Leitfaden für das Entwerfen und die Berechnung Gewölbter Brücken

von

G. Tolkmitt

LEITFADEN

FÜR DAS

ENTWERFEN UND DIE BERECHNUNG

GEWÖLBTER BRÜCKEN

VON

G. TOLKMITT

KÖNIGLICHER BAURATH

ZWEITE AUFLAGE

DURCHGEARBEITET UND ERWEITERT

VON

A. LASKUS

REGIERUNGS-BAUMEISTER

BERLIN 1902

VERLAG VON WILHELM ERNST & SOHN

(GROPIUS'SCHE BUCH- UND KUNSTHANDLUNG)

Nachdruck verboten

Vorwort
zur zweiten Auflage.

Das Tolkmittsche Verfahren zur Berechnung der Brückengewölbe leistet bei der Aufstellung brauchbarer Entwürfe so vorzügliche Dienste, dass es trotz der gegenwärtig wesentlich vervollkommneten genaueren Theorie, insbesondere der Elasticitätstheorie, die nur in wichtigen Fällen für die Nachprüfung von Entwürfen unentbehrlich erscheint, mit Recht allseitig günstige Beurtheilung und vielfach praktische Anwendung gefunden hat.

Dieser Umstand war für den Unterzeichneten bestimmend, einer von der Verlagsbuchhandlung gegebenen Anregung zu entsprechen und anstelle des im Jahre 1900 verstorbenen Verfassers die Bearbeitung einer Neuausgabe des im Buchhandel vergriffenen Leitfadens zu übernehmen. Die Bearbeitung sollte naturgemäfs an den Anschauungen und Urtheilen Tolkmitts festhalten, dabei jedoch den Fortschritten des Gewölbebaues seit dem ersten Erscheinen des Leitfadens (1895) gerecht werden. Die Aufgabe bestand daher zunächst in der Prüfung und klareren Fassung der mathematischen Entwicklungen, sowie in der Nachrechnung der werthvollen Beispiele und Zahlentafeln. Nothwendige Zusätze waren erforderlich infolge der neuen preufsischen Belastungsvorschriften für Eisenbahnbrücken vom April 1901, auch sind Angaben über Belastungsgleichwerthe des Eigengewichts und über die Höchstpressungen bei neueren Ausführungen gewölbter Brücken, sowie eine eingehendere Berechnung der Widerlager und Zwischenpfeiler hinzugekommen.

Die in den letzten zehn Jahren entstandenen zahlreichen Ausführungen von Betonbrücken mit drei Gelenken liefsen es erwünscht erscheinen, das Tolkmittsche Berechnungsverfahren auch auf Gelenkgewölbe anzuwenden, um so mehr, als aus den letzten Arbeiten des Verfassers hervorgeht, dass er solche Constructionen günstig beurtheilte. In einem neuen Abschnitte (VI) findet sich demgemäfs das Wesentliche über die Berechnung gewölbter Gelenkbrücken zusammengefasst.

Möge der Leitfaden in seiner nunmehr vorliegenden Gestalt neue Freunde erwerben und für die Brückenbau-Ingenieure von Nutzen sein.

Berlin, März 1902.

A. Laskus.

Inhaltsübersicht.

Einleitung.

Die vorliegende Schrift enthält, wie schon der Titel zu erkennen giebt, weder ein vollständiges Lehrbuch für den Bau gewölbter Brücken, noch eine erschöpfende Bearbeitung der Gewölbetheorie. Sie ist vorzugsweise für den praktischen Gebrauch des Bauingenieurs zur Erleichterung des Entwerfens gewölbter Brücken bestimmt, als ein Hülfsmittel und Leitfaden für die zweckmäfsige Anordnung der Bogenform und Gewölbestärke. In dieser Hinsicht lassen die bekannten Gewölbetheorien — einschliefslich der Elasticitätstheorie — den Entwerfenden im Stich, indem es schon recht zeitraubend ist, ein gegebenes Gewölbe auf seine Standsicherheit und Beanspruchung genau zu untersuchen, aber noch viel schwieriger, zu erkennen, welchen Einfluss die Abänderung einzelner Entwurfstücke, z. B. des Pfeilverhältnisses, der Uebermauerung oder der Bogenform auf die Gewölbestärke, die Beanspruchung des Baustoffes oder die Standsicherheit der Widerlager hat. Allerdings verhält es sich bei den eisernen Brücken nicht viel anders, da man auch dort auf die Durchrechnung einzelner Trägerconstructionen angewiesen ist, um einen Ueberblick über die zweckmäfsigste Anordnung zu gewinnen. Indessen ist doch ein grofser Unterschied beim Entwerfen von eisernen und steinernen Brücken insofern vorhanden, als die Bogenform bei den letzteren ungleich wichtiger ist als bei den ersteren. Es hängt dies mit den Eigenschaften des Baustoffes zusammen. Der eiserne Brückenträger bildet ein Stabwerk, dessen einzelne Theile in einer den Grenzwerthen ihrer Spannungen, die sich mehr oder weniger genau feststellen lassen, gut entsprechenden Weise construirt werden können. Da jeder Stab nahezu den berechneten Querschnitt erhält, so wird überflüssiger Aufwand an Baustoff vermieden und so kommt es, dass zahlreiche Trägerformen nach Eisenaufwand und Herstellungskosten sich nur wenig voneinander unterscheiden. Beispielsweise macht es keinen grofsen Unterschied, ob der Untergurt einer eisernen Bogenbrücke von gegebener Spannweite und Pfeilhöhe nach einer Kreislinie oder einer Parabel oder einer ähnlichen anderen Curve geformt wird; die Bogenform darf deshalb nach sonstigen Rücksichten und Bedingungen der Aufgabe gewählt werden. Dagegen liegt die Sache bei einer gewölbten Brücke wesentlich anders. Der steinerne Bogen kann weder nach Art des eisernen durch die Zwischenconstruction zwischen Bogen und Fahrbahn ausgesteift noch auf Zug beansprucht werden, wenigstens ist die zulässige Zugspannung bedeutend kleiner als die Druckspannung. Daher gilt für alle Steinconstructionen die Regel, dass der Mittelpunkt des Druckes in allen Querschnitten womöglich innerhalb der sogen. Kernlinien bleiben soll, unter keinen Umständen aber aufserhalb irgend eines Querschnittes liegen darf. Es ist leicht einzusehen, dass unter solchen Umständen die nothwendige Stärke des Gewölbes von seiner Form abhängig ist, dass man bei einer gut gewählten Bogenlinie mit einer gewissen Mindeststärke auskommt, während jede Veränderung der Form eine Vergröfserung der Gewölbestärke nothwendig macht.

Wo es sich nun beim Entwerfen um die Wahl der Spannweiten (l) oder Pfeilhöhen (f) der Brückenöffnungen handelt, braucht man bei eisernen Brücken für jedes zur Auswahl stehende l und f nur einen Vergleichsentwurf zu untersuchen, und es ist zur Erlangung eines Ueberblicks keine genaue Durcharbeitung in allen Einzelheiten erforderlich. Bei gewölbten Brücken muss man dagegen, um den gleichen Zweck zu erreichen, für die sämtlichen Werthe von l und f, unter denen man eine Auswahl treffen will, jedesmal die günstigste Bogenform und die zugehörige Gewölbestärke ermitteln, was auf dem üblichen Wege des Probirens eine ziemlich sorgfältige und umständliche Behandlung erfordert. Dadurch wird das Entwerfen erschwert, und wenn man auf solche Versuche auch die Elasticitätstheorie anwenden will, so erfordert die Feststellung (Bearbeitung und Prüfung) des Entwurfes mehr Zeit und Geld, als in den meisten Fällen zur Verfügung steht.

Die erwähnten Umstände sind der Vervollkommnung des Gewölbebaues hinderlich. Die Schwierigkeit der wissenschaftlichen Untersuchung eines Gewölbes und die Umständlichkeit seiner Berechnung als eines elastischen Bogens machen es erklärlich, dass das Entwerfen noch so oft schablonenhaft geschieht. Man beschreibt einen Kreisbogen und wählt die Stärke nach dem Gefühl oder nach einer praktischen Regel, zeichnet auch wohl eine Stützlinie ein, um zu sehen, ob sie innerhalb des mittleren Drittels des Gewölbes bleibt, und vergröfsert, wenn das nicht der Fall ist, die Gewölbestärke. In vielen Fällen ist ein solches Verfahren gewiss ganz richtig und zweckentsprechend, häufig ist es aber nicht ausreichend. Denn der Kreisbogen ist bisweilen eine sehr unzweckmäſsige Bogenform, bei deren Anwendung das Gewölbe sehr stark gemacht werden muss, um standfest zu sein. Die nachtheiligen Folgen sind alsdann recht erheblich und beschränken sich nicht auf die Vergröſserung des Aufwandes an Baustoff und der Kosten, sondern es werden auch die Belastung des Baugrundes und der Schub auf die Widerlager vermehrt und trotz der groſsen Stärke ist die Standsicherheit an einzelnen Stellen des Gewölbes, die wegen der ungünstigen Bogenform als Bruchfugen besonders gefährdet sind, gering und die Beanspruchung des Baustoffes groſs. Ferner ist nicht auſser Acht zu lassen, dass die Lehrgerüste um so theurer und ihre Formveränderungen beim Wölben um so gröſser werden, je stärker das Gewölbe gemacht wird. Somit sprechen gewichtige Gründe für die Wahl einer guten Gewölbeform. Der Kreisbogen sollte auf die Fälle beschränkt bleiben, wo er constructiv zweckmäſsig ist, allgemein aber das Gewölbe so geformt werden, dass in ihm eine thunlichst gleichmäſsige Druckvertheilung möglich ist. Erst dann kommt die Festigkeit des Baustoffes richtig zur Geltung; das Gewicht der Gewölbeconstructionen wird verringert und ihre Standsicherheit erhöht, ihre Ausführung vervollkommnet und ihr Anwendungsgebiet erweitert.

Erster Abschnitt.

Das Gleichgewicht der äufseren und inneren Kräfte.

Die allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen und die Regeln über die Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften werden als bekannt vorausgesetzt. Nur die für das Verständniss der Gewölbeconstructionen wichtigsten Hauptsätze sollen nachstehend kurz angegeben werden.

In Abb. 1 ist ein zwischen den beliebigen Normalfugen AC und BD liegendes Gewölbestück mit der darauf ruhenden Belastung dargestellt. P ist die Mittelkraft der äufseren Kräfte, R und S sind die inneren Kräfte in den Begrenzungsschnitten AC und BD. Dann müssen die drei Kräfte R, S und P unter sich im Gleichgewicht sein und dazu ist erforderlich, dass sie erstens sich in einem Punkte schneiden und zweitens einen geschlossenen Kräfteplan (Abb. 2) bilden. Bei Brückengewölben hat man es gewöhnlich nur mit lothrechten äufseren Kräften zu thun, nämlich mit dem Eigengewicht des Gewölbes und seiner Belastung. Die Mittelkraft P ist dann gleich dem Inhalte der Belastungsfläche $ACEFDB$ und geht lothrecht durch deren Schwerpunkt, während R und S sich in einem noch näher zu bestimmenden Punkte M dieser lothrechten Schwerlinie schneiden müssen.

Wir wollen zunächst das Gewölbestück $ACDB$ als einen formfesten und unzerbrechlichen Körper betrachten, der in den Endflächen AC und BD gestützt wird. Dann kann der Angriffpunkt von R beliebig zwischen A und C, der Angriffpunkt von S beliebig zwischen B und D liegen und der Punkt M unterliegt nur der für das Gleichgewicht gegen Gleiten erforderlichen Bedingung, dass die Kraftrichtungen RM und SM höchstens um den Reibungswinkel von den Normalen zu den Fugenrichtungen AC bezw. BD abweichen dürfen. Es giebt also für das starre Gewölbestück $ACDB$ sehr viele Gleichgewichtslagen und die Druckkräfte R und S sind nach ihrer Gröfse, Richtung und Lage innerhalb gewisser Grenzen veränderlich. Wenn man z. B. die Kraft R ihrer Richtung und Lage nach willkürlich so wählt, wie in Abb. 1 gezeichnet ist, so erhält man den Schnittpunkt M von R und P und kann alsdann noch die Kraft S nach Belieben in jeden von M ausgehenden und die Fuge BD treffenden Strahl verlegen. Für jede Lage und Richtung der Kräfte R und S erhält man ihre Gröfse durch Construction des Kräfteplans, Abb. 2, in dem die Kraft P durch die Belastungsfläche gegeben, also bekannt ist.

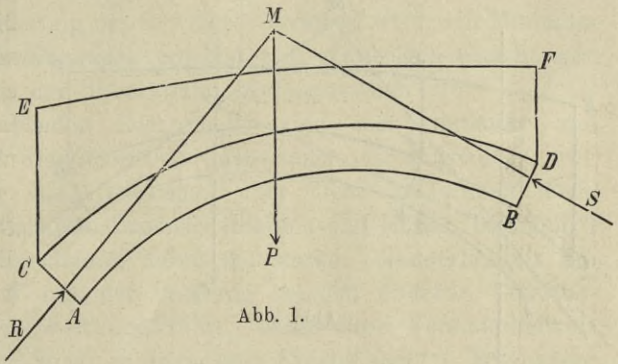


Abb. 1.

Von den auf das Gewölbestück $ACDB$ wirkenden inneren Kräften R und S, die wir nachstehend Auflagerkräfte nennen wollen, hängt die Druckvertheilung in dem ganzen Gewölbestück ab, und wenn diese Kräfte gegeben sind, so kann die in jedem beliebigen Gewölbeschnitt wirksame innere Kraft durch Rechnung oder Zeichnung gefunden werden. Beispielsweise findet man die Mittelkraft des Druckes in der Fuge JK (Abb. 3) wie folgt: Man ermittele die Gewichte P_1 und P_2 der Belastungsflächen $ACELJK$ und $BDFLJK$ und deren Schwerlinien; die Verbindungslinie NO der Schnittpunkte der Schwerlinien mit den Auflagerkräften R und S giebt die gesuchte Mittelkraft nach ihrer Lage und Richtung, und die Gröfse T erhält man aus dem Kräfteplan Abb. 4. Es ist übrigens leicht zu erkennen, dass bereits die Feststellung der Fläche und Schwerlinie des einen der beiden Theilstücke zur Lösung der Aufgabe genügt. Wenn z. B. die Fläche P_1 und der Schnittpunkt N gefunden sind, so kann man zuerst die Kraft P_1, dann T im Kräfteplane construiren und NO durch N gleichlaufend mit T ziehen, wodurch man aufser der gesuchten Mittelkraft noch nebenbei in O einen Punkt der Schwerlinie des zweiten Theilstückes erhält. Der Schnittpunkt von NO mit JK ist der Mittelpunkt des Druckes in dieser Fuge des Gewölbes und ein Punkt der Drucklinie. Sofern nun das Gewölbestück $ACDB$ als ein starrer und fester (unzerbrechlicher) Körper angesehen werden dürfte, käme es

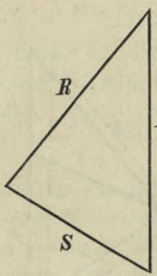


Abb. 2.

auf den Verlauf der Drucklinie zwischen den Endflächen AC und BD nicht weiter an. In Wirklichkeit ist jedoch jene Annahme unzulässig; es darf vielmehr die Drucklinie an keiner Stelle aus dem Gewölbe heraustreten, weil dieses sonst einstürzen müsste, ja sie darf nicht einmal den Kanten allzu nahe kommen, weil die Beanspruchung des Baustoffes sonst zu stark werden könnte.

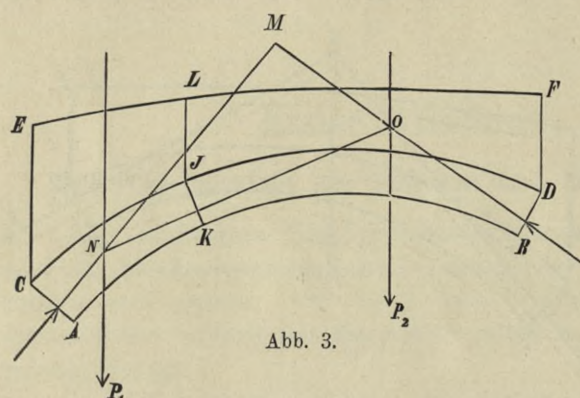


Abb. 3.

Durch die vorstehenden Bedingungen wird die Willkür in der Wahl der Auflagerkräfte R und S bedeutend eingeschränkt. Es lässt sich aber nicht im voraus erkennen, welche Angriffpunkte und Richtungen möglich bleiben, weil nur der ganze Verlauf der Drucklinie darüber Aufschluss giebt. Streng genommen lässt sich die wahrscheinliche Druckvertheilung nur dadurch ermitteln, dass man das Gewölbe als einen elastischen Bogen betrachtet und darauf die Elasticitätstheorie anwendet. Die Grundzüge dieses Verfahrens können hier nur kurz angedeutet werden.*)

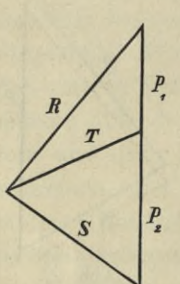


Abb. 4.

Jedes Gewölbetheilchen wird seinem Druck entsprechend verkürzt. Wäre der Druck in allen Normalschnitten (Lagerfugen) gleichmäfsig vertheilt, so würde die Formänderung sich auf eine Verkürzung der Bogenlänge beschränken. Wenn jedoch die Druckvertheilung ungleichmäfsig ist, sodass in den Normalschnitten aufser einer gleichmäfsig vertheilt gedachten Normalkraft noch ein Biegungsmoment auftritt, so verbiegen sich auch die benachbarten Normalschnitte gegeneinander. Nimmt man nun die Auflagerkraft an dem einen Endpunkte (Kämpfer) des Gewölbes als gegeben an und reiht die daraus sich ergebenden einzelnen Verkürzungen und Verbiegungen bis zum anderen Ende fortschreitend aneinander, so erhält man für den anderen Endpunkt eine gewisse Lagenänderung. Diese

*) Näheres hierüber s. H. Müller-Breslau, Elasticitätstheorie der nach der Stützlinie geformten Tonnengewölbe, Zeitschr. f. Bauwesen 1886, S. 273.

muss aber mit den äufseren Bedingungen vereinbar, z. B. bei unverrückbaren Kämpferpunkten gleich null sein. Es muss ferner nach dem Castiglianoschen Satze der Druck in der Scheitelfuge (und damit die Auflagerkräfte) so gewählt werden, dass die Arbeit, die bei der elastischen Formänderung des Gewölbes verrichtet wird, ein Minimum ist. Aus diesen Bedingungen ergeben sich schliefslich Gleichungen für die Berechnung der unbekannten Auflagerkräfte.

Die entsprechenden Rechnungen sind sehr weitläufig und schwierig, auch ist die Theorie nur näherungsweise anwendbar, weil die Gewölbe zwar aus elastischem, aber nicht aus einheitlichem, sondern verschiedenartigem Baustoffe (Steinen und Mörtel) bestehen.*) Ferner wird die Berechnung durch die starke Veränderlichkeit des Elasticitätsmoduls E mit der Pressung bei den üblichen Gewölbebaustoffen sehr erschwert und führt, wenn diese Veränderlichkeit nicht berücksichtigt wird, zu ungenauen Ergebnissen.**) Für unsere Untersuchungen müssen wir daher auf die Anwendung der Elasticitätstheorie zunächst verzichten und uns auf die statischen Bedingungen des Gleichgewichtes beschränken. Diese sind jedenfalls in die erste Linie zu stellen, weil sie bei jedem Gewölbe erfüllt sein

---

*) Das Verhalten der Gewölbe ist verschieden, je nachdem sie aus keilförmig bearbeiteten, aufeinander wirkenden Steinen oder aus einer zusammenhängenden, mehr oder weniger einheitlichen und festen Masse bestehen. Die erste Art würde durch unelastische Quadersteine mit Trockenfugen dargestellt sein, wobei jeder Stein gegen Gleiten auf den Lagerfugen und gegen Drehung um seine Kanten gesichert sein muss; die zweite Art durch einen aus einer gleichartigen elastischen Masse bestehenden Bogen. Hiernach würden Quadergewölbe der ersten, Gewölbe aus Backstein und Bruchstein in Cementmörtel, namentlich aber Betongewölbe der zweiten Art nahe kommen. Sorgfältige Versuche des österreich. Ingenieur- und Architekten-Vereins, Wien 1890 bis 1892, worüber Centralblatt der Bauverw. 1895, S. 477 berichtet, haben allerdings festgestellt, dass alle Arten ausgeführter Gewölbe sich im allgemeinen wie elastische Bögen verhalten.

**) Wie sehr bei Gewölbebaustoffen der Elasticitätsmodul von der Gröfse der Spannung abhängig ist, lehren die ausführlichen Versuche von C. v. Bach. Hiernach ergab sich z. B. für Beton (1 Cement, 2,5 Sand, 5 Kies) innerhalb der Spannungsgrenzen $s = 0$ und 8 kg/qcm im Mittel $E = 306000$, innerhalb $s = 32$ und 40 kg/qcm E nur noch $= 194000$. Für Granit ist bei $s = 1$ kg/qcm $E = 268000$, bei $s = 45$ kg/qcm $E = 170000$. Für Sandstein erhielt Bach zwischen $s = 0$ und 4,3 kg/qcm i. M. $E = 61500$, zwischen $s = 12,7$ und 16,9 $E = 23200$. Allgemein wird, innerhalb gewisser Grenzen, die Abhängigkeit der Gröfse E von der Spannung s durch das Gesetz ausgedrückt: $E = C : s^n$, worin C und n (< 1) Unveränderliche sind. (Näheres hierüber s. Zeitschr. des Vereins deutscher Ingenieure 1895 S. 489, 1897 S. 241, 1900 S. 1069, woselbst auch über die bleibenden und die elastischen Verkürzungen dieser Baustoffe und über das Fehlen einer Elasticitätsgrenze berichtet ist.)

müssen. Denn ein Gewölbe ist nur dann standfest, wenn sich eine Drucklinie finden lässt, die nirgends aus ihm heraustritt. Lässt sich eine solche Drucklinie nicht finden, so ist das Gewölbe unbrauchbar und muss abgeändert werden. Es wäre daher zwecklos, ein Gewölbe nach der Elasticitätstheorie zu berechnen, bevor man sich von der Brauchbarkeit seiner Form durch die Untersuchung des Verlaufs der Drucklinie überzeugt hat.

Drucklinie, die durch drei gegebene Punkte geht.

Unter Drucklinie versteht man die Verbindungslinie der Druckmittelpunkte in den einzelnen Normalfugen des Gewölbes. Wir haben vorhin gezeigt, wie man die einzelnen Punkte der Drucklinie erhält, wenn die Auflagerkräfte R und S bekannt sind. Für die Aufsuchung einer Drucklinie, die thunlichst weit von den Gewölbekanten entfernt bleibt, ist es aber vortheilhafter, nicht die Richtungen der Auflagerkräfte R und S, sondern nur ihre Angriffpunkte in den Endflächen AC und BD als gegeben anzunehmen. Diese Punkte seien a und b (Abb. 5). Dann lässt sich noch eine dritte Bedingung einführen, da es viele Drucklinien giebt, die durch a und b gehen. Wir nehmen also noch einen dritten Punkt beliebig an, durch den wir die Drucklinie legen wollen, und wählen als solchen den Punkt c in der beliebigen Normalfuge JK. Dadurch ist die Drucklinie ausreichend bestimmt und ihr ganzer Verlauf festgelegt. Sie kann nach dem Vorangegangenen punktweise construirt werden, sobald man die Auflagerkräfte R und S gefunden hat. Wie dies durch Zeichnung geschieht, zeigen die Abb. 5 und 6. Man suche zunächst die Schwerlinien der beiden Belastungsflächen, die auf die Gewölbestrecken ac und cb entfallen, und ihre Inhalte P_1 und P_2, mache $0\,2 = P_1$ und $2\,1 = P_2$, ziehe die Linien ac und bc, verlängere sie bis zu den Schnittpunkten d und e mit den genannten Schwerlinien, ziehe dann von 0 bezw. 1 und 2 aus $0\,3 \parallel ae$, $2\,3 \parallel ce$, $1\,4 \parallel bd$ und

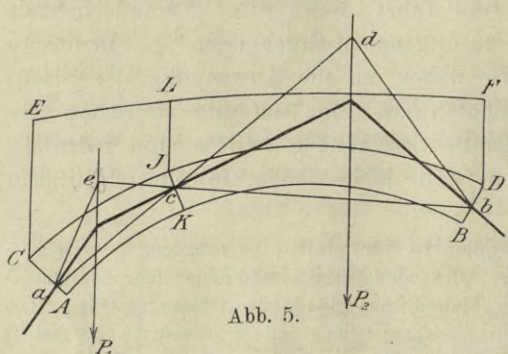


Abb. 5.

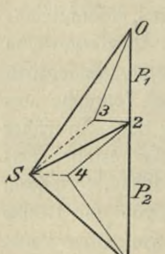


Abb. 6.

$24 \parallel cd$. Dadurch erhält man die Punkte 3 und 4. Bildet man nun die Mittelkraft von 2 3 und 2 4, so erhält man in S den Pol des Kräfteplanes für die gesuchte Drucklinie und in $S0$ und $S2$ die gesuchten Auflagerkräfte nach Gröfse und Richtung.

Der Beweis ergiebt sich unmittelbar aus der ebenso einfachen als übersichtlichen Construction, die nicht etwa neu, sondern in den meisten Lehrbüchern der graphischen Statik zu finden ist und hier nur des Zusammenhanges wegen erläutert wird.

Die Stützlinie.

Unter Stützlinie versteht man eine materiell gedachte Linie, die unter der Einwirkung der äufseren und inneren Kräfte nur in ihrer Längenrichtung beansprucht wird. Die vorhin behandelte Drucklinie, die die Angriffpunkte der mittleren Pressungen in den verschiedenen Fugenschnitten des Gewölbes miteinander verbindet, ist nur bei unendlich geringer Gewölbestärke eine Stützlinie, während die Richtungen des Fugendruckes bei endlicher Fugenlänge im allgemeinen von den Tangenten der Drucklinie etwas abweichen. Der Unterschied wächst mit der Gröfse der Gewölbesteine und kann bei Quadergewölben ziemlich grofs werden, weshalb bei solchen keilförmigen Gewölbeconstructionen eine sorgfältige Untersuchung der Drucklinie und der Richtung des Fugendruckes nothwendig ist. In allen anderen Fällen, insbesondere bei Gewölben aus Beton oder aus Bruchsteinen und Ziegelsteinen in Cementmörtel, ist die genaue Ermittlung der Drucklinie entbehrlich und kann die letztere mit der einfacher zu construirenden Stützlinie vertauscht werden. Hierbei theilt man das Gewölbe ohne Rücksicht auf die Fugenrichtungen in lothrechte Streifen und construirt für die so erhaltenen Einzellasten einen Seilplan. Die Schnittpunkte der Seilplanseiten mit den Trennungslinien des Gewölbes sind Punkte der Stützlinie. Die Construction entspricht jener der Drucklinie und ist so einfach, dass sie einer weiteren Erläuterung kaum bedarf. (Vergl. Seite 35.)

Bei der Untersuchung der Brückengewölbe geht man am zweckmäfsigsten von dem Gewölbescheitel aus. Der Fugendruck ist daselbst bei symmetrischer Belastungsfläche wagerecht und heifst Horizontalschub; bei unsymmetrischer Belastung tritt noch eine lothrechte Kraft hinzu.

Ebenso wie die Drucklinie kann auch die Stützlinie durch drei beliebige Punkte gelegt werden, wodurch sie ihrem ganzen Verlaufe nach bestimmt ist. Gewöhnlich legt man die drei Punkte in die durch den Scheitel und die beiden Kämpferpunkte gelegten lothrechten Schnittlinien. Welche Stützlinie in dem ausgeführten Gewölbe wirklich eintreten wird, muss zunächst als unbestimmt angesehen werden. Nach dem von Moseley (1835) zuerst aufgestellten und vorzugsweise von Scheffler*) vertretenen Princip des kleinsten Widerstandes soll es diejenige Stützlinie sein, bei der der Horizontalschub den kleinsten Werth hat, der unter den gegebenen Verhältnissen des Gewölbes möglich ist. Andere Theorien (von Hagen, Culmann u. a.) gehen von anderen Voraussetzungen aus, worauf wir jedoch nicht weiter eingehen wollen.

Die Elasticitätstheorie zeigt nun, dass die Stützlinie, die die Mittellinie eines Gewölbes im Sinne der Methode der kleinsten Quadrate ausgleicht, insbesondere auch die, die mit der Mittellinie zusammenfällt, der wahren Stützlinie um so näher kommt, je gröſser das Pfeilverhältniss und je kleiner die Gewölbestärke ist. Hiernach sind die Ergebnisse der Theorie der Stützlinie um so richtiger, je genauer die Mittellinie des Gewölbes die Form seiner Stützlinie hat. Wir stellen uns daher die Aufgabe, dem Gewölbe eine solche Form und Stärke zu geben, dass seine Mittellinie (für einen bestimmten [mittleren] Belastungsfall) die Eigenschaft einer der vielen statisch möglichen Stützlinien erhält und dass, wenn diese Stützlinie wirklich eintreten sollte, das Gewölbe in allen Theilen vom Scheitel bis zum Kämpfer gleichmäſsig beansprucht sein würde.

---

*) Vgl. Scheffler, Theorie der Gewölbe, Futtermauern und eisernen Brücken, Braunschweig 1857.

Zweiter Abschnitt.

Die Form der Brückengewölbe.

Theorie der Bogenlinie des Gewölbes im allgemeinen.

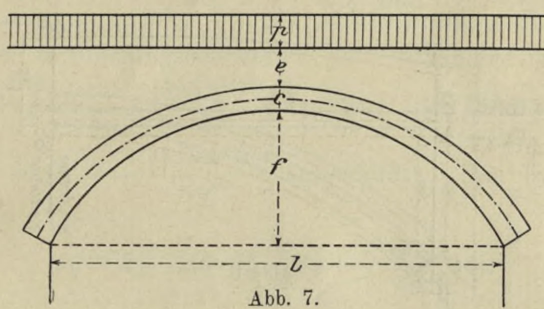


Abb. 7.

Voraussetzung: Die Mittellinie des Gewölbes soll eine Stützlinie sein.

Für das zu entwerfende Gewölbe (Abb. 7) sei

l die Spannweite,

f die Pfeilhöhe,

c die Scheitelstärke,

e die Höhe der Uebermauerung und Bettung über dem Gewölbescheitel,

p die Höhe der Verkehrsbelastung,

alles in Metern, ferner

γ das Gewicht von 1 cbm Gewölbebaustoff in Tonnen.

Es sei ferner

H der Gewölbeschub auf 1 m Gewölbetiefe, ausgedrückt in cbm Gewölbebaustoff,

$q = \frac{H}{c}$ die gleichmäfsig vertheilt gedachte Druckbeanspruchung des Gewölbes in cbm/qm,

ϱ der Krümmungshalbmesser der Stützlinie in m.

Unter der Bogenlinie des Gewölbes verstehen wir die untere Begrenzungslinie (Leibung) des Gewölbequerschnitts. Zieht man durch einen beliebigen Punkt P des Gewölbebogens (Abb. 8) die Normale PQ zu der Mittellinie des Gewölbes, die zugleich Stützlinie sein soll, so erhält man im Schnittpunkte der Normalen mit der Stützlinie den zu P zugeordneten Punkt Q der Stützlinie. Wir bezeichnen die wagerechten und lothrechten Coordinaten des Punktes P mit x und y, des Punktes Q mit ξ und η und zählen sie jedesmal von dem Scheitel der Curve als Nullpunkt und zwar positiv in der Richtung nach dem Kämpfer bezw. nach unten. Die Belastungshöhe SN in der durch Q gelegten Lothrechten sei $= z$, der Inhalt der Belastungsfläche vom Scheitel bis zur Linie SN sei $= V$ und der Neigungswinkel PQS der Normalen gegen die Lothrechte $= \alpha$.

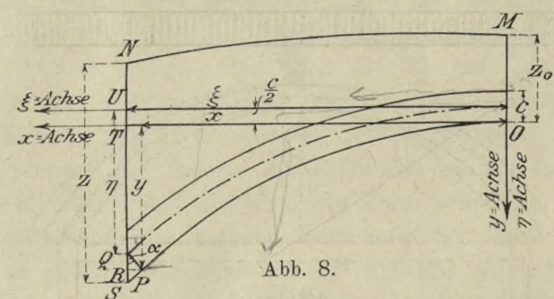


Abb. 8.

Nach den allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen ist

$$V = \int_0^\xi z \cdot d\xi \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{V}{H} = \frac{d\eta}{d\xi},$$

woraus man erhält:

$$(1) \quad \ldots\ldots \quad \frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \frac{1}{H} \cdot \frac{dV}{d\xi} = \frac{z}{H} \quad \text{und}$$

$$(1\,\mathrm{a}) \quad \ldots \quad \varrho = \frac{\left[1 + \left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2\right]^{3/2}}{\frac{d^2\eta}{d\xi^2}} = \frac{\left(\frac{1}{\cos^2\alpha}\right)^{3/2}}{\frac{z}{H}} = \frac{H}{z \cos^3\alpha}.$$

Der Gewölbedruck in der durch Q gehenden Normalfuge ist

$$D = \sqrt{H^2 + V^2} = \frac{H}{\cos\alpha},$$

und wenn der Druck in allen Normalfugen gleich grofs, das Gewölbe also ein Körper von gleicher Druckfestigkeit sein soll, so muss die Gewölbestärke $s = \frac{c}{\cos\alpha}$ und folglich die lothrechte Projection aller Normalfugen gleich der Scheitelstärke c sein. Das Vorstehende gilt für jede Form der Belastungsfläche.

Aus der soeben hergeleiteten Regel für das Anwachsen der Gewölbestärke ergiebt sich eine wichtige geometrische Beziehung zwischen dem Gewölbebogen und der Gewölbemittellinie. Denken wir uns nämlich in Abb. 8 Q nicht als einen Punkt der Stützlinie, sondern der Gewölbemittellinie, so ist

$$QR = \frac{c}{2} \text{ und } PR = \frac{c}{2}\operatorname{tg}\alpha,$$

mithin
$$\eta = y \text{ und } \xi = x + \frac{c}{2}\frac{d\eta}{d\xi}.$$

Schreibt man der Kürze wegen

$$\frac{dy}{dx} = y'; \quad \frac{d^2y}{dx^2} = y''; \quad \frac{d\eta}{d\xi} = \eta' \text{ und } \frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \eta'',$$

so wird der Krümmungshalbmesser der Mittellinie im Punkte Q durch die Formel $\varrho = \dfrac{(1+\eta'^2)^{3/2}}{\eta''}$ und jener des Gewölbebogens im Punkte P durch $r = \dfrac{(1+y'^2)^{3/2}}{y''}$ ausgedrückt. Nun ist nach Vorstehendem:

$$d\eta = dy \text{ und } d\xi = dx + \frac{c}{2}\frac{d^2\eta}{d\xi} \text{ oder}$$

$$dy = d\eta \text{ und } dx = d\xi\left(1 - \frac{c}{2}\frac{d^2\eta}{d\xi^2}\right),$$

woraus durch Division:

$$y' = \frac{\eta'}{1 - \frac{c}{2}\eta''} \text{ und } y'' = \frac{\left(1 - \frac{c}{2}\eta''\right)\eta'' + \frac{c}{2}\eta'\eta'''}{\left(1 - \frac{c}{2}\eta''\right)^3}.$$

Im Scheitel ist aber $y' = 0$ und $\eta' = 0$, also $\varrho = \dfrac{1}{\eta''}$ und $r = \dfrac{1}{y''}$, oder $\eta'' = \dfrac{1}{\varrho}$ und $y'' = \dfrac{1}{r}$, und somit erhält man aus der Gleichung für y''

$$\frac{1}{r} = \frac{\frac{1}{\varrho}}{\left(1 - \frac{c}{2\varrho}\right)^2}, \text{ oder } \varrho\left(1 - \frac{c}{2\varrho}\right)^2 = r,$$

oder, da $\dfrac{c}{2\varrho}$ stets ein sehr kleiner ächter Bruch ist, mit hinreichender Genauigkeit

(2) . . . . $\varrho = r + c,$ (im Scheitel)

d. h.: Die Mittellinie jedes Gewölbes, dessen Stärke gleichmäfsig mit dem Gewölbedruck zunimmt, hat im Scheitel einen um die volle Scheitelstärke gröfseren Krümmungshalbmesser als der Gewölbebogen.

Für die weitere mathematische Behandlung des Gewölbebogens muss eine Bedingung für die Belastungshöhe z als Function der Coordinaten gegeben sein. Bei den Brückengewölben ist die Fahrbahn entweder wagerecht oder nur wenig geneigt. Obschon nun die Belastung durch Aussparung von Hohlräumen in der Uebermauerung sowie durch Wahl leichterer Baustoffe für die Uebermauerung und Ueberschüttung derartig vermindert werden kann, dass die auf das Gewicht des Gewölbebaustoffes zurückgeführte Belastungsfläche nach dem Kämpfer hin stärker abfällt als die Fahrbahn, so lässt sich doch auch in solchen Fällen zunächst von einer wagerecht abgeglichenen Belastungsfläche ausgehen. Wir wollen daher die Untersuchung zunächst für solche Brückengewölbe führen, deren Belastungsfläche unten durch den Gewölbebogen und oben durch eine wagerechte Linie begrenzt wird.*) Später soll alsdann der Einfluss einer Veränderung der Belastung untersucht werden.

Gewölbe mit wagerecht abgeglichener Belastungsfläche.

Wenn die Mittellinie des Gewölbes eine Stützlinie ist, so hat man (Abb. 8 S. 12)

$$QR = \frac{c}{2} \text{ und } QS = \frac{QR}{\cos^2\alpha} = \frac{c}{2}\,(1 + \operatorname{tg}^2\alpha),$$

es ist also, wenn $z_0 = MO$ die Belastungshöhe im Scheitel bezeichnet, bei wagerechter Abgleichung MN der Belastungsfläche $OMNS$:

$$z = NS = NT - TU + UQ + QS = z_0 - \frac{c}{2} + \eta + \frac{c}{2}(1 + \operatorname{tg}^2\alpha),$$

$$\text{oder } z = z_0 + \eta + \frac{c}{2}\left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2.$$

Setzt man diesen Werth von z in Formel 1 ein, so ergiebt sich die Differentialgleichung der Stützlinie:

$$(3) \quad \ldots \quad \frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \frac{z_0 + \eta}{H} + \frac{c}{2H}\left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2.$$

Von dieser Differentialgleichung zweiter Ordnung lässt sich unter wiederholter Anwendung der Integration durch Theile ein erstes Integral in Form eines geschlossenen Ausdrucks erhalten, nämlich:

$$(4) \quad . \; . \quad \frac{d\eta}{d\xi} = \frac{\sqrt{2H}}{c}\sqrt{\left(1 + \frac{cz_0}{H}\right)\left(e^{\frac{c\eta}{H}} - 1\right) - \frac{c\eta}{H}} = \Phi(\eta),$$

*) Die Belastungshöhen z sind dabei stets von der inneren Bogenlinie aus gerechnet.

wovon man sich durch Ausführung der Differentiation überzeugen kann. Die Integrationsconstante ist dabei so bestimmt worden, dass für den Scheitel zugleich mit ξ und η auch $\frac{d\eta}{d\xi} = 0$ wird.

Nachdem wir in vorstehender Formel 4 einen Ausdruck für $\operatorname{tg} \alpha = \frac{d\eta}{d\xi}$ erhalten haben, wenden wir uns zu der Gleichung des Gewölbebogens, die für die Anwendung wichtiger ist als die Gleichung der Gewölbemittellinie.

Der Zusammenhang zwischen den Punkten Q und P wurde bereits (auf Seite 13) entwickelt, nämlich

$$(5) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad y = \eta \text{ und } x = \xi - \frac{c}{2}\frac{d\eta}{d\xi}.$$

Durch Formel 4 ist aber $\frac{d\eta}{d\xi}$ und somit auch $\xi = \int d\eta \cdot \frac{d\xi}{d\eta} = \int \frac{d\eta}{\Phi(\eta)}$ als Function von η gegeben. Es kann daher auch x als Function von η ausgedrückt werden, und da y statt η gesetzt werden kann, so erhalten wir die gesuchte Gleichung zwischen x und y, nämlich

$$x = \int \frac{dy}{\Phi y} - \frac{c}{2}\,\Phi y \text{ oder}$$

$$(6) \quad . \; . \quad x = \frac{c}{\sqrt{2H}} \int\limits_0^y \frac{dy}{\sqrt{\left(1 + \frac{cz_0}{H}\right)\left(e^{\frac{cy}{H}} - 1\right) - \frac{cy}{H}}}$$
$$- \sqrt{\frac{H}{2}} \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{cz_0}{H}\right)\left(e^{\frac{cy}{H}} - 1\right) - \frac{cy}{H}}.$$

Die Constante ist durch die Grenzen des Integrals so bestimmt, dass $x = 0$ wird für $y = 0$.

Das Integral auf der rechten Seite der Gleichung 6 lässt sich nicht in endlicher Form darstellen und man ist daher auf die Berechnung von Zahlenwerthen angewiesen. Da die Ausrechnungen aber sehr umständlich sind, so ist die Benutzung einer Tafel angezeigt und dies wird erleichtert, wenn man folgende Bezeichnungen einführt:

$$(7) \quad . \; . \; . \; . \quad u = \frac{x}{\sqrt{H}};\; v = \frac{y}{z_0} \text{ und } \varepsilon = \frac{cz_0}{H}.$$

Denn alsdann geht die Gleichung (6) über in

$$(8) \quad u = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}} \int\limits_0^v \frac{dv}{\sqrt{(1+\varepsilon)(e^{\varepsilon v} - 1) - \varepsilon v}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(1+\varepsilon)(e^{\varepsilon v} - 1) - \varepsilon v},$$

worin statt der drei von den Abmessungen und von der Belastung des Brückengewölbes abhängigen Gröfsen c, H und x_0 nur noch eine solche, nämlich ε, vorkommt. Die zur Erleichterung des Gebrauchs berechnete Tafel ist im Abschnitt VIII (Tafel 1) auf S. 91 beigefügt. Sie enthält die Werthe der durch die Gleichung 8 ausgedrückten Gröfse u für gegebene Werthe von ε und v. Bequemer ist jedoch die Anwendung der vereinfachten Gleichung

$$(9) \quad \ldots\ldots \quad u = \sqrt{\frac{2(1-\varepsilon)v}{1+(\frac{1}{8}+\varepsilon)v}},$$

die innerhalb der bei Brückengewölben vorkommenden Grenzwerthe von ε und v mit der genauen Gleichung 8 fast überraschend gut übereinstimmt. Um dies zu zeigen, sind in der Tafel aufser den genauen Werthen auch die Abweichungen der Formel 9 von den ersteren angegeben, und man kann sich daraus überzeugen, dass die Gleichung 9, bei nur ganz geringen Abweichungen, den verwickelten Ausdruck 8 vollständig zu ersetzen vermag.

Anmerkung. Bildet man die Differentialquotienten $\frac{dv}{du}$ und $\frac{d^2v}{du^2}$, so erhält man für den Scheitel, woselbst $u=0$ und $v=0$ ist, nach der genauen Formel 8

$$\frac{dv}{du}=0 \text{ und } \frac{d^2v}{du^2}=\frac{4}{(2-\varepsilon)^2}=\frac{1}{1-\varepsilon+\frac{\varepsilon^2}{4}},$$

und nach der Näherungsformel 9

$$\frac{dv}{du}=0 \text{ und } \frac{d^2v}{du^2}=\frac{1}{1-\varepsilon}.$$

Hiernach berühren sich beide Curven im Scheitel und ihre Krümmungshalbmesser weichen daselbst nur um die sehr kleine Gröfse $\frac{\varepsilon^2}{4}$ voneinander ab.

Bei der Aufsuchung der Gleichung 9 wurde versuchsweise von der allgemeinen Function $u=\sqrt{\frac{av}{b+v}}$ ausgegangen, auf deren Anwendbarkeit aus vergleichenden zeichnerischen Darstellungen geschlossen werden konnte. Die Zahlenwerthe für a und b ergaben sich durch Anpassung an die Tafelwerthe, wobei besonders auf gute Uebereinstimmung in der Nähe des Scheitels Rücksicht genommen wurde.

Der Vorzug der vereinfachten Gleichung 9 besteht darin, dass sie die Berechnung des Gewölbebogens erleichtert und von der Benutzung der Tafel unabhängig macht. Aufserdem kann v als Function von u und also auch y als Function von x ausgedrückt werden, was für die Anwendung bequemer ist als die Berechnung von x als Function von y. Endlich lässt die Gleichung 9 auch eine zeichnerische Construction für den Gewölbebogen zu.

Aus der Gleichung 9 ergiebt sich:

$$v = \frac{u^2}{2(1-\varepsilon) - (\frac{1}{8}+\varepsilon)u^2},$$

und wenn man die Coordinaten x und y einführt (vergl. die Formeln 7):

$$y = \frac{z_0 x^2}{2(1-\varepsilon)H - (\frac{1}{8}+\varepsilon)x^2}.$$

Wenn man den Krümmungshalbmesser r dieser Curve für $x = 0$ bestimmt, so findet man

(10) . . . . . . $r = \frac{H}{z_0}(1-\varepsilon),$

wodurch sich die Gleichung für y verwandelt in

(11) . . . . . . $y = \frac{z_0 x^2}{2rz_0 - (\frac{1}{8}+\varepsilon)x^2}.$

Nach Formel 7 ist aber $\varepsilon = \frac{cz_0}{H}$, und hieraus in Verbindung mit 10 erhält man

(12) . . . . . . $H = (r+c)z_0$ und

(13) . . . . . . $\varepsilon = \frac{c}{r+c}.$

Setzt man nun noch

(14) . . . . . . $m = \frac{z_0}{\frac{1}{8}+\varepsilon} = \frac{z_0}{\frac{1}{8}+\frac{c}{r+c}},$

so erhält man die (angenäherte) Gleichung des Gewölbebogens bei wagerecht abgeglichener Belastungsfläche, wenn die Mittellinie des Gewölbes eine Stützlinie ist, in der Form

(15) . . . . . $y = \frac{mx^2}{2mr - x^2}.$

Die durch Formel (14) ausgedrückte Gröfse m nennen wir die Leitstrecke des Gewölbebogens, dessen Scheitelhalbmesser $= r$ ist.

Für den Kämpfer ist $y = f$ und $x = \frac{l}{2}$. Dies in die Gleichungen 11 und 15 eingesetzt, liefert die folgenden beiden Ausdrücke für r, nämlich

(16) . . . . . $r = \frac{l^2}{8z_0}\left(\frac{z_0}{f}+\frac{1}{8}+\frac{c}{r+c}\right),$

oder

(17) . . . . . $r = \frac{l^2}{8}\frac{f+m}{fm} = \frac{l^2}{8}\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{m}\right),$

und wenn der letzte Ausdruck in die Gleichung 15 eingesetzt wird,

3) (18) . . . . . $$y = \frac{m x^2}{\frac{l^2}{4}\,\frac{f+m}{f} - x^2},$$

worin die Leitstrecke m aus Formel 14 zu entnehmen ist.

Die Formel 16 ist in Bezug auf den Scheitelhalbmesser r eine Gleichung zweiten Grades, woraus r als Function der Gröfsen l, f, c und z_0 berechnet werden kann. Man erhält nach einfachen Umrechnungen, wenn man $r+c$ als Unbekannte auffasst, die Gleichung zweiten Grades:

$$(r+c)^2 - \frac{l^2}{8z_0}\left(\frac{z_0}{f} + \frac{1}{8} + \frac{8cz_0}{l^2}\right)(r+c) = c\,\frac{l^2}{8z_0},$$

woraus

(19) $$r = -c + \frac{l^2}{16 z_0}\left[\frac{z_0}{f} + \frac{1}{8} + \frac{8cz_0}{l^2} + \sqrt{\left(\frac{z_0}{f} + \frac{1}{8} + \frac{8cz_0}{l^2}\right)^2 + \frac{32cz_0}{l^2}}\right].$$

In Verbindung mit Formel 12 erhält man hieraus den Horizontalschub

1) (20) $$H = \frac{l^2}{16}\left[\frac{z_0}{f} + \frac{1}{8} + \frac{8cz_0}{l^2} + \sqrt{\left(\frac{z_0}{f} + \frac{1}{8} + \frac{8cz_0}{l^2}\right)^2 + \frac{32cz_0}{l^2}}\right].$$

Diese Formel liefert den Horizontalschub für ein Gewölbe von der gegebenen Spannweite l, der Pfeilhöhe f, der Scheitelstärke c und einer wagerecht abgeglichenen Belastungsfläche von der Scheitelhöhe z_0. Man findet alsdann die Leitstrecke m aus der Formel

2) (21) . . . . . $$m = \frac{8Hz_0}{H + 8cz_0},$$

die sich durch Ausschaltung von $r+c$ aus den Gleichungen 12 und 14 ergiebt, und schliefslich den Gewölbebogen nach Gleichung 18.

Beispiel 1. Es sei gegeben die Spannweite $l = 20$ m, die Pfeilhöhe $f = 5{,}00$ m, die Scheitelstärke $c = 0{,}60$ m und die Belastungshöhe über dem Gewölbescheitel $= 0{,}60$ m, also

$$z_0 = c + 0{,}60 = 1{,}20 \text{ m}.$$

Gesucht der Horizontalschub und die Bogenform.

Es ist $\frac{z_0}{f} = \frac{1{,}20}{5{,}00} =$ 0,240

$\frac{1}{8} =$ 0,125

$\frac{8cz_0}{l^2} = \frac{8 \cdot 0{,}60 \cdot 1{,}20}{20^2} =$ rd. . . 0,014

0,379

Daher nach Formel 20:

$$H = \frac{20^2}{16}\left[0{,}379 + \sqrt{0{,}379^2 + 4 \cdot 0{,}014}\right] = \text{rd. } 20{,}7 \text{ cbm},$$

und nach Formel 21:

$$m = \frac{8 \cdot 20{,}7 \cdot 1{,}20}{20{,}7 + 8 \cdot 0{,}60 \cdot 1{,}20} = 7{,}52 \text{ m}.$$

Da es bei der Berechnung der Leitstrecke m auf eine große Genauigkeit nicht ankommt, so kann m auf 7,50 m abgerundet werden und die Gleichung des Gewölbebogens lautet gemäfs Gleichung 18

$$y = \frac{7{,}5 \cdot x^2}{\frac{20^2}{4} \cdot \frac{5{,}0 + 7{,}5}{5{,}0} - x^2} \quad \text{oder}$$

$$y = \frac{7{,}5\, x^2}{250 - x^2}.$$

Dies giebt beispielsweise

für $x =$	2	4	6	8	10 m
$y =$	0,122	0,513	1,26	2,58	5,00 m.

Nach Formel 17 wird

$$r = \frac{20^2}{8} \cdot \left(\frac{1}{5{,}0} + \frac{1}{7{,}5}\right) = 16{,}67 \text{ m}.$$

Die Gröfsen m und r können übrigens auch durch ein Näherungsverfahren unter wiederholter Anwendung der Formeln 17 und 14 berechnet werden, wobei der erste Näherungswerth von m beliebig einzuschätzen ist. Nimmt man z. B. als passenden Versuchswerth $m' = 5z_0 = 6{,}0$ m, so liefert Formel 17 als ersten Näherungswerth für r

$$r' = \frac{400}{8} \cdot \left(\frac{1}{5{,}0} + \frac{1}{6{,}0}\right) = 10{,}0 + \frac{50}{6{,}0} = \text{rd. } 18{,}3 \text{ m},$$

darauf die Formel 14 den zweiten Näherungswerth für m

$$m'' = \frac{1{,}20}{\frac{1}{8} + \frac{0{,}60}{18{,}3 + 0{,}60}} = \text{rd. } 7{,}7 \text{ m}.$$

In gleicher Weise erhält man

$$r'' = 10{,}0 + \frac{50}{7{,}7} = 16{,}5 \text{ m},$$

$$m''' = \frac{1{,}20}{\frac{1}{8} + \frac{0{,}60}{16{,}5 + 0{,}6}} = \text{rd. } 7{,}5 \text{ m und}$$

$$r''' = 10{,}0 + \frac{50}{7{,}5} = 16{,}65 \text{ m}.$$

Die beiden letzten Werthe sind bereits hinreichend genau und können beibehalten werden. Den Horizontalschub liefert alsdann die Formel 12, nämlich

$$H = (16{.}65 + 0{,}60) \cdot 1{,}20 = \text{rd. } 20{,}7 \text{ cbm}.$$

Beispiel 2. Es sei die Belastungshöhe über dem Gewölbescheitel = 1,20 m, also $z_0 = 0{,}60 + 1{,}20 = 1{,}80$ m, sonst alles wie in Beispiel 1.

Dann ist

$$\frac{z_0}{f} = \frac{1{,}80}{5{,}0} = 0{,}360, \qquad \frac{8cz_0}{l^2} = \frac{8 \cdot 0{,}60 \cdot 1{,}80}{20^2} = 0{,}022,$$

$$\frac{z_0}{f} + \frac{1}{8} + \frac{8cz_0}{l^2} = 0{,}507,$$

$$H = \frac{20^2}{16}\left[0{,}507 + \sqrt{0{,}507^2 + 4 \cdot 0{,}022}\right] = \text{rd. } 27{,}3 \text{ cbm},$$

$$m = \frac{8 \cdot 27{,}3 \cdot 1{,}80}{27{,}3 + 8 \cdot 0{,}60 \cdot 1{,}80} = \text{rd. } 10{,}9 \text{ m},$$

$$y = \frac{10{,}9 \cdot x^2}{\frac{20^2}{4} \cdot \frac{5{,}0 + 10{,}9}{5{,}0} - x^2} = \frac{10{,}9\, x^2}{318 - x^2}.$$

Dies giebt

für $x =$	2	4	6	8	10 m
$y =$	0,139	0,573	1,39	2,75	5,00 m.

Der Scheitelhalbmesser des Gewölbebogens ist (nach Formel 12)

$$r = \frac{H}{z_0} - c = \frac{27,3}{1,80} - 0,60 = 14,55 \text{ m},$$

also um 2,10 m kleiner als im ersten Beispiel.

Die Druckbeanspruchung des Gewölbes im Scheitel ist bei gleichmäfsiger Druckvertheilung

$$q = \frac{H}{c} \text{ in cbm/qm},$$

und es gilt wegen Formel 12 die Doppelgleichung

$$(22) \quad \ldots\ldots \quad H = cq = (r + c)z_0.$$

Vermöge dieser Gleichung ist jede der vier Gröfsen c, z_0, r und q als eine Unbekannte ersten Grades aus den drei anderen leicht zu berechnen, worauf man durch Formel 14 auch die Leitstrecke m und schliefslich durch Gleichung 15 den Gewölbebogen erhält. Wichtig ist besonders der Fall, dass für ein zu entwerfendes Gewölbe die Gröfsen Scheitelstärke c, Belastungshöhe z_0 im Scheitel und Druckbeanspruchung q gegeben sind. Dann findet man

$$(23) \quad \ldots\ldots \quad r = c\left(\frac{q}{z_0} - 1\right), \quad H = cq,$$

und die Leitstrecke m aus der Doppelgleichung

$$(24) \quad \ldots \quad m = \frac{z_0}{\frac{1}{8} + \frac{c}{r + c}} = \frac{z_0}{\frac{1}{8} + \frac{z_0}{q}}.$$

Hiervon ist Gebrauch zu machen, wenn bei gegebenem c, z_0 und q für eine angenommene Spannweite l die zugehörige Pfeilhöhe f ermittelt oder wenn ein Gewölbe von gegebener Spannweite, Pfeilhöhe und Belastungshöhe so entworfen werden soll, dass die Druckbeanspruchung einen bestimmten Werth $= q$ erhält.

Die Tafel 2 (S. 92) enthält eine Zusammenstellung der nach Formel 23 berechneten Scheitelhalbmesser.

Beispiel 3. Es sei gegeben, wie auf S. 18, $c = 0,60$ m, $z_0 = 1,20$ m, aufserdem $q = 40$ cbm/qm, bei Ziegelmauerwerk gleichwerthig mit $k = 7,2$ kg/qcm.

Man erhält

$$r = 0,60\left(\frac{40}{1,20} - 1\right) = 19,40 \text{ m},$$

$$m = \frac{1,20}{\frac{1}{8} + \frac{1,20}{40}} = 7,75 \text{ m},$$

$$y = \frac{7,75 \cdot x^2}{2 \cdot 19,4 \cdot 7,75 - x^2} = \frac{7,75x^2}{301 - x^2}.$$

Die Pfeilhöhe für $l = 20$ m findet man beispielsweise, wenn in vorstehender Formel $x = \frac{l}{2} = 10{,}0$ m gesetzt wird, nämlich

$$f = \frac{7{,}75 \cdot 100}{301 - 100} = 3{,}86 \text{ m},$$

und für $l = 24$ m ist

$$f = \frac{7{,}75 \cdot 144}{301 - 144} = 7{,}11 \text{ m}.$$

Beispiel 4. Es sei gegeben $l = 30$ m, $f = 10$ m, $z_0 = 2{,}00$ m, $q = 50$ cbm/qm.

Man findet
$$m = \frac{2{,}0}{\frac{1}{8} + \frac{2{,}0}{50}} = 12{,}10 \text{ m},$$

und nach Formel 17

$$r = \frac{30^2}{8} \frac{10{,}0 + 12{,}1}{10{,}0 \cdot 12{,}1} = 20{,}5 \text{ m}.$$

Nach Gleichung 23 ist

$$c = \frac{r z_0}{q - z_0} = \frac{20{,}5 \cdot 2{,}0}{50 - 2{,}0} = 0{,}86 \text{ m}.$$

Die Gleichung 18 des Gewölbebogens lautet:

$$y = \frac{12{,}1\, x^2}{\frac{900}{4} \frac{10{,}0 + 12{,}1}{10{,}0} - x^2} = \frac{12{,}1\, x^2}{497 - x^2}.$$

Bei unverändertem l, f und c nimmt der Scheitelhalbmesser r ab oder zu, je nachdem die Belastungshöhe z_0 gröfser oder kleiner wird. Man erkennt dies daran, dass der Ausdruck auf der rechten Seite der Formel 19 so geschrieben werden kann, dass die Gröfse z_0 in den Gliedern entweder gar nicht oder nur im Nenner vorkommt. Dagegen nimmt die Leitstrecke m zugleich mit z_0 zu oder ab, weil in der Formel 14 der Nenner langsamer wächst als der Zähler z_0. Ferner erhält man aus der Gleichung 18 durch Variation von y nach m den Ausdruck

$$\frac{\delta y}{\delta m} = \frac{\left(\frac{l^2}{4} - x^2\right) x^2}{\left[\frac{l^2}{4} \frac{f + m}{f} - x^2\right]^2},$$

der stets positiv ist, weil für alle Punkte des Gewölbebogens x kleiner als $\frac{l}{2}$ ist. Es wird daher y zugleich mit m, also auch zugleich mit z_0 gröfser oder kleiner, d. h. bei gegebener Spannweite, Pfeilhöhe und Scheitelstärke rücken alle Punkte des Gewölbebogens nach unten, wenn die Belastungshöhe z_0 gröfser, und nach oben, wenn z_0 kleiner wird.

Hieraus rechtfertigt sich die Regel, den Gewölbebogen weder dem unbelasteten noch dem vollbelasteten Gewölbe, sondern einem mittleren Belastungszustande, nämlich einer gleichmäfsigen

Belastung mit der Hälfte der gröfsten Verkehrsbelastung anzupassen. Denn die Mittellinie des Gewölbes kann natürlich nur für einen einzigen Belastungsfall eine Stützlinie sein, die Abweichungen dieser Stützlinie von den Stützlinien für die Grenzfälle der Belastungen fallen aber (nach oben oder unten) am kleinsten aus, wenn die Mittellinie als Stützlinie für die mittlere Belastung auftritt. Wir nennen diese Belastung die Normalbelastung und setzen die entsprechende Belastungshöhe, für die das Gewölbe zu entwerfen ist,

$$(25) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad z_0 = c + e + \frac{p}{2}.$$

Statt der Berechnung der einzelnen Punkte des Gewölbebogens ist auch eine zeichnerische Ermittlung und ein gemischtes Verfahren anwendbar, insbesondere für den Fall, dass die Form des Bogens nach Feststellung von l, f, c und z_0 aufgesucht werden soll. Bei dem zeichnerischen Verfahren sind zunächst die Leitstrecke m und der Scheitelhalbmesser r zu construiren.

Zeichnerische Ermittlung der Leitstrecke *m* und des Scheitelhalbmessers *r*.

Zur Erläuterung der Construction dient Abb. 9. Man verzeichne zunächst den Punkt S und die Hülfslinie PNN' in der an-

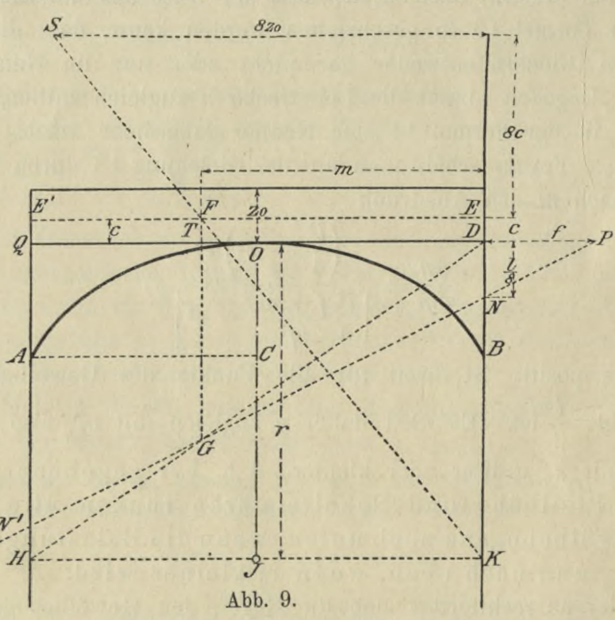


Abb. 9.

gegebenen Weise durch Auftragen der Gröfsen $8c$ und $8z_0$ bezw. f und $^1/_8\,l$. Die Linie DQ ist die wagerecht durch den Scheitel des

Gewölbebogens gelegte Abscissenaxe und die Hülfslinie EE' liegt um die Scheitelstärke c wagerecht darüber. Nun mache man versuchsweise $m = 5z_0$ oder gleich einem beliebigen anderen Versuchswerthe und trage diese Strecke von E aus auf EE' ab $= EF$. Dann ziehe man die Lothrechte FG bis zur Hülfslinie NN' und von S und D die Strahlen SF und DG, deren Verlängerungen die Kämpferlothrechten in K und H schneiden. Wenn beide Schnittpunkte in einer Wagerechten liegen, so ist der Punkt F richtig gewählt, anderenfalls hat man ihn nach rechts oder links zu verschieben, bis die genannte Bedingung erfüllt wird, was durch einiges Probiren bald gelingt. Dann ist die Strecke $EF =$ der richtigen Leitstrecke m und in dem Halbirungspunkte J der Verbindungslinie HK erhält man den Mittelpunkt des Scheitelhalbmessers des Gewölbebogens.

Beweis. Aus der Aehnlichkeit der Dreiecke DQH und DTG, wo T den Schnittpunkt von FG mit DQ bedeutet, folgt nach der Construction

$$QH = TG \cdot \frac{DQ}{DT} = TG \cdot \frac{l}{m},$$

und aus der Aehnlichkeit der Dreiecke PTG und PDN folgt

$$TG = \frac{l}{8} \cdot \frac{f + DT}{f} = \frac{l}{8} \cdot \frac{f+m}{f}.$$

Also ist

$$QH = \frac{l^2}{8} \cdot \frac{f+m}{fm} = r.$$

Ferner ist

$$EF = \frac{8z_0 \cdot EK}{8c + EK} = m,$$

und wegen der Gleichheit von QH und DK

$$EK = c + QH = c + r,$$

mithin auch

$$m = \frac{8z_0 (r+c)}{8c + r + c} = \frac{z_0}{\frac{1}{8} + \frac{c}{r+c}}.$$

Durch die Gröfsen $OH = r$ und $EF = m$ werden also die (in Bezug auf r und m quadratischen) Gleichungen 17 und 14 erfüllt; die ausgeführte Construction liefert mithin die richtigen Werthe der Unbekannten r und m, die durch jene beiden Gleichungen bestimmt sind.

Verzeichnung des Gewölbebogens.

Nachdem die Strecken m und r in der vorhin angegebenen Weise ermittelt sind, trage man nach Abb. 10 die Leitstrecke m

lothrecht über dem Scheitel des Gewölbebogens auf, mache also $OM = m$, dann von M aus $MN = 2r$, beschreibe einen Halbkreis über MN und ziehe den Strahl MR von M durch den Schnittpunkt R des Halbkreises mit der durch den Scheitel gelegten Wagerechten, der Abscissenaxe DQ. Der um M als Mittelpunkt mit dem Halbmesser MR beschriebene Kreisbogen ist der Hülfskreis für die Construction. Nun lasse man einen rechten Winkel mit der Spitze derartig auf der Abscissenaxe DQ gleiten, dass die Verlängerung des einen Schenkels stets durch M geht. In jeder Lage des rechten

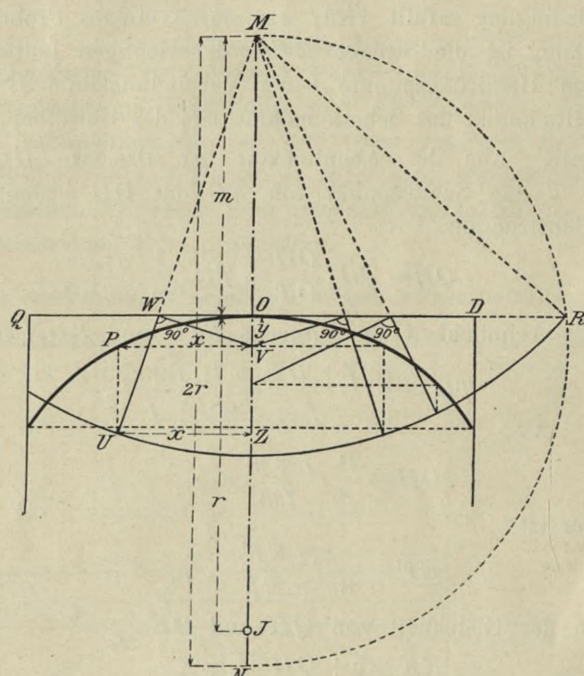


Abb. 10.

Winkels, z. B. UWV, schneidet dann jener Schenkel (WU) auf dem Hülfskreise die Abscisse ($UZ =$)x und der andere Schenkel (WV) auf der Scheitellothrechten MN die zugehörige Ordinate ($OV =$)y eines Punktes (P) des Gewölbebogens ab. Der letztere kann daher punktweise verzeichnet werden.

Beweis. Es ist

$$\overline{MR}^2 = MO \cdot MN = m \cdot 2r = 2mr,$$
$$\overline{WO}^2 = MO \cdot OV = m \cdot y,$$
$$WO : MO = UZ : MZ,$$
und
$$\overline{MZ}^2 = \overline{MU}^2 - \overline{UZ}^2 = \overline{MR}^2 - x^2 = 2mr - x^2.$$

Daher gilt die Doppelgleichung

$$\overline{WO}^2 = my \text{ und}$$

$$\overline{WO}^2 = \left(\frac{MO \cdot UZ}{MZ}\right)^2 = \frac{m^2x^2}{2\,mr - x^2},$$

woraus man, übereinstimmend mit der Gleichung 15, erhält:

$$y = \frac{mx^2}{2\,mr - x^2}.$$

Den Hülfskreis mit dem Halbmesser MR erhält man übrigens auch durch die in Abb. 11 dargestellte Construction. Man beschreibe

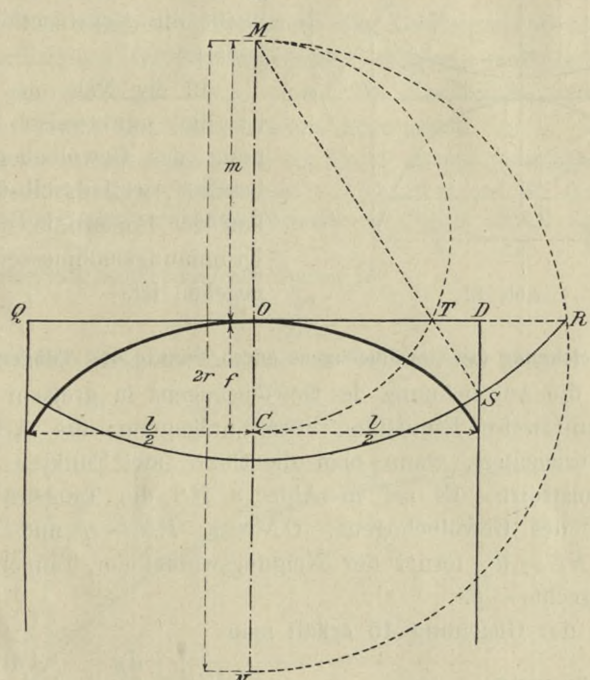


Abb. 11.

einen Halbkreis über $MC = f + m$, und ziehe nach dessen Schnittpunkt T mit OD von M aus den Strahl MTS, der die Kämpferlothrechte in S schneidet. Dann ist auch S ein Punkt und MS ein Halbmesser des Hülfskreises. — Da nämlich

$$\overline{MT}^2 = MO \cdot MC = m(f + m), \quad MS = \frac{l}{2} \cdot \frac{MT}{OT}, \quad \text{und} \quad \overline{OT}^2 = mf,$$

so ist

$$\overline{MS}^2 = \frac{l^2}{4} \cdot \frac{f + m}{f}.$$

Der Ausdruck rechts ist aber nach Formel 17 gleichwerthig mit $2\,mr$ und daher ist auch $MS = MR$.

In Abb. 12 sind beide Constructionen für den Fall angegeben, dass $2r$ kleiner als m und also MN kleiner als MO ist. Man hat alsdann bei der ersten Construction den Halbkreis nicht über MN, sondern über $MO = m$ zu beschreiben, und R ist der Schnittpunkt des Halbkreises mit der durch N gelegten Wagerechten. Sonst bleibt die Construction unverändert.

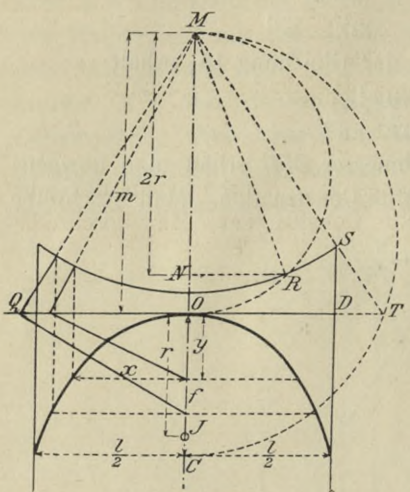


Abb. 12.

In der Nähe des Scheitels ist die punktweise Verzeichnung des Gewölbebogens entbehrlich, weil daselbst der Verlauf der Bogenlinie durch den Krümmungshalbmesser $r = OJ$ gegeben ist.

Verzeichnung des Gewölbebogens durch Punkte und Tangenten.

Für die Aufzeichnung des Gewölbebogens in grofsem Mafsstabe ist die punktweise Ermittlung etwas unbequem; die Arbeit wird erheblich erleichtert, wenn man die Curve aus Punkten und Tangenten construirt. Es sei in Abb. 13 PS die Tangente in dem Punkte P des Gewölbebogens, $ON = x$, $PN = y$ und die Subtangente $NS = w$, ferner der Neigungswinkel der Tangente gegen die Wagerechte $= \beta$.

Aus der Gleichung 15 erhält man

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{dy}{dx} = \frac{4m^2rx}{(2mr - x^2)^2}.$$

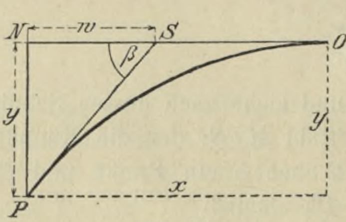


Abb. 13.

Es ist aber

$$w = \frac{y}{\operatorname{tg}\beta},$$

und wenn man hierin y und $\operatorname{tg}\beta$ als Function von x einsetzt, so erhält man

$$(26) \quad \ldots\ldots \quad w = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{4mr},$$

wofür man wegen Formel 17 auch setzen kann

$$(27) \quad \ldots\ldots \quad w = \frac{x}{2} - \frac{2fx^3}{l^2(f+m)}.$$

Wenn daher für ein beliebiges x die Ordinate y entweder zeichnerisch ermittelt oder nach einer der Formeln 15 und 18 berechnet und sodann die Strecke w nach Formel 26 oder 27 bestimmt wird, so lässt sich sowohl der Punkt P des Gewölbebogens als auch seine Tangente PS construiren und es genügen alsdann wenige Punkte zur genauen Aufzeichnung des ganzen Gewölbebogens. Für die Kämpfertangente ist beispielsweise

$$(28) \quad . \; . \; . \quad w' = \frac{l}{4}\left(1 - \frac{l^2}{8mr}\right) = \frac{l}{4}\,\frac{m}{f+m}.$$

Auf diese Weise können insbesondere die Lehrbogen bequem und genau in natürlicher Gröfse aufgetragen werden, ohne dass man nöthig hat, der richtigen Curve einen aus Kreislinien zusammengesetzten Korbbogen als Näherungslinie anzupassen.

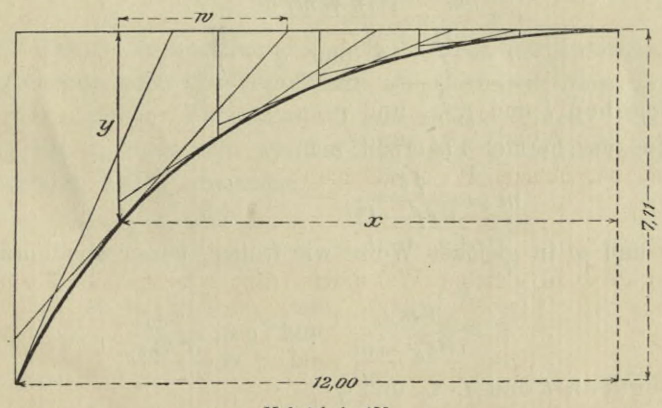
Beispiel 5. In dem Beispiel 3 (S. 20) fanden wir für ein Gewölbe mit der Scheitelstärke $e = 0{,}60$ m, der Belastungshöhe $z_0 = 1{,}20$ m und der Druckbeanspruchung $q = 40$ cbm/qm den Scheitelhalbmesser $r = 19{,}40$ m und die Leitstrecke $m = 7{,}75$ m.

Die Subtangente w ist daher nach Formel 26

$$w = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{601{,}4},$$

und die bereits früher gefundene Gleichung des Gewölbebogens lautet

$$y = \frac{7{,}75\;x^2}{301 - x^2}.$$



Mafsstab 1 : 150.

Abb. 14.

Durch Berechnung von y und w für verschiedene x erhält man nachstehende Constructionswerthe:

$x =$	2,0	4,0	6,0	8,0	10,0	12,0 m
$y =$	0,10	0,44	1,05	2,09	3,86	7,11 m
$w =$	0,99	1,89	2,64	3,15	3,34	3,13 m.

Hiernach ist der Gewölbebogen in Abb. 14 aufgezeichnet worden.

Anwendungen.

Das symmetrische Brückengewölbe mit wagerecht abgeglichener Belastungsfläche ist vollständig bestimmt und kann nach dem Vorangegangenen berechnet und gezeichnet werden, wenn entweder seine Spannweite l und Pfeilhöhe f und aufserdem zwei beliebige der vier Gröfsen c, z_0, r und q, oder wenn drei beliebige dieser vier Gröfsen gegeben sind. Zur bequemeren Uebersicht sind die verschiedenen Fälle nachstehend kurz zusammengestellt.

1) Gegeben l und f, c und z_0.

Anwendbar ist das zeichnerische Verfahren nach Abb. 9 zur gleichzeitigen Ermittlung von m und r. Dann sind einzelne Punkte des Gewölbebogens nach Abb. 10 zu verzeichnen, worauf man die zugehörigen Tangenten durch Construction der Subtangenten w erhält. Die Subtangenten sind nach der Formel 26 oder 27 zu berechnen.

Oder: Man berechnet H nach Formel 20, dann ist

$$m = \frac{8Hz_0}{H + 8cz_0},$$

$$y = \frac{mx^2}{\frac{l^2}{4}\frac{f+m}{f} - x^2},$$

$$w = \frac{x}{2} - \frac{2fx^3}{l^2(f+m)},$$

$$r = \frac{H}{z_0} - c \quad \text{und} \quad q = \frac{H}{c}.$$

2) Gegeben l und f, z_0 und r.

Aus der Formel 17 erhält man

$$m = \frac{fl^2}{8rf - l^2},$$

dann y und w in gleicher Weise wie früher, ferner aus Formel 24 und 22

$$q = \frac{8mz_0}{8z_0 - m} \quad \text{und} \quad c = \frac{rz_0}{q - z_0}.$$

3) Gegeben l und f, z_0 und q.

Man findet

$$m = \frac{z_0}{\frac{1}{8} + \frac{z_0}{q}},$$

dann y und w wie vorhin, ferner

$$r = \frac{l^2}{8}\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{m}\right) \quad \text{und} \quad c = \frac{rz_0}{q - z_0}.$$

4) Gegeben l und f, c und r.

Man bestimmt zuerst m, dann y und w ganz wie bei Fall 2; ferner ist

$$z_0 = m\left(\frac{1}{8} + \frac{c}{r+c}\right) \quad \text{und}$$

$$q = \frac{(r+c)z_0}{c}.$$

5) Gegeben l und f, r und q.

Man bestimmt m, y und w wie vorhin, dann ist

$$z_0 = \frac{mq}{8(q-m)} \quad \text{und}$$

$$c = \frac{rz_0}{q-z_0}.$$

6) Gegeben l und f, c und q.

Es ist $\qquad H = cq.$

Wenn dies in Gleichung 20 eingesetzt wird, so ist darin z_0 die einzige Unbekannte. Ihre Berechnung erfolgt am bequemsten durch Probiren, wobei man sich des Näherungswerthes (vgl. die Formel 35 auf Seite 42)

$$z_0 = \frac{cq - 0{,}015\,l^2}{0{,}15\,\frac{l^2}{f}}$$

bedienen kann. Je nachdem bei dem Probiren der Ausdruck für H einen gröfseren oder kleineren Werth als cq ergiebt, muss z_0 kleiner oder gröfser als der Versuchswerth genommen werden. Nach Aufsuchung von z_0 kann man wie bei Fall 1 oder 3 verfahren oder den nachfolgenden Fall 7 anwenden.

7) Gegeben c, z_0 und q.

Man findet

$$m = \frac{z_0}{\frac{1}{8} + \frac{z_0}{q}} \qquad \text{und} \qquad r = c\left(\frac{q}{z_0} - 1\right).$$

Darauf

$$y = \frac{mx^2}{2mr - x^2} \quad \text{und} \quad w = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{4mr}.$$

Für die beliebige Spannweite l ist die zugehörige Pfeilhöhe

$$f = \frac{ml^2}{8mr - l^2},$$

und zu der gegebenen Pfeilhöhe f gehört die Spannweite

$$l = \sqrt{\frac{8fmr}{f+m}}.$$

Krümmungshalbmesser im Scheitel.

Von Interesse ist ferner die Untersuchung, wie sich der Gewölbebogen zu dem Kreisbogen von gleicher Spannweite und Pfeilhöhe verhält. Bezeichnen wir den Halbmesser des Kreisbogens mit R, so ist

$$(29) \quad . \; . \; . \; . \quad R = \frac{l^2 + 4f^2}{8f} = \frac{l^2}{8f} + \frac{f}{2}.$$

Nach Formel 17 ist $r = \frac{l^2}{8}\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{m}\right) = \frac{l^2}{8f} + \frac{l^2}{8m}$;
es ist daher leicht zu erkennen, dass r gröfser oder kleiner als R wird, je nachdem m kleiner oder gröfser als $\frac{l^2}{4f}$ ist.

Wird $r = R$ gewählt, so ergiebt sich $m = \frac{l^2}{4f}$, und sodann nach S. 29 Nr. 4 die zugehörige Belastungshöhe z_0, die wir zur Unterscheidung mit Z_0 bezeichnen wollen,

$$(30) \quad Z_0 = \frac{l^2}{32f}\left(1 + \frac{8c}{R + c}\right) = \frac{l^2}{32f}\left(1 + \frac{64cf}{l^2 + 4f^2 + 8cf}\right).$$

Endlich ändert sich die Belastungshöhe z_0 in gleichem Sinne mit m, wie wir schon früher (auf Seite 21) gefunden haben. Daraus ergiebt sich folgender Satz:

Das Gewölbe mit wagerecht abgeglichener Belastungsfläche hat bei gegebener Spannweite und Pfeilhöhe einen Scheitelhalbmesser r, der gröfser oder kleiner als der Halbmesser R des durch Kämpfer und Scheitel gelegten Kreisbogens ist, je nachdem seine Belastungshöhe z_0 kleiner oder gröfser ist als Z_0 nach Formel 30.

Soll r mit R übereinstimmen, so muss die Belastungshöhe $= Z_0$ sein.

Beispiel 6. Es sei gegeben $l = 30$ m, $f = 10$ m und $c = 1{,}0$ m. Dann ist

$$Z_0 = \frac{900}{320}\left(1 + \frac{640}{900 + 400 + 80}\right) = 4{,}12 \text{ m},$$

$$R = \frac{900 + 400}{80} = 16{,}25 \text{ m}.$$

Für $z_0 < 4{,}12$ m wird daher $r > R$.

Beispielsweise finden wir bei der Berechnung nach Fall Nr. 1:

für $z_0 = 2{,}0$ m wird $r = 20{,}9$ m,
für $z_0 = 3{,}0$ m wird $r = 17{,}9$ m.

Beispiel 7. Es sei $l = 8$ m, $f = 2{,}4$ m, $c = 0{,}50$ m und $z_0 = 1{,}50$ m. Man findet $Z_0 = 1{,}496$ m, also nur sehr wenig abweichend von z_0, und es lässt sich hieraus schliefsen, dass der richtige Gewölbebogen nur wenig von einer Kreisbogenlinie abweichen wird. In der That erhält man bei Durchführung der Berechnung

$$H = 7{,}55 \text{ cbm (nach Formel 20)},$$

$$r = \frac{H}{z_0} - c = \frac{7{,}55}{1{,}50} - 0{,}50 = 4{,}53 \text{ m},$$

und

$$R = \frac{8^2 + 4 \cdot 2{,}4^2}{8 \cdot 2{,}4} = 4{,}53 \text{ m}.$$

Inhalt und Moment der wagerecht abgeglichenen Belastungsfläche.

Der Inhalt der Belastungsfläche vom Scheitel des Gewölbes bis zu der Lothrechten durch den Kämpfer (Abb. 15) ist

$$G = \int_0^{l/2} (z_0 + y)\, dx$$

und ihr Moment für den Kämpfer als Drehpunkt

$$M = \int_0^{l/2} (z_0 + y) \left(\frac{l}{2} - x\right) dx.$$

Wenn man y als Function von x gemäfs Gleichung 15 einführt, so erhält man durch Ausführung der Integrationen

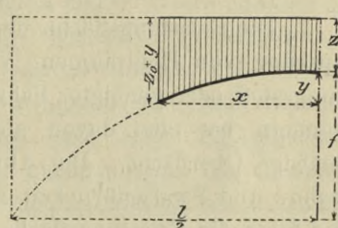


Abb. 15.

$$G = \frac{l}{2} \left\{ z_0 - m + \frac{m}{2} \sqrt{\frac{f+m}{f}} \cdot \ln \left[1 + \frac{2}{\sqrt{\frac{f+m}{f}} - 1} \right] \right\},$$

$$M = \frac{l^2}{8} \left\{ z_0 - m + m \sqrt{\frac{f+m}{f}} \cdot \ln \left[1 + \frac{2}{\sqrt{\frac{f+m}{f}} - 1} \right] \right.$$
$$\left. - m \frac{f+m}{f} \cdot \ln \left(\frac{f+m}{m} \right) \right\},$$

und durch Reihenentwicklung:

$$G = \frac{l}{2} \left[z_0 + m \left\{ \frac{1}{3} \cdot \frac{f}{f+m} + \frac{1}{5} \left(\frac{f}{f+m} \right)^2 + \frac{1}{7} \left(\frac{f}{f+m} \right)^3 + \ldots \right\} \right],$$

$$M = \frac{l^2}{8} \left[z_0 + m \left\{ \frac{1}{2 \cdot 3} \cdot \frac{f}{f+m} + \frac{1}{3 \cdot 5} \left(\frac{f}{f+m} \right)^2 + \frac{1}{4 \cdot 7} \left(\frac{f}{f+m} \right)^3 + \ldots \right\} \right],$$

worin das Gesetz leicht zu erkennen ist. Nun nähern sich die hinteren Glieder beider Ausdrücke mehr und mehr einer geometrischen Reihe von der Form

$$A \left\{ 1 + \frac{f}{f+m} + \left(\frac{f}{f+m} \right)^2 + \ldots \right\} = A \cdot \frac{f+m}{m}.$$

Näherungsweise ist daher

$$G = \frac{l}{2}\left[z_0 + \frac{mf}{f+m}\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\,\frac{f}{f+m}\cdot\frac{f+m}{m}\right)\right]$$

oder

$$(31)\;.\;.\;.\quad G = \frac{l}{2}\left[z_0 + \frac{f}{f+m}\left(\frac{m}{3} + \frac{f}{5}\right)\right].$$

In ähnlicher Weise erhält man für M die Näherungsformel:

$$(32)\;.\;.\;.\quad M = \frac{l^2}{8}\left[z_0 + \frac{f}{f+m}\left(\frac{m}{6} + \frac{f}{15}\right)\right].$$

Die Genauigkeit der Formeln 31 und 32 ist für alle praktischen Anwendungen ausreichend.

Gewölbe mit beliebiger Belastungsfläche.

Die Belastungsfläche der Brückengewölbe ist häufig wegen Aussparung von Hohlräumen, Verwendung von leichterem Ueberschüttungsstoff oder geneigter Fahrbahn nicht genau wagerecht abgeglichen, sondern hat eine davon abweichende und zwar zumeist unregelmäſsige Oberfläche. Die Abweichungen sind jedoch bei den Eisenbahn- und Straſsenbrücken nicht allzugroſs, weshalb es zulässig ist, zunächst die Belastungsfläche in der Höhe von z_0 über dem Scheitel wagerecht abgeglichen anzunehmen und dieser Annahme gemäſs die Bogenlinie zu ermitteln. Die so gefundene Curve giebt freilich nun nicht mehr unmittelbar die richtige Gewölbeform an, bietet aber eine passende Unterlage für die weitere Behandlung, eine Versuchsform, die nur wenig abzuändern sein wird.

Die wirkliche Belastungsfläche kann man sich aus der vorigen dadurch entstanden denken, dass der zwischen den oberen Begrenzungslinien beider Fälle liegende Antheil fortgenommen bezw. zugelegt wird, denn die untere, aus der Veränderung der Bogenlinie entstehende Abweichung darf als geringfügig unberücksichtigt bleiben. Jener Antheil sei für eine Gewölbehälfte $= \varDelta G$, sein Moment für den Kämpfer als Drehpunkt $= \varDelta M$. Nach dem Früheren dürfen die Gröſsen H, G und M für die wagerecht abgeglichene Belastungsfläche als bekannt angesehen werden, und die Gröſsen $\varDelta G$ und $\varDelta M$ sind für den gegebenen Fall nach Construction der Belastungsfläche leicht zu berechnen.

Für die wirkliche Belastungsfläche sei

$$G' = G \mp \varDelta G$$
$$M' = M \mp \varDelta M$$
$$H' = H \mp \varDelta H$$

und

$$r' = r \mp \varDelta r.$$

Da nun stets das Moment der Belastungsfläche gleich dem Produkt aus dem Horizontalschub und der Pfeilhöhe der Stützlinie ist, auch die Durchgangspunkte beider Stützlinien durch die Kämpferlothrechten als zusammenfallend angesehen werden können, so gilt die Beziehung: $H \mp \varDelta H : H = M \mp \varDelta M : M.$

Ferner ist $(r' + c)z_0 = H'$ und $(r + c)z_0 = H.$

Daraus folgt

(33) . . . . . $$\left\{\begin{aligned} &\varDelta H = \frac{H}{M} \cdot \varDelta M \text{ und} \\ &\varDelta r = \frac{\varDelta H}{z_0} = \frac{H}{M} \cdot \frac{\varDelta M}{z_0}. \end{aligned}\right.$$

Hieraus lässt sich von vorn herein beurtheilen, nach welcher Richtung die Abweichungen des richtigen Gewölbebogens von demjenigen für die wagerecht abgeglichene Belastungsfläche fallen. Wenn nämlich die Belastungsfläche vom Scheitel nach den Kämpfern zu ansteigt, so wird $\varDelta M$ positiv, folglich auch $\varDelta H$ und $\varDelta r$ positiv, der Scheitelhalbmesser wird also gröfser als im Normalbelastungsfalle und die Abweichungen des Gewölbebogens fallen nach oben. Dagegen wird der Scheitelhalbmesser kleiner und die Abweichungen des Gewölbebogens fallen nach unten, wenn die Belastungsfläche vom Scheitel nach dem Kämpfer zu abfällt.

Man berechne zunächst H und r unter der Annahme einer wagerecht abgeglichenen Belastungsfläche, ferner M nach Formel 32 und alsdann $\varDelta H$ und $\varDelta r$ nach den Formeln 33, dann ist $H \mp \varDelta H$ der richtige Horizontalschub und $r \mp \varDelta r$ der richtige Scheitelhalbmesser des Gewölbebogens.

Nunmehr kann der Gewölbebogen berichtigt werden und zwar findet man die genauere Form unter Anwendung der Gleichung 15, wenn man darin r gleich dem berichtigten Scheitelhalbmesser $r' = r \mp \varDelta r$ setzt und m so abändert, dass der Gewölbebogen nach wie vor durch den Kämpfer geht, d. h. dass $y = f$ wird für $x = \frac{l}{2}$. Bezeichnet man diesen Werth von m zur Unterscheidung mit m', so ist (vergl. Nr. 2 der Anwendungen, Seite 28)

$$m' = \frac{fl^2}{8r'f - l^2}$$

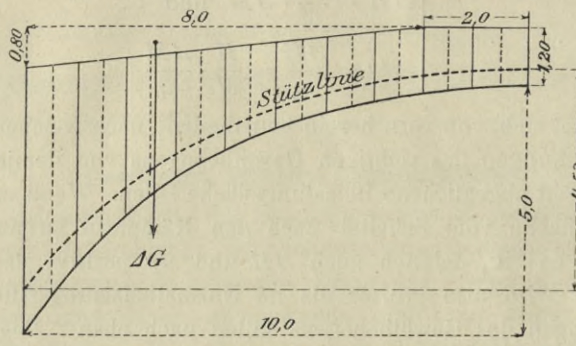
und die berichtigte Gleichung des Gewölbebogens lautet:

$$y = \frac{m'x^2}{2m'r' - x^2}.$$

Anmerkung. Die Aussparung von Hohlräumen in der Uebermauerung oder die Anwendung leichteren Füllstoffes hat eine Verminderung des Horizontalschubes zur Folge. Gleichzeitig wird aber, wie wir in dem folgenden Abschnitt finden werden, die Ausweichung der Stützlinie bei einseitiger Belastung vergröfsert, wodurch unter Umständen, namentlich bei kleineren Brücken und solchen von grofsem Pfeilverhältnifs, eine gröfsere Gewölbestärke erforderlich werden kann.

Beispiel 8. Es sei wie in Beispiel 1 (Seite 18) $l = 20$ m, $f = 5{,}00$ m, $e = 0{,}60$ m und $z_0 = 1{,}20$ m. Die Belastungsfläche sei vom Scheitel aus auf 2 m wagerecht, dann im Verhältniss 1:10 nach unten abfallend. Für das wagerecht abgeglichene Gewölbe ist nach Beispiel 1:

$$H = 20{,}7 \text{ cbm}, \quad r = 16{,}65 \text{ m} \quad \text{und} \quad m = 7{,}5 \text{ m}.$$



Mafsstab 1:150.

Abb. 16.

Wir finden gemäfs Abb. 16

$$\Delta G = \frac{8{,}0 \cdot 0{,}80}{2} = 3{,}20 \text{ cbm},$$

$$\Delta M = \Delta G \cdot \frac{8{,}0}{3} = 8{,}53 \text{ m}^4.$$

Ferner nach Formel 32

$$M = \frac{400}{8}\left[1{,}20 + \frac{5{,}0}{5{,}0 + 7{,}5}\left(\frac{7{,}5}{6} + \frac{5{,}0}{15}\right)\right] = 91{,}7 \text{ m}^4.$$

Daher ist

$$\Delta H = \frac{20{,}7}{91{,}7} \cdot 8{,}53 = 1{,}92 \text{ cbm}$$

und

$$\Delta r = \frac{1{,}92}{1{,}20} = 1{,}60 \text{ m}.$$

Der Horizontalschub des Gewölbes ist daher

$$H' = 20{,}7 - 1{,}92 = \text{rd. } 18{,}8 \text{ cbm}$$

und der Scheitelhalbmesser

$$r' = 16{,}65 - 1{,}60 = \text{rd. } 15{,}05 \text{ m}.$$

Weiter erhält man $m' = \dfrac{5{,}0 \cdot 20^2}{8 \cdot 15{,}05 \cdot 5{,}0 - 20^2} = 9{,}90$ m,

und schliefslich die berichtigte Gleichung des Gewölbebogens

$$y = \frac{9{,}90\, x^2}{2 \cdot 9{,}90 \cdot 15{,}05 - x^2} = \frac{9{,}90\, x^2}{298 - x^2}.$$

Dies giebt

für $x =$	2	4	6	8	10 m
$y =$	0,135	0,561	1,36	2,70	5,00 m.

Man vergleiche diese Ordinaten mit denen des Beispiels 1.

Die Prüfung der Gewölbeform
findet am einfachsten auf zeichnerischem Wege statt. Man theilt das Gewölbe durch lothrechte Linien in eine gerade Anzahl gleich breiter Streifen, ermittelt deren Inhalte und trägt sie nach einem passenden Mafsstabe der Reihe nach, vom Scheitel bis zum Kämpfer fortschreitend, im Kräfteplan auf einer Lothrechten aneinander. Hierauf wird zunächst mit einem beliebigen Horizontalschube $H' = CO'$ (Abb. 17) der Kräfteplan und die zugehörige Stützlinie construirt. Diese schneidet die Kämpferlothrechte im allgemeinen nicht in dem festgelegten Punkte Q, sondern in einem anderen Punkte Q'. Man verlängere nun die letzte Seite des Stützlinien-Vielecks, bis sie die

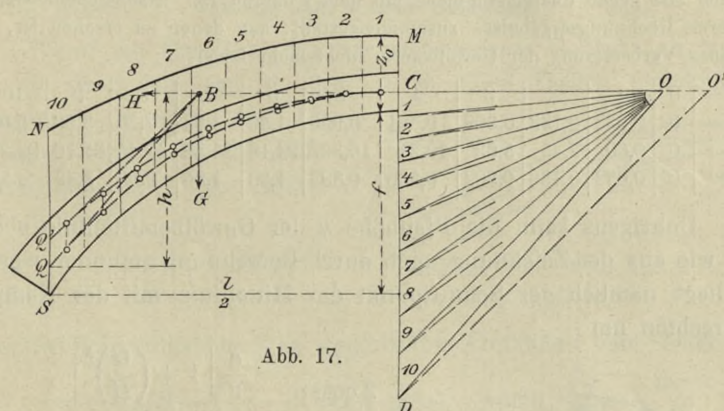


Abb. 17.

verlängerte $O'C$ schneidet, und verbinde den Schnittpunkt B mit Q, dann ist BQ Tangente der gesuchten Stützlinie in Q. Zieht man nun DO parallel zu QB, so erhält man den richtigen Horizontalschub $H = CO$ der gesuchten Stützlinie, die alsdann mit Hülfe des Kräfteplanes in das Gewölbe eingezeichnet werden kann. Tritt nun die so erhaltene Stützlinie innerhalb des Gewölbes aus der Mitte heraus, so muss die Gewölbeform durch Anpassen an die Stützlinie nochmals verbessert werden.

Die Genauigkeit der Prüfung wird erhöht durch Verbindung der algebraischen Berechnung mit der Construction. Man berechne das Moment der Belastungsfläche einer Gewölbehälfte für den Kämpfer als Drehpunkt als Summe der Momente der einzelnen Theilflächen und ermittele zeichnerisch die Pfeilhöhe der Gewölbemittellinie für $x = \frac{l}{2}$. Das Moment sei $= M$, die Pfeilhöhe $= h$. Dann ist der richtige Horizontalschub $$H = \frac{M}{h},$$

und in der Schnittlinie x ist der Pfeil der Stützlinie

$$\eta = \frac{M_x}{H} = \frac{h}{M} M_x.$$

Diese Berechnungen wurden probeweise für das Beispiel 8 (Seite 34) in der Weise durchgeführt, dass die Gewölbehälfte in 10 Theile von je 1 m Breite zerlegt und ihre Schwerpunkte als in der Mitte liegend angenommen wurden. Die Ordinaten wurden nach der Gleichung

$$y = \frac{9{,}90\, x^2}{298 - x^2}$$

berechnet und die Pfeilhöhe der Gewölbemittellinie laut Zeichnung $= 4{,}53$ m angenommen. Es ergab sich

$$M = 84{,}20 \text{ m}^4, \qquad H = \frac{84{,}20}{4{,}53} = 18{,}6 \text{ cbm},$$

folglich fast genau übereinstimmend mit dem früheren H'. Nachstehend sind die weiteren Rechnungsergebnisse zusammengestellt, aus denen zu ersehen ist, dass es einer Verbesserung der Gewölbeform nicht mehr bedarf.

$x =$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10 m
$y =$	0	0,033	0,135	0,308	0,561	0,906	1,36	1,94	2,70	3,69	5,00 m
$M_x =$	0	0,60	2,45	5,63	10,21	16,39	24,18	34,58	47,45	63,70	84,20 m^4
$\eta =$	0	0,032	0,132	0,302	0,550	0,882	1,30	1,86	2,55	3,42	4,53 m

Uebrigens kann die Pfeilhöhe h der Gewölbemittellinie ebenso gut wie aus der Zeichnung auch durch Berechnung gefunden werden. Es liegt nämlich der Schnittpunkt der Mittellinie mit der Kämpferlothrechten um

$$\frac{c}{2\cos^2\alpha} = \frac{c}{2}\left[1 + \left(\frac{G}{H}\right)^2\right]$$

über dem Kämpfer und ihr Schnittpunkt mit der Scheitellothrechten um $\frac{c}{2}$ über dem Scheitel des Gewölbebogens. Somit ist (Abb. 18)

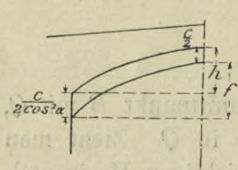


Abb. 18.

$$(34) \qquad h = f + \frac{c}{2} - \frac{c}{2}\left[1 + \left(\frac{G}{H}\right)^2\right] = f - \frac{c}{2}\left(\frac{G}{H}\right)^2,$$

worin für G und H die für Gewölbe mit wagerecht abgeglichener Belastungsfläche entwickelten Formeln anwendbar sind.

Für das frühere Beispiel erhält man nach Formel 31

$$G = \frac{20}{2}\left[1{,}20 + \frac{5{,}0}{5{,}0 + 7{,}5}\left(\frac{7{,}5}{3} + \frac{5{,}0}{5}\right)\right] = 26{,}0 \text{ cbm}$$

und H wurde bereits früher $= 20{,}7$ cbm gefunden. Somit ist

$$h = 5{,}00 - \frac{0{,}60}{2}\left(\frac{26{,}0}{20{,}7}\right)^2 = 4{,}53 \text{ m}.$$

Setzt man den Werth von h aus Formel 34 in die Gleichung $H = \frac{M}{h}$ ein, so ergiebt sich durch Auflösung der quadratischen

Gleichung nach H der Horizontalschub für eine beliebige Belastungsfläche

$$(34a) \quad . \; . \; . \quad H = \frac{M}{2f}\left[1 + \sqrt{1 + 2cf\left(\frac{G}{M}\right)^2}\right].$$

Hierin können für G und M annähernd die Formeln 31 und 32 für wagerecht abgeglichene Belastungsflächen angewendet werden; man kann aber auch, wie bereits auf Seite 35 erwähnt, G und M durch Zeichnung genau ermitteln. Formel 34a ist eine Verallgemeinerung der ausschliefslich für wagerecht abgeglichene Belastungsflächen gültigen Formel 20 (Seite 18).

Gewölbe ohne fremde Belastung.

Wenn ein Gewölbe, das nur sein eigenes Gewicht zu tragen hat, so zu construiren ist, dass es in allen Theilen gleichmäfsig beansprucht wird (s. Abb. 19), so lautet nach S. 12 die Differentialgleichung 1 der Mittellinie (Stützlinie):

$$\frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \frac{z}{H} = \frac{c}{H}\left[1 + \left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2\right].$$

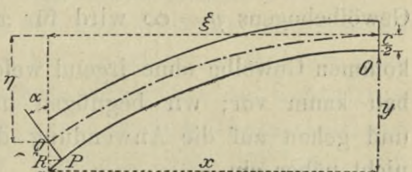


Abb. 19.

Denn die Belastungshöhe z im wagerechten Abstande ξ vom Scheitel ist

$$z = 2\,QS = \frac{c}{\cos^2\alpha} = c\,(1 + \mathrm{tg}^2\alpha), \quad \text{worin} \quad \mathrm{tg}\,\alpha = \frac{d\eta}{d\xi}.$$

Durch Integration erhält man zunächst:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{d\eta}{d\xi} = \mathrm{tg}\left(\frac{\xi}{q}\right),$$

und sodann durch nochmalige Integration:

$$\eta = \int \mathrm{tg}\left(\frac{\xi}{q}\right) \cdot d\xi = -\,q \ln \cos\left(\frac{\xi}{q}\right),$$

wobei der Scheitelpunkt der Mittellinie als Nullpunkt genommen ist und q die Normalpressung $= \frac{H}{c}$ bedeutet. Aus dieser Gleichung der Mittellinie erhält man die Gleichung der inneren Bogenlinie oder des Gewölbebogens, indem man den Coordinatenanfangspunkt um $\frac{c}{2}$ nach unten (nach O) verlegt und die Beziehungen

$$x = \xi \quad \text{und} \quad y = \eta - \frac{c}{2} + QS$$

anwendet.

Da $QS = \frac{QR}{\cos^2\alpha} = \frac{c}{2\cos^2\alpha} = \frac{c}{2}(1 + \mathrm{tg}^2\alpha) = \frac{c}{2}\left[1 + \left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2\right]$,

so lässt sich y auch ausdrücken:

$$y = \eta + \frac{c}{2}\left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2.$$

η und $\frac{d\eta}{d\xi}$ sind bereits als Abhängige von ξ bekannt, mit Einsetzung ihrer Werthe erhält man:

$$y = -q \ln \cos\left(\frac{x}{q}\right) + \frac{c}{2}\mathrm{tg}^2\left(\frac{x}{q}\right).$$

Aus der vorstehenden Entwicklung ist zu ersehen, dass die Gewölbemittellinie im Abstande x vom Scheitel um den Winkel $\alpha = \frac{x}{q}$ gegen die Wagerechte geneigt ist und dass in der Gleichung des Gewölbebogens $y = \infty$ wird für $x = q \cdot \frac{\pi}{2}$ = rd. 1,57 q. Uebrigens kommen Gewölbe ohne irgend welche fremde Belastung im Brückenbau kaum vor; wir begnügen uns deshalb mit diesem Hinweise und gehen auf die Anwendung der Gleichung des Gewölbebogens nicht näher ein.

Dritter Abschnitt.

Die Stärke der Brückengewölbe.

Die nothwendige Gewölbestärke einer massiven Brücke ist abhängig von der Form und den Abmessungen des Gewölbes, seiner Belastung und der Festigkeit des Gewölbemauerwerks. Diese Stücke sind wesentlich, weshalb sie in einer allgemein gültigen Formel für die Berechnung der Gewölbestärke vorkommen müssen.

Ein Gewölbe erfordert die geringste Stärke, wenn seine Form so gewählt wird, dass bei mittlerem Belastungszustande (der sogen. „Normalbelastung“) eine Stützlinie verzeichnet werden kann, die mit der Gewölbemittellinie zusammenfällt. In dem vorigen Abschnitt (Seite 21) haben wir diesen Satz bewiesen und die Aufsuchung der entsprechenden Gewölbeform gezeigt. Nachstehend setzen wir stets voraus, dass die Gewölbeform richtig gewählt und jene Bedingung des Zusammenfallens der Stützlinie mit der Mittellinie für den mittleren Belastungsfall, für die Normalbelastung, erfüllt sei. Wir setzen ferner voraus, dass die Stärke des Gewölbes vom Scheitel nach den Kämpfern hin gleichmäfsig mit dem Fugendrucke zunimmt. Für die Gewölbestärke stellen wir die Bedingung, dass für jeden Belastungsfall eine Stützlinie, die ganz innerhalb des mittleren Drittels, der Kernlinien des Gewölbes, verbleibt, statisch möglich sein muss, und endlich machen wir die Voraussetzung, dass die wirkliche Druckvertheilung im Gewölbe mit einer solchen, im übrigen willkürlich zu wählenden Stützlinie übereinstimmt oder wenigstens keinen gröfseren Höchstwerth der Pressung liefert, als die Rechnung für jene Lage der Stützlinie ergiebt. Die letzte Voraussetzung wird freilich nicht immer ganz zutreffen, da die wirkliche Druckvertheilung von vielen Zufälligkeiten bei der Ausführung des Brückenbauwerks, von der Festigkeit der Widerlager, der Elasticität des Gewölbemauerwerks, von Temperaturveränderungen und anderen Umständen abhängt. Annähernd dürfte sie aber richtig und zulässig sein. Der Unsicherheit in der Druckvertheilung wird durch vorsichtige Festsetzung der zulässigen Beanspruchung, die gewöhnlich unter $^1/_{10}$ der Druckfestigkeit des Gewölbemauerwerks bleibt, Rechnung getragen; nach Fertigstellung des Entwurfs sind eingehendere Untersuchungen unter Berechnung des Gewölbes als eines elastischen Bogens nicht ausgeschlossen.

Zunahme der Gewölbestärke vom Scheitel nach den Kämpfern.

Das zeichnerische Verfahren zur Ermittlung des auf eine Normalfuge des Gewölbes entfallenden Fugendrucks wurde bereits im ersten Abschnitte (Seite 5) angegeben. Dieser Druck sei T, dann ist die nothwendige Fugenlänge

$$s = c\,\frac{T}{H}.$$

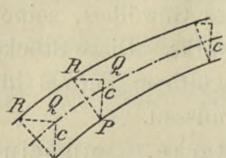


Abb. 20.

Nun ist, wenn α den Neigungswinkel der Normalfuge gegen die Lothrechte bedeutet,

$$T = \frac{H}{\cos\alpha},$$

also $$s = \frac{c}{\cos\alpha}.$$

Hieraus ergiebt sich die in Abb. 20 dargestellte einfache Construction. Man ziehe durch den beliebigen Punkt P des Gewölbebogens die Normalfuge PR und die Lothrechte, trage auf der letzteren von P aus nach oben die Scheitelstärke c ab $= PQ$ und ziehe durch Q eine Wagerechte, die die Normalfuge in R schneidet, dann ist PR die gesuchte Fugenlänge s.

Für die Kämpferstärke des Gewölbes kann man die Formel

$$s = c\,\frac{\sqrt{H^2 + G^2}}{H}$$

anwenden und darin G nach Formel 31 berechnen.

Die richtig construirten Lagerfugen sollten senkrecht zur Stützlinie angeordnet sein; dies ist jedoch nicht streng durchführbar, da die Stützlinie je nach der Verkehrslast sich ändert, auch im Gewölbe verschiedene Lagen annehmen kann. Man ordnet daher gewöhnlich die Fugen senkrecht zur inneren Leibung an. Bei einem Reibungscoefficienten $= 0{,}4$ kann die Druckrichtung bis zu 22^0 von der Normalen abweichen, ohne eine Verschiebung der Gewölbesteine herbeizuführen.

Scheitelstärke für mittlere gleichmäfsige Belastung.

Die Berechnung des Horizontalschubes ist in dem zweiten Abschnitte (Seite 18) gezeigt worden und es kann daher H als bekannt angesehen werden, falls die Scheitelstärke c gegeben ist. Bei der mittleren Belastung, der sogen. Normalbelastung, ist

$$z_0 = c + e + \frac{p}{2}$$

in die betreffenden Formeln, z. B. Formel 20, einzusetzen. Wenn es sich aber darum handelt, c so zu wählen, dass die gleichmäfsig vertheilt gedachte Beanspruchung q einen gegebenen Höchstwerth q' nicht überschreiten soll, so ist c noch unbekannt und es wird in der Regel auch z_0 unbekannt sein, da gewöhnlich die Constructionsgröfse e durch die Bedingungen der Aufgabe gegeben und mithin z_0 von c abhängig ist. Unter solchen Umständen lässt sich c nicht unmittelbar, sondern nur durch ein Näherungsverfahren ermitteln, das nach den im vorigen Abschnitte gegebenen Anwendungen keine Schwierigkeiten bietet.

Es sei z. B. l, f, e und p gegeben, q' die Beanspruchung, die bei der Normalbelastung nicht überschritten werden soll. Wählt man für c einen beliebigen Versuchswerth, so ist dadurch auch z_0 bestimmt; man kann nach Fall 3 der Anwendungen (Seite 28) zuerst m, dann r berechnen und erhält sodann in dem Ausdrucke $\frac{(r+c)\,z_0}{q'}\left(=\frac{H}{q'}\right)$ einen brauchbaren Näherungswerth für c. Alsdann muss das Verfahren wiederholt werden.

Beispiel 9. Gegeben sei $l = 20$ m, $f = 5$ m, $e = 0{,}45$ m, $p = 0{,}30$ m und $q' = 40$ cbm/qm. Man setze versuchsweise $c = 0{,}60$ m. Dann ist $z_0 = 1{,}20$ m und nach Fall 3

$$m = \frac{1{,}20}{\frac{1}{8} + \frac{1{,}20}{40}} = 7{,}75 \text{ m}, \qquad r = \frac{20^2}{8}\left(\frac{1}{5{,}0} + \frac{1}{7{,}75}\right) = 16{,}45 \text{ m}$$

und der Näherungswerth für c

$$\frac{(16{,}45 + 0{,}60) \cdot 1{,}20}{40} = \text{rd. } 0{,}51 \text{ m.}$$

Wiederholt man das Verfahren, so erhält man der Reihe nach $z_0 = 1{,}11$, $m = 7{,}30$, $r = 16{,}85$ und $c = 0{,}48$ m, und bei der folgenden Näherungsrechnung $m = 7{,}11$, $r = 17{,}02$ und $c = 0{,}47$ m.

Auch nach Fall 1 der Anwendungen kann die Aufgabe gelöst werden, indem man nach Wahl des Versuchswerthes für c, wodurch auch z_0 bestimmt ist, den Horizontalschub H nach der Formel 20 berechnet und dann in dem Ausdrucke $\frac{H}{q'}$ einen ähnlichen Näherungswerth für c wie vorhin erhält.

In dem vorigen Beispiele erhält man für $c = 0{,}60$ und $z_0 = 1{,}20$ m nach der Formel 20 $H = 20{,}7$ cbm (vergl. Beispiel 1) und $\frac{20{,}7}{40} = 0{,}52$ m als ersten Näherungswerth für c.

Je richtiger der erste Versuchswerth ist, desto kürzer wird die Berechnung. Deshalb ist es wichtig, eine gute Näherungsformel für die Scheitelstärke zu erhalten, und man gelangt dazu, indem man für den Horizontalschub H einen Näherungswerth einführt. Für diesen Zweck ist die Formel*)

$$H = 0{,}15 \frac{l^2}{f} \left(z_0 + \frac{f}{10}\right)$$

anwendbar. Vermöge der Beziehung $H = cq$ folgt daraus

$$(35) \quad \ldots \quad \left\{ \begin{aligned} cq &= 0{,}15 \frac{l^2}{f} \left(c + e + \frac{p}{2} + \frac{f}{10}\right) \quad \text{oder} \\ c &= \frac{0{,}15 \frac{l^2}{f} \left(e + \frac{p}{2} + \frac{f}{10}\right)}{q - 0{,}15 \frac{l^2}{f}}. \end{aligned} \right.$$

Diese Formel ist bequem und als Näherungsformel durchaus zuverlässig. Bei gegebenem c erhält man daraus die Normalbeanspruchung q, und wenn für q der Höchstwerth q' der zulässigen Beanspruchung eingesetzt wird, so erhält man die nothwendige Scheitelstärke c. Formel 35 liefert z. B. für das Beispiel 9:

$$c = \frac{0{,}15 \frac{20^2}{5} \left(0{,}45 + \frac{0{,}30}{2} + \frac{5{,}0}{10}\right)}{40 - 0{,}15 \frac{20^2}{5}} = 0{,}47 \text{ m},$$

genau so wie dort bei der dritten Versuchsrechnung gefunden wurde. Natürlich kann die Uebereinstimmung nicht immer so grofs sein, aber wenigstens liefert die Formel 35 stets einen sehr brauchbaren Näherungswerth. Wo es auf genaue Berechnung ankommt, muss man ihn noch in der vorhin angegebenen Weise prüfen und nöthigenfalls verbessern.

Beispiel 10. Es sei gegeben $l = 30$ m, $f = 10$ m, $e = 0{,}80$ m, $p = 1{,}00$ m und $q' = 50$ cbm/qm. Nach Formel 35 ist

$$c = \frac{0{,}15 \frac{30^2}{10} \left(0{,}80 + \frac{1{,}00}{2} + \frac{10}{10}\right)}{50 - 0{,}15 \frac{900}{10}} = 0{,}85 \text{ m}.$$

Alsdann erhält man $z_0 = 0{,}85 + 0{,}80 + 0{,}50 = 2{,}15$ m und in gleicher Weise wie bei dem Beispiel 9:

$$m = \frac{2{,}15}{\frac{1}{8} + \frac{2{,}15}{50}} = 12{,}8 \text{ m},$$

$$r = \frac{30^2}{8} \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{12{,}8}\right) = 20{,}0 \text{ m}, \qquad c = \frac{(20{,}0 + 0{,}85)\, 2{,}15}{50} = 0{,}90 \text{ m},$$

*) Vergl. G. Tolkmitt: „Die Berechnung der Gewölbestärke und Bogenform massiver Brücken". Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Vereins zu Hannover 1878, S. 451 u. f.

und durch nochmalige Näherungsrechnung $m = 13{,}0$, $r = 19{,}9$ und $c = 0{,}92$ m. Freilich ist diese Scheitelstärke nicht anwendbar, denn die Verkehrsbelastung $p = 1{,}00$ m verursacht im ungünstigsten Belastungszustande so grofse Ausweichungen der Stützlinie aus der Mitte, dass die Gewölbestärke vergröfsert werden muss.

Die Formel 35 ist übrigens, wie schon jetzt bemerkt wird, für die Bestimmung der Scheitelstärke nicht ausreichend, weil die Sicherheit des Gewölbes gegen die ungünstigste Verkehrsbelastung häufig eine gröfsere Stärke erfordert. Aus der Formel ist zu erkennen, dass es unzweckmäfsig ist, für weitgespannte flache oder schwer belastete Brücken ein Gewölbemauerwerk von geringer Festigkeit zu verwenden, weil die Scheitelstärke dabei unverhältnissmäfsig grofs ausfällt. Anderseits kann, wie wir aus der nachfolgenden Untersuchung ersehen werden, die hohe Festigkeit von vorzüglichem Gewölbemauerwerk in solchen Gewölben, die eine grofse Verkehrsbelastung aufzunehmen haben, häufig nicht voll ausgenutzt werden, weil die Gewölbestärke wegen der bei wechselnden Belastungszuständen vorkommenden Ausweichungen der Stützlinie aus ihrer normalen Lage ein bestimmtes Mindestmafs nicht unterschreiten darf.

Scheitelstärke für einseitige Belastung einer Gewölbehälfte.

Bei einseitiger Belastung des Gewölbes nimmt die Stützlinie eine unsymmetrische Lage an, die häufig und zwar besonders bei kleinen und wenig überschütteten Brücken eine gröfsere Gewölbestärke zur Folge hat, als für volle gleichmäfsige Belastung nöthig sein würde.

Wenn die eine Hälfte des Gewölbes belastet, die andere unbelastet ist, so tritt im Scheitelquerschnitt aufser dem Horizontal-

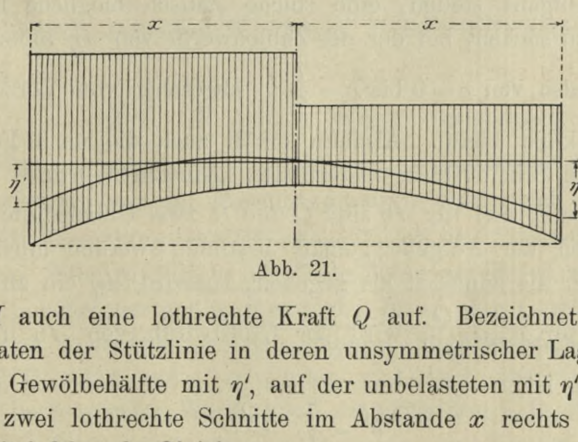


Abb. 21.

schube H auch eine lothrechte Kraft Q auf. Bezeichnet man nun die Ordinaten der Stützlinie in deren unsymmetrischer Lage auf der belasteten Gewölbehälfte mit η', auf der unbelasteten mit η'', so erhält man für zwei lothrechte Schnitte im Abstande x rechts und links vom Scheitel folgende Gleichungen:

a) auf der belasteten Gewölbehälfte (Q negativ, d. i. nach oben gerichtet)

$$H\eta' = M_x + \frac{px^2}{2} - Qx,$$

b) auf der unbelasteten Gewölbehälfte (Q nach unten gerichtet)

$$H\eta'' = M_x + Qx,$$

worin M_x das Moment der Belastungsfläche auf der unbelasteten Seite bedeutet. Daraus folgt

$$H(\eta'' - \eta') = 2\,Qx - \frac{px^2}{2}$$

oder

$$\Delta\eta = \eta'' - \eta' = \frac{1}{H}\left(2\,Qx - p\frac{x^2}{2}\right).$$

Da die Last sowohl von rechts als von links kommen kann, so bedeutet $\Delta\eta$ die lothrechte Verschiebungsweite der Stützlinie im Abstande x vom Scheitel. Soll daher die Stützlinie stets innerhalb der Kernlinien bleiben, so muss nothwendigerweise die lothrechte Schnittlinie durch das Gewölbe mindestens die Länge $3\Delta\eta$ haben, und da die lothrechte Schnittlinie anderseits gleich $\frac{c}{\cos^2\alpha}$ ist, so lautet die Bedingung für die Scheitelstärke

$$c \gtreqless 3\Delta\eta \cos^2\alpha \quad \text{oder}$$

(36) . . . . $$c \gtreqless \frac{3}{H}\left(2\,Qx - p\frac{x^2}{2}\right)\cos^2\alpha.$$

Da wir die wirkliche Druckvertheilung im Gewölbe, die von unberechenbaren Umständen abhängt, nicht kennen, so wollen wir uns die Aufgabe stellen, eine solche statisch mögliche Lage der Stützlinie zu suchen, bei der der Zahlenwerth von $\Delta\eta$ innerhalb des Gewölbes, also von $x = 0$ bis $x = \frac{l}{2}$ — abgesehen vom Vorzeichen — thunlichst klein bleibt. Alsdann erhält auch die nach Formel 36 nothwendige Scheitelstärke nahezu den kleinsten Werth.

In der Formel für $\Delta\eta$ sind Q und H zwei Unbekannte, die den Bedingungen der Aufgabe gemäfs bestimmt werden müssen. Betrachten wir sie zunächst als gegeben, so wird $\Delta\eta$ ein analytisches Maximum für $x = \frac{2\,Q}{p}$; wird der Gröfstwerth von $\Delta\eta$ mit δ' bezeichnet, so ist

$$\delta' = \frac{1}{H}\,\frac{2\,Q^2}{p}.$$

Für $x = \frac{4Q}{p}$ wird $\varDelta\eta = 0$; für gröfsere x wächst $\varDelta\eta$ wieder bis zum Kämpfer, sodass wir neben der Verschiebungsweite δ' auch noch diejenige am Kämpfer zu berücksichtigen haben, da diese möglicherweise gröfser als δ' sein kann. Bezeichnen wir die Verschiebungsweite am Kämpfer mit δ'', so erhalten wir für $x = \frac{l}{2}$:

$$\delta'' = \frac{1}{H}\left(Ql - p\frac{l^2}{8}\right).$$

Es ist nun zunächst der Horizontalschub H zu wählen. H muss so grofs sein, dass die Verschiebungsweiten $\varDelta\eta$ zur Hälfte über, zur Hälfte unter die Gewölbemittellinie fallen, weil nur dann die unsymmetrischen Stützlinien innerhalb des Kerns bleiben. Jene Bedingung wird aber erfüllt, wenn H ebenso grofs ist als in dem Normalbelastungsfalle, für den die Gewölbemittellinie eine statisch mögliche Stützlinie ist. Denn setzen wir den Horizontalschub in beiden Fällen, nämlich für das einseitig mit p belastete und für das gleichmäfsig mit $\frac{p}{2}$ belastete Gewölbe, gleich grofs und bezeichnen die Ordinaten für die Gewölbemittellinie mit η, so gilt neben den auf Seite 44 entwickelten Gleichungen

$$H\eta' = M_x + \frac{px^2}{2} - Qx \quad \text{und}$$

$$H\eta'' = M_x + Qx,$$

die folgende für den Normalbelastungsfall:

$$H\eta = M_x + \frac{p}{2} \cdot \frac{x^2}{2},$$

wobei H überall denselben Werth hat. Daraus folgt aber die Doppelgleichung

$$H(\eta' - \eta) = \frac{px^2}{4} - Qx = H(\eta - \eta''),$$

d. h. die Abweichungen $\eta' - \eta$ und $\eta'' - \eta$ der Stützlinie für einseitige Belastung von der Gewölbemittellinie sind gleich grofs.

Nach Ermittlung von H ist nur noch die lothrechte Kraft Q unbekannt. Zum Ausgleiche der Verschiebungsweite muss die Stützlinie im Scheitelquerschnitt durch die Mitte des Gewölbes gelegt werden. Ist aufserdem noch ein anderer Durchgangspunkt gegeben, so erhält Q einen ganz bestimmten und nach dem Vorstehenden leicht zu berechnenden Werth. Soll die Stützlinie z. B. die Kämpferlothrechte in der Gewölbemittellinie schneiden (wie dies bei Kämpfergelenken stets der Fall ist, so ist die Verschiebungsweite $\varDelta\eta = 0$ für $x = \frac{l}{2}$, also gilt auch gemäfs der Formel für $\varDelta\eta$ (Seite 44)

$$2Q\frac{l}{2} - \frac{p}{2}\left(\frac{l}{2}\right)^2 = 0,$$

woraus man erhält

$$Q = \frac{pl}{8}.$$

In diesem Falle ist die Verschiebungsweite am gröfsten für

$$x = \frac{2Q}{p} = \frac{l}{4},$$

also in der Mitte zwischen Kämpfer und Scheitel, und es ist

$$\delta' = \frac{1}{H}\frac{2Q^2}{p} = \frac{1}{32}\frac{pl^2}{H} = 0{,}0313\frac{pl^2}{H}.$$

Sind weder Kämpfergelenke noch ähnliche Bedingungen für die Lage der Stützlinie vorhanden, so ist Q innerhalb gewisser Grenzen willkürlich und dem jedesmaligen Werthe von Q entspricht dann die Verschiebungsweite

$$\varDelta\eta = \frac{1}{H}\left(2Qx - \frac{px^2}{2}\right),$$

mit den vorstehend ermittelten Gröfstwerthen δ' und δ''.

Als zweckmäfsiger Werth von Q ist für praktische Zwecke derjenige zu empfehlen, bei dem die Verschiebungsweiten $\delta' \delta''$ nahezu proportional den entsprechenden Fugenlängen werden.

Die Gröfsen δ' und δ'' werden — abgesehen vom Vorzeichen — gleich grofs für

$$\underline{\underline{Q = \frac{pl}{4}(\sqrt{2} - 1) = 0{,}1035\,pl}}$$

und zwar ist alsdann

$$\delta' = \delta'' = \pm\frac{pl^2}{8H}(3 - 2\sqrt{2}) = 0{,}0215\frac{pl^2}{H}.$$

Kleiner als dieser Werth können die Verschiebungsweiten δ' und δ'' beide zugleich niemals werden und deshalb würde für die Scheitelstärke die Bedingung gelten:

$$\frac{c}{\cos^2\alpha} \geqq 3 \cdot 0{,}0215\frac{pl^2}{H}.$$

Da aber die lothrechte Schnittlinie $\frac{c}{\cos^2\alpha}$ am Kämpfer gröfser ist als an der Stelle, wo die Verschiebungsweite $= \delta'$ ist, so muss, wenn $\delta' \delta''$ den entsprechenden Fugenlängen nahezu proportional sein sollen, Q etwas kleiner als $\frac{pl}{4}(\sqrt{2} - 1) = 0{,}1035\,pl$ angenommen werden.

Wir setzen demgemäfs

$$Q = \frac{pl}{10}$$

und erhalten alsdann die Verschiebungsweite δ' im Abstande $x = \frac{2Q}{p} = \frac{l}{5}$ vom Scheitel:

$$\delta' = 0{,}02 \frac{pl^2}{H},$$

und die Verschiebungsweite in der Kämpferlothrechten:

$$\delta'' = 0{,}025 \frac{pl^2}{H}.$$

Da δ'' nur wenig gröfser als δ' ist, während der Neigungswinkel α der Normalfuge gegen die Lothrechte am Kämpfer bedeutend gröfser ist als im Abstande $^1/_5 l$ vom Scheitel, so liefert der Ausdruck 36 für $x = {}^1/_5 l$ einen gröfseren Werth als für $x = {}^1/_2 l$, und die Bedingungsgleichung für die Scheitelstärke lautet daher:

$$c \gtreqless 3\delta' \cos^2\alpha$$

oder, da in diesem Falle näherungsweise $\cos^2\alpha = 1$ gesetzt werden kann,

$$(37) \quad \ldots\ldots\ldots \quad c \gtreqless 0{,}06 \frac{pl^2}{H}.$$

In Abb. 22 a. f. S. ist der Verlauf der Stützlinie für einseitige Belastung einer Gewölbehälfte bei den vorstehenden Annahmen dargestellt. Die Stützlinie geht im Scheitel durch die Mittellinie des Gewölbes, weicht von dieser auf der belasteten Hälfte nach oben, auf der unbelasteten nach unten ab, schneidet sie im Abstande $x = {}^2/_5 l$ rechts und links vom Scheitel und entfernt sich dann von ihr in entgegengesetzter Richtung, nämlich auf der belasteten Hälfte nach unten und auf der unbelasteten nach oben, bis zu den Kämpfern. Die gröfsten Abweichungen von der Mittellinie betragen in lothrechter Richtung im Abstande $\frac{l}{5}$ vom Scheitel

$$(38) \quad \ldots\ldots \quad \frac{\delta'}{2} = 0{,}01 \frac{pl^2}{H},$$

und an den Kämpfern

$$(39) \quad \ldots\ldots \quad \frac{\delta''}{2} = 0{,}0125 \frac{pl^2}{H}.$$

Die Formel 37 gilt nicht blos für Gewölbe mit wagerecht abgeglichener Belastungsfläche, sondern allgemein für alle Gewölbe, deren Mittellinie eine statisch mögliche Stützlinie bei der Normalbelastung ist. Der Horizontalschub H ist darin so grofs wie bei der Normalbelastung des Gewölbes.

l = 29,00
f = 11,10
1,60

In dem besonderen Falle der wagerecht abgeglichenen Belastungsfläche gilt für H die Näherungsformel 35, wodurch sich Formel 37 verwandelt in:

$$(40) \quad . \quad . \quad c \geqq 0{,}4 \frac{pf}{c+e+\frac{p}{2}+\frac{f}{10}},$$

und durch Auflösung nach c:

$$(41) \quad . \quad . \quad c \geqq \sqrt{\left(\frac{e}{2}+\frac{p}{4}+\frac{f}{20}\right)^2 + 0{,}4\,pf} - \left(\frac{e}{2}+\frac{p}{4}+\frac{f}{20}\right).$$

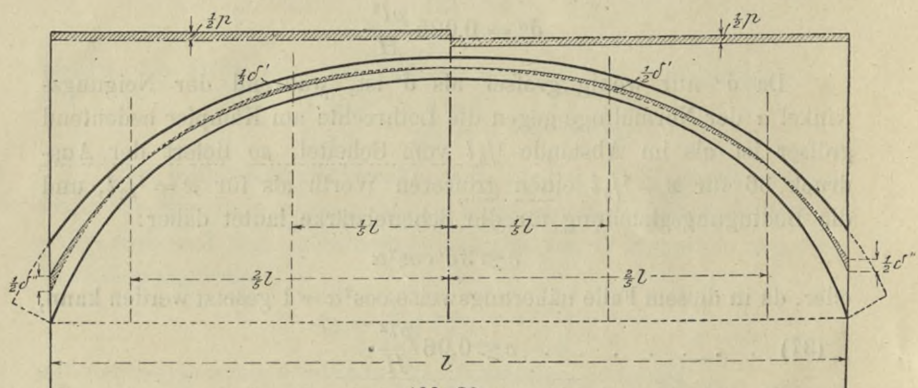


Abb. 22.

Uebrigens liefert die Formel 41 auch bei denjenigen Gewölben, deren Belastungsfläche nicht wagerecht abgeglichen ist, einen brauchbaren Näherungswerth.

Es wäre noch nachzuweisen, dass die einseitige Belastung des Gewölbes vom Kämpfer bis zum Scheitel wirklich die ungünstigste Belastungsart ist und dass gröfsere Ausweichungen der Stützlinie aus der Mitte bei anderen Anordnungen der Verkehrslasten nicht vorkommen bezw. durch geeignetes Anpassen der Stützlinie an die Mittellinie vermieden werden können. Die hierzu erforderlichen allgemeinen Untersuchungen würden jedoch aus naheliegenden Gründen sehr umständlich werden, und da sie nicht von grofser Wichtigkeit sind, auch die Sachlage ohnedies sich ziemlich klar übersehen lässt, so bleibt die Untersuchung des Einflusses verschiedenartiger Laststellungen besser dem im Einzelfalle etwa hervortretenden Bedürfnisse überlassen.

Gang der Berechnung.

Der Weg zur Berechnung bezw. zur Wahl der Scheitelstärke wird der Uebersichtlichkeit wegen nachstehend nochmals im Zusammenhange dargestellt.

Die Scheitelstärke muss zwei verschiedenen Bedingungen genügen. Erstens darf die für zulässig erachtete Pressung des Gewölbemauerwerks nicht überschritten werden und zweitens muss sich bei einseitiger Belastung eine Stützlinie verzeichnen lassen, die ganz innerhalb des mittleren Drittels der Gewölbestärke verbleibt. Da die wirkliche Lage der Stützlinie im Gewölbe nicht von vorn herein bekannt ist, so empfiehlt es sich, die erste Bedingung nicht auf die gröfsten Kantenpressungen zu beziehen, sondern auf diejenige Druckbeanspruchung $q = \frac{H}{c}$, die im Normalbelastungsfalle bei gleichmäfsiger Druckvertheilung nicht überschritten werden soll. Wir nennen das im Normalbelastungsfalle stattfindende q die Normalpressung des Gewölbes und bezeichnen den zulässigen Höchstwerth der Normalpressung nachstehend zur Unterscheidung mit q'. Welches Verhältniss zwischen q' und den zulässigen äufsersten Kantenpressungen einzuhalten ist, soll in dem folgenden (vierten) Abschnitte erörtert werden.

Gewöhnlich ist die Spannweite l, die Pfeilhöhe f, die Höhe e der Uebermauerung und Bettung und die Höhe p der gröfsten Verkehrsbelastung gegeben. Alsdann sind zunächst die Näherungsformeln 35 und 41 anzuwenden, worauf man von den erhaltenen beiden Werthen den gröfseren beibehält. Darauf berechne man den Horizontalschub H für den Normalbelastungsfall in der im zweiten Abschnitte erläuterten Weise, z. B. bei einer wagerecht abgeglichenen Belastungsfläche nach der Formel 20. Wenn etwa die Belastungsfläche nicht wagerecht abgeglichen ist, bleibt der Horizontalschub für die wirkliche Belastungsfläche festzustellen. Nun sind die Hauptformeln 22 und 37 anzuwenden, nämlich

$$(42) \quad \ldots \quad \left.\begin{aligned} c &\gtreqless \frac{H}{q'} \text{ und} \\ c &\gtreqless 0{,}06\,\frac{p l^2}{H} \end{aligned}\right\} \quad \begin{array}{l}(H \text{ für die} \\ \text{Normalbelastung)}\end{array}$$

die ebenfalls beide erfüllt sein müssen und nach denen die angenommene Scheitelstärke nöthigenfalls abzuändern ist. Die erste Hauptformel (22) ergiebt den Grenzwerth von c, der der zulässigen Pressung entspricht, die zweite (37) den Grenzwerth, der der zulässigen Abweichung der Stützlinie bei einseitiger Last entspricht.

Wenn ein Gewölbe von bekannter Normalpressung q auf die Sicherheit gegen einseitige Belastung untersucht werden soll, so kann man die Hauptformel 42 unmittelbar anwenden, indem man darin

$H = cq$ setzt. Die zweite Hauptformel liefert daher sofort eine genaue Beziehung zwischen Spannweite und Scheitelstärke, nämlich

$$(43) \quad . \quad . \quad . \quad \frac{l}{c} \overline{\leqq} 10 \sqrt{\frac{q}{6p}} \quad \text{oder} \quad c \overline{\geqq} \frac{l}{10} \sqrt{\frac{6p}{q}}.$$

Bei der Anwendung dieser Formel ist sorgfältig zu beachten, dass man darin für q nicht den zulässigen Höchstwerth q', sondern stets die wirklich vorhandene Normalpressung q, die entweder für die Construction des Gewölbebogens von vorn herein gegeben oder anderweit berechnet sein muss, einzusetzen hat. Beobachtet man diese Vorsicht, so ist die Formel 43 für die Anwendung beim Entwerfen sehr bequem und nützlich, denn sie ist keine Näherungsformel, sondern liefert für beliebige Versuchswerthe von c und q sogleich die gröfste Spannweite und für beliebige Werthe von l und q sogleich die kleinste Scheitelstärke, bei der noch genügende Sicherheit gegen einseitige Belastung vorhanden ist. Die zugehörige Pfeilhöhe f erhält man alsdann gemäfs Fall 7 der Anwendungen auf Seite 29.

Beispiel 11. Es sei gegeben $c = 0{,}60$ m, $e = 0{,}80$ m, $p = 1{,}20$ m und die höchste zulässige Normalpressung $q' = 50$ cbm/qm. Gesucht wird eine zweckmäfsige Spannweite und Pfeilhöhe.

Lösung. Die Formel 43 giebt

$$l \overline{\leqq} \frac{10 \cdot 0{,}60}{\sqrt{6 \cdot 1{,}20}} \sqrt{q} = 2{,}24 \sqrt{q},$$

und für $q = 50$ ist $l = 15{,}8$ m die gröfste erreichbare Spannweite. Wählt man also $l = 15{,}8$ m, so darf q nicht kleiner als 50 cbm/qm sein. Man erhält:

$$x_0 = 0{,}60 + 0{,}80 + \frac{1{,}20}{2} = 2{,}00 \text{ m},$$

$$m = \frac{2{,}0}{\frac{1}{8} + \frac{2{,}0}{50}} = 12{,}1 \text{ m}, \quad r = 0{,}60 \left(\frac{50}{2{,}0} - 1\right) = 14{,}4 \text{ m}$$

und

$$f = \frac{12{,}1 \cdot 15{,}8^2}{8 \cdot 12{,}1 \cdot 14{,}4 - 15{,}8^2} = 2{,}64 \text{ m}.$$

Der Horizontalschub dieses Gewölbes von 15,8 m Spannweite und 2,64 m Pfeilhöhe ist

$$H = (14{,}4 + 0{,}60)\, 2{,}0 = 30{,}0 \text{ cbm},$$

also in der That

$$q = \frac{H}{c} = \frac{30}{0{,}60} = 50 \text{ cbm/qm und}$$

$$c = 0{,}06 \cdot \frac{1{,}20 \cdot 15{,}8^2}{30} = 0{,}60 \text{ m}.$$

Wenn man die Spannweite kleiner als 15,8 m wählt, so kann auch die Normalpressung q kleiner als 50 gehalten werden, wobei das Pfeilverhältniss etwas gröfser ausfällt. Wird z. B. $l = 14$ m genommen, so erhält man aus Formel 43 das zugehörige kleinste q, nämlich

$$q \overline{\geqq} \frac{0{,}06 \cdot 1{,}20 \cdot 14^2}{0{,}60^2} = 39{,}2,$$

wofür man $q = 40$ wählen möge. Dann ist der Gewölbebogen für $e = 0{,}60$ m, $z_0 = 2{,}0$ m und $q = 40$ cbm/qm zu entwerfen und man erhält in gleicher Weise wie vorhin

$$m = \frac{2{,}0}{\frac{1}{8} + \frac{2{,}0}{40}} = 11{,}4 \text{ m},$$

$$r = 0{,}60\left(\frac{40}{2{,}0} - 1\right) = 11{,}4 \text{ m}$$

und

$$f = \frac{11{,}4 \cdot 14^2}{8 \cdot 11{,}4 \cdot 11{,}4 - 14^2} = 2{,}64 \text{ m}.$$

Der Horizontalschub ist

$$H = (11{,}4 + 0{,}60)\, 2{,}0 = 24{,}0 \text{ cbm},$$

und die Hauptformeln 42 ergeben

$$\frac{24{,}0}{50} = 0{,}48 \text{ m} < e,$$

$$\frac{0{,}06 \cdot 1{,}2 \cdot 14^2}{24{,}0} = 0{,}588 \text{ m} < e.$$

Sucht man für $l = 14$ m die kleinste zulässige Scheitelstärke e, so ist in Formel 43 $q = 50$ einzusetzen und man erhält

$$e \gtrless \frac{14{,}0}{10}\sqrt{\frac{6 \cdot 1{,}20}{50}} = 0{,}531 \text{ m}.$$

In diesem Falle darf q wiederum nicht kleiner als 50 cbm/qm sein, während zugleich mit der Vergröfserung der Scheitelstärke die Normalpressung abnehmen darf. Für $e = 0{,}55$ m ist beispielsweise

$$q \gtrless \frac{0{,}06 \cdot 1{,}20 \cdot 14^2}{0{,}55^2} = 46{,}7,$$

und die Normalpressung darf daher beliebig zwischen 50 und 46,7 cbm/qm gewählt werden.

Beispiel 12. In dem Beispiele 9 haben wir auf Seite 41 für das Gewölbe mit $l = 20$, $f = 5$, $e = 0{,}45$ und $p = 0{,}30$ m bereits nach Formel 35 für $q = 40$ cbm/qm $e = 0{,}47$ m gefunden. Die Näherungsformel (41) liefert

$$e = \sqrt{(0{,}225 + 0{,}075 + 0{,}25)^2 + 0{,}4 \cdot 0{,}30 \cdot 5{,}00} - 0{,}55 = 0{,}95 - 0{,}55 = 0{,}40 \text{ m}.$$

Es ist daher eine Scheitelstärke $e = 0{,}47$ m erforderlich. Wählt man $e = 0{,}50$ m, so liefert die Formel 20 für die Normalbelastung mit $z_0 = 0{,}50 + 0{,}45 + \frac{0{,}30}{2} = 1{,}10$ m, $H = 19{,}2$ cbm und die Hauptformeln geben

$$q = \frac{H}{e} = \frac{19{,}2}{0{,}50} = 38{,}4 \text{ cbm/qm} < q',$$

$$0{,}06\,\frac{pl^2}{H} = 0{,}06 \cdot \frac{0{,}30 \cdot 20^2}{19{,}2} = 0{,}375 < 0{,}50 \text{ m}.$$

Die Scheitelstärke $e = 0{,}50$ m braucht daher nicht abgeändert zu werden.

Beispiel 13. Es sei wie in dem Beispiele 10 (Seite 42) $l = 30$, $f = 10$, $e = 0{,}80$, $p = 1{,}00$ und $q' = 50$. Der Formelwerth 35 ist bereits aus jenem Beispiel bekannt, nämlich $e = 0{,}85$ m. Die Formel 41 liefert

$$e = \sqrt{(0{,}40 + 0{,}25 + 0{,}50)^2 + 0{,}4 \cdot 1{,}00 \cdot 10{,}0} - (0{,}40 + 0{,}25 + 0{,}50)$$
$$= 2{,}31 - 1{,}15 = 1{,}16 \text{ m}.$$

Hiernach dürfte e nicht kleiner als 1,16 m gemacht werden. Bei dieser Scheitelstärke ist die Belastungshöhe z_0 für die Normalbelastung $= 0{,}80 + 1{,}16 + \frac{1{,}0}{2}$

$= 2{,}46$ m und der Horizontalschub nach Formel 20 $H = 50{,}8$ cbm. Die beiden Hauptformeln 42 ergeben

$$c \gtrless \frac{50{,}8}{50} = 1{,}02 \text{ m und}$$

$$c \gtrless 0{,}06 \cdot \frac{1{,}00 \cdot 30^2}{50{,}8} = 1{,}06 \text{ m},$$

es kann daher die Scheitelstärke noch etwas kleiner als 1,16 m gemacht werden. Wählt man $c = 1{,}10$ m, so erhält man $z_0 = 2{,}40$ m und aus Formel 20 $H = 49{,}7$ cbm. Da

$$0{,}06 \cdot \frac{1{,}00 \cdot 30^2}{49{,}7} = 1{,}085,$$

mithin kleiner als 1,10 m ist, so ist die zweite Hauptbedingung noch erfüllt und die Scheitelstärke $c = 1{,}10$ m kann beibehalten werden. Die Druckbeanspruchung bei der Normalbelastung ist

$$q = \frac{49{,}7}{1{,}10} = 45{,}2 \text{ cbm/qm}.$$

In der ersten Hauptformel 42 kommt der Horizontalschub nur im Zähler, in der zweiten im Nenner vor. Wenn daher die erste Formel (22) ein gröfseres c liefert als die zweite (37), so lässt sich durch Anordnung von Hohlräumen in der Uebermauerung oder durch Verwendung von leichtem Füllstoff eine Verminderung der Scheitelstärke erzielen, indem alsdann der Horizontalschub kleiner wird. Wenn dagegen die zweite Formel (37) das gröfsere c liefert, so würde eine derartige Verminderung des Horizontalschubes eine Vergröfserung der Scheitelstärke nothwendig machen.

Die Aussparung von Hohlräumen ist daher nicht immer als zweckmäfsig zu betrachten, sondern kann unter Umständen unzweckmäfsig und nachtheilig sein.

Von den Formeln 35 und 41 bis 43 lässt sich, abgesehen von der unmittelbaren Berechnung der Scheitelstärke, auch da vortheilhaft Gebrauch machen, wo es sich darum handelt, für ein zu entwerfendes Brückengewölbe unter den Bestimmungsgröfsen l, f, e und q eine passende Wahl zu treffen, etwa die passendste Pfeilhöhe für eine gegebene Spannweite oder die gröfste Spannweite zu finden, die bei gegebener Constructionshöhe und Druckbeanspruchung möglich ist. Nachstehend sollen noch einige solcher Fälle an Beispielen erläutert werden.

Beispiel 14. Für eine Eisenbahnbrücke von 20 m Lichtweite ist die Pfeilhöhe f so zu bestimmen, dass die Scheitelstärke c thunlichst klein und die Pressung q bei der Normalbelastung nicht gröfser als 50 cbm/qm wird; gegeben ist $e = 0{,}80$ m und $p = 1{,}20$ m.

Erste Lösung. Man berechne für verschiedene angenommene Werthe von f die für einseitige Belastung erforderliche Scheitelstärke c nach Formel 41, dann den für dieses c sich ergebenden Horizontalschub bei der Normalbelastung nach Formel 35 und die entsprechende Pressung q nach der Formel $q = \frac{H}{c}$. Wegen der grofsen Verkehrsbelastung p ist von vorn herein anzunehmen, dass die Pfeilhöhe kleiner als die halbe Spannweite ausfallen wird, weshalb wir mit $f = 6{,}0$ m beginnen und nach Mafsgabe der dabei erhaltenen Pressungen zu kleineren Pfeilhöhen übergehen.

Für $f = 6{,}0$ m ist nach Formel 41

$$c = \sqrt{\left(0{,}70 + \frac{6{,}0}{20}\right)^2 + 0{,}4 \cdot 1{,}2 \cdot 6{,}0} - 1{,}00 = 0{,}97 \text{ m},$$

und nach Formel 35 erhält man für $c = 0{,}97$ m:

$$H = \frac{60}{6{,}0}\left(0{,}97 + 1{,}40 + \frac{6{,}0}{10}\right) = 29{,}7 \text{ cbm},$$

also
$$q = \frac{29{,}7}{0{,}97} = 30{,}6 \text{ cbm/qm}.$$

Da q bedeutend kleiner als 50 ausgefallen ist, kann f kleiner als 6 m werden.

Für $f = 5{,}0$ m erhält man in gleicher Weise wie vorhin

$$c = \sqrt{\left(0{,}70 + \frac{5{,}0}{20}\right)^2 + 0{,}4 \cdot 1{,}2 \cdot 5{,}0} - 0{,}95 = 0{,}87 \text{ m},$$

$$H = \frac{60}{5{,}0}\left(0{,}87 + 1{,}40 + \frac{5{,}0}{10}\right) = 33{,}2 \text{ cbm}$$

und
$$q = \frac{33{,}2}{0{,}87} = 38{,}2 \text{ cbm/qm}.$$

Für $f = 4{,}0$ m wird $c = 0{,}75$ m, $H = 38{,}3$ cbm und $q = 51{,}1$ cbm/qm.

Diese Versuche gewähren eine genügende Uebersicht. Die Scheitelstärke c muss etwas gröfser als 0,75 m und die Pfeilhöhe f ungefähr $= 4$ m werden. Wählt man $c = 0{,}80$ m und $f = 4{,}0$ m, so liefert die Formel 20 den Horizontalschub für die Normalbelastung $H = 37{,}4$ cbm und die Hauptformeln 42 ergeben

$$q = \frac{37{,}4}{0{,}80} = 46{,}8 < 50 \quad \text{und}$$

$$0{,}06 \cdot \frac{1{,}20 \cdot 20^2}{37{,}4} = 0{,}77 < 0{,}80.$$

Das Gewölbe kann daher mit $f = 4{,}0$ m und $c = 0{,}80$ m construirt werden. Da aber hierbei die Normalpressung q noch unter dem zulässigen Höchstwerthe 50 bleibt, so kann die Pfeilhöhe f ohne Vergröfserung der Scheitelstärke noch kleiner gewählt werden.

Zweite Lösung. Schneller führt die Anwendung der Formel 43 zum Ziel. Aus ihr erhält man die kleinste für einseitige Belastung ausreichende Scheitelstärke, wenn q möglichst grofs, also gleich dem Höchstwerthe 50 gesetzt wird. Das giebt

$$c \geqq \frac{20}{10}\sqrt{\frac{6 \cdot 1{,}2}{50}} = 0{,}76 \text{ m}.$$

Man wähle $c = 0{,}76$ m und berechne den Gewölbebogen so, dass die Normalpressung wirklich $q = 50$ cbm/qm wird. Man hat

$$z_0 = 0{,}76 + 0{,}80 + \frac{1{,}20}{2} = 2{,}16 \text{ m}$$

und erhält wie im Beispiel 11 für $c = 0{,}76$ m und $q = 50$ cbm/qm:

$$m = \frac{2{,}16}{\frac{1}{8} + \frac{2{,}16}{50}} = 12{,}8 \text{ m},$$

$$r = 0{,}76\left(\frac{50}{2{,}16} - 1\right) = 16{,}8 \text{ m},$$

$$f = \frac{12{,}8 \cdot 20^2}{8 \cdot 12{,}8 \cdot 16{,}8 - 20^2} = 3{,}88 \text{ m}.$$

Hiernach ist die Scheitelstärke $c = 0{,}76$ m und die Pfeilhöhe $f = 3{,}88$ m zu wählen. Alsdann ist der Horizontalschub

$$H = (16{,}8 + 0{,}76) \cdot 2{,}16 = 38{,}0 \text{ cbm},$$

und die Hauptformeln ergeben

$$\frac{38{,}0}{50} = 0{,}76 = c,$$

$$0{,}06 \cdot \frac{1{,}2 \cdot 20^2}{38{,}0} = 0{,}76 = c.$$

Beispiel 15. Für eine Eisenbahnbrücke ist die Constructionshöhe h zwischen Kämpfer und Fahrbahn $= 7{,}5$ m gegeben. Es soll die gröfste Spannweite ermittelt werden, die ohne Ueberschreitung der zulässigen Beanspruchung des Gewölbemauerwerks von $q = 60$ cbm/qm bei der Normalbelastung möglich ist. Es ist $e = 0{,}80$ m und $p = 1{,}20$ m anzunehmen.

Lösung. Die Pfeilhöhe des Gewölbes ist annähernd gegeben, denn es ist

$$f = h - (c + e) = 7{,}50 - 0{,}80 - c = 6{,}70 - c.$$

Setzen wir vorläufig $c = 1{,}0$ m, so wird $f = 5{,}70$ m und die Formel 41 giebt alsdann $c \gtreqless 0{,}94$ m. Hieraus ist zu entnehmen, dass die Scheitelstärke nicht kleiner als etwa 0,95 bis 1,00 m sein darf, dass aber bei gröfserer Stärke genügende Sicherheit gegen einseitige Belastung bei jeder beliebigen Spannweite vorhanden ist. Wir suchen nun zunächst die mit der Scheitelstärke $c = 1{,}0$ m erreichbare Spannweite auf und untersuchen sodann, wie mit der Vergröfserung der Scheitelstärken die zugehörigen Spannweiten wachsen. Die Formeln für einseitige Belastung brauchen dabei nicht mehr angewandt zu werden. Bei der Normalbelastung ist

$$e + \frac{p}{2} = 0{,}80 + \frac{1{,}20}{2} = 1{,}40,$$

$$z_0 = c + 1{,}40 \quad \text{und}$$

$$f = 7{,}50 - 0{,}80 - c = 6{,}70 - c.$$

Die Anwendung der Näherungsformel 35 giebt wegen $H = cq$:

$$cq = 0{,}15\,\frac{l^2}{f}\left(c + 1{,}40 + \frac{f}{10}\right),$$

und man erhält daraus

$$l = \sqrt{\frac{qcf}{0{,}15\left(c + 1{,}40 + \frac{f}{10}\right)}}.$$

Hierin ist $q = 60$ und $f = 6{,}70 - c$ einzusetzen und dadurch entsteht die Formel

$$l = 20{,}0\sqrt{\frac{c\,(6{,}70 - c)}{0{,}9\,c + 2{,}07}}.$$

Der Ausdruck auf der rechten Seite wird ein Maximum für $c = 2{,}24$ m und es ist

$$l_{max} = 31{,}3 \text{ m}.$$

Gröfser kann daher die Spannweite nicht werden. Die Formel für l giebt für verschiedene Scheitelstärken die nachstehenden Spannweiten:

Für $c =$	1,00	1,25	1,50	2,00 m
ist $l =$	28,0	29,2	30,2	31,1 m.

Wählt man $l = 26$ m und $c = 1{,}0$ m, so erhält man $f = 5{,}70$ m und bei der Normalbelastung $z_0 = 2{,}40$ m, ferner nach Formel 20 $H = 52{,}5$ cbm. Die Hauptformeln 42 sind erfüllt, denn es ist

$$\frac{52{,}5}{1{,}00} = 52{,}5 < q' \quad \text{und} \quad 0{,}06 \cdot \frac{1{,}20 \cdot 26^2}{52{,}5} = 0{,}93 < c.$$

Das Gewölbe ist daher mit $l = 26$ m und $c = 1{,}0$ m zweckmäfsig construirt, während die Scheitelstärke für $l = 30$ m bereits 1,50 m betragen müsste.

Für derartige Untersuchungen gewähren die in den Tafeln 2 bis 4 gegebenen Zusammenstellungen eine erleichternde Uebersicht.

Tafel 2 (Seite 92) enthält die für gegebene Scheitelstärken c, Normalpressungen q und Belastungshöhen z_0 nach Formel 23 berechneten Scheitelhalbmesser r des Gewölbebogens. Die erste Spalte enthält c, die zweite die Höhe der Belastungsfläche über dem Gewölbe $= z_0 - c$ und es ist daher die ganze Belastungshöhe z_0 gleich der Summe beider Spalten. In den folgenden Spalten ist zu diesem c und z_0 für die am Kopfe angegebene Normalpressung q das zugehörige r zu finden.

Tafel 3 (Seite 93) enthält die für gegebene Spannweiten l und Normalpressungen q mit Rücksicht auf einseitige Belastung nothwendigen Scheitelstärken c. Diese sind nach der Formel 43 berechnet und zwar für die Verkehrsbelastungen $p = 1{,}20$ m, 0,80 und 0,40 m, die den für Brücken unter Hauptbahnen (bei 7 t gröfstem Raddrucke) bezw. Nebenbahnen und städtischen Strafsen in Rechnung zu stellenden Werthen nahe kommen (vergl. Abschnitt 4).*) Da die Formelwerthe gleichmäfsig mit $\sqrt{p}$ zu- und abnehmen, so kann man mit der Tafel auch die für $p = 0{,}30$ und $p = 0{,}20$ m erforderlichen Scheitelstärken bequem auffinden, indem die letzteren halb so grofs sind als für $p = 1{,}20$ bezw. 0,80 m.

In Tafel 4 (Seite 94) sind die Rechnungsergebnisse für 72 durchgerechnete Fälle übersichtlich zusammengestellt und zwar für 8 verschiedene Spannweiten l von 5 bis zu 40 m, jede Spannweite für die Pfeilverhältnisse $1/8$, $1/5$ und $1/3$ und jedes dieser 24 Gewölbe für

*) Die Tafeln 3 und 4 auf gröfsere Werthe von p, etwa $p = 1{,}35$ bis 1,50 m, auszudehnen, um die neuerdings erhöhten Raddrücke bei Hauptbahnen (8,5 gegen 7 t) zu berücksichtigen, erschien nicht erwünscht. Die drei für p gewählten Werthe sind ohnehin nur als ungefähre Durchschnittswerthe, den drei Hauptklassen der Brücken entsprechend, zu betrachten, die, worauf es lediglich ankommt, eine Uebersicht über den Einfluss der Gröfse p auf c, q, r und m für jeden anderen vorkommenden Werth von p hinreichend gestatten.

drei verschiedene Belastungen. Die letzteren sind so gewählt, dass sie sowohl hinsichtlich der dauernden Belastungshöhe e über dem Gewölbe als auch hinsichtlich der Verkehrsbelastung p den für Brücken unter Hauptbahnen, Nebenbahnen und städtischen Strafsen in Rechnung zu stellenden Durchschnittswerthen ungefähr entsprechen.*) Die Scheitelstärken c sind überall nur so grofs gewählt, wie die Sicherheit gegen einseitige Belastung erfordert; in der folgenden Spalte ist die Normalpressung q angegeben, die sich aus der gewählten Scheitelstärke c und den am Kopfe benannten Belastungsannahmen ergiebt, dann folgt der Scheitelhalbmesser r und schliefslich die für die Verzeichnung oder Berechnung des Gewölbebogens anzuwendende Leitstrecke m. Zwischen den Gröfsen c, q, r, m und z_0 bestehen die durch Formel 22 bis 24 gegebenen Beziehungen, wonach man die Berechnungen prüfen kann; H muss der Formel 20 genügen, q ist gleich $\frac{H}{c}$, und schliefslich muss, damit die Stützlinie für einseitige Belastung innerhalb der Kernlinien bleiben kann, die Bedingung 43 erfüllt sein. Die in der Tafel angegebenen Scheitelstärken dürfen der Bedingung 43 wegen nicht unterschritten werden und sind daher als Mindestwerthe anzusehen. Wo sich die Normalpressung q zu hoch stellt, ist die Scheitelstärke gröfser zu machen, bis der zulässige Höchstwerth q' der Normalpressung erreicht wird. Anderseits lässt sich da, wo die Normalpressung nur klein ist, eine Verminderung der Scheitelstärke durch eine Vergröfserung der Ueberschüttungshöhe erreichen, indem dadurch q wächst und alsdann nach Formel 43 ein kleineres c zulässig ist.

Anmerkung. Die Hauptformeln 42 zur Berechnung der Scheitelstärke sind zuerst in dem Aufsatze: G. Tolkmitt, das Entwerfen und die Berechnung der Brückengewölbe (vergl. Zeitschr. f. Bauwesen 1885) aufgestellt worden. Aufserdem sind daselbst die Näherungsformeln

$$(44) \quad \ldots\ldots \quad \begin{cases} cq = 0{,}14\,\frac{l^2}{f}\,(z_0 + 0{,}20\,f) \\ c \gtrless \frac{\frac{1}{2}pf}{z_0 + 0{,}15\,f} \end{cases}$$

mitgetheilt. Diese sind aus den Hauptformeln dadurch entstanden, dass für den Horizontalschub H solche Näherungswerthe eingesetzt wurden, bei denen sich eher etwas zu grofse als zu kleine Scheitelstärken ergeben. Ihre Anwendung ist deshalb in solchen Fällen zweckmäfsig, wo man sich mit den Näherungsformeln begnügen will, ohne die gefundene Scheitelstärke auf Grund der Hauptformeln zu prüfen und abzuändern. Empfehlenswerther ist aber das oben entwickelte vollständigere Verfahren und zwar kann man sich dabei zur Auffindung brauchbarer Versuchswerthe sowohl der Formeln 35 und 41 als der Formeln 44 bedienen.

*) Vergl. hierzu die Fufsnote auf Seite 55.

Vierter Abschnitt.

Belastungen und Pressungen.

Das Eigengewicht der Brückengewölbe und ihrer ruhenden Belastung ist bedeutend gröfser als das Eigengewicht eiserner Brücken, weshalb der Einfluss der Verkehrsbelastung dort nicht so grofs ist als hier. Ferner schützt die Fahrbahn das Gewölbe vor Stöfsen und vertheilt die Raddrücke auf eine derartig grofse Fläche, dass gefährliche örtliche Wirkungen der Einzellasten, wie z. B. das Durchbrechen eines schwer belasteten Rades durch das Gewölbe, in der Regel nicht eintreten können. Man braucht deshalb bei den Brückengewölben nicht mit Einzellasten zu rechnen, vielmehr genügt es stets, die Lasten auf eine Fahrbahnfläche von angemessener Gröfse gleichmäfsig vertheilt anzunehmen. Es empfiehlt sich, den Belastungsgleichwerth nicht in Gewichtseinheiten, sondern in Raumeinheiten des Gewölbemauerwerks auszudrücken, wie auch in dem vorigen Abschnitte geschehen. Demnach entspricht die Verkehrsbelastung von der Höhe p in Metern einem Belastungsgleichwerthe von p cbm/qm oder, wenn 1 cbm Gewölbemauerwerk γ Tonnen wiegt, von $\gamma \cdot p$ t/qm. Die kleinen Unsicherheiten und Schwankungen in den Einheitsgewichten des Mauerwerks stehen in passendem Verhältnisse zu den Verschiedenheiten der Belastungsgleichwerthe, die sich rechnungsmäfsig je nach den sehr verschiedenartigen Radständen und Radlasten der Fuhrwerke ergeben. Somit hat die Einführung einer mindestens auf ganze, gerade Centimeter abgerundeten Belastungshöhe p zur Folge, dass die Berechnung vereinfacht und überflüssige Genauigkeit leichter als bei der Rechnung mit Gewichten vermieden wird.

Aehnlich wie mit den Verkehrsbelastungen verhält es sich auch hinsichtlich der Beanspruchung des Gewölbemauerwerks. Da dessen Festigkeit sich nicht so genau feststellen lässt wie die Festigkeit von gleichartigeren Baustoffen, als z. B. Holz und Eisen, so werden die im Gewölbe vorkommenden Pressungen besser in Raumeinheiten des Gewölbebaustoffs als in Gewichtseinheiten ausgedrückt. Wir bezeichnen daher die Pressung der Flächeneinheit durch die Höhe q

der lothrechten Mauerwerksäule, die ihre Grundfläche in gleicher Stärke beansprucht. Will man die Pressung in Gewichten ausdrücken, so dient dazu die Beziehung

$$(45) \quad . \; . \; . \; . \; . \; q \text{ cbm/qm} = \gamma \cdot q \text{ t/qm} = \frac{\gamma}{10} \cdot q \text{ kg/qcm}.$$

Belastungsgleichwerthe des Eigengewichts.

Trägt man alle Belastungsschichten, reducirt auf das Einheitsgewicht des Gewölbebaustoffs, über dem Hauptgewölbe lothrecht auf, so wird die obere Begrenzung des gesamten Eigengewichts gewöhnlich etwas von der Fahrbahnoberfläche abweichen; durch Hohlräume in der Zwischenconstruction oder durch leichteren Füllstoff können, falls erwünscht, die Belastungshöhen vermindert werden. Für die Belastungshöhe e im Scheitel ergiebt sich ein unterer Grenzwerth aus der Anordnung der Fahrbahntafel; es ist ohne Zwischenconstruction

$$\text{für Eisenbahnbrücken} \; . \; . \; e_{\min} = \frac{1{,}5}{\gamma},$$

$$\text{für Strafsenbrücken} \; . \; . \; . \; e_{\min} = \frac{0{,}9}{\gamma}.$$

Zwischenconstruction. Bei Zwischenschüttungen von Sand oder Sparbeton ist die Ermittlung der Belastungshöhe sehr einfach. Bei Spargewölben parallel zur Brückenachse, 1 Stein stark, 1 m weit, mit $1^1/_2$ Stein starken Zwischenmauern rechne man das Gewicht zu 550 kg für 1 qm Grundfläche, ohne die Pfeiler, deren Höhe mit dem Abstande vom Scheitel wächst. Sind die Pfeiler unten durch umgekehrte Sohlengewölbe aus Backsteinen verbunden, so ist deren Gewicht zu etwa 500 kg für 1 qm Grundfläche anzunehmen.

Belastungsgleichwerthe der Verkehrslast.

Um den Belastungsgleichwerth p richtig zu bestimmen, muss man die zu untersuchende Strecke der Fahrbahn mit den schwersten Verkehrslasten besetzt annehmen und deren Gesamtgewicht auf die betreffende Fahrbahnfläche gleichmäfsig vertheilen. Bei Feststellung von p für die einseitige Belastung einer Gewölbehälfte sind die schwersten Lasten in die Nähe des Gewölbescheitels zu stellen. Bei grofsen Spannweiten ergiebt sich ein geringerer Werth für p als bei kleinen Brücken, da neue Einzellasten erst in den durch die Beschaffenheit der Fahrzeuge bedingten Abständen hinzukommen, auch die Einzellasten verschieden sind; es ist leicht zu übersehen, dass die Abnahme von p bei Strafsenbrücken schneller eintritt als bei Eisenbahnbrücken. Denn bei letzteren muss man mit zwei bis drei hintereinanderstehenden Locomotiven rechnen, deren jede etwa 11 bis 14 m (neuerdings bis 18 m) lang ist und ein Gewicht von 50 bis 60 t (bezw. von 124 t einschl. Tender) hat, während bei den Strafsenbrücken auf die Raddrücke eines Frachtwagens die viel leichtere Bespannung folgt, die bei 6 Pferden etwa 11 m und bei 4 Pferden 7 m lang ist. Aus demselben Grunde ist für die einseitige Belastung einer Brücke p gröfser als für volle Belastung anzunehmen.

Eisenbahnbrücken.

Bei den Locomotiven beträgt der Radstand bis zu 1,5 m herab, und obschon sich der Druck wegen der Lagerung der Schienen auf Schwellen und wegen der starken Unterbettung weiter ausbreitet als bei Strafsenbrücken mit dünner Fahrbahn, so ist doch schon bei Spannweiten von 10 m das volle Gewicht dreier Achsen auf eine Gewölbehälfte zu rechnen. Das ergiebt, wenn der gröfste Raddruck (wie bisher bei Hauptbahnen üblich) zu 7 t angenommen wird, ein Gesamtgewicht von 42 t, das sich auf 3,5 bis 4 m Gewölbetiefe (= Schwellenlänge + 1,0 bis 1,5 m), mithin auf $5 \cdot 3{,}5 = 17{,}5$ bis $5 \cdot 4 = 20$ qm Fahrbahnoberfläche vertheilt. Bei Ziegelmauerwerk ist durchschnittlich $\gamma = 1{,}8$, bei Bruchsteinmauerwerk oder Beton etwa $= 2{,}3$ t/cbm anzunehmen, der Belastungsgleichwerth für einseitige Last liegt daher im vorstehenden Falle zwischen $\frac{42}{1{,}8 \cdot 17{,}5}$ und $\frac{42}{2{,}3 \cdot 20}$ oder hinreichend genau zwischen $p = 1{,}30$ und $p = 0{,}90$ m.

Für eine Spannweite von $2 \cdot 11 = 22$ m berechnet sich nach den nämlichen Annahmen mit 60 t Lokomotivgewicht die gröfste einseitige Verkehrsbelastung von Eisenbahnbrücken (bei 7 t Raddruck) zu

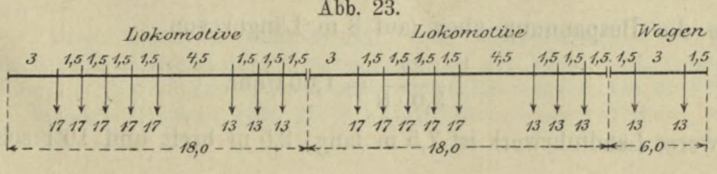
$$\frac{60}{3{,}5 \cdot 11} = 1{,}56 \text{ t/qm} \quad \text{oder} \quad p = 0{,}90 \text{ bis } 0{,}70 \text{ m}$$

und nimmt dann nicht mehr ab, sondern behält diesen Werth bis zu den gröfsten vorkommenden Spannweiten.

Nach den neuen Belastungsvorschriften der preufsischen Staatsbahnen vom April 1901*) ist der gröfste Raddruck einer fünfachsigen

*) S. Centralbl. d. Bauverwaltg. 1901 Seite 381. Hiernach ist der in Abb. 23 dargestellte Lastenzug zugrunde zu legen, mit der Mafsgabe, dass für kleinere Brücken 4 Achsen zu 18 t, 3 zu 19 t, 2 oder 1 zu 20 t (mit 1,5 m Radstand) anzunehmen sind, falls die dadurch erzeugten Beanspruchungen gröfser ausfallen.

Abb. 23.



Locomotive von 12 m Länge (ohne Tender) zu 8,5 t anzunehmen. Die fünf Achsen finden mit 1,5 m Radstand schon bei einer Spannweite von 18 m auf einer Gewölbehälfte bequem Platz, also auf $9 \cdot 3{,}5 = 31{,}5$ bis $9 \cdot 4 = 36$ qm Fahrbahnoberfläche. Der Belastungsgleichwerth für einseitige Last liegt alsdann zwischen $\frac{85}{1{,}8 \cdot 31{,}5}$ und $\frac{85}{2{,}3 \cdot 36}$, d. i. zwischen $p = 1{,}50$ und $p = 1{,}00$ m.

Für eine Spannweite von $2 \cdot 18 = 36$ m berechnet sich auf Grund der neuen Belastungsvorschriften die gröfste einseitige Verkehrsbelastung zu

$$\frac{124}{3{,}5 \cdot 18} = 1{,}97 \text{ t/qm} \quad \text{oder} \quad p = 1{,}10 \text{ bis } 0{,}85 \text{ m},$$

ohne bei weiter wachsender Spannweite noch erheblich abzunehmen.

Strafsenbrücken.

Bei kleinen Spannweiten liefern schwere Fuhrwerke eine stärkere Belastung als Menschengedränge, während bei grofsen Spannweiten letzteres überwiegt. Die Radstände von schweren Frachtwagen betragen mindestens 3,5 m, so dass bei Spannweiten unter 6 bis 7 m nur eine Achse auf die Gewölbehälfte kommt.

Bei einer 6 m weiten Strafsenbrücke, deren Hälfte mit einer Achse des schwersten Frachtwagens von 6 t Raddruck belastet ist, ergiebt sich, wenn die Last auf etwa 3,0 m Fahrbahnbreite vertheilt angenommen wird, die durchschnittliche Verkehrslast zu

$$\frac{2 \cdot 6{,}0}{3{,}0 \cdot 3{,}0} = 1{,}33 \text{ t/qm}$$

und der Belastungsgleichwerth p für einseitige Last liegt je nach dem Einheitsgewichte des Gewölbemauerwerks zwischen 0,74 und 0,58 m.

Die schwersten Frachtwagen (von 6 t Raddruck) wiegen 24 t und sind etwa 8 m lang, worauf eine 13 m lange Bespannung mit 6 Pferden von je 0,35 t Gewicht folgt. Dies giebt (auf 21 m Länge) bei 3,0 m Fahrbahnbreite ein Durchschnittsgewicht von

$$\frac{24 + 6 \cdot 0{,}35}{3{,}0 \cdot (13 + 8)} = 0{,}42 \text{ t/qm},$$

ohne die Bespannung aber (auf 8 m Länge) von

$$\frac{24}{3{,}0 \cdot 8} = 1{,}00 \text{ t/qm}.$$

Schweres Landfuhrwerk ist 7,5 m lang, 2,5 m breit und 10 t schwer.

Dabei stellt sich die Durchschnittsbelastung ohne die Bespannung auf

$$\frac{10}{2{,}5 \cdot 7{,}5} = 0{,}54 \text{ t/qm}$$

und mit Bespannung auf

$$\frac{10 + 4 \cdot 0{,}3}{2{,}5\,(7{,}5 + 7)} = 0{,}31 \text{ t/qm.}$$

Die Belastung durch Menschengedränge beträgt auf 1 qm 400 bis 550 kg, die Belastung durch schwere Chausseewalzen kommt der Belastung durch schwere Frachtwagen ungefähr gleich.

Nach dem Vorstehenden wird es nicht schwer halten, den Belastungsgleichwerth in jedem Falle zutreffend festzustellen. Brauchbare Mittelwerthe sind in Folgendem zusammengestellt.

Verkehrszweck	Spannweite	Höhe der Verkehrsbelastung p (in m) bei Gewölben aus	
		Ziegelsteinen ($\gamma = 1{,}8$)	Bruchsteinen oder Beton ($\gamma = 2{,}3$)
Brücken für Hauptbahnen mit 8,5 t größtem Raddruck	unter 18 m	1,50	1,20
	18 bis 36 m	1,35	1,02
	über 36 m	1,10	0,85
Brücken für Hauptbahnen mit 7 t größtem Raddruck . . .	unter 12 m	1,40	1,10
	12 bis 24 m	1,20	0,94
	über 24 m	0,90	0,70
Brücken für Nebenbahnen . . .	unter 10 m	1,00	0,78
	10 bis 20 m	0,82	0,64
	über 20 m	0,64	0,50
Brücken für Straßen	unter 10 m	0,56	0,44
	10 bis 20 m	0,44	0,34
	über 20 m	0,32	0,24
Brücken für Fußwege	beliebig	0,32	0,24

Anwendbar sind auch die Formeln, die von Engesser*) für die Berechnung eiserner Brücken aufgestellt wurden.

Wenn man die belastete Strecke gleich der ganzen Spannweite l setzt, ferner bei Eisenbahnbrücken 3,5 m Gewölbetiefe auf 1 Gleis rechnet, so erhält man für den Belastungsgleichwerth bei voller Last die Formeln:

a) für Eisenbahnbrücken von 10 bis 50 m Spannweite:

$$p = \frac{1}{\gamma}\left(1{,}20 + \frac{6{,}55}{l}\right),$$

*) Vergl. Zeitschr. f. Baukunde 1881, S. 63. Dort bedeutet l die Länge des als belastet anzunehmenden Brückentheils und der Formelwerth liefert den Gleichwerth der Verkehrslast in Tonnen und zwar bei Eisenbahnbrücken für 1 lfd. m Gleis. Aehnliche Formeln giebt E. Winkler, Taschenbuch der Hütte, XVII. Aufl. II Seite 419.

b) für schwer belastete Stadtstrafsenbrücken von 10 bis 100 m Spannweite:

$$p = \frac{1}{\gamma}\left(0{,}44 + \frac{1{,}4}{l}\right),$$

c) für Landstrafsenbrücken von 10 bis 100 m Spannweite:

$$p = \frac{1}{\gamma}\left(0{,}36 + \frac{1{,}2}{l}\right).$$

Hierin ist p in cbm/qm ausgedrückt.

Bei einseitiger Belastung der Brücken, wobei die belastete Strecke gleich ist der halben Spannweite, ist in den Formeln statt l der Werth $\frac{l}{2}$ zu setzen.

Beispiel. Für die volle Belastung einer Eisenbahnbrücke von 35 m Spannweite erhält man, wenn $\gamma = 2{,}3$ zu setzen ist,

$$p = \frac{1}{2{,}3}\left(1{,}20 + \frac{6{,}55}{3{,}5}\right) = 0{,}60 \text{ m},$$

und für die einseitige Belastung einer Gewölbehälfte

$$p = \frac{1}{2{,}3}\left(1{,}20 + \frac{13{,}1}{35}\right) = 0{,}68 \text{ m}.$$

Bei kleineren Brücken sowie bei sogen. Spargewölben ist unter Umständen eine genauere Berücksichtigung der Einzellasten nothwendig. Die belastete Grundfläche, auf die sich eine Einzellast gleichmäfsig vertheilt, wird durch die Grenzlinien des Druckes unter 35^0 gegen die Lothrechte leicht ermittelt.

Kantenpressungen.

Wenn der Druck sich auf die ganze Fläche der Normalfugen des Gewölbes gleichmäfsig vertheilt, findet überall die Normalpressung q statt. Die Pressung wird aber ungleichmäfsig, wenn der Mittelpunkt des Druckes nicht mit der Mittellinie des Gewölbes zusammenfällt. Der ganze Druck auf die Normalfuge sei $= R$, ihre Länge, d. i. die Gewölbestärke $= s$ und die Ausweichung des Druckmittelpunktes aus der Mitte $= a$. Dann gilt für die Kantenpressungen, wenn das Gewölbemauerwerk als vollkommen elastisch angesehen wird und auch Zugspannungen annehmen kann, die allgemeine Formel

$$(46) \quad \ldots\ldots \sigma = \frac{R}{s}\left(1 \pm \frac{6a}{s}\right) = q\left(1 \pm \frac{6a}{s}\right).$$

Sollen Zugspannungen vermieden werden, so darf die Ausweichung a nicht gröfser als $\frac{s}{6}$ werden, d. h. die Stützlinie muss im mittleren Drittel, innerhalb der Kernlinien des Gewölbes bleiben. So lange dies der Fall ist, bleibt aber σ kleiner als $2\frac{R}{s}$, d. h. die gröfsten

Kantenpressungen können höchstens doppelt so grofs werden als bei gleichmäfsiger Vertheilung des Druckes über die ganze Querschnittsfläche.

Mit Zugspannungen darf man nur ausnahmsweise oder bei besonderen Gewölbeconstructionen, wie z. B. den Gewölben mit Eiseneinlage (Moniergewölben) rechnen. Denn obschon ein tadelfreies Cementmauerwerk eine nicht unbedeutende Zugfestigkeit besitzt, so können doch in dem Gewölbe durch irgend welche Zufälligkeit leicht feine Risse entstehen, die zwar die Druckübertragung nicht hindern, aber die Fortpflanzung von Zugspannungen vollständig unmöglich machen. Wo also a gröfser als $\frac{s}{6}$ wird, darf man die Formel 46 nicht mehr anwenden, sondern muss denjenigen Theil der Fugenlänge, in dem nach jener Formel Zugspannungen vorkommen würden, als nicht vorhanden ansehen. Dann ist die wirksame Fugenlänge nur $= 3\left(\frac{1}{2}s - a\right)$ und die Kantenpressung

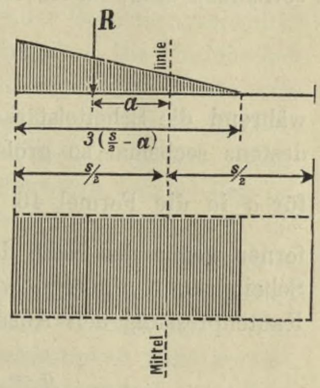


Abb. 24.

$$(47) \quad . \quad . \quad . \quad \sigma = 2\,\frac{R}{3\left(\frac{1}{2}s - a\right)} = \frac{R}{s}\,\frac{4s}{3s - 6a}.$$

Die Kantenpressung wächst daher sehr schnell mit a und wird für $a = \frac{s}{2}$ unendlich grofs, während sie, wenn Zugspannungen zulässig sind, in dem gleichen Falle nach Formel 46 nur das vierfache des gleichmäfsig vertheilten Druckes erreicht.

In dem Gewölbe sind diejenigen Stellen am meisten gefährdet, wo die Kantenpressung sehr grofs wird. Ihre wahrscheinliche Lage lässt sich mit einiger Sicherheit nur durch die Berechnung des Gewölbes nach der Elasticitätstheorie auffinden, denn die Einzeichnung einer der vielen statisch möglichen Stützlinien kann über die wirkliche oder die wahrscheinlichste Druckvertheilung keinen sicheren Aufschluss geben. Aber wenn wir auch die wirkliche Stützlinie nicht kennen, dürfen wir doch voraussetzen, dass sie innerhalb der Kernlinien bleibt, wenn die Möglichkeit dazu vorhanden und das Gewölbe nach Form und Stärke richtig construirt ist. Alsdann lässt sich auch für die gröfste Kantenpressung eine allgemeine Formel aufstellen, die als ziemlich zuverlässig angesehen werden darf. Wir haben nämlich in dem dritten Abschnitte gefunden, dass bei einseitiger Belastung keine Stützlinie construirt werden kann, die sich weniger aus der Mittellinie entfernt, als in Formel 38 und 39 angegeben. Formel 38 liefert die den Kernlinien am nächsten kommende Ausweichung; diese liegt, falls, wie hier vorausgesetzt, Gelenke nicht vorhanden sind, im Abstande $\frac{l}{5}$ vom Scheitel und ist

$$a = 0{,}01 \frac{pl^2}{H},$$

während die Scheitelstärke nach der zweiten Hauptformel 42 mindestens sechsmal so grofs sein soll. Setzt man nun den Ausdruck für a in die Formel 46 ein und beachtet, dass $\frac{R}{s} = \frac{H}{c}$ und dass ferner wegen der Nähe des Scheitels die Gewölbestärke s gleich der Scheitelstärke c gesetzt werden kann, so erhält man für die gröfste Kantenpressung den Ausdruck

$$\sigma = \frac{H}{c}\left(1 + 0{,}06\, p \frac{l^2}{cH}\right),$$

oder

$$(48) \quad \ldots \quad \sigma = \frac{H}{c} + 0{,}06\, p \left(\frac{l}{c}\right)^2.$$

H bedeutet hierin den Horizontalschub für die Normalbelastung und das erste Glied auf der rechten Seite ist gleich der Normalpressung q. Ferner ist leicht zu erkennen, dass das zweite Glied in den Fällen, wo die Scheitelstärke den durch die zweite Hauptformel 42 gelieferten Werth erhalten hat, ebenfalls gleich q, dagegen bei gröfserer Scheitelstärke immer kleiner als q ist. Somit überschreiten die gröfsten Kantenpressungen niemals das doppelte der Normalpressung; es ist aber nicht nöthig, sie immer so grofs anzunehmen, sondern es genügt, sie nach Formel 48 zu berechnen, die man auch schreiben kann:

$$\sigma = q + 0{,}06\, p \left(\frac{l}{c}\right)^2,$$

d. h. die gröfsten Kantenpressungen in dem Gewölbe sind um $0{,}06\, p \left(\frac{l}{c}\right)^2$ gröfser als die Normalpressung.

Zulässige Beanspruchung.

Die Ansichten über die zulässige Beanspruchung des Mauerwerks gehen ziemlich weit auseinander, was zum Theil aus der Verschiedenartigkeit seiner Beschaffenheit zu erklären ist, zum Theil aber auch auf einer unklaren Begriffsbildung beruht. Allgemein pflegt man die zulässige Beanspruchung in Form eines bestimmten Antheils der Druckfestigkeit auszudrücken und spricht, wenn $\frac{1}{n}$ der Druckfestigkeit als zulässig festgesetzt wird, von einer n-fachen Sicherheit. Nun ist die genaue Bestimmung der Druckfestigkeit nicht leicht, sondern erfordert sehr sorgfältige Versuche. Die Unsicherheit und Verschiedenartigkeit in der Wahl des sogen. Sicherheitscoefficienten n hat aber noch einen anderen Grund, nämlich die Unklarheit darüber, was als die wirklich stattfindende gröfste Beanspruchung zu gelten hat bezw. wie deren Zahlenwerth festzustellen ist. Wenn man unrichtig, ungenau oder unvollständig rechnet, z. B. bei der Untersuchung einer hohen freistehenden Mauer den Winddruck, oder bei einer wenig überschütteten Eisenbahnbrücke die einseitige Verkehrsbelastung ununtersucht lässt, so kann es vorkommen, dass die Beanspruchung in Wirklichkeit der Druckfestigkeit nahe kommt, wo man mit einer 20- oder 30-fachen Sicherheit construirt zu haben glaubt. Der Sicherheitscoefficient muss daher nicht nur gegen unvorherzusehende Umstände und Zufälligkeiten, sondern vielfach auch gegen unrichtige Beurtheilung der wirklichen Beanspruchung schützen. Die Sicherheit eines Bauwerks ist auch nicht nach den stärksten, sondern nach den am meisten gefährdeten Stellen zu beurtheilen. Es kann nun ein Bauwerk anscheinend reichlich stark sein, während eine seinen Bestand gefährdende schwache Stelle vorhanden, aber bei der Untersuchung unbemerkt geblieben ist. Und je mangelhafter die Construction ist, desto leichter kommen derartige gefährliche Stellen vor, gegen die der Sicherheitscoefficient schützen muss. Dies gilt insbesondere für Gewölbe mit unzweckmäfsiger Bogenform, wo die Beanspruchung in den als sogen. „Bruchfugen“ gefürchteten Stellen selbst bei reichlicher Gewölbestärke sehr grofs wird und wo der beste Schutz in der Verbesserung der Bogenform zu finden ist, wobei die Bruchfugen ganz verschwinden.

Die Druckfestigkeit ist nicht für die einzelnen Bestandtheile des Gewölbes, Steine und Mörtel, sondern für das wirkliche Gewölbemauerwerk festzustellen und zwar am besten durch Versuche mit Probekörpern des zu verwendenden Mauerwerks. Allgemein zutreffende Angaben lassen sich wegen der grofsen Verschiedenartigkeit der Bestandtheile und der Herstellung des Gewölbemauerwerks nicht machen, immerhin liefern die Ergebnisse sorgfältiger Versuche einen guten Anhalt zur Beurtheilung, weshalb nachstehend einige Angaben darüber folgen. Die Versuche werden gewöhnlich mit würfelförmigen Probekörpern angestellt; durch Bauschinger ist festgestellt, dass hohe und längliche Körper eine geringere, dagegen plattenförmige eine gröfsere Festigkeit haben.

Die Festigkeit von Ziegelmauerwerk ist nach Versuchen von Dr. Böhme*) geringer als die Festigkeit der Ziegel und beträgt je nach der Mörtelart nur 0,44 bis 0,63 davon. Auf Grund der „üblichen“ zehnfachen Sicherheit giebt Dr. Böhme**) die zulässige Beanspruchung für gewöhnliches Ziegelmauerwerk in Kalkmörtel $k = 9$ und für bestes Klinkermauerwerk in Cementmörtel $k = 20$ kg/qcm an. Dies giebt bei einem Mauergewicht von 1,8 t/cbm eine zulässige Pressungshöhe $q = 50$ bezw. 110 m.

Rheinhard fand***) die Druckfestigkeit gemauerter Probekörper aus Buntsandstein mit Cementmörtel nach 17 Tagen $K = 340$ bis 400 kg/qcm und für solche aus Granit bis $K = 450$ kg/qcm. Rheinhard hält eine 7- bis 8-fache Sicherheit für ausreichend und demnach die Beanspruchung guten Bruchsteinmauerwerks in Cementmörtel mit $k = 45$ kg/qcm (etwa $q = 190$ cbm/qm) und bei Verwendung von Granitsteinen mit $k = 60$ kg/qcm (etwa $q = 240$ cbm/qm) für zulässig.

Versuche bei den Bremer Hafenbauten ergaben für Trassmörtel nach vier Wochen eine Zugfestigkeit von $K_z = 14$ bis 17 und eine Druckfestigkeit von $K = 77$ bis 101 kg/qcm.

Die Druckfestigkeit der Probekörper aus Cementmörtel, der 1 Gewichtstheil Cement auf 3 Theile Sand enthält, beträgt schon nach vier Wochen Erhärtungszeit $K = 240$ bis 360 kg/qcm und die Zugfestigkeit K_z etwa $^1/_{10}$ der Druckfestigkeit K.

Für Cementmörtel mit Kalkzusatz, sogen. verlängerten Cementmörtel, hat Dyckerhoff Werthe der Druckfestigkeit von $K = 291$ bis 94 kg/qcm (je nach dem Mischungsverhältniss) erhalten.

Ein sorgfältig hergestellter und gestampfter Cementbeton hat fast die gleiche Druckfestigkeit wie Cementmörtel.

Die gröfste Beanspruchung ausgeführter Brückengewölbe ergiebt sich aus folgender Zusammenstellung.

---

*) S. Zeitschr. f. Bauwesen 1880 S. 553.
**) S. Centralbl. d. Bauverw. 1883 S. 320.
***) S. Centralbl. d. Bauverw. 1887 S. 325 u. Deutsche Bauztg. 1889 S. 142.

Bauwerk	Spannweite l m	Scheitelstärke c m	Baustoff	Gröfste Pressung k kg/qcm	
Dorabrücke in Turin . . .	45	·	Granit	25,0	Scheitelpressung bei voller Last
Seinebrücke bei Neuilly . .	39	·	Sandstein, $K = 100$	12,8	
Nagoldbrücke bei Teinach .	33	·	Buntsandstein, $K > 300$	29,3	
Viadukte im Zschopauthale .	·	·	Granit, $K = 900$	·	
desgl.	·	·	Porphyr (Rochlitz) $K = 200$	22,7	
desgl.	·	·	Sandstein, $K = 180$	22,7	
Neuere Brücken.					
Luxemburg, Vallée de la Pétrusse, Strafsenbrücke .	72	1,44	Sandstein, $K = 1400$ (3 Ringe)	28	
Pruthbrücke bei Jaremcza .	65	2,10	„ (3 Ringe)	27,5	Gröfste Pressung b. einseit. Last, $k_2 = 0$ bis 2
Hochbrücke bei Gour-Noir .	64	1,70	Granit (3 Ringe)	30,5	
Mainbrücke bei Kitzingen . .	36,5	1,00	Bruchstein	25,2	
Murgbrücke bei Ilgenbach .	30,4	0,60	„	45,0	
Wertachbrücke bei Nesselwang	27,5	0,80	„	18,4	
Murgbrücke bei Baiersbronn .	33	0,60	Quadergewölbe mit Bleiplatten-Gelenken	50,9	
Forbachbrücke in Baiersbronn	25	0,60	Quadergewölbe mit Bleiplatten-Gelenken	56,4	

Angaben über Betonbrücken s. Seite 78.

In Mauerwerkhöhe ausgedrückt, liegen die angegebenen Pressungen zwischen $q = 90$ und 150 m und betragen bei der Murgbrücke bei Baiersbronn sogar etwa 200 bis 225 m.

Als üblich wird eine 10- bis 15fache Sicherheit angesehen und thatsächlich ist die Pressung in den meisten ausgeführten Brückengewölben noch geringer. Der Grund dafür dürfte aber weniger in der Besorgniss, dass eine stärkere Beanspruchung den Bestand des Bauwerks gefährden würde, als in dem Umstande zu suchen sein, dass die Festigkeit des Mauerwerks mit Rücksicht darauf, dass bei einseitiger Belastung Zugspannungen vermieden werden und die Stützlinie innerhalb der Kernlinien verbleiben soll, häufig nicht voll ausgenutzt werden kann. Aus Tafel 4 (Seite 94) ist ersichtlich, dass die Normalpressungen um so geringer ausfallen, je kleiner die Spannweite und je gröfser das Pfeilverhältniss des Gewölbes ist. Dabei ist in allen auf der Tafel 4 verzeichneten Fällen die Scheitelstärke so klein gewählt, als mit der Bedingung des Verbleibs der Stützlinie im mittleren Drittel vereinbar war. Mit den Normalpressungen stehen aber wiederum die gröfsten Kantenpressungen in dem durch die Formel 48 ausgedrückten Zusammenhange.

Neuerdings ist ein kleinerer Sicherheitscoefficient als 10 wiederholt zur Anwendung gekommen, so z. B. bei den von Rheinhard ausgeführten Bruchsteingewölben.*) Eine 7-fache Sicherheit wird gegenwärtig fast allgemein für ausreichend erachtet, E. Dietrich**) hält sogar eine Beanspruchung bis auf $^1/_5$ der nachweislich vorhandenen mittleren Druckfestigkeit für unbedenklich. Es kann nicht zweifelhaft sein, dass man mit der Beanspruchung sich der Druckfestigkeit um so mehr nähern darf, je besser die Form des Gewölbes, je sorgfältiger seine Ausführung und je vorsichtiger die Berechnung ist. Wo die Rücksicht auf wechselnde Verkehrsbelastung eine Ausnutzung der Festigkeit ohnehin nicht gestattet, braucht natürlich weder die Druckfestigkeit des Gewölbemauerwerks sorgfältig erprobt, noch die Wahl des Sicherheitscoefficienten vorsichtig erwogen zu werden. In den übrigen Fällen wird man aber den Einfluss, den die Gröfse der zuzulassenden Beanspruchung auf die Entwurfgestaltung hat, jedesmal genau zu prüfen und hiernach seine Wahl zu treffen haben.

Für die Voruntersuchungen ist es am bequemsten, den zulässigen Höchstwerth nicht für die gröfste Kantenpressung, sondern für die sogen. Normalpressung, d. i. für die im Normalbelastungsfalle (Seite 22) unter Voraussetzung einer gleichmäfsigen Druckvertheilung auftretende Pressung, festzusetzen, und zwar kann für diese Beanspruchung etwa $^1/_{15}$ der Druckfestigkeit als zulässig und angemessen bezeichnet werden.

*) Vergl. Rheinhard: „Ueber die Kunst des Wölbens", Centralblatt der Bauverw. 1887, S. 325 u. f.

**) S. E. Dietrich: „Ein Wort zu Gunsten der Steinbrücken", Baugewerkszeitung 1882.

Fünfter Abschnitt.

Brückengewölbe mit Eiseneinlagen (Moniergewölbe).

Bei den Moniergewölben (Betongewölben mit eingelegten Geflechten aus Eisendraht) dürfen auch Zugspannungen zugelassen werden, weshalb die Formel 46 (Seite 62) für die Kantenpressungen ohne Einschränkung anwendbar ist. Die Bedingung, dass die Stützlinie bei allen Belastungszuständen innerhalb des mittleren Drittels bleiben soll, fällt fort und die Gewölbestärke braucht nur der Bedingung zu genügen, dass die durch Formel 46 ausgedrückten Kantenpressungen das zulässige Mafs der Beanspruchung nicht überschreiten.

Für die Gröfse der Ausweichungen der Stützlinie aus ihrer normalen Lage gelten natürlich auch bei den Moniergewölben die in dem dritten Abschnitte entwickelten Formeln und es ist insbesondere die Formel 38

$$\tfrac{1}{2}\delta' = 0{,}01\,\frac{pl^2}{H}$$

auch hier anwendbar. Daher ist $a = \tfrac{1}{2}\delta'$ in die Formel 46 einzusetzen und man erhält dann für die gröfsten Kantenpressungen den der Formel 48 entsprechenden, aber nunmehr auch für Zugspannungen gültigen Ausdruck:

$$(49) \quad \ldots\ldots \quad \sigma = \frac{H}{c} \pm 0{,}06\,p\left(\frac{l}{c}\right)^2,$$

d. h. der gröfste Kantendruck ist

$$(50) \quad \ldots\ldots \quad \sigma_d = q + 0{,}06\,p\left(\frac{l}{c}\right)^2,$$

und, sofern überhaupt Zugspannungen auftreten, der gröfste Kantenzug

$$(51) \quad \ldots\ldots \quad \sigma_z = 0{,}06\,p\left(\frac{l}{c}\right)^2 - q.$$

Der Ausdruck $\frac{H}{c} = q$ bedeutet auch hier die Normalpressung des Gewölbes.

Wo Zugspannungen auftreten, gilt für die Mittelkraft Z des Zuges in der Lagerfuge von der Länge s (s. Abb. 25) die Formel

(52) . . . $Z = \frac{1}{2}\sigma_z \frac{\sigma_z}{\sigma_z + \sigma_d} s = \frac{s}{2} \frac{\sigma_z^2}{\sigma_z + \sigma_d}$

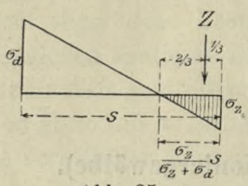


Abb. 25.

in cbm Gewölbemauerwerk auf 1 m Gewölbetiefe. Durch Anwendung von Formel 46 ergiebt sich daraus $Z = \gamma q \frac{(6a - s)^2}{24a}$ in Tonnen. Wendet man für die Kantenpressungen die Formeln 50 und 51 an und setzt $s = c$, so erhält man den Ausdruck

$$(53) \quad . \; . \quad Z = \gamma \frac{c}{4} \frac{\left[0{,}06\, p \left(\frac{l}{c}\right)^2 - q\right]^2}{0{,}06\, p \left(\frac{l}{c}\right)^2} \text{ in Tonnen.}$$

Sofern die Zugbeanspruchung des Gewölbemauerwerks gar nicht in Anrechnung gebracht werden soll, muss die Eiseneinlage so stark gemacht werden, dass sie die Mittelkraft Z allein aufzunehmen im Stande ist.

Da die Festigkeit des Gewölbemauerwerks durch die Eiseneinlagen erhöht wird, kann eine gröfsere Beanspruchung als bei gewöhnlichen Gewölben zugelassen werden. Jedoch möchte eine Steigerung der Normalpressung über $^1/_{15}$ der Druckfestigkeit des Mauerwerks hinaus (sofern die Eiseneinlage bei der Berechnung der Pressungen unberücksichtigt gelassen wird) nicht zu empfehlen sein. Die zulässige gröfste Ausweichung der Stützlinie aus der Mittellinie darf (mit Rücksicht auf S. 69) im Verhältniss zu der Gewölbestärke etwas gröfser als bei den gewöhnlichen Gewölben, durchschnittlich etwa $= {}^1/_4$ der Gewölbestärke gewählt werden. Setzt man dementsprechend

$$a = 0{,}01 \frac{pl^2}{H} = \frac{c}{4}, \text{*)}$$

so erhält man an Stelle der Formeln 42 die folgenden

*) Als gröfster Werth von a darf gewählt werden $a = \frac{c}{3}$. Dann ist bei einseitiger Belastung der gröfste Kantendruck $\lesseqgtr 3q$, die gröfste Zugbeanspruchung $\lesseqgtr q$, und Gleichung 54 liefert die kleinste Scheitelstärke

$$c \gtreqless 0{,}03 \frac{pl^2}{H}.$$

Hierfür ergeben sich aber häufig so grofse Kantendrucke (bis $^1/_5\, K$), dass aus diesem Grunde eine gröfsere Annahme für c erforderlich wird.

Bedingungsgleichungen für Moniergewölbe:

$$(54) \quad \ldots \quad c \gtreqless \frac{H}{q'} \quad \text{und} \quad c \gtreqless 0{,}04\,\frac{pl^2}{H}.$$

Wenn diese Bedingungen erfüllt sind, so können die Kantenpressungen nicht gröfser werden als Formel 46 ergiebt, wenn darin $\frac{a}{s} = \frac{1}{4}$ gesetzt wird, also ist der gröfste Kantendruck $\overline{\gtreqless}\ 2{,}5\,q$ und die gröfste Zugbeanspruchung $\overline{\gtreqless}\ \frac{q}{2}$. Die Formel 43 verwandelt sich für Moniergewölbe in

$$(55) \quad \ldots\ldots \quad c \gtreqless \frac{l}{10}\sqrt{\frac{4p}{q}}$$

und es ist q auch hierin wie bei Formel 43 gleich der wirklich stattfindenden Normalpressung, nicht gleich ihrem zulässigen Höchstwerthe zu setzen.

Wird $q = {}^1/_{15}$ der Druckfestigkeit gewählt, so erreicht bei Anwendung der Formeln 54 der gröfste Kantendruck höchstens ${}^1/_6$ der Druckfestigkeit und die gröfste Zugspannung höchstens ${}^1/_5$ des gröfsten Kantendruckes. Da nun die Zugfestigkeit des Cementbetons ungefähr ${}^1/_{10}$ der Druckfestigkeit beträgt, so wird die Grenze der Zugfestigkeit des Mauerwerks auch ohne Anrechnung der Eiseneinlage noch nicht überschritten. Die letztere hat daher nur den Sicherheitscoefficienten zu ersetzen.

Beispiel 16. Eine Strafsenbrücke soll Oeffnungen von 36 m Lichtweite bei 3,60 m Pfeilhöhe erhalten und aus Cementbeton vom Gewicht $\gamma = 2{,}0$ t/cbm und von der mittleren Druckfestigkeit $K = 450$ kg/qcm $= 2250$ cbm/qm erbaut werden. Die gröfste zulässige Normalpressung sei auf ${}^1/_{15}$ der Druckfestigkeit $q = 150$ cbm/qm festgesetzt und die Ueberschüttungshöhe $e = 0{,}35$ m, die gröfste einseitige Verkehrsbelastung entsprechend der Formel b auf Seite 62

$$p = \frac{1}{2{,}0}\left(0{,}44 + \frac{1{,}4}{{}^1/_2 \cdot 36}\right) = 0{,}26 \text{ m}$$

angenommen. Das Gewölbe ist sowohl mit als auch ohne Eiseneinlage zu berechnen.

Lösung. Für $q = 150$ giebt die Näherungsformel 35 (Seite 42):

$$c = \frac{0{,}15 \cdot \frac{36^2}{3{,}60}\left(0{,}35 + \frac{0{,}26}{2} + \frac{3{,}60}{10}\right)}{150 - 0{,}15 \cdot \frac{36^2}{3{,}60}} = \text{rd. } 0{,}47 \text{ m},$$

und die Formel 43 (Seite 49), wenn für q vorläufig der zulässige Höchstwerth q' der Normalpressung eingesetzt wird,

$$c \gtreqless \frac{36}{10}\sqrt{\frac{6 \cdot 0{,}26}{150}} \gtreqless 0{,}37 \text{ m}.$$

Für $c = 0{,}47$ m ist

$$x_0 = 0{,}47 + 0{,}35 + 0{,}13 = 0{,}95 \text{ m},$$

und durch Anwendung der Formel 20 erhält man $H = 64{,}6$ cbm, sodann

$$q = \frac{H}{c} = \frac{64{,}6}{0{,}47} = \text{rd. } 138 \text{ cbm/qm},$$

$$0{,}06\, p \left(\frac{l}{c}\right)^2 = 0{,}06 \cdot 0{,}26 \left(\frac{36}{0{,}47}\right)^2 = 93,$$

und daher nach Formel 49 (Seite 69):

$$\sigma = 138 \pm 93 \text{ cbm/qm}.$$

Da die Normalpressung unter dem zulässigen Höchstbetrage bleibt und Zugspannungen nicht eintreten, kann das Gewölbe noch schwächer gemacht werden und zwar ist $c = 0{,}41$ m noch eben zulässig, da man für diese Scheitelstärke

$$H = 61{,}5 \text{ cbm},$$

$$q = \frac{61{,}5}{0{,}41} = 150 \text{ cbm/qm} \quad \text{und}$$

$$\sigma = 150 \pm 120 \text{ cbm/qm}$$

erhält. Da auch jetzt noch keine Zugspannungen eintreten, so ist die Eiseneinlage nicht erforderlich, sondern das Gewölbe kann ohne diese mit 0,41 m Scheitelstärke hergestellt werden. Die Normalpressung wird dabei $= 150$ cbm/qm und die gröfste Kantenpressung $= 270$ cbm/qm, der Sicherheitscoefficient ist für die Normalpressung $= 15$ und für die gröfste Kantenpressung noch $\frac{2250}{270} = 8{,}3$.

Durch die Anwendung von Eiseneinlagen wird in dem vorliegenden Falle keine Verminderung der Scheitelstärke erreicht, da die Normalpressung bei einer geringeren Gewölbestärke den zulässigen Höchstwerth überschreiten würde. Die Herstellung als Moniergewölbe ist jedoch zu empfehlen, weil dadurch gegen gefährliche Einflüsse aller Art, als Fehler bei der Ausführung, Zunahme der Spannungen infolge einer Verkürzung des Gewölbebogens durch seine starke Beanspruchung oder durch Wärmeänderungen usw., eine gröfsere Sicherheit als durch Vergröfserung der Gewölbestärke erzielt wird.

Wenn die Scheitelstärke $c = 0{,}60$ m gemacht wird, so erhält man die Normalpressung $q = 118$ und die Kantenpressungen

$$\sigma = 118 \pm 56 \text{ cbm/qm}.$$

Beispiel 17. Die Pfeilhöhe des Gewölbes sei $= 6{,}0$ m, sonst alles wie vorhin.

Lösung. Die Formel 43 (Seite 50) giebt für $q = 150$ unverändert wie früher die Bedingung

$$c \gtreqless 0{,}37 \text{ m},$$

aber die Näherungsformel 35 (Seite 42) liefert diesmal einen kleineren Werth, nämlich $c = 0{,}30$ m. Bei der Herstellung ohne Eiseneinlage kann demnach der Höchstwerth der Normalpressung nicht erreicht werden, weil die Sicherheit gegen einseitige Belastung eine gröfsere Scheitelstärke erforderlich macht.

Die Näherungsformel 41 (Seite 48) giebt $c = 0{,}42$ m und für diese Scheitelstärke wird

$$z_0 = 0{,}42 + 0{,}35 + \frac{0{,}26}{2} = 0{,}90 \text{ m},$$

$$H = 46{,}2 \text{ cbm},$$

und nach der zweiten Hauptformel 42 muss

$$c \gtreqless \frac{0{,}06 \cdot 0{,}26 \cdot 36^2}{46{,}2} = 0{,}44 \text{ m sein}.$$

Daher ist für das Gewölbe ohne Eiseneinlage $c = 0{,}44$ m zu wählen, worauf man in der bekannten Weise erhält:

$$H = 46{,}6 \text{ cbm},$$

$$q = \frac{46{,}6}{0{,}44} = 106 \text{ cbm/qm und}$$

$$\sigma = 106 + 0{,}06 \cdot 0{,}26 \cdot \left(\frac{36}{0{,}44}\right)^2 = 106 + 104 = 210 \text{ cbm/qm}.$$

Für das Moniergewölbe sind dagegen die Formeln 54 und 55 (Seite 71) anzuwenden. Letztere liefert als kleinsten Werth $c = 0{,}30$ m. Berechnet man für diesen den Horizontalschub nach Formel 20, so erhält man $H = 42{,}5$ cbm und dies in die Formeln 54 (Seite 71) eingesetzt, giebt als kleinste zulässige Scheitelstärke $c = 0{,}32$ m. Alsdann ist

$$x_0 = 0{,}32 + 0{,}35 + \frac{0{,}26}{2} = 0{,}80 \text{ m},$$

$$H = 43{,}1 \text{ cbm},$$

$$q = \frac{43{,}1}{0{,}32} = 135 \text{ cbm/qm},$$

und nach Formel 49

$$\sigma = 135 \pm 0{,}06 \cdot 0{,}26 \left(\frac{36}{0{,}32}\right)^2 = 135 \pm 198 \text{ cbm/qm}.$$

Die gröfsten Kantenpressungen sind daher

$$\sigma_d = 135 + 198 = 333 \text{ cbm/qm},$$

$$\sigma_z = 198 - 135 = 63 \quad \text{„} \quad ,$$

und die gröfste Mittelkraft des Zuges ist nach Formel 53 (Seite 70):

$$Z = 2{,}0 \cdot \frac{0{,}32}{4} \frac{(198 - 135)^2}{198} = 3{,}21 \text{ t}.$$

Da die nothwendige Scheitelstärke ziemlich klein ausgefallen ist, die Pressungen aber sehr stark sind ($\sigma_d > 320$ cbm/qm $= 64$ kg/qcm $= {}^1/_7\, K$ ist nach Seite 68 unzulässig), so ist im vorliegenden Falle eine Vergröfserung der Gewölbestärke zweckmäfsig. Wählt man $c = 0{,}40$ m, so erhält man

$$H = 45{,}6 \text{ cbm}, \qquad q = \frac{45{,}6}{0{,}40} = 114 \text{ cbm/qm}.$$

$$0{,}06 \cdot 0{,}26 \left(\frac{36}{0{,}40}\right)^2 = 126.$$

$$\sigma_d = 114 + 126 = 240 \text{ cbm/qm},$$

$$\sigma_z = 126 - 114 = 12 \quad \text{„} \quad ,$$

$$Z = 2{,}0 \cdot \frac{0{,}40}{4} \frac{12^2}{126} = 2{,}28 \text{ t}.$$

Wenn der Schwerpunkt des Querschnitts der Eiseneinlage mit dem Angriffpunkte von Z übereinstimmt, so ist auf 1 m Gewölbetiefe ein Eisenquerschnitt erforderlich von mindestens $F = \frac{2280}{1000} = 2{,}28$ qcm, d. h. etwa 8 mm starke Drähte mit 0,5 qcm Querschnitt, in Abständen von je 22 cm. Gewählt werden 8 mm starke Längsdrähte in nur 10 cm Abstand, aufserdem 6,5 mm starke Querdrähte in 10 cm Abstand.

Die Versuche, die Vertheilung der Lasten auf den Beton und das Eisen zu berechnen, können nicht als völlig einwandfrei angesehen werden. Eine befriedigende Genauigkeit ist daher bei der Berechnung der Moniergewölbe zur Zeit noch nicht erreichbar; die Grundlagen dürften erst durch eingehendere Versuche über das elastische Verhalten des Betons zu vervollkommnen sein.

Die Haftung des Eisens am Beton beträgt etwa 40 kg für 1 qcm Eisenoberfläche; die Ausdehnung beider Stoffe durch die Wärme ist nahezu gleich grofs (0,0012 für 100°), die Elasticitätsmodul verhalten sich annähernd wie die üblichen Druckbeanspruchungen. Diese Umstände sind den Monierconstructionen günstig, zumal der Beton dem Eisen völligen Schutz vor dem Rosten gewährt.

Sechster Abschnitt.

Brückengewölbe mit drei Gelenken.

Um zu verhüten, dass die Stützlinie des Gewölbes beim Ausrüsten durch Nachgeben der Widerlager, durch Wärmeänderungen und aus anderen Ursachen sich erheblich aus der Gewölbemittellinie entfernt, führte zuerst Köpcke (1880) bei den sächsischen Staatsbahnen gewölbte Brücken mit zwei Kämpfergelenken und Scheitelgelenk aus. Zu dem nämlichen Zwecke wandte v. Leibbrand 1885 an den Kämpfern 20 mm dicke Bleiplatten von $^1/_3$ der Fugenbreite an.

Bei neueren Brücken (namentlich Betonbrücken) in Württemberg sind ferner gusseiserne und stählerne Gelenke, sowie endlich 1896 Granitgelenke zur Ausführung gelangt.*)

1. In theoretischer Beziehung stellen die Gelenkbrücken offenbar eine erhebliche Vereinfachung dar, insofern sie die statische Unbestimmtheit des Gewölbebogens beseitigen und daher die Elasticitätstheorie entbehrlich machen. Bei gegebener Gewölbeform und Last kann der Horizontalschub unmittelbar aus den statischen Gleichgewichtsbedingungen berechnet werden und damit sind auch die Pressungen in den einzelnen Querschnitten bekannt. Anderseits steht mit der Anordnung von Gelenken die im II. Abschnitte entwickelte Theorie der Form des Gewölbebogens und die Berechnung des Horizontalschubes in keinerlei Widerspruch, da die Gelenke eine Gewähr dafür bieten, dass die dort gemachte Voraussetzung: „die Gewölbemittellinie sei eine Stützlinie“ erfüllt ist.

Die Formeln für die Gleichung der Bogenlinie und für den Horizontalschub sind also unverändert gültig.

Dagegen sind offenbar die im III. und V. Abschnitt über die Stärke der Gewölbe enthaltenen Ergebnisse hier nicht ohne weiteres anwendbar. Denn der in Abb. 22 (Seite 48) dargestellte Verlauf der Stützlinie für einseitige Belastung, auf dem die Ermittlung der klein-

*) S. u. a. Zeitschr. f. Bauwesen 1896 S. 279, 1898 S. 187.

sten zulässigen Scheitelstärke beruht, ist bei drei Gelenken nicht möglich, da in den Kämpfern die Abweichung der Stützlinie von der Mittellinie gleich null sein muss. Auf Seite 45 und 46 ist indessen bereits der Weg für die Behandlung der Gelenkgewölbe angedeutet.

Wenn bei der Normalbelastung $\left(\text{Verkehrslast } \frac{p}{2}\right)$ die Mittellinie des Gewölbes zugleich die Stützlinie ist, so nimmt bei einseitiger Belastung (durch p) die Stützlinie eine Lage an, die im Scheitel und Kämpfer die Mittellinie schneidet; die gröfste Abweichung von der Mittellinie findet auf $^1/_4$ und $^3/_4$ der Spannweite l statt; die Gesamtverschiebungsweite beträgt dort, lothrecht gemessen, nach Seite 46

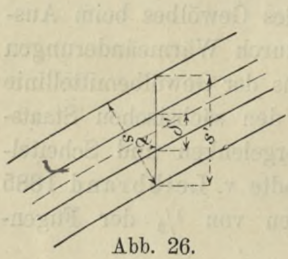


Abb. 26.

$$\delta' = 0{,}0313\,\frac{pl^2}{H}.$$

Wenn daher die Stützlinie jederzeit innerhalb der Kernlinien des Gewölbes verbleiben soll, so muss die lothrecht gemessene Gewölbestärke daselbst

$$(56)\quad \ldots\ldots \quad s' \geqq 3\delta' = 0{,}094\,\frac{pl^2}{H},$$

worin H für die Normalbelastung zu nehmen ist. Die normal zur Mittellinie gemessene Stärke s muss, wenn α den Neigungswinkel der Mittellinie gegen die Wagerechte bedeutet,

$$(57)\quad \ldots\ldots \quad s = s' \cos\alpha \geqq 0{,}094\,\frac{pl^2}{H}\cos\alpha.$$

Dem kleinsten zulässigen Werthe von s aus der Formel 57 entspricht die Kantenpressung $2q'$. Die Scheitelstärke c und die Kämpferstärke c_0 sind unabhängig von der Abweichung der Stützlinie von der Mittellinie bei einseitiger Belastung; es gelten also nur die Bedingungen (22)

$$c \gtreqless \frac{H}{q'},$$

$$c_0 \gtreqless \frac{\sqrt{H^2+G^2}}{q'} = c\,\frac{\sqrt{H^2+G^2}}{H},$$

worin G nach Formel 31 zu berechnen ist. Mit Rücksicht auf die durch die Reibung in den Gelenken auftretenden Nebenspannungen empfiehlt es sich, über die Formelwerthe von c und c_0 etwas hinauszugehen. Eine zweite Bedingung für c, entsprechend der Formel 37, lässt sich hier nicht aufstellen, ist auch nicht erforderlich.

Eine genaue Regel für die Form der Gewölbeleibungen kann also nicht angegeben werden. Es lässt sich aber leicht übersehen, dass bei dem Pendeln der Stützlinie zwischen den Gelenken mit wechselnder Verkehrslast, falls die Druckvertheilung im Gewölbe eine möglichst gleichmäfsige sein soll, die Gewölbestärke in der Mitte zwischen den Gelenken gröfser sein muss als an den Gelenkstellen. Wollte man etwa, wie bei den Gewölben ohne Gelenken, die Gewölbestärke vom Scheitel nach den Kämpfern hin, entsprechend dem allmählich zunehmenden Normaldrucke, wachsen lassen, um für die Normalbelastung in allen Theilen des Gewölbes gleiche Beanspruchung des Baustoffes zu erzielen, so würde bei einseitiger Belastung die Kantenpressung nach den Mitten der Gewölbeschenkel hin wachsen. Es empfiehlt sich daher, die Stärken c und c_0 beizubehalten, dagegen die Stärke der Gewölbeschenkel nach deren Mitte (entspr. $^1/_4 l$ und $^3/_4 l$) hin zunehmen zu lassen, womit der Gewölbeschenkel etwa die in Abb. 27 dargestellte Form erhält, die auch die bisherigen Ausführungen von Gelenkbrücken folgerichtig zeigen.

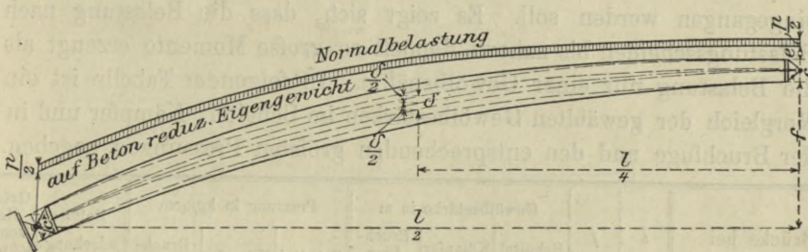


Abb. 27. (Donaubrücke bei Inzigkofen.)

Soll, zur möglichst gleichmäfsigen Druckvertheilung im Gewölbe, die Kantenpressung der Bruchfuge die Gröfse der Beanspruchung q im Scheitel und Kämpfer, entsprechend den gewählten Werthen von c und c_0, erreichen, so muss nach Formel 46 (S. 62)

$$\frac{H}{s' \cos^2 \alpha}\left(1 + \frac{6 \cdot {}^1/_2 \delta'}{s'}\right) = q,$$

woraus (58) $s^2 - \frac{H}{q \cos \alpha} s = \frac{3 H \delta'}{q} = 0{,}094 \frac{p l^2}{q}.$

Diese Gleichung ergiebt einen oberen Grenzwerth von s, den man keinesfalls überschreiten wird. Bei den Ausführungen findet sich die gröfste Schenkelstärke zwischen den Werthen der Gl. 57 und 58.

Zu beachten ist, dass bei Anwendung der angegebenen Form der Gewölbeschenkel die Voraussetzung des II. Abschnittes, dass das Gewölbe für die Normalbelastung ein Körper von gleicher Druckfestigkeit sei (vergl. Seite 12), nicht mehr zutrifft. Die Gleichung 15 (sowie 18) des inneren Gewölbebogens ist daher nur noch angenähert gültig, sie kann aber für den ersten Entwurf beibehalten werden, wenn eine genaue Prüfung und eine etwa erforderliche Verbesserung der angenommenen Gewölbeform und -stärke mittels des zeichnerischen Verfahrens hinterherfolgt. Am besten zeichne man zunächst das Gewölbe mit seiner Mittellinie, ohne Annahme von Gelenken. Bei $\frac{1}{4}l$ trage man alsdann von der Mittellinie den mittels Formel 57 oder 58 gewählten Werth von $\frac{1}{2}s$ nach beiden Seiten ab und ziehe dann unter thunlichster Annäherung an die aufgetragene Gewölbeform die für die Gelenke passenden Leibungsbögen. Namentlich bei flachen Gewölben ist die Abweichung beider Gewölbeformen eine so geringe, dass der weiteren Untersuchung das zuletzt verzeichnete Gewölbe zugrunde gelegt werden kann (s. Abb. 27 und 30).

Für die genaue zeichnerische Untersuchung kann das von Leibbrand angegebene Verfahren mittels Belastungsscheiden empfohlen werden, worauf unter Verweisung auf die Quelle*) hier nicht näher eingegangen werden soll. Es zeigt sich, dass die Belastung nach Belastungsscheiden bis nahezu doppelt so grofse Momente erzeugt als die Belastung nur einer Gewölbehälfte. In folgender Tabelle ist ein Vergleich der gewählten Gewölbestärken im Scheitel, Kämpfer und in der Bruchfuge und den entsprechenden gröfsten Pressungen gegeben.

Brücke bei	l	f	Gewölbestärke in m			Pressung in kg/qcm			Beton-mischung	Gröfster Horizontalschub H t/m
			Scheitel c	Kämpfer c_0	Bruchfuge s	Scheitel	Kämpfer	Bruchfuge		
Inzigkofen 1895 .	43	4,5	0,70	0,78	1,10	42,5	31,1	36,5 (1 Zug)	1:1,5:1,5 1:2,5:4,5	182
Coulouvrenière (Rhône) 1896	40	5,55	1,00	·	·	·	·	·	·	·
Munderkingen . .	50	5	1,00	1,10	·	·	·	38	·	341
Imnau 1896 . . .	30	3,0	0,45	0,50	0,80	·	·	34 (4 Zug)	1:2,5:5	·
Gemmrigheim . .	38	·	0,80	·	·	·	·	30	·	·
Ehingen**) (Mittelöffnung) 1898	21	2,2	0,70	0,90	0,85	15,6	13,1	23	1:2,5:5	·
Mühlheim(Neckar)	22	·	0,45	·	·	·	·	20	·	·
Neckarshausen . .	50	4,55	·	·	·	·	·	·	·	319
Mannheim Entwurf „Freie Bahn C" (Mittelöffnung) 1901	112	9,1	1,00	1,05	1,29	53,8	54,2	42,4	Klinkermauerwerk	471

*) S. Max Leibbrand, Die Donaubrücke bei Inzigkofen, Berlin 1896, Wilhelm Ernst u. Sohn.

**) S. Centralblatt d. Bauverwaltung 1901, S. 506. Bei den geringen Beanspruchungen der Scheitel- und Kämpferstellen und bei der geringen Verkehrslast

Gelenke. Die gusseisernen Gelenkbolzen können mit $k = 250$ kg/qcm Druck beansprucht werden. Die gusseisernen Gelenkstühle sind auf Biegung zu berechnen und mit höchstens 125 kg/qcm zu beanspruchen.

Abb. 28 stellt das Scheitelgelenk der Donaubrücke bei Inzigkofen dar. Das Kämpfergelenk ist genau ebenso ausgebildet. Um die Gelenke klein zu halten und des guten Aussehens halber ist das Gewölbe gegen die Gelenke abgefast, sodass sich der Querschnitt an den Berührungsflächen mit den Gelenken von 70 auf 60 cm am Scheitel und von 78 auf 68 cm am Kämpfer verringert.

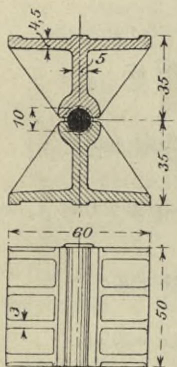


Abb. 28.

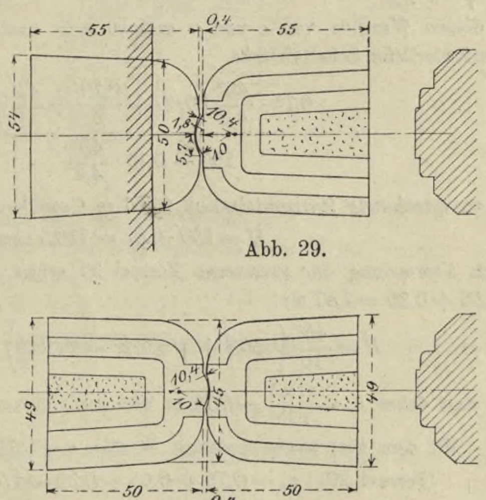


Abb. 29.

Granitgelenke, billiger als eiserne Gelenke, erhalten bei 1000 kg/qcm Druckfestigkeit des Granits Beanspruchungen bis zu 140 kg/qcm. Abb. 29 zeigt das Kämpfer- und das Scheitelgelenk der Eyach-Brücke bei Imnau.*) Die beiden Gelenkflächen sind um 2 mm discentrisch. Zwischen den Granitflächen liegt eine Walzweichbleiplatte, 100 mm breit, 250 mm lang, 3 mm dick. Um das Einpressen des Bleies in die Poren des Granits zu verhindern, ist die Bleiplatte zunächst in zwei 0,1 mm dicke Kupferplatten gelagert.

Einfache Bleiplatten als Gelenkstücke sind, wie schon früher, in neuester Zeit (1898) bei der Donaubrücke bei Ehingen angewendet.**)

---

ist eine Schwellung der Gewölbeschenkel in den Mitten der Schenkel nicht erforderlich und daher unterlassen.

*) S. Max Leibbrand, Betonbrücke mit Granitgelenken über die Eyach bei Imnau. Berlin 1898, Wilhelm Ernst u. Sohn.

**) S. Fufsnote Seite 78.

Die Bleiplatten sind 20 mm stark, 150 mm hoch und erfahren Beanspruchungen von 73 bis 83 kg/qcm. Die Druckstücke bestehen aus Granit.

Beispiel 18. Eine Eisenbahnbrücke von $l = 40$ m Spannweite (i. l.) und $f = 4{,}2$ m Pfeilhöhe, aus Cementbeton von $\gamma = 2{,}3$ t/cbm Gewicht, soll als Gelenkbrücke construirt werden. Gröfste zulässige Normalpressung $q = 150$ cbm/qm, entsprechend $k = 35$ kg/qcm. Gröfsere Pressungen als $q_{max} = 180$ cbm/qm, entsprechend $k = 42$ kg/qcm, sollen in keinem Falle der Belastung vorkommen.

Der einfachen Rechnung halber werde eine wagerecht abgeglichene Belastungsfläche angenommen. Die kleinste Belastungshöhe im Scheitel beträgt nach S. 58 $e = \frac{1{,}5}{\gamma} = \frac{1{,}5}{2{,}3} = 0{,}65$ m; die Verkehrslast wird nach S. 61 zu $p = 0{,}70$ m gewählt. Mit diesen Werthen von e und p ergiebt sich nach Formel 35 näherungsweise die erforderliche Scheitelstärke

$$c = \frac{0{,}15 \cdot \frac{40^2}{4{,}2}\left(0{,}65 + \frac{0{,}70}{2} + \frac{4{,}2}{10}\right)}{150 - 0{,}15 \cdot \frac{40^2}{4{,}2}} = 0{,}87 \text{ m}.$$

Der entsprechende Horizontalschub für 1 m Gewölbetiefe würde sein

$$H = 150 \cdot 0{,}87 = 130{,}5 \text{ cbm}.$$

Durch Anwendung der genaueren Formel 20 erhält man dagegen (mit $z_0 = 0{,}87 + 0{,}65 + 0{,}35 = 1{,}87$ m)

$$H = \frac{40^2}{16}\left(0{,}578 + \sqrt{0{,}578^2 + 0{,}0325}\right) = 118{,}3 \text{ cbm};$$

man darf daher $c = \frac{118{,}3}{150} = 0{,}79$ m und noch etwas kleiner wählen.

Mit dem hier angenommenen Werthe $c = 0{,}75$ m wird

(Formel 25) $z_0 = 0{,}75 + 0{,}65 + 0{,}35 = 1{,}75$ m,

(Formel 20) $H = \frac{40^2}{16}\left(0{,}548 + \sqrt{0{,}548^2 + 0{,}0244}\right) = 111{,}7$ cbm,

also $q' = \frac{111{,}7}{0{,}75} = 149$ cbm/qm,

was noch zulässig ist. (Für wirkliche Ausführungen empfiehlt sich gemäfs S. 76 c etwas gröfser, etwa 0,80 bis 0,85 m, zu wählen.)

Zur Verzeichnung der Bogenlinie des Gewölbes ohne Gelenke hat man

(Formel 21) $m = \frac{8 \cdot 111{,}7 \cdot 1{,}75}{111{,}7 + 8 \cdot 0{,}75 \cdot 1{,}75} = 12{,}8$ m,

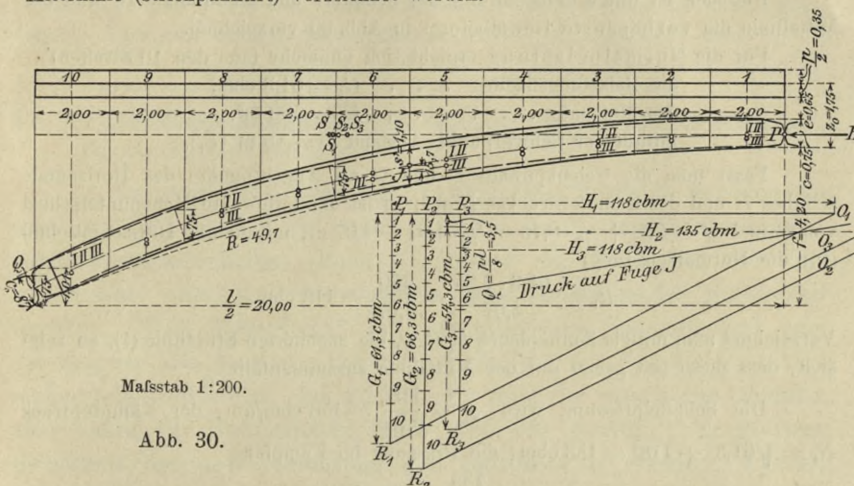
(Formel 18) $y = \frac{12{,}8x^2}{\frac{40^2}{4}\,\frac{4{,}2 + 12{,}8}{4{,}2} - x^2} = \frac{12{,}8x^2}{1619 - x^2}$,

(Formel 27) $w = \frac{x}{2} - \frac{2 \cdot 4{,}2x^3}{40^2 \cdot (4{,}2 + 12{,}8)} = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{3238}$,

und es wird

für $x =$	4	8	12	16	20 m
$y =$	0,127	0,53	1,25	2,40	4,20 „
$w =$	1,98	3,84	5,46	6,73	7,52 „

Mit diesen Werthen ist in Abb. 30 zunächst die Bogenlinie (punktirt) aufgetragen und nach S. 40 (Abb. 20) die äuſsere Bogenleibung (punktirt) und sodann die Mittellinie (strichpunktirt) verzeichnet worden.



Maſsstab 1:200.

Abb. 30.

Die Kämpferfuge ergiebt sich aus der Zeichnung $c_0 = 0{,}87$ m.

Der Krümmungshalbmesser der Bogenlinie im Scheitel ist

$$\text{(Formel 17)} \quad r = \frac{40^2}{8}\left(\frac{1}{4{,}2} + \frac{1}{12{,}8}\right) = 63{,}2 \text{ m}.$$

Der durch Scheitel und Kämpfer gelegte Kreisbogen hat nach Formel 29 den Halbmesser

$$R = \frac{40^2}{8 \cdot 4{,}2} + \frac{4{,}2}{2} = 49{,}7 \text{ m};$$

der in Abb. 30 schwach punktirte Kreisbogen lässt deutlich die Abweichung von der Bogenlinie erkennen.

Die (halbe) Belastungsfläche ist angenähert nach Formel 31

$$G = \frac{40}{2}\left[1{,}75 + \frac{4{,}2}{17{,}0}\left(\frac{12{,}8}{3} + \frac{4{,}2}{5}\right)\right] = 60{,}2 \text{ cbm},$$

das Moment, bezogen auf den Kämpfer, nach Formel 32

$$M = \frac{40^2}{8}\left[1{,}75 + \frac{4{,}2}{17{,}0}\left(\frac{12{,}8}{6} + \frac{4{,}2}{15}\right)\right] = 470 \text{ m}^4,$$

also der Schwerpunkt-Abstand vom Kämpfer $= \frac{470}{60{,}2} = 7{,}80$ m.

Durch Zerlegung der Belastungsfläche in 10 lothrechte Streifen erhält man in einfacher Weise genauer $G = 59{,}5$ cbm, $M = 465{,}3$ m^4.

Schwerpunkt-Abstand $= 7{,}82$ m (S).

Die Formeln 31 und 32 sind mithin ausreichend genau.

Bei Anwendung von G e l e n k e n ist für einseitige Belastung des Gewölbes die gröſste lothrechte Ausweichung der Stützlinie gegen die Mittellinie (bei $^1/_4\, l$)

$$\frac{\delta'}{2} = 0{,}0157 \cdot \frac{0{,}70 \cdot 40^2}{111{,}7} = 0{,}157 \text{ m}.$$

Die lothrechte Fugenlänge bei J (Abb. 30) muss daher nach Formel 56 m i n d e s t e n s $s' = 6 \cdot 0{,}157 = 0{,}94$ m sein; als oberen Grenzwerth liefert Formel 58 mit den vorstehenden (vorläufigen) Werthen von H, q, δ' und mit $\cos \alpha \backsim 1$ $s' \backsim s = 1{,}29$ m; gewählt wird $s' = 1{,}10$ m.

Hiernach ist unter Beibehaltung der Scheitel- und Kämpferstärke und der Mittellinie die verbesserte Gewölbeform in Abb. 30 verzeichnet.

Für die Normalbelastung ergiebt sich nunmehr (aus den 10 Streifen)

die Belastungsfläche . . . $G_1 = 61{,}3$ cbm,
das Moment . . . . . . $M_1 = 480$ m⁴,
mithin der Schwerpunkt-Abstand $= 7{,}85$ m (S_1).

Fasst man die Gelenkpunkte P und Q als Angriffpunkte des Horizontalschubes H und des Kämpferdruckes N auf, so ist der lothrechte Höhenunterschied von P und $Q = 4{,}20 + \frac{1}{2} \cdot 0{,}75 - \frac{1}{2} \cdot 1{,}01 = 4{,}07$ m, mithin der Horizontalschub (für die Normalbelastung)

$$H_1 = \frac{61{,}3 \cdot 7{,}85}{4{,}07} = \frac{480}{4{,}07} = 118 \text{ cbm}.$$

Verzeichnet man mittels Kräfteplanes $P_1 R_1 O_1$ die zugehörige Stützlinie (I), so zeigt sich, dass diese fast genau mit der Mittellinie zusammenfällt.

Die Scheitelpressung wird $q_1 = \frac{118}{0{,}75} = 158$ cbm/qm, der Kämpferdruck $N_1 = \sqrt{61{,}3^2 + 118^2} = 133$ cbm, die Pressung im Kämpfer

$$q'_1 = \frac{133}{0{,}87} = 152 \text{ cbm/qm}.$$

Für volle Belastung des Gewölbes wird

die Belastungsfläche . $G_2 = 61{,}3 + 0{,}35 \cdot 20 = 68{,}3$ cbm,
das Moment . . . . $M_2 = 61{,}3 \cdot 7{,}85 + 7{,}0 \cdot 10 = 550$ m⁴,
der Schwerpunkt-Abstand $= 8{,}06$ m (S_2).

Horizontalschub für volle Belastung $H_2 = \frac{550}{4{,}07} = 135$ cbm,

Kämpferdruck . . . . $N_2 = \sqrt{68{,}3^2 + 135^2} = 151$ cbm.

Die Verzeichnung der Stützlinie (II) mittels des Kräfteplanes $P_2 R_2 O_2$ zeigt, dass auch für diesen Belastungsfall die Stützlinie mit der Mittellinie fast genau zusammenfällt.

Scheitelpressung $q_2 = \frac{135}{0{,}75} = 180$ cbm/qm,

Kämpferpressung $q'_2 = \frac{151}{0{,}87} = 174$ cbm/qm.

Für den unbelasteten Bogen wird

die Belastungsfläche . $G_3 = 61{,}3 - 0{,}35 \cdot 20 = 54{,}3$ cbm,
das Moment . . . . $M_3 = 480 - 70 = 410$ m⁴,
der Schwerpunkt-Abstand $= 8{,}30$ m (S_3).

Horizontalschub und Kämpferdruck sind ohne Interesse.

Für einseitige Belastung kommt (für die unbelastete Hälfte) zu den Lasten die im Scheitel P lothrecht abwärts wirkende Querkraft $Q = \frac{1}{8} p l = \frac{1}{8} \cdot 0{,}70 \cdot 40 = 3{,}5$ cbm (S. 46). Verzeichnet man mit den lothrechten Kräften und dem Horizontalschube $H_1 = 118$ cbm den Kräfteplan $P_3 R_3 O_3$ und die zugehörige Stützlinie (III), so erkennt man, dass deren gröfste Ausweichung von der Mittellinie in J nahezu die berechnete Gröfse 15,7 cm (genauer $= 0{,}0157 \cdot \frac{0{,}70 \cdot 40^2}{118} = 15{,}0$ cm) hat.

Druck in Fuge $J = \sqrt{20{,}86^2 + 118^2} = 120$ cbm, daher bei 1,08 m Fugenlänge (normal gemessen) die gröfste Pressung

$$q_{\max} = \frac{120}{1,08}\left(1 + \frac{6 \cdot 15,0}{110}\right) = 111 \cdot 1,82 = 202 \text{ cbm/qm}.$$

(Wenn $q_{\max}$ den Werth 180 nicht überschreiten soll, so muss die Gewölbeform derartig abgeändert werden, dass s' etwa = 1,20 m. Es wird dann etwa

$$q_{\max} = \frac{120}{1,18}\left(1 + \frac{6 \cdot 15,0}{120}\right) = 179 \text{ cbm/qm}.$$

Von der nochmaligen Durchführung der Rechnung wird hier Abstand genommen.)

Berechnung der Gelenke s. Seite 79.

2. Die Ansichten über die praktischen Vortheile der Gelenke sind zur Zeit noch nicht recht geklärt. Auch im Handbuche der Ingenieurwissenschaften (Band II) äufsern die Bearbeiter der verschiedenen Abschnitte voneinander sehr abweichende Meinungen darüber. Nach Mehrtens*) ist namentlich das Scheitelgelenk eine der Eigenart des massiven Bogens fremde und mit ihr nicht zu vereinbarende Anordnung, eine Ansicht, die wohl für gusseiserne Gelenke, aber kaum für Steingelenke (nach Abb. 29) zutrifft. Um gröfsere Sicherheit bei der Ausführung der Gewölbe zu erzielen, würden vollkommene Gelenke nicht nothwendig sein; da aber die ausgeführten Gelenke nicht reibungsfrei, sondern mehr oder minder steif sind, auch eine Trennung des Mauerkörpers über dem Gelenke praktisch nicht durchführbar ist, so würden die thatsächlich ausgeführten Anordnungen der Gelenke wenigstens nicht viel schaden. Nur bei der Ausführung der Wölbarbeit erscheinen nach dieser Ansicht gelenkartige Constructionen (in Form von offenen Fugen, von Lücken) von Nutzen; vor dem Ausrüsten seien indessen alle Gelenkstellen zu schliefsen, was besonders bei Beton leicht ausführbar ist.

Dieser ungünstigen Beurtheilung der Gelenk-Constructionen steht entgegen eine Anzahl von Meinungsäufserungen, die im Gegentheil die Gelenke als einen erheblichen Fortschritt des Gewölbebrückenbaues begrüfsen.

Offenbar ist wegen der statischen Bestimmtheit der Gelenkbögen die Ermittlung des Schubes und der Stützlinie, deren Lage von Zufälligkeiten bei der Ausführung hier unabhängig ist, sowie der Pressungen des Baustoffes eine sicherere als bei gewöhnlichen Gewölben. Dass damit oft eine wesentliche Ersparniss an Baustoff verbunden sein kann, liegt auf der Hand.**) Vor allem aber machen die Gelenke von den Wirkungen der veränderlichen Luftwärme nahezu

*) S. Handbuch der Ing.-Wissenschaften II. Bd., S. 307.

**) In Abb. 30 ist der infolge der Anwendung von Gelenken nothwendige Mehraufwand an Gewölbebaustoff nur ein scheinbarer, die Ersparniss wird erzielt durch die hierbei zulässige Wahl höherer Pressungen.

unabhängig, die namentlich für flache Gewölbe sehr bedeutend sind. Bei ungünstigen Bodenverhältnissen werden Gelenke häufig erst die Anwendung gewölbter Brücken ermöglichen. Die bisher ausgeführten Gelenkbrücken zeigen nach den vorliegenden Veröffentlichungen keinerlei Anstände; unangenehm und unter Umständen nicht ohne Bedenken ist nur die starke Senkung des Scheitels dieser Brücken nach dem Ausrüsten.*)

Welch neue und bedeutende Aussichten dem Bau der Steinbrücken, zum Theil durch die Einführung der Gelenke, anscheinend eröffnet sind, beweist der Entwurf einer gewölbten Strafsenbrücke über den Neckar bei Mannheim, den die Maschinenfabriken Augsburg und Nürnberg zu einem Wettbewerbe einreichten und der die besondere Anerkennung des Preisgerichtes erhielt**). Hier tritt zum erstenmal eine Steinbrücke in Wettbewerb mit Eisenconstructionen. Während bisher in Europa gewölbte Brücken über 50 m Spannweite nur selten ausgeführt sind***), hat die Mittelöffnung dieses ausdrücklich als ausführbar bezeichneten Bauwerkes 112 m Spannweite bei 9,1 m Pfeilhöhe, jede der beiden Seitenöffnungen 59 m bei 5,85 m Pfeilhöhe; als Baustoff war Klinkermauerwerk von 420 kg/qcm Druckfestigkeit, in den Stirnen Neckarsandstein von 650 kg/qcm Druckfestigkeit in Aussicht genommen. Ueber das Weitere sei auf Seite 78 und die Quelle verwiesen.

---

*) S. hierüber u. a. die in der Fufsnote *) auf Seite 78 angegebene Quelle.

**) S. Centralblatt d. Bauverw. 1901, S. 335.

***) Eine zur Zeit noch im Bau begriffene steinerne Strafsenbrücke (ohne Gelenke) bei Luxemburg, entworfen von Séjourné in Paris, hat 72 m lichte Weite der Mittelöffnung, bei 16,20 m Pfeilhöhe; die lichte Weite, gemessen in Höhe der Fundamentsohle, beträgt 84,65 m, die lichte Höhe zwischen Scheitel und Fundamentsohle 31 m. (Vgl. Bulletin Mensuel de l'Ass. d. Ing. luxembourgeois 1901 Nr. 5, auch Génie Civil 1902, S. 185.) Diese Brücke wird nach ihrer Vollendung das weitestgespannte Gewölbe aufweisen.

Siebenter Abschnitt.

Pfeiler und Widerlager.

Die Pfeiler und Widerlager haben den Druck des Gewölbes auf die Fundamente zu übertragen und sind in gewissem Sinne als Fortsetzungen des Gewölbes anzusehen, können demgemäfs auch nur im Zusammenhange mit diesem construirt und berechnet werden. Ueber ihre zweckmäfsigste Form und Anordnung lassen sich allgemeine Regeln nicht aufstellen, die Construction und Berechnung ist in ähnlicher Weise wie bei Futtermauern auszuführen, wobei das zeichnerische Verfahren zur Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte am bequemsten ist. Die mafsgebenden allgemeinen Gesichtspunkte sind bereits im ersten Abschnitte behandelt worden und es bleiben nur noch die in Betracht zu ziehenden äufseren Kräfte zu erörtern.

Die äufseren Kräfte sind hinsichtlich der Stützen des Gewölbes von dreierlei Art, nämlich die lothrecht wirkenden Lasten, die der Pfeiler zu tragen hat, der Gewölbeschub und der Erddruck. Die ersten lassen sich am leichtesten und genauesten feststellen und es ist darüber nichts besonderes zu bemerken. Der Erddruck ist nach Gröfse und Richtung ziemlich unsicher und auch der Gewölbeschub ist innerhalb gewisser Grenzen unbestimmt.

Der Erddruck ist als äufsere Kraft eigentlich schon bei den Gewölben vorhanden, durfte aber bei deren Untersuchung unberücksichtigt bleiben, weil er nur bei tunnelartigen Brücken von Einfluss auf die Form und Beanspruchung des Gewölbes ist. Er wirkt dem Gewölbeschube entgegen und man kommt mit um so schwächeren Widerlagern aus, je gröfser der Erddruck in Rechnung gestellt wird. Wie weit man hierin gehen darf, bleibt in jedem einzelnen Falle, je nach Lage der Verhältnisse, besonders zu erwägen. Bei tunnelartigen Bauausführungen in gewachsenem Boden wird es mitunter zulässig sein, sogar mit passivem Erddrucke zu rechnen, während in anderen Fällen das Widerlager stark genug sein muss, um den

Schub des unbelasteten Gewölbes ganz ohne Anrechnung des Erddruckes auszuhalten, entsprechend dem Zustande des Bauwerkes während der Ausführung, wenn das Widerlager noch nicht hinterfüllt ist.

Der Druck des Gewölbes auf die Widerlager ändert sich je nach der Druckvertheilung oder, was auf dasselbe hinauskommt, je nach der Stützlinie in dem Gewölbe. Durch drei Punkte ist die Stützlinie ihrem ganzen Verlaufe nach bestimmt und damit auch der Druck auf die Widerlager. Wie man ihn durch Construction erhält, ist in dem ersten Abschnitte (Seite 8) gezeigt worden.

Gewöhnlich lässt man bei Aufsuchung der günstigsten oder ungünstigsten Stützlinie diese in der Scheitelfuge und in den durch die Kämpferpunkte gelegten lothrechten Schnittlinien durch bestimmte Punkte gehen. Bezeichnet man diese Punkte als Scheitelpunkt und als Kämpferpunkte der Stützlinie, so haben die verschiedenen Stützlinien desselben Gewölbes alle die gleiche Spannweite l, während die Pfeilhöhen sich mit den genannten drei Durchgangspunkten ändern. Es sei

h die Pfeilhöhe derjenigen Stützlinie, die mit der Mittellinie des Gewölbes zusammenfällt, und

H der Horizontalschub dieser Stützlinie bei der Normalbelastung, ferner

h' die Pfeilhöhe und H' der Horizontalschub einer beliebigen anderen Stützlinie bei der Normalbelastung.

Die verschiedenen abweichenden Belastungszustände sollen durch die Zeichen

(v) für volle Verkehrsbelastung,

(u) „ das Gewölbe ohne Verkehrsbelastung,

(e) „ einseitige Verkehrsbelastung

gekennzeichnet werden.

Für den Normalbelastungsfall gilt die Beziehung

$$H'h' = Hh \quad \text{oder} \quad H' = H\frac{h}{h'}.$$

Ebenso ist

$$H'_{(v)} = H_{(v)}\frac{h}{h'} \quad \text{und} \quad H'_{(u)} = H_{(u)}\frac{h}{h'}.$$

Ferner ergiebt sich aus Abb. 31:

$$H'_{(v)} \cdot h' = Hh + \frac{p}{2}\,\frac{l^2}{8} \quad \text{und}$$

$$H'_{(u)} \cdot h' = Hh - \frac{p}{2}\,\frac{l^2}{8}$$

und man erhält daraus

$$(59) \quad \ldots \quad \begin{cases} H'_{(v)} = \dfrac{h}{h'}\left(H + \dfrac{pl^2}{16h}\right), \\ H'_{(u)} = \dfrac{h}{h'}\left(H - \dfrac{pl^2}{16h}\right). \end{cases}$$

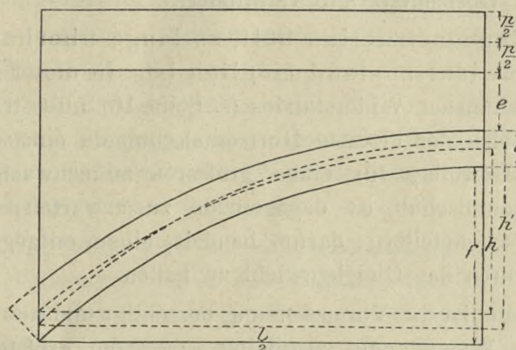


Abb. 31.

Die Pfeilhöhe h' kann gröfser oder kleiner als h werden und man erhält den kleinsten Schub des Gewölbes auf seine Widerlager, wenn h' so grofs als zulässig, dagegen den gröfsten Schub, wenn h' so klein als zulässig gemacht wird.

In den durch die Kämpferpunkte und den Scheitel gelegten lothrechten Schnittlinien dürfen die Durchgangspunkte der Stützlinien, sofern diese innerhalb der Kernlinien verbleiben sollen, höchstens um $^1/_6$ der ganzen Gewölbeschnittlängen abweichen. Die Länge der lothrechten Kämpferschnittlinie beträgt aber nach Seite 36

$$c\left[1 + \left(\frac{G}{H}\right)^2\right].$$

Demnach ist

$$(60) \quad \ldots \quad \begin{cases} h'_{\max} = h + \dfrac{c}{6}\left[2 + \left(\dfrac{G}{H}\right)^2\right] \\ \quad \text{und} \\ h'_{\min} = h - \dfrac{c}{6}\left[2 + \left(\dfrac{G}{H}\right)^2\right], \end{cases}$$

während für h die Formel 34 anwendbar ist.

Es wird nicht nöthig sein, die analytische Untersuchung noch weiter auszudehnen, da der zeichnerische und constructive Weg leichter und übersichtlicher ist. Zulässig sind natürlich nur solche Durchgangspunkte der Stützlinie, bei denen im Gewölbe keine unzulässigen Beanspruchungen eintreten, weshalb man bei grofser Normalpressung sich in der Nähe der Mittellinie halten muss. Immerhin bleibt bei richtiger Bogenform des Gewölbes ein nicht unerheblicher Spielraum vorhanden, was insbesondere zu Gunsten der Standfestigkeit der Zwischenpfeiler benutzt werden kann, indem man durch passende Verschiebung der Durchgangspunkte den Unterschied der beiderseitigen Horizontalkräfte vermindert.

Jede Bauconstruction hält, so lange überhaupt irgend ein Gleichgewichtszustand möglich ist. In dieser Form ist das Princip des kleinsten Widerstandes (s. Seite 10) unbestritten. Demzufolge wird sich der kleinste Horizontalschub da einstellen, wo die Stützen des Gewölbes für einen gröfseren zu schwach sind. Der gröfste Horizontalschub ist dagegen da zu erwarten, wo es sich, z. B. bei Zwischenpfeilern, darum handelt, einem entgegenwirkenden gröfseren Schube das Gleichgewicht zu halten.

Anderseits ist die Voraussetzung berechtigt und aus dem Princip des kleinsten Widerstandes abzuleiten, dass der gröfste Horizontalschub sich niemals in solchen Fällen einstellt, wo die Standfestigkeit dadurch vermindert werden würde. Bei der Berechnung der Pfeiler und Widerlager hat man darum zwar die ungünstigsten Belastungsfälle zu untersuchen, darf aber in jedem einzelnen Belastungsfalle die Stützlinie so wählen, dass sich das Gleichgewicht des ganzen Bauwerkes am günstigsten gestaltet. (Vergl. hierzu jedoch S. 89.)

Durch die angeführten Gesichtspunkte dürfte der Gang der Untersuchungen hinreichend erläutert sein. Letztere werden dadurch erleichtert, dass die Abweichungen der Stützlinien aus der Mittellinie in dem richtig geformten Gewölbe bei jeder Lage der Durchgangspunkte stetig und leicht erkennbar ab- oder zunehmen, sodass sich die zulässigen Grenzwerthe der Pfeilhöhen h' aus der Zeichnung auch ohne Construction der zugehörigen Stützlinien ziemlich gut auffinden lassen.

Bei gröfster einseitiger Belastung ist der Horizontalschub ebenso grofs wie bei der Normalbelastung, also

$$H_{(e)} = H,$$

und die Durchgangspunkte der Stützlinie sind an engere Grenzen gebunden als bei symmetrischer Belastung. Wird die unsymmetrische Stützlinie nach der im dritten Abschnitte gegebenen Regel construirt, so geht sie im Scheitel durch die Mitte des Gewölbes und liegt in den Kämpferlothrechten auf der belasteten Seite um

$$\tfrac{1}{2}\delta'' = 0{,}0125\,\frac{pl^2}{H}$$

unter, auf der unbelasteten Seite um die gleiche Strecke über der Mittellinie. Kleine Abänderungen dieser Punkte sind nur da statthaft, wo die Gewölbestärke gröfser gewählt ist, als die Rücksicht auf einseitige Belastung erfordert.

Bei den Untersuchungen über die Standfestigkeit der Gewölbe und Pfeiler empfiehlt es sich, auch die in Wirklichkeit eintretenden, die Lage der Stützlinie beeinflussenden Bewegungen mit in den Bereich der Betrachtungen zu ziehen, insbesondere die unvermeidlichen elastischen Bewegungen der Gewölbe und Pfeiler, sowie die Bewegungen und Störungen, die namentlich durch Senkungen und Formänderungen während des Wölbens und Ausrüstens, durch Wärmeschwankungen usw. eintreten.

Hohe Endpfeiler sind auf ihre Sicherheit gegen Umkippen zu prüfen. Die Pfeilerstärke ist so zu bemessen, dass sowohl der Schub des unbelasteten Gewölbes unter Vernachlässigung des Erddrucks, als auch letzterer ohne Gegenwirkung des Gewölbeschubes aufgenommen werden kann.

Flachgespannte Gewölbe müssen auf Sicherheit gegen Gleiten geprüft werden. Da die Druckrichtung höchstens um den Reibungswinkel (22°) von der Normalen zur Lagerfuge abweichen darf, so werden oft geneigte Lagerfugen nothwendig, sodass alsdann die Widerlager als Fortsetzungen des Gewölbes erscheinen (Brücken mit verlorenen Widerlagern).

Bei der Untersuchung des Widerlagers sind etwaige todte Theile, d. h. solche unterhalb der Stützlinie gelegene Mauerwerkkörper, auf die der Gewölbedruck sich nicht überträgt, auszuscheiden. Da sie gleichsam an der Stützlinie hängen, auf die Zugfestigkeit des Mauerwerks aber nicht sicher zu rechnen ist, so kann der Zusammenhang mit dem Kern des Widerlagers leicht verloren gehen.

Zwischenpfeiler sind aufser auf Kippen auch auf die Beanspruchung des Mauerwerks und Baugrundes zu prüfen; die Mittelkraft aller Kräfte soll innerhalb des mittleren Drittels der Pfeilerstärke verbleiben.

Es empfiehlt sich übrigens, die Zwischenpfeiler nicht zu kühn zu construiren und darum die Untersuchung ihrer Standsicherheit nicht auf die übliche Annahme von Seite 88 zu beschränken, dass die Stützlinie der Gewölbe für die Pfeiler am günstigsten verlaufe, sondern sie so stark zu machen, dass sie auch ausreichende Sicherheit bei einer solchen Druckvertheilung bieten, die für die Beanspruchung der Gewölbe am vortheilhaftesten ist.

Man lässt daher für die Zwischenpfeiler besser die Stützlinie der Gewölbe im Scheitel und Kämpfer durch die Gewölbemitte gehen und berechne hiernach die Horizontalschübe. Die ungünstigste Beanspruchung des Zwischenpfeilers tritt ein, wenn das eine Gewölbe (und zwar bei gleichen Kämpferhöhen das am stärksten schiebende) belastet, das andere unbelastet ist.

Hohe Zwischenpfeiler sind auch auf Winddruck zu untersuchen, der mit 250 kg für 1 qm der Angriffsfläche des Bauwerkes anzunehmen ist. Nach dem Verlaufe der Stützlinie aus Eigengewicht und Winddruck ist der Anlauf zu bemessen, den die Pfeiler in ihrer Längsrichtung erhalten müssen.

Achter Abschnitt.

Gewölbetafeln.

Tafel 1.

Tabellarische Zusammenstellung zur Berechnung des Gewölbebogens.

	$u = \frac{x}{\sqrt{H}}$ nach der Formel 8 (S. 15) $u = \frac{\varepsilon}{\sqrt{2}} \int_0^v \frac{dv}{\sqrt{(1+\varepsilon)(e^{\varepsilon v}-1)-\varepsilon v}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(1+\varepsilon)(e^{\varepsilon v}-1)-\varepsilon v}$						Die vereinfachte Formel 9 (S. 16) $u = \sqrt{\frac{2(1-\varepsilon)v}{1+(^1/_8+\varepsilon)v}}$ ist zu grofs (+) oder zu klein (−)					
$v = \frac{y}{z_0}$	für $\varepsilon = \frac{z_0}{q} =$						für $\varepsilon = \frac{z_0}{q} =$					
	0	0,03	0,06	0,09	0,12	0,15	0	0,03	0,06	0,09	0,12	0,15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,1	0,44	0,44	0,43	0,42	0,42	0,41	0	0	0	0	0	0
0,2	0,62	0,61	0,60	0,59	0,58	0,57	0	0	0	0	0	0
0,3	0,76	0,74	0,73	0,72	0,70	0,69	0	0	0	0	0	0
0,4	0,87	0,85	0,84	0,82	0,80	0,79	0	0	0	0	0	0
0,5	0,96	0,94	0,93	0,91	0,89	0,87	+ 0,01	0	0	0	0	0
0,6	1,05	1,03	1,01	0,99	0,97	0,94	+ 0,01	0	0	0	0	0
0,7	1,12	1,10	1,08	1,06	1,03	1,01	+ 0,01	0	0	0	0	— 0,01
0,8	1,19	1,17	1,14	1,12	1,09	1,07	+ 0,01	+ 0,01	0	0	0	— 0,01
0,9	1,26	1,23	1,20	1,18	1,15	1,12	+ 0,01	+ 0,01	0	0	— 0,01	— 0,01
1,0	1,32	1,29	1,26	1,23	1,20	1,17	+ 0,01	+ 0,01	0	— 0,01	— 0,01	— 0,01
1,2	1,43	1,39	1,36	1,32	1,29	1,26	+ 0,02	+ 0,01	0	— 0,01	— 0,01	— 0,02
1,4	1,52	1,48	1,45	1,41	1,37	1,33	+ 0,02	+ 0,01	0	— 0,01	— 0,01	— 0,02
1,6	1,61	1,57	1,52	1,48	1,44	1,39	+ 0,02	+ 0,01	0	— 0,01	— 0,02	— 0,02
1,8	1,69	1,64	1,60	1,55	1,50	1,45	+ 0,02	+ 0,01	0	— 0,01	— 0,02	— 0,02
2,0	1,76	1,71	1,66	1,61	1,56	1,50	+ 0,03	+ 0,01	0	— 0,01	— 0,02	— 0,02
2,5	1,92	1,86	1,80	1,74	1,67	1,61	+ 0,03	± 0	— 0,01	— 0,02	— 0,02	— 0,02
3,0	2,06	1,99	1,92	1,84	1,77	1,69	+ 0,03	0	— 0,02	— 0,02	— 0,03	— 0,02
3,5	2,18	2,10	2,02	1,93	1,84	1,75	+ 0,02	0	— 0,02	— 0,02	— 0,02	— 0,01
4,0	2,29	2,20	2,11	2,01	1,90	1,80	+ 0,02	— 0,01	— 0,03	— 0,03	— 0,02	∓ 0
4,5	2,39	2,29	2,18	2,07	1,95	1,83	+ 0,01	— 0,02	— 0,03	— 0,03	— 0,01	+ 0,02
5,0	2,48	2,36	2,25	2,12	1,99	1,85	± 0	— 0,03	— 0,04	— 0,03	∓ 0	+ 0,04
6,0	2,63	2,50	2,36	2,21	2,05	1,88	— 0,01	— 0,04	— 0,05	— 0,03	+ 0,02	+ 0,08
7,0	2,77	2,61	2,45	2,28	2,08	.	— 0,03	— 0,05	— 0,06	— 0,02	+ 0,05	.
8,0	2,89	2,71	2,52	2,32	2,10	.	— 0,06	— 0,08	— 0,06	∓ 0	+ 0,08	.
9,0	2,99	2,80	2,58	2,35	.	.	— 0,08	— 0,10	— 0,06	+ 0,01	.	.
10,0	3,09	2,87	2,63	2,37	.	.	— 0,11	— 0,11	— 0,06	+ 0,03	.	.

Erläuterung.

Die linke Hälfte der Tafel enthält für gegebene Werthe von $v = \frac{y}{z_0}$ und $\varepsilon = \frac{c z_0}{H} = \frac{z_0}{q} = \frac{c}{r+c}$ die genauen Werthe von $u = \frac{x}{\sqrt{H}}$ nach Formel 8. In der rechten Hälfte sind die Abweichungen der vereinfachten Formel 9 angegeben.

Die Coordinaten des Gewölbebogens sind für den Scheitel als Nullpunkt

$$y = z_0 v \text{ und } x = \sqrt{H} u.$$

Gegeben sei l und f, z_0 und ε. Dann giebt die Tafel für $v = \frac{f}{z_0}$ den Kämpferwerth

$$u' = \frac{\frac{1}{2} l}{\sqrt{H}}$$

und es ist

$$y = z_0 v \text{ und } x = \frac{l}{2u'} u.$$

Tafel 2.

Scheitelhalbmesser r des Gewölbebogens für gegebene Scheitelstärken c, Belastungshöhen z_0 und Normalpressungen q nach der Formel 23 (S. 20): $r = c\left(\frac{q}{z_0} - 1\right)$.

c	$z_0 - c$	q (in cbm/qm) =										
m	m	20	25	30	40	50	60	70	80	90	100	120
0,10	0,50	3,2	4,0	4,9	6,6	8,2	9,9	11,6	13,3	14,9	16,6	19,9
	1,00	1,7	2,2	2,6	3,5	4,4	5,4	6,3	7,2	8,1	9,0	10,8
	1,50	1,2	1,5	1,8	2,4	3,0	3,6	4,3	4,9	5,5	6,2	7,4
	2,00	0,9	1,1	1,3	1,8	2,3	2,8	3,2	3,7	4,2	4,7	5,6
0,20	0,50	5,5	6,9	8,4	11,2	14,1	17,0	19,9	22,7	25,5	28,4	34,2
	1,00	3,1	4,0	4,8	6,5	8,1	9,8	11,5	13,1	14,8	16,4	19,8
	1,50	2,1	2,7	3.3	4,5	5,7	6,9	8,0	9,2	10,4	11,6	13,9
	2,00	1,6	2,1	2,5	3,4	4,4	5,3	6,2	7,1	8,0	8,9	10,7
0,30	0,50	7,2	9,1	10,9	14,7	18,4	22,2	25,9	29,7	33,5	37,2	44,7
	1,00	4,3	5,5	6,6	8,9	11,2	13,5	15,8	18,1	20,5	22,8	27,4
	1,50	3,0	3,9	4,7	6,4	8,0	9,7	11,4	13,0	14,7	16,4	19,7
	2,00	2,3	3,0	3,6	4,9	6,2	7,5	8,8	10,1	11,4	12,7	15,3
0,40	0,50	8 5	10,7	12,9	17,4	21,8	26,3	30,7	35,2	39,6	44,1	53,0
	1,00	5,3	6,8	8,2	11,0	13,9	16,7	19,6	22,4	25,3	28,2	33,9
	1,50	3,8	4,9	5,9	8,0	10,1	12,2	14,3	16,4	18,5	20,6	24,8
	2,00	2,9	3,8	4,6	6,3	7,9	9,6	11,3	12,9	14,6	16,3	19,6
0,50	0,50	9,5	12,0	14 5	19,5	24,5	29,5	34,5	39,5	44,5	49,5	59,5
	1,00	6,2	7,8	9,5	12,8	16,2	19,5	22,8	26,2	29,5	32,8	39,5
	1,50	4,5	5,8	7,0	9,5	12,0	14,5	17,0	19,5	22,0	24,5	29,5
	2,00	3,5	4,5	5,5	7,5	9,5	11,5	13,5	15,5	17,5	19,5	23,5
0,60	0,50	10,3	13,0	15,8	21,2	26,6	32,0	37,5	42,9	48,4	53,9	64,8
	1,00	6,9	8,8	10,6	14,4	18,1	21,9	25,6	29,4	33,1	36,9	44,4
	1,50	5,1	6,6	8,0	10,8	13,7	16,5	19,4	22,2	25,1	28,0	33,7
	2,00	4,0	5,2	6,3	8,6	10,9	13,2	15,5	17,9	20,2	22,5	27,1
0,70	0.50	11,0	13,9	16,8	22,6	28,4	34,3	40,1	46,0	51,8	57,6	69,3
	1,00	7,5	9,6	11,6	15,7	19,9	24,0	28,1	32,2	36,3	40,5	48,8
	1,50	5,7	7,3	8,8	10,4	15,2	18,4	21,6	24,7	27,9	31,1	37,5
	2,00	4,5	5,8	7,1	9,6	12,2	14,8	17,4	20,0	22,6	25,2	30,4
0,80	0,50	11,5	14,6	17,6	23,8	29,9	36,1	42,2	48,4	54,6	60,7	73,0
	1,00	8,1	10,3	12,5	17,0	21,4	25,9	30,3	34,8	39,2	43,7	52,6
	1,50	6,2	7.9	9,6	13,1	16,6	20,1	23,6	27,0	30,5	34,0	40,9
	2,00	4,9	6,4	7,8	10,6	13,5	16,4	19,2	22,1	24,9	27,8	33,5
0,90	0,50	12.0	15.2	18,4	24,8	31,2	37,7	44,1	50,6	57,0	63,4	76,2
	1,00	8,6	10,9	13,3	18,0	22,8	27,5	32,2	37,0	41,7	46,5	56,0
	1,50	6,6	8,5	10,3	14,1	17,8	21,6	25,3	29,1	32,9	36,6	44,1
	2,00	5,3	6,9	8,4	11,5	14,6	17,7	20,8	23,9	27,0	30,1	36,3
1,00	0.50	12,3	15,7	19,0	25,7	32,4	39,0	45,7	52,4	59,0	65,6	79,0
	1,00	9,0	11,5	14,0	19,0	24,0	29,0	34,0	39,0	44,0	49,0	59,0
	1,50	7,0	9,0	11,0	15,0	19,0	23,0	27,0	31,0	35,0	39,0	47,9
	2,00	5,7	7,3	9,0	12,3	15,7	19,0	22,4	25,7	29,0	32,3	39,0
1,20	0,50	12,9	16,5	20,0	27,0	34,1	41,2	48,3	55,3	62,3	69,4	83,6
	1,00	9,7	12.5	15,2	20,6	26,1	31,5	37,0	42,4	47,9	53,4	64,3
	1,50	7,7	9,9	12,1	16,6	21,0	25,5	29,9	34,4	38,8	43,3	52,3
	2,00	6,3	8,2	10,1	13,8	17,6	21,3	25,1	28,8	32,6	36,3	43,8
1,50	0,50	13,5	17,2	21,0	28,5	36,0	43,5	51,0	58,5	66,0	73,5	88,5
	1,00	10,5	13,5	16,5	22,5	28,5	34,5	40,5	46,5	52,5	58,5	70,5
	1,50	8,5	11,0	13,5	18,5	23,5	28,5	33,5	38,5	43,5	48,5	58,5
	2,00	7,1	9,2	11,4	15,7	19,9	24,2	28,5	32,8	37,1	41,4	50,0

Tafel 3.

Uebersicht der für einseitige Verkehrsbelastung erforderlichen Scheitelstärken c.

Berechnet für gegebene Spannweiten l, Verkehrsbelastungen p und Normalpressungen q nach der Formel 43 (S. 50):

$$c = \frac{l}{10}\sqrt{\frac{6\,p}{q}}.$$

(Erläuterung auf Seite 55.)

l	p = 1,20 m (Hauptbahnen)								p = 0,80 m (Nebenbahnen)								p = 0,40 m (Städt. Strafsen)								l
	q (in cbm/qm) =								q (in cbm/qm) =								q (in cbm/qm) =								
m	120	100	80	60	50	40	30	20	120	100	80	60	50	40	30	20	120	100	80	60	50	40	30	20	m
5	0,12	0,13	0,15	0,18	0,19	0,21	0,25	0,30	0,10	0,11	0,12	0,14	0,16	0,18	0,20	0,25	0,07	0,08	0,09	0,10	0,11	0,12	0,14	0,18	5
10	0,25	0,27	0,30	0,35	0,38	0,43	0,49	0,60	0,20	0,22	0,25	0,28	0,31	0,35	0,40	0,49	0,14	0,16	0,18	0,20	0,22	0,25	0,28	0,35	10
15	0,37	0,40	0,45	0,52	0,57	0,64	0,74	0,90	0,30	0,33	0,37	0,43	0,47	0,52	0,60	0,74	0,21	0,23	0,26	0,30	0,33	0,37	0,43	0,52	15
20	0,49	0,54	0,60	0,70	0,76	0,85	0,98	1,20	0,40	0,44	0,49	0,57	0,62	0,70	0,80	0,98	0,28	0,31	0,35	0,40	0,44	0,49	0,57	0,70	20
25	0,61	0,67	0,75	0,87	0,95	1,06	1,23	1,50	0,50	0,55	0,61	0,71	0,78	0,87	1,00	1,23	0,35	0,39	0,44	0,50	0,55	0,61	0,71	0,87	25
30	0,74	0,81	0,90	1,04	1,14	1,27	1,47	1,80	0,60	0,66	0,74	0,85	0,93	1,04	1,20	1,47	0,43	0,47	0,52	0,60	0,66	0,74	0,85	1,04	30
35	0,86	0,94	1,05	1,21	1,33	1,48	1,72	2,10	0,70	0,77	0,86	0,99	1,09	1,21	1,40	1,72	0,50	0,54	0,61	0,70	0,77	0,86	0,99	1,21	35
40	0,98	1,07	1,20	1,39	1,52	1,70	1,96	·	0,80	0,88	0,98	1,13	1,24	1,39	1,60	1,96	0,57	0,62	0,70	0,80	0,88	0,98	1,13	1,39	40
45	1,10	1,21	1,35	1,56	1,71	1,91	2,20	·	0,90	0,99	1,10	1,27	1,39	1,56	1,80	2,20	0,64	0,70	0,78	0,90	0,99	1,10	1,27	1,56	45
50	1,22	1,34	1,50	1,73	1,90	2,12	·	·	1,00	1,09	1,22	1,41	1,55	1,73	2,01	·	0,71	0,78	0,87	1,00	1,09	1,22	1,41	1,73	50
55	1,35	1,48	1,65	1,91	2,09	·	·	·	1,10	1,20	1,35	1,55	1,71	1,91	·	·	0,78	0,85	0,96	1,10	1,20	1,35	1,55	1,91	55
60	1,47	1,61	1,80	2,08	·	·	·	·	1,20	1,31	1,47	1,70	1,86	2,08	·	·	0,85	0,93	1,04	1,20	1,31	1,47	1,70	2,08	60
65	1,59	1,74	1,95	·	·	·	·	·	1,30	1,42	1,59	1,84	2,02	·	·	·	0,92	1,01	1,13	1,30	1,42	1,59	1,84	·	65
70	1,71	1,88	2,10	·	·	·	·	·	1,40	1,53	1,71	1,98	·	·	·	·	0,99	1,08	1,21	1,40	1,53	1,71	1,98	·	70
75	1,84	2,01	·	·	·	·	·	·	1,50	1,64	1,84	2,12	·	·	·	·	1,06	1,16	1,30	1,50	1,64	1,84	2,12	·	75

Tafel 4.

Zusammenstellung der Berechnung von 72 Brückengewölben mit der kleinsten für einseitige Verkehrsbelastung zulässigen Scheitelstärke.

(Erläuterung auf Seite 55.)

Spannweite	Pfeilverhältniss	Brücken für Hauptbahnen $e = 0{,}90$ $p = 1{,}20$ $z_0 = 1{,}50 + c$				Brücken für Nebenbahnen $e = 0{,}60$ $p = 0{,}80$ $z_0 = 1{,}00 + c$				Städtische Strafsenbrücken $e = 0{,}30$ $p = 0{,}40$ $z_0 = 0{,}50 + c$			
l	$f:l$	c	q	r	m	c	q	r	m	c	q	r	m
5	1/8	0,20	46,7	5,30	10,50	0,19	35,2	5,42	7,50	0,18	22,3	5,72	4,37
	1/5	0,29	23,2	3,47	8,85	0,25	19,3	3,60	6,60	0,22	13,5	3,90	4,05
	1/3	0,36	13,8	2,31	7,15	0,33	11,2	2,45	5,45	0,26	8,8	2,75	3,60
10	1/8	0,35	60,4	11,05	11,90	0,32	48,5	11,42	8,67	0,26	37,0	12,40	5,22
	1/5	0,48	32,6	7,43	10,65	0,42	27,8	7,80	8,07	0,32	23,2	8,70	5,10
	1/3	0,60	20,0	5,12	9,12	0,53	17,4	5,50	7,20	0,40	15,1	6,30	4,87
15	1/8	0,47	73,7	17,15	12,95	0,42	62,0	17,90	9,60	0,33	50,6	19,80	5,85
	1/5	0,63	41,6	11,67	12,10	0,55	36,5	12,40	9,25	0,41	32,2	14,10	5,92
	1/3	0,79	26,2	8,25	10,80	0,68	23,7	8,92	8,58	0,50	21,8	10,40	5,85
20	1/8	0,58	86,6	23.55	13,95	0,51	75,0	24,80	10,40	0,39	64,4	27,80	6,40
	1/5	0,75	51,0	16,25	13,30	0,65	45,7	17,35	10,25	0.49	41,4	20,00	6,65
	1/3	0,95	32,4	11,60	12,15	0,80	30,1	12,60	9,75	0,58	29,1	15,00	6,70
25	1/8	0,68	99,5	30,30	14,80	0,59	88,0	32,00	11,10	0,44	79,0	36,50	6,85
	1/5	0,88	59,2	21,00	14,40	0,74	55,0	22,65	11,10	0.54	52,0	26,50	7,20
	1/3	1,09	38,7	15,20	13,40	0,90	37,0	16,60	10,75	0,65	36,7	20,00	7,35
30	1/8	0,77	112,0	37,20	15,65	0,65	102,0	39,60	11,70	0,49	93,0	45,50	7,30
	1/5	0,98	68,6	26,10	15,40	0,82	64,6	28,30	11,90	0,59	63,0	33,50	7,68
	1/3	1,20	45,2	18,90	14,60	1,00	43,8	20,90	11,70	0,70	45,0	25,50	7,90
35	1/8	0,84	126,2	44,50	16,30	0,72	115,0	47,40	12,30	0,52	110,0	55,10	7,60
	1/5	1,07	77,5	31,20	16,30	0,90	73,6	34,00	12,60	0,63	74.5	40,90	8,05
	1/3	1,30	52,1	22,90	15,65	1,08	50,9	25,30	12,50	0.74	53,9	31,40	8,40
40	1/8	0,91	139,6	51,80	17,00	0,78	128,5	55,60	12,80	0,56	124,0	65,10	7,95
	1/5	1,15	87,5	36,80	17,05	0,96	84,0	40,10	13,20	0,67	86,1	48,70	8,45
	1/3	1,40	58,9	27,00	16,60	1,15	58,4	30,10	13,25	0,78	63,3	37,70	8,80

Anhang.

Die Herstellung der Gewölbe bei den Brückenbauten in Cöpenick.

In naher Wechselbeziehung zu der Berechnung der Brückengewölbe steht deren Ausführung einschliefslich der Einrüstung und Ausrüstung. Denn die Grundlagen der Berechnung werden unzutreffend, wenn bei der Ausführung Formveränderungen durch Verdrückungen der Lehrgerüste oder durch Senkungen beim Ausrüsten eintreten; anderseits entstehen solche Formveränderungen um so leichter, je unzweckmäfsiger die Bogenform und je stärker das Gewölbe gemacht wird.

Fortschritte im Bau gewölbter Brücken sind abhängig von der Vervollkommnung der Berechnung und der Ausführung, also von Theorie und Praxis. Dieser Leitfaden handelt aber nur vom Entwerfen und von der Berechnung der Gewölbe; wenn er sich auch auf die Ausführung erstrecken sollte, müsste er eine kritische Beschreibung zahlreicher Gewölbebauten enthalten, da Erfahrung nicht aus dem was erdacht, sondern aus dem was gemacht ist, geschöpft wird.

Indessen möge wenigstens ein Beispiel zum Schlusse mitgetheilt werden und es sei dazu die Beschreibung der Einrüstung und Ausführung der Gewölbe bei den Brückenbauten gewählt, die der Verfasser in den Jahren 1890 und 1891 in Cöpenick bei Berlin entworfen und ausgeführt und in der Zeitschrift für Bauwesen, Jahrgang 1892 S. 355 u. f., veröffentlicht hat. Diese Veröffentlichung werde hier auszugsweise wiedergegeben. Vorausgeschickt wird, dass die fraglichen beiden Brücken je drei gleiche Oeffnungen von 18 m Lichtweite und 3,40 m Pfeilhöhe haben und dass bei ihrer Ausführung Fortschritte in der Kunst des Wölbens sowohl hinsichtlich der Anordnung der Lehrgerüste als der Herstellung des Gewölbemauerwerks und der Ausrüstung mit gutem Erfolge angestrebt worden sind.

Zur Berechnung des Gewölbes sei bemerkt, dass für $l = 18$ m, $f = 3{,}40$ m, Constructionshöhe im Scheitel $c + e = 1{,}10$ m, $p = 0{,}40$ m, $\gamma = 1{,}6$ t/cbm, $k = 8$ kg/qcm sich ergiebt:

$$q = \frac{80}{1{,}6} = 50 \text{ cbm/qm},$$

$$z_0 = 1{,}10 + \frac{0{,}40}{2} = 1{,}30 \text{ m},$$

ferner mit den Formeln 44 (S. 56)

$$c \gtreqless \frac{\frac{1}{2} \cdot 0{,}40 \cdot 3{,}4}{1{,}30 + 0{,}15 \cdot 3{,}4} = 0{,}38 \text{ m},$$

$$c \lesseqgtr 0{,}14 \cdot \frac{18^2}{3{,}4 \cdot 50} \cdot (1{,}30 + 0{,}2 \cdot 3{,}4) = 0{,}53 \text{ m}.$$

Da wegen etwaiger Abweichungen von der richtigen Bogenform beim Ausrüsten der Gewölbe ein kleiner Zuschlag erwünscht ist, so wurde $c = 0{,}64$ m gewählt, sodass $e = 1{,}10 - 0{,}64 = 0{,}46$ m.

Formel 20 (S. 18) ergiebt $H = 22{,}8$ cbm,

Formel 21 (S. 18) $$m = \frac{8 \cdot 22{,}8 \cdot 1{,}30}{22{,}8 + 8 \cdot 0{,}64} = 8{,}05 \text{ m}.$$

Formel 18 (S. 18) liefert die Gleichung der Bogenlinie:

$$y = \frac{8{,}05\, x^2}{273 - x^2}.$$

Zur Aufzeichnung der Bogenlinie dient der Ausdruck für die Subtangente (Formel 26, S. 26)

$$w = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{2 \cdot 273} = 0{,}5x - 0{,}00183x^3.$$

Für		$x = 0$	3	6	9 m
	ist	$y = 0$	0,274	1,222	3,400 m
		$w = 0$	1,451	2,604	3,165 m.

Die Aufzeichnung erfolgte im Mafsstabe 1:25. Als Kämpferstärke wurde $c_0 = 0{,}90$ m gewählt.

Bei einseitiger Belastung durch die Last p ergiebt sich die gröfste Ausweichung der Stützlinie aus der Mitte nach Formel 38 (S. 47)

$$\delta = 0{,}01 \cdot \frac{0{,}40 \cdot 18^2}{22{,}8} = 0{,}057 \text{ m},$$

und die gröfste Kantenpressung wird nach Formel 48 (S. 64):

$$\sigma = \frac{22{,}8}{0{,}64} + 0{,}06 \cdot 0{,}4 \cdot \left(\frac{18{,}0}{0{,}64}\right)^2$$
$$= 35{,}6 + 19{,}0 = 54{,}6 \text{ cbm/qm}$$
$$= 8{,}8 \text{ kg/qcm}.$$

Selbst wenn die Stützlinie durch Ungenauigkeiten der Ausführung bis an die Kernlinien ausweichen sollte, würde die gröfste Pressung nicht gröfser sein als

$$\sigma_{\max} = 2 \cdot 35{,}6 \cdot 1{,}6 = 114 \text{ t/qm} = 11{,}4 \text{ kg/qcm}.$$

Bei voller Last p wird $z_0 = 1{,}10 + 0{,}40 = 1{,}50$ m,

$$H = 25{,}4 \text{ cbm},$$

$$\sigma = 1{,}6 \cdot \frac{25{,}4}{0{,}64} = 6{,}4 \text{ kg/qcm}.$$

Die Verzeichnung der Stützlinie zur Prüfung der Genauigkeit der Formeln erfolgte in üblicher Weise als Seilcurve für die verschiedenen Belastungsfälle, u. zw. 1. für den Normalbelastungsfall, 2. für einseitige Belastung, 3. für voll belastetes Gewölbe, 4. für unbelastetes Gewölbe, 5. für ausgerüstetes und nicht übermauertes Gewölbe. Dabei fand sich eine gute Uebereinstimmung mit den Ergebnissen der Formeln.

Die Einrüstung und Ausrüstung der Gewölbe.

Um jede Unterbrechung des Schiffsverkehrs zu vermeiden, musste das Lehrgerüst derjenigen Oeffnung der (über die Dahme führenden) Langen Brücke, die der Portalklappe der alten Brücke gegenüber lag, die für die Durchfahrt der Schiffe erforderliche Lichtöffnung frei lassen. Diese Bedingung führte zu der aus den Abbildungen 32 u. 33 ersichtlichen Anordnung. Das Lehrgerüst bestand aus sechs eisernen Bindern, die, in je 1,80 m Abstand voneinander aufgestellt, durch Winkel- und Flacheisen unter sich verbunden waren und unmittelbar die 8 cm starken Schalbohlen trugen. Jeder Binder war ein einheitlicher Gitterträger auf vier Stützpunkten. Die obere Gurtung war genau nach der Gewölbeleibung gekrümmt und bestand aus zwei Winkeleisen 100 · 100 · 10 mm, zu denen in der Mitte auf 4,6 m Länge noch ein hochstehendes Flacheisen 100 · 13 mm trat. Der Untergurt hatte durchweg zwei Winkeleisen 70 · 70 · 7 mm und die Gitterstäbe waren Winkeleisen, 50 · 50 · 5 in der Mitte und 60 · 60 · 6 mm an den Enden. Die Constructionshöhe in der Mitte betrug einschliefslich der Schalung 1,00 m und das Lehrgerüst liefs eine Durchfahrtöffnung von 7,70 m Weite und 3,50 m Höhe bei Mittelwasser frei. Die mittleren Stützpunkte sind durch zwei verholmte Pfahlreihen, die Endstützen durch niedrige, zwischen Spundwand und Pfeilermauerwerk aufgestellte Jochwände gebildet worden. Auf diesem Unterbau wurden die Binder in üblicher Weise durch

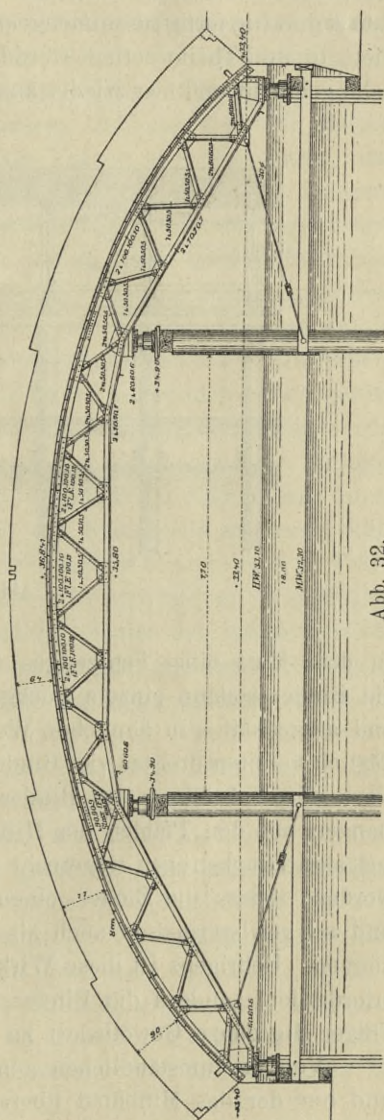


Abb. 32.

Sandtöpfe unterstützt, deren genaue Einstellung und sichere Auflagerung durch eine starke obere und eine auf eichene Holzkeile gesetzte untere Bohle ermöglicht wurde. Die Binder wurden in der Fabrik derartig fertig zusammengearbeitet, dass sie durch Lösung einiger Niete in drei Theile zerlegt werden konnten, die einzeln auf die Baustelle gebracht und hier wieder zusammengenietet wurden. Mit einem

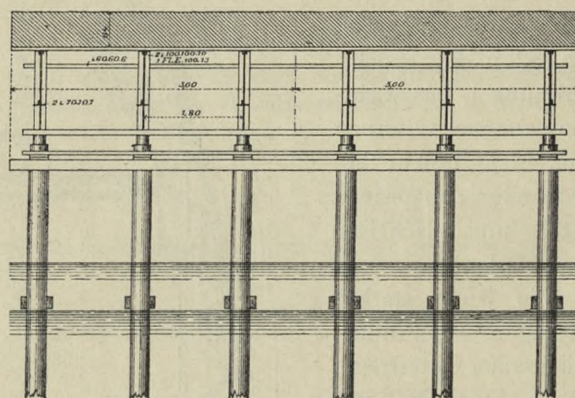


Abb. 33.

an dem Mast eines Fahrzeuges angebrachten Flaschenzuge wurden die Binder sodann einzeln hochgezogen, frei schwebend eingefahren und aufgestellt. In ähnlicher Weise erfolgte später das Fortschaffen. Täglich konnten drei bis vier Binder aufgestellt oder abgehoben werden. Nach der Aufstellung der Binder sind ihre Enden noch durch Zugstangen mit den Pfählen der Mitteljoche verbunden, und von diesen aus sind Druckstreben wagerecht nach dem Pfeilermauerwerk geführt worden, sodass die Binder einen mäſsigen Seitenschub aufnehmen und so gewissermaſsen auch als Bogenträger in Wirksamkeit treten können. Uebrigens ist diese Wirkungsweise zur Standsicherheit nicht erforderlich, sondern die Binder vermögen auch als frei aufliegende Träger die ganze Gewölbelast zu tragen.

Von der umständlichen genauen Berechnung wurde abgesehen und nur der das Mittelfeld überspannende Theil näherungsweise berechnet, indem dieser als ein frei aufliegender und mit dem Gewölbegewichte lothrecht belasteter Träger auf zwei Stützen angesehen wurde. Die sich hiernach an den Enden ergebenden Stabquerschnitte wurden auch für die Endfelder als ausreichend erachtet. Die Felder des Obergurts waren natürlich nicht bloſs als in den Knotenpunkten belastete Stäbe, sondern zugleich als Balken auf Biegung zu berechnen, da sie ihrer ganzen Länge nach unmittelbar belastet wurden.

Nachdem das Lehrgerüst der Schiffahrtöffnung in solcher Weise entworfen war, erwies es sich den üblichen hölzernen Lehrgerüsten hinsichtlich der Sicherheit und Leichtigkeit der Aufstellung, der Steifigkeit und sogar hinsichtlich der Kosten überlegen, und es wurden daher auch die beiden anderen Oeffnungen in der gleichen Weise eingerüstet. Der bedeutendste Vorzug aber liegt darin, dass die Versackungen vermieden werden, die bei gröfseren hölzernen Lehrgerüsten wegen der vielen Verbindungen und der schwierigen Zusammensetzung meist vorkommen und zu Rissen im Gewölbe führen. Ist es doch wiederholt beobachtet worden, dass die schlimmsten Risse nicht beim Ausrüsten, sondern schon während des Wölbens infolge der Formveränderungen der Lehrgerüste entstanden sind. Ein fernerer sehr wichtiger Vorzug der vom Verfasser verwendeten Lehrgerüste liegt darin, dass beim Ausrüsten jede Erschütterung vermieden werden konnte. Es wurden nämlich zuerst nur die Stöpsel der mittleren Sandtöpfe um 4 bis 5 cm gesenkt, während die Endstützen unverändert blieben. Hierdurch verloren die Binder die mittleren Stützpunkte, jedoch nicht ihren Zusammenhang; indem sie sich in Träger mit nur zwei Auflagern verwandelten, büfsten sie an Tragfähigkeit ein, blieben aber noch widerstandsfähig. Unter der vollen Gewölbelast hätten sie sich nun stärker durchbiegen und dabei schliefslich wieder auf die gesenkten Mittelstützen auflagern müssen. Doch das geschah nicht; die Mittelstützen blieben frei, was auch erwartet worden war. Denn dadurch, dass das Lehrgerüst durch den Fortfall der mittleren Stützen biegsamer wurde, aber immer noch das Gewölbemauerwerk stützte, musste dieses allmählich in eine, wenn auch nur mäfsig grofse Druckspannung gerathen. Bei solcher Sachlage war es kein grofses Wagniss, wenn mit der geschilderten Senkung der Mittelstützen schon sehr bald nach der Vollendung des Gewölbemauerwerks begonnen wurde. Denn hätte sich der Mörtel noch zu weich und das Gewölbe noch nicht druckfähig erwiesen, so konnte sich nichts Schlimmeres ereignen, als dass die Mittelstützen wieder zur Auflagerung gekommen wären, worauf man das Ausrüsten beliebig verschieben konnte.

Die vorstehenden Erwägungen sind für den Verfasser schon beim Entwerfen des Lehrgerüstes leitend gewesen, weshalb er nicht zögerte, ihre Richtigkeit zu erproben. Demgemäfs wurden schon 36 Stunden nach dem Schlusse der Gewölbe die Mittelstützen um 4 bis 5 cm gesenkt, und als es sich zeigte, dass sie frei blieben, wurden 24 Stunden später die Gewölbe durch gleichzeitiges völliges Entleeren sämtlicher Sandtöpfe ausgerüstet. Der Erfolg war vollkommen. Die Gewölbe blieben ganz unverändert, ohne Scheitelsenkung und ohne Risse.

Ein eiserner Binder des Lehrgerüstes wog 1340 kg, das ganze Lehrgerüst eines 18 m weiten und 10 m breiten Gewölbes enthielt 8550 kg Eisen, d. s. 47,4 kg für 1 qm Grundfläche. Des Kostenvergleichs wegen wurde auch ein hölzernes Lehrgerüst für eine derjenigen Oeffnungen, die während der Bauausführung nicht dem Schiffsverkehr zu dienen hatten, entworfen. Dieses erforderte ohne den Unterbau 1090 m Verbandholz mit zusammen 39,4 cbm Holz und 540 kg Schraubenbolzen.

Die Lehrgerüste wurden, nachdem die Jochpfähle schon früher eingerammt waren, in der Zeit vom 16. September bis 8. October aufgestellt und nach dem Ausrüsten, das am 8. November 1890 stattfand, abgebaut und einstweilen auf der Baustelle aufbewahrt. Sie sind sodann im Sommer 1891 beim Neubau der (über die Spree führenden) Dammbrücke nochmals benutzt worden, wobei nur die Binderweite, der gröfseren Gewölbetiefe wegen, von 1,80 m auf 2,20 m vergröfsert wurde. Die Zulässigkeit dieser Abänderung soll weiter unten (S. 101) erörtert werden.

Demnächst wurden die Lehrgerüste auf Grund der Vertragsbedingungen Eigenthum der Unternehmerin.

Die Kosten für das Vorhalten der drei eisernen Lehrgerüste einschliefslich der Aufstellung und Beseitigung, der genauen Einstellung auf die Sandtöpfe unter Anwendung von eisernen Schraubenspindeln und einschliefslich des Vorhaltens und der Aufstellung des ganzen Unterbaues mit alleiniger Ausnahme der eingerammten Jochpfähle betrugen das erste Mal, d. i. bei dem Neubau der Langen Brücke, 12399 ℳ und bei der Wiederverwendung zu dem Bau der Dammbrücke 5913 ℳ.

Die Ausführung der Gewölbe.

Die Lehrgerüste wurden mit dicht aneinander und lose auf den Obergurt der Binder gelegten Bohlen eingeschalt und mit Ziegelsteinen belastet. Bei der Langen Brücke betrug die Bohlenstärke 8 cm; bei der Dammbrücke sollte sie der gröfseren Binderweite wegen anfänglich 10 cm betragen, jedoch sind schliefslich 5 cm starke Bohlen in doppelter Lage genommen worden, weil sich dabei leichter eine glatte Leibungsfläche erzielen und dem Kanten der einzelnen Bohlen abhelfen liefs. Die Einschalung war Sache des

Unternehmers der Maurerarbeiten, der auch die Bohlen vorzuhalten hatte. Auf die Gerüste der Langen Brücke wurden vor dem Wölben die sämtlichen dazu erforderlichen Mauersteine aufgebracht und so vertheilt, dass die Schalung über den Bindern am stärksten belastet wurde. Die Binder senkten sich dabei in der Mitte um 20 bis 30 mm. Hierzu ist noch zu bemerken, dass die Lehrgerüste nicht genau nach der entwurfmäfsigen Bogenform der Gewölbe, sondern mit einer um 4 cm gröfseren Pfeilhöhe construirt worden sind.

Zur Einschalung und Belastung der Lehrgerüste waren zehn Arbeitstage erforderlich. Die Einwölbung fand von den Kämpfern aus genau gleichmäfsig auf beiden Seiten und bei allen drei Oeffnungen in gleichem Schritte statt und dauerte vom 18. October bis zum 6. November. Dabei erhielten die Gewölbe, um das Auftreten starker Pressungen an den Kanten zu verhindern und von vorn herein auf eine thunlichst gleichmäfsige Druckvertheilung hinzuwirken, die aus der Abb. 34 ersichtlichen Aussparungen. Diese bestehen aus zwei benachbarten oberen Läuferschichten im Scheitel, aus einigen oberen Schichten an den Kämpfern und je einer inneren Läuferschicht in der Nähe der Kämpfer. Letztere wurde nicht ganz fortgelassen, sondern zunächst lose in Sand eingesetzt, nach dem Ausrüsten herausgenommen und von unten in Cementmörtel wieder eingedrückt. Bei der Dammbrücke erschien es nicht wünschenswerth, die auf 2,20 m Binderabstand abgeänderten Lehrgerüste der vollen Gewölbelast auszusetzen. Allerdings hätte sich die Abänderung durch Neubeschaffung dreier Binder, je eines für jede Oeffnung, vermeiden lassen. Es wurde jedoch vorgezogen, die Lehrgerüste weniger zu belasten und die Gewölbe nicht auf einmal in voller Stärke, sondern in zwei Theilen von der halben Stärke auszuführen. Mafsgebend dafür war aufser der vorerwähnten Rücksicht auf die Belastung der Lehrgerüste insbesondere die beim Wölben der Langen Brücke gemachte Beobachtung, dass es nicht leicht ist, bei stark geneigten Lagerfugen ein tadelfreies Mauerwerk in Cementmörtel herzustellen, und dass die Schwierigkeiten mit der Fugenlänge wachsen. Die Maurer arbeiten dann nämlich gern mit zu steifem Mörtel und rücken die Steine zu viel hin und her, um sie in die richtige Stellung zu bringen, während bekanntlich beim Mauern mit Cementmörtel sehr viel darauf ankommt, dass die Steine in ein gehörig zubereitetes Mörtelbett eingedrückt und dann nicht mehr abgehoben oder verschoben werden. Die Theilung der Ausführung bedeutet aber nicht eine Zerlegung des Gewölbes in zwei Ringe, sondern ist ohne Beeinträchtigung des Zusammenhanges und des

Verbandes erfolgt. Denn das Gewölbe hat durchgehende Lagerfugen und seine einzelnen Schichten haben regelmäfsigen Verband, was dadurch erreicht worden ist, dass beide Theile mit Verzahnung ineinander greifen. Die Herstellungsweise ist aus der Abbildung 34 zu ersehen, worin der zuerst gewölbte Theil schraffirt ist. Die Ausführung bot keine Schwierigkeiten, war vielmehr bequemer und leichter als bei der Langen Brücke. In neun Arbeitstagen wurde die Wölbung des unteren Theiles vollendet, und sechs Tage später war bereits der obere Theil fertig zugewölbt. Auch hier sind die vorhin beschriebenen Aussparungen gemacht worden und ebenso hat die Ausrüstung in gleicher Weise und mit gleich günstigem Erfolge stattgefunden.

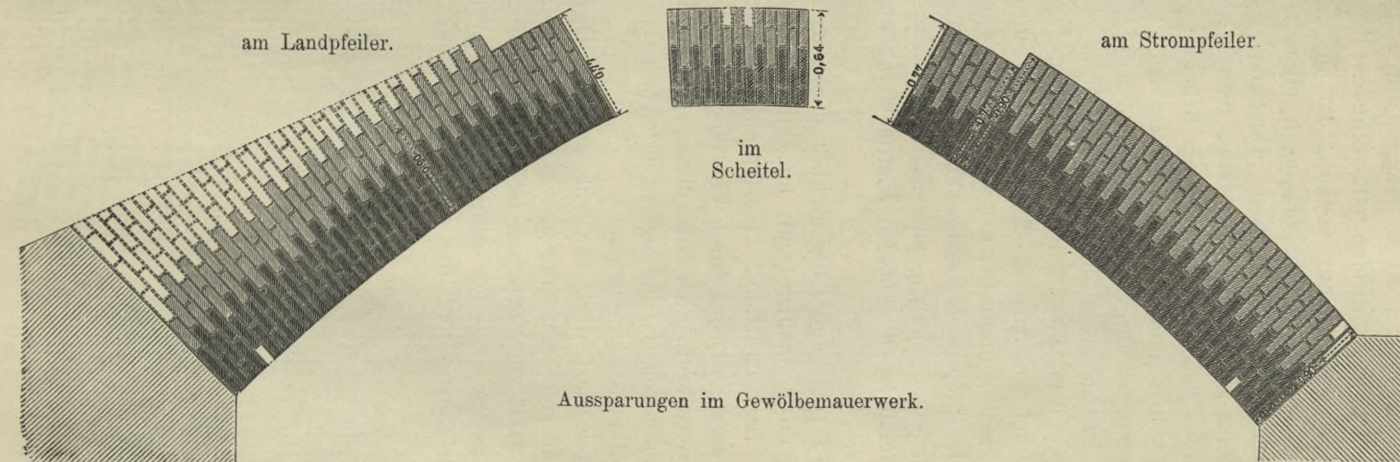
Sowohl bei den Gewölben der Langen Brücke als bei denen der Dammbrücke hat sich weder während des Wölbens noch später ein Riss gezeigt, obwohl die Ausrüstung schon nach drei Tagen erfolgte und die Gewölbe dabei noch nicht übermauert, sogar die Aussparungen noch nicht zugemauert waren. Das Ausrüsten vor der Uebermauerung wird allerdings nicht immer zulässig sein, weil der Gleichgewichtszustand des unbelasteten Gewölbes von demjenigen des belasteten bedeutend abweicht. Man muss deshalb den Verlauf der Stützlinie für das Eigengewicht sorgfältig untersuchen, was in unserem Falle natürlich geschehen ist und die Standsicherheit des sich frei tragenden Gewölbes ergab.

Die Gewölbe sind aus Klinkern in Cementmörtel hergestellt. Das Mischungsverhältniss des Mörtels war 1 Raumtheil Cement auf 3 Raumtheile Sand.*)

Zur Erzielung einer sauberen Leibungsfläche wurde bei der Langen Brücke die Schalung mit billiger Pappe überdeckt, ferner ein Versuch gemacht, die unteren Seitenflächen der auf die Schalung zu setzenden Steine mit etwas Lehm zu bestreichen, der nach dem Ausrüsten ausgekratzt werden und das Ausfugen erleichten sollte. Dies erwies sich jedoch als zu unbequem, weshalb davon bald Abstand genommen wurde; auch die Pappe ist bei der Dammbrücke als überflüssig nicht verwendet worden.

---

*) Hierbei werde noch bemerkt, dass über dem Gewölbe eine Ziegelflachschicht in Cementmörtel (1:2), darauf eine 3 cm starke Cementmörtellage (1:$2^1/_2$), und alsdann die wasserdichte Asphaltfilzlage angeordnet wurde. Ueber dem Scheitel der Seitenöffnungen fehlt des Seitengefälles halber die Ziegelflachschicht. Als Füllstoff bis zum Pflaster diente über den Mittelpfeilern eingestampfter Sparbeton ohne Hohlräume. Bei den Landpfeilern besteht die Masse der Uebermauerung nur zum Theil aus Sparbeton, zum Theil aber aus angefeuchtetem und lagenweise festgestampftem Mauersande (s. Abb. 36).



Aussparungen im Gewölbemauerwerk.

Abb. 34.

Die Entleerung der Sandtöpfe erfolgte durch die Maurer und Handlanger und dauerte kaum eine halbe Stunde. Erwähnt sei noch, dass sich nach der ersten kleinen Senkung der auf den Mitteljochen aufgestellten Sandtöpfe die Ausflussöffnungen ohne Schwierigkeiten wieder schliefsen liefsen. Die Sandtöpfe waren bereits bei dem einige Jahre früher ausgeführten Neubau der Potsdamer Langen Brücke verwendet worden und sind in Abb. 35 unter Angabe der Abmessungen dargestellt. Sie sind aus 4 mm starkem Eisenblech zusammengenietet und haben dicht über dem Boden drei durch kleine Schrauben verschliefsbare Ausflussöffnungen. Zur Füllung wurde gewöhnlicher Mauersand genommen, der zuvor auf Eisenplatten geglüht worden war. Die Stöpsel bestanden aus Eichenholz mit eisernen Ringen und mit einer kleinen aufgenagelten Leiste zur Führung zwischen den Nietköpfen der beiden Nietreihen neben der Stofsfuge des Blechmantels.

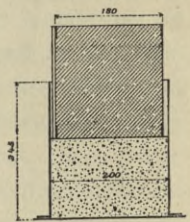


Abb. 35.

Die Abb. 36 zeigt den Längenschnitt der Langen Brücke und deren Gründung durch Pfahlrost mit umschliefsenden Spundwänden nach vorheriger Sandschüttung. Letztere wurde vor Beginn der Rammarbeiten ausgeführt, um durch Verdrängung des weichen Moorbodens und Verminderung der überflüssig grofsen Tiefe des seeartigen Wasserlaufes die Gründung zu erleichtern. Abb. 37 zeigt ein Brückengewölbe in der Ansicht.

Zum Schlusse darf noch erwähnt werden, dass die Brücken einen leichten und gefälligen Eindruck machen, und dass die Bogenform, die nicht nach künstlerischen Gesichtspunkten willkürlich gewählt, sondern genau nach der günstigsten Druckvertheilung construirt worden ist, den Beifall der Beschauer gefunden hat.

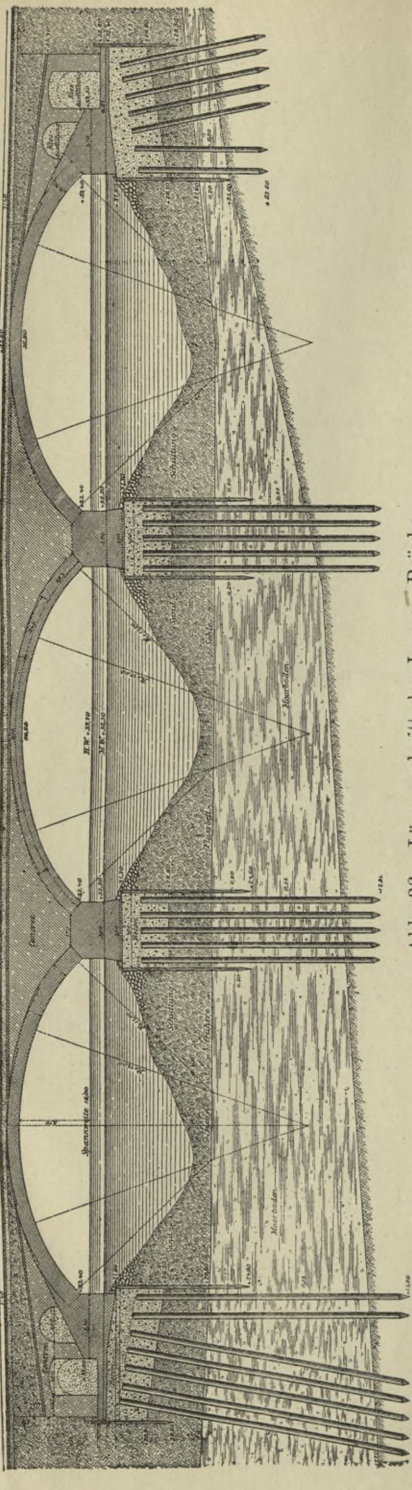


Abb. 36. Längenschnitt der Langen Brücke.

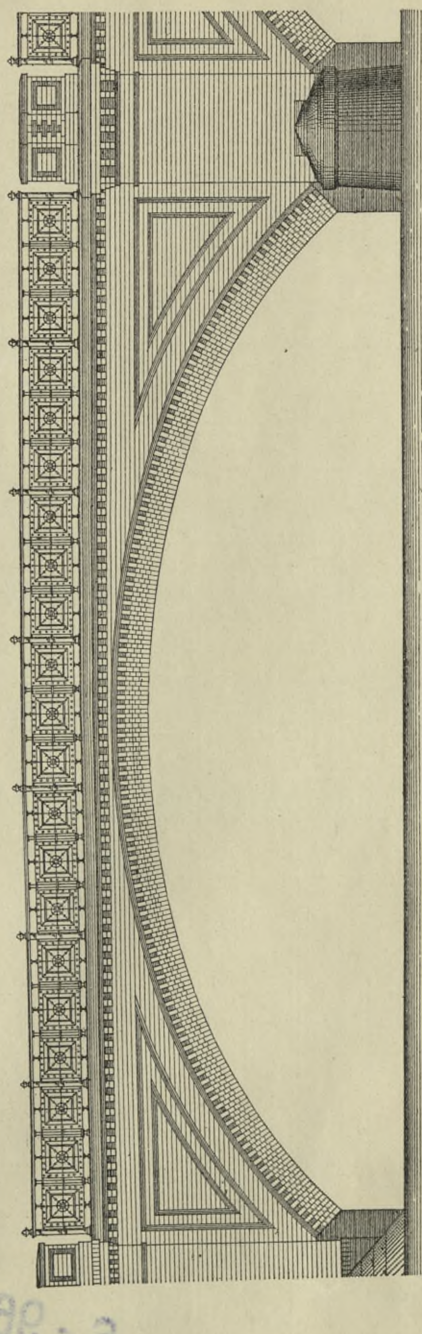


Abb. 37.

Buchdruckerei des Waisenhauses in Halle a. d. S.