0,75

Hain

Beiträge zur Berechnung von Schleusen großen Gefälles.

Von der
Königl. Sächs. Technischen Hoc[...]ie zu Dresden
zur Erlangung der Würde ein[...]ktor-Ingenieurs
genehmigte Disse[...]

Vorgelegt von

Reg.-Baumeister **Richard Borchers**
aus Kiel.

Referent: Geheimer Hofrat Professor Mehrtens.
Korreferent: Geheimer Hofrat Professor Engels.

Borna-Leipzig
Buchdruckerei Robert Noske
1912.

Meinen lieben Eltern!

Inhaltsübersicht.

Seite

Vorwort 1

A. Einleitung 3

B. Systeme der behandelten Bauwerke 5

C. Die Berechnung völlig geschlossener Schacht- und Speicherschleusen 5

I. Voraussetzungen und Vereinfachungen 5

II. Die angreifenden Kräfte 7

III. Die statischen Voraussetzungen und das Prinzip der Untersuchungen 8

IV. Annahmen über die Belastungsgesetze der lotrechten und horizontalen Balken 12

V. Durchrechnung 21

a) Entwicklung der Ersatzbelastungskurve und Biegungslinie sowie der wirklichen Belastungskurve und der Querkraft- und Momentenlinie eines lotrechten Balkens 21

b) desgleichen für einen horizontalen Balken 35

c) Berechnung der Eckmomente 58

d) Die Aufstellung der Grundgleichungen für die Berechnung der Belastungswerte p 60

e) Zusammenfassung des Rechnungsganges 62

VI. Einfluß der Querschnittsänderungen der lotrechten Balken auf die Durchbiegungen 64

VII. Einfluß der Querkräfte auf die Durchbiegungen 71

VIII. Einfluß der Temperatur 73

IX. Berücksichtigung der Schachtaussparungen im Ober- und Unterhaupt der Schleuse 86

D. Vorschläge für ein neues System von Schachtschleusen, seine Vorzüge und sein Berechnungsgang 94

E. Schlußbemerkungen 96

Vorwort.

Die Anregung zu den folgenden Untersuchungen hat ein nicht veröffentlichter Umdruck gegeben, welcher von dem Herrn Regierungs- und Baurat Schnapp im preußischen Ministerium der öffentlichen Arbeiten bei Gelegenheit der Entwurfsbearbeitung zum Bau des zweiten Abstiegs bei Henrichenburg verfaßt ist und worin meines Wissens zum ersten Male das in der vorliegenden Arbeit verwendete Prinzip — unter den weitestgehenden Vereinfachungen, Annahmen und Annäherungen — auf Schleusen zur Anwendung gekommen ist. Von sonstiger Literatur ist — zur Vermeidung der Ableitung allgemein bekannter Formeln — nur das Buch von Müller-Breslau „Neuere Methoden der Festigkeitslehre" an den im Text näher bezeichneten Stellen herangezogen.

A. Einleitung.

Das Bestreben, die von einem Schiffahrtsweg zu überwindenden Höhenunterschiede zur Erzielung langer Haltungen in tunlichst wenige Gefällspunkte zusammenzuziehen, führte in letzter Zeit zu Aufgaben: Bauwerke zu konstruieren, die für die Überwindung großer Gefälle brauchbar sind.

Neben Hebewerken und schiefen Ebenen haben sich als besonders geeignet Schleusen ergeben, deren Bauart von den für

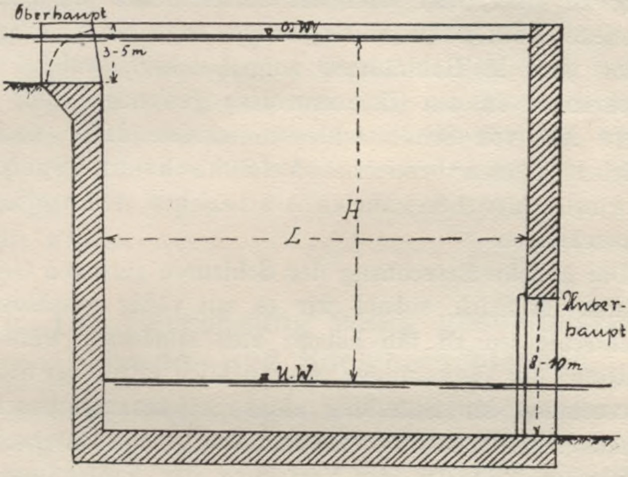

Fig. 1 a.

kleine Gefälle üblichen Konstruktionen indessen in mancherlei Punkten abweicht. Da bei größeren Gefällsunterschieden das Untertor zu gewaltige Höhenabmessungen erhalten würde, ist dasselbe nur so groß gewählt, daß es eine Öffnung in der Abschlußmauer des Unterhaupts verschließt, die dem größten Kanalfahrzeug bei genügendem Spielraum jederzeit die Durchfahrt gestattet (s. Fig. 1 a). Dadurch ist, abgesehen von den

Unterbrechungen im Ober- und Unterhaupt, die Schleuse zu einem allseitig geschlossenen Schacht geworden; solche Schleusen werden daher als „Schachtschleusen“ bezeichnet.

Mit der Konzentrierung der Gefälle ging Hand in Hand die Aufgabe, den bei einer solchen Schleusung gewaltigen Wasserverbrauch, insbesondere bei Wasserknappheit von Scheitelhaltungen, nach Möglichkeit einzuschränken. Zu diesem Zweck (und auch zur Verringerung der großen Strömungsgeschwindigkeiten bei Beginn der Ausspiegelung) wurden in verschiedener Höhenlage sogenannte Sparbecken angeordnet, welche das Wasser beim Abstieg zum größten Teil aufnehmen, um es beim Aufstieg an die Kammer wieder abzugeben. Je nach der Geländegestaltung sind diese Sparbecken fächerförmig zu einer Seite oder auf beiden Seiten der Schleuse als offene Becken im Seitengelände angeordnet, oder das Wasser wird in Hohlräumen aufgespeichert, welche durch Aussparungen in den Kammermauern gewonnen sind; diese letztere Art von Schachtschleusen werden daher auch als „Speicherschleusen“ bezeichnet. Auf Schacht- und Speicherschleusen der bezeichneten Art beziehen sich vorliegende Untersuchungen.

Die übliche Berechnung der Schleusen geringen Gefälles läßt nun im Stich, sobald wir es mit völlig geschlossenen Schachtschleusen zu tun haben; zum mindesten würde die Ermittlung der Abmessungen ausschließlich mittels der üblichen Untersuchung der Stützlinie eines Seitenmauerquerschnitts durchaus unwirtschaftlich sein und eine solche Untersuchung ein falsches Bild von der Verteilung der Kräfte und dem Auftreten der Beanspruchungen — insbesondere in der Nähe der Häupter — innerhalb eines solchen Bauwerks bieten. Aufgabe vorliegender Abhandlung soll es sein, eine Methode zu entwickeln, nach welcher sich die Querkräfte und Momente in wenigstens genügend genauer Annäherung erkennen und darnach die Abmessungen ermitteln lassen.

B. Systeme der behandelten Bauwerke.

Nur wenn es sich um Schachtschleusen handelt, bei welchen Häupter und Kammermauern mittels senkrechter Fugen in einzelne voneinander unabhängige Teile getrennt sind, ist die übliche graphostatische Untersuchung der Kammermauer beizubehalten. Müßten solche Fugen erheblicher zu erwartender Bodensenkungen wegen angeordnet werden, so wäre ein Bauwerk von so großen Abmessungen, wie sie bei Schachtschleusen die Regel sind, überhaupt nicht am Platze. Sind sie dagegen nur angeordnet, um nachträgliche geringe verschiedenartige Setzungen des Mauerwerks sowie Längenänderungen bei Temperaturwechsel auszugleichen, so wird es zweckmäßig und vorteilhaft sein, die durch Fugen getrennten Kammerteile an der Fuge selbst elastisch nachgiebig durch Querriegel untereinander zu verbinden (Näheres s. unter D).

Während die Berechnung völlig geschlossener Schachtschleusen nachstehend im einzelnen durchgeführt ist, wird diejenige für Schleusen der eben genannten Art, die sich auf denselben Grundlagen aufbaut, unter D nur im Prinzip gestreift werden.

C. Die Berechnung völlig geschlossener Schacht- und Speicherschleusen.

I. Voraussetzungen und Vereinfachungen.

Die Kammermauern von Schachtschleusen mit offenen Sparbecken haben neuerdings talsperrenähnliche Querschnitte (2. Abstieg bei Henrichenburg), erhalten, und auch die Querschnitte und Eisenarmierungen von projektierten Speicherschleusen (Minden, Masurischer Kanal) wachsen naturgemäß von oben nach unten erheblich (s. Fig. 1b u. c); infolgedessen wird eine Untersuchung des Bauwerks nach der Elastizitätstheorie erschwert. Der bequemeren Übersicht halber soll daher zunächst mit einem mittleren konstanten Trägheitsmoment I_s der Seitenmauern gerechnet und erst später untersucht werden, welchen Einfluß die Querschnittsänderungen sowie Querkräfte und Temperaturänderungen auf das Resultat

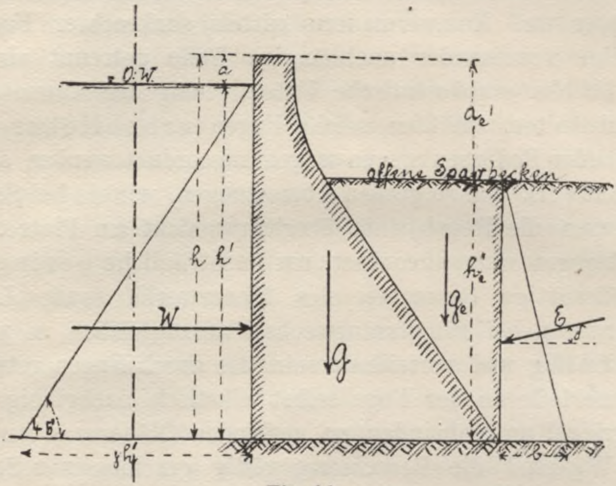

Fig. 1 b.

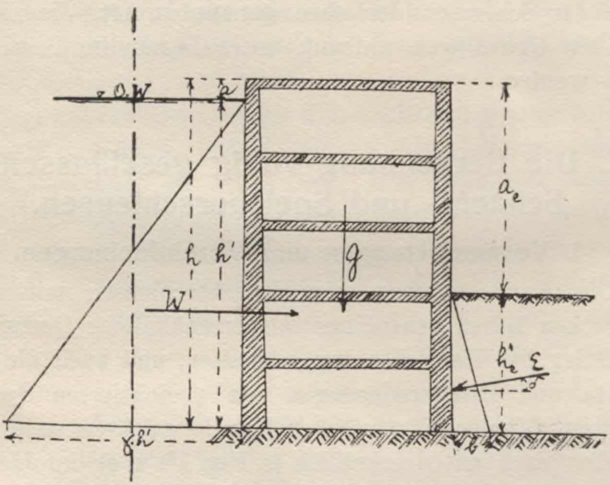

Fig. 1 c.

haben. Weiterhin sollen die Unterbrechungen des Ober- und Unterhaupts für das Aus- und Einfahren der Fahrzeuge erst nachträglich berücksichtigt und angenommen werden, daß das Bauwerk einen von oben bis unten völlig geschlossenen rechteckigen Kasten darstellt. Ohne einen großen Fehler zu begehen, kann der Boden dieses Kastens — falls ein solcher als starre Verbindung der Kammermauern überhaupt vorhanden ist und letztere nicht etwa direkt in den Felsen oder festen tonigen Untergrund einbinden — getrennt für sich als beiderseits in den Kammermauern eingespannter Balken berechnet werden.

II. Die angreifenden Kräfte.

Die angreifenden Kräfte auf den rechteckigen Kammerschacht sind:

1. das Eigengewicht G der Mauer,
2. der Wasserdruck W von innen,
3. der Erddruck E von außen, und außerdem
4. solche inneren Kräfte, die durch etwaige Temperaturveränderungen im Mauerkörper entstehen.

Die Ermittlung der Kräfte und Beanspruchungen infolge Eigengewicht begegnet keinen Schwierigkeiten. Der Wasserdruck von der größten Höhe h' stellt sich in bekannter Weise als Dreieck von der Basis $\gamma h'$ dar, während vom Erddruck je nach der Höhe h_e'' der Umschüttung bezw. Einbettung der Schleuse in den Untergrund seine Horizontalprojektion, dargestellt durch ein Dreieck von der Höhe h_e'' und der Basis $b = \frac{2 E \cos \delta}{h_e''}$ zu verfolgen ist; außerdem wirkt noch die senkrechte Erdlast G_e (s. Fig. 1 b).

Beide Belastungsfälle lassen sich demnach durch eine Untersuchung erledigen, man hat nur später $\gamma h'$ mit $\gamma_e'' h_e''$ zu vertauschen, wo $\gamma_e = -\frac{2 E \cos \delta}{h_e''}$ zu setzen ist. Indessen gilt die im folgenden für den Wasserdruck geführte Untersuchung der Annäherungen wegen nur dann auch für den Erddruck, wenn das Verhältnis $\frac{a_e}{h} = \frac{h - h_e''}{h}$ relativ klein ist; dies trifft bei Schachtschleusen mit offenen Sparbecken wohl meist zu, bei denen die Schleuse der Sparbecken wegen tief ins Gelände eingeschnitten sein muß, dagegen wohl seltener bei Speicherschleusen, welche zum größten Teil freistehende Bauwerke sind, so daß bei ihnen das Verhältnis $\frac{h - h_e''}{h}$ wesentlich größer wird. Falls man auf die Ermittlung des Einflusses des Erddrucks auf die inneren Spannkräfte der Kammermauer dann nicht überhaupt verzichtet, wird man angenähert die Mauer auf die Höhe h_e'' als einen Balken mit oben und unten eingespannten Enden zu betrachten haben; dieser Fall ist hier indessen nicht weiter verfolgt, sondern nur die durch die Wasserdruckbelastung entstehenden Momente, Quer- und Längskräfte der Schleusenmauern und Häupter untersucht.

Der Einfluß von Temperaturveränderungen wird unter Abschnitt VIII behandelt.

III. Die statischen Voraussetzungen und das Prinzip der Untersuchungen.

Um die Behandlung des Problems in praktisch verwertbaren Grenzen zu halten, sind eine Anzahl Annahmen erforderlich geworden. Es wurde der Schacht aufgelöst gedacht in zwei Scharen von materiellen Balkenfäden mit der Breite bezw. Höhe 1, und zwar eine Schar lotrechter Balken, welche im Untergrund bezw. in der Sohle fest eingespannt und oben frei beweglich gedacht sind, und eine Schar horizontaler Balkenrahmen mit steifen Ecken, wie sie durch Horizontalschnitte entstehen würden (s. Fig. 2 a und b). Beide Scharen dienen sich gegenseitig als Auflagerunterstützung, ohne indessen andere Kräfte als in der Richtung des Wasserdrucks aufeinander zu übertragen. Jede dieser Balkengruppen übernimmt einen Teil des an einer Stelle auf der Kammerwand lastenden Wasserdrucks und überträgt den Rest auf die andere Gruppe, und die Lastverteilung läßt sich nun, je nachdem man die eine Schar Balken als primäre Lastträger und die andere als sekundäre Auflagerbalken annimmt, von zwei Gesichtspunkten aus betrachten. Aus diesen beiden Betrachtungen heraus lassen sich gewisse Schlüsse ziehen in bezug auf die Belastungsgesetze in Richtung der

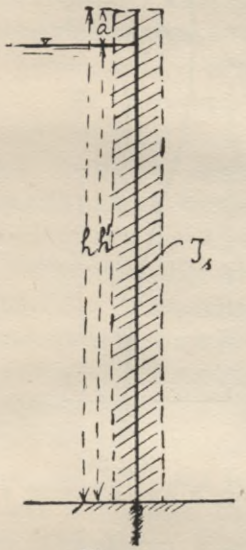

Fig. 2a.

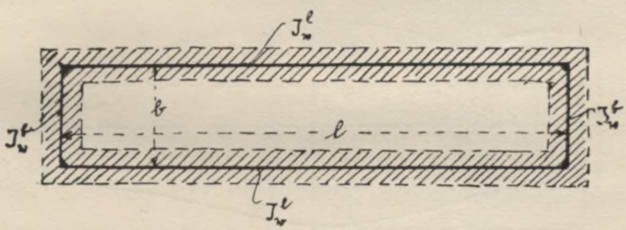

Fig. 2b.

lotrechten und horizontalen Balken, auf deren annähernd genaue Ermittlung das ganze Verfahren hinausläuft. Hat man zunächst einmal die Gleichungen gewisser Ersatzbelastungskurven für beide Balkensysteme annehmen können, welche sowohl den statischen Überlegungen annähernd entsprechen als auch mathematisch für möglichst viele Balken einer Schar zusammenfaßbar und des weiteren einfach zu behandeln sind, so lassen sich mittels dieser Ersatzbelastungs-

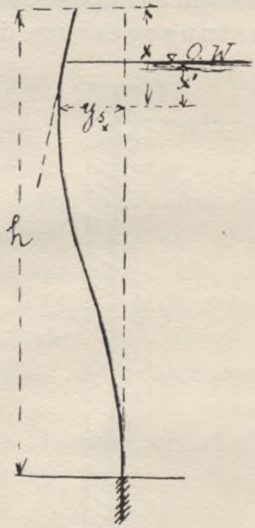

Fig. 3a
[Lotrechter Balken in der Entfernung z von den Ecken.]

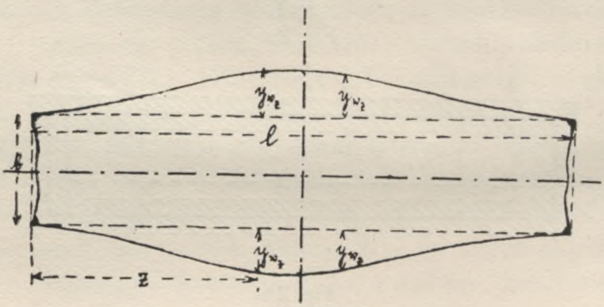

Fig. 3b
[Horizontalrahmen in der Tiefe x′ unter O. W.]

kurven die Durchbiegungen der senkrechten und wagrechten Balken berechnen. Die Festlegung der Ersatzbelastungskurven durch je drei ihrer Ordinaten geschieht dann durch die Grundbedingung:

(1) $$y_{s_x} = y_{w_z},$$

d. h. an jeder Stelle der Kammermauer muß die Durchbiegung eines horizontalen Balkenrahmens gleich derjenigen des betreffenden lotrechten Balkens sein. Durch die Anwendung dieser Bedingung auf beliebig viele Stellen der Kammermauer kann man beliebig viele Ordinaten der Ersatzbelastungskurven bestimmen und daraus — wie später gezeigt werden soll — mittels der bereits entwickelten Biegungslinien der lotrechten und horizontalen Balken die zunächst angenommenen oben erwähnten Ersatzbelastungskurven durch genauere ersetzen; aus diesen richtigen Belastungskurven werden dann die Querkraft- und Momentenlinien der lotrechten und horizontalen Balken durch ein- bezw. zweimalige Integration gefunden. Zweckmäßig ist es nun, die Wasserdruckbelastungen der langen und kurzen Schleusenwände in zwei Untersuchungen A und B getrennt für sich zu verfolgen und die beiden daraus resultierenden Querkraft- bezw. Momentenlinien zu addieren. Es genügt, von den senkrechten Balken der jeweils belasteten Schleusenwand, als z. B. der langen Wände, diejenigen in der Mitte und der halben Entfernung von den Schleusenecken, für die unbelasteten Wände, also hier von den Häuptern, nur den mittelsten senkrechten Balken zu betrachten; da die für diese drei Balken angenommenen Ersatzbelastungskurven durch je drei solche Ordinaten festgelegt werden, welche zugleich die Ersatzbelastungskurven von drei horizontalen Balkenrahmen in Höhe des O. W., in der Tiefe $h'/2$ und $\frac{3}{4}\,h'$ unter O. W. bestimmen, so sind unter Beachtung der vorhandenen Symmetrie demnach $3 \cdot 3 = 9$ Gleichungen mittels der Grundbedingung $y_{s_x} = y_{w_z}$ aufzustellen, aus denen die neun Belastungsordinaten p errechnet werden; diese neun Gleichungen gelten aber auch für die Untersuchung B, in der die Belastungen der Schleusenwände gewechselt werden, also für unbelastete lange Wände und belastete kurze Wände; man hat nur überall l mit b zu vertauschen.

IV. Annahmen über die Belastungsgesetze der lotrechten und horizontalen Balken.

Greift man einen lotrechten Balken (als primären Lastträger betrachtet) der für sich allein belastet gedachten langen Schleusenwände heraus und denkt sich den horizontalen Balkenrahmen fort, so wird er sich unter der Wasserdruckbelastung W durchbiegen. Unterstützen ihn Balkenrahmen gleicher Form und annähernd gleichen (mittleren) Trägheitsmoments auf seiner ganzen Höhe, so ist das gleichbedeutend mit einer auf die ganze Höhe h gleichmäßig elastischen Unterlage, und die an irgend einer Stelle auf sie übertragenen Auflagerdrücke müssen proportional der wirklichen unbekannten Durchbiegung des senkrechten Balkens in diesem Belastungszustand sein, also

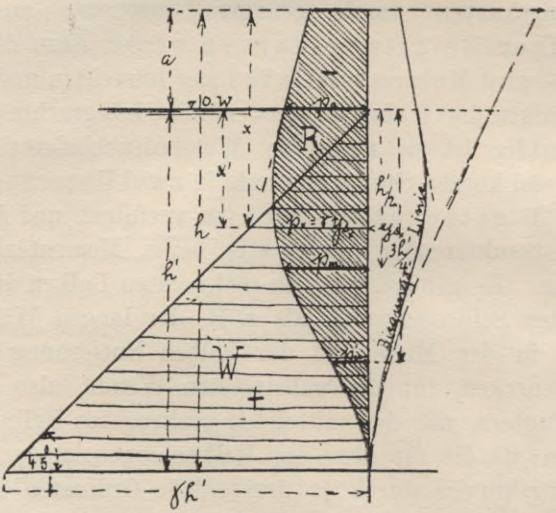

Fig. 4.

$$(2) \qquad p_s = \nu \cdot y_{s_x},$$

wo ν eine für einen Balken konstante Ziffer bedeutet. Die gesuchte Biegungslinie soll nun annäherungsweise dadurch gefunden werden, daß die für die lotrechten Balken negative

Auflagerbelastung zunächst durch eine aus Parabelflächen zusammengesetzte „Ersatzbelastungsfläche“ R mit den Ordinaten p_x' ersetzt wird; aus der Bedingung

$$(3) \qquad \int_0^h \nu \cdot y_{s_x} \cdot d\,x = \int_0^h p_x' \cdot d\,x$$

kann die Ziffer $\overset{\nu}{\chi}$ und aus Gleichung (2) die genauere negative Belastungskurve des Balkens gewonnen werden; die Ordinate der wirksamen Belastungsfläche des senkrechten Balkens lautet also

$$(4) \qquad q_x = \gamma\, x' - \nu \cdot y_{s_{x'}},$$

woraus durch zweimalige Integration oder auf graphischem Wege sich die entsprechenden Momente der lotrechten Balken ermitteln lassen.[1])

Im Prinzip bleibt dieser Gedankengang bei der Berechnung aller lotrechten Balken der Kammermauern und Häupter derselbe, nur mit dem Unterschiede, daß die Ersatzparabeln entsprechend der von der Schleusenseite nach den Ecken sich ändernden Biegungslinie anders geformt sind; betrachtet man einen Balken in Nähe der Schleusenmitte, so haben die beiden Ersatzparabeln etwa die in Fig. 5 skizzierte Form und werden durch die Ordinaten p_o, p_m und p_u', aus denen p_o' und p_u berechnet werden, festgelegt; wird dagegen ein lotrechter Balken in Nähe der Schleusenecken betrachtet, so folgt aus der Überlegung, daß in der Schleusenecke selbst der lotrechte Balken eine Durchbiegung nicht erleiden, also auch keine Belastung empfangen kann, daß die auf die horizontalen Auflagerbalken übertragenen Drucke (= den Ordinaten der negativen Belastungsflächen der lotrechten Balken) nach den Schleusenecken zu wachsen und in den Ecken gleich dem Wasserdruck $\gamma\, x'$ selbst sein müssen. Die negative Belastungsfläche eines solchen lotrechten Balkens

[1]) Genau genommen wären auf Grund der Gleichung (4) die Durchbiegungen y und daraus die Belastungswerte p genauer zu ermitteln; der Einfachheit halber sind die erstmalig gefundenen Werte p beibehalten.

soll daher durch zwei Parabelflächen der in Fig. 6 gezeichneten Art ersetzt werden; sie wird wiederum durch die drei

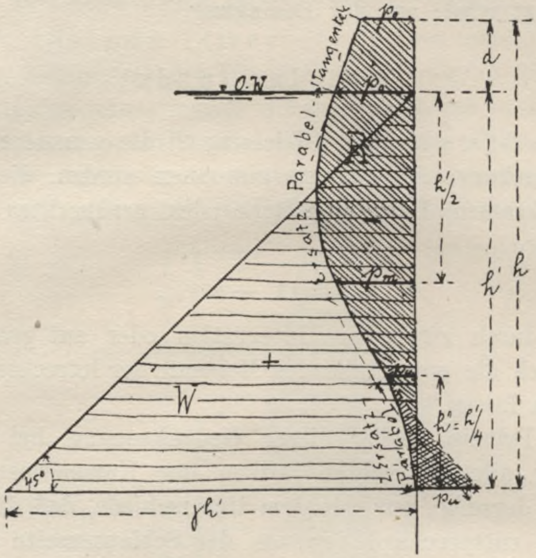

Fig. 5.

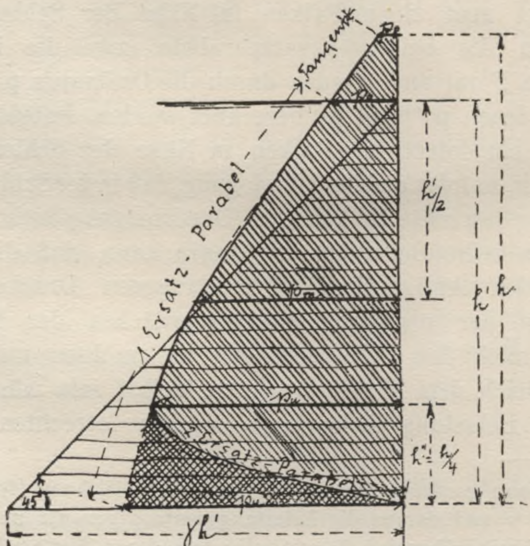

Fig. 6.

später zu bestimmenden Ordinaten p_o, p_m und p_u' festgelegt, aus denen p_o' und p_u sich errechnen lassen. Die beiden Formen der Ersatzbelastungskurven unterscheiden sich in ihren Gleichungen nicht voneinander; es wird in Fig. 5 und 6 die zweite (untere) Ersatzparabelfläche zur ersten negativen Parabelfläche auf die Höhe h″ addiert; rechnerisch lassen sich beide Fälle daher zusammen erledigen. Die erste Form gilt für ein negatives, die zweite für ein positives p_u; für den Grenzfall $p_u = 0$ fällt die zweite Ersatzparabel fort.

Für die Häupter ist eine Wasserdruckbelastung im Lastzustand der Untersuchung A nicht vorhanden; sie biegen sich indessen infolge der von den langen Wänden übertragenen Eckmomente $\mathfrak{M}_o$ nach innen durch, und die diesen Momenten entsprechende Belastung verteilt sich nach gleichen Gesetzen wie bei den langen Balken. Man kann daher die in Fig. 5 gezeichnete Belastungsfläche — abgesehen von der fehlenden Dreieckfläche — einführen, deren Ordinaten für lotrechte Balken nach den Ecken zu allmählich nach parabolischem Gesetz auf 0 abnehmen würden. Die einzige Änderung in den für die langen Schleusenwände entwickelten Formeln besteht darin, $\gamma = 0$ zu setzen und überall l mit b zu vertauschen.

Die für die lotrechten Balken entwickelten Gedankengänge für die Ableitung der richtigen Belastungsgesetze gelten ebenso für die — jetzt als primäre Lastträger gedachten — horizontalen Balkenrahmen mit den lotrechten Balken als sekundäre Auflagerbalken: denn letztere sind für einen Horizontalbalken sämtlich Kragträger von gleicher Länge und annähernd gleichem Trägheitsmoment, d. h. gleichbedeutend mit einer auf die ganze Länge l bezw. b gleichmäßig elastischen Unterlage; dabei kann jede Rahmenseite l oder b als ein einzelner Balken auf zwei Stützen mit den Einspannungsmomenten $\mathfrak{M}_o$ behandelt werden. Nach den getrennt geführten Untersuchungen A und B für die Belastungen der langen und kurzen Schleusenwände entstehen so die in den Fig. 7a und b dargestellten Zustände. Vertauscht man in den für die Untersuchung A abgeleiteten Formeln wieder überall l mit b, so entstehen die für die Untersuchung B gültigen Formeln. Die auf die Unterlage übertragenen Auflagerdrücke R (= der Belastung der lot-

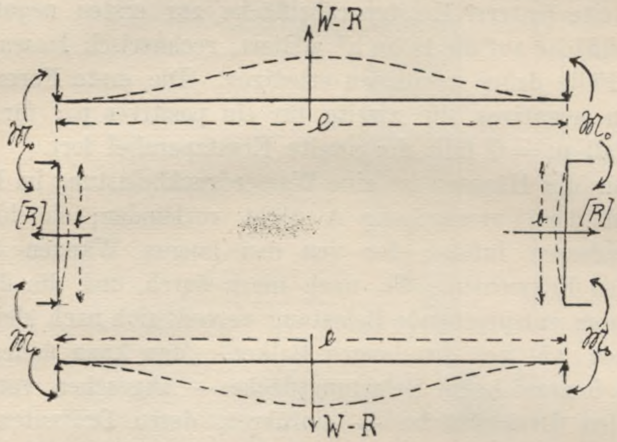

Fig. 7a
(Untersuchung A)

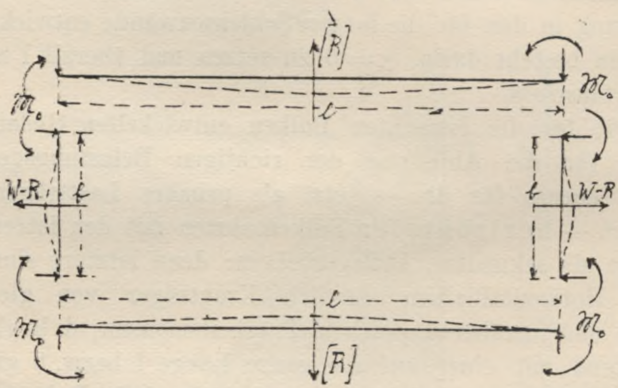

Fig. 7b.
(Untersuchung B)

rechten Balken) müssen wiederum proportional der wirklichen unbekannten Durchbiegung y_{w_z} des wagrechten Balkens sein, d. h.

(5) $$p_z = \mu \, y_{w_z},$$

wo wiederum μ eine für einen Balken konstante Ziffer bedeutet. Die gesuchte Biegungslinie y_{w_z} soll nun annäherungsweise dadurch gefunden werden, daß die für die wagrechten Balken negative Auflagerbelastung zunächst durch eine aus Parabelflächen zusammengesetzte Ersatzbelastungfläche mit den Ordinaten $[p_z]$ ersetzt wird, die indessen durch die drei aus

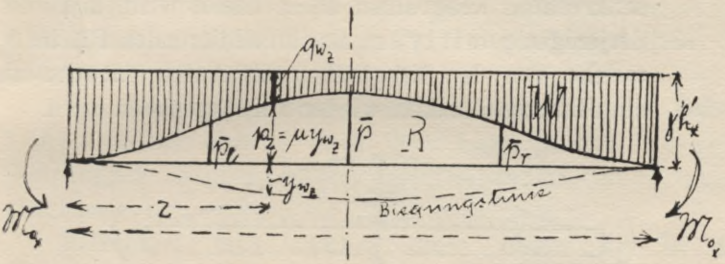

Fig. 8.

den Grundbedingungen $y_{s_x} = y_{w_z}$ gefundenen richtigen Lastordinaten $\bar{p}$, $\bar{p}^l$ und $\bar{p}^r$ festgelegt wird (später wird aus Symmetriegründen $\bar{p}^r = \bar{p}^l$ gesetzt). Aus der Bedingung

$$(6) \qquad \int_0^{l/2} [p_z]\, dz = \int_0^{l/2} \mu\, y_{w_z}\, dz$$

kann dann die Ziffer μ, aus Gleichung (5) die wirkliche negative Belastungsfläche, und des weiteren können aus der genaueren Gleichung für die wirksame Belastung

$$(7) \qquad q_z = \gamma\, h_x' - \mu\, y_{w_z}$$

die wirklichen Momente und Querkräfte gefunden werden.

Im Prinzip ist die Untersuchung für alle horizontalen Rahmen und alle vier Seiten eines Rahmens dieselbe, nur mit dem Unterschiede, daß die Ersatzparabeln entsprechend den von oben nach unten sich ändernden Biegungslinien der wagerechten Balken anders zu bilden sind. So ist für Balken in Höhe des Oberwassers und oberhalb desselben nur die von den senkrechten Kragbalken wieder abgegebene, positiv zu rechnende Auflagerdruckbelastung vorhanden, wie man sich überhaupt die wirksame Belastung eines Horizontalbalkens genau genommen aus drei Flächen zusammengesetzt zu denken hat (s. Fig. 9 a—c):

1. aus der **positiven** Wasserdruckfläche W von der konstanten Höhe $\gamma h_x'$,
2. der davon abzuziehenden **negativen** Auflagerdruckfläche R, welche als Anteilbelastung von den senkrechten Kragbalken übernommen wird, und
3. derjenigen **positiven**, also zu addierenden Fläche A, welche von den Kragbalken als Auflagerdrücke an die Horizontalbalken wieder zurückgegeben wird.

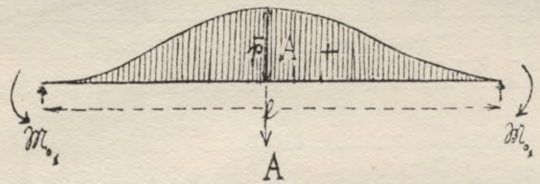

Fig. 9a.
[Horizontalbalken in O.W.-Höhe und oberhalb O.W.]

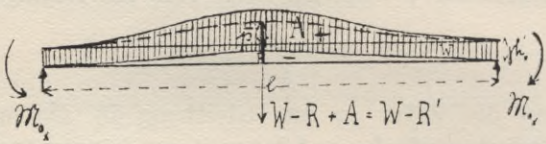

Fig. 9b.
[Horizontalbalken dicht unter O.W.]

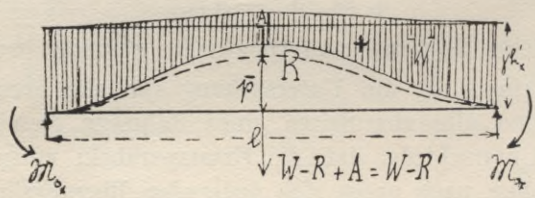

Fig. 9c.
[Horizontalbalken in größerer Tiefe unter O.W.]

Zieht man die Ordinaten der beiden letztgenannten Flächen zu einer einzigen $\overline{p}$ zusammen — was ohne weiteres möglich ist, da beide proportional den Durchbiegungen der senkrechten Balken sind —, so ergeben sich die in den Fig. 9 b und c punktiert gezeichneten Belastungskurven, mit welchen gerechnet wird und welche auch die tatsächliche negative, also auf die senkrechten Balken entfallende Belastung R′ darstellen. Je nachdem man daher in der allgemeinen Gleichung für die Belastungskurve der wagrechten Balken der Ordinate $\bar{p}$ positives oder negatives Vorzeichen gibt, lassen sich die in den Fig. 9 a—c dargestellten Belastungsfälle behandeln.

Die Belastungsgesetze sämtlicher horizontaler Balken l und b lassen sich je nach ihrer Lage in drei allgemeine Gleichungen zusammenfassen, deren Behandlung indessen ganz gleichartig ist:

Betrachtet man nämlich einen bisher wie in den Figuren 9 a—c dargestellten horizontalen Balken der langen Schleusenseite l in geringer Tiefe unter O. W., so wird für ihn die in Fig. 10 dargestellte Ersatzbelastungsfläche gewählt,

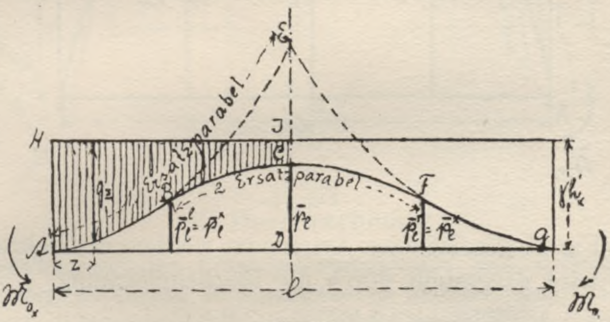

Fig. 10.

bestehend aus der positiven Rechteckbelastung $\gamma h_x'$ und der negativen Ersatzbelastungsfläche mit den drei Ersatzparabeln A B, B F und F G; aus Symmetriegründen ist für die Berechnung nur eine Hälfte der Belastungsfläche mit den zwei Ersatzparabeln A B und B C heranzuziehen. Die Belastungsfläche wird dann dargestellt durch die Flächengleichung:

$$F = \square\, ADIH - \triangleleft\, AED + \triangleleft\, BEC; \; [\bar{p}_1^l = \bar{p}_1^r = \bar{p}^*].$$

Betrachtet man nun Horizontalbalken dicht über dem Schleusenboden, so folgt aus der Überlegung: daß im Schleusenboden selbst der Horizontalbalken eine Durchbiegung nicht erleiden, also auch keine Belastung empfangen kann, daß die auf die lotrechten Auflagerbalken übertragenen Drucke (= den Ordinaten der negativen Belastungsfläche der horizontalen Balken) nach dem Schleusenboden und den Schleusenecken zu wachsen und in der Sohle selbst = dem Wasserdruck $\gamma h'$ selbst sein müssen. Die Belastungsfläche eines solchen horizontalen Balkens soll daher durch zwei Parabelflächen

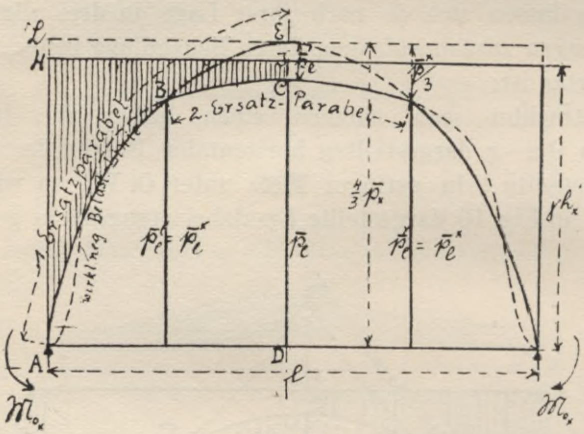

Fig. 11.

der in Fig. 11 gezeichneten Art ersetzt werden; die Belastungsfläche wird dargestellt durch die Flächengleichung

$$F = \square\,ADEL - \triangleleft\,AED + \triangleleft\,BEC; \; [\bar{p}_1^l = \bar{p}_1^r = \bar{p}_1^*].$$

Die Ersatzparabeln werden wiederum durch die zwei später zu bestimmenden Lastordinaten $\bar{p}_1$ und $\bar{p}_1^*$ festgelegt, während $\bar{p}_1'$ aus $\bar{p}_1^*$ folgt.

Durch einige Substitutionen in der ersten Flächengleichung (S. 19) läßt sich der Rechnungsgang für die zweite Flächengleichung wesentlich vereinfachen.

Schließlich ist bei den wagrechten Balken b der Häupter zu beachten, daß hier nur der Einfluß der negativen Rahmen-momente für die Form der Biegungslinie maßgebend ist; während bei den Balken der langen Schleusenseite l die Biegungslinie komplizierter Natur ist, hat sie hier etwa die Form einer einfachen Parabel, und zwar sowohl für die von den senkrechten Balken als unterstützt wie nicht unterstützt betrachteten Horizontalbalken. Nach den bisherigen Überlegungen kann für die Kurve der hier positiven Auflagerbelastung der (primären) Horizontalbalken infolge der Durchbiegung der (sekundären) lotrechten Balken die Gleichung der wirklichen Biegungslinie des Horizontalbalkens, also angenähert eine Parabel zugrunde gelegt werden (s. Fig. 12). Diese Ersatzbelastungskurve wird durch die Mittelordinate $[p_b]$ bestimmt, welche zugleich negative Belastungsordinate des senkrechten Mittelbalkens ist.

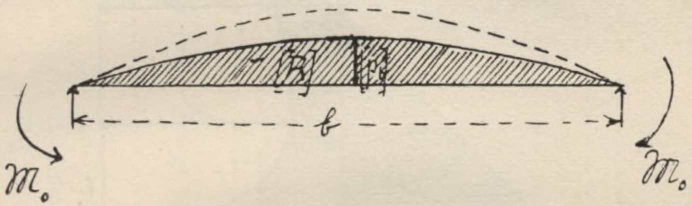

Fig. 12.

V. Durchrechnung.

a) Entwicklung der Ersatzbelastungskurve und Biegungslinie sowie der wirklichen Belastungskurve und der Querkraft- und Momentenlinie eines lotrechten Balkens.

Wird die Differenz $h - h' = a$ gesetzt, so herrscht für einen Wert von $x' = x - a$ unter dem O.W. die Belastungsordinate q_x, welche sich je nach der Größe von x aus verschiedenen Teilbelastungen zusammensetzt; diese Teilbelastungen sind außer von x und den gegebenen Abmessungen sämtlich von x und den drei unbekannten Lastordinaten p_o, p_m und p_u' abhängig. Dies zeigt sich am übersichtlichsten, wenn man die Zusammensetzung der wirksamen (schraffierten)

Belastungsfläche F entwickelt; wird der Wasserdruckbelastung jetzt negative Richtung zugeschrieben, so ist

$$F = -\triangle EHF - \triangle ABC + \square DBCF - \triangle ICG - \triangleright OFG$$

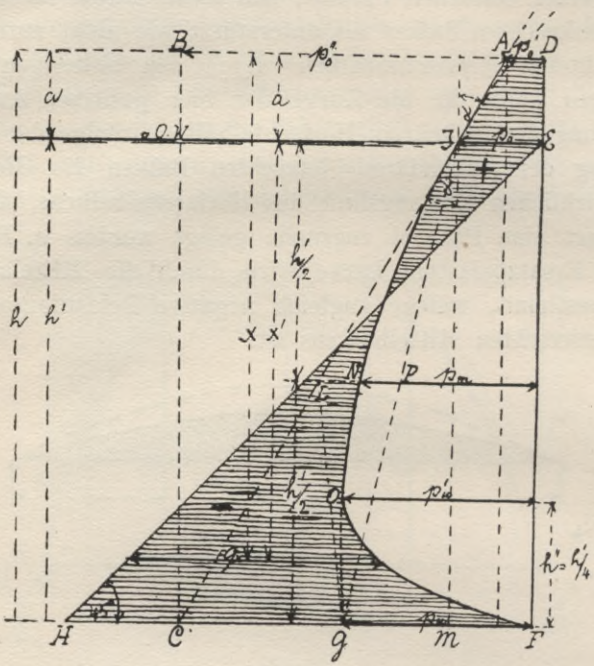

Fig. 13.

Um die oberste Ordinate p_o'' des Dreiecks ABC zu bestimmen, ist die Richtung $tg\,\alpha$ der Tangente an die Parabel in I festzustellen; es ist

$$tg\,\alpha = \frac{\mathfrak{M}C}{IM} = \frac{GC + \mathfrak{M}G}{IM}$$

$GC = 4LN = 4NP$[1] $= 4\left(p_m - \frac{p_o + p_u}{2}\right) = 4p_m - 2(p_o + p_u)$

$\mathfrak{M}G = p_u - p_o$

$IM = h'$

---

[1]) Nach einem bekannten Lehrsatz über die Parabel.

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1}{h'}[4\,p_m - 2\,(p_o + p_u) + p_u - p_o] = \frac{-3\,p_o - p_u + 4\,p_m}{h'}$$

$$A\,B = p_o'' = -A\,D + B\,D$$

$$A\,D = p_o - a\,\operatorname{tg}\alpha = p_o'$$

$$\underline{B\,D = G\,C + G\,F = 4\,p_m - 2\,(p_o + p_u) + p_u = 4\,p_m - p_u - 2\,p_o}$$

$$p_o'' = -p_o + \frac{a}{h'}(4\,p_m - 3\,p_o - p_u) + (4\,p_m - p_u - 2\,p_o)$$

$$= (4\,p_m - 3\,p_o - p_u)\left(\frac{a}{h'} + 1\right) = \frac{h}{h'}(4\,p_m - 3\,p_o - p_u).$$

Es ist also

$$q_x = -\gamma\,x' - A\,B\,\frac{h - x}{h} + B\,D - C\,G\,\frac{x'^2}{h'^2} - G\,F\,\frac{x''^2}{h''^2}$$

$$(8)\qquad = -\gamma\,x' - (4\,p_m - 3\,p_o - p_u)\,\frac{(h - x)}{h'} + (4\,p_m - p_u - 2\,p_o)$$

$$- [4\,p_m - 2\,(p_o + p_u)]\,\frac{x'^2}{h'^2} - p_u\,\frac{x''^2}{h''^2}.$$

Setzt man:

$$(9)\qquad \alpha = (4\,p_m - 3\,p_o - p_u)$$

$$(10)\qquad \beta = (4\,p_m - p_u - 2\,p_o)$$

$$(11)\qquad \delta = [4\,p_m - 2\,(p_o + p_u)],$$

so lautet die Belastungsordinate in der Tiefe $x' = x - a$ unter O. W.

$$(12)\qquad q_x = -\gamma\,x' - \alpha\,\frac{(h - x)}{h'} + \beta - \frac{\delta\,x'^2}{h'^2} - p_u\,\frac{x''^2}{h''^2}.$$

Bei der Integration ist zu beachten, daß die Glieder mit x bezw. ohne Unbekannte — von o bis h, diejenigen mit x' von o bis h' und diejenigen mit x'' von o bis $\frac{h'}{4}$ zu integrieren sind; für Werte von x und x' zwischen o und $^3/_4\,h$, bezw. $^3/_4\,h'$ ist $x'' = o$ zu setzen, für Werte von x zwischen o und $a = h - h'$ auch x'.

Es ist nun p_u aus der Gleichung der 1. Ersatzparabel durch p_u', p_o und p_m auszudrücken, wo p_u', das an Stelle der nur gedachten Belastung p_u tritt, in der Tiefe $^3/_4\,h'$ unter

O. W. herrschen soll. Es folgt aus Gleichung (8) für Werte von $x' = < {}^3/_4\, h'$:

$$p_x = -(4\,p_m - 3\,p_o - p_u)\frac{h - x}{h'} + (4\,p_m - p_u - 2\,p_o)$$
$$- [4\,p_m - 2\,(p_o + p_u)]\,\frac{x'^2}{h'^2}.$$

Setzt man $x' = x - a = {}^3/_4\, h'$, also $x = {}^3/_4\, h' + a$, so folgt:

$$p_u' = -(4\,p_m - 3\,p_o - p_u)\,\frac{1}{4} + (4\,p_m - p_u - 2\,p_o)$$
$$- [4\,p_m - 2\,(p_o + p_u)]\,\frac{9}{16} = +\frac{3}{8}\,p_u - \frac{4\,p_m - 3\,p_o}{4}$$
$$+ (4\,p_m - 2\,p_o) - (4\,p_m - 2\,p_o)\,\frac{9}{16}.$$

$$\text{(13)}\quad p_u = +\frac{8}{3}\,p_u' + \frac{2}{3}\,(4\,p_m - 3\,p_o) - \frac{8}{3}\,(4\,p_m - 2\,p_o)$$
$$+ \frac{3}{2}\,(4\,p_m - 2\,p_o) = +\frac{8}{3}\,p_u' - 2\,p_m + \frac{1}{3}\,p_o.$$

Dann lauten die drei Gleichungen (9) bis (11):

$$\text{(9 a)}\qquad \alpha = 6\,p_m - \frac{8}{3}\,p_u' - \frac{10}{3}\,p_o$$

$$\text{(10 a)}\qquad \beta = 6\,p_m - \frac{8}{3}\,p_u' - \frac{7}{3}\,p_o$$

$$\text{(11 a)}\qquad \delta = 8\,p_m - \frac{16}{3}\,p_u' - \frac{8}{3}\,p_o.$$

Für die Entwicklung der Biegungslinie gehen wir von der Grundgleichung einer Biegungslinie eines geraden Balkens mit konstantem Trägheitsmoment I_s und konstantem Elastizitätsmodul E aus; sie lautet für einen Kragträger:

$$E\,I_s\,\frac{d^4 y}{d\,x^4} = +\,q_x\,,$$

wo also I_s ein konstantes mittleres Trägheitsmoment eines lotrechten Balkens von der Breite 1 darstellt. Setzt man den Wert von q_x aus Gleichung (12) ein, so ergibt eine 4 malige Integration unter Beachtung des allgemeinen Integrals

$$\int (h - x)^m = \frac{h^{m+1}}{m+1} - \frac{(h-x)^{m+1}}{m+1}$$

folgendes:

$$(12\,a) \quad E\,I_s \frac{d^4 y}{d x^4} = + q_x = - \gamma x' - \alpha \left(\frac{h - x}{h'}\right) + \beta - \delta \left(\frac{x'}{h'}\right)^2 - p_u \left(\frac{x''}{h''}\right)^2 .$$

$$(14) \quad E\,I_s \frac{d^3 y}{d x^3} = Q_x = - \frac{\gamma x'^2}{2} - \frac{\alpha h^2}{2 h'} + \frac{\alpha}{2 h'} (h - x)^2 + \beta x - \frac{d\, x'^3}{3 h'^2} - \frac{p_u x''^3}{3 h''^2} + C_1 .$$

$$(15) \quad E\,I_s \frac{d^2 y}{d x^2} = M_x = - \frac{\gamma x'^3}{6} - \frac{\alpha h^2}{2 h'} x + \frac{\alpha h^3}{6 h'} - \frac{\alpha}{6 h'} (h - x)^3 + \frac{\beta x^2}{2} - \frac{\delta x'^4}{12 h'^2} - \frac{p_u x''^4}{12 h''^2} + C_1 x + C_2 .$$

$$(16) \quad E\,I_s \frac{d y}{d x} = E\,I_s \operatorname{tg} \alpha = - \frac{\gamma x'^4}{24} - \frac{\alpha h^2}{4 h'} x^2 + \frac{\alpha h^3}{6 h'} x - \frac{\alpha h^4}{24 h'} + \frac{\alpha}{24 h'} (h - x)^4 + \frac{\beta x^3}{6} - \frac{\delta x'^5}{60 h'^2} - \frac{p_u x''^5}{60 h''^2} + \frac{C_1 x^2}{2} + C_2 x + C_3 .$$

$$(17) \quad E\,I_s\, y_{s_x}{}^{1)} = - \frac{\gamma x'^5}{120} - \frac{\alpha h^2}{12 h'} x^3 + \frac{\alpha h^3 x^2}{12 h'} - \frac{\alpha h^4}{24 h'} x + \frac{\alpha h^5}{120 h'} - \frac{\alpha (h - x)^5}{120 h'} + \frac{\beta x^4}{24} - \frac{\delta x'^6}{360 h'^2} - \frac{p_u x''^6}{360 h''^2} + \frac{C_1 x^3}{6} + \frac{C_2 x^2}{2} + C_3 x + C_4 .$$

Gleichung (14) kann gedeutet werden als die Gleichung der Querkraft Q_x, Gleichung (15) als diejenige des Moments

---

[1]) Als positiv ist eine Durchbiegung im entgegengesetzten Sinne der Wasserdruckrichtung gerechnet.

M_x, Gleichung (16) als diejenige der Tangente $\operatorname{tg}\alpha_x$ an die Biegungslinie des Balkens, und Gleichung (17) stellt dessen Biegungslinie selbst dar.

Zur Bestimmung der 4 Integrationskonstanten C_1 bis C_4 stehen folgende 4 Gleichungen zur Verfügung, die sich aus der Erfüllung der Grenzbedingungen des Kragträgers ergeben:

aus Gleichung (14) für $x = 0$: $Q_{x=0} = 0 = E I_s \dfrac{d^3 y}{d x^3}$

„ „ (15) „ $x = 0$: $M_{x=0} = 0 = E I_s \dfrac{d^2 y}{d x^2}$

„ „ (16) „ $x = h$: $E I_s \operatorname{tg}\alpha = 0 = E I_s \dfrac{d y}{d x}$

$\begin{pmatrix} x' = h' \\ x'' = h'' \end{pmatrix}$

„ „ (17) „ $x = h$: $0 = E I_s y_{0_x}$

$\begin{pmatrix} x' = h' \\ x'' = h'' \end{pmatrix}$

Es folgt dann

aus Gleichung (14): $C_1 = 0$

„ „ (15): $C_2 = 0$

„ „ (16): $C_3 = + \dfrac{\gamma h^4}{24} + \dfrac{\alpha h^4}{8 h'} - \dfrac{\beta h^3}{6} + \dfrac{\delta h'^3}{60} + \dfrac{p_u h''^3}{60}$

„ „ (17): $C_4 = - \dfrac{\gamma h'^4}{120}(5h - h') - \dfrac{11 \alpha h^5}{120 h'} + \dfrac{\beta h^4}{8}$

$$- \frac{\delta h'^3}{360}(6h - h') - \frac{p_u h''^3}{360}(6h - h'') .$$

Wenn man die Konstanten in die Gleichungen (14) bis (17) einsetzt, lauten die Gleichungen:

$$\text{(14 a)} \qquad E I_s \frac{d^3 y}{d x^3} = Q_x = - \frac{\gamma x'^2}{2} - \frac{\alpha h^2}{2 h'} + \frac{\alpha}{2 h'}(h - x)^2$$

$$+ \beta x - \frac{\delta x'^3}{3 h'^2} - \frac{p_u x''^3}{3 h''^2} .$$

$$\text{(15a)}\quad E I_s \frac{d^2y}{dx^2} = M_x = -\frac{\gamma x'^3}{6} - \frac{\alpha h^2}{2h'} x + \frac{\alpha h^3}{6h'} - \frac{\alpha}{6h'}(h-x)^3 + \frac{\beta x^2}{2} - \frac{\delta x'^4}{12 h'^2} - \frac{p_u x''^4}{12 h''^2}.$$

$$\text{(16a)}\quad E I_s \frac{dy}{dx} = E I_s \operatorname{tg} \alpha_x = -\frac{\gamma x'^4}{24} - \frac{\alpha h^2}{4h'} x^2 + \frac{\alpha h^3}{6h'} x + \frac{\alpha h^4}{12h'} + \frac{\alpha}{24h'}(h-x)^4 + \frac{\beta x^3}{6} + \frac{p_u x''^5}{60 h''^2} + \frac{\gamma h'^4}{24} - \frac{\beta h^3}{6} + \frac{\delta h'^3}{60} + \frac{p_u h''^3}{60}.$$

$$\text{(17a)}\quad E I_s y_{s_x} = -\frac{\gamma x'^5}{120} - \frac{\alpha h^2 x^3}{12h'} + \frac{\alpha h^3 x^2}{12h'} + \frac{\alpha h^4}{12h'} x - \frac{\alpha h^5}{12h'} - \frac{\alpha}{120h'}(h-x)^5 + \frac{\beta x^4}{24} - \frac{\delta x'^6}{360 h'^2} - \frac{p_u x''^6}{360 h''^2} + \frac{\gamma h'^4}{24} x - \frac{\beta h^3}{6} x + \frac{\delta h'^3}{60} x + \frac{p_u h''^3}{60} x - \frac{\gamma h'^4}{120}(5h-h') + \frac{\beta h^4}{8} - \frac{\delta h'^3}{360}(6h-h') - \frac{p_u h''^3}{360}(6h-h'').$$

Ordnet man nach fallenden Potenzen von x, so folgt:

$$\text{(17b)}\quad E I_s y_{s_x} = -\frac{\delta x'^6}{360 h'^2} - \frac{p_u x''^6}{360 h''^2} - \frac{\gamma x'^5}{120} - \frac{\alpha (h-x)^5}{120 h'} + \frac{\beta x^4}{24} - \frac{\alpha h^2 x^3}{12h'} + \frac{\alpha h^3 x^2}{12 h'} + \left(\frac{\alpha h^4}{12h'} + \frac{\gamma h'^4}{24} - \frac{\beta h^3}{6} + \frac{\delta h'^3}{60} + \frac{p_u h''^3}{60}\right) x - \frac{\alpha h^5}{12h'} - \frac{\gamma h'^4}{120}(5h-h') + \frac{\beta h^4}{8} - \frac{\delta h'^3}{360}(6h-h') - \frac{p_u h''^3}{360}(6h-h'').$$

Diese Gleichung gilt für jeden senkrechten Balken der langen und kurzen Schleusenseiten.[1]) Hier interessieren besonders die drei Durchbiegungen in Höhe des O.W. sowie in der Tiefe $\frac{h'}{2}$ und $^3/_4\, h'$ unter O.W.

Es wird für $x = 0$, $x' = 0$, $x'' = 0$ und $h'' = \frac{h'}{4}$

$$(18)\quad E I_s y_{s_{x'=0}} = \frac{h'^4}{360}\left[-3\alpha - 12\gamma h' - \frac{23}{4^4} p_u - 5\delta\right]$$
$$+ \frac{h^3}{24}[-2\alpha h + 3\beta h - 4\beta a] + \frac{a^2}{24}[\beta a^2 + 3\alpha h^2],$$

ferner wird für $x = a + \frac{h'}{2}$, $x' = \frac{h'}{2}$, $x'' = 0$ u. $h'' = \frac{h'}{4}$:

$$(19)\quad E I_s y_{s_{x'=\frac{h'}{2}}} = \frac{h'^4}{360 \cdot 2^6}\left[-129\delta - 294\gamma h' - 6\alpha - \frac{11}{4} p_u\right]$$
$$+ \frac{h^3}{24}[-\alpha h + \beta h - 2\beta a]$$
$$+ \frac{\left(a + \frac{h'}{2}\right)^2}{24}\left[\alpha h^2 + \beta a h + \frac{\beta h'^2}{4}\right]$$

und für $x = a + \frac{3h'}{4}$, $x' = \frac{3h'}{4}$, $x'' = 0$ u. $h'' = \frac{h'}{4}$:

$$(20)\quad E I_s y_{s_{x'=\frac{3h'}{4}}} = \frac{h'^4}{360 \cdot 4^6}[-2777\delta - 5988\gamma h' - 12\alpha$$
$$- 80 p_u] + \frac{h^3}{24}\left[-\frac{\alpha h}{2} - \beta a\right]$$
$$+ \frac{\left(a + \frac{3h'}{4}\right)^2}{24}\left[\frac{\alpha}{2} h^2 + \beta a^2 + \frac{3}{2}\beta h' a + \frac{9}{16}\beta h'\right]$$

für den Sonderfall $a = 0$, $h = h'$, $x = x'$ wird

$$(18\,a)\quad E I_s y_{s_{x'=0}} = \frac{h^4}{360}\left(-33\alpha - 12\gamma h - 5\delta + 45\beta - \frac{23}{4^4} p_u\right).$$

---

[1]) Für die letzteren ist in der Untersuchung A — lange Wände belastet, kurze Wände unbelastet — $\gamma = 0$ zu setzen.

$$(19\,a)\quad E\,I_s y_{s_{x'=\frac{h}{2}}} = \frac{h^4}{360\cdot 2^6}\Big(-726\,\alpha - 294\,\gamma\,h - 129\,\delta + 1020\,\beta - \frac{11}{4}\,p_u\Big).$$

$$(20\,a)\quad E\,I_s y_{s_{x'=\frac{3h}{4}}} = \frac{h^4}{360\cdot 4^6}(-13\,452\,\alpha - 5988\,\gamma\,h - 2777\,\delta + 19\,440\,\beta - 80\,p_u).$$

Ersetzt man die Werte α, β und δ sowie p_u nach den Gleichungen (9 a)—(11 a) und (13) durch p_u', p_o und p_m, so lauten die drei Gleichungen [1]):

$$(18\,b)\quad E\,I_s y_{s_{x=0}} = \frac{h^4}{360\cdot 3\cdot 4^4}[24\,714\,p_m - 4280\,p_u' + 14\,057\,p_o - 9216\,\gamma\,h]$$
$$= \frac{h^4}{360}[32{,}15\,p_m - 5{,}58\,p_u' + 18{,}31\,p_o - 12\,\gamma\,h].$$

$$(19\,b)\quad E\,I_s y_{s_{x=\frac{h}{2}}} = \frac{h^4}{360\cdot 3\cdot 4^4}[8850\,p_m - 1240\,p_u' + 4597\,p_o - 3528\,\gamma\,h]$$
$$= \frac{h^4}{360}[11{,}52\,p_m - 1{,}614\,p_u' + 5{,}99\,p_o - 4{,}59\,\gamma\,h].$$

$$(20\,b)\quad E\,I_s y_{s_{x=\frac{3h}{4}}} = \frac{h^4}{360\cdot 3\cdot 4^6}[41\,616\,p_m - 4112\,p_u' + 20\,576\,p_o - 17\,964\,\gamma\,h]$$
$$= \frac{h^4}{360}[3{,}39\,p_m - 0{,}335\,p_u' + 1{,}675\,p_o - 1{,}462\,\gamma\,h].$$

Aus Gleichung (3) folgt nun

$$(21)\qquad \nu = \frac{\int_0^h [p_x]\,d\,x}{\int_0^h y_{s_x}\,d\,x},$$

[1]) Für die entsprechenden drei Durchbiegungen im Haupt ist in den Gleichungen (18 b)—(20 b) $\gamma = 0$ zu setzen.

wo y_{s_x} = der in Gleichung (17 b) entwickelten Biegungslinie ist und $[p_x]$ aus Gleichung (12) folgt:

$$[p_x] = -\alpha\left(\frac{h-x}{h'}\right) + \beta - \delta\left(\frac{x'}{h'}\right)^2 - p_u\left(\frac{x''}{h''}\right)^2.$$

Unter Benutzung von Gleichung (14) folgt dann

$$\int_0^h [p_x'] \, dx = \Big[-\frac{\alpha h^2}{2h'} + \frac{\alpha}{2h'}(h-x)^2 + \beta x - \frac{\delta x'^3}{3h'^2} - \frac{p_u x''^3}{3h''^2} \Big]_0^h$$

$$= -\frac{\alpha h^2}{2h'} + \beta h - \frac{\delta h'}{3} - \frac{p_u h'}{12}.$$

Die Integration von Gleichung (17 b) ergibt:

$$EI_s \int_0^h y_{s_x} dx = \Big[-\frac{\delta}{360 h'^2}\frac{x'^7}{7} - \frac{p_u}{360 \cdot h''^2}\frac{x''^7}{7} - \frac{\gamma x'^6}{120 \cdot 6} - \frac{\alpha h^6}{120 h' \cdot 6}$$

$$+ \frac{\alpha(h-x)^6}{120 h' \cdot 6} + \frac{\beta x^5}{24 \cdot 5} - \frac{\alpha h^2 x^4}{12 h' \cdot 4} + \frac{\alpha h^3 x^3}{12 h' \cdot 3} + \frac{x^2}{2}\Big(\frac{\alpha h^4}{12 h'}$$

$$+ \frac{\gamma h'^4}{24} - \frac{\beta h^3}{6} + \frac{\delta h'^3}{60} + \frac{p_u h''^3}{60}\Big) + x \Big\{ -\frac{\alpha h^5}{12 h'}$$

$$- \frac{\gamma h'^4}{120}(5h - h') + \frac{\beta h^4}{8} - \frac{\delta h'^3}{360}(6h - h')$$

$$- \frac{p_u h''^3}{360}(6h - h'') \Big\} \Big]$$

$$= -\frac{\delta h'^5}{360 \cdot 7} - \frac{p_u h''^5}{360 \cdot 7} - \frac{\gamma h'^6}{120 \cdot 6} - \frac{\alpha h^6}{120 \cdot 6 h'} + \frac{\beta h^5}{24 \cdot 5}$$

$$- \frac{\alpha h^6}{12 \cdot 4 h'} + \frac{\alpha h^6}{12 \cdot 3 h'} + \frac{\alpha h^6}{12 \cdot 2 h'} + \frac{\gamma h^2 h'^4}{24 \cdot 2} - \frac{\beta h^5}{6 \cdot 2}$$

$$+ \frac{\delta h^2 h'^3}{60 \cdot 2} + \frac{p_u h^2 h''^3}{60 \cdot 2} - \frac{\alpha h^6}{12 h'} - \frac{\gamma h h'^4}{120}(5h - h')$$

$$+ \frac{\beta h^5}{8} - \frac{\delta h h'^3}{360}(6h - h') - \frac{p_u h h''}{360}(6h'' - h)$$

$$= \frac{h'^3}{360 \cdot 14}\Big[-2\delta h'^2 - 42\delta h^2 + 14\delta h h' - \frac{2 p_u h'^2}{4^5}$$

$$-\frac{42\,p_u h^2}{4^3}+\frac{14}{4^4}p_n h h'-7\gamma h'^3-105\gamma h^2 h'$$

$$+42\gamma h h'^2\Big]+\frac{h^5}{120\cdot 6}\left[-26\frac{\alpha h}{h'}+36\beta\right].$$

Setzt man die Werte von $\int\limits_0^h [p_x]\,dx$ und $\int\limits_0^h y_{s_x}\,dx$ in Gleichung (21) ein, so folgt

$$(22)\quad \nu=\frac{420\,E\,I_s\left[-\frac{6\alpha h^2}{h'}+12\beta h-4\delta h'-p_u h'\right]}{h'^3\Big[-2\delta h'^2-42\delta h^2+14\delta h h'-\frac{2\,p_u h'^2}{4^5}-\frac{42\,p_u h^2}{4^3}+\frac{14\,p_u h h'}{4^4}-7\gamma h'^3-105\gamma h^2 h'+42\gamma h h'^2\Big]+h^5\left[-182\frac{\alpha h}{h'}+252\beta\right]},$$

für den Sonderfall a = h, h = h′ wird

$$(22\,a)\quad \nu=\frac{420\,E\,I_s\,[-6\alpha+12\beta-4\delta-p_n]}{h^4\left[-30\delta-\frac{618}{4^5}p_u-70\gamma h-182\alpha+252\beta\right]}.$$

Setzt man wieder für α, β, δ und p_u die Werte der Gleichungen (9 a)—(11 a) und (13) ein, so wird

$$(22\,b)\quad \nu=\frac{140\,E\,I_s\,(+18\,p_m+8\,p_u'+7\,p_o)}{\underline{h^4\,(181{,}207\,p_m-28{,}279\,p_u'+98{,}667\,p_o-70\gamma h)}}.$$

Die richtige Belastungsordinate ist dann nach Gleichung (4): (22 c) $q_x=\gamma x'-\nu y_{s_x}$ und liefert durch 1- bezw. 2-malige Integration die richtige Querkraft- und Momentenlinie für den Belastungszustand der Untersuchung A. (Die Konstanten C_1 und C_2 fallen wie bei den Gleichungen (14) und (15) fort.)

$$(23)\quad \frac{d^3y}{dx^3}=Q_x=-\frac{\gamma x'^2}{2}+\frac{\nu}{E\,I_s}\Big\{-\frac{\delta x'^7}{360\cdot 7\,h'^2}-\frac{p_u x''^7}{360\cdot 7\cdot h''^2}$$

$$-\frac{\gamma x'^6}{120\cdot 6}-\frac{\alpha h^6}{120\cdot 6h}+\frac{\alpha(h-x)^6}{120\cdot 6\,h'}+\frac{\beta x^5}{24\cdot 5}-\frac{\alpha h^2 x^4}{12\cdot 4\,h'}$$

$$+\frac{\alpha h^3 x^3}{12\cdot 3 h'}+\left[\frac{\alpha h^4}{12 h'}+\frac{\gamma h'^4}{24}-\frac{\beta h^3}{6}+\frac{\delta h'^3}{60}+\frac{p_u h''^3}{60}\right]\frac{x^2}{2}$$

$$+\left[-\frac{\alpha h^5}{12 h'}-\frac{\gamma h'^4}{120}(5h-h')+\frac{\beta h^4}{8}\right.$$

$$\left.\left.-\frac{\delta h'^3}{360}(6h-h')-\frac{p_u h''^3}{360}(6h-h'')x\right]\right\}.$$

$$(24)\quad \frac{d^2 y}{d x^2}=\mathfrak{M}_x=-\frac{\gamma x'^3}{6}+\frac{\nu}{E I_s}\left\{-\frac{\delta x'^8}{360\cdot 7\cdot 8\cdot h'^2}-\frac{p_u x''^2}{360\cdot 7\cdot 8 h''^2}\right.$$

$$-\frac{\gamma x'^7}{120\cdot 6\cdot 7}-\frac{\alpha h^6 x}{120\cdot 6 h'}+\frac{\alpha h^7}{120\cdot 6\cdot 7\cdot h'}-\frac{\alpha (h-x)^7}{120\cdot 6\cdot 7\cdot h'}$$

$$+\frac{\beta x^6}{24\cdot 5\cdot 6}-\frac{\alpha h^2 x^5}{12\cdot 4\cdot 5 h'}+\frac{\alpha h^3 x^4}{12\cdot 3\cdot 4 h'}+\left[\frac{\alpha h^4}{12 h'}+\frac{\gamma h'^4}{24}\right.$$

$$\left.-\frac{\beta h^3}{6}+\frac{\delta h'^3}{60}+\frac{p_u h''^3}{60}\right]\frac{x^3}{6}+\left[-\frac{\alpha h^5}{12 h'}\right.$$

$$-\frac{\gamma h'^4}{120}(5h-h')+\frac{\beta h^4}{8}-\frac{\delta h'^3}{360}(6h-h'')$$

$$\left.\left.-\frac{p_u h''^3}{360}(6h-h'')\right]\frac{x^2}{2}\right\}.$$

Hier interessieren besonders die positiven und negativen Größtwerte der Querkräfte und Momente; Q^-_{max} und M^-_{max} treten ein für $x = h$, während Q^+_{max} und M^+_{max} für Werte von x eintreten, welche aus den Gleichungen $\frac{d Q_x}{d x} = + q_x = 0$, bezw. $\frac{d M_x}{d x} = + Q_x = 0$ zu errechnen sind; dabei genügt es, für q_x und Q_x die Gleichungen (12) und (14 a) zu benutzen.

Es wird für $x = h$, $x' = h'$, $x'' = \frac{h'}{4}$ und $h'' = \frac{h'}{4}$.

$$Q^-_{max} = -\frac{\gamma h'^2}{2}+\nu\int_0^h y_{s_x}\, d x = -\frac{\gamma h'^2}{2}+\int_0^h p_x' d x .$$

$$(25)\quad Q^-_{max} = -\frac{\gamma h'^2}{2}-\frac{\alpha h^2}{2 h'}+\beta h-\frac{\delta h'}{3}-\frac{p_u h'}{12}.$$

$$(26)\quad M^{-}_{max} = -\frac{\gamma h'^3}{6} + \nu \left\{ \frac{h'^3}{360\cdot 56} \left[-\delta h'^3 - 112\,\delta h^3 + 28\,\delta h^2 h' - \frac{p_u h'^3}{4^6} - \frac{112}{4^3} p_u h^3 + \frac{28}{4^4} h^2 h' - 4\gamma h'^4 - 280\gamma h^3 h' + 84\gamma h^2 h' \right] + \frac{h^6}{120\cdot 42}\left[-132\,\alpha \frac{h}{h'} + 182\,\beta \right] \right\}.$$

Q^{+}_{max} folgt aus Gleichung (23) für einen Wert x, welcher sich durch Auflösung der quadratischen Gleichung

$$x^2 + A x + B = 0$$

entwickeln läßt, wo

$$A = \frac{\gamma - \frac{\alpha}{h'} - \frac{2 a \delta}{h'^2} - \frac{2 p_u a''}{h''^2}}{+\frac{\delta}{h'^2} + \frac{p_u}{h''^2}},$$

$$B = \frac{-\gamma a + \frac{\alpha h}{h'} - \beta + \frac{\delta a^2}{h'^2} + \frac{p_u a''^2}{h''^2}}{+\frac{\delta}{h'^2} + \frac{p_u}{h''^2}}.$$

$$\left[a'' = a + \frac{3}{4} h' \right]$$

M^{+}_{max} folgt aus Gleichung (24) für einen Wert von x, welcher sich durch Auflösung der kubischen Gleichung

$$x^3 + A_1 x^2 + B_1 x + C_1 = 0$$

entwickeln läßt, wo

$$A_1 = \frac{-\frac{\gamma}{2} + \frac{\alpha}{2 h'} + \frac{\delta a}{h'^2} + \frac{p_u a''^2}{h''^2}}{-\frac{\delta}{3 h'^2} - \frac{p_u}{3 h''^2}}.$$

$$B_1 = \frac{+\gamma a - \frac{\alpha h}{h'} + \beta - \frac{\delta a^2}{h'^2} - \frac{p_u a''^2}{h''^2}}{-\frac{\delta}{3 h'^2} - \frac{p_u}{3 h''^2}},$$

$$C_1 = \frac{-\frac{\gamma a^2}{2} + \frac{\delta a^3}{3 h'^2} + \frac{p_u a''^3}{3 h''^2}}{-\frac{\delta}{3 h'^2} - \frac{p_u}{3 h''^2}},$$

Für den Sonderfall $a = 0$, $h = h'$ wird

$$(25\,a)\quad Q^-_{max} = \frac{h}{12}(-6\gamma h - 6\alpha + 12\beta - 4\delta - p_u)$$

$$= \frac{h}{12}\left(-6\gamma h + \frac{8}{3}p_u' + \frac{7}{3}p_o + 6p_m\right).$$

$$(26\,a)\quad M^-_{max} = -\frac{\gamma h^3}{6} + \nu\left\{\frac{h^6}{360\cdot 56}\left[-85\delta - \frac{6721}{46}p_u - 200\gamma h - 528\alpha - 728\beta\right]\right.$$

$$= -\frac{\gamma h^3}{6} + \frac{\nu h^6 [6430086 p_m - 1118728 p_u' + 1074623 p_o - 2457600\gamma h]}{360\cdot 56\cdot 3\cdot 4^6\cdot E I_s}$$

$$= -\frac{\gamma h^3}{6} + \frac{h^2(18p_m + 8p_u' + 7p_o)[6430086 p_m - 1118728 p_u' + 1074623 p_o - 2457600\gamma h]}{576\,[556668 p_m - 86864 p_u' + 302486 p_o - 215040\gamma h]}$$

Die obigen Werte A und B für Q^+_{max} vereinfachen sich in

$$A = \frac{h(\gamma h - \alpha)}{\delta + 16 p_u} = \frac{h(3\gamma h + 8p_u' + 10p_o - 18p_m)}{8(14p_u' + p_o - 9p_m)},$$

$$B = \frac{-17 p_o h^2}{8(14p_u' + p_o - 9p_m)}$$

und für M^+_{max} die Werte A_1, B_1 und C_1 in

$$A_1 = \frac{3h(\gamma h - \alpha)}{2(\delta + 16p_u)} = \frac{3h(3\gamma h + 8p_u' + 10p_o - 18p_m)}{16(14p_u' + p_o - 9p_m)},$$

$$B_1 = \frac{3h^2(\alpha - \beta)}{\delta + 16p_u} = \frac{-51 p_o h^2}{8(14p_u' + p_o - 9p_m)},$$

$$C_1 = 0.$$

Ein Annäherungswert von M^-_{max} entsteht aus Gleichung (15 a) für $x = h$, $x' = h'$, $x'' = h''$, $h'' = \frac{h'}{4}$; es wird:

$$[M^-_{max}] = -\frac{h'^2}{6}\left(\gamma h + \frac{\delta}{2} + \frac{17}{32 p_u}\right) + \frac{h^2}{6}\left(3\beta - 2\alpha\frac{h}{h'}\right),$$

für den Sonderfall $h' = h$ wird

$$\left[M_{max}^{-}\right] = -\frac{h^2}{6}\left(\gamma h + \frac{\delta}{2} + \frac{17}{32} p + - 3\beta + 2\alpha\right)$$

$$= -\frac{h^2}{6}\left(\gamma h - \frac{49}{16} p_m + \frac{17}{12} p_u' - \frac{79}{96} p_o\right).$$

b) Entwicklung der Ersatzbelastungskurve und Biegungslinie sowie der wirklichen Belastungskurve und der Querkraft- und Momentenlinie für einen horizontalen Balken.

Die horizontalen Balken sind Teile eines steifen Vollrahmens mit (im allgemeinen) drei statisch nicht bestimmbaren Größen X, Y und Z, dessen Seiten = l bezw. b und dessen Trägheitsmomente = I_w^l bezw. I_w^b sind. Die Belastung eines solchen Rahmens ist in beiden Untersuchungen A und B (s. Fig. 14 a und b) zu den beiden Schwerachsen ZZ und Z′Z′

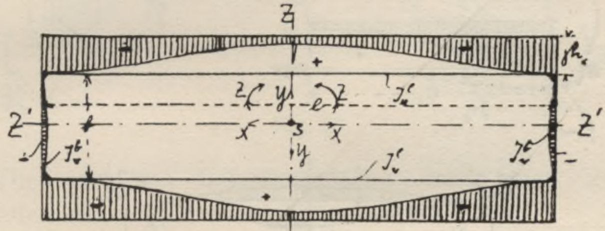

Fig. 14 a.
(Untersuchung A)

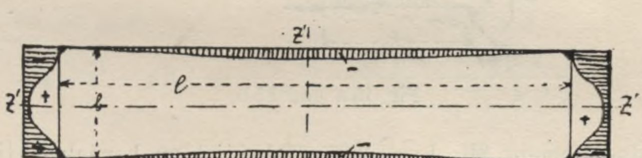

Fig. 14 b.
(Untersuchung B)

symmetrisch; infolgedessen werden die beiden statisch nicht bestimmbaren Größen X und Y = 0 und es bleibt $Z = \mathfrak{M}_o$ allein zu bestimmen übrig.

Angenommen, $\mathfrak{M}_0$ sei bekannt, so darf jede Rahmenseite als ein auf zwei Stützen A und B frei aufliegender Balken gelten, auf dessen Enden die Einspannungsmomente $\mathfrak{M}_0$ wirken. Die Biegungslinie desselben mit den Ordinaten y_{w_z} wird nun am besten erhalten, wenn man sie berechnet für einen in der Achse ZZ bezw. Z′Z′ eingespannt gedachten Kragträger von der Länge $\frac{l}{2}$ bezw. $\frac{b}{2}$ mit im gleichen Sinne gerichteten Belastungen, an dessen Enden die Auflagerkraft A_0 bezw. B_0

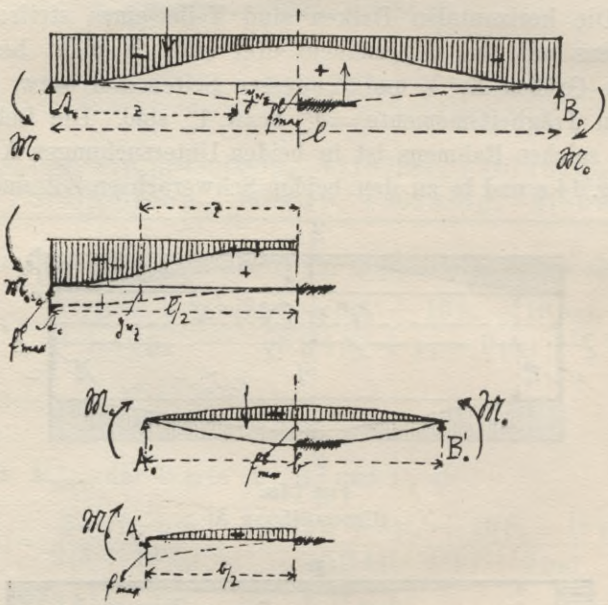

Fig. 15a und 15b.

und das Moment $\mathfrak{M}_0$ herrschen; dabei ist zu berücksichtigen, daß — wenn f_{max} die Enddurchbiegung des Kragträgers in A darstellt — die Gleichung der gesuchten Biegungslinie $= f_{max} - y_{w_z}$ ist. Berücksichtigt man die Grenzbedingungen $Q_0 = A_0$ und $M_0 = \mathfrak{M}_0$ für $z = 0$ bei der Bestimmung der Konstanten, so ist also die Aufgabe auf die Berechnung der Biegungslinien für die wie in Fig. 15 a und b belasteten

Kragträger und die Bestimmung des Einspannungsmoments $\mathfrak{M}_0$ nach der Rahmentheorie zurückgeführt.

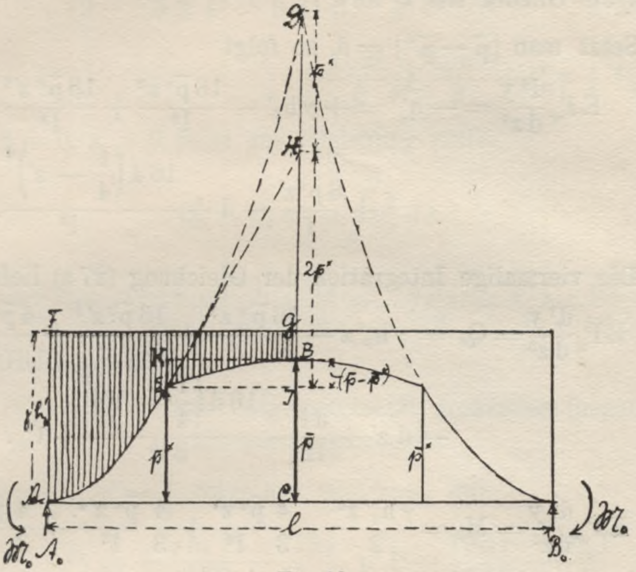

Fig. 16.

Die wirksame Belastungsfläche denkt man sich aus folgenden Einzelflächen zusammengesetzt:

$$F = \square\, ACGF - \triangle\, ACD + \triangle\, DEH + \triangle\, EHI$$
$$- \square\, BKEI + \triangleright\, BEK.$$

Es ist also

$$(27) \qquad q''_z = -\gamma h_x' + \frac{16\,\overline{p}^* z^2}{l^2} - \frac{16\,\overline{p}^* z'^2}{l^2} - \frac{8\,\overline{p}^* z'}{l} + [\overline{p} - \overline{p}^*]$$
$$- 16\,(\overline{p} - \overline{p}^*)\,\frac{\left(\frac{1}{4} - z'^2\right)}{l^2}.$$

Bei der Integration ist zu beachten, daß Integrale mit Gliedern von z zwischen 0 und $\frac{1}{2}$ zu integrieren sind, solche mit Gliedern z′ zwischen 0 und $\frac{1}{4}$, desgleichen das in [ ] gesetzte Glied; für alle Werte von z zwischen 0 und $\frac{l}{4}$ fallen die Glieder mit z' fort.

Setzt man $(\overline{p} - \overline{p}^*) = d$, so folgt

$$(27\text{a})\quad E I^l_w \frac{d^4 y}{d z^4} = - q^{l\,1)}_z = + \gamma h_x' - \frac{16 \overline{p}^* z^2}{l^2} + \frac{16 \overline{p}^* z'^2}{l^2} + \frac{8 \overline{p}^* z'}{l} - d + \frac{16 d \left(\frac{l}{4} - z'\right)^2}{l^2}.$$

Die viermalige Integration der Gleichung (27 a) liefert:

$$(28)\quad E I^l_w \frac{d^3 y}{d z^3} = Q_z = \gamma h_x' z - \frac{16}{3} \frac{\overline{p}^* z^3}{l^2} + \frac{16}{3} \frac{\overline{p}^* z'^3}{l^2} + \frac{4 \overline{p}^* z'^2}{l} - d z' + \frac{d l}{12} - \frac{16 d \left(\frac{l}{4} - z'\right)^3}{3 l^2} + C_1.$$

$$(29)\quad E I^l_w \frac{d^2 y}{d z^2} = M_z = \frac{\gamma h_x' z^2}{2} - \frac{4}{3} \frac{\overline{p}^* z^4}{l^2} + \frac{4}{3} \frac{\overline{p}^* z'^4}{l^2} + \frac{4}{3} \frac{\overline{p}^* z'^3}{l} - \frac{d z'^2}{2} + \frac{d l z'}{12} - \frac{d l^2}{3 \cdot 4^3} + \frac{4 d \left(\frac{l}{4} - z'\right)^4}{3 l^2} + C_1 z + C_2.$$

$$(30)\quad E I^l_w \frac{d y}{d z} = E I^l_w \operatorname{tg} \alpha_z = \frac{\gamma h_x' z^3}{6} - \frac{4}{15} \frac{\overline{p}^* z^5}{l^2} + \frac{4}{15} \frac{\overline{p}^* z'^5}{l^2} + \frac{\overline{p}^* z'^4}{3 l} - \frac{d z'^3}{6} + \frac{d l z'^2}{24} - \frac{d l^2 z'}{3 \cdot 4^3} + \frac{d l^3}{3 \cdot 4^4 \cdot 5} - \frac{4 d \left(\frac{l}{4} - z'\right)^5}{3 l^2 \cdot 5} + \frac{C_1 z}{2} + C_2 z + C_3.$$

$$(31)\quad E I_w y^{I'}_{r_z} = \frac{\gamma h_x' z^4}{24} - \frac{2}{45} \frac{\overline{p}^* z^6}{l^2} + \frac{2}{45} \frac{\overline{p}^* z'^6}{l^2} + \frac{\overline{p}^* z'^5}{15 l} - \frac{d z'^4}{24}$$

---

1) Die Formel für einen Balken auf zwei Stützen lautet im Gegensatz zu derjenigen für einen Kragbalken:

$$E I \frac{d^4 y}{d z^4} = - q.$$

$$+\frac{d\,l\,z'^3}{72}-\frac{d\,l^2 z'^2}{3\cdot 2\cdot 4^3}+\frac{d\,l^3 z'}{3\cdot 4^4\cdot 5}-\frac{d\,l^4}{3\cdot 4^5\cdot 5\cdot 6}+\frac{4\,d\left(\frac{l}{4}-z'\right)^6}{3\cdot 5\cdot 6\,l^2}$$

$$+\frac{C_1 z^3}{6}+\frac{C_2 z^2}{2}+C_3 z+C_4.$$

Für $z=0$, $z'=0$ folgt aus Gleichung (28):

$$Q_0=C_1=-\int_0^{l/2} q_z^I\,d\,z$$

(32) $$C_1=-\frac{\gamma h_x' l}{2}+\frac{\overline{p}^* l}{3}+\frac{d\,l}{6}=-\frac{\gamma h_x' l}{2}+\frac{\overline{p}^* l}{6}+\frac{\overline{p}\,l}{6},$$

aus Gleichung (29):

(33) $C_2=\mathfrak{M}_0=$ dem entgegengesetzt drehenden (negativen) Einspannungsmoment.

Für $z=\frac{l}{2}$, $z'=\frac{l}{4}$ folgt aus Gleichung (30):

(34) $$C_3=+\frac{\gamma h_x' l^3}{3\cdot 2^3}-\frac{134}{15\cdot 4^4}\overline{p}^* l^3-\frac{19\,d\,l^3}{4^3\cdot 15}-\frac{\mathfrak{M}_0 l}{2}$$

$$=+\frac{\gamma h_x' l^3}{24}-\frac{58}{15\cdot 4^4}\overline{p}^* l^3-\frac{19\,\overline{p}\,l^3}{4^3\cdot 15}-\frac{\mathfrak{M}_0 l}{2},$$

aus Gleichung (31):

(35) $$C_4=-\frac{5}{3\cdot 2^7}\gamma h_x' l^4+\frac{1345}{90\cdot 4^5}\overline{p}^* l^4+\frac{199}{30\cdot 4^5}d\,l^4+\frac{\mathfrak{M}_0 l^2}{8}$$

$$=-\frac{5}{384}\gamma h_x' l^4+\frac{107}{90\cdot 4^4}\overline{p}^* l^4+\frac{199}{30\cdot 4^5}\overline{p}\,l^4+\frac{\mathfrak{M}_0 l^2}{8}.$$

Setzt man die 4 Konstanten C_1 bis C_4 in die Gleichungen (28) bis (31) ein, so folgt:

(28 a) $$E I_w^l \frac{d^3 y}{d z}=Q_z=\gamma h_x' z-\frac{16}{3}\frac{\overline{p}^* z^3}{l^2}+\frac{16}{3}\frac{\overline{p}^* z'^3}{l^2}$$

$$+\frac{4\,\overline{p}^* z'^2}{l}-d\,z'+\frac{d\,l}{4}-\frac{16\,d\left(\frac{l}{4}-z'\right)^3}{3\,l^2}-\frac{\gamma h_x' l}{2}+\frac{\overline{p}^* l}{3}.$$

(29 a) $$E I^l_w \frac{d^2 y}{d z^2} = M_z = \frac{\gamma h_x' z^2}{2} - \frac{4}{3}\frac{\bar{p}^* z^4}{l^2} + \frac{4}{3}\frac{\bar{p}^* z'^4}{l^2} + \frac{4}{3}\frac{\bar{p}^* z'^3}{l} - \frac{d z'^2}{2} + \frac{d l z'}{12} - \frac{d l^2}{3 \cdot 4^3} + \frac{4 d \left(\frac{l}{4} - z'\right)^4}{3 l^2} - \frac{\gamma h_x' l z}{2} + \frac{\bar{p}^* l z}{3} + \frac{d l z}{6} + \mathfrak{M}_o .$$

(30 a) $$E I^l_w \frac{d y}{d z} = E I^l_w \operatorname{tg} \alpha_z = \frac{\gamma h_x' z^3}{6} - \frac{4}{15}\frac{\bar{p}^* z^5}{l^2} + \frac{4}{15}\frac{\bar{p}^* z'^5}{l^2} + \frac{\bar{p}^* z'^4}{3 l} - \frac{d z'^3}{6} + \frac{d l z'^2}{24} - \frac{d l^2 z'}{3 \cdot 4^3} + \frac{d l^3}{15 \cdot 4^4} - \frac{4 d \left(\frac{l}{4} - z'\right)^5}{3 \cdot 5 \cdot l^2} - \frac{\gamma h_x' l z^2}{4} + \frac{\bar{p}^* l z^2}{6} + \frac{d l z^2}{12} + \mathfrak{M}_o z + \frac{\gamma h_x' l^3}{24} - \frac{134}{15 \cdot 4^4} \bar{p}^* l^3 - \frac{19 d l^3}{4^3 \cdot 15} - \frac{\mathfrak{M}_o l}{2} .$$

(31 a) $$E I^l_w y^{I}_{w_z} = \frac{\gamma h_x' z^4}{24} - \frac{2}{45}\frac{\bar{p}^* z^6}{l^2} + \frac{2}{45}\frac{\bar{p}^* z'^6}{l^2} + \frac{\bar{p}^* z'^5}{15 l} - \frac{d z'^4}{24} + \frac{d l z'^3}{72} - \frac{d l^2 z'^2}{3 \cdot 2 \cdot 4^3} + \frac{d l^3 z'}{15 \cdot 4^4} - \frac{d l^4}{90 \cdot 4^5} + \frac{4 d \left(\frac{l}{4} - z'\right)^6}{3 \cdot 5 \cdot 6 l^2} - \frac{\gamma h_x' l z^3}{12} + \frac{\bar{p}^* l z^3}{18} + \frac{d l z^3}{36} + \frac{\mathfrak{M}_o z^2}{2} + \frac{\gamma h_x' l^3 z}{24} - \frac{134}{15 \cdot 4^4} \bar{p}^* l^3 z - \frac{19}{4^3 \cdot 15} d l^3 z - \frac{\mathfrak{M}_o l z}{2} + C_4 .$$

Die richtige Biegungslinie hat demnach folgende Gleichung:

(36) $$E I^l_w y^I_{w_z} = - \frac{\gamma h_x' z^4}{24} + \frac{2}{45}\frac{\bar{p}^* z^6}{l^2} - \frac{2}{45}\frac{\bar{p}^* z'^6}{l^2} - \frac{\bar{p}^* z'^5}{15 l}$$

$$+\frac{d z'^4}{24}-\frac{d\,l\,z'^3}{72}+\frac{d\,l^2 z'^2}{3\cdot 2\cdot 4^3}-\frac{d\,l^3 z'}{3\cdot 4^4 5}+\frac{d\,l^4}{3\cdot 4^5\cdot 5\cdot 6}$$

$$-\frac{2\,d\left(\frac{l}{4}-z'\right)^6}{3^2\cdot 5\cdot l^2}+\frac{\gamma h_x' z^3}{12}-\frac{\bar{p}^*\,l\,z^3}{3^2\cdot 2}-\frac{d\,l\,z^3}{3^2\cdot 4}$$

$$-\frac{\mathfrak{M}_o z^2}{2}-\frac{\gamma h_x' l^3 z}{3\cdot 2^3}+\frac{134}{15\cdot 4^4}\,\bar{p}^*\,l^3 z$$

$$+\frac{19}{4^3\cdot 15}\,d\,l^3 z+\frac{\mathfrak{M}_o\,l\,z}{2}.$$

Für die Mitte $z=\frac{l}{2}$, $z'=\frac{l}{4}$ wird

$$\text{(35 a)}\quad E I^l_w f^I_{max}=-\frac{5}{384}\,\gamma h_x' l^4+\frac{1345}{90\cdot 4^5}\,\bar{p}^*\,l^4+\frac{199}{30\cdot 4^5}\,d\,l^4$$

$$+\frac{\mathfrak{M}_o l^2}{8}=-\frac{5}{384}\,\gamma h_x' l^4+\frac{107}{90\cdot 4^4}\,\bar{p}^*\,l^4$$

$$+\frac{199}{30\cdot 4^5}\,\bar{p}\,l^4+\frac{\mathfrak{M}_o l^2}{8}.$$

Für die halbe Entfernung von den Ecken $z'=\frac{l}{2}$, $z=0$ wird

$$\text{(37)}\quad E I^l_w y^I_{w_{z=\frac{l}{4}}}=-\frac{19}{2\cdot 4^5}\,\gamma h_x' l^4+\frac{1450}{45\cdot 4^6}\,\bar{p}^*\,l^4+\frac{13}{45\cdot 4^3}\,d\,l^4$$

$$+\frac{3}{32}\,\mathfrak{M}_o l^2=-\frac{19}{2\cdot 4^5}\,\gamma h_x' l^4+\frac{103}{30\cdot 4^5}\,\bar{p}^*\,l^4$$

$$+\frac{13}{45\cdot 4^3}\,\bar{p}\,l^4+\frac{3}{32}\,\mathfrak{M}_o l^2.$$

Die Werte der Gleichungen (35) und (37) sollen nur gelten für Horizontalbalken in der Tiefe $x' \leqq 0$ bis $\frac{h'}{2}$; für Horizontalbalken in der Tiefe $x' \geqq \frac{h'}{2}$ bis h' gilt folgende Belastungskurve:

$$(38)\quad q_z^{II} = -\gamma h_x' + \frac{4}{3}\,\bar{p}^* - \frac{16}{3}\,\bar{p}^*\,\frac{\left(\frac{l}{2} - z\right)^2}{l^2}$$

$$+ \frac{16}{3}\,\bar{p}^*\,\frac{\left(\frac{l}{4} - z'\right)^2}{l^2} - \left[\frac{4}{3}\,\bar{p}^* - \bar{p}\right]$$

$$- 16\,(\bar{p} - \bar{p}^*)\,\frac{\left(\frac{l}{4} - z'\right)^2}{l^2}$$

und es sind in Gleichung (27 a) folgende Substitutionen zu machen:

$$\text{statt } \gamma h_x' : \left(\gamma h_x - \frac{4}{3}\,\bar{p}^*\right),$$

$$\text{„}\quad d = \bar{p} - \bar{p}^* : d = \frac{4}{3}\bar{p}^* - \bar{p},$$

$$\text{„}\quad + z : -\left(\frac{l}{2} - z\right),$$

$$\text{„}\quad \bar{p}^* : \frac{\bar{p}^*}{3}.$$

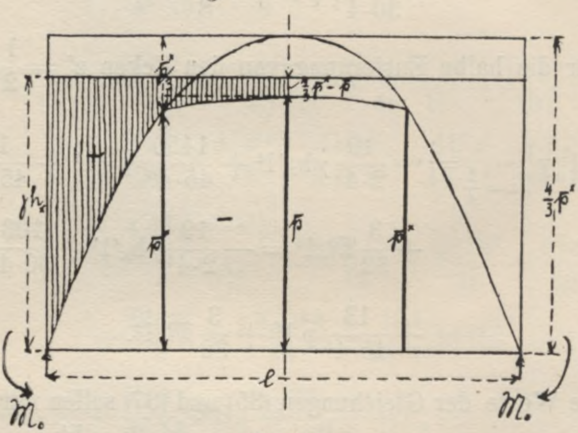

Fig. 17.

Das Glied $\frac{8\,\bar{p}^*\,z'}{l}$ fällt fort; dann lautet nach einigen Umformungen die zweite Grundform der Biegungslinie:

$$(38\text{a})\quad E I_w^1 \frac{d y^4}{d z^4} = -q_z^{II} = \left(\gamma h_x' - \frac{4}{3}\overline{p}^*\right) + \frac{16}{3}\overline{p}^* \frac{\left(\frac{l}{2} - z\right)^2}{l^2} + d - \frac{16\, d \left(\frac{l}{4} - z'\right)^2}{l^2}.$$

Bei der Integration ändern sich die Konstanten C_1, C_3 und C_4; es wird

$$(32\text{a})\quad C_1 = -\frac{\gamma h_x' l}{2} + \frac{4}{9}\overline{p}^* l - \frac{d\, l}{6},$$

$$(34\text{a})\quad C_3 = +\frac{\gamma h_x' l^3}{3 \cdot 2^3} - \frac{2}{45}\overline{p}^* l^3 + \frac{19\, d\, l^3}{4^3 \cdot 15} - \frac{\mathfrak{M}_0 l}{2},$$

$$(35\text{a})\quad C_4 = -\frac{5}{3 \cdot 2^7}\gamma h_x l^4 + \frac{61\,\overline{p}^* l^4}{270 \cdot 2^4} - \frac{199\, d\, l^4}{30 \cdot 4^5} + \frac{\mathfrak{M}_0 l^2}{8},$$

und die 4 Gleichungen für Q_z^{II}, M_z^{II}, $\operatorname{tg}^{II}\alpha_z$ und $y_{w_z}^{II}$ lauten:

$$(39)\quad E I_w^1 \frac{d y^3}{d z^3} = Q_z^{II} = \left(\gamma h_x' - \frac{4}{3}\overline{p}^*\right) z + \frac{16\,\overline{p}^* l}{3^2 \cdot 2^3} - \frac{16}{3^2}\overline{p}^* \frac{\left(\frac{l}{2} - z\right)^3}{l^2} + d\, z' - \frac{d\, l}{12} + \frac{16\, d \left(\frac{l}{4} - z'\right)^3}{3\, l^2} - \frac{\gamma h_x' l}{2} + \frac{4}{9}\overline{p}^* l - \frac{d\, l}{6}.$$

$$(40)\quad E I_w^1 \frac{d y^2}{d z^2} = M_z^{II} = \left(\gamma h_x' - \frac{4}{3}\overline{p}^*\right)\frac{z^2}{2} + \frac{2\,\overline{p}^* l z}{3^2} - \frac{\overline{p}^* l^2}{3^2 \cdot 4} + \frac{4}{3^2}\overline{p}^* \frac{\left(\frac{l}{2} - z\right)^4}{l^2} + \frac{d\, z'^2}{2} - \frac{d\, l z'}{12} + \frac{d\, l^2}{3 \cdot 4^3} - \frac{4\, d \left(\frac{l}{4} - z'\right)^4}{3\, l^2} - \frac{\gamma h_x' l z}{2} + \frac{4}{9}\overline{p}^* l z - \frac{d\, l z}{6} + \mathfrak{M}_0.$$

$$(41)\quad EI^{l}_{w}\frac{dy}{dz} = EI^{l}_{w}\,tg^{II}\alpha_z = \left(\gamma h_x' - \frac{4}{3}\bar{p}^*\right)\frac{z^3}{2\cdot 3} + \frac{\bar{p}^* l z^2}{3^2}$$

$$- \frac{\bar{p}^* l^2 z}{3^2\cdot 4} + \frac{\bar{p}^* l^3}{3^2\cdot 2^3\cdot 5} - \frac{4\bar{p}^*\left(\frac{1}{2} - z\right)^5}{3^2\cdot 5\cdot l^2} + \frac{d z'^3}{2\cdot 3} - \frac{d l z'^2}{2\cdot 4\cdot 3}$$

$$+ \frac{d l^2 z}{3\cdot 4^3} - \frac{d l^3}{3\cdot 4^4\cdot 5} + \frac{4d\left(\frac{1}{4} - z'\right)^5}{3\cdot 5\cdot l^2} - \frac{\gamma h_x' l z^2}{4}$$

$$+ \frac{2}{9}\bar{p}^* l z^2 - \frac{d l z^2}{12} + \mathfrak{M}_0 z + \frac{\gamma h_x l^3}{24} - \frac{2}{45}\bar{p}^* l^3$$

$$+ \frac{19}{15\cdot 4^3} d l^3 - \frac{\mathfrak{M}_0 l}{2}.$$

$$(42)\quad EI^{l}_{w}y^{II}_{z} = -\left(\gamma h_x' - \frac{4}{3}\bar{p}^*\right)\frac{z^4}{24} - \frac{\bar{p}^* l z^3}{3^3} + \frac{\bar{p}^* l^2 z^2}{3^2\cdot 2\cdot 4}$$

$$- \frac{\bar{p}^* l^3 z}{3^2\cdot 2\cdot 4\cdot 5} + \frac{\bar{p}^* l^4}{3^3\cdot 2\cdot 4^2\cdot 5} - \frac{2\bar{p}^*\left(\frac{1}{2} - z\right)^6}{3^3\cdot 5\cdot l^2}$$

$$- \frac{d z'^4}{24} + \frac{d l z'^3}{2\cdot 4\cdot 3^2} - \frac{d l^2 z'^2}{3\cdot 4^3\cdot 2} + \frac{d l^3 z'}{3\cdot 4^4\cdot 5}$$

$$- \frac{d l^4}{3^2\cdot 5\cdot 2\cdot 4^5} + \frac{4d\left(\frac{1}{4} - z'\right)^6}{3\cdot 5\cdot 6\, l^2} + \frac{\gamma h_x' l z^3}{12}$$

$$- \frac{2\bar{p}^* l z^3}{3^3} + \frac{d l z^3}{3^2\cdot 2^2} - \frac{\mathfrak{M}_0 z^2}{2} - \frac{\gamma h_x l^3 z}{24}$$

$$+ \frac{2}{45}\bar{p}^* l^3 z - \frac{19}{15\cdot 4^3} d l^3 z + \frac{\mathfrak{M}_0 l z}{2}.$$

Für die Durchbiegung in der Mitte $z = \frac{1}{2}$, $z' = \frac{1}{4}$ wird:

$$(43)\quad EI^{l}_{w}f^{II}_{max} = -\frac{5}{3\cdot 2^7}\gamma h_x'^4 + \frac{61\,\bar{p}^* l^4}{3^3\cdot 2^5\cdot 5} - \frac{199\,d l^4}{30\cdot 4^5} + \frac{\mathfrak{M}_0 l^2}{8}$$

$$= -\frac{5}{384}\gamma h_x'^4 + \frac{2113}{270\cdot 4^5}\bar{p}^* l^4 + \frac{199}{30\cdot 4^5}\bar{p}\, l^4$$

$$+ \frac{\mathfrak{M}_0 l^2}{8}.$$

Für die Durchbiegung in der Entfernung $z = \frac{l}{4}$, $z' = 0$ von den Schleusenecken wird:

$$(44)\quad E I^l_w y^{II}_{w_{z=\frac{l}{4}}} = -\frac{19\,\gamma\, h_x' l^4}{2\cdot 4^5} + \frac{307\,\bar{p}^*\, l^4}{30\cdot 4^5} - \frac{52\, d\, l^4}{45\cdot 4^4} + \frac{3}{32}\mathfrak{M}_o l^2$$

$$= -\frac{19}{2\cdot 4^5}\gamma\, h_x' l^4 + \frac{1099}{270\cdot 4^5}\bar{p}^*\, l^4 + \frac{13}{45\cdot 4^3}\bar{p}\, l^4 + \frac{3}{32}\mathfrak{M}_o l^2.$$

Die Durchbiegungen für den Balken in der Tiefe $x' = \frac{h'}{2}$

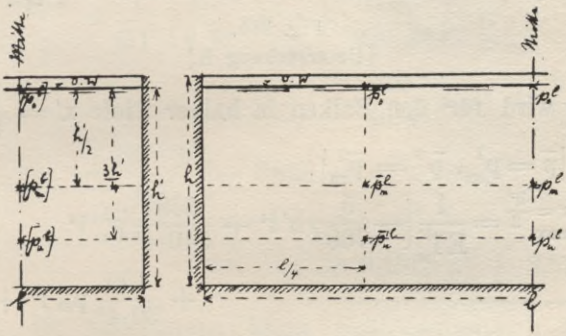

Fig. 18a.
(Untersuchung A.)

werden am zutreffendsten als arithmetisches Mittel aus den sich aus Gleichung (35 a) und (43) bezw. (37) und (44) ergebenden Werten gefunden.

Es folgt dann für den Balken in Höhe des O. W. (Fig. 18a):

$$\left[x' = 0,\quad \bar{p} = -p^l_o,\quad \bar{p}^* = -\bar{p}^l_o\right]$$

$$(45)\quad f_{max}^{x'=0} = \frac{1}{E I^l_w}\left[-\frac{107}{90\cdot 4^4}\bar{p}^l_o l^4 - \frac{199}{30\cdot 4^5} p^l_o l^4 + \frac{\mathfrak{M}_o l^2}{8}\right]$$

$$+\frac{10^{-2}\cdot l^4}{E I^l_w}\left[-0{,}465\,\bar{p}^l_o - 0{,}6475\, p^l_o + 12{,}5\,\frac{\mathfrak{M}_o}{l^2}\right]$$

$$(46)\quad y^{x'=0}_{w_{z=\frac{1}{4}}} = \frac{1}{E I^1_w}\left[-\frac{103}{30\cdot 4^5}\,\bar{p}^1_o\, l^4 - \frac{13}{45\cdot 4^3}\,\bar{p}^1_o\, l^4 + \frac{3}{32}\,\mathfrak{M}_o\, l^2\right]$$

$$= \frac{10^{-2}\cdot l^4}{E I^1_w}\left[-0{,}3355\,\bar{p}^1_o - 0{,}4515\,\bar{p}^1_o + 9{,}375\,\frac{\mathfrak{M}_o}{l^2}\right]$$

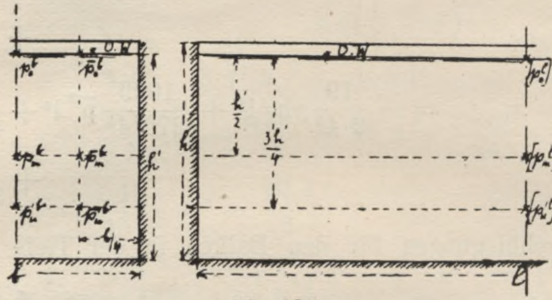

Fig. 18b.
(Untersuchung B.)

Ferner wird für den Balken in halber Tiefe $x' = \frac{h}{2}$ unter O. W.: $[\bar{p} = p^1_m,\ \bar{p}^* = \bar{p}^1_m]$.

$$(47)\quad f^{x'=\frac{h'}{2}}_{max} = \frac{1}{E I^1_w}\left[-\frac{5}{768}\,\gamma h' l^4 + \frac{3397}{540\cdot 4^5}\,\bar{p}^1_m\, l^4 + \frac{199}{30\cdot 4^5}\,p_m\, l^4 + \frac{\mathfrak{M}_o l^2}{8}\right]$$

$$= \frac{10^{-2}\cdot l^4}{E I^1_w}\left[-0{,}651\,\gamma h' + 0{,}614\,\bar{p}^1_m + 0{,}6475\,p^1_m + 12{,}5\,\frac{\mathfrak{M}_o}{l^2}\right]$$

$$(48)\quad y^{x'=\frac{h'}{2}}_{r_{z=\frac{1}{4}}} = \frac{1}{E I^1_w}\left[-\frac{19}{4^5}\,\gamma h' l^4 + \frac{1013}{270\cdot 4^5}\,\bar{p}^1_m\, l^4 + \frac{13}{45\cdot 4^3}\,p^1_m\, l^4 + \frac{3}{32}\,\mathfrak{M}_o l^2\right]$$

$$= \frac{10^{-2}\cdot l^4}{E I^1_w}\left[-0{,}4633\,\gamma h' + 0{,}3664\,\bar{p}^1_m + 0{,}4515\,p^1_m + 9{,}375\,\frac{\mathfrak{M}_o}{l^2}\right]$$

Schließlich wird für den Balken in der Tiefe $x' = \frac{3}{4} h'$ unter O. W.: $(\overline{p} = p_u^{l'},\ \overline{p}^* = \overline{p}_u^{l'})$.

$$(49)\quad f_{max}^{x'=\frac{3}{4}h'} = \frac{1}{E I_w^l}\left[\frac{5}{512}\gamma h' l^4 + \frac{2113}{270\cdot 4^5}\overline{p}_u^{l'} l^4 + \frac{199}{30\cdot 4^5} p_u^{l'} l^4 + \frac{\mathfrak{M}_o l^2}{8}\right]$$

$$= \frac{10^{-2}\cdot l^4}{E I_w^l}\left[-0{,}976\,\gamma h' + 0{,}763\,\overline{p}_u^{l'} + 0{,}6475\, p_u^{l'} l^4 + 12{,}5\,\frac{\mathfrak{M}_o}{l^2}\right]$$

$$(50)\quad y_{w\ z=\frac{l}{4}}^{x'=\frac{3}{4}h'} = \frac{1}{E I_w^l}\left[\frac{57}{2\cdot 4^6}\gamma h' l^4 + \frac{1099}{270\cdot 4^5}\overline{p}_u^{l'} l^4 + \frac{13}{45\cdot 4^3} p_u^{l'} l^4 + \frac{3}{32}\mathfrak{M}_o l^2\right]$$

$$= \frac{10^{-2}\cdot l^4}{E I_w^l}\left[-0{,}696\,\gamma h' + 0{,}387\,\overline{p}_u^{l'} + 0{,}4515\, p_u^{l'} + 9{,}375\,\frac{\mathfrak{M}_o}{l^2}\right]$$

Für die unbelastete, kurze Schleusenseite b ist die Gleichung der Belastungsordinate

$$(51)\quad E I_w^b \frac{d^4 y}{d z^4} = [p^b] - 4\,[p^b]\,\frac{\left(\frac{b}{2} - z\right)^2}{b^2} \quad \text{(s. Fig. 19)},$$

wobei angenommen ist, daß die wirkliche Biegungslinie eines Balkens b in der Untersuchung A annähernd genau eine Parabel ist.

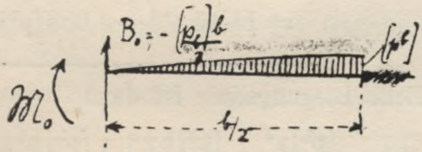

Fig. 19.

Die Integration der Gleichung (51) ergibt unter Beachtung der Integrationsbedingungen:

$$(52)\quad E I_w^b \frac{d^3 y}{d z^3} = Q_z = [p^b]\, z - \frac{[p^b]\, b}{3 \cdot 2} + \frac{4\,[p^b]}{3\, b^2}\left(\frac{b}{2} - z\right)^3 - \frac{[p^b]\, b}{3}.$$

$$(53)\quad E I_w^b \frac{d^2 y}{d z^2} = M_z = \frac{[p^b]\, z^2}{2} - \frac{[p^b]\, b^z}{3 \cdot 2} + \frac{[p^b]\, b^2}{12 \cdot 2^2} - \frac{4\,[p^b]}{12\, b^2}\left(\frac{b}{2} - z\right)^4 - \frac{[p^b]\, b\, z}{3} + \mathfrak{M}_o.$$

$$(54)\quad E I_w^b \frac{d y}{d z} = E I_w^b \operatorname{tg} \alpha_z = \frac{[p^b]\, z^3}{6} - \frac{[p^b]\, b\, z^2}{3 \cdot 2^2} + \frac{[p^b]\, b^2 z}{12 \cdot 2^2} - \frac{[p^b]\, b^3}{60 \cdot 2^3} + \frac{[p^b]}{15 \cdot b^2}\left(\frac{b}{2} - z\right)^5 - \frac{p^b\, b\, z^2}{3 \cdot 2} + \mathfrak{M}_o z + \frac{[p^b]\, b^3}{30} - \frac{\mathfrak{M}_o b}{2}.$$

$$(55)\quad E I_w^b y_{w_z}^{b'} = \frac{[p^b]\, z^4}{24} - \frac{[p^b]\, b\, z^3}{9 \cdot 2^2} + \frac{[p_b]\, b^2 z^2}{12 \cdot 2^3} - \frac{[p^b]\, b^3 z}{60 \cdot 2^3} + \frac{[p^b]\, b^4}{90 \cdot 2^6} - \frac{[p^b]\left(\frac{b}{2} - z\right)^6}{90 \cdot b^2} - \frac{[p^b]\, b\, z^3}{3 \cdot 6} + \frac{\mathfrak{M}_o z^2}{2} + \frac{[p^b]\, b^3 z}{30} - \frac{\mathfrak{M}_o b\, z}{2} - \frac{61\,[p^b]\, b^4}{360 \cdot 2^4} + \frac{\mathfrak{M}_o b^2}{8}.$$

Die Maximaldurchbiegung in der Mitte = der Enddurchbiegung des Trägers in Fig. 19 ist dann für $z = 0$

$$(56)\quad E I_w^b f_{max} = -\frac{61\,[p^b]\, b^4}{360 \cdot 2^4} + \frac{\mathfrak{M}_o b^2}{8} = b^4 \cdot 10^{-2}\left(-1{,}059\,[p^b] + 12{,}5 \frac{\mathfrak{M}_o}{b^2}\right).$$

Die wirkliche Biegungslinie ist dann

$$(55\,a)\quad E I_w^b y_{w_z}^b = -\frac{[p^b]\, z^4}{24} + \frac{[p^b]\, b\, z^3}{9 \cdot 2^2} - \frac{[p^b]\, b^2 z^2}{12 \cdot 2^3} + \frac{[p^b]\, b^3 z}{60 \cdot 2^3}$$

$$-\frac{[p^b]b^4}{90\cdot 2^6}+\frac{[p^b]\left(\frac{b}{2}-z\right)^6}{90\cdot b^2}+\frac{[p^b]\,b\,z^3}{3\cdot 6}-\frac{\mathfrak{M}_0\,z^2}{2}$$
$$-\frac{[p^b]\,b^3\,z}{30}+\frac{\mathfrak{M}_0\,b\,z}{2}.$$

In den Gleichungen (45) bis (50) und (56) sind nur noch die 3 Eckmomente für $x' = 0$, $x' = \frac{h'}{2}$ und $x' = \frac{3\,h'}{4}$ durch die Belastungen p auszudrücken.

Dies geschieht unter c.

Genau dieselben Formeln gelten für die Untersuchung B: unbelastete lange Schleusenwand, belastete kurze Schleusenwand; man hat nur überall l mit b zu vertauschen und erhält dann — natürlich mit anderen Werten p — die gewünschten Durchbiegungen für die Untersuchung B.

Um die Biegungsmomente der Horizontalbalken zu bestimmen, ist nunmehr die Gleichung der neuen Belastungskurve

$$q_z = \gamma\, h_x{}' - \mu\, y_{w_z}$$

zweimal zu integrieren. Vorher ist noch der Faktor μ aus der Gleichung

$$\mu = \frac{\int_0^{l/2} p_z{}'\,d\,z}{\int_0^{l/2} y_{w_z}\,d\,z}$$

zu bestimmen; für Horizontalbalken oberhalb $x = \frac{h'}{2}$ war:

$$p_z^{I\,\prime} = -\frac{16\,\overline{p}^*\,z^2}{l^2}+\frac{16\,\overline{p}^*\,z'^2}{l^2}+\frac{8\,\overline{p}^*\,z'}{l}-d+\frac{16\,d\left(\frac{l}{4}-z\right)^2}{l^2}$$

und $y^I_{w_z}$ dem $\frac{1}{E\,I^b_w}$-fachen Wert der Gleichung (36).

Die Integration ergibt

$$\int_0^{l/2} p_z^{I\,\prime}\,d\,z = -\frac{\overline{p}^*\,l}{3}+\frac{d\,l}{6} = -\frac{\overline{p}^*\,l}{6}-\frac{\overline{p}\,l}{6}$$

$$EI_w^1 \int\limits_0^{l/2} y_{w_z}^I \, dz = -\frac{\gamma h_x' l^5}{3 \cdot 2^4 \cdot 5} + \frac{571 \overline{p}^* l^5}{5 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 2^9} + \frac{527 \, d \, l^5}{3^2 \cdot 4^6 \cdot 7} + \frac{\mathfrak{M}_0 l^3}{24}$$

$$= -\frac{\gamma h_x' l^5}{3 \cdot 2^4 \cdot 5} + \frac{1933 \overline{p}^* l^5}{3^2 \cdot 4^6 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{527 \overline{p} \, l^5}{3^2 \cdot 4^6 \cdot 7} + \frac{\mathfrak{M}_0 l^3}{24},$$

dann wird

$$(57) \quad \mu_1^I = \frac{-\frac{1}{6}(\overline{p}^* + \overline{p}) E I_w^1}{\frac{l^5}{3 \cdot 4^2 \cdot 5}\left(-\gamma h_x' + \frac{1933 \overline{p}^*}{3 \cdot 4^4 \cdot 7} + \frac{527 \cdot 5 \overline{p}}{3 \cdot 4^4 \cdot 7} + \frac{10 \mathfrak{M}_0}{l^2}\right)}$$

$$= \frac{4000 (\overline{p}^* + \overline{p}) E I_w^1}{l^4 \left(100 \gamma h_x' - 36 \overline{p}^* - 49 \overline{p} - \frac{1000 \mathfrak{M}_0}{l^2}\right)}.$$

Ebenso ergibt sich für die 2. Form der Belastungskurve

$$\int\limits_0^{l/2} p_z^{II\prime} \, dz = -\frac{4}{9} \overline{p}^* l + \frac{d \, l}{6} = -\frac{2}{9} \overline{p}^* l - \frac{\overline{p} \, l}{6}$$

$$EI_w^1 \int\limits_0^{l/2} y_{w_z}^{II} \, dz = -\frac{\gamma h_x' l^5}{3 \cdot 2^4 \cdot 5} + \frac{17 \overline{p}^* l^5}{3^3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 7} - \frac{527 \overline{p} \, l^5}{3^2 \cdot 4^6 \cdot 7} + \frac{\mathfrak{M}_0 l^3}{24}$$

$$= -\frac{\gamma h_x' l^5}{3 \cdot 2^4 \cdot 5} + \frac{1717 \overline{p}^* l^5}{3^3 \cdot 4^5 \cdot 5 \cdot 7} + \frac{527 \overline{p} \, l^5}{3^2 \cdot 4^6 \cdot 7} + \frac{\mathfrak{M}_0 l^3}{24}$$

und es wird

$$(58) \quad \mu_1^{II} = \frac{-\frac{1}{18}(4 \overline{p}^* + 3 \overline{p}) E I_w^1}{\frac{l^5}{3 \cdot 4^2 \cdot 5}\left(-\gamma h_x' + \frac{1717 \overline{p}^*}{3^2 \cdot 4^3 \cdot 7} + \frac{527 \cdot 5 \overline{p}}{3 \cdot 4^4 \cdot 7} + \frac{10 \mathfrak{M}_0}{l^2}\right)}$$

$$= \frac{4000 \left(\frac{4}{3} \overline{p}^* + \overline{p}\right) E I_w^1}{l^4 \left(100 \gamma h_x' - 42{,}6 \overline{p}^* - 49 \overline{p} - \frac{1000 \mathfrak{M}_0}{l^2}\right)}.$$

Der gemittelte Wert von μ_1^I und μ_1^{II} gilt für einen Horizontalbalken in der Tiefe $x = \frac{h'}{2}$ unter O. W.

Die neue Gleichung der wirksamen Belastung lautet dann[1]):

$$(59) \qquad EI^l_w \frac{d^4 y}{d z^4} = -q^I_z = \gamma h_x' + \mu^I y^I_{w_z},$$

wobei zu beachten ist, daß die Werte $y^I_{w_z}$ negatives Vorzeichen besitzen. Die Integration liefert

$$(60) \quad EI^l_w \frac{d^3 y}{d z^3} = Q^I_z = \gamma h_x' z + \frac{\mu^I}{EI^l_w}\Bigg[-\frac{\gamma h_x' z^5}{24\cdot 5} + \frac{2\bar{p}^* z^7}{45\cdot 7\cdot l^3}$$

$$-\frac{2\bar{p}^* z'^7}{45\cdot 7\cdot l^2} - \frac{\bar{p}^* z'^6}{15\cdot 6\cdot l} + \frac{d z'^5}{24\cdot 5} - \frac{d l z'^4}{72\cdot 4} + \frac{d l^2 z'^3}{3^2\cdot 2\cdot 4^3}$$

$$-\frac{d l^3 z'^2}{3\cdot 2\cdot 4^4\cdot 5} + \frac{d l^4 z'}{3\cdot 4^5\cdot 5\cdot 6} - \frac{2 d l^5}{3^2\cdot 5\cdot 7\cdot 4^7}$$

$$+\frac{2 d\left(\frac{l}{4} - z'\right)^7}{3^2\cdot 5\cdot 7\cdot l^2} + \frac{\gamma h_x' l z^4}{12\cdot 4} - \frac{\bar{p}^* l z^4}{3^2\cdot 4^2} - \frac{\mathfrak{M}_0 z^3}{2\cdot 3}$$

$$-\frac{\gamma h_x' l^3 z^2}{3\cdot 2^4} + \frac{134\bar{p}^* l^3 z^2}{15\cdot 4^4\cdot 2} + \frac{19 d l^3 z^2}{4^3\cdot 15\cdot 2}$$

$$+\frac{\mathfrak{M}_0 l z^2}{4}\Bigg] + C_1.$$

$$(61) \quad EI^l_w \frac{d^2 y}{d z^2} = M^I_z = \frac{\gamma h_x' z^2}{2} + \frac{\mu^I}{EI^l_w}\Bigg[-\frac{\gamma h_x' z^6}{24\cdot 5\cdot 6} + \frac{2\bar{p}^* z^8}{45\cdot 7\cdot 8\cdot l^3}$$

$$-\frac{2\bar{p}^* z'^8}{45\cdot 7\cdot 8\cdot l^2} - \frac{\bar{p}^* z'^7}{15\cdot 6\cdot 7\cdot l} + \frac{d z'^6}{24\cdot 5\cdot 6} - \frac{d l z'^5}{72\cdot 4\cdot 5}$$

$$+\frac{d l^2 z'^4}{3^2\cdot 2\cdot 4^4} - \frac{d l^3 z'^3}{3^2\cdot 2\cdot 4^4\cdot 5} + \frac{d l^4 z'^2}{3^2\cdot 4^6\cdot 5} - \frac{2 d l^5 z}{3^2\cdot 5\cdot 7\cdot 4^7}$$

$$+\frac{2 d l^6}{3^2\cdot 5\cdot 7\cdot 8\cdot 4^8} - \frac{2 d\left(\frac{l}{4} - z'\right)^8}{3^2\cdot 5\cdot 7\cdot 8\cdot l^2} + \frac{\gamma h_x' l z^5}{12\cdot 4\cdot 5}$$

$$-\frac{\bar{p}^* l z^5}{3^2\cdot 2\cdot 4\cdot 5} - \frac{d l z^5}{36\cdot 4\cdot 5} - \frac{\mathfrak{M}_0 z^4}{2\cdot 3\cdot 4} - \frac{\gamma h_x' l^3 z^3}{3^2\cdot 2^4}$$

$$+\frac{134\bar{p}^* l^3 z^3}{15\cdot 4^4\cdot 2\cdot 3} + \frac{19 d l^3 z^3}{4^3\cdot 15\cdot 2\cdot 3} + \frac{\mathfrak{M}_0 l z^3}{4\cdot 3}\Bigg] + C_1 z + C_2.$$

---

[1]) Für den Kragbalken der Länge $\frac{l}{2}$.

Für $z = 0$, $z' = 0$ wird

$$C_1 = Q_0 = -\int_0^{l/2} \left(\gamma h_x' + \mu^I y^I_{w_z}\right) dz = -\int_0^{l/2} \gamma h_x' dz - \mu^I \int_0^{l/2} y^I_{w_z}$$

$$= -\int_0^{l/2} \gamma h_x' dz - \int_0^{l/2} p^{I\prime} dz = -\frac{\gamma h_x' l}{2} + \frac{1}{6}\left(\overline{p}^* + \overline{p}\right),$$

$C_2 = \mathfrak{M}_0$, wobei angenommen ist, daß sich das Einspannungsmoment unter Berücksichtigung der neuen Belastungskurve nur unwesentlich gegenüber demjenigen ändert, das bei Zugrundelegung der Ersatzbelastungskurve entsteht.

Die richtigen Gleichungen für die Querkraft und das Moment eines Horizontalbalkens lauten dann:

$$\text{(60a)} \quad Q^I_z = -\gamma h_x' \left(\frac{l}{2} - z\right) + \frac{l}{2}\left(\overline{p}^* + \overline{p}\right) + \frac{\mu^I}{E I^I_w}\left[-\frac{\gamma h_x' z^5}{24 \cdot 5}\right.$$
$$+ \frac{2\overline{p}^* z^7}{45 \cdot 7 \cdot l^2} - \frac{2\overline{p}^* z'^7}{45 \cdot 7 \cdot l^2} - \frac{\overline{p}^* z'^6}{15 \cdot 6 \cdot l} + \frac{d z'^5}{24 \cdot 5} - \frac{d l z'^4}{72 \cdot 4}$$
$$+ \frac{d l^2 z'^3}{3^2 \cdot 2 \cdot 4^3} - \frac{d l^3 z'^2}{3 \cdot 2 \cdot 4^4 \cdot 5} + \frac{d l^4 z'}{3 \cdot 4^5 \cdot 5 \cdot 6} - \frac{2 d l^5}{3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 4^7}$$
$$+ \frac{2 d \left(\frac{l}{4} - z'\right)^7}{3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot l^2} + \frac{\gamma h_x' l z^4}{12 \cdot 4} - \frac{\overline{p}^* l z^4}{3^2 \cdot 4^2} - \frac{\mathfrak{M}_0 z^3}{2 \cdot 3}$$
$$\left. - \frac{\gamma h_x' l^3 z^2}{3 \cdot 2^4} + \frac{134 \overline{p}^* l^3 z^2}{15 \cdot 4^4 \cdot 2} + \frac{19 d l^3 z^2}{4^3 \cdot 15 \cdot 2} + \frac{\mathfrak{M}_0 l z^2}{4}\right] + C_1.$$

$$\text{(61a)} \quad \mathfrak{M}^I_z = -\frac{\gamma h_x' z}{2}(l - z) + \frac{l z}{6}\left(\overline{p}^* + \overline{p}\right) + \frac{\mu^I}{E I^I_w}\left[-\frac{\gamma h_x' z^6}{24 \cdot 5 \cdot 6}\right.$$
$$+ \frac{2\overline{p}^* z^8}{45 \cdot 7 \cdot 8 \cdot l^2} - \frac{2\overline{p}^* z'^8}{45 \cdot 7 \cdot 8 \cdot l^2} - \frac{\overline{p}^* z'^7}{15 \cdot 6 \cdot 7 \cdot l} + \frac{d z'^6}{24 \cdot 5 \cdot 6}$$
$$- \frac{d l z'^5}{72 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{d l^2 z'^4}{3^2 \cdot 2 \cdot 4^4} - \frac{d l^3 z'^3}{3^2 \cdot 2 \cdot 4^4 \cdot 5} + \frac{d l^4 z'^2}{3^2 \cdot 4^6 \cdot 5}$$
$$- \frac{2 d l^5 z'}{3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 4^7} + \frac{2 d l^6}{3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 4^8} - \frac{2 d \left(\frac{l}{4} - z'\right)^8}{3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot l^2} + \frac{\gamma h_x' l z^5}{12 \cdot 4 \cdot 5}$$

$$-\frac{\overline{p}^{*}\,l\,z^5}{3^2\cdot 2\cdot 4\cdot 5}-\frac{d\,l\,z^5}{36\cdot 4\cdot 5}-\frac{\mathfrak{M}_o\,z^4}{2\cdot 3\cdot 4}-\frac{\gamma\,h_x'\,l^3\,z^3}{3^2\cdot 2^4}$$

$$+\frac{134\,\overline{p}^{*}\,l^3\,z^3}{15\cdot 4^4\cdot 2\cdot 3}+\frac{19\,d\,l^3\,z^3}{4^3\cdot 15\cdot 2\cdot 3}+\left.\frac{\mathfrak{M}_o\,l\,z^3}{4\cdot 3}\right]+\mathfrak{M}_o.$$

Die Größtwerte für Q_z bezw. M_z treten ein für

$$\begin{matrix} z=0 & & z=\frac{l}{2} \\ & \text{bezw.} & \\ z'=0 & & z'=\frac{l}{4} \end{matrix};$$

es wird

$$(62)\qquad Q^{I}_{max}=-\frac{\gamma\,h_x'\,l}{2}+\frac{l}{6}\left(\overline{p}^{*}+\overline{p}\right).$$

$$(63)\qquad M^{I}_{max}=-\frac{\gamma\,h_x'\,l^2}{8}+\frac{l^2}{12}\left(\overline{p}^{*}+\overline{p}\right)+\mathfrak{M}_o$$

$$+\frac{\mu^{I}}{E\,I^{l}_{w}}\left[-\frac{7\,\gamma\,h_x'\,l^6}{3^2\cdot 2^{10}}+\frac{53111\,\overline{p}^{*}\,l^6}{3^2\cdot 5\cdot 7\cdot 4^9}+\frac{60942\,d\,l^6}{3^2\cdot 5\cdot 7\cdot 2\cdot 4^9}\right.$$

$$\left.+\frac{\mathfrak{M}_o\,l^4}{128}\right]$$

$$=-\frac{\gamma\,h_x'\,l^2}{8}+\frac{l^2}{12}\left(\overline{p}^{*}+\overline{p}\right)+\mathfrak{M}_o$$

$$+\frac{\mu^{I}}{E\,I^{l}_{w}}\left[-\frac{7\,\gamma\,h_x'\,l^6}{3^2\cdot 4^5}+\frac{283\,\overline{p}^{*}\,l^6}{3^2\cdot 7\cdot 4^7}+\frac{1451\,\overline{p}\,l^6}{3\cdot 5\cdot 4^9}+\frac{\mathfrak{M}_o\,l^4}{2^7}\right]$$

$$=-\frac{\gamma\,h_x'\,l^2}{8}+\frac{l^2}{12}\left(\overline{p}^{*}+\overline{p}\right)+\mathfrak{M}_o$$

$$-\frac{4000\left(\overline{p}^{*}+\overline{p}\right)l^2\left[7\,\gamma\,h_x-2{,}529\,\overline{p}^{*}-4{,}250\,\overline{p}-72\,\frac{\mathfrak{M}_o}{l^2}\right]}{9216\left[100\,\gamma\,h_x'-36\,\overline{p}^{*}-49\,\overline{p}-1000\,\frac{\mathfrak{M}_o}{l^2}\right]}.$$

Für Überschlagungsrechnungen wird es genügen, Q_z und M_z aus den Gleichungen (28 a) und (29 a) zu berechnen. Es wird dann

$$(63\,a)\qquad \left(M^{I}_{max}\right)=\frac{l^2}{8}\left(-\gamma\,h_x'+\frac{\overline{p}^{*}}{3}+\frac{13}{24}\,\overline{p}+\frac{8\,\mathfrak{M}_o}{l^2}\right).$$

In ganz analoger Weise wird für die 2. Form der Belastungsgleichung

(64) $$E I^1_w \frac{d^4 y}{d z^4} = - q^z_{II} = \gamma h_x' + \mu^{II} y^{II}_{w_z}$$

die Querkraft Q^{II}_z und das Moment M^{II}_z entwickelt; es ergibt sich:

(65) $$Q^{II}_z = - \gamma h^{x'} \left(\frac{l}{2} - z\right) + \frac{2}{9} \bar{p}^* + \frac{\bar{p}\, l}{6} + \frac{\mu^{II}}{E I^1_w} \left[- \frac{\left(\gamma h_x' - \frac{4}{3} \bar{p}^*\right) z^5}{24 \cdot 5} \right.$$

$$- \frac{\bar{p}^* l z^4}{3^3 \cdot 4} + \frac{\bar{p}^* l^2 z^3}{3^3 \cdot 2 \cdot 4} - \frac{\bar{p}^* l^3 \cdot z^2}{3^2 \cdot 4^2 \cdot 5} + \frac{\bar{p}^* l^4 z}{3^2 \cdot 4^2 \cdot 5 \cdot 6} - \frac{\bar{p}^* l^5}{3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 2^6}$$

$$+ \frac{2 \bar{p}^* \left(\frac{l}{2} - z\right)^7}{3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot l^3} - \frac{d z'^5}{24 \cdot 5} + \frac{d l z'^4}{2 \cdot 4^2 \cdot 3^2} - \frac{d l^2 z'^3}{3 \cdot 4^3 \cdot 5 \cdot 2}$$

$$- \frac{d l^4 z'}{3^2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 4^5} + \frac{d l^5}{3^2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 4^6 \cdot 7} - \frac{2 d \left(\frac{l}{4} - z'\right)^7}{3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot l^2} + \frac{\gamma h_x' l z^4}{12 \cdot 4}$$

$$- \frac{\bar{p}^* l z^4}{3^3 \cdot 2} + \frac{d l z^4}{3^2 \cdot 4^2} - \frac{\mathfrak{M}_0 z^3}{2 \cdot 3} - \frac{\gamma h_x' l^3 z^2}{24 \cdot 2} + \frac{\bar{p}^* l^3 z^2}{45}$$

$$\left. - \frac{19 d l^3 z^2}{15 \cdot 2 \cdot 4^3} + \frac{\mathfrak{M}_0 l z^2}{4} \right].$$

(66) $$M^{II}_z = - \frac{\gamma h_x' z}{2} (l - z) + \frac{l z}{36} (4 \bar{p}^* + 3 \bar{p}) + \frac{\mu^{II}}{E I^1_w}$$

$$\left[- \frac{\left(\gamma h_x' - \frac{4}{3} \bar{p}^*\right) z^6}{24 \cdot 5 \cdot 6} - \frac{\bar{p}^* l z^5}{3^3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{\bar{p}^* l^2 z^4}{3^3 \cdot 2 \cdot 4^2} - \frac{\bar{p}^* l^3 z^3}{3^3 \cdot 4^2 \cdot 5} \right.$$

$$+ \frac{\bar{p}^* l^4 z^2}{3^3 \cdot 4^3 \cdot 5} - \frac{\bar{p}^* l^5 z}{3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 2^6} + \frac{2 \bar{p}^* l^6}{3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 2^{11}} - \frac{2 \bar{p}^* \left(\frac{l}{2} - z\right)^8}{3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 8 \cdot l^3}$$

$$- \frac{d z'^6}{24 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{d l z'^5}{2 \cdot 4^2 \cdot 3^2 \cdot 5} - \frac{d l^2 z'^4}{3^2 \cdot 4^4 \cdot 2} + \frac{d l^3 z'^3}{3^2 \cdot 4^4 \cdot 5 \cdot 2}$$

$$-\frac{d\,l^4 z'^2}{3^2\cdot 5\cdot 4^6}+\frac{d\,l^5 z'}{3^2\cdot 5\cdot 2\cdot 4^6\cdot 7}-\frac{d\,l^6}{3^2\cdot 5\cdot 7\cdot 4^9}+\frac{d\left(\frac{1}{4}-z'\right)^8}{3^2\cdot 5\cdot 7\cdot 4 l^2}$$

$$+\frac{\gamma h_x' l z^5}{12\cdot 4\cdot 5}-\frac{\overline{p}^* l z^5}{3^3\cdot 5\cdot 2}+\frac{d l z^5}{3^2\cdot 4^2\cdot 5}-\frac{\mathfrak{M}_o z^4}{2\cdot 3\cdot 4}-\frac{\gamma h_x' l^3 z^3}{24\cdot 2\cdot 3}$$

$$\left.+\frac{\overline{p}^* l^3 z^3}{45\cdot 3}-\frac{19\,d\,l^3 z^3}{15\cdot 4^3\cdot 2\cdot 3}+\frac{\mathfrak{M}_o l z^3}{4\cdot 3}\right]+\mathfrak{M}_o.$$

Die Größtwerte für Q_z und M_z treten ein für

$$\begin{matrix} z=0 \\ z'=0 \end{matrix}, \quad \text{bezw.} \quad \begin{matrix} z=\frac{1}{2} \\ z'=\frac{1}{4} \end{matrix};$$

es wird

$$(67)\quad Q^{II}_{max}=-\frac{\gamma h_x' l}{2}+\frac{2}{9}\overline{p}^* l+\frac{\overline{p} l}{6}$$

$$(68)\quad M^{II}_{max}=-\frac{\gamma h_x' l^2}{8}+\frac{l^2}{12}\left(\frac{4}{3}\overline{p}^*+\overline{p}\right)+\mathfrak{M}_o$$

$$+\frac{\mu^{II}}{E I^l_w}\left[-\frac{7\gamma h_x' l^6}{3^2\cdot 2^{10}}+\frac{19961\,\overline{p}^* l^6}{3^3\cdot 4^8\cdot 5\cdot 7}+\frac{1451\,\overline{p} l^6}{3\cdot 4^9\cdot 5}+\frac{\mathfrak{M}_o l^4}{128}\right]$$

$$=-\frac{\gamma h_x' l^2}{8}+\frac{l^2}{12}\left(\frac{4}{3}\overline{p}^*+\overline{p}\right)+\mathfrak{M}_o$$

$$+\frac{\mu^{II} l^6}{E I^l_w\cdot 3^2\cdot 2^{10}}\left[-7\gamma h_x'+2{,}97\,\overline{p}^*+4{,}25\,\overline{p}+72\frac{\mathfrak{M}_o}{l^2}\right]$$

$$(68)\quad M^{II}_{max}=-\frac{\gamma h_x' l^2}{8}+\frac{l^2}{12}\left(\frac{4}{3}\overline{p}^*+\overline{p}\right)+\mathfrak{M}_o$$

$$-\frac{4000\left(\frac{4}{3}\overline{p}^*+\overline{p}\right)l^2\left[7\gamma h_x'-2{,}97\,\overline{p}^*-4{,}25\,\overline{p}-72\frac{\mathfrak{M}_o}{l^2}\right]}{9216\left[100\gamma h_x'-42{,}60\,\overline{p}^*-49\,\overline{p}-1000\frac{\mathfrak{M}_o}{l^2}\right]}$$

Für Überschlagsrechnungen genügt es wiederum, Q^{II}_z und $\mathfrak{M}^{II}_z$ aus der Ersatzbelastungskurve (Gleichung (39) u. (40)) zu entwickeln.

Für Balken in der Tiefe $+=\frac{h'}{2}$ gilt das arithmetische Mittel aus M^{I}_{max} und M^{II}_{max} und es folgt

$$69)\quad M^{III}_{max} = -\frac{\gamma h_x l^2}{8} + \frac{l^2}{12}\left(\frac{7}{6}\bar{p}^* + \bar{p}\right) + M_0 - \\ - \frac{4000\left(\frac{7}{6}\bar{p}^* + \bar{p}\right) l^2 \left[7\gamma h_x' - 2{,}749\,\bar{p}^* - 4{,}25\,\bar{p} - 72\,\frac{\mathfrak{M}_0}{l^2}\right]}{9216\left[100\gamma h_x' - 39{,}30\,\bar{p}^* - 49\,\bar{p} - 1000\,\frac{\mathfrak{M}_0}{l^2}\right]}.$$

Für den Horizontalbalken der Häupter ist die neue Belastungskurve $q^b_z = \mu^b y^b_{w_z}$, wo μ^b aus der Gleichung folgt:

$$\mu^b = \frac{\int_0^{b/2} [p^b_z]'\, dz}{\int_0^{b/2} y^b_{w_z}\, dz};$$

es ist

$$\int_0^{b/2} [p^b_z]'\, dz = -\frac{[p^b]\, b}{3}$$

und

$$(70)\quad E I^b_w \int_0^{b/2} y^b_{w_z}\, dz = -\frac{17\,[p^b]\, b^5}{45\cdot 7\cdot 2^4} + \frac{\mathfrak{M}_0\, b^3}{24}$$

es folgt also

$$(71)\quad \mu^b = \frac{8\,[p_b]\, E I^b_w}{b^4\left(\frac{17}{210}[p^b] - \frac{\mathfrak{M}_0}{b^2}\right)} = \frac{8000\,[p_b]\, E I^b_w}{b^4\left(80{,}9\,[p^b] - 1000\,\frac{\mathfrak{M}_0}{b^2}\right)}$$

$$(72)\quad E I^b_w \frac{d^3 y}{d z^3} = Q_z = \frac{\mu^b}{E I^b_w}\left\{ -\frac{[p^b]\, z^5}{24\cdot 5} + \frac{[p^b]\, b\, z^4}{9\cdot 2^2\cdot 4} - \frac{[p_b]\, b^2 z^3}{12\cdot 2^3\cdot 3} \right. \\ \left. + \frac{[p^b]\, b^3 z^2}{60\cdot 2^4} - \frac{[p^b]\, b^4\, z}{90\cdot 2^6} + \frac{[p^b]\, b^5}{90\cdot 7\cdot 2^7} \right.$$

$$- \frac{[p^b]\left(\frac{b}{2} - z\right)^7}{90 \cdot 7 \cdot b^2} + \frac{[p^b]\, b\, z^4}{3 \cdot 4 \cdot 6} - \frac{\mathfrak{M}_0\, z^3}{2 \cdot 3}$$

$$- \frac{[p^b]\, b^3\, z^2}{30 \cdot 2} + \frac{\mathfrak{M}_0\, b\, z^2}{2 \cdot 2} \Bigg] + C_1$$

$$(73) \quad E\, I^b_w \frac{d^2 y}{d z^2} = M_z = \frac{\mu^b}{E\, I^b_r} \Bigg\{ - \frac{[p^b]\, z^6}{24 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{[p^b]\, b\, z^5}{9 \cdot 2^2 \cdot 4 \cdot 5}$$

$$- \frac{[p^b]\, b^2\, z^4}{12 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{[p^b]\, b^3\, z^3}{60 \cdot 2^4 \cdot 3} - \frac{[p^b]\, b^4\, z^2}{90 \cdot 2^7}$$

$$+ \frac{[p^b]\, b^5\, z}{90 \cdot 7 \cdot 2^7} - \frac{[p^b]\, b^6}{90 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 2^8} + \frac{[p^b]\left(\frac{b}{2} - z\right)^8}{90 \cdot 7 \cdot 8 \cdot b^2}$$

$$+ \frac{[p^b]\, b\, z^5}{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} - \frac{\mathfrak{M}_0\, z^4}{2 \cdot 3 \cdot 4} - \frac{[p^b]\, b^3\, z^3}{30 \cdot 2 \cdot 3}$$

$$+ \frac{\mathfrak{M}_0\, b\, z^3}{4 \cdot 3} \Bigg] + C_1\, z + C_2.$$

Für $z = 0$ wird $C_1 = - \frac{[p^b]\, b}{3}$ und $C_2 = \mathfrak{M}_0$, wobei wiederum angenommen wird, daß das frühere Einspannungsmoment sich unter Berücksichtigung der neuen q^b_z = Belastungskurve nur unwesentlich ändert.

Es wird also für die Häupter die zur Benutzung herangezogenene Formel

$$(72\,a) \quad Q^b_x = - \frac{[p^b]\, b}{3} + \frac{\mu^b}{E\, I^b_w} \Bigg\{ - \frac{[p^b]\, z^5}{24 \cdot 5} + \frac{[p^b]\, b\, z^4}{9 \cdot 2^2 \cdot 4} - \frac{[p^b]\, b^2\, z^3}{12 \cdot 2^3 \cdot 3}$$

$$+ \frac{[p_b]\, b^3\, z^2}{60 \cdot 2^4} - \frac{[p_b]\, b^4\, z}{90 \cdot 2^6} + \frac{[p_b]\, b^5}{90 \cdot 7 \cdot 2^7} - \frac{[p_b]\left(\frac{b}{2} - z\right)^7}{90 \cdot 7 \cdot b^2}$$

$$+ \frac{[p^b]\, b\, z^4}{3 \cdot 4 \cdot 6} - \frac{\mathfrak{M}_0\, z^3}{2 \cdot 3} - \frac{[p^b]\, b^3\, z^2}{30 \cdot 2} + \frac{\mathfrak{M}_0\, b\, z^2}{2 \cdot 2} \Bigg] + C_1$$

$$(73\,a) \quad M^b_x = + \mathfrak{M}_0 + \frac{\mu^b}{E\, I^b_w} \Bigg\{ - \frac{[p^b]\, z^6}{24 \cdot 5 \cdot 6} + \frac{[p^b]\, b\, z^5}{9 \cdot 2^2 \cdot 4 \cdot 5}$$

$$- \frac{[p^b]\, b^2\, z^4}{12 \cdot 2^3 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{[p^b]\, b^3\, z^3}{60 \cdot 2^4 \cdot 3} - \frac{[p^b]\, b^4\, z^2}{90 \cdot 2^7} + \frac{[p^b]\, b^5\, z}{90 \cdot 7 \cdot 2^7}$$

$$-\frac{[p^b]\,b^6}{90\cdot 7\cdot 8\cdot 2^8}+\frac{[p_b]\left(\frac{b}{2}-z\right)^8}{90\cdot 7\cdot 8\cdot b^2}+\frac{[p^b]\,b\,z^5}{3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}-\frac{\mathfrak{M}_o\,z^4}{2\cdot 3\cdot 4}$$
$$-\frac{[p^b]\,b^3\,z^3}{30\cdot 2\cdot 3}+\frac{\mathfrak{M}_o\,b\,z^3}{4\cdot 3}\Bigg]+C_1\,z+C_2.$$

Für die Größtwerte Q^b_{max} und M^b_{max} wird in Gleichung (72 a) bei $z=0$:

(74) $Q^b_{max}=+\frac{[p^b]\,b}{3}$ und in Gleichung (73 a) bei $z=\frac{b}{z}$:

$$(75)\quad M^b_{max}=+\mathfrak{M}_0+\frac{\mu^b}{E\,I^b_w}\left(-\frac{113\,[p^b]\,b^6}{45\cdot 2^{12}}+\frac{\mathfrak{M}_o\,b^4}{128}\right)$$
$$=+\mathfrak{M}_0-\frac{62{,}5\,[p^b]\,b^2\left(0{,}843\,[p^b]-\frac{10\,\mathfrak{M}_o}{b^2}\right)}{\left(80{,}9\,[p^b]-\frac{1000\,\mathfrak{M}_o}{b^2}\right)}$$

c) Berechnung der Eckmomente $\mathfrak{M}_0$.

Die Eckmomente $\mathfrak{M}_o$ der horizontalen Balkenrahmen lassen sich ohne weiteres ermitteln nach der von Müller-Breslau (Neuere Methoden der Festigkeitslehre S. 132) entwickelten Formel

$$\mathfrak{M}_o=Z=\frac{\sum f_o\,\frac{I_c}{I}}{G},\ \text{wo}\ \sum f_o\,\frac{I_c}{I}$$

$=$ der Summe der mit $\frac{I_c}{I}$ multiplizierten Momentenflächen $\mathfrak{M}_{oz}$ des ganzen Rahmens, wobei alle statisch nicht bestimmbaren Größen $=0$ gesetzt sind; G bedeutet das sogen. „Gewicht“ des Rahmens und ist hier $=2\left(l+b\,\frac{I^l_w}{I^b_w}\right)$, wo I^l_w und I^b_w die Trägheitsmomente der Seiten l bezw. b sind. Die Momente $\mathfrak{M}_{oz}$ sind diejenigen der wirklichen Belastung einer Untersuchung A oder B, wenn gleichzeitig $\mathfrak{M}_o=0$ wird; sie lassen sich z. B. für die Untersuchung A also aus den Gleichungen

(29a) und (40) entnehmen, wenn man darin $\mathfrak{M}_o = 0$ setzt; man kann also schreiben

$$M_o = \frac{4\int\limits_0^{l/2} M_z^l\, dz + 4\frac{I_w^l}{I_w^b}\int\limits_0^{b/2} M_z^b\, dz}{2\left(l + b\frac{I_w^l}{I_w^b}\right)}$$

nun ist nach früherem bei $M_o = 0$:

$$\int\limits_0^{l/2} M_z\, dz = \frac{\gamma h_x l^3}{24} - \frac{58\,\overline{p}^*\, l^3}{15\cdot 4^4} - \frac{19}{4^3\cdot 15}\,\overline{p}\, l^3$$

und

$$\int\limits_0^{b/2} M_z^b\, dz = \frac{[p]\, b^{b3}}{30},$$

demnach wird:

$$(76)\qquad \mathfrak{M}_{0x}^{I} = \frac{l^3\left[\gamma h_x' - \frac{58\,\overline{p}^*}{5\cdot 2^5} - \frac{19\,\overline{p}}{5\cdot 2^3}\right] + b^3\frac{I_w^l}{I_w^b}\,0{,}8\,[p_b]}{12\left(l + b\frac{I_w^l}{I_w^b}\right)}$$

und für die 2. Form der Belastungsfläche

$$(77)\qquad \mathfrak{M}_{0x}^{II} = \frac{l^3\left[\gamma h_x' - \frac{13\,\overline{p}^*}{15\cdot 2} - \frac{19\,\overline{p}}{5\cdot 2^3}\right] + b^3\frac{I_w^l}{I_w^b}\,0{,}8\,[p^b]}{12\left(l + b\frac{I_w^l}{I_w^b}\right)}$$

Für einen Horizontalbalken in Höhe des O. W. ist demnach:

$$(78)\qquad \mathfrak{M}_0^{x=0} = \frac{l^3\left[0{,}3625\,\overline{p}_0^l + 0{,}475\, p_0^l\right] + 0{,}8\,[p^b]\, b^3\frac{I_w^l}{I_w^b}}{12\left(l + b\frac{I_w^l}{I_w^b}\right)}$$

In halber Tiefe $x' = \frac{h'}{2}$ unter O. W. ist:

$$(79)\ \mathfrak{M}_0^{x=\frac{h'}{2}} = \frac{l^3\left[0{,}5\gamma h' - 0{,}3979\,\overline{p}^{\,l}_m - 0{,}475\,p^l_m\right] + 0{,}8\left[p^b\right] b^3 \frac{I^l_w}{I^b_w}}{12\left(1 + b\frac{I^l_w}{I^b_w}\right)}$$

In der Tiefe $x' = \frac{3\,h'}{4}$ wird schließlich

$$(80)\ \mathfrak{M}_0^{x=\frac{3h'}{4}} = \frac{l^3\left[0{,}75\gamma h' - 0{,}4333\,\overline{p}'^{\,l}_u - 0{,}475\,p'^l_u\right] + 0{,}8\left[p^b\right] b^3 \frac{I^l_w}{I^b_w}}{12\left(1 + b\frac{I^l_w}{I^b_w}\right)}$$

Dieselben Gleichungen (78)—(80) gelten auch für die Untersuchung B, jedoch ist überall l mit b zu vertauschen.

d) Die Aufstellung der Grundgleichungen für die Berechnung der Belastungswerte p.

Werden die Werte für die Durchbiegungen der senkrechten und horizontalen Balken (Gleichungen (18 b)—(20 b), (45)—(50) und (56) und für die Momente (Gleichungen (78) bis (80)) in die Grundgleichung $y_{s_x} = y_{w_z}$ eingesetzt, so erhält man bei folgenden, der Kürze halber eingeführten Substitutionen:

$$(81)\qquad 1 + b\frac{I^l_w}{I^b_w} = s$$

$$(82)\qquad b\frac{I^l_w}{I^b_w} = b'$$

$$(83)\qquad \frac{l^3}{b^2 s} = \varepsilon^l$$

$$(83\,a)\qquad \frac{b^3\, I^l_w}{l^2\, s\, I^b_w} = \varepsilon^b$$

$$(84)\qquad \frac{h^4\, I^l_w}{l^4\, I_s \cdot 3{,}6} = K^l$$

$$(84\,a)\qquad \frac{h^4\, I^b_w}{b^4\, I_s \cdot 3{,}6} = K^b$$

die 9 in nachstehender Zusammenstellung aufgeführten Grundgleichungen für die Untersuchung A:

Die 9 Grundgleichungen zur Berechnung der Werte p. (Untersuchung A.)

$$\text{I.}\quad p_o^l\left(18{,}31\,k^l + 0{,}6475 - 0{,}495\,\frac{1}{s}\right) + 32{,}15\,k^l\,p_m^l - 5{,}58\,k^l\,p'^l_u$$
$$-12\,k^l\,\gamma h' + \overline{p}_o^l\left(0{,}465 - 0{,}378\,\frac{1}{s}\right) - 0{,}834\,\varepsilon^b\left[p_o^b\right] = 0.$$

$$\text{II.}\quad \overline{p}_o^l\left(18{,}31\,k^l + 0{,}3355 - 0{,}283\,\frac{1}{s}\right) + 32{,}15\,k^l\,\overline{p}_m^l - 5{,}58\,k^l\,\overline{p'}^l_u$$
$$-12\,k^l\,\gamma h' + p_o^l\left(0{,}4515 - 0{,}371\,\frac{1}{s}\right) - 0{,}625\,\varepsilon^b\left[p_o^b\right] = 0.$$

$$\text{III.}\quad \left[p_o^b\right]\left(18{,}31\,k^b + 1{,}059 - 0{,}834\,\frac{b'}{s}\right) + 32{,}15\,k^b\left[p_m^b\right]$$
$$-5{,}58\,k^b\left[p'^b_u\right] - 0{,}378\,E^l\,\overline{p}_o^l - 0{,}495\,\varepsilon^l\,p_o^l = 0.$$

$$\text{IV.}\quad p_m^l\left(11{,}52\,k^l - 0{,}6475 + 0{,}495\,\frac{1}{s}\right) - 1{,}614\,k^l\,p'^l_u + 5{,}99\,k^l\,p_o^l$$
$$+\gamma h'\left(-4{,}59\,k^l + 0{,}651 - 0{,}521\,\frac{1}{s}\right)$$
$$+\overline{p}_m^l\left(-0{,}614 + 0{,}414\,\frac{1}{s}\right) - 0{,}834\,\varepsilon^b\left[p_m^b\right] = 0.$$

$$\text{V.}\quad \overline{p}_m^l\left(11{,}52\,k^l - 0{,}3664 + 0{,}311\,\frac{1}{s}\right) - 1{,}614\,k^l\,p'^l_u + 5{,}99\,k^l\,\overline{p}_o^l$$
$$+\gamma h'\left(-4{,}59\,k^l + 0{,}4633 - 0{,}390\,\frac{1}{s}\right)$$
$$+p_m^l\left(-0{,}4515 + 0{,}371\,\frac{1}{s}\right) - 0{,}625\,\varepsilon^b\left[p_m^b\right] = 0.$$

$$\text{VI.}\quad \left[p_m^b\right]\left(11{,}52\,k^b + 1{,}059 - 0{,}834\,\frac{b'}{s}\right) - 1{,}614\,k^b\left[p'^b_u\right]$$
$$+5{,}99\,k^b\left[p_o^b\right] - 0{,}521\,\varepsilon^l\,\gamma h' + 0{,}414\,\varepsilon^l\,\overline{p}_m^l + 0{,}495\,p_m^l = 0.$$

$$
\begin{aligned}
\text{VII.}\quad & p'^{l}_{u}\left(-0{,}335\,k^{l}-0{,}6475+0{,}495\frac{l}{s}\right)+3{,}39\,k^{l}\,p^{l}_{m}\\
& +1{,}675\,k^{l}\,p^{l}_{o}+\gamma\,h'\left(-1{,}462\,k^{l}+0{,}976-0{,}783\,\frac{l}{s}\right)\\
& +\overline{p}'^{l}_{u}\left(-0{,}763+0{,}452\,\frac{l}{s}\right)-0{,}834\,\varepsilon^{b}\,\left[p'^{b}_{u}\right]=0.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{VIII.}\quad & \overline{p}'^{l}_{u}\left(-0{,}335\,k^{l}-0{,}397+0{,}348\,\frac{l}{s}\right)+3{,}39\,k^{l}\,\overline{p}^{l}_{m}\\
& +1{,}675\,k^{l}\,\overline{p}^{l}_{o}+\gamma\,h'\left(-1{,}462\,k^{l}+0{,}696-0{,}585\,\frac{l}{s}\right)\\
& +p'^{l}_{u}\left(-0{,}4515+0{,}371\,\frac{l}{s}\right)-0{,}625\,\varepsilon^{b}\,\left[p'^{b}_{u}\right]=0.
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\text{IX.}\quad & \left[p^{b}_{u}\right]\left(-0{,}335\,k^{b}+1{,}059-0{,}834\,\frac{b'}{s}\right)+3{,}39\,k^{b}\,\left[p^{b}_{m}\right]\\
& +1{,}675\,k^{b}\left[p^{b}_{o}\right]-0{,}783\,\varepsilon^{l}\,\gamma\,h'+0{,}452\,\varepsilon^{l}\,\overline{p}'^{l}_{u}\\
& +0{,}495\,\varepsilon^{l}\,p'^{l}_{u}=0.
\end{aligned}
$$

NB. Vertauscht man überall l mit b, so erhält man die 9 Grundgleichungen für die Untersuchung B.

Die Auflösung dieser 9 Gleichungen geschieht am besten mittels Determinanten; die weitere Behandlung empfiehlt sich indessen erst, wenn für ein Beispiel die Koeffizienten zahlenmäßig festgestellt werden können.

e) Zusammenfassung des Rechnungsganges.

Der Übersicht halber sei der Rechnungsgang noch kurz zusammengefaßt:

Ausgangspunkt der Berechnung bilden die 9 Grundgleichungen I—IX, für die Untersuchung A: belastete lange Schleusenwand, unbelastete kurze Schleusenwand, in welchen mit Hilfe der Substitutionen Gleichung (81)—(84 a) auf Grund gegebener bezw. nach Erfahrung oder durch Probieren gefundener Abmessungen der Schleuse die Koeffizienten der Werte p und γh zu bestimmen sind. Durch Vertauschen von l und b und der entsprechenden Werte p_l und p_b für die Untersuchung B: unbelastete lange Schleusenwand, belastete kurze Schleusenwand sind die Grundgleichungen I—IX nochmals für weitere 9 Werte p aufzulösen. Nach Ermittlung der Werte p sind dann für Belastungszustand A und B die Belastungs-, Querkraft- und Momentenlinien für die senkrechten und horizontalen Balken mit hinreichender Genauigkeit aus den Gleichungen

(22) für q_x	(59) für q_z^I	(64) für q_z^{II}
(23) „ Q_x	(60) „ Q_z^I	(65) „ Q_z^{II}
(24) „ M_x	(61) „ M_z^I	(66) „ M_z^{II}

zu finden, wobei die Werte mit der Ziffer I für Horizontalbalken in der Tiefe $x = 0$ bis $\frac{h}{2}$, diejenigen mit der Ziffer II für solche in der Tiefe $x = \frac{h}{2}$ bis h gelten; für Balken in der Tiefe $x = \frac{h}{2}$ rechnet man mit den aus I und II gemittelten Werten. Addiert man die für die beiden einzelnen Belastungszustände gefundenen Werte, so erhält man die richtigen Gleichungen der Belastungs-, Querkraft- und Momentenlinien.

Für die Maximalwerte von Q und M gelten die Gleichungen

(25) für $Q_{x_{max}}$	(62) für $Q^I_{z_{max}}$	(67) für $Q^{II}_{z_{max}}$
(26) „ $M_{x_{max}}$	(63) „ $M^I_{z_{max}}$	(68) „ $M^{II}_{z_{max}}$

A n n ä h e r u n g s w e r t e für Überschlagsrechnungen lassen sich ermitteln aus den Gleichungen

(12) für (q_x)	(27) für $\left(q_z^I\right)$	(38a) für $\left(q_z^{II}\right)$
(14a) „ (Q_x)	(28a) „ $\left(Q_z^I\right)$	(38) „ $\left(Q_z^{II}\right)$
(15a) „ (M_x)	(29a) „ $\left(M_z^I\right)$	(49) „ $\left(M_z^{II}\right)$

VI. Einfluß der Querschnittsänderungen der lotrechten Balken auf die Durchbiegungen.

Die Grundgleichung der Biegungslinie eines geraden Balkens mit veränderlichem Trägheitsmoment I_x, welchen eine Belastung mit der Ordinate q_x zu deformieren sucht, lautet:

$$\frac{d^2}{d\,x^2}\left(E I_x \frac{d^2 y}{d\,x^2}\right) = + q_x; \tag{85}$$

hieraus folgt durch Integration

$$\frac{d}{d\,x}\left(E I_x \frac{d^2 y}{d\,x^2}\right) = + Q_x \tag{86}$$

$$E I_x \frac{d^2 y}{d\,x^2} = + M_x \tag{87}$$

$$\int E I_x \frac{d^2 y}{d\,x^2} = \operatorname{tg} \alpha_x \tag{88}$$

$$\iint E I_x \frac{d^2 y}{d\,x^2} = y_x \tag{89}$$

Q_y und M_x sind ausschließlich von q_x, nicht von I_x abhängig; da außerdem für einen oben frei beweglichen und unten eingespanten Balken am freien Ende Querkraft und Moment $= 0$ sind, woraus sich weiterhin ergibt, daß in den beiden Gleichungen für Q_x und M_x die Integrationskonstanten $= 0$ werden, so kann die Gleichung (87) als Ausgangspunkt der Untersuchung gewählt werden.

Es ist (87a) $E \dfrac{d^2 y}{d\,x^2} = \dfrac{M_x}{I_x}$.

Da man annehmen darf, daß eine den Figuren 5 und 6 (S. 65) ähnliche Belastungsfläche des senkrechten Balkens entsteht, ergibt sich für M_x nach Gleichung (15a) folgende Funktion, (wobei der Einfachheit halber $x = x'$ und $h = h'$ angenommen sind):

$$M_x = -\frac{\gamma x^3}{6} - \frac{\alpha h}{2} x + \frac{\alpha h^2}{6} - \frac{\alpha}{6 h}(h - x)^3 + \frac{\beta x^2}{3} - \frac{\delta x^4}{12 h^2} - \frac{p_u x''^4}{12 h''^2},$$

wo α, β, δ und p_u die in den Gleichungen (9a) — (11a) und (13) angegebenen Werte besitzen.

Die Funktion I_x läßt sich angenähert durch die Gleichung ausdrücken (s. Fig. 20)

$$I_x = \frac{(b_o + x \operatorname{tg} \varepsilon)^3}{12}, \tag{90}$$

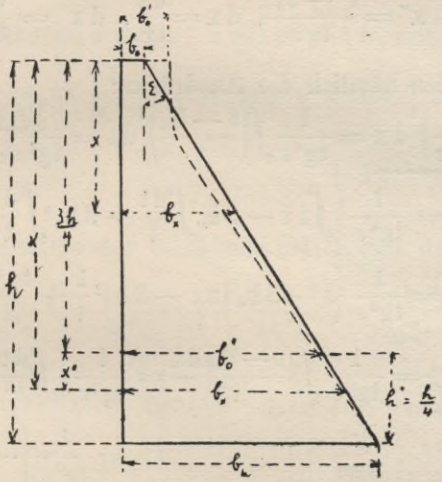

Fig. 20.

wodurch die Veränderlichkeit des Querschnitts eines senkrechten Balkens hinreichend genau berücksichtigt sei; dabei ist $\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{b_u - b_o}{h}$; Gleichung (87a) lautet dann:

$$E \frac{d^2 y}{d x^2} = -2 \gamma \frac{x^3}{(b_o + x \operatorname{tg} \varepsilon)^3} - 6 \alpha h \frac{x}{(b_o + x \operatorname{tg} \varepsilon)^3} \tag{91}$$

$$+ 2 \alpha h^2 \frac{1}{(b_o + x \operatorname{tg} \varepsilon)^3} - \frac{2 \alpha}{h} \frac{(h - x)^3}{(b_o + x \operatorname{tg} \varepsilon)^3}$$

$$+ 6 \beta \frac{x^2}{(b_o + x \operatorname{tg} \varepsilon)^3} - \frac{\delta}{h^2} \frac{x^4}{(b_o + x \operatorname{tg} \varepsilon)^3}$$

$$\left[- \frac{p_u}{h''^2} \frac{x''^4}{(b_o'' + x'' \operatorname{tg} \varepsilon)^3}\right].$$

Das Glied mit x'' gilt nur für Werte von x zwischen $\frac{3}{4}h$ und h; für andere Werte von x wird $x'' = 0$.

Sämtliche Ausdrücke der rechten Seite lassen sich auf eine leicht integrierbare Form bringen durch die Substitution $(b_o + x \operatorname{tg} \varepsilon) = t$ bezw. $b_o'' + x'' \operatorname{tg} \varepsilon = t''$, so daß wird $x = \frac{t - b_o}{\operatorname{tg} \varepsilon}$, $x'' = \frac{t'' - b_o''}{\operatorname{tg} \varepsilon}$, $dx = \frac{dt}{\operatorname{tg} \varepsilon}$, $dx'' = \frac{dt''}{\operatorname{tg} \varepsilon}$.

Es werden nämlich die Ausdrücke:

$$\underline{\int \left(\frac{x}{b_o + x \operatorname{tg} \varepsilon}\right)^3 dx} = \frac{1}{\operatorname{tg}^4 \varepsilon} \int \left(\frac{t - b_o}{t}\right)^3 dt = \frac{1}{\operatorname{tg}^4 \varepsilon} \int \left(1 - \frac{b_o}{t}\right)^3 dt$$

$$= \frac{1}{\operatorname{tg}^4 \varepsilon} \left[\int dt - 3 b_o \int \frac{dt}{t} + 3 b_o^2 \int \frac{dt}{t^2} - b_o^3 \int \frac{dt}{t^3}\right]$$

$$= \frac{1}{\operatorname{tg}^4 \varepsilon} \left[t - 3 b_o \ln t - 3 b_o^2 \frac{1}{t} + \frac{b_o^3 \cdot 1}{2 t^2}\right].$$

$$\underline{\int \frac{x\, dx}{(b_o + x \operatorname{tg} \varepsilon)^3}} = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \varepsilon} \int \frac{(t - b_o)\, dt}{t^3} = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \varepsilon} \left[\int \frac{dt}{t^2} - b_o \int \frac{dt}{t^3}\right]$$

$$= \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \varepsilon} \left[-\frac{1}{t} + \frac{b_o \cdot 1}{2 t^2}\right].$$

$$\underline{\int \frac{dx}{(b_o + x \operatorname{tg} \varepsilon)^3}} = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \int \frac{dt}{t^3} = -\frac{1}{2 \operatorname{tg} \varepsilon \cdot t^2}.$$

$$\underline{\int \left(\frac{h - x}{b_o + x \operatorname{tg} \varepsilon}\right)^3 dx} = \frac{1}{\operatorname{tg} \varepsilon} \int \left[\frac{h - \frac{(t - b_o)}{\operatorname{tg} \varepsilon}}{t}\right]^3 dt$$

$$= \frac{1}{\operatorname{tg}^4 \varepsilon} \int \left(\frac{h \operatorname{tg} \varepsilon - t + b_o}{t}\right)^3 dt = -\frac{1}{\operatorname{tg}^4 \varepsilon} \int \left(\frac{t - b_u}{t}\right)^3 dt$$

$$= -\frac{1}{\operatorname{tg}^4 \varepsilon} \left[t - 3 b_u \ln t - 3 b_u^2 \frac{1}{t} + \frac{b_u^3 \cdot 1}{2 t^2}\right].$$

$$\underline{\int \frac{x^2\, dx}{(b_o + x \operatorname{tg} \varepsilon)^3}} = \frac{1}{\operatorname{tg}^3 \varepsilon} \int \frac{(t - b_o)^2\, dt}{t^3} = \frac{1}{\operatorname{tg}^3 \varepsilon} \left[\int \frac{dt}{t} - 2 b_o \int \frac{dt}{t^2}\right.$$

$$\left. + b_o^2 \int \frac{dt}{t^3}\right] = \frac{1}{\operatorname{tg}^3 \varepsilon} \left[\ln t + 2 b_o \frac{1}{t} - \frac{b_o^2 \cdot 1}{2 t^2}\right].$$

$$\int \frac{x^4\,dx}{(b_o + x\,tg\,\varepsilon)^3} = \frac{1}{tg^5\varepsilon}\int \frac{(t-b_o)^4\,dt}{t^3} = \frac{1}{tg^5\varepsilon}\Big[\int t\,dt - 4b_o\int dt$$

$$+ 6b_o^2\int\frac{dt}{t} - 4b_o^3\int\frac{dt}{t^2} + b_o^4\int\frac{dt}{t^3}\Big] = \frac{1}{tg^5\varepsilon}\Big[\frac{t^2}{2} - 4b_o t$$

$$+ 6b_o^2 \ln t + 4b_o^3\frac{1}{t} - \frac{b_o^4\cdot 1}{2t^2}\Big].$$

Vertauscht man x mit x'', t mit t'' und b_o mit b_o'', so folgt

$$\int \frac{x''^4\,dx''}{(b_o'' + x''\,tg\,\alpha)^3} = \frac{1}{tg^5\varepsilon}\Big[\frac{t''^2}{2} - 4b_o''t'' + 6b_o''^2\ln t''$$

$$+ 4b_o''^3\frac{1}{t''} - \frac{b_o''^4\cdot 1}{2t''^2}\Big].$$

Die Integration der Gleichung (91) ergibt dann

$$E\frac{dy}{dx} = -\frac{2\gamma}{tg^4\varepsilon}t + \frac{6\gamma b_o}{tg^4\varepsilon}\ln t + \frac{6\gamma b_o^2}{tg^4\varepsilon}\frac{1}{t} - \frac{\gamma b_o^3}{tg^4\varepsilon}\frac{1}{t^2} + \frac{6\alpha h}{tg^2\varepsilon}\frac{1}{t}$$

$$-\frac{3\alpha h b_o}{tg^2\varepsilon}\frac{1}{t^2} - \frac{4\alpha h^2}{tg\,\varepsilon}\frac{1}{t^2} + \frac{2\alpha}{h\,tg^4\varepsilon}t - \frac{6b_u\alpha}{h\,tg^4\varepsilon}\ln t$$

$$-\frac{6\alpha b_u^2}{h\,tg^4\varepsilon}\frac{1}{t} + \frac{\alpha b_u^3}{h\,tg^4\varepsilon}\frac{1}{t^2} + \frac{6\beta}{tg^3\varepsilon}\ln t + \frac{12\beta b_o}{tg^3\varepsilon}\frac{1}{t}$$

$$-\frac{3\beta b_o^2}{tg^3\varepsilon}\frac{1}{t^2} - \frac{\delta}{2h^2 tg^5\varepsilon}t^2 + \frac{4\delta b_o}{h^2 tg^5\varepsilon}t - \frac{6\delta b_o^2}{h^2 tg^5\varepsilon}\ln t$$

$$-\frac{4\delta b_o^3}{h^2 tg^5\varepsilon}\frac{1}{t} + \frac{\delta b_o^4}{2h^2 tg^5\varepsilon}\frac{1}{t^2} - \frac{p_u}{2h''^2 tg^5\varepsilon}t''^2$$

$$+\frac{4\delta b_o''}{h''^2 tg^5\varepsilon}t'' - \frac{6\delta b_o''^2}{h''^2 tg^5\varepsilon}\ln t'' - \frac{4\delta b_o''^3}{h''^2 tg^5\varepsilon}\frac{1}{t''}$$

$$+\frac{\delta b_o''^4}{2h''^2 tg^5\varepsilon}\frac{1}{t^2} + C_1.$$

$$E\frac{dy}{dx} = At^2 + Bt + D\ln t + E\frac{1}{t} + F\frac{1}{t^2} + A_1 t''^2 \tag{92}$$

$$+ B_1 t'' + D_1 \ln t'' + E_1\frac{1}{t''} + F_1\frac{1}{t''^2} + C_1, \text{ wo}$$

$$A = -\frac{\delta}{2h^2 \operatorname{tg}^5 \varepsilon}, \quad A_1 = -\frac{p_u}{2h''^2 \operatorname{tg}^5 \varepsilon},$$

$$B = +\frac{2}{\operatorname{tg}^4 \varepsilon}\left(-\gamma + \frac{\alpha}{h} + \frac{2\delta b_o}{h^2 \operatorname{tg} \varepsilon}\right), \quad B_1 = +\frac{4\delta b_o''}{h''^2 \operatorname{tg}^5 \varepsilon},$$

$$D = +\frac{6}{\operatorname{tg}^4 \varepsilon}\left(\gamma b_o - \frac{\alpha b_u}{h} + \beta \operatorname{tg} \varepsilon - \frac{\delta b_o^2}{h^2 \operatorname{tg} \varepsilon}\right),$$

$$D_1 = -\frac{6\delta b_o''^2}{h''^2 \operatorname{tg}^5 \varepsilon},$$

$$E = +\frac{6}{\operatorname{tg}^3 \varepsilon}\left(\frac{\gamma b_o^2}{\operatorname{tg} \varepsilon} + \alpha h \operatorname{tg} \varepsilon - \frac{\alpha b_u^2}{h \operatorname{tg} \varepsilon} + 2\beta b_o - \frac{2\delta b_o^3}{3h^2 \operatorname{tg}^2 \varepsilon}\right),$$

$$E_1 = -\frac{4\delta b_o''^3}{h''^2 \operatorname{tg}^5 \varepsilon}, \quad F_1 = +\frac{\delta b_o''^4}{2h^2 \operatorname{tg}^5 \varepsilon},$$

$$F = +\frac{1}{\operatorname{tg}^4 \varepsilon}\left(-\gamma b_o^3 - 3\alpha h b_o \operatorname{tg}^2 \varepsilon - \alpha h^2 \operatorname{tg}^3 \varepsilon + \frac{\alpha b_u^3}{h} - 3\beta b_o^2 \operatorname{tg} \varepsilon + \frac{\delta b_o^4}{2h^2 \operatorname{tg} \varepsilon}\right).$$

Die Faktoren A, B, D, E und F enthalten nur konstante Glieder, desgleichen A_1, B_1, D_1, E_1, F_1. Die weitere Integration ergibt dann

$$(93) \quad E y = \frac{A t^3}{3 \operatorname{tg} \varepsilon} + \frac{B t^2}{2 \operatorname{tg} \varepsilon} + \frac{D[t \ln t - t]}{\operatorname{tg} \varepsilon} + \frac{E \ln t}{\operatorname{tg} \varepsilon} - \frac{F}{(\operatorname{tg} \varepsilon) t}$$
$$+ \frac{A_1 t''^3}{3 \operatorname{tg} \varepsilon} + \frac{B_1 t''^2}{2 \operatorname{tg} \varepsilon} + \frac{D_1}{\operatorname{tg} \varepsilon}[t'' \ln t'' - t''] + \frac{E_1 \ln t''}{\operatorname{tg} \varepsilon}$$
$$- \frac{F_1 \cdot 1}{(\operatorname{tg} \varepsilon) t''} + C_1 x + C_2.$$

Die Konstante C_1 folgt für $\begin{matrix} x = h \\ x'' = h'' \end{matrix}$ aus Gleichung (92); es wird dann

$$E \frac{dy}{dx} = 0, \text{ wo } t_h = b_o + h \operatorname{tg} \varepsilon = t_h'' = b_o'' + h'' \operatorname{tg} \varepsilon = b_u.$$

Es folgt also

$$(94)\quad C_1 = -(A + A_1)\, b_u^2 - (B + B_1)\, b_u - (D + D_1)\ln b_u - (E + E_1)\frac{1}{b_u} - (F + F_1)\frac{1}{b_u^2}.$$

Ebenso folgt für $\begin{matrix} x = h \\ x'' = h'' \end{matrix}$ aus Gleichung (93) infolge $Ey = 0$ die Konstante C_2 aus der Gleichung:

$$(95)\quad C_2 = -\frac{(A + A_1)}{3\,\mathrm{tg}\,\varepsilon} b_u^3 - \frac{(B + B_1)}{2\,\mathrm{tg}\,\varepsilon} b_u^2 - \frac{(D + D_1)}{\mathrm{tg}\,\varepsilon}[b_u \ln b_u - b_u] - \frac{(E + E_1)}{\mathrm{tg}\,\varepsilon}\ln b_u + \frac{(F + F_1)}{\mathrm{tg}\,\varepsilon}\frac{1}{b_u} + (A + A_1)\, b_u^2 h + (B + B_1)\, b_u h + (D + D_1)\ln b_u h + (E + E_1)\frac{h}{b_u} + (F + F_1)\frac{h}{b_u^2}.$$

Setzt man die Werte von C_1 und C_2 in Gleichung (93) ein, so erhält man die richtige Gleichung der Biegungslinie.

Für die Durchbiegung am oberen Ende, also für $x = 0$ wird $t = b_o$, $t'' = b_o''$.

Es folgt demnach

$$(96)\quad E y_{s_{x=0}} = \frac{A\, b_o^3 + A_1\, b_o''^3}{3\,\mathrm{tg}\,\varepsilon} + \frac{B\, b_o^2 + B_1\, b_o''^2}{2\,\mathrm{tg}\,\varepsilon} + \frac{1}{\mathrm{tg}\,\varepsilon}[D(b_o \ln b_o - b_o) + D_1(b_o'' \ln b_o'' - b_o'')] + \frac{E \ln b_o + E_1 \ln b_o''}{\mathrm{tg}\,\varepsilon} - \frac{1}{\mathrm{tg}\,\varepsilon}\left(\frac{F}{b_o} + \frac{F_1}{b_o''}\right) + C_2.$$

Für die Durchbiegung in halber Höhe, also für $\begin{matrix} x = \frac{h}{2} \\ x'' = 0 \end{matrix}$ wird $t = b_o + \frac{h}{2}\mathrm{tg}\,\varepsilon$, $t'' = b_o''$ und es folgt

$$(97)\quad E y_{s_{x=\frac{h}{2}}} = \frac{1}{3\,\mathrm{tg}\,\varepsilon}\left[A\left(b_o + \frac{h}{2}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon\right)^3 + A_1\, b_o''^3\right]$$
$$+ \frac{1}{2\,\mathrm{tg}\,\varepsilon}\left[B\left(b_o + \frac{h}{2}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon\right)^2 + B_1\, b_o^2\right]$$
$$+ \frac{1}{\mathrm{tg}\,\varepsilon}\left\{D\left[\left(b_o + \frac{h}{2}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon\right)\ln\left(b_o + \frac{h}{2}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon\right)\right.\right.$$
$$\left.\left. - \left(b_o + \frac{h}{2}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon\right)\right] + D_1\,(b_o''\ln b_o'' - b_o'')\right\}$$
$$+ \frac{1}{\mathrm{tg}\,\varepsilon}\left[E\ln\left(b_o + \frac{h}{2}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon\right) + E_1 \ln b_o''\right]$$
$$- \frac{1}{\mathrm{tg}\,\varepsilon}\left[\frac{F}{b^o + \frac{h}{2}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon} + \frac{F_1}{b_o''}\right] + C_1\,\frac{h}{2} + C_2.$$

Für die Durchbiegung in der Tiefe $x = \frac{3\,h}{4}$ unter O. W. wird $t = b_o + \frac{3\,h}{4}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon$, $t'' = b_o''$ und es folgt

$$(98)\quad E y_{s_{x=\frac{3h}{4}}} = \frac{1}{3\,\mathrm{tg}\,\varepsilon}\left[A\left(b_o + \frac{3\,h}{4}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon\right)^3 + A_1\, b_o''^{\,3}\right]$$
$$+ \frac{1}{2\,\mathrm{tg}\,\varepsilon}\left[B\left(b_o + \frac{3\,h}{4}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon\right)^2 + B_1\, b_o^2\right]$$
$$+ \frac{1}{\mathrm{tg}\,\varepsilon}\left\{D\left[\left(b_o + \frac{3\,h}{4}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon\right)\ln\left(b_o + \frac{3\,h}{4}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon\right)\right.\right.$$
$$\left.\left. - \left(b_o + \frac{3\,h}{4}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon\right)\right] + D_1\,(b_o''\ln b_o'' - b_o'')\right\}$$
$$+ \frac{1}{\mathrm{tg}\,\varepsilon}\left[E\ln\left(b_o + \frac{3\,h}{4}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon\right) + E_1 \ln b_o''\right]$$
$$- \frac{1}{\mathrm{tg}\,\varepsilon}\left[\frac{F}{b_o + \frac{3\,h}{4}\,\mathrm{tg}\,\varepsilon} + \frac{F_1}{b_o''}\right] + C_1 \cdot \frac{3\,h}{4} + C_2.$$

Es ist zweckmäßig, für einen bestimmten Fall zunächst die Koeffizienten und die Konstanten auszurechnen, darauf die Werte von α, β, δ und p_u einzusetzen und erst dann zur Aufstellung der neun Grundgleichungen von der Form $y_{s_x} = y_{w_z}$ zu schreiten.

Die Auflösung der Grundgleichungen bietet dann nicht mehr Schwierigkeiten als vorher.

VII. Einfluß der Querkräfte.

Bei stark belasteten Balken, deren Querschnittshöhe im Verhältnis zu ihrer Länge sehr groß ist, kann der Einfluß der Querkräfte auf die Durchbiegungen erheblich werden.

Wird ein mittlerer Balkenquerschnitt F eines senkrechten Balkens vorausgesetzt und angenommen, daß Gleichung (14 a) den Verlauf der Querkraft genügend genau darstellt, so folgt mit den Vereinfachungen $x' = x$, $h' = h$ für die senkrechte Verschiebung irgendeines Punktes x des senkrechten Balkens (s. Fig. 21) nach Müller-Breslau (Neuere M. d. Fl.) S. 245

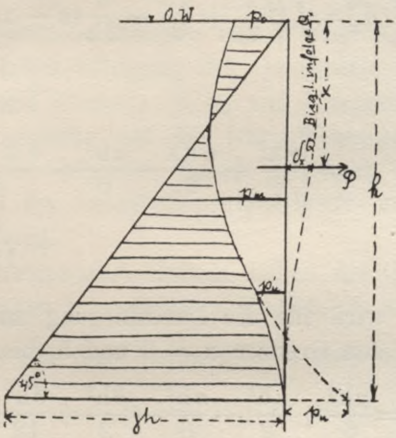

Fig. 21.

(99) $$\delta_x^Q = \beta_g \int_x^h \frac{Q_x \,\partial Q_x}{G F \,\partial P} \, dx .$$

Hierin ist unter Benutzung von Gleichung (14 a)

(100) $$Q_x = -P - \frac{\gamma x^2}{2} - \frac{\alpha h}{2} + \frac{\alpha}{2h}(h-x)^2 + \beta x - \frac{\delta x^3}{3h^2} - \frac{p_u x''^3}{3h''^2}$$

wo P eine an der Stelle x wirkend gedachte Kraft in Richtung von δ_x^Q ist, welche nach der Differentiation $= 0$ gesetzt wird; das Glied mit x″ ist nur für Werte von x zwischen $\frac{3}{4}$h und h zu berücksichtigen;

$$G = \text{Schubmodul} = E\frac{m}{2(m+1)} = 80\text{—}90000 \text{ kg/qcm}$$

für Beton, wenn $m \sim 2$ und $\sigma_b = 15\text{—}20$ kg/qcm

$F = 1 \cdot d$, wo d die mittlere Dicke des senkrechten Balkens,

β_g eine Zahl, welche nur von der Gestalt des Querschnittes abhängt

$$\beta\frac{6}{5} \text{ für Rechteck.}$$

Dann ist also $\frac{\partial Q_x}{\partial P} = -1$ und

$$\text{(101)} \qquad \frac{GF}{\beta_g}\delta_x^Q = \int_x^h \left(\frac{\gamma x^2}{2} + \frac{\alpha h}{2} - \frac{\alpha}{2h}(h-x)^2 - \beta x + \frac{\delta x^3}{3h^2} + \frac{p_u x''^3}{3h''^2}\right) dx$$

$$= \left[\frac{\gamma x^3}{6} + \frac{\alpha h x}{2} - \frac{\alpha h^2}{6} + \frac{\alpha(h-x)^3}{6h} - \frac{\beta x^2}{2} + \frac{\delta x^4}{12h^2} + \frac{p_u x''^4}{12h''^2}\right]_x^h.$$

Demnach wird für die Durchbiegung am oberen Ende, d. h. zwischen den Grenzen x = 0 und h, bezw. h″:

$$\text{(102)} \quad \frac{GF}{\beta_g}\delta_0^Q = \frac{\gamma h^3}{6} + \frac{\alpha h^2}{2} - \frac{\alpha h^2}{6} - \frac{\beta h^2}{2} + \frac{\delta h^2}{12} + \frac{p_u h^2}{12 \cdot 4^2}$$

$$= \frac{h^2}{12}\left(2\gamma h + 4\alpha - 6\beta + \delta + \frac{p_u}{16}\right);$$

ferner wird für die Durchbiegung in der Tiefe $x = \frac{h}{2}$ unter O. W., d. h. zwischen den Grenzen $x = \frac{h}{2}$ und h bezw. h″:

$$(103)\quad \frac{GF}{\beta_g}\delta^Q_m = \frac{\gamma h^3}{6} + \frac{\alpha h^2}{3} - \frac{\beta h^2}{2} + \frac{\delta h^2}{12} + \frac{p_u h^2}{12\cdot 4^2}$$
$$- \frac{\gamma h^3}{6\cdot 8} - \frac{\alpha h^2}{4} + \frac{\alpha h^2}{6} - \frac{\alpha h^2}{6\cdot 8} + \frac{\beta h^2}{8} - \frac{\delta h^2}{12\cdot 16}$$
$$= \frac{h^2}{48}\left(7\gamma h + 11\alpha - 18\beta + \frac{15}{4}\delta + \frac{p_u}{4}\right).$$

Schließlich wird für die Durchbiegung in der Tiefe $x = \frac{3h}{4}$ unter O.W., d. h. zwischen den Grenzen $x = \frac{3h}{4}$ und h:

$$(104)\quad \frac{GF}{\beta_g}\delta^Q_n = \frac{\gamma h^3}{6} + \frac{\alpha h^2}{3} - \frac{\beta h^2}{2} + \frac{\delta h^2}{12} + \frac{p_u h^2}{12\cdot 4^2} - \frac{\gamma h^3\cdot 3^3}{6\cdot 4^3}$$
$$- \frac{\alpha h^2\cdot 3}{2\cdot 4} + \frac{\alpha h^2}{6} - \frac{\alpha h^2}{6\cdot 4^3} + \frac{\beta h^2\cdot 3^2}{2\cdot 4^2} - \frac{\delta h^2\cdot 3^4}{12\cdot 4^4}$$
$$= \frac{h^2}{6\cdot 4^3}\left(37\gamma h + 47\alpha - 84\beta + \frac{175}{8}\delta + 2p_u\right).$$

Einige Versuchsrechnungen mit Werten p_o, p_m und p_u', welche ohne Berücksichtigung der Querkräfte gefunden sind und aus denen die Werte α, β, p_u und δ folgen, werden den Einfluß der Querkräfte auf die Durchbiegungen und event. die Notwendigkeit erkennen lassen, sie auch weiterhin bei der Berechnung der Belastungs-, Querkraft- und Momentenlinien zu verfolgen.

Bei den horizontalen Balken haben die Querkräfte auf die Durchbiegungen nur geringen Einfluß, da das Verhältnis $\frac{d}{l}$ im Vergleich mit dem Verhältnis $\frac{d}{h}$ klein ist; auch sind die Belastungen der horizontalen Balken auf die Längeneinheit fast durchweg geringer als bei den senkrechten Balken, so daß auf die weitere Verfolgung des Einflusses der Querkräfte bei ihnen verzichtet werden kann.

VIII. Einfluß der Temperatur.

Völlig geschlossene Schachtschleusen sind gegen Temperaturveränderungen, welche sich ungleich auf die Schleuse verteilen, recht empfindlich. Trotz mancherlei technischer Schwierigkeiten wird es sich daher empfehlen, Temperaturfugen einzulegen (s. Abschnitt D). Temperaturspannungen können auf verschiedene Weise entstehen; die wahrscheinlichsten Fälle sind:

1. Die Außentemperatur an der Schleuse verändert sich gegenüber denjenigen Teilen der Schleuse, welche sich in der durchweg konstanten Temperatur des Untergrundes oder Grundwassers befinden (Sonnenbestrahlung oder starker Frost).
2. Die Kammerfüllung oder -entleerung bewirkt gegenüber der konstanten Temperatur der Außenseiten der Kammerwände eine ungleiche Temperaturverteilung über den Kammerquerschnitt.

Der Temperatureinfluß unter 1. soll wie folgt behandelt werden:

Die Längenausdehnungen der Kammermauern und Häupter, bezw. ihre Verkürzungen sind z. B. für den obersten Rahmen in Fig. 22 dargestellt, wobei das mittlere Rechteck die unveränderte Einspannung der Schleuse im Untergrunde bedeutet. Die Längenänderungen der Häupter sind im Verhältnis zu denjenigen der Kammermauern so klein, daß sie vernachlässigt werden können. Die Längenänderung der Kammermauer ist oben:

$$\delta_o^t = \frac{\varepsilon t l}{2} \tag{105}$$

für jede Schleusenhälfte, wo die obere Temperatur um t^0 höher sei als unten; sie ist positiv oder negativ, je nachdem die Außentemperatur die Temperatur des Untergrundes über- oder unterschreitet; vorläufig werde mit positivem t, alo Verlängerungen δ_o^t gerechnet.

Wäre die Verbindung der beiden Kammermauern durch das Haupt eine starre, so würde sich jeder senkrechte Balken des Haupts an seinem Ende um dieses Maß durchbiegen; die horizontalen Balken, welche die Durchbiegungen vermitteln, sind indessen elastisch nachgiebig und biegen sich selbst unter dem an sie von den senkrechten Balken übertragenen Lastanteil durch; ihre Biegungslinie wird etwa die in Fig. 22 ge-

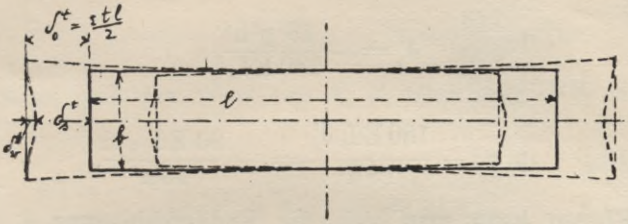

Fig. 22.

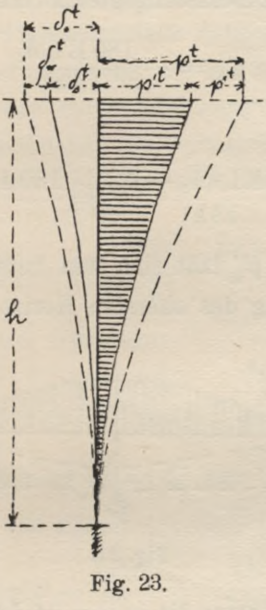

Fig. 23.

zeichnete Form annehmen mit der größten Durchbiegung δ^t_w für die Mitte des obersten Balkens.

Nimmt man nun an, daß die Längenänderungen δ^t_0 bis zur Einspannung in der Sohle nach etwa parabolischem Gesetz auf 0 abnehmen, so kann man die Temperatureinwirkung ersetzen durch einen parabolischen Belastungsgleichwert mit der oberen Ordinate p^t, welcher dem senkrechten Balken in der Schleusenecke die Enddurchbiegung δ_o^t erteilt (s. Fig. 23); es ist:

$$\delta_o^t = -\frac{13}{180}\frac{p^t h^4}{E I_s}, \tag{106}$$

also

$$p^t = -\frac{180 E I_s \delta_o^t}{13 h^4} = -\frac{90 E I_s \varepsilon t l}{13 h^4}. \tag{107}$$

Ebenso kann man sich die Enddurchbiegung δ_s^t eines senkrechten Balkens in der Mitte des Hauptes entstanden denken durch einen Belastungsgleichwert

$$p'^t_b = -\frac{180 E I_s \delta_s^t}{13 h^4},$$

also

$$p'^t_b = -\frac{180 E I_s (\delta_o^t - \delta_r^t)}{13 h^4} = \frac{180 E I_s \left(\frac{\varepsilon t l}{2} - \delta_w^t\right)}{13 h^4} \tag{108}$$

Die Belastung p'^t_b läßt sich nun berechnen, wenn δ_w^t, die größte Durchbiegung des obersten Horizontalbalkens bekannt

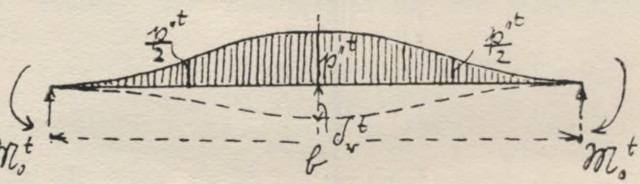

Fig. 24.

ist. Derselbe erhält etwa die in Fig. 24 dargestellte Belastung, wobei $p''^t_b = p^t_b - p'^t_b$ ist (s. Fig. 24). Nach Gleichung (35a) wird bei einigen Vereinfachungen und Substitutionen

$$\left[\bar{p} = p''^t_b,\ \bar{p}^* = \frac{p''^t_b}{2},\ \gamma h_x = 0,\ l = b,\ \mathfrak{M}_o = \mathfrak{M}_o^t\right]$$

die Durchbiegung

$$\text{(109)} \qquad E I_w^b \delta_w^t = \frac{107\, p''^t_b b^4}{90 \cdot 4^4 \cdot 2} + \frac{199\, p''^t_b b^4}{30 \cdot 4^5} - \frac{\mathfrak{M}_o^t b^3}{8}$$

$$= \frac{811}{90 \cdot 4^5} p''^t_b b^4 - \frac{\mathfrak{M}_o^t b^3}{8}.$$

Setzt man den Wert von δ_w^t in Gleichung (108) ein, so folgt

$$\text{(110)} \qquad p'^t_b = -\frac{180\, E I_s}{13 \cdot h^4} \left[\frac{\varepsilon t l}{2} - \frac{811\,(p_b^t - p_b^t) b^4}{90 \cdot 4^5 E I_w^b} + \frac{\mathfrak{M}_o^t b^3}{E I_w^b 8}\right].$$

Das Moment $\mathfrak{M}_o^t$ erzeugt indessen eine Durchbiegung der langen Schleusenseiten nach außen, welcher die senkrechten Balken der langen Schleusenwände entgegenstreben. Es entsteht also eine Belastungsfläche mit der Mittelordinate p_l^t wie auf S. 47; man hat also nur in Gleichung (56) b mit l und $[p_b]$ mit p_l^t sowie die Vorzeichen zu vertauschen, um die Mitteldurchbiegung des obersten Horizontalbalkens zu erhalten; es ist

$$\text{(111)} \qquad \delta_{w_1}^t = + \frac{61\, p_l^t l^4}{360 \cdot 2^4} - \frac{\mathfrak{M}_o^t l^2}{8};$$

ferner ist wie bei den Häuptern:

$$\text{(112)} \qquad \delta_{s_1}^t = -\frac{13}{180} p_l^t h^4,$$

so daß aus der Bedingung $\delta_{w_1}^t = \delta_{s_1}^t$ eine 2. Gleichung sich wie folgt ergibt:

$$\text{(113)} \qquad \frac{61}{360 \cdot 2^4} p_l^t l^4 - \frac{\mathfrak{M}_o^t l^2}{8} = -\frac{13}{180} p_l^t h^4,$$

woraus folgt

$$\text{(114)} \qquad p_l^t = + \frac{\mathfrak{M}_o^t l^2}{8\left(\frac{13}{180} h^4 + \frac{61}{360 \cdot 2^4} l^4\right)}$$

Unbekannt ist noch $\mathfrak{M}_o^t$, welches nach Gleichung (78) unter den vorausgesetzten Vereinfachungen

$$p_o^l = p''^t_b,\ \overline{p}_o^l = \frac{p''^t_b}{2},\ [p^b] = p_l^t$$

auf diesen Fall angewandt, den Wert erhält:

$$(115)\quad \mathfrak{M}_o^t = \frac{b^3\left(0{,}1813\, p''^t_b + 0{,}475\, p''^t_b\right) + l^3 \frac{I_w^l}{I_w^b}\, 0{,}8\, p_l^t}{12\left(1 + b\frac{I_w^l}{I_w^b}\right)}$$

$$= \frac{0{,}6563\left(p_b^t - p'^t_b\right) b^3 + 0{,}8\, p_l^t\, l^3 \frac{I_w^l}{I_w^b}}{12\left(1 + b\frac{I_w^l}{I_w^b}\right)}$$

$$12\left(1 + b\frac{I_w^l}{I_w^b}\right)\mathfrak{M}_o^t = 0{,}6563\ \left(p_b^t - p'^t_b\right)b^3 + \frac{0{,}1\,\mathfrak{M}_o^t\, l^5 \frac{I_w^l}{I_w^b}}{\frac{13}{180}\,h^4 + \frac{61\, l^4}{360\cdot 2^4}}$$

$$(115\text{ a})\quad \mathfrak{M}_o^t = \frac{0{,}6563\ \left(p_b^t - p'^t_b\right) b^3}{12\left(1 + b\frac{I_w^l}{I_w^b}\right) - \frac{0{,}1\, l^5 \frac{I_w^l}{I_w^b}}{\frac{13}{180}\,h^4 + \frac{61\, l^4}{350\cdot 2^4}}}$$

Setzt man $1 + b\dfrac{I_w^l}{I_w^b} = s$ und $\dfrac{0{,}1\, l^5 \frac{I_w^l}{I_w^b}}{\frac{13}{180}\,h^4 + \frac{61\, l^4}{360\cdot 2^4}} = v$,

so geht Gleichung (110) über in:

$$(116)\quad p'^t_b = -\frac{180\,E I_s}{13\,h^4}\left[\frac{\varepsilon t l}{2} - \frac{811\left(p_b^t - p'^t_b\right)b^4}{90\cdot 4^5\, E I_w^b} + \frac{0{,}6563\left(p_b^t - p'^t_b\right)b^5}{8\,E I_w^b\ \ (12\,s - v)}\right]$$

$$\frac{13}{180}\,\frac{p'^t_b\, h^4}{E I_s} + \frac{811\, p'^t_b\, b^4}{90\cdot 4^5\, E I_w^b} - \frac{0{,}6563\, p'^t_b\, b^5}{8\,E I_w^b (12\,s - v)} = -\frac{\varepsilon t l}{2}$$

$$+ \frac{811\, p_b^t\, b^4}{90\cdot 4^5\cdot E I_w^b} - \frac{0{,}6563\, p_b^t\, b^5}{8\,E I_w^b (12\,s - v)}$$

Daraus ergibt sich:

$$(117)\qquad p_b'^t = \frac{-\varepsilon t l \dfrac{I_s}{I_w^b}\left[\dfrac{h^4}{2 b^4}\dfrac{I_w^b}{I_s} - \dfrac{811}{13 \cdot 4^5} + \dfrac{90 \cdot 0{,}6563\, b}{13 \cdot 12\,(12 s - v)}\right]}{\dfrac{h^4}{E I_w^b}\left[\dfrac{13}{180}\dfrac{h^4 I_w^b}{b^4 I_s} - \dfrac{811}{90 \cdot 4^5} + \dfrac{0{,}6563\, b}{8\,(12 s - v)}\right]}$$

$$= \frac{-\varepsilon t l \dfrac{I_s}{I_w^b}\left[5 \dfrac{h^4}{b^4}\dfrac{I_w^l}{I_s} - 0{,}608 + \dfrac{5{,}675\, b}{(12 s - v}\right]}{\dfrac{h^4}{E I_w^b}\left[0{,}722 \dfrac{h^4 I_w^b}{b^4 I_s} - 0{,}088 + \dfrac{0{,}819\, b}{12 s - v}\right]}\,.$$

Das Moment des senkrechten Balkens in der Mitte des Hauptes wird dann angenähert auf Grund der Belastungsfläche Fig. 23

$$(118)\qquad M_x^t = + \frac{p_b'^t h^2}{12}\left[1 - 4 \frac{x}{h} - \frac{(h - x)^4}{h^4}\right]$$

und das größte Moment für $x = h$:

$$(119)\qquad M^t_{\max\, z = \frac{b}{2}} = + \frac{p_b'^t h^2}{12}(1 - 4) = - \frac{p_b'^t h^2}{4};$$

für den Balken nahe der Schleusenecke wird

$$(119\,a)\qquad M^t_{\max\, z = o} = - \frac{p_b^t h^2}{4} = \frac{45}{26}\frac{\varepsilon E I_s t l}{h^2}\,.$$

Das größte Moment in der Mitte des obersten Horizontalbalkens im Haupt wird nach Gleichung (63 a) bei

$$\gamma h_x = 0,\ l = b,\ \bar{p} = p''^t_b,\ \bar{p}^* = \frac{p''^t_b}{2}\,.$$

$$(120)\qquad M^t_{w\,\max} = + \frac{b^2}{8}\left(- \frac{p''^t_b}{6} - \frac{13}{24} p''^t_b - \frac{8\,\mathfrak{M}_o^t}{b^2}\right)$$

$$= + \frac{b^2}{8}\left[- \frac{17}{24}(p_b^t - p_b'^t) - \frac{8\,\mathfrak{M}_o^t}{b^2}\right]$$

$$= + \frac{b^2}{8}\left[- \frac{17}{24}\left(- \frac{90}{13}\frac{E I_s}{h^4}\varepsilon t l - p_b'^t\right) - \frac{8\,\mathfrak{M}_o^t}{b^2}\right]$$

$$= + \frac{b^2}{8}\left[4{,}904 \frac{E I_s \varepsilon t l}{h^4} + 0{,}708\, p_b'^t - \frac{8\,\mathfrak{M}_o^t}{b^2}\right]$$

für den senkrechten Balken in Mitte der langen Schleusenwände ist nach Gleichung (119)

$$(121) \qquad M^t_{max_s} = \frac{p^t_l h^2}{4}$$

und für den obersten wagerechten Balken nach Gleichung (75)

$$(122) \qquad M^t_{max_w} = -\frac{62{,}5\, p^t_b\, l^2 \left(0{,}843\, p^t_l - \frac{10\, \mathfrak{M}^t_o}{l^2}\right)}{\left(80{,}9\, p^t_l - 1000\, \frac{\mathfrak{M}^t_o}{l^2}\right)} + \mathfrak{M}^t_o .$$

Darin ist für p^t_l der Wert der Gleichung (114) einzusetzen.

Der Temperatureinfluß unter (2) soll wie folgt behandelt werden:

Eine Temperaturdifferenz $\varDelta t = t_a - t_i$ auf der Innen- und Außenseite der Kammerwand ruft Durchbiegungen der senkrechten Balken hervor, die sich je nach dem Vorzeichen von $\varDelta t$ zu den vom Wasserdruck hervorgerufenen Durchbiegungen hinzuaddieren oder von ihnen subtrahieren. Wird $\varDelta t$ zunächst im Sinne der Wasserdruckbelastung positiv wirkend angenommen, so ergibt sich für einen senkrechten Balken die Durchbiegung

$$(123) \qquad \delta^{\varDelta t}_{s_x} = \int_x^h \varepsilon \frac{\varDelta t_x}{d} \frac{\partial M}{\partial P} d x_1)^1 ,$$

wo d die mittlere Breite des senkrechten Balkens bedeutet; $\frac{\partial M}{\partial P}$ ist $= -x$. Nimmt man an, daß die Temperaturdifferenz von $\varDelta t$ auf der Schleusenplattform nach parabolischem Gesetz bis auf 0 in der Einspannung abnimmt, also

$$\varDelta t_x = \varDelta t \frac{(h - x)^2}{h^2},$$

[1]) vgl. Müller-Breslau, Neuere Meth. d. Festigkeitsl. S. 148.

so lautet die Gleichung

$$(123)\qquad \delta_x^{\Delta t} = -\int_x^h \frac{\varepsilon\,\Delta t\,(h-x)^2\,x}{d\,h^2}\,dx$$

$$= -\frac{\varepsilon\,\Delta t}{d\,h^2}\Big|_x^h\left[\frac{h^2x^2}{2} - \frac{2hx^3}{3} + \frac{x^4}{4}\right].$$

Demnach ergibt sich

für $x = 0$: (124) $\delta_o^{\Delta t} = -\,\varepsilon\,\frac{\Delta t}{d}\,h^2\cdot\frac{1}{12}$

„ $x = \frac{h}{2}$: (125) $\delta_m^{\Delta t} = -\,\varepsilon\,\frac{\Delta t}{d}\,h^2\cdot\frac{5}{192}$

„ $x = \frac{3h}{4}$: (126) $\delta_u^{\Delta' t} = -\,\varepsilon\,\frac{\Delta t}{d}\,h^2\cdot\frac{13}{3072}$.

Bei den wagerechten Balken, welche, als Ganzes betrachtet, geschlossene Rechteckrahmen sind, werden durch Temperaturdifferenzen Δt Momente nicht hervorgerufen, so-

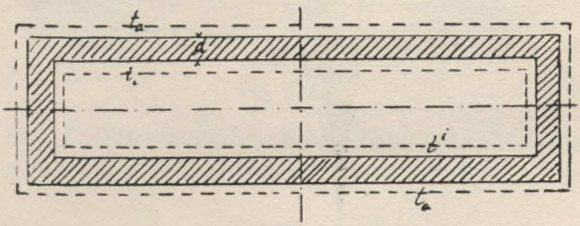

Fig. 25.

lange die Differenz auf allen Schleusenseiten gleichmäßig vorhanden ist (s. Fig. 25); dagegen rufen sie innere Scherspannungen hervor, welche indessen ebenso wie ungleich über den Rechteckrahmen verteilte Temperaturdifferenzen Δt hier nicht weiter verfolgt werden sollen.

Man kann nun diese Zusatzwerte der Durchbiegungen (Gleichung [124] bis [126]) bei der Aufstellung der Grundgleichungen $y_{s_x} = y_{w_z}$ berücksichtigen; es empfiehlt sich indessen, wie bei den Längenänderungen der Kammermauern infolge der Temperaturveränderung t auch den Einfluß einer

Temperaturdifferenz Δt nicht mit den Durchbiegungen infolge Wasserdruck zusammen, sondern für sich auf einem Annäherungswege wie folgt zu berechnen:

Die Gleichungen (124) bis (126) stellen die Durchbiegungen eines senkrechten Balkens infolge Δt ohne Berücksichtigung der entlastenden Wirkung der horizontalen Balken dar; letztere nehmen einen Teil der Ersatzbelastung $p^{\Delta t}$ auf, und zwar in der Mitte den Betrag $p''^{\Delta t}$, welcher nach den Schleusenecken zu, etwa dem Verlauf der Biegungs-

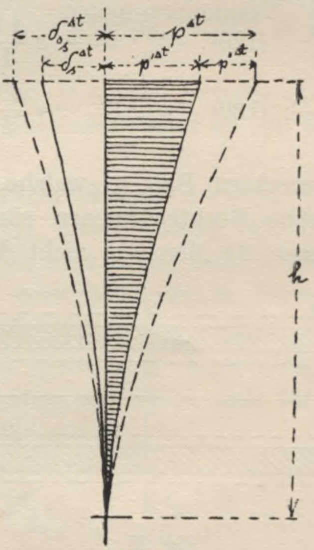

Fig. 26.

linie folgend, auf $p^{\Delta t}$ anwächst, da der senkrechte Balken dicht neben den Schleusenecken sich nicht durchbiegt, also auch keine Belastung empfängt.

Man trennt nun wieder den Temperaturbelastungszustand wie vorher bei der Wasserdruckbehandlung in zwei Untersuchungen A und B. In der ersten sind nur die langen Schleusenwände, in der zweiten nur die kurzen mit Temperaturdifferenzen belastet gedacht, und die früher für die Wasserdruckbelastung entwickelten Formen können mit einigen Vereinfachungen Verwendung finden.

Tritt an Stelle der Temperaturdifferenzen eine parabolische Ersatzbelastung (s. Fig. 26), so folgt für den mittelsten senkrechten Balken

$$\bar{\delta}_s^{\Delta t} = -\frac{13}{180}\, p_l'^{\Delta t}\, h^4,$$

woraus umgekehrt unter Benutzung von Gleichung (124) der Ersatzwert folgt:

(127) $$p_l^{\Delta t} = -\frac{180}{13}\,\frac{E\, I_s\, \delta_o^{\Delta t}}{h^4} = \frac{15}{13}\,\frac{E\, I_s\, \varepsilon\, \Delta t}{h^2\, d}.$$

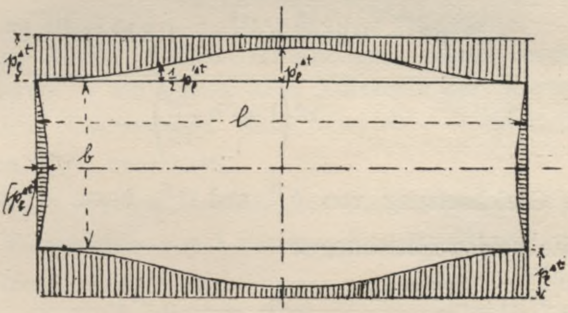

Fig. 27.

In der Untersuchung A folgt dann für den obersten Balken der langen Schleusenwand nach Gleichung (43) für

$$\gamma\, h_x = p_l^{\Delta t},\quad \bar{p}^* = \frac{\bar{p}}{2} = p_l'^{\Delta t},\quad \mathfrak{M}_o = \mathfrak{M}_o^{\Delta t}:$$

(128) $$E\, I_w^l\, \delta_{w_1}^{\Delta t} = -\frac{5}{384}\, p_l^{\Delta t}\, l^4 + \frac{811}{90 \cdot 4^5}\, p_l'^{\Delta t}\, l^4 + \frac{\mathfrak{M}_o^{\Delta t}\, l^2}{8}$$

und für den senkrechten Balken in der Mitte derselben Wand

(129) $$E\, I_s^l\, \delta_{s_1}^{\Delta t} = -\frac{13}{180}\, p_l'^{\Delta t}\, h^4;$$

ferner für den obersten Balken der kurzen Schleusenseite nach Gleichung (56)

(130) $$E\, I_w^b\, \delta_{w_b}^{\Delta t} = -\frac{61\,[p_b^{\Delta t}]\, b^4}{360 \cdot 2^4} + \frac{\mathfrak{M}_o^{\Delta t}\, b^2}{8}$$

und für den senkrechten Balken in der Mitte dieser Wand

$$(131) \qquad E I_s^b \delta_{o_b}^{\Delta t} = + \frac{13}{180} [p_b^{\Delta t}] h^4.$$

Ferner ist nach Gleichung (78)

$$(132) \quad \mathfrak{M}_o^{\Delta t} = \frac{l^3 [p_l^{\Delta t} - 0{,}1813 p_l'^{\Delta t} - 0{,}475 p_l'^{\Delta t}] + b^3 \frac{I_w^l}{I_w^b} 0{,}8 [p_b^{\Delta t}]}{12\left(1 + b \frac{I_w^l}{I_w^b}\right)}$$

$$= \frac{l^3 [p_l^{\Delta t} - 0{,}6563 p_l'^{\Delta t}] + 0{,}8 b^3 [p_b^{\Delta t}] b^3 \frac{I_w^l}{I_w^b}.}{12\left(1 + b \frac{I_w^l}{I_w^b}\right)}$$

Die Gleichsetzung von $\delta_{s_l}^{\Delta t}$ und $\delta_{w_l}^{\Delta t}$ bezw. $\delta_{s_b}^{\Delta t}$ und $\delta_{r_b}^{\Delta t}$ ergibt die beiden Gleichungen:

$$-\frac{13}{180} p_l'^{\Delta t} h^4 = \frac{75 l^4 \varepsilon E I_s \Delta t}{384 \cdot 13 \cdot h^2 d} + \frac{811}{90 \cdot 4^5} p_l'^{\Delta t} l^4 + \frac{l^5}{96\left(1 + b \frac{I_w^l}{I_w^b}\right)}$$

$$\left[\left[\frac{15}{13} \frac{\varepsilon E I_s \Delta t}{h^2 d} - 0{,}6563 p_l'^{\Delta t}\right] + \frac{0{,}8 l^2 b^3 [p_b^{\Delta t}] \frac{I_w^l}{I_w^b}}{96\left(1 + b \frac{I_w^l}{I_w^b}\right)}\right]$$

$$+\frac{13}{180} [p_b^{\Delta t}] h^4 = -\frac{61 [p_b^{\Delta t}] b^4}{360 \cdot 2^4} + \frac{l^3 b^2}{96\left(1 + b \frac{I_w^l}{I_w^b}\right)}$$

$$\left[\left[\frac{15}{13} \frac{\varepsilon E I_s \Delta t}{h^2 d} - 0{,}6563 p_l'^{\Delta t}\right] + \frac{0{,}8 b^5 [p_b^{\Delta t}] \frac{I_w^l}{I_w^b}}{96\left(1 + b \frac{I_w^l}{I_w^b}\right)}.\right]$$

Setzt man wieder $l + b\frac{I_w^l}{I_w^b} = s$, $b\frac{I_w^l}{I_w^b} = b'$, so folgt nach einigen Umformungen:

$$(133)\quad p_l'^{\Delta t}\left(-7{,}22\,h^4 - 0{,}88\,l^4 + 0{,}683\,\frac{l^5}{s}\right)$$

$$= \frac{\varepsilon E\,I_s\,\Delta t\,l^4}{h^2 d}\left(1{,}50 + 1{,}20\,\frac{l}{s}\right) + 0{,}833\,\frac{l^2 b^2 b'}{s}.$$

$$(134)\quad [p_b^{\Delta t}]\left(7{,}22\,h^4 + 1{,}06\,b^4 - 0{,}833\,\frac{b^4 b'}{s}\right)$$

$$= 1{,}20\,\frac{l^3 b^2}{s}\,\frac{\varepsilon E\,I_s\,\Delta t}{h^2 d} - 0{,}656\,l^3 b^2\,p_b'^{\Delta t}.$$

Aus diesen beiden Gleichungen lassen sich durch Eliminieren — am besten nach Einsetzen der Werte für die bekannten Abmessungen eines Beispiels — die Belastungen $p_l'^{\Delta t}$ und $[p_b^{\Delta t}]$ berechnen.

Ebenso ergeben sich aus den Gleichungen (133) und (134) durch Vertauschen von l mit b, $p_l'^{\Delta t}$ mit $p_b'^{\Delta t}$ und $[p_b^{\Delta t}]$ mit $[p_l^{\Delta t}]$ zwei weitere Gleichungen, aus denen $p_b'^{\Delta t}$ und $[p_l^{\Delta t}]$ folgen. Die Summierung der aus diesen vier Belastungen abgeleiteten Momente führt zu den richtigen Momenten.

Das Max.-Moment des senkrechten Balkens in der Schleusenmitte ist (Untersuchung A)

$$(135)\qquad M_{\max_s}^{\Delta t} = \frac{p_l'^{\Delta t}\,h^2}{4},$$

das des Haupts

$$(136)\qquad M_{\max_s}^{\Delta t} = -\frac{[p_b^{\Delta t}]\,h^2}{4}.$$

Das Max.-Moment des obersten Horizontalbalkens der langen Seite ist (Untersuchung A) nach Gleichung (63)

$$(137)\qquad M_{l_{\max}}^{\Delta t} = \frac{l^2}{8}\left(p_l^{\Delta t} - \frac{p_l'^{\Delta t}}{6} - \frac{13}{24}\,p_l'^{\Delta t} - \frac{8\,\mathfrak{M}_o^{\Delta t}}{l^2}\right)$$

$$= \frac{l^2}{8}\left(\frac{15}{13}\,\frac{\varepsilon E\,I_s\,\Delta t}{h^2 d} - \frac{17}{24}\,p_l'^{\Delta t} - \frac{8\,\mathfrak{M}_o^{\Delta t}}{l^2}\right),$$

dasjenige des obersten Horizontalbalkens der kurzen Seite nach Gleichung (75)

$$(138)\quad M_{b_{max}}^{\Delta t} = + \frac{62{,}5\,[p_b^{\Delta t}]\,b^2 \left[0{,}843\,[p_b^{\Delta t}] - \frac{10\,\mathfrak{M}_o^{\Delta t}}{b^2}\right]}{\left[80{,}9\,[p_b^{\Delta t}] - 1000\,\frac{\mathfrak{M}_o^{\Delta t}}{b^2}\right]} - \mathfrak{M}_o^{\Delta t}$$

Wird überall l mit b vertauscht, so folgen aus den Gleichungen (135) bis (138) diejenigen der Untersuchung B.

IX. Berücksichtigung der Schachtaussparungen im Ober- und Unterhaupt der Schleuse.

Der Schleusenschacht ist bisher als völlig geschlossen betrachtet worden. Infolge der Aussparungen im Ober- und Unterhaupt werden nun die Belastungen, Querkräfte und Momente der senkrechten und horizontalen Balken derjenigen Schleusenteile verändert, in welchen sich die Aussparungen des Ober- und Unterhauptes befinden. Es wird genügen, diese Veränderungen in roher Annäherung festzustellen. Die Aussparungen werden zwar auch einen gewissen Einfluß auf die anderen Teile der senkrechten und horizontalen Balken ausüben, doch soll dieser bei den weiteren Ausführungen vernachlässigt werden. Man kann daher annehmen, daß die bisher berechneten Biegungslinien für horizontale und senkrechte Balken sich bei Betrachtung jeder Aussparung für sich unterhalb der Linie EE bezw. oberhalb der Linie FF nicht ändern (Fig. 28).

Ausgangspunkt der folgenden Untersuchung für die Aussparung im Oberhaupt bilden dann die als bekannt vorausgesetzten Durchbiegungen in der Ebene EE. Die statischen Ursachen der Veränderung der Biegungslinien oberhalb EE sind folgende:

1. Die Enddurchbiegung der horizontalen Balken im Oberhaupt ist nicht mehr wie bisher $= 0$.
2. Das Einspannungsmoment derselben im Oberhaupt nimmt von $\mathfrak{M}_o^E$ oberhalb EE bis auf einen gewissen Wert

$\mathfrak{M}_o'$ an der Schleusenoberkante ab, der ein Bruchteil des Wertes $\mathfrak{M}_o^E$ beträgt, welcher in dem bisher betrachteten Zustande (als geschlossener Schacht) in der Ebene EE berechnet war.

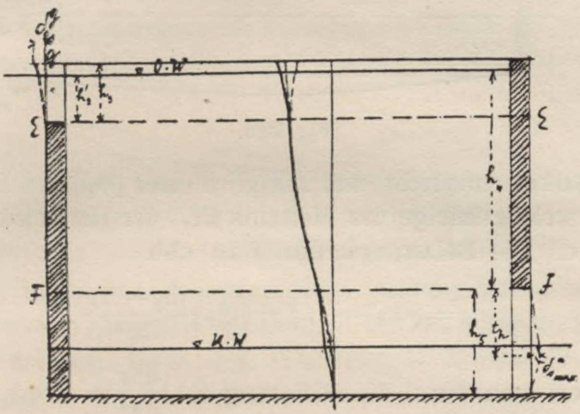

Fig. 28.

Fig. 29.

Kennt man die Durchbiegung δ_o^g und das positive Differenzmoment $\mathfrak{M}_o'' = \mathfrak{M}_o^E - \mathfrak{M}_o'$ des oberen Horizontalbalkens in G (s. Fig. 28), so lassen sich die zusätzlichen Belastungen, Querkräfte und Momente berechnen. Um δ_o^g zu ermitteln, sind zunächst Annahmen über die Belastungsflächen des obersten Horizontalbalkens und des senkrechten Balkens im Haupt zu machen, welche die Durchbiegungen in G erzeugen. Die Durchbiegung $\delta_{o_s}^g$ des senkrechten Balkens im Haupt entsteht infolge des Wasserdruckdreiecks oberhalb E abzüglich einer negativen Parabelfläche, welche dem Lastanteil der horizon-

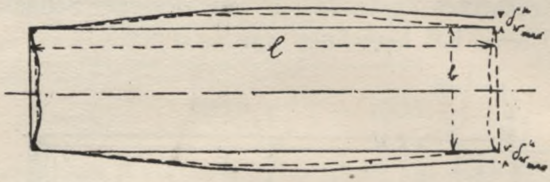

Fig. 29 a.

talen Balken entspricht, und zuzüglich einer positiven Parabelfläche, welche infolge des Moments $\mathfrak{M}_o''$ der Horizontalbalken entsteht. Die Belastungsordinate ist also

$$q_x = \gamma h_x' - \left(p^g_o - p^g_{m''}\right) \frac{(h_3 - x)^2}{h_3^2}.$$

Integriert man 4 mal die Gleichung $EI_s \frac{d^4 y}{d x^4} = - q_x$, so folgt

$$(139) \qquad EI_s \, \delta^g_{o_s} = - \frac{\gamma h_x'^5}{30} + \frac{13}{180} \left(p^g_o - p^g_{m''}\right) h_3^4 = - \frac{\gamma h_x'^5}{30} + \frac{13}{180} p^{g'}_o h_3^4.$$

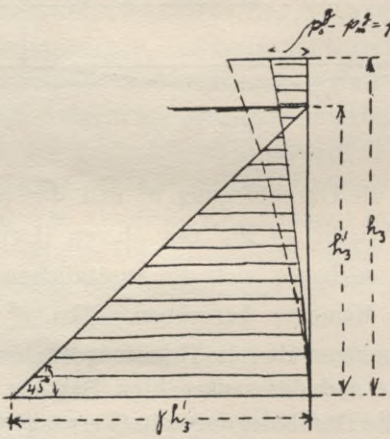

Fig. 30.

Je nachdem $p^g_o \gtreqless p^g_{m''}$ ist, wird der Dreieckslast ein Betrag abgezogen oder hinzugefügt.

Der im Unterhaupt eingespannt gedachte oberste Horizontalbalken kann sich in die Form der bisher berechneten Biegungslinie nicht einstellen, da die Durchbiegung δ^g_o und das dem Einspannungsmoment entgegenwirkende Moment $\mathfrak{M}''$ diese Biegungslinie verändern. Die Veränderungen werden

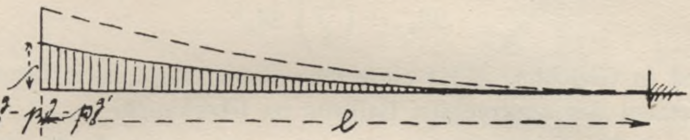

Fig. 31.

bewirkt durch eine Belastungsfläche, welche sich zusammensetzt aus dem positiven, parabolisch bis zur Einspannung auf 0 abnehmenden Anteil der Wasserdruckbelastung — übertragen durch die senkrechten Balken — und der positiven Belastung durch das Moment $\mathfrak{M}_o''$ abzüglich einer parabolischen Belastung, welche die senkrechten Balken als Anteil an der Belastung durch $\mathfrak{M}_o''$ übertragen erhalten.

Es wird also

$$(140) \qquad E I^l_w \delta^g_{o_w} = -\frac{\mathfrak{M}_o'' l^2}{2} - \frac{13}{180}\left(p^g_o - p^g_{m''}\right) l^4 = -\frac{\mathfrak{M}_o'' l^2}{2} - \frac{13 p^{g'}_o l^4}{180}.$$

Aus der Bedingung $\delta^g_{o_s} = \delta^g_{o_w}$ folgt

$$\frac{1}{E I_s}\left(-\frac{\gamma h_x^5}{30} + \frac{13}{180} p^{g'}_o h_3^4\right) = \frac{1}{E I^l_w}\left(-\frac{\mathfrak{M}'' l^2}{2} - \frac{13 p^g_o l^4}{180}\right)$$

$$\frac{13}{180} p^{g'}_o \left(l^4 \frac{I_s}{I^l_w} + h_3^4\right) = \frac{\gamma h_3'^5}{30} - \frac{M'' l^2}{2} \frac{I_s}{I^l_w},$$

also

$$(141) \qquad p^{g'}_o = \frac{6 \gamma h_3'^5 - 90 \mathfrak{M}'' l^2 \frac{I_s}{I^l_w}}{13\left(l^4 \frac{I_s}{I^l_w} + h_3^4\right)}.$$

Die Schwierigkeit liegt nun darin, den Wert $\mathfrak{M}_0''$, d. i. die Verringerung des Einspannungsmomentes $\mathfrak{M}_0^E$, welches in der Ebene E E herrscht, zu bestimmen. $\mathfrak{M}_0''$ wird wesentlich von dem Verhältnis $\frac{h_3}{l}$ abhängen; ist h_3 im Verhältnis zu l klein, so wird $\mathfrak{M}_0''$ verschwinden. Man kann z. B. das Verhältnis annehmen:

$$\mathfrak{M}_0'' = \left(\frac{h_3}{l}\right)^2 \mathfrak{M}_0^E$$

und in Gleichung (131) einsetzen; dann ergibt sich für das Moment des senkrechten Balkens im Oberhaupt

$$(142) \quad \mathfrak{M}_x^{z=0} = + \frac{\gamma x'^3}{6} + \frac{1}{12} p_o^{g'} h_3^2 - \frac{1}{3} p_o^{g'} h_3 x - \frac{1}{12} \frac{p_o^{g'}}{h_3^2} (h_3 - x)^4$$

und für den Größtwert bei $x = h_3$:

$$(143) \quad \mathfrak{M}_{max}^{z=0} = \frac{\gamma h_3'^3}{6} - \frac{p_o^{g'} h_3^2}{4}.$$

Ferner drückt sich die Veränderung, welche der oberste Balken infolge der Aussparung erfährt, etwa aus durch das zu dem bisher für ihn errechneten hinzuzufügende Moment

$$(144) \quad \mathfrak{M}_z^{x=0} = \mathfrak{M}_0'' + \frac{p_o^{g'} l^2}{12} - \frac{1}{3} p_o^{g'} l z - \frac{1}{12} \frac{p_o^{g'}}{l^2} (l - z)^4$$

und die Vergrößerung des Einspannungsmomentes im Unterhaupt beträgt

$$(145) \quad \mathfrak{M}_{z\,max}^{x=0} = \mathfrak{M}_0'' + \frac{p_o^{g'} l^2}{4}.$$

Die A u s s p a r u n g i m U n t e r h a u p t hat hinsichtlich der Veränderungen, die sie an den Biegungslinien der horizontalen und senkrechten Balken unterhalb der Ebene F F bewirkt, wesentlich weniger Bedeutung als diejenige im Oberhaupt; der starre Vollrahmen, welcher sie umgibt, ist so steif, daß eine Verringerung der Einspannungswirkung der Horizontalbalken auf die Höhe der Aussparung nicht angenommen worden ist. Es soll daher nur der Einfluß der Durchbiegung des senkrechten Balkens im Unterhaupt verfolgt werden.

Diese Durchbiegungen verursachen Mehrdurchbiegungen der horizontalen und senkrechten Balken unterhalb F F und daher auch Zusatzbelastungen und -momente.

Für den senkrechten Balken im Unterhaupt ist die Belastungsfläche = dem auf ihn entfallenden Teil des Wasserdruckdreiecks, vermindert um eine negative Reaktionsfläche,

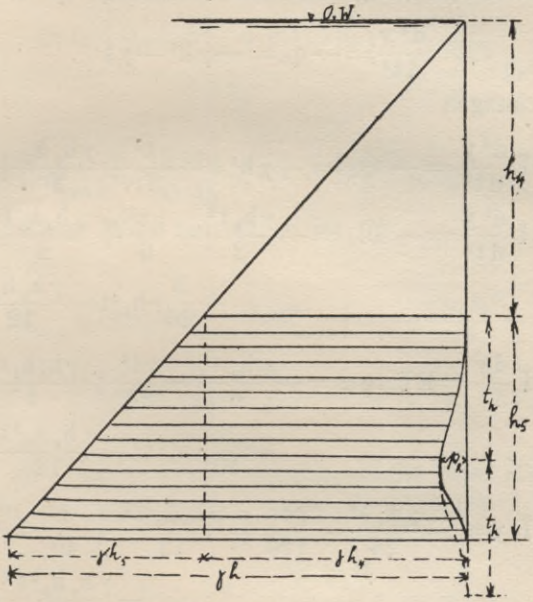

Fig. 32.

welche den horizontalen Balken als positive Zusatzbelastung zuzurechnen ist; genau genommen ist die letztere Fläche zur Mitte unsymmetrisch, entsprechend der Form der Biegungslinie; sie soll indessen der Einfachheit halber symmetrisch angenommen werden. Aus dieser Belastung ergibt sich in der Tiefe t_h unter der oberen Einspannung die größte Durchbiegung $\delta^{u}_{s\,max}$. Der an dieser Stelle befindliche Horizontalbalken erhält eine Mehrbelastungsfläche, die in grober Annäherung als Parabel mit der größten Ordinate p_h dargestellt werden soll.

Für die beiden so belasteten Balken sollen nun durch die Durchbiegungen $\delta^{u}_{s\,max}$ und $\delta^{u}_{w\,max}$ bestimmt werden, aus deren Gleichsetzung sich später der Wert p_h ergibt.

Behandelt man die Wasserdruckfläche und die negative Reaktionsfläche gesondert, so ergeben sich für die erstere durch viermalige Integration der Gleichung

$$\frac{d^4 y}{d t^4} = - q_x = - \gamma h^4 - \gamma t$$

die Gleichungen

$$(146) \quad E I_s \frac{d^3 y}{d t^3} = - Q_x = - \gamma h^4 t - \frac{\gamma t^2}{2} + \frac{\gamma h_4 h_5}{2} + \frac{3}{20} \gamma h_5{}^2$$

$$(147) \quad E I_s \frac{d^2 y}{d t^2} = - \mathfrak{M}_x = - \frac{\gamma h_4 t^2}{2} - \frac{\gamma t^3}{6} + \frac{\gamma h_4 h_5 t}{2} + \frac{3}{20} \gamma h_5{}^2 t - \frac{\gamma h_4 h_5{}^2}{12} - \frac{\gamma h_5{}^3}{30}$$

$$(148) \quad E I_s \frac{d y}{d t} = E I_s \operatorname{tg} \alpha = - \frac{\gamma h_4 t^3}{6} - \frac{\gamma t^4}{24} + \frac{\gamma h_4 h_5 t^2}{4} + \frac{3}{40} \gamma h_5{}^2 t^2 - \frac{\gamma h_4 h_5{}^2 t}{12} - \frac{\gamma h_5{}^3 t}{30}$$

$$(149) \quad E I_s y = - \frac{\gamma h_4 t^4}{24} - \frac{\gamma t^5}{120} + \frac{\gamma h_4 h_5 t^3}{12} + \frac{1}{40} \gamma h_5{}^2 t^3 - \frac{\gamma h_4 h_5{}^2 t^2}{24} - \frac{\gamma h_5{}^3 t^2}{60}$$

Der Wert t_h, für den δ^{u}_{max} eintritt, folgt aus der Gleichung 3. Grades

$$E I_s \frac{d y}{d t} = 0 = - \frac{\gamma h_4 t_h^2}{6} - \frac{\gamma t_h^3}{24} + \frac{\gamma h_4 h_5 t_h}{4} + \frac{3}{40} \gamma h_5{}^2 t_h - \frac{\gamma h_4 h_5{}^2}{12} - \frac{\gamma h_5{}^3}{30}$$

Für die Reaktionsfläche kann die in Gleichung (35a) errechnete Durchbiegung eingesetzt werden, wenn man $\gamma h_x = 0, \overline{p}^* = \frac{p_h}{2}$ und $\overline{p} - p_h, l = 2 t_h$ setzt (2 t_h statt h_5 wegen der unsymmetrischen Form). Dann ist

$$(150)\quad E I_s \delta^2_{max_s} = \frac{107\ 2^4}{90\cdot 4^4}\cdot\frac{p_h}{2}t_h^4 + \frac{199}{30\cdot 4^5}p_h\cdot 2^4\cdot t_h^4 - \frac{\mathfrak{M}_o^u\, 2^2 t_h^2}{8}$$

$$= \frac{12976}{90\cdot 4^5}p_h t_h^4 - \frac{\mathfrak{M}_o^u\, t_h^2}{2}.$$

$\mathfrak{M}_o^n$ ist nach Gleichung (78) angenähert:

$$\mathfrak{M}_o^n = \frac{2^3\cdot t_h^3\left[0{,}3625\frac{p_h}{2} + 0{,}475\, p_h\right]}{12\cdot 2\, t_h} = \frac{0{,}6562}{3}p_h t_h^2$$

also

$$(150\,a)\quad E I_s\, \delta^2_{s_{max}} = \frac{12976}{90\cdot 45}p_h t_h^4 - \frac{10085}{6}p_h t_h^4 = \frac{2891}{90\cdot 45}p_h t_h^4$$

wo p_h negativer Wert beizulegen ist;
im ganzen also

$$(151)\quad E I_s\, \delta^u_{s_{max}} = E I_s\left(\delta^1_{s_{max}} + \delta^2_{s_{max}}\right) = -\frac{\gamma h_4 t_h^4}{24} - \frac{\gamma t_h^5}{120}$$

$$+\gamma h_5 t_h^3\left(\frac{h_4}{12} + \frac{h_5}{40}\right) - \gamma h_5^2 t_h^2\left(\frac{h_4}{24} + \frac{h_5}{60}\right)$$

$$+ 0{,}0314\, p_h t_h^4$$

Für die parabolische Belastungsfläche des Horizontalbalkens in der Tiefe $h_4 + t_h$ unter O. W. wird dann nach früherem

$$(152)\quad \delta^u_{w_{max}} = -\frac{13}{180}\frac{p_h l^4}{E I_w^1}.$$

Demnach folgt aus der Gleichung $\delta^u_{s_{max}} = \delta^u_{w_{max}}$:

$$(153)\quad p_h = -\frac{5\gamma h_4 t_h^4 - \gamma t_h^5 + \gamma h_5 t_h^3 (10 h_4 + 3 h_5) - \gamma h_5^2 t_h^2 (5 h_4 + 2 h_5)}{120\left(0{,}0314\, t_h^4 + 0{,}073\, l^4 \frac{I_s}{I_w^1}\right)}.$$

Das Maximalmoment des senkrechten Balkens im Unterhaupt (für $t = t_h$) wird dann unter Benutzung von Gleichung (147)

$$(154)\quad M^h_{max_s} = \frac{\gamma h_4 t_h^2}{2} + \frac{\gamma t_h^3}{6} - \frac{\gamma h_4 h_5 t_h}{2} - \frac{3}{20}\gamma h_5^2 t_h + \frac{\gamma h_4 h_5^2}{12}$$

$$+\frac{\gamma h_5^3}{30} - 4\, t_h\left(\frac{17}{24}p_h + 2\frac{\mathfrak{M}_o^u}{t_h^2}\right)$$

und das größte Zusatzmoment des Horizontalbalkens in der Tiefe $h_4 + t_h$ wird für $z = l$

$$M^{u}_{max_w} = \frac{p_h l^2}{4}. \tag{155}$$

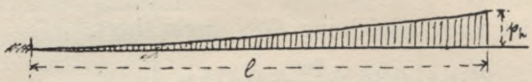

Fig. 33.

D. Vorschläge für ein neues System von Schachtschleusen, seine Vorzüge und sein Berechnungsgang.

Einige Überlegungen werden genügen, um darzutun, daß völlig geschlossene Schachtschleusen ein statisch nicht befriedigendes Resultat liefern müssen. Die im Verhältnis zu den Häuptern sehr langen Kammermauern übertragen große Eckmomente auf die Häupter, welche schon durch Aussparungen, Tore, Umläufe, Schieberschächte usf. an und für sich geschwächt sind. Außerdem sind geschlossene Schächte naturgemäß Temperaturveränderungen gegenüber sehr empfindlich, und schon bei den geringsten ungleichen Bodensenkungen, welche nur nachträglich und infolge der verschiedenartigen Nachgiebigkeit des Untergrundes entstanden zu sein brauchen, können innere Spannungen entstehen, welche das zulässige Maß bei weitem überschreiten und rechnerisch nicht mehr verfolgt werden können. Man sollte deshalb derartige Bauwerke nur auf absolut festen Fels gründen. Ist ein derartiger, absolut unnachgiebiger Baugrund aber nicht vorhanden, so wird die Einlegung von Fugen, welche zugleich die Verlängerungen und Verkürzungen infolge Temperaturveränderungen ausgleichen, notwendig sein, so daß sich wenigstens die einzelnen Teile des Bauwerks selbständig setzen können. Die Schwierigkeit liegt dann allerdings darin, an den Trennungsfugen jederzeit eine vollkommene Dichtung zu erzielen, insbesondere wenn die Fugen sich durch verschiedenartiges Setzen der Schleusenteile öffnen sollten. Es wird nun vorgeschlagen, bei Einschaltung von Trennungsfugen eine gute zuverlässige Dichtung dadurch zu gewährleisten, daß an den Trennungsfugen Querriegel die Kammermauern verbinden, welche über der Kammer einen etwa I förmigen geschlossenen Querschnitt haben, sich dagegen über den Fugen in zwei][förmige Arme gabeln

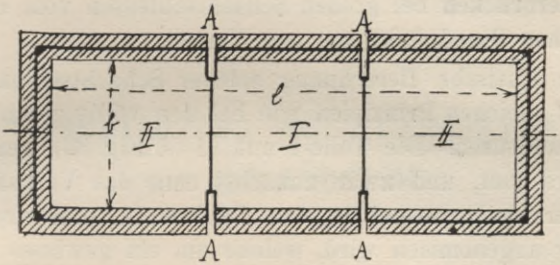

Fig. 34.

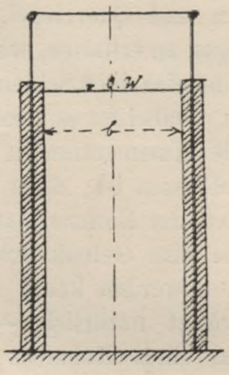

Fig. 35 a.

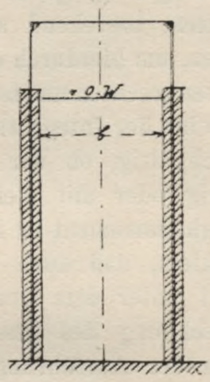

Fig. 35 b.

(s. Fig. 34—35 b). Dadurch entsteht eine elastisch nachgiebige Verbindung der einzelnen voneinander getrennten Schleusenteile, welche deren Schrägstellung gegeneinander oder das ungleichmäßige Öffnen der Fugen verhindert und zugleich die Längenänderungen infolge Temperatur oder die Bewegungen infolge Bodensenkungen — sofern sie natürlich innerhalb gewisser Grenzen bleiben — für den Schleusenkörper unschädlich macht. Die Einlegung von Fugen und die Verbindung der Kammermauern durch Querriegel hat außerdem den Vorzug, die Momente und somit die Beanspruchungen der Schleuse wesentlich zu verringern, d. h. eine bedeutende Materialersparnis zu bewirken. Schließlich sind Querriegel als Verkehrsverbindungen zwischen den Kammermauern und als Steuerbrücken bei großen Schachtschleusen vom betriebstechnischen Standpunkt aus von Vorteil.

Die statische Berechnung solcher Schachtschleusen beruht auf gleichen Prinzipien wie bei den völlig geschlossenen Schachtschleusen. Die Teile I und II (s. Fig. 34) werden für sich berechnet, und zwar zunächst ohne das Vorhandensein des Querriegels, wobei in den Punkten A eine freie Auflagerung angenommen wird, welche um ein gewisses Maß δ_r elastisch senkbar ist; darauf berechnet man annähernd diese Senkungen δ_r gleich den Durchbiegungen, welche die Halbrahmen, bestehend aus Kammermauern und Querriegel, erleiden, um hierdurch die Grenzbedingungen zu erhalten, welche die senkrechten und horizontalen Balken der einzelnen Schleusenteile bei der Integration erfüllen müssen. Dabei ist es ziemlich gleichgültig, ob der Querriegel an die Kammermauern gelenkig oder mit steifen Ecken angeschlossen ist; denn sein Trägheitsmoment ist im Vergleich mit dem der Kammermauern so klein, daß auch im letzteren Falle eine Gelenkwirkung dicht unter dem Querriegel angenommen werden kann. Die Berechnung des Querriegels selbst erfolgt natürlich — je nach der Ausführungsart — als Glied eines Rahmens mit gelenkigen oder steifen Ecken.

E. Schlußbemerkungen.

Im Anschluß an die vorstehenden Untersuchungen sei bemerkt, daß dieselben unter gewissen Voraussetzungen auch für rechteckige Flüssigkeitsbehälter jeder Art mit innerem oder äußerem Überdruck Geltung haben; ferner können die abgeleiteten Formeln mit einiger Annäherung Anwendung finden auf rechteckige Behälter mit geschüttetem Inhalt (Erz, Kohlen, Getreidesilos) sowie für rechteckige Senkbrunnen aus Beton oder Eisenbeton und Kaissons.

Robert Noske, Borna-Leipzig, Großbetrieb für Dissertationsdruck.