



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000294737

2.^x006

ELEKTROTECHNIK
IN
EINZELDARSTELLUNGEN

UNTER MITWIRKUNG HERVORRAGENDER FACHMÄNNER

HERAUSGEGEBEN VON

DR. GUSTAV BENISCHKE

SIEBENTES HEFT

AUFNAHME UND ANALYSE

VON

WECHSELSTROMKURVEN

VON

DR. ERNST ORLICH

PROFESSOR UND MITGLIED DER PHYSIKALISCH-TECHNISCHEN
REICHSANSTALT

MIT 71 EINGEDRUCKTEN ABBILDUNGEN

BRAUNSCHWEIG

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN

1906

AUFNAHME UND ANALYSE

VON

WECHSELSTROMKURVEN

VON

DR. ERNST ORLICH

PROFESSOR UND MITGLIED DER PHYSIKALISCH-TECHNISCHEN
REICHSANSTALT

F. No. 26 783



MIT 71 EINGEDRUCKTEN ABBILDUNGEN

W. 24

BRAUNSCHWEIG

DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN

1906

26.12
98

x
2.006



II- 351676

Alle Rechte,
namentlich dasjenige der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.

Published March 6, 1906.

Privilege of Copyright in the United States reserved under the Act
approved March 3, 1905 by Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig,
Germany.

~~II 5238~~



BPK-B-811208

Akc. Nr. _____

~~4989~~ 50

VORWORT.

In den gangbaren allgemeinen und Spezialwerken über Wechselstromtechnik findet man in der Regel nur dieselben spärlichen Angaben über Kurvenaufnahmen, über Kurvenanalysen meist gar nichts. Unter diesen Umständen schien es nicht überflüssig, die Resultate der wichtigsten Arbeiten auf diesem Gebiete zusammenzufassen, zumal die Originalarbeiten ganz außerordentlich verstreut und zum Teil schwer zugänglich sind.

Ich habe mich dabei bemüht, möglichst alle in Betracht kommenden Methoden vollzählig aufzunehmen, hielt es aber nicht für nötig, sämtliche konstruktiven Ausführungen derselben Idee zu berücksichtigen. Dies habe ich mit um so größerem Nachdruck getan, als heutzutage häufig der Art der konstruktiven Durchführung einer Idee zuviel Wert beigemessen wird, während doch die Hauptsache die Auffindung der Methode und der Nachweis ihrer experimentellen Durchführbarkeit bleiben muß, selbst wenn letzteres nur mit primitiven Mitteln geschehen ist.

Auch ganz unreife Methoden, wie z. B. die auf der Drehung der Polarisationssebene des Lichtes beruhende, sind aufgenommen, weil die zugrunde liegende Erscheinung für die kontinuierliche Kurvenaufnahme wichtig ist und jedenfalls prinzipiell die Auffindung besserer Methoden zuläßt.

Andererseits kann man sich nur darüber wundern, daß vieles Brauchbare bisher so gut wie unbekannt geblieben ist, dahin gehört die elegante Kurvenanalyse durch Resonanz und der ausgezeichnete Analysator von Michelson und Stratton.

Eine größere Zahl von Figuren sind der Zeitschrift für Instrumentenkunde entlehnt, in der ich seit Jahren über die einschlägigen Arbeiten referiert habe; schließlich bin ich einigen Firmen, die mir Photographien und Abbildungen ihrer Apparate zur Verfügung stellten, sowie Herrn Dr. Rothe für Hilfe beim Korrekturlesen zu Dank verpflichtet.

Charlottenburg, im Februar 1906.

Ernst Orlich.

INHALTSVERZEICHNIS.

	Seite
I. Einleitung	1
II. Die mathematische Darstellung von Strömen beliebiger Kurvenform	2
1. Definition eines Wechselstromes	2
2. Darstellung durch Fouriersche Reihen	4
3. Ströme besonderer Kurvenform	5
4. Beispiele	6
5. Formfaktor und Scheitelfaktor	10
6. Effektivwerte und allgemeine Formeln	11
III. Kurvenaufnahmen	13
7. Allgemeines über punktförmige Aufnahmen	13
8. Einzelne Methoden der punktförmigen Aufnahme	15
9. Frankescher Apparat	19
10. Ondograph von Hospitalier	22
11. Kompensationsmethode. Apparate von Rosa und Calendar	25
12. Apparate von Goldschmidt und Ryan	29
13. Elektrochemische Methoden	31
14. Optische Methode	35
15. Braunsche Röhre	37
16. Glimmlichtoszillograph von Gehrcke	41
17. Oszillographen. Allgemeines	43
18. Theorie der Oszillographen	45
19. Ausführungsformen der Oszillographen	48
20. Nadeloszillographen	48
21. Bifilare Oszillographen	50
22. Das Sichtbarmachen der Oszillographenschwingungen	55
23. Saitenoszillograph von Edelmann jun.	57
24. Rheograph von Abraham	58
25. Aufnahme von Magnetisierungskurven	62
26. Messung des Formfaktors	65

	Seite
IV. Experimentelle und mathematische Analyse	66
27. Allgemeines	66
28. Experimentelle Analyse eines Wechselstromes nach Des Coudres	66
29. Kurvenanalyse durch Resonanz	67
30. Arithmetische Analyse	76
31. Zahlenbeispiel	82
32. Methode von Clifford (Finsterwalder)	83
33. Methode von Houston und Kennelly	85
34. Methode von Fischer-Hinnen	88
V. Harmonische Analysatoren	90
35. Analysator von Lord Kelvin	90
36. Analysator von Henrici und Coradi	92
37. Analysator von Sharp	96
38. Analysator von Yule und Le Conte	99
39. Analysator von Wiechert und Sommerfeld	102
40. Analysator von Michelson und Stratton	103
41. Analysator von Terada	109
Literaturübersicht	112
Namen- und Sachregister	116

I. Einleitung.

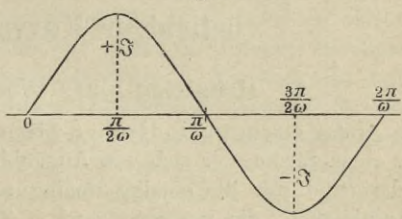
Als man begann, sich eingehender mit Wechselströmen zu beschäftigen, glaubte man, daß sie durch zwei Bestimmungsstücke, Periodenzahl und Stärke des Stromes, hinreichend definiert seien. Man nahm an, daß die Augenblickswerte des Stromes durch die einfachste periodische Funktion, die Sinusfunktion, darstellbar seien, d. h. in Formeln ausgedrückt:

$$i = \Im \sin \omega t \quad 1)$$

Der Verlauf eines derartigen Stromes ist in Fig. 1 dargestellt; läßt man die Zeit von $t = 0$ bis $t = \frac{2\pi}{\omega}$ wachsen, so durchläuft

der Strom eine volle Periode; seine größten Werte $\pm \Im$ erlangt er zu den Zeiten $\frac{\pi}{2\omega}$ und $\frac{3\pi}{2\omega}$, die Dauer der Periode ist $\tau = \frac{2\pi}{\omega}$.

Fig. 1.



Wird die Zeit in Sekunden gemessen, und ist die Zahl der Perioden in der Sekunde gleich ν , so wird

$$\nu = \frac{1}{\tau} \quad 2)$$

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau} = 2\pi \nu \quad 3)$$

Aber bald erkannte man, daß in vielen Fällen diese Annahme eines einfachen sinusförmigen Verlaufes des Stromes nicht genügte. Zwei Wechselströme von gleicher Periodenzahl und gleicher Stärke, worunter verstanden sein soll, daß sie in gleichen Widerständen dieselbe Erwärmung hervorrufen, können trotzdem sehr verschiedene Wirkungen haben. Diese Verschiedenheit ist dadurch zu erklären, daß die Augenblickswerte innerhalb einer Periode einen verschiedenen Verlauf nehmen, d. h. daß die Ströme verschiedene Kurvenformen haben.

Man weiß jetzt, daß für den Lichteffect von Bogenlampen eine spitze Kurvenform weit ungünstiger ist als eine flache, breite, trapezförmige, daß gewisse Kurvenformen auf den Wirkungsgrad von Motoren ungünstig einwirken, daß bei Hochspannung eine ungünstige Kurvenform infolge von Resonanzerscheinungen den Kabeln gefährlich werden kann, daß viele Induktionsmeßgeräte, Elektrizitätszähler u. a. ihre Angaben mit der Kurvenform ändern u. a. m. Daraus ergab sich die Aufgabe, Ströme beliebiger Kurvenform theoretisch durch Formeln darzustellen und experimentell die Kurvenformen zu ermitteln.

II. Die mathematische Darstellung von Strömen beliebiger Kurvenform.

1. Definition eines Wechselstromes.

Unter einem periodischen Strom ganz allgemein verstehen wir einen Strom, der sich von Augenblick zu Augenblick beliebig ändert und nur die einzige Bedingung erfüllt, daß er in zwei Augenblicken, die um eine gewisse Zeit τ — die Periodendauer — auseinanderliegen, gleiche Werte haben soll. In Fig. 2 ist ein derartiger Strom dargestellt.

Ein reiner Wechselstrom (beliebiger Kurvenform) erfüllt die weitere Bedingung, daß innerhalb einer Periodendauer die Gesamtmenge positiver Elektrizität, die in einer Richtung fließt, gleich ist derjenigen, die in der entgegengesetzten Richtung zurückfließt. Das heißt, unter Berücksichtigung des Vorzeichens,

bei einem reinen Wechselstrom ist die gesamte Elektrizitätsmenge, die während einer Periode in einer Richtung transportiert wird, gleich Null.

Wir wollen diesen Satz geometrisch und analytisch fassen.

Ist i der Augenblickswert eines periodischen Stromes zu irgend einer Zeit t , so ist $i dt$ die Elektrizitätsmenge, die in dem Zeitteilchen dt in Richtung des Stromes fließt, d. i. in der Figur der Flächeninhalt eines Rechteckes mit den Seiten i und dt .

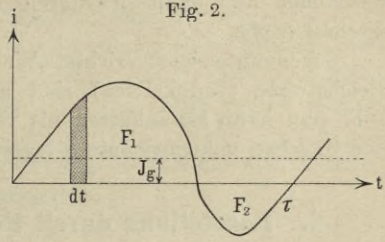


Fig. 2.

Die gesamte während einer Periode durch den Leiterquerschnitt fließende Elektrizitätsmenge ist:

$$Q = \int_0^{\tau} i dt = F_1 - F_2 \dots \dots \dots 4)$$

wenn F_1 und F_2 die Flächeninhalte der oberhalb und unterhalb der Abszisse liegenden Flächenstücke bedeuten.

Nach unserer Definition ist für einen reinen Wechselstrom

$$\int_0^{\tau} i dt = 0; \quad F_1 = F_2 \dots \dots \dots 5)$$

Bei einem beliebigen periodischen Strom dagegen, bei welchem die Bedingung 5) nicht erfüllt ist, erhält das Integral der linken Seite einen von Null verschiedenen Wert Q . Es wird also innerhalb einer Periode eine gewisse Elektrizitätsmenge Q in einer Richtung durch den Leiter befördert; dieselbe Elektrizitätsmenge würde durch einen Gleichstrom J_g transportiert werden, wenn $Q = J_g \tau$ ist. Man kann sich infolgedessen den beliebigen periodischen Strom vorstellen als einen Gleichstrom J_g , über den ein reiner Wechselstrom gelagert ist, wo

$$J_g = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} i dt \dots \dots \dots 6)$$

und die Augenblicksstromstärke des reinen Wechselstromes

$$i_w = i - J_g \text{ ist } \dots \dots \dots 7)$$

Geometrisch ist dies so zu deuten, daß man die Abszissenachse parallel zu sich selbst so weit verschiebt (in der Figur gestrichelt), bis $F_1 = F_2$ wird. Der Abstand beider Achsen ist J_g .

Die meisten in der Technik gebrauchten Ströme, wie sie von Maschinen und Transformatoren erzeugt werden, sind reine Wechselströme.

Sogenannte gleichgerichtete Wechselströme und unterbrochene Gleichströme (Induktorien) sind allgemein periodische Ströme, d. h. man kann sie auffassen als reine Wechselströme, über die eine Gleichstromkomponente gelagert ist.

2. Darstellung durch Fouriersche Reihen.

Fourier hat gezeigt, daß man jede beliebige periodische Kurve zerlegen kann in eine Reihe sinusförmiger Schwingungen, deren Periodenzahlen sich verhalten wie $1:2:3 \dots$; d. h. außer der sinusförmigen Grundschiwingung enthält die Welle sinusförmige Schwingungen der doppelten, dreifachen ... Periodenzahl. Die Zahl der Oberschwingungen braucht nicht endlich zu sein; der Phase nach können die einzelnen Teilschwingungen ganz beliebige Lagen zueinander haben.

Mithin läßt sich ein Strom beliebiger Kurvenform mathematisch ausdrücken in der Form

$$i = \sum_{k=0}^{\infty} \mathfrak{Z}_k \sin(k \omega t + \gamma_k) \quad 8)$$

worin $\mathfrak{Z}_1, \mathfrak{Z}_2, \mathfrak{Z}_3 \dots$ die Amplituden der zu den Periodenzahlen $\nu, 2\nu, 3\nu$ gehörenden Teilwellen bedeuten.

Entwickelt man die Winkelfunktionen und setzt:

$$\mathfrak{A}_k = \mathfrak{Z}_k \cos \gamma_k \quad 9)$$

$$\mathfrak{B}_k = \mathfrak{Z}_k \sin \gamma_k \quad 10)$$

so erhält man die Darstellung, der wir uns am häufigsten im folgenden bedienen werden:

$$i = \sum_{k=1}^{\infty} \mathfrak{A}_k \sin k \omega t + \mathfrak{B}_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \mathfrak{B}_k \cos k \omega t. \quad . . . 11)$$

Aus 10) folgen die für die Umrechnung aus der einen in die andere Form wichtigen Formeln:

$$\mathfrak{Z}_k = \sqrt{\mathfrak{A}_k^2 + \mathfrak{B}_k^2} \dots \dots \dots 12)$$

$$\operatorname{tg} \gamma_k = \frac{\mathfrak{B}_k}{\mathfrak{A}_k}; \quad \sin \gamma_k = \frac{\mathfrak{B}_k}{\mathfrak{Z}_k}; \quad \cos \gamma_k = \frac{\mathfrak{A}_k}{\mathfrak{Z}_k} \dots \dots \dots 13)$$

Durch die beiden letzten Gleichungen ist auch der Quadrant bestimmt, in den der Phasenwinkel γ_k fällt.

Die Gleichung 11) ist die Darstellung eines beliebig periodischen Stromes. Man erkennt leicht, daß $\mathfrak{B}_0 = J_g$ die Gleichstromkomponente in demselben ist. Bei einem reinen Wechselstrom ist $\mathfrak{B}_0 = 0$ zu setzen.

Fourier hat für die Berechnung der Koeffizienten \mathfrak{A} und \mathfrak{B} folgende wichtige Formeln aufgestellt:

$$\mathfrak{A}_k = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} i \sin k \omega t dt \dots \dots \dots 14)$$

$$\mathfrak{B}_k = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} i \cos k \omega t dt \dots \dots \dots 15)$$

für $k = 1, 2, 3 \dots$

$$\mathfrak{B}_0 = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} i dt \dots \dots \dots 16)$$

Springt zu einer Zeit der Strom von einem Augenblickswert i' plötzlich auf einen Wert i'' , so ist der nach der Formel 11) berechnete Wert des Stromes für diesen Zeitpunkt gleich $\frac{1}{2}(i' + i'')$.

3. Ströme besonderer Kurvenform.

In der Technik hat man es in den weitaus meisten Fällen mit reinen Wechselströmen zu tun, bei welchen die negative Kurvenhälfte spiegelbildlich gleich der positiven verläuft, das heißt zwei um eine halbe Periode auseinander liegende Werte der Augenblicksströme sind einander gleich, haben aber entgegengesetztes Zeichen. In Formeln:

$$i_{t + \frac{\tau}{2}} = - i_t \dots \dots \dots 17)$$

Nun ist nach Formel 11)

$$i_{t + \frac{\tau}{2}} = \sum \mathfrak{A}_k \sin k \omega \left(t + \frac{\tau}{2} \right) + \sum \mathfrak{B}_k \cos k \omega \left(t + \frac{\tau}{2} \right),$$

und da

$$k \omega \left(t + \frac{\tau}{2} \right) = k \omega t + \frac{2 \pi k}{\tau} \cdot \frac{\tau}{2} = k \omega t + k \pi,$$

so wird

$$\sin k \omega \left(t + \frac{\tau}{2} \right) = \sin (k \pi + k \omega t) = (-1)^k \sin k \omega t, \quad (18)$$

und ebenso

$$\cos k \omega \left(t + \frac{\tau}{2} \right) = (-1)^k \cos k \omega t \quad . . . \quad (18a)$$

Soll also die Bedingung 17) erfüllt sein, so darf k nur ungerade Werte annehmen. Das heißt: die gewöhnlich vorkommenden Ströme, bei welchen die positive Kurvenhälfte ebenso verläuft wie die negative, enthalten nur die ungeradzahligten Oberschwingungen.

Da weiter für diesen Fall:

$$i_{t+\frac{\tau}{2}} \sin k \omega \left(t + \frac{\tau}{2} \right) = i_t \sin k \omega t,$$

$$i_{t+\frac{\tau}{2}} \cos k \omega \left(t + \frac{\tau}{2} \right) = i_t \cos k \omega t,$$

so erkennt man, daß die Integrale 14) und 15) in der zweiten Periodenhälfte dieselben Werte ergeben wie in der ersten; daher wird:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{A}_k &= \frac{4}{\tau} \int_0^{\frac{\tau}{2}} i \sin k \omega t dt & . . . \quad (14a) \\ \mathfrak{B}_k &= \frac{4}{\tau} \int_0^{\frac{\tau}{2}} i \cos k \omega t dt & . . . \quad (15a) \end{aligned} \right\} \text{für } k = 1, 3, 5 \dots$$

4. Beispiele.

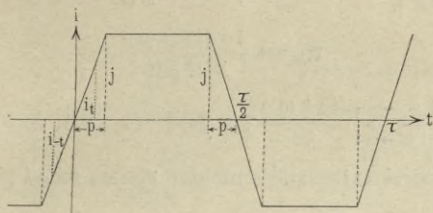
Um die Art der Koeffizientenberechnung zu zeigen, seien einige einfache geometrische Linien als Kurvenformen angenommen.

a) Stromkurve ein gleichseitiges Trapez von der Höhe j ; Grundlinie der Dreiecksflächen $= p$ (Fig. 3).

Die zugehörige Reihe kann nur die ungeraden Koeffizienten enthalten; außerdem, da $i_{-t} = -i_{+t}$ ist, so kann sie nur aus Sinusgliedern bestehen; sämtliche Koeffizienten \mathfrak{B} verschwinden.

Das Integral für \mathfrak{A}_k teilen wir in drei Teile, von 0 bis p , von p bis $\frac{\tau}{2} - p$ und von $\frac{\tau}{2} - p$ bis $\frac{\tau}{2}$.

Fig. 3.



Für das letzte und erste Intervall ist aber

$$i_{\frac{\tau}{2}-t} = i_t \quad (t = 0 \dots p);$$

$$\begin{aligned} \sin k \omega \left(\frac{\tau}{2} - t \right) &= \sin (k \pi - k \omega t) = -\cos k \pi \sin k \omega t \\ &= \sin k \omega t \quad (k \text{ ist ungerade}); \end{aligned}$$

folglich

$$i_{\frac{\tau}{2}-t} \sin k \omega \left(\frac{\tau}{2} - t \right) = i_t \sin k \omega t,$$

das erste und dritte Integral sind einander gleich. Daher wird

$$\mathfrak{A}_k = \frac{4}{\tau} \left[2 \int_0^p i \sin k \omega t dt + \int_p^{\frac{\tau}{2}-p} i \sin k \omega t dt \right].$$

Im ersten Intervall ist $i:t = j:p$

$$\int_0^p i \sin k \omega t dt = \frac{j}{p} \int_0^p t \sin k \omega t dt = \frac{j}{p} \left[-\frac{p \cos k \omega p}{k \omega} + \frac{\sin k \omega p}{k^2 \omega^2} \right].$$

Im mittleren Intervall ist der Strom konstant gleich j

$$\int_p^{\frac{\tau}{2}-p} j \sin k \omega t dt = -\frac{j}{k \omega} \left[\cos(k \pi - k \omega p) - \cos k \omega p \right] = \frac{2j \cos k \omega p}{k \omega}.$$

Mithin ist:

$$\mathfrak{A}_k = \frac{4j}{\tau k \omega p} \left[-2p \cos k \omega p + \frac{2 \sin k \omega p}{k \omega} + 2p \cos k \omega p \right].$$

$$\mathfrak{A}_k = \frac{4j \sin k \omega p}{k^2 \omega p \pi} \dots \dots \dots 19)$$

$$i = \frac{4j}{\omega p \pi} \sum \frac{\sin k \omega p}{k^2} \sin k \omega t \quad (k = 1, 3, 5 \dots)$$

Sind die drei Intervalle einander gleich, so ist $p = \tau/6$

$$i = \frac{6\sqrt{3}}{\pi^2} j \left(\sin \omega t - \frac{1}{25} \sin 5 \omega t + \frac{1}{49} \sin 7 \omega t - \frac{1}{121} \sin 11 \omega t + \dots \right). \quad 20)$$

$\beta)$ $p = \frac{\tau}{4}$ ergibt ein gleichschenkliges Dreieck mit der Höhe j

$$\mathfrak{A}_k = \frac{8j}{k^2 \pi^2} \sin \frac{k \pi}{2}$$

$$i = \frac{8j}{\pi^2} \left[\sin \omega t - \frac{1}{9} \sin 3 \omega t + \frac{1}{25} \sin 5 \omega t - \dots \right]. \quad 21)$$

$\gamma)$ $p = 0$ ergibt ein Rechteck

$$\mathfrak{A}_k = \frac{4j}{k \pi}.$$

$$i = \frac{4j}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3 \omega t + \frac{1}{5} \sin 5 \omega t + \dots \right). \quad 22)$$

b) Stromkurve ein kommutierter Sinusstrom (Fig. 4).

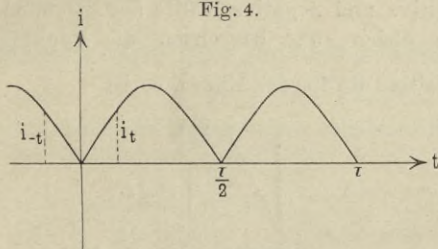
Der Strom enthält eine Gleichstromkomponente \mathfrak{B}_0 , die geradzahigen Oberschwingungen brauchen nicht zu verschwinden. Da $i_{-t} = i_{+t}$ ist, so können nur die Kosinusglieder auftreten, alle Koeffizienten \mathfrak{A} sind gleich Null. Es ist

$$i = \sin \omega t \quad \text{für} \quad t = 0 \dots \frac{\tau}{2}$$

$$i = -\sin \omega t \quad \text{für} \quad t = \frac{\tau}{2} \dots \tau$$

$$\begin{aligned}
\mathfrak{B}_k &= \frac{2}{\tau} \left[\int_0^{\frac{\tau}{2}} \sin \omega t \cos k \omega t dt - \int_{\frac{\tau}{2}}^{\tau} \sin \omega t \cos k \omega t dt \right] \\
&= \frac{1}{\tau} \int_0^{\frac{\tau}{2}} [\sin (k+1) \omega t - \sin (k-1) \omega t] dt \\
&\quad - \frac{1}{\tau} \int_{\frac{\tau}{2}}^{\tau} [\sin (k+1) \omega t - \sin (k-1) \omega t] dt \\
&= \frac{1}{\pi} \left[\frac{1 - (-1)^{k+1}}{k+1} - \frac{1 - (-1)^{k-1}}{k-1} \right].
\end{aligned}$$

Fig. 4.



Ist k ungerade, so wird dieser Ausdruck gleich Null; alle ungeradzahigen Oberschwingungen verschwinden; es bleiben nur die geradzahigen. Ist k gerade, so wird

$$\mathfrak{B}_k = \frac{2}{\pi} \left(\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k-1} \right) = -\frac{4}{\pi(k^2-1)}$$

$$\mathfrak{B}_0 = \frac{2}{\tau} \int_0^{\frac{\tau}{2}} \sin \omega t dt = \frac{2}{\pi},$$

folglich:

$$i = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum \frac{\cos k \omega t}{k^2 - 1} \quad \text{für } k = 2, 4, 6 \dots$$

$$i = \frac{2}{\pi} \left[1 - \frac{2 \cos 2 \omega t}{1 \cdot 3} - \frac{2 \cos 4 \omega t}{3 \cdot 5} - \frac{2 \cos 6 \omega t}{5 \cdot 7} - \dots \right] \quad (23)$$

d. h. ein Gleichstrom von der Stärke $\frac{2}{\pi}$ und ein darübergelagerter Wechselstrom von doppelter Periodenzahl, als der ursprüngliche Sinusstrom.

5. Formfaktor und Scheitelfaktor.

Es gibt Fälle, wo man nicht die Aufnahme der ganzen Stromkurve braucht, sondern wo es genügt, den Charakter der Kurve zu kennen. Dies geschieht durch den sogenannten Formfaktor und den Scheitelfaktor.

Unter dem Formfaktor f versteht man das Verhältnis des Effektivwertes zur mittleren Stromstärke. Dabei ist die mittlere Stromstärke gleich dem zeitlichen Mittelwerte aus den Augenblickswerten ohne Rücksicht auf das Vorzeichen.

Sind positive und negative Hälfte der Stromkurve einander spiegelbildlich gleich, und begrenzen die Punkte $t = 0$ und $t = \frac{\tau}{2}$ die positive Hälfte der Kurve, so ist

$$f = \frac{\sqrt{\frac{2}{\tau} \int_0^{\frac{\tau}{2}} i^2 dt}}{\frac{2}{\tau} \int_0^{\frac{\tau}{2}} i dt} \dots \dots \dots 24)$$

Ist i sinusförmig $= \Im \sin \omega t$, so ist:

$$f_{\sin} = \frac{\Im/\sqrt{2}}{2\Im/\pi} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,111 \dots \dots \dots 25)$$

Für ein gleichseitiges Dreieck mit der Höhe \Im ist:

$$f_{\Delta} = \frac{\Im/\sqrt{3}}{\Im/2} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1,15 \dots \dots \dots 26)$$

Für eine rechteckige Stromkurve mit der Höhe \Im :

$$f_{\square} = \frac{\Im}{\Im} = 1 \dots \dots \dots 27)$$

Als Scheitelfaktor σ definiert Benischke das Verhältnis des Scheitelwertes (maximale Augenblicksstromstärke) zum effektiven. Für dieselben Beispiele wie vorher erhält man:

$$\sigma_{\sin} = \frac{3}{3/\sqrt{2}} = 1,414 \dots \dots \dots 28)$$

$$\sigma_{\Delta} = \frac{3}{3/\sqrt{3}} = 1,732 \dots \dots \dots 29)$$

$$\sigma_{\square} = \frac{3}{3} = 1 \dots \dots \dots 30)$$

Im großen und ganzen kann man sagen, der Formfaktor und der Scheitelfaktor haben für flache Kurven kleinere Werte als für spitze.

6. Effektivwerte und allgemeine Formeln.

Im folgenden seien die wichtigsten Formeln, die bei der Rechnung mit Strömen und Spannungen beliebiger Kurvenformen öfters auftreten, ohne Beweis aufgeführt.

Es sei:

$$i = \sum_k \mathfrak{A}_k \sin k \omega t + \sum_k \mathfrak{B}_k \sin k \omega t \dots \dots \dots 11)$$

$$= \sum_k \mathfrak{Z}_k \sin (k \omega t + \gamma_k) \dots \dots \dots 8)$$

Der Effektivwert des Stromes ist:

$$J = \sqrt{\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} i^2 dt} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_k \mathfrak{A}_k^2 + \frac{1}{2} \sum_k \mathfrak{B}_k^2} = \sqrt{\frac{1}{2} \sum_k \mathfrak{Z}_k^2} \quad 31)$$

Der Strom i werde erzeugt durch eine Spannung

$$e = \sum_k \mathfrak{E}_k \sin k \omega t + \sum_k \mathfrak{D}_k \sin k \omega t \dots \dots \dots 11 a)$$

$$= \sum_k \mathfrak{E}_k \sin (k \omega t + \varepsilon_k) \dots \dots \dots 8 a)$$

Dann ist die Leistung des Stromes:

$$P = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} e i dt = \frac{1}{2} \sum_k (\mathfrak{A}_k \mathfrak{C}_k + \mathfrak{B}_k \mathfrak{D}_k)$$

$$= \frac{1}{2} \sum_k \mathfrak{C}_k \mathfrak{Z}_k \cos(\gamma_k - \varepsilon_k) \quad \dots \quad 32)$$

Sind die drei Phasenspannungen eines Drehstromes einander nach Größe und Kurvenform gleich, so sind ihre Gleichungen:

$$e_1 = \sum \mathfrak{C}_k \sin(k \omega t + \varepsilon_k)$$

$$e_2 = \sum \mathfrak{C}_k \sin\left(k \omega t + \varepsilon_k + \frac{2k\pi}{3}\right) \quad k = 1, 3, 5, \dots$$

$$e_3 = \sum \mathfrak{C}_k \sin\left(k \omega t + \varepsilon_k + \frac{4k\pi}{3}\right).$$

Die Dreiecksspannungen erhalten dann die Werte:

$$e_c = e_2 - e_1 = \sum 2 \mathfrak{C}_k \sin \frac{k\pi}{3} \cos\left(k \omega t + \varepsilon_k + \frac{k\pi}{3}\right),$$

$$e_a = e_3 - e_2 = \sum 2 \mathfrak{C}_k \sin \frac{k\pi}{3} \cos(k \omega t + \varepsilon_k + k\pi),$$

$$e_b = e_1 - e_3 = \sum 2 \mathfrak{C}_k \sin \frac{k\pi}{3} \cos\left(k \omega t + \varepsilon_k + \frac{2k\pi}{3}\right).$$

In diesen Summen verschwinden die Glieder für $k = 3, 9, 15 \dots$
In der Dreiecksspannung fehlen die 3., 9., 15. Oberschwingung.
Der Effektivwert der Dreiecksspannungen ist:

$$E_{\Delta} = \sqrt{\frac{3}{2} (\mathfrak{C}_1^2 + \mathfrak{C}_5^2 + \mathfrak{C}_7^2 + \mathfrak{C}_{11}^2 + \dots)}$$

Der Effektivwert der Sternspannungen

$$E_* = \sqrt{\frac{1}{2} (\mathfrak{C}_1^2 + \mathfrak{C}_3^2 + \mathfrak{C}_5^2 + \dots)}$$

$$E_*^2 - \frac{1}{3} E_{\Delta}^2 = \frac{1}{2} (\mathfrak{C}_3^2 + \mathfrak{C}_9^2 + \dots)$$

III. Kurvenaufnahmen.

Die Aufnahme einer Wechselstromkurve kann entweder punktförmig oder kontinuierlich erfolgen.

7. Allgemeines über punktförmige Aufnahmen.

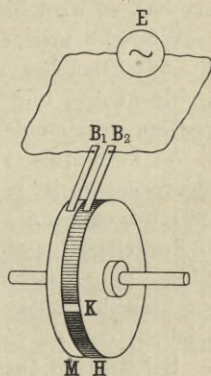
Der Grundgedanke der punktförmigen Kurvenaufnahme rührt von Joubert her.

Das Wesentliche der Methode besteht in einem sogenannten Kontaktmacher, der in jeder Periode nur einmal eine sehr kurze Zeit einen Kontakt zwischen zwei Leitern herstellt; dabei erfolgt der Kontakt stets in derselben Phase, d. h. der betreffende Wechselstrom geht im Moment, wo der Kontakt gemacht wird, stets durch denselben Augenblickswert.

Der Kontaktmacher besteht in seiner einfachsten Form (Fig. 5) aus einer Metall- und einer Hartgummischiibe M und H , die dicht nebeneinander und fest miteinander verbunden auf die Maschinenachse gesetzt sind. In den Rand der Hartgummischiibe ist an einer Stelle der Peripherie ein schmaler Metallstreifen K eingepaßt, der mit der Scheibe M in metallischer Verbindung steht. Auf den Rändern von M und H schleifen zwei voneinander isolierte Bürsten $B_1 B_2$. Ist die Maschine zweipolig, dann durchläuft jeder Wechselstrom, der durch die Maschine erzeugt wird, während einer Umdrehung der Maschine eine volle Periode. Die Berührung von K und B_2 erfolgt stets in derselben Phase des Stromes, d. h. der Strom hat zurzeit des Kontaktes stets denselben Augenblickswert.

Man befestigt nun $B_1 B_2$ gemeinsam an einem Teilkreise, so daß die Bürsten durch Drehen des Teilkreises in jeder beliebigen am Teilkreis ablesbaren Phase Kontakt machen können. Werden die Augenblickswerte der Ströme oder Spannungen, die von der Maschine herrühren, auf irgend eine Weise gemessen, so

Fig. 5.



trägt man die Augenblickswerte als Ordinaten zu den am Teilkreis abgelesenen Phasen als Abszissen in Koordinatenpapier ein und kann so, wenn man eine genügend große Zahl von Augenblickswerten gemessen hat, die Punkte zur Kurve verbinden. Hat man nacheinander mehrere Spannungen und Ströme aufgenommen, so erhalten alle Kurven die richtige Lage zueinander, sofern nur alle derselben Bürstenstellung entsprechenden Augenblickswerte von derselben Abszisse aus abgetragen werden.

Ist die Maschine mehrpolig, so erfolgt der Kontakt nicht innerhalb jeder Periode. Hat sie $2p$ Polpaare, so folgen einer Periode, in der Kontakt gemacht wird, $p - 1$ Perioden, in die kein Kontakt fällt. Da aber in den Perioden, in denen Kontakt gemacht wird, der Augenblickswert jedenfalls stets den gleichen Wert hat, so wird hierdurch nichts Wesentliches geändert.

Wünscht man einen Kontakt in jeder Periode, so muß der Kontaktmacher auf eine besondere Achse gesetzt werden; Maschinenachse und Kontaktmacherachse sind durch ein Rädervorgelege miteinander zu verbinden, das die Drehgeschwindigkeit im Verhältnis $1 : p$ vergrößert. Ein passendes derartiges Rädervorgelege ist z. B. dem Frankeschen Kurvenapparat (vgl. S. 20) beigegeben. Durch Einsetzen geeigneter Zahnräder ist dies Vorgelege für alle Polzahlen von 4 bis 20 brauchbar.

Ist die Maschinenachse nicht zugänglich, so wird die Kontaktmacherwelle durch einen kleinen Synchronmotor angetrieben, der an dieselbe Wechselstrommaschine angeschlossen ist. Bei Antrieb durch Synchronmotor hat man sich aber davon zu überzeugen, erstens daß durch Einschalten des Synchronmotors nicht die aufzunehmende Kurve verändert wird, was immerhin möglich ist, wenn der Synchronmotor eine nennenswerte Belastung für die Antriebsmaschine ist, zweitens daß der Synchronmotor mit konstanter Geschwindigkeit läuft, d. h. ohne Ungleichförmigkeit innerhalb einer Periode und ohne zu pendeln. Man würde sonst Kurven mit verzerrten Abszissen erhalten.

Es fragt sich noch, welche Methoden man anwenden kann, um die Augenblickswerte einer Phase zu messen. Dazu sei zuvor bemerkt, daß sich die Methode des Kontaktmachers vornehmlich zur Aufnahme von Wechselspannungen eignet. Ist die aufzunehmende Wechselspannung e zu hoch, als daß man sie direkt aufnehmen könnte, so teilt man sie dadurch, daß man sie durch

einen bekannten großen Widerstand R schließt und nur die Spannung $\frac{e Q}{R}$ an einer Unterabteilung Q des Widerstandes aufnimmt.

Um eine Stromkurve aufzunehmen, schaltet man in den Stromleiter einen induktionslosen Widerstand passender Größe und nimmt die Spannungskurve an den Polen dieses Widerstandes auf, d. h. die Aufnahme einer Stromkurve wird auf die einer Spannungskurve zurückgeführt.

Für die Messung der Augenblickswerte kommen also vornehmlich die Methoden der Spannungsmessung in Frage.

8. Einzelne Methoden der punktförmigen Aufnahme.

a) Elektrometermethode.

Das direkteste und von Joubert selbst angewandte Verfahren ist, die Augenblicksspannungen mit dem Quadrantelektrometer zu messen. Der Kontaktmacher wird einfach in eine der Zuleitungen zum Elektrometer eingeschaltet.

Für höhere Spannungen eignet sich am besten die idio-statische Schaltung; dabei wird das eine Quadrantenpaar mit der Nadel und unter Zwischenschaltung des Kontaktmachers mit dem einen Spannungspol verbunden; das zweite Quadrantenpaar ist mit dem Gehäuse des Elektrometers und dem anderen Spannungspol verbunden. Die Ausschläge sind proportional dem Quadrat der Spannung.

Für niedrige Spannungen eignet sich besser die Quadrantschaltung. Die aufzunehmende Spannung wird an die beiden Quadrantenpaare gelegt, wobei wiederum in eine Zuleitung der Kontaktmacher eingeschaltet ist. Das Gehäuse ist mit einem Quadrantenpaar verbunden, zwischen Gehäuse und Nadel liegt eine konstante Hilfsbatterie (etwa 100 bis 200 Volt). Die Ausschläge sind proportional den Augenblickswerten der Spannung. Der Vorzug dieser Methode besteht darin, daß der Augenblickskontakt stromlos ist, und daß, abgesehen von geringen Ladeverlusten, alle Elektrometerteile dauernd während der Messung auf demselben Potential bleiben. Dabei ist das bewegliche System so träge, daß es durch kleine Unregelmäßigkeiten entstehende rasche Schwankungen nicht mitmacht. Andererseits

erfordert aber das Arbeiten mit dem Elektrometer ziemlich viel Übung und Geschicklichkeit, so daß diese Methode hauptsächlich für Laboratorien in Frage kommt.

b) Methode des ballistischen Galvanometers.

Man verbindet die Pole der aufzunehmenden Spannung (Fig. 6) mit einem Kondensator C , wobei in eine Zuleitung der Kontaktmacher K eingeschaltet ist. Der Kondensator erfährt dadurch eine dem betreffenden Augenblickswert der Spannung proportionale Ladung. Durch den Umschalter U wird der Kondensator vom Spannungskreise getrennt und durch das ballistische

Fig. 6.

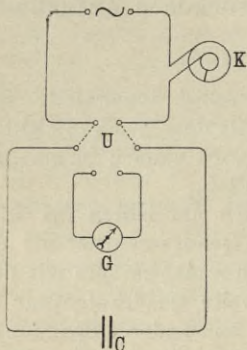
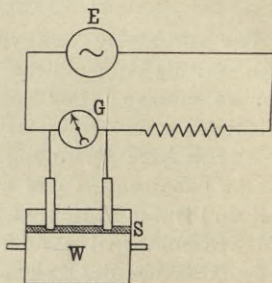


Fig. 7.



Galvanometer G entladen. Der ballistische Ausschlag des Galvanometers ist proportional dem Augenblickswert der Spannung. Die Methode ist zuverlässig, erfordert aber einen sehr großen Aufwand von Zeit.

c) Voltmetermethode.

Man mißt die Augenblickswerte der Spannungen durch ein Galvanometer, dem ein großer Widerstand vorgeschaltet ist. Es sind dafür verschiedene Schaltungen im Gebrauch.

Bei der in Fig. 7 von Kübler angegebenen Methode wird als Momentankontakt eine Metallwalze W benutzt, in welche ein schmaler isolierender Streifen S eingesetzt ist. Die aufzunehmende Spannung E ist durch Galvanometer G und Widerstand geschlossen. Die Kontaktbürsten sind beiderseits an das Galvanometer an-

gelegt, so daß es im allgemeinen kurz geschlossen ist und nur im Augenblick, wo der Isolierstreifen unter den Bürsten weggeht, einen der betreffenden Augenblicksspannung proportionalen Stromstoß erhält. Die Stromstöße, die sich periodisch bei jeder Umdrehung wiederholen, bewirken einen konstanten Ausschlag des Galvanometers. Als Vorteil der Methode pflegt man hervorzuheben, daß der Spannungskreis dauernd geschlossen bleibt, so daß an den Kontakten, selbst bei der Aufnahme sehr hoher Spannungen, keine Funken auftreten können. Demgegenüber besteht der Nachteil, daß es kaum möglich ist, ruhige Galvanometereinstellungen zu erhalten. Hat man nämlich z. B. eine 50periodige Wechselfrequenz aufzunehmen, so darf der Isolierstreifen nur so breit gemacht werden, daß der Stromstoß nur wenige Zehntausendstel Sekunden dauert. Der Galvanometerausschlag ist aber nicht nur dem Momentwert der Spannung, sondern auch der Dauer des Stromstoßes proportional. Eine Änderung der überaus geringen Kontaktdauer von 1 Proz. hat eine gleiche Änderung des Stromstoßes zur Folge.

Nun ist es aber bei den mechanisch best ausgeführten Kontaktvorrichtungen nicht möglich, die Unterbrechungsdauer durchaus konstant zu halten. Ist nämlich das Isolierstück gut eingepaßt und das Ganze sorgfältig abgedreht worden, so ist doch der Stichel in Metall und Isoliermasse verschieden tief eingedrungen, und die Bürste, welche über die mit großer Geschwindigkeit sich bewegende und etwas vibrierende Kontaktfläche gleitet, bekommt an den Trennungsflächen einen kleinen Stoß. Nimmt man dazu, daß die Bürsten in einer gewissen Breite aufliegen und durch die Reibung mit der Zeit abgenutzt werden, so wird es verständlich, daß es fast unmöglich ist, einen mechanischen Kontakt von unveränderlicher Dauer aufrecht zu erhalten. Daraus ergibt sich die Überlegenheit derjenigen Methoden, bei denen die Güte des Momentkontaktes eine geringere Rolle spielt.

Wollte man die Anordnung derart wählen, daß man die Wechselfrequenz E durch Galvanometer G , Widerstand W und einen Kontaktmacher K von der in Fig. 5 dargestellten Form schließt, so würden sich ebenfalls die Mängel, die von einer veränderlichen Kontaktdauer herrühren, störend bemerkbar machen. Die Unsicherheit des Kontaktes wird hier aber durch Funkenbildung noch erhöht.

Man erhält aber sofort eine sehr brauchbare Schaltung, wenn man parallel zu Galvanometer und Widerstand einen Kondensator C anlegt (Fig. 8).

Geht die Bürste des Kontaktmachers K über die Schneide der Scheibe, so wird der Kondensator C geladen, und zwar trotz der kurzen Kontaktdauer voll geladen, weil der Widerstand der Zuleitungen klein und hemmende Selbstinduktion nicht vorhanden ist. In dem längeren nun folgenden Zeitabschnitt bis zur Wiederholung des Kontaktes entlädt sich der Kondensator durch das Galvanometer G , und zwar nur zum Teil, da der Widerstand w des Kreises sehr groß und die Zeit bis zum nächsten Kontakt nur gering ist. Während des neuen Kontaktes braucht also nur der verloren gegangene Teil der Ladung ergänzt zu werden. Das Galvanometer erhält daher nicht nur einzelne kurze Stromstöße, sondern nahezu Gleichstrom, der in der Zeit zwischen zwei Kontakten langsam sinkt.

Theoretisch läßt sich der Vorgang folgendermaßen darstellen: im Augenblick des Kontaktes ist die Spannung an den Kondensatorpolen gleich dem Augenblickswert der Spannung v . Wird die Selbstinduktion des Galvanometers vernachlässigt, so fließt von diesem Moment an ein Strom durch das Galvanometer, der durch die Gleichung

$$i = \frac{v}{w} e^{-\frac{t}{cw}}$$

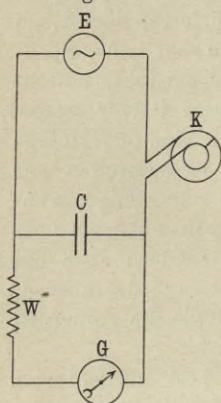
dargestellt ist (Entladungsstrom eines Kondensators). Sei z. B. $v = 100$ Volt, $w = 100\,000$ Ohm, $c = 1$ Mikrofarad, die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kontakten gleich $\frac{1}{50}$ Sekunde, dann ist im Augenblick des Kontaktes

$$i = \frac{100}{100\,000} = 0,001 \text{ Ampere}$$

und kurz vor Eintritt des nächsten Kontaktes

$$i = 0,001 e^{-\frac{10^5}{50 \cdot 10^5}} = 0,001 \cdot 0,82.$$

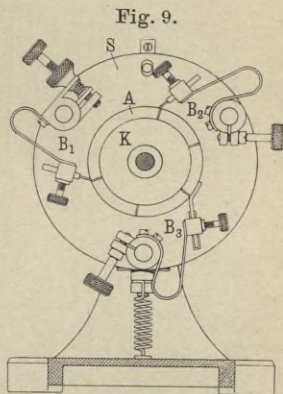
Fig. 8.



Der Strom ist also um rund $\frac{1}{5}$ seines Wertes kleiner geworden, die Spannung auf 82 Volt gesunken.

9. Frankescher Apparat.

Ein auf der vorstehenden Methode beruhender Kurvenapparat ist von Rudolf Franke konstruiert worden¹⁾. Besondere Sorgfalt ist hier der Ausbildung des Momentkontaktes gewidmet. Mit der Maschinenachse wird ein kleiner Kollektor *K* gekuppelt, der aus fünf voneinander isolierten Metallsegmenten besteht (Fig. 9). Vier der Segmente umfassen je 60° , während das fünfte, *A*, doppelt so groß ist. Auf dem Kollektor schleifen zwei Bürsten *B*₁, *B*₂, so daß ihre Berührungspunkte nahezu 120° voneinander entfernt sind. Die Bürsten sind also im allgemeinen voneinander isoliert; nur während eines kurzen Zeitteilchens stellt das Segment *A* eine Verbindung zwischen beiden her. Dadurch, daß die Bürste *B*₁ um ein wenig gegen *B*₂ verstellt werden kann, kann die Kontaktdauer in engen Grenzen reguliert werden. *B*₃ ist ein Läppchen, das mit Petroleum getränkt ist, und dazu dient, die Kollektoroberfläche sauber zu erhalten.



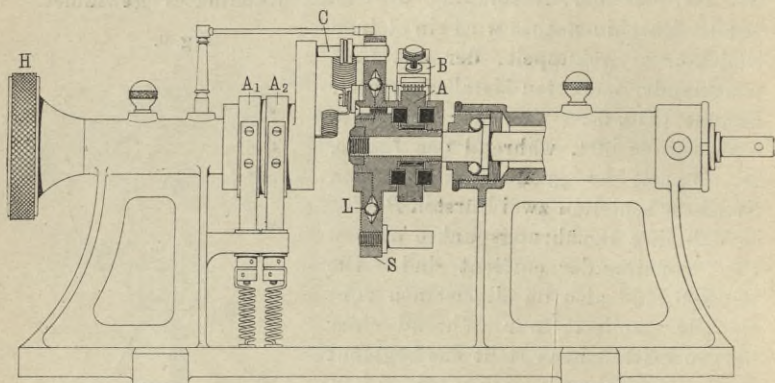
Die Scheibe *S*, an der *B*₁, *B*₂, *B*₃ befestigt sind, kann mit sanfter Reibung um dieselbe Achse wie der Kollektor gedreht werden, um die den einzelnen Phasen entsprechenden Augenblickswerte aufnehmen zu können.

Es ist leicht einzusehen, daß die Kontaktdauer auf dem Segment *A* nur dann konstant ist, wenn Segmente und Scheibe *S* durchaus konzentrisch zueinander stehen. Eine auch nur geringe Exzentrizität der Bürsten hat außer der verschiedenen Kontaktdauer in den einzelnen Phasen weiter zur Folge, daß die Ablesung an Teilkreise nicht mehr den richtigen Phasenwinkel gibt.

¹⁾ Der Apparat ist zu beziehen durch die Land- und Seekabelwerke, Geschäftsstelle Hannover.

Um eine möglichst gute Zentrierung zu erzielen, sitzt die Scheibe *S* (Fig. 10) mittels eines Kugellagers *L* auf der rotierenden Achse des Kollektors *A*. Ein Mitnehmer *C* gestattet mittels des Handrades *H* die Bürsten langsam um den Kollektor herumbewegen. Zwei Schleifringe *A*₁, *A*₂, die gleichzeitig als Bremsen dienen, führen den Strom den Bürsten zu.

Fig. 10.

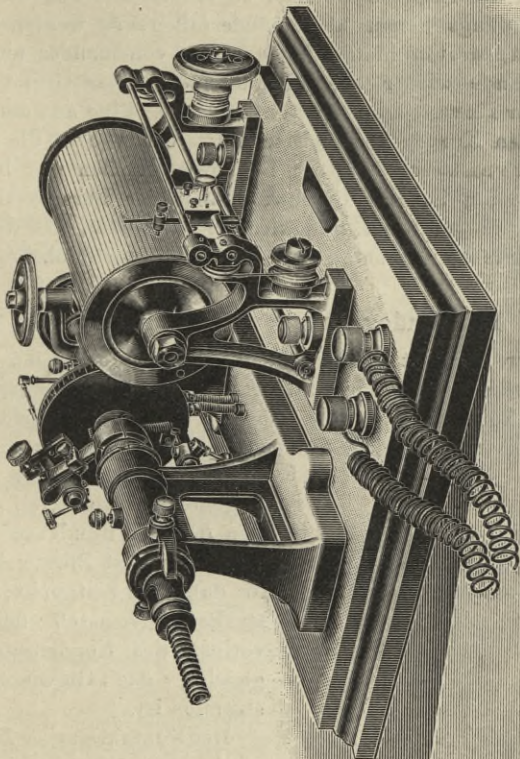


Der Rand der Scheibe *S* ist in 360 Teile geteilt, so daß man an einer Marke den jeweiligen Phasenwinkel, für den der Augenblickswert bestimmt wird, ablesen kann. Der Kontaktmacher wird mittels biegsamer Welle entweder mit der Achse der Wechselstrommaschine gekuppelt, wobei eventuell das auf S. 14 erwähnte Rädervorgelege zwischengeschaltet wird, oder durch einen Synchronmotor angetrieben.

Um nun mit dem Apparate die Kurven direkt aufzeichnen zu können, ist eine Trommel auf demselben Grundbrett wie der Kontaktmacher befestigt (Fig. 11). Eine Schnur kuppelt die Trommel mit einer mit den Bürsten des Kontaktmachers fest verbundenen Scheibe derart, daß eine Drehung der Bürsten eine Drehung der Trommel um den gleichen Winkel zur Folge hat. Durch eine im Inneren der Trommel befindliche Feder wird die Schnur stets gespannt erhalten. Gegenüber der Trommel wird ein Spiegelgalvanometer mit objektiver Ablesung aufgestellt; der Lichtzeiger des stromlosen Galvanometers fällt auf die Mitte der Trommel. Parallel zur Trommelachse ist ein

Schlitten verschiebbar angeordnet, der einen Bleistift trägt und mittels Handrades und Schnurlaufes bewegt werden kann.

Fig. 11.



Während nun die eine Hand dasjenige Handrad dreht, durch welches langsam Bürsten und Trommel bewegt werden, ist mit

dem zweiten Handrade stets der Bleistift auf den Lichtzeiger einzustellen. Wird langsam genug gedreht, so zeichnet der Stift die Wechselstromkurve auf die Trommel. Sind positive und negative Kurvenhälfte einander spiegelbildlich gleich, so empfiehlt es sich, dieselbe Kurve noch ein zweites Mal aufzunehmen, nachdem die Stromrichtung im Galvanometer umgedreht ist. Hat man dabei die Registriertrommel so eingestellt, daß die beiden Kurven anfangs genau übereinanderfallen, so werden sie bei manchen Apparaten in der Mitte etwas voneinander abweichen und am Ende wieder zusammenkommen. Der Grund hierfür liegt in der Exzentrizität der Kontaktwalze. Eine aus den beiden gezeichneten Kurven konstruierte mittlere Kurve ist die richtige.

Der Frankesche Apparat ist gewissermaßen nur halbautomatisch. Man hat die Geschwindigkeit der Bürstenverstellung vollständig in der Hand, und wird sie so wählen, daß der Lichtzeiger möglichst momentan folgt und nicht nachhinkt.

10. Ondograph von Hospitalier ¹⁾.

Dieser Apparat beruht auf denselben Prinzipien wie der Frankesche, zeichnet aber die Kurve vollständig automatisch auf.

Der Kontaktmacher hat die in Fig. 12 dargestellte Form, seine Wirksamkeit weicht nur um eine Kleinigkeit von der des auf S. 18 beschriebenen ab. Im Augenblick, wo durch die Bürsten *BD* der Kondensator *C* geladen wird, ist Bürste *A* isoliert, so daß im Zeitpunkt, wo ein starker Stromstoß den Ladeverlust des Kondensators ausgleicht, das Galvanometer *G* stromlos ist.

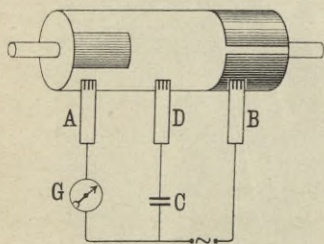


Fig. 12.

Der Kontaktmacher *D* (Fig. 14) wird nun unter Zwischenschaltung von Zahnrädern von dem vierpoligen Synchronmotor *A* angetrieben. Die Zahnzahl der Räder ist dabei so gewählt, daß gleichzeitig der Motor *A* 1000 Touren und der Kontaktmacher *D*

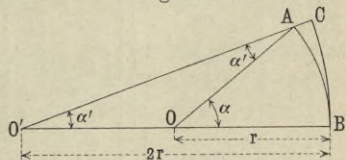
¹⁾ Der Apparat ist zu beziehen durch die Akt.-Ges. Danubia, Straßburg i. E., Zaunköniggasse.

999 Touren macht. Das hat dieselbe Wirkung, als ob D ebenfalls 1000 Touren gemacht hätte, und die Bürsten, die im Apparate tatsächlich fest angeordnet sind, würden einmal in dieser Zeit um die Kontaktmacherwelle herumgeführt. Da der Motor vierpolig ist, so würde man hierdurch zwei volle Perioden erhalten. Andererseits treibt nun das Räderwerk die Registriertrommel C , und zwar entsprechen 1000 Touren des Motors zwei Drittel Umdrehungen der Trommel C ; oder einer vollen Umdrehung von C entsprechen drei volle Perioden der aufzunehmenden Kurve.

Als Galvanometer dient ein d'Arsonvalinstrument. Wollte man den Zeiger dieses Apparates direkt auf der Trommel schreiben lassen, so müßte man einen verhältnismäßig kurzen Zeiger wählen, damit die Schreibvorrichtung nicht hemmend wirkt. Das hätte aber zur Folge, daß die Ordinaten eine starke Krümmung erfahren würden; überdies würden sie weiter dadurch verzerrt, daß die Schreibfeder sich nicht längs einer Erzeugenden des Registrierylinders bewegt.

Diese Mängel werden durch folgenden Kunstgriff gemildert. Die 18 cm lange Nadel des Galvanometers habe in der Ruhelage die Lage OB (Fig. 13). Ein 36 cm langer Hebel hat seinen Drehpunkt in O' und wird durch eine Gabel geführt, welche am freien Ende der Galvanometer-nadel befestigt ist. Die Drehpunkte $O O'$ haben voneinander einen Abstand von 18 cm. Erfährt die Galvanometer-nadel eine Ablenkung α , so dreht sich der lange Hebel um den Winkel $\alpha/2$ und kommt in die Lage $O'A$. Während also die hemmende Kraft des Schreibstiftes durch den Hebelarm OA überwunden wird, beschreibt der Stift in C nahezu geradlinige Ordinaten, die proportional dem Ablenkungswinkel sind.

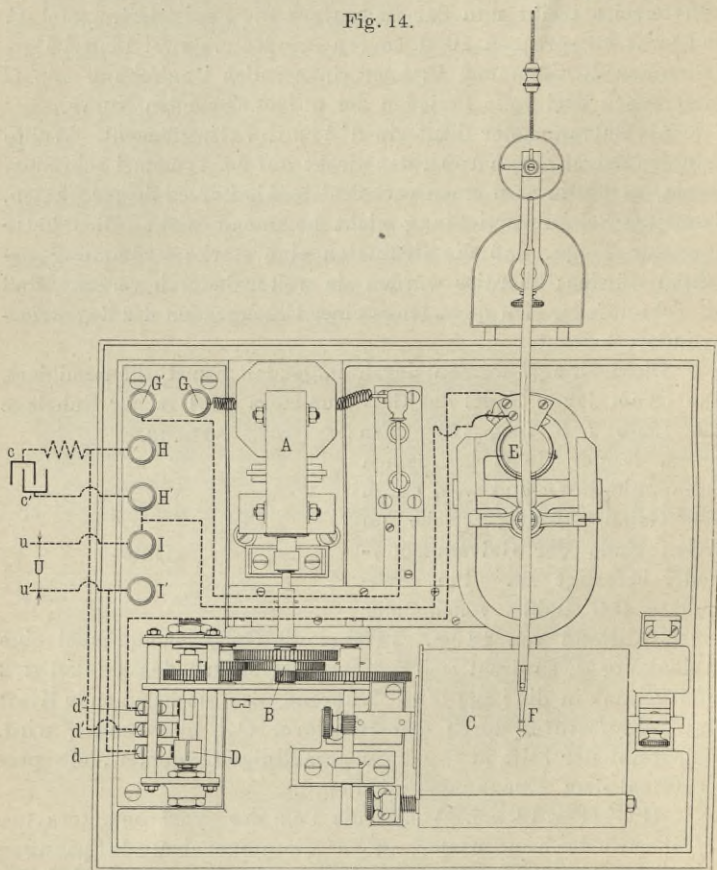
Fig. 13.



$G G'$ (Fig. 14 a. f. S.) sind die Pole des Synchronmotors, an HH' wird der Kondensator, an JJ' die aufzunehmende Spannung gelegt. Der Synchronmotor wird durch eine Handkurbel angedreht; eine mit schwarzen und weißen Sektoren bemalte Scheibe wird durch eine aus derselben Wechselstrommaschine gespeiste Bogenlampe oder Glühlampe beleuchtet. Sobald die Streifen stillzustehen scheinen, ist Synchronismus erreicht.

Hospitalier hat den Apparat auch benutzt, um Leistungskurven aufzunehmen. Dazu muß das Galvanometer *E* durch ein Wattmeter ersetzt werden. Durch die Hauptstromspule fließt der ununterbrochene Arbeitsstrom, während die Spannungsspule genau so geschaltet ist wie sonst die Galvanometerspule.

Fig. 14.

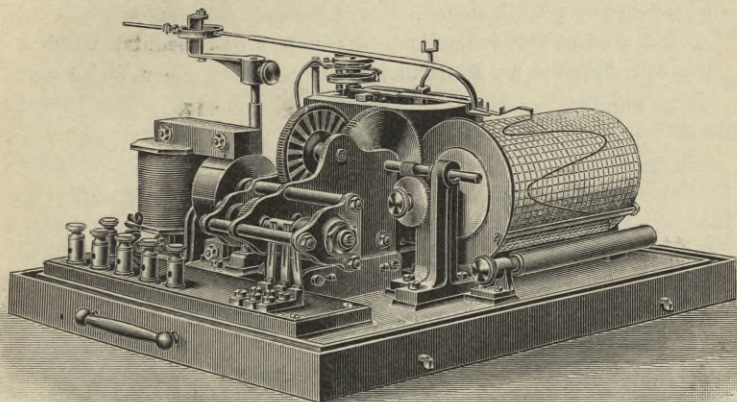


Der Apparat braucht zur Aufnahme einer vollständigen Kurve weniger als eine Minute. Den großen Vorteilen des automatischen Aufzeichnens steht der Mangel gegenüber, daß man namentlich bei sehr steilen Teilen der aufzunehmenden Kurve keine

Kontrolle darüber hat, ob das bewegliche System unmittelbar gefolgt ist.

Um diesem Übelstande abzuhelpfen, hat Hospitalier einen zweiten Apparat angegeben, bei welchem Synchronmotor und Welle des Kontaktmachers coaxial einander gegenüberstehen.

Fig. 15.



Die Achsenenden tragen je ein Kronrad, die durch ein Planetenrad miteinander in Verbindung stehen. Die Kreuzwelle des Planetenrades kann durch eine Kurbel gedreht werden und ist mit der Achse der Registriertrommel verbunden. Wird die Kurbel festgehalten, so steht die Registriertrommel still, Synchronmotor und Kontaktwelle laufen mit gleicher Geschwindigkeit, so daß der Kontakt immer in derselben Phase gemacht wird. Wird jetzt die Kurbel langsam von Hand gedreht, so wird gleichzeitig die Registriertrommel gedreht, und die Phase des Kontaktes geändert; die Geschwindigkeit, mit der die Kurve aufgenommen wird, hängt ab von der Geschwindigkeit, mit der die Kurbel gedreht wird.

11. Kompensationsmethode. Apparate von Rosa und Callendar.

Zur Messung der Augenblickswerte der Spannung wird in üblicher Weise die Kompensationsmethode benutzt. Die Hilfsbatterie H (Fig. 16) ist durch den Kompensationswiderstand R

geschlossen. Die aufzunehmende Wechselspannung W wird an den Kompensationswiderstand angeschlossen, dabei wird aber vor das Galvanometer G der Kontaktmacher K eingeschaltet. Da auf Stromlosigkeit im Galvanometer eingestellt wird, so wird auch der Momentkontakt stromlos; Güte und Dauer des Kontaktes können also nur eine geringere Bedeutung haben als bei den vorhergehenden Methoden.

Die Kompensationsmethode ist von Rosa benutzt worden, um einen Apparat zu konstruieren, der in bequemer Weise eine

Fig. 16.

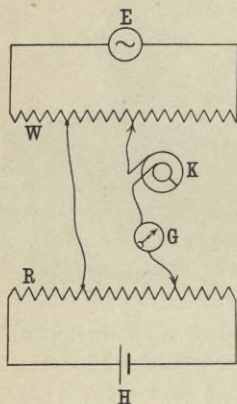
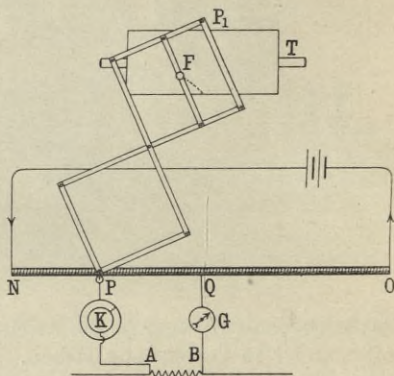


Fig. 17.



punktförmige Kurvenaufnahme gestattet. Bei diesem Apparat wird der Kompensator ersetzt durch einen 80 cm langen Hartgummi-zylinder NO (Fig. 17), der mit einer Lage Kupfer- oder Neusilberdraht bedeckt ist. Längs einer Erzeugenden des Zylinders ist die Isolation des Drahtes beseitigt, so daß ein Schleifkontakt P darauf entlang gleiten kann. Diese Anordnung verhält sich wie ein Schleifdraht von hohem Widerstand. An NO wird unter Vorschaltung eines Regulierwiderstandes eine Hilfsbatterie gelegt und die Spannung an NO , die mittels Voltmeter gemessen wird, konstant gehalten. Von der Mitte der Spule Q führt eine feste Leitung durch ein empfindliches, möglichst aperiodisches Galvanometer G von kleiner Schwingungsdauer zu dem einen Pol B der aufzunehmenden Wechselspannung. Der Schleifkontakt P ist mit dem einen Pol des Kontaktmachers K verbunden, während der

andere Pol des letzteren zum Pol A der Wechsellspannung führt. Das Galvanometer ist stromlos, wenn der der Stellung des Kontaktmachers entsprechende Augenblickswert der Spannung AB der Spannung zwischen den Punkten P und Q gleich ist. Hat durch Änderung der Bürstenstellung des Kontaktmachers der Augenblickswert der Spannung sein Zeichen verändert, so ist die Einstellung des Schleifkontaktes P auf der Strecke QO zu suchen.

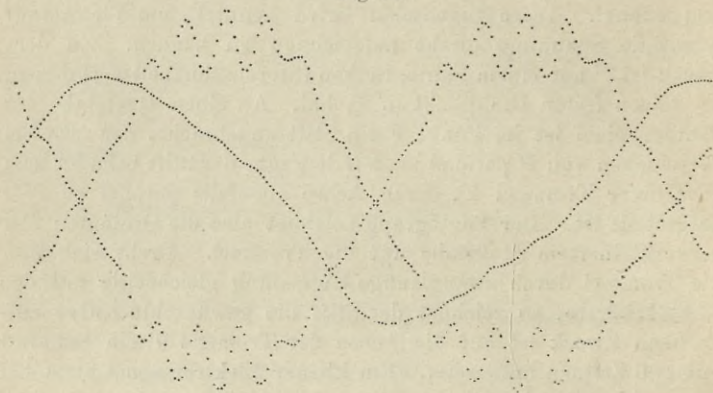
Nun ist aber die Spannung zwischen den Punkten PQ bei einem gleichmäßig bewickelten Zylinder offenbar der Länge PQ proportional. Diese Eigenschaft wird benutzt, um die aufzunehmende Spannung direkt aufzeichnen zu können. Zu dem Zweck ist P mit einem Pantographen (Storchschnabel) verbunden, der seinen festen Drehpunkt in P_1 hat. An einem Querstabe des Pantographen ist im Punkt F ein Stift angebracht, der sich bei Verschieben von P parallel zu NO bewegt; der Stift befindet sich über einer Trommel T , deren Achse ebenfalls parallel zu NO aufgestellt ist. Der Pantograph zeichnet also die Ordinaten PQ in verkleinertem Maßstabe auf die Trommel. Dreht sich nun die Trommel durch zwangsläufige Kuppelung gleichzeitig mit der Kontaktbürste, so zeichnet der Stift die gewünschte Kurve auf. Zu dem Zweck ist auf die Achse der Trommel T ein Zahnrad mit 180 Zähnen aufgesetzt. Ein kleiner Elektromagnet zieht bei Stromschluß durch geeignete Sperrhaken die Trommel um je einen Zahn vorwärts.

Eine ähnliche Vorrichtung ist an der Bürste des Kontaktmachers angebracht. Nur muß je nach der Polzahl der Maschine ein entsprechendes Rädervorgelege eingeschaltet werden. Ist die Maschine z. B. achtpolig, so darf sich nach 180 Kontakten die Bürste nur um 90° gedreht haben, da dies einer Periode entspricht. Außer diesen zwei Hilfselektromagneten enthält der Apparat noch einen dritten, dessen Anker den Schreibstift in F trägt. Hat man durch Verschieben von P auf den Strom Null im Galvanometer eingestellt, so werden durch einen Taster alle drei Elektromagnete erregt. Der Elektromagnet in F zeichnet einen Punkt der Kurve auf das Papier der Trommel. Durch die beiden anderen Elektromagnete werden beim Loslassen des Tasters Trommel und Kontaktbürste weiter gezogen, und zwar nach dem oben Gesagten in eine Lage, die einem Phasenfortschritt von 2° entspricht. Das Verschieben des Kontaktes P

wird in leicht verständlicher Weise durch eine Kurbel besorgt. Die linke Hand bedient diese Kurbel, die rechte den Taster. Die Aufnahme eines Punktes erfordert etwa 3 Sekunden, so daß die gesamte punktierte Kurve in verhältnismäßig kurzer Zeit aufgezeichnet sein kann.

Fig. 18 zeigt zwei mit diesem Apparat gefundene Kurven; sie stellen Ladestrom eines Kondensators und zugehörige Spannung dar. Die ganze Anordnung hat den Vorteil, daß man die

Fig. 18.



in der Fig. 17 gezeichneten Apparate in größerer Entfernung von der Maschine aufbauen kann, wo man weniger Störungen ausgesetzt ist, während der Kontaktmacher selber unmittelbar mit der Maschine gekuppelt wird. Der Kontaktmacher weicht konstruktiv nicht wesentlich von den üblichen bereits beschriebenen ab. Zu erwähnen ist, daß die Bürsten durch eine regulierbare Feder gegen den Scheibenrand gepreßt werden, um einen guten Kontakt von gleichmäßiger Dauer zu erzielen.

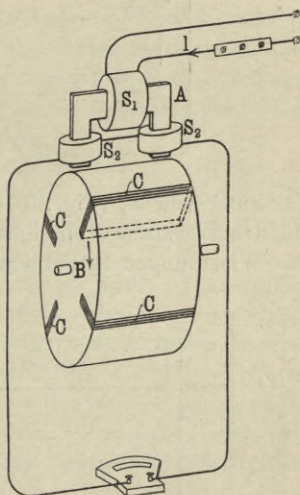
Auch dieser Apparat ist halbautomatisch. Callendar hat versucht, ihn ganz automatisch zu machen, indem er die Galvanometernadel mit einem Hebel ausstattet, der zwischen zwei Kontakten hin und her pendelt; letztere steuern einen Motor um, der den Schleifkontakt hin und her zieht. Die Kontakte am Galvanometerhebel zuverlässig zu machen, stößt auf außerordentliche Schwierigkeiten. Callendar hat nur eine vorläufige Ausführung seines Apparates bisher beschrieben.

12. Apparate von Goldschmidt und Ryan.

Da die mechanischen Augenblickskontakte, wie bereits mehrfach erwähnt, Anlaß zu allerhand Störungen geben, so ist von Goldschmidt versucht worden, den mechanischen Kontakt durch einen magnetischen zu ersetzen¹⁾.

Ein schmaler U-förmiger Eisenkern *A* (Fig. 19), der aus fünf bis sechs Blechen von 0,4 mm Stärke zusammengesetzt ist, trägt eine primäre Spule *S*₁ und zwei hintereinander geschaltete sekundäre Spulen *S*₂. Vor den Polen von *A* dreht sich eine Metalltrommel *B*, in welche ein oder mehrere Eisenstreifen *C* der gleichen Breite wie die U-förmigen Kerne eingelassen sind. *S*₁ wird durch den aufzunehmenden Wechselstrom erregt, die Trommel *B* durch einen Synchronmotor angetrieben. Im Augenblick,

Fig. 19.



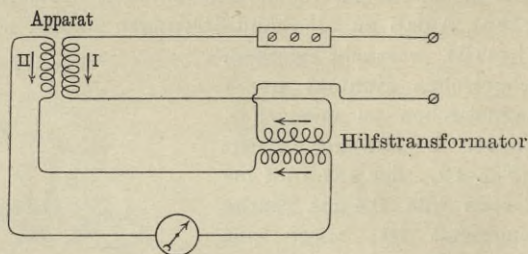
wo sich ein Streifen *C* vor den Polen von *A* vorbeibewegt, erhalten die Kraftlinien in *A* einen guten magnetischen Schluß; es entsteht ein Kraftlinienstoß, dessen Stärke nahezu dem Augenblickswert der erregenden Stromstärke in *S*₁ proportional ist. Infolgedessen wird in den Spulen *S*₂ ein Wechselstromstoß erzeugt, der demselben Augenblickswert nahezu proportional ist und durch ein Wechselstromvoltmeter von geeigneter Größe gemessen werden kann.

Bewegt man den Eisenkern *A* langsam um die Achse *B* herum, ähnlich wie die Bürsten beim mechanischen Kontaktmacher, so gibt das Wechselstromvoltmeter die den einzelnen Phasen entsprechenden Augenblickswerte an. Nun wird aber

¹⁾ Zu beziehen durch die Elekt.-Akt.-Ges. vorm. Kolben u. Co., Prag-Vysöcan.

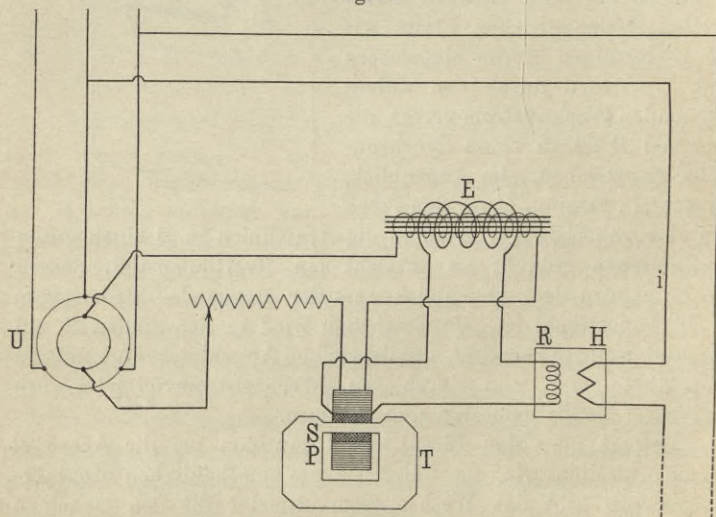
auch in den Zeiten, wo A magnetisch nicht geschlossen ist, in S_2 eine Wechselfspannung induziert, welche für die Kurvenaufnahme zwecklos und störend ist. Um diese zu beseitigen, wird in die

Fig. 20.



Zuleitung von S_1 (Fig. 20) die primäre Wickelung eines kleinen Hilfstransformators eingeschaltet, dessen sekundäre Wickelung den Wickelungen S_2 entgegengeschaltet ist.

Fig. 21.



In anderer sehr sinnreicher Weise hat Ryan den mechanischen Kontakt durch einen magnetischen ersetzt. Es sei T (Fig. 21) ein Transformator, bei dem primäre und sekundäre Wickelung P und S übereinanderliegen, und zwar über einen

Eisenkern von sehr kleinem Querschnitt gewickelt sind, während das Eisen außerhalb der Windungen einen großen Querschnitt besitzt. Es wird dadurch erreicht, daß der bewickelte Eisenkern schon für einen geringen Wert der Augenblicksstromstärke im primären Kreise seine magnetische Sättigung erreicht. Fließt durch die primäre Spule ein Wechselstrom von hinreichender Stärke, so ist erreichbar, daß in 97 Proz. einer Periodendauer das Eisen eine hohe, nahezu konstante Sättigung besitzt, während je 1,5 Proz. der Zeit genügen, um die positive maximale Induktion in die negative zu verwandeln und umgekehrt. Infolgedessen werden zur Zeit des Umschlagens der Induktion sekundäre kurze starke Stromstöße induziert.

Die Primärwicklung des Transformators T ist an die Sekundärpole eines Phasentransformators U angeschlossen; die Sekundärwicklung von T ist durch den Spannungskreis R eines Wattmeters geschlossen, dessen Hauptstromkreis H von dem zu untersuchenden Wechselstrom i durchflossen wird. Die starken kurzen Stromstöße in der Spannungsspule erfolgen je nach Einstellung des Phasentransformators U in veränderbaren Phasen, so daß das Wattmeter Ausschläge macht, die den der jeweiligen Phase entsprechenden Augenblickswerten des Stromes proportional sind. Nun wird aber außer den scharfen Stromstößen noch eine zweite schwache, nahezu sinusförmige elektromotorische Kraft induziert, die ebenfalls einen Ausschlag im Wattmeter erzeugen würde. Um diese zu unterdrücken, ist, ähnlich wie bei der Methode von Goldschmidt, Primärstrom und Sekundärstrom um einen Eisenkern E gewickelt. Der primäre Strom erzeugt dadurch eine nahezu sinusförmige sekundäre Spannung, die durch geeignete Wahl der Windungszahlen usw. die störende durch T induzierte Spannung kompensiert.

13. Elektrochemische Methoden.

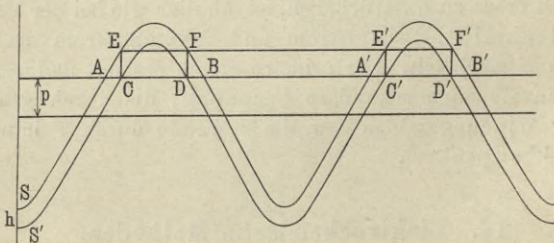
Eine Methode der Kurvenaufnahme, die zwischen den bisher besprochenen punktförmigen Aufnahmen und den kontinuierlichen steht, beruht auf elektrolytischen Vorgängen. Wird ein Strom durch einen Elektrolyten geleitet, so treten bekanntlich an den Elektroden Zersetzungen des Elektrolytes auf, und die Menge der ausgeschiedenen Substanz ist proportional der Stromstärke.

Schickt man z. B. einen Strom durch eine Lösung von Jodkadmium, so wird an der Anode Jod ausgeschieden. Man kann diesen Vorgang durch die bekannte Jodreaktion sichtbar machen, wonach Jod mit einer Auflösung von Stärkekleister eine tiefblaue Färbung gibt. Grützner benutzt diese Erscheinung in der Weise, daß er eine Trommel mit feuchtem Jodkadmiumkleisterpapier überzieht; auf das Papier werden zwei, einige Millimeter voneinander entfernte Platinelektroden gesetzt, die an die betreffende Wechselstromquelle angeschlossen werden. Dann wird abwechselnd die eine und andere Elektrode zur Anode und zeichnet daher auf die rotierende Trommel regelmäßig unterbrochene blau gefärbte Striche, und zwar so, daß die Striche, welche die eine Elektrode zeichnet, den Lücken der benachbarten Linie gegenüberstehen. Innerhalb eines einzelnen Striches ist die Menge des abgeschiedenen Jods der Augenblicksstromstärke proportional; aus der mehr oder weniger tiefen Dunkelheit des Striches kann man daher einen Schluß auf den Verlauf der Stromkurve ziehen.

In dieser Form ist die Leistungsfähigkeit der beschriebenen Methode zu gering, um den anderen gegenüber in Betracht zu kommen. Sie ist aber durch Janet und Blondel wesentlich vervollkommenet worden.

Janet ging von der Tatsache aus, daß zur Zersetzung eines Elektrolytes eine gewisse Minimalspannung nötig ist. Ist diese

Fig. 22.



noch nicht erreicht, so tritt an den Elektroden eine gegenelektromotorische Kraft — die Polarisation — auf, welche das Zustandekommen eines Stromes verhindert. Wir denken uns nun den Grütznerschen Apparat insofern verändert, als nur eine Elektrode vorhanden sein soll, die den Strom zuführt, während er durch die Achse der Metalltrommel weggeleitet wird. Legt man

nun die Wechselfspannung E zwischen Elektrode und Trommelachse, so zeichnet die Elektrode nur so lange einen blauen Strich, als die aufzunehmende elektromotorische Kraft größer ist als die Grenzspannung p der Polarisierung, d. h. sie zeichnet, wenn S (Fig. 22) die Spannungskurve ist, zuerst die Linie AB und dann erst wieder $A'B'$. Es werde nun hinter die Wechselfspannung eine konstante Hilfsspannung h geschaltet; dadurch erhält die Spannung zwischen Elektrode und Trommel den Verlauf S' , wo S' aus S dadurch entstanden ist, daß S um den Betrag h nach unten verschoben ist. Die Elektrode kann nunmehr nur die Strecken CD , $C'D'$ zeichnen. Wird aber die Elektrode vorher um den Betrag $CE = h$ nach oben verschoben, so zeichnet sie die Linien EF und $E'F'$. Man erkennt daraus, daß man durch Zuschalten geeigneter konstanter Spannungen und entsprechendes Verschieben der Elektrode allmählich ein schraffiertes Bild der Kurve bekommen kann.

Um rascher arbeiten zu können, ordnet Janet mehrere, z. B. acht Elektroden $P_1, P_2 \dots P_8$ nebeneinander in gleichen Abständen an (Fig. 23); zwischen je zwei aufeinander folgende Elektroden ist eine konstante Hilfsspannung geschaltet. Alle Hilfsspannungen haben dieselbe Größe.

Fig. 23.

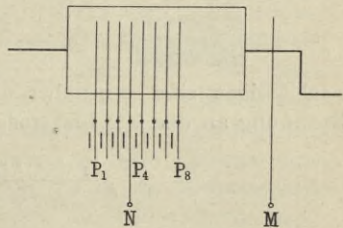
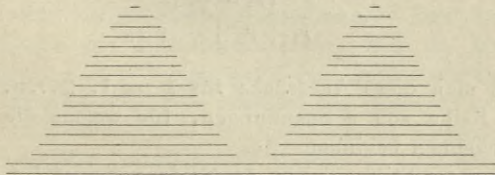


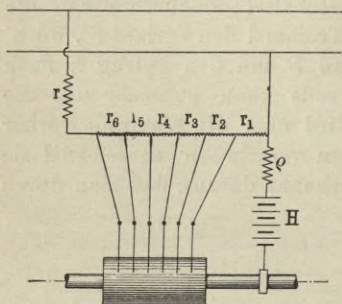
Fig. 24.



Die aufzunehmende Wechselfspannung liegt an MN , wo M mit der Trommelachse, N mit der vierten Elektrode P_4 verbunden ist. Das Papier der Trommel ist mit einer Mischung von Kaliumeisencyanür und Ammoniumnitrat getränkt, die Elektrode besteht aus einem Eisenstift; das zeichnende Zersetzungsprodukt ist Berlinerblau. Ein nach dieser Methode aufgenommenes Kurvenbild zeigt Fig. 24.

Um die zahlreichen konstanten Hilfsspannungen zu vermeiden, hat Blondel diese Methode geschickt abgeändert. Die aufzunehmende Spannung e wird geschlossen durch eine Reihe von Widerständen $r_1, r_2 \dots r_n$ (in der Fig. 25), der noch ein weiterer Widerstand r vorgeschaltet ist. Der Gesamtwiderstand sei

Fig. 25.



$$R = r + r_1 + r_2 + \dots + r_n.$$

Von den Enden der Widerstände $r_1, r_2 \dots$ wird abgezweigt zu n Elektroden, die gleiche Abstände voneinander haben. Zwischen den Anfang von r_1 und die Trommelachse ist eine konstante Hilfsspannung H und ein Ballastwiderstand φ gelegt. Die Widerstandsverhältnisse seien derart, daß die Ströme, welche die Trommel durchfließen, zu vernachlässigen sind gegenüber dem in R fließenden Strom. Die

Spannung an der k^{ten} Elektrode ist:

$$\frac{r_1 + \dots + r_k}{R} e - H.$$

Denkt man sich e von Null an wachsend, so beginnt der Stift zu zeichnen, wenn $\frac{r_1 + \dots + r_k}{R} e - H = p$

$$e = \frac{(H + p) R}{r_1 + r_2 + \dots + r_k}$$

ist.

Bildet man diese Ausdrücke für $k = 1, 2 \dots n$, so erhält man eine Reihe von n Spannungen, für welche die einzelnen Stifte zu zeichnen beginnen.

Da nun die Stifte gleiche Abstände voneinander haben, so müssen die Widerstände $r_1 \dots r_n$ so gewählt werden, daß die Differenz von je zwei aufeinander folgenden Spannungen dieser Reihe konstant ist. Dies geschieht, wenn man die Widerstände folgendermaßen wählt:

$$r_1 + r_2 = \frac{n}{n-1} r_1$$

$$r_1 + r_2 + r_3 = \frac{n}{n-2} r_1$$

$$r_1 + r_2 + \dots + r_k = \frac{n}{n-k+1} r_1$$

$$r_1 + r_2 + \dots + r_n = n r_1.$$

Die Differenz zwischen je zwei aufeinander folgenden Ordinaten wird gleich $(H+p)R/nr_1$.

14. Optische Methode.

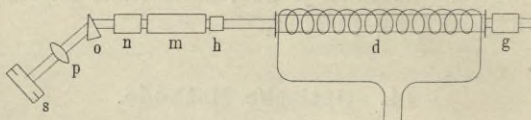
Man kann zur Kurvenaufnahme eine eigentümliche optische Eigenschaft, die elektromagnetische Drehung der Polarisations-ebene des Lichtes, benutzen. Läßt man einen Lichtstrahl auf ein Nicolsches Prisma fallen, so wird er „polarisiert“. Die Folge davon ist, daß er durch ein dahinter gestelltes zweites Nicolsches Prisma, das gegenüber dem ersten um 90° gedreht ist, ausgelöscht wird. Man legt nun zwischen beide Prismen eine mit Schwefelkohlenstoff gefüllte Röhre, die in der Richtung der Röhrenachse vom Licht durchsetzt wird; die Röhre ist von einer Stromspule umgeben. Wird durch die Spule ein Gleichstrom geschickt, so erfährt die Polarisations-ebene des Lichtes eine Drehung, deren Größe der Stromstärke proportional ist. Man muß daher das zweite Nicolsche Prisma um den gleichen Winkel drehen, um das Licht wieder auszulöschen. Das Auslöschen gelingt aber nur bei einfarbigem Licht, weil die Größe der Drehung auch von der Wellenlänge des Lichtes abhängt, und zwar ist die Drehung für rote Strahlen am kleinsten, für blaue am größten. Beleuchtet man also mit weißem Licht, so ist es überhaupt unmöglich, wieder volle Dunkelheit herzustellen; die einzelnen Farben sind gewissermaßen fächerförmig ausgebreitet, und der analysierende Nicol kann nur eine Farbe auslöschen.

Wird nun von dem austretenden Licht mittels eines Prismas ein Spektrum entworfen, so zeigt das Spektrum einen schwarzen Absorptionsstreifen, dessen Lage von der Stärke des Stromes abhängt. Verändert sich der Strom, so wandert der Absorptionsstreifen in eine andere Farbe des Spektrums. Da die Drehungs-

erscheinungen ohne Trägheit dem erregenden Strom folgen, so schwingt bei Anwendung von Wechselstrom der Absorptionsstreifen synchron mit dem Strom.

Hiernach ist die von Crehore und Switzer angegebene Anordnung ohne weiteres verständlich (Fig. 26). *g* ist der polarisierende Nicol, *d* die mit der Stromspule umgebene Schwefelkohlenstoffröhre von 152,4 cm Länge und 5,1 cm Durchmesser,

Fig. 26.



m ein Kollimatorrohr mit vertikalem Spalt, *n* der analysierende Nicol, *o* ein Prisma, *p* das Objektiv einer photographischen Kamera. Die Kassette läßt man an einem horizontalen Spalt *s* vorbeifallen, während die Spule *d* erregt ist.

Bei dieser Anordnung würde nun aber der Absorptionsstreifen je nach dem Wert der Augenblicksstromstärke eine veränderliche Breite haben und im Moment, wo der Strom durch Null geht, würde durch *n* alles Licht ausgelöscht werden. Aus diesem Grunde ist zwischen *m* und *d* eine Quarzplatte *h* von 20 mm Dicke aufgestellt, die senkrecht zur optischen Achse geschliffen ist. Die Quarzplatte fügt eine weitere Drehung hinzu, deren Größe ebenfalls von der Wellenlänge des Lichtes abhängt. Die Dicke der Platte ist so gewählt, daß die resultierende Breite des Absorptionsstreifens konstant und die Verschiebung desselben aus der Anfangslage im Spektrum nahezu proportional der Stromstärke ist.

In etwas anderer Weise ist die Drehung der Polarisationssebene von Abraham und Buisson benutzt worden. Eine mit Schwefelkohlenstoff gefüllte Röhre ist mit einer Spule bewickelt und wird in einen sogenannten Halbschattenapparat eingelegt. Diese dem Zuckertechniker wohlbekannten Apparate dienen zur Messung der Drehung der Polarisationssebene. Als Lichtquelle für den Apparat wird der Entladungsfunken eines Induktoriums benutzt, in dessen Primärkreis ein auf der Maschinenwelle sitzender Kontaktmacher eingeschaltet ist. Der Funken blitzt somit immer auf,

wenn der zu untersuchende Wechselstrom dieselbe Phase hat. Nun ist auf die Röhre eine zweite Spule gewickelt, durch die man Gleichstrom von solcher Richtung und Stärke schiebt, daß dadurch für den betreffenden Augenblickswert des Wechselstromes die Drehung der Polarisationssebene aufgehoben wird. Dies wird daran erkannt, daß die beiden Hälften des Halbschattenapparates wieder gleiche Helligkeit zeigen. Die Stärke des Gleichstromes wird gemessen; sie ist proportional dem Augenblickswert des Wechselstromes. Durch Verschieben der Bürsten des Kontaktmachers erhält man die ganze Kurve.

Beide Methoden haben seither keine praktische Bedeutung erlangt. Obwohl es aber jedenfalls möglich ist, mit der zweiten Methode bessere Resultate zu erzielen als mit der ersten, ist die erste die prinzipiell wichtigere. Denn das Wesentliche in der physikalischen Erscheinung liegt darin, daß man in der Drehung der Polarisationssebene einen Stromindikator hat, der ohne Trägheit allen Stromschwankungen folgt. Diese Erscheinung ermöglicht daher eine kontinuierliche Aufnahme jeder Welle, wie es in der Methode von Crehore und Switzer geschehen ist. Für punktförmige Aufnahmen mit Kontaktmacher stehen bessere, bequemere und empfindlichere Methoden zur Verfügung als die Drehung der Polarisationssebene des Lichtes.

15. Braunsche Röhre.

Die physikalische Grundlage für diese Methode ist folgende. Schickt man einen hochgespannten Gleichstrom durch eine stark ausgepumpte Röhre, so geht von der Kathode der Röhre eine eigentümliche Art von Strahlung aus — die Kathodenstrahlen. Diese Strahlen haben mit der Entladung durch die Röhre nur insofern etwas zu tun, als ihre Entstehung durch den Entladestrom ausgelöst wird. Sie pflanzen sich im Vakuum von der Kathode aus geradlinig fort und sind an und für sich nicht sichtbar; sie verraten ihr Dasein nur, wenn sie auf fluoreszierende Substanzen, wie z. B. Calciumsulfid, fallen, indem sie diese zum Leuchten bringen. Die für uns wichtigste Eigenschaft der Kathodenstrahlen ist ihre Ablenkbarkeit durch ein magnetisches Feld, das senkrecht steht auf der Richtung der Kathodenstrahlen.

Im folgenden sei diejenige Form der Röhre und diejenige Versuchsanordnung beschrieben, welche wohl für technische Zwecke die geeignetste ist und von Zenneck herrührt ¹⁾.

Fig. 27 zeigt die Kathodenröhre, *A* ist die Anode, *K* die Kathode, letztere hat die in Fig. 28 dargestellte Form, um möglichst ruhige und möglichst intensive Kathodenstrahlen zu erhalten.

Fig. 27.

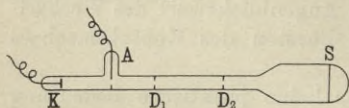
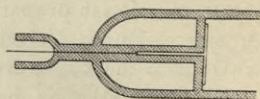


Fig. 28.



Die Röhre wird am besten durch eine Influenzelektriermaschine erregt. Die von *K* ausgehenden Strahlen pflanzen sich längs der Röhrenachse fort und fallen auf die Diaphragmen D_1 und D_2 , die nur ein dünnes zylindrisches Bündel hindurchlassen. Letzteres fällt auf den Glasschirm *S*, der mit Calciumwolframat bestrichen ist, und erzeugt daselbst einen hellen Lumineszenzpunkt.

Rechts von D_2 wird eine Spule an die Röhre gebracht, deren Windungsebene der Röhrenachse parallel verläuft, und z. B. horizontal liegen möge. Wird nun durch die Spule der zu untersuchende Wechselstrom geschickt, so entsteht dadurch ein demselben proportional schwingendes magnetisches Feld, das auf der Richtung der Kathodenstrahlen senkrecht steht. Der Lumineszenzpunkt schwingt infolgedessen hin und her und erzeugt auf der Scheibe für das Auge einen hellen Streifen, der für das angenommene Beispiel horizontal gerichtet ist.

Die Schwingungen kann man durch einen rotierenden Spiegel sichtbar machen. Besser ist es aber, das Kathodenbündel durch eine Spule II zu beeinflussen, deren Achse senkrecht zu der Spule I steht, d. h. in unserem Beispiel, deren Achse horizontal liegt. Durch diese Spule denke man sich einen Strom fließen, der während jeder Periode von Null an proportional der Zeit wächst und beim Beginn jeder neuen Periode von seinem maximalen Wert plötzlich auf Null abfällt. Der Fleck erhält dadurch zwei Ablenkungen, die eine — in der Richtung der Abszissen — ist innerhalb einer Periode proportional der Zeit, die andere — in

¹⁾ Zu beziehen durch H. Geissler Nachf. (F. Müller) in Bonn.

der Richtung der Ordinaten — proportional den Augenblickswerten des aufzunehmenden Wechselstromes.

Auf dem Schirm erscheint daher das vollständige Bild der Stromkurve während einer Periode. Wird die Kathodenröhre mittels einer kräftigen Influenzmaschine erregt, so kann das Kurvenbild photographiert werden; die Expositionszeit beträgt vermöge der besonderen Konstruktion der Röhre nur wenige Sekunden¹⁾.

Es fragt sich noch, wie der für Spule II notwendige Hilfsstrom zustande kommt. Dazu ist in den Rand einer Scheibe ein isoliertes Widerstandsband (Fig. 29) eingelassen, dessen Enden *A*, *B* zu zwei isolierten Schleifringen *A*₁, *B*₁ führen.

Durch Kuppelung mit der Welle der Wechselstrommaschine oder eines Synchronmotors, ev. unter Zwischenschaltung eines Rädervorgeleges, dreht sich die Scheibe einmal während jeder Periode. Auf dem Rande der Scheibe schleift die Bürste *C*.

An *A*₁*B*₁ wird eine Gleichstromquelle, an *A*₁*C* die Ablenkungsspule *S* angeschlossen. Die Abmessungen sind so zu wählen, daß der Widerstand des Schleifbandes klein, der von *S* groß ist. Durch das Schleifband fließt alsdann ein nahezu konstanter Strom, während der Strom in *S* nahezu proportional der Länge des Schleifbandes *AC* ist, d. h. proportional der Zeit.

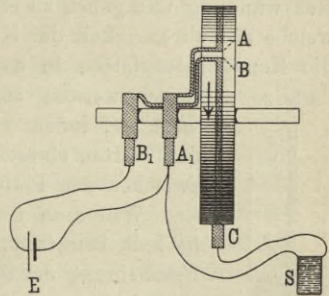
Für die Ablenkung sind etwa 500 Amperewindungen erforderlich. Die günstigsten Abmessungen für die ablenkenden Spulen ergeben sich aus folgender Überlegung. Sei *a* der Rohrdurchmesser, *d* der Durchmesser einer einzelnen ablenkenden Kreiswindung, die dicht an die Röhre angelegt wird. Dann ist die Stärke des magnetischen Feldes in der Mitte des Rohres

$$4 \pi d^2 i / \sqrt{a^2 + d^2}^3.$$

Dieser Ausdruck wird zum Maximum für $d = a \sqrt{2}$.

¹⁾ Über einen hierfür konstruierten Apparat vgl. Elektrotechn. Zeitschr. 1903, S. 575, D. R.-P. Nr. 131 145.

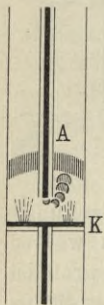
Fig. 29.



Um ein möglichst gleichmäßiges Feld zu erzielen, werden zweckmäßig zwei Spulen koaxial zu beiden Seiten der Röhre aufgestellt und hintereinandergeschaltet.

Für die Aufnahme von Spannungskurven ist es zweckmäßiger, nicht die magnetische, sondern die elektrostatische Ablenkbarkeit der Kathodenstrahlen zu benutzen. Wird der Versuch so angestellt, daß man zu beiden Seiten der Röhre zwei Kondensatorplatten aufstellt, die mit einer Wechselfspannung verbunden werden, so wird man keinen Erfolg haben, weil die verdünnten Gase unter dem Einfluß der Kathodenstrahlen ionisiert und leitend werden. Die ionisierten geladenen Gasteilchen wandern an die Rohrwandung und geben zu einer Ladung derselben Veranlassung, welche die Wirksamkeit der Kondensatorplatten stört. Legt man die Kondensatorplatten in das Rohrinne, so macht sich das

Fig. 30.



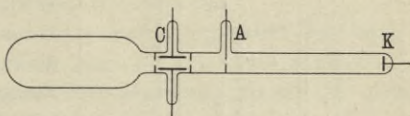
Leitendwerden des Gases noch unangenehmer bemerkbar, indem eine leuchtende Entladung zwischen den Platten einsetzt, durch die die Potentialverteilung zwischen den Platten wesentlich verändert wird.

Will man trotzdem die elektrostatische Ablenkbarkeit benutzen, so muß man eine eigentümliche Erscheinung der Gasentladung anwenden. Dazu mag zunächst an das gewöhnliche Bild einer Glimmentladung erinnert werden. Bei einem zylindrischen Rohr mit zwei Elektroden an den Enden, das bis auf einige Millimeter Quecksilber ausgepumpt ist, wird die Kathode vom negativen Glimmlicht umhüllt, zwischen dem Glimmlicht und der Kathode befindet sich der sogenannte dunkle Raum, der unter verschiedenen Umständen eine größere oder kleinere Ausdehnung hat, und dem Stromdurchgang einen sehr hohen Widerstand entgegengesetzt. Vor der Anode befinden sich mehrere leuchtende Schichten. Sei nun *K* (Fig. 30) eine plattenförmige Kathode, welche den Rohrdurchmesser ganz ausfüllt, und deren Rückseite und Zuleitung sorgfältig isoliert ist. Die drahtförmige Anode *A* ist bis zur Spitze isoliert und so nahe an die Kathode herangebracht, daß sie weit in den dunkeln Raum hineinragt. An einer solchen Röhre beobachtet man, daß das Entladungspotential bedeutend gesteigert ist, und daß die Schichten der Anode nach rückwärts umbiegen, d. h. sie werden vom dunkeln Raum gleichsam abgestoßen. Ersetzt man nun die drahtförmige

Anode durch eine plattenförmige, welche dieselbe Form hat wie die Kathode, so kann eine Glimmentladung überhaupt nicht mehr zustande kommen; zwischen den Platten herrscht also ein rein elektrostatisches Feld.

Diese Überlegungen führten Wehnelt zur Konstruktion folgender Röhre (Fig. 31). *K* ist Kathode, *A* Anode, die zugleich als Diaphragma dient, *C* der Kondensator. Die Platten, deren Zuleitungen und Rückseiten sorgfältig isoliert sind, haben eine Größe von $1,9 \times 8$ cm; ihr Abstand beträgt 0,9 cm. Vor und hinter den

Fig. 31.



Platten befinden sich Glimmerdiaphragmen. Die Ablenkung des Fluoreszenzflecks ist proportional den angelegten Potentialen. Bei einem geeigneten Druck ergab eine Spannung von 80 Volt an den Kondensatorplatten einen Ausschlag von 40 mm auf dem Schirm. Für höhere Spannungen muß man entweder Röhren mit niedrigerem Druck verwenden, oder man teilt die Spannung, indem man sie an die Endpole mehrerer hintereinander geschalteter Hilfskondensatoren legt, und die Platten *C* mit einem der Hilfskondensatoren verbindet.

16. Glimmlichtoszillograph von Gehrcke ¹⁾.

Eine Methode der Kurvenaufnahme, die an die Braunsche Röhre erinnert, aber auf einem ganz anderen physikalischen Vorgange beruht, ist von Gehrcke aufgefunden worden.

In eine Röhre von etwa 20 cm Länge und 6 cm Weite sind zwei Nickeldrähte *AB* (Fig. 32) von 10 cm Länge und 2 mm Dicke eingeschmolzen. Die Drähte, die steif genug sind, um sich in unverrückbarer Lage zueinander zu halten, sind hochglanzpoliert und dienen als Elektroden. Das Rohr ist mit trockenem, reinem Stickstoff gefüllt, und zwar beträgt der Druck 7 bis 8 mm. Wird an die Elektroden eine Gleichspannung passender Größe gelegt, so geht ein Entladungsstrom durch das Gas, der dadurch erkennbar

¹⁾ Anfertigung vermittelt Dr. Gehrcke, Charlottenburg, Phys.-Techn. Reichsanstalt.

ist, daß sich die Kathode mit einer Glimmlichthaut überzieht, und zwar ist die Länge des Glimmlichtes, von der Spitze der Elektrode aus gemessen, proportional der Entladestromstärke.

Fig. 33.

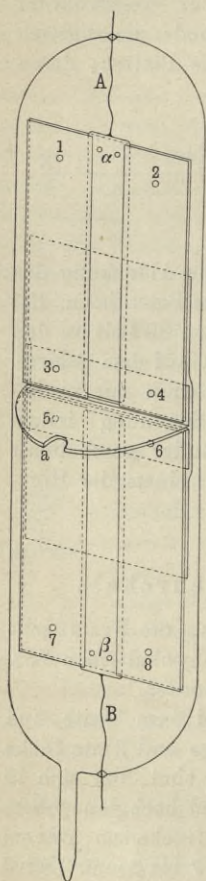
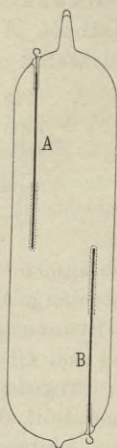


Fig. 32.



Die Trägheit dieser Glimmlichthülle ist so gering, daß sie nicht nachweisbar ist, d. h. den Stromschwankungen folgt die Glimmlichtlänge unmittelbar. Wird an die Elektroden eine Wechselfspannung gelegt, so überziehen sich natürlich beide Elektroden mit Glimmlicht, entsprechend der positiven und negativen Stromhälfte, wobei die Länge der Glimmlichthülle der jeweiligen Augenblicksstromstärke proportional ist. Betrachtet man die Röhre im rotierenden Spiegel und stellt sie dabei so, daß *A* und *B* scheinbar in eine gerade Linie fallen, so erblickt man das Bild der Stromkurve. Das Glimmlicht ist photographisch wirksam. Zum Photographieren projiziert man am besten die scheinbar in eine Linie fallenden Elektroden *AB* mittels einer Linse auf einen Spalt, hinter dem man die photographische Platte fallen läßt.

Um die photographische Intensität des Glimmlichtes zu erhöhen, hat Gehrcke noch eine zweite Form der Röhre angegeben. In der neueren Form bestehen die Elektroden *AB* (Fig. 33) aus zwei rechteckigen hochglanzpolierten Nickelblechen von $10 \times 1,3 \times 0,1$ cm, welche auf einem Glimmerblatt als Grundplatte mittels je zweier kleinerer seit-

licher Glimmerscheiben und durch vier Kupferniete $\alpha\beta$ befestigt sind. Die dicht einander gegenüberstehenden Schmalseiten der Bleche sind durch eine doppelte Glimmerscheibe *a* getrennt, in die ein halbkreisförmiges Loch geschnitten ist, um den Strom

hindurchzulassen. Bei Stromdurchgang erblickt man eine rechteckige blaue Lichtfläche. Blickt man von der scharfen Kante der Bleche her auf das Licht, so erscheint das Glimmlicht wiederum nur in einer Linie; da diese aber eine große Tiefe hat, so ist die Helligkeit, und damit die photographische Wirksamkeit, bedeutend verstärkt.

Die Stromempfindlichkeit der Röhre ist eine ziemlich große. Ein Strom von 0,04 Ampere genügt, um eine 10 cm lange Elektrode vollständig mit Glimmlicht zu bedecken.

Den großen, sofort in die Augen springenden Vorzügen des Glimmlichtoszillographen steht aber ein Nachteil gegenüber. Es gehört nämlich eine gewisse Grenzspannung dazu, die erreicht werden muß, damit die Entladung einsetzt.

Diese Grenzspannung liegt etwa bei 300 Volt. Die Röhre ist also nur bei hohen Spannungen zu gebrauchen; aber selbst bei sehr hohen Spannungen wird das Kurvenbild nicht vollständig, es fehlen die Partien in der Gegend der Nullwerte. Will man das vollständige Kurvenbild haben, so kann man sich so helfen, daß man die aufzunehmende Wechselfrequenz mit einer Gleichspannung geeigneter Größe hintereinander schaltet, und die die Wechselfrequenz plus Gleichspannung umfassenden Pole an die Röhren legt. In der Praxis wird man aber nur selten dies Hilfsmittel anwenden können, und lieber die fehlenden Streifen mit in Kauf nehmen. Trotz dieses Mangels wird die Röhre an vielen Stellen gute Dienste leisten, vornehmlich da, wo es sich um große Periodenzahlen bei hohen Spannungen handelt.

17. Oszillographen. Allgemeines.

Erfinder der Oszillographen ist Blondel. Er hat nicht nur die vollständige Theorie der Apparate entwickelt, sondern auch zuerst seine Ideen in brauchbaren Konstruktionen durchgeführt. Die sogenannten bifilaren Oszillographen sind wesentlich vervollkommenet worden durch Duddell.

Um die Wirksamkeit eines Oszillographen zu verstehen, denke man sich ein gewöhnliches Galvanometer von einem langsam veränderlichen Strom durchflossen. Der Strom soll zwar periodisch sein, sich aber so langsam verändern, daß die ganze Periode mehrere Minuten dauert. Das Galvanometer, dessen Schwingungs-

dauer einige Sekunden betrage, ist dann imstande, dem Strome zu folgen, und in jedem Augenblick den Augenblickswert des Stromes richtig anzugeben. Wird nunmehr die Periode des Stromes allmählich verkürzt, so kommt man schließlich an eine Grenze, wo sich die Trägheit des beweglichen Systems bemerklich macht, das Galvanometer vermag nicht mehr exakt zu folgen. Bedingung für das unmittelbare Folgen ist also, daß die Periodendauer des Stromes groß ist gegen die Dauer der Eigenschwingungen des beweglichen Systems, oder was dasselbe besagt, die Eigenperiode des beweglichen Systems muß groß sein gegen die Periodenzahl des aufzunehmenden Wechselstromes.

Will man also, daß ein Galvanometer den Augenblickswerten eines 50 periodischen Wechselstromes exakt folgt, so muß die Eigenperiode des Galvanometers einige Tausend pro Sekunde betragen. Dies ist nun erreichbar dadurch, daß man die Richtkraft für das bewegliche System möglichst stark und das Trägheitsmoment so klein wie möglich macht.

Es gibt aber noch eine zweite Bedingung, die für die Güte der Kurven von Wichtigkeit ist. Kehren wir noch einmal zurück zu dem Wechselstrom mit der minutenlangen Periode, der ein gewöhnliches Galvanometer durchfließt. Denken wir uns zunächst das Galvanometer vollständig ungedämpft, dann wird es zwar im großen und ganzen dem langsam sich ändernden Strome folgen, dabei aber seiner Eigenperiode entsprechend in raschen Schwingungen um seine jeweilige Gleichgewichtslage pendeln. Das mit dem Galvanometer aufgenommene Kurvenbild würde also die Kurve des Wechselstromes zeigen, aber darüber gelagert, die kurzen Schwingungen, die von der Eigenperiode des beweglichen Systems herrühren. Sei andererseits das Galvanometer ganz außerordentlich stark gedämpft, so wird es, trotzdem seine Schwingungsdauer klein gegen die des Wechselstromes ist, hinter den Augenblickswerten herhinken und ein verzerrtes Kurvenbild geben.

Diese Betrachtung lehrt, daß außer der Eigenperiode des Systems auch die Dämpfung eine wichtige Rolle spielt, und zwar wird es eine kritische Dämpfung geben, bei der die Kurven exakt wiedergegeben werden.

18. Theorie der Oszillographen.

Die erörterten Bedingungen lassen sich mathematisch folgendermaßen formulieren.

Die Bewegung des beweglichen Systems eines Galvanometers ist gegeben durch die Gleichung:

$$K \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + A \frac{d\vartheta}{dt} + C \vartheta = F \quad \dots \quad 33)$$

Darin bedeutet ϑ den Winkel, welchen das bewegliche System zur Zeit t mit der Ruhelage des Systems bei stromlosem Galvanometer bildet;

K das Trägheitsmoment des beweglichen Systems;

A die Dämpfungskonstante (die bremsende Kraft ist proportional der jeweiligen Geschwindigkeit des Systems);

C die Direktionskraft (zurücktreibende Richtkraft im stromlosen Galvanometer);

F das Drehmoment der äußeren ablenkenden Kraft.

Ist das Galvanometer stromlos, so wird $F=0$ und die Gleichung 33) hat das Integral

$$\vartheta_0 = e^{-\frac{2\pi\alpha}{\Theta} t} \cdot M \sin\left(\frac{2\pi t}{\Theta} \sqrt{1 - \alpha^2 + \mu}\right) \quad \dots \quad 34)$$

Darin bedeuten M und μ zwei durch die Anfangsbedingungen berechenbare Konstanten; außerdem ist zur Abkürzung gesetzt:

$$\Theta = 2\pi \sqrt{\frac{K}{C}}, \quad \alpha = \frac{A}{2\sqrt{CK}} \quad \dots \quad 35)$$

Durch die Gleichung 35) sind die Eigenschwingungen des beweglichen Systems gegeben; diese haben eine Schwingungsdauer $\Theta/\sqrt{1 - \alpha^2}$.

Sei nun das äußere ablenkende Drehmoment F nicht gleich Null, sondern ebenfalls mit der Zeit veränderlich. Hat man ein Integral ϑ_1 gefunden, welches der Gleichung 33) genügt, so ist $\vartheta_1 + \text{Const} \times \vartheta_0$ das allgemeine Integral, d. h. physikalisch gesprochen, über die Ablenkung, die von der äußeren Kraft herührte, lagern sich die Eigenschwingungen des Systems. Sollen die Eigenschwingungen aus dem Kurvenbilde verschwinden, so

muß $\alpha = 1$ sein, oder $A = 2\sqrt{CK}$; d. h. die Dämpfung muß einen ganz bestimmten, aus Trägheitsmoment und Direktionskraft berechenbaren Wert haben.

Die ablenkende Kraft werde nun hervorgebracht durch einen Wechselstrom von beliebiger Kurvenform; man kann also F darstellen in der Form [vgl. Formel 8), S. 4]:

$$F = \sum_{k=1}^{\infty} \mathfrak{F}_k \sin(k\omega t - \varphi_k) \dots \dots \dots 36)$$

Ein Integral der Gleichung 33) wird dann:

$$\vartheta_1 = \frac{1}{C} \sum \frac{\mathfrak{F}_k}{\sqrt{(1 - k^2 \lambda^2)^2 + 4\alpha^2 k^2 \lambda^2}} \sin[k\omega t - \varphi_k - \gamma_k] \dots 37)$$

darin ist zur Abkürzung gesetzt:

$$\lambda = \frac{\Theta}{\tau} \text{ und } \operatorname{tg} \gamma_k = \frac{2\alpha k \lambda}{1 - k^2 \lambda^2} \dots \dots \dots 38)$$

für $\alpha = 1$ ist:

$$\vartheta_1 = \frac{1}{C} \sum \frac{\mathfrak{F}_k}{1 + k^2 \lambda^2} \sin[k\omega t - \varphi_k - \gamma_k] \dots \dots 39)$$

und

$$\operatorname{tg} \gamma_k = \frac{2k\lambda}{1 - k^2 \lambda^2} \dots \dots \dots 40)$$

Soll der Oszillograph richtige Kurvenbilder geben, so müßten die Reihen für ϑ_1 und F dieselbe Kurve darstellen. Wie man sieht, sind nach der Formel die Teilamplituden der Abbildung im Verhältnis $1 + k^2 \lambda^2$ verkleinert, und die Teilwellen in der Phase um γ_k gegen die entsprechenden von F verschoben. Um über die Größenverhältnisse der hierdurch hervorgerufenen Verzerrungen ein Bild zu bekommen, erinnern wir uns an die Bedeutung von λ . λ bedeutet nach Gleichung 38) das Verhältnis der Schwingungsdauer der Eigenschwingung des ungedämpften beweglichen Systems zur Periodendauer des aufzunehmenden Wechselstromes. Diese Zahl darf nach früheren Überlegungen nur klein sein; die Praxis hat gezeigt, daß in den meisten Fällen $\lambda = \frac{1}{50}$ genügt. Setzt man diesen Wert in Formel 40) ein, so erhält man

$$\operatorname{tg} \gamma_k = \frac{100k}{2500 - k^2},$$

d. h. γ_k ist für kleinere Werte k so klein, daß man die Tangente durch den Winkel ersetzen kann. In Bruchteilen des Gesamtkreises ausgedrückt, beträgt die Phasenverschiebung

$$\frac{\gamma_k}{2\pi} = \frac{100k}{2\pi(2500 - k^2)}.$$

Sei nun z. B. eine Periode der fertig gezeichneten Kurve 180 mm lang, so hat die k te Oberwelle eine Länge von $\frac{180}{k}$ mm, und die Verschiebung dieser Welle durch den Oszillographen beträgt:

$$\frac{180}{k} \cdot \frac{\gamma_k}{2\pi} = \frac{9000}{\pi(2500 - k^2)} = \frac{2865}{2500 - k^2}.$$

Die vollständige Formel ergibt für

$k = 1$	1,15 mm
$k = 5$	1,14 mm
$k = 11$	1,13 mm
$k = 21$	1,09 mm

Man erkennt daraus, daß sämtliche Teilwellen gegen den Strom etwas verschoben sind, daß dieser Betrag aber für sämtliche Teilwellen merklich derselbe ist, so daß das Kurvenbild dadurch keine Veränderung erfahren kann.

Die Verkleinerung der Amplituden beträgt $1 + \lambda^2 k^2 = 1 + \frac{k^2}{2500}$, d. h. für die Grundwelle $\frac{4}{10000}$ ihres Wertes; für die Oberwellen wird das Verhältnis ungünstiger, z. B. für die neunte Oberwelle 3,2 Prozent. Bedenkt man aber, daß eine derartige Oberwelle eine Intensität besitzt, die in der Regel nur wenige Prozente der Grundwelle beträgt, so kann die Gesamtordinate in der Zeichnung kaum merklich verändert werden. Ist also die Dämpfung so gewählt, daß $\alpha = 1$, und ist die Eigenperiode des beweglichen Systems mindestens 50 mal so groß wie die Periodenzahl des aufzunehmenden Wechselstromes, so werden Wellen, bei denen die Amplitude der Grundschwingung groß ist gegen die Amplituden der Oberschwingungen, durch die Oszillographen hinreichend genau abgebildet.

19. Ausführungsformen der Oszillographen.

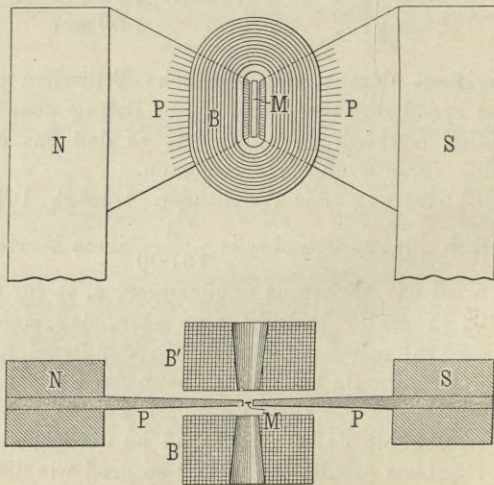
Nachdem die allgemeinen Bedingungen, welche die schwingenden Systeme der Oszillographen zu erfüllen haben, festgestellt sind, hat man nach passenden Konstruktionsformen zu suchen, die diesen Bedingungen genügen. Dazu erinnern wir uns, daß es zwei Formen von Galvanometern gibt: die Nadelgalvanometer, bei denen die Stromleiter fest sind, und der Magnet beweglich ist, und die Spulengalvanometer, bei denen die Stromleiter beweglich und die Magnete fest sind.

Dementsprechend gibt es zwei Oszillographentypen: die Nadeloszillographen und die bifilaren Oszillographen.

20. Nadeloszillographen.

Diese Apparatengattung ist von Blondel in verschiedenen Formen ausgeführt worden¹⁾. Bei den älteren Nadeloszillographen

Fig. 34.



(Fig. 34) besteht das bewegliche System aus einem schmalen Eisenblech *M*, das durch einen permanenten Magneten oder einen

¹⁾ Zu beziehen durch Carpentier, Paris, Rue Delambre.

Elektromagneten NS quermagnetisiert wird. Um die magnetischen Kraftlinien auf das Blech zu konzentrieren, sind in die Pole zwei dünne trapezförmige Polschuhe PP eingesetzt. Das Eisenblech endet oben und unten in Spitzen, die in Steinen gelagert sind; auf der Mitte des Bleches ist ein winziger Spiegel befestigt. Zu beiden Seiten der Nadel sind zwei Spulen BB' aufgestellt, welche von dem zu untersuchenden Wechselstrom durchflossen werden. Die Pole PP sind in horizontaler Richtung unterteilt, weil sonst das von den Spulen BB' erzeugte Wechselfeld in den Polen störende Wirbelströme erzeugen würde.

Unterbricht man den Kraftlinienweg des Richtungsmagnetes an zwei Stellen, so kann man zwei Systeme unterbringen und auf die Weise gleichzeitig zwei Kurven aufnehmen (z. B. Strom und Spannung), und ihre Lage zueinander studieren.

Eine wesentliche Vereinfachung und Vervollkommnung der Nadeloszillographen wurde dadurch erzielt, daß Blondel die Nadel durch ein schmales 0,2 bis 0,3 mm dickes Eisenband ersetzte, das durch eine Feder zwischen den Polen eines Magnetes ausgespannt wird. Der zwischen den Polen PP befindliche Teil wird durch zwei Stege begrenzt. Auch bei dieser Anordnung wird das Band quermagnetisiert und bildet gewissermaßen eine unendliche Zahl kleiner Magnetnadeln, die übereinander angeordnet sind. Die Richtkraft wird nicht nur von dem starken magnetischen Felde geliefert, in dem das Band sich befindet, sondern sehr erheblich von der Torsion, die ihrerseits von der Zugspannung des Bandes abhängt¹⁾. Mit dieser Type ist es Blondel gelungen, Eigenperioden von 50 000 pro Sekunde zu erzielen.

Zu einer getreuen Abbildung gehört aber nicht nur eine hohe Eigenperiode des beweglichen Systems, sondern auch, wie oben

¹⁾ Die theoretischen Formeln für die Eigenschwingungen und Empfindlichkeiten lauten:

$$N = \frac{1}{2lV_s} \sqrt{0,95 g \varepsilon \left(\frac{2bc}{b^2 + c^2} \right)^2 + \frac{\tau}{\sigma} + 12 \left(\frac{6}{\pi} \right) \frac{2\delta J}{b^2 + c^2}}$$

$$\frac{4}{i} = \frac{Const J l^2}{\pi^2 N^2 \delta (b^2 + c^2)},$$

wo J die Intensität der Quermagnetisierung des Bandes bedeutet und die übrigen Buchstaben dieselbe Bedeutung haben, wie auf S. 51, 52.

auseinandergesetzt, eine Dämpfung von ganz bestimmter Größe. Zu dem Zweck ist das bewegliche System in ein mit Öl gefülltes Röhrchen gesetzt. Vaselineöl genügt für alle Fälle, wo es sich nicht um sehr rapide Stromänderungen handelt; Ricinusöl bei gewöhnlicher Temperatur dämpft etwas zu stark. Soll der aperiodische Zustand streng erreicht werden, so kann man dies entweder durch Ändern der Öltemperatur oder durch Mischen zweier Öle bewirken.

Außer von Blondel sind von Hotchkiss und Millis Nadeloszillographen¹⁾ konstruiert worden. Um eine möglichst hohe Eigenperiode zu erzielen, ist ein Eisenstückchen von $2 \times 1 \times 0,1$ mm Größe an einem Quarzfaden von 1 cm Länge befestigt. Das Eisenstückchen trägt einen Spiegel von $\frac{1}{2}$ bis 1 qmm und ist ebenso wie bei Blondel zwischen den Polen eines Elektromagnetes angeordnet. Die Eigenperioden betragen von 4000 bis 6000 in der Sekunde. Gedämpft sind diese Apparate nicht.

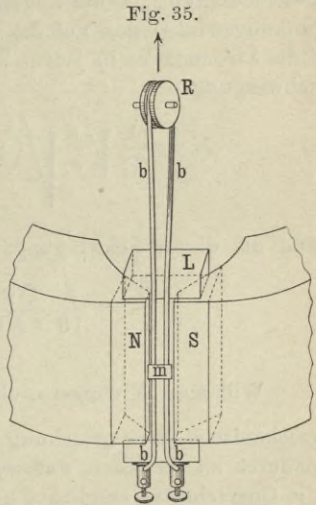
Die Nadeloszillographen haben gegenüber den bifilaren den nicht zu unterschätzenden Vorteil, daß sie auch einer gröberen Behandlung standhalten; selbst größere Stromüberlastungen schaden ihnen nichts; dem steht gegenüber, daß sie unempfindlicher sind als die bifilaren. Bei einer Eigenperiode von 6000 in der Sekunde und einem Spulenwiderstand von 3 Ohm sind etwa 0,3 Ampere erforderlich, um brauchbare Kurven zu erhalten. Außerdem kann durch die Selbstinduktion der ablenkenden Spule eine Verzerrung der aufzunehmenden Kurve eintreten. Dies ist namentlich zu befürchten, wenn der Apparat zur Aufnahme einer Stromkurve im Nebenschluß zu einem Abzweigwiderstand gebraucht werden soll.

21. Bifilare Oszillographen.

Um die Eigenperiode der beweglichen Spule möglichst groß zu machen, muß ihre Richtkraft möglichst groß, ihr Trägheitsmoment möglichst klein werden. Man erreicht dies am einfachsten dadurch, daß man die Spule durch eine bifilare Schleife ersetzt, bestehend aus zwei einander parallelen, dicht nebenein-

¹⁾ Zu beziehen durch Elmer G. Willyoung u. Co., Philadelphia, Pa.

ander gespannten Stromleitern (Blondel). Quer über die Mitte beider Bänder ist ein kleiner Spiegel geklebt. Der Spiegel m (Fig. 35) läßt sich am besten befestigen, wenn man an Stelle runder Drähte schmale Bänder bb nimmt (Duddell), die durch eine Rolle R gleichmäßig gespannt werden und durch den Klotz L derart geführt werden, daß ihre flachen Seiten in einer Ebene liegen. Um eine genügende Stromempfindlichkeit zu erzielen, muß die Bifilarschleife in ein möglichst starkes magnetisches Feld gebracht werden. Man bringt deshalb das bewegliche System in den Luftraum eines kräftigen Elektromagneten, dessen Pole NS zugeschärft werden, um die Kraftlinien auf die Bänder zu konzentrieren.



Sollen gleichzeitig mehrere Kurven aufgenommen werden, so wird auch hier der Kraftlinienweg durch mehrere Luftzwischenräume unterbrochen, in welche die Systeme eingesetzt werden. Die Dämpfung wird genau ebenso wie bei den Nadeloszillographen durch Öl bewerkstelligt.

Die bifilaren Oszillographen haben gegenüber den Nadeloszillographen den Vorteil, daß sie praktisch induktionslos sind und eine größere Empfindlichkeit besitzen. Sie können sehr gut im Nebenschluß gebraucht werden. Dem gegenüber sind sie viel leichter Beschädigungen ausgesetzt. Eine Stromüberlastung hat ein Reißen der Bänder und in der Regel damit einen Verlust des Spiegelchens zur Folge; letzterer wird schon durch ein ungleichmäßiges Anspannen der beiden Bänder gefährdet. Das Einziehen neuer Bänder erfordert ziemliche Übung und Geschicklichkeit.

Die Richtkraft des aus Bändern bestehenden beweglichen Systems wird nicht nur durch die geradlinig hin und her schwingende Bewegung, sondern auch wesentlich durch die Torsion der Bänder verursacht.

Es bedeute l die Länge, b die Breite, c die Dicke, σ den Querschnitt eines Bandes, a den Abstand der beiden Bandachsen,

E den Elastizitätskoeffizienten, s das spezifische Gewicht, p den spezifischen Widerstand von dem Material, aus dem die Bänder bestehen, \mathfrak{H} die Intensität des magnetischen Feldes, g die Erdbeschleunigung, T die Zugspannung an jedem Bande, ϑ den Ablenkungswinkel des auf die Mitte der Bänder geklebten Spiegels, i die Stromstärke in jedem Bande; dann ist die Zahl der Eigenschwingungen:

$$N = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{g}{s}} \sqrt{\left(\frac{2bc}{b^2 + c^2}\right)^2 \frac{0,38 E}{1 + \frac{3a^2}{b^2 + c^2}} + \frac{T}{\sigma}}$$

und die dieser Schwingungszahl entsprechende Empfindlichkeit:

$$\frac{\vartheta}{i} = \frac{3}{16} \frac{\mathfrak{H} g}{s N^2} \frac{a}{bc(b^2 + c^2 + 3a^2)}.$$

Will man N steigern, ohne $\frac{T}{\sigma}$ zu vergrößern, d. h. ohne die mechanische Beanspruchung weiter zu treiben, so ist dies nur dadurch zu erreichen, daß man b annähernd gleich c macht, d. h. die Querschnitte möglichst quadratisch wählt. Außerdem ist es vorteilhaft, das spezifische Gewicht möglichst klein, den Elastizitätsmodul möglichst groß zu wählen. Fast dieselben Bedingungen sind auch der Erhöhung der Empfindlichkeit günstig.

Mit Aluminiumbändern von 10 bis 15 mm Länge erzielte Blondel Eigenschwingungen von 10 000 bis 15 000 pro Sekunde und eine Empfindlichkeit von 4 cm für 0,1 Ampere bei $\frac{1}{2}$ m Skalenabstand. Dabei hatte der Spiegel eine Fläche von $1,5 \times 0,5$ mm und war 0,1 bis 0,2 mm dick.

Bifilare Oszillographen werden angefertigt:

a) Von Carpentier, Paris. Es sind dies die von Blondel angegebenen Apparate.

b) Von der Cambridge Scientific Instrument Company, welche die Duddellschen Konstruktionen ausführt, und zwar vier Typen:

α) Doppelter Hochfrequenzoszillograph, Eigenperiode 8000 bis 10 000 pro Sekunde, Empfindlichkeit 3 bis 4 cm für 0,05 bis 0,1 Ampere bei 0,5 m Skalenabstand.

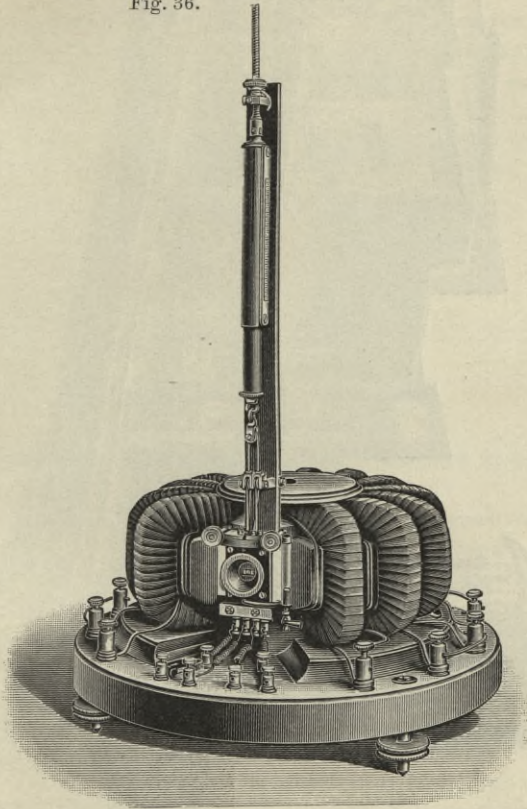
β) Einfacher transportabler Oszillograph mit permanenten Magneten.

γ) Doppelter transportabler Oszillograph mit permanenten Magneten.

In beiden wird die Richtkraft von einem permanenten Magneten geliefert; Eigenperiode 5000 pro Sekunde.

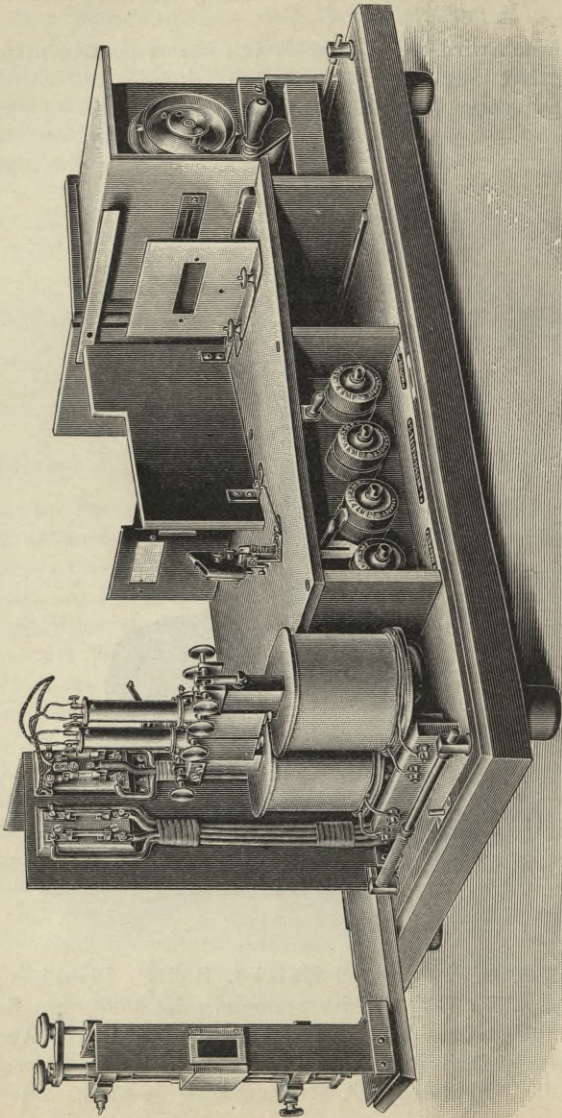
δ) Doppelter Projektionsoszillograph (Fig. 36).

Fig. 36.



c) Von Siemens und Halske, Berlin. Die Eigenperiode dieser Apparate (Fig. 37) ist normalerweise 6000 pro Sekunde. 0,1 Amp. geben bei 0,5 m Skalenabstand etwa 4 bis 5 cm Ausschlag. Wird die Eigenschwingung auf 4000 in der Sekunde erniedrigt, so wird die Empfindlichkeit etwa zehnmal so groß. Das bifilare

Fig. 37.

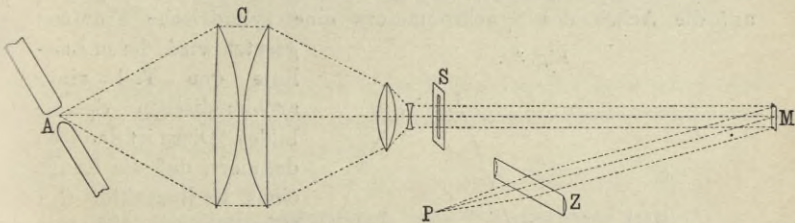


System unterscheidet sich nicht wesentlich von dem Blondelschen und Duddellschen, ist aber nicht gedämpft.

22. Das Sichtbarmachen der Oszillographenschwingungen.

Eine gewisse Schwierigkeit bildet bei den winzigen Spiegeln, die angewandt werden müssen, die Optik der Oszillographen. Ein wesentliches Moment bildet dabei die von Boys eingeführte Zylinderlinse, die jetzt allgemein verwandt wird. Als Lichtquelle wird eine Bogenlampe benutzt, die zweckmäßig etwas schräg aufgestellt wird, damit der helle Krater *A* (Fig. 38) der positiven

Fig. 38.



Kohle in horizontaler Richtung möglichst intensive Strahlen aussenden kann.

Durch ein Linsensystem oder eine einfache Linse werden die Lichtstrahlen auf den Oszillographenspiegel *M* konzentriert, wobei in den Strahlengang ein vertikaler Schlitz *S* eingeschaltet ist. Hält man in den reflektierten Strahlengang ein Papier, so erblickt man eine schmale vertikale Lichtlinie. Diese wird durch die Zylinderlinse *Z* in einen Punkt *P* zusammengezogen. Oszilliert *M* um eine vertikale Achse, so schwingt *P* in horizontaler Richtung hin und her. Auf einem in *P* angebrachten Schirm erblickt man daher bei stromdurchflossenem Oszillograph eine helle Linie.

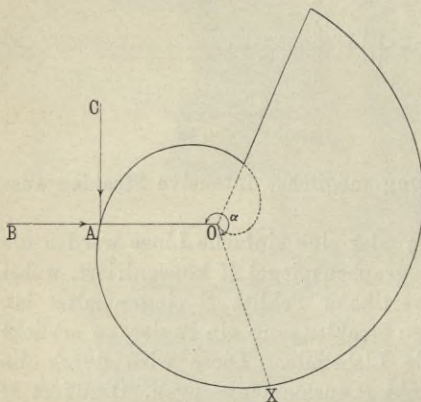
Um nun die Kurve selbst sichtbar zu machen, hat man dem schwingenden Lichtstrahl senkrecht zur Schwingungsrichtung eine zweite Bewegung proportional der Zeit zu erteilen. Dies geschieht am einfachsten dadurch, daß man den schwingenden Lichtstrahl im rotierenden Spiegel betrachtet, wobei die Achse dieses Spiegels parallel zur Schwingungsrichtung des Strahles verlaufen muß.

Treibt man den Spiegel durch einen passenden Synchronmotor an, so kann man auf einer Mattscheibe das Bild der Kurve erblicken (Blondel, Duddell). Störend wirkt dabei zuweilen das Pendeln des Synchronmotors.

Die Kurven können photographiert werden, wenn man die Mattscheibe durch eine photographische Kassette ersetzt. Hat man Pendeln des Synchronmotors zu befürchten, so muß durch einen geeigneten Kontakt Vorsorge getroffen werden, daß nur während einer Welle die Platte den Lichtstrahlen ausgesetzt wird. Oder man verwendet statt rotierenden Spiegels und Synchronmotors in bekannter Weise eine fallende photographische Platte (vgl. S. 42).

Bei dem Apparat von Siemens und Halske wird die Kurve dadurch sichtbar gemacht, daß an Stelle des rotierenden Spiegels auf die Achse des Synchronmotors eine zylindrische Trommel

Fig. 39.



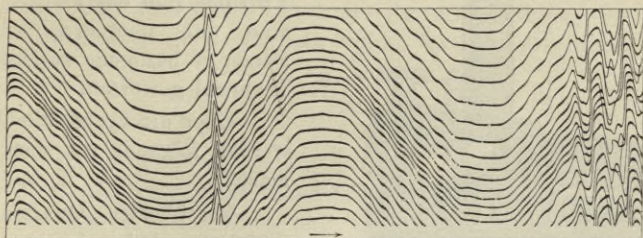
gesetzt wird, deren Leitlinie den Teil einer archimedischen Spirale bildet. Diese ist dadurch definiert, daß die Länge eines Radiusvektor OA (Fig. 39) proportional ist dem Winkel α , den er mit dem Anfangsvektor OX bildet. Fällt also ein Lichtstrahl in der Richtung BA auf die Trommel, so scheint der Lichtfleck für ein vertikal auf die Trommel

blickendes Auge CA proportional der Zeit von links nach rechts zu wandern.

Gleichzeitig sitzt auf der Achse des Synchronmotors eine mit photographischem Papier bedeckte kreiszylindrische Trommel. Durch Umschlagen eines in den Strahlengang eingeschalteten Spiegels wird der Lichtzeiger von der archimedischen Spirale auf das photographische Papier abgelenkt. Man kann also die objektiv beobachtete Kurve im Moment der Beobachtung photographieren, was namentlich bei Kurven, die sich mit der Zeit verändern, von Vorteil ist.

Um allmählich sich verändernde Kurven studieren zu können, ist das bewegliche System durch einen langen Hebel langsam drehbar angeordnet. Auf dem photographischen Papier werden dann nacheinander mehrere Kurven photographiert, welche die Veränderung der Kurve erkennen lassen, z. B. zeigt Fig. 40, wie

Fig. 40.



die Wechselspannungskurve eines Einankerumformers durch das Feuern von Lamellen auf der Gleichstromseite verzerrt wird (aufgenommen durch Hornauer).

23. Saitenoszillograph von Edelman jun.¹⁾

Zur Klasse der Oszillographen mit beweglichem Stromleiter gehört der neue Apparat von Edelman, der sich an das vor kurzem konstruierte Saitengalvanometer von Einthoven anschließt. Im wesentlichen ist es ein unifilarer Oszillograph, dessen Hauptvorzug vor dem bifilaren Apparat darin besteht, daß das bewegliche System keinen Spiegel trägt.

Zwei permanente Hufeisenmagnete *HH* (Fig. 41), 162 mm lang, 35 mm breit, 28 mm dick, sind übereinander angeordnet. Die Schenkel derselben umschließen einen Messingklotz *M*, der in einem vertikalen doppelkeilförmigen Spalt zwei dreieckige Polschuhe trägt. Zwischen den Polschuhen ist ein vertikaler enger Luftraum, in dem ein isolierter versilberter Quarzfaden von 65 mm Länge ausgespannt ist. *S* ist die Spannvorrichtung, *KK'* sind die Zuleitungsklemmen. Wird der Faden von einem Wechselstrom durchflossen, so schwingt er parallel zur Richtung

¹⁾ Zu beziehen durch Prof. Edelman, Phys.-mech. Institut, München, Nymphenburgerstr. 82.

der Gabelzinken hin und her; seine Bewegung wird mittels des Mikroskopes *P* durch eine kleine Öffnung, die zwischen den

Fig. 41.

Magneten *H* durch das Messingstück gebohrt ist, betrachtet.

In einem besonders konstruierten Registrierapparat wird das Bild des Fadens auf eine mit photographischem Papier ¹⁾ bezogene rotierende Trommel geworfen.

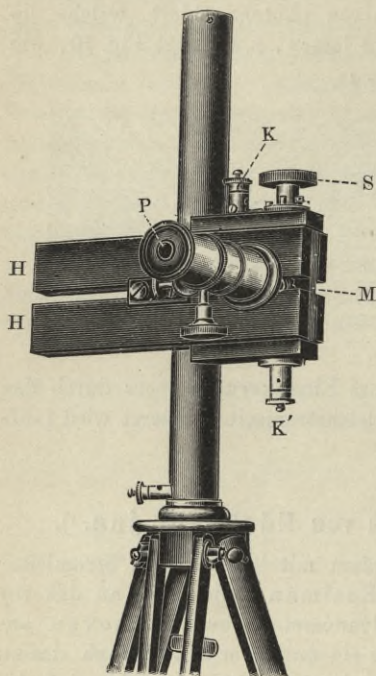
Über die Empfindlichkeit werden folgende Angaben gemacht:

Versilberter Quarzfaden
0,003 mm dick, 1 mm Ausschlag bei $8 \cdot 10^{-10}$ Ampere.

Silberdraht 0,02 mm dick,
1 mm Ausschlag bei 10^{-5} Amp.

Wollastondraht 0,01 mm dick,
1 mm Ausschlag bei 10^{-8} Amp., alles bei 130facher Vergrößerung.

Über Eigenperiode der Saiten liegen keine Angaben vor.



24. Rheograph von Abraham ²⁾.

Blondel hat die Galvanometer im wesentlichen durch Erhöhung der Eigenperiode des beweglichen Systems zur Kurvenaufnahme geeignet gemacht. Trägheitsmoment und Dämpfung sind die Faktoren, welche störend wirken. Diese störenden Einflüsse hat Abraham auf einem anderen sehr sinnreichen Wege beseitigt.

¹⁾ Empfohlen wird das Negativpapier von Dr. Schaeuffelen, Heilbronn am Neckar.

²⁾ Zu beziehen durch Carpentier, Paris, Rue Delambre.

Ist j der ablenkende Strom im Galvanometer, so gehorcht die Ablenkung ϑ der Gleichung 33)

$$K \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} + A \frac{d\vartheta}{dt} + C\vartheta = \lambda j 33 a)$$

Abraham schickt nun den Strom i , dessen Kurve aufgenommen werden soll, nicht selbst durch das Galvanometer, vielmehr wird durch eine geeignete Stromverzweigung erreicht, daß der Galvanometerstrom j mit i durch die Gleichung zusammenhängt:

$$K \frac{d^2 i}{dt^2} + A \frac{di}{dt} + Ci = \lambda j 33 b)$$

Ist diese Gleichung erfüllt, so ist i gleich ϑ eine Lösung von 33 a), d. h. das bewegliche System des Galvanometers bildet die Stromkurve von i richtig ab.

Die Stromverzweigung ist in Fig. 42 dargestellt. Der Strom i fließt durch die primäre Wickelung eines Transformators T_1 ; in

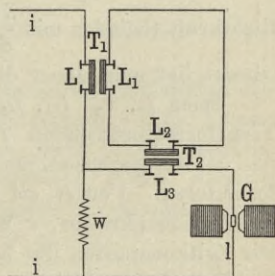
der Sekundärwicklung desselben wird unter gewissen Bedingungen ein Strom erzeugt, der annähernd proportional $\frac{di}{dt}$ ist; dieser Strom fließt durch einen zweiten Transformator T_2 , der sekundär einen Strom proportional $\frac{d^2 i}{dt^2}$ erzeugt.

Letzterer Stromkreis enthält das Galvanometer G ; er ist von einem in den Strom i eingeschalteten Widerstand W abzweigt, so daß auch eine dem Strom i proportionale Komponente in ihm fließt. Schließlich

sind die Transformatoren T_1 und T_2 so gestellt, daß sie aufeinander direkt einwirken, d. h. auch eine mit $\frac{di}{dt}$ proportionale

Komponente durchfließt das Galvanometer. Durch geeignete Abmessungen muß man es dahin bringen, daß die den Galvanometerstrom j zusammensetzenden Glieder mit i , $\frac{di}{dt}$ und $\frac{d^2 i}{dt^2}$ die Koeffizienten bekommen, die durch Gleichung 33 b) verlangt werden.

Fig. 42.



Während beim Blondelschen Oszillographen das bewegliche System Eigenschwingungen ausführen mußte von einer Schwingungszahl, die viele Male größer ist als die Periodenzahl des aufzunehmenden Wechselstromes, so ist dies bei dem Abraham'schen Apparat nicht nötig. Man kann mit der Eigenperiode bedeutend heruntergehen, muß sich aber, wie leicht einzusehen ist, davor hüten, daß die Eigenperiode des beweglichen Systems gleich der Periode des aufzunehmenden Wechselstromes oder derjenigen seiner Oberschwingungen ist. Die in diesem Falle auftretenden Resonanzschwingungen würden falsche Bilder geben. Dementsprechend hat Abraham die verhältnismäßig große Schwingungsdauer von etwa 0,1 Sekunde gewählt. Er benutzt ein Spulengalvanometer, bestehend aus einem feststehenden starken Magnete und einer von zwei Torsionsfäden gehaltenen länglichen Spule von wenigen Millimetern Breite; der Spiegel ist $\frac{1}{4}$ qcm groß.

Bei einem Galvanometer von diesen Abmessungen überwiegt die Trägheit (Glied mit $\frac{d^2 \vartheta}{dt^2}$) bei weitem die Dämpfung und Richtkraft (Glieder mit $\frac{d \vartheta}{dt}$ und ϑ). Der Kompensation des ersten Gliedes hat man daher die Hauptaufmerksamkeit zu schenken.

Seien L, L_1, L_2, L_3, l die Selbstinduktionskoeffizienten der Transformatorenspulen T_1 und T_2 und vom Galvanometer, M und M' die gegenseitigen Induktionskoeffizienten derselben Transformatoren. Ferner sei i_1 und R Stromstärke und Widerstand des Zwischenkreises, r Widerstand der Galvanometerabzweigung. Die Zeitkonstanten der beiden letzten Stromkreise seien einander gleich und sehr klein:

$$\frac{L_1 + L_2}{R} = \alpha, \quad \frac{L_3 + l}{r} = \alpha.$$

In dem ausgeführten Apparat war α von der Größenordnung $\frac{1}{40000}$. Dann ist angenähert:

$$i_1 = \frac{M}{R} \frac{di}{dt}$$

$$j = \frac{M'}{r} \frac{di_1}{dt} = \frac{MM'}{rR} \frac{d^2 i}{dt^2}.$$

Vernachlässigt man also die Glieder $A \frac{di}{dt} + Ci$, so folgt aus 33 a)

$$K \frac{d^2 \vartheta}{dt^2} = \frac{\lambda MM'}{rR} \frac{d^2 i}{dt^2},$$

folglich

$$\vartheta = \frac{\lambda}{K} \frac{MM'}{rR} i.$$

Weiter ist angenähert:

$$M^2 = LL_1, \quad M'^2 = L_2 L_3,$$

folglich

$$\frac{\vartheta}{i} = \frac{\lambda}{K} \frac{\sqrt{LL_1 L_2 L_3}}{\alpha^2 (L_1 + L_2) (L_3 + l)}.$$

Das Maximum der Empfindlichkeit erhält man, wenn man macht

$$L_1 = L_2 = L_3 = l,$$

d. h.

$$R = r.$$

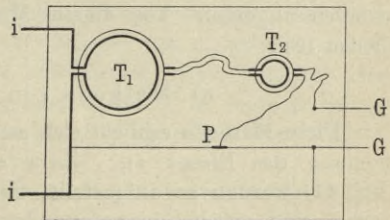
Daraus folgt für die Empfindlichkeit:

$$\frac{\vartheta}{i} = \frac{1}{4} \frac{\lambda}{\alpha^2} \frac{\lambda}{K} \sqrt{\frac{L}{l}} \dots \dots \dots 41)$$

λ ist proportional der Feldstärke des Galvanometermagnetes und der Windungsfläche der Galvanometerspule. Man kommt also zu folgenden Bedingungen für eine große Empfindlichkeit:

Die Widerstände der beiden Hilfskreise sollen einander gleich sein. Die Selbstinduktionskoeffizienten der Spulen in denselben Kreisen sollen einander gleich, und zwar alle gleich demjenigen der Galvanometerspule sein. Das magnetische Feld des Galvanometers soll möglichst groß sein. Die Windungsfläche der Galvanometerspule soll groß, ihr Trägheitsmoment klein sein, d. h. die Spule muß eine längliche Form haben.

Fig. 43.



In der Fig. 43 ist die wirklich ausgeführte Schaltung der Hilfskreise dargestellt. Durch Verschieben der Spule T_2 reguliert

man den Koeffizienten A , durch Verschieben von P den Koeffizienten C . Das Einregulieren geschieht auf experimentellem Wege, indem man z. B. einen unterbrochenen Gleichstrom, dessen Stromkreis vorwiegend induktionslose Widerstände enthält, durch den Apparat aufnimmt und so lange reguliert, bis eine exakt rechteckige Kurve entsteht.

Das Sichtbarmachen bzw. Photographieren der Kurven bietet viel weniger Schwierigkeiten als beim Blondelschen Oszillographen, weil das bewegliche System einen verhältnismäßig großen Spiegel trägt.

25. Aufnahme von Magnetisierungskurven.

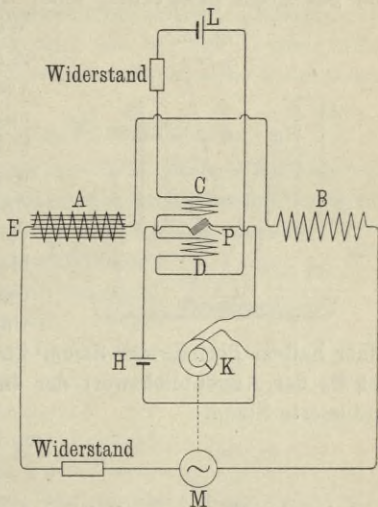
Wird ein Eisenkern durch Wechselstrom magnetisiert, so ändert sich die Stärke der Induktion im Eisen ebenfalls periodisch, und zwar mit derselben Periode wie der erregende Wechselstrom. Die Werte, welche die Induktion innerhalb einer Periode annimmt, lassen sich durch die bekannte Hysteresisschleife darstellen. Es hat ein erhebliches theoretisches und praktisches Interesse, den Verlauf der Magnetisierungskurve bei Erregung durch Wechselstrom zu kennen. Umgibt man das Eisen mit einer Sekundärspule, an deren Polen die Spannung z. B. mit Kontaktmacher und Elektrometer (vgl. S. 15) aufgenommen wird, so erhält man eine Kurve für $\frac{d\mathfrak{B}}{dt}$, wo \mathfrak{B} den Wert der Induktion im Eisen bedeutet. Aus dieser Kurve wäre erst \mathfrak{B} abzuleiten. Dies Verfahren, das öfters ausgeführt worden ist, wird infolge des Umzeichnens der Kurve ziemlich ungenau. Von diesem Mangel sind die folgenden Methoden frei.

a) Methode von Kaufmann.

Diese Methode schließt sich an die magnetometrische Untersuchung des Eisens an. Zwei einander gleiche Spulen AB (Fig. 44) werden so aufgestellt, daß ihre Achsen in einer Linie liegen, und werden hintereinander von demselben Strom durchflossen. Dabei sei die Stromrichtung in den Spulen derart, daß in einem Punkte P , der genau in der Mitte zwischen beiden Spulen liegt, sich die Felder, die von den Spulen herrühren, aufheben. Bringt man nun in die Spule A ein Bündel E von dem zu unter-

suchenden Eisen (Blech oder Draht), so ist jetzt das Feld in P in jedem Augenblick der Magnetisierung des Eisens proportional. In P wird eine bewegliche Spule aufgehängt, die unter Zwischenschaltung eines Kontaktmachers K an eine Gleichstromquelle H angeschlossen ist. Der Kontaktmacher sitzt auf der Welle der Wechselstrommaschine M , welche die Spulen A und B mit Strom speist. Die Spule P , deren Windungsebene in der Ruhelage einen Winkel von 45° mit der Windungsebene von A und B bildet, erfährt somit eine Ablenkung, die gleich ist dem Augenblickswert der Magnetisierung, die der betreffenden Bürstenstellung des Kontaktmachers entspricht. P ist gewissermaßen eine Magnetometernadel, die nur im Moment

Fig. 44.



des Kontaktes in K magnetisch ist. In dieser Anordnung ist aber die Ablenkung von P auch proportional dem Stromstoß in P , d. h. die Unregelmäßigkeiten des Momentkontaktes müssen sich voll fühlbar machen (vgl. S. 17). Um dies zu vermeiden, wird P von zwei Spulen C und D umgeben, die hintereinander in gleicher Richtung von einem Gleichstrom durchflossen werden, und deren Achsen senkrecht stehen zu den Achsen von A und B , damit CD und AB nicht induzierend aufeinander wirken können. Der Strom in CD wird so stark gemacht, daß P in seine Ruhelage zurückkehrt; dann ist der Strom in CD proportional dem Augenblickswert der Magnetisierung von E .

Diese Methode ist natürlich auch zur Aufnahme jeder beliebigen Spannungs- oder Stromkurve zu gebrauchen (Owens); man kann jedes Dynamometer dazu benutzen, dessen bewegliche Spule wie P geschaltet ist; für diese Zwecke bietet aber die Methode keinerlei Vorteile gegenüber den früher beschriebenen punktförmigen Aufnahmen.

b) Methode von Townsend (Lyle).

Soll die Magnetisierungskurve eines Transformators oder eines Eisenringes aufgenommen werden, so werden einige Windungen a um das Eisen gelegt und unter Zwischenschaltung eines großen

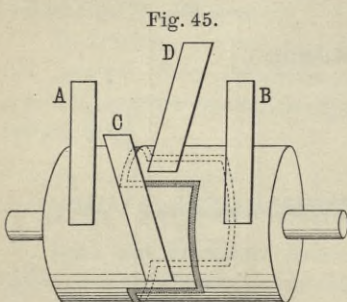


Fig. 45.

Widerstandes mit den Bürsten AB eines Stromwenders (Fig. 45) verbunden. Die Bürsten CD sind mit einem Galvanometer verbunden. Die Welle des Stromwenders wird eventuell unter Zwischenschaltung eines Rädervorgeleges von der Achse der Maschine angetrieben; dabei ist das Rädervorgelege derart zu wählen, daß immer nach Verlauf

einer halben Periode der Strom im Galvanometer gewendet wird. Ist \mathfrak{B}_t der Augenblickswert der Induktion im Eisen, so ist der induzierte Strom:

$$i_t = \frac{aq}{r} \frac{d\mathfrak{B}_t}{dt},$$

wobei q den Eisenquerschnitt, r den Gesamtwiderstand des Kreises bedeutet. Der mittlere während einer Periode durch das Galvanometer fließende Strom ist:

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau/2} i_t dt - \frac{1}{\tau} \int_{t+\tau/2}^{t+\tau} i_t dt = \frac{qa}{r\tau} \int_t^{t+\tau/2} d\mathfrak{B}_t - \frac{qa}{r\tau} \int_{t+\tau/2}^{t+\tau} d\mathfrak{B}_t \\ &= \frac{qa}{r\tau} [\mathfrak{B}_{t+\tau/2} - \mathfrak{B}_t - \mathfrak{B}_{t+\tau} + \mathfrak{B}_{t+\tau/2}]. \end{aligned}$$

Nun ist aber

$$\mathfrak{B}_{t+\tau} = \mathfrak{B}_t$$

und wenn die negative Kurvenhälfte der positiven spiegelbildlich gleich ist

$$\mathfrak{B}_{t+\tau/2} = -\mathfrak{B}_t,$$

folglich

$$I = -\frac{4aq}{r\tau} \mathfrak{B}_t$$

oder

$$\mathfrak{B}_t = - \frac{r \tau}{4 q a} I.$$

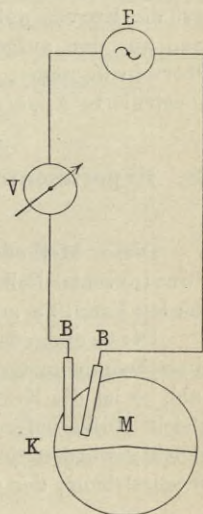
I ist proportional dem Galvanometerausschlag. Durch langsames Drehen der Bürsten CD , die fest miteinander verbunden sind, wird die Phase, in der die Stromwendung eintritt, allmählich verändert. Man erhält also dadurch, wie bei der Joubertschen Scheibe, eine vollständige punktförmige Aufnahme der Induktion \mathfrak{B} .

26. Messung des Formfaktors.

Will man nur den Formfaktor einer Kurve kennen (vergleiche S. 10), so kann man die Kurvenaufnahme selber umgehen, wenn man den Apparat von Rose und Kühns anwendet ¹⁾.

Auf eine kreisförmige Hartgummischeibe K (Fig. 46) ist ein Messingsektor M aufgelegt, der etwas mehr als 180° umfaßt. Darauf schleifen zwei Bürsten B , die um die Scheibenachse drehbar angeordnet sind und sowohl gemeinsam als auch gegeneinander verschoben werden können. Dieser Kontaktmacher ist in die Zuleitung zu einem Gleichstromvoltmeter V eingeschaltet, das an die zu untersuchende Wechselspannung E angeschlossen ist. Die Umdrehungszahl der Scheibe pro Sekunde muß gleich sein der sekundlichen Periodenzahl des Wechselstromes. Man reguliert nun abwechselnd an den Schrauben, die die gemeinsame Bewegung der Bürsten und ihre Bewegung gegeneinander betätigen, bis das Voltmeter einen maximalen Ausschlag zeigt. Dann wird das Instrument von genau einer Halbperiode des Stromes durchflossen, während er in der anderen Halbperiode unterbrochen ist. Die Voltmeterangabe α ist also gleich der halben mittleren Spannung. Wird auch noch der Effektivwert E der Spannung gemessen, so ist der Formfaktor $F = E/2\alpha$.

Fig. 46.



¹⁾ Der Apparat ist in der Werkstatt der Phys.-Techn. Reichsanstalt ausgeführt.

IV. Experimentelle und mathematische Kurvenanalyse.

27. Allgemeines.

Nachdem die verschiedenen Methoden erörtert worden sind, wie die Kurven der Spannungen und Ströme aufgenommen werden können, wenden wir uns nunmehr der Aufgabe zu, die Grund- und Oberschwingungen nach Größe und Phase zahlenmäßig zu finden. Dies geschieht entweder in der Weise, daß man die gesuchten Größen durch geeignete Methoden direkt mißt, ohne erst die Kurven aufzunehmen (experimentelle Analyse), oder daß man aus den aufgenommenen Kurven Amplitude und Phase der Oberschwingungen entweder errechnet oder durch eigens dafür konstruierte Apparate, die harmonischen Analysatoren, findet.

28. Experimentelle Analyse eines Wechselstromes nach Des Coudres.

Diese Methode bezweckt, direkt die Koeffizienten der Fourierschen Reihe, durch welche ein Wechselstrom dargestellt werden kann, zu messen.

Der Grundgedanke ist folgender: fließen in den beiden Spulen eines Dynamometers Wechselströme von verschiedener Periodenzahl, so ist die Kraftwirkung der festen Spule auf die bewegliche gleich Null, sofern die Periodenzahlen nicht nahezu einander gleich geworden sind. Man schickt nun den zu untersuchenden Wechselstrom, der durch die Gleichung

$$i = \sum_k \mathfrak{I}_k \sin(k \omega t + \gamma_k)$$

darstellbar sein soll, durch die feste Spule eines Dynamometers, durch die bewegliche dagegen einen Hilfsstrom, der rein sinusförmig ist und die λ fache Periodenzahl gegenüber der Grundwelle von i hat; dann kann nach dem eben Gesagten dieser Hilfsstrom nur auf die in i enthaltene λ^{te} Oberwelle eine Kraft ausüben,

während alle anderen Teilwellen wirkungslos bleiben. Hat also der Hilfsstrom j die Gleichung:

$$j = \mathfrak{H}_\lambda \sin(\lambda \omega t + \psi_\lambda),$$

so ist der Ausschlag des Dynamometers [vgl. Gleichung 32]):

$$\alpha_\lambda = \frac{\mathfrak{I}_\lambda \mathfrak{H}_\lambda}{2K} \cos(\gamma_\lambda - \psi_\lambda),$$

wo K die Dynamometerkonstante bedeutet.

Die Sinusströme kann man durch einen Sinusinduktor nach Kohlrausch erzeugen. Ein in der Richtung eines Durchmessers magnetisiertes Stahlrädchen von 6 mm Dicke und 20 mm Radius ist unter Zwischenschaltung eines passenden Rädervorgeleges mit der Maschinenachse gekuppelt. Es rotiert im Innern einer Spule und erzeugt daher in derselben eine sinusförmige Wechselspannung, deren Periodenzahl durch Einsetzen anderer Räder in das Vorgelege verändert werden kann. Wird die Anfangslage der induzierten Spule um 90° gedreht, so wird der Hilfsstrom:

$$j = \mathfrak{H}_\lambda \sin\left(\lambda \omega t + \psi_\lambda + \frac{\pi}{2}\right)$$

und der Dynamometerausschlag:

$$\beta_\lambda = \frac{\mathfrak{I}_\lambda \mathfrak{H}_\lambda}{2K} \sin(\gamma_\lambda - \psi_\lambda),$$

folglich:

$$\mathfrak{I}_\lambda = \frac{2K}{\mathfrak{H}_\lambda} \sqrt{\alpha_\lambda^2 + \beta_\lambda^2}.$$

Des Coudres hat ausführlich erörtert, wie auch der Phasenwinkel γ_λ gefunden werden kann.

Hier genügt es, das Prinzip der Methode erläutert zu haben, da die Methode in der vorliegenden Form für die praktische Anwendung zu kompliziert und zeitraubend ist.

29. Kurvenanalyse durch Resonanz.

Die von Pupin und Armagnat angegebene Resonanzmethode ist wohl die bequemste und gleichzeitig vollkommenste Methode zur Analyse von Kurven.

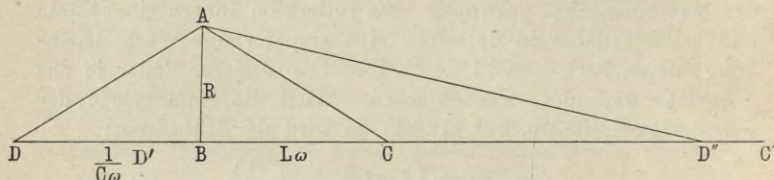
Schließt man eine sinusförmige Spannung durch eine Selbstinduktion L und eine Kapazität C , die hintereinander geschaltet

sind, so wird für ganz bestimmte Werte von L und C die Wirksamkeit der Selbstinduktion durch die Kapazität aufgehoben. Der Stromkreis verhält sich, als ob nur ohmscher Widerstand R eingeschaltet wäre; und zwar ist dies der ohmsche Widerstand, den der Kreis enthält, wenn die Kapazität kurz geschlossen wird.

Stellt man die Impedanz durch ein Diagramm dar, so hat man (Fig. 47) $AB = R$, $BC = L\omega$, $BD = \frac{1}{C\omega}$ zu machen.

Werden L und C so gewählt, daß $L\omega = 1/C\omega$, d. h. $BC = BD$, so ist die Impedanz gleich $R = AB$. Der Stromkreis ist für die betreffende Periodenzahl in Resonanz.

Fig. 47.



Enthält nun die Betriebsspannung z. B. auch die dritte Oberschwingung, so setzt sich die Impedanz für diese zusammen aus:

$AB = R$, $BC' = 3L\omega$, $BD' = \frac{1}{3} \frac{1}{C\omega}$; macht man $C'D'' = BD'$,

so wird die Impedanz durch die Linie AD'' dargestellt. Der durch die Spannung erzeugte Strom kann also die dritte Oberwelle nur sehr schwach enthalten. Ein in die Leitung eingeschalteter Oszillograph gibt annähernd nur die Grundwelle, und

zwar in der Stärke $i = \frac{e}{R}$.

Der im vorigen ausgeführte Grundgedanke läßt sich folgendermaßen theoretisch durchführen. Die aufzunehmende Spannung sei gegeben durch die Fouriersche Reihe:

$$e = \mathfrak{E}_1 \sin(\omega t + \varepsilon_1) + \mathfrak{E}_3 \sin(3\omega t + \varepsilon_3) + \mathfrak{E}_5 \sin(5\omega t + \varepsilon_5) + \dots$$

Diese Spannung werde geschlossen durch eine Selbstinduktion L und eine Kapazität C ; R sei der ohmsche Gesamtwiderstand des Kreises (bei kurz geschlossener Kapazität). Der in diesem System entstehende Strom sei:

$$i = \mathfrak{I}_1 \sin(\omega t + \gamma_1) + \mathfrak{I}_3 \sin(3\omega t + \gamma_3) + \mathfrak{I}_5 \sin(5\omega t + \gamma_5) + \dots,$$

wo

$$\mathfrak{I}_k = \frac{\mathfrak{E}_k}{\sqrt{R^2 + \left(k \omega L - \frac{1}{k \omega C}\right)^2}}$$

ist, für $k = 1, 3, 5 \dots$

Es seien nun L und C so gewählt, daß für die a^{te} Oberschwingung Resonanz eintritt, d. h.

$$a \omega L = \frac{1}{a \omega C} \quad \text{oder} \quad a^2 \omega^2 L C = 1 \quad . \quad . \quad . \quad 42)$$

dann wird:

$$\mathfrak{I}_a = \mathfrak{E}_a / R \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 43)$$

und die Stromintensitäten der anderen Oberschwingungen:

$$\begin{aligned} \mathfrak{I}_k &= \frac{\mathfrak{E}_k}{\sqrt{R^2 + k^2 \omega^2 L^2 \left(1 - \frac{1}{k^2 \omega^2 L C}\right)^2}} \\ &= \frac{\mathfrak{E}_k}{\sqrt{R^2 + k^2 \omega^2 L^2 \left(1 - \frac{a^2}{k^2}\right)^2}} \end{aligned}$$

Um ein Urteil darüber zu gewinnen, wie stark die Oberschwingungen gedämpft werden, werde gesetzt $\frac{R}{L} = 100$, was bei Normalrollen für Selbstinduktion der Größenordnung nach erfüllt ist, und für 50 periodigen Wechselstrom:

$$\omega^2 = 100^2 \pi^2 \text{ nahezu} = 10^5.$$

Unter diesen Annahmen ergibt eine einfache Näherungsrechnung:

$$\begin{aligned} \mathfrak{I}_k &= \frac{\mathfrak{E}_k}{k \omega L \left(1 - \frac{a^2}{k^2}\right)} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{R^2}{k^2 \omega^2 L^2 \left(1 - \frac{a^2}{k^2}\right)^2} \right\} \\ &= \frac{\mathfrak{E}_k}{100 \pi L \frac{k^2 - a^2}{k}} \left\{ 1 - \frac{1}{20} \frac{k^2}{(k^2 - a^2)^2} \right\}. \end{aligned}$$

Der kleinste Wert, den $\frac{(k^2 - a^2)^2}{k^2}$ annimmt, ist rund 10.

Das zweite Glied der Klammer ist also kleiner als 0,005 und kann somit vernachlässigt werden. Es bleibt:

$$S_k = \frac{G_k}{100 \pi L \frac{k^2 - a^2}{k}} \dots \dots \dots 44)$$

folglich

$$\frac{S_k}{S_a} = \frac{G_k}{G_a} \frac{R}{100 \pi L \frac{k^2 - a^2}{k}} = \frac{G_k}{G_a} \frac{1}{\pi \frac{k^2 - a^2}{k}} \dots \dots 45)$$

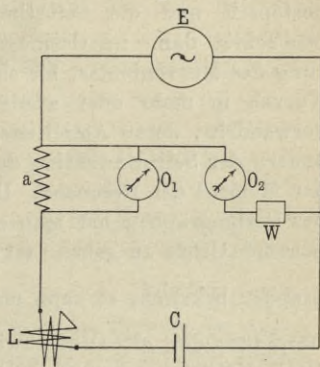
$\frac{1}{\pi \frac{k^2 - a^2}{k}}$ gibt den Bruchteil an, um den die einzelnen Teilwellen gegenüber der Resonanzwelle verkleinert sind. Die folgende Tabelle gibt die absoluten Werte für $\pi \frac{k^2 - a^2}{k}$.

	$a = 1$	3	5	7	9	11	13
$k = 1$	—	25	75	151	252	378	530
3	8	—	17	42	75	117	168
5	16	10	—	15	35	60	91
7	22	18	11	—	14	32	54
9	28	25	20	11	—	14	31
11	34	32	27	21	11	—	14
13	41	39	35	29	21	12	—

Man erkennt daraus, daß die der Resonanzwelle benachbarten Wellen am wenigsten geschwächt werden. Ist in der Spannung die Intensität der Nachbarschwingung ebensogroß wie die der Resonanzschwingung, so werden die durch die Nachbarschwingungen erzeugten Ströme rund zehnmal kleiner als die durch die Resonanzwelle erzeugten. Man erhält also ein hinreichend reines Kurvenbild, um die Intensität der Oberschwingung messen zu können. Ist aber die Resonanzwelle von zwei Schwingungen eingefasst, die wesentlich stärker sind als sie selbst, so liefert sie kein brauchbares Kurvenbild mehr. Sie wird dann aber auch in den meisten Fällen keine praktische Bedeutung mehr haben.

Bei Versuchen des Verf. war die zu analysierende Spannung durch eine kontinuierlich veränderliche Selbstinduktion L (Fig. 48) (Wiensches Variometer¹⁾ und einen Kapazitätenkasten C in Serie geschlossen. Gleichzeitig lag in der Leitung ein bifilarer Oszillograph O_1 nach Blondel. Sind die Ströme für den Oszillographen zu groß, so wird er in den Nebenschluß zu einem induktionslosen Widerstand a passender Größe gelegt. Den Strom durch einen in Serie geschalteten Widerstand zu schwächen, ist nicht ratsam, weil das Resonanzbild um so deutlicher herauskommt, je geringer der Gesamtwiderstand R ist. Ein Blick auf das Diagramm Fig. 47 beweist diese Behauptung.

Fig. 48.



Der benutzte Oszillograph besitzt zwei Systeme; das zweite System O_2 ist mit einem Widerstand W in Serie an die Spannung E gelegt und gibt daher das Bild der zu analysierenden Spannungskurve. Gleichzeitig kann man daraus erkennen, wie die einzelnen Schwingungen der Phase nach zur Spannungskurve und zu den anderen Teilwellen liegen.

Wird L in Henry und C in Mikروفarad gemessen, so folgt für eine 50periodige Wechselspannung aus der Resonanzbedingung 42) $LC = 10/a^2$. Es wurde gewählt:

a	L	C	R
1 (Grundschiwingung)	2 Henry	5 Mikروفarad	200 Ohm
3	1 "	1,1 "	100 "
5	0,1 "	4 "	14 "
7	0,102 "	2 "	14 "
9	0,095 "	1,3 "	14 "
11	0,092 "	0,9 "	14 "
13	0,098 "	0,6 "	14 "
15	0,089 "	0,5 "	14 "
17	0,087 "	0,4 "	14 "

¹⁾ Erhältlich bei Universitätsmechanik Siedentopf, Würzburg, oder Land- und Seekabelwerke, Zweigstelle Hannover.

Nachdem einer der Werte aus dieser Tabelle im Kapazitätskasten gestöpselt war, wurde im Selbstinduktionsvariometer der den zugehörigen Wert der Selbstinduktion enthaltende Meßbereich gestöpselt und die Selbstinduktion langsam verändert. Man beobachtet dann im Oszillographen eine fortwährende Veränderung des Kurvenbildes, bis sich plötzlich die scheinbar regellosen Kurven in mehr oder weniger regelmäßige Sinusschwingungen verwandeln, deren Amplituden wachsen und beim weiteren Verändern der Selbstinduktion durch ein Maximum gehen. Dies ist der Moment der Resonanz. Durch Regulieren des Nebenschlusses des Oszillographen hat man es in der Hand, der Amplitude eine passende Größe zu geben. Ist die Stromempfindlichkeit des Oszillographen bekannt, so kann man aus $\mathcal{E}_a = \frac{R(g+a) + ga}{a} j'_a$ die

Amplitude der a^{ten} Oberschwingung in der Spannung berechnen. Darin bedeutet g den Widerstand des Oszillographenzweiges und j'_a den Maximalwert der Stromstärke im Oszillographen.

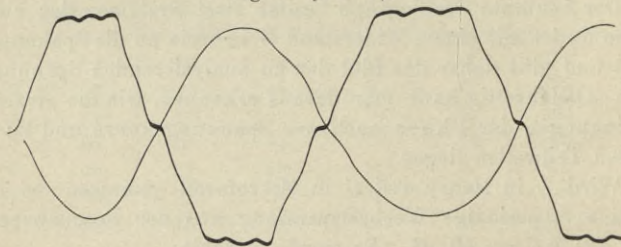
Fig. 49 ($k = 1$).

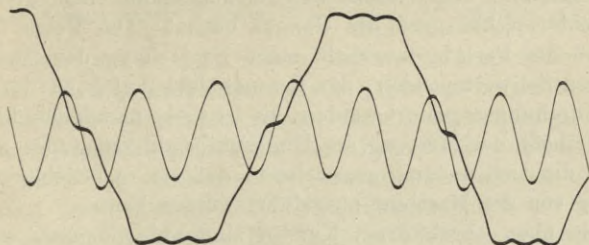
Fig. 49 bis 52 sind die Resonanzbilder einiger Oberschwingungen von der verketteten Spannung einer Drehstrommaschine, derselben müssen die 3., 9., 15. ... Oberschwingung fehlen (vgl. S. 12). Es ergaben sich folgende Werte:

$k =$	1	5	7	11	13	17	19	23	25	29
Max. Volt $\mathcal{E}_k =$	144	11,3	0	4,9	1,7	0	0,6	0,3	0	0,2 Volt.

Die Kurvenbilder der höheren Oberschwingungen werden ziemlich unregelmäßig; trotzdem ist die Einstellung auf das Resonanzmaximum noch immer mit großer Schärfe möglich. Es werden alle Wellen mit dem Maßstab ausgewertet und die einer Periode der Grundschwingung entsprechenden Amplituden gemittelt.

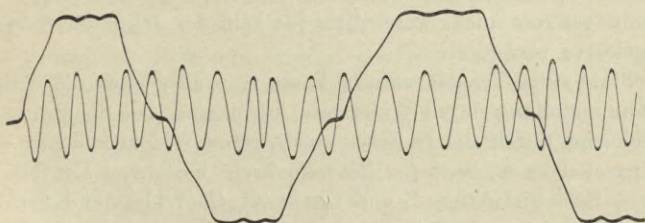
Man kann größere Messungsfehler machen, wenn der Oszillograph nicht aperiodisch gedämpft ist und eine zu niedrige Eigenperiode besitzt. Denn ein ungedämpfter Oszillograph steigert sehr

Fig. 50 ($k = 5$).



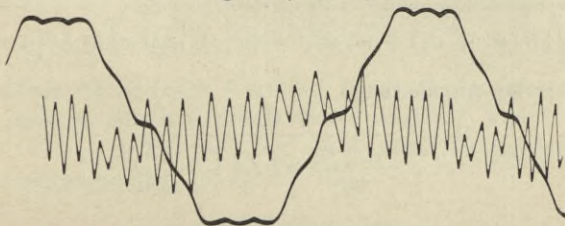
stark seine Stromempfindlichkeit, je näher die Periode der aufzunehmenden Oberschwingung der Eigenperiode des Systems kommt.

Fig. 51 ($k = 11$).



Eine interessante Beobachtung ergab sich beim Versuch, die Kurve der Charlottenburger Zentrale zu analysieren. Es war

Fig. 52 ($k = 23$).



nicht möglich, namentlich bei höheren Oberschwingungen, eine scharfe Resonanz einzustellen. Hat man nämlich, so gut es geht, die Resonanz eingestellt, so schwankt nicht nur die Amplitude

der Welle, entsprechend der Größe der Spannungsschwankungen, sondern es wechselt auch dauernd das Kurvenbild, indem es periodisch um das Resonanzbild pendelt.

Die Erscheinung ist so zu erklären, daß die durch eine Dampfmaschine angetriebene Zentralenmaschine einen gewissen Ungleichförmigkeitsgrad des Ganges besitzt. Die Folge davon ist, daß die Periode innerhalb einer Umdrehung der Maschine um ihren Sollwert pendelt; das Resonanzbild muß somit im Takt der Umdrehungen gestört werden. Es ist nicht unmöglich, hierauf eine Methode der Messung des Ungleichförmigkeitsgrades aufzubauen, die sich dadurch auszeichnet, daß sie in beliebiger Entfernung von der Maschine ausgeführt werden kann.

Die oben abgebildeten Kurven sind aufgenommen worden bei einer Spannung von 100 Volt. Will man höhere Spannungen analysieren, so hat man dieselben hinunter zu transformieren. Der hierfür notwendige Transformator darf nicht zu knapp bemessen sein, damit der der Sekundärwicklung entnommene Spannungsstrom nicht wesentlich das Bild der sekundären Spannungskurve verändert.

Statt eines Transformators kann man aber auch die übliche Spannungsteilung durch Widerstand benutzen. Die Spannung ist geschlossen durch die in Serie geschalteten Widerstände w_1 und w_2 ; parallel zu w_2 liegt der Resonanzkreis, bestehend aus Oszillograph, Selbstinduktion L und Kapazität C (Widerstand der Resonanzabzweigung R). Ist die Resonanz wieder für die a^{te} Oberschwingung abgestimmt, so ergibt eine einfache Rechnung für die k^{te} Oberschwingung des Oszillographenstromes:

$$\mathfrak{I}_k = \frac{\mathfrak{E}_k w_2}{\sqrt{[R(w_1 + w_2) + w_1 w_2]^2 + (w_1 + w_2)^2 \omega^2 k^2 L^2 \left(1 - \frac{a^2}{k^2}\right)^2}}$$

oder in erster Annäherung:

$$\mathfrak{I}_k = \frac{\mathfrak{E}_k}{\frac{w_1 + w_2}{w_2} \omega k L \left(1 - \frac{a^2}{k^2}\right)}$$

folglich:

$$\frac{\mathfrak{I}_k}{\mathfrak{I}_a} = \frac{\mathfrak{E}_k}{\mathfrak{E}_a} \frac{1 + \frac{w_1 w_2}{(w_1 + w_2) R}}{\pi \frac{k^2 - a^2}{k}} \quad [\text{vgl. Formel 45)].}$$

Das zweite Glied im Zähler darf nur kleine Werte erhalten, wenn gute Resonanzbilder zustande kommen sollen. Sind etwa 0,01 Ampere Oszillographenstrom erforderlich, um hinreichend große Amplituden zu erhalten, so genügt es z. B., $L = 0,1$ Henry, $R = 10$ Ohm, $w_2 = 1$ Ohm, $w_1 = \frac{E}{0,1}$ zu wählen, d. h. die Widerstände w_1 und w_2 müssen etwa 0,1 Ampere vertragen können. Die Empfindlichkeit reguliert man am besten in w_1 .

Soll die Resonanzmethode auch dazu benutzt werden, Stromkurven zu analysieren, so kann man zuerst daran denken, in den Strom einen induktionslosen Widerstand einzuschalten und die Spannung an den Polen dieses Widerstandes nach der vorigen Methode zu analysieren. Hat man es aber mit einigermaßen großen Strömen zu tun, so beträgt der Spannungsabfall bei den gangbaren Widerstandsmodellen höchstens 1 Volt. Diese Spannung genügt wohl, um ein brauchbares Bild der Grundwelle zu erhalten, dagegen reicht für die höheren Oberschwingungen die Empfindlichkeit des Oszillographen nicht mehr aus.

Brauchbare Resultate liefert folgende Schaltung. Der Oszillograph wird durch einen Kondensator C , ein Selbstinduktionsvariometer und eine Normalrolle vom Betrage 0,1 Henry geschlossen. Um letztere sind einige Windungen der Hauptstromleitung gelegt, in welchen der zu analysierende Wechselstrom i fließt; es genügen etwa 150 Amperewindungen. Sei M der gegenseitige Induktionskoeffizient der beiden Wickelungen, L die Summe aller Selbstinduktionskoeffizienten in der Sekundärleitung, R ihr Gesamtwiderstand, und j der Strom in derselben, so ist:

$$M \frac{di}{dt} = L \frac{dj}{dt} + \frac{1}{C} \int j dt + Rj.$$

Sei nun $\Im_a \sin(a \omega t + \alpha)$ der Ausdruck für die a^{te} Oberschwingung im Strom i , werde ferner wieder L und C so eingestellt, daß $a^2 \omega^2 LC = 1$ ist, so ist eine Lösung der obigen Differentialgleichung:

$$j_a \cos(a \omega t + \alpha),$$

wobei

$$j_a = \frac{Ma\omega}{R} \Im_a$$

ist.

Da die Ordnungszahl a im Zähler des Ausdrucks für den Oszillographenstrom steht, so ist diese Methode für die höheren Oberschwingungen relativ empfindlicher als für die niederen. Wird M bei den verschiedenen Einstellungen der Resonanzen nicht verändert, so erhält man die richtigen Relativwerte der einzelnen Teilamplituden, ohne daß man den Wert von M selbst zu kennen braucht. Auch der Phase nach erhalten alle Teilwellen ihre richtige Lage zueinander; dagegen sind sämtliche Teilwellen gegen die unzerlegte Stromkurve selbst um eine viertel Periode teils nach vorwärts, teils nach rückwärts verschoben.

30. Arithmetische Analyse.

Im allgemeinen ist eine beliebige Kurvenform nur durch eine Fouriersche Reihe von unendlich großer Gliederzahl darstellbar [vgl. Formel 11), S. 4], in den meisten Fällen der Praxis werden aber die Glieder höherer Ordnung so klein, daß sie vernachlässigt werden können. Nehmen wir an, daß die Kurve durch eine Reihe von $2n$ Koeffizienten mit hinreichender Genauigkeit dargestellt werden kann, und zwar sei:

$$y = \sum_{k=1}^{n-1} \mathfrak{A}_k \sin k\omega t + \mathfrak{B}_0 + \sum_{k=1}^n \mathfrak{B}_k \cos k\omega t. \quad \left. \vphantom{\sum_{k=1}^{n-1} \mathfrak{A}_k \sin k\omega t} \right\} \dots \dots \dots 46)$$

Um die Koeffizienten \mathfrak{A} und \mathfrak{B} zu finden, teilen wir vom Anfangspunkt der Koordinaten aus auf der Abszissenachse eine Periode τ in $2n$ Teile und messen die Längen $y_1, y_2 \dots, y_{2n}$ der in den Teilpunkten errichteten Ordinaten ab. Dabei gehöre die Ordinate y_λ zur Abszisse $t_\lambda = \frac{\lambda \tau}{2n}$. Diese zusammengehörenden Werte y_λ und t_λ müssen aber die Gleichung 46) befriedigen, d. h.

$$y_\lambda = \sum_{k=1}^{n-1} \mathfrak{A}_k \sin k\omega t_\lambda + \mathfrak{B}_0 + \sum_{k=1}^n \mathfrak{B}_k \cos k\omega t_\lambda \quad \left. \vphantom{\sum_{k=1}^{n-1} \mathfrak{A}_k \sin k\omega t_\lambda} \right\} \begin{array}{l} \text{für} \\ \lambda = 1, 2 \dots 2n. \end{array}$$

Das sind $2n$ lineare Gleichungen, aus denen die $2n$ Unbekannten

$$\mathfrak{A}_1 \dots, \mathfrak{A}_{n-1}; \mathfrak{B}_0, \mathfrak{B}_1 \dots, \mathfrak{B}_n$$

berechnet werden können. Die Berechnung läßt sich allgemein durchführen und ergibt das Resultat:

$$n \mathfrak{A}_k = \sum_{\lambda=1}^{2n} y_\lambda \sin k \omega t_\lambda \quad \left. \begin{array}{l} \dots \dots \dots 47) \\ \text{für} \\ k = 1, 2 \dots n-1 \end{array} \right\}$$

$$n \mathfrak{B}_k = \sum_{\lambda=1}^{2n} y_\lambda \cos k \omega t_\lambda \quad \left. \begin{array}{l} \dots \dots \dots 48) \\ \end{array} \right\}$$

dagegen wird für $k = 0$ und $k = n$ die zweite Summe gleich $2n \mathfrak{B}_0$ bzw. $2n \mathfrak{B}_n$. Dabei ist

$$k \omega t_\lambda = \frac{2k\pi}{\tau} \frac{\lambda\tau}{2n} = \frac{k\lambda\pi}{n} \dots \dots \dots 49)$$

Die Richtigkeit der Formeln 47), 48) wird bestätigt, sobald man die Zahl $2n$ der Teilpunkte auf der Abszissenachse unendlich groß werden läßt. Dadurch werden aus den endlichen Summen die Integralformeln 14), 15), auf S. 5.

Die weitere Berechnung soll lediglich für den Fall durchgeführt werden, daß wir es mit einem Wechselstrom ohne überlagerte Gleichstromkomponente zu tun haben, d. h. $\mathfrak{B}_0 = 0$, sowie daß nur die Glieder ungerader Ordnung vorkommen (k ungerade) (vgl. S. 5 und 6). Das letztere ist der Fall, wenn Ordinaten, die einen Abstand von einer halben Periode haben, einander gleich sind, aber entgegengesetztes Vorzeichen haben. Da auf eine halbe Periode n Teilpunkte fallen, so ist für diesen Fall [vgl. Formel 17), S. 5]

$$y_{n+\lambda} = -y_\lambda,$$

weiter folgt aus 49)

$$k \omega t_{n+\lambda} = k\pi + \frac{k\lambda\pi}{n}.$$

Bedenkt man, daß k nur ungerade ist, d. h. $\cos k\pi = -1$, so folgt

$$y_{n+\lambda} \sin k \omega t_{n+\lambda} = y_\lambda \sin \frac{k\lambda\pi}{n}$$

$$y_{n+\lambda} \cos k \omega t_{n+\lambda} = y_\lambda \cos \frac{k\lambda\pi}{n}.$$

Man kann somit in den Summen 47), 48) je zwei einander gleiche Glieder zusammenfassen und erhält zwei nur über eine halbe Periode zu erstreckende Summen:

$$n\mathfrak{A}_k = 2 \sum_{\lambda=1}^n y_{\lambda} \sin k \omega t_{\lambda}$$

$$n\mathfrak{B}_k = 2 \sum_{\lambda=1}^n y_{\lambda} \cos k \omega t_{\lambda}.$$

In diesen Summen lassen sich, wenn n gerade ist, wiederum je zwei Glieder zusammenfassen, die gleich weit von dem in der Mitte stehenden Gliede $\left(\lambda = \frac{n}{2}\right)$ entfernt sind. Es ist nämlich:

$$\sin k \omega t_{n-\lambda} = \sin \frac{k(n-\lambda)\pi}{n} = \sin \left(k\pi - \frac{k\lambda\pi}{n}\right)$$

$$= \sin \frac{k\lambda\pi}{n} = \sin k \omega t_{\lambda}$$

$$\cos k \omega t_{n-\lambda} = \cos \left(k\pi - \frac{k\lambda\pi}{n}\right) = -\cos k \omega t_{\lambda}.$$

Daraus ergibt sich:

$$n\mathfrak{A}_k = 2 \sum_{\lambda=1}^{\frac{n}{2}-1} (y_{\lambda} + y_{n-\lambda}) \sin \frac{k\lambda\pi}{n} + 2 y_{\frac{n}{2}} \sin \frac{k\pi}{2} \quad . \quad 50)$$

$$n\mathfrak{B}_k = 2 \sum_{\lambda=1}^{\frac{n}{2}-1} (y_{\lambda} - y_{n-\lambda}) \cos \frac{k\lambda\pi}{n} - 2 y_{\frac{n}{2}} \quad . \quad . \quad . \quad 51)$$

Diese Formeln mögen durchgerechnet werden für die Fälle $n = 12$ und $n = 18$ (Halbperiode in 12 bzw. 18 gleiche Teile geteilt).

$$a) \quad n = 12, \quad \frac{\pi}{n} \text{ entspricht } 15^{\circ}.$$

Man schreibe die Werte der 12 Ordinaten in der folgenden Weise untereinander, und bilde die Summen u und die Differenzen v .

		y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6
	y_{12}	y_{11}	y_{10}	y_9	y_8	y_7	
Summen . . .		u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6
Differenzen . . .	v_6	v_5	v_4	v_3	v_2	v_1	

wobei

$$u_1 = y_1 + y_{11}$$

$$v_1 = y_5 - y_7$$

.

und

$$u_6 = y_6$$

$$v_6 = -y_{12} \text{ gesetzt ist.}$$

Dann ist nach Gleichung 50) und 51):

$$6 \mathcal{A}_k = u_1 \sin 15k + u_2 \sin 30k + \dots + u_5 \sin 75k + u_6 \sin 90k$$

$$6 \mathcal{B}_k = v_5 \cos 15k + v_2 \cos 30k + \dots + v_1 \cos 75k + v_6.$$

Verwandelt man alle vorkommenden Winkelfunktionen in Sinus von Winkeln, die zwischen $0 \dots 90^\circ$ liegen, und ordnet nach den Winkeln, so erhält man folgende Tabellen:

$\sin 0$		u_4			u_4	
$\sin 15$	u_1		u_5	u_5		u_1
$\sin 30$	u_2		u_2	$-u_2$		$-u_2$
$\sin 45$	u_3	$u_1 + u_3 - u_5$	$-u_3$	$-u_3$	$u_1 + u_3 - u_5$	u_3
$\sin 60$	u_4		$-u_4$	u_4		$-u_4$
$\sin 75$	u_5		u_1	u_1		u_5
$\sin 90$	u_6	$u_2 - u_6$	u_6	$-u_6$	$-u_2 + u_6$	$-u_6$
	$6 \mathcal{A}_1$	$6 \mathcal{A}_3$	$6 \mathcal{A}_5$	$6 \mathcal{A}_7$	$6 \mathcal{A}_9$	$6 \mathcal{A}_{11}$

$\sin 0$		$-v_4$			v_4	
$\sin 15$	v_1		v_5	$-v_5$		$-v_1$
$\sin 30$	v_2		v_2	v_2		v_2
$\sin 45$	v_3	$v_5 - v_3 - v_1$	$-v_3$	v_3	$-v_5 + v_3 + v_1$	$-v_3$
$\sin 60$	v_4		$-v_4$	$-v_4$		v_4
$\sin 75$	v_5		v_1	$-v_1$		$-v_5$
$\sin 90$	v_6	$v_6 - v_2$	v_6	v_6	$v_6 - v_2$	v_6
	$6 \mathcal{B}_1$	$6 \mathcal{B}_3$	$6 \mathcal{B}_5$	$6 \mathcal{B}_7$	$6 \mathcal{B}_9$	$6 \mathcal{B}_{11}$

Man hat jedes in der Tabelle stehende u oder v mit der in derselben Horizontallinie stehenden Winkelfunktion zu multi-

plizieren, und nach der Multiplikation die Vertikalkolonnen zu addieren. Die zweite Tabelle entsteht aus der ersten, wenn man überall die u durch die v mit gleichen Indices ersetzt. Die Vertikalsummen ergeben dann:

$$6 \mathfrak{B}_1, -6 \mathfrak{B}_3, 6 \mathfrak{B}_5, -6 \mathfrak{B}_7, 6 \mathfrak{B}_9, -6 \mathfrak{B}_{11}.$$

Die Anordnung in den Vertikalkolonnen findet man auf einfachem, mechanischem Wege. Um z. B. die Kolonne für \mathfrak{A}_9 zu finden, zählt man angefangen von der Reihe *sin* 15 ununterbrochen hinab und hinauf durch sämtliche sieben Reihen von 1 bis 9, und setzt jedesmal, sobald man an die Zahl 9 kommt, nacheinander u_1, u_2 bis u_5 an die betreffende Stelle; dabei wird das Vorzeichen der u umgedreht, sobald man die Reihe *sin* 0 passiert. Hat man auf diese Weise in alle Kolonnen die Werte u_1 bis u_5 untergebracht, wird in die Horizontalreihe mit *sin* 90 abwechselnd $+u_6$ und $-u_6$ eingesetzt.

Setzt man die Zahlenwerte für die Sinus ein, so ergibt sich folgende für praktische Berechnungen brauchbare Tabelle:

0,043 14	u_1	u_1	u_5	u_5		
0,083 33	u_2	$-u_2$	u_2	$-u_2$		
0,117 85	u_3	u_3	$-u_3$	$-u_3$	$u_1 + u_3 - u_5$	$u_1 + u_3 - u_5$
0,144 34	u_4	$-u_4$	$-u_4$	u_4		
0,160 99	u_5	u_5	u_1	u_1		
0,166 67	u_6	$-u_6$	u_6	$-u_6$	$u_2 - u_6$	$-(u_2 - u_6)$
	\mathfrak{A}_1	\mathfrak{A}_{11}	\mathfrak{A}_5	\mathfrak{A}_7	\mathfrak{A}_3	\mathfrak{A}_9
bzw.	\mathfrak{B}_1	$-\mathfrak{B}_{11}$	\mathfrak{B}_5	$-\mathfrak{B}_7$	$-\mathfrak{B}_3$	\mathfrak{B}_9

$$\text{b) } n = 18, \quad \frac{\pi}{n} \text{ entspricht } 10^\circ.$$

Nach dem Gesagten ist es nunmehr nicht mehr schwer, die Rechnung für $n = 18$ (Halbperiode in 18 Teile geteilt) durchzuführen.

Es genügt einfach, die Schemata hinzuschreiben:

		y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9
	y_{18}	y_{17}	y_{16}	y_{15}	y_{14}	y_{13}	y_{12}	y_{11}	y_{10}	
Summen . .		u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8	u_9
Differenzen .	v_9	v_8	v_7	v_6	v_5	v_4	v_3	v_2	v_1	

Tabelle für Analyse bei 18 Teilpunkten der Halbwelle.

	$9 \mathfrak{A}_1$	$9 \mathfrak{A}_3$	$9 \mathfrak{A}_5$	$9 \mathfrak{A}_7$	$9 \mathfrak{A}_9$	$9 \mathfrak{A}_{11}$	$9 \mathfrak{A}_{13}$	$9 \mathfrak{A}_{15}$	$9 \mathfrak{A}_{17}$
$\sin 0$									
$\sin 10$	u_1	u_6	$-u_7$	$-u_5$	$u_2 - u_4 + u_6 - u_8$	$-u_5$	$-u_7$	u_6	u_1
$\sin 20$	u_2		$-u_4$	$-u_8$		u_8	u_4		$-u_2$
$\sin 30$	u_3	$u_1 + u_5 - u_7$	u_3	$-u_3$		$-u_3$	u_3	$u_1 + u_5 - u_7$	u_3
$\sin 40$	u_4		u_8	u_2		$-u_2$	$-u_8$		$-u_4$
$\sin 50$	u_5		u_1	u_7		u_7	u_1		u_5
$\sin 60$	u_6	$u_2 + u_4 - u_8$	$-u_6$	u_6		$-u_6$	u_6	$-u_2 - u_4 + u_8$	$-u_6$
$\sin 70$	u_7		$-u_5$	u_1		u_1	$-u_5$		u_7
$\sin 80$	u_8		u_2	$-u_4$		u_4	$-u_2$		$-u_8$
$\sin 90$	u_9	$u_3 - u_9$	u_9	$-u_9$	$u_1 - u_3 + u_5 - u_7 + u_9$	$-u_9$	u_9	$u_3 - u_9$	u_9

oder

	\mathfrak{A}_1	\mathfrak{A}_{17}	\mathfrak{A}_5	\mathfrak{A}_7	\mathfrak{A}_{13}	\mathfrak{A}_3	\mathfrak{A}_{11}	\mathfrak{A}_{15}	\mathfrak{A}_9	\mathfrak{B}_9
$0,019\ 29$	u_1	u_1	$-u_7$	$-u_5$	$-u_7$	$-u_5$	$-u_5$			
$0,038\ 00$	u_2	$-u_2$	$-u_4$	$-u_8$	u_4	$-u_8$	u_6			
$0,055\ 56$	u_3	u_3	u_3	$-u_3$	u_3	$-u_3$	$-u_3$	$u_1 + u_5 - u_7$		
$0,071\ 42$	u_4	$-u_4$	u_8	u_2	$-u_8$	u_2	u_7	$u_1 + u_5 - u_7$		
$0,085\ 12$	u_5	u_5	u_1	u_7	u_1	u_7	u_6	$- (u_2 + u_4 - u_8)$		
$0,096\ 23$	u_6	$-u_6$	$-u_6$	u_6	u_6	$-u_6$	u_1			
$0,104\ 41$	u_7	u_7	$-u_5$	u_1	$-u_5$	u_1	u_4			
$0,109\ 42$	u_8	$-u_8$	u_2	$-u_4$	$-u_2$	u_4	$-u_9$	$u_3 - u_9$	$u_1 - u_3 + u_5 - u_7 + u_9$	
$0,111\ 11$	u_9	u_9	u_9	$-u_9$	u_9	$-u_9$				
bzw. u durch v ersetzt	\mathfrak{A}_1	\mathfrak{A}_{17}	\mathfrak{A}_5	\mathfrak{A}_7	\mathfrak{A}_{13}	\mathfrak{A}_3	\mathfrak{A}_{11}	\mathfrak{A}_{15}	\mathfrak{A}_9	\mathfrak{B}_9
	\mathfrak{B}_1	\mathfrak{B}_{17}	\mathfrak{B}_5	\mathfrak{B}_7	\mathfrak{B}_{13}	\mathfrak{B}_3	\mathfrak{B}_{11}	\mathfrak{B}_{15}		

wobei

$$u_9 = y_9; \quad v_9 = -y_{18}$$

gesetzt ist.

Daraus ergeben sich nach denselben Regeln, wie oben, die Tabellen auf S. 81.

Die Multiplikationen der Tabelle kann man auf graphischem Wege ausführen (Langsdorff), wenn man auf einer Achse von einem Punkte aus die Größen $u_1, u_2 \dots$ abträgt und über dieselben als Durchmesser Kreise schlägt. Diese Kreise berühren sich alle in einem Punkt, durch den 18 Strahlen gezogen werden, die je 10 Grad miteinander bilden. Dann werden auf diesen Strahlen durch die Kreise Strecken von der Länge $u_k \cos 10^\circ$ ausgeschnitten. Durch Auswahl der geeigneten Schnittpunkte erhält man die für die Tabelle erforderlichen Werte. Eine wesentliche Erleichterung wird durch dies Verfahren nicht erzielt.

31. Zahlenbeispiel.

Es wurden folgende 18 Ordinaten gemessen:

→	24,5	53,8	62,4	63,9	62,3	62,5	61,4	58,6	60,5	}
	0	22,5	57,6	64,9	63,1	62,1	61,4	58,0	60,4	

Summe	47,0	111,4	127,3	127,0	124,4	123,9	119,4	119,0	60,5
-------	------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	------

Diff.	0	2,0	-3,8	-2,5	0,8	0,2	1,1	3,4	-1,8
-------	---	-----	------	------	-----	-----	-----	-----	------

Also:

$$\begin{aligned} u_1 &= 47,0 \quad \dots \quad u_9 = 60,5 \\ u_1 + u_5 - u_7 &= 52,0 \\ u_2 + u_4 - u_8 &= 119,4 \\ u_3 - u_9 &= 66,8 \\ \left. \begin{aligned} u_1 + u_5 - u_7 \\ -u_3 + u_9 \end{aligned} \right\} &= -14,8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_1 &= -1,8 \quad \dots \quad v_9 = 0 \\ v_1 + v_5 - v_7 &= 2,8 \\ v_2 + v_4 - v_8 &= 1,6 \\ v_3 - v_9 &= 1,1 \\ \left. \begin{aligned} v_1 + v_5 - v_7 \\ -v_3 + v_9 \end{aligned} \right\} &= 1,7 \end{aligned}$$

Tabelle der u .

0,91	0,91	- 2,30	- 2,30	- 2,40	- 2,40		
4,23	- 4,23	- 4,83	4,83	- 4,52	4,52		
7,07	7,07	7,07	7,07	- 7,07	- 7,07	2,89	2,89
9,07	- 9,07	8,50	- 8,50	7,96	- 7,96		
10,59	10,59	4,00	4,00	10,16	10,16		
11,92	-11,92	-11,92	11,92	11,92	-11,92	11,49	-11,49
12,47	12,47	-12,99	-12,99	4,91	4,91		
13,02	-13,02	12,19	-12,19	-13,90	13,90		
6,72	6,72	6,72	6,72	- 6,72	- 6,72	7,42	7,42
76,00	- 0,48	6,44	- 1,44	0,34	- 2,58	21,80	- 1,18
							- 1,64

Tabelle der v .

— 0,04	— 0,04	0,07	0,07	— 0,02	— 0,02			
0,13	— 0,13	— 0,01	0,01	— 0,08	0,08			
0,06	0,06	0,06	0,06	— 0,06	— 0,06	0,16	0,16	
0,01	— 0,01	0,14	— 0,14	0,24	— 0,24			
0,07	0,07	— 0,15	— 0,15	— 0,32	— 0,32			
— 0,24	0,24	0,24	— 0,24	0,24	0,24	0,15	— 0,15	
— 0,40	— 0,40	— 0,08	— 0,08	— 0,19	— 0,19			
0,22	— 0,22	0,37	— 0,37	— 0,02	0,02			
—	—	—	—	—	—	0,12	0,12	0,19
— 0,19	— 0,43	0,64	— 0,84	— 0,69	— 0,49	0,43	0,13	0,19

Daraus berechnet sich unter Berücksichtigung von Formel 12) und 13) auf S. 5:

k	\mathfrak{A}_k	\mathfrak{B}_k	\mathfrak{S}_k	γ_k in Grad
1	76,0	— 0,2	76,0	— 0,2
3	21,8	— 0,4	21,8	— 1,0
5	6,4	0,6	6,4	+ 5,5
7	0,3	0,7	0,8	+ 67,0
9	— 1,6	0,2	1,7	+ 172,9
11	— 2,6	0,5	2,6	+ 169,2
13	— 1,4	— 0,8	1,7	— 150,3
15	— 1,2	— 0,1	1,2	— 175,2
17	— 0,5	— 0,4	0,6	— 141,3

32. Methode von Clifford (Fensterwalder).

Um die Koeffizienten \mathfrak{A}_1 und \mathfrak{B}_1 zu finden, denkt man sich eine volle Periode der Kurve auf einen Zylinder vom Umfange τ aufgewickelt, so daß die Achse der t in den Umfang des Grundkreises zu liegen kommt. Die Kurve bildet dann einen ununterbrochenen Linienzug. Dieser Linienzug wird auf zwei zueinander senkrechte, axiale Ebenen $E_1 E_2$ projiziert, wovon die eine E_1 durch die Naht des Kurvenblattes geht. Die beiden Projektionen bilden wieder geschlossene Linien. Mittels eines Planimeters werden die Flächen $F_1 F_2$ dieser Kurvenzüge ermittelt. Dann ist:

$$\mathfrak{A}_1 = \frac{2}{\tau} F_1, \quad \mathfrak{B}_1 = \frac{2}{\tau} F_2.$$

Um dies zu beweisen, bedenkt man zunächst, daß zur Abszisse t der Zentriwinkel $\frac{2\pi t}{\tau} = \omega t$ gehört. Folglich ist die Projektion von dt auf E_1 gleich

Fig. 53.

$$dt_1 = dt \sin \omega t,$$

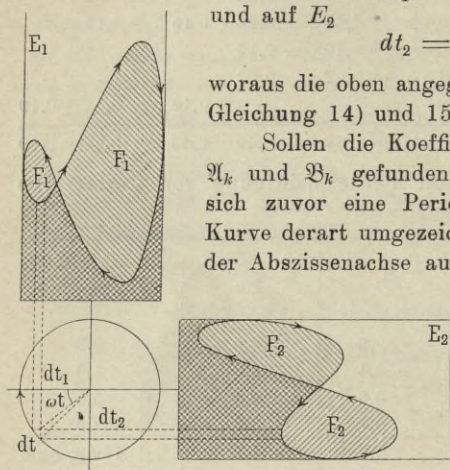
und auf E_2

$$dt_2 = dt \cos \omega t,$$

woraus die oben angegebenen Beziehungen nach Gleichung 14) und 15) (S. 5) sofort folgen.

Sollen die Koeffizienten höherer Ordnung \mathfrak{A}_k und \mathfrak{B}_k gefunden werden, so denkt man sich zuvor eine Periode der aufzunehmenden Kurve derart umgezeichnet, daß sie in Richtung der Abszissenachse auf das k fache gedehnt ist.

Das Kurvenblatt kann dann k mal um denselben Zylinder gewickelt werden; es wird ebenso wie vorher die ganze Periode der Kurve auf die Ebenen $E_1 E_2$ projiziert



und der Flächeninhalt ermittelt; da jetzt

$$dt_1 = k dt \sin k \omega t$$

$$dt_2 = k dt \cos k \omega t,$$

so folgt aus Gleichung 14) und 15)

$$\mathfrak{A}_k = \frac{2}{\tau k} F_{k_1}, \quad \mathfrak{B}_k = \frac{2}{\tau k} F_{k_2}.$$

Um diese Methode praktisch auszuführen, verfährt man folgendermaßen. Man teilt auf dem Kurvenblatt eine ganze Periode z. B. in 36 Teile, und nennt die zugehörigen Ordinaten $y_1, y_2 \dots, y_{36}$; danach zeichnet man sich in Koordinatenpapier Vertikallinien mit den Abszissen $\xi_1 = \cos 10^\circ, \xi_2 = \cos 20^\circ \dots, \xi_{36} = \cos 360^\circ$ ein und Horizontallinien mit den Ordinaten $y_1, y_2 \dots, y_{36}$ und verbindet nun folgende Punkte durch Kurven:

$$\text{Kurve } a_1) \quad \xi_1 y_1, \xi_2 y_2 \dots, \xi_{36} y_{36}$$

liefert \mathfrak{A}_1 ,

Kurve a_3) $\xi_3 y_1, \xi_6 y_2 \dots, \xi_{36} y_{12}, \xi_3 y_{13}, \xi_6 y_{14} \dots, \xi_{36} y_{24},$
 $\xi_3 y_{25} \dots, \xi_{36} y_{36}$

liefert \mathfrak{A}_3 usw.

Kurve b_1) $\xi_{10} y_1, \xi_{11} y_2 \dots, \xi_{36} y_{27}, \xi_1 y_{28} \dots, \xi_9 y_{36}$

liefert \mathfrak{B}_1 ,

Kurve b_3) $\xi_{12} y_1, \xi_{15} y_2 \dots, \xi_{36} y_9, \xi_3 y_{10} \dots, \xi_{36} y_{21}, \xi_3 y_{22} \dots,$
 $\xi_{36} y_{33}, \xi_3 y_{34} \dots, \xi_9 y_{36}$

liefert \mathfrak{B}_3 usw.

Die Flächen der so gezeichneten Kurven werden planimetrisch ausgemessen.

33. Methode von Houston und Kennelly.

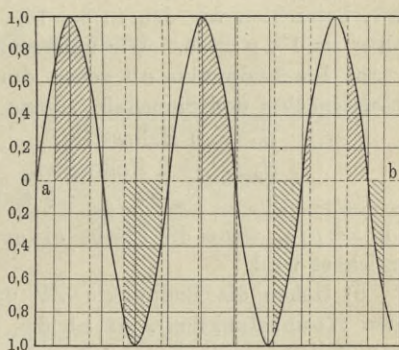
Diese Methode beruht auf folgendem mathematischen Satze: Auf der Abszissenachse einer Sinuslinie begrenze man eine

Strecke, die gleich einer ungeraden Anzahl w von halben Wellenlängen ist, wobei der Anfangspunkt der Strecke beliebig gewählt werden kann; sei z. B. $w = 5$ (Fig. 54); diese Strecke werde in p -Teile geteilt, wo w/p keine ganze Zahl sein soll; z. B. in der Fig. 54 $p = 9$. Zieht man durch sämtliche Teilpunkte Ordinaten, so werden

p -Flächenstücke abgeschnitten, von denen jedes durch zwei Ordinaten und ein Stück der Sinuslinie begrenzt wird. Der Flächeninhalt dieser Stücke sei mit $s_1, s_2 \dots, s_p$ bezeichnet; dabei sind alle Flächenteile oberhalb der Abszissenachse positiv, alle unterhalb derselben negativ zu rechnen. Dann ist die Summe aller Flächenstücke mit ungerader Ordnungszahl minus Summe aller Stücke mit gerader Ordnungszahl gleich Null.

$$\delta = s_1 + s_3 + s_5 + \dots - s_2 - s_4 - s_6 - \dots = 0.$$

Fig. 54.

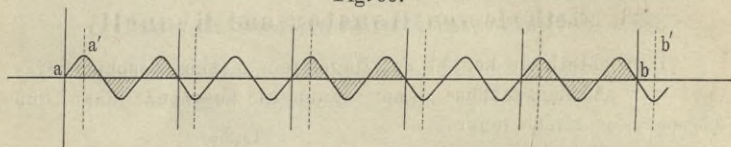


In der Fig. 54 z. B. ist:

$s_1 = + 1,5263$	$s_2 = - 0,3961$
$s_3 = - 1,3884$	$s_4 = + 0,8787$
$s_5 = + 1,0834$	$s_6 = - 1,2551$
$s_7 = - 0,6474$	$s_8 = + 1,4799$
$s_9 = + 0,1335$	
$+ 2,7432 - 2,0358$	$+ 2,3586 - 1,6512$
$= 0,7074$	$= 0,7074$

Dieser Satz wird ungültig, wenn w/p eine ganze Zahl ist. Um zu beurteilen, wie groß in diesem Falle die Summe der ungeradzahigen Streifen S_u minus Summe der geradzahigen S_g

Fig. 55.



wird, betrachten wir den in der Fig. 55 dargestellten speziellen Fall $w = 15$, $p = 5$. Wir unterscheiden zwei Fälle:

a) Die Endpunkte ab gehen durch die Schnittpunkte von Abszissenachse und Sinuslinie. Dann ist

$$\begin{aligned} S_u &= 3 \text{ Halbwellen,} \\ S_g &= - 2 \text{ Halbwellen,} \\ \delta &= S_u - S_g = 5 \text{ Halbwellen } (= p), \end{aligned}$$

d. h. $= p f_w$, wenn die Fläche einer der w Halbwellen mit f_w bezeichnet wird.

b) Gehen die Endpunkte $a'b'$ durch die maximalen Ordinaten (Cosinusfunktion), so ist die Summendifferenz δ wieder gleich Null.

Man denke sich nun eine beliebige Wechselstromkurve, welche nur die ungeradzahigen Oberwellen enthält, in ihre Komponenten zerlegt gemäß der Gleichung:

$$\begin{aligned} y &= \mathfrak{A}_1 \sin \omega t + \mathfrak{A}_3 \sin 3 \omega t + \mathfrak{A}_5 \sin 5 \omega t + \dots \\ &+ \mathfrak{B}_1 \cos \omega t + \mathfrak{B}_3 \cos 3 \omega t + \mathfrak{B}_5 \cos 5 \omega t + \dots \end{aligned} \quad 52)$$

Man begrenze von dem gewählten Anfangspunkt aus auf der Abszissenachse eine halbe Wellenlänge $\left(\frac{\tau}{2}\right)$, und teile diese

in drei gleiche Teile, und bilde für die zugehörigen drei Ordinaten und die zu analysierende Kurve den Ausdruck

$$\delta_3 = s_1 + s_3 - s_2,$$

dann können nach den vorigen Sätzen nur diejenigen Sinusglieder der Reihe einen Beitrag liefern, deren Ordnungszahlen ganze Vielfache von 3 sind. Wird der Flächeninhalt der Halbwelle der k ten Oberschwingung mit f_k bezeichnet, so ist:

$$\delta_3 = 3(f_3 + f_9 + f_{15} + \dots)$$

und da

$$f_k = \int_0^{\frac{\tau}{2k}} \mathfrak{A}_k \sin k \omega t dt = \frac{2 \mathfrak{A}_k}{k \omega} = \frac{\mathfrak{A}_k \tau}{k \pi},$$

so folgt:

$$\delta_3 = \frac{\tau}{\pi} (\mathfrak{A}_3 + \frac{1}{3} \mathfrak{A}_9 + \frac{1}{5} \mathfrak{A}_{15} + \dots).$$

Eine Fünfteilung derselben Strecke ergibt:

$$\delta_5 = \frac{\tau}{\pi} (\mathfrak{A}_5 + \frac{1}{3} \mathfrak{A}_{15} + \dots)$$

weiter

$$\delta_7 = \frac{\tau}{\pi} \mathfrak{A}_7 + \dots \quad \delta_9 = \frac{\tau}{\pi} \mathfrak{A}_9 + \dots \text{ usw.}$$

Daraus sind die Koeffizienten $\mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}_5, \mathfrak{A}_7 \dots$ berechenbar.

Planimetriert man noch eine Halbwelle der zu analysierenden Kurve, so erhält man:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \int_0^{\frac{\tau}{2}} \Sigma (\mathfrak{A}_k \sin k \omega t + \mathfrak{B}_k \cos k \omega t) dt \\ &= \frac{\tau}{\pi} (\mathfrak{A}_1 + \frac{1}{3} \mathfrak{A}_3 + \frac{1}{5} \mathfrak{A}_5 + \dots) \end{aligned}$$

und damit \mathfrak{A}_1 .

Verschiebt man nun den Anfangspunkt um eine Viertelwellenlänge, so haben in diesem Punkte alle Sinusfunktionen ihre Maximalwerte, alle Cosinusfunktionen gehen durch Null, und zwar geht dabei die Grundwelle, die 5., 9. ... Oberwelle vom Positiven ins Negative, die 3., 7. ... vom Negativen ins Positive.

Macht man also von dem neuen Anfangspunkt aus dieselben Konstruktionen und Berechnungen wie vorher, so erhält man:

$$\delta'_3 = \frac{\tau}{\pi} \left(+ \mathfrak{B}_3 - \frac{1}{3} \mathfrak{B}_9 + \frac{1}{5} \mathfrak{B}_{15} - \dots \right)$$

$$\delta'_5 = \frac{\tau}{\pi} \left(- \mathfrak{B}_5 + \frac{1}{3} \mathfrak{B}_{15} - \dots \right)$$

$$\delta'_7 = \frac{\tau}{\pi} \mathfrak{B}_7 - \dots$$

$$\delta'_9 = - \frac{\tau}{\pi} \mathfrak{B}_9 + \dots$$

$$\delta'_{15} = \frac{\tau}{\pi} \mathfrak{B}_{15} - \dots$$

und damit die Koeffizienten:

$$\mathfrak{B}_3, \mathfrak{B}_5, \mathfrak{B}_7, \mathfrak{B}_9 \dots$$

Das Planimetrieren der ganzen Halbwelle von dem neuen Anfangspunkt aus gibt

$$\delta'_1 = \frac{\tau}{\pi} \left(- \mathfrak{B}_1 + \frac{1}{3} \mathfrak{B}_3 - \frac{1}{5} \mathfrak{B}_5 + \dots \right)$$

und daraus \mathfrak{B}_1 .

Die praktische Durchführung der Methode ist sehr zeitraubend.

34. Methode von Fischer-Hinnen.

Diese Methode erinnert in manchen Beziehungen an die vorige, ist aber in der Handhabung bedeutend einfacher.

Sie beruht auf folgendem mathematischen Satz: Auf der Abszissenachse einer Sinuslinie teile man eine Strecke gleich einer ganzen Zahl w von ganzen Perioden ab; diese Strecke teilt man in p Teile und zeichnet die zugehörigen Ordinaten y ; ist dann w/p keine ganze Zahl, so ist die Summe der p Ordinaten gleich Null, wobei die Richtung das Vorzeichen der einzelnen Ordinaten bestimmt. In der Fig. 56 ist $w = 3$, $p = 5$. Ist w/p eine ganze Zahl, so bekommen sämtliche Ordinaten dieselbe Größe, die Summe der Ordinaten ist also $p \times$ Anfangsordinate.

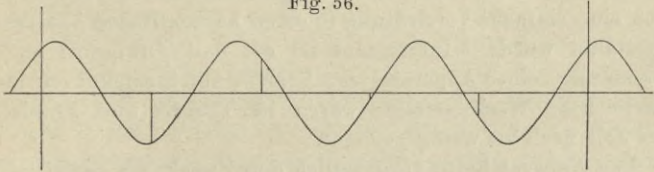
Sei nun wieder eine beliebige Kurve zur Analyse gegeben; vom Koordinatenanfangspunkt A teile man eine ganze Periode

$AB = \tau$ auf der Abszissenachse ab. Setzt man $t = 0$, so erhält man aus Gleichung 52) als Ordinate des Anfangspunktes

$$\eta_1 = \mathfrak{B}_1 + \mathfrak{B}_3 + \mathfrak{B}_5 + \dots$$

Wird jetzt AB in drei Teile geteilt, und werden die drei Ordinaten in den Teilpunkten addiert, so können nach dem vorigen nur die dritte, neunte, fünfzehnte Oberwelle Beiträge zu dieser Summe liefern, und zwar liefert jede in Betracht kommende Welle

Fig. 56.



den Beitrag $3 \times$ Anfangskoordinate. Für sämtliche Sinuswellen ist diese aber Null, d. h. die Sinuswellen liefern überhaupt keinen Beitrag; für die Cosinuswellen dagegen hat die Anfangskoordinate stets ihren Maximalwert, d. h. die Summe der drei Ordinaten ist

$$\eta_3 = 3 (\mathfrak{B}_3 + \mathfrak{B}_9 + \mathfrak{B}_{15} + \dots).$$

Ebenso ergibt eine Teilung derselben Strecke AB in 5, 7 ... Teile, die Ordinatensummen:

$$\eta_5 = 5 (\mathfrak{B}_5 + \mathfrak{B}_{15} + \dots),$$

$$\eta_7 = 7 (\mathfrak{B}_7 + \dots),$$

$$\eta_9 = 9 (\mathfrak{B}_9 + \dots).$$

Daraus sind sämtliche Koeffizienten \mathfrak{B} berechenbar.

Verschiebt man nun die Strecke AB um eine Viertelperiode nach vorwärts in die Lage $A'B'$, so gehen in diesem neuen Anfangspunkt A' sämtliche Kosinusteilwellen durch Null, während die Sinuswellen ihre Maximalwerte bekommen, und zwar ist derselbe bei der Grundwelle, der 5., 9. ... Oberwelle positiv, bei der 3., 7. ... Oberwelle negativ. Wird also auch die Ordinate in A' gemessen, und werden dann die Ordinatensummen bestimmt, nachdem $A'B'$ in 3, 5 ... Teile geteilt sind, so erhält man die Gleichungen:

$$\eta'_1 = \mathfrak{A}_1 - \mathfrak{A}_3 + \mathfrak{A}_5 - \mathfrak{A}_7 + \dots,$$

$$\eta'_3 = 3 (-\mathfrak{A}_3 + \mathfrak{A}_9 - \mathfrak{A}_{15} + \dots),$$

$$\eta'_5 = 5 (\mathfrak{A}_5 - \mathfrak{A}_{15} + \dots),$$

woraus die Koeffizienten \mathfrak{A} gefunden werden.

V. Harmonische Analysatoren.

35. Analysator von Lord Kelvin (W. Thomson).

Wohl der erste brauchbare harmonische Analysator rührt von Sir William Thomson aus dem Jahre 1876 her; sein Bruder James Thomson hatte eine Integriermaschine erfunden, die durch eine einfache Vorrichtung in einen harmonischen Analysator umgestaltet wurde. Interessant ist es, daß Thomson an die Verwendung seines Apparates zur Analyse von Stromkurven nicht gedacht hat; Wechselströme waren in Theorie und Praxis in jener Zeit noch zu wenig gekannt.

Der Apparat hatte vornehmlich den Zweck, die registrierten Kurven für Ebbe und Flut zu analysieren. Weiter wird eine große Zahl anderer Verwendungsarten besprochen; sie gehören ins Gebiet der Meteorologie, Astronomie und des Erdmagnetismus.

Fig. 57.

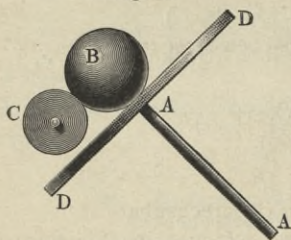
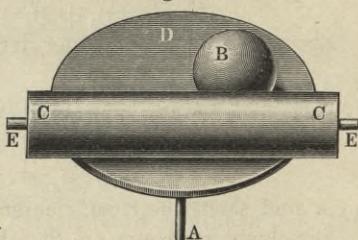


Fig. 58.



Die Integriermaschine von James Thomson (Fig. 57 u. 58) besteht aus einem Zylinder C mit horizontal gestellter Achse EE , einer ebenen Scheibe DD , deren Achse AA auf Achse EE senkrecht steht und unter 45^0 gegen die Horizontale geneigt ist, und aus einer Kugel B , die auf Zylinder und Scheibe rollt. Bei dieser Bewegung berührt die Kugel den Zylinder in einer geraden Linie, die Scheibe in einem Durchmesser. Mag nun der Berührungspunkt von Kugel und Scheibe vom Scheibenmittelpunkt den Abstand y haben, und werde A um den Winkel dt gedreht, so wird diese Drehung durch Reibung der Kugel B und damit dem Zylinder CC mitgeteilt, und zwar dreht sich E um den an der Zylinderoberfläche gemessenen Bogen ydt .

Man denke sich nun die zu integrierende Kurve $y = f(t)$ auf Koordinatenpapier gezeichnet, und das Papier um einen Zylinder — den Kurvenzylinder — gelegt, so daß die y -Achse der Zylinderachse parallel liegt. Die Achse des Kurvenzylinders ist außerdem parallel der Achse EE des Registrierzylinders und durch Zahnräder mit Achse AA verbunden, so daß der Drehungswinkel von AA proportional ist dem Drehungswinkel des Kurvenzylinders und damit der Abszisse t . Eine Stange, die parallel zu den Zylinderachsen liegt und nur in ihrer Längsrichtung verschoben werden kann, trägt an dem einen Ende einen Fahrstift, den man während der Drehung des Kurvenzylinders längs der Kurve $y = f(t)$ entlang führt, am anderen eine Gabel, die über die Kugel B greift. Liegt B auf dem Mittelpunkt der Scheibe, so sei derart justiert, daß der Fahrstift auf der t -Achse steht. Wird er also auf der Kurve entlang geführt, so wird die Kugel von der Gabel mitgenommen, so daß der Abstand vom Scheibemittelpunkt der jeweiligen Kurvenordinate y gleich ist. Gleichzeitig ist aber der zugehörige Drehungswinkel von A der jeweiligen Abszisse t proportional. Der Registrierzylinder hat

sich mithin um einen Winkel gedreht, der proportional $\int_{t_0}^{t_1} y dt$ ist,

wo t_0 und t_1 Anfangs- und Endabszisse bedeuten. An der Achse E wird eine geeignete Teilung angebracht, an welcher der Integralwert direkt abgelesen wird.

Um diesen Integrator zu einem harmonischen Analysator zu machen, ist nur nötig, die Übertragung der Drehung des Kurvenzylinders auf die Achse AA zu verändern. Durch Drehung des ersteren wird mittels eines einfachen Mechanismus (Zahnräder und Exzenter) einer Zahnstange eine sinusförmige Bewegung erteilt, und zwar sei die Übertragung derart, daß die Stange nach einer Umdrehung des Zylinders k Bewegungen hin und her ausgeführt hat. Die Zahnstange greift in den gezahnten Rand der Scheibe D . Bei geeigneter Anfangsstellung ist nun der Drehungswinkel ϑ der Achse A proportional $\cos k\omega t$ und $d\vartheta$ proportional $k \sin k\omega t$; folglich wird der Winkel, um den sich der Registrierzylinder dreht, proportional

$$\int_0^{\pi} f(t) \sin k\omega t dt, \text{ d. h. proportional } \mathfrak{A}_k [\text{vgl. Gleichung 14)].}$$

Dabei ist die zu analysierende Kurve in einem solchen Maßstabe zu zeichnen, daß einer vollen Umdrehung des Kurvenzylinders eine ganze Periode entspricht.

Ist durch Änderung der Anfangsstellung der Drehungswinkel proportional $\sin k\omega t$, so erhält man die Koeffizienten \mathfrak{B}_k .

Um gleichzeitig mehrere Koeffizienten zu erhalten, sind mit einem Kurvenzylinder und einem Führungsstift mehrere Integratoren zu verbinden, deren Registrierzylinder die Koeffizienten $\mathfrak{A}_1 \mathfrak{B}_1, \mathfrak{A}_3 \mathfrak{B}_3 \dots$ geben.

Der Thomsonsche Analysator hat beim praktischen Arbeiten Fehler gezeigt, die wohl davon herrühren, daß die Kugeln namentlich bei rascheren Bewegungen zu gleiten anfangen, und daß die Berührungspunkte der Kugeln keine Punkte, sondern kleine Flächen sind. Daher sind auch diese Apparate allmählich durch neuere verdrängt worden.

36. Analysator von Henrici und Coradi¹⁾.

Dieser Apparat beruht auf einer abgeänderten Formel für die Koeffizienten der Fourierschen Reihen. Durch partielle Integration findet man:

$$\int y \sin k\omega t dt = -\frac{y \cos k\omega t}{k\omega} + \frac{1}{k\omega} \int \cos k\omega t dy;$$

und da nach Gleichung 14):

$$\mathfrak{A}_k = \frac{2}{\tau} \int_0^{\tau} y \sin k\omega t dt,$$

so folgt

$$k \mathfrak{A}_k = \frac{1}{\pi} \int_{t=0}^{t=\tau} \cos k\omega t \cdot dy \dots \dots \dots 53)$$

und ebenso

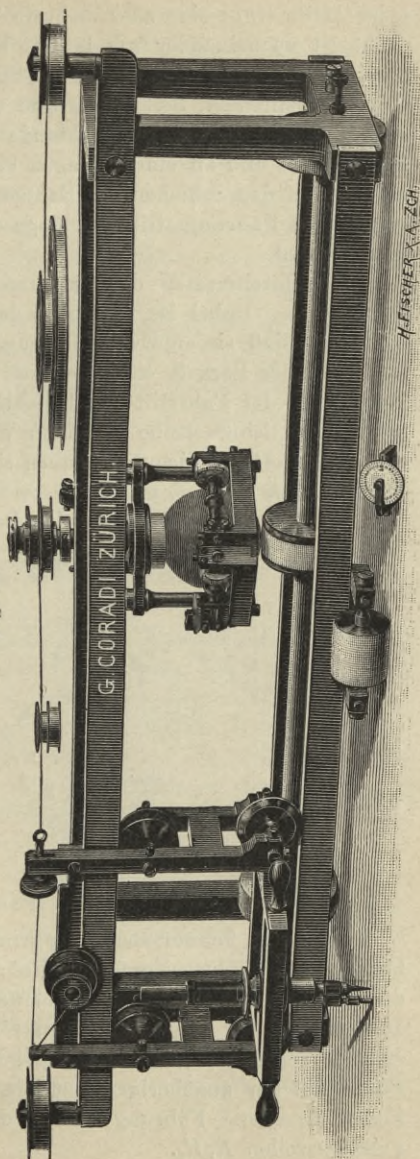
$$k \mathfrak{B}_k = -\frac{1}{\pi} \int_{t=0}^{t=\tau} \sin k\omega t \cdot dy \dots \dots \dots 54)$$

¹⁾ Zu beziehen durch die mechanischen Werkstätten von G. Coradi, Zürich.

Die Konstruktion des auf diesen Formeln beruhenden Apparates ist durch Coradi ausgeführt und auf eine hohe Stufe der Vollkommenheit gebracht worden.

Ein rechteckiger starker Rahmen (Fig. 59) ruht mit drei walzenförmigen Rollen auf der Zeichenebene; eine derselben (die vordere der Figur) dient nur als Stütze, die beiden anderen liegen an den Enden einer langen Achse, die parallel zur t -Achse auf die Zeichenebene gestellt wird. Der Apparat rollt also in Richtung der y über das Papier. Auf der Achse zwischen diesen Rollen sitzen mehrere einander gleiche Antriebswalzen, von denen nur eine in der Figur gezeichnet ist. Oberhalb jeder Antriebswalze ist je ein Integrator angeordnet, der je einen Koeffizienten \mathcal{A} und \mathcal{B} liefert. Die Integratoren sind an Vertikalachsen befestigt, die sich in einer Seite des Rahmens drehen. Das obere Ende

Fig. 59.

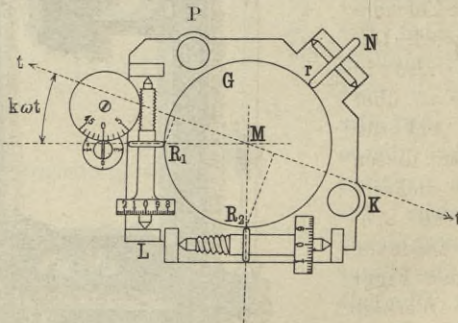


jeder Achse trägt eine oder mehrere Schnurscheiben. Ein Silberdraht ist nacheinander um je eine Rolle eines jeden Integrators geschlungen. Das rechte Ende des Silberdrahtes ist an einer eine Feder enthaltenden Rolle befestigt, welche somit den Draht gespannt hält. Das linke Drahtende ist um eine Führungsrolle geschlungen und an einem Wagen befestigt, der in Richtung der t -Achse auf den Schienen des Rahmens rollen kann. Der Wagen trägt einen Führungsstift, der längs der zu analysierenden Kurve bewegt wird.

Die Durchmesser der Schnurscheiben verhalten sich wie $1 : \frac{1}{3} : \frac{1}{5} \dots$. Dabei ist derjenige der größten Schnurscheibe so bemessen, daß sie eine volle Drehung ausführt, wenn der Fahrstift die einer Periode entsprechende Abszisse τ durchlaufen hat. Durchläuft der Fahrstift die beliebige Abszisse t , so dreht sich somit diese Schnurscheibe um einen Winkel ϑ , wo $\vartheta : 2\pi = t : \tau$, d. h. $\vartheta = \omega t$. Gleichzeitig haben sich die anderen Scheiben um Winkel $3\omega t, 5\omega t \dots$ gedreht.

Wir betrachten nunmehr den Bau der Integratoren.

Fig. 60.



Jede eine Schnurscheibe tragende Achse ist unten fest verbunden mit einem viereckigen Rahmen $KLPN$ (Fig. 60). An dem Rahmen sind zwei Friktionsrädchen $R_1 R_2$ befestigt, deren Drehungsachsen aufeinander senkrecht stehen. Die Friktionsrädchen rollen auf einer Glaskugel G , die mit ihrem untersten Punkt auf der zugehörigen Antriebswalze ruht. Eine mit einer Feder versehene Führungsrolle r drückt die Kugel gegen die Friktionsrollen $R_1 R_2$.

Es werde nun der Führungsstift auf der zu analysierenden Kurve entlang bewegt. Ist er zu einem Punkt mit der Abszisse t gelangt, so hat sich die Schnurscheibe mit der Verhältniszahl $1:k$ nach dem früher Gesagten um den Winkel $k\omega t$ gedreht. War also anfangs die Achse der t parallel der Richtung MR_1 , so bildet MR_1 nunmehr mit der t -Achse den Winkel $k\omega t$. Jetzt werde der Führungsstift um eine kleine Strecke auf der zu analysierenden Kurve fortbewegt, dann rückt der große Rahmen in der Richtung der y um die Strecke dy vorwärts. Die Antriebswalze und damit die Kugel G drehen sich um Winkel proportional dy und zwar um eine Achse parallel der t -Achse. R_1 und R_2 rollen daher auf der Kugel G , und zwar auf Kreisen mit den Radien: $\varrho \cos k\omega t$ und $\varrho \sin k\omega t$, wobei ϱ den Kugelradius bedeutet; daraus folgt, daß die Drehungen von R_1 und R_2 proportional $dy \cos k\omega t$ und $dy \sin k\omega t$ sind. Durchläuft der Fahrstift eine volle Periode, so macht die betrachtete Schnurscheibe k volle Umdrehungen, und die Gesamtumdrehungen der Rollen R sind proportional

$$k \int_{t=0}^{t=\tau} \cos k\omega t dy \quad \text{bzw.} \quad k \int_{t=0}^{t=\tau} \sin k\omega t dy,$$

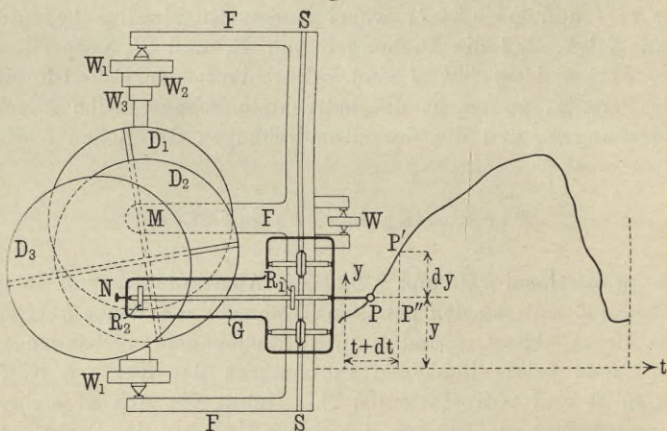
d. h. proportional $k\mathfrak{A}_k$ und $k\mathfrak{B}_k$. Die Abmessungen sind so getroffen, daß man an den geteilten Trommeln die Werte $k\mathfrak{A}_k$ und $k\mathfrak{B}_k$ direkt abliest. Sind n Integrationskugeln vorhanden, so erhält man beim einmaligen Durchfahren der Kurve n Koeffizienten \mathfrak{A} und n Koeffizienten \mathfrak{B} . Haben die Achsen mehrere Schnurscheiben, so ergeben sich durch Umlegen des Drahtes auf dieselben und abermaliges Durchfahren der Kurve noch weitere Glieder \mathfrak{A} und \mathfrak{B} .

Genaue Resultate erhält man nur, wenn die Kugelachse mit der Drehungsachse der Schnurscheiben zusammenfällt. Abweichungen dieser beiden Achsen voneinander haben zur Folge, daß die Kugeln sich nicht um einen Punkt auf der zugehörigen Antriebswalze drehen, sondern einen kleinen Kreis beschreiben. Die hierdurch hervorgerufenen Fehler können beträchtlich sein, lassen sich aber dadurch eliminieren, daß man die Kurve zweimal in entgegengesetzter Richtung durchfährt und die erhaltenen Resultate mittelt.

37. Analysator von Sharp.

Ein Rahmen F (Fig. 61) rollt auf drei Rollen W W_1 W_2 , von denen die beiden letzteren an den Enden einer Achse sitzen. Der Mittelarm des Rahmens trägt eine Achse M , um welche sich die Scheibe D_1 dreht; die Achse M liegt genau senkrecht über der die Rollen W_1 W_2 verbindenden Achse. Letztere treibt mittels konischen Zahnrades die Scheibe D_1 an, und zwar ist das Übersetzungsverhältnis derart gewählt, daß, wenn der Rahmen F in der Richtung der Abszissenachse um eine volle Periode τ der

Fig. 61.



Kurve vorwärts geschoben wird, die Scheibe D_1 sich um 360° dreht. Ist also der Rahmen um die Abszisse t verschoben, so dreht sich D_1 um den Winkel $\frac{2\pi t}{\tau} = \omega t$. Längs eines Durch-

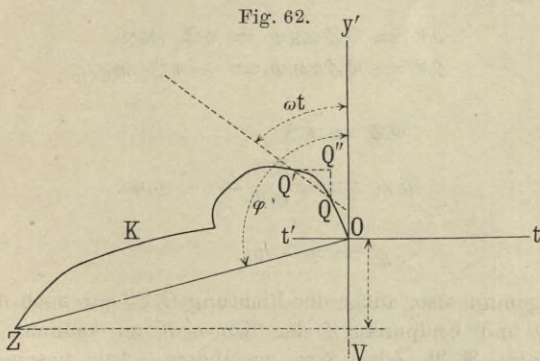
messers von D_1 ist eine Führungsleiste aufgesetzt, die in eine Nut paßt, die diametral auf der Unterseite einer zweiten Scheibe D_2 eingeschnitten ist. Die Oberseite von D_2 besitzt gleichfalls eine diametrale Nut, die aber auf derjenigen der Unterseite senkrecht steht. In die Nut der Oberseite paßt eine Führungsleiste, die auf den Durchmesser einer dritten Scheibe D_3 aufgesetzt ist.

Es werde nun irgend ein Punkt der Scheibe D_3 festgehalten, so daß die Scheibe keine andere Bewegung als eine Drehung um

diesen Punkt ausführen kann. Wird nun der Rahmen F in der Richtung von t verschoben, so muß sich D_3 um diesen festen Punkt drehen, und zwar vermöge der Kuppelung mit D_1 um genau denselben Winkel ωt , um den sich D_1 gedreht hat.

Längs einer Schiene SS auf dem Rahmen FF , die parallel zur Achse $W_1 W_1$ liegt, kann ein kleiner Wagen G rollen, der eine Achse mit zwei Rädchen $R_1 R_2$ trägt. R_1 rollt auf FF , R_2 ist ein Friktionsrädchen, das auf der Scheibe D_3 ruht; der Berührungspunkt bildet daher stets den Drehpunkt für D_3 . Wird dagegen der Wagen G in der Richtung von y verschoben, so beschreibt der Umfang von R_2 auf der Scheibe D_3 eine Linie von der Größe der Verschiebung. Die Verlängerung der Achse von $R_1 R_2$ trägt den Fahrstift P .

Es wird nun anfangs die Führungsschiene von D_1 parallel SS gestellt und auf D_3 Papier befestigt. Dann läßt man den



Fahrstift P eine volle Periode der zu analysierenden Kurve durchlaufen. Dadurch beschreibt die Rolle R_2 auf dem Papier der Scheibe D_3 eine Kurve OKZ (Fig. 62). Sei der Fahrstift zu einem Punkt P mit den Koordinaten t, y (Fig. 61) gelangt, so mag die Rolle R_2 sich im Punkte Q befinden. Dabei hat sich nach dem oben Gesagten D_1 gegen seine Anfangslage um den Winkel ωt gedreht. Wird nun der Fahrstift von P zum benachbarten Punkte P' geführt, so zeichnet das Rädchen die Strecke QQ' , wobei also $\angle(QQ', Oy') = \omega t$. Da ferner der Wagen G beim Übergang von P nach P' sich in der Richtung der Ordinaten um die Strecke dy vorwärts bewegt, so ist $QQ' = dy$.

Folglich

$$\begin{aligned} Q Q'' &= \cos \omega t \, dy \\ Q'' Q' &= \sin \omega t \, dy, \end{aligned}$$

daher werden die Koordinaten von Z nach Gleichung 53) und 54):

$$\begin{aligned} OV &= \int_{t=0}^{t=\tau} \cos \omega t \, dy = \pi \mathfrak{A}_1 \\ ZV &= \int_{t=0}^{t=\tau} \sin \omega t \, dy = -\pi \mathfrak{B}_1. \end{aligned}$$

Ot' und Oy' seien die positiven Achsen, danach sind die Zeichen zu wählen; in der Figur ist z. B. OV negativ, VZ positiv.

Nun ist weiter unter Berücksichtigung von Gleichung 9) und 10) (S. 4):

$$\begin{aligned} OV &= OZ \cos \varphi = \pi \mathfrak{Z}_1 \cos \gamma_1 \\ ZV &= OZ \sin \varphi = -\pi \mathfrak{Z}_1 \sin \gamma_1, \end{aligned}$$

d. h.

$$\begin{aligned} OZ &= \pi \mathfrak{Z}_1 \\ \operatorname{tg} \gamma_1 &= -\frac{ZV}{OV} = -\operatorname{tg} \varphi \end{aligned}$$

folglich:

$$\gamma_1 = \pi - \varphi.$$

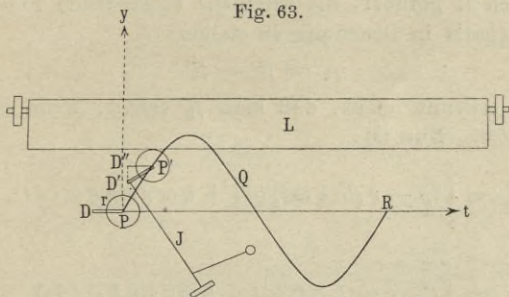
Es genügt also, außer der Richtung OY' nur noch Anfangspunkt O und Endpunkt Z der Kurve K zu kennen, um die Koeffizienten $\mathfrak{A}_1 \mathfrak{B}_1$ oder $\mathfrak{Z}_1 \gamma_1$ zu finden. Aus diesem Grunde ist es auch nicht nötig, daß das Rädchen R_2 selbst die Kurve K zeichnet. Statt dessen kann dies ein mit dem Wagen G verbundener Stift N tun.

Nun sind auf der Achse der Rollen $W_1 W_1$ noch andere Rollen $W_2 W_3$ befestigt. Die Durchmesser der Rollen $W_1, W_2, W_3 \dots$ verhalten sich wie $1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} \dots$. Läßt man also die Rollen W_2 auf ein Paar Leisten laufen, die in der Richtung der y auf dem Kurvenpapier liegen, so dreht sich jetzt D_1 doppelt so rasch wie vorher; die auf der Scheibe D_3 gezeichnete Kurve liefert somit die Koeffizienten $\mathfrak{A}_2 \mathfrak{B}_2$ bzw. $\mathfrak{Z}_2 \gamma_2$ usw.

38. Analysator von Yule und Le Conte.

Sei PQR (Fig. 63) die zu analysierende Kurve, $PR = \tau$ die zu einer vollen Periode gehörige Abszisse, P der Anfangspunkt der Koordinaten. Ein Lineal L liegt parallel zur t -Achse und kann auf zwei Rollen in der Richtung der y verschoben werden. Die der t -Achse zugewandte Seite ist gezähnt. In diese Zähne paßt ein Zahnradchen, das einen radialen Hebel von der Länge r trägt. Der Radius des Rädchens sei so groß, daß es, wenn es an der Schiene L entlang rollt, nach k Umdrehungen die Strecke τ zurückgelegt hat. Anfangs befinde sich der Mittelpunkt des

Fig. 63.



Rädchens im Koordinatenanfangspunkte, der Hebel $PD = r$ liege in der Richtung der negativen t . Man bewegt nun den Mittelpunkt des Rädchens auf der Kurve PQR entlang, während es dabei dauernd mit den Zähnen von L in Eingriff bleibt. In R angekommen, wird das Rädchen längs der Abszissenachse nach P zurückgeführt. Auf diesem Wege beschreibt der Punkt D eine in sich geschlossene Kurve, deren Flächeninhalt f_k durch ein Planimeter ausgemessen wird. Man braucht natürlich diese Kurve nicht erst zu zeichnen. Hat man, während das Rädchen seinen Weg zurücklegt, in D den Fahrstift eines Polarplanimeters J eingesetzt, so gibt das letztere nach Beendigung des Weges den Wert von f_k an.

Es werde nunmehr theoretisch der Wert von f_k abgeleitet.

Ist der Mittelpunkt des Rädchens in den Punkt $P'(t, y)$ gekommen, so hat sich das Rädchen um den Winkel $\frac{2\pi kt}{\tau} = k\omega t$

gedreht. Der Endpunkt D' des Hebelarmes hat daher die Koordinaten

$$\begin{aligned}\xi &= t - r \cos k \omega t \\ \eta &= y - r \sin k \omega t.\end{aligned}$$

Hat das Rädchen den Weg PQR zurückgelegt (Hinweg), so ist die Fläche zwischen der Kurve $DD' \dots$ und der Abszissenachse:

$$f'_k = \int_{t=0}^{t=\tau} \eta \, d\xi.$$

Anstatt nun das Rädchen längs der Abszissenachse zurückzuführen, denken wir es uns umgekehrt längs der Abszissenachse von P nach R geführt, die nunmehr entstehende Fläche f''_k ist alsdann negativ in Rechnung zu stellen:

$$f_k = f'_k - f''_k.$$

Man erkennt leicht, daß man f''_k erhält, wenn man in f'_k $y = 0$ setzt. Nun ist:

$$f'_k = \int_0^{\tau} (y - r \sin k \omega t) (dt + k \omega r \sin k \omega t \, dt),$$

also

$$f''_k = \int_0^{\tau} (-r \sin k \omega t) (dt + k \omega r \sin k \omega t \, dt),$$

folglich

$$f_k = \int_0^{\tau} y \, dt + k \omega r \int_0^{\tau} y \sin k \omega t \, dt$$

Ist wieder [vgl. Gleichung 11), S. 4]

$$y = \mathfrak{B}_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \mathfrak{A}_k \sin k \omega t + \sum_{k=1}^{\infty} \mathfrak{B}_k \cos k \omega t,$$

so ergibt sich:

$$f_k = \mathfrak{B}_0 \tau + \pi k r \mathfrak{A}_k.$$

Hat man es mit reinen Wechselströmen zu tun, so ist \mathfrak{B}_0 (vgl. S. 5) = 0; wird noch r so gewählt, daß $\pi r = 10$ ist, so wird

$$\mathfrak{A}_k = f_k / 10 k.$$

Gibt man dem Rädchen eine Anfangslage, bei der PD vertikal nach unten (Richtung der negativen y) gerichtet ist, und verfährt

im übrigen genau ebenso wie vorher, so erhält man eine Planimeterablesung g_k und daraus

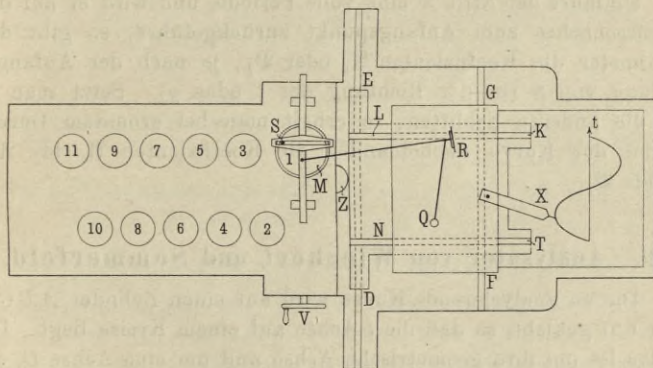
$$\mathfrak{B}_k = g_k / 10 k.$$

Werden nacheinander Rädchen angewandt, deren Durchmesser sich verhalten wie $1 : \frac{1}{2} : \frac{1}{3} \dots$, so kann man nacheinander die Koeffizienten $\mathfrak{A}_1 \mathfrak{A}_2 \dots \mathfrak{B}_1 \mathfrak{B}_2 \dots$ ermitteln.

Der Apparat ist in dieser Form zwar ziemlich einfach, ist aber umständlich zu handhaben.

Eine wesentliche Verbesserung wird dadurch erzielt, daß man das Lineal fest und das Kurvenpapier (nebst Planimeter)

Fig. 64.



beweglich macht. Außerdem kann der Fahrstift des Planimeters anstatt in D' in den Fußpunkten D'' der Projektion von D' auf die t -Achse eingesetzt werden. In der oben entwickelten Theorie hat man dann einfach $\eta = y$ zu setzen; dies bringt aber im Resultat keine Änderung hervor.

Hiernach wird die im folgenden beschriebene Konstruktion von Le Conte ohne weiteres verständlich. Ein Satz von 11 Zahnrädern 1, 2, 3... (Fig. 64) ist so untereinander verbunden, daß ihre Tourenzahlen sich verhalten wie $1 : 2 : 3 \dots$. Jedes der Zahnräder trägt einen exzentrischen Stift S (in Fig. 64 nur bei 1 gezeichnet), welcher einem Schlitten eine hin und her gehende Bewegung in der Richtung der t -Achse erteilt. Die Räder 1 bis 11 werden angetrieben durch die Handkurbel V .

Die Grundplatte des Rahmens, in dem die Zahnräder befestigt sind, trägt zwei Schienen DE und FG , auf denen ein Wagen parallel der t -Achse läuft. Dieser Wagen wird durch ein Zahnrad Z bewegt, das ebenfalls durch V angetrieben wird. Die Abmessungen sind derart, daß sich der Wagen bei einer Umdrehung von 1 um die Strecke τ (eine Periode) vorwärts bewegt. Ferner befinden sich auf dem Wagen zwei Schienen LK und NT , die auf den Schienen ED und FG senkrecht stehen. Darauf rollt ein zweiter Wagen, der den Fahrstift X trägt. Außerdem ruht auf ihm an einer beliebigen Stelle der feste Punkt Q und die Rolle R eines Polarplanimeters, während der Stift M des Planimeters auf dem durch den Stift S bewegten Schlitten liegt.

Umfährt der Stift X eine volle Periode, und wird er auf der Abszissenachse zum Anfangspunkt zurückgeführt, so gibt das Planimeter die Koeffizienten \mathfrak{A}_1 oder \mathfrak{B}_1 , je nach der Anfangsstellung von S (in der Richtung der t oder y). Setzt man M auf die anderen Schlitten, so erhält man bei erneutem Durchfahren der Kurve nacheinander die Koeffizienten \mathfrak{A}_1 bis \mathfrak{A}_{11} , \mathfrak{B}_1 bis \mathfrak{B}_{11} .

39. Analysator von Wiechert und Sommerfeld.

Die zu analysierende Kurve wird auf einen Zylinder $ABCD$ (Fig. 65) geklebt, so daß die t -Achse auf einem Kreise liegt. Die Walze ist um ihre geometrische Achse und um eine Achse O , die vertikal zur geometrischen Achse liegt, drehbar. Ein Faden EF , der die Walze fast berührt, markiert die jeweilige Lage der höchsten Linie auf der Walze. Durch ein geeignetes Räder-system, das ausgetauscht werden kann, wird die Drehungsgeschwindigkeit um die Achse O einem ganzen Vielfachen k der Drehungsgeschwindigkeit um die geometrische Achse gleich gemacht. Oberhalb der Walze rollt auf einer Platte der Wagen GHK in der Richtung OJ . An dem Wagen ist ein Faden GH befestigt, dessen Schnittpunkt mit EF stets auf die Kurve (Punkt P) eingestellt wird. Der Wagen trägt ein Rädchen r , das auf einer Scheibe S ruht; diese Scheibe dreht sich mit derselben Winkelgeschwindigkeit wie die Walze um ihre geometrische Achse. Anfangs steht die Walzenachse in der Richtung OJ ; GH geht durch O , r ruht auf dem Mittelpunkt J der Scheibe S ; nach einer

Drehung der Walze um ihre geometrische Achse um den Winkel ωt entsprechend der Abszisse t , ist:

$$POJ = k \omega t, \quad OP = y,$$

folglich:

$$OQ = y \cos k \omega t = Jr.$$

Schreitet man um das Abszissenelement dt fort, so dreht sich die Scheibe S um den Winkel ωdt und erteilt dem Rädchen r eine am Umfang gemessene Drehung: $OQ \cdot \omega dt$. Nach einem vollen Durchfahren der Kurve ist daher die Drehung des Rädchens

$$\omega \int_0^{\tau} y \cos k \omega t dt = \pi \mathcal{B}_k.$$

Wird die Walzenachse anfangs in die Lage $G'H'$ gebracht, so erhält man \mathcal{A}_k .

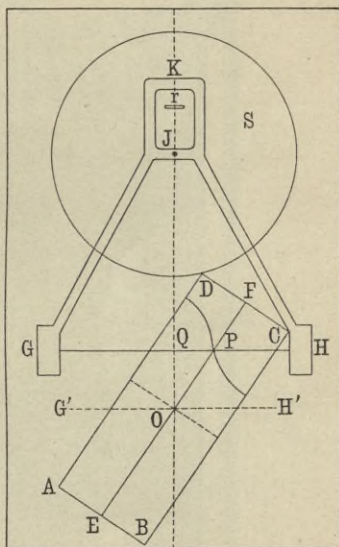
Es genügt, hier das Prinzip des Apparates darzulegen. Er ist von Wiechert und Sommerfeld als Präzisionsapparat ausgebildet, der entsprechend der Genauigkeit, die damit erzielt werden kann, einen umfangreichen Aufbau erfordert. Für die Zwecke der Technik dürfte seine Handhabung zu kompliziert und zeitraubend sein.

40. Analysator von Michelson und Stratton ¹⁾.

Dieser Analysator löst die doppelte Aufgabe: die Kurve zu einer gegebenen Fourierschen Reihe zu zeichnen, und die zu einer gegebenen Kurve gehörenden Koeffizienten einer Fourierschen Reihe zu finden.

¹⁾ Zu beziehen durch Wm. Gaertner u. Co., Chicago, 5347—5349 lake avenue. Ein Apparat mit 20 Elementen kostet 250 Doll., ein solcher mit 80 Elementen 750 Doll.

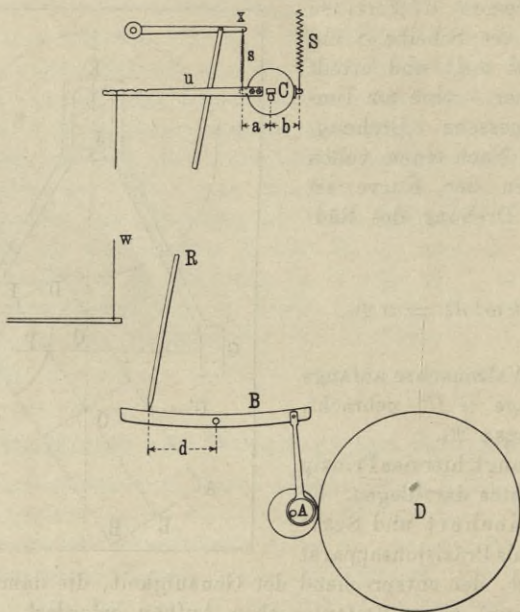
Fig. 65.



Sei zunächst die erste Aufgabe besprochen. Es ist möglich, mit dem Apparat die Summierung von 80 Gliedern einer Fourierschen Reihe durch Anwendung von Spiralfedern auszuführen.

Die Achse D (Fig. 66) ist gekuppelt mit einer Scheibe, auf welcher die Kurve gezeichnet werden soll; andererseits trägt D

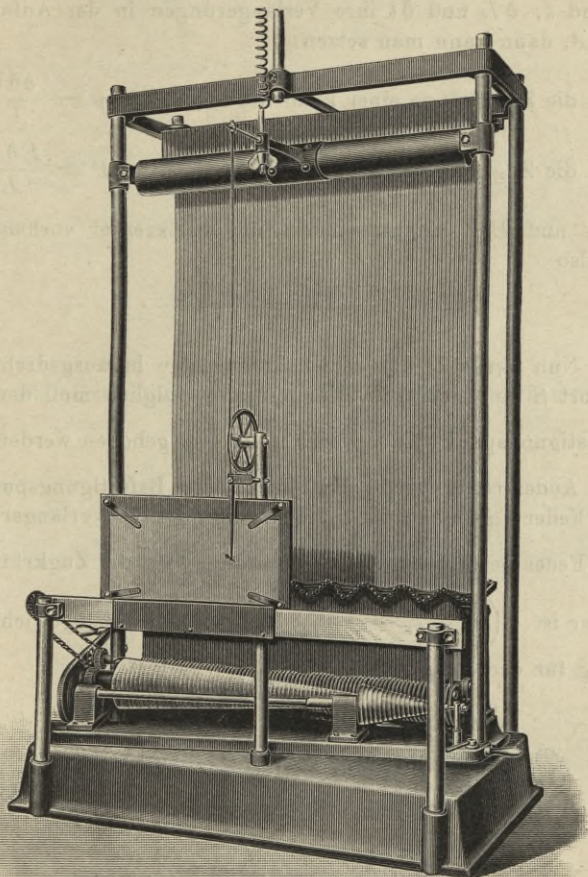
Fig. 66.



eine Reihe von 80 Zahnrädern, welche in 80 Exzenter (in der Figur nur einer A , gezeichnet) eingreifen. Die Zahnzahlen sind derartig gewählt, daß sich die Drehgeschwindigkeiten der Exzenter wie $1 : 2 : 3 \dots : 80$ verhalten; macht der am langsamsten laufende Exzenter eine volle Umdrehung, so wird gleichzeitig die Registrierscheibe um eine Strecke, entsprechend einer Periode, vorwärts geschoben. Die Bewegung des Exzenter A wird durch den Hebel B und die Stange R auf den Punkt x übertragen, wobei die Größe der Bewegung von x abhängt von der regulierbaren Entfernung d der Stange R vom Drehpunkt des Hebels B . Ist A der k^{te} Exzenter, und hat er anfangs die in der Figur gezeichnete

Lage, so führt der Punkt x eine auf- und abgehende Bewegung aus, die proportional $z_k = d \sin k\omega t$ ist.

Fig. 67.



Die 80 Punkte x sind durch ebensoviele, einander gleiche Spiralfedern s mit einem langen Hohlzylinder C verbunden, der auf zwei Schneiden ruht; eine stärkere Feder S hält dem durch die 80 Federn ausgeübten Drehmoment das Gleichgewicht. Die

Bewegung des Zylinders C wird durch Hebel u und Draht w auf eine Schreibfeder übertragen, welche auf der Registrierscheibe aufliegt. Seien nun L und l die natürlichen Längen der Federn S und s , δL und δl ihre Verlängerungen in der Anfangslage von A , dann kann man setzen:

$$\text{die Zugkraft je einer kleinen Feder} \quad p = \frac{e \delta l}{l},$$

$$\text{die Zugkraft der großen Feder} \quad P = \frac{E \delta L}{L},$$

wo e und E Konstante sind. Sind n Exzenter vorhanden, so ist also

$$\frac{a n e \delta l}{l} = \frac{b E \delta L}{L} \quad \dots \quad 55$$

Nun werde D aus seiner Anfangslage herausgedreht, dann erfährt S eine gewisse Verlängerung y , folglich muß der untere Befestigungspunkt jeder Feder s um $\frac{a}{b} y$ gehoben werden.

Andererseits wird aber der obere Befestigungspunkt der k^{ten} Feder s gehoben um z_k , d. h. die gesamte Verlängerung der k^{ten} Feder beträgt nunmehr $\delta l + z_k - \frac{a}{b} y$; die Zugkraft dieser Feder ist $\frac{e}{l} \left(\delta l + z_k - \frac{a}{b} y \right)$, folglich die Gleichgewichtsbedingung für den Zylinder C

$$\sum_{k=1}^n \frac{a e}{l} \left(\delta l + z_k - \frac{a}{b} y \right) = \frac{b E}{L} (\delta L + y) \quad \dots \quad 56)$$

Davon Gleichung 55) abgezogen, ergibt:

$$\frac{a e}{l} \left(\sum z_k - n \frac{a}{b} y \right) = \frac{b E y}{L} \quad \dots \quad 57)$$

Dies durch 55) dividiert, folgt:

$$\frac{\left(\frac{1}{n} \sum z_k - \frac{a}{b} y \right)}{\delta l} = \frac{y}{\delta L},$$

oder

$$y = \frac{\sum z_k}{n \left(\frac{\delta l}{\delta L} + \frac{a}{b} \right)} = \frac{\sum d_k \sin k \omega t}{n \left(\frac{\delta l}{\delta L} + \frac{a}{b} \right)} \quad \dots \quad 58)$$

Stellt man also an den Hebeln d die einzelnen Amplituden $\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2 \dots$ der Oberschwingungen ein, so beschreibt die Schreibfeder die zugehörige Fouriersche Reihe. Der Nenner des Ausdruckes 58) gibt Anhaltspunkte über die Regulierbarkeit der Empfindlichkeit. Wird die Anfangsstellung der Exzenter A gegenüber der bisher angenommenen um 90° gedreht, so wird, wie leicht einzusehen ist:

$$y = \frac{\sum d_k \cos k \omega t}{n \left(\frac{\delta l}{\delta L} + \frac{a}{b} \right)}$$

Um das Einstellen der Anfangslagen leicht bewerkstelligen zu zu können, sind die Exzenter A ausrückbar konstruiert; nach

Fig. 68.

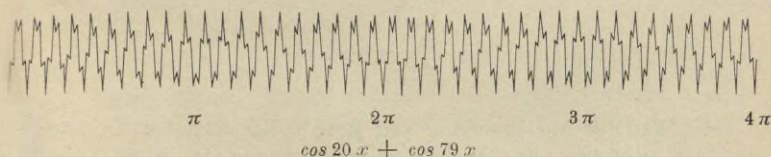
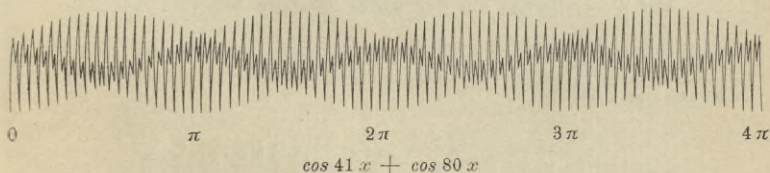


Fig. 69.



dem Ausrücken werden sie durch eine Führungsstange gleichzeitig in die richtige Anfangslage gebracht.

In dieser Form ist der Apparat nur imstande, entweder eine Sinusreihe oder eine Cosinusreihe zu summieren. In Fig. 68 und 69 sind zwei mit dem Apparat gezeichnete Kurven dargestellt.

Um den Apparat auch als Analysator einer gegebenen Kurve zu gebrauchen, erinnern wir uns der Gleichungen 47) bis 49) (S. 77) der arithmetischen Analyse. Setzen wir in dieser Gleichung $n = 40$, so kann man sie schreiben:

$$\left. \begin{aligned} 40 \mathfrak{A}_\lambda &= \sum_{k=1}^{80} y_k \sin \frac{\lambda k \pi}{40} \\ 40 \mathfrak{B}_\lambda &= \sum_{k=1}^{80} y_k \cos \frac{\lambda k \pi}{40} \end{aligned} \right\} \text{für } \lambda = 1, 2 \dots 39.$$

Man teilt nun auf der Abszissenachse der aufzunehmenden Kurve eine Periode in 80 gleiche Teile und macht die 80 Hebel d gleich den 80 in den Teilpunkten errichteten Ordinaten y . Bei dieser Einstellung zeichnet man mit dem Analysator sowohl die Sinuskurve wie die Cosinuskurve:

$$z = \sum_{k=1}^{80} y_k \sin k \omega t,$$

$$u = \sum_{k=1}^{80} y_k \cos k \omega t.$$

Auf der Abszissenachse von jeder dieser letzteren Kurven wird wiederum eine Periode abgegrenzt und in je 80 Teile geteilt.

Der λ^{te} Teilpunkt auf der Abszissenachse hat vom Anfangspunkt den Abstand $\frac{\lambda \tau}{80}$ und die zugehörige Ordinate der Sinuskurve die Größe

$$z_\lambda = \sum_{k=1}^{80} y_k \sin k \omega \frac{\lambda \tau}{80} = \sum_{k=1}^{80} y_k \sin \frac{\lambda k \pi}{40} = 40 \mathfrak{A}_\lambda,$$

d. h. die Ordinaten in den ersten 39 Teilpunkten sind

$$40 \times \mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2 \dots \mathfrak{A}_{39}$$

bzw.

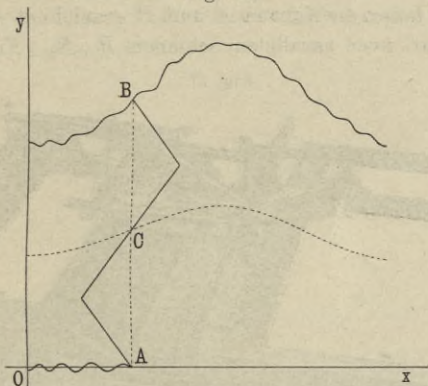
$$40 \times \mathfrak{B}_1, \mathfrak{B}_2 \dots \mathfrak{B}_{39}.$$

41. Analysator von Terada.

Der Apparat von Terada erlaubt die Grundschiwingung von den Oberschwingungen zu trennen. Sei (Fig. 70) B die zu analysierende Kurve

$$y = \mathfrak{A} + \mathfrak{A}_1 \sin \omega t + \sum_{k=2}^{\infty} \mathfrak{A}_k \sin k \omega t.$$

Fig. 70.



Man bewegt nun eine Gelenkverbindung BCA derart, daß BA stets parallel der y -Achse bleibt und C auf einer Sinuskurve

$$y' = \frac{\mathfrak{A}}{2} + \frac{\mathfrak{A}_1}{2} \sin \omega t$$

entlang geführt wird. Dann zeichnet A eine Kurve, deren Ordinate y'' die Bedingung erfüllt:

$$y - y' = y' - y''$$

oder

$$y'' = 2y' - y = - \sum_{k=2}^{\infty} \mathfrak{A}_k \sin k \omega t.$$

Der Punkt A beschreibt also die Kurve der Oberschwingungen und zwar spiegelbildlich. Durch Wiederholen dieses Verfahrens kann man andere Oberschwingungen eliminieren. Soll bei der Umzeichnung eine Maßstabänderung eintreten, so wählt man:

$$BC:CA = 1:\mu$$

und

$$y' = \frac{\mu}{\mu + 1} (\mathfrak{A} + \mathfrak{A}_1 \sin \omega t);$$

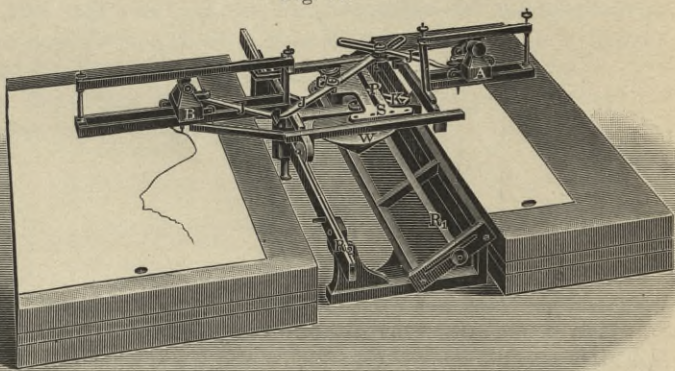
daraus folgt:

$$\mu (y - y') = (y' - y''),$$

$$y'' = (\mu + 1) y' - \mu y = -\mu \sum_{k=2}^{\infty} \mathfrak{A}_k \sin k \omega t.$$

Der Mechanismus des Apparates ist folgender: Zwischen den Blättern, auf denen die Kurven A und B gezeichnet werden, fährt ein Wagen auf zwei parallelen Schienen R_1, R_2 . Ein Konus W ,

Fig. 71.



mit der Spitze nach unten gestellt, rollt auf der Schiene R_1 , die längs einer Leitlinie des Konus verstellt werden kann, so daß je nach der Einstellung von R_1 sich W mit verschiedener Geschwindigkeit dreht. Ein am Konus W befestigter verstellbarer Führungsstift P erteilt dem Schlitten S' eine harmonische Bewegung. An diesem Schlitten ist der Gelenkpunkt C für das Gestänge JJJ befestigt. Die Zeichenstifte A und B werden durch JJ in Schienen bewegt, die mit dem Wagen fest verbunden sind. An P und R_1 wird Amplitude und Periode der harmonischen Kurve C eingestellt.

Der Apparat ist in der bisher beschriebenen Weise nur brauchbar, wenn man die Schwingung, die man eliminieren will, nach Größe und Phase kennt. Man kann aber auch mit dem-

selben Kurven zusammensetzen. Wird A auf einer geraden Linie geführt, so beschreibt B eine Sinuslinie; bringt man nun diese Sinuslinie unter den Stift A und stellt in P und R_1 Amplitude und Periode einer Oberschwingung ein, so liefert nunmehr B die aus Grundschiwingung und Oberschwingung zusammengesetzte Kurve; in dieser Weise fährt man fort, bis die gewünschte Kurve vorliegt.

Will man eine Kurve analysieren, so muß ebenso verfahren werden, wie bei dem Apparat von Michelson und Stratton auseinandergesetzt ist. Freilich hat man dazu eine größere Zahl von Umzeichnungen auszuführen.

Literaturübersicht.

A. Punktförmige Aufnahme.

a) Mechanischer Augenblickskontakt.

Carpentier: *Eclair. électr.* **35**, 401; *L'Electricien* **25**, 330, 351.

Drexler: *E. T. Z.* **17**, 378 (1896).

Eichberg: *E. T. Z.* **18**, 556 (1897).

Franke: *E. T. Z.* **20**, 802 (1899); *Zeitschr. f. Instrumentenk.* **21**, 11 (1901).

Hospitalier: *L'Electricien* **22**, 194 (1901); *Electrician* **52**, 298 (1904); *Eclair. électr.* **28**, 64 (1901) und **35**, 479 (1903); *Zeitschr. f. Instrumentenk.* **22**, 166 (1902), Ref.

Joubert: *Journ. de phys.* **9**, 297 (1880); *Compt. rend.* **91**, 161 (1880).

Kübler: *E. T. Z.* **18**, 652 (1897).

Laws: *Proc. of the amer. Acad. of arts and sciences* **36**, 321 (1901); *Electrician* **46**, 796 (1901).

Lutoslawski: *E. T. Z.* **17**, 211 (1896).

Marcher: *E. T. Z.* **18**, 220 (1897).

Niethammer: *E. T. Z.* **21**, 309 (1900).

Owens: *Engineering* **74**, 741 (1902); *Zeitschr. f. Instrumentenk.* **23**, 128 (1903), Ref.

Peukert: *E. T. Z.* **20**, 622 (1899).

Rosa (Callendar): *Electrician* **40**, 126, 221, 318 (1897) und **41**, 582 (1898); *Phys. Rev.* **6**, 17 (1898); *Zeitschr. f. Instrumentenk.* **18**, 257 (1898), Ref.

b) Magnetischer Augenblickskontakt.

Goldschmidt: *E. T. Z.* **23**, 496 (1902); *Zeitschr. f. Instrumentenk.* **22**, 347 (1902), Ref.

Ryan: *Trans. of amer. Inst. of electr. eng.* **16**, 345 (1900).

B. Elektrochemische Methode.

Blondel: Compt. rend. **119**, 399 (1894); Eclair. électr. **1**, 83 (1894).

Grützner: Pflügers Archiv **41**, 256 (1887) und **77**, 586 (1899); Ann. d. Phys. **1**, 738 (1900).

Janet: Compt. rend. **118**, 862 und **119**, 58, 217 (1894); Eclair. électr. **2**, 241 (1895).

C. Oszillographen.

a) Massenlose Stromindikatoren.

Abraham und Buisson: Compt. rend. **125**, 92 (1897); Eclair. électr. **12**, 221 (1897); Zeitschr. f. Instrumentenk. **17**, 376 (1897), Referat.

Braun: Wied. Ann. **60**, 552 (1897); Anwdg. E. T. Z. **19**, 204 (1898).

Crehore: Phys. Rev. **2**, 122 (1894).

Ebert und Hoffmann: E. T. Z. **19**, 405 (1898).

Gehrcke: Zeitschr. f. Instrumentenk. **25**, 33, 278 (1905); Verh. d. deutsch. physik. Gesellsch. **6**, 176 (1904).

Seefehlner: E. T. Z. **22**, 554 (1901).

Switzer: Phys. Rev. **7**, 83 (1898); Zeitschr. f. Instrumentenk. **19**, 189 (1899), Ref.

Wehnelt und Donath: Wied. Ann. **69**, 861 (1899).

Wehnelt: Verh. d. deutsch. phys. Ges. **5**, 29, 178 (1903).

Weinhold: E. T. Z. **22**, 409 (1901).

Zenneck: Wied. Ann. **69**, 838 (1899); Zeitschr. f. Instrumentenk. **20**, 191 (1900), Ref.

b) Mechanische Stromindikatoren.

Zeitschr. f. Instrumentenk. **21**, 239 (1901) (Sammelreferat).

Abraham: Journ. de phys. **6**, 356 (1897); Eclair. électr. **11**, 145 (1897); Compt. rend. **124**, 758 (1897); Zeitschr. f. Instrumentenk. **18**, 30 (1898), Ref.

Blondel: Compt. rend. **116**, 502, 748 (1893); Indust. électr. **8**, 137, 361 (1899); Rapport prés. au congrès intern. de phys. à Paris en 1900 **3**, 264, Paris, Gauthier Villars 1900; Journ. de phys. **1**, 273 (1902).

Duddell: Electrician **39**, 636 (1897); Journ. of the Inst. of electr. eng. **28**, 1 (1899).

Hornauer: Zeitschr. f. Elektrot., Wien 1905.

Hotchkiss und Millis: Phys. Rev. **3**, 49 (1895) und **8**, 152 (1899).

D. Magnetisierungskurven.

- Kaufmann: Verhandl. d. deutsch. phys. Gesellsch. 1, 42 (1899).
 Lyle: Phil. Mag. 6, 549 (1903); Zeitschr. f. Instrumentenk. 24, 63 (1904), Ref.
 Townsend: Trans. of amer. Inst. of electr. eng. 17, 5 (1901).

E. Formfaktor und Scheitelfaktor.

- Benischke: Zeitschr. f. Elektr., Wien 1902, S. 158; E. T. Z. 21, 674, 746, 765 (1900).
 Rose und Kühns: E. T. Z. 24, 992 (1903).

F. Experimentelle Analyse.

- Armagnat: Journ. de phys. (4) 1, 345 (1902).
 Des Coudres: Verh. d. phys. Ges. zu Berlin 17, 129 (1898);
 E. T. Z. 21, 752, 770 (1900); Zeitschr. f. Instrumentenk. 19, 125 (1899)
 und 21, 187 (1901), Ref.
 Lamb und Smith: Journ. of the Inst. of electr. eng. 18, 307 (1889).
 Pupin: Amer. Journ. of Science 48, 379, 473 (1894).

G. Mathematische Analyse.

- Clifford: Proc. Lond. math. Soc. 5.
 Finsterwalder: Zeitschr. f. Math. u. Phys. 43, 85 (1898);
 Zeitschr. f. Instrumentenk. 19, 283 (1899).
 Fischer-Hinnen: E. T. Z. 22, 396 (1901).
 Hermann: Pflügers Archiv 46, 44 (1890); Journ. de phys. (3) 7,
 141 (1898); Zeitschr. f. Instrumentenk. 18, 158 (1898), Ref.
 Houston und Kennelly: Electr. World 31, 580 (1898); E. T. Z.
 19, 714 (1898); Zeitschr. f. Instrumentenk. 19, 372 (1899), Ref.
 Langsdorf: Phys. Rev. 12, 184 (1901).
 Loppé: Eclair. électr. 16, 525 und 32, 287 (1902).
 Lyle: Phil. Mag. 6, 549 (1903) und 11, 25 (1906).
 Macé de Lepinay: Journ. de phys. (3) 8, 137 (1899); Zeitschr.
 f. Instrumentenk. 19, 257 (1899).
 Prentiss: Phys. Rev. 15, 257 (1902).
 Runge: Zeitschr. f. Math. u. Phys. 48, 443 (1903); E. T. Z. 26,
 247 (1905).

H. Harmonische Analysatoren.

- Grabowski (Theorie des Henricischen Analysators): Wiener
 Berichte 110, 717 (1901).
 Henrici: Phil. Mag. 38, 110 (1894); Proc. Phys. Soc. London 13,
 77 (1895); Katalog math. und math.-phys. Modelle, Apparate und
 Instrumente, München 1892, S. 125 (herausg. von Walter Dyck).

Le Conte: Phys. Rev. **7**, 27 (1898); Zeitschr. f. Instrumentenk. **18**, 342 (1898), Ref.

Michelson und Stratton: Amer. Journ. of Science **5**, 1 (1898); Zeitschr. f. Instrumentenk. **18**, 93 (1898), Ref.

Sharp: Proc. Phys. Soc. of London **13**, 89, 599 (1894/95); Phil. Mag. **38**, 121 (1894).

Terada: Reports of the Tokyo Phys. Math. Soc. 1905; Zeitschr. f. Instrumentenk. **25**, 285 (1905), Ref.

J. Thomson: Proc. roy. Soc. London **24**, 262 (1876).

W. Thomson: Proc. roy. Soc. London **24**, 266 (1876).

Wiechert und Sommerfeld: Katalog math. und math.-phys. Modelle, Apparate und Instrumente, München 1892, S. 214.

Yule: Proc. Phys. Soc. of London **13**, 403 (1894/95); Phil. Mag. **39**, 367 (1895).



NAMEN- UND SACHREGISTER.

A.

- Abraham und Buisson, optische Methode 36.
—, Rheograph 58.
Arithmetische Analyse aus 12 Ordinaten 78.
— — aus 18 Ordinaten 80.
Armagnat, Resonanzmethode 67.

B.

- Blondel, elektrochemische Methode 34.
—, Oszillograph 43, 48, 51, 52.
Braunsche Röhre 37.

C.

- Callendar, Kurvenapparat 28.
Cambridge Scientific Inst. Cie. Oszillograph 52.
Carpentier, Oszillograph 52.
—, Rheograph 58.
Clifford 83.
Coradi 92.
Crehore 36.

D.

- Des Coudres 66.
Drehstromformeln 12.
Dreieckskurve 7.
Duddell, Oszillograph 43, 51, 52.

E.

- Edelmann, Saitenoszillograph 57.
Effektivwerte 11.
Einthoven 57.

F.

- Finsterwalder 83.
Fischer-Hinnen 88.
Formfaktor 10, 65.
Fouriersche Reihen 3.
Frankescher Apparat 19.

G.

- Gehrcke 41.
Glimmlichtoszillograph 41.
Goldschmidt 29.
Grützner 32.

H.

- Henrici 92.
Hospitalier 22.
Hotchkiss und Millis 50.
Houston und Kennelly 85.

J.

- Janet 32.
Joubertsche Scheibe 13.

K.

Kaufmann 62.
 Kelvin 90.
 Kontaktmacher 13.
 Kübler 16.

L.

Langsdorff 82.
 Le Conte 99.
 Leistung 12.
 Lyle 64.

M.

Magnetisierungskurven 62.
 Michelson und Stratton, Analy-
 sator 103.

O.

Ondograph, Hospitalier 22.
 Oszillograph, Glimmlicht- 41.
 Oszillographen, Bifilare 50.
 —, Nadel- 48.
 —, Optik der 55.
 —, Saiten- 57.
 —, Theorie der 45.
 Owens 63.

P.

Periodischer Strom 2.
 Polarisationsenebene, elektromagneti-
 sche Drehung 35.
 Punktförmige Aufnahme 13.
 Pupin 67.

R.

Rechteckskurve, Gleichung 7.
 Reiner Wechselstrom 2.
 Resonanzmethode 67.
 Rheograph, Abraham 58.
 Rosa, Kurvenapparat 25.
 Rose und Kühns 65.
 Ryan 30.

S.

Scheitelfaktor 10.
 Sharp, Analysator 96.
 Siemens und Halske, Oszillograph
 53, 56.
 Sinuskurve, kommutierte 8.
 Switzer 36.

T.

Terada, Analysator 109.
 Thomson, J. und W. 90.
 Townsend 64.
 Trapezkurve 7.

W.

Wehnelt 41.
 Wiechert und Sommerfeld, Ana-
 lysator 102.

Y.

Yule 99.

Z.

Zenneck 38.

Verlag von Friedrich Vieweg & Sohn in Braunschweig.

Prüfungen in elektrischen Zentralen mit Dampfmaschinen- und Gasmotoren-Betrieb.

Von Dr. phil. E. W. Lehmann-Richter,

Konsultierender Diplom-Ingenieur für elektrische Licht- und Kraft-Anlagen
in Frankfurt am Main.

Mit 91 eingedruckten Abbildungen. gr. 8. Preis geh. 8 *M.*, geb. 9 *M.*

Zweiter Teil:

Prüfungen von Anlagen mit Wasserrad-, Wasser- und
Dampf-Turbinen-Betrieb.

Mit 131 eingedruckten Abbildungen, darunter Figur 58 im Anhang. gr. 8.
Preis geh. 7 *M.*, geb. in Lnwd. 8 *M.*

Die Fortschritte der kinetischen Gastheorie.

Von Dr. G. Jäger,

Professor der Physik an der Technischen Hochschule in Wien.

Mit 8 eingedruckten Abbildungen. gr. 8. Preis geh. 3,50 *M.*, geb. 4,10 *M.*

„Die Wissenschaft“. Sammlung naturwissenschaftlicher und mathematischer
Monographien. 12. Heft.

Müller-Pouillet's

Lehrbuch der Physik und Meteorologie.

Zehnte umgearbeitete und vermehrte Auflage

herausgegeben von

Leop. Pfaundler,

Professor der Physik an der Universität Graz.

Unter Mitarbeit von

Prof. Dr. O. Lummer-Breslau, Prof. Dr. A. Waßmuth-Graz, Hofrat
Prof. Dr. J. M. Pernter-Wien, Dr. Karl Drucker-Leipzig, Prof. Dr.
W. Kaufmann-Bonn, Dr. A. Nippoldt-Potsdam.

In vier Bänden. Mit über 3000 Abbildungen und Tafeln, zum Teil
in Farbendruck.

Erster Band. **Mechanik und Akustik** von Leop. Pfaundler. gr. 8.
Preis geh. 10,50 *M.*, geb. in Halbfranz 12,50 *M.*

Die Telegraphie ohne Draht

Von Augusto Righi, und Bernhard Dessau,

o. Professor an der Universität Bologna. Privatdozent an der Universität Bologna.

Mit 258 in den Text eingedruckten Abbildungen. gr. 8. Preis geh. 12 *M.*,
geb. in Leinwand 13 *M.*

Verlag von Friedrich Vieweg & Sohn in Braunschweig.

Die Physik

auf Grund ihrer geschichtlichen Entwicklung für weitere Kreise
in Wort und Bild dargestellt von

Paul La Cour und **Jakob Appel**.

Autorisierte Übersetzung von **G. Siebert**.

Mit zahlreichen Abbildungen im Text und auf besonderen Tafeln. gr. 8.
Vollständig in einem Doppelband. Preis geh. 15 *M.*, geb. 16,50 *M.* oder in
15 Lieferungen zu je 1 *M.*

Telegraphen- und Fernsprech-Technik in Einzeldarstellungen.

Unter Mitwirkung anderer Fachmänner herausgegeben

von **Th. Karrass**,

Geh. Postrat, Ober-Telegrapheningenieur im Reichs-Postamt.

No. I. Maschinen-Telegraphen von **A. Kraatz**. Mit 158 Abbildungen. gr. 8. Preis geh. 5 *M.*, geb. in Lnwd. 5,80 *M.*

Dr. J. Frick's

Physikalische Technik

oder Anleitung zu Experimentalvorträgen sowie zur Selbsterstellung
einfacher Demonstrationsapparate.

Siebente vollkommen umgearbeitete und stark vermehrte Auflage

von **Dr. Otto Lehmann**,

Professor der Physik an der technischen Hochschule in Karlsruhe.

In zwei Bänden. Lexikon-Format.

Erster Band. Mit 3908 eingedruckten Abbildungen und einem Bildnis des
Verfassers. In 2 Abteilungen. Preis geh. 40 *M.*, geb. in Hlbfz. 44 *M.*

(Zweiter Band in Vorbereitung)

Elektromagnetische Schwingungen und Wellen.

Von **Dr. Josef Ritter von Geitler**,

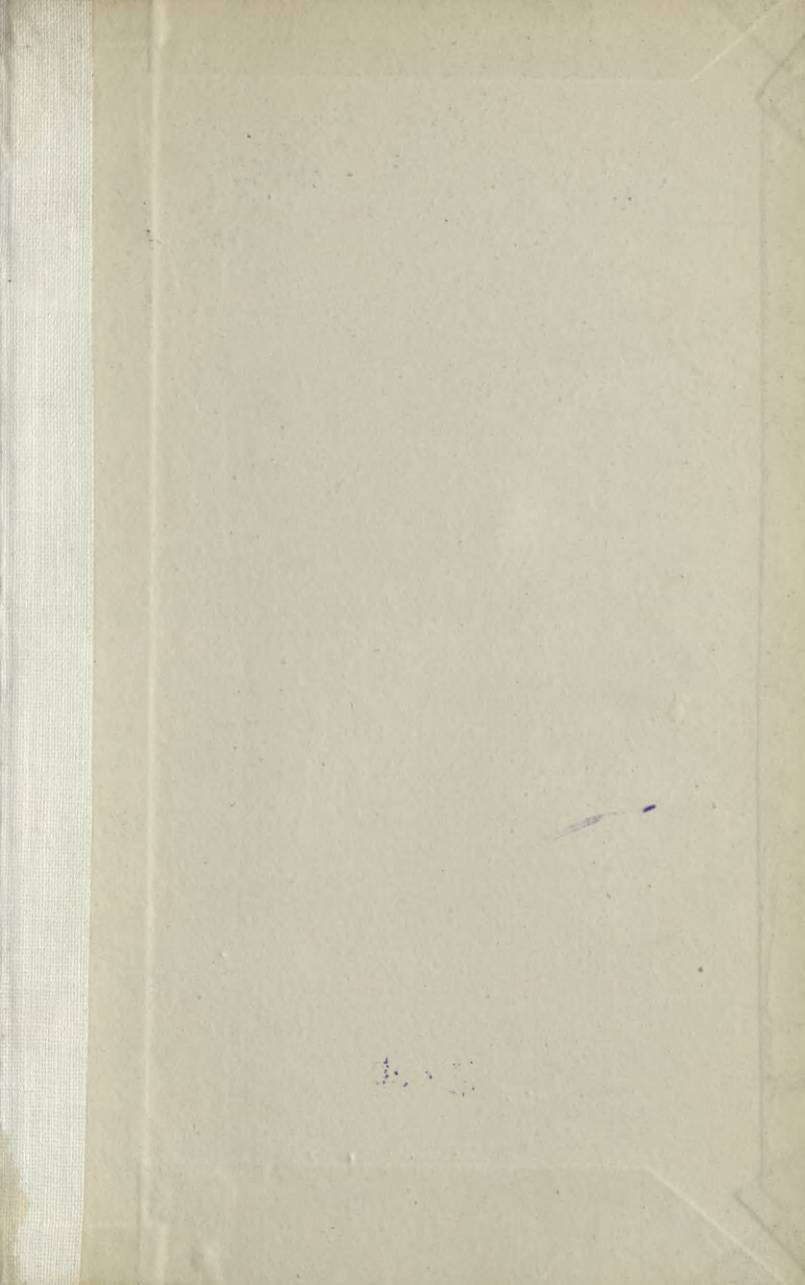
ao. Professor der Physik an der k. k. deutschen Universität Prag.

Mit 86 eingedruckten Abbild. gr. 8. Preis geh. 4,50 *M.*, geb. 5,20 *M.*

„Die Wissenschaft.“ Sammlung naturwissenschaftlicher und mathematischer
Monographien. 6. Heft

39,00

S-96



WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



II-351676

L.

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000294737