

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

**II 4493**

L. inw.

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000294654









WATERBOUWKUNDE.





# WATERBOUWKUNDE

DOOR

N. H. HENKET, Ch. M. SCHOLS en J. M. TELDERS,

HOOGLEERAREN AAN DE POLYTECHNISCHE SCHOOL TE DELFT.

MET MEDEWERKING VAN

verschillende ingenieurs.

EERSTE DEEL.

I. BESCHOEIINGEN EN BEKLEEDINGSMUREN.

Hoofdstuk I—III, bewerkt door E. STEUERWALD.

Hoofdstuk IV—VI, „ „ CH. M. SCHOLS.

Met 7 Platen.

17 433.

'S-GRAVENHAGE,  
DE GEBROEDERS VAN CLEEF.



xx  
249/1



11-351282



~~II 4493~~

3PK-3-27/2018

Akc. Nr.

~~2451/50~~

# INHOUD VAN DEN TEKST.

## HOOFDSTUK I.

### *Algemeene beschouwingen.*

	Bladz.
§ 1. Doel van den aanleg . . . . .	3
2. Vergelijking met andere constructiën . . . . .	4
3. Verwijzing naar andere afdeelingen . . . . .	4
4. Onderscheid tusschen beschoeiingen en bekleedingsmuren .	5

## HOOFDSTUK II.

### *Beschoeiingen.*

5. Omschrijving . . . . .	6
6. Samenstelling van den wand . . . . .	6
7. Steunpunten van den wand . . . . .	8
8. Nadere aanwijzing omtrent de steunpunten van den wand.	9
9. Opmerkingen omtrent den bouw . . . . .	10
10. Bijzonderheden omtrent de samenstelling . . . . .	13
11. Nog eenige opmerkingen omtrent de verankering. . . . .	20
12. Opgaven omtrent de beschoeiingen van Plaat 1. . . . .	23

## HOOFDSTUK III.

### *Bekleedingsmuren.*

13. Omschrijving . . . . .	28
14. Algemeene opmerkingen omtrent den muur . . . . .	29
15. Verschillende vormen van bekleedingsmuren . . . . .	30
16. Over de samenstelling en den bouw van den muur. . . . .	38
17. Algemeene opmerkingen omtrent de fundeering . . . . .	44
18. Verschillende fundeeringen . . . . .	47

	Bladz.
§ 19. Vaste stand van muur en fundeering . . . . .	58
20. Het stempelen, het verankeren en het stellen van schoorpalen.	62
21. Bijzonderheden omtrent sommige muren . . . . .	66

#### HOOFDSTUK IV.

##### *Gronddruk en Grondweerstand.*

22. Algemeene beschouwingen . . . . .	80
23. Grondslagen voor de berekening van den gronddruk. . . . .	82
24. Opgaven omtrent wrijvingshoeken en gewichten van grond.	84
25. Hoofdformules voor den gronddruk. . . . .	85
26. Meetkundige beteekenis van de hoofdformules voor den grond- druk zonder bovenbelasting . . . . .	88
27. Graphische bepaling van den gronddruk bij willekeurige bovenbegrenzing . . . . .	89
28. Horizontale bovenbegrenzing en geen wrijving tusschen den grond en den muur . . . . .	91
29. Bovenbegrenzing volgens het natuurlijk talud. . . . .	92
30. Constructie van den gronddruk bij eene bovenbegrenzing, volgens een plat vlak onder willekeurige helling . . . . .	94
31. Berekening van den gronddruk bij eene bovenbegrenzing onder willekeurige helling . . . . .	96
32. Graphische bepaling van den gronddruk bij eene bovenbe- grenzing volgens twee of meer platte vlakken. . . . .	100
33. Berekening van den gronddruk als de bovenkant begrensd is gedeeltelijk volgens het natuurlijk talud, gedeeltelijk volgens een willekeurig plat vlak . . . . .	102
34. Berekening van den gronddruk bij eene bovenbegrenzing volgens verschillende platte vlakken . . . . .	108
35. Berekening van den gronddruk bij bovenbelasting . . . . .	113
36. Aangrijpingspunt van den gronddruk . . . . .	114
37. Graphische bepaling van het aangrijpingspunt van den gronddruk . . . . .	120
38. Grondweerstand. Hoofdformules . . . . .	123
39. Meetkundige beteekenis van de hoofdformules voor den grondweerstand. Graphische bepaling van den grondweer-	

	Bladz.
stand bij eene willekeurige bovenbegrenzing . . . . .	125
§ 40. Grondweerstand bij eene horizontale bovenbegrenzing en geen wrijving langs het drukvlak . . . . .	126
41. Grondweerstand voor het geval dat de grond onder eene helling gelijk aan die van het natuurlijk talud naar beneden helt . . . . .	128
42. Constructie van den grondweerstand bij eene bovenbegrenzing volgens een plat vlak onder willekeurige helling . . . . .	129
43. Berekening van den grondweerstand bij eene bovenbegrenzing volgens een plat vlak onder willekeurige helling . . . . .	129
44. Grondweerstand bij eene bovenbegrenzing volgens verschil- lende platte vlakken . . . . .	131
45. Aangrijpingspunt van den grondweerstand . . . . .	132
46. Grondweerstand bij bovenbelasting . . . . .	132

## HOOFDSTUK V.

### *Berekening der beschoeiingen.*

47. Inleiding . . . . .	134
48. Damplanken . . . . .	135
49. Beschoeiingsplanken . . . . .	146
50. Gewelven tusschen de palen . . . . .	148
51. Zandstrook. . . . .	150
52. Palen . . . . .	152
53. Dekslloof . . . . .	173
54. Ankers. . . . .	176
55. Beschoeiingen met watergebint . . . . .	177

## HOOFDSTUK VI.

### *Berekening der Bekleedingsmuren.*

56. Stabiliteit van den muur . . . . .	186
57. Resultante van de drukkingen op een willekeurig voegvlak. . . . .	188
58. Voorwaarden voor het inwendig evenwicht. . . . .	190
59. Betrekkingen tusschen de inwendige krachten bij het voor- en het achtervlak van den muur. . . . .	193

	Bladz.
§ 60. Maximum normale en maximum tangentieele kracht in een willekeurig punt van den muur . . . . .	195
61. Ontwikkeling van de formules voor de krachten in den muur.	197
62. Vereenvoudiging van de ontwikkelde formules. . . . .	201
63. Toepassing van de ontwikkelde formules . . . . .	204
64. Veranderingen, die in de verdeeling van de drukkingen kunnen voorkomen . . . . .	211
65. Berekening van de dikte van den muur . . . . .	216
66. Voorbeelden . . . . .	218
67. Paalfundeering . . . . .	223
68. Weerstand der palen . . . . .	232
69. Vloer, kesp en sloof. . . . .	240

---

### I N H O U D D E R P L A T E N .

Plaat	1.	Verschillende beschoeiingen.
"	2.	Verschillende bekleedingsmuren.
"	3.	Bekleedingsmuren van de Handelskade te Amsterdam. Kaaimuur langs de spoorweghaven te Feijenoord.
"	4.	Kaaimuur met kelders langs de Binnenhaven te Feijenoord.
"	5.	Figuren en constructies betreffende den gronddruk.
"	6.	idem idem
"	7.	Figuren en constructies betreffende den grondweerstand.

---

### E R R A T A .

Bladz.	196	regel	3	v. o.	staat:	uitdrukken	lees:	uitdrukkingen.
"	210	"	12	v. o.	"	resultant	"	resultante.

---

AFDEELING I.

---

BESCHOEIINGEN

EN

BEKLEEDINGSMUREN.





# BESCHOEIINGEN EN BEKLEEDINGS- MUREN.

---

## HOOFDSTUK I.

### ALGEMEENE BESCHOUWINGEN.

---

§ 1. Doel van den aanleg. Beschoeiingen en bekleedingsmuren zijn grondkeerende werken. Zij worden gemaakt, wanneer men een rechtopgaanden wand wensch te hebben, zooals bij aanlegplaatsen voor schepen, alsmede bij landhoofden van bruggen, waar men, bij eene bepaalde wijdte beneden, eene even groote of weinig grootere wijdte ter overspanning verlangt; voorts, wanneer men bij grondwerken een wand wil verkrijgen, die, vergeleken bij een eenvoudig afgewerkt talud, sterk is, en er van eene taludversterking, waarmede in het algemeen het doel ook te bereiken zou zijn, om redenen van constructie of in verband met de kosten moet worden afgezien; eindelijk, wanneer men, bij het brengen van verband tusschen grondoppervlakten van verschillende hoogteligging, de plaats wil winnen, die anders voor den aanleg van taluds had moeten bestemd worden.

De hierboven bedoelde sterke wanden komen voor langs kanaalboorden, rivieroevers, enz. en beschermen deze dan tegen beschadiging door golvend of stroomend water of door ijs; ook dienen zij somtijds bij insnijdingen in steenachtigen bodem als voorziening tegen verweering en afbrokkeling.

De wensch om plaats te winnen doet zich onder anderen voor, wanneer men bij den aanleg van wegen, kanalen, enz. in

de breedte beperkt is, zoodat het noodig wordt de beschikbare breedte zooveel mogelijk nuttig te gebruiken.

§ 2. **Vergelijking met andere constructien:** Rijspakwerken vervullen dikwijls eene overeenkomstige bestemming als de bekleedingsmuren en beschoeiingen; zij zullen dus in deze Afdeeling wel ter sprake komen, maar vinden eigenaardig eene meer uitvoerige behandeling in de afdeeling Rijswerken. De samenhangende rijsmassa, waaruit het rijspakwerk bestaat, vormt met de klei en den steen, die de tusschenruimten vullen, een zwaar massief, dat in sommige opzichten met bekleedingsmuren in vergelijking is te brengen.

Met steenglooingen of andere glooiingsversterkingen zijn de bekleedingsmuren en beschoeiingen niet dadelijk te vergelijken; maar den overgang van dezen tot de eersten kan men zich voorstellen door de achterwaartsche helling van muur of beschoeiing te laten toenemen. Een gestapelde muur zal op die wijze bij het toenemen der helling in dikte kunnen afnemen en eindelijk in eene steenglooiing overgaan. Zoolang men nog met eene tamelijk steile glooiing te doen heeft, zal veel, wat op bekleedingsmuren betrekking heeft, hier blijven gelden.

§ 3. **Verwijzing naar andere afdeelingen.** Rechtstanden, vleugelmuren en houten wanden van sluizen, fronten en vleugels van bruggen, kaaimuren, enz. zijn beschoeiingen of bekleedingsmuren in den hierboven bedoelden zin. Al deze genoemde werken of onderdeelen van werken worden, wat aanleg en samenstelling aangaat, ook wat de wijze van bouwen en fundeeren betreft, in de Afdeelingen voor Sluizen, Havens en Bruggen in vele bijzonderheden behandeld.

Om deze reden wordt in dit en in de twee volgende Hoofdstukken niet veel meer dan een kort algemeen overzicht gegeven; terwijl voor vele bijzonderheden naar de genoemde Afdeelingen wordt verwezen.

Met meer uitvoerigheid worden in Hoofdstuk IV de gronddruk en grondweerstand behandeld, alsmede in de Hoofdstukken V en VI de berekeningen, die tot bepaling van de afmetingen van

beschoeiingen en bekleedingsmuren kunnen leiden. De daarin bevatte beschouwingen en berekeningen behooren in deze Afdeeling eigenaardig te huis. In volgende Afdeelingen zal dan door verwijzing naar het hier behandelde veel bekort kunnen worden.

§ 4. **Onderscheid tusschen beschoeiingen en bekleedingsmuren.** Ofschoon men bij beschoeiingen dikwijls aan eene houtconstructie heeft te denken en bij bekleedingsmuren aan eene constructie van steen, zoo is toch het eigenaardig onderscheid tusschen beiden niet afhankelijk van het gebezigde materiaal, maar wel van de verschillende wijze, waarop, in verband met den gronddruk, den vasten stand van het werk wordt verzekerd. Bij beschoeiingen wordt die vaste stand verkregen door den zijdelingschen weerstand, dien de beschoeiingspalen in den grond vinden, en bovendien gewoonlijk door eene verankering in den achter gelegen grond; somtijds ook door schoring of door stempeling. Bij bekleedingsmuren is de vaste stand afhankelijk van den vorm en de massa van den muur, en van de stevigheid van het vlak, waarop de muur draagt. Door aan den muur voldoende dikte te geven kan men omkanteling of verschuiving over het draagvlak voorkomen; bovendien moet het draagvlak tegen de drukking van den muur bestand zijn.

---

## HOOFDSTUK II.

### BESCHOEIINGEN.

---

§ 5. Omschrijving. Bij beschoeiingen heeft men zich voor te stellen een betrekkelijk dunnen wand, die op de eene of andere wijze in een loodrechten of nagenoeg loodrechten stand wordt gehouden, en in het algemeen bestemd is om grond te keeren.

§ 6. Samenstelling van den wand. Verschillende samenstellingen zullen in 't kort beschreven worden:

*a.* Palen (soms rondhout, meestal beslagen paalhout) worden op afstanden van omstreeks 1 M. midden op midden in den grond geheid volgens de strekking van de te maken beschoeiing. In ongeveer horizontale richting worden tegen de grondkeerende zijde der palen beschoeiingsplanken aangebracht, reikende van den bovenkant van den te keeren grond tot op eenige diepte beneden de oppervlakte van den bodem of grondslag aan de buitenzijde van de beschoeiing, Pl. 1 fig. 1. Om, ingeval er water tegen de beschoeiing staat, de planken diep genoeg te kunnen aanbrengen worden soms eenige planken door klampen tot een schot vereenigd, dat men dan achter de palen gewoonlijk met de handhei neerdrijft, des noodig na vooraf een gleuf te hebben gebaggerd, en daarna aan de palen zoo goed mogelijk vastspijkert. De naden der planken worden dikwijls door houten tengels en soms door zinken reepen gedekt, tot verkrijging van gronddicht werk. Over de palen wordt al of niet eene dekplank of eene sloof gewerkt.

b. Palen worden gekoppeld door eene deksloof over de koppen der palen, of door eene gording of gordingen aan de achterzijde; voorts worden planken (steekplanken, damplanken) in loodrechten stand ingeheid of ingedreven langs de genoemde sloof of gordingen, en door spijkers daaraan bevestigd, Pl. 1 fig. 2 en 3. De goede aansluiting der planken bij het inheien wordt bevorderd door deze in elkander te laten grijpen met messing en groef, met vischbek of op andere soortgelijke wijze. Soms sluiten de planken eenvoudig met vlakke kanten tegen elkander; wanneer zij langs twee gordingen, op verschillende hoogte aangebracht, schuiven, kan dit ook wel in sommige gevallen met goed gevolg geschieden. Ook worden wel dunne steekplanken, die met vlakke kanten aansluiten, in twee rijen gesteld, zoodanig dat de naden van de eene rij planken door die der tweede gedekt worden; somtijds komen in plaats van de tweede rij planken smallere strooken of tengels over de naden.

c. Palen, gekoppeld door eene deksloof, of door eene gording langs de voorzijde, of ook wel door eene deksloof en gording beide, dragen beschoeiingsplanken van boven af tot even beneden het vlak der lage waterstanden. Daar is tegen de achterzijde der palen eene gording of zandstrook aangebracht, die tot steunpunt dient voor eene rij damplanken, langs de zandstrook ingeheid en daaraan vastgespijkerd, Pl. 1 fig. 5, 6 en 7.

d. Bij de constructie, sub c bedoeld, kan men de zandstrook vervangen door eene bredere gording en de beschoeiingsplanken door metselwerk. Dit laatste in den vorm van een muur van geringe dikte of in den vorm van een gewelf, waarvan de beschrijvende lijn evenwijdig loopt aan de palen, draagt dan op de breede gording, die goed wordt bevestigd aan de palen en dikwijls nog ondersteund wordt door klossen, die met een tand in de palen zijn gewerkt en daaraan vastgebout, Pl. 1 fig. 4 en 4<sup>a</sup>.

e. In plaats van houten palen heeft men ook wel palen van gegoten ijzer genomen, hetzij hol gegoten in den vorm van een buis of koker, hetzij in T vorm of dergelijke. Veelal wordt dan de wand tusschen de palen gevormd door gegoten ijzeren platen, die met de palen in verbinding komen, of door metselwerk of door blokken natuurlijken steen.

*f.* Eene beschoeiing met watergebint is een meer samengestelden vorm, Pl. 1 fig. 8 en 9. Op of even beneden het vlak der lage waterstanden heeft men dan een zoogenaamde watersloof, die op ingeheide palen draagt en aan deze verbonden is. Achter tegen de watersloof komen de damplanken. Stijlen, ook kubbestijlen of opzetters genoemd, op deze sloof staande en daaraan bevestigd, zijn van boven door eene deksloof of gording vereenigd en dienen tot steun van de daartegen bevestigde beschoeiingsplanken.

*g.* De beschoeiingsplanken sub *f* beschreven kunnen door metselwerk vervangen worden, zooals bij *d* is aangeduid, Pl. 1 fig. 9; stijlen en deksloof kunnen dan van hout zijn, maar soms wordt daarvoor ijzer genomen, en dan veelal gegoten ijzer.

§ 7. Steunpunten van den wand. Palen, die tot eenige diepte in den vasten bodem zitten, vinden daarin steun tegen zijdelingsche verplaatsing, meer of minder naarmate van de afmetingen van den paal en de stevigheid van den bodem. In sommige gevallen, bijzonder wanneer slechts eene geringe hoogte (1 M. à 1.50 M. of minder) grond te keeren is, kan het zijn, dat de steun, dien de beschoeiingspalen in den grond vinden, voldoende is om de beschoeiing in den verlangden stand te houden. Gewoonlijk echter zijn nog andere steunpunten noodig of wenschelijk. Verschillende gevallen zijn dus te onderscheiden:

*a.* Het meest eenvoudige geval, waarbij de palen uitsluitend in den grond steun vinden, noemen wij het eerst. De palen zullen dan, eenigszins doorbuigende, weerstand bieden. Alleen bij tamelijk vasten grondslag en geringe hoogte van grondkeering is deze constructie mogelijk of met voordeel toe te passen.

*b.* Zeer gebruikelijk is het den wand door verankering te steunen. Daartoe worden aan de palen of aan de gordingen zoogenaamde ankers, die achterwaarts gericht zijn en ook wel landvesten of intangen genoemd worden, bevestigd. Voor deze ankers neemt men veelal boschkant beslagen paalhout, bij het bevestigingspunt met den wand vierkant bewerkt, of wel getrokken ijzeren stangen; zij moeten zoo lang zijn, dat zij aan het andere einde een voldoende steunpunt kunnen vinden, hetzij rechtstreeks

in ankerpalen, of in een zoogenaamd kruishout, dat tegen ankerpalen steun vindt, of in gegoten ijzeren ankerplaten. Soms doet zich de gelegenheid voor om de ankers aan andere geschikte voorwerpen, zooals andere beschoeiingen, muren of dergelijke, vast te maken; zoo kunnen meermalen evenwijdig of ongeveer evenwijdig loopende beschoeiingen elkander wederkeerig tot steun dienen.

c. Soms zijn beschoeiingen aan de voorzijde gesteund of gestempeld. Tegenover elkaar geplaatste beschoeiingen kunnen namelijk op hun afstand gehouden worden door tusschen geplaatste horizontale balken; deze zullen veelal geplaatst worden of nabij den bovenkant der beschoeiing of veel lager en dan even beneden den bodem. De fronten der landhoofden van eenvoudige vaste bruggen worden op die wijze door de brugliggers gesteund. Houten wanden van sluizen worden onder water gesteund door den houten vloer, en boven water somtijds door stempelbalken, dan veelal hoofdbalken genoemd, bevestigd aan tegenover elkander staande wandpalen, die dan gewoonlijk boven het terrein zooveel uitsteken als noodig is om voor de door te laten vaartuigen voldoende vrije ruimte te verkrijgen.

d. Met behulp van schoorpalen kan men ook steunpunten verkrijgen. Zij worden in hellenden stand ingeheid, onder een hoek van  $25^{\circ}$  à  $30^{\circ}$  met de verticale lijn, komen tegen den voorkant van een beschoeiingspaal of tegen den onderkant van eene sloof en moeten daarmede doelmatig verbonden worden, Pl. 1 fig. 9. Het is duidelijk, dat eerst dan het gewenschte steunpunt verkregen wordt, als de schoorpaal aan het bovineinde een voldoende weerstand vindt in verticalen zin door het eigen gewicht van den beschoeiingswand en door den wrijvingsweerstand tusschen dezen wand en den grond. Meestal zal daarbij de zwaarte van den wand ondergeschikt zijn, en zal het vooral op de wrijving aankomen, zoodat het in dit geval bijzonder van belang is, dat de beschoeiingspalen voldoende diep in den grond gaan en veel weerstand bieden tegen uittrekken.

§ 8. Nadere aanwijzing omtrent de steunpunten van den wand. Het zal gewoonlijk voldoende zijn, dat men een

beschoeiingspaal, die met het eene einde in den grond zit, nabij het bovineinde nog één steunpunt verschaft. In slappe gronden echter zullen zich gevallen kunnen voordoen, waarbij het doelmatig is ook nog op eene andere hoogte steun aan te brengen; een beschoeiingswand zal namelijk onder die omstandigheden, indien hij slechts op ééne hoogte goed gesteund is, eene draaiende beweging kunnen aannemen, en voor- of achterover gaan, naarmate het steunpunt laag of hoog geplaatst is. Ook bij zeer hooge beschoeiingen zal het voordeelig kunnen zijn op meer dan eene hoogte ankers aan te brengen of op andere wijze steun te geven; de beschoeiingspalen zullen in verband daarmee minder zwaar kunnen genomen worden.

Wanneer de wand gevormd wordt door een watergebint met stijlen, enz., zal ook op twee hoogten verankering of dergelijke moeten plaats hebben. Ten eerste moet aan het watergebint een vaste stand bezorgd worden, en ten andere moeten de stijlen, die met het ondereinde in genoemd gebint steun vinden, nog nabij hun bovineinde gesteund worden, Pl. 1 fig. 8 en 9.

Indien eene degelijke koppeling van de verschillende beschoeiingspalen door sloof of gording verkregen is, dan is het in den regel niet noodig alle palen te verankeren; dikwijls geschiedt dit om den tweeden of derden paal. Elk anker heeft dan evenredig meer te dragen; de onderdeelen der verankering zullen zwaarder moeten genomen worden en zullen daardoor degelijker en duurzamer kunnen zijn.

Wanneer de wand gevormd wordt door metselwerk tusschen palen of stijlen, vooral als dan de constructie is, zooals in § 6 sub *g* bedoeld wordt, zal dikwijls verankering van alle palen of stijlen aanbeveling verdienen, ten einde deze alle in gelijken toestand te brengen en nadeelige scheuren of afwijkingen in het metselwerk te voorkomen; bij een houten beschoeiingswand zullen ongelijke buigingen binnen ruimer grenzen onschadelijk zijn.

§ 9. Opmerkingen omtrent den bouw. De beschoeiingen worden in het algemeen gemaakt zonder voorafgaande vorming en droogmaking van een fundeeringsput. De wand wordt dan onder water voortgezet door een schot van aan elkander verbonden



beschoeiingsplanken of door ingeheide damplanken. Zorgt men dan, dat de damplanken met den kop beneden de zeer lage waterstanden blijven, dan kunnen zij, alsmede de watersloof of zandstrook, waartegen zij aanleunen, van dennenhout, of in het algemeen van eene goedkoope houtsoort, genomen worden.

Gewoonlijk heeft men met veranderlijke waterstanden te doen. Men zal dus, als de damplanken, enz. geheel beneden de laagste waterstanden moeten komen, voor de uitvoering tamelijk lage waterstanden moeten afwachten. Soms is er gelegenheid, zooals bij kanalen meermalen het geval is, om door het aflaten van water den waterspiegel tijdelijk te verlagen. In enkele gevallen wacht men de zeer lage waterstanden niet af, maar werkt men in eene afgesloten ruimte, waarin men den waterspiegel voldoende laag houdt. Eene eenvoudige afdamming of een lichte kistdam en geringe hulpmiddelen voor de bemaling zijn hier veelal voldoende, omdat de verlaging van den waterspiegel gewoonlijk niet veel zal behoeven te bedragen.

Men stelt de beschoeiing, als men den loodrechten stand niet bepaald verlangt, onder eene helling of slepende naar achteren, omdat de gronddruk tegen het achtervlak dan minder bedraagt, en omdat eenige vooroverzetting van den wand dan minder nadeelig is.

De geringe zwaarte van eene beschoeiing in vergelijking met een bekleedingsmuur kan in slappe gronden een gewichtig voordeel zijn.

Gunstig is het, dat eene beschoeiing in het algemeen in korter tijd is te maken dan een muur.

Beschoeiingen zijn, wat de kosten van aanleg betreft, gewoonlijk voordeelijker dan bekleedingsmuren; maar zij vorderen meer onderhoud en zijn minder duurzaam. Voor zoogenaamd tijdelijk werk zijn zij dus in de eerste plaats geschikt; zij zullen dan geheel te maken zijn van eene goedkoope houtsoort, hier te lande dennenhout; voor palen en gordingen zal rondhout kunnen worden gebruikt.

Voor eene meer blijvende constructie neemt men voor de palen van eene enkelvoudige beschoeiing vierkant beslagen eiken paalhout; voor eene samengestelde beschoeiing masten palen onder

de watersloof en beslagen of bezaagd eikenhout voor de stijlen of opzetters; voorts bezaagd eikenhout voor de deksloof en de beschoeiingsplanken, en dennenhout voor de watersloof, de zandstrook en de damplanken. Het hout voor de verankering zal gewoonlijk beslagen eiken paalhout zijn voor deelen boven en dennenhout voor deelen beneden de laagste waterstanden. De watersloof wordt met het oog op de belangrijkheid van dat stuk en de vele verbindingen met de palen, enz. somtijds van eikenhout genomen; voor de beschoeiingsplanken wordt ook wel grenenhout of gecreosoteerd dennenhout gebruikt. De zandstrook, waartegen de damplanken steunen, van eikenhout te nemen is aan te raden, indien dat stuk iets minder laag geplaatst wordt, dan noodig zou zijn om het altijd beneden water te houden.

Niet alleen voor de beplanking, maar ook voor de palen, sloven, enz. wordt wel gecreosoteerd dennenhout genomen.

De beschoeiingsplanken vorderen gewoonlijk het eerst vernieuwing; zij zijn in een ongunstigen toestand geplaatst, aan de grondzijde worden zij vochtig gehouden, aan de buitenzijde zijn zij afwisselend blootgesteld aan uitdrogen en nat worden. De duurzaamheid van het geheel zal alzoo bevorderd worden door de planken te vervangen door metselwerk. Maakt men de palen of stijlen dan daarbij van ijzer, dan is weder meer duurzaamheid verkregen. Beneden water is het hout zeer duurzaam. Eene uitzondering maakt daarop hout, dat aan de zeezijde blootstaat aan den aanval van den paalworm. Men moet het hout aan dien aanval niet blootstellen, tenzij het bespijkerd is met wormnagels of op eene andere wijze is beschermd.

Van eene beschoeiing, die vernieuwing eischt, zijn dikwijls de gedeelten der palen onder water en de damplanken nog in goeden staat; dit kan aanleiding geven tot het maken van eene beschoeiing met watergebint, terwijl de oorspronkelijke aanleg was eene enkelvoudige beschoeiing.

Gewoonlijk wordt het dagziende hout van beschoeiingen tot zoover de lage waterstanden het toelaten tweemaal geteerd. Ook bij de verbindingen of waar hout op hout draagt, worden de de oppervlakten vooraf met teer bestreken. Meestal gebruikt men daarvoor Moscovische teer, somtijds koolteer. De grond-

keerende zijde der beschoeiingsplanken laat men gewoonlijk ongedekt; bestrijking met koolteer wordt echter ook toegepast.

§ 10. **Bijzonderheden omtrent de samenstelling.** In overeenstemming met hetgeen hiervoor in § 3 is gezegd, zullen de verschillende vormen van beschoeiingen hier niet in bijzonderheden worden beschreven. Eene korte aanwijzing van sommige zaken mag evenwel in dit overzicht niet ontbreken.

De in te heien **palen** worden te voren op regelmatige wijze aangepunt, ten einde een gemakkelijk indringen in den grond in de juiste richting te bevorderen. Het is niet noodig ze tot een geringen stuit in te heien, want zij hebben weinig te dragen, maar zij moeten voldoende diep in vrij vasten grond komen om zijdelings steun in den grond te vinden. Soms worden eiken palen en stijlen voor het gedeelte, dat boven de lage waterstanden komt, vierkant afgewerkt; gewoonlijk echter wordt eenige wankant toegelaten, namelijk in vele gevallen  $2\frac{1}{2}$  of 3 centimeter, en bij zware constructies 5 tot 7 centimeter op de schuine zijde gemeten.

De **watersloof** bij de samengestelde beschoeiingen wordt met doorgaande pennen en gaten op de palen gewerkt; de gaten worden van onderen nauwsluitend om de pen en van boven ongeveer 2 centimeter ruimer gemaakt, ten einde na het inslaan van één of twee eikenhouten wiggen eene stevige verbinding van de sloof met de palen te verkrijgen, Pl. 1 fig. 10. Ook maakt men deze verbinding wel met eene niet doorgaande pen; de pen verkrijgt dan eene lengte van 0.16 à 0.20 M. en wordt met een of twee houten treknagels opgesloten; de verbinding is dan minder vast, maar men heeft het voordeel, dat de sloof minder wordt verzwakt, Pl. 1 fig. 11. De lasschen in de watersloof moeten juist boven een paal komen. Gewoonlijk verkiest men haaklasschen, die behalve met eenige zware spijkers nader met hakkelbouten of beter met schroefbouten bevestigd worden.

De **stijlen**, die op de watersloof komen, zullen in verband met de te maken verbindingen gewoonlijk niet worden gesteld boven de palen, die deze sloof dragen. De verbinding geschiedt met pen en gat, soms eene korte en krachtige pen, waarbij dan

behoort een roosbout tot verzekering der verbinding, soms eene langere pen door een of twee houten nagels opgesloten, Pl. 1 fig. 10 en 11.

De **deksloof** wordt insgelijks met pen en gat verbonden op de palen of stijlen; doch met eene bedekte pen, ten einde den bovenkant van de sloof ongeschonden te houden en inwatering te voorkomen. Behalve door een of twee houten nagels door de pen, wordt de verbinding meestal nog versterkt door gesmeed ijzeren beugels of door roosbouten, die dan bij alle of bij sommige palen worden aangebracht. Het bovenvlak van de sloof wordt afwaterende bewerkt. De lasschen van de deksloof moeten juist boven een paal komen, en bij voorkeur een paal, die verankerd is; zeer doelmatig is een schuine haaklasch, Pl. 1 fig. 12. Het zal in sommige gevallen nuttig zijn er op te letten, dat bij de verankerde palen de deksloof drukt tegen de pen, en dat bij de niet verankerde palen de pen drukt tegen de deksloof.

De **beschoeiingsplanken** worden alleen aan de kanten geschaafd, soms rechthoekig, soms in schuine richting en wel afhellende naar de zijde van den grond. Deze afschuining heeft ten doel de kans voor grondverlies door de naden te verminderen. Zij heeft echter minder beteekenis en zou dus wel achterwege kunnen blijven, wanneer, zooals meestal geschiedt, over de naden tengels worden gewerkt. De beschoeiingsplanken worden 0.25 à 0.35 M. breed genomen; zij worden op elken paal met drie of vier spijkers bevestigd en behooren zoo lang te zijn, dat de stuiknaden steeds op het midden van een paal komen en voor de verschillende plankrijen verspringen.

Wanneer men eiken **tengels** gebruikt, neemt men die meestal niet zwaarder dan 2 bij 7 centimeter; zij worden aan den bovenkant schuin bijgestreken en alleen aan de plank boven den naad vastgespijkerd.

Ten behoeve van de **zandstrook** of **watgording** moeten de palen niet of slechts weinig worden ingekeept; de verbinding met den paal geschiedt met een schroefbout of een hakkelbout. Eene zwaarte van 0.12 bij 0.15 M. is in vele gevallen voldoende, maar soms is in verband met den druk, dien de damplanken er op overbrengen, een zwaarder afmeting noodig.

De **damplanken**, gedrukt door den grond achter de beschoeiing en met hun bovineinde aan de zandstrook vastgespijkerd en daar gesteund, moeten ook op lager gelegen punten steun vinden. Dringen zij met de punt eenige decimeters diep in eene vaste grondlaag of over eene grootere diepte in matig vasten grond, dan zal voldoende steun kunnen aanwezig zijn. In een meer weeken bodem zal door eene dieper gelegen gording het noodzakelijk steunpunt kunnen worden verkregen. Het zal in vele gevallen voldoende zijn, wanneer de damplanken reiken tot 0.50 M. beneden den bodem van het kanaal of water, waarlangs de beschoeiing is aangelegd. Is de bodem zeer diep gelegen, en staat de beschoeiing in de helling, die naar den kant oploopt, dan bereiken de damplanken de diepte van den bodem dikwijls niet. In het algemeen zal men de lengte der damplanken hebben te regelen naar de diepte, die op korten afstand vóór de beschoeiing aanwezig is of door baggering of uitschuring door stroom daar kan worden verwacht; voorts naar den aard van den grond en naar den druk, dien de damplanken ondervinden. De dikte der damplanken is af te leiden uit den druk, waaraan zij weerstand moeten bieden in verband met de wijze, waarop zij steun vinden. Dikwijls zal grooter dikte moeten worden aangenomen om planken te hebben, die men behoorlijk kan inheien, niet alleen met het oog op de buigzaamheid van eene betrekkelijk dunne plank, maar ook in verband met de verbinding der planken onderling. Bij eene verbinding met messing en groef zal de dikte 0.08 of 0.10 M. of meer moeten bedragen; voor dunnere planken past eene aansluiting met vischbek of volgens een plat vlak. De breedte der planken neemt men veelal niet minder dan 0.30 M., ten einde minder naden te hebben en minder houtverlies te lijden voor het verkrijgen van de aansluiting. Door de wijze van aanpunting der planken, zie Pl. 1 fig. 13, verkrijgt men, dat eene plank, die wordt ingedreven, tegen de voorafgaande plank aandringt; men werkt met de messing vooruit, omdat er dan minder aanleiding is, dat grond in de groef opgesloten wordt.

Men heeft wel alle of sommige samenstellende deelen van een beschoeiingswand van **gegoten ijzer** gemaakt. In plaats van beschoei-

ingsplanken komen dan in aanmerking wandplaten, die slechts van paal tot paal strekken en door middel van schroefbouten onderling en aan de palen worden verbonden; de dampplanken zijn dan smalle platen met versterkingsruggen, die met de zijden aan elkaar sluiten en tusschen de ijzeren palen in passen; sloven en gordingen zijn dan soms in het geheel niet aanwezig, soms komen in plaats daarvan stukken, die slechts van paal tot paal reiken, en somtijds langere stukken, die over eenige palen heengaan tot beter onderling verband. Voorbeelden van beschoeiingen geheel van ijzer vindt men bij sommige werken in Engeland 1); doch veel navolging heeft de constructie niet gevonden, hetgeen te verklaren is uit de omstandigheid, dat zoodanige bekleeding vrij kostbaar is en toch niet, wat duurzaamheid en degelijkheid aangaat, gelijk is te stellen met een muur. Gegoten ijzer voor sommige deelen als stijlen, sloven en gordingen is van meer toepassing; daarbij wordt dan voor de wandbekleeding metselwerk en voor de deelen onder water hout genomen. Aan de stijlen geeft men dan gewoonlijk een vorm, die geschikt is om in regelmatige aansluiting te komen met de staande gewelfjes, die tusschen de stijlen worden opgemetseld, Pl. 1 fig. 14. Voorts moeten de stijlen in hun geheel voldoende sterk zijn in verband met den grondruk en plaatselijk voldoende sterk tegen de drukking van de gewelfjes; zij moeten aan de einden goed in verbinding komen met de watersloof, waar zij op staan, en bovenaan met de dekplaten. De verbinding met de watersloof moet vooral er op ingericht zijn, dat verschuiving over die sloof ten gevolge van den grondruk wordt voorkomen; zij wordt verkregen door aan den stijl een min of meer verbreedend voet te geven, die in of om de sloof grijpt, welke voet dan met schroefbouten aan de sloof bevestigd wordt. Voor de verbinding met de dekplaat zullen gewoonlijk aan het bovineinde van den stijl flenzen zijn aangegoten. In gewone gevallen zijn de stijlen boven en beneden even zwaar; bij lange stijlen zal het in aanmerking komen de dwarsdoorsnede veranderlijk aan te nemen. Steeds zal bij het ontwerpen van den stijl gelet moeten worden op de

---

1) Zie Transactions of the Institution of civil Engineers I (1836) pag. 195.

eischen van gietwerk; het stuk moet zooveel mogelijk gemakkelijk gevormd en goed gegoten kunnen worden; de ijzerdikte zal gewoonlijk op  $1\frac{1}{2}$  à 2 centimeter en voor sommige flenzen en voetplaten op  $2\frac{1}{2}$  à 3 centimeter kunnen worden aangenomen; voor zwaar werk zullen deze maten eenige vermeerdering ondergaan.

Het **metselwerk** tusschen en achter de houten of ijzeren stijlen wordt gebouwd in den vorm van een muur of van een staand gewelf. Een muur zal dikker moeten zijn en is daardoor plaatselijk sterker; bovendien zal de muur een meer regelmatig en beter samenhangend metselwerk zijn; daarentegen is de gewelfvormige bekleeding, zoolang de metselspecie nog niet geheel verhard is, beter tegen drukking bestand en vordert zij minder materiaal. Vrij algemeen wordt de gewelfvormige bekleeding toegepast. Voor het gewelf is een geringe pijl, bijvoorbeeld  $\frac{1}{2}$  à  $\frac{1}{5}$  van de koorde, aangewezen, omdat dit voordeelig uitkomt voor de breedte van de sloof, waar het gewelf op draagt, en omdat een grooter pijl in den dag een minder vlak metselwerk geeft. Bij matige hoogte van den wand en geringen afstand der stijlen worden de gewelfjes een halven steen dik. De steenen worden gemetseld in horizontale lagen; bij eene dikte van één steen zal men in plaats van het gewone metselverband te volgen, uithoofde van den gewelfvorm, bij voorkeur de steenen leggen volgens de dikte van het gewelf, zoodat alleen koppen aan de dagzijde komen. Voordat men het metselwerk aanvangt, moeten de stijlen hun vasten stand hebben, zoodat koppeling en verankering der stijlen vooraf behooren te gaan. Voor het metselwerk moet harde steen, klinkert of hardgrauw, en in het water verhardende mortel gebruikt worden.

Houten of ijzeren **ankers** worden volgens de richting hunner lengte getrokken; doch er is ook, vooral bij houten ankers, te denken aan doorbuiging tengevolge van het nazakken of inklinken van den aanvullingsgrond. Wanneer bij lange ankers eene na-deelige doorbuiging wordt gevreesd, zal men die ankers door palen kunnen steunen; bij eene lengte van 3 of 4 M. kan dergelijke ondersteuning doorgaans worden nagelaten. Houten ankers worden aan de palen of stijlen van den beschoeiingswand verbonden, tenzij langs de voorzijde eene gording loopt, in welk geval

het anker met de gording in verbinding moet worden gebracht. De vereeniging der stukken geschiedt zwaluwstaartsgewijze, Pl. 1 fig. 12 en 15, doch ook soms met inkeping en voorloef; in het eerste geval behoeft het anker niet zoover uit te steken en dit is veelal gewenscht. Door middel van een schroef- of spiebout moet de goede aansluiting der stukken worden verzekerd. Ook worden de ankers wel zonder houtverband, alleen door ijzeren beugels en bouten, aan de palen verbonden, Pl. 1 fig. 16.

Ijzeren ankerstaven gaan midden door de palen of gordingen heen en worden dan opgesloten met eene sluitplaat en moer, of zij zijn gekoppeld aan beugels of bouten, die aan de palen vast zijn. Somtijds worden de staven nabij het einde omgezet of omgebogen, zoodat zij om de gording heengrijpen.

De ankers worden aan het andere uiteinde, dat is daar, waar zij in verbinding komen met hunne steunpunten, op overeenkomstige wijze, als hierboven ten opzichte van de deelen van den beschoeiingswand is gezegd, aan de kruishouten of ankerpalen bevestigd. De zwaluwstaartverbinding heeft daar echter minder beteekenis, zoodat eene eenvoudige inkeping regel is.

De steunpunten voor de ankers zijn, zooals reeds in § 7 is opgemerkt, soms dadelijk aanwezig, bij voorbeeld, wanneer twee beschoeiingen elkaar wederkeerig kunnen steunen, doch in vele gevallen zijn die steunpunten niet zoo gemakkelijk te verkrijgen. Zeer gewoon is het het anker te verbinden aan een kruishout, dat tegen twee ankerpalen steun vindt, Pl. 1 fig. 3, 5, 6 en 7; deze wijze van doen kan eenigszins gewijzigd zijn, onder anderen zooals in fig. 9 zichtbaar is, waar drie ankerpalen zijn gebruikt. In fig. 4 is het kruishout niet aanwezig. Het is duidelijk, dat lange ankerpalen zullen moeten genomen worden, wanneer de grond in de nabijheid van het aangrijpingspunt van het anker weinig weerstand belooft, doch dieper gelegen grondlagen eene voldoende vastheid hebben; de palen zullen dan eenigszins doorbuigen, terwijl zij aan hun benedeneinde worden vastgehouden. Als de aard van den grond daarentegen meer gelijkmatig is, en nabij het aangrijpingspunt een aanmerkelijke weerstand kan worden verwacht, zal minder in de lengte van de palen, maar wel in vergrooting van het steunvlak in de



nabijheid van het aangrijpingspunt, de stevigheid der verankering moeten worden gezocht.

Een kruishout, gesteund door korte tegen elkander aansluitende paaltjes of planken, een houten schot of wand of een gegoten ijzeren ankerplaat, zal in vaste gronden een goed steunpunt kunnen geven. De ankerplaat wordt kostbaar, als men een tamelijk groot steunvlak wil verkrijgen, doch heeft het voordeel van duurzaamheid.

Eene eigenaardige wijze van verankering, voorgesteld op Pl. 1 fig. 17, is toegepast bij de havenwerken op Feijenoord tegenover Rotterdam; een nagenoeg loodrecht gerichte houten wand is stevig verbonden met een horizontaal wandvlak; het aangrijpingspunt van het anker is bovenaan. Deze ankerstoel, zooals men bij genoemde werken het steunpunt genoemd heeft, is ook wel andersom geplaatst, zooals op Pl. 4 te zien is. Door het gewicht van den grond, dragende op den horizontalen wand, wordt de andere wand, niettegenstaande het hooge aangrijpingspunt van het anker, in den loodrechten stand gehouden; deze wand kan dus behoorlijk steun vinden tegen den grond; wrijvingsweerstand van het geheele samenstel over den ondergrond komt ook in aanmerking. Deze inrichting kan voordeelig zijn, indien men om de eene of andere reden het anker hoog moet laten aangrijpen en een ankerplaat of een eenvoudige houten wand zoo hoog geen weerstand genoeg vinden zou.

Als de hoogere grondlagen slap zijn, doch diepere lagen behoorlijk vast, dan zal men zeer geschikt een goed steunpunt kunnen verkrijgen door het inheien van een langen ankerpaal, die dan voldoende weerstand tegen uittrekken zal moeten bieden; door een of twee schoorpalen, die dan dikwijls korter zullen kunnen zijn, aan den ankerpaal te verbinden zal verzetting van dezen zijn te beletten. De schoorpalen moeten niet te dun worden genomen, omdat zij niet moeten buigen door den druk, dien zij volgens hunne lengte zullen ondergaan, noch door zetting van den grond.

Het steunen of stempelen van den wand, op de wijze als in § 7 sub c bedoeld is, komt voor bij bruggen en sluizen, ook bij wanden, die soms te pas komen bij ingravingen of insnijdingen

in den grond, en dan zijn zij van tijdelijken aard, zooals bij fundeeringsputten of bij fundeeringsseuven, of van blijvenden aard, zooals Pl. 1 fig. 19 daarvan een voorbeeld geeft, waar de wandbekleding is voorgesteld bij eene insnijding ten behoeve van den spoorweg Londen-Birmingham. De betrekkelijk dunne steenen wanden zijn nabij hun boveinde door ijzeren stempels gesteund. Deze constructie vormt een overgang tot de eigenlijke bekledingsmuren, omdat de wand, hoewel betrekkelijk dun, toch door zijne zwaarte aanmerkelijk bijdraagt tot den vereischten vasten stand; de ijzeren koppeling zal in verband daarmede minder krachtig behoeven te zijn, dan gevorderd zou worden, indien de wand een geringer gewicht had.

### § 11. Nog eenige opmerkingen omtrent de verankering.

Bij het ontwerpen eener beschoeiing doet zich ook de vraag voor, — en die is in de vorige paragrafen nog niet beantwoord, — hoe hoog het anker moet worden aangebracht en in welke richting. Van het anker wordt het minst geveerd, wanneer men het laat aangrijpen boven aan den wand, en eene richting loodrecht op het wandvlak is de beste om vooroverzetten van de beschoeiing tegen te gaan. Intusschen zijn er dikwijls redenen om het aangrijpingspunt lager te kiezen en om meer of min af te wijken van de aanbevolen richting. Zoo zal het anker om het te vrijwaren tegen beschadiging niet aan of zeer nabij de oppervlakte van het terrein moeten komen; en, wanneer het van hout is, zal het met het oog op de duurzaamheid bij voorkeur beneden het vlak der lage waterstanden moeten blijven, of, als dit niet kan, 0,80 à 1 M. beneden de oppervlakte van het terrein. Goede steunpunten voor het anker zijn in het algemeen beter in de diepte te vinden, en hieruit vloeien dikwijls voort een lager aangrijpingspunt en eene aanmerkelijk dalende richting. Voor een beschoeiingspaal is het ten opzichte van de sterkte van den paal gunstig, wanneer het steunpunt niet juist bovenaan is, maar eenigszins lager; doch als men het te laag neemt, gaat dit voordeel weer verloren, en de grens is spoediger bereikt, wanneer niet alle palen zijn verankerd, dan wanneer zij alle, hetzij rechtstreeks of door tusschenkomst

van eene gording, die verankerd is, in de verankering deelen. De bedoelde grens ligt, — wanneer de verankering om den anderen paal geschiedt, — van boven af gerekend op een afstand van ongeveer één derde, en, — als alle palen verankerd zijn, — op ongeveer twee derde der lengte van den paal, voor zoover deze reikt boven het steunpunt in den grond, of van den stijl, indien het eene beschoeiing met watergebint is. Het voordeeligste is het steunpunt te kiezen: in het eerste geval op een afstand van één vijfde ongeveer, en in het tweede op een afstand gelijk aan iets minder dan de halve lengte van den stijl of van het aangewezen gedeelte van den paal, in beide gevallen van boven af metende.

Hoe lang een anker minstens zal moeten zijn, hangt af van den aard en de inrichting van het steunpunt en alzoo van de mogelijkheid om een goed steunpunt te verkrijgen. Als men bij voorbeeld door middel van palen en schoorpalen in diepere grondlagen steun zoekt, zal men dikwijls op korten afstand achter den beschoeiingswand den vereischten steun kunnen vinden. Indien echter in hogere grondlagen de noodige weerstand moet geleverd worden, zal men verder van den wand moeten verwijderd blijven, en het zal vooral afhankelijk zijn van de hoogte der beschoeiing en van de vastheid van den grond, hoe ver het anker reiken moet. Het is moeielijk in dat geval de juiste maat aan te geven, doch eene aanwijzing min of meer heeft men, wanneer men achter de beschoeiing zich een vlak voorstelt, gaande door den voet der beschoeiing en oplopende onder een helling, overeenkomende met het natuurlijk talud van de grondsoort, en dan er op let, dat dit vlak scheiding maakt tusschen grond, die ter plaatse blijft, omdat de beschoeiing er is, en grond, die op de plaats zou blijven ook zonder beschoeiing. In dezen laatsten grond zal men eigenaardig de plaats voor het steunpunt moeten kiezen. Daarmede is evenwel niet gezegd, dat in den grond tusschen gedacht vlak en den wand eene verankering zonder waarde zou zijn, want het kan gebeuren, dat een samenhangend deel van den aanvullingsgrond door middel van de verankering als het ware blijft samenhangen met den beschoeiingswand en alzoo

bijdraagt tot den vasten stand van het geheel; maar deze toestand is blijkbaar meer onzeker, tenzij men zich, — wat evenwel de gewone wijze van construeeren niet is, — door het uitbrengen van een aan den wand gekoppelden horizontalen vloer of op eenige andere wijze den bedoelden samenhang en samenwerking van het gewicht van den grond verzekert.

Het is duidelijk, dat het, waar dit doelmatig geschieden kan, steeds aanbeveling verdient om in den ongeroerden grond steun te zoeken.

Eene verankering zal, zooals bij voorbeeld bij de beschoeiingen op Pl. 1 fig. 20 en 21 het geval is, een min of meer samengesteld aanzien kunnen hebben. De beteekenis van zoodanige verankering zal, uit hetgeen tot nu toe gezegd is, zeer wel kunnen worden afgeleid. Bij die van fig. 20 wordt door de twee ankers, één horizontaal en één hellend, met den beschoeiingspaal eene driehoekige figuur gevormd, waaraan verschillende in den grond geheide palen en een doorgaand kruishout bevestigd zijn. Wanneer nu de driehoekige figuur aan de hoekpunten een degelijk verband heeft, zal het vooroverkomen der beschoeiing hoofdzakelijk verhinderd worden door den weerstand der palen tegen uittrekken en door den wrijvingsweerstand en den grondweerstand, ondervonden door de overige deelen der verankering. Het kan echter ook zijn, dat deze laatste twee weerstanden niet in aanmerking komen, maar in plaats daarvan het gewicht van eene grondmassa, die tusschen het houtwerk der verankering hangen blijft. Al deze in hoofdzaak verticaal gerichte weerstanden zullen den beschoeiingswand in den verlangden stand kunnen houden, indien slechts de beschoeiingspalen, voor zoover zij in den grond zitten, in dien grond voldoende weerstand vinden tegen horizontale verplaatsing. Is deze laatste weerstand niet voldoende aanwezig, dan is het nog mogelijk, dat de verankering die kan leveren bij eene doorbuiging der ankerpalen en door een aanleunen van palen en kruishout tegen den grond, waardoor grondweerstand wordt opgeroepen.

Bij de verankering van fig. 21 heeft men alleen met horizontale weerstanden te doen, geleverd door de doorbuigende ankerpalen, die in den ondergrond steun vinden en door den

grondweerstand, die voorkomt bij de bovineinden der palen, maar vooral bij het planken schot, dat tegen de achterste palenrij is aangebracht.

Het stelsel van verankering, dat door fig. 21 wordt voorgesteld, is betrekkelijk eenvoudig, vergeleken namelijk bij dat, waarvan fig. 20 eene voorstelling geeft. Wanneer eene verankering volgens fig. 20 te construeeren is, zal het doelmatig zijn drieërlei gevallen te onderscheiden. Men zal namelijk de afmetingen der deelen en de constructie der verbindingen zoo kunnen regelen, dat zoowel aan de eischen, die voortvloeien uit de beschouwing der verticale weerstanden als aan die, welke volgen uit de horizontale, wordt voldaan; maar men zal ook de constructie meer uitsluitend kunnen richten op de verticale of meer uitsluitend op de horizontale weerstanden; en het zal vooral afhankelijk zijn van den aard van den grond, welke beschouwing in deze gevolgd moet worden. Dat deze onderscheidingen gewichtige gevolgen hebben, is duidelijk, en zal niet in alle bijzonderheden behoeven te worden aangetoond. Om toch een voorbeeld te noemen, wijzen wij op de ankers, die in het eerste en tweede geval, behalve tegen trekking, ook sterk moeten zijn tegen buiging wegens de bevestiging met de palen, die als het ware hangen aan de ankers; terwijl in het derde geval de ankers daarentegen ondersteund worden door de palen, in verband waarmede de ankers betrekkelijk dunner zullen kunnen zijn.

## § 12. Opgaven omtrent de beschoeiingen van Plaat 1.

De meeste der beschoeiingen, die op Pl. 1 voorkomen, zijn geteekend in overeenstemming met de bestekken, waarnaar die werken zijn uitgevoerd. De teekeningen geven dus de gemaakte ontwerpen, doch niet altijd, wat gemaakt is of bestaat. Zooals blijken zal, zijn soms bij de uitvoering wijzigingen gebracht in het oorspronkelijk plan, en zijn sommige beschoeiingen reeds spoedig na den bouw door andere werken vervangen.

In fig. 2 is de glooiingsbeschoeiing voorgesteld, die over eene aanzienlijke lengte de boorden van de Willemsvaart tusschen Zwolle en Katerveer tegen afslag verzekert; de beschoeiing reikt met den bovenkant tot 0,20 M. + AP. of slechts weinig boven

den gewonen waterstand. Palen en gording zijn van eikenhout; de dennen damplanken sluiten koud tegen elkaar.

Fig. 3 heeft betrekking op eene beschoeiing langs de oostzijde van de havenkom of het verbreed gedeelte van het Voornsche kanaal te Hellevoetsluis; de waterstand is dus die van genoemd kanaal. Deze beschoeiing, lang 675 M., in 1866 gemaakt, bevond zich reeds in 1875 in een staat, die herstelling of vernieuwing eischte; de bovineinden der dennen damplanken begonnen te verrotten en de beschoeiing stond met zoodanige bochten, dat blijkbaar de verankering aanmerkelijk en ongelijkmatig had toegegeven en dus onvoldoende was. Men heeft in de jaren 1876 en 1877 over eene lengte van 500 M. de beschoeiing vervangen door een basaltmuur op hooge fundeering; daarbij zijn de eenigszins dieper ingedreven beschoeiingspalen en de afgezaagde damplanken in de fundeering opgenomen, (zie Pl. 2 fig. 10). Het overgebleven gedeelte beschoeiing was in 1879 nog aanwezig; het voornemen bestond hieraan de verankering te verbeteren, de damplanken af te zagen op de hoogte der lage waterstanden en daarboven gecreosoteerd dennen beschoeiingsplanken aan te brengen; alzoo weder voorkeur gevende aan eene beschoeiing, omdat het basaltmuurtje herhaaldelijk beschadigd en ontzet was geworden door schepen, die daarlangs gemeerd lagen, en eene beschoeiing tegen dergelijke beschadiging in het gegeven geval gebleken was beter bestand te zijn. Het stellen van wrijf- of keerpalen langs den muur werd te kostbaar geacht.

Fig. 4 geeft eene beschoeiing behorende tot de werken van het Meppelerdiep te Zwartsluis. De palen, deksloof, watergording en ankerpalen zijn van eikenhout, de damplanken van gecreosoteerd dennenhout. Het toogvormig metselwerk is een halven steen of 11 centimeter dik.

De beschoeiing van fig. 5 is in 1875 gemaakt tijdens de verruiming van de Willemsvaart, ten behoeve van de verbetering van den waterweg van Zwolle naar zee. Deze beschoeiing loopt langs het Israëlitische kerkhof; afgraving van grond om de gewenschte verbreding van het kanaal te verkrijgen, kon daar niet worden toegelaten; door het maken der beschoeiing heeft men voldoende in breedte gewonnen. Bij den bouw zijn

gegalvaniseerd ijzeren ankers gebezigd; de zandstrook en de damplanken zijn van dennenhout; voor de andere deelen is eikenhout gebruikt.

Fig. 6 heeft betrekking op eene beschoeiing in 1854 gesteld aan den teen van den binnenberm van den Noorder Lekdijk nabij Vreeswijk. De groote lengte der damplanken doet vermoeden, dat de beschoeiing, behalve tot versterking van den kant van den berm, ook gemaakt is met het doel om de kwel onder den dijk af te snijden of te verminderen. De beschoeiing blijft geheel beneden de gewone waterstanden, wat voor de duurzaamheid gunstig is; in 1880 was zij nog in zeer goeden staat aanwezig.

Fig. 7 stelt eene beschoeiing voor langs eene losplaats aan de oostzijde van het kanaal door Zuidbeveland nabij de schutsluizen te Hansweert. Reeds spoedig na den bouw in 1865 bleek de aanval van den paalworm. Dit gaf aanleiding tot vervanging der beschoeiing door een kaaimuur. Deze is in 1871 gebouwd op eene 1,25 M. dikke betonlaag, die met den bovenkant ongeveer 1,65 M. beneden kanaalpeil ligt, en die achter en tegen het gedeelte, dat van de beschoeiing is behouden gebleven, steunt. De beschoeiingspalen namelijk zijn even boven de zandstrook afgezaagd. De muur is in baksteen opgetrokken; tijdens de uitvoering van het werk is het kanaal gedurende eenige dagen tot 1,70 M. beneden kanaalpeil afgelaten.

In fig. 8 is eene beschoeiing te Amsterdam voorgesteld. De beide ankers, lang ruim 4 M., zijn bevestigd aan een gemeenschappelijk en doorlopend kruishout, dat tegen ankerpalen steun vindt.

De beschoeiing, waarop fig. 9 betrekking heeft, is niet geheel volgens het ontwerp uitgevoerd. Het is eene beschoeiing, die gesteld is langs de westzijde van de haven te Breskens. Bij de uitvoering heeft men veel last gehad van loopzand, dat telkens de funderings sleuf vulde, zoodat het zeer bezwaarlijk bleek de watersloof op de bepaalde diepte, namelijk met den bovenkant ter hoogte van dagelijksch laag water te brengen. Men heeft het in het belang van het werk niet noodzakelijk geacht de moeielijkheid te overwinnen, maar heeft die ontgaan door de watersloof 0,50 M. hooger te leggen. Ook de verankering is gewijzigd; bij de herhaalde afschuivingen gedurende het graven

der fundeerings sleuf bleek, dat de voorgeschreven lengte van 5,80 M. voor de ankers onvoldoende was, zoodat ankers zijn gebruikt van 7, 8 en 9,50 M. lengte. Het aantal ankers werd vermeerderd door de ankers om den anderen paal aan te brengen en niet om de drie palen, zooals aanvankelijk bedoeld was. In plaats van afzonderlijke kruishouten heeft men een doorlopend kruishout gelegd. Aangezien bij dit werk aanval van paalworm te duchten was, heeft men het hout bespijkerd met wormnagels tot op de hoogte van 1 M. boven dagelijksch laagwater. Dit is in het gegeven geval tamelijk laag, want gewoonlijk wordt de bespikering voortgezet tot een weinig boven het vlak halver wege hoog en laag water, dat zou dus hier zijn tot ruim 1,80 M. boven laagwater. Deze bespikering is alleen noodig geweest voor het gedeelte der beschoeiing, waar de bodem is uitgediept bij de aanlegplaats van de stoomboot; op andere plaatsen valt de bodem bij laagwater droog, zoodanig dat het hout door den grond genoegzaam tegen den aanval gedekt is. In de jaren 1865 en 1866 zijn de beschoeiingen langs de haven gemaakt, en in het tijdperk van nauwelijks vijftien jaar, dat sedert is verstreken, zijn reeds herhaalde malen ankers afgebroken; door roest hebben sommige veel geleden, en de vermindering in sterkte dien ten gevolge was betrekkelijk groot, omdat de ankerstaven slechts 24 millimeter middellijn hebben en dus vrij dun zijn genomen. Omtrent de constructie geeft de teekening vrij voldoende inlichting; alleen mag nog opgemerkt worden, dat de nadere bevestiging der stijlen op de watersloof op doelmatige wijze verkregen is door ijzeren gespen, zwaar 1 bij 4 centimeter, die om den voorkant van elken stijl grijpen, langs de achterzijde van de sloof ombuigen en voorts met spijkers vastgemaakt zijn.

Fig. 20 is gevolgd naar eene oude beschoeiing te Duinkerken, die beschreven en afgebeeld is in Bélidor, *Architecture hydraulique* I Chap. XII. Ofschoon het met het stelsel van beschoeiing niet zoozeer te maken heeft, zoo verdient het toch vermelding, dat achter den daar beschreven beschoeiingswand onderaan eenige lagen rijsbossen gelegd zijn om uitspoeling van den aanvullingsgrond te voorkomen, en dat daarboven achter den wand ter dikte van 1,80 M. eene aanvulling met klei is geschied en verder



achterwaarts met den gewonen ter plaatse verkregen grond. Door Bélidor wordt deze samenstelling zeer geroemd, ook Hagen in zijn Handbuch der Wasserbaukunst acht dit eene constructie, die in sommige omstandigheden navolging verdient. Het stelsel zal met oordeel moeten worden toegepast, zooals uit de beschouwing aan het slot van § 11 zal zijn gebleken.

De beschoeiing van fig. 21 is in 1844—46 gebouwd tot vorming van een kaai te Belfast langs het riviertje de Lagan 1). De beschoeiingspalen staan midden op midden 1,52 M. van elkaar; de damplanken staan vóór de palen en worden aan hun boveinde gehouden door een doorlopend plat ijzer, zwaar 15 bij  $2\frac{1}{2}$  centimeter, dat behoorlijk bevestigd is en ook rechtstreeks door de ankers wordt gesteund. De beplanking, dik  $12\frac{1}{2}$  centimeter, is bevestigd tegen de buitenzijde van de palen; om den anderen paal zijn keerhouten van 34 centimeter in het vierkant tegen de beplanking aangebracht. Alle palen zijn verankerd, op de wijze als de teekening aangeeft; tegen de achterste ankerpalen is een doorgaande wand, breed 1,37 M. van planken, 10 centimeter dik, bevestigd. Zooals uit de teekening is te zien, is achter de beschoeiing eene grondaanvulling noodig geweest van ongeveer 5,80 M. hoogte boven den rivierbodem. Aan de rivierzijde is door baggering eene diepte van omstreeks 2,40 M. beneden laagwater verkregen. De aanvulling heeft grootendeels plaats gehad met in de rivier gebaggerden grond, bestaande in hoofdzaak uit zand en zachte blauwe klei.

De slappe kleilaag ter plaatse, waar deze beschoeiing gebouwd is, heeft eene vrij aanzienlijke dikte, zoodat slechts weinige palen tot in den vasten ondergrond zijn doorgedrongen. Desniettegenstaande is dit werk voldoende sterk gebleken en heeft het gedurende eene reeks van jaren goede dienst gedaan. Eerst onlangs ongeveer dertig jaar na den bouw is het afgebroken moeten worden, omdat het onderhoud lastig en kostbaar werd, bijzonder gedurende de laatste tien jaren. Het hout werd slecht, vooral dat van de deksloof, keerhouten en beplanking; herhaaldelijk braken ook ankers, die door roest veel waren afgenomen.

1) Zie Minutes of proceedings of the Institution of civil Engineers 1878—1879.

### HOOFDSTUK III.

#### BEKLEEDINGSMUREN.

---

§ 13. Omschrijving. Het woord bekleedingsmuur wordt hier te lande in een ruime beteekenis gebruikt.

In Duitschland maakt men wel onderscheiding tusschen :

*a.* Stützmauern, die blootgesteld zijn aan de drukking van aanvullingsgrond ;

*b.* Futtermauern, die voorkomen bij insnijdingen in den vasten bodem en ongeroerden grond hebben te keeren ; en

*c.* Verkleidungsmauern, die bestemd zijn om een rotswand tegen verweering en afbrokkeling te beschermen.

De muren onder *a* bedoeld zullen de meeste zwaarte moeten hebben ; die onder *b* zullen gewoonlijk eenigszins minder zwaar kunnen genomen worden, en die onder *c* zullen veelal van aanzienlijk mindere zwaarte zijn.

Het maken van deze onderscheidingen is nuttig, maar niet noodzakelijk, zoodat de algemeene benaming bekleedingsmuren, soms korthedshalve muren, kan worden behouden. In elk voorkomend geval toch zal de werkelijke toestand, waarin de muur verkeert, zoo juist mogelijk moeten worden nagegaan, om dien overeenkomstig een ontwerp te maken of een bestaanden of ontworpen muur te beoordeelen ; bovendien is het dikwijls bezwaarlijk tusschen de verschillende soorten de juiste scheiding te maken, en komen er overgangstoestanden voor van de eene soort tot de andere.

Het geval, dat ons vooral bezig zal houden, is dat, waarbij de bekleedingsmuur aan de achterzijde gedrukt wordt door eene

grondaanvulling, tijdens of na den bouw ondernomen. Dit is een veel voorkomend geval en tevens een zeer gewichtig, omdat de muren daarbij de zwaarste afmeting bekomen.

De muur draagt op den natuurlijke, behoorlijk tot op de vereischte diepte afgevlakt bodem, of op eene meer of min samengestelde fundeering. Steeds zullen muur en fundeering afzonderlijk worden beschouwd als twee verschillende zaken, doch die natuurlijk wederkeerig invloed op elkaar hebben. Dit is noodig, omdat, behoudens enkele uitzonderingen, de muur niet is vastgehecht of verbonden aan de fundeering, maar eenvoudig daarop staat, en dientengevolge, zoowel muur als fundeering, elk voor zich aan bepaalde eischen moeten voldoen.

#### § 14. Algemeene opmerkingen omtrent den muur.

Een bekleedingsmuur, die geen voldoende vasten stand heeft of niet sterk genoeg is, kan als één geheel omkantelen om den voorkant of verschuiven over het vlak, waar de muur op draagt; maar het kan ook zijn, dat in den muur zelf spanningen of drukkingen worden opgeroepen, die den muur doen scheuren of breken en somtijds dientengevolge gedeeltelijk doen bezwijken, of die ter plaatse van den grootsten druk tot verbrijzeling van de bouwstof aanleiding geven.

De vaste stand van een gegeven muur ten opzichte van het omkantelen is na te gaan door te letten op den druk van grond en water tegen den muur en op de zwaartekracht, die rechtstreeks op den muur werkt en aangewezen wordt door het gewicht van den muur. De resultante van de hier genoemde krachten zal niet buiten het grondvlak van den muur moeten vallen, maar zal dat grondvlak moeten snijden. De muur zal eene drukking uitoefenen op het vlak, dat den muur draagt, en, indien dit vlak tegen dien druk bestand is, zullen daarin reactien worden opgeroepen, die met genoemde drukking evenwicht zullen maken. Het is duidelijk, dat als er, behalve het gedacht draagvlak, nog andere steunende vlakken zijn, ook met de daar voorkomende reactien rekening moet worden gehouden.

Het verschuiven van den muur in eene richting evenwijdig aan het draagvlak wordt soms voldoende tegengegaan door den

wrijvingsweerstand en soms door boven dat vlak uitstekende ribben, schuifhouten of schuifribben genoemd. Door aan het draagvlak eene achterwaartsche helling te geven wordt dikwijls op doelmatige wijze de mogelijkheid van verschuiven weggenomen. Het zou ook kunnen gebeuren, dat een gedeelte van den muur over een voegvlak ging schuiven; zoolang de metselspecie versch is, bestaat daarvoor natuurlijk meer aanleiding dan later.

De krachten, die op den muur werken, zullen in het materiaal, waaruit de muur is samengesteld, drukkingen of spanningen kunnen doen ontstaan, die nadeelig zijn. Het materiaal, dat gebruikt wordt, is algemeen tegen vrij aanzienlijken druk bestand; veel minder tegen trekspanning. Vooral, zoolang de metselspecie niet is verhard, zal men het moeten vermijden, dat trekspanningen voorkomen.

Op dit alles zal te letten zijn. Het is duidelijk, dat een bekleedingsmuur betrekkelijk zwaarder afmetingen moet verkrijgen, naarmate de gronddruk grooter is, het soortelijk gewicht van het muurwerk geringer en de weerstand of samenhang van het materiaal kleiner. De gronddruk tegen een bepaalden muur is, behalve van de gedaante, de grootte en den stand van het gedrukte muurvlak, afhankelijk van den aanvullingsgrond, van den vorm en de ligging van het bovenvlak der grondaanvulling en soms bovendien van eene belasting op zoeven genoemd bovenvlak.

### § 15. Verschillende vormen van bekleedingsmuren.

Aan bekleedingsmuren heeft men zeer uiteenlopende vormen gegeven, vooral het gevolg van een streven om doelmatig en tevens zuinig te bouwen.

Men kan de bekleedingsmuren onderscheiden in muren van eenvoudigen en van samengestelden vorm.

Zij worden van *eenvoudigen vorm* genoemd, als de dwarsdoorsnede van den muur onveranderd doorgaat, zoolang de muur dezelfde hoogte behoudt; van *samengestelden vorm*, indien de dwarsdoorsnede niet overal dezelfde is, zooals bij voorbeeld bij muren met conterforten, in welk geval de muur gewoonlijk volgens de lengte in stukken, die onderling gelijk zijn, gedeeld kan worden.

Verschillende *eenvoudige vormen* zijn voorgesteld op Pl. 2 fig. 1, *a* tot *n*.

In verband met de bestemming van den bekleedingsmuur tot kaaimuur, landhoofd, sluiswand of dergelijke zal men meer of min bepaalde eischen hebben omtrent de **voorzijde** van den muur. Wenscht men die juist te lood, dan komen alleen de dwarsdoorsneden of profielen *a* en *d* in aanmerking; doch dikwijls is eene afwijking uit het lood toe te laten, en dan kunnen de profielen *b*, *e*, *f*, *g* en *i*, alsmede de profielen *c*, *h*, *k*, *l* en *m* dienen; deze laatste groep geldt dan voor het geval, dat aan den voet van den muur meer helling kan worden toegelaten dan bovenaan.

In verband met een zuinigen bouw valt op te merken, dat muren met een loodrechten voorkant de minst voordeelige zijn. Hoe meer hellende, des te voordeliger, en tot aan zekere grens zal met het toenemen der helling eene vermindering der breedte van het grondvlak van den muur kunnen gepaard gaan; of, wat dezelfde beteekenis heeft, tot aan zekere grens wordt een bekleedingsmuur sterker, als men, met behoud van dezelfde breedte voor het grondvlak, aan den voorkant een deel wegneemt. Hierbij moet opgemerkt worden, dat het bij een voordelig muurprofiel eer dan bij een zwaar profiel noodig zijn zal om tegen het verschuiven van den muur maatregelen te nemen.

De **achter- of grondkeerende kant** van een bekleedingsmuur kan zijn te lood, Pl. 2 fig. 1 *a*, *e*, *h*, of hellende in den eenen of anderen zin, fig. 1 *b*, *d*, *f*, *g*, of volgens een gebroken lijn, fig. 1 *i*, *k*, of volgens een gebogen lijn, fig. 1 *c*, *l*, *m*. De gronddruk tegen den muur is grooter als de aanleunende grond voorover helt, zooals in fig. 1, *d* en *f*, dan wanneer deze achterover helt, zooals in de meeste andere profielen; doch de richting van de resultante van dien druk is ten opzichte van den voorkant van den muur, met het oog op het omkantelen, gunstiger bij de helling voorover dan bij die achterover. Het is dien ten gevolge niet zoo dadelijk blijkbaar welke helling voordelig is ten aanzien van het materiaal verbruik. Verschillende gevallen en omstandigheden zijn hierbij te onderscheiden, doch meestal zullen hieromtrent de volgende aanwijzingen gelden:

wijziging der helling van het achtervlak van den muur heeft veel minder invloed dan wijziging der helling van het voorvlak; de minst voordeelige toestand heeft men bij een achtervlak, dat niet veel van het loodrechte verschilt; eene helling meer voor- of achterover is dus voordeelijker, en algemeen zal men met de achterwaartsche helling het meeste voordeel kunnen verkrijgen. De opmerking geldt ook hier, dat bij het voordeelijker profiel eer verschuiving van den muur zal zijn te vreezen.

Het **grondvlak** van den muur is bij sommige vormen betrekkelijk groot, bij andere betrekkelijk klein; een groot grondvlak zal gewenscht zijn, als het vlak, waar de muur op draagt, tamelijk indrukbaar is; een klein grondvlak past voor een meer vast draagvlak.

De **bovenbreedte** wordt in hoofdzaak bepaald door het medegedeelde omtrent de voorzijde, den achterkant en het grondvlak. De breedte mag echter niet te gering worden met het oog op de sterkte en de afdekking van den muur.

Bij sommige profielen valt de verticale lijn, die door het zwaartepunt van de figuur getrokken wordt, zeer nabij den achterkant van den muur, soms buiten het grondvlak. Een dergelijke toestand zal alleen in enkele gevallen bij een zeer goeden aanvullingsgrond kunnen worden toegelaten; doch veelal zal men willen, dat de muur staan blijft ook zonder grondaanvulling of stand houdt, als de aanvullingsgrond wordt weggegraven. Dit verklaart onder anderen, waarom de profielen *g*, *i* en *m* minder gebruikelijke vormen zijn, ofschoon zij tot de voordeelige behooren.

Bij sommige profielen van fig. 1 is het grondvlak horizontaal, bij andere onder eene helling geteekend; welke helling, zooals hierboven reeds is opgemerkt, geschikt is om verschuiving over het draagvlak te voorkomen. Ofschoon de helling is aangegeven bij de profielen, die daarvoor het meest aanleiding geven, zoo zal het ook soms bij andere profielen doelmatig zijn die aan te nemen, en omgekeerd zal het kunnen zijn, dat men bij profielen, hier met een hellend grondvlak voorgesteld, het grondvlak horizontaal kiest.

De muurprofielen *a* tot *m* van Pl. 2 fig. 1 zijn niet op een bepaalde schaal geteekend; zij kunnen even goed muren van

3 M. als van 10 M. hoogte voorstellen. Het profiel *n* is ook niet op schaal geteekend, maar toch min of meer; het zou passen voor zeer hoge muren, van bijvoorbeeld 50 M. hoogte, als men de voorwaarde stelt, dat de muur voldoen moet, zoowel met als zonder den zijdelingschen druk van grond of water. Het verdient opmerking, dat bij zulke buitengewoon hoge muren de vorm, die doelmatig is te achten, meer bepaald is, dan bij de muren van gewone hoogte. Dit is het gevolg van de omstandigheid, dat bij de zeer hoge muren de voorwaarde, dat de inwendige drukkingen voldoende verwijderd moeten blijven van de grens, waarbij verbrijzeling van bouwstof te vreezen is, veel invloed heeft op den vorm, terwijl dit niet in gelijke mate het geval is bij de minder hoge muren, waarbij gewoonlijk, als aan de overige voorwaarden is voldaan, de inwendige drukkingen niet zoo belangrijk worden. Aannemende, dat bij eene gegeven grondsoort, enz. het profiel voor een muur van groote hoogte nauwkeurig is bepaald, dan zal men de doelmatige profielen voor muren van mindere hoogte verkrijgen, door van bovenaf een zoodanig deel van het profiel te nemen, als met de gewenschte hoogte overeenkomt. Als men op die wijze een muur van matige hoogte, bijvoorbeeld van 10 M., afsnijdt, zal men natuurlijk een voldoende muurprofiel verkrijgen; de muur heeft dan echter geen zeer groote hoogte, zoodat het eigenaardige van profiel *n* is verloren gegaan. Voor zulke minder hoge muren heeft men ruimer keuze omtrent den vorm, zooals de profielen *a* tot *m* voldoende aanwijzen.

Voorbeelden van muren van eenvoudigen vorm ziet men op Pl. 2 in de fig. 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 12, 13 en 16 en op Pl. 3 in de fig. 1, 2 en 3.

Muren van *samengestelden vorm* heeft men gebouwd met het doel om zuiniger te werken, dan bij behoud van den eenvoudigen vorm bereikbaar is. Gewoonlijk gaan met het voordeel, dat te verkrijgen is door den samengestelden vorm, nadeelen gepaard, weshalve het in elk bijzonder geval noodig zal zijn ook op de nadeelige omstandigheden te letten.

In de eerste plaats noemen wij muren, waarin in verticale richting kokervormige ruimten worden uitgespaard, die dan met

een goedkooper materiaal, zooals aarde, beton of een metselwerk van steenstukken, worden volgewerkt. Dit vullingsmateriaal levert met het regelmatig metselwerk de zware massa, die tegen omkantelen, enz. bestand moet zijn. Dat in een dergelijken muur eerder scheuren of afscheidingen zullen ontstaan, dan in een massief gebouwden muur, is de nadeelige zijde van deze constructie.

Bij deze muren met gevulde kokervormige ruimten kan de verhouding tusschen regelmatig metselwerk en vulling zeer verschillend zijn. Raadzaam mag het geacht worden, om of het regelmatig metselwerk of de vulling hoofdzaak te doen zijn. In het eerste geval zal het metselwerk een sterk samenhangend geheel moeten vormen en de hoofdmassa uitmaken; in het tweede geval heeft men eene betonmassa of iets dergelijks, en het regelmatig metselwerk is als eene bekleeding daarvan te beschouwen. Koppeling door inkassing, enz. van het metselwerk met deze massa is dan bijzonder aangewezen. Indien men aan het denkbeeld om het vullingsmateriaal hoofdzaak te doen zijn nog uitbreiding geeft door de scheidingswanden tusschen de kokers te laten vervallen, verkrijgt men een muur, die onder de muren van eenvoudigen vorm is te rangschikken.

In de tweede plaats onderscheiden wij muren met conterforten. Op Pl. 2 fig. 14 en 17 zijn zoodanige muren voorgesteld. Ook fig. 3 geeft een muur met conterforten, welke echter met groote tusschenruimten zijn gesteld (omstreeks 25 M.). Wij zullen bij de volgende beschouwingen meer het oog hebben op de fig. 14 en 17. De conterforten bevinden zich daar aan de grondkeerende zijde van den muur, omdat men aan de dagzijde een doorgaand muurvlak wenschte te behouden. In de gevallen, waarbij een doorgaand muurvlak geen bepaalde voorwaarde is, zal het voordeelig zijn de conterforten aan de dagzijde te hebben.

Het voordeelige van een muur met conterforten aan de achterzijde is het best in te zien, als men zich voorstelt, dat de massa der achter het muurvlak uitstekende conterforten regelmatig verdeeld wordt over den achterkant van den muur, en dan let op de verplaatsing van het zwaartepunt dier massa. Dit zwaartepunt en bijgevolg ook het zwaartepunt van den muur in zijn



geheel wordt door de gedachte vormverandering nader bij den voorkant des muurs gebracht, waaruit vermindering der stabiliteit volgt. De muur met conterforten heeft dus, bij een gelijk verbruik van materiaal, meer stabiliteit dan de eenvoudige muur.

Dat meer voordeel te verkrijgen is door conterforten aan de dagzijde van den muur, wordt duidelijk, wanneer men den eenvoudigen muur verandert, zoowel in een muur met conterforten aan de achterzijde als in een muur met conterforten aan de voorzijde. Het eerste zal men kunnen doen door materiaal tot vorming der conterforten te nemen aan de achterzijde van den muur, het tweede door aan den voorkant van den muur zooveel weg te nemen, dat daar conterforten overblijven, en het weggenomen materiaal over de achterzijde van den muur te verdeelen. Het is duidelijk, dat de laatst aangewezen verplaatsing van materiaal veel meer dan de eerste de stabiliteit zal bevorderen.

De nadeelige omstandigheid, die in aanmerking komt bij muren met conterforten aan de achterzijde, is het ontstaan van trekspanningen in het metselwerk, waardoor de benedengedeelten der conterforten kunnen worden afgescheurd van de hoofdmassa, en, bij muren met conterforten aan de voorzijde, het ontstaan van een grooten druk aan den voorkant der conterforten, waardoor verbrijzeling van de bouwstof of nadeelige indrukking van den grondslag van den muur kan worden teweeggebracht. Een merkwaardig voorbeeld van afscheuring van gedeelten van conterforten is geleverd door een bekleedingsmuur, die aan de achterzijde zichtbaar geworden is bij de in de laatste jaren ondernomen slechting der wallen van Breda. Van eenige op elkaar volgende conterforten was beneden ongeveer het een derde gedeelte afgescheurd en afgescheiden van den muur; vermoedelijk was tijdens de aanaarding van den muur de metselspecie nog slechts weinig verhard, zoodat aan de trekspanning, die opgeroepen werd bij eene geringe zetting van den muur, geen voldoende weerstand werd geboden. De muur is afgebroken; hij is afgebeeld op Pl. 2 fig. 18.

Het is een vereischte, dat de conterforten met den doorgaanden muur een zeer degelijk samenhangend geheel vormen.

Zoowel bij de bepaling van de verhoudingen en afmetingen, als bij den bouw, is daarop te letten. Afscheuring van conterforten of van gedeelten van conterforten mag niet voorkomen en de betrekkelijk dunne muurvakken tusschen de conterforten in mogen niet breken. Door voldoende afmetingen te kiezen en door den muur niet te spoedig na de voltooiing aan den gronddruk bloot te stellen, is hierin te voorzien.

Een meer samengestelden vorm ziet men in den muur, die op Pl. 2 fig. 6 is voorgesteld. Men heeft hier ook een muur met conterforten; deze zijn echter door gewelven onderling verbonden. Conterforten en gewelven te zamen bevorderen de stabiliteit, even als de conterforten dit doen bij de zooeven beschreven muren; in zoover is er dus overeenstemming; doch een wezenlijk verschil is op te merken in tweeërlei opzicht. De gewelven namelijk dragen aanvullingsgrond, hetgeen voor de stabiliteit voordeelig is; en de muurvakken tusschen de conterforten in komen, wat plaatselijke sterkte betreft, in voordeeligere toestand, omdat de gronddruk, gewijzigd door de aanwezigheid der gewelven, daar minder wordt, en die muurvakken dus met eene mindere dikte kunnen volstaan. Ook bij deze soort van muren behooren alle deelen degelijk samen te hangen, opdat men, bij de beoordeeling der stabiliteit, den muur als één geheel zal mogen aanmerken.

Van eenigszins anderen aard zijn de muren, die op Pl. 2 fig. 9 en 15 zijn afgebeeld. Deze muren kan men beschouwen als gevormd door pijlers of penanten, die op zich zelve genomen bestand zijn tegen de drukkingen, welke daarop worden uitgeoefend, en die als steunpunten dienen voor de gewelven en verbindingsmuren, die voor grondkeering en koppeling noodig zijn. Door het bouwen van zulke penanten wordt op zuinige wijze de vereischte stabiliteit verkregen; hierin ligt het voordeel van deze constructie; het nadeel is, dat de muur in vergelijking met een anderen, die een meer massief geheel vormt, plaatselijk minder weerstand zal kunnen bieden. Bij aanvaring, bij het vallen van een zwaren last op een gewelf of bij andere buitengewone omstandigheden zal verbreking van het muurwerk mogelijk zijn. Van belang is het dus, niet te ver te gaan in

het verminderen der dikte-afmetingen van de afzonderlijke deelen en tevens de sterkte te bevorderen door zorgvuldigen bouw. Opmerking verdient het, dat deze muren met pijlers of penanten somtijds een minderen of gewijzigden gronddruk te weerstaan hebben, dan een eenvoudige muur zou hebben te verduren. Zoo is in fig. 9 de gronddruk verminderd, omdat beneden het gewelf de grond onder een natuurlijke helling afloopt, en die grond op den ondergrond rust. In fig. 15 heeft men schijnbaar een gelijk geval, doch de afhellende grond tusschen de penanten in steunt op gewelven, die tot den muur behooren, en zoo is de gronddruk niet van den muur weggenomen; wel is de werking van dien gronddruk gewijzigd. De druk, die door den grond op het gewelf wordt uitgeoefend, zal in rekening kunnen komen bij de beoordeeling der stabiliteit van den muur, als men mag aannemen, dat de gewelven, die den grond dragen, met de penanten zoo degelijk samenhangen, dat afbreking niet te vreezen is; intusschen is bij sommige verhoudingen die afbreking wel te vreezen, en dan zal niet de gronddruk op het gewelf, maar wel de samenhang van het metselwerk in rekening mogen worden gebracht. De druk van den grond op het gewelf brengt dan genoegzaam hetzelfde teweeg, wat door eene verankering van het benedengedeelte van het penant met de fundeering verkregen zou worden. De verbindingsmuur of sluitmuur tusschen de penanten, in dezelfde fig. 15, heeft geen gronddruk te verduren; de dikte van den muur is dan ook zeer gering genomen, zeker zoo gering, dat daarop de bovenstaande opmerking omtrent geringe plaatselijke sterkte toepasselijk is.

De muur, die op Pl. 4 eenigszins uitvoerig is geteekend, heeft evenals de beide laatstgenoemde muren een breeden aanleg; ook heeft men daarbij de gewelfvormige overdekking eener holle ruimte; maar de penanten zijn niet aanwezig, en de algemeene vorm levert niets bijzonders op, waaruit eene vermindering van gronddruk zou zijn af te leiden. Het is dan ook geen zuinig gebouwde muur in den zin als de beide voorgaande, maar het kan een voordeelige muur zijn in verband met de kelderruimte, die in den muur gevormd is. Of er voordeel verkregen wordt, zal afhangen van de waarde, die de kelders als bergplaats

hebben, in verband met de meerdere kosten, die men tot het verkrijgen dier nuttige ruimte heeft moeten maken.

Uit hetgeen gezegd is omtrent de muren van samengestelden vorm, blijkt, dat men getracht heeft een voordeeligen aanleg te verkrijgen:

1°. door een gedeelte van den muur te maken van een goedkoop materiaal;

2°. door een vorm te kiezen, waarbij het zwaartepunt der muurmassa achterwaarts verplaatst wordt;

3°. door den vorm zoo te bepalen, dat de gronddruk wordt verminderd of gunstig gewijzigd, in vergelijking met den druk, die op een muur van eenvoudigen vorm zou worden overgebracht.

4°. door in den muur eene ruimte te vormen, die waarde heeft.

§ 16. **Over de samenstelling en den bouw van den muur.** Bekleedingsmuren worden gebouwd van min of meer regelmatig bewerkten natuurlijken steen, van gebakken steen of van op andere wijze kunstmatig gevormde blokken.

De steenen of blokken worden veelal in lagen en dikwijls volgens een zeer regelmatig verband verwerkt; soms worden zij minder regelmatig opgestapeld, maar toch altijd op stelselmatige wijze.

De tusschenruimten tusschen de steenen of blokken worden of niet aangevuld, of gevuld met weinig samenhangende stoffen, zooals mos, wier of klei, of geheel gevuld met eene verhardende specie, die zich meer of minder aan de steenen of blokken hecht. Tot vereeniging van blokken onderling of van blokken met een massief van metselwerk komen soms doken, ankers of ankerstaven te pas.

*a.* Muren van natuurlijken steen.

Soms wordt de muur over de volle dikte gemaakt van regelmatig behakte blokken. De muur wordt dan opgewerkt in lagen van gelijke dikte, maar ook dikwijls is deze in de verschillende lagen niet dezelfde en wordt alleen gelet op gelijkheid van dikte voor de stukken in dezelfde laag. Wat de afmetingen der stukken in lengte en breedte betreft, ook daarin kan on-

regelmatigheid bestaan; maar altijd is er voor te zorgen, dat de stukken zoo worden samengevoegd, dat steeds de verticale voegen, stootvoegen genaamd, voldoende gedekt worden door blokken van de volgende laag, derwijze bijvoorbeeld, dat de voegen ten minste 10 centimeter verspringen, en voorts, dat de afmetingen van de stukken niet te gering zijn, in elk geval zoo, dat er geen stukken zijn, die lichtelijk kunnen uitvallen of losraken van het geheel.

Soms worden de steenen weinig regelmatig behakt, maar wordt toch in het oog gehouden, wat zoeven gezegd is.

Soms komen aan de dagzijde van den muur meer of min regelmatige blokken, terwijl daarachter minder regelmatige steenstukken in dunnere lagen verwerkt worden.

Afzonderlijke vermelding verdienen nog muren van zuilenbasalt. De zuilen zijn van prismatischen vorm, gewoonlijk is de doorsnede een onregelmatige zeshoek. Deze zuilen worden in lagen verwerkt en daarbij zoo geplaatst, dat hunne lengte gericht is volgens de dikte van den muur, zoodat alleen zeshoekige koppen aan de dagzijde van den muur zichtbaar zijn. De koppen, die in den dag komen, worden eenigszins regelmatig afgeslagen, doch niet meer dan noodig is om hinderlijk uitstekende punten of hoeken weg te nemen. Er blijven tusschen de zuilen tamelijk ruime voegen, die gewoonlijk worden aangevuld met specie, waarbij fijn geslagen brik gevoegd is, dus met een soort van beton. Bij vele basaltmuren heeft men de voegen in de buitenste 30 centimeter dikte van den muur volgezet met specie, bestaande uit twee deelen portlandcement en één deel zand, vermengd met eenig zwartsel om de kleur der voegen in overeenstemming te brengen met die van den steen.

De muren van natuurlijke steen worden gewoonlijk afgedekt met regelmatig behakte blokken of met dekzerken, welke breedte niet uit de bovendikte van den muur wordt afgeleid, maar waarvan de afmetingen, — bij voorbeeld om weerstand te kunnen bieden aan een krachtigen stoot, — meer bijzonder volgen uit eischen van plaatselijke sterkte, of wel bepaald worden in verband met het meer of min krachtig aanzien, dat men aan het werk geven wil.

b. Muren van gebakken steen.

De regelmatige vorm van den steen geeft aanleiding tot een regelmatig metselverband. Het metselverband, dat hier te lande gewoonlijk wordt aangewezen bij den bouw van bekleedingsmuren is het zoogenaamde kruisverband. Aangezien volgens de gewone wijze van metselen het kruisverband alleen toegepast wordt aan den buitenkant van den muur en alle steenen binnenin met hunne lengte volgens de dikte van den muur gelegd worden, zoo heeft het kruisverband, zooals het wordt uitgevoerd bij dikke muren, en bekleedingsmuren behooren in het algemeen daartoe, geen gewichtige beteekenis. Men schijnt te mogen aannemen, dat de eenvoudige schikking van den steen in het inwendige van den muur, wegens de daaruit voortvloeiende voordeelen van vlugger en gemakkelijker werk, enz., nog te verkiezen is boven eene meer kunstmatige, al zou daarmede misschien in sommige gevallen een iets beter samenhangend metselwerk kunnen verkregen worden; in de gevallen namelijk, waarin eene minder goede metselspecie wordt gebruikt. Bij het gebruik van zeer deugdelijke specie is het metselverband van ondergeschikt belang.

De aard van het werk brengt gewoonlijk mede, dat een bekleedingsmuur moet worden gebouwd van een harden steen met ook onder water verhardende mortel. Zeer dikwijls wordt de muur aan de dagzijde ter dikte van 1 en  $1\frac{1}{2}$  of van  $1\frac{1}{2}$  en 2 steen gemetseld van klinkers, terwijl daarachter hardgrauw of boerengrauw, ook wel andere soortgelijke steen verwerkt wordt. Soms wordt nog minder harde steen voor het binnenwerk gebruikt. Klinkers buiten en een weinig minder harde steen binnen geven een uitmuntenden muur; maar daarom is het gebruik van minder sterken, doch ook goedkooper te verkrijgen steen binnen nog niet zoo in het algemeen te verwerpen; onder gunstige omstandigheden en als er weinig aanleiding is voor ongelijke zetting, waardoor scheuren zouden kunnen ontstaan, zal men soms in de voorschriften voor den bouw het gebruik van de mindere soort toelaten. In elk geval moeten de steenen voor het binnenwerk zoo gekozen worden, dat zij in dikte zeer nabij overeenkomen met die aan de buitenzijde. Van veel gewicht is

het gebruik van eene zeer deugdelijke metselspecie; minder goede steen en zeer goede specie kunnen een zeer degelijken muur vormen, maar het omgekeerde levert gebrekkig of slecht werk op. Zeer goed metselwerk wordt in het algemeen vereischt bij muren van een samengestelden vorm.

Het is een groot voordeel van een metselwerk van baksteen, dat een zoo krachtige samenhang kan verkregen worden van den steen met de specie, zoodat de muur een groot massief blok wordt, en dit voordeel prijs te geven, zal wel zelden te verdedigen zijn. Bij muren van stukken natuurlijken steen zal men, als het een vaste steensoort is, weinig op den samenhang van specie met steen moeten rekenen; de tusschenvoeging van specie heeft hier meer de beteekenis van een juist aanvullen der voegen, waardoor een gelijkmatige dracht der steenen op elkaar bevorderd wordt. Het eenvoudig stapelen der vrij groote stukken steen kan dikwijls doelmatig zijn. Een gestapelde muur zal dikker moeten zijn, dan een gemetselde muur van denzelfden steen, en het profiel moet zoo bepaald worden, dat de trekspanningen waarvan vroeger gesproken is, niet te verwachten zijn.

De muur van gebakken steen wordt van boven, doch veelal slechts over een gedeelte der breedte, afgedekt met dekzerken van regelmatig behakten natuurlijken steen of van cementsteen, met rollagen of met zoogenaamde tandvlechtingen, de beide laatste van harden steen in zeer goede specie gemetseld. Gegoten ijzeren dekplaten worden weinig gebruikt.

De muren van gebakken steen worden aan de buitenzijde opgevoegd; het voegwerk moet sterk zijn en ordelijk worden uitgevoerd; fraai voegwerk wordt niet vereischt. Voor het behoud der voegen is het nuttig, dat het muurvlak boven water slechts eene geringe achterwaartsche helling heeft; eene helling van  $\frac{1}{20}$  wordt veel toegepast. Aan de achterzijde wordt de muur gewoonlijk beraapt met dezelfde specie, waarmede is gemetseld. Sommige ingenieurs achten het beter dit berapen na te laten, omdat het niet noodzakelijk is en omdat de aanvullingsgrond zich beter aansluit aan het ruwe achtervlak van den muur.

Muren van baksteen, die niet over de geheele hoogte dezelfde dikte hebben, worden gewoonlijk aan de achterzijde, soms ook

gedeeltelijk aan de voorzijde, met versnijdingen gewerkt. Op Pl. 2 fig. 7, 11, 13 en 17 ziet men zulke muren. De vermindering in dikte bij elke versnijding is een halve steen; dit komt met een regelmatig verband overeen, en de algemeene helling van den achterkant van den muur wordt op die wijze met de kleinste sprongen benaderd. Als men voor den achterkant één doorlopend vlak wil hebben, moet men steenen kappen of ongelijke voegen toelaten. Het metselen met versnijdingen komt dus meer met den aard van metselwerk in baksteen overeen. Dit neemt niet weg, dat men ook zeer goed den muur bouwen kan zonder versnijdingen, en dit geschiedt dan ook, als men een meer vlakken achterkant doelmatig acht ter verkrijging van een beter samepakken van den grond onmiddellijk achter den muur. Soms maakt men groote versnijdingen; op Pl. 2 fig. 8 ziet men een voorbeeld. Bij een muur als deze, die in het bovengedeelte toch nog dik is, bestaat hiertegen zeker geen bezwaar, ofschoon in het algemeen zulke plotselinge overgangen in dikte minder doelmatig zijn.

### c. Muren van kunstmatig gevormde blokken.

Kaaimuren worden wel opgebouwd van regelmatig gevormde betonblokken, groote blokken niet zelden van verscheidene kubieke meters inhoud. Inzonderheid heeft men zulke muren gebouwd om eene geschikte aanlegplaats voor schepen te verkrijgen langs in zee liggende havendammen. Van het bouwen in een fundeeringsput kan dan gewoonlijk geen sprake zijn; de blokken worden onder water regelmatig gesteld, waarbij de hulp van arbeiders in een duikerklok of van duikers gevorderd wordt. Onder water worden de blokken gewoonlijk in verband gestapeld, doch, zoodra de muur boven laagwater komt, wordt specie tusschengevoegd.

Voorts is hier te noemen het gebruik van cementsteen, waarvan de voorname bestanddeelen zijn zand en portlandcement, doch waarbij ook wel grint of fijngeslagen brik gevoegd is. Bij de kaaimuren, door de Rotterdamsche Handelsvereeniging op Feijenoord gebouwd, zijn bijna alle gewelven van den bedoelden cementsteen gevormd. Men heeft de gewelven op de plaats zelve gemaakt door het mengsel of het beton te storten en vast te stampen in de ruimte, begrensd door een formeel en houten opstaande wanden; bij wijze van sluitsteen werd eerst een houten bak gesteld



en aan weerszijden de ruimte volgemaakt; na verharding werd de bak weggenomen en de vrijgehouden ruimte gevuld, zoodat elk gewelf eigenlijk uit drie stukken bestaat. Deze gewelven zijn tot nu toe gebleken zeer goed en sterk te zijn. Zij bestaan uit 1 deel portlandcement en 5 deelen grintzand.

Ook kleinere blokken, van cementsteen en van kunstzandsteen, zijn in den laatsten tijd bij ons in gebruik gekomen. Zoo zijn steenen, even lang en breed als onze Waalbaksteen en van dezelfde of van dubbele dikte, van de kunst-zandsteenfabriek te Velzen afkomstig, toegepast tot afdekking van vleugelmuren bij het schepradstoomgemaal nabij Katwijk, waarvan de bouw door het Hoogheemraadschap van Rijnland in 1880 is ondernomen.

*d. Rijspakwerken, als muren beschouwd.*

Rijspakwerken noemen wij geen bekleedingsmuren en het zou ook niet eigenaardig zijn dien naam er aan te geven, maar in beginsel zijn zij daarmede overeenkomstig. Zij vormen een vrij sterk samenhangend geheel, dat verschoven of voorover gedrongen kan worden. Eene helling aan de voorzijde is aan te bevelen, niet alleen om redenen van constructie, maar ook met het oog op stabiliteit, even als bij muren. Een hooger pakwerk moet breeder wezen dan een van mindere hoogte om een even voldoende werk te hebben.

Het vullingsmateriaal tusschen het rijshout vermeerdert zeer het gewicht der massa. Door aanvulling met rijshout of afsluiting met wiepen bij de voorste tuinrijen, ter voorkoming van uitspoeling, en door eene aanvulling met grint of brik daarachter, ter verkrijging van blijvende zwaarte, — op de plaats dus, waar die zwaarte het nuttigst is, — zal aan de voorwaarden voor den vasten stand het best worden voldaan.

Omtrent den bouw van muren merken wij hier nog op, dat het gewoon metselen in het droge moet geschieden, dat men dus, waar beneden den waterspiegel gewerkt moet worden, door aarden dammen, kistdammen of afheijingen een fundeeringsput moet vormen, of op andere wijze, soms door ijzeren wanden, eene afsluiting verkrijgen; dat men echter soms onder water

werkt, zooals hierboven omtrent kaaimuren bij havendammen is gezegd.

In een vlak land zal er zelden aanleiding voor zijn, maar in bergachtig terrein komt het meermalen voor, dat men maatregelen heeft te nemen tot afleiding van water, dat zich achter den muur kan verzamelen. Als een bekleedingsmuur gemaakt wordt langs eene insnijding in het terrein en als dan grondlagen gesneden worden, die in sommige tijden veel water aanvoeren, zal het water tot aan den bovenkant van den muur kunnen rijzen en een grooten druk uitoefenen. Men zal dit echter kunnen voorkomen door het aankomende water op te nemen in lagen van grint of steenstukken of in draineerbuizen, die men langs de achterzijde van den muur in de aanvulling heeft gewerkt, en het water dan af te leiden door riooltjes of kokers van afstand tot afstand dwars door den muur heengaande.

De grondaanvulling achter een bekleedingsmuur moet geschieden in betrekkelijk dunne lagen, goed aangestampt, nadat de grond is sijn gescherfd, als men kleiachtige of andere samenhangende gronden heeft. Het vast in elkaar werken van den grond bevordert den samenhang, wat aanleiding geeft tot vermindering van den gronddruk, en is vooral nuttig, omdat de grond dan niet zooveel water zal kunnen opnemen en alzoo niet komen in een toestand, waarbij de gronddruk aanzienlijk zou worden vermeerderd.

Muren van zuilenbasalt komen voor op Pl. 2 fig. 2, 3, 4, 5 en 10 en op Pl. 3 fig. 1 en 3; gestapeld is de muur Pl. 3 fig. 1.

Van platte stukken Doorniksche steen, afkomstig van vervallen steenglooingen, zijn gestapeld de muren Pl. 2 fig. 12 en Pl. 3 fig. 2.

De overige figuren hebben betrekking op muren in baksteen. Gewelven van cementsteen zijn zichtbaar op Pl. 2 fig. 9 en op Pl. 4.

### § 17. Algemeene opmerkingen omtrent de fundeering.

Een bekleedingsmuur steunt onmiddellijk of door tusschenkomst eener meer of min samengestelde fundeering op of in den grond. Onder grond wordt hier verstaan de natuurlijke bodem of een bodem, die door aanplemping of op andere wijze verkregen is.

Somtijds heeft men dus geen fundeering. Soms heeft men eene fundeering van weinig beteekenis, bestaande uit eene betrekkelijk dunne laag vast aangestampten steen, beton, ruw metselwerk of hout, het laatste gewoonlijk in den vorm van een roosterwerk van ribben met of zonder planken vloer. Een zoodanige dunne fundeering kan dienstig zijn, om een behoorlijk effen en regelmatig vlak te verkrijgen, waarop men den bouw van den muur zal kunnen aanvangen. Het houten roosterwerk heeft hier nog het meest te beduiden; het zal bij grond, die wel overal maar niet evenzeer indrukbaar is, tijdens het bouwen van den muur eene gelijkmatige zakking kunnen bevorderen.

In sommige gevallen is de fundeering een massief van metselwerk of beton, dat wat vorm en beteekenis aangaat, als eene voortzetting van den muur zou kunnen worden beschouwd. De reden, waarom de muur zelf dan niet tot op de vereischte diepte doorgaat, is te zoeken in de wijze van uitvoering en de te gebruiken materialen. Men zal dan muur en fundeering te zamen kunnen nemen bij de beoordeeling van den vasten stand tegen omkantelen, schuiven, enz.; maar men zal dan toch niet mogen nalaten ook den vasten stand van den muur op de fundeering na te gaan, omdat veelal ter plaatse van den overgang van muur tot fundeering op minderen samenhang der lagen te rekenen is, en daar veelal in eens eene vermindering in muurdikte zal voorkomen. Men zal natuurlijk ook muur en fundeering ieder afzonderlijk kunnen beoordeelen; bij de fundeering acht gevende op den gronddruk, die door de fundeering rechtstreeks wordt opgenomen en op den druk, die daarop door den muur wordt teweeggebracht.

In vele gevallen maakt men eene paalfundeering. De muur draagt dan op palen, die van boven behoorlijk gekoppeld en vereenigd zijn, zoodat de muur daarop goed te bouwen is; en deze palen vinden steun in den grond, gedeeltelijk door wrijving aan den buitenomtrek van den paal, gedeeltelijk door een weerstand tegen dieper indringen aan de punt. Men kan zich een massieven muur rechtstreeks dragende op den grond voorstellen, ook wanneer de voldoende vaste grond eerst op

vrij groote diepte gevonden wordt; maar de bouw van zulk een muur zal veelal hoogst bezwaarlijk zoo niet genoegzaam onmogelijk zijn; daarbij komt nog, dat men dan een muurprofiel van grooten inhoud verkrijgt, bijgevolg een kostbaren muur, en een zwaren muur tevens, zoodat de bodem een grooten last zal moeten dragen. Door eene paalfundeering toe te passen kan men een muurprofiel verkrijgen van betrekkelijk kleinen inhoud, een minder zware last zal door den grond te dragen zijn en het geheel is beter uitvoerbaar; in deze verschillende opzichten wordt dus voordeel behaald. Daarentegen heeft men rekening te houden met de kosten, die aan de paalfundeering zullen moeten worden besteed; en is het in aanmerking te nemen, dat de paalfundeering niet die duurzaamheid en sterkte waarborgt, welke men van een massieven bouw verwachten kan.

Eene paalfundeering is een samengesteld geheel, waarvan de deelen aan buiging en zetting zijn blootgesteld; daartegen moeten dus zoowel het geheel als de deelen bestand zijn. De beschouwingen, die bij de beoordeeling van de sterkte en den vasten stand dezer fundeering te maken zijn, stemmen in vele opzichten overeen met die, welke bij de beschoeiingen zijn ter sprake gebracht. Gewoonlijk zullen de palen met de punt of hun benedeneinde in vaster grondslagen zijn besloten dan meer bovenwaarts, waaruit volgt, dat zij aan hun bovineinde soms door eene matig groote kracht zijdelings te verplaatsen zijn, terwijl zij volgens de richting der palen, als zij, zooals gewoonlijk geschiedt, krachtig worden ingeheid, tegen dieper indringen grooten weerstand bieden. Men kan dus bij eene paalfundeering eigenaardig twee bewegingen onderscheiden, namelijk ééne in de richting van de palen, die men gewoonlijk zakking zal noemen, en ééne in eene richting loodrecht daarop, die men als eene vooruitschuiving van den muur zal aanmerken. Deze vooruitschuiving is wel te onderscheiden van de vroeger vermelde verschuiving van den muur over het draagvlak.

Tegen de hierbedoelde zijdelingsche verplaatsing der fundeering worden veelal bijzondere maatregelen genomen, hetzij door verankering, stempeling, het stellen van schoorpalen, verbreedden der fundeering, verbeteren van den ondergrond, enz.; doch

somtjids worden in gunstige gevallen daartegen geen buitengewone middelen aangewend.

Bij vele fundeeringen voor bekleedingsmuren merkt men dampaal- of damplankrijen op, die soms de geheele fundeering omsluiten, doch gewoonlijk alleen voorkomen aan of nabij den voorkant der fundeering. De bedoeling is om door deze beheeringen den grond onder de fundeering op te sluiten en te verzekeren tegen zijdelingsche verplaatsing of te verdedigen tegen uitspoeling.

Somtjids geeft men aan de fundeering eene groote sterkte tegen doorbuigen in horizontalen zin om plaatselijke vooruitschuiving, waartoe een ongelijkmatige toestand van den ondergrond aanleiding kan geven, te voorkomen, of althans minder nadeelig te doen zijn door de vooruitschuiving meer algemeen maar minder beteekenend te maken.

Er zijn gevallen, waarbij de meest afdoende middelen moeten worden aangewend om vooruitschuiving te voorkomen, en andere gevallen, waarbij eene geringe vooruitschuiving geen groot kwaad is te achten. Dit is ook in aanmerking te nemen bij de keuze van de inrichting der fundeering.

Eene belangrijke vooruitschuiving zou echter nimmer moeten voorkomen. Het is een opmerkelijk feit, dat bekleedingsmuren, die op eene paalfundeering staan, zelden merkbaar zakken, terwijl het vooruitschuiven bij een groot aantal muren in niet geringe mate is voorgekomen; en dit is te meer opmerkelijk, omdat er gewoonlijk een grooter weerstand moet geleverd worden om de zakking dan om de vooruitschuiving tegen te gaan.

§ 18. Verschillende fundeeringen. Men spreekt van fundeeren op staal en doelt dan gewoonlijk op de gevallen, waarbij de muur zelf of de massieve fundeering, waarop de muur staat, den voldoende vasten bodem bereikt. Steunt de fundeering door tusschenkomst van palen in den vasten bodem dan heeft men eene paalfundeering.

Fundeeringen op staal ziet men op Pl. 2. fig. 2, 7 en 8; paalfundeeringen in de andere figuren van Pl. 2 en voorts op Pl. 3 en 4.

Men kan ook tusschen de verschillende fundeeringen onderscheidingen maken naar gelang van het gebruikte materiaal. Zoo zijn er houten fundeeringen, zooals roosterwerken en paalfundeeringen met kespen en kloosterhouten, voorts fundeeringen van steen, gemetseld of gestapeld, en betonfundeeringen, deze laatste met of zonder palen. De houten fundeeringen moeten met den bovenkant beneden de laagste waterstanden blijven.

Ook ten opzichte van de wijze van uitvoering is er onderscheid tusschen de verschillende fundeeringen. Zij worden gemaakt in het droge of in het water. In het eerste geval wordt tijdens de uitvoering het water gekeerd door aarden dammen, kistdammen, houten of ijzeren wanden; tot droogmaken en drooghouden van de ruimte waarin gewerkt wordt, wordt gezorgd door het uitpompen of uitmalen van het water of bij de zoogenaamde pneumatische fundeeringen door het inpersen van lucht in een werkkamer, die gevormd wordt door zijwanden en een zolder, gewoonlijk van plaat- en hoekijzer samengesteld. In het water kan eene fundeering gemaakt worden door het op doelmatige wijze storten van beton, nadat door uitbaggering enz. een voldoende draagvlak voor de betonmassa verkregen is. Moet het beton op palen rusten, dan worden palen ingeheid en onder water afgezaagd, alvorens men met het storten van het beton aanvangt. Ook door gebruik te maken van een duikerklok, waarin de arbeiders zich onder water begeven, of door arbeiders, gekleed in een duikerpak met helm, kunnen onder water fundeeringswerken worden uitgevoerd, zooals het effenen van den bodem, het stellen van steen- of betonblokken, die aan kranen of andere toestellen zijn opgehangen, enz.

Het is niet de bedoeling hier in eene uitvoerige beschouwing te komen van de samenstelling en de wijze van uitvoering van de verschillende fundeeringen, omdat in andere afdeelingen veel gezegd wordt, wat hier toepasselijk is; onder anderen kan verwezen worden naar hetgeen bij de behandeling der landhoofden en pijlers voor bruggen vermeld wordt. Het moge hier ter plaatse voldoende zijn eenige korte aanwijzingen te geven omtrent de fundeeringen, die op de Platen 2 tot 4 voorkomen.

Het eerst nemen wij de fundeeringen op staal.

Op Pl. 2 fig. 2 heeft men als fundeering eene betonlaag van 1 M. dikte; eene damplankenrij begrenst deze laag aan de voorzijde.

In fig. 7 wordt de fundeering gevormd door eene laag beton van 10 centimeter dikte, waarop eene laag mergelblokken, hoog 0,50 M.; deze blokken zijn in de specie gezet en de voegen zijn met specie volgegoten.

In fig. 8 is een dwarsprofiel gegeven van den nieuwen kaaimuur, te Antwerpen langs de Schelde, waarvan de bouw is aangevangen in 1878. De methode van fundeeren met behulp van samengeperste lucht of de zoogenaamde pneumatische fundeering, die vooral in de laatste tijden eene menigvuldige toepassing heeft gevonden bij den bouw van pijlers voor groote bruggen, en waarvan ook gebruik is gemaakt bij den bouw eener sluis te Antwerpen en van een droogdok te Toulon, is hier toegepast bij kaaimuren. De muur moet over eene aanzienlijke lengte in het diepe bed der rivier gebouwd worden, zoodat er wel aanleiding is eene methode te volgen, die bij den bouw van brugpijlers goede uitkomsten heeft opgeleverd. Om de pneumatische fundeeringwijze toepasselijk te maken op den bouw dezer kaaimuren, heeft men den muur verdeeld in vakken van 25 M. lengte, die afzonderlijk worden opgebouwd. Voor elk deel is noodig eene werkkamer, lang 25 M., breed 9 M en hoog 1,90 M.; de wanden van de werkkamer zijn bovenwaarts doorgetrokken, zoodat eene hoogte verkregen wordt, overeenkomende met de dikte, die men aan de fundeering geven wil en die, afhankelijk van de diepte van het rivierbed en van den aard van den grond, gaat van 2,50 tot 6 M. Op de verhoogde wanden van de werkkamer wordt de plaatijzeren mantel vastgehecht, die de afgesloten droge ruimte moet bezorgen tijdens de opmetseling van den muur. In deze ruimte wordt eerst de betonaanvulling boven den zolder van de werkkamer ondernomen; daarna volgt de opmetseling van den muur; en het geheel, aanvankelijk drijvende, zinkt dieper en dieper, totdat de gewenschte diepte voor den onderkant van de fundeering bereikt is. Is de muur tot nagenoeg 0,50 M. boven den laagwaterstand opgetrokken, dan wordt deze mantel van den

ijzeren wand der fundeering losgemaakt om bij den bouw van andere muurvakken dienst te doen. Tusschen de afzonderlijk gebouwde muurvakken blijft eene ruimte van 1 M. over, die met beton wordt aangevuld; boven laag water wordt de muur als een doorlopend metselwerk uitgevoerd. Als bijzonderheid moet hier nog vermeld worden, dat in plaats van het vast steigerwerk, dat gewoonlijk bij de pneumatische fundeeringen dienst doet, bij dezen bouw eene op twee vaartuigen of pontons drijvende stelling gebezigd wordt, die eene vrije ruimte laat van ruim 12 M. boven den waterspiegel, zoodat men de werkkamer en den geheelen mantel daaronder kan brengen en laten zinken. De beschrijving van de wijze, waarop de opbouw plaats heeft, en de verklaring der verschillende inrichtingen, zooals luchtsluizen, perspompen, enz., die daarbij te pas komen, blijven hier achterwege; alleen wordt nog vermeld, dat door het inpersen van lucht het water uit de werkkamer wordt weggedrongen, waardoor de gelegenheid ontstaat om in de diepte de noodige ontgravingen en opruiming te doen, en dat, zoodra het geheel op de vereischte diepte is gekomen, de werkkamer met beton gevuld wordt. Boven de werkkamer is, zooals hierboven is vermeld, reeds vroeger de betonaanvulling geschied, zoodat ten slotte als fundeering aanwezig is een massief, dik 2,50 à 6 M., omgeven door een ijzeren wand; de ijzeren zolder van de werkkamer is daarin opgesloten.

In fig. 4 heeft men eene gewone paalfundeering. Aan den voorkant van den muur staat een rij palen, waarop een sloof draagt; de verbinding is met pen en gat, de pen opgespied; de palen, op 1 M. afstand midden op midden geplaatst, zijn op 1 M. van den kop minstens 0,80 M. in omtrek; de sloof van dennenhout is zwaar 22 bij 28 centimeter. De palen aan de achterzijde van den muur staan insgelijks 1 M. van elkander; op deze palen en op de sloof liggen de dennenhouten kespen, breed 28 en dik 22 centimeter; zij zijn met pen en gat aan den paal verbonden en met kepen en voorloeven over de sloof gewerkt; ook hier is de pen door wiggen opgespied; de verbinding van de kesp met de sloof is versterkt door een treknagel en een hakkelbout. Voordat de kespen



gelegd werden, is eene rij damplanken, dik 10 centimeter, ingeheid en aan de sloof vastgespijkerd. Deze damplanken zijn goed in aansluiting gebracht met den vloer; zij reiken daartoe tot aan den bovenkant der straks te vermelden vloerplaten en zijn, ter diepte van 2 centimeter of daaromtrent, ingekroosd in den onderkant en de zijkanten der kespen. Op de kespen draagt de vloer van dennen planken, breed ongeveer 30, dik 10 centimeter; de planken zijn welsluitend tegen elkander gelegd en op de kespen bevestigd met spijkers en trek-nagels. Schoorpalen, op 2 M. midden op midden geplaatst, moeten dienen om den vasten stand van den muur tegen vooruitschuiven te verzekeren. Elke schoorpaal, met een vischbek aansluitende tegen de sloof, is met een hakkelbout bevestigd.

De fundeering in fig. 5 verschilt weinig van de vorige; de palen zijn zwaar op 1 M. van den kop minstens 0,90 M. in omtrek; de sloof is breed 35, dik 30 centimeter; de kespen zijn breed 30, dik 25 centimeter, de kloosterhouten breed 25, dik 20 centimeter. Al deze stukken zijn van dennenhout evenals de vloer, die 10 en de damplanken, die 15 centimeter dikte hebben. De schoorpalen staan op 1 M. afstand midden op midden.

In plaats van tot aan den bovenkant van den vloer door te gaan, zijn de damplanken in den vloer ingekroosd. De kloosterhouten, die tot koppeling der kespen, gedeeltelijk ook als schuifhout dienen, liggen hier buiten den muur, zoodat geen hinder van de boven den vloer uitstekende kloosterhouten wordt onder-vonden bij het plaatsen van de eerste laag basaltstukken. Bij muren van baksteen opgetrokken, is het beter de kloosterhouten onder den muur te brengen, en ze zooveel boven den vloer te laten uitkomen, als overeenkomt met de dikte van een of twee metsellagen; bij basaltmuren kan men de kloosterhouten ook op die wijze plaatsen, als men eerst eenige baksteen-lagen metselt, zooals ook bij sommige muren is geschied.

In fig. 6 ziet men geen damplanken, evenmin schoorpalen. Alleen onder gunstige omstandigheden en op plaatsen, waar geen verdieping langs den voet van den muur, maar veeleer verzanding te vreezen is, zal met eene matige steenstorting langs den voet de uitspoeling van grond onder den muur voldoende voor-

komen zijn. Ook moet de bodem tamelijk vast zijn, zullen de palen voldoende weerstand vinden tegen zijdelingsche verplaatsing.

Fig. 9 is de kaaimuur langs de Entrepôthaven te Feijenoord. De samenstelling der fundeering is uit de teekening voldoende te zien; de sloof en de kespen zijn zwaar 30 bij 20 centimeter; de kloosterhouten of koppelhouten 22 bij 21 centimeter; de vloerplaten, dik 6 centimeter, zijn alleen aanwezig onder de pijlers of penanten. Schoorpalen zijn er niet, zoodat de palen, evenals ankerpalen, moeten weerstand bieden door buiging en steun vinden door aanleuning tegen den grond. De groote breedte der fundeering is gunstig voor het verkrijgen van den hier vereischten weerstand; daarbij is de gronddruk achter tegen den muur hier betrekkelijk gering, zooals vroeger reeds is opgemerkt.

Fig. 10 is de basaltmuur langs de havenkom te Hellevoetsluis, waarvan reeds in § 12, in verband met fig. 3 van Pl. 1, is melding gemaakt. De voorste paalrij en de damplanken zijn overgebleven van eene vroegere beschoeiing. Door verankering is de fundeering tegen vooruitschuiving versterkt; daartoe zijn de kespen afwisselend 1,30 en 6 M. lang genomen; de afstand der kespen midden op midden gemeten is 1,50 M., zoodat de als ankers dienende kespen 3 M. uit elkaar liggen.

Bij de fundeering in fig. 11 is over de voorste paalrij geen sloof gelegd; de damplanken zijn aangesloten tegen het schuifhout, dat over de kespen is heen gewerkt. Deze wijze van doen leidt tot eenige bezuiniging en wordt dan ook dikwijls gevolgd; intusschen is de uitvoering iets meer bezwarend, omdat men de sloof mist om daarlangs en daartegen aansluitende de damplanken in te heien. Deze moeten nu langs eene tijdelijk gelegde sloof worden ingeheid of op eenige andere meer of min omslachtige wijze worden gesteld, om dan later na het leggen der kespen met het schuifhout in verbinding te komen.

De fig. 12, 13, 16 en 17 hebben betrekking op walmuren te Amsterdam. De fundeering dezer muren verdient bijzondere opmerking, omdat de houten vloer veel breeder is, dan voor den aanleg van den muur gevorderd wordt; de palen zijn te lood ingeheid, behalve gewoonlijk in de voorste paalrij. In

fig. 13 zijn daar afzonderlijke schoorpalen gesteld, in de andere figuren staan de voorste palen onder eene kleine helling namelijk van  $\frac{1}{10}$ . Alleen in de laatste figuur zijn damplanken aanwezig.

In Amsterdam heeft men over het algemeen een zeer ongunstigen bouwgrond; slappe, derrieachtige lagen worden tot op aanzienlijke diepte aangetroffen; de lengte der palen onder de walmuren is gewoonlijk 10 à 12 M. en met die lengte wordt bij het inheien dikwijls slechts een stuit van 20 centimeter in de laatste 30 slagen bereikt. Bij den muur, in fig. 12 voorgesteld, is de lengte der palen 14 M. onder den muur en 10 M. onder de verbrede fundeering of staart.

Behalve zulk eene breede fundeering, heeft men bij vele walmuren te Amsterdam nog eene verankering toegepast door sommige kespen langer te nemen en deze aan palen of andere steunpunten te verbinden; deze ankerkespen worden soms 16 à 18 M. lang genomen. En om nog meer zeker te zijn van een deugdelijken bouw heeft men, in den laatsten tijd, bij sommige zeer belangrijke muren, den ondergrond verbeterd door, waar de fundeering moet komen, zand te plempen en die zandplemping op te hoogen tot boven de hoogte, die de muur later bereiken zal. Slappe gronden worden dan samengeperst of wjken gedeeltelijk zijdelings uit. Een zoodanigen zanddam heeft men onder anderen gestort ten behoeve van den in 1879 gebouwden muur langs de Prins-Hendrikskade, Pl. 2 fig. 12; nadat de dam gedurende een maand op de hoogte gehouden was, heeft men het zand, zooveel als noodig was, weggegraven om de beheeing en de andere fundeeringswerken te kunnen uitvoeren.

De juiste beteekenis van deze verbrede fundeeringen is niet zoo gemakkelijk aan te wijzen. Verschillende zaken zijn te onderscheiden. Vooreerst kan men opmerken, dat de achter de muren uitstekende fundeering aanvullingsgrond draagt, zoodat de onder den vloer zich bevindende slappe grondlagen van een rechtstreekschen druk ontheven zijn; achter de fundeering echter ondergaan die dieper liggende grondlagen wel den druk van den aanvullingsgrond, zoodat de aanleiding tot zijdelingsche uitwijking van slappe gronden niet is weggenomen, maar wel gunstig gewijzigd. De verbrede fundeering vervangt in zekere mate de

damplankenrij, die, in andere gevallen, namelijk wanneer de slappe grondlagen niet diep gaan, toepassing vindt en op doelmatige wijze zijdelingsche verplaatsing van grond belet. Als de ondereinden der palen over eenige meters lengte in grondlagen zitten, die eene tamelijke vastheid hebben, zullen de vele palen, die onder de breede fundeering staan, een weerstand kunnen leveren tegen vooruitschuiving van muur en fundeering door, eenigszins doorbuigende, als ankerpalen dienst te doen.

Aangezien, bij deze Amsterdamsche muren, de palen soms onder eene helling gesteld zijn, moet ook van die hellende palen of schoorpalen hier gesproken worden. Vooruitschuiving eener fundeering kan in het algemeen door schoorpalen worden gekeerd, mits aan twee voorwaarden voldaan wordt, dat namelijk de richting der schoorpalen een voldoende grooten hoek maakt met de verticaal, en dat zij in verband met hunne afmetingen in voldoende aantal gesteld zijn. Nu is het ten aanzien van de verbrede fundeeringen gunstig, dat, als men daarbij het vooruitschuiven door schoorpalen voorkomen wil, de palen een kleiner hoek dan in de gewone gevallen met de verticale lijn behoeven te maken, zoodat het doel gemakkelijker bereikt wordt. Vooral komt het gunstige van den toestand uit, als men alle of nagenoeg alle palen, die men anders gewoon is te lood te plaatsen, onder eene kleine helling stelt; de zwaarte van den op de verbrede fundeering dragenden aanvullingsgrond doet dan nut. Het kan dan ook niet anders als bevreedend genoemd worden, dat geen ruimer gebruik wordt gemaakt van schorende palen om den vasten stand dezer fundeeringen te verzekeren.

In fig. 14 is de schutkolkmuur geteekend van de sluis Willem III, gelegen tegenover Amsterdam aan den ingang van het Noordhollandsch kanaal. Van de tegenover elkaar staande muren, die de schutkolk begrenzen, zijn de fundeeringen gekoppeld door sommige kespen te laten doorloopen, zooals uit den plattegrond voldoende blijkt. In dergelijke koppeling heeft men een zeer degelijk en krachtig middel om de fundeeringen der beide muren op hun plaats te houden; elke fundeering is alzoo doelmatig gesteund of gestempeld. De doorloopende kespen zijn tusschen de muren in op eenige palen bevestigd en ook door klooster-

houten vereenigd, om, zoowel in verticale als in horizontale richting, eene doorbuiging dezer betrekkelijk lange en in de lengte gedrukte ribben tegen te gaan.

In fig. 15 is de kaaimuur langs het einde der Entrepôthaven te Feijenoord voorgesteld. Het bijzondere, dat in de fundeering van dezen muur valt op te merken, is de koppeling der palen door gordingen, schoren en stempels. Op ongeveer 2,50 M. beneden den houten vloer zijn gordingen aanwezig, zoowel langs de voorste paalrij in de richting van den muur, als in eene richting loodrecht daarop tusschen de palen, die de penanten van den muur dragen. In beide richtingen zijn ook schoren aanwezig, zooals in de figuur kan gezien worden. Langs die gordingen en schoren zijn tusschen de palen korte einden paal als stempels gesteld om den onderlingen afstand der palen te verzekeren. De verschillende stukken zijn met bouten stevig aan elkaar verbonden; voor de gordingen, enz. heeft men dennen heimasten genomen. Men heeft hier ook een verbrede fundeering even als bij de hierboven beschreven walmuren te Amsterdam.

Om de wijze, waarop deze fundeering weerstand zal kunnen bieden, na te gaan, moet men er op letten, dat de palen zoodanig gekoppeld zijn, dat de bij elkander behoorende, onder elk penant, een samenstel vormen, dat tegen schranking meer of min bestand is. Als er aanleiding is, dat de palen buigen, zal de buiging wegens die koppeling geringer zijn, en, als men zich een begin van draaien of kantelen voorstelt, zal deze beweging een beletsel kunnen vinden in den weerstand van sommige palen tegen dieper indringen, van andere tegen uittrekken. Indien de bedoelde koppeling onvoldoende is of op den duur in kracht vermindert, is het toch mogelijk, dat de fundeering stand houdt wegens den steun, dien de palen zijdelings in den grond vinden.

Op Pl. 3 hebben de fig. 1 en 2 betrekking op de bekleedingsmuren van de Handelskade te Amsterdam, waarvan de bouw, in 1878 aangevangen, in de daarop volgende jaren is voortgezet. De muur fig. 1 loopt langs de noordzijde der kade of langs het afgesloten IJ (Noordzeekanaal); de muur fig. 2 loopt langs een

binnenhaven. De fundeering, in fig. 1 zichtbaar, is gemaakt, nadat men den ondergrond verbeterd had door aanstorting van zand. De zandmassa heeft men tot eene hoogte van ruim 3 M. boven de later te maken kade opgewerkt, en gedurende vele maanden op die hoogte onderhouden. De diepte der inzakking van het zand heeft men door boring onderzocht; de grenslijn, die in fig. 1 is aangewezen, is eene door rechte lijnen benaderde, gemiddelde grens.

In dezen verbeterden grond is het werk uitgevoerd; men heeft eerst het zand weggegraven en weggebaggerd tot de diepte van 3 M. onder A.P.; daarna zijn de palen van den houten vloer en de dampaalwanden geheid, de palen tot even boven water, de buitenste dampaalwand tot 1 M. boven A.P., zooals, alleen ten opzichte van dezen wand, op Pl. 3 door stippellijnen is aangeduid. Na uitbaggering tusschen de beide damwanden zijn de draagpalen voor het beton geheid en onder water op de bepaalde diepte afgezaagd; daarna is het beton voor de fundeering gestort. Het leggen van den vloer en het stapelen van den muur moesten in het droge geschieden; de buitendampaalwand, die daarbij soms over eene lengte van 200 M. waterkeerend is geweest, bleek zeer goed waterdicht te zijn, waartoe waarschijnlijk de doelmatige wijze van inheien, met behulp zoogenaamd van den waterstraal, zeer heeft bijgedragen.

Op de wijze als uit de teekening blijkt, is de betonfundeering verankerd aan een houten vloer op palen, die in hoogte overeenkomt met den bovenkant van het beton. Deze houten vloer is weder door middel van draadijzeren kabels, die op afstanden van 7 M. voorkomen en 32 millimeter dik zijn, met den vloer van den in fig. 2 voorgestelden muur in verbinding gebracht. Over eene aanzienlijke lengte van den muur is deze verankering met ijzeren kabels niet kunnen toegepast worden; men heeft daar, om aan dit gemis te gemoet te komen, aan den houten vloer 10 M. breedte gegeven, in plaats van 5 M. Ook moet nog worden vermeld, dat, in afwijking van hetgeen in fig. 1 is voorgesteld, over eene groote lengte onder den houten vloer eene ruimte is opengelaten, zoodat het zand daar volgens eene helling naar buiten afloopt; in verband daarmede is de vloer sluitend gelegd.

Pl. 3 fig. 3 is het profiel van den kaaimuur langs de spoorweghaven te Feijenoord aan de zijde van het stationsemplement. De fundeering is eene gewone paalfundeering met verbreden vloer. Van de vijf palen, die onder elke kesp voorkomen, zijn er drie in schorende richting ingeheid. Beneden den houten vloer tot op eene diepte ongeveer overeenkomende met den bodem van de haven is eene stapeling van rijshout aanwezig; de rijsbossen zijn verwerkt in lagen, die door dwars daaroverheen loopende wiepen en tuinen zijn vastgelegd. De verschillende lagen zijn met klei en zand gevuld.

Deze samenhangende rijsmassa rust op veen en kleiachtige grondlagen, waarin verzettingsen en verschuivingen kunnen voorkomen, die dan ook in het gegeven geval gevreesd werden. Eerst op eene diepte van 6 à 8 M. beneden den onderkant van het rijshout kwamen de palen in vastere grondlagen. Door deze rijsmassa is tot op eenige meters diepte beneden den houten vloer de gelegenheid weggenomen tot plaatselijke schuiving of zetting van grond; ook is daardoor eene afheijing met dampplancken om uitspoeling van grond onder den vloer te beletten onnoodig geworden. Tevens kan de rijsmassa een gunstigen invloed hebben op mogelijke verschuivingen in diepere grondlagen, onder het rijshout, indien namelijk de rijsmassa degelijk op haar plaats wordt gehouden door de daar doorheengaande en in den vasten grond geheide palen. Als echter de palen toegeven, zal de rijsmassa met den schuivenden grond medegaan, en in bedoeld opzicht geen nut hebben. Dan blijft alleen het eerstgenoemde voordeel over, dat de aanleiding tot kleinere, meer plaatselijke schuivingen is weggenomen.

De fundeering van den muur, die op Pl. 4 voorkomt, is in sommige opzichten het best te vergelijken met die van fig. 15 op Pl. 2. Een verschil is, dat de fundeering niet voortgezet is achter den muur, zooals in fig. 15; daarentegen zien wij hier houten ankers aan de fundeering verbonden. De stevigheid van het houten samenstel is, als men de houten ankers daarbij buiten beschouwing laat, evenzoo te beoordeelen, als bij de fundeering van fig. 15 is geschied; mits er de opmerking wordt bijgevoegd, dat, in de plaats van schoren, schermen van dam-

planken dienst doen om schranking te voorkomen. Deze schermen komen voor op onderlinge afstanden van 4 M.; de damplanken vullen de tusschenruimten tusschen de voorste vier palen; zij zijn goed klemmend tegen elkander en tegen de palen ingeheid, en vormen zoo een samenstel, dat tegen schranking aanmerkelijken weerstand kan bieden. Door uitbaggering en aanvulling met zand heeft men meer vastheid gegeven aan den ondergrond; de diepte der uitbaggering is op de teekening te zien.

§ 19. Vaste stand van muur en fundeering. De vaste stand van het geheel, muur en fundeering te zamen genomen, is afhankelijk:

- a. van den muur, die kan omkantelen om den voorkant, of verschuiven over het draagvlak;
- b. van de fundeering, die kan dalen of zakken; maar die ook kan vooruitschuiven door den druk van grond en water tegen muur en fundeering, of door verzetting of schuiving van den ondergrond, of door beide invloeden te zamen.

Verschillende middelen om den vasten stand te verkrijgen zijn reeds eenigszins uitvoerig ter sprake gekomen, zoodat thans eene korte aanwijzing voldoende zal zijn.

Vooreerst, wat *a* betreft, is op te merken, dat de vaste stand verkregen wordt door het geven van voldoende zware afmetingen aan den muur, of, indien men de afmetingen minder zwaar neemt, door het steunen van den muur door stempeling of verankering; voorts, als de wrijvingsweerstand op het draagvlak geen genoegzamen waarborg geeft tegen verschuiven, door het plaatsen van schuifhouten, het maken van eene stempeling of verankering, of het aannemen van een hellend draagvlak.

Ten aanzien van *b* geldt, dat het zakken der fundeering, als deze rechtstreeks op den natuurlijken bodem draagt, voorkomen moet worden door een voldoende groot grondvlak voor de fundeering aan te nemen, en, als het eene paalfundeering is, door het aantal en de afmetingen der palen doelmatig te kiezen. De palen worden meestal te lood ingeheid; doch het kan ook zijn, dat men de dragende palen hellende stelt.



Het vooruitschuiven wordt bij eene massieve fundeering soms voldoende belet door den grondweerstand, die geleverd wordt tegen den voorkant der fundeering en door den wrijvingsweerstand, die aan het ondervlak der fundeering wordt ondervonden. Bij eene paalfundeering kan het zijn, dat de grondweerstand in staat is om de palen op hun plaats te houden; het bovengedeelte der palen zal dan aan de voorzijde en het benedengedeelte aan de achterzijde door de in den grond opgeroepen weerstanden steun vinden.

Het is duidelijk, dat de palen, op deze wijze gesteund en bovenaan zijdelings gedrukt, zullen doorbuigen; die doorbuiging evenwel zal zeer gering zijn, als de palen tot nagenoeg bovenaan door tamelijk stevigen grond heen gaan. Wanneer echter een groot deel van den paal door slappe grondlagen gaat, zal de paal, wanneer de andere lagen in staat zijn dezen vast te houden, zeer merkbaar doorbuigen. Wordt deze doorbuiging te groot geacht of is de grond niet in staat om den paal voldoende vast te houden, dan zijn de aangewezen middelen tot het verkrijgen van een vasten stand: het verankeren der fundeering, het stempelen der fundeering of het stellen van schoorpalen.

Voor het geval, dat verschuiving van den ondergrond te verwachten is, zal een vaste stand alleen mogelijk zijn, wanneer men aan de fundeering steunpunten of bevestigingspunten geeft in den beneden den schuivenden grond aanwezigen vasten bodem. Eene massieve fundeering, die tot in den vasten bodem door gaat, zal de meest degelijke oplossing geven; doch door middel van eene paalfundeering met of zonder schoorpalen, door verankering of door stempeling is de vaste stand ook te verkrijgen. Men zal bij eene paalfundeering in dit geval veel waarde moeten hechten aan het gebruik van zware palen, in plaats van een grooter aantal dunnere; omdat zware palen onder den invloed van den aandringenden grond minder zullen doorbuigen, en niet zoo spoedig zullen breken. Het betrekkelijk diep aanleggen der fundeering zal soms zijn aan te raden, omdat daaruit volgt, dat de palen over mindere lengte aan den bewegenden grond zullen zijn blootgesteld en dus bij gelijke dikte beter bestand

zijn. Het maken eener verbreedde fundeering zal, behalve als hulpmiddel tot verankering, nuttig zijn om de aanleiding tot het ontstaan eener grondverschuiving te verminderen, of de verschuiving zelve te matigen. Eindelijk moet nog genoemd worden, als middel om de mogelijkheid van grondverschuiving te verminderen, het verbeteren van den ondergrond door aanplemping met goeden grond, waardoor de slappe lagen worden samengedrukt of zijdelings weggedreven, of door aanplemping na uitbaggering van slappe specie.

Het is uit de in § 18 behandelde constructies voldoende gebleken, dat de middelen om het vooruitschuiven van den muur tegen te gaan gewoonlijk gecombineerd worden toegepast. Het aantal mogelijke combinaties is zeer groot, en het doen van eene doelmatige keuze uit de vele middelen is dikwijls niet gemakkelijk. Men moet zich de toestanden, waarin de muur verkeeren zal of vermoedelijk verkeeren zal, zoo duidelijk mogelijk voor oogen stellen en dan, na onderlinge vergelijking van verschillende constructies, eene keuze doen. Bepaalde regels zijn moeielijk te geven, doch de volgende aanwijzing verdient toch ter sprake gebracht te worden.

Men kan, ten opzichte van het vooruitschuiven der fundeering, spreken over eene veerkrachtige fundeering en over eene weinig veerkrachtige of vaste fundeering. Als onder een muur loodrecht ingeheide palen staan, die, tengevolge van den gronddruk tegen den muur, buigen, dan is de fundeering eene veerkrachtige, en als men schoorpalen stelt, dan verkrijgt men eene vaste fundeering. Ook kan men eene vaste fundeering verkrijgen door stempels of door eene zeer vaste verankering. De fundeeringen van de muren langs de Entrepôthaven te Feijenoord, Pl. 2 fig. 9 en 15, behooren onder anderen tot de veerkrachtige; die van de muren, voorgesteld op Pl. 2 in de fig. 4, 5 en 14 tot de vaste fundeeringen.

Nu zal men het in het algemeen doelmatig moeten achten bij het ontwerpen eener fundeering al dadelijk het onderscheid te maken tusschen eene veerkrachtige en eene vaste fundeering. Dat deze onderscheiding invloed heeft op de samenstelling van het geheel, kan uit het volgende blijken. Als men bijvoorbeeld,

ten einde eene vaste fundeering te verkrijgen, schoorpalen stelt, dan zullen de te lood staande palen onder den muur, als de schoorpalen hun dienst behoorlijk doen, niet zijdelings buigen en dus ook in die richting geen weerstand kunnen leveren; met andere woorden de schoorpalen moeten het alleen kunnen doen; en men zal in dit opzicht voor de dragende palen even goed vele dunne, als een klein aantal dikke palen kunnen nemen. Als men eene veerkrachtige fundeering bedoelt, zal het bepaald nuttig zijn zware palen te nemen, om beter de vereischte sterkte en daarbij niet veel buiging en dus niet veel zijdelingsche verplaatsing te verkrijgen. Eene verankering zal er kunnen worden bijgevoegd, mits het eene veerkrachtige verankering is. Neemt men eene eenigszins willekeurige combinatie van middelen, die voor het eene en voor het andere geval te pas komen, dan zal men veel materiaal moeten gebruiken, of, als men zuinig wil zijn en het zoo schikt, dat de som der weerstanden, ieder afzonderlijk gerekend, juist voldoende is, dan zal de fundeering niet sterk genoeg zijn; want de weerstanden, die na buiging dienst doen, zijn niet dadelijk aanwezig; eerst na het bezwijken van stempels, schoorpalen of dergelijken, die den vasten stand zouden hebben moeten leveren, doch die op zich zelf te zwak zijn ontworpen, zullen de meer buigzame deelen krachtig worden aangegrepen en, omdat ook deze op zich zelf te zwak zijn, zullen zij het vooruitschuiven van den muur niet kunnen beletten.

Wanneer men de muren, Pl. 3 fig. 1 en 3, beschouwt met het oog op het meer of min veerkrachtige der fundeering, kunnen de volgende opmerkingen gemaakt worden.

In fig. 1 kunnen de palen, die met de betonmassa in verband zijn, deel uitmaken van eene veerkrachtige fundeering; de palen, die aan den verbreedten vloer vast zijn, zijn geschikt voor eene veerkrachtige verankering; en de draadijzeren kabels, — hoewel zij aan een zeer vast steunpunt zijn gehecht, — kunnen, uit hoofde van hunne groote lengte (ruim 50 M.), eene niet onbeduidende verlenging ondergaan, en kunnen dus deel uitmaken van eene veerkrachtige verankering. Toch is de toe te laten verlenging der kabels tamelijk beperkt, en zoo zullen de palen der fundeering ook maar weinig zijdelings moeten buigen. Om

bij geringe buiging een voldoende weerstand te geven, moeten zij tot nabij hun boveinde in vrij vasten grond zitten, en het is de door zandplemping verbeterde ondergrond, die dien vasten grond moet leveren en de fundeering tot eene goede fundeering maken. Als men zich eens voorstelt, dat de zandplemping niet was ondernomen, en de palen over vele meters lengte door zeer slappe grondlagen gingen, zouden zij bij eene matige buiging zeer weinig weerstand leveren, zoodat de kabels nagenoeg den geheelen gronddruk voor hun rekening zouden krijgen; deze zouden dan van veel zwaarder afmetingen moeten zijn of in grooter aantal moeten zijn aangebracht om een vast staanden muur te hebben; terwijl de vele te lood staande palen toch niet konden gemist worden, want zij moeten zoowel den muur als den grond, die op de verbrede fundeering rust, dragen.

In fig. 3 zijn de palen, die den muur dragen, in schorende richting ingeheid; het is eene fundeering met schoorpalen, die als zoodanig behoort tot de weinig veerkrachtige of zoogenaamd vaste fundeeringen; de palen gaan over eene aanzienlijke lengte door vrij slappe grondlagen en vinden dus nabij hun boveinde weinig steun in den grond. De verbrede fundeering rust op te lood staande palen, die nuttig en noodig zijn om den grond, die op de verbrede fundeering rust, te dragen, maar die als ankerpalen voor de fundeering van den muur van weinig waarde zijn. De schoorpalen onder den muur moeten dus zonder bijkomende hulp voor den vasten stand van het geheel zorgen; indien belangrijke medewerking was verlangd van de palen, die onder de verbrede fundeering staan, dan zouden die palen insgelijks in schorende richting moeten zijn gesteld. Op den nuttigen invloed van de verbrede fundeering en van de rijsmassa, die onder het vlak der fundeering voorkomt, tot vermindering van de kans tot grondverschuiving, is reeds in § 18 gewezen.

§ 20. **Het stempelen, het verankeren en het stellen van schoorpalen.** Als aanvulling of uitbreiding van hetgeen reeds gezegd is omtrent deze hulpmiddelen tot het verkrijgen van een vasten stand voor muur en fundeering, moge nog het volgende dienen.

Het **stempelen** van muur of fundeering is een zeer afdoend middel. In eene memorie, voorkomende in de Annales des ponts et chaussées van 1864 (\*), over den aanleg van werken in de slappe gronden van Bretagne, van den hoofdingenieur Croizette Desnoyers vindt men dit middel krachtig aanbevolen. Bij de fundeering van landhoofden en pijlers voor bruggen daar gebouwd, heeft men door samendrukking en wegpersing van slappen grond den bouwgrond verbeterd, en door breede fundeeringen achter sommige landhoofden de dieper liggende grondlagen ontlast, doch het doel eerst bereikt na het maken van gekoppelde fundeeringen, waardoor eene krachtige stempeling werd verkregen. In ons land zijn een aantal voorbeelden aan te wijzen van gekoppelde of doorgaande fundeeringen bij bruggen; en bij sluizen levert de vloer, die tusschen de rechtstanden aanwezig is, de bedoelde degelijke voorziening.

Het **verankeren** van een *muur* verdient, over het algemeen genomen, geen aanbeveling, omdat een muur uit zijn aard een zeer duurzaam bouwwerk is, en het dus niet raadzaam is te achten de sterkte afhankelijk te stellen van eene minder duurzame houten of ijzeren verankering. Niettemin zijn er voorbeelden van verankerde muren; doch bij sommige behoort de verankering niet tot het oorspronkelijke ontwerp, maar is zij tijdens den bouw, als eene noodig gebleken versterking, er bijgevoegd. Eene verankering zal soms te verdedigen zijn op grond van eene gewenschte grootere sterkte gedurende het eerste tijdperk van het bestaan van den muur. Later, na de samenvakking van den aanvullingsgrond, na de verharding van het metselwerk en na het ontstaan van een meer algemeen evenwichtstoestand in de aansluitende gronden, zal het kunnen zijn, dat de aanvankelijk gemaakte verankering gemist kan worden. Bij den bouw van den keermuur langs den oprid voor de stadsbrug over de Nieuwe Maas te Rotterdam, zijn in verticale richting ijzeren ankers, die aan de fundeering waren vastgemaakt, in de conterforten van den keermuur opgenomen; omkanteling van den muur wordt daardoor bemoeielijkt. Men kan dit als eene con-

---

(\*) Overgenomen in de Uittr. K. I. v. Ing. 1865/1866.

structie in laatstbedoelden zin beschouwen; en heeft daarin tegelijk een zeldzaam voorbeeld van een muur, die met de fundeering verbonden is. De ijzeren ankers, waarvan zooeven gesproken is, zijn genomen van rondijzer, dik 5 centimeter; zij worden door middel van ankerplaten vastgehouden in de betonfundeering, waarop de muur over eene aanzienlijke lengte draagt. Voor het gedeelte, waar eene houten fundeering is toegepast, zijn de ankers aan de kespen verbonden; eene sterke verbinding van de kespen met de palen is hier een bepaald vereischte.

Het bezwaar, dat bestaat tegen het verankeren van een muur, geldt niet ten aanzien van het verankeren der *fundeering*. Als men eene houten fundeering maakt, kan er niets tegen zijn daaraan eene houten verankering te verbinden; onder water is de houtconstructie tamelijk duurzaam; maar bovendien, men heeft dan gelijksoortige werken; de verankering is even duurzaam als de fundeering.

Het **stellen van schoorpalen** kan in vele gevallen doelmatig zijn. Waar de grond van dien aard is, dat een bekleedingsmuur door loodrecht ingeheide palen kan worden gedragen, zonder vrees voor zakking, daar kan ook door den grond een voldoende weerstand geleverd worden in de richting van de resultante van den gronddruk en het gewicht van den muur, indien palen onder de vereischte helling worden ingeheid. Wanneer men deze palen zooveel langer neemt dan de te lood staande palen, dat zij met de punt tot dezelfde diepte reiken en ze tevens een weinig zwaarder neemt, in verband met de iets grootere lengte, dan zullen die hellende palen volgens de richting hunner lengte minstens denzelfden weerstand bezitten als de loodrechte palen. Om aan het doel te beantwoorden moeten de palen een voldoende grooten hoek met de verticale lijn maken, en moeten zij in voldoende aantal aanwezig zijn.

Wanneer de hoek te klein is aangenomen, zal de fundeering door den muur worden vooruitgedrongen, en, wanneer de helling voldoende is, maar het aantal of de afmetingen der schoorpalen te gering, dan zullen de schoorpalen buigen of er zullen nadeelige indrukkingen plaats hebben, zoodat de muur uit dien hoofde vrijheid krijgt om vooruit te gaan.

In vele gevallen zal een hoek van ongeveer  $30^\circ$  met de verticale lijn doelmatig zijn voor schoorpalen, aan den voorkant van den muur gesteld. Als men zich ééne rij schoorpalen onder een muur voorstelt, zullen de palen onder de minste helling (den kleinsten hoek) behoeven te staan, wanneer zij steun geven ter plaatse, waar de resultante van gronddruk en gewicht het vlak der fundeering snijdt. Wat grooter moet de helling zijn, wanneer men de rij schoorpalen nader bij den voorkant van den muur brengt; doch, wanneer men de rij achterwaarts zou willen verplaatsen, zou men den hellingshoek aanzienlijk grooter moeten nemen. Met het oog op eene doelmatige constructie zal dus voor het plaatsen van schoorpalen bijzonder in aanmerking komen het gedeelte van het vlak der fundeering, tusschen den voorkant van den muur en het snijpunt van de zoeven genoemde resultante met laatstgenoemd vlak.

Indien men alle palen onder den muur onder eene helling zet, geringer dan die, welke zou passen voor schoorpalen, dan zullen die palen, naar gelang van de wijze, waarop zij in den grond worden vastgehouden, meer of minder buigen onder den gezamenlijken invloed van gronddruk en gewicht; doch die palen zullen veel minder buigen dan, wanneer zij onder gelijke omstandigheden, te lood, waren ingeheid. Eene zoodanige fundeering met hellende palen is dus eene zoogenaamde veerkrachtige fundeering, doch met matige doorbuiging. Als de aard van het werk en de bouwgrond het maken van zulk eene fundeering toelaten, heeft men daarin eene in vele opzichten gunstige constructie. Omdat alle palen gelijkmatig samenwerken, is het eene zuinige fundeering; als de palen door een buitengewonen gronddruk, op den muur uitgeoefend, buigen, is eene veerkrachtige terugwerking dier palen bij een later verminderden gronddruk mogelijk; en, als zij blijvend eenigszins vooruitdringen, behouden zij toch een hellenden stand, terwijl bij te lood staande palen de minste vooruitschuiving de palen in den ongunstigen toestand brengt van voorover te hellen.

Tegen het stellen van schoorpalen bestaat, in vergelijking met het inheien van te lood gerichte palen, het bezwaar, dat het inheien met meer moeite gepaard gaat; ook wordt, zoolang men

van de gewone heitoestellen gebruik maakt, voor het heien meer tijd gevorderd. Dit zal echter niet behoeven te beletten om, waar het noodig is, schoorpalen toe te passen. De genoemde bezwaren zouden minder gewichtig worden, indien eene heistelling in gebruik kwam, die bepaaldelijk voor het doel was ingericht.

§ 21. **Bijzonderheden omtrent sommige muren.** De bijzonderheden, die hier zullen worden medegedeeld, hebben betrekking op verzetten en verschuivingen, die bij sommige muren zijn voorgekomen.

Zooals de ondervinding leert, is het niet gemakkelijk om in min gunstige omstandigheden bekleedingsmuren te bouwen, die vast blijven staan. Het gebeurt, dat muren, die volgens een met veel overleg ontworpen plan zijn gebouwd, voor een gedeelte vooruitschuiven en overigens hun juisten stand behouden, terwijl geen zeer belangrijke verschillen in den aard der gronden of in eenig ander opzicht zijn aan te wijzen. Het onzekere of wisselvallige, dat met betrekking tot dezen bouw schijnt te bestaan, vloeit voort:

uit de moeielijkheid om vooraf te beoordeelen of grondlagen, die vatbaar zijn voor verschuiving, werkelijk in beweging zullen komen;

uit de veranderlijkheid van den druk, die door den grond wordt uitgeoefend, het gevolg van den afwisselend vochtigen en drogen toestand van den grond, van den invloed van koude of warmte, enz.;

en uit de mogelijkheid, dat deze druk soms eene buitengewoon groote waarde bereikt, ver boven de grens, die bij de berekeningen gewoonlijk wordt aangenomen.

Wat dit laatste punt betreft, is eenige toelichting noodig. De gronddruk, die bij de berekeningen wordt aangenomen, is de druk, die blijft aanhouden, als een muur merkbaar wijkt voor den druk van den grond, en die eene belangrijke verplaatsing of omverwerping van den muur ten gevolge kan hebben. Als de gedachte muur zwaarder is, en dus meer weerstand kan bieden, kan het zijn, dat de druk, die werkelijk achter den muur voorkomt, veel grooter is, dan de zoeven bedoelde gronddruk



en het is denkbaar, dat die druk bij een muur, die zeer veel weerstand biedt, de grens van den grondweerstand bereikt. Dat men den eerstbedoelden gronddruk en niet den grondweerstand als maatstaf aanneemt voor de bepaling van de afmetingen van bekleedingsmuren, is op grond van ondervinding wel gewettigd. Immers de algemeene ondervinding is, dat muren naar dien maatstaf gebouwd (altijd met eenige overmaat van sterkte) niet omvergeworpen worden. Deze gunstige ondervinding mag aanleiding geven om over het algemeen de muren te bepalen naar den bovenbedoelden gronddruk; maar moet niet beletten om ook op den grooteren druk, dien de grond kan uitoefenen, acht te geven. Eene matige overschrijding van den bedoelden gronddruk zal gewoonlijk geen gevolgen hebben wegens de vermelde overmaat van sterkte; een druk echter, die aanzienlijk grooter is, zal den voor dien druk te lichten muur niet omverwerpen, maar eenigszins doen wijken, hetgeen dan dadelijk gepaard gaat met eene vermindering van den druk. Later kan de zeer groote druk weer ontstaan en hetzelfde verschijnsel zich herhalen; er is dan, zooals men veelal zegt, werking in den muur.

Zeldzaam komt het voor, dat een bekleedingsmuur, of een daarmede overeenkomstig werk, wordt omvergeworpen door den gronddruk. Een paar voorbeelden worden hier medegedeeld.

Een muur langs de invaartopening van het Spencer dok te Belfast (\*) is twee jaar na den bouw over eene lengte van ruim 60 M. voorovergevallen. De palen der fundeering, die onder de geringe helling van  $\frac{1}{2}$  waren ingeheid, werden daarbij gebogen en braken op 1,80 à 2,10 M. beneden den onderkant van den muur. De muur had eene hoogte van 9,75 M.; eene breedte in aanleg van 4,95 M., met vijf versnijdingen verminderende tot 1,50 M. bovendikte; de helling aan de voorzijde was  $\frac{1}{2}$ . In het dwarsprofiel komen vijf palen voor; de afstand der palen volgens de lengte van den muur was 1,37 M.; deze palen, zwaar aan den kop 25 en aan de punt 18 centimeter in middellijn, waren 4,60 M. lang.

Het omvallen van den muur wordt toegeschreven aan de te

(\*) Zie Minutes of proceedings of the Institution of civil Engineers 1878—1879.

zwakke paalfundeering en den slechten aanvullingsgrond achter den muur; veel aanvullings-specie werd in een weeken, half vloeibaren staat aangebracht. Andere gedeelten van de muren van dit dok waren reeds tijdens den bouw meer of min vooruitgedrongen, hetgeen aanleiding gaf om daar eenige voorzieningen te nemen; op de plaatsen, waar dit het meest noodig scheen, werd de voet van den muur gestempeld tegen eene paalrij, die op een afstand van nagenoeg 3 M. buiten den muur in den bodem werd ingeheid, en bovendien werd de muur verankerd, waartoe rondijzeren staven van 63 millimeter dikte werden gebruikt.

Dat de beschreven muur is bezweken, is niet bevreemdend. Wanneer men op een gewonen gronddruk rekent, dan zouden de palen aan hun boveinde reeds daardoor zoodanig zijdelings worden belast, dat het afbreken op 1,80 à 2,10 M. beneden dat aangrijpingspunt zeer goed te verklaren is. Dat de palen onder den druk, dien zij ondergingen, zijn afgebroken en niet door den grond zijn heengetrokken, toont aan, dat de palen met het benedeneinde in zeer vasten grond zaten. Het schijnt niet twijfelachtig, dat men in grond van zoodanige vastheid door dikere en eenigszins langere palen te gebruiken, maar beter nog door eene fundeering met schoorpalen toe te passen, de gewenschte stevigheid zou hebben verkregen.

Voorts kunnen wij in herinnering brengen, dat in November 1869, bij het maken van een fort in den omtrek van Amsterdam, in den Laander- en Westbijlmerpolder, een daar gemaakt bomvrij gebouw voor den gronddruk is bezweken. Het gebouw stond op palen, lang 12 à 15 M., die bij het inheien eerst door zeer slappen grond gingen, daarna door eene dunne, tamelijk vaste grondlaag drongen, vervolgens weder in slappen grond kwamen en eindelijk steun vonden in den vasten bodem. Het gebouw is te beschouwen als een holle muur op breede fundeering; de binnenruimte was verdeeld door muren of penanten, loodrecht gericht op den voorkant van den muur; deze penanten waren door zware gewelven vereenigd, en de kokervormige ruimten, daardoor ontstaande, waren zoowel aan de grondkeerende zijde als aan den voorkant door stevige muren gesloten.

Met betrekking tot den vasten stand is het geheel het beste

te vergelijken met den muur met kelderruimte op Pl. 4 voorgesteld. De fundeering van den muur op Pl. 4 is breed 9 M., het grondkeerend achtervlak is hoog 4 M. of, als men tot aan de oppervlakte van den grond meet, 4,60 M. De thans beschouwde muur rust op eene fundeering breed 19 M.; en het grondkeerend achtervlak is hoog 6,60 M., of, tot aan de oppervlakte der grondaanvulling gemeten, 9,50 M. Onder den muur van Pl. 4 komen per M. lengte muur 6 palen, en onder het gebouw per M. lengte 10 à 12 palen. Tot juist inzicht van den toestand moet men zich voorstellen, dat de begane grond in en vóór het gebouw 2,60 M. boven de fundeering ligt en dat op 6,00 M. afstand van den voorkant eene gracht loopt, waarvan de bodem 2 M. dieper ligt dan de fundeering.

Nadat reeds gedurende eenigen tijd eenige verzetting van het gebouw in de richting van de gracht was waargenomen, is men begonnen met het wegruimen van de aanvulling achter den muur. Terwijl men daarmee bezig was, vertoonden zich scheuren in den grond, die van zoodanig verontrustenden aard waren, dat men het werk moest verlaten. In weinige oogenblikken was het gebouw ongeveer 12 M. in de richting van de gracht geschoven, gekanteld en gedeeltelijk in den slappen grond weggezonden.

Als men de hierboven gemaakte vergelijking met den muur van Pl. 4 voortzet, dan kan men, globaal rekenende, stellen, dat de zijdelingsche druk van den grond tegen het gebouw, minstens in reden van de vierkanten van 4 en 6,60, dat is minstens zeer nabij in reden van 1 tot  $2\frac{3}{4}$ , grooter kan zijn geweest, dan de druk, dien men bij den muur van Pl. 4 kan verwachten. Het aantal palen voor elke meter lengte is, bij het gebouw, nagenoeg het dubbele, terwijl de afmetingen der palen, zoowel in lengte als dikte, voor de twee gevallen zeer nabij gelijk zijn. De fundeering van den muur, Pl. 4, is dus ten opzichte van het aantal palen betrekkelijk sterker; maar bovendien is aan deze fundeering sterkte gegeven door middel van damplankrijen en gordingen, zooals in § 18 beschreven is, en voorts door eene verankering; vooral echter is de vaste stand bevorderd door de uitbaggering en zandstorting, die tot verbetering van den grond aan den bouw is voorafgegaan.

Menig gebouw, op loodrecht ingeheide palen dragende en zijdelings door grond gedrukt, is blijven staan; in het gegeven geval is blijkbaar door den grond de zeer aanmerkelijke weerstand niet geleverd kunnen worden, die voor den vasten stand vereischt werd. Dat nog veel weerstand door den grond geleverd is, is gebleken uit het feit, dat vele palen op de dunne, vaste grondlaag, waarvan hierboven gesproken is, zijn afgebroken. In het gegeven geval, met de tot op groote diepte doorgaande slappe grondlagen, zou de vaste stand te verkrijgen zijn geweest door, behalve te lood staande palen, ook schoorpalen onder den muur te stellen, of door den grond te verbeteren, om daardoor den noodigen zijdelingschen steun voor de palen te verkrijgen.

Een zeer groot aantal voorbeelden is aan te wijzen van muren die niet bezweken zijn, maar min of meer zijn vooruitgedrongen. Wij zullen ons in dit opzicht bepalen bij de muren, die op Pl. 2 tot 4 zijn voorgesteld; doch zullen vooraf nog de aandacht vestigen op een paar gevallen meer van algemeenen aard.

Zoo is het dikwijls voorgekomen, dat, bij landhoofden met rechthoekig omloopende vleugels, in het muurwerk eene scheur is ontstaan, waardoor een der vleugels van het andere metselwerk werd gescheiden. Men mag aannemen, dat in die gevallen de druk van den grond eene waarde bereikt heeft, ver boven de gewone grens; na eene kleine verplaatsing van het afgescheiden gedeelte muur hield de buitengewone druk op, en de muur, tegen den gewonen druk bestand, bleef staande. Gewoonlijk wordt daarna van tijd tot tijd weder eene geringe beweging van den muur waargenomen, merkbaar uit de verwijding van de scheur; soms zijn zulke kleine verplaatsingen weinig verontrustend; soms worden maatregelen genomen om nadeelige verplaatsing te voorkomen, bijvoorbeeld door verankering van het afgescheiden muurgedeelte. Dat hier eer dan in vele andere gevallen een buitengewone druk ontstaan kan, is te verklaren uit den vorm van het muurwerk. Tusschen de rechthoekig omloopende vleugels en het landhoofd is de grond zoodanig opgesloten, dat hij moeielijk zijdelings kan uitwijken, zoodat hij, bij samendrukking door eene bovenbelasting, of bij uitzetting door vocht of warmte, tegen de zeer vast staande wanden of vleugels krachtig moet aandringen.

Onder de gevallen, die meermalen zijn voorgekomen, kan men ook rekènen het vooruitschuiven van een gedeelte van een over groote lengte doorlopenden muur. Dikwijls is dan de muur gebroken in eenige stukken van groote lengte, terwijl de fundeering in overeenstemming daarmede is verbroken of geknakt. De muur volgt dan veelal in plattegrond een gebroken lijn, en bij de hoekpunten heeft de muur verticale scheuren. Het feit, dat de muur na het ontstaan der scheuren gewoonlijk behoorlijk staan blijft, bewijst, dat de algemeene sterkte van den muur in die gevallen wel in overeenstemming was met den toestand van den grond, enz.; terwijl het ontstaan van de breuk aantoon, dat er plaatselijk een zeer krachtige invloed ter vooruitschuiving moet zijn werkzaam geweest. Het zal wel in het algemeen bezwaarlijk zijn, vooruit te bepalen, op welke plaats een zoo krachtige invloed zich zal doen gelden; maar wel wordt men door de genoemde ondervinding er op gewezen om muur en fundeering ook sterk te maken tegen buiging of breking in horizontalen zin. Daardoor toch zal aan een ongelijkmatigen druk of aan eene plaatselijke grondschiiving beter weerstand worden geboden.

Nu overgaande tot de bijzondere gevallen, heeft men vooreerst de schutcolkmuren der schutsluis te St. Andries, Pl. 2 fig. 2. Deze muren zijn reeds in den zomer van 1856, het jaar waarin de sluis werd voltooid en voor de scheepvaart opengesteld, begonnen eenigszins vooruit te schuiven. Men heeft, door den muur aan de achterzijde te ontgraven en daarna de aanvulling te doen met rijshout en dunne lagen zand, en tevens door het storten van zwaren steen langs den voet van den muur, getracht groote schade te voorkomen. Dit doel is bereikt, ofschoon de muur toch werkende is gebleven; in latere jaren evenwel was de werking van weinig beteekenis. De bestorting op den bodem der schutkolk heeft steun verschaft aan muur en fundeering, doch heeft het nadeel gegeven, dat bij lagen waterstand de breedte der schutkolk zeer is vernauwd. In de figuur is deze steenbestorting niet geteekend, wel het stortebed, waarmede bij den bouw der sluis de bodem van de schutkolk is bezet.

De muur, Pl. 2 fig. 3, staat langs de westzijde van de groote

buitenhaven te Vlissingen; en die, waarnaar fig. 5 is genomen, bevindt zich aan de buitenhaven der Marinesluis aldaar. De grond onder beide muren is tamelijk vast, in hoofdzaak fijn zand zonder bepaald vaste lagen; het heien gaat in dien grond betrekkelijk moeielijk en toch wordt niet spoedig de vereischte stuit verkregen. De aanvulling achter beide muren is gemengde grond, vooral zand, doch waarin ook klei en veen wordt gevonden. Deze muren zijn niet vooruitgeschoven.

De muur, Pl. 2 fig. 4, langs de haven te Moerdijk, is in de jaren 1860 tot 1864, ter vervanging van een rijspakwerk, gebouwd. Jaarlijks werd een gedeelte rijspakwerk door muur vervangen, steeds volgens hetzelfde plan, zoodat er blijkbaar tijdens den bouw geen aanleiding is geweest om in de samenstelling wijziging te brengen. De muur heeft goed stand gehouden.

Ook de muren, Pl. 2 fig. 7 en 14, zijn goed blijven staan. De muren, Pl. 2 fig. 8 en Pl. 3 fig. 1 en 2, waren in 1880 nauwelijks voltooid of gedeeltelijk nog in aanbouw; proefondervindelijk is daarvan tot nu toe weinig te melden.

Over het algemeen voldoen te Amsterdam de muren met verbrede fundeeringen, waarvan er eenige zijn afgebeeld op Pl. 2 fig. 12, 13, 16 en 17, zeer goed; toch kan men op verschillende plaatsen eenige vooruitschuiving van op die wijze gebouwde muren opmerken, en dit behoeft niet te bevreemden, wanneer men nagaat, hoe weinig te lood staande palen, als de slappe gronden tot aanmerkelijke diepte reiken, tegen zijdelingsche verplaatsing weerstand kunnen bieden. De gunstige ondervinding, die men van de verbrede fundeeringen heeft, moet misschien nog voor een belangrijk deel worden toegeschreven aan den invloed van de toevallige afwijkingen der palen uit den loodrechten stand. In het algemeen zullen sommige palen daardoor in eenigszins schorende richting komen. Het is ook alleen in verband met den invloed dier toevallige afwijkingen, dat er voordeel gelegen kan zijn, — niet alleen na de voltooiing, maar ook tijdens den bouw van den muur, — in het brengen van zwaarte op eene verbrede fundeering, die op zoogenaamd loodrechte palen staat. Als men alle of althans vele palen onder de verbrede fundeering, — en dit geldt ook voor eene niet verbrede fun-

deering, — schorende plaatst, zal het bepaald nuttig zijn om, bijvoorbeeld door opstapeling van de te verwerken steenen, zoo spoedig mogelijk de fundeering te belasten; want de weerstand, die de fundeering zal kunnen bieden tegen zijdelingschen aandrang van grond, is niet enkel van de richting der palen afhankelijk, maar tevens van het daarop dragende gewicht.

Langs de havens te Feijenoord heeft men over eene groote lengte kaaimuren gemaakt. Eenige daarvan zijn voorgesteld op Pl. 2 fig. 9 en 15, op Pl. 3 fig. 3 en op Pl. 4 fig. 1 tot 4.

In eene beschrijving van de werken der Rotterdamsche Handelsvereeninging op Feijenoord (\*) wordt de grond, waarin de werken moesten worden gemaakt, omschreven als volgt: »Het maaiveld lag ongeveer ter hoogte van A.P., in 't zuiden hier en daar iets lager, in 't noorden veelal iets hooger. Tot op de diepte van 4,00 M. — A.P. werd eene laag klei gevonden, gemengd hier en daar met zand. Dan kwam men veelal in klei of veenlagen, deze laatsten met veel hout vermengd, en gevolgd door gemengde lagen klei, veen en zand, zonder groot draagvermogen, tot eindelijk op de groote diepte van 14 à 20 M. — A.P. de vaste zandlagen gevonden werden.” Op Pl. 3 zijn onder A, B en C een drietal grondboringen gegeven; die onder A en B zijn geschied in de nabijheid van de plaats, waar de muur, Pl. 3 fig. 3, bijzonder is vooruitgeschoven, zooals later zal worden medegedeeld; de grondboring C nabij den ingang van de spoorweghaven. De vrij slappe grondlagen waren zeer vatbaar voor verschuiving, zooals bij de uitvoering der werken herhaalde malen is gebleken.

De havens zijn grootendeels door uitgraving, gedeeltelijk door uitbaggering op de diepte gebracht. De fundeeringswerken voor de muren zijn voor een groot deel uitgevoerd, terwijl men met het graafwerk voor de havens bezig was; de fundeeringsput voor de muren lag dan gemeen met de ontgraving voor de haven. De meest belangrijke verzettingen, die zich bij deze muren hebben

---

(\*) T. J. Stieltjes en A. W. Mees. De werken der Rotterdamsche Handelsvereeninging op Feijenoord. 1ste aflevering. 1876.

voorgedaan, zijn voorgekomen tijdens den bouw, en moeten hoofdzakelijk worden toegeschreven aan verschuivende gronden, die tegen de fundeeringspalen aandrongen. Later, na voltooiing der werken, en, nadat het water in de havens was toegelaten, zijn de zettingen, die nog zijn waargenomen, van geringe beteekenis geweest; met ééne uitzondering evenwel, waarvan blijken zal bij de beschrijving der verzettingen in den basaltmuur langs de spoorweghaven te Feijenoord.

Toen de fundeeringen voor de muren langs de drie zijden der Entrepôthaven nagenoeg afgewerkt waren, had in den nacht van 12 op 13 Maart 1875 eene verzakking plaats in den spoorwegdam, die op ongeveer 80 M. afstand genoegzaam evenwijdig liep met den muur aan het einde van genoemde haven. De spoorwegdam reikte tot ruim 9 M. + AP. en de daar nabijgelegen gronden waren tot ongeveer 3 M. + AP. opgehoogd; een belangrijk verschil in hoogte alzoo met den bodem der haven, die op de diepte van 4 M. — AP. droog lag. Met eene zakking van ongeveer 2 M. van den spoorwegdam ging gepaard een scheuren en omwoelen van het terrein daarneven gelegen, terwijl de fundeering aan het einde der Entrepôthaven, steunende aan de einden tegen de fundeeringen der muren langs de lange zijden dezer haven, door den aandrang van den grond in het midden 0,60 M. werd vooruitgedrukt. De fundeering was uit haar verband gerukt en onbruikbaar geworden.

Aan het wegruimen der fundeering kon niet gedacht worden, omdat dan nieuwe aardschuivingen waren te verwachten, te meer omdat de Directie der Staatsspoorwegen tot het besluit was gekomen om den spoorwegdam weder op de hoogte te brengen. Men besloot tot het maken van eene hooger reikende fundeering; de eerste was aangelegd op 3,50 M. — AP., de nieuwe is gemaakt op 1 M. — AP., zooals op Pl. 2 fig. 15 is voorgesteld. De heipalen, lang 19 à 20 M., zijn met moeite tusschen de palen der vervallen fundeering ingeheid. De aanvulling boven de oude fundeering is met rivierzand geschied; later is daar het talud met klei en puin gedekt. Tevens is de haven, langs de voorzijde der fundeering, bij kleine vakken, over eene



breedte van 3 M., tot 6 M. — AP. uitgegraven en met zand aangevuld.

Na voltooiing heeft de muur eenigen tijd gestaan naast de tot 4 M. — AP. uitgegraven haven, zonder dat zich eenige zetting of scheur vertoond heeft. In November 1875 heeft men water in de haven toegelaten; het verdiepen der haven tot 6 M. — AP. heeft later door uitbaggering plaats gehad; men heeft toen de taluds vóór den muur met zwaren steen bestort. De muur heeft langen tijd gestaan zonder eenige werking te vertoonen, totdat in het najaar van 1878 langs den spoorwegdam, op 50 à 60 M. van den muur, de beheeing voor daar te bouwen woningen plaats had. De bij het heien ontstane trillingen hebben eenige grondwerking ten gevolge gehad, zooals is gebleken uit eene geringe doorbuiging van den muur; slechts 10 centimeter over de geheele lengte van 66 M.

De noordelijke muur langs de Entrepôthaven, Pl. 2 fig. 9, is in den zomer van 1875, toen de fundeering gereed was en de pijlers of penanten voor den muur tot de hoogte van AP. waren opgetrokken, ten gevolge van de beheeing voor het in de nabijheid te bouwen Entrepôtpakhuis, uitgebogen. Door achter den muur eene sleuf, diep 4,50 M. — AP., ter breedte van 10 M. te graven, en den uitkomenden grond te bergen op den bodem der haven, heeft men verkregen, dat de kaaimuur weer gedeeltelijk terugkwam.

Ook aan de zuidzijde der haven schoof de muur vooruit, voordat de gewelven geslagen waren, toen het talud werd aangevuld en het achtergelegen terrein tot de hoogte van 2 M + AP. werd gebracht. De vooruitschuiving bedroeg 0,60 M. op 20 M. van het einde der Entrepôthaven en verliep regelmatig tot nul over eene lengte van 130 M. Daar de vooruitschuiving tijdens den bouw plaats had, heeft men den muur bij den opbouw zooveel mogelijk girectificeerd, zoodat bovenaan de uitwijking minder bedraagt. Als maatregel van voorzichtigheid heeft men achter den noordelijken muur over eene breedte van 5 M. en achter den zuidelijken over eene breedte van 12 M. de aanvulling slechts voortgezet tot de hoogte van 2 M. + AP., zijnde daar de hoogte van 4,30 M. + AP. bereikt door middel van

houten vloeren op jukken. Ook aan de voorzijde van deze muren zijn, op gelijke wijze als vermeld is ten opzichte van den muur langs het einde der Entrepôthaven, sleuven gegraven en met zand aangevuld; later na het op de diepte brengen van de haven zijn de taluds vóór de muren met zwaren steen bestort.

Langs de Binnenhaven der Rotterdamsche Handelsvereniging zijn over eene lengte van 1675 M. kaaimuren met kelders gebouwd, zie Pl. 4. De palen onder deze muren hebben eene lengte van 17 tot 22 M.; de meeste zijn 18 à 19 M. lang. De zakking bij het inheien bedroeg, bij een gewicht van het blok van 600 K.G. en 3 M. valhoogte, ongeveer 15 centimeter in de laatste tochten van 30 slagen. In het begin van 1879 kwamen deze kaaimuren gereed; zij zijn aangeaard tot aan de hoogte der dekzerken, doch, aanvangende op 4 M. achter den achterkant der muren, is het terrein, over eene breedte van 15 M., ter hoogte van 2 M. + AP. gelaten, om, tijdens het baggeren van de haven tot de volle diepte, het gevaar van grondverschuiving te verminderen, en om den grond tijd te geven zich te zetten en tot rust te komen, alvorens hij verder wordt belast. Zoodra er aanleiding toe is, wordt het terrein op de normale hoogte gebracht, zooals op het einde van 1880 reeds over eenige honderd meters lengte had plaats gehad. Tegenspoeden van eenig belang hebben zich bij deze muren niet voorgedaan. Voor een deel kan dit daaraan worden toegeschreven, dat tijdens den bouw het water in de haven gehouden is ter hoogte van minstens 2 M. — AP., waardoor een tegendruk verkregen werd, die de kans van grondverschuiving verminderde. Bijzondere vermelding verdient nog het volgende. Bij een gedeelte van den kaaimuur, waar de ijzeren binten gedurende den winter gelegd waren, schijnt geen voldoende ruimte gelaten te zijn tusschen de einden van eenige hoofdbinten, zoodat toen een felle zomerzon de nog niet met zand afgedekte cementgewelven bescheen, de uitzetting van het ijzer ten gevolge had, dat ter hoogte van den cementsteen horizontale scheuren in de front- en achtermuren ontstonden. Na herstelling en afdekking met zand heeft een dergelijk verschijnsel zich niet meer herhaald.

De waterdichtheid der kelders laat niet te wenschen over; de gewelven van cementsteen waren aanvankelijk, niettegenstaande de bestrijking met een laagje van enkel cement, niet volkomen dicht; door het bovenvlak te bestrijken met een mengsel van koolteer en pek is hierin voorzien.

Bij den basaltmuur, Pl. 3 fig. 3, langs de Spoorweghaven te Feijenoord zijn vooral tijdens den bouw, maar ook later, verplaatsingen voorgekomen. In het begin van Juni 1875 was de fundeering voor den muur over eene lengte van 1100 M. gereed en was de muur gedeeltelijk tot de hoogte van 3,25 M. + AP., gedeeltelijk tot eene mindere hoogte opgewerkt. Op 9 Juni ontdekten men eene scheur, op 45 M. afstand van den muur, in den tot 3,40 M. + AP. opgehoogden grond; deze was blijkbaar het gevolg van eene aardverschuiving in de richting van de tot op 5 M. — AP. uitgegraven haven; de kaaimuur, die daar nog slechts tot 1 M. + AP. was opgetrokken, werd over eene lengte van ongeveer 150 M. vooruitgedrongen, doch niet meer dan omstreeks 6 centimeter. Niettegenstaande de verdere ophooging van het terrein werd gestaakt en er grond gebracht werd op de verbreedde fundeering, is deze eerste verschuiving door andere gevolgd.

Op 25 Juni bedroeg de doorbuiging van den kaaimuur 0,85 M.; de bodem van de spoorweghaven was over 10 M. breedte 0,40 M. opgekomen. Opgehoogd terrein op eenigen afstand van den muur werd afgegraven, en de grond gebracht onmiddellijk achter den muur.

Op 27 Juni bedroeg de doorbuiging op het meest doorgezet gedeelte 1,055 M. ter hoogte van de fundeering of 2,50 — AP., en 0,725 M. op de hoogte van 3,25 M. + AP. Later is de muur op dit punt nog iets vooruitgekomen.

Op 2 Augustus vertoonde zich op een ander punt, dat te voren slechts eene geringe verplaatsing (van 5 centimeter) had ondergaan, eene belangrijke verzetting. Deze bedroeg 36 centimeter.

In eene reeks daaraanvolgende dagen bedroeg de vooruitschuiving, ter hoogte van de fundeering, achtereenvolgens 0,59 M.,

0,20 M., 0,16 M., 0,05 M., 0,05 M., 0,00 M., 0,025 M., 0,025 M. en 0,015 M., zoodat de muur toen op dat punt in het geheel 1,525 M. was vooruitgegaan.

In de daarop volgende dagen werd eene teruggaande beweging waargenomen, en wel achtereenvolgens 0,04 M., 0,025 M. en 0,02 M.; tengevolge waarvan de vooruitschuiving op 14 Augustus was teruggebracht tot 1,44 M. ter hoogte van de fundeering of 2,50 — AP., en 0,94 M. op de hoogte van 3,25 M. + AP. In een volgend tijdperk werden slechts verplaatsingen van enkele centimeters dan eens voor- dan eens achterwaarts waargenomen.

Op 4 Augustus was de bodem van de haven op sommige plaatsen 0,80 M. opgekomen; men is toen begonnen met grond in de haven te deponeren om een tegendruk te verkrijgen; terwijl werd voortgegaan met het afgraven van opgehoogd terrein op eenigen afstand achter den muur. Door de genomen maatregelen is de verplaatsing van den muur geringer geworden, en is zelfs, zooals hierboven ook in cijfers is opgegeven, eene teruggaande beweging verkregen, waarschijnlijk in verband met eene veerkrachtige terugwerking van de sterk doorgebogen palen der fundeering.

Tegen het einde van de maand Augustus heeft men, door een gedeelte van het rijswerk weg te breken, den toestand van de fundeering op sommige punten kunnen onderzoeken. Het bleek, dat de vloer, ter plaatse van de groote doorbuiging, onder eene helling lag van  $\frac{1}{3}$  in plaats van  $\frac{1}{8}$ , en dat de kessen, die van de voorste twee palen bijna 1 centimeter waren afgelicht, ter plaatse van den achterkant van den muur krachtig waren ingeknepen. Uit het opkomen van gronden in de haven, maar ook uit deze waarneming blijkt, dat de grond vooral op de palen der fundeering gewerkt heeft, en dat de muur door de fundeering is medegevoerd. De grondboringen, die op Pl. 3 onder A en B voorkomen, zijn in de nabijheid van de zoeven vermelde verschuivingen geschied.

Later, na de voltooiing der werken en nadat het water in de haven was toegelaten, zijn over de vermelde gedeelten kaaimuur geene groote verplaatsingen meer opgemerkt.

Wel is nog melding te maken van eene aanmerkelijke voor-

uitschuiving, in den winter van 1879 op 1880 ontstaan in een gedeelte van den muur, dat van den aanvang af genoegzaam op zijne plaats was gebleven. De vooruitschuiving of doorbuiging bedroeg op de hoogte van de dekzerk gemeten op het meest 0,55 M.; het doorgebogen vak is 200 M. lang; de eindpunten, waar geen merkbare verplaatsing is waargenomen, bevinden zich op ruim 300 M. en ruim 500 M. ten zuidoosten van de draai-brug over den mond der haven.

Deze verzetting is veroorzaakt door eene buitengewoon groote bovenbelasting, bestaande uit spoorstaven, die op het terrein, vooral tusschen de 8 tot 20 M. afstand achter den muur, op vele punten dicht aaneengesloten lagen opgestapeld tot eene hoogte van omstreeks 1 M. Deze belasting heeft eene zakking van het terrein van 0,75 M. of minder veroorzaakt; onmiddellijk achter den muur was de grond ook gezakt, maar in veel mindere mate. De grond onder de fundeering schijnt onder den invloed der zware bovenbelasting in beweging te zijn gekomen, zooals ook mag worden afgeleid uit het feit, dat de niet tot in den vasten bodem geheide palen van het vóór den muur geplaatste remmingswerk veel meer, op sommige plaatsen ruim 1 M. meer, zijn vooruitgegaan dan de muur.

Dank zij de welwillende medewerking van de Ingenieurs, die bij den bouw van sommige der genoemde werken betrokken waren, is het mogelijk geweest vele bijzonderheden omtrent de geschiedenis dier werken mede te deelen. De inlichtingen werden gegeven in de overtuiging, dat de nauwkeurige waarneming ook van min voldoende uitkomsten, bij den bouw van werken, die onder moeilijke omstandigheden zijn moeten worden uitgevoerd, eene groote waarde heeft; dikwijls geen mindere waarde dan het beschouwen van werken, die zonder eenige storing zijn ten einde gebracht.

---

## HOOFDSTUK IV.

### GRONDDRUK EN GRONDWEERSTAND.

---

#### § 22. Algemeene beschouwingen.

Indien tegen het achtervlak van een muur of iets dergelijks eene grondmassa opgehoopt is, zal deze in het algemeen eene zekere drukking daartegen uitoefenen. De muur moet natuurlijk zoodanig zijn samengesteld en de afmetingen daarvan moeten zoodanig bepaald zijn, dat hij aan die drukking weerstand kan bieden. Ter bepaling van de afmetingen van den muur is het dus in de eerste plaats noodig de grootte van die drukking te kennen.

Het bepalen van de werkelijke drukking, die op een gegeven oogenblik door den grond op het achtervlak van een muur wordt uitgeoefend, is een vraagstuk, waarvan op dit oogenblik nog geen voldoende oplossing bekend is. De praktijk heeft echter minder belang bij de kennis van de drukking, die werkelijk op den muur wordt uitgeoefend, als wel bij die van de drukking, welke de grond op het achtervlak uitoefent op het oogenblik, dat de muur zou gaan bezwijken en de grond in beweging zou geraken.

De drukking, die onder deze omstandigheden tegen het achtervlak van den muur wordt uitgeoefend, wordt met den naam van *gronddruk* bestempeld.

Wel zal in het algemeen de werkelijke drukking door den grond uitgeoefend grooter kunnen zijn, dan bovengenoemde gronddruk; maar indien de muur tegen die grootere drukking niet bestand is, zal hij zich een weinig verzetten, ten gevolge waarvan de drukking onmiddellijk afneemt, totdat het evenwicht

hersteld is tusschen de drukking van den grond en den weerstand van den muur. Deze vermindering van de drukking van den grond kan echter alleen zoolang plaats hebben, totdat een gedeelte van de grondmassa ten opzichte van den daaronder gelegen grond zou gaan verschuiven; is de muur tegen de alsdan heerschende drukking niet bestand, dan zal hij door den grond worden medegenomen en onvermijdelijk moeten bezwijken. Het is dus de drukking, die er heerscht op het oogenblik waarop de verschuiving zou gaan plaats grijpen, waartegen de muur bestand moet zijn, en het is dus deze drukking die wij hier zullen trachten te bepalen.

Aangezien de grond tegen den muur drukt, zoo oefent de muur op den grond eene daaraan gelijke en tegengestelde drukking uit. Wordt de drukking, door den muur op den grond uitgeoefend, vermeerderd door op den muur eene kracht te laten werken, die den muur tegen den grond in tracht te bewegen, dan zal de grond daardoor een weinig worden samengeperst, ten gevolge waarvan zijne drukking tegen den muur grooter wordt, totdat er weer een evenwichtstoestand ontstaan is. Bij het grooter worden van de kracht, die op den muur werkt, kan de drukking van den grond echter alleen zoolang toenemen, totdat een gedeelte van den grond op het punt staat achter den muur naar omhoog geschoven te worden; wordt de kracht nog grooter, dan zal de tegendruk van den grond niet meer vermeerderen, maar de grond werkelijk in beweging geraken. De alsdan door den grond uitgeoefende drukking is de maat voor den weerstand, dien de grond tegen verschuiving aanbiedt, en wordt *de grondweerstand* genoemd.

Tusschen de twee bovengenoemde grenzen kan de grond elke willekeurige drukking op den muur uitoefenen; welke drukking werkelijk voorkomt, is van verschillende omstandigheden afhankelijk. De praktijk heeft echter in hoofdzaak belang bij de twee grenswaarden, en wel bij de benedengrens, *den gronddruk*, als zijnde de drukking, die uitgeoefend wordt op een muur, die op het punt staat van te bezwijken, en bij de bovenste grens, *den grondweerstand*, als zijnde de weerstand, dien de grond kan bieden alvorens verschoven te worden. Met de bepaling van die twee grenzen zullen wij ons hier bezig houden.

## § 23. Grondslagen voor de berekening van den gronddruk.

Bij al de hier volgende berekeningen zullen wij aannemen, dat het dwarsprofiel van den muur en van den daarachter gelegen grond overal hetzelfde is, waar dat dwarsprofiel ook genomen wordt; wij kunnen ons bij die berekeningen dus bepalen tot het gedeelte van den muur en van den grond, begrepen tusschen twee verticale vlakken loodrecht op het achtervlak van den muur en op een afstand gelijk aan de eenheid van lengtemaat.

Stelt, op Pl. 5, fig. 1 de doorsnede van den muur en den daarachter gelegen grond met een dier vlakken voor, dan stelt AB den doorgang voor van het achtervlak van den muur, op welk achtervlak de drukking door den grond wordt uitgeoefend; dit vlak nemen wij als een plat vlak aan, en de doorgang daarvan dus als eene rechte lijn; de bovenbegrenzing van den grond, waarvan BC den doorgang voorstelt, nemen wij voorloopig geheel willekeurig.

Bevindt de muur zich nu in zoodanigen toestand, dat de daarachter gelegen grond op het punt staat in beweging te geraken, dan zal een gedeelte van den grond, begrepen binnen het prisma, waarvan ABC het grondvlak is, langs het vlak AC naar beneden trachten te schuiven. Dit vlak AC, waarlangs de eerste verschuiving plaats zou hebben, als de grond werkelijk in beweging zou geraken, wordt bestempeld met den naam van *afschuivingsvlak*.

Het verschuiven van den grond langs het afschuivingsvlak AC wordt tegengehouden door de *wrijving* en de *cohaesie* van den grond. De cohaesie of samenhang van den grond zullen wij echter geheel buiten rekening laten, omdat die zóózeer veranderlijk is, afhankelijk van den toestand waarin zich de grond bevindt, dat haar invloed soms geheel verdwijnt, zoodat het dus voorzichtig is daarop niet te rekenen.

Indien er nu alleen wrijving is, dan kan nergens in de grondmassa een vlakje aanwezig zijn, waarop eene drukking werkt, die met de normaal op dat vlakje een hoek maakt grooter dan den *wrijvingshoek*, dien wij in het vervolg door de letter  $\mu$  zullen voorstellen. De grenswaarde  $\mu$  wordt alleen bereikt in het afschuivingsvlak en wel alleen op het oogenblik, dat er verschuiving zal gaan plaats hebben.



Zoodra er verschuiving zal gaan plaats hebben, zal het grondprisma ABC niet alleen langs het vlak AC maar ook langs het achtervlak AB van den muur naar beneden schuiven; ten gevolge hiervan maakt de drukking, die de grond op dat vlak uitoefent, met de normaal op dat vlak een hoek gelijk aan den wrijvingshoek tusschen grond en metselwerk bij muren, of tusschen grond en hout bij beschoeiingen. Voor dezen wrijvingshoek, dien wij voortaan door  $\mu'$  zullen voorstellen, zal nooit een grootere waarde in rekening te brengen zijn dan die van den wrijvingshoek  $\mu$  van grond op grond; mocht de wrijving toch grooter zijn, dan zou een dun laagje grond aan den muur blijven hechten en het prisma over dit laagje verschuiven.

Onder bovenstaande beperkende onderstellingen is het echter nog niet mogelijk den gronddruk te bepalen, zoolang wij onbekend zijn met den vorm van het afschuivingsvlak AC. Daar de vorm van dat afschuivingsvlak nog niet bepaald kan worden, zoo zullen wij daaromtrent eene onderstelling doen. De eenvoudigste onderstelling, namelijk die van een *plat afschuivingsvlak*, is voor ons doel de meest geschikte, niet alleen omdat zij de eenvoudigste uitkomsten geeft, maar vooral omdat zij de grootste waarde voor den gronddruk oplevert; wij zullen ons daarom tot deze onderstelling bepalen. (\*)

---

(\*) Gaat men namelijk na, welke vorm het afschuivingsvlak moet hebben, opdat de gronddruk een maximum wordt, dan vindt men daarvoor het platte vlak. Ook wordt de waarde, die men voor het moment van den gronddruk op de later te behandelen wijze vindt, daarbij grooter dan bij eenig gebogen afschuivingsvlak.

De meer rationeele theorie van den gronddruk, berustende op het inwendige evenwicht der grondmassa, zooals die ontwikkeld is door Scheffler, Rankine, Winkler, Levy, Considère, Mohr en anderen, levert nog geen resultaten op, die algemeen bruikbaar zijn. Slechts in een bijzonder geval, van eene platte bovenbegrenzing onder eene helling afhankelijk van de helling van het achtervlak van den muur, zijn de differentiaal vergelijkingen, waartoe die theorie leidt, geïntegreerd; voor dat geval is het afschuivingsvlak een plat vlak en men verkrijgt dus dezelfde uitkomsten als waartoe men komt door het afschuivingsvlak van den beginne af aan als plat vlak te onderstellen. In ieder ander geval laat die theorie ons nog in den steek en daarom geven wij vooralsnog de voorkeur aan de theorie zooals die in den tekst ontwikkeld is. Deze theorie is wegens de onderstelling van het *platte* afschuivingsvlak wel is waar niet geheel juist; zij kan echter gerust

§ 24. Opgaven omtrent wrijvingshoeken en gewichten van grond. De wrijvingshoek van den grond, overeenkomende met den grootsten hoek, waaronder de grond blijft staan, als hij niet op de eene of andere wijze gesteund wordt, is veranderlijk met de soort van den grond en den toestand, waarin hij zich bevindt. Het is niet mogelijk juiste opgaven dienaangaande te geven. Eenige gemiddelde waarden voor die wrijvingshoeken mogen dus hier voldoende zijn.

Vochtige klei . . . . .	$\mu = 45^\circ$
Grint en steentjes . . . . .	$\mu = 36^\circ$
Droge tuinaarde . . . . .	$\mu = 36^\circ$
Droog zand . . . . .	$\mu = 32^\circ$
Natte veengrond . . . . .	$\mu = 14^\circ$
Water . . . . .	$\mu = 0^\circ$

Omtrent de wrijving van grond tegen muurwerk of tegen hout zijn weinig proeven genomen. Als wrijvingshoek tusschen metselwerk of ruwbehakten steen en klei, grint of zand, kan men gemiddeld aannemen :

$$\mu' = 25^\circ.$$

Voor grof zand enz., langs hout, kan men denzelfden wrijvingshoek in rekening brengen. Bij vochtigen grond langs vlak houtwerk moet men den wrijvingshoek kleiner nemen; in sommige gevallen kan het zelfs goed zijn in het geheel niet op die wrijving te rekenen, en de wrijvingshoek dus gelijk nul te stellen. Bij den druk van water tegen eenig vlak is natuurlijk  $\mu'$  altijd nul.

Het gewicht van de kubieke eenheid grond, dat wij door de letter  $\gamma$  zullen voorstellen, is zeer verschillend, afhankelijk van de meerdere of mindere vochtigheid van den grond. Hieronder volgt eene korte opgave van de uiterste waarden van die gewichten voor de meest voorkomende grondsoorten, uitgedrukt in kilogrammen per kubieke meter.

worden toegepast, omdat zij voor den grondruk eene waarde levert, die in enkele gevallen juist, maar in alle andere gevallen iets *te groot* is.

De Heer Boussinesq heeft eene poging aangewend om den elastischen toestand van den grond in rekening te brengen en daardoor den grooteren druk te bepalen, die onder verschillende omstandigheden door den grond wordt uitgeoefend, als deze niet op het punt staat van te gaan verschniven.

Klei . . . . .	$\gamma = 1500 \text{ à } 1880$
Grint en steentjes . . . . .	$\gamma = 1575 \text{ à } 1990$
Tuinaarde . . . . .	$\gamma = 1300 \text{ à } 1720$
Zand . . . . .	$\gamma = 1400 \text{ à } 1900$
Natte veengrond . . . . .	$\gamma = 970$
Water . . . . .	$\gamma = 1000$

§ 25. Hoofdformules voor den gronddruk.

Ten einde de grootte van den gronddruk na te gaan, die op het achtervlak AB van den muur (Pl. 5 fig. 2) wordt uitgeoefend, en dien wij per strekkende eenheid van de lengte van den muur door  $R$  zullen voorstellen, beschouwen wij eerst het prisma grond begrepen tusschen: twee verticale vlakken loodrecht op het achtervlak van den muur en op een afstand gelijk aan de eenheid, het achtervlak AB van den muur, dat een hoek  $\alpha$  met den horizon maakt, de willekeurige bovenbegrenzing BC van den grond en een willekeurig plat vlak AC, dat een hoek  $\varphi$  met den horizon maakt. De grond in dat prisma begrepen is in evenwicht onder den invloed van de volgende krachten: 1°. het gewicht  $G$ , bestaande uit het gewicht van den grond, gelijk aan den inhoud van het prisma vermenigvuldigd met het gewicht  $\gamma$  van de kubieke eenheid grond, en de wellicht op BC aanwezige bovenbelasting; 2°. de drukking, die door den muur op den grond wordt uitgeoefend, en die gelijk maar tegengesteld is aan den, voor het oogenblik nog onbekenden, gronddruk  $R$ , en alzoo met de normaal op het vlak AB een hoek maakt gelijk aan den wrijvingshoek  $\mu'$ ; en 3°. de druk door den ondergrond op het vlak AC uitgeoefend, welken druk wij in twee richtingen zullen ontbinden, waarvan de eene loodrecht staat op het vlak AC en de andere in dat vlak gelegen is; de ontbondenen van die drukking volgens deze twee richtingen zullen wij door  $N$  en  $T$  voorstellen.

Daar de vier krachten  $G$ ,  $R$ ,  $N$  en  $T$ , die op het grondprisma werken, onderling in evenwicht zijn, zoo moeten de sommen van de projecties van die krachten op twee verschillende richtingen gelijk nul zijn. Nemen wij voor die twee richtingen eene lijn loodrecht op AC en de lijn AC zelve, dan vinden

wij onmiddellijk voor de krachten  $N$  en  $T$ , uitgedrukt in  $G$  en  $R$ :

$$N = G \cos \varphi + R \cos (\alpha + \mu' - \varphi) \quad (1.)$$

$$T = G \sin \varphi - R \sin (\alpha + \mu' - \varphi) \quad (2.)$$

Om nu uit deze twee betrekkingen, die voor elken willekeurigen stand van het vlak  $AC$  gelden, den stand van het afschuivingsvlak en de grootte van den gronddruk af te leiden, merken wij op, dat de hoek, dien de resultante van  $N$  en  $T$  met de normaal op  $AC$  maakt, voor het afschuivingsvlak *gelijk* aan den wrijvingshoek  $\mu$ , en voor ieder ander vlak *kleiner* dan  $\mu$  moet zijn. Aangezien nu de tangens van dien hoek door  $\frac{T}{N}$  uitgedrukt wordt en de tangens, gelijktijdig met den hoek, haar maximum bereikt, zoo moet voor het afschuivingsvlak  $\frac{T}{N}$  èn een maximum èn gelijk aan  $tg \mu$  zijn.

De laatste voorwaarde geeft onmiddellijk  $\frac{T}{N} = tg \mu$ , of:

$$N \sin \mu - T \cos \mu = 0 \quad (3.)$$

Om de eerste voorwaarde in formule te brengen differentieeren wij  $\frac{T}{N}$  ten opzichte van  $\varphi$  en stellen het eerste differentiaal quotiënt gelijk nul, waardoor wij vinden:

$$N \frac{dT}{d\varphi} - T \frac{dN}{d\varphi} = 0,$$

of, als wij vergelijking (3.) in aanmerking nemen:

$$\frac{dN}{d\varphi} \sin \mu - \frac{dT}{d\varphi} \cos \mu = 0 \quad (4.)$$

De vier vergelijkingen (1.) (2.) (3.) en (4.) bepalen de vier onbekenden, nl. de gronddruk  $R$ , de richting van het afschuivingsvlak uitgedrukt door zijne helling  $\varphi$  en de drukkingen  $N$  en  $T$  door den grond op het afschuivingsvlak uitgeoefend. Daar het ons echter alleen om de eerste twee te doen is, zoo elimineeren wij de krachten  $N$  en  $T$  door de uitdrukkingen (1.) en (2.) voor deze grootheden in (3.) en (4.) te substitueeren.

De substitutie in (3.) geeft:

$$G (\cos \varphi \sin \mu - \sin \varphi \cos \mu) + R [\cos (\alpha + \mu' - \varphi) \sin \mu + \sin (\alpha + \mu' - \varphi) \cos \mu] = 0$$

of:

$$R = G \frac{\sin (\varphi - \mu)}{\sin (\alpha + \mu' - \varphi + \mu)} \quad (I.)$$

waardoor de gronddruk is uitgedrukt in functie van de helling van het afschuivingsvlak.

Om de substitutie in (4.) uit te voeren, moeten wij eerst de twee uitdrukkingen (1.) en (2.) ten opzichte van  $\varphi$  differentiëren, waarbij wij opmerken, dat het gewicht  $G$  met den hoek  $\varphi$  verandert en dus ook ten opzichte van  $\varphi$  gedifferentieerd moet worden, zoodat wij vinden:

$$\frac{dN}{d\varphi} = \frac{dG}{d\varphi} \cos \varphi - G \sin \varphi + R \sin (\alpha + \mu' - \varphi)$$

$$\frac{dT}{d\varphi} = \frac{dG}{d\varphi} \sin \varphi + G \cos \varphi + R \cos (\alpha + \mu' - \varphi).$$

Deze twee uitdrukkingen in (4.) overbrengende komt er, na eene kleine goniometrische herleiding:

$$-\frac{dG}{d\varphi} \sin (\varphi - \mu) - G \cos (\varphi - \mu) - R \cos (\alpha + \mu' - \varphi + \mu) = 0$$

of, als wij voor  $R$  de waarde uit (I.) substitueeren, en de termen met  $G$  in het tweede lid overbrengen:

$$-\frac{dG}{d\varphi} \sin (\varphi - \mu) = G \left\{ \cos (\varphi - \mu) - \cos (\alpha + \mu' - \varphi + \mu) \frac{\sin (\varphi - \mu)}{\sin (\alpha + \mu' - \varphi + \mu)} \right\}$$

of:

$$-\frac{dG}{d\varphi} = G \frac{\sin (\alpha + \mu')}{\sin (\varphi - \mu) \sin (\alpha + \mu' - \varphi + \mu)} \quad (\text{II.})$$

Voor het geval dat op BC geen bovenbelasting werkt, kunnen wij de formules (I.) en (II.) onder een eenigszins anderen vorm brengen. Merken wij namelijk op, dat, als wij  $\varphi$  (Pl. 5 fig. 3) met  $d\varphi = \text{CAD}$  laten aangroeien,  $G$  afneemt met het gewicht van het prisma ACD; stellen wij dus de lengte AC van het afschuivingsvlak door  $\varrho$  voor, dan is inhoud ACD  $= \frac{1}{2} \varrho^2 d\varphi$  en dus  $dG = -\frac{1}{2} \gamma \varrho^2 d\varphi$ , of:

$$\frac{dG}{d\varphi} = -\frac{1}{2} \gamma \varrho^2.$$

Deze waarde voor  $\frac{dG}{d\varphi}$  in (II.) overbrengende, en daaruit  $\frac{G}{\gamma}$  oplossende, vinden wij:

$$\frac{G}{\gamma} = \frac{1}{2} \rho^2 \frac{\sin(\varphi - \mu) \sin(\alpha + \mu' - \varphi + \mu)}{\sin(\alpha + \mu')} \quad (\text{II}')$$

Substitueeren wij deze uitdrukking voor  $G$  in (I.), dan gaat die formule over in:

$$R = \frac{1}{2} \gamma \rho^2 \frac{\sin^2(\varphi - \mu)}{\sin(\alpha + \mu')} \quad (\text{I}')$$

De twee formules (I') en (II') geven de oplossing van het vraagstuk in het meest algemeene geval, waarbij de grond boven op eene geheel willekeurige wijze begrensd is, zonder dat daarop eene bovenbelasting werkt; is eene bovenbelasting aanwezig, dan moet men tot de formules (I.) en (II.) teruggaan. Uit deze algemeene formules zullen wij achtereenvolgens de verschillende formules afleiden voor de bijzondere gevallen, die zich in de praktijk voordoen.

§ 26. Meetkunstige beteekenis van de hoofdformules voor den gronddruk zonder bovenbelasting. De twee formules (I') en (II') hebben voor het geval, dat geene bovenbelasting aanwezig is, eene eenvoudige meetkunstige beteekenis, wier kennis van groot belang is; eensdeels omdat men daardoor die formules beter kan onthouden, anderdeels omdat zij den grondslag vormt voor de grafische bepaling van den gronddruk.

Trekken wij namelijk in Pl. 5 fig. 4 uit het punt A eene lijn AD, die met den horizon den hoek  $\mu$  vormt, die dus in de richting van het natuurlijk talud loopt, en uit het punt C, waar het afschuiwingsvlak AC het bovenvlak van den grond snijdt, eene lijn CE, die in het punt E met de lijn AD den hoek  $CED = \alpha + \mu'$ , die gelijk is aan den hoek, dien de gronddruk met de verticaal maakt, insluit; dan bevat de driehoek ACE al de hoeken, die in formule (II') voorkomen. De hoek CAE is namelijk gelijk aan  $\varphi - \mu$ , de buitenhoek CED gelijk aan  $\alpha + \mu'$  en de hoek ACE  $= CED - CAE = \alpha + \mu' - \varphi + \mu$ .

Verder is de zijde AC van dien driehoek gelijk  $\rho$  en daaruit volgt dus voor de zijde CE:

$$CE = e \frac{\sin CAE}{\sin AEC} = e \frac{\sin (\varphi - \mu)}{\sin (\alpha + \mu')}$$

Eindelijk vinden wij voor den inhoud van den driehoek :

$$\frac{1}{2} AC. CE \sin ACE = \frac{1}{2} e \cdot e \frac{\sin (\varphi - \mu)}{\sin (\alpha + \mu')} \sin (\alpha + \mu + \mu' - \varphi).$$

Vergelijken wij deze uitdrukking met het tweede lid van vergelijking (II'), en nemen wij in aanmerking dat  $G$  gelijk is aan den inhoud van de figuur  $ABC$  vermenigvuldigd met  $\gamma$ , dan gaat die vergelijking over in:

$$\text{Inhoud } ABC = \text{Inhoud } ACE. \quad (II'')$$

Nemen wij nu nog op de lijn  $AE$  een punt  $F$  op een afstand  $EF = EC$  van het punt  $E$ , dan is de inhoud van den gelijk-beenigen driehoek  $CEF$  gelijk aan:

$$\frac{1}{2} CE. EF \sin CEF = \frac{1}{2} CE^2 \sin (\alpha + \mu') = \frac{1}{2} e^2 \frac{\sin^2 (\varphi - \mu)}{\sin (\alpha + \mu')}$$

waardoor (II') overgaat in:

$$R = \gamma. \text{ Inhoud } CEF. \quad (I'')$$

In woorden uitgedrukt luiden de twee hoofdformules voor den gronddruk dus als volgt:

Als men uit het punt  $A$  eene lijn  $AD$  trekt volgens het natuurlijk talud, en uit het punt  $C$ , waar het afschuivingsvlak het bovenvlak van den grond snijdt, eene lijn  $CE$ , die met de lijn  $AD$  den hoek  $CED$  vormt, gelijk aan den hoek, dien de gronddruk met de verticaal in bovenwaartsche richting insluit, dan is *de inhoud van het afschuivend prisma  $ABC$  gelijk aan den inhoud van het prisma, dat tot grondvlak heeft den driehoek  $ACE$ ,* en nemen wij  $EF = CE$  dan is *de gronddruk gelijk aan het gewicht van het prisma, dat tot grondvlak heeft den driehoek  $CEF$ .*

§ 27. Graphische bepaling van den gronddruk bij willekeurige bovenbegrenzing. De in de vorige paragraaf aangetoonde meetkundige beteekenis van de formules voor den gronddruk, geven een eenvoudig middel aan de hand, om, langs

graphischen weg, de richting van het afschuivingsvlak en de grootte van den gronddruk te bepalen.

Trekken wij namelijk in Pl. 5 fig. 5 uit A de lijn AD volgens het natuurlijk talud, en uit B eene lijn BK, die met AD een hoek BKD insluit, gelijk aan den hoek tusschen de richting van den gronddruk en de verticaal, (deze lijn maakt dus met den achterkant AB van den muur een hoek  $ABK = \mu + \mu'$ ), en die wij met den naam van *richtlijn* zullen bestempelen, dan komt het bepalen van de richting van het afschuivingsvlak volgens (II'') neer op het bepalen van een punt C, dat zoodanig gelegen is, dat als wij CE evenwijdig aan de richtlijn trekken, de driehoek ACE dezelfde inhoud heeft als de figuur ABC.

Hebben wij dat punt C gevonden, dan nemen wij op de lijn EA een punt F, bepaald door den afstand  $EF = EC$ , en trekken de lijn CF. Volgens formule (I'') is dan de gronddruk gelijk aan den inhoud van den driehoek CEF vermenigvuldigd met het gewicht van de kubieke eenheid grond.

Als de bovenkant van den grond op eene willekeurige wijze door rechte of kromme lijnen begrensd is, kan men het punt C altijd door beproeven vinden; trekt men namelijk op het oog eene lijn AC en uit het punt C eene lijn CE evenwijdig aan de richtlijn BK, dan kan men door het meten van de twee inhouden ABC en ACE gemakkelijk nagaan, of de lijn AC in de juiste richting getrokken is. Zijn beide inhouden niet aan elkaar gelijk, dan moet men eene nieuwe lijn AC trekken en het onderzoek herhalen. Vindt men b.v. dat ACE grooter is dan ABC, dan is de helling van AC te steil genomen, en moet men die helling flauwer nemen; hierdoor wordt de inhoud van ABC grooter terwijl die van ACE afneemt of in minder sterke mate toeneemt. (\*).

Bij bovenstaand onderzoek, alsmede bij het bepalen van den

---

(\*) De inhoud van ACE zal alleen toenemen voor het geval, dat de raaklijn in C aan de lijn BC getrokken, de lijn AD ontmoet in een punt, dat op een afstand van het punt E gelegen is, kleiner dan AE. In de meeste gevallen wordt aan deze voorwaarde voldaan; wordt aan die voorwaarde niet voldaan, dan worden beide inhouden grooter, maar de inhoud ABC vermeerderd in sterkere mate dan die van ACE, zoodat men door de aangegeven verplaatsing van de lijn AC dichter bij de gelijkheid der inhouden komt.



gronddruk uit den inhoud van den driehoek CEF, kan een *planimeter* goede diensten bewijzen.

Bovenstaand onderzoek door beproeven is zeer doelmatig, vooral als men over een planimeter kan beschikken, voor het geval dat de grond boven op eene meer of min samengestelde wijze begrensd is. Wordt de bovenkant van den grond door een of meer platte vlakken begrensd, dan kan men langs eenvoudiger weg, door eene directe constructie, de plaats van het punt C en de grootte van den gronddruk bepalen. De voornaamste van de gevallen, die zich kunnen voordoen, zullen wij achtereenvolgens behandelen en daarvoor zoowel de graphische constructie als de wiskunstige formules afleiden.

§ 28. Horizontale bovenbegrenzing en geen wrijving tusschen den grond en den muur. Het eenvoudigste geval, dat zich kan voordoen, is, dat de grond boven door een horizontaal vlak begrensd is en dat er geen wrijving tusschen den grond en den muur heerscht, zoodat de gronddruk rechthoekig op dat vlak staat. Deze laatste omstandigheid kan zich in de praktijk voordoen bij een muur met glad achtervlak of bij eene houten beschoeiing, als de achtergelegen grond vochtig is, in welk geval de wrijving langs den muur of de beschoeiing zoo gering is, dat men die buiten rekening moet laten.

Doet dit geval zich voor, dan maakt de gronddruk  $R$ , Pl. 5, fig. 6, met de verticaal denzelfden hoek  $\alpha$  als de achterkant van den muur met den horizon. De hoek CED is dus ook gelijk  $\alpha$ , en de hoeken AEC en ABC van de twee driehoeken AEC en ABC zijn dus aan elkaar gelijk, als zijnde beiden gelijk aan  $180^\circ - \alpha$ . Die twee driehoeken hebben bovendien dezelfde basis AC en gelijke hoogte, want hun inhouds zijn aan elkaar gelijk. Zij zijn dus gelijk en gelijkvormig, waaruit onmiddellijk volgt, dat de lijn AC den hoek BAE midden door deelt. Hierdoor is dus voor dit geval eene onmiddellijke constructie voor het punt C en dus voor den driehoek CEF, waardoor de gronddruk bepaald wordt, gevonden.

Wil men den gronddruk niet door constructie, maar door berekening vinden, dan moet men  $R$  in de twee hoeken  $\alpha$  en  $\mu$

en in de hoogte  $H$  van den muur of van de beschoeiing uitdrukken. Het gemakkelijkst zal men die formule in dit eenvoudige geval uit de figuur afleiden.

Daar de lijn  $AC$  den hoek  $BAE$  door midden deelt, zoo is  $\angle BAC = \angle CAE = \frac{1}{2}(\alpha - \mu)$ . Verder is  $\angle BCA = \varphi = \mu + \frac{1}{2}(\alpha - \mu) = \frac{1}{2}(\alpha + \mu)$  en dus  $CE = BC = AB \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \mu)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \mu)}$ .

De inhoud van den driehoek  $CEF$  wordt dus:

$$\frac{1}{2} CE^2 \sin \alpha = \frac{1}{2} AB^2 \left[ \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \mu)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \mu)} \right]^2 \sin \alpha.$$

Door hierin  $AB$  te vervangen door de waarde  $\frac{H}{\sin \alpha}$  en te vermenigvuldigen met het gewicht  $\gamma$  van de kubieke eenheid grond, vinden wij voor den gronddruk:

$$R = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{1}{\sin \alpha} \left[ \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \mu)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \mu)} \right]^2.$$

Voor het geval, dat  $AB$  te lood staat en  $\alpha$  dus gelijk  $90^\circ$  wordt, neemt de laatste formule een nog eenvoudiger gedaante aan.

De sinus van  $\alpha$  wordt dan gelijk aan de eenheid,  $\sin \frac{1}{2}(\alpha - \mu)$  wordt  $\sin(45^\circ - \frac{1}{2}\mu)$  en  $\sin \frac{1}{2}(\alpha + \mu)$  gaat over in  $\sin(45^\circ + \frac{1}{2}\mu) = \cos(45^\circ - \frac{1}{2}\mu)$ , zoodat de waarde voor  $R$  overgaat in:

$$R = \frac{1}{2} \gamma H^2 \operatorname{tg}^2(45^\circ - \frac{1}{2}\mu).$$

Voor klei  $\mu = 45^\circ$  stellende wordt:  $R = \frac{1}{2} \gamma H^2 \operatorname{tg}^2 22\frac{1}{2}^\circ = 0,08579 \gamma H^2$   
 » zand  $\mu = 32^\circ$  » »  $R = \frac{1}{2} \gamma H^2 \operatorname{tg}^2 29^\circ = 0,15363 \gamma H^2$   
 » water  $\mu = 0$  » »  $R = \frac{1}{2} \gamma H^2 \operatorname{tg}^2 45^\circ = 0,50000 \gamma H^2$

## § 29. Bovenbegrenzing volgens het natuurlijk talud.

Heeft de grond boven den muur het natuurlijk talud, dat wil zeggen, is hij daar begrensd door een plat vlak, dat een hoek  $\mu$  met den horizon maakt, dan verkrijgt de gronddruk de grootst mogelijke waarde.

Om den gronddruk in dit geval te bepalen zoeken wij eerst de

richting van het afschuivingsvlak. Trekken wij daartoe de lijn AC, Pl. 5 fig. 7, in willekeurige richting, en de lijn CE' evenwijdig met de richtlijn BK, dan blijkt gemakkelijk, dat de inhoud van den driehoek ACE' grooter is dan die van driehoek ABC, en dat het verschil gelijk is aan den inhoud van den driehoek ABK. Verplaatsen wij het punt C naar rechts, dan worden beide driehoeken grooter, maar blijven een constant verschil opleveren; de verhouding tusschen beide inhouden nadert echter meer en meer tot de eenheid en zal daarvan des te minder afwijken, naarmate het punt C verder af ligt en AC dus meer tot AD nadert; verwijdert het punt C zich tot in het oneindige, dan valt AC samen met AD.

In dit grensgeval, waarbij de grond boven den muur de steilste helling heeft, valt het afschuivingsvlak dus samen met het vlak AD, en wordt het afschuivend prisma oneindig groot. Niet alzoo wat de gronddruk zelf betreft. De lijn CE' toch blijft bij de verplaatsing van het punt C altijd dezelfde lengte behouden en de gronddruk, die bepaald wordt door den inhoud van den driehoek CE'F', verkrijgt dus eene bepaalde waarde.

Wil men den gronddruk door berekening vinden, dan merken wij op, dat CE' gelijk BK is, en dat voor BK uit driehoek ABK volgt:  $AB \frac{\sin(\alpha - \mu)}{\sin(\alpha + \mu')}$ ; stellen wij hierin voor AB de waarde  $\frac{H}{\sin \alpha}$  dan vinden wij:  $CE' = \frac{H}{\sin \alpha} \frac{\sin(\alpha - \mu)}{\sin(\alpha + \mu')}$  en dus voor den gronddruk, die uitgedrukt wordt door  $R = \frac{1}{2} \gamma CE'^2 \sin(\alpha + \mu')$ :

$$R = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\sin^2(\alpha - \mu)}{\sin^2 \alpha \sin(\alpha + \mu')}$$

Is het achtervlak van den muur verticaal en dus  $\alpha = 90^\circ$ , dan wordt bovenstaande formule nog eenvoudiger, namelijk:

$$R = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{\cos^2 \mu}{\cos \mu'}$$

Ontbindt men deze kracht, die met den horizon een hoek  $\mu'$  maakt, in eene horizontale en in eene verticale richting, dan is de horizontale ontbondene, gelijk  $R \cos \mu'$ , geheel onafhankelijk van  $\mu'$ , namelijk:

$$\frac{1}{2} \gamma H^2 \cos^2 \mu.$$

Stellen wij in deze formule voor  $\mu$  achtereenvolgens  $45^\circ$ ,  $32^\circ$  en  $0^\circ$ , dan vinden wij voor de horizontale ontbondene:

$$\text{Voor klei: } \frac{1}{2} \gamma H^2 \cos^2 45^\circ = 0,25000 \gamma H^2$$

$$\text{» zand: } \frac{1}{2} \gamma H^2 \cos^2 32^\circ = 0,35959 \gamma H^2$$

$$\text{» water: } \frac{1}{2} \gamma H^2 \cos^2 0^\circ = 0,50000 \gamma H^2$$

Oppervlakkig beschouwd moge het vreemd schijnen, dat het afschuivingsvlak met den horizon den hoek  $\mu$  zou vormen en dus het grondprisma langs het natuurlijk talud naar omlaag zou schuiven. Bij nader onderzoek blijkt het echter dat dit een grensgeval is, dat in de praktijk nooit bereikt wordt, maar waartoe men zeer dicht kan naderen. Het natuurlijk talud zal zich namelijk nooit tot in het oneindige uitstrekken, maar ergens in een punt  $B'$ , Pl. 5 fig. 8, moeten ophouden, waar dan de bovenbegrenzing eene andere richting  $B'B''$  aanneemt. Heeft men nu het punt  $C$  bij het vorige onderzoek tot in  $B'$  verplaatst, dan zal men het verder in de richting  $B'B''$  moeten verplaatsen, en aangezien daarbij de inhoud van  $\triangle AC'E'$  afneemt, zoo zal men heel spoedig een punt  $C'$  vinden, waarvoor  $inh. AC'E' = inh. AC'B'B$  is en waardoor het afschuivingsvlak dus de richting  $AC'$  verkrijgt, die met den horizon een hoek maakt grooter dan den wrijvingshoek. Deze hoek zal echter desteminder van den wrijvingshoek  $\mu$  verschillen en het afschuivingsvlak  $AC'$  desteminder van het natuurlijk talud  $AD$  afwijken, naarmate het natuurlijk talud  $BB'$  zich verder uitstrekt. Eerst voor het geval, dat dit talud zich tot in het oneindige uitstrekt, valt het afschuivingsvlak met  $AD$  samen en verkrijgt de gronddruk de boven berekende waarde, die dus als eene uiterste grens voor de grootte van dien druk moet beschouwd worden.

Uit het bovenstaande blijkt tevens dat, als de grond boven gedeeltelijk volgens het natuurlijk talud  $BB'$ , gedeeltelijk volgens een ander vlak  $B'B''$  begrensd is, het afschuivingsvlak nooit in het natuurlijk talud, maar altijd in het vlak  $B'B''$  zal eindigen.

§ 30. Constructie van den gronddruk bij eene bovenbegrenzing, volgens een plat vlak onder willekeurige helling. Indien het bovenvlak van den grond een plat vlak is, dan is het grondvlak  $ABC$ , Pl. 5 fig. 9, van het afschuivend prisma een driehoek, en aangezien de inhoud van dezen drie-

hoek gelijk moet zijn aan den inhoud van den driehoek ACE en beide driehoeken dezelfde basis AC hebben, zoo moeten zij ook dezelfde hoogte bezitten, waaruit onmiddellijk de gelijkheid volgt van de twee stukken BL en LE, waarin de verbindingslijn BE door het afschuivingsvlak AC verdeeld wordt. Hieruit volgt eene eenvoudige handelwijze om de plaats van het punt C door beproeven te bepalen. Trekken wij namelijk de lijn AC in willekeurige richting, de lijn CE evenwijdig aan BK en verbinden de punten B en E, dan hebben wij slechts na te meten of deze lijn door AC middendoor gedeeld wordt. Is dit niet het geval, dan trekken wij eene nieuwe lijn AC en herhalen hetzelfde onderzoek, tot eindelijk voor het afschuivingsvlak de juiste richting gevonden is, waarna de constructie van den gronddruk, op dezelfde wijze als in § 27 is uiteengezet, voltooid wordt.

Men kan echter ook door eene directe constructie de richting AC van het afschuivingsvlak bepalen; de gelijkheid van de stukken waarin de lijn BE door de richting van het afschuivingsvlak verdeeld wordt, kan dan daarbij als contrôle op de uitgevoerde constructie dienen.

Trekken wij uit het punt E, Pl. 5 fig. 10, eene lijn EM evenwijdig met de lijn AC, dan zijn de driehoeken ACM en ACE gelijk, en daar de laatste tevens gelijk is aan den driehoek ABC, zoo hebben de twee driehoeken ABC en ACM gelijke inhouden, en zijn dus de lijnen BC en CM aan elkaar gelijk. Uit de evenwijdigheid van AC en EM volgt nu verder :

$$\frac{AE}{AD} = \frac{CM}{CD},$$

of, als wij CM door BC vervangen en op de evenwijdigheid van BK en CE letten :

$$\frac{AE}{AD} = \frac{BC}{CD} = \frac{KE}{ED}.$$

Uit deze verhouding volgt door vermenigvuldiging met AD. ED :

$$AE \cdot ED = AD \cdot KE,$$

of, als wij beide leden van deze uitdrukking van AE. AD aftrekken :

$$AE^2 = AD \cdot AK,$$

d. w. z. : de afstand AE is midden evenredig tusschen AK en AD.

Hieruit volgt de in Pl. 5 fig. 11 uitgevoerde constructie. Uit

het punt A van het achtervlak van den muur is de lijn AD, volgens het natuurlijk talud getrokken, verlengd tot aan het snijpunt D met den bovenkant van den grond; uit B is de richtlijn BK getrokken, die dus met AD den hoek  $BKD = \alpha + \mu'$  of met BA den hoek  $ABK = \mu + \mu'$  vormt. Op de lijn AD als middellijn is een halve cirkel beschreven en in K de loodlijn KN opgericht, die dezen cirkel in een punt N snijdt. Vereenigen wij dit punt met het punt A, dan is  $AN = \sqrt{AK \cdot AD}$  de gevraagde midden evenredige tusschen AK en AD. Men heeft dus slechts uit A als middelpunt de cirkelboog NE te trekken, om het punt E te vinden; EC evenwijdig met KB getrokken, bepaalt het punt C en daardoor de richting van het afschuivingsvlak. Eindelijk FE gelijk CE nemende en de lijn CF trekkende, vinden wij den driehoek CEF, waardoor de gronddruk gemeten wordt. (\*)

§ 31. Berekening van den gronddruk bij eene bovenbegrenzing onder willekeurige helling. Om den gronddruk te berekenen in het geval in de vorige paragraaf beschouwd, waarbij de grond aan den bovenkant door een plat vlak begrensd wordt, waarvan wij de helling door  $\varepsilon$  (\*\*) zullen voorstellen, dienen wij in de eerste plaats de helling van het afschuivingsvlak te bepalen. Volgens § 26 kunnen wij die helling, die wij algemeen door  $\varphi$  hebben voorgesteld, vinden uit de gelijkheid van de twee driehoeken ABC en ACE van Pl. 5, fig. 12, in welke figuur de verschillende lijnen en de verschillende letters dezelfde

\*) Mocht het punt K op het verlengde van AD vallen, dan wordt de halve cirkel op AK als middellijn beschreven en in D de loodlijn opgericht. Men kan ook, zoowel in dit geval, als in het in Pl. 5 fig. 11 voorgestelde geval, op KD als middellijn een halven cirkel beschrijven en uit A daaraan eene raaklijn trekken, de lengte van die raaklijn is dan gelijk aan AE. Vallen de twee punten K en D samen, dan valt het punt E daar ook mede samen. Het punt C ligt in dat geval midden tusschen B en D.

(\*\*) In de figuren is de grond achter den muur altijd stijgende geteekend, en het is op dezen toestand, dat de hoek  $\varepsilon$  betrekking heeft. Daalt de grond achter den muur dan verkrijgt  $\varepsilon$  eene negatieve waarde. Het achtervlak van den muur, dat altijd voorover hellend geteekend is, kan ook achterover hellen in welk geval  $\alpha$  eene waarde verkrijgt kleiner dan  $90^\circ$ .

In de constructie van den gronddruk komt hierdoor geen verandering.

beteekenis hebben als in de vorige figuren. De inhoud en dier driehoeken door middel van de hoeken en van de gemeenschappelijke basis AC uitdrukkende, vinden wij:

$$\frac{1}{2} AC^2 \frac{\sin BAC \sin BCA}{\sin ABC} = \frac{1}{2} AC^2 \frac{\sin CAE \sin ACE}{\sin AEC},$$

of:

$$\sin BAC \sin BCA \sin AEC = \sin CAE \sin ACE \sin ABC.$$

Drukken wij nu de zes hierin voorkomende hoeken uit door de helling  $\alpha$  van den achterkant van den muur, de helling  $\varepsilon$  van den bovenkant van den grond, de helling  $\varphi$  van het afschuiwingsvlak, den wrijvingshoek  $\mu$  van den grond onderling en den wrijvingshoek  $\mu'$  van den grond langs den muur, dan gaat die vergelijking over in:

$$\sin(\alpha - \varphi) \sin(\varphi - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu') = \sin(\varphi - \mu) \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varphi) \sin(\alpha - \varepsilon),$$

waaruit de helling  $\varphi$  kan worden opgelost.

Daar het voor de straks uit te voeren substitutie van de helling  $\varphi$  in de formule voor den gronddruk, doelmatiger is de waarde van  $\varphi - \varepsilon$  dan die van  $\varphi$  zelve te bepalen, zoo zullen wij in de laatste vergelijking  $\varphi$  door  $(\varphi - \varepsilon + \varepsilon)$  vervangen en dan  $(\varphi - \varepsilon)$  als de op te lossen onbekende beschouwen. Stellen wij dus in die vergelijking:

$$\sin(\alpha - \varphi) = \sin\{(\alpha - \varepsilon) - (\varphi - \varepsilon)\} = \sin(\alpha - \varepsilon) \cos(\varphi - \varepsilon) - \cos(\alpha - \varepsilon) \sin(\varphi - \varepsilon),$$

$$\sin(\varphi - \mu) = \sin\{(\varphi - \varepsilon) - (\mu - \varepsilon)\} = \sin(\varphi - \varepsilon) \cos(\mu - \varepsilon) - \cos(\varphi - \varepsilon) \sin(\mu - \varepsilon),$$

$$\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varphi) = \sin\{(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon) - (\varphi - \varepsilon)\} = \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon) \cos(\varphi - \varepsilon) - \cos(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon) \sin(\varphi - \varepsilon),$$

deelen beide leden door  $\sin^2(\varphi - \varepsilon) \sin(\mu - \varepsilon) \sin(\alpha - \varepsilon)$  en rangschikken volgens  $\text{ctg}(\varphi - \varepsilon)$ , dan komt er na eene eenvoudige herleiding:

$$\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon) \text{ctg}^2(\varphi - \varepsilon) - 2 \cos(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon) \text{ctg}(\varphi - \varepsilon) - \frac{\cos(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\mu - \varepsilon)} + \frac{\cos(\mu - \varepsilon) \cos(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)}{\sin(\mu - \varepsilon)} = 0$$

waaruit voor  $\text{ctg}(\varphi - \varepsilon)$  volgt:

$$\text{ctg}(\varphi - \varepsilon) = \frac{\cos(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon) + \sqrt{\frac{\sin(\alpha + \mu') \sin(\mu + \mu')}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\mu - \varepsilon)}}}{\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \quad (1.)$$

Voor de wortelgrootheid plaatsen wij hier het positieve teeken, omdat, aangezien die wortelgrootheid voor  $\mu' = \varepsilon = 0$  gelijk aan de eenheid wordt, het negatieve teeken de waarde van  $\text{ctg} \varphi$  negatief zou maken, waardoor  $\varphi$  negatief of grooter dan  $90^\circ$  zou worden.

Ter bepaling van den gronddruk hebben wij verder volgens § 26 in verband met Pl. 5 fig. 12:

$$R = \frac{1}{2} \gamma \text{CE}^2 \sin(\alpha + \mu')$$

Voor de daarin voorkomende lengte CE vinden wij uit de figuur:

$$\begin{aligned} \text{CE} &= \text{AC} \frac{\sin(\varphi - \mu)}{\sin(\alpha + \mu')} = \text{AB} \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\varphi - \mu)}{\sin(\varphi - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')} = \\ &= \frac{H}{\sin \alpha} \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\varphi - \mu)}{\sin(\varphi - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')}, \end{aligned}$$

waardoor de waarde van  $R$  overgaat in:

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{H}{\sin \alpha} \right)^2 \frac{\sin^2(\alpha - \varepsilon)}{\sin(\alpha + \mu')} \left[ \frac{\sin(\varphi - \mu)}{\sin(\varphi - \varepsilon)} \right]^2 = \\ &= \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{H}{\sin \alpha} \right)^2 \frac{\sin^2(\alpha - \varepsilon)}{\sin(\alpha + \mu')} \left[ \cos(\mu - \varepsilon) - \sin(\mu - \varepsilon) \text{ctg}(\varphi - \varepsilon) \right]^2 \end{aligned}$$

of, als wij hierin bovenstaande waarde voor  $\text{ctg}(\varphi - \varepsilon)$  invoeren:

$$R = \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{H}{\sin \alpha} \right)^2 \frac{\sin^2(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')}{\sin^2(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \left[ 1 - \sqrt{\frac{\sin(\mu - \varepsilon) \sin(\mu + \mu')}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')}} \right]^2 \quad (2.)$$

Deze formule, waardoor de gronddruk onmiddellijk in de gegevens  $H$ ,  $\alpha$ ,  $\varepsilon$ ,  $\mu$  en  $\mu'$  is uitgedrukt, is voor het gebruik zeer omslachtig, omdat zij niet voor logarithmische berekening geschikt is. Zij kan daartoe echter gemakkelijk worden ingericht door het invoeren van een hulphoek; stellen wij namelijk de daarin voorkomende wortelgrootheid door den sinus van den hulphoek  $\nu$  voor, dan is dus:

$$\sin^2 \nu = \frac{\sin(\mu - \varepsilon) \sin(\mu + \mu')}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')} \quad (3.)$$

waaruit ook volgt, door die uitdrukking van de eenheid af te trekken:



$$\cos^2 \nu = \frac{\sin(\alpha - \mu) \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')} \quad (3')$$

en door deze beide uitdrukkingen op elkander te deelen:

$$\operatorname{tg}^2 \nu = \frac{\sin(\mu - \varepsilon) \sin(\mu + \mu')}{\sin(\alpha - \mu) \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)}; (*) \quad (3'')$$

dan kunnen wij voor  $R$  schrijven:

$$R = \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{H}{\sin \alpha} \right)^2 \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha - \mu)}{\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \left[ \frac{1 - \sin \nu}{\cos \nu} \right]^2$$

of:

$$R = \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{H}{\sin \alpha} \right)^2 \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha - \mu)}{\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \operatorname{tg}^2 \left( 45^\circ - \frac{1}{2} \nu \right) \quad (4.)$$

De hier ontwikkelde formule geeft, in het meest algemeene geval van een plat begrenzingsvlak, de waarde van den gronddruk; de in § 28 en 29 ontwikkelde formules moeten dus hieruit als bijzondere gevallen afgeleid kunnen worden. Is de grond boven volgens het natuurlijk talud begrensd (§ 29), dan is  $\varepsilon = \mu$ , waaruit volgens form. (3.) volgt:  $\nu = 0$  en dus volgens form. (4.):

$$R = \frac{1}{2} \gamma \frac{H^2}{\sin^2 \alpha} \frac{\sin^2(\alpha - \mu)}{\sin(\alpha + \mu')}.$$

Staat het achtervlak van den muur verticaal, is de grond

(\*) Mocht  $\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon$  grooter worden dan  $180^\circ$ , dan worden  $\cos^2 \nu$  en  $\operatorname{tg}^2 \nu$  negatief en zooals gemakkelijker valt na te gaan  $\sin^2 \nu$  grooter dan een, zoodat  $\nu$  dus onbestaanbaar wordt. In dit geval, dat overeenkomt met het in de noot van de vorige paragraaf vermelde geval, kan men de wortelgrootheid van form. (2.) gelijk aan  $\frac{1}{\sin \nu}$  stellen, waaruit voor den hulphoek  $\nu$  volgt:

$$\sin^2 \nu = \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')}{\sin(\mu - \varepsilon) \sin(\mu + \mu')}, \quad \cos^2 \nu = - \frac{\sin(\alpha - \mu) \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)}{\sin(\mu - \varepsilon) \sin(\mu + \mu')}$$

$$\operatorname{tg}^2 \nu = - \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')}{\sin(\alpha - \mu) \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)}.$$

In form. (4.) verandert dan alleen het tweede lid van teeken; de waarde van  $R$  blijft echter positief tengevolge van de negatieve waarde, die de sinus van  $(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)$  verkrijgt.

Voor  $\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon = 180^\circ$ , wordt:

$$R = \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{H}{\sin \alpha} \right)^2 \frac{\sin^2(\alpha - \mu)}{\sin(\alpha + \mu')}$$

boven volgens een horizontaal vlak begrensd en is er geene wrijving tusschen den grond en den muur, dan is:  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\varepsilon = 0$  en  $\mu' = 0$ , waardoor uit form. (3.) volgt  $\nu = \mu$ , en waardoor form. (4.) dus overgaat in:

$$R = \frac{1}{2} \gamma H^2 \operatorname{tg}^2 (45^\circ - \frac{1}{2} \mu)$$

zoals in § 28 voor dat geval gevonden is. Om eindelijk de algemeene formule, in § 28 voor eene willekeurige helling  $\alpha$  van den muur afgeleid, uit de hier ontwikkelde formule terug te vinden, stellen wij in form. (2.):  $\varepsilon = \mu' = 0$  waardoor de formule overgaat in:

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{2} \gamma H^2 \sin \alpha \left[ \frac{1 - \frac{\sin \mu}{\sin \alpha}}{\sin (\alpha + \mu)} \right]^2 = \frac{1}{2} \gamma \frac{H^2}{\sin \alpha} \left[ \frac{\sin \alpha - \sin \mu}{\sin (\alpha + \mu)} \right]^2 = \\ &= \frac{1}{2} \gamma \frac{H^2}{\sin \alpha} \left[ \frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \mu)}{\sin \frac{1}{2} (\alpha + \mu)} \right]^2. \end{aligned}$$

Ten slotte merken wij nog op, dat de hulphoek  $\nu$ , dien wij boven hebben ingevoerd om de formule voor den gronddruk voor logarithmische berekening geschikt te maken, eene eenvoudige meetkundige beteekenis heeft. Berekenen wij namelijk uit de twee driehoeken ABK en ABD van Pl. 5 fig. 11, de verhouding van de lijnen AK en AD dan vinden wij daarvoor juist het tweede lid van formule (3.). Uit de twee driehoeken AKN en ADN volgt voor die zelfde verhouding  $\cos^2 \text{KAN} = \sin^2 \text{ADN}$ , waaruit dus volgt:  $\nu = \text{ADN}$ .

§ 32. Graphische bepaling van den gronddruk bij eene bovenbegrenzing volgens twee of meer platte vlakken. De bepaling van den gronddruk, bij eene bovenbegrenzing volgens twee of meer platte vlakken, kan gemakkelijk worden teruggebracht tot het in § 30 behandelde geval. Is namelijk in Pl. 5 fig. 13, waar de grond boven volgens BB'B'' begrensd is, de lijn AC de richting van het afschuivingsvlak, dan is het slechts noodig den vierhoek ABB'C in een driehoek AB<sub>1</sub>C te veranderen, die denzelfden inhoud en AC tot basis heeft en waarvan ééne zijde in de richting loopt van het vlak B'B'', dat door het afschui-

vingsvlak gesneden wordt, om de constructie van Pl. 5 fig. 11 onmiddellijk te kunnen toepassen.

Trekken wij daartoe uit B eene lijn  $BB_1$  evenwijdig met de lijn  $AB'$  tot zij het verlengde van  $B''B'$  in  $B_1$  ontmoet, dan is  $\triangle ABB' = \triangle AB_1B'$  en dus  $ABB'C = AB_1C$ . Trekken wij dan uit  $B_1$  de lijn  $B_1K_1$  evenwijdig met de richtlijn  $BK$  en bepalen het punt E zoodanig, dat AE middenevenredig is tusschen  $AK_1$  en  $AD$ , dan geeft de lijn  $EC$ , evenwijdig met de richtlijn getrokken, het punt C van het afschuivingsvlak. Nemen wij nog  $EF$  gelijk aan  $EC$ , dan geeft de inhoud van den driehoek  $CEF$  de grootte van den gronddruk aan.

Als contrôle op de bewerking kunnen wij nog de lijn  $B_1E$  trekken, die dan in L door de lijn  $AC$  middendoor gedeeld moet worden. Mocht de lijn  $EC$  de lijn  $B''B'$  onder een te scherp hoek snijden (zoo als b.v. in Pl. 5 fig. 14), dan is het voor de nauwkeurigheid van de teekening beter, de lijn  $B_1E$  te trekken, deze middendoor te deelen en het deelpunt L met A te vereenigen, waardoor het afschuivingsvlak  $ALC$  en tevens het punt C bepaald worden. Verbindt men dan de punten E en C door eene lijn, dan moet deze evenwijdig loopen met de richtlijn.

In Pl. 5 fig. 14 is het grondvlak van het afschuivend prisma een vijfhoek, die om de constructie van § 30 daarop te kunnen toepassen eerst weer in een driehoek moet veranderd worden, die aan dezelfde voorwaarden voldoet, als hierboven zijn opgenoemd. Daartoe trekken wij uit B eene lijn  $BB_1$ , evenwijdig aan  $AB'$ , tot zij in  $B_1$  het verlengde van  $B''B'$  ontmoet, waardoor  $\triangle ABB' = \triangle AB_1B'$  en dus vierhoek  $ABB''B' = \triangle AB_1B''$  wordt. Trekken wij verder uit  $B_1$  de lijn  $B_1B_2$  evenwijdig met  $AB''$ , dan is het afschuivend prisma  $ABB''B'C$  in een driehoek  $AB_2C$  van gelijken inhoud veranderd en kan dus weer dezelfde constructie worden toegepast, die in de figuur met dezelfde letters is aangewezen, als in Pl. 5 fig. 13 en dus geen verdere beschrijving vereischt.

Het bovenstaande zal voldoende zijn om de constructie, ook in meer samengestelde gevallen, duidelijk te maken. Door hoeveel platte vlakken de grond ook begrensd mocht zijn, men kan de veelhoek, die het grondvlak van het afschuivend prisma uitmaakt,

altijd in een driehoek veranderen, die denzelfden inhoud en de lijn, die het afschuivingsvlak voorstelt, tot basis heeft en waarvan eene zijde samenvalt met de lijn, die den bovenkant van den grond voorstelt, ter plaatse waar die bovenkant door het afschuivingsvlak gesneden wordt. De constructie in § 30 aangegeven kan dan op dien driehoek worden toegepast.

Voor de toepassing van bovenstaande constructie dient men te weten, welke van de lijnen  $BB'$ ,  $B'B''$ ,  $B''B'''$  door de richting  $AC$  van het afschuivingsvlak gesneden wordt. Meestal zal men, zoodra de lijn  $AD$  (volgens het natuurlijk talud) getrokken is, op het oog wel kunnen zien, welke van die lijnen het zal zijn, te meer als men in het oog houdt, dat de hoek  $CAD$  meestal iets kleiner is dan den hoek  $CAB$ . Mocht men zich in de keuze van de lijn vergist hebben, dan wijst het resultaat van de constructie van zelf den goeden weg aan. Had men b.v. op Pl. 5 fig. 14 de constructie uitgevoerd, alsof de lijn  $B'B''$  door de lijn  $AC$  gesneden werd (zooals in Pl. 5 fig. 13, die op de lengte van de lijn  $B'B''$  na dezelfde afmetingen bezit als fig. 14), dan zou men het punt  $C$  op het verlengde van  $B'B''$  gevonden hebben, waaruit dan zou gebleken zijn, dat men dat punt op de lijn  $B''B'''$  had moeten zoeken.

Wordt de bovenkant van den grond, zooals in Pl. 5 fig. 15, gedeeltelijk door een gebogen vlak, gedeeltelijk door een plat vlak gevormd, dan nog kan men de constructie van § 30 toepassen, indien slechts het afschuivingsvlak  $AC$  in het platte vlak  $B'C$  eindigt. Verlengt men de lijnen  $CB'$  en  $AB$  tot zij elkaar in  $G$  snijden en bepaalt men op de een of andere wijze den inhoud van de figuur  $BGB'$ , dan kan men het punt  $B_1$  zoodanig kiezen, dat de driehoek  $AB_1G$  denzelfden inhoud heeft als de figuur  $BB'G$ , waardoor de driehoek  $AB_1C$  denzelfden inhoud verkrijgt als het grondvlak  $ABB'C$  van het afschuivend prisma. Van het punt  $B_1$  uitgaande kan men nu wederom de beschreven constructie uitvoeren.

§ 33. Berekening van den gronddruk als de bovenkant begrensd is, gedeeltelijk volgens het natuurlijk talud, gedeeltelijk volgens een willekeurig plat vlak. Nemen wij eerst het meest eenvoudige geval, — dat het ach-

tervlak van den muur verticaal staat, dat er geene wrijving tusschen den muur en den grond heerscht en dat de grond, behalve volgens het natuurlijk talud  $BB'$  Pl. 6 fig. 1, door het horizontale vlak  $B'CB''$  begrensd wordt. De stand van het vlak  $B'B$  kunnen wij aangeven door de verticale hoogte  $BG = h$ , waarop dit vlak boven den bovenkant van den muur gelegen is; voor de berekening van den gronddruk is het echter doelmatiger den hoek  $\lambda$  in te voeren, dien de lijn  $AB'$  met den horizon maakt. Ter berekening van dezen hoek hebben wij slechts de twee waarden van  $B'G$ , berekend uit de twee driehoeken  $AB'G$  en  $BB'G$ , aan elkaar gelijk te stellen, waardoor wij vinden :

$$(H + h) \operatorname{ctg} \lambda = h \operatorname{ctg} \mu,$$

of: 
$$\operatorname{ctg} \lambda = \frac{h}{H + h} \operatorname{ctg} \mu. \quad (1.)$$

Van het grondvlak  $ABB'C$  van het afschuivend prisma, dat uit twee driehoeken bestaat, kunnen wij den inhoud gemakkelijk uitdrukken in de lengte van de lijn  $AB'$  en in de verschillende hoeken, die in de figuur volgens de aangenomen notatie zijn aange teekend; voor dien inhoud vinden wij :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} AB'^2 \left\{ \frac{\cos \lambda \sin (\lambda - \mu)}{\cos \mu} + \frac{\sin \lambda \sin (\lambda - \varphi)}{\sin \varphi} \right\} = \\ = \frac{1}{2} AB'^2 \left\{ -\cos^2 \lambda \operatorname{tg} \mu + \sin^2 \lambda \operatorname{ctg} \varphi \right\} \end{aligned}$$

Uit diezelfde figuur vinden wij voor  $AE$  en  $CE$ , als wij er op letten, dat volgens de aangenomen onderstellingen  $CEA = 90^\circ$  is :

$$\begin{aligned} AE = AC \cos (\varphi - \mu) = AB' \frac{\sin \lambda}{\sin \varphi} \cos (\varphi - \mu) = \\ = AB' \sin \lambda (\cos \mu \operatorname{ctg} \varphi + \sin \mu) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} CE = AC \sin (\varphi - \mu) = AB' \frac{\sin \lambda}{\sin \varphi} \sin (\varphi - \mu) = \\ = AB' \sin \lambda (\cos \mu - \sin \mu \operatorname{ctg} \varphi) \end{aligned}$$

en daaruit volgt dus voor den inhoud van den driehoek  $ACE$  :

$$\frac{1}{2} AB'^2 \sin^2 \lambda \left\{ \sin \mu \cos \mu + (\cos^2 \mu - \sin^2 \mu) \operatorname{ctg} \varphi - \sin \mu \cos \mu \operatorname{ctg}^2 \varphi \right\}.$$

Stellen wij nu volgens § 26 den inhoud van  $ABB'C$  en den van  $ACE$  aan elkaar gelijk, dan vinden wij na eene eenvoudige herleiding :

$$\sin \lambda \cos \mu \operatorname{ctg}^2 \varphi + 2 \sin \lambda \sin \mu \operatorname{ctg} \varphi - \sin \lambda \cos \mu - \frac{\cos^2 \lambda}{\sin \lambda \cos \mu} = 0$$

waaruit voor  $\operatorname{ctg} \varphi$  volgt:

$$\begin{aligned} \operatorname{ctg} \varphi &= \frac{-\sin \lambda \sin \mu \pm \sqrt{\sin^2 \lambda \sin^2 \mu + \sin^2 \lambda \cos^2 \mu + \cos^2 \lambda}}{\sin \lambda \cos \mu} \\ &= \frac{-\sin \lambda \sin \mu + 1}{\sin \lambda \cos \mu} \end{aligned} \quad (2.)$$

Substitueeren wij deze waarde in de eerste plaats in bovenstaande uitdrukking voor AE dan vinden wij:

$$AE = AB' \sin \lambda \left( \frac{1 - \sin \lambda \sin \mu}{\sin \lambda} + \sin \mu \right) = AB',$$

waaruit voor dit bijzonder geval eene uiterst eenvoudige constructie volgt. Maakt men namelijk  $AE = AB'$ , dan heeft men slechts de loodlijn EC op AE op te richten om onmiddellijk het punt C van het afschuivingsvlak te vinden, waaruit dan verder op de bekende wijze de gronddruk zelf volgt.

Substituëeren wij de waarde van  $\operatorname{ctg} \varphi$  in CE dan vinden wij:

$$CE = AB' \sin \lambda \left( \cos \mu - \sin \mu \frac{1 - \sin \lambda \sin \mu}{\sin \lambda \cos \mu} \right) = AB' \frac{\sin \lambda - \sin \mu}{\cos \mu}$$

of, als wij  $AB'$  in  $H$  uitdrukken, namelijk  $AB'$  door  $H \frac{\cos \mu}{\sin(\lambda - \mu)}$  vervangen:

$$CE = H \frac{\sin \lambda - \sin \mu}{\sin(\lambda - \mu)} = H \frac{\cos \frac{1}{2}(\lambda + \mu)}{\cos \frac{1}{2}(\lambda - \mu)}.$$

Met behulp van deze uitdrukking vinden wij eindelijk voor den gronddruk:

$$R = \frac{1}{2} \gamma CE^2 = \frac{1}{2} \gamma H^2 \left( \frac{\cos \frac{1}{2}(\lambda + \mu)}{\cos \frac{1}{2}(\lambda - \mu)} \right)^2 \quad (3.)$$

Voor het op Pl. 6 fig. 2 voorgestelde algemeene geval, waarbij de achterkant van den muur onder eene helling  $\alpha$  staat, waarbij wrijving langs het achtervlak heerscht en waarbij het bovenvlak  $B'CB''$  van den grond een hoek  $\varepsilon$  met den horizon maakt, kunnen wij eene even eenvoudige uitdrukking vinden, als wij den hoek  $\lambda$  bepalen volgens de formule:

$$\operatorname{ctg} \lambda = \frac{h}{H+h} \operatorname{ctg} \nu \quad (4.)$$

waarin  $h$  de hoogte voorstelt van het snijpunt  $G$  van den achterkant van den muur met het bovenvlak  $B'B''$  van den grond en  $\nu$  den reeds vroeger in § 31 gebezigten hulphoek beteekent, die bepaald wordt door een van de formules:

$$\left. \begin{aligned} \sin^2 \nu &= \frac{\sin(\mu - \varepsilon) \sin(\mu + \mu')}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')} \\ \cos^2 \nu &= \frac{\sin(\alpha - \mu) \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')} \\ \text{of: } \operatorname{tg}^2 \nu &= \frac{\sin(\mu - \varepsilon) \sin(\mu + \mu')}{\sin(\alpha - \mu) \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \end{aligned} \right\} (5.)$$

Ter bepaling van de helling  $\varphi$  van het afschuivingsvlak moeten wij den inhoud van den vierhoek  $ABB'C$  en dien van den driehoek  $ACE$  aan elkaar gelijk stellen, waardoor wij in verband met de in fig. 2 aangegeven hoeken vinden:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} AC^2 \frac{\sin(\alpha - \varphi) \sin(\varphi - \varepsilon)}{\sin(\alpha - \varepsilon)} - \frac{1}{2} BG^2 \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha - \mu)}{\sin(\mu - \varepsilon)} &= \\ = \frac{1}{2} AC^2 \frac{\sin(\varphi - \mu) \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varphi)}{\sin(\alpha + \mu')} \end{aligned}$$

of, na vermenigvuldiging met  $\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')$  en deeling door  $\frac{1}{2} AC^2$

$$\begin{aligned} &\sin(\alpha - \varphi) \sin(\varphi - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu') - \\ &- \left( \frac{BG}{AC} \right)^2 \frac{\sin^2(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha - \mu) \sin(\alpha + \mu')}{\sin(\mu - \varepsilon)} = \\ &= \sin(\varphi - \mu) \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varphi) \sin(\alpha - \varepsilon). \end{aligned}$$

Voor den hierin voorkomenden term  $\left( \frac{BG}{AC} \right)^2$  kunnen wij schrijven:

$$\begin{aligned} \left( \frac{BG}{AC} \right)^2 &= \left( \frac{BG}{AG} \right)^2 \left( \frac{AG}{AC} \right)^2 = \left( \frac{h}{H+h} \right)^2 \left( \frac{\sin(\varphi - \varepsilon)}{\sin(\alpha - \varepsilon)} \right)^2 = \\ &= \operatorname{ctg}^2 \lambda \operatorname{tg}^2 \nu \frac{\sin^2(\varphi - \varepsilon)}{\sin^2(\alpha - \varepsilon)} = \operatorname{ctg}^2 \lambda \frac{\sin(\mu - \varepsilon) \sin(\mu + \mu') \sin^2(\varphi - \varepsilon)}{\sin(\alpha - \mu) \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon) \sin^2(\alpha - \varepsilon)}, \end{aligned}$$

waardoor bovenstaande vergelijking overgaat in:

$$\sin(\alpha - \varphi) \sin(\varphi - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu') - \text{ctg}^2 \lambda \frac{\sin(\mu + \mu') \sin(\alpha + \mu')}{\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \times \\ \times \sin^2(\varphi - \varepsilon) = \sin(\varphi - \mu) \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varphi) \sin(\alpha - \varepsilon).$$

Beschouwen wij in deze vergelijking de uitdrukking  $(\varphi - \varepsilon)$  wederom als onbekende, ontwikkelen wij dus even als in § 31 volgens  $\sin(\varphi - \varepsilon)$  en  $\cos(\varphi - \varepsilon)$  en deelen door  $\sin^2(\varphi - \varepsilon) \sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\mu - \varepsilon)$ , dan komt er ter bepaling van  $\text{ctg}(\varphi - \varepsilon)$  de volgende vergelijking:

$$\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon) \text{ctg}^2(\varphi - \varepsilon) - 2 \cos(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon) \text{ctg}(\varphi - \varepsilon) - \\ - \frac{\cos(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\mu - \varepsilon)} + \frac{\cos(\mu - \varepsilon) \cos(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)}{\sin(\mu - \varepsilon)} - \\ - \frac{\text{ctg}^2 \lambda \sin(\mu + \mu') \sin(\alpha + \mu')}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\mu - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} = 0$$

die alleen wat den laatsten term betreft van de in § 31 gevondene vergelijking verschilt.

Gaan wij eindelijk tot de oplossing van  $\text{ctg}(\varphi - \varepsilon)$  over, dan vinden wij na eene korte herleiding:

$$\text{ctg}(\varphi - \varepsilon) = \frac{\cos(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon) + \frac{1}{\sin \lambda} \sqrt{\frac{\sin(\alpha + \mu') \sin(\mu + \mu')}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\mu - \varepsilon)}}}{\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)}. \quad (6.)$$

Uit de figuur vinden wij verder:

$$\text{CE} = \text{AC} \frac{\sin(\varphi - \mu)}{\sin(\alpha + \mu')} = \text{AG} \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\varphi - \mu)}{\sin(\varphi - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')} = \\ = \frac{H + h}{\sin \alpha} \cdot \frac{\sin(\alpha - \varepsilon)}{\sin(\alpha + \mu')} \cdot \frac{\sin(\varphi - \mu)}{\sin(\varphi - \varepsilon)},$$

of, als wij met behulp van form. (4.) de waarde van  $(H + h)$  in  $H$  uitdrukken, waarvoor wij vinden:  $H \frac{\sin \lambda \cos \nu}{\sin(\lambda - \nu)}$  en tevens

$\frac{\sin(\varphi - \mu)}{\sin(\varphi - \varepsilon)}$  ontwikkelen:

$$\text{CE} = \frac{H}{\sin \alpha} \cdot \frac{\sin \lambda \cos \nu}{\sin(\lambda - \nu)} \frac{\sin(\alpha - \varepsilon)}{\sin(\alpha + \mu')} \times \\ \times \left( \cos(\mu - \varepsilon) - \sin(\mu - \varepsilon) \text{ctg}(\varphi - \varepsilon) \right)$$

en dus na het invoeren van bovenstaande waarde voor  $\text{ctg}(\varphi - \varepsilon)$ :



$$CE = \frac{H}{\sin \alpha} \frac{\sin \lambda \cos \nu \sin (\alpha - \varepsilon)}{\sin (\lambda - \nu) \sin (\alpha + \mu')} \times$$

$$\frac{\sin (\alpha + \mu') - \frac{\sin (\mu - \varepsilon)}{\sin \lambda} \sqrt{\frac{\sin (\alpha + \mu') \sin (\mu + \mu')}{\sin (\alpha - \varepsilon) \sin (\mu - \varepsilon)}}}{\sin (\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)}$$

en als wij daarbij op de formules (5.) letten:

$$CE = \frac{H \cos \nu \sin (\alpha - \varepsilon)}{\sin \alpha \sin (\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \cdot \frac{\sin \lambda - \sin \nu}{\sin (\lambda - \nu)} =$$

$$= \frac{H \cos \nu \sin (\alpha - \varepsilon)}{\sin \alpha \sin (\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \frac{\cos \frac{1}{2} (\lambda + \nu)}{\cos \frac{1}{2} (\lambda - \nu)}$$

Met behulp van deze waarde van CE vinden wij eindelijk voor den gronddruk:

$$R = \frac{1}{2} \gamma CE^2 \sin (\alpha + \mu') =$$

$$= \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{H}{\sin \alpha} \right)^2 \frac{\cos^2 \nu \sin^2 (\alpha - \varepsilon) \sin (\alpha + \mu')}{\sin^2 (\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \left( \frac{\cos \frac{1}{2} (\lambda + \nu)}{\cos \frac{1}{2} (\lambda - \nu)} \right)^2$$

of, met het oog op de formules (5.):

$$R = \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{H}{\sin \alpha} \right)^2 \frac{\sin (\alpha - \varepsilon) \sin (\alpha - \mu)}{\sin (\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \left( \frac{\cos \frac{1}{2} (\lambda + \nu)}{\cos \frac{1}{2} (\lambda - \nu)} \right)^2 \quad (7.)$$

Stellen wij in bovenstaande formules  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\varepsilon = \mu' = 0$  dan gaat  $\nu$  over in  $\mu$  en R verkrijgt de in form. (3.) opgegeven waarde.

Wordt de grond alleen door het platte vlak B'CB'' begrensd, vervalt dus het gedeelte BB' volgens het natuurlijk talud, dan wordt  $h = 0$ , waardoor uit form. (4.) volgt:  $\text{ctg } \lambda = 0$ , of:  $\lambda = 90^\circ$  en form. (7.) gaat dan over in form. (4.) van § 31, waar dat geval afzonderlijk behandeld is. (\*)

(\*) Voor  $\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon > 180^\circ$  (zie noot bij § 31) neme men  $\cos \lambda = \frac{h}{H+h} \cos \nu$  waarin  $\nu$  volgens de formules van de genoemde noot bepaald moet worden; in form. (6.) verandert dan  $\frac{1}{\sin \lambda}$  in  $\sin \lambda$  en form. (7.) gaat dan over in:

$$R = \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{H}{\sin \alpha} \right)^2 \frac{\sin (\alpha - \varepsilon) \sin (\alpha - \mu)}{-\sin (\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \text{ctg}^2 \frac{1}{2} (\lambda + \nu).$$

Voor  $\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon = 180^\circ$ , wordt:  $R = \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{H}{\sin \alpha} \right)^2 \frac{\sin^2 (\alpha - \mu)}{\sin (\alpha + \mu')} \left( \frac{H + 2h}{H + h} \right)^2$

§ 34. Berekening van den gronddruk bij eene bovenbegrenzing volgens verschillende platte vlakken. Beschouwen wij eindelijk het meer algemeene geval, waarbij de grond aan den bovenkant door twee of meer platte vlakken onder willekeurige helling, Pl. 6 fig. 3, begrensd wordt, of waarbij die begrenzing, zooals in fig. 4, zelfs gedeeltelijk uit een gebogen oppervlak bestaat. Drukken wij de helling van het bovenvlak, waarin het afschuivingsvlak eindigt, door  $\varepsilon$ , en de hoogte van het snijpunt G, van dat vlak met den achterkant van den muur, boven het punt B door  $h$  uit, en stellen den inhoud van de figuur BB'B''G (fig. 3 en 4) door de letter  $P$  voor, dan kunnen wij voor het overige de vroeger aangenomen notaties, zooals die in de figuur zijn aangegeven, blijven gebruiken.

Uit de figuur volgt als wij alles in:  $AG = \frac{H+h}{\sin \alpha}$  uitdrukken:

$$AC = AG \frac{\sin(\alpha - \varepsilon)}{\sin(\varphi - \varepsilon)},$$

$$\text{Inhoud } \triangle AGC = \frac{1}{2} AG^2 \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha - \varphi)}{\sin(\varphi - \varepsilon)},$$

$$\begin{aligned} \text{Inhoud } \triangle ACE &= \frac{1}{2} AC^2 \frac{\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varphi) \sin(\varphi - \mu)}{\sin(\alpha + \mu')} = \\ &= \frac{1}{2} AG^2 \frac{\sin^2(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varphi) \sin(\varphi - \mu)}{\sin^2(\varphi - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')}. \end{aligned}$$

Volgens § 26 hebben wij nu ter bepaling van de helling  $\varphi$  van het afschuivingsvlak:

$$\text{Inhoud } ABB'B''C = \text{Inhoud } ACE,$$

of, volgens bovenstaande uitdrukkingen:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} AG^2 \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha - \varphi)}{\sin(\varphi - \varepsilon)} - P &= \\ = \frac{1}{2} AG^2 \frac{\sin^2(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varphi) \sin(\varphi - \mu)}{\sin^2(\varphi - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')}. \end{aligned}$$

Beschouwen wij in deze vergelijking de grootheid  $\varphi - \varepsilon$  als de op te lossen onbekende, dan vinden wij door dezelfde ontwikkeling als in de vorige paragraaf:

$$\begin{aligned} & \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon) \operatorname{ctg}^2(\varphi - \varepsilon) - 2 \cos(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon) \operatorname{ctg}(\varphi - \varepsilon) - \\ & \frac{\cos(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\mu - \varepsilon)} + \frac{\cos(\mu - \varepsilon) \cos(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)}{\sin(\mu - \varepsilon)} - \\ & - \frac{2P}{AG^2} \frac{\sin(\alpha + \mu')}{\sin^2(\alpha - \varepsilon) \sin(\mu - \varepsilon)} = 0 \end{aligned}$$

Deze vergelijking wordt volkomen gelijk aan die, welke in de vorige paragraaf voorkomt, als wij slechts een hulphoek  $\lambda$  invoeren, bepaald door de betrekking:

$$\operatorname{ctg}^2 \lambda = \frac{2P}{AG^2} \frac{\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\mu + \mu')} \quad (1.)$$

en daardoor vinden wij dus onmiddellijk voor  $\varphi - \varepsilon$  dezelfde uitdrukking als in de vorige paragraaf, namelijk:

$$\operatorname{ctg}(\varphi - \varepsilon) = \frac{\cos(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon) + \frac{1}{\sin \lambda} \sqrt{\frac{\sin(\alpha + \mu') \sin(\mu + \mu')}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\mu - \varepsilon)}}}{\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \quad (2.)$$

Voor CE volgt verder uit de figuur:

$$\begin{aligned} CE &= AC \frac{\sin(\varphi - \mu)}{\sin(\alpha + \mu')} = AG \frac{\sin(\alpha - \varepsilon)}{\sin(\varphi - \varepsilon)} \cdot \frac{\sin(\varphi - \mu)}{\sin(\alpha + \mu')} = \\ &= AG \frac{\sin(\alpha - \varepsilon)}{\sin(\alpha + \mu')} \left( \cos(\mu - \varepsilon) - \sin(\mu - \varepsilon) \operatorname{ctg}(\varphi - \varepsilon) \right), \end{aligned}$$

welke uitdrukking door het invoeren van bovenstaande waarde voor  $\operatorname{ctg}(\varphi - \varepsilon)$  overgaat in:

$$\begin{aligned} CE &= AG \frac{\sin(\alpha - \varepsilon)}{\sin(\alpha + \mu')} \frac{\sin(\alpha + \mu') - \frac{\sin(\mu - \varepsilon)}{\sin \lambda} \sqrt{\frac{\sin(\alpha + \mu') \sin(\mu + \mu')}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\mu - \varepsilon)}}}{\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} = \\ &= AG \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \left( \sin \lambda - \sqrt{\frac{\sin(\mu - \varepsilon) \sin(\mu + \mu')}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')}} \right)}{\sin \lambda \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \end{aligned}$$

of, als wij wederom den hulphoek  $\nu$ , bepaald door de formule:

$$\sin^2 \nu = \frac{\sin(\mu - \varepsilon) \sin(\mu + \mu')}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')} \quad (3.)$$

invoeren:

$$CE = AG \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) (\sin \lambda - \sin \nu)}{\sin \lambda \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)}$$

Voor den gronddruk vinden wij nu eindelijk:

$$R = \frac{1}{2} \gamma CE^2 \sin(\alpha + \mu') = \\ = \frac{1}{2} \gamma AG^2 \frac{\sin^2(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')}{\sin^2(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \left( \frac{\sin \lambda - \sin \nu}{\sin \lambda} \right)^2$$

of, als wij in aanmerking nemen, dat:

$$\frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')}{\sin(\alpha - \mu) \sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} = \frac{1}{\cos^2 \nu}$$

is, en de lengte AG door  $\frac{H+h}{\sin \alpha}$  vervangen:

$$R = \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{H+h}{\sin \alpha} \right)^2 \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha - \mu)}{\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \left( \frac{\sin \lambda - \sin \nu}{\sin \lambda \cos \nu} \right)^2. \quad (4.)$$

Bij de berekening van den gronddruk volgens bovenstaande formule, kan men het verschil  $(\sin \lambda - \sin \nu)$  vervangen door het product  $2 \sin \frac{1}{2}(\lambda - \nu) \cos \frac{1}{2}(\lambda + \nu)$ , waardoor die formule voor logarithmische berekening geschikt wordt. (\*)

Mocht de inhoud, dien wij door  $P$  hebben voorgesteld, negatief worden, dan kan de hulphoek  $\lambda$  niet meer volgens formule (1.) bepaald worden; omdat wij in dat geval eene onbestaanbare waarde voor den cotangens zouden verkrijgen. Stellen wij in dat geval de negatieve waarde van het tweede lid van form. (1.) gelijk aan  $(-\cos^2 \lambda')$  dan verandert in form. (2.) en (4.)  $\sin \lambda$  in  $\frac{1}{\sin \lambda'}$ .

Bij het toepassen van bovenstaande form. (4.) is het noodig, dat

(\*) Voor  $\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon > 180^\circ$  (zie noot § 31) bepaalt men  $\lambda$  volgens de formule:

$$\cos^2 \lambda = \frac{2P}{AG^2} \cdot \frac{-\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\mu + \mu')}$$

in form. (2.) verandert dan  $\frac{1}{\sin \lambda}$  in  $\sin \lambda$  en form. (4.) gaat over in:

$$R = \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{H+h}{\sin \alpha} \right)^2 \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha - \mu)}{-\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \left( \frac{\sin \lambda - \sin \nu}{\cos \nu} \right)^2,$$

Voor:  $\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon = 180^\circ$ , gaat form. (4.) over in:

$$R = \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{H+h}{\sin \alpha} \right)^2 \frac{\sin^2(\alpha - \mu)}{\sin(\alpha + \mu')} \left( 1 - \frac{2P}{AG^2} \frac{\sin(\mu - \varepsilon)}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha - \mu)} \right)^2.$$

men wete in welk van de vlakken  $BB'$ ,  $B'B''$ ,  $B''B'''$  fig. 3 het afschuiingsvlak eindigt. Meestal zal men, voor dat men tot de berekening van dergelijk samengesteld geval overgaat, het dwarsprofiel van den grond op schaal geteekend hebben en daaruit kan men dan, na het trekken van de lijn  $AE$  volgens het natuurlijk talud, gemakkelijk op het oog zien in welk van de vlakken het afschuiingsvlak zal eindigen. Mocht er twijfel bestaan, dan kan men zich gemakkelijk zekerheid verschaffen door den hoek  $\varphi$  volgens form. (2.) te berekenen en dien hoek op de teekening uit te zetten. Nog gemakkelijker is het den loodrechten afstand van het punt  $C$  tot de lijn  $AE$  te berekenen en met behulp daarvan het punt  $C$  in de teekening aan te geven. Deze loodrechte afstand wordt gegeven door:

$$\begin{aligned} CE \sin(\alpha + \mu') &= AG \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu')}{\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \cdot \frac{\sin \lambda - \sin \nu}{\sin \lambda} = \\ &= AG \frac{\sin(\alpha - \mu) (\sin \lambda - \sin \nu)}{\cos^2 \nu \sin \lambda} \end{aligned}$$

Bovenstaande formule (4.) geeft de grootte van den gronddruk in het meest algemeene geval met behulp van twee hulphoeken  $\nu$  en  $\lambda$ , waardoor de anders zeer samengestelde formule een eenvoudigen vorm aanneemt. Een van die hulphoeken ( $\nu$ ) is afhankelijk van de helling van het bovenvlak van den grond, ter plaatse waar dat bovenvlak door het afschuiingsvlak gesneden wordt. De tweede hulphoek ( $\lambda$ ) is afhankelijk van de wijze van begrenzing van den grond tusschen den bovenkant van den muur en het afschuiingsvlak.

Voor het geval dat die begrenzing plaats heeft volgens twee platte vlakken  $BB'$  en  $B'B''$  Pl. 6 fig. 5, respectievelijk onder de hellingen  $\varepsilon'$  en  $\varepsilon$ , verkrijgt bovenstaande uitdrukking voor den hulphoek  $\lambda$  een eenvoudiger gedaante. De inhoud  $P$  wordt dan volgens fig. 5 gelijk aan:

$$\frac{1}{2} BG^2 \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha - \varepsilon')}{\sin(\varepsilon' - \varepsilon)}$$

waardoor form. (1.) overgaat in:

$$\text{ctg}^2 \lambda = \left( \frac{BG}{AG} \right)^2 \frac{\sin(\alpha - \varepsilon')}{\sin(\varepsilon' - \varepsilon)} \frac{\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)}{\sin(\mu + \mu')}$$

of, als wij de waarde van  $tg \nu$  in aanmerking nemen, en tevens

$\frac{BG}{AG}$  door  $\frac{h}{H+h}$  vervangen en den wortel trekken:

$$ctg \lambda = \frac{h}{H+h} ctg \nu \sqrt{\frac{\sin(\alpha - \varepsilon') \sin(\mu - \varepsilon)}{\sin(\alpha - \mu) \sin(\varepsilon' - \varepsilon)}}. \quad (5).$$

In dit geval is het gemakkelijk na te gaan of het afschuivingsvlak in  $BB'$  of in  $B'B''$  eindigt. Eindigt het namelijk in  $BB'$ , dan heeft het afschuivingsvlak een helling, gegeven door form. (2.), als wij daarin  $\lambda = 90^\circ$  stellen en voor  $\varepsilon$  de helling  $\varepsilon'$  van  $BB'$  nemen. Trekken wij dan uit  $B'$  fig. 5 eene lijn  $B'A'$  onder die helling, dan vinden wij het punt  $A'$ , dat de grens aangeeft van de twee mogelijke gevallen. Is, zooals in de figuur,  $AB$  grooter dan  $A'B$  dan eindigt het afschuivingsvlak in  $B'B''$  en wij moeten de gronddruk volgens form. (4.) van deze paragraaf berekenen. Is daarentegen  $AB$  kleiner dan  $A'B$ , dan eindigt het afschuivingsvlak in  $BB'$  en de gronddruk moet dan volgens § 31 berekend worden. Ter bepaling van de grenswaarde  $A'B$  hebben wij in  $\triangle A'BB'$ :

$$A'B = BB' \frac{\sin(\varphi - \varepsilon')}{\sin(\alpha - \varphi)} = \frac{BB'}{\sin(\alpha - \varepsilon') ctg(\varphi - \varepsilon') - \cos(\alpha - \varepsilon')}$$

of, als wij voor  $\varphi$  de waarde schrijven, zooals die volgens het bovenstaande uit form. (2.) wordt afgeleid, namelijk:

$$ctg(\varphi - \varepsilon') = \frac{\cos(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon') + \sqrt{\frac{\sin(\alpha + \mu') \sin(\mu + \mu')}{\sin(\alpha - \varepsilon') \sin(\mu - \varepsilon')}}}{\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon')}$$

en den hulphoek  $\nu'$  behoorende bij de helling  $\varepsilon'$  invoeren:

$$A'B = BB' \frac{\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon')}{\sin(\mu + \mu')} \frac{\sin \nu'}{1 - \sin \nu'}.$$

Vermenigvuldigen wij deze uitdrukking met  $\sin \alpha$ , drukken  $BB'$  in  $h$  uit en stellen het verticale hoogteverschil van  $A'$  met  $B$  door  $H'$  voor, dan vinden wij:

$$H' = h \frac{\sin(\alpha - \varepsilon)}{\sin(\varepsilon' - \varepsilon)} \frac{\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon')}{\sin(\mu + \mu')} \frac{\sin \nu'}{1 - \sin \nu'}. \quad (6.)$$

Voor het bijzondere geval dat  $BB'$  de helling van het natuurlijk talud heeft, wordt  $\varepsilon' = \mu$  en daardoor  $\nu' = 0$  en dus ook  $H' = 0$ ; dat wil zeggen: het afschuivingsvlak eindigt altijd in

Wanneer de moer op een oneffen oppervlak of op hout zoude komen, is aan te raden het aanbrengen van een wel afgewerkte onderlegplaat, Pl. 13 fig. 17.

De middellijn dezer plaat wordt gesteld:

$$U = d + 10 s,$$

of:  $U = \frac{4}{3} D.$

De hoogte wordt:

$$u = \frac{5}{4} s,$$

of:  $u = \frac{1}{10} D.$

Vreest men dat de moer door trillingen, schokken of om andere redenen zoude losgaan, dan wordt wel een tweede moer van de halve hoogte der eerste aangebracht, om deze laatste tegen de schroefdraden te drukken, Pl. 13 fig. 18.

Ook wordt daartoe soms een veering tusschen de moer en het te verbinden voorwerp aangebracht. Bij de exploitatie der Ned. Staatsspoorwegen bevindt zich wel zulk een veering tusschen de laschplaten der rails en de moeren der verbindingsbouten. Volledige zekerheid geeft dit niet. Vee zekerder maar ook duurder is het aanbrengen van een spie door de schroef, Pl. 13 fig. 19.

Stangen, die juist op lengte moeten gesteld worden, zijn soms op de einden van schroefdraad voorzien en vatten hiermede in een daartoe aangebrachte dubbele moer, Pl. 13 fig. 20, 21.

Bij de vierkante schroef is de diepte van den schroefgang veeltijds gelijk aan de halve hoogte. Dikwijls wordt genomen:

$$t = \frac{d}{10}, \text{ dus: } s = \frac{d}{5}.$$

Op Pl. 13 fig. 23 is de vijzel aangegeven, die gebruikt is bij het stellen van den onderrand der hoofdliggers van de spoorwegbrug over de Lek te Kuilenburg. 1)

Op Pl. 13 fig. 24 is de trapeziumvormige schroef aangegeven; de hoogte van den schroefgang kan aangenomen worden als in fig. 12.

Alzoo voor schroeven van minder dan 40 mM. middellijn  $s = 0,4 + 0,1 d$ ; voor schroeven van meer dan 40 mM. middellijn  $s = 2 + 0,06 d$ , terwijl  $t = \frac{3}{4} s$  wordt.

1) K. J. v. J. 1871/1872. Pl. 39.

§ 45. Mededeeling betreffende sterkte van platen en staven; invloed van ponsen, boren enz.

I. **Sterkte tegen uitrekking van gewalst ijzer en staal.** De vastheid van ijzeren platen tegen uitrekking in de richting der vezels bedraagt gemidd. per vierk. cM. ongeveer 3600 kilogr. Zij daalt evenwel tot 2800 en behaalt soms ook 4000 tot zelfs 4800 kilogr.

De heer M. VAN RUTH heeft in het tijdschrift van het Kon. Inst. van Ingenieurs van 1881—1882 1) een belangrijk verslag laten opnemen van de uitkomsten van proeven met ijzer geleverd door verschillende fabrikanten voor eenige der werken bij den aanleg der Nederl. Staatsspoorwegen. Bij dat verslag behooren 18 tabellen. Een gedeelte van tabel 18 vindt men op de bladz. 116 en 117.

De lengte tusschen de teekens, waarvan de wederstand tegen uitrekking werd waargenomen, bedroeg 200 mM., in enkele gevallen 100 mM. De dwarsdoorsnede der stukken bedroeg voor diegenen, wier breedte en dikte zulks toeliet 500 vierk. mM., voor de overigen 250 vierk. mM.

Verder beteekent L. d. langsdraad, D. d. dwarsdraad, Gr. grootste, Kl. kleinste.

Uit het verslag van den heer Ruth is nog het volgende overgenomen:

De leveringen zijn geschied voor de volgende werken:

- a. Brug over het Hollandsch Diep, voor zooverre het in Engeland werd vervaardigd 1869—1870.
- b. Brug over de Oude Maas bij Dordrecht 1870—1871.
- c. Viaduct door de stad Rotterdam met daarin voorkomende draai- en eenige vaste bruggen 1873—1874.
- d. Brug over de Noorder Haven te Rotterdam 1874—1875.
- e. Overkapping van het station D. P. te Rotterdam 1874—1875.
- f. Brug over de Maas te Rotterdam 1875—1876.
- g. Brug over het open havenfront te Amsterdam 1876—1877.
- h. Brug over den Rijn bij Arnhem 1876—1877.

1) Verhandelingen bladz. 1.



## i. Brug over de Waal bij Nijmegen 1876—1877.

In de bestekken was voorgeschreven dat het plaat-, hoek- en tee-ijzer moest weerstand bieden gedurende 15 minuten aan een belasting per vierk. mM. der oorspronkelijke doorsnede van: 36 kilogr. in de richting waarin het ijzer gewalst was, 85<sup>0</sup>/<sub>0</sub> van deze belasting in de richting dwars op de richting van walsing.

De uitrekking der stukken door het brekingsgewicht mocht niet minder bedragen dan: 8<sup>0</sup>/<sub>0</sub> in de richting van walsing of langsdraad, 3<sup>0</sup>/<sub>0</sub> dwars op de richting van walsing voor ijzeren platen en 8<sup>0</sup>/<sub>0</sub> voor hoek- en tee-ijzer en staven.

De samentrekking van den inhoud der dwarsdoorsnede op de breuk moest minstens zijn voor ijzeren platen langsdraad 13<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, dwarsdraad 5<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, voor hoekijzer 16<sup>0</sup>/<sub>0</sub>.

Het ijzer der bouten moest weerstand kunnen bieden per vierk. mM. der oorspronkelijke doorsnede aan 38 kilogr. tegen uitrekking en aan 33 kilogr. tegen afscheuren. Onder het brekingsgewicht mocht de uitrekking niet minder bedragen dan 20<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, van de lengte tusschen de merken en de samentrekking niet minder dan 39<sup>0</sup>/<sub>0</sub> der doorsneden. Voor de werken sub *a* en *b* was evenwel geen minimum van uitrekking of samendrukking bij of op de breuk voorgeschreven.

Met die voorwaarden was dus de beproeving van minder goed ijzer uitgesloten.

RESULTATEN VAN DE BEPROEVING VAN IJZER, VERVAARDIGD IN VERSCHIL

Namen der landen.	Aantal beproefde stukken.		Gemiddelde uitrekking onder eene belasting per mM. van 15, 20, 25, 30, 35 en 36 kilogr., zoomede bij breking (percentsgewijze).												
			Langsdraad.							Dwarsdraad.					
	L.d.	D.d.	15	20	25	30	35	36	Bij de breking	15	20	25	30	Bij de breking	
I	2	3	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	
			%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	%	
P L A															
Engeland	274	239	0	0,075	0,46	1,57	—	6,1	9	0	0,015	0,25	1,6	3,5	
Duitschland	698	539	0,0037	0,043	0,98	3,3	6,9	8	15,6	0,003	0,049	0,94	3	6,7	
België	332	99	0	0,048	0,71	2,6	5,5	6,7	11	0	0,11	0,93	3,23	4,06	
Gemiddeld	0	0	0,06	0,79	2,76	5,96	7,27	13	0	0,036	0,75	2,64	5,01		
S T R O O															
Duitschland	448	115	0,006	0,116	1,32	3,8	8,3	9,84	18,6	0,002	0,09	1,38	3,06	4,6	
België	97	—	0	0,04	0,61	2,2	5,3	5,9	12,7	—	—	—	—	—	
Gemiddeld	0	0	0,10	1,20	2,50	6,90	9,20	17,5							
S T A															
Engeland	250	—	0	0,021	0,7	2	—	9	13,7	—	—	—	—	—	
Duitschland	104	—	0,007	0,066	0,9	3,24	7,4	8,8	20	—	—	—	—	—	
België	51	—	0	0,09	0,86	2,5	—	5,2	11,6	—	—	—	—	—	
Gemiddeld	0	0	0,04	0,77	2,38	—	8,5	15							
H O E K															
Engeland	330	—	0	0,036	0,5	1,75	—	8,8	13,5	—	—	—	—	—	
Duitschland	497	—	0,009	0,08	1,26	3,7	8	9,5	17,2	—	—	—	—	—	
België	154	—	0,004	0,12	1,26	4,4	—	5,6	12,5	—	—	—	—	—	
Gemiddeld	0	0	0,07	1	3,1	—	8,7	16							
K A N A A L - E N															
Duitschland	59	—	0	0,23	1,8	3,55	6,4	7,6	14,7						
K L I N K B O U T															
Engeland	76	—	—	—	—	—	—	9,4	21	—	—	—	—	—	
Duitschland	217	—	0,015	0,107	1,19	3,9	7,6	10,7	21	—	—	—	—	—	
Gemiddeld	—	—	—	—	—	—	—	10,4	21	—	—	—	—	—	

LENDE LANDEN, TEN DIENSTE DER NEDERLANDSCHE STAATSSPOORWEGEN.

Samentrekking op de breuk percentsgewijze.	Brekingsgewicht per mM <sup>2</sup> . in kilogr. der																		Weerstand tegen afscheurende kracht per mM <sup>2</sup> .						
	Langsdraad.						Dwarsdraad.						oorspronkelijke doorsneden.							samengetrokken doorsneden.					
	Gemiddelde		Gemiddelde		Gemiddelde		Gemiddelde		Gemiddelde		Gemiddelde		Gemiddelde		Gemiddelde		Gemiddelde			Gemiddelde					
	Gr.	Kl.	Gr.	Kl.	Gr.	Kl.	Gr.	Kl.	Gr.	Kl.	Gr.	Kl.	Gr.	Kl.	Gr.	Kl.	Gr.	Kl.							
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58							
%	%	%	%	%	%	KG.	KG.	KG.	KG.	KG.	KG.	KG.	KG.	KG.	KG.	KG.	KG.	KG.	KG.						
T E N.																									
20,4	6,4	13,9	12	3	6,6	42,5	35	38,5	37,4	30	32,5	50	38,5	44,5	40	31,6	35	—	—						
23	9,7	19	17,7	2,9	8,2	43,5	34	38,8	38,9	27,4	33,6	62	37	49	46	29	37	—	—						
35,9	4,65	13	10	1,5	5	42,5	28,7	37	35,2	25	30,0	54,7	34,2	43	38,4	26,4	32	—	—						
		16			7			38			31,5			46,6			35,4								
K E N.																									
37	12,5	23	7,3	2,2	4,2	44,4	35,7	39	35,5	29,3	32,5	64	42	52	38	31	34	—	—						
25,5	9,5	16,4	—	—	—	41,6	34,7	38,6	—	—	—	53,5	39,2	46,4	—	—	—	—	—						
		21						39						51											
V E N.																									
24,5	13,8	19,5	—	—	—	41	37	38	—	—	—	51	43,5	49	—	—	—	—	—						
34	16	24,4	—	—	—	42	37,6	39,6	—	—	—	64	46	55	—	—	—	—	—						
26	8	14	—	—	—	42,4	29,2	37,8	—	—	—	54	33	45	—	—	—	—	—						
		20						38						50											
I J Z E R.																									
26	10,6	19	—	—	—	41	36,3	38,6	—	—	—	56	42	48	—	—	—	—	—						
29,4	12,9	20,7	—	—	—	41	35	38	—	—	—	57	42	49	—	—	—	—	—						
25	6,7	14	—	—	—	43,7	31	37	—	—	—	52	35,6	44	—	—	—	—	—						
		19						38						48											
B A L K I J Z E R.																									
29,6	12	20	—	—	—	41	36	39,7	—	—	—	59	43	51	—	—	—	—	—						
I J Z E R.																									
46,6	22,3	38,4	—	—	—	46,3	39,2	43	—	—	—	—	—	70,4	—	—	—	—	35,5						
56	30,5	46	—	—	—	47	36	41	—	—	—	—	—	76	—	—	—	—	34,7						
		44						42						71					34,9						

Later zijn de voorwaarden nog iets verzwaard.

Voor den bovenbouw der brug over den Rijn te Reenen moest het getrokken ijzer behalve dat der dwarsliggers, waarop de spoorstaven onmiddellijk rusten, langsdraad kunnen weerstand bieden gedurende 15 minuten aan 38 kilogr. per vierk. mM. der dwarsdoorsneden; het ijzer der genoemde dwarsliggers moest met 36 kilogr. per vierk. mM. gedurende 15 minuten, zonder te scheuren of te barsten, kunnen getrokken worden.

Het brekingsgewicht was bij de beproeving van het ijzer voor de brug te Kuilenburg.

Voor plaatijzer		grootste	51.6	kleinste	35
» hoekijzer		»	45.1	»	35
» klinkboutijzer		»	51.3	»	39.5

Vele proeven toonen aan dat dunne platen betrekkelijk sterker zijn dan dikke.

Plaatstaal tot den bouw van bruggen kan langsdraad in den regel per vierk. cM. der doorsnede aan 4000 tot ruim 6000 kilogr. weerstand bieden. Gemiddeld is te stellen volgens verschillende Engelsche proefnemers voor zacht staal 4460 kilogr.; volgens de proefnemingen door Prof. Kennedy 1) voor zacht staal 4575 kilogr.; volgens het »memorandum» van Trail, Richards en Thomson 2) 4605 kilogr.

---

1) Engineering April 1881 blz. 436.

2) " Maart 1881 " 283 en Tijdsch. K. I. v. I. 1882/1883, Verhandelingen blz. 13.

RESULTATEN BETREFFENDE UITREKKING, GENOMEN UIT DE PROEVEN VAN  
 PROF. KENNEDY 1).

Afmetingen				Blijvende uitrekking.								Verhoudingen.		Opmerkingen.	
Breedte. cM.	Dikte. cM.	Doorsnede. vierk. cM.	In 6.35 cM. lengte bij de breuk.		In 25.4 cM. lengte zijde de geheele lengte.		In 19.4 cM. lengte buiten het breukvlak.		Blijvende uitrekking begint per vierk. cM.	Gelijkmatige uitrekking eindigt per vierk. cM.	Brekingsgewicht per vierk. cM.	XI	XII		
			cM.	%	cM.	%	cM.	%				XIII	XIII		
I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV		XV
				<b>I. Stalen Platen. 1)</b>											
	3,49	0,64		2,06	32,5	4,98	19,6	2,92	15,3	2115	2249	4671	0,45	0,48	
	10,16	0,64		2,18	34,3	5,05	19,9	2,90	15,1	2094	2978	4844	0,41	0,62	
	5,23	0,95		2,84	44,8	6,68	26,3	3,84	20,1	1751	2050	4383	0,40	0,47	
	8,89	0,95		3,28	51,7	6,68	26,3	3,73	19,6	1926	2279	4425	0,43	0,51	
	6,98	1,27		2,89	45,8	6,30	24,8	3,38	17,7	1455	2024	4560	0,32	0,44	
	middellijn.			<b>II. Stalen staven voor klinkbouten. 2)</b>											
	1,75			2,03	31,9	5,31	20,9	3,30	17,3	2528	2580	4594	0,55	0,56	
	2,38			1,93	30,4	5,05	19,9	3,12	16,4	2502	2776	4840	0,52	0,57	
	2,70			2,26	35,7	5,92	23,3	3,63	19,1	2331	2551	4309	0,54	0,59	

1) Engineering 29 April 1881, bladz. 436 en 437.

2) Engineering 6 Mei 1881, bladz. 459.

RESULTATEN GENOMEN UIT DE PROEVEN VAN KIRKALDY 1).

## Stalen platen.

SOORT.	Dikte in cM.	Brekingsge- wicht per vierk. cM.
Turton's gietstaal . . . .	0,65	6696
Naylors en Vickers » . . . .	0,63	5934
Moss en Gambles . . . . .	0,63	5082
»Homogenous» metal Shortridge en Howell. . . . .	0,48	6584
idem 2 <sup>e</sup> kwaliteit. . . . .	0,63	5130
Puddelstaal Mersey en Co. (ship plates).	0,32	6549
idem hard idem.	0,63	6603
idem week idem.	0,63	5086
idem shipplates idem.	0,68	5029
idem Blochairn . . . . .	0,48	6557
idem (Boiler plates). . . . .	0,78	5975

In vele bestekken voor den bouw der bruggen van de Nederl. Staatsspoorwegen vindt men opgegeven, dat het staal moet kunnen weerstand bieden aan 60 kilogr. trekkracht per vierk. mM. gedurende 15 minuten.

Het brekingsgewicht was bij de beproeving van het gebruikte staal aan de brug over de Lek te Kuilenburg per vierk. mM.

1) Het ijzer, zijne bewerking, eigenschappen, door professor D. Grothe 1873, Bladz. 147.

Voor plaatstaal	grootste 64	kleinste 60,	gem. 62,3	kilogr.
» hoekstaal	» 70,6	» 61	» 63,3	»
» klinkboutstaal	» 83	» 67,2	» 71,4	»

aan de brug over de Waal bij Bommel:

Plaat- en hoekstaal grootste 65,7 kleinste 57,5 gem. 61,1. »

In het contract der Glasgow spoorwegbrug (Amerika) aanbe-  
steed in 1878 door den Ingenieur der brug Wm Sooy Smith  
is bepaald, dat het staal aan een trekkracht moest onderworpen  
worden van 5631 kilogr. per vierk. cM. De samentrekking moest  
bij breken minstens 20<sup>o</sup>/<sub>o</sub> der oorspronkelijke doorsnede be-  
dragen. Het moest met 3377 kilogr. per vierk. cM. kunnen ge-  
trokken worden, terwijl men met een smidshandhamer een  
zwaren slag er tegen gaf en dan mocht, na wegneming der be-  
lasting, geen blijvende uitrekking waar te nemen zijn.

## II. Sterkte tegen samendrukking van gewalst ijzer en staal.

De vastheid van ijzer en staal tegen samendrukken vindt men  
zeer verschillend opgegeven. Gewoonlijk vallen de opgaven voor  
gewalst ijzer tusschen 2200 en 3500 kilogr. per vierk. cM.  
Gemiddeld kan stelling voor korte stukken 2800 à 3000 worden  
aangenomen.

De ingenieur Jhr. E. J. de Savornin Lohman vond evenwel in  
1871 uit 10 proeven den weerstand tegen druk van gesmeed ijzer  
gem. 11829 kilogr. per vierk. cM., terwijl uit de 5 laatste door  
hem opgegeven proeven, welke de heer Lohman voor de nauw-  
keurigheid hield, die weerstand 13691 kilogr. bedroeg. Alzoo een  
buitengewoon groot verschil met de overige opgaven.

De vastheid van staal tegen samendrukking is ook niet bij-  
zonder goed bepaald. Voor gewalst staal is te stellen 4000 tot  
6600 kilogr. per vierk. cM. In het hierboven genoemd contract  
der Glasgowbrug is bepaald, dat het staal moest weerstand kun-  
nen bieden aan een druk van 3377 kilogr. per vierk. cM.

Natuurlijk mogen de stukken ijzer of staal aan samendruk-  
king blootgesteld niet aan zijdelingsche buiging onderworpen zijn.

### III. Sterkte van platen en staven loodrecht op de richting der walsing.

Betreffende de afschuiving of afscheuring van ijzer loodrecht op de richting der walsing vindt men per vierk. cM. volgens:

	vastheid uitrekking	tegen afscheuring	verhouding
Harkort . . . . .	4158	2598	0,62 <sup>s</sup>
Lavalley . . . . .	4000	3181	0,79 <sup>s</sup>
Greig en Eyth . . . . .	3496	2992	0,85 <sup>s</sup>

Door de proeven van Wöhler is gebleken dat de afscheuring of afschuiving loodrecht op de richting der vezels kan aangenomen worden voor gesmeed ijzer op  $\frac{4}{5}$  van de absolute vastheid.

Voor week staal heeft men de volgende proeven.

Gem. diameter van de staaf cM.	Gem. brekings- gewicht per vierk. cM.	Gem. vastheid van hetzelfde materiaal per vierk. cM.	Verhouding van afscheuring tot brekingsgewicht percent.
2,54	3834	4324	88,7
2,25	4194	4839	86,7
1,68	3686	4594	80,3
Gemidd.	3904	4586	85,2

De kennis der afscheuring in een vlak evenwijdig aan de richting der walsing of der vezels is voor ijzer en staal nog zeer onbestemd.

IV. Invloed van ponsen, boren enz. Het is een zaak van beteekenis dat de gaten zoodanig in de platen gemaakt worden, dat deze daardoor bij en tusschen de gaten zoo weinig mogelijk worden benadeeld. Vele der proeven, tot nu toe genomen, schijnen geen overeenstemmende resultaten op te leveren. W. Fairbairn hield in »the Royal Society» te Londen in 1872

een voordracht 1), waarin hij beweerde, dat ponsen verkieslijker was dan boren, omdat het ponsen tevens een goed beproevingsmiddel van de qualiteit van het ijzer is en slecht plaatijzer bij het ponsen scheurt; daarin ligt evenwel een erkenning dat het ponsen het ijzer benadeelt. — Volgens het gemiddelde van vier proeven voor iedere wijze van klinken, zou de sterkte der *klinkbouten* in geboorde gaten  $6\frac{1}{2}$  ten honderd minder bedragen dan die in geponste gaten. Uit drie proeven zou gebleken zijn dat verbindingen, waarvan de gaten der bouten met afgeschuinde kanten zijn, 12 ten honderd meer weerstand kunnen bieden ten opzichte van den weerstand der bouten, dan verbindingen met niet afgeschuinde geboorde gaten, doch slechts  $2\frac{3}{4}$  ten honderd meer dan de verbindingen met niet afgeschuinde geponste gaten, want de weerstand tegen afscheuren wordt opgegeven te zijn per vierkante cM. van de doorsnede der bouten in:

afgeschuinde gaten . . . . . 3388 kilogr.

afgeschuinde gaten	{	geponst. . . . .	3300	»
		geboord . . . . .	3028	»

Men kwam daarbij dan verder tot de gevolgtrekkingen:

a. dat verbindingen met geboorde gaten zwakker zijn en minder verlengen vóór de breuk dan verbindingen met geponste gaten.

b. dat een bepaalde vermeerdering in de sterkte van den bout bestaat, wanneer de randen der boutgaten derwijze afgeschuind worden dat ze minder insnijden.

In de »Transactions of the North of England Institution of Mining and Mechanical Engineers for 1871" 2) komt ook een mededeeling voor van proeven, waaruit zou blijken dat platen met geboorde gaten niet sterker zijn dan platen met geponste. Men zegt er evenwel bij, dat de mededeeling wat onvolledig was.

Door den heer John Cochrane zijn eenige proeven openbaar gemaakt, genomen met staafijzer van Lowmoor en staaf- en plaatijzer van Staffordshire, waarin de gaten 1°. geponst, 2°. geponst en toen  $\frac{1}{8}$  eng. duim of ruim 3 mM. opgeruimd en 3°. geboord waren. De sterkte van het ijzer per vierk. eenheid-door-

1) Tijdschrift Kon. Inst. v. Ing<sup>rs</sup>. 1873/1874. Verhandelingen enz.; bladz. 192.

2) " " " " " 1873/1874. " " " 166.



snede verschilde weinig, maar toch waren volgens de mededeeling de geponste platen sterker dan de geboorde. Latere beoordeelaars hebben opgemerkt dat de proefstaven smal waren, waardoor vermoedelijk het ijzer bij het ponsen zijdelings is uitgeweken.

Enkele proeven, in Amerika genomen 1), met staafijzer, breed 44 mM., en dik 8 mM., toonden aan dat zulke staven zwakker waren met een geponst gat van 16 mM. middellijn, dan met een geboord gat van dezelfde middellijn en beide zwakker per vierkante mM. der doorsnede dan de volle staaf.

De gemiddelde sterkte per vierk. mM. *blijvende doorsnede*, verkregen bij 3 proeven, was voor:

de volle staaf (dus niet doorponst of doorboord)	42	kilogr.
» staaf met een geponst gat van 16 mM. middell.	26,98	»
» » » doorboord » » 16 » »	35,26	»

Het verdient opmerking, dat van de geboorde en geponste staven het overblijvend ijzer aan weerszijden van het gat gewoonlijk met minder kracht gebroken wordt dan van de staven zonder gat.

Toen men twee staven als boven met geponste gaten en ook twee staven als boven met geboorde gaten door een bout van 16 mM. aan elkander klonk en deze twee afzonderlijke verbindingen beproefde, was het resultaat als volgt:

1°. de *staven* met geponste gaten werden op de gaten afgescheurd bij een brekingsgewicht per vierk. mM. der doorsnede gemiddeld van 35,20 kilogr. voor de staven en van 40,36 kilogr. voor de bouten;

2°. van de verbinding met geboorde gaten werden *de klinknagels* afgesneden bij een brekingsgewicht per vierk. mM. der doorsnede, gem. voor de staven van 32,69 kilogr. voor de bouten van 37,48 kilogr.

Als klinkwerk was dus dat met geponste gaten sterker dan dat met geboorde gaten.

Opmerkelijk is 't dat de klinknagels bij de geboorde gaten werden afgesneden; deze gaten waren niet afgeschuind en daarin meende de commissie, die de proeven liet doen, de oorzaak te

1) Tijdschr. Kon. Inst<sup>t</sup>. v. Ing<sup>rs</sup>. 1873/1874. Verhandelingen enz. bladz. 166.

vinden van de minder sterke verbinding met geboorde gaten.

Proeven te Sterkrade genomen ten behoeve van de brug te Kuilenburg 1) hebben overtuigend aangetoond, dat platen met geboorde gaten sterker zijn dan die met geponste gaten.

Eerst werden vier platen beproefd door uitrekking Pl. 13, fig. 25, de breuk vertoonde zich steeds ter plaatse van het geponste gat. Daarna werden twintig staven, waarvan een gedeelte met geboorde en de rest met geponste gaten voorzien waren, aan dezelfde proef onderworpen Pl. 13, fig. 26.

Het resultaat was als volgt:

OMSCHRIJVING.	Aantal proeven.	Brekingsgewicht in kilogr. per vierk. mM. der netto doorsnede.		
		Grootste.	Kleinste.	Gemiddeld.
Geboorde gaten . .	5	39,5	35,2	37,3
Geponste gaten zonder opboring. . .	6	34,1	30,9	32,6
Geponste gaten met opboring der boutgaten tot $\frac{1}{20}$ groo- ter middellijn. . .	6	35,2	32	33,2
Geponste gaten met opboring der boutgaten tot $\frac{1}{10}$ groo- ter middellijn. . .	3	36,5	34,4	35,3

De platen met geponste en daarna opgeboorde gaten hadden tusschen deze gaten een gelijke breedte van 40 mM.

Men deelt verder bij die proeven mede, dat de korte afstand der boutgaten het voordeel van het boren bij deze proeven duidelijk deed aan den dag komen.

De heer van Ruth 2) heeft proeven genomen tot onderzoek

1) Tijdschr. Kon. Inst. v. Ing<sup>rs</sup>. 1871/1872. Verhandelingen enz. blad. 274.

2) Tijdschrift Kon. Ind. v. Ing<sup>rs</sup>. 1875/1876. Notulen enz. blad. 83.

naar den weerstand van plaat- en hoekijzer met geponste en geboorde gaten, alsmede tot onderzoek naar den weerstand van ijzeren en stalen klinknagels in afgeschuinde en niet afgeschuinde gaten; uit de eerste twaalf proeven blijkt dat het ijzer met geboorde gaten, hoewel de kanten niet waren afgeschuind, steeds belangrijk meer heeft gedragen dan dat met geponste gaten; bij langsdraadijzer is het verschil van 8 tot  $18\frac{1}{2}$  ten honderd, bij dwarsdraadjijzer van  $5\frac{1}{2}$  tot 8 ten honderd. — Ook meent men te kunnen aannemen dat het verschil toeneemt, zoo de gaten dichter bij den kant der plaat worden geboord of geponst en dat verschil afneemt zoo de pons in goeden scherpen toestand verkeert.

Het brekingsgewicht bedroeg per vierk. mM. der doorsnede voor de proefstukken

met geboorde gaten van: 33,6 tot 45,14 kilogr.

met geponste » » 31,5 » 36,00 »

Uit een twintigtal proeven omtrent den weerstand tegen afschuivende krachten van ijzeren klinknagels en van klinknagels van Bessemer staal is gebleken dat de klinknagels in de afgeschuinde gaten steeds den meesten weerstand boden. Het verschil was voor de ijzeren 6 tot 15 ten honderd, voor de stalen 6 tot  $20\frac{1}{2}$  ten honderd. De weerstand bedroeg per vierk. mM. der doorsnede van de ijzeren klinkbouten 32 tot 48 kilogr. in de afgeschuinde en 28 tot 43 kilogr. in de niet afgeschuinde gaten, voor de stalen 42 tot 51, in de afgeschuinde 35 tot 48 in de niet afgeschuinde gaten. De maat van afschuining der gaten bedroeg hoogstens 2 mM. Elke staaf werd afgedraaid tot een middellijn van 15 mM. en was zoo lang, dat twee proefnagels daaruit konden gemaakt worden, namelijk een voor het afgeschuinde en een voor het niet afgeschuinde gat van elke proef.

Uit proeven 1), hoofdzakelijk in Engeland, door verschillende waarnemers met *geponste* platen genomen, blijkt dat de vastheid daarvan tegen uitrekking bedraagt voor ijzeren platen: 2300 à 3500 kilogr. per vierk. cM., veelal 2600 à 2800 en dat het verlies

1) Engineering Febr. 1880, bladz. 129.

in procenten op de oorspronkelijke vastheid verschilt van 5 tot 33, doch dat het meestal valt tusschen 12 en 20%; voor stalen platen: 1760 à 5000 kilogr. per vierk. cM., veelal 3600 en dat het verlies op oorspronkelijke vastheid verschilt van 2 tot 51%, doch dat het meestal tusschen 18 en 30% begrepen is.

Een geheel ander resultaat hebben de proeven van professor Kennedy met week staal geleverd, zooals onderstaande staten aanduiden 1).

PLATEN. Geboord of geponst.	Plaat- dikte. cM.	Onderlinge afstand der gaten hart op hart. cM.	Mid- dellijn der gaten. cM.	Vastheid in kilogr. per vierk. cM. voor de breedte van				Gem. vast- heid per vierk. cM.	Vast- heid der volle plaat per vierk. cM.	Verhou- ding van gemidd. vastheid tot vastheid volle plaat.
				5,08	11,16	15,24	20,32			
				cM.	cM.	cM.	cM.			
Geboord. .	0,64	5,08	2,39	5830	5972	6255	5980	6010	5433	1,106
Geponst. .	0,63	5,08	2,25	5658	5442	5335	5446	5470	5406	1,012
Geboord. .	0,93	5,08	2,36	5617	5523	5461	5543	5536	4948	1,119
Geponst. .	0,93	5,08	2,25	5406	5420	5283	5397	5376	4959	1,084

De proefstukken waren zooals Pl. 13 fig. 27 aangeeft.

Uit deze proeven blijkt, dat de platen met geboorde gaten gemidd. 11% en met geponste gaten gemidd. 4,8% sterker zijn dan de volle plaat.

Een nadere reeks van proeven van Kennedy 1), waarvan het staal der volle plaat gemidd. 4556 kilogr. vastheid per vierk. cM. had, gaf met de zoeven genoemde proeven zeer overeenstemmende resultaten, namelijk ruim 11% van de geponste en 6% van de geboorde platen vermeerdering van sterkte.

Men beweert, dat het halve gat aan weerszijden der proef-

1) Engineering 6 Mei 1881, bladz. 460.

stukken, fig. 27, zeer veel bijgedragen heeft om de kracht gelijkmatig op de doorsnede te verdeelen en dat daarin de oorzaak ligt van betrekkelijk meer sterkte van de platen met gaten dan zonder gaten, omdat bij uitrekking eener volle plaat de kracht in het midden het grootst is en scheuring der plaat van het midden naar de kanten plaats heeft.

In goede constructies behoeft dit laatste feit evenwel niet voor te komen.

In het reeds genoemd Memorandum der heeren Trail, Richards en Samson komt de volgende staat voor:

PROEFSTUKKEN.	Gemiddelde spanning per vierk. cM. der netto doorsnede tusschen de gaten voor de platen, dik:			
	6,3 mM.	12,7 mM.	19 mM.	25,4 mM.
	kilogr.	kilogr.	kilogr.	kilogr.
Geboord . . . . .	5703	5109	4983	4633
Geponst . . . . .	5030	4336	3872	3310
idem en gegloeid.	5262	4843	4733	4381
Massieve platen . .	4985	4591	4677	4362

De verhoudingen zijn dus:

					Gem.
$\frac{\text{Geboorde plaat}}{\text{massieve plaat}} =$	1,144	1,113	1,065	1,062	1,093
$\frac{\text{Geponste plaat}}{\text{massieve plaat}} =$	1,009	0,944	0,828	0,759	0,885
$\frac{\text{Geponst en gegloeide plaat.}}{\text{massieve plaat}} =$	1,056	1,055	1,010	1,004	1,031

De plaats der gaten was:

Voor de proefplaten dik 6,3 en 12,7 mM. als op Pl. 13 fig. 28a.

» » » » 19 » 25,4 » » » » »

ten deele als Pl. 13, fig. 28a en ten deele als fig. 28b.

§ 42. Constructie van den grondweerstand bij eene bovenbegrenzing volgens een plat vlak onder willekeurige helling. De hier te volgen constructie komt weer geheel overeen met die, welke in § 30 voor den gronddruk is uiteengezet.

Trekken wij namelijk in fig. 6 Pl. 7 de lijn EM evenwijdig met AC, dan is in verband met form. (II'') van § 39:

$$\text{Inh. ABC} = \text{Inh. ACE} = \text{Inh. ACM.}$$

en dus:  $BC = CM.$

Verlengen wij verder AK en CB tot zij elkaar in D ontmoeten en letten op de evenwijdigheid van AC met EM en van CE met BK, dan vinden wij:

$$\frac{AE}{AD} = \frac{CM}{CD} = \frac{BC}{CD} = \frac{KE}{DE}$$

waaruit volgt:  $AE \times DE = AD \times KE$

of, als wij hiervan aan beide zijden  $AE \times AD$  aftrekken:

$$AE^2 = AD \times AK.$$

De lijn AE is dus wederom midden evenredig tusschen AD en AK.

Ter bepaling van E beschrijven wij dus op AD als middellijn, fig. 7 Pl. 7, een halven cirkel, trekken uit K de lijn AN loodrecht op AD en nemen AE gelijk aan AN. Trekken wij eindelijk EC evenwijdig met de richtlijn KB, dan is het punt C bepaald en daarmee kan de constructie voor den grondweerstand op de bekende wijze worden voortgezet.

§ 43. Berekening van den grondweerstand bij eene bovenbegrenzing volgens een plat vlak onder willekeurige helling. Het zal niet noodig zijn de afleiding van de formules voor den grondweerstand in dit geval hier uitvoerig mede te deelen, aangezien die volkomen overeen stemt met de ontwikkeling in § 31 gegeven, met verandering alleen van de teekens van  $\mu$  en  $\mu'$ . Wij geven dus hier alleen de uitkomsten der berekening, met verwijzing naar Pl. 7 fig. 8, voor zooverre betreft den zin waarin de hoeken  $\alpha$ ,  $\varphi$  en  $\varepsilon$  bedoeld zijn.

De helling  $\varphi$  van het verschuivingsvlak wordt dan bepaald door:

$$\operatorname{ctg}(\varphi - \varepsilon) = \frac{\cos(\alpha - \mu - \mu' - \varepsilon) + \sqrt{\frac{\sin(\alpha - \mu') \sin(\mu + \mu')}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\mu + \varepsilon)}}}{\sin(\alpha - \mu - \mu' - \varepsilon)} \quad (1.)$$

terwijl wij voor den grondweerstand vinden:

$$W = \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{H}{\sin \alpha} \right)^2 \times \\ \times \frac{\sin^2(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha - \mu')}{\sin^2(\alpha - \mu - \mu' - \varepsilon)} \left[ 1 + \sqrt{\frac{\sin(\mu + \varepsilon) \sin(\mu + \mu')}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha - \mu')}} \right]^2 \quad (2.)$$

Of als wij den hulphoek  $\nu$  invoeren, bepaald door een van de formules:

$$\left. \begin{aligned} \sin^2 \nu &= \frac{\sin(\mu + \varepsilon) \sin(\mu + \mu')}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha - \mu')} \\ \cos^2 \nu &= \frac{\sin(\alpha + \mu) \sin(\alpha - \mu - \mu' - \varepsilon)}{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha - \mu')} \end{aligned} \right\} \quad (3.)$$

of:

$$\operatorname{tg}^2 \nu = \frac{\sin(\mu + \varepsilon) \sin(\mu + \mu')}{\sin(\alpha + \mu) \sin(\alpha - \mu - \mu' - \varepsilon)},$$

$$W = \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{H}{\sin \alpha} \right)^2 \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu)}{\sin(\alpha - \mu - \mu' - \varepsilon)} \operatorname{tg}^2(45^\circ + \frac{1}{2} \nu) \quad (4.)$$

waaruit wij zien dat ook de hulphoek  $\nu$  in de formule van teeken verandert.

Bovenstaande formule geeft den grondweerstand in het meest algemeene geval van een plat bovenvlak. De in § 40 en § 41 behandelde gevallen moeten daaruit dus kunnen afgeleid worden.

Stelt men in form. (2.)  $\varepsilon = 0$  en  $\mu' = 0$ , dan gaat zij over in:

$$W = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{1}{\sin \alpha} \left[ \frac{\sin \alpha + \sin \mu}{\sin(\alpha - \mu)} \right]^2 = \frac{1}{2} \gamma H^2 \frac{1}{\sin \alpha} \left[ \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \mu)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \mu)} \right]^2$$

Voor  $\varepsilon = 0$ ,  $\mu' = 0$  en  $\alpha = 90^\circ$  volgt uit form. (3.)  $\nu = \mu$  en dit in form. (4.) overbrengende, volgt er:

$$W = \frac{1}{2} \gamma H^2 \operatorname{tg}^2(45^\circ + \frac{1}{2} \mu).$$

Dat zijn de twee formules van § 40.

Stellen wij eindelijk  $\varepsilon = -\mu$ , dan geeft form. (3.);  $\nu = 0$  en dus form. (4.):

$$W = \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{H}{\sin \alpha} \right)^2 \frac{\sin^2 (\alpha + \mu)}{\sin (\alpha - \mu')},$$

zoals in § 41 rechtstreeks gevonden is.

§ 44. Grondweerstand bij eene bovenbegrenzing volgens verschillende platte vlakken. De behandeling van den grondweerstand bij eene bovenbegrenzing van den grond volgens verschillende platte vlakken kan, zoowel wat de graphische bepaling als wat de berekening betreft, op overeenkomstige wijze plaats hebben, als in § 30 tot § 34 voor den gronddruk is uiteengezet. Daar deze gevallen echter voor de praktijk van minder belang zijn, zullen wij daarbij niet langer stilstaan

Het eenige dat hierbij van praktisch belang kan zijn, is de voorwaarde na te gaan voor het al of niet eindigen van het verschuivingsvlak AC fig. 9 Pl. 7 in het gedeelte BB' van de bovenbegrenzing; want daardoor wordt de grens bepaald, tot op welken afstand van een muur de grond onder eene willekeurige helling B' B'' kan worden afgegraven, zonder dat de weerstand, dien de grond biedt, verminderd wordt.

Het is duidelijk dat, zoodra men bij die afgraving voorbij het punt C komt, b.v. in B', het verschuivingsvlak niet meer in BB' maar in B'₁B''₁ zal gaan eindigen en de grondweerstand dus geringer zal worden. Het punt C geeft dus de gevraagde grens aan, en de afstand BC, waarop dit punt van den muur gelegen is, kan gemakkelijk door constructie of door berekening gevonden worden.

Voor de constructie verwijzen wij naar fig. 7 Pl. 7 en § 42 waarin dat zelfde punt C voor een ander doeleinde geconstrueerd is. Voor de berekening vinden wij uit fig. 8 Pl. 7 onmiddellijk:

$$BC = AB \frac{\sin (\alpha - \varphi)}{\sin (\varphi - \varepsilon)} = AB \left[ \sin (\alpha - \varepsilon) \operatorname{ctg} (\varphi - \varepsilon) - \cos (\alpha - \varepsilon) \right]$$

of, als wij voor  $\operatorname{ctg} (\varphi - \varepsilon)$  de waarde uit form. (1.) van de vorige paragraaf overnemen:

$$BC = AB \frac{\sin (\mu + \mu')}{\sin (\alpha - \mu - \mu' - \varepsilon)} \left( 1 + \sqrt{\frac{\sin (\alpha - \varepsilon) \sin (\alpha - \mu')}{\sin (\mu + \mu') \sin (\mu + \varepsilon)}} \right)$$



welke uitdrukking door het invoeren van den hulphoek  $\nu$  overgaat in:

$$BC = AB \frac{\sin(\mu + \mu')}{\sin(\alpha - \mu - \mu' - \varepsilon)} \frac{1 + \sin \nu}{\sin \nu}.$$

In het bijzonder geval van een horizontaal bovenvlak ( $\varepsilon = 0$ ) en een gladden muur ( $\mu' = 0$ ) neemt bovenstaande formule den volgende eenvoudigen vorm aan:

$$BC = AB \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \mu)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \mu)}.$$

Nemen wij b.v. AB verticaal ( $\alpha = 90^\circ$ ) en  $\mu = 45^\circ$ , voor kleigrond, dan vinden wij:

$$BC = AB \operatorname{tg} 67^\circ 30' = 2,414 H$$

en  $\mu = 32^\circ$  voor zandgrond:

$$BC = AB \operatorname{tg} 61^\circ = 1,732 H.$$

### § 45. Aangrijpingspunt van den grondweerstand.

Ter bepaling van de hoogte van het aangrijpingspunt van den grondweerstand kunnen wij dezelfde redeneeringen volgen, die in § 36 gegeven zijn voor de bepaling van het aangrijpingspunt van den gronddruk; daaruit volgt onmiddellijk voor die hoogte:

$$K = \frac{1}{W} \int_0^H W_x dx. \quad (\text{III.})$$

Voor het geval van een plat bovenvlak van den grond is  $W_x$  evenredig met  $x^2$  en bovenstaande formule geeft dus onmiddellijk:

$$K = \frac{1}{3} H.$$

evenals bij den gronddruk.

§ 46. Grondweerstand bij bovenbelasting. De aanwezigheid van eene bovenbelasting vermeerderd den grondweerstand, doordien met den grond ook de bovenbelasting opgeheven moet worden. Om deze in rekening te brengen moeten wij, evenals

bij den gronddruk, tot de formules (I.) en (II.) van § 38 terugkeeren.

Beschouwen wij hier ook alleen het geval van een plat bovenvlak en eene bovenbelasting van  $q$  gewichtseenheden per vierkante eenheid oppervlakte, dan vinden wij evenals in § 35, als wij dezelfde hulphoogte

$$H' = \frac{q}{\gamma} \frac{\sin \alpha}{\sin(\alpha - \varepsilon)}$$

invoeren:

$$W = \frac{1}{2} \gamma \frac{H^2 + 2 H H' \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha + \mu)}{\sin(\alpha - \mu - \mu' - \varepsilon)}}{\sin^2 \alpha} \operatorname{tg}^2(45^\circ - \frac{1}{2} \nu).$$

Voor de hoogte van het aangrijppingspunt van dien weerstand vinden wij evenals in § 15

$$K = \frac{1}{3} H \frac{H + 3 H'}{H + 2 H'}$$

dus gelegen tusschen  $\frac{1}{3}$  en  $\frac{1}{2}$  van de hoogte  $H$ .

## HOOFDSTUK V.

### BEREKENING DER BESCHOEIINGEN.

---

§ 47. **Inleiding.** De beschoeiingen vinden hun steun in den grond, door den weerstand, die in den grond wordt opgewekt; het gewicht van de beschoeiing draagt zeer weinig bij tot den vasten stand daarvan. De onderdeelen van de beschoeiing bieden aan de daarop werkende krachten weerstand door de elasticiteit van het materiaal.

Tweeërlei soort van afmetingen moeten bij de beschoeiingen bepaald worden, namelijk: de afmetingen aan sommige deelen te geven om in den grond den noodigen weerstand te vinden en de afmetingen, die de onderdeelen der beschoeiing moeten bezitten om aan de daarop werkende krachten zelf weerstand te kunnen bieden.

Het bepalen van die afmetingen is niet altijd even gemakkelijk, in sommige gevallen zelfs onmogelijk; hoofdzakelijk door de omstandigheid, dat het niet altijd mogelijk is, om zelfs maar bij benadering de krachten na te gaan, die door den grond op de samenstellende deelen van de beschoeiing worden uitgeoefend.

In de volgende bladzijden zullen wij trachten, om, waar zulks op eene eenigszins rationeele wijze kan geschieden, die afmetingen te vinden. Daar waar het blijkt, dat die afmetingen langs rationeelen weg door berekening niet te bepalen zijn, moet de praktijk, gesteund op de ondervinding, die afmetingen leeren kennen.

De behandeling van dit onderwerp was niet gemakkelijk, omdat wij nergens dit onderwerp behandeld vonden en dus alle beschouwingen van den grond af moesten opbouwen. De omstandigheid, dat de door ons verkregen uitkomsten, in de gevallen, die zich in de praktijk het meest voordoen, niet al te veel afwijken van hetgeen de ondervinding als doelmatig heeft leeren kennen, geeft ons het vertrouwen dat de verkregen uitkomsten gerust mogen worden toegepast.

Wij behandelen hier vooreerst de meest gewone inrichting der beschoeiingen en vullen dat later aan met de berekening van die onderdeelen van gewijzigde inrichtingen van beschoeiingen, die eene andere behandeling vorderen.

§ 48. **Damplanken.** De afmetingen aan de damplanken te geven vloeien dikwijls, vooral bij damplanken van geringe afmetingen, voort uit eischen van constructie. De lengte wordt veelal afgeleid uit de diepte, die op korten afstand vóór de beschoeiing aanwezig is of door baggering of uitschuring kan worden verwacht; de dikte moet zoodanig zijn, dat zij behoorlijk kunnen worden ingeheid. Juist na te gaan de krachten, die op de damplanken werken, is uiterst moeielijk, zoo niet onmogelijk, vooral wanneer de damplanken eene grootere lengte hebben dan het hierna te bepalen minimum; omdat de grondweerstand aan den voorkant der planken niet tot zijne volle ontwikkeling komt en de gronddruk aan den achterkant in dat geval ook niet juist bepaald kan worden.

Wel kan men de geringste lengte bepalen, die de damplanken moeten hebben, om aan de drukking van den grond weerstand te bieden en in dat geval kan men ook de krachten nagaan, die er op werken en de dikte bepalen, die de planken minstens moeten bezitten. Worden de damplanken om andere reden langer genomen, dan zullen zij meer steun in den grond vinden; in het algemeen zullen zij dan ook genoegzame sterkte bezitten, hoewel dit niet rechtstreeks is aan te toonen, omdat men in dat geval niet juist kan nagaan de krachten, die er op werken. De damplanken iets dikker te nemen, dan de berekening vordert, kan nooit schaden.

De damplank DC fig. 1 vindt steun tegen de zandstrook D en tegen den grond, waarin over het gedeelte BC, grondweerstand wordt opgewekt, door den gronddruk aan den achterkant

Fig. 1.

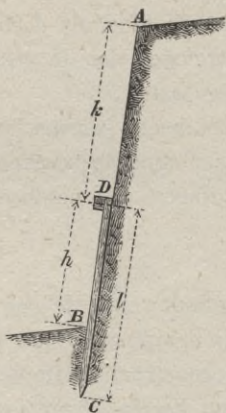
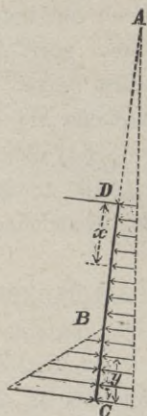


Fig. 2.



van de damplank. Is deze echter te kort, dan zal de grondweerstand niet groot genoeg zijn om evenwicht te maken met den gronddruk. Door de damplank langer te nemen zal de grondweerstand in sterkere mate toenemen dan de gronddruk en bij zekere lengte  $l$  zal er evenwicht bestaan. Dit is dan de geringste lengte, die de damplank moet hebben. Bij grootere lengte komt de grondweerstand aan den voorkant niet tot zijne volle ontwikkeling en zal de damplank dus tegen den grond altijd voldoende weerstand vinden.

Bij de berekening van de damplanken is het niet noodig de breedte daarvan in de berekening op te nemen, omdat zowel de gronddruk als de grondweerstand en de weerstand van de damplanken tegen doorbuiging rechtstreeks evenredig zijn met de breedte. Wij kunnen dus volstaan met eene strook ter breedte van de eenheid te beschouwen. Verder zullen wij onderstellen, dat de grond zowel achter als voor de damplank aan den bovenkant begrensd is door een enkel plat vlak. De gronddruk en grondweerstand kunnen dan, zooals uit § 31 en § 43 volgt, voorgesteld worden door eene uitdrukking van den vorm:

$$R = \frac{1}{2} r \left( \frac{H}{\sin \alpha} \right)^2 = \frac{1}{2} r z^2, \quad W = \frac{1}{2} w \left( \frac{H}{\sin \alpha} \right)^2 = \frac{1}{2} w z^2$$

waarin  $z$  de afstand voorstelt gemeten in de richting van de damplank respectievelijk tot de punten A en B. Uit bovenstaande formules volgt, dat de drukking, die per eenheid van oppervlak wordt uitgeoefend, in een punt op eene afstand  $z$  van A of B uitgedrukt wordt door  $rz$  respectievelijk  $wz$ . Eindelijk zullen wij aannemen, dat er geen wrijving heerscht tusschen den grond en de damplank; eene eenigszins ongunstige veronderstelling, die gewettigd is door de omstandigheid, dat bij vochtige aarde die wrijving zeer gering is, zoodat het dus veilig is daarop niet te rekenen.

Beschouwen wij nu het in fig. 1 en 2 voorgestelde geval, dan hebben wij een balk, die in het punt D ondersteund is, over de volle breedte eene belasting draagt, die in ieder punt evenredig is met den afstand tot het punt A en over het gedeelte BC een tegendruk ondervindt in ieder punt, evenredig met den afstand tot het punt B.

De op den achterkant DC uitgeoefende druk is volgens het bovenstaande gelijk aan:

$$\frac{1}{2} r \{ (l+k)^2 - k^2 \} = \frac{1}{2} r (l^2 + 2lk)$$

de tegendruk aan den voorkant:

$$\frac{1}{2} w (l-h)^2,$$

waarin  $h$ ,  $k$  en  $l$  de in fig. 1 aangewezen lengten voorstellen. Het verschil van deze beiden geeft de drukking  $D$  op de zandstrook, namelijk:

$$D = \frac{1}{2} r (l^2 + 2lk) - \frac{1}{2} w (l-h)^2 \quad (1.)$$

De momenten van de drukkingen op DC en BC ten opzichte van het punt D zijn respectievelijk:

$$rkl \frac{1}{2} l + \frac{1}{2} r l^2 \frac{2}{3} l = \frac{1}{6} r (2l^3 + 3l^2k)$$

en:  $\frac{1}{2} w (l-h)^2 \left( \frac{2}{3} l + \frac{1}{3} h \right) = \frac{1}{6} w (2l^3 - 3l^2h + h^3).$

Zal er nu evenwicht zijn dan moeten beide momenten aan elkaar gelijk zijn, waaruit voor de bepaling van  $l$  volgt:

$$r(2l^3 + 3l^2k) = w(2l^3 - 3l^2h + h^3) \quad (2.)$$

Aangezien deze derde machtsvergelijking geen term bevat,

waarin  $l$  tot de eerste macht voorkomt en drie bestaانبare wortels bezit, zoo kunnen wij daarop de bekende goniometrische oplossing toepassen, als wij  $\frac{h}{l} = \rho \sin \lambda$  stellen, waarin  $\rho$  en  $\lambda$  twee nieuwe onbekenden zijn. Als wij hieruit  $l$  oplossen, namelijk:

$$l = \frac{h}{\rho \sin \lambda} \quad (3.)$$

en deze waarde in (2.) overbrengen, dan komt er na deeling door  $wh^3$  en vermenigvuldiging met  $\sin^3 \lambda$ :

$$\frac{2r}{\rho^3 w} + \frac{kr}{hw} \frac{3}{\rho^2} \sin \lambda = \frac{2}{\rho^3} - \frac{3}{\rho^2} \sin \lambda + \sin^3 \lambda.$$

Vervangen wij hierin den term  $\sin^3 \lambda$  door zijne waarde  $\frac{3}{4} \sin \lambda - \frac{1}{4} \sin 3\lambda$  en vatten de termen in  $\sin \lambda$  samen, dan vinden wij de vergelijking:

$$\left[ \frac{3}{\rho^2} \left( 1 + \frac{kr}{hw} \right) - \frac{3}{4} \right] \sin \lambda + \left[ \frac{1}{4} \sin 3\lambda - \frac{2(w-r)}{\rho^3 w} \right] = 0$$

waaraan voldaan wordt door de twee tusschen vierkante haakjes geplaatste termen gelijk nul te stellen; waaruit dus volgt:

$$\rho = 2 \sqrt{1 + \frac{kr}{hw}} \quad (4.)$$

$$\sin 3\lambda = \frac{8(w-r)}{\rho^3 w} \quad (5.)$$

waardoor in verband met form. (3) de lengte  $l$  van de damplanken gevonden wordt.

Is de lengte  $l$  uit (3.) berekend, dan wordt de drukking  $D$  op de zandstrook gevonden uit form. (1.). Ten einde deze zooveel mogelijk te vereenvoudigen, substitueeren wij daarin de waarde van  $w$  uit form. (2.):

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2} r (l^2 + 2kl) - \frac{1}{2} r \frac{2l^3 + 3l^2k}{2l+h} = \\ &= \frac{1}{2} r \frac{2l^3 + l^2h + 4l^2k + 2lkh - 2l^3 - 3l^2k}{2l+h} \end{aligned}$$

of, indien wij teller en noemer door  $l$  deelen en in den noemer  $\frac{h}{l}$  door  $\rho \sin \lambda$  vervangen:

$$D = \frac{1}{2} r \frac{l(h+k) + 2hk}{2 + \rho \sin \lambda} \quad (6.)$$

Ter bepaling van de dikte der damplanken dienen wij de maximum-waarde van het moment  $M$  van de uitwendige krachten, die aan eene zijde van een willekeurige dwarsdoorsnede op den balk werken, op te maken.

Het punt, waar dit moment een maximum wordt, ligt daar, waar de som van de uitwendige krachten, die aan eene zijde van dat punt op den balk werken, nul wordt. Ligt dat maximumpunt, de zoogenaamde gevaarlijke doorsnede, op het gedeelte BC op een afstand  $y$  van het punt C, dan is het doelmatic de som te nemen van de krachten, die op het gedeelte  $y$  werken. Deze som is:

$$\begin{aligned} & \{w(l-h)y - \frac{1}{2}wy^2\} - \{r(l+k)y - \frac{1}{2}ry^2\} = \\ & = y \{w(l-h) - r(l+k)\} - \frac{1}{2}(w-r)y^2. \end{aligned}$$

Stellen wij deze uitdrukking gelijk nul en lossen wij  $y$  op, dan vinden wij:

$$\begin{aligned} y &= 2 \frac{w(l-h) - r(l+k)}{w-r} = 2l \left( 1 - \frac{wh + rk}{l(w-r)} \right) = \\ & = 2l \left( 1 - \frac{1 + \frac{kr}{hw}}{\frac{l}{h} \frac{w-r}{w}} \right) \end{aligned}$$

welke uitdrukking ingevolge de formules (3.), (4.) en (5.) overgaat in:

$$y = 2l \left( 1 - 2 \frac{\sin \lambda}{\sin 3\lambda} \right) = 2l \frac{\text{tg } \lambda}{\text{tg } 3\lambda} \quad (7.)$$

Het moment van de uitwendige krachten op het gedeelte  $y$  van den balk werkende, ten opzichte van het punt op een afstand  $y$  van punt C, is:



## 140 Berekening der beschoeiingen.

$$M = \frac{1}{2} w (l - h) y^2 - \frac{1}{6} w y^3 - \frac{1}{2} r (l + k) y^2 + \frac{1}{6} r y^3 = \\ = \frac{1}{2} (w - r) y^2 \left( \frac{w (l - h) - r (l + k)}{w - r} - \frac{1}{3} y \right),$$

waaruit, met behulp van de boven gevonden uitdrukking voor  $y$ , voor het maximum-moment volgt:

$$M_{\max} = \frac{w - r}{12} y^3 \quad (8.)$$

Ligt de gevaarlijke doorsnede op het gedeelte BD van de damplank, op een afstand  $x$  van het punt D en nemen wij de som van de krachten, die op dat gedeelte van den balk werken, namelijk:

$$D - r k x - \frac{1}{2} r x^2,$$

dan vinden wij, door deze uitdrukking gelijk nul te stellen, voor de plaats van de gevaarlijke doorsnede:

$$x = \sqrt{k^2 + \frac{2D}{r}} - k. \quad (9.)$$

Het moment van de krachten, die op dat gedeelte werken, ten opzichte van het punt op den afstand  $x$  van het punt D, is:

$$M = D x - \frac{1}{2} r k x^2 - \frac{1}{6} r x^3$$

en hieruit volgt voor de waarde  $x$  uit form. (9.) het maximum moment:

$$M_{\max} = \frac{1}{2} r x^2 \left( k + \frac{2}{3} x \right) \quad (10.)$$

Welke van de formules (7.) en (8.) of (9.) en (10.) men moet bezigen, is het best op te maken uit formule (9.). Opdat de gevaarlijke doorsnede gelegen zij op het gedeelte BD, moet

$x$  kleiner zijn dan  $h$ , of  $\sqrt{k^2 + \frac{2D}{r}}$  kleiner dan  $(h + k)$  of

$$\frac{2D}{r} < h^2 + 2 h k \quad (11.)$$

Is aan deze voorwaarde niet voldaan, dan ligt de gevaarlijke

doorsnede beneden het punt B en moeten de formules (7.) en (8.) worden toegepast.

Ter bepaling van de dikte der damplanken moet men het maximum-moment gelijk stellen aan:  $\frac{JT}{e}$ , waarin  $J$  het traagheidsmoment van de doorsnede,  $T$  de per eenheid van oppervlak toetelaten drukking of spanning en  $e$  de afstand van de uiterste vezel tot de neutrale as beteekent. Stellen wij de dikte door  $d$  voor, dan is hier  $J = \frac{1}{12} d^3$  en  $e = \frac{1}{2} d$ , waardoor bovenstaande uitdrukking overgaat in  $\frac{1}{6} T d^2$ . Deze uitdrukking gelijk stellende aan  $M_{max}$  vindt men voor de dikte der damplanken:

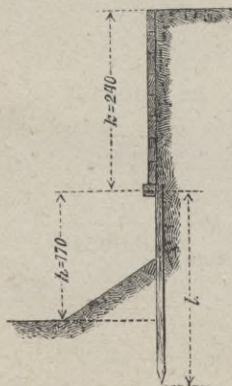
$$d = \sqrt[3]{\frac{6 M_{max}}{T}} \quad (12.)$$

Recapituleeren wij thans de ontwikkelde formules, dan heeft men in de eerste plaats de hulpgrootheden  $\rho$  en  $\lambda$  te berekenen uit (4.) en (5.). De lengte der damplanken volgt dan uit (3.) en de drukking op de zandstrook uit (6.). Berekent men nu de grootheid  $h^2 + 2hk$ , dan worden de plaats van de gevaarlijke doorsnede en het maximum-moment berekend uit (7.) en (8.)

indien  $h^2 + 2hk < \frac{2D}{r}$  is en uit (9.) en (10.) indien  $h^2 + 2hk > \frac{2D}{r}$ .

Geeft men aan de damplanken, om redenen buiten bovenstaande

Fig. 3.



berekening gelegen, eene grootere lengte, dan volgens formule (3.), dan moet men toch de geheele berekening uitvoeren met de volgens die formule berekende lengte, omdat van die formule gebruik gemaakt is, om de volgende formules onder eenvoudigen vorm te brengen.

Ter nadere toelichting geven wij hier de berekening van de damplanken voorkomende in de beschoeiing fig. 4, Pl. 1, die, voor zoo verre wij ze hier noodig hebben, in fig. 3 is overgeteekend. De geringe hoeveelheid grond, die boven den kanaal-

## 142 Berekening der beschoeiingen.

bodem tegen de damplanken ligt, laten wij buiten rekening, omdat die gemakkelijk kan wegspoelen. De druk van het water blijft ook buiten beschouwing, omdat de beschoeiing ook bestand moet zijn tegen den gronddruk, als de tegendruk van het water er niet op werkt; en, daar de beschoeiing niet volkomen dicht is, het water ook aan den achterkant komt en den druk aan den voorkant gedeeltelijk opheft.

Daar de damplanken verticaal staan en de boven begrenzing van den grond zoo vóór als achter de beschoeiing horizontaal is, zoo is:

$$r = \gamma \operatorname{tg}^2 (45^\circ - \frac{1}{2} \mu) \quad w = \gamma \operatorname{tg}^2 (45^\circ + \frac{1}{2} \mu)$$

Nemen wij nu  $\mu = 36^\circ$  en voor het gewicht van den kubieken meter grond 1700 kilogram, dan is, als wij den *centimeter* als eenheid aannemen:  $\gamma = 0,0017$ . Verder is  $h = 170$  en  $k = 240$ .

$$\begin{aligned} \log (\gamma = 0,0017) &= 7,23045 \\ 2 \log \operatorname{tg} (45^\circ + \frac{1}{2} \mu = 63^\circ) &= \underline{0,58566} \\ \log w &= 7,81611 \quad w = 0,006548 \\ \log (h = 170) &= \underline{2,23045} \\ \log hw &= \underline{\underline{0,04656}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log (\gamma = 0,0017) &= 7,23045 \\ 2 \log \operatorname{tg} (45^\circ - \frac{1}{2} \mu = 27^\circ) &= \underline{9,41434} \\ \log r &= 6,64479 \quad r = 0,000441 \\ \log (k = 240) &= \underline{2,38021} \\ \log kr &= \underline{9,02500} \\ \log hw &= \underline{0,04656} \\ \frac{kr}{hw} &= \underline{\underline{8,97844}} = 0,09516 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} \log \left( 1 + \frac{kr}{hw} = 1,09516 \right) = 0,01974$$

$$\log 2 = 0,30103$$

$$\log \rho = \underline{\underline{0,32077}}$$

$$\log 8 = 0,90309$$

$$\log (w - r = 0,006107) = 7,78583$$

$$\text{comp. log } w = 2,18389$$

$$3 \text{ comp. log } \rho = \underline{9,03769}$$

$$\log \sin 3 \lambda = \underline{9,91050}$$

$$3 \lambda = \underline{\underline{54^\circ 28'}} \quad \lambda = 18^\circ 9'$$

$$\log \rho = 0,32077$$

$$\log \sin (\lambda = 18^\circ 9') = \underline{9,49347}$$

$$\underline{9,81424} \quad \rho \sin \lambda = 0,6520$$

$$\log h = \underline{2,23045}$$

$$\underline{\underline{2,41621}} \quad l = 261$$

$$(h + k) l = 410 \times 261 = 107010$$

$$2 hk = 2 \times 240 \times 170 = \underline{81600}$$

$$\underline{\underline{188610}}$$

$$\log 188610 = 5,27556$$

$$\log (2 + \rho \sin \lambda = 2,6520) = \underline{0,42357}$$

$$\underline{4,85199} \quad \frac{2D}{r} = 71120$$

$$\log r = 6,64479$$

$$\log \frac{1}{2} = \underline{9,69897}$$

$$\underline{\underline{1,19575}} \quad D = 15,7$$

$$h^2 = 170^2 = 28900$$

$$2 hk = \underline{81600}$$

$$\underline{\underline{110500}} > \frac{2D}{r}$$

$$\begin{array}{r}
 k^2 = 240^2 = 57600 \\
 \frac{2D}{r} = 71120 \\
 \hline
 128720 \\
 \sqrt{k^2 + \frac{2D}{r}} = 359 \\
 k = 240 \\
 \hline
 x = 119 \\
 \hline
 \hline
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \log(k + \frac{2}{3}x = 319) = 2,50379 \\
 2 \log(x = 119) = 4,15110 \\
 \log r = 6,64479 \\
 \log \frac{1}{2} = 9,69897 \\
 \log M_{max} = 2,99865 \\
 \log 6 = 0,77815 \\
 \text{comp. log}(T = 70) = 8,15490 \\
 \hline
 1,93170 \\
 \hline
 0,96585 \quad d = 9,24
 \end{array}$$

Bij bovenstaande berekening zijn de grootheden, waarvan de logarithmen moeten worden opgezocht, in cijfers bijgevoegd. Bij de grootheden, waarvan de logarithmen reeds vroeger gebruikt zijn of wier logarithmen uit de berekening zelf volgen en die dus niet behoeven opgezocht te worden, is dit niet geschied, zoodat men onmiddellijk kan zien welke logarithmen uit het vroegere gedeelte der berekening kunnen overgenomen worden.

Men vindt achtereenvolgens voor de lengte der damplanken  $l = 261$  centimeter  $= 2,61$  M. en voor den druk op de zandstrook  $D = 15,7$  kilogram per centimeter lengte. Aangezien hier  $h^2 + 2hk$  grooter is dan  $\frac{2D}{r}$ , zoo ligt de gevaarlijke doorsnede boven den grond vóór de damplanken; de formules (9.) en (10.) moeten dus worden toegepast ter bepaling van het maximum-moment en uit form. (12.) volgt dan voor de dikte der damplanken ongeveer  $9\frac{1}{4}$  centimeter.

In de twee uiterste gevallen, die zich voordoen, namelijk dat het punt D fig. 1 samenvalt met punt A of met punt B, worden de formules voor de berekening veel eenvoudiger.

In het eerste geval fig. 2 Pl. 1 bestaat de wand van de beschoeiing uitsluitend uit damplanken. De grootheid  $k$  is hier nul;

daardoor gaat  $\varrho$  over in 2 en  $\sin 3\lambda$  in  $\frac{w-r}{w}$ . De gevaar-

lijke doorsnede ligt hier meestal boven den grond, in welk geval de formules (9.) en (10.) van toepassing zijn. Brengen wij in alle formules de vereenvoudigingen aan, die voortvloeien uit  $k=0$ , dan vinden wij voor dit geval het volgende stel formules:

$$\left. \begin{aligned} \sin 3\lambda &= \frac{w-r}{w} \text{ of: } \sin(45^\circ - \frac{3}{2}\lambda) = \sqrt{\frac{r}{2w}} \\ l &= \frac{h}{2 \sin \lambda} \\ D &= \frac{1}{4} r \frac{lh}{1 + \sin \lambda} \\ M_{\max} &= \frac{2}{3} D \sqrt{\frac{2D}{r}} \end{aligned} \right\} (13.)$$

Voor het zeldzame geval dat de gevaarlijke doorsnede ligt beneden den grond vóór de beschoeiing, hetgeen alleen plaats heeft indien  $r > 0,4142 w$  is, komen de formules (7.) en (8.) in toepassing, die hier geen vereenvoudiging ondergaan.

In het tweede geval (fig. 7 Pl. 1) is  $h=0$ ;  $\varrho$  wordt dan oneindig groot en  $\lambda$  nul,  $\varrho^3 \lambda$  behoudt echter de eindige waarde

$\frac{8}{3} \frac{w-r}{w}$ . Aangezien  $\varrho \lambda$  en dus ook  $\varrho \sin \lambda$  nul wordt, kan men

$l$  niet meer uit form. (3.) vinden en moet men dus voor de berekening daarvan tot form. (2.) terugkeeren; de form. (6.) en (7.) gaan hier over in  $D = \frac{1}{4} rkl$  en  $y = \frac{2}{3} l$ . Door hierin de gevonden waarde voor  $l$  over te brengen en de waarde van  $y$

in form. (8.) te substitueeren, vindt men het volgende stel formules:

$$\left. \begin{aligned} l &= \frac{3}{2} \frac{kr}{w-r} \\ D &= \frac{3}{8} \frac{k^2 r^2}{w-r} \\ M_{\max} &= \frac{1}{12} \frac{k^3 r^3}{(w-r)^2} \end{aligned} \right\} (14.)$$

Ten einde eenigszins na te gaan, hoe diep de damplanken in verschillende grondsoorten moeten indringen om den noodigen vasten stand te verkrijgen, rekenen wij met behulp van bovenstaande formules, voor de twee uiterste gevallen, de lengte der damplanken uit, in de onderstelling dat de bovenbegrenzing van den grond zoo vóór als achter de beschoeiing horizontaal is. Die berekening geeft:

	<i>Eerste geval.</i>	<i>Tweede geval.</i>
Klei . . . . . $\mu = 45^\circ$	$l-h = 0,168 h$	$l = 0,046 k$
Grint, steentjes, droge tuinaarde. . . . . $= 36^\circ$	$l-h = 0,282 h$	$l = 0,108 k$
Droog zand. . . . . $= 32^\circ$	$l-h = 0,356 h$	$l = 0,156 k$
Natte veengrond . . . . . $= 14^\circ$	$l-h = 1,231 h$	$l = 0,891 k$

Hieruit blijkt, dat bij de meeste grondsoorten de damplanken hoogstens tot op een derde van de hoogte van de beschoeiing in den vasten grond behoeven door te dringen. Bij natte veengrond daarentegen moeten zij soms verder in den grond dringen, dan de hoogte van de beschoeiing bedraagt, willen zij een vasten steun verkrijgen.

§ 49. Beschoeiingsplanken. De beschoeiingsplanken worden aan de eene zijde door den grond gedrukt, aan de andere zijde vinden zij steun tegen de palen. De druk, dien zij aan den achterkant ontvangen, is veranderlijk met den afstand der planken tot aan den bovenkant der beschoeiing; men zou dus de planken van verschillende dikte kunnen nemen. Dit wordt echter

zeldzaam gedaan, meestal neemt men de planken even dik en het is dus zaak de dikte te regelen naar die plank, die den grootsten druk te weerstaan heeft. Dit is de laagst gelegen beschoeiingsplank en wij zullen dus de dikte dienen te berekenen, die deze plank moet hebben. Volgens de notatie in de vorige paragraaf aangenomen ligt het gedeelte van de plank, dat het sterkst gedrukt wordt, op een afstand  $k$  van den bovenkant der beschoeiing en bedraagt de drukking per vierkante eenheid  $kr$ . Nemen wij eene strook plank ter breedte gelijk aan de eenheid, dan is de belasting per strekkende eenheid, die wij door  $q$  zullen voorstellen, gelijk aan  $kr$ .

Daar de plank over verschillende palen doorloopt, zou men die moeten beschouwen als een balk, die op verschillende steunpunten rust. Men zal echter bij benadering de plank kunnen beschouwen als te zijn bevestigd op de palen met uitzondering van de twee uiterste, waar men de plank als eenvoudig ondersteund moet aannemen. De beide eindvakken verkeeren dan in het ongunstigste geval; en de dikte der planken moet dus daarvoor berekend worden. Wij hebben dus te doen met een balk aan het eene eind bevestigd, aan het andere ondersteund en gelijkmatig belast. Zooals bekend is, is het maximum-moment in dit geval gelijk  $\frac{1}{8} q a^2$  als  $a$  de afstand van de twee steunpunten voorstelt, waarvoor wij den afstand der palen midden op midden kunnen nemen. Dit maximum-moment is grooter dan het maximum-moment dat men verkrijgt, door de plank te beschouwen als een ligger, die over verschillende steunpunten doorloopt, zoodat de benadering; die wij hebben ingevoerd, te grooté afmetingen zal geven en dus gerust mag worden toegelaten. Beschouwt men de beschoeiingsplanken als te bestaan uit stukken, die slechts van paal tot paal reiken, dan vindt men voor het maximum-moment eveneens  $\frac{1}{8} q a^2$  en komt tot dezelfde einduitkomst.

Stelt men het maximum-moment nu weer gelijk aan  $\frac{JT}{e} = \frac{1}{8} d^2 T$ , waarin  $d$  de dikte van de plank voorstelt, dan vindt men:  $\frac{1}{8} q a^2 = \frac{1}{8} d^2 T$ , of:

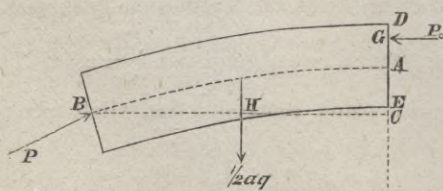
$$d = a \sqrt{\frac{3q}{4T}} = a \sqrt{\frac{3kr}{4T}}$$



Nemen wij voor  $k$  en  $r$  dezelfde waarden als in het voorbeeld van de vorige paragraaf, voor  $a$ , den afstand der palen midden op midden, de waarde 100 centimeter en voor de toe te laten belasting  $T$  per vierkanten centimeter 70 kilogram, dan vinden wij voor de geringste dikte der beschoeiingsplanken, die bij de beschoeiing fig. 4 Pl. 1 zouden moeten gebruikt worden:  $d = 3,37$  centimeter.

§ 50. Gewelven tusschen de palen. De gewelven, die soms tusschen de palen worden aangebracht ter vervanging van de beschoeiingsplanken, worden op dezelfde wijze als deze gedrukt; zoodat wij dus alleen de onderste laag van het gewelf te beschouwen hebben; de daarop werkende drukkingen nemen wij loodrecht op de richting der beschoeiing, dus loodrecht op de koorde van het gewelf. De berekening daarvan wordt echter eene geheel andere; strikt genomen zou men die gewelven moeten beschouwen als gebogen balken; maar die berekening wordt voor dergelijke eenvoudige gewelfjes veel te ingewikkeld om hier te worden toegepast. Daarbij komt nog, dat die gewelfjes meestal niet zoo zuiver kunnen uitgevoerd worden, dat de theorie van de gebogen balken daarop volkomen toepasselijk zou zijn. De steenen sluiten meestal niet zuiver genoeg aan elkaar om te kunnen onderstellen, dat de drukking over de geheele breedte van de voeg van den eenen steen op den anderen wordt overgebracht. Wij zullen ons daarom hier er toe bepalen eene eenvoudige benaderingsformule af te leiden en door het doen van eene ongunstige onderstelling eene overmaat van sterkte en daardoor grootere zekerheid zoeken te verkrijgen.

Fig. 4.



Blijft men voor de verhouding tusschen den pijl  $AC = p$  fig. 4 en de koorde  $2 \cdot BC = a$  bij de daarvoor meestal aangenomen waarde van  $\frac{1}{12}$  à  $\frac{1}{15}$ , dan leert de praktijk voldoende, dat er geen gevaar

bestaat, dat het gewelf zal bezwijken door kanteling of verschui-

ving; zoodat het dus alleen noodig is na te gaan of de drukkingen, die de steenen ondergaan, ook van dien aard kunnen zijn, dat er gevaar voor verbrijzeling ontstaat.

Uit de theorie der gebogen balken blijkt, dat, bij een gewelf, zooals het hier bedoelde, de drukkingen bij de voegen in de nabijheid van den top zich niet over de geheele breedte der voeg verdeelen. Daar echter geen trekkende krachten van den eenen steen op den anderen kunnen worden overgebracht (ten minste als men niet let op de aanhechting van den mortel, die men veiligheidshalve buiten rekening moet laten), zoo zullen die voegen zich bij de binnenweeflijn een weinig openen en de drukkingen zich dus alleen verdeelen over een gedeelte der voegen aan den kant der buitenweeflijn. Nemen wij de ongunstige onderstelling aan, dat bij de topvoeg alleen drukkingen heerschen in de bovenste helft AD der voeg, dan zal, omdat de drukking per vierkante eenheid alsdan in A gelijk nul is en in ieder ander punt evenredig met den afstand tot A kan aangenomen worden, de resultante dier drukkingen, dat is de zoogenaamde topdruk, aangrijpen in een punt G, gelegen op een afstand  $AG = \frac{2}{3} AD = \frac{1}{3} DE = \frac{1}{3} d$  boven het midden der voeg, als wij door  $d$  de dikte van het gewelf voorstellen. In de andere voegen zal dat aangrijpingspunt zich verder van de buitenweeflijn verwijderen. In de laatste voeg bij B zullen wij aannemen, dat het aangrijpingspunt in het midden der voeg ligt.

Nemen wij nu de momenten ten opzichte van het punt B, zoowel van den topdruk  $P_0$  als van de belasting  $\frac{1}{2} qa$ , die wij ons gelijkmatig langs de koorde verdeeld denken en per lengte-eenheid door  $q$  voorstellen, dan vinden wij voor den topdruk:

$$P_0 = \frac{1}{2} aq \frac{BH}{CG} = \frac{1}{2} aq \frac{\frac{1}{4} a}{p + \frac{1}{3} d} = \frac{3 a^2 q}{24 p + 8 d}.$$

In de andere voegen is de druk op de geheele voeg grooter; aangezien echter het aangrijpingspunt aldaar dichterbij het midden ligt, zal die druk zich over een grooter oppervlak verdeelen en daar de druk op de voeg in minder sterke mate toeneemt als het gedeelte van de voeg, waarover die druk zich verdeelt, zal de druk per vierkante eenheid kleiner zijn dan in de topvoeg. In de topvoeg hebben wij dus de grootste drukking

## 150 Berekening der beschoeiingen.

per vierkante eenheid te zoeken. Verdeelde de topdruk  $P_0$  zich gelijkmatig over het gedeelte  $DA = \frac{1}{2}d$  der voeg, dan zou die drukking per vierkante eenheid gelijk zijn aan  $\frac{P_0}{\frac{1}{2}d} = \frac{2P_0}{d}$  aangezien echter de druk in ieder punt evenredig is met den afstand tot het punt A, zoo is de druk het grootst in D bij de buitenwelflijn en wel het dubbel van de boven gevonden gemiddelde drukking; dus  $\frac{4P_0}{d}$ .

Substitueeren wij hierin de gevonden waarde voor  $P_0$ , dan vinden wij voor de grootste drukking per vierkante eenheid:

$$\frac{3a^2q}{(6p + 2d)d}$$

welke waarde de toe te laten drukking per vierkante eenheid niet mag overschrijden.

Het is niet noodig uit deze uitdrukking de waarde van  $d$  op te lossen, omdat men niet in de gelegenheid is de dikte van het gewelf te nemen, zooals de berekening die aangeeft, maar altijd gebonden is aan de afmetingen der steenen; men zal dus voor  $d$  eene waarde nemen overeenkomstig die afmetingen en met behulp van bovenstaande formule nagaan of de drukking per vierkante eenheid niet te groot wordt.

Nemen wij wederom als voorbeeld de beschoeiing in fig. 4 Pl. 1 voorgesteld en nemen wij voor de koorde, den afstand tusschen de palen, dat is  $a = 80$  centimeter, voor den pijl  $p = 6$  centimeter en voor de dikte van het gewelf 11 centimeter, dan vinden wij voor de drukking per vierkanten centimeter:

$$\frac{3 \cdot 80 \cdot 80}{(6 \cdot 6 + 2 \cdot 11)11} q = \frac{19200}{638} q = 30 \cdot q$$

en voor  $q$  de waarde  $kr = 0,106$  kilogram uit § 48 nemende, vinden wij ten slotte voor de drukking per vierkanten centimeter 3,16 kilogram; welke drukking gerust kan worden toegelaten.

§ 51. **Zandstrook.** Bij eene beschoeiing, waarvan de wand boven de zandstrook uit beschoeiingsplanken bestaat, wordt de zandstrook alleen gedrukt door de damplanken; de hierdoor uit-

geoefenende drukking, die gelijkmatig langs de zandstrook verdeeld is, hebben wij in § 48 per strekkende eenheid door  $D$  uitgedrukt. De zandstrook vindt haar steun tegen de palen op dezelfde wijze als de beschoeiingsplanken, zoodat wij op overeenkomstige wijze als in § 49 voor de berekening een gedeelte mogen nemen<sup>e</sup> overeenkomende met den afstand der palen midden op midden en dit mogen beschouwen als aan het eene einde te zijn bevestigd en aan het andere te zijn ondersteund, waardoor het maximum-moment uitgedrukt wordt door:  $\frac{1}{8} Da^2$  als  $a$  wederom voorstelt den afstand der palen midden op midden.

Stellen wij nu de breedte (verticale afmeting) der zandstrook door  $b$ , de dikte (horizontale afmeting) door  $d$  voor, dan is:

$$\frac{JT}{e} = \frac{1}{8} bd^2 T$$

en dit gelijk stellende aan het maximum-moment vinden wij:

$$\frac{1}{8} Da^2 = \frac{1}{8} bd^2 T$$

of:

$$bd^2 = \frac{3}{4} \frac{Da^2}{T}$$

of als wij de dikte gelijk stellen aan  $m$  maal de breedte:

$$b = \sqrt[3]{\frac{3 Da^2}{4 Tm^2}}$$

Bestaat de wand boven de zandstrook uit metselwerk, dan wordt de zandstrook ook in verticalen zin doorgebogen. Door uit bovenstaande vergelijking  $T$  op te lossen, vinden wij voor de maximum-spanning voortgebracht door de belasting in horizontalen zin:

$$\frac{3}{4} \frac{Da^2}{bd^2}$$

Noemen wij de belasting in verticalen zin per strekkende eenheid  $D'$ , dan wordt daardoor eene maximum-spanning opgeroepen gelijk aan:

$$\frac{3}{4} \frac{D'a^2}{b^2d}$$

Aangezien beide spanningen in hetzelfde punt werken, zoo is de resulterende maximum-spanning:

$$\frac{3}{4} \frac{Da^2}{bd^2} + \frac{3}{4} \frac{D'a^2}{b^2d}.$$

Stellen wij deze uitdrukking gelijk aan de toe te laten belasting  $T$  per vierkante eenheid en nemen wij wederom  $d = mb$ , dan vinden wij door oplossing:

$$b = \sqrt[3]{\frac{3a^2}{4T} \left( \frac{D}{m^2} + \frac{D'}{m} \right)}.$$

Nemen wij wederom als voorbeeld de beschoeiing fig. 4 Pl. 1, dan is  $a = 100$  centimeter; voor  $D$  vonden wij in § 48 15,7 kilogram per centimeter; stellen wij verder  $m = 1$ , d. i. nemen wij de zandstrook als vierkant aan, en eindelijk  $T = 70$  kilogram per vierkanten centimeter, dan vinden wij voor de breedte en dikte der zandstrook, als zich daarboven beschoeiingsplanken bevinden:

$$b = d = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 15,7 \cdot 100 \cdot 100}{4 \cdot 70 \cdot 1 \cdot 1}} = 11,9 \text{ centimeter.}$$

Bestaat de wand boven de zandstrook daarentegen uit metselwerk, zooals in fig. 4 Pl. 1 is aangegeven, en stellen wij de dikte daarvan 11 centimeter, de hoogte 220 centimeter en het gewicht van de cubieke centimeter 0,0017 kilogram, dan is:

$$D' = 11 \times 220 \times 0,0017 = 4,1,$$

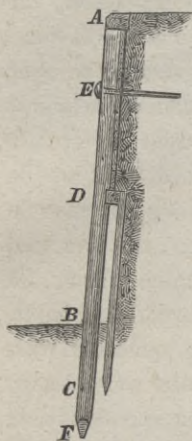
waaruit volgt:

$$b = d = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 100 \cdot 100}{4 \cdot 70} (15,7 + 4,1)} = 12,85 \text{ centimeter.}$$

§ 52. Palen. Bij de beschoeiingen worden de palen meestal op twee verschillende plaatsen gesteund, beneden door den grond en boven door het anker; of voor de palen, die niet direct verankerd zijn, door de deksloof. De krachten, waaraan zij weerstand moeten bieden, zijn: over het gedeelte CF (fig. 5) beneden de damplanken, de drukking, die de grond er direct op uitoefent; in het punt D de drukking van de zandstrook, voortspruitende uit den druk van den grond tegen de damplanken; over het ge-

deelte AD de drukking van den grond, die daarop door de beschoeiingsplanken wordt overgebracht, en eindelijk bij eene beschoeiing, waarbij niet alle palen verankerd zijn, ontvangen de verankerde palen in hun bovenste punt A de drukking van de deksloof, voortgebracht door den steun, dien de deksloof aan de niet verankerde palen geeft. Over het gedeelte BC van den paal brengen wij geen belasting in rekening, omdat de paal aldaar van weerszijden ongeveer gelijke drukkingen ontvangt, aan de voorzijde de grondweerstand, aan de achterzijde de drukking van den grond, die door de damplanken samengedrukt wordt tot hij eene drukking uitoefent gelijk aan den grondweerstand.

Fig. 5.



Het bepalen van de afmetingen der palen is een vraagstuk van dezelfde soort als het bepalen van de afmetingen der damplanken in § 48 behandeld; maar van meer samengestelden

aard, niet alleen door het meer samengestelde stelsel van krachten, waaraan de palen weerstand moeten bieden, maar vooral door de wijze, waarop zij hun steun in den grond vinden. De palen beslaan namelijk niet de volle lengte van de beschoeiing, maar slechts een gedeelte daarvan, overeenkomende met de gezamenlijke breedte der palen. Brengt men nu alleen den grondweerstand, zooals wij dat aanstonds zullen doen, voor dat gedeelte in rekening, dan begaat men eigenlijk eene fout; want bij het in beweging raken van den grond, die de palen steunt, zal niet alleen het grondprisma ter breedte van de palen opgestuwd worden, maar ook een gedeelte van den grond, die voor de tusschenruimten der palen ligt, en, zoo dat al niet gebeurt, verwaarloost men toch de wrijving, die de grond ondervindt van het gedeelte, dat blijft liggen. Intusschen is het verwaarloozen van deze omstandigheden altijd in het voordeel; daar de palen zoodoende meer steun in den grond vinden, dan waarop men rekent. Dit verwaarloozen heeft te minder bezwaar, omdat de invloed daarvan zich voornamelijk op de lengte der palen, die men toch

altijd iets langer zal nemen dan strikt noodig is, doet gevoelen en niet op de dwars afmetingen daarvan. In een hierachter volgend voorbeeld is gevonden, dat de dikte der palen slechts  $\frac{1}{300}$  kleiner wordt, als men voor den grondweerstand eene anderhalfmaal zoo groote waarde in rekening brengt.

Bij het voorloopig aannemen van de breedte der palen, die vooraf bekend moet zijn om de krachten te kunnen berekenen, die op de palen werken, behoeft men niet angstvallig te zijn; omdat eene foutief aangenomen breedte der palen op hetzelfde neerkomt als eene verkeerde onderstelling omtrent de grootte van den grondweerstand en dit bijna geen invloed heeft op de dwarsafmetingen der palen. Blijkt uit de berekening dat men de breedte der palen veel verkeerd heeft aangenomen, dan kan men de berekening met eene andere breedte herhalen, maar de uitkomst daarvan zal, zooals uit het aangehaalde voorbeeld blijkt, meestal leeren, dat de herhaling der berekening onnoodig was.

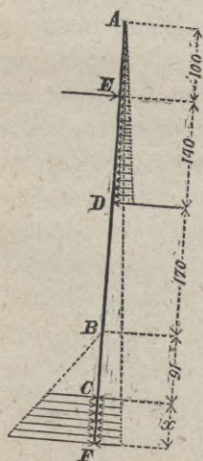
Bij de berekening der palen zullen wij denzelfden weg inslaan, dien wij bij de damplanken, § 48, gevolgd hebben, en dus in de eerste plaats de lengte der palen berekenen door de som van de momenten, ten opzichte van het bovenste steunpunt (anker E of deksloof A), van alle krachten, die op de palen werken, gelijk nul te stellen. Vervolgens vinden wij de reactie in dat steunpunt door de som te nemen van de projecties van die krachten op eene richting loodrecht op de lengte-as van den paal, en bepalen eindelijk de plaats en de grootte van het maximum-moment om daaruit de dwarsafmetingen van de palen te berekenen. Voor de beschouwingen, die aan deze berekening ten grondslag liggen, verwijzen wij naar genoemden paragraaf; om de zelfde reden, als daar aangegeven is, nemen wij den gronddruk rechthoekig op de as der palen aan.

Eene algemeene formule op te maken voor de berekening van de lengte der palen, zooals wij bij de damplanken gedaan hebben, is niet wel mogelijk, omdat daarin te veel verschillende afmetingen voorkomen. Het is doelmatiger de vergelijking, waartoe men komt, onmiddellijk op te schrijven met behulp van de in getallenwaarden gegeven bekenden en de eenige onbekende namelijk de lengte van de palen. De derde-machtsvergelijking, die

men op die wijze verkrijgt, is gemakkelijk door benadering op te lossen, vooral als men zorgt, dat de onbekende, waardoor de lengte van de palen uitgedrukt wordt, zoo klein mogelijk is; wij zullen daarom niet die lengte zelve als onbekende invoeren, maar het gedeelte  $CF = x$ , dat beneden de damplanken uitstrekt, zooals in fig. 6 is aangegeven.

In verband hiermede zullen wij thans de berekening geven van de palen bij eene bepaalde beschoeiing en kiezen daartoe hetzelfde voorbeeld, dat in de vorige paragrafen genomen is en ontleend is aan de beschoeiing, voorgesteld in fig. 4 Pl. 1. Ten einde de verschillende gevallen te behandelen, die zich daarbij kunnen voordoen, zullen wij eerst het geval beschouwen, dat alle palen verankerd zijn, en dan het geval, zooals het in fig. 4 Pl. 1 voorkomt, dat de ankers slechts om den anderen voorkomen. In dit laatste geval zullen wij eerst de palen nemen, die niet en dan de palen, die wel verankerd zijn. De afstand der palen zullen wij in het algemeen door  $a$  voorstellen en in het te behandelen voorbeeld gelijk 100 centimeter nemen. De breedte  $b$  der palen nemen wij voorloopig gelijk aan het 5<sup>de</sup> gedeelte van den afstand, dus 20 centimeter.

Fig. 6.



Gaan wij dus over tot het eerste geval, waarbij alle palen verankerd zijn, en waarvan in fig. 6 aangegeven is de wijze hoe de krachten daarop werken; tevens zijn daarin de noodige afmetingen allen in centimeters aangegeven.

Het punt E, het aangrijpingspunt van het anker, is hier het vaste steunpunt, ten opzichte waarvan de momenten genomen worden. Op het gedeelte AD werkt de gronddruk, waarvan de resultante gelijk is aan  $\frac{1}{2} \rho AD^2 a$ , terwijl het aangrijpingspunt van die resultante gelegen is op twee derde van de hoogte AD beneden het punt A. Het moment daarvan is dus gelijk aan:



$$\frac{1}{2} rAD^2 \alpha \left( \frac{2}{3} AD - AE \right) = \\ = \frac{1}{2} \cdot 0,000441 \cdot 240^2 \cdot 100 \cdot 60 = 1270 \cdot 60 = 76200$$

In het punt  $D$  werkt de druk van de zandstrook, die wij per strekkende eenheid lengte in § 48 door  $D$  hebben voorgesteld en waarvoor wij toen gevonden hebben  $D = 15,7$ ; het moment hiervan is dus:

$$D \cdot a \cdot ED = 15,7 \cdot 100 \cdot 140 = 1570 \cdot 140 = \frac{219800}{\phantom{00000}}$$

dus met het vorige moment te zamen 296000.

Dit moment moet nu gelijk zijn aan het moment van den grondweerstand verminderd met dien van den gronddruk op  $CF$ . Genoemden grondweerstand kunnen wij beschouwen als te bestaan uit twee deelen, waarvan het eene per vierkante eenheid gelijk is aan  $w \cdot BC$  en het tweede gelijk is aan  $w$  maal den afstand tot het punt  $C$ . De resultante van het eerste gedeelte is dus gelijk aan  $w \cdot BC \cdot x \cdot b$  en het aangrijpingspunt daarvan in het midden van  $CF$ , dus op een afstand  $\frac{1}{2} x$  beneden het punt  $C$ . De resultante van het tweede gedeelte is  $\frac{1}{2} wx^2b$  en het aangrijpingspunt op  $\frac{2}{3} x$  beneden het punt  $C$ . De gronddruk kunnen wij eveneens in twee deelen gesplitst denken, waarvan het eene per vierkante eenheid gelijk is aan  $r \cdot AC$ , het tweede gelijk aan  $r$  maal den afstand tot het punt  $C$ . De resultanten van beide deelen zijn dus  $r \cdot AC \cdot x \cdot b$  en  $\frac{1}{2} rx^2b$ ; terwijl de aangrijpingspunten samenvallen met de aangrijpingspunten van de overeenkomstige deelen van den grondweerstand. Het is daarom doelmatig de resultanten van de overeenkomstige deelen van grondweerstand en gronddruk eerst van elkaar af te trekken en dan de momenten te berekenen. Voor die verschillen vinden wij dus  $(w \cdot BC - r \cdot AC) x \cdot b$  en  $\frac{1}{2} (w - r) x^2b$  en voor de momenten daarvan:

$$(w \cdot BC - r \cdot AC) x \cdot b \left( EC + \frac{1}{2} x \right) = \\ = (0,006548 \cdot 91 - 0,000441 \cdot 501) x \cdot 20 \left( 401 + \frac{1}{2} x \right) = \\ = 7,498 x \left( 401 + \frac{1}{2} x \right) = \frac{3006,7x + 3,749x^2}{\phantom{00000}}$$

$$\text{en: } \frac{1}{2} (w - r) x^2 \cdot b \cdot \left( EC + \frac{2}{3} x \right) = \\ = \frac{1}{2} (0,006548 - 0,000441) x^2 \cdot 20 \cdot \left( 401 + \frac{2}{3} x \right) = \\ = 0,06107 x^2 \left( 401 + \frac{2}{3} x \right) =$$

dus te zamen:

$$\frac{24,489x^2 + 0,04071x}{\phantom{00000}} \\ 3006,7x + 28,238x^2 + 0,04071x$$

Stellen wij dit moment nu gelijk aan het vroeger gevonden moment 296000 dan vinden wij de volgende derde-machtsvergelijking:

$$0,04071 x^3 + 28,238 x^2 + 3006,7 x = 296000,$$

waaruit wij door oplossing vinden:  $x = 61$  centimeter ongeveer, zoodat de lengte van de palen wordt:

$$501 + 61 = 562 \text{ cM.} = 5,62 \text{ meter.}$$

Met behulp van de gevonden waarde voor  $x$  vinden wij voor de som van de twee deelen waaruit het verschil van den grondweerstand en den gronddruk bestaat:

$$7,498 \times 61 + 0,06107 \times 61^2 = 457 + 227 = 684,$$

en dit afgetrokken van de som der krachten, die op AD en in het punt D werken, dat is:  $1270 + 1570 = 2840$  geeft voor de kracht, die in E op het anker werkt  $2840 - 684 = 2156 \text{ KG.}$

Ter bepaling van de plaats van het maximum-moment hebben wij de som van de krachten op te maken, die op den paal aan eene zijde van een willekeurig punt werken en na te gaan waar deze som van teeken verandert.

Onmiddellijk boven het punt E is deze som:

$$\frac{1}{2} r AE^2 \cdot a = \frac{1}{2} \cdot 0,000441 \cdot 100^2 \cdot 100 = 220$$

in het punt E gaat daarvan af de reactie van de trekstang, waarvoor wij vonden 2156, zoodat die som van teeken verandert en overgaat in: — 1936

tusschen de punten E en D komt hierbij  $1270 - 220 = 1050$ , waardoor wij onmiddellijk boven het punt D vinden: — 886

in het punt D komt hierbij 1570, waardoor die som wederom van teeken verandert en overgaat in: + 684

tusschen D en C blijft die som onveranderd en tusschen C en F gaat af het verschil van grondweerstand en gronddruk namelijk 684, zoodat voor het punt F die som naar behooren in nul overgaat. 0

De som van de krachten verandert dus in de twee punten E en D van teeken en in die punten moet dus het maximum-moment gezocht worden. In het eerste punt is dit moment:

$$\frac{1}{2} r \cdot AE^2 a \cdot \frac{1}{3} AE = \frac{1}{6} r AE^3 a = \frac{1}{6} \cdot 0,000441 \cdot 100^3 \cdot 100 = 7350,$$

in het tweede:

$$2156 \cdot 140 - 1270 \cdot 80 = 301860 - 101600 = 200260.$$

In het laatste punt blijkt het moment dus het grootst te zijn; stellen wij dit moment gelijk aan  $\frac{JT}{e} = \frac{1}{6} bd^2 T$ , waarin  $d$  de afmeting van den paal voorstelt, loodrecht op de beschoeiing en de overige letters de vroeger aangenomen beteekenis hebben (zie § 48), dan vinden wij ter bepaling van de afmetingen van den paal de vergelijking:

$$\frac{1}{6} bd^2 T = 200260$$

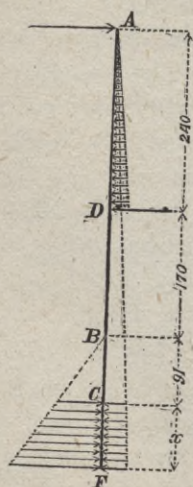
$$\text{of:} \quad bd^2 T = 1201560$$

en dus als wij voor de per vierkanten centimeter toe te laten belasting  $T = 70$  kilogram stellen en voor de breedte de vroeger aangenomen waarde  $b = 20$  centimeter:

$$d = \sqrt{\frac{1201560}{20 \cdot 70}} = \sqrt{858} = 29,3 \text{ centimeter.}$$

Aangezien de gevaarlijke doorsnede hier gelegen is bij het punt D, waar de paal door de inkeping voor de zandstrook verzwakt wordt, moet men de palen iets zwaarder nemen.

Fig. 7.



Nemen wij thans het geval, dat niet alle palen verankerd zijn, en beschouwen wij in de eerste plaats de niet verankerde palen, waarvan in fig. 7 de verdeling der krachten geschetst is. Het vaste steunpunt is hier het bovenste punt A, waar de nog onbekende reactie van de deksloof op den paal werkt; dit is het punt ten opzichte waarvan de momenten genomen moeten worden. De krachten, die verder op den paal werken, zijn dezelfde als in het vorige voorbeeld, met dit kleine verschil natuurlijk, dat het gedeelte  $CF = x$  van den paal eene andere lengte heeft, en de daarop werkende krachten eene daarvan afhankelijke verandering ondergaan, welke echter van geen invloed is op de formules, waardoor die krach-

ten uitgedrukt worden. De hefboomsarmen, waarmede die krachten vermenigvuldigd moeten worden, worden echter door de verplaatsing van het vaste steunpunt van E (fig. 6) naar A (fig. 7) het stuk AE langer.

Wij vinden dus voor het moment van den gronddruk op AD:

$$\frac{1}{2} r AD^2 a \frac{2}{3} AD = 1270 \cdot 160 = 203200$$

voor het moment van de drukking der zandstrook:

$$D \cdot a \cdot ED = 1570 \cdot 240 \quad 376800$$

dus te zamen:

$$\hline 580000$$

Voor het moment van het verschil van den grondweerstand en den gronddruk op CE:

$$(w \cdot BC - r \cdot AC) x \cdot b (AC + \frac{1}{2} x) = 7,498 x (501 + \frac{1}{2} x) = \\ = 3756,5 x + 3,749 x^2$$

$$\frac{1}{2} (w - r) x^2 b (AC + \frac{2}{3} x) =$$

$$= 0,06107 x^2 (501 + \frac{2}{3} x) = \frac{30,596 x^2 + 0,04071 x^3}{3756,5 x + 34,345 x^2 + 0,04071 x^3}$$

dus te zamen:

$$3756,5 x + 34,345 x^2 + 0,04071 x^3.$$

Door de gelijkstelling van beide momenten vinden wij dus de volgende derde-machtsvergelijking:

$$0,04071 x^3 + 34,345 x^2 + 3756,5 x = 580000,$$

waaruit door oplossing volgt:  $x = 84$  centimeter ongeveer; zoodat de lengte van de niet verankerde palen wordt:

$$501 + 84 = 585 \text{ centimeter} = 5,85 \text{ Meter.}$$

Met behulp van de gevonden waarde voor  $x$  vinden wij voor de som van de twee deelen, waaruit het verschil van den grondweerstand en den gronddruk op CF bestaat:

$$7,498 \times 84 + 0,06107 \times 84^2 = 630 + 431 = 1061$$

en dit afgetrokken van de som der krachten, die op AD en in

het punt D werken, dat is van  $1270 + 1570 = 2840$ , vinden wij voor de kracht, die op de deksloof werkt,

$$2840 - 1061 = 1779 \text{ kilogram.}$$

Ter bepaling van de plaats van het maximum-moment vinden wij voor de som van de krachten loodrecht op de lengte-as van den paal:

onmiddellijk beneden het punt A de reactie van de deksloof: — 1779  
tusschen A en D komt hierbij de gronddruk op AD dus  
1270, waardoor wij vinden voor die som onmiddellijk  
boven D: — 509

in het punt D komt de drukking van de deksloof er bij  
dus 1570, waardoor wij vinden voor de som onmid-  
dellijk onder D: + 1061

tusschen D en C blijft die som onveranderd en tusschen  
C en F komt het verschil van den grondweerstand en  
den gronddruk op dat deel dus 1061 er bij, waardoor  
wij naar behooren nul vinden. 0.

In het punt D verandert die som dus van teeken en daar is  
dus de gevaarlijke doorsnede. Voor het maximum-moment vinden  
wij dus:

$$1779 \cdot 240 - 1270 \cdot 80 = 426960 - 101600 = 325360;$$

en dit gelijk gesteld aan  $\frac{JT}{e} = \frac{1}{6} bd^2 T$  geeft:

$$bd^2 T = 6 \cdot 325360 = 1952160.$$

Nemen wij nu wederom  $T = 70$  en  $b = 20$ , dan vinden wij:

$$d = \sqrt{\frac{1952160}{70 \cdot 20}} = \sqrt{1394,4} = 37,34 \text{ centimeter.}$$

Zooals blijkt, komen wij hier tot eene zeer ongewone verhou-  
ding tusschen breedte en dikte der palen. Nemen wij  $b = 30$ ,  
dan komt er voor  $d$ :

$$d = \sqrt{\frac{1952160}{70 \cdot 30}} = \sqrt{929,6} = 30,5 \text{ centimeter,}$$

zoodat de palen ongeveer een vierkante doorsnede verkrijgen.

Bovenstaande berekening van het maximum-moment en van de drukking op de deksloof berust echter op de onderstelling  $b = 20$  en het zou dus kunnen zijn dat, als wij van de waarde  $b = 30$  waren uitgegaan, voor die grootheden waarden zouden zijn gevonden, die belangrijk van de bovenstaande afweken, en waardoor de gevonden waarde van  $d = 30,5$  foutief zou zijn. Bij eene nadere berekening blijkt het echter, dat eene andere waarde voor de breedte  $b$  alleen een belangrijken invloed heeft op de lengte der palen, maar niet op de drukking op de deksloof en op het maximum-moment en dus ook niet op de dwarsafmetingen van beide deelen, zoodat het aannemen van de boven gevonden afmetingen van  $b = 30$   $d = 30,5$  of iets meer wegens de verzwakking door de inkeeping bij de zandstrook geen bezwaar heeft. Ook het aannemen van de boven gevonden waarde voor de lengte van de palen heeft geen bezwaar, omdat door het aannemen van eene grootere breedte van de palen de grondweerstand grooter wordt en dus met eene kleinere lengte volstaan kan worden.

Ten einde het bovenstaande nader te bevestigen, herhalen wij de berekening uitgaande van de waarde  $b = 30$ . Die berekening is trouwens zeer eenvoudig. Het tweede lid van de vergelijking ter bepaling van de lengte der palen is geheel onafhankelijk van de breedte  $b$  en blijft dus onveranderd; het eerste lid daarentegen is juist evenredig met de breedte, zoodat wij alleen noodig hebben de coëfficiënten in dat eerste lid te veranderen in reden van de eerst aangenomen waarde voor de breedte tot de nieuwe; in het hier behandelde geval hebben wij die coëfficiënten dus eenvoudig met de helft van hunne waarde te vermeerderen, waardoor wij dus vinden

$$0,06106 x^3 + 51,517 x^2 + 5634,7 x = 580000$$

waaruit door oplossing volgt  $x = 63$  ruim, zoodat de lengte van de paal thans wordt  $501 + 63 = 564$  centimeter  $= 5,64$  M.

Met behulp van de gevonden waarde voor  $x$  vinden wij thans voor het verschil van den grondweerstand en den gronddruk op CF:

$$\frac{30}{20} (7,498 \cdot 63 + 0,06107 \cdot 63^2) = 1072$$

en voor de drukking op de deksloof:

$$2840 - 1072 = 1768.$$

Zooals blijkt, is, niet tegenstaande de breedte van de palen de helft grooter genomen is, de druk op de deksloof slechts met 11 kilogram of ruim  $6\frac{0}{100}$  afgenomen. Het maximum-moment blijft dan ook in hetzelfde punt en voor dat moment vinden wij de waarde:

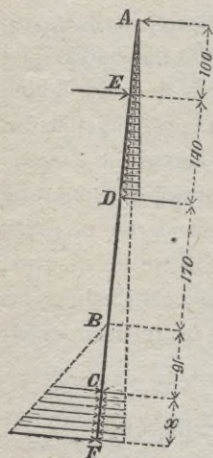
$$1768 \cdot 240 - 1270 \cdot 80 = 424320 - 101600 = 322720$$

en dus voor de dwarsafmeting  $d$  van de palen:

$$d = \sqrt{\frac{322720}{\frac{1}{6} b T}} = \sqrt{\frac{322720}{\frac{1}{6} \cdot 30 \cdot 70}} = \sqrt{922,1} = 30,4;$$

dat is een enkelen millimeter minder dan boven gevonden werd.

Fig. 8.



Beschouwen wij thans de verankerde palen. In fig. 8 is eene schets gegeven van de wijze, hoe de krachten daarop werken. Met uitzondering van de in het bovenste punt A aangrijpende drukking van de deksloof zijn deze dezelfde als in fig. 6. De in A aangrijpende kracht is, als de palen om den anderen verankerd zijn, gelijk aan de drukking van één (\*) van de hiervoor beschouwde niet verankerde palen tegen de deksloof; zijn de palen om den derden verankerd, dan wordt die kracht gelijk aan den druk van twee palen tegen de deksloof. Nemen wij hier aan, dat de palen, zooals in fig. 4 Pl. 1, om den anderen verankerd zijn, dan is die kracht, zooals wij hiervoor gevonden hebben,

1768 kilogram en het moment daarvan ten opzichte van het punt E:

(\*) Deze berekening berust op de onderstelling, dat de deksloof uit stukken be-

$$- 1768 . AE = - 1768 . 100 = - 176800 .$$

Al de overige momenten zijn dezelfde als in het eerst behandelde voorbeeld, zoodat wij, om de vergelijking voor het bepalen van de lengte der palen op te maken, bovengenoemd moment  $- 176800$  slechts bij het tweede lid van de vergelijking in het eerste voorbeeld hebben op te tellen, zoodat wij vinden:

$$\begin{aligned} 0,04071 x^3 + 28,238 x^2 + 3006,7 x = \\ = 296000 - 176800 = 119200, \end{aligned}$$

waaruit door oplossing volgt:  $x = 31$  centimeter ongeveer, zoodat de verankerde palen eene lengte verkrijgen van

$$501 + 31 = 532 \text{ centimeter} = 5,32 M.$$

staat, die telkens van een verankerden paal tot den volgenden reiken. Loopt de deksloof verder door en is zij van dien aard dat zij werkelijk als doorloopenden balk werkt, dan worden de drukkingen van de niet verankerde palen op de deksloof niet zoo gelijkmatig over de verankerde palen verdeeld. Sommige van die palen zullen een grooter, andere een kleiner deel daarvan opnemen. Worden de lasschen op verankerde palen aangebracht en vormen die palen werkelijk vaste steunpunten, dan verkrijgt steeds de eerste verankerde paal, naast die waarop de lasch valt, de grootste druk en wel bij verankering om den anderen paal, bij eene lengte van de deksloof gelijk aan:

$2 a$	$4 a$	$6 a$	$8 a$	$10 a$	$\infty$	
een druk gelijk aan:	$1,0000 A$	$1,3750 A$	$1,1500 A$	$1,2143 A$	$1,1974 A$	$1,2010 A$

Bij eene verankering om den derden paal vindt men voor die grootste drukking bij eene lengte der deksloof van:

$3 a$	$6 a$	$9 a$	$12 a$	$15 a$	$\infty$	
een druk van:	$2 A$	$2,6667 A$	$2,2667 A$	$2,3809 A$	$2,3509 A$	$2,3573 A$

Komen de lasschen op de niet verankerde palen of komen zij gedeeltelijk op de verankerde gedeeltelijk op de niet verankerde palen, dan komt men natuurlijk weer tot andere uitkomsten.

De drukkingen werkelijk te berekenen volgens de theorie der doorlopende balken, zal echter aan de uitkomsten geen grootere zekerheid geven, omdat de verankerde palen geen zoo vaste steunpunten opleveren, als die theorie ondersteld. Een paal, die onder de drukking iets meer uitwijkt dan een anderen, omdat hij b. v. in een slapper gedeelte van den grond staat, brengt in de verdeling der drukkingen onmiddellijk eene verandering, waardoor zich gevallen kunnen voordoen, die nog veel ongunstiger zijn, van de boven aangehaalden. Het is echter goed hierop bedacht te zijn bij de keuze van de toe te laten spanningen, zoowel in de palen als in de ankers; om langs dien weg rekening te houden met de verschillende ongunstige omstandigheden, die niet in de berekening kunnen ingevoerd worden.



## 164 Berekening der beschoeiingen.

Met behulp van de gevonden waarde voor  $x$  vinden wij voor de som van de twee deelen, waaruit het verschil van den grondweerstand en den gronddruk op CF bestaat,

$$7,498 \times 31 + 0,06107 \times 31^2 = 291 \text{ kilogram}$$

en dit aftrekkende van de som van de krachten, die in het punt A, op het gedeelte AD van den paal en in D op den paal werken, dat is van:  $1768 + 1270 + 1570 = 4608$ , vinden wij voor de kracht, die in E op het anker werkt:

$$4608 - 291 = 4317 \text{ kilogram.}$$

Ter bepaling van de plaats van het maximum-moment maken wij wederom de som op van de krachten, die aan eene zijde van een bepaald punt op den paal werken; onmiddellijk onder het punt A is deze som gelijk aan de drukking van de deksloof, dat is:

1768

tusschen A en E komt hierbij de gronddruk op AE, dat is:

$\frac{1}{2} r \cdot AE^2 \cdot a = 220$  (zie eerste voorbeeld) zoodat wij onmiddellijk boven E vinden:

1988

in punt E gaat af de reactie van het anker, dat is: 4317,

zoodat die som onmiddellijk beneden het anker wordt: — 2329

tusschen E en D komt bij  $1270 - 220 = 1050$ , waardoor die som onmiddellijk boven D wordt:

— 1279

in D komt de druk van de zandstrook = 1570 er bij, waardoor wij onmiddellijk beneden D vinden:

+ 291

tusschen C en F gaat eindelijk het verschil van den grondweerstand en den gronddruk op CF, dat is 291, af, zoodat wij in het benedenpunt F naar behooren nul vinden.

0

Bovengenoemde som blijkt dus in de twee punten E en D van teeken te veranderen; in het eerste punt is de som van de momenten:

$$1768 \cdot 100 + \frac{1}{6} 0,000441 \cdot 100^3 \cdot 100 = 176800 + 7350 = 184150$$

in het tweede punt:

$$1768 \cdot 240 + 1270 \cdot 80 - 4317 \cdot 140 = 424320 +$$

$$+ 101600 - 604380 = - 78460.$$

Het eerste van beide momenten blijkt hier het grootste te zijn, en de gevaarlijke doorsnede dus in het aangrijpingspunt van het anker te liggen. Het maximum-moment 184150 gelijkstellende aan  $\frac{JT}{e} = \frac{1}{6} bd^2 T$  zoo vinden wij voor de afmetingen van de verankerde palen:

$$bd^2 T = 6 \cdot 184150 = 1104900,$$

of, als wij  $b = 20$  en  $T = 70$  stellen:

$$d = \sqrt{\frac{1104900}{20 \cdot 70}} = \sqrt{789,2} = 28,1 \text{ Centimeter.}$$

Wegens de verzwakking, die de paal, door het aanbrengen van het anker in de gevaarlijke doorsnede, ondergaat, moet men den paal zooveel breeder nemen als vereischt wordt om de breedte van 20 centimeter te behouden.

Een paar opmerkingen omtrent bovenstaande berekening mogen hier nog volgen. Bij de hier gegeven voorbeelden verandert de som van de krachten loodrecht op den balk in de punten E en D van teeken, het maximum moment moet dus in een van beiden gezocht worden; dit geschiedt eenvoudig door de momenten voor beide punten uit te rekenen en dan te zien, welke van die twee het grootste is. Het geval kan zich echter voordoen, dat die som tusschen de punten E en D, of bij het tweede voorbeeld tusschen A en D van teeken verandert; in dergelijk geval moet men natuurlijk nader onderzoeken in welk punt zulks het geval is. Nemen wij tót nadere toelichting het laatst behandelde voorbeeld en onderstellen wij dat de zandstrook lager ware aangebracht, zoodat genoemde som onmiddellijk boven de zandstrook reeds positief was. Beschouwen wij dan een punt tusschen E en D op eene afstand  $y$  van het punt A verwijderd, dan werken boven dat punt op den balk de druk van de deksloof, die wij door  $A$  zullen voorstellen, de reactie van het anker, die wij door  $E$  voorstellen, en de gronddruk over de lengte  $y$ , dat is  $\frac{1}{2} ry^2 a$ . De som van deze krachten is:  $A - E + \frac{1}{2} ry^2 a$  en voor de waarde van  $y$ , waarvoor deze som nul wordt, vinden wij dus:

$$y = \sqrt[2]{\frac{E - A}{ar}}$$

Ook ten opzichte van het aldus gevonden punt moet nu de som van de momenten van de pas genoemde krachten opgemaakt worden, om die te kunnen vergelijken met de overeenkomstige sommen van momenten voor de andere punten, waar het maximum-moment kan liggen. Het moment van de drukking der deksloof is  $Ay$ , van de reactie van het anker  $-E(y - AE)$  en van den gronddruk:  $\frac{1}{3}ary^3$ . Deze drie te zamen geven:

$Ay - E(y - AE) + \frac{1}{3}ary^3 = E \times AE - y(E - A) + \frac{1}{3}ary^3$ ,  
welke uitdrukking, als wij op bovenstaande betrekking tusschen  $E - A$  en  $y$  letten, overgaat in

$$E \times AE - \frac{1}{3}ary^3$$

waardoor dat moment dus gemakkelijk gevonden wordt.

Een tweede punt, waarop wij willen wijzen, is het geval, dat het tweede lid van de vergelijking ter bepaling van de lengte der palen negatief wordt. Neemt men b. v. in het laatste voorbeeld aan, dat de palen om den derden verankerd zijn, dan wordt de druk, dien de deksloof in het punt A uitoefent,  $2 \times 1768 = 3536$  (\*); het moment hiervan ten opzichte van E is gelijk  $-3536 \times 100 = -353600$  en dit afgetrokken van de som van de momenten van den gronddruk op AD en van de drukking der zandstrook in D, dat is van 296000, geeft  $-57600$ ; zoodat het tweede lid van de derde machtsvergelijking negatief wordt.

In dergelijk geval is die vergelijking niet meer geldig, zooals uit de vergelijking zelf onmiddellijk blijkt, die thans geen positieven wortel bezit. Gaat men na, wat er eigenlijk plaats heeft, dan blijkt dadelijk, dat de paal nu niet meer met den voorkant

(\*) Zie de noot op blz. 162.

tegen den grond bij CF drukt, maar met den achterkant; zoodat nu grondweerstand opgeroepen wordt, waar vroeger gronddruk heerschte. Die grondweerstand kan aan den achterkant tot een zeer groot bedrag per vierkante eenheid opklimmen door de groote hoogte, waarop de grond achter de beschoeiing is opgehoogd, zoodat de paal slechts over eene kleine lengte dien grondweerstand behoeft te ondervinden om voldoende gesteund te zijn. Dien grondweerstand naar behooren te berekenen is echter niet wel mogelijk, omdat de grond achter de beschoeiing over het grootste gedeelte van de hoogte der beschoeiing gronddruk veroorzaakt en daaronder over een klein gedeelte van die hoogte weerstand moet bieden, welke toestand volgens de hiervoor ontwikkelde theorie van den grondweerstand niet in rekening gebracht kan worden.

Dit belet echter niet om de afmetingen van de overige deelen van de beschoeiing zelfs met groote zekerheid te berekenen. Stellen wij den weerstand, dien de paal aan het beneden einde ondervindt, verminderd met de zeer geringe gronddruk bij CF door de letter  $W$  voor, dan zal het moment daarvan iets grooter zijn dan  $W \cdot EC$ , omdat het aangrijpingspunt van  $W$  iets, maar niet veel beneden  $C$  gelegen is. Daar dit moment nu gelijk moet zijn aan het bovengevonden moment 57600, zoo zullen wij, als wij dit moment gelijk aan  $W \cdot EC$  stellen en daaruit  $W$  berekenen, voor  $W$  eene waarde vinden, die iets te groot is. Wij vinden zoo doende als benaderde waarde voor  $W = \frac{57600}{401} = 144$  KG.

Deze waarde hebben wij alleen noodig voor de berekening van de kracht, die op het anker werkt; deze is, omdat nu alle krachten, behalve de reactie van het anker, in dezelfde richting werken, gelijk aan de som van die krachten, dus:

$$3536 + 1270 + 1570 + W,$$

of, als wij voor  $W$  bovenstaande te groote waarde aannemen:

$$3536 + 1270 + 1570 + 144 = 6520 \text{ KG.}$$

Voor de berekening van de dwarsafmetingen van den paal hebben wij de waarde van  $W$  niet noodig, omdat in dit geval, waar

alle krachten met uitzondering van de reactie van het anker in denzelfden zin werken, de gevaarlijke doorsnede altijd gelegen is in het aangrijpingspunt van het anker; en men voor de berekening van het moment voor dat punt alleen noodig heeft de daarboven aangrijpende krachten, die allen bekend zijn. Voor het beschouwde geval, waarin de palen om den derden verankerd zijn, vinden wij voor dat moment:

$$3536 \times 100 + \frac{1}{8} r AE^3 a = 353600 + 7350 = 360950.$$

Deze waarde gelijk gesteld aan  $\frac{JT}{e} = \frac{1}{8} bd^2$  geeft:

$$bd^2 T = 6 \cdot 360950 = 2165700$$

of als wij  $b = 30$  en  $T = 70$  nemen:

$$d = \sqrt{\frac{2165700}{30 \cdot 70}} = \sqrt{1031} = 32,1 \text{ Centimeter.}$$

Door bovenstaande benaderde berekening maken wij dus alleen de fout, dat wij voor het anker eene eenigszins te groote spanning in rekening brengen, waartegen natuurlijk geen bezwaar bestaat. Dat die fout echter zeer klein is, kan men gemakkelijk nagaan, als men voor het geval van de verankering om den anderen paal den weerstand van den grond langs denzelfden weg berekent; men vindt dan daarvoor  $\frac{419290}{401} = 297,26$ , terwijl de

nauwkeurige berekening geeft 285,66 (\*) dus slechts een verschil van 11,6 kilogram. In het hier behandelde geval zal de fout echter nog vele malen kleiner zijn, eensdeels, omdat de weerstand, dien de paal hier per vierkante eenheid vindt, veel grooter is en de paal dus minder diep in den grond behoeft in te dringen, waardoor de hefboomsarm van  $W$  hier minder van  $EC$  zal afwijken, anderdeels, omdat de absolute waarde van de  $W$  hier slechts de helft bedraagt van die in het andere geval. De fout

---

(\*) Boven vonden wij 291 kilogram, ten gevolge van de afronding van de waarde van  $x$ , die eigenlijk gelijk is aan 30,515, op 31 centimeter; waar het hier er op aankwam het kleine verschil te bepalen, moesten wij natuurlijk de juiste waarde van  $x$  in rekening brengen.

zal dus maar weinige kilogrammen bedragen en dat heeft niets te beteekenen bij eene spanning in het anker van 6520 kilogram.

Het besproken geval, dat de palen hun steun niet vinden aan den voor- maar aan den achter-kant, kan eveneens voorkomen bij beschoeiingen, waarbij alle palen of waarbij de palen om den anderen verankerd zijn, indien het aangrijpingspunt van het anker slechts laag genoeg wordt aangebracht. Bij het eerste voorbeeld wordt het moment, dat in het tweede lid van de vergelijking voorkomt, voor iederen centimeter, die men het anker lager aanbrengt,  $1270 + 1570 = 2840$  kleiner en zal dus negatief worden, indien men het  $\frac{296000}{2840} = 104$  à  $105$  centimeter naar omlaag brengt. Bij het derde voorbeeld verandert dat moment voor iederen centimeter met  $1768 + 1270 + 1570 = 4608$  en wordt dus negatief door het anker  $\frac{119200}{4608} = 0,25$  à  $0,26$  centimeter lager te plaatsen. Bij het laatst behandelde geval verandert het bedoelde moment voor iederen centimeter verplaatsing van het anker met  $3536 + 1270 + 1570 = 6376$  en zal dus positief worden door het anker  $\frac{57600}{6376} = 9$  centimeter hooger te plaatsen.

Er blijft ons nog een geval te beschouwen over, dat namelijk, waarbij de palen alleen hun steun in den grond moeten vinden en waarvan de figuren 1 en 2, Pl. 1, een paar voorbeelden geven. De palen van deze beschoeiingen zijn moeielijk aan berekening te onderwerpen, omdat men niet met eenige zekerheid kan nagaan, hoe de drukking van den grond daarop werkt, vooral niet op het benedengedeelte van de palen. De lengte, die de palen moeten hebben, is in het geheel niet door berekening te vinden, alleen kan men de dwarsafmetingen eenigszins bij benadering bepalen. Daar deze constructie van de beschoeiing alleen met vrucht kan worden toegepast bij zeer lage beschoeiingen, levert de ondervinding voldoende gegevens voor het bepalen der afmetingen.

Beschouwen wij den paal ABF fig. 9, dan ondervindt deze over het gedeelte AB den gronddruk, die daarop door de beschoeiingsplanken wordt overgebracht.



Op den achterkant van den paal beneden het punt B drukt de grond direct op den paal. Beneden zeker punt zal de paal echter, omdat hij boven voorovergebogen wordt, met zijn achterkant tegen den grond drukken en daar dus weerstand oproepen, tengevolge waarvan de drukking, die de grond op den paal uitoefent, beneden dat punt in sterkere mate zal toenemen, dan door de formule van den gronddruk wordt aangegeven. Aan den voorkant drukt een gedeelte

van den paal tegen den grond en roept daar dus grondweerstand te voorschijn; hoe lager men echter komt, des te minder zal de paal tegen den grond drukken, en daardoor zal de weerstand, dien de grond te bieden heeft, geringer worden of ten minste in minder sterke mate toenemen, dan de formule voor den grondweerstand aangeeft. Nog lager gekomen drukt de paal aan den voorkant niet meer tegen den grond, maar zal de grond omgekeerd tegen den paal drukken, en de drukking, die de paal daar ondervindt, zal dus in minder sterke mate toenemen dan de formule voor den grondweerstand aangeeft.

Werkt dus tot op zekere diepte beneden het punt B op den achterkant van den paal gronddruk en op den voorkant grondweerstand, op grootere diepte gekomen zal de drukking aan den achterkant sterker toenemen, aan den voorkant minder sterk. Daar het nu niet mogelijk is den grooteren druk aan den achterkant en den kleineren druk aan den voorkant te bepalen, zoo is het onmogelijk om de lengte na te gaan, die men aan den paal moet geven.

Alleen op het gedeelte boven B en tot op zekere *onbekende* diepte beneden dat punt weten wij welke krachten er op werken. Onderstellen wij, dat ter plaatse van de gevaarlijke doorsnede, die altijd beneden het punt B ligt, de drukkingen aan voor- en achterkant nog gegeven worden respectievelijk door de formules voor den grondweerstand en den gronddruk, dan bestaat de

mogelijkheid de dwarsafmetingen der palen te berekenen. In fig. 10 zijn die krachten geschetst. Is G de plaats

Fig. 10. van de gevaarlijke doorsnede, bepaald door den afstand  $BG = x$ , dan moet de som van de krachten, die boven dat punt op den paal werken, gelijk nul zijn. Stellen wij  $AB = H$ , dan werkt op dat gedeelte de gronddruk  $\frac{1}{2}raH^2$ ; op het gedeelte BG werkt aan den achterkant de gronddruk  $rbHx + \frac{1}{2}rbx^2$  en aan den voorkant de grondweerstand  $\frac{1}{2}wbx^2$ . Deze drukkingen — de laatste met het negatieve teeken — samen voegende en hun som gelijk nul stellende, vinden wij:

$$\frac{1}{2}raH^2 + rbHx + \frac{1}{2}rbx^2 - \frac{1}{2}wbx^2 = 0$$

of:

$$x^2 - 2 \frac{r}{w-r} Hx - \frac{r}{w-r} \frac{a}{b} H^2 = 0$$

waaruit door oplossing voor den afstand van de gevaarlijke doorsnede beneden B volgt:

$$x = H \frac{r}{w-r} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{a}{b} \frac{w-r}{r}} \right).$$

Nemen wij de som van de momenten ten opzichte van dat zelfde punt G, dan vinden wij voor het maximum-moment:

$$\begin{aligned} M_m &= \frac{1}{2}raH^2 \left(x + \frac{1}{3}H\right) + rbHx \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}rbx^2 \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}wbx^2 \frac{1}{3}x = \\ &= \frac{1}{6}raH^3 + \frac{1}{2}raH^2x + \frac{1}{2}rbHx^2 - \frac{1}{6}(w-r)bx^3. \end{aligned}$$

Uit de hiervoor ontwikkelde tweede-machtsvergelijking voor de bepaling van  $x$  volgt:

$$(w-r)bx^2 = 2rbHx + raH^2$$

en deze waarde in den laatsten term van bovenstaande uitdrukking overbrengende, vinden wij na eene eenvoudige herleiding:

$$M_m = \frac{1}{6}rH \{aH^2 + 2aHx + bx^2\},$$

welke uitdrukking gelijk gesteld aan  $\frac{JT}{e} = \frac{1}{6}bd^2T$  de afmetin-



gen van den paal leert kennen. Deze gelijkstelling geeft:

$$bd^2 = \frac{rH}{T} (aH^2 + 2aHx + bx^2).$$

Nemen wij als voorbeeld de beschoeiing, voorgesteld in fig. 1 Pl. 1, waarbij de palen, die met het horizontale vlak een hoek  $\alpha = 80^\circ$  maken, op een afstand  $a = 90$  centimeter staan en eene breedte  $b = 15$  centimeter hebben en waarbij de grondkeerende hoogte in schuine richting gemeten  $H = 105$  centimeter is, en onderstellen wij verder dat wij te doen hebben met zandgrond, waarvoor  $\mu = 32^\circ$  en  $\gamma = 0,0018$  is, dan geven de formules, voorkomende in de paragrafen 28 en 40:

$$\begin{aligned} r &= \gamma \sin \alpha \left[ \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \mu)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \mu)} \right]^2 = \\ &= \gamma \sin 80^\circ \left[ \frac{\sin 24^\circ}{\sin 56^\circ} \right]^2 = 0,000427, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} w &= \gamma \sin \alpha \left[ \frac{\sin \frac{1}{2}(\alpha + \mu)}{\sin \frac{1}{2}(\alpha - \mu)} \right]^2 = \\ &= \gamma \sin 80^\circ \left[ \frac{\sin 56^\circ}{\sin 24^\circ} \right]^2 = 0,007364, \end{aligned}$$

waaruit volgt  $\frac{w-r}{r} = 16,26$ , en dus:

$$x = \frac{105}{16,26} (1 + \sqrt{1 + 6 \times 16,26}) = 70,57. \text{ Stel } 71 \text{ centimeter.}$$

Met behulp hiervan vinden wij verder:

$$\begin{array}{rcl} aH^2 &= 90 \times 105^2 &= 992250 \\ 2aHx &= 2 \times 90 \times 105 \times 71 &= 1341900 \\ bx^2 &= 15 \times 71^2 &= 75615 \\ \hline &&2409765 \end{array}$$

en dus:

$$bd^2 = \frac{0,000427 \times 105 \times 2409765}{T} = \frac{107960}{T}$$

of, als wij  $b = 15$  en  $T = 70$  nemen:

$$d = \sqrt{\frac{107960}{15 \times 70}} = 10,14 \text{ centimeter.}$$

Men zal in het algemeen goed doen de afmetingen iets zwaarder te nemen, dan de berekening oplevert; omdat, als de onderstelling die wij gemaakt hebben, dat namelijk ter plaatse van de gevaarlijke doorsnede de drukkingen nog gegeven worden door de formules van den gronddruk en den grondweerstand, niet meer doorgaat, maar de drukking van den achterkant grooter aan den voorkant kleiner is, de gevaarlijke doorsnede lager komt te liggen en het maximum-moment grooter wordt.

§ 53. Deksloof. Bij eene beschoeiing, waarbij alle palen verankerd zijn, werken op de deksloof geen andere krachten, dan de gronddruk, die er onmiddellijk op aangrijpt en uit den aard der zaak zeer gering is; de afmetingen in dergelijk geval moeten bepaald worden uit constructieve oogpunten.

Zijn niet alle palen verankerd, dan dient de deksloof om de drukking, die de niet verankerde palen er op uitoefenen op de verankerde palen over te brengen. De deksloof over verschillende verankerde palen onafgebroken doorlopende, moet eigenlijk als een doorlopende balk berekend worden. Daar het echter niet op eene absoluut juiste berekening aankomt, zullen wij hier even als wij dat bij de zandstrook en de beschoeiingsplanken gedaan hebben, ter vereenvoudiging de deksloof beschouwen als te bestaan uit stukken, die van steunpunt tot steunpunt, dat is van verankerde paal tot verankerde paal reiken; eene onderstelling, die de formule vereenvoudigt en veilig mag worden toegepast, omdat het maximum-moment daardoor grooter gevonden wordt, dan bij een doorlopenden balk (\*).

---

(\*) Nemen wij aan dat de deksloof bij eene beschoeiing, waarvan de palen om den anderen verankerd zijn, over drie verankerde palen doorloopt, dan ligt de gevaarlijke doorsnede bij den middelsten van deze palen en het maximum-moment is gelijk aan  $\frac{3}{8} Aa$  in plaats van  $\frac{1}{8} Aa$  zoo als bovenstaande onderstelling geeft.

Zijn de palen om den anderen verankerd, dan hebben wij dus te maken met een balk ter lengte  $2a$ , die in beide uiteinden ondersteund is en in het midden belast is met eene kracht gelijk aan de drukking op de deksloof, door den niet verankerden paal uitgeoefend. Stellen wij deze drukking door de letter  $A$  voor, dan is het maximum-moment gelijk aan  $\frac{1}{2}Aa$ , terwijl de gevaarlijke doorsnede in het midden van den balk, dat is bij de niet verankerde paal, gelegen is. Stellen wij dit maximum-moment gelijk aan  $\frac{JT}{e}$  dan vinden wij ter bepaling van de afmetingen der deksloof:

$$\frac{J}{e} = \frac{Aa}{2T}.$$

Bij eene beschoeiing waarbij de palen om den derden verankerd zijn, hebben wij te maken met een balk ter lengte  $3a$ , die in twee punten op eene afstand  $a$  van de eindpunten verwijderd belast is met de kracht  $A$ ; het maximum-moment is hier  $Aa$ , en daaruit volgt:

$$\frac{J}{e} = \frac{Aa}{T}.$$

Aangezien de gevaarlijke doorsnede zich altijd bij een der palen bevindt, waar de deksloof door het gat voor de pen verzwakt wordt, zoo moeten wij die verzwakking in rekening brengen. Stellen wij de verticale afmetingen der deksloof door  $b$  de horizontale afmeting door  $d$  en de breedte van het gat door  $d'$  voor, welk gat wij voor de eenvoudigheid van de formule onderstellen in het midden der sloof gelegen te zijn en tot boven door te loopen, dan is:  $J = \frac{1}{12} b (d^3 - d'^3)$  en dus:

$$\frac{J}{e} = \frac{1}{6} b \frac{(d^3 - d'^3)}{d}.$$

Daar de afmeting  $d$  uit de constructie volgt, zoo hebben wij hier de waarde van  $b$  te berekenen; door bovenstaande waarde voor  $\frac{J}{e}$  in de gevonden uitdrukkingen te substitueeren vinden wij bij eene verankering om den anderen paal:

$$b = \frac{3 Aad}{T(d^3 - d'^3)}$$

en bij eene verankering om den derden paal:

$$b = \frac{6 Aad}{T(d^3 - d'^3)}$$

Aangezien de waarde van  $d'^3$  in verhouding van  $d^3$  altijd gering is, zoo kunnen wij die waarde verloozen en vinden dan voor de hoogte  $b$  der deksloof de volgende eenvoudigere formules:

$$b = \frac{3 Aa}{T d^3}$$

en

$$b = \frac{6 Aa}{T d^3}$$

Nemen wij wederom als voorbeeld de beschoeiing voorgesteld in fig. 4, Pl. 1, waarvoor wij in de vorige paragraaf  $A = 1768$  kilogram gevonden hebben, en waarvoor  $a = 100$  centimeter is, en stellen wij daarbij  $d = 30$ ,  $d' = 8$  centimeter en  $T = 70$  kilogram per vierkanten centimeter, dan vinden wij in de onderstelling, dat de palen om den anderen verankerd zijn:

$$b = \frac{3 \cdot 1768 \cdot 100 \cdot 30}{70 (27000 - 512)} = 8,6 \text{ centimeter,}$$

of volgens bovenstaande eenvoudigere formule:

$$b = \frac{3 \cdot 1768 \cdot 100}{70 \cdot 900} = 8,4 \text{ centimeter.}$$

Zijn de palen om den derden verankerd, dan wordt de hoogte blijkens bovenstaande formules dubbel zoo groot.

§ 54. **Ankers.** De ankers worden volgens hunne lengte getrokken door eene kracht, waarvan de grootte bij de berekening der palen (zie § 52) gevonden wordt. Deelt men deze kracht door de per vierkante eenheid toe te laten belasting, dan verkrijgt men den inhoud van de dwarsdoorsnede van het anker.

De aldus gevonden dwarsdoorsnede geldt natuurlijk voor de plaats waar deze het kleinst is. Bij houten ankers is het dus de dwarsdoorsnede na aftrek van de noodige inkeepingen voor de bevestiging. Bij ijzeren ankers, die met eene moer opgesloten worden, worden de ankers door het insnijden van den schroefdraad verzwakt; deze insnijding bedraagt gemiddeld ongeveer een zesde van de middellijn; heeft men dus uit den boven bepaalden inhoud der dwarsdoorsnede de middellijn bepaald, dan moet deze met een vijfde vermeerderd worden voor het insnijden van den schroefdraad.

Bij het hiervoor behandelde voorbeeld hebben wij in § 52 voor de kracht, waarmede het anker getrokken wordt, gevonden: 2156, 4317 en 6520 kilogram, respectievelijk in de onderstellingen, dat alle palen verankerd zijn en dat zij slechts om den anderen of om den derden verankerd zijn. Deelen wij deze waarden door de per vierkanten centimeter toe te laten spanning, waarvoor wij voor hout wederom 70 kilogram aannemen, dan vinden wij respectievelijk 30,8, 61,7 en 93,1 vierkante centimeter voor de dwarsdoorsnede na aftrek van de inkeepingen.

Nemen wij voor de toe te laten spanning bij ijzeren ankers 600 kilogram per vierkanten centimeter, dan vinden wij voor de dwarsdoorsnede respectievelijk 3,59, 7,19 en 10,87 vierkante centimeter. Voor ronde ankers heeft men dus noodig eene middellijn van respectievelijk 21,4, 30,3 en 34,6 millimeter; of als wij er voor het insnijden van den schroefdraad nog een vijfde bij tellen 26,7, 36,4 en 41,5 millimeter.

§ 55. **Beschoeiingen met watergebint.** Bij de beschoeiingen met watergebint, zooals die welke voorgesteld zijn in fig. 8 en 9 op plaat 1, komen enkele deelen voor, die eene eenigszins gewijzigde berekening vorderen. Daartoe behooren in de eerste plaats de *stijlen*. Deze worden over hunne geheele lengte gedrukt door de beschoeiingsplanken, die den druk van den grond op de stijlen overbrengen. De stijlen die niet verankerd zijn vinden hun steun beneden in het watergebint en boven in de deksloof. De verankerde stijlen daarentegen worden gesteund beneden door het watergebint en hooger op door het anker; behalve de druk van de beschoeiingsplanken ontvangen deze stijlen in hun bovenste punt ook den druk van de deksloof, welke druk voortkomt uit den druk door de niet verankerde stijlen op de deksloof uitgeoefend.

Nemen wij omtrent den gronddruk dezelfde onderstellingen aan als in de vorige paragrafen, dan is de druk per lengte eenheid op een stijl uitgeoefend, gelijk  $raz$ ; waarin  $a$  den afstand der stijlen en  $z$  den afstand van het beschouwde punt tot aan het bovenste punt der beschoeiing in schuine richting gemeten voorstellen en waarin:

$$r = \gamma \sin \alpha \left[ \frac{\sin \frac{1}{2} (\alpha - \mu)}{\sin \frac{1}{2} (\alpha + \mu)} \right]^2 \dots \dots \dots (1.)$$

afhangt van de helling van de beschoeiing en van den aard van den te steunen grond.

Stellen wij de lengte der stijlen door  $k$  voor, dan is de totale druk die een stijl ondervindt gelijk aan  $\frac{1}{2} rak^2$ , waarvan bij de niet verankerde stijlen een derde wordt overgenomen door de deksloof en twee derde door het watergebint. Stellen wij den druk, die een dergelijken stijl op de deksloof uitoefend, door  $A$  voor, dan is:

$$A = \frac{1}{8} rak^2 \dots \dots \dots (2.)$$

De plaats van de gevaarlijke doorsnede bij een dergelijken stijl is gemakkelijk te vinden; is de afstand van de gevaarlijke doorsnede tot aan den bovenkant der beschoeiing  $x$ , dan is de som van de normale krachten, die boven dat punt op den stijl werken:

$$A - \frac{1}{2} rax^2.$$

Door deze uitdrukking gelijk nul te stellen en voor  $A$  bovenstaande waarde in te voeren, vinden wij voor  $x$ :

$$x = \frac{k}{\sqrt{3}}.$$

Ten opzichte van dit punt is de som van de momenten van de krachten, die op dat deel van den stijl werken:

$$M = Ax - \frac{1}{6} rax^3$$

of als wij voor  $x$  de gevonden waarde invoeren en de uitdrukking voor  $A$  in aanmerking nemen :

$$M = \frac{2}{3\sqrt{3}} Ak \dots \dots \dots (3.)$$

Stelt men dit moment gelijk aan  $\frac{1}{6} bd^2 T$  dan heeft men de vergelijking ter bepaling van de dwarsafmetingen  $b$  en  $d$  van den stijl.

De berekening van de verankerde stijlen is iets samengesteld. Wij zullen hier de formules in het algemeen opmaken voor het geval dat van de  $n$  stijlen één stijl verankerd is; door dan  $n = 1$  te stellen heeft men het geval dat alle stijlen verankerd zijn;  $n = 2$  geeft het geval dat de stijlen om den anderen en  $n = 3$  dat zij om den derden verankerd zijn.

Daar van de  $n$  stijlen er slechts een verankerd is, zal deze in zijn bovenste punt van de deksloof den druk ontvangen door de  $(n-1)$  overige stijlen daarop uitgeoefend. De verankerde stijl wordt dus behalve door de op zijne lengte verdeelde belasting  $\frac{1}{2} rak^2$  in zijn bovenste punt gedrukt door een kracht  $(n-1)A$ . Hij vindt steun van onderen in het watergebint en hooger op in het anker, dat wij aannemen op een afstand  $e$  van den bovenkant der beschoeiing. De spanning in het anker, die wij door  $E$  zullen voorstellen, kan gevonden worden door de som van de momenten van alle krachten, die op den stijl werken, te nemen ten opzichte van het benedenste steunpunt. Het moment van de belasting  $\frac{1}{2} rak^2$  ten opzichte van dat punt is  $\frac{1}{2} rak^2 \times \frac{1}{3} k = \frac{1}{6} rak^3 = Ak$ ; het moment van den druk  $(n-1)A$  in het bovenste punt is ten opzichte van dat zelfde punt  $(n-1)Ak$ . De som van deze

beide momenten is dus  $Ak + (n-1) Ak = n Ak$ . Aangezien den afstand van het anker tot aan het punt, ten opzichte waarvan wij de momenten nemen, gelijk is aan  $k - e$ , zoo is het moment van de spanning van het anker  $E(k - e)$  en door dit moment gelijk te stellen aan het moment  $n Ak$  van de belasting vinden wij voor de spanning in het anker:

$$E = \frac{nAk}{k-e} \dots \dots \dots (4.)$$

De gevaarlijke doorsnede van de verankerde stijlen kan op twee verschillende plaatsen gelegen zijn, of in het aangrijpingspunt van het anker of in een lager gelegen punt.

Het moment van de krachten boven het aangrijpingspunt van het anker ten opzichte van dit punt, kan men onmiddellijk opschrijven; dit moment is:

$$M_1 = (n - 1) Ae + \frac{1}{6} rae^3 = \frac{1}{6} rae [(n - 1) k^2 + e^2]. \quad (5.)$$

Om het maximum moment te vinden dat beneden het aangrijpingspunt van het anker ligt, moeten wij eerst de plaats daarvan bepalen. Zij wederom  $x$  den afstand van de gevaarlijke doorsnede tot den bovenkant der beschoeiing, dan is de som van de normale krachten boven dat punt:

$$(n - 1) A + \frac{1}{2} rax^2 - E.$$

Stellen wij deze som gelijk nul en voeren voor  $A$  en  $E$  de gevonden waarden in, dan vinden wij na eene eenvoudige herleiding voor de plaats van de gevaarlijke doorsnede:

$$\begin{aligned} x^2 &= \frac{E - (n - 1) A}{\frac{1}{2} ra} = \frac{A}{\frac{1}{2} ra} \left[ \frac{nk}{k - e} - (n - 1) \right] = \\ &= \frac{k^2}{3} \cdot \frac{k + (n - 1) e}{k - e} \end{aligned}$$

of:

$$x = k \sqrt{\frac{k + (n - 1) e}{3(k - e)}} \dots \dots \dots (6.)$$

Voor de som van de momenten ten opzichte van dit punt vinden wij nu:

$$M_2 = E(x - e) - (n - 1) Ax - \frac{1}{6} rax^3$$



of als wij de waarde voor  $E$  invoeren en opmerken dat wij voor  $\frac{1}{6} ra$  kunnen schrijven,  $\frac{A}{k^2}$ :

$$M_2 = Ak \left[ \frac{n(x-e)}{k-e} - (n-1) \frac{x}{k} - \frac{x^3}{k^3} \right].$$

Lossen wij uit form. (6) de waarde van  $e$  op, waarvoor wij vinden:

$$e = \frac{3x^2 - k^2}{3x^2 + (n-1)k^2} k$$

en substitueeren wij die in de uitdrukking voor  $M_2$ , dan vinden wij na eene eenvoudige herleiding:

$$M_2 = Ak \left[ 1 - 3 \left( \frac{x}{k} \right)^2 + 2 \left( \frac{x}{k} \right)^3 \right]$$

of als wij de waarde van  $A$  invoeren en de factor tusschen de haakjes in factoren ontbinden:

$$M_2 = \frac{1}{6} ra (k-x)^2 (k+2x) \dots \dots (7.)$$

Door in de vorige formule de term in  $\left( \frac{x}{k} \right)^2$  uit te drukken, in  $e$  kunnen wij ook schrijven

$$M_2 = Ak \left[ 2 \left( \frac{x}{k} \right)^3 - \frac{ne}{k-e} \right] \dots \dots (8.)$$

welke laatste uitdrukking voor de berekening met logarithmen zeer gemakkelijk is, omdat men daarbij niet noodig heeft de waarde van  $x$  op te zoeken, maar onmiddellijk de term  $2 \left( \frac{x}{k} \right)^3$  kan berekenen.

Ter bepaling van de afmetingen van de stijlen moet men nu de grootste van de twee uitdrukkingen  $M_1$  en  $M_2$  gelijk stellen aan  $\frac{1}{6} bd^2 T$ . Om uit te maken welke van die twee de grootste is, zal het niet noodig zijn beiden uit te rekenen aangezien men gemakkelijk kan nagaan wanneer of de eene en wanneer of de andere uitdrukking het grootst is. Wanneer het aangrijpingspunt van het anker laag ligt zal  $M_1$ , wanneer het hoog ligt  $M_2$  het grootst zijn; de grens waarbij de overgang plaats heeft, vindt

men door  $M_2$  geheel in  $e$  en  $k$  uit te drukken en gelijk te stellen aan  $M_1$ , en daaruit de waarde van  $\frac{e}{k}$  op te lossen. Deze berekening voert tot eene hoogere machtsvergelijking waarin de coëfficiënten alleen afhangen van  $n$ , zoodat het voldoende is eens voor altijd die vergelijking voor verschillende waarden van  $n$  op te lossen.

Deze oplossing geeft:

$$n = 1 \quad . \quad . \quad \frac{e}{k} = 0,475$$

$$n = 2 \quad . \quad . \quad \frac{e}{k} = 0,200$$

$$n = 3 \quad . \quad . \quad \frac{e}{k} = 0,118.$$

Wanneer dus  $\frac{e}{k}$  boven deze grenswaarden gelegen is, dan is  $M_1$  het grootst; is  $\frac{e}{k}$  kleiner dan deze waarden, dan is  $M_2$  het grootst.

Tot nadere toelichting van het hier behandelde nemen wij een voorbeeld en kiezen daartoe de beschoeiing voorgesteld in fig. 9 Pl. 1. Als lengte der stijlen tot aan den bovenkant der beschoeiing gerekend, nemen wij  $k = 420$  centimeter, voor den afstand van het anker tot aan den bovenkant  $e = 120$  centimeter voor den afstand der stijlen  $a = 125$  centimeter, en voor de helling  $\frac{1}{10}$ , zoodat  $\alpha = 84^\circ 17'$  is. Voor den te keeren grond, nemen wij aan zand met een wrijvingshoek  $\mu = 32^\circ$  en een gewicht van 1500 KG. per  $M^3$ , zoodat voor den centimeter als eenheid van lengte  $\gamma = 0,0015$  is.

Met deze waarden vinden wij voor  $r$  volgens (1.):

$$\log r = 6,60382 - 10$$

en met behulp hiervan voor  $A$  volgens form (2.):

$$A = \frac{1}{6} rak^2 = 1476 \text{ KG.},$$

dat is de druk door een niet verankerden stijl op de deksloof uitgeoefend.

Voor een dergelijken stijl vinden wij dus voor het maximum moment volgens (3.):

$$M = \frac{2}{3\sqrt{3}} Ak = 238600.$$

Deze waarde moet nu gelijk gesteld worden aan  $\frac{1}{6} bd^3 T$ , waarin  $b$  de breedte van den stijl gerekend in de richting van de beschoeiing,  $d$  de dikte loodrecht op de richting der beschoeiing en  $T$  de toe te laten belasting per vierkante eenheid voorstelt. Nemen wij voor  $T$  even als bij de vorige voorbeelden 70 KG. per vierkanten centimeter en voor  $d$  zooals in fig. 9 Pl. 1, 30 centimeter, dan is:

$$\frac{1}{6} bd^3 T = \frac{1}{6} \cdot 30 \cdot 30 \cdot 70 \cdot b = 10500 b,$$

en door dit gelijk te stellen aan bovenstaande waarde van  $M$ , vinden wij voor de breedte  $b$ :

$$b = \frac{238600}{10500} = 22,7 \text{ centimeter.}$$

Nemen wij thans de verankerde stijlen en in de eerste plaats het geval dat alle stijlen verankerd zijn, dan moeten wij in de ontwikkelde formules  $n = 1$  stellen; voor de spanning in het anker vinden wij dan volgens form. (4.):

$$E = A \frac{k}{k - e} = A \cdot \frac{420}{300} = 1476 \times \frac{14}{10} = 2066,4 \text{ KG.}$$

Aangezien hier  $\frac{e}{k} = \frac{120}{420} = \frac{2}{7} = 0,2857$  kleiner is dan 0,475, zoo ligt de gevaarlijke doorsnede beneden het aangrijpingspunt van het anker, zoodat wij eerst  $x$  moeten berekenen uit form. (6.) en dan  $M_2$  uit form. (7.) of (8.). Deze berekening geeft:

$$x = 286,9$$

$$M_2 = 147300.$$

Stellen wij deze waarde gelijk aan  $\frac{1}{6} bd^3 T = 10500 b$ , dan vinden wij:

$$b = \frac{147300}{10500} = 14 \text{ centimeter.}$$

Zijn de stijlen om den anderen verankerd, zooals volgens § 17 de beschoeiing werkelijk is uitgevoerd, dan moeten wij  $n = 2$  nemen, waardoor wij voor de spanning in het anker vinden:

$$E = A \cdot \frac{2k}{k - e} = A \cdot \frac{840}{300} = 4132,8 \text{ KG.}$$

Voor deze stijlen ligt de gevaarlijke doorsnede in het aangrijpingspunt van het anker, omdat  $\frac{e}{k} = \frac{120}{420} = \frac{2}{7} = 0,2857$  grooter is dan 0,200; het maximum-moment moet dus berekend worden volgens form. (5.) met behulp waarvan wij vinden:

$$M_1 = \frac{1}{6} rae (k^2 + e^2) = 191575$$

en door dit moment gelijk te stellen aan  $\frac{1}{6} b d^2 T = 10500 b$ , vinden wij voor de breedte  $b$  van de stijlen:

$$b = \frac{191575}{10500} = 18,25 \text{ centimeter.}$$

Aangezien de gevaarlijke doorsnede hier ligt bij het aangrijpingspunt van het anker, moet de breedte  $b$  zooveel grooter genomen worden als noodig is om het anker door te laten. Berekenen wij op de wijze als in de vorige paragraaf is aangegeven, uit de spanning  $E = 4132,8$  KG. de middellijn van het ijzeren anker, dan vinden wij daarvoor 35,5 millimeter en voegen wij dit bij de gevonden waarde van  $b$ , dan vinden wij voor de breedte aan de verankerde stijlen te geven:

$$18,25 + 3,55 = 21,8 \text{ centimeter,}$$

dus op weinig na de breedte van de niet verankerde stijlen. Volgens de teekening hebben alle stijlen een breedte van 25 centimeter, dus iets meer dan wij hier uit de berekening vinden.

De berekening van de deksloof geschiedt bij eene samengestelde beschoeiing, geheel op dezelfde wijze als bij de enkelvoudige beschoeiing in § 53 is aangegeven. De berekening van het watergebint geschiedt op overeenkomstige wijze als de deksloof. Dit watergebint wordt belast met den druk door den onderkant der stijlen en door den bovenkant der damplanken er op uitgeoefend; het wordt gesteund door ankers of zooals in fig. 9 Pl. 1 door schoorpalen.

Om gelijke reden als in § 53 voor de deksloof is aangegeven, beschouwen wij dit watergebint als te bestaan uit stukken, die van steunpunt tot steunpunt reiken. In deze onderstelling heeft

men het maximum moment te berekenen en dit gelijk te stellen aan  $\frac{1}{6} b \frac{d^3 - d'^3}{d} T$  waarin  $b, d, d'$  en  $T$  dezelfde beteekenis hebben als in § 53.

Nemen wij wederom als voorbeeld de beschoeiing in fig. 9 Pl. 1 voorgesteld, waarbij de steunpunten voorkomen op afstanden  $a = 125$  centimeter en beschouwen wij eerst het geval dat alle stijlen verankerd zijn. De druk door een stijl op de sloof uitgeoefend wordt gevonden door van den druk, die op den stijl werkt en gelijk is aan  $3A$ , de spanning  $E$  van het anker af te trekken, waardoor wij dus hier vinden:

$$3 \times 1476 - 2066,4 = 2361,6 \text{ KG.}$$

Het hierdoor veroorzaakte moment ter plaatse van de gevaarlijke doorsnede, die in het midden ligt, is:

$$\frac{1}{4} a \times 2361,6 = 73800.$$

Hierbij komt nog het moment van de gelijkmatig verdeelde belasting door de damplanken uitgeoefend; berekend op de wijze in § 48 aangegeven met de hoogte  $h = 80$  centimeter, deze is per strekkende centimeter  $D = 13,4$  KG., waaruit volgt voor het moment ter plaatse van de gevaarlijke doorsnede:

$$\frac{1}{8} a^2 D = 26172,$$

zoodat het maximum moment is:

$$73800 + 26172 = 99972.$$

Nemen wij voor de dikte van het watergebint  $d = 30$  centimeter, voor de breedte der pen  $d' = 8$  centimeter en voor de toe te laten belasting per vierkanten centimeter  $T = 70$  KG., dan is:

$$\frac{1}{6} b \frac{d^3 - d'^3}{d} \cdot T = \frac{1}{6} b \frac{27000 - 512}{30} 70 = 10301 b,$$

en dit gelijk gesteld aan het maximum moment geeft voor de hoogte  $b$  van het watergebint:

$$b = \frac{99972}{10301} = 9,7 \text{ centimeter.}$$

Zijn niet alle stijlen verankerd, dan is de druk, door de verschillende stijlen op het watergebint uitgeoefend, verschillend.

In dit geval moet men natuurlijk nemen het vak waarop de grootste druk heerscht, en dat is het vak waarin een niet verankerde stijl steunt. Een dergelijke stijl oefent een druk:

$$2 A = 2952 \text{ KG.}$$

uit, en het moment hiervan ten opzichte van de gevaarlijke doorsnede is:

$$\frac{1}{3} a \times 2952 = 92250;$$

voegt men hierbij het moment, voortgebracht door den druk der damplanken, dan vindt men voor het maximum moment:

$$92250 + 26172 = 118422,$$

en dit gelijk gesteld aan:

$$\frac{1}{8} b \frac{d^3 - d'^3}{d} T = 10301 b,$$

geeft voor de hoogte  $b$  van het watergebint:

$$b = \frac{118422}{10301} = 11,5 \text{ centimeter.}$$

Zoo als men ziet geeft de berekening slechts geringe afmetingen voor het watergebint; gewoonlijk zal men uit een constructief oogpunt daaraan grootere afmetingen geven.

Bij bovenstaande berekening is aangenomen dat de gronddruk door middel van beschoeiingsplanken op de stijlen wordt overgebracht. Heeft dit, zoo als in fig. 9 Pl. 1 door middel van gewelven plaats, dan moet bij de berekening van het watergebint met het gewicht der gewelven rekening gehouden worden op overeenkomstige wijze als dit in § 51 bij de zandstrook is gedaan.

Omtrent de palen van deze beschoeiing valt uit een theoretisch oogpunt weinig te zeggen. De drukkingen waaraan zij weerstand te bieden hebben, zijn betrekkelijk gering, zoodat de berekening slechts geringe afmetingen geeft; de te bezigen afmetingen moeten dus hoofdzakelijk geregeld worden naar de eischen van eene goede constructie.

## BEREKENING DER BEKLEEDINGSMUREN.

§ 56. **Stabiliteit van den muur.** De bekleedingsmuren, bestaande uit horizontale of hellende lagen metselsteen of natuurlijke steen, bieden door hun gewicht weerstand aan den op het achtervlak uitgeoefenden gronddruk. Op de aanwezigheid van de metselspecie wordt bij de berekening van den muur niet gelet, omdat men niet met zekerheid kan weten in hoeverre de metselspecie, vooral in den beginne, reeds met de metselsteen verbonden is. Een gevolg hiervan is, dat in den muur geene trekspanningen mogen optreden; want deze kunnen zonder de tusschenkomst van de metselspecie niet van den eenen steen op den anderen worden overgebracht. Treden er in den muur trekspanningen op voordat de metselspecie voldoende verhard is, dan kan dit zelfs nadeelig op de aanhechting van de metselspecie werken. Een sprekend bewijs hiervan geeft de in fig. 18 van plaat 2 voorgestelde muur. In de bij dien muur voorkomende conterforten bestaat nog veel meer kans voor het optreden van trekspanningen dan in muren van eenvoudigen vorm. Indien bij het aanaarden van den muur de metselspecie nog niet voldoende verhard is, zal door het optreden van trekspanningen de metselspecie van de steenen worden losgerukt en later zich daarmede niet meer kunnen verbinden, zoodat het achtergedeelte van den muur over eene zekere hoogte of het benedengedeelte der conterforten uit afgescheiden metselwerk bestaat, dat aan geene trekspanningen meer weerstand kan bieden. Een ander gevolg zal hiervan nog zijn, dat de drukkingen in den muur, na de scheiding, zich op eene andere wijze zullen verdeelen dan vóór

de scheiding, welke verdeeling moeilijk valt na te gaan en die in ieder geval zal neerkomen op eene vermeerdering van de drukking in het voorvlak van den muur. Zoo als wij later zullen zien worden in dergelijk geval tevens in den muur krachten opgewekt, die de verschillende steenen ten opzichte van elkaar trachten te doen verschuiven, zonder dat de wrijving instaat is zulks te beletten en waardoor ook weer de aanhechting van de metselspecie zal worden bemoeilijkt.

Als eerste voorwaarde zullen wij dus stellen, dat in het metselwerk geen trekspanningen mogen optreden. Bij zeer hoge muren komt hier nog eene tweede voorwaarde bij, namelijk dat de drukkingen, die in den muur ontstaan, eene zekere grens, afhankelijk van den weerstand, die het materiaal tegen samendrukking aanbiedt, niet te boven mogen gaan. Bij lage muren bestaat, wanneer aan de eerste voorwaarde voldaan is, hiervoor geen vrees.

Eindelijk moet nog aan eene derde voorwaarde voldaan zijn: de muur mag niet over zijn grondvlak kunnen verschuiven of een gedeelte van den muur mag niet over het daaronder gelegen gedeelte kunnen verschuiven.

De voorwaarde die veelal gesteld wordt, dat de muur niet om den voorkant mag kunnen kantelen is hier overbodig, zoodra aan de bovenstaande voorwaarden voldaan is; want in dergelijk geval zal de resultante van de krachten, die op een voegvlak werken, dat voegvlak in het binnenste van den muur ontmoeten en dus geen aanleiding tot kantelen kunnen geven.

Strikt genomen zou men voor de verschillende voegvlakken van den muur moeten nagaan, of ook voldaan is aan de drie hierboven gestelde voorwaarden. Bij de meeste muren zal het echter voldoende zijn dit voor het onderste voegvlak te onderzoeken, omdat, wanneer men bij dieper gelegen voegvlakken komt, de druk van den grond in sterkere mate toeneemt dan het gewicht van den muur, zoodat de dieper gelegen voegen steeds in ongunstiger toestand verkeerden dan de hoogere. Alleen bij zeer hoge muren, waarbij men de breedte van den muur steeds in sterkere mate laat toenemen, (zie b.v. fig. 1<sub>n</sub> van plaat 2.) is het noodzakelijk ook de hooger gelegen voegvlakken te beschou-





bovenkant van den muur gelegen, dan werken op het boven dat voegvlak gelegen gedeelte van den muur in de eerste plaats het gewicht  $G$  van dat gedeelte van den muur en de resultante  $R$  van den gronddruk op het achtervlak  $BF$  van den muur uitgeoefend. Verplaatsen wij beide krachten naar hun gemeenschappelijk snijpunt en stellen ze aldaar samen, dan geeft hun resultante, de grootte, de richting en het aangrijpingspunt van de resultante van de drukkingen, die het bovengedeelte van den muur op het voegvlak  $EF$  uitoefenen. Omgekeerd zal het benedengedeelte van den muur op het bovengedeelte eene daaraan gelijke drukking, maar in tegengestelde richting uitoefenen, die met de krachten  $G$  en  $R$  evenwicht maakt.

Ontbinden wij de bovengenoemde resultante in twee krachten, de eene loodrecht op het vlak van de voeg en de andere in de richting van dit vlak, dan hebben wij in deze twee krachten, die wij door  $P$  en  $T$  zullen voorstellen, de resultanten respectievelijk van de normale en van de tangentiële krachten, die op dat voegvlak werken. Het aangrijpingspunt van de resultante  $P$  is natuurlijk hetzelfde als het aangrijpingspunt van de resultante van  $G$  en  $R$ .

Voor de berekening van de waarden van  $P$  en van  $T$  en van de plaats van het aangrijpingspunt van  $P$  is het niet noodig bovenstaande constructie uit te voeren; wij kunnen die als volgt door berekening vinden.

Ontbinden wij namelijk de kracht  $G$ , die in de richting van de verticaal werkt en dus met de  $x$ -as een hoek  $\beta$  maakt, in twee krachten, respectievelijk evenwijdig met de  $x$  en de  $y$ -as, dan zijn deze ontbondenen  $G \cos \beta$  en  $G \sin \beta$ . De resultante  $R$  van den gronddruk ontbinden wij eveneens in twee krachten  $R_1$  en  $R_2$  respectievelijk evenwijdig met de  $x$  en met de  $y$ -as. Voor  $P$  en  $T$  vinden wij dan onmiddellijk:

$$P = R_2 + G \cos \beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1.)$$

$$T = R_1 - G \sin \beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2.)$$

Stellen wij nu nog de som van de momenten van  $R$  en  $G$  te zamen, ten opzichte van het punt  $K$  waar de  $x$ -as de voeg  $EF$  ontmoet door  $M$  voor, dan wordt de afstand van het aangrijpings-

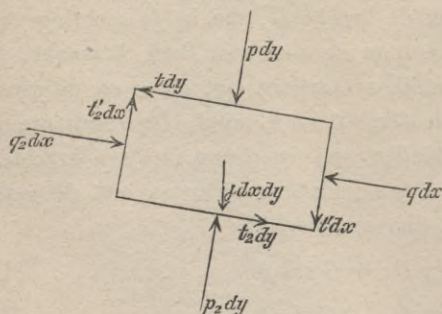
punt van  $P$  tot het punt  $K$  gevonden door  $P$  op  $M$  te deelen.

Kan men op deze wijze de resultante vinden van de krachten, die op het voegvlak  $EF$  werken, omtrent de wijze waarop zij zich over dat vlak verdeelen, leeren wij daaruit nog niets. Stellen wij de normale en tangentiële krachten, die op een klein deeltje  $dy$  van de voeg werken, per eenheid van oppervlak respectievelijk door  $p$  en  $t$  voor, dan weten wij nog alleen dat de resultante van de krachten  $t dy$ , dat is  $\int t dy$ , gelijk is aan  $T$  en van de krachten  $p dy$ , dat is  $\int p dy$ , gelijk is aan  $P$  en dat de som van de momenten  $py dy$  van de krachten  $p dy$ , dat is  $\int py dy$ , gelijk is aan  $M$ .

### § 58. Voorwaarden voor het inwendig evenwicht.

De wijze hoe de waarden van  $p$  en  $t$  afhangen van de plaats van het punt der voeg, dat wij beschouwen en dat wij door den afstand tot het punt  $K$  dus door de ordinaat  $y$  voorstellen, is van verschillende omstandigheden afhankelijk, die niet allen even gemakkelijk in rekening te brengen zijn. Intusschen bestaan er een paar eenvoudige betrekkingen waaraan die krachten en in het algemeen de krachten, die in het inwendige van den muur werken, moeten voldoen en deze betrekkingen dienen wij in de eerste plaats te leeren kennen.

Fig. 12.



Beschouwen wij daartoe het in fig. 12 voorgestelde elementje van den muur, begrepen tusschen de twee vlakken, waarvan de abscissen zijn  $x$  en  $x + dx$  en de twee vlakken die tot ordinaten hebben  $y$  en  $y + dy$ , dan werken op het bovenvlak van dat elementje per eenheid van oppervlak de normale en

tangentiële krachten  $p$  en  $t$  en dus op dat vlakje zelf, waarvan het oppervlak gelijk is aan  $dy$  de krachten  $p dy$  en  $t dy$ .

Op het ondervlakje, waarvan het oppervlak eveneens  $dy$  is,

werken dergelijke krachten, die wij door  $p_2 dy$  en  $t_2 dy$  zullen voorstellen.

Op de twee zijvlakken, die een uitgebreidheid  $dx$  hebben, werken ook krachten, die voortgebracht worden door de reactie van het daar aansluitende gedeelte van den muur; deze krachten ontbonden in eene richting loodrecht en in eene evenwijdig met de richting van die vlakjes zullen wij voor het eene door  $q$  en  $t'$  en voor het andere door  $q_2$  en  $t'_2$  per eenheid van oppervlak voorstellen. Op die vlakjes zelve werken dus de krachten  $q dx$ ,  $t' dx$ ,  $q_2 dx$  en  $t'_2 dx$ . Eindelijk werkt op het elementje, waarvan de inhoud voorgesteld wordt door  $dx dy$  de zwaartekracht en wel per kubieke eenheid met eene kracht  $\gamma$  gelijk aan het gewicht van de kubieke eenheid van het materiaal, en dus voor het geheele elementje met eene kracht  $\gamma dx dy$ .

Aangezien de krachten, die op het elementje werken, onderling in evenwicht moeten zijn, zoo bestaan tusschen die krachten zekere betrekkingen. Nemen wij, om deze betrekkingen op te stellen, in de eerste plaats de momenten ten opzichte van het midden van het vakje, dan komen daarbij alleen in aanmerking de tangentiële krachten  $t dy$ ,  $t_2 dy$ ,  $t' dx$  en  $t'_2 dx$ . De twee eerste hebben ten opzichte van dat middelpunt een hefboomsarm  $\frac{1}{2} dx$  en de som van hunne momenten is dus:

$$\frac{1}{2} (t + t_2) dy dx.$$

de twee andere hebben tot hefboomsarm  $\frac{1}{2} dy$  en de som van hunne momenten is dus:

$$\frac{1}{2} (t' + t'_2) dx dy.$$

Daar nu beide momenten in tegengestelde richting werken, zoo moeten zij voor het evenwicht aan elkaar gelijk zijn, waaruit dus na deeling door  $dx dy$  volgt:

$$\frac{1}{2} (t + t_2) = \frac{1}{2} (t' + t'_2).$$

of aangezien tusschen  $t_2$  en  $t$  en tusschen  $t'_2$  en  $t'$  slechts oneindig kleine verschillen bestaan:

$$t = t', \dots \dots \dots (3.)$$

zoodat de tangentiële krachten op de twee onderling loodrechte vlakjes aan elkaar gelijk zijn en wij dus voor  $t'$  eenvoudig  $t$  mogen schrijven.

Projecteeren wij in de tweede plaats de krachten op de rich-

ting van een der zijvlakjes, bijvoorbeeld op de richting der  $x$ -as, dan hebben wij alleen te maken met de krachten  $pdy$ ,  $p_2dy$ ,  $tdx$ ,  $t_2'dx$  en  $\gamma dxdy$ .

De vier eerste van deze krachten werken evenwijdig met de richting van projectie en projecteeren zich dus in ware grootte, de laatste maakt met die richting een hoek  $\beta$  en projecteert zich dus als  $\gamma dxdy \cos \beta$ . Nemen wij de som van die projecties, met behoorlijke inachtnaam van de richting waarin zij werken, dan vinden door die som gelijk aan nul te stellen:

$$(p - p_2) dy + (t - t_2) dx + \gamma dxdy \cos \beta = 0.$$

Aangezien wij nu hier niet meer zoo als straks te maken hebben met de som van de twee bijna gelijke krachten  $p$  en  $p_2$  en van de twee krachten  $t$  en  $t_2$  zoo mogen wij de kleine verschillen die daar tusschen bestaan niet meer verwaarloozen. Daar nu bij den overgang van het bovenvlakje naar het ondervlakje alleen de  $x$  en niet de  $y$  verandert, zoo mogen wij schrijven:

$$p_2 = p + \frac{dp}{dx} dx$$

en aangezien bij den overgang van het rechter- naar het linker- vlakje alleen de  $y$  en niet de  $x$  verandert, zoo hebben wij:

$$t_2 = t + \frac{dt}{dy} dy$$

waardoor bovenstaande vergelijking overgaat in:

$$-\frac{dp}{dx} dxdy - \frac{dt}{dy} dydx + \gamma dxdy \cos \beta = 0$$

of als wij door  $dxdy$  deelen en volgens (3.) de  $t'$  door  $t$  vervangen, vinden wij:

$$\frac{dp}{dx} + \frac{dt}{dy} = \gamma \cos \beta \dots \dots \dots (4.)$$

Op geheel overeenkomstige wijze vinden wij door de projectie op de richting van het boven- of van het ondervlakje, dus op de richting van de  $y$  as:

$$(q - q_2) dx + (t - t_2) dy - \gamma dxdy \sin \beta = 0$$

of, als wij wederom opmerken dat men voor  $q_2$  en  $t_2$  kan schrijven:

$$q_2 = q + \frac{dq}{dy} dy$$

en:

$$t_2 = t + \frac{dt}{dx} dx,$$

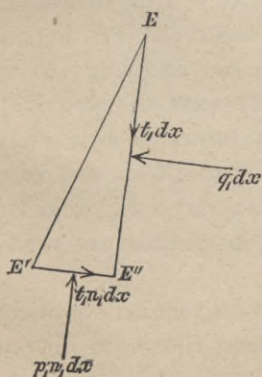
dan gaat deze uitdrukking over in:

$$\frac{dq}{dy} + \frac{dt}{dx} = -\gamma \sin \beta. \quad . . . . (5.)$$

De twee hier ontwikkelde vergelijkingen (4.) en (5.) leeren ons twee van de drie krachten  $p$ ,  $q$  en  $t$  kennen, zoodra eene daarvan bekend is. Die eene kracht kan uit de voorwaarden van het evenwicht niet gevonden worden en daarop komen wij dus later terug.

§ 59. **Betrekkingen tusschen de inwendige krachten bij het voor- en het achtervlak van den muur.** Aangezien de gevonden betrekkingen tusschen de krachten  $p$ ,  $q$  en  $t$  gegeven zijn door twee differentiaal-vergelijkingen, zoo zullen bij het integreeren daarvan twee constanten (of liever functiën van  $x$  of  $y$ ) optreden. Deze kunnen bepaald worden uit de betrekkingen die tusschen de waarden van  $p$ ,  $q$  en  $t$  bestaan,

Fig. 13.



hetzij bij het voorvlak hetzij bij het achtervlak van den muur.

Beschouwen wij eerst het voorvlak van den muur en nemen wij het elementje, begrensd door het gedeelte  $EE'$  (fig. 11) van het voorvlak, een gedeelte van de voeg  $E'F'$  en de loodlijn uit  $E$  op die voeg neergelaten.

De hoogte (gemeten evenwijdig met de  $x$  as of loodrecht op de voeg  $E'F'$ ) van dit elementje, dat in fig. 13 afzonderlijk is voorgesteld, is gelijk aan  $dx$ ; de benedenbreedte  $E'E''$  gelijk aan  $n_1 dx$ , als wij door  $n_1$  de helling van het voorvlak ten opzichte van de



waaruit na deeling door  $dx$  volgt:

$$t_o = \frac{dR_2}{dx} - p_o n_o . . . . . (8.)$$

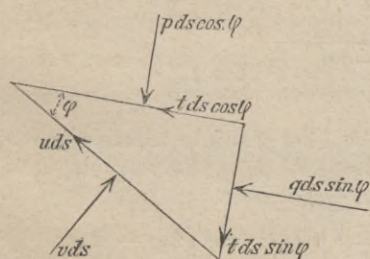
$$q_o = \frac{dR_1}{dx} - t_o n_o . . . . . (9.)$$

Bij de bovenstaande beschouwingen, betrekking hebbende op de figuren 13 en 14, en ook bij die welke in de volgende paragraaf voorkomen, wordt het gewicht van het elementje buiten rekening gelaten, omdat dit gewicht ten opzichte van de overige krachten, die op het elementje werken, oneindig klein is.

§ 60. Maximum normale en maximum tangentiële kracht in een willekeurig punt van den muur. Tot nu toe hebben wij alleen nagegaan de krachten die werken op een vlakje, evenwijdig met de  $y$ -as of met de  $x$ -as, dat is evenwijdig met een voegvlak of loodrecht daarop. Het kan echter zijn, dat de drukking op een vlakje, dat met de voeg een zekeren hoek maakt, per eenheid van oppervlak grooter is dan in een van de twee genoemde richtingen. Daar het ons te doen is om de grootste kracht te kennen, die in den muur kan optreden, zoo zullen wij die voor een willekeurig vlakje moeten nagaan en dan moeten onderzoeken wanneer die kracht zoo groot mogelijk wordt.

Wij beschouwen daartoe het elementje, voorgesteld in fig. 15,

Fig. 15.



dat begrensd wordt door twee vlakjes respectievelijk evenwijdig met en loodrecht op de voeg en een derde vlakje dat een hoek  $\varphi$  met de richting van de voeg maakt.

Stellen wij de lengte van dat schuine vlakje door  $ds$  voor, en de krachten, die daarop werken ontbonden in de twee rich-

tingen loodrecht en evenwijdig met dat vlakje, per eenheid van oppervlak door  $v$  en  $u$  voor, dan werken op dat vlakje de nor-



male kracht  $vds$  en de tangentiële kracht  $uds$ . Op het vlakje evenwijdig met de voegvlakken van den muur en dat eene lengte  $ds \cos \varphi$  heeft, werken de krachten  $pds \cos \varphi$  en  $t ds \cos \varphi$  en op het vlakje loodrecht op de voegen en waarvan de lengte is  $ds \sin \varphi$  werken de krachten  $qds \sin \varphi$  en  $t ds \sin \varphi$ .

Schrijven wij wederom de voorwaarden voor het evenwicht op en projecteeren daartoe eerst op de richting van de kracht  $vds$ , dan vinden wij als wij opmerken dat  $pds \cos \varphi$  en  $t ds \sin \varphi$  daarmede een hoek  $\varphi$  en  $qds \sin \varphi$  en  $t ds \cos \varphi$  een hoek  $90^\circ - \varphi$  maken:

$$vds = pds \cos^2 \varphi + 2 t ds \sin \varphi \cos \varphi + qds \sin^2 \varphi.$$

of als wij door  $ds$  deelen en het dubbel van den hoek  $\varphi$  invoeren:

$$v = \frac{p+q}{2} + \frac{p-q}{2} \cos 2\varphi + t \sin 2\varphi \quad . \quad . \quad (10.)$$

Op overeenkomstige wijze vinden wij door op de richting van de kracht  $uds$  te projecteeren:

$uds = pds \sin \varphi \cos \varphi - t ds \cos^2 \varphi + t ds \sin^2 \varphi - qds \sin \varphi \cos \varphi$ ,  
of als wij wederom door  $ds$  deelen en het dubbel van den hoek  $\varphi$  invoeren:

$$u = \frac{p-q}{2} \sin 2\varphi - t \cos 2\varphi \quad . \quad . \quad (11.)$$

Voeren wij nu een hulphoek  $\varepsilon$  in, bepaald door de twee vergelijkingen:

$$t = \sqrt{\left(\frac{p-q}{2}\right)^2 + t^2} \cdot \sin 2\varepsilon$$

$$\frac{p-q}{2} = \sqrt{\left(\frac{p-q}{2}\right)^2 + t^2} \cdot \cos 2\varepsilon$$

waarin de wortelgrootheid altijd met het positieve teeken genomen wordt, dan gaan de uitdrukken voor  $v$  en  $u$  over in:

$$v = \frac{p+q}{2} + \sqrt{\left(\frac{p-q}{2}\right)^2 + t^2} \cdot \cos (2\varphi - 2\varepsilon)$$

$$u = \sqrt{\left(\frac{p-q}{2}\right)^2 + t^2} \cdot \sin (2\varphi - 2\varepsilon).$$

Uit de eerste uitdrukking blijkt dat de normale kracht hare grootste waarde verkrijgt voor  $\varphi = \varepsilon$  en hare kleinste waarde voor  $\varphi = 90^\circ + \varepsilon$ . Stellen wij deze grootste en kleinste waarden door  $v_{max}$  en  $v_{min}$  voor, dan zijn deze:

$$v_{max} = \frac{p+q}{2} + \sqrt{\left(\frac{p-q}{2}\right)^2 + t^2} \dots (12.)$$

$$v_{min} = \frac{p+q}{2} - \sqrt{\left(\frac{p-q}{2}\right)^2 + t^2} \dots (13.)$$

Uit de tweede volgt dat de grootste waarde voor de tangentiële kracht gevonden wordt voor  $\varphi = 45^\circ + \varepsilon$  en  $\varphi = 135^\circ + \varepsilon$  en dat die grootste waarde, die wij door  $u_{max}$  zullen voorstellen, gegeven wordt door de uitdrukking:

$$u_{max} = \sqrt{\left(\frac{p-q}{2}\right)^2 + t^2} \dots (14.)$$

Uit de laatste uitdrukking blijkt, dat de grootste tangentiële kracht altijd kleiner zal zijn dan de grootste normale kracht.

Passen wij de formule (12), die voor ieder willekeurig punt van den muur geldt, toe op een punt van het voorvlak, waarvoor wij in (6.) en (7.) de betrekkingen  $t_1 = p_1 n_1$  en  $q_1 = t_1 n_1 = p_1 n_1^2$  gevonden hebben, dan vinden wij voor den grootsten druk in een punt van het voorvlak de volgende eenvoudige uitdrukking:

$$p_1 (1 + n_1^2) \dots (15.)$$

Uit bovenstaande formules valt het gemakkelijk na te gaan dat deze druk werkt op een vlakje dat loodrecht staat op het voorvlak van den muur en dat de grootste drukking dus gericht is evenwijdig met dat voorvlak.

§ 61. Ontwikkeling van de formules voor de krachten in den muur. De hiervoor ontwikkelde betrekkingen tusschen de krachten, die in het inwendige van den muur werken, vloeien uitsluitend voort uit de voorwaarden van het statisch evenwicht en zijn dus algemeen geldig. Zij zijn echter niet voldoende om die inwendige krachten te bepalen; hiertoe moet nog eene voorwaarde ingevoerd worden, voortspruitende uit de wijze waarop

het materiaal van den muur weerstand biedt aan de daarop werkende krachten. Zoolang de muur beschouwd kan worden als een samenhangend geheel, zoolang dus geen krachten optreden, die de verschillende deelen van den muur onderling zullen doen verschuiven, kan men dezelfde onderstelling invoeren waarvan gebruik gemaakt wordt bij de theorie der balken, namelijk dat een *plat* voegvlak tengevolge van de vormverandering, die de op den muur werkende krachten te voorschijn brengen, een *plat* vlak blijft.

Hieruit volgt dan dat de normale kracht  $p$ , die per eenheid van oppervlak op de voeg werkt, wordt voorgesteld door een uitdrukking van den vorm:

$$p = A + A_1 y. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16.)$$

waarin  $y$  voorstelt den afstand van het punt van de voeg, dat wij beschouwen tot aan het snijpunt K van de voeg met de  $x$  as en  $A$  en  $A_1$  twee grootheden zijn, die van de plaats der beschouwde voeg dus van  $x$  afhangen.

Uitgaande van deze formule, die voor de drukkingen op de voeg algemeen aangenomen wordt, zullen wij thans de krachten onderzoeken, die in de verschillende deelen van den muur werken; later zullen wij dan de bijzondere gevallen nagaan waarin die wet niet meer kan doorgaan, en voor zoover mogelijk de wijzigingen onderzoeken, die dan in de verdeeling van den druk plaats hebben.

Wat vooreerst aangaat de waarden van de twee grootheden  $A$  en  $A_1$ , deze worden volkomen bepaald door de twee betrekkingen in § 57 vermeld, namelijk dat de resultante van de krachten  $pdy$  gelijk moet zijn aan  $P$  en dat de som van de momenten van die krachten ten opzichte van het punt K gelijk moet zijn aan  $M$ .

Stellen wij nu den afstand van het punt F van het achtervlak van den muur tot het punt K, dat is dus KF door  $b_0$  en den afstand van het punt E van het voorvlak tot het punt K dat is KE door  $b_1$  voor, dan moeten wij om de resultante van de krachten  $pdy$  te vinden, deze uitdrukking integreeren tusschen de grenzen  $y = -b_0$  en  $y = +b_1$  waardoor wij vinden:

$$\int_{-b_0}^{+b_1} p dy = \int_{-b_0}^{+b_1} (A + A_1 y) dy = A(b_1 + b_0) + \frac{1}{2} A_1 (b_1^2 - b_0^2) = P.$$

Om de som van de momenten der krachten op te maken, moeten wij het moment  $pydy$  van een dier krachten tusschen die zelfde grenzen integreeren, waardoor wij vinden:

$$\begin{aligned} \int_{-b_0}^{+b_1} pydy &= \int_{-b_0}^{+b_1} (Ay + A_1 y^2) dy = \\ &= \frac{1}{2} A (b_1^2 - b_0^2) + \frac{1}{3} A_1 (b_1^3 + b_0^3) = M. \end{aligned}$$

Door uit deze vergelijkingen  $A$  en  $A_1$  op te lossen, vinden wij:

$$A = 4 \frac{b_1^2 - b_1 b_0 + b_0^2}{(b_1 + b_0)^3} P - 6 \frac{b_1 - b_0}{(b_1 + b_0)^3} M \quad (17.)$$

$$A_1 = -6 \frac{b_1 - b_0}{(b_1 + b_0)^3} P + 12 \frac{1}{(b_1 + b_0)^3} M \quad (18.)$$

Met behulp van deze uitdrukkingen kan men gemakkelijk de grootste en kleinste waarde vinden, die de normale druk  $p$  in een zelfde voegvlak verkrijgt. Blijkens formule (16.) worden deze gevonden voor de grootste en kleinste waarden die  $y$  kan verkrijgen, dat is dus voor de punten E en F. Deze waarden, die wij in § 59 door  $p_1$  en  $p_0$  hebben voorgesteld, worden dus gevonden door in (16.)  $y$  achtereenvolgens gelijk te stellen aan  $+b_1$  en aan  $-b_0$ , zoodat wij vinden:

$$p_1 = A + A_1 b_1 = -2 \frac{b_1 - 2b_0}{(b_1 + b_0)^2} P + 6 \frac{1}{(b_1 + b_0)^2} M \quad (19.)$$

$$p_0 = A - A_1 b_0 = +2 \frac{2b_1 - b_0}{(b_1 + b_0)^2} P - 6 \frac{1}{(b_1 + b_0)^2} M \quad (20.)$$

Om nu de krachten  $t$  en  $q$  te leeren kennen, hebben wij slechts de twee vergelijkingen (4.) en (5.) te integreeren.

Door (16.) te differentiëren ten opzichte van  $x$ , vinden wij:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{dA}{dx} + \frac{dA_1}{dx} y$$

waardoor (4.) overgaat in:

$$\frac{dt}{dy} = \gamma \cos \beta - \frac{dA}{dx} - \frac{dA_1}{dx} y,$$

en hieruit volgt door integratie ten opzichte van  $y$ :

$$t = B + \left( \gamma \cos \beta - \frac{dA}{dx} \right) y - \frac{1}{2} \frac{dA_1}{dx} y^2. \quad (21.)$$

waarin  $B$  de constante van de integratie eene functie is van  $x$ . Door deze uitdrukking wederom ten opzichte van  $x$  te differentiëren, komt er:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{dB}{dx} - \frac{d^2 A}{dx^2} y - \frac{1}{2} \frac{d^2 A_1}{dx^2} y^2,$$

met behulp waarvan uit (5.) volgt:

$$\frac{dq}{dy} = -\gamma \sin \beta - \frac{dB}{dx} + \frac{d^2 A}{dx^2} y + \frac{1}{2} \frac{d^2 A_1}{dx^2} y^2$$

en hieruit vinden wij door integratie:

$$q = C - \left( \gamma \sin \beta + \frac{dB}{dx} \right) y + \frac{1}{2} \frac{d^2 A}{dx^2} y^2 + \frac{1}{6} \frac{d^2 A_1}{dx^2} y^3. \quad (22.)$$

waarin  $C$  de constante van de integratie wederom een functie van  $x$  is.

De twee grootheden  $B$  en  $C$  worden gevonden door de formules (21.) en (22.) toe te passen hetzij op het punt E of op het punt F (fig. 11). In het eerste geval vinden wij, door  $y$ ,  $t$  en  $q$  te vervangen door  $b_1$ ,  $t_1$  en  $q_1$ :

$$B = t_1 - \left( \gamma \cos \beta - \frac{dA}{dx} \right) b_1 + \frac{1}{2} \frac{dA_1}{dx} b_1^2$$

$$C = q_1 + \left( \gamma \sin \beta + \frac{dB}{dx} \right) b_1 - \frac{1}{2} \frac{d^2 A}{dx^2} b_1^2 - \frac{1}{6} \frac{d^2 A_1}{dx^2} b_1^3$$

en in het tweede geval door  $y$ ,  $t$  en  $q$  te vervangen door  $-b_0$ ,  $t_0$  en  $q_0$ :

$$B = t_0 + \left( \gamma \cos \beta - \frac{dA}{dx} \right) b_0 + \frac{1}{2} \frac{dA_1}{dx} b_0^2$$

$$C = q_0 - \left( \gamma \sin \beta + \frac{dB}{dx} \right) b_0 - \frac{1}{2} \frac{d^2A}{dx^2} b_0^2 + \frac{1}{6} \frac{d^2A_1}{dx^2} b_0^3.$$

Aangezien de grootheden  $t_1$ ,  $q_1$ ,  $t_0$  en  $q_0$  met behulp van de vergelijkingen (6.), (7.), (8.) en (9.) uit (19.) en (20.) gevonden kunnen worden, zoo kan men  $B$  en  $C$  op twee verschillende wijzen berekenen, waardoor men eene zeer gewenschte contrôle op de ontwikkeling verkrijgt. De juistheid van formule (21.) kan men nog op eene andere wijze controleeren, door namelijk met  $dy$  te vermenigvuldigen en tusschen de grenzen  $y = -b_0$  en  $y = +b_1$  te integreeren, verkrijgt men de totale tangentiëele kracht in de voeg, die blijkens § 57 gelijk is aan  $T$ .

## § 62. Vereenvoudiging van de ontwikkelde formules.

Uit de formules (21.) en (22.) blijkt dat  $t$  en  $q$  worden voorgesteld door polynomiums van  $y$  respectievelijk van den 2<sup>en</sup> en van den 3<sup>en</sup> graad; de daarin voorkomende grootheden, die functies zijn van  $x$ , kunnen gemakkelijk gevonden worden door het differentiëren van de grootheden  $A$ ,  $A_1$  en  $B$ , wanneer men daarbij slechts let op de volgende betrekkingen, die gemakkelijk te vinden zijn door na te gaan de veranderingen, die  $M$ ,  $P$ ,  $T$ ,  $b_0$  en  $b_1$  ondergaan bij den overgang van de voeg EF op de voeg EF' (fig. 11.):

$$\frac{dM}{dx} = T - b_0 \frac{dR_2}{dx} + \frac{1}{2} \gamma (b_1^2 - b_0^2)$$

$$\frac{dP}{dx} = \frac{dR_2}{dx} + \gamma (b_1 + b_0) \cos \beta$$

$$\frac{dT}{dx} = \frac{dR_1}{dx} - \gamma (b_1 + b_0) \sin \beta$$

$$\frac{db_0}{dx} = n_0$$

$$\frac{db_1}{dx} = n_1$$

De ontwikkeling van die grootheden biedt niet de minste

moeielijkheid; zij geeft alleen aanleiding tot eenigszins lange formules, omdat, teneinde het geval zoo algemeen mogelijk te nemen, al de grootheden behalve natuurlijk  $\gamma$  en  $\beta$  veranderlijk moeten aangenomen worden.

Wij zullen die ontwikkeling daarom hier niet geven, te meer, daar men na het uitvoeren van die ontwikkeling de formules aanmerkelijk kan vereenvoudigen, door voor iedere voeg, die men beschouwt, de  $y$  as zoodanig te kiezen dat zij door het achterste punt van de voeg gaat; voor de voeg EF dus door het punt F. In dat geval toch wordt  $b_0$  gelijk aan nul, tengevolge waarvan uit de formule alle termen die  $b_0$  als factor bevatten, weg vallen. De  $b_1$  wordt daarbij tevens gelijk aan de breedte  $EF = b$  van de voeg. Vóór het uitvoeren van de ontwikkeling was deze vereenvoudiging niet mogelijk, tenzij men rekening wilde houden met de verplaatsing, die daardoor de  $y$ -as ondergaat bij den overgang van de eene voeg tot de andere, dus bij het differentiëren ten opzichte van  $x$ , waardoor de bewerking aanmerkelijk omslachtiger wordt.

Behalve deze vereenvoudiging zullen wij in de formules nog eene kleine wijziging aanbrengen, waardoor zij eenen nog meer eenvoudigen en symmetrischen vorm aannemen. Wij zullen namelijk de formules niet schrijven volgens de machten van  $y$  maar van  $\frac{y}{b}$  en  $\frac{b-y}{b}$ . Wij vinden aldus zonder in het minst aan de algemeenheid van de ontwikkelde formules afbreuk te doen;

$$p = p_1 \frac{y}{b} + p_0 \frac{b-y}{b} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23.)$$

$$t = t_1 \left(\frac{y}{b}\right)^2 + 2 \left(3 \frac{T}{b} - t_1 - t_0\right) \frac{y}{b} \left(\frac{b-y}{b}\right) + t_0 \left(\frac{b-y}{b}\right)^2 \quad . \quad (24.)$$

$$q = q_1 \left(\frac{y}{b}\right)^3 + C_1 \left(\frac{y}{b}\right)^2 \left(\frac{b-y}{b}\right) + C_2 \frac{y}{b} \left(\frac{b-y}{b}\right)^2 + q_0 \left(\frac{b-y}{b}\right)^3 \quad . \quad (25.)$$

In deze formules stelt  $b$  de breedte der voeg voor,  $y$  den afstand van het punt der voeg, dat wij beschouwen tot aan den achterkant en  $(b - y)$  dus den afstand van datzelfde punt tot aan den

voorkant der voeg. De grootheden  $p_1 t_1 q_1$  en  $p_o q_o t_o$  stellen de waarden voor van  $p$ ,  $t$  en  $q$ , respectievelijk bij den voorkant en den achterkant van de voeg en worden gevonden uit de formules: (19.) en (20.) en (6.) tot (9.), die wij hier met inachtnaame van de bovengenoemde vereenvoudiging voor zooverre (19.) en (20.) betreffen, overschrijven:

$$p_1 = -2 \frac{P}{b} + 6 \frac{M}{b^2} \dots \dots \dots (26.)$$

$$t_1 = p_1 n_1 \dots \dots \dots (27.)$$

$$q_1 = t_1 n_1 \dots \dots \dots (28.)$$

$$p_o = 4 \frac{P}{b} - 6 \frac{M}{b^2} \dots \dots \dots (29.)$$

$$t_o = \frac{dR_2}{dx} - p_o n_o \dots \dots \dots (30.)$$

$$q_o = \frac{dR_1}{dx} - t_o n_o \dots \dots \dots (31.)$$

De twee coëfficiënten  $C_1$  en  $C_2$  eindelijk, worden gevonden door de formules:

$$C_1 = \gamma b (n_1 \cos \beta + \sin \beta) + b \frac{dn_1}{dx} p_1 + 12 \frac{T}{b} n_1 - 4q_1 - \\ - 4 t_o n_1 - p_o n_1^2 \dots \dots \dots (32.)$$

$$C_2 = \gamma b (n_o \cos \beta - \sin \beta) + b \frac{dn_o}{dx} p_o - 12 \frac{T}{b} n_o + 3q_o + \\ + 4 (t_1 + 2 t_o) n_o - (p_1 - p_o) n_o^2 - b \frac{d^2 R_2}{dx^2} \dots \dots (33.)$$

De in deze uitdrukkingen voorkomende differentiaal-quotienten  $\frac{dn_1}{dx}$  en  $\frac{dn_o}{dx}$  worden gelijk nul, indien het voorvlak respectievelijk het achtervlak van den muur een plat vlak is. Zijn deze vlakken gebogen, zooals in fig. 11 is voorgesteld, dan hebben zij eene waarde, afhankelijk van den straal van het voorvlak resp. achtervlak. Zijn deze stralen  $\varrho_1$  en  $\varrho_o$  dan is:

$$\frac{dn_1}{dx} = \frac{(1 + n_1^2)^{3/2}}{\varrho_1} \quad \frac{dn_o}{dx} = \frac{(1 + n_o^2)^{3/2}}{\varrho_o}$$



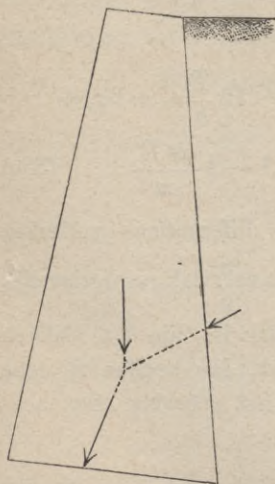
Deze uitdrukkingen zijn positief, indien de holle kant naar buiten gekeerd is, zooals in fig. 11. Zij zijn negatief indien de bolle kant naar buiten gekeerd is, zooals dit bij het achtervlak van de muren op Pl. 2 in fig. 3 en 5 voorgesteld, het geval is.

De beteekenis van de grootheden  $n_1, n_0, \gamma, \beta, R_1, R_2, P, T$  en  $M$  is uit § 57 en 59 bekend. Omtrent de laatste merken wij alleen op, dat zij de som van de momenten van  $G$  en van  $R$  voorstelt ten opzichte van *het punt F* en niet meer zooals in de vorige paragrafen ten opzichte van het punt K.

Alleen de uitdrukking (25.) voor  $q$  heeft in verband met de uitdrukkingen (32.) en (33.) voor de coëfficiënten  $C_1$  en  $C_2$  eenen samengestelden vorm. Zooals uit de verdere ontwikkeling zal blijken, zal het echter maar zeldzaam voorkomen, dat men de grootheden  $q$  werkelijk moet uitrekenen.

§ 63. Toepassing van de ontwikkelde formules. Ten einde de ontwikkelde formules nog beter te doen begrijpen en op enkele omstandigheden, die zich bij de verdeling van de drukkingen in den muur voordoen, te kunnen wijzen, maken wij hier onmiddellijk eene toepassing.

Fig. 16.



Wij nemen een muur (fig. 16) met hellende voegvlakken en wel onder een helling van een tiende, zoodat  $\tan \beta = 0,1$  en dus  $\beta = 5^\circ 42' 38''$  is. Voor de bovenbreedte nemen wij aan een Meter, en de hoogte, gemeten loodrecht op de richting der voegen, gelijk aan 6 Meters. Aan het voorvlak geven wij eene helling van  $\frac{1}{10}$  aan het achtervlak van  $\frac{1}{3}$ , ten opzichte van de loodlijn op de voegen; de benedenbreedte wordt dus 2,80 Meter en de grootheden  $n_1$  en  $n_0$  respectievelijk 0,1 en 0,2. De hoek, dien het achtervlak van den muur met de normaal op de voegen maakt, heeft dus tot tangens 0,2

en is dus gelijk aan  $11^\circ 18' 36''$ . De hoek  $\alpha$ , die het achtervlak

met de horizontaal maakt, genomen in den zin in § 25 bedoeld, wordt dus:  $\alpha = 90^\circ + 11^\circ 18' 36'' - 5^\circ 42' 38'' = 95^\circ 35' 58''$ . Voor den grond achter den muur nemen wij aan zand met een wrijvingshoek  $\mu = 32^\circ$  en een gewicht per kubieken meter van 1500 KG., verder een horizontaal bovenzvlak, waaruit volgt  $\varepsilon = 0$ , en een wrijvingshoek tusschen den grond en den muur  $\mu' = 20^\circ$ . Uit de formules (3), (3') of (3'') van § 31 volgt dan voor den hulphoek  $\nu$  de waarde  $\nu = 43^\circ 0' 28''$ .

De gronddruk wordt gegeven door formule (4.) van § 31. Nemen wij in die formule in plaats van de vertikale hoogte  $H$  den afstand  $x$  van het voegvlak dat wij beschouwen tot aan den bovenkant van den muur, dan moeten wij  $\frac{H}{\sin \alpha}$  vervangen

door  $\frac{x}{\sin(\alpha + \beta)}$  en vinden dan voor den gronddruk:

$$R = \frac{1}{2} \gamma \left( \frac{x}{\sin(\alpha + \beta)} \right)^2 \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha - \mu)}{\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \tan^2(45 - \frac{1}{2} \nu)$$

waarvoor wij kunnen schrijven:

$$R = \frac{1}{2} r x^2,$$

waarin  $r$  gegeven wordt door:

$$r = \gamma \frac{\sin(\alpha - \varepsilon) \sin(\alpha - \mu)}{\sin(\alpha + \mu + \mu' - \varepsilon)} \left( \frac{\tan(45 - \frac{1}{2} \nu)}{\sin(\alpha + \beta)} \right)^2$$

Daar de gronddruk met de richting van de voegen een hoek  $\mu' + \alpha + \beta - 90$  maakt, zoo zijn de twee ontbondenen  $R_1$  en  $R_2$  van  $R$ :

$$R_1 = R \cos(\mu' + \alpha + \beta - 90)$$

$$R_2 = R \sin(\mu' + \alpha + \beta - 90),$$

of als wij  $R_1 = \frac{1}{2} r_1 x^2$  en  $R_2 = \frac{1}{2} r_2 x^2$  stellen, dan is:

$$r_1 = r \cos(\mu' + \alpha + \beta - 90)$$

$$r_2 = r \sin(\mu' + \alpha + \beta - 90).$$

Voor het moment van den gronddruk ten opzichte van den achterkant der voeg vinden wij eindelijk:

$$\frac{1}{6} r x^3 \frac{\cos \mu'}{\sin(\alpha + \beta)}.$$

Nemen wij den centimeter als eenheid van lengtemaat, waar-

door  $\gamma = 0,0015$  wordt, dan vinden wij met behulp van de boven gegeven hoeken :

$$r = 0,00049048$$

$$r_1 = 0,00041905$$

$$r_2 = 0,00025489$$

en het moment van den grondruk wordt dan:

$$0,000078339 x^3.$$

Met de waarde  $x = 600$  vinden wij hieruit;

$$R_1 = 75,4298 \text{ KG.}$$

$$R_2 = 45,8801 \text{ KG.}$$

en voor het moment 16921,16 centimeter-kilogrammen.

Het gewicht van den muur wordt gegeven door de formule:

$$G = \gamma x \left( b - \frac{n_0 + n_1}{2} x \right).$$

Nemen wij voor het gewicht van den kubieken meter metselwerk 1600 KG., dus  $\gamma = 0,0016$ , en vermenigvuldigen wij met  $\sin \beta$  en  $\cos \beta$ , dan volgt hieruit:

$$G \sin \beta = 18,1495 \text{ KG.}$$

$$G \cos \beta = 181,4948 \text{ KG.}$$

Voor de totale normale en tangentiële kracht volgt hieruit:

$$P = R_2 + G \cos \beta = 227,3749 \text{ KG.}$$

$$T = R_1 - G \sin \beta = 57,2803 \text{ KG.}$$

Voor het moment van den muur vinden wij:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \gamma x \left[ b(b - n_1 x) - \frac{n_0^2 - n_1^2}{3} x^2 \right] \cos \beta - \gamma x^2 \left[ \frac{1}{2} b - \frac{n_0 + n_1}{3} x \right] \sin \beta = \\ = 27701,84 - 4585,13 = 23116,71. \end{aligned}$$

en dus voor het moment van den muur en den grondruk te zamen:

$$M = 23116,71 + 16921,16 = 40037,87 \text{ KG. centimeter.}$$

Uit de formules  $R_1 = \frac{1}{2} r_1 x^2$  en  $R_2 = \frac{1}{2} r_2 x^2$  volgt nog:

$$\frac{dR_1}{dx} = r_1 x$$

$$\frac{dR_2}{dx} = r_2 x$$

en: 
$$\frac{d^2 R_2}{dx^2} = r_2$$

en dus voor  $x = 600$ :

$$\frac{dR_1}{dx} = 0,2514$$

$$\frac{dR_2}{dx} = 0,1529$$

$$\frac{d^2 R_2}{dx^2} = 0,00025489$$

De formules (26)—(31) geven nu achtereenvolgens voor de drukkingen in kilogrammen per vierkanten centimeter bij het voorvlak en het achtervlak van den muur:

$$p_1 = -2 \frac{P}{b} + 6 \frac{M}{b^2} = -1,6241 + 3,0641 = 1,4400$$

$$t_1 = n_1 p_1 = 0,1440$$

$$q_1 = n_1 t_1 = 0,0144$$

$$p_o = 4 \frac{P}{b} - 6 \frac{M}{b^2} = 3,2482 - 3,0641 = 0,1841$$

$$t_o = \frac{dR_2}{dx} - p_o n_o = 0,1529 - 0,0368 = 0,1161$$

$$q_o = \frac{dR_1}{dx} - t_o n_o = 0,2514 - 0,0232 = 0,2282$$

Voor den coëfficiënt van  $\frac{y}{b} \left( \frac{b-y}{b} \right)$  in formule (24.) vinden wij:

$$6 \frac{T}{b} - 2 t_1 - 2 t_o = 1,2274 - 0,2880 - 0,2322 = 0,7072$$

en voor de coëfficiënten  $C_1$  en  $C_2$  vinden wij eindelijk volgens (32.) en (33.), waarin  $\frac{dn_1}{dx} = \frac{dn_o}{dx} = 0$  is, omdat voor- en achtervlak beiden vlak zijn:

$$\begin{aligned}
 \gamma b (n_1 \cos \beta + \sin \beta) &= 0,0891 \\
 12 \frac{T}{b} n_1 &= 0,2455 \\
 - 4 q_1 &= -0,0576 \\
 - 4 t_o n_1 &= -0,0464 \\
 - p_o n_1^2 &= -0,0018 \\
 \hline
 C_1 &= 0,2288
 \end{aligned}$$

en:

$$\begin{aligned}
 \gamma b (n_o \cos \beta - \sin \beta) &= 0,0446 \\
 - 12 \frac{T}{b} n_o &= -0,4910 \\
 + 3 q_o &= 0,6846 \\
 + 4 (t_1 + 2 t_o) n_o &= 0,3010 \\
 - (p_1 - p_o) n_o^2 &= -0,0502 \\
 - b \frac{d^2 R_2}{d x^2} &= -0,0714 \\
 \hline
 C_2 &= 0,4176
 \end{aligned}$$

Met behulp van de formules (23.), (24.) en (25.) zijn nu voor 11 verschillende punten van de voeg de waarden van  $p$ ,  $t$  en  $q$  berekend en in de hier volgende tabel verzameld en daaruit zijn verder berekend de waarden van  $v_{max}$ ,  $v_{min}$  en  $w_{max}$ , volgens (12.), (13.) en (14.) allen in kilogrammen per vierkanten centimeter. De laatste kolom zal later verklaart worden.

$\frac{y}{b}$	$p$	$t$	$q$	$v_{max}$	$v_{min}$	$u_{max}$	$\varphi$
0,0	0,184	0,116	0,228	0,324	0,088	0,118	32° 15'
0,1	0,310	0,159	0,202	0,424	0,088	0,168	27° 12'
0,2	0,435	0,193	0,178	0,539	0,074	0,232	23° 56'
0,3	0,561	0,218	0,154	0,656	0,059	0,298	21° 16'
0,4	0,686	0,234	0,132	0,772	0,046	0,363	18° 52'
0,5	0,812	0,242	0,111	0,887	0,036	0,426	16° 35'
0,6	0,938	0,240	0,091	1,001	0,027	0,487	14° 22'
0,7	1,063	0,230	0,071	1,114	0,021	0,547	12° 11'
0,8	1,187	0,210	0,052	1,224	0,014	0,605	10° 2'
0,9	1,314	0,181	0,032	1,340	0,001	0,666	7° 52'
1,0	1,440	0,144	0,014	1,454	0,000	0,727	5° 43'

Uit deze tabel en uit de formules (23.)—(25.) ziet men dat de normale druk op de voeg van den achterkant van den muur ( $\frac{y}{b} = 0$ ) naar den voorkant ( $\frac{y}{b} = 1$ ) regelmatig toeneemt en bij den voorkant hare grootste waarde verkrijgt. Met de tangentiële krachten is het geheel anders; deze zijn bij den voor- en den achterkant het kleinst en verkrijgen hunne grootste waarde meer in het midden van den muur. De normale drukking  $q$  op een vlakje loodrecht op de voegvlakken is het kleinst bij den voorkant van den muur en neemt naar achteren in den regel toe. De waarden van  $t$  en  $q$  kunnen bij het voorvlak zelfs nul worden, en dit is het geval wanneer de voegen loodrecht op het voorvlak staan, zoo als uit de formules (6.) en (7.) blijkt.

De maximum normale kracht  $v_{max}$  is evenals de kracht  $p$  het grootst bij het voorvlak en neemt, wanneer men naar den achterkant van den muur gaat, af. De waarden van  $v_{min}$  en  $u_{max}$  zijn van minder belang; zij zijn steeds kleiner dan de waarden van  $v_{max}$ . Omtrent de minimum normale drukking  $v_{min}$  merken

wij evenwel nog op, dat die ook negatief kan zijn, hetgeen wil zeggen dat er trekspanningen optreden. Dit optreden van trekspanningen heeft echter geen bezwaar, indien  $p$  en  $q$  slechts positief zijn: want die trekspanningen werken dan op een vlak, dat schuin staat ten opzichte van de voegvlakken, zoodat die spanningen optreden in het inwendige van de steenen, waartegen geen bezwaar bestaat.

Het optreden van trekspanningen tusschen de steenen mag echter niet voorkomen, zoo er geen rekening gehouden wordt met de aanwezigheid van de metselspecie, of wanneer deze afwezig is. Het optreden van deze trekspanningen zou plaats hebben wanneer de kleinste waarde van de normale drukking  $p$ , dus  $p_0$  bij den achterkant van den muur, negatief werd. De kleinste waarde die  $p_0$  dus zou mogen verkrijgen, is bijgevolg:

$$p_0 = 0,$$

en opdat die trekspanningen dus niet kunnen optreden, moet dus voldaan zijn aan de voorwaarde:

$$p_0 \begin{matrix} = \\ > \end{matrix} 0. \dots \dots \dots (34.)$$

Wanneer wij deze waarde voor  $p_0$  in (29.) substitueeren, vinden wij:

$$\frac{M}{P} = \frac{2}{3} b,$$

en aangezien  $\frac{M}{P}$  den afstand aangeeft van het aangrijpingspunt van de resultant van de drukkingen op de voeg tot den achterkant der voeg, zoo blijkt hieruit, dat dit aangrijpingspunt niet mag vallen in het buitenste derde gedeelte van de voeg.

In het zeer zeldzame geval dat de muur zeer sterk achterover helt, zou de kleinste waarde van  $p$  bij den voorkant van den muur kunnen plaats hebben; en daaruit kan men met behulp van formule (26.) gemakkelijk afleiden, dat de resultant ook niet in het achterste derde gedeelte van den muur mag aangrijpen. De resultante zal dus steeds moeten vallen binnen het middelste derde gedeelte van den muur.

Met uitzondering van het zoeven genoemde zeldzame geval, ligt de grootste normale druk bij den voorkant van den muur,

en deze is volgens formule (15.) gelijk aan  $p_1 (1 + n_1^2)$ . Stelt men dus de grootste drukking, die per eenheid van oppervlak toegelaten wordt door  $D$  voor, dan zal moeten voldaan zijn aan de voorwaarde:

$$p_1 (1 + n_1^2) \leq D. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35.)$$

§ 64. Veranderingen die in de verdeeling van de drukkingen kunnen voorkomen. Behalve dat er geen trekspanningen in den muur tusschen de verschillende steenen mogen optreden en de drukking per vierkante eenheid een zeker maximum niet mag overschrijden, mag ook het bovengedeelte van den muur niet over het voegvlak kunnen verschuiven. Hiertoe is het noodig, dat de hoek tusschen de resultante van de drukkingen op de voeg en de normaal op die voeg kleiner is dan de wrijvingshoek tusschen de steenen onderling of tusschen de steenen en het grondvlak waarop de muur rust.

De hoek, welke de resultante met de normaal maakt, kan men vinden uit den tangens van dien hoek en deze is gelijk aan de resultante  $T$  van de tangentiëele krachten gedeeld door de resultante  $P$  van de normale krachten. Bij het behandelde voorbeeld is deze hoek  $14^\circ 8'$ . Hij is betrekkelijk klein, tengevolge van den hellenden stand der voegen. Bij horizontale voegen kan hij veel grooter worden.

In hoeverre of deze hoek tot den wrijvingshoek mag naderen is een van de moeielijkste vraagstukken van de theorie der bekleedingsmuren en hierbij komen wij tevens tot de gevallen waarin er verandering kan komen in de wijze waarop de drukkingen zich in de voeg verdeelen.

Zooals wij vroeger gezien hebben is de wet, volgens welke de normale en de tangentiëele krachten zich in de voeg verdeelen, verschillend. Het gevolg hiervan is, dat de verhouding tusschen die twee en dus de tangens van den hoek, welke de resultante van beiden met de normaal op de voeg maakt, en dus ook die hoek zelf, verschillend is van het eene punt van de voeg tot het andere. Voor het hiervoor behandelde voorbeeld



is die hoek voor verschillende punten van de voeg uitgerekend door middel van de formule:

$$\text{tang } \varphi = \frac{t}{p}$$

en in de laatste kolom onder  $\varphi$  aangegeven. Het blijkt daaruit dat die hoek bij het voorvlak het kleinst is en zoo als uit formule (6.) onmiddellijk valt na te gaan, aldaar altijd gelijk zal zijn aan den hoek, dien het voorvlak van den muur met de normaal op de voeg maakt. Naar achteren in de voeg neemt die hoek toe en wordt bij den achterkant zelfs gelijk aan  $32^{\circ} 15'$  ofschoon de resultante van alle drukkingen met de normaal slechts een hoek van  $14^{\circ} 8'$  maakt. Het kan dus zeer goed voorkomen, dat, ofschoon deze laatste hoek kleiner is dan de wrijvingshoek, er in het achtergedeelte van de voeg drukkingen optreden, die een grooteren hoek met de normaal maken dan den wrijvingshoek. Dit laatste zal zeker het geval zijn wanneer men komt tot de uiterste waarde die  $p_0$  mag verkrijgen, namelijk:

$p_0 = 0$ ; want alsdan wordt  $\frac{t_0}{p_0}$  oneindig groot en dus  $\varphi = 90^{\circ}$ .

Wat zal er in een dergelijk geval plaats hebben? De wrijving kan hier den noodigen weerstand niet opleveren en dus zal de metselspecie het moeten doen. Wanneer echter bij eene vroegtijdige aanaarding die krachten optreden voordat de metselspecie voldoende verhard is, dan zal het optreden van die krachten aanleiding kunnen geven tot het losscheuren van de metselspecie en kan dus daarop niet meer gerekend worden. Maar ook wanneer er geen metselspecie aanwezig is, zoo als bij opgestapelde muren in natuurlijke steen vaak voorkomt, wordt hier de noodige weerstand niet gevonden. Wat moet er dus plaats hebben? Eene verschuiving van den muur in zijn geheel kan niet ontstaan, omdat de totale wrijving voldoende is om dit te beletten, maar eene partiële verschuiving van enkele deelen zal plaats grijpen. De steenen zullen zich een weinig ten opzichte van elkaar verzetten, totdat er een evenwichts-toestand ontstaan is, en hierdoor zal eene andere verdeling van de drukkingen in den muur moeten optreden, dan wij tot nog toe verondersteld hebben.

Welke veranderingen in de verdeeling van de drukkingen zal plaats hebben, daaromtrent valt moeielijk iets met zekerheid op te maken. Een paar punten alleen kunnen met eenige waarschijnlijkheid worden aangegeven. Aan de betrekkingen in de paragrafen 57—60 opgemaakt, en welke betrekkingen alleen steunen op de voorwaarden van het statisch evenwicht, kan moeielijk iets veranderen.

Aangezien de grootste afwijking van de resultante met betrekking tot de normaal in den regel plaats heeft bij den achterkant van den muur, zoo dienen wij dat punt het eerst te beschouwen. De hoek  $\varphi_0$ , welke de resultante van  $p_0$  en  $t_0$  aldaar met de normaal maakt, wordt gevonden uit de formule:

$$\text{tang } \varphi_0 = \frac{t_0}{p_0},$$

of als wij hierin de waarde van  $t_0$  uit (8.) overbrengen, uit:

$$\text{tang } \varphi_0 = \frac{1}{p_0} \frac{dR_2}{dx} - n_0.$$

Is deze waarde van  $\varphi_0$ , berekend met de vroeger aangenomen wet voor de verdeeling der krachten, grooter dan de wrijvingshoek, dan kan die hoek alleen kleiner worden en het evenwicht zich dus herstellen doordat  $p_0$  grooter wordt, want  $\frac{dR_2}{dx}$  en  $n_0$  zijn hier onveranderlijk.

De normale druk aan den achterkant van de voeg zal dus in den regel toenemen, maar daarmee zal tevens moeten gepaard gaan eene toename van de normale drukking aan den voorkant der voeg, dus juist ter plaatse waar die druk reeds het grootst is. De resultante toch van de normale drukkingen moet gelijk blijven aan  $P$ , wordt die drukking aan den achterkant van den muur dus grooter, dan moet hij meer naar het midden van den muur kleiner worden. Dit kleiner worden van de normale drukking kan zich echter niet uitstrekken tot aan den voorkant; want alsdan zou het moment van de drukkingen kleiner moeten worden en dit is onmogelijk, omdat het moment gelijk moet blijven aan de waarde van  $M$ , die onafhankelijk is van de wijze van verdeeling van den druk. Meer naar den voorkant van den

muur zal dus de drukking opnieuw moeten toenemen, en nu is het niet waarschijnlijk dat in een nog meer naar voren gelegen punt die verandering weer in anderen zin zal optreden. Men zal er dus op moeten rekenen, dat bij de hier noodzakelijke verandering van de verdeeling van de drukkingen de vroeger bepaalde maximum normale druk, die voorgesteld wordt door:

$$p_1(1 + n_1^3).$$

grooter zal zijn dan die, welke gevonden wordt met de uitdrukking (26.) van  $p_1$ .

De vraag doet zich hier natuurlijk voor in hoe verre of er wijziging moet komen in de voorwaarde door formule (34.) uitgedrukt, omdat juist wanneer  $p_0$  klein wordt, veranderingen in de verdeeling van de drukkingen optreden. Zooals wij hier boven gezien hebben, hebben die veranderingen juist de strekking den druk  $p_0$  grooter te maken. Hieruit volgt dus dat, wanneer de waarde van  $p_0$  volgens (29.) bepaald eene kleine drukking of eene drukking nul zou opleveren, er geen vrees behoeft te bestaan voor het optreden van trekspanningen. Men zal dus de uit (34.) in verband met (29.) voortvloeiende voorwaarde gerust kunnen toepassen, alleen zal men er op te letten hebben, dat in zulk geval de uit (26.) voortvloeiende maximum normale druk, niet al te groot worde, omdat deze door de plaats hebbende veranderingen zeer waarschijnlijk nog zal toenemen.

Bij muren van betrekkelijk geringe hoogte zijn de krachten, die in den muur optreden, meestal gering en zal men de afmetingen van den muur dus kunnen berekenen uit de voorwaarde, die uit (34.) in verband met (29.) voortvloeit, namelijk:

$$4 P b - 6 M \geq 0 \dots \dots \dots (36.)$$

De vermeerdering, die de drukking aan den voorkant ondergaat, tengevolge van de boven beschreven verandering in de verdeeling der drukkingen, zal dan, omdat die drukking zeer gering is, geen bezwaar opleveren.

Bij hooge muren, waarin de drukkingen veel grooter worden, zal men de afmetingen moeten berekenen uit de voorwaarde, die

uit (35.) in verband met (26.) voortvloeit, namelijk:

$$6 M - 2 P b < \frac{D b^2}{1 + n_1^2} \quad \dots \quad (37.)$$

In dit geval zal de drukking aan den achterkant meestal niet zoo klein worden, dat eene nadeelige verandering in de verdeeling van de drukkingen kan intreden.

In de gevallen waarin gelijktijdig een grooten druk aan den voorkant en een kleinen druk aan den achterkant voorkomt en die dus gelegen zijn tusschen de twee bovengenoemde gevallen, zal men de verdeeling van de drukkingen nader moeten onderzoeken, ten einde zich te vergewissen of ook nadeelige veranderingen in de wijze van verdeeling der kracht kunnen optreden. Mocht dit het geval zijn dan zal men het profiel daarnaar moeten wijzigen; hetzij door de voegen eene helling te geven en daardoor den hoek, dien de drukkingen met de normaal op de voeg maken, kleiner te maken; hetzij door de breedte grooter te nemen, ten einde daardoor de maximum-druk aan den voorkant te verminderen te gelijk met eene vermindering van den hoek, dien de druk aan den achterkant met de normaal maakt.

Wil men in dergelijk geval de muur zoodanig verzwaren dat de druk aan den achterkant een hoek met de normaal maakt, die hoogstens gelijk is aan den wrijvingshoek (\*), dan mag  $\frac{t_0}{p_0}$  hoogstens gelijk zijn aan den wrijvingscoëfficiënt, die wij door  $m$  zullen voorstellen.

Uit (30.) volgt dan:

$$p_0 > \frac{d R_2}{dx} \frac{1}{m + n_0}$$

(\*) De drukking, die met de normaal op de voeg den grootsten hoek maakt, is niet altijd in het achterste punt der voeg. In de gevallen echter waarin eene nadeelige verandering in de verdeeling der krachten kan optreden, is dit punt zeer dicht bij den achterkant gelegen. Zorgt men dat in het achterste punt die hoek gelijk is aan den wrijvingshoek, dan kan de drukking iets meer naar voren een iets grooteren hoek met de normaal maken. Het verschil zal echter meestal zeer gering zijn en dus geen nadeelige gevolgen kunnen hebben. Bij het laatste voorbeeld van § 66 wordt die hoek op 85 cM. van den achterkant op zijn grootst en bereikt daar een waarde van ongeveer 35° 18', dus slechts een twintigtal minuten meer dan in het achterste punt der voeg.

en hierin de waarde van  $p_0$  volgens (29.) overbrengende:

$$4 Pb - 6 M \begin{matrix} = \\ > \end{matrix} \frac{dR_2}{dx} \cdot \frac{b^2}{m + n_0} \dots (38.)$$

Het direct berekenen van de afmetingen van den muur uit de voorwaarden van stabiliteit tegen verschuiving van den muur in zijn geheel is niet aan te raden. Men doet beter met den muur eerst te berekenen uit de voorwaarden (36.) of (37.) en dan na te gaan of hij de noodige stabiliteit tegen verschuiving aanbiedt.

In dezen zin zullen in de volgende paragraaf de formules (36.), (37.) en (38.) nader ontwikkeld worden, teneinde daaruit onmiddellijk de benedendikte van den muur te kunnen vinden.

§ 65. Berekening van de dikte van den muur. Voor de berekening van de dikte van den muur heeft men dus de twee voorwaarden (36.) en (37.) en zoo noodig (38.), of als men alleen het gelijkteken neemt, dus de uiterste gevallen beschouwt:

$$4 Pb - 6 M = 0$$

$$2 Pb - 6 M + \frac{Db^2}{1 + n_1^2} = 0$$

en 
$$4 Pb - 6 M - \frac{dR_2}{dx} \frac{b^2}{m + n_0} = 0,$$

de eerste voor lage, de tweede voor hooge muren en de derde voor het geval, dat eene nadeelige verschuiving in den muur zou te vreezen zijn.

Uit deze formules moeten wij thans de benedenbreedte of dikte van den muur oplossen. Daartoe moeten wij eerst  $P$  en  $M$  in  $b$  uitdrukken.

Indien wij de vroegere notatie aanhouden, vinden wij voor het gewicht van den muur:

$$G = \gamma x (b - \frac{1}{2} n_1 x - \frac{1}{2} n_0 x),$$

waaruit volgt:

$$P = G \cos \beta + R_2 = \gamma x \cos \beta b - \frac{1}{2} \gamma (n_1 + n_0) x^2 \cos \beta + R_2.$$

Het moment van den muur ten opzichte van den achterkant van de onderste voeg is:

$$\frac{1}{2} \gamma [b^2 x - b n_1 x^2 + \frac{1}{3} n_1^2 x^3 - \frac{1}{3} n_o^2 x^3] \cos \beta - \\ - \frac{1}{2} \gamma [b x^2 - \frac{2}{3} n_1 x^3 - \frac{2}{3} n_o x^3] \sin \beta$$

en hieruit volgt, indien wij door  $M'$  het moment van den gronddruk voorstellen en naar de machten van  $b$  rangschikken:

$$M = \frac{1}{2} \gamma x \cos \beta b^2 - \frac{1}{2} \gamma (n_1 \cos \beta + \sin \beta) x^2 b + \\ + \frac{1}{6} \gamma [n_1^2 \cos \beta - n_o^2 \cos \beta + 2 n_1 \sin \beta + 2 n_o \sin \beta] x^3 + M'.$$

Substitueeren wij deze uitdrukkingen in de drie bovenstaande vergelijkingen, dan vindt men na deeling door  $\gamma x^3 \cos \beta$ :

$$\left(\frac{b}{x}\right)^2 + \left[ n_1 - 2n_o + 3 \operatorname{tang} \beta + \frac{4 R_2}{\gamma x^2 \cos \beta} \right] \left(\frac{b}{x}\right) - \\ - \left[ n_1^2 - n_o^2 + 2 (n_1 + n_o) \operatorname{tang} \beta + \frac{6 M'}{\gamma x^3 \cos \beta} \right] = 0 \quad (39.)$$

$$\left[ \frac{D}{\gamma x \cos \beta (1 + n_1^2)} - 1 \right] \left(\frac{b}{x}\right)^2 + \\ + \left[ 2n_1 - n_o + 3 \operatorname{tang} \beta + \frac{2 R_2}{\gamma x^2 \cos \beta} \right] \left(\frac{b}{x}\right) - \\ - \left[ n_1^2 - n_o^2 + 2 (n_1 + n_o) \operatorname{tang} \beta + \frac{6 M'}{\gamma x^3 \cos \beta} \right] = 0 \quad (40.)$$

en:

$$\left[ 1 - \frac{dR_2}{dx} \frac{1}{\gamma x \cos \beta (m + n_o)} \right] \left(\frac{b}{x}\right)^2 + \\ + \left[ n_1 - 2n_o + 3 \operatorname{tang} \beta + \frac{4 R_2}{\gamma x^2 \cos \beta} \right] \left(\frac{b}{x}\right) - \\ - \left[ n_1^2 - n_o^2 + 2 (n_1 + n_o) \operatorname{tang} \beta + \frac{6 M'}{\gamma x^3 \cos \beta} \right] = 0 \quad (41.)$$

Uit deze tweede-machtvergelijkingen kan men  $\left(\frac{b}{x}\right)$  gemakkelijk oplossen en door dan te vermenigvuldigen met de hoogte  $x$ , gemeten loodrecht op de voegen, de benedendikte  $b$  vinden.

Heeft men  $b$  uit (39.) of (40.) berekend, dan is het goed de waarden van  $p_0$  en  $p_1$  te berekenen, eensdeels als contrôle op de berekening, anderdeels om zich te overtuigen of ook aan de voorwaarde (35.) voldaan is indien men de vergelijking (39.) genomen heeft, of wel dat aan (34.) voldaan is, indien men de vergelijking (40.) gebruikt heeft. Tevens zal men uitrekenen den hoek, dien de resultante van de drukkingen met de normaal maakt, om na te gaan of genoegzaam weerstand tegen verschuiving geboden wordt. Bij het gebruik van vergelijking (40.) zal men tevens nagaan, den hoek, dien de drukking aan den achterkant van den muur met de normaal maakt, om zeker te zijn dat door verschuiving in den muur geen nadeelige vermeerdering van druk aan den voorkant kan optreden. Blijkt het daaruit dat dergelijke verandering wel te vreezen is, dan zal men het profiel van den muur moeten veranderen of daaraan eene grootere dikte moeten geven te berekenen volgens vergelijking (41.).

§ 66. Voorbeelden. Ter nadere toelichting geven wij hier een paar voorbeelden.

In de eerste plaats nemen wij het zeer gunstige profiel, dat ons in § 63 tot voorbeeld gestrekt heeft, maar nemen de breedte  $b$  als onbekende. In dat voorbeeld was:

$$n_1 = 0,1 \quad n_0 = 0,2 \quad \text{tang } \beta = 0,1 \quad \gamma = 0,0016 \quad x = 600$$

$$R_1 = 75,4298 \quad R_2 = 45,8801 \quad M' = 16921,16.$$

Met behulp hiervan vinden wij:

$$\frac{4 R_2}{\gamma x^2 \cos \beta} = 0,320201$$

$$n_1 - 2n_0 + 3 \text{ tang } \beta = 0,1 - 0,4 + 0,3 = 0$$

$$\frac{6 M'}{\gamma x^3 \cos \beta} = 0,295235$$

$$n_1^2 - n_0^2 + 2(n_1 + n_0) \text{ tang } \beta = 0,01 - 0,04 + 0,06 = 0,03.$$

Deze waarden in (39.) overgebracht, geven de vergelijking:

$$\left(\frac{b}{x}\right)^2 + 0,320201 \frac{b}{x} - 0,325235 = 0,$$

waaruit door oplossing volgt:

$$\frac{b}{x} = 0,43224,$$

en dus:

$$b = 0,43224 x = 0,43224 \times 600 = 259,344 \text{ centimeter.}$$

Nemen wij voor de beneden dikte het ronde aantal van 260 centimeters, dan volgt daaruit voor de boven breedte:

$$260 - 600 (n_0 + n_1) = 260 - 180 = 80 \text{ centimeter.}$$

Met deze waarde voor de dikte vinden wij op dezelfde wijze als in § 63:

$$P = R_2 + G \cos \beta = 45,8801 + 162,3901 = 208,2702$$

$$T = R_1 - G \sin \beta = 75,4298 - 16,2390 = 59,1908$$

$$M = M' + 19104,71 = 16921,16 + 19104,71 = 36025,87,$$

waaruit volgt:

$$p_0 = 4 \frac{P}{b} - 6 \frac{M}{b^2} = 3,20416 - 3,19756 = 0,00660$$

$$p_1 = 6 \frac{M}{b^2} - 2 \frac{P}{b} = 3,19756 - 1,60208 = 1,59548.$$

De waarde van  $p_0$  geeft een contrôle op de berekening; de geringe positieve waarde inplaats van nul, vloeit voort uit het afronden van de gevonden waarde voor  $b$ . Uit de waarde van  $p_1$  volgt voor de maximum drukking per vierkante eenheid:

$$v_{max} = p_1 (1 + n_1^2) = 1,59548 \times 1,01 = 1,61143 \text{ KG.}$$

per vierkanten centimeter. Deze drukking is zoo gering, dat de vermeerdering, die voortspruit uit de verandering in de verdedeling, die de drukkingen in de voeg kunnen ondergaan, omdat bij den achterkant de drukking bijna loodrecht staat op de normaal van de voeg, geen hinderlijke gevolgen kan hebben.

Voor den hoek  $\varphi$ , dien de resultante van al de drukkingen met de normaal van de voeg maakt, vinden wij eindelijk:

$$\text{tang } \varphi = \frac{T}{P} = \frac{59,1908}{208,2702}$$



waaruit volgt  $\varphi = 15^\circ 52'$ , zoodat voor verschuiving geen vrees behoeft te bestaan.

Omtrent de vergelijking (39.) merken wij hier nog op, dat voor het geval de grond van boven door een plat vlak begrensd is en dus  $R_2$  evenredig is met  $x^2$  en  $M'$  met  $x^3$  uit de coëfficiënten van die vergelijking de hoogte  $x$  geheel verdwijnt, zoodat de benedenbreedte en dus ook de bovenbreedte evenredig is met de hoogte  $x$ . De maximum druk aan den voorkant is in dit geval ook rechtstreeks evenredig met de hoogte.

Wil men dus bij den beschouwden muur hoogstens eene drukking toelaten van 5 KG. per vierkanten centimeter, dan zou hij bij hetzelfde profiel

$$\frac{5}{1,61143} = 3,1$$

maal de hoogte van den beschouwden muur kunnen verkrijgen, dat is dus  $3,1 \times 600 = 1860$  centimeter of 18,6 Meter. Bij een nog hooger en muur, onder dezelfde omstandigheden, zou men tot de vergelijking (40.) moeten overgaan.

Beschouwen wij als tweede voorbeeld dezen muur met eene hoogte van 18,6 Meter, dan vinden wij, volgens het bovenstaande, voor de benedendikte  $260 \times 3,1 = 806$  centimeter en voor de bovendikte  $80 \times 3,1 = 248$  centimeter. De resultante van de drukkingen op de voeg maakt met de normaal op de voeg, even als boven een hoek van  $15^\circ 52'$ , zoodat voor verschuiving geen vrees behoeft te bestaan. Aan den achterkant van de voeg zal echter de druk ten naastebij loodrecht op de normaal staan en wanneer wij dus niet rekenen op de aanwezigheid van de metselspecie, zal er eene verandering komen in de verdeling van de drukkingen op de voeg, waardoor, zoo als wij boven gezien hebben, de drukking aan den voorkant zal toenemen en de gestelde grens van 5 KG. per vierkanten centimeter zal overschrijden. Men zal dus in dit geval aan den muur eene grootere dikte moeten geven om daaraan tegemoet te komen.

Nemen wij de bovendikte gelijk aan 310 centimeter, waardoor de benedendikte 868 centimeter wordt, dan komen wij in dezelfde verhouding als bij het voorbeeld van § 63, en daaruit volgt dan dat de maximum druk aan den voorkant zal zijn:

$1,454 \times 3,1 = 4,507$  KG. per vierkanten centimeter, terwijl de drukking aan den achterkant met de normaal slechts meer een hoek van  $32^\circ 15'$  maakt. Voor de verandering in de verdeeling van de drukkingen op de voeg, behoeft thans geen vrees meer te bestaan en mocht nog eene kleine verandering plaats hebben, dan zal de maximum drukking, die nu gedaald is tot 4,5 KG. per vierkanten centimeter, niet licht tot 5 KG. stijgen. Door deze vermeerdering van de dikte van den muur is tevens de hoek, dien de resultante van de drukkingen met de normaal op de voeg maakt, van  $15^\circ 52'$  gedaald tot  $14^\circ 8'$ .

Als derde voorbeeld nemen wij een zeer ongunstig geval. Een muur hoog 15 meter met horizontale voegen, een helling van  $\frac{1}{10}$  van het voorvlak en van  $\frac{2}{10}$  van het achtervlak van den muur. Het gewicht van den kubieken meter metselwerk, nemen wij aan op 1800 KG. en laten in den muur geen grooteren druk dan 5 KG. per vierkanten centimeter toe.

De grond achter den muur, bestaande uit tuinaarde met een wrijvingshoek  $\mu = 36^\circ$ , onderstellen wij boven begrensd door het natuurlijk talud; het gewicht van den kubieken meter grond nemen wij gelijk aan 1700 KG., en den wrijvingshoek tusschen den grond en den muur op  $25^\circ$ .

Uit de helling van het achtervlak van den muur volgt  $\alpha = 101^\circ 18' 36''$ ; met behulp van deze waarde en van de verdere gegevens vindt men volgens § 29 voor den gronddruk als de centimeter als eenheid genomen wordt:

$$R_1 = \frac{1}{2} r_1 x^2 = \frac{1}{2} x^2 \times 0,00145952 = 1641,96$$

$$R_2 = \frac{1}{2} r_2 x^2 = \frac{1}{2} x^2 \times 0,00107252 = 1206,58$$

$$M = R_1 \times 500 + R_2 \times 100 = 941638.$$

Substitueeren wij deze waarden in (40.) en nemen verder ingevolge bovenstaande gegevens  $D = 5$ ,  $\gamma = 0,0018$ ,  $n_1 = 0,1$ ,  $n_0 = 0,2$ ,  $x = 1500$  en  $\beta = 0$ , dan vinden wij:

$$0,833516 \left(\frac{b}{x}\right)^2 + 0,595842 \left(\frac{b}{x}\right) - 0,900013 = 0$$

waaruit door oplossing volgt:

$$\frac{b}{x} = 0,74146$$

en dus:

$$b = 0,74146 x = 0,74146 \times 1500 = 1112,19 \text{ centimeter.}$$

Nemen wij voor de benedenbreedte 1120 centimeter en dus voor de bovenbreedte 670 centimeter, dan vinden wij voor het gewicht van den muur  $G = 2416,50$  KG. en dus voor:

$$P = G + R_2 = 2416,50 + 1206,58 = 3623,08.$$

Voor het moment van den muur vinden wij 1436265 en dus:

$$M = 1436265 + M' = 1436265 + 941638 = 2377903.$$

Hieruit volgt verder:

$$\frac{P}{b} = 3,2349 \quad \frac{M}{b^2} = 1,8956$$

en dus:

$$p_1 = 6 \frac{M}{b^2} - 2 \frac{P}{b} = 11,3736 - 6,4698 = 4,9038$$

$$p_0 = 4 \frac{P}{b} - 6 \frac{M}{b^2} = 12,9396 - 11,3736 = 1,5660.$$

Uit  $p_1$  volgt voor de grootste normale drukking:

$$p_1 (1 + n_1^2) = 4,9038 \times 1,01 = 4,9528 \text{ KG. per vierk. centim.}$$

dat is iets minder dan  $D = 5$  KG., omdat wij de breedte iets grooter genomen hebben, dan uit de berekening volgt.

Aangezien hier  $T = R_1$  is, zoo vinden wij voor den hoek, dien de resultante van de drukkingen met de normaal op de voeg maakt:

$$\text{tang } \varphi = \frac{T}{P} = \frac{1641,96}{3623,08}, \text{ of } \varphi = 24^\circ 23'.$$

Bij het achtervlak van den muur hebben wij eindelijk:

$$t_0 = \frac{dR_2}{dx} - p_0 n_0 = r_2 x - p_0 n_0 = 1,6088 - 0,3132 = 1,2956,$$

en dus voor den hoek, dien de druk aldaar met de normaal op de voeg maakt:

$$\text{tang } \varphi_0 = \frac{t_0}{p_0} = \frac{1,2956}{1,5660} \text{ of } \varphi_0 = 39^\circ 36'.$$

Acht men dezen laatsten hoek te groot en wil men hem terug brengen tot den wrijvingshoek van  $35^\circ$  overeenkomende met den wrijvings-coëfficiënt  $m = 0,7$ , dan vindt men door toepassing van vergelijking (41.):

$$0,337953 \left(\frac{b}{x}\right)^2 + 0,891684 \left(\frac{b}{x}\right) - 0,900013 = 0,$$

waaruit volgt:

$$\frac{b}{x} = 0,77922,$$

en dus  $b = 0,77922 \times 1500 = 1168,83$  centimeter.

Nemen wij voor de breedte  $b = 1170$  centimeter dan vinden wij:  $G = 2551,50$ ,  $P = 3758,08$  en  $M = M' + 1580715 = 2522353$ , en hieruit volgt:

$$p_1 = 6 \frac{M}{b^2} - 2 \frac{P}{b} = 11,0556 - 6,4240 = 4,6316$$

$$p_o = 4 \frac{P}{b} - 6 \frac{M}{b^2} = 12,8480 - 11,0556 = 1,7924$$

$$t_o = r_2 x - p_o n_o = 1,6088 - 0,3585 = 1,2503.$$

Uit  $p_1$  volgt voor den maximum druk per vierkanten centimeter:

$$p_1 (1 + n_1^2) = 4,6316 \times 1,01 = 4,6879 \text{ KG.},$$

uit  $P$ , in verband met  $T = R_1$ , voor den hoek van de resultante met de normaal op de voeg:

$$\text{tang } \varphi = \frac{T}{P} = \frac{1641,96}{3758,08} \text{ of } \varphi = 23^\circ 36',$$

en uit  $p_o$  en  $t_o$  voor den hoek van de drukking aan den achterkant met diezelfde normaal:

$$\text{tang } \varphi_o = \frac{t_o}{p_o} = \frac{1,2503}{1,7924} \text{ of } \varphi_o = 34^\circ 54'.$$

Deze laatste hoek is iets kleiner dan de gestelde grens van  $35^\circ$ , tengevolge van het afronden van de gevonden waarde voor  $b$ .

§ 67. Paalfundeering. Zoals in § 19 is uiteengezet, kan men te doen hebben met eene veerkrachtige of met eene vaste fundeering. In het eerste geval wordt de muur gedragen door

vertikale of eenigszins schuin gestelde palen, in het tweede geval heeft men behalve deze ook nog schoorpalen.

Bij de veerkrachtige fundeering met verticale palen, wordt de verticale druk van den muur gedragen door de palen. Aan den horizontalen druk wordt weerstand geboden door de veerkracht van de doorbuigende palen en door den steun, die deze in den grond vinden. Zijn de palen onder eene helling geheid, dan moet men den druk, dien de muur op de fundeering uitoefent, in twee richtingen ontbinden, namelijk in de richting der palen en in eene richting loodrecht er op. Aan de laatste kracht, die hier kleiner zal zijn dan voor het geval dat de palen vertikaal staan, wordt weerstand geboden door het doorbuigen der palen en door den druk van den grond. In hoeverre of de palen dezen weerstand in genoegzame mate zullen verleenen, valt moeielijk door berekening uit te maken. Alleen de drukking in de richting der palen is aan berekening te onderwerpen.

Wanneer in de dikte van den muur slechts twee palen komen, dan is met volkomen zekerheid na te gaan welk deel van den druk op iederen paal zal komen; omdat de som van beide gedeelten en ook de som van de momenten bekend is. Staan er meer palen in de dikte van den muur, dan wordt het vraagstuk van de verdeeling van den druk over die palen onbepaald, omdat alsdan ook slechts de twee bovengenoemde grootheden bekend zijn.

De kespen te berekenen als een doorlopenden balk op meer dan twee steunpunten is niet aan te bevelen, omdat de steunpunten niet van dien aard zijn, dat men ze werkelijk als vast kan beschouwen. Zoodra een van de steunpunten onder den daarop werkenden druk een weinig zakt, zal de verdeeling van de drukkingen onmiddellijk veranderen en aangezien de steunpunten, die het sterkst belast worden, het meest gevaar loopen eene kleine zakking te ondergaan, zoo zal hiervan het gevolg zijn, dat de druk zich meer gelijkelijk over de palen verdeelt, dan wanneer werkelijk de steunpunten absoluut vast zijn. Wij zullen ons dus hier met eene benadering tevreden stellen en eene meer gelijkelijke verdeeling van den druk op de palen aannemen. Geheel gelijk kan de druk zich niet over al de palen verdeelen, dit zou alleen het geval kunnen zijn, indien de resul-

tante van den druk juist in het midden van den muur aangreep. Aangezien de resultante echter altijd meer naar voren aangrijpt, zullen de voorste palen meer van den druk moeten opnemen dan de achterste palen. Als benadering zullen wij aannemen, dat indien verschillende palen achter elkaar staan, ieder volgende paal een zelfde gewicht minder te dragen krijgt dan de daarvoor staande, zoodat indien wij den druk op den voorsten paal  $B$  noemen en het verschil met den volgenden  $C$ , de achtereenvolgende palen de drukkingen:  $B$ ,  $B-C$ ,  $B-2C$  enz. opnemen. Ter bepaling van  $B$  en  $C$  hebben wij dan de twee voorwaarden, dat de som van de drukkingen  $B$ ,  $B-C$  enz. gelijk is aan den druk van den muur in de richting der palen en dat de som van de momenten gelijk is aan het moment van den druk door den muur uitgeoefend.

Ter nadere verduidelijking passen wij dit toe op het eerste van de in de vorige paragraaf behandelde voorbeelden. Bij den aldaar behandelde muur met voegvlakken onder een helling van  $\frac{1}{10}$  hebben wij gevonden, per centimeter lengte van den muur  $P = 208,27$ ,  $T = 59,19$  en  $M = 36025,87$ . Nemen wij aan dat in de lengte van den muur de palen op een meter  $= 100$  centimeter afstand komen te staan en dat de palen geheid worden onder de helling van  $\frac{1}{10}$ , dus loodrecht op de voegvlakken van den muur, dan zullen de achter elkaar staande palen volgens hunne lengte gedrukt worden door eene kracht van  $P \times 100 = 20827$  KG. en met een moment ten opzichte van den achterkant van den muur van  $M \times 100 = 3602587$  kilogrammen-centimeter. De kracht loodrecht op de palen ten bedrage van  $T \times 100 = 5919$  KG, moet weerstand vinden in de buiging der palen en in den druk van den grond aan den voorkant der palen.

Nemen wij in de dikte van den muur drie palen aan, een zoo dicht mogelijk bij het voorvlak van den muur, bij voorbeeld met zijn as op tien centimeter achter dat voorvlak, in de onderstelling dat de palen ongeveer twintig centimeter middellijn verkrijgen, de achterste even ver van het achtervlak van den muur en de derde in het midden, dan staan deze palen met hun as respectievelijk 250, 130 en 10 centimeter van het achtervlak

van den muur. Stellen wij nu de drukkingen, die op deze palen werken, volgens hetgeen wij aannamen, gelijk  $B$ ,  $B - C$  en  $B - 2C$ , dan is de som der drukkingen  $B + (B - C) + (B - 2C) = 3B - 3C$  en de som van de momenten dier drukkingen, ten opzichte van den achterkant van den muur,  $B \times 250 + (B - C) \times 130 + (B - 2C) \times 10 = 390B - 150C$ .

Ter bepaling van  $B$  en  $C$  volgen hieruit de twee vergelijkingen:

$$3B - 3C = 20827$$

$$390B - 150C = 3602587,$$

waaruit door oplossing volgt:

$$B = 10671,82$$

$$C = 3729,49,$$

zoodat de drukkingen op de drie palen zijn:

$$10672, \quad 6942 \quad \text{en} \quad 3213 \text{ KG.}$$

Stonden de palen te lood dan zou men eerst de daarop werkende drukkingen in horizontale en vertikale richting moeten ontbinden. Voor deze ontbondenen vindt men alsdan:

$$20827 \cos \beta - 5949 \sin \beta = 20135 \text{ KG.}$$

$$20827 \sin \beta + 5949 \cos \beta = 7962 \text{ KG.,}$$

waarin  $\beta$  de helling der voegvlakken voorstelt en waarvoor men uit de betrekking  $\tan \beta = \frac{1}{10}$  vindt  $\beta = 5^{\circ}42'38''$ . Het moment van de drukkingen blijft natuurlijk hetzelfde.

Nemen wij voor de palen dezelfde verdeeling aan, dan kunnen wij voor de afstanden tot het achtervlak van den muur dezelfde waarden behouden als boven (het kleine verschil dat de horizontale projectie van de benedendikte van den muur iets kleiner is, hier  $\frac{1}{200}$  of 1,3 centimeter, dan die dikte zelf, kan gevoegelijk buiten rekening blijven) en vinden dus:

$$3B - 3C = 20135$$

$$390B - 150C = 3602587,$$

waaruit door oplossing volgt  $B = 10816,00$  en  $C = 4104,32$ , zoodat de drukkingen op de drie palen zijn:

$$10816, \quad 6712 \quad \text{en} \quad 2607 \text{ KG.}$$

Heeft men door het aanbrengen van schoorpalen de fundee-

ring tot eene *vaste* fundeering gemaakt, en kunnen de palen alleen weerstand bieden aan krachten, die in de richting van hunne as werken, dan moeten de schoorpalen, indien de palen onder den muur vertikaal staan, de geheele horizontale drukking opnemen; aangezien deze echter ook alleen aan krachten, die in de richting van hun as werken, kunnen weerstand bieden, zoo zullen zij ook een groot gedeelte van de vertikale drukking opnemen, hetgeen van de vertikale drukking overblijft, komt dan op de andere palen. Ten einde te bepalen welk gedeelte van de drukking door de andere palen wordt opgenomen, moet men de totale drukking ontbinden in de twee richtingen, de eene volgens de schoorpalen, de andere vertikaal. Staan de palen onder den muur ook onder eene helling en nemen zij dus ook een gedeelte van de horizontale drukking op, dan moet men de totale drukking ontbinden in de twee richtingen van de schoorpalen en van de palen onder den muur. In dit laatste geval zal de drukking, die op de schoorpalen komt kleiner, die op de andere palen komt grooter zijn, dan voor het geval dat de laatste vertikaal staan.

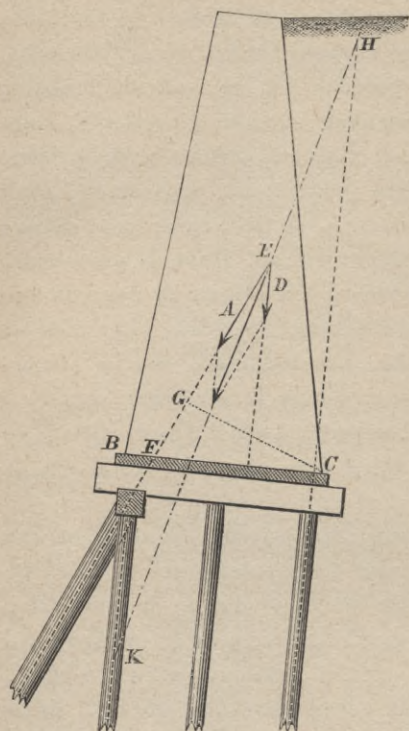
Wat de helling van de schoorpalen betreft, daaromtrent kan men al aanstonds opmerken, dat die grooter moet zijn dan de helling van de resultante van de krachten, die op de fundeering werken, want anders zou de drukking, die voor de overige palen onder den muur overblijft, negatief worden, dat wil zeggen, die palen zouden niet gedrukt maar getrokken worden. Er is echter meer; de drukking op de laatste palen moet niet alleen positief zijn, maar moet ook vallen tusschen die palen. Daartoe is het, zoo als uit fig. 17 blijkt, noodig dat de richting van de schoorpalen de richting HK van den druk snijdt in een punt dat ligt tusschen het verlengde van de as van den voorsten en van de as van den achtersten paal.

De stijlste helling, die men aan den schoorpaal kan geven, zal men dus verkrijgen door de as van dien paal, door het punt H te laten gaan, waar de richting van den druk op de fundeering het verlengde van de as van den achtersten paal snijdt. Dezen uitersten stand kan men echter niet gebruiken, omdat alsdan al den druk, die niet door de schoorpalen wordt opgenomen,



juist komt in de richting van den achtersten paal. Men zal dus voor de schoorpalen eene flauwere helling moeten kiezen, zoodat

Fig. 17.



het snijpunt E meer in het midden van den muur komt te liggen.

Het bepalen van de helling zal het best in de teekening geschieden, nadat men voor de overige deelen van de fundeering voorloopig afmetingen heeft aangenomen om die te kunnen teekenen; want de plaats van de schoorpalen hangt ook eenigszins af van de afmetingen van de kespen en van de sloof. Heeft men die teekening ontworpen, en daaruit de aan de schoorpalen te geven helling bepaald, dan kan men tevens uit die teekening het punt F vinden waar de richting van de as van den schoorpaal den vloer ontmoet en met deze gegevens verder berekenen de

drukkingen, die door de schoorpalen, en door de verdere palen worden opgenomen.

Stelt men de drukking, die de schoorpalen per eenheid van lengte van den muur moeten opnemen door  $A$  en die voor de overige palen door  $D$  voor, en zijn  $\alpha$  en  $\delta$  de hoeken die deze palen met de vertikaal maken, dan vindt men, door projectie op eene horizontale en eene vertikale richting, indien men den horizontalen druk op de fundeering door  $H$  en den vertikalen door  $V$  voorstelt:

$$A \sin \alpha + D \sin \delta = H = P \sin \beta + T \cos \beta.$$

$$A \cos \alpha + D \cos \delta = V = P \cos \beta - T \sin \beta.$$

waaruit door oplossing volgt:

$$A = \frac{H \cos \delta - V \sin \delta}{\sin(\alpha - \delta)} = \frac{P \sin(\beta - \delta) + T \cos(\beta - \delta)}{\sin(\alpha - \delta)}$$

$$D = \frac{V \sin \alpha - H \cos \alpha}{\sin(\alpha - \delta)} = \frac{P \sin(\alpha - \beta) - T \cos(\alpha - \beta)}{\sin(\alpha - \delta)}$$

Voor het bijzondere geval dat de palen onder den muur vertikaal staan, heeft men  $\delta = 0$  en daaruit volgt dan:

$$A = \frac{H}{\sin \alpha}$$

$$D = V - H \cot \alpha = V - A \cos \alpha.$$

Staan de palen loodrecht op den hellenden vloer, dan is  $\delta = \beta$  en dan vindt men:

$$A = \frac{T}{\sin(\alpha - \beta)}$$

$$D = P - T \cot(\alpha - \beta) = P - A \cos(\alpha - \beta).$$

Ten einde de verdeeling van de drukking  $D$  over de verschillende palen na te gaan, kan men van dezelfde onderstelling uitgaan als hiervoor bij de elastische fundeering is aangenomen. Daartoe is het noodig ook het moment te kennen van de drukking  $D$ . Dit moment kan men vinden door van het moment  $M$  van de drukking op de fundeering het moment van  $A$  af te trekken. Dit laatste moment is gelijk aan:

$$A \times CG = A \times CF \cos(\alpha - \beta)$$

en dus het moment van  $D$

$$M - A \times CF \cos(\alpha - \beta).$$

Nemen wij wederom als toepassing hetzelfde voorbeeld als hiervoor, waarin  $P = 208,27$ ,  $T = 59,19$  en  $M = 36025,87$  was en waaruit voor  $V$  en  $H$  volgt:  $V = 201,35$  en  $H = 79,62$ . Nemen wij verder aan dat wij uit de teekening hebben opgemaakt, dat wij aan de schoorpalen een helling van  $\alpha = 30^\circ$  zullen geven en dat de as dier palen den vloer in een punt  $F$  snijdt op een afstand  $BF = 40$  centimeter van den voorkant of  $CF = 260 - 40 = 220$  centimeter van den achterkant van den muur, dan

vinden wij als volgt de drukkingen voor de verschillende palen.

Voor het geval dat de palen onder den muur loodrecht op den hellenden vloer staan, zooals in Fig. 17 is aangenomen en waarbij dus  $\delta = \beta = 5^\circ 42' 38''$  is, vinden wij:

$$A = \frac{T}{\sin(\alpha - \beta)} = \frac{59,19}{\sin 24^\circ 17' 22''} = 143,89.$$

$$D = P - A \cos(\alpha - \beta) = 208,27 - 131,16 = 77,11.$$

en voor het moment van  $D$ :

$$M - A \times CF \cos(\alpha - \beta) = 36025,87 - 28854,27 = 7171,60.$$

Staan de palen onder den muur vertikaal en is dus  $\delta = 0$ , dan heeft men:

$$A = \frac{H}{\sin \alpha} = \frac{79,62}{\sin 30^\circ} = 159,24.$$

$$D = V - A \cos \alpha = 201,35 - 137,91 = 63,44$$

en voor het moment van  $D$  vindt men:

$$M - A \times CF \cos(\alpha - \beta) = 36025,87 - 31931,67 = 4094,20.$$

Staan dus de schoorpalen op een onderlingen afstand van een meter of 100 centimeter, dan is de druk per schoorpaal in het eerste geval:

$$A \times 100 = 14389 \text{ KG.}$$

en in het tweede geval:

$$A \times 100 = 15924 \text{ KG.}$$

Nemen wij de palen onder den muur op dezelfde wijze aan als in het vorige voorbeeld, dan komt in het eerste geval op de drie palen onder den muur een druk:  $D \times 100 = 7711$  KG. met een moment  $7171,60 \times 100 = 717160$  en op dezelfde wijze als bij dat voorbeeld, vinden wij dan, als wij de drukkingen op de drie palen door  $B$ ,  $B - C$  en  $B - 2C$  voor stellen:

$$\begin{aligned} 3B - 3C &= 7711 \\ 390B - 150C &= 717160, \end{aligned}$$

waaruit door oplossing volgt:  $B = 1381,70$  en  $C = -1188,63$ .

De negatieve waarde, die hier voor  $C$  gevonden wordt, duidt aan dat niet de voorste maar de achterste paal de grootste drukking verkrijgt. Uit deze waarden van  $B$  en  $C$  volgen nu voor de drukkingen op de drie palen te beginnen met den voorsten:

$$1382, \quad 2570 \quad \text{en} \quad 3759 \text{ KG.}$$

In het tweede geval, dat namelijk de palen onder den muur vertikaal staan, heeft men voor de drukking op de drie palen:  $D \times 100 = 6344$  en voor het moment daarvan  $4094,20 \times 100 = 409420$ . Hieruit volgen de twee vergelijkingen:

$$\begin{aligned} 3 B - 3 C &= 6344 \\ 390 B - 150 C &= 409420, \end{aligned}$$

waaruit wij vinden  $B = 384,25$  en  $C = -1730,42$  KG., en dus voor de drukkingen op de drie palen te beginnen bij den voorsten, afgerond in kilogrammen:

$$384, \quad 2115 \quad \text{en} \quad 3845 \text{ KG.}$$

Bij de berekening van de palen dient men er echter op bedacht te zijn, dat zich soms een ongunstiger geval kan voordoen dan het hier beschouwde. Wanneer namelijk de muur is opgetrokken maar nog niet is aangeaard, dan zal men alleen te doen hebben met de drukking, die door het gewicht van den muur wordt uitgeoefend. Deze drukking is wel geringer dan wanneer daar nog de gronddruk bij komt, maar het aangrijpingspunt van den druk ligt meer naar achteren, zoodat hier de achterste palen meer te dragen hebben en aangezien deze druk vertikaal staat, zoo komt hij geheel op de palen onder een muur.

Bij den hier behandelde muur is het gewicht van den muur per centimeter muurlengte 163,2 KG. en het moment ten opzichte van den achterkant  $M - M' = 19104,71$ .

Zoodat wij hier voor het geval van verticale palen onder den muur vinden voor de drukking op de drie palen te zamen 16320 en voor het moment daarvan: 1910471. Voor de berekening van  $B$  en  $C$  vinden wij dus:

$$\begin{aligned} 3 B - 3 C &= 16320 \\ 390 B - 250 C &= 1910471, \end{aligned}$$

waaruit door oplossing volgt:  $B = 4560,30$  en  $C = -879,70$  en dus voor de drukkingen op de drie palen, te beginnen bij den voorsten:

*4560, 5440 en 6320 KG.*

Zooals blijkt, zijn deze waarden grooter dan de hiervoor gevondenene en om dus ook voor dit geval de palen sterk genoeg te maken, zal men ze met behulp van deze laatste drukkingen dienen te berekenen.

§ 68. Weerstand der palen. Voor het berekenen van de dwarsafmetingen der palen heeft men slechts de drukking, die op den paal komt, te deelen door de belasting, die men per vierkante eenheid kan toelaten. Men mag hiervoor echter niet nemen de drukking, die mag toegelaten worden wanneer het hout in de lengte richting gedrukt wordt, maar moet daarvoor de kleinere waarde kiezen, die men mag toelaten wanneer de drukking dwars op de vezels plaats heeft. De palen worden wel in de lengterichting gedrukt, maar zij brengen dien druk over op de kespren of de sloof en drukken daar dwars op de vezels; zullen zij dus niet in de kespren indrukken, dan mag de drukking per vierkante eenheid niet grooter zijn dan de toe te laten drukking dwars op de vezels.

De palen zullen dus veel meer kunnen dragen dan de loodrechte drukking die er op werkt, dit is vooral bij de elastische fundeeringen noodzakelijk, omdat de palen aldaar tevens doorbuigen, waardoor eene grootere drukking in de vezels ontstaat. Hoeveel deze zal bedragen, is echter niet door berekening na te gaan.

Nemen wij voor de toe te laten drukking dwars op de vezels 15 KG. per vierkanten centimeter, dan vinden wij bij de in de vorige paragraaf behandelde voorbeelden voor de palen de volgende afmetingen.

Bij eene elastische fundeering vonden wij voor de drukking op de voorste palen 10672 en 10816 KG. Hier heeft men dus als dwarsdoorsnede noodig:

$$\frac{10672}{15} = 711,47 \text{ en } \frac{10816}{15} = 721,07 \text{ cm}^2.$$

Men zal dus in dit geval kunnen gebruiken palen van 30 centimeter middellijn, waarvan de dwarsdoorsnede 706,86 vierkante centimeter bedraagt.

Bij de vaste fundeering vonden wij voor de schoorpalen 14389 en 15924 KG., waaruit volgt voor de dwarsdoorsnede:

$$\frac{14389}{15} = 959,27 \text{ en } \frac{15924}{15} = 1061,6 \text{ cM}^2.$$

Men zal dus hiervoor palen noodig hebben van 35 en 37 centimeter middellijn, met een dwarsdoorsnede van 962,11 en 1075,21 vierkante centimeter.

Voor de palen onder den muur moet men uitgaan van de grootere drukking, die ontstaat wanneer de muur nog niet aangevaard is en waarvoor wij vonden 6320 KG. Hieruit volgt voor de dwarsdoorsnede:

$$\frac{6320}{15} = 421,33 \text{ cM}^2.$$

overeenkomende met eene middellijn van 23,2 centimeter.

Het is echter niet voldoende dat de palen de noodige dwarsafmetingen bezitten, zij moeten ook den vereischten steun in den grond vinden. De weerstand, dien een paal in den grond ondervindt, kan berekend worden uit de zakking die hij bij het inheiden door den laatsten slag van het heiblok ondergaat.

Valt het heiblok, waarvan wij het gewicht door  $G_1$  voorstellen van eene hoogte  $h$ , dan komt het met eene snelheid  $c = \sqrt{2gh}$ , waarin  $g$  de versnelling van de zwaartekracht beteekend, met den paal in botsing; zijn beiden onveerkrachtig, dan zullen zij na de botsing met eene gemeenschappelijke snelheid:

$$v = c \frac{G_1}{G_1 + G_2}$$

voortbewegen, als wij door  $G_2$  het gewicht van den paal voorstellen. De arbeid, die door het vallen van het heiblok verricht wordt en die gelijk is aan  $hG_1$ , gaat bij de botsing gedeeltelijk verloren, en wordt dus slechts voor een gedeelte in de levende kracht van paal en blok teruggevonden. Daar de massa van blok en paal te zamen gelijk is aan  $\frac{G_1 + G_2}{g}$  zoo is deze levende kracht:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot \frac{G_1 + G_2}{g} v^2 &= \frac{v^2}{2g} (G_1 + G_2) = \frac{c^2}{2g} \cdot \frac{G_1^2}{G_1 + G_2} = \\ &= h \frac{G_1^2}{G_1 + G_2}. \end{aligned}$$

Deze levende kracht dient nu om den weerstand van den grond te overwinnen. Stellen wij den weerstand door  $W$  en de zakking van den paal per slag van het heiblok door  $s$  voor, dan wordt bij die zakking een arbeid  $Ws$  verricht. Stellen wij dezen arbeid gelijk aan de levende kracht, die in paal en blok is opgehoopt, dan vinden wij:

$$Ws = h \frac{G_1^2}{G_1 + G_2}$$

en dus voor de berekening van den weerstand uit de zakking  $s$ :

$$W = \frac{h}{s} \frac{G_1^2}{G_1 + G_2} \quad \dots \quad (1.)$$

of omgekeerd, wanneer de vereischte weerstand bekend is en men de zakking wil berekenen, waarbij die weerstand bereikt wordt:

$$s = \frac{h}{W} \frac{G_1^2}{G_1 + G_2} \quad \dots \quad (2.)$$

Deze formules zijn echter niet algemeen geldig; zij mogen alleen worden toegepast wanneer de weerstand  $W$  eene zekere grens niet te boven gaat of  $s$  niet komt beneden eene zekere waarde. De paal kan namelijk alleen dan in den grond dringen wanneer de drukking door het heiblok op den paal uitgeoefend grooter is dan de weerstand van den grond. De drukking door het heiblok op den paal uitgeoefend, kan berekend worden uit den arbeid, die bij de botsing verloren gaat, want deze arbeid wordt besteed aan het samendrukken van paal en blok.

Stellen wij die drukking op het oogenblik dat paal en blok dezelfde snelheid verkregen hebben door  $Q$  voor, dan is de samen-

drukking, die daardoor het blok ondergaat, gelijk aan:

$$\frac{Q l_1}{E_1 F_1},$$

als  $l_1$  de lengte,  $F_1$  de dwarsdoorsnede en  $E_1$  de elasticiteit coëfficiënt van het blok voorstellen. Stellen wij dezelfde grootheden voor den paal door  $l_2$ ,  $F_2$  en  $E_2$  voor, dan is de samendrukking voor den paal:

$$\frac{Q l_2}{E_2 F_2},$$

of, als wij ter vereenvoudiging  $\frac{E_1 F_1}{l_1} = H_1$  en  $\frac{E_2 F_2}{l_2} = H_2$  stellen, dan worden beide samendrukkingen voorgesteld door:

$$\frac{Q}{H_1} \quad \text{en} \quad \frac{Q}{H_2}.$$

De arbeid voor deze samendrukkingen vereischt is, omdat de drukking tusschen paal en blok geleidelijk van nul tot  $Q$  toeneemt:

$$\frac{1}{2} \frac{Q}{H_1} \cdot Q = \frac{Q^2}{2 H_1} \quad \text{en} \quad \frac{1}{2} \frac{Q}{H_2} \cdot Q = \frac{Q^2}{2 H_2},$$

dus te samen:

$$\frac{Q^2}{2 H_1} + \frac{Q^2}{2 H_2} = \frac{1}{2} Q^2 \frac{H_1 + H_2}{H_1 H_2}.$$

Stellen wij nu dezen arbeid gelijk aan den arbeid:

$$h G_1 - h \frac{G_1^2}{G_1 + G_2} = h \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2},$$

die bij de botsing verloren gaat, dan vinden wij:

$$\frac{1}{2} Q^2 \frac{H_1 + H_2}{H_1 H_2} = h \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2},$$

waaruit door oplossing volgt:

$$Q = \sqrt{2 h \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2} \cdot \frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2}} \quad \dots \quad (3.)$$



Ten einde de zakking te vinden, die de paal ondergaat, wanneer de weerstand  $W$  juist gelijk is aan  $Q$ , hebben wij slechts in form. (2.)  $W$  door bovenstaande waarde van  $Q$  te vervangen. Stellen wij deze zakking door  $r$  voor, dan vinden wij:

$$r = \frac{G_1}{G_2} \sqrt{\frac{1}{2} h \cdot \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2} \cdot \frac{H_1 + H_2}{H_1 H_2}} \quad (4.)$$

Zoolang dus  $W$  kleiner is dan  $Q$ , kan de daarbij behoorende zakking  $s$  uit (2.) gevonden worden en omgekeerd, zoolang de zakking  $s$  grooter is dan  $r$ , de weerstand uit form. (1.) berekend worden.

Is de weerstand  $W$  van den grond grooter dan  $Q$ , dan kan de paal, wanneer de drukking door het heiblok uitgeoefend gelijk geworden is aan  $Q$  nog niet in beweging komen; het gevolg hiervan zal zijn, dat paal en blok nog verder worden samengedrukt, en wel zoolang tot dat de drukking van het heiblok gelijk geworden is aan  $W$ , hiertoe wordt echter een arbeid gevorderd die gelijk is aan:

$$\frac{1}{2} W^2 \frac{H_1 + H_2}{H_1 H_2},$$

zoodat nu van den door het heiblok verrichten arbeid  $hG_1$  voor het indrijven van den paal slechts overblijft:

$$hG_1 - \frac{1}{2} W^2 \frac{H_1 + H_2}{H_1 H_2}.$$

Stellen wij deze waarde gelijk aan den arbeid  $Ws$ , bij het indrijven verricht, dan vinden wij de vergelijking:

$$Ws = hG_1 - \frac{1}{2} W^2 \frac{H_1 + H_2}{H_1 H_2},$$

waaruit door oplossing volgt:

$$W = \frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2} \left[ \sqrt{2h G_1 \frac{H_1 + H_2}{H_1 H_2} + s^2} - s \right]. \quad (5.)$$

voor het berekenen van den weerstand als de zakking bekend is, en :

$$s = \frac{hG_1}{W} - W \frac{H_1 + H_2}{2H_1H_2} \dots \dots \dots (6.)$$

voor het berekenen van de zakking, waarbij een bepaalden weerstand verkregen wordt.

De formule (5.) moet dus in plaats van form. (1.) worden toegepast, zoodra de zakking  $s$  kleiner wordt dan de boven berekende waarde  $r$ ; de formule (6.) inplaats van form. (2.) indien  $W$  grooter is dan  $Q$ . Bij de toepassing van deze laatste formule mag echter  $W$  ook niet grooter zijn dan eene zekere waarde  $Q_1$  die men verkrijgt door in form. (5.) de zakking  $s$  gelijk aan nul te stellen, namelijk :

$$Q_1 = \sqrt{2hG_1 \frac{H_1 H_2}{H_1 + H_2}} \dots \dots \dots (7.)$$

want het samendrukken van paal en blok kan alleen zoo lang voortgaan tot dat al den arbeid door het vallen van het blok verricht, besteed is aan die samendrukking. Zooals gemakkelijk valt na te gaan is de drukking, die alsdan door het blok op den paal wordt uitgeoefend, gelijk aan  $Q_1$ . Is de weerstand van den grond dus grooter dan  $Q_1$  dan zal de paal door het gebruikte heiblok en de gebezigde valhoogte niet in beweging kunnen gebracht worden.

Vatten wij in het kort de uitkomst van onze beschouwing samen, dan vinden wij het volgende. Om uit de zakking  $s$  van den paal den weerstand te beoordeelen, moet men eerst de grenswaarde  $r$  uit form. (4.) berekenen, is dan  $s > r$  dan geeft form. (1.), is  $s < r$  dan geeft form. (5.) den weerstand van den paal.

Wil men omgekeerd de zakking kennen waarbij een bepaalden weerstand verkregen wordt, dan moet men eerst de twee grenswaarden  $Q$  en  $Q_1$  uit form. (3.) en (7.) berekenen. Is  $W$

kleiner dan  $Q$  dan vindt men de zakking uit form. (2.); ligt  $W$  tusschen  $Q$  en  $Q_1$  dan moet men daartoe form. (6.) gebruiken. Is de vereischte weerstand grooter dan  $Q_1$  dan kan deze niet verkregen worden met het gebruikte heiblok en de aangenomen valhoogte, men zal alsdan een zwaarder blok moeten nemen of het van eene grootere hoogte moeten laten vallen.

Bij de ontwikkeling van bovenstaande formules is aangenomen dat paal en blok onveerkrachtig zijn. Waren beide veerkrachtig dan zouden de formules (5.) en (6.) tot de waarden  $W = Q_1$  en  $s = 0$  gelden; dit geval zal zich echter niet voordoen, omdat de paal zeker niet als volkomen veerkrachtig beschouwd kan worden. Voor de tusschen deze beide gevallen van volkomen veerkrachtige en van geheel onveerkrachtige paal en blok gelegen gevallen, komt men voor waarden van  $W > Q$  of  $s < r$  altijd tot dezelfde formules (5.) en (6.); voor waarden van  $W < Q$  of  $s > r$  komt men tot meer samengestelde formules dan (1.) en (2.), die wij hier echter niet zullen ontwikkelen, omdat men bij eene aandachtige beschouwing van die formules tot het resultaat komt, dat het in ieder geval wenschelijk is daarvoor de eenvoudigere formules (1.) en (2.) in de plaats te stellen. De fout, die men daardoor begaat, is meestal zeer gering, in sommige gevallen absoluut nul en waar men daardoor eene fout begaat is die altijd in de goede richting, dat wil zeggen dat men den weerstand alsdan te klein schat, hetgeen natuurlijk geen gevaar kan opleveren.

Ten einde van de ontwikkelde formules eene toepassing te maken, nemen wij het tweede voorbeeld op blz. 226 behandeld. De drie palen moesten aldaar kunnen dragen: 10816, 6712 en 2607 KG. Meestal vordert men echter voor de zekerheid dat de weerstand, dien de palen in den grond vinden, een veel grootere is. Veelal wordt als zekerheids-coëfficiënt de waarde zes aangenomen. Nemen wij deze waarde aan, dan moet de weerstand van de palen dus zijn 64896, 40272 en 15642 KG.

Neemt men alle palen van dezelfde afmetingen, dan moet men deze bepalen voor den paal, die den grootsten druk te weerstaan

heeft en daaruit hebben wij op blz. 233 gevonden dat zij eene middellijn van 30 centimeter moesten hebben, waarmede overeenkomt een dwarsdoorsnede  $F_2 = 706,858$ . Nemen wij voor de lengte 10 Meter, dan is  $l_2 = 1000$  en stellen wij den elasticiteits-coëfficiënt  $E_2 = 110000$  en het specifieke gewicht gelijk 0,6, dan is het gewicht van den paal  $G_2 = 424$  en de grootheid

$$H_2 = \frac{E_2 F_2}{l_2} = 77754.$$

Stellen wij verder dat het heiblok van eikenhout met een soortelijk gewicht 0,8 een lengte heeft van 150 centimeter en een vierkante dwarsdoorsnede van 50 centimeter zijde en een elasticiteits-coëfficiënt van 11000, dan is het gewicht daarvan  $G_1 = 300$  KG. en de grootheid  $H_1 = \frac{E_1 F_1}{l_1} = \frac{110000 \times 50 \times 50}{150} = 1833333$ .

Nemen wij verder de valhoogte  $h$  gelijk aan 1,30 M., dus  $h = 130$ , dan volgt uit (3.) en (7.):

$$Q = 58372 \quad \text{en} \quad Q_1 = 76276,$$

waaruit blijkt dat men voor de eerste rei palen de formule (6.) en voor de tweede en derde rei palen de formule (2) moet gebruiken.

Substitueeren wij de waarde  $W = 64896$  in form. (6.) dan vinden wij  $s = 0,166$ . In den laatsten tocht van twintig slagen zullen de palen van de voorste rei dus slechts  $20 \times 0,166 = 3,33$  centimeter mogen zakken, in de onderstelling dat de zakking gedurende die 20 slagen gelijkmatig plaats heeft.

Door in form. (2.) voor  $W$  te substitueeren 40272 en 15642 vinden wij  $s = 0,401$  en  $s = 1,033$ , zoodat de palen in de tweede en derde rei respectievelijk in dien laatsten tocht mogen zakken 8,0 en 20,6 centimeter. Omtrent de laatste palen merken wij echter op, dat, zoo als wij op blz. 232 gezien hebben, zij vóór de aanaarding een grooteren druk kunnen te weerstaan hebben en wel 6320 KG. Nemen wij wederom een zesvoudige zekerheid, dan zullen deze palen dus, om ook voor dit geval den noodigen steun in den grond te kunnen vinden, een weerstand van  $6 \times 6320 = 37920$  KG. moeten opleveren. Deze waarde voor  $W$  in form. (2.) gesubstitueerd geeft  $s = 0,426$ , waardoor

de toe te laten zakking voor deze palen bij den laatsten tocht van twintig slagen herleid wordt tot 8,5 centimeter.

Ten einde uit de waargenomen zakking den weerstand te kunnen berekenen, berekenen wij in de eerste plaats de waarde van  $r$  uit form. (4.) en vinden daarvoor  $r = 0,277$ ; zoodat bij eene zakking kleiner dan 0,277 de form. (5.) en bij eene grootere zakking de form. (1) moet worden gebruikt voor het berekenen van den weerstand.

Substitueeren wij b.v. in form. (5.) voor  $s$  de waarden: 0, 0,1 en 0,2 en in form. (1.) de waarden 0,3, 0,4 enz., dan vinden wij voor het behandelde voorbeeld de volgende waarden voor den weerstand:

$s = 0,0$	centimeter	$W = 76276$	kilogrammen
» = 0,1	»	» = 69181	»
» = 0,2	»	» = 62803	»
» = 0,277	»	» = 58372	»
» = 0,3	»	» = 53867	»
» = 0,4	»	» = 40401	»
» = 0,5	»	» = 32320	»
» = 0,6	»	» = 26934	»
» = 0,7	»	» = 23086	»
» = 0,8	»	» = 20200	»
» = 0,9	»	» = 17956	»
» = 1,0	»	» = 16160	»
» = 1,1	»	» = 14691	»
» = 1,2	»	» = 13467	»

§ 69. Vloer, kespen en sloof. De berekening van den vloer geschiedt volkomen op dezelfde wijze als voor de beschoeiingsplanken in § 49 is aangegeven. In plaats van den gronddruk komt hier de grootste drukking van den muur per vierkanten centimeter, dat is  $p_1$ . Stellen wij dus den afstand der kespen door  $a$ , de dikte van den vloer door  $d$  en de toe te laten spanning per vierkanten centimeter door  $T'$  voor, dan vinden wij:

$$d = a \sqrt{\frac{3p_1}{4T'}}$$

Bij het eerste voorbeeld van § 66 was  $p_1 = 1,59548$ ; nemen wij verder, zooals wij bij de berekening der palen gedaan hebben, voor den afstand der kespén een meter, dus  $a = 100$  en stellen wij voor de toe te laten spanning  $T' = 70$  KG. per vierkanten centimeter, dan geeft bovenstaande formule:

$$d = 13,07 \text{ centimeter.}$$

In de praktijk zal men veelal met eene geringere dikte van den vloer kunnen volstaan, omdat bij de minste doorbuiging de drukking op den vloer tusschen de kespén zal verminderen en boven de kespén zal toenemen, waardoor die drukking meer direct op de kespén wordt overgebracht. Men zal er echter op bedacht moeten zijn dat in dit geval de drukking in den muur plaatselijk vergroot wordt.

Bij de berekening van de kespén heeft men met hetzelfde bezwaar te kampen als bij de berekening van de verdeling van den druk op de palen. Men kan echter veilig voor de reacties van de palen aannemen de drukkingen, zooals wij die in § 67 berekend hebben. Gaat men van die drukkingen uit, dan is men zeker voor de kespén geen te lichte afmetingen te vinden, want de waarde, die men op deze wijze voor het maximum-moment vindt, is grooter dan die, welke men zou vinden door de kespén te beschouwen als balken, die over meer dan twee vaste even-hooge steunpunten doorloopen.

Wij zullen de kespén dus beschouwen als balken, waarop aan de eene zijde de drukking van den muur werkt en aan de andere zijde de reacties van de palen gelijk en tegengesteld aan de drukkingen berekend op de wijze als in § 67 is aangegeven.

Deze laatste krachten denken wij ons aan te grijpen op de kesp in de snijpunten van de as der kesp met de assen van de palen. Voor zooverre de palen niet loodrecht staan op de as van de kesp, moeten wij die krachten aldaar ontbinden in eene richting rechthoekig op die as en in eene richting evenwijdig met die as. Alleen met de eerste van deze ontbondenen hebben wij hier, voor zooverre de berekening van de momenten betreft, te maken. Voor een willekeurige paal zullen wij deze ontbondene door de letter  $B$  voorstellen en verder het moment daarvan ten

opzichte van een willekeurig punt van de as van de kesp door de letter  $N$ .

De door den muur uitgeoefende drukking denken wij ons direct door den vloer op de kesp overgebracht. Wij kunnen ons die krachten, werkende op den bovenkant van den vloer, ontbonden denken in de twee componenten  $p$  en  $t$  en daarvan afzonderlijk de momenten nemen.

Beschouwen wij nu een punt van de as der kesp op een afstand  $y$  van den achterkant en maken wij ten opzichte van dit punt de som van de momenten op van de krachten die op de kesp werken in het gedeelte achter dit punt (in verband met fig. 17 dus het linker gedeelte van de kesp), dan hebben wij de momenten van de drie volgende stelsels van krachten op te maken: 1°. van de reacties van de palen links van het beschouwde punt; 2°. van de krachten  $t$  op het gedeelte  $y$  van de kesp en 3°. van de krachten  $p$  op dat zelfde gedeelte. Voor het eerste stelsel vinden wij  $\Sigma N$  als het somteeken zich alleen uitstrekt over de palen links van het beschouwde punt. De krachten  $t$  werken evenwijdig met de as van den balk en hebben dus een constanten hefbooms-arm gelijk aan den afstand van den bovenkant van den vloer tot de as der kesp, welken afstand wij door  $c$  zullen voorstellen. De som van de krachten  $t$  is  $\int t dy$  genomen tusschen de grenzen  $y = 0$  en  $y = y$ ; deze som heeft echter betrekking op eene strook ter breedte gelijk aan de eenheid en moet dus nog vermenigvuldigd worden met een afstand  $a$  der kespen. Voor het moment der krachten  $t$  vinden wij dus:

$$ac \int t dy.$$

Het moment van de loodrechte krachten  $p$  wordt eindelijk uitgedrukt door:

$$y \int p dy - \int y p dy,$$

waarbij de integratie zich ook moet uitstrekken tusschen de grenzen  $y = 0$  en  $y = y$  en waarbij eveneens met een afstand  $a$  der kespen vermenigvuldigd moet worden.

Nemen wij nu nog in aanmerking dat de twee eerste stelsels van krachten momenten geven, die in dezelfde richting werken

maar het derde stelsel een moment in tegengestelde richting, dan vinden wij voor de som van de momenten:

$$\Sigma N + a c \int t dy - a (y \int p dy - \int y p dy) . . . (1.)$$

Ten einde na te gaan waar de gevaarlijke doorsnede gelegen is, moeten wij de afgeleide van bovenstaande uitdrukking ten opzichte van  $y$  opmaken en onderzoeken waar zij van teeken verandert. Nemen wij in aanmerking dat de afgeleide van  $\Sigma N$  gelijk is aan  $\Sigma B$ , dan vinden wij door differentiatie voor die afgeleide:

$$\Sigma B + a c t - a \int p dy . . . . . (2.)$$

De waarden van  $p$  en  $t$  hebben wij in § 62 uitgedrukt in dezelfde grootheid  $y$ , die hier voorkomt; wij kunnen de uitdrukkingen (23.) en (24.) van § 62, dus onmiddellijk overnemen en in (1.) en (2.) substitueeren; ontwikkelen wij daarbij die uitdrukkingen volgens de machten van  $y$ , dan vinden wij:

1°. voor de som van de momenten van de krachten links van het beschouwde punt ten opzichte van dat punt:

$$\begin{aligned} \Sigma N + a c t_0 y + \left[ \frac{ac}{b} \left( 3 \frac{T'}{b} - t_1 - 2 t_0 \right) - \frac{1}{2} a p_0 \right] y^3 - \\ - \left[ \frac{ac}{b^2} \left( 2 \frac{T'}{b} - t_1 - t_0 \right) + a \frac{p_1 - p_0}{6b} \right] y^3 . . . (3.) \end{aligned}$$

en 2°. voor de afgeleide hiervan ten opzichte van  $y$ :

$$\begin{aligned} \Sigma B + a c t_0 + 2 \left[ \frac{ac}{b} \left( 3 \frac{T'}{b} - t_1 - 2 t_0 \right) - \frac{1}{2} a p_0 \right] y - \\ - 3 \left[ \frac{ac}{b^2} \left( 2 \frac{T'}{b} - t_1 - t_0 \right) + a \frac{p_1 - p_0}{6b} \right] y^2 . . . (4.) \end{aligned}$$

Men heeft dus na te gaan voor welke waarden van  $y$  de uitdrukking (4.) van teeken verandert, en dan met behulp van die waarden de momenten uit (3.) te berekenen; het grootste van die momenten moet men dan gelijk stellen aan  $\frac{1}{6} b' d'^2 T'$ , als  $b'$  de breedte,  $d'$  de dikte of hoogte van de kesp en  $T'$  de toe te laten spanning per vierkante eenheid voorstellen.

Passen wij deze formules wederom toe op het eerste voor-



beeld van § 66 met de fundeering zooals die in fig. 17 is voorgesteld. Volgens § 67 bladz. 231 hebben de drie palen onder den muur, te beginnen met den achtersten, de drukkingen: 3759, 2570 en 1382 KG. Deze palen staan loodrecht op de as van de kesp, zoodat de genoemde drukkingen tevens de loodrecht ontbondenen  $B$  voorstellen; de aangrijpingspunten zijn gelegen op de afstanden  $y = 10, 130$  en  $250$  centimeter. De drukking van den schoorpaal is volgens dezelfde paragraaf 14389 KG.; deze staat echter niet loodrecht op de kesp, de ontbondene loodrecht op de as der kesp is 13116 KG. en het aangrijpingspunt daarvan op de as der kesp ligt volgens fig. 17 (als wij voor den afstand van het midden der kesp tot den bovenkant van den vloer  $c = 30$  centimeter aannemen) op den afstand  $y = 233,5$  centimeter.

Volgens § 66 is verder  $T = 59,19$ ,  $b = 260$ ,  $p_0 = 0,00660$ ,  $p_1 = 1,59548$ ,  $t_0 = \frac{dR_2}{dx} - p_0 n_0 = 0,1529 - 0,0013 = 0,1516$  en  $t_1 = p_1 n_1 = 0,1595$ . Verder hebben wij in § 67 reeds aangenomen  $a = 100$  en stellen wij in verband met fig. 17 den afstand van de as der kesp tot den bovenkant vloer  $c = 30$  centimeter.

Met behulp hiervan vinden wij:

$$act_0 = 454,8,$$

$$\frac{ac}{b} \left( 3 \frac{T}{b} - t_1 - 2 t_0 \right) - \frac{1}{2} ap_0 = 2,542 - 0,330 = 2,212,$$

$$\frac{ac}{b^2} \left( 2 \frac{T}{b} - t_1 - t_0 \right) + a \frac{p_1 - p_0}{6b} = 0,006399 + 0,101851 = 0,108250,$$

en dus met behulp van (3.) en (4.) voor het moment:

$$\Sigma N + 454,8 y + 2,212 y^2 - 0,108250 y^3 \quad . \quad . \quad (5.)$$

en voor de afgeleide:

$$\Sigma B + 454,8 + 4,424 y - 0,324750 y^2 \quad . \quad . \quad (6.)$$

Substitueeren wij nu in de laatste uitdrukking voor  $y$  achtereenvolgens: 10, 130, 233,5, 250 en 260, dan vinden wij:

$y = 10$	$\Sigma B + 467$
$y = 130$	$\Sigma B - 4458$
$y = 233,5$	$\Sigma B - 16218$
$y = 250$	$\Sigma B - 18736$
$y = 260$	$\Sigma B - 20348.$

Voor de som  $\Sigma B$  hebben wij:

van $y = 0$	tot $y = 10$	$\Sigma B = 0$
» $y = 10$	» » = 130	$\Sigma B = 3759$
» $y = 130$	» » = 233,5	$\Sigma B = 3759 + 2570 = 6329$
» $y = 233,5$	» » = 250	$\Sigma B = 6329 + 13116 = 19445$
» $y = 250$	» » = 260	$\Sigma B = 19445 + 1382 = 20827.$

Door deze waarden voor  $\Sigma B$  in de uitdrukkingen voor de afgeleide van het moment te substitueeren, vinden wij dat het moment van  $y = 0$  tot  $y = 10$  toeneemt van 0 tot 467, voor  $y = 10$  plotseling overgaat in  $467 + 3759 = 4226$ ; van deze waarde van  $y$  tot  $y = 130$  afneemt tot  $3759 - 4458 = -699$  en dus tusschenbeiden van teeken verandert. Voor  $y = 130$  gaat de afgeleide plotseling over in  $6329 - 4458 = 1871$  en verandert dus wederom van teeken. Voor grootere waarden van  $y$  neemt de afgeleide weer af tot zij voor  $y = 233,5$  de waarde  $6329 - 16218 = -9889$  bereikt en tusschenbeiden van teeken verandert; bij  $y = 233,5$  gaat die waarde plotseling over in  $19445 - 16218 = 3227$  en verandert dus opnieuw van teeken. Verder blijft die waarde haar teeken behouden, tot  $y = 250$  neemt zij af tot  $19445 - 18736 = 709$ , klimt aldaar plotseling op tot  $20827 - 18736 = 2091$  en neemt verder af tot zij bij het einde der kesp voor  $y = 260$  de waarde  $20827 - 20348 = 479$  aanneemt; voorbij dat punt wordt de afgeleide plotseling gelijk nul. (\*)

(\*) Dit laatste volgt niet uit form. (6.) of form. (4.), die beiden slechts gelden tot aan het einde van de kesp, dat is hier tot  $y = 260$ , maar uit form. (2.). Zoodra  $y$  gelijk wordt aan  $b$  is  $\Sigma B = a \int p dy$  en  $t = t_1$ ; voor grootere waarden van  $y$  verandert  $\int p dy$  niet meer, zoodat  $\Sigma B$  tegen  $a \int p dy$  wegvalt terwijl de  $t$  van  $t_1$  plotseling in nul overgaat. Als contrôle op de berekening heeft men dus, dat de laatste waarde 479 moet overeenstemmen met  $a c t_1$  en dit is werkelijk het geval; want uit  $a = 100$ ,  $c = 30$  en  $t_1 = 0,1595$  volgt:  $a c t_1 = 478,5$ .

Men ziet dus dat bij het behandelde voorbeeld de afgeleide viermalen van teeken verandert:

$$\begin{array}{l} \text{tusschen } y = 10 \text{ en } y = 130 \\ \text{bij } y = 130 \\ \text{tusschen } y = 130 \text{ en } y = 233,5 \\ \text{en bij } y = 233,5. \end{array}$$

Ten einde de eerste en derde waarde van  $y$  te vinden waarbij de afgeleide van teeken verandert, zal men de uitdrukking (6.) gelijk nul moeten stellen en daaruit  $y$  moeten oplossen, nadat men  $\Sigma B$  vervangen heeft door 3759 en 6329. De twee vergelijkingen die men op deze wijze verkrijgt zijn dus:

$$\begin{array}{l} 0,324750 y^2 - 4,424 y - 4213,8 = 0 \\ 0,324750 y^2 - 4,424 y - 6783,8 = 0, \end{array}$$

en daaruit volgt door oplossing:

$$y = 120,9 \quad \text{en} \quad y = 151,5.$$

Voor deze vier waarden van  $y$  moet men nu de som van de momenten voor de op het linker gedeelte werkende krachten opmaken om uit die vier dan de grootste te nemen. Voor de waarde  $y = 233,5$  zou dit niet noodig zijn, omdat men wel onmiddellijk zal zien, dat deze niet de grootste zal zijn; wij voegen er deze hier evenwel ook bij. Voor de waarde van  $\Sigma N$  heeft men hier:

$$\begin{array}{l} y = 120,9 \quad \Sigma N = 3759 \times 110,9 = 416873 \\ y = 130 \quad \Sigma N = 3759 \times 120 = 451080 \\ y = 151,5 \quad \Sigma N = 3759 \times 141,5 + 2570 \times 21,5 = 587154 \\ y = 233,5 \quad \Sigma N = 3759 \times 223,5 + 2570 \times 103,5 = 1106131, \end{array}$$

en dus voor de som van de momenten volgens form. (5.):

$$\begin{array}{l} y = 120,9 \quad 416873 - 103979 = 312894 \\ y = 130 \quad 451080 - 141319 = 309761 \\ y = 151,5 \quad 587154 - 256741 = 330413 \\ y = 233,5 \quad 1106131 - 1151326 = -45195. \end{array}$$

Voor  $y = 151,5$  is dus het moment het grootst en wel gelijk aan 330413. Deze waarde moet dus gelijk gesteld worden aan  $\frac{1}{6} b' d^2 T'$ , waarin  $b'$  de breedte,  $d'$  de hoogte of dikte van de

kesp en  $T'$  de toe te laten spanning per vierkante eenheid voorstellen.

Nemen wij voor de breedte der kesp, na aftrek van de dikte der pen, waarmede de paal met de kesp verbonden is,  $b' = 30$  centimeter en voor  $T'$  de waarde 70 KG. per vierkanten centimeter, dan is:

$$\frac{1}{8} b' d^2 T' = 350 d^2,$$

en dit gelijk gesteld aan het maximum moment 330413 geeft voor de dikte:

$$d = \sqrt{\frac{330413}{350}} = 30,7 \text{ centimeter.}$$

Bij deze berekening is voor  $b'$  de breedte van de kesp genomen na aftrek van de dikte der pen; wel is waar valt de gevaarlijke doorsnede niet bij een der palen, dus niet bij het punt der kesp, dat door het gat voor de pen verzwakt wordt, maar de gevaarlijke doorsnede ligt er zeer dicht bij; hierbij komt nog dat boven den paal, dus ter plaatse van het gat, het moment (309761) slechts weinig kleiner is dan het maximum moment (330413).

Bij de bovenstaande berekening komt eene grootheid voor die vooraf niet bekend is, namelijk de afstand van de as der kesp tot den bovenkant van den vloer, dien wij door  $c$  hebben voorgesteld en waarvoor wij hebben aangenomen 30 centimeter. Worden de afmetingen werkelijk genomen zooals die hier berekend zijn, dan is deze afstand de halve dikte der kesp, vermeerderd met de dikte van den vloer, dus:  $\frac{1}{2} \times 30,7 + 13,07 = 15,35 + 13,07 = 28,42$ , dat is maar weinig minder dan er voor is aangenomen. Bleek het uit de berekening dat die afstand belangrijk grooter was dan is aangenomen, dan zou het zaak zijn dit in rekening te brengen, omdat in zoodanig geval het maximum moment grooter zou zijn. Het zal dan echter niet noodig zijn de plaats van het maximum moment opnieuw te berekenen, men zal kunnen volstaan met den invloed van de krachten  $t$  met deze nieuwe waarde voor  $c$  te berekenen. Blijkt het, zooals in ons geval, dat men de waarde van  $c$  te groot heeft genomen, dan is eene nieuwe berekening niet noodig, omdat men dan voor het moment eene eenigszins te groote waarde gevonden heeft.

Voor de berekening van de sloof nemen wij het ongunstigste geval dat namelijk de schoorpalen midden tusschen de kespen komen. Wij kunnen de sloof alsdan berekenen alsof zij bestond uit stukken, die van den eenen schoorpaal tot den anderen doorliepen, en in het midden gedrukt werden door eene kracht, gelijk aan den druk van den schoorpaal.

Aangezien deze kracht niet werkt volgens het vlak van symetrie van den balk, zoo moeten wij die kracht eerst ontbinden volgens twee richtingen, evenwijdig aan de twee vlakken van symetrie. Noemen wij deze ontbondenen  $A_1$  en  $A_2$ , de eerste evenwijdig aan de dikte of hoogte  $d'$  van de sloof, de tweede evenwijdig aan de breedte afmeting  $b'$  en stellen wij den afstand der palen door  $a$  voor, dan zijn de maximum momenten van deze twee ontbondenen  $\frac{1}{4} A_1 a$  en  $\frac{1}{4} A_2 a$ . Deelen wij deze maximum momenten door  $\frac{1}{6} b' d'^2$  en  $\frac{1}{6} b'^2 d'$ , dan vinden wij voor de grootste spanningen, die zij in den balk opwekken:

$$\frac{3 A_1 a}{2 b' d'^2} \quad \text{en} \quad \frac{3 A_2 a}{2 b'^2 d'}$$

dus te zamen:

$$\frac{3a}{2} \left( \frac{A_1}{b' d'^2} + \frac{A_2}{b'^2 d'} \right).$$

Stellen wij deze som gelijk aan de toe te laten spanning per vierkanten centimeter, die wij door  $T'$  zullen voorstellen, dan vinden wij eene betrekking tusschen de twee onbekenden  $b'$  en  $d'$ . Voor een van beiden kan men eene zekere waarde aannemen, de andere volgt dan uit de oplossing van eene tweede machtsvergelijking. Eenvoudiger is het tusschen die twee grootheden eene betrekking aan te nemen. Stelt men b.v.  $d' = mb'$ , dan vindt men:

$$\frac{3 a}{2 b'^3} \left( \frac{A_1}{m^2} + \frac{A_2}{m} \right) = T'$$

en dus:

$$b' = \sqrt[3]{\frac{3 a}{2 T'} \left( \frac{A_1}{m^2} + \frac{A_2}{m} \right)}.$$

Nemen wij wederom hetzelfde voorbeeld als hierboven, dan is

de drukking van den schoorpaal  $A = 14389$  KG. en de twee ontbondenen daarvan:  $A_1 = 13116$  en  $A_2 = 5919$ ; nemen wij verder:  $\frac{d}{b} = m = \frac{6}{7}$ ,  $a = 109$  centimeter en  $T' = 70$  kilogram per vierkanten centimeter, dan geeft bovenstaande formule:

$$b' = \sqrt[3]{\frac{300}{140} \left[ 13116 \left( \frac{7}{6} \right)^2 + 5919 \left( \frac{7}{6} \right) \right]} = 37,6 \text{ centimeter.}$$

en door vermenigvuldiging met  $m = \frac{6}{7}$ :

$$d' = 32,2 \text{ centimeter.}$$

Wegens de verzwakking, die de sloof tengevolge van de verbindingen met de palen en kespes ondergaat, zal men de afmetingen iets grooter nemen dan men uit de berekening vindt.



S-06





70.00









Biblioteka Politechniki Krakowskiej



II-351282

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000294654