmen zu wissenschaftlichen Zwecken, insbesondere das Meßbildverfahren. 2 Bde. I. Die photographischen Grundlagen und das Meßbild-Verfahren mit kleinen Instrumenten. Berlin 1892. viii u. 200.  
**C. Koppe**, Die Photogrammetrie oder Bildmeßkunst. Weimar 1889. xii u. 83 u. 7 Taf. — Photogrammetrie und internationale Wolkenmessung. Braunschweig 1896. viii u. 108 u. 5 Taf.  
**K. Heun**, Die Bestimmung der Geschwindigkeit nach den Methoden der Photogrammetrie. Z. Math. Phys. 44, 18—27, 1899.  
**S. Finsterwalder**, Die geometrischen Grundlagen der Photogrammetrie. Jhrsb. Dtsch. Math.-Ver. 6, 2, 1—41, 1899.  
**Fr. Schilling**, Über die Anwendungen der darstellenden Geometrie, insbesondere über die Photogrammetrie. Vorträge. Leipzig 1904. viii u. 196.  
**A. Schell**, Die stereophotogrammetrische Bestimmung der Lage eines Punktes im Raume. Wien 1904. 37 S.  
**A. Sprung**, Über die allgemeinen Formeln der Photogrammetrie. Sep. Ergebn. d. internat. Wolkenjahrs. Potsdam 1896—97.  
**S. Finsterwalder**, Eine neue Art der Photogrammetrie bei flüchtigen Aufnahmen zu verwenden. Stgtsber. Ak. München 34, 103—111, 1904.

## Abschnitt II. Höhere Geometrie.

### Kapitel 1. Analytische Geometrie.

§ 1. Einleitung. Historisches. Ältere Schriften. Die analytische Geometrie erforscht die Raumgebilde mit Hilfe von Gleichungen zwischen veränderlichen Größen, die geeignet sind, die Elemente der Raum-

gebilde, Punkte, Linien etc. anschaulich darzustellen. Descartes, 1637, ist der Begründer der analytischen Geometrie. Wahrscheinlich war Fermats älteste Schrift über analytische Geometrie: „Ad locos planos et solidos isagoge“ schon früher verfaßt als Descartes' *Géométrie*, sie erschien aber erst in den „*Varia Opera*“ 1679.

**R. Descartes**, Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et chercher la vérité dans les sciences. Plus la Dioptrique, les Météores et la Géométrie. Leyden. 1637. (78) u. 294 S. 4<sup>o</sup>. — *Geometria a Renato des Cartes* 1637 gallica edita, cum Notis Florimondi de Beaune. Leyden 1649. XII u. 336. 4<sup>o</sup>. — *Geometria*. I, II. Amsterd. 1659, XII u. 520; XIV u. 424. (Der II. Teil enthält Schriften von F. van Schooten, E. Bartholin, Flor. de Beaune, J. de Witt.) Viele spätere Ausgaben. Auch in Auguste Comte, *La géométrie analytique*, Nouv. éd. Paris 1894 findet sich S. 1—111 Descartes' Geometrie. — Die Geometrie von René Descartes. Deutsch hrsg. von L. Schlesinger. Berlin 1894. X u. 116.

**Jan de Witt**, *Elementa linearum curvarum*. Lugd. Bat. 1659. (Dieser Abschnitt der soeben genannten Ausgabe von Descartes' Geometrie enthält im 2. Buche die Elemente der analytischen Geometrie der Ebene.)

**John Wallis**, *Tractatus de sectionibus conicis nova methodo expositis*. Oxoniae 1655.

**René de Sluze**, *Mesolabium*. Lüttich 1668. (Mehrfache Anwendungen der Cartesischen Algebra.)

**G. P. de Roberval**, *De geometrica planarum et cubicarum aequationum resolutione*. Anc. Mém. Ac. sc. Paris 7, Ed. La Haye 1731, 113—203. Posth.

**Ph. de Lahire**, *Nouveaux éléments des sections coniques*. Paris 1678.

**John Craig**, *Methodus figurarum lineis rectis et curvis comprehensarum quadraturarum determinandi*. London 1685. (Auch Anwendung der Infinitesimalrechnung auf analytische Geometrie.)

**G. Fr. de l'Hospital**, *Traité analytique des sections coniques et de leur usage pour la résolution des équations dans les problèmes tant déterminés qu'indéterminés*. Paris 1707.

**Guisnée**, *Application de l'algèbre à la géométrie, ou méthode de démontrer par l'algèbre les théorèmes de géométrie et d'en résoudre et construire tous les problèmes*. Paris 1705. 252 S. 4<sup>o</sup>. 2<sup>e</sup> éd. 1733. Auch 1753, 1773.

**Claude Rabuel**, *Commentaire sur la Géométrie de M. Descartes*. Lyon 1730.

**L. Euler**, *Introductio in analysin infinitorum*. Lausannae 2 v. 1748. (Der 2. Band enthält eine methodische Darstellung der analytischen Geometrie der Ebene und des Raumes, die in bezug auf Klarheit und Strenge von keinem Lehrbuch der analytischen Geometrie übertroffen wird.) Deutsch von Ch. Michelsen. 3 Teile. Berlin 1788—1791.

**J. P. de Gua de Malves**, *Usage de l'analyse de Descartes pour découvrir, sans le secours du calcul différentiel, les propriétés ou affections principales des lignes géométriques de tous les ordres*. Paris 1740. 497 S. 12<sup>o</sup>. (Eine vortreffliche Darstellung der Theorie der krummen Linien.)

**Gabriel Cramer**, *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*. Genève 1750. XXIII u. 680 u. XII S. 4<sup>o</sup>. (Abgeschlossene Theorie der algebraischen Kurven nach Descartes' Methode.)

**Vinc. Riccati et Hieron. Saladini**, *Institutiones analyticae*. Bologna 1765. (Enthält im 1. Bande eine analytische Geometrie der Kegelschnitte und der Kurven höherer Ordnung.)

**Edw. Waring**, *Miscellanea analytica de aequationibus algebraicis et curvarum proprietatibus*. Cantabr. 1762. Neue Aufl. der *Proprietates curvarum* 1772.

**S. Gurief**, *Mémoire sur la résolution des principaux problèmes, qu'on peut proposer dans les courbes, dont les coordonnées partent d'un point fixe*. Nova Acta Ac. Petrop. 12, a. 1794, 176—191 [1801]. (Zusammenstellung der Formeln für Polarcoordinaten.)

## § 2. Lehrbücher der elementaren analytischen Geometrie.

Elementare Lehrbücher der analytischen Geometrie nennen wir solche, welche die Methoden der Infinitesimalrechnung ausschließen. Die Zahl der Lehrbücher der analytischen Geometrie ist so groß, daß wir nur eine verhältnismäßig geringe Zahl hier nennen können und selbst recht brauchbare Lehrbücher fortlassen müssen. Dafür führen wir einige recht gute ältere Lehrbücher an.

- Ch. Bossut**, *Traité élémentaire de géométrie et de la manière d'appliquer l'algèbre à la géométrie*. Paris 1774. 518 S.
- J. B. Biot**, *Traité analytique des courbes et des surfaces du second degré*. Paris 1802. — 2<sup>e</sup> éd. *Essai de géométrie analytique appliquée aux courbes et aux surfaces du second ordre*. Paris 1805. — 8<sup>e</sup> éd. 1834. Dtsch. von Ahrens. 2. Aufl. Nürnberg 1840. Engl. von Smith. 2<sup>n</sup> ed. Philadelphia. 1858.
- S. A. J. L'Huilier**, *Éléments d'analyse géométrique et d'analyse algébrique appliquées à la recherche des lieux géométriques*. Paris 1809.
- Nils Schenmark**, *Analytische Geometrie, worin nebst den ersten Gründen der Algebra, ihre Anwendung auf Elementar-Geometrie und die Kegelschnitte enthalten*. Aus d. Schwed. Kopenhagen 1779. 144 S. (Das schwedische Original erschien erst 1785).
- F. L. Lefrançais**, *Essais de géométrie analytique*. 2<sup>e</sup> éd. Paris 1804.
- H. W. Brandes**, *Lehrbuch der höheren Geometrie*. 2 T. Leipzig 1822 u. 1824.
- T. Bugge**, *Anleitung zur analytischen Geometrie*. Deutsch von Tobiesen. Altona 1816.
- L. B. Francœur**, *Die analytische Geometrie in der Ebene*. Dtsch. von Külp. Bern 1839. — *Die analytische Geometrie im Raume*. 2. Aufl. Dtsch. von Külp. Bern 1845. (Aus dem *Cours complet de mathématiques pures*).
- J. G. Garnier**, *Géométrie analytique ou Application de l'algèbre à la géométrie*. 2<sup>e</sup> éd. Paris 1813.
- J. J. Littrow**, *Analytische Geometrie*. Wien 1823.
- M. Ohm**, *Die analytische und höhere Geometrie in ihren Elementen mit vorzüglicher Berücksichtigung der Theorie der Kegelschnitte*. Berlin 1826.
- P. L. M. Bourdon**, *Application de l'algèbre à la géométrie à deux et à trois dimensions*. Paris 1824. 9<sup>e</sup> éd. Paris 1880. Nouv. éd. p. Darboux. Paris 1906. xviii u. 650.
- J. L. Boucharlat**, *Théorie des courbes et des surfaces du second ordre, ou Traité complet d'application de l'algèbre à la géométrie*. 3<sup>e</sup> éd. Paris 1845.
- J. A. Grunert**, *Elemente der analytischen Geometrie*. Leipzig 1839.
- C. F. A. Leroy**, *Analyse appliquée à la géométrie de trois dimensions*. 4<sup>e</sup> éd. Paris 1854. Dtsch. von E. F. Kauffmann. Stuttgart 1840.
- O. Hesse**, *Vier Vorlesungen in der analytischen Geometrie*. Leipzig 1866 u. *Ztschr. f. Math. Phys.* **11**, 369—425, 1866.
- O. Hesse**, *Vorlesungen über analytische Geometrie des Raumes*. Leipzig 1861. 2. Aufl. 1869. 3. Aufl. v. S. Gundelfinger 1876. 4. Aufl. 1906. viii u. 251.
- Joh. Müller**, *Elemente der analytischen Geometrie in der Ebene und im Raume*. 2. Aufl. von Hub. Müller. Braunschweig 1878.
- E. Gruhl**, *Lehrbuch der analytischen Geometrie I*. Berlin 1873.
- K. O. A. Fort und O. Schlömilch**, *Lehrbuch der analytischen Geometrie*. 2 T. 6. Aufl. Leipzig 1893 u. 1899. 7. Aufl. herausgeg. von R. Heger. I. 1904. xvii u. 268. II. 1898. viii u. 338.
- K. Hattendorff**, *Einleitung in die analytische Geometrie*. 2. Aufl. Hannover 1877.
- J. O. Gandtner**, *Die Elemente der analytischen Geometrie für den Schulunterricht*. Pr. Minden 1862. — *Die Elemente der analytischen Geometrie, für den Schulgebrauch bearbeitet*. 8. Aufl. von E. Gruhl. Berlin 1892. vii u. 103. 10. Aufl. Berlin 1898.

- H. Drasch**, Elemente der analytischen Geometrie der Geraden und der Kegelschnitte. Wien 1889. 112 S. (Für die Schule.)
- H. Ganter und F. Rudio**, Die Elemente der analytischen Geometrie der Ebene. 5. Aufl. Leipzig 1903. VIII u. 187. 6. Aufl. 1908. VIII u. 190.
- F. Rudio**, Die Elemente der analytischen Geometrie des Raumes. Leipzig 1891. x u. 156. 2. Aufl. 1899. x u. 184. 3. Aufl. 1901. x u. 184.
- M. L. Albergiani**, Intorno ai concetti ed ai metodi fondamentali della geometria analitica. Palermo 1880.
- Is. Todhunter**, Treatise on plane coordinate geometry. 6<sup>th</sup> ed. London 1880.
- R. Baltzer**, Analytische Geometrie. Leipzig 1883.
- Fr. Meyer**, Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, für höhere Lehranstalten. Hannover 1881. 166 S.
- F. Aschieri**, Geometria analitica del piano. Milano, Hoepli 1887. IV u. 174. — Geometria analitica dello spazio. ib. 1888. IV u. 196.
- E. A. Bowser**, Elementary treatise on analytic geometry, embracing plane geometry and an introduction to geometry of three dimensions. 17<sup>th</sup> ed. New York 1894.
- C. A. Briot et J. C. Bouquet**, Leçons de géométrie analytique. 17<sup>e</sup> éd. par Appell. Paris 1900. It. v. Simonelli. Firenze 1863.
- I. A. Carnoy**, Cours de géométrie analytique. 2 P. 4<sup>e</sup> éd. 1889. XII u. 535. 5<sup>e</sup> éd. Paris 1899. I. 7<sup>e</sup> éd. 1904. II. 6<sup>e</sup> éd. 1905.
- J. Casey**, A treatise on the analytic geometry of the point, line, circle and conic sections, containing an account of its most recent extensions. 2<sup>nd</sup> ed. London 1893. XXXII u. 584. Span. von Balbin. Buenos Ayres 1888.
- Auguste Comte**, La géométrie analytique. Nouv. éd. précédée de la géométrie de Descartes. Paris 1894. VIII u. 598.
- C. de Comberousse**, Géométrie analytique plane et dans l'espace. 2<sup>e</sup> éd. Paris 1896.
- P. A. Lambert**, Analytical geometry for technical schools and colleges. London. New York 1897. XII u. 216.
- B. A. Niewenglowski**, Cours de géométrie analytique. 3 P. I. Sections coniques. VI u. 483. II. Constructions des courbes planes. Compléments relatifs aux coniques. 1895. 292 S. III. Géométrie dans l'espace, avec une note de E. Borel sur les transformations en géométrie. 1896. III u. 572. Paris 1894.
- E. d'Ovidio**, Geometria analitica. 2. ed. Torino 1896. 3. ed. 1903. XV u. 529.
- W. J. Johnston**, An elementary treatise on analytical geometry. Oxford 1893. XIII u. 425.
- O. Staude**, Analytische Geometrie des Punktes, der geraden Linie und der Ebene. Leipzig 1905. VIII u. 447.
- Fr. Schur**, Lehrbuch der analytischen Geometrie. Leipzig 1898. x u. 216.
- J. Thomae**, Grundriß einer analytischen Geometrie der Ebene. Leipzig 1906. x u. 183 gr. 8<sup>o</sup>. (Zusammenstellung der Sätze mit Beweisen, zum Gebrauche bei Vorlesungen.)
- H. Laurent**, La géométrie analytique générale. Paris 1906. 7 u. 153.
- C. Runge**, Analytische Geometrie der Ebene. Leipzig 1908. IV u. 198.

### § 3. Übungen zur elementaren analytischen Geometrie.

- L. I. Magnus**, Sammlung von Aufgaben und Lehrsätzen aus der analytischen Geometrie. 2 T. Berlin 1833 u. 1837. (Aus Meyer Hirsch, Sammlung geometrischer Aufgaben.)
- C. Brisse**, Recueil de problèmes de géométrie analytique. 2<sup>e</sup> éd. Paris 1892.
- Ad. Hochheim**, Aufgaben aus der analytischen Geometrie der Ebene. 3 Hefte in je 2 T. I. 3. Aufl. 1904. 226 S. II. 2. Aufl. 1906. 177 S. III. 1886. 161 S.
- C. A. Laisant**, Recueil de problèmes de mathématiques. IV—V. Géométrie analytique. Paris 1893. x u. 311, VIII u. 95. (1183 Aufgaben.)
- G. de Longchamps**, Cours de problèmes de géométrie analytique. 3 vol. Paris. I. 1897. VI u. 129. II. 1898. VIII u. 436. III. 1899. XII u. 83.
- Is. Todhunter**, Solutions to problems contained in a treatise on plane coordi-

- nate geometry. Ed. by C. W. Bourne. London 1887. — Examples of geometry of three dimensions. 4<sup>th</sup> ed. London 1878.
- I. Köhler**, Exercices de géométrie analytique et de géométrie supérieure. Paris. I. Géométrie plane, 1886. II. Géométrie dans l'espace, 1888.
- A. Rémond**, Exercices élémentaires de géométrie analytique, avec un exposé des méthodes de résolution. 2 v. Paris. I. Géométrie à deux dimensions. 2<sup>e</sup> éd. 1898. II. Géométrie à trois dimensions. 2<sup>e</sup> éd. 1898. VIII u. 336.
- Fr. Gräfe**, Aufgaben und Lehrsätze aus der analytischen Geometrie des Punktes, der geraden Linie, des Kreises und der Kegelschnitte. Leipzig 1885. IV u. 136. Auflösl. u. Beweise 1886 IV u. 259. — Aufgaben und Lehrsätze aus der analytischen Geometrie des Raumes, insbesondere der Flächen zweiten Grades. Leipzig 1888. XIV u. 127. Auflösungen u. Beweise ib. 1890. XVI u. 353.
- Fr. Michel**, Recueil de problèmes de géométrie analytique. Solutions des problèmes. Paris 1900. VI u. 240.
- Chr. Schmehl**, Aufgaben aus der analytischen Geometrie der Ebene. Gießen 1904. VII u. 111.
- C. Püschel**, Eine Zusammenstellung von Aufgaben aus der analytischen Geometrie, für die Prima des Gymnasiums. Pr. Waldenburg. I. 1897. 27 S. II. 1898. 27 S.
- E. Mosnat**, Problèmes de géométrie analytique. Géométrie à deux dimensions. 2<sup>e</sup> éd. Paris 1905. 483 S. u. 1907. 496 S.

§ 4. **Koordinaten**. Die Anfänge eines Koordinatensystems finden sich schon bei Nicolaus Oresme († 1382), De latitudinibus formarum. Padua 1482. Für die historische Entwicklung sehe man:

- S. Günther**, Die Anfänge und Entwicklungsstadien des Koordinatenprinzips. Abh. Naturf. Ges. Nürnberg 6, 1877, Ital. von G. Garbieri, Bull. bibl. storia Boncompagni 10, 363—406. 1877.
- E. Wölffing**, Bericht über den gegenwärtigen Stand der Lehre von den natürlichen Koordinaten. Bibl. math. (3) 1, 142—159. 1900.
- R. Fißer**, Die Methoden der analytischen Geometrie in ihrer Entwicklung im 19. Jahrhundert. Pr. Braunau 1900. 51 S. 4<sup>o</sup>.

Die Theorie der Koordinatensysteme enthalten:

- A. F. Möbius**, Der barycentrische Calcul, ein neues Hilfsmittel zur analytischen Behandlung der Geometrie. Leipzig 1827. Werke Bd. I. (Erstes Beispiel eines Linien-Koordinatensystems.)
- E. Cesàro**, Sur l'emploi des coordonnées barycentriques. Mathesis 10, 177 bis 190, 1890.
- J. Plücker**, Analytisch-geometrische Entwicklungen. Essen. I. Bd. 1828. II. Bd. 1831. — Über ein neues Koordinatensystem. Journ. f. Math. 5, 1—36, 1830. — System der analytischen Geometrie, auf neue Betrachtungsweisen gegründet und insbesondere eine ausführliche Theorie der Curven dritter Ordnung enthaltend. Berlin 1835. — Theorie der algebraischen Curven, gegründet auf eine neue Behandlungsweise der analytischen Geometrie. Bonn 1839. — System der Geometrie des Raumes in neuer analytischer Behandlungsweise. Düsseldorf 1846. Neue Aufl. 1852. — Neue Geometrie des Raumes, gegründet auf die Betrachtung der geraden Linie als Raumelement. Mit einem Vorwort von A. Clebsch. Leipzig 1868. 1869. I, 1—226; II, 227—378 (hrsg. von F. Klein).
- M. G. v. Paucker**, Koordinatenlehre. Mitau 1842.
- I. G. H. Swellengrebel**, Neun verschiedene Koordinatensysteme im Zusammenhang untersucht. Bonn 1853. — Untersuchungen über allgemeine Verwandtschaftsverhältnisse von Koordinatensystemen. Bonn 1855.
- D. Chelini**, Sul metodo delle coordinate rettilinee. Roma 1849. — Sulla teoria dei sistemi semplici di coordinate, e discussione delle equazioni generali di

- secondo grado in coordinate triangolari e tetraedriche. Mem. Ac. Bologna 1863. 79 S.
- J. A. Grunert**, Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes für polare Koordinatensysteme. Greifswald 1857.
- L. Natani**, Anwendungen eines gewissen Koordinatensystems. Berlin 1857.
- C. I. C. Price**, Treatise on trilinear coordinates. Oxford 1865.
- W. A. Withworth**, Trilinear coordinates. London 1866.
- Tillol**, Exposition des principes de la géométrie plane dans les systèmes des coordonnées trilinéaires. Toulouse 1867.
- A. Cambier**, Éléments de géométrie trilinéaire. 2<sup>e</sup> éd. Bruxelles 1891.
- N. M. Ferrers**, An elementary treatise on trilinear coordinates, the method of reciprocal polars. London 1861. 4<sup>th</sup> ed. 1890.
- W. Unverzagt**, Über ein einfaches Koordinatensystem der Geraden. Pr. Wiesbaden 1872.
- J. P. Weinmeister**, Das System der polaren Linienkoordinaten in der Ebene. Diss. Marburg 1876.
- K. Schwing**, Ueber ein besonderes Linienkoordinatensystem. Ztschr. f. Math. Phys. 21, 278—286. 1876. — Theorie und Anwendung der Linienkoordinaten in der analytischen Geometrie der Ebene. Leipzig 1884. VI u. 96.
- L. Bartoluzzi**, Memorie sulle coordinate lineari. Firenze 1881.
- R. Heger**, Die Elemente der analytischen Geometrie in homogenen Coordinaten. Braunschweig 1872.
- H. v. Jettmar**, Versuch der Einführung homogener Punkt- und Linienkoordinaten in die Elemente der analytischen Geometrie. Pr. Wien 1892.
- W. Killing**, Lehrbuch der analytischen Geometrie in homogenen Coordinaten. 2 T. Paderborn 1900. XIII u. 220.
- E. Rehfeld**, Trianguläre Coordinaten in Anwendung auf den Raum. Pr. Elberfeld 1895. 66 S.
- J. Vidaillet**, Sur une interprétation géométrique des coordonnées trilinéaires et applications aux courbes de degré  $n$ ; tangentes à une conique en  $n$  points. Paris 1896.
- H. G. Zeuthen**, Forelæsninger over trekante-koordinater. Kopenhagen 1898.
- J. Neuberg**, Études sur les coordonnées tétraédriques. Paris 1870.
- M. L. Albergiani**, Geometria dello spazio in coordinate tetraedriche. Palermo 1877.
- P. Serret**, Géométrie de direction. Application des coordonnées polyédriques. Paris 1869.
- Ed. Lucas**, Sur les coordonnées tripolaires. Mathesis 9, 129—134, 173—181. 1889.
- J. de Vries**, Recherches sur les coordonnées multipolaires. Arch. Mus. Teyler (2) 5, 99—158, 1896.
- F. Franklin**, Bipunctal coordinates. Amer. J. math. 1, 148—174, 1878. Diss. Baltimore 1880.
- Ch. Biehler**, Sur la construction des courbes dont l'équation est donnée en coordonnées polaires. Nouv. ann. (3) 4, 153—159, 1885.
- C. Pacchiani**, Le coordinate paralleli. Nocera 1890.
- J. Booth**, A treatise on some new geometrical methods, containing essays on tangential coordinates, pedal coordinates, reciprocal polars, the trigonometry of the parabola, the geometrical origin of logarithms, the geometrical properties of elliptic integrals and other kindred subjects. 2 vol. I. London 1840. 2<sup>nd</sup> ed. 1873. I, 368 p.
- G. J. Boquel**, Sur les coordonnées tangentielles. Paris 1881.
- G. Papelier**, Leçons sur les coordonnées tangentielles. 2 P. Paris 1893 et 1894.
- G. Lamé**, Sur les surfaces isothermes dans les corps solides homogènes en équilibre de température. J. math. p. appl. 2, 147, 1837 u. Mém. sav. étr. 5. — Sur l'équilibre des températures dans un ellipsoïde à trois axes inégaux. J. math. p. appl. 4, 100, 1839. — Leçons sur les fonctions inverses de trans-

- cendantes et les surfaces isothermes. Paris 1857. — Leçons sur les coordonnées curvilignes et leurs diverses applications. Paris 1859.
- F. Brioschi**, Sulla teoria delle coordinate curvilinee. Ann. di mat. (2) 1, 1—22, 1864.
- W. Stammer**, Über Kreiscoordinaten. J. f. Math. 44, 295—326, 1852.
- L. Aoust**, Théorie des coordonnées curvilignes quelconques. Ann. di mat. (2) 1, 39—64, 1864 u. (3) 5, 261—288, 1892. — Auch 3 Parties. Paris 1864—68.
- D. Chelini**, Teoria delle coordinate curvilinee nello spazio e nelle superficie. Mem. Ist. Bologna (2) 8, 483—537, 1868. Auch Bologna 1869. (Zusammenstellung der bisherigen Resultate.)
- D. Codazzi**, Sulle coordinate curvilinee d'una superficie e dello spazio. Ann. d. mat. p. appl. (2) 1, 293—316; 2, 101—119, 3, 269—287. 1868.
- M. Lévy**, Mémoire sur les coordonnées curvilignes orthogonales. J. Éc. Polyt. cah. 43, 157—200. 1870.
- E. Roger**, Mémoire sur les coordonnées curvilignes. Ann. d. mines (9) 5, 110 bis 168. 1874.
- J. W. Warren**, Exercises in curvilinear and normal coordinates. Trans. Phil. Soc. Camb. 12, 455—522, 1877.
- C. Neumann**, Über die peripolaren Coordinaten. Ber. Ges. Leipzig 1877, 134—153.
- G. de Berardinis**, Le coordinate geodetiche ortogonali e le geografiche sulla sfera e sull' ellissoide di rotazione. Giorn. di mat. 27, 127—152, 318—326, 1889.
- G. Darboux**, Leçons sur les systèmes orthogonaux et les coordonnées curvilignes. 2 P. Paris I, 1898, IV u. 328.
- F. de Salvert**, Théorie nouvelle du système orthogonal triple isotherme et ses applications aux coordonnées curvilignes. 2 P. Paris 1894.
- K. Baer**, Parabolische Coordinaten in der Ebene und im Raume. Pr. Frankfurt a. O. 1888.
- H. G. Schulz**, Lemniskatische Polarkoordinaten und ihr Zusammenhang mit den gewöhnlichen Polarkoordinaten und den rechtwinkligen Punktkoordinaten. Pr. (Pillau) Königsberg 1888.
- O. Staude**, Über lineare Gleichungen zwischen elliptischen Coordinaten. Diss. Leipzig 1881.
- O. Rausenberger**, Grundlage zu einem System von Krümmungskoordinaten. Diss. Heidelberg 1875.
- O. Böklen**, Ueber krummlinige Coordinaten. Arch. Math. Phys. 34, 26—32, 1860. — Über elliptische Coordinaten. ib. 308—315.
- E. J. Hutt**, Neue Form der elliptischen Kugelkoordinaten. Anwendung derselben 1) auf die Rektifikation und Quadratur der sphärischen Kegelschnitte, 2) auf die Geometrie und Kubatur der Wellenoberfläche. Pr. Berlin 1872.
- H. Tempel**, Die Einführung elliptischer Coordinaten bei den Spezialfällen der Komplexe zweiten Grades. Diss. München 1904. 117 S.
- F. Kötteritzsch**, Die Ermittlung der Potentialkoordinaten und der Krümmungslinien einer gegebenen Niveauläche durch bloße Quadraturen. Freiburg 1877.
- W. Fiedler**, Geometrische Mitteilungen I. Die allgemeine Transformation der Coordinaten. Vierteljahrsschr. d. Naturf.-Ges. Zürich 24, 145—179, 1882.
- M. d'Ocagne**, Coordonnées parallèles et axiales. Méthode de transformation géométrique et procédé nouveau de calcul graphique, déduits de la considération des coordonnées parallèles. Paris 1885. 91 S.
- G. J. Dostor**, Mémoire sur une nouvelle méthode de transformation des coordonnées dans le plan et dans l'espace. Arch. Math. Phys. 26, 121—197, 1856.
- F. Ruckdeschel**, Transformation in Linien- und Ebenenkoordinaten nach neueren Systemen. Diss. Marburg 1897. 74 S. 8°.

Die Transformation der Coordinaten wurde zuerst behandelt von Euler im 2. Teile seiner Introductio (1748). Ferner:

- L. Euler**, Formulae generales pro translatione quacunque corporum rigidorum

Novi Comm. Ac. Petrop. 20, a. 1775, 189—207 [1776]. — Nova methodus motum corporum rigidorum determinandi, ib. 208—238.

- A. **J. Lexell**, Theoremata nonnulla generalia de translatione corporum rigidorum. ib. p. 239—270.  
 C. **G. J. Jacobi**, Euleri formulae de transformatione coordinatarum. J. f. Math. 2, 188—189, 1827.

§ 5. **Ausdehnungslehre. Vektoranalysis.** Während die Koordinatengeometrie genötigt ist, immer neue Koordinatensysteme aufzustellen, bedarf die von G. Graßmann geschaffene Ausdehnungslehre dieses Hilfsmittels nicht. Sie operiert direkt mit den geometrischen Gebilden; ihre Rechnungsoperationen liefern die einfachste analytische Grundlage für alle geometrischen und mechanischen Probleme.

- V. **Schlegel**, Die Graßmannsche Ausdehnungslehre. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik in den letzten fünfzig Jahren. Z. f. Math. Phys. 41, Hist. lit. Abt. 1—21, 41—59, 1896. (Vollständige Literatur.)  
 Herm. **Graßmann**, Die lineare Ausdehnungslehre, ein neuer Zweig der Mathematik, dargestellt und durch Anwendungen auf die übrigen Zweige der Mathematik, wie auch auf die Statik, Mechanik, die Lehre vom Magnetismus und die Krystallonomie erläutert. Leipzig 1844. Ges. math. u. phys. Werke I, 1 T. 1894. — Geometrische Analyse, geknüpft an die von Leibniz erfundene geometrische Charakteristik. Mit einer erläuternden Behandlung von A. F. Möbius. Preisschr. d. Jabl. Ges. Nr. 1. Leipzig 1847. iv u. 79. Werke I, 1 T. 1894. (Mit dem vorigen zus. xv u. 435.) — Die Ausdehnungslehre, vollständig und in strenger Form bearbeitet. Berlin 1862. Werke I, 2 T. 1894. viii u. 511.  
 H. **Graßmann**, Die neuere Algebra und die Ausdehnungslehre. Math. Ann. 7, 538—549. 1874.  
 V. **Schlegel**, System der Raumlehre. Nach den Prinzipien der Graßmannschen Ausdehnungslehre und als Einleitung in dieselbe dargestellt. 2 T. Leipzig. I. Geometrie. Die Gebiete des Punktes, der Geraden und der Ebene 1872. 156 S. II. Die Elemente der modernen Geometrie und Algebra. 1875. 260 S.  
 V. **Schlegel**, Über neuere geometrische Methoden und ihre Verwandtschaft mit der Graßmannschen Ausdehnungslehre. Z. f. Math. Phys. 24, 83—95. 1879.  
 V. **Schlegel**, Einige geometrische Anwendungen der Graßmannschen Ausdehnungslehre. Pr. Waren 1882. 31 S. 4°.  
 L. **Schendel**, Grundzüge der Algebra nach Graßmanns Principien. Halle 1885. 161 S.  
 H. **Graßmann jr.**, Anwendung der Ausdehnungslehre auf die allgemeine Theorie der Raumcurven und Oberflächen. 3 Pr. Halle 1886, 1888 u. 1893. — Punktrechnung und projective Geometrie. I. Festschrift. Halle 1894. 28 S. 4°.  
 G. **Peano**, Calcolo geometrico secondo l'Ausdehnungslehre di H. Graßmann preceduto dalle operazioni della logica deduttiva. Torino 1888. x. u. 170. — Gli elementi di calcolo geometrico. Torino 1891. 42 S. (Auszug a. d. ersten Werke.) Dtsch. von A. Schopp. Leipzig 1891. 38 S. Poln. von S. Dickstein. Warschau 1897. 28 S. — Saggio di calcolo geometrico. Atti Acc. Torino 31, 952—975, 1896. — Analisi della teoria dei vettori. Torino 1898. 24 S. Dtsch. von A. Lanner. Pr. Salzburg. Leipzig 1898. 24 S.  
 F. **Kraft**, Abriß des geometrischen Calculs. Nach den Werken H. G. Graßmanns bearbeitet. Leipzig 1893. xii u. 255.  
 R. **Graßmann**, Die Ausdehnungslehre oder die Wissenschaft von den extensiven Größen in strenger Formelentwicklung. Stettin 1891. ix u. 132. Neue Aufl. (nebst Formelbuch) 1904. ix u. 132 u. 14.  
 E. **Müller-Wien**, Die Liniengeometrie nach den Prinzipien der Graßmannschen Ausdehnungslehre. Monatshefte f. Math. 2, 267—290, 1891. — Die Kugel-



geometrie nach den Prinzipien der Graßmannschen Ausdehnungslehre. ib. 3, 365—402, 1892, 4, 1—52, 1893.

- C. **Burali-Forti**, Introduction à la géométrie différentielle suivant la méthode de H. Graßmann. Paris 1897. xi u. 165.  
 E. **Rudert**, Grundlage zu einer Geometrie der Kugel nach Graßmanns Ausdehnungslehre. Pr. Leipzig 1899. 44 S.  
 J. **W. Collins**, An elementary exposition of Graßmanns Ausdehnungslehre, or theory of extension. Springfield, Mo. 1901. II. u. 46.  
 E. **W. Hyde**, Graßmann's space analysis. New York 1906. 58 S.

Mehrere Arbeiten über Vektoranalysis verfolgen die Tendenz, die Quaternionen im Sinne der Graßmannschen Ausdehnungslehre zu reformieren. Die in Abschnitt IV § 5 (S. 115) angegebene Literatur über Quaternionen sei hier durch folgende Schriften über Vektorenanalysis ergänzt.

- J. **W. Gibbs**, Elements of vector analysis. New Haven 1884.  
 V. **Babin**, Elementos de calculo de los cuaterniones y sus aplicaciones principales á la geometria, al análisis y á la mecánica. Buenos Aires 1887. xix u. 359.  
 E. **W. Hyde**, The directional calculus based upon the methods of H. Graßmann. Boston 1890. xii u. 247.  
 Fr. **Graefe**, Strecken- und Punktrechnung, insbesondere die Rechnung mit parallelen Strecken. Arch. Math. Phys. (2) 15, 34—116, 1896.  
 G. **Nédélec**, Le calcul vectoriel et ses applications en géométrie et en mécanique. I. Paris 1897. 246 S.  
 F. **Caspary**, Applications des méthodes de Graßmann: vecteurs dans le plan; définitions, propriétés. Nouv. Ann. (3) 18, 248—273, 1899.  
 A. **H. Bucherer**, Elemente der Vektor-Analysis. Mit Beispielen aus der theoretischen Physik. Leipzig 1903. vi u. 91. 2. Aufl. 1905. viii u. 103.  
 E. **Jahnke**, Vorlesungen über Vektorenrechnung. Mit Anwendungen auf Geometrie, Mechanik und mathematische Physik. Leipzig. 1905. xii u. 235.  
 R. **Gans**, Einführung in die Vektoranalysis mit Anwendungen auf die mathematische Physik. Leipzig 1905. x u. 98.  
 A. **Macfarlane**, Vector analysis and quaternions. New York 1896. New ed. 1906.  
 S. **Valtiner**, Vektoranalysis. Leipzig, Göschen 1907. 163 S.

## Kapitel 2. Synthetische Geometrie.

§ 1. **Einleitung. Historisches. Anfänge.** Die synthetische Geometrie umfaßt alle diejenigen Entwicklungen, welche sich mit rein geometrischen Mitteln, ohne Anwendung der Koordinaten und algebraischen Operationen, gewinnen lassen. Als besonderer Wissenschaftszweig besteht sie seit dem Erscheinen von Poncelets *Traité des propriétés projectives des figures*, Paris 1822, doch reichen ihre Anfänge bis auf Monge 1795 und noch weiter bis auf Desargues zurück. Seit der Mitte des XIX. Jahrhunderts hat man angefangen, die rein geometrischen Methoden mit denen der Koordinatengeometrie zu vereinen und zu verschmelzen. Daher hat ein wesentlicher Unterschied zwischen neuerer synthetischer und neuerer analytischer Geometrie allmählich aufgehört. Für die neueren Untersuchungen wählt man vielfach den Namen „projektivische Geometrie“ oder „neuere Geometrie“, auch „géométrie supérieure“, „höhere Geometrie“.

Den Grundstein der neueren Geometrie bildet Pascals Auffassung und Behandlungsweise der Kegelschnitte.

- Blaise Pascal**, Essais pour les coniques. Paris 1640. Œuvres iv, 1—6. La Haye 1779.
- W. J. Macdonald**, Pascals essais pour les coniques. Proc. Edinb. Math. Soc. 2, 19—24. 1884. (Eine versuchte Rekonstruktion.)
- G. Desargues**, († 1662), Brouillon projet d'une atteinte aux événements des rencontres d'un cone avec un plan. Paris 1639. Œuvres, p. Poudra, I, 103—230. Paris 1864.
- Ph. de la Hire**, Nouvelle méthode en géométrie pour les sections des superficies coniques et cylindriques. Paris 1673. — Sectiones conicae in novem libros distributae. Paris 1685.
- J. V. Poncelet**, Traité des propriétés projectives des figures. Paris 1822. 2<sup>e</sup> éd. 2 P. Paris 1865—66. — Applications d'analyse et de géométrie, qui ont servi de principal fondement au Traité des propriétés projectives des figures. Avec add. p. Mannheim et Moutard 2 v. Paris 1862 u. 1864. — Mémoire sur les centres de moyennes harmoniques. Pour faire suite au traité des propriétés projectives. J. f. Math. 3, 213—272, 1828. — Traité général des polaires réciproques. J. f. Math. 4, 1—71, 1829.
- L. N. M. Carnot**, Géométrie de position. Paris 1803. Dtsch. von Schumacher, Altona. 2 Bde. 1807—10.
- J. Steiner**, Systematische Entwicklung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten von einander. Berlin 1832. Ges. Werke I, 229—458, Berlin 1881. — Herausg. von A. J. v. Oettingen. Ostw. Klass. Nr. 82 u. 83. Leipzig 1897. 126 S.
- G. K. Ch. v. Staudt**, Geometrie der Lage. Nürnberg 1847. It. von Pieri. Torino 1889. xxviii u. 233. — Beiträge zur Geometrie der Lage. 3 Hefte. Nürnberg 1856—1860.
- Ch. J. Brianchon**, Sur les surfaces courbes du second degré. J. Éc. polyt. cah. 13, 1806, 297—311. — Mémoire sur les lignes du second ordre, faisant suite aux recherches publiés dans les journaux de l'École Polytechnique. Paris 1817. — Application de la théorie des transversales. Paris 1818.
- L. N. M. Carnot**, Mémoire sur la relation qui existe entre les distances respectives de cinq points quelconques prises dans l'espace; suivi d'un essai sur la théorie des transversales. Paris 1806.
- J. D. Gergonne**, Application de la doctrine des projections à la démonstration des propriétés des hexagones inscrits et circonscrits aux sections coniques. Ann. math. p. appl. 4, 78—84, 1813/4. — Recherches sur quelques lois générales qui régissent les lignes et surfaces algébriques de tous les ordres. ib. 17, 214—252. 1826/7.
- F. Seydewitz**, Das Wesen der involutorischen Gebilde in der Ebene als gemeinschaftliches Prinzip individueller Eigenschaften der Figuren. I. Heiligenstadt 1846. — Konstruktion und Klassifikation der Flächen des 2. Grades mittels projektivischer Gebilde. Arch. f. Math. Phys. 9, 158—214, 1847.
- Chr. Paulus**, Grundlinien der neueren ebenen Geometrie. Stuttgart 1853.
- B. Witzschel**, Grundlinien der neueren Geometrie. Leipzig 1857. x u. 273.
- M. Chasles**, Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie, particulièrement de celles qui se rapportent à la géométrie moderne, suivi d'un mémoire sur deux principes généraux de la science, la dualité et l'homographie. Mém. cour. Ac. Brux. Paris II, 1837. 3<sup>e</sup> éd. Paris 1889. 850 S. Dtsch. von L. A. Sohncke, Geschichte der Geometrie, hauptsächlich mit Bezug auf die neueren Methoden. Halle 1839.
- F. Klein**, Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen. Erlangen 1872. Ital. von G. Fano. Ann. di mat. (2) 17, 307—343, 1889. — Frz. von H. Padé, Ann. Ec. Norm. (2) 8, 87, 87—102, 173—199, 1891. — Auch abgedr. Math. Ann. 43, 63—100, 1893. — Engl. von M. W. Haskell, Bull. math. Soc. New York 2, 215—249, 1893.
- H. Hankel**, Esquisse historique sur la marche du développement de la nouvelle géométrie. Fr. par Dewulf. Bull. sc. math. (2) 9, 172—188, 226—240. 1885.

- F. J. Obenrauch**, Geschichte der darstellenden und projektiven Geometrie. Brünn 1897. vi u. 443.
- E. Kötter**, Die Entwicklung der synthetischen Geometrie von Monge bis auf Staudt (1847). Bericht. I. Band. Jahrsb. dtsh. Math.-Ver. 5, 1901. 486 S. (Darin die vollständige Literatur.)

## § 2. Lehrbücher.

- H. Hankel**, Vorlesungen über die Elemente der projektivischen Geometrie in synthetischer Behandlung. Herausg. von A. Harnack. Leipzig 1875. viii u. 256. (Ausführliche historische Einleitung, deren frz. Übersetzung soeben in § 1 genannt ist).
- V. Flauti**, Geometria del sito sul piano e nello spazio. 3<sup>a</sup> ed. Napoli 1842.
- L. Cremona**, Elementi di geometria proiettiva. I. Torino 1873. Frz. von Dewulf. Paris 1875. Dtsch. von v. Trautvetter. Stuttgart 1882. Engl. von C. Leudesdorf. 2<sup>nd</sup> ed. Oxford 1894. 324 S.
- Th. Reye**, Die Geometrie der Lage. Leipzig. 3. Aufl. 3. T. 1886—92. xiv u. 248. Frz. von Chemin. 2 v. Paris 1881—82. Ital. von Faifofer. Venezia 1884. Engl. von Holgate. New York 1898.
- Em. Weyr**, Die Elemente der projektivischen Geometrie. 2 Hefte. Wien 1883 und 1887.
- F. Aschieri**, Geometria proiettiva. Lezioni Milano, Hopli 1888. x u. 410 2<sup>a</sup> ed. 1895. I. (del piano e della stella) vi u. 228. II. (dello spazio) vi u. 264.
- K. Bobeck**, Einleitung in die projektivische Geometrie der Ebene. Nach Vorträgen von C. Küpper. Leipzig 1889. vi u. 210. 2. wohlfeile Ausg. 1897. vi u. 210.
- A. Sannia**, Lezioni di geometria proiettiva. Napoli 1891. 613 S. 2<sup>a</sup> ed. p. d'Ovidio. 1895. xvi u. 763.
- J. Thomae**, Die Kegelschnitte in rein projektiver Behandlung. Halle 1893. viii u. 181.
- F. Amodeo**, Elementi di geometria proiettiva. Appunti delle lezioni. Napoli 1896. ii u. 272. autogr. 2<sup>a</sup> ed. 1902. vii u. 488. Lezioni. 3<sup>a</sup> ed. Napoli 1905. xv u. 451.
- E. Torroja**, Tratado de geometria de la posicion y sus aplicaciones à la geometria de la medida. Madrid 1899. 813 S gr. 4<sup>o</sup>.
- R. Böger**, Ebene Geometrie der Lage. Leipzig 1900. x u. 289. Elemente der Geometrie der Lage. Für den Schulunterricht. Leipzig, Göschen 1900. iv u. 62.
- C. Burali-Forti**, Lezioni di geometria metrico-proiettiva. Torino 1904. xii u. 308.
- F. Enriques**, Lezioni di geometria proiettiva. 2<sup>a</sup> ed. Bologna 1904. viii u. 409. — Vorlesungen über projektive Geometrie. Dtsch. von H. Fleischer. Mit einem Einführungswort von F. Klein. Leipzig 1903. xiv u. 374.
- K. Döhlemann**, Projektive Geometrie in synthetischer Darstellung. Leipzig, Göschen. 3. Aufl. 1905. 181 S. Kl. 8<sup>o</sup>.
- A. Emch**, An introduction to projective geometry and its application; an analytic and synthetic treatment. New York, London 1905. vii u. 267.
- F. Severi**, Complementi di geometria proiettiva. Raccolta di oltre 300 problemi colle relative soluzioni. Bologna 1906. vi u. 427.
- M. Chasles**, Traité de géométrie supérieure. Paris 1852. 2<sup>e</sup> éd. Paris 1880. 585 S. Dtsch. von Schnuse, Grundlehren der neueren Geometrie. Braunschweig 1856.
- W. Fiedler**, Die Elemente der neueren Geometrie und der Algebra der binären Formen. Leipzig 1862. vi u. 235.
- H. Gretschel**, Lehrbuch zur Einführung in die organische Geometrie. Leipzig 1868.
- A. Amiot**, Leçons nouvelles de géométrie moderne. Paris 1865.

- J. Lenthéric**, Exposition élémentaire des diverses théories de la géométrie moderne. Paris 1874.
- A. Maier**, Neuere Geometrie, mit Berücksichtigung der Kegelschnitte. 2. Aufl. Karlsruhe 1874.
- S. Staudigl**, Lehrbuch der neueren Geometrie. Wien 1871.
- H. L. Rottok**, Neuere Geometrie für die oberen Klassen der Realschulen und Gymnasien. Schleswig 1877. 62 S.
- H. Seeger**, Die Fundamentaltheorien der neueren Geometrie und die Elemente der Lehre von den Kegelschnitten. Braunschweig 1880.
- W. Fuhrmann**, Einleitung in die neuere Geometrie für die oberen Klassen. Leipzig 1881. iv u. 63.
- M. Pasch**, Vorlesungen über neuere Geometrie. Leipzig 1882. iv u. 202.
- B. Lachlan**, An elementary treatise on modern pure geometry. London 1893. x u. 288.
- J. W. Russell**, An elementary treatise on modern pure geometry. London 1893. xvi u. 323.
- G. Kober**, Die Grundgebilde der neueren Geometrie. I. Die Grundgebilde der Ebene. Hannover 1898. viii u. 95.
- E. Duporcq**, Premiers principes de géométrie moderne. Paris 1899. vii u. 160.
- W. J. Macdonald**, Higher geometry. Edinburgh 1891. 184 S. 2<sup>nd</sup> ed. London 1894.
- J. Richard**, Leçons sur les méthodes de la géométrie moderne. Paris 1899. 210 S.
- J. Steiner**, Vorlesungen über synthetische Geometrie. Leipzig. I. Die Theorie der Kegelschnitte in elementarer Darstellung. Bearbeitet von C. F. Geiser. 1887. viii u. 208. II. Die Theorie der Kegelschnitte, gestützt auf projektive Eigenschaften. Bearbeitet von H. Schröter. 3. Aufl. von R. Sturm. 1898. xvii u. 537.
- C. F. Geiser**, Einleitung in die synthetische Geometrie. Ein Leitfaden zum Unterricht an höheren Realschulen und Gymnasien. Leipzig 1869. vi u. 183.
- F. Buchbinder**, Behandlung der Kegelschnitte auf Schulen in synthetischer Form nach Steiner. Pr. Pforta 1878 u. 1880.
- W. Gallenkamp**, Der Lehrgang der synthetischen Geometrie in der Oberprima. Pr. Berlin 1876. — Synthetische Geometrie. 2 T. Iserlohn 1880.
- A. Milinowski**, Elementar-synthetische Geometrie der Kegelschnitte. Leipzig 1882. xii u. 412. 2. wohlf. Aufl. 1896. xi u. 135.
- W. Erler**, Die Elemente der Kegelschnitte in synthetischer Behandlung. 6. Aufl. von L. Hübner. Leipzig 1903. vi u. 60.
- J. Lange**, Synthetische Geometrie der Kegelschnitte nebst Übungsaufgaben für die Prima höherer Lehranstalten. Berlin. 2. Aufl. 1900. 68 S.
- P. van Geer**, Grondslagen der synthetische meetkunde. Leiden 1900. xii u. 186.
- G. B. Halsted**, Elementary synthetic geometry. New York 1893.
- T. Reye**, Die synthetische Geometrie im Altertum und in der Neuzeit. Vortrag. 1886. 2. Aufl. Straßburg 1899. 18 S. (Geschichtliches).

### Kapitel 3. Infinitesimale Geometrie. Allgemeines.

§ 1. **Einleitung. Historisches. Ältere Schriften.** Da es hauptsächlich geometrische Probleme waren, welche zur Entdeckung der höheren Analysis führten, so reichen die Anfänge der Infinitesimalgeometrie bis auf das Ende des 17. Jahrhunderts zurück (s. Abschnitt VI A Kap. 1). Daher finden wir in den oben genannten älteren Schriften über Differential- und Integralrechnung Anwendungen auf Geometrie. Hauptsächlich wird die Theorie der ebenen Kurven mit Hilfe der Infinitesimalrechnung behandelt.

Zahlreiche Abhandlungen von Leibniz, Joh. I. Bernoulli und Jak. I. Bernoulli setzten die Fruchtbarkeit der Differentialrechnung für die Theorie der Kurven in helles Licht. Von älteren Schriften nennen wir noch: **G. Fr. de l'Hospital**, Analyse des infiniment petits pour l'intelligence des lignes courbes. Paris 1696 und später.

**Bern. de Fontenelle**, Éléments de la géométrie de l'infini. Paris 1727.

**J. Saurin**, Remarque sur un cas singulier du problème général des tangentes. Hist. Mém. Ac. sc. Paris a. 1716, 59—79, 275—289.

**P. L. M. de Maupertuis**, Sur quelques affections des courbes. Hist. Mém. Ac. sc. Paris a. 1720. H. 44—50. M. 277—282.

**A. Parent**, Essais et recherches de mathématique et de physique. Paris 1705; neue Aufl. in 3 voll. 1713. (In II, 181—200: Des affections des superficies).

**M. Gaetana Agnesi**, Istituzioni analitiche. 2 vol. Milano 1748 (darin: Differentialgeometrie der Kurven).

**L. Euler**, Institutionum calculi differentialis sectio III. Opera posth. I, 342 bis 403, 1862 (Anwendungen der Differentialrechnung auf die Kurventheorie).

Die wichtigsten der zahlreichen Arbeiten Eulers über Differentialgeometrie sind ausgeführt in:

**Felix Müller**, Über bahnbrechende Arbeiten Leonhard Eulers aus der reinen Mathematik. Festschrift zur Feier des 200. Geburtstages Leonhard Eulers, hrsg. v. d. Berl. Math. Ges. 62—116. Abh. z. Gesch. d. math. Wissensch. Heft XXV. 1907.

**P. Frisi**, De methodo fluxionum geometricarum et ejus usu in investigandis praecipuis curvarum affectionibus. Diss. Milano 1753.

**R. B. Martini**, Analyseos infinite parvorum sive calculi differentialis elementa. Pisa 1761. (Anwendung auf ebene Kurven).

**Giamb. Caraccioli**, Geometria algebraica universa quantitatum finitarum et infinite minimarum. Romae 1759. (desgl.)

**J. Landen**, The residual analysis. I. London 1764. (Viele geometrische Anwendungen).

**Ed. Waring**, Proprietates algebraicarum curvarum. Cambridge 1772. (S. S. 164.)

**A. G. Küstner**, Anfangsgründe der Mathematik. III, 2. Analysis des Unendlichen. Göttingen. 1.—2. Aufl. 1760—70. 3. Aufl. 1799.

**Vinc. Riccati et Hieron. Saladini**, Institutiones analyticae. Bonon. 2 vol. 4. I, 1765. II, 1767. 2. Aufl. Milano 1775. (Viel Geometrisches.)

**W. J. G. Karsten**, Lehrbegriff der gesamten Mathematik. II, 2. Analysis und höhere Geometrie. Rostock u. Greifswald 1788.

**Ch. Bossut**, Traité de calcul différentiel et de calcul intégral. Paris 1798. 2 vol. 8<sup>o</sup>. 600 u. 562 S.

**G. v. Vega**, Vorlesungen über die Mathematik. Wien 1786—1802. II, Geom., Trig., höh. Geom., Inf. Rechnung 1787. Mehrere spätere Aufl.

**J. L. Lagrange**, Théorie des fonctions analytiques. Paris 1797. 2<sup>e</sup> éd. 1813. Œuvres IX, 1881.

Für die geschichtliche Entwicklung sei auf folgende Schriften hingewiesen:

**G. Loria**, Il passato e il presente delle principali teorie geometriche. Monografia storica. Torino 1887. 52 S. Ed. 3<sup>a</sup>. 1908.

**G. Loria**, Die hauptsächlichsten Theorien der Geometrie in ihrer früheren und jetzigen Entwicklung. Historische Monographie. Unter Benutzung zahlreicher Zusätze und Verbesserungen seitens des Verfassers ins Deutsche übertragen von Fritz Schütte. Mit einem Vorworte von Prof. Sturm. Leipzig 1888. VI u. 132.

**H. v. Mangoldt**, Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf Kurven und Flächen. Encyclop. d. math. Wiss. III, D, 1, 2. 1—104. 1902.

## § 2. Lehrbücher.

- G. Monge**, Feuilles d'analyse appliquée à la géométrie, à l'usage de l'École polytechnique. Paris 1795 und 1801. — Application de l'analyse à la géométrie. Paris 1807 und 1809. 5<sup>e</sup> éd. par Liouville. Paris 1850.
- Ch. Dupin**, Développements de géométrie. Paris 1813. — Applications de géométrie et de mécanique, faisant suite aux Développements de géométrie. Paris 1822.
- G. Lamé**, Examen des différentes méthodes employées pour résoudre les problèmes de géométrie. Paris 1818. Réimpr. Paris 1903. XII u. 124.
- A. L. Cauchy**, Leçons sur les applications du calcul infinitésimal à la géométrie. 2 vol. Paris I 1826, II 1828. — Exercices mathématiques. Paris 1826 bis 1829.
- K. Petersen**, Über Kurven und Flächen. Leipzig 1868.
- G. Peano**, Applicazioni geometriche del calcolo infinitesimale. Torino 1887.
- P. L. M. Bourdon**, Application de l'algèbre à la géométrie, comprenant la géométrie analytique à deux et à trois dimensions. Paris 1824. 9<sup>e</sup> éd. par G. Darboux. Paris 1906.
- C. Burali-Forti**, Introduction à la géométrie infinitésimale suivant la méthode de H. Graßmann. Paris 1897. XI u. 165.
- L. Bianchi**, Lezioni di geometria differenziale. Pisa 1894. VIII u. 541. 2<sup>e</sup> ed. 1902. I. 524 S. — Vorlesungen über Differentialgeometrie. Deutsch von Max Lukat, Leipzig. 3 Lfrgn. 1893, 1898, 1899. XVI u. 659. (Auch Historisches.)
- L. Raffy**, Leçons sur les applications géométriques de l'analyse. (Éléments de a théorie des courbes et des surfaces.) Paris 1897. VI u. 251.
- E. Cesàro**, Lezioni di geometria intrinseca. Napoli 1896. — Vorlesungen über natürliche Geometrie. Dtsch. von G. Kowalewski. Leipzig 1901. VIII u. 341.
- W. de Tannenberg**, Leçons nouvelles sur les applications géométriques du calcul différentiel. Paris 1899. IV u. 192.
- H. Fehr**, Application de la méthode vectorielle de Graßmann à la géométrie infinitésimale. Thèse. Paris 1899. 94 S.
- G. Scheffers**, Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf Geometrie. (Theorie der Kurven und Flächen.) 2 Bde. Leipzig. I Einführung in die Theorie der Kurven in der Ebene und im Raume. 1900. II Einführung in die Theorie der Flächen. 1902. VIII u. 360. X u. 518.
- F. Klein**, Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf Geometrie. Eine Revision der Prinzipien. Vorlesungen, Ausg. von Conrad Müller. Leipzig 1902. VIII u. 468 autogr. (Vom Gesichtspunkte der praktischen Anwendungen. Approximationsmathematik.)
- E. Rouché et L. Lévy**, Analyse infinitésimale à l'usage des ingénieurs. Paris. I, 1900. VIII u. 559; II, 1902. 648 S.
- B. J. Bukrejev**, Vorlesungen über die Anwendungen der Differential- und Integralrechnung auf die geometrischen Elemente der Flächentheorie. Kiew 1900. VII u. 304. (Russisch.)

Die Schriften über Anwendungen der Differentialgeometrie auf ebene Kurven allein oder auf Raumkurven und krumme Flächen allein werden in den folgenden Kapiteln angeführt werden, ebenso die Lehrbücher über die analytische Geometrie der Ebene und die analytische Geometrie des Raumes, welche nur vereinzelt infinitesimale Betrachtungen enthalten.

## Kapitel 4. Höhere Geometrie ebener Gebilde.

**Einleitung.** Wir haben in den Überschriften der ersten drei Kapitel der Höheren Geometrie an den Namen Analytische Geometrie,

Synthetische Geometrie und Infinitesimale Geometrie festgehalten, weil es sich darum handelte, einmal Schriften aus den Anfängen der drei genannten Disziplinen aufzuführen, dann aber auch diejenigen, meist mehr elementaren Lehrbücher und Abhandlungen namhaft zu machen, in denen noch eine scharfe Trennung der Methoden wahrzunehmen ist. In neuerer Zeit hat diese Trennung zum großen Teil aufgehört. Sowohl Lehrbücher und Vorlesungen, insbesondere Kompendien, als auch einzelne Abhandlungen über Geometrie verwerten neuerdings verschiedene Methoden und ziehen sogar andere Gebiete, wie Algebra, Invariantentheorie, Funktionentheorie, Differentialgleichungen usw. zur Unterstützung geometrischer Anschauungen heran. Dadurch wird der allgemeinere Name Höhere Geometrie gerechtfertigt. Werden im folgenden Schriften genannt, in denen ausschließlich eine oder die andere Behandlungsweise durchgeführt ist, so wird dieselbe, soweit sie nicht schon aus dem Titel erkennbar ist, beigefügt werden.

§ 1. **Lehrbücher der höheren Geometrie der Ebene.** Den in den drei ersten Kapiteln genannten Lehrbüchern der analytischen, synthetischen und Differentialgeometrie fügen wir hier noch folgende Lehrbücher über höhere ebene Geometrie hinzu:

- F. Klein**, Einleitung in die höhere Geometrie. 2 Teile. Vorlesungen. Ausg. von F. Schilling. Göttingen 1893. 566 u. 388 S. (autogr.)
- A. Clebsch**, Vorlesungen über Geometrie, bearbeitet und herausgegeben von F. Lindemann. Mit einem Vorwort von F. Klein. I. Bd. Geometrie der Ebene. Leipzig 1875. 1050 S. I, Lief. 1. 2. Aufl. 1906. 480 S. I, 2. Lief. 1891. (S. I—XII u. 497—1050.) (Neue Aufl. d. 2. Lief. unter der Presse.) — Frz. von A. Benoit. Vol. I. Nouv. tirage. Paris 1903.
- L. Heffter** und **C. Koehler**, Lehrbuch der analytischen Geometrie. I. Bd. Geometrie in den Grundgebilden erster Stufe und in der Ebene. Leipzig 1905. xvi u. 527.
- O. Staude**, Analytische Geometrie des Punktes, der Geraden und der Ebene. Ein Handbuch zu den Vorlesungen und Übungen über analytische Geometrie. Leipzig 1905. viii u. 447.
- H. Mandart**, Cours de géométrie analytique à deux dimensions (sections coniques). Namur 1904. viii u. 574.
- R. Hoppe**, Lehrbuch der analytischen Geometrie. T. I. Leipzig 1880. Auch Arch. f. Math. Phys. 55, 77—104; 56, 41—84; 59, 225—322; 60, 376—400.
- M. Simon**, Analytische Geometrie der Ebene. Leipzig, Göschen 1897. 203 S. kl. 8°.
- O. Dziobek**, Lehrbuch der analytischen Geometrie. I. T. Analytische Geometrie der Ebene. Berlin 1900. 350 S.
- R. Geigenmüller**, Leitfaden und Aufgabensammlung zur höheren Mathematik. I. Die analytische Geometrie der Ebene und die algebraische Analysis. 6. Aufl. Mitweida 1902. vii u. 302.
- B. Niewenglowski**, Cours de géométrie analytique. T. I. Sections coniques. Paris 1894. vi u. 483. T. II. Constructions des courbes planes. Compléments relatifs aux coniques. 1895. 292 S.
- S. L. Loney**, The elements of coordinate geometry. London 1895. ix u. 429.
- M. Chasles**, Traité des sections coniques. Paris 1865. 393 S.
- G. Salmon**, A treatise on conic sections; containing an Account of some of the most important modern algebraic and geometric methods. London 1848. — 6th ed. 1879. 400 S. — Deutsch: Analytische Geometrie der Kegelschnitte

mit besonderer Berücksichtigung der neueren Methoden. Frei bearb. von W. Fiedler. Leipzig. 5. Aufl. I. T. 1887. 432 S. II. T. 1888. 433 bis 809. 6. Aufl. I. 1898. xxv u. 441. II. 1903. xx u. 443—809. 1903. 7. Aufl. I. 1907. xxiv u. 444. — Frz. *Traité des sections coniques*. 2<sup>e</sup> éd. p. H. Resal et Vaucheret. 3<sup>e</sup> éd. Paris 1897.

- L. A. Renshaw**, The cone and its sections treated geometrically. London 1875.  
**H. G. Zeuthen**, Grundriß einer elementar-geometrischen Kegelschnittslehre. Leipzig 1882. vi u. 97.  
**O. Krimmel**, Die Kegelschnitte in elementar-geometrischer Behandlung. Tübingen 1883. 115 S.  
**S. Gundelfinger**, Vorlesungen aus der analytischen Geometrie der Kegelschnitte. Hrsg von F. Dingeldey. Leipzig 1895. viii u. 434.  
**F. Dingeldey**, Kegelschnitte und Kegelschnittssysteme. (Analytisch und synthetisch.) *Encycl. d. math. Wiss.* III C, 1. 1—160. Leipzig 1903. (Geschichtl. Entwickelung.)  
**K. Bopp**, Die Kegelschnitte des Gregorius a St. Vincentio in vergleichender Bearbeitung. *Abh. Gesch. d. math. Wiss.* 20. 2. Stück. Leipzig 1907. iii u. 228. (Geschichtlich.)  
**A. Emch**, An introduction to projective geometry and its applications. An analytic and synthetic treatment. New York 1905. vii u. 267.

## § 2. Geradlinige Gebilde.

- D. Munn**, Analytic geometry of the straight line and the circle, with numerous exercises. London 1889. 258 S.  
**A. v. Gall und E. Winter**, Die analytische Geometrie des Punktes und der Geraden und ihre Anwendung auf Aufgaben. Darmstadt 1877.  
**N. F. Dupuis**, Synthetic geometry of the point, line and circle in the plane. New York 1889. x u. 294.  
**T. E. Hart**, Elemente der Geometrie auf der Geraden. Leipzig 1866.  
**M. G. O. Paucker**, Ebene Geometrie der geraden Linie und des Kreises. Königsberg 1823.  
**W. J. Meyers**, The inductiv manual of the straight line and the circle. Denver 1896. xi u. 113.  
**A. Kleyer**, Die gerade Linie, der Strahl, die Strecke, die Ebene und die Kreislinie im allgemeinen. Stuttgart 1888.  
**H. Schwarz**, Die Theorie der geraden Linie und der Ebene. Halle 1865.  
**J. Toeplitz**, Analytisch-geometrische Studien zur Theorie der geraden Linie und der Kegelschnitte. Pr. Lissa 1865.  
**W. A. Willcock**, The theory of the right line and the circle. London 1875.  
**H. Erb**, Probleme der geraden Linie, des Winkels und der ebenen Flächen. Heidelberg 1846.  
**S. Kantor**, I. Über den Zusammenhang von  $n$  beliebigen Geraden in der Ebene. II. Über Eigenschaften des Dreiecks und zwei damit in Verbindung stehende Steinersche Sätze. III. Über eine Verallgemeinerung bekannter Dreieckssätze auf beliebige einem Kegelschnitte eingeschriebene vollständige  $n$ -Ecke. IV. Über das Kreisviereck und Kreisvierseit insbesondere, und das vollständige Viereck im allgemeinen. *Ber. Ak. Wien* 76. 1877.  
**S. Kantor**, I. Über das vollständige Fünfseit. — II. Über das vollständige Fünfseit und einige dabei auftretende Kurvenreihen. *Ber. Ak. Wien* 77. 1878.  
**L. Wedekind**, Lagebeziehungen bei ebenen perspektivischen Dreiecken. *Math. Ann.* 16, 209—244, 1880.  
**E. Heß**, Beiträge zur Theorie der mehrfach perspektivischen Dreiecke und Tetraeder. *Math. Ann.* 28, 107—200, 1886.  
**F. W. Kirchner**, Über die perspektivische Lage ebener Dreiecke. Diss. Halle 1888.  
**E. Jahnke**, Über dreifach perspektivische Dreiecke in der Dreiecksgeometrie. Pr. Berlin 1900. 26 S.



- J. Lüroth**, Über zyklisch-projektive Punktgruppen in der Ebene und im Raume. Math. Ann. 13, 305—319, 1878.
- F. Deruyts**, Mémoire sur la théorie de l'involution et de l'homographie unicursale. Bruxelles 1891. 208 S. 8°.
- J. Rosanes**, Über linear-unabhängige Punktsysteme. J. f. Math. 88, 242—273, 1879.
- E. L. Bunitzky**, Über unendlich entfernte Elemente in der Geometrie der Lage. Denkschr. Univ. Odessa 92, 433—496, 1903 (Russisch).
- A. Dietrich**, Über die sogenannten Entfernungsorter. Pr. Greiffenberg 1868. — Über Nulllinien. Pr. Greiffenberg 1869.
- G. Baldauf**, Über die Punkte kleinster Summe der absoluten Abstände von  $n$  Geraden. Pr. Plauen i. V. Leipzig 1898. 30 S.
- W. Veltmann**, Berechnung des Inhalts eines Vielecks aus den Koordinaten der Eckpunkte. Z. f. Math. Phys. 32, 339—345, 1887.
- A. Cazamian**, Sur le théorème de Carnot. Nouv. Ann. (3) 14, 30—40, 1895. (Polygon.)
- F. Ferrari**, Sopra una classe di triangoli e tetraedri isobaricentrici. Period. di mat. 14, 189—195, 1899.
- L. Ripert**, Note sur le quadrilatère. C. R. Ass. Fr. 30, 106—118, 1901.
- J. Hermes**, Der Flächeninhalt der Dreiecke, Vierecke und Kreise in der Fareyschen Ebene, Königsberg i. P. 1891. 47 S. 4°.
- H. Schröter**, Zur v. Staudtschen Konstruktion des regulären 17-Ecks. J. f. Math. 75, 13—24. 1872.
- A. Artzt**, Anwendung der Collinearität zum Beweise geometrischer Lehrsätze. Pr. Recklinghausen 1877. (Menelaus, Ceva.)
- E. Hain**, Untersuchungen über das Dreieck. Arch. Math. Phys. 61, 417—427, 1877; 62, 422—443, 1878.
- M. Greiner**, Über das Dreieck. Arch. Math. Phys. 61, 225—264, 1877.
- A. Reum**, Die merkwürdigen Punkte des Dreiecks in trimetrischen Punktkoordinaten. Diss. Rostock 1875.
- F. W. Frankenbach**, Die Anwendung trimetrischer Punktkoordinaten auf die merkwürdigen Punkte des Dreiecks. Pr. Liegnitz 1899. 39 S. 8°.
- A. Artzt**, Untersuchungen über ähnliche Punkttrihen auf den Seiten eines Dreiecks und auf deren Mittelsenkrechten sowie über kongruente Strahlbüschel aus den Ecken desselben. Pr. Recklinghausen 1884.
- F. Bücking**, Die Winkelgegenpunkte des Dreiecks. Ein Spezialfall der involutorischen Verwandtschaft. Pr. Metz. Diss. Tübingen. 1892. 31 S.

Im III. Teil, Abschn. I, Kap. 2, § 6: „Geradlinige Gebilde und Kreis in der elementaren Geometrie“ ist die Literatur der sogenannten „Neueren Dreiecksgeometrie“ erwähnt. In mehreren der dort angeführten Arbeiten werden auch andere als rein elementar-geometrische Methoden benutzt.

§ 3. Zur Theorie der ebenen Gebilde zweiten Grades. Lehrbücher der Kurven zweiten Grades werden schon oben in Abschnitt I, Kap. 2, § 7 und in Abschnitt II, Kap. 1, § 2 angeführt sowie hier in Kap. 4, § 1. Es erübrigt, einige spezielle Untersuchungen aus der Theorie des Kreises und der Kegelschnitte zu nennen.

- J. Casey**, On the equation of circles I. II. Trans. Ir. Ac. Dublin 1866 u. 1879.
- W. Fiedler**, Cyklographie oder Konstruktion der Aufgaben über Kreise und Kugeln, und elementare Geometrie der Kreis- und Kugelsysteme. Leipzig 1882. xvi u. 264.
- J. Harris**, On the circle and straight line. Finsbury 1879.
- J. Smith**, The geometry of the circle. Liverpool 1869.
- W. J. Mac Clelland**, A treatise on the geometry of the circle. London 1891.

- J. F. Igbuide**, La nueva ciencia geométrica. I. La geometria del circulo. Barcelona 1897. 386 S.
- H. Picquet**, Étude géométrique des systèmes ponctuels et tangentiels de sections coniques. Paris 1872.
- J. Rosanes**, Über Systeme von Kegelschnitten. Math. Ann. **6**, 264—313, 1873.
- W. Fischer**, Erweiterung des Satzes von der Sichel des Archimedes und Verbindung desselben mit dem Satze von den Mönchen des Hippokrates; Schwerpunkte; Rotationskörper. Kempen 1891. 25 S.
- E. Grünberger**, Das Schneiden von Kreisen unter gleichem Winkel einschließlich der Berührung. Pr. Budweis 1891.
- M. Chasles**, Considération sur une méthode générale de solution de toutes les questions concernant les sections coniques. C. R. **58**, 1167—1176, 1864; **59**, 7—15, 1865. Paris 1865.
- G. J. Dostor**, Nouvelle étude algébrique des courbes et des surfaces du 2<sup>e</sup> degré. 2 P. Paris 1866 u. 1868.
- L. Maleyx**, Étude géométrique des propriétés des coniques d'après leur définition. Paris 1891.
- E. d'Ovidio**, Le proprietà fondamentali delle curve di 2<sup>o</sup> ordine. 2 P. 2<sup>a</sup> ed. Torino 1883.
- L. Gottscho**, Miscellen aus der Theorie der Kegelschnitte und der Flächen 2. O. unter Anwendung der Methode des Unendlichgroßen. Diss. (Freiburg) Frankfurt 1896. 61 S. 8<sup>o</sup>.
- Fr. Hofmann**, Die Konstruktion doppelt berührender Kegelschnitte mit imaginären Bestimmungsstücken. Leipzig 1886. iv u. 109.
- C. F. A. Riquier**, Application de la théorie des formes quadratiques à la discussion des courbes et des surfaces du second degré. Caen 1887.
- P. G. Strasser**, Die Kegelschnittlinien nach den wichtigsten Methoden mit Rücksicht auf die geschichtliche Entwicklung. Pr. Kremsmünster 1863.
- P. Köbler**, Über die Erzeugung der Kegelschnitte nach der Methode von Newton. Pr. Neiß 1874.
- H. G. Zeuthen**, Kegelschnittlären i oldtiden. Skr. Vid. Selsk. Kjöbenh. (6) **3**, 1884. 318 S. 4<sup>o</sup>. Köbenh. 1885. — Dtsch. Die Lehre von den Kegelschnitten im Altertum. Von R. v. Fischer-Benzon. Kopenhagen. 1886. xiv u. 511. 8<sup>o</sup>.
- C. Taylor**, Introduction to the ancient and modern geometry of conics. Cambridge 1881.
- E. Häfele**, Die Hyperbel. Die wichtigsten Eigenschaften derselben nach der analytischen Methode und der der Alten unter Vergleichung dieser Verfahrensweisen. Pr. Bozen 1901. 35 S. (Geschichtliches.)

Übungen und Aufgaben über Kegelschnitte enthalten:

- W. M. Baker**, Examples in analytical conics for beginners. London 1898. 86 S.
- H. Latham**, Geometrical problems on the properties of the conic sections. London 1848.
- H. A. Faure**, Recueil de théorèmes relatifs aux sections coniques. Paris 1867.
- A. R. Ralph**, A collection of examples in the analytic geometry of conics. Dublin 1884.
- R. A. Roberts**, A collection of examples and problems on conic and some of the higher plane curves. Dublin 1882. — Examples in the analytic geometry of plane conics. London 1884.

Grundlegende Abhandlungen über die Sätze von Pascal und Brianchon:

- Blaise Pascal**, Essai sur les coniques. Paris 1640.
- C. J. Brianchon**, Mémoire sur les surfaces courbes de second ordre. Journ. Éc. Polyt. cah. **13**, 297—311, 1806.
- C. J. Brianchon**, Mémoire sur les courbes du second ordre. Paris 1817.
- O. Zanotti Bianco**, L'esagramma di Pascal. Nota storica. Atti Acc. Torino **21**, 686—697, 1886.

- E. Koutny**, Über die Sätze von Pascal und Brianchon und die Konstruktion von Kegelschnittlinien. Ber. Ak. Wien **71**, 491—504, 1875.
- G. Bauer**, Über das Pascalsche Theorem. Abh. Ak. München. 1874. 109 S.
- O. Hesse**, Über die Reziprozität der Pascal-Steinerschen und der Kirkman-Cayley-Salmonschen Sätze von dem Hexagramma mysticum. Journ. f. Math. **68**, 193—207, 1868.
- E. Brassinne**, Généralisation du théorème de Brianchon. Mém. Ac. Toulouse (7) **9**, 453—454, 1878.
- C. Montag**, Über ein durch die Sätze von Brianchon und Pascal vermitteltes geometrisches Beziehungssystem. Diss. Breslau 1871.
- Über die Ponceletschen Polygone, die einem Kegelschnitte umschrieben und einem zweiten eingeschrieben sind, und über die damit zusammenhängenden Steinerschen Schließungsprobleme sehe man:
- J. Steiner**, Vermischte Sätze und Aufgaben. Journ. f. Math. **55**, 356—378, 1858.
- G. Loria**, I poligoni di Poncelet. Discorso. Torino 1889. 50 S. gr. 8°. — Rassegna di alcuni scritti sui poligoni di Poncelet. Bibl. mat. (2) **3**, 67—74, 1889. (Geschichte und Literatur.)
- C. G. J. Jacobi**, Über die Anwendung der elliptischen Transcendenten auf ein bekanntes Problem der Elementargeometrie. Journ. für Math. **3**, 376—389, 1828.
- J. Rosanes und M. Pasch**, Über das einem Kegelschnitt umschriebene und einem anderen einbeschriebene Polygon. Journ. f. Math. **64**, 126—166, 1865.
- M. Simon**, De relationibus inter constantes duarum curvarum secundi ordinis, ut sit polygonum alteri inscriptum, circumscriptum alteri. Diss. Berlin 1867.
- P. H. Schoute**, Die Steinerschen Polygone. Journ. f. Math. **96**, 105—120, 201, 317—325, 1883.
- Ad. Schumann**, Die Steinerschen Kreisreihen und ihre Beziehung zum Ponceletschen Schließungstheorem. Pr. Berlin 1883.
- K. Dörholt**, Über einem Dreieck um- und eingeschriebene Kegelschnitte. Diss. Münster 1884.
- M. Distel**, Die Steinerschen Schließungsprobleme nach darstellend geometrischer Methode. Leipzig 1888. XII u. 124.
- A. Voß**, Über Polygone, welche einem Gebilde zweiten Grades umschrieben sind. Math. Ann. **25**, 39—71, 1885. — Über Poncelet-Zeuthensche Polygone, welche einem Gebilde zweiten Grades eingeschrieben sind. ib. **26**, 231—246, 1885.
- A. Knitterscheid**, Über ein- und zugleich umgeschriebene Polygone, insbesondere das ein- und umgeschriebene Dreieck. Pr. (Forbach) Saarbrücken 1879.
- F. Lerch**, Über Dreiecke, welche einem Kegelschnitt um- und einem anderen eingeschrieben sind. Pr. Breslau 1891. 39 S. 8°.
- G. B. Mathews**, Proof of Steiners theorems relating to circumscribed and inscribed conics. Proc. Lond. Math. Soc. **22**, 18—27, 1891.
- R. Pyrkosch**, Über Ponceletsche Dreiecke, besonders solche, welche konfokalen Kegelschnitten ein- und umschrieben sind. Diss. Breslau 1897. 63 S. 8°.
- E. Czuber**, Die Steinerschen Polygone. Journ. f. Math. **114**, 312—332. 1895.
- K. Rohn**, Das Schließungsproblem von Poncelet und eine gewisse Erweiterung. Ber. Sächs. Ges. **60**, 94—131, 1908. (Auch Literaturangaben).

#### § 4. Spezielle ebene höhere Kurven.

- G. Loria**, Spezielle algebraische und transcendente ebene Kurven. Theorie und Geschichte. Autorisierte, nach dem italienischen Manuskript bearbeitete deutsche Ausgabe von F. Schütte. Leipzig 1902. XXI u. 774 S.
- F. Gomez Teixeira**, Tratado de las curvas especiales notables. Memoria premiada. Mem. Ac. Madrid **22**. 1905. IX u. 632. gr. 8°. (Ebene und Raumkurven.) Frz. Übers. Coimbra 1908.

- G. Scheffers**, Besondere transzendente Kurven. *Encycl. d. math. Wiss.* III, 3, 185—268, 1903.
- H. Brocard**, Notes de bibliographie des courbes géométriques. Bar-le-Duc 1897. 296 u. xxx (Suppl.). 8°. (Autogr.) — Partie complémentaire. ib. 1899. VIII u. 243. 8°. (Autogr.)
- E. Wölffing**, Bericht über den gegenwärtigen Stand der Lehre von den zyklischen Kurven. *Bibl. Math.* (3) **2**, 235—250, 1901. — Bibliographie des épicycloïdes. *L'Interméd. des math.* **5**, 235—238, 1898; **6**, 11—12, 1899. — Über Pseudotrochoiden. *Ztschr. Math. Phys.* **44**, 139—166, 1899. — Bibliographie der 3- und  $n$ -Teilung des Winkels. *Math.-naturw. Mitt. Stuttg.* (2) **2**, 21—27, 1900. (Über 200 Titel.)
- V. Liguine**, Liste des travaux sur les ovales de Descartes. *Bull. sc. math.* (2) **6**, 40—49, 1882.
- H. Wieleitner**, Theorie der ebenen algebraischen Kurven höherer Ordnung. Leipzig 1905. XXII u. 308.
- H. Wieleitner**, Bibliographie der höheren algebraischen Kurven für den Zeitabschnitt von 1890—1904. Leipzig 1904. 58 S. 8°.
- P. Tannery**, Sur l'histoire des lignes et surfaces courbes dans l'antiquité. *Bull. sc. math.* (2) **7**, 278—291; **8**, 19—30, 101—112, 1884.
- Is. Newton**, *Enumeratio linearum tertii ordinis*. London 1704 (Anhang zur Optik). — Engl. Enumeration of lines of the third order. By Talbot. London 1861.
- W. Rouse Ball**, On Newtons classification of cubic curves. *Proc. Lond. Math. Soc.* **22**, 104—143, 1891.
- J. Stirling**, *Lineae tertii ordinis Newtonianae, sive Illustratio tractatus Newtoni de enumeratione linearum tertii ordinis, Oxoniae 1717*. (Ein Kommentar zu Newtons Abhandlung mit Beweisen). Neue Aufl. Paris 1797. 198 S. 8°. (Mit Newtons Abhandlung).
- A. F. Möbius**, Über die Grundformen der Linien der dritten Ordnung. *Abh. Sächs. Ges. Leipzig* 1849. I u. 82.
- E. de Jonquières**, *Mélanges de Géométrie pure, comprenant diverses applications des théories exposées dans le traité de Géométrie supérieure de M. Chasles, au mouvement infiniment petit d'un corps solide libre dans l'espace, aux sections coniques, aux courbes du troisième ordre, et la traduction du Traité de Maclaurin sur les courbes du troisième ordre*. Paris 1856. 261 S. (Maclaurins Werk siehe in § 5 S. 184).
- H. Durège**, Die ebenen Curven dritter Ordnung. Eine Zusammenstellung ihrer bekannten Eigenschaften. Leipzig 1871. XII u. 343. gr. 8°.
- H. Schröter**, Die Theorie der ebenen Curven dritter Ordnung. Auf synthetisch-geometrischem Wege abgeleitet. Leipzig 1888. VIII u. 296.
- M. Baur**, Synthetische Einteilung der Curven dritter Ordnung. Stuttgart 1888. 58 S.
- A. B. Basset**, An elementary treatise on cubic and quartic curves. Cambridge 1901. XVI u. 255.
- R. Bernstein**, Les courbes du troisième degré. Thèse. Besançon 1906.
- H. Graßmann**, Die Erzeugung der Curven 3. Ordnung durch gerade Linien, und über geometrische Definitionen dieser Curven. *Journ. f. Math.* **36**, 177—182, 1848. — Die lineare Erzeugung der Curven 3. Ordnung, ib. **52**, 254—275, 1856.
- O. Hesse**, Über die Wendepunkte der Curven 3. Ordnung. *Journ. f. Math.* **28**, 97—107, 1844. — Über die Curven 3. Ordnung und die Kegelschnitte, welche diese Curven in drei verschiedenen Punkten berühren. ib. **36**, 143—176, 1848. — Über Curven 3. Klasse und 3. Ordnung. ib. **38**, 241—256, 1848. — Eigenschaften der Wendepunkte der Curven 3. Ordnung und der Rückkehrtangenten der Curven 3. Klasse. ib. **38**, 257—262.
- M. Chasles**, Construction de la courbe du troisième ordre déterminée par neuf points. *C. R. Ac. Paris* **36**, 1853.

- A. Cayley, A memoir on curves of the third order. Phil. Trans. Lond. **147**, P. 2. 1857.
- A. Clebsch, Über einen Satz von Steiner und einige Punkte der Theorie der Curven 3. Ordnung. Journ. f. Math. **63**, 94—121, 1864. (Steinersche Polygone).
- H. Schröter, Über eine besondere Curve dritter Ordnung und eine einfache Erzeugungsart der allgemeinen Curven dritter Ordnung. Math. Ann. **5**, 50—83, 1872. — Über Curven dritter Ordnung. (Fortsetzung). ib. **6**, 85—111, 1873.
- H. Rosenow, Die Curven dritter Ordnung mit einem Doppelpunkt. Eine Anwendung der neueren Algebra (Invariantentheorie) auf die Geometrie. Diss. Breslau 1873. 48 S.
- H. Milinowski, Zur Geometrie der Curven 3. Ordnung. Journ. f. Math. **78**, 177—222, 1874.
- A. Harnack, Über die Verwertung der elliptischen Funktionen für die Geometrie der Curven dritten Grades. Diss. Erlangen. Math. Ann. **9**, 1—54, 1875.
- G. H. Halphen, Recherches sur les courbes planes du troisième degré. Math. Ann. **15**, 359—379, 1879.
- H. Picquet, Applications de la représentation des courbes du troisième degré à l'aide des fonctions elliptiques, J. Éc. Polyt. cah. **54**, 31—100, 1884.
- G. Pittarelli, Le curve di 3° ordine e di 4° classe. Rend. Acc. Napoli **24**, 216—233, 1885.
- P. P. Greve, Über die Construction der Curven 3. Ordnung. Kasan 1898. 400 S. (Russisch).
- J. Steiner, Eigenschaften der Curven vierten Grades rücksichtlich ihrer Doppeltangenten. Journ. f. Math. **49**, 265—278, 1854.
- O. Hesse, Über Determinanten und ihre Anwendung in der Geometrie, insbesondere auf Curven vierter Ordnung. Journ. f. Math. **49**, 243—262, 1854. — Über die Doppeltangenten der Curven vierter Ordnung. ib. 279—332, 1854.
- H. Kortum, Über geometrische Aufgaben dritten und vierten Grades. Preisschrift. Bonn 1869. 72 S. (Konstruktionen über Kurven 3. und 4. Grades).
- W. Binder, Theorie der unicursalen Plancurven vierter und dritter Ordnung in synthetischer Behandlung. Leipzig 1896. xi u. 396.
- W. Bretschneider, Über Curven vierter Ordnung mit drei Doppelpunkten. Diss. Erlangen 1875.
- U. Aeschlimann, Zur Theorie der ebenen Curven vierter Ordnung. Diss. Zürich 1880.
- Fr. Dingeldey, Über die Erzeugung von Kurven vierter Ordnung durch Bewegungsmechanismen. Diss. Leipzig 1885. viii u. 61.
- Ph. Friedrich, Die rationale Plancurve vierter Ordnung im Zusammenhang mit der binären Form sechster Ordnung. Diss. Gießen 1886. 30 S. 4°.
- Ernst Meyer, Die rationalen ebenen Curven vierter Ordnung und die binäre Form sechster Ordnung. Diss. Königsberg 1888.
- Ruth Gentry, On the forms of plane quartic curves. Diss. New York 1896. 73 S. 8°.
- W. G. Bullart, On the general classification of plane quartic curves. Diss. Worcester, Mass. 1899. 16 S. u. 2 Tf.
- J. de Vries, La quartique trinodale. Arch. Musée Teyler (2) **7**, 1—58, 1900. — La quartique nodale. ib. (2) **9**, 255—275, 1904.
- C. Plagge, Untersuchungen über die Cardioide. Pr. Recklinghausen 1868. 32 S. 4°.
- J. Casey, On bicircular quartics. Trans. Ac. Dublin **24**, 457—569, 1869.
- H. G. Zeuthen, Sur les différentes formes des courbes planes du quatrième ordre. Math. Ann. **7**, 410—432, 1874.
- H. G. Zeuthen, Nogle egenskaber ved kurver af fjerde orden med to dobbelt-punkter. Forh. Selsk. Kjöbenh. 1879, 89—122.
- A. Ameseder, Geometrische Untersuchungen der ebenen Kurven 4. Ordnung, insbesondere ihrer Berührungskegelschnitte. Ber. Ak. Wien **85**, 396—423; **1882**, **87**, 15—81, 1883.
- W. Stahl, Über die rationalen Curven 4. Ordnung. Journ. f. Math. **101**, 300—325, 1887; **104**, 302—320, 1889.

- Emil Weyr**, Die Lemniskate in rationaler Behandlung. Abh. Ak. Prag 6, 1874.
- E. Oekinghaus**, Die Lemniskate. Arch. Math. Phys. (2) 7, 337—371; 8, 24—82, 1889.
- Fr. Ebner**, Leitfaden der technisch wichtigen Kurven. Leipzig 1906. VIII u. 197.
- C. Juel**, Indledning i Laeren om de grafiske Kurver. Skrifter Danske Vid. Selsk. Kjöbenh. 1899, 1—90.
- R. Heger**, Zusammenstellung von Constructionen an Curven höherer Ordnung. Ztschr. Math. Phys. 31, 38—101, 1886.
- R. A. Proctor**, Treatise on the cycloid and all forms of cycloidal curves. London 1878.
- R. Blum**, Cykloiden und Cykloidalen als Umhüllungscurven und deren Zusammenhang mit den Fußpunktcuren der Kegelschnitte. Pr. Stuttgart 1902. 56 S.
- L. Ellenson**, Die reziproken Polaren der Epi- und Hypozykloiden. Diss. Bern 1901. 103 S.
- L. Kuglmayr**, Über Spiralen und deren Tangierungsproblem. Wien 1889. 180 S. gr. 8° mit 13 aut. Tfn.
- A. Michalitschke**, Die archimedische, die hyperbolische und die logarithmische Spirale. Prag. 2. Aufl. I. T. 1891. 79 S. gr. 8°.
- G. D. E. Weyer**, Über die parabolische Spirale. Kiel u. Leipzig 1894. 36 S. gr. 8°. (Auch Historisches).
- S. Hüdler**, Die Cassinische Curve. Wien 1885. 59 S.

### § 5. Allgemeine Theorie der ebenen Kurven.

- G. Salmon**, A treatise on the higher plane curves; intended as a sequel to a treatise on conic sections. Dublin 1852. — 3<sup>rd</sup> ed. 1879. 396 S. — Dtsch. Analytische Geometrie der höheren ebenen Kurven. Bearb. von W. Fiedler. Leipzig. 2. Aufl. 1882. xvi u. 508. — Frz. Traité de géométrie analytique (courbes planes), p. O. Chemin. Suivi d'une étude sur les points singuliers, p. G. Halphen. Paris 1884. 2<sup>e</sup> éd. 1903. xix u. 667.
- C. Ruchonnet**, Exposition géométrique des propriétés générales des courbes. Paris. 6<sup>e</sup> éd. 1901. 216 S.
- L. Cremona**, Introduzione ad una teoria geometrica delle curve piane. Mem. Ac. Bologna 12, 305—436, 1861. Dtsch. von Curtze, Greifswald 1865.
- H. Grassmann**, Grundzüge einer rein geometrischen Theorie der Curven; mit Anwendung einer rein geometrischen Analyse. Journ. f. Math. 36, 111—132, 1846.
- E. Kötter**, Grundzüge einer rein geometrischen Theorie der algebraischen ebenen Curven. Preisschrift. Berlin 1887. 303 S. 4°. Auch Abh. Ak. Berlin 1887.
- J. Plücker**, Theorie der algebraischen Curven, gegründet auf eine neue Behandlungsweise der analytischen Geometrie. Bonn 1839.
- A. Cayley**, Curve. Encycl. Britann. 9<sup>th</sup> éd. 6, 716—728, 1877.
- L. Berzolari**, Allgemeine Theorie der höheren ebenen algebraischen Kurven. Encycl. Math. Wiss. III C 4, 313—455. Leipzig 1906.

Ältere historisch wichtige Werke über Kurven sind folgende:

- Colin Maclaurin**, Geometria organica, sive descriptio linearum curvarum universalis. London 1720. 4°. (Übers. von de Jonquières siehe oben in § 4).
- Colin Maclaurin**, A treatise of algebra in three parts. III. The application of algebra and geometry to each other. London 1748. 5<sup>th</sup> ed. 1788. Auch 1796. (App. De linearum geometricarum proprietatibus generalibus tractatus).
- W. Braikenridge**, Exercitatio geometrica de descriptione linearum curvarum. London 1733. 10 Bgn. 4°.
- J. P. de Gua de Malves**, Usages de l'analyse de Descartes pour découvrir sans le secours du calcul différentiel les propriétés ou affections principales des lignes géométriques de tous les ordres. Paris 1740.
- P. Sauerbeck**, Einleitung in die analytische Geometrie der höheren algebraischen Kurven. Nach den Methoden von Jean Paul de Gua de Malves. Ein Beitrag zur Kurvendiskussion. Abh. z. Gesch. d. math. Wiss. XV. Leipzig 1902. VI u. 166.

- L. Euler**, Sur quelques propriétés des sections coniques qui conviennent à une infinité d'autres lignes courbes. Hist. Mém. Ac. Berlin **1**, a. 1745, 71—98 [1746]. — Introductio in analysi infinitorum. II. 1748. — Institutionum calculi differentialis Sectio III. Opera posth. **1**, 342—402, 1862. (Anwendung der Differentialrechnung auf die Kurventheorie). — Sur une contradiction apparente dans la doctrine des lignes courbes. Hist. Mém. Ac. Berlin **4**, a. 1748, 219—233 [1750]. — Démonstration sur le nombre des points où deux lignes d'un ordre quelconque peuvent se couper. ib. 234—248.
- G. Cramer**, Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques. Genève 1750. (Im Vorwort Historisches).
- Ed. Waring**, Proprietates algebraicarum curvarum. London 1772. 123 S. 4°.  
Neuere Abhandlungen zur Theorie der ebenen Curven.
- J. Plücker**, Solution d'une question fondamentale concernant la théorie générale des courbes. Journ. f. Math. **12**, 105—108, 1834.
- J. Steiner**, Allgemeine Eigenschaften der algebraischen Curven. Journ. f. Math. **47**, 1—6, 1854. — Über solche algebraische Curven, welche einen Mittelpunkt haben, und über darauf bezügliche Eigenschaften allgemeiner Curven wie über geradlinige Transversalen der letzteren. ib. 7—105. — Über algebraische Curven und Flächen. ib. **49**; 333—348 1854.
- A. Cayley**, Recherches sur l'élimination et sur la théorie des courbes. Journ. f. Math. **34**, 30—45, 1847.
- E. de Jonquières**, Solution de quelques questions générales concernant les courbes algébriques planes. Journ. f. Math. **59**, 313—334, 1861. — Sur la génération des courbes géométriques et en particulier sur celle du quatrième degré. Mém. prés. Ac. sc. Paris (2) **16**, 159—225, 1862.
- Em. Weyr**, Theorie der mehrdeutigen geometrischen Elementargebilde und der algebraischen Curven und Flächen als deren Erzeugnisse. Leipzig 1869. 156 S.
- R. Hoppe**, Cinematische Grundlagen der Curventheorie. Arch. Math. Phys. **55**, 77—105, 1873.
- E. Lucas**, Études analytiques sur la théorie générale des courbes planes. Paris 1864.
- Louis Aoust**, Analyse infinitésimale des courbes planes, contenant la résolution d'un grand nombre de problèmes choisis, à l'usage des candidats à la licence des sciences. Paris 1873.
- A. Clebsch**, Über die Anwendung der Abelschen Functionen in der Geometrie. Journ. f. Math. **63**, 189—243, 1864. — Über diejenigen ebenen Curven, deren Coordinaten rationale Functionen eines Parameters sind. ib. **64**, 43—65, 1865. — Über diejenigen Curven, deren Coordinaten sich als elliptische Functionen eines Parameters darstellen lassen. ib. **64**, 210—270, 1865.
- A. Allégret**, Mémoire sur la représentation des transcendentes par des arcs de courbes. Ann. Éc. Norm. (2) **2**, 149—200, 1873.
- A. Brill** und **M. Nöther**, Über die algebraischen Functionen und ihre Anwendung in der Geometrie. Math. Ann. **7**, 269—316, 1874.
- O. Stolz**, Über die singulären Punkte der algebraischen Functionen und Curven. Math. Ann. **8**, 415—432, 1875. — Allgemeine Theorie der Asymptoten algebraischer Curven. ib. **11**, 41—83, 1877.
- H. J. Stephen Smith**, On the higher singularities of plane curves. Proc. Lond. Math. Soc. **6**, 153—182, 1876.
- P. G. Scholz**, Über die endlichen und unendlich fernen singulären Elemente ebener Curven. Pr. Berlin 1877. 32 S. 4°.
- J. Casey**, On a new form of tangential equations. Phil. Tr. Lond. **167**, 367 bis 440, 1877. Proc. Lond. **25**, 561—565, 1877.
- G. Halphen**, Mémoire sur les points singuliers des courbes algébriques planes. Mém. prés. Ac. sc. Paris. **26**. 1878.
- A. Brill**, Über Singularitäten ebener algebraischer Curven und eine neue Kurvenspecies. Math. Ann. **16**, 348—408, 1880.

- R. Dedekind** und **H. Weber**, Theorie der algebraischen Funktionen einer Veränderlichen. Journ. f. Math. **92**, 181—290, 1880.
- G. Humbert**, Sur les courbes de genre un. Thèse. Paris 1885. VIII u. 131. 4<sup>o</sup>.
- K. Bobek**, Über hyperelliptische Curven. Ber. Ak. Wien **93**, 601—617, 1886; **94**, 861—873, 1886.
- C. J. Küpper**, Hyperelliptische  $C_{3n}$ . Mit Anhang von K. Bobek. Abh. Ak. Prag **7**, 1. 1887. 47 S.
- F. Deruyts**, Mémoire sur la théorie de l'involution et de l'homographie unicursale. Mém. Soc. sc. Liège (2) **17**, 1892. 208 S.
- R. Schumacher**, Die Punktsysteme auf der Geraden und ihre Anwendung zur Erzeugung der algebraischen ebenen Curven. Journ. f. Math. **110**, 230—264, 1893; **111**, 254—276, 1894.
- A. Cayley**, On the correspondence of two points on a curve. Proc. Lond. Math. Soc. **1**, 1866. — On the curves which satisfy given conditions. Phil. Trans. Lond. **158**, 75—172, 1868. (Literatur).
- A. Brill**, Über Entsprechen von Punktsystemen auf einer Curve. Math. Ann. **6**, 33—65, 1873. — Über die Correspondenzformel. ib. **7**, 607—622, 1874.
- A. Brill**, Über algebraische Correspondenzen. Math. Ann. **31**, 374—409, 1888.
- E. Czuber**, Über Curvensysteme und die zugehörigen Differentialgleichungen. Ber. Ak. Wien **102**, 1141—1187, 1893.
- G. B. Guccia**, Ricerche sui sistemi lineari di curve algebriche piane, dotati di singolarità ordinarie. Rend. Ist. Palermo **7**, 193—255, 1893; **9**, 1—64, 1895.
- R. v. Lilienthal**, Grundlagen einer Krümmungslehre der Curvenscharen. Leipzig 1896. VII u. 114.
- E. Ciani**, Le linee diametrali delle curve algebriche piane e in particolare i loro assi di simmetria. Ann. Scuola Norm. Pisa **6**, 1—160, 1889.
- E. Kötter**, Die Hessesche Curve in rein geometrischer Behandlung. Math. Ann. **34**, 123—149, 1889.
- A. Brill** und **M. Nöther**, Die Entwicklung der Theorie der algebraischen Funktionen in älterer und neuerer Zeit. Jhrsb. Dtsch. Math.-Ver. **3**, 107—566, 1894. (Besonders Abschnitt V und VI).
- C. Segre**, Introduzione alla geometria sopra un ente algebrico semplicemente infinito. Ann. di mat. (2) **22**, 41—142, 1893. — Le molteplicità nelle intersezioni delle curve piane algebriche, con alcune applicazioni ai principii della teoria di tali curve. Giorn. di mat. **36**, 1—50, 1897.

### § 6. Das Imaginäre in der Geometrie.

- G. K. Ch. v. Staudt**, Geometrie der Lage. Nürnberg 1847.
- S. Lie**, Über eine Darstellung des Imaginären in der Geometrie. Journ. f. Math. **70**, 346—353, 1869.
- F. August**, Untersuchungen über das Imaginäre in der Geometrie. Pr. Berlin 1872.
- F. Klein**, Zur Interpretation der komplexen Elemente in der Geometrie. Gött. Nachr. 1872, 374—379.
- G. Darboux**, Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces algébriques et sur la théorie des imaginaires. Mém. Ac. Bord. **8**, 292—350; **9**, 1—276, 1873.
- J. Lüroth**, Das Imaginäre in der Geometrie und das Rechnen mit Würfeln. Darstellung und Erweiterung der v. Staudtschen Theorie. Math. Ann. **8**, 145—214, 1874; **11**, 84—110, 1877.
- V. Schlegel**, Über die geometrische Darstellung des Imaginären vom Standpunkt der Ausdehnungslehre. Ztschr. Math. Phys. **23**, 141—157, 1878.
- Max. Marie**, Réalisation et usage des formes imaginaires en géométrie. Nouv. Ann. (3) **10**, 1891 u. Paris 1891. 83 S.
- C. Segre**, Le coppie di elementi imaginari nella geometria proiettiva sintetica. Mem. Acc. Torino (2) **38**, 1886. 24 S. — Sur les homographies binaires et leurs faisceaux. Journ. f. Math. **100**, 317—330, 1886. — Le rappresentazioni



reali delle forme complesse e gli enti iperalgebrici. *Math. Ann.* **40**, 413 bis 467, 1892.

- Cl. Servais**, Sur les imaginaires en géométrie. Applications à la théorie des cubiques gauches. Gand 1894. 64 S. 8°. — La projectivité imaginaire. *Mém. Soc. Belg. C.* **52**, 1895. 51 S.

## Kap. 5. Höhere Geometrie des Raumes.

§ 1. **Lehrbücher der Raumkurven und Flächen.** Den Lehrbüchern aus der elementaren analytischen Geometrie (Kap. 1, § 2), aus der synthetischen Geometrie (Kap. 2, § 2) und der Differentialgeometrie (Kap. 3, § 2), welche oben S. 165, 173 u. 176 genannt wurden, müssen wir hier noch die folgenden anschließen.

- G. Salmon**, *Analytic Geometry of three dimensions*. Dublin. 4<sup>th</sup> ed. 1882.
- G. Salmon**, *Analytische Geometrie des Raumes*. Dtsch. bearb. v. W. Fiedler. I T. Die Elemente und die Theorie der Flächen zweiten Grades. 4. Aufl. Leipzig 1898. xxxiv u. 448. II. T. Analytische Geometrie der Kurven im Raume und der algebraischen Flächen. 2. Aufl. Leipzig 1880. lxxii u. 686.
- G. Salmon**, *Traité de géométrie à trois dimensions*, Pr. p. O. Chemin. Paris. I, 2<sup>e</sup> éd. 1899. II, 2<sup>e</sup> éd. 1903. III, 1892. — *Éléments de géométrie à trois dimensions*. Par Cambier, Bruxelles 1883.
- G. Salmon**, *Elementi di geometria analitica a tre coordinati*. It. von Salvatore Dino. Napoli 1870.
- A. Clebsch**, *Vorlesungen über Geometrie*. Hrsg. von F. Lindemann. II. Bd. 1. T. Die Flächen erster und zweiter Ordnung oder Klasse und der lineare Komplex. Leipzig 1891. viii u. 650. Frz. von Benoit. 2<sup>e</sup> éd. Paris 1903.
- K. Peterson**, *Über Curven und Flächen*. Moskau 1868.
- L. Cremona**, *Preliminari di una teoria geometrica delle superficie*. Milano 1866. Deutsch: *Grundzüge einer allgemeinen Theorie der Oberflächen in synthetischer Behandlung*. Von Curtze. Berlin 1870.
- L. Painvin**, *Principes de la géométrie analytique. Géométrie de l'espace*. Paris. I, 1869, 460 S. II, 1870, 464 S. 4<sup>o</sup>. (Lith.) Paris 1872.
- O. Hesse**, *Vorlesungen über analytische Geometrie des Raumes, insbesondere über Oberflächen zweiter Ordnung*. Leipzig. 3. Aufl. von S. Gundelfinger. 1876. xvi u. 546.
- Ch. Brisse**, *Exposition analytique de la théorie des surfaces*. *Ann. Éc. Norm.* (2) **3**, 87—146, 1874 u. (Suite) *J. Éc. Polyt.* **53**, 213—233, 1883.
- R. Hoppe**, *Principien der Flächentheorie*. Leipzig 1876. 96 S. u. *Arch. Math. Phys.* **59**, 225—320, 1876; *Nachträge* **60**, 376—404, 1877.
- G. v. Escherich**, *Einführung in die analytische Geometrie des Raumes*. Leipzig 1881. viii u. 282. (Algebraische oder rechnende synthetische Geometrie).
- O. Böklen**, *Analytische Geometrie des Raumes*. I. T. Die allgemeine Theorie der Flächen und Curven, die Eigenschaften der Flächen zweiten Grades. II. T. *Disquisitiones generales circa superficies curvas* von C. F. Gauß, ins Deutsche übertragen mit Anwendungen und Zusätzen. Die Fresnelsche Wellenfläche. 2. Aufl. Stuttgart 1884. 336 S.
- G. Darboux**, *Leçons sur la théorie générale des surfaces et les applications géométriques du calcul infinitésimal*. 4 vols. Paris. I. P. Généralités. Coordonnées curvilignes. Surfaces minima. 1887. II. P. Les congruences et les équations linéaires aux dérivées partielles. Des lignes tracées sur les surfaces. 1889. III. P. Lignes géodésiques et courbure géodésique. Paramètres différentielles. Déformation des surfaces. 1894. IV. P. Déformation infiniment petite et représentation sphérique. 1896. 548 S.

- J. Knoblauch**, Einleitung in die allgemeine Theorie der krummen Flächen. Leipzig 1888. VIII u. 267.
- P. Frost**, Solid geometry. 3<sup>th</sup> ed. London 1886. XXIII u. 408.
- F. Joachimsthal**, Anwendung der Differential- und Integralrechnung auf die allgemeine Theorie der Flächen und der Linien doppelter Krümmung. 3. Aufl. von L. Natani. Leipzig 1890. x u. 308.
- H. Resal**, Exposition de la théorie des surfaces. Paris 1891. XIII u. 171.
- A. Voß**, Über die Fundamentalgleichungen der Flächentheorie. Stzgsber. Ak. München. 22, 247—278, 1892.
- H. Stahl und V. Kommerell**, Die Grundformeln der allgemeinen Flächentheorie. Leipzig 1893. VI u. 114.
- L. Raffy**, Leçons sur les applications géométriques de l'analyse. (Éléments de la théorie des courbes et des surfaces). Paris 1897. VI u. 251.
- G. Ricci**, Lezioni sulla teoria delle superficie. Verona, Padova 1897. VIII u. 416. (Lith.)
- B. Nieweglowski**, Cours de géométrie analytique. T. III. Géométrie dans l'espace avec une note sur les transformations en géométrie. Paris 1896. III u. 572.
- W. Killing**, Lehrbuch der analytischen Geometrie in homogenen Koordinaten. II T. Die Geometrie des Raumes. Paderborn 1901. VIII u. 361.
- E. Rouché et Ch. de Comberousse**, Traité de Géométrie. I. Géométrie plane. II. Géométrie de l'espace; courbes et surfaces usuelles. Paris. 7<sup>e</sup> éd. 1900. LX u. 1212.
- C. Briot et J. C. Bouquet**, Leçons de géométrie analytique. 17<sup>e</sup> éd. p. P. Appell. Paris 1900.
- V. Kommerell und K. Kommerell**, Allgemeine Theorie der Raumkurven und Flächen. 2 Bde. Saml. Schubert. Leipzig 1903. 144 u. 212.

§ 2. Zur Theorie der Raumkurven und Flächen. Nächst den Griechen, bei denen schon Raumkurven vorkommen, waren R. Descartes und Henri Pitot die ersten, welche Kurven doppelter Krümmung betrachteten und ihnen diesen Namen gaben. Die erste Schrift über die Raumkurven ist von

- Al. Cl. Clairaut**, Recherches sur les courbes à double courbure. Paris 1731. 119 S. 4<sup>o</sup>.
- L. Euler**, Methodus facilis omnia symptomata linearum curvarum non in eodem plano sitarum investigandi. Acta Ac. Petrop. 6, a. 1782, P. I, 19—36 [1786]; Dissertatio altera, ib. 37—57. (Eulers Arbeiten über die kürzesten Linien werden weiter unten angeführt.)
- Lancret**, Mémoire sur les courbes à double courbure. Mém. prés. Inst. 1, 416 bis 454, 1805. — Sur les développoides des courbes planes, des courbes à double courbure et des surfaces développables. ib. 2, 1—79, 1811.
- A. L. Cauchy**, Leçons sur les applications du calcul infinitésimal à la géométrie. I, 276—328. Paris 1826.
- A. J. C. Barré de Saint-Venant**, Mémoire sur les lignes non planes. Journ. Éc. Polyt. cah. 30, t. 18, 1—76, 1845.
- A. J. C. Barré de Saint-Venant**, Tableau des formules de la théorie des courbes de l'espace. Paris 1846.
- J. A. Serret**, Sur quelques formules relatives à la théorie des courbes à double courbure. Journ. de math. 16, 193—207, 1851. — Mémoire sur une classe d'équations différentielles simultanées qui se rattachent à la théorie des courbes à double courbure. ib. 18, 1—40, 1853.
- J. F. Frenet**, Sur les courbes à double courbure. Journ. de math. 17, 437 bis 449, 1852.
- W. Schell**, Allgemeine Theorie der Curven doppelter Krümmung. In rein geometrischer Darstellung. Leipzig 1859. 106 S. 2. Aufl. 1898. VIII u. 163.

- P. Serret**, Théorie nouvelle géométrique et mécanique des lignes à double courbure. Paris 1860. 276 S.
- H. E. Schröter**, Über die Raumkurven dritter Klasse und dritter Ordnung. Journ. f. Math. **56**, 27—43, 1859.
- A. Cayley**, Considérations générales sur les courbes en espace. C. R. Ac. sc. Paris **54** u. **58**, 1862 u. 1864.
- L. Painvin**, Détermination des planes osculateurs et des rayons de courbure en un point multiple d'une courbe gauche. Ann. di mat. p. appl. **4**, 281—327, 1869.
- G. Halphen**, Mémoire sur les courbes gauches algébriques. Paris 1870.
- Ed. Weyr**, Über algebraische Raumkurven. Diss. Göttingen 1873.
- R. Hoppe**, Principien der analytischen Curventheorie. Arch. Math. Phys. **56**, 41—84, 1874. Nachträge ib. **60**, 376—404, 1877. — Lehrbuch der analytischen Geometrie. I. T. Lehrbuch der analytischen Curventheorie. Leipzig 1880. 89 S.
- Louis Aoust**, Analyse infinitésimale des courbes dans l'espace. Paris 1876. 564 S.
- H. Valentiner**, Bidrag til Rumcurvernes Theorie. Diss. Kopenhagen 1881.
- M. Nöther**, Zur Theorie des eindeutigen Entsprechens algebraischer Gebilde von beliebig vielen Dimensionen. Math. Ann. **2**, 293—317, 1869. — Zur Grundlegung der Theorie der algebraischen Raumcurven. Journ. f. Math. **93**, 271 bis 318, 1882 u. Berlin 1883.
- G. H. Halphen**, Mémoire sur la classification des courbes gauches algébriques. J. Éc. polyt. **52**, 1882. 200 S. Paris 1883.
- A. Kneser**, Allgemeine Sätze über die scheinbaren Singularitäten beliebiger Raumcurven. Math. Ann. **34**, 204—216, 1889.
- A. Milinowski**, Zur Theorie der Raumcurven 4. Ordnung erster Art. Journ. f. Math. **97**, 277—316. 1884.
- J. Lyon**, Sur les courbes à torsion constante. Paris 1890. 71 S. 4°.
- V. Rouquet**, Formules générales de la théorie des courbes gauches. Mém. Ac. sc. Toulouse (9) **3**, 117—132, 1891. Application des formules générales de la théorie des courbes gauches à l'étude des courbes de M. Bertrand. ib. (9) **4**, 241—264, 1892.
- H. Schröter**, Grundzüge einer rein geometrischen Theorie der Raumkurve vierter Ordnung erster Species. Leipzig 1890. 101 S.
- P. Stückel**, Über algebraisch rectificirbare Raumcurven. Math. Ann. **43**, 171 bis 184, 1893. — Über algebraische Raumcurven. ib. **45**, 341—370, 1894.
- L. Autonne**, Sur la représentation des courbes gauches algébriques et sur le nombre des conditions qui expriment qu'une courbe algébrique est située sur une surface algébrique. Ann. Univ. Lyon 1896. 37 S. u. Paris 1896 41 S. 8°.
- J. W. Lemm**, Analytische theorie der ruimtekkrommen. Diss. Leiden 1899. 142 S. 4°. (Literatur.)

Wir haben schon oben erwähnt, daß L. Eulers Arbeiten für die Theorie der Raumkurven und der Flächen in mehrfacher Hinsicht bahnbrechend gewesen sind. Durch die Untersuchungen Joh. I. Bernoulli über die kürzeste Linie zwischen 2 Punkten auf einer krummen Fläche veranlaßt, entstanden folgende Abhandlungen:

- L. Euler**, De linea brevissima in superficie quacunqve duo quaelibet puncta jungente. Comm. Ac. Petrop. **3**, a. 1728, 110—124 [1732]. — Curvarum maximè minimè proprietate gaudentium inventio nova et facilis. Comm. Ac. Petrop. **8**, a. 1736, 159—190 [1741]. — Accuratioꝛ evolutio problematis de linea brevissima in superficie quacunqve ducenda. Nova Acta Ac. Petrop. **15**, a. 1799—1802, 44—54 [1806].

Zur Geschichte:

- G. Eneström**, Sur la découverte de l'équation générale des lignes géodésiques. Bibl. math. (2) **13**, 19—24, 1899.

**P. Stäckel**, Bemerkungen zur Geschichte der geodätischen Linien. Ber. Sächs. Ges. d. Wiss. **45**, 447—467, 1893.

Euler verdanken wir auch die ersten fundamentalen Untersuchungen über die Krümmung der Flächen.

**L. Euler**, Recherches sur la courbure des surfaces. Hist. Mém. Ac. Berlin **16**, a, 1760, 119—143 [1767].

Ihm folgten:

**M. Ph. Meusnier**, Mémoire sur la courbure des surfaces. Mém. prés. Ac. sc. Paris **10**, 1785.

**G. Monge**, Des lignes de courbure de la surface de l'ellipsoïde. J. Éc. Pol. cah. **2**, 145—165, 1796.

**Ch. Dupin**, Développement de géométrie, pour faire suite à la géométrie pratique de Monge. Paris 1813.

**C. F. Gauß**, Disquisitiones generales circa superficies curvas. Commentat. Gott. rec. **6**, 99—144, a. 1823—27 [1827]. Dtsch. Allgemeine Flächentheorie. Herausg. von A. Wangerin. Klass. d. ex. Wiss. Nr. 5. Leipzig 1889. 62 S. — Nachgelassene Gaußsche Arbeiten aus dem Jahre 1825. Werke **8**, 1902. (Am Schluß Bibliographie der Flächentheorie.)

**C. F. Gauß**, Recherches générales sur les surfaces courbes. Trad. en français; suivies de Notes et d'Études sur divers points de la théorie des surfaces et sur certaines classes de courbes, p. E. Royer. Paris. 2<sup>e</sup> éd. 1870.

**C. F. Gauß**, General investigations of curved surfaces of 1827 and 1825. Transl. with notes and a bibliography, by J. C. Morehead and A. M. Hildebrandt. Princetown 1902. 126 S.

**Sophie Germain**, Mémoire sur la courbure des surfaces. Journ. f. Math. **7**, 1 bis 29, 1830.

**J. Plücker**, Über die Krümmung einer beliebigen Fläche in einem gegebenen Punkte. Journ. f. Math. **3**, 324—336, 1828.

**D. Poisson**, Mémoire sur la courbure des surfaces. Journ. f. Math. **8**, 280 bis 297, 1832.

Weitere Arbeiten über allgemeine Flächentheorie:

**A. F. Möbius**, Über eine besondere Art dualer Verhältnisse zwischen Figuren im Raume. Journ. f. Math. **10**, 317—341, 1833. — Über eine allgemeine Art der Affinität geometrischer Figuren. ib. **12**, 109—136, 1834.

**L. Raabe**, Discussion über krumme Flächen, in Beziehung auf Directrix- und Fußpunktenflächen. Journ. f. Math. **50**, 194—212, 1855.

**O. Bonnet**, Mémoire sur les surfaces, dont les lignes de courbure sont planes ou sphériques. J. Éc. Polyt. **20**, cah. **35**, 117—306, 1853. — Note sur la théorie générale des surfaces. C. R. Ac. sc. Paris **37**, 529, 1853. — Sur l'emploi d'un nouveau système de variables dans l'étude des surfaces courbes. Journ. de math. (2) **5**, 246—357, 1860.

**J. A. Serret**, Mémoire sur les surfaces dont les lignes de courbure sont planes ou sphériques. Journ. de Math. **18**, 1853.

**F. Joachimsthal**, Sur les surfaces dont les lignes de l'une des courbures sont planes. Journ. f. Math. **54**, 1857. 11 S.

**U. Dini**, Sulle superficie, che hanno un sistema di linee di curvatura piana. Ann. di mat. (2) **1**, 146—154, 1868.

**L. Aoust**, Analyse infinitésimale des courbes tracées sur une surface quelconque. Paris 1868.

**Ph. Gilbert**, Mémoire sur la théorie générale des lignes tracées sur une surface quelconque. Paris 1869.

**D. Codazzi**, Sulle coordinate curvilinee d'una superficie e dello spazio. Ann. di mat. p. appl. (2), **1**, **2**, **4**, **5**, 1868—1872. 92 S.

**A. Mannheim**, Mémoire sur les pinceaux de droites et les normales contenant

- une nouvelle exposition de la théorie de la courbure des surfaces. *J. de math.* (2) **17**, 109—167, 1872.
- G. v. Escherich**, Die Geometrie auf den Flächen constanter negativer Krümmung. *Ber. Ak. Wien* **69**, 1—30, 1894.
- Ch. Brisse**, Exposition analytique de la théorie des surfaces. *Ann. Éc. Norm.* (2) **3**, 87—146, 1874 (Krümmung und Krümmungslinien).
- E. Beltrami**, Delle variabili complesse sopra una superficie qualunque. *Ann. di mat. p. appl.* (2) **1**, 329—366, 1868. — Zur Theorie des Krümmungsmaßes. *Math. Ann.* **1**, 515—582, 1869.
- D. Chelini**, Della curvatura delle superficie con metodo diretto ed intuitivo. *Mem. Ist. Bol.* (2) **8**, 27 ff. 1868.
- P. Simon**, Über Flächen mit constantem Krümmungsmaß. *Diss. Halle* 1876.
- A. Enneper**, Analytisch-geometrische Untersuchungen. *Gött. Nachr.* 1868, 258 bis 277, 421—443. — Bemerkungen über einige Flächen mit constanten Krümmungen. *Gött. Nachr.* 1876, 597—619.
- J. Weingarten**, Über die Eigenschaften des Linienelementes der Flächen von constantem Krümmungsmaß. *Journ. f. Math.* **94**, 181—202, **95**, 325—329, 1883.
- F. de Salvert**, Mémoire sur la théorie de la courbure des surfaces. *Ann. Soc. sc. Brux.* 5 B, 291—473, 1881. — Mémoire sur les ombilics coniques. *ib.* 7 B, 143—248, 1882.
- A. Ribaucour**, Études des élassoïdes ou surfaces à courbure moyenne nulle. *Mém. cour.* 4<sup>o</sup> *Ac. Belg.* **45**, 1882.
- G. Darboux**, Sur les surfaces dont la courbure est constante. *C. R. Ac. sc. Paris* **97**, 848—850, 1883. — Sur les surfaces à courbure constante. *ib.* 892 899. — Sur l'équation aux dérivées partielles des surfaces à courbure constante. *ib.* 946—949.
- G. Frobenius**, Über die in der Theorie der Flächen auftretenden Differentialparameter. *Journ. f. Math.* **110**, 1—36, 1892.
- Ph. Gilbert**, Sur l'emploi des cosinus directeurs de la normale dans la théorie de la courbure des surfaces. *Ann. Soc. sc. Brux.* **18 B**, 1—24, 1894.
- A. Enneper**, Bemerkungen über die Biegung einiger Flächen. *Gött. Nachr.* 1875, 129—162.
- R. H. van Dorsten**, Theorie der Kromming van lijnen op gebogen oppervlakken. *Diss. Leiden* 1885. 66 S.
- J. Weingarten**, Über die Deformationen einer biegsamen, unausdehnbaren Fläche. *Journ. f. Math.* **100**, 296—310, 1886; *Ber. Ak. Berl.* 1886; 83—91. — Sur la déformation des surfaces. *Acta math.* **20**, 159—200, 1896.
- A. Ribaucour**, Mémoire sur la théorie générale des surfaces courbes. *J. de math.* (4) **7**, 5—108, 219—270, 1891. (Géométrie autour de la surface de référence.)
- A. L. Thybaut**, Sur la déformation du paraboloidé et sur quelques problèmes qui s'y rattachent. *Ann. Éc. Norm.* (3) **14**, 45—98, 1897. Auch Thèse. *Paris* 1897.
- C. Guichard**, Sur la déformation des surfaces. *J. de math.* (5) **2**, 123—215, 1896.
- G. Hesseberg**, Über die Invarianten linearer und quadratischer binärer Differentialformen und ihre Anwendung auf die Deformation der Flächen. *Acta math.* **23**, 121—170, 1899. *Diss. Berlin.* 50 S. 4<sup>o</sup>.
- L. Bianchi**, Sulla teoria delle trasformazioni delle superficie a curvatura costante. *Ann. di mat.* (3) **3**, 185—298, 1899.
- H. Liebmann**, Über die Verbiegung der geschlossenen Fläche positiver Krümmung. *Habil. Schr. Leipzig* 1899. 30 S.
- A. Voß**, Zur Theorie der infinitesimalen Biegungsdeformationen einer Fläche. *Stzgsber. Ak. München* **27**, 229—301, 1897 [1898]. — Beiträge zur Theorie der unendlich kleinen Deformationen einer Fläche. *Stzgsber. Ak. München* **34**, 141—199, 1904 [1905].

- A. Mehling**, Über diejenigen Flächen, die äquidistante infinitesimale Biegungen gestatten. Diss. Würzburg 1899. 62 S.
- U. Dobriner**, Über die Flächen mit einem System sphärischer Krümmungslinien. Journ. f. Math. **94**, 116—161, 1883.
- A. Enneper**, Untersuchungen über die Flächen mit planen und sphärischen Krümmungslinien. Abh. Ges. Gött. **23** und **26**, 1880. Resultate der zweiten Abhandlung: Journ. f. Math. **94**, 329—341, 1883.
- V. Rouquet**, Des surfaces dont toutes les lignes de courbure sont planes. Mém. Fac. sc. Toulouse (8) **9**, 233—268, 1887; ib. **10**, 161—192, 1888.

Von neueren Schriften über geodätische Linien und geodätische Dreiecke seien genannt:

- E. B. Christoffel**, Allgemeine Theorie der geodätischen Dreiecke. Abh. Ak. Berlin 1868, 119—176.
- H. v. Mangold**, Klassifikation der Flächen nach der Verschiebbarkeit ihrer geodätischen Dreiecke. Journ. f. Math. **21**—40, 1883.
- A. Brill**, Zur Theorie der geodätischen Linie und der geodätischen Dreiecke. Abh. Ak. München **14**, 111—140, 1883.
- A. v. Braunmühl**, Über die reducierte Länge eines geodätischen Bogens und die Bildung jener Flächen, deren Normalen eine gegebene Fläche berühren. Abh. Ak. München **14**, 1883.
- R. v. Lilienthal**, Über geodätische Krümmung. Math. Ann. **42**, 505—575, 1893.
- G. Koenigs**, Mémoire sur les lignes géodésiques. Mém. sav. étr. Ac. sc. Paris **31** Nr. 6. 1894. 318 S.
- C. Fibbi**, Sulle superficie che contengono un sistema di geodetiche a torsione costante. Ann. Scuola Norm. Pisa **5**, 79—164, 1888.
- J. Hadamard**, Les surfaces à courbures opposées et leurs lignes géodésiques. J. de math. (3) **4**, 27—73, 1898.

Zur Theorie der algebraischen Flächen, die zum Teil in den Schriften über algebraische Funktionen behandelt sind, gehören noch:

- A. Clebsch**, Zur Theorie der algebraischen Flächen. Journ. f. Math. **58**, 93 bis 108, 1858; **63**, 14—23, 1864.
- L. Painvin**, Recherches des points à l'infini sur les surfaces algébriques. I. II. Journ. f. Math. **55**, 198—256, 1858.
- Th. Reye**, Die algebraischen Flächen, ihre Durchdringungscurven, Schnittpunkte und projectivische Erzeugung. Math. Ann. **2**, 475—504, 1870.
- G. Darboux**, Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces algébriques et sur la théorie des imaginaires. Mém. Ac. Bordeaux **8**, 292—350. **9**, 1 bis 276, 1873. Auch Paris 1873.
- L. Saltel**, Sur l'application de la transformation arguésienne à la génération des courbes et des surfaces géométriques. Mém. Ac. Belg. 8<sup>o</sup>. **22**, 1—53, 1872. — Mémoire sur de nouvelles lois générales qui régissent les surfaces à points multiples. Mém. Ac. Belg. 8<sup>o</sup> **27**, 1876.
- G. Halphen**, Sur les lignes singulières des surfaces algébriques. Ann. di mat. p. appl. (2) **9**, 68—105, 1878.
- G. Darboux**, Sur le contact des courbes et des surfaces. Bull. sc. math. (2) **4**, 348—384, 1880.
- A. Voß**, Beiträge zur Theorie der algebraischen Flächen. I. Zur Theorie der Steinerschen Kernfläche. Math. Ann. **27**, 357—393, 1886.
- G. Humbert**, Théorie générale des surfaces hyperelliptiques. Journ. de math. (4) **9**, 29—170, 361—475, 1893.
- F. Enriques**, Ricerche di geometria sulle superficie algebriche. Mem. Acc. Torino **44**, 171—232, 1894. — Introduzione alla geometria sopra le superficie algebriche. Mem. Soc. It. (3) **10**, 1—81, 1896.
- G. Castelnuovo**, Alcuni risultati sui sistemi lineari di curve appartenenti ad una superficie algebrica. Mem. Soc. It. (3) **10**, 82—102, 1896. — Alcune proprietà

fondamentali dei sistemi lineari di curve tracciate sopra una superficie algebrica. Ann. di mat. (2) **25**, 235—318, 1897.

- G. Castelnuovo et F. Enriques**, Sur quelques récents résultats dans la théorie des surfaces algébriques. Math. Ann. **48**, 241—316, 1896 (Historisch).  
**G. Castelnuovo e F. Enriques**, Sopra alcuni questioni fondamentali nella teoria delle superficie algebriche. Ann. di mat. (3) **6**, 165—225, 1901.  
**R. v. Lilienthal**, Die auf einer Fläche gezogene Kurven. Encycl. d. math. Wiss. III D 3, 105—183, 1902. — Besondere Flächen. ib. III D 5, 260 bis 354, 1903.

Die orthogonalen Flächensysteme sind in folgenden Schriften behandelt:

- R. Hoppe**, Zum Problem der dreifach orthogonalen Flächensysteme. Arch. Math. Phys. **55**, 362—391, 1873; **56**, 153—163, 250—267; **57**, 89—107, 1874.  
**L. Schläfli**, Über die allgemeinste Flächenschaar zweiten Grades, die mit irgend zwei anderen Flächenschaaren ein orthogonales System bildet. Journ. f. Math. **76**, 126—149, 1873.  
**A. Enneper**, Untersuchungen über orthogonale Flächensysteme. Math. Ann. **7**, 456—480, 1874.  
**E. Catalan**, Note sur les surfaces orthogonales. C. R. Ac. sc. Paris **28**—32, 1874.  
**G. Darboux**, Mémoire sur la théorie des coordonnées curvilignes et des systèmes orthogonaux. Ann. Éc. Norm. (2) **7**, 101—150, 227—260, 275—348, 1878.  
**L. Bianchi**, Sopra alcune classi di sistemi tripli ciclici di superficie ortogonali. Giorn. di mat. **21**, 275—292, 1883; **22**, 333—374, 1884. — Sopra i sistemi tripli ortogonali di Weingarten. Ann. di mat. (2) **13**, 177—234, 1885; **14**, 115—130, 1886. — Sopra i sistemi tripli di superficie ortogonali che contengono un sistema di superficie pseudosferiche. Rend. R. Acc. Linc. Roma (4) **2**, 19—22, 1886. — Sopra alcune nuove classi di superficie e di sistemi tripli ortogonali. ib. **18**, 301—358, 1890. — Nuove ricerche sulle superficie pseudosferiche. Ann. di mat. (2) **24**, 347—386, 1896.  
**G. Bolke**, Die Komplementärflächen der pseudosphärischen Rotationsflächen und ihr Zusammenhang mit allgemeineren pseudosphärischen Flächen. Diss. Leipzig 1901. 78 S.  
**F. de Salvert**, Mémoire sur la recherche la plus générale d'un système orthogonal triplement isotherme. Ann. Soc. sc. Brux. **13 B**, 117—260, 1889; **14 B**, 121 bis 283, 1890; **15 B**, 204—394, 1891; **17 B**, 103—272, 1893. Introduction (Historische Einleitung zu vorstehenden Abhandlungen) ib. **18 B**, 61—94, 1894. Auch Paris 1894.  
**L. Lévy**, Sur les systèmes de surfaces triplement orthogonaux. Mém. cour. et d. sav. étr. Ac. Belg. **54**, 1896. 92 S. 4°.  
**G. Darboux**, Leçons sur les systèmes orthogonaux et les coordonnées curvilignes. T. I. Paris 1898. vi u. 338.  
**C. Guichard**, Sur les systèmes orthogonaux et les systèmes cycliques. Ann. Éc. Norm. (3) **14**, 467—516, 1897; (3) **15**, 179—227, 1898.

§ 3. **Flächen zweiten Grades.** L. Euler verdankt man die wesentliche Durchführung der Descartesschen Koordinatenmethode für den Raum. Im Anhang seiner „Introductio“ (s. oben S. 164) gibt er eine Klassifikation der Flächen zweiten Grades. Außer in den obengenannten größeren Geschichtswerken finden wir historische Notizen und Literatur über die Theorie dieser Flächen in:

- O. Staude**, Flächen zweiter Ordnung und ihre Systeme und Durchdringungskurven. Encycl. d. math. Wiss. III C, **2**, 161—256, 1904.  
**C. Klöres**, Zur Geschichte der Steinerschen Konstruktion einer Fläche zweiter Ordnung. Diss. Rostock 1903. 39 S.

- H. Paepcke**, Klassifikation der Oberflächen zweiten Grades bei Cauchy, Plücker, Hesse. Diss. Rostock 1904. 70 S.
- H. Böhlerhold**, Historisch-kritische Darstellung der Konstruktion der Flächen zweiter Ordnung aus neun Punkten. Diss. Jena 1898. 52 S. 8°.

In allen Lehrbüchern über Geometrie des Raumes wird die Theorie der Flächen zweiten Grades behandelt. Von älteren und neueren speziellen Untersuchungen über Flächen zweiten Grades seien genannt:

- Nic. Fuß**, De proprietatibus quibusdam ellipsoos in superficie sphaerica descriptae. Nova Acta Ac. Petrop. 3, a. 1785, 90—99 [1788].
- J. v. Paccassi**, Über einige Eigenschaften der Sphäroiden. Phys. Arb. einträcht. Freunde Wien 2, Quart. II, 10 ff. 1788.
- J. L. Lagrange**, Mémoire sur les sphéroïdes elliptiques. Nouv. Mém. Ac. Berlin a. 1792—1793, 258—270 [1793].
- J. H. Lindquist**, Dissertatio mathematica de sectionibus ellipsoidicis. Abo 1794. 12 S. 4°.
- A. J. Lexell**, De epicycloidibus in superficie sphaerica descriptis. Acta Ac. Petrop. 1779, I. 49—71 [1782].
- G. Monge**, Sur les lignes de courbure de la surface de l'ellipsoïde. Journ. Éc. Polyt. cah. 2, 145—165, 1796. — Application de l'algèbre à la géométrie. Paris 1805. — Application de l'analyse à la géométrie des surfaces du 1<sup>r</sup> et 2<sup>d</sup> degré. Paris 1807 et 1809.
- J. N. P. Hachette**, Traité des surfaces du second degré. Paris 1813. — Éléments de géométrie à trois dimensions. Paris 1817. — Applications de l'algèbre à la géométrie à trois dimensions. 2<sup>e</sup> éd. Paris 1817.
- M. Chasles**, Recherches de géométrie pure sur les lignes et les surfaces du second degré. Nouv. Mém. Bruxelles 5, 1829; 6, 1830. — Mémoire sur les propriétés générales des surfaces du second degré. Nouv. Mém. Bruxelles 6, 1830. Engl. von Graves. Dublin 1841. — Mémoire sur les propriétés des coniques sphériques. Paris 1831. — Théorème général sur la description des lignes de courbure des surfaces du second ordre. C. R. 22, 1846, 313—318.
- C. G. J. Jacobi**, Auszug aus einem Schreiben an Steiner. Journ. f. Math. 12, 137—140, 1834. — Geometrische Theoreme. Bruchstücke aus dem Nachlaß, mitget. von O. Hermes. ib. 73, 179—206, 1871.
- O. Hesse**, Über Oberflächen zweiter Ordnung. Journ. f. Math. 18, 101—118, 1838. — De punctis intersectionis trium superficierum secundi ordinis. Königsberg 1840.
- B. Amiot**, Mémoire sur une nouvelle méthode de génération et de discussion de surfaces du second ordre. Paris 1843.
- C. A. Valson**, Application de la théorie des coordonnées elliptiques à la géométrie de l'ellipsoïde. Thèse. Paris 1854.
- F. H. Siebeck**, De superficiebus conicis cuilibet superficierum circumscriptis. Diss. Breslau 1845.
- L. F. Painvin**, Application de la nouvelle analyse aux surfaces du second ordre. Paris 1861.
- H. E. Schröter**, Problematis geometrici ad superficiem secundi ordinis per data puncta construendum spectantis solutio nova. Breslau 1862.
- O. Hermes**, De superficiebus confocalibus secundi gradus. Breslau 1849.
- A. Clebsch**, Über das Problem der Normalen bei Curven und Oberflächen der zweiten Ordnung. Journ. f. Math. 62, 64—109, 1863.
- C. A. v. Drach**, Vom Tangentialkegel der Oberflächen 2. Ordnung. Diss. Marburg 1861.
- L. Aoust**, Recherches sur les surfaces du second ordre. I. II. Marseille 1864 et 1868.
- K. G. C. v. Staudt**, Von den reellen und imaginären Halbmessern der Kurven und Flächen zweiter Ordnung. Nürnberg 1867.



- H. Theune**, Über den Winkel, welchen zwei Seitenkanten eines Kegels bilden wenn derselbe in eine Ebene abgewickelt wird. Diss. Jena 1867.
- R. Sturm**, Das Problem der Projectivität und seine Anwendung auf die Flächen, zweiten Grades. Math. Ann. 1, 533—574, 1869.
- O. Hermes**, Die Jacobische Erzeugungsweise der Flächen zweiten Grades. Journ. f. Math. 73, 209—273, 1871.
- G. Darboux**, Sur les théorèmes d'Ivory relatifs aux surfaces homofocales du second degré. Mém. Soc. Bordeaux 8, 197—280, 1872 u. Paris 1872.
- L. Painvin**, Axes, plans cycliques etc. dans les surfaces du second ordre. Nouv. Ann. (2) 13, 113—128, 1874.
- E. P. Böhme**, Die Achsen eines Kegels 2. Ordnung. Diss. Göttingen, Berlin 1871.
- E. Benter**, Untersuchung über Tangentialkegel und die Kurven zweiten Grades. Diss. Erlangen. Leipzig 1871. iv u. 44 S. 4°.
- Th. Reye**, Synthetische Geometrie der Kugeln und linearen Kugelsysteme. Mit einer Einleitung in die analytische Geometrie der Kugelsysteme. Leipzig 1879. viii u. 93.
- J. Ph. Weinmeister**, Die Flächen zweiten Grades nach elementar-synthetischer Methode bearbeitet. 2 Pr. Leipzig 1880 u. 1881.
- H. Schröter**, Theorie der Oberflächen zweiter Ordnung und der Raumcurven dritter Ordnung als Erzeugnisse projektivischer Gebilde. Nach Jacobi-Steiners Principien auf synthetischem Wege abgeleitet. Leipzig 1880. xvi u. 720.
- H. Schröter**, Über ein einfaches Hyperboloid von besonderer Art. Journ. f. Math. 85, 26—79, 1880.
- O. Hesse**, Über Sechsecke im Raume. Mitget. von S. Gundelfinger. Journ. f. Math. 85, 304—317, 1880.
- R. Heger**, Die Konstruktion der Flächen zweiter Ordnung aus 6 gegebenen Punkten und verwandte Konstruktionen. Pr. Dresden 1881.
- O. Staude**, Über Fadenconstructions des Ellipsoids. Math. Ann. 20, 147 bis 185, 1882.
- E. d'Ovidio**, Le proprietà fondamentali delle superficie di secondo ordine. Torino 1883.
- K. T. Meyer**, Über die Kegel des Pappus und des Hachette. Diss. Straßburg. Berlin 1884.
- N. Salvatore Dino**, Le proprietà fondamentali delle superficie di secondo ordine stabilite con i principii della geometria projectiva. Napoli 1884.
- O. Lüdeke**, Über die Erzeugung von Flächen durch zwei sich schneidende veränderliche Kegel. Pr. Brandenburg 1885.
- H. G. Zeuthen**, Théorie des figures projectives sur une surface du second ordre. Math. Ann. 18, 33—69, 1881; 26, 24—274, 1885.
- O. Zucca**, Applicazione del metodo delle coordinate curvilinee allo studio dell' iperboloide ad una falda. Genova 1888. 26 S.
- J. H. Engel**, Konstruktionen zur Geometrie der Flächen 2. Ordnung und der ebenen Curven 2. Ordnung. Diss. Zürich 1889. Vrtljschr. nat. Ges. Zürich 34, 299—337.
- A. Petot**, Sur une extension du théorème de Pascal à la géométrie de l'espace. Ann. Éc. Norm. (3) 5. Suppl. 3—65, 1888.
- C. Biehler**, Notes de géométrie analytique sur les surfaces du second ordre. Paris 1890. 52 S.
- H. C. R. Méray**, Sur la discussion et la classification des surfaces du deuxième degré. Nouv. Ann. (3) 11, 474—509. 1892.
- V. de Pasquale**, Sul luogo dei punti dell' ellissoide nei quali la curvatura di Gauss e costante. Messina 1893.
- O. Staude**, Die Fokaleigenschaften der Flächen zweiter Ordnung. Leipzig 1896. viii u. 186.
- L. Gottscho**, Miscellen aus der Theorie der Kegelschnitte und der Flächen 2. Ordnung unter Anwendung der Methode des Unendlichgroßen. Diss. Freiburg 1896. 61 S. 8°.

- E. v. Weber**, Das Imaginäre in der Geometrie der konfokalen Flächen 2. Ordnung. Stzber. Ak. München **34**, J. 1904, 447—483 [1905].
- G. Fontené**, Tétraèdres variables liés à des quadriques et à des cubiques gauches. Nouv. Ann. (4) **1**, 10—14, 1901. — Tétraèdres, octaèdres, icosaèdres inscrits à une cubique gauche et circonscrits à une quadrique. ib. (4) **4**, 289 bis 309, 1904.
- G. Hesseberg**, Neue Begründung der Sphärik. Stzber. Berl. Math. Ges. **4**, 69 bis 77, 1905.
- G. Müth**, Die projektive Erzeugung der Rotationsfläche zweiten Grades. Diss. Breslau 1905. 62 S.
- K. M. Peterson**, Sur la déformation des surfaces du second ordre. Trad. du russe p. Ed. Davaux. Ann. Fac. sc. Toulouse (2) **7**, 69—107, 1905.
- L. Bianchi**, Teoria delle trasformazioni delle superficie applicabili sulle quadriche rotonde. Mem. Soc. It. (3) **14**. 72 S. u. Roma 74 S. 1905.
- Wir schließen mit den neueren Schriften über Linien auf Flächen zweiten Grades.
- L. Euler**, De curva rectificabili in superficie sphaerica. Novi Comm. Ac. Petrop. **15**, a. 1770, 195—216 [1771]. — De curvis rectificabilibus in superficie conii recti ducendis. Acta Ac. Petrop. **5**, a. 1781, P. I, 60—73 [1784]. — De lineis rectificabilibus in superficie sphaeroidica quacunque geometrica ducendis. Nova Acta Ac. Petrop. **3**, a. 1785, 67—68 [1788].
- Nic. Fuß**, De proprietatibus quibusdam ellipseos in superficie sphaerica descriptae. Nova Acta Petrop. **3**, a. 1785, 90—99. [1788].
- F. J. Richelot**, Anwendung der elliptischen Transcendenten auf die sphärischen Polygone, welche zugleich einem kleinen Kreise der Kugel eingeschrieben und einem anderen umschrieben sind. Journ. f. Math. **5**, 250—567, 1830. — Über die Anwendung einiger Formeln der elliptischen Funktionen auf ein bekanntes Problem der Geometrie. ib. **38**, 353—372, 1848.
- F. Joachimsthal**, Observationes de lineis brevissimis et curvis curvaturae in superficiebus secundi gradus. Journ. f. Math. **26**, 185—171, 1843.
- C. Gudermann**, De curvis catenariis sphaericis dissertatio analytico-geometrica. Journ. f. Math. **33**, 189 ff. u. 281 ff. 72 S. 1846.
- J. Plücker**, Die analytische Geometrie der Curven auf den Flächen zweiter Ordnung und Classe. Journ. f. Math. **34**, 341 ff. r. 336 ff. 32 S. 1847.
- P. van Geer**, De geodetische lijnen op de ellipsoïde. Diss. Leiden 1862.
- K. Schwering**, De linea brevissima in elliptica paraboloides sita. Berlin 1869.
- A. v. Braunmühl**, Geodätische Linien und ihre Enveloppen auf dreiachsigen Flächen zweiten Grades. Math. Ann. **20**, 557—587, 1882.
- A. Kreuzschmer**, Über eine Eigenschaft der kürzesten Linie und der logarithmischen Spirale auf dem Mantel eines normalen Kreiskegels. Diss. Jena 1874.
- K. Beucke**, Die geodätischen Linien und die als geodätische Ellipsen und Hyperbelen betrachteten Krümmungscurven auf dem dreiachsigen Ellipsoid. Diss. Halle 1885.
- R. Noske**, Die kürzesten Linien auf dem Ellipsoid. Pr. Königsb. i. P. 1886.
- A. Quidde**, Curven gleicher Steilheit auf Flächen zweiten Grades. Pr. Star-gard 1879.
- Für die Literatur der von Nonius rumbus (linea rhombica, rhumb), von Willebrord Snellius Loxodrome genannten Linie eines Schiffes nennen wir:
- F. Th. Schubert**, De curva loxodromica. Nova Acta Ac. Petrop. **4**, a. 1786, 95—101 [1789].
- J. H. Lindquist**, Dissertatio de loxodromiis in superficie ellipsoidica. Aboae 1792. 20 S. 4<sup>o</sup>.
- J. A. Grunert**, Loxodromische Trigonometrie. Ein Beitrag zur Nautik. Leipzig 1849.
- A. Stechert**, Zur Geometrie der loxodromischen Linie auf Rotationsflächen zweiter Ordnung. Pr. Magdeburg 1856. 19 S. 4<sup>o</sup>.

- A. **Enneper**, Über die Loxodrome der Kegelflächen. Gött. Nachr. 1869, 463 u. Z. Math. Phys. **15**, 466—475, 1870.  
 P. **Glotin**, Navigation orthodromique. Mém. Soc. Bord. (2) **2**, 189—210, 1878.  
 G. **Scheffers**, Über Loxodromen. Ber. Ges. Leipz. **54**, 363—370, 1902.

#### § 4. Flächen dritten Grades. Flächen vierten Grades.

- A. **Cayley**, On the triple tangent planes of surfaces of the third order. Cambr. a. Dublin math. J. **4**, 1849.  
 G. **Salmon**, On the triple tangent planes to a surface of the third order. Cambr. a. Dublin math. J. **4**, 1849.  
 J. **J. Sylvester**, On elimination, transformation and canonical forms. Cambr. a. Dublin math. J. **6**, 1851.  
 J. **Steiner**, Über die Flächen dritten Grades. Journ. f. Math. **53**, 133—141, 1856.  
 H. **Graßmann**, Die stereometrische Gleichung dritten Grades und die dadurch erzeugten Oberflächen. Journ. f. Math. **49**, 47—65, 1854.  
 F. **Brioschi**, Intorno ad alcune proprietà delle superficie del terzo ordine. Ann. sc. mat. fis. **5** Roma 1854.  
 L. **Schläfli**, An attempt to determine the twenty-seven lines upon a surface of the third order. Quart J. **2**, 1858. — On the distribution of surfaces of the third order into species. Phil. Trans. Lond. **153**, 1863.  
 G. **Salmon**, Über die Flächen dritten Grades. Journ. f. Math. **53**, 133—141, 1857. — On quaternary cubics. Phil. Trans. **150**, Lond. 1860.  
 A. **Clebsch**, Zur Theorie der algebraischen Flächen. Journ. f. Math. **58**, 93 bis 108, 1861 u. **63**, 1—8, 1864. — Über eine Transformation der homogenen Funktionen dritter Ordnung mit einer Veränderlichen. ib. 109—127. — Über die Knotenpunkte der Hesseschen Fläche, insbesondere bei Oberflächen dritter Ordnung. ib. **59**, 193—228, 1861.  
 Fr. **August**, Disquisitiones de superficiebus tertii ordinis. Diss. Berlin 1862.  
 H. **E. Schröter**, Nachweis der 27 Geraden auf der allgemeinen Oberfläche dritter Ordnung. Journ. f. Math. **62**, 265—280, 1863.  
 R. **Sturm**, Synthetische Untersuchungen über Flächen dritter Ordnung. Leipzig 1867. xx u. 388.  
 L. **Cremona**, Mémoire de géométrie pure sur les surfaces du troisième ordre. Preisschrift. Journ. f. Math. **68**, 1—133, 1868. — Dtsch. von M. Curtze. Berlin 1870.  
 Ch. **Wiener**, Stereoskopische Photographie des Modells einer Fläche dritter Ordnung mit 27 reellen Geraden. Leipzig 1869. 8 S. u. 2 photogr. Bl.  
 Th. **Reye**, Projectivische Erzeugung der allgemeinen Flächen dritter, vierter und beliebiger Ordnung durch Flächenbündel niederer Ordnung. Math. Ann. **1**, 455—466, 1869.  
 V. **Schlegel**, Untersuchung einer Fläche dritter Ordnung mittelst der Graßmannschen Ausdehnungslehre. Pr. Waren 1871.  
 H. **G. Zeuthen**, Études des propriétés de situation des surfaces cubiques. Math. Ann. **8**, 1—30, 1874.  
 R. **Rodenberg**, Zur Klassifikation der Flächen dritter Ordnung. Math. Ann. **14**, 46—111, 1878.  
 R. **Sturm**, Zur Theorie der Flächen dritter Ordnung. Journ. f. Math. **88**, 213 bis 241, 1879. — Über die Curven auf der allgemeinen Fläche dritter Ordnung. Math. Ann. **21**, 457—515, 1883.  
 H. **Schröter**, Lineare Constructionen zur Erzeugung der kubischen Fläche. Journ. f. Math. **96**, 282—324, 1884.  
 C. **Le Paige**, Sur les surfaces du troisième ordre. Versl. en. Meded. Ak. Amst. **19**, 328—348, 1884.  
 E. **Bertini**, Contribuzione alla teoria delle 27 rette e dei 45 punti tritangenti di una superficie di 3° ordine. Ann. di mat. **12**, 301—346, 1884.

- B. Meth**, Untersuchungen über die asymptotische Fläche dritten Grades. Pr. Berlin 1887. 20 S. 4<sup>o</sup>.
- K. Bobek**, Zur Klassifikation der Flächen dritter Ordnung. Ber. Ak. Wien 96, 355—386, 1887.
- G. Herting**, Über die gestaltlichen Verhältnisse der Flächen dritten Grades und ihrer parabolischen Kurven. 2 T. Diss. München u. Pr. Augsburg 1887 u. 1888.
- H. Stoltz**, Untersuchung der Fläche dritten Grades hinsichtlich der projektivisch verallgemeinerten Mittelpunktseigenschaften. Diss. Gießen 1890. 18 S.
- K. Rohn**, Die Raumkurven auf den Flächen dritter Ordnung. Ber. Sächs. Ges. Leipz. 46, 84—119, 1894.
- P. Dumont**, Théorie élémentaire des surfaces du troisième ordre. Paris 1895.
- F. C. Ferry**, Geometry on the cubic scroll of the first kind. Arch. f. Math. og Naturv. 21, 1—60, 1899. — Geometry on the cubic scroll of the second kind. ib. 23, 179—234, 1901.
- J. Schmidt**, Das Cylindroid als geometrischer Ort der kürzesten Transversalen windschiefer Flächen. Pr. Plan 1900. 21 S.
- M. Y. van Yven**, La surface cubique de révolution. Mém. cour. Arch. Musée Teyler (3) 8, 407—486, 1903.
- R. Sturm**, Zusammenstellung von Arbeiten, welche sich mit Steinerschen Aufgaben beschäftigen. Bibl. math. (3) 4, 160—184, 1903.

Unter den Flächen vierten Grades, zu denen wir jetzt übergehen, zeichnet sich die Fresnelsche Wellenfläche aus. Historisch-bibliographisches gibt

- E. Wölffing**, Bericht über den gegenwärtigen Stand der Lehre von der Fresnelschen Wellenfläche. Bibl. math. (3) 3, 361—382, 1902.
- A. Smith**, Investigation of the equation to Fresnel's wave surface. Trans. Phil. Soc. Cambridge 6, I, 85—90, 1836.
- A. Cayley**, Sur la surface des ondes. Journ. de math. 11, 291—296, 1846. — On the wave surface. Quart. Journ. math. 3, 16—22, 142—144, 1860.
- P. H. Zech**, Die Eigenschaften der Wellenfläche zweiaxiger Krystalle, mittelst der höheren Geometrie abgeleitet. Journ. f. Math. 52, 243—223, 1856. — Die Krümmungslinien der Wellenfläche zweiaxiger Krystalle. ib. 54, 72 bis 76, 1857, u. 55, 94—101, 1858.
- F. Brioschi**, Sulle linee di curvatura delle superficie delle onde. Ann. di mat. 2, 135—136, 285—287, 1859.
- H. Durrande**, Recherches sur la surface des ondes. Nouv. Ann. (2) 2, 193 bis 204, 252—261, 1863.
- L. Pochhammer**, De superficiei undarum derivatione. Diss. Berlin 1863.
- E. Lampe**, Sur quelques problèmes relatifs à la surface des ondes. Pr. Berlin 1870.
- C. Frosch**, Die singulären Punkte und Tangentialebenen der Wellenfläche. Pr. Schneidemühl 1870.
- E. Catalan**, Mémoire sur une transformation géométrique et sur la surface des ondes. Mém. Ac. Belg. 38, 1—64, 1871.
- C. Cellérier**, Mémoire sur la surface des ondes. Mém. Soc. sc. phys. nat. Genève 23, 161—235, 1874.
- O. Böklen**, Über die Wellenfläche zweiaxiger Krystalle. Zschr. f. Math. Phys. 24, 400—405, 1879; 25, 207—213, 346—351, 1880; 27, 160—175, 1882; 44, 289 bis 297, 1899. — Die Wellenfläche zweiaxiger Krystalle. Pr. Reutlingen 1881 (Literatur).
- C. Niven**, On Mr. Mannheim's researches on the wave-surface. Quart. Journ. math. 15, 257—260, 1878.
- A. Mannheim**, Construction plane des éléments de courbure de la surface de l'onde. Collect. math. in Mem. Dom. Chelini, 91—104. Mediol. 1881.

- J. Knoblauch**, Über die allgemeine Wellenfläche. Diss. Berlin 1882. 40 S. 4°.
- A. Cayley**, Sur la surface des ondes. Ann. di mat. (2) **20**, 1—18, 1892.
- Eine Bibliographie der neueren Untersuchungen über Flächen vierter und fünfter Ordnung findet sich bei
- A. Cayley**, Sketch of recent researches on quartic and quintic surfaces. Proc. Lond. Math. Soc. **3**, 187—195, 1871.
- R. Luchterhandt**, Analytisch-geometrische Untersuchungen einer algebraischen Fläche vierten Grades. Pr. Berlin 1861.
- J. Teichert**, Über eine Gruppe algebraischer Flächen vierten Grades. Pr. Freienwalde 1865.
- E. E. Kummer**, Über die Flächen vierten Grades, auf welchen Schaaren von Kegelschnitten liegen. Monatsb. Ak. Berlin 1863 u. Journ. f. Math. **64**, 66 bis 76, 1865. — Die Fläche vierten Grades mit sechzehn singulären Punkten. Monatsb. Ak. Berlin 1864, 246—260. — Über einige Arten von Flächen vierten Grades. ib. 1864, 474 u. 483.
- E. Lampe**, De superficiebus quarti ordinis, quibus puncta triplicia insunt. Diss. Berlin 1864. 17 S. 4°.
- H. Schröter**, Über die Steinersche Fläche vierten Grades. Journ. f. Math. **64**, 79—94, 1865.
- A. Clebsch**, Über die Steinersche Fläche. Journ. f. Math. **67**, 1—22, 1867.
- A. Cayley**, Memoir on quartic surfaces. Proc. Lond. Math. Soc. **3**, 19—69, 1871; 2<sup>d</sup> Mem. ib. 198—202; A third Mem. ib. 234—266. — On cyclides and sphero-quartics. Phil. Trans. Lond. **161**, 585—781, 1871. — On the 16-nodal quartic surface. Journ. f. Math. **84**, 239—241, 1877.
- C. W. Borchardt**, Über die Darstellung der Kummer'schen Fläche vierter Ordnung mit 16 Knotenpunkten durch die Göpelsche biquadratische Relation zwischen vier Thetafunktionen mit zwei Variablen. Journ. f. Math. **83**, 234 bis 245, 1877.
- H. Weber**, Über die Kummer'sche Fläche 4. Ordnung mit 16 Knotenpunkten und ihre Beziehung zu den Thetafunktionen mit 2 Veränderlichen. Journ. f. Math. **84**, 332—354, 1878.
- K. Rohn**, Betrachtungen über die Kummer'sche Fläche und ihren Zusammenhang mit den hyperelliptischen Funktionen  $p = 2$ . Diss. München 1878. Math. Ann. **15**, 315—354, 1879. — Die verschiedenen Gestalten der Kummer'schen Fläche. Math. Ann. **18**, 96—160, 1881. — Über die Fläche 4. Ordnung mit einem dreifachen Punkte. ib. **24**, 55—152, 1884. — Die Flächen vierter Ordnung hinsichtlich ihrer Knotenpunkte und ihrer Gestaltung. Preisschr. d. Jablon. Ges. Leipzig 1886. 58 S. — Die Raumcurven auf den Flächen vierter Ordnung. Ber. Ges. Leipzig **49**, 631—663, 1897.
- W. Reichardt**, Über die Darstellung der Kummer'schen Fläche durch hyperelliptische Funktionen. Diss. Leipzig 1887. Nova. Acta Leop. **50**, 375—483, 1887.
- H. G. Zeuthen**, Om flader af fjerde orden med dobbelt keglesnit. Festschr. Kopenhagen 1879. Ital. v. G. Loria. Ann. di mat. (2) **14**, 31—70, 1886.
- F. Schur**, Ueber eine besondere Klasse von Flächen 4. Ordnung. Math. Ann. **20**, 254—297, 1882.
- R. W. H. T. Hudson**, Kummer's quartic surface. Cambridge 1905. xi u. 219.
- G. Darboux**, Mémoire sur une classe de courbes et de surfaces. C. R. **68**, 1311 bis 1313, 1869. (Cyclide). — Mém. Soc. Bord. **8**, 292—350; **9**, 1—276, 1873. — Sur le contact des courbes et des surfaces. Bull. sc. math. (2) **4**, 348 bis 384, 1880.
- J. Casey**, On cyclides and sphero-quartics. Phil. Trans. Lond. **161**, 585 bis 781, 1871.
- G. Loria**, Ricerche intorno alla geometria della sfera e loro applicazione allo studio ed alla classificazione delle superficie di quarto ordine aventi per linea doppia il cerchio immaginario all'infinito. Mem. Acc. Torino (2) **36**, 1884.

- G. Humbert**, Sur la surface desmique du quatrième ordre. Journ. de math. (4) **3**, 353—398, 1891. — Sur les surfaces cyclides. Journ. Ec. Polyt. **55**, 127 bis 252, 1885. — Sur les surfaces de Kummer elliptiques. Amer. Journ. math. **16**, 221—253, 1894.
- E. Cosserat**, Sur la cyclide de Dupin. Ann. Fac. sc. Toulouse **6 F**, 1—7, 1892.
- H. Brunn**, Ueber Ovale und Eiflächen. Diss. München 1887.
- C. Demartres**, Sur les surfaces à génératrice circulaire. Ann. Éc. Norm. (3) **2**, 123—182, 1885.
- F. Blank**, Über die geodätischen Curven auf einem körperlichen Kreisringe. Pr. Gera 1895. 24 S. 4°.
- K. Uth**, Die Fläche, welche durch Rotation eines Kreises um eine beliebige Achse entsteht. Diss. Marburg. Pr. Fulda 1865.
- J. A. R. de la Gournerie**, Sur les lignes spiriques. C. R. **66**, 283—285, 1868. Journ. de math. (2) **14**, 9—64, 103—138, 1869.
- A. Enneper**, Die cyklischen Flächen. Zschr. Math. Phys. **14**, 393—421, 1869.
- W. M. Hicks**, On toroidal functions. Phil. Trans. Lond. **171**, 609—652, 1882.
- G. Bamberger**, Die Cassinische Fläche. Diss. Bern 1900. 33 S. 4°.

§ 5. **Andere spezielle Flächen.** Geradlinige Flächen, weitere kinematisch definierbare Flächen, Krümmungsmittelpunktflächen, Flächen mit ebenen und sphärischen Krümmungslinien, Weingartensche Flächen, Minimalflächen, Flächen konstanter Krümmung und weitere besondere Flächen werden in ihrer historischen Entwicklung behandelt in dem Aufsatz von: **R. v. Lillenthal**, Besondere Flächen. Encykl. d. math. Wiss. III D 5, 269 bis 354, 1903.

Wegen der Literatur der geradlinigen Flächen verweisen wir auf die „Liniengeometrie“ (Kap. 7). Einen großen Teil der soeben genannten Flächen haben wir bereits oben in § 2 (S. 188—193) berücksichtigt.

Hier beginnen wir mit den Minimalflächen. Eine erschöpfende Bibliographie derselben hat H. A. Schwarz in Arbeit. Wir müssen uns mit einer kurzen Auswahl begnügen. Die Literatur der Minimalflächen reicht bis auf L. Eulers oben (S. 107) genannten „Methodus inveniendi“ 1744 zurück. J. L. Lagrange gab in den Misc. Taur. **2**, a. 1760 bis 1761 [1762] ihre Differentialgleichung. Die fundamentale Eigenschaft der Minimalflächen, daß ihre Hauptkrümmungsradien überall gleich und entgegengesetzt sind, findet sich bei:

- Ch. Meusnier**, Mémoire sur la courbure des surfaces. Mém. prés. Ac. sc. Paris 1785, 477—510.
- D. Poisson**, Note sur la surface dont l'aire est un minimum entre des limites données. Journ. f. Math. **8**, 361—362, 1832.
- H. F. Scherk**, Bemerkungen über die kleinste Fläche innerhalb gegebener Grenzen. Journ. f. Math. **13**, 188—209, 1835.
- E. Catalan**, Sur les surfaces réglées dont l'aire est un minimum. Journ. de math. **7**, 203—211, 1842.
- J. Steiner**, Sur le maximum et le minimum des figures dans le plan, sur la sphère et dans l'espace en général. Journ. f. Math. **24**, 93 ff. u. 189 ff. 1842. 122 S.
- J. A. Serret**, Note sur la surface réglée dont les rayons de courbure principaux sont égaux et dirigés en sens contraire. Journ. de math. **11**, 451 ff. 1846. — Sur la moindre surface comprise entre des lignes droites données, non située dans le même plan. C. R. **40**, 1078—1082, 1855.
- O. Bonnet**, Sur l'emploi d'un nouveau système de variables dans l'étude des

- propriétés des surfaces courbes. Journ. de math. (2) 5, 153 ff. u. 224 bis 252, 1860.
- A. Weiler, Die allgemeine Gleichung der Minimalflächen. Arch. Math. Phys. 39, 356—359, 1862.
- C. Weierstraß, Über die Flächen, deren mittlere Krümmung überall gleich Null ist. Monatsb. Ak. Berlin 1866, 612—619.
- B. Riemann, Über die Fläche vom kleinsten Inhalt bei gegebener Begrenzung. Bearb. von Hattendorff. Abh. Ges. Gött. 13, 1867.
- H. A. Schwarz, Bestimmung einer speziellen Minimalfläche. Gekrönte Preisschr. Berlin 1867. — Miscellen aus dem Gebiete der Minimalflächen. Journ. f. Math. 80, 280—313, 1875. — Gesammelte mathematische Abhandlungen. I. Berlin 1890. 338 S. — Zur Theorie der Minimalflächen, deren Begrenzung aus geradlinigen Strecken besteht. Stzgsber. Ak. Berlin 1894. 1237—1266.
- E. Beltrami, Sulle proprietà generali delle superficie d'area minima. Mem. Ist. Bologna (2) 7, 3—73, 1868.
- A. Schöndorff, Ueber die Minimalfläche, die von einem doppelt-gleichschenkligen räumlichen Viereck begrenzt wird. Göttingen 1868. 52 S. 4°.
- A. Herzog, Bestimmung einiger spezieller Minimalflächen. Vrtlj. natf. Ges. Zürich 22, 217—254, 1875.
- L. Henneberg, Über solche Minimalflächen, welche eine vorgeschriebene ebene Curve zur geodätischen Linie haben. Diss. Zürich 1875. 68 S.
- L. Kiepert, Über Minimalflächen. Journ. f. Math. 81, 337—348, 1876; 85, 171 bis 183, 1878.
- S. Lie, Synthetisch-analytische Untersuchungen über Minimalflächen. I. Arch. for math. nat. Christ. 2, 295—337, 1877. — Sätze über Minimalflächen. ib. 3, 166—176, 224—233, 340—351, 1878; 4, 334—344, 477—512, 1879. — Beiträge zur Theorie der Minimalflächen. Math. Ann. 14, 331—416, 1878; 15, 465 bis 506, 1879.
- E. Neovius, Bestimmung zweier speziellen periodischen Minimalflächen, auf welchen unendlich viele gerade Linien und unendlich viele ebene geodätische Linien liegen. Afh. Ak. Helsingf. VIII u. 117.
- L. Bianchi, Sopra una proprietà caratteristica delle superficie ad area minima. Giorn. di mat. 22, 374—377, 1884. — Sulla teoria delle trasformazioni delle superficie d'area minima. Rend. R. Acc. Linc. Roma (5) 8, II, 157—165, 1899.
- G. Darboux, Sur la théorie des surfaces minima. C. R. Ac. sc. Paris 102, 1513 bis 1519, 1886. — Sur un problème relatif à la théorie des surfaces minima. ib. 104, 728—733, 1887.
- G. Vivanti, Über Minimalflächen. Zschr. Math. Phys. 33, 137—153, 1888.
- P. Paci, Sopra le superficie di area minima. Atti Acc. Torino 29, 446 bis 461, 1894.
- H. Hancock, On minimum surfaces. Math. Review 1, 81—86, 127—140, 1896.
- P. Zeemann, Une surface minima algébrique du vingtième ordre. Arch. Mus. Teyler (2) 5, 299—345, 1898.
- L. Sinigaglia, Sulle superficie ad area minima applicabili a se stesse. Giorn. di mat. 36, 172—182, 1898; 37, 171—185, 1899.
- R. Jüga, Die cyklischen Minimalflächen. Diss. Straßburg 1898. 39 S.
- P. Stäckel, Beiträge zur Flächentheorie. VII. Darstellungen der Minimalkurven. Ber. Sächs. Ges. Leipz. 1902, 101—108. (Geschichte.)
- J. O. Müller, Über die Minimaleigenschaft der Kugel. Diss. Göttingen 1903. 51 S. 8°.

Im Zusammenhange mit den Minimalflächen stehen die Translationsflächen.

- S. Lie, Untersuchungen über Translationsflächen. I. II. Ber. Sächs. Ges. Leipz. 44, 447—572, 559—579, 1902. — Die Theorie der Translationsflächen und das Abelsche Theorem. ib. 48, 141—198, 1896. (Literaturangaben.)

Für die Theorie der isothermen Flächen, deren Krümmungslinien isotherme Linien sind, fügen wir der Literatur der oben (S. 190) angeführten Flächen mit einem System ebener oder sphärischer Krümmungslinien und der damit zusammenhängenden Deformation der Flächen nachstehende Schriften hinzu.

- G. Lamé**, Leçons sur les fonctions inverses des transcendentes et les surfaces isothermes. Paris 1857.
- J. Garlin-Soulandre**, Sur les surfaces isothermes et orthogonales et sur les mouvements apparents. Thèse. Paris 1853.
- G. Darboux**, Détermination d'une classe particulière de surfaces à lignes de courbure planes dans un système et isothermes. Bull. sc. math. (2) 7, 257 bis 276, 1883.
- M. Voretsch**, Untersuchung einer speziellen Fläche constanter mittlerer Krümmung, bei welcher die eine der beiden Scharen der Krümmungslinien von ebenen Curven abgebildet wird. Diss. Göttingen 1883.
- H. Willgrod**, Über Flächen, welche sich durch ihre Krümmungslinien in unendlich kleine Quadrate teilen lassen. Diss. Göttingen 1883.
- J. Weingarten**, Über die Differentialgleichung der Oberflächen, welche durch ihre Krümmungslinien in unendlich kleine Quadrate geteilt werden können. Stzgsb. Ak. Berlin 1883, 1163—1166.
- P. Adam**, Sur les surfaces isothermiques à lignes de courbure planes dans un système ou dans les deux systèmes. Ann. Éc. Norm. (3) 10, 319—358, 1893.
- Th. Caronnet**, Recherches sur les surfaces isothermiques et les surfaces dont les rayons de courbure sont fonction l'une de l'autre. Thèse. Paris 1894.
- R. Rothe**, Untersuchung über die Theorie der isothermen Flächen. Diss. Berlin 1897. 42 S. 4<sup>o</sup>.
- A. Thybaut**, Sur une classe de surfaces isothermiques. Ann. Éc. Norm. (3) 17, 541—591, 1900.

§ 6. **Abwickelbare Flächen.** L. Euler benutzte zur Bestimmung der Oberfläche des schiefen Kegels die Abwicklung desselben und entwickelte später in einer Abhandlung über die Berechnung der Oberfläche eines zweiachsigen Ellipsoids die Prinzipien der analytischen Theorie der abwickelbaren Flächen.

- L. Euler**, De solidis, quorum superficiem in planum explicare licet. Novi Comm. Ac. Petrop. 16, a. 1771, 3—34 [1772].
- G. Monge**, Mémoire sur les propriétés de plusieurs genres de surfaces courbes, particulièrement sur celles des surfaces développables, avec une application à la théorie des ombres et des pénombres. Mém. prés. Ac. sc. Paris 9, 1775, 10, 1780; Hist. Mém. math. Ac. sc. Paris a. 1784 [1787].
- A. Lancret**, Mémoire sur les développables des courbes planes, des courbes à double courbure et des surfaces développables. Mém. prés. div. sav. Ac. sc. Paris 2, 1—79, Paris 1811.
- F. Minding**, Wie sich entscheiden läßt, ob zwei gegebene krumme Flächen aufeinander abwickelbar sind oder nicht; nebst Bemerkungen über die Flächen von unveränderlichem Krümmungsmaße. Journ. f. Math. 19, 370 bis 387, 1839.
- A. Cayley**, Mémoire sur les courbes à doubles courbure et sur les surfaces développables. Journ. de math. 10, 1845; Camb. a. Dublin math. J. (2) 4, 1850. — On the developable surface which arise from two surfaces of the second order. Camb. a. Dublin math. J. (2) 5, 46—58, 1850; On the developable derived from an equation of the fifth order. ib. 152—159. — On certain developable surfaces. Quart. J. 6, 1863, 108—136.



- W. Schell**, Die Abwicklung einfach krummer Flächen. Diss. Marburg 1851.  
**E. A. A. Tillich**, De superficiebus explicabilibus quarti gradus. Diss. Breslau 1855.  
**F. G. Mehler**, Abwickelbare Flächen und Kurven doppelter Krümmung. Pr. Fraustadt 1861.  
**M. Chasles**, Propriétés des surfaces développables circonscrites à deux surfaces du second ordre. C. R. Ac. Paris **54**, 715—722, 1862.  
**L. Cremona**, Sur les surfaces développables du cinquième ordre. C. R. Ac. Paris **54**, 1862, 604—608.  
**C. Hamdorff**, De superficiebus algebraicis in planum explicabilibus. Diss. Halle 1863.  
**H. A. Schwarz**, De superficiebus in planum explicabilibus primorum septem ordinum. Diss. Berlin 1864. 22 S. 4°.  
**A. Enneper**, Über die developpabele Fläche, welche zwei gegebenen Flächen umschrieben ist. Zschr. Math. Phys. **13**, 322—346, 1868.  
**L. Painvin**, Étude analytique de la développable circonscrite à deux surfaces du second ordre C. R. Ac. Paris **67**, 816—820, 1868. — Détermination des éléments de l'arête de rebroussement d'une surface développable définie par ses équations tangentielles. Journ. de math. (2) **17**, 177—218, 1872.  
**L. Bianchi**, Sulla applicabilità delle superficie degli spazi a curvatura costante. Rend. R. Acc. Lincei Roma (3) **2**, 149 ff. 1878. — Sulle superficie applicabili. Diss. Pisa 1878.  
**J. Weingarten**, Über die Theorie der aufeinander abwickelbaren Oberflächen. Festschr. Berlin 1884. 43 S. 4°.  
**W. Hosensfeldt**, Zur Theorie der abwickelbaren Flächen. Diss. Rostock 1887. 71 S. 8°.  
**A. Wangerin**, Über die Abwicklung der Flächen konstanten Krümmungsmaßes sowie einiger anderer Flächen aufeinander. Festschr. Halle 1894. 22 S. 4°.

## Kapitel 6. Abzählende Geometrie.

§ 1. **Einleitung. Geschichtliches.** Loria definiert das Problem der abzählenden Geometrie, geometria numerativa, folgendermaßen: „Unter den  $\infty^r$  geometrischen Gebilden von gegebener Definition die Zahl derjenigen zu bestimmen, welche einer Anzahl von Bedingungen genügen, die  $r$  einfachen Bedingungen äquivalent sind“. Die Anfänge dieser neuen Disziplin reichen auf Arbeiten von J. Steiner und De Jonquières um die Mitte des XIX. Jahrhunderts zurück. Die von Chasles im Jahre 1864 geschaffene Methode der Charakteristiken begründete die abzählende Geometrie. Geschichte und Literatur findet man bei:

- G. Loria**, Notizie storiche sulla geometria numerativa. Bibl. math. (2) **2**, 39 bis 48, 67—80, 1888, **3**, 23—27, 1889.  
**C. Segre**, Intorno alla storia del principio di corrispondenza e dei sistemi di curve. Bibl. math. (2) **6**, 33—47, 1892.  
**M. Chasles**, Rapport sur les progrès de géométrie. Paris 1871. 393 S. 8°.  
**L. Painvin**, Sur la théorie des caractéristiques. Bull. sc. math. **3**, 155—159, 1872. (Bibliographie.)  
**E. Study**, Über die Geometrie der Kegelschnitte, insbesondere deren Charakteristikenproblem. Math. Ann. **27**, 58—101, 1886. — Über das Prinzip der Erhaltung der Anzahl. Verh. III. intern. Math. Congr. Heidelberg 1904, 388—395.  
**Fred. Schuh**, Vergelijkend overzicht der methoden ter bepaling van aantallen

vlakke krommen. Preischr. Diss. Amsterdam 1905. 218 S. (Ausführliches Literaturverzeichnis.)

- A. Brill und M. Nöther**, Die Entwicklung der Theorie der algebraischen Funktionen in älterer und neuerer Zeit. *Jhrsber. d. Dtsch. Math.-Ver.* **3**, 107 bis 566, 1892—1893 [1894].
- H. G. Zeuthen**, Abzählende Methoden. *Enzykl. d. math. Wiss.* III C, 3, 257 bis 312. Leipzig 1906.

Die von Chasles erfundene und von De Jonquières und H. G. Zeuthen weiter fortgebildete Methode der Charakteristiken hat im wesentlichen die Aufgabe, die Anzahl der Kurven und Flächen zu finden, welche gegebenen Bedingungen genügen. Daher finden sich abzählende Methoden in den meisten Werken über Höhere Geometrie, besonders über ebene höhere Kurven.

### § 2. Zusammenfassende Darstellungen. Originalarbeiten.

- H. Schubert**, Kalkül der abzählenden Geometrie. Leipzig 1879. VIII u. 348.
- A. Cayley**, On the curves which satisfy given conditions. *Phil. Trans. London* **158**, 75—172, 1868. (Auch Literatur.)
- H. G. Zeuthen**, Almindelige egenskaber ved systemer af plane kurver, med anvendelse til bestemmelse af karakteristikerne i de elementære systemer af fjerde orden. *Skrift. Vid. Selsk. Kopenh.* (5) **10**, 1873. 109 S. *Résumé. Bull. sc. math.* **7**, 97—105. 1874.
- A. Legoux**, Étude sur le principe de correspondance et la théorie des caractéristiques. *Mém. Ac. Toulouse* (8) **8**, 208—255, 1886. — Mémoire sur les systèmes de surfaces. *ib.* (8) **9**, 326—355, 1887. (Übersicht über die bisherigen Arbeiten.)
- P. Visalli**, Sulle correlazioni in due spazi a tre dimensioni. *Mem. Acc. Linc. Roma* (4) **3**, 597—671, 1886.
- W. G. Alexejew**, Theorie der Charakteristiken der Kurvensysteme (Historisches, Kegelschnittsysteme). *Preisschr. Gel. Verh. Univ. Moskau. Phys.-math. Abt.* **10**, 1893. (Russisch.)

Von den vorbereitenden Arbeiten nennen wir:

- J. Steiner**, Über solche algebraische Kurven, welche einen Mittelpunkt haben, und über darauf bezügliche Eigenschaften allgemeiner Kurven sowie über geradlinige Transversalen der letzteren. *Journ. f. Math.* **47**, 7—105, 1854. *Werke II*, 485. — Über algebraische Kurven und Flächen. *ib.* **49**, 333—348, 1855. *Werke II*, 621.
- E. de Jonquières**, Note sur le nombre des coniques qui sont déterminées par cinq conditions, lorsque parmi ces conditions, il existe des normales données. *Journ. de math.* (2) **4**, 49—56, 1859. — Solutions de quelques questions générales concernant les courbes algébriques planes. *Journ. f. Math.* **59**, 313 bis 334, 1861. — Théorèmes généraux concernant les courbes géométriques planes d'un ordre quelconque. *Journ. de math.* (2) **6**, 113—134, 1861.

Für die von M. Chasles entwickelte Charakteristikentheorie und das Korrespondenzprinzip sind von Bedeutung:

- M. Chasles**, Considérations sur la méthode générale exposée dans la séance du 15 février. Différences entre cette méthode et la méthode analytique. Procédés généraux de démonstration. *C. R. Ac. sc. Paris* **58**, 1167—1176, 1864. — Questions dans lesquelles il y a lieu de tenir compte des points singuliers des courbes d'ordre supérieur. Formule générale comprenant la solution de toutes les questions relatives aux sections coniques. *ib.* **59**, 209—218, 1864. — Théorèmes divers concernant les systèmes de coniques représentés par deux caractéristiques. *ib.* **72**, 511—520, 1871.

**H. G. Zeuthen**, Nyt bidrag til laeren om systemer af keglesnit, der ere underkastede 4 betingelser, Kopenh. 1865. Frz. Nouvelle méthode pour déterminer les caractéristiques des systèmes de coniques. *Nouv. Ann.* (2) 5, 241 bis 262, 289—297, 385—398, 433—443, 481—492, 529—540, 1866.

### § 3. Neuere Arbeiten über Charakteristiken.

**H. G. Zeuthen**, Sur la détermination des caractéristiques des surfaces du second ordre. *Nouv. Ann.* (2) 7, 385—403, 1868. — Sur les singularités ordinaires d'une courbe gauche et d'une surface développable. *Ann. di mat.* (2) 3, 175 bis 218, 1869.

**H. Schubert**, Zur Theorie der Charakteristiken. *Journ. f. Math.* 71, 366—386, 1870.

**C. Hierholzer**, Über Kegelschnitte im Raume. *Math. Ann.* 2, 563—586, 1870.

**S. N. Maillard**, Recherches des caractéristiques des systèmes élémentaires des courbes planes du troisième ordre. Thèse. Paris 1871.

**A. Brill**, Zur Theorie der Elimination und der algebraischen Kurven. *Math. Ann.* 4, 510—526, 1871. — Über zwei Berührungsprobleme. *ib.* 4, 527—549, 1871. — Über Systeme von Kurven und Flächen. *ib.* 8, 534—538, 1875.

**H. Krey**, Einige Anzahlen für Kegelflächen. *Acta math.* 5, 83—96, 1884. — Über Systeme von Plankurven. *ib.* 7, 49—94, 1885.

**T. Archer Hirst**, On the correlation of two planes. *Proc. Lond. Math. Soc.* 5, 40—70, 1874; *Ann. di mat.* (2) 6, 260—297, 1874.

**L. Saltel**, Considérations générales sur la détermination sans calcul de l'ordre d'un lieu géométrique. *Mém. Ac. Belg.* 8<sup>o</sup>. 24, 1875.

**H. G. Zeuthen**, Révision et extension des formules numériques de la théorie des surfaces réciproques. *Math. Ann.* 10, 446—546, 1876.

**H. Schubert**, Beiträge zur abzählenden Geometrie. *Math. Ann.* 10, 1—116, 1876.

**G. Halphen**, Sur la théorie des caractéristiques pour les coniques. *Proc. Lond. Math. Soc.* 9, 149—170; *Math. Ann.* 15, 16—38, 1878. — Caractéristiques des systèmes de coniques et de surfaces du second ordre. *J. Éc. Polyt. cah.* 28, 27—89, 1878.

**O. Chemin**, Étude sur les points singuliers des courbes algébriques planes. Paris 1883.

**H. Schubert**, Die  $n$ -dimensionalen Verallgemeinerungen der fundamentalen Anzahlen unseres Raumes. *Math. Ann.* 26, 26—51, 1885. — Die  $n$ -dimensionale Verallgemeinerung der Anzahlen für die vielpunktig berührenden Tangenten einer punkttallgemeinen Fläche  $m^{\text{ten}}$  Grades. *ib.* 26, 52—73, 1885. — Lösung des charakteristischen Problems für lineare Räume beliebiger Dimension. *Mitt. Hamb. Math. Ges.* 1886, 134—155.

**P. Visalli**, Sulle correlazioni in due spazi a tre dimensioni. *Mem. Acc. Lincei Roma* (4) 3, 597—671, 1886. — Sulle correlazioni che soddisfano a dodici condizioni elementari. *Rend. Acc. Linc. Roma* 1887. (4) 3<sub>1</sub>, 118—124.

**H. G. Zeuthen**, Nouvelle démonstration du principe de correspondance de Cayley et Brill, et méthode à la détermination des coïncidences de correspondances algébriques sur une courbe d'un genre quelconque. *Math. Ann.* 40, 99—124, 1892.

**H. Schubert**, Allgemeine Anzahlfunktionen für Kegelschnitte, Flächen und Räume zweiten Grades in  $n$  Dimensionen. *Math. Ann.* 45, 153—206, 1894

**A. Tantarri**, Ricerche sugli spazi plurisecanti di una curva algebrica. *Ann. di mat.* (3) 4, 67—121, 1900.

**F. Severi**, Sopra alcune singolarità delle curve di un iperspazio. *Mem. Acc. Torino* (2) 51, 81—114, 1902.

**G. Z. Giambelli**, Risoluzione del problema degli spazi secanti. *Mem. Acc. Torino* (2) 52, 171—211, 1902. — Il problema della correlazione negli iperspazi. *Mem. Ist. Lomb.* (3) 19, 155—194, 1903. — La teoria delle formole d'incidenza e di posizione speciale e le forme binarie. *Atti Acc. Torino* 40, 1041—1062. 1905.

## Kapitel 7. Liniengeometrie.

§ 1. **Einleitung. Historisches.** Julius Plücker schuf in einer Reihe von Aufsätzen, die bis zum Jahre 1830 zurückreichen, eine neue geometrische Disziplin, die Liniengeometrie, indem er die gerade Linie als Element sämtlicher räumlicher Gebilde aufbaute. Selbstverständlich waren geometrische Gebilde, die durch Bewegung einer Geraden entstehen, schon weit früher betrachtet worden. Der Name „Regelfläche“ (*surface gauche*, *ruled surface*, *superficie rigata*) für die durch Bewegung einer Geraden erzeugte Fläche rührt von G. Monge her (*Leçons de géométrie descriptive*, 1794). Fadenmodelle geradliniger Flächen ließ Th. Olivier 1830 anfertigen. Die Regelflächen sind entweder abwickelbare, *surfaces développables* (s. § 6 in Kap. 5) oder nicht abwickelbare, *surfaces gauches*. Plücker bezeichnet die Gesamtheit aller geraden Linien, die einer einzigen Bedingung unterworfen sind, mit dem Namen „Komplex“ oder „Linienkomplex“; gerade Linien, die zwei Bedingungen unterworfen sind, die also zwei Komplexen gemeinschaftlich sind, bilden eine „Kongruenz“ und alle Geraden, die drei Bedingungen genügen, eine „Regelfläche“.

Kummer begründete im Jahre 1860 die Theorie der geradlinigen „Strahlensysteme“. Ein Strahlensystem ist eine zweifache Mannigfaltigkeit von Geraden im Raume. Da die Liniengeometrie und besonders die Theorie der Strahlensysteme für die geometrische Optik von großer Bedeutung sind, so fügen wir hier ein Verzeichnis der wichtigsten neueren Schriften über geometrische Optik ein.

Lediglich um die Übersicht über die Literatur der Liniengeometrie zu erleichtern, trennen wir dieselbe in vier Abschnitte: 1. Lehrbücher; 2. Regelflächen im allgemeinen; 3. Strahlensysteme. Geometrische Optik; 4. Konnexen, Komplexe und Kongruenzen.

### § 2. Lehrbücher der Liniengeometrie.

- J. Plücker**, Neue Geometrie des Raumes, gegründet auf die Betrachtung der geraden Linie als Raumelement. Mit einem Vorwort von A. Clebsch. I (S. 1—226). Leipzig 1868. II (S. 227—378), hrsg. von F. Klein. 1869.
- Rud. Sturm**, Die Gebilde ersten und zweiten Grades der Liniengeometrie in synthetischer Behandlung. 3 Teile. Leipzig 1892—97. I. Der lineare Komplex oder das Strahlengewinde und der tetraedrale Komplex. 1892. xiv u. 386. II. Die Strahlenkongruenzen erster und zweiter Ordnung. 1893. xiv u. 367. III. Die Strahlenkomplexe zweiten Grades. 1897. xxiv u. 518.
- E. Müller**, Die Liniengeometrie nach den Prinzipien der Graßmannschen Ausdehnungslehre. *Monatsh. f. Math.* 2, 267—290, 1891.
- G. Königs**, *La géométrie réglée*. *Ann. Fac. Toulouse* 3, 1—24, 1889; 6, 1—67, 1892; 7, 1—55, 1893. (*Bibliographie*). — *La géométrie réglée et ses applications*. Paris 1895. 148 S.
- G. Fano**, *Lezioni di geometria delle rette*. Roma 1896. 149 S. lith.
- S. Lie**, Liniengeometrie und Berührungstransformation. *Ber. Sächs. Ges. Leipz.* 49, 687—740, 1897.
- M. Pieri**, *Sui principî che reggono la geometria delle rette*. *Atti Acc. Torino* 36, 335—350, 1901.

- A. del Re**, Lezioni sulle forme fondamentali dello spazio rigato, sulla dottrina degli imaginari e sui metodi di rappresentazione nella geometria descrittiva. Napoli 1906.
- E. Study**, Geometrie der Dynamen. Die Zusammensetzung von Kräften und verwandte Gegenstände der Geometrie. Leipzig 1901—1903. XIII u. 603. (Allgemeine Untersuchungen über Liniengeometrie und Kinematik. Klassifikation linearer Systeme von Gewinden.)
- K. Zindler**, Liniengeometrie mit Anwendungen. Leipzig. 2 Bände. I, VIII u. 380, 1902. II, VII u. 252, 1906.
- A. Demoulin**, Mémoire sur l'application d'une méthode vectorielle à l'étude de divers systèmes de droites (complexes, congruences, surfaces réglées). Bruxelles 1894. VII u. 118.

### § 3. Regelflächen im allgemeinen.

- G. Monge**, Sur les propriétés de plusieurs genres de surfaces courbes. Mém. prés. Ac. sc. Paris 9, 382—440, 1780. — Leçons de géométrie descriptive. Paris 1794.
- G. Gascheau**, Traité des surfaces réglées. Paris 1828.
- A. Arneth**, De lineis rectis in spatio sitis. Heidelberg 1828.
- A. F. Möbius**, Über eine besondere Art dualer Verhältnisse zwischen Figuren im Raume. Journ. f. Math. 10, 317—341, 1833.
- M. Chasles**, Sur quelques propriétés générales des surfaces gauches. Journ. de math. 2, 1837 u. 4, 1839.
- L. Cremona**, Sulle superficie gobbe del terz'ordine. Atti Ist. Lomb. 2, 1861.
- E. Catalan**, Recherches sur les surfaces gauches. Mém. Ac. Belg. in 8°, 18, 1866.
- J. Lüroth**, Zur Theorie der windschiefen Flächen. Habil. Schr. München 1866 u. Journ. f. Math. 67, 130—152, 1867.
- A. F.** Material construction of ruled quartics. Mess. math. 4, 226—237, 1868 (Fadenmodelle).
- O. Hermes**, Über eine Gattung geradliniger Flächen vierten Grades. Festschr. Berlin 1868.
- J. Plücker**, Théorie générale des surfaces réglées, leur classification et leur construction. Ann. di mat. (2) 1, 160—169, 1868.
- A. Clebsch**, Über die Kurven der Haupttangente bei windschiefen Flächen. Journ. f. Math. 68, 151—160, 1868.
- Emil Weyr**, Geometrie der räumlichen Erzeugnisse 1—2-deutiger Gebilde, insbesondere der Regelfläche dritter Ordnung. Leipzig 1870. VIII u. 175.
- A. Voß**, Zur Theorie der windschiefen Flächen. Math. Ann. 8, 54—136, 1874. — Die Liniengeometrie in ihrer Anwendung auf die Flächen zweiten Grades. ib. 40, 143—189, 1876. — Über die Haupttangente der windschiefen Fläche. ib. 12, 485—503, 1877.
- E. Catalan**, Remarques sur la théorie des courbes et des surfaces. Mém. Ac. Belg. en 8°. 24, 1875. — (J. M. de Tilly, Rapport sur ce mémoire. Bull. Ac. Belg. (2) 38, 804—809, 1875.)
- G. A. V. Peschka**, Beitrag zur Theorie der Normalenflächen. Ber. Ak. Wien 81, 1880. — Normalenflächen längs ebener Flächenschnitte. ib. — Normalenfläche einer Developpabeln längs ihres Durchschnitts mit einer krummen Fläche. ib. 83, 790—803. — Normalenfläche einer krummen Fläche längs ihres Schnittes mit einer zweiten krummen Fläche. ib. 84, 30—36, 1881. — Neue Eigenschaften der Normalenflächen für Flächen zweiten Grades längs ebener Schnitte. ib. 85, 381—407, 1882.
- C. Segre**, Sulle rigate razionali in uno spazio lineare qualunque. Atti Acc. Torino 19, 355—373, 1884. — Ricerche sulle rigate ellittiche di qualunque ordine. ib. 21, 868—891, 1886. — Nuovi risultati sulle rigate algebriche di genere qualunque. ib. 22, 362—363, 1885. — Recherches générales sur

- les courbes et les surfaces réglées algébriques. I. Math. Ann. **30**, 203—226, II, ib. **34**, 1—25, 1887.
- E. Goedseels**, Théorie des surfaces réglées, précédée de la démonstration des propriétés principales des limites et des infiniment petits. Louvain 1885. 76 S. 8°.
- G. Pirondini**, Studi geometrici relativi specialmente alle superficie gobbe. Giorn. di mat. **23**, 288—331, 1885. — Sulle superficie rigate. ib. **25**, 25 bis 41, 115—154, 1887. — Di due superficie rigate che si presentano nello studio delle curve. ib. **28**, 92—112, 1890.
- A. M. Astor**, Lignes géodésiques des surfaces réglées dont les génératrices coupent la ligne de striction sous un angle constant, et dont le paramètre de distribution est constant. C. R. Ass. Franç. 1887. 1—12.
- H. Molins**, Sur les surfaces gauches dont la ligne de striction est plane et qui sont coupées partout sous le même angle par le plan de cette ligne. Mém. Soc. Toulouse (2) **9**, 516—547, 1887.
- C. F. E. Björling**, Singuläre Generatricen in algebraischen Regelflächen. Öfv. Vet. Stockh. 1888, 587—604. — Die singulären Generatricen der Binormalen- und Hauptnormalenflächen. Bihang Vet. Stockh. **15**, 1889. 18 S.
- E. Ciani**, Le superficie rigate inerenti a una linea a doppia curvatura. Giorn. di mat. **27**, 233—264, 1889.
- Ch. Bioche**, Sur les systèmes de courbes qui divisent homographiquement les génératrices d'une surface réglée. Ann. Fac. Toulouse **3**, Nr. 1—41. 1889.
- M. Chini**, Sopra alcune deformazione delle superficie rigate. Atti Acc. Torino **26**, 20—34, 1890.
- O. Gutsche**, Über eine neue Erzeugungsart der Regelfläche zweiter Ordnung. Diss. Halle 1890. 32 S. 8°.
- A. Demoulin**, Sur le cylindroïde et sur la théorie des faisceaux de complexes linéaires. Bull. Soc. Math. Fr. **20**, 39—50, 1901.
- E. J. Wilczynski**, Studies in the general theory of ruled surfaces. Trans. Amer. math. Soc. **5**, 226—252, 1904.

Wegen einiger geradlinigen Flächen, z. B. der Schraubenflächen, verweisen wir auf die in Kap. 10 weiter unten behandelte kinematische Geometrie.

#### § 4. Strahlensysteme. Geometrische Optik.

- W. Hamilton**, On the theory of systems of rays. Trans. Ir. Ac. Dublin **15**, 1828, **16**, 1830, **17**, 1837. 313 S.
- E. E. Kummer**, Allgemeine Theorie der geradlinigen Strahlensysteme. Journ. f. Math. **57**, 189—230, 1860. — Über die algebraischen Strahlensysteme, insbesondere über die der ersten und zweiten Ordnung. Abh. Ak. Berlin 1866, 1—120.
- F. Möbius**, Geometrische Entwicklung der Eigenschaften unendlich dünner Strahlenbündel. Ber. Sächs. Ges. Leipz. **14**, 1—16, 1862.
- F. Bachmann**, De rectorum radiorum systematis, quorum superficies mediae sunt planae. Diss. Berlin 1861.
- O. Hermes**, Über Strahlensysteme der ersten Ordnung und der ersten Klasse. Journ. f. Math. **67**, 153—178, 1867.
- G. Battaglini**, Intorno ai sistemi di rette di primo ordine. Rend. Acc. Nap. **5**, 1866. **14** S. — Intorno ai sistemi di rette di 1° grado. Giorn. di mat. **6**, 24—37, 1868. — Intorno ai sistemi di rette di 2° grado. ib. 239—259, 1868. — Intorno ai sistemi di rette di grado qualunque. ib. **10**, 55—76, 1872.
- B. Irmer**, Über Strahlensysteme dritter Ordnung mit Brennkurven. Diss. Halle 1870.
- D. Chelini**, Sulla composizione geometrica de sistemi di rette, di aree e di punti. Bologna 1870. 51 S. 4°. Mem. Ist. Bol. (2) **10**, u. (3) **1**, 343 bis 392, 1871.

- E. A. Benteli**, Über die ebenen Schnitte der Strahlenflächen. Pr. Bern 1875.
- R. Niemtschick**, Direkte Beleuchtungskonstruktionen für Flächen, deren zu einer Achse senkrechte Schnitte ähnliche Ellipsen sind. Ber. Ak. Wien **57**, 678—692, 1868.
- R. Hoppe**, Surfaces également illuminées. Nova Acta Ups. (3) **6**. 1868.
- L. Burmester**, Theorie und Darstellung der Beleuchtung gesetzmäßig gestalteter Flächen. Mit besonderer Rücksicht auf die Bedürfnisse technischer Hochschulen. Leipzig 1870. 2. Ausg. 1875. xvi u. 386 m. Atlas.
- R. v. Lilienthal**, Untersuchungen zur allgemeinen Theorie der krummen Oberflächen und geradlinigen Strahlensysteme. Bonn 1886. 112 S.
- E. Study**, Über Hamiltons geometrische Optik und deren Beziehungen zur Geometrie der Berührungstransformationen. Jhresb. Dtsch. Math. Ver. **14**, 424—438, 1905.
- A. Cayley**, On system of rays. Mess. math. (2) **17**, 73—78, 1887.
- K. Hensel**, Theorie der unendlich dünnen Strahlenbündel. Journ. f. Math. **102**, 273—303, 1888. (Neue Behandlung der Kummerschen Theorie.)
- F. Walther**, Zur Theorie des Strahlensystems 1. Ordnung und 1. Klasse und des linearen Strahlencomplexes. Ableitung einiger Sätze von Reye. Diss. Leipzig 1889. 67 S. 8°.
- R. Schumacher**, Klassifikation der algebraischen Strahlensysteme. Math. Ann. **37**, 100—140, 1890.
- J. Fibbi**, I sistemi doppiamente infiniti di raggi negli spazii di curvatura costante. Ann. Scuola Norm. Pisa **7**, 1895. 100 S.
- A. L. Zaalberg**, Differentiaal-meetekundige eigenschappen van stralenstelsels. Diss. Leiden 1905. 113 S. 8°.

In den meisten Lehrbüchern der Optik findet man Anwendungen der Liniengeometrie auf optische Probleme. Von den neueren Schriften über geometrische Optik seien hier folgende angeführt.

- A. F. Möbius**, Kurze Darstellung der Haupteigenschaften eines Systems von Linsengläsern. Journ. f. Math. **5**, 113—132, 1830.
- C. F. Gauß**, Dioptrische Untersuchungen. Göttingen 1840.
- A. F. Möbius**, Entwicklung der Lehre von den dioptrischen Bildern mit Hilfe der Kollineationsverwandtschaft. Ber. Sächs. Ges. Leipzig **7**, 8—32, 1855.
- C. Neumann**, Die Haupt- und Brennpunkte eines Linsensystems. Elementare Darstellung der durch Möbius, Gauß und Bessel begründeten Theorie. Leipzig 1866. 41 S. 2. Aufl. 1893. viii u. 42.
- E. Reusch**, Konstruktionen zur Lehre von den Haupt- und Brennpunkten eines Linsensystems. Leipzig 1870. vii u. 70.
- P. A. Hansen**, Untersuchung des Weges eines Lichtstrahls durch eine beliebige Anzahl von brechenden sphärischen Oberflächen. Abh. Sächs. Ges. Leipz. **1871**, 62—202.
- L. Geisenheimer**, Zur Theorie der sphärischen Aberration. Ztschr. Math. Phys. **17**, 387—416, 1872.
- A. Cornu**, De la réfraction à travers un prisme suivant une loi quelconque. Ann. Ec. Norm. (2) **1**, 233—272, 1872.
- O. Röthig**, Die Probleme der Reflexion und Brechung. Leipzig 1876. viii u. 112.
- L. Matthiessen**, Grundriß der Dioptrik geschichteter Linsensysteme. Mathematische Einleitung in die Dioptrik des menschlichen Auges. Leipzig 1877. viii u. 276. — Untersuchungen über die Lage der Brennlinien eines unendlich dünnen Strahlenbündels gegeneinander und gegen einen Hauptstrahl. Acta math. **4**, 177—192, 1884. — Neue Untersuchungen über die Lage der Brennlinien unendlich dünner kopulierter Strahlenbündel gegeneinander und gegen einen Hauptstrahl. Ztschr. Math. Phys. **29**, 86—100, 1884. — Die Brennlinien eines unendlich dünnen astigmatischen Strahlenbündels nach schiefer Inzidenz eines homozentrischen Strahlenbündels in eine krumme Oberfläche und das Strahlenkonoid von Sturm und Kummer. Gräfes Arch. Optht. **30**, 141—154, 1884.

- A. Mannheim**, Mémoire d'optique géométrique, comprenant la théorie du point représentatif d'un élément de surface réglée et son emploi tant pour la démonstration nouvelle de théorèmes relatifs à la courbure des surfaces que pour la détermination plane des éléments des surfaces caustiques. Journ. de math. (4) 2, 5—48, 1886.
- J. Meisel**, Geometrische Optik. Eine mathematische Behandlung der einfachsten Erscheinungen auf dem Gebiete der Lehre vom Licht. Halle a. S. 1886. 177 S.
- A. Heath**, A treatise on geometrical optics. London 1887. — Lehrbuch der geometrischen Optik. Dtsch. von R. Kanthack. Berlin 1894. xiii u. 386.
- A. Gleichen**, Die Haupterscheinungen der Brechung und Reflexion des Lichtes, dargestellt nach neuen Methoden. Leipzig 1889. 47 S.
- Issaly**, Optique géométrique. 7 T. Mém. Soc. Bord. (3) 5, 163—183, 1889; ib. 251—275, 1890; (4) 2, 339—380, 1891; (4) 3, 231—279, 1893; (4) 4, 165 bis 228, 1894; (4) 5, 437—484, 1895; (5) 1, 361—420, 1896.
- A. Steinheil und E. Voit**, Handbuch der angewandten Optik. I. (einz.) Leipzig 1891. vi u. 314. Beilagen. 109 S.
- S. Czapski**, Theorie der optischen Instrumente nach Abbe. Breslau 1893. viii u. 292. 8<sup>o</sup> 2. Aufl. von Eppenstein. 1907, (Literatur).
- H. Bruns**, Das Eikonal. Abh. Sächs. Ges. Leipz. 21, 325—436. Zusatz. Ber. Sächs. Ges. Leipz. 47, 323, 1895.
- E. Study**, Über Hamiltons geometrische Optik und deren Beziehungen zur Theorie der Berührungstransformationen Jhresb. Dtsch. Math. Ver. 14, 424—438, 1905.
- R. A. Sampson**, A continuation of Gauß „Dioptrische Untersuchungen“. Proc. Lond. Math. Soc. 29, 33—83, 1896.
- R. A. Herman**, A treatise on geometrical optics. Camb. 1900. x u. 344.
- E. Walton**, Traité d'optique géométrique. Paris 1900. 343 S.
- A. Gleichen**, Lehrbuch der geometrischen Optik. Leipzig 1902. xiv u. 511.
- H. R. G. Opitz**, Über das erste Problem der Dioptrik. Pr. Berlin 1903. 26 S. 4<sup>o</sup> (Geschichtliches).

### § 5. Kongruenzen. Konnexen. Komplexe.

Abschnitte über Komplexe und Kongruenzen findet man in mehreren umfangreicheren Lehrbüchern der höheren Geometrie. Von speziellen Abhandlungen seien hier die folgenden genannt.

- A. Clebsch**, Über die Plücker'schen Komplexe. Math. Ann. 2, 1—8, 1869.
- F. Klein**, Zur Theorie der Linienkomplexe des ersten und zweiten Grades. Math. Ann. 2, 198—226, 1870. Gött. Nachr. 1869, 258—276.
- C. A. v. Drach**, Zur Theorie der Raumgeraden und der linearen Komplexe. Math. Ann. 2, 128—139, 1870.
- M. Pasch**, Zur Theorie der Komplexe und Kongruenzen von Geraden. Gießen 1870.
- L. A. Painvin**, Étude d'un complexe du second ordre. Bull. sc. math. 2, 368 bis 382, 1871.
- D. Chelini**, Sulla nuova geometria de'complessi. Mem. Ist. Bologna (3) 1, 125 bis 154, 1871.
- Th. Reye**, Kollineare Grundgebilde und ihre Erzeugnisse. Journ. f. Math. 74, 1—14, 1871.
- M. Pasch**, Zur Theorie der linearen Komplexe. Journ. f. Math. 75, 106—153, 1872.
- S. Lie**, Über Komplexe, insbesondere Linien- und Kugelkomplexe, mit Anwendung auf die Theorie der partiellen Differentialgleichungen. Math. Ann. 5, 145—256, 1872.
- F. Klein**, Über Liniengeometrie und metrische Geometrie. Math. Ann. 5, 257 bis 278, 1872. — Über gewisse in der Liniengeometrie auftretende Differentialgleichungen. ib. 278—302.



- A. Weiler**, Über verschiedene Gattungen der Komplexe zweiten Grades. Ber. Ges. Erl. 1873. Math. Ann. 7, 145—207, 1873.
- A. Voß**, Über Komplexe und Kongruenzen. Math. Ann. 9, 55—144, 1875.
- E. d'Ovidio**, I complessi e le congruenze lineari nella geometria proiettiva. Ann. di mat. (2) 7, 25—51, 1875. — Alcune proprietà metriche dei complessi e delle congruenze lineari nella geometria proiettiva. Atti Acc. R. Linc. Roma (2) 3, 260—268, 1876. — Sulle reti di complessi lineari nella geometria metrico-proiettiva. ib. 561—581. — Le serie triple e quaduple di complessi lineari nella geometria metrico proiettiva. ib. 723—755.
- Ém. Picard**, Application de la théorie des complexes linéaires à l'étude des surfaces et des courbes gauches. Thèse. Paris 1877. Bull. sc. math. (2) 1, 335 bis 337. Ann. Éc. Norm. (2) 6, 329—366, 1877.
- Fr. Schur**, Geometrische Untersuchungen über Strahlenkomplexe ersten und zweiten Grades. Math. Ann. 15, 432—465, 1879.
- Th. Reye**, Über lineare und quadratische Strahlenkomplexe und Komplexengewebe. Journ. f. Math. 95, 330—348, 1883. — Über die Hauptarten der allgemeinen quadratischen Strahlenkomplexe und Komplexengewebe. ib. 98, 284—300, 1885.
- C. Ernst**, Über Komplexe zweiten Grades, welche durch Flächenpaare zweiten Grades erzeugt werden. Preisschr. München 1885. 80 S. gr. 8°.
- C. Segre**, Sur une expression nouvelle du moment mutuel de deux complexes linéaires. Journ. f. Math. 99, 169—172, 1885.
- R. de Paolis**, Fondamenti di una teoria dello spazio generale dei complessi lineari. Mem. R. Acc. Linc. Roma (2) 1, 205—231, 1885.
- D. Montesano**, Sui complessi di rette di secondo grado generati da due fasci proiettivi di complessi lineari. Rend. Acc. Nap. 25, 1886.
- Issaly**, Nouveaux principes de la théorie des congruences de droites. Bull. Soc. Math. Fr. 16, 19—81, 1888.
- P. H. Schoute**, Het lineare complex en de congruentie. Versl. en Meded. Ak. Amst. (3) 5, 66—99, 1888.
- F. Waelsch**, Zur Invariantentheorie der Liniengeometrie. Ber. Ak. Wien. 98, 1528—1540, 1888. — Zur Infinitesimalgeometrie der Strahlenkongruenzen und -Flächen. ib. 100, 158—219, 1891.
- E. Cosserat**, Sur une classe de complexes de droites. Mém. Ac. Toulouse (9) 4, 482—509, 1892. — Sur les congruences de droites et sur la théorie des surfaces. Ann. Fac. Toul. N. 1—62, 1893.
- Ch. J. Joly**, The theory of linear vector function. Trans. Ir. Ac. Dublin 30, Part 16, 597—647, 1895.
- D. Sinzow**, Theorie der Konnexen im Raume, im Zusammenhange mit der Theorie der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung. Kasan 1895. II u. 254. (Ruß.).
- P. T. Smith**, On surfaces enveloped by spheres belonging to a linear spherical complex. Trans. Amer. Math. Soc. 1, 371—390, 1900.
- L. Autonne**, Sur les formes quaternaires à deux séries de variables. Application à la géométrie et au calcul intégral. Mém. cour. et sav. étr. en 4°. Ac. Belg. 59, 1901. 254 S.
- F. Aschieri**, Sui complessi tetraedrali. Giorn. di mat. 41, 261—284, 1903.
- Ch. J. Joly**, The quadratic screw-system: a study of a family of quadratic complexes. Trans. Ir. Ac. 32 A, 155—238, 1903.
- R. S. Ball**, Some extension of the theory of screws. Trans. Ir. Ac. 32 A, 299—366, 1903.
- D. Sinzow**, Zur Theorie der Konnexen. Konnexen mit dem Elemente (Punkt, Gerade, Ebene). Mitt. Ges. Charkow (2) 8, 210—281. 1904. (Ruß.).
- C. L. E. Moore**, Classification of the surfaces of singularities of the quadratic spherical complex. Amer. J. math. 27, 248—279, 1905.
- H. Beck**, Der Strahlenkomplex im hyperbolischen Raum. Diss. (Bonn.) Hannover 1905. 55 S.

## Kapitel 8. Transformationen, Abbildung, Korrelation, Verwandtschaft.

§ 1. **Abbildung. Kartographie.** Die ersten allgemeinen Untersuchungen über Kartenprojektionen, Abbildung der Kugeloberfläche auf eine Ebene, verdanken wir Lambert und Euler.

- J. H. Lambert**, Beiträge zum Gebrauche der Mathematik und deren Anwendungen. III, 105—199, 1772. — Anmerkungen und Zusätze zur Entwerfung der Land- und Himmelscharten (1772). Hrg. von A. Wangerin. Ostwalds Klass. d. ex. Wiss. Nr. 54. Leipzig 1894. 96 S.
- L. Euler**, De repraesentatione superficiei sphaericae super plano. Acta Ac. Petrop. 1, a. 1777, P. I, 107—132 [1778]. — De projectione geographica superficiei sphaericae, ib. 133—142. — De projectione geographica Delislana in mappa generali Imperii Russici usitata. ib. 143—153. — Dtsch: Drei Abhandlungen über Kartenprojektion, hrg. von A. Wangerin. Ostwalds Klass. d. ex. Wiss. Nr. 93. Leipzig 1898. 78 S.
- L. Lagrange**, Sur la construction des cartes géographiques. Nouv. Mém. Ac. Berlin, a. 1779, 161—210, [1781].
- C. F. Gauß**, Allgemeine Auflösung der Aufgabe: Die Teile einer gegebenen Fläche auf einer andern gegebenen Fläche so abzubilden, daß die Abbildung dem Abgebildeten in den kleinsten Teilen ähnlich wird (1822). Preisschrift. Astron. Abhandlungen, hrg. von H. C. Schumacher, Heft 3, Altona 1825. 1—30. — Werke IV, 189—216, Göttingen 1873.
- L. Lagrange** und **C. F. Gauß**, Abhandlungen über Kartenprojektion. Hrg. von A. Wangerin. Ostwalds Klass. d. ex. Wiss. Nr. 55. Leipzig 1894. 102 S.
- J. M. N. Carnot**, Sur la corrélation des figures de géométrie. Paris 1801.
- S. T. Mayer**, Vollständige und gründliche Anleitung zum Entwerfen von Land-, See- und Himmelskarten und die Netze zu Weltkugeln und Koniglobien. 2. Aufl. Göttingen 1804.
- L. Puissant**, Traité de géodésie. Paris 1805. 2<sup>e</sup> éd. 2 vol. 1819, Supplém. 1827; 3<sup>e</sup> éd. 1843. — Traité de topographie, d'arpentage et de nivellement. Paris 1807; Suppl. 1810; 2<sup>e</sup> éd. 1820.
- L. B. Francœur**, Géodésie ou traité de la figure de la terre. Paris 1835; 2<sup>e</sup> éd. 1840.
- C. F. Gauß**, Neue allgemeine Untersuchungen über die krummen Flächen (1825). Aus dem Nachlaß. Werke VIII, 365—450.
- C. F. Gauß**, Untersuchungen über einige Gegenstände der höheren Geodäsie. I. Abh. Ges. Gött. 2, a. 1842—44, 3—45 [1845]; II, ib. a. 1845—47, 3—43 [1847]. Werke IV, 259 ff.
- C. G. J. Jacobi**, Über die Abbildung eines ungleichachsigen Ellipsoids auf einer Ebene, bei welcher die kleinsten Teile ähnlich bleiben. Aus dem Nachlaß. Journ. f. Math. 59, 74—88, 1861.
- E. Schering**, Über die konforme Abbildung des Ellipsoids auf der Ebene. Preisschr. Göttingen 1858.
- W. Dölln**, Meletemata quaedam de methodis secundum quas superficiei cujuslibet partes in qualibet alia superficiei delineantur. Petersburg 1853.
- J. Dienger**, Abbildung krummer Oberflächen aufeinander und Anwendungen auf höhere Geodäsie. Braunschweig 1858.
- Adr. Germain**, Traité des projections des cartes géographiques. Paris 1867. 400 S. u. 14 Tab.
- L. Cremona**, Rappresentazione di una classe di superficiei gobbe sopra un piano, e determinazione delle loro curve assintotiche. Ann. di mat. (2) 1, 248—259, 1868.
- K. v. der Mühl**, Über ein Problem der Kartenprojektion. Habil. Schr. Leipzig

1868. — Über die Abbildung von Ebenen auf Ebenen. Journ. f. Math. **69**, 264—285, 1868.
- J. A. Grunert**, Über konforme Kartenprojektionen. Arch. Math. Phys. **50**, 176—216, 1869.
- H. A. Schwarz**, Über einige Abbildungsaufgaben. Journ. f. Math. **70**, 105 bis 121, 1869. — Konforme Abbildung der Oberfläche eines Tetraeders auf die Oberfläche einer Kugel. ib. 121—137, 1869.
- A. Clebsch**, Über die Abbildung algebraischer Flächen, insbesondere der 4. und 5. Ordnung. Math. Ann. **1**, 253 ff. 1869. — Über die Abbildung der geradlinigen Flächen 4. Ordnung, welche eine Doppelkurve dritten Grades haben. ib. **2**, 445—467, 1869. — Über den Zusammenhang einer Klasse von Flächenabbildungen mit der Zweiteilung der Abelschen Funktionen. ib. **3**, 45—75, 1870.
- F. Eisenlohr**, Über Flächenabbildung. Heidelberg 1870. Journ. f. Math. **72**, 148—151, 1870.
- E. B. Christoffel**, Sopra un problema proposta da Dirichlet. Ann. di mat. (2) **4**, 1—10, 1870. — Über die Abbildung einer einblättrigen, einfach-zusammenhängenden ebenen Fläche auf einem Kreise. Gött. Nachr. 1870, 288 ff. — Über die Abbildung einer  $n$ -blättrigen, einfach-zusammenhängenden Fläche auf einem Kreise. ib. 1870, 359 ff.
- U. Dini**, Sopra un problema che si presenta nella teoria generale delle rappresentazioni geografiche di una superficie su di un'altra. Ann. di mat. (2) **3**, 269—294, 1870. — Sulla rappresentazione geografica di una superficie su di un'altra. ib. (2) **8**, 162—187, 1877.
- E. Armentante**, Intorno alla rappresentazione delle superficie gobbe di genere  $p = 0$  sopra un piano. Ann. di mat. (2) **4**, 50—73, 1870.
- H. Amstein**, Über die konforme Abbildung der Oberfläche eines regulären Oktaeders auf die Oberfläche einer Kugel. Vierteljahrsschr. nat. Ges. Zürich **16**, 297—341, 1871.
- G. Holzmüller**, Über logarithmische Abbildung und die aus ihr entspringenden Kurvensysteme. Ztschr. Math. Phys. **16**, 269—289, 1871.
- L. Cremona**, Über die Abbildung algebraischer Flächen. Math. Ann. **4**, 213 bis 230, 1871.
- M. Nöther**, Über die eindeutigen Raumtransformationen, insbesondere in ihrer Anwendung auf die Abbildung algebraischer Flächen. Math. Ann. **4**, 547 bis 570, 1871.
- H. Gretschel**, Lehrbuch der Landkartenprojektionen. Leipzig 1873. 260 S.
- F. August**, Über eine konforme Abbildung der Erde nach der epizykloidalen Projektion. Verh. Ges. Erdk. Berlin **9**, 1874.
- L. Schläfli**, Über die allgemeine Möglichkeit der konformen Abbildung einer von Geraden begrenzten Figur in einer Halbebene. Journ. f. Math. **78**, 63 bis 81, 1874.
- F. Schottky**, Über die konforme Abbildung mehrfach zusammenhängender ebener Flächen. Journ. f. Math. **83**, 300—351, 1877.
- A. Voß**, Über ein neues Prinzip der Abbildung krummer Oberflächen. Math. Ann. **19**, 1—27, 1881.
- O. K. Fischer**, Konforme Abbildung sphärischer Dreiecke aufeinander mittels algebraischer Funktionen. Diss. Leipzig 1885.
- R. Tissot**, Mémoire sur la représentation des surfaces et les projections des cartes géographiques, suivi d'un complément et de tableaux numériques relatifs à la déformation produite par les divers systèmes de projection. Paris 1881. — Die Netzentwürfe geographischer Karten nebst Aufgaben über Abbildung beliebiger Flächen aufeinander. Dtsch. von Hammer. Stuttgart 1887.
- M. Fiorini**, Le proiezioni delle carte geografiche. Bologna 1881. 746 S. u. 11 Taf. Sopra una speciale trasformazione delle proiezioni cartografiche. Mem. Soc. geogr. It. **5**, 1895. — Erd- und Himmelsgloben, ihre Geschichte

- und Konstruktion. N. d. It. (Le sfere cosmografiche e specialmente le sfere terrestri. Boll. d. soc. geogr. It.) frei bearbeitet von S. Günther. Leipzig 1895 VI u. 139.
- G. Lazzeri**, Sulla rappresentazione piana delle superficie sviluppabili razionali. Ann. Scuola Norm. Pisa (6) 3, 79—170, 1883.
- J. Thomae**, Das ebene Kreissystem und seine Abbildung auf den Raum. Ztschr. Math. Phys. 29, 284—305, 1884.
- P. G. Laurin**, Sur la transformation isogonale par une fonction rationnelle. Inaug. Diss. Lund 1888.
- M. Busolt**, Behandlung der konformen Abbildung der Oberflächen zweiter Ordnung. Diss. Königsberg 1890. 95 S. 8°.
- J. A. Gravé**, Sur la construction des cartes géographiques. J. de math. (5) 2, 317—361, 1896.
- A. Manaira**, Sopra una certa rappresentazione piana dell' ellissoide di rivoluzione e sulla applicazione di essa ai calcoli geodetici. Padova 1895. 59 S. 8°.
- F. Hausdorff**, Infinitesimale Abbildungen der Optik. Ber. Ges. Leipzig 48, 79 bis 130, 1896.
- F. v. Dalwigk**, Über die Integration von  $\Delta u = 0$  und die konforme Abbildung. Habil. Schr. Marburg 1897. 53 S. (Zusammenhängende Darstellung).
- K. Zöppritz**, Leitfaden der Kartenentwurfslehre. 2. Aufl. von A. Bludau. Leipzig. T. I: Die Kartenprojektionslehre. 1899. x u. 178. T. II: Kartographie und Kartometrie. 1908. VIII u. 109.
- E. Häntzschel**, Das Erdsphäroid und seine Abbildung. Leipzig 1903. VI u. 140.
- J. Frischauf**, Die Abbildungslehre und deren Anwendung auf Kartographie und Geodäsie. Zsch. f. math. naturw. Unterr. 36, 393—406, 477—497. Sep. Leipzig 1906. 32 S. (Auch Geschichte.)
- A. Voß**, Abbildung und Abwicklung zweier Flächen aufeinander. Enc. math. Wiss. III D 6a, 355—440. Leipzig 1903. (Historisches.)

§ 2. **Verwandtschaft, Korrelation, Transformation.** Unter Korrelation, Verwandtschaft, Transformation versteht man gewisse Beziehungen zwischen Grundgebilden. Eine Verwandtschaft zwischen zwei Grundgebilden findet statt, wenn jedem Element des einen Grundgebildes ein oder mehrere Elemente des andern zugeordnet werden. Zwei Flächen sind verwandt, wenn einem jeden Punkt der einen Fläche ein bestimmter Punkt der anderen entspricht und eine Abhängigkeit der Form der Fläche in den entsprechenden Punkten hinzukommt. Eine quadratische Verwandtschaft ist eine eindeutig umkehrbare nicht lineare Beziehung zweier Ebenen aufeinander. Solche finden sich gelegentlich schon bei

- J. V. Poncelet**, Traité des propriétés projectives des figures, Paris 1822, und Mémoire sur la théorie générale des polaires réciproques. Journ. f. Math. 4, 1—71, 1829.

und bei

- J. Plücker**, Über ein neues Princip der Geometrie. Journ. f. Math. 5, 268—286. 1830.

Ihre Theorie beginnt mit folgenden Aufsätzen:

- L. J. Magnus**, Nouvelle méthode pour découvrir des théorèmes de géométrie. Journ. f. Math. 8, 51—63, 1832. — Quelques théorèmes de géométrie. ib. 9, 135—138, 1832. — Auch: Sammlung von Aufgaben und Lehrsätzen aus der analytischen Geometrie. Berlin 1833.
- J. Steiner**, Systematische Entwicklung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten voneinander. I. Berlin 1832. (S. oben S. 172.)

- A. F. Möbius**, Über eine neue Verwandtschaft zwischen ebenen Figuren. Ber. Sächs. Ges. 1853, 14—24; Journ. f. Math. **52**, 218—228, 1856.
- Cremona kann als der eigentliche Schöpfer der allgemeinen eindeutigen Transformationen in der Ebene gelten.
- L. Cremona**, Sulle trasformazioni geometriche delle figure piane. Mem. Acc. Bologna (2) **2**, 1863; ib. **5**, 1865.
- M. Nöther**, Zur Theorie des eindeutigen Entsprechens algebraischer Gebilde von beliebig vielen Dimensionen. Math. Ann. **2**, 293—317, 1869.
- E. Weyr**, Analytische Untersuchung der quadratischen Verwandtschaft. Ztschr. Math. Phys. **14**, 445—477, 1869.
- Fr. J. Richelot**, Über die einfachste Correlation in zwei räumlichen Gebilden. Journ. f. Math. **70**, 137—156, 1869.
- P. Bretschneider**, Punktverwandtschaft und Linienverwandtschaft ebener Figuren. Pr. Plauen i. V. 1870.
- A. Cayley**, On the rational transformation between two spaces. Proc. Lond. Math. Soc. **3**, 127—180, 1871.
- L. Cremona**, Sulle trasformazioni razionali nello spazio. Rend. Ist. Lomb. 1871, 269—279, 315—324. Ann. di mat. (2) **5**, 131—163, 1872.
- L. Saltel**, Sur l'application de la transformation arguésienne à la génération des courbes et des surfaces géométriques. Mém. Ac. Belg. en 8<sup>o</sup>. **22**, 1—53, 1872. — Mémoire sur le principe arguésien unicursal et sur certains systèmes de courbes géométriques. Mém. Ac. Belg. en 8<sup>o</sup>. **23**, 1873.
- E. Dewulf**, Sur les transformations géométriques des figures planes. Bull. sc. math. **5**, 206—240, 1873.
- E. Bertini**, Ricerche sulle trasformazioni univoche involutorie nel piano. Ann. di mat. (2) **8**, 254—287, 1877.
- T. Archer Hirst**, On the correlation of two planes. Proc. Lond. Math. Soc. **5**, 40—71, 1874; Ann. di mat. (2) **6**, 260—297, 1875; (2) **8**, 262—273, 287 bis 301, 1877.
- S. Lie**, Über eine Klasse geometrischer Transformationen. 2 Abh. Forh. Vid. Selsk. Christ. 1871, 57—109, 182—245. — Geometrie der Berührungstransformationen. Darg. von S. Lie und G. Scheffers. I. Leipzig 1896. XII u. 694.
- J. Edw. Campbell**, Introductory treatise on Lie's theory of finite continuous transformation groups. Oxford 1903. xx u. 416.
- J. Casey**, On cubic transformations. Mem. Ir. Ac. Dublin **1**, 1880. 140 S. 4<sup>o</sup>.
- R. Sturm**, Über die reciproke und mit ihr zusammenhängende Verwandtschaften. Math. Ann. **19**, 461—487, 1882.
- P. Visalli**, Sulle correlazioni in due spazi a tre dimensioni. Mem. R. Acc. Linc. Roma (4) **3**, 597—671, 1886.
- G. Hauck**, Theorie der trilinearen Verwandtschaft ebener Systeme. Journ. f. Math. **95**, 1—36, 1883; **97**, 271—276, 1884; **98**, 304—332, 1885; **108**, 25—49, 1891; **111**, 207—233, 1893.
- G. Holzmüller**, Einführung in die Theorie der isogonalen Verwandtschaften und der konformen Abbildungen, verbunden mit Anwendungen auf mathematische Physik. Leipzig 1882. VIII u. 284.
- R. de Paolis**, Le trasformazioni piane doppie. Mem. Acc. R. Linc. Roma (3) **1**, 136—171, 1871. — Le trasformazioni doppie dello spazio. ib. (4) **1**, 576 bis 608, 1885.
- G. Pirondini**, Sulla trasformazione per raggi vettori reciproci. Giorn. di mat. **27**, 168—223, 1889.
- C. Segre**, Un nuovo campo di ricerche geometriche. Saggio. Atti Acc. Torino **25**, 276—301, 430—457; **26**, 35—71, 592—612, 1890. (Antiprojektive Verwandtschaften, Antipolarität).
- S. Kantor**, Premiers fondements pour une théorie des transformations périodiques univoques. (Bearbeitung e. Mém. cour.) Naples 1891. 335 S. 4<sup>o</sup>.
- S. Kantor**, Theorie der eindeutigen periodischen Transformationen in der

Ebene. Journ. f. Math. **114**, 50—108, 1894. (Auszug aus d. vor.) — Neue Theorie der eindeutigen periodischen Transformationen in der Ebene. Acta math. **19**, 115—194, 1895. — Theorie der endlichen Gruppen von eindeutigen Transformationen in der Ebene. Berlin 1895. 111 S.

**G. Fano**, Über Gruppen, insbesondere kontinuierliche Gruppen von Cremona-Transformationen der Ebene und des Raumes. Monatsh. f. Math. **9**, 17—29, 1898. (Historisches).

**Ed. v. Weber**, Zur Theorie der Kreisverwandtschaften in der Ebene. Stzgsb. Ak. München **31**, 367—408, 1901.

## Kapitel 9. Mehrdimensionale Geometrie.

§ 1. **Einleitung. Historisches.** Ein Raum von  $n$  Dimensionen  $R_n$  oder ein Hyperraum besteht aus Gruppen von speziellen, reellen oder komplexen Werten, welche man  $n$  gegebenen Variablen beilegt. Durch eine homogene Gleichung zwischen homogenen Koordinaten, den Werten der Verhältnisse von  $n$  Variablen dividiert durch eine  $(n+1)^{\text{te}}$  Variable, wird eine in einem  $R_n$  enthaltene lineare Mannigfaltigkeit definiert. Eine Geometrie von  $n$  Dimensionen entstand durch Ersetzung von Ebene und Raum durch höhere Mannigfaltigkeiten, durch eine rein formale Ausdehnung der Cartesischen Koordinaten-Geometrie, durch eine Erweiterung der Begriffe, Formeln und Sätze der gewöhnlichen Differentialgeometrie auf Räume von mehreren Dimensionen und durch Ausdehnung der Begriffe und Probleme der projektiven und metrischen Geometrie. Die erste Definition der Mannigfaltigkeiten von  $n$  Dimensionen gab H. Graßmann 1844 in seiner Ausdehnungslehre. Die Anfänge der Geometrie von  $n$  Dimensionen sind auf Cayley zurückzuführen.

**A. Cayley**, Chapters in the analytical geometry of  $n$  dimensions. Cambr. math. f. **4**, 1845.

Die Prinzipien der absoluten Geometrie und der Begriff der Krümmung im Raume von  $n$  Dimensionen finden sich 1854 bei Riemann.

**B. Riemann**, Über die Hypothesen, die der Geometrie zugrunde liegen. Göttingen 1867. Abh. Ges. Gött. **13**, 1—20, 1868.

Die verwandten Arbeiten über die Grundlagen der Geometrie sind bereits oben (S. 51 und 132) angeführt. Zur Orientierung über die verschiedenen Richtungen, in denen sich die Theorie der mehrdimensionalen Geometrie entwickelt hat, dient:

**E. O. Lovett**, Sur la géométrie à  $n$  dimensions. Journ. de math. (5) **7**, 259 bis 303, 1901.

## § 2. Lehrbücher und Einführungen. Grundlagen.

**C. Jordan**, Essai sur la géométrie à  $n$  dimensions. Bull. Soc. math. Fr. **3**, 103—174, 1875.

**H. Scheffler**, Die polydimensionalen Größen. Braunschweig 1880. 201 S.

**R. Hoppe**, Einfachste Sätze aus der Theorie der mehrfachen Ausdehnungen. Arch. Math. Phys. **64**, 189—214, 1879.

**W. Killing**, Über die nicht-euklidischen Raumformen von  $n$  Dimensionen. Braunschweig 1883.

- M. Rhenius**, Grundzüge der allgemeinen Theorie vieldimensionaler Räume. Diss. Halle 1884.
- G. Veronese**, Fondamenti di geometria a più dimensioni e a più specie di unità rettilinee esposti in forma elementare. Padova 1891. XLVIII u. 628. Dtsch. Grundzüge der Geometrie von mehreren Dimensionen und mehreren Arten geradliniger Einheiten in elementarer Form entwickelt. Von A. Schepp. Leipzig 1894. XLVII u. 710. (Systematisches Hauptwerk mit zahlreichen historischen Angaben).
- G. Fontené**, L'hyperespace à  $(n-1)$  dimensions. Propriétés métriques de la corrélation générale. Paris 1892. XVIII u. 133. gr. 8°.
- C. Segre**, Introduzione alla geometria sopra un ente algebrico semplicemente infinito. Ann. di mat. (2) 22, 1894. 102 S.
- V. Schlegel**, Über Entwicklung und Stand der  $n$ -dimensionalen Geometrie. Leopoldina und Leipzig 1886. Sur le développement et l'état actuel de la géométrie à  $n$  dimensions. L'enseign. math. 2, 77—114, 1900 (Literaturangaben).
- W. Kapteyn**, De meer-dimensionale meetkunde. Utrecht 1902. IV u. 29.
- P. H. Schoute**, Mehrdimensionale Geometrie. I. T. Die linearen Räume. Leipzig, 1902. VIII u. 295. II. T. Die Polytope. ib. 1906. IX u. 326.
- G. Jouffré**, Traité élémentaire de géométrie à quatre dimensions. Introduction à la géométrie à  $n$  dimensions. Paris 1903. XXXIX u. 213. gr. 8°.
- E. Bertini**, Introduzione alla geometria proiettiva degli iperspazi con appendice sulle curve algebriche e loro singolarità. Pisa 1907. VI u. 426.
- A. Cayley**, A memoir on abstract geometry. Phil. Trans. Lond. 160, 51—63, 1870.
- E. Betti**, Sopra gli spazi di un numero qualunque di dimensioni. Ann. di mat. (2) 4, 140—158, 1871.
- G. Veronese**, Behandlung der projektivischen Verhältnisse der Räume von verschiedenen Dimensionen durch das Princip des Projicirens und Schneidens. Math. Ann. 19, 161—234, 1881.
- R. Hoppe**, Principien der  $n$ -dimensionalen Curventheorie. Arch. Math. Phys. (2) 6, 168—185, 1885.
- G. Vivanti**, Fondamenti della teoria dei tipi ordinati. Ann. di mat. (2) 17, 1—35, 1889.
- S. Lie**, Über die Grundlagen der Geometrie. I. II. Ber. Sächs. Ges. 42, 284 bis 321, 355—418, 1890.
- W. Killing**, Einführung in die Grundlagen der Geometrie. I. Paderborn 1893. X u. 347. — Über die Grundlagen der Geometrie. Journ. f. Math. 109, 121—186, 1902.
- F. Aschieri**, Fondamenti di geometria analitica. Mem. Acc. Modena (2) 11, 301—338, 1895. (Grundlagen des linearen  $n$ -dimensionalen Raumes).
- D. Hilbert**, Grundlagen der Geometrie. Leipzig 1899. 92 S. 2. Aufl. ib. 1904. VI u. 175.
- G. Fano**, Sui postulati fondamentali della geometria proiettiva in uno spazio lineare a un numero qualunque di dimensioni. Giorn. di mat. 30, 106—132, 1902.

### § 3. Mannigfaltigkeiten. Allgemeines.

- G. Cantor**, Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre. Journ. f. Math. 84, 242 bis 259, 1877. — Über unendliche lineare Punktmannigfaltigkeiten. Math. Ann. 15, 1—8, 1879; 17, 355—359, 1880; 20, 113—122, 1882.
- V. Schlegel**, Theorie der homogen zusammengesetzten Raumgebilde. Halle 1883.
- B. K. Miodzieowski**, Über mehrfach ausgedehnte Mannigfaltigkeiten. Mosk. Nachr. Phys.-Math. Abt. B. 8, 1—155, 1889. (Russisch).
- O. Landsberg**, Untersuchungen über die Gruppen einer fünffach linearen Mannigfaltigkeit. Diss. Breslau 1889. 81 S.
- H. Kühne**, Beiträge zur Lehre von der  $n$ -fachen Mannigfaltigkeit. Diss. (Greifswald) Berlin 1892. 57 S. Arch. Math. Phys. (2) 11, 353—407, 1892.

- A. Schoenflies**, Die Entwicklung der Lehre von den Punktmannigfaltigkeiten. II. Teil. Leipzig. Ergänzgsbd. Jhrsber. Dtsch. Math. Ver. 1908. x u. 431. (S. S. 51).

§ 4. Projektive und Differentialgeometrie im  $R_n$ .

- E. Beltrami**, Sulla teoria generale dei parametri differenziali. Mem. Acc. Bologna (2) 8, 549—590, 1868. — Teoria fondamentale degli spazi di curvatura costante. Ann. di mat. (2) 2, 232—255, 1868. Frz. von J. Hötel, Ann. Éc. Norm. 6, 347—377, 1869.
- S. Lie**, Über diejenige Theorie eines Raumes mit beliebig vielen Dimensionen, die der Krümmungstheorie des gewöhnlichen Raumes entspricht. Gött. Nachr. 1871, 191—209. — Zur Theorie des Raumes von  $n$  Dimensionen. ib. 535—551.
- C. Jordan**, Sur la théorie des courbes dans l'espace à  $n$  dimensions. C. R. Ac. sc. Paris 79, 795—797. 1874. — Généralisation du théorème d'Euler sur la courbure des surfaces. ib. 909—911.
- R. Lipschitz**, Untersuchungen in Betreff der ganzen homogenen Funktionen von  $n$  Variablen. Journ. f. Math. 70, 71—102, 1869; 72, 1—56, 1870. — Entwicklung einiger Eigenschaften der quadratischen Formen von  $n$  Differentialen. ib. 71, 274—287, 288—295, 1870. — Sätze aus dem Grenzgebiet der Mechanik und der Geometrie. Math. Ann. 6, 416—436, 1873. — Beitrag zur Theorie der Krümmung. Journ. f. Math. 81, 230—242. Généralisation de la théorie du rayon osculateur d'une surface. Journ. f. Math. 81, 295—301; C. R. 82, 160—162, 218—220, 1876.
- R. Beez**, Zur Theorie des Krümmungsmaßes von Mannigfaltigkeiten höherer Ordnung. Ztschr. Math. Phys. 20, 423—444, 1875; 21, 373—401, 1876. — Über das Riemannsche Krümmungsmaß höherer Mannigfaltigkeiten. ib. 24, 65—82, 1889.
- M. Allé**, Zur Theorie des Gaußschen Krümmungsmaßes. Ber. Ak. Wien 74, 9—38, 1876.
- G. Halphen**, Recherches de géométrie à  $n$  dimensions. Bull. Soc. Math. Fr. 2, 34—52, 1875. (Projektive Eigenschaften höherer algebraischer Gebilde).
- E. d'Ovidio**, Le funzioni metriche negli spazi di quantesivogliano dimensioni e di curvatura costante. Atti Acc. R. Linc. (3) 1, 133—193, 1877. — Les fonctions métriques fondamentales dans un espace de plusieurs dimensions et de courbure constante. Math. Ann. 12, 403—419, 1877.
- L. Kaiser**, Beiträge zur Theorie eines Raumes von  $n$  Dimensionen. Diss. Bonn 1877.
- L. Scheeffer**, Über Bewegungen starrer Punktsysteme in einer ebenen  $n$ -fachen Mannigfaltigkeit. Diss. Berlin 1880.
- E. Study**, Über Distanzrelationen. Ztschr. Math. Phys. 27, 140—160, 1883.
- H. F. Blichfeldt**, On the determination of the distance between two points in space of  $m$  dimensions. Trans. Amer. Math. Soc. 3, 467—481, 1902.
- P. Cassani**, La geometria pura euclidea degli spazi superiori. Atti Ist. Ven. (2) 1, 440—447; 2, 121—135, 245—254, 1885. — Geometria pura euclidea a  $n$  dimensioni. Giorn. di mat. 23, 1—19, 1885.
- E. Bertini**, Sulla geometria degli spazi lineari in uno spazio ad  $n$  dimensioni. Rend. Ist. Lomb. (2) 19, 855—862, 1886.
- C. Segre**, Ricerche sulle rigate ellittiche di qualunque ordine. Atti Acc. Tor. 21, 868—891, 1886. — Recherches générales sur les courbes et les surfaces réglées algébriques. Math. Ann. 30, 203—226, 1887; 34, 1—25, 1889.
- P. del Pezzo**, Sulle superficie del  $n^{\text{mo}}$  ordine immerse nello spazio di  $n$  dimensioni. Rend. circ. Palermo 1, 241—271, 1887. Appunti di geometria ad  $n$  dimensioni. Giorn. di mat. 31, 1—22, 1893 (Lineare projektive Räume).
- P. Predella**, Le omografie in uno spazio ad un numero qualunque di dimensioni. Ann. di mat. (2) 17, 113—159, 1889.
- F. Amodeo**, Quali possono essere i postulati fondamentali della geometria proiettiva di uno  $S_n$ . Atti Acc. Torino 26, 751—770, 1891.



- G. Fano**, Sopra le curve di dato ordine e dei massimi generi di un spazio qualunque. Mem. Acc. Torino 1894 (2) **44**, 335—382. — Studio di alcuni sistemi di rette considerati come superfici dello spazio a cinque dimensioni. Ann. di mat. (2) **21**, 141—192, 1893.
- P. Stäckel**, Über Biegungen von  $n$ -fach ausgedehnten Mannigfaltigkeiten. Journ. f. Math. **113**, 102—114, 1894.
- A. Buchholz**, Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre. Mannigfaltigkeiten, deren Linienelemente auf die Form  $ds = f(\sqrt{\sum X_k^2}) \cdot \sqrt{\sum dX_k^2}$  gebracht werden können. Bonn 1899. VI u. 264. 8°.
- N. J. Hazzidakis**, Displacements depending on one, two, ...  $k$  parameters in a space of  $n$  dimensions. Amer. J. math. **22**, 154—184, 1900.
- H. C. Moreno**, On ruled loci in  $n$ -fold space. Proc. Amer. Ac. Boston **37**, 126—157, 1901.
- P. H. Schoute**, Le déplacement le plus général dans l'espace à  $n$  dimensions. Ann. Éc. Polyt. Delft **7**, 139—158, 1901.
- G. H. Knibbs**, On the principle of continuity in the generation of geometrical figures in pure and pseudohomoloidal space of  $n$  dimensions. Journ. a. Proc. Soc. New South Wales **35**, 243—319, 1901.

### § 5. Körper höherer Dimensionen.

- W. J. Stringham**, Regular figures in  $n$ -dimensional space. Amer. Journ. Math. **3**, 1—15, 1880.
- K. Rudel**, Vom Körper höherer Dimension. Pr. Kaiserslautern. 1882.
- V. Schlegel**, Quelques théorèmes de géométrie à  $n$  dimensions. Bull. Soc. Math. Fr. **10**, 172—207, 1882. — Theorie der homogen zusammengesetzten Raumgebilde. Nova Acta Leop. **44**, 343—459, 1883. (Polyeder).
- A. Puchta**, Analytische Bestimmung der regelmäßigen konvexen Körper in Räumen von beliebiger Dimension. Ber. Att. Wien **90**, 168—185, 1884.
- O. Biermann**, Über die regelmäßigen Körper höherer Dimension. Ber. Ak. Wien **90**, 144—159, 1884.
- R. Hoppe**, Über den Winkel von  $n$  Dimensionen. Arch. Math. Phys. **66**, 448 ff. 1881. — Die regelmäßigen linear begrenzten Figuren jeder Anzahl von Dimensionen. ib. **68**, 151—166, 1882.
- P. H. Schoute**, Quelques figures à  $n+2$  inversions dans l'espace à  $n$  dimensions. I. Arch. Mus. Teyler (2) **5**, 159—205, 1896; (2) **6**, 151—162, 1899. — Sur les relations entre les diagonales des paralléloèdres. ib. (2) **8**, 395—405, 1902.

Körper im Raume von vier Dimensionen siehe im folgenden Paragraphen.

### § 6. Vierdimensionale Geometrie.

- E. Dreher**, Die vierte Dimension des Raumes. Habil. Schr. Halle 1879.
- R. Hoppe**, Berechnung einiger vierdehniger Winkel. Arch. Math. Phys. **67**, 269—290, 1882. — Regelmäßige linear begrenzte Figuren von vier Dimensionen. ib. **69**, 29—44, 1882. — Innere Winkel aller linear begrenzten Figuren von vier Dimensionen. ib. **68**, 110—112, 1883. — Über die Stellung der Ebene in der Vierdimensionengeometrie. ib. **68**, 378—389, 1883.
- G. Veronese**, Sulla geometria descrittiva a quattro dimensioni. Atti Ist. Ven. (5) **8**, 981—1025, 1882.
- H. Durège**, Über Körper von 4 Dimensionen. Ber. Ak. Wien **83**, 1110—1125, 1881.
- A. Puchta**, Analytische Bestimmung der regelmäßigen konvexen Körper im Raume von vier Dimensionen nebst einem allgemeinen Satze aus der Substitutionstheorie. Ber. Ak. Wien **89**, 806—840, 1884.
- F. A. Aschieri**, Sulla curva normale di uno spazio a quattro dimensioni. Mem. Acc. Linc. Roma (4) **4**, 172—180, 1887.

- G. Bordiga**, La superficie del 6° ordine con 10 rette nello spazio  $R_4$  e le sue proiezioni nello spazio ordinario. Mem. Acc. Linc. Roma (4) **3**, 182—203, 1887.
- C. Segre**, Sulle varietà cubiche dello spazio a quattro dimensioni e su certi sistemi di rette e certe superficie dello spazio ordinario. Mem. Acc. Torino (2) **39**, 1888. 48 S.
- G. Castelnuovo**, Sulle congruenze del 3° ordine dello spazio a quattro dimensioni. Atti Ist. Ven. (6) **6**, 1240—1281, 1888. — Su certi gruppi associati di punti. Rend. circ. Palermo **3**, 179—192, 1889. — Ricerche di geometria della retta nello spazio a quattro dimensioni. Atti Ist. Ven. (7) **2**, 855—901, 1901.
- C. Crazz**, Gemeinverständliches über die sogenannte vierte Dimension. Vorträge Virchow-Holtzendorff. 1890. 70 S. (Populär).
- G. Pirondini**, Sulle linee a tripla curvatura nello spazio euclideo a quattro dimensioni. Giorn. di mat. **28**, 219—239, 1890.
- M. Brückner**, Die Elemente der vierdimensionalen Geometrie mit besonderer Berücksichtigung der Polytope. Jahrb. Ver. f. Naturk. Zwickau 1893. 61 S. 8°.
- G. Fano**, Sulle varietà algebriche dello spazio a quattro dimensioni con un gruppo continuo integrabile di trasformazioni proiettive in sé. Atti Ist. Ven. (7) **7**, 1069—1103, 1896.
- P. H. Schoute**, Regelmäßige Schnitte und Projektionen des 120zelles und 600zelles im vierdimensionalen Raume. Antwerpen 1895. 26 S. u. 7 Tf. — Het vierdimensionalen prismoïde. Verh. Ak. Amst. **5**, Nr. 2, 1896. 20 S. — Les hyperquadriques dans l'espace à quatre dimensions. ib. **7**, Nr. 4. 1900. 66 S.
- Th. Craig**, Displacements depending on one, two and three parameters in a space of four dimensions. Amer. J. math. **20**, 135—156, 1898.
- G. Kowalewski**, Über eine Kategorie von Transformationsgruppen einer vierdimensionalen Mannigfaltigkeit. Diss. Leipzig. Ber. Sächs. Ges. **50**, 60 bis 111, 1898.
- J. Sommer**, Fokaleigenschaften quadratischer Mannigfaltigkeiten im vierdimensionalen Raume. Math. Ann. **53**, 113—160, 1900.
- A. B. Stott**, On certain series of sections of the regular four-dimensional hypersolids. Verh. Ak. Amst. **7**, Nr. 3. 1900. 21 S.
- E. O. Lovett**, Note on geometry of four dimensions. Bull. Amer. math. Soc. (2) **7**, 88—100, 1900. (Historisches zur Orientierung).
- K. Kommerell**, Die Krümmung der zweidimensionalen Gebilde im ebenen Raume von 4 Dimensionen. Diss. Tübingen 1897. 53 S. 8° — Riemannsche Flächen im Raume von 4 Dimensionen. Pr. Heilbronn 1905. 45 S.
- C. J. Keyser**, Concerning the angles and the angular determination of planes in four-space. Bull. Amer. Math. Soc. (2) **8**, 324—329, 1902.
- G. Marletta**, Sulle varietà del quarto ordine con un piano doppio nello spazio a quattro dimensioni. Giorn. di mat. **40**, 265—274, 1902; **41**, 47—61, 113 bis 128, 1903.
- J. G. Hardy**, Curves of triple curvature. Amer. J. math. **24**, 13—38, 1902.
- St. Kwietniewski**, Über Flächen des vierdimensionalen Raumes, deren sämtliche Tangentialebenen untereinander gleichwinklig sind, und ihre Beziehung zu den ebenen Kurven. Diss. Zürich 1902. 51 S. gr. 8°.
- H. de Vries**, Die Lehre von der Zentralprojektion im vierdimensionalen Raume. Leipzig 1905. 78 S.
- G. Jouffret**, Mélanges de géométrie à quatre dimensions. Paris 1906. x u. 227.

## Kapitel 10. Kinematische Geometrie.

§ 1. **Einleitung. Historisches.** Die kinematische Geometrie bezweckt die Erforschung der Bewegung unabhängig von den Kräften und der Zeit. Die Idee einer reinen Bewegungslehre, Phronomie, findet sich

bei Kant, *Metaphysische Anfangsgründe der Naturwissenschaft*, Königsberg 1786, dann bei Carnot, *Essai sur les machines en général*, Paris 1786, und in seiner *Géométrie de position*, Paris 1803. In der von Wronski herausgegebenen *Sphinx*, 1818, wird die Mathematik eingeteilt in Geometrie, Algorithmie und Phronomie und in letzterer der Begriff der Kraft ausdrücklich ausgeschlossen. Ampère betrachtete in seinem *Essai sur la philosophie des sciences*, 1834, die Theorie der Bewegungen an und für sich und nannte diesen Teil der Mechanik Kinematik. Die eigentlichen Begründer der Geometrie der Bewegung oder der kinematischen Geometrie sind Chasles und Mannheim. Chasles' Untersuchungen über die Verückung, déplacement, einer unveränderlichen Figur reichen bis zum Jahre 1829 zurück. Wir nennen:

**M. Chasles**, *Propriétés géométriques relatives au mouvement infiniment petit d'un corps solide libre dans l'espace*. C. R. Ac. sc. Paris 16, 1420—1432, 1843. — *Sur le déplacement d'une figure de forme invariable*. ib. 51 u. 52, 77—85, 189—197, 487—501, 1860. 53 S.

**A. Mannheim**, *Étude sur le déplacement d'une figure de forme invariable*. Nouvelle méthode des normales. Applications diverses. Journ. Éc. Polyt. cah. 43, 57—122, 1870. Mém. prés. Ac. sc. Paris (2) 20, 1—74, 1872.

Für die historische Entwicklung sehe man:

**M. Grübler**, *Wandlungen der Kinematik in der Gegenwart*. Civiling. (2) 35, 219—236, 1889.

**A. Schoenflies** und **M. Grübler**, *Kinematik*. Encykl. d. math. Wiss. IV. 1, 190 bis 278. Leipzig 1902.

## § 2. Lehrbücher der Kinematik.

**S. H. Aronhold**, *Grundzüge der kinematischen Geometrie*. Verh. Ver. Gewerbl. Preuß. 1872.

**F. Reuleaux**, *Theoretische Kinematik*. Grundzüge einer Theorie des Maschinenwesens. 1875. — *Lehrbuch der Kinematik*. II. Bd. Die praktischen Beziehungen der Kinematik zu Geometrie und Mechanik. Braunschweig 1875. xxviii u. 788.

**E. J. Groß**, *An elementary treatise on kinematics and kinetics*. London, Oxford, Cambridge 1877.

**Jos. Somoff**, *Theoretische Mechanik*. Aus dem Russischen übersetzt von A. Ziwet. I. T. Kinematik. Leipzig 1878. xvi u. 412.

**W. Schell**, *Theorie der Bewegung und der Kräfte*. I. 1. Geometrie der Streckensysteme und Geometrie der Massen. 2. Theorie der Bewegung und Theorie der Bewegungszustände (Kinematik). 2. Aufl. Leipzig 1879. xvi u. 580.

**A. Mannheim**, *Cours de géométrie descriptive de l'École Polytechnique, comprenant les éléments de la géométrie cinématique*. Paris 1880. 2<sup>e</sup> éd. 1886.

**C. W. Mac Cord**, *Kinematics, a treatise on the modification of motion*. New York 1883. ix u. 335.

**J. Petersen**, *Kinematik*. Forelæsninger. Kjöbenhavn 1884. 69 S. Dtsch von R. v. Fischer-Benzon. Kopenhagen 1884. 80 S.

**A. Schoenflies**, *Geometrie der Bewegung in synthetischer Darstellung*. Leipzig 1886. vi u. 195. — *La géométrie du mouvement*. Trad. p. Ch. Speckel. Suivie de notions géométriques sur les complexes et les congruences de droites, par G. Fouret. Paris 1893.

**L. Burmester**, *Lehrbuch der Kinematik, für Studierende der Maschinentechnik, Mathematik und Physik geometrisch dargestellt*. Leipzig 1886—88. xx u. 942.

**Ed. Bour**, *Cours de mécanique et machines*. Cinématique. Paris 2<sup>e</sup> éd. 1887.

**E. Villié**, *Traité de cinématique*, Paris 1888.

- A. Calinon**, Étude de cinématique à deux et à trois dimensions. Paris 18.0. 129 S. 8°.
- P. Puisseux**, Leçons de cinématique, mécanismes, hydrostatique, hydrodynamique. Réd. p. P. Bourguignon et H. Le Barbier. Paris 1890. VIII u. 340. 8°.
- F. Buka**, Elemente der kinematischen Geometrie der zweigliedrigen ebenen Systeme. Pr. Charlottenburg 1890. 27 S. 4°.
- G. Davoglio**, Nuovi principi di cinematica. Bergamo 1892. 129 S. 8°.
- A. Mannheim**, Principes et développements de géométrie cinématique. Ouvrage contenant de nombreuses applications à la théorie des surfaces. Paris 1894. x u. 589. 4°.
- G. Koenigs**, Leçons de cinématique, prof. à la Faculté des sciences. Paris 1895. IX u. 241. 8°. — Leçons de cinématique, prof. à la Sorbonne. Avec des notes par G. Darboux et par E. Cosserat et F. Cosserat. Cinématique théorique. Paris 1897. x u. 499. gr. 8°.
- H. Weiß**, Grundzüge der Kinematik. I. Heft. Leipzig 1900. 256 S. m. Atl. (Geschichtliches.)
- F. Menger**, Kinematische Geometrie. Basel 1901. 36 S. 4°.
- H. Sicard**, Traité de cinématique théorique. Paris 1901. VIII u. 185.
- K. Heun**, Lehrbuch der Mechanik. I. Kinematik mit einer Einleitung in die elementare Vektorrechnung. Sammlg. Schubert. Leipzig 1906. XVI u. 339.

### § 3. Spezielle Probleme der kinematischen Geometrie.

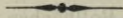
- R. S. Ball**, On the theory of screws, a geometrical study of the kinematics, equilibrium and small oscillations of a rigid body. Trans. Ir. Ac. Dublin 25, 1872. — A treatise on the theory of screws. Cambridge 1900. XIX u. 544. gr. 8°.
- F. Klein**, Zur Schraubentheorie von Sir Robert Ball. Ztschr. Math. Phys. 47, 237—265, 1902.
- L. Burmester**, Kinematisch-geometrische Untersuchungen der Bewegung ähnlich-veränderlicher ebener Systeme. Ztschr. Math. Phys. 19, 151—170; 1874. — Kinematisch-geometrische Untersuchungen der Bewegung affin-veränderlicher und collinear-veränderlicher ebener Systeme. ib. 465—472. — Kinematisch-geometrische Theorie der affin-veränderlichen, ähnlich-veränderlichen und starren räumlichen und ebenen Systeme. ib. 23, 108—131, 1878; 47, 128—156, 1902. — Über die Festlegung projektiv-veränderlicher ebener Systeme. Math. Ann. 14, 472—497, 1879. — Ueber das bifocal veränderliche System. ib. 16, 89—112, 1880.
- H. Durrande**, Essai sur le déplacement d'une figure de forme invariable. Ann. Éc. Norm. (2) 2, 81—121, 1873.
- Ch. Brisse**, Sur le déplacement fini quelconque d'une figure de forme invariable. Journ. de math. (2) 20, 220—265, 1874; (3) 1, 141—180, 1875.
- E. Beltrami**, Formules fondamentales de cinématique dans les espaces de courbure constante. Bull. sc. math. 11, 233—240, 1876.
- G. Darboux**, Sur le mouvement d'une figure invariable; propriétés relatives aux aires, aux arcs des courbes décrites et aux volumes des surfaces trajectoires. Bull. sc. math. (2) 2 333—356, 1878.
- M. Chasles**, Mémoire de géométrie sur la construction des normales à plusieurs courbes mécaniques. (1829 verfaßt.) Bull. Soc. Math. Fr. 6, 208—250, 1878.
- L. Geisenheimer**, Untersuchung der Bewegung ähnlich-veränderlicher Systeme. Ztschr. Math. Phys. 24, 129—159, 1879. — Die Bildung affiner Figuren durch ähnlich-veränderliche Systeme. ib. 345—381.
- Ad. Schumann**, Beiträge zur Kinematik ähnlich-veränderlicher und affin-veränderlicher Gebilde. Ztschr. Math. Phys. 26, 157—179, 1881.
- A. Schoenflies**, Über die Bewegung eines starren räumlichen Systems. Ztschr. Math. Phys. 28, 229—241, 1883. — Zur Theorie der Bewegung starrer räumlicher Systeme. Journ. f. Math. 98, 265—280, 1885.

- C. Formenti**, Sul movimento geometrico dei sistemi invariabili. Rend. Ist. Lomb. (2) **16**, 781—795, 1884; **18**, 195—200, 238—242, 418—431, 1885.
- J. Tannery**, Deux leçons de cinématique. Ann. Éc. Norm. (3) **3**, 43—80, 1886. Auch Paris 1886. (Theorie der Strecken und ihrer Derivierten.)
- L. Burmester**, Kinematische Flächenerzeugung mittelst cylindrischer Rollung. Ztschr. Math. Phys. **33**, 304—348, 1888.
- A. Mannheim**, Étude d'un déplacement particulier d'une figure de forme invariable. Rend. Circ. mat. Palermo **3**, 131—144, 1889; Nouv. Ann. (3) **8**, 308—322, 1889.
- C. Rodenberg**, Über Wesen und Aufgaben der Kinematik. Ztschr. math. naturw. Unterr. **21**, 3—18, 161—180, 1890.
- J. Somoff**, Kinematik collinear-veränderlicher Systeme. (Russisch). Warschau 1891. 241 S.
- Chr. Nehls**, Über den Flächen- und Rauminhalt der durch Bewegung von Curven und Flächen erzeugten Flächen- und Raumgrößen. Arch. Math. Phys. (2) **13**, 225—262, 337—386, 1894.
- X. Antomari**, Application de la méthode cinématique à l'étude des surfaces réglées. Mouvement d'un corps solide assujéti à cinq conditions. Paris 1894. 113 S. 4<sup>o</sup>.
- R. de Saussure**, Étude de géométrie cinématique réglée. Amer. J. math. **18**, 304—346, 1896. — Sur une géométrie de l'espace réglée. C. R. **123**, 734 bis 737, 1896.
- M. Disteli**, Über Rollkurven und Rollflächen. Ztschr. Math. Phys. **43**, 1—35, 1898; **46**, 134—181, 1901.

#### § 4. Bewegungsmechanismen.

- A. v. Braunmühl**, Historische Studie über die organische Erzeugung ebener Curven von den ältesten Zeiten bis zum Ende des 18. Jahrhunderts. Katalog mathem.-phys. Modelle, Apparate und Instrumente. Hersg. von W. Dyck. München 1892, 54—88.
- A. Amsler**, Über mechanische Integrationen. Dycks Katalog 1892, 99—124.
- W. v. Dyck**, Kinematische Modelle und Apparate, zugleich mit Bezug auf die Anwendungen in der Praxis. Dycks Katalog 1892, 315—359.
- A. Cayley**, Three-bar motion. Proc. Lond. Math. Soc. **7**, 136—166, 1876.
- L. Burmester**, Über die Geradföhrung durch das Kurbelgetriebe. Civiling. (2) **22**. 1877.
- O. Keßler**, Kaustische Linien in kinematischer Behandlung. Ztschr. Math. Phys. **23**, 1—34, 1878.
- A. Amsler**, Über den Flächeninhalt und das Volumen durch Bewegung erzeugter Curven und Flächen und mechanische Integrationen. Schaffhausen 1881.
- V. Liguine**, Sur les systèmes articulés de MM. Peaucellier, Hart et Kempe. Nouv. Ann. (3) **1**, 153—163, 1882.
- H. Léauté**, Sur une famille de courbe, que l'on rencontre dans les machines. Journ. Éc. Polyt. cah. **53**, 59—79, 1883.
- M. Grübler**, Allgemeine Eigenschaften der zwangläufigen ebenen kinematischen Ketten. Civiling. (2) **29**, 167—200, 1883.
- O. de Lacolonge**, Théorie du parallélogramme de Watt. Mém. Soc. Bord. (3) **2**, 101—137, 1885.
- E. Cavalli**, Le ovali di Cartesio considerate dal punto di vista cinematico. Atti Acc. Torino **20**, 1143—1165, 1885.
- F. Dingeldey**, Über die Erzeugung von Curven vierter Ordnung durch Bewegungsmechanismen. Diss. Leipzig 1885. VIII u. 64. 6 Tfl.
- J. Neuberg**, Systèmes de tiges articulées. Trace mécanique des lignes. Paris 1886. — Sur les quadrilatères articulés. Verh. Nederl. natuurk. Congres **5**, 255—267, 1895.

- T. A. Hearson**, The kinematics of machines. Phil. Trans. Lond. 187 A, 15 bis 40, 1896.
- F. Masi**, La teoria dei meccanismi. Bologna 1897. 384 S. 8°.
- Fr. Schilling**, Über neue kinematische Modelle, sowie eine neue Einführung in die Theorie der cyklischen Curven. Halle 1899. 15 S. 2 Tfl. Frz. L'Enseign. math. 2, 31—48, 1900.
- Fr. Schilling**, Die Bewegung in der Ebene als Berührungstransformation. Ztschr. Math. Phys. 54, 281—317, 337—364, 1906.
- J. H. Barr**, Kinematics of machinery; a brief treatise on constrained motions of machine elements. New York 1899. v u. 247. 8°.
- E. Delassus**, Sur les systèmes articulés gauches. Ann. Éc. Norm. (3) 17, 445 bis 499, 1900; ib. (3) 19, 119—152, 1902.
- D. Tessari**, La costruzione degli ingranaggi. Torino 1902. xvi u. 226.
- R. J. Durely**, Kinematics of machines. New York, London 1903. viii u. 379. 8°.
- A. Emch**, Kinematische Gelenksysteme und die durch sie erzeugten geometrischen Transformationen. Mit Anwendungen. Pr. Solothurn 1907. 66 S.



## Nachträge und Verbesserungen.

S. 3 Z. 14 v. u. Geschichte.. Inzwischen erschien:

- M. Cantor**, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Bd. IV, 1908. vi u. 1113. (Darin S. Günther, Geschichte der Mathematik, S. 1—36; F. Cajori, Arithmetik, Algebra, Zahlentheorie, 37—198; E. Netto, Kombinatorik, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Reihen, Imaginäres, 199—318; V. Bobylin, Elementare Geometrie, 319—402; A. v. Braunmühl, Trigonometrie, Polygonometrie, 403—450; V. Kommerell, Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes, 451—576; G. Loria, Perspektive und darstellende Geometrie, 577—637; G. Vivanti, Infinitesimalrechnung, 639—869; C. R. Wallner, Totale und partielle Differentialgleichungen, Differenzen- und Summenreihen, Variationsrechnung, 871—1074; M. Cantor, Überblick über die Zeit von 1758 bis 1799, 1075—1096.)
- S. 3. **G. L. Arrighi**, La storia della matematica in relazione con lo sviluppo del pensiero. Torino 1905. xiii u. 15 u. 133.
- S. 4. Schluß des § 4. **W. Ahrens**, Scherz und Ernst in der Mathematik. Geflügelte und ungeflügelte Worte. Leipzig 1904. x u. 522.
- S. 5. **S. Günther**, Geschichte der Mathematik. I. T. Von den ältesten Zeiten bis Cartesius. Samml. Schubert. Leipzig 1908. xii u. 415 S.
- F. Rudio**, Der Bericht des Simplicius über die Quadratur des Antiphon und des Hippokrates. Griechisch und deutsch. Mit einem historischen Erläuterungsberichte als Einleitung. Im Anhang ergänzende Urkunden, verbunden durch eine Übersicht über die Geschichte des Problems von der Kreisquadratur vor Euklid. Urkunden zur Geschichte der Mathematik im Altertum. Heft I. Leipzig 1907. x u. 184.
- S. 8 § 2. **Felix Müller**, Gedenktagebuch für Mathematiker. B. G. Teubners Verlags-Katalog 101. 1908. 52 S. (Mehr als 2500 Daten aus der Geschichte der Mathematik, besonders Geburts- und Todestage von Mathematikern; mit Namenregister.)
- S. 12. Biographisches.
- G. Mittag-Leffler**, Niels Henrik Abel. Paris 1907. 68 S. 8°.
- F. Rudio**, Friedrich Hultsch. Bibl. math. (3) 8, 325—402, 1908.
- S. 14 § 2. Klassikerausgaben. **An. M. T. Sev. Boetii** De institutione arithmetica libri duo, de institutione musica libri quinque. Accedit geometria quae fertur Boetii. Ed. G. Friedlein. Leipzig 1867. viii u. 492.
- Firmici Materni, Julii**, Matheseos libri VIII. Rec. C. Sittl. Pars I (einz.), libri I—IV. Leipzig 1894. xvi u. 246. — Matheseos libri VIII. Ed. W. Kroll et F. Skutsch. Fasciculus prior libri IV priores et quinti proemium continens. Leipzig 1897. xii u. 280.
- Heronis Alexandrini** Opera quae supersunt omnia I. Ed. W. Schmidt. Leipzig 1899. LXXII u. 514. Suppl. 1899. 182 S. II, 1. Ed. L. Nix et W. Schmidt. 1900. xii u. 415. III. Ed. H. Schöne. 1903. xxi u. 366.
- Hipparchi** in Arati et Eudoxi Phaenomena commentariorum libri tres. Ed. Carolus Manitius. Leipzig 1894. xxxiv u. 376.

- Jamblich** De communi mathematica scientia liber. Ed. Nic. Festa. Leipzig 1891. x u. 153. — In Nicomachi arithmetica introductionem liber. Ed. Hermenegildus Pistelli. Leipzig 1894. ix u. 195.
- Procli Diadochi** in primum Euclidis elementorum librum commentarii. Ex rec. G. Friedlein. Leipzig 1873. viii u. 507.
- S. 19 Z. 12 v. u. lies Hermite statt Kermite.
- P. Stäckel** und **W. Ahrens**, Der Briefwechsel zwischen C. G. J. Jacobi und P. H. von Fuß über die Herausgabe der Werke Leonhard Eulers. Bibl. math. (3) 8, 233—306, 1908. Erweitert, mit einem Abdruck der Fußschen Liste der Eulerschen Werke. Leipzig 1908. viii u. 184.
- S. 20 Z. 30 v. o. lies J. J. Sylvester statt J. S. Sylvester.
- S. 24 Z. 1 v. u. lies H. Graßmann statt U. Graßmann.
- S. 25 Z. 13 v. o. lies Brioschi statt Briochi.
- S. 46. Formelsammlungen. Modelle.
- O. Th. Bürklen**, 3. Aufl. 1904. 227 S.
- Herm. Wiener**, Abhandlungen zur Sammlung mathematischer Modelle. I. Bd. 1. Heft. Leipzig 1907. 91 S.
- S. 47. Kompendien der Elementar-Mathematik.
- K. Schwering**, Handbuch der Elementarmathematik für Lehrer. Leipzig 1907. viii u. 408.
- B. Sellenthin**, Mathematischer Leitfaden mit besonderer Berücksichtigung der Navigation. Leipzig 1902. xi u. 459.
- S. 49 Z. 18 v. o. lies Plašil statt Plšail.
- S. 55 Z. 25 v. o. lies F. Enriquez statt E. Enriquez.
- S. 58 Z. 6 v. o. lies Grūson statt Gruson.
- S. 58. Algebra.
- C. Runge**, Praxis der Gleichungen. Samml. Schubert. Leipzig 1900. iii u. 196. (Kurze Behandlung mit praktischen Anwendungen.)
- G. Bauer**, Vorlesungen über Algebra. Hrsg. vom Mathem. Verein München. Leipzig 1903. vi u. 376.
- S. 59. Algebraische Gleichungen.
- S. Bring**, On the transformation of algebraic equations. Transl. from the Latin and annotated by F. Cajori. Public. Colorado College (Gen. series). 31, 65—91, 1907.
- B. Bolzano**, Rein analytischer Beweis des Lehrsatzes, daß zwischen je zwei Werten, die ein entgegengesetztes Resultat gewähren, wenigstens eine reelle Wurzel der Gleichung liege. Abh. Böhm. Ges. 1817. Ostw. Klass. Nr. 153. Leipzig.
- S. 60 Z. 17 v. u. **Ch. Sturm**, Abhandlung über die Auflösung der numerischen Gleichungen (1835). Dtsch. von Löwy. Ostw. Klass. Nr. 143. Leipzig 1904. 66 S.
- S. 60 Z. 4 v. u. **Fourier**, Die Auflösung der bestimmten Gleichungen. Ostw. Klass. Nr. 127. iv u. 262.
- S. 62 Z. 16 v. o. lies Dieckmann statt Dieckmann.
- Z. 18 v. o. lies S. Gundelfinger statt A. Gundelfinger.
- S. 67. Algebraische Formen.
- W. Scheibner**, Beiträge zur Theorie der linearen Transformationen als Einleitung in die algebraische Invariantentheorie. Leipzig 1908. 250 S.
- S. 67. Niedere Arithmetik.
- L. Jordan**, Materialien zur Geschichte der arabischen Zahlzeichen in Frankreich. Arch. f. Kulturgesch. Berlin 3, 155—195, 1905.
- S. 74 Z. 1 v. o. lies Mazères statt Mazère.
- S. 76. Höhere Arithmetik.
- A. Aubry**, L'arithmétique avant Fermat. (Erster Abschnitt der Abhandlung: Étude élémentaire sur le théorème de Fermat.) L'Enseign. math. 9, 417—433, 1907.



- S. 78. **V. v. Dantscher**, Vorlesungen über die Weierstraßsche Theorie der irrationalen Zahlen. Leipzig 1908. vi u. 79.
- S. 78 Z. 27 v. o. lies H. Minkowski statt U. Minkowski.
- S. 79. **G. Lejeune-Dirichlet**, Recherches sur diverses applications de l'analyse infinitésimale à la théorie des nombres. Journ. f. Math. **19**, 324—369, 1839; **21**, 1—12, 134—155, 1840. — Dtsch. Untersuchungen über verschiedene Anwendungen der Infinitesimal-Analysis auf die Zahlentheorie, (1839—40), hrsg. von R. Haußner. Ostw. Klass. Nr. 91. Leipzig 1897. 128 S.
- S. 80 Z. 22 v. o. lies Erh. Weigel statt Erk. Weigel.
- S. 81 Z. 6. **Diophantus von Alexandria**, Arithmetik und die Schrift über Polygonalzahlen. Übers. von G. Wertheim. Leipzig 1890. x u. 346.
- S. 88. Wahrscheinlichkeit.
- E. Blaschke**, Vorlesungen über mathematische Statistik. Die Lehre von den statistischen Maßzahlen. Leipzig 1906. viii u. 268.
- S. 89 Z. 17 v. o. **Helmert**, Ausgleichsrechnung. 2. Aufl. 1907. xviii u. 578.
- S. 89. **W. Weibrecht**, Ausgleichsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate. Leipzig, Göschen 1906. 180 S. kl. 8°.
- S. 92. Interpolation.
- S. Mauderli**, Die Interpolation und ihre Verwendung bei der Benutzung und Herstellung mathematischer Tabellen. Solothurn 1906. 144 S. 8°.
- S. 93. Kettenbrüche.
- E. Wölffing**, Wer hat über Kettenbrüche gearbeitet? Math. naturw. Mitt. (2) **10**, 18—32, 1908.
- S. 95 Z. 4 v. o. lies Michelsen statt Michelson.
- S. 95 Z. 34 v. o. lies Ch. Sturm statt M. Sturm.
- S. 96. Infinitesimalrechnung.
- E. Czuber**, Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung. Leipzig. 2. Aufl. 1906. I. xiv u. 560. II. viii u. 532.
- G. Kowalewski**, Einführung in die Infinitesimalrechnung mit einer historischen Übersicht. Leipzig 1908. iv u. 126.
- S. 96 Z. 16 v. u. **Sohncke**, Sammlung. II. 6. Aufl. Jena 1906.
- S. 100 Z. 11 v. o. **G. Petit-Bois**, Tables d'intégrales indéfinies. Paris 1906. xii u. 159.
- S. 110. Funktionentheorie.
- S. 110 Z. 13 v. u. lies H. Durège statt G. Durège.  
Z. 10 v. v. **H. Durège**, Elemente. 5. Aufl. von L. Maurer. 1906. x u. 397.
- S. 110. **L. Kronecker**, Über die Zeit und die Art der Entstehung der Jacobischen Thetaformeln. Ber. Ak. Berlin 1891, 653—659 u. Journ. f. Math. **108**, 325—334. 1891.
- S. 111 Z. 20 v. o. **G. Vivanti**, Lezioni. Dtsch. bearb.: Theorie der analytischen Funktionen. Von A. Gutzmer. Leipzig 1906. vi u. 512.
- S. 111. **W. F. Osgood**, Lehrbuch der Funktionentheorie. I. Bd. Leipzig 1907. xii u. 642.
- S. 112. **P. Appell**, Développements en séries trigonométriques de certaines fonctions périodiques vérifiant l'équation  $\Delta F = 0$ . J. de math. (4) **3**, 5—52, 1887. (Literaturangaben.)
- S. 113. **G. Vivanti**, Elementi della teoria delle funzioni poliedriche e modulari. Milano, Hoepli. 1906. viii u. 433.
- S. 114 Z. 23 v. o. lies E. Study statt F. Study.
- S. 121 Z. 3 v. o. lies P. Appell statt C. Appell.
- S. 122 Z. 4 v. u. lies Ch. Briot et J. C. Bouquet statt M. Briot et M. Bouquet.
- S. 132. Prinzipien der Geometrie.
- H. v. Mangoldt**, Die Begriffe „Linie“ und „Fläche“. Encykl. d. math. Wiss. III A B 2, 130—152. 1906.

- F. Enriques**, Prinzipien der Geometrie. Encykl. d. math. Wiss. III A, B, 1. S. 1—129. Leipzig 1907.
- S. 140. Elementare Geometrie.
- H. C. E. Martus**, Mathematische Aufgaben zum Gebrauche in den obersten Klassen höherer Lehranstalten. Aus den bei Reifeprüfungen an deutschen höheren Schulen gestellten Aufgaben ausgewählt und mit Hinzufügung der Ergebnisse zu einem Übungsbuche vereinigt. I. T. Aufgaben. 8. Aufl. Leipzig 1890. xvi u. 204. II. T. Ergebnisse. 7. Aufl. 1891. 289 S. 10. Aufl. 1897. Teilweise auch 1901 und 1904.
- S. 140. **A. Adler**, Theorie der geometrischen Konstruktionen. Samml. Schubert. Leipzig 1906. VIII u. 301.
- S. 146. **H. Brandes**, Über die axiomatische Einfachheit mit besonderer Berücksichtigung der auf Addition beruhenden Zerlegungsbeweise des Pythagoräischen Lehrsatzes. Diss. Halle. Braunschweig 1908.
- S. 149 Z. 16 v. u. lies G. S. Klügel statt G. L. Klügel.
- S. 150. Trigonometrie.  
Opus Palatinum (1596). Sinus und Cosinus-Tafeln von  $10'$  zu  $10''$ . Hrsg. von W. Jordan. Hannover u. Leipzig 1897. VII u. 270.
- Joannis Vernerii**, De triangulis sphaericis libri quatuor. Ed. A. Björnbo. Leipzig 1907. (2) u. 184 u. 12 S. Faksimile.
- S. 151. **F. Bohnert**, Ebene und spärische Trigonometrie. Samml. Schubert 2. Aufl. Leipzig 1906. VIII u. 167.
- S. Günther**, Astronomische Geographie. Leipzig, Göschen. Neudruck 1905 156 S. kl. 8°.
- S. 154. Praktische Geometrie.
- C. Reinherz**, Geodäsie. Leipzig, Göschen. Neudruck 1907. 181 S. kl. 8°.
- O. Eggert**, Einführung in die Geodäsie. Leipzig 1907. x u. 437.
- S. 155. Analysis situs.
- B. Riemann**, Lehrsätze aus der Analysis situs für die Theorie der Integrale von zweigliedrigen vollständigen Differentialen. Journ. f. Math. 54, 105—110, 1857.
- M. Dehn** und **P. Heegaard**, Analysis situs. Encykl. d. math. Wiss. III AB 3, 153—220. 1907.
- S. 158—159. Stereometrie.
- Kepler**, Stereometria doliorum. Übers. u. hrsg. von R. Kluge. Ostw. Klass. Nr. 165. Leipzig 1908. 130 S.
- F. Bohnert**, Elementare Stereometrie. Samml. Schubert. Leipzig 1902. VII u. 183.
- S. 161. Darstellende Geometrie.
- K. Rohn** und **E. Papperitz**, Lehrbuch. 3. Aufl. 3 Bde. 1906. xx u. 476. vi u. 194. x u. 334.
- S. 162. **R. Haußner**, Darstellende Geometrie. I. T. Elemente; ebenflächige Gebilde. Leipzig, Göschen. 2. Aufl. 1904. 207 S. kl. 8°.
- S. 163. **S. Finsterwalder**, Photogrammetrie. Encykl. d. math. Wiss. VI, 1, 2. S. 98—116. 1905.
- S. 166. **Ad. Hochheim**, Aufgaben aus der analytischen Geometrie der Ebene. Heft I. 3. Aufl. von Frz. Hochheim. Leipzig 1904. A. vi u. 98. B. 128. Heft II. A. 3. Aufl. von Ad. u. Frz. Hochheim. 1906. iv u. 90. B. 2. Aufl. 1899. 96 S. Heft III. 1886. A. 66 S. B. 94 S.
- S. 167. **O. Th. Bürklen**, Aufgabensammlung zur analytischen Geometrie der Ebene. Leipzig, Göschen. 1905. 196 S. kl. 8°. — Aufgabensammlung zur analytischen Geometrie des Raumes. ib. 1906. 98 S. kl. 8°.
- S. 171 Z. 16 v. o. lies Balbin statt Babin.
- S. 172. Synthetische Geometrie.
- P. Schafheitlin**, Synthetische Geometrie der Kegelschnitte. Für die Prima höherer Lehranstalten bearbeitet. Leipzig 1907. vi u. 96.

- S. 176. Differentialgeometrie.  
**E. J. Wilczynski**, Projective differential geometry of curves and ruled surfaces. Leipzig 1906. VIII u. 298.  
S. 183 Z. 11 v. o. lies A. Milinnwski statt H. Milinowski.  
S. 191. Flächentheorie.  
**G. Darboux**, Sur les relations entre les groupes de points, de cercles et de sphères dans le plan et dans l'espace. Ann. Éc. Norm. (2) **1**, 323—392, 1872.  
**G. Frobenius**, Anwendungen der Determinantentheorie auf die Geometrie des Maaßes. Journ. f. Math. **79**, 185—247, 1874.  
S. 196. Flächen zweiten Grades.  
**R. Heger**, Analytische Geometrie auf der Kugel. Samml. Schubert. Leipzig 1908. VIII u. 152.  
S. 201. Minimalflächen.  
**R. Lipschitz**, Ausdehnung der Theorie der Minimalflächen. Journ. f. Math. **78**, 1—45, 1874.  
S. 209. Geometrische Optik.  
**Joh. Kepler**, Dioptrik (Augsburg 1611). Übers. u. hrsg. von Ferd. Plehn. Ostw. Klass. N. 144. Leipzig 1904. 114 S.  
**Ch. Huygens**, Abhandlung über das Licht (1678). Hrsg. von E. Lommel. 2. Aufl. von A. v. Oettingen. Ostw. Klass. Nr. 20. Leipzig 1903. 115 S.  
**Is. Newton**, Optik (1704). Übers. u. hrsg. von W. Abendroth. I. Buch. Ostw. Klass. Nr. 96. Leipzig 1898. 132 S. II. u. III. Buch ib. Nr. 97. 156 S.  
S. 210. **J. Classen**, Mathematische Optik. Samml. Schubert. Leipzig 1901. x u. 207.  
S. 216. Transformation.  
**K. Doehlemann**, Geometrische Transformation. I. Die projektiven Transformationen nebst ihren Anwendungen. Samml. Schubert. Leipzig 1902. VII u. 322. II. Die quadratischen und höheren birationalen Punkttransformationen. ib. 1908. VIII u. 328.

## Sachregister.

Die eckigen Klammern verweisen auf die einschlägige Disziplin.

- Abbildung [Höhere Geometrie] 212—214.  
Abelsche Funktionen [Funktionentheorie] 126—130.  
Abelsche Integrale [Funktionentheorie] 126—130.  
Abwicklung [Höhere Geometrie des Raumes] 202—203.  
Abzählende Geometrie [Höhere Geometrie] 203—205.  
Äquipollenzen [Funktionentheorie] 116.  
Algebra 55—67. 226.  
—, formale [Algebra] 55—56.  
Algebraische Flächen [Höhere Geometrie des Raumes] 192.  
Algebraische Form [Algebra] 66—67. 226.  
Analysis 84—131.  
—, algebraische [Niedere Analysis] 90 bis 91.  
—, höhere 93—131.  
—, infinitesimale 93—107.  
—, kombinatorische [Kombinationslehre] 85.  
—, niedere 84—93.  
—, unbestimmte 80—81.  
Analysis situs [Niedere Analysis, Funktionentheorie, Kontinuitätsbetrachtungen] 85. 111. 155. 228.  
Analytische Geometrie [Höhere Geometrie] 163—171.  
Apollonisches Problem [Elementare Geometrie] 143.  
Arithmetik 67—84. 227.  
—, höhere 76—84. 227.  
—, instrumentale 75—76.  
—, niedere 67—76. 226.  
Arithmetisch-geometrisches Mittel [Funktionentheorie] 129.  
Ausdehnungslehre [Höhere Geometrie] 170—171.  
Ausgleichsrechnung [Wahrscheinlichkeitsrechnung] 88—89. 227.  
Axiome der Geometrie [Philosophie. Grundlagen der Geometrie] 51—52. 132—133.  
Axonometrie [Darstellende Geometrie] 162.  
Belustigungen und Spiele [Zahlentheorie] 81—82.  
Bernoullische Funktion [Elementare Funktionen] 119—120.  
Bernoullische Reihe [Reihen] 91.  
Bernoullische Zahl [Reihen] 91—92.  
Besselsche Funktion [Kugelfunktionen] 130—131.  
Betafunktion [Bestimmte Integrale] 100 bis 101.  
Bewegungsmechanismen [Kinematische Geometrie] 223—224.  
Bibliographie 41—42.  
Biegung [Höhere Geometrie des Raumes] 191.  
Binomischer Lehrsatz [Algebraische Analysis] 91.  
Biographien [Geschichte] 7—12. 225.  
Brianchons Satz [Höhere Geometrie] 180—181.  
Brocardsche Gebilde [Elementare Dreiecksgeometrie] 147.  
Bruchrechnung [Niedere Arithmetik] 69.  
Buchstabenrechnung [Niedere Arithmetik] 70—72.  
Buermannsche Reihe [Differentialrechnung] 98.  
Castillons Problem [Elementare Geometrie] 143.  
Cevas Satz [Elementare Geometrie] 147.  
Charakteristikentheorie [Abzählende Geometrie] 203—205.  
Darstellende Geometrie 159—163. 228.  
Delisches Problem [Elementare Geometrie] 141—142.  
Determinanten [Algebra] 64—66.  
Dezimalbrüche [Niedere Arithmetik] 69.  
Differentialgleichungen [Integralrechnung] 102—107.  
— partielle 104—105.  
Differentialrechnung [Höhere Analysis] 93—99.  
Differenzenrechnung [Höhere Analysis] 97—98.

- Divergenz [Reihen] 90—93.  
 Dreieck [Elementare Geometrie] 146 bis 147.  
 Dreiecksgeometrie, neuere [Elementare Geometrie] 146—147. 152—153.  
 Elimination [Algebra] 63.  
 Elliptische Funktionen [Funktionen-  
 theorie] 122—126.  
 Elliptisches Integral [Integralrechnung,  
 Funktionentheorie] 99. 122—124.  
 Enzyklopädien 42—46.  
 Euklids Elemente [Elementare Geome-  
 trie] 135—136.  
 Eulersche Differentialgleichung [Differen-  
 tialgleichungen, Elliptische Funktio-  
 nen] 106—107. 125. 126.  
 Eulersche Funktion [Elementare Funk-  
 tionen] 119—120.  
 Eulersche Integrale [Bestimmte Integrale]  
 100—101.  
 Eulerscher Satz [Stereometrie] 157.  
 Eulersche Zahlen [Reihen] 92.  
 Exponentialfunktion [Elementare Funk-  
 tionen] 117—118.  
 Faktoren [Zahlentheorie] 79—90.  
 Fakultäten [Elementare Funktionen] 117.  
 Fermats Satz über Potenzreste [Zahlen-  
 theorie] 78—79.  
 — — über unbestimmte Gleichungen  
 [Zahlentheorie] 81.  
 Feuerbachs Satz [Elementare Geometrie]  
 147.  
 Flächentheorie, allgemeine [Höhere Geo-  
 metrie des Raumes] 187—193. 229.  
 Flächen 2. Grades [Höhere Geometrie  
 des Raumes] 193—197. 229.  
 Flächen 3. Grades [Höhere Geometrie  
 des Raumes] 197—198.  
 Flächen 4. Grades [Höhere Geometrie  
 des Raumes] 198—199.  
 Formale Algebra [Algebra] 55—56.  
 Formelsammlungen 46. 226.  
 Formen, algebraische [Algebra] 66—67.  
 226.  
 —, zahlentheoretische [Zahlentheorie]  
 83—84.  
 Formentheorie [Algebra] 66—67.  
 Fresnelsche Wellenfläche [Höhere Geo-  
 metrie des Raumes] 198—199.  
 Fundamentalsatz [Algebra, Funktionen-  
 theorie] 60, 111—112.  
 Funktionalrechnung [Funktionentheorie]  
 116.  
 Funktionen [Höhere Analysis] 109—131.  
 Funktionen, elementare 117—122.  
 —, Exponential- 117—118.  
 —, hyperbolische 118—119.  
 —, logarithmische 117—118.  
 —, parabolische 119.  
 —, trigonometrische 117—118.  
 Funktionentheorie [Höhere Analysis] 109  
 bis 131. 227.  
 Gammafunktion [Bestimmte Integrale]  
 100—101.  
 Generalisationsrechnung [Differential-  
 rechnung] 98.  
 Geodäsie, niedere [Elementare Geome-  
 trie] 153—155.  
 Geodätische Linie [Höhere Geometrie  
 des Raumes] 193.  
 Geometrie 132—224.  
 —, abzählende 203—205.  
 —, analytische (Allgemeines) 163—171.  
 —, darstellende 159—163. 228.  
 —, elementare 134—155. 228.  
 —, höhere 163—224.  
 —, — ebener Gebilde 176—187.  
 —, — des Raumes 187—203.  
 —, infinitesimale (Allgemeines) 174—176.  
 228.  
 —, kinematische 220—224.  
 —, Linien- 206—212.  
 —, mehrdimensionale 216—220.  
 —, reine 132—163.  
 —, synthetische (Allgemeines) 171—174.  
 228.  
 — der Lage [Höhere Geometrie] 172 bis  
 174.  
 Géométrie de position [Höhere Geome-  
 trie] 172.  
 Geometrie der Zahlen [Zahlentheorie] 78.  
 Geometrische Örter [Elementare Geo-  
 metrie] 149.  
 Geometrische Optik [Liniengeometrie] 209  
 bis 210. 229.  
 Geometrische Propädeutik 139.  
 Geometrische Wahrscheinlichkeit [Wahr-  
 scheinlichkeit] 88.  
 Geometrographie [Elementare Geometrie]  
 141.  
 Geradlinige Gebilde [Elementare Geo-  
 metrie, Höhere Geometrie] 145—148.  
 178—179.  
 Gesammelte Werke 12—21.  
 Gesamtkompendien 42—47.  
 Geschichte [Allgemeines] 1—12. 225.  
 — der Algebra 57. 225.  
 — der darstellenden Geometrie 159—160.  
 225.

- Geschichte der elementaren Geometrie 134—135. 225.  
 — der Funktionentheorie 109—110. 225.  
 — der Höheren Analysis 93—94. 225.  
 — des Rechnens 67—68. 225. 226.  
 — der Trigonometrie 149. 225.  
 Gleichungen [Algebra] 56—63. 226.  
 —, algebraische 59—63.  
 —, kubische 59.  
 —, numerische 60—61.  
 —, reziproke 62.  
 —, transzendente [Funktionentheorie] 121—122.  
 — vierten, fünften und sechsten Grades 62.  
 Goldener Schnitt [Elementare Geometrie] 145.  
 Gruppentheorie [Algebra] 64.  
 Höhere Analysis 93—131.  
 Höhere Geometrie [Geometrie] 163 bis 224.  
 — — ebener Gebilde 176—187.  
 — — des Raumes 187—203.  
 Hyperbelfunktionen [Elementare Funktionen] 118—119.  
 Hyperelliptische Funktionen [Funktionentheorie] 126—130.  
 Hyperelliptische Integrale [Funktionentheorie] 126—130.  
 Hypergeometrische Funktion [Elementare Funktionen] 120—121.  
 Hypergeometrische Reihe [Reihen, Integralrechnung, Elementare Funktionen] 91. 101. 120—121.  
 Hyperraum [Mehrdimensionale Geometrie] 216.  
 Ideale Zahlen [Zahlentheorie] 77—78.  
 Imaginäres in der Geometrie [Höhere Geometrie] 181—182.  
 Infinitesimalanalysis [Höhere Analysis] 93—107. 227.  
 Infinitesimalgeometrie [Höhere Geometrie] 174—176.  
 Integrale, bestimmte [Integralrechnung] 100—102.  
 —, Mehrfache [Integralrechnung] 100.  
 Integralrechnung [Höhere Analysis] 99—109.  
 Interpolation [Niedere Analysis] 92. 227.  
 Invariantentheorie [Algebraische Formen] 66—67.  
 Isoperimetrie [Variationsrechnung] 107 bis 108.  
 Iteration [Funktionentheorie] 116—117.  
 Isotherme Flächen [Höhere Geometrie] 202.  
 Kartographie [Abbildung] 212—213.  
 Kegelfunktion [Kugelfunktionen] 130 bis 131.  
 Kegelschnitte [Elementare Geometrie, Höhere Geometrie] 148—149. 171 bis 174. 179—181.  
 Keplers Problem [Elementare Funktionen] 121—122.  
 Kettenbrüche [Niedere Analysis] 92—93. 227.  
 Kinematische Geometrie [Höhere Geometrie] 220—224.  
 Körper höherer Dimension [Mehrdimensionale Geometrie] 219.  
 Kombinationslehre [Niedere Analysis] 84—85.  
 Kompendien der Mathematik 42—47.  
 Kompendien, neuere, der Elementarmathematik 46—47. 226.  
 Komplexe [Liniengeometrie] 210—211.  
 Komplexe Größe [Funktionentheorie] 114—116.  
 Komplexe Zahl [Zahlentheorie, Funktionentheorie] 76—78. 111—112.  
 Kongruenz [Zahlentheorie] 77.  
 Kongruenzen von Geraden [Liniengeometrie] 210—211.  
 Konnexen [Liniengeometrie] 210—211.  
 Kontinuität [Philosophie] 51.  
 Kontinuitätsbetrachtungen [Geometrie] 155—156.  
 Konvergenz [Reihen] 90—93.  
 Koordinaten [Analytische Geometrie] 167 bis 170.  
 Kopfrechnen [Niedere Arithmetik] 69.  
 Korrelationen [Höhere Geometrie] 214 bis 215.  
 Kreislehre [Elementare Geometrie, Höhere Geometrie] 141—148. 179—181.  
 Kreissysteme [Höhere Geometrie] 179 bis 181.  
 Kreisteilung [Zahlentheorie] 82—83.  
 Krümmung der Flächen [Höhere Geometrie des Raumes] 190.  
 Krystallographie [Kontinuitätsbetrachtungen] 155—156.  
 Kürzeste Linien [Höhere Geometrie des Raumes] 189—190.  
 Kugelfunktionen [Funktionentheorie] 130 bis 131.  
 Kummersche Fläche [Höhere Geometrie des Raumes] 199—200.

- Kurven höherer Ordnung [Höhere Geometrie der Ebene] 181—184.
- Kurventheorie [Höhere Geometrie der Ebene. Höhere Geometrie des Raumes] 184—186. 188—189.
- Lagrangesche Reihe [Differentialrechnung] 98.
- Lamésche Differentialgleichung [Integralrechnung] 106.
- Lamésche Funktion [Kugelfunktionen] 130—131.
- Landensche Transformation [Elliptische Funktionen] 125.
- Laplacesche Funktion [Kugelfunktionen] 130—131.
- Liniengeometrie [Höhere Geometrie] 206 bis 211.
- Logarithmen [Niedere Arithmetik] 73 bis 75.
- Logik [Philosophie, Algebra] 49—50. 55—56.
- Logikkalkül [Algebra] 55—56.
- Loxodrome [Höhere Geometrie des Raumes] 196—197.
- Magische Quadrate [Zahlentheorie] 81 bis 82.
- Malfattisches Problem [Elementare Geometrie] 144.
- Mannigfaltigkeit [Philosophie, Mehrdimensionale Geometrie] 51. 217—219.
- Markscheidekunst [Praktische Geometrie] 154—155.
- Mascheronis Konstruktionen [Elementare Geometrie] 144.
- Maxima und Minima [Differentialrechnung, Variationsrechnung] 98—99. 107—109.
- Mechanische Quadratur [Bestimmte Integrale] 102.
- Mehrdimensionale Geometrie [Höhere Geometrie] 216—220.
- Menelaus' Satz [Elementare Geometrie] 147.
- Mengenlehre [Philosophie] 51.
- Methode der kleinsten Quadrate [Wahrscheinlichkeitsrechnung] 88—89. 227.
- Methodelehre [Philosophie, Pädagogik] 49—50. 53—55.
- Methodik der Planimetrie [Elementare Geometrie] 135.
- Minimalflächen [Höhere Geometrie des Raumes] 200—201. 229.
- Modelle 46. 226.
- Modulargleichungen [Elliptische Funktionen] 125—126.
- Modulfunktion [Funktionentheorie] 113. 125—126.
- Multiplikation der elliptischen Funktionen [Elliptische Funktionen] 125 bis 126.
- Navigation 226.
- Neuere Geometrie [Höhere Geometrie] 171—174.
- Nichteuklidische Geometrie [Grundlagen der Geometrie] 133—134.
- Orthogonale Flächen [Höhere Geometrie des Raumes] 193.
- Pädagogik 53—55.
- Parabolische Logarithmen [Elementare Funktionen] 118—119.
- Parallelenlehre [Geometrie] 132—133.
- Parallelenaxiom [Grundlagen der Geometrie] 132—133.
- Pascalscher Satz [Höhere Geometrie] 180—181.
- Perspektive [Darstellende Geometrie] 160—163.
- Philosophie der Mathematik 48—52.
- Photogrammetrie [Darstellende Geometrie] 163.
- Planimetrie [Elementare Geometrie] 134 bis 149.
- Polyeder [Stereometrie] 157—159.
- Polygonometrie [Elementare Geometrie] 147—148.
- Polytope [Mehrdimensionale Geometrie] 217.
- Ponceletsche Polygone [Höhere Geometrie] 181.
- Porismen [Elementare Geometrie] 142.
- Potenzreste Zahlentheorie] 78—79.
- Praktische Geometrie [Elementare Geometrie] 153—155. 228.
- Primzahlen [Zahlentheorie] 79—80.
- Prinzipien der Mathematik [Philosophie] 48—52.
- Prinzipien der Geometrie [Philosophie, Geometrie] 51—52. 132—133. 227 bis 228.
- Prinzipien der Infinitesimalmethode [Philosophie, Infinitesimalanalysis] 51. 97 bis 98.
- Projektive Geometrie [Höhere Geometrie] 171—174.
- Psychologie, mathematische [Philosophie] 49.

- Quadratur des Zirkels** [Elementare Geometrie] 141—142.  
**Quaternionen** [Funktionentheorie] 115 bis 116.  
**Raum** [Philosophie, Mehrdimensionale Geometrie] 51—52, 216—220.  
**Raumkurven** [Höhere Geometrie des Raumes] 187—193.  
**Rechenstab** [Instrumentale Arithmetik] 75—76.  
**Rechnen** [Niedere Arithmetik] 67—70.  
**Reesische Regel** [Rechnen] 70.  
**Regeldetri** [Niedere Arithmetik] 70.  
**Regelflächen** [Liniengeometrie] 207—208.  
**Reguläres Polygon** [Elementare Geometrie] 148.  
**Reihen** [Niedere Analysis] 89—92.  
**Rest** [Zahlentheorie] 78—79.  
**Reziprozitätsgesetz** [Zahlentheorie] 78 bis 79.  
**Riccat'sche Gleichung** [Differentialgleichungen] 106.  
**Statistik, mathematische** [Wahrscheinlichkeitsrechnung] 88.  
**Steinersche Fläche** [Höhere Geometrie des Raumes] 199.  
**Steinersche Konstruktionen** [Elementare Geometrie] 144.  
**Steinersche Polygone** [Höhere Geometrie] 181.  
**Stereographische Projektion** [Darstellende Geometrie] 160—163.  
**Stereometrie** [Elementare Geometrie] 156 bis 159, 228.  
**Sternpolyeder** [Stereometrie] 158—159.  
**Sternpolygone** [Elementare Geometrie] 148.  
**Strahlensysteme** [Liniengeometrie] 208 bis 209.  
**Sturmscher Satz** [Algebraische Gleichungen] 60.  
**Substitution** [Algebra] 63—64.  
**Symmetrische Funktionen** [Algebra] 61.  
**Synthetische Geometrie** (Allgemeines) [Höhere Geometrie] 171—174, 228.  
**Tafeln der elliptischen Funktionen** [Elliptische Funktionen] 124.  
 —, **Faktoren-** [Zahlentheorie] 79—80.  
 —, **Integral-** [Integralrechnung] 100.  
 —, **Logarithmen-** [Niedere Analysis] 74 bis 75.  
 —, **Primzahl-** [Zahlentheorie] 79—80.  
**Taylor'scher Satz** [Differentialrechnung] 98  
**Thetafunktionen** [Elliptische Funktionen, Hyperelliptische und Abelsche Funktionen] 122—130, 227.  
**Topologie** [Kontinuitätsbetrachtungen] 155—156.  
**Transformation** [Elliptische Funktionen] 125—126.  
**Transformation** [Höhere Geometrie] 214 bis 216, 229.  
**Translationsflächen** [Höhere Geometrie] 201.  
**Transversalen** [Elementare Geometrie] 147.  
**Trigonometrie** [Elementare Geometrie] 149—155, 228.  
**Trigonometrische Reihen** [Algebraische Analysis] 91—92.  
**Trisektion des Winkels** [Elementare Geometrie] 141—142.  
**Unbestimmte Analysis** [Zahlentheorie] 80—81.  
**Unendlich** [Philosophie, Differentialrechnung] 51, 97.  
**Unterricht, mathematischer** [Pädagogik] 53—55.  
**Variationsrechnung** [Integralrechnung] 107—109.  
**Vektor-Analysis** [Differentialrechnung, Höhere Geometrie] 98, 170—171.  
**Verhältnisrechnung** [Niedere Arithmetik] 70.  
**Versicherungsmathematik** [Wahrscheinlichkeitsrechnung] 87—88.  
**Verwandtschaft** [Höhere Geometrie] 214 bis 216.  
**Vierdimensionale Geometrie** [Mehrdimensionale Geometrie] 219—220.  
**Viereck** [Elementare Geometrie] 147.  
**Visierkunst** [Stereometrie] 159, 228.  
**Wahrscheinlichkeitsrechnung** [Niedere Analysis] 86—89, 227.  
**Winkel** [Elementare Planimetrie] 145.  
**Zahl** [Philosophie] 50—51.  
**Zahlensysteme** [Zahlentheorie] 80.  
**Zahlentheorie** [Arithmetik] 76—84.  
**Zahlkörper** [Zahlentheorie] 77—78.  
**Zeit** [Philosophie] 51.  
**Zeitschriften mathematischen Inhalts** 21 bis 40.  
 — für **Geschichte und Bibliographie der Mathematik** 6—7.  
**Zerlegung der Zahlen** [Zahlentheorie] 78—79.  
**Zylinderfunktion** [Kugelfunktionen] 130 bis 131.





## Namenregister.

- Abdank-Abakanowicz, Br. 102.  
 Abel, N. H. 4. 9. 16. 17 (p.). 57. 60 (p.). 61. 63. 91. 122 (p.). 125. 126.  
 Abendroth, W. 229.  
 Adam, B. 62.  
 Adam, Ch. 15.  
 Adam, O. 70.  
 Adam, P. 202.  
 Adam, T. 68.  
 Adam, W. 69. 140.  
 Adams, C. 140. 144. 147.  
 Adams. E. 146.  
 Adelung, F. C. 8.  
 Adhémar, J. A. 161.  
 Adhémar, R. d'. 6. 91.  
 Adler, A. 228.  
 Aeschlimann, U. 183.  
 Affolter, A. F. 207.  
 Agatharchus 160.  
 Agnesi, M. G. 94. 175.  
 Aguilon, Fr. 160.  
 Ahmes 56.  
 Ahrens, J. Th. 143. 165.  
 Ahrens, W. 19. 82 (p.). 225. 226.  
 Aitoff, D. 141.  
 Alasia, C. 143. 147 (p.). 151. 152.  
 Albeggiani, M. L. 166. 168.  
 Alberti, A. 160.  
 Albricht, E. R. 70.  
 Alembert, J. le Rond d'. 9. 16 (p.). 17. 43 (p.). 93. 99. 103.  
 Alexandroff, J. 141.  
 Alexeiew, W. G. 204.  
 Alhazen 160.  
 Alcock, C. H. 139.  
 Allé, M. 218.  
 Allégret, A. 10. 124. 185.  
 Allmann, G. J. 5. 134.  
 Almeida, G. G. M. d'. 31.  
 Alsted, J. H. 42.  
 Amaldi, U. 116. 138. 145.  
 Ameseder, A. 183.  
 Amiot, A. 161. 173.  
 Amiot, B. 194.  
 Amodeo, F. 71. 173. 218.  
 Ampère, A. M. 9. 108. 221.  
 Amsler, A. 102 (p.). 223 (p.).
- Amsler, J. 102.  
 Amstein, H. 213.  
 Anaritius 13.  
 Anaxagoras 160.  
 Andersen, Al. 59.  
 Andoyer, H. 67. 92. 97. 101. 138.  
 André, D. 124.  
 André, P. 72.  
 Anger, C. T. 121.  
 Anschütz, C. 15.  
 Antiphon. 225.  
 Antomari, X. 161. 223.  
 Anton, L. 108.  
 Anzolletti, Luisa. 10.  
 Aoust, L. 169. 185. 189. 190. 194.  
 Apollonius aus Pergä. 12. 13 (p.). 42. 142 (p.). 143 (p.). 148 (p.).  
 Appell, P. 112. 121. 123 (p.). 129. 166. 188. 227 (p.).  
 Arago, D. Fr. J. 4 (p.). 8 (p.). 9. 17 (p.). 29. 30.  
 Arbogast, L. Fr. A. 97. 103. 116.  
 Archimedes. 12. 13. 89. 141. 142. 156. 157.  
 Arendt, G. 101.  
 Arendt, N. H. W. 70.  
 Argand, R. 114.  
 Aristoteles. 1. 12. 13 (p.). 14. 48.  
 Armenante, E. 213.  
 Arnaud 50.  
 Arndt, T. 24. 83 (p.).  
 Arneth, A. 3. 207.  
 Arnoux, G. 146.  
 Aronhold, S. 66 (p.). 221.  
 Arrighi, G. L. 225.  
 Artzt, A. 179 (p.).  
 Aschieri, F. 162. 166. 173. 211. 217. 219.  
 Astor, A. M. 208.  
 Astrand, J. J. 122.  
 Atkinson, E. K. P. 158.  
 Aubry, A. 57. 98. 141. 226.  
 August, F. 114. 136. 186. 197. 213.  
 Autenheimer, Fr. 95.  
 Autolykus 157 (p.).
- Autonne, L. 189. 211.  
 Auwers, A. 29.  
 Azzarelli, M. 119.  
**Bachet de Méziriac, C. G.** 76. 80. 81 (p.).  
 Bachmann, Fr. 208.  
 Bachmann, O. 70.  
 Bachmann, P. 77 (p.). 78. 83. 84.  
 Baco, Francis von Verulam. 48. 49.  
 Baeumker, Cl. 52.  
 Baer, K. 169.  
 Bahr 141.  
 Baillaud, B. 19. 102.  
 Baily, Fr. 88.  
 Baker, H. F. 20. 128.  
 Baker, W. M. 180.  
 Balbin, V. 166. 171.  
 Baldauf, G. 179.  
 Baldi, Bernardino 2. 33.  
 Ball, W. W. Rouse 4 (p.). 82. 182. 211. 222.  
 Balsam, P. H. 148.  
 Baltzer, R. 19. 47. 65. 74. 137. 155. 166.  
 Bamberger, G. 200.  
 Bammert, G. 51.  
 Barbarin, P. 134.  
 Barbera, L. 97.  
 Barbier, H. Le. 222.  
 Bardey, E. 62 (p.). 72 (p.).  
 Bariola, P. 68.  
 Barlow, P. 79.  
 Barnard, S. 139.  
 Barnes, E. W. 113.  
 Baroni, E. 145.  
 Barozzi Vignola, G. 160.  
 Barr, J. H. 224.  
 Barral, J. B. 17.  
 Barrow, Js. 16. 90. 93. 156.  
 Bartholinus, E. 164.  
 Bartlett, B. J. 89.  
 Bartoluzzi, L. 168.  
 Basedow, J. B. 68.  
 Bassani, A. 138.  
 Basset, A. B. 182.  
 Bastien, J. F. 16.  
 Battaglini, G. 25. 208.  
 Bauer, C. G. 130. 181. 226.  
 Baule, A. 154.

- Baumann, J. J. 51.  
 Baumeister 54.  
 Baumert, B. 128.  
 Baumgart, O. 78.  
 Baur, C. W. v. 135.  
 Baur, F. 154.  
 Baur, M. 182.  
 Bausch, J. L. 35.  
 Bauschinger, J. 89. 92.  
 Bayes, Th. 86.  
 Bayle, P. 33.  
 Bazin 58.  
 Beaupin, J. 120. 121.  
 Beaune, Florimond de 164.  
 Beck, H. 211.  
 Becker, B. 54.  
 Becker, H. 98. 162.  
 Becker, J. C. 51. 54. 137.  
 Beetz, W. 31.  
 Beez, R. 134. 218  
 Beier 54.  
 Bellacchi, G. 110. 122.  
 Bellavitis, G. 26. 116 (p.).  
 135.  
 Beltrami, E. 17 (p.). 110.  
 133. 191. 201. 218. 222.  
 Beman, W. W. 4.  
 Bendauid, L. 51.  
 Benoit, A. 177. 187.  
 Benteli, A. 209.  
 Benter, E. 195.  
 Berardinis, G. de 169.  
 Berchouys, C. H. J. 159.  
 Berger, A. v. 52.  
 Berger, A. Fr. 101.  
 Berger, C. H. 110.  
 Berkhan, C. A. W. 81.  
 Berlin, M. A. C. 118.  
 Berloty, B. 115.  
 Bernardi, 158.  
 Bernhard, M. 162.  
 Bernoulli, Dan. 12. 33. 59.  
 86 (p.). 92.  
 Bernoulli, Jak. I. 9. 16.  
 17. 33. 84. 85. 86. 90.  
 102. 107 (p.). 109 (p.).  
 Bernoulli, Jak. II. 30.  
 Bernoulli, Joh. I. 9. 16 (p.).  
 33. 93. 94. 99. 102. 107 (p.).  
 109 (p.). 118. 175 (p.). 189.  
 Bernoulli, Joh. III. 23 (p.).  
 70.  
 Bernoulli, Nik. 33. 33. 84.  
 Bernstein, R. 182.  
 Berthelot 30.  
 Bertini, E. 197. 214. 217.  
 218.  
 Bertram, H. 62. 72.  
 Bertrand, J. 8. 9 (p.). 23.  
 32. 58. 71. 87. 89. 95.  
 109. 158.  
 Berzolari, L. 184.  
 Bessel, A. 17 (p.).  
 Bessell, F. 98.  
 Besso, D. 26. 61.  
 Bettazzi, R. 50.  
 Bettelheim, A. 10.  
 Betti, E. 25. 31. 58. 136.  
 217.  
 Beucke, K. 196.  
 Beughem, C. A. 41.  
 Beyel, Chr 162 (p.).  
 Beziat d'Audibert, E. 88.  
 Bezout, E. 44. 59. 61. 63 (p.).  
 Biadego, G. B. 10. 134.  
 Biancani, G. (Blancanus)  
 2. 13.  
 Bianchi, L. 25. 111. 176.  
 191. 193. 196. 201. 203.  
 Bianco, O. Zanotti 180.  
 Biehler, Ch. 62. 168. 195.  
 Biehler, P. 83.  
 Bierens de Haan, D. 57.  
 101 (p.). 141.  
 Biermann, O. 90. 111. 219.  
 Biermann, W. 125.  
 Billy, J. de 15.  
 Binder, G. 144.  
 Binder, W. 183.  
 Binet, J. 101.  
 Bioche, C. 208.  
 Björnbo, A. A. 228.  
 Biot, J. B. 16. 23. 29.  
 30 (p.). 32. 165.  
 Birkenmaier, L. R. 9.  
 Bitterli, E. 102.  
 Bjercknes, C. A. 10.  
 Björling, C. F. E. 208.  
 Blake, Fr. 152.  
 Blanc 136.  
 Blank, F. 200.  
 Blaschke, E. 227.  
 Blasius, C. E. 156 (p.). 159.  
 Blater, J. 80.  
 Bleibtreu, K. L. 159.  
 Bleicher, H. 93.  
 Blichfeldt, H. 7. 518.  
 Blindow, R. 120.  
 Bludau, A. 214.  
 Blum, R. 184.  
 Blumherger, W. 147.  
 Blumenthal, O. 113.  
 Bobek, K. 123. 173. 186 (p.).  
 198.  
 Bobyain, V. V. 7. 28. 225.  
 Bochow, C. 98. 148.  
 Bode, A. 98.  
 Bode, J. E. 29.  
 Boeddicher, O. 145.  
 Boegehold, H. 194.  
 Boeger, R. 173.  
 Boehme, A. 69.  
 Boehme, E. P. 195.  
 Boeklen, O. 28. 169. 187.  
 198.  
 Boerner, H. 55. 135. 139.  
 Boersch, A. 89.  
 Boersch, O. 153.  
 Boetius, A. M. T. S. 225.  
 Boettcher, J. E. 117.  
 Bohl, W. v. 162.  
 Bohlin, K. P. T. 124.  
 Bohlmann, G. 94. 95. 96.  
 Bohlmann, O. 88.  
 Bohnenberger, J. v. 153.  
 Bohnert, F. 228 (p.).  
 Bohnstedt 70.  
 Bois-Reymond, P. du 91.  
 106. 110. 112.  
 Bolke, G. 193.  
 Boltzmann, L. 12. 19.  
 Bolyai, J. 133.  
 Bolyai, W. 18. 133.  
 Bolza, O. 126. 128.  
 Bolzano, B. 226.  
 Bombelli, R. 59.  
 Bonaventura, P. 126.  
 Boncompagni, B. 2. 7. 28.  
 34. 68.  
 Bonitz 13.  
 Bonnel, J. F. 133.  
 Bonnet, O. 190. 200.  
 Bonnycastle, J. 2.  
 Bonola, R. 132. 133 (p.).  
 145.  
 Boole, G. 24. 55 (p.). 56.  
 97. 103.  
 Booth, J. 24. 119 (p.). 168.  
 Bopp, K. 178.  
 Boquet, G. J. 168.  
 Borchardt, C. W. 11. 17.  
 18. 19 (p.). 24. 61. 129.  
 199.  
 Borda, J. Ch. 32.  
 Bordiga, G. 219.  
 Bordini, A. M. 30.  
 Borel, E. 59. 91. 92. 112.  
 113 (p.). 166.  
 Borelli, G. A. 16.  
 Bork, H. 70.  
 Bornemann 32.

- Borth, E. F. 140.  
 Bortkewitsch, L. v. 88 (p.).  
 Boscovich, R. G. 26. 149.  
 Bosse, Ed. Abr. 160.  
 Bossut, Ch. 2. 15. 43. 86.  
 95. 165. 175.  
 Bottari, A. 111.  
 Boucharlat, J. L. 95. 165.  
 Bouché, E. 19.  
 Bougainville, L. A. de 94.  
 Boullier, Fr. 48.  
 Bouquet, J. C. 122. 128.  
 166. 168. 227.  
 Bour, E. 221.  
 Bourdon, P. L. M. 58. 151.  
 165. 176.  
 Bourget, H. 19.  
 Bourget, J. P. L. 25. 106.  
 Bourguignon, P. 222.  
 Bourlet, C. 105.  
 Bourne, C. W. 167.  
 Boussignault 30.  
 Boutroux, P. 113.  
 Bouty, E. 31.  
 Bowser, E. A. 166.  
 Boyer, J. 4.  
 Bradwardinus, Th. 148.  
 Brag, J. 118.  
 Brahe, Tycho 150.  
 Brahy, E. 96.  
 Braikenridge, W. 149. 184.  
 Brambilla, A. 68 (p.).  
 Brandenburger, C. 125.  
 Brander, G. F. 80.  
 Brandes, H. 165. 228.  
 Branker, Th. 79.  
 Brassinne, P. E. 76. 163.  
 181.  
 Brathuhn, O. 155.  
 Brauns, S. 147.  
 Braunmühl, A. v. 92. 148.  
 149. 192. 196. 223. 225.  
 Bravais, A. 156. 158.  
 Breithof, F. 163.  
 Breithof, N. 161.  
 Bremiker 74 (p.). 75 (p.). 80.  
 Brendel, J. G. F. 119 (p.).  
 Breton de Champ, P. E.  
 142. 146.  
 Bretschneider, C. A. 134.  
 Bretschneider, P. 215.  
 Bretschneider, W. 183.  
 Breuer, P. A. 143.  
 Brewster, David, Sir. 10.  
 30.  
 Brianchon, Ch. J. 147. 172.  
 180 (p.).  
 Briggs, H. 74 (p.).  
 Brill, Al. 54. 109. 129.  
 185 (p.). 186 (p.). 192.  
 204. 205.  
 Bring, E. S. 59. 226.  
 Brioschi, Fr. 17. 18. 24.  
 25. 26. 32. 61 (p.). 107.  
 136. 169. 197. 198. 226.  
 Briot, Ch. A. A. 58. 122.  
 127. 166. 188. 227.  
 Brisse, Ch. 25. 151. 161.  
 166. 187. 191. 222.  
 Brisson 160 (p.).  
 Brix, H. 150.  
 Brizard, J. 60.  
 Brocard, H. 142. 182.  
 Broch, O. J. 31. 123.  
 Brockmann, F. J. 137.  
 140 (p.). 151.  
 Broda, K. 159.  
 Brouncker, Lord Viscount  
 W. 89. 92.  
 Brown, E. W. 28.  
 Brückner, J. M. 143.  
 Brückner, M. 148. 158.  
 159. 220.  
 Brude, A. 158.  
 Brugnatelli, L. G. 30 (p.).  
 Bruhns, C. 11. 29. 74.  
 Brunacci, V. 30.  
 Brunel, G. 101 (p.). 128.  
 Brunhes, F. J. 138. 162.  
 Brunn, H. 200.  
 Brunn, Sören 159.  
 Bruno, Fr. Faà di, siehe  
 Faà.  
 Bruns, H. 21. 73. 87. 92.  
 122. 124. 210.  
 Buchbinder, F. 54. 142.  
 174.  
 Bucherer, A. H. 171.  
 Buchholz, A. 219.  
 Buchwaldt, F. 98.  
 Buecking, F. 179.  
 Buerbaum 146.  
 Buerja, A. 136.  
 Bürgi, J. 74.  
 Buerklen, O. Th. 46. 226.  
 228.  
 Buermann 98.  
 Buetler, K. 145.  
 Buffon, G. 88.  
 Bugge, Th. 165.  
 Buka, F. 222.  
 Bukrejev, B. J. 176.  
 Bullard, W. G. 183.  
 Bunitzky, E. L. 179.  
 Burali-Forti, C. 73. 171.  
 173. 176.  
 Burckhardt, J. 79.  
 Burger, C. P. 121.  
 Burhenne, H. 50.  
 Burkhardt, H. 45. 64. 90.  
 92. 96. 110. 111. 123.  
 127. 129.  
 Burmester, L. 209. 221.  
 223 (p.).  
 Busch, A. L. 161.  
 Busch, Fr. 137.  
 Busolt, M. 214.  
 Buteo, J. 84.  
 Butgers, J. G. 98.  
 Byerly, W. E. 131.  
 Byrne, O. 80. 144.  
 Cadenat, A. 133.  
 Cagnoli, A. 26. 150.  
 Cahen, E. 77.  
 Caillet, U. 74.  
 Cajori, F. 4 (p.). 225. 226.  
 Calinon, A. 222.  
 Callot, Fr. 74.  
 Cald, B. 145.  
 Calogerà, A. 33.  
 Cambier, A. 168. 187.  
 Camera, J. W. 143.  
 Campbell, J. Edw. 215.  
 Cantor, G. 28 (p.). 51 (p.).  
 217.  
 Cantor, M. 1. 2. 3 (p.). 5 (p.).  
 7. 25 (p.). 28. 42. 54. 57.  
 67 (p.). 71. 73. 134 (p.).  
 142. 153. 154. 225.  
 Cantzler, R. F. B. 67.  
 Capelli, A. 25.  
 Capito, C. 82.  
 Caraccioli G. 175.  
 Caramuel, J. 80.  
 Caravello, V. 157.  
 Cardano, G. 59. 84.  
 Carette 144.  
 Carlini 30.  
 Carmichael, R. 116.  
 Carnot, L. N. M. 9. 97.  
 135. 147. 155. 172 (p.).  
 212. 221.  
 Carnoy, J. A. 58. 166.  
 Caronnet, T. 202.  
 Carr, G. S. 46.  
 Carrara, B. 141.  
 Carton, L. 138.  
 Casey, J. 25. 147 (p.). 151  
 (p.). 166 (p.). 179. 183.  
 185. 199. 215.

- Casorati, F. 110 (p.). 122.  
 129 (p.).  
 Caspari, O. 52.  
 Caspary, F. 171.  
 Cassani, P. 218.  
 Castelnovo, G. 145. 192.  
 193 (p.). 220.  
 Castillon, Fr. M. 143 (p.).  
 Catalan, E. 92. 100. 193.  
 198. 200. 207 (p.).  
 Cataldi, P. A. 92.  
 Cauchy, A. L. 9. 17. 18.  
 23. 24. 63 (p.). 65. 79.  
 84. 90. 93. 95 (p.). 99.  
 101. 103. 105. 109. 110.  
 114. 158. 176. 188.  
 Cavalieri, A. 89. 93. 150 (p.).  
 157.  
 Cavalli, E. 223.  
 Cayley, A. 17. 24 (p.).  
 66 (p.). 67. 123. 126. 127.  
 158. 183. 184. 185. 186.  
 189. 197. 198. 199 (p.).  
 202. 204. 209. 215. 216 (p.).  
 217. 223.  
 Cazamian, A. 179.  
 Cazzaniga, P. 77. 121. 138.  
 Cerboni, G. 68.  
 Cellérier, C. 198.  
 Ceretti, U. 73.  
 Cesaris, E. D. G. Angelo  
 29.  
 Cesàro, E. 90. 144. 167.  
 176.  
 Cesi, Fed. 40.  
 Ceva, G. 147.  
 Challis, H. W. 25.  
 Chalmers, A. 8.  
 Chambers, E. 74.  
 Chambers, R. 74.  
 Chambers, W. 74.  
 Charruit, N. 163.  
 Charve, L. 83.  
 Chasles, M. 9 (p.). 24. 134.  
 142. 172. 173. 177. 180.  
 182. 194. 203 (p.). 204 (p.).  
 207. 221 (p.). 222.  
 Chassot de Flouncourt, C.  
 73.  
 Chelini, D. 34. 167. 169.  
 191. 208. 210.  
 Chemin, O. 140. 173. 184.  
 187. 205.  
 Chessin, A. S. 118.  
 Chevreuil, G. 30. 72.  
 Child, J. N. 139.  
 Chini, M. 208.  
 Chomé, F. 163.  
 Chombré 150.  
 Christ, W. 14.  
 Christensen, S. A. 6.  
 Christmann, W. L. 143.  
 Christoffel, E. B. 102. 128.  
 192. 213.  
 Ciani, E. 186. 208.  
 Clairaut, A. C. 9. 12. 16.  
 57. 103. 136. 188.  
 Clarke, H. 92.  
 Classen, J. 229.  
 Clausberg, Ch. v. 68. 73.  
 Clausen, Th. 24. 25.  
 Claußen, A. P. L. 69.  
 Clavius, Ch. 154. 160.  
 Clebsch, A. 11. 12. 24.  
 25. 28. 67 (p.). 105 (p.).  
 109 (p.). 124. 127. 167.  
 177. 183. 185. 187. 192.  
 194. 197. 199. 206. 207.  
 210. 213.  
 Cochle 24.  
 Codazzi, D. 169. 190.  
 Cohen, H. 50. 51.  
 Cohn, J. 94.  
 Colbert 35.  
 Cole, F. N. 28.  
 Colenne, J. D. 80.  
 Collini, C. M. 85.  
 Collins, E. A. Ch. L. 16.  
 Collins, J. W. 171.  
 Colombo, G. 32.  
 Colson, J. 94. 97.  
 Comberousse, C. de 45.  
 58. 71. 137. 138 (p.). 166.  
 188.  
 Combes 32.  
 Combette, E. 58.  
 Commandino, F. 14. 142.  
 Comte, A. 164. 166.  
 Concina, U. 162.  
 Condorcet, M. J. A. N.  
 Caritat de 8 (p.). 9. 17.  
 43. 87.  
 Coninck, G. de 70.  
 Conti, A. 142. 145,  
 Cordier 9.  
 Coriolis, G. G. 32.  
 Cornu, A. 31. 209.  
 Cortàza, J. D. 151.  
 Cossali, F. 26. 57.  
 Cosserat, E. 200. 211. 222.  
 Cosserat, F. 222.  
 Cosson 9.  
 Cotes, R. 99. 117. 152.  
 Cottrau, A. 32.  
 Coupy 85.  
 Cousin, J. A. J. 94.  
 Cousin, P. 113.  
 Couturat, L. 56.  
 Craig, J. 164.  
 Craig, Th. 220.  
 Crakelt, W. 150.  
 Cramer, G. 9. 16 (p.). 63.  
 64. 164. 185.  
 Cranz, C. 51. 143. 220.  
 Crelle, A. L. 24 (p.). 80.  
 110. 117. 136 (p.). 146.  
 215 (p.).  
 Cremona, L. 25. 137. 160.  
 173. 184. 187. 197. 203.  
 207. 212. 213.  
 Crofton, M. W. 88.  
 Crookes, W. 32.  
 Curtze, M. 13. 184.  
 Czapski, S. 210.  
 Czuber, E. 86. 87 (p.). 88.  
 89. 181. 186. 187. 227.  
 Dalwigk, F. v. 214.  
 Dana, E. L. 30.  
 Dana, J. D. 30.  
 Daniele, E. 145.  
 Danti, E. 160.  
 Dantscher, V. v. 99. 227.  
 Darboux, G. 9. 12. 17 (p.).  
 29. 31. 60. 106. 165. 169.  
 176. 186. 187. 191. 192 (p.).  
 193 (p.). 199. 201. 202.  
 222 (p.). 229.  
 Dase, Z. 79.  
 Dauge, F. 50.  
 Davaux, Ed. 196  
 Davoglio, G. 222.  
 Decandolle, A. 30.  
 Dechales, Cl. Fr. M. 2. 43.  
 Dedekind, R. 51. 64. 77.  
 78 (p.). 112. 115. 126.  
 186.  
 Degen, C. F. 79.  
 Dehn, M. 132. 228.  
 Delaistre, L. 162.  
 Delambre, J. B. J. 8. 10.  
 12. 29. 149.  
 Delanges. 26.  
 Delannoy, M. 82.  
 Delarive, L. 30.  
 Delassus, Ét. 105. 224.  
 Delisle, A. 151.  
 Demartres. C. 200.  
 Demokritos 160.  
 Demoulin, A. 207. 208.  
 Derousseau, J. 144.

- Deruyts, F. 179. 186.  
 Desargues, G. 160 (p.). 171. 172.  
 Descartes, R. 3. 14. 15 (p.). 48. 49. 57 (p.). 109. 164 (p.). 188.  
 Deschmann, A. 121.  
 Desmarest, E. 81.  
 Dewulf, E. 172. 173. 215.  
 Dickstein, S. 11. 26. 170.  
 Diderot, D. 43.  
 Didion, J. 10.  
 Didon, E. 131.  
 Diekmann, J. 62. 65. 137. 226.  
 Dienger, J. 24. 98. 104. 108. 151. 212.  
 Diesterweg, W. A. 53. 69. 140 (p.). 142 (p.). 143.  
 Dietrich, A. 179.  
 Dillner, G. 101. 115.  
 Dingeldey, Fr. 178 (p.). 183. 223.  
 Dingler, E. M. 32.  
 Dingler, J. G. 32.  
 Dini, U. 25. 111. 190. 213.  
 Dino, N. Salvatore 187. 195.  
 Diophantus 3. 12. 14 (p.). 54. 76 (p.). 80. 81. 227.  
 Dippe, M. Ch. 13.  
 Dirichlet, P. G. Lejeune- 11. 17. 18 (p.). 24. 31. 77 (p.). 79 (p.). 83 (p.). 91 (p.). 100. 101 (p.). 130. 131. 227.  
 Disteli, M. 181. 223.  
 Dixon, A. C. 123.  
 Dobriner, H. 192.  
 Dodson, J. 85.  
 Doehlemann, K. 173. 229.  
 Doellen, W. 212.  
 Doelp, H. 65. 96.  
 Dörholt, K. 181.  
 Doetsch, G. 119.  
 Doležal, Ed. 75. 154 (p.).  
 Donadt, A. 95.  
 Donath, A. 52. 151.  
 Doré, J. 162.  
 Dorn, E. 20. 129.  
 Dorsten, R. H. van 191.  
 Dostor, G. 25. 65. 147. 148. 153. 169. 180.  
 Dove, H. W. 31.  
 Dowell, J. Mc. 25.  
 Drach, C. A. v. 194. 210.  
 Drach, J. 6.  
 Drasch, H. 166.  
 Dreher, E. 52. 219.  
 Drobisch, M. W. 49 (p.). 53. 60. 114.  
 Dronke, A. 11.  
 Drucotay de Blainville 30.  
 Duehring, E. C. 52.  
 Duerer, A. 160 (p.).  
 Duhamel, J. M. C. 50.  
 Duhem, P. 12.  
 Dumas, 30.  
 Dumont, P. 198.  
 Dupin, Ch. 10. 176. 190.  
 Duporeq, E. 174.  
 Dupuy, P. 11.  
 Dupuis, J. 14.  
 Dupuis, N. T. 178.  
 Durège, H. K. 25. 110. 123. 182. 219. 227 (p.).  
 Durrey, R. J. 224.  
 Durrande, H. 198. 222.  
 Dyck, W. v. 28. 76. 155. 223 (p.).  
 Dziobek, O. 177.  
 Eberhard, V. 156 (p.). 158.  
 Ebner, Fr. 184.  
 Eckhardt, E. 142.  
 Eggenberger, J. 101.  
 Egger, W. D. 140.  
 Eggert, O. 228.  
 Eichler, H. 148.  
 Eisenlohr, F. 213.  
 Eisenstein, G. 24. 83. 125.  
 Élie de Beaumont 10.  
 Ellenson, L. 184.  
 Ellis, R. 24.  
 Emch, A. 173. 178. 224.  
 Emerson, W. 97 (p.). 150.  
 Emmerich, A. 147. 152.  
 Emsmann, G. 145.  
 Encke, J. Fr. 11. 17. 18. 29. 61.  
 Eneström, G. 3. 7. 9. 28. 97. 108. 189.  
 Engel Fr. 11. 18. 64. 98. 132 (p.).  
 Engel, J. H. 195.  
 Engelmann, R. 17.  
 Enneper, A. 101. 110. 123. 124. 191 (p.). 192. 193. 197. 200. 203.  
 Enriques, F. 55. 138. 145 (p.). 162. 173. 197. 193 (p.). 226. 228.  
 Eppenstein 210.  
 Erb, H. 145. 178.  
 Erdmann, B. 49. 51.  
 Erlecke, A. 41.  
 Erler, W. 174.  
 Erman, A. 18.  
 Ernst, C. 211.  
 Ersch, J. S. 41.  
 Escherich, G. v. 25. 61. 187. 191.  
 Esmarch, B. 76.  
 Ester, V. 69.  
 Ettingshausen, A. v. 85.  
 Eudemus 1 (p.).  
 Euklid 5 (p.). 12 (p.). 13 (p.). 42. 54. 70. 135. 136 (p.). 142 (p.). 156 (p.).  
 Euler, L. 3 (p.). 9 (p.). 12. 16 (p.). 17. 58. 59. 61. 63. 71. 73. 74. 76. 78. 81. 82. 84. 85 (p.). 90. 91 (p.). 92 (p.). 93. 95 (p.). 99. 100 (p.). 102. 106 (p.). 107 (p.). 109 (p.). 110. 117. 118 (p.). 122. 150. 155 (p.). 157. 164. 169. 175 (p.). 185. 188. 189 (p.). 190 (p.). 196. 200. 202 (p.). 212 (p.).  
 Eutokius 13. 142.  
 Exner, K. T. G. 33.  
 Eysseric 138.  
 Eytelwein, J. A. 154.  
 Faà di Bruno, F. 61. 67.  
 Faber, G. 114.  
 Fagnano, G. C. 33 (p.).  
 Fahie, J. J. 10.  
 Faifofer, A. 77. 138. 173.  
 Fairbairn, W. 32.  
 Falisse, Fr. 147.  
 Falk, M. 63.  
 Fano, G. 134. 172. 206. 216. 217. 218. 220.  
 Fantasia, P. 134.  
 Faraday 9.  
 Farkas, F. 116. 124.  
 Fasbender, F. 149.  
 Faßbinder, C. 73.  
 Faure, H. A. 180.  
 Favaro, A. 6. 14. 57. 93.  
 Fayolle 87.  
 Fazzari, G. 144.  
 Féaux, B. J. 146. 151.  
 Féaux, W. V. 137.  
 Feddersen, B. W. 8.  
 Fedoroff, E. S. 156.  
 Fegert, J. 116.  
 Fehr, H. 26. 66. 176.

- Felici, R. 31.  
 Feller, F. E. 73.  
 Fenkner, H. 72. 138.  
 Fermat, P. 14. 15. 76 (p.).  
 81. 86. 93. 109. 164.  
 Fermat, S. 81.  
 Ferrari, F. 179.  
 Ferrers, N. K. 24 (p.). 131.  
 168.  
 Ferroni, P. 26, 99. 118.  
 Ferry, F. C. 198.  
 Férußac, J. B. L. de 7. 24.  
 28.  
 Ferval, H. 162.  
 Festa, N. 226.  
 Feuerbach, K. W. 146.  
 Fialkowski, N. 83.  
 Fibbi, C. J. 192. 209.  
 Fibonacci, L. s. Leonardo  
 Pisano.  
 Fiedler, J. A. 32.  
 Fiedler, W. 61. 66 (p.).  
 148. 161. 169. 173. 178.  
 179. 184. 187.  
 Fields, J. Ch. 112.  
 Fink, K. 4.  
 Fink, Th. 150.  
 Finsterwalder, S. 163 (p.).  
 228.  
 Fiorini, M. 213.  
 Firmicus Maternus, J. 225.  
 Fischer, E. 98.  
 Fischer, F. 10. 32.  
 Fischer, G. E. 110.  
 Fischer, H. 111. 122.  
 Fischer, O. 20. 213.  
 Fischer, R. 167.  
 Fischer, V. 98.  
 Fischer, W. 158. 180.  
 Fischer-Benzon, R. 5. 52.  
 140. 148. 157. 180. 221.  
 Fiske, Th. F. 28 (p.).  
 Fitz Patrick, J. 72. 82.  
 Flauti, V. 173.  
 Fleischer, H. 55. 145. 173.  
 Fletscher, W. C. 139.  
 Fleury, P. H. 118.  
 Floquet, G. 105.  
 Flourens 8.  
 Flye Ste. Marie, C. 132.  
 Focke, M. 137. 151.  
 Fontana, G. 2. 26.  
 Fontené, G. 196. 217.  
 Fontenelle, B. de. 8 (p.).  
 175.  
 Förster, W. 29.  
 Formenti, C. 223
- Forsyth, A. R. 103. 111.  
 127.  
 Fort, O. 165.  
 Forti, A. 10. 89. 119 (p.).  
 Fortia d'Urban, A. 71.  
 Fouchy, Grandjean de 8.  
 Fouet, Ed. A. 111.  
 Fouillée, A. 49.  
 Fourcroy, A. F. de 30.  
 Fourret, G. 221.  
 Fourier, J. B. J. 4 (p.). 8.  
 9. 16. 17. 23. 30. 57. 60.  
 131. 226.  
 Fourrey, E. 82.  
 Francis, W. 30.  
 Francoeur, L. B. 153. 165.  
 212.  
 Frankenbach, F. W. 179.  
 Franklin, F. 168.  
 Frantz, C. 50.  
 Fréchet, M. 116.  
 Freeden, W. v. 89.  
 Frege, G. 51. 56. 114.  
 Frenet, J. F. 188.  
 Frenet, M. F. 96.  
 Frénich de Beßy, B. 84.  
 Fresenius, Fr. C. 51.  
 Fresnel, A. J. G. 198.  
 Freund, L. 4.  
 Freycinet, C. de 51. 52.  
 Freyer, P. 51. 97.  
 Frézier, A. Fr. 160.  
 Fricke, R. 111. 112.  
 Friedlein, G. 67. 225. 226.  
 Friedrich, P. H. 183.  
 Frisch, Chr. 15.  
 Frischauf, J. 131. 133. 134.  
 137. 144. 214.  
 Friesendorff, Th. 97.  
 Frisi, P. 175.  
 Frisius, Gemma R. 68. 71.  
 Fritsche, K. H. 147.  
 Frobenius, G. 105. 191. 229.  
 Frolov, M. 82.  
 Frontinus 154.  
 Frosch, C. 198.  
 Frost, P. 188.  
 Fuchs, L. 17. 18 (p.). 24.  
 105.  
 Fuchs, R. 18. 129.  
 Fuchsthäler 154.  
 Fuhrmann, A. 96.  
 Fuhrmann, W. 152. 174.  
 Funck, C. Bd. 23.  
 Furtwängler, P. 45. 84.  
 Fuß, K. 72. 140.  
 Fuß, N. v. 10. 23. 194. 195.
- Fuß, N. v. (jun.) 16 (p.).  
 Fuß, P. H. v. 16 (p.). 226.
- Galdeano, G. Z. de 50. 114.  
 Galilei, Galileo 9. 14 (p.).  
 Gall, A. v. 178.  
 Gallenkamp, W. 152. 174.  
 Gallucci, G. 50.  
 Galois, E. 9. 17. 18. 24.  
 57. 61. 63.  
 Gambardella, F. 117.  
 Gambioli, D. 4. 78. 138.  
 140. 158.  
 Gaudtner, J. O. 147. 165.  
 Gans, R. 171.  
 Ganter, H. 166.  
 Gamberi, G. 167.  
 Garcet, H. 58.  
 Gardiner, W. 74.  
 Garibaldi, C. 88.  
 Garlin-Soulandre, J. 202  
 Garnier, J. G. 24. 147. 165.  
 Garnier, P. 57.  
 Gascheau, G. 207.  
 Gauß, C. Fr. 17 (p.). 18 (p.).  
 60. 63. 76. 77 (p.). 78. 83.  
 88 (p.). 89 (p.). 91. 92. 101.  
 102. 114. 120 (p.). 155.  
 187. 190 (p.). 209. 212 (p.).  
 Gauß, F. G. 75 (p.).  
 Gay-Lussac 30.  
 Gebhardt, A. 62.  
 Geer, P. van 52. 174. 196.  
 Gegenbauer, L. 25.  
 Gehler, J. S. Fr. 74.  
 Geigenmüller, R. 177.  
 Geisenheimer, L. 209. 222.  
 Geiser, C. F. 11. 174 (p.).  
 Gellibrand, H. 74.  
 Geminus 54.  
 Gemma-Frisius s. Frisius  
 Genocchi, A. 12. 95.  
 Genssahne, de 154.  
 Gent, C. 146.  
 Gentry, Ruth 183.  
 Gérard, E. 134.  
 Gerard, L. 139 (p.).  
 Geronne, J. D. 24 (p.). 17.  
 Gerhardt, C. J. 6. 15 (p.).  
 16. 25. 84. 85. 94 (p.). 142.  
 Gerke, R. 163.  
 Gerland, E. 16.  
 Germain, Adr. 212.  
 Germain, Sophie 190.  
 Gernardus 68.  
 Gerono, C. 25 (p.). 151.  
 Gherli, Od. 45.

- Gherzi, J. 140.  
 Ghetaldus, M. 143.  
 Giacomini, A. 145.  
 Giambelli, G. 7. 105.  
 Gibbs, J. W. 171.  
 Gibson, G. A. 91. 96.  
 Giesel, F. 10. 94. 97. 108.  
 Gilbert, L. Ph. 12. 66. 190. 191.  
 Gilbert, L. W. 30.  
 Gille, A. 53.  
 Gilles, J. J. 52.  
 Giordano, A. 26. 143.  
 Girard, A. 57. 71.  
 Girard, H. 50.  
 Giudice, F. 158.  
 Glaisher, J. W. 20. 24. 25. 80. 106. 120. 122.  
 Glan, P. 115.  
 Glaser, L. 135.  
 Glaser, R. 158.  
 Gleichen, A. 210 (p.).  
 Glotin, P. 196.  
 Gmeiner, J. A. 71. 112.  
 Godefroy, M. 91. 101.  
 Godfrey, C. 139.  
 Goedseels, E. 208.  
 Goeller, A. 162.  
 Goepel, A. 81. 127.  
 Goering, W. 125. 141.  
 Goeringer, A. 145.  
 Goerland, A. 9.  
 Goetting, R. 90. 118.  
 Goldberg, B. 10. 80.  
 Gompertz, B. 142.  
 Gompertz, Th. 49.  
 Gordan, P. 25. 61. 67 (p.). 118. 127.  
 Gore, J. H. 153.  
 Gottscho, L. 180. 195.  
 Goulier, C. M. 155.  
 Gournerie, J. A. R. de la 161. 162. 200.  
 Goursat, Ed. J. B. 104. 107. 112. 120. 156.  
 Gouyou 70.  
 Gow, J. 5. 135.  
 Grabow, M. G. 142. 143.  
 Graefe, Fr. 115. 167. 171.  
 Graefe, H. 145.  
 Graeffe, H. 61. 108.  
 Graf, J. H. 10. 20. 51. 101. 131.  
 Graindorge, J. 106.  
 Gram, J. P. 79.  
 Grammateus, H. 57.  
 Grandi, G. 149.  
 Grashof, F. K. H. 32.  
 Graßmann, H. G. 17. 18. 24. 140. 170 (p.).  
 Graßmann, H. 71. 170 (p.). 182. 184. 197. 216. 226.  
 Graßmann, R. 170.  
 Graup 146.  
 Gravé, J. A. 214.  
 Gravelius, H. 75 (p.).  
 Graves 194.  
 s' Gravesaude, W. J. 15.  
 Gray, A. 131.  
 Grebe, E. W. 146 (p.). 147.  
 Greenhill, A. G. 124. 125. 126 (p.).  
 Gregorius a Sancto Vincentio 149.  
 Gregory, D. 13. 16. 24.  
 Gregory, J. 16.  
 Gregory, Ol. 23.  
 Greiner, M. 179.  
 Grelle, F. 110.  
 Gren, F. A. C. 30.  
 Gretschel, H. 173. 213  
 Greve, P. P. 183.  
 Grévy, A. 138. 151. 158.  
 Grieb, G. 144.  
 Gries, J. 58. 125.  
 Griffith, J. 147.  
 Gronau, W. 119.  
 Groß, E. J. 221.  
 Groß, H. 154.  
 Große, U. 68.  
 Grosse, W. 82.  
 Großmann, W. 88.  
 Groth, P. 159.  
 Grube, A. W. 60.  
 Grube, F. 131.  
 Gruebler, M. 221 (p.). 223.  
 Gruenberger, E. 180.  
 Grueson, J. P. 58. 81. 95 (p.). 97. 116. 144. 226.  
 Gruhl, E. 165 (p.).  
 Grunert, J. A. 24 (p.). 43. 118. 149. 150. 165. 168. 196. 213.  
 Gua de Malves, J. P. de 59. 164. 184 (p.).  
 Guarducci, A. 145.  
 Guccia, G. B. 27. 186.  
 Gudermann, Ch. 24. 118. 125. 195.  
 Guenther, S. 1. 6. 10. 54. 65. 81. 93 (p.). 119 (p.). 148. 149. 153. 167. 214. 225 (p.). 228.  
 Guetzlaff, C. 152.  
 Gugler, B. 161.  
 Gugler, E. 131.  
 Guhrauer 10.  
 Guichard, C. 112. 191. 193.  
 Guilhaumon, J. B. 152 (p.).  
 Guiot 82.  
 Guiraudet, A. P. E. 108.  
 Guisnée 164.  
 Guldberg, A. S. 31.  
 Guldin, P. 84.  
 Gundelfinger, S. 62. 75. 165. 178. 187. 195. 226.  
 Gunter, Edm. 75.  
 Gurief, S. 164.  
 Gutenaecker, J. 142.  
 Gutsche, O. 208.  
 Gutzmer, A. 28. 111. 227.  
 Gyldén, H. 124.  
 Hachette, J. N. P. 24. 194.  
 Hadamard, J. 113. 138. 158. 192.  
 Häfele, E. 180.  
 Haentzschel, E. 214.  
 Hagen, G. H. L. 87.  
 Hagen, J. G. 46.  
 Hahn, E. M. 150.  
 Hahn, H. 108.  
 Hain, E. 179.  
 Hall, F. 144.  
 Hall, H. S. 139.  
 Hallerstein, Haller v., F. 46. 138.  
 Halley, E. 13. 59. 142 (p.). 148.  
 Halma, N. B. 149.  
 Halphen, G. H. 123. 183. 184. 185. 189 (p.). 192.  
 Halsted, G. B. 174. 205. 218.  
 Hamburger, M. 111.  
 Hamilton, W. 49. 208.  
 Hamilton, W. R. 115.  
 Hammer, E. 76. 150. 151. 213.  
 Hancock, H. 108. 110. 201.  
 Hanel, J. 128.  
 Hankel, W. G. 9. 17.  
 Hankel, H. 5. 6. 56. 115. 132. 172. 173.  
 Hansen, P. A. 29. 130. 209.  
 Hardy, J. G. 220.  
 Harkneß, J. 111. 123.  
 Harms, C. 54. 70.  
 Harms, Fr. 50.  
 Harmuth, P. 117.  
 Harnack, A. 95 (p.). 183.

- Harprecht, A. 69. 124.  
 Harriot, Th. 59.  
 Harris, J. 179.  
 Harsdörffer, Ph. 82.  
 Hart, T. E. 145. 178.  
 Harth, H. 72.  
 Harting, P. 10.  
 Hartmann-Beyer, J. 69  
 Hartner, F. 154.  
 Hartogs, F. 113.  
 Haskell, M. W. 172.  
 Hattendorff, K. 65. 90. 104.  
 165. 201.  
 Hauber, C. F. 157.  
 Hauck, G. 157. 215.  
 Hauff 97.  
 Haumann, C. G. 143.  
 Hausdorff, C. 203.  
 Hausdorff, F. 214.  
 Haufner, R. 83. 86. 158.  
 161. 227. 228.  
 Hawkes, H. E. 115.  
 Hazzidakis, N. J. 219.  
 Hearson, T. A. 224.  
 Heath, A. 210.  
 Heath, T. L. 13. 148.  
 Heawood, P. J. 156.  
 Heegaard, P. 228.  
 Heffer, L. 104. 156. 177.  
 Heger, J. 81.  
 Heger, R. 45. 161. 165.  
 168. 184. 195. 229.  
 Heiberger, J. L. 12. 13(p.).  
 14(p.). 134. 136. 148. 149.  
 156.  
 Heilbronner, J. Ch. 2.  
 Heilermann, H. 98.  
 Heiligendoerffer, G. 143.  
 Heine, E. 24. 93. 130(p.).  
 131(p.).  
 Heinemann, H. 69.  
 Heinze, K. 158.  
 Heis, E. 62(p.). 72(p.).  
 Heller, J. F. 161. 163.  
 Hellwig, C. 119.  
 Helm, G. 52.  
 Helmert, F. R. 33. 89(p.).  
 227.  
 Helmholtz, H. 11. 17. 18(p.).  
 19. 51. 52.  
 Helmling, P. 106.  
 Hemming, G. W. 82.  
 Henisch, G. 71.  
 Henke, R. 45. 89. 96.  
 Henneberg, L. 201.  
 Henneberger, M. 120.  
 Henoch, M. 29. 128.  
 Henrici, J. 137. 157.  
 Henry, Ch. 16. 123.  
 Hensel, K. 19(p.). 24. 58.  
 77. 112. 113(p.). 209.  
 Herbart, J. F. 48(p.). 49(p.).  
 Hérigone, P. 42.  
 Hermann, A. 49. 210.  
 Hermann, J. 33.  
 Hermes, J. 81. 179.  
 Hermes, Osw. 159. 194(p.).  
 195. 207. 208.  
 Hermite, Ch. 8. 17. 19(p.).  
 24. 58. 61(p.). 83. 95.  
 101. 106. 118. 123. 125.  
 128. 129. 226.  
 Hero von Alexandrien 12.  
 153. 225.  
 Herpin, E. 102.  
 Herschel, Sir J. Fr. W. 11.  
 Herting, G. 198.  
 Hertter, C. F. 139.  
 Hertz, H. 17. 19(p.).  
 Herzog, A. 201.  
 Heß, E. 156(p.). 159(p.).  
 178.  
 Hesse, O. 11. 24. 65. 66(p.).  
 71. 108. 165. 181. 182.  
 183. 187. 194. 195.  
 Hessel, J. P. C. 85. 156. 157.  
 Hessenberg, G. 191. 196.  
 Hettner, G. 18. 20. 128.  
 Heun, K. 163. 222.  
 Heyden, E. H. v. d. 119.  
 Heymann, W. 121.  
 Hicks, W. M. 200.  
 Hierholzer, C. 205.  
 Hilbert, D. 25. 77. 78.  
 114(p.). 118. 133. 217.  
 Hill, C. J. 132.  
 Hiller, Edm. 14.  
 Hildebeitel, A. M. 190.  
 Hilton, H. 156.  
 Hime, U. W. L. 115.  
 Hindenburg, K. Fr. 23(p.).  
 85(p.).  
 Hipparch 160. 225.  
 Hippauf, H. 142.  
 Hippokrates, 225.  
 Hirsch, Meyer 61. 62. 72.  
 100. 139. 166.  
 Hirst, Th. A. 205. 215.  
 Hochheim, Ad. 166. 228.  
 Hochheim, Fr. 228(p.).  
 Höfer, F. 4. 8.  
 Hoelder, O. 52. 133.  
 Hoene-Wronski, J. siehe  
 Wronski.  
 Hoffmann, A. 140.  
 Hoffmann, J. C. V. 26. 152  
 Hoffmann, J. J. v. 26. 146.  
 Hoffmann, L. 43.  
 Hofmann, Fr. 180.  
 Hohenburg, U. v. 15.  
 Holden, E. S. 11.  
 Holgate, Th. F. 139. 173.  
 Holtze, A. 70.  
 Holzmüller, G. 47. 125.  
 137. 139. 157. 158. 213.  
 215.  
 Horn, J. van 55.  
 Hoppe, R. 24(p.). 31. 97.  
 98. 177. 185. 187. 189.  
 193. 209. 216. 217. 219(p.).  
 Horn, J. 65. 104. 121.  
 Horner, J. K. 69.  
 Horsley, S. 16. 143.  
 Hospital, G. Fr. de l'. 33.  
 64. 94(p.). 164. 175.  
 Hoüel, G. J. 17. 25. 29. 31.  
 65. 75(p.). 104. 106. 110.  
 114. 115. 132. 133(p.).  
 218.  
 Housel, C. P. 142.  
 Houtain, L. 54.  
 Houzeau de la Haye, J.  
 Ch. 42.  
 Hocevar, Fr. Z. 138(p.).  
 Houtman, D. H. 136.  
 Hrabák, J. 75.  
 Huber, D. 10.  
 Hudde, J. 59.  
 Hudler, S. 184.  
 Hudson, R. B. H. T. 199.  
 Huebner, L. 119. 174.  
 Huebsch, J. G. G. 68.  
 Huelsen, B. 46. 138.  
 Huelße, J. A. 73. 74(p.).  
 Hugel, T. 82. 158.  
 Hultsch, Fr. 14(p.). 142.  
 157.  
 Humbert, E. 71.  
 Humbert, G. 127. 186. 192.  
 200.  
 Hunger, K. G. 68.  
 Hunt, R. 32.  
 Hurwitz, A. 110. 118. 126.  
 Husserl, E. G. 50.  
 Hutschinson, J. J. 124.  
 Hutt, E. 61. 144. 169.  
 Hutton, Ch. 34. 43. 74. 85.  
 Huygens, Ch. 3(p.). 14.  
 15(p.). 33. 85. 86. 141.  
 142. 155. 229.  
 Huzler, C. L. B. 90. 110.



- Hyde, E. W. 171 (2).  
Hyginus 154.
- Ibruegger, C. 158.  
Ideler, Ch. L. 136.  
Ideler, V. 150.  
Igurvide, J. F. 180.  
Imschenetzki, V. G. 25.  
104. 106.  
Irener, B. 208.  
Isely, L. 6.  
Isenkrahe, C. 116.  
Issaly 210. 211.  
Itzigsohn, C. 90. 110.
- Jablonski, E. 85.  
Jacobi, A. 149.  
Jacobi, C. G. J. 17. 19 (p.).  
24. 31. 34. 61. 63. 65.  
66. 79. 93. 100. 102. 105.  
107. 108. 120. 122 (p.).  
124. 127. 130. 131. 136.  
161. 170. 181. 194. 212.  
226.  
Jacobi, E. 69.  
Jacobi, K. F. A. 147.  
Jacobi, M. H. 19.  
Jacquier, Fr. 94.  
Jaenicke 55.  
Jaesche, G. B. 49.  
Jahn, G. A. 29. 43.  
Jahnke, E. 24. 171. 178.  
Jamblichus 226.  
Jecklin, L. 91. 120.  
Jellett, J. H. 108.  
\* Jettmar, H. v. 168.  
Jevons, W. Stanley 50. 73.  
Joachimsthal, F. 188. 190.  
196.  
Jöcher, Ch. G. 8.  
Johnson, W. 103. 151.  
Johnston, W. J. 166.  
Jolly, P. G. 117.  
Joly, C. J. 115. 211 (p.).  
Joncourt 57.  
Jones, D. E. 19.  
Jonquières, E. de 172. 182.  
184. 185. 203. 204 (p.).  
Jordan, Camille 24. 61.  
67. 95. 128. 216. 218.  
Jordan, L. 226.  
Jordan, W. 33. 75. 153.  
228.  
Joubert, C. J. 61. 125.  
Jouffret, G. 217. 220.  
Juedt, K. 158.  
Juel, C. 184.
- Juga, R. 201.  
Jung, G. 25.
- Kaestner, A. G. 2. 12. 23.  
33. 44. 73 (p.). 154 (p.).  
175.  
Kahl, E. 25.  
Kahle, L. Mt. 70.  
Kaiser, L. 218.  
Kallius, A. 75.  
Kambly, L. 47.  
Kane, B. 30.  
Kanner, M. 88.  
Kant, I. 48 (p.). 49 (p.). 221.  
Kanthack, R. 210.  
Kantor, S. 178 (p.). 215.  
Kapteyn, W. 29. 217.  
Karagiannides, A. 133.  
Karsten, W. J. G. 31. 44.  
175.  
Karup, W. 88.  
Kauffmann, E. F. 161. 165.  
Kaulich, E. 73.  
Kehr 55.  
Keill 16.  
Kelland, Ph. 115.  
Kellogg, O. D. 114.  
Kemp, B. 155.  
Kepler, J. 14. 15. 159. 228.  
229.  
Kerscheneiner, G. 67.  
Kießler, O. 223.  
Keyser, C. J. 220.  
Kiehl, H. 147.  
Kiepert, L. 61. 95. 124.  
126. 201.  
Kiessling, J. 53.  
Killing, W. 133. 134. 168.  
188. 216. 217.  
Killmann, P. 151.  
Kircher, A. 81.  
Kirchhoff, G. 17. 19 (p.).  
Kirchmann, J. H. v. 49 (p.).  
Kirchner, F. W. 178.  
Kitt, M. 73.  
Kjerulf, Th. 31.  
Kleiber, H. 124.  
Klein, F. 19. 25. 45. 54.  
55. 61 (p.). 64. 67. 84.  
112 (p.). 121. 126. 127.  
134 (p.). 144. 153. 167.  
172. 173. 176. 177. 186.  
206. 210 (p.). 222.  
Klein, H. 52.  
Kleinpaul, F. 70.  
Kleinpeter, H. 52.  
Kleyer, A. 178.
- Klimpert, R. 134.  
Kloeres, C. 193.  
Kluegel, G. S. 23. 43. 149.  
150. 160. 228.  
Kluge, R. 228.  
Kluyver, J. C. 26. 29.  
Knabe, K. A. F. 55.  
Knappich, J. M. 70.  
Kneser, A. 108 (p.). 109.  
189.  
Knibbs, G. H. 219.  
Knieß, E. 70.  
Knilling 55.  
Knirr, J. 146.  
Knitterscheid, A. 181.  
Knoblauch, J. 20. 188. 199.  
Knops, K. 137.  
Kober, J. 55.  
Kober, G. 174.  
Kochanski, A. 141.  
Koehler, C. 177.  
Koehler, H. G. 75.  
Koehler, J. 167.  
Koenig, A. 18. 19 (p.).  
Koenig, J. 31. 59. 106.  
126.  
Koenigs, G. 116. 192. 206.  
222.  
Koenigsberger, L. 11. 12.  
100. 103. 105. 110. 113.  
122. 123. 125. 127. 128.  
129.  
Koeßler, P. 180.  
Koetter, E. 99. 173. 184.  
186.  
Koetteritzsch, E. 169.  
Koll, O. 89.  
Kommerell, K. 220.  
Kommerell, V. 157. 188 (p.).  
225.  
Konen, H. 78.  
Koppe, C. 137. 163.  
Korkine, A. 83.  
Korneck, G. 53.  
Korteweg, D. J. 26. 29.  
Kortum, H. 183.  
Kosack, R. 135.  
Kobak, E. 71. 129.  
Kowalewski, G. 103. 176.  
220. 227.  
Kowalewski, Sophie v.  
105.  
Kraehe, 55.  
Kraft, F. 170.  
Kramp, Ch. 117.  
Kraß, M. 137. 151.  
Kraus, K. 55. 135.

- Krause, M. 120. 123. 126. 129.  
 Krazer, A. 127. 128 (p.).  
 Kretschmer, E. 53.  
 Kreuschmer, A. 196.  
 Krey, H. 205.  
 Krigar-Menzel, O. 18. 19 (p.).  
 Krimmel, O. 149. 178.  
 Kroenig, A. K. 31.  
 Kroll, W. 225.  
 Kroman, K. 52.  
 Kronauer, J. H. 139.  
 Kronecker, L. 17. 18 (p.). 19 (p.). 24. 58. 60 (p.). 61. 63. 77. 78 (p.). 83 (p.). 100. 126. 227.  
 Krueger, A. 115.  
 Kruesi 68.  
 Kruse, F. 137.  
 Kuehne, H. 217.  
 Kuenzer, E. 152.  
 Kuepper, C. 173. 186.  
 Kuglmayr, L. 184.  
 Kulik, J. P. 80.  
 Kullrich, E. 70.  
 Kummel, C. H. 126.  
 Kummer, E. E. 11. 12. 24. 77. 79. 91. 107. 120. 199. 206. 208.  
 Kunze, C. L. A. 136.  
 Kuelp, E. J. 165.  
 Kugelmayr, J. 162.  
 Kutnewsky, M. 72.  
 Kutny, E. 181.  
 Kutta, W. M. 144.  
 Kwietniewski, St. 220.
116. 143. 152. 175. 194. 200. 212 (p.).  
 Laguerre, E. 17. 19. 121.  
 La Hire, Ph. de 148. 164. 172.  
 Laisant, C. A. 25. 26 (p.). 115. 116 (p.). 119. 140. 147. 166.  
 La Lande, J. J. le Fr. de 2. 12. 29. 30. 33. 43.  
 Lalanne, L. L. Ch. 17.  
 Lambert, J. H. 12. 23. 33. 49. 75. 79. 118 (p.). 141. 153. 159. 160 (p.). 166. 212 (p.).  
 Lamé, G. 23. 32. 49. 123. 131. 135. 140. 168. 176. 202.  
 Lamétherie, J. C. de la 30.  
 Lampe, E. 24. 28. 29. 62 (p.). 198. 199.  
 Lancaster, A. 42.  
 Lancret, A. 188. 202.  
 Landen, J. 97. 125. 175.  
 Landsberg, G. 78. 112.  
 Landsberg, O. 217.  
 Langberg, C. 31.  
 Lange, F. A. 49. 50.  
 Lange, J. J. 146. 147. 174.  
 Lange, L. 52.  
 Langguth, H. 47.  
 Langkavel, B. 14  
 Lanner, A. 170.  
 Lansberg, Ph. 150.  
 La Place, P. S. de 3. 4. 16. 17 (p.). 23. 27. 29. 30. 32. 57. 86. 87 (p.). 103. 130 (p.).  
 Laska, W. 46. 91.  
 Lasswitz, K. 11. 52.  
 Lathan, H. 180.  
 Latoon, F. 82.  
 Laue, M. 19.  
 Laugel, L. 20. 79. 133.  
 Laurent, H. 58 (p.). 87. 88 (p.). 95. 103. 123. 166.  
 Lauricella, G. 121.  
 Laurin, P. G. 214.  
 Laussedat, A. 163 (p.).  
 Lavernède, Th. 24.  
 Lawson, J. 143.  
 Lazzerio, G. 26. 138. 214.  
 Leauté, H. 125. 223.  
 Le Besgue, V. A. 12. 31. 77.  
 Lebon, E. 138. 162.  
 Lecointe, J. L. 151.
- Lefébure de Fourcy, L. É. 58.  
 Lefèvre, J. 15. 86.  
 Lefort, F. 10. 16.  
 Lefrançais, F. L. 165.  
 Legendre, A. M. 12. 19. 23. 76. 78. 88. 99. 100 (p.). 107. 122. 130 (p.). 132. 136. 141. 152 (p.).  
 Legoux, A. 204.  
 Lehmann, E. 149.  
 Leibniz, G. W. v. 14. 15 (p.). 16 (p.). 33. 35. 48. 55. 64. 72. 80. 84. 85 (p.). 93. 94. 97. 99. 107 (p.). 109. 116. 121. 142. 155. 175.  
 Leitzmann, H. 65.  
 Lemaire, G. 140.  
 Lemm, J. W. 189.  
 Lemoine, E. 26. 141 (p.).  
 Lemoine, M. J. 44.  
 Lemonnier, R. 63.  
 Lempe, J. T. 153.  
 Lenard, Ph. 19 (p.).  
 Lenthéric, J. 174.  
 Leo XII. 36.  
 Leonardo da Vinci 160.  
 Leonardo Pisano 68.  
 Leonelli, Z. 75.  
 Le Paige, C. 197.  
 Lerch, M. 181.  
 Le Roux, J. 87.  
 Leroy, C. F. A. 161. 163. 165.  
 Lesaye 16.  
 Le Seur, Th. 94.  
 Leske, N. Gf. 23.  
 Leudesdorff 173.  
 Levi-Civita, T. 98. 122.  
 Lévy, L. 121. 123. 176. 193.  
 Lévy, M. 169.  
 Lexell, A. J. 143. 152. 153. 170. 194.  
 Leybourn, Th. 23 (p.).  
 Leyen, F. v. d. 19.  
 Lhuilier, Sim. 9. 24. 95. 99. 147. 153. 157. 165.  
 Libri-Caruzzi, G. 5. 24.  
 Lie, S. 12. 17. 64 (p.). 105 (p.). 186. 201 (p.). 206. 210. 215 (p.). 217. 218.  
 Lieber, H. 137. 140. 152. 158.  
 Liebisch, Th. 156.

- Lieblein, J. 91.  
 Liebmann, H. 91. 133 (p.). 191.  
 Ligowski, W. 46.  
 Liguine, V. 182. 223.  
 Liliencron, R. v. 8.  
 Lilienthal, R. v. 186. 192. 193. 200. 209.  
 Limbourg, H. 101.  
 Linde, A. v. d. 82.  
 Lindeberg, K. M. 104.  
 Lindelöf, E. 113.  
 Lindelöf, L. 99. 108.  
 Lindemann, F. 33. 50. 118. 177. 187.  
 Lindemann, L. 50.  
 Lindener, J. W. S. 8.  
 Lindman, C. F. 25. 101 (p.).  
 Lindquist, J. H. 194. 196.  
 Liouville, J. 23. 24. 95. 100. 176.  
 Lippert, J. 8.  
 Lipps, G. F. 50.  
 Lipschitz, R. 109. 110. 218. 229.  
 Listing, J. B. 155 (p.).  
 Littrow, J. J. v. 3. 165.  
 Lobatschewskij, N. J. 133 (p.). 141.  
 Loewe, O. 158.  
 Loewy, A. 60. 226.  
 Lommel, E. 131. 229.  
 Loney, S. L. 136. 177.  
 Longschamps, G. de 140. 144. 166.  
 Longona, G. 70.  
 Lorbe, F. 154.  
 Lorentz, H. A. 96.  
 Lorenz, C. 100.  
 Lorenz, J. Fr. 13.  
 Lorenz, L. 17. 19.  
 Lorenzini, L. 148.  
 Lorgna, A. M. 26. 92. 116.  
 Loria, G. 4. 5. 7. 11. 12 (p.). 28. 54. 60. 135. 162. 175 (p.). 181 (p.). 199 (p.). 203 (p.). 225.  
 Lottner, E. 19.  
 Lotze, H. 49.  
 Lovett, E. O. 28. 216. 220.  
 Luca Pacioli, s. Pacioli.  
 Lucas, E. 77. 81. 82 (p.). 168. 185.  
 Lucas de Pesloüan, C. 10.  
 Luchterhandt, R. 199.  
 Lucke, C. 158.  
 Luebsen, H. W. 151.  
 Luedeke, O. 195.  
 Luehmann, F. v. 137. 140. 143. 152 (p.).  
 Lueroth, J. 73. 111. 129. 179. 186. 207.  
 Lugli, A. 26.  
 Lukat, M. 176.  
 Luke, A. 140. 152.  
 Luke, F. 140.  
 Lundt, G. F. 30.  
 Lyon, J. 189.  
 Mac Clelland, W. J. 179.  
 Mac Coll, Hugh 56.  
 Mac Cord, C. W. 221.  
 Macdonald, W. J. 172. 174.  
 Macé de Lépinay, A. 138.  
 Macfarlane, A. 12. 98. 115. 171.  
 Mach, E. 31. 52.  
 Mackay, J. S. 147 (p.). 149.  
 Maclaurin, C. 58. 93. 94. 97. 149. 182. 184 (p.).  
 Mac Mahon, J. 119.  
 Mac Mahon, P. A. 82.  
 Maegelin, M. 117.  
 Maffei, Sc. 33.  
 Magnus, L. 166. 214.  
 Mahler, J. F. 154.  
 Maillard, S. N. 205.  
 Maillet, E. 82.  
 Mairan, J. J. d'Ortois de 8.  
 Maleyx, L. 180.  
 Mallet, M. 154.  
 Malfatti, G. 26. 61. 144.  
 Manaira, A. 214.  
 Mandart, H. 177.  
 Manfredi, G. 33.  
 Mangoldt, H. v. 62. 175. 192. 227.  
 Manitiuss, C. 225.  
 Mannheim, A. 23. 161. 172. 190. 198. 210. 221 (p.). 222. 223.  
 Mansion, P. 6. 11. 26. 31. 65 (p.). 74. 94. 102. 104 (p.). 119. 125. 134. 159.  
 Marchand 58.  
 Marescot 32.  
 Mariage, A. 80.  
 Marie, Max. 3. 110. 114. 158. 186.  
 Marignac 30.  
 Marinus 13.  
 Markoff, A. 97.  
 Marletta, G. 220.  
 Marloh, E. 98.  
 Marotte, F. 104.  
 Martelet, E. 161.  
 Martin, P. 70.  
 Martin, Th. H. 10.  
 Martini, R. B. 175.  
 Martins, v. 11.  
 Martone, A. 122.  
 Martus, H. C. E. 98. 228.  
 Mascart, J. 5. 31.  
 Mascheroni, L. 144 (p.).  
 Maser, H. 76. 77. 90. 103. 104 (p.). 110.  
 Masères, Fr. 74. 84. 226.  
 Masi, F. 224.  
 Maskelyne, N. 29.  
 Mason, Ch. M. 106.  
 Massau, J. 102.  
 Massip 82.  
 Mathews, G. B. 65. 77. 181. 181.  
 Mathy, E. 125.  
 Mattenci, C. 31.  
 Mattheißen, L. 57. 62. 72. 209.  
 Mattson, R. 113.  
 Matzka, W. 79.  
 Mauderli, S. 227.  
 Mauduit, A. R. 150.  
 Maupertuis, P. L. M. de 175.  
 Maurer, A. 98.  
 Maurer, L. 123. 227.  
 Mauritius, R. 51.  
 Maurolycus, Fr. 71.  
 Maxwell, J. Cl. 24.  
 Mayer, A. 174.  
 Mayer, Ad. 25. 84. 87. 99. 105. 109 (p.).  
 Mayer, Joh. Tob. 153. 154. 157. 212.  
 Mayr, A. 53. 106.  
 Mazarin 35.  
 Mehler, F. G. 46. 130. 131. 137. 203.  
 Mehling, A. 192.  
 Mehmke, R. 25. 73. 76.  
 Meissel, J. 210.  
 Meissel, E. 79. 124. 131.  
 Meister, A. L. Fr. 147. 153. 157.  
 Meizen, A. 88.  
 Melanchthon, Ph. 71.  
 Mellin, H. J. 121.  
 Mencke, J. B. 33.  
 Mencke, O. 33.  
 Mendthal, H. 154.  
 Menge, R. 12. 13.

- Menger, J. 138.  
 Méray, Ch. 118. 195.  
 Mercator, N. 74. 89.  
 Merian, P. 10.  
 Merkel, Fr. 20.  
 Merriman, M. 89 (p.).  
 Mersenne, M. 76.  
 Mertens, Fr. 25. 118. 144.  
 Mesmer, A. 159.  
 Meth, B. 198.  
 Meusel, J. G. 8 (p).  
 Meusnier, M. Ch. 33. 190. 200.  
 Meydebauer, A. 163.  
 Meyer, A. 153.  
 Meyer, Ernst 183.  
 Meyer, Friedr. 54.  
 Meyer, G. F. 101.  
 Meyer, J. T. 129.  
 Meyer, K. T. 195.  
 Meyer, O. 139.  
 Meyer, O. E. 20.  
 Meyer, Raphael 5.  
 Meyer, Fr. 24. 45. 66. 96.  
 Meyer, W. J. 178.  
 Michaelis, C. 51.  
 Michalitschke, A. 184.  
 Michaud, J. 8.  
 Michel, Fr. 167.  
 Michelsen, J. A. Ch. 59. 90. 95. 110. 164. 227.  
 Milewski, L. 129.  
 Milinowski, A. 174. 183. 189.  
 Miller, G. A. 64.  
 Miller, W. J. 26.  
 Millet 9.  
 Minding, F. 24. 77. 100. 109. 202.  
 Minkowski, H. 78 (p.). 84. 227.  
 Miller-Hauenfels, A. v. 128.  
 Mirianow, D. 98.  
 Mittag-Leffler, M. G. 25. 113. 225.  
 Młodziejowski, B. K. 217.  
 Močnik, F. v. 139 (p.).  
 Moebius, A. F. 17. 19. 93. 121. 155. 159. 167. 170. 182. 190. 207. 208. 209 (p.). 215.  
 Moellmann, B. 148.  
 Mohammed ben Musa 57.  
 Moigno, Fr. N. M. 33. 95. 108.  
 Moivre, A. de 57. 86 (p.) 99.  
 Molenbroek, P. 115.  
 Molien, Th. 115.  
 Molins, H. 208.  
 Molk, J. 46. 90. 123.  
 Mollweide, K. Br. 43. 82.  
 Monge, G. 9. 12. 23. 103. 159. 160 (p.). 171. 176. 190. 194. 202. 206. 207.  
 Montag, C. 181.  
 Montesano, D. 211.  
 Montferrier, A. A. V. S. de 43.  
 Montfort, Br. de 33.  
 Montucla, J. Ét. 2 (p.). 141.  
 Moore, C. L. E. 211.  
 Moore, E. H. 28.  
 Morehead, J. C. 190.  
 Moreno, H. C. 219.  
 Morf 62.  
 Morgan, A. B. 140.  
 Morgan, A. de 24. 54. 56. 71.  
 Moritz, R. E. 98.  
 Morley, Fr. 25. 28, 111.  
 Moroff, A. 146.  
 Morstein, A. v. 128.  
 Moschopoulos 81.  
 Moser, L. 31.  
 Mosnat, E. 167.  
 Mossotti, O. F. 119.  
 Moutard 172.  
 Moutier 32.  
 Mouzin, Ph. 75.  
 Mozzoni, A. 2.  
 Muck, A. 152. 158.  
 Mügge, O. 156.  
 Müller, A. 8.  
 Müller, Ad. 9. 10.  
 Müller, C. 14. 176.  
 Müller, C. H. 45. 162.  
 Müller, E. 56. 206.  
 Müller, E. R. 140.  
 Müller, Eugen 170.  
 Müller, Felix 6. 12. 22. 28. 54. 110. 123. 124. 125. 175. 225.  
 Müller, Ferd. Aug. 51.  
 Müller, G. 139. 162.  
 Müller, Heinrich 47. 69. 72. 138. 139.  
 Müller, Hubert 137 (p.). 157. 165.  
 Müller, J. O. 201.  
 Müller, Joh. 165.  
 Müller, J. H. Fr. 71.  
 Müller, J. W. 41. 146.  
 Müller, Mt. 159.  
 Müller-Bertosa, J. A. 76.  
 Müsebeck, C. 137. 152.  
 Mueth, G. 196.  
 Mühl, K. v. der 20. 25. 212.  
 Mulsov, G. 144.  
 Munger, F. 222.  
 Munn, D. 178.  
 Murhard, Fr. W. A. 41.  
 Muir, Th. 64 (p.). 67 (p.).  
 Murphy, R. 116.  
 Mydorge, Cl. 148.  
 Mylius 57.  
 Naetsch, E. 96.  
 Nagel, C. H. 70. 158.  
 Namur, A. 74.  
 Napier (Neper), J. 74. 75.  
 Napier, M. 10.  
 Nasimow, P. 125.  
 Natani, L. 43. 103. 108. 123. 168. 188.  
 Nau, F. 152.  
 Naumann, M. 27.  
 Navier, L. 32. 95.  
 Nazari, Z. 33.  
 Nédélec, G. 171.  
 Neesen, F. 31.  
 Nehls, C. 102. 223.  
 Nelli, G. C. L. de 9.  
 Neovius, E. 201.  
 Nernst, W. 96.  
 Nesselmann, G. H. F. 5. 57.  
 Netto, E. 19. 58 (p.). 60. 64 (p.). 65. 81. 85 (p.). 96. 100. 112. 225.  
 Neuberg, J. 26. 147. 168. 223.  
 Neugebauer, E. 100.  
 Neumann, C. 19. 20. 25. 52. 111. 130 (p.). 131. 169. 209.  
 Neumann, C. E. O. 46.  
 Neumann, Fr. 17. 19 (p.). 31. 32. 130 (p.).  
 Neumann, F. W. 153.  
 Neumann, Luise 11.  
 Newcomb, S. 25.  
 Newton, Isaac 3 (p.). 14. 16 (p.). 52. 59. 89. 90 (p.). 92. 93 (p.). 97. 102. 107. 182. 229.  
 Nicole, Fr. 50.  
 Niedermüller, H. 71.  
 Nielsen, N. 101. 131.  
 Niemtschik, R. 209.

- Niewenglowski, B. A.  
 139 (p.). 166. 177. 188.  
 Nikomachos 54.  
 Nikomedes 119.  
 Nipsus 154.  
 Niven, C. 198.  
 Nix, L. 225.  
 Nixon, R. C. 151. 158.  
 Nizze, E. 13. 157.  
 Noelke, F. 128  
 Noether, M. 11 (p.). 20.  
 25. 109. 185. 186. 189.  
 204. 213. 215.  
 Nonius, C. 196.  
 Noske, R. 125. 196.  
**O**  
 Obenrauch, F. J. 100. 160.  
 173.  
 Ocagne, M. d' 76 (p.). 92.  
 169.  
 Odermann, C. G. 73.  
 Odstrcil, J. 115.  
 Oekinghaus, E. 184.  
 Oettingen, A. J. v. 8 (p.).  
 21. 117. 144. 172. 229.  
 Oettinger, L. 73. 85 (p.).  
 Ohm, G. S. 135.  
 Ohm, M. 44. 71. 117. 165.  
 Ohnesorge, A. 130.  
 Ohrtmann, C. 28.  
 Olbers, H. W. M. 17. 18 (p.).  
 23.  
 Oldenburg, H. 16.  
 Olivier, A. 61.  
 Olivier, L. 34.  
 Olivier, Th. 161. 206.  
 Oltramare, G. 116.  
 Ons-en-Bray, L. L. P. 81.  
 Opitz, H. R. G. 210.  
 Oppel, F. v. 150. 154.  
 Oppolzer, Th. v. 122.  
 Oresme, N. 167.  
 Ortega y Sala, 139.  
 Osgood, W. F. 111. 227.  
 Ostwald, W. 21.  
 Ott, K. v. 76.  
 Oughtred, W. 150.  
 Ovidio, E. d' 138. 166.  
 173. 180. 195. 211. 218.  
 Ozanam, J. 43. 82.  
**P**  
 Paccassi, J. v. 194.  
 Pacchiani, C. 168.  
 Paci, P. 201.  
 Paciolo, L. 57. 68. 145.  
 Padé, H. 113. 124. 172.  
 Padeletti, D. 115.  
 Paepcke, H. 194.  
 Page, J. M. 104.  
 Painlevé, P. 104 (p.). 113.  
 Painvin, L. 187. 189. 192.  
 194. 195. 203 (p.). 210.  
 Pampuch, H. 144.  
 Pánek, A. 27.  
 Panzerbieter, W. 142.  
 Paoli, P. 26.  
 Paolis, R. de 211. 215.  
 Pape, C. 20.  
 Papelier, G. 168.  
 Papin, D. 9.  
 Papperitz, E. 54. 120. 160.  
 161. 228.  
 Pappus, 12. 14 (p.). 142 (p.).  
 Paraf, A. 113.  
 Parchappe 9.  
 Parent, A. 175.  
 Parthe, J. 135.  
 Pascal, Blaise 14. 15. 76.  
 84. 86. 87. 93. 149. 171.  
 172. 180 (p.).  
 Pascal, Ernesto 45. 65.  
 92. 96. 97. 108. 123. 138.  
 Pasch, M. 112. 125. 174.  
 181. 210 (p.).  
 Pasquale, V. de 195.  
 Pasquich, J. 118.  
 Pasquier, L. G. du 80.  
 Pasteur, L. 9. 25.  
 Paucker, G. v. 141. 142.  
 145. 148. 167. 178.  
 Paul, V. 40.  
 Paulus, Chr. 172.  
 Peacock, G. 56.  
 Peano, G. 46. 170. 176.  
 Pearson, K. 34.  
 Peirce, Ch. S. 56.  
 Pelletan, A. 154.  
 Pendlebury, M. 25.  
 Penther, J. F. 154.  
 Pépin, T. 78. 123.  
 Pereira, E. 73.  
 Pernet, J. 20.  
 Perott, J. 79.  
 Perozzi, A. 147.  
 Pertz, H. 15.  
 Pescheck, Ch. 68.  
 Peschka, G. A. 161. 162.  
 207.  
 Perci, G. 151.  
 Pestalozzi, J. H. 68.  
 Petersen, A. C. 29.  
 Petersen, J. 58. 115. 140.  
 157. 221.  
 Petersen, K. 176.  
 Petersen, L. J. 111.  
 Peterson, K. 187. 196.  
 Petit-Bois, G. 100. 227.  
 Petot, A. 195.  
 Petzval, J. 103.  
 Puerbach, G. v. 68. 69.  
 Peyrard, Fr. 13 (p.).  
 Pexider, J. V. 110.  
 Peyraut 10.  
 Pezenas, E. 94. 159.  
 Pezzo, P. del 218.  
 Pfaff, J. Fr. 23. 105.  
 Pfaundler, L. 82.  
 Pfeifer, F. X. 145.  
 Pfeiderer, Ch. Fr. 136.  
 150. 157.  
 Philipps, R. 30. 32.  
 Piani, D. 145.  
 Picard, Ch. E. 11. 18. 19 (p.).  
 29. 64. 113 (p.). 211.  
 Picard, J. 29.  
 Pick, G. 126.  
 Picquet, H. 124. 180. 183.  
 Pictet, F. J. 30.  
 Pieper, Q. 55.  
 Pieri, M. 172. 206.  
 Pierpont, J. 61.  
 Pietsch, C. 159.  
 Pietzker, H. 26.  
 Pietzker, Fr. 62 (p.). 69.  
 72 (p.).  
 Pincherle, S. 98. 110. 111.  
 116 (p.). 121. 138.  
 Piria, R. 31.  
 Pirondini, G. 208. 215. 220.  
 Pistelli, H. 226.  
 Pitiscus, B. 150.  
 Pitot, H. 188.  
 Pittarelli, G. 183.  
 Plagge, C. 183.  
 Plana, J. 12. 26.  
 Planck, M. 19 (p.). 52.  
 Plarr, G. 115.  
 Plašil, J. 49. 226.  
 Plateau, J. 24.  
 Plato 48.  
 Plehn, F. 229.  
 Plücker, J. 17. 20. 24.  
 167. 184. 185. 190. 196.  
 206 (p.). 207. 214.  
 Pochhammer, L. 198.  
 Pockels, Fr. 20. 107.  
 Poggendorff, J. Ch. 8. 30.  
 Pohke, K. 161.  
 Poincaré, H. 11. 19. 50 (p.).  
 64. 87. 106 (p.). 112. 128.  
 134. 155.

- Poincot, L. 9. 60. 157.  
 158.  
 Poisson, D. 9. 23. 24. 102.  
 108. 131. 190. 200.  
 Pokrowsky, P. M. 129.  
 Pollera, D. 45.  
 Poncelet, J. V. 24 (p.). 32.  
 171. 172. 214.  
 Pond, J. 29.  
 Poppe, M. v. 149.  
 Porro, J. 154.  
 Poske, F. 31.  
 Potiers, A. 31.  
 Pott, A. F. 80.  
 Poudra, G. 159. 160. 162.  
 172.  
 Poulin, A. 147 (p.).  
 Powell, A. 70.  
 Prantl, C. 14.  
 Pratt, J. H. 131.  
 Predari, F. 9.  
 Predella, P. 218.  
 Preßland, A. J. 162.  
 Preßler, O. 72 (p.). 162.  
 Prevost, P. 30.  
 Price, B. A. 1.  
 Price, C. J. C. 168.  
 Price, Ed. R. 86.  
 Pringsheim, A. 86. 90. 93.  
 98. 110. 113. 118. 128.  
 Prix, E. 161.  
 Proctor, R. 184.  
 Proklus 226.  
 Prony, G. C. Fr. M. de  
 32 (p.).  
 Proß, E. 154.  
 Prouhet, E. 25. 58. 95. 136.  
 Prowe, L. 9.  
 Prümm, E. 97.  
 Pryde, J. 74.  
 Prym, F. 127 (p.). 128.  
 Psellus, M. 42.  
 Ptolemaeus, Claudius 12.  
 14 (p.). 54. 149. 160.  
 Puchta, A. 61. 219 (p.).  
 Püschel, C. 167.  
 Puiseux, P. 222.  
 Puiseux, V. 17. 111.  
 Puissant, L. 153. 154. 212.  
 Puliti, G. 4.  
 Pyrkosch, R. 181.  
 Quapp, A. 152.  
 Quéraud, J. M. 8.  
 Quesneville 34 (p.).  
 Qutelet, L. A. J. 6 (p.). 24.  
 Quidde, A. 196.  
 Quiquet, A. 87.  
 Quitzow, W. A. 69.  
 Raabe, J. L. 24. 32. 95.  
 119 (p.). 190.  
 Rabuel, Cl. 164.  
 Radau, R. 92. 102.  
 Raffy, L. 111. 176. 188.  
 Rahn, J. H. 79.  
 Ralph, A. R. 180.  
 Ramus, P. 1. 42. 136.  
 Rankine, W. J. M. 32.  
 Ratdolt, Erh. 12.  
 Rausenberger, O. 111. 137.  
 169.  
 Rayleigh, J. W. 131.  
 Re, A. del 207.  
 Rees, K. F. de 70.  
 Regiomontanus, J. 69. 150.  
 Regnault 30.  
 Rehfeld, E. 168.  
 Rehorovski, W. 61.  
 Reichardt, W. 130. 199.  
 Reidt, Fr. 54. 152 (p.).  
 158 (p.).  
 Reiff, R. 90.  
 Reimer, J. 136.  
 Reimer, K. Th. 2. 141.  
 Reimers, J. 23.  
 Reinecke, W. 133.  
 Reiner, J. 12.  
 Reinhardt, C. 155. 159.  
 Reinherz, C. 153. 228.  
 Reinhold, Er. 154.  
 Rémond, A. 167.  
 Renfer, H. 120.  
 Renshaw, L. A. 178.  
 Resal, A. H. 23. 24. 31.  
 32. 178. 188.  
 Reuleaux, F. 46. 221.  
 Reum, A. 179.  
 Reusch, E. 209.  
 Reusch, J. 141.  
 Reuschle, C. G. 78. 145.  
 151.  
 Reuß, J. D. 41.  
 Reye, Th. 173. 174. 192.  
 195. 197. 210. 211.  
 Rheticus, G. J. 150.  
 Rhenius, M. 217.  
 Ribaucour, A. 191 (p.).  
 Riboni, G. 138.  
 Riccardi, P. 42. 136. 160.  
 Riccati, G. 26. 33  
 Riccati, J. 33 (p.). 106.  
 Riccati, V. 33. 118. 164.  
 175.  
 Ricci, G. 188.  
 Ricci, M. G. 98.  
 Richard, J. 50. 174.  
 Richartz, Fr. 19.  
 Richelieu 35.  
 Richelot, Fr. J. 124. 125.  
 129. 196. 215.  
 Riecke, E. 12. 20 (p.). 54.  
 153.  
 Riemann, B. 17. 20 (p.).  
 51. 79. 91. 104. 109 (p.).  
 111. 112. 120. 123. 127.  
 201. 216 (p.). 228.  
 Riese, Adam 68.  
 Rieß, G. H. 31.  
 Ripert, L. 179.  
 Riquier, C. E. A. 112. 180.  
 Ritter, E. 112. 121 (p.).  
 Ritter, F. 10.  
 Rive, A. de la 11.  
 Rivelli, A. 158.  
 Roberts, M. 129.  
 Roberts, R. 139. 180.  
 Robertson, J. 69.  
 Roberval, G. P. de 76. 93.  
 164.  
 Robin, G. 111.  
 Roch, G. 128.  
 Rodenberg, C. 223.  
 Rodenberg, R. 197.  
 Roeder, H. 47.  
 Roese, K. 70.  
 Roethig, O. 209.  
 Rogel, Fr. 120.  
 Rogg, J. 21. 41.  
 Roggatz, M. 119.  
 Rohn, K. 130. 161. 181.  
 198. 199. 228.  
 Rolle, M. 59.  
 Rosanes, J. 52. 125. 179.  
 180. 181.  
 Rosen, Fr. 57.  
 Rosenberger, F. 10. 54.  
 Rosenfeldt, W. 203.  
 Rosenhain, G. 127.  
 Rosenow, H. 183.  
 Rost, G. 128.  
 Rotermund, H. W. 8.  
 Rothe, H. A. 148.  
 Rothe, R. 202.  
 Rothlauf, R. 134.  
 Rotter, L. 146.  
 Rottok, H. L. 174.  
 Rouché, E. 25. 137 (p).  
 138. 176. 188.  
 Rouquet, V. 189. 192.  
 Rower, R. C. 128.

- Royer, E. 169.  
 Ruchonnet, C. 184.  
 Ruckdeschel, F. 169.  
 Rudel, K. 219.  
 Rudert, E. 171.  
 Rudio, Fr. 32. 141. 166 (p.).  
 225 (p.).  
 Rudolf, Chr. 57.  
 Rueffi, J. 158.  
 Ruffini, P. 26. 60. 61. 64 (p.).  
 Runge, C. 18. 19 (p.). 25.  
 73. 91. 226.  
 Russel, R. 133.  
 Russell, B. 50.  
 Rußelt, J. W. 174.  
 Ryder 69.
- Saalschütz, L. 91. 119.  
 Saccheri 132.  
 Sachs, J. 144.  
 Sachse, A. 91. 109.  
 Sadowski, A. 68.  
 Saerchinger, E. 69.  
 Sailer, E. 163.  
 Saint-Germain, A. de 95.  
 Saint-Venant, A. J. C. B.  
 de 188 (p.).  
 Saladini, G. 26. 164. 175.  
 Salmon, G. 58. 61. 66.  
 177. 184. 187 (p.). 197 (p.).  
 Salomon, J. 95. 108.  
 Saltel, L. 192. 205. 215.  
 Salvvert, F. de 169. 191.  
 193.  
 Sampson, R. A. 210.  
 Sannia, A. 138. 173.  
 Sarrus, P. F. 108.  
 Sars, G. O. 31.  
 Sassoli, V. 149.  
 Sauerbeck, P. 158. 184.  
 Saunderson, N. 57.  
 Saurin, J. 175.  
 Saussure, R. de 223.  
 Sauvage, L. 91.  
 Sauvage, P. 149.  
 Savérien, Al. 43.  
 Scarpis, U. 77. 83.  
 Schader, F. 69.  
 Schaeffer, W. 117.  
 Schafheitlin, P. 228.  
 Schapira, H. 77. 118.  
 Scharpf, C. W. 139.  
 Scheffer, L. 99. 218.  
 Scheffers, C. 113.  
 Scheffers, G. 64. 96. 105.  
 115. 176. 182. 197. 215.
- Scheffler, H. 49. 52. 81.  
 82. 114. 216.  
 Scheibel, J. E. 41.  
 Scheibner, W. 19. 124 (p.).  
 226.  
 Scheiner, Ch. 162.  
 Schell, A. 163.  
 Schell, W. 188. 203. 221.  
 Schellbach, K. 46. 53. 98.  
 102. 108. 123. 137. 144.  
 Schellenburg, C. 121.  
 Schendel, L. 119. 170.  
 Schenmark, N. 165.  
 Schepp, A. 45. 95. 108.  
 111. 170. 217.  
 Scherff, G. v. 115.  
 Schering, E. 66. 79. 112.  
 212.  
 Scherk, H. F. 200.  
 Schiaparelli, G. V. 29.  
 Schiel, J. 49 (p.).  
 Schilke, E. 143.  
 Schilling, C. 18.  
 Schilling, Fr. 76. 163. 177.  
 224 (p.).  
 Schilling, M. 46.  
 Schimmack, R. 54.  
 Schlaeffi, L. 20. 51. 117.  
 119. 193. 197. 213.  
 Schlegel, V. 156. 170. 186.  
 197. 217 (p.). 219.  
 Schlesinger, J. 161.  
 Schlesinger, L. 10. 18.  
 103. 104 (p.). 134. 164.  
 Schlömilch, O. 7. 24. 25.  
 45. 90. 95. 96. 97. 98.  
 100. 117. 137. 151. 165.  
 Schlotke, J. 149. 161.  
 Schmalzried, J. G. 70.  
 Schmehl, Chr. 167.  
 Schmidt, A. 161.  
 Schmidt, Fr. 10. 18.  
 Schmidt, G. C. 96.  
 Schmidt, Jos. 68. 198.  
 Schmidt, M. C. P. 54.  
 Schmidt, P. O. 51.  
 Schmidt, W. 225 (p.).  
 Schmitz-Dumont, O. 52.  
 Schnause, C. H. 97. 108.  
 116. 121. 173.  
 Schoene, H. 225.  
 Schoenermark, C. 163.  
 Schoenfliess, A. 20. 51 (p.).  
 96. 156. 221 (p.). 222.  
 Scholim, P. 158.  
 Scholz, P. G. 185  
 Schondorff, A. 201.
- Schoner, J. 150.  
 Schooten, Fr. v. 49. 84.  
 86. 164.  
 Schott, G. A. 19.  
 Schott, K. 43.  
 Schotten, H. 26. 55.  
 Schottky, Fr. 127 (p.). 213.  
 Schoute, P. H. 26. 29.  
 181. 211. 217. 219 (p.).  
 220.  
 Schrader, W. 98.  
 Schreiber, G. 161. 162.  
 Schreyer, Fr. 69.  
 Schroeder, E. 56 (p.).  
 116 (p.).  
 Schroeder, J. 128.  
 Schroeder, Th. 158.  
 Schroen, L. 75.  
 Schroeter, H. 125. 148.  
 174. 179. 182. 183. 189 (p.).  
 194. 195 (p.). 197 (p.). 199.  
 Schubert, Fr. Th. 196.  
 Schubert, H. 71. 72 (p.).  
 75. 82. 85. 141. 204.  
 205 (p.).  
 Schuebler, Ch. L. 70.  
 Schuelke, A. 72. 75.  
 Schuebler, R. 162.  
 Schuette, Fr. 135. 162.  
 175. 181.  
 Schuetze, E. Th. 69.  
 Schuh, Fr. 203.  
 Schultze 92.  
 Schulz, H. G. 169.  
 Schulze, J. K. 74.  
 Schumacher, H. Ch. 24.  
 29. 155. 172. 212.  
 Schumacher, R. 186. 209.  
 Schumann, A. 181. 222.  
 Schur, Fr. 166. 199. 211.  
 Schurig, B. E. R. 69.  
 Schuster, M. 158.  
 Schwalbe, B. 26. 31.  
 Schwarz, H. 50. 70. 178.  
 Schwarz, H. A. 32. 120.  
 124. 200. 201. 203. 213.  
 Schwarzschild, K. 45.  
 Schwartz, J. J. 110.  
 Schweins, Fr. F. 73. 85.  
 Schwendenwein, H. 148.  
 Schwenter, D. 82. 92. 154.  
 Schwering, K. 71. 72. 140.  
 146. 168. 196. 226.  
 Scott, R. Forsyth 65.  
 Scotti, G. 138.  
 Secchi, A. 34.  
 Sédillot, L. A. 5.

- Seeber, L. A. 83.  
 Seeger, H. 174.  
 Seelhoff, P. 79.  
 Segner, J. A. v. 44. 160.  
 Segre, C. 186 (p.). 203.  
 207. 211. 215. 217. 218.  
 220.  
 Séguier, J. de 126.  
 Seidel, Ph. L. v. 91. 93.  
 Seliwanow, D. 97.  
 Sellenthin, B. 226.  
 Selling, Ed. 83.  
 Serenus 12. 14.  
 Serret, J. A. 8. 12. 17. 23.  
 58. 64. 71. 95 (p.). 97.  
 123. 151. 188. 200.  
 Serret, P. 55. 168. 189.  
 Servais, C. 187.  
 Servant, M. 92.  
 Servois, M. 116.  
 Severi, F. 173. 205.  
 Sexe 31.  
 Seydewitz, Fr. 24. 172.  
 Seyffarth, W. 72.  
 Shaw, G. 31.  
 Sherwin 74.  
 Sicard, H. 222.  
 Siddons, A. W. 139.  
 Sidler, G. 130.  
 Siebeck, F. H. 194.  
 Siebert, G. 52.  
 Sigwart, Ch. 50.  
 Silla, L. 114.  
 Silliman, B. jun. 30.  
 Silliman, Ed. B. 30.  
 Silliman, W. 30.  
 Simart, G. 113.  
 Simon, H. 91.  
 Simon, M. 53. 125. 136.  
 177. 181.  
 Simon, P. 89. 138. 140.  
 191.  
 Simony, O. 80. 155.  
 Simplicius 225.  
 Simpson, Th. 85. 86. 95.  
 136. 150.  
 Simson, R. 142 (p.). 148.  
 Sinigaglia, L. 201.  
 Sintzow, D. 211 (p.).  
 Sittl, C. 225.  
 Skutsch, F. 225.  
 Sloane 16.  
 Sluse, R. Fr. de 16. 164.  
 Smith 165.  
 Smith, A. 198.  
 Smith, D. E. 4. 28. 54.  
 135.  
 Smith, J. 179.  
 Smith, P. T. 211.  
 Smith, R. 99.  
 Smith, H. J. Stephen 20.  
 77. 83. 126. 185.  
 Smolik, F. 161.  
 Snell (Snellius), W. 136.  
 150. 196.  
 Snell, Fr. W. D. 53.  
 Snyder, V. 28.  
 Soederblom, A. 124.  
 Sohnecke, L. A. 21. 41. 96.  
 120. 125. 134. 156. 172.  
 227.  
 Solin, J. M. 102.  
 Sommer, J. 78. 220.  
 Sommerfeld, A. 25. 45.  
 84. 106.  
 Sommerfeld, E. 156.  
 Somoff, J. 221. 223.  
 Sonnenburg, L. 145.  
 Sonnet, H. 43.  
 Spanton, J. H. 162.  
 Sparagna, A. 93.  
 Sparre, M. de 123.  
 Speckel, Ch. 221.  
 Spieker, Th. 151. 158.  
 Spielberger 33.  
 Spielmann, J. 139.  
 Spieß, O. 117.  
 Spinoza, B. 48.  
 Spitz, K. 151 (p.).  
 Spitzer, S. 25. 103. 121.  
 Sporer, H. 159.  
 Spottiswoode, W. 24.  
 Sprung, A. 163.  
 Stäckel, P. 18. 59. 65.  
 66. 101. 107 (p.). 109.  
 132 (p.). 189. 190. 201.  
 219. 226.  
 Stallo, J. B. 52.  
 Stahl, H. 123. 127. 128 (p.).  
 188.  
 Stahl, W. 183.  
 Stammer, W. 169.  
 Stampfer, C. 75.  
 Stampfer, S. 154.  
 Staudacher, H. 85.  
 Staude, O. 130. 169. 177.  
 193. 195 (p.).  
 Staudigl, S. 174.  
 Staudt, K. G. Ch. v. 114.  
 172. 186. 194.  
 Stechert, A. 196.  
 Stegemann, M. 95.  
 Stegemann, W. 69.  
 Steiner, J. 17. 20 (p.). 24.  
 34. 99. 144 (p.). 172. 174.  
 181. 183. 185. 197. 200.  
 203. 204. 214.  
 Steinhauser, M. 158.  
 Steinheil, A. 210.  
 Steinweller, P. 68.  
 Stern, M. A. 24. 90. 93 (p.).  
 121.  
 Stern, W. 69.  
 Stevens, F. H. 139.  
 Stevin, S. 69. 71.  
 Stewart, Mth. 139. 148.  
 Stieltjes, Th. J. 19. 77.  
 92. 93.  
 Stifel, M. 57. 71.  
 Stirling, J. 97. 182.  
 Stoebber, E. 154.  
 Stoeffler, J. 154.  
 Stokes, G. G. 17. 20. 24.  
 Stoll, F. X. 152.  
 Stoltz, H. 198.  
 Stolz, O. 71 (p.). 78. 96.  
 99. 112. 114. 185.  
 Stone, E. 94.  
 Stone, O. 25.  
 Stott, A. B. 220.  
 Stoy, H. 68.  
 Strabo 54.  
 Strack, O. 135.  
 Straßer, P. G. 180.  
 Strauch, G. W. 108.  
 Streckfuß, W. 163.  
 Strehke, F. 31.  
 Streit, G. 122.  
 Strenger 159.  
 Stringham, J. 219.  
 Stroetzel, E. 53.  
 Strutt s. Rayleigh.  
 Stuart, G. H. 126.  
 Stuart Mill, J. 49 (p.).  
 Studnička, F. 27.  
 Study, E. 67. 114. 115.  
 143. 153. 203. 207. 209.  
 210. 218. 227.  
 Stuhlmann, A. 162.  
 Stumpf, C. 51.  
 Sturm, A. 4. 141.  
 Sturm, C. F. 9.  
 Sturm, Ch. 60. 95. 226.  
 Sturm, L. Ch. 43.  
 Sturm, J. K. Fr. 24.  
 Sturm, R. 55. 106. 144.  
 161. 174. 195. 197 (p.).  
 198. 206. 215.  
 Suchanek, E. 80.  
 Suter, H. 3.  
 Swellengrebel, J. D. H. 167.



- Swinden, H. van 12. 27.  
136. 139.
- Switalski, M. 158.
- Sylow, L. 17. 126.
- Sylvester, J. J. 17. 20.  
24. 25. 63 (p.). 66. 197.  
226.
- Tacquet, A. 136.
- Taegert, F. 55. 144.
- Tait, P. G. 52. 115 (p.).  
117. 155.
- Talanti, F. 138.
- Talbot 182.
- Tanck 69.
- Tannenberg, W. de 176.
- Tannery, J. 29. 71. 72.  
105. 111. 123. 223.
- Tannery, P. 5 (p.). 14.  
15 (p.). 135. 182.
- Tano, F. 62. 83.
- Tanturri, A. 205.
- Tartaglia, N. 59. 84.
- Taylor, Brook 97. 160.
- Taylor, Ch. 25 (p.). 180.
- Taylor, Pr. 30 (p.).
- Teichert, J. 199.
- Teixeira, F. Gomes 181.
- Tempel, H. 169.
- Tempelhof 57.
- Terquem, O. 7. 25. 28.
- Tessari, D. 224.
- Testi, G. M. 138.
- Tetens, J. N. 23. 33. 73.
- Thales 57.
- Theodosius 157.
- Theon von Smyrna 13.  
14 (p.).
- Theune, H. 195.
- Thibaut, B. Fr. 74.
- Thiele, T. N. 114.
- Thieme, H. 158.
- Thomae, J. 101. 110. 120.  
123. 124. 127. 128. 166.  
173. 214.
- Thombeck, H. E. 151.
- Thomé, L. 105.
- Thompson, S. P. 11.
- Thomson, W. 24.
- Thybaut, A. 191. 202.
- Tietjen, F. 74.
- Tillich, E. 68. 203.
- Tilloch, A. 30.
- Tillol 168.
- Tilly, M. de 6. 207.
- Tisserand, F. 9. 17. 96.
- Tissot, R. 213.
- Tobiesen 165.
- Todhunter, J. 87. 97. 108.  
109. 131. 136. 151. 166 (p.).
- Toeplitz, J. 178.
- Tolomei, G. 151.
- Torelli, J. 13.
- Toroja, E. 173.
- Tortolini, B. 25 (p.). 34.
- Tralles, J. G. 152.
- Trautvetter, v. 173.
- Trembley, J. 150.
- Treutlein, P. 67. 68. 137.  
157.
- Tropfke, J. 4.
- Tschebychef, P. L. 17. 77.
- Tschirnhausen, E. W. v.  
16. 33. 59. 61.
- Tuerk, F. W. v. 69.
- Turgot 16.
- Turnbull, W. P. 25.
- Tycho, s. Brahe.
- Tyndall, J. 11. 19.
- Tzaut, S. 62 (p.).
- Ueberweg, Fr. 50.
- Uhlig, P. 155.
- Ullrich, E. 80. 129.
- Unferdinger, F. X. 25.
- Unger, Fr. 55. 68.
- Unverzagt, K. W. 115.  
116. 145. 168.
- Urban, S. 23.
- Ursinus, B. 150.
- Uth, K. 200.
- Vacquant, C. 138.
- Vahlen, K. Th. 134.
- Vailati, G. 145.
- Valentin, G. 21. 41.
- Valentiner, H. 19. 114  
189.
- Valentiner, S. 171.
- Valeriani, V. 51.
- Vallès, F. 114.
- Valson, C. A. 11. 194.
- Vandermonde, Ch. A. 60.  
61. 63. 65. 85. 117. 155.
- Varignon, P. 33.
- Vastel, L. G. F. 84.
- Vaucheret 178.
- Vega, G. v. 74 (p.). 79.  
80. 175.
- Veltmann, W. 179.
- Venant, Saint- s. Saint-  
Venant.
- Venn, J. 50.
- Verdam, G. J. 153.
- Verhulst, P. Fr. 24. 70.  
122.
- Verner, Joannes 228.
- Veronese, G. 55. 135. 138.  
217 (p.). 219.
- Vessiot, E. 104.
- Vidaillet, J. 168.
- Vielle, F. 70.
- Vieta, 3. 9. 57. 59 (p.).  
71. 143 (p.).
- Vieth, A. 143.
- Vigarié, E. 146 (p.).
- Villicic, F. 68.
- Villié, E. 221.
- Vinot, J. 82.
- Violle, B. 82.
- Virgilii, F. 88.
- Visalli, P. 204. 205. 215.
- Vitali, G. 145.
- Vitelo 160.
- Vivante, C. 88.
- Vivanti, G. 51 (p.). 66. 94.  
96. 111 (p.). 113. 123.  
128. 201. 217. 225. 227.
- Vlacq, A. 74 (p.).
- Vogt, A. 62.
- Vogt, H. 55.
- Vogt, W. 20.
- Voit, E. 210.
- Volderauer, L. 122.
- Volkmann, P. 11.
- Vonderlinn, J. 162 (p.).
- Voretsch, M. 202.
- Voß, A. 94. 181. 188. 191.  
192. 207. 211. 213. 214.
- Vossius, G. J. 2.
- Vries, H. de 220.
- Vries, J. de 168. 183.
- Waelsch, F. 211.
- Wagner, C. F. 145.
- Wagner, U. 68.
- Waltz, Th. 49.
- Walker, G. T. 24.
- Wallis, John 14. 15. 16.  
57. 59. 85. 89. 90 (p.).  
93. 164.
- Wallner, C. R. 225.
- Walmesley, D. Ch. 99.
- Walras, L. 73.
- Walter, Th. 67.
- Waltershausen, Sartorius  
v. 10.
- Walther, F. 209.
- Walton, E. 210.
- Wangerin, A. 11. 20. 21.

29. 91. 107. 130. 190.  
 203. 212 (p.).  
 Wargentín, P. 74.  
 Waring, Edw. 59. 61. 164.  
 175. 185.  
 Warren, A. T. 139.  
 Warren, J. W. 169.  
 Wassiljeff, A. 11.  
 Wastler, J. 154.  
 Weber, E. 50.  
 Weber, Ed. v. 104. 105.  
 196.  
 Weber, H. 20 (p.). 25. 32.  
 47. 55. 58. 78. 104. 112.  
 125. 126. 127 (p.). 129 (p.).  
 186. 199.  
 Weber, K. 47.  
 Weber, Rud. H. 47.  
 Weber, W. E. 17. 20. 216.  
 Wedekind, L. 67. 178  
 Weidler, J. Fr. 80. 154.  
 Weierstraß, K. 17. 19.  
 20 (p.). 24. 78. 83. 109.  
 112. 113. 115. 117. 118.  
 127. 201.  
 Weigel, Erh. 80. 227.  
 Weihrauch, K. 81.  
 Weiler, A. 162. 201. 211.  
 Weingartner, J. C. 85.  
 Weingarten, J. 191 (p.).  
 202. 203.  
 Weinmeister, J. P. 168.  
 195.  
 Weisbach, J. 46. 154.  
 Weiß, H. 222.  
 Weißenborn, H. 94. 147.  
 Weitbrecht, W. 227.  
 Wellstein, J. 47. 55.  
 Wentworth, G. A. 151.  
 Werner, G. H. 160.  
 Wertheim, G. 14. 58. 77 (p.).  
 227.  
 Wessel, C. 114.  
 Westergaard, H. 88.  
 Weth, R. 110.  
 Weyer, G. D. E. 184.  
 Weyr, Eduard 189.  
 Weyr, Emil 31. 134. 173.  
 184. 185. 207. 215.  
 Weyrauch, J. J. v. 52.  
 Whewell, W. 3.  
 Wiston 59.  
 Whittaker, E. T. 111.  
 Whitworth, W. A. 25 (p.).  
 168.  
 Wicke, F. 120.  
 Widman, J. 68.  
 Wiedemann, G. 30.  
 Wiechert, E. 45. 153.  
 Wiecke, P. 98.  
 Wiegand, A. 145. 146.  
 Wieleitner, H. 182 (p.).  
 Wien, W. 19.  
 Wiener, Ch. 148. 159. 161.  
 197.  
 Wiener, H. 226.  
 Wiese, H. 50.  
 Wilczynski, E. J. 208. 229.  
 Willcock, W. A. 145. 178.  
 Willgrod, H. 202.  
 Williams, J. 145.  
 Willich, M. L. 70.  
 Winnecke, F. A. T. 10. 29.  
 Winter, E. 178.  
 Winterberg, C. 145.  
 Wipper, G. 146.  
 Wirtinger, W. 20. 45. 112.  
 127.  
 Wislicenus, W. 30.  
 Witt, J. de 164 (p.).  
 Witting, A. 127 (p.).  
 Wittstein, A. 144.  
 Wittstein, Th. 10. 49. 54.  
 75. 95. 138. 145.  
 Witzschel, B. 25.  
 Wöckel, L. 140.  
 Wölffing, E. 25. 28. 42.  
 141. 167. 182. 198. 227.  
 Wolf, Chr. v. 33. 43. 44. 53.  
 Wolf, R. 9. 16. 32 (p.). 46.  
 Wolfer, A. 46.  
 Wolfers, J. Ph. 29.  
 Wolff, F. 161.  
 Woodward, H. 32.  
 Wrobel, E. 72.  
 Wronski, J. Hoene- 49.  
 221.  
 Wucherer, W. Fr. 70. 154.  
 Wuest, A. 154.  
 Wundt, W. 11. 50 (p.).  
 Wurtz 30.  
 Xylander, W. 42.  
 Young, Gr. Ch. 51.  
 Young, J. A. 54.  
 Young, W. H. 51.  
 Young, Th. 9. 34.  
 Yseux, V. 88.  
 Yven, M. Y. van 198.  
 Zaalberg, A. L. 209.  
 Zech, J. 75.  
 Zech, P. H. 198.  
 Zeemann, P. 29. 201.  
 Zeising, A. 145.  
 Zeller, Ed. 48.  
 Zemann, J. 32.  
 Zendriani, B. 33.  
 Zeno, Ap. 33.  
 Zermelo, E. 108.  
 Zeuner, G. 32.  
 Zeuthen, H. G. 5 (p.). 148.  
 149. 168. 178. 180. 183 (p.).  
 195. 197. 199. 204 (p.).  
 205 (p.).  
 Ziebarth 32.  
 Ziegel 54.  
 Zimmermann, H. 80.  
 Zindler, K. 207.  
 Ziwet, A. 28.  
 Zizmann, G. 139.  
 Zoeppritz, K. 214.  
 Zolotareff, G. 78. 83.  
 Zoretti, L. 112.  
 Zucca, O. 98. 195  
 Zwenger, M. 72.

**Müller, Professor Dr. Felix**, in Friedenau-Berlin, Zeittafeln zur Geschichte der Mathematik, Physik und Astronomie bis zum Jahre 1500, mit Hinweis auf die Quellen-Literatur. [IV u. 104 S.] gr. 8. 1892. In Leinwand geb. n. *M.* 2.40.

———— *Vocabulaire Mathématique, français-allemand et allemand-français. Mathematisches Vokabularium, französisch-deutsch und deutsch-französisch. Enthaltend die Kunstausdrücke aus der reinen und angewandten Mathematik. [XV u. 316 S.] Lex.-8. 1900/1901. Geheftet in 2 Teilen. Teil I n. *M.* 8.—, Teil II n. *M.* 11.— Komplet in Leinwand geb. n. *M.* 20.—*

**Wölffing, Dr. Ernst**, Professor an der Technischen Hochschule zu Stuttgart, mathematischer Bücherschatz. Systematisches Verzeichnis der wichtigsten deutschen und ausländischen Lehrbücher und Monographien des 19. Jahrhunderts auf dem Gebiete der mathematischen Wissenschaften. In 2 Teilen.

I. Teil: Reine Mathematik. Mit einer Einleitung: Kritische Übersicht über die bibliographischen Hilfsmittel der Mathematik. [XXXVI u. 416 S.] gr. 8. 1903. Geh. n. *M.* 14.—, geb. n. *M.* 15.—

**Ahrens, Dr. W.**, in Magdeburg, mathematische Unterhaltungen und Spiele. Mit 1 Tafel und vielen Figuren im Text. [X u. 428 S.] gr. 8. 1901. In Original-Leinwandband mit Zeichnung von P. Bürck in Darmstadt. n. *M.* 10.—

———— mathematische Spiele. Mit einem Titelbild und 69 Figuren im Text. [VI und 118 S.] 8. 1907. Geh. n. *M.* 1.—, in Leinwand geb. n. *M.* 1.25.

———— Scherz und Ernst in der Mathematik. Geflügelte und ungeflügelte Worte. [X u. 522 S.] gr. 8. 1904. In Leinw. geb. n. *M.* 8.—

**Wiener, Dr. Hermann**, Professor an der Technischen Hochschule zu Darmstadt, Sammlung mathematischer Modelle.

1. Ebene Gebilde. — 2. Ebenflächige Gebilde. — 3. Flächen 2. Ordnung. — 4. Dreh- und Schraubenflächen. — 5. Raumkurven und abwickelbare Flächen. — 6. Raumkurven 3. Ordnung. — Gesamtpreis n. *M.* 2400.—

———— Abhandlungen zur Sammlung mathematischer Modelle. In zwanglosen Heften. I. Band 1. Heft. [91 S.] gr. 8. 1907. Geh. n. *M.* 3.—

**Borel, Dr. E.**, Professor an der Sorbonne zu Paris, Elemente der Mathematik. In 2 Bänden. Vom Verfasser genehmigte deutsche Ausgabe, besorgt von Dr. P. Stäckel, Professor an der Technischen Hochschule zu Hannover.

I. Band: Arithmetik und Algebra. Mit 57 Figuren und 3 Tafeln. [XVI u. 431 S.] gr. 8. 1908. In Leinwand geb. n. *M.* 8.60.

**v. Braunnühl, Dr. A.**, weil Professor an der Kgl. Technischen Hochschule zu München, Vorlesungen über die Geschichte der Trigonometrie. 2 Teile. gr. 8. Geh. n. *M.* 19.—, in Leinwand geb. n. *M.* 21.—

I. Teil: Von den ältesten Zeiten bis zur Erfindung der Logarithmen. Mit 62 Figuren im Text. [VII u. 260 S.] 1900. Geh. n. *M.* 9.—, in Leinwand geb. n. *M.* 10.—

II. Teil: Von der Erfindung der Logarithmen bis auf die Gegenwart. Mit 39 Figuren im Text. [XI u. 264 S.] 1903. Geh. n. *M.* 10.—, in Leinwand geb. n. *M.* 11.—

**Cantor, Geheimer Hofrat Dr. M.,** Professor an der Universität Heidelberg, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. In 4 Bänden.

- I. Band: Von den ältesten Zeiten bis zum Jahre 1200 n. Chr. 3. Auflage. Mit 114 Figuren im Text und 1 lithogr. Tafel. [VI u. 941 S.] gr. 8. 1907. Geh. n. M. 24,— in Halbfranz geb. n. M. 26.—  
II. — Vom Jahre 1200 bis zum Jahre 1668. 2. verbesserte u. vermehrte Auflage. In 2 Abteilungen. Mit 190 Figuren im Text. [XII u. 943 S.] gr. 8. 1900. Geh. n. M. 26.—, in Halbfranz geb. n. M. 28.—  
III. — Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1758. 2. verbesserte u. vermehrte Auflage. In 3 Abteilungen. Mit 146 Figuren im Text. [X u. 923 S.] gr. 8. 1901. Geh. n. M. 25.—, in Halbfranz geb. n. M. 27.—  
IV. — Von 1759 bis 1799. Bearb. von V. Bobynin, A. von Braunmühl, F. Cajori, M. Cantor, S. Günther, V. Kommerell, G. Loria, E. Netto, G. Vivanti und C. R. Wallner. Mit 100 Figuren im Text. [VI u. 1113 S.] gr. 8. 1908. Geh. n. M. 32.—, in Halbfranz geb. n. M. 35.—

**Czuber, Hofrat Dr. Emanuel,** Professor an der Technischen Hochschule zu Wien, Einführung in die höhere Mathematik. [ca. 400 S.] gr. 8. In Leinwand gebunden. [Erscheint im Oktober 1908.]

**Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften, mit Einschluß ihrer Anwendungen.** Herausgegeben im Auftrage der Akademien der Wissenschaften in Göttingen, Leipzig, München und Wien, sowie unter Mitwirkung zahlreicher Fachgenossen. In 7 Bänden. Jährlich etwa 6 Hefte. gr. 8. Geh. und in Halbfr. geb.

- I. Band: Arithmetik und Algebra, in 2 Teilen, red. v. W. Fr. Meyer.  
II. — Analysis, in 2 Teilen, red. v. H. Burkhardt und W. Wirtinger.  
III. — Geometrie, in 3 Teilen, red. v. W. Fr. Meyer.  
IV. — Mechanik, in 4 Teilbänden, red. v. F. Klein und C. H. Müller.  
V. — Physik, in 3 Teilen, red. v. A. Sommerfeld.  
VI. — 1: Geodäsie und Geophysik, in 2 Teilbänden, red. v. Ph. Furtwängler und E. Wiechert.  
VI. — 2: Astronomie, red. v. K. Schwarzschild.  
VII. — Geschichte, Philosophie, Didaktik. Redaktion unbestimmt.  
[I ist erschienen, II—VI im Erscheinen begriffen, VII in Vorbereitung.]  
Ausführlicher Prospekt vom Verlag.

**Grundlehren, die, der Mathematik.** In 2 Teilen. gr. 8. Geb.

- I. Teil: Die Grundlehren der Geometrie. Bearbeitet von Dr. W. Fr. Meyer, Professor an der Universität Königsberg i. Pr., u. Dr. H. Thieme, Professor an der Kgl. Berger Oberrealschule zu Posen. 2 Bände. I. Band: Die Elemente der Geometrie. Von H. Thieme. 1908. [Erscheint im Oktober.] II. Band: [In Vorbereitung.]  
II. — Die Grundlehren der Arithmetik und Algebra. Bearbeitet von Geh. Hofrat Dr. E. Netto, Professor an der Universität Gießen, und Dr. C. Färber, Professor an der Louisenstädt. Oberrealschule zu Berlin. 2 Bände. [In Vorbereitung.]

**Höfler, Dr. A.,** Professor an der Universität Wien, Didaktik der Mathematik. gr. 8. In Leinwand geb. [Unter der Presse.]

**Klein, Geheimer Regierungsrat Dr. F.,** Professor an der Universität Göttingen, Vorträge über den mathematischen Unterricht an den höheren Schulen. Bearbeitet von Dr. Rud. Schimmack, Oberlehrer am Gymnasium zu Göttingen.

- I. Teil: Von der Organisation des mathematischen Unterrichts. Mit 8 zum Teil farbigen Textfiguren. [IX u. 236 S.] gr. 8. 1907. In Leinwand geb. n. M. 5.—

**Picard, E.,** Membre de l'Institut de France, das Wissen unserer Zeit in Mathematik und Naturwissenschaft. Deutsch von F. u. L. Lindemann. [ca. 280 S.] 8. 1908. In Leinwand geb.

[Unter der Presse.]

**Poincaré, Henri,** Membre de l'Académie de France, Wissenschaft und Hypothese. Autorisierte deutsche Ausgabe mit erläuternden Anmerkungen von F. und L. Lindemann. 2. verbesserte Aufl. [XVI u. 346 S.] 8. 1906. In Leinw. geb. n. M. 4.80.

# Encyclopädie der Mathematischen Wissenschaften mit Einschluß ihrer Anwendungen.

Herausgegeben im Auftrage der  
Akademien der Wissenschaften zu Göttingen, Leipzig, München und Wien,  
sowie unter Mitwirkung zahlreicher Fachgenossen.

In 7 Bänden zu je 6—8 Heften. gr. 8. Geheftet und in Halbfz. geb.

- |   |  |
|---|--|
| I. Arithmetik und Algebra, 2 Teile, redigiert von W. Fr. Meyer.     | V. Physik, 3 Teile, redigiert von A. Sommerfeld.   |
| II. Analysis, 2 Teile, redigiert von H. Burkhardt und W. Wirtinger. | VI. 1. Geodäsie und Geophysik. 2 Teilbände redigiert von Ph. Furtwängler und E. Wiechert |
| III. Geometrie, 3 Teile, redigiert von W. Fr. Meyer.                | 2. Astronomie, red. von K. Schwarzschild.  |
| IV. Mechanik, 4 Teilbände, redigiert von F. Klein und C. H. Müller. | VII. Geschichte, Philosophie, Didaktik. (In Vorbereitung.)                               |

Aufgabe der Encyclopädie ist es, in knapper, zu rascher Orientierung geeigneter Form, aber mit möglichster Vollständigkeit eine Gesamtdarstellung der mathematischen Wissenschaften nach ihrem gegenwärtigen Inhalt an gesicherten Resultaten zu geben und zugleich durch sorgfältige Literaturangaben die geschichtliche Entwicklung der mathematischen Methoden seit dem Beginn des 19. Jahrhunderts nachzuweisen. Sie beschränkt sich dabei nicht auf die sogenannte reine Mathematik, sondern berücksichtigt auch ausgiebig die Anwendungen auf Mechanik und Physik, Astronomie und Geodäsie, die verschiedenen Zweige der Technik und andere Gebiete, und zwar in dem Sinne, daß sie einerseits den Mathematiker darüber orientiert, welche Fragen die Anwendungen an ihn stellen, andererseits den Astronomen, Physiker, Techniker darüber, welche Antwort die Mathematik auf diese Fragen gibt. In sieben Bänden zu je etwa 640 Druckseiten sollen die einzelnen Gebiete in einer Reihe sachlich geordneter Artikel behandelt werden; der letzte Band soll ein ausführliches alphabetisches Register enthalten. Auf die Ausführung von Beweisen der mitgeteilten Sätze muß natürlich verzichtet werden.

Die Ansprüche an die Vorkenntnisse der Leser sind so gehalten, daß das Werk auch demjenigen nützlich sein kann, der nur über ein bestimmtes Gebiet Orientierung sucht.

## Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées.

Publiée sous les auspices des Académies des sciences  
de Göttingue, de Leipzig, de Munich et de Vienne  
avec la collaboration de nombreux savants.

### Edition française,

rédigée et publiée d'après l'édition allemande sous la direction de  
Jules Molk, professeur à l'université de Nancy.

En sept tomes. gr. 8. Geheftet.

Durch die günstige Aufnahme veranlaßt, welche die deutsche Ausgabe dieses monumentalen Werkes in Fachkreisen gefunden hat, und auf vielfache Anregungen hat sich die Verlagsbuchhandlung entschlossen, die Encyclopädie der Mathematischen Wissenschaften in Gemeinschaft mit der Firma Gauthier-Villars in Paris auch in französischer Sprache erscheinen zu lassen. Das Werk wird, wie schon die ersten Lieferungen zeigen, seitens der deutschen Bearbeiter viele Änderungen und Zusätze erfahren, und auch die französischen Mitarbeiter, sämtlich Autoritäten auf ihren Gebieten, haben eine gründliche Umarbeitung vorgenommen. Zum ersten Male dürfte somit wohl hier der Fall eingetreten sein, daß sich bei einem so großen Werke die ersten deutschen und französischen Fachgelehrten zu gemeinsamer Arbeit verbunden haben.

**Repertorium der höheren Mathematik** (Definitionen, Formeln, Theoreme, Literaturnachweise) von **Ernst Pascal**, ord. Professor an der Universität Pavia. Deutsche Ausgabe von weil. A. Schepp in Wiesbaden. 2. neubearb. Aufl. In zwei Teilen: **Analysis und Geometrie**. gr. 8. **I. Teil:** Die Analysis. Herausgegeben von **P. Epstein**. [ca. 700 S.] 1909. In Leinwand geb. ca. n. *M.* 12.— (Erscheint im Januar 1909.) **II. Teil:** Die Geometrie. Herausgegeben von **H. E. Timerding**. [ca. 800 S.] 1909. In Leinwand geb. ca. n. *M.* 14.— [Erscheint Ostern 1909.]

Der Zweck des Buches ist, auf einem möglichst kleinen Raum die wichtigsten Theorien der neueren Mathematik zu vereinigen, von jeder Theorie nur so viel zu bringen, daß der Leser instande ist, sich in ihr zu orientieren, und auf die Bücher zu verweisen, in welchen er Ausführlicheres finden kann. Für den Studierenden der Mathematik soll es ein „Vademekum“ sein, in dem er, kurz zusammengefaßt, alle mathematischen Begriffe und Resultate findet, die er während seiner Studien sich angeeignet hat oder noch aneignen will. Die Anordnung der verschiedenen Teile ist bei jeder Theorie fast immer dieselbe: zuerst werden die Definitionen und Grundbegriffe der Theorie gegeben, alsdann die Theoreme und Formeln (ohne Beweis) aufgestellt, welche die Verbindung zwischen den durch die vorhergehenden Definitionen eingeführten Dingen oder Größen bilden, und schließlich ein kurzer Hinweis auf die Literatur über die betreffende Theorie gebracht.

**Vocabulaire Mathématique**, français-allemand et allemand-français. Mathematisches Vokabularium, französisch-deutsch und deutsch-französisch. Enthaltend die Kunstausdrücke aus der reinen und angewandten Mathematik. Von Professor **Dr. Felix Müller**. [XV u. 316 S.] Lex.-8. 1900/1901. In Leinw. geb. n. *M.* 20.— Wurde in 2 Lieferungen ausgegeben: I. Lieferung. [IX u. 132 S.] 1900. Geh. n. *M.* 8.— II. Lieferung. [S. IX—XV u. 133—316.] 1901. Geh. n. *M.* 11.—

Das Vokabularium enthält in alphabetischer Folge mehr als 12000 Kunstausdrücke aus der reinen und angewandten Mathematik in französischer und deutscher Sprache und soll in erster Linie eine Ergänzung der gebräuchlichen Wörterbücher für die beiden genannten Sprachen sein. Da das Vokabularium zugleich als Vorarbeit zu einem mathematischen Wörterbuche dienen soll, so sind auch zahlreiche Nominalbenennungen aufgenommen, deren Anführung aus rein sprachlichem Interesse überflüssig erscheinen dürfte. Z. B. Gaußsche Abbildung (einer Fläche auf eine Kugel) (Gauß 1827) [inf. Geom.] représentation de Gauss; Clairauts Satz (über die geodätischen Linien auf Umdrehungsflächen) (Clairaut 1733) [inf. Geom.] théorème de Clairaut. Aus den beigefügten Zusätzen ist zu ersehen, daß das Vokabularium mehr bietet, als der Titel erwarten läßt.

**Vorlesungen über Geschichte der Mathematik.** Von **Moritz Cantor**. In 4 Bänden. gr. 8. **I. Band.** Von den ältesten Zeiten bis zum Jahre 1200 n. Chr. 3. Aufl. Mit 114 Figuren im Text und 1 lithogr. Tafel. [VI u. 941 S.] 1907. Geh. n. *M.* 24.—, in Halbfranz geb. n. *M.* 26.— **II. Band.** Vom Jahre 1200 bis zum Jahre 1668. 2. verb. u. verm. Aufl. Mit 190 Figuren im Text. [XII u. 943 S.] gr. 8. 1900. Geh. n. *M.* 26.—, in Halbfranz geb. n. *M.* 28.— **III. Band.** Vom Jahre 1668 bis zum Jahre 1758. 2. verb. u. verm. Aufl. Mit 146 Figuren im Text. [X u. 923 S.] gr. 8. 1901. Geh. n. *M.* 25.—, in Halbfranz geb. n. *M.* 27.— **IV. Band.** Vom Jahre 1759 bis zum Jahre 1799. Herausgegeben unter Mitwirkung der Herren **V. Bobynin**, **A. v. Braunmühl**, **F. Cajori**, **S. Günther**, **V. Kommerell**, **G. Loria**, **E. Netto**, **G. Vivanti**, und **C. B. Wallner** von **M. Cantor**. Mit 100 Figuren im Text. [VI u. 1113 S.] 1908. Geh. n. *M.* 32.—, in Halbfranz geb. n. *M.* 35.—

„Einen hervorragenden Platz unter den neueren Veröffentlichungen über die Geschichte der Mathematik nimmt die zusammenfassende Darstellung ein, die uns **Moritz Cantor** geschenkt hat.

Mit rastlosem Fleiß, mit nie ermüdender Geduld, mit der unverdrossenen Liebe des Sammlers, der auch das scheinbar Geringe nicht vernachlässigt, hat **Moritz Cantor** dies kolossale Material gesammelt, kritisch gesichtet, durch eigene Forschungen ergänzt, nach einheitlichen Grundsätzen und einheitlichem Plan zu einem Ganzen verschmolzen, und indem er in seltener Unparteilichkeit bei strittigen Fragen, deren die Geschichte der Mathematik so viele hat, auch die abweichenden Ansichten zu Wort kommen ließ, hat er ein Werk geschaffen, das die reichste Quelle der Belehrung, der Anregung für einen jeden ist, der sich über einen geschichtlichen Fragepunkt Rat holen, der an der Geschichte der Mathematik mitarbeiten will...“ (Aus den Göttingischen gelehrten Anzeigen.)

2 00 570

# Encyklopädie der Elementar-Mathematik.

Ein Handbuch für Lehrer und Studierende von

**Dr. Heinrich Weber** und **Dr. Joseph Wellstein,**

Professoren an der Universität Straßburg i. E.

In drei Bänden. gr. 8. In Leinw. geb.

**I. Elementare Algebra und Analysis.** Bearbeitet von **H. Weber.** 2. Auflage. Mit 38 Textfiguren. [XVIII u. 539 S.] 1906. n. M. 9.60.

**II. Elemente der Geometrie.** Bearbeitet von **H. Weber, J. Wellstein** und **W. Jacobs-thal.** 2. Auflage. Mit 251 Textfiguren. [XII u. 596 S.] 1907. n. M. 12.—

**III. Angewandte Elementar-Mathematik.** Bearbeitet von **H. Weber, J. Wellstein** und **R. H. Weber** (Rostock). Mit 358 Textfiguren. [XIII u. 666 S.] 1907. n. M. 14.—

Das Werk verfolgt das Ziel, den künftigen Lehrer auf einen wissenschaftlichen Standpunkt zu stellen, von dem aus er imstande ist, das, was er später zu lehren hat, tiefer zu erkennen und zu erfassen und damit den Wert dieser Lehren für die allgemeine Geistesbildung zu erhöhen. — Das Ziel dieser Arbeit ist nicht in der Vergrößerung des Umfanges der Elementar-Mathematik zu ersehen oder in der Einkleidung höherer Probleme in ein elementares Gewand, sondern in einer strengen Begründung und leicht faßlichen Darlegung der Elemente. Das Werk ist nicht sowohl für den Schüler selbst als für den Lehrer und Studierenden bestimmt, die neben jenen fundamentalen Betrachtungen auch eine für den praktischen Gebrauch nützliche, wohlgeordnete Zusammenstellung der wichtigsten Algorithmen und Probleme darin finden werden.

„... Zwei Momente müssen hervorgehoben werden, die dem Buche das Gepräge verleihen. Das eine liegt darin, daß die grundlegenden Fragen der Geometrie eine eingehende Behandlung erfahren, in einem Umfange, wie er in zusammenfassenden Werken sonst nicht anzutreffen ist. ... Das zweite Moment ist in dem Umstande zu erblicken, daß die Verfasser es nicht darauf angelegt haben, eine pragmatische Vorführung des üblichen Vorrats an geometrischen Sätzen, Konstruktionen und Rechnungen zu geben, sondern daß es ihnen mehr darum zu tun war, an ausgewähltem Material die wissenschaftlichen Methoden der Geometrie zur Geltung zu bringen und überall auf die Grundfragen einzugehen. Ist so die theoretische Seite, namentlich in einigen Abschnitten, stark zum Ausdruck gekommen, so ist doch auch auf die praktischen Bedürfnisse Rücksicht genommen, die freilich erst mit dem dritten Bande ihre endgültige Befriedigung finden sollen; doch ist dafür an verschiedenen Stellen, so in der Trigonometrie und in der analytischen Geometrie schon vorgearbeitet worden. ... So darf der Inhalt des zweiten Bandes der „Encyklopädie der Elementar-Mathematik“ als ein sehr reichhaltiger bezeichnet werden, der über die Grenzen dessen, was an der Schule geboten werden kann, erheblich hinausführt, der aber auch — und das ist noch wichtiger und offenkundig der Hauptzweck des Werkes — eine Vertiefung des geometrischen Wissens vermittelt. Jüngere Lehrer der Mathematik werden das Buch gewiß oft und mit Nutzen zu Rate ziehen, namentlich wenn sie im Unterrichte zu prinzipiell wichtigen Fragen kommen, um sich über die leitenden Gedanken zu orientieren.“

Eines verdient noch besonders hervorgehoben zu werden: das ist die reiche Ausstattung mit schönen, sehr instruktiv gezeichneten Figuren. Der schwierigen Vorstellung der verschiedenen Formen sphärischer Dreiecke kommen die stereographischen Bilder (Zeiler der Eulerschen, Möbius'schen und Study'schen Dreiecke sehr zu statten.“

(Zeitschrift für das Realschulwesen.)

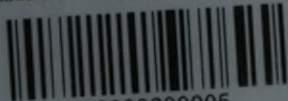
„... Daß ein Hochschullehrer von der Bedeutung des Verfassers die Elementar-Mathematik von höherer Warte aus behandelt und mustergültig darstellt, ist selbstverständlich. Jeder Lehrer, jeder Studierende muß das Werk, welches nicht nur in methodischer, sondern auch in systematischer Hinsicht von Bedeutung und daher eine wichtige Erscheinung der elementaren mathematischen Literatur ist, besitzen und studieren.“

(Zeitschrift für lateinlose höhere Schulen.)

„... Die Encyklopädie will kein Schulbuch im gewöhnlichen Sinne des Wortes sein, ist aber zur Vorbereitung auf den Unterricht, namentlich in den oberen Klassen, den Lehrern der Mathematik dringend zu empfehlen, welche die bezüglichen Originalarbeiten nicht alle selbst studiert haben, sich aber doch orientieren wollen, wie vom Standpunkte der modernen Wissenschaft die Begriffsbildungen, Methoden und Entwicklungen der Elementar-Mathematik zu gestalten sind.“

(C. Färber im Archiv der Mathematik und Physik.)

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000299005