DER UNTERRICHT AN BAUGEWERKSCHULEN
HERAUSGEBER:
PROFESSOR M. GIRNDT IN MAGDEBURG
17

P. WEISKE

DIE BERECHNUNG VON EISENBETONBAUTEN

VERLAG VON B. G. TEUBNER IN LEIPZIG UND BERLIN

9 3

DIE BERECHNUNG VON EISENBETONBAUTEN

HEFT I:

PLATTEN, PLATTENBALKEN UND SÄULEN

BEARBEITET AUF GRUNDLAGE DER AMTLICHEN BESTIMMUNGEN FÜR DIE AUSFÜHRUNG VON KONSTRUKTIONEN AUS EISENBETON BEI HOCHBAUTEN VOM 24. MAI 1907

VON

DR.-ING. P. WEISKE,
OBERLEHRER AN DER KGL. BAUGEWERKENSCHULE IN CASSEL

MIT 29 FIGUREN IM TEXT

LEIPZIG UND BERLIN
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER
1907

Vorwort.

Der vorliegende Leitfaden hat den Zweck, Techniker mit den Grundlagen der statischen Berechnung von Eisenbetonbauten vertraut zu machen.

Ich halte es für nötig, daß jeder Bautechniker, welcher Bauausführungen in Eisenbeton zu beaufsichtigen oder zu kontrollieren hat, mit den statischen Grundlagen der Eisenbetonbauten durchaus vertraut ist. Zu diesen rechne ich die Berechnung der einfachen Eisenbetonplatten, der Plattenbalken und der zentrisch belasteten Säulen. Hierbei sind nicht nur die Zug- und Druckspannungen oder die Bemessung der Querschnittsabmessungen zu behandeln, sondern vor allem ist auch die Sicherung der Verbundwirkung, also die Aufnahme der Schub- und Haftspannungen am Auflager, in Betracht zu ziehen. Die Techniker sollen die Überzeugung gewinnen, daß die Berechnung der Eisenbetonbauten nicht allein in der Handhabung einiger bequemer Dimensionierungsformeln besteht, sondern daß die Sicherung des Verbundes zwischen Beton und Eisen im Auge behalten werden muß, um sich und andere vor Schaden zu bewahren.

Der Stoff in dem vorliegenden Hefte I ist beschränkt auf die Berechnung der Eisenbetonplatten, Plattenbalken und Säulen, da das Buch zunächst für Hochbautechniker geschrieben ist.

In jedem Kapitel ist die Querschnittsermittelung und Spannungsberechnung getrennt behandelt.

Die Formeln für die direkte Bestimmung der Querschnitte sind in drei Tabellen zusammengestellt. Diese können auch für statische Berechnungen bei Bauvorlagen an Behörden benutzt werden, da das Königlich Preußische Ministerium für öffentliche Arbeiten in seinem Erlaß vom 24. Mai 1907 durch Aufnahme von Dimensionierungsformeln diese Vereinfachung anstrebt.

Das vorliegende Buch enthält die ausführliche Ableitung der in verschiedenen Veröffentlichungen von mir angegebenen Formeln und Tabellen (s. u. a. Berechnung der Eisenbetonträger, Verlag der Tonindustriezeitung). Da indes durch den neuen Ministerialerlaß die zulässige Zugspannung des Eisens auf 1000 kg/qcm herabgesetzt ist, so mußten die Tabellen entsprechend umgerechnet werden, so daß dieselben nunmehr eine Erweiterung der in den neuen Vorschriften angegebenen Tabellen und eine Ausdehnung auf die Plattenbalken, deren Nullinie den Steg schneidet, darstellen.

Für das Studium des Buches werden die mathematischen und statischen Kenntnisse vorausgesetzt, welche von einem Schüler der II. Klasse einer preußischen Baugewerkschule verlangt werden müssen. Erwünscht ist, daß möglichst die drei ersten Abschnitte am Schluß der II. Klasse und die drei letzten Abschnitte am Anfang der I. Klasse erledigt werden.

Für die Zwecke der Tiefbautechniker und Spezialtechniker ist die Herausgabe einer Fortsetzung (Heft II) in Aussicht genommen, welche die Berechnung der Eisenbetonplatten mit doppelten Einlagen, der Eisenbetonträger auf mehreren Stützen, der Treppenkonstruktionen, der Betonbalken mit Trägereinlagen, der exzentrisch belasteten Stützen, der Mauern mit Seitenschub, der Gewölbe und der kreisförmigen Röhren behandelt.

Die Konstruktion und Ausführung der Eisenbetonbauten ist für die Zwecke der Baugewerkschulen und Bautechniker im Anschluß an diesen Leitfaden von Herrn Oberlehrer Ingenieur Preuß-Breslau in einem besonderen Hefte behandelt, das in demselben Verlage erschienen ist.

Cassel, Juni 1907.

P. Weiske.

Inhaltsverzeichnis.

Zum weiteren Studium des Beton- und Eisenbetonbaues werden empfohlen:

Lehrbücher.

Preuß, Konstruktion der Eisenbetonbauten. Leipzig 1908. B. G. Teubner. M. 1.50.

Wayß u. Freytag-Mörsch, Der Eisenbetonbau, seine Theorie und Anwendung. M. 6.50.

Christophe, Der Eisenbeton. M. 30.—.

Ast, Der Beton und seine Anwendung. M. 10.—.

Büsing, Der Portlandzement und seine Anwendungen im Bauwesen. M. 10.50.

Zeitschriften.

Beton und Eisen, herausgegeben von v. Emperger. Jährlich 12 Hefte. M. 16.—.

Zement und Beton, herausgegeben von der Tonindustrie-Zeitung. Jährlich 52 Hefte. M. 12.—.

Deutsche Bauzeitung. Jährlich M. 15.—.

Kalender, Tabellen.

Betonkalender, herausgegeben von Beton und Eisen. Jährlich M. 4.—.

Beton-Taschenbuch, herausgegeben von der Tonindustrie-Zeitung. Jährlich M. 2.—.

Amtliche Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten. M. 0.60.

Kaufmann, Tabellen für Eisenbetonkonstruktionen. M. 2.—.

Ramisch u. Goeldel, Bestimmung der Stärken, Eisenquerschnitte und Gewichte von Eisenbetonplatten. M. 3.—.

Für Baustofflehre.

Girndt u. Jessen, Leitfaden für Baustofflehre. Leipzig. B. G. Teubner. M. 1.50.

Girndt, Bautechnische Chemie. Leipzig. B. G. Teubner. M. 1.20.

I Einleitung.

Begriff und Anwendung des Eisenbetons.

Eisenbeton ist eine Vereinigung von Beton und Eisen zur gemeinsamen statischen Wirkung.

In den Beton werden Eisenstäbe eingelegt, welche die Festigkeit der Betonbauten bedeutend erhöhen. Ein Betonbalken ohne Eiseneinlagen hat bei Beanspruchung auf Biegung nur eine *geringe* Tragfähigkeit, da die *Zugfestigkeit* des Betons sehr gering ist. Infolgedessen kann die etwa 10 mal größere *Druckfestigkeit* des Betons nicht ausgenutzt werden, sondern der Balken muß nach der zulässigen Zugspannung berechnet werden.

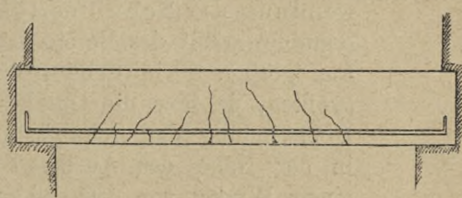

Fig. 1a.

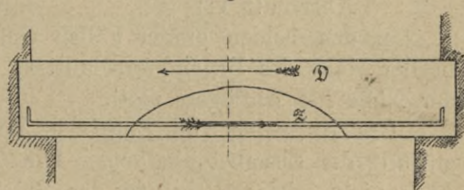

Fig. 1b.

Legt man aber in den gezogenen Teil des Betonbalkens *Eisenstäbe* ein, so halten diese den Balken nach Art eines *Ankers* zusammen, so daß der Balken nicht bricht, obwohl im Beton auf der Zugseite Risse auftreten können.

In Fig. 1a ist ein auf der Zugseite gerissener Eisenbetonbalken dargestellt.

Denkt man sich den infolge der Belastung gerissenen Teil des Betons weg, so entsteht die Fig. 1b, aus welcher man die verankernde Wirkung der Eiseneinlage erkennen kann.

Der Betonbalken bildet eine Art Gewölbe, in welchem der Seitenschub durch die Eisenstangen aufgehoben wird, so daß nur senkrechte Auflagerdrücke entstehen.

In einem *Balkenquerschnitt* bildet die Resultierende aller Druckspannungen D mit der gleich großen Zugkraft Z in den Eiseneinlagen ein inneres Kräftepaar, welches dem äußeren Biegungsmoment das Gleichgewicht hält.

Die Wirkung der Eiseneinlagen ist nur so lange gesichert, als diese nicht aus dem Beton sich herauslösen. Der Zugkraft Z wirkt am Umfang der Eiseneinlagen eine Kraft entgegen, welche das Herausziehen derselben aus dem Beton zu verhindern sucht. Dieser Widerstand heißt Gleitwiderstand oder Haftfestigkeit. Durch Umbiegen der Enden der Rundeisen läßt sich offenbar der Widerstand gegen das Herausziehen der Eisen aus dem Beton erhöhen.

Die Betrachtung der Fig. 1 zeigt auch die Ursachen des Bruches eines Eisenbetonbalkens.

Die Zerstörung kann auf folgende Weise erfolgen:

1. Die Druckspannung aus der Druckkraft D wird zu groß; der Beton auf der Druckseite wird zerquetscht.
2. Die Zugspannung aus der Zugkraft Z wird zu groß; die Eiseneinlage reißt.
3. Die Haftfestigkeit zwischen den Eiseneinlagen und dem Beton wird überwunden; die Eiseneinlage zieht sich aus dem Beton am Auflager heraus und der Beton schlitzt längs der Eiseneinlagen am Auflager auf.
4. Bei schmalen Balken kann die Zerstörung auch durch Überwindung der Schubfestigkeit des Betons erfolgen. Die Schubfestigkeit des Betons ist ebenso wie seine Zugfestigkeit nur gering. Die Schubspannungen sind am Auflager am größten, da hier die Querkraft am größten ist. Die durch Überwindung der Schubfestigkeit entstehenden Risse treten in der Nähe des Auflagers auf und sind ungefähr unter einem Winkel von 45^0 von unten nach oben geneigt. (Siehe Abschnitt V.)

In den beiden ersten Fällen findet die Zerstörung des Balkens in der Nähe des Bruchquerschnittes, in den beiden letzten Fällen in der Nähe des Auflagers statt.

Das Auftreten von Zugrissen im Beton bedingt nicht die Zerstörung des Eisenbetonbalkens. Die Zugfestigkeit des Betons ist aber doch nicht gleichgültig, da der Beton die Eisenzugspannungen entlastet, solange er noch nicht gerissen ist, indem er einen Teil der Zugspannungen aufnimmt. Außerdem ist die Sicherheit gegen das Herausziehen der Eiseneinlagen aus dem Balkenende um so größer, je weiter die Zugrisse vom Auflager entfernt sind.

Die Haupteigenschaft des Eisenbetons ist seine Biegungsfestigkeit. Die wichtigste Anwendung desselben ist daher die Herstellung biegungsfester Konstruktionen.

In den Eisenbetonstützen übernehmen die Eiseneinlagen ebenfalls einen Teil der Belastung.

Wichtiger ist jedoch die Erhöhung ihrer Knickfestigkeit durch die Einlage von Eisenstäben. Besonders vorteilhaft werden die Eiseneinlagen bei einseitiger Belastung, welche in den Stützen außer Druckspannungen auch noch Zugspannungen hervorruft. Hier wirken die Eiseneinlagen auf der Zugseite als vertikale Anker und machen die Betonzugspannungen unschädlich. Die gleiche Aufgabe haben die Eiseneinlagen in flachen Gewölben.

Infolge ihrer großen Festigkeit finden die Eisenbetonbauten im Hoch- und Tiefbau vielfache Anwendung, z. B. zu massiven Decken, Unterzügen, Überlagsträgern, Treppen, Gewölben, Dachkonstruktionen, Fundamenten, Erd- und Wassermauern, Behältern und Brücken. Feuersicherheit, Dauerhaftigkeit und verhältnismäßige Billigkeit sind weitere Vorzüge des Eisenbetons, welche ihm eine immer größere Verbreitung im Bauwesen sichern.

II. Grundlagen für die statische Berechnung der Eisenbetonbauten.

---

1. Dehnungsverhältnisse von Beton und Eisen.

Das Verhalten der beiden Baustoffe Beton und Eisen gegen die Einwirkung von Belastungen ist verschieden.

Die Längenänderungen, die ein Körper durch eine Belastung erleidet, sind abhängig:

1. von der Größe und Art der Belastung,
2. von der eigenen Widerstandsfähigkeit gegen Formänderung.

In Fig. 2 ist ein prismatischer Stab, der durch eine Kraft P gezogen wird, dargestellt.

Ist L die Länge, F der Querschnitt und l die Verlängerung des Stabes, so gilt bis zu einer bestimmten Belastung das Gesetz:

$$\varepsilon = \frac{l}{L} = \frac{P}{F} \cdot \alpha = \sigma \cdot \alpha.$$

Das Verhältnis der Verlängerung l zur ursprünglichen Länge L heißt die Dehnung. Die Dehnung ε ist proportional mit der Spannung σ. Der Wert α ist der Dehnungskoeffizient, welcher von der Beschaffenheit des Baustoffes abhängig ist.

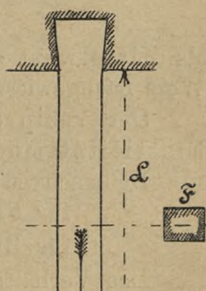

Fig. 2.

Das Dehnungsgesetz heißt also:

Die Dehnung ist gleich der Spannung mal dem Dehnungskoeffizienten.

Setzt man die Spannung gleich 1, so ist:

$$\varepsilon_1 = \alpha.$$

Der Dehnungskoeffizient ist also gleich derjenigen Dehnung, welche ein Stab erleidet, dessen Querschnitt mit 1 kg/qcm belastet ist.

Die wichtigsten Dehnungskoeffizienten sind folgende:

Flußeisen	$\varepsilon = \frac{1}{2100000}$
Gußeisen	$\varepsilon = \frac{1}{1000000}$
Holz	$\varepsilon = \frac{1}{100000}$
Beton	$\varepsilon = \frac{1}{140000}$
Ziegelmauerwerk	$\varepsilon = \frac{1}{80000}$.

Der Dehnungskoeffizient α ist für die meisten Stoffe kein konstanter Wert, sondern wächst mit zunehmender Spannung und ist bei Beanspruchung auf Zug oder Druck verschieden.

Bei Flußeisen ist α innerhalb der Streckgrenze (2500–3000 kg/qcm) konstant und für Zug und Druck gleich.

Bei Beton wächst α mit zunehmender Spannung, und zwar unter Zugbeanspruchung schneller als unter Druckbeanspruchung.

Innerhalb der für die statische Berechnung zugelassenen Spannungen ist α bei Druckbeanspruchung ziemlich konstant.

Für die statische Berechnung ist vorgeschrieben, für Beton den Dehnungskoeffizienten:

$$\alpha = \frac{1}{140000}$$

als Mittelwert einzuführen, falls nicht durch Versuche ein anderer Wert nachgewiesen wird.

Der reziproke Wert des Dehnungskoeffizienten heißt Elastizitätsmodul (E).

Demnach ist:

für Flußeisen $E_e = 2100000$,

für Beton $E_b = 140000$.

Das Verhältnis der beiden Werte E_e und E_b ist daher:

$$n = \frac{E_e}{E_b} = \frac{2100000}{140000},$$

$$n = 15.$$

Der Wert n ist für die statische Berechnung der Eisenbetonbauten von großer Bedeutung, wie folgende Betrachtung zeigt.

Durch das feste Anhaften des Betons am Eisen sind die Formänderungen vom Beton und vom Eisen im Eisenbetonkörper gemeinsam. Da jedoch das Eisen sich langsamer dehnt und verkürzt als Beton bei derselben Belastung, so wird der in der Formänderung voreilende Beton durch das Eisen zurückgehalten, während das Eisen die tatsächlichen Formänderungen des Betons mitmacht.

Verkürzt sich ein Eisenstab von der Länge L um das Maß l, so ist nach der Formänderungsgleichung seine Beanspruchung:

$$\sigma_e = \frac{P_e}{f_e} = \left(\frac{l}{L}\right) \cdot \frac{1}{\alpha_e} = \left(\frac{l}{L}\right) \cdot E_e.$$

Verkürzt sich ein Betonstab von derselben Länge L um dasselbe Maß l, so ist seine Beanspruchung:

$$\sigma_b = \frac{P_b}{f_b} = \left(\frac{l}{L}\right) \cdot \frac{1}{\alpha_b} = \left(\frac{l}{L}\right) \cdot E_b.$$

Teilt man die erste Gleichung durch die zweite, so ist:

$$\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{E_e}{E_b} = n,$$

oder $\sigma_e = n \cdot \sigma_b$.

Dieselbe Gleichung läßt sich auch für eine Zugbeanspruchung ableiten. Es ergibt sich also der folgende Satz:

Die Eisenspannung ist das $n$fache der Betonspannung an gleicher Stelle.

Nach den „amtlichen Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen in Eisenbeton bei Hochbauten vom 24. Mai 1907“ ist

$$n = 15$$

anzunehmen entsprechend den Werten

$$E_e = 2100000 \text{ und } E_b = 140000.$$

2. Festigkeit von Beton und Eisen. Druckfestigkeit des Betons.

Die Druckfestigkeit des Betons ist abhängig von dem Mischungsverhältnis seiner Bestandteile, von dem Wassergehalt beim Stampfen, von der Güte der Stampfarbeit, von der Güte und Festigkeit der Bestandteile und von dem Alter des Betons. Nach Versuchen von R. Dyckerhoff*) ist folgende Tabelle zusammengestellt:

Mischungsverhältnis in Raumteilen				Druckfestigkeit kg/qcm
Alter	Zement	Sand	Kies	
28 Tage	1	2	—	152
28 „	1	2	3	196
28 „	1	2	5	171
28 „	1	—	5	70
28 „	1	3	—	99
28 „	1	3	5	117
28 „	1	4	—	75
28 „	1	4	5	91

*) Siehe Portlandzement und seine Anwendungen, 1899, S. 95.

Aus der Tabelle ergibt sich, daß die Betone mit Kiesgehalt den eigentlichen Mörteln aus Zement und Sand überlegen sind.

Der verwendete Zement hatte nach der Normenprobe eine Zugfestigkeit von 16,3 kg/cm².

Die Festigkeit des Betons nimmt mit dem Wasserzusatz ab. Man unterscheidet erdfeuchten und weichen oder plastischen Beton. Bei letzterem ist der Wasserzusatz so bemessen, daß die Betonmasse auf der Schaufel noch nicht fließt, sondern ihre Form bewahrt.

Aus folgender Zusammenstellung*) ist der Einfluß des Wasserzusatzes und des Alters des Betons auf seine Festigkeit zu erkennen.

Erhärtungsdauer	10 % Wasser			12 % Wasser			15 % Wasser		
	Zug	Druck	$\frac{\text{Druck}}{\text{Zug}}$	Zug	Druck	$\frac{\text{Druck}}{\text{Zug}}$	Zug	Druck	$\frac{\text{Druck}}{\text{Zug}}$
7 Tge.	20,0	202,5	10,1	13,8	107,5	7,8	10,1	55,0	5,4
28 „	26,1	285,0	10,9	22,9	160,0	7,0	18,3	100,0	5,5
90 „	28,6	355,0	12,4	25,8	207,5	8,0	23,0	150,0	6,5
180 „	32,1	380,0	11,8	26,8	225,0	8,4	22,6	170,0	7,5

Zugfestigkeit des Betons. Die Zugfestigkeit ist in derselben Weise vom Mischungsverhältnis und Wassergehalt, von der Sorgfalt des Stampfens und der Wahl der Stoffe abhängig, wie die Druckfestigkeit. Dieselbe ist bei nicht zu nassen Mischungen etwa der zehnte bis zwölfte Teil der Druckfestigkeit.

Schubfestigkeit des Betons. Die Schubfestigkeit des Betons ist etwas größer als die Zugfestigkeit desselben, sie beträgt etwa den 1,2- bis 1,5fachen Wert derselben.

Biegungsfestigkeit des Betons. Die Biegungsfestigkeit des Betons ist das 2- bis 3fache seiner Zugfestigkeit. Diese Erscheinung ist durch das verschiedene Verhalten des Betons gegen Zug oder Druck begründet.

Festigkeit des Eisens. Für die Eisenbetonkonstruktionen kommt fast nur Flußeisen in Gestalt von Rundeisen in Frage. Die Druck- und Zugfestigkeit ist im Mittel 4000 kg/qm, seine Streckgrenze, bis zu welcher sich die Formänderungen in derselben Weise wie die Spannungen ändern, liegt zwischen 2500 und 3000 kg/qcm.

Haftfestigkeit. Die Haftfestigkeit zwischen Beton und Eisen oder der Gleitwiderstand nimmt ebenfalls mit der Güte des Betons

*) Siehe Portlandzement und seine Anwendungen, 1899, S. 19.

zu und mit dem Wasserzusatz ab. Die aus Versuchen gewonnenen Haftfestigkeitszahlen sind daher ebenfalls sehr verschieden.

Man kann die Haftfestigkeit im Mittel zu 15—30 kg/cm² annehmen.

Durch Umbiegen der Enden der Rundeisen und durch Umschnüren des die Eisen einhüllenden Betons durch Bügel oder Spiralen wird der Widerstand gegen das Herausziehen der Eiseneinlagen aus dem Beton bedeutend erhöht.

3. Zulässige Beanspruchungen des Eisenbetons und Berechnungsannahmen.

Die amtlichen Bestimmungen vom 24. Mai 1907 enthalten folgende Bestimmungen:

I. Die Betonzugspannungen sind zu vernachlässigen.

II. Bei den auf Biegung beanspruchten Bauteilen soll die Druckfestigkeit des Betons den sechsten Teil seiner Bruchfestigkeit nicht übersteigen.

III. In Stützen darf der Beton mit nicht mehr als dem zehnten Teil seiner Bruchfestigkeit beansprucht werden.

IV. Die Schubspannung des Betons darf das Maß von 4,5 kg/qcm nicht überschreiten. Wird größere Schubfestigkeit nachgewiesen, so darf die auftretende Spannung nicht über ein Fünftel dieser Festigkeit hinausgehen.

V. Die Haftspannung darf die zulässige Schubspannung nicht überschreiten.

VI. Die Zug- und Druckspannung des Eisens darf den Betrag von 1000 kg/qcm nicht übersteigen.

VII. Das Gewicht des Betons einschließlich der Eiseneinlagen ist zu 2400 kg für das Kubikmeter anzunehmen, sofern nicht ein anderes Gewicht nachgewiesen wird. Bei Decken ist außer dem Gewicht der tragenden Bauteile das Gewicht der zur Bildung des Fußbodens dienenden Bauteile nach bekannten Einheitssätzen zu ermitteln.

Da die zulässige Beanspruchung als Teil der Bruchfestigkeit des Betons vorgeschrieben ist, so empfiehlt es sich, nach Erfahrungswerten die für bestimmte zulässige Spannungen erforderlichen Mischungsverhältnisse festzusetzen.

Für auf Biegung beanspruchte Bauteile, welche nach den amtlichen Bestimmungen berechnet werden, können die Mischungsverhältnisse nach folgender Zusammenstellung gewählt werden:

Betondruck-spannung	Zement kg pro cbm: fertigen Beton	Angenähertes Mischungsverhältnis
bis 25 kg/cm²	250	1 : 6
„ 30 „	275	1 : $5\frac{1}{2}$
„ 35 „	300	1 : 5
„ 40 „	330	1 : $4\frac{1}{2}$
bis 45 kg/cm²	360	1 : 4

In der Regel werden Eisenbetonplatten mit 40 kg/qcm Druckbeanspruchung ausgeführt, welche also einen Zementgehalt von 330 kg pro cbm fertigen Beton erfordern.

Die Balken von Plattenbalken sind in etwas fetterer Mischung (1 : 4) auszuführen, weil infolge der zahlreichen Eiseneinlagen das Stampfen erschwert ist und daher ein größerer Wassergehalt gewählt wird.

Aus demselben Grunde wird die fettere Mischung für Eisenbetonsäulen gewählt. Diese sind trotz der besseren Mischung nur mit 25 bis 30 kg/qcm Druckbeanspruchung zu berechnen, weil nach den amtlichen Bestimmungen eine 10fache Sicherheit verlangt wird.

III. Berechnung der Eisenbetonplatten.

Die statische Berechnung kann nach zwei Gesichtspunkten geschehen.

Entweder sind für eine gegebene Belastung unter Einhaltung der zulässigen Spannungen die Abmessungen einer Konstruktion festzustellen, oder es sind in einer Konstruktion die infolge einer Belastung auftretenden Spannungen nachzuweisen.

Die erste Aufgabe ist die wichtigere.

Im folgenden sollen beide Aufgaben getrennt behandelt werden. Wir bezeichnen die erste Aufgabe als diejenige der Querschnittsermittelung, die zweite als diejenige der Spannungsberechnung.

A. Querschnittsermittelung.

Die Annahmen der Berechnung sind folgende:

1. Die Betonzugspannungen sind zu vernachlässigen.
2. Das Eisen ist mit dem $n = 15$fachen Werte einzuführen.
3. Die Druckspannungen wachsen in gleichem Verhältnis mit dem Abstand von der Nullinie, die Querschnitte sind auch nach der Biegung als eben anzunehmen.

In Fig. 3 ist ein Eisenbetonquerschnitt einer auf Biegung beanspruchten Platte dargestellt in Verbindung mit dem zugehörigen Spannungsdiagramm.

Die Bezeichnungen haben folgende Bedeutung:

σ_d Druckspannung in der Druckkante des Betons,
σ_e Zugspannung in der Eiseneinlage,
x Breite der Druckzone,
h statische Höhe der Eisenbetonplatte, d. i. der Abstand des Schwerpunktes der Eiseneinlage von der Druckkante,
h_1 der Abstand des Druckmittelpunktes vom Schwerpunkt der Eiseneinlage oder der Hebelarm der inneren Kräfte,
b die Breite des Eisenbetonquerschnittes,
f_e der Querschnitt der auf die Breite b entfallenden Eiseneinlagen.

Aus den oben gemachten Annahmen folgt, daß die im Spannungsdiagramm an der Stelle der Eiseneinlagen verzeichnete Spannung gleich dem 15. Teile der hier auftretenden Eisenspannung ist. Wegen der Kleinheit der Eiseneinlagen kann angenommen werden, daß die Eisenzugspannung sich gleichmäßig über den Eisenquerschnitt verteilt.

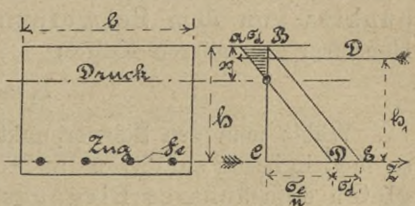

Fig. 3.

Die Nullinie liegt nicht mehr in der Mitte des Balkens, sondern ist von der Größe des Eisenquerschnittes und des hierdurch bedingten Verhältnisses der Spannungen σ_d und σ_e abhängig.

Für die statische Berechnung kommt nur die statische Höhe h in Frage. Zur vollständigen Einhüllung der Eisen im Beton ist noch unter der Eiseneinlage eine Betonschicht anzuordnen, deren Dicke für Platten nicht unter 1 cm, für Plattenbalken nicht unter 2 cm betragen soll.

Der Gang der Berechnung ist folgender: Zunächst wird x nach σ_d, σ_e und h ausgedrückt.

Man zieht im Spannungsdiagramm (Fig. 3) die Gerade $BE \parallel AD$. Dann ist wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke AOB und CBE:

$$\frac{AB}{CE} = \frac{OB}{BC}$$

oder

$$\frac{\sigma_d}{\sigma_d + \frac{\sigma_e}{15}} = \frac{x}{h}$$

oder

$$x = \frac{\sigma_d}{\sigma_d + \frac{\sigma_e}{15}} \cdot h,$$

z. B. für
$$\sigma_d = 40 \text{ kg/cm}^2$$
$$\sigma_e = 1000 \text{ kg/cm}^2$$
ist
$$x = \frac{40}{40 + \frac{1000}{15}} h = \frac{600}{1600} h = \frac{3}{8} h.$$

Nunmehr wird das Widerstandsmoment in bezug auf die Druckkante berechnet.

Im Spannungsdiagramm ist die Darstellung der Druckspannungen ein Dreieck. Für die Breite des Querschnittes b ist daher die Summe aller Druckspannungen:
$$D = \frac{bx}{2} \cdot \sigma_d \cdot$$

Der Angriffspunkt der Resultierenden D liegt wegen der Dreieckform des Spannungsdiagrammes im Abstande $\frac{x}{3}$ von der Druckkante entfernt. Daher ist die Entfernung dieses Druckmittelpunktes von dem Schwerpunkt der Eiseneinlage oder der Hebelarm der inneren Kräfte:
$$h_1 = h - \frac{x}{3} \cdot$$

Wählt man den Schwerpunkt der Eiseneinlagen als Drehpunkt, so muß in bezug auf diesen das Moment der inneren Spannungen gleich dem äußeren Biegungsmoment sein.

Daher ist
$$D \cdot h_1 = M$$
oder
$$\sigma_d \cdot \frac{bx}{2} \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right) = M$$
und
$$b \frac{x}{2} \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right) = \frac{M}{\sigma_d} \cdot$$

Der Ausdruck auf der linken Seite der Gleichung hat die Bedeutung des Widerstandsmomentes des Eisenbetonquerschnittes bezogen auf die Druckkante, weil die rechte Seite den Quotienten $\frac{\text{Biegungsmoment}}{\text{größte Druckspannung}}$ darstellt. Die Dimension ist cm^3.

Es ist also:
$$W_d = \frac{bx}{2} \left(h - \frac{x}{3}\right).$$

Für $\sigma_d = 40 \text{ kg/cm}^2$ und $\sigma_e = 1000 \text{ kg/cm}^2$ ist
$$W_d = \frac{b}{2} \cdot \frac{3}{8} h \left(h - \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} h\right)$$
$$= \frac{3 \cdot 7}{2 \cdot 8 \cdot 8} \cdot bh^2$$
$$= \frac{21}{128} \cdot bh^2$$
$$= 0{,}164 bh^2$$
$$= \sim \frac{1}{6} bh^2 \cdot$$

Allgemein wird für beliebige Spannungen σ_d und σ_e:

$$W_d = \alpha \cdot b \cdot h^2.$$

In dieser Form ist das Widerstandsmoment einer Eisenbetonplatte in derselben Weise ausgedrückt, wie bei einem gewöhnlichen Balken (z. B. $W = \frac{b h^2}{6}$ für rechteckigen Querschnitt).

Das Widerstandsmoment wird benutzt, um eine Formel für die statische Höhe h zu erhalten:

Aus

$$\alpha b h^2 = \frac{M}{\sigma_d}$$

ergibt sich

$$h^2 = \frac{M}{\alpha \cdot b \cdot \sigma_d}$$

oder

$$h = \sqrt{\frac{M}{\alpha \cdot b \cdot \sigma_d}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{\alpha \cdot \sigma_d}} \cdot \sqrt{\frac{M}{b}};$$

$\frac{M}{b}$ ist das auf die Breiteneinheit bezogene Biegungsmoment.

Für $\sigma_d = 40$ kg/cm² und $\sigma_e = 1000$ kg/cm² ist $\alpha = 0{,}164$.

Daher ist:

$$h = \sqrt{\frac{1}{0{,}164 \cdot 40}} \cdot \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{6{,}56}} \cdot \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$= \sqrt{0{,}1524} \cdot \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$= 0{,}390 \sqrt{\frac{M}{b}}.$$

Nunmehr ist noch der erforderliche Eisenquerschnitt zu bestimmen. Er ergibt sich aus der Gleichung der inneren Kräfte:

$$Z = D$$

oder

$$\sigma_e \cdot f_e = \frac{b x}{2} \cdot \sigma_d$$

$$f_e = \frac{b x}{2} \cdot \frac{\sigma_d}{\sigma_e}.$$

Für $\sigma_d = 40$ kg/cm² und $\sigma_e = 1000$ kg/cm² ist also

$$f_e = \frac{b}{2} \cdot \frac{3}{8} \cdot h \cdot \frac{40}{1000}$$

$$= \frac{15 b \cdot h}{2000} = \frac{0{,}75}{100} \cdot b h.$$

Der Eisenquerschnitt ist also $0{,}750\,\%$ des Rechteckes aus der Breite b und der Höhe h.

Führt man b in m ein, so ist:

$$f_e = 0{,}750\, b \cdot h.$$

In der Regel berechnet man den Eisenquerschnitt für 1 m Breite, so daß

$$\underset{\text{qcm}}{f_e} = \underset{\text{cm}}{0{,}750\, h} \quad \text{ist.}$$

Man kann auch den Eisenquerschnitt als Funktion des Biegungsmomentes $\frac{M}{b}$ angeben.

In die Gleichung $f_e = 0{,}750\, \frac{bh}{100}$ wird der zugehörige Wert $h = 0{,}390 \sqrt{\frac{M}{b}}$ eingesetzt, so daß man erhält:

$$f_e = 0{,}750 \cdot 0{,}390 \sqrt{\frac{M}{b}} \cdot \left(\frac{b}{100}\right)$$

$$= 0{,}293 \sqrt{\frac{M}{b}} \cdot \left(\frac{b}{100}\right).$$

Statt $\frac{b}{100}$ kann man auch b in m einsetzen.

In der Regel pflegt man das Biegungsmoment und den Eisenquerschnitt für 1 m Breite zu berechnen, dann erhält man:

$$h = 0{,}390 \sqrt{M}$$

$$\text{und } f_e = 0{,}293 \sqrt{M}.$$

In diesen Gleichungen ist das Biegungsmoment in m kg für 1 m Plattenbreite einzusetzen.

Für die Berechnung der Schub- und Haftspannungen*), deren Nachweis bei Eisenbetonplatten gewöhnlich nicht erforderlich ist, ist der Wert h_1 wichtig.

Für die angenommenen Spannungen ist

$$h_1 = h - \frac{x}{3} = h - \frac{1}{8} h = \frac{7}{8} h,$$

$$h_1 = 0{,}875\, h.$$

In folgender Tabelle I sind für verschiedene Werte von σ_d zwischen 20 und 45 kg/cm² und für $\sigma_e = 800$ bis 1000 kg/qcm die Werte von x, h_1, h und f_e zusammengestellt.

---

*) Siehe Abschnitt V, Berechnung der Schub- und Haftspannungen.

Tabelle I.

σ_e	σ_d	x	h_1	$h=a\sqrt{M}$	$h=\frac{a}{\sqrt{8}}l\sqrt{q}$	$f_e=b\sqrt{M}$	$f_e=\mu\frac{b\,h}{100}$
1000	45	0,403 h	0,866 h	0,357 $\sqrt{M}$	0,126 $l\sqrt{q}$	0,324 $\sqrt{M}$	0,907 $\cdot\frac{b\,h}{100}$
1000	44	0,398 h	0,867 h	0,363 $\sqrt{M}$	0,128 $l\sqrt{q}$	0,317 $\sqrt{M}$	0,876 %
1000	43	0,392 h	0,869 h	0,369 $\sqrt{M}$	0,131 $l\sqrt{q}$	0,312 $\sqrt{M}$	0,845 %
1000	42	0,387 h	0,871 h	0,376 $\sqrt{M}$	0,133 $l\sqrt{q}$	0,306 $\sqrt{M}$	0,813 %
1000	41	0,381 h	0,873 h	0,383 $\sqrt{M}$	0,135 $l\sqrt{q}$	0,300 $\sqrt{M}$	0,781 %
1000	40	0,375 h	0,875 h	0,390 $\sqrt{M}$	0,138 $l\sqrt{q}$	0,293 $\sqrt{M}$	0,750 %
1000	39	0,369 h	0,877 h	0,398 $\sqrt{M}$	0,141 $l\sqrt{q}$	0,287 $\sqrt{M}$	0,720 %
1000	38	0,363 h	0,879 h	0,406 $\sqrt{M}$	0,144 $l\sqrt{q}$	0,280 $\sqrt{M}$	0,690 %
1000	37	0,357 h	0,881 h	0,414 $\sqrt{M}$	0,147 $l\sqrt{q}$	0,274 $\sqrt{M}$	0,661 %
1000	36	0,351 h	0,883 h	0,423 $\sqrt{M}$	0,150 $l\sqrt{q}$	0,267 $\sqrt{M}$	0,632 %
1000	35	0,344 h	0,885 h	0,433 $\sqrt{M}$	0,153 $l\sqrt{q}$	0,261 $\sqrt{M}$	0,603 %
1000	34	0,338 h	0,887 h	0,443 $\sqrt{M}$	0,157 $l\sqrt{q}$	0,254 $\sqrt{M}$	0,575 %
1000	33	0,331 h	0,890 h	0,453 $\sqrt{M}$	0,160 $l\sqrt{q}$	0,248 $\sqrt{M}$	0,548 %
1000	32	0,325 h	0,892 h	0,464 $\sqrt{M}$	0,164 $l\sqrt{q}$	0,242 $\sqrt{M}$	0,520 %
1000	31	0,318 h	0,894 h	0,477 $\sqrt{M}$	0,168 $l\sqrt{q}$	0,235 $\sqrt{M}$	0,493 %
1000	30	0,310 h	0,897 h	0,490 $\sqrt{M}$	0,173 $l\sqrt{q}$	0,228 $\sqrt{M}$	0,465 %
1000	29	0,303 h	0,899 h	0,504 $\sqrt{M}$	0,178 $l\sqrt{q}$	0,221 $\sqrt{M}$	0,440 %
1000	28	0,296 h	0,901 h	0,518 $\sqrt{M}$	0,183 $l\sqrt{q}$	0,214 $\sqrt{M}$	0,414 %
1000	27	0,288 h	0,904 h	0,534 $\sqrt{M}$	0,189 $l\sqrt{q}$	0,207 $\sqrt{M}$	0,389 %
1000	26	0,280 h	0,907 h	0,550 $\sqrt{M}$	0,195 $l\sqrt{q}$	0,200 $\sqrt{M}$	0,364 %
1000	25	0,273 h	0,909 h	0,569 $\sqrt{M}$	0,201 $l\sqrt{q}$	0,194 $\sqrt{M}$	0,341 %
1000	24	0,265 h	0,912 h	0,588 $\sqrt{M}$	0,208 $l\sqrt{q}$	0,187 $\sqrt{M}$	0,318 %
1000	23	0,257 h	0,914 h	0,610 $\sqrt{M}$	0,216 $l\sqrt{q}$	0,180 $\sqrt{M}$	0,295 %
1000	22	0,248 h	0,917 h	0,632 $\sqrt{M}$	0,224 $l\sqrt{q}$	0,173 $\sqrt{M}$	0,273 %
1000	21	0,239 h	0,920 h	0,659 $\sqrt{M}$	0,233 $l\sqrt{q}$	0,166 $\sqrt{M}$	0,251 %
1000	20	0,230 h	0,923 h	0,686 $\sqrt{M}$	0,243 $l\sqrt{q}$	0,159 $\sqrt{M}$	0,232 %
1000	19	0,222 h	0,926 h	0,714 $\sqrt{M}$	0,253 $l\sqrt{q}$	0,151 $\sqrt{M}$	0,211 %
1000	18	0,213 h	0,929 h	0,748 $\sqrt{M}$	0,265 $l\sqrt{q}$	0,144 $\sqrt{M}$	0,192 %
1000	17	0,203 h	0,932 h	0,786 $\sqrt{M}$	0,278 $l\sqrt{q}$	0,136 $\sqrt{M}$	0,173 %
1000	16	0,194 h	0,935 h	0,828 $\sqrt{M}$	0,293 $l\sqrt{q}$	0,129 $\sqrt{M}$	0,155 %
1000	15	0,184 h	0,939 h	0,876 $\sqrt{M}$	0,310 $l\sqrt{q}$	0,121 $\sqrt{M}$	0,138 %
1000	14	0,174 h	0,942 h	0,932 $\sqrt{M}$	0,329 $l\sqrt{q}$	0,114 $\sqrt{M}$	0,122 %
1000	13	0,163 h	0,946 h	0,996 $\sqrt{M}$	0,352 $l\sqrt{q}$	0,107 $\sqrt{M}$	0,107 %
1000	12	0,153 h	0,949 h	1,07 $\sqrt{M}$	0,378 $l\sqrt{q}$	0,099 $\sqrt{M}$	0,092 %
1000	11	0,142 h	0,953 h	1,16 $\sqrt{M}$	0,410 $l\sqrt{q}$	0,091 $\sqrt{M}$	0,078 %
1000	10	0,130 h	0,957 h	1,27 $\sqrt{M}$	0,449 $l\sqrt{q}$	0,083 $\sqrt{M}$	0,065 %
900	40	0,400 h	0,867 h	0,380 $\sqrt{M}$	0,134 $l\sqrt{q}$	0,337 $\sqrt{M}$	0,887 %
900	35	0,368 h	0,877 h	0,420 $\sqrt{M}$	0,148 $l\sqrt{q}$	0,302 $\sqrt{M}$	0,719 %
900	30	0,333 h	0,889 h	0,475 $\sqrt{M}$	0,168 $l\sqrt{q}$	0,263 $\sqrt{M}$	0,554 %
900	25	0,294 h	0,902 h	0,549 $\sqrt{M}$	0,194 $l\sqrt{q}$	0,224 $\sqrt{M}$	0,408 %
900	20	0,250 h	0,917 h	0,660 $\sqrt{M}$	0,233 $l\sqrt{q}$	0,184 $\sqrt{M}$	0,279 %

Tabelle I. (Fortsetzung.)

σ_e	σ_d	x	h_1	$h = a\sqrt{M}$	$h = \frac{a}{\sqrt{8}} l \sqrt{q}$	$f_e = b\sqrt{M}$	$f_e = \mu \frac{bh}{100}$
800	40	0,429 h	0,857 h	0,367 $\sqrt{M}$	0,130 $l\sqrt{q}$	0,397 $\sqrt{M}$	1,08 %
800	35	0,396 h	0,868 h	0,408 $\sqrt{M}$	0,144 $l\sqrt{q}$	0,353 $\sqrt{M}$	0,865 %
800	30	0,360 h	0,880 h	0,459 $\sqrt{M}$	0,159 $l\sqrt{q}$	0,309 $\sqrt{M}$	0,673 %
800	25	0,319 h	0,894 h	0,530 $\sqrt{M}$	0,187 $l\sqrt{q}$	0,264 $\sqrt{M}$	0,498 %
800	20	0,273 h	0,909 h	0,635 $\sqrt{M}$	0,224 $l\sqrt{q}$	0,217 $\sqrt{M}$	0,342 %

Die Formeln lassen sich bei gleichmäßig verteilter Belastung noch vereinfachen.

Für den Balken auf zwei Stützen ist bei freier Auflagerung der Enden:

$$M = q\frac{l^2}{8}$$

$$\sqrt{M} = \frac{\sqrt{q}}{\sqrt{8}} l$$

$$= 0{,}354\, l\sqrt{q}$$

für $\sigma_d = 40$ kg/cm², $\sigma_e = 1000$ kg/cm²

ist

$$h = 0{,}390\sqrt{M}$$

$$h = 0{,}390 \cdot 0{,}354\, l\sqrt{q}$$

$$h = 0{,}138\, l\sqrt{q}.$$

Setzt man $\sqrt{q}$ für verschiedene Werte von q ein, so erhält man $h = cl$.

Tabelle II.

e	σ_d	x	h_1	$h = \frac{a}{8} l\sqrt{q}$	$q = 300$ kg	400 kg	500 kg
1000 kg	45 kg	0,403 h	0,866 h	0,126 $l\sqrt{q}$	2,18 l	2,52 l	2,82 l
1000 kg	40 kg	0,375 h	0,875 h	0,138 $l\sqrt{q}$	2,39 l	2,76 l	3,08 l
1000 kg	35 kg	0,344 h	0,885 h	0,153 $l\sqrt{q}$	2,65 l	3,06 l	3,42 l
1000 kg	30 kg	0,310 h	0,897 h	0,173 $l\sqrt{q}$	3,00 l	3,46 l	3,86 l
1000 kg	25 kg	0,273 h	0,909 h	0,201 $l\sqrt{q}$	3,48 l	4,02 l	4,49 l
1000 kg	20 kg	0,230 h	0,923 h	0,243 $l\sqrt{q}$	4,20 l	4,86 l	5,43 l
1000 kg	15 kg	0,184 h	0,939 h	0,310 $l\sqrt{q}$	5,37 l	6,20 l	6,93 l
1000 kg	10 kg	0,130 h	0,957 h	0,449 $l\sqrt{q}$	7,77 l	8,98 l	10,0 l
pro qcm	pro qcm	x u. h in cm	h_1 u. h in cm	l in m q in kg			

Die verschiedenen Werte von c für verschiedene Spannungen und Belastungen sind aus Tabelle II zu entnehmen. Hierbei ist h in cm abzulesen, wenn man l in m und q in kg/qm einsetzt.

Bei der Benutzung dieser Tabellen sind noch folgende Bestimmungen zu beachten.

1. Bei frei aufliegenden Platten ist die Freilänge zuzüglich der Deckenstärke, bei durchgehenden Platten die Entfernung zwischen den Mitten der Stützen als Stützweiten l in die Rechnung einzuführen. Die letztere Bestimmung gilt auch für Decken zwischen eisernen Trägern.
2. Bei Platten, die über mehrere Felder durchgehen, darf das Moment in den Feldmitten zu vier Fünfteln des Wertes angenommen werden, der bei einer auf zwei Stützen frei aufliegenden Platte vorhanden sein würde. Dieselbe Bestimmung gilt für Deckenplatten, die beiderseits auf den unteren Flanschen eiserner Träger aufruhen und dicht an die Stege dieser Träger anschließen.*) Diese Decken sind also nach der Formel $M = \frac{Ql}{10}$ zu berechnen.

Sollen für diesen Fall die Tabellenwerte in der Form $h = cl$, welche für $M = \frac{Ql}{8}$ berechnet werden, benutzt werden, so sind die ermittelten h Werte noch mit:

*) Erlaß vom 6. Mai 1904 des Ministers der öffentlichen Arbeiten an den Polizeipräsidenten von Berlin: Decken, die beiderseits auf den unteren Flanschen eiserner Träger aufruhen und dicht an die Stege dieser Träger anschließen, dürfen als halb eingespannt angesehen, also nach der Formel $M = p\frac{l^2}{10}$ berechnet werden.

$h = c \cdot l$							$f_e = \frac{\mu}{100} b \cdot h$
600 kg	700 kg	800 kg	900 kg	1000 kg	1100 kg	1200 kg/qm	
3,08 l	3,34 l	3,56 l	3,78 l	3,98 l	4,18 l	4,37 l	0,907 %
3,38 l	3,66 l	3,90 l	4,14 l	4,37 l	4,58 l	4,78 l	0,750 %
3,75 l	4,06 l	4,33 l	4,59 l	4,83 l	5,08 l	5,30 l	0,603 %
4,23 l	4,58 l	4,89 l	5,19 l	5,47 l	5,73 l	5,98 l	0,465 %
4,92 l	5,32 l	5,68 l	6,03 l	6,36 l	6,67 l	6,96 l	0,341 %
5,95 l	6,43 l	6,87 l	7,29 l	7,68 l	8,06 l	8,42 l	0,232 %
7,59 l	8,20 l	8,76 l	9,30 l	9,80 l	10,3 l	10,8 l	0,138 %
11,0 l	11,9 l	12,7 l	13,5 l	14,2 l	14,9 l	15,6 l	0,065 %
l in m, h in cm.							f_e in q cm.

$$\sqrt{\frac{8}{10}} = \sqrt{0{,}80} = 0{,}894$$

zu multiplizieren.

Die für gegebene Werte von h und f_e nach der Tabelle berechneten zulässigen Spannweiten sind noch mit

$$\sqrt{\frac{10}{8}} = \sqrt{1{,}25} = 1{,}12$$

zu multiplizieren, wenn die Decke zwischen eisernen Trägern mit festem Anschluß an den Steg ausgeführt ist oder über mehrere Stützen wegläuft (halbe Einspannung).

Für das Gedächtnis merke man sich folgende etwas zu günstige Regel:

> Im Falle halber Einspannung kann die Deckenstärke 10 % kleiner, oder die Spannweite 10 % größer sein als bei freier Auflagerung.

Beispiele. 1. Eine frei aufliegende Deckenplatte mit einfachen Eiseneinlagen und 2,00 m Spannweite hat eine Nutzlast von 1000 kg/qm. Die Deckenplatte soll für die Spannungen $\sigma_d = 40$ kg/cm² und $\sigma_e = 1000$ kg/cm² berechnet werden. Es wird eine Plattenstärke von 15 cm für die Berechnung des Eigengewichtes angenommen.

Belastung pro qm:

Eigengewicht	$15 \cdot 24 =$	360 kg
20 cm Überschüttung mit gewalzter Schlacke	$20 \cdot 6 =$	120 kg
2 cm Estrich	$2 \cdot 20 =$	40 kg
		520 kg

Nutzlast 1000 kg/qm, für Erschütterungen Zuschlag 50 %.

500 kg/qm

1500 kg/qm.

Spannweite $l = 2{,}15$ m.

Biegungsmoment in mkg:

$$M = \frac{520 + 1500}{8} \cdot 2{,}15^2$$

$$= 1167 \text{ mkg}$$

$$\sqrt{M} = \sqrt{1167} = 34{,}2$$

für $\sigma_d = 40$ kg/cm², $\sigma_e = 1000$ kg/cm²

ist $h = 0{,}39 \cdot \sqrt{M} = 0{,}39 \cdot 34{,}2 = 13{,}4$ cm.

Der Eisenquerschnitt ist:

$$f_e = 0{,}750 \cdot h = 0{,}750 \cdot 13{,}4 = 10{,}0 \text{ qcm}.$$

Gewählt wurden:

9 Rundeisen mit 12 mm Φ und

$$f_e = 9 \cdot 1{,}13 = 10{,}2 \text{ cm}^2.$$

Als Deckenstärke wird 15 cm gewählt, so daß die Eiseneinlagen 1,6 cm von der Unterkante entfernt sind. (Fig. 4.)

Beispiel 2. Ein Raum von 2,3 m Lichtweite und 250 kg/qm Nutzlast soll durch eine Eisenbetonplatte überdeckt werden. Über der tragenden Eisenbetonplatte befindet sich eine Sandschicht von 2 cm, darüber ein Gipsestrich von 2 cm Stärke mit Linoleumbelag. Die Deckenplatte wird zur Schätzung des Eigengewichtes 12 cm stark angenommen.

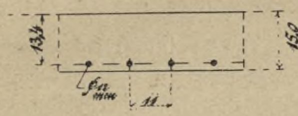

Fig. 4.

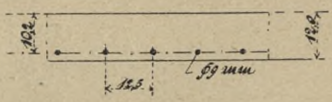

Fig. 5.

Belastung.

Eigengewicht	$12 \cdot 24 =$	288 kg/qm
Sand	$2 \cdot 16 =$	32 „
Gipsestrich	$2 \cdot 10 =$	20 „
Deckenputz, Linoleum	rd. $=$	20 „
	Sa.	360 kg/qm
Nutzlast		250 „
	zusammen	610 kg/qm

für $\sigma_d = 30$ kg/cm², $\sigma_e = 1000$ kg/cm²

ist
$$h = 4{,}23\, l = 4{,}23 \cdot (2{,}3 + 0{,}1)$$
$$= 4{,}23 \cdot 2{,}4 = 10{,}2 \text{ cm}.$$

Die Auflagerlänge ist hierbei mit 10 cm eingeführt.

Der Eisenquerschnitt ist:

$$f_e = 0{,}465 \cdot h = 0{,}465 \cdot 10{,}2 = 4{,}75 \text{ cm}^2.$$

Gewählt werden 8 Rundeisen à 9 mm Φ mit $f_e = 5{,}08$ cm². (Fig. 5.) Die Deckenstärke genügt mit 12 cm.

Beispiel 3. Für ein Biegungsmoment von 432000 cmkg ist ein Eisenbetonbalken von 50 cm Breite zu berechnen. Die Höhe der Balken soll 46 cm betragen.

Das Biegungsmoment wirkt auf eine Balkenbreite von 50 cm. Die berechneten Formeln gelten für Breiten von 1 m. Daher muß das Biegungsmoment reduziert werden auf:

$$M = \frac{432000}{0{,}5} = 864000 \text{ cmkg}$$
$$= 8640 \text{ mkg}$$
$$\sqrt{M} = \sqrt{8640} = 93.$$

Um die verfügbare Höhe ausnutzen zu können, nehmen wir die statische Höhe zu 43 cm an und bestimmen in der Höhenformel:

$$h = a\sqrt{M}$$

den Wert $$a = \frac{h}{\sqrt{M}} = \frac{43}{93} = 0{,}462.$$

Diesem Wert entspricht die Formel:

$$h = 0{,}464 \cdot \sqrt{M} = 0{,}464 \cdot 93 = 43{,}2 \text{ cm}$$

und der Eisenquerschnitt:

$$f_e = 0{,}242\sqrt{M} \cdot b = 0{,}242 \cdot 93 \cdot 0{,}5$$
$$= 11{,}2 \text{ cm}^2.$$

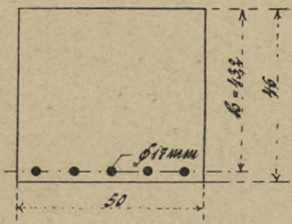

Fig. 6.

Gewählt werden 5 Rundeisen à 17 mm Φ mit $f_e = 11{,}35$ cm². (Fig. 6.)

In der Formel für den Eisenquerschnitt ist die richtige Breite b in m einzusetzen.

Den benutzten Formeln entsprechen die Spannungen:

$$\sigma_d = 32 \text{ kg/cm}^2 \text{ und } \sigma_e = 1000 \text{ kg/cm}^2.$$

B. Spannungsberechnung.

Ist der Querschnitt gegeben, so sind für die Belastung die Spannungen zu berechnen.

Zunächst ist die Höhe der Druckzone zu ermitteln. In der Gleichung für x dürfen aber nur Querschnittsgrößen und keine Spannungen vorkommen.

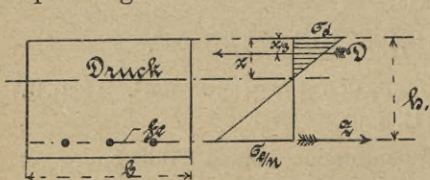

Fig. 7.

Die Nullinie muß durch den Schwerpunkt des Eisenbetonquerschnittes gehen. Bei der Schwerpunktsbestimmung ist jedoch der gezogene Teil des Betonquerschnittes auszuschalten.

In bezug auf die Nullinie muß daher das statische Moment des gedrückten Betonquerschnittes gleich dem statischen Moment des Eisenquerschnittes sein, wobei letzterer mit dem $n = 15$ fachen Werte einzuführen ist. — Die Bezeichnungen sind aus Fig. 7 zu ersehen.

Es ist also:

$$\frac{b\,x^2}{2} = n \cdot f_e \cdot (h - x)$$

oder
$$\frac{b\,x^2}{2} + n \cdot f_e \cdot x = n \cdot f_e \cdot h$$

oder
$$x^2 + 2 \cdot \frac{n \cdot f_e}{b} \cdot x = 2 \cdot \frac{n \cdot f_e \cdot h}{b}.$$

Setzt man
$$\frac{n \cdot f_e}{b} = A, \quad \frac{2n \cdot f_e}{b} \cdot h = B,$$

so ist
$$x^2 + 2Ax = B$$

oder
$$x = -A + \sqrt{A^2 + B} = -\frac{n \cdot f_e}{b} + \sqrt{\frac{n^2 \cdot f_e^2}{b^2} + 2 \cdot \frac{n \cdot f_e}{b} \cdot h}.$$

Statt $\frac{2n \cdot f_e}{b} \cdot h$ kann man auch schreiben:
$$\frac{n^2 \cdot f_e^2}{b^2} \cdot \frac{2h \cdot b}{n \cdot f_e}.$$

Dann erhält man:
$$x = -\frac{n \cdot f_e}{b} + \sqrt{\frac{n^2 \cdot f_e^2}{b^2}\left(1 + \frac{2hb}{n \cdot f_e}\right)}$$

oder
$$x = -\frac{n \cdot f_e}{b} + \frac{n \cdot f_e}{b}\sqrt{1 + \frac{2h \cdot b}{n \cdot f_e}}$$

$$x = \frac{n \cdot f_e}{b}\left[\sqrt{1 + \frac{2h \cdot b}{n \cdot f_e}} - 1\right],$$

mit $n = 15$ und $b = 100$ erhält man
$$x = \frac{15 f_e}{100}\left[\sqrt{1 + \frac{200h}{15 f_e}} - 1\right].$$

Aus der Momentengleichung in bezug auf den Schwerpunkt des Eisenquerschnittes
$$\sigma_d \cdot \frac{bx}{2}\left(h - \frac{x}{3}\right) = M$$

geht hervor:
$$\sigma_d = \frac{2\,M}{bx\left(h - \frac{x}{3}\right)}.$$

Aus der Momentengleichung in bezug auf den Druckmittelpunkt
$$\sigma_e \cdot f_e \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right) = M$$

ergibt sich:
$$\sigma_e = \frac{M}{f_e\left(h - \frac{x}{3}\right)}.$$

Man kann auch die Eisenspannung nach der berechneten Druckspannung σ_b ausrechnen.

Aus der Proportion

$$\frac{\frac{\sigma_e}{n}}{\sigma_d} = \frac{h-x}{x},$$

welche sich aus dem Spannungsdiagramm ablesen läßt, folgt:

$$\sigma_e = n \cdot \frac{h-x}{x} \cdot \sigma_d$$

$$= 15 \cdot \frac{h-x}{x} \cdot \sigma_d.$$

Beispiel. Die Spannungen des Zahlenbeispieles III, 1 (S. 16) sind zu berechnen.

Es ist das Biegungsmoment:

$$M = 1167000 \text{ cmkg}.$$

Ferner ist $h = 13{,}4$ cm, $f_e = 10{,}2$ cm für 1 m Breite (9 Rundeisen à 12 mm Φ).

Daher ist:

$$x = \frac{15 \cdot f_e}{100}\left[\sqrt{1 + \frac{200 h}{15 \cdot f_e}} - 1\right] = \frac{15 \cdot 10{,}2}{100}\left[\sqrt{1 + \frac{200 \cdot 13{,}4}{15 \cdot 10{,}2}} - 1\right]$$

$$= \frac{153}{100}\left[\sqrt{1 + \frac{2680}{153}} - 1\right] = 1{,}53\,(4{,}30 - 1) = 1{,}53 \cdot 3{,}3 = 5{,}00 \text{ cm}$$

und
$$\sigma_d = \frac{2\,M}{b\,x\left(h - \frac{x}{3}\right)} = \frac{2 \cdot 116700}{100 \cdot 5{,}00\left(13{,}4 - \frac{5{,}00}{3}\right)} = \frac{233400}{500 \cdot 11{,}7} = \frac{233400}{5850}$$

$$= 40 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_e = \frac{M}{f_e\left(h - \frac{x}{3}\right)} = \frac{1167000}{10{,}2 \cdot 11{,}7} = \frac{1167000}{1190} = 980 \text{ kg/cm}^2.$$

Dieses Beispiel bestätigt die Richtigkeit der im vorigen Abschnitt abgeleiteten Dimensionierungsformel

$$h = 0{,}390\sqrt{M}$$

$$f_e = 0{,}242\sqrt{M}.$$

Da die Eiseneinlage etwas größeren Querschnitt hat (10,2 gegen 10,0 cm²), so ist die berechnete Eisenzugspannung auch etwas geringer.

Die abgeleiteten Formeln stimmen überein mit den amtlichen Bestimmungen. Nur bezeichnet hier h die statische Höhe, welche in den Bestimmungen mit $h - a$ bezeichnet ist.

Auch soll noch einmal hervorgehoben werden, daß der Faktor b der amtlichen Formeln weggelassen werden kann, wenn das Biegungsmoment für 1 m Breite berechnet und in mkg eingesetzt wird.

IV. Berechnung der Plattenbalken.

Ein Plattenbalken entsteht aus einer Eisenbetonplatte dadurch, daß der statisch nicht wirksame Beton der Zugzone weggelassen wird, soweit er nicht zur Einhüllung der Eiseneinlagen und zur Verbindung derselben mit der gedrückten Platte notwendig wird. Die Eiseneinlagen werden in einer Betonrippe zusammen eingelegt. (Fig. 8.)

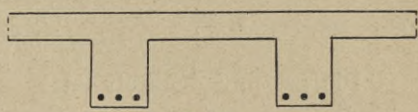

Fig. 8.

Man unterscheidet für die Berechnung zwei Fälle:

1. Die Plattenstärke d ist gleich oder größer als die Breite der Druckzone x.
2. Die Plattenstärke d ist kleiner als die Breite der Druckzone x.

Im ersten Falle werden die Plattenbalken ebenso wie die Eisenbetonplatten berechnet, und die im vorigen Abschnitt abgeleiteten Formeln und Tabellen können ohne weiteres Verwendung finden.

Im zweiten Falle müssen neue Formeln abgeleitet werden.

Hierbei wird entsprechend den amtlichen Bestimmungen die vereinfachende Annahme gemacht, daß die geringen unter die Platte fallenden Druckspannungen der Rippe vernachlässigt werden, so daß man es nur mit der Druckplatte und dem gezogenen Eisenquerschnitt zu tun hat. Die Spannungsverteilung in der Platte ist daher trapezförmig.

A. Querschnittsermittelung.

In Fig. 9 ist für den oben erläuterten zweiten Fall ein Plattenbalkenquerschnitt mit dem zugehörigen Spannungsdiagramm dargestellt.

Sind die Spannungen σ_d und σ_e gegeben, so ist wie bei der einfachen Platte die Breite der Druckzone:

$$x = \frac{\sigma_d}{\sigma_d + \frac{\sigma_e}{u}} \cdot h.$$

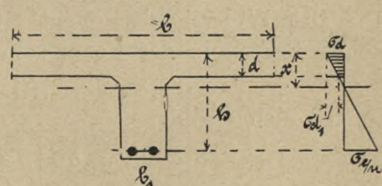

Fig. 9.

Die gesamte Druckkraft ist gleich dem Inhalt des Druckspannungskörpers, der sich als Differenz eines rechteckigen und eines dreieckigen Prismas von der Tiefe b darstellt.

Es ist also:

$$D = \sigma_d \cdot d \cdot b - \sigma_{d_1} \cdot \frac{d \cdot b}{2}$$

oder da

$$\sigma_{d_1} = \sigma_d \cdot \frac{d}{x}$$

ist, so ist auch

$$D = \sigma_d \left[bd - \frac{bd^2}{2x} \right]$$

$$= \sigma_d \cdot bd \left[1 - \frac{d}{2x} \right].$$

Die gesamte Zugkraft ist:

$$Z = \sigma_e \cdot f_e.$$

Da

$$D = Z$$

ist, so ist auch

$$\sigma_e \cdot f_e = \sigma_d \cdot b \cdot d \left[1 - \frac{d}{2x} \right]$$

oder

$$f_e = bd \cdot \left[1 - \frac{d}{2x} \right] \cdot \frac{\sigma_d}{\sigma_e}.$$

Für $d = x$ erhält man, wie bei der einfachen Eisenbetonplatte

$$f_e = bx \left(1 - \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{\sigma_d}{\sigma_e} = \frac{bx}{2} \cdot \frac{\sigma_d}{\sigma_e}.$$

Aus der Momentengleichung in bezug auf die Eiseneinlage wird das Widerstandsmoment des Querschnittes, bezogen auf die Betondruckkante, berechnet.

Unter Benutzung der oben angewendeten Zerlegung des Spannungsdiagramms der Druckzone lautet die Momentengleichung:

$$M = \sigma_d \cdot b \cdot d \left(h - \frac{d}{2} \right) - \sigma_{d_1} \cdot \frac{bd}{2} \left(h - \frac{2}{3} d \right)$$

$$= \sigma_d \left[bd \left(h - \frac{d}{2} \right) - \frac{bd}{2} \cdot \frac{d}{x} \left(h - \frac{2}{3} d \right) \right].$$

Der Klammerfaktor drückt das Widerstandsmoment in bezug auf die Druckkante aus.

Es ist also:

$$W_d = bd \left[h - \frac{d}{2} - \frac{d}{2x} \left(h - \frac{2}{3} d \right) \right].$$

Das Widerstandsmoment läßt sich auch wie bei einem gewöhnlichen Balken in der Form schreiben:

$$W_d = \alpha \cdot b \cdot h^2,$$

so daß sich ergibt:

$$\alpha \cdot bh^2 = bd \left[h - \frac{d}{2} - \frac{d}{2x} \left(h - \frac{2}{3} d \right) \right]$$

oder

$$\alpha = \frac{bd}{bh} \cdot \frac{h - \frac{d}{2} - \frac{d}{2x} \cdot \left(h - \frac{2}{3} d \right)}{h}$$

$$\alpha = \frac{d}{h} \left[1 - \frac{d}{2h} - \frac{d}{2x} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{d}{h} \right) \right].$$

Ist α berechnet, so erfolgt die Ermittelung der statischen Höhe h nach der im Abschnitt III abgeleiteten Formel:

$$h = \sqrt{\frac{1}{\alpha \cdot \sigma_d}} \cdot \sqrt{M},$$

in welcher M in mkg für einen Meter Breite einzusetzen ist.

Beispiel: Für einen Plattenbalken, dessen Plattenstärke 0,20 der Höhe h ist, ist unter Annahme der Spannungen:

$$\sigma_d = 40 \text{ kg/cm}^2$$

und

$$\sigma_e = 1000 \text{ kg/cm}^2$$

die Formel für die Nutzhöhe h und den Eisenquerschnitt f_e zu berechnen. (Fig. 10.)

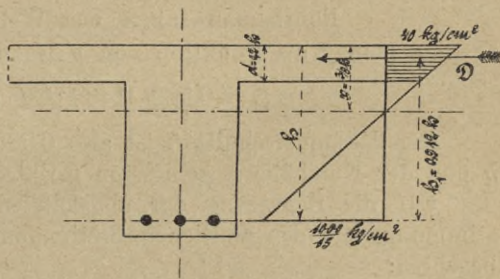

Fig. 10.

Es ist die Breite der Druckzone x:

$$x = \frac{\sigma_d}{\sigma_d + \frac{\sigma_e}{n}} \cdot h = \frac{40}{40 + \frac{1000}{15}} \cdot h$$

$$x = \frac{600}{1600} \cdot h = \frac{3}{8} h.$$

Der Koeffizient α des Widerstandsmomentes W_d ist:

$$\alpha = \frac{d}{h}\left[1 - \frac{d}{2h} - \frac{d}{2x}\left(1 - \frac{2}{3}\frac{d}{h}\right)\right].$$

Für $\frac{d}{h} = 0{,}20$ und $\frac{x}{h} = \frac{3}{8}$ ist

$$\alpha = 0{,}2\left[1 - \frac{0{,}2}{2} - \frac{0{,}2 \cdot 8}{2 \cdot 3}\left(1 - \frac{2}{3} \cdot 0{,}2\right)\right]$$

$$\alpha = 0{,}2\,[0{,}9 - 0{,}23] = 0{,}134.$$

Daher ist:

$$h = \sqrt{\frac{1}{\alpha \cdot \sigma_d}} \cdot \sqrt{M}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{0{,}134 \cdot 40}} \cdot \sqrt{M} = 0{,}432\,\sqrt{M}.$$

Der Eisenquerschnitt ist:

$$f_e = bd\left(1 - \frac{d}{2x}\right) \cdot \frac{\sigma_d}{\sigma_e}$$

$$= b \cdot 0{,}2h\left(1 - \frac{0{,}2 \cdot 8}{2 \cdot 3}\right) \cdot \frac{40}{1000}$$

$$f_e = 0{,}2\,(1 - 0{,}27)\,\frac{40}{1000}\cdot bh$$
$$= 0{,}00586\cdot bh$$
$$= 0{,}586\left(\frac{b}{100}\right)\cdot h\cdot$$

Setzt man b in m, h in cm, f_e in qcm ein, so erhält man:

$$f_e = 0{,}586\,bh.$$

Führt man für h den Wert $0{,}432\sqrt{M}$ ein, so erhält man f_e als Funktion von $\sqrt{M}$ zu

$$f_e = 0{,}586\cdot 0{,}432\sqrt{M}\cdot b = 0{,}253\sqrt{M}\cdot b.$$

Der Eisenquerschnitt f_e ist also 0,586 Prozent des aus der Breite b und der Nutzhöhe h gebildeten Rechteckes.

Für die Benutzung der abgeleiteten Formeln sind in Übereinstimmung mit den amtlichen Bestimmungen noch folgende Sätze zu beachten:

1. M ist der Biegungsmoment in mkg für 1 m Breite. Ist daher die wirksame Plattenbreite b in Metern, so ist das Biegungsmoment zunächst durch b zu dividieren.
2. Als wirksame Plattenbreite darf nur der dritte Teil der Spannweite l in Rechnung gesetzt werden $\left(\frac{1}{6}\right.$ der Spannweite nach jeder Seite$\left.\right)$, wenn die Entfernung der einzelnen Rippen größer als $l/_3$ ist.
3. In jeder Rippe wird der Eisenquerschnitt für die wirksame Plattenbreite b vereinigt; daher ist der Eisenquerschnitt für 1 m Breite mit b in Metern zu multiplizieren, um den Eisenquerschnitt für eine Rippe zu erhalten.
4. Als Stützweite der Plattenbalken gilt die um eine Auflagerlänge vergrößerte freie Lichtweite. Bei Plattenbalken, die über mehrere Felder durchgehen, darf das Biegungsmoment in den Feldmitten zu vier Fünfteln des Wertes angenommen werden, der bei einer auf zwei Stützen frei aufliegenden Platte vorhanden sein würde, falls nicht die wirklich auftretenden Momente und Auflagerkräfte rechnerisch oder durch Versuche nachgewiesen werden.*)

Beispiel. Ein Plattenbalken von 8 m Stützweite und 3 m Rippenentfernung hat eine Belastung von 800 kg/qm aufzunehmen.

*) Über die Berechnung der negativen Stützmomente siehe Abschnitt VI Schlußbemerkung und Anhang I.

Die Plattenstärke soll mit 0,2 h in Rechnung gesetzt werden. Die zulässigen Spannungen sind $\sigma_d = 40$ kg/cm² und $\sigma_e = 1000$ kg/cm².

Die Belastung ist:

$$Q = 0{,}8 \cdot 8 \cdot 3 = 19{,}2\,x.$$

Das Biegungsmoment ist daher:

$$M = \frac{Q \cdot l}{8} = \frac{19{,}2 \cdot 8}{8} = 19{,}2 \text{ mt.}$$

Das Biegungsmoment ist auf eine wirksame Plattenbreite von $b = \frac{l}{3} = \frac{8{,}0}{3} = 2{,}67$ m wirkend anzunehmen.

Daher ist für 1 m Breite:

$$M = \frac{19{,}2}{2{,}67} = 7{,}19 \text{ mt} = 7190 \text{ mkg}$$

$$\sqrt{M} = \sqrt{7190} = 84{,}8.$$

Daher ist die Nutzhöhe

$$h = 0{,}432 \sqrt{M} = 0{,}432 \cdot 84{,}8 = 36{,}7 \text{ cm.}$$

Der Eisenquerschnitt ist für 2,67 m Breite:

$$f_e = 0{,}586\,bh$$
$$= 0{,}586 \cdot 2{,}67 \cdot 36{,}7 = 57{,}2 \text{ cm}^2.$$

Gewählt werden: 6 Rundeisen mit 32 mm Φ und 48,3 cm² Eisenquerschnitt und 2 Rundeisen mit 26 mm Φ und 10,6 cm² Eisenquerschnitt. Die Plattenstärke muß $d = 0{,}2 \cdot 36{,}7 = 7{,}4$ cm sein. Diese ist jedoch nach den amtlichen Vorschriften mindestens 8 cm stark auszuführen.

Die Gesamthöhe H ist zu 43 cm angenommen. (Fig. 11.)

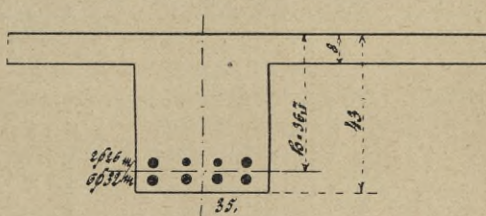

Fig. 11.

Wegen der geringen Stärke der Platte sind zwischen den Hauptrippen Querrippen anzuordnen, deren Berechnung in Verbindung mit der Platte in derselben Weise zu geschehen hätte.

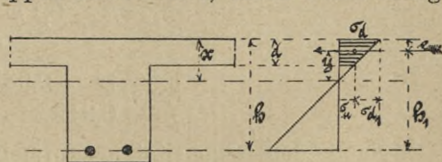

Fig. 12.

Für die Berechnung der Schub- und Haftspannungen ist der Abstand des Druckmittelpunktes vom Zugmittelpunkte (Schwerpunkt der Eiseneinlagen) oder der Hebelarm der inneren Kräfte h_1 wichtig.*)

*) Siehe Abschnitt V.

Bezeichnet in Fig. 12: e den Abstand des Druckmittelpunktes von der Oberkante und σ_u die Spannung in der Unterkante der Platte, so ist mit Beibehaltung der übrigen Bezeichnungen:

$$e = \frac{d}{3}\,\frac{\sigma_d + 2\,\sigma_u}{\sigma_d + \sigma_u}.$$

Es ist aber $$\sigma_u = \sigma_d - \sigma_{d_1} = \sigma_d - \sigma_d \cdot \frac{d}{x}$$
$$= \sigma_d\left(1 - \frac{d}{x}\right).$$

Daher ist:

$$e = \frac{d}{3}\,\frac{\sigma_d + \sigma_d\left(1 - \frac{d}{x}\right)\cdot 2}{\sigma_d + \sigma_d\left(1 - \frac{d}{x}\right)}$$

$$e = \frac{d}{3}\cdot\frac{1 + 2 - 2\,\frac{d}{x}}{1 + 1 - \frac{d}{x}}$$

$$e = \frac{d}{3}\cdot\frac{3 - 2\,\frac{d}{x}}{2 - \frac{d}{x}} = \frac{d}{2}\cdot\frac{6 - 4\,\frac{d}{x}}{6 - 3\,\frac{d}{x}}.$$

Daher ist der Hebelarm der inneren Kräfte:

$$h_1 = h - e$$
$$= h - \frac{d}{3}\cdot\frac{3 - 2\,\frac{d}{x}}{2 - \frac{d}{x}}$$
$$= h - \frac{d}{2}\cdot\frac{6 - 4\,\frac{d}{x}}{6 - 3\,\frac{d}{x}},$$

für $d = 0{,}2\,h$ und $x = \frac{3h}{8}$ ist:

$$h_1 = h - 0{,}1\,h\,\frac{6 - 4\cdot 0{,}2\cdot\frac{8}{3}}{6 - 3\cdot 0{,}2\cdot\frac{8}{3}}$$
$$= (1 - 0{,}088)\,h$$
$$h_1 = 0{,}912\,h.$$

Nach den abgeleiteten Formeln ist für verschiedene Druckspannungen von 20 bis 45 kg/cm² und für die Eisenzugspannung $\sigma_e = 1000$ kg/cm² folgende Tabelle berechnet, aus welcher die Werte h_1, h, f_e, x für verschiedene Werte $\frac{d}{h}$, σ_d und σ_e zu ersehen sind.

Wird die Plattenstärke gleich der Höhe der Druckzone oder größer, so gelten die Formeln für die Platten:

Tabelle III.

d/h	σ_e	σ_d	x	h_1	$h=a\sqrt{M}$	$h=\frac{a}{\sqrt{8}}l\sqrt{q}$	$f_e=b\sqrt{M}$	$f_e=\frac{\mu}{100}bh$
0,10	1000	45	0,403 h	0,952 h	0,514 $\sqrt{M}$	0,182 $l\sqrt{q}$	0,203 $\sqrt{M}$	0,394 %
0,15	1000	45	0,403 h	0,931 h	0,442 $\sqrt{M}$	0,156 $l\sqrt{q}$	0,243 $\sqrt{M}$	0,549 %
0,20	1000	45	0,403 h	0,911 h	0,403 $\sqrt{M}$	0,143 $l\sqrt{q}$	0,274 $\sqrt{M}$	0,677 %
0,25	1000	45	0,403 h	0,894 h	0,380 $\sqrt{M}$	0,134 $l\sqrt{q}$	0,295 $\sqrt{M}$	0,776 %
0,30	1000	45	0,403 h	0,880 h	0,366 $\sqrt{M}$	0,129 $l\sqrt{q}$	0,310 $\sqrt{M}$	0,848 %
0,35	1000	45	0,403 h	0,870 h	0,359 $\sqrt{M}$	0,127 $l\sqrt{q}$	0,320 $\sqrt{M}$	0,891 %
0,40	1000	45	0,403 h	0,866 h	0,357 $\sqrt{M}$	0,126 $l\sqrt{q}$	0,324 $\sqrt{M}$	0,907 %
0,403 Pl	1000	45	0,403 h	0,866 h	0,357 $\sqrt{M}$	0,126 $l\sqrt{q}$	0,324 $\sqrt{M}$	0,907 %
0,10	1000	40	0,375 h	0,953 h	0,548 $\sqrt{M}$	0,193 $l\sqrt{q}$	0,190 $\sqrt{M}$	0,345 %
0,15	1000	40	0,375 h	0,931 h	0,473 $\sqrt{M}$	0,167 $l\sqrt{q}$	0,227 $\sqrt{M}$	0,480 %
0,20	1000	40	0,375 h	0,912 h	0,432 $\sqrt{M}$	0,154 $l\sqrt{q}$	0,253 $\sqrt{M}$	0,586 %
0,25	1000	40	0,375 h	0,896 h	0,410 $\sqrt{M}$	0,145 $l\sqrt{q}$	0,274 $\sqrt{M}$	0,667 %
0,30	1000	40	0,375 h	0,883 h	0,397 $\sqrt{M}$	0,140 $l\sqrt{q}$	0,286 $\sqrt{M}$	0,720 %
0,35	1000	40	0,375 h	0,876 h	0,391 $\sqrt{M}$	0,139 $l\sqrt{q}$	0,292 $\sqrt{M}$	0,746 %
0,375 Pl	1000	40	0,375 h	0,875 h	0,390 $\sqrt{M}$	0,138 $l\sqrt{q}$	0,293 $\sqrt{M}$	0,750 %
0,10	1000	35	0,344 h	0,953 h	0,587 $\sqrt{M}$	0,207 $l\sqrt{q}$	0,176 $\sqrt{M}$	0,299 %
0,15	1000	35	0,344 h	0,932 h	0,510 $\sqrt{M}$	0,180 $l\sqrt{q}$	0,210 $\sqrt{M}$	0,411 %
0,20	1000	35	0,344 h	0,914 h	0,469 $\sqrt{M}$	0,166 $l\sqrt{q}$	0,233 $\sqrt{M}$	0,496 %
0,25	1000	35	0,344 h	0,899 h	0,448 $\sqrt{M}$	0,158 $l\sqrt{q}$	0,250 $\sqrt{M}$	0,557 %
0,30	1000	35	0,344 h	0,889 h	0,437 $\sqrt{M}$	0,155 $l\sqrt{q}$	0,259 $\sqrt{M}$	0,592 %
0,344 Pl	1000	35	0,344 h	0,885 h	0,433 $\sqrt{M}$	0,153 $l\sqrt{q}$	0,261 $\sqrt{M}$	0,603 %
0,10	1000	30	0,310 h	0,953 h	0,646 $\sqrt{M}$	0,228 $l\sqrt{q}$	0,163 $\sqrt{M}$	0,252 %
0,15	1000	30	0,310 h	0,934 h	0,561 $\sqrt{M}$	0,198 $l\sqrt{q}$	0,192 $\sqrt{M}$	0,342 %
0,20	1000	30	0,310 h	0,916 h	0,519 $\sqrt{M}$	0,183 $l\sqrt{q}$	0,211 $\sqrt{M}$	0,406 %
0,25	1000	30	0,310 h	0,903 h	0,497 $\sqrt{M}$	0,176 $l\sqrt{q}$	0,222 $\sqrt{M}$	0,447 %
0,30	1000	30	0,310 h	0,898 h	0,491 $\sqrt{M}$	0,173 $l\sqrt{q}$	0,227 $\sqrt{M}$	0,464 %
0,310 Pl	1000	30	0,310 h	0,897 h	0,490 $\sqrt{M}$	0,173 $l\sqrt{q}$	0,228 $\sqrt{M}$	0,465 %
0,10	1000	25	0,273 h	0,954 h	0,716 $\sqrt{M}$	0,253 $l\sqrt{q}$	0,146 $\sqrt{M}$	0,204 %
0,15	1000	25	0,273 h	0,935 h	0,629 $\sqrt{M}$	0,222 $l\sqrt{q}$	0,171 $\sqrt{M}$	0,272 %
0,20	1000	25	0,273 h	0,919 h	0,587 $\sqrt{M}$	0,207 $l\sqrt{q}$	0,186 $\sqrt{M}$	0,317 %
0,25	1000	25	0,273 h	0,911 h	0,570 $\sqrt{M}$	0,202 $l\sqrt{q}$	0,193 $\sqrt{M}$	0,339 %
0,273 Pl	1000	25	0,273 h	0,909 h	0,569 $\sqrt{M}$	0,201 $l\sqrt{q}$	0,194 $\sqrt{M}$	0,341 %
0,10	1000	20	0,230 h	0,955 h	0,817 $\sqrt{M}$	0,288 $l\sqrt{q}$	0,128 $\sqrt{M}$	0,157 %
0,15	1000	20	0,230 h	0,937 h	0,728 $\sqrt{M}$	0,257 $l\sqrt{q}$	0,148 $\sqrt{M}$	0,203 %
0,20	1000	20	0,230 h	0,925 h	0,690 $\sqrt{M}$	0,244 $l\sqrt{q}$	0,156 $\sqrt{M}$	0,226 %
0,230 Pl	1000	20	0,230 h	0,923 h	0,686 $\sqrt{M}$	0,243 $l\sqrt{q}$	0,159 $\sqrt{M}$	0,232 %
0,10	1000	15	0,184 h	0,956 h	0,976 $\sqrt{M}$	0,344 $l\sqrt{q}$	0,108 $\sqrt{M}$	0,110 %
0,15	1000	15	0,184 h	0,944 h	0,891 $\sqrt{M}$	0,314 $l\sqrt{q}$	0,119 $\sqrt{M}$	0,134 %
0,184 Pl	1000	15	0,184 h	0,939 h	0,876 $\sqrt{M}$	0,310 $l\sqrt{q}$	0,121 $\sqrt{M}$	0,138 %
0,10	1000	10	0,130 h	0,960 h	1,30 $\sqrt{M}$	0,458 $l\sqrt{q}$	0,081 $\sqrt{M}$	0,062 %
0,130 Pl	1000	10	0,130 h	0,957 h	1,27 $\sqrt{M}$	0,449 $l\sqrt{q}$	0,083 $\sqrt{M}$	0,065 %

B. Spannungsberechnung.

Zunächst wird die Lage der Nullinie aus den Querschnittsabmessungen berechnet. — Fig. 13.

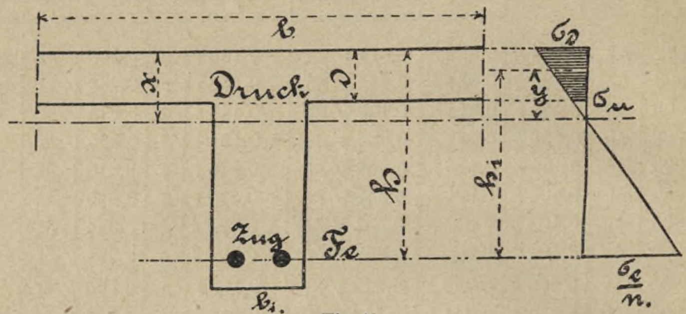

Fig. 13.

Faßt man die Nullinie als Lage der Resultierenden aus der Betondruckplatte und dem Eisenquerschnitt auf (Schwerpunktslage), so liefert die Momentengleichung in bezug auf die Betondruckkante den Wert:

$$(bd + n \cdot f_e)\, x = bd \cdot \frac{d}{2} + n \cdot f_e \cdot h$$

oder

$$x = \frac{\frac{bd^2}{2} + n \cdot f_e \cdot h}{bd + n \cdot f_e}.$$

Hierbei werden die Betonzugspannungen und die Druckspannungen, soweit sie in die Rippe fallen, vernachlässigt.

Der Druckmittelpunkt hat von der Druckkante die Entfernung $x - y$, welche wegen der Trapezform des Druckspannungsdiagramms sich durch die Gleichung:

$$x - y = \frac{d}{3} \cdot \frac{\sigma_d + 2\,\sigma_u}{\sigma_d + \sigma_u}$$

ausdrücken läßt.

Diese Gleichung läßt sich, wie oben ermittelt, umformen in:

$$-y = \frac{d}{3}\,\frac{3 - 2\,\frac{d}{x}}{2 - \frac{d}{x}} \quad \text{oder} \quad x - y = \frac{d}{3} \cdot \frac{3\,x - 2\,d}{2\,x - d} \quad x - y = \frac{3\,d\,x - 2\,d^2}{6\,x - 3\,d}.$$

Dividiert man auf der rechten Seite der Gleichung den Zähler durch den Nenner, so erhält man:

$$x - y = \frac{d}{2} - \frac{d^2}{6\,(2\,x - d)} \quad \text{oder} \quad y = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6\,(2\,x - d)}.$$

Der Abstand der Eiseneinlage von dem Druckmittelpunkt ist daher:

$$h_1 = h - x + y$$

$$h_1 = h - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6\,(2\,x - d)}.$$

Die Eisenzugspannung ergibt sich aus der Momentengleichung in bezug auf den Druckmittelpunkt:

$$M = \sigma_e \cdot f_e\,(h - x + y) \qquad \text{oder} \qquad \sigma_e = \frac{M}{f_e\,(h - x + y)}.$$

Die Druckspannung im Beton ergibt sich aus dem Spannungsdiagramm zu:

$$\frac{\sigma_d}{\frac{\sigma_e}{n}} = \frac{x}{h - x} \qquad \text{oder} \qquad \sigma_e = \frac{x}{h - x} \cdot \frac{\sigma_e}{n}.$$

Zahlenbeispiel. (Fig. 14.) Ein Plattenbalken von nebenstehenden Abmessungen ist bei einer Lichtweite von 9,6 m und einer Stützweite von 10,0 m durch 500 kg/m Nutzlast belastet.

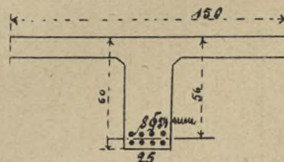

Fig. 14.

Die Eiseneinlagen bestehen aus 8 Rundeisen von 24 mm Φ und haben einen Querschnitt von 36,2 cm.

Gesucht werden die Spannungen.

Eigengewicht $(1{,}5 \cdot 0{,}1 + 0{,}5 \cdot 0{,}25) \cdot 2400$	$=$	660 kg
Überschüttung 6 cm hohe gewalzte Schlacke $6 \cdot 6$	$=$	36 kg
Zementfußboden von 2 cm Stärke $2 \cdot 20$	$=$	40 kg
Deckenputz		14 kg
		90 kg
für 1,5 m Breite $90 \cdot 1{,}5$	$=$	135 kg

Nutzlast 500 kg/qm.

Gesamtlast für 1 m Länge

$$q = 660 + 135 + 500 = 1295 \text{ kg} = \sim 1300 \text{ kg}.$$

Daher ist

$$M = \frac{1300 \cdot 10^2 \cdot 100}{8} = 1625000 \text{ cm/kg},$$

ferner ist

$$x = \frac{n \cdot f_e \cdot h + \frac{b d^2}{2}}{n \cdot f_e + b d} = \frac{15 \cdot 36{,}2 \cdot 56 + \frac{150 \cdot 10^2}{2}}{15 \cdot 36{,}2 + 150 \cdot 10} = 18{,}6 \text{ cm}.$$

$$y = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6(2x - d)}, \quad y = 18{,}6 - 5 + \frac{10^2}{6(37{,}2 - 10)} = 14{,}2 \text{ cm},$$

$$\sigma_e = \frac{M}{f_e(h - x + y)} = \frac{1625000}{36{,}2\,(56 - 18{,}6 + 14{,}2)}$$

$$= \frac{1625000}{36{,}2 \cdot 51{,}6} = \sim 870 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\sigma_d = \frac{x}{h - x} \cdot \frac{\sigma_e}{n} = \frac{18{,}6}{56 - 18{,}6} \cdot \frac{870}{15} = \frac{1620}{560} = 29 \text{ kg/cm}^2.$$

V. Berechnung der Schub- und Haftspannungen.

A. Schubspannungen.

In Fig. 15 ist ein gleichmäßig belasteter Balken mit dem zugehörigen Querkraftsdiagramm dargestellt. Der zwischen den beiden Vertikalschnitten I und II liegende Balkenteil ist in Fig. 16 noch einmal größer dargestellt mit den auf die beiden Schnittflächen I und II wirkenden Spannungen. Wir betrachten zunächst den oberhalb des Horizontalschnittes $a-a$ gelegenen Balkenteil. Die im Schnitt I wirkenden Spannungen lassen sich zu einer Druckkraft D_I zusammensetzen, ebenso die im Schnitt II wirkenden Spannungen zu einer Druckkraft D_{II}. Da der Schnitt II näher nach der Balkenmitte liegt, so ist bei Voraussetzung gleicher Querschnitte $D_{II} > D_I$, die Differenz von D_{II} und D_I ist eine nach dem Auflager gerichtete Kraft, welche den Balkenteil längs der Schnittfläche $a-a$ zu verschieben sucht und daher in dieser Schnittfläche einen Gleitwiderstand oder Schubwiderstand hervorruft. Bezeichnet τ_a diesen Widerstand pro qcm, und ist b die Breite und $y_{II}-y_I$ die Länge des Schnittes $a-a$, so ist die Größe von τ_a aus der Gleichung:

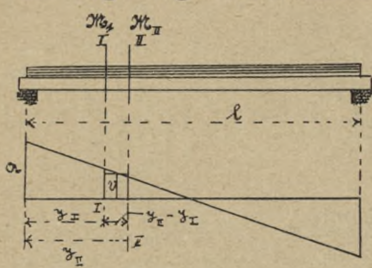

Fig. 15.

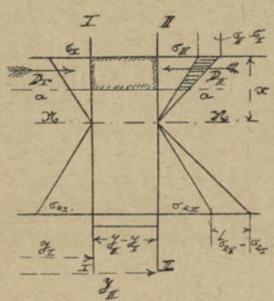

Fig. 16.

$$\tau_a \cdot b(y_{II}-y_I) = D_{II} - D_I$$

zu berechnen.

Die Differenz $D_{II}-D_I$ läßt sich graphisch als Differenz der beiden Spannungsdiagramme darstellen. Man erkennt, daß $D_{II}-D_I$ seinen größten Wert erreicht, wenn der Schnitt $a-a$ mit der Nulllinie zusammenfällt. Dann wird $D_{II}-D_I$ durch einen Spannungskeil von der Länge b und dem Querschnitt $(\sigma_{II}-\sigma_I)\cdot\frac{x}{2}$ dargestellt.

Bezeichnet τ die größte Schubspannung in der Höhe der Nulllinie, so ist:

$$\tau \cdot b(y_{II}-y_I) = (\sigma_{II}-\sigma_I)\cdot\frac{x}{2}\cdot b.$$

Aus der Berechnung der Eisenbetonplatten folgt:

$$\sigma_{II} = \frac{2\,M_{II}}{b \cdot x\left(h - \frac{x}{3}\right)} \qquad \sigma_I = \frac{2\,M_I}{b x\left(h - \frac{x}{3}\right)}$$

$$\sigma_{II} - \sigma_I \cdot = \frac{2\,(M_{II} - M_I)}{b x\left(h - \frac{x}{3}\right)}$$

oder

$$(\sigma_{II} - \sigma_I) \cdot \frac{b x}{2} = \frac{M_{II} - M_I}{h - \frac{x}{3}}.$$

Es ist also auch:

$$\tau \cdot b(y_{II} - y_I) = \frac{M_{II} - M_I}{h - \frac{x}{3}}$$

oder

$$\tau \cdot b = \frac{M_{II} - M_I}{y_{II} - y_I} \cdot \frac{1}{h - \frac{x}{3}}.$$

Der Ausdruck $\frac{M_{II} - M_I}{y_{II} - y_I}$ kann mit Hilfe der Querkraftfläche nach der Querkraft ausgedrückt werden. Der Inhalt der Querkraftfläche vom Auflager bis zur betrachteten Schnittstelle ist gleich dem Biegungsmoment an der Schnittstelle. Bezeichnet man diese Flächen bis zu den Schnitten I und II mit F_I und F_{II}, so ist:

$$M_I = F_I$$

und

$$M_{II} = F_{II}$$

also

$$M_{II} - M_I = F_{II} - F_I.$$

Bei genügend naher Lage der beiden Schnitte I und II kann die Differenz der beiden Flächen F_{II} und F_I als Rechteck aufgefaßt werden. Die Höhe desselben ist die Querkraft V, welche innerhalb der beiden Schnitte als konstant angenommen wird, seine Breite ist $y_{II} - y_I$, daher ist:

$$M_{II} - M_I = V \cdot (y_{II} - y_I)$$

und

$$V = \frac{M_{II} - M_I}{y_{II} - y_I}.$$

Daher ist

$$\tau \cdot b = \frac{V}{h - \frac{x}{3}}$$

oder

$$\tau = \frac{V}{b \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right)} = \frac{V}{b \cdot h_1}.$$

Die größte Schubspannung τ wird erhalten, indem man die Querkraft durch den Inhalt des Rechteckes aus der Querschnittsbreite und dem Hebelarm der inneren Kräfte dividiert.

Die überhaupt größte Schubspannung τ_{max} tritt am Auflager auf, weil hier die Querkraft ihren größten Wert als Auflagerdruck A erreicht.

Es ist also $$\tau_{max} = \frac{A}{b \cdot h_1}.$$

In dieser Form gilt die Gleichung auch für Plattenbalken. Die Ableitung läßt sich in derselben Weise, wie für einfache Platten durchführen.

Beispiele. 1. Eisenbetonplatte. Die größten Schubspannungen des im Abschnitt III A berechneten Beispieles 1 sind zu ermitteln.

Belastung: Eigengewicht 520 kg/qm
Nutzlast 1000 kg/qm.

Spannweite: $l = 2{,}15$ m.

Auflagerdruck für 1 m Plattenbreite:

$$A = \frac{1520 \cdot 2{,}15}{2} = 1634 \text{ kg.}$$

Hebelarm der inneren Kräfte:

$$h_1 = h - \frac{x}{3} = h - \frac{3}{8}\frac{h}{3} = \frac{7}{8}h = \frac{7}{8} \cdot 13{,}4 = 11{,}7 \text{ cm.}$$

Querschnittsbreite $b = 100$ m

$$A_{max} = \frac{A}{b \cdot h_1} = \frac{1634}{11{,}7 \cdot 100} = \frac{1634}{1170} = 1{,}4 \text{ kg/cm}^2.$$

2. Plattenbalken. Die größten Schubspannungen des im Abschnitt IV A berechneten Zahlenbeispieles sind zu ermitteln.

Die Belastung ist 19,2 t.
Der Auflagerdruck ist daher:

$$A = \frac{19{,}2}{2} = 9{,}6 \text{ t.}$$

Die statische Höhe ist $h = 36{,}7$ cm. Nach der Tabelle III für Plattenbalken ist für $\sigma_d = 40$ kg/cm², $\sigma_e = 1000$ kg/cm², $d/h = 0{,}2$:

$$h_1 = 0{,}912\, h$$

$$h_1 = 0{,}912 \cdot 36{,}7 = 33{,}5 \text{ cm.}$$

Die Rippenstärke wird mit $b = 36$ cm ausgeführt, daher ist:

$$\tau_{max} = \frac{A}{b \cdot h_1} = \frac{9600}{36 \cdot 33{,}5} = \frac{9600}{1206} = \sim 8{,}0 \text{ kg/qcm.}$$

Nach den amtlichen Bestimmungen ist die zulässige Schubspannung 4,5 kg/qcm. Wird größere Schubfestigkeit nachgewiesen, so darf die auftretende Spannung nicht über ein Fünftel derselben hinausgehen.

Bei Eisenbetonplatten ist in der Regel die Schubspannung geringer als die zulässige Beanspruchung, bei Plattenbalken übersteigt dagegen sehr häufig die Schubspannung das zugelassene Maß.

In diesem Falle muß entweder die Rippenbreite b vergrößert werden, oder der Beton muß Eiseneinlagen zur Aufnahme der Schubspannungen erhalten. Diese Eiseneinlagen sind unten berechnet.

Für die Berechnung der erforderlichen Rippenbreite b ohne besondere Eiseneinlagen zur Aufnahme der Schubspannungen läßt sich die Gleichung: $\tau_{\max} = \frac{A}{b \cdot h_1}$ umformen in $b = \frac{A}{\tau_{\max} \cdot h_1}$.

Es ist $A = q\frac{l}{2}$, $\tau_{\max} = 4{,}5$ kg/cm, $h_1 = \sim 0{,}9\,h$ als Mittelwert der wenig voneinander verschiedenen Werte für h_1 (s. Tabellen S. 13 u. 27).

Mit Einsetzung dieser Werte erhält man:

$$b = \frac{q \cdot l}{2 \cdot 4{,}5 \cdot 0{,}9 \cdot h} = \sim \frac{q}{8} \cdot \left(\frac{l}{h}\right).$$

In dieser Gleichung ist q die Belastung für 1 cm Breite und 100 cm Tiefe, b die für 1 m Plattenbreite erforderliche Rippenbreite.

Beispiel. Für $\sigma_d = 40\,\text{kg/cm}^2$, $\sigma_e = 1000\,\text{kg/cm}^2$, $Q = 600$ kg/qm ist $h = 3{,}38\,l$ (nach Tabelle II). In dieser Gleichung ist h in cm und l in m abzulesen. Setzt man auch l in cm ein, so wird

$$\frac{l}{h} = \frac{100}{3{,}38} = 29{,}6.$$

Die Belastung für 1 cm Breite und 100 cm Tiefe ist

$$q = \frac{600}{100} = 6 \text{ kg}.$$

Daher ist:

$$b = \frac{q}{8} \cdot \frac{l}{h} = \frac{6}{8} \cdot 29{,}6 = 22{,}2 \text{ cm}.$$

Da bei der Berechnung von Eisenbetondecken in der Regel nicht über 40 kg/qcm Druckspannung hinausgegangen wird und die Belastung für gewöhnliche Massivdeckenkonstruktionen im Hochbau den Wert von 600 kg/qm bei 250 kg/qm Nutzlast nicht übersteigt, so ergibt sich als Regel, daß eine besondere Armierung gegen die Schubspannungen erst erforderlich ist, wenn die Rippenbreite kleiner als der fünfte Teil der Plattenbreite ist.

B. Haftspannungen.

Nach Fig. 16 ist die Eisenzugspannung an zwei benachbarten Balkenschnittstellen I und II ebenfalls verschieden. Die in dem Balkenteil zwischen den beiden Schnittstellen befindliche Eiseneinlage erleidet auf der rechten Seite die Zugspannung $\sigma_{e_{II}}$ und auf der linken Seite die Zugspannung σ_{e_I}, so daß die Zugkraft, welche die Eiseneinlage aus dem Balkenteil nach der Balkenmitte hin zu ziehen sucht, sich aus der Gleichung:

$$Z = \sigma_{e_{II}} f_e - \sigma_{e_I} \cdot f_e$$

$$Z = \left(\sigma_{e_{II}} - \sigma_{e_I}\right) \cdot f_e$$

ergibt.

Dieser Zugkraft wirkt längs des Umfanges der Eiseneinlagen die Haftfestigkeit zwischen Beton und Eisen oder der Gleitwiderstand entgegen. Haftspannung ist die Beanspruchung, welche infolge der Zugkraft Z am Umfang der Eiseneinlage zwischen Beton und Eisen auftritt. Dieselbe wird mit τ_e bezeichnet.

Es ist also

$$\tau_e \cdot U \cdot (y_{II} - y_I) = Z.$$

Hierbei ist U der Umfang der Eiseneinlagen, welche den Querschnitt f_e bilden.

Aus den beiden Gleichungen für Z erhält man:

$$\tau_e = \frac{\left(\sigma_{e_{II}} - \sigma_{e_I}\right) \cdot f_e}{\left(y_{II} - y_I\right) U}.$$

Es ist:

$$\sigma_{e_{II}} = \frac{M_{II}}{f_e \cdot h_1}$$

und

$$\sigma_{e_I} = \frac{M_I}{f_e \cdot h_1}$$

oder

$$\left(\sigma_{e_{II}} - \sigma_{e_I}\right) \cdot f_e = \left(M_{II} - M_I\right) \cdot \frac{1}{h_1}.$$

Setzt man diesen Wert in die Gleichung für τ_e ein, so erhält man:

$$\tau_e = \frac{M_{II} - M_I}{y_{II} - y_I} \cdot \frac{1}{U \cdot h_1}.$$

Der Wert $\frac{M_{II} - M_I}{y_{II} - y_I}$ bedeutet die Querkraft, welche auf den herausgeschnittenen Balkenteil wirkt.

Daher ist

$$\tau_e = \frac{V}{U \cdot h_1}.$$

Da V den größten Wert A am Auflager erreicht, so ist

$$\tau_{e\,\max} = \frac{A}{U \cdot h_1}.$$

Nach den amtlichen Bestimmungen soll τ_e max die zulässige Schubspannung nicht übersteigen. Der zulässige Wert für τ_e ist also ebenfalls 4,5 kg/qcm.

Der erforderliche Wert U ist also:

$$U = \frac{A}{\tau_{e\,\max} \cdot h_1} = \frac{A}{4{,}5 \cdot h_1}.$$

Mit $A = q\frac{l}{2}$, $h_1 = 0{,}9\,h$ ergibt sich für U derselbe Wert wie für die Rippenbreite b:

$$U = \frac{q}{8} \cdot \frac{l}{h}.$$

Da die zulässigen Schub- und Haftspannungen gleich sind, so sind bei Ausnutzung der zulässigen Werte die Umfänge der Eiseneinlagen und die Rippenbreite b gleich.

Beispiele. 1. Die Haftspannungen der Eiseneinlagen des im Abschnitt III A berechneten Beispieles sind zu ermitteln.

Auflagerdruck A $= 1634$ kg

Eiseneinlagen 9 Rundeisen à 12 mm Φ

mit $U = 9 \cdot 3{,}77 = 34$ cm

Hebelarm der inneren Kräfte $h_1 = 12{,}43$ cm.

Die Haftspannung ist:

$$\tau_e = \frac{A}{U \cdot h_1} = \frac{1634}{34 \cdot 11{,}7} = \frac{1634}{398}$$

$$\tau_e = 4{,}1 \text{ kg/cm}^2.$$

Der Umfang der Eiseneinlagen genügt.

Beispiel 2. Die Haftspannungen der Eiseneinlagen des im Abschnitt IV A berechneten Zahlenbeispieles sind zu ermitteln.

Auflagerdruck $A = 9600$ kg

Hebelarm der inneren Kräfte $h_1 = 33{,}5$ cm

Eiseneinlagen: 6 Rundeisen mit 32 mm Φ

und 2 Rundeisen mit 30 mm Φ.

Da von den 8 Rundeisen nur 6 Stück von 32 mm Φ gerade durchgehen, während 2 Stück von 26 mm Φ aufgebogen werden, so ist der am Auflager vorhandene Umfang der geraden Eisen:

$$U = 6 \cdot 10{,}05 = 60{,}3 \text{ cm}.$$

Daher ist die Haftspannung:

$$\tau_e = \frac{A}{U \cdot h_1}$$

$$\tau_e = \frac{9600}{60{,}3 \cdot 33{,}5} = \frac{9600}{2020} = 4{,}75 \text{ kg/cm}^2.$$

Da die zulässige Beanspruchung von 4,5 kg/cm² etwas überschritten wird, sind die Enden der Rundeisen am Auflager umzubiegen, um den Widerstand gegen das Herausziehen der Eiseneinlagen zu erhöhen.

C. Verstärkung der Eisenbetonträger zur Entlastung der Schub- und Haftspannungen.

I. Entlastung der Schubspannungen.

Für die Armierung der Eisenbetonträger gegen Schubbeanspruchung gibt es zwei Mittel:

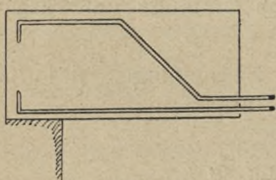

Fig. 17.

1. Aufbiegen eines Teiles der auf der Zugseite eingelegten Eisenstäbe.

Hierbei werden die Eiseneinlagen in der Nähe des Auflagers unter einem Winkel von etwa 45° in die Höhe gebogen (Fig. 17.)

2. Einlegen vertikaler Bügel.

Die Erfahrung*) hat gezeigt, daß es das beste ist, beide Mittel miteinander zu vereinigen.

Die schräg aufgebogenen Eiseneinlagen verhindern in den schmalen Rippen der Plattenbalken das Entstehen schräger nach der Mitte ansteigender Risse, während die vertikalen Bügel die Rippe mit der Deckenplatte verbinden und eine umschnürende Wirkung auf den Beton ausüben. Wird die Rippenbreite b nicht in der Stärke ausgeführt, welche die zulässige Schubbeanspruchung von 4,5 kg/qcm erfordert, ist also (bei gleichmäßig verteilter Belastung) $b < \frac{q}{8}\left(\frac{l}{h}\right)$, so sind jedenfalls die Eiseneinlagen der Zugzone teilweise in die Höhe zu biegen. Außerdem ist ein Einlegen von vertikalen Bügeln erwünscht, da nach Versuchen diejenigen Plattenbalken die höchste Bruchlast erreichten, welche durch beide Anordnungen verstärkt waren.

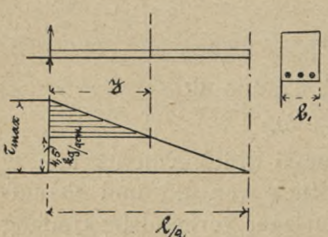

Fig. 18.

a) Berechnung der aufzubiegenden Eisen.

In Fig. 18 ist das Diagramm der Schubspannungen gezeichnet. Da nur 4,5 kg/cm² Schubbeanspruchung zulässig sind, wird im Diagramm der Schubspannungen die größte Schubspannung τ_{max} in zwei Teile zerlegt. Der untere Teil ist die zulässige Schubspannung von

*) Mörsch, Versuche über die Schubwirkung von Eisenbetonträgern. Deutsche Bauzeitung 1907, S. 207 ff.

4,5 kg/qcm, der obere Teil ist der Rest $\tau_{max} - 4{,}5$ kg/qcm. Durch den Teilpunkt zieht man eine Parallele zu der Grundlinie des Diagramms, welche von dem Diagramm die schraffierte Fläche abschneidet. Bei gleichmäßig verteilter Belastung ist das Diagramm ein Dreieck.

Die Länge des schraffierten Dreiecks y ergibt sich aus der Proportion:

$$\frac{y}{\tau_{max} - 4{,}5} = \frac{l}{2\,\tau_{max}}$$

oder

$$y = \frac{\tau_{max} - 4{,}5}{\tau_{max}} \cdot \frac{l}{2}.$$

Multipliziert man den Inhalt der schraffierten Fläche mit der Breite b der Rippe, so erhält man die Schubkraft T, welche nicht durch die zulässige Schubbeanspruchung aufgenommen werden kann.

Es ist also

$$T = (\tau_{max} - 4{,}5) \cdot \frac{y}{2} \cdot b,$$

$$T = \frac{(\tau_{max} - 4{,}5)^2}{\tau_{max}} \cdot \frac{bl}{4}.$$

Denkt man sich den Eisenbetonbalken längs der Nullachse derartig aufgetrennt, daß der Schnitt nicht eben, sondern sägeartig geführt wird, so werden sich bei einer Belastung des Balkens die nach der Mitte abfallenden Flächen aufeinander pressen, während die nach der Mitte ansteigenden Flächen auseinanderklaffen, wenn nicht durch besondere Verbindungsmittel dies verhindert wird. Man denkt sich also die nach außen wirkende horizontale Kraft T in zwei Seitenkräfte zerlegt, die sich rechtwinklig schneiden und mit der horizontalen Richtung einen Winkel von 45° bilden. Die eine Seitenkraft ist eine Druckkraft, welche im Beton ohne weiteres aufgenommen wird. Die andere Seitenkraft ist eine Zugkraft, welche das Entstehen der schräg nach der Mitte ansteigenden Risse in der Nähe der Auflager verursacht, wenn nicht durch besondere Eiseneinlagen senkrecht zu ihrer Richtung ihr Entstehen möglichst verhindert oder unschädlich gemacht wird.*) (Fig. 19.)

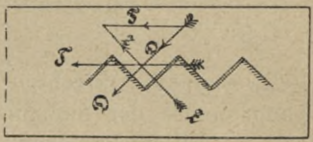

Fig. 19.

Die Größe der aufzunehmenden Seitenkraft ist daher

$$Z = \frac{T}{\sqrt{2}}.$$

*) Siehe Mörsch, Versuche usw. D. B. Z. 1907, S. 207 ff.

Der erforderliche Eisenquerschnitt, der durch Aufbiegen eines Teiles der Eiseneinlagen gewonnen wird, ist:

$$f_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{T}{\sigma_e}.$$

Mit $\sigma_e = 1000$ kg/cm² ist:

$$f_e = \frac{\dfrac{(\tau_{\max} - 4{,}5)^2}{\tau_{\max}} \cdot \dfrac{bl}{4}}{\sqrt{2} \cdot 1000},$$

$$f_e = \frac{1}{4 \cdot \sqrt{2} \cdot 1000} \; \frac{(\tau_{\max} - 4{,}5)^2}{\tau_{\max}} \cdot b \cdot l = 0{,}000177 \; \frac{(\tau_{\max} - 4{,}5)^2}{\tau_{\max}} \cdot b \cdot l.$$

Setzt man die Rippenbreite b und die Spannweite l in m ein, so erhält man:

$$f_{e_{qcm}} = 1{,}8 \; \frac{(\tau_{\max} - 4{,}5)^2}{\tau_{\max}} \cdot b_m \cdot l_m.$$

Das Aufbiegen der Eisen hat innerhalb der Länge y zu erfolgen.*)

Werden mehrere Eisen aufgebogen, so zerlegt man das schraffierte Dreieck in eine entsprechende Anzahl flächengleicher Streifen. (Fig. 20.)

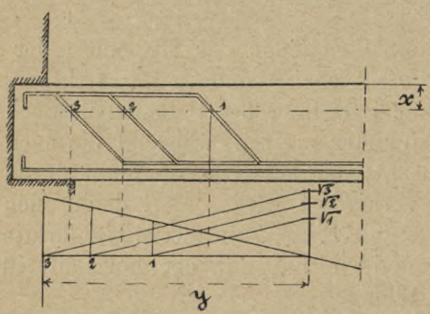

Fig. 20.

Man trägt beispielsweise bei 3 Eisen am Endpunkt von y senkrecht die Werte $\sqrt{1}$, $\sqrt{2}$ und $\sqrt{3}$ auf, verbindet den Endpunkt von $\sqrt{3}$ mit dem Anfangspunkt von y, und zieht durch die Teilpunkte von $\sqrt{1}$ und $\sqrt{2}$ Parallele zu dieser Verbindungslinie bis zum Schnitt mit y; hierdurch erhält man die flächengleiche Zerlegung. Die Schwerpunktssenkrechten dieser Flächen auf y bestimmen die Durchgangspunkte der aufzubiegenden Eiseneinlagen. Es genügt in der ersten Teilstrecke den Drittelspunkt, in den übrigen Teilstrecken nahezu den Mittelpunkt anzunehmen.**)

Zahlenbeispiel. Bei dem im Abschnitt V, 1 berechneten Plattenbalken war die ermittelte größte Schubspannung $\tau_{\max} = 8{,}0$ kg/cm²

*) Siehe Vorläufige Leitsätze für die Vorbereitung, Ausführung und Prüfung der Eisenbetonbauten vom Verband deutscher Architekten- und Ingenieur-Vereine und vom Deutschen Beton-Verein.

**) Walter und Weiske. Statische Berechnung der Betonträger mit Eiseneinlagen. S. 35 ff.

Die Rippenbreite war $b = 35$ cm, der Durchmesser der Eiseneinlagen war $d = 32$ mm für 6 gerade und $d = 26$ mm für 2 aufgebogene Eisen.

Es ist

$$f_{e_{\text{qcm}}} = 1{,}8 \frac{(\tau_{\max} - 4{,}5)^2}{\tau_{\max}} \cdot b_{\text{m}} \cdot l_{\text{m}},$$

$$f_e = \frac{1{,}8(8{,}0 - 4{,}5)^2}{8} \cdot 0{,}36 \cdot 8 = 8 \text{ qcm}.$$

Vorhanden ist $2 \cdot 5{,}30 = 10{,}6$ cm², da 2 Eisen von 26 mm Φ aufgebogen werden.

Das Aufbiegen hat innerhalb der Länge:

$$y = \frac{\tau_{\max} - 4{,}5}{\tau_{\max}} \cdot \frac{l}{2} = \frac{8 - 4{,}5}{8} \cdot \frac{8}{2} = 1{,}75 \text{ m}$$

zu geschehen.

b) Berechnung der Bügel.

Die aufzunehmende wagerechte Schubkraft auf jeder Balkenhälfte ist:

$$T = \frac{(\tau_{\max} - 4{,}5)^2}{\tau_{\max}} \cdot \frac{bl}{4}.$$

Die Bügel wirken nach Art der Dübel im verdübelten Balken. Denkt man sich den Eisenbetonbalken in horizontale Scheiben zerlegt, so können die Bügel als senkrechte Nägel aufgefaßt werden, welche diese Scheiben zusammenhalten und hierdurch dieselben im Balken zur gemeinsamen Wirkung bringen. Bis zur Beanspruchung von 4,5 kg/qcm soll der Beton selbst durch seine eigene Schubfestigkeit den Zusammenhang der einzelnen wagerechten Schichten sichern, darüber hinaus sollen die Bügel die auftretende Schubkraft aufnehmen.

Der erforderliche Bügelquerschnitt in einer Balkenhälfte ist daher bei 800 kg/cm² zulässiger Schubbeanspruchung des Eisens:

$$f_e = \frac{T}{800} = \frac{1}{3200} \frac{(\tau_{\max} - 4{,}5)^2}{\tau_{\max}} \cdot bl = 0{,}00031 \frac{(\tau_{\max} - 4{,}5)^2}{\tau_{\max}} \cdot bl,$$

$$f_{e_{\text{qcm}}} = 3{,}1 \frac{(\tau_{\max} - 4{,}5)^2}{\tau_{\max}} \cdot b_{\text{m}} \cdot l_{\text{m}},$$

wenn man b und l in Metern einsetzt.

Zahlenbeispiel. Für denselben Plattenbalken ist der Eisenquerschnitt der Bügelanordnung zu bestimmen.

Es ist:

$$f_e = 3{,}1\,\frac{(8-4{,}5)^2}{8}\cdot 0{,}36\cdot 8\cdot 0 = 3{,}1\cdot 12{,}25\cdot 0{,}36 = 13{,}7 \text{ qcm.}$$

Die Verteilung der Bügel hat auf die Länge von

$$y = \frac{8-4{,}5}{8}\cdot\frac{8}{2} = 1{,}75 \text{ m}$$

zu geschehen.

Werden 6 Bügelarme von 20 / 2 mm Bandeisenquerschnitt und $6\cdot 0{,}4 = 2{,}4$ qcm Gesamtquerschnitt angeordnet, so ist die Anzahl der Bügelstellen

$$n = \frac{13{,}7}{2{,}4} = 5{,}7 \sim 6.$$

Die Bügel sind nach dem Wurzelgesetz auf die Länge von 1,75 zu verteilen, so daß sie am Auflager enger liegen (siehe Fig. 21).

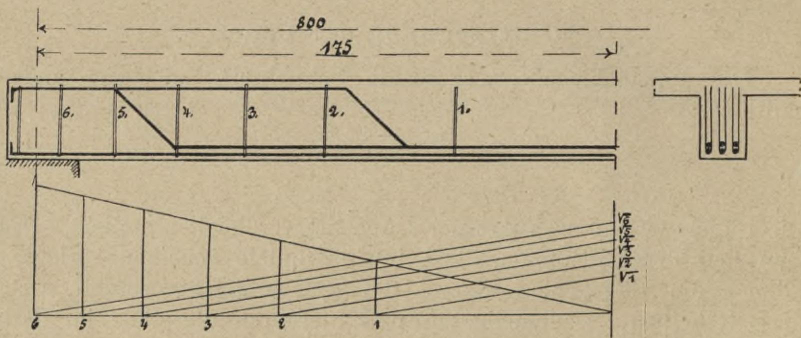

Fig. 21.

Für die Ausführung empfiehlt sich eine gemischte Anordnung, da Bügel allein ohne Aufbiegen eines Eisens nicht zu empfehlen sind, weil sich die schrägen Risse durch dieselben nicht unschädlich machen lassen.

Man kann also in dreifacher Weise bei der Armierung vorgehen:

1. Es werden die aufzubiegenden Eisen berechnet und außerdem einige Bügel eingelegt.

2. Es werden die Bügel berechnet und außerdem mindestens 1 Eisen aufgebogen.

3. Es werden sowohl die aufzubiegenden Eisen als auch die Bügel berechnet, indem man jeder Anordnung etwa die Hälfte der Entlastung zuweist. Hierbei wird jedoch der Querschnitt der aufzubiegenden Eisen infolge ihrer größeren Wirksamkeit um etwa 60 % erhöht, zur Erhöhung der Sicherheit, da infolge von Einzellasten die Schubspannungen größer werden können. Dann erhält man:

a) für die aufzubiegenden Eisen:

$$f_e = 1{,}5 \frac{(\tau_{\max} - 4{,}5)^2}{\tau_{\max}} \cdot b_{\mathrm{m}} \cdot l_{\mathrm{m}},$$

b) für die Bügel:

$$f_e = 1{,}5 \frac{(\tau_{\max} - 4{,}5)^2}{\tau_{\max}} \cdot b_{\mathrm{m}} \cdot l_{\mathrm{m}}.$$

Man erhält also für beide Werte dieselbe Formel.

Aus folgender Tabelle sind für verschiedene Werte von $\tau_{\max}$ die Länge des durch Bügel und aufgebogene Eisen zu schützenden Balkenteiles y und die Größe des Eisenquerschnittes der Bügel und der aufgebogenen Eisen, entsprechend der Formeln:

$$y = \frac{\tau_{\max} - 4{,}5}{\tau_{\max}} \cdot \frac{l}{2} \quad \text{und} \quad f_e = 1{,}5 \cdot \frac{(\tau_{\max} - 4{,}5)^2}{\tau_{\max}} \cdot b_{\mathrm{m}} \cdot l_{\mathrm{m}}$$

zu entnehmen. Hierbei ist b die Rippenbreite und l die Spannweite des Plattenbalkens in m, y in cm und f_e in qcm einzusetzen und abzulesen.

$\tau_{\max}$	y	f_e
4,5	0	0
5,0	0,050 l	0,075 bl
5,5	0,091 l	0,273 bl
6,0	0,125 l	0,563 bl
6,5	0,154 l	0,923 bl
7,0	0,179 l	1,34 bl
7,5	0,200 l	1,80 bl
8,0	0,219 l	2,30 bl
8,5	0,235 l	2,82 bl
9,0	0,250 l	3,38 bl
9,5	0,263 l	3,95 bl
10,0	0,275 l	4,54 bl
kg/qcm	y in m l in m	f_e in qcm b in m l in m

Außerdem empfiehlt sich über y hinaus noch einige Bügel einzulegen.

II. Entlastung der Haftspannungen.

Das einfachste Mittel, das Herausziehen der Enden der Rundeisen aus dem Beton infolge Überwindung der Haftfestigkeit zu verhindern, ist das Umbiegen der Enden.

Nach den amtlichen Bestimmungen darf die Haftfestigkeit nur bis 4,5 kg/cm^2 ausgenutzt werden. Da die Haftspannung τ_e in derselben Weise wie die Schubspannung τ_b berechnet wird, indem man nur die Rippenbreite b durch den Umfang der Eiseneinlagen U ersetzt, so kann man zur Ermittelung der überschüssigen Kraft P, welche das Herausziehen der Eiseneinlagen aus dem Beton erstrebt, in derselben Weise die Formel ableiten:

$$P = \frac{(\tau_e - 4{,}5)^2}{\tau_e} \cdot \frac{l \cdot U}{4}.$$

Die Kraft P ist die Summe aller auf die Länge

$$y = \frac{\tau_e - 4{,}5}{\tau_e} \cdot \frac{l}{2}$$

entfallender Haftspannungen, welche das zulässige Maß von 4,5 kg/qcm überschreiten.

Diese Kraft ist als eine Zugkraft anzusehen, welche auf das umgebogene Ende der Eiseneinlagen wirkt. Hierbei wirkt dieses Ende als Ankerplatte.

Für die Berechnung der Länge der Umbiegung z werden folgende vereinfachende Annahmen gemacht:

1. Der Druck des Endes gegen den Beton ist nicht gleichmäßig, sondern nimmt von der Stelle der Umbiegung bis zur Spitze nach dem Dreiecksgesetz ab.

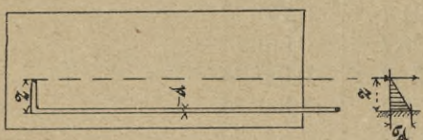

Fig. 22.

2. Das Ende selbst wird als ein Balken aufgefaßt, der an der Stelle der Umbiegung eingespannt ist und an seinem Ende gegen den umhüllenden Beton drückt, also hier ein freies Auflager hat. (Fig. 22.)

Aus der ersten Annahme ergibt sich die Bedingung:

$$P = \frac{\sigma_d \cdot z}{2} \cdot d$$

oder

$$\frac{\sigma_d \cdot z}{2} \cdot d = \frac{(\tau_e - 4{,}5)^2}{\tau_e} \cdot l \frac{U}{4}$$

$$z = \frac{(\tau_e - 4{,}5)^2}{\tau_e} \cdot l \cdot \frac{\pi d}{4} \cdot \frac{2}{d} \frac{1}{\sigma_d}$$

$$z = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{(\tau_e - 4{,}5)^2}{\tau_e} \frac{l}{\sigma_d}.$$

σ_d ist als ein Lochwanddruck zu betrachten und könnte mit der doppelten Größe der zulässigen Druckspannung eingeführt werden. Setzt man $\pi = 3{,}14$, $\sigma_d = 40$ kg/cm², und l in m ein, so erhält man:

$$z_{\mathrm{cm}} = 4\,\frac{(\tau_e - 4{,}5)^2}{\tau_e} \cdot l_{\mathrm{m}}\,.$$

Folgende Tabelle liefert die erforderlichen Längen z für verschiedene Haftspannungen τ_e:

z	τ_e	$(\tau_e - 4{,}5)$ kg/cm²
0,20 l	5,0	0,5
0,73 l	5,5	1,0
1,50 l	6,0	1,5
z in cm l in m	kg/cm²	kg/cm²

Man hat also die Haftspannung τ_e zu berechnen und nach der Tabelle die Länge der Umbiegung abzuschätzen.

Es wird empfohlen, nicht über die Grenze von 6 kg/cm² hinauszugehen.

Durch die zweite Annahme ist die auszunutzende Länge der Umbiegung z beschränkt, da man diese nicht beliebig lang machen darf.

Durch den Gegendruck des Betons gegen das umgebogene Ende werden in demselben Biegungsspannungen hervorgerufen. (Fig. 22.)

Für den angenommenen Belastungsfall ist das größte Biegungsmoment an der umgebogenen Stelle:

$$M = \frac{p z^2}{15}.$$

Hierbei ist $p = \sigma_d \cdot d$ die Druckbelastung am umgebogenen Ende.

Daher ist:

$$\frac{\sigma_d \cdot d \cdot z^2}{15} = \frac{\pi d^3}{32} \cdot \sigma_e$$

oder

$$z^2 = \frac{15 \cdot \pi}{32} \cdot \frac{\sigma_e}{\sigma_d} \cdot d^2$$

oder

$$z = d \cdot \sqrt{\frac{15 \cdot \pi}{32} \cdot \frac{\sigma_e}{\sigma_d}}.$$

Mit $\sigma_e = 1000$ kg/cm², $\sigma_d = 40$ kg/cm² ist:

$$z = d\sqrt{\frac{15 \cdot 3{,}14}{32} \cdot \frac{1000}{40}}$$

$$z \leqq 6d.$$

Die auszunutzende Höhe des umgebogenen Endes darf also diesen Wert auf keinen Fall überschreiten.

Zahlenbeispiel. In dem oben berechneten Beispiel ist die Haftspannung im Abschnitt V 2 zu 4,75 kg/cm² ermittelt. Die 6 geraden Eisen haben einen Durchmesser von 3,2 cm.

Es ist daher nach der Tabelle

$$z \overline{\gtrless} 0{,}2\, l$$

$$\overline{\gtrless} 0{,}2 \cdot 8{,}0 \overline{\gtrless} 1{,}6 \text{ cm.}$$

Das Verhältnis von z und d ist hierbei

$$\frac{z}{d} = \frac{1{,}6}{3{,}2} = 0{,}5.$$

Statt dessen werden zur Erhöhung der Sicherheit die Rundeisen 5 cm umgebogen.

Bei Plattenbalken sind stets die Enden der geraden Eisen umzubiegen, bei Platten ist dies in der Regel nicht erforderlich.

VI. Berechnung der Säulen.

A. Querschnittsermittelung.

Der in den Betonquerschnitt eingebettete Eisenquerschnitt erleidet aus der Druckkraft P eine n fach größere Druckbeanspruchung als der Beton. (Fig. 23.)

Ist F_b der Betonquerschnitt, f_e der Eisenquerschnitt, σ_d die Beanspruchung der Betons auf Druck, so ist daher:

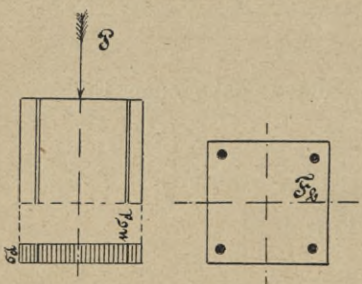

Fig. 23.

$$\sigma_d \cdot F_b + n \cdot \sigma_d \cdot f_e = P$$

oder

$$F_b \cdot \left(\sigma_d + n \cdot \sigma_d \cdot \frac{f_e}{F_b}\right) = P$$

$$F_b = \frac{P}{\sigma_d + n \cdot \sigma_d \cdot \left(\frac{f_e}{F_b}\right)}$$

$$F_b = \frac{P}{\sigma_d\left(1 + n \cdot \frac{f_e}{F_b}\right)}.$$

Der Eisenquerschnitt wird als Prozentsatz des Betonquerschnittes angenommen, hierdurch ist der Wert $\frac{f_e}{F_b}$ bestimmt. $\frac{f_e}{F_b}$ schwankt zwischen $\frac{1}{100}$ und höchstens $\frac{2{,}5}{100}$.

Die Druckspannung σ_d darf nach den amtlichen Bestimmungen nur $\frac{1}{10}$ der Bruchfestigkeit betragen. Um daher schlanke Säulen zu erhalten, muß die Betonmischung fett sein.

Bei einer Mischung 1 : 4, welche auf den cbm Beton rund 360 kg Zement erfordert, kann eine Beanspruchung von $\sigma_d = 25$ kg/qcm angenommen werden.

Man erhält also bei 1 % Armierung:

$$F_b = \frac{P}{25\,(1 + 15 \cdot 0{,}01)} = \frac{P}{25 \cdot 1{,}15} = \frac{P}{28{,}8} = 0{,}035\ P.$$

Setzt man P in Tonnen ein, so erhält man

$$F_b = 35\ P.$$

Beispiel: $P = 70\,t$

$$F_b = 35 \cdot P = 35 \cdot 70 = 2450 \text{ qcm}$$

$$a = \sqrt{2450} = 49{,}5 \text{ cm.}$$

Eisenquerschnitt:

$$f_e = 0{,}01 \cdot F_b = \frac{2450}{100} = 24{,}5 \text{ cm}^2,$$

gewählt sind 4 Rundeisen à 28 mm Φ mit $f_e = 24{,}6$ cm² Eisenquerschnitt (siehe Fig. 24). Die Eisenbeanspruchung ist $\sigma_{e_d} = 15 \cdot 30 = 450$ kg/cm².

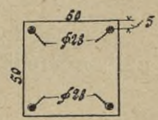

Fig. 24.

In folgender Tabelle sind für $\sigma_d = 30$ kg/cm² und für verschiedene Werte von $\frac{f_e}{F_b}$ die Formeln für F_b angegeben.

$\frac{f_e}{F_b}$	σ_d	σ_e	F_b in qcm		f_e in qcm
$\frac{1}{100}$	25	375	$\frac{P}{28{,}8}$	34,7 P	0,35 P
$\frac{1{,}5}{100}$	25	375	$\frac{P}{30{,}8}$	32,5 P	0,49 P
$\frac{2{,}0}{100}$	25	375	$\frac{P}{32{,}5}$	30,8 P	0,62 P
$\frac{2{,}5}{100}$	25	375	$\frac{P}{34{,}4}$	29,1 P	0,73 P
			P in kg	P in Tonnen	P in Tonnen

B. Spannungsberechnung.

Ist der Querschnitt F_b und die Eiseneinlage f_e gegeben, so ergibt sich aus der Gleichung:

$$\sigma_d \cdot F_b + n \cdot \sigma_d \cdot f_e = P$$

der Wert:

$$\sigma_d = \frac{P}{F_b + n \cdot f_e}.$$

Beispiel: Auf eine Säule von 40/40 cm Seitenlänge und mit 4 Rundeisen von 28 mm Φ und 24,6 qcm Eisenquerschnitt wirkt eine zentrische Belastung von 54 t.

Gesucht wird die Beanspruchung.

Es ist:

$$\sigma_d = \frac{P}{F_b + n \cdot f_e}$$

$$\sigma_d = \frac{54000}{1600 + 15 \cdot 24{,}6} = \frac{54000}{1600 + 369}$$

$$\sigma_d = \frac{54000}{1969} = \sim 27{,}5 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Eisenbeanspruchung ist:

$$\sigma_{e_d} = 15 \cdot 27{,}5 = 413 \text{ kg/cm}^2.$$

C. Berechnung auf Zerknicken.

Für die Berechnung auf Zerknicken ist die Eulersche Formel vorgeschrieben:

$$P = \frac{\pi^2 E \cdot J}{s \cdot l^2}.$$

E ist der Elastizitätsmodul des Betons (140000), J ist das Trägheitsmoment des armierten Querschnittes,

s ist der Sicherheitsgrad (10),

l ist die Länge der Säule.

Es ist also

$$J = \frac{s}{\pi^2} \frac{l^2 P}{E} = \sim \frac{10}{10} \cdot \frac{l^2 \cdot P}{140000}.$$

Setzt man l in m und P in t ein, so erhält man:

$$J = \frac{100 \cdot 100 \cdot 1000}{140000} P l^2 = \frac{1000}{14} P l^2$$

$$J = \sim 70 \, P l^2.$$

Mit Vernachlässigung des eigenen Trägheitsmomentes der Eiseneinlagen ist:

$$J = J_b + n \cdot f_e \cdot a^2.$$

Fig. 25.

Hierbei ist a der Abstand der Eiseneinlagen von der Schwerpunktsachse.

Für quadratischen Querschnitt von der Seitenlänge h ist das Trägheitsmoment:

$$J_b = \frac{h^4}{12}.$$

Wird der Abstand der Eiseneinlage vom Rande zu 0,1 h angenommen, so ist $a = 0{,}4\,h$. (Fig. 25.)

Für $f_e = 0{,}01\,h^2$ ist:

$$J = \frac{h^4}{12} + 15 \cdot 0{,}01\,h^2 \cdot 0{,}4^2 \cdot h^2 = \frac{h^4}{12}(1 + 12 \cdot 15 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}16)$$

$$= \frac{b^4}{12}(1 + 0{,}288) = \frac{1{,}29 \cdot h^4}{12} = 0{,}1073\,h^4.$$

Die zulässige Belastung auf Zerknicken ist:

$$P = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot J}{10\,l^2} = 10 \cdot \frac{140000 \cdot 0{,}1073\,h^4}{10 \cdot l^2} = \frac{15020\,h^4}{l^2}.$$

Die zulässige Belastung auf Druck ist bei 1 % Armierung und $\sigma_d = 30$ kg/qcm

$$P = 34{,}5 \cdot F_b = 34{,}5\,h^2.$$

Setzt man beide Werte für P gleich, so erhält man diejenige Länge l, von welcher ab eine Berechnung auf Zerknicken erforderlich wird.

Es ist also:

$$34{,}5\,h^2 = 15020\,\frac{h^4}{l^2}$$

oder

$$l^2 = \frac{15020}{34{,}5} \cdot h^2$$

$$l = h\sqrt{\frac{15020}{34{,}5}} = h\sqrt{435}$$

$$l = 20{,}86\,h.$$

Bei stärkerer Armierung als 1 % wird die entsprechende Länge l noch größer.

Die Berechnung dieser Grenzwerte l erübrigt sich jedoch, da in den amtlichen Bestimmungen vorgeschrieben ist, daß die Berechnung auf Zerknicken erfolgen soll, wenn die Höhe der Stütze das Achtzehnfache der kleinsten Querschnittsabmessung übersteigt.

In derselben Weise ist die zulässige größte Entfernung der Querverbindungen der Eiseneinlagen zu berechnen. (Fig. 26.)

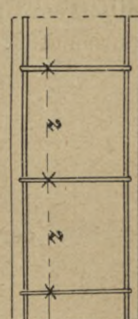

Fig. 26.

Es ist bei 5 facher Sicherheit gegen Ausknicken der Eiseneinlagen:

$$P = \frac{\pi^2 E J_e}{5 \cdot z^2} = \sim \frac{10 \cdot 2100000}{5} \cdot \frac{J_e}{z^2} = 4200000\,\frac{J}{z^2}.$$

Die auf das Eisen entfallende Belastung ist

$$P = n \cdot f_e \cdot \sigma_d.$$

Setzt man beide Werte gleich, so ist:

$$15 \cdot f_e \cdot \sigma_d = 420000 \frac{J}{z^2}$$

oder

$$z^2 = \frac{420000}{15} \cdot \frac{J_e}{f_e} \cdot \frac{1}{\sigma_d},$$

für kreisförmigen Querschnitt ist:

$$\frac{J_e}{f_e} = \frac{\pi d^4 \cdot 4}{64 \cdot \pi d^2} = \frac{d^2}{16}.$$

Mit $\sigma_d = 30$ kg/cm² erhält man daher:

$$z^2 = \frac{420000}{15 \cdot 16 \cdot 30} \cdot d^2$$

$$z = d\sqrt{\frac{4200000}{7200}} = d\sqrt{583}$$

$$z = 24{,}14\, d.$$

In den amtlichen Bestimmungen ist vorgeschrieben, daß z höchstens den 30fachen Wert des Durchmessers betragen darf, und daß z nicht größer werden soll als die kleinste Abmessung der Stütze.

Es empfiehlt sich den Wert z nicht zu groß anzunehmen, da eine möglichst enge Lage der Querverbindungen die Bruchlast der Säulen erhöht.

Beispiel. Für die im Abschnitt VI, B berechnete Säule von 40/40 cm Breite und 54 t Belastung ist die Berechnung auf Zerknicken durchzuführen, wenn die Säulenlänge 6,00 m beträgt.

Das erforderliche Trägheitsmoment ist:

$$J_{\text{erf}} = 70\, Pl^2 = 70 \cdot 54 \cdot 36$$

$$= 136000 \text{ cm}^4.$$

Das vorhandene Trägheitsmoment ist bei der Entfernung der Rundeisen von der Säulenachse von 16 cm:

$$J = \frac{h^4}{12} + n \cdot f_e \cdot a^2 = \frac{40^4}{12} + 15 \cdot 4 \cdot 6{,}15 \cdot 16^2$$

$$= 213300 + 94600 = 307900 \text{ cm}^4.$$

Das Trägheitsmoment genügt bei weitem. Das Verhältnis der Säulenlänge zur Querschnittsbreite ist $\frac{l}{h} = \frac{600}{40} = 15.$
Der erforderliche Abstand der Querverbindung der Rundeisen ist:

$$z = 40 \text{ cm}.$$

Die Eisen werden im Abstand von 30 cm durch Querbügel von 6 mm Φ verbunden.

Die Eisenbetonsäulen werden in Verbindung mit den Unterzügen (Plattenbalken) ausgeführt. Auf die Ausbildung der Anschlüsse der Unterzüge an die Säulen ist besondere Sorgfalt zu verwenden. Den amtlichen Bestimmungen, welche für die Berechnung der größten Momente in der Mitte der Unterzüge $\frac{4}{5}$ des Wertes der Momente für freie Auflagerung der Enden vorschreiben, würden nur geringe Stützmomente über den Säulen entsprechen. Der größeren Sicherheit wegen ist jedoch vorgeschrieben, daß das negative Moment über den Stützen so groß wie das Feldmoment bei beiderseits freier Auflagerung anzunehmen ist.

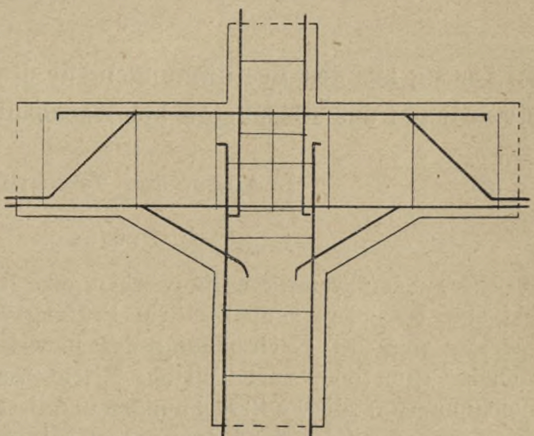

Fig. 27.

Es ist also bei gleichmäßig verteilter Belastung über den Stützen mit $\frac{Ql}{8}$ zu rechnen, falls nicht die genauen Biegungs- und Stützmomente mit Berücksichtigung teilweiser Entlastung der Felder berechnet werden. Da die Zugspannungen über den Stützen oben sind, so tritt bei durchlaufenden Plattenbalken an seine Stelle als rechnungsmäßiger Querschnitt ein Rechteck, nämlich der bis zur Oberkante der Platte verlängerte Balken, der nunmehr an seiner Oberseite Einlagen zu erhalten hat. Dies geschieht durch Aufbiegen der Eisen über der Stütze und Überführen derselben in das benachbarte Feld, außerdem durch Einlegen besonderer Eisen. Der Balken selbst ist an der Unterseite konsolartig zu verstärken, mindestens um die halbe Balkenhöhe. Auch ist ein Teil der unteren Eiseneinlagen in diese Konsole und im Anschluß daran in die Säule abzubiegen, so daß der Balken auch auf der Druckseite Eiseneinlagen erhält. Hierdurch wird die Druckfestigkeit des verhältnismäßig schmalen Balkens gesteigert. (Fig. 27.)

Anhang.

1. Auszug aus den Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten vom 24. Mai 1907.

I. Allgemeine Vorschriften.

A. Prüfung.

Der Ausführung von Bauwerken oder Bauteilen aus Eisenbeton hat eine besondere baupolizeiliche Prüfung voranzugehen. Zu diesem Zwecke sind bei Nachsuchung der Bauerlaubnis für ein Bauwerk, welches ganz oder zum Teil aus Eisenbeton hergestellt werden soll, Zeichnungen, statische Berechnungen und Beschreibungen beizubringen, aus denen die Gesamtanordnung und alle wichtigen Einzelheiten zu ersehen sind. In der Beschreibung ist der Ursprung und die Beschaffenheit der zum Beton zu verwendenden Baustoffe und ihr Mischungsverhältnis anzugeben.

Es darf nur Portlandzement verwendet werden, der den preußischen Normen entspricht. Die Zeugnisse über die Beschaffenheit müssen Angaben über Raumbeständigkeit, Bindezeit, Mahlfeinheit, sowie über Zug- und Druckfestigkeit enthalten. Zur Herstellung des Betons ist nur scharfer Sand, Kies oder ein sonstiger, erfahrungsgemäß geeigneter Zuschlag von zweckentsprechender Korngröße zu verwenden.

Die Druckfestigkeit, die der zu verwendende Beton in dem vorhergesehenen Mischungsverhältnis nach 28 Tagen erreichen soll, ist in der Beschreibung anzugeben.

Das Verfahren der statischen Berechnung muß mindestens dieselbe Sicherheit gewähren, wie die Berechnung nach den Leitsätzen in Abschnitt II dieser Bestimmungen.

Bei noch unerprobter Bauweise kann die Baupolizeibehörde die Zulassung von dem Ausfalle zuvoriger Probeausführungen und Belastungsversuche abhängig machen.

B. Ausführung.

Die für eine Prüfung bestimmten Betonkörper müssen Würfelform von 30 cm Seitenlänge erhalten.

Das Mischen des Betons muß derart erfolgen, daß die Menge der einzelnen Bestandteile dem vorgesehenen Mischungsverhältnis stets genau entspricht und jederzeit leicht gemessen werden kann. Bei Benutzung von Meßgefäßen ist die Füllung zur Erzielung möglichst gleichmäßig dichter Lagerung in stets gleicher Weise zu bewirken.

Mit besonderer Sorgfalt ist darauf zu achten, daß die Eiseneinlagen die richtige Lage erhalten und dicht mit Zementmörtel umkleidet werden. Die Eiseneinlagen sollen bei Plattenbalken 2 cm, bei Platten 1 cm im mindesten von der Außenkante des Betons entfernt sein.

C. Abnahme.

Bei der Abnahme müssen die Bauteile an verschiedenen von dem abnehmenden Beamten zu bestimmenden Stellen freiliegen, so daß die Art der Ausführung zu erkennen ist. Auch bleibt es vorbehalten, die einwandfreie Herstellung, den erreichten Erhärtungsgrad und die Tragfähigkeit durch besondere Versuche festzustellen. Bei der Probebelastung von Deckenplatten und Balken ist folgendermaßen zu verfahren. Bei Belastung eines ganzen Deckenfeldes soll, wenn mit g das Eigengewicht und mit p die gleichmäßig verteilte Nutzlast bezeichnet wird, die Auflast den Wert von:

$$q = 0{,}5\,g + 1{,}5\,p$$

nicht übersteigen.

Bei höheren Nutzlasten als 1000 kg/qm können Ermäßigungen bis zur einfachen Nutzlast eintreten. Soll nur ein Streifen des Deckenfeldes zur Probe belastet werden, so ist die Auflast in der Deckenmitte gleichmäßig auf einen Streifen zu verteilen, dessen Länge gleich der Spannweite und dessen Breite ein Drittel der Spannweite, mindestens aber 1 m ist. Die Auflast soll hierbei den Wert:

$$q = g + 2\,p$$

nicht übersteigen.

Bei Probebelastungen von Stützen ist ein ungleichmäßiges Setzen der Bauteile und eine das zulässige Maß überschreitende Belastung des Untergrundes zu verhüten. Probebelastungen sollen erst nach 45tägiger Erhärtung des Betons vorgenommen und auf den nach Ermessen der Baupolizeibehörde unbedingt nötigen Umfang beschränkt werden.

II. Leitsätze für die statische Berechnung.

A. Eigengewicht.

Das Gewicht des Betons einschließlich der Eiseneinlagen ist zu 2400 kg für das Kubikmeter anzunehmen, sofern nicht ein anderes Gewicht nachgewiesen wird. Bei Decken ist außer dem Gewicht der tragenden Bauteile das Gewicht der zur Bildung des Fußbodens dienenden Baustoffe nach bekannten Einheitssätzen zu ermitteln.

B. Ermittelung der äußeren Kräfte.

Bei den auf Biegung beanspruchten Bauteilen sind die Angriffsmomente und Auflagerkräfte je nach der Art der Belastung und Auflagerung den für frei aufliegende oder durchgehende Balken geltenden Regeln gemäß zu berechnen.

Bei frei aufliegenden Platten ist die Freilänge zuzüglich der Deckenstärke, bei durchgehenden Platten die Entfernung zwischen den Mitten der Stützen als Stützweite in die Berechnung einzuführen.

Bei Platten, die über mehrere Felder durchgehen, darf das Biegungsmoment in den Feldmitten zu vier Fünfteln des Wertes angenommen werden, der bei einer auf zwei Stützen frei aufliegenden Platte vorhanden sein würde, falls nicht die wirklich auftretenden Momente und Auflagerkräfte rechnerisch oder durch Versuche nachgewiesen werden.

Dieselbe Regel gilt auch für Balken, Plattenbalken und Unterzüge, jedoch mit der Ausnahme, daß ein Einspannungsmoment an den Enden nicht in Rechnung gestellt werden darf, wenn nicht besondere bauliche Anordnungen zur sicheren Einspannung getroffen werden. Als Stützweite gilt die um eine Auflagerlänge vergrößerte freie Spannweite.

Über den Stützen ist dann das negative Biegungsmoment so groß wie das Feldmoment bei beiderseits freier Auflagerung anzunehmen $\left(M = Q\frac{l}{8}\right)$. Bei Anordnung der Eiseneinlagen ist unter allen Umständen die Möglichkeit des Auftretens negativer Momente sorgfältig zu berücksichtigen.

Die rechnerische Annahme des Zusammenhanges darf nicht über mehr als drei Felder ausgedehnt werden. Bei Nutzlasten von mehr als 1000 kg/qm ist die Berechnung auch für die ungünstigste Lastverteilung anzustellen. Bei der genaueren Berechnung gelten also die Formeln für den Balken auf 4 Stützen.

Bei Plattenbalken darf die Breite des plattenförmigen Teiles mit nicht mehr als einem Drittel der Balkenlänge in Rechnung gestellt werden, und zwar mit einem Sechstel nach jeder Seite. Die rechnungsmäßig sich ergebende Dicke der Platten und der plattenförmigen Teile der Plattenbalken ist überall auf mindestens 8 cm zu bringen.

Bei Stützen ist auf die Möglichkeit einseitiger Belastung Rücksicht zu nehmen.

C. Ermittelung der inneren Kräfte.

Das Elastizitätsmaß des Eisens ist zu dem Fünfzehnfachen von dem des Betons anzunehmen.

Die Spannungen im Querschnitt des auf Biegung beanspruchten Körpers sind unter der Annahme zu berechnen, daß sich die Ausdehnungen wie die Abstände von der Nullinie verhalten und daß die Eiseneinlagen sämtliche Zugkräfte aufzunehmen vermögen.

Schubspannungen sind nachzuweisen, wenn Form und Ausbildung der Bauteile ihre Unschädlichkeit nicht ohne weiteres erkennen lassen. Sie müssen, wenn zu ihrer Aufnahme keine Mittel in der Anordnung der Bauteile selbst gegeben sind, durch entsprechend gestaltete Eiseneinlagen aufgenommen werden.

Die Eiseneinlagen sind möglichst so zu gestalten, daß die Verschiebung gegen den Beton schon durch ihre Form verhindert wird. Die Haftspannung ist stets rechnerisch nachzuweisen.

Die Berechnung der Stützen auf Knicken soll erfolgen, wenn ihre Höhe mehr als das Achtzehnfache der kleinsten Querschnittsabmessung beträgt. Querverbände, welche geeignet sind, die eingelegten Eisenstäbe unveränderlich gegeneinander festzulegen, sind in Abständen von höchstens dem dreißigfachen Betrage des Eisenstabdurchmessers anzubringen. Außerdem soll der Abstand die Länge der kleinsten Querschnittsabmessung nicht überschreiten.

Zur Berechnung der Stützen auf Knicken ist die Eulersche Formel anzuwenden.

D. Zulässige Spannungen.

Bei den auf Biegung beanspruchten Bauteilen soll die Druckspannung des Betons den sechsten Teil seiner Bruchfestigkeit, die Zug- und Druckspannung des Eisens den Betrag von 1000 kg/qcm nicht übersteigen.

Dabei sind folgende Belastungswerte anzunehmen:

a) bei mäßig erschütterten Bauteilen, z. B. Decken von Wohnhäusern, Geschäftshäusern, Warenhäusern: die wirklich vorhandene Eigen- und Nutzlast;

b) bei Bauteilen, die stärkeren Erschütterungen oder stark wechselnder Belastung ausgesetzt sind, wie z. B. Decken in Versammlungsräumen, Tanzsälen, Fabriken, Lagerhäusern: die wirkliche Eigenlast und die bis zu fünfzig v. H. erhöhte Nutzlast;

c) bei Belastungen mit starken Stößen, wie z. B. bei Kellerdecken unter Durchfahrten und Höfen: die wirkliche Eigenlast und die bis zu hundert v. H. erhöhte Nutzlast.

In Stützen darf der Beton mit nicht mehr als einem Zehntel seiner Bruchfestigkeit beansprucht werden. Bei Berechnung der Eiseneinlagen auf Knicken ist fünffache Sicherheit nachzuweisen.

Die Schubspannung darf das Maß von 4,5 kg/qcm nicht überschreiten. Wird größere Schubfestigkeit nachgewiesen, so darf die auftretende Spannung nicht über ein Fünftel dieser Festigkeit hinausgehen.

Die Haftspannung darf die zulässige Schubspannung nicht überschreiten.

III. Rechnungsverfahren.

A. Reine Biegung.

Bei einfacher Eiseneinlage vom Querschnitt f_e auf die Platten- oder Balkenbreite b ergibt sich, wenn das Verhältnis der Elastizitätsmaße des Eisens und des Betons mit n bezeichnet wird, der Abstand der Nullinie von der Oberkante aus der Gleichung der statischen Momente der Flächenelemente für die Nullinie.*) (Fig. 28.)

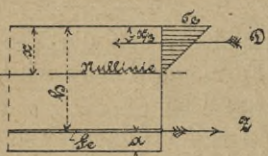

Fig. 28.

1) $$\frac{bx^2}{2} = n \cdot f_e(h - x).$$

2) $$x = \frac{n \cdot f_e}{b}\left[\sqrt{1 + \frac{2bh}{n \cdot f_e}} - 1\right].$$

Aus der Gleichsetzung der Momente der äußeren und inneren Kräfte folgt dann:

3) $$M = \sigma_b \cdot \frac{x}{2} \cdot b \cdot \left(h - \frac{x}{3}\right) = \sigma_e \cdot f_e\left(h - \frac{x}{3}\right),$$

worin σ_b die größte Betondruckspannung und σ_e die mittlere Eisenzugspannung bedeutet

Hieraus folgt:

4) $$\sigma_b = \frac{2M}{bx\left(h - \frac{x}{3}\right)},$$

$$\sigma_e = \frac{M}{f_e\left(h - \frac{x}{3}\right)}.$$

---

*) In den folgenden Formeln ist die Nutzhöhe nicht mit $h - a$, sondern mit h bezeichnet, so daß der Wert a, d. i. der Abstand der Eiseneinlagen, von der Unterkante aus den Formeln herausfällt.

Bei Tförmigen Querschnitten, sogenannten Plattenbalken, unterscheidet sich die Berechnung nicht von der vorigen, wenn die Nullinie in die Platte selbst oder in die Unterkante der Platte fällt.

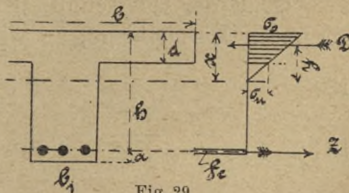

Fig. 29.

Geht die Nullinie durch den Steg, so können die geringen, im Steg auftretenden Druckspannungen vernachlässigt werden.

Dann ist (Fig. 29):

5) $$\sigma_u = \sigma_0 \frac{x-d}{x},$$

$$\sigma_e = n \cdot \sigma_0 \cdot \frac{h-x}{x},$$

$$\frac{\sigma_0 + \sigma_u}{2} \cdot \frac{bd}{2} = \sigma_e \cdot f_e$$

oder nach Einsetzen der angegebenen Werte von σ_0, σ_u und σ_e:

6) $$x = \frac{h \cdot n \cdot f_e + \frac{bd^2}{2}}{bd + n \cdot f_e}.$$

Da der Abstand des Schwerpunktes des Drucktrapezes von der Oberkante:

$$x - y = \frac{d}{3} \frac{\sigma_0 + 2\sigma_u}{\sigma_0 + \sigma_u}$$

ist, so wird nach Einsetzen des obigen Wertes von σ_u:

7) $$y = x - \frac{d}{2} + \frac{d^2}{6(2x-d)},$$

8) $$\sigma_e = \frac{M}{f_e(h-x+y)},$$

9) $$\sigma_0 = \frac{x}{n(h-x)} \cdot \sigma_e.$$

Die Schubspannung im Steg wird bei der Stegbreite b_1 und der größten Querkraft V:

10) $$\tau_0 = \frac{V}{b_1(h-x+y)}.$$

Die Haftspannung am Umfange der geraden (unteren) Rundeisen, deren Gesamtumfang U ist, ist:

11) $$\tau_1 = \frac{V}{U(h-x+y)}$$

oder aus der Beziehung

$$\frac{\tau_1}{\tau_0} = \frac{V}{U(h-x+y)} \cdot \frac{b_1(h-x+y)}{V}.$$

12) $$\tau_1 = \tau_0 \cdot \frac{b_1}{U}.$$

B. Zentrischer Druck.

Ist F der Querschnitt der gedrückten Betonfläche und f_e der der gesamten Eiseneinlage, so wird die zulässige Belastung:

13) $$P = \sigma_b (F + n \cdot f_e).$$

14) $$\sigma_b = \frac{P}{F + n \cdot f_e}.$$

15) $$\sigma_e = n \cdot \sigma_b = \frac{n \cdot P}{F + n \cdot f_e}.$$

C. Exzentrischer Druck.

Die Berechnung erfolgt wie bei homogenem Baustoff, wenn in den Ausdrücken für die Querschnittsfläche und das Trägheitsmoment der Querschnitt der Eiseneinlagen mit seinem $n$fachen Werte zum Betonquerschnitt hinzugerechnet wird. Auftretende Zugspannungen müssen durch die Eiseneinlagen aufgenommen werden können.

2. Tabelle der Rundeisen.

Durchmesser d/mm	Gewicht kg/m	Umfang m	Fläche qcm	2 St. qcm	3 St. qcm	4 St. qcm	5 St. qcm	6 St. qcm	7 St. qcm	8 St. qcm	9 St. qcm	10 St. qcm
1	0,006	0,31	0,008	0,016	0,024	0,031	0,039	0,047	0,055	0,063	0,071	0,079
2	0,024	0,63	0,031	0,063	0,094	0,128	0,157	0,188	0,22	0,25	0,28	0,31
3	0,055	0,94	0,07	0,14	0,21	0,28	0,35	0,42	0,49	0,56	0,63	0,70
4	0,098	1,26	0,13	0,25	0,38	0,50	0,63	0,76	0,88	1,00	1,13	1,26
5	0,153	1,57	0,20	0,39	0,59	0,78	0,98	1,18	1,38	1,57	1,77	1,96
6	0,220	1,89	0,28	0,56	0,85	1,13	1,41	1,70	1,98	2,26	2,54	2,82
7	0,300	2,20	0,38	0,77	1,15	1,54	1,92	2,31	2,69	3,08	3,46	3,84
8	0,392	2,51	0,50	1,00	1,51	2,01	2,51	3,01	3,51	4,02	4,52	5,02
9	0,496	2,83	0,64	1,27	1,91	2,54	3,18	3,82	4,46	5,08	5,72	6,36
10	0,612	3,14	0,79	1,57	2,36	3,14	3,93	4,71	5,50	6,28	7,07	7,85
11	0,740	3,46	0,95	1,90	2,85	3,80	4,75	5,70	6,65	7,60	8,55	9,50
12	0,881	3,77	1,13	2,26	3,30	4,52	5,65	6,79	7,92	9,05	10,18	11,31
13	1,034	4,08	1,33	2,65	3,98	5,31	6,64	7,96	9,29	10,62	10,95	13,27
14	1,199	4,40	1,54	3,08	4,62	6,03	7,70	9,24	10,78	12,32	13,86	15,39
15	1,377	4,71	1,76	3,53	5,30	7,07	8,80	10,60	12,36	14,14	15,90	17,67
16	1,568	5,03	2,01	4,02	6,03	8,04	10,05	12,06	14,07	16,08	18,09	20,11
17	1,768	5,34	2,27	4,54	6,81	9,08	11,35	13,62	15,89	18,16	20,43	22,70
18	1,983	5,65	2,54	5,09	7,63	10,18	12,72	15,26	17,80	20,36	22,90	25,45
19	2,209	5,97	2,84	5,67	8,51	11,34	14,18	17,02	19,86	22,68	25,52	28,35
20	2,488	6,28	3,14	6,28	9,42	12,57	15,71	18,84	21,98	25,14	28,28	31,42

2. Tabelle der Rundeisen. (Fortsetzung.)

Durchmesser d/mm	Gewicht kg/m	Umfang m	Fläche qcm	2 St. qcm	3 St. qcm	4 St. qcm	5 St. qcm	6 St. qcm	7 St. qcm	8 St. qcm	9 St. qcm	10 St. qcm
21	2,698	6,60	3,46	6,93	10,39	13,85	17,32	20,78	24,24	27,70	31,16	34,64
22	2,962	6,91	3,80	7,60	11,40	15,21	19,01	22,81	26,61	30,41	34,21	38,01
23	3,257	7,23	4,15	8,31	12,46	16,62	20,77	24,93	29,08	33,24	37,39	41,55
24	3,525	7,54	4,52	9,05	13,57	18,10	22,62	27,14	31,66	36,19	40,71	45,24
25	3,824	7,85	4,91	9,82	14,73	19,63	24,54	29,45	34,36	39,27	44,18	49,09
26	4,136	8,17	5,31	10,62	15,93	21,24	26,55	31,86	37,17	42,47	47,78	53,10
27	4,461	8,48	5,73	11,45	17,18	22,90	28,63	34,35	40,08	45,80	51,53	57,26
28	4,797	8,80	6,16	12,31	18,47	24,63	30,79	36,94	43,10	49,26	55,42	61,58
29	5,146	9,11	6,60	13,21	19,81	26,42	33,02	39,62	46,22	52,84	59,44	66,85
30	5,507	9,42	7,07	14,14	21,21	28,27	35,34	42,41	49,48	56,55	63,62	70,68
31	5,280	9,74	7,55	15,09	22,64	30,19	37,74	45,29	52,84	60,38	67,93	75,48
32	6,266	10,05	8,04	16,08	24,13	32,17	40,21	48,26	56,30	64,34	72,38	80,42
33	6,644	10,37	8,55	17,11	25,66	34,21	42,76	51,32	59,87	68,42	76,97	85,53
34	7,074	10,68	9,08	18,16	27,24	36,32	45,40	54,48	63,56	72,63	81,71	90,79
35	7,496	11,00	9,62	19,24	28,86	38,48	48,11	57,73	67,35	76,97	86,59	96,21
36	7,930	11,31	10,18	20,36	30,54	40,72	50,90	61,07	71,25	81,43	91,61	101,79
37	8,377	11,62	10,75	21,50	32,26	43,01	53,76	64,51	75,26	86,02	96,77	107,52
38	8,836	11,94	11,34	22,68	34,02	45,36	56,70	68,04	79,38	90,73	102,07	113,41
39	9,307	12,25	11,94	23,89	35,48	47,78	59,73	71,68	83,62	95,57	107,51	119,46
40	9,791	12,57	12,56	25,13	37,70	50,26	62,83	75,40	87,96	100,53	113,09	125,66
41	10,280	12,88	13,20	26,41	39,61	52,81	66,01	79,22	92,42	105,62	118,82	132,03
42	10,794	13,20	13,85	27,71	41,56	55,42	69,27	83,12	96,97	110,83	124,68	138,54
43	11,314	13,51	14,52	29,04	43,56	58,09	72,61	87,13	101,65	116,18	130,70	145,22
44	11,846	13,82	15,20	30,41	45,61	60,82	76,03	91,23	106,43	121,64	136,84	152,05
45	12,391	14,14	15,90	31,81	47,71	63,62	79,52	95,42	111,32	127,23	143,13	159,04
46	12,948	14,45	16,62	33,24	49,86	66,48	83,10	99,71	116,33	132,95	149,57	166,19
47	13,517	14,77	17,35	34,70	52,05	69,40	86,75	104,09	121,44	138,79	156,14	173,49
48	14,098	15,08	18,09	36,19	54,29	72,38	90,48	108,58	126,67	144,77	162,86	180,96
49	14,892	15,39	18,86	37,71	56,27	75,43	94,28	113,14	132,00	150,86	169,72	188,57
50	15,296	15,71	19,63	39,27	58,90	78,54	98,17	117,81	137,44	157,08	176,71	196,35

Druck von B. G. Teubner in Dresden.

20,00