

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA



L. inw.

2652

1.75

16397344

4199896

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000297414

x
2.047

Der Brückenbau

von

Franz Tschertou.



Der Brückenbau.

Leitfaden

zum Gebrauche an den

k. u. k. Militär-Bildungsanstalten & k. u. k. Einjährig-Freiwilligen-Schulen

und zwar der k. u. k. technischen Militär-Akademie, k. u. k. Pionier-Kadettenschule,
Einjährig-Freiwilligen-Schule des k. u. k. Eisenbahn- und Telegraphen-Regiments
sowie jenen der k. u. k. Pioniertruppe

zugleich auch

für Techniker zum Selbststudium

von

Franz Tschertou,

k. u. k. Hauptmann und Lehrer an der k. u. k. technischen Militär-Akademie in Wien.

Mit 612 Abbildungen im Text.



J. Nr. 26267

Wiesbaden.

C. W. Kreidel's Verlag.

1903.

*958
P. 88*

*X
2.047*

Nachdruck verboten.
Übersetzungen, auch in's Ungarische vorbehalten.

**BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW**

112652

Druck von Carl Ritter in Wiesbaden.

Ake. Nr. 1793/49

Vorwort.

Die vorliegende Arbeit soll in erster Linie als Lehrbehelf an der k. u. k. technischen Militär-Akademie, der k. u. k. Pionier-Kadettenschule und den Einjährig-Freiwilligen-Schulen des k. u. k. Eisenbahn- und Telegraphen-Regiments, sowie jenen der k. u. k. Pionier-Truppe dienen, und wurde das Werk dieser Bestimmung auch mit R. K. M. E. Abt. 6, No. 2543 vom 18. September 1902 zugeführt.

Weiter soll das Buch einen Leitfaden für den Studierenden wie für den Praktiker sein in allen jenen Fällen, wo es sich um allgemeine Orientierung, um Rekapitulation des Gelernten, sowie um Anleitungen bei theoretischen und praktischen Arbeiten handelt.

Franz Tschertou,
Hauptmann.

Inhalts-Verzeichnis.

Vorwort.	Seite
Einleitung	1—2

I. Abschnitt.

Einteilung und Belastung der Brücken; zulässige Inanspruchnahme und Sicherheitsgrad. Elastizität und Festigkeit. Theorie der Brücken.

1. Kapitel.

Einteilung und Belastung der Brücken, zulässige Inanspruchnahme und Sicherheitsgrad	3—18
§ 1. Einteilung der Brücken	3
§ 2. Belastung der Brücken	5
§ 3. Zulässige Inanspruchnahme und Sicherheitsgrad	13

2. Kapitel.

Elastizität und Festigkeit	18—32
§ 1. Zuginanspruchnahme	18
§ 2. Inanspruchnahme auf Biegung	19
§ 3. Trägheitsmoment verschiedener Querschnitte	23
§ 4. Horizontale Schubkraft. Inanspruchnahme auf Abscherung	26
§ 5. Inanspruchnahme auf Druck. Knickung	29

Theorie der Brücken.

3. Kapitel.

Momente und Transversalkräfte bei den verschiedenen Belastungsarten	33—88
§ 1. Stützdrücke, Transversalkräfte und Momente bei der Wirkung von Einzellasten mit unveränderlicher Lage	34

	Seite
§ 2. Momente und Transversalkräfte bei der Wirkung einer auf den ganzen Träger gleichmäßig verteilten ruhig stehenden Belastung (Eigengewicht). Zusammenhang zwischen Moment und Transversalkraft. Mittlerer Querschnitt	37
A. Momente	37
B. Transversalkräfte	38
C. Zusammenhang zwischen Moment und Transversalkraft. Mittlerer Querschnitt	39
§ 3. Momente und Transversalkräfte bei der Wirkung eines beweglichen Lastensystems (Verkehrslast). Umhüllungslinien	41
A. Direkte Belastung	42
1. gleichmäßig verteilte Belastung	42
a) Momente	42
b) Transversalkräfte	43
α) Transversalkräfte wenn nur die Verkehrslast wirkt	43
β) Transversalkräfte wenn Verkehrslast und Eigengewicht gleichzeitig wirken	44
2. Einzellasten und beliebige gemischte Belastung	50
a) Momente	50
α) ungünstigste Laststellung für das Moment bei einem beliebigen Lastensystem	51
β) ungünstigste Laststellung für das Moment bei Einzellasten	53
γ) ungünstigste Laststellung für das Moment einer begrenzten Strecke gleichmäßig verteilter Belastung	55
δ) absolutes Maximum der Momente	56
ϵ) Konstruktion der Umhüllungslinie	58
b) Transversalkräfte	58
α) Transversalkräfte wenn eine Einzellast wirkt	58
β) Transversalkräfte wenn ein Einzellastensystem wirkt. Umhüllungslinie für die Transversalkräfte	59
B. Indirekte Belastung	62
1. Eigengewicht	62
2. Verkehrslast	62
a) Momente	62
b) Transversalkräfte	64
§ 4. Reduktion von Einzellasten auf eine gleichmäßig verteilte Belastung	67
A. Momente	67
B. Transversalkräfte	70

	Seite
§ 5. Theorie der Einflußlinien	71
1. Begriff der Einflußlinie	72
2. Einflußfläche und Lastscheidepunkt. Beitragsstrecken	72
3. Einflußlinien zwischen zwei Querträgern	73
4. Einfluß einer streckenweise gleichmäßig verteilten Last	74
5. Einfluß eines Einzellastensystems	75
a) Die Einflußlinie bildet mit der Trägerachse ein Dreieck	75
b) Die Einflußlinie bildet mit der Trägerachse ein Viereck	77
6. Einflußlinie für das Moment bei einem auf zwei Stützen frei aufliegenden Träger	78
a) unmittelbare Belastung	78
b) mittelbare Belastung	80
7. Einflußlinie für die Transversalkräfte eines auf zwei Stützen frei aufliegenden Trägers	80
a) unmittelbare Belastung	80
b) mittelbare Belastung	82
8. Einflußlinie bei einem frei aufliegenden Träger mit überhängenden Enden	86
a) Momente	86
b) Transversalkräfte	87

4. Kapitel.

Theorie der Fachwerke	88—168
§ 1. Begriff und Bestandteile, dann Einteilung der Fachwerke . . .	88
§ 2. Ermittlung der notwendigen Stabzahl für ein starres Fachwerk	93
§ 3. Statisch bestimmte und unbestimmte, unselbstständige und labile Fachwerke	94
§ 4. Bestimmung der inneren Kräfte eines statisch bestimmten ebenen Gitterträgers	98
1. Voraussetzungen für die Berechnung der Spannungen	98
2. Analytische Bestimmungen der Stabspannungen . .	99
3. Graphische Bestimmung der Stabspannungen . . .	101
a) Ritter'sche Methode	101
b) Methode nach Cremona (cremona'scher Kräfteplan)	103
§ 5. Einfluß von Kräften, welche nicht in den Knoten wirken . .	104

	Seite
§ 6. Bestimmung der Spannungen im Gitterträger mit parallelen Gurten	105
A. Einfache Systeme	105
1. Bestimmung der Spannungen mit Hilfe der Schnitt- und Ritter'schen Methode	105
2. Bestimmung der Spannungen mit Hilfe der Knoten- kräfte	110
3. Verteilung des Eigengewichts. Ungünstigste Stellung der Verkehrslast	114
a) Verteilung des Eigengewichts	114
b) Ungünstigste Stellung der Verkehrslast	115
4. Graphische Darstellung der Grenzwerte der Stab- spannungen	116
B. Mehrfache Systeme	116
a) Mehrfache Systeme bestehend aus gleichartigen ein- fachen Systemen	116
b) Mehrfache Systeme bestehend aus ungleichartigen ein- fachen Systemen	125
c) Mehrfache Systeme mit parallelen Gurten, bestehend aus ungleichartigen Elementarsystemen mit künst- licher Anspannung	128
§ 7. Bestimmung der Spannungen im Gitterträger mit variabler Höhe (polygonale Gurte)	132
A. Fachwerke, bei welchen beide Gurte polygonal sind	132
1. Analytische Bestimmung der Stabspannungen	132
2. Ungünstigste Belastung	133
a) Bestimmung des Lastscheidepunktes auf graphi- schem Wege	133
b) Bestimmung des Lastscheidepunktes mit Hilfe der Einflusslinien	135
B. Fachwerke, bei welchen ein Gurt gradlinig, der andere polygonal ist	138
1. Analytische Bestimmung der Stabspannungen	138
2. Ungünstigste Belastung	139
a) Ungünstigste Belastung für die Diagonalen	140
b) " " " " Vertikalen	143
C. Fachwerke mit geradem Untergurte, dann Diagonalen mit Gegendiagonalen	146
§ 8. Parabelträger	147
A. Begriff und Einteilung	147
B. Bogensehnenträger	149
1. Wirkung der Vollbelastung	150

2. Ungünstigste Laststellung für die Diagonalen und deren Grenzspannungen	151
a) Bestimmung der Lage des neutralen Punktes	151
b) Grenzspannungen in den Diagonalen	152
3. Ungünstigste Laststellung für die Vertikalen und deren Grenzspannungen	154
a) Bestimmung des neutralen Punktes	154
b) Grenzspannungen in den Vertikalen	155
§ 9. Formbestimmung des Fisch- und Halbparabelträgers	157
§ 10. Schwedlerträger	158
A. Begriff und Formbestimmung	158
B. Maximale Beanspruchung	164
1. Gurte	164
2. Diagonale	165
a) Eigengewicht	165
b) Grenzwerte der Spannungen	165
§ 11. Pauliträger. Begriff und Formbestimmung	165

5. Kapitel.

Kragträger (Gerberträger). Bogenträger	168—192
§ 1. Kragträger (Gerberträger)	168
A. Momente. Abheben des Trägers von den Stützen	170
1. Einflußlinie und Umhüllungslinie für die Momente der Anordnung Fig. 183	170
a) Einflußlinie	170
b) Umhüllungslinie	170
α) Momentenlinie für das Eigengewicht	170
β) Momentenlinie für eine gleichmäßig verteilte Verkehrslast	171
γ) Umhüllungslinie der Momente, wenn Eigengewicht und Verkehrslast wirken	172
2. Einflußlinie und Umhüllungslinie für die Momente der Anordnung Fig. 184	173
3. Abheben des Trägers von den Stützen	176
B. Transversalkräfte	177
1. Einflußlinie für die Transversalkräfte	177
2. Umhüllungslinie für die Transversalkräfte	179
a) Transversallinie für das Eigengewicht	179
b) Transversallinie für eine gleichmäßig verteilte Verkehrslast, dann für das Eigengewicht samt der Verkehrslast	180
C. Beispiele ausgeführter Gerberträger	181

	Seite
§ 2. Bogenträger	182
A. Graphische Bestimmung der Stützendrücke und Momente	182
B. Einflußlinien bei einem Bogenträger	184
1. Einflußlinie für die Stützendrücke	185
2. " " " Momente	187
3. " " " Achskräfte	189
C. Die Stützen des Bogenträgers liegen in gleicher Höhe	190
D. Bogenträger mit schiefer Lagerung und gleich hoch gelegener Stützen	190

II. Abschnitt.

Konstruktion der Brücken.

I. Kapitel.

Hölzerne Brücken	193—294
§ 1. Anwendung des Holzes für Brückenkonstruktionen und Einteilung der Holzbrücken	193
§ 2. Baumaterialien für Holzbrückenkonstruktionen	194
A. Holzmaterialien	194
1. Angewendete Holzarten	194
2. Das Schwinden und Quellen des Holzes	194
3. Fehler und Bestandsdauer des Holzes	196
4. Einteilung des Bauholzes	197
5. Gewicht des Holzes	200
6. Elastizität und Festigkeit des Holzes	200
B. Holzverbindungen	201
§ 3. Die Brückenbahn	201
A. Strafenbrücken	201
1. Brückentafel	201
2. Brückendecke	204
3. Fußwege	207
4. Entwässerung	209
B. Eisenbahnbrücken	210
1. Art der Schienenunterstützungen	210
a) Querschwellen	210
b) Langschwellen	212
2. Bohlenbelag	213
3. Sicherung gegen Zündung	214
4. " " Entgleisung	214
5. Anordnung in Kurven	216

	Seite
§ 4. Geländer	217
§ 5. Das Tragwerk	224
A. Einfache Balkenbrücken	224
1. Begriff. Anordnung der Träger	224
2. Auflager der Träger	227
3. Berechnung der Trägerquerschnittsdimensionen	227
B. Verstärkte Balkenbrücken und Brücken mit zusammen- gesetzten Trägern	231
1. Sattelholzbrücken ohne Kopfbänder	231—237
a) Begriff und Konstruktion	231
b) Berechnung des Sattelholzes und der freiaufliegen- den Träger	232
2. Sattelholzbrücken mit Kopfbänder	237
a) Begriff und Konstruktion	237
b) Berechnung des Trägers, Kopfbandes und des Sattelholzes	239
3. Unterzüge	243
4. Brücken mit zusammengesetzten Trägern	243
a) Begriff und Einteilung der zusammengesetzten Träger	243
b) Grundsätzliche Bestimmungen für die Verwendung zusammengesetzter Träger	245
c) Vorteile der zusammengesetzten Träger gegenüber lose übereinander liegender Balken	247
d) Konstruktion der zusammengesetzten Träger	247
a) Verzahnte Träger	247
β) Verdübelte Träger	251
γ) Klötzlholzträger	252
e) Konstruktion der Brücken mit zusammengesetzten Trägern	256
a) Fahrbahn; Absteifung der zusammengesetzten Träger	256
β) Verteilung und Auflager der Träger, dann Verkleidung der Ortbalken	258
f) Berechnung der zusammengesetzten Träger	260
a) Berechnung des Trägerquerschnittes	260
β) Berechnung der Verbindungsmittel	264
C. Hölzerne Gitterbrücken	269
1. Konstruktion der hölzernen Brücken mit Gitterträgern	269
a) Konstruktion der Gitterträger	269
b) „ „ „ Brücke mit Gitterträgern	273
2. Berechnung der Gitterträger	274

	Seite
D. Häng- und Sprengwerke	274
1. Begriff, Einteilung, Bestandteile und Konstruktion der Häng- und Sprengwerke	274
a) Begriff und Einteilung der Häng- und Sprengwerke	274
b) Bestandteile und Konstruktion der Häng- und Sprengwerke	276
2. Berechnung der Häng- und Sprengwerke	283
a) Ermittlung der Einsenkung mit Hilfe der elastischen Linien	284
b) Ermittlung der Einsenkung mit Hilfe der Längen- änderung	287
3. Bestimmung der ungünstigsten Belastung für den Druck	289
E. Konstruktion der Brücken mit Bogenträgern	292
1. Konstruktion des Trägers	292
2. " der Brücke	293
2. Kapitel.	
Eiserne Brücken	294—372
§ 1. Formeisen und Verbindungsmittel. Allgemeine Anordnung, Be- standteile und Einteilung der eisernen Brücken	294
A. Formeisen	294
B. Verbindungsmittel	299
1. Scharnierbolzen	299
2. Schraubenbolzen	299
3. Niete	300
C. Allgemeine Anordnung, Bestandteile und Einteilung der eisernen Brücken	302
1. Größe und Zahl der Brücken-Oeffnungen; Licht- weite, Stützweite, Konstruktionshöhe und Querprofil der Brücke	302
2. Hauptbestandteile einer eisernen Brücke	304
3. Allgemeine Einteilung der eisernen Brücken	304
§ 2. Die Fahrbahn	306
A. Straßenbrücken	306
1. Brückentafel	306
2. Brückendecke	309
3. Entwässerungsanlagen, Fahrbahnauszüge und End- abschlüsse	310

	Seite
B. Eisenbahnbrücken	311
1. Schienenunterstützung	311
2. Brückenbelag	312
3. Schienenüberhöhung in Kurven	313
4. Sicherheitsvorkehrungen und Auszugsvorrichtungen, Entwässerung und Endabschlüsse	313
C. Fußwege und Geländer	316
§ 3. Das Fahrbahngerippe	320
A. Konstruktion der Längs- und Querträger	320
1. Längsträger	320
2. Querträger	322
B. Berechnung der Längs- und Querträger	323
1. Berechnung der Längsträger	324
2. " " Querträger	326
§ 4. Hauptträger	328
A. Vollwandige Träger	328
1. Träger aus gewalztem Formeisen und Zwillingsträger	328
2. Brücken mit Blechträgern	331
a) Begriff und Konstruktion des Blechträgers	331
b) Konstruktion der Blechbrücke	334
c) Berechnung der Blechträger	335
B. Brücken mit Gitterträgern	340
1. Allgemeine Grundsätze für die Konstruktion der Gitter- träger	340
2. Konstruktion der Gitterträger	341
a) Füllungsstäbe	341
b) Gurtstäbe	343
c) Kreuzungen der Füllungsstäbe	346
d) Endknotenpunkt. Endständer	348
3. Konstruktion der Brücken mit Gitterträgern	351
a) Konstruktion und Belastung des Windverbandes	352
b) " des Querverbandes und Verbindung der Querträger mit den Hauptträgern	353
4. Querschnittsermittlung einzelner Trägerbestandteile. Verbindung der Stäbe miteinander	357
a) Rechnungsmäßige Ermittlung der Stabquerschnitte	357
b) Bolzen- und Nietanschlufs	358
c) Vergleich zwischen Bolzen- und Nietanschlufs	371

3. Kapitel.

	Seite
Unterlagen	373—402
§ 1. Hölzerne Pfeiler	373
A. Konstruktive Anordnung	373
B. Berechnung der Jochpfähle	384
§ 2. Allgemeine Angaben über steinerne und eiserne Pfeiler	388
§ 3. Lager	391
A. Feste Flächenlager. Gleitflächenlager	392
1. Feste Flächenlager	392
2. Gleitflächenlager	393
3. Dimensionen dieser Lager	394
B. Feste Kipplager. Gleitkipplager	395
1. Feste Kipplager	395
2. Gleitkipplager	396
3. Dimensionen dieser Lager	397
C. Walzenlager	398
1. Bestandteile	398
2. Dimensionen dieser Lager	400
D. Stelzenlager	402
E. Austeilung der Lager	402

4. Kapitel.

Beispiele von Brückenberechnungen	403—470
§ 1. Berechnung einer Sattelholzbrücke für Strafsenverkehr	403
§ 2. Berechnung eines verzahnten Trägers und der Querschwellen eines eingeleisigen normalspurigen Eisenbahnprovisoriums	416
§ 3. Berechnung eines einfachen Sprengwerkes mit Bahn unten für eine Strafsenbrücke	420
§ 4. Berechnung eines doppelten Sprengwerkes mit Bahn oben	424
§ 5. Berechnung einer Blechbrücke für eine normalspurige Eisenbahn	426
§ 6. Berechnung eines Halb-Parabelträgers	448

Anhang 471—494

§ 1. Begriff der virtuellen Verschiebung und der Arbeitsgleichung	471
§ 2. Anwendung der Arbeitsgleichung zur Berechnung statisch un- bestimmter Fachwerke	477
§ 3. Verschiebungen der Knotenpunkte eines Fachwerkes	482
§ 4. Maxwell'sche Satz	484
§ 5. Biegungspolygone für ebene Fachwerkträger	485
Alphabetisches Namen- und Sachregister	491
Quellenangabe	494

Einleitung.

Im weitesten Sinne des Wortes versteht man unter dem Namen Brücke jedes über ein Gewässer, über ein Tal oder dgl. führende Verbindungsbauwerk aller wie immer gearteter Kommunikationen und Wasserleitungen.

Dem Zwecke entsprechend sind die drei Hauptbestandteile einer Brücke, die da sind: die Brückenbahn oder die Fahrbahn, d. i. der zum Übergange direkt benützbare Teil der Brücke, die Tragkonstruktion, welche zur Unterstützung der Brückenbahn und die Unterlagen, die zur Unterstützung der Tragkonstruktion dienen, verschieden.

So z. B. wird die Brückenbahn, je nachdem sie zur Überführung eines Straßens-, Eisenbahn- oder Schiffahrtsverkehres dient, entweder in der Form einer geschlossenen Fahrbahn-
tafel für den Wagen- und Fußverkehr oder in der Form einer Unterstützung der Schienenstränge, beziehungsweise eines wasserdichten Kanalbettes gebildet. Die Breite der Brückenbahn ist zugleich auch die Brückenbreite und ihre Mittellinie senkrecht zum Hindernisse die Brückenlinie oder die Brückenachse. Fast jede Brückenbahn wird zu beiden Seiten durch je ein Geländer begrenzt.

Ebenso wie die Fahrbahn wird auch die Tragkonstruktion (Träger oder Trägerwände) samt den Versteifungen u. dgl. den einzelnen Arten der an sie gestellten Anforderungen, wie den lokalen Verhältnissen entsprechend ausgeführt. Sie unterstützt die Brückenbahn entweder direkt oder indirekt durch Vermittlung von Quer- und Längsträgern (Fahrbahn-
Gerippe); erstere sind Träger, die senkrecht zur Brückenachse stehen und die Träger (Hauptträger) mit einander verbinden,

Einleitung.

letztere sind parallel zur Brückenachse und stellen eine Verbindung zwischen den Querträgern her. Die Fahrbahn samt Geländer und die Tragkonstruktion pflegt man auch den Oberbau einer Brücke zu nennen.

Nach der Lage der Fahrbahn gegenüber der Tragkonstruktion spricht man von Brücken mit Bahn oben, Bahn mitte (versenkt) oder Bahn unten, je nachdem die Bahn oberhalb, zwischen oder unterhalb der Träger liegt.

Von weittragender Wichtigkeit für den Bestand einer Brücke ist die Solidität der Unterlagen (Unterbau). Als Sicherung für diese werden insbesondere bei Holzjochen eigene Schutzvorrichtungen in der Form von Eisbrechern u. dgl. häufig angewendet. Bei Brücken, welche sich in der Nähe von Flussmündungen befinden, wo eine Rückstauung zu befürchten ist, sind Sicherungen zu beiden Seiten der Unterlagen erforderlich.

Für die Konstruktion einer Brücke sind ferner die Lage oder Lokalität der Brücke, die Spannweite oder Stützweite, respektive die Felderlänge, d. i. die Entfernung der theoretischen Unterstützungspunkte der Träger, beziehungsweise der Abstand der Mittellinien der Unterlagen von einander, dann die Lichtweite, d. i. der freie nicht unterstützte Teil einer Felderlänge, und die Höhenlage der Konstruktionsunterkante, gegenüber dem Hindernisse von großem Einflusse.

Man trachte, das Hindernis senkrecht mit möglichst horizontaler Brückenbahn zu übersetzen, feste Ufer und nicht die allzu engsten als auch weitesten Stellen für den Bau der Brücke zu wählen.

Auf Felderlänge und Höhenlage der Brücke ist der Verkehr unter derselben, wie auch das Hochwasser von Einfluß.

I. Abschnitt.

Einteilung und Belastung der Brücken; zulässige Inanspruchnahme und Sicherheitsgrad. Elastizität und Festigkeit. Theorie der Brücken.

Um eine Brücke konstruieren zu können, muß man in erster Linie die der Brückengattung entsprechende Belastung sowie die Tragfähigkeit des Baumaterials kennen. Sodann kann man auf Grund der durch die Wirkung der Belastung und der sonstigen äußeren Kräfte hervorgerufenen größten inneren Spannungen und auf Grund der Gesetze und Regeln der Festigkeitslehre die Querschnittsdimensionierung der einzelnen Brückenteile vornehmen.

1. Kapitel.

Einteilung und Belastung der Brücken; zulässige Inanspruchnahme und Sicherheitsgrad.

§ 1. Einteilung der Brücken.

Die Einteilung der Brücken erfolgt nach verschiedenen Gesichtspunkten.

Mit Rücksicht auf das Baumaterial unterscheidet man Holz-, Stein- und Eisenbrücken, nach dem Zwecke, Stege, dann Straßen- und Eisenbahnbrücken, Aquädukte oder Kombinationen dieser Brücken-Gattungen.

Entsprechend der Konstruktion unterscheidet man je nach der Art der Träger drei Brückensysteme u. zw.:

1. Systeme, deren Träger, Fig. 1, eine gerade Achse oder eine von einer Geraden wenig abweichende Achse besitzen, und die nur durch Vertikalkräfte beansprucht werden. Man nennt

sie Brücken mit geraden Trägern, gestreckten Trägern, Balkenträgern oder kurzweg Balkenbrücken.

Ruht der Träger nur auf zwei Stützen auf, so nennt man denselben einen frei aufliegenden Träger zum Unterschiede von einem kontinuierlichen Träger, welcher auf mehr als zwei Stützen aufruht.

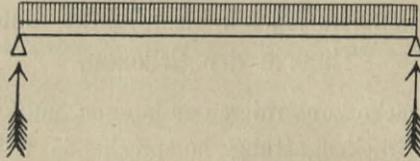


Fig. 1.

2. Systeme, deren Träger eine nach unten gekrümmte Form besitzen, und auf die Unterlagen neben einem Druck auch einen Zug nach einwärts ausüben, Fig. 2. Man nennt sie im allgemeinen Hängwerke.

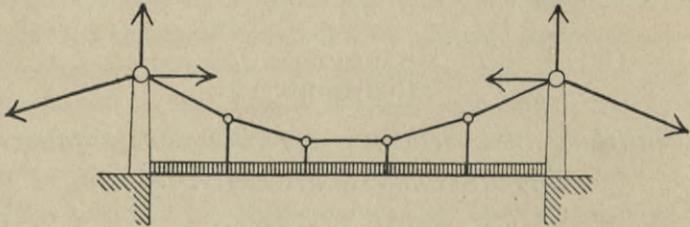


Fig. 2.

3. Systeme, deren Träger eine nach oben gekrümmte Form besitzen, und auf die Unterlagen neben einem Druck auch

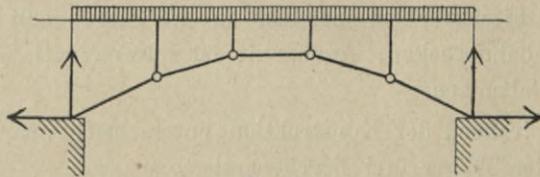


Fig. 3.

einen Schub nach auswärts ausüben, Fig. 3. Man nennt sie im allgemeinen Sprengwerke, Bogenbrücken.

Um das Sprengwerk gegen Einstürzen bei Änderung der Belastungsweise zu schützen sind mitunter besondere Konstruktionen, sogenannte Versteifungs-Konstruktionen, notwendig.

Das Hängewerk bedarf zu seiner Existenz solcher Versteifungen nicht; soll indes die Formänderung oder das Schwanken desselben gemäßiget werden, was z. B. für Eisenbahnbrücken unbedingt notwendig ist, so sind auch hier Versteifungen anzuordnen; demgemäß unterscheidet man wieder versteifte und schlaffe Hängewerke.

Mit Rücksicht auf die Zeitdauer des Bestandes gibt es definitive, dauernde oder permanente Brücken, sowie provisorische oder Notbrücken.

Die Unterscheidungsmerkmale liegen sowohl in der Konstruktion, wie auch in der (bei den provisorischen Konstruktionen größeren) zulässigen Inanspruchnahme. (Siehe I. Kapitel § 3.)

Je nachdem die Brücke während ihres ganzen Bestandes immer in ihrer Lage verbleibt oder ob sie aus militärischen oder sonstigen Rücksichten derart eingerichtet ist, daß Felder derselben dreh-, abheb- oder zurückziehbar sind, unterscheidet man fixe und bewegliche Brücken.

Weiters unterscheidet man Brücken mit statisch bestimmten und statisch unbestimmten Trägern. Man nennt statisch bestimmte Träger solche, bei denen die Auflagerreaktionen mit Hilfe der statischen Gleichgewichtsbedingungen ermittelt werden können, statisch unbestimmte solche, bei welchen die Bestimmung der Stützendrücke nur mit Zuhilfenahme der elastischen Formänderung des Trägers möglich ist.

§ 2. Belastung der Brücken.

Die Kräfte, welche eine Brücke beanspruchen, sind folgende:

1. Das Eigengewicht der Brücke.

Hierunter wird das Gewicht der Tragkonstruktion mit seinen Versteifungen samt dem Gewichte der Fahrbahn verstanden. Dasselbe ist vor der Konstruktion der Brücke nicht bekannt, da

es ja von den durch die Rechnung zu bestimmenden Stärken der Brücken-Teile abhängt.

Ausgeführte Brückenkonstruktionen bieten jedoch hinreichend Anhaltspunkte für die approximative Annahme des Eigengewichtes. Ist hiernach die Brücke projektiert, so ist es möglich das Gewicht derselben genau zu berechnen. Falls der Unterschied zwischen den angenommenem und schließlich gefundenem Eigengewichte der Brücke zu groß wäre, ist die Berechnung der letzteren auf Grund des ermittelten Eigengewichtes nochmals vorzunehmen.

Für hölzerne Eisenbahnbrücken ergibt sich das Eigengewicht derselben, wenn die Spannweite l bekannt ist, erfahrungsgemäßs und approximativ aus folgendem:

B r ü c k e n		Gewicht pro Längenmeter und Geleise in Kilo- gramm
Eisenbahn- provisorien	für 4achsige Lokomotiven	701 + 400
	für 3achsige Lokomotiven	601 + 400
	für 3achsige leichte Tenderlokomotiven	551 + 400
	für Waggons allein	351 + 400
	für Bahnen mit 1,00 m Spur	451 + 300
	für Bahnen mit 0,75 m Spur	401 + 300
permanente hölzerne Eisenbahnbrücken		801 + 580

Der erste Summand
drückt das Gewicht
der Trägerkonstruktion,
der zweite jenes der
Fahrbahn aus

2. Die Verkehrslast, auch zufällige Last genannt.

Diese wird durch den Zweck der Brücke bestimmt, und ist für permanente und provisorische (im Kriege herzustellende) Brücken verschieden. Sie erscheint als eine bewegliche Last und ist für die Berechnung irgend eines Brückenteiles, so auf die Brücke gestellt zu denken, daß für diesen Brückenteil die gefährlichste Belastung, respektive die größte Beanspruchung erreicht wird.

Für permanente Konstruktionen wurden für Österreich mit der Verordnung des k. k. Handelsministeriums vom 15. September 1887, betreffend die Sicherheitsrücksichten, welche

bei Eisenbahnbrücken, Bahnüberbrückungen und Zufahrtsstraßenbrücken zu beobachten sind, auf Grund von Versuchen und vieljährigen Erfahrungen die notwendigen Bestimmungen getroffen.

Als Verkehrslast ist für Eisenbahnbrücken ein idealer, mit drei vierachsigen Lokomotiven samt deren dreiachsigen Schlepptendern, sowie den noch zur Ausfüllung der Brücke erforderlichen zweiachsigen Lastwagen zusammengestellter Zug mit den in Fig. 4 angegebenen Koten in Betracht zu ziehen. Bei kurzen Brücken sind die Achsdrücke der Lokomotive auf 14 Tonnen zu erhöhen.

Die folgende Skala a enthält die äquivalenten Lasten pro Längengmeter, welche dieselben Momente, die Skala b jene, welche dieselben Transversalkräfte hervorrufen, wie das vorbezeichnete Einzellastensystem. (Siehe 3. Kap. § 4 dieses Abschn.)

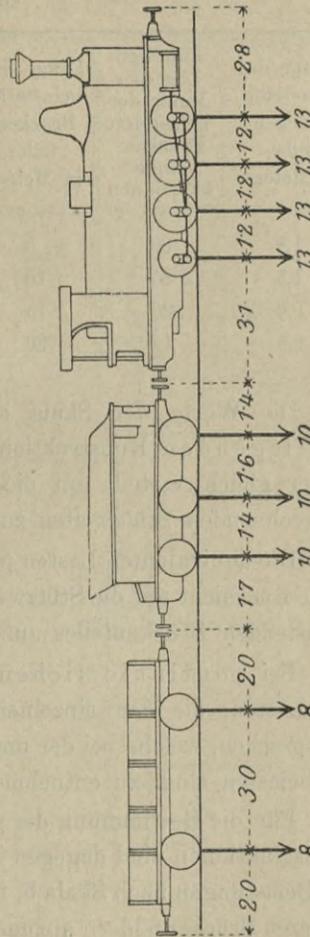


Fig. 4.

Skala a.

Stützweite in Metern	Zufällige Last in Tonnen	Stützweite in Metern	Zufällige Last in Tonnen	Stützweite in Metern	Zufällige Last in Tonnen
1,0	30	5	11,5	40	5,6
1,5	20	10	8,5	80	4,4
2,0	15	15	7,0	120	3,8
2,5	13,5	20	6,5	160	3,4

Skala b.

Länge des belasteten Brückenteiles in Metern	Zufällige Last per Meter der belasteten Brückenteile in Tonnen	Länge des belasteten Brückenteiles in Metern	Zufällige Last per Meter der belasteten Brückenteile in Tonnen	Länge des belasteten Brückenteiles in Metern	Zufällige Last per Meter der belasteten Brückenteile in Tonnen
1,9	30	5	14,0	40	6,2
1,5	25	10	10,0	80	4,8
2,0	20	15	8,5	120	4,0
2,5	18	20	7,6	160	3,5

Die Werte der Skala a sind bei den üblichen freiaufliegenden Konstruktionen für jedes Geleise pro laufendes Meter gleich verteilt auf die von Mitte zu Mitte der Auflager zu rechnenden Stützweiten zu denken.

Die äquivalenten Lasten pro laufendes Meter der Skala b sind ohne Rücksicht auf die Stützweite der Brücke auf die Länge des zu belastenden Brückenteiles aufzubringen. (Siehe 3. Kapitel § 3.)

Bei kontinuierlichen Konstruktionen sind der Skala a die Lasten, die den einzelnen Stützweiten jener Brückenfelder entsprechen, welche bei der ungünstigsten Belastungskombination zu belasten sind, zu entnehmen.

Für die Bestimmung der größten Transversalkraft in diesen Konstruktionen sind dagegen innerhalb der betrachteten Öffnung die Belastungen nach Skala b, für die gleichzeitig aber auch auf den anderen Brückenfeldern anzunehmenden Belastungskombinationen nur die Belastungen nach Skala a in Rechnung zu bringen.

Bei Konstruktionen, welche den Stößen der Fahrzeuge ohne Vermittlung eines elastischen Zwischenteiles direkt ausgesetzt sind, ist eine um 10% vergrößerte Einwirkung der zufälligen Belastung in Rechnung zu bringen.

Für solche normalspurige Lokal- und Schlepfbahnen, auf welchen die schweren vierachsigen Lokomotiven nicht verkehren, sind die mit Skala a und b normierten Belastungen entsprechend zu ermäßigen u. zw.: um 20% für solche Bahnen, deren Brücken

nicht nachteiliger beansprucht werden, als durch das in Fig. 5, und um 40% als durch das in Fig. 6 dargestellte Lastensystem.

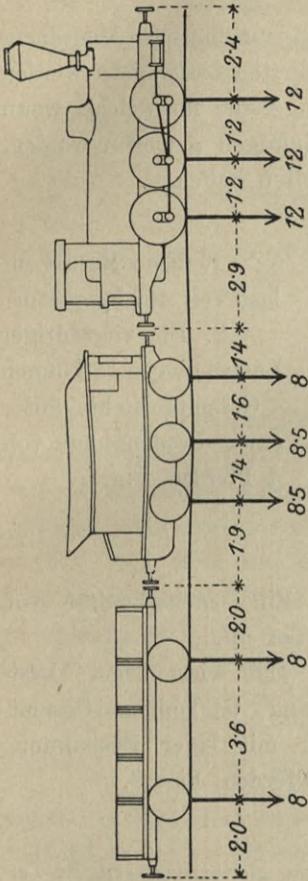


Fig. 5.

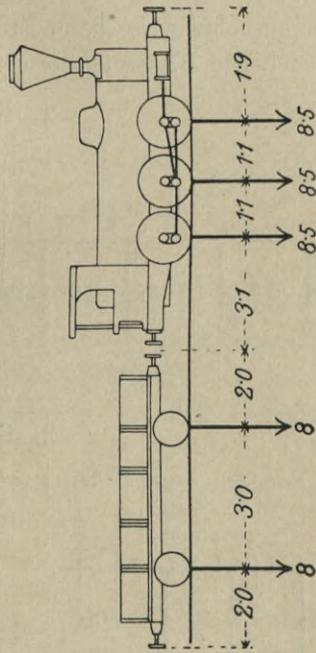


Fig. 6.

Für Bahnüberbrückungen und Zufahrtsstraßenbrücken wurden zweierlei Alternativen von zufälligen Belastungen festgesetzt.

a) Die größtmögliche Wagenansammlung auf dem Fahrbahnplanum und eine gleichzeitige Menschenansammlung auf dem Gehwegplanum, sowie auf dem übrig gebliebenen Teil des Fahrbahnplanums.

b) Eine Menschenansammlung, sowohl auf dem Gehweg-, als auch auf dem Fahrbahnplanum.

Von diesen beiden Belastungsarten ist in jedem einzelnen Falle und für jeden einzelnen Konstruktionsteil die nachteiligere zu berücksichtigen.

Behufs Systemisierung der jeweilig anzunehmenden Menschenlast per m², beziehungsweise des schwersten Lastwagens werden die Straßenbrücken in 3 Klassen eingeteilt, für welche, wenn nicht ausnahmsweise besondere Anordnungen getroffen werden, nachstehende Belastungsnormen zu gelten haben:

1. Klasse.

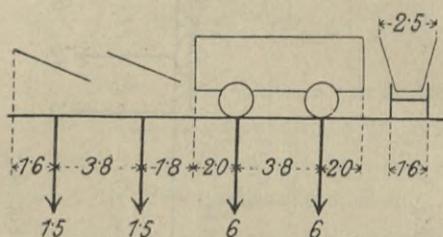


Fig. 7.

1. Eine Menschenlast von 460 kg per m².

2. Ein vierrädriger Lastwagen zu 12 Tonnen Gesamtgewicht mit einer Bespannung von 4 Pferden, Fig. 7.

2. Klasse.

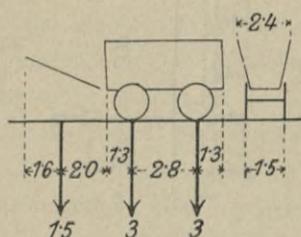


Fig. 8.

1. Eine Menschenlast von 400 kg per m².

2. Ein vierrädriger Lastwagen zu 6 Tonnen Gesamtgewicht mit einer Bespannung von 2 Pferden, Fig. 8.

Folgende empirische Formeln geben jene gleichmäßig verteilte Last p Tonnen pro l. m der Spannweite l , welche dasselbe größte Moment zu erzeugen im Stande sind, wie die den Fig. 7—9 entsprechenden Wagenzüge:

$$\begin{aligned} \text{für 12 Tonnenwagen} & \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq l \leq 6,5 \text{ m}; p = \frac{12}{l} \\ 6,5 \text{ m} \leq l \leq 25 \text{ m}; p = 2,44 - 0,103 l + 0,0019 l^2 \end{array} \right. \\ \text{für 6 Tonnenwagen} & \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq l \leq 4,8 \text{ m}; p = \frac{6}{l} \\ 4,8 \text{ m} \leq l \leq 20 \text{ m}; p = 1,56 - 0,079 l + 0,002 l^2 \end{array} \right. \\ \text{für 3 Tonnenwagen} & \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq l \leq 4,1 \text{ m}; p = \frac{3}{l} \\ 4,1 \text{ m} \leq l \leq 15 \text{ m}; p = 0,93 - 0,059 l + 0,0021 l^2 \end{array} \right. \end{aligned}$$

3. Klasse.

1. Eine Menschenlast von 340 kg per m².
2. Ein vierrädriger Lastwagen zu 3 Tonnen Gesamtgewicht mit einer Bespannung von 2 Pferden, Fig. 9.

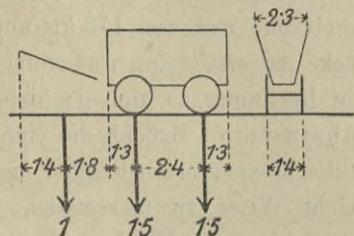


Fig. 9.

Für Eisenbahnprovisorien (welche im Kriege hergestellt werden) ist als Maximal-Verkehrslast jene anzunehmen, wie sie für solche permanente Brückenkonstruktionen gilt, die mit den schweren vierachsigen Lokomotiven, Fig. 4, befahren werden, nur mit dem Unterschiede, daß an Stelle dreier Lokomotiven samt Tender nur eine samt Tender in Rechnung zu nehmen ist.

Für besondere Fälle kann man mit der in Rechnung zu ziehenden maximalen Verkehrslast noch herabgehen.

3. Horizontalkräfte,

welche infolge der sogenannten dynamischen Wirkungen und des Windes entstehen.

Die wichtigsten dynamischen Wirkungen sind:

- a) Die Seitenschwankungen der Konstruktion in scharfen Bögen vermöge der Zentrifugalkraft.
- b) Die Schwankungen, hervorgerufen durch das sogenannte Schlingeln der Lokomotive auf langen Geraden.
- c) Die vertikalen Schwankungen der Konstruktion bei Schnellfahrten.
- d) Die Rückwirkung der Bremsen auf die Konstruktion bei Gefällsbrücken.

Die dynamischen Wirkungen sind nach Maßgabe der Tracenverhältnisse und der anzuwendenden Fahrgeschwindigkeiten in Rechnung zu ziehen.

Die Wirkung des Windes ist nach der Brückenverordnung vom Jahre 1887 unter Annahme eines Seitendruckes von 270 kg per m² auf die unbelastete und von 170 kg auf die durch einen Zug belastete Brücke zu ermitteln, und von beiden Einflüssen der nachteiligere in Rechnung zu ziehen; hiebei ist:

1. Bei der unbelasteten Brücke die eine der beiden Tragwände mit ihrer faktisch exponierten Fläche, die zweite hingegen mit ihrer auf gleiche Weise zu messenden, jedoch nach der folgenden Skala zu reduzierenden Fläche in Rechnung zu bringen.

Skala

für die Reduktion der exponierten Fläche auf der zweiten Tragwand.

Verhältnis der offenen Maschenflächen zur Gesamtumriffsfläche in der ersten Tragwand	Reduktionsverhältnis für die exponierte Fläche der zweiten Tragwand
bei 0,40	0,2
" 0,60	0,4
" 0,80	1,0

Bei dazwischenfallenden Werten ist geradlinig zu interpolieren.

2. Bei der belasteten Brücke ist der Zug als ein 2,5 m hohes, 0,5 m über den Schienen befindliches fortschreitendes volles Rechteck zu behandeln. Als Angriffsfläche ist hiebei die Fläche des Zuges und die Fläche der außerhalb des Zugumrisses befindlichen Teile der einen Tragwand, sowie die skalamäßig reduzierte Fläche dieser Teile in der zweiten Tragwand in Rechnung zu bringen.

4. Einfluß der Wärme.

Infolge von Temperaturänderungen streben die eisernen Brückenträger ihre Länge zu verändern. Sind die Trägerebenen fest, so daß sich der Träger nach seiner Längsachse nicht ausdehnen oder zusammenziehen kann, so entstehen im Innern

des Trägers Spannungen, welche unter Umständen die zulässige Inanspruchnahme (siehe § 3 dieses Kap.) erreichen, ja sogar überschreiten können. Infolge dieser Spannungen treten Horizontalkräfte auf, welche mitunter so bedeutend sind, daß die ganze Konstruktion in ihrem Bestande gefährdet werden kann. Aus diesem Grunde werden bei eisernen Trägern niemals beide Trägerenden fest gelagert. Hierdurch erreicht man den Vorteil, daß die infolge von Temperaturänderungen auftretenden Spannungen (abgesehen von Bogenbrücken u. dgl.) so gering werden, daß sie bei der Bestimmung der Querschnittsdimensionen nicht weiter in Betracht kommen.

5. Stützendrücke.

Das Eigengewicht, die Verkehrslast und die Horizontalkräfte erzeugen an den Auflagerstellen Reaktionen, die Stützen- oder Pfeilerdrücke, welche, um den Träger in ein freies Hebelsystem umzuwandeln, als Kräfte an den Träger wirkend gedacht werden müssen.

§ 3. Zulässige Inanspruchnahme und Sicherheitsgrad.

Durch die Einwirkung der im vorigen § angeführten Lasten werden die verschiedenen Bestandteile einer Brücke auf ihre Festigkeit in Anspruch genommen.

Die Inanspruchnahme darf nun in keinem Falle bis zu jener Größe anwachsen, daß dadurch eine Zerstörung des Brückenmaterials hervorgerufen werden könnte, ja sie darf nicht einmal so groß werden, daß der betreffende Bestandteil eine bleibende Veränderung erleide.

Durch die an bestehenden Konstruktionen und durch Versuche gemachten Erfahrungen wurde bei den verschiedenen Materialien die Inanspruchnahme festgesetzt, welche bei den auszuführenden Bauten die Sicherheit ihres Bestandes während der in Aussicht genommenen Benützungsfrist gewährleistet.

Man nennt die Größe dieser Inanspruchnahme die zulässige Beanspruchung oder zulässige Inanspruchnahme und wird dieselbe im Gewichte pro Flächeneinheit ausgedrückt.

Das Verhältnis der zulässigen Beanspruchung zu jener Beanspruchung pro Flächeneinheit, bei welcher der betreffende Bestandteil brechen würde, bestimmt den Grad der Brechsicherheit, während man das Verhältnis der zulässigen Beanspruchung zu jener Inanspruchnahme, bei welcher eine bleibende Formveränderung des Bestandteiles beginnen könnte, Grenzsicherheit nennt.

Die zulässige Inanspruchnahme ist zwischen permanenten und provisorischen (im Kriege zu erbauenden) Brücken verschieden.

Hinsichtlich der ersteren setzt die Brückenverordnung vom Jahre 1887 fest:

Die rechnungsmäßige Maximal-Inanspruchnahme des Materiales pro m² der nutzbaren Querschnittsfläche (d. i. nach Abzug der Nietlöcher, sowie der nicht mitwirkenden Teile des vollen Querschnittes) darf bei Eisenbahnbrücken folgende Grenzen nicht überschreiten:

a) Bei Schweißseisen (Schmiedeeisen) für Zug, Druck und Abscherung:

1. unter 40,0 m Stützweite 700 kg nebst 2 kg Zuschlag für jedes Meter Stützweite;
2. von 40,0 m Stützweite aufwärts und zwar:

für 40,0 m	780 kg
„ 80,0 m	840 „
„ 120,0 m	880 „
„ 160,0 m und darüber	900 „

wobei für die dazwischenfallenden Stützweiten geradlinig zu interpolieren und für die Quer- und Längsträger jener Wert zu nehmen ist, welcher der Stützweite dieser Träger zufällt;

3. zur Berechnung der Nieten auf Abscherung in nur einer Richtung 600 kg, beziehungsweise in mehreren Richtungen 500 kg, wobei noch zu beachten ist, daß die Projektion der Nietlochleibung mit nicht mehr als 1400 kg pro cm² beansprucht werden darf;
4. für die Berechnung des Widerstandes gegen Abscherung in der Walzrichtung 500 kg;

5. das Schweißisen (Schmiedeeisen) muß bei 3600 kg Bruchfestigkeit und darüber mindestens 12% Dehnung in der Walzrichtung haben.

Bei einer geringeren Bruchfestigkeit muß eine verhältnismäßig größere Dehnung, welche bei der noch gestatteten niedersten Bruchgrenze von 3300 kg mindestens 20% zu betragen hat, vorhanden sein.

b) Das im basischen Martinverfahren erzeugte Flußeisen muß bei einer in der Walzrichtung gemessenen Bruchfestigkeit von 3500—4500 kg pro cm² mindestens eine Dehnung zwischen 28% für die untere und 22% für die obere Bruchgrenze zulassen, um für tragende Konstruktionsteile verwendet werden zu können. Die zulässige Inanspruchnahme reicht nur bis 700 kg pro cm². Nietlöcher in diesem Eisen müssen gebohrt werden. Das zu verwendende Nietflußeisen muß bei 3500 bis 4000 kg Bruchfestigkeit mindestens 32% bis 26% Dehnung aufweisen.

c) Bei Gußeisen, welches Materiale keinen Hauptbestandteil der freitragenden Konstruktion bilden darf, sind die eingangs bezeichneten Grenzen mit 700 kg auf Druck, 200 kg auf einfachen Zug und 300 kg auf Zug im Falle der Biegung festgesetzt.

d) Für jene Konstruktionsteile, welche gedrückt werden, ist auch die Knickung zu berücksichtigen. (2. Kap. § 5 dieses Abschn.)

e) Die Maximal-Inanspruchnahme, welche aus den normierten Einwirkungen des Windes mit Zuziehung der vorbesprochenen Inanspruchnahmen je nach den betrachteten Konstruktionsteilen resultiert, darf folgende Grenzen nicht überschreiten:

- | | |
|--------------------------------------|----------|
| ad § 3 lit. a Zahl 1 und 2 | 1000 kg, |
| ad § 3 lit. a Zahl 3 | 700 kg, |
| ad § 3 lit. a Zahl 4 | 600 kg. |

Für permanente Straßenbrücken gilt im allgemeinen dasselbe, und beträgt die zulässige Inanspruchnahme für Schweißisen (Schmiedeeisen) bei Brücken bis 40,0 m Spannweite 750 kg und darüber mit 2 kg Zuschlag für jedes weitere Meter Stützweite bis höchstens 900 kg, wobei Querträger, Längsträger

und Zwischenglieder ebenfalls nach ihrer Stützweite zu behandeln sind. Ansonsten gilt das für Eisenbahnbrücken angeführte.

Die durch Versuche gewonnenen Resultate der Festigkeitsverhältnisse der verschiedenen Holzgattungen sind in folgenden Tabellen enthalten:

Beanspruchungsweise bis zum Bruch		kg pro cm ²	
		Nadelholz	Eichenholz
Zugfestigkeit		620	900
Druckfestigkeit	parallel zu den Fasern . .	300	360
	senkrecht zu den Fasern .	50	120
Biegefestigkeit		460	630
Scherfestigkeit	parallel zu den Fasern . .	60	75
	senkrecht zu den Fasern .	250	250

Bei Berücksichtigung des notwendigen Sicherheitsgrades ergaben sich für permanente Brücken folgende zulässige Inanspruchnahmen in kg pro cm² und zwar:

Beanspruchungsweise		Straßenbrücken		Eisenbahnbrücken	
		Nadelholz	Eichenholz	Nadelholz	Eichenholz
Zug		120	180	100	150
Druck	parallel zu den Fasern	80	100	70	80
	senkrecht zu den Fasern	13	32	11	27
Biegung		110	140	90	120
Abscherung	parallel zu den Fasern .	12	15	10	12
	senkrecht zu den Fasern	50	50	40	40

Für Eisenbahnprovisorien (welche im Kriege zu erbauen sind) ist die rechnungsmässige Maximal-Inanspruchnahme des Materiales folgende:

Tabelle
der Maximal-Inanspruchnahme.

Material	Beschaffenheit des Materiales		Inanspruchnahme	Wert in kg pr cm ²
Holz	Vollkommen gesundes, trockenes, früher gefälltes Eichen-, Buchen- u. Nadelholz . . .		Zug und Druck	120
	Dasselbe Holz frisch gefällt			90
	Erlen-, Espen-, Pappelholz, frisch gefällt			60—50
	Eichen- und Buchenholz		Abscherung parallel zur Faser	12
	Nadelholz			10
	Hartes und weiches Holz		Abscherung senkrecht zur Faser	40
Eisen	bei schmiedeeisernen zerlegbaren Konstruktionen	Schweißisen	Zug und Druck	1100—1000
		Martin-Flusseisen		1200
		Eisen überhaupt	Abscherung	950
	bei Holzprovisorien	Für Schrauben	Zug	800
		für sonstige Verwendung	Zug, Druck Abscherung	950

Für ebensolche Strafsenbrücken beträgt die zulässige Inanspruchnahme aller Hölzer auf Zug und Druck 120 kg pro cm², auf Abscherung 12 kg pro cm²; Schmiedeeisen kann eine Inanspruchnahme von 1200 kg pro cm² erleiden.

Die Festsetzung der zulässigen Beanspruchung des Materiales bei der Herstellung einer Holzbrücke erfordert die sorgfältigste Untersuchung des Materiales, um auf Grund derselben bestimmen zu können, ob die ganze oder nur ein Teil der oben festgesetzten Maximal-Inanspruchnahme in die Rechnung einzuführen ist.

2. Kapitel.

Elastizität und Festigkeit.

Die in der Natur vorkommenden Körper sind nicht absolut starr, sondern erleiden unter der Einwirkung äußerer Kräfte Formveränderungen. Die Kraft, mit welcher sich ein Körper einer Formveränderung widersetzt, und durch welche die etwa verschobenen Teilchen des Körpers wieder in ihre ursprüngliche Lage zurückgebracht werden, nennt man Elastizität, elastische Kraft (Spannung). Auf die Flächeneinheit des Querschnittes bezogen, nennt man sie Spannungsintensität, Inanspruchnahme oder Beanspruchung. (Siehe 1. Kapitel dieses Abschnittes § 3.)

Die Formveränderungen sind unter der Elastizitätsgrenze, wenn sie nach dem Aufhören der Kraftwirkung vollständig verschwinden, sonst spricht man von einer bleibenden Gestalts- oder Formveränderung oder von einer überschrittenen Elasticitätsgrenze.

§ 1. Inanspruchnahme auf Zug.

Durch $\lambda = \frac{Pl}{Ef}$ ist das Dehnungsgesetz, wenn die Dehnung innerhalb der Elastizitätsgrenze erfolgt, gegeben; es ist λ die durch die Kraft P hervorgerufene Verlängerung eines Stabes von der Länge l , dem Querschnitte f und dem Elastizitätsmodul E . Der Elastizitätsmodul ist der reziproke Wert jener Dehnung λ , welche bei einem Stabe aus bestimmtem Materiale, bei $P = 1$, $l = 1$ und $f = 1$ erreicht wird.

Zwischen der Kraft P und den durch diese im Stabe hervorgerufenen elastischen Kräften muß Gleichgewicht bestehen; es ist also P sowohl die Größe der Kraft als auch die gesamte im Querschnitte geweckte Spannung.

Soll die Inanspruchnahme den Wert der zulässigen Zuginanspruchnahme k_z pro Flächeneinheit nicht überschreiten, so muß:

$$k_z \geq \frac{P}{F} \dots \dots \dots 1$$

sein.

§ 2. Inanspruchnahme auf Biegung.

AB, Fig. 10, sei die Längsachse und zugleich auch die Schwerachse eines Trägers, der durch Kräfte mit der Resultierenden Q beansprucht wird. nm und $n'm'$ sind zwei im unendlich kleinen Abstände $d\lambda$ von einander gelegene Querschnitte des Trägers, welche nach der Belastung nicht mehr zu einander parallel stehen, sondern zu einander geneigt sind. Denkt man sich den Träger aus lauter Fasern gebildet, so werden diese zwischen den vorhin genannten Querschnitten von der ursprünglichen Länge $d\lambda$, wie auch im ganzen Träger teils verlängert, teils verkürzt; die verlängerten Fasern erleiden einen Zug, die verkürzten eine Pressung.

*h. muss tief
0.18 sein
Schwerachse entlang
zu 1/2 d. d. ist
Abstände nimmt!*

Irgendwo in den Fasern muß der Übergang zwischen der Zugspannung und der Pressung stattfinden, also gar keine Spannung vorhanden sein. Man nennt jene spannungslose Faser die neutrale Faser. Unter Umständen kann diese Faser mit der Schwerpunktsachse zusammenfallen, oder man spricht von einem neutralen Orte, wenn im Träger alle Fasern beansprucht sind und der Übergang der Spannungsverhältnisse außerhalb des Trägerquerschnittes fallen würde.

In Fig. 10 ist die neutrale Faser mit MM' bezeichnet, W ist der Schnittpunkt der Resultierenden Q mit dem Querschnitte nm ; $Q \cos \varphi$ (die Transversalkraft) ist die Komponente von Q , welche in der Richtung des Querschnittes eine abscherende Wirkung bekundet und in nm eine ihr gleich große Gegenwirkung R im Materiale wachruft. $Q \sin \varphi$ (Achsenkraft) ist die Komponente von Q , welche eine Verschiebung in der Achsrichtung anstrebt und ebenfalls Spannungen im Materiale zur Folge hat.

Die Resultierende der Zugspannungen sei S, jene der Pressungen P.

Denkt man sich R, S und P als äußere Kräfte im Querschnitte nm wirkend, so kann dort der Träger entzwei geschnitten werden, ohne daß das Gleichgewicht gestört wird. Es muß daher:

$$R = Q \cos \varphi 2$$

$$S - P = Q \sin \varphi 3$$

$$QZ = Su + Pv 4$$

wenn Z den Abstand zwischen M und der Krafrichtung Q bedeutet.

Um die Gleichungen 3 und 4 weiter untersuchen und verwenden zu können, muß, da S und P elastische Kräfte sind, das Elastizitätsgesetz eingeführt werden.

Die Spannungen bzw. Pressungen sind den Entfernungen der betreffenden Fasern von der neutralen Faser direkt proportional; wenn also p, p, ℰ und s die Inanspruchnahmen der in Fig. 10 bezeichneten Fasern bedeuten, so ist:

$$\frac{s}{h_1} = \frac{p}{h_2} = \frac{\mathcal{E}}{x_1} = \frac{p}{x_2} = \text{einem konstanten Werte } q;$$

q ergibt sich auf folgende Weise:

Nach Fig. 10 und dem Dehnungsgesetze ist:

$$op' = \frac{\mathcal{E} d\lambda}{E}$$

Wenn die Gerade n'o so gezogen wird, daß sie die Verlängerungen resp. Verkürzungen der einzelnen Fasern auf diesen abschneidet, so ist nach Fig. 10:

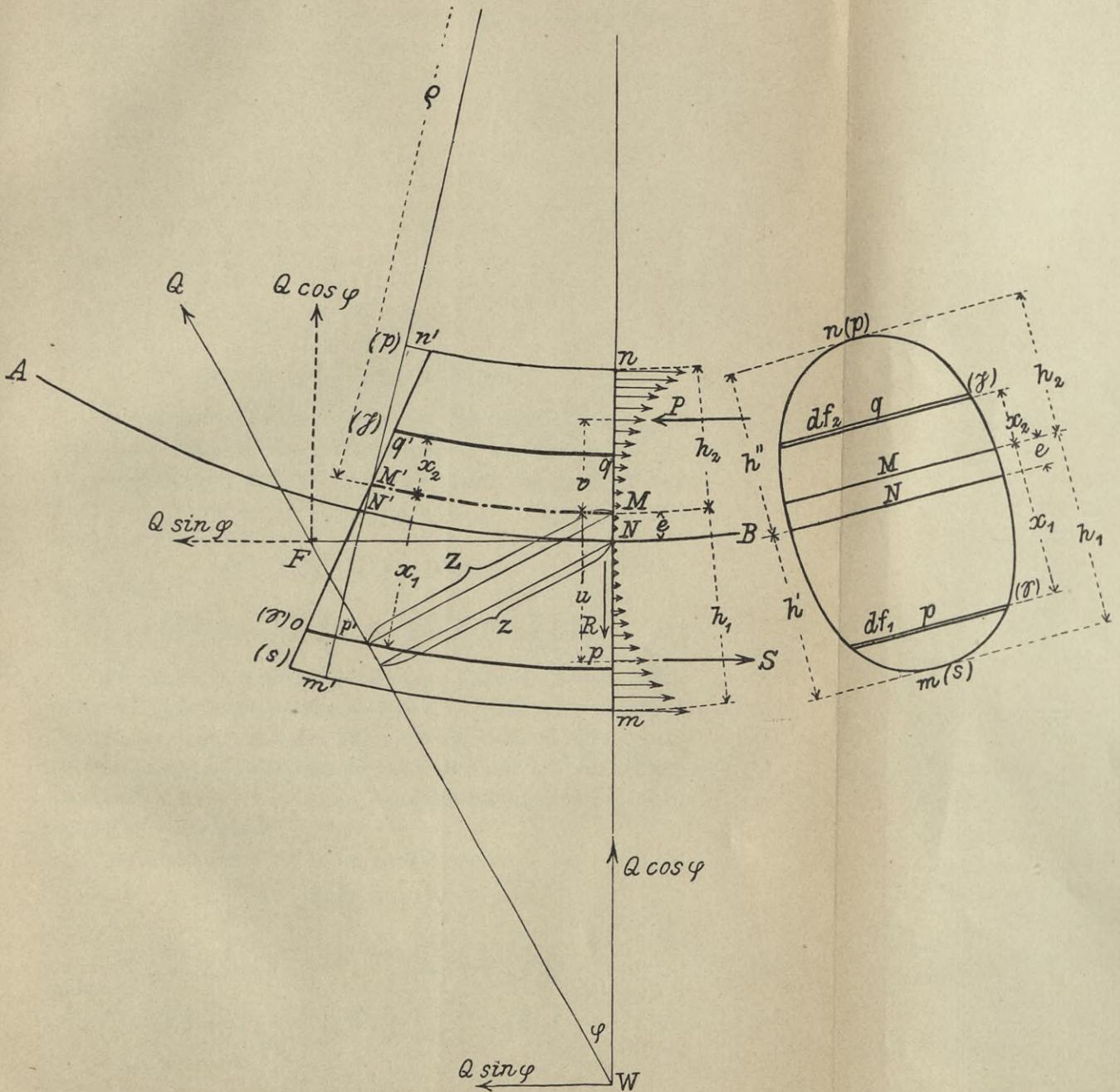
$$op' : \frac{MM'}{d\lambda} = x' : \varrho$$

$$op' = \frac{x_1 d\lambda}{\varrho}$$

$$\frac{x_1 d\lambda}{\varrho} = \frac{\mathcal{E} d\lambda}{E}$$

$$\frac{\mathcal{E}}{x_1} = \frac{E}{\varrho} = q.$$

TSCHERTOU, DER BRÜCKENBAU. Fig. 10.



Sind die Querschnittsflächen der Faserschichten im Abstände x_1 und x_2 von $M'M$ df_1 bzw. df_2 , so ist die totale Spannung in diesen Faserschichten:

$$\mathcal{E} df_1 \text{ bzw. } p df_2.$$

Somit:

$$S = \int_{x_1=0}^{x_1=h_1} \mathcal{E} df_1$$

$$P = \int_{x_2=0}^{x_2=h_2} p df_2$$

da

$$\mathcal{E} = qx_1 \text{ und } p = qx_2,$$

so ist:

$$S = q \int_{x_1=0}^{x_1=h_1} x_1 df_1$$

$$P = q \int_{x_2=0}^{x_2=h_2} x_2 df_2$$

$$S - P = q \left[\int_0^{h_1} x_1 df_1 - \int_0^{h_2} x_2 df_2 \right]$$

Der Klammerausdruck stellt die algebraische Summe der statischen Momente der Flächenelemente in Bezug auf die neutrale Faser dar und ist daher auch gleich der ganzen Fläche f mal dem Abstände des Schwerpunktes der Fläche von der neutralen Faser, somit:

$$S - P = q \cdot f \cdot e = Q \sin \varphi.$$

Hieraus ist:

$$e = \frac{Q \sin \varphi}{qf} = \frac{h_1}{s} \frac{Q \sin \varphi}{f} = \frac{h_2}{p} \frac{Q \sin \varphi}{f} = \frac{\rho}{E} \frac{Q \sin \varphi}{f} \quad 5$$

Wirken bei freiaufliegenden Trägern sämtliche äußere Kräfte und somit auch Q in vertikaler Richtung, und ist die Durchbiegung des Trägers gering, so daß man $\varphi = 0$ setzen kann, so ist $e = 0$; es fällt in diesem Falle also die neutrale Faser mit der Schwerpunktsachse zusammen, und die Achsialspannungen sind einander entgegengesetzt gleich.

Die Gleichung 4 näher untersucht zeigt:

$$Su = \int_{x_1=0}^{x_1=h_1} x_1 \mathcal{E} df_1 = q \int_{x_1=0}^{x_1=h_1} x_1^2 df_1$$

$$Pv = \int_{x_2=0}^{x_2=h_2} x_2 p df_2 = q \int_{x_2=0}^{x_2=h_2} x_2^2 df_2$$

daher:

$$QZ = q \left[\int_{x_1=0}^{x_1=h_1} x_1^2 df_1 + \int_{x_2=0}^{x_2=h_2} x_2^2 df_2 \right]$$

Der Klammerausdruck stellt die algebraische Summe der Flächenelemente mal dem Quadrate ihrer Entfernungen von der neutralen Faser dar; man nennt ihn bekanntlich das Trägheitsmoment t in Bezug auf diese Faser.

$$\text{Demnach ist: } QZ = qt = \frac{s}{h_1} t = \frac{E}{\rho} t \dots \dots \dots 6$$

QZ , das Moment der Resultierenden der äußeren Kräfte in Bezug auf den Schnittpunkt M der neutralen Faser mit dem Querschnitte nm , ist daher gleich dem Trägheitsmomente des Querschnittes in Bezug auf die neutrale Faser mal der Spannung in einer Faser, dividiert durch den Abstand dieser von der neutralen Faser.

$\frac{t}{h_1} = W$ nennt man den Querschnittsmodul; man pflegt diesen Ausdruck auch das Widerstandsmoment zu nennen, wengleich für diesen Begriff richtiger $s \frac{t}{h_1}$ zu verstehen ist.

Fällt die neutrale Achse mit der Schwerpunktsachse zusammen, so wird $Z = z$ und bei symmetrischem Querschnitt und der Gesamthöhe h : $h_1 = h_2 = \frac{h}{2}$ *)

*) Für den Fall, daß φ von Null verschieden ist, muß erst eine entsprechende Relation aufgestellt werden, in welcher h_1 und h_2 durch h'

resp. h'' ersetzt werden. Es ist nach Gl. 5 u. Gl. 6: $e = \frac{t \sin \varphi}{fZ} = \frac{\frac{t}{f}}{\frac{Z}{\sin \varphi}}$.

Ist t_1 das Trägheitsmoment in Bezug auf die Schwerpunktsachse, so ist:

$$t = t_1 + e^2 f \quad \text{und} \quad t_1 = fr^2,$$

wenn r den Trägheitsradius darstellt; demnach ist:

$$t = f(r^2 + e^2) \quad \text{und} \quad \frac{t}{f} = r^2 + e^2.$$

$$\frac{Z}{\sin \varphi} = MW = \omega + e,$$

wenn $\omega = WN$ ist. Es ist also

$$e = \frac{r^2 + e^2}{\omega + e} = \frac{r^2}{\omega} = \frac{r^2 \sin \varphi}{\omega \sin \varphi} = \frac{r^2 \sin \varphi}{z};$$

ω kann sowohl $+$ als auch $-$ sein;

$$\frac{Z}{z} = \frac{(e + \omega) \sin \varphi}{\omega \sin \varphi} = \frac{r^2 + \omega^2}{\omega^2};$$

$$\frac{t}{t_1} = \frac{r^2 + e^2}{r^2} = \frac{r^2 + \frac{r^4}{\omega}}{r^2} = \frac{r^2 + \omega^2}{\omega^2},$$

Bezeichnet man das Moment Qz der äußeren Kräfte in Bezug auf irgend einen Querschnitt allgemein mit M , und ist die zulässige Inanspruchnahme auf Biegung k_b , welche in keiner Faser überschritten werden soll, so muß, da $s = k_b$ wird:

$$\text{sein.} \quad M_{\max} = \frac{2t}{h} k_b = k_b W \dots \dots \dots 7$$

§ 3. Trägheitsmoment verschiedener Querschnitte.

Das Trägheitsmoment t eines rechteckigen Querschnittes in Bezug auf die horizontale Schwerpunktsachse, Fig. 11, ergibt sich wie folgt:

$$\begin{aligned} df &= b dy \\ dt &= b dy \cdot y^2 \\ t &= \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} dt = b \int_{-\frac{h}{2}}^{+\frac{h}{2}} y^2 dy \\ t &= \frac{1}{12} b h^3; \quad W = \frac{1}{6} b h^2 \dots \dots \dots 8 \end{aligned}$$

somit ist:

$$\left. \begin{aligned} \frac{Z}{z} &= \frac{t}{t_1}, \\ QZ &= qt \\ \frac{Z}{z} &= \frac{t}{t_1} \end{aligned} \right\}$$

$$Qz = qt_1 = \frac{s}{h_1} t_1 = \frac{p}{h_2} t_1 = \frac{E t_1}{\rho} = M,$$

wenn M das Moment der äußeren Kräfte in Bezug auf den Punkt N der Schwerachse bedeutet; da $h_1 = h' + e$ ist, ergibt die letzte Gleichung:

$$s = h_1 \frac{M}{t_1} = h' \frac{M}{t_1} + e \frac{M}{t_1} = h' \frac{M}{t_1} + \frac{Q \sin \varphi}{f}$$

$$p = h_2 \frac{M}{t_1} = h'' \frac{M}{t_1} - e \frac{M}{t_1} = h'' \frac{M}{t_1} - \frac{Q \sin \varphi}{f},$$

da:
$$e \frac{M}{t_1} = \frac{r^2 \sin \varphi}{z} \cdot \frac{Qz}{fr^2} = \frac{Q \sin \varphi}{f};$$

s und p setzen sich demnach aus einer Spannung $s_1 = h' \frac{M}{t_1}$ resp.

$p_1 = h'' \frac{M}{t_1}$, welche einer Drehung und $s_2 = \frac{Q \sin \varphi}{f}$ bez. $p_2 = \frac{Q \sin \varphi}{f}$,

welche einem Zuge resp. Drucke entsprechen. — Die Änderung der drehenden Wirkung tritt erst nach eingetretener Formänderung ein. — Da die Lage von Q mit den einzelnen Trägerquerschnitten verschiedene Winkel einschließt, kann man auch behaupten, daß es strenge genommen, keine neutrale Faserschicht gibt, sondern, daß die Schicht der neutralen Orte in einer Kurve liegt, welche die Trägerachse schneidet. —

Wird $b = h$, so ist:

$$t = \frac{1}{12} h^4 \text{ und } W = \frac{1}{6} h^3.$$

Das Trägheitsmoment eines waldkantig behauenen Balkens, Fig. 12, setzt sich aus dem Trägheitsmomente eines Rechteckes und jenen zweier Parabelsegmente zusammen.

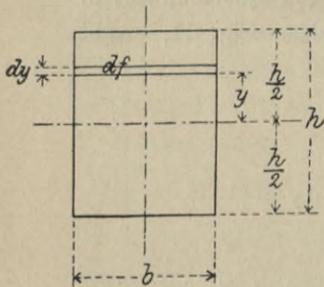


Fig. 11.

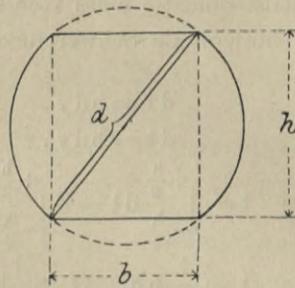


Fig. 12.

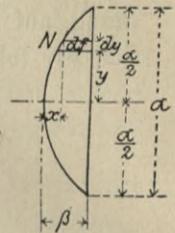


Fig. 13.

Das Trägheitsmoment eines Parabelsegmentes t' ergibt sich aus Fig. 13:

$$dt' = (\beta - x) y^2 dy$$

$$t' = \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} (\beta - x) y^2 dy$$

$$y^2 = Ax; \text{ für } x = \beta \text{ ist } y = \frac{a}{2}$$

daher:

$$A = \frac{a^2}{4\beta} \text{ und } x = \frac{4\beta}{a^2} y^2$$

daher

$$t' = 2 \int_0^{\frac{a}{2}} \left(\beta - \frac{4\beta}{a^2} y^2 \right) y^2 dy$$

$$t' = \frac{1}{30} a^3 \beta.$$

Demnach ist das Trägheitsmoment t der Fig. 12:

$$t = \frac{1}{60} (3b + 2d) h^3; \quad W = \frac{1}{30} (3b + 2d) h^2 \quad . \quad . \quad 9$$

Auf ähnliche Weise ergibt sich das Trägheitsmoment in Bezug auf die horizontale Schwerachse, respektive das Widerstandsmoment der folgenden Querschnitte:

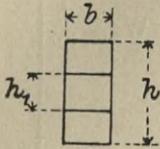


Fig. 14 $t = \frac{b(h^3 - h_1^3)}{12}$;
 $W = \frac{b(h^3 - h_1^3)}{6h}$

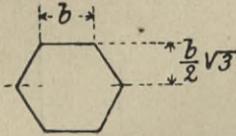


Fig. 15 $t = \frac{5\sqrt{3}}{16} b^4$;
 $W = \frac{5}{8} b^3$

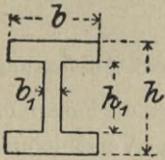


Fig. 16 $t = \frac{bh^3 - (b - b_1)h_1^3}{12}$;
 $W = \frac{bh^3 - (b - b_1)h_1^3}{6h}$

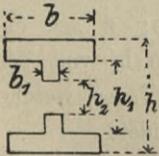


Fig. 17 $t = \frac{b(h^3 - h_1^3) + b_1(h_1^3 - h_2^3)}{12}$;
 $W = \frac{b(h^3 - h_1^3) + b_1(h_1^3 - h_2^3)}{6h}$

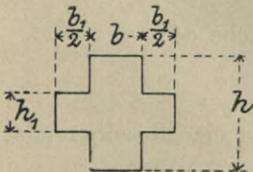
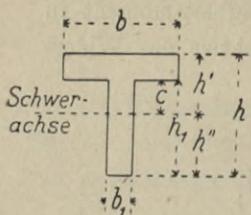


Fig. 18 $t = \frac{bh^3 + b_1h_1^3}{12}$;
 $W = \frac{bh^3 + b_1h_1^3}{6h}$

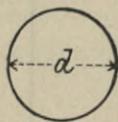
} 10



$$\text{Fig. 19 } t = \frac{1}{3} [b(h_1^3 - c^3) + b_1(c^3 + h_2^3)]$$

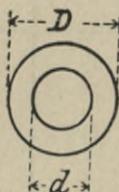
$$h_1' = \frac{bh^2 + b_1h_1(h + h_1)}{2[bh - (b - b_1)h]} \quad W_1 = \frac{t}{h_1'}$$

$$h_2' = h - h_1' \quad W_2 = \frac{t}{h_2'}$$



$$\text{Fig. 20 } t = \frac{\pi}{64} d^4;$$

$$W = \frac{\pi}{32} d^3$$



$$\text{Fig. 21 } t = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4);$$

$$W = \frac{\pi}{32 D} (D^4 - d^4)$$

10

§ 4. Horizontale Schubkraft. Inanspruchnahme auf Abscherung.

Wird ein Balken oder Träger gebogen, so zeigen die Fasern die Tendenz, sich über einander zu verschieben; dieser Verschiebung wirkt jedoch die Scherfestigkeit des Materiales entgegen.

I und II Fig. 22 seien zwei unendlich nahe aneinander liegende Querschnitte eines gebogenen Trägers; s sei die Spannung in der äußersten Faser im Abstände h' von der neutralen Faser, daher ist die Spannung s_u in einer Faser, welche sich im Abstände u von der neutralen Faser befindet:

$$s_u : s = u : h'$$

$$s_u = \frac{u}{h'} s.$$

Demnach ist die Spannung in der Fläche df :

$$s_u \cdot df = \frac{s}{h'} u df.$$

Alle diese Elementarspannungen haben eine Resultierende:

$$S_I = \int_u^{h'} s_u df = \frac{s}{h'} \int_u^{h'} u df,$$

welche dem äußeren Momente in Bezug auf dem Querschnitte:

$$M_I = \frac{s}{h'} t$$

proportional ist; demnach ist:

$$S_I = \frac{M_I}{t} \int_u^{h'} u df$$

analog ist:

$$S_{II} = \frac{M_{II}}{t} \int_u^{h'} u df,$$

daher:

$$\begin{aligned} \Delta S &= S_{II} - S_I = \frac{M_{II} - M_I}{t} \int_u^{h'} u df \\ &= \frac{\Delta M}{t} \int_u^{h'} u df. \end{aligned}$$

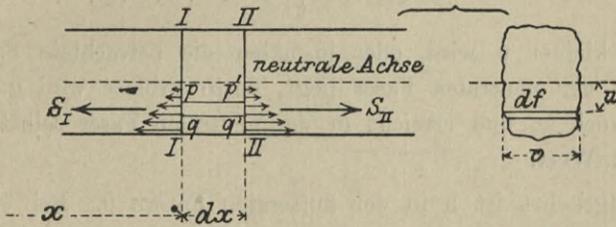


Fig. 22.

Im Grenzzustande:

$$\frac{dS}{dx} = \frac{1}{t} \frac{dM}{dx} \int_u^{h'} u df$$

und nach Gleichung 28: $= \frac{1}{t} R \int_u^{h'} u df$.

$u df$ ist aber nichts anderes als das statische Moment $d\mu$ des Flächenelementes df in Bezug auf die neutrale Faser,

demnach: $\int_u^{h'} u df = \mu$

das statische Moment desjenigen Teiles der Querschnittsfläche, welcher durch die äußersten und die im Abstände u von der neutralen Achse gelegenen Fasern eingeschlossen wird, in Bezug auf die neutrale Achse.

Somit ist die gesamte horizontale Schubkraft h pro Einheit gleich dem Flächenmomente μ mal der Transversalkraft R , dividiert durch das Trägheitsmoment t des vollen Querschnittes, also:

$$h = \frac{\mu}{t} R \dots \dots \dots 11$$

$\mu = f(u)$; $R = f(x)$, somit $h = f(ux)$; h kann daher sowohl in Bezug auf u als auch x zum Maximum werden.

Hat man irgend eine bestimmte Faserschichte im Auge, ist also u konstant, so wird

$$h_{\max} = \frac{\mu}{t} R_{\max} \dots \dots \dots 11'$$

Hat man dagegen einen ganz bestimmten Querschnitt, also x konstant angenommen, so wird:

$$h_{\max} = \frac{\mu_{\max}}{t} R \dots \dots \dots 11''$$

Je kleiner u wird, oder je näher die betrachtete Faserschichte der neutralen Faser liegt, desto größer wird μ und damit auch h , und erreicht in der neutralen Faser selbst den größten Wert.

Umgekehrt ist h in den äußersten Fasern 0. Bei einem rechteckigen Querschnitte des Balkens wächst h von der obersten und untersten Faser gegen die Mitte nach dem Gesetze einer Parabel.

Der absolut größte Wert der horizontalen Schubkraft wird daher in der neutralen Faser und zwar in jenem Querschnitte eintreten, in welchem R zum Maximum wird.

Soll eine Zerstörung oder bleibende Formveränderung des Trägers durch die Wirkung von h unterbleiben, so darf die zulässige Inanspruchnahme auf Abscherung k_a in keiner Faser überschritten werden, also muß für die Flächeneinheit

$$h_{\max} \leq k_a \dots \dots \dots 12$$

sein.

Denkt man sich aus Fig. 22 das Element $pp'qq' = df = v \cdot du \cdot dx$ herausgeschnitten, so sieht man, Fig. 23, daß

das Kräftepaar \mathfrak{h} eine drehende Wirkung bekundet, die durch den Widerstand des Materiales (gegen Abscherung senkrecht zu den Fasern, Fig. 24) aufgehoben werden muß, daher:

$$V \cdot v \cdot d u \cdot d x = \mathfrak{h} v d x \cdot d u$$

$$V = \mathfrak{h} = \frac{\mu}{t} R \dots \dots \dots 13$$

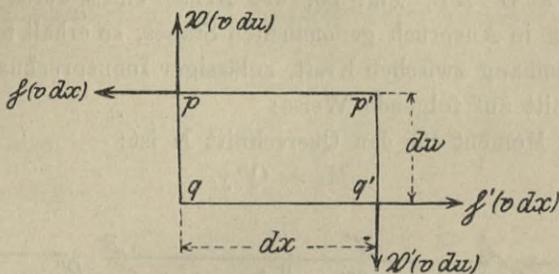


Fig. 23.

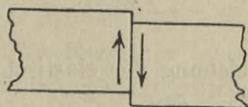


Fig. 24.

Es ist demnach die abscherende Wirkung nicht auf den ganzen Querschnitt dieselbe.

§ 5. Inanspruchnahme auf Druck. Knickung.

Hat ein auf Druck in Anspruch genommener Konstruktionsteil in der Richtung des Druckes nur eine ganz geringe Abmessung, und fällt die Achsrichtung mit der Druckrichtung genau zusammen, so kann man von einem reinen Drucke sprechen; soll hiebei die zulässige Inanspruchnahme auf Druck k_d bei der Wirkung einer Kraft Q' nicht überschritten werden, so muß:

$$Q' \leq f k_d \dots \dots \dots 14$$

sein, wenn f den Querschnitt senkrecht zur Druckrichtung bedeutet.

Wenn dagegen der gedrückte Konstruktionsteil in der Krafrichtung gegenüber den anderen Richtungen eine große Abmessung besitzt, wie sie z. B. ein Stab hat, und überdies die Längsachse des Stabes nicht genau in die Krafrichtung fällt, so treten neben dem Drucke auch noch Biegungserscheinungen auf; man sagt dann: der Konstruktionsteil wird geknickt.

Ist z. B. AB, Fig. 25, die Achse eines durch Q'' auf Knickung in Anspruch genommenen Stabes, so erhält man einen Zusammenhang zwischen Kraft, zulässiger Inanspruchnahme und Querschnitt auf folgende Weise:

Das Moment für den Querschnitt N ist:

$$M_N = Q'' y.$$

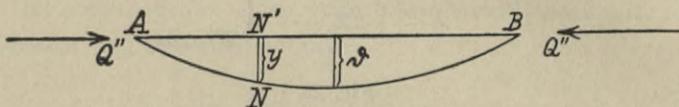


Fig. 25.

Demnach die Gleichung der elastischen Linie:

$$Et \frac{d^2 y}{dx^2} = - Q'' y$$

substituiert man:

$$\frac{dy}{dx} = u; \quad dx = \frac{dy}{u}; \quad \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{du}{dx} = \frac{du}{dy} u$$

$$u du = - \frac{Q''}{Et} y dy$$

$$\frac{u^2}{2} = - \frac{Q''}{Et} \frac{y^2}{2} + \frac{C}{2}$$

für: $x = \frac{l}{2}$ ist $\frac{dy}{dx} = u = 0$, $y = \delta$ und $C = \frac{Q'' \delta^2}{Et}$

daher: $u^2 = \frac{Q''}{Et} (\delta^2 - y^2)$

$$u = \frac{dy}{dx} = \sqrt{\frac{Q''}{Et} (\delta^2 - y^2)}$$

$$\frac{dy}{\sqrt{\delta^2 - y^2}} = dx \sqrt{\frac{Q''}{Et}}$$

$$\arcsin \frac{y}{\delta} = x \sqrt{\frac{Q''}{Et}} + C_1$$

für: $x = 0$, ist $y = 0$, daher auch $C_1 = 0$

$$y = \delta \sin x \sqrt{\frac{Q''}{Et}} \dots (\text{Sinus-Linie}) \dots 15$$

Diese Gleichung muß der Bedingung unterworfen werden, daß die Stabachse durch B hindurch gehe; demnach muß für

$$x = l$$

$$y = 0$$

werden, also: $0 = \delta \sin l \sqrt{\frac{Q''}{Et}}$

Demnach ist:

$$l \sqrt{\frac{Q''}{Et}} = n \pi$$

hieraus ist:

$$Q'' = \frac{\pi^2 Et}{l^2} \text{ (Euler'sche Formel)} \dots 16$$

In der Euler'schen Formel kommt die zulässige Inanspruchnahme k_d nicht zum Ausdruck; es muß daher, da der Stab nicht bis zum Bruche beansprucht werden darf, ein gewisser Sicherheitsgrad s berücksichtigt werden; demnach ist:

$$Q'' = \frac{\pi^2 Et}{s \cdot l^2} \dots 17$$

Aus Gleichung 17 ist ersichtlich, daß mit der Abnahme von l der Wert Q'' zunimmt und für $l = 0$ unendlich groß wird.

Nachdem aber k_d nicht überschritten werden darf, kann Q'' höchstens gleich Q' werden.

Aus Q' für kleine und Q'' für große Werte von l läßt sich ein Mittelwert Q bilden:

$$Q = \frac{Q' Q''}{Q' + Q''} = \frac{Q'}{1 + \frac{Q'}{Q''}} = \frac{k_d f}{1 + \frac{k_d \cdot f \cdot s l^2}{\pi^2 Et}} \dots 18$$

aus welchem sich beide Werte wieder ergeben; man kann nämlich für einen kleinen Wert von l den 2. Summanden des Nenners vernachlässigen, und es bleibt $Q = Q'$ übrig, während

man 1 gegenüber dem 2. Summanden vernachlässigen kann, wenn l groß wird, wobei sich $Q = Q''$ ergibt.

- Setzt man:

$$\frac{k_d s}{\pi^2 E} = \alpha$$

so ist:

$$Q = \frac{k_d f}{1 + \alpha \left(\frac{l}{r}\right)^2} \dots \dots \dots 19$$

(Navier'sche auch Schwarz-Rankine'sche Formel genannt)

worin: $t = fr^2$ also $\frac{f}{t} = \frac{1}{r^2}$ ist.

Der Wert α wird durch das Material bedingt und ist nach Laissle und Schübler:

bei Holz $\alpha = 0,0002$,

bei Gußeisen $\alpha = 0,0003$,

bei Schmiedeeisen $\alpha = 0,0001$,

nach v. Tetmajer:

$$\alpha = 0,0001 \sqrt{0,05 \frac{l}{r} - 0,80}$$

l , die sogenannte freie Knicklänge, hängt von der konstruktiven Anordnung des Stabes ab.

Entspricht der Stab z. B. einem Ständer von der Höhe H , welcher mit einem Ende festgehalten wird, so ist $l = 2H$; ist der Stab an beiden Enden derart gehalten, dass sich seine Enden in der Richtung der Stabachse bewegen können, so ist $l = H$; ist ein Ende festgeklemmt, das andere in der Achsrichtung beweglich, so ist $l = 0,7H$, sind endlich beide Enden festgeklemmt, so ist $l = \frac{5}{16}H$.

Theorie der Brücken.

3. Kapitel.

Momente und Transversalkräfte bei den verschiedenen Belastungsarten.

Die Spannungen in irgend einem Querschnitte hängen, wie aus dem 2. und 4. Kapitel dieses Abschnittes zu entnehmen ist, von zwei durch die äusseren Kräfte (Lasten und Auflagerreaktionen), welche bei geraden Trägern sämtlich in vertikaler Richtung wirken, bedingten Gröfßen ab: nämlich von der Resultante der auf einer Seite des Querschnittes wirkenden äusseren Kräfte und von deren statischem Momente in Bezug auf diesen Querschnitt.

Die Resultante aller auf einer Seite eines Querschnittes wirkenden äusseren Kräfte (oder allgemein die zur Trägachse senkrecht stehende Komponente der Resultierenden aller dieser Kräfte) nennt man die Transversalkraft für diesen Querschnitt. Im folgenden wird diese bezüglich des Eigengewichtes mit R' , der Verkehrslast mit R'' und die Summe beider mit R bezeichnet. Statt der Benennung Transversalkraft ist auch die Bezeichnung Schubkraft, Vertikalkraft, scherende Kraft üblich.

Das Moment der Resultanten oder die Summe aller Momente der auf einer Seite des Querschnittes wirkenden äusseren Kräfte in Bezug auf den Querschnitt nennt man kurz das Moment, auch Biegemoment, Angriffsmoment für diesen Querschnitt und bezeichnet dasselbe allgemein mit M' für das Eigengewicht, M'' für die Verkehrslast und $M = M' + M''$ für beide zusammen.

Die Transversalkraft soll nach oben gerichtet positiv, nach unten negativ, das Moment, wenn es den Träger nach oben konkav zu biegen bestrebt ist, positiv, sonst negativ bezeichnet werden. Im folgenden wird stets ein Träger, der auf zwei Stützen frei aufruht (frei aufliegender Träger), zum Unterschiede von den kontinuierlichen Trägern betrachtet.

§ 1. Stützendrücke, Transversalkräfte und Momente bei der Wirkung von Einzellasten mit unveränderlicher Lage.

Der gewichtslos gedachte Träger AB von der Spannweite l (Fig. 26) sei durch beliebig viele bekannte Einzellasten $P_1 P_2 P_3$ belastet; die durch diese Belastung in den Stützen A und B erzeugten Stützendrücke, welche sich aus der Momentengleichung in Bezug auf die Stütze B, beziehungsweise jener in Bezug auf die Stütze A, ergeben, seien D_A und D_B .

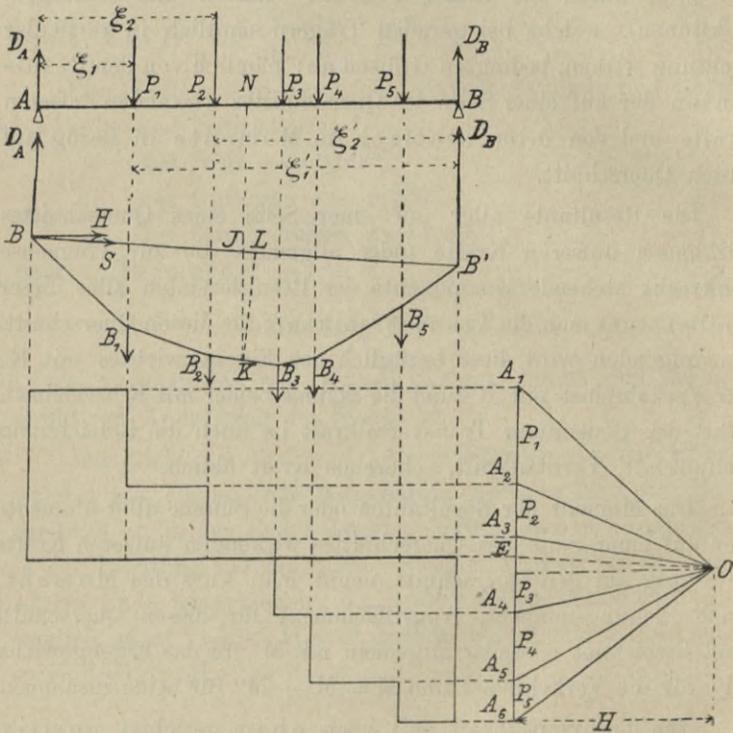


Fig. 26.

Es ist:

$$\begin{aligned}
 D_A &= P_1 \frac{\xi'_1}{l} + P_2 \frac{\xi'_2}{l} + P_3 \frac{\xi'_3}{l} + \dots \\
 D_B &= P_1 \frac{\xi_1}{l} + P_2 \frac{\xi_2}{l} + P_3 \frac{\xi_3}{l} + \dots
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} D_A \\ D_B \end{aligned}} \right| 20$$

das heißt die Größen der Transversalkräfte sind durch die Abstände der Punkte A_1 bis A_6 des Kräftepolygons vom Punkte E dargestellt.

Legt man durch das Seilpolygon an beliebiger Stelle einen Vertikalschnitt JK, fällt man von K auf BB' die Senkrechte KL, bezeichnet man mit H die Horizontalspannung, mit S die Spannung des Seilstückes BB', mit M'' die Summe der Momente aller äußeren links von JK wirkenden Kräfte, so ist für das Gleichgewicht gegen Drehung um den Punkt K:

$$M'' = S \cdot KL = S \cdot JK \cdot \cos \sphericalangle JKL$$

oder weil:

$$\sphericalangle JKL = \sphericalangle SBH \text{ und } S \cos \sphericalangle SBH = H$$

ist und wenn man:

$$JK = y \text{ setzt, so ist: } M'' = Hy \dots \dots \dots 23.$$

H ist bekanntlich gleich dem Abstände des Poles O vom Kräftepolygon oder gleich der Poldistanz.

Das Moment in einem Querschnitte N des Trägers ist also proportional dem Abstände y, den das geschlossene Seilpolygon auf einer durch den Querschnitt N zur Krafrichtung gezogenen Parallelen bildet. Wählt man H gleich der Krafteinheit, so ist $M'' = y$; in diesem Falle werden also die Momente direkt durch die Längen obengenannter Abschnitte dargestellt. Auch kann man sich für eine beliebige Poldistanz H einen Momentmaßstab mit einer solchen Einheit c bestimmen, daß man das Moment direkt abgreifen kann. Ist das Verjüngungsverhältnis der Längen 1:n, so entsprechen $y^{mm} = \frac{ny}{1000}$ Meter und $M = H \frac{ny}{1000}$ Tonnenmeter; an jener Stelle, wo das Moment $M = 1$ wird, sei die Ordinate c und somit:

$$1 = H \frac{nc}{1000} \text{ oder } c = \frac{1000}{nH} \text{ Millimeter.}$$

§ 2. Momente und Transversalkräfte bei der Wirkung einer auf den ganzen Träger gleichmäßig verteilten ruhig stehenden Belastung (Eigengewicht). Zusammenhang zwischen Moment und Transversalkraft. Mittlerer Querschnitt.

Als gleichmäßig verteilte ruhig stehende Belastung kann das Eigengewicht des Trägers angesehen werden Fig. 27.

A. Momente. Das Seilpolygon geht bei dieser Belastung in eine Seilkurve über, für welche dieselben Gesetze gelten, wie für das Seilpolygon.

Die Gleichung dieser Kurve ist durch die Momentengleichung für irgend einen Querschnitt N des Trägers gegeben:

$$M' = \frac{1}{2} g l x - g x \frac{x}{2} = \frac{1}{2} g x (l - x) \dots \dots \dots 24$$

worin g die Belastung (Eigengewicht) pro Längenmeter und l die Spannweite bedeutet.

Diese Gleichung stellt eine Parabel dar, die für $x = 0$ durch die Stütze A, für $x = l$ durch die Stütze B hindurch geht und für $x = \frac{l}{2}$ den Wert $M' = \frac{1}{8} g l^2$ (Scheitel) erreicht.

Diese Parabel läßt sich auf folgende Weise konstruieren: Der Pol O liege in der Streckensymtrale des geradlinigen Kräftepolygons Fig. 27, so daß

$$\begin{aligned} OA' &= OB' \text{ wird;} \\ A'D &= B'D = \frac{1}{2} g l \end{aligned}$$

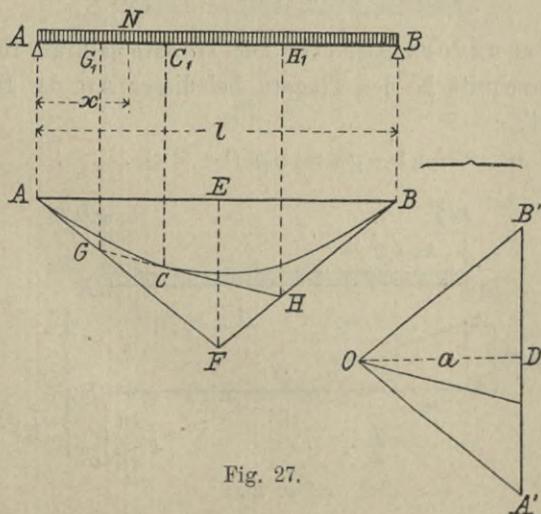


Fig. 27.

macht man

$$AF \parallel OA' \text{ und } FB \parallel OB',$$

so ist:

$$\triangle AEF \sim \triangle ODA'$$

$$EF : A'D = AE : OD$$

oder

$$EF : \frac{1}{2}gl = \frac{1}{2}l : a$$

$$EF = \frac{gl^2}{4a}.$$

Sollen die Höhen der Seilcurve die Momente darstellen, so ist $a = 1$ zu nehmen und somit $EF = \frac{1}{4}gl^2$. Um für irgend einen Punkt C die Tangente GH der Seilcurve zu konstruieren, ist zu beachten, daß G und H, die Seilpolygonecken in den Richtungen der Resultierenden der Teilstrecken AC_1 und C_1B , also bei gleichmäßig verteilter Belastung in der Mitte von AC_1 und BC_1 liegen müssen. Hieraus ergibt sich die Ermittlung von Parabelpunkten nach Fig. 28.

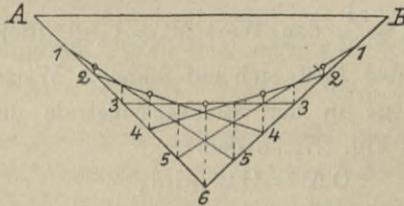


Fig. 28.

B. Transversalkraft. Die Transversalkraft für irgend einen Querschnitt N des Trägers bei dieser Art der Belastung Fig. 29 ist:

$$R' = \frac{1}{2}gl - gx = \frac{1}{2}g(1 - 2x) \dots \dots \dots 25$$

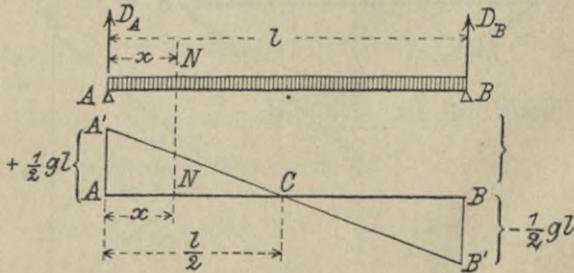


Fig. 29.

Demnach ist die Transversalkraft der 1. Differentialquotient des Momentes nach x ; R wird daher zum Maximum, wenn $\frac{dM}{dx}$ oder $M = 0$ wird, — anderseits wird das Moment zum Maximum, wenn $R = 0$ ist.

Man nennt jenen Querschnitt, in welchem $R = 0$ wird, den Maximalmomentenpunkt, den Maximalmomenten-Querschnitt oder auch den mittleren Querschnitt. Bei einer gleichmäßig verteilten Belastung liegt dieser Querschnitt in der Mitte, sonst, wie z. B. Fig. 31, seitwärts derselben.

Der Abstand zwischen diesem und der Trägermitte ist dann so groß, daß die zwischen dem mittleren Querschnitte und einer der Stützen gelegene Last gleich groß ist dem Drucke in dieser Stütze.

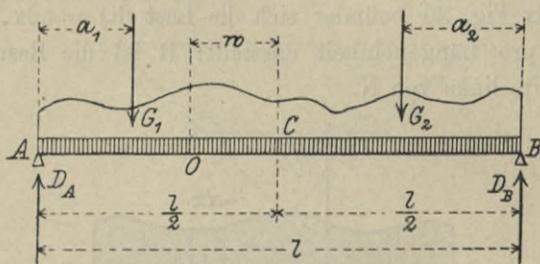


Fig. 31.

Demnach muß die Transversalkraft in irgend einem Querschnitte auch gleich sein der Last, welche zwischen diesem und dem mittleren Querschnitte liegt.

Angenommen, der mittlere Querschnitt sei in O (Fig. 31), dann G_1 die Resultierende der zufälligen Belastung links, G_2 jene rechts von O ; ferner sei G das gesamte, gleichmäßig verteilte Eigengewicht des Trägers und g jenes pro Längeneinheit desselben, so ist:

$$D_A = \text{der Totallast auf } AO;$$

$$D_B = \text{der Totallast auf } BO.$$

Bestimmt man den Stützendruck einmal mit Hilfe der Momentengleichung und dann mit Hilfe der soeben aufgestellten Gleichungen, so ergibt sich der Abstand w des mittleren Querschnittes von der Trägermitte:

$$D_A = \frac{1}{2} G + G_1 \frac{l - a_1}{l} + G_2 \frac{a_2}{l} = \frac{1}{2} G + G_1 + \frac{G_2 a_2 - G_1 a_1}{l}$$

$$D_A = g \left(\frac{1}{2} l - w \right) + G_1 = \frac{1}{2} G - gw + G_1$$

$$\frac{1}{2} G + G_1 + \frac{G_2 a_2 - G_1 a_1}{l} = \frac{1}{2} G - gw + G_1$$

$$w = \frac{G_1 a_1 - G_2 a_2}{G} \dots \dots \dots 29 \quad g=0^2$$

§ 3. Momente und Transversalkräfte bei der Wirkung eines beweglichen Lastensystems (Verkehrslast). Umhüllungslinien.

Mit der Änderung oder Verschiebung der Belastung eines Trägers ändern sich in den Querschnitten desselben in verschiedener Weise von einander die Momente und die Transversalkräfte.

Demnach müssen für ganz bestimmte Laststellungen in den Querschnitten die größten resp. kleinsten Momente beziehungsweise Transversalkräfte auftreten.

Werden diese Werte der Reihe nach für alle Querschnitte ermittelt und als Ordinaten von der Trägerachse aus an der dem Querschnitte entsprechenden Stelle aufgetragen, so ergibt die Verbindungslinie der Endpunkte der zusammengehörigen Ordinaten die Umhüllungslinie der maximalen resp. minimalen Momente, beziehungsweise Transversalkräfte.

Die Verkehrslast, welche die Änderung der Momente beziehungsweise Transversalkräfte hervorbringt, kann entweder in der Form einer gleichmäfsig oder ungleichmäfsig verteilten Belastung oder in der Form von Einzellasten oder einer Kombination beider auftreten. Auferdem kann die Verkehrslast den Träger direkt beanspruchen, so dafs sich bei der Bewegung des Lastensystems die Angriffspunkte ändern, die Gröfsen der Lasten aber dieselben bleiben, oder es erfolgt die Beanspruchung indirekt durch Vermittlung von Querträgern, so dafs bei der

Bewegung des Lastensystems sich wohl die Größen der Lasten, welche auf den Hauptträger wirken, ändern, nicht aber ihre Angriffspunkte (Fig. 32, 33).

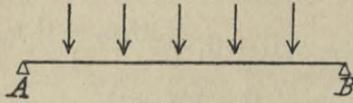


Fig. 32.

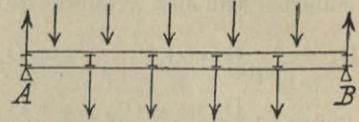


Fig. 33.

Für alle diese Belastungsarten ist es zur Konstruktion der Umhüllungslinien notwendig, die in den verschiedenen Hinsichten ungünstigsten Stellungen der Verkehrslast kennen zu lernen.

A. Direkte Belastung.

1. Gleichmäßig verteilte Belastung.

a) Momente. Bei einem auf zwei Stützen frei aufliegenden Träger ist das Moment in jedem Querschnitte stets positiv, ob sich die Last links oder rechts vom betreffenden Querschnitte befindet.

Liegt die Last rechts vom Querschnitte N (Fig. 34), so ist $M'' = +D_A x$, also M positiv, liegt dieselbe links von N (Fig. 34a), so ist $M'' = +D_B (l - x)$, also M abermals positiv.

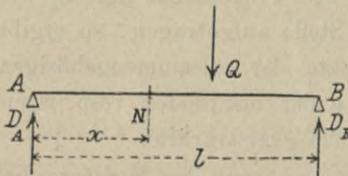


Fig. 34.

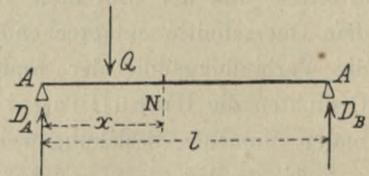


Fig. 34 a.

Es wird daher in jedem einzelnen Querschnitte das größte Moment bei Vollbelastung, das kleinste dagegen, wenn der Träger nur durch das Eigengewicht beansprucht wird, eintreten.

Es werden daher die im vorigen Paragraphen aufgestellten Gleichungen 24 und 27 hinsichtlich der Momente zugleich auch die Gleichungen der Umhüllungslinien der maximalen, beziehungsweise minimalen Momente darstellen.

b) **Transversalkräfte.** Die Transversalkraft in einem Querschnitte ist gleich der Resultanten der auf einer Seite des Querschnittes wirkenden äußeren Kräfte, daher gleich dem Stützendrucke weniger der zwischen der Stütze und dem betreffenden Querschnitte gelegenen Belastung. Jede rechts vom Querschnitte gelegene Last erzeugt eine positive, jede links davon eine negative Transversalkraft.

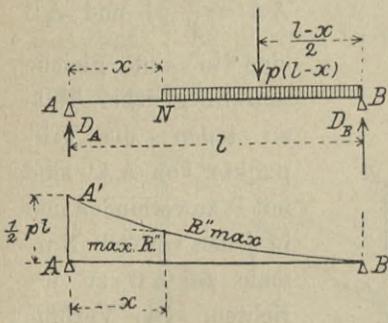


Fig. 35.

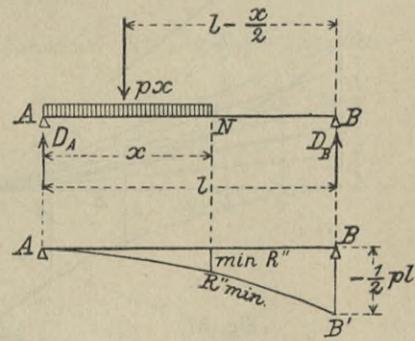


Fig. 36.

Die Transversalkraft erreicht daher in einem beliebigen Querschnitte N den größten Wert, wenn die Strecke rechts vom Querschnitte bis zur rechten, Fig. 35, den kleinsten Wert, wenn die Strecke links vom Querschnitte bis zur linken Stütze Fig. 36 voll belastet ist.

a) **Transversalkräfte wenn nur die Verkehrslast wirkt.**

Ist das Eigengewicht 0, so ist nach Fig. 35

$$R''_{\max} = D_A = p(l-x) \frac{l-x}{2l} = p \frac{(l-x)^2}{2l} \dots \dots \dots 30$$

nach Fig. 20

$$R''_{\min} = D_A - px = px \frac{1-x}{l} - px = -p \frac{x^2}{2l} \dots \dots \dots 31$$

Die Gleichung 30 stellt die der Umhüllungslinie der maximalen, die Gleichung 31 jene der minimalen Transversalkräfte dar. Beide sind Parabeln, die erstere hat ihren Scheitel in B Fig. 35, die letztere in A Fig. 36.

Für $x = 0$ ist $R''_{\max} = AA' = \frac{1}{2} pl$ und $R''_{\min} = 0$

„ $x = 1$ „ $R''_{\min} = BB' = -\frac{1}{2} pl$ und $R''_{\max} = 0$.

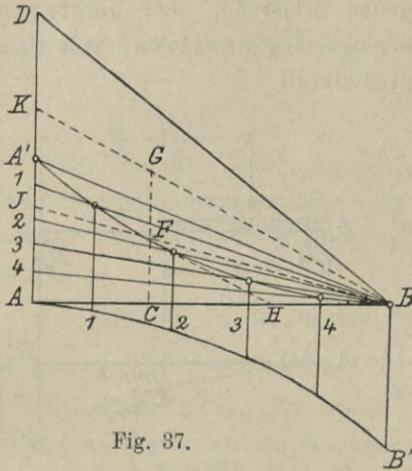


Fig. 37.

Die Konstruktion dieser Parabeln ist aus Fig. 37 ersichtlich.

$AA' = \frac{1}{2} pl$ und AB sind in eine gleiche Anzahl gleicher Teile zu teilen; die Teilpunkte von AA' sind mit B zu verbinden und in jenen von AB Normale zu AB zu errichten. Die Verbindungslinie der Schnitt-

punkte der durch die gleichbezeichneten Teilpunkte gezogenen Geraden gibt die Parabel. Es schneidet nämlich die Tangente FH im Punkte F der Parabel A'FB auf der Tangente im Scheitel AB ein Stück BH ab, welches gleich dem Abstände des Fußpunktes C einer von F auf AB gefällten Normalen vom Punkte H ist.

Macht man:

$$BK \parallel HF$$

so ist:

$$GF = FC.$$

Die Ordinate GC wird also durch die Kurve im Punkte F halbiert.

β) Transversalkräfte wenn Verkehrslast und Eigengewicht gleichzeitig wirken.

Wirkt Verkehrslast und Eigengewicht, so ist:

$$R_{\max} = R' + R''_{\max} = \frac{1}{2} gl \left(1 - \frac{2x}{l}\right) + \frac{1}{2} p \frac{(l-x)^2}{l} \dots 32$$

$$R_{\min} = R' + R''_{\min} = \frac{1}{2} gl \left(1 - \frac{2x}{l}\right) - \frac{1}{2} p \frac{x^2}{l} \dots 33$$

Die Gleichungen 32 und 33 sind ebenfalls Parabelgleichungen; diese Parabeln unterscheiden sich von jenen, welche den Gleichungen 30 und 31 entsprechen, nur durch die Scheitellage; die Parameter sind dieselben Fig. 38.

Im Querschnitte E ist $R_{\min} = 0$, im Querschnitte F ist $R_{\max} = 0$.

Der Abstand der Punkte E und F voneinander oder das Verhältnis $\frac{W}{l}$ hängt vom Verhältnisse $\frac{g}{p}$ des Eigengewichts zur Verkehrslast ab.

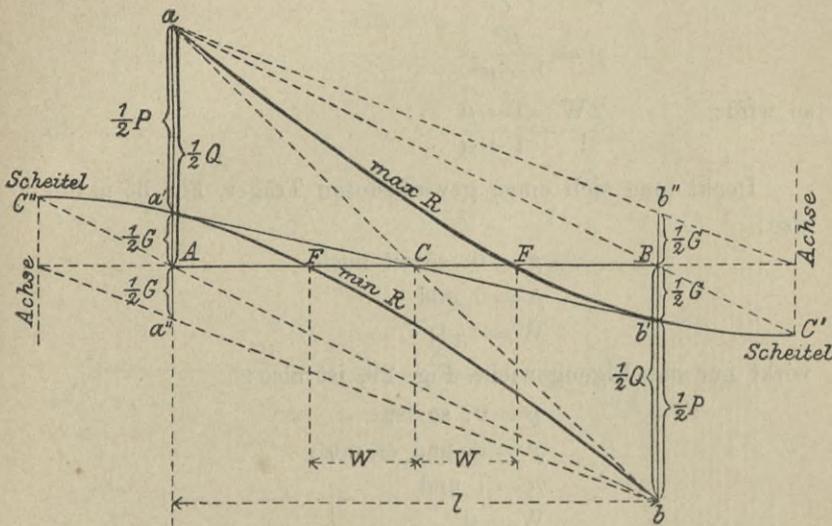


Fig. 38.

Für den Querschnitt E ist:

$$\frac{1}{2} g l \left(1 - \frac{2x}{l} \right) - \frac{1}{2} p \frac{x^2}{l} = 0;$$

$$g l = G; \quad p l = P; \quad x = \frac{1}{2} l - W;$$

$$G \frac{2W}{l} - P \left[\frac{1}{4} - \frac{W}{l} + \left(\frac{W}{l} \right)^2 \right] = 0;$$

$$\frac{G}{P} = \frac{g}{p} = \gamma;$$

$$\left(\frac{W}{1}\right)^2 - (1+2\gamma)\frac{W}{1} + \frac{1}{4} = 0$$

$$\frac{W}{1} = \frac{1}{2} + \gamma \pm \sqrt{\gamma(1+\gamma)} = \frac{1}{2} + \gamma - \gamma\sqrt{1+\frac{1}{\gamma}} \quad \dots \quad 34$$

nachdem W nie größer als $\frac{1}{2}l$ werden kann, gilt nur das — vor der Wurzel.

Setzt man: $\frac{1}{\mu^2} = \frac{g+p}{g} = 1 + \frac{p}{g} = 1 + \frac{1}{\gamma}$

$$\frac{1}{\mu^2} = \frac{1+\gamma}{\gamma};$$

$$\gamma = \frac{\mu^2}{1-\mu^2}$$

so wird: $\frac{2W}{1} = \frac{1-\mu}{1+\mu} \quad \dots \quad 35$

Denkt man sich einen gewichtslosen Träger, Fig. 35 u. 36, also:

$$g = 0, \text{ so ist auch}$$

$$\mu = 0 \text{ und}$$

$$W = \frac{1}{2}l;$$

wirkt nur das Eigengewicht, Fig. 29, ist also:

$$p = 0, \text{ so ist}$$

$$\gamma = \infty \text{ und es muß}$$

$$\mu = 1 \text{ und}$$

$$W = 0$$

werden.

Die graphische Darstellung Fig. 38 zeigt, daß in den Querschnitten auf der Strecke AE sowohl R_{\max} als auch R_{\min} ein positives, in den Querschnitten auf der Strecke BF beide ein negatives Vorzeichen haben; innerhalb der Strecke EF hat R_{\max} ein positives, R_{\min} ein negatives Vorzeichen.

Der numerisch größte Wert der Transversalkraft in den einzelnen Querschnitten wird graphisch nach Fig. 38a in der Weise dargestellt, daß man R Fig. 38 um die Trägerachse AB nach oben dreht.

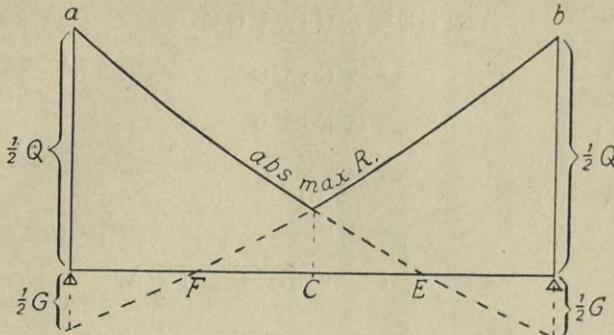


Fig. 38 a.

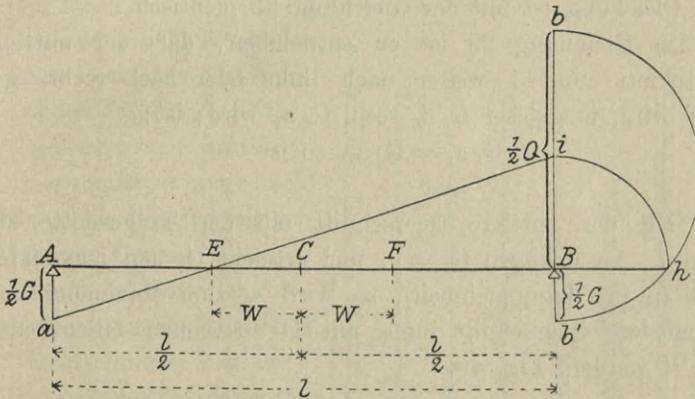


Fig. 39.

Fig. 39 zeigt die graphische Ermittlung der Punkte E und F. Es ist G das gesamte Eigengewicht des Trägers, Q das Eigengewicht samt der auf den ganzen Träger gleichmäßig verteilten Verkehrslast, also:

$$Q = G + P = gl + pl = ql$$

$$Bi = Bh = \frac{1}{2} \sqrt{GQ}$$

$$\triangle A a E \sim \triangle E i B, \text{ daher}$$

$$\begin{aligned}
 AE:BE &= \frac{1}{2} G : \frac{1}{2} \sqrt{GQ} \\
 &= \sqrt{G} : \sqrt{Q} \\
 &= \sqrt{g} : \sqrt{q} \\
 &= \sqrt{\frac{g}{q}} : 1 \\
 &= \mu : 1
 \end{aligned}$$

$$AE = \frac{1}{2} l - W; BE = \frac{1}{2} l + W$$

$$\frac{1}{2} l - W : \frac{1}{2} l + W = \mu : 1$$

$$\frac{2W}{l} = \frac{1 - \mu}{1 + \mu}$$

diese Gleichung ist mit der Gleichung 35 identisch.

Aus Gleichung 29 ist zu entnehmen, daß der mittlere Querschnitt um so weiter nach links oder nach rechts gezogen wird, je größer $G_1 a_1$ resp. $G_2 a_2$ wird; ist:

$$G_1 a_1 = G_2 a_2, \text{ so ist}$$

$$W = 0$$

und fällt der mittlere Querschnitt mit der Trägermitte zusammen. Ist dagegen $G_2 = 0$, und erreicht G_1 den maximalen Wert (p pro Längeneinheit), so wird w zum Maximum, und der mittlere Querschnitt muß mit E zusammen fallen, also $w = W$ werden, Fig. 40.

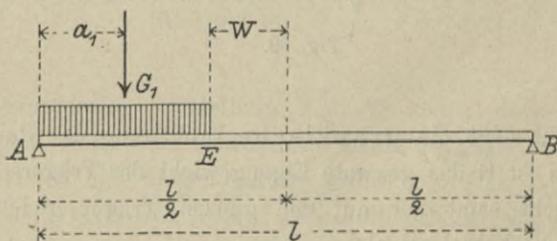


Fig. 40.

Es ist in diesem Falle:

$$w = W = \frac{G_1 \max a_1}{G}$$

$$G_{1 \max} = p \left(\frac{1}{2} l - W \right)$$

$$a_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} l - W \right)$$

$$G = gl; \frac{g}{p} = \gamma$$

$$W = \frac{1}{2} \frac{p}{g} l \left(\frac{1}{2} - \frac{W}{l} \right)^2$$

$$\frac{W}{l} = \frac{1}{2} \gamma \left(\frac{1}{2} - \frac{W}{l} \right)^2$$

$$\frac{W}{l} = \frac{1}{2} + \gamma - \gamma \sqrt{1 + \frac{1}{\gamma}}$$

ist identisch mit Gleichung 34.

Eine gleichmäßig verteilte Belastung, von links auf den Träger geschoben, zieht also den mittleren Querschnitt so lange nach links, bis derselbe mit der rechten Grenze der Belastung abschneidet; die Entfernung des mittleren Querschnittes von der Trägermitte hat dann ihr Maximum erreicht.

Wird die Last noch weiter geschoben, so nähert sich auch der mittlere Querschnitt wieder

der Mitte und erreicht dieselbe, wenn das rechte Ende der Last bis zum Trägerende B vorgerückt ist, die Last also den ganzen Träger bedeckt.

Analog wird der mittlere Querschnitt so lange nach rechts gezogen, wenn die gleichmäßig verteilte Belastung von rechts auf den Träger geschoben wird, bis die linke Begrenzung der

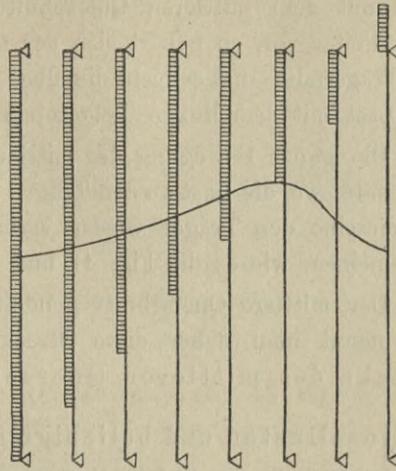


Fig. 42.

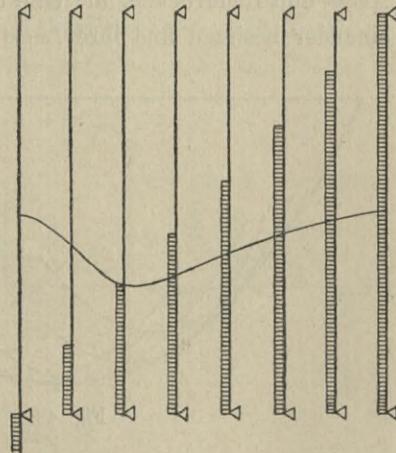


Fig. 41.

Last mit dem mittleren Querschnitt abschneidet. Rückt die Last weiter vor, so nähert sich der mittlere Querschnitt wieder der Trägermitte und erreicht dieselbe, wenn die linke Begrenzung der Last mit dem linken Trägerende abschneidet.

Die ganze Bewegung des mittleren Querschnittes von dem Momente, wo die Last an den Träger herankommt, bis zu jenen, wo dieselbe den Träger wieder verlassen hat, erfolgt also im allgemeinen, wie es die Fig. 41 und 42 zeigen.

Der mittlere Querschnitt pendelt also zwischen E und F und nennt man daher diese Strecke auch die Ausweichstrecke des mittleren Querschnittes.

2. Einzellasten und beliebige gemischte Belastung.

Die Einzellasten, welche die Träger einer Brückenkonstruktion beanspruchen, erscheinen bei direkter Belastung in der Form von Achs- und Raddrücken, die eine unveränderliche Entfernung von einander besitzen und ihre Lage auf der Brücke ändern.

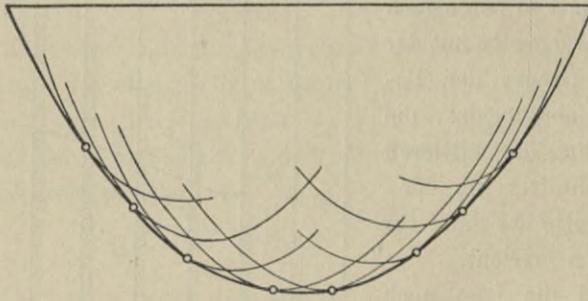


Fig. 43.

a) Momente. Bei der Wirkung von Einzellasten ist die Umhüllungslinie der Momente eine Kurve, welche eine Aufeinanderfolge von Parabeln einhüllt (Fig. 43); diese letzteren entstehen durch die Bewegung der Seilpolygonecken beim Übergange von einer Laststellung in eine andere und schneiden sich in den Punkten, welche einer Änderung der am Querschnitte liegenden Last oder dem Abgehen oder Hinzukommen einer

neuen Last auf den Träger entsprechen. Die Achsen dieser Parabeln sind vertikal.

Man konstruiert diese Umhüllungslinie, indem man für eine entsprechend große Anzahl Querschnitte des halben Trägers das größte Moment ermittelt, die erhaltenen Werte in den betreffenden Querschnitten als Ordinaten aufträgt und die Endpunkte derselben mit einander verbindet, Fig. 54, 55.

Es ist daher zunächst notwendig, diejenigen Laststellungen zu ermitteln, welche in den einzelnen Querschnitten das größte Moment erzeugen.

a) Ungünstigste Laststellungen für das Moment bei einem beliebigen Lastensystem.

Es sei N (Fig. 44) der Querschnitt, für welchen die Last so gestellt werden soll, daß das Moment in N den größten Wert erreiche; Q sei die Resultierende der gesamten Lasten (kontinuierliche Belastung und Einzellasten) und X die Resultierende der Lasten links vom Querschnitte N; der Träger selbst sei gewichtslos.

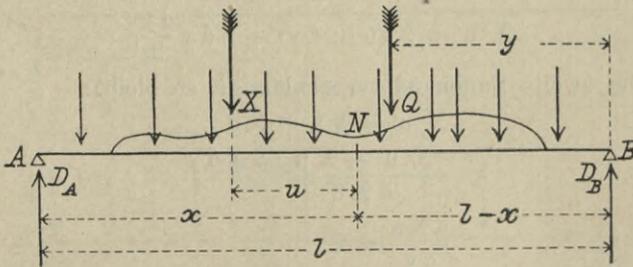


Fig. 44.

Das Moment in N ist:

$$M_N'' = \frac{Q}{l} yx - Xu$$

M_N'' soll ein Maximum werden; X und u sind Funktionen von y, x dagegen ist konstant, daher ist:

$$\frac{dM_N''}{dy} = \frac{Q}{l} x - \frac{dXu}{dy}$$

$\frac{dXu}{dy}$ ergibt sich, wenn man das Lastensystem um dy nach links verschiebt, Fig. 45; dann ist:

$$X' = X + dX.$$

Auf der Strecke dy erscheint die Last als gleichmäßig verteilt mit p pro Längeneinheit, daher ist:

$$dX = p \cdot dy.$$

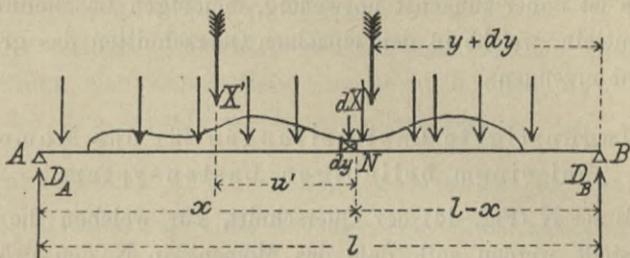


Fig. 45.

Das Moment der Resultierenden in Bezug auf einen Trägerquerschnitt ist gleich der Summe der Momente der Komponenten in Bezug auf denselben Querschnitt, demnach:

$$X' u' = X(u + dy) + p dy \frac{dy}{2},$$

wird der zweite Summand vernachlässigt, so bleibt:

$$X' u' = X u + X dy$$

$$\frac{X' u' - X u}{dXu} = X dy$$

$$\frac{dXu}{dy} = X.$$

Somit ist:

$$\frac{dM_N}{dy} = \frac{Q}{l} x - X.$$

Damit dieser Differential-Quotient 0 wird, muß:

$$\frac{Q}{l} x = X \text{ oder } \frac{Q}{l} = \frac{X}{x}$$

werden.

Setzt man $X = Q'$, $Q - Q' = Q''$,

so ist: $\frac{Q}{l} = \frac{Q'}{x} = \frac{Q''}{1-x} \dots \dots \dots 36$

Dies sagt:

Damit das größte Moment in einem Querschnitte N eintrete, muß die durchschnittliche Belastung (Last pro Längeneinheit) auf dem ganzen Träger gleich sein jener auf der linken wie auch jener auf der rechten Seite des Querschnittes.

β) Ungünstigste Laststellung für das Moment bei Einzellasten.

Fehlt die kontinuierliche Belastung, Fig. 46, so wird die Teilung nach Gleichung 36 im allgemeinen nur dann stattfinden können, wenn eine bestimmte Last P_n des Systems Fig. 47 über dem Querschnitte N steht. Diese Last P_n muß so gelegen sein, daß man durch Teilung derselben in zwei ∞ nahe aneinander stehende Komponenten P'_n rechts und P''_n links vom Querschnitte N die Gleichung 36 befriedigen kann. Ein Zahlenbeispiel zeigt Fig. 48.

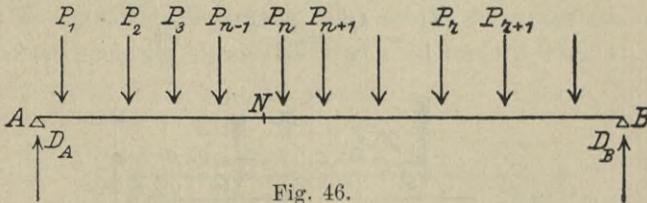


Fig. 46.

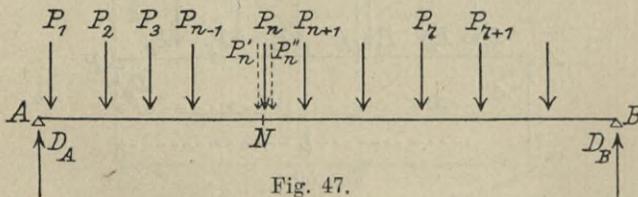


Fig. 47.

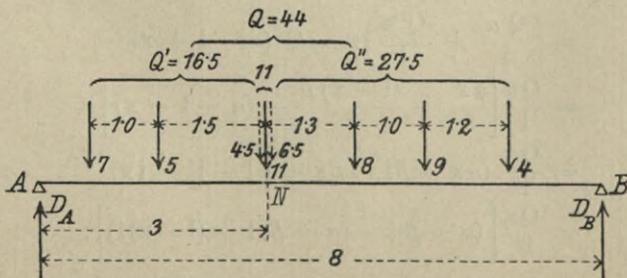


Fig. 48.

Ist aber eine Teilung der Kräfte nach der Gleichung 36 durch den Querschnitt möglich, ohne dafs eine Last über den Querschnitt N gestellt zu werden braucht, Fig. 49, so behält das Moment in N für viele Stellungen seinen maximalen Wert u. zw. in Fig. 49 für alle Stellungen, so lange sich N zwischen den Lasten 8 und 11 befindet.

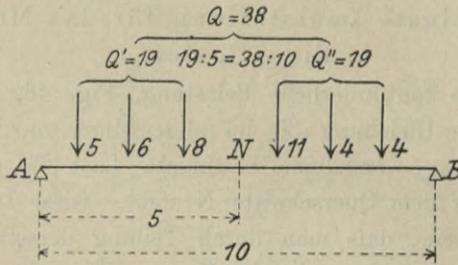


Fig. 49.

Dies ergibt sich auch aus folgendem:

Die Belastung des Trägers AB, Fig. 50; sei derart, dafs

$$\frac{Q}{l} = \frac{Q'}{x} = \frac{Q''}{l-x} \quad \text{ist.}$$

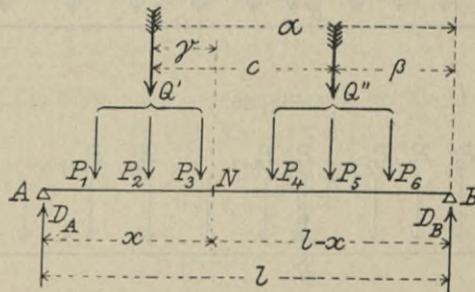


Fig. 50.

$$\begin{aligned} M_N'' &= D_A x - Q' \gamma \\ &= \left(\frac{Q' \alpha}{1} + \frac{Q'' \beta}{1} \right) x - Q' (\alpha - 1 + x) \\ &= \frac{Qx}{1} \left[\frac{\alpha x}{1} + \frac{(1-x) \beta}{1} - (\alpha - 1 + x) \right] \\ &= \frac{Qx}{1^2} (\alpha x + \beta 1 - \beta x - \alpha 1 + 1^2 - 1x) \\ &= \frac{Qx}{1^2} [(\alpha - \beta)x - (\alpha - \beta)1 + (1-x)1]; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \alpha - \beta = c \text{ (konstant)} \\
 & = \frac{Qx}{l^2} [cx - cl + (1-x)l] \\
 & = \frac{Qx}{l^2} (1-x)(1-c) \dots \dots \dots 37
 \end{aligned}$$

In der Gleichung 37 sind alle Werte konstant und bleiben es auch, so lange weder die erste Kraft der Kräftegruppe Q'' , noch die letzte Kraft der Kräftegruppe Q' den Querschnitt N passiert, keine weitere Last auf den Träger gelangt und keine von den Lasten den Träger verläßt.

Haben die Lasten eines Lastensystems keinen fixen Abstand von einander, so gibt es selbstverständlich unendlich viele Stellungen des Lastensystems, welche im Querschnitte N das größte Moment erzeugen.

γ) Ungünstigste Laststellung für das Moment einer begrenzten Strecke gleichmäßig verteilter Belastung.

Eine derartige Belastung läßt sich leicht graphisch in jene Teile zerlegen, wie sie die Gleichung 36 fordert, Fig. 51 u. 52.

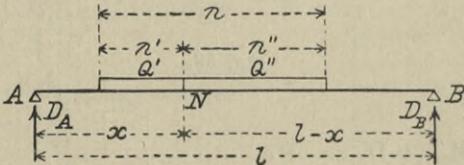


Fig. 51.

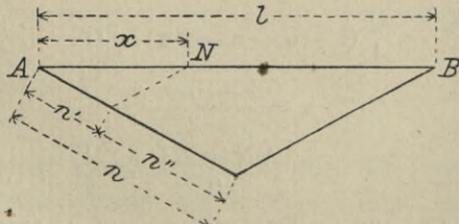


Fig. 52.

Es ist: $Q' : Q'' = x : l - x = \lambda' : \lambda''$
 $\lambda' = \lambda \frac{x}{l}$; $\lambda'' = \lambda \frac{l-x}{l}$

δ) Absolutes Maximum der Momente.

Da bei der Wirkung von Einzellasten, wie aus dem Vorausgegangenen ersichtlich, für irgend einen Querschnitt das Moment in der Regel nur dann zum Maximum wird, wenn sich über demselben eine Einzellast befindet, so wird auch über jenem Querschnitte N Fig. 53, in welchem das Moment zum absoluten Maximum wird, in der Regel eine Last stehen müssen; Q sei die Resultierende des gesamten Lastensystems und P jene der links von N gelegenen Lasten.

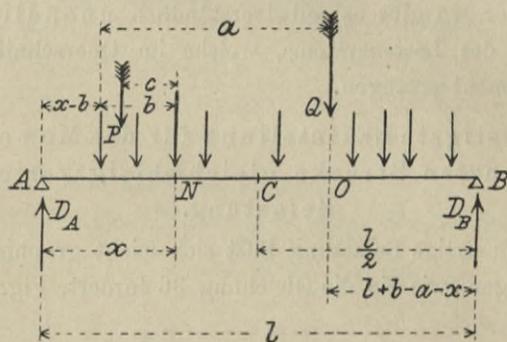


Fig. 53.

Es ist:

$$M_N'' = D_A x - P c$$

$$= \frac{Q}{l} (1 + b - a - x) x - P c$$

$$\frac{d M_N''}{d x} = \frac{Q}{l} (1 + b - a - 2 x) = 0$$

$$x = \frac{1 + b - a}{2}$$

somit:

$$\frac{AN + AO}{2} = \frac{l}{2} \dots \dots \dots 38$$

Die Gleichung 38 sagt, daß der Querschnitt N, respektive die Kraft, an deren Fußpunkte das absolut größte Moment eintritt, und die Resultierende aller Kräfte von der Trägermitte gleichweit abstehen.

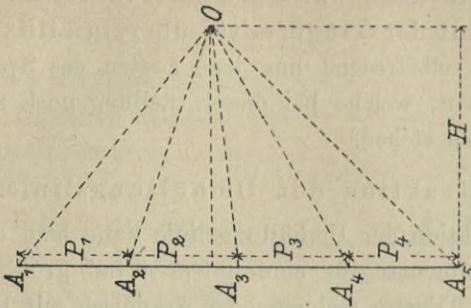


Fig. 54.

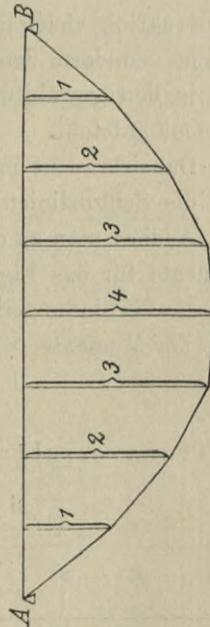
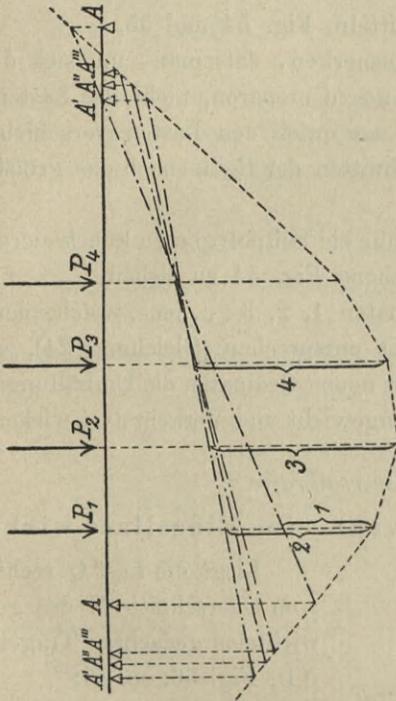


Fig. 55.

Bei den nahezu gleich großen Kräften der Lastensysteme, wie sie den Verkehrslasten der Brücken entsprechen, ist die Kraft, an deren Fußpunkte das absolut größte Moment eintritt, der Resultierenden zunächst liegend. Man kann also sagen:

„Das absolut größte Moment tritt am Fußpunkte der der Resultierenden zunächst liegenden Kraft ein,

wenn der Halbierungspunkt des Abstandes der beiden von einander mit der Trägermitte übereinfällt.“

Hiebei sind selbstredend nur jene Lasten des Systems in Betracht zu ziehen, welche bei dieser Stellung noch zwischen den beiden Stützen stehen.

ε) Konstruktion der Umhüllungslinie.

Zur Konstruktion der Umhüllungslinie kann man entweder die maximalen Momente für eine entsprechend große Anzahl Querschnitte des Trägers rechnen oder graphisch mit Hilfe des Kräfte- und Seilpolygons ermitteln, Fig. 54 und 55.

Hiezu ist nur noch zu bemerken, daß man, um sich die Konstruktion vieler Seilpolygone zu ersparen, nicht das Lastensystem, sondern den Träger so unter den Lasten verschiebt, daß in den gewählten Querschnitten der Reihe nach das größte Moment entsteht.

Dabei braucht man sich nur ein Seilpolygon zu konstruieren und die Schlußlinien entsprechend Fig. 54 zu ziehen.

Addiert man zu den Ordinaten 1, 2, 3 . . . jene, welche dem Momente für das Eigengewicht entsprechen (Gleichung 24), so gibt die Verbindungslinie dieser neuen Ordinaten die Umhüllungslinie der Momente, wenn Eigengewicht und Verkehrslast wirken.

b. Transversalkräfte.

α) Transversalkräfte, wenn eine Einzellast wirkt.

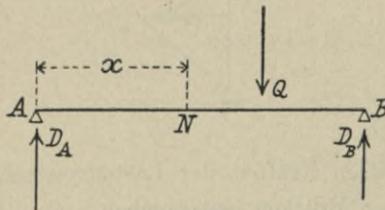


Fig. 56.

Liegt die Last Q rechts vom Querschnitte N des gewichtslos gedachten Trägers AB , Fig. 56, so ist:

$$R'' = D_A,$$

liegt sie links von N , so ist:

$$R'' = D_A - Q;$$

in erstem Falle ist daher die Transversalkraft in N positiv,

in letzterem negativ, und wird in beiden Fällen numerisch größer, je näher Q dem Querschnitte N steht.

β) Transversalkräfte, wenn ein Einzellastensystem wirkt. Umhüllungslinie für die Transversalkräfte.

Wirkt ein Einzellastensystem (Wagenzug oder Radzug), Fig. 57, derart auf den gewichtslosen Träger AB, daß sämtliche Lasten mit der Resultierenden Q links vom Querschnitte N stehen, so ist:

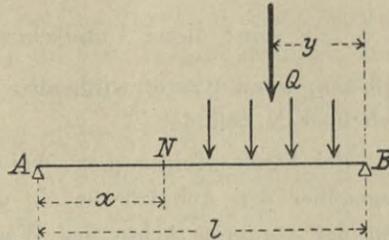


Fig. 57.

$$R'' = D_A = Q \frac{y}{l}.$$

Es wächst also R'' mit der Zunahme von Q und y und erreicht den größten Wert, wenn die erste Last des Lastensystems sich über dem Querschnitte N befindet, Fig. 58, dann ist:

$$R''_{\max} = D_A = Q \frac{l-x-a}{l}.$$

Unter gewissen Größenverhältnissen und Abständen der Lasten von einander, kann es auch vorkommen, daß das Maximum der Transversalkraft in N eintritt, wenn sich auch links von N eine Last befindet, Fig. 59.

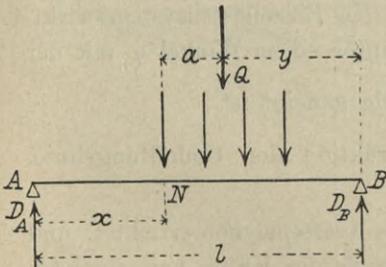


Fig. 58.

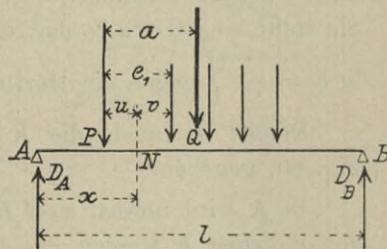


Fig. 59.

Es ist dann:

$$R'' = D_A - P$$

$$R'' = Q \frac{l-x+u-a}{l} - P = Q \frac{l-x-a}{l} + Q \frac{u}{l} - P_1.$$

Es ist also R'' im Belastungsfall, Fig. 59, größer als in jenem, Fig. 58, wenn $Q \frac{u}{l} - P$ positiv ist. Es muß also $Q \frac{u}{l} > P$ sein; dieser Unterschied wächst mit u und wird am größten, wenn $u = e_1$ wird, also die zweite Last des Systems sich über N befindet.

Bei Straßentransportfahrzeugen, bei welchen mitunter die Pferde gegenüber den Achsdrücken ein geringes Gewicht besitzen und von der vorderen Achse des Wagens weit abstehen, kann der Belastungsfall, Fig. 59, ungünstiger sein, als jener, Fig. 58. Bedenkt man aber, daß die Wagen sowohl von rechts als auch von links auf die Brücke gelangen, daß also ein Hinterrad des Wagens über den Querschnitt N , die anderen Lasten rechts davon gestellt werden können, so ergibt sich wieder der Belastungsfall, Fig. 58, als der ungünstigere.

Es ist also für den Querschnitt N , Fig. 58:

$$\begin{aligned} R''_{\max} &= Q \frac{1-x-a}{l} \\ &= Q \frac{1-a}{l} - Q \frac{x}{l} \dots \dots \dots 39 \end{aligned}$$

Die Gleichung 39 entspricht somit jener der Umhüllungslinie der Transversalkräfte, wenn ein Einzellastensystem wirkt. Sie stellt eine Gerade dar, die unter einem Winkel φ mit der $\text{tg } \varphi = -\frac{Q}{l}$ gegen die Horizontale geneigt ist.

Damit ist auch die Konstruktion der Umhüllungslinie, Fig. 60, gegeben.

In A wird normal zu AB das Kräftepolygon errichtet, und von B gegen A werden die Abstände der Kräfte von einander aufgetragen. Die Teilpunkte $I, II \dots \dots$ des Kräftepolygons werden mit B verbunden und in den Teilpunkten $1, 2 \dots \dots$ von AB Normale zu AB errichtet.

Die in 1 errichtete Normale schneidet die Gerade BI , welche von diesem Schnittpunkte bis B einen Teil der Umhüllungslinie darstellt; es befindet sich nämlich beim Vorrücken

des Lastensystems von rechts nach links um die Strecke e_1 nur die Last P_1 auf den Träger also $\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{P_1}{1}$. Beim weiteren Vorrücken des Lastensystems um die Strecke e_2 befinden sich P_1 und P_2 , also $Q = P_1 + P_2$ auf dem Träger; demnach muß die Umhüllungsline vom Schnittpunkte der Normalen in 1 und der Geraden BI aus unter dem $\sphericalangle \varphi_2$ mit der $\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{P_1 + P_2}{1}$ geneigt sein; man zieht daher von diesem Schnittpunkte eine zur Geraden BII Parallele, bis die im Teilpunkte 2 zu AB errichtete Normale geschnitten wird. Analog werden die übrigen Bruchpunkte der Umhüllungsline gefunden.

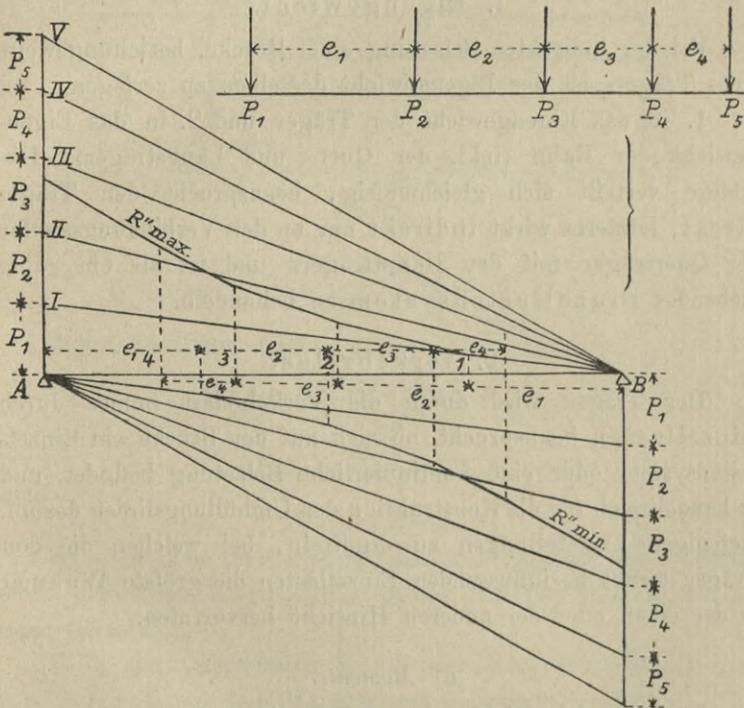


Fig. 60.

Symmetrisch hiezu ergibt sich die Umhüllungsline für R''_{\min} , wenn sich das Lastensystem von links her auf den Träger schiebt.

Addiert man analog wie in Fig. 38 zu den Ordinaten für R''_{\max} resp. R''_{\min} jene, welche den Transversalkräften für das Eigengewicht entsprechen, so ist die Verbindungslinie der Endpunkte dieser neuen Ordinaten die Umhüllungslinie für $\max R$ resp. $\min R$.

Selbstredend ist für ein und denselben Querschnitt der numerisch grössere Wert von $\max R$ und $\min R$ von Wichtigkeit, es lassen sich die numerisch größten Transversalkräfte analog wie Fig. 38a darstellen.

B. Indirekte Belastung.

1. Eigengewicht.

Bei der indirekten Belastung einer Brücke, beziehungsweise eines Trägers ist das Eigengewicht derselben zu zerlegen:

1. in das Eigengewicht der Träger und 2. in das Eigengewicht der Bahn (inkl. der Quer- und Längsträger). Das erstere verteilt sich gleichmäßig, beansprucht den Träger direkt, letzteres wirkt indirekt nur an den Verbindungsstellen der Querträger mit den Hauptträgern und ist als ein ruhig stehendes Einzellastensystem zu behandeln.

2. Verkehrslast.

Der Träger wird durch die Verkehrslast immer durch Einzellasten beansprucht, ob sich auf der Brücke ein Einzellastensystem oder eine kontinuierliche Belastung befindet, und es handelt sich für die Konstruktion der Umhüllungslinien darum, diejenigen Laststellungen zu ermitteln, bei welchen die den Träger direkt beeinflussenden Einzellasten die größte Wirkung in der einen oder der anderen Hinsicht hervorrufen.

a) Momente.

Es läßt sich leicht zeigen, daß die maximalen Momente an den Verbindungsquerschnitten der Querträger mit den Hauptträgern dieselben, die Momente für die Querschnitte zwischen den Querträgern aber etwas kleiner sind als bei direkter Belastung.

Es sei die Resultierende der im n^{ten} Felde, Fig. 61, wirkenden Lasten Q_n , dieselbe werde durch die an den Querträgern wirkenden Komponenten P'_n und P''_n ersetzt.

Die außerhalb des n^{ten} Feldes wirkenden Kräfte haben auf einen im n^{ten} Felde liegenden Querschnitt N , wie leicht einzusehen, denselben Einfluß, als wenn keine Querträger vorhanden wären, es soll daher im folgenden auch nur die Resultierende Q_n berücksichtigt werden.

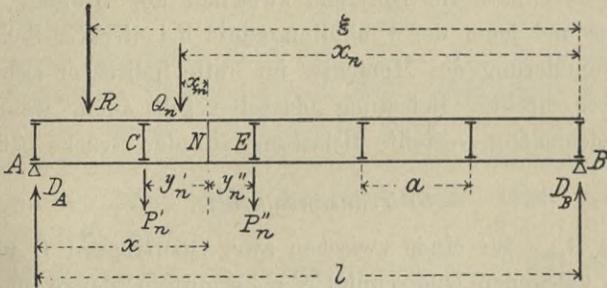


Fig. 61.

Es ist:

$$M_N = D_A x - P'_n y'_n = \frac{Q_n x_n}{l} x - P'_n y'_n.$$

Ohne Querträger wäre:

$$M_N = \frac{Q_n x_n}{l} x - Q_n x_m,$$

nun ist:

$$Q_n x_m = P'_n y'_n - P''_n y''_n$$

somit:

$$P'_n y'_n > Q_n x_m.$$

Es wird also im Falle mittelbarer Belastung der negative Wert der Momentengleichung größer als im Falle unmittelbarer Belastung.

Fällt der Querschnitt N mit der Verbindungsstelle des Querträgers E mit dem Hauptträger zusammen, so ist:

$$y''_n = 0 \text{ und } Q_n x_m = P'_n y'_n$$

oder:

$$M_N = \frac{Q_n x_n}{l} x - Q_n x_m,$$

also ebenso groß, als wenn keine Querträger vorhanden wären.

Man konstruiert daher die Umhüllungslinie der Momente zunächst so wie im Falle direkter Belastung, Fig. 55; sodann errichtet man in den Querschnitten, welche den Verbindungsstellen der Querträger mit dem Hauptträger entsprechen, Normale zur Abscisse AB, bis sie die Umhüllungslinie schneiden. Verbindet man die Schnittpunkte mit einander, so erhält man ein Polygon, welches die Umhüllungslinie der Momente bei indirekter Belastung darstellt. Es entspricht nämlich für einen Querschnitt die Differenz zwischen der Ordinate dieses Polygons und jener der Umhüllungslinie bei direkter Belastung der Verminderung des Momentes im Falle indirekter Belastung gegenüber direkter Belastung (dasselbe gilt auch, wenn sich eine gleichmäßig verteilte Belastung auf der Brücke befindet).

b) *Transversalkräfte.*

Um R''_{\max} für einen zwischen zwei Querträgern C und E, Fig. 62, gelegenen Querschnitt N zu ermitteln, denke man sich rechts von C ein Lastensystem mit der Resultierenden Q auf den Träger aufgestellt; die Lasten dieses Systems, welche sich zwischen C und E befinden, haben die Resultierende Q_1 , welche in C einen Druck $Q_1 \frac{\xi_1}{a}$ erzeugt; daher ist die Transversalkraft R'' im Querschnitte N:

$$R'' = D_A - Q_1 \frac{\xi_1}{a} = Q \frac{\xi}{l} - Q_1 \frac{\xi_1}{a}.$$

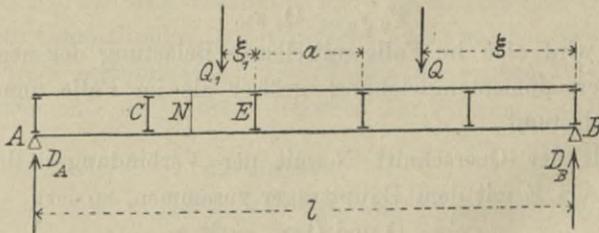


Fig. 62.

Verschiebt man das Lastensystem um $\Delta \xi$ nach rechts, so daß keine Last über E oder B hinauskommt, so ändert sich

auch R'' um $\Delta R''$ u. zw. ist, da ξ und ξ_1 um $\Delta \xi$ kleiner wurde, diese Veränderung:

$$\Delta R'' = - \left(\frac{Q}{l} - \frac{Q_1}{a} \right) \Delta \xi.$$

Je nachdem $Q a \leq Q_1 l$ ist, nimmt R'' zu respektive ab und wird zum R''_{\max} , wenn das Lastensystem möglichst weit nach rechts oder nach links verschoben wird, je nachdem

$$Q a \leq Q_1 l$$

ist. Für R''_{\max} wird also eine Last entweder unmittelbar bei C oder E liegen.

Liegt eine Last dicht links neben E und verschiebt man das System so, daß diese Last dicht rechts neben E zu liegen kommt, so ändert sich hiebei R'' nicht, und das soeben aufgestellte Gesetz gilt von Neuem, so daß sich hiernach leicht untersuchen läßt, welche Lage das System haben muß, damit R''_{\max} eintrete.

Ist das System nach rechts zu verschieben, also $\Delta R''$ positiv, und überschreitet hiebei eine Last das Ende B, so wird Q kleiner, $\Delta R''$ also wiederum positiv, so daß die Verschiebung noch weiter nach rechts fortzusetzen ist. Ist das System nach links zu verschieben, also $\Delta R''$ negativ, und rückt hiebei eine Last auf den Träger, so wird Q größer, also $\Delta R''$ wiederum negativ, so daß die Verschiebung noch weiter nach links fortzusetzen ist. Das Überschreiten der Stützen durch eine Last kann also unberücksichtigt bleiben.

Dasselbe gilt auch für das R''_{\min} , nur sind hier rechts und links gegen das Vorige miteinander zu vertauschen.

In der Regel wird die Transversalkraft zum Maximum, wenn das Lastsystem rechts vom linken Querträger C, und dabei die zweite oder erste Last beim rechten Querträger E liegt; zum Minimum, wenn das Umgekehrte stattfindet.

Im ersten Falle wird, wenn $P_1, P_2, P_3 \dots$ die einzelnen Lasten, $\xi', \xi'', \xi''', \dots$ ihre Abstände von der rechten Stütze sind:

$$R''_{\max} = P_1 \frac{\xi'}{l} + P_2 \frac{\xi''}{l} + P_3 \frac{\xi'''}{l} + \dots - P_1 \frac{e}{a},$$

wenn P_1 die erste Last, e den Abstand dieser von E , und a die Entfernung der Querträger bezeichnet; und im zweiten Falle:

$$R''_{\max} = P_1 \frac{\xi'}{l} + P_2 \frac{\xi''}{l} + P_3 \frac{\xi'''}{l} + \dots$$

Ein Vergleich der maximalen Transversalkräfte bei direkter und indirekter Belastung zeigt, daß (ebenso wie bei den Momenten) die Transversalkräfte bei indirekter Belastung nur an den Befestigungsstellen der Querträger mit den Hauptträgern dieselbe Größe erreichen, in allen anderen Querschnitten jedoch kleiner sind, als bei direkter Belastung u. zw. um den Wert $Q_1 \frac{\xi}{a}$, Fig. 62.

Dasselbe gilt auch, wenn sich auf der Brücke eine gleichmäßig verteilte Belastung befindet, Fig. 63.

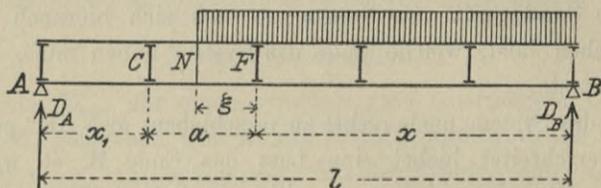


Fig. 63.

Es ist, Fig. 63:

$$D_A = p \frac{(x + \xi)^2}{2l}$$

und der Druck auf den Querträger C:

$$p \frac{\xi^2}{2a}$$

dennach:

$$R'' = \frac{1}{2} p \left[\frac{(x + \xi)^2}{l} - \frac{\xi^2}{a} \right]$$

R'' wird zu R''_{\max} wenn:

$$\frac{x + \xi}{l} = \frac{\xi}{a}$$

oder:

$$\xi = \frac{ax}{l - a}$$

es wird daher:

$$R''_{\max} = \frac{p x^2}{2(l - a)}$$

Hiernach ist die Transversalkraft ebenso groß wie für einen Träger mit der Spannweite $l - a$ bei direkter Belastung § 5, 7b.

Die Konstruktion der Umhüllungslinie Fig. 64 erfolgt in der Weise, daß man sich zuerst jene für den Fall direkter Belastung zeichnet, sodann in den Verbindungsstellen der Querträger mit den Hauptträgern Normale zu AB errichtet und

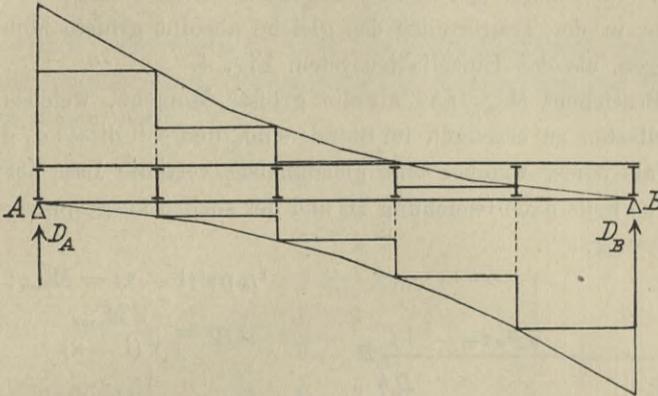


Fig. 64.

durch die Schnittpunkte dieser mit der Umhüllungslinie für direkte Belastung zu AB Parallele zieht, bis die folgende Normale geschnitten wird. Die stufenförmige Linie gibt die gesuchte Umhüllungslinie.

§ 4. Reduktion von Einzellasten auf eine gleichmäßig verteilte Belastung.

Die Berechnung der Brücken unter Zugrundelegung gleichmäßig verteilter Lasten gestaltet sich einfacher als jene mit Einzellasten, daher wurden in die Brückenverordnung vom Jahre 1887 auch die im § 2 des 1. Kap. 1. Absch. wiedergegebenen Skalen a und b aufgenommen. Die dort angeführten Werte der gleichmäßig verteilten Lasten ergeben sich auf folgende Weise:

A. Momente.

Mafsgebend für die Berechnung eines auf zwei Stützen frei aufruhenden prismatischen Trägers ist das gröfste Moment, welches nach Gleichung 38 in der Nähe der Trägermitte, oder aber bei

einer ungeraden Anzahl gleich weit von einander abstehender und gleich großer Lasten in der Trägermitte eintritt.

Es sind daher in der im § 2 angeführten Tabelle a auch nur jene Werte der gleichmäßig verteilten Last pro Längeneinheit (um einen geringen Prozentsatz erhöht) aufgenommen, welche in der Trägermitte das gleiche absolut größte Moment erzeugen, als das Einzellastensystem Fig. 4.

Bezeichnet M''_{\max} das absolut größte Moment, welches die Einzellasten zu erzeugen im Stande sind, und soll dieses so groß sein als jenes, welches eine gleichmäßig verteilte Last hervorruft, so muß nach Gleichung 26 und der soeben ausgesprochenen Forderung:

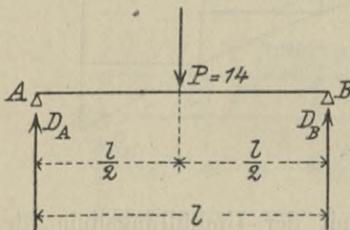


Fig. 65.

$$\frac{1}{2} p x (1 - x) = M''_{\max};$$

$$p = \frac{2 M''_{\max}}{x(1 - x)}$$

oder für $x = \frac{1}{2}$ also der Trägermitte:

$$p = \frac{8 M''_{\max}}{l^2}$$

werden.

Ist die Spannweite nur so groß, daß eine Einzellast des Lastensystems Fig. 4 am ungünstigsten wirkt, so muß diese

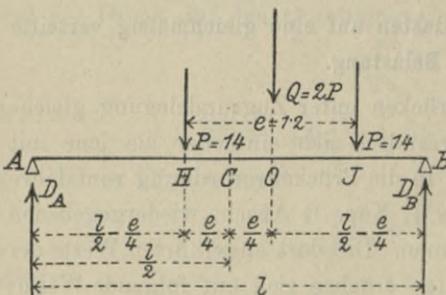


Fig. 66.

in der Trägermitte stehen, Fig. 65; dann ist:

$$M''_{\max} = \frac{1}{4} Pl \text{ und}$$

$$p = \frac{2P}{l} = \frac{28}{l}.$$

Wirken 2 Lasten des Lastensystems Fig. 4 auf den Träger, so ist nach Fig. 66 und

Gleichung 38:

$$M''_{\max} = D_A \left(\frac{1}{2} - \frac{e}{4} \right); \quad D_A = \frac{2P \left(\frac{1}{2} - \frac{e}{4} \right)}{l};$$

$$M_{\max}^* = \frac{2P \left(1 - \frac{e}{4}\right)^2}{1} = \frac{1}{2} Pl \left(1 - \frac{e}{2l}\right)^2$$

$$p = \frac{8}{l^2} \left[\frac{1}{2} Pl \left(1 - \frac{e}{2l}\right)^2 \right] = \frac{56}{1} \left(1 - \frac{0,6}{1}\right)^2; e = 1,2 \text{ m.}$$

Damit nicht mehr als zwei Lasten des Lastensystems Fig. 4 in der ungünstigsten Stellung für das Moment auf der Brücke Platz finden, muß:

$$BI = \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \frac{e}{l} \geq 0$$

$$\frac{1}{2} > \frac{3}{4} \frac{e}{l}$$

$$l \geq 1,8 \text{ m}$$

und:

$$\Delta H = \frac{1}{2} - \frac{e}{4} \geq 1$$

$$\frac{1}{2} > \frac{5}{4} \frac{e}{l}$$

$$l \leq 3,00 \text{ m}$$

sein. Daher: $1,8 \leq l \leq 3,00$.

Bei einer Stützweite von 2,00 m ist $p = 28 (1 - 0,3)^2 = 13,72$, während bei einer Belastung mit einer Einzellast bei dieser Spannweite $p = 14$ Tonnen beträgt.

Es ist daher noch jene Grenze der Spannweite zu ermitteln, bei welcher eine Last des Lastensystems Fig. 4 dasselbe größte Moment erzeugt, als zwei Lasten desselben Lastensystems:

$$\frac{2P}{l} = \frac{4P}{l} \left(1 - \frac{e}{2l}\right)^2;$$

$$1 = 2 \left(1 - \frac{e}{2l}\right)^2;$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{2} = 1 - \frac{e}{2l}.$$

$$l = 1,707 e; l = 2,05 \text{ m.}$$

Bei Spannweiten unter 2,05 m wirkt eine Last des Lastensystems Fig. 4 ungünstiger als 2 Lasten.

Die ungünstigste Stellung für das Moment bei 3 Lasten des Lastensystems Fig. 4 zeigt Fig. 67; darnach ist:

$$M''_{\max} = D_A \frac{l}{2} - Pe; \quad D_A = \frac{3}{2} P$$

$$M''_{\max} = \frac{3}{4} Pl - Pe = \frac{3}{4} Pl \left(1 - \frac{4e}{3l}\right);$$

$$p = \frac{6P}{l} \left(1 - \frac{4e}{3l}\right).$$

Damit nicht mehr als 3 Lasten in die ungünstigste Stellung auf die Brücke gestellt werden können, muß:

$$2e \leq l \leq 4e;$$

$$2,4 \leq l \leq 4,8.$$

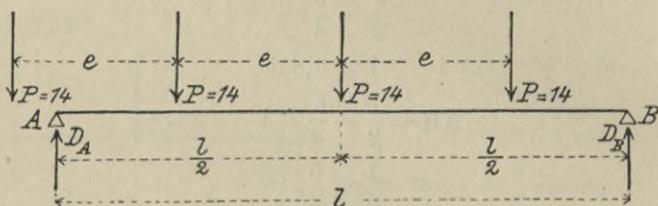


Fig. 67.

Die Grenze der Spannweite l , über welche hinaus 3 Lasten ungünstiger wirken als 2 Lasten des Lastensystems Fig. 4, ergibt sich wie folgt:

$$\frac{4P}{l} \left(1 - \frac{e}{2l}\right)^2 = \frac{6P}{l} \left(1 - \frac{4e}{3l}\right);$$

$$2 - \frac{2e}{l} + \frac{1}{2} \left(\frac{e}{l}\right)^2 = 3 - 4\frac{e}{l}.$$

$$\left(\frac{e}{l}\right)^2 + \frac{4e}{l} - 2 = 0$$

$$l = 2,225 \times 1,2 = 2,67 \text{ m.}$$

Auf demselben Weg wie für 1, 2 und 3 Einzellasten, wird auch die Reduktion von mehreren Einzellasten des Lastensystems Fig. 4 auf eine gleichmäßig verteilte Last durchgeführt.

B. Transversalkräfte.

Die äquivalenten gleichmäßig verteilten Lasten für Einzelasten rücksichtlich der Transversalkraft stehen, wie schon im § 2 des 1. Kap. 1. Absch. gesagt, nicht mit der Stützweite des

Trägers, sondern mit jener Strecke in Verbindung, welche zu belasten ist, um in einem Querschnitt N, Fig. 68 und 69, die numerisch größte Transversalkraft hervorzurufen.

Ist Q die Resultierende des ganzen Lastensystems, Fig. 68, so ist für den Querschnitt N:

$$R''_{\max} = D_A = \frac{Qa}{l}.$$

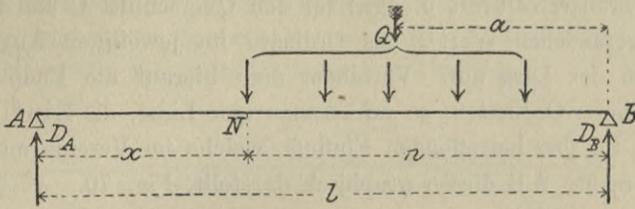


Fig. 68.

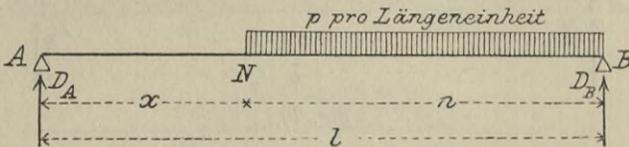


Fig. 69.

Eine gleichmäßig verteilte Last erzeugt in demselben Querschnitt N, Fig. 69:

$$R''_{\max} = p \frac{\lambda^2}{2l} \text{ daher } \frac{Qa}{l} = \frac{1}{2} p \frac{\lambda^2}{l};$$

und:
$$p = \frac{2}{\lambda^2} Qa.$$

§ 5. Theorie der Einflußlinien.

Ein anderes Verfahren, diejenigen Laststellungen auszumitteln, welche für einen Querschnitt das größte oder kleinste Moment, die größte oder kleinste Transversalkraft hervorrufen, und dabei auch die algebraischen und numerischen Werte derselben zu finden, besteht in der Anwendung der Einflußlinien. (Fränkel).

1. Begriff der Einflußlinie.

Um eine Linie für irgend welchen Einfluß Z , sei es das Moment, die Transversalkraft u. s. w., welchen die Wirkung irgend eines Lastensystems in einem Querschnitte C Fig. 70 hervorruft, zu finden, denke man sich zunächst eine Last gleich der Einheit auf dem Träger verschoben; sodann suche man für jede Stellung dieser Last den entsprechenden Einfluß (Moment oder Transversalkraft u. dgl.) für den Querschnitt C und trage den gefundenen Wert η als Ordinate im jeweiligen Angriffspunkte der Last auf. Verbindet man hierauf die Endpunkte aller dieser Ordinaten, so erhält man eine Linie, die Einflußlinie für den betreffenden Einfluß, welche im Vereine mit der Trägerachse AB diesen graphisch darstellt, Fig. 70.

*Wann es auch
müßig ist
aufzuheben?
dieses wird sich abspäen
mit einer aufgabe.*

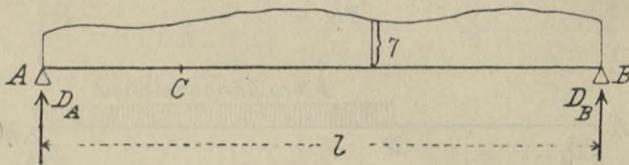


Fig. 70.

Für die Konstruktion der Einflußlinie bei der Wirkung eines beliebigen Lastensystemes wird vorausgesetzt, daß der Einfluß Z proportional der Last, und im Falle mehrere Lasten wirken, der Gesamteinfluß dieser gleich der Summe der Einzelninflüsse ist. Wenn daher statt der Lasteneinheit P wirkt, muß:

$$Z = P\eta \dots \dots \dots 40$$

und wenn $P_1, P_2 \dots \dots \dots P_n$ wirken:

$$Z = P_1\eta_1 + P_2\eta_2 + \dots \dots \dots + P_n\eta_n \dots \dots 41$$

sein.

2. Einflußfläche, Lastscheidepunkt, Beitragsstrecken.

Die Fläche, welche von der Trägerachse AB , Fig. 70, und der Einflußlinie begrenzt wird, heißt Einflußfläche. Im allgemeinen wird die Einflußlinie die Trägerachse in einem oder mehreren Punkten, den sogenannten neutralen Punkten oder

Nullpunkten, auch Lastscheidepunkte genannt, schneiden und die ganze Strecke in sogenannte positive und negative Beitragsstrecken teilen, Fig. 71—73.

Die Bezeichnung Nullpunkt, neutraler Punkt oder Lastscheidepunkt hat seine Begründung darin, daß eine Last über diesem Punkte N stehend keinen Einfluß in der Art, für welche die Einflußlinie konstruiert wurde, auf den Querschnitt C ausübt, und daß durch diese Punkte jene Strecken begrenzt sind, welche durch Belastung einen positiven, bzw. negativen Einfluß auf den Querschnitt C zur Folge haben.

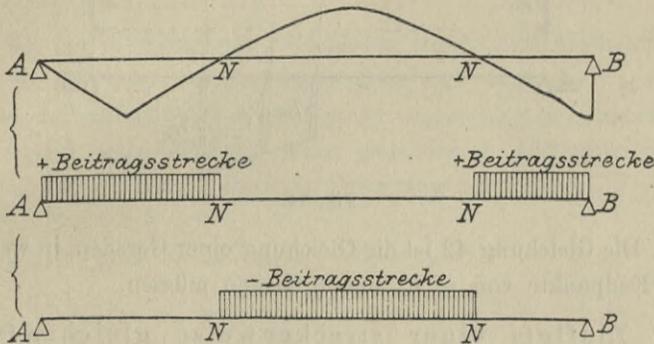


Fig. 71, 72 und 73.

In den wichtigsten Fällen ist die Einflußlinie keine Kurve, sondern ein Polygon.

3. Einflußlinie zwischen zwei Querträgern.

Die Einflußlinie zwischen zwei Querträgern (oder innerhalb zweier Knotenpunkte d. s. Vereinigungspunkte von Gitterstäben mit den Gurten eines Trägers, siehe 4. Kap., § 1 dieses Absch.) ist stets eine gerade Linie, Fig. 74.

$$P_m = P \frac{x}{\lambda};$$

$$P_n = P \frac{\lambda - x}{\lambda}$$

die Wirkung von P , P_m und P_n in Bezug auf einen Querschnitt seien $P\eta$, $P_m\eta_m$ und $P_n\eta_n$.

Somit nach der Gleichung 40 und 41:

$$P\eta = P \frac{x}{\lambda} \eta_m + P \frac{\lambda - x}{\lambda} \eta_n;$$

$$\eta = \eta_m \frac{x}{\lambda} + \eta_n \frac{\lambda - x}{\lambda} \dots \dots \dots 42$$

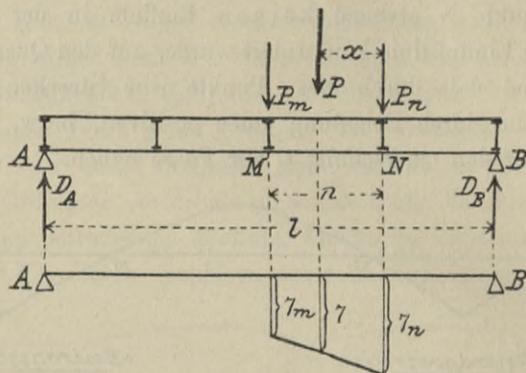


Fig. 74.

Die Gleichung 42 ist die Gleichung einer Geraden, in welcher die Endpunkte von η , η_m und η_n liegen müssen.

4. Einfluß einer streckenweise gleichmäßig verteilten Last.

Die in Fig. 75 dargestellte Last mit p pro Längeneinheit setzt sich aus den unendlich kleinen Lasten $p \cdot du$, mit dem

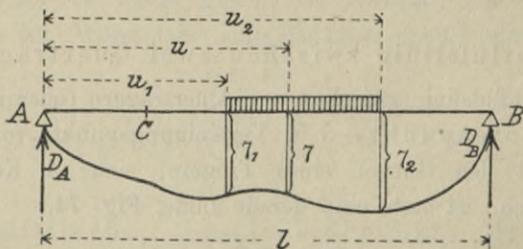


Fig. 75.

Einzeleinfluß $dz = p \cdot du \cdot \eta$ auf den Querschnitt C zusammen; daher ist nach Gleichung 41 der Gesamteinfluß auf C:

$$Z = p \int_{u_1}^{u_2} \eta \, du \dots \dots \dots 43$$

Die Gleichung 43 stellt aber nichts anderes dar als die Fläche F , die von den Ordinaten η_1, η_2 der Strecke $u_2 - u_1$ und dem entsprechenden Teil der Einflußlinie begrenzt ist; somit ist $Z = p F$, d. h. der Einfluß Z einer gleichmäßig verteilten Belastung auf einen Querschnitt C ist gleich dem Produkte aus der Last pro Längeneinheit und der Fläche, welche von den beiden Ordinaten an den Enden der belasteten Strecke und des zwischen diesen liegenden Teiles der Einflußlinie begrenzt ist.

5. Einfluß eines Einzellastensystems.

Bei der Wirkung von Einzellasten ergeben die Einflußlinien, falls sie mit der Trägerachse ein Dreieck oder ein Viereck bilden, auf einfache Art das Gesetz der ungünstigsten Laststellung für irgend einen Einfluß, wenn man den 1. Differential-Quotienten der Wirkung Z nach der Bewegung u Null setzt, Fig. 76.

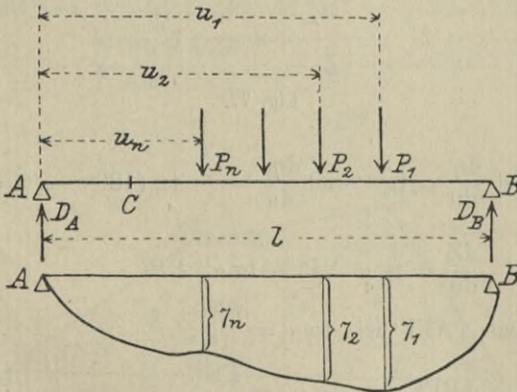


Fig. 76.

a) Die Einflußlinie bildet mit der Trägerachse ein Dreieck.

Es sei, Fig. 77, der Träger AB mit beliebig vielen Lasten P belastet u. zw. seien $P_1', P_2', P_3' \dots P_n'$ die Lasten links und $P_1'', P_2'', P_3'' \dots P_n''$ jene rechts von der Projektion der Dreieckspitze F' auf AB .

Nach Gleichung 40 und 41 ist:

$$Z = \Sigma P' \eta' + \Sigma P'' \eta''$$

und:

$$\frac{dZ}{du} = \Sigma P' \frac{d\eta'}{du} + \Sigma P'' \frac{d\eta''}{du}$$

die Änderung der Wirkung bei einer Verschiebung des Lastensystems um du .

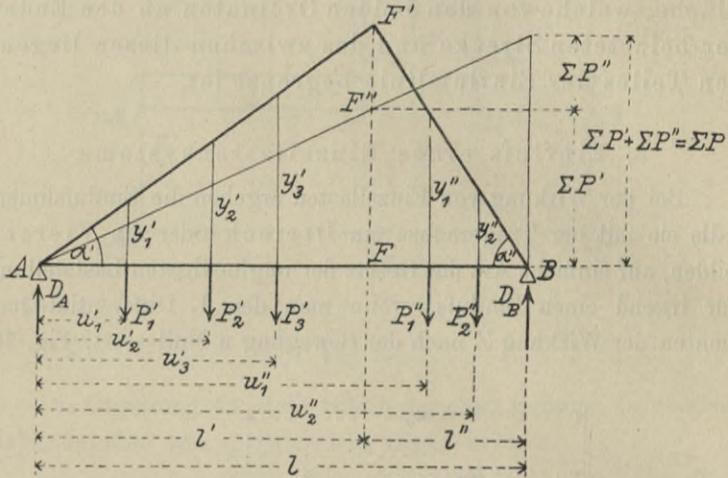


Fig. 77.

Nun ist $\frac{d\eta'}{du} = \text{tg } \alpha'$ und $\frac{d\eta''}{du} = -\text{tg } (180 - \alpha'') = -\text{tg } \alpha''$

konstant;

somit: $\frac{dZ}{du} = \text{tg } \alpha' \Sigma P' - \text{tg } \alpha'' \Sigma P''.$

Aus dem $\triangle AFF'$ ist: $\text{tg } \alpha' = \frac{FF'}{l'}$,

aus dem $\triangle BFF''$ ist: $\text{tg } \alpha'' = \frac{FF''}{l''}$,

somit: $\frac{dZ}{du} = FF' \left[\frac{\Sigma P'}{l'} - \frac{\Sigma P''}{l''} \right].$

Nun muß für das Maximum:

$$\frac{dZ}{du} = 0 \text{ oder}$$

$$\frac{\Sigma P'}{l'} = \frac{\Sigma P''}{l''} \dots \dots \dots 44$$

werden.

Das Maximum des Einflusses auf den Querschnitt F, für welchen die Einfluslinie konstruiert wurde, tritt also ein, wenn die durchschnittliche Belastung links gleich jener rechts von F ist. (Siehe Gleichung 36.)

Die Teilung des Lastensystems nach Gleichung 44 ergibt sich graphisch, wenn man in B normal zu AB das Kräftepolygon konstruiert, den Endpunkt der letzten Last mit A verbindet und durch den Schnittpunkt F'' dieser Verbindungslinie mit der Geraden FF' eine Parallele zu AB zieht; diese teilt das Kräftepolygon in die Teile

$$\Sigma P' \text{ und } \Sigma P'',$$

indem aus den ähnlichen Dreiecken:

$$\frac{\Sigma P'}{l'} = \frac{\Sigma P''}{l''} = \frac{\Sigma P}{l} \text{ ist.}$$

b) Die Einfluslinie bildet mit der Trägerachse ein Viereck.

Auf dem Träger AB, Fig. 78, sei ein beliebiges Einzellastensystem mit folgenden Lasten:

- zwischen A und D: $P'_1, P'_2, P'_3 \dots P'_n$
- „ D und E: $P''_1, P''_2, P''_3 \dots P''_n$
- „ E und B: $P'''_1, P'''_2, P'''_3 \dots P'''_n$

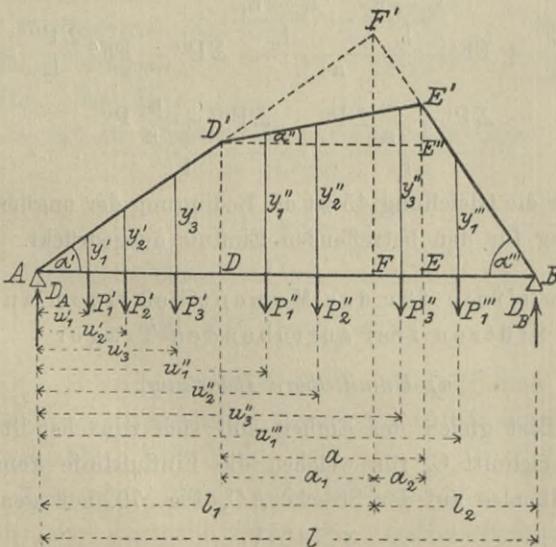


Fig. 78.

Nach Gleichung 40 und 41 ist:

$$Z = \Sigma P' \eta' + \Sigma P'' \eta'' + \Sigma P''' \eta''' \text{ und}$$

$$\frac{dZ}{du} = \Sigma P' \frac{d\eta'}{du} + \Sigma P'' \frac{d\eta''}{du} + \Sigma P''' \frac{d\eta'''}{du};$$

$$\frac{d\eta'}{du} = \operatorname{tg} \alpha';$$

$$\frac{d\eta''}{du} = \operatorname{tg} \alpha'';$$

$$\frac{d\eta'''}{du} = \operatorname{tg} (180 - \alpha''') = -\operatorname{tg} \alpha''';$$

$$\frac{dZ}{du} = \operatorname{tg} \alpha' \Sigma P' + \operatorname{tg} \alpha'' \Sigma P'' - \operatorname{tg} \alpha''' \Sigma P''';$$

$$\text{aus } \triangle FF'A \text{ ist: } \operatorname{tg} \alpha' = \frac{FF'}{l_1};$$

$$\text{aus } \triangle EE'E'D' \text{ ist: } \operatorname{tg} \alpha'' = \frac{E'E''}{a} = \frac{EE' - EE''}{a} = \frac{EE' - DD'}{a} = \frac{l_2 - a_2}{l_2} \frac{l_1 - a_1}{l_1};$$

$$DD' = FF' \frac{l_1 - a_1}{l_1}; \quad EE' = FF' \frac{l_2 - a_2}{l_2}; \quad \operatorname{tg} \alpha'' = FF' \frac{l_2 - a_2}{l_2} \frac{l_1 - a_1}{l_1}$$

$$\text{aus } \triangle FF'B \text{ ist: } \operatorname{tg} \alpha''' = \frac{FF'}{l_2};$$

Für das Maximum muß $\frac{dZ}{du} = 0$ sein, somit:

$$FF' \frac{\Sigma P'}{l_1} + FF' \frac{l_2 - a_2}{l_2} \frac{l_1 - a_1}{a} \Sigma P'' - FF' \frac{\Sigma P'''}{l_2} = 0$$

also

$$\frac{\Sigma P' + \frac{a_1}{a} \Sigma P''}{l_1} = \frac{\Sigma P''' + \frac{a_2}{a} P''}{l_2} \dots \dots 45$$

Durch die Gleichung 45 ist die Bedingung der ungünstigsten Laststellung für den betreffenden Einfluß ausgedrückt.

6. Einflußlinie für das Moment bei einem auf zwei Stützen frei aufruhenden Träger.

a) Unmittelbare Belastung.

Eine Last gleich der Einheit soll sich zunächst links von jenem Querschnitt C, für welchen die Einflußlinie konstruiert werden soll, also auf der Strecke AC, Fig. 79, bewegen, demnach ist:

$$x \geq a \geq 0,$$

dann ist:

$$D_A = 1 \frac{1-a}{1} = 1 - \frac{a}{1}$$

und das Moment in Bezug auf den Querschnitt C:

$$M_c'' = D_A x - 1(x-a) = \eta,$$

und die zur Konstruktion der Einflußlinie im Fußpunkte der Last aufzutragende Ordinate:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= x - \frac{ax}{1} - x + a \\ &= a \left(1 - \frac{x}{1}\right) = \frac{ax'}{1}. \end{aligned}$$

Es sind a und η_1 linear von einander abhängig und daher ist die Einflußlinie für das Moment eine Gerade, die für $a=0$ durch A' und für $a=1$ durch B'' hindurch geht, Fig. 79; Gültigkeit hat diese Linie bis C'' . Um die Ergänzung der Einflußlinie für den weiteren Theil des Trägers zu erhalten, ist die

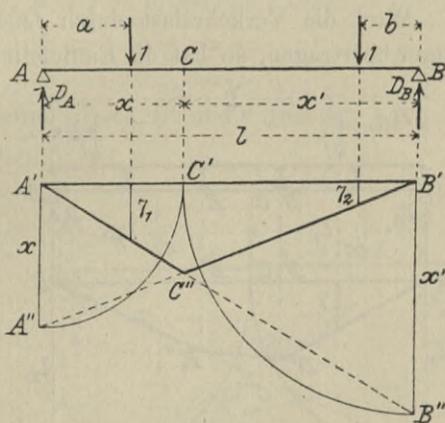


Fig. 79.

Lasteinheit auf der Strecke CB zu verschieben, also:

$$x' \geq b \geq 0,$$

dann ist:

$$D_A = 1 \frac{b}{1}$$

und das Moment in Bezug auf den Querschnitt C:

$$M_c'' = D_A x = x \frac{b}{1} = \eta_2.$$

Es ist also auch η_2 linear von b abhängig, und geht die dieser Relation entsprechende Gerade für $b=0$ durch B' , für $b=1$ durch A'' .

Die Einflußlinie bildet mit der Trägerachse ein Dreieck. Es existirt nur eine und zwar eine positive Beitragsstrecke

daher sind die Momente in allen Querschnitten positiv und numerisch nach Gleichung 43 gegeben mit:

$$\text{area } A'B'C'' = \frac{1}{2} l \frac{xx'}{l}; \quad M_c'' = \frac{1}{2} xx' = \frac{1}{2} x(1-x).$$

Ist statt der Last 1 die gleichmäßig verteilte Last p pro Längeneinheit tätig, so ist nach Gleichung 40: $M_c'' = \frac{1}{2} px(1-x)$ analog der Gleichung 26; die Bedingung für das Maximum der Momente, wenn Einzellasten wirken, ist durch Gleichung 44, welche dasselbe wie Gleichung 36 sagt, gegeben.

b) *Mittelbare Belastung.*

Wird die Verkehrslast durch Querträger auf die Hauptträger übertragen, so hat die Einflusslinie, welche gerade so wie

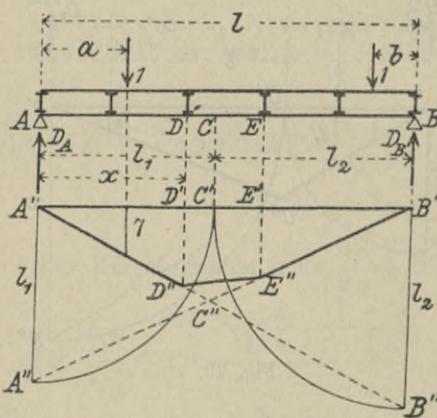


Fig. 80.

bei unmittelbarer Belastung konstruiert wird, nur bis zu den Punkten $D''E''$ (Fig. 80)

Gültigkeit, während zwischen diesen Punkten die Einflusslinie entsprechend der Gleichung 42 die Gerade $D''E''$ ist.

Die ganze Einflusslinie bildet mit der Trägerachse ein Viereck; es gibt nur eine

+ Beitragsstrecke, und ist die ungünstigste Laststellung für die Wirkung von Einzellasten durch die Gleichung 45 gegeben.

7. Einflusslinie für die Transversalkräfte eines auf zwei Stützen frei aufruhenden Trägers.

a) *Unmittelbare Belastung.*

Die Lasteinheit soll sich zunächst links von jenem Querschnitte C , für welchen die Einflusslinie zu konstruieren ist, also zwischen AC , Fig. 81, bewegen, demnach ist:

$$x \leq a \leq 0; \quad \text{und} \\ D_A = 1 - \frac{l-a}{l} = 1 - \frac{a}{l}.$$

somit die Transversalkraft in C:

$$R'' = 1 - \frac{a}{l} - 1 = -\frac{a}{l} = \eta_1.$$

Dies ist die Gleichung einer Geraden, welche für

$$a = 0, \eta_1 = 0,$$

durch A', für

$$a = l, \eta_1 = -1$$

durch B' hindurchgeht, Gültigkeit hat die Gerade jedoch nur bis C''.

Bewegt sich die Last rechts von C, so ist:

$$x' \geq b \geq 0$$

$$D_A = 1 \frac{b}{l} = R'' = \eta_2.$$

Für $b = 0$ ist $\eta_2 = 0$;

für $b = l$ ist $\eta_2 = +1$,

daher geht die Einflußlinie durch B' und durch A'', hat jedoch nur bis C''' Gültigkeit.

Es stellt somit die Linie A'C''C'''B' die Einflußlinie für die Transversalkraft in Bezug auf den Querschnitt C dar. Eine gleichmäßig verteilte Last, die von B' bis C' reicht (positive Beitragsstrecke), erzeugt das Maximum, eine Last, die von A' bis C' reicht (negative Beitragsstrecke), das Minimum der Transversalkraft im Querschnitte C.

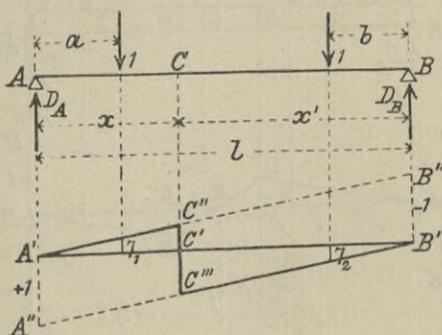


Fig. 81.

Ist p die gleichmäßig verteilte Last pro Längeneinheit, so ist nach Gleichung 43:

$$R''_{\max} = p \cdot \text{area } C'C''B' = p \frac{1}{2} C'C''x' = +\frac{1}{2}p \frac{x'^2}{l},$$

$$R''_{\min} = p \cdot \text{area } C'C''A' = p \frac{1}{2} C'C''x = -\frac{1}{2}p \frac{x^2}{l}.$$

Diese Gleichungen stimmen mit den Gleichungen 30 und 31 überein.

b) Mittelbare Belastung.

Bei mittelbarer Belastung konstruiert man die Einflußlinie zunächst gerade so, wie bei unmittelbarer Belastung, sie hat jedoch nur bis zu den Punkten D'' und E'' , Fig. 82, Gültigkeit und verläuft zwischen den Knoten D' und E' nach der Gleichung 42.

Wo sich der Querschnitt C innerhalb der Knotenweite DE befindet, ist einerlei, und ist die Einflußlinie für jeden Querschnitt dieser Knotenweite die Linie $A'D''E''B'$ und der Lastscheidepunkt N .

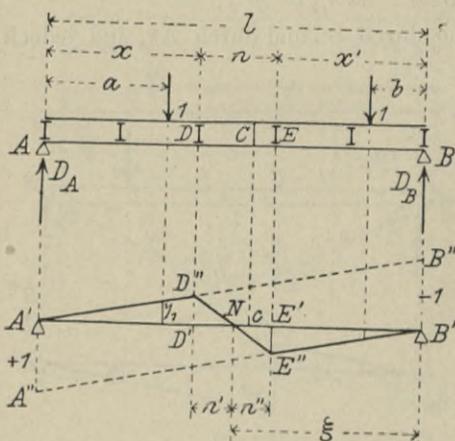


Fig. 82.

Es wird also für jeden Querschnitt, der innerhalb der Knotenweite DE (Fig. 82) liegt, dann das Maximum der Transversalkraft eintreten, wenn sich die gleichmäßig verteilte Belastung auf der Strecke $B'N$, (positive Beitragsstrecke) und das Minimum, wenn sich dieselbe auf der Strecke $A'N$ (negative Beitragsstrecke) befindet.

Die Lage dieses Punktes N Fig. 82 ergibt sich, wie folgt:

$$\triangle D'D''N \sim \triangle E'E''N;$$

$$D'D'' : E'E'' = D'N : E'N;$$

$$D'D'' : E'E'' = A'N : NB';$$

$$D'N = \lambda'; E'N = \lambda''; A'N = l - \xi; NB' = \xi; \lambda' : \lambda'' = l - \xi : \xi.$$

Es wird also die betreffende Knotenweite durch N im selben Verhältnisse geteilt, wie die ganze Stützweite.

Weiters ist:

$$R''_{\max} = p \cdot \text{area NB'E''} = 1/2 p \xi E'E'' = 1/2 p \xi \frac{x'}{1};$$

$$[E'E'' : 1 = x' : 1]$$

$$R''_{\min} = p \cdot \text{area NA'D''} = -1/2 p (1 - \xi) D'D'' = -1/2 p (1 - \xi) \frac{x}{1};$$

$$[D'D'' : 1 = x : 1].$$

Der Wert ξ und $\xi - 1$ ergibt sich aus:

$$D'D'' : E'E'' = A'N : NB'$$

$$\frac{x}{1} : \frac{x'}{1} = (1 - \xi) : \xi;$$

$$\xi x = (1 - \xi) x';$$

$$(x + x') \xi = 1 x';$$

$$(1 - \lambda)$$

$$\xi = \frac{1}{1 - \lambda} x';$$

$$1 - \xi = 1 - \frac{1}{1 - \lambda} x'$$

$$= \frac{1(1 - \lambda - x')}{1 - \lambda} = \frac{1}{1 - \lambda} \cdot x.$$

Somit:

$$\text{area NB'E''} = 1/2 p \frac{x'^2}{1 - \lambda}; \quad \text{area NA'D''} = -1/2 p \frac{x^2}{1 - \lambda};$$

daher:

$$R''_{\max} = 1/2 p \frac{x'^2}{1 - \lambda} = 1/2 p \frac{(1 - x - \lambda)^2}{1 - \lambda};$$

$$R''_{\min} = -1/2 p \frac{x^2}{1 - \lambda}.$$

Dieselben Gleichungen erhält man auch, wenn man sich die Knotenweite λ herausgeschnitten denkt, die restierenden Teile aneinander schiebt, so daß die Stützweite $1 - \lambda$ wird und unmittelbare Lastübertragung annimmt. (Siehe § 3 B b Seite 66 letzter Absatz.)

Mit der graphischen Ermittlung des Lastscheidungspunktes N kann man auch leicht R''_{\max} wie auch R''_{\min} für Querschnitte innerhalb der Knotenweite DE, wie es Fig. 83 zeigt, graphisch darstellen. Es ist nämlich:

$$E''E''' = A''A'''' \frac{x'}{l} = N'N'' \frac{x'}{l};$$

$$N'N'' = A''A'''' \frac{\xi}{l} = \frac{1}{2}Pl \frac{\xi}{l}$$

$$E''E''' = \frac{1}{2}P \xi \frac{x'}{l}.$$

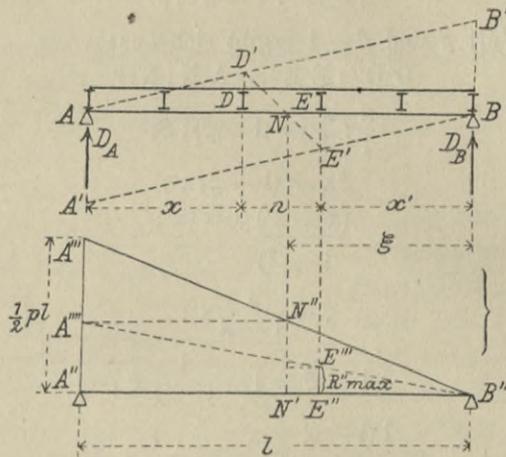


Fig. 83.

Nun ist aber:

$$\xi = \frac{l}{1-\lambda} x',$$

somit:

$$E''E''' = \frac{1}{2}P \frac{l}{1-\lambda} x' \frac{x'}{l} = \frac{1}{2}P \frac{x'^2}{1-\lambda},$$

welcher Wert für R''_{\max} bereits gefunden wurde.

Analog ergibt sich auch R''_{\min} .

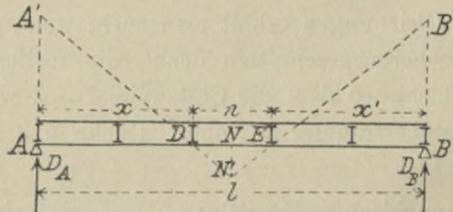


Fig. 84.

Die Lage von N ergibt sich auch nach Fig. 84 und 85, worin $AA' = BB'$ ist.

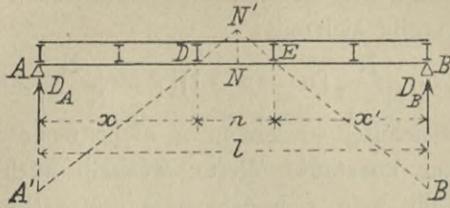


Fig. 85.

Sind sämtliche Abstände der Querträger von einander gleich groß (Fig. 86), so ergibt sich die Lage des Lastscheidepunktes für jede Knotenweite auch wie folgt:

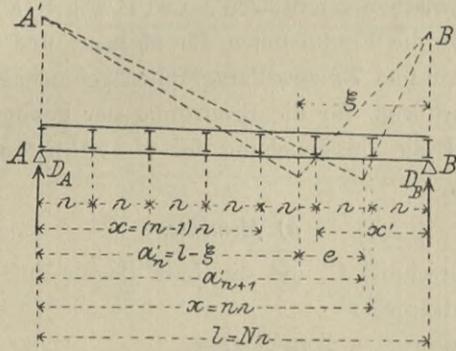


Fig. 86.

Der ganze Träger besteht aus \$N\$ Feldern von der Größe \$\lambda\$. Die Entfernung des Lastscheidepunktes \$N_n\$ des \$n^{\text{ten}}\$ Feldes vom Auflager ist:

$$a'_n = l - \xi = \frac{l}{N-1} x$$

oder die Werte eingesetzt:

$$a'_n = \frac{N \lambda}{(N-1) \lambda} \cdot (n-1) \lambda = \frac{N(n-1)}{N-1} \lambda;$$

analog ergibt sich der Lastscheidepunkt für das \$(n+1)^{\text{te}}\$ Feld:

$$a'_{n+1} = \frac{N n}{N-1} \lambda.$$

Die Distanz e der beiden Lastscheidepunkte N_n und N_{n+1} von einander ergibt sich mit:

$$e = a'_{n+1} - a'_n = \frac{N}{N-1} [n - (n-1)] \lambda = \frac{N}{N-1} \lambda = \frac{l}{N-1} \dots 46$$

In der Gleichung 46 kommt n nicht mehr vor, sondern sie enthält nur konstante Werte, weshalb auch e konstant sein muß. Teilt man sich daher die ganze Stützweite l in $N-1$ Teile, so repräsentiert jeder Teilpunkt einen Lastscheidepunkt und zwar jenen für das Feld, in welches er hineinfällt.

8. Einflußlinien bei einem frei aufliegenden Träger mit überhängenden Enden.

Für die zwischen den Stützen A und B, Fig. 87 a—e, gelegene Strecke l sind die Einflußlinien für Moment und Transversalkraft den sub 6 und 7 dieses Paragraphen gefundenen Resultaten gleich und erübrigt für die Ermittlung der gesamten Einflußlinie nur noch die Untersuchung der überhängenden Enden (Konsolen).

a) Momente.

Der Querschnitt C und die Last liegen auf der Konsole Fig. 87 a, und es sei:

$$a \geq m \geq x,$$

$$M_c'' = -(m - x) = \eta,$$

für:

$$m = x \text{ ist } \eta = 0,$$

$$m = a \text{ ist } \eta = -(a - x).$$

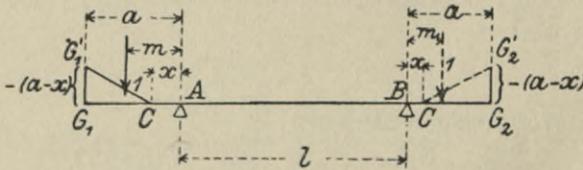


Fig. 87 a.

Wäre $m < x$, so muß $M_c'' = 0$ sein; Analoges gilt für die rechte Konsole.

Liegt C innerhalb AB und wirkt die Lasteinheit auf die Konsole, so ist Fig. 87b:

$$D_A = 1 + \frac{m}{l},$$

$$M_c'' = -(m + x) + D_A x,$$

$$= -\frac{m}{l}(l - x) = \eta,$$

für:

$$m = 0 \text{ ist } \eta = 0,$$

$$m = a \text{ ist } \eta = -\frac{a}{l}(l - x).$$

Fig. 87b.

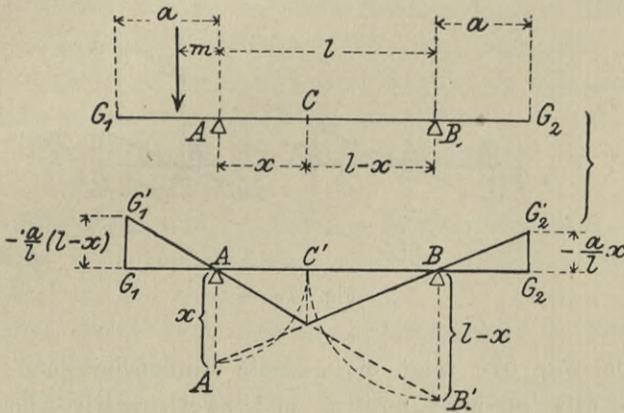


Fig. 87c.

Fig. 87c zeigt die gesamte Darstellung der Einflußlinie und damit auch, daß es eine positive und zwei negative Beistragsstrecken gibt.

b) *Transversalkraft.*

Befinden sich der Querschnitt C und die Lasteinheit auf einer Konsole, Fig. 87a, so ist, so lange

$$a \geq m \geq x$$

ist, die Transversalkraft in C = 1 und wenn $m < x$ ist, dieselbe in C gleich 0, Fig. 87d.

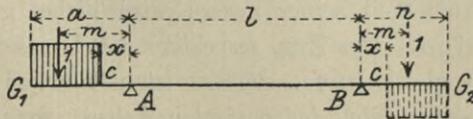


Fig. 87d.

Liegt C innerhalb AB, und wirkt die Last auf der Konsole, Fig. 87b, so ist:

$$D_A = 1 + \frac{m}{l}$$

und:

$$R'' = -1 + 1 + \frac{m}{l} = \frac{m}{l} = \eta,$$

für:

$$m = 0 \text{ ist } \eta = 0,$$

für:

$$m = a \text{ ist } \eta = \frac{a}{l}.$$

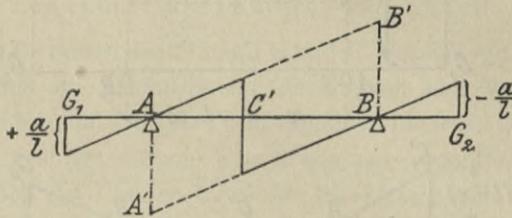


Fig. 87 e.

Die Fig. 87e zeigt die gesamte Einflusslinie und damit auch, daß es zwei positive und zwei negative Beitragsstrecken gibt.

4. Kapitel.

Theorie der Fachwerke.

§ 1. Begriff und Bestandteile, dann Einteilung der Fachwerke.

Ein homogener Träger, der an den Enden frei aufliegt, wird infolge irgend einer Belastung auf Biegung in Anspruch genommen; ein Teil seiner Fasern wird hiebei gezogen, ein anderer gedrückt. Der Zug, respektive der Druck ist nicht in allen Fasern gleich groß, sondern ist proportional der Entfernung derselben von der neutralen Achse; wenn in den am

weitesten von der neutralen Achse entfernten Fasern die zulässige Spannung oder Pressung gerade erreicht ist, werden in allen übrigen Fasern geringere als zulässige Spannungen auftreten; die Leistungsfähigkeit des Materiales ist daher nicht vollkommen ausgenützt.

Eine volle Ausnützung des Materiales würde erreicht werden, wenn man sämtliche gedrückten und gezogenen Fasern für sich in je eine materiale Fläche in möglichst grossen Abständen von der neutralen Achse vereinen und diese durch zweckentsprechende Verbindung zu einem Ganzen gestalten würde. Praktisch ersetzt man die materialen Flächen durch stabförmige Körper, die sogenannten Gurten (Ober- und Untergurt). Erfolgt die Verbindung der Gurten durch Stäbe, die sogenannten Gitterstäbe, so stellt das Ganze ein Gitter- oder Fachwerk, Gitterträger oder Fachwerksträger — wenn das Werk auf Stützen aufruht — dar.

Die Gitterstäbe sind je nach der Beanspruchungsart entweder Zug- oder Druckstreben, und je nachdem sie schief oder normal zu den Gurten gestellt sind, Diagonalen oder Vertikalen (Endständer die einen Endabschluss der Brücke bildende Vertikale).

Die Verbindungsstellen der Gitterstäbe mit den Gurten nennt man Knoten.

Liegen alle Gitterstäbe in einer Ebene, so ist das Fachwerk ein ebenes, sonst ein räumliches.

Bleiben die Knotenpunkte einander gegenüber stets in unveränderlicher Lage, so ist das Fachwerk starr.

Weiter kann man die Fachwerke in statisch bestimmte und unbestimmte, dann in unselbständige und labile Fachwerke unterteilen, Begriffe, die im § 3 dieses Kapitels erläutert werden. Weitere Unterteilungen der Fachwerke erfolgen nach der Form des Umrisses, nach der Gestalt der Stabdreiecke, nach der Anzahl der Kreuzungen eines Gitterstabes durch andere Gitterstäbe und nach dem Konstrukteur.

Nach der Umrissform unterscheidet man Träger mit konstanter und Träger mit variabler Höhe. Erstere (u. a. Fig. 88)

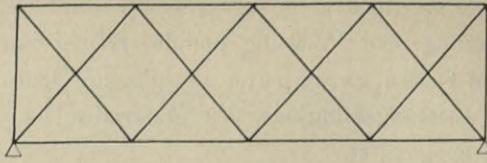


Fig. 88.

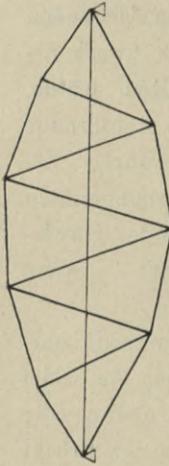


Fig. 93.

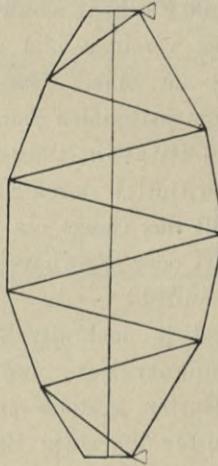


Fig. 94.

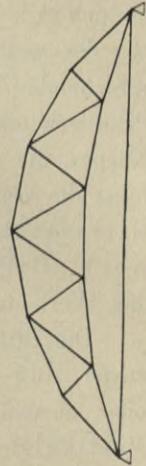


Fig. 95.

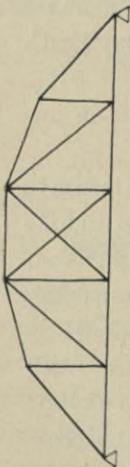


Fig. 89.

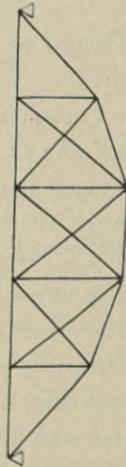


Fig. 90.

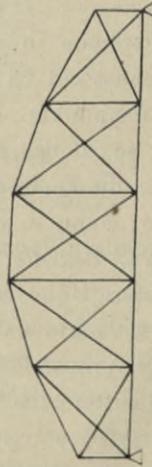


Fig. 91.

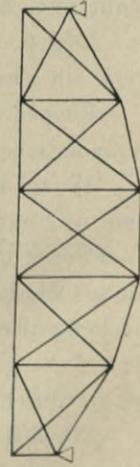


Fig. 92.

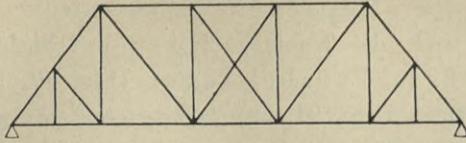


Fig. 96.

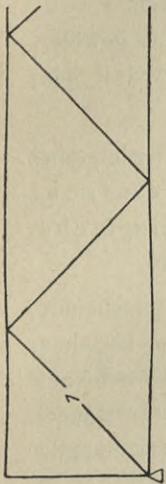


Fig. 100 a.

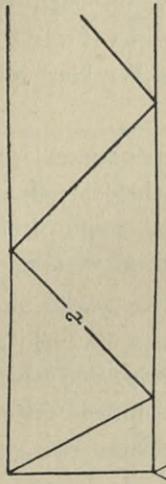


Fig. 100 b.

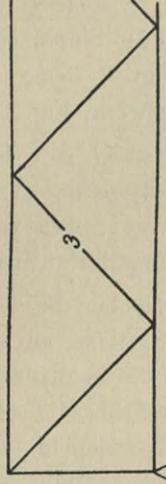


Fig. 100 c.

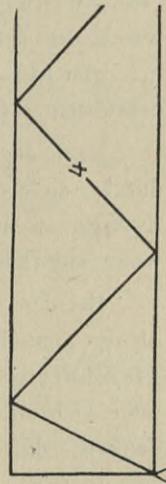


Fig. 100 d.

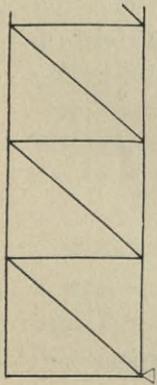


Fig. 97.

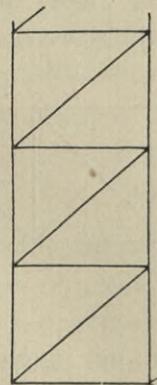


Fig. 98.

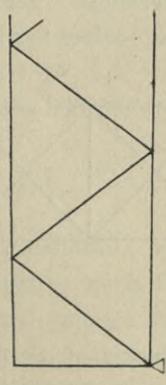


Fig. 99.

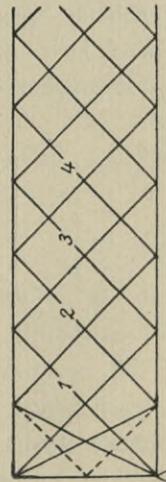


Fig. 100.

nennt man Parallelträger. Letztere teilen sich wieder, je nachdem sich die Knotenpunkte in verschiedenen Kurven befinden, z. B. in Parabelträger (Fig. 89, 90), Halbparabelträger (Fig. 91, 92), Linsenträger (Fig. 93, 94), Sichelträger (Fig. 95), Trapezträger (Fig. 96).

Nach der Gestalt der Stabdreiecke unterscheidet man rechtwinklige Systeme (Fig. 97, 98 nach Winkler Fachwerk im engeren Sinne) oder schiefwinklige, gewöhnlich gleichschenklige Systeme (nach Winkler Netzwerk oder netzförmiges Gitterwerk, Fig. 99).

Nach der Anzahl der Kreuzungen eines Gitterstabes durch andere Gitterstäbe unterscheidet man: einfache Systeme, wenn zwei, dreifache, wenn drei, vierfache, wenn vier Kreuzungen stattfinden u. s. w. (Fig. 100).

Bei den mehrfachen Systemen ist wieder zu unterscheiden, ob die einfachen Systeme, aus welchen die mehrfachen bestehen, gleichartig oder verschiedenartig sind; bei ersteren kann man sich das mehrfache System einfach dadurch entstanden denken, daß man sich die einfachen Systeme übereinander schiebt (Fig. 100 und 100 a–d).

Die Gitterstäbe können am Ende des Fachwerkes Fig. 100 auch die punktierte Lage erhalten (der sogenannte regelmässige Endabschluß gegenüber dem durch die vollausgezogenen Diagonalen versinnlichten unregelmässigen).

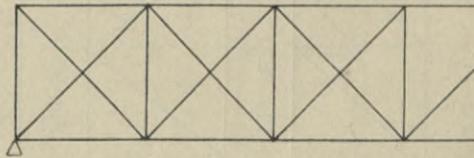


Fig. 101.

Bei den mehrfachen Systemen mit ungleichartigen einfachen Systemen ist die Entstehungsart nicht so einfach zu denken wie bei den mit gleichartigen, weil hiebei oft ein

Gitterstab in mehreren einfachen Systemen vorkommt, z. B. die Vertikalen Fig. 101, 101 a und b.

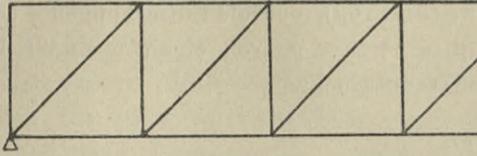


Fig. 101 a.

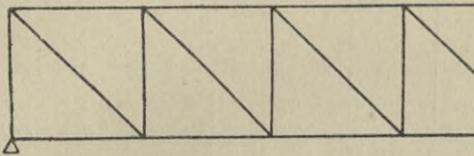


Fig. 101 b.

Nach dem Konstrukteur findet die Bezeichnung des Trägers mit dem Namen des Ersteren statt, z. B. Town'sche, Howe'sche, Jones'sche, Long'sche, Schiffkorn'sche, dann Schwedlerträger, Pauliträger u. s. w.

§ 2. Ermittlung der notwendigen Stabzahl für ein starres Fachwerk.

Die maximale Stabanzahl s , welche bei einem Fachwerke mit p Knotenpunkten angeordnet werden könnte, ergibt sich, wenn man jeden Knoten mit allen übrigen verbindet, aus der Gleichung:

$$\max s = \frac{p(p-1)}{2} \dots \dots \dots 47$$

Es sind jedoch nicht alle diese Stäbe notwendig, um das System zu einem starren zu machen, sondern es genügen, um denselben Zweck zu erreichen, viel weniger Stäbe.

Die minimale Anzahl der Stäbe s , welche bei einer gegebenen Anzahl Knotenpunkte p notwendig ist, um das System zu einem starren zu machen, kann man ermitteln, wenn man

das ganze Fachwerk auf ein Koordinaten-System mit einem Knotenpunkte als Ursprung, und die Verbindungslinie dieses Punktes mit einem beliebigen zweiten Knotenpunkte als eine Achse bezieht, (Fig. 102), und die Entfernungen s der einzelnen Punkte $p_1, p_2 \dots p_n$ von einander durch ihre Koordinaten x und y ausdrückt.

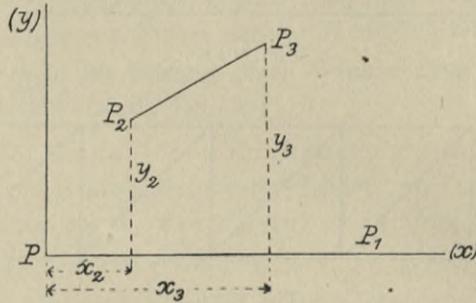


Fig. 102.

Hiebei erhält man $(2p - 3)$ Gleichungen von der Form:
 $(x_2 - x_3)^2 + (y_2 - y_3)^2 = s_{23}^2 \dots \dots \dots 48$
 und daher:

$$\min s = 2p - 3 \dots \dots \dots 49$$

Die Gleichung 49 ist für die Bedingung, daß das System starr sei, notwendig, reicht jedoch nur dann hin, wenn die Gleichungen 48 vollkommen unabhängig voneinander sind.

Hat man z. B. 3 Knotenpunkte mit einander zu verbinden, so ergibt sich:

$$\max s = \frac{p(p-1)}{2} = \frac{3(3-1)}{2} = 3$$

$$\min s = 2p - 3 = 2 \cdot 3 - 3 = 3$$

Das Dreieck ist das einfachste starre bestimmte System und zugleich auch das Grundelement eines Gitterwerkes.

§ 3. Statisch bestimmte und unbestimmte, unselbständige und labile Fachwerke.

Zum Zwecke der Bestimmung der in den Stäben auftretenden Spannungen (§ 4, Punkt 2 dieses Kapitels), stellt man für jeden einzelnen Knotenpunkt die Gleichgewichtsbedingungen

gegen Verschiebungen in zwei verschiedenen Richtungen auf, indem man die Summe der Komponenten der Spannungen und der im betreffenden Knotenpunkte wirkenden äusseren Kräfte nach diesen beiden Richtungen gleich Null setzt. Hierbei müssen sich, um alle Stabspannungen bestimmen zu können, so viele Gleichungen ergeben, als Stäbe oder unbekannte Spannungen vorhanden sind. Die an den Knotenpunkten wirkenden äusseren Kräfte sind jedoch nicht alle voneinander unabhängig, und müssen insbesondere die Stützendrücke sich immer so bilden, daß die drei Gleichgewichtsbedingungen erfüllt werden, damit das System im Gleichgewichte bleibe.

Je nach der Art der Auflagerung eines Fachwerkes (2. Abschnitt, 3. Kapitel § 3) kann ein oder das andere Bestimmungsstück für den Stützendruck bereits schon gegeben sein.

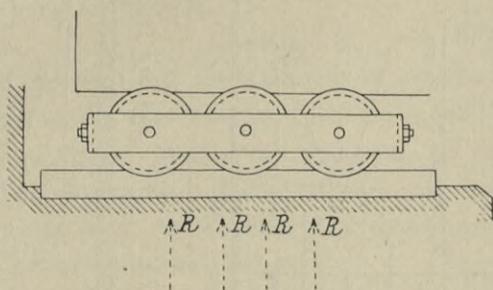


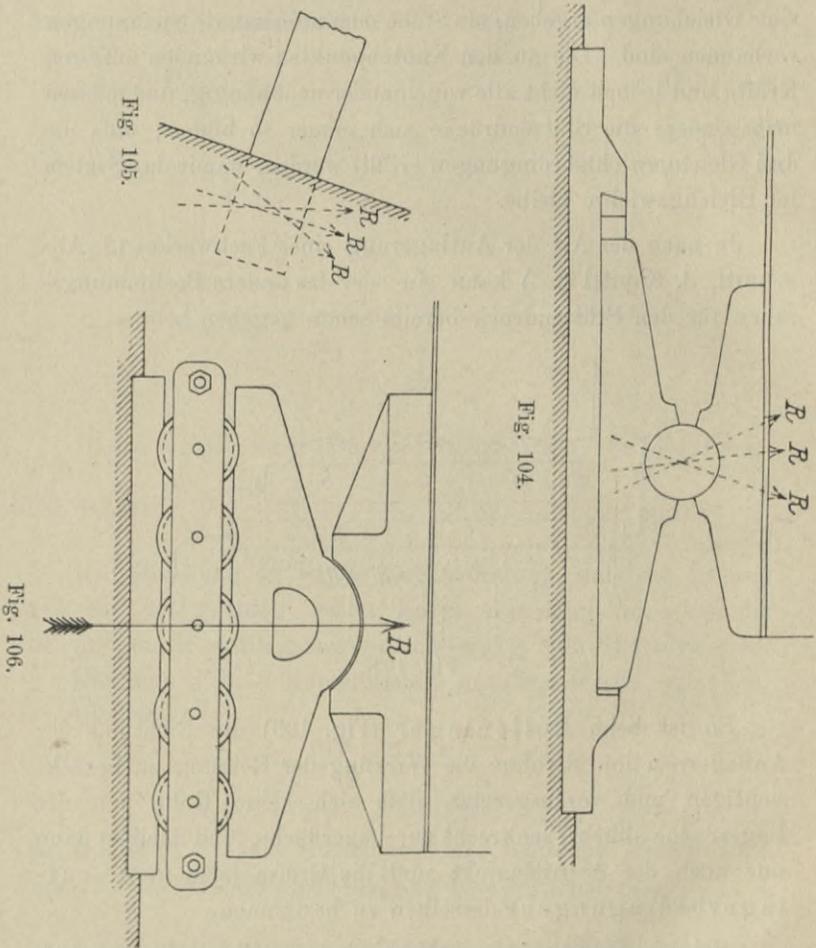
Fig. 103.

So ist beim Rollenlager (Fig. 103) die Richtung der Auflagerreaction R (ohne die Wirkung der Reibung zu berücksichtigen und vorausgesetzt, daß sich keine Rolle von der Lagerfläche abhebt) senkrecht zur Lagerfläche, und bleiben dann nur noch der Angriffspunkt und die GröÙe (also zwei Auflagerbedingungen) derselben zu bestimmen.

Bei den gelenkartigen Verbindungen (Kipplager, Fig. 104) ist der Angriffspunkt der Auflagerreaction gegeben und zu bestimmen Richtung und GröÙe derselben. Bei der Einspannung (Fig. 105) hat man gar keine Bestimmungsstücke der Auflagerreaction (3 Auflagerbedingungen), dagegen bei einem Rollen-

kipplager, (Fig. 106) Richtung und Angriffspunkt der Auflagerreaktion gegeben.

Es bestehen daher im allgemeinen a Auflagerbedingungen, welche samt den s -Stabspannungen $s + a$ Unbekannte geben.



Ebensoviele Gleichungen müssen aufgestellt werden, um alle diese Unbekannten ermitteln zu können.

Bei p Knotenpunkten können $2p$ Gleichgewichtsgleichungen (Summe der vertikalen und horizontalen Komponenten

für sich gleich 0) aufgestellt werden und muß, insofern alle $s + a$ Unbekannten ermittelt werden sollen

$$s + a = 2p \text{ oder } s = 2p - a \text{ sein } 50$$

Hiebei müssen aber die $2p$ Gleichungen vollkommen unabhängig von einander sein.

Was die Auflagerbedingungen a anbelangt, müssen dieselben, damit die 3 Gleichgewichtsbedingungen eines ebenen Kräfte-systems erfüllt werden können, zu mindestens den Wert 3 haben.

Da von allen Auflagertypen nur die Einspannung 3 Auflagerbedingungen besitzt, welche man einem Knoten zuweisen kann, geht man praktisch so vor, daß man einem Knoten zwei und einem zweiten eine von den beiden anderen unabhängige Auflagerbedingung zuweist.

Es geht also für das Minimum der Auflagerbedingungen die Gleichung 50 über in

$$s = 2p - 3$$

und wird identisch mit der Gleichung 49, welche die minimale Anzahl der Stäbe eines starren Fachwerkes ausdrückt.

Ein Fachwerk, welches der Gleichung 50 entspricht, wird ein statisch bestimmtes Fachwerk genannt, und ist speziell jenes, welches auch der Gleichung 49 entspricht, ein starres statisch bestimmtes Fachwerk.

Ein statisch bestimmtes System entsteht am einfachsten durch Aneinanderreihung von Dreiecken in der Weise, daß durch jedes Dreieck zwei neue Seiten und eine neue Ecke hinzukommen (Dreiecknetz); denn reiht man in dieser Weise an ein Dreieck x Dreiecke, so ist die Anzahl der Knoten $p = 3 + x$ und die Anzahl der Seiten $s = 3 + 2x$, welche Werte auch der Gleichung 49

$$\text{min } s = 2p - 3; [2x + 3 = 2(x + 3) - 3]$$

entsprechen.

Ein statisch bestimmtes System entsteht aber allgemein auch in der Weise, daß man an zwei schon vorhandene, beliebige Knotenpunkte zwei zu einem neuen Knotenpunkte vereinigte Stäbe anschließt.

Hiebei können Kreuzungen der Stäbe vorkommen, nur sind die sich kreuzenden Stäbe nicht miteinander zu verbinden. Ist $a > 3$, so ist, wenn die Gleichung 50 besteht, das System zwar ein statisch bestimmtes, doch wird der Wert s aus dieser Gleichung nicht mehr die Gleichung 49 befriedigen und wird somit das Fachwerk nicht starr. Ein derartiges Fachwerk wird ein unselbständiges Fachwerk genannt.

Weiters kann:

$$s + a > 2p, \text{ oder } s + a - 2p > 0$$

werden; in diesem Falle hat man es mit einem statisch unbestimmten Fachwerke und zwar je nachdem

$$s + a - 2p = 1, 2, 3 \dots n$$

ist, mit einem einfach, zweifach, dreifach... oder n fach statisch unbestimmten Fachwerke zu thun.

Ferner kann:

$$s + a < 2p$$

sein; ein Fachwerk, welches diesem Ansatz entspricht, wird ein labiles Fachwerk genannt.

§ 4. Bestimmung der inneren Kräfte eines statisch bestimmten ebenen Gitterträgers.

1. Voraussetzungen für die Berechnung der Spannungen.

Der Berechnung der Gitterträger werden allgemein folgende Voraussetzungen zu Grunde gelegt:

a) Man denkt sich die Gewichte der einzelnen Konstruktionsteile in ihren Schwerlinien vereinigt und nimmt an, daß alle diese Schwerlinien in einer vertikalen Ebene — der Kraftebene — liegen und in dieser Ebene auch bei jeder zulässigen Belastung des Trägers bleiben.

b) Die Verbindungen der Gitterstäbe mit den Gurten (Knotenpunkte) nimmt man gelenkig, scharnierförmig an, d. h. so, daß sich ein Stab um den Knoten frei drehen könnte, wenn man sein anderes Ende frei machen würde.

c) Alle äußeren Kräfte greifen nur in den Knotenpunkten an; sie liegen in einer vertikalen Ebene, der Kraffebene. Das Eigengewicht verteilt sich nach statischen Gesetzen auf die Knotenpunkte; die einzelnen Gurtstücke und Gitterstäbe sind vorläufig gewichtslos anzusehen.

In Folge der beiden letzten Voraussetzungen können die einzelnen Konstruktionsteile entweder nur gedrückt oder nur gezogen werden, wobei angenommen wird, daß gegen Einknicken entsprechende Vorsorge getroffen ist.

2. Analytische Bestimmung der Stabspannungen.

Für die Bestimmung der Stabspannungen eines statisch bestimmten Fachwerkes hat man im Allgemeinen 3 Methoden.

a) Man denkt sich einen Knoten, von welchem der Stab, dessen Spannung man ermitteln will, ausgeht, herausgeschnitten, Fig. 107 (der Knoten B) und den dadurch verloren gegangenen Gleichgewichtszustand durch Hinzufügen jener Kräfte, welche die Spannungen in den durchschnittenen Stäben ersetzen, wieder hergestellt. Im Zustande des Gleichgewichtes für den herausgeschnittenen Knoten muß die Summe aller horizontalen und aller vertikalen Komponenten für sich 0 sein.

Eine Drehung ist an und für sich ausgeschlossen, weil sämtliche Kräfte durch den Knoten gehen.

Bei dieser Methode ist es jedoch, da man nur zwei Gleichungen für die Bestimmung unbekannter Stabspannungen zur Verfügung hat, erforderlich, daß auch nicht mehr als zwei Stäbe mit unbekanntem Spannungen in dem betreffenden Knotenpunkte zusammentreffen. Die Spannungen der übrigen Stäbe, wie auch die in diesem Knoten wirkenden äußeren Kräfte müssen selbstverständlich bekannt sein.

Man muß daher bei Knoten, wo mehr als zwei unbekanntes Stabspannungen zusammentreffen, trachten, alle übrigen schon früher zu bestimmen, indem man die Reihenfolge der einzelnen Knotenpunkte für die Bestimmung der Stabspannungen entsprechend wählt. (Z. B. Fig. 107 zuerst die Knoten F und C,

wo nur zwei Stäbe zusammenkommen; hiebei ermittelt man sich die Spannungen in den Stäben FG , FE , dann CB und CD ; alsdann kann man zu den Knotenpunkten B und G übergehen, wo jetzt nur mehr die Stabspannungen BA und BD , sowie GA und GE unbekannt sind u. s. w.).

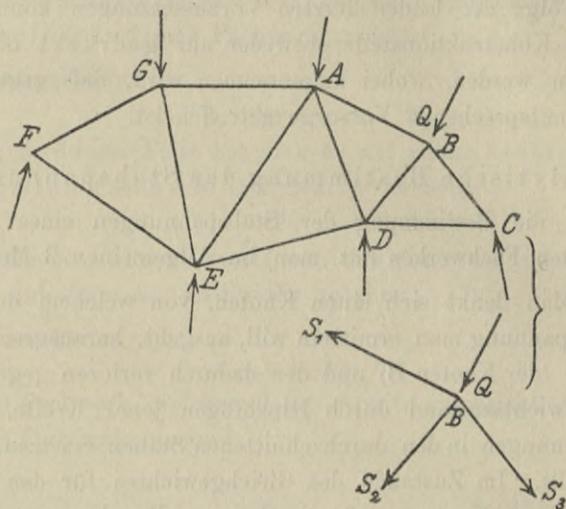


Fig. 107.

b) Schneidet man ein Stabsystem durch einen ganz beliebigen Schnitt in zwei Teile, so muß man wieder, um das Gleichgewicht zu erhalten, die Spannungen der durchschnittenen Stäbe als äußere Kräfte wirkend denken.

Werden nur 3 Stäbe durchschnitten (Fig. 108), die sich nicht in einem gemeinsamen Knotenpunkte treffen, so lassen sich die Spannungen derselben ermitteln, da sich für Kräfte in der Ebene, die im Gleichgewichte sind, die drei Gleichgewichtsbedingungen aufstellen lassen und zwar:

- Summe aller vertikalen Komponenten für sich gleich 0,
 - Summe aller horizontalen Komponenten für sich gleich 0
- und
- Summe der statischen Momente in Bezug auf einen beliebigen Punkt in der Ebene gleich 0.

Selbstverständlich kann der Schnitt ss auch mehr als drei Stäbe treffen, nur müssen dann die Spannungen der übrigen Stäbe bereits ermittelt worden sein. Diese Methode wird die Schnittmethode genannt.

c) Aus der Schnittmethode ergibt sich die folgende Ritter'sche Methode, bei welcher nur die Momentengleichung zur Bestimmung der Spannungen notwendig ist.

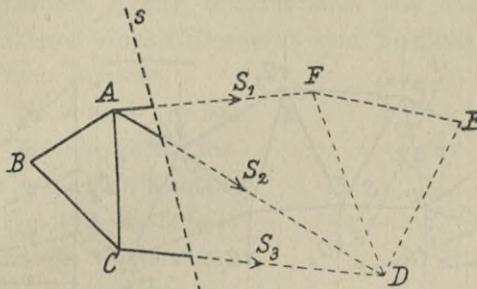


Fig. 108.

Man denkt sich wie früher den Schnitt ss (Fig. 108) geführt, die dadurch zerstörten Spannungen S_1 , S_2 und S_3 als äußere Kräfte hinzugefügt und stellt sodann zur Bestimmung von S_1 , S_2 und S_3 die Momentengleichungen in Bezug auf die Knotenpunkte A, C und D auf.

S_1 , S_2 und S_3 nimmt man alle als Zugkräfte (+) an; ergibt sich dann für die eine oder andere am Schlusse der Rechnung das Zeichen (—), so heißt dies, die betreffende Spannung wirkt nicht als Zugspannung sondern als Druckspannung.

3. Graphische Bestimmung der Stabspannungen.

Die graphische Bestimmung der Spannungen erfolgt mit Hilfe des Kräfte- und Seilpolygons.

a) Die Ritter'sche Methode.

M_D sei z. B. die Summe der Momente aller äußeren Kräfte links vom idealen Schnitte ss (Fig. 109) in Bezug auf den

Knotenpunkt D, und p der Abstand des Stabes, dessen Spannung P zu ermitteln ist, von demselben Knotenpunkte, so muß:

$$M_D + P p = 0; P = - \frac{M_D}{p}$$

Das Moment M_D ist jedoch graphisch durch die Ordinate y_p im entsprechenden Seilpolygone, Fig. 109, proportional dargestellt und nach Gleichung 23 ausgedrückt durch

$$M_D = H y_p.$$

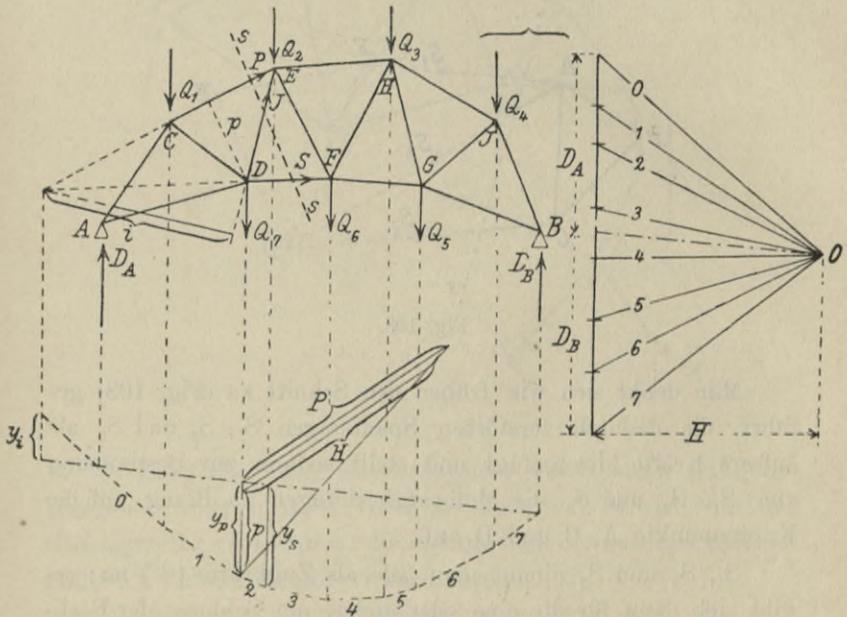


Fig. 109.

Somit ist auch:

$$P = - \frac{H y_p}{p},$$

worin P als vierte geometrische Proportionale zwischen den bekannten Größen H, y_p und p erscheint und in Fig. 109 konstruiert ist.

Ebenso läßt sich graphisch bestimmen:

$$S = + \frac{M_E}{s_1} = + \frac{H y_s}{s_1}; J = - \frac{M_E}{i} = - \frac{H y_i}{i},$$

wenn s_1 den Abstand der Richtung S vom Knotenpunkte E , und i jenen zwischen der Richtung J und dem Schnittpunkte der Richtungen S und P bedeutet.

b) Methode nach Cremona (Cremona'scher Kräfteplan).

Diese Methode besteht darin, daß man zwei Stabspannungen, welche in einem Knotenpunkte zusammentreffen, mit Hilfe des Kräftepolygons bestimmen kann, wenn sonst alle in diesem Knoten wirkenden Kräfte bekannt sind, und daß man sämtliche Spannungen eines Gitterwerks zum Schlusse übersichtlich in einem Plane darstellt.

Z. B.: Es wirken an dem aus einem Gitterwerke herausgeschnitten gedachten Knotenpunkte A , Fig. 110, die äußere Kraft Q und die Spannungen 1, 2, 3 und 4, von welchen nur die Spannungen 3 und 4 unbekannt sein sollen.

Nachdem im Zustande des Gleichgewichtes mehrerer Kräfte die Resultierende einer Gruppe dieser Kräfte (Q , 1 und 2) der Resultierenden der anderen Gruppe (3 und 4) gleich und entgegengesetzt sein muß, so braucht man sich nur die Resultierende der bekannten Kräfte, d. i. Q , 1 und 2 mit Hilfe des Kräftepolygons zu bestimmen und diese wieder nach den gegebenen Richtungen 3 und 4, Fig. 110 a zu zerlegen, um dadurch die Größen dieser Spannungen selbst zu erhalten.

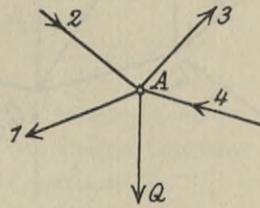


Fig. 110.

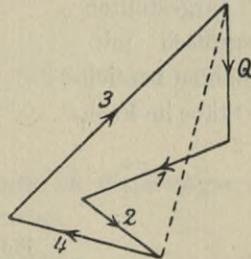
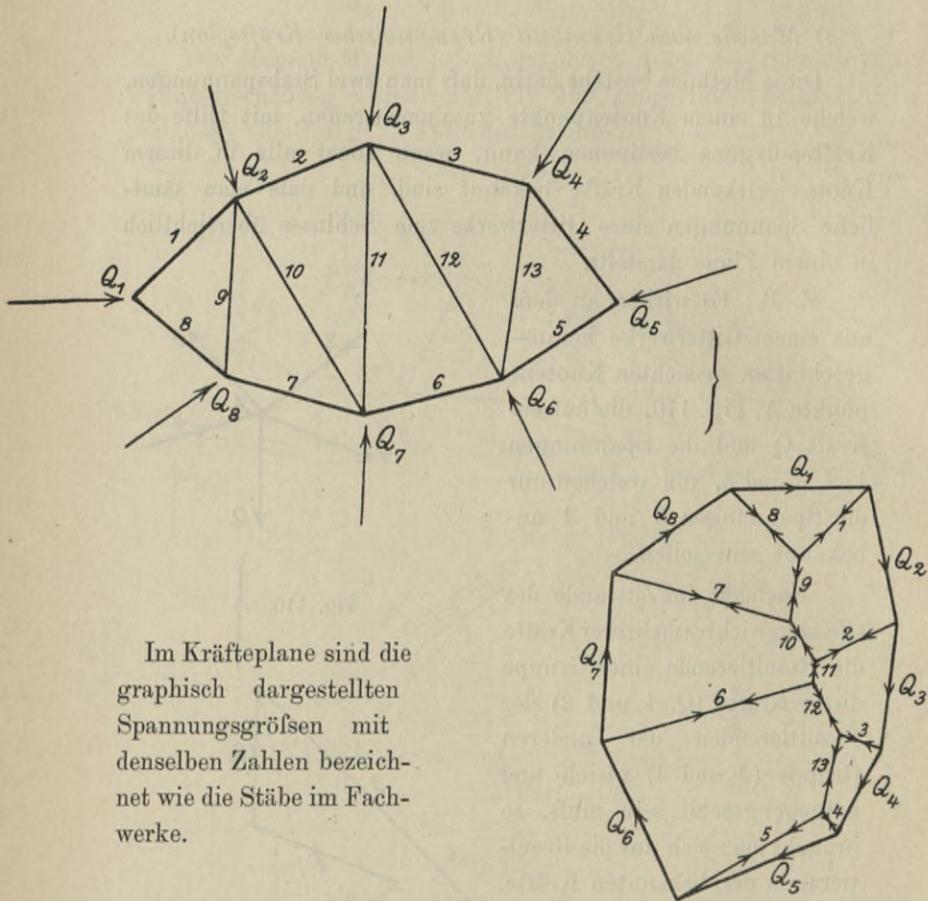


Fig. 110 a.

Für die Aneinanderreihung der einzelnen Kräfte zur Resultierenden hat nun Cremona jene Reihenfolge getroffen, bei

welcher jeder Stab nur einmal in Betracht kommt und sich die Spannungen übersichtlich in einem Plane darstellen lassen. (Fig. 111).



Im Kräfteplane sind die graphisch dargestellten Spannungsgrößen mit denselben Zahlen bezeichnet wie die Stäbe im Fachwerke.

Fig. 111.

§ 5. Einfluss von Kräften, welche nicht in den Knoten wirken.

Einer der Stäbe des Gitterwerkes wird von beliebig vielen Kräften mit der Resultanten G (Fig. 112) auf Biegung in Anspruch genommen. Denkt man sich einen Schnitt durch den Stab geführt, so sind die durch den Schnitt zerstörten inneren

Spannungen (Normal- und Schubspannungen) als äulere Kräfte hinzuzufügen, um den Gleichgewichtszustand aufrecht zu erhalten.

Legt man je einen Schnitt unmittelbar neben den Enden des Stabes parallel zur Krafrichtung G und senkrecht zur Krafebene, und zerlegt man die Resultante der Normal- und Schubspannungen in die im Schnitte selbst und in der Stabachse wirkenden Komponenten G_1 , G_2 und S , so müssen, damit keine Verschiebung des Stabes senkrecht zu den Schnitten eintrete, die Komponenten S in den beiden Schnitten einander gleich sein; G_1 und G_2 dagegen müssen den in A und B wirkenden Komponenten von G entsprechen.

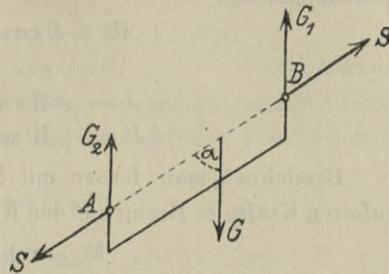


Fig. 112.

Man kann sich also die zwischen den Knotenpunkten wirkenden Lasten auf die Knotenpunkte verteilt denken.

Bei gleichmäßig verteilter Last wird $G_1 = G_2 =$ der halben auf den Stab wirkenden Last.

In dieser Weise ist auch das Gewicht der Stäbe zu berücksichtigen.

§ 6. Bestimmung der Spannungen im Gitterträger mit parallelen Gurten.

A. Einfache Systeme.

1. Bestimmung der Spannungen mit Hilfe der Schnitt- und Ritter'schen Methode.

Bezeichnet man mit R die Transversalkraft aller äuleren Kräfte, links des idealen Schnittes ss , Fig. 113, welcher zur Bestimmung der Stabspannungen J , P und S , und mit R' die Transversalkraft, welche links vom idealen Schnitte $s's'$, der

zur Ermittlung der Stabspannung J' geführt wird, so ist im Zustande des Gleichgewichtes:

$$R + J \cos \varphi = 0$$

beziehungsweise

$$R' - J' \cos \varphi_1 = 0;$$

hieraus ist:

$$\left. \begin{aligned} J &= - R \sec \varphi \\ J' &= + R' \sec \varphi_1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 51$$

Bezeichnet man ferner mit M_a und M_b das Moment aller äußeren Kräfte in Bezug auf den Knotenpunkt A resp. B, so muß:

$$M_a - S h = 0$$

$$M_b + P h = 0$$

und hieraus:

$$\left. \begin{aligned} S &= + \frac{M_a}{h} \\ P &= - \frac{M_b}{h} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 52$$

Aus diesen Fundamentalgleichungen für den Parallelträger ist ersichtlich, daß die Spannungen der Gitterstäbe proportional der Transversalkraft und die Spannungen in den Gurtstäben proportional dem Biegemomente sind; weiters ist für die Größe der Gitterstabspannungen auch der Neigungswinkel φ von einigem Einflusse.

Bei einem auf zwei Stützen frei aufliegenden Träger wird daher (da die Momente in allen Querschnitten positiv sind) der Obergurt immer geprefst, der Untergurt immer gezogen.

Dagegen wird, da die Transversalkraft nach dem 3. Kapitel § 3 ihr Vorzeichen ändern kann, der Gitterstab entweder auf Druck oder Zug beansprucht, je nachdem er nach rechts oder links geneigt ist und die Transversalkraft ein positives oder negatives Vorzeichen hat.

Es werden also alle Gitterstäbe, welche links oder rechts der Ausweichstrecke des mittleren Querschnittes liegen und gegen den mittleren Querschnitt fallen ($J' = + R \sec \varphi$), stets gezogen und jene, welche gegen denselben steigen ($J = - R \sec \varphi$), stets gedrückt werden.

Es ist nämlich links der Ausweichstrecke des mittleren Querschnittes R stets (+) und $\sec \varphi$ für Stäbe, die gegen die Mitte fallen, stets (-); links der Ausweichstrecke ist R stets (-) $\sec \varphi$ für Stäbe, die gegen die Mitte fallen, stets (+), daher das Produkt aus $R \sec \varphi$ immer (-), daher stets:

$$J' - R' \sec \varphi = 0;$$

$\sec \varphi$ für Stäbe, die gegen die Mitte steigen, hat mit R überall dasselbe Vorzeichen, daher ist das Produkt aus $R \sec \varphi$ immer (+), daher stets:

$$J + R \sec \varphi = 0.$$

Fig. 113.

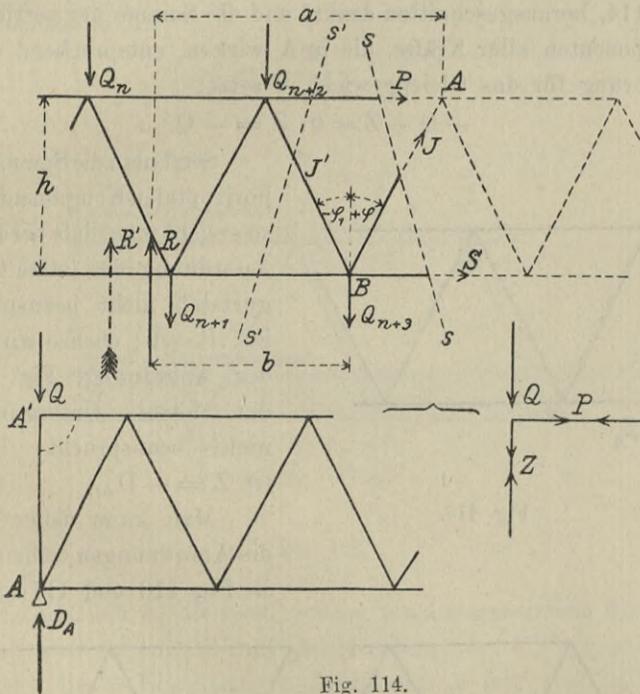


Fig. 114.

Innerhalb der Ausweichstrecke des mittleren Querschnittes wechselt bekanntermassen die Transversalkraft ihr Zeichen, je nachdem die Last von rechts oder links auf den Träger geschoben wird; es werden daher Gitterstäbe innerhalb der Aus-

weichstrecke des mittleren Querschnittes entweder gedrückt oder gezogen, je nach ihrer Neigung nach links oder rechts und ob die Last von links oder rechts auf die Brücke geschoben wird.

Es sind also die in einem Knotenpunkte zusammentreffenden Gitterstäbe J und J' stets verschieden beansprucht. Ist eine Schaar der Gitterstäbe vertikal, so wird ein solcher Stab gedrückt, wenn die mit der Vertikalen im Knotenpunkte zusammentreffende Diagonale gezogen wird, und gezogen, wenn letztere gedrückt wird.

Eine Ausnahme hievon bildet der Endständer. Die Spannung Z in diesem ergibt sich, wenn man den Knoten A' , Fig. 114, herausgeschnitten denkt, und die Summe der vertikalen Komponenten aller Kräfte, die in A wirken, entsprechend einer Forderung für das Gleichgewicht, 0 setzt:

$$-Q + Z = 0; Z = -Q \dots\dots 53$$

Setzt man die Summe der horizontalen Komponenten 0, so ersieht man, daß bei dieser Anordnung der letzte Obergurtstab nicht beansprucht ist: $P = 0$; ebenso wird bei der Anordnung, Fig. 115, der letzte Untergurtstab nicht beansprucht; hiebei ist $Z = -D_A$.

Man kann daher auch die Anordnungen treffen, wie sie Fig. 116 und 117 zeigen.

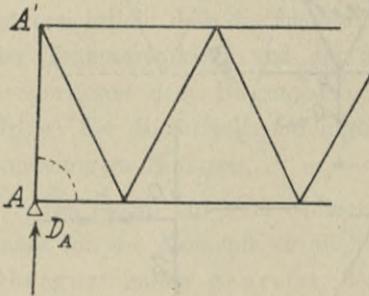


Fig. 115.

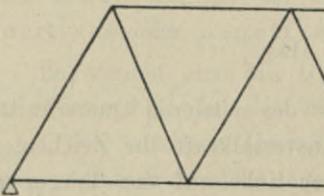


Fig. 116.

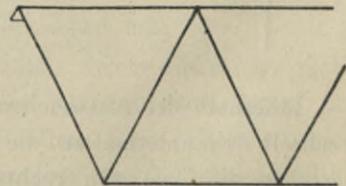


Fig. 117.

Es ist ganz gleichgültig, wo man den Schnitt ss oder $s's'$, Fig. 113, führt, wenn die Lasten tatsächlich in den Knotenpunkten angreifen, oder wenn die Lastübertragung durch Querträger erfolgt, welche in den Knotenpunkten mit den Hauptträgern verbunden sind; hat man dagegen eine über die Gurte gleichmäßig verteilte Last der Rechnung zugrunde gelegt, so empfiehlt es sich, zur Bestimmung der Gurtspannungen P und S den Schnitt nach Fig. 118 vertikal durch einen Knoten zu führen. Der Einfluß der gleichmäßig verteilten Last vom Knoten C bis zum Schnitte ss ist dann aus folgendem ersichtlich:

Wenn M_a wieder das Moment aller Lasten links vom Schnitte ss mit Ausnahme der soeben erwähnten in Bezug auf A bedeutet, so ist:

$$P = -\frac{M_a}{h} + \frac{q_1 e_1 e_2}{2h}.$$

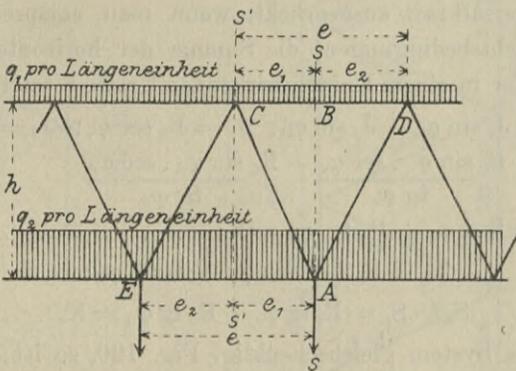


Fig. 118.

Ist nämlich q_1 die Last, welche pro Längeneinheit über CD verteilt ist, so entfällt auf den Knotenpunkt C : $\frac{1}{2} q_1 e$. Das Moment dieser Einzellast in Bezug auf A ist: $-\frac{1}{2} q_1 e \cdot e_1$. Denkt man sich jedoch die Last q_1 pro Längeneinheit über die Strecke e_1 gleichmäßig verteilt, so ist das Moment dieser gleichmäßig verteilten Last in Bezug auf A :

$$-q_1 e_1 \cdot \frac{1}{2} e_1 = -\frac{1}{2} q_1 e_1^2.$$

Dieses Moment wird um einen Wert x vom vorigen verschieden sein, daher:

$$x = -\frac{1}{2} q_1 e e_1 - (-\frac{1}{2} q_1 e_1^2)$$

$$x = -\frac{1}{2} q_1 e_1 (e - e_1) = -\frac{1}{2} q_1 e_1 e_2.$$

Ebenso ist:

$$S = + \frac{M e}{h} - \frac{q_2 e_1 e_2}{2h}.$$

2. Bestimmung der Stabspannungen mit Hilfe der Knotenkräfte.

Bei einem einfachen Parallelträger lassen sich alle Gurt- und Stabspannungen ohne Zuhilfenahme der Momente ermitteln, wenn man alle äußeren Kräfte und die Knotenkräfte K kennt.

Unter letzteren versteht man die Differenz zweier aufeinanderfolgender Gurtspannungen, und erhält dieselben durch die Transversalkraft ausgedrückt, wenn man, entsprechend den Gleichgewichtsbedingungen, die Summe der horizontalen Komponenten der in einem Knoten wirkenden Kräfte 0 setzt, Fig. 119.

$$P_a = P_b + J_c \sin \varphi_c + J_d \sin \varphi_d; \quad J_c = R_c \sec \varphi_c; \quad J_d = R_d \sec \varphi_d,$$

$$P_a = P_b + R_c \frac{\sin \varphi_c \cdot \sec \varphi_c}{\operatorname{tg} \varphi_c} + R_d \frac{\sin \varphi_d \cdot \sec \varphi_d}{\operatorname{tg} \varphi_d}$$

$$P_a - P_b = R_c \operatorname{tg} \varphi_c + R_d \operatorname{tg} \varphi_d = K_o \dots \dots \dots 54$$

$$S_a = S_b + J_c \sin \varphi_c + J_d \sin \varphi_d;$$

$$S_a - S_b = R_c \operatorname{tg} \varphi_c + R_d \operatorname{tg} \varphi_d = K_u \dots \dots \dots 55$$

Ist das System gleichschenkelig, Fig. 120, so ist:

$$\varphi_c = \varphi_d = \varphi \text{ und } K_o = K_u = (R_c + R_d) \operatorname{tg} \varphi.$$

Ist das System rechtwinklig, Fig. 121, so ist:

$$\varphi_c = 0; \quad \varphi_d = \varphi; \quad K_o = K_u = R_d \operatorname{tg} \varphi.$$

Beispiel. Ein einfacher Parallelträger mit gleichschenkligen Stabdreiecken, Fig. 122, symmetrisch angeordnet, sei unsymmetrisch belastet.

Die Lage des mittleren Querschnittes ergibt sich im Angriffspunkte der 4. Last (3. Kapitel § 2):

$$20 + 12 + 16 + 10 = 58 = 56 + 2,$$

weshalb man sich die 4. Last

$$10 = 8 + 2$$

zerlegt zu denken hat.

Nun ermittelt man sich die Spannungen der Stäbe von A bis zum mittleren Querschnitte und sodann von B bis zum mittleren Querschnitte.

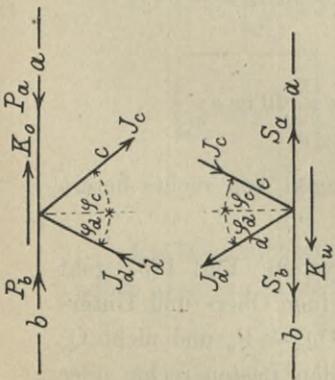


Fig. 119.

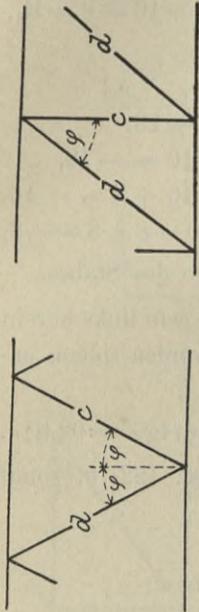


Fig. 120.

Fig. 121.

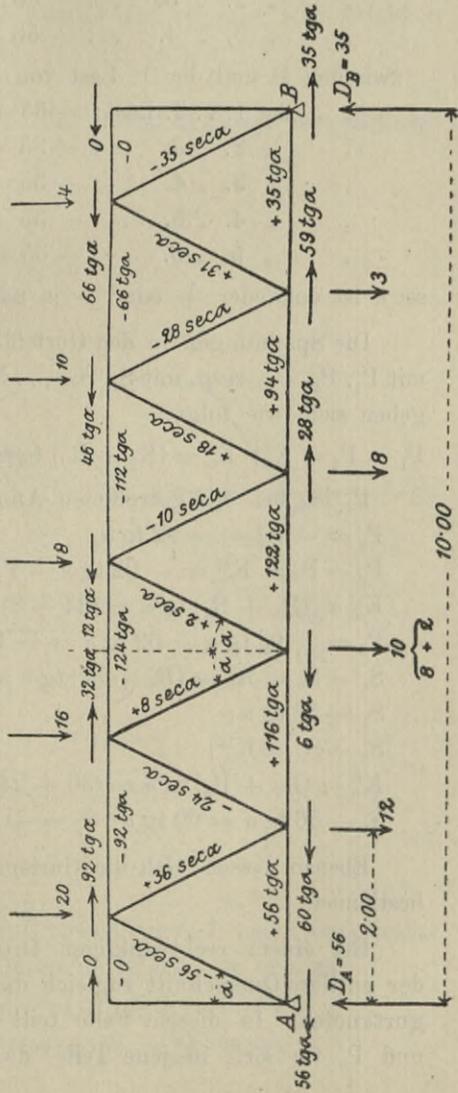


Fig. 122.

Die Spannungen der Gitterstäbe ergeben sich mit Hilfe der Gleichungen 51; hierfür ist:

Die Transversalkraft für Querschnitte zwischen A und der 1. Last: $+ 56 = R_1$,

zwischen der 1. u. 2. Last: $+ 56 - 20 = 36 = R_2$,

„ „ 2. „ 3. „ : $+ 56 - 20 - 12 = 24 = R_3$,

„ „ 3. „ 4. „ : $+ 56 - 20 - 12 - 16 = 8 = R_4$,

zwischen B und der 1. Last von links $- 35$,

„ der 1. u. 2. Last: $- 35 + 4 = - 31$,

„ „ 2. „ 3. „ : $- 35 + 4 + 3 = - 28$,

„ „ 3. „ 4. „ : $- 35 + 4 + 3 + 10 = - 18$,

„ „ 4. „ 5. „ : $- 35 + 4 + 3 + 10 + 8 = - 10$,

„ „ 5. „ 6. „ : $- 35 + 4 + 3 + 10 + 8 + 8 = - 2$,

sec α ist entweder $+$ oder $-$ je nach der Lage des Stabes.

Die Spannungen in den Gurtstäben, welche von links herein mit $P_1, P_2 \dots$ resp. mit $S_1, S_2 \dots$ bezeichnet werden sollen, ergeben sich, wie folgt:

$$P_1 - P_2 = K_0^I; K_0^I = (R_1 + R_2) \operatorname{tg} \alpha = (56 + 36) \operatorname{tg} \alpha = 92 \operatorname{tg} \alpha.$$

P_1 ist bei der getroffenen Anordnung (Fig. 122) 0, somit

$$P_2 = - K_0^I = - 92 \operatorname{tg} \alpha$$

$$P_2 - P_3 = K_0^{II} = - 92 \operatorname{tg} \alpha - P_3;$$

$$K_0^{II} = (R_3 + R_4) \operatorname{tg} \alpha = (24 + 8) \operatorname{tg} \alpha = 32 \operatorname{tg} \alpha;$$

$$P_3 = - 92 \operatorname{tg} \alpha - 32 \operatorname{tg} \alpha = - 124 \operatorname{tg} \alpha$$

$$S_1 - S_0 = K_u^I = (R_0 + R_1) \operatorname{tg} \alpha = (0 + 56) \operatorname{tg} \alpha = 56 \operatorname{tg} \alpha$$

$$S_1 = 56 \operatorname{tg} \alpha;$$

$$S_2 - S_1 = K_u^{II};$$

$$K_u^{II} = (R_2 + R_3) \operatorname{tg} \alpha = (36 + 24) \operatorname{tg} \alpha = 60 \operatorname{tg} \alpha;$$

$$S_2 - 56 \operatorname{tg} \alpha = 60 \operatorname{tg} \alpha; S_2 = + 116 \operatorname{tg} \alpha.$$

Ebenso lassen sich die Gurtspannungen von rechts herein bestimmen.

Bei einem rechtwinkligen Dreieckssystem, Fig. 123, geht der mittlere Querschnitt zugleich durch einen Ober- und Untergurtknoten. In diesem Falle teilt man $Q_n + P_n$ und nicht Q_n und P_n für sich in jene Teile, die zu den Lasten rechts oder

links vom mittleren Querschnitt gezählt werden müssen, um den betreffenden Stützendruck zu erhalten, da in den Gleichungen, welche die Gitterstabspannungen geben, überall nur die Summe $P'_n + Q'_n$ oder $P''_n + Q''_n$, nie aber Q'_n oder P'_n , Q''_n oder P''_n für sich erscheinen. Es ist nämlich der Stützendruck auf der linken Stütze:

$$D_A = P'_n + Q'_n + \Sigma \text{ aller P und Q links vom mittleren Querschnitt}$$

und der Stützendruck rechts:

$$D_B = P''_n + Q''_n + \Sigma \text{ aller P und Q rechts vom mittleren Querschnitt.}$$

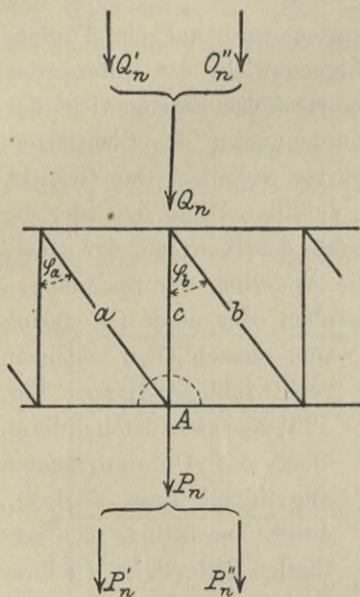


Fig. 123.

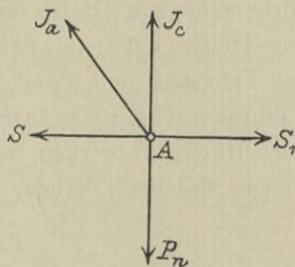


Fig. 124.

Die Spannungen in den Gitterstäben a, b und c unmittelbar neben resp. im mittleren Querschnitte ergeben sich mit:

$$J_a = R_a \sec \varphi_a; = (P'_n + Q'_n) \sec \varphi_a$$

$$J_b = R_b \sec \varphi_b = - (P''_n + Q''_n) \sec \varphi_b$$

da $R_a = D_A - \Sigma$ aller P und Q links vom mittleren Querschnitt $= P'_n + Q'_n$
 und $R_b = D_B - \Sigma$ aller P und Q rechts vom mittleren Querschnitt $= P''_n + Q''_n$.

Die Spannung J_c der Vertikalen ergibt sich, wenn man sich den Knoten A, Fig. 124, herausgeschnitten denkt und die Summe der vertikalen Komponenten entsprechend dem Gleichgewichtszustande gleich 0 setzt, mit:

$$J_c = P_n - J_a \cos \varphi_a = P_n - (P'_n + Q'_n) \sec \varphi_b.$$

3. Verteilung des Eigengewichts. Ungünstigste Stellung der Verkehrslast.

a) Verteilung des Eigengewichts.

Das Eigengewicht des Obergurtes wird auf die Knotenpunkte des Obergurtes und das Eigengewicht des Untergurtes auf die Knotenpunkte des Untergurtes, das Eigengewicht der Gitterstäbe zur Hälfte auf die Knotenpunkte des Obergurtes, zur Hälfte auf jene des Untergurtes verteilt. Das Gewicht der Fahrbahn und damit auch die zufällige Belastung oder die Verkehrslast wird je nach der Lage der Bahn auf den Ober- oder Untergurt wirken, und ist die Änderung der Spannungen in den einzelnen Stäben, ob Bahn oben oder unten ist, gering

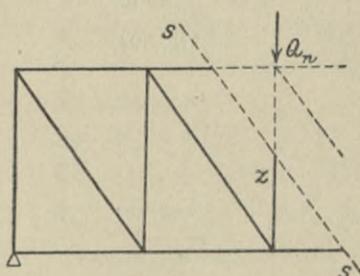


Fig. 125.

und tatsächlich 0 bei einem rechtwinkligen Systeme, Fig. 125; man kann nämlich die im Ober- oder Untergurtnoten angreifende Last, z. B. Q_n , durch Vermittlung des vertikalen Gitterstabe in ihrer Richtung nach den anderen Gurtknoten versetzt denken, ohne dass das Moment oder die Transversalkraft geändert wird.

Nur die Spannung Z in der Vertikalen, Fig. 125, ändert sich, was ersichtlich wird, wenn man sich den Schnitt ss

geführt denkt und die Transversalkraft R_z zur Berechnung dieser Vertikalen sucht, und zwar einmal für den Fall als Q_n im Obergurtknoten und dann im Untergurtknoten wirkt.

Es ist nämlich die Transversalkraft links vom Schnitte ss im ersteren Falle um Q_n größer, im letzteren Falle um denselben Wert kleiner und somit auch die Spannung Z verschieden, je nachdem Q_n am Ober- oder Untergurtknoten angreift.

Bei Bahn oben verteilt man das Gewicht der Fahrbahn auf die Knoten des Obergurtes, bei Bahn unten auf jene des Untergurtes; ist die Bahn versenkt (oder Bahn mitte), so verteilt man meist das Gewicht der Fahrbahn auf jene Gurtknoten, welche der Bahn näher liegen; liegt die Bahn in der Höhenmitte, so zählt man die Hälfte des Gewichtes derselben sowohl zum Ober- als auch zum Untergurt.

b) Ungünstigste Stellung der Verkehrslast.

Die Gurtspannungen sind proportional dem Momente, daher muß die Vollbelastung in allen Gurtstäben am ungünstigsten wirken. Die Gitterstabspannungen sind proportional der Transversalkraft, welche für irgend einen

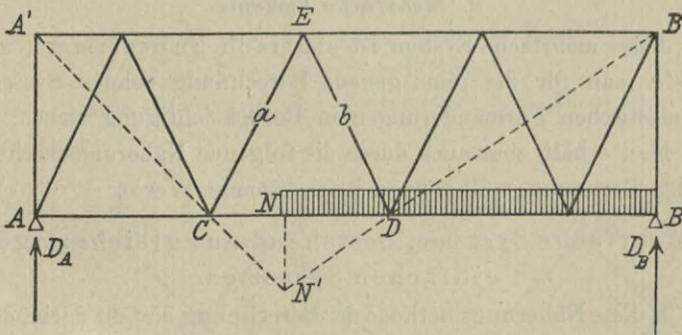


Fig. 126.

Querschnitt oder einen Gitterstab innerhalb einer Knotenweite dann numerisch am größten wird, wenn die gleichmäßig verteilte Last von der rechten resp. linken Stütze bis zum neutralen Punkt N , Fig. 126, reicht (3. Kapitel, § 5, Punkt 7b).

4. Graphische Darstellung der Grenzwerte der Stabspannungen.

Die Grenzwerte der Spannungen, welche durch das Eigengewicht und die Verkehrslast (letztere für jeden Stab in die ungünstigste Stellung aufgebracht) hervorgerufen werden, pflegt man dadurch übersichtlich zusammenzustellen, daß man an jedem

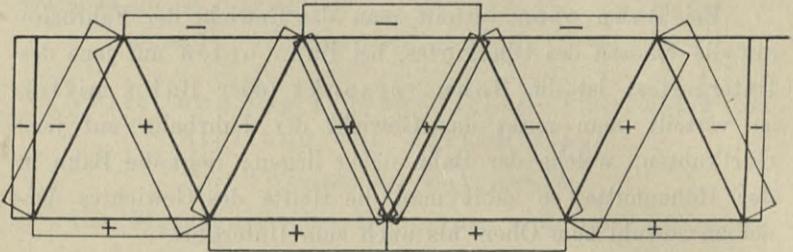


Fig. 127.

Stabe ein Rechteck anlehnt, Fig. 127, dessen Breite proportional ist der betreffenden Stabspannung; diese Rechtecke werden dann entweder blau oder rot angelegt oder mit + oder - bezeichnet, je nachdem der Stab ein Zug- oder ein Druckstab ist.

B. Mehrfache Systeme.

Jedes mehrfache System ist statisch unbestimmt, und müßte man für die ganz genaue Berechnung solcher Systeme die elastischen Formänderungen in Berücksichtigung ziehen.

Man erhält aber auch durch die folgende Näherungsmethode in der Rechnung vollkommen befriedigende Werte.

a) Mehrfache Systeme, bestehend aus gleichartigen, einfachen Systemen.

1. Eine Näherungsmethode der Berechnung besteht darin, daß man sich das n fache System in n einfache (Elementar-) Systeme zerlegt, jeden Knoten des einfachen Systems so belastet, wie er im n fachen Systeme belastet ist und die Berechnung dieser einfachen Systeme durchführt.

In den Elementar-Systemen, aus welchen das n fache System zusammengesetzt ist, kommt jeder Gitterstab nur in einem, jeder Gurtstab dagegen in allen Elementar-

Systemen vor; es ergibt sich daher die Spannung eines Gitterstabes sofort, während bei den Gurtstäben die totale Spannung erst durch Summierung der entsprechenden Gurtspannungen in den Elementar-Systemen gefunden wird.

Ein Beispiel zeigt Fig. 128a—d. Die Knotenweite eines einfachen Systems ist dort mit λ angenommen, somit beträgt die ganze Stützweite 2λ ; weiters ist:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\lambda}{2h}; \quad \operatorname{tg} \beta = \frac{\lambda}{3h}; \quad \operatorname{tg} \gamma = \frac{\lambda}{6h}$$

oder $\operatorname{tg} \beta = \frac{2}{3} \operatorname{tg} \alpha; \quad \operatorname{tg} \gamma = \frac{1}{3} \operatorname{tg} \alpha.$

In Fig. 128 ist ein unregelmäßiger Endabschluss angenommen, im Gegensatz zu einem regelmäßigen, wie er in Fig. 129 und 130 dargestellt ist.

Dadurch, daß der Gitterstab b seine Neigung ändert, wird weder die Transversalkraft noch das Moment in irgend einer Weise beeinflusst; es muß daher bei allen Stäben des Trägers, mit Ausnahme von b , e und g , welche infolge der Änderung des Neigungswinkels von b in ihrer Beanspruchung alteriert werden, die Spannung dieselbe bleiben.

Die Spannung in b ist nach Gleichung 51:

$$J_b = R_b \sec \varphi,$$

durch b wird in D eine horizontal wirkende Kraft

$$K = J_b \sin \varphi = R_b \operatorname{tg} \varphi$$

hervorgerufen, wodurch der Endständer auf Biegung beansprucht wird.

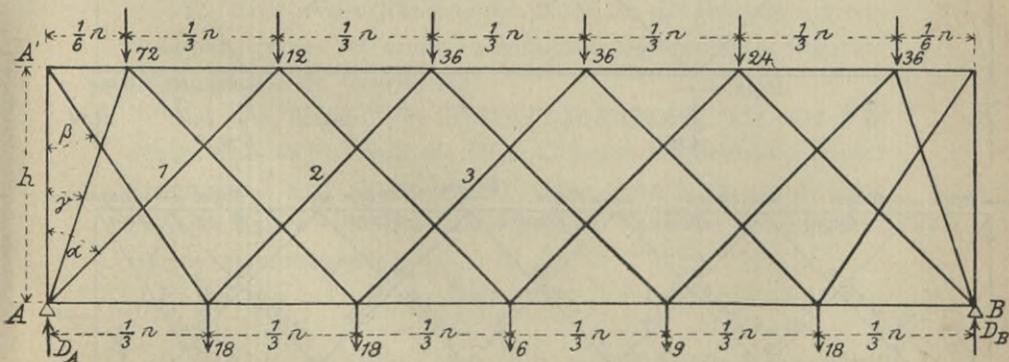


Fig. 128.

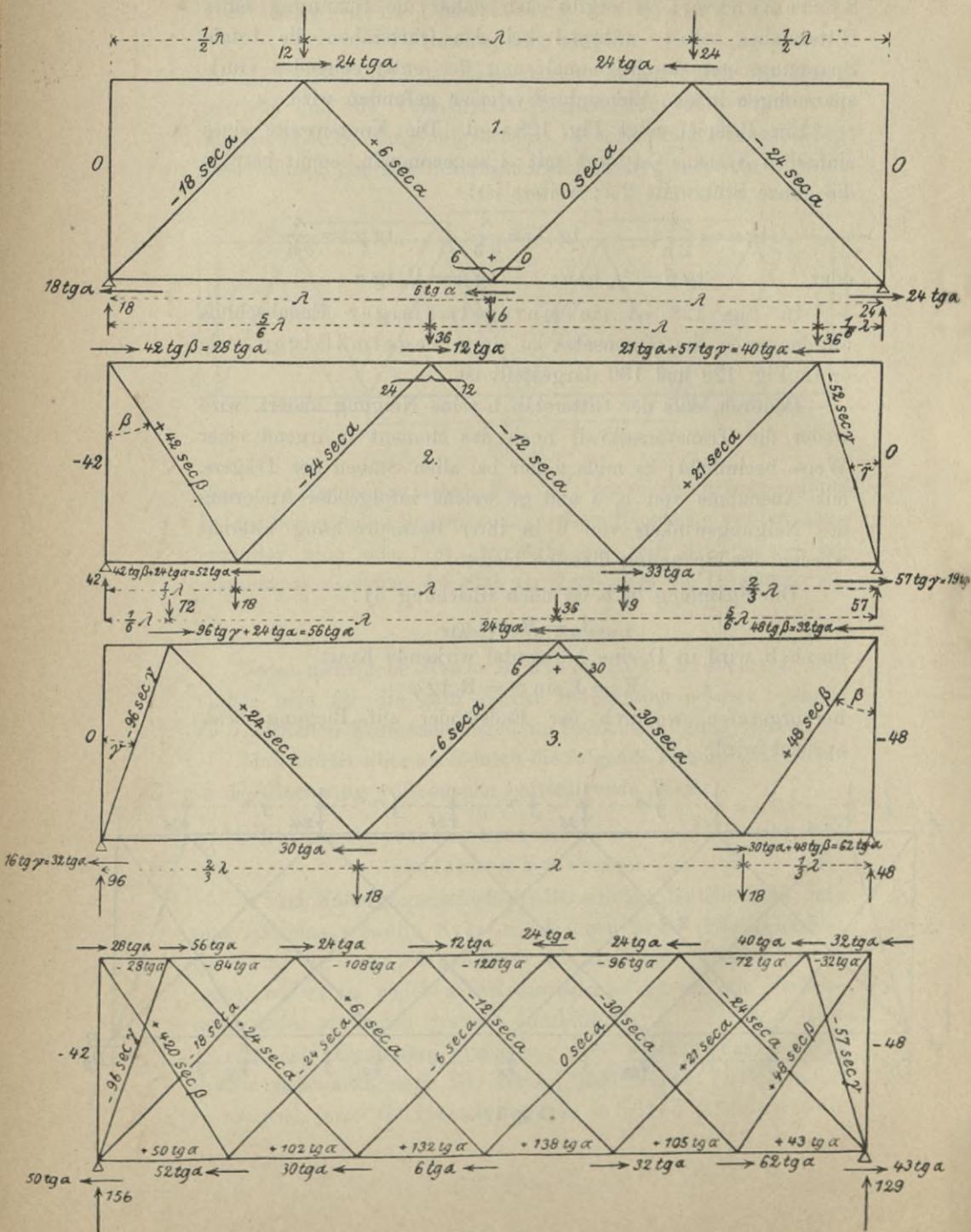


Fig. 128 a-d.

K zerlegt sich wieder in 2 Komponenten, Fig. 129,

$$K_e = K \frac{h''}{h} \text{ und } K_d = K \frac{h'}{h},$$

und beansprucht K_d den Stab d und K_e den Stab e auf Druck (also ausnahmsweise ein Untergurtstab e auf Druck beansprucht).

$$h' = m \cotg \varphi; \quad m = h \operatorname{tg} \beta; \quad h' = h \operatorname{tg} \beta \cdot \cotg \varphi;$$

$$h'' = h - h' = h (1 - \operatorname{tg} \beta \cotg \varphi);$$

$$K_e = R_b \operatorname{tg} \varphi (1 - \operatorname{tg} \beta \cotg \varphi) = R_b (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \beta);$$

$$K_d = R_b \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \beta \cotg \varphi = R_b \operatorname{tg} \beta.$$

Der Wert K_d ist, wie die Gleichung zeigt, von φ ganz unabhängig und ändert sich im Gurtstabe d daher die Spannung nicht, ob b unter den Winkel β oder φ geneigt ist.

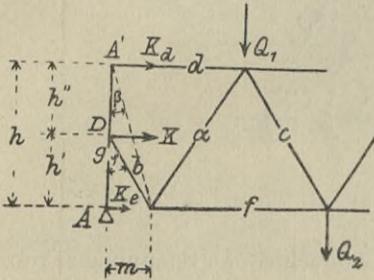


Fig. 129.

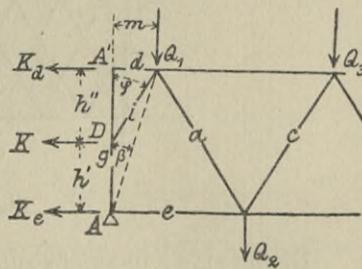


Fig. 130.

Ähnlich ist der Fall, wenn das Gitterwerk mit einem Druckstabe beginnt, Fig. 130. Hierbei wird ausnahmsweise ein Obergurtstab (d) auf Zug beansprucht.

2. Eine zweite Näherungsmethode für die Bestimmung von Stabspannungen bei einem mehrfachen regelmäßigen Parallelträger besteht in folgendem:

Ist die Anzahl der Teilung ungerade, Fig. 131, so denke man sich durch die Mitte C jenes Gitterstabes, dessen Spannung J man ermitteln will, einen Schnitt ss, parallel zur zweiten Schaar der Gitterstäbe geführt und die dadurch zerstörten Spannungen

$$J_1, J_2, J_3 \dots J_{\left(\frac{n-1}{2}\right)}$$

$$J', J'', J''' \dots J_{\left(\frac{n-1}{2}\right)} \text{ als äußere Kräfte hinzugefügt.}$$

Ist die Transversalkraft aller links von ss gelegenen Kräfte R , so ist, da die vertikalen Komponenten der Kräfte im Zustande des Gleichgewichtes gleich 0 sein müssen:

$$-\left(J^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} + \dots + J''' + J'' + J' + J + J_1 + J_2 + J_3 \dots + J_{\frac{n-1}{2}}\right) \cos \alpha + R = 0.$$

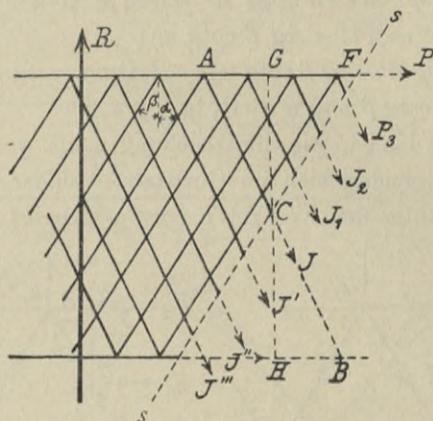


Fig. 131.

Nimmt man nun an, daß der Unterschied der Spannungen von Stab zu Stab gleich groß sei (was annähernd der Fall ist), so ist:

$$\left. \begin{aligned} J' + J_1 &= 2J \\ J'' + J_2 &= 2J \\ J''' + J_3 &= 2J \\ \dots &\dots \\ J^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} + J_{\left(\frac{n-1}{2}\right)} &= 2J \end{aligned} \right\} + \left(\frac{n-1}{2} \text{ Gleichungen}\right)$$

$$J^{\left(\frac{n-1}{2}\right)} + \dots + J''' + J'' + J' + J + J_1 + J_2 + J_3 + \dots + J_{\left(\frac{n-1}{2}\right)} = \frac{n-1}{2} 2J.$$

Demnach ist:

$$\begin{aligned} -\left(\frac{n-1}{2} 2J + J\right) \cos \alpha + R &= 0; \\ -nJ \cos \alpha + R &= 0; \\ J &= \frac{1}{n} R \sec \alpha \end{aligned}$$

Ist die Anzahl der Teilung gerade, Fig. 132, so denke man sich einen Schnitt $s''s''$ dicht rechts neben dem Stabe geführt, welcher jenen Stab, dessen Spannung J man ermitteln will, halbiert.

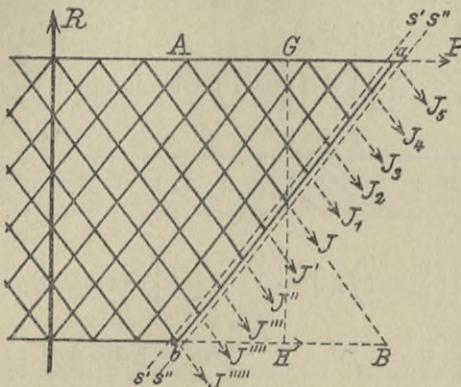


Fig. 132.

Alsdann werden links vom Stabe AB , dessen Spannung ermittelt werden soll $\left(\frac{n}{2} - 1\right)$ Stäbe, rechts $\frac{n}{2}$ Stäbe geschnitten.

Entsprechend der früheren Annahme ist wieder:

$$\left. \begin{array}{l} J' + J_1 = 2J \\ J'' + J_2 = 2J \\ J''' + J_3 = 2J \\ \dots \end{array} \right\} + \left(\frac{n}{2} - 1\right) \text{ Gleichungen}$$

$$J' + J'' + J''' + \dots + J_1 + J_2 + J_3 + \dots = \left(\frac{n}{2} - 1\right) 2J.$$

Im Zustande des Gleichgewichtes muß die Summe aller vertikalen Komponenten 0 sein, somit:

$$- \left[\left(\frac{n}{2} - 1\right) 2J + J_{\left(\frac{n}{2}\right)} + J \right] \cos \alpha + R_{s''} = 0;$$

$$- \left[(n - 1)J + J_{\left(\frac{n}{2}\right)} \right] \cos \alpha + R_{s''} = 0 \quad \dots \quad 57$$

wenn $R_{s''}$ die Resultierende aller links von $s''s''$ gelegenen äußeren Kräfte ist.

Führt man den Schnitt $s's'$ nun unendlich nahe links neben dem Stabe, der AB halbiert, so werden rechts von AB $\left(\frac{n}{2} - 1\right)$ und links von AB $\frac{n}{2}$ Stäbe geschnitten.

Es wird dann:

$$\left. \begin{array}{l} J' + J_1 = 2J \\ J'' + J_2 = 2J \\ J''' + J_3 = 2J \\ \text{---} \end{array} \right\} + \left(\frac{n}{2} - 1\right) \text{ Gleichungen}$$

$$J' + J'' + J''' + \dots + J_1 + J_2 + J_3 + \dots = \left(\frac{n}{2} - 1\right) 2J;$$

weilers muß;

$$\begin{aligned} - \left[\left(\frac{n}{2} - 1\right) 2J + J \left(\frac{n}{2}\right) + J \right] \cos \alpha + R_{s'} &= 0; \\ - \left[(n - 1) J + J \left(\frac{n}{2}\right) \right] \cos \alpha + R_{s'} &= 0 \dots \dots 58 \end{aligned}$$

wenn $R_{s'}$ die Resultierende aller links von $s's'$ liegenden äußeren Kräfte bedeutet.

Die Gleichungen 57 und 58 addiert gibt:

$$- \left[2(n - 1) J + J \left(\frac{n}{2}\right) + J \left(\frac{n}{2}\right) \right] \cos \alpha + R_{s'} + R_{s''} = 0.$$

Nun liegen aber $J \left(\frac{n}{2}\right)$ und $J \left(\frac{n}{2}\right)$ auch symmetrisch zu einander und ist daher auch:

$$J \left(\frac{n}{2}\right) + J \left(\frac{n}{2}\right) = 2J;$$

somit:

$$\begin{aligned} - [2(n - 1) J + 2J] \cos \alpha + R_{s'} + R_{s''} &= 0; \\ - 2n J \cos \alpha + R_{s'} + R_{s''} &= 0; \end{aligned}$$

$$J = \frac{R_{s'} + R_{s''}}{2n} \sec \alpha;$$

setzt man

$$\frac{R_{s'} + R_{s''}}{2} = R,$$

so ist:

$$J = \frac{1}{n} R \sec \alpha \dots \dots \dots 59$$

Die Spannungen der Gitterstäbe sind also in beiden Fällen der Transversalkraft direkt und der Teilungszahl n indirekt proportional.

Die in den Knoten der anderen Elementarsysteme außer jenen, in welchem J vorkommt, auftretenden Lasten haben auf J keine Wirkung, es ist daher für die ungünstigste Laststellung gleichgültig, ob die Last bis zum Knoten N oder N' reicht, Fig. 133; da aber bei einer gleichmäßig verteilten Belastung nach der

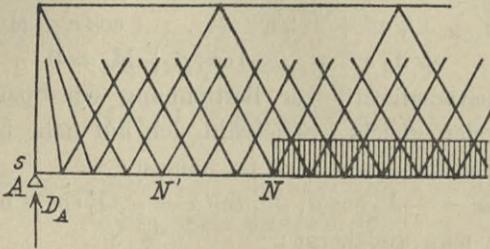


Fig. 133.

Skala b (1. Kapitel § 2) die Last pro Längeneinheit größer wird, je kleiner die zu belastende Strecke ist, so soll man, um das Maximum respektive Minimum der Transversalkraft zur Bestimmung der Spannung J zu erreichen, nur die Strecke von der rechten Stütze bis N , beziehungsweise die Strecke $A N'$ belasten.

Zur Bestimmung der Spannung P des Obergurtes, Fig. 134, denke man sich diesen halbiert und durch den Halbierungspunkt einen Schnitt ss in der Richtung der aufrechten Maschendiagonalen geführt.

Durch diesen Schnitt wird der Untergurt im Punkte A getroffen.

Die durch diesen Schnitt zerstörten Spannungen, welche

man wieder als äußere Kräfte hinzufügt, seien $J_1, J_1', J_1'' \dots J_2, J_2', J_2'' \dots$

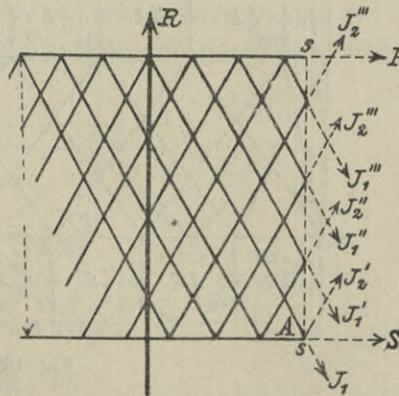


Fig. 134.

Die Abstände der Gitterstäbe mit diesen Spannungen von A seien e' , e'' , $e''' \dots$

Bedeutet M_1 das Moment aller äußeren Kräfte links von dem Schnitte ss in Bezug auf A, und sind die bezüglichen Neigungswinkel analog wie Fig. 131, so ist im Zustande des Gleichgewichtes:

$$Ph + (J'_1 e' + J''_1 e'' + J'''_1 e''' + \dots) \cos \alpha + (J'_2 e' + J''_2 e'' + J'''_2 e''' + \dots) \cos \beta + M_1 = 0$$

da die Transversalkräfte zur Bestimmung der Spannungen J_1 und J_2 mit der gleichen Strichzahl sich auf nahe bei einander gelegene Schnitte beziehen, so ist nahezu:

$$J'_1 \cos \alpha = -J'_2 \cos \beta; J''_1 \cos \alpha = -J''_2 \cos \beta \text{ u. s. w.}$$

daher erhält man annähernd:

$$Ph = -M_1; P = -\frac{M_1}{h} \dots \dots \dots 60$$

Analog ergibt sich die Untergurtspannung mit:

$$S = +\frac{M_2}{h}, \dots \dots \dots 61$$

wenn M_2 das Moment aller äußeren Kräfte links von ss in Bezug auf den der Mitte des zu berechnenden Untergurtstabes gegenüberliegenden Obergurtnoten bedeutet.

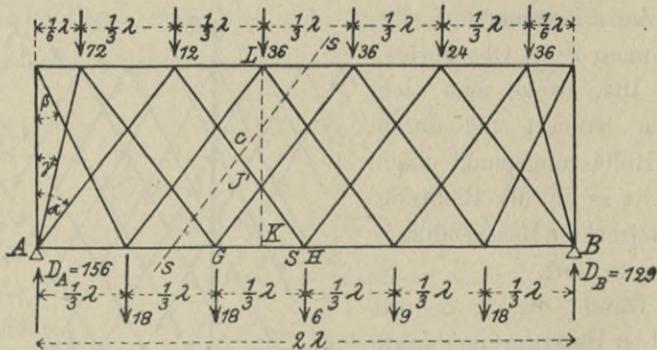


Fig. 135.

Beispiel: Es soll die Spannung eines Gitterstabes J' , dann des Gurtstabes S im Fachwerke, Fig. 135, welches in der gesamten Anordnung jenem in der Fig. 128 dargestellten gleich, ermittelt werden.

$$R = 156 - (72 + 18 + 12 + 36) = 18; n = 3;$$

$$J' = + \frac{1}{3} 18 \sec \alpha = + 6 \sec \alpha$$

$$S = + \frac{M_2}{h};$$

$$M_2 = 156 \frac{5}{6} \lambda - 72 \frac{2}{3} \lambda - 18 \frac{\lambda}{2} - 12 \frac{1}{3} \lambda - 18 \frac{1}{6} \lambda = 66 \lambda$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\lambda}{2h}; h = \frac{\lambda}{2 \operatorname{tg} \alpha};$$

$$S = 66 \cdot 2 \operatorname{tg} \alpha = 132 \operatorname{tg} \alpha.$$

b) Mehrfache Systeme, bestehend aus ungleichartigen Systemen.

Bei der Zerlegung eines solchen Systems in seine Elementarsysteme kommen die steilsten Gitterstäbe, die Vertikalen, in jedem Elementarsysteme, die Diagonalen dagegen nur in einem Systeme vor.

Diese Zerlegung ist an und für sich zulässig; man macht aber auch noch die Annahme, daß die von den Systemen aufzunehmenden Lasten gleich groß seien, was nur dann gerechtfertigt sein würde, wenn sich die Verrückungen der Knotenpunkte bei Eintritt der Belastung in allen Systemen als gleich herausstellen würden; dies ist jedoch nur annäherungsweise der Fall.

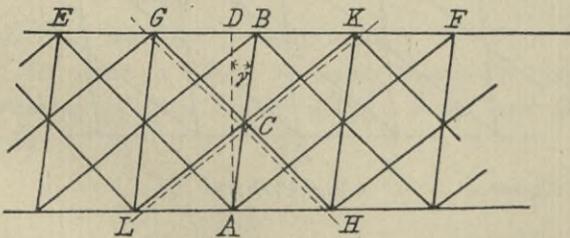


Fig. 136.

Die Spannung einer beliebigen Vertikalen AB, Fig. 136, welche von der vertikalen Richtung um den $\sphericalangle \gamma$ abweicht, sei Z für das ganze System, und für die beiden Systeme I und II

(Fig. 136 a und b), welche man durch Zerlegung des Ganzen erhält, Z_1 und Z_2 .

Fig. 136 a und b sind wieder zweifache Systeme (ad Ba dieses §); R_1 und R_2 seien die Transversalkräfte links des durch die Mitte C des Stabes AB Fig. 136 a und b parallel zu den anderen Stäben geführten Schnittes; daher nach Gleichung 51 und 56:

$$Z_1 = -\frac{1}{n} R_1 \sec \gamma$$

$$Z_2 = +\frac{1}{n} R_2 \sec \gamma$$

und

$$Z = Z_1 + Z_2 = -\frac{1}{n} (R_1 - R_2) \sec \gamma$$

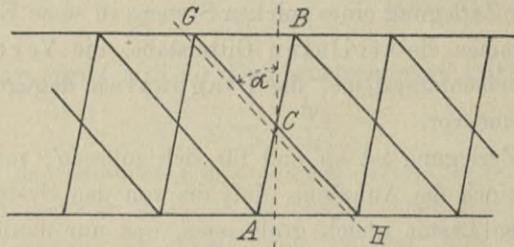


Fig. 136 a.

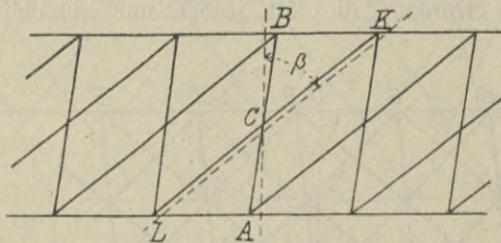


Fig. 136 b.

$R_1 - R_2$ ist aber nichts anderes als die zwischen den schiefen Schnitten gelegene Last, die sich wieder aus dem Eigengewichte und der Verkehrslast zusammensetzt; ist g_1 und g_2 , das Eigengewicht, dann p_1 und p_2 die Verkehrslast pro Längeneinheit auf dem Ober- resp. Untergurte und a die Summe der horizontalen

Projektionen der Gitterstäbe GH und KL, so ist hinsichtlich des Eigengewichtes:

$$R'_1 - R'_2 = \frac{1}{2} (g_1 - g_2) a$$

und hinsichtlich der Verkehrslast:

$$R''_1 - R''_2 = \frac{1}{2} (p_1 - p_2) a$$

oder die Spannung Z_e in der Vertikalen AB, welche das Eigengewicht erzeugt:

$$\left. \begin{aligned} Z_e &= -\frac{1}{2n} (g_1 - g_2) a \sec \gamma. \quad . \quad . \quad . \\ \text{und die Spannung } Z_v, \text{ welche die Verkehrslast hervorruft,} & \\ Z_v &= -\frac{1}{2n} (p_1 - p_2) a \sec \gamma. \quad . \quad . \quad . \end{aligned} \right\} 62$$

Die Vertikalen haben sonach einen Druck oder Zug aufzunehmen, je nachdem die Bahn oben oder unten liegt; bei gleichmäßiger Verteilung der Last über beide Gurte wird $Z = 0$.

Eine Ausnahme machen die Endständler. Die Spannung dieser ergibt sich am einfachsten, wenn man sich den Endknotenpunkt am Ober- oder Untergurt herausgeschnitten denkt und die Summe der vertikalen Komponenten für den Gleichgewichtszustand gleich 0 setzt:

Die Spannungen J_1 und J_2 der Diagonalen GH und KL ergeben sich wie folgt:

Bezeichnet man die Transversalkraft für einen durch die Mitte C der unter α und β geneigten Diagonalen parallel zu den Vertikalen gelegten Schnitt mit R_1 , so ist nach Gleichung 51 und 56:

$$J_1 = +\frac{1}{n} R_1 \sec \alpha \text{ und } J_2 = -\frac{1}{n} R_1 \sec \beta.$$

Bezeichnet man die Transversalkraft für einen durch C gelegten Vertikalschnitt mit R , die Horizontalprojektion einer Vertikalen mit e , dann mit q_1 die gleichmäßig verteilte Last pro Längeneinheit am Obergurte, mit q_2 jene am Untergurte und zwar am ganzen System, so ist:

$$J_1 = + \frac{1}{n} \left[R - \frac{1}{2} (q_1 - q_2) e \right] \sec \alpha;$$

$$J_2 = - \frac{1}{n} \left[R + \frac{1}{2} (q_1 - q_2) e \right] \sec \beta.$$

Annähernd ist daher:

$$J_1 = + \frac{1}{n} R \sec \alpha \text{ und } J_2 = - \frac{1}{n} R \sec \beta;$$

sonach ist die Spannung in den Diagonalen fast ebenso groß, als wenn die Vertikalen nicht vorhanden wären.

Nachdem die Vertikalen die Spannungen in den Diagonalen fast gar nicht ändern, so wird die Spannung der Gurte ebenfalls fast dieselbe sein, als wenn keine Vertikale vorhanden wären, so daß die für einfache Gitterwerke abgeleiteten Gleichungen 52 für die Bestimmung der Gurtspannungen auch hier Gültigkeit haben.

c) Mehrfache Systeme mit parallelen Gurten, bestehend aus ungleichartigen Elementarsystemen und künstlicher Anspannung.

Zunächst sollen die Spannungen in den einzelnen Stäben in dem Falle ermittelt werden, wenn der Träger unbelastet ist; sein Eigengewicht denkt man sich dabei durch ein unterstützendes Gerüst aufgehoben. Wenn man nun einem oder mehreren Teilen (z. B. den Vertikalen) eine Spannung gibt, so wird dadurch auch in den übrigen Teilen des Fachwerkes eine Spannung hervorgerufen.

Diese Spannungen nennt man zum Unterschiede von den durch die Belastung hervorgerufenen Spannungen künstliche Spannungen.

Führt man einen Schnitt AB, Fig. 137, in der Richtung der links fallenden Diagonalen, nimmt man ferner die Spannungen der geschnittenen Vertikalen, sowie der geschnittenen Diagonalen für sich annähernd als gleich an, und bezeichnet die Spannung der Vertikalen mit Z' , die der rechts fallenden

Diagonalen mit J'_1 , so fordert das Gleichgewicht gegen Verschiebung in vertikaler Richtung dafs:

$$n J_2 \cos \alpha + \frac{1}{2} n Z' = 0 \text{ oder } J'_1 = -\frac{1}{2} Z' \sec \alpha.$$

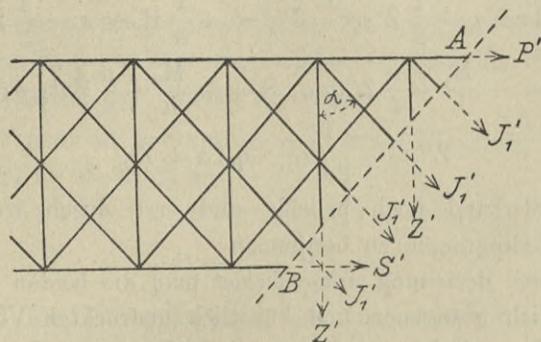


Fig. 137.

Führt man ferner einen Vertikalschnitt und bezeichnet die Spannungen der links fallenden Diagonalen mit J'_2 , die Spannung des Obergurtes mit P' , jene des Untergurtes mit S' , so fordert das Gleichgewicht dafs:

$$\frac{n}{2} J'_1 \cos \alpha = \frac{n}{2} J'_2 \cos \alpha \text{ oder } J'_1 = J'_2;$$

und:

$$S' + P' + \frac{n}{2} J'_1 \sin \alpha + \frac{n}{2} J'_2 \sin \alpha = 0$$

nachdem:

$$J'_1 = -\frac{1}{2} Z' \sec \alpha = J'_2 \text{ ist,}$$

mufs:

$$P' = S' = +\frac{1}{4} n Z' \operatorname{tg} \alpha$$

sein.

Es entsteht also dadurch, dafs man in den Vertikalen einen künstlichen Zug Z' erzeugt, in den Diagonalen ein Druck und in den Gurten ein Zug.

Die Spannungen J_1 und J_2 , dann P und S sowie Z , welche bei Eintritt der Belastung hervorgerufen werden, ohne

dafs vorher eine künstliche Spannung erzeugt wurde, sind durch Gleichung 59 bis 62 gegeben.

Fügt man zu diesen Spannungen noch die künstlichen Spannungen hinzu, so erhält man als wirkliche Spannungen:

$$J''_1 = \frac{1}{n} R \sec \alpha - \frac{1}{2} Z' \sec \alpha; J''_2 = -\frac{1}{n} R \sec \alpha - \frac{1}{2} Z' \sec \alpha$$

$$P = -\frac{M_1}{h} + \frac{n}{4} Z' \operatorname{tg} \alpha; S = +\frac{M_2}{h} + \frac{n}{4} Z' \operatorname{tg} \alpha;$$

$$Z'' = -\frac{1}{2n} (q_1 - q_2) \alpha + Z'.$$

Z' ist vorderhand noch beliebig und erst durch weiter zu stellende Bedingungen zu bestimmen.

In dieser Beziehung unterscheidet man die beiden Systeme mit künstlich gezogenen und künstlich gedrückten Vertikalen oder das Howe'sche und Rieder'sche System.

Von diesen beiden Systemen sollen nur die Spannungen im Howe'schen Träger, welcher auch für Eisenbahnprovisorien verwendet wird, ermittelt werden.

Beim Howe'schen System sind die Diagonalen oder Streben nicht fest mit den Gurten verbunden, sondern sie stemmen sich nur gegen dieselben (II. Abschnitt, 1. Kapitel, § 7).

Sie können also keinen Zug aufnehmen. Die eine Lage der Streben wird künstlich und auch durch die Belastung gedrückt; diese heißen Hauptstreben. Die andere Lage der Streben wird künstlich gedrückt, durch die Belastung aber gezogen; diese heißen Gegenstreben.

Die Spannung in den Vertikalen:

Nach dem Gesagten muß die künstliche Anspannung der Vertikalen so groß sein, daß die Spannung der Gegenstreben, wenn diese durch die Verkehrslast den größten Zug erfahren, gleich 0 wird.

Setzt man also:

$$J''_1 = \frac{1}{n} R \sec \alpha - \frac{1}{2} Z' \sec \alpha = 0,$$

so ist:

$$Z' = \frac{2}{n} R.$$

Demnach ergibt sich die Spannung Z'' während der Belastung mit:

$$Z'' = \frac{2}{n} R - \frac{1}{2n} (q_1 - q_2) a.$$

Liegt Bahn oben, so ist $q_1 > q_2$ und $Z'' < Z'$; liegt Bahn unten, so ist $q_1 < q_2$ und $Z'' > Z'$. Es ist daher die Vertikale in ersterem Falle für den unbelasteten, in letzterem für den belasteten Zustand der Brücke zu rechnen.

Setzt man in der vorhin gefundenen Gleichung den Wert für Z' ein, so erhält man:

Die Spannung in den Hauptstreben:

$$J_2'' = -\frac{2}{n} R \sec \alpha,$$

wobei R die Transversalkraft für einen durch die Mitte der fraglichen Hauptstrebe gelegten Vertikalschnitt bezeichnet, bis zu welchem auch die Last für die ungünstigste Wirkung dieser Streben zu reichen hat.

Die Maximalspannung der Vertikalen und der Hauptstreben im belasteten Zustande ist also ebenso groß, als wenn die Gegenstreben nicht vorhanden wären, was sich einfach dadurch erklärt, daß die Spannung der Gegenstreben bei diesem Belastungszustande 0 ist.

Die Spannung in den Gegenstreben:

Die größte Beanspruchung erleiden die Gegenstreben im ganz unbelasteten Zustande, wofür

$$J_1 = -\frac{1}{n} R \sec \alpha;$$

dieser Wert ist aber auch gleich der halben Spannung der Hauptdiagonale im belasteten Zustande, also:

$$J_1 = \frac{1}{2} J_2''.$$

Man gibt daher auch meist den Gegenstreben einen halb so großen Querschnitt als den Hauptstreben.

Die Spannung in den Gurten:

$$P'' = -\frac{M_1}{h} + \frac{1}{2} R \operatorname{tg} \alpha; S'' = +\frac{M_2}{h} + \frac{1}{2} R \operatorname{tg} \alpha.$$

§ 7. Bestimmung der Spannungen im Gitterträger mit variabler Höhe (Polygonale Gurte).

Bei Gitterträgern mit variabler Höhe können die Gurte entweder beide von der Geraden abweichen, oder es kann ein Gurt geradlinig sein.

A. Fachwerke, bei welchen beide Gurte polygonal sind.

1. Analytische Bestimmung der Stabspannungen.

Ist R , respektive R' , Fig. 138, die Resultierende aller äußeren Kräfte links vom Schnitte ss , respektive $s's'$, so ist im Gleichgewichtszustande:

$$\begin{aligned} Rb + Pp &= 0, \\ Rc - Ss &= 0, \\ Ra - Ji &= 0 \text{ und} \\ R'a' + J'i &= 0; \end{aligned}$$

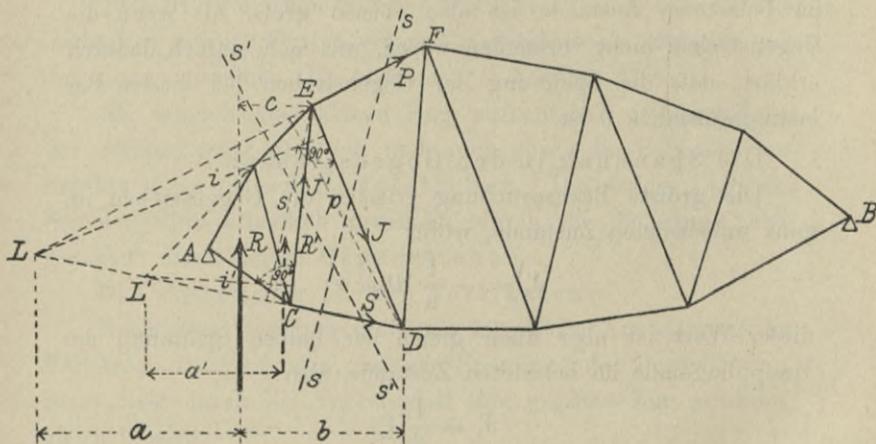


Fig. 138.

Rb , Rc , Ra und $R'a'$ sind die Momente M_D , M_E , M_L und $M_{L'}$ von R , respektive R' in Bezug auf die Punkte D , E , L und L' , daher ist:

$$\left. \begin{aligned} P &= -\frac{M_D}{p}, \\ S &= +\frac{M_E}{s}, \\ J &= +\frac{M_L}{i}, \\ J' &= -\frac{M_{L'}}{i'}. \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 63$$

2. Ungünstigste Belastung.

Die Momentenpunkte D und E liegen innerhalb, L und L' außerhalb der Stützweite, daher sind die Momente M_D und M_E stets positiv, während M_L und $M_{L'}$ das Vorzeichen mit der Lage von L resp. L' ändern.

Es werden demnach die Obergurtstäbe stets gedrückt, die Untergurtstäbe stets gezogen, und wird die Beanspruchung bei Vollbelastung am größten. Die Gitterstäbe werden je nach ihrer Lage und nach der Laststellung entweder gezogen oder gedrückt, u. zw. am meisten bei einer einseitigen Belastung, deren Stellung sich graphisch und analytisch ergibt.

a) Bestimmung des Lastscheidepunktes auf graphischem Wege.

Man verlängert, Fig. 139, den Gurtstab EF des unbelasteten Gurtes (im vorliegenden Falle ist die Bahn unten vorausgesetzt), der mit dem Gitterstab, für welchen der Lastscheidepunkt N zu suchen ist, in einem Dreiecke liegt, bis zum Schnitte der Richtungen der Auflagerreaktionen AA' und BB'; verbinde sodann A' mit C und B' mit D, wenn CD der Untergurtstab, der mit dem Gitterstabe, dessen Spannung zu ermitteln ist, in einem Dreiecke liegt.

In der Vertikalen über dem Schnittpunkte N' dieser beiden Verbindungslinien und dem Gurt CD liegt der Lastscheidepunkt N, bis zu welchem die Last von B oder von A herein zu reichen hat, damit J zum Maximum respektive zum Minimum werde.

Den Beweis hierfür führt man, indem man zeigt, daß eine Last Q über N stehend in J keine Spannungsänderung zu erzeugen im Stande ist, daß also in diesem Querschnitte der Übergang von der positiven Wirkung der Last in die negative erfolgt (Müller-Breslau).

Die Last Q über N kann durch die Komponenten Q_c im Knotenpunkte C und Q_d im Knotenpunkte D ersetzt werden. Die Auflagerreaktionen, welche Q erzeugt, seien D_A und D_B ; diese, sowie die Komponenten Q_c und Q_d lassen sich graphisch mit Hilfe des Kräfte- und Seilpolygons bestimmen. Zu diesem Zwecke verwendet man A', N', B' als Seilpolygon und nimmt daher den Pol O im Kräftepolygone derart an, daß die von diesem aus gezogenen Strahlen $O\bar{0}$ und $O\bar{1}$ bereits parallel zu den Seilpolygonseiten $\overline{A'N'}$ und $\overline{N'B'}$ werden.

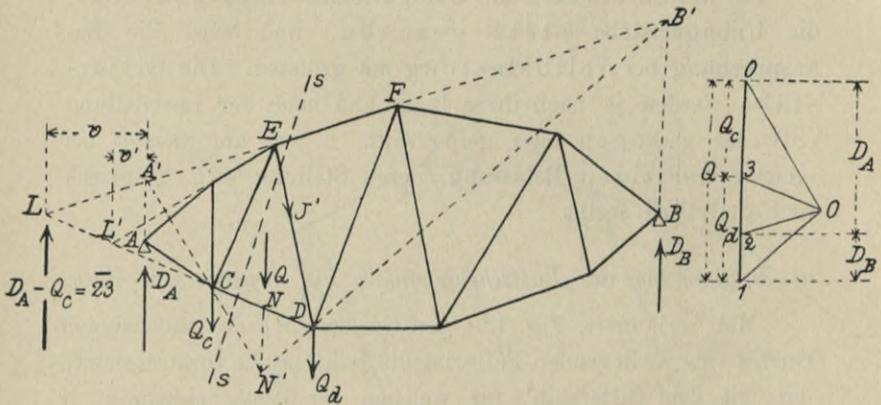


Fig. 139.

Zieht man zu CD als Schlußlinie des Seilpolygons durch den Pol O eine Parallele $\overline{O\bar{3}}$, so wird die Last Q in die Komponenten Q_c und Q_d , und durch eine Parallele $\overline{O\bar{2}}$ zur Schlußlinie $\overline{A'B'}$ in D_A und D_B geteilt.

Links vom gedachten Schnitt ss befinden sich infolge der Wirkung von Q nur zwei Kräfte, d. i. die Auflagerreaktion D_A und die Komponente Q_c , deren Resultierende aus dem Kräftepolygon sich mit $\bar{23}$ ergibt.

Der Angriffspunkt der Kraft $\overline{23}$ wird erhalten, indem man die der Kraft D_A vorausgehende Seite des Seilpolygons, d. i. $A'B'$, mit der der Komponente Q_c folgenden Seite des Seilpolygons, d. i. CD , zum Schnitte bringt. Dieser Punkt ist aber der Momentenpunkt L , daher das Moment der Kraft $\overline{23}$ in Bezug auf L , und damit auch die durch diese Kraft hervorgerufene Änderung der Spannung J gleich 0.

b) Bestimmung des Lastscheidepunktes mit Hilfe der Einflußlinie.

Mit Hilfe der Einflußlinie ergibt sich die Lage des neutralen Punktes aus § 5 des 3. Kapitels, wenn man sich vorher das Fachwerk auf eine Horizontale projiziert, Fig. 140; AB seien die Stützen, CD die Knotenweite, innerhalb welcher der Stab, dessen Spannung ermittelt werden soll, liegt, und L' der Momentenpunkt.

$$J' = - \frac{M_{L'}}{i'}$$

für: $0 \leq m \leq x$

$$\begin{aligned} \text{ist: } M'_{L'} &= - D_A v' + 1 (v' + m); D_A = 1 - \frac{m}{l} \\ &= m \left(1 + \frac{v'}{l} \right) \end{aligned}$$

$$J' = \frac{m}{i'} \left(1 + \frac{v'}{l} \right) = \eta_1$$

für: $0 \leq n \leq l - \lambda - x$

$$\text{ist: } M'_{L'} = - D_A v'; D_A = 1 - \frac{n}{l}$$

$$J' = + \frac{n v'}{i'l} = \eta_2.$$

Innerhalb der beiden Knotenpunkte ist nach Gleichung 42 die Einflußlinie ebenfalls eine Gerade, und ergibt sich demnach die Konstruktion der ganzen Einflußlinie und somit auch die Ermittlung der Lage des Lastscheidepunktes für J' nach Fig. 141 und analog für J nach Fig. 142.

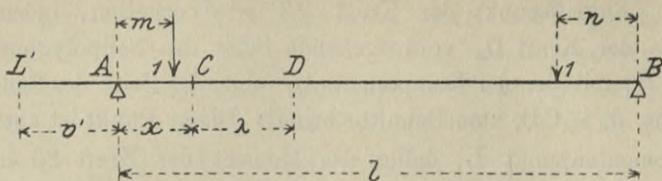


Fig. 140.

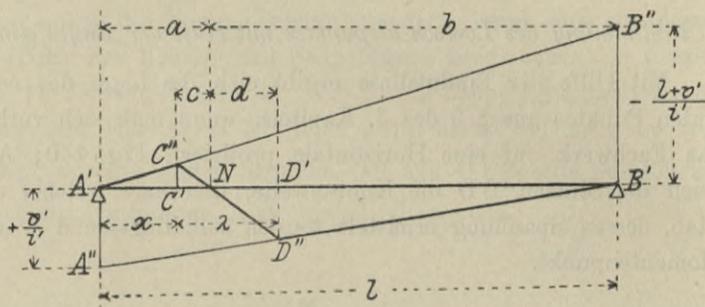


Fig. 141.

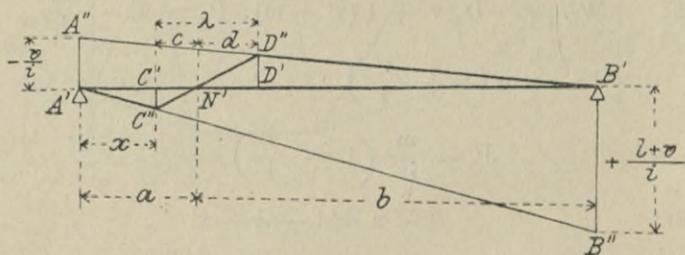


Fig. 142.

Es ist: $\triangle C' C'' N \sim \triangle D' D'' N$,

$\triangle A' C' C'' \sim \triangle A' B' B''$

und

$\triangle B' D' D'' \sim \triangle B' A' A''$

daher ist:

$$c = \frac{C' C''}{C' C'' + D' D''} \lambda.$$

$$\left. \begin{aligned}
 c &= \frac{(1 + v') x}{1 (v' + x) - v' \lambda} \lambda; \\
 d &= \lambda - c; \quad b = 1 - a; \quad a = x + c; \\
 \frac{a}{l} &= \frac{x (\lambda + v' + x)}{1 (v' + x) - v' \lambda}; \\
 \frac{b}{l} &= \frac{(v' + x) (1 - \lambda - x)}{1 (v' + x) - v' \lambda}; \\
 \frac{c}{\lambda} &= \frac{x (1 + v')}{1 (v' + x) - v' \lambda}; \\
 \frac{d}{\lambda} &= \frac{v' (1 - \lambda - x)}{1 (v' + x) - v' \lambda}
 \end{aligned} \right\} \dots 64$$

Setzt man in den Gleichungen 64 statt v' v , so erhält man die für den neutralen Punkt der Diagonale J bezüglichen Werte:

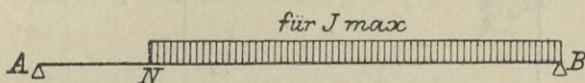


Fig. 143.

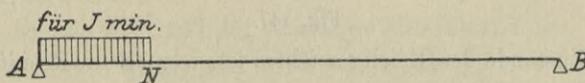


Fig. 144.

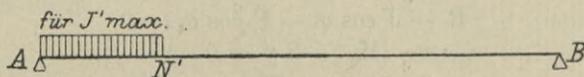


Fig. 145.



Fig. 146.

Entsprechend der Lage des Lastscheidepunktes N , respektive N' , ergeben sich daher die in Fig. 143—146 dargestellten ungünstigsten Laststellungen für J respektive J' .

B. Fachwerke, bei welchen ein Gurt geradlinig, der andere polygonal ist.

1. Analytische Bestimmung der Stabspannungen.

Die Bahn liegt auf dem geraden Gurte. Aus konstruktiven Rücksichten (zur leichten Verbindung der Querträger mit den Hauptträgern) ist eine Schar der Gitterstäbe vertikal Fig. 147.

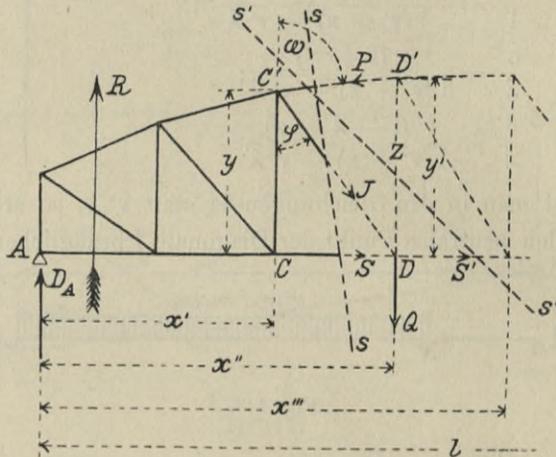


Fig. 147.

Im Zustande des Gleichgewichtes ist, wenn R die Resultierende aller äußeren Kräfte links vom idealen Schnitte ss und M_C das Moment dieser in Bezug auf den Knotenpunkt C oder C' bedeutet:

$$\begin{aligned} J \sin \varphi - P \sin \omega + S &= 0 \\ R - J \cos \varphi - P \cos \omega &= 0 \\ M_C - S y &= 0 \end{aligned}$$

daher:

$$S = \frac{M_C}{y} \dots \dots \dots 65$$

$$\begin{aligned} (J \sin \varphi - P \sin \omega + S) \cos \varphi &= 0 \\ (-J \cos \varphi - P \cos \omega + R) \sin \varphi &= 0 \end{aligned} \Bigg| +$$

$$S \cos \varphi + R \sin \varphi - P \sin (\varphi + \omega) = 0$$

$$P = \frac{S + R \operatorname{tg} \varphi}{\cos \omega \cdot (\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \omega)} \dots \dots \dots 66$$

$$\begin{aligned} (J \sin \varphi - P \sin \omega - S) \cos \omega &= 0 \\ (-J \cos \varphi - P \cos \omega + R) \sin \omega &= 0 \end{aligned} \Bigg| -$$

$$J \sin (\varphi + \omega) - S \cos \omega - R \sin \omega = 0$$

$$J = \frac{-S + R \operatorname{tg} \omega}{\cos \varphi (\operatorname{tg} \varphi + \operatorname{tg} \omega)} \dots \dots \dots 67$$

Denkt man sich den Knotenpunkt D aus Fig. 147, in welchem Q als äußere Kraft wirkt, herausgeschnitten, Fig. 148, so ist im Gleichgewichtszustande:

$$Z - Q + J \cos \varphi = 0$$

und: $Z = Q - J \cos \varphi, \dots \dots \dots 68$

wenn Z die Spannung in der Vertikalen bedeutet,

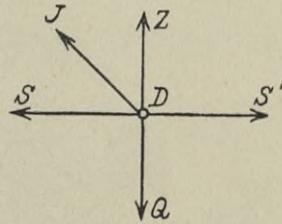


Fig. 148.

Es lassen sich aber auch alle Spannungen, wie die Spannung S durch das Moment ausdrücken.

Führt man den Schnitt s' s' Fig. 147 so ist:

$$P \sin \omega + S' = 0$$

und

$$P = -S' \operatorname{cosec} \omega = -\frac{M_{D'}}{y'} \operatorname{cosec} \omega \dots \dots 66'$$

wenn $M_{D'}$ das Moment aller äußeren Kräfte in Bezug auf D oder D' bedeutet;

weilers ist aus Fig. 147 im Gleichgewichtszustande:

$$J \sin \varphi + S - P \sin \omega = 0$$

daher

$$J \sin \varphi = S' - S = \frac{M_{D'}}{y'} - \frac{M_C}{y} \dots \dots 67'$$

somit ist auch:

$$Z = Q - \left(\frac{M_{D'}}{y'} - \frac{M_C}{y} \right) \cotg \varphi \dots \dots 68'$$

Demnach wird der Untergurt stets gezogen, der Obergurt stets gedrückt, die Gitterstäbe je nach ihrer Lage und der Laststellung entweder gezogen oder gedrückt.

2. Ungünstigste Belastung.

Die Spannungen der Gurtstäbe sind proportional den Momenten in Bezug auf die betreffenden Knotenpunkte, daher ist für die Gurte die Vollbelastung am ungünstigsten, während in den Diagonalen und Vertikalen wieder bei einseitiger Belastung die Spannung am größten wird.

a. Ungünstigste Belastung für die Diagonalen.

Der Lastscheidepunkt N Fig. 149 ergibt sich graphisch analog wie in Fig. 139 dargetan.

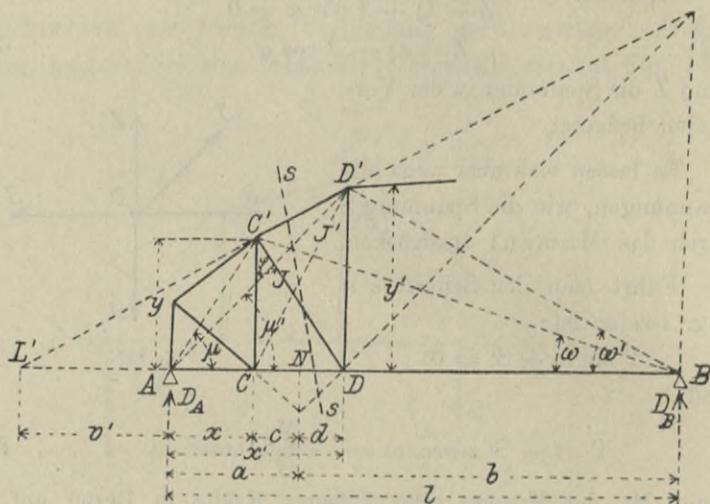


Fig. 149.

Aus: $\triangle L' C' C \sim L' D' D$
 ergibt sich:
$$v' = \frac{x'y - xy'}{y' - y}$$

weilers ist die Knotenweite:

$$\lambda = x' - x$$

demnach gehen die Gleichungen 64 über in:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{xy'}{(1-x')y + xy'} l \\ b &= \frac{(1-x')y}{(1-x')y + xy'} l \\ c &= \frac{(1-x)y' - (1-x')y}{(1-x')y + xy'} x \\ d &= \frac{x'y - xy'}{(1-x')y + xy'} (1-x') \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 69$$

Fig. 150 zeigt die Laststellung für J_{max} , wofür sich folgender Wert ergibt:

$$M_{C'} = \frac{1}{2} p \frac{b^2 x}{l};$$

$$M_{D'} = \frac{1}{2} p \frac{b^2}{l} x' - Q_c (x' - x) = \frac{p}{2l} (b^2 x' - d^2 l);$$

$$\max J \sin \varphi = \frac{M_{D'}}{y'} - \frac{M_{C'}}{y} = \frac{p}{2l} \left[\frac{b^2 x' - d^2 l}{y'} - \frac{b^2 x}{y} \right]$$

und aus Gleichungen 69 die Werte für b und d eingesetzt:

$$\max J \sin \varphi = \frac{1}{2} p \frac{(l - x')^2 (x' y - x y')}{[(l - x') y + x y'] y'} \quad . \quad . \quad 70$$

Fig. 150.

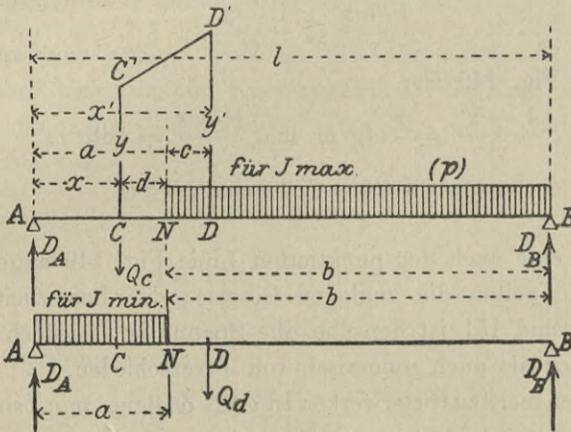


Fig. 151.

Fig. 151 zeigt die Laststellung für J_{\min} , wofür sich folgender Wert ergibt:

$$M_{D'} = \frac{1}{2} p \frac{a^2 (l - x')}{l}; \quad M_{C'} = \frac{1}{2} p \frac{a^2 (l - x)}{l} - Q_d (x' - x)$$

$$\begin{aligned} \min J \sin \varphi &= \frac{M_{D'}}{y'} - \frac{M_{C'}}{y} = \frac{p}{2l} \left[\frac{a^2 (l - x')}{y'} - \frac{a^2 (l - x) - c^2 l}{y} \right] \\ &= \frac{p}{2l} \left[a^2 \left(\frac{l - x'}{y'} - \frac{l - x}{y} \right) + \frac{c^2 l}{y} \right] \end{aligned}$$

Die Werte für a und c aus den Gleichungen 69 eingesetzt:

$$\min J \sin \varphi = - \frac{1}{2} p x^2 \frac{(l - x) y' - (l - x') y}{[(l - x') y + x y'] y} \quad . \quad 71$$

Aus Gleichung 70 wird $\max J \sin \varphi \cong 0$

wenn: $x' y \cong x y'$ oder $\frac{x'}{y'} \cong \frac{x}{y}$ ist;

aus Fig. 149 ist: $\frac{x'}{y'} = \cotg \mu'$ und $\frac{x}{y} = \cotg \mu$,

somit: $\max J \sin \varphi \cong 0$

wenn $\mu' \cong \mu$ ist.

Aus Gleichung 71 ist:

$$\min J \sin \varphi \cong 0$$

wenn $(1-x) y' \cong (1-x') y$

oder $\frac{1-x}{y} \cong \frac{1-x'}{y'}$.

Aus Fig. 149 ist:

$$\frac{1-x'}{y'} = \cotg \omega' \text{ und } \frac{1-x}{y} = \cotg \omega$$

daher: $\min J \sin \varphi \cong 0$ wenn $\omega \cong \omega'$

wird.

Für eine nach der punktierten Linie Fig. 149 angeordnete Diagonale gelten die analogen Gesetze; der Lastscheidepunkt Fig. 150 und 151 ist derselbe, die Spannung J' jedoch sowohl algebraisch als auch numerisch von J verschieden.

In den meisten Gitterwerken ist $\omega' > \omega$, daher $\min J \sin \varphi < 0$ eine Druckspannung.

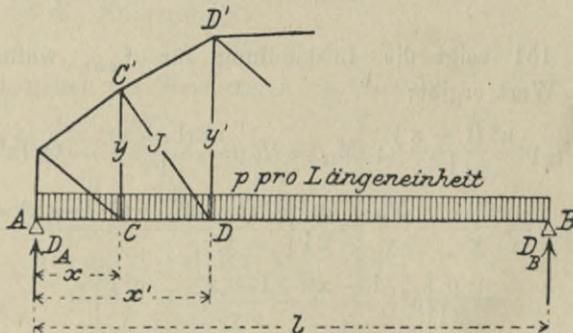


Fig. 152.

Ist der ganze Träger belastet, Fig. 152, so ergibt sich die Spannung in der Diagonalen $C'D$ mit:

$$J \sin \varphi = \max J \sin \varphi + \min J \sin \varphi$$

$$= \frac{1}{2} p \left[\frac{x' (1 - x')}{y'} - \frac{x (1 - x)}{y} \right] \dots \dots \dots 72$$

Setzt man in der Gleichung 72 statt p der Verkehrslast pro Längeneinheit das Eigengewicht g pro l. m, so ergibt sich die Spannung, welche das Eigengewicht in der Diagonalen hervorruft.

b. Ungünstigste Belastung für die Vertikalen.

Die Spannung Z in der Vertikalen Fig. 153 ist:

$$Z = Q - J \cos \varphi = Q - J \sin \varphi \cotg \varphi = Q - J \sin \varphi \frac{y}{x' - x} \dots 73$$

wenn man sich analog wie Fig. 148 den Knoten D herausgeschnitten denkt und im Knotenpunkte D die Kraft Q wirkt.

Die Lage des Lastscheidepunktes N₁ ergibt sich durch Substitution von:

$$v' = \frac{x' y - x y'}{y' - y}$$

aus:

$$\triangle L' C' C \sim \triangle L' D' D$$

und:

$$x'' - x' = \lambda$$

in den Gleichungen 64:

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{1 x' [(x'' - x) y' - (x'' - x') y]}{\text{Nenner}} \\ b_1 &= \frac{1 (x' - x) (1 - x') y'}{\text{Nenner}} \\ c_1 &= \frac{x' (x'' - x') [(1 - x) y' - (1 - x') y]}{\text{Nenner}} \\ d_1 &= \frac{(1 - x'') (x'' - x') (x' y - x y')}{\text{Nenner}} \end{aligned} \right\} \dots 74$$

$$\text{Nenner} = [x' (1 - x) - x (1 - x'')] y' - x' (x'' - x') y.$$

Die Werte für Z_{max} und Z_{min} ergeben sich am einfachsten mit Hilfe der Einflußlinie, welche in Fig. 154 dargestellt ist.

Die Spannung Z_{max}, respektive Z_{min}, ist gleich der positiven beziehungsweise negativen Beitragsstrecke multipliziert mit der gleichmäßig verteilten Belastung p pro Längeneinheit, daher:

$$\begin{aligned}
 Z_{\max} &= \frac{1}{2} p D' D'' a_1 \\
 &= \frac{1}{2} p \frac{x'^2}{(x' - x) y'} \times \\
 &= \frac{[(1 - x) y' - (1 - x') y] [(x'' - x) y' - (x'' - x') y]}{[x'(1 - x) - x(1 - x'')] y' - x'(x'' - x') y} \quad 75
 \end{aligned}$$

Fig. 153.

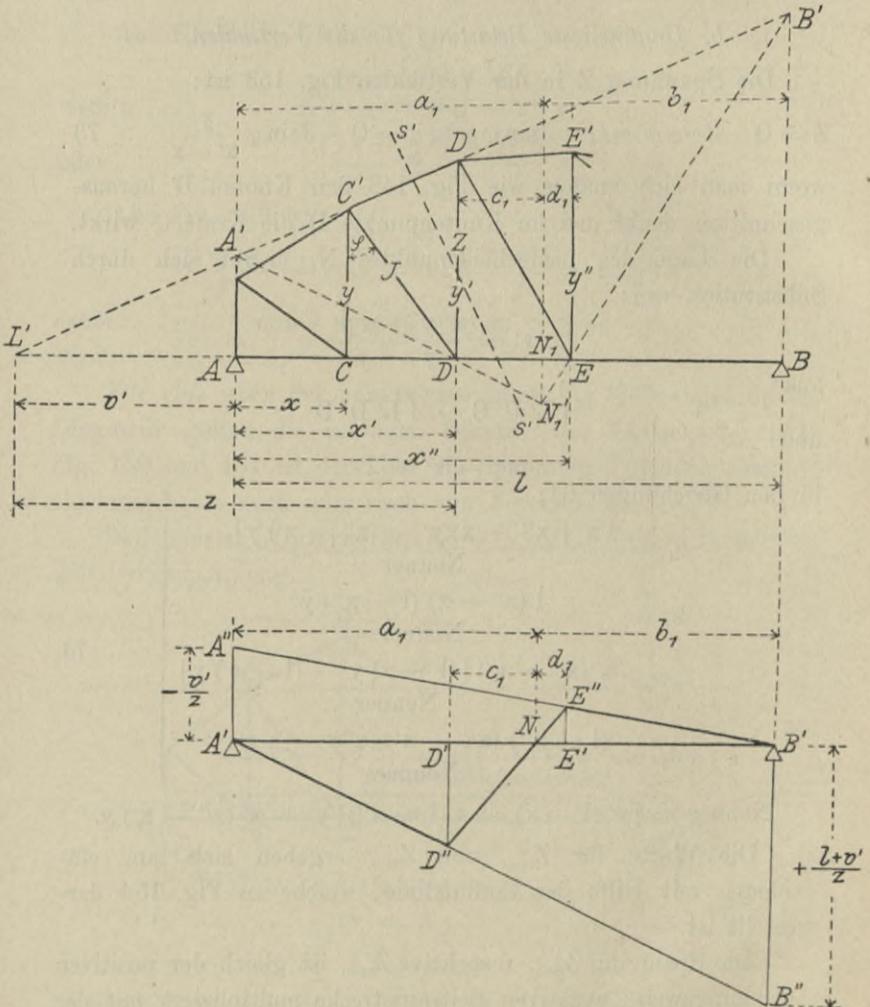


Fig. 154.

$$Z_{\min} = \frac{1}{2} p E' E'' b_1$$

$$= -\frac{1}{2} p \frac{(1 - x'')^2 (x' y - x y')}{[x' (1 - x) - x (1 - x'')] y' - x' (x'' - x') y} \quad 76$$

Beide Spannungen Z_{\max} und Z_{\min} addiert, Fig. 155, geben zusammen die Spannung Z , welche in der Vertikalen bei Vollbelastung eintritt.

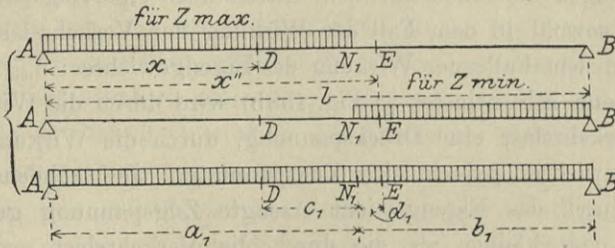


Fig. 155.

$$Z = \frac{1}{2} p \left[(x'' - x) - \frac{x' (1 - x') y - x (1 - x) y'}{(x' - x) y'} \right] \quad 77$$

Setzt man in der Gl. 77 statt p der Verkehrslast pro l. m. das Eigengewicht g pro Längeneinheit, so erhält man die Spannung Z , welche das Eigengewicht hervorruft.

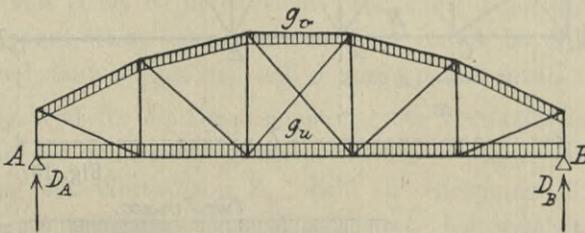


Fig. 156.

Hiebei ist es jedoch nicht einerlei, ob Bahn oben oder unten angeordnet ist, sondern es ist:

$$Z = \frac{1}{2} \left[g_u (x'' - x) - g \frac{x' (1 - x') y - x (1 - x) y'}{(x' - x) y'} \right]$$

wenn man mit g_o das Eigengewicht am Obergurt und mit g_u das Eigengewicht am Untergurt pro Längeneinheit, also: $g = g_o + g_u$ Fig. 156 bezeichnet.

C. Fachwerke mit geradem Untergurte, dann Diagonalen mit Gegendiagonalen.

Aus der Gleichung 67' ist $J \geq 0$, je nachdem $\frac{M_{D'}}{y'} \geq \frac{M_C}{y}$ ist.

In den meisten Fällen ist $\frac{M_{D'}}{y} > \frac{M_C}{y}$, also ist die Spannung J_{\max} (J_{\min}), Fig. 157, d. i. wenn BN belastet ist, Fig. 158 a, eines gegen die Mitte fallenden Gitterstabes eine Zugspannung u. zw. sowohl in dem Fall der Wirkung der Verkehrslast, als auch in dem Falle der Wirkung des Eigengewichtes; J_{\min} (J_{\max}) (d. i. wenn AN belastet ist Fig. 158 b) wird durch die Wirkung der Verkehrslast eine Druckspannung, durch die Wirkung des Eigengewichtes jedoch eine Zugspannung. Je nachdem nun diese durch das Eigengewicht erzeugte Zugspannung größer, gleich oder kleiner als die durch die Verkehrslast erzeugte Druckspannung ist, wird $J_{\min} \geq 0$.

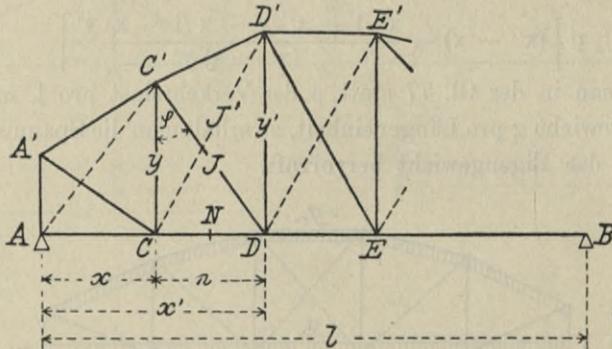


Fig. 157.

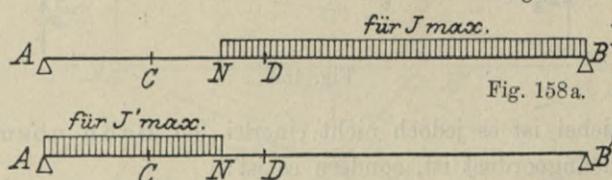


Fig. 158 a.

Fig. 158 b.

Ist $J_{\min} < 0$, so muß, damit die Diagonale den Druck aufzunehmen im Stande sei, diese steif konstruiert werden (siehe 2. Abschnitt), oder man muß, wie es häufig geschieht, zwei

Scharen von schlaffen Diagonalen, d. h. rechts fallende (J) und links fallende (J') anordnen, Fig. 157.

Die vom Eigengewicht auf Zug beanspruchten Diagonalen nennt man Hauptdiagonalen, die anderen Gegendiagonalen.

Beide Diagonalen haben denselben neutralen Punkt, und wird stets nur eine der beiden Diagonalen u. zw. jene die gezogen wird beansprucht, während die zweite, geprefste Diagonale, sich seitlich ausbiegt und außer Wirksamkeit tritt; daher erfolgt die Rechnung stets unter der Annahme, daß immer nur die gezogene Diagonale vorhanden ist.

Wie weit jede Schar der Diagonalen von der Trägermitte aus nach rechts und links fortzusetzen ist, ergibt sich bei der Bestimmung der Spannungen von selbst; sie wird nämlich soweit fortgesetzt, als sich in der Diagonale noch ein Zug ergibt (bis zur Ausweichstrecke des mittleren Querschnittes).

Durch die Anwendung von Haupt- und Gegendiagonalen werden die Vertikalen in ihren Spannungen beeinflusst.

Es kann nämlich Z_{\min} (Druckspannung) eintreten, wenn die Last von B bis N hereinreicht (weil dann J gezogen und J' ausgespannt wird), oder wenn die Last von A bis N hereinreicht (weil dann J' gezogen und J ausgespannt wird).

Mafsgebend für die Dimensionierung der Vertikalen ist Z_{\min} und zwar der numerisch gröfsere Wert von Z_{\min} . Für die Ermittlung des Wertes von Z_{\min} dient die Gleichung 76. Gewöhnlich ist in jenem Falle Z_{\min} gröfser, bei welchem eine gröfsere Strecke belastet ist.

§ 8. Parabelträger.

A. Begriff und Einteilung.

Die Form der Gurte läfst sich im allgemeinen nach verschiedenen Prinzipien feststellen.

So ist beim Parabelträger das Prinzip mafsgebend, daß bei totaler Belastung die Diagonalen ohne Spannung sind.

Es muß also nach Gleichung 67'

$$J \sin \varphi = \frac{M_{D'}}{y'} - \frac{M_{C'}}{y} = 0$$

werden oder

$$\frac{M_{D'}}{y'} = \frac{M_{C'}}{y} = \frac{M}{y} = \frac{1}{C} = \text{konstant}$$

sein.

Hieraus ist:

$$y = C M.$$

Demnach ist die Höhe des Trägers y in den einzelnen Knotenpunkten proportional dem Momente.

Bei gleichmäßig verteilter Last mit q pro Längeneinheit wird nach Gleichung 27:

$$M = \frac{1}{2} q x (l - x)$$

also:

$$y = \frac{1}{2} C q x (l - x).$$

Für die Trägermitte ist:

$$M = \frac{1}{8} q l^2$$

und die Höhe des Trägers, welche nach Fig. 159 und 160 stets bis zur Parabel zu messen ist, dortselbst h .

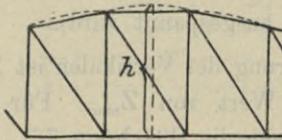


Fig. 159.

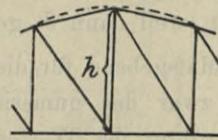


Fig. 160.

Demnach ist:

$$h = \frac{1}{8} C q l^2,$$

oder

$$C = \frac{8 h}{q l^2}$$

und

$$y = 4 h \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l} \right); \quad \dots \dots \dots 78$$

die Höhe y ändert sich also nach dem Gesetze der Parabel.

Ist der eine Gurt gerade, so müssen die Knoten des anderen in einer Parabel liegen; oder es können auch beide Gurte nach je einer Parabel gekrümmt werden.

Man unterscheidet:

1. Bogensehnenträger (mit geradem Unter- und parabolisch gekrümmtem Obergurte);
2. Fischbauchträger (mit geradem Ober- und parabolisch gekrümmtem Untergurte);
3. Fisch- oder Linsenträger (mit symmetrisch gekrümmten Gurten);
4. Sichelträger (mit nach oben gekrümmten Ober- und Untergurte). Diese Trägerform kommt indes weniger für Brücken als für Dachkonstruktionen in Anwendung.

B. Bogensehnenträger.

Die Obergurtknoten (Fig. 161) sollen in einer Parabel mit der Gleichung $y = A x (1 - x)$ liegen.

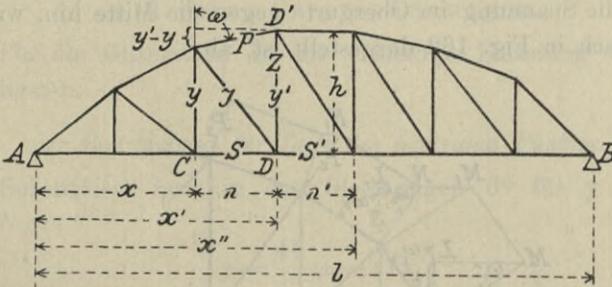


Fig. 161.

Für:

$$x = \frac{l}{2}$$

ist:

$$y = h$$

und somit:

$$h = A \frac{l^2}{4}$$

folglich:

$$A = \frac{4h}{l^2},$$

und: $y = \frac{4h}{l^2} x (1 - x); y' = \frac{4h}{l^2} x' (1 - x') \dots 79$

1. Wirkung der Vollbelastung.

Die Gurte erleiden bei der Vollbelastung mit p pro Längeneinheit ihre größte Beanspruchung, und ist hiebei die Spannung irgend eines Untergurtstabes nach Gleichung 65:

$$S = \frac{M}{y} = \frac{1/2 p x (1 - x)}{\frac{4h}{l^2} x (1 - x)} = \frac{1}{8} p \frac{l^2}{h} \dots 80$$

nachdem die Variable x aus der Gleichung für S entfallen ist, muß der Wert der Spannung für alle Untergurtstäbe $S = S' = \dots$ konstant sein; es ist also bei Vollbelastung des Parabelträgers der Untergurt durchaus gleich gespannt und sind daher die Untergurtstäbe alle gleich zu dimensionieren.

Die Spannung im Obergurte ist nach Gleichung 66':

$$P = -S' \operatorname{cosec} \omega \dots 81$$

Nachdem ω variabel ist, ändert sich die Spannung im Obergurte beim Übergange von einem Obergurtstabe zum andern und zwar nimmt, da ω gegen die Mitte größer, $\operatorname{cosec} \omega$ kleiner wird, die Spannung im Obergurte gegen die Mitte hin, wie dies graphisch in Fig. 162 dargestellt ist, ab.

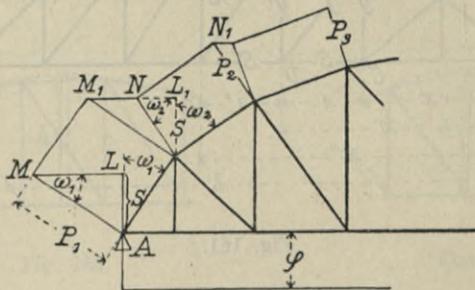


Fig. 162.

Aus Fig. 161 ist:

$$\operatorname{cotg} \omega = \frac{y' - y}{x' - x} = \frac{4h}{l^2} (1 - x - x')$$

somit:

$$\operatorname{cosec} \omega = \sqrt{1 + \operatorname{cotg}^2 \omega} = \sqrt{1 + \left[\frac{4h}{l^2} (1 - x - x') \right]^2}$$

Die Spannung Z der Vertikalen ist bei Vollbelastung aus Gleichung 73, entsprechend den gemachten Voraussetzungen (Spannung J in den Diagonalen 0) in Fig. 163:

$$Z = Q = \frac{1}{2} p (\lambda + \lambda') = \frac{1}{2} p (x'' - x) \dots 82$$

Sind alle Knotenweiten gleich groß, so werden bei Vollbelastung auch alle Vertikalen gleich beansprucht. Setzt man in den Gleichungen 80—82 statt p der Verkehrslast pro Längeneinheit g , das Eigengewicht oder $q = g + p$, so erhält man die Spannungen, welche das Eigengewicht, respektive diese und die Verkehrslast bei Vollbelastung in den Gurten und Vertikalen hervorrufen.

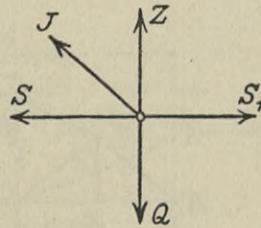


Fig. 163.

2. Ungünstigste Laststellung für die Diagonalen und deren Grenzspannungen.

Für die Gitterstäbe ist die einseitige Belastung am ungünstigsten.

a) Bestimmung der Lage des neutralen Punktes.

Substituiert man in den Gleichungen 69 für y und y' die Werte

$$y = \frac{4h}{l^2} (1 - x) x$$

$$y' = \frac{4h}{l^2} (1 - x) x',$$

dann erhält man:

$$\frac{a}{l} = \frac{x + \lambda}{1 + \lambda};$$

$$\frac{b}{l} = \frac{1 - x}{1 + \lambda};$$

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{b}{l};$$

$$\frac{d}{\lambda} = \frac{a}{l}.$$

Weiters ergibt sich hieraus auch:

$$c : d = b : a,$$

d. h. der Lastscheidepunkt N, Fig. 164, teilt die Knotenweite im umgekehrten Verhältnisse wie die Stützweite.

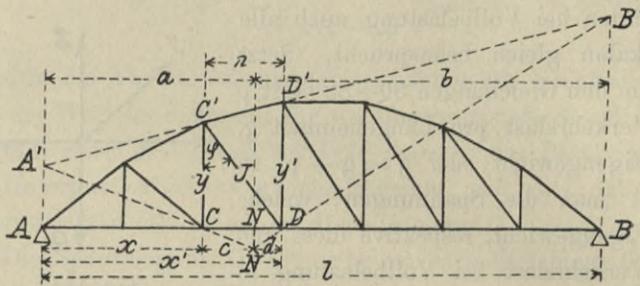


Fig. 164.

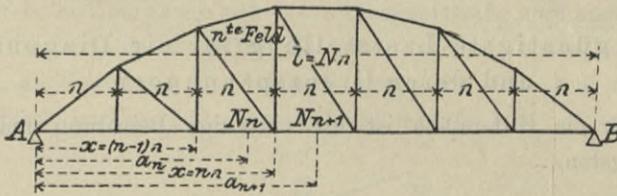


Fig. 165.

Sind die Knotenweiten einander gleich (Fig. 165), so ergeben sich die Abstände der Lastscheidepunkte von einander als konstant und gleich $\frac{1}{N-1}$. (3. Kapitel, § 5, 7b.)

b) Grenzspannungen in den Diagonalen.

Reicht die Last von B bis N herein (Fig. 166), so tritt in J der größte Zug ein. Der Wert J_{\max} (nur von der Verkehrslast herrührend, da die durch das Eigengewicht in J hervorgerufene Spannung 0 ist) ergibt sich aus der Gleichung 70 durch Substituierung der Werte y und y' aus der Parabel-Gleichung:

$$\max J \sin \varphi = \frac{1}{8} p \frac{l^2}{h} \frac{x' - x}{1 + x' - x} = \frac{1}{8} p \frac{l^2}{h} \frac{\lambda}{1 + \lambda};$$

da aus Fig. 166 $\sin \varphi = \frac{\lambda}{e}$ ist, wird:

$$\max J = \frac{1}{8} P \frac{l^2}{h} \cdot \frac{e}{1 + \lambda}$$

oder den Wert S der Gleichung 80 berücksichtigt:

$$\max J = S \frac{e}{1 + \lambda} \dots \dots \dots 83$$

J_{\max} ist also bei konstanter Knotenweite λ nur mit l , der Länge der Diagonale variabel, und nimmt daher die Spannung gegen die Mitte hin zu.

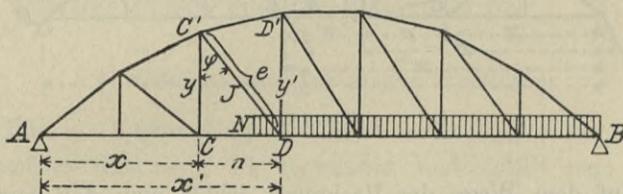


Fig. 166.

Reicht die Last von A bis N herein, so wird in J der größte Druck erzeugt.

Diese Spannung J_{\min} erhält man entweder aus der allgemeinen Gleichung 71 durch Substituierung der Werte von y und y' aus der Parabelgleichung oder dadurch, daß die Summe der Spannungen in der Diagonale bei der Belastung von B bis N und dann jener bei der Belastung A bis N, Fig. 164—168, gleich sein muß der Spannung in der betrachteten Diagonale bei Vollbelastung; diese letztere aber ist beim Parabelträger 0, somit:

$$\begin{aligned} J_{\max} + J_{\min} &= 0 \\ J_{\max} &= -J_{\min}. \end{aligned}$$

Es sind also die Grenzwerte numerisch gleich groß, und müßten bei Anwendung schlaffer Diagonalen Gegendiagonalen angewendet werden.

3. Ungünstigste Laststellung für die Vertikalen und deren Grenzspannungen.

a) Bestimmung der Lage des neutralen Punktes.

Die Lage des Lastscheidepunktes N' ergibt sich auf die bekannte Art sowohl graphisch (Fig. 167) als auch rechnerisch.

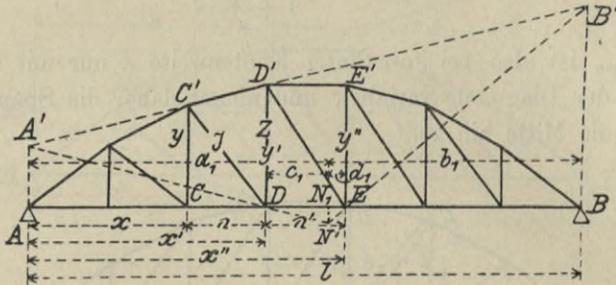


Fig. 167.

Auf dem Wege der Rechnung erhält man den neutralen Punkt, wenn man in den allgemeinen Gleichungen 74 die Werte für y und y' aus der Gleichung der Parabel einsetzt. Dadurch erhält man folgende Werte:

$$\frac{a_1}{l} = \frac{x''(1-x') - x(x''-x')}{l(1-x') - x(x''-x')} = \frac{\overline{AE} \cdot \overline{BD} - \overline{AC} \cdot \overline{DE}}{\overline{AB} \cdot \overline{BD} - \overline{AC} \cdot \overline{DE}}$$

$$\frac{b_1}{l} = \frac{(1-x')(1-x'')}{l(1-x') - x(x''-x')} = \frac{\overline{BD} \cdot \overline{BE}}{\overline{AB} \cdot \overline{BD} - \overline{AC} \cdot \overline{DE}}$$

$$\frac{c_1}{\lambda} = \frac{c_1}{x''-x'} = \frac{(1-x)(1-x')}{l(1-x') - x(x''-x')} = \frac{\overline{BC} \cdot \overline{BD}}{\overline{AB} \cdot \overline{BD} - \overline{AC} \cdot \overline{DE}}$$

$$\frac{d_1}{\lambda} = \frac{d_1}{x''-x'} = \frac{x(1-x'')}{l(1-x') - x(x''-x')} = \frac{\overline{AC} \cdot \overline{BE}}{\overline{AB} \cdot \overline{BD} - \overline{AC} \cdot \overline{DE}}$$

Selbstverständlich ändert der neutrale Punkt für Z seine Lage sofort, wenn die Diagonalen umgekehrt gestellt sind, Fig. 168, und erhält man hierfür analog die Gleichungen:

$$\frac{a_1}{l} = \frac{(1-x)x' - (1-x'')(x'-x)}{lx' - (1-x'')(x'-x)} = \frac{\overline{BC} \cdot \overline{AD} - \overline{BE} \cdot \overline{CD}}{\overline{AB} \cdot \overline{AD} - \overline{BE} \cdot \overline{CD}}$$

$$\frac{b_1}{l} = \frac{x' x}{l x' - (1 - x'')(x' - x)} = \frac{\overline{AD} \cdot \overline{AC}}{\overline{AB} \cdot \overline{AD} - \overline{BE} \cdot \overline{CD}}$$

$$\frac{c_1}{\lambda} = \frac{c_1}{x' - x} = \frac{x'' x'}{l x' - (1 - x'')(x' - x)} = \frac{\overline{AE} \cdot \overline{AD}}{\overline{AB} \cdot \overline{AD} - \overline{BE} \cdot \overline{CD}}$$

$$\frac{d_1}{\lambda} = \frac{d_1}{x' - x} = \frac{(1 - x'') x}{l x' - (1 - x'')(x' - x)} = \frac{\overline{BE} \cdot \overline{AC}}{\overline{AB} \cdot \overline{AD} - \overline{BE} \cdot \overline{CD}}$$

Je nach der Stellung der Diagonalen wird Z_{\min} (also der größte Druck in der Vertikalen) eintreten, wenn bei rechts fallenden Diagonalen die Last von B bis zum neutralen Punkt, Fig. 169, bei links fallenden Diagonalen dagegen von A bis zum neutralen Punkt, Fig. 170, vorgerückt ist.

b) Grenzspannungen in den Vertikalen.

Für die Bestimmung des Grenzwertes Z_{\min} kann man die allgemeine Gleichung 76 verwenden und erhält man daraus durch Substituierung der Werte y und y' aus der Gleichung der Parabel und zwar für rechts fallende Diagonalen:

$$\left. \begin{aligned} Z_{\min} &= -\frac{1}{2} P \frac{x(1-x'')^2}{x(1-x'') + (1-x)(1-x')} \\ \text{und} \quad Z_{\min} &= -\frac{1}{2} P \frac{x^2(1-x')}{x(1-x'') - x'x''} \end{aligned} \right\} \dots 84$$

für links fallende Diagonalen.

Berücksichtigt man noch das Eigengewicht, so ergibt sich für rechts fallende Diagonalen (Fig. 171):

$$\left. \begin{aligned} Z_{\min} &= \frac{1}{2} (\lambda + \lambda') g_u - \frac{1}{2} P \frac{x(1-x'')^2}{x(1-x'') + (1-x)(1-x')} \\ \text{und} \quad Z_{\min} &= \frac{1}{2} (\lambda + \lambda') g_u - \frac{1}{2} P \frac{x^2(1-x')}{x(1-x'') - x'x''} \end{aligned} \right\} 85$$

für links fallende Diagonalen (Fig. 172).

Z_{\max} , d. i. der größte Zug, der in der Vertikalen auftreten kann, ist für die Dimensionierung nicht maßgebend und tritt (nach Müller-Breslau) bei Vollbelastung ein:

$$Z_{\max} = \frac{1}{2} (\lambda + \lambda') (g_u + p) \dots \dots \dots 86$$

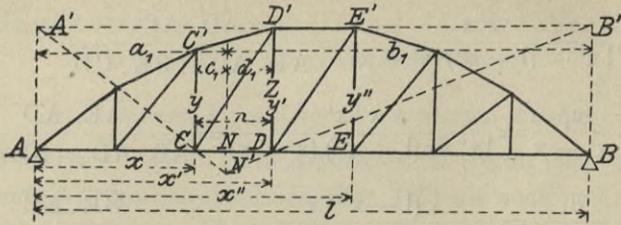


Fig. 168.

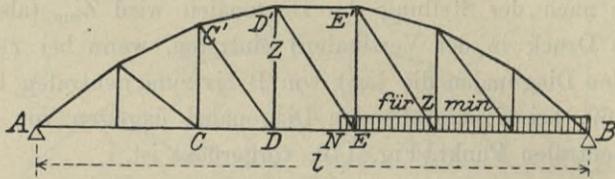


Fig. 169.

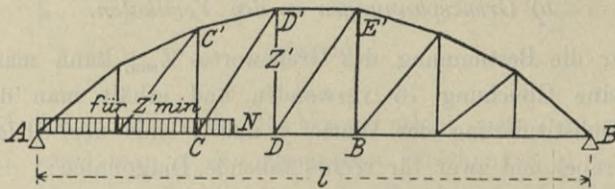


Fig. 170.

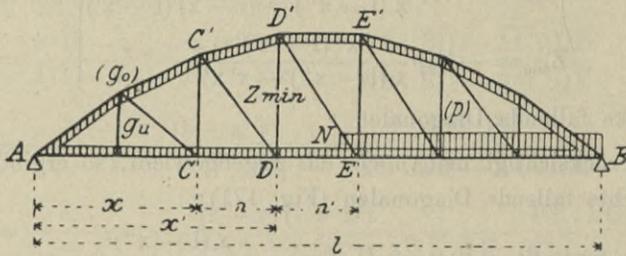


Fig. 171.

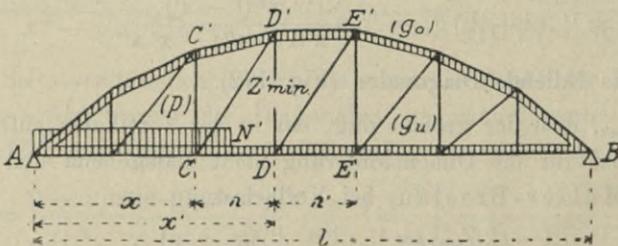


Fig. 172.

§ 9. Formbestimmung des Fisch- und Halbparabelträgers.

Liegen die Knotenpunkte beider Gurte in Parabeln mit vertikaler Achse symmetrisch gegen die Verbindungslinie der beiden Auflagerpunkte, Fig. 173, so stellt der Träger einen sogenannten Fischträger dar.

Sind alle N Knotenweiten von der gleichen Länge λ , somit $l = N\lambda$, dann ist der Abstand einer beliebigen Vertikalen vom linken oder rechten Auflager ein Vielfaches von λ , also $n\lambda = x_n$ und die zugehörige Höhe aus der Gleichung 78:

$$y_n = 4h \frac{x_n}{l} \left(1 - \frac{x_n}{l}\right) = \frac{4n(N-n)h}{N^2} \dots 87$$

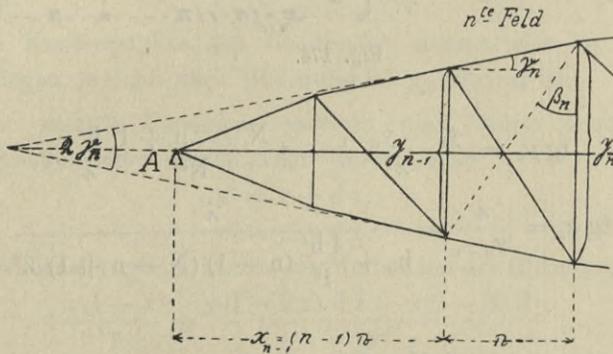


Fig. 173.

$$\text{tg } \gamma_n = \frac{y_n - y_{n-1}}{2\lambda} = \frac{2(N-2n+1)h}{N^2\lambda} \dots 88$$

$$\text{tg } \beta_n = \frac{\lambda}{y_{n-1} + \frac{1}{2}(y_n - y_{n-1})} = \frac{N^2\lambda}{2[2n(N-n+1) - (N+1)]h} \dots 89$$

Träger mit polygonalen Gurten, deren Knotenpunkte in Parabeln liegen, heißen Halbparabelträger, wenn die Trägerhöhen an den Enden nicht 0 sind, Fig. 174. Sie haben gegenüber den Parabelträgern den Vorteil, daß man eventuell an den Enden der Brücke obere Querverbindungen (Siehe 2. Abschnitt) anbringen kann.

Es ist nach Gleichung 78 und Fig. 174:

$$y_n = h_0 + 4 \frac{(h - h_0)}{h'} \frac{x_n}{l} \left(1 - \frac{x_n}{l}\right) = h_0 + 4h' \frac{n(N-n)}{n^2} \quad . \quad 90$$

wenn $l = N\lambda$ und λ die durchaus gleiche Knotenweite bedeutet.

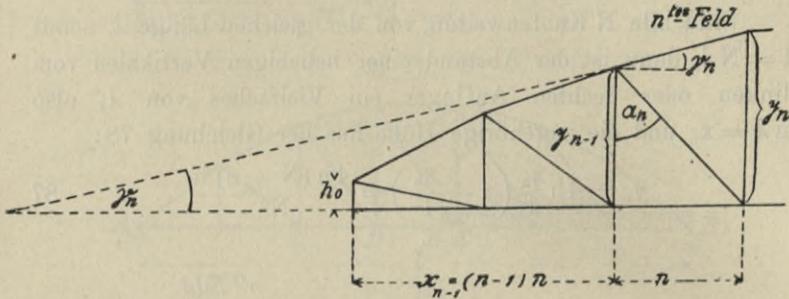


Fig. 174.

$$\operatorname{tg} \gamma_n = \frac{y_n - y_{n-1}}{\lambda} = 4 \frac{N - 2n + 1}{N^2} \frac{h'}{\lambda} \quad . \quad . \quad 91$$

$$\operatorname{tg} \alpha_n = \frac{\lambda}{y_{n-1}} = \frac{\lambda}{h_0 + \frac{4h'}{l^2} (n-1)(N-n+1)\lambda^2} \quad . \quad 92$$

§ 10. Schwedler-Träger.

A. Begriff und Formbestimmung.

Wenn beim Parabelträger nicht durchaus steife Diagonalen angewendet werden, so müssen sämtliche Diagonalen Gegen-diagonalen haben, von welchen jedoch in einer Knotenweite immer nur eine, entweder die Hauptdiagonale oder die Gegen-diagonale, beansprucht ist; es ergibt sich also mehr oder weniger eine Materialverschwendung, die Schwedler bei den nach ihm benannten Träger dadurch vermied, indem er diesen mit geradem Untergurte und einem derartig gebogenen Obergurte konstruierte, daß die Diagonalen stets nur auf Zug und nie auf Druck beansprucht werden; es darf also im Grenzfall $\min J$, d. i. die

Druckspannung bei der Wirkung des Eigengewichtes und der Wirkung der der größten Druckspannung entsprechenden Belastung höchstens gleich 0 werden.

Es muß also nach Gleichung 71 und 72

$$J \sin \varphi + \min J \sin \varphi = \frac{1}{2} g \left[\frac{x'(1-x')}{y'} - \frac{x(1-x)}{y} \right] - \\ - \frac{1}{2} p x^2 \frac{(1-x)y' - (1-x')y}{[(1-x')y + xy']} = 0,$$

setzt man $\frac{g}{p} = \gamma$, so ist:

$$\gamma \left[\frac{x'(1-x')}{y'} - \frac{x(1-x)}{y} \right] - \frac{x^2}{y} \frac{(1-x)y' - (1-x')y}{(1-x')y + xy'} = 0 \dots 93$$

Die Knotenpunkte des Obergurtes müssen also in einer Kurve liegen, welche nach Gleichung 93 gekrümmt ist.

Eine bessere Uebersicht gewinnt man, wenn unendlich kleine Knotenweiten angenommen werden, also:

$$x' = x + dx,$$

$$y' = y + dy,$$

dann ist aber der zweite Factor des Minuenden der Gleichung 93:

$$\frac{d}{y} \frac{x(1-x)}{y} = \frac{y(1-2x)dx - x(1-x)dy}{y^2} \\ = \frac{1-2x}{y} dx - \frac{x(1-x)}{y^2} dy.$$

In ähnlicher Weise läßt sich der zweite Factor des Subtrahenden der Gleichung 93 umgestalten und zwar:

1. Der Zähler:

$$(1-x)y' - (1-x')y = (1-x)(y+dy) - (1-x-dx)y \\ = ydx + (1-x)dy.$$

2. Der Nenner:

$$(1-x')y + xy' = (1-x-dx)y + x(y+dy) = 1y,$$

wenn man die unendlich kleinen Werte gegenüber den endlichen vernachlässigt.

Die Gleichung 93 geht daher über in:

$$\gamma \left[\frac{1-2x}{y} dx - \frac{x(1-x)}{y^2} dy \right] - \frac{x^2 y dx + (1-x) dy}{ly} = 0$$

$$\gamma l \left[(1-2x) dx - x(1-x) \frac{dy}{y} \right] - x^2 dx - x^2(1-x) \frac{dy}{y} = 0$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{\gamma l(1-2x) - x^2}{x(1-x)(\gamma l + x)} dx \dots \dots \dots 94$$

$$\frac{\gamma l(1-2x) - x^2}{x(1-x)(\gamma l + x)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{1-x} + \frac{C}{\gamma l + x}$$

$$= \frac{A(1-x)(\gamma l + x) + Bx(\gamma l + x) + Cx(1-x)}{x(1-x)(\gamma l + x)},$$

worin:

$$\gamma l^2 = A \gamma l^2,$$

$$-2\gamma l = A \gamma l + B \gamma l + Cl,$$

$$-1 = -A + B - C,$$

somit ist:

$$A = 1$$

und

$$B = C = -1,$$

demnach geht die Gleichung 94 über in:

$$\frac{dy}{y} = \frac{dx}{x} - \frac{dx}{1-x} - \frac{dx}{\gamma l + x}$$

$\log_{\text{nat}} y = \log_{\text{nat}} x + \log_{\text{nat}}(1-x) - \log_{\text{nat}}(\gamma l + x) + \log_{\text{nat}} C$
wenn C die Konstante ist.

$$\log_{\text{nat}} y = \log_{\text{nat}} \frac{Cx(1-x)}{\gamma l + x}$$

$$y = C \frac{x(1-x)}{\gamma l + x} \dots \dots \dots 95$$

Nach Gleichung 95 müssen die Knotenpunkte des Obergurtes in einer Hyperbel liegen, die durch die Auflager A und B, Fig. 175, hindurchgeht. Es ist nämlich:

für: $x = 0$ auch $y = 0$,

$x = 1$ ist $y = 0$ und

für: $x = -\gamma l$ ist $y = \infty$;

der höchste Punkt E' mit der horizontalen Tangente an die Hyperbel, d. i. für $x = a$, ergibt sich aus der Gleichung 94.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\gamma l(1-2x) - x^2}{x(1-x)(\gamma l + x)} y = 0$$

$$a^2 + 2\gamma l a - \gamma l^2 = 0$$

$$\frac{a}{l} = \sqrt{\gamma(1+\gamma)} - \gamma,$$

da :

$$AO = \frac{l}{2}, \text{ also } EO = \frac{l}{2} - a,$$

so ist:

$$\frac{EO}{l} = \frac{W}{l} = \frac{1}{2} + \gamma - \sqrt{\gamma(1+\gamma)} \dots \dots \dots 96$$

Die Gleichung 96 stimmt mit der Gleichung 34 überein.

Für $x = a$ wird $y = h$, somit geht Gleichung 95 über in:

$$h = C \frac{a(1-a)}{\gamma l + a}$$

und für a den Wert substituiert gibt:

$$C = \frac{h}{l[\sqrt{1+\gamma} - \sqrt{\gamma}]^2}.$$

Denkt man sich zu Fig. 175 eine symmetrische Figur, und beide nach Fig. 176 übereinander gelegt, so erhält man einen symmetrischen Träger, wenn man entweder die Theile AC und CB oder AE'C und CF'B mit der entsprechenden Lage der Diagonalen zu einem Ganzen vereint.

Ferner ergibt sich ein symmetrischer Träger nach Fig. 177, wobei die Hyperbeläste nur bis zu ihren höchsten Punkten E' und F' verwendet werden, zwischen den beiden Hyperbeln jedoch ein Parallelträger eingeschaltet wird, welcher innerhalb der Ausweichstrecke des mittleren Querschnittes, d. i. in diesem Falle auf seine ganze Länge Gegendiagonalen besitzen muß.

Um auf endliche Knotenweiten von gleicher Länge λ , Fig. 178, überzugehen, denke man sich diejenige gleichmäßig verteilte Last mit p pro Längeneinheit, welche im Gitterstabe J die Spannung J_{\min} zu erzeugen im Stande ist, durch die in den Knotenpunkten wirkenden Lasten $Q = p\lambda$ mit der Resultierenden nQ ersetzt (angenähert, da hierbei die Last nur bis N Fig. 178 reicht und daher im Knotenpunkte C eine Kraft wirkt, die nicht genau so groß als Q ist).

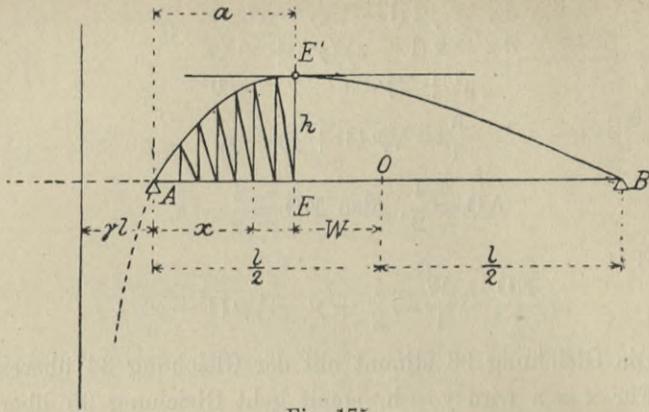


Fig. 175.

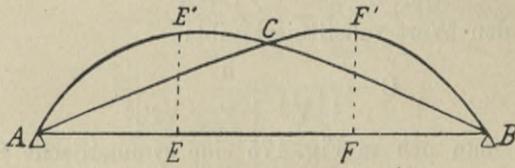


Fig. 176.

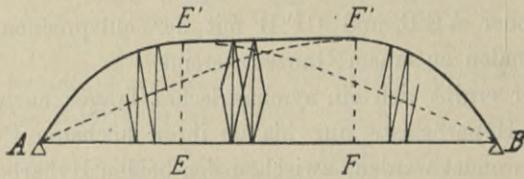


Fig. 177.

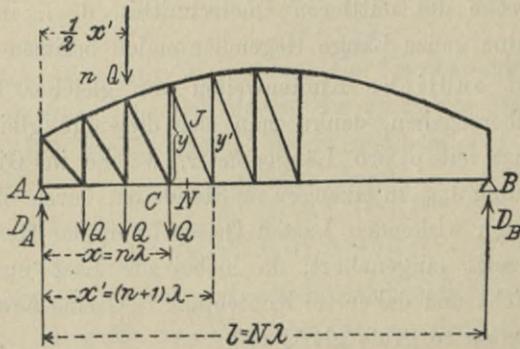


Fig. 178.

$$\begin{aligned} M_C &= D_B (1-x) = \frac{1}{2} p n x' \frac{\lambda}{l} (1-x) \\ &= \frac{1}{2} p \frac{n(n+1)(N-n)}{N} \lambda^2 \\ M_D &= D_B (1-x') = \frac{1}{2} p n x' \frac{\lambda}{l} (1-x') \\ &= \frac{1}{2} p \frac{n(n+1)(N-n-1)}{N} \lambda^2. \end{aligned}$$

Nach Gleichung 67' ist für die ungünstigste Laststellung:

$$\begin{aligned} \min J_{\sin}^{(p)} \varphi &= \frac{M_D}{y'} - \frac{M_C}{y} = \frac{1}{2} p \frac{n(n+1)}{N} \lambda^2 \left(\frac{N-n-1}{y'} - \frac{N-n}{y} \right) \\ &= \frac{1}{2} p \frac{xx'}{l} \left(\frac{1-x'}{y'} - \frac{1-x}{y} \right). \end{aligned}$$

Die Spannung $J_{\sin}^{(g)} \varphi$, welche das Eigengewicht hervorruft, ist nach Gleichung 72:

$$J_{\sin}^{(g)} \varphi = \frac{M_D}{y'} - \frac{M_C}{y} = \frac{1}{2} g \left(\frac{x'(1-x')}{y'} - \frac{x(1-x)}{y} \right),$$

daher die totale Spannung, welche 0 werden soll:

$$\begin{aligned} \min J_{\sin} \varphi &= \frac{M_D}{y'} - \frac{M_C}{y} = \frac{1}{2} g \left[\frac{x'(1-x')}{y'} - \frac{x(1-x)}{y} \right] + \\ &+ \frac{1}{2} p \frac{xx'}{l} \left(\frac{1-x'}{y'} - \frac{1-x}{y} \right) = 0, \end{aligned}$$

ist $\frac{g}{p} = \gamma$, so ist:

$$\begin{aligned} \gamma l \left[\frac{x'(1-x')}{y'} - \frac{x(1-x)}{y} \right] + \frac{xx'(1-x')}{y'} - \frac{xx'(1-x)}{y} &= 0 \\ (\gamma l + x) \frac{x'(1-x')}{y'} - (\gamma l + x') \frac{x(1-x)}{y} &= 0 \\ \frac{x'(1-x')}{(\gamma l + x') y'} = \frac{x(1-x)}{(\gamma l + x) y} = \frac{1}{C} \text{ (constant)} \\ y &= C \frac{x(1-x)}{\gamma l + x} \dots \dots \dots 97 \end{aligned}$$

(gleich der Gleichung 95).

Für den höchsten Punkt E' der Hyperbel sei:

$$x = x_m = m \lambda \text{ und } y_m = h,$$

also:

$$h = C \frac{x_m(1-x_m)}{\gamma l + x_m} = C \frac{m(N-m)}{\gamma N + m} \lambda$$

und hieraus:

$$C = \frac{\gamma N + m}{m(N - m)} \cdot \frac{h}{\lambda} = \frac{N(\gamma N + m)}{m(N - m)} \frac{h}{l}$$

Nimmt man die Höhe des Trägers h an, so ergibt sich m , wenn man von Knoten zu Knoten geht, sich das zugehörige y rechnet, bis man einen Wert erhält, der etwas kleiner oder gleich h ist.

B. Maximale Beanspruchung.

1. Gurte.

Für die Gurtspannungen ist die Vollbelastung mit $q = g + p$ pro Längeneinheit am ungünstigsten.

Nach den Gleichungen 27, 65 und 97 ist innerhalb der variablen Höhe, Fig. 179:

$$S_n = \frac{M_n}{y_n} = \frac{1}{2} q \frac{x_n(1 - x_n)}{C x_n(1 - x_n)} (\gamma l + x_n) = \frac{1}{2} \frac{q}{C} (\gamma l + x_n) \quad 98$$

$$S_{n+1} = \frac{1}{2} \frac{q}{C} (\gamma l + x_{n+1})$$

$$S_{n+1} - S_n = \frac{1}{2} \frac{q}{C} \left(\frac{x_{n+1} - x_n}{\lambda} \right) = \sigma = \text{konstant.}$$

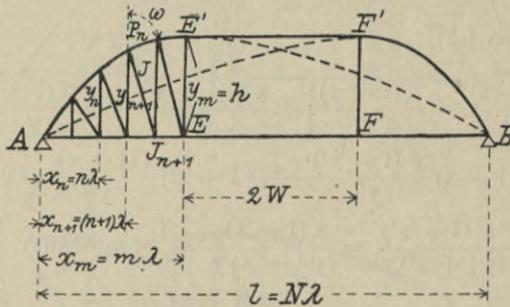


Fig. 179.

Nach der Gleichung 66' ist innerhalb der variablen Höhe, Fig. 179:

$$P_n = - \frac{S_{n+1}}{\sin \omega} = - S_{n+1} \sqrt{1 + \cotg^2 \omega} \dots \dots 99$$

2. Diagonale.

a) Eigengewicht.

Es wirkt zunächst nur das Eigengewicht g pro Längeneinheit.

Nach der Gleichung 67' ist:

$$J_n \sin \varphi = S_{n+1} - S_n = \frac{1}{2} \frac{g}{C} \lambda$$

$$\sin \varphi_n = \frac{\lambda}{e_n}$$

daher

$$J_n = \frac{1}{2} \frac{g}{C} e_n \dots \dots \dots 100$$

wonach J_n proportional der Länge e der Diagonalen ist.

b) Grenzwerte der Spannungen.

$\min J_n$, hervorgerufen von der Verkehrslast und dem Eigengewicht, muß vermöge der Konstruktion 0 sein.

$\max J_n$ ergibt sich, wenn man sich die Belastung für $\min J_n$ und $\max J_n$ (was zusammen der Vollbelastung entspricht) auf zwei symmetrische Schwedler-Träger aufgebracht und diese übereinander gelegt denkt, aus (Gesamte Last: $2 \times$ Eigengewicht + 1 Verkehrslast):

$$\begin{aligned} \max J_n + \frac{\min J_n}{0} &= 2 \cdot \frac{1}{2} \frac{g}{C} e_n + 1 \cdot \frac{1}{2} \frac{p}{C} e_n \\ &= \frac{1}{2} \frac{e_n}{C} (2g + p) = \frac{1}{2} \frac{e_n}{C} (g + \frac{g+p}{q}) \\ &= \frac{1}{2} \frac{e_n}{C} (g + q) \dots \dots \dots 101 \end{aligned}$$

$\max J_n$ ist demnach proportional der Länge e der Diagonale.

§ 11. Pauli-Träger.

Begriff und Formbestimmung.

Pauli hat sich die Aufgabe gestellt, einen Träger zu konstruieren, welcher sowohl gegen die Höhen-, als auch Breitenmitte symmetrisch ist, Fig. 180, bei welchem Ober- und Untergurtspannung gleich und durchaus konstant sind.

Es soll also

$$P = S = A \text{ (konstant) sein}$$

$$y = F(x).$$

Es seien zunächst unendlich kleine Knotenweiten vorausgesetzt. P' und S' , Fig. 181, seien die horizontalen Komponenten von P und S .

Das größte Moment und damit auch die größte Spannung in den Gurtstäben erzeugt die Vollbelastung mit $g + p = q$ pro Längeneinheit.

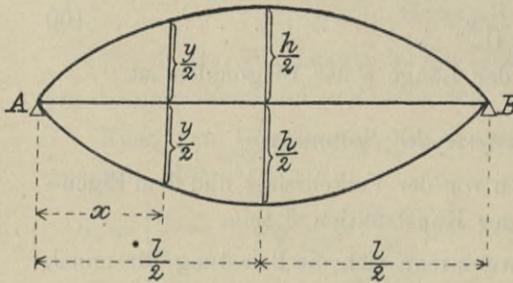


Fig. 180.

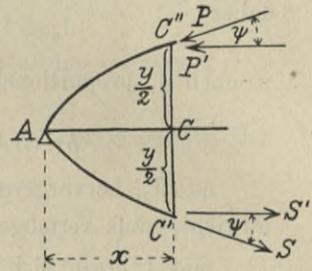


Fig. 181.

Nach der Gleichung 27 ist:

$$M_x = \frac{1}{2} q x (l - x).$$

Das Moment von P respektive S in Bezug auf C' respektive C'' ist:

$$M_{(P \cdot C')} = P \cos \psi \cdot y = A \cos \psi \cdot y$$

$$M_{(S \cdot C'')} = S \cos \psi \cdot y = A \cos \psi \cdot y,$$

daher muß im Zustande des Gleichgewichtes:

$$\frac{1}{2} q x (l - x) = A \cos \psi \cdot y$$

$$y = \frac{1}{2} q x \frac{l - x}{A \cos \psi}$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{d\left(\frac{y}{2}\right)}{dx} = \frac{1}{2} \frac{dy}{dx}$$

$$\frac{1}{\cos \psi} = \sec \psi = \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \psi} = \sqrt{1 + \frac{1}{4} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

$$y = \frac{1}{2} \frac{q}{A} x (l - x) \sqrt{1 + \frac{1}{4} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$$

für $x = \frac{1}{2}$ ist $\frac{dy}{dx} = 0$, $y = h$ und $A = \frac{8h}{q l^2}$

somit: $\frac{y}{h} = \frac{4x(1-x)}{l^2} \sqrt{1 + \frac{1}{4} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}$

für $x = 0$; $y = 0$
 $x = 1$; $y = 0$.

Die dieser Gleichung entsprechende Kurve ist sehr wenig von der Parabel verschieden, und man kann sich daher $\frac{dy}{dx}$ für diese Gleichung annäherungsweise aus der Gleichung 78 bestimmen:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{4h}{l} \left(1 - 2\frac{x}{l}\right) \\ \frac{y}{h} &= 4\frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \sqrt{1 + 4\left(\frac{h}{l}\right)^2 \left(1 - 2\frac{x}{l}\right)^2} \\ &= 4\frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right) \left[1 + 2\left(\frac{h}{l}\right)^2 \left(1 - 2\frac{x}{l}\right)^2\right] \dots 102 \end{aligned}$$

hiefür wurde die Wurzel nach der binomischen Reihe entwickelt, diese jedoch schon beim zweiten Gliede abgebrochen, da die höheren Potenzen von $\frac{h}{l}$ sehr klein werden.

Bei endlichen Knotenweiten trifft die Voraussetzung durchaus gleicher Spannungen in den Gurtstäben nur annäherungsweise zu, denn führt man in Fig. 182 einen vertikalen Schnitt, so daß die Neigungs- $\angle \psi_1$ der geschnittenen Gurtstäbe gegen die Horizontale gleich sind, so muß:

$$P \cos \psi_1 = J \sin \varphi'_1 + S \cos \psi_1$$

sein; es müßte also $J \sin \varphi = 0$ werden, wenn die Gurtspannungen P und S gleiche Größe haben sollen.

$J \sin \varphi$ ist aber nicht gleich 0, was man ersieht, wenn man sich den Knoten D herausgeschnitten denkt, Fig. 182a; dann muß:

$$S \cos \psi_1 + J \sin \varphi = S \cos \psi'_1,$$

ψ_1 und ψ'_1 sind aber von einander verschieden, daher

$$J \sin \varphi = S (\cos \psi'_1 - \cos \psi_1).$$

Bei Flacheisen-Diagonalen sind Gegendiagonalen erforderlich.

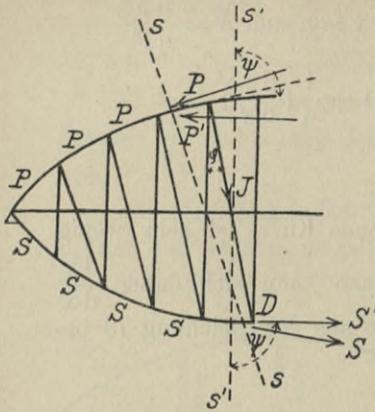


Fig. 182.

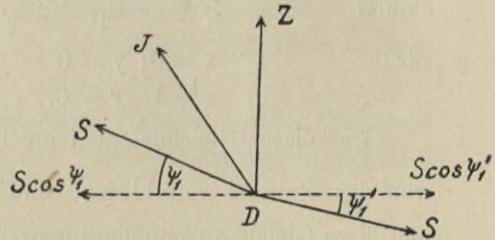


Fig. 182 a.

Die Ermittlung der ungünstigsten Laststellung und der Grenzspannungen erfolgt in analoger Weise, wie in den früheren Paragraphen angegeben.

5. Kapitel.

Kragträger (Gerberträger), Bogenträger.

§ 1. Kragträger (Gerberträger).

Gerber konstruierte Träger mit frei liegenden Stützpunkten, wie sie in Fig. 183 und 184 schematisch dargestellt sind. Diese Träger bieten, wie die kontinuierlichen Träger den Vorteil der Materialersparnis, ohne daß deren Nachteile, d. i. die statische Unbestimmbarkeit und die Veränderlichkeit der Spannungen bei Senkung ihrer Stützen, mit in Kauf genommen werden.

Bei diesem Träger, Kragträger, Auslagerträger genannt, können sich die Untergurte um Scharniere (Gelenke) G drehen und sind die Obergurte, damit diese Drehung erfolgen könne, den Gelenken gegenüber nicht fest mit einander verbunden.

Durch die Gelenke wird der Gerberträger statisch bestimmt; es ist nämlich ein kontinuierlicher Träger mit n Feldern $n - 1$ fach

statisch unbestimmt, da zur Bestimmung der $n + 1$ Stützendrücke bei vertikal stehender Belastung nur zwei Gleichgewichtsgleichungen (d. s.: Summe der vertikalen Komponenten und Summe der Momente für sich gleich 0) bestehen daher noch

$$n + 1 - 2 = n - 1.$$

Gleichungen zur Bestimmung aller unbekanntnen Stützendrücke erforderlich sind.

Diese $n - 1$ Gleichungen kann man aber aufstellen, wenn man ebensoviele Gelenke anordnet, welche man entweder nach Fig. 183 oder 184 verteilt.

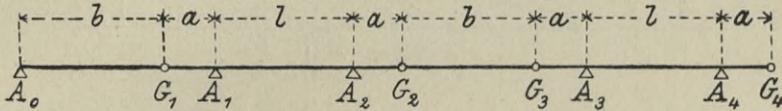


Fig. 183.

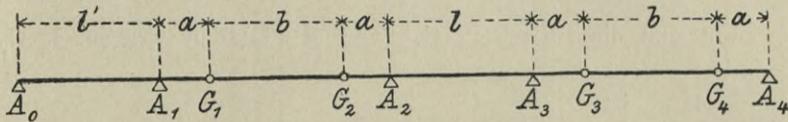


Fig. 184.

Durch die Gelenke wird die ganze Trägerkonstruktion in Träger mit überhängenden Enden und in freiaufliegende Träger (schwebende Träger), welche nach bereits bekannten Regeln gerechnet werden können, zerlegt.

Die leicht zu ermittelnden Stützendrücke der freiaufliegenden Träger, deren Enden in Fig. 183 und 184 mit G bezeichnet sind, wirken als bekannte Kräfte an den Enden der ebenfalls statisch bestimmten Träger mit überhängenden Enden.

Momente und Transversalkräfte, sowie die ungünstigsten Laststellungen für diese ergeben sich einfach mit Hilfe der Einfluslinien.

A. Momente. Abheben des Trägers von den Stützen.

1. Einflußlinie und Umhüllungslinie für die Momente der Anordnung Fig. 183.

a) Einflußlinie.

Für einen Träger mit überhängenden Enden ist die Einflußlinie wie die sub 3. Kapitel § 5, Punkt 8 angegebene, zu konstruieren; es erübrigt daher nur noch, die Einflußlinie für die Strecke b zu ergänzen, also für den Fall, in welchem sich die Lasteinheit auf dieser Strecke bewegt, Fig. 185.

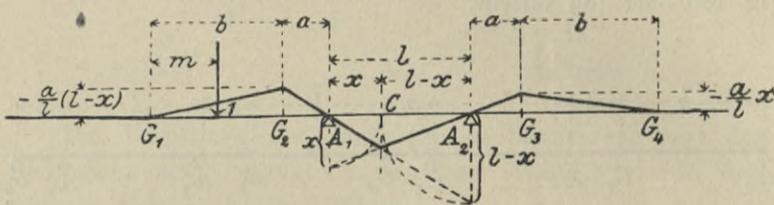


Fig. 185.

Diese Last erzeugt in G_2 einen Stützdruck $D_{G_2} = \frac{m}{b}$; man kann nun diese Last in G_2 wirkend und den Träger G_1 G_2 entfernen denken.

Dann ist:

$$M'_c = -\frac{m}{b} \frac{a}{l} (l-x) = \eta \quad \dots \quad 103$$

für

$$m=0 \text{ ist } \eta = 0$$

$$m=b \text{ ist } \eta = -\frac{a}{l} (l-x).$$

b) Umhüllungslinie.

a) Momentenlinie für das Eigengewicht.

Für die Strecke b ist diese Linie nach Gleichung 24 eine Parabel, Fig. 186.

Für einen Querschnitt C im Abstände x von A_1 auf der Strecke a ist:

$$M'_c = -\frac{1}{2} g b (a-x) - g \frac{(a-x)^2}{2} \quad \dots \quad 104$$

d. i. die Gleichung einer Parabel;

für $x = 0$ ist $M'_c = -\frac{1}{2} g a (a + b)$

und für $x = a$ ist $M'_c = 0$;

diese Parabel ist also eine Fortsetzung der Momentenlinie für die Strecke b. Analog ergibt sich der weitere Verlauf der Momentenlinie nach Fig. 186.

β) Momentenlinie für eine gleichmäÙig verteilte Verkehrslast.

Die Strecken b sind freiaufliegende Träger und haben, wie die diesbezüglichen Einfluslinien zeigen, nur eine positive Beitragsstrecke, welche sich auf den ganzen Träger b erstreckt; demnach ist, um in irgend einem Querschnitte dieses Trägers das größte Moment zu erzeugen, die ganze Strecke b voll zu belasten und entspricht dieser Last wieder eine Parabel als Momentenlinie (Umhüllungslinie) Fig. 186a.

Für einen Querschnitt C, welcher innerhalb der Strecke l liegt, existieren eine positive (l) und zwei negative (b + a) Beitragsstrecken. Demnach ist, um in irgend einem auf der Strecke l gelegenen Querschnitte das größte Moment zu erzeugen, nur die Strecke l zu belasten. Die Umhüllungslinie ist dann ebenfalls eine Parabel. Fig. 186a.

Belastet man anderseits die negativen Beitragsstrecken (b + a), so wird min M'' erzeugt, und zwar ist:

$$\min M'' = -\frac{1}{2} p b (a - x) - \frac{1}{2} p (a - x)^2$$

für $x = a$ ist $\min M'' = 0$

für $x = 0$ ist $\min M'' = -\frac{1}{2} p a (a + b)$.

Der Verlauf der min M'' -Linie auf der Strecke b muß, da sich dortselbst außer den bei symmetrischer Anordnung gleichen Stützendrücken an den Enden gar keine Last befindet, eine Gerade sein. Auf den Strecken a ist die min M'' -Linie eine Parabel. Fig. 186b.

γ) Umhüllungslinie der Momente, wenn Eigengewicht und Verkehrslast wirken.

Diese Linie ergibt sich, wenn man die betreffenden Ordinaten addiert und die Endpunkte derselben mit einander verbindet, Fig. 187. Die strichlierte Linie stellt M_{\min} , die volle M_{\max} dar.

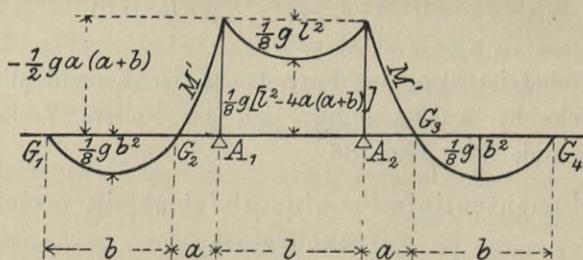


Fig. 186.

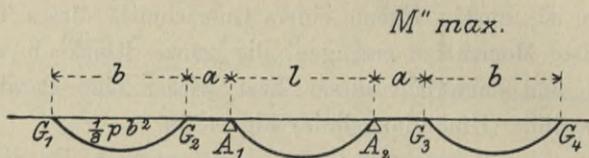


Fig. 186 a.

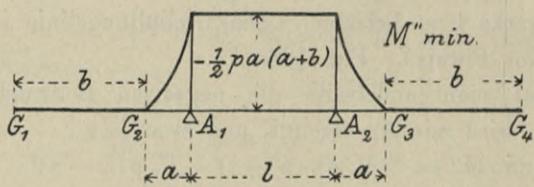


Fig. 186 b.

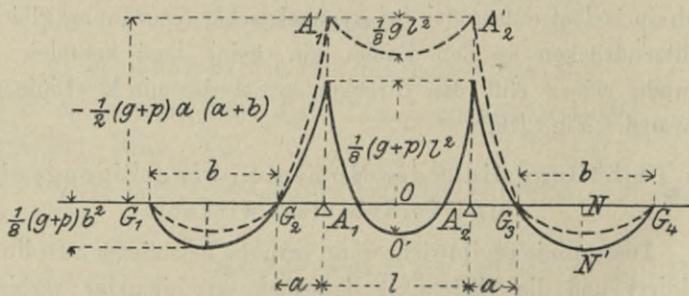


Fig. 187.

Es ist:

$$\overline{OO'} = \frac{1}{8} \left\{ g [l^2 - 4a(a+b)] + pl^2 \right\}$$

$$\overline{NN'} = \frac{1}{8} (g+p) b^2$$

$$\overline{A_1 A'_1} = -\frac{1}{2} (g+p) a(a+b);$$

setzt man:

$$V = \frac{p}{g},$$

so ist:

$$\overline{OO'} = \text{abs. max } M_1 = \frac{1}{8} g [l^2 - 4a(a+b) + Vl^2]$$

$$\overline{NN'} = \text{abs. max } M_b = \frac{1}{8} g (1+V) b^2$$

$$\overline{A_1 A'_1} = \text{abs. max } M_a = -\frac{1}{2} g (1+V) (a+b) a.$$

Es ist von praktischem Werte, dafs

$$\overline{OO'} = \overline{NN'} = \overline{A_1 A'_1}$$

wird, also:

$$\frac{1}{8} g (1+V) b^2 = \frac{1}{8} g [(1+V)l^2 - 4a(a+b)]$$

$$\frac{1}{8} g (1+V) b^2 = \frac{1}{2} g (1+V) a(a+b),$$

hieraus ist:

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{\sqrt{2}-1}{2} \sqrt{\frac{1+V}{2+V}} \cdot l = 0,2071 \cdot \sqrt{\frac{1+V}{2+V}} l \\ b &= \sqrt{\frac{1+V}{2+V}} l \end{aligned} \right\} \quad 105$$

$$\overline{OO'} = \overline{NN'} = \overline{A_1 A'_1} = \frac{1}{8} \frac{1+V}{2+V} (g+p) l^2 \quad \dots \quad 106$$

Ein freiauflegender Träger mit der Stützweite l und einer gleichmäßig verteilten Last $g+p$ hat $M_{\max} = \frac{1}{8} (g+p) l^2$; es ist daher beim Gerberträger, gegenüber dem einfachen freiauflegenden Träger das maximale Moment um $\frac{1+V}{2+V}$ mal kleiner.

2. Einflußlinie und Umhüllungslinie für die Momente der Anordnung Fig. 184.

Für diese Anordnung ist nur eine Ergänzung der Einflußlinie ad Anordnung Fig. 183 für die Strecke $A_0 G_1$ notwendig und stellt die gesamte Einflußlinie für den Träger $A_0 A_1 G_1 G_2$ Fig. 188 dar:

- Fläche der + Beitragsstrecke:
 area $A_0 A_1 C' = + \frac{1}{2} x (l' - x) \dots \dots \dots 107$
 Fläche der - Beitragsstrecke:
 area $A_1 G_2 G'_1 = - \frac{1}{2} \frac{a(a+b)}{l'} x \dots \dots \dots 108$
 area $A_0 A_1 C' + \text{area } A_1 G_2 G'_1 = \frac{1}{2} \left[x(l' - x) - \frac{a(a+b)}{l'} x \right] 109$

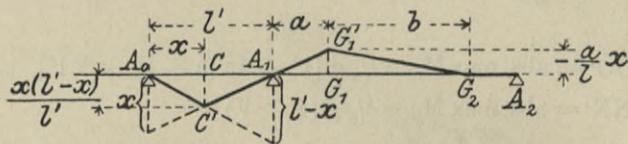


Fig. 188.

Demnach ist die Gleichung der Umhüllungslinie für die Momente, wenn nur das Eigengewicht wirkt, nach Gleichung 109:

$$M_c = \frac{1}{2} g \left[x(l' - x) - \frac{a(a+b)}{l'} x \right] \dots \dots 110$$

und wenn zugleich auch die positive Beitragsstrecke belastet wird:

$$\max M = \frac{1}{2} \left[(g + p) x (l' - x) - g \frac{a(a+b)}{l'} x \right];$$

setzt man:

$$V = \frac{p}{g},$$

so ist:

$$\max M = \frac{1}{2} g \left[(1 + V) x (l' - x) - \frac{a(a+b)}{l'} x \right] \dots \dots 111$$

Gleichung 111 stellt eine Parabel dar, Fig. 189:

für $x = 0$ ist $\max M = 0$,

für $x = l'$ ist $\max M = - \frac{1}{2} g a (a + b)$.

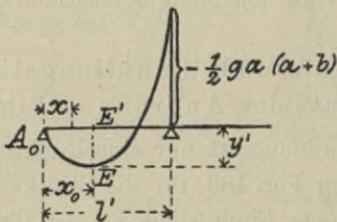


Fig. 189.

Die Ordinate für den tiefsten Punkt E der Parabel, d. i.

$$\text{für } x = x_0 = \frac{1}{2} l' - \frac{1}{2(1+V)} \frac{a(a+b)}{l'},$$

$$\text{ist: } \overline{EE'} = \text{abs. max } M = \frac{1}{8(1+V)} \frac{g}{l'^2} [(1+V)^2 l'^4 + a^2 (a+b)^2 - 2(1+V) a(a+b) l'^2] \dots \dots \dots 112$$

Diesen Wert erhält man aus:

$$\left(\frac{d \text{ max } M}{d x} \right)_{x=x_0} = 0.$$

Stellt man die Forderung ad Gleichung 106, so braucht man nur die Werte von a und b aus Gleichung 105 in Gleichung 112 zu substituieren und erhält:

$$\overline{EE'} = \frac{1+V}{128(2+V)^2} \cdot \frac{g}{l'^2} [16(2+V)^2 l'^4 - 8(2+V) l^2 l'^2 + l^4]$$

Soll überdies:

$$\overline{OO'} = \overline{NN'} = \overline{A_1 A'_1} = \overline{EE'} = \frac{1}{8} \frac{1+V}{2+V} (g+p) l^2 \dots \dots 112^1$$

werden,

so ist:

$$l' = \frac{1}{2} \left(1 + l \sqrt{\frac{1+V}{2+V}} \right) = \frac{1}{2} (l+b).$$

Ist der lichte Abstand der Endwiderlager L und die Zahl der Brückenfelder n, so ist:

$$L = \frac{1}{2} (n-1) l + (n-1) a + \frac{1}{2} (n+1) b;$$

substituiert man hierin für a und b die Werte aus Gleichung 105, so ist:

$$l = \frac{2L}{(n-1) + \sqrt{2}(n-1 + \sqrt{2}) \sqrt{\frac{1+V}{2+V}}} \dots \dots 113$$

Zum Beispiel. Eine Straßenbrücke habe die Gesamtlänge $L = 180 \text{ m}$; $n = 3$; die numerisch größten Momente sollen gleich groß sein; das Eigengewicht sei $g = 2500 \text{ kg pro l. m.}$ und die Verkehrslast $p = 1500 \text{ kg pro Längenmeter}$ eines Hauptträgers, so ist:

$$V = \frac{1500}{2500} = 0,6,$$

$$l = \frac{2 \times 180}{2 + \sqrt{2}(2 + \sqrt{2})0,78446} = 62,2 \text{ m},$$

$$a = 0,2071 \times 0,78446 \times 62,2 = 10,11 \text{ m},$$

$$b = 0,78446 \times 62,2 = 48,79 \text{ m},$$

$$\begin{aligned} \text{abs. max } M &= \frac{1}{8} g \frac{(1 + V)^2}{2 + V} l^2 = \frac{1}{8} 2500 \frac{1,6^2}{2,6} \cdot 62,2^2 \\ &= 1190412 \text{ kgm.} \end{aligned}$$

3. Abheben des Trägers von den Stützen.

Bei einseitiger Belastung kann es vorkommen, daß sich der Träger von einer der Mittelstützen, oder bei der Anordnung Fig. 184, auch von der Endunterlage abhebt.

Letzterer Fall ist von Belang und soll daher im folgenden näher untersucht werden.

In Fig. 190 ist neben dem Eigengewichte g pro Längeneinheit die zufällige Last p pro Längeneinheit so gestellt, daß sowohl in A_0 als auch in A_3 die Gefahr des Abhebens besteht.

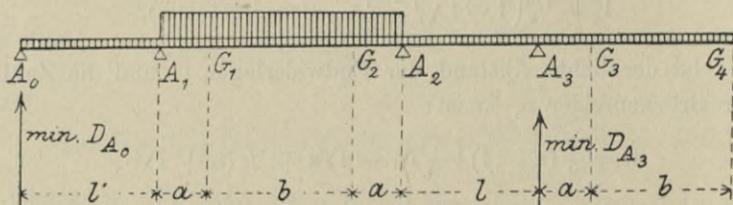


Fig. 190.

Der Stützendruck in A_0 und A_3 , vom Eigengewichte herührend, ist:

$$D_{A_0}^{(g)} = \frac{1}{2} g \left[l' - \frac{a(a+b)}{l'} \right]$$

$$D_{A_3}^{(g)} = \frac{1}{2} g (l + 2a + b).$$

Der Stützendruck in A_0 und A_3 , von der Verkehrslast herührend, ist:

$$D_{A_0}^{(p)} = -\frac{1}{2} p a \frac{a+b}{l'}$$

$$D_{A_3}^{(p)} = -\frac{1}{2} p a \frac{a+b}{l}$$

Eigengewicht und Verkehrslast gleichzeitig wirkend:

$$\left. \begin{aligned} \min D_{A_0} &= D_{A_0}^{(g)} + D_{A_0}^{(p)} = \frac{1}{2} g \left[l' - (1+V) \frac{a(a+b)}{l'} \right] \\ \min D_{A_3} &= D_{A_3}^{(g)} + D_{A_3}^{(p)} = \frac{1}{2} g \left[l + 2a + b - V a \frac{a+b}{l} \right] \end{aligned} \right\} 114$$

Der Träger wird sich von A_0 respektive von A_3 abheben, wenn in den Gleichungen 114:

$$l' \geq (1+V) \frac{a(a+b)}{l'} \quad \text{oder} \quad V \geq \frac{l'^2}{a(a+b)} - 1$$

respektive:

$$l + 2a + b \geq V \frac{a(a+b)}{l} \quad \text{oder} \quad V \geq \frac{l(1+2a+b)}{a(a+b)}$$

wird.

Sind die Werte a , b und l' so gewählt, daß sie den Gleichungen 106 und 112¹ entsprechen, so wird für die Stütze A_0 :

$$V = \frac{p}{g} \geq 3,44$$

und für A_3 :

$$V = \frac{p}{g} \geq 10,26.$$

Wenn also $p = 3,44 g$, respektive $p = 10,26 g$ ist, kann ein Abheben von der Stütze A_0 respektive A_3 , Fig. 190, eintreten.

Es ist also die Gefahr des Abhebens von der Endstütze größer als von den Mittelstützen; demnach ist es besser die Gelenkausteilung so vorzunehmen, daß die Endfelder Gelenke besitzen.

B. Transversalkräfte.

1. Einflußlinie für die Transversalkräfte.

Für einen Träger mit überhängenden Enden ist die Einflußlinie der Transversalkräfte wie sub 3. Kap. § 5 Punkt 8 angegeben zu konstruieren; es erübrigt daher nur noch die Einflußlinie für die Strecke b , Fig. 183 und 184, zu ergänzen, also für den

Fall, in welchem sich die Lasteinheit auf dieser Strecke bewegt, Fig. 191.

Die Last 1 erzeugt in G_2 einen Stützendruck:

$$D_{G_2} = 1 \frac{m}{b};$$

man kann nun diese Last in G_2 wirkend und den Träger $G_1 G_2$ entfernt denken; demnach wirkt links von C nur diese eine Last und ist der Stützendruck D_A :

$$D_A = \frac{m}{b} \frac{a+l}{1} = \frac{m}{b} \left(1 + \frac{a}{1}\right)$$

$$R_c' = \frac{m}{b} \left(1 + \frac{a}{1}\right) - \frac{m}{b} = \frac{m}{b} \frac{a}{1} = \eta$$

für: $m = 0$ ist $\eta = 0$

für: $m = b$ ist $\eta = \frac{a}{1}$.

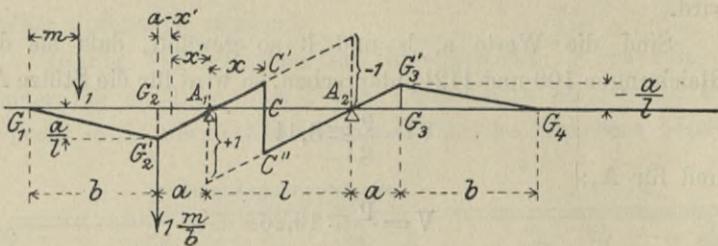


Fig. 191.

Analog ergibt sich die Einflußlinie für die Strecke $G_3 G_4$.

In ihrer Gesamtheit ist die Einflußlinie der Transversalkräfte in Fig. 191 dargestellt.

$$+ \text{Beitragsfläche area } G_1 A_1 G_2' = + \frac{1}{2} \frac{a(a+b)}{1}$$

$$- \text{Beitragsfläche area } A_1 C C' = - \frac{1}{2} \frac{x^2}{1}$$

$$+ \text{Beitragsfläche area } C A_2 C'' = + \frac{1}{2} \frac{(l-x)^2}{1}$$

$$- \text{Beitragsfläche area } A_2 G_4 G_3' = - \frac{1}{2} \frac{a(a+b)}{1}$$

$$\text{area } G_1 A_1 G_2 + \text{area } C A_2 C'' = \frac{1}{2l} [a(a+b) + (1-x)^2] \quad 115$$

$$\text{area } A_1 C C' + \text{area } A_2 G_4 G_3 = -\frac{1}{2l} [a(a+b) + x^2] \quad 116$$

$$\begin{aligned} \text{area } G_1 A_1 G_2 + \text{area } C A_2 C'' + \text{area } A_1 C C' + \text{area } A_2 G_4 G_3 \\ = \frac{1}{2} (1 - 2x) \dots \dots \dots 117 \end{aligned}$$

2. Umhüllungslinie für die Transversalkräfte.

a) Transversallinie für das Eigengewicht.

Die Strecken b, Fig. 192, sind auf zwei Stützen frei aufliegende Träger, daher ist für diese die Gleichung 25 und die dieser Gleichung entsprechende Transversallinie maßgebend.

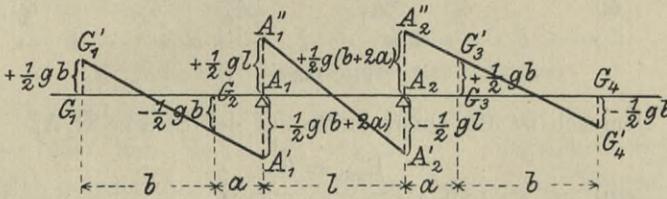


Fig. 192.

Für die Strecke l ist die Gleichung 117 mit g multipliziert also:

$$R' = \frac{1}{2} g (1 - 2x)$$

zugleich auch die Gleichung der Transversallinie;

für: $x = 0$ ist $R' = + \frac{1}{2} g l$,

für: $x = 1$ ist $R' = - \frac{1}{2} g l$.

Für einen Querschnitt, der auf der Strecke a links von A_1 im Abstände x' von A_1 liegt, Fig. 191, ist:

$$R' = - \frac{1}{2} g [b + 2(a - x)] \dots \dots \dots 118$$

für: $x = 0$ ist $R' = - \frac{1}{2} g (b + 2a)$,

für: $x = a$ ist $R' = - \frac{1}{2} g b$.

Analoges gilt für die Strecke a rechts von A_2 .

Demnach ergibt sich die Transversallinie in ihrer gesamten Darstellung nach Fig. 192.

b) *Transversallinie für eine gleichmäßig verteilte Verkehrslast, dann für das Eigengewicht samt der Verkehrslast.*

Die Trägerstrecken b sind frei aufliegende Träger, für welche die Gleichungen 30 und 31 und die diesen entsprechenden Umhüllungslinien Gültigkeit haben, Fig. 193 und 194.

Lasten auf $G_2 A_1$ erzeugen in allen Querschnitten der Strecke l eine negative und solche auf $A_2 G_3$ eine positive Transversalkraft.

Es muß daher für die Konstruktion der R''_{\max} -Linie $G_2 A_1$ unbelastet und $A_2 G_3$ vollbelastet sein.

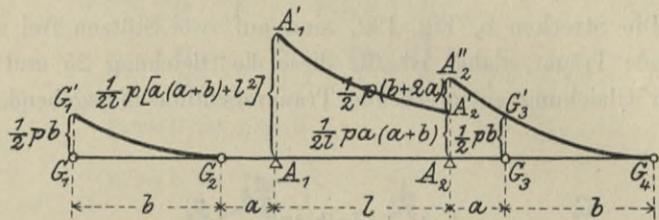


Fig. 193.

Demnach ist für Querschnitte auf der Strecke $G_2 A_1$

$$R''_{\max} = 0$$

(also fällt die Umhüllungslinie mit $G_2 A_1$ zusammen) und für Querschnitte auf der Strecke $A_2 G_3$ nach der Gleichung 119, welche aus Gleichung 118 entsteht, wenn man dort p statt g setzt:

$$R''_{\max} = \frac{1}{2} p [b + 2(a - x)] \quad . \quad . \quad . \quad 119$$

Demnach ist die Umhüllungslinie für diese Strecke die Gerade $A_2 G_3$, Fig. 193,

für: $x = 0$ ist $R''_{\max} = \frac{1}{2} p (b + 2a)$,

für: $x = a$ ist $R''_{\max} = \frac{1}{2} p b$.

Für Querschnitte, die auf der Strecke l liegen, ist nach Gleichung 115:

$$R''_{\max} = \frac{1}{2l} p [a(a+b) + (l-x)^2]$$

eine Parabel, Fig. 193,

für: $x = 0$ ist $R''_{\max} = \frac{1}{2l} p [a(a+b) + l^2]$,

für: $x = l$ ist $R''_{\max} = \frac{1}{2l} p a(a+b)$.

Auf analoge Weise ergibt sich in Fig. 194 die Umhüllungsline für R''_{\min} .

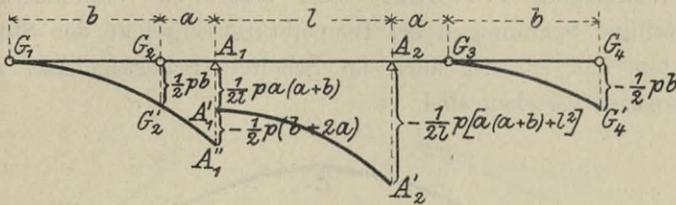


Fig. 194.

Durch die Summierung der zusammengehörigen Ordinaten für R' und R''_{\max} respektive R''_{\min} und Verbindung der Endpunkte der bezüglichen Ordinaten erhält man die Umhüllungsline für R_{\max} beziehungsweise R_{\min} .

C. Beispiele ausgeführter Gerberträger.

Die erste von Gerber nach dem Prinzip der Gelenkträger über den Main bei Hassfurt ausgeführte Brücke erhielt polygonale Gurte, dagegen haben die Träger der Straßenbrücke über die Donau bei Vilshofen parallele Gurtungen mit zweifacher Stabreihe nach dem System des gleichschenkligen Dreieckes.

Diese Brücke hat eine Mittelöffnung von 64,5 m und rechts und links der letzteren je zwei Endöffnungen mit 51,6 m Spannweite. Die Anordnung der Gelenke ist nach Fig. 183 getroffen und beträgt:

$$\begin{aligned} b &= 38,8 \text{ m,} \\ a &= 12,9 \text{ m und} \\ l &= 64,5 \text{ m.} \end{aligned}$$

Den ersten Rang unter den Brücken dieser Art nimmt zur Zeit die Ueberbrückung des Firth of Forth ein. Sie hat zwei Mittelöffnungen von je 521,2 m und zwei Endöffnungen von je 207,3 m Spannweite, während die drei Pfeiler wieder aus je 4 riesigen Pfeilern bestehen. Die Breite der Brücke beträgt an den Pfeilern 36,6 m und in der Mitte 8,25 m.

§ 2. Bogenträger.

Bogenträger sind Träger mit gekrümmter Achse, die an den Widerlagern verankert oder besser zur Verminderung nachteiliger Spannungen bei Temperaturswechsel an den Stützpunkten und zumeist auch im Scheitel (Scheitelgelenk) mit Gelenken versehen sind.

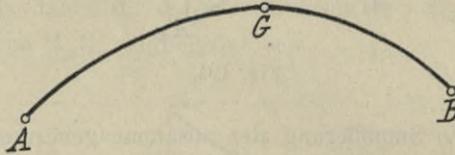


Fig. 195.

Die letztere Anordnung, also ein Bogenträger mit 3 Gelenken, Fig. 195, ist ein statisch bestimmter Träger, denn es muß in den Zustände des Gleichgewichtes neben den sonstigen Gleichgewichtsbedingungen auch noch die Summe der Momente aller äußeren Kräfte, welche rechts vom Mittelgelenke, wie auch jener, welche links von demselben liegen, in Bezug auf das Mittelgelenk 0 sein.

Dadurch ist es nämlich möglich, die Stützendrücke ohne weiters zu bestimmen.

A. Graphische Bestimmung der Stützendrücke und Momente.

Auf den Bogenträger A B Fig. 196 wirken die äußeren Kräfte P_1 bis P_5 ; die Resultierende der äußeren Kräfte links vom Gelenke G sei R_1 , jene der Kräfte rechts davon R_2 ; die Größen und Richtungen dieser Resultierenden erhält man mit Hilfe des Kräftepolygons mit den Polen O_1 und O_2 und deren Angriffspunkte mit Hilfe des Seilpolygons nach Fig. 196.

Es wurden zwei Pole angenommen, um eine günstige Neigung der Strahlen zu erlangen.

Zur Erläuterung der Fig. 196 diene folgendes:

Man suche sich zuerst die Kämpfer- oder Stützendrücke für den Fall, wenn nur R_1 , dann, wenn nur R_2 wirkt, und setze

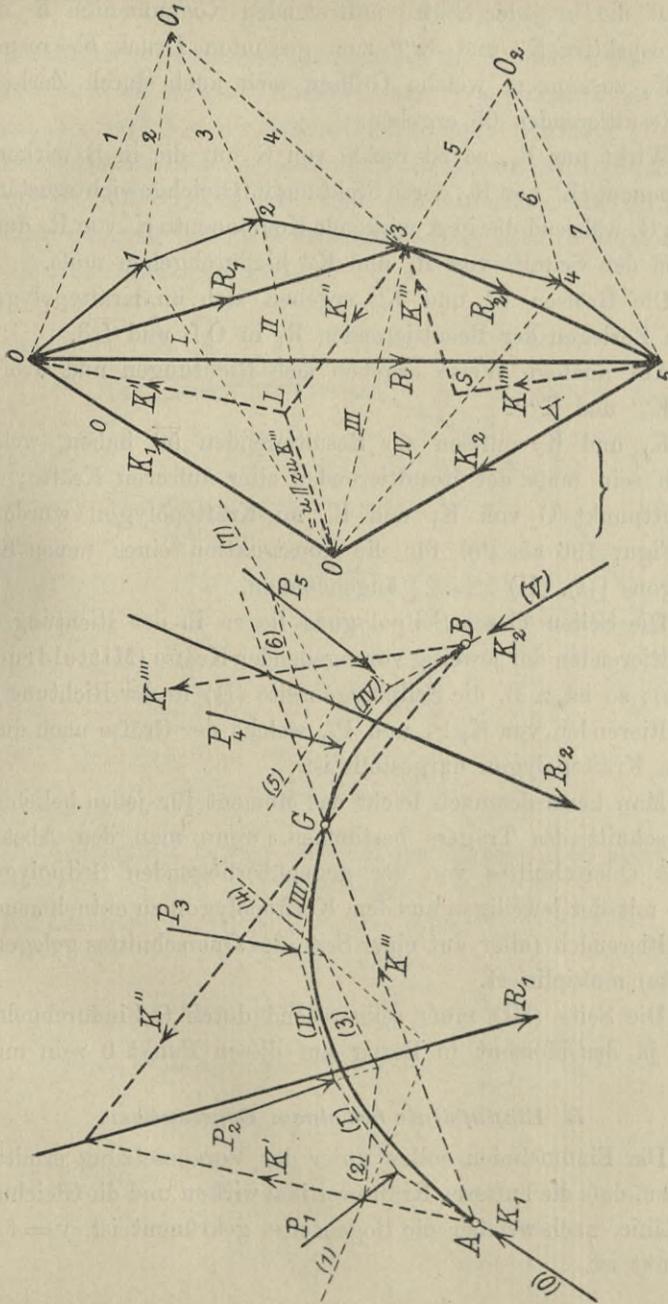


Fig. 196.

hierauf die in jeder Stütze auftretenden Komponenten K' und K'' respektive K'' und K''' zum gesamten Druck K_1 respektive K_2 zusammen, welche Größen sich auch durch Zerlegen der Resultierenden $\overline{05}$ ergeben.

Wirkt nur R_1 , so ist rechts von G nur die in B wirkende Komponente K'' von R_1 , deren Richtung im Gleichgewichtszustande durch G , während die in A wirkende Komponente K' von R_1 durch A und den Schnitt von R_1 und K'' hindurchgehen muß.

Die Größen K' und K'' ergeben sich im Kräftepolygone durch Zerlegen der Resultierenden R_1 in \overline{OL} und $\overline{L3}$.

Auf analoge Weise ergeben sich Richtungen und Größen von K''' und K'''' .

K_1 und K_2 müssen zur Resultierenden $\overline{50}$ haben, welche gleich sein muß der Resultierenden aller äußeren Kräfte; der Schnittpunkt O von K_1 und K_2 im Kräftepolygon wurde in der Figur 196 als Pol für die Konstruktion eines neuen Seilpolygons [(I), (II) . . .] angenommen.

Die Seiten dieses Seilpolygons liegen in der Richtung der Resultierenden der jeweilig vorangehenden Kräfte (Mitteldrucklinie); so ist, z. B. die Seilpolygonseite (II) in der Richtung der Resultierenden von K_1 P_1 und P_2 , welche der Größe nach durch II im Kräftepolygon dargestellt ist.

Man kann demnach leicht das Moment für jeden beliebigen Querschnitt des Trägers bestimmen, wenn man den Abstand dieses Querschnittes von der gegenüberliegenden Seilpolygonseite mit der jeweiligen aus dem Kräftepolygon zu entnehmenden Resultierenden (aller auf einer Seite des Querschnittes gelegenen Kräfte) multipliziert.

Die Seite (III) muß selbstredend durch G hindurchgehen, weil ja das Moment in Bezug auf diesen Punkt O sein muß.

B. Einflußlinie bei einem Bogenträger.

Die Einflußlinien sollen unter der Voraussetzung ermittelt werden, daß die äußeren Kräfte vertikal wirken und die Gleichung der Linie, nach welcher die Bogenachse gekrümmt ist, $y = f(x)$ bekannt ist.

1. Einflußlinie für die Stützendrücke.

Die Stützendrücke (Kämpferdrücke) in A und B Fig. 197 zerlegen sich in je zwei Komponenten, von welchen je eine vertikal, V_A und V_B , die andere H horizontal wirkt.

Die horizontalen Komponenten H müssen im Gleichgewichtszustand einander gleich sein und sich aufheben, da bei der vertikalen Stellung der äußeren Kräfte außer H keine horizontal gestellten Komponenten wirken.

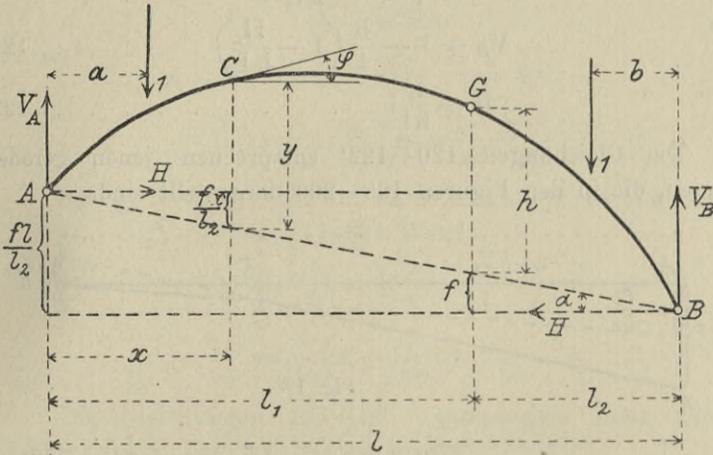


Fig. 197.

Die Lasteinheit bewege sich auf der Strecke AG, also:

$$l_1 \geq a \geq 0.$$

Im Zustande des Gleichgewichtes muß:

$$V_A + V_B - 1 = 0$$

$$V_A l - 1 (l - a) + H \frac{fl}{l_2} = 0$$

$$V_A l_1 - 1 (l_1 - a) - H \left(h + f - \frac{fl}{l_2} \right) = 0,$$

daher ist:

$$V_A = 1 - \frac{h + f}{hl} a \dots \dots \dots 120$$

$$V_B = \frac{h + f}{hl} a \dots \dots \dots 121$$

$$H = \frac{l_2}{hl} a \dots \dots \dots 122$$

Analoges ergibt sich, wenn sich die Lasteinheit auf der Strecke GB bewegt; also:

$$\begin{aligned}
 l_2 &\geq b \geq 0 \\
 V_A + V_B - 1 &= 0 \\
 V_A l_1 - 1 b + H \frac{f l_1}{l_2} &= 0 \\
 V_A l_1 - H \left(h + f - \frac{f l_1}{l_2} \right) &= 0 \\
 V_A &= \frac{b}{l_1} \left(1 - \frac{f l_1}{h l_2} \right) \dots \dots \dots 120' \\
 V_B &= 1 - \frac{b}{l_1} \left(1 - \frac{f l_1}{h l_2} \right) \dots \dots \dots 121' \\
 H &= \frac{l_1}{h l_1} b \dots \dots \dots 122'
 \end{aligned}$$

Die Gleichungen 120–122' entsprechen jenen geraden Linien, die in den Figuren 198–200 dargestellt sind.

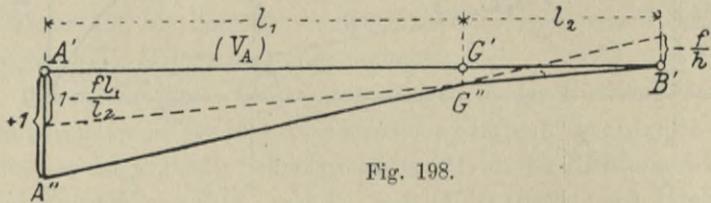


Fig. 198.

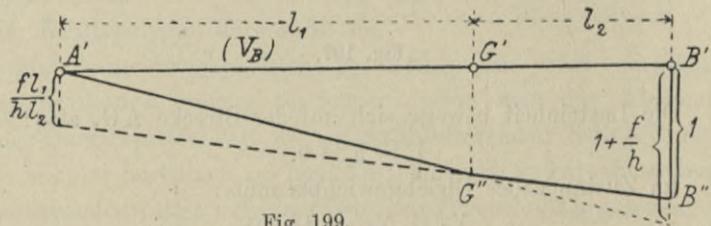


Fig. 199.

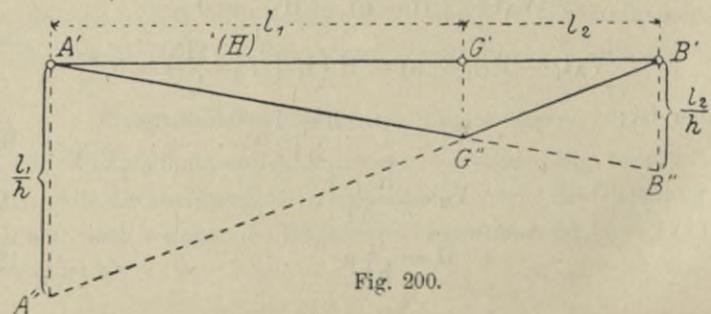


Fig. 200.

2. Einflußlinie für die Momente.

Bewegt sich die Last 1 auf der Strecke links von C, ist also

$$x \geq a \geq 0,$$

so ist:
$$M_c'' = V_A x - 1(x - a) - H\left(y - \frac{f}{l_2} x\right)$$

$$= \frac{a}{l} \left(1 - x - \frac{l_2}{h} y\right) \dots \dots \dots 123$$

Bewegt sich die Last 1 auf der Strecke rechts von C bis zum Gelenke G, ist also:

$$l_1 \geq a \geq x,$$

so ist:
$$M_c'' = V_A x - H\left(y - \frac{f}{l_2} x\right)$$

$$= x - \frac{a}{l} \left(x + \frac{l_2}{h} y\right) \dots \dots \dots 123'$$

Bewegt sich die Last auf der Strecke GB, ist also:

$$l_2 \geq b \geq 0,$$

so ist:
$$M_c'' = V_A x - H\left(y - \frac{f}{l_2} x\right)$$

$$= \frac{b}{l} \left(x - \frac{l_1}{h} y\right) \dots \dots \dots 123''$$

Die Gleichungen 123–123'' entsprechen jenen geraden Linien, die in Fig. 201 dargestellt sind.

Demnach ist für totale Belastung mit g des Eigengewichtes pro Längeneinheit:

$$M_c = g (\text{area } A' C'' N - \text{area } N G'' B')$$

und bei einseitiger Belastung mit p pro Längeneinheit:

$$\max M_c'' = p (\text{area } A' C'' N)$$

$$\min M_c'' = p (\text{area } N G'' B')$$

$$\text{area } A' C'' N = \frac{1}{2} \frac{1 h x}{h x + l_2 y} \cdot \overbrace{\left(1 - x - \frac{l_2}{h} y\right)}^{C' C''} \frac{x}{l} = F_1$$

$$\text{area } (N G'' B') = \frac{1}{2} \frac{l_2 y}{h x + l_2 y} \overbrace{\left(x - \frac{l_1}{h} y\right)}^{G' G''} \frac{l_2}{l} = F_2.$$

Ist $F_1 = F_2$, so treten bei Vollbelastung keine Biegungs-, sondern nur Druckspannungen auf; dies ist der Fall, wenn die

Achse des Trägers nach einer Parabel gekrümmt ist; soll nämlich $F_1 = F_2$ werden, so muß:

$$\frac{l_1 l_2^2}{h} y^2 - l_2 x (l_2 - x) y + h x^2 (1 - x) = 0$$

und hieraus:

$$\left[\frac{l_2}{h} y + x \right] \left[l_1 l_2 y - h (1 - x) x \right] = 0.$$

Ist: $\frac{l_2}{h} y + x = 0,$

so ist: $y = -\frac{h}{l_2} x$

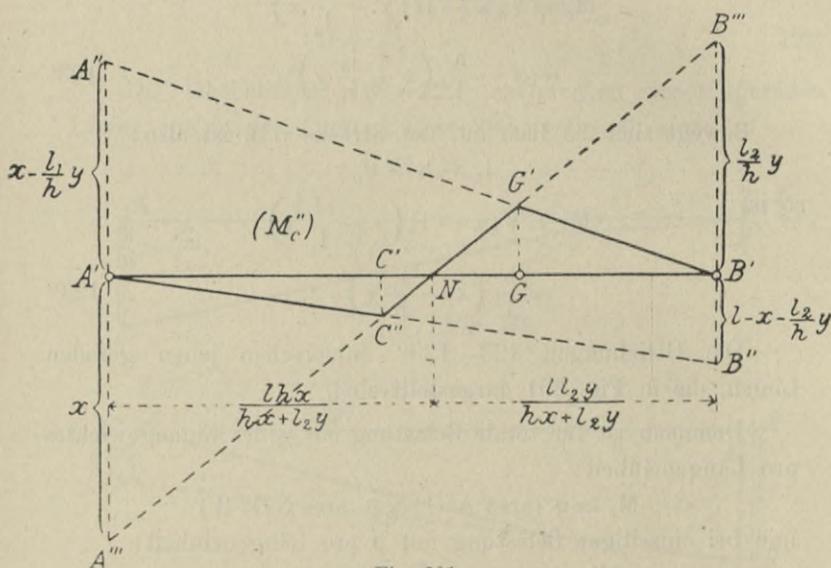


Fig. 201.

also die Gleichung einer Geraden, die jedoch für $x=1$ nicht durch B hindurchgeht, was aber der Fall sein muß; daher ist diese Wurzel unbrauchbar, während für:

$$l_1 l_2 y - h (1 - x) x = 0$$

$$y = \frac{h}{l_1 l_2} x (1 - x)$$

die Gleichung einer Parabel ist, die den Anforderungen entspricht.

3. Einflußlinie für die Axialkräfte.

Die in C Fig. 197 wirkende Axialkraft T_c ergibt sich, wenn die Last sich links von C bewegt, wenn also:

$$x \geq a \geq 0$$

mit:
$$T_c = (-V_A + 1) \sin \varphi - H \cos \varphi$$

$$= \frac{a}{hl} [(h + f) \sin \varphi - l_2 \cos \varphi] \dots 124$$

Bewegt sich die Last 1 rechts von C bis zum Gelenke G, ist also:

$$l_1 \geq a \geq x$$

so ist:
$$T_c = V_A \sin \varphi - H \cos \varphi$$

$$= \frac{a}{hl} [(h + f) \sin \varphi - l_2 \cos \varphi] - \sin \varphi \dots 124'$$

Bewegt sich die Last 1 auf der Strecke rechts vom Gelenke G, ist also:

$$l_2 \leq b \leq 0,$$

so ist:
$$T_c = -V_A \sin \varphi - H \cos \varphi$$

$$= -\frac{b}{hl} \left[\frac{hl_2 - fl_1}{l_2} \sin \varphi + l_1 \cos \varphi \right] \dots 124''$$

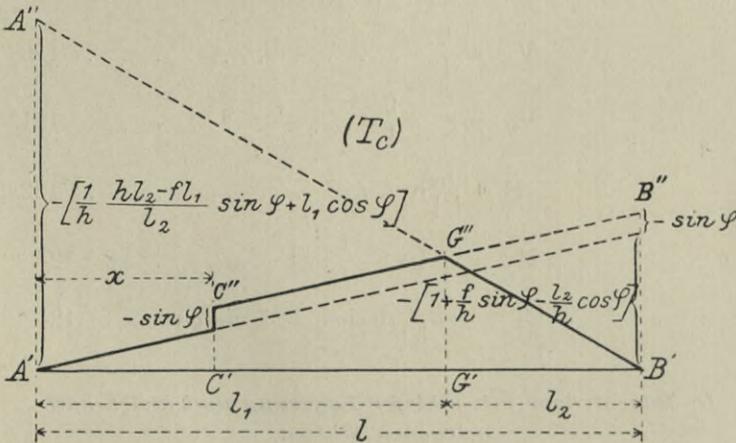


Fig. 202.

Die Gleichungen 124—124'' entsprechen jenen geraden Linien, welche in Fig. 202 dargestellt sind.

C. Die Stützen (Kämpfer) des Bogenträgers A und B liegen in gleicher Höhe.

In diesem Falle wird in Fig. 197 $f = 0$, und wenn die Last sich links vom Gelenke befindet:

$$V_A = 1 - \frac{a}{l} \dots \dots \dots 120''$$

$$V_B = \frac{a}{l} \dots \dots \dots 121''$$

$$H = \frac{l_2}{hl} a \dots \dots \dots 122''$$

dann für:

$$x \cong a \cong 0$$

$$M_c'' = \frac{a}{l} \left(1 - x - \frac{l_2}{h} y \right) \dots \dots \dots 123'''$$

$$T_c = \frac{a}{hl} (h \sin \varphi - l_2 \cos \varphi) \dots \dots \dots 124'''$$

für:

$$l_1 \cong a \cong x$$

$$M_c'' = x - \frac{a}{l} \left(x + \frac{l_2}{h} y \right) \dots \dots \dots 123''''$$

$$T_c = \frac{a}{hl} (h \sin \varphi - l_2 \cos \varphi) - \sin \varphi \dots \dots \dots 124''''$$

für:

$$l_2 \cong b \cong 0$$

$$V_A = \frac{b}{l} \dots \dots \dots 120''''$$

$$V_B = 1 - \frac{b}{l} \dots \dots \dots 121''''$$

$$H = \frac{l_1}{hl} b \dots \dots \dots 122''''$$

$$M_c'' = \frac{b}{l} \left(x - \frac{l_1}{h} y \right) \dots \dots \dots 123'''''$$

$$T_c = -\frac{b}{hl} (h \sin \varphi + l_1 \cos \varphi) \dots \dots \dots 124'''''$$

D. Bogenträger mit schiefer Lagerung und gleich hoch gelegenen Stützen.

Für einen solchen Träger (Föppl'sche Träger), Fig. 203, gelten alle sub C dieses Paragraphen aufgestellten Gleichungen, wenn man sich das Gelenk unendlich nahe an B verschoben denkt.

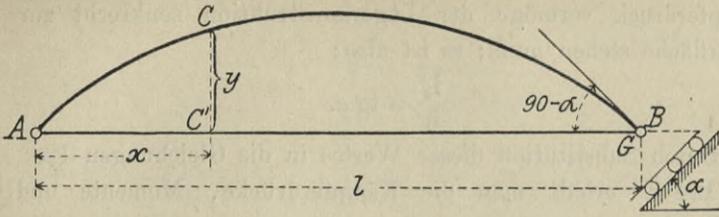


Fig. 203.

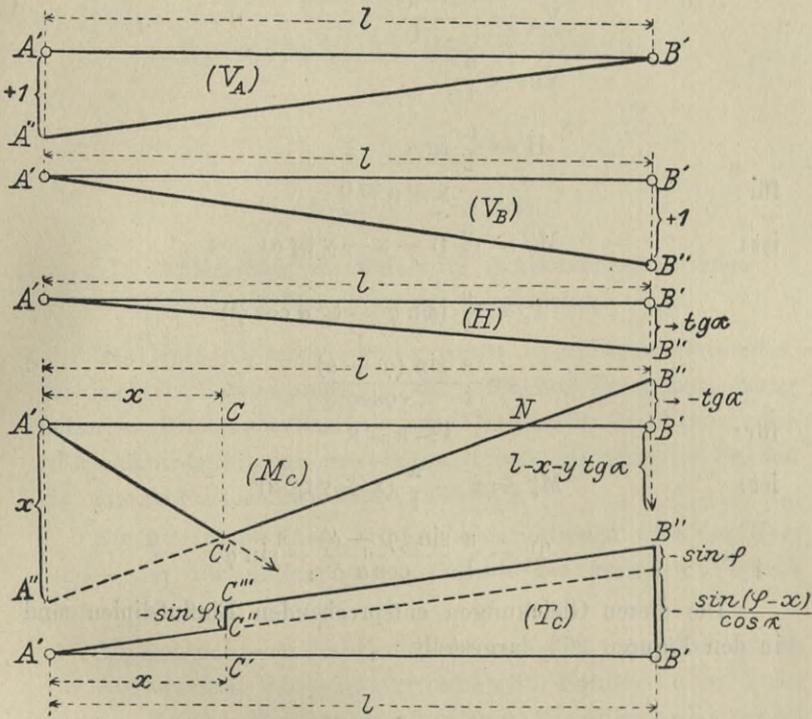


Fig. 203 a—e.

Es ist dann in Fig. 197:

$$l_1 = 1; l_2 = 0; h = 0,$$

der Wert: $\frac{l_2}{h} = \frac{0}{0}$

bestimmt sich, wenn man die unendlich kleine Entfernung des Gelenkes G von B berücksichtigt und vor Augen hält, daß der

Kämpferdruck vermöge der Lagerkonstruktion senkrecht zur Lagerfläche stehen muß; es ist also:

$$\frac{l_2}{h} = \operatorname{tg} \alpha.$$

Durch Substitution dieses Wertes in die Gleichungen 120'' bis 124'''' erhält man die Kämpferdrücke, Momente und Axialkräfte.

Es ist:

$$V_A = 1 - \frac{a}{l}$$

$$V_B = \frac{a}{l}$$

$$H = \frac{a}{l} \operatorname{tg} \alpha$$

für: $x \cong a \cong 0$

ist: $M_c'' = \frac{a}{l} (1 - x - y \operatorname{tg} \alpha)$

$$T_c = \frac{a}{l} (\sin \varphi - \operatorname{tg} \alpha \cos \varphi)$$

$$= \frac{a}{l} \frac{\sin (\varphi - \alpha)}{\cos \alpha}$$

für: $l \cong a \cong x$

ist: $M_c'' = x - \frac{a}{l} (x + y \operatorname{tg} \alpha)$

$$T_c = \frac{a}{l} \frac{\sin (\varphi - \alpha)}{\cos \alpha} - \sin \varphi.$$

Die diesen Gleichungen entsprechenden Einflußlinien sind in den Figuren 203 dargestellt.

II. Abschnitt. Konstruktion der Brücken.

1. Kapitel.

Hölzerne Brücken.

§ 1. Anwendung des Holzes für Brückenkonstruktionen und Einteilung der Holzbrücken.

Das Holz ist wegen des geringen spezifischen Gewichtes, der leichten Bearbeitung und der einfachen Zusammensetzung hölzerner Brückenbestandteile zum Ganzen für provisorische Brückenkonstruktionen sowohl im Kriege als auch im Frieden ein unentbehrliches Brückenbaumaterial.

Zu permanenten Brückenkonstruktionen wird das Holz jedoch nur für untergeordnete Objekte bei geringem Verkehr verwendet.

Hinsichtlich der Fahrbahn unterscheidet man, abgesehen von Aquädukten: Strafsenbrücken für Fuhrwerke und Fußgänger, Stege für letztere allein und Eisenbahnbrücken (Eisenbahnprovisorien).

Hinsichtlich der Tragkonstruktion gibt es Holzbrücken mit:

Balkenträgern,
Gitterträgern,
Häng- und Sprengwerksträgern,
Bogenträgern und
kombinierten Träger-Systemen.

§ 2. Baumaterialien für Holzbrückenkonstruktionen.

A. Holzmaterialien.

1. Angewendete Holzarten.

Das Holz, welches man für Brückenkonstruktionen verwendet, muß sich durch geraden Wuchs, hinreichende Länge, gewisse Elastizitäts- und Festigkeits-Eigenschaften und eine entsprechende Bestandsdauer auszeichnen.

Man verwendet sowohl Nadelholz als auch Laubholz und zwar von ersteren:

- die Kiefer, Föhre (*pinus silvestris*),
- die Fichte, Rottanne (*pinus abies*, *abies exelsa*),
- die Tanne, Weiß- oder Edeltanne (*pinus pinca*,
abies pecli-nata) und
- die Lärche (*larix europaea*);

von letzteren:

- die Eiche (*quercus*),
- die Rotbuche (*fagus sylvatica*) und
- die Erle (*alnus glutinosa*).

Das Laubholz findet jedoch der vielen Äste und des zumeist krummen Wuchses wegen weniger Anwendung als das Nadelholz; hat man im Laubholz Auswahl, so verwendet man Eichenholz für Träger, Buchen für Bohlen und Erlen für Unterlagen.

2. Das Schwinden und Quellen des Holzes.

Beim Verluste des Wassers vermindern sich die Dimensionen des Holzes, bei der Aufnahme von Wasser vergrößern sich dieselben; ersteres nennt man das Schwinden, letzteres das Quellen des Holzes.

Das Schwinden des Holzes hat verschiedene Nachteile zur Folge:

Da das Holz in der Nähe der Oberfläche schneller trocknet, als im Innern, der innere Kern also das Schwinden der äußeren Schichten in der Richtung der Jahresringe hemmt, entsteht eine Spannung in der Richtung der letzteren, welche oft Risse oder

Spalten, die sogenannten Trockenspalten, erzeugt, Fig. 204. Rechteckig beschlagenes Holz reißt hauptsächlich in der Nähe der Seitenmitte (Fig. 205). Halb- und Viertelholz (Fig. 206 bis 208) ist dem Reißen weniger ausgesetzt. Ein Brett schwindet auf der von der Mitte des Stammes entfernteren Seite mehr, als auf der anderen, es krümmt sich daher nach Fig. 209.

Ein Brett, welches den Querschnitt-Mittelpunkt des Stammes selbst enthält, krümmt sich nach Fig. 210.

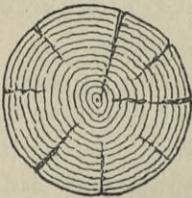


Fig. 204. [1:12]



Fig. 205. [1:12]

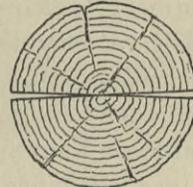


Fig. 206. [1:12]

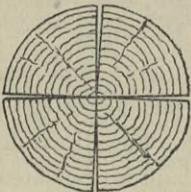


Fig. 207. [1:12]



Fig. 208. [1:12]



Fig. 209. [1:12]



Fig. 210. [1:12]

An der Stirnseite entstehen, da von hier aus das Trocknen gegen das Innere des Stammes schneller erfolgt, als vom Umfange aus, ebenfalls leicht Risse, sogenannte Kernrisse.

Bei gleichmäßiger Austrocknung in allen Teilen entstehen keine Risse, dagegen lockern sich, wie überhaupt beim Schwinden des Holzes, in Konstruktionen die Verbindungsmittel.

Die Risse haben auf die Tragkraft des Holzes keinen wesentlichen Einfluß; wohl aber wirken sie dadurch sehr nachteilig, daß sie das Wasser aufnehmen, in das Innere führen und damit das Faulen des Holzes begünstigen.

Infolge eines ungleichen Schwindens oder Quellens, veranlaßt durch die Verschiedenheit in der Textur des Holzes, werden die Hölzer windschief.

Bei lufttrockenem Holze, welches gegen den Einfluß des Wassers und gegen einseitiges Austrocknen geschützt ist, machen sich diese Übelstände wenig fühlbar.

3. Fehler und Bestandsdauer des Holzes.

Für Brückenkonstruktionen soll man womöglich nur gesundes, fehlerloses Holz verwenden, da fehlerhaftes Holz viel eher dem Verderben unterliegt als gesundes.

Risse, und zwar in der Form von sogenannten Spiegelklüften, die sich wieder in Wald- oder Strahlenrisse bei saftlosem Kern alter Bäume und in Frost-, Eis- oder Kalt- risse, die infolge großer Kälte entstehen, unterscheiden; dann Ringklüfte, die zwei benachbarte Jahresringe ganz oder teilweise trennen und infolge unregelmäßiger Bildung der Jahresringe durch Frost oder starke Hitze entstehen, ermöglichen, wie die Trockenspalten und Kernrisse, das Eindringen des Wassers in das Innere des Holzes und verursachen die Fäulnis.

Die Fäulnis unterscheidet sich in eine nasse und eine trockene Fäulnis, je nachdem das Holz stets mit Feuchtigkeit umgeben ist (wie z. B. Holz in feuchter Erde), ohne direkt im Wasser zu liegen, oder je nachdem sich das Holz bald im Feuchten, bald im Trockenen befindet. Die trockene Fäulnis kennzeichnet sich in Vermorschen, Vermodern oder Verstocken des Holzes.

Faulendes Holz hat an feuchten, von Luft und Licht abgeschlossenen Stellen zumeist auch die Bildung des Holzschwammes zur Folge. Chlorzink, eine Mischung von Carbonsäure und Natronlauge, u. dgl. werden als Gegenmittel gegen den Holzschwamm angewendet.

Die Rotfäule, d. i. ein hoher Grad der Zersetzung, gibt sich durch braune, rotbraune oder rote Farbe und Fäulnisgeruch kund; sie zeigt sich im Innern sehr alter Stämme.

Das Laubholz leidet oft unter der Weißfäule; sie färbt das Holz heller und macht es phosphorescierend.

Je nach dem Orte des Auftretens der Fäulnis unterscheidet man Stockfäule, Kernfäule, Splintfäule und Astfäule.

Brand nennt man eine Fäulnis, die infolge von Verletzungen der Rinde entsteht, während man mit Krebs diejenige Fäulnis bezeichnet, die sich infolge von Auswüchsen, sogenannten Kröpfen am Grunde von Ästen entwickelt.

Spiralförmig verlaufende Fasern, häufig bei Kiefern, Tannen, Eichen und Buchen zu finden, nennt man den Drehwuchs. Werden derartige Hölzer behaut, so vermindert man durch das Zerschneiden der Fasern ihre Tragfähigkeit.

In freier Luft hält die

Eiche	zirka 14—16 Jahre,
Lärche	„ 9—10 „
Kiefer	„ 7— 8 „
Tanne und Fichte	„ 4— 5 „ und
Buche	„ 2 ¹ / ₂ —3 „

stand.

Diese Bestandsdauer, welche man bei Eisenbahnschwellen beobachtet hat, kann durch Imprägnierung, Anstrich, entsprechenden Schutz gegen Witterungseinflüsse, Trockenhaltung und dgl. erhöht werden; hiedurch, insbesondere durch Imprägnierung, wird auch der sogenannte Wurmfraß, d. i. die Zerstörung des Holzes durch Insekten und ihre Larven, hintangehalten.

In Brücken, wo das Holz eine günstigere Lage hat und eine andere Inanspruchnahme erleidet als die Eisenbahnschwellen, wird die Bestandsdauer des Holzes bei guter Brückenkonstruktion für Nadelhölzer auf 15—20, für Eichenholz auf 30—40 Jahre erhöht, vorausgesetzt, daß das Holz mechanischen Einflüssen nicht ausgesetzt ist.

4. Einteilung des Bauholzes.

Das Bauholz unterscheidet man in:

a) Rundholz und zwar Lang- oder Stammholz, wenn die Länge größer als 8 m ist, und Blockholz in Stücken von 3 bis

8 m Länge; dann: extra starkes Bauholz von 0,35 bis 0,45 m Dicke am Zopfe, 12 bis 16 m Länge für starke Träger; starkes Bauholz mit 0,30 bis 0,35 m Durchmesser am Zopfe, 10 bis 15 m lang für mittelstarke Träger, Piloten u. s. w.; mittelstarkes Bauholz 0,25 bis 0,30 m stark am Zopfe, 8 bis 12 m lang für schwächere Konstruktionsteile.

Der Stamm-Durchmesser ändert sich auf 1 m Länge beim Nadelholze ungefähr um 6 bis 8 mm, beim Eichenholze um 3 bis 4 mm.

b) Kantholz, mit quadratischem oder rechteckigem Querschnitte, wird aus dem Stammholze entweder durch Beschlagen mit der Bandhacke und dem Breitbeil oder durch Zerschneiden mit der Säge hergestellt.

Je nachdem aus einem Stammquerschnitte 1, 2, 4 oder 6 Kantholzquerschnitte gebildet werden, entsteht das Ganzholz, Halbholz, Kreuzholz und Sechstelholz (Fig. 211—215); das letztere kommt im Brückenbau wenig zur Anwendung. Die drei letzteren Arten nennt man auch kantiges Schnittholz, das Kreuz- und Sechstelholz auch Riegelholz oder Stollen.

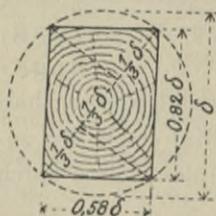


Fig. 211. [1:12]

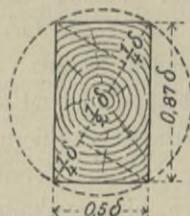


Fig. 212. [1:12]

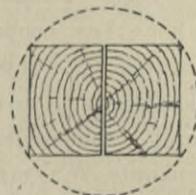


Fig. 213. [1:12]

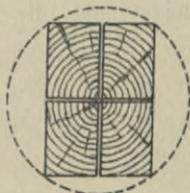


Fig. 214. [1:12]

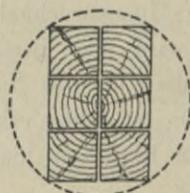


Fig. 215. [1:12]

Für Brückenträger ergibt sich das günstigste Verhältnis der Breite b zur Höhe h bei einem Durchmesser δ , Fig. 211, auf folgende Weise:

Es ist nach Gleichung 8:

$$W = \frac{1}{6} b h^2$$

$$b^2 + h^2 = \delta^2; h^2 = \delta^2 - b^2$$

$$W = \frac{1}{6} b (\delta^2 - b^2)$$

$$\frac{dW}{db} = \frac{1}{6} (\delta^2 - 3b^2) = 0$$

$$\delta^2 = 3b^2;$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{3}} \delta = 0,577 \delta$$

$$h = \sqrt{\frac{2}{3}} \delta = 0,816 \delta; b : h = 0,707 : 1.$$

Mit Rücksicht auf die Kosten des Beschlagens und des Holzabfalles ist ein größeres Verhältnis und zwar $b : h = 0,75 : 1$ zweckmäßiger.

Setzt man Halbholz voraus, so ergibt sich der kleinste Stammdurchmesser für bestimmte Querschnittsdimensionen, wenn man $b : h = 0,353$ wählt.

Für den Brückenbelag (II. Absch., 1. Kap., § 3) bedarf man, die Wirkung von Raddrücken vorausgesetzt, theoretisch des kleinsten Stammholz-Volumens, wenn das Verhältnis $b : h = 1,414$, für Halbholz 2,828 ist.

Das Halbholz ist in diesem Verhältnisse auch für andere Konstruktionsteile wie Zangen, Windstreben und dergl. anzuwenden.



Fig. 216. [1:12]

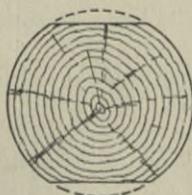


Fig. 217. [1:12]

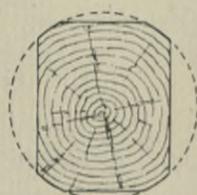


Fig. 218. [1:12]

Zur Ersparnis an Material wendet man nicht immer vollkantiges, sondern auch häufig baumkantiges oder waldkantiges Holz an Fig. 216—218.

c) Breites Schnittholz oder Schnittholz im engeren Sinne. Je nach der Dicke und Breite unterscheidet man:

Bohlen oder Posten von 5 bis 15 cm Dicke, bei 20 bis 25 cm Breite, 3 bis 8 m Länge.

Bretter von $1\frac{1}{2}$ bis $4\frac{1}{2}$ cm Dicke, bei 20 bis 32 cm Breite, 3 bis 8 m Länge.

Latten von $2\frac{1}{2}$ bis 5 cm Dicke, 5 bis 10 cm Breite, und 3 bis 5 m Länge.

5. Gewicht des Holzes.

Bei der Gewichtsberechnung von Brücken kann man für das gegen Nässe vollkommen geschützte Holz das Gewicht des lufttrockenen Holzes einführen, während das nicht gegen Nässe geschützte Holz, z. B. Bohlen, nach dem Gewichte des grünen Holzes zu rechnen ist.

Für die nicht vollkommen geschützten Teile kann ein Mittelwert eingeführt werden. Durchschnittlich ist das spezifische Gewicht für:

Nadelholz lufttrocken 0,57; nafs 0,87; mittel 0,72,
Eichenholz „ 0,78; „ 1,00; „ 0,90.

Der Wassergehalt beträgt bei grünem Holze 35 bis 45 Prozent, bei lufttrockenem 10 bis 20 Prozent des Gewichtes. Durch das völlige Durchnässen, z. B. durch längeres Liegen im Wasser, kann das Gewicht des Nadelholzes um durchschnittlich 110 Prozent, das des Eichen- oder Buchenholzes um 75 Prozent, das des Erlenholzes sogar um 150 Prozent zunehmen.

6. Elastizität und Festigkeit des Holzes.

Der Elastizitätsmodul E ist für Zug und Druck nahezu gleich groß und beträgt im Mittel ungefähr 110000 at.

Der Wassergehalt hat auf denselben keinen großen Einfluß; bei zunehmendem Wassergehalte nimmt E etwas ab, und zwar um za. 5 bis 17 Prozent, wenn der Wassergehalt um 10 Prozent (des ganzen Holzgewichtes) wächst. Wesentlich größeren Einfluß hat der Wassergehalt auf die Elastizitätsgrenze; mit abnehmender Feuchtigkeit wird der Grenzkoeffizient

erhöht und zwar derart, daß bei stark gedörretem Holze die Elastizitätsgrenze sogar in die Nähe des Bruches fällt. Werte der Festigkeit und zulässigen Inanspruchnahme des Holzes sind im ersten Abschnitte angegeben.

B. Holzverbindungen.

Die Holzverbindungen sollen möglichst einfach, dann der Richtung und Größe der wirksamen Kraft angepaßt sein und das Holz möglichst wenig schwächen; sie sollen ferner keine Wassersäcke, d. s. Räume, in welchen sich das Niederschlagswasser ansammeln kann, bilden und der Luft zum Zwecke des Austrocknens guten Zutritt bieten.

Im Brückenbau kommen die Stöße, Überplattungen, Verkämmungen, Versatzungen, Verzapfungen, wie auch später folgende Figuren zeigen, in allen ihren Arten in Anwendung.

Von den eisernen Verbindungsmitteln sind die Nägel, Schrauben, Bänder und Klammern, dann eiserne Schuhe in Verwendung.

§ 3. Die Brückenbahn.

A. Strafsenbrücken.

Die Brückenbahn bei Strafsenbrücken besteht im allgemeinen aus zwei Hauptbestandteilen: der Brückentafel und der Brückendecke.

1. Die Brückentafel.

Die Brückentafel ist derjenige Teil der Brücke, welcher direkt auf den Trägern oder auf Quer- und Längsträgern (Fahrbahngerippe) aufruhet und die Brückendecke zu tragen hat. Die Brückentafel wird fast immer aus einem Belag von Bohlen oder stärkeren Hölzern (Streuhölzern) gebildet, weshalb für sie auch die Namen Brückenbelag, Brückentreu und Bohlenbelag gebräuchlich sind.

Für Brücken mit geringem Verkehr bildet die Brückentafel zugleich auch die Brückendecke und hat als solche die Verkehrslast direkt zu tragen. In diesem Falle sind die Belagshölzer

senkrecht zur Brückenachse anzuordnen, während sonst ihre Lage eine beliebige ist.

Zwischen den einzelnen Bohlen läßt man zur Abführung des Wassers, wenn sie nicht direkt befahren werden, einen Zwischenraum von 3 bis 8 cm, Fig. 219, versieht sie mit einem Teeranstrich oder deckt sie wasserdicht ab.

Die Bohlen werden entweder jede für sich mit den Trägern durch 2 bis 4 Nägel, besser durch Schrauben befestigt, oder aber zumeist gemeinschaftlich durch an den Rändern der Bohlen mit den Ortbalcken (II. Absch., 1. Kap., § 5) verschraubten Schwellen (Streifbäume, Saumhölzer), z. B. Fig. 225 u. 226 festgehalten. Der Abstand dieser Streifbäume von einander gibt dann zugleich auch die Brückenbreite an.

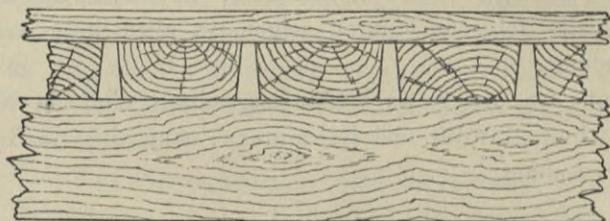


Fig. 219. [1:10]

Bei breiten Brücken ist es zweckmässig die Bohlen in der Breitenmitte der Brücke zu stoßen, Fig. 264, da man in diesem Falle eventuell die eine Hälfte des Belages auswechseln kann, ohne den Verkehr auf der Brücke unterbrechen zu müssen.

Am dauerhaftesten für den Bohlenbelag ist das Eichenholz; nebediesem findetauch Nadelholz und Rothbuchenholz Anwendung.

Die Berechnung der Bohlen wird unter der Annahme durchgeführt, daß man sie als auf zwei Stützen frei aufruhende Träger betrachtet, deren Stützweite gleich ist dem Abstände der Brückenträger.

In der Regel ist dieser Abstand nur so groß, daß ein Rad über die Längenmitte der Bohle gestellt, Fig. 220, am ungünstigsten wirkt (Gleichung 38); es ist daher das maximale äußere Moment:

$$M_{\max} = \frac{1}{4} D l + \frac{1}{8} g b l^2,$$

wenn Fig. 220 D den Raddruck und g das Eigengewicht samt dem Gewichte der Decke pro Längeneinheit bedeutet. Demnach ist nach Gleichung 7 und 8:

$$\frac{1}{6} b d^2 k_b = \frac{1}{4} D l + \frac{1}{8} g b l^2;$$

oder:
$$d = \sqrt{\frac{3(2D + bgl)l}{4k_b b}}$$

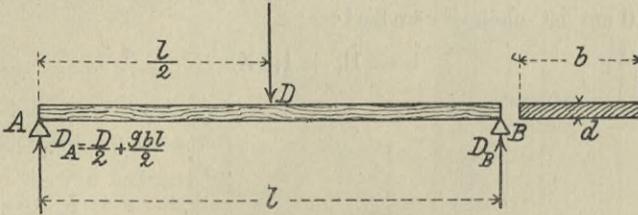


Fig. 220. [1:20]

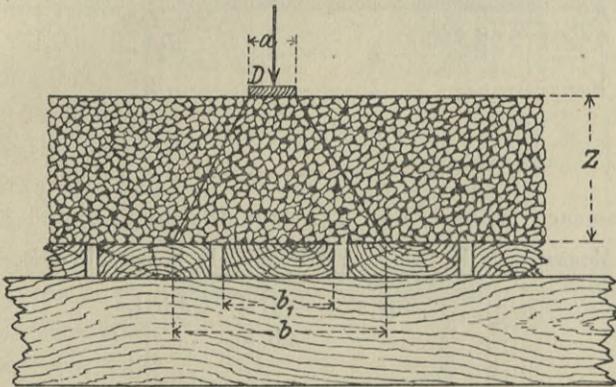


Fig. 221.

Mit Rücksicht auf die Abnutzung durch direkte Berührung mit den Rädern, falls keine Brückendecke vorhanden ist, hat man den Wert von d je nach der Frequenz der Brücke um 3 bis 5 cm zu erhöhen.

Ist die Brückendecke in der Form einer Beschotterung z. B. Fig. 224 bis 226 gebildet, so ist bei der Berechnung der Strohbohlen auch noch die Druckverteilung (durch die Reibung im Schotter) nach Fig. 221 zu berücksichtigen.

Auf die zu berechnende Bohle fällt vom Raddruck D eine Last:

$$D_1 = \frac{b_1}{b} D,$$

welche sich auf die Breite b_1 der Bohle und auf die Länge b verteilt.

Bei einer Dicke Z der Schotterdecke und einer Felgenbreite $a = 10$ cm ist nach Fränkel:

$$b = 10 + 1,5 Z.$$

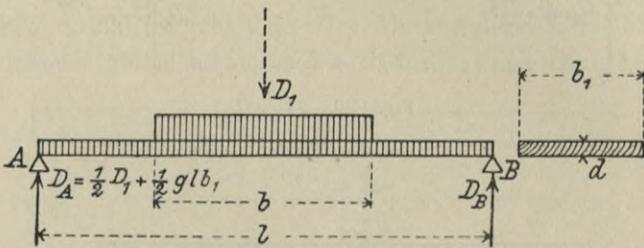


Fig. 222. [1:20]

Demnach ist nach Fig. 222 dann Gleichung 7 und 8:

$$M_{\max} = \frac{1}{4} D_1 l + \frac{1}{8} g b_1 l^2 - \frac{1}{8} D_1 b = \frac{1}{6} b_1 d^2 k_b$$

und:

$$d = \sqrt{\frac{3 D_1 (2l - b) + \frac{1}{8} g b_1 l^2}{4 b_1 k_b}}$$

2. Die Brückendecke.

Als Brückendecke, welche den Zweck hat die Brückentafel gegen schnelle Abnützung zu sichern, wird bei Holzbrücken entweder ein zweiter Bohlenbelag, die Fahrbohlen genannt, eine Beschotterung oder, jedoch selten, ein Stein- oder Holzpflaster angewendet.

Die Fahrbohlen legt man senkrecht zur Brückenachse Fig. 223 und befestigt sie mit Nägeln, Schrauben oder mit Streifbäumen.

Bei breiten Brücken ist die Anordnung nach Fig. 264 zu treffen.
 Hartes Holz ist für Fahrbohlen geeigneter als weiches.

Die Dicke der Fahrbohlen schwankt je nach der Frequenz und Holzgattung zwischen 3,5 und 7 cm.

Eine Beschotterung ist billiger und leichter zu erhalten als ein Fahrbohlenbelag.

In der Regel gibt man der Schotterdecke an den Rändern eine Dicke von 8 bis 15 cm; gegen die Mitte hin nimmt die Dicke meistens derart zu, daß dortselbst eine Überhöhung von za. $\frac{1}{50}$ der Brückenbreite eintritt, Fig. 224 bis 226.

Das Steinpflaster findet bei Holzbrücken höchstens Anwendung bei Brücken in der Nähe von Städten oder in diesen selbst.

Es belastet die Brücke zu sehr, hindert das Austrocknen

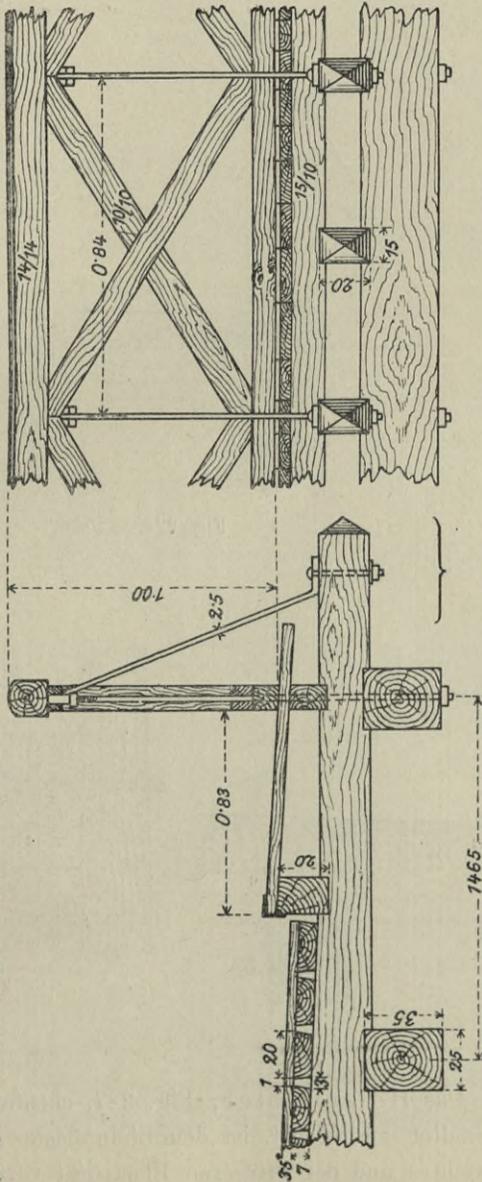


Fig. 223. [1:25]

des Brückenbelages und erschwert wesentlich die notwendige öftere Kontrolle desselben.

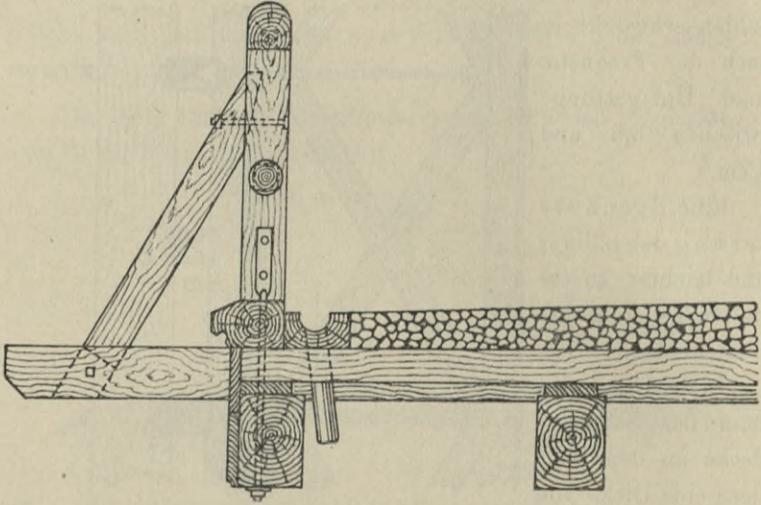


Fig. 224. [1:25]

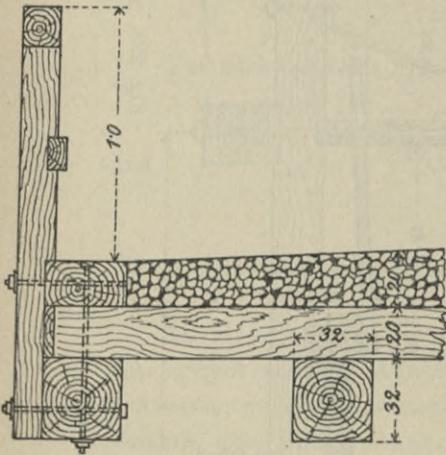


Fig. 225. [1:25]

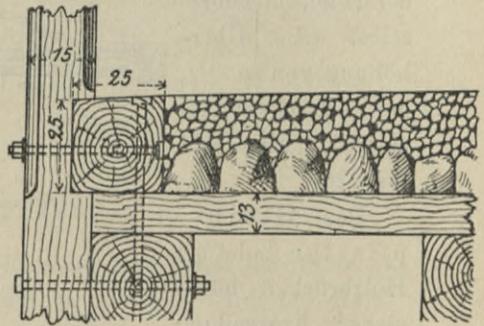


Fig. 226. [1:20]

Das Holzpflaster, Fig. 227, ebenfalls nur bei Brücken in Städten ausgeführt, ist dem Steinpflaster wegen des geringen Gewichtes und der größeren Elastizität vorzuziehen.

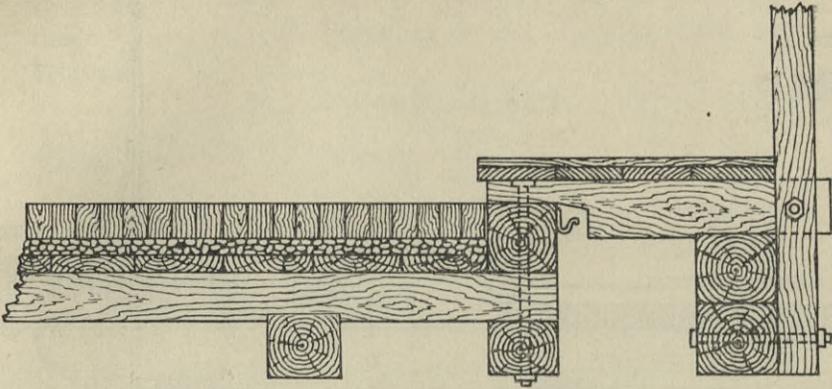


Fig. 227. [1:25]

3. Fufsstege.

Bei sehr frequentierten Brücken ist, wie unter andern auch in den Fig. 228 bis 231 zum Ausdrucke gebracht, ein eigener Fufssteg oder Fußweg neben der Fahrbahn anzuordnen; es empfiehlt sich, den Fufssteg gegenüber der Fahrbahn zu erhöhen.

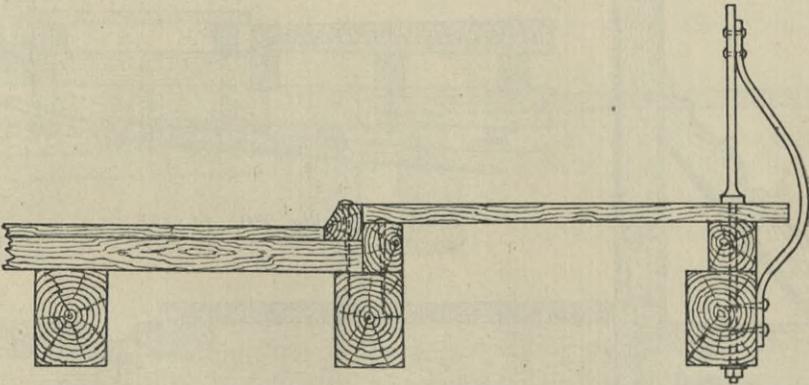


Fig. 228. [1:25]

Die Berechnung der Bohlen für den Fufssteg erfolgt unter der Annahme dicht nebeneinanderstehender Menschen für eine Belastung von $q = 170 \text{ kg pro l. m}$ einschließlich des Eigen-

Schnitt C.D.

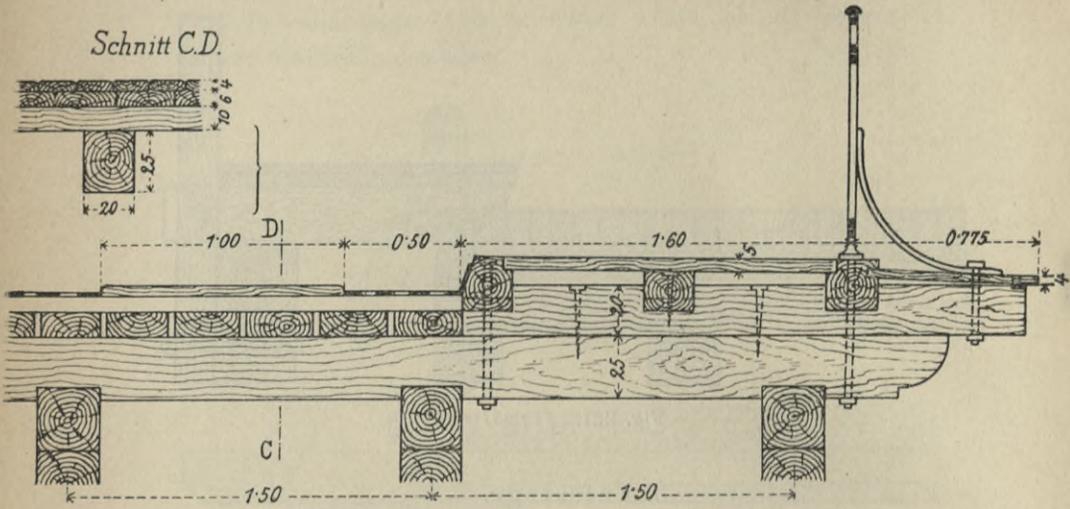


Fig. 229. [1:25]

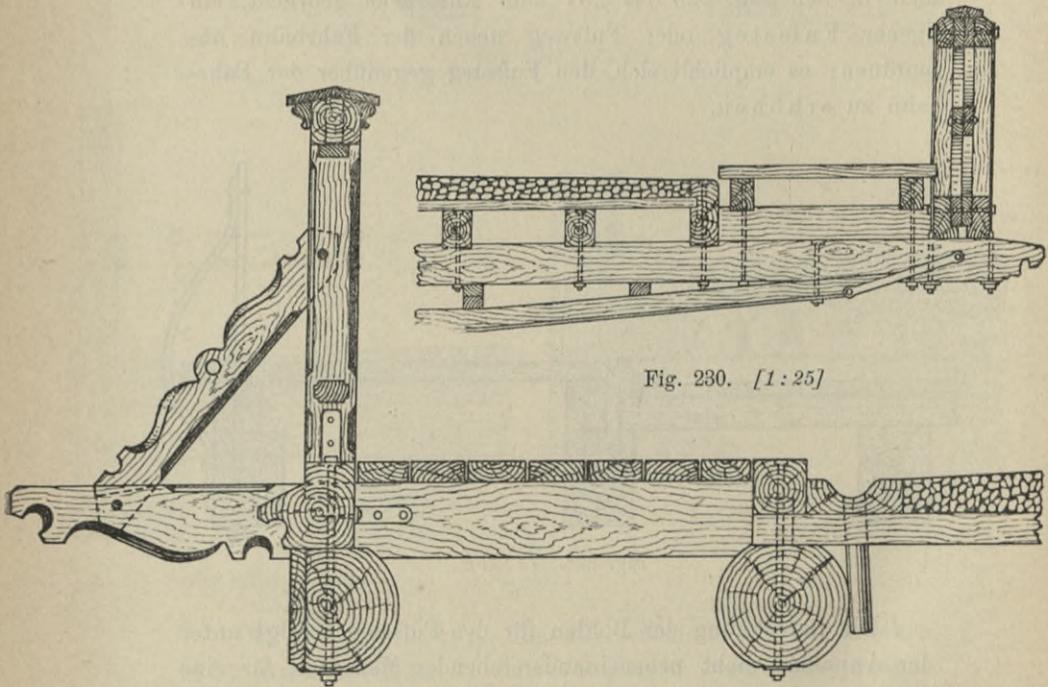


Fig. 230. [1:25]

Fig. 231. [1:25]

gewichtes der Bohlen. Ist die Spannweite einer Bohle l , die Breite b , so ist nach Gleichung 7 und 8 entsprechend der Belastung:

$$M_{\max} = \frac{1}{8} q b l^2 = \frac{1}{6} b d^2 k_b.$$

Hieraus ist:
$$d = l \sqrt{\frac{3q}{4k_b}}.$$

In Städten findet man manchmal über diesem Bohlenbelag noch eine Abdeckung, z. B. mit Asphalt, Steinplatten, Mosaikpflaster und dergl.

4. Entwässerung.

Das auf die Fahrbahn kommende Niederschlagswasser soll möglichst rasch von der Oberfläche derart abgeführt werden, daß andere Konstruktionsteile, insbesondere schwer auswechselbare, von demselben nicht getroffen werden.

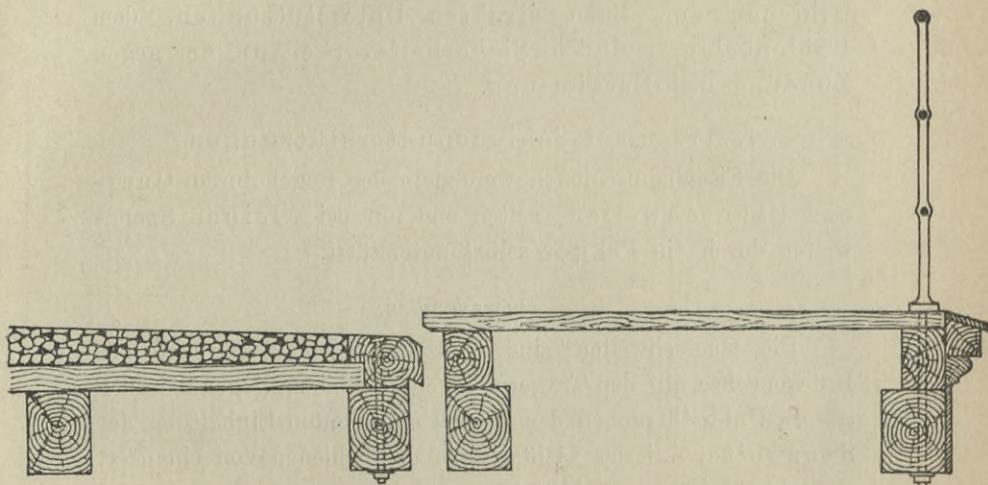


Fig. 232. [1:25]

Ist kein erhöhter Fußweg vorhanden, so läßt man das Wasser entweder über die Saumschwelle hinweg ablaufen, oder man ordnet neben dem Geländer eine hölzerne oder gepflasterte Rinne an; ist ein erhöhter Fußweg vorhanden, so leitet man das Wasser gewöhnlich zwischen diesem und der Fahrbahn ab.

Konstruktive Anordnungen zeigen die Fig. 224 bis 233.

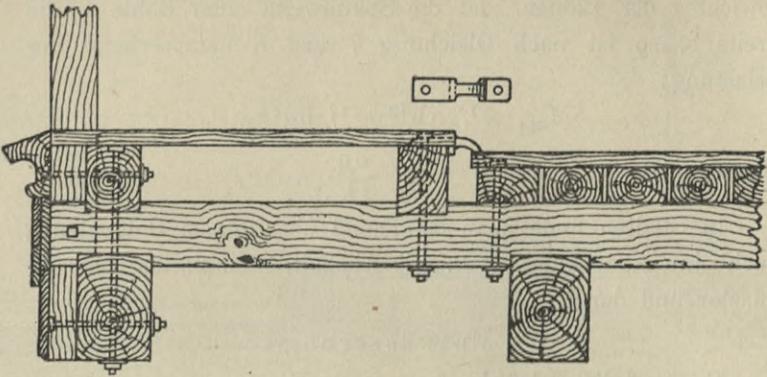


Fig. 233. [1:25]

B. Eisenbahnbrücken.

Die Fahrbahn bei Eisenbahnbrücken besteht aus den Schienen samt ihren direkten Unterstützungen, dem Bohlenbelag und den Sicherheitsvorkehrungen gegen Zündung und Entgleisung.

1. Arten der Schienenunterstützungen.

Die Eisenbahnschienen werden in der Regel durch Quer- oder Langschwelen, selten und nur bei kleinen Spannweiten durch die Träger selbst unterstützt.

a. Querschwellen.

Die Querschwellen sind Hölzer, welche senkrecht zur Brückenachse auf den Trägern liegen; sie bieten gegenüber den andern Unterstützungen den Vorteil einer guten Einhaltung der Spurweite, d. i. der Lichtabstand der Schienen von einander, ohne hiefür besondere Mittel anwenden zu müssen.

Der notwendige Querschnitt der Schwellen richtet sich nach der Art der Trägereuteilung, also nach der Unterstüzung der Querschwellen. Wird die Querschwelle nicht auf Biegung beansprucht wie z. B. in Fig. 234 und 235, so gibt man derselben den gleichen Querschnitt wie auf der Bahnstrecke und zwar die Breite mit $2 Q + 12$ cm, die Höhe mit $Q + 9,5$ cm, wenn Q den Raddruck der Lokomotive in Tonnen bedeutet.

Wird die Schwelle auf Biegung beansprucht nach Fig. 236 so muß nach Gleichung 7 und 8:

$$\frac{1}{6} b h^2 k_b = Q a$$

oder bei einer angenommenen Schwellenbreite b die Höhe

$$h = \sqrt{\frac{6 Q a}{k_b b}}$$

sein.

Der Wert c Fig. 236 ist mit 7 bis 8 cm anzunehmen.

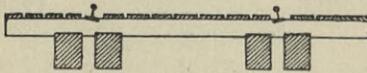


Fig. 234. [1:60]

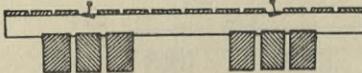


Fig. 235. [1:60]

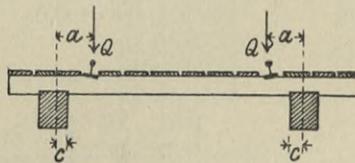


Fig. 236. [1:60]

Damit der Schienensteg senkrecht zum konisch geformten Laufkranz des Rades stehe, ist die Schiene gegen die Bahnachse zu neigen. Aus diesem Grunde muß die Schwelle an den Auflagerstellen der Schienen entsprechend ausgenommen, gedexelt werden; der gefundene Wert von h ist hierfür um 2 bis 3 cm zu erhöhen.

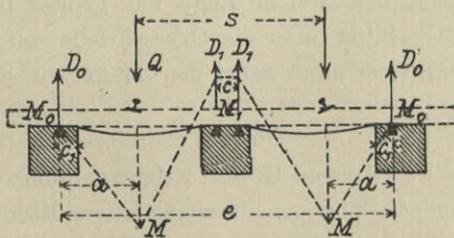


Fig. 237. [1:60]

Wenn die Schwelle durch drei Träger unterstützt wird Fig. 237, so gibt man diesen eine solche Entfernung von einander, daß jeder Träger gleichen Druck erfährt. Diese Entfernung ergibt sich mit Hilfe der Theorie der kontinuierlichen Träger.

Einen praktisch-brauchbaren Wert für die Entfernung e , Fig. 237, der Träger voneinander erhält man aus:

$$e = 1,292 s - 0,4 \frac{c^2}{s} \dots \dots \dots 125$$

worin $c = 0,15$ zu setzen ist.

Ebenso werden 4 Träger entweder nach Fig. 234 oder aber nach Fig. 238 so verteilt, daß jeder derselben gleichen Druck erfährt; für den Fall Fig. 238 ist:

$$e = 1,532 s - 0,6 \frac{c^2}{s} \dots \dots \dots 125'$$

und

$$c = 0,5.$$

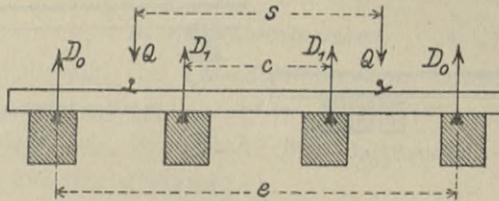


Fig. 238. [1:60]

Die Querschwellen werden auf der Brücke, je nach der Schienenstärke, in Entfernungen von 70 bis 85 cm durch je 2 Schrauben mit 20 bis 25 mm Durchmesser und nach unten gerichtetem quadratischem Kopfe festgeschraubt.

Bei Brücken, über welche Züge mit großer Geschwindigkeit fahren, überplattet man die Querschwelle auf die Hauptträger mit 2 cm Tiefe ohne dabei den Träger zu schwächen.

b. Langschwellen.

Die Langschwellen sind Hölzer, welche parallel zur Brückenachse liegen und die Schienen durchaus unterstützen. Sie haben gegenüber den Querschwellen jedoch den Nachteil, daß sie sich leichter als diese werfen und verdrehen können, daß weiter für die Erhaltung der Spur besondere Vorkehrungen notwendig sind und zumeist Querträger erforderlich werden.

Entweder liegen die Langschwellen direkt über dem Träger, in welchem Falle ihnen die Dimensionen der in der kurrenten

Strecke liegenden Schwellen gegeben werden, oder sie werden durch Querträger unterstützt, Fig. 239 bis 242.

In letzterem Falle rechnet man die Langschwelle, wenn gleich sie vielleicht auch über mehrere Querträger hinwegreicht, als frei aufliegenden Träger mit einer Stützweite, die gleich ist dem Abstände der Querträger voneinander (Gleichung 38,7 u.8).

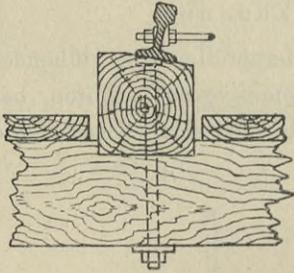


Fig. 239. [1:20]

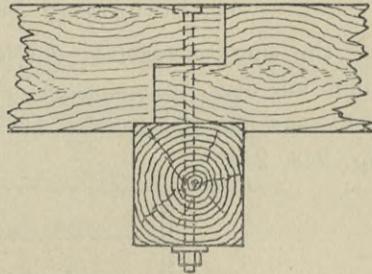


Fig. 241. [1:20]

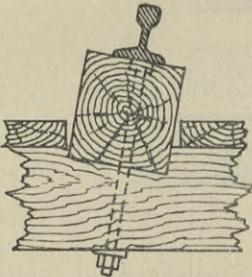


Fig. 240. [1:20]

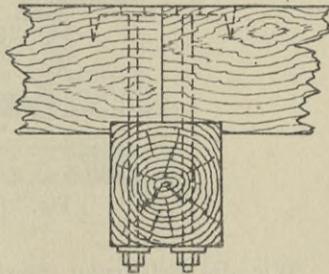


Fig. 242. [1:20]

Die Befestigung der Langschwellen erfolgt entsprechend den Fig. 239 bis 242; bei breiten Langschwellen kann man auch den Schraubenbolzen, welcher zur Verbindung der Schwelle mit der Tragkonstruktion dient, neben der Schiene mit der Mutter nach oben anbringen.

Der Durchmesser der Schraubenbolzen beträgt 22 bis 25 mm.

2. Bohlenbelag.

Damit die Brücke auch begangen werden kann, ordnet man einen Bohlenbelag an, welcher entweder durch die Querschwellen

oder durch die Querträger unterstützt wird, Fig. 234 bis 236, dann 243 bis 247.

Für den Abfluß des Wassers läßt man zwischen den Bohlen in der Regel einen Zwischenraum von 2 bis 3 cm.

Die Dicke der Bohlen ergibt sich analog wie die Bohlen-
dicke der Fußstege.

3. Sicherung gegen Zündung.

Um eine Feuersgefahr durch das Herabfallen von glühender Kohle aus dem Aschenkasten der Lokomotive zu verhüten, bedeckt man den Bohlenbelag hie und da mit einer Kiesschichte Fig. 243, 244.

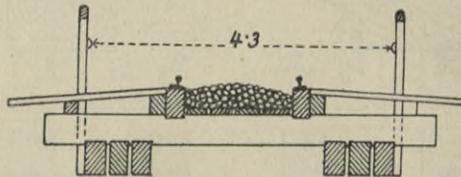


Fig. 243. [1:100]

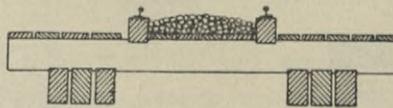


Fig. 244. [1:100]

Wie die Erfahrung zeigt, ist diese Vorsicht nicht unbedingt notwendig; dagegen ist ein Teeranstrich, welcher das Feuerfangen befördert, an jenen Holzteilen, auf welche Funken gelangen können, zu vermeiden.

4. Sicherung gegen Entgleisungen.

Bei Brücken (oder Viadukten) mit mehr als 20 m Gesamtlänge, zwischen den Schotterabschlußschwelen der Endfelder gemessen, muß nach der Brückenverordnung vom Jahre 1887 den gefahrdrohenden Folgen einer etwaigen Entgleisung durch besondere Vorkehrungen, d. s. Sicherheitsschwelen oder Sicherheitsschienen entgegen gewirkt werden, Fig. 245 bis 247.

Die Sicherheitsschwellen sollen die Fahrschienen nicht um mehr als 3 cm überragen und sind innerhalb des Geleises derart anzulegen, dass zwischen denselben und den Fahrschienen je eine 16 cm breite Hohlrinne verbleibt, in welche der Radkranz frei einfallen kann.

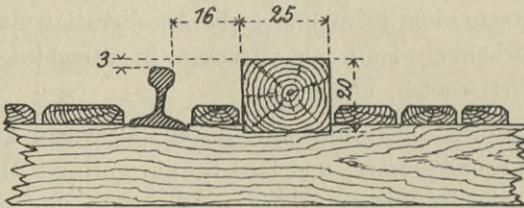


Fig. 245. [1:25]

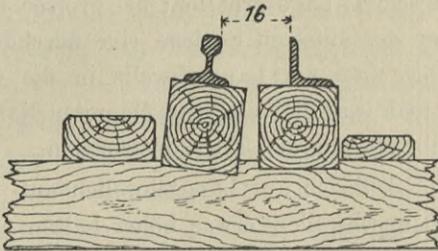


Fig. 246. [1:25]

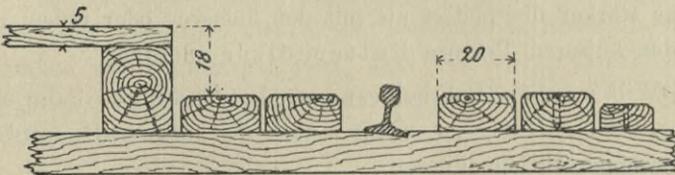


Fig. 247. [1:25]

Die Sicherheitsschwellen müssen auf den Schotterabschlussschwellen der Endöffnungen frei aufliegen, die ganze dazwischen liegende Objektlänge durchlaufen und dürfen nur über den Zwischenunterlagen gestossen werden.

5. Anordnung in Kurven.

In den Kurven einer Eisenbahn muß eine Überhöhung des äußeren Schienenstranges gegenüber dem innern um den Wert $h = \frac{s}{g} \frac{v^2}{R}$ eintreten; hierin ist h die Ueberhöhung in mm, s die Spurweite in m, v die Geschwindigkeit in m pro Sekunde, R der Kurvenradius in m und g die Acceleration der Schwere. Diese Überhöhung kann auf Brücken in verschiedener Weise durchgeführt werden, und zwar:

Man ordnet die Hauptträger so an, als wenn keine Überhöhung notwendig wäre, und läßt bei nur geringer Überhöhung die innere Schiene etwas tiefer in die Schwelle ein als die äußere, oder man überplattet jede Querschwellen mit dem inneren Träger etwas stärker als mit dem äußeren, so daß die Querschwellen eine schiefe Lage erhalten; bei großen Überhöhungen legt man unter der äußeren Schiene eine durchgehende Langschwelle, wobei man die Langschwelle in die Querschwellen einläßt, oder man legt die Langschwelle unter die Querschwellen und verschraubt sie mit der Tragkonstruktion.

Liegen die Schienen auf Langschwellen auf, so kann man die äußeren Langschwellen etwas höher halten als die innern, oder man kann die innern etwas stärker als die äußern mit den Querträgern überplatten; dasselbe wird erreicht, wenn man die Querträger schief legt, indem man sie mit den inneren Trägern etwas stärker überplattet als mit den äußern, oder indem man an den äußeren Trägern Futterhölzer anordnet.

Will man die Fahrbahn ungeändert lassen, so kann man um eine Überhöhung zu erlangen auch die äußeren Hauptträger höher legen als die inneren.

Hiebei können bei einfachen Balkenbrücken die Träger eine schiefe Lage erhalten, während man bei hohen zusammengesetzten Trägern, des besseren Aussehens wegen, diese vertikal anordnet.

Diese letzte Art der Überhöhung wird bei sehr starken Krümmungen angewendet.

§. 4. Geländer.

Das Geländer hat den Zweck, das Herabfallen von der Brücke zu verhindern und der Brücke, insbesondere solchen in Städten, ein architektonisches Gepräge zu verleihen.

Für die Anwendung der Geländer bei Eisenbahnbrücken, bei welchen Geländer indes weniger notwendig sind als bei Strafenbrücken, sagt die Brückenverordnung vom Jahre 1887 Folgendes:

„Geländer sind bei allen Brücken anzubringen, welche von der äußersten Weichenspitze einer mit Distanzsignalen versehenen Station, Haltestelle oder Abzweigstelle nicht mehr als 800 m oder aber von der Mitte einer Haltestelle, in welcher Zugskreuzungen nicht stattfinden und welche mit Distanzsignalen nicht versehen ist, nicht mehr als 200 m entfernt liegen.

Bei Lokalbahnen wird obige Entfernung ermäßigt und zwar für Stationen mit Distanzsignalen bis auf 100 m über diese Signale, für Stationen ohne Distanzsignale bis auf 400 m über die äußerste Weichenspitze und für Haltestellen ohne Zugskreuzungen bis auf 100 m von deren Mitte hinausgemessen.

Bei Objekten mit mehr als 20 m Länge, zwischen den Schotterabschlussschwellen gemessen, sind ausnahmslos Geländer anzubringen und wo Parallelfügel, Fig. 529, vorkommen, auch über diese letzteren zu verlängern.“

Man konstruiert die Geländer bei Holzbrücken meist aus Holz oder aus Holz und Eisen, seltener aus Eisen allein; sie bestehen der Hauptsache nach aus dem Geländerständer, der Brustlehne, auch Brustriegel oder Geländerholm genannt, und der Geländer-Füllung.

Die Geländerständer vermitteln die Verbindung des Geländers mit dem Tragwerke; sie bilden insoferne einen wichtigen Teil des Geländers, als von dieser Verbindung die Sicherheit des Geländers abhängt. Diese Verbindung u. a. Fig. 248 bis 252, ist so anzuordnen, daß besonders ein Umbiegen nach außen beim Anlehnen, etwaigen Anfahren und dergl., oder auch ein Umbiegen nach innen nicht möglich ist.

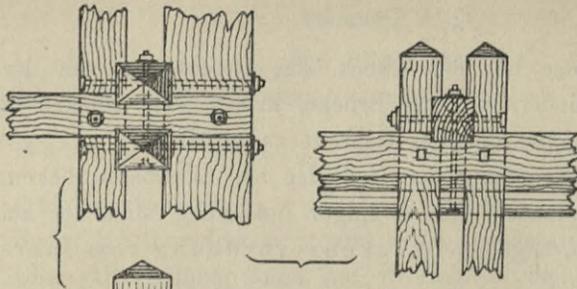


Fig. 249. [1:25]

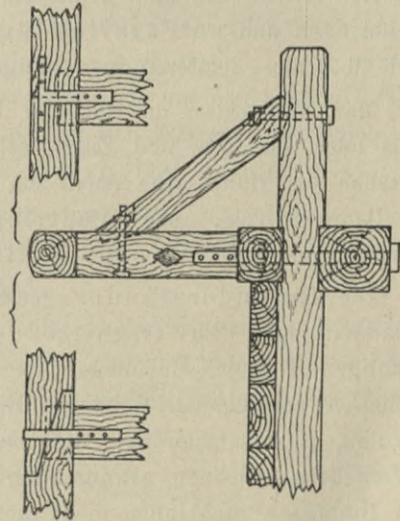
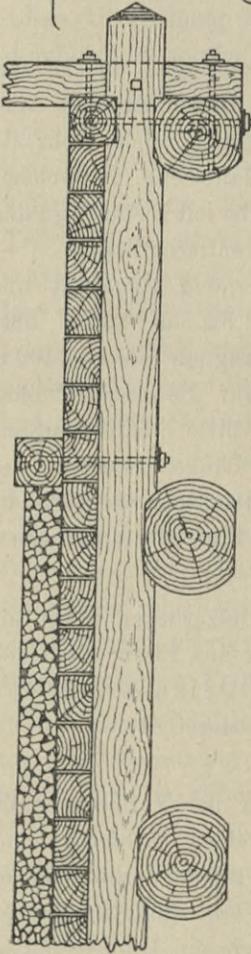


Fig. 248. [1:25]

Fig. 250. [1:25]

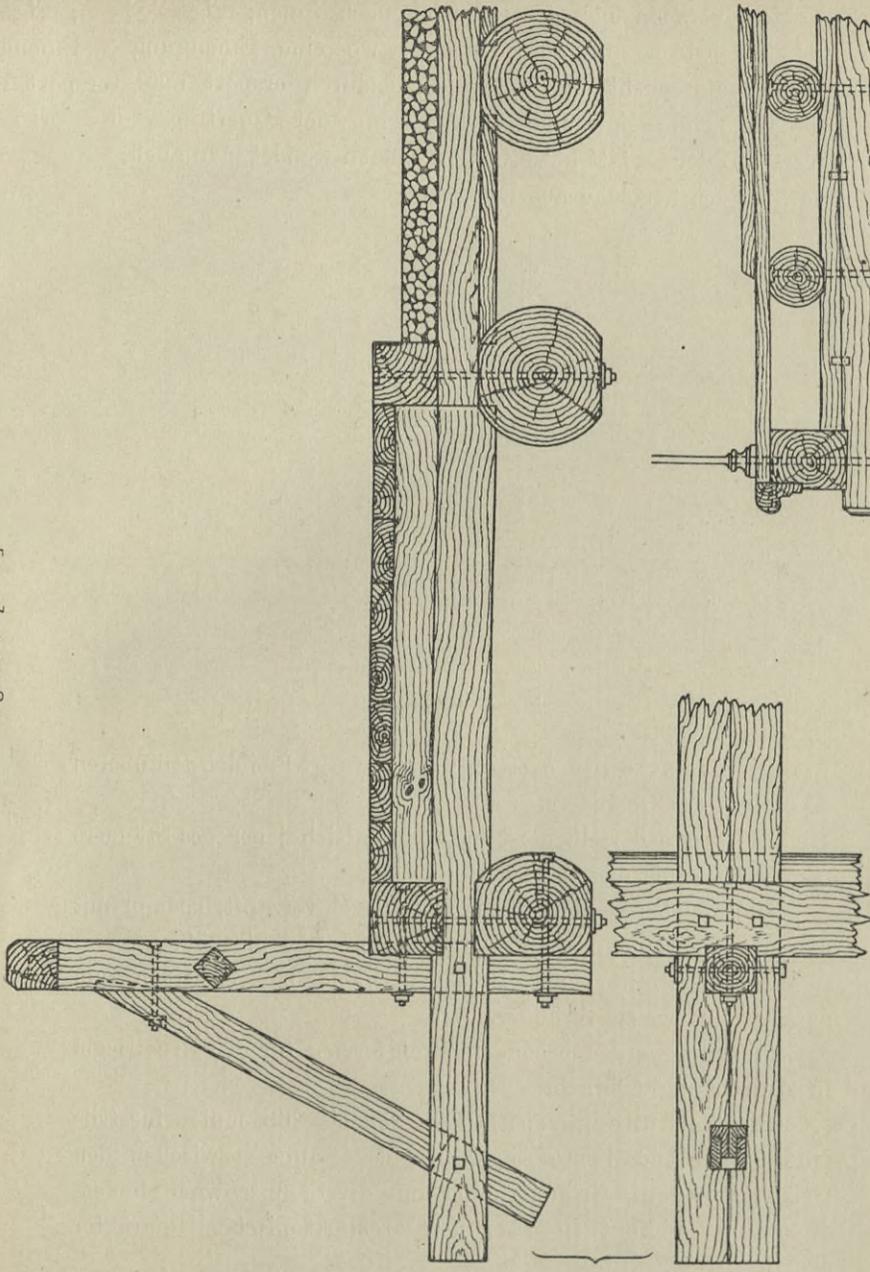
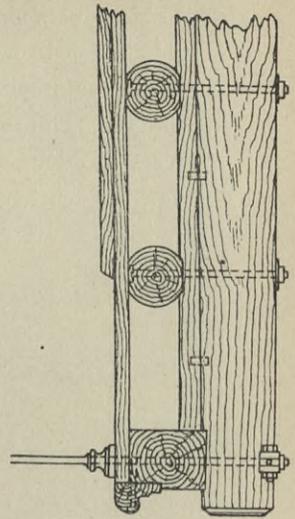


Fig. 251. [1:25]



Die Verspreizung der Geländer nach innen, Fig. 252 bis 254, ist jedoch nur dort zulässig, wo eine Einengung der Brückenbahn nicht nachteilig ist; dadurch erspart man sich wie Fig. 253 zeigt eine Verlängerung der Querträger oder Querschwellen. Statt hölzernen Fußbögen wendet man auch, wie Fig. 252 zeigt, solche aus Eisen an.

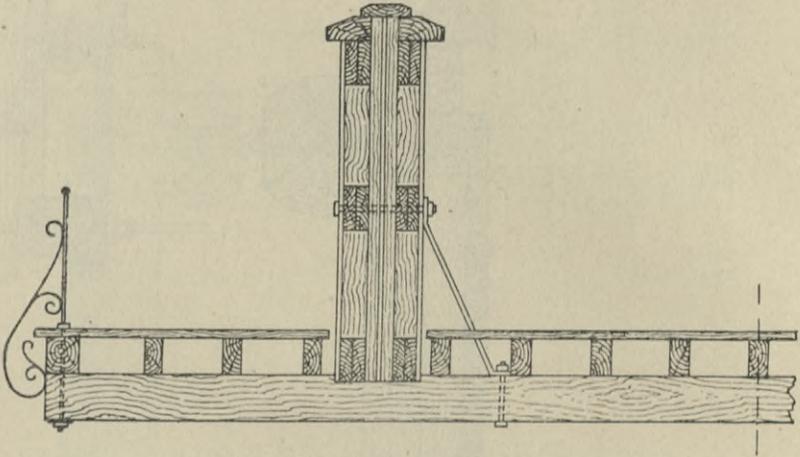


Fig. 252. [1:25]

Die Brustlehne oder der Brustriegel bildet den oberen Abschluss des Geländers.

Die Breite derselben ist entweder gleich jener des Ständers oder größer als diese.

Die Ständer werden in die Brustriegel verzapft, sodann mit diesen verschraubt oder verklammert Fig. 255 bis 258.

Scharfe Kanten der Brustriegel sind zu vermeiden, um das Absplittern zu verhüten.

Mitunter werden besondere Profilformen für den Brustriegel in Anwendung gebracht.

Die Geländerfüllung Fig. 259 bis 263 muß einestheils eine hinreichend dichte Ausfüllung des Raumes zwischen den Geländerständern, Geländerholm und der Saumschwelle bilden, andernteils bedingt sie aber den architektonischen Charakter des Geländers.

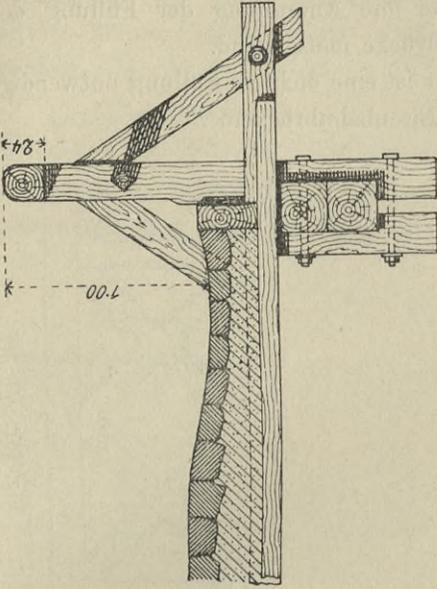


Fig. 254. [1:25]

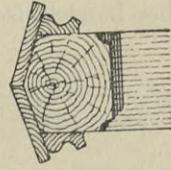


Fig. 258. [1:12]

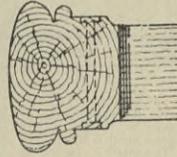


Fig. 257. [1:12]

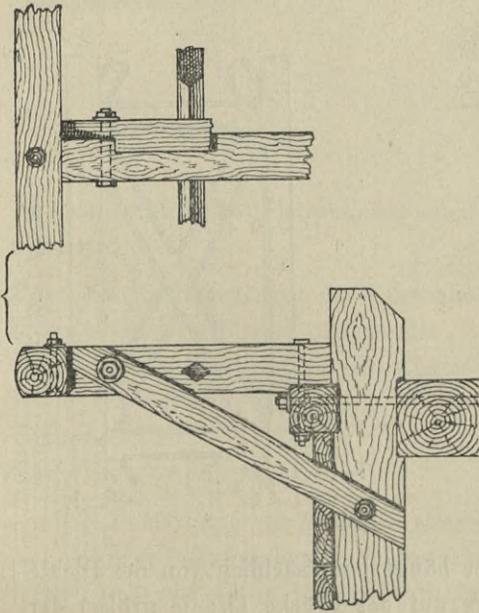


Fig. 258. [1:25]



Fig. 256. [1:12]



Fig. 255. [1:12]

In erster Linie ist für die Anordnung der Füllung der Zweck und die Lage der Brücke maßgebend.

Bei Brücken in Städten ist eine dichtere Füllung notwendig, als bei Landstraßen- und Eisenbahnbrücken.

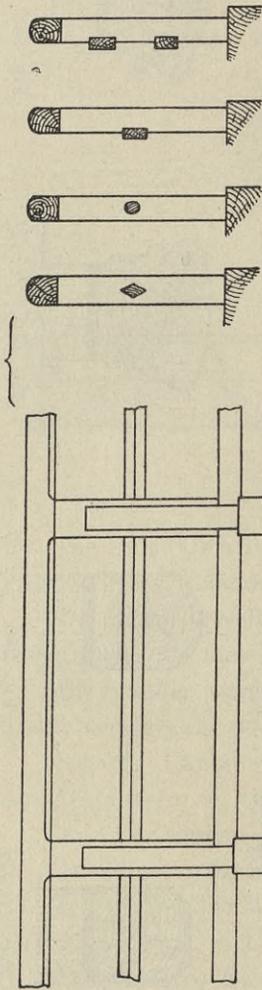


Fig. 259. [1:30]

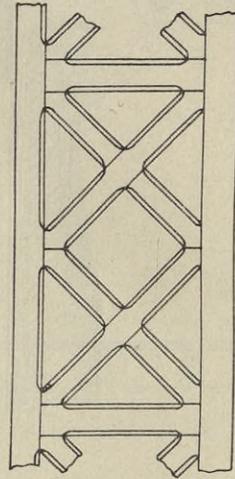


Fig. 261. [1:30]

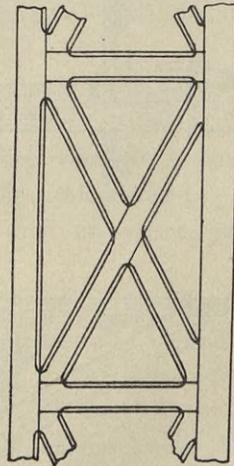


Fig. 260. [1:30]

Die Stärke der Hölzer hängt hauptsächlich von der Dichte und der Art des Verkehrs auf der Brücke ab; je größer der

Verkehr ist, je mehr Menschen sich etwa gleichzeitig anlehnen können, desto fester muß das Geländer konstruiert werden.

Für eine Berechnung kann man annehmen, daß auf die Brustlehne ein Horizontaldruck wirkt, welcher bei Straßenbrücken 40 kg, bei Eisenbahnbrücken, auf welchen kein Menschengedränge zu erwarten ist, 20 kg pro l. m beträgt.

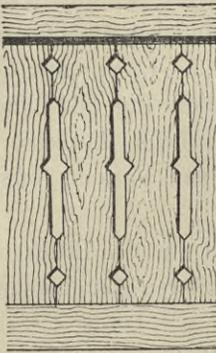


Fig. 262. [1:20]

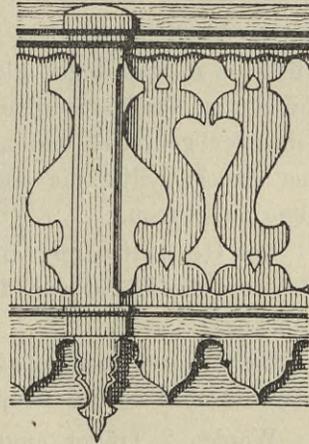


Fig. 263. [1:20]

Als praktische Hauptdimensionen kann man etwa anwenden:

Höhe des Geländers über die Fahrbahnoberfläche	90—100 cm
Entfernung der Ständer voneinander	160—250 „
Stärke der Ständer und der Brustlehne	14—16 „
Breite der Fußsbügel	10—14 „
Höhe derselben	12—16 „
Stärke langer Füllungsglieder	8—12 „

Die Entfernung der Geländer (Geländerholme) von einander hat bei Eisenbahnbrücken in Hauptbahnen (nach der Brückenverordnung vom Jahre 1887) im Minimum 4,3 m zu betragen.

§ 5. Das Tragwerk.

A. Einfache Balkenbrücken.

1. Begriff. Anordnung der Träger.

Unter einfachen Balkenbrücken versteht man diejenigen Brücken, deren Träger aus einfachen neben einander liegenden, unmittelbar auf die Stützen gelegten Hölzern bestehen.

Diese Träger heißen Brückenbalken (Tragbalken, Brückenbäume, Streckbäume, Trame, Ennsbäume u. dgl.). Die beiden äußeren Balken nennt man Rand- oder Ortbalken.

Die Abstände der Balken von einander sind bei Straßensbrücken in der Regel gleich und zwar 0,9—1,2 m, nur bei sehr breiten Brücken werden die mittleren Balken Fig. 264 näher aneinander gebracht und zwar deshalb, um beim Ausbessern einer Brückenhälfte die andere Hälfte für den Verkehr offen halten zu können.

Der Gesamtverbrauch des Holzes ist für den Brückenbelag und die Träger von der Distanz der letzteren von einander unabhängig.

Bei Eisenbahnbrücken werden die die Träger bildenden Balken in 2, 3 oder 4 Gruppen vereint.

Werden 2 Träger angeordnet, so legt man sie entweder direkt unter den Schienen Fig. 234, 235 oder nach Fig. 236 auf zirka 1,5 der Spurweite von einander.

Für 3 und 4 Träger resp. Trägergruppen geben die Gleichungen 125 und 125' die Abstände an.

Die praktische Anzahl n der Träger für Eisenbahnprovisorien bei Hauptbahnen wählt man bei einer Stützweite l :

$$l = 0 \text{ bis } 2,6 \text{ bis } 3,2 \text{ bis } 3,7 \text{ bis } 4,6 \text{ m}$$

mit: $n = 2 \quad 3 \quad 4 \quad 6$

Bei größeren Spannweiten, wobei mehr als 6 Träger angewendet werden, ordnet man dieselben in 2 Gruppen unter den Schienen an.

Gesamtanordnungen zeigen unter andern die Fig. 264 bis 268.

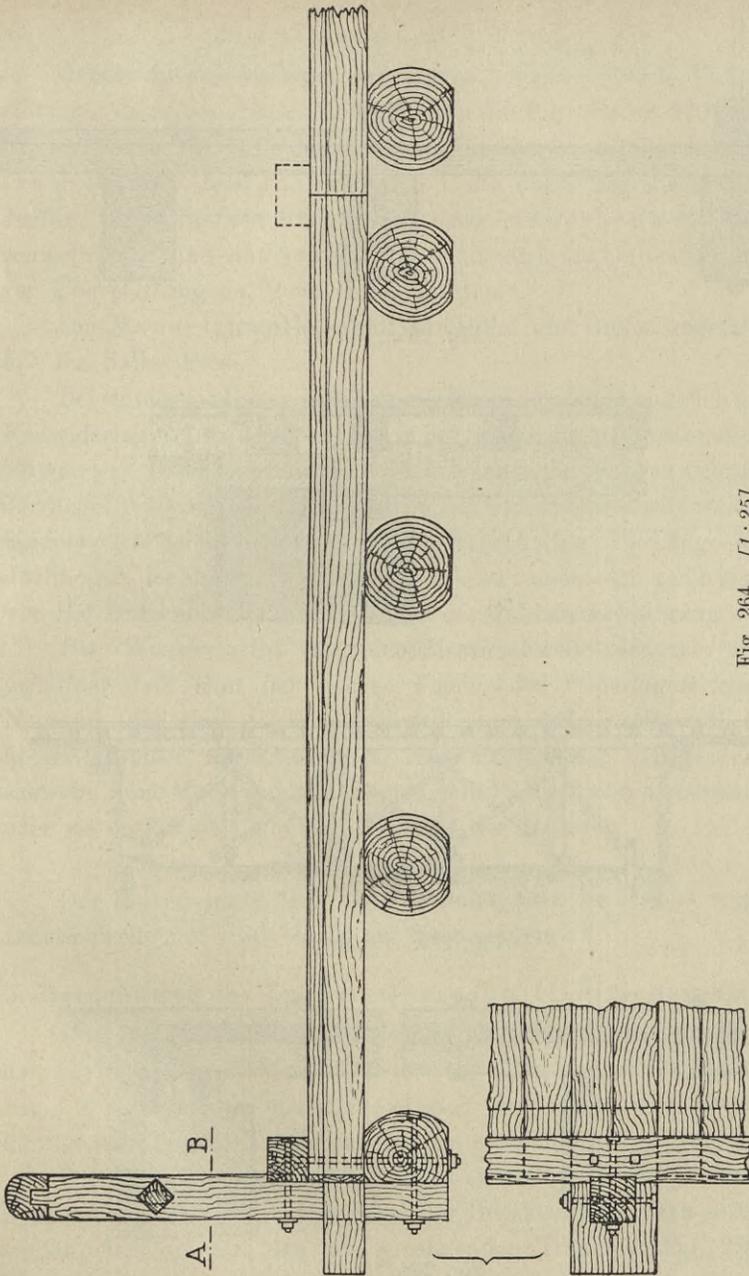


Fig. 264. [1:25]

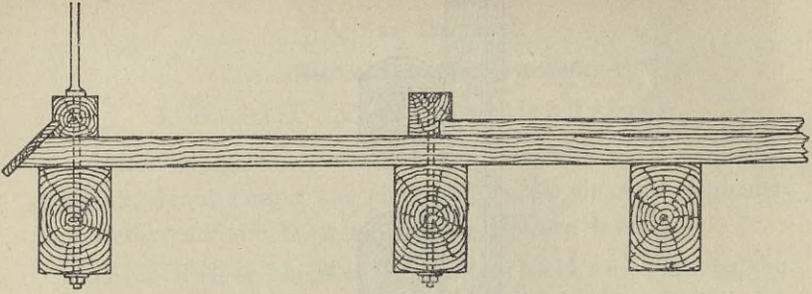


Fig. 265. [1:25]

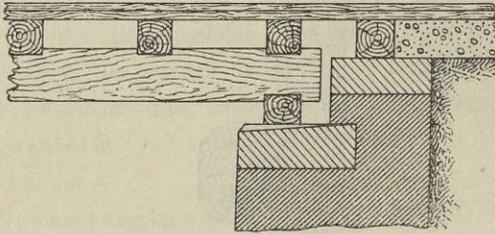


Fig. 266. [1:50]

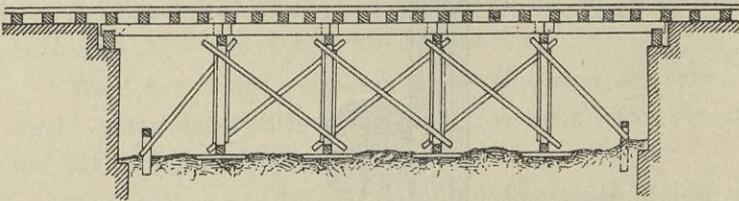


Fig. 267. [1:100]

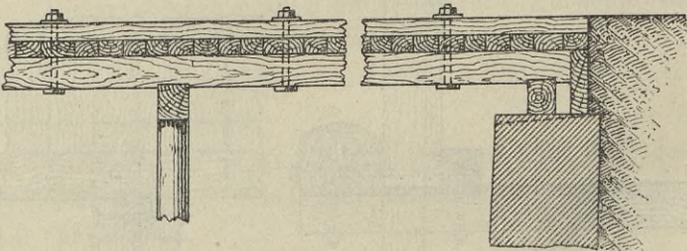


Fig. 268. [1:50]

2. Auflager der Träger.

Gebräuchliche Auflager der Träger oder die direkte Unterstützung derselben zeigen unter andern die Fig. 269 bis 279; die Träger liegen bei Holzjochen (siehe Unterlagen) auf der Kappschwelle oder dem Jochholm, d. i. die obere Begrenzung des Joches, bei steinernen Pfeilern auf einer Mauerbank (Mauerschwelle) auf und sind sowohl Träger als auch die Unterstützung zur Überplattung za. 2 cm eingeschnitten.

Die Mauerschwelle erhält zur Höhe und Breite ungefähr 0,7 der Balkenhöhe.

Bei untergeordneten Brücken werden als Auf- und zugleich als Endwiderlager Landschwellen in der Stärke der Mauerschwellen verwendet. Die Landschwelle wird bei sanft geböschtem Ufer in der Regel 0,60 m, bei steilem, brüchigem Ufer entsprechend weiter landeinwärts gelegt und durch Pföcke festgehalten. Die Länge des Jochholms, der Mauer- oder Landschwelle ist verschieden und hängt von der Brückenbreite und eventuell der Geländerbefestigung ab.

Das Wasser wird von der Mauerschwelle dadurch abgehalten, daß man der oberen Fläche des Widerlagers eine Neigung gibt und die Mauerschwelle nur auf einzelnen überhöhten Rippen aufruhn läßt. Die Entfernung der Mauerschwelle vom Mauerrand kann man mit 15 bis 25 cm annehmen, oder sie ergibt sich aus Fig. 271 und der Relation:

$$L = 0,5 + 1,02 l.$$

Der Balken muß über den Jochholm oder die Mauer- resp. Landschwelle noch 30 bis 50 cm hinausragen.

3. Berechnung der Träger-Querschnittsdimensionen.

Die Berechnung der Trägerhöhe h erfolgt bei Annahme der Breite b desselben mit Hilfe der Gleichungen 7 und 8 resp. 9 oder 10, je nachdem es sich um rechteckige, waldkantige oder runde Trägerquerschnitte handelt.

Für die Bestimmung von $\max M$ ist es bei Straßensbrücken notwendig, zuerst die Verkehrslast der Brückenbreite nach so zu stellen, daß sie auf den zu berechnenden Träger A Fig. 280 bis 282 den größtmöglichen Druck erzeugt. In dieser

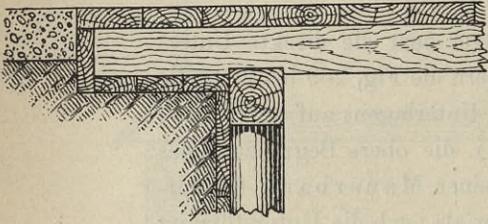


Fig. 269. [1:25]

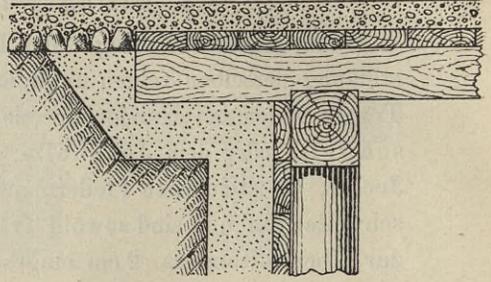


Fig. 270. [1:25]

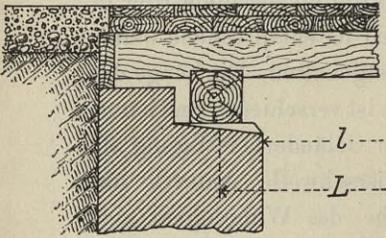


Fig. 271. [1:25]

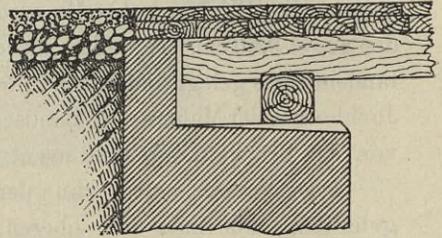


Fig. 272. [1:25]

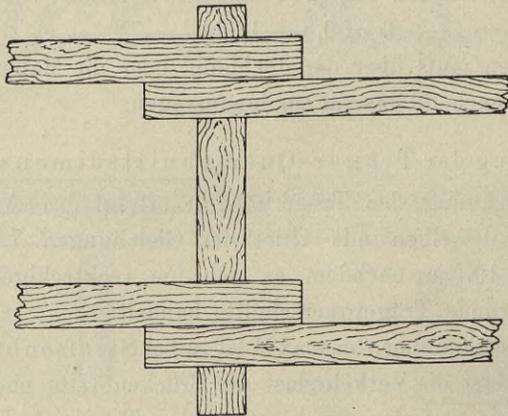


Fig. 273. [1:25]

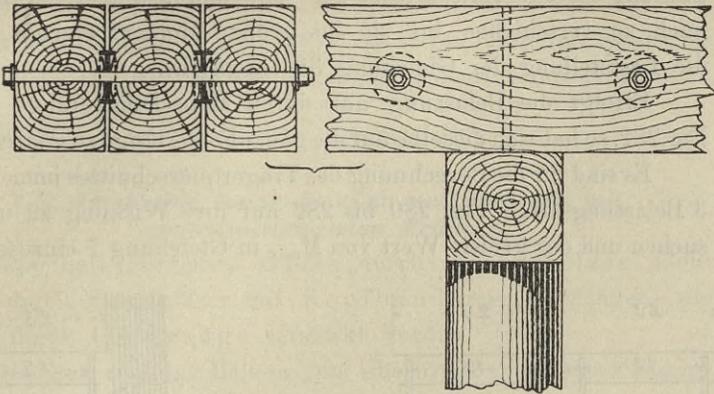


Fig. 274 und 275. [1:20]

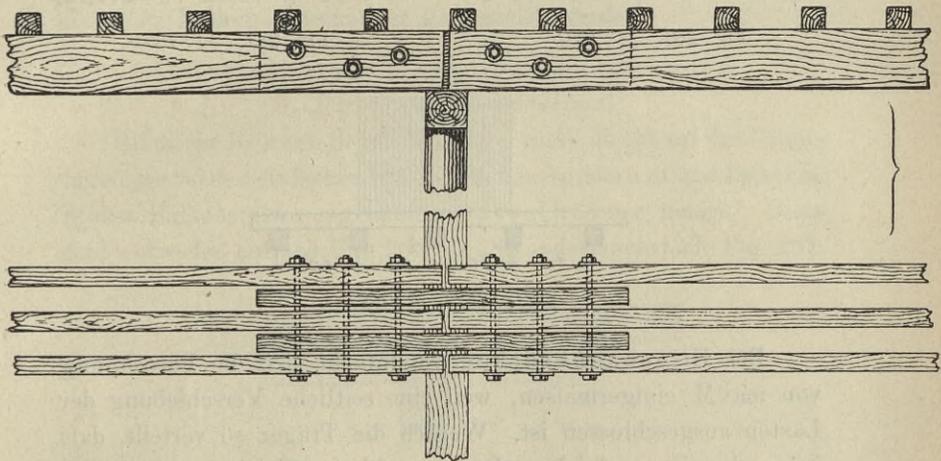


Fig. 276 und 277. [1:25]

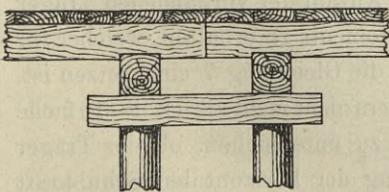


Fig. 278. [1:25]

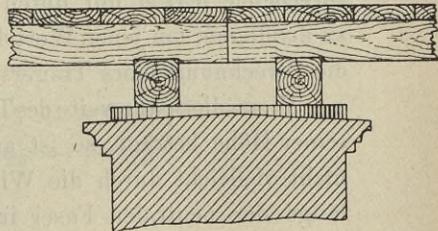


Fig. 279. [1:25]

Stellung ist die Verkehrslast Fig. 280 und 281 erst der Länge nach zu verschieben bis sie das grösste Moment erzeugt, also die Laststellung der Gleichung 38 entspricht.

Erfolgt die Belastung nur durch Menschengedränge nach Fig. 282, so hat sich dieselbe auf die ganze Felderlänge zu erstrecken.

Es sind für die Berechnung des Trägerquerschnittes immer alle 3 Belastungsarten Fig. 280 bis 282 auf ihre Wirkung zu untersuchen und der grösste Wert von M_{\max} in Gleichung 7 einzusetzen.

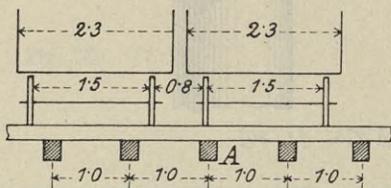


Fig. 280. [1:100]

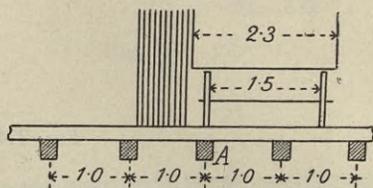


Fig. 281. [1:100]

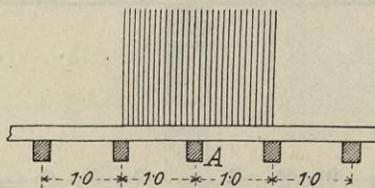


Fig. 282. [1:100]

Bei Eisenbahnbrücken vereinfacht sich die Berechnung von $\max M$ einigermassen, weil eine seitliche Verschiebung der Lasten ausgeschlossen ist. Werden die Träger so verteilt, dass jeder derselben gleichen Druck erfährt (Gleichung 125), so braucht man, das dem Lastensystem und der Spannweite entsprechende $\max M$ nur durch die Anzahl der vorhandenen Träger zu dividieren, um jenen Wert des Moments zu erhalten, welcher für die Berechnung eines Trägers in die Gleichung 7 einzusetzen ist.

Wenn die Spannweite des Trägers nicht mehr als das 9—10fache seiner Höhe beträgt, so ist auch zu untersuchen, ob der Träger nicht vielleicht durch die Wirkung der horizontalen Schubkraft längs der neutralen Faser in der Nähe der Stützen abscheert werde ehe ein Bruch durch Biegung in der Trägermitte eintritt.

Für die neutrale Faser im Querschnitte über dem Auflager ist nach Gleichung 11 und bei gleichmäßig verteilter Belastung q pro Längenermeter die die Abscherung bewirkende horizontale

$$\text{Schubkraft: } \quad \delta = \frac{u}{t} R = \frac{1/8 b h^2}{1/12 b h^3} 1/2 q l = \frac{3}{4} \frac{q l}{h}$$

B. Verstärkte Balkenbrücken und Brücken mit zusammengesetzten Trägern.

Die Balkenbrücken können durch Sattelhölzer allein oder durch Sattelhölzer mit Kopfbändern (Kopfbügen) wie auch durch Unterzüge verstärkt werden.

Reichen einzelne Balken zum Überbrücken größerer Spannweiten nicht mehr hin, so kann man zusammengesetzte Träger verwenden, die durch zweckentsprechende Verbindung einzelner Balken miteinander hergestellt werden.

1. Sattelholzbrücken ohne Kopfbänder.

a. Begriff und Konstruktion.

Bei diesen Brücken liegen die Träger nicht direkt auf den Unterlagen wie bei den einfachen Balkenbrücken, sondern es sind zwischen beiden Balkenstücke sogenannte Sattelhölzer gelegt. Diese sind entweder einfach Fig. 283 bis 286, oder mehrfach Fig. 287.

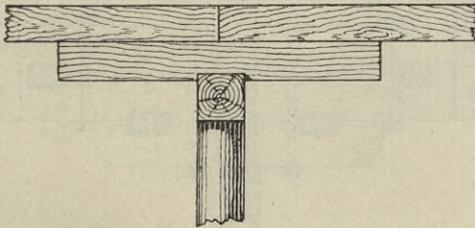


Fig. 283. [1:25]

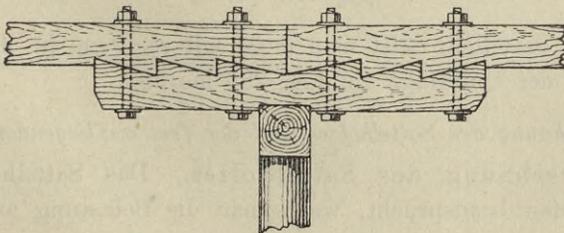


Fig. 284. [1:25]

Die Sattelhölzer bieten ein günstiges Auflager für die Träger und vermehren deren Tragfähigkeit dadurch, weil sie ihre Spannweite vermindern.

Am besten wirkt das Sattelholz, wenn es mit den Trägern durch Zähne oder Dübel und Verschraubung u. a. Fig. 284 bis 287 fest verbunden ist.

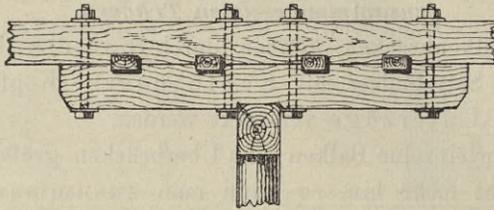


Fig. 285. [1:25]

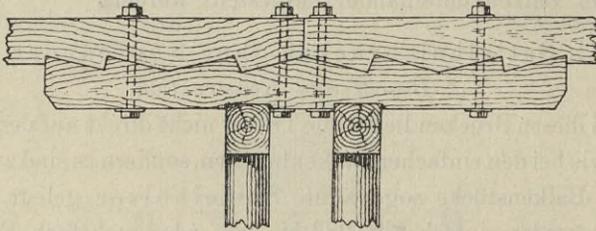


Fig. 286. [1:25]

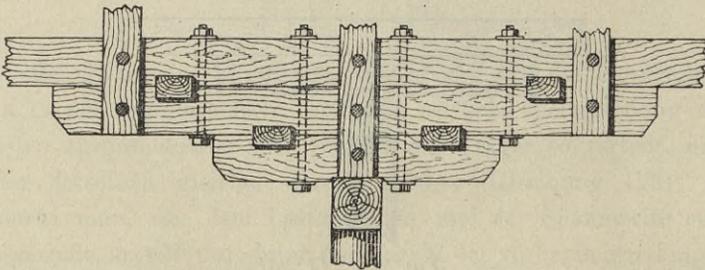


Fig. 287. [1:25]

Das Sattelholz läßt man meist mit za. 2 cm in die Kappschwelle der Unterlage ein Fig. 283 bis 287.

b. Berechnung des Sattelholzes und der frei aufliegenden Träger.

Berechnung des Sattelholzes. Das Sattelholz wird am meisten beansprucht, wenn man die Belastung auf die zu beiden Seiten des Sattelholzes liegenden Felder derart stellt, daß der Druck in B Fig. 283 zum Maximum wird.

Bei einer kontinuierlichen Belastung sind daher die Felder gleichmäÙig voll zu belasten.

Hiebei biegen sich die Träger und die Sattelhölzer ungefähr nach Fig. 288 durch, und liegen die Träger, falls die Sattelhölzer die richtige Länge haben, auf den Enden B derselben auf.

Eine gröÙere Länge des Sattelholzes bedingt eine Materialverschwendung, weil nämlich der über den Berührungspunkt zwischen Träger und Sattelholz hinausragende Teil des letzteren nichts trägt.

Die halbe Länge a des Sattelholzes beträgt nach Winkler bei einer Höhe des Sattelholzes:

$h' = 1,3, 1,2, 1,1, 1,0, 0,9, 0,8, 0,7$ mal der Höhe des Balkens h ,

$a = 0,191, 0,187, 0,179, 0,170, 0,160, 0,146, 0,135$ mal der Länge des Trägers.

Es ergeben sich diese Werte aus der elastischen Linie des Trägers und des Sattelholzes, wenn man bedenkt, daß diese Linien in ihrem gegenseitigen Berührungspunkte eine gemeinsame Tangente besitzen.

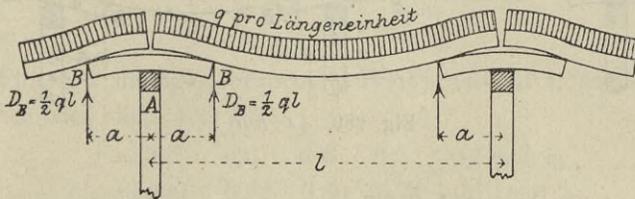


Fig. 288. [1:100]

Das größte auf das Sattelholz wirkende Moment tritt in A Fig. 288 ein, es ist:

$$\max M = \frac{1}{2} ql a,$$

daher muß nach Gleichung 7 und 8:

$$\frac{1}{2} ql a = \frac{1}{6} b h'^2 k_b \dots \dots \dots 127$$

oder

$$h' = \sqrt{\frac{3 ql a}{b k_b}} \dots \dots \dots 127'$$

sein.

Die Breite b des Sattelholzes ist in der Regel gleich jener des Trägers.

Berechnung der auf dem Sattelholze frei aufliegenden Träger. Ein Träger wird am meisten beansprucht, wenn nur jenes Feld, in welchem er sich befindet, belastet, die angrenzenden Felder dagegen unbelastet sind, Fig. 289 u. 290; denn hiedurch rückt der Auflagerpunkt E so weit nach A hin, dafs sich die auf das Sattelholz wirkenden Kräfte das Gleichgewicht halten. Die Spannweite wird also durch diese Belastungsweise vergrößert.

Im Zustande des Gleichgewichtes muß Fig. 289:

$$\frac{1}{2} g l a = \frac{1}{2} q l a'$$

sein; hieraus ergibt sich:

$$a' = \frac{g}{q} a,$$

und die theoretische Stützweite:

$$l' = l - 2 a' = l - 2 \frac{g}{q} a \dots \dots \dots 128$$

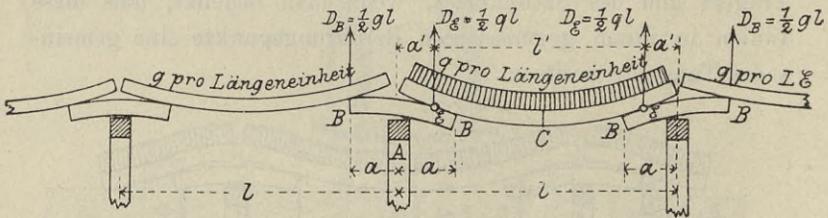


Fig. 289. [1:100]

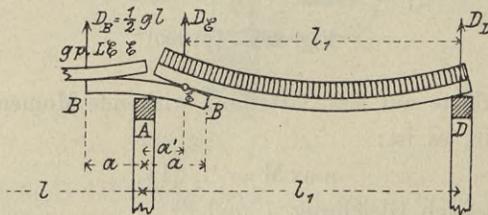


Fig. 290. [1:100]

Das größte Moment tritt in C der Trägermitte auf und ist:

$$\max M = \frac{1}{2} q l \cdot \frac{1}{2} l' - \frac{1}{2} q l \cdot \frac{1}{4} l = \frac{1}{8} q l^2 \left(1 - \frac{4ga}{ql} \right) \dots \dots \dots 129$$

und daher nach Gleichung 7 und 8:

$$\frac{1}{8} q l^2 \left(1 - \frac{4ga}{ql} \right) = \frac{1}{6} b h^2 k_b$$

$$4 b h^2 k_b = 3 q l^2 \left(1 - \frac{4ga}{ql} \right); \dots \dots \dots 130$$

ist:

$$b = nh,$$

so ist:

$$h = \sqrt[3]{\frac{3 l (q l - 4 g a)}{4 n k_b}} \dots \dots \dots 131$$

Gibt man dem Träger und dem Sattelholze die gleiche Breite b und bestehen beide aus demselben Materiale, so erhält man durch Division der Gleichung 127 durch 130:

$$\frac{h'}{h} = 2 \sqrt{\frac{q a}{q l - 4 g a}} \dots \dots \dots 132$$

wodurch h' bestimmt wird, wenn h gegeben ist. Soll $h' = h$ werden, so muß:

$$\frac{1}{4} = \frac{q a}{q l - 4 g a}$$

oder:

$$\frac{a}{l} = \frac{q}{4(g + q)}$$

Für den häufig gebrauchten Wert: $a = 0,1 l$, ergibt sich aus der Gleichung 132 für:

$g = 0,2$	$0,3$	$0,4$	$0,5$	$0,6$ mal q ,
$h' = 0,66$	$0,68$	$0,69$	$0,71$	$0,73$ mal h .

Ganz auf ähnliche Weise erfolgt die Berechnung eines Trägers im Endfelde, Fig. 290.

Über den Endunterlagen ordnet man keine Sattelhölzer an, da sich dieselben, ohne gebogen zu werden, einfach gegen das Endfeld neigen würden.

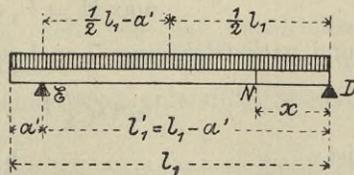


Fig. 290 a.

Die ungünstigste Belastung des Trägers zeigt Fig. 290 oder 290 a.

Druck in B = $\frac{1}{2} g l$.

$$\text{Druck in D} = q l_1 \frac{\frac{1}{2} l_1 - a'}{l_1 - a'} = \frac{1}{2} q \frac{l_1 (l_1 - 2 a')}{l_1 - a'}$$

$$\text{Druck in E} = q l_1 \frac{\frac{1}{2} l_1}{l_1 - a'} = \frac{1}{2} q \frac{l_1^2}{l_1 - a'}$$

Damit das Sattelholz im Gleichgewicht stehe, mu\ss:

$$\frac{1}{2} g l a = \frac{1}{2} q \frac{l_1^2}{l_1 - a'} a'$$

$$g l a (l_1 - a') = q l_1^2 a'$$

$$a' (q l_1^2 + g l a) = g l l_1 a;$$

$$a' = \frac{g l l_1}{q l_1^2 + g l a} a.$$

Somit ist:

$$l'_1 = l_1 - a' = l_1 \left[1 - \frac{g l a}{q l_1^2 + g l a} \right]$$

$$l'_1 = \frac{q l_1^3}{q l_1^2 + g l a} \dots \dots \dots 133$$

Das Moment in Bezug auf einen beliebigen Querschnitt N im Abstände x von D, Fig. 290a, ist:

$$M_x = D_D x - \frac{1}{2} q x^2$$

$$\frac{d M_x}{d x} = D_D - q x$$

$$D_D - q x = 0; \quad x = \frac{D_D}{q}$$

$$\max M = \frac{D_D^2}{q} - \frac{1}{2} \frac{D_D^2}{q} = \frac{1}{2} \frac{D_D^2}{q};$$

$$= \frac{1}{8} q l_1^2 \frac{(l_1 - 2 a')^2}{(l_1 - a')^2}$$

für a' den Wert eingesetzt:

$$\max M = \frac{1}{8} q l_1^2 \left(1 - \frac{g l a}{q l_1^2} \right)^2 \dots \dots \dots 134$$

und nach Gleichung 7 und 8:

$$\frac{1}{8} q l_1^2 \left(1 - \frac{g l a}{q l_1^2} \right)^2 = \frac{1}{6} k_b b h^2;$$

ist: $b = n h,$

so ist:
$$h = \sqrt[3]{\frac{3 q l_1^2 \left(1 - \frac{g l a}{q l_1^2} \right)^2}{4 k_b n}}$$

Damit sich für die Balken in den End- und Mittelfeldern gleiche Stärken ergeben, müssen die Werte der Momente aus Gleichung 129 und 134 einander gleich sein:

$$\frac{1}{8} q l^2 \left(1 - \frac{4ga}{ql}\right) = \frac{1}{8} q l_1^2 \left(1 - \frac{gla}{ql_1^2}\right)^2$$

und hieraus:

$$l_1 = \frac{1}{2} l \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4ga}{ql}}\right) \dots \dots \dots 134'$$

Ist $a = 0,1 l$, so ergibt sich aus Gleichung 134' für:

$$g = 0,2, \quad 0,4, \quad 0,6 \text{ mal } q,$$

$$l_1 = 0,98, \quad 0,96, \quad 0,94 \text{ mal } l.$$

Ist die Objektsweite L , und soll die Brücke n Felder mit gleich dimensionierten Trägern haben, so muß:

$$L = 2 l_1 + (n - 2) l$$

$$= l \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4ga}{ql}}\right) + (n - 2) l$$

oder wenn:

$$a = cl,$$

muß:

$$\left. \begin{aligned} l &= \frac{l}{n - 1 + \sqrt{1 - \frac{4cg}{q}}} L \\ l_1 &= \frac{1 + \sqrt{1 - \frac{4cg}{q}}}{2 \left(n - 1 + \sqrt{1 - \frac{4cg}{q}}\right)} L \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 134''$$

2. Sattelholzbrücken mit Kopfbänder.

a) Begriff und Konstruktion.

Diese Brücken unterscheiden sich von den unmittelbar vorher beschriebenen Brücken dadurch, daß die Enden der Sattelhölzer durch Streben (Kopfbänder) unterstützt werden, Fig. 291—294 und 297.

Dadurch, daß ein Durchbiegen des Sattelholzes durch die Wirkung der Kopfbänder unmöglich ist, wird die theoretische Stützweite l eines Trägers, Fig. 293, gleich dem Abstände der Enden der diesen Träger unterstützenden Sattelhölzer.

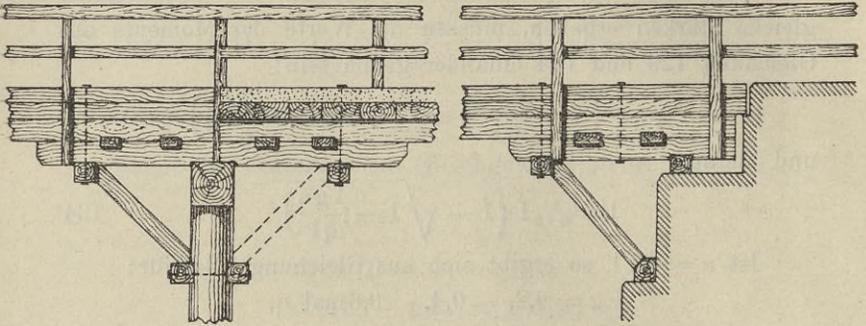


Fig. 291. [1:50]

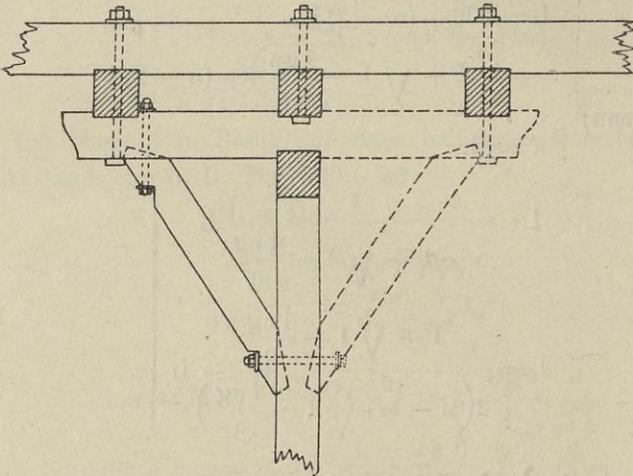


Fig. 292. [1:50]

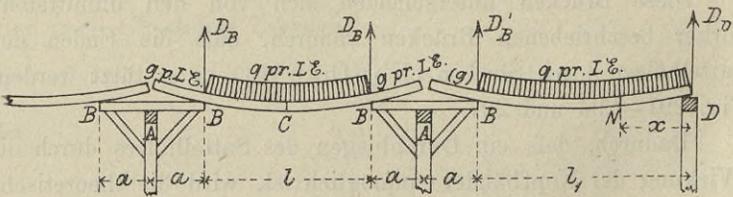


Fig. 293. [1:50]

Diese Brückenkonstruktion hat gegenüber den einfachen Sattelholzbrücken noch den Vorteil, daß man nicht unter jeden Träger ein Sattelholz anzuordnen braucht, um ihn zu unterstützen, sondern sich mit der Anordnung nach Fig. 292 behelfen kann. Andererseits ist es aber nach Fig. 291 auch nicht notwendig, jedes Sattelholzende durch ein besonderes Kopfband zu unterstützen.

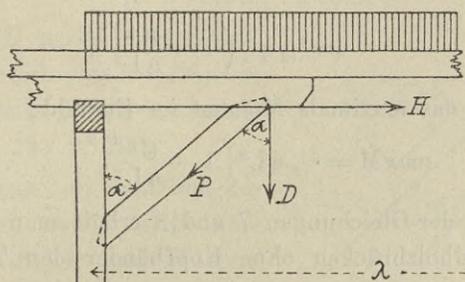


Fig. 294. [1:50]

Die Verbindung zwischen Träger und Sattelholz erfolgt wie bei reinen Sattelholzbrücken durch Verschraubung allein, oder durch Verschraubung im Vereine mit einer Verzahnung oder Verdüblung.

Die Neigung des Kopfbandes soll 45° betragen.

b) Berechnung des Trägers, des Kopfbandes und Sattelholzes.

Berechnung der auf den Sattelhölzern frei aufliegenden Träger. Die ungünstigste Belastung für einen Träger im Mittelfelde und im Endfelde zeigt die Fig. 293.

Für einen Träger im Mittelfelde ist:

$$\begin{aligned} \max M &= \frac{1}{8} q l^2 - \frac{1}{2} g a^2 \\ &= \frac{1}{8} q l^2 \left(1 - \frac{4 g a}{q l^2} \right) \dots \dots \dots 135 \end{aligned}$$

Für einen Träger im Endfelde ist:

$$\begin{aligned} M_x &= D_D x - \frac{1}{2} q x^2; \quad \frac{dM_x}{dx} = D_D - q x; \\ D_D - q x &= 0; \\ x &= \frac{D_D}{q}. \end{aligned}$$

Daher das größte Moment:

$$\max M = D_D \frac{D_D}{q} - \frac{1}{2} q \frac{D_D^2}{q^2} = \frac{1}{2} \frac{D_D^2}{q}.$$

Der Druck D_D ergibt sich aus der Momentgleichung in Bezug auf B:

$$\begin{aligned} -D_D l_1 + \frac{1}{2} q l_1^2 - \frac{1}{2} g a^2 &= 0 \\ D_D &= \frac{1}{2} q l_1 - \frac{1}{2} g \frac{a^2}{l_1} \\ &= \frac{1}{2} q l_1 \left(1 - \frac{g a^2}{q l_1^2} \right), \end{aligned}$$

Somit ist das maximale Moment im Endfeld:

$$\max M = \frac{1}{2} q l_1^2 \left(1 - \frac{g a^2}{q l_1^2} \right)^2 \dots \dots \dots 136$$

Mit Hilfe der Gleichungen 7 und 8 erhält man analog wie bei den Sattelholzbrücken ohne Kopfbänder den Trägerquerschnitt.

Damit sich für die Balken in den End- und Mittelfeldern gleiche Stärken ergeben, müssen die Werte der Momente aus den Gleichungen 135 und 136 einander gleich sein:

$$\frac{1}{8} q l^2 \left(1 - \frac{4 g a^2}{q l^2} \right) = \frac{1}{8} q l_1^2 \left(1 - \frac{g a^2}{q l_1^2} \right)^2$$

Hieraus ergibt sich die Länge l_1 eines Endfeldes durch jene eines Mittelfeldes ausgedrückt:

$$\begin{aligned} l \sqrt{1 - \frac{4 g a^2}{q l^2}} &= l_1 \left(1 - \frac{g a^2}{q l_1^2} \right) \\ l_1 &= \frac{1}{2} l \left(1 + \sqrt{1 - \frac{4 g a^2}{q l^2}} \right) \dots \dots \dots 137 \end{aligned}$$

Berechnung der Kopfbänder und Sattelhölzer. Der größte Druck wird durch das Sattelholz auf das Kopfband übertragen, wenn das ganze Feld, Fig. 294, in welchem sich das Kopfband befindet, voll belastet ist; der Druck D , welcher bei dieser Belastungsart an der Verbindungsstelle zwischen Sattelholz und Kopfband auftritt, ist, wenn λ die Jochdistanz und q die Last pro Längeneinheit bedeutet:

$$D = \frac{1}{2} q \lambda.$$

*Man muss sich
das Feld, in welchem
sich das Kopfband
befindet, voll belastet?*

Dieser Druck D zerlegt sich in zwei Komponenten, von welchen eine, nämlich H in der Richtung des Sattelholzes, die andere P in der Richtung des Kopfbandes wirkt.

Es ist:

$$H = D \operatorname{tg} \alpha = \frac{q \lambda}{2} \operatorname{tg} \alpha$$

$$P = D \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{q \lambda}{2 \cos \alpha}.$$

P und H wirken exzentrisch zum Querschnitte des Kopfbandes, beziehungsweise jenem des Sattelholzes, Fig. 295 u. 296.

Fügt man im Zentrum des Querschnittes neue, sich aufhebende Kräfte P und H nach Fig. 295 und 296 hinzu, so ist je ein Kräftepaar und in Fig. 295 noch die Druckkraft P , in Fig. 296 die Zugkraft H tätig.

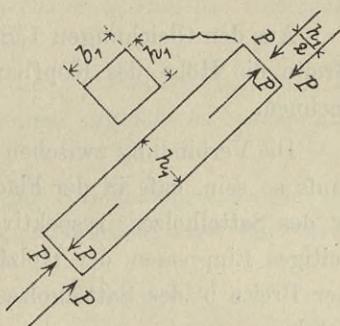


Fig. 295.

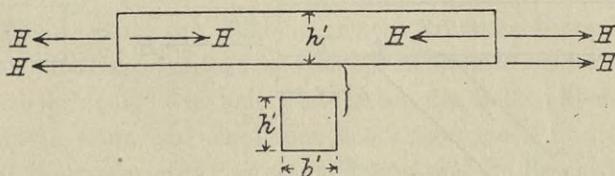


Fig. 296.

Das Moment des Kräftepaares ist:

$$M = P \frac{h_1}{2}$$

respektive

$$M = H \frac{h'}{2}$$

nach den Gleichungen 7 und 8 muß:

$$k_b = \frac{6 M}{b_1 h_1} \text{ respektive } = \frac{6 M}{b' h'}$$

sein.

Die Beanspruchung des Materials durch die Druck- respektive Zugkraft ist nach Gleichung 1 und 14:

$$k_d = \frac{P}{b_1 h_1} \text{ respektive } k_z = \frac{H}{b' h'}$$

demnach die gesamte Inanspruchnahme:

$$\left. \begin{aligned} k &= k_d + k_b = \frac{4 P}{b_1 h_1} \\ k &= k_z + k_b = \frac{4 H}{b' h'} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 138$$

Aus den Gleichungen 138 kann man sich bei angenommener Breite die Höhe des Kopfband- bzw. Sattelholz-Querschnittes rechnen.

Die Verbindung zwischen Sattelholz und Kopfband, Fig. 297, muß so sein, daß in der Fläche von der Höhe δ und der Breite b' des Sattelholzes, respektive b_1 des Kopfbandes kein gegenseitiges Einpressen der Holzfasern, und längs der Fläche von der Breite b' des Sattelholzes und der Länge e kein Abscheren erfolge.

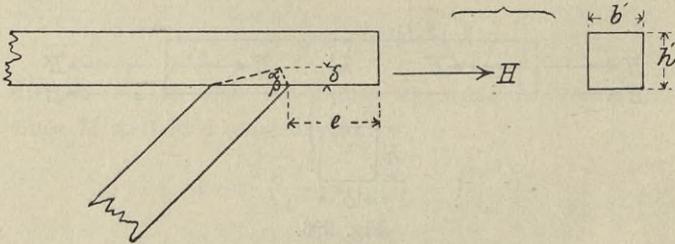


Fig. 297.

Es muß also:

$$\delta b' k_d \geq H$$

$$e b' k_a \geq H$$

oder:

$$\delta \geq \frac{H}{b' k_d}$$

und

$$e \geq \frac{H}{b' k_a}$$

werden.

3. Unterzüge.

Hölzer, welche gewöhnlich die Stärke der Tragbalken besitzen, unterhalb der letzteren und in der Regel senkrecht auf deren Längenrichtung angebracht sind, werden Unterzüge genannt. Die Unterzüge verstärken die Brücke nicht unwesentlich, weil sie die Schwankungen derselben vermindern und den Druck einseitig wirkender Lasten ziemlich gleichmäßig auf alle Tragbalken verteilen.

Mit den Tragbalken und Streifbäumen sind die Unterzüge durch Schraubenbolzen zu verbinden.

Wird ein Unterzug nur an den Randbalken befestigt, so besteht seine Wirkung darin, daß diese ungefähr so beansprucht werden wie die übrigen Balken.

Verbindet man die Unterzüge mit Streifbäumen, welche von einer Stütze zur anderen reichen, so werden auch die Streifbäume zum Tragen herangezogen.

4. Brücken mit zusammengesetzten Trägern.

a) *Begriff und Einteilung der zusammengesetzten Träger.*

Wenn man zur Bildung eines Brückenträgers mehrere Balken übereinander legt und dieselben so miteinander zu einem Ganzen verbindet, daß kein Verschieben der Balken übereinander stattfinden kann, so nennt man den Träger einen zusammengesetzten oder gekuppelten Träger und die Brücken, welche aus solchen Trägern bestehen, Brücken mit zusammengesetzten Trägern.

Je nach dem Mittel, durch welches die Verbindung der einzelnen Tragbalken miteinander erfolgt, unterscheidet man:

1. Verklammerte und verschraubte Träger, Fig. 298, 299, 300.
2. Verzahnte Träger oder verzahnte Roste (gespannte Rosse), Fig. 302, 303.
3. Verdübelte Träger, Fig. 308 bis 311.
4. Klötzlholzträger, Fig. 312 bis 315, 319.

Verklammerte und verschraubte Träger werden in der Weise hergestellt, daß man die den Träger bildenden Balken durch auf Zug beanspruchte, symmetrisch zur Trägermitte angeordnete Klammern, Fig. 298, respektive durch 25 mm starke Schrauben, Fig. 299, oder beide zugleich, Fig. 300, miteinander verbindet.

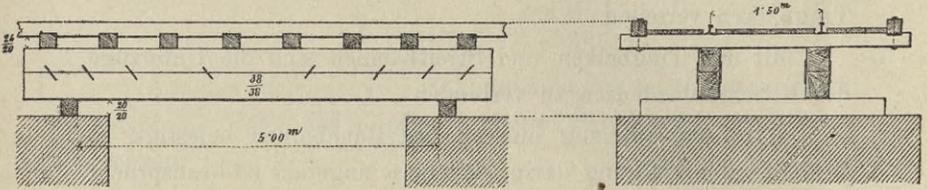


Fig. 298.

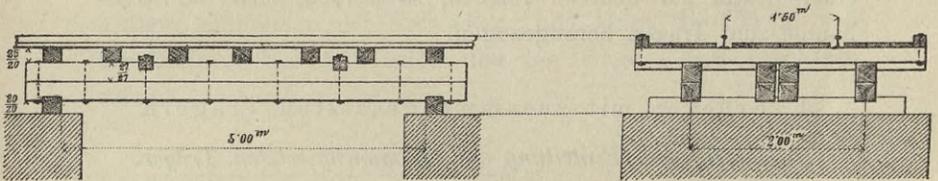


Fig. 299.

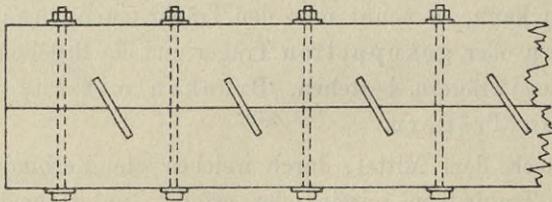


Fig. 300.

Da sich das Eisen jedoch leicht in das Holz einbeißt und dadurch eine Verschiebung der Balken übereinander möglich wird, entsprechen diese Träger den an zusammengesetzte Träger gestellten Anforderungen nicht vollkommen.

Am besten sind die verzahnten und verdübelten Träger. Bei den ersteren wird, wie die oben angeführten Abbildungen bestehender Brücken zeigen, eine Verschiebung der Balken übereinander durch eingeschnittene Zähne und Verschraubung, bei letzteren durch in Ausnehmungen der Balken quer gelegte Stücke aus hartem Holze (Dübel) und Verschraubung hintangehalten.

Je nach der Lage und Art dieser Dübel unterscheidet man gerade Dübel, Fig. 311, Zahndübel, Fig. 309 u. 310, und Keildübel, Fig. 308.

Wenn man an Stelle der Dübel gröfsere Holzstücke anordnet, so dafs der Zwischenraum zwischen den einzelnen den Träger bildenden Balken grofs wird, so erhält man den Klötzeholzträger. Bei den grofsen Dimensionen, welche man den Klötzen gibt, macht sich bei diesen das Schwinden des Holzes fühlbar; es entsteht dadurch zwischen den Stirnflächen der Klötze und der Balken ein freier Raum, welcher eine Verschiebung der Balken übereinander zuläfst.

Dieser nicht so leicht zu beseitigende Übelstand ist auch die Ursache, warum die Klötzeholzträger gegenwärtig nur mehr selten angewendet werden.

Es sind zwar auch die verzahnten und verdübelten Träger dem Schwinden unterworfen, dadurch aber, dafs man vor der Verbindung der Balken miteinander diese, wie später gezeigt wird, in entsprechender Weise biegt (sprengt), wird der schädliche Einflufs des Schwindens bei diesen Trägern wesentlich reduziert.

b) Grundsätzliche Bestimmungen für die Verwendung zusammengesetzter Träger.

Auf Grund langjähriger Erfahrungen und durchgeführter Versuche mit den zusammengesetzten Trägern hat die k. k. General-Inspektion der österreichischen Eisenbahnen grundsätzliche Bestimmungen aufgestellt, welche bei der Konstruktion und Berechnung von Brücken derartiger Träger einzuhalten sind.

Diese Bestimmungen sind:

1. Für Brücken auf Hauptbahnen, sowie für solche Bahnüberbrückungen oder Zufahrtstraßenbrücken, welche im Sinne der Bestimmungen des § 15 der Handelsministerial-Verordnung vom 15. September 1887, R. G. Bl. No. 109, in die erste Belastungsklasse (1. Absch., 1. Kap., § 2) einzureihen sind, ist für den Fall ihrer Ausführung aus Holz die ausschließliche Verwendung verzahnter Roste (Rosse) tunlichst anzustreben.

2. Wenn bei solchen oder minder in Anspruch genommener Brücken verdübelte Roste (Rosse) verwendet werden, so müssen die Dübel und zwar Zahndübel aus einem Stücke mit in der Trägerrichtung laufenden Fasern sein, Fig. 309 u. 310.

3. Andere Typen von zusammengesetzten hölzernen Trägern, als die vorgedachten, mittelst einer einfachen Verzahnung oder mittelst der sogenannten Zahndübel hergestellte, mit entsprechender Sprengung zu montierende Träger (Klötzlröste, Querdübelröste, Röste mit mehrfachen Verbindungen diverser Systeme etc.) sind im allgemeinen auszuschließen.

4. Metallbleche oder andere Einlagen in den Stößen der Zähne oder Zahndübeln sind zu vermeiden.

5. Die Zähne der Zahndübel müssen eine Eingriffstiefe von mindestens 4 cm besitzen und darf deren Entfernung das zwanzigfache der jeweiligen Eingriffstiefe nicht übersteigen. Die Entfernung der Schraubenbolzen unterliegt derselben oberen Grenze.

6. Bei Prüfung der Biegezugfestigkeit der zu verwendenden verzahnten oder verdübelten Tragröste ist das nach der üblichen Theorie in Rechnung zu bringende Tragmoment (W_k) des Gesamtquerschnittes durch Anwendung nachstehender Reduktionskoeffizienten entsprechend zu ermäßigen:

Verzahnte Träger aus 2 Einzelbalken	. . .	0,80
Verdübelte " " 2 "	. . .	0,70
Verzahnte " " 3 "	. . .	0,60
Verdübelte " " 3 "	. . .	0,50

7. Zusammengesetzte Träger mit mehr als 3 Einzelbalken sind auszuschließen

c) *Vorteil der zusammengesetzten Träger gegenüber lose übereinander liegender Balken.*

Legt man mehrere Balken übereinander ohne zwischen denselben eine feste Verbindung herzustellen, so ist die gesamte Tragkraft gleich der Summe jener der einzelnen Balken, oder bei gegebener Breite proportional der Gesamthöhe.

Jeder Balken wird sich bei Eintritt der Belastung so durchbiegen, als wenn er allein da wäre, somit auch seine eigene neutrale Faser besitzen. Fig. 301.

Das Widerstandsmoment wird bei n lose übereinander liegenden rechteckig behauenen Balken daher nach Gleichung 8

$$n \frac{1}{6} b h^3$$

sein; verbindet man aber

die Balken miteinander so, daß eine gegenseitige Verschiebung derselben übereinander ausgeschlossen ist, so wird sich, wenn H die gesamte Höhe der n Balken mit der Höhe h ist, das Widerstandsmoment mit:

$$\frac{1}{6} b H^3 = \frac{1}{6} b n^3 h^3$$

ergeben, also n mal so groß sein als der Wert des Widerstandsmomentes bei lose übereinander gelegten Tragbalken.

d) *Konstruktion der zusammengesetzten Träger.*

a) *Verzahnte Träger.*

Die Stirnflächen der Zähne sind der Schubkraft, die in jener Faserschichte wirkt, in welcher die Zähne liegen, entgegen zu richten.

Die Richtung der zwischen den einzelnen Fasern wirkenden Schubkraft ist nach der Gleichung 11 durch die Richtung oder das Vorzeichen der im betreffenden Querschnitte tätigen Transversalkraft bestimmt (I. Abschn., 2. Kap., § 4).

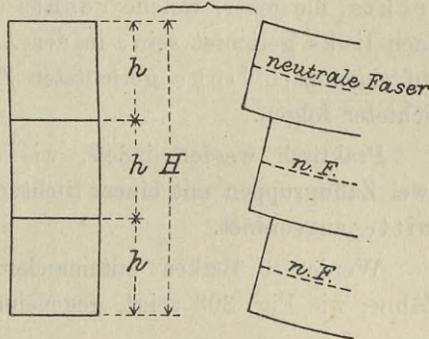


Fig. 301.

Die Gleichungen 32 und 33 und die diesen Gleichungen entsprechende Fig. 38 sagen, daß die Richtung von R außerhalb der Ausweichstrecke des mittleren Querschnittes konstant (rechts +, links —), innerhalb derselben, je nach der Laststellung veränderlich ist.

Demnach muß die Stirnfläche der links von der Ausweichstrecke des mittleren Querschnittes gelegenen Zähne nach rechts, die jener, welche rechts der Ausweichstrecke liegen, nach links gerichtet sein; in der Ausweichstrecke selbst sollte auf einen nach links gerichteten Zahn ein nach rechts gerichteter folgen.

Praktisch werden indess, wie auch Fig. 302 zeigt, nur zwei Zahngruppen mit einem Richtungswechsel in der Trägermitte angeordnet.

Werden 3 Balken miteinander verzahnt, so werden die Zähne, wie Fig. 303 zeigt, gegeneinander versetzt.

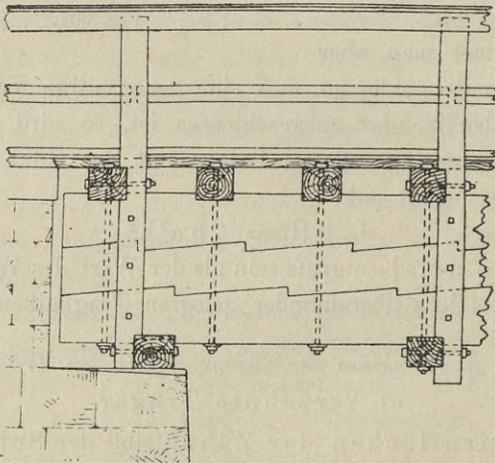


Fig. 303. [1:50]

Das Vorzeichnen oder Vorreißen der Zähne und das Bearbeiten derselben muß sehr genau erfolgen; dennoch wird aber durch das ungleichmäßige Schwinden und durch das Ineinanderpressen der Zähne bei der Belastung des Trägers eine

TSCHERTOU, DER BRÜCKENBAU.

Längenschnitt

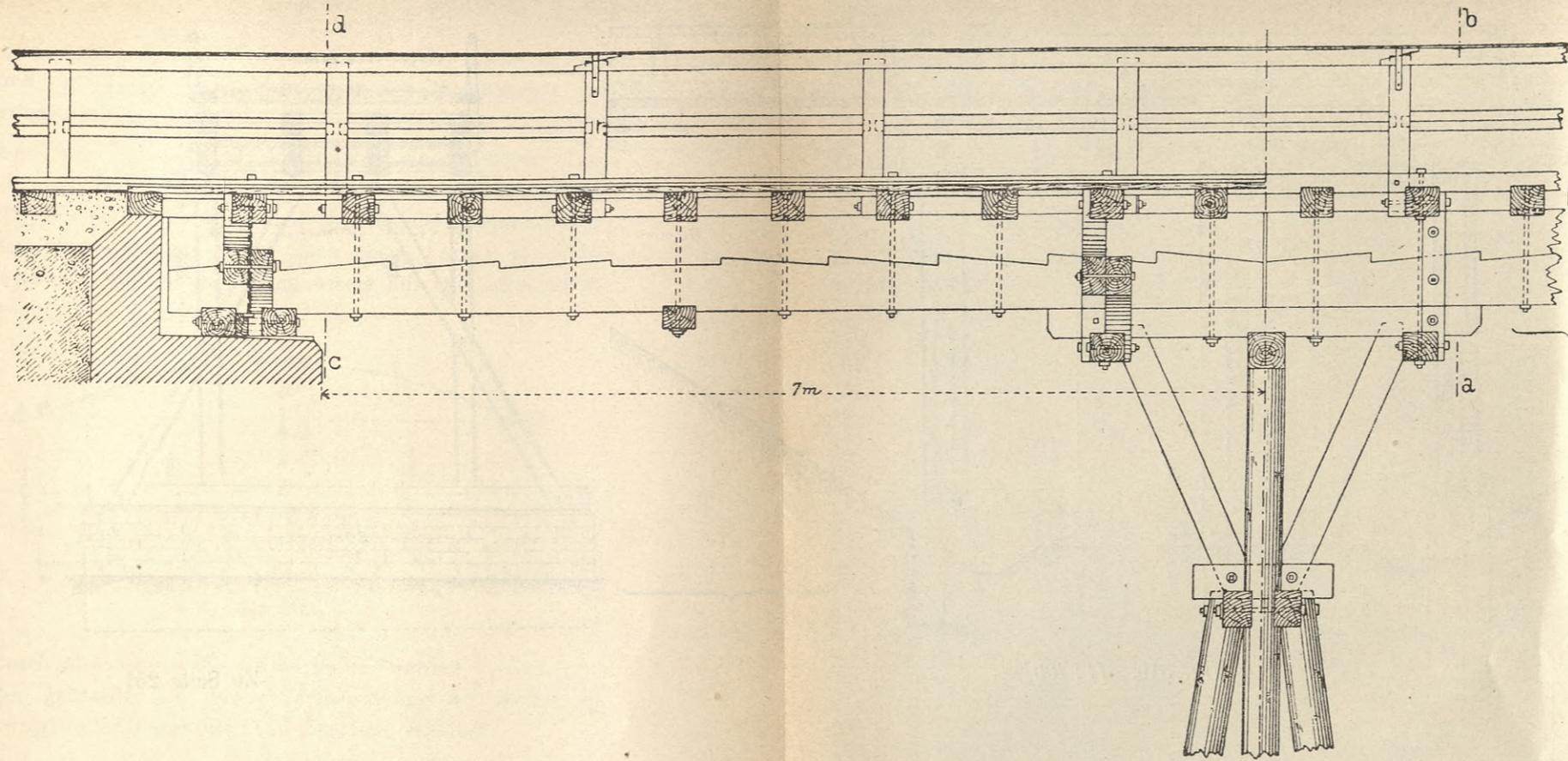
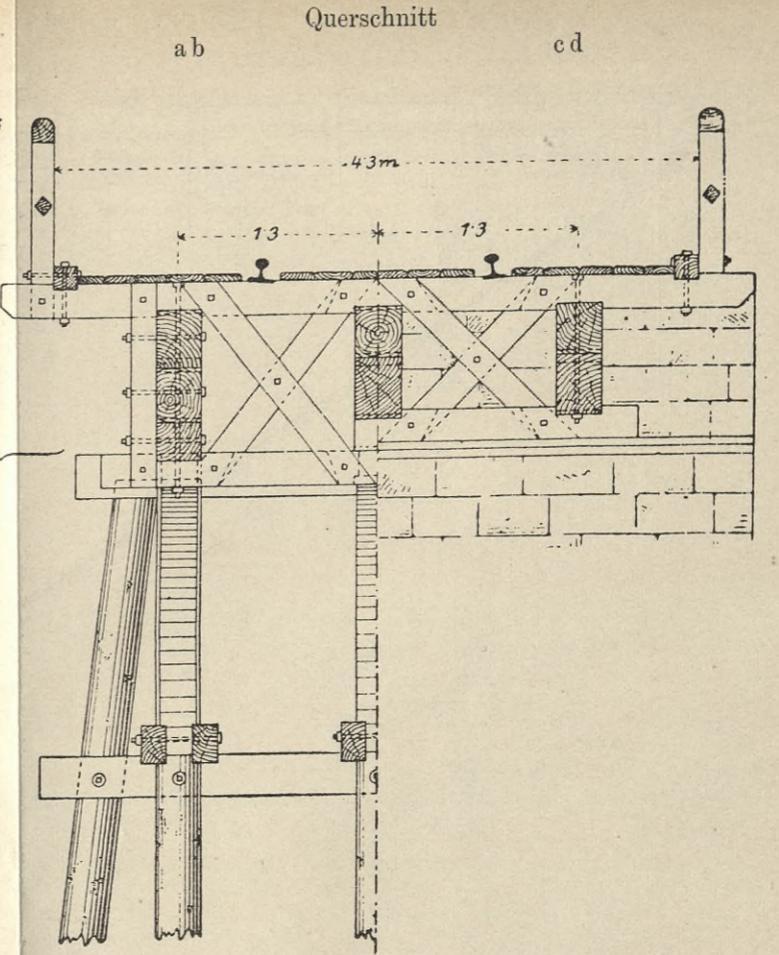


Fig. 302. [1:50]

Querschnitt



Zu Seite 248.

Längenschnitt

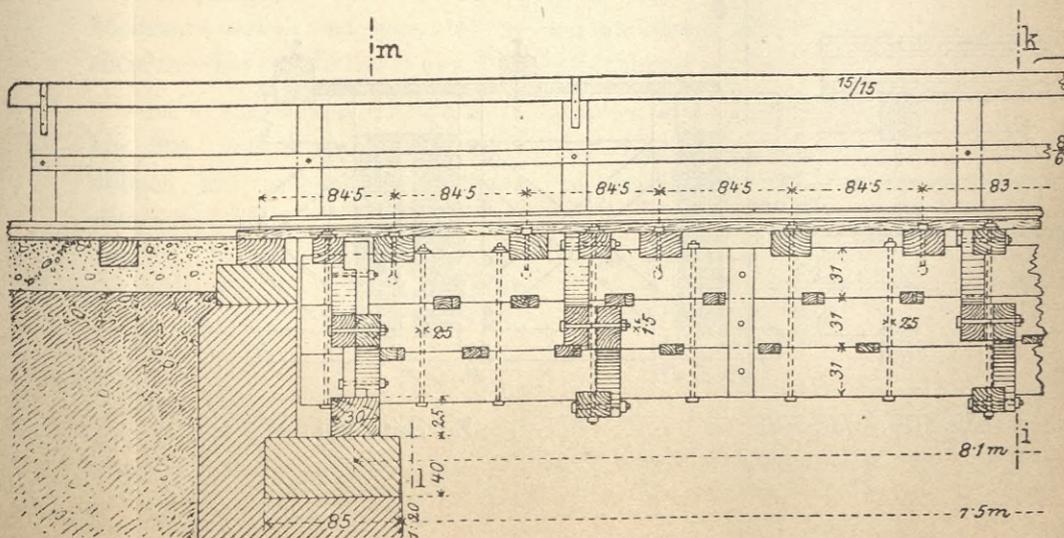
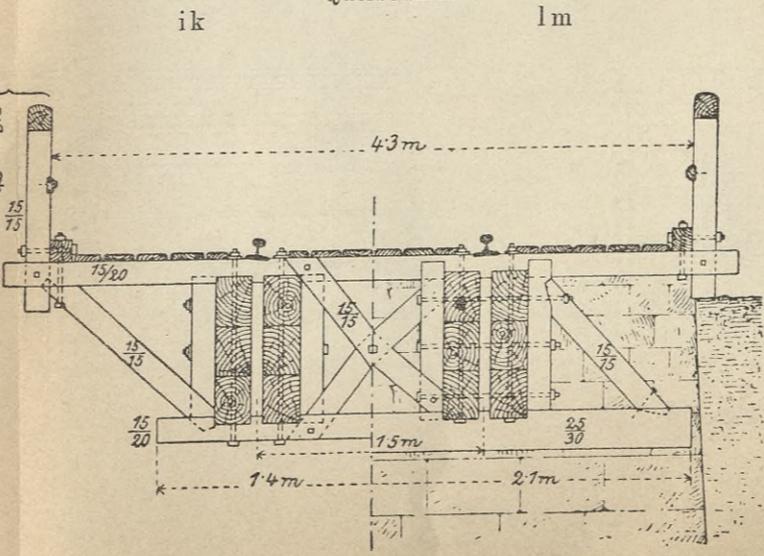


Fig. 308. [1:50]

Querschnitt



Zu Seite 251.

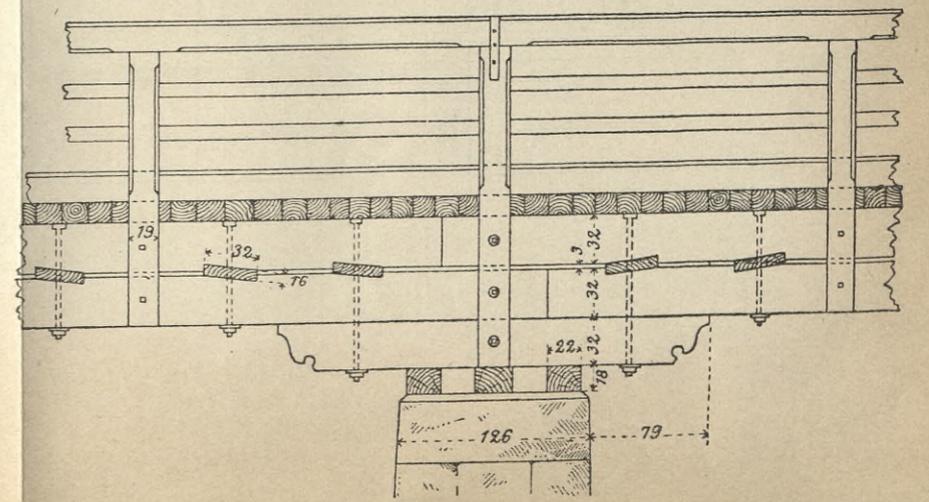


Fig. 309. [1:50]

Zu Seite 251.

kleine Verschiebung der Balken übereinander eintreten und hierdurch der Träger nicht mehr ganz den theoretischen Anforderungen entsprechen.

Um eine Verschiebung der Balken eines Trägers übereinander möglichst zu verhindern, biegt oder sprengt man, Fig. 304, die zu verbindenden und übereinander gelegten Balken vor dem Vorreißen der Zähne nach oben, reißt die Zähne vor, spannt sodann die Balken wieder aus und schneidet die Zähne ein.

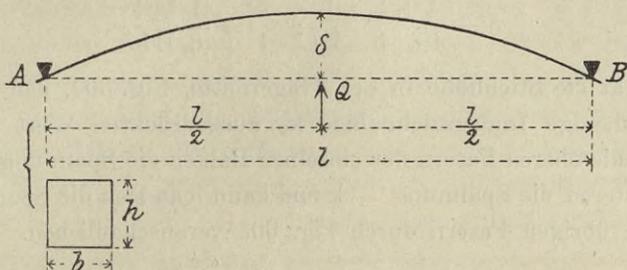


Fig. 304.

Durch abermaliges Biegen der Balken werden die Zähne ineinander gebracht und durch Verschraubung die Balken im gesprengten oder gespannten Zustande erhalten.

Dadurch, daß im gespannten Rosse sich die unteren Fasern des oberen Balkens auszudehnen, die oberen Fasern des unteren Balkens zu verkürzen streben, pressen sich die Zähne fest aneinander.

Die Biegung oder Sprengung des Trägers darf jedoch höchstens soweit erfolgen, bis in den äußersten Fasern der einzelnen Balken die zulässige Beanspruchung erreicht ist.

Ist Q die wirkende Kraft, hervorgerufen durch eine Winde, Fig. 304, und δ die Einsenkung in der Mitte eines auf zwei Stützen frei aufliegenden Trägers, so ergibt sich aus der elastischen Linie:

$$\delta = \frac{1}{48} \frac{Q l^3}{E t};$$

weiter ist das Moment für die Trägermitte:

$$M = \frac{1}{4} Q l$$

und nach Gleichung 7 und 8:

$$\frac{1}{4} Q l = \frac{t}{\frac{h}{2}} k_b,$$

hieraus ist:

$$Q l = \frac{8 k_b t}{h}$$

und damit:

$$\delta = \frac{1}{48} \frac{8 k_b t l^3}{h E t}; \quad \frac{\delta}{l} = \frac{1}{6} \frac{k_b l}{E h}$$

Hat die Stichhöhe in der Trägermitte, Fig. 304, den durch die zulässige Inanspruchnahme k_b ausgedrückten Wert δ , so haben die oberen Fasern der einzelnen Balken die Spannung $+k$, die unteren die Spannung $-k$ und kann man sich die Spannung in den übrigen Fasern durch Fig. 305 veranschaulichen.

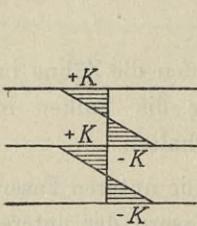


Fig. 305.

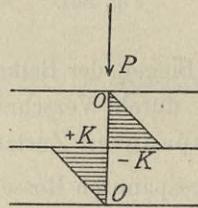


Fig. 306.

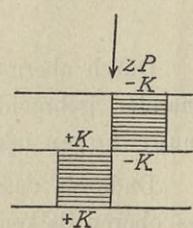


Fig. 307.

Bringt man nun auf diesen Träger eine Last P auf, welche im Stande ist die oberste Faser auf $-k$, die unterste auf $+k$ zu beanspruchen, so wird dadurch einfach die Wirkung der Sprengung in den äußersten Fasern aufgehoben, während in der neutralen Faser des zusammengesetzten Trägers die ursprünglichen Verhältnisse bleiben; die Spannung in den übrigen Fasern zeigt Fig. 306.

Wird die Last P verdoppelt, so ergeben sich die in Fig. 307 dargestellten Spannungsverhältnisse.

Daraus ist ersichtlich, daß die zulässige Inanspruchnahme $\pm k$ erst erreicht wird, wenn man das Doppelte jener Belastung aufbringt, welche im Stande wäre, einen nicht gesprengten Träger auf die zulässige Inanspruchnahme auszunützen.

Es wird also durch die Sprengung die Tragfähigkeit verdoppelt.

Der vollen Ausnützung dieser Tragfähigkeit steht aber eine Überbeanspruchung der Zähne entgegen, außerdem geht durch das allmähliche Schwinden des Holzes, sowie durch das Einbeißen der Zähne die Sprengung fast ganz verloren, so daß man von der Erhöhung der Tragkraft in der Praxis gar keinen Gebrauch macht, ja es lehrt die Erfahrung, daß man bei einem gesprengten Balken die einfache zulässige Inanspruchnahme k_0 , sogar kleiner in Rechnung nimmt als bei einem einfachen Balken, was auch im Punkte 6 der grundsätzlichen Bestimmungen zum Ausdrucke gebracht ist.

β) Verdübelte Träger. Fig. 308—311.

Die Zahndübel müssen in ihrer Richtung ebenso wie die Zähne wechseln, Fig. 309 u. 310, und die Träger erhalten wie die verzahnten Träger eine Sprengung.

Zwischen den einzelnen Balken läßt man meist einen kleinen Zwischenraum, Fig. 309, 310, teils um der Luft Zutritt zu verschaffen, teils um durch die dadurch erzielte größere Trägerhöhe eine größere Tragfähigkeit zu erhalten.

Die Dübel werden stets aus hartem Holze erzeugt. Bei mehr als zwei Balken versetzt man die Dübel gegenseitig, Fig. 308 u. 311.

Die Schrauben zur Verbindung der Balken miteinander können bei verzahnten und verdübelten Trägern zugleich auch zur Befestigung der Querschwellen dienen, Fig. 311. Statt der Schrauben kann man auch eiserne Bänder verwenden.

In dem Zwischenraum der Balken werden an der Durchgangsstelle der Schrauben öfter Futterhölzer angeordnet, Fig. 311. Die Schrauben sollen womöglich nicht durch die Dübel geführt werden, Fig. 308 u. 311.

γ) Klötzelnholzträger.

Die Träger der Klötzelnholzbrücken bestehen aus zwei oder drei behauenen oder auch rund belassenen Balken, welche durch Klötze und Schrauben oder eiserne Bänder mit einander verbunden sind, Fig. 312—314. Häufiger als Schrauben verwendet man Bänder, die oben über den Träger gelegt und unten in Schrauben übergehen, deren Muttern sich gegen einen schmiedeeisernen Steg (Fig. 313) legen.

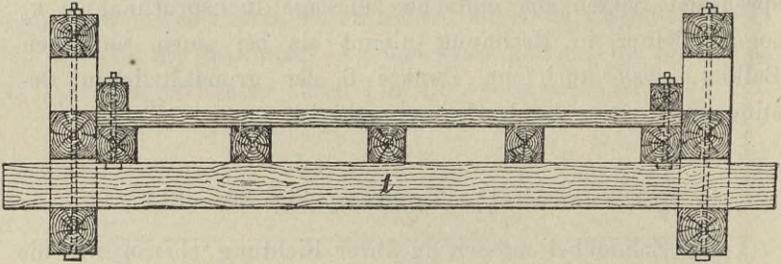


Fig. 312. [1:50]

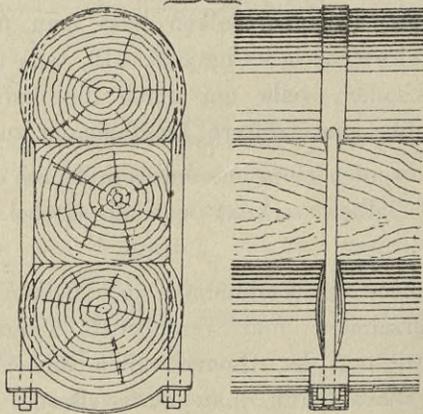


Fig. 313. [1:10]

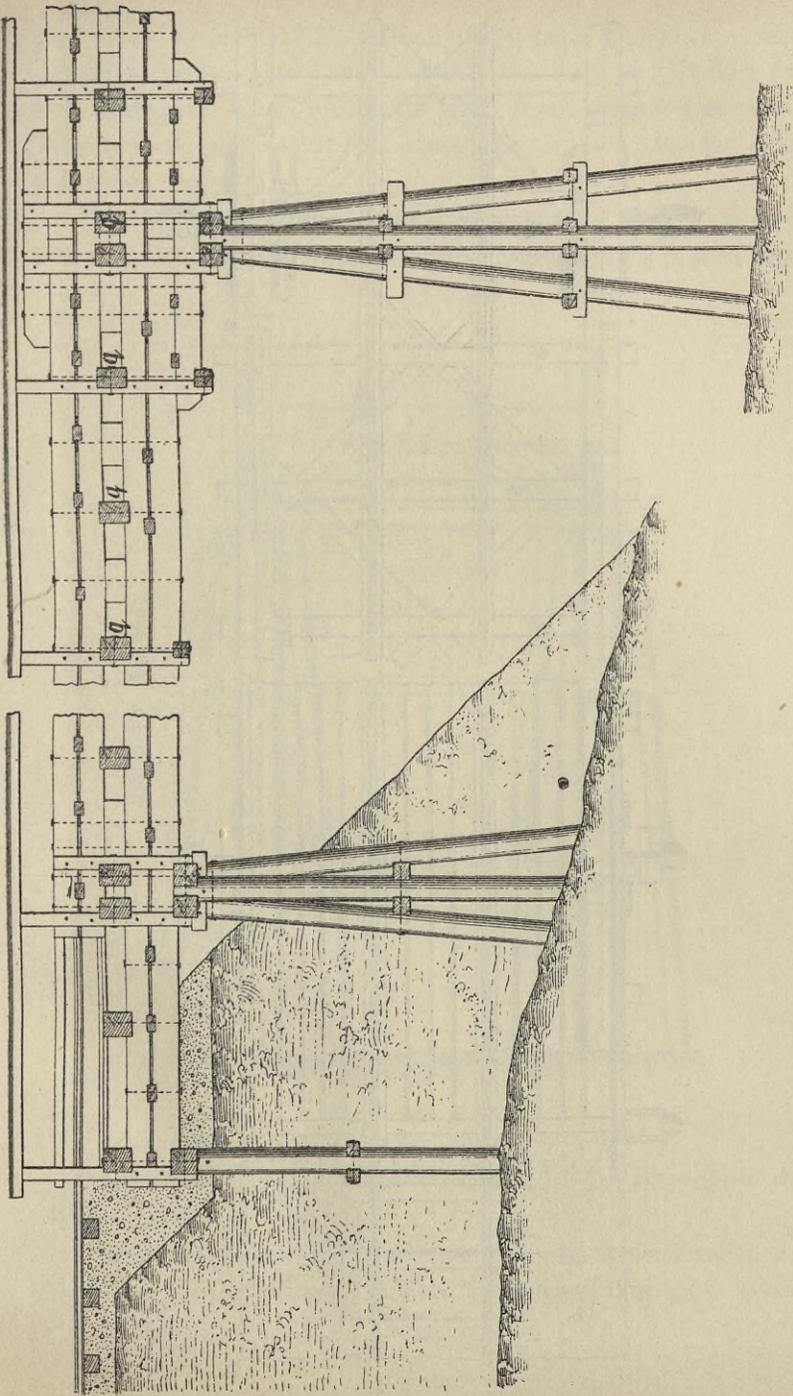


Fig. 314a. [1:1000]

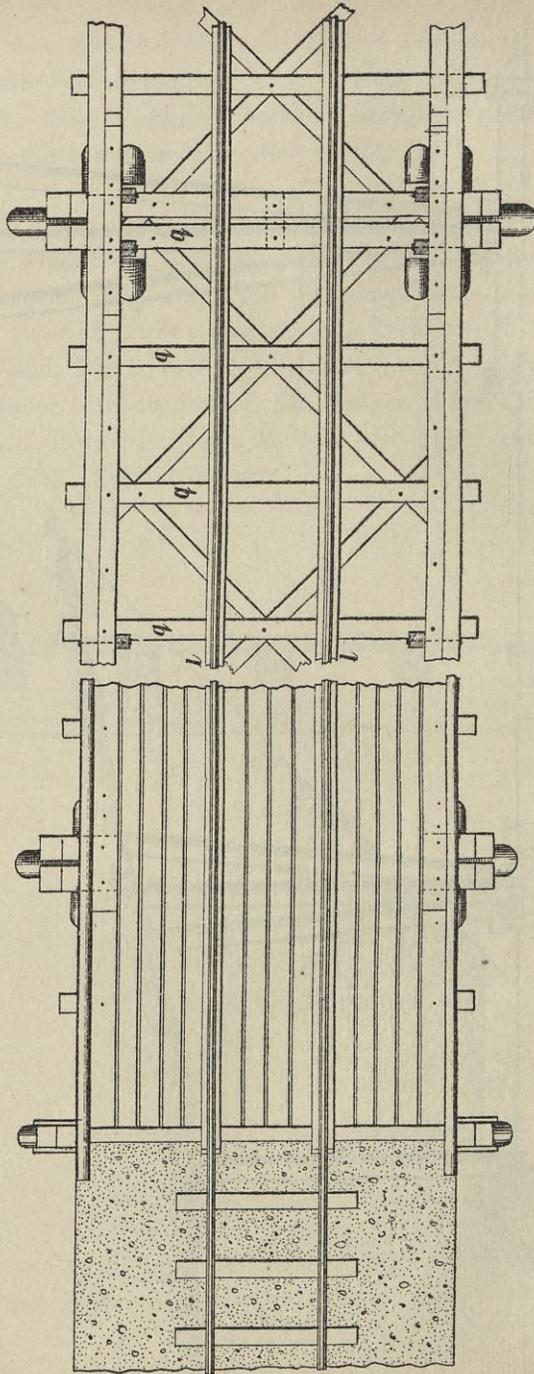


Fig. 314b. [1:100]

Öfters wurden die Klötzeholzträger nach Fig. 314a—c aus 4 Balken gebildet und zwar derart, daß man je 2 Balken für sich verzahnte oder verdübelte und diese zusammengesetzten Träger erst mit einander durch Klötze und Bänder oder Schrauben verband.

Die Höhe der Klötze beträgt 0,9—1,2 der Trägerhöhe; je höher die Klötze sind, desto schwächer können die Balken sein.

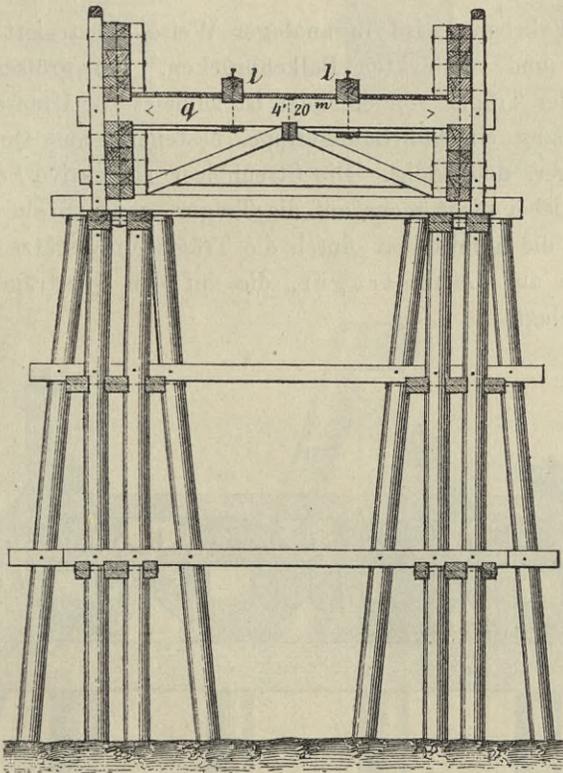


Fig. 314c. [1:100]

Die Klötze müssen möglichst genau in die Einschnitte der Balken passen.

Man kann auch die Querträger oder die Querschwellen der Fahrbahn gleichzeitig als Klötze verwenden, Fig. 314, (Bahn

Mitte) oder man kann die Querträger, anstatt sie auf Träger aufzulegen, mit Bändern oder Schrauben auf dieselben hängen (Bahn unten); hiedurch entstehen die sogenannten tragenden Geländer, da der Träger zugleich als Geländer verwendet wird.

e) *Konstruktion der Brücken mit zusammengesetzten Trägern.*

a) *Fahrbahn; Absteifung der zusammengesetzten Träger.*

Die Fahrbahn wird in analoger Weise konstruiert wie bei einfachen und verstärkten Balkenbrücken. Bei größerer Entfernung der Träger von einander ist zumeist zur Unterstützung der Fahrbahn ein Fahrbahngerippe, bestehend aus Quer- und Längsträger, notwendig. Die Strehölzer respektive Schwellen werden hiebei nicht mehr auf die Träger, sondern auf Querträger, die unmittelbar durch die Träger unterstützt werden, respektive auf Längsträger, die auf den Querträgern aufliegen, gelegt.

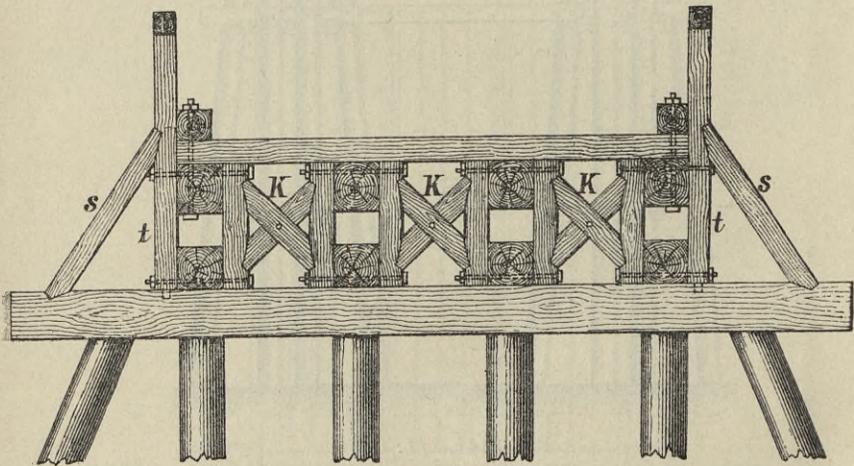


Fig. 315. [1:50]

Gegen das Umkippen der hohen Trägerkonstruktion ordnet man Andreaskreuze, K Fig. 315 oder 316—318, in der notwendigen Anzahl an. Nach aufsen hin werden die

Träger durch Streben *s*, die zugleich auch die Geländerständer *t* stützen, abgestrebt, Fig. 315.

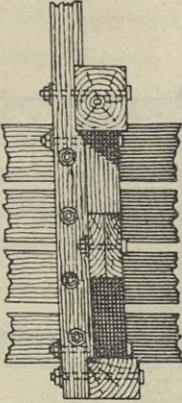


Fig. 316. [1:25]

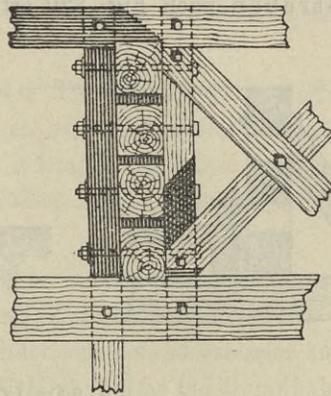


Fig. 317. [1:25]

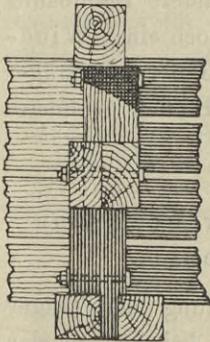


Fig. 318. [1:25]

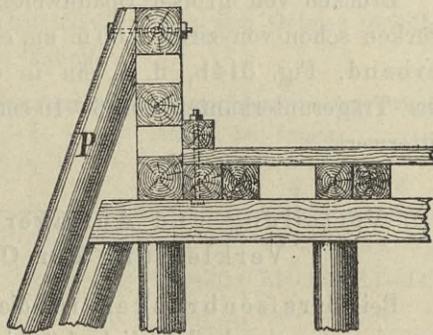


Fig. 319. [1:25]

Gewöhnlich werden die Andreaskreuze über jeder Unterlage angeordnet; bei Eisenbahnbrücken, je nach der Spannweite und Kategorie der Bahn, außerdem noch auf Entfernungen von 2—4 m über die Unterzüge. Die Streben der Andreaskreuze befestigt man meist durch schwächere Schrauben an vertikale Pfosten, die wiederum mit dem Träger verschraubt werden. Hierbei kann man die Streben entweder beide auf derselben Seite oder auf verschiedenen Seiten der Pfosten befestigen.

Im ersteren Falle sind sie mit einander voll zu überplatten, im letzteren nur teilweise oder gar nicht. Bei Klötzelh Holzbrücken kann die Verstrebung durch Piloten, P Fig. 319, oder durch Streben nach Fig. 320 erfolgen.

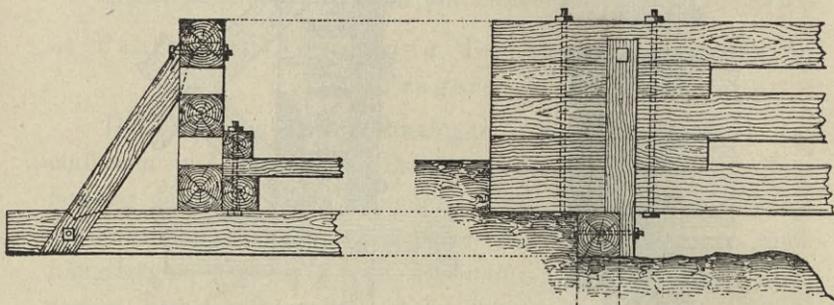


Fig. 320. [1:25]

Brücken von großer Spannweite, insbesondere Eisenbahnbrücken schon von zirka 6,00 m an, erhalten noch einen Windverband, Fig. 314b, d. i. ein in der Höhe der Querträger oder Trägerunterkanten aus 6—10 cm dicken Bohlen gebildetes Gitterwerk.

β) Verteilung und Auflager der Träger, dann Verkleidung der Ortbalken.

Bei Strafsenbrücken ist die Entfernung der Träger von einander durchschnittlich 1,0 bis 1,3 m; bei bedeutender Trägerhöhe ist die Entfernung größer (bis 2,5 m), um die Andreaskreuze besser anbringen zu können. Ein großer Abstand der Träger von einander erfordert aber Querträger zur Unterstützung der Brückenstreu.

Bei Eisenbahnbrücken ist die Verteilung der Träger entweder so wie für einfache Balkenbrücken angegeben, oder es ist die Entfernung der Träger von einander etwas größer als dort, damit man zwischen denselben hinreichend starke Querverstrebungen anbringen könne.

Die günstigste Verteilung der Träger, wenn deren mehr als zwei eingebaut werden, wäre die, bei welcher alle Träger gleich beansprucht sind (Gleichung 125), doch wird man, um eine solide Querverstrebung anbringen zu können, meist davon abweichen müssen.

Werden zwei Träger oder Trägergruppen außerhalb der Schienen, Fig. 236, angeordnet, so soll der lichte Abstand der Träger nicht mehr als 2,8 m betragen, da sonst die Querträger, respektive die Querschwellen allzu große Dimensionen erhalten müßten.

Werden jedoch auch Träger innerhalb der Schienenstränge angeordnet, so kann man mit den äußeren Trägern so weit hinausrücken, daß man an ihnen die Geländerständer anbringen kann, also so weit, daß die Geländerholme bei Hauptbahnen auf 4,3 m von einander abstehen.

Die Anzahl der Träger, welche bei den verschiedenen Spannweiten für Eisenbahnprovisorien pro Geleise gewählt werden soll, zeigt folgende Tabelle:

Anzahl der Balken pro Träger	bei einer Spannweite von	Anzahl der Träger			
		2	3	4	6
2	1=	2,6—3,8	3,8—4,8	4,8—5,6	5,6—6,1
3	1=	3,8—5,7	5,7—7,3	7,3—8,7	8,7—11,4

Hiernach sind bei einer gegebenen Spannweite mehrere Anordnungen möglich; in der Regel wird diejenige die billigste sein, welche die geringere Anzahl von einzelnen Balken erfordert. Z. B. 1 = 6 m; diese Spannweite liegt zwischen 5,6 und 6,1 m, und zwischen 5,7 und 7,3 m; man kann daher entweder 6 Hauptträger à 2 Balken oder 3 Hauptträger à 3 Balken anordnen.

Hinsichtlich der Auflager gilt dasselbe wie für einfache Balkenbrücken.

Teils zum Schutze gegen den Einfluss der Witterung, teils zur Dekoration werden die Ortbalken zuweilen mit Brettern verkleidet, z. B. Fig. 321.

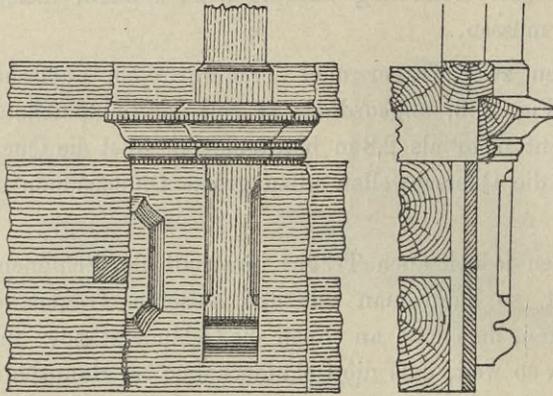


Fig. 321. [1:15]

f) Berechnung der zusammengesetzten Träger.

α) Berechnung des Trägerquerschnittes.

Für die Berechnung der zusammengesetzten Träger sollen die Figuren 322 und 323 alle Gattungen dieser Träger ver sinnlichen.

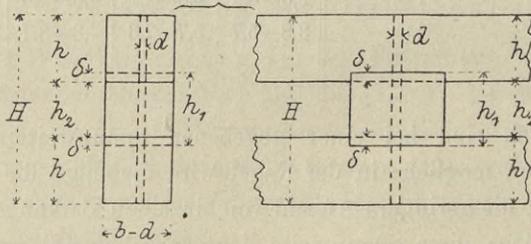


Fig. 322.

In der Fig. 323 sind die Verbindungsmittel in einem Querschnitte angenommen, obwohl man dieselben bei der Konstruktion der Träger schachbrettförmig verteilt. Diese Annahme kommt dem Träger zu Gute und ist insofern gerechtfertigt, da die

Verbindungsmittel, im Falle als 3 Balken zur Trägerkonstruktion verwendet werden, tatsächlich nicht weit von einander abstehen und in dem zwischenliegenden Holze Spannungen eintreten, die in der Rechnung nicht leicht berücksichtigt werden können.

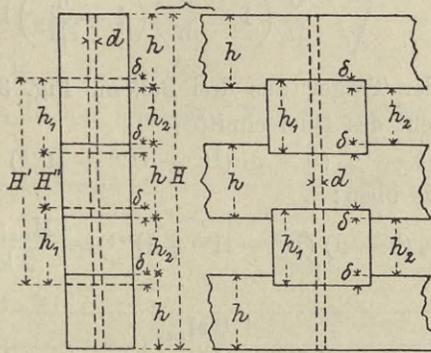


Fig. 323.

Es bedeutet:

- H die ganze Trägerhöhe,
- h die Höhe eines Balkens,
- h_1 die Höhe der Zähne, Dübel oder Klötze,
- h_2 die Zwischenräume zwischen den Balken,
- b ($= \frac{3}{4} h$) die Breite der Balken,
- d den Durchmesser der Schraubenbolzen,
- δ die Höhe der Eingriffe der Zähne, Dübel oder Klötze.

Besteht der Träger aus zwei Balken, Fig. 322, so ist das Trägheitsmoment des Querschnittes:

$$t = \frac{1}{12} (b - d) (H^3 - h_1^3) = \frac{1}{12} b H^3 \left(1 - \frac{d}{b} \right) \left(1 - \frac{h_1^3}{H^3} \right).$$

Das größte äußere Moment sei M_{\max} , dann ist zufolge der Gleichungen 7 und 8:

$$M_{\max} = \frac{t}{H} k_b = \frac{2 k_b t}{H};$$

hieraus ist:

$$t = \frac{M_{\max} H}{2 k_b};$$

daher ist:

$$\frac{1}{12} b H^3 \left(1 - \frac{b}{d}\right) \left(1 - \frac{h_1^3}{H^3}\right) = \frac{1}{2} \frac{M_{\max} H}{k_b}$$

und:

$$H = \sqrt[3]{\frac{6 M_{\max}}{\frac{b}{H} \left(1 - \frac{d}{b}\right) \left(1 - \frac{h_1^3}{H^3}\right) k_b}} \dots 139$$

Besteht der Träger aus drei Balken, Fig. 323, so ist das Trägheitsmoment des Querschnittes:

$$t = \frac{1}{12} (b - d) (H^3 - H'^3 + H''^3)$$

und analog wie oben:

$$\frac{1}{12} (b - d) (H^3 - H'^3 + H''^3) = \frac{M_{\max} H}{2 k_b}$$

somit:

$$H = \sqrt[3]{\frac{6 M_{\max}}{\frac{b}{H} \left(1 - \frac{d}{b}\right) \left[1 - \frac{2 h_1^3}{H^3} - \frac{6 h_1}{H} \left(\frac{b}{H} + \frac{h_2}{H}\right)^2\right] k_b}} \dots 140$$

Auf gleiche Weise ergibt sich bei einem Träger mit vier Balken die gesamte Trägerhöhe mit:

$$H = \sqrt[3]{\frac{6 M_{\max}}{\frac{b}{H} \left(1 - \frac{d}{b}\right) \left[1 - \frac{3 h_1^3}{H^3} - \frac{24 h_1}{H} \left(\frac{b}{H} + \frac{h^2}{H}\right)\right] k_b}} \dots 141$$

Berücksichtigt man für die Gleichungen 139—141 folgende Näherungswerte und zwar:

bei verzahnten Trägern, Fig. 324:

$h_1 = 0,2 h$; h_2 , welches in den allgemeinen Formeln den lichten Zwischenraum zwischen den einzelnen Balken darstellt, geht bei den verzahnten Trägern in $-h_1$ über, weil bei diesen Trägern die einzelnen Balken um h_1 ineinandergreifen.

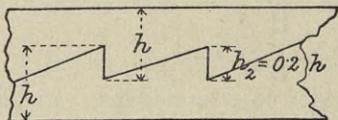


Fig. 324.

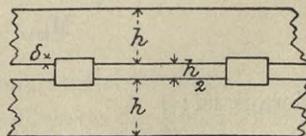


Fig. 325.

Es ist daher:

$$h_2 = -0,2 h;$$

bei verdübelten Trägern, Fig. 325:

$$\delta = h_2 = 0,1 h; h_1 = 0,3 h;$$

bei Klötzeholzträgern, Fig. 326:

$$\delta = 0,07 h; h_1 = 0,9 \text{ bis } 1,2 h,$$

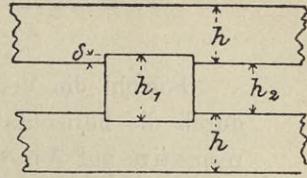


Fig. 326.

so ergeben sich die in der folgenden Tabelle angeführten Werte für den Trägerquerschnitt:

Anzahl der Balken	und zwar	Verbindung durch						zu multiplizieren mit					
		Zähne	Dübel	Klötzel									
				$\frac{h_1}{h} = 0,9$	$\frac{h_1}{h} = 1,0$	$\frac{h_1}{h} = 1,1$	$\frac{h_1}{h} = 1,2$						
2	H	2,52	2,66	2,94	2,98	3,03	3,07	$\sqrt[3]{\frac{M_{\max}}{k}}$					
	b	1,05	0,95	0,80	0,78	0,77	0,75						
	h	1,40	1,27	1,07	1,04	1,02	1,00						
	2 b h	2,94	2,41	1,71	1,62	1,57	1,50	$\sqrt[3]{\frac{M_{\max}^2}{k^2}}$					
3	H	2,89	3,12	3,68	3,77	3,85	3,94	$\sqrt[3]{\frac{M_{\max}}{k}}$					
	b	0,83	0,73	0,61	0,60	0,59	0,58						
	h	1,11	0,98	0,82	0,80	0,78	0,77						
	3 b h	2,76	2,15	1,50	1,44	1,38	1,34	$\sqrt[3]{\frac{M_{\max}^2}{k^2}}$					
4	4 Balken mit nicht ausgeführt	Verzahnung Träger selten	Die beiden Balkenpaare								$\sqrt[3]{\frac{M_{\max}}{k}}$		
			verz. dübel	verz. dübel	verz. dübel	verz. dübel	verz. dübel	verz. dübel	verz. dübel	verz. dübel			
		H	3,50	3,51	3,70	3,54	3,73	3,57	3,75	3,60		3,78	
		b	0,61	0,61	0,56	0,60	0,55	0,59	0,55	0,58		0,54	
		h	0,81	0,81	0,75	0,79	0,74	0,78	0,73	0,77		0,72	
		4 b h	1,98	1,98	1,68	1,90	1,63	1,84	1,61	1,79		1,56	
		$\sqrt[3]{\frac{M_{\max}^2}{k^2}}$											

β) Berechnung der Verbindungsmittel.*Art der Beanspruchung.*

Sowohl die Verbindungsmittel als auch die Träger werden durch die horizontale Schubkraft (Gleichung 11) auf Druck, respektive auf Abscherung in Anspruch genommen.

Für einen rechteckigen Querschnitt, Fig. 327, ist:

$$\begin{aligned}\mu &= b \left(\frac{1}{2} H - u \right) \left(\frac{1}{4} H + \frac{1}{2} u \right) \\ &= \frac{1}{8} b (H^2 - 4u^2)\end{aligned}$$

und: $t = \frac{1}{12} b H^3$;

somit: $\frac{\mu}{t} = \frac{3}{2} \frac{H^2 - 4u^2}{H^3} \dots \dots \dots 142$

Der Wert $\frac{\mu}{t}$ der Gleichung 142 ist mit u , d. i. der Abstand zwischen der neutralen und jener Faserschichte, in welcher sich die Verbindungsmittel befinden, variabel und ergibt sich:

Für verzahnte Träger mit zwei Balken (Fig. 328), wofür $u = 0$ ist, mit:

$$\frac{\mu}{t} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{H} = \frac{1,5}{H}.$$

Für verzahnte Träger mit drei Balken (Fig. 329), wofür $u = 0,4 h$ ist, mit:

$$\frac{\mu}{t} = \frac{3}{2} \frac{2,6^2 h^2 - 4 \cdot 0,4^2 h^2}{2,6^3 h^3} = \frac{1,358}{H}$$

Für verdübelte Träger mit zwei Balken ohne lichten Abstand (Fig. 330), wofür $u = 0$ ist, mit:

$$\frac{\mu}{t} = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{H} = \frac{1,5}{H}.$$

Für verdübelte Träger mit drei Balken ohne lichten Abstand (Fig. 331), wofür $u = \frac{1}{6} H$ ist, mit:

$$\frac{\mu}{t} = \frac{3}{2} \frac{H^2 - \frac{H^2}{9}}{H^3} = \frac{1,33}{H}.$$

Für verdübelte Träger mit vier Balken (Fig. 332) hat man drei Trennungsflächen, in welchen Dübel angeordnet werden, zu untersuchen; für die mittlere Trennungsfläche ist

$u = 0$ und für die beiden äußeren $u = \frac{1}{4}H$. Es ist daher für die mittlere Trennungsfäche:

$$\frac{\mu}{t} = \frac{1,5}{H},$$

für die beiden äußeren:

$$\frac{\mu}{t} = \frac{3}{2} \frac{H^2 - \frac{1}{4}H^2}{H^3} = \frac{1,125}{H}.$$

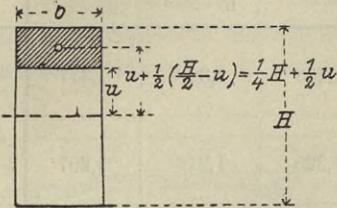


Fig. 327.

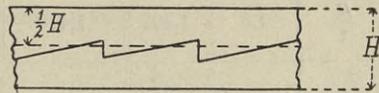


Fig. 328.

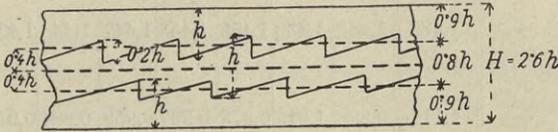


Fig. 329.

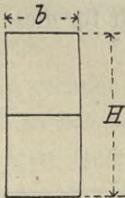


Fig. 330.

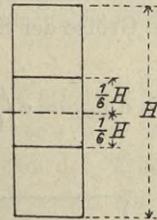


Fig. 331.

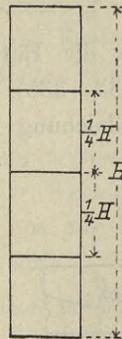


Fig. 332.

Bei Berücksichtigung der vorhin angeführten Näherungswerte für die Eindringungstiefe der Verbindungsmittel, deren Höhe u. s. w., ergeben sich für $\frac{\mu}{t}$ folgende Werte:

Anzahl der Balken	und zwar	Verbindung durch						zu multiplizieren mit				
		Zähne	Dübel	Klötzel								
				$\frac{h'}{h} = 0,9$	$\frac{h'}{h} = 1,0$	$\frac{h'}{h} = 1,1$	$\frac{h'}{h} = 1,2$					
2	$\frac{\mu}{t}$	1,5	1,497	1,416	1,403	1,390	1,377	$\frac{1}{H}$				
3	$\frac{\mu}{t}$	1,358	1,318	1,234	1,225	1,216	1,207	$\frac{1}{H}$				
4	mittlere Faser $\frac{\mu}{t}$	—	1,482	Die Balkenpaare								$\frac{1}{H}$
				ver-zahnt	ver-dübelt	ver-zahnt	ver-dübelt	ver-zahnt	ver-dübelt	ver-zahnt	ver-dübelt	
	äußere Faser $\frac{\mu}{t}$	—	1,111	0,988	1,019	0,973	0,997	0,959	0,984	0,946	0,972	

Berechnung der Eindringungstiefe und Dimensionen der Verbindungsmittel.

Ist die Entfernung der Verbindungsmittel voneinander c (Fig. 333—335), so ist die Größe der Schubkraft für diese Länge nach Gleichung 11':

$$S_{\max} = c h_{\max} = c \frac{\mu}{t} R_{\max}.$$

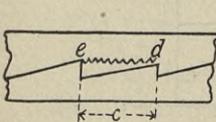


Fig. 333.

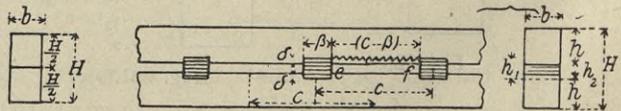


Fig. 334.

Bei einer Eindringungstiefe δ der Verbindungsmittel in die Balken (Fig. 333—336) muß, damit kein gegenseitiges Einpressen der Fasern in den Stirnflächen erfolge:

$$\delta b k_d \geq c \frac{\mu}{t} R_{\max} \dots \dots \dots 143$$

sein.

Hieraus ergibt sich bei Annahme von δ das c , oder umgekehrt.

Auf die Reibung zwischen den Balken, welche infolge des Aneinanderpressens derselben durch die Wirkung der Schrauben entsteht, wird keine Rücksicht genommen.

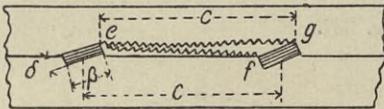


Fig. 335.

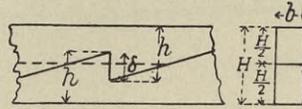


Fig. 336.

Bei kleineren Spannweiten rechnet man sich das δ oder c nach dem größten R_{\max} und läßt beide Werte für die ganze Spannweite konstant, während man bei größeren Spannweiten sowohl mit δ als auch mit c variiert, oder man läßt δ durchaus konstant und variiert mit c oder umgekehrt, entsprechend der Größe der horizontalen Schubkraft.

Wenn man mit c variiert und die Eindringungstiefe δ konstant annimmt, so kann man graphisch die Entfernung der Verbindungsmittel voneinander näherungsweise wie folgt bestimmen:

Man rechnet sich den Wert c für Querschnitte in Abständen von 0,1 zu 0,1 der Spannweite und trägt diesen Wert in den zugehörigen Querschnitt von der Trägerachse aus zur Hälfte nach oben, zur Hälfte nach unten als Ordinate auf.

Verbindet man die Endpunkte dieser Ordinaten miteinander nach Fig. 337 und 338, so erhält man 2 Linien, zwischen welchen ein Linienzug, bestehend aus vertikalen und unter

40—45° geneigten Geraden, konstruiert wird; die Vertikalen geben die Lage der Zähne respektive Dübel an.

Hat man die Eindringungstiefe der Verbindungsmittel und deren Lage bestimmt, so ist weiter zu untersuchen, ob nicht ein Abscheren des Balkenholzes zwischen den Verbindungsmitteln eintreten könne.

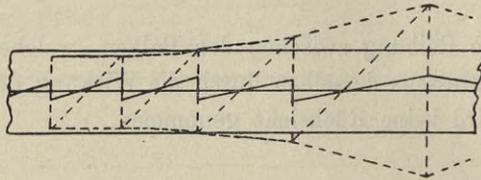


Fig. 337.

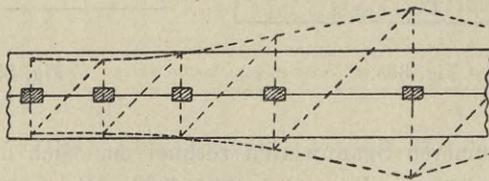


Fig. 338.

Es muß nach Fig. 333

$$1. \ b k_a \cong \frac{\mu}{t} R_{\max} \text{ oder}$$

$$b \cong \frac{\mu}{k_a t} R_{\max}$$

sein und nach Fig. 334 und 335

$$k_a b (c - \beta) \cong c \frac{\mu}{t} R_{\max}$$

$$c \cong \frac{k_a b \beta}{k_a b - \frac{\mu}{t} R_{\max}}$$

Dübel (Fig. 334) und Klötze müssen überdies so lang sein, daß die zulässige Inanspruchnahme auf Abscherung $\frac{\mu}{t} R_{\max}$ in denselben nicht überschritten werde.

TSCHERTOU, DER BRÜCKENBAU.

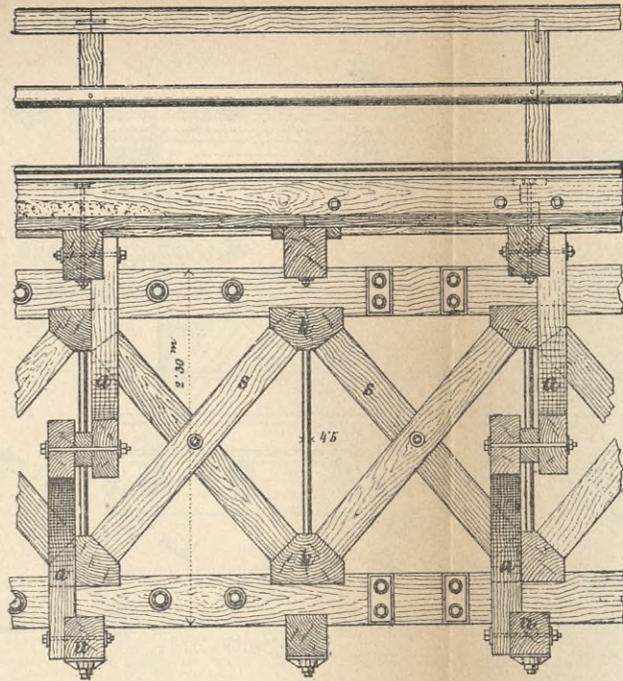
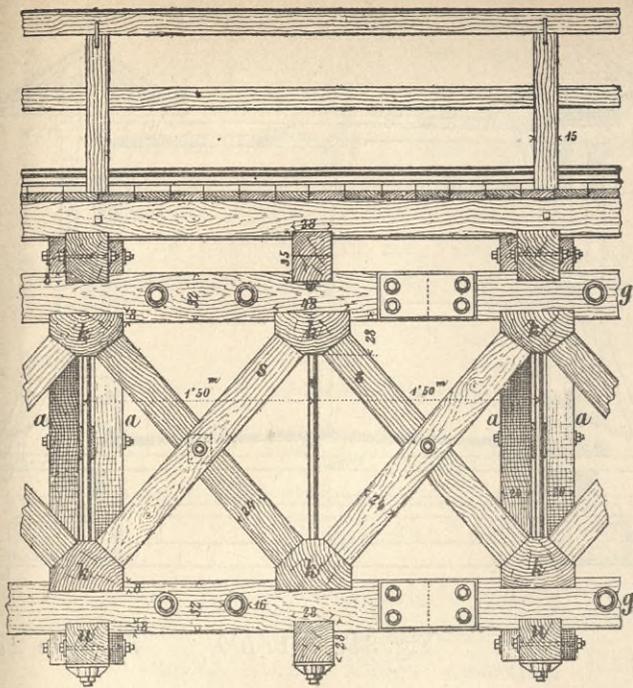
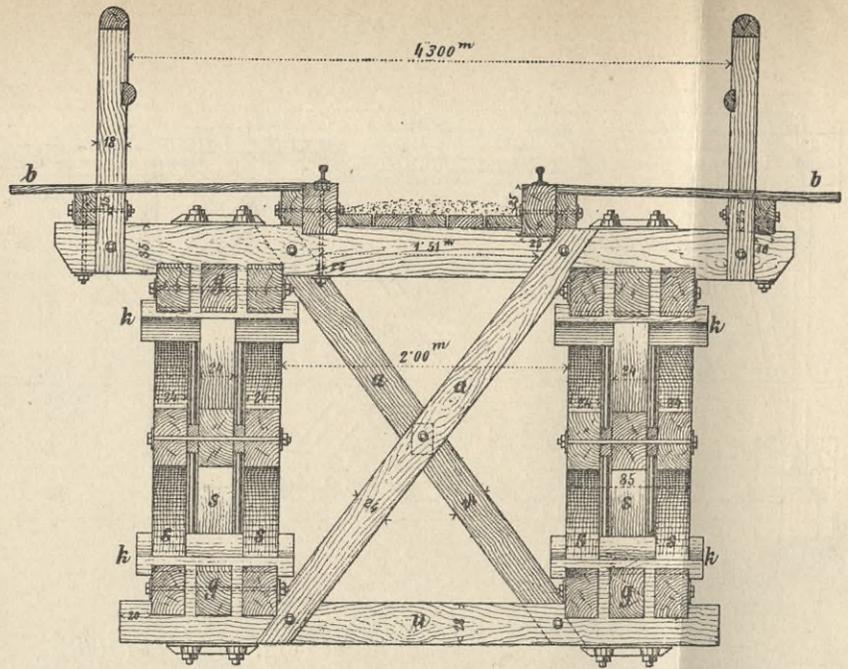


Fig. 341. [1:50]



Zu Seite 269.

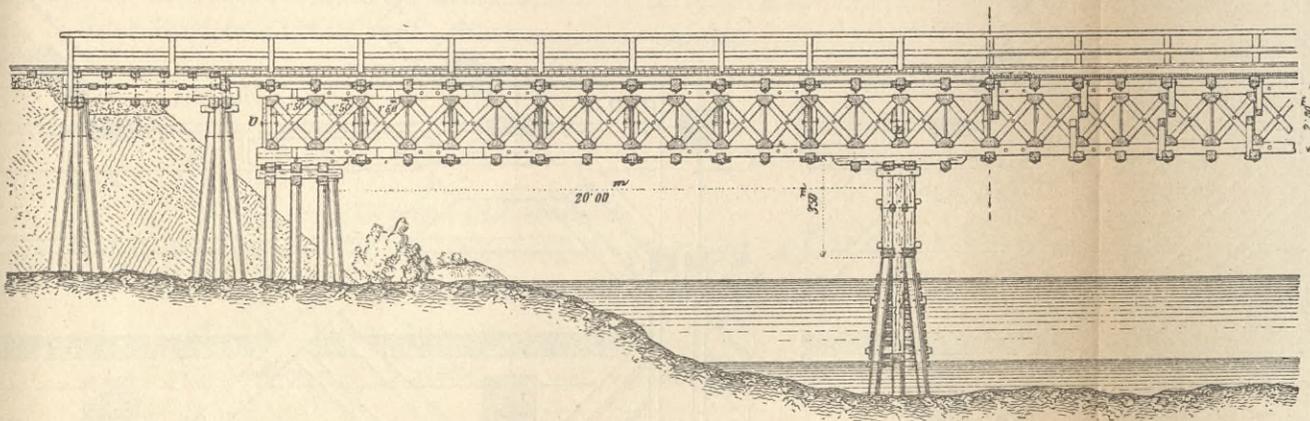


Fig. 341 a. [1:250]

Zu Seite 269.

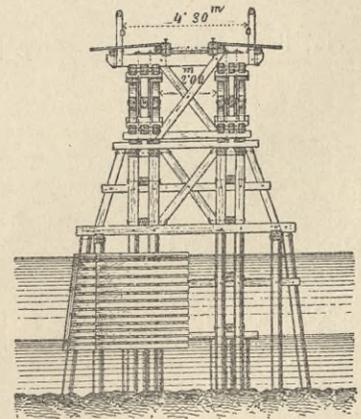


Fig. 341 b. [1:250]

Zu Seite 269.

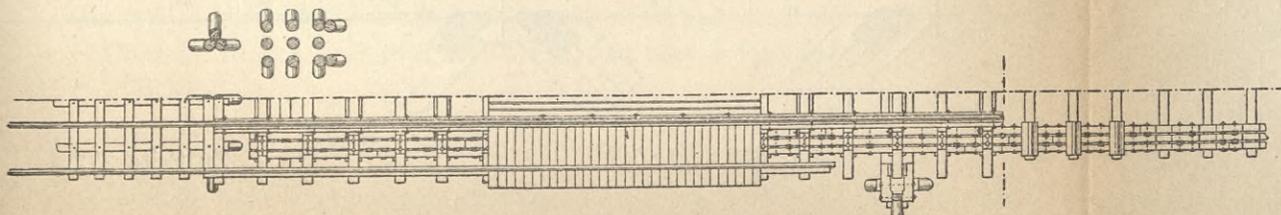


Fig. 341 c. [1:250]

Zu Seite 269.

Querschnitt CD.

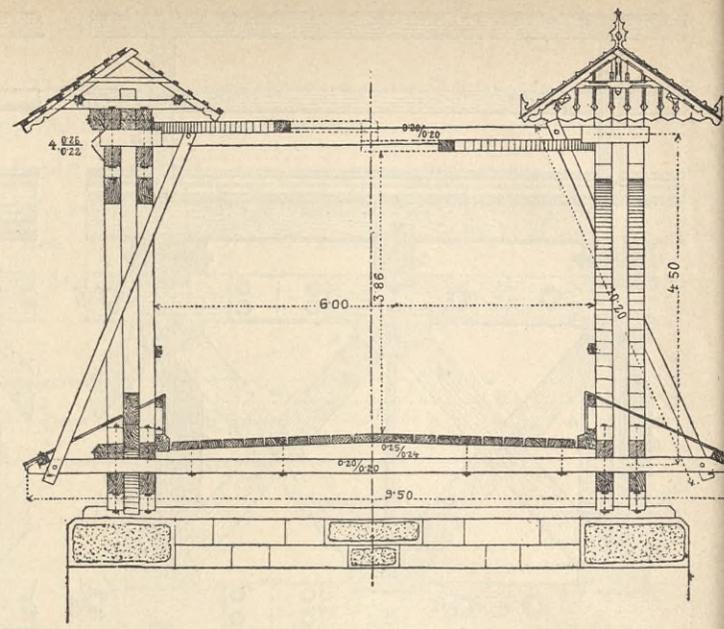


Fig. 347. [1:100] Zu Seite 271.

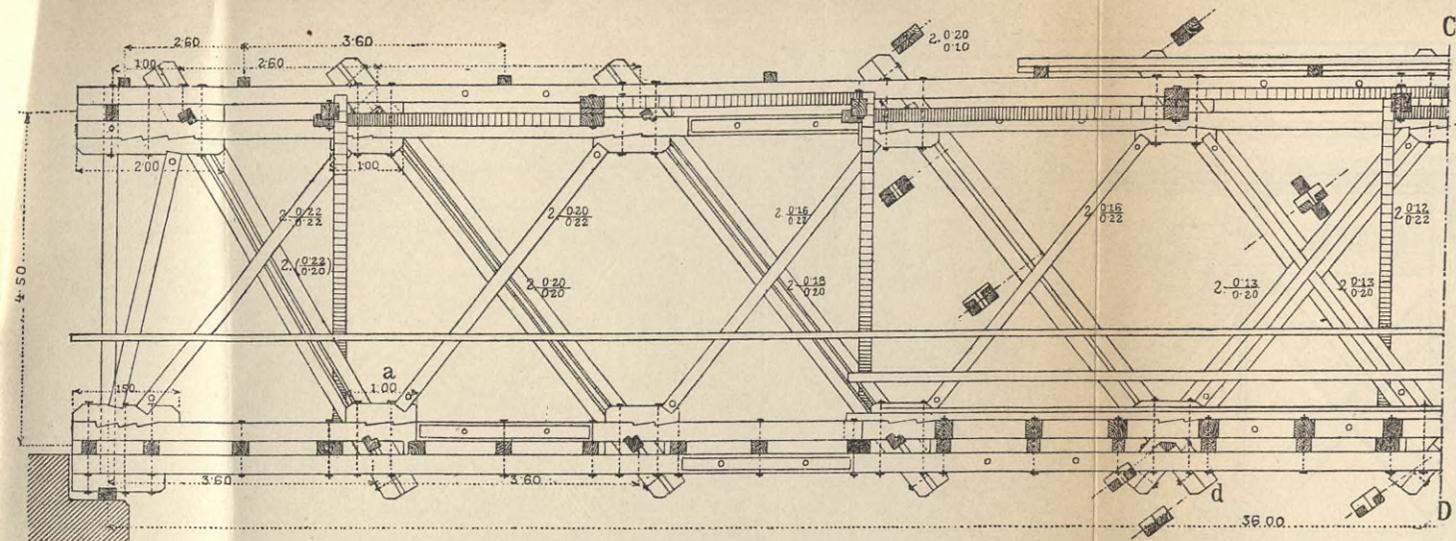


Fig. 346. [1:100]

Zu Seite 271.

Detail a der Fig. 346.

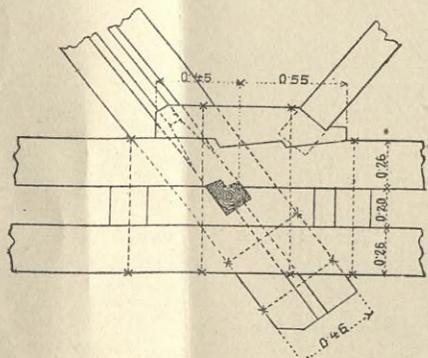


Fig. 348. [1:40] Zu Seite 271.

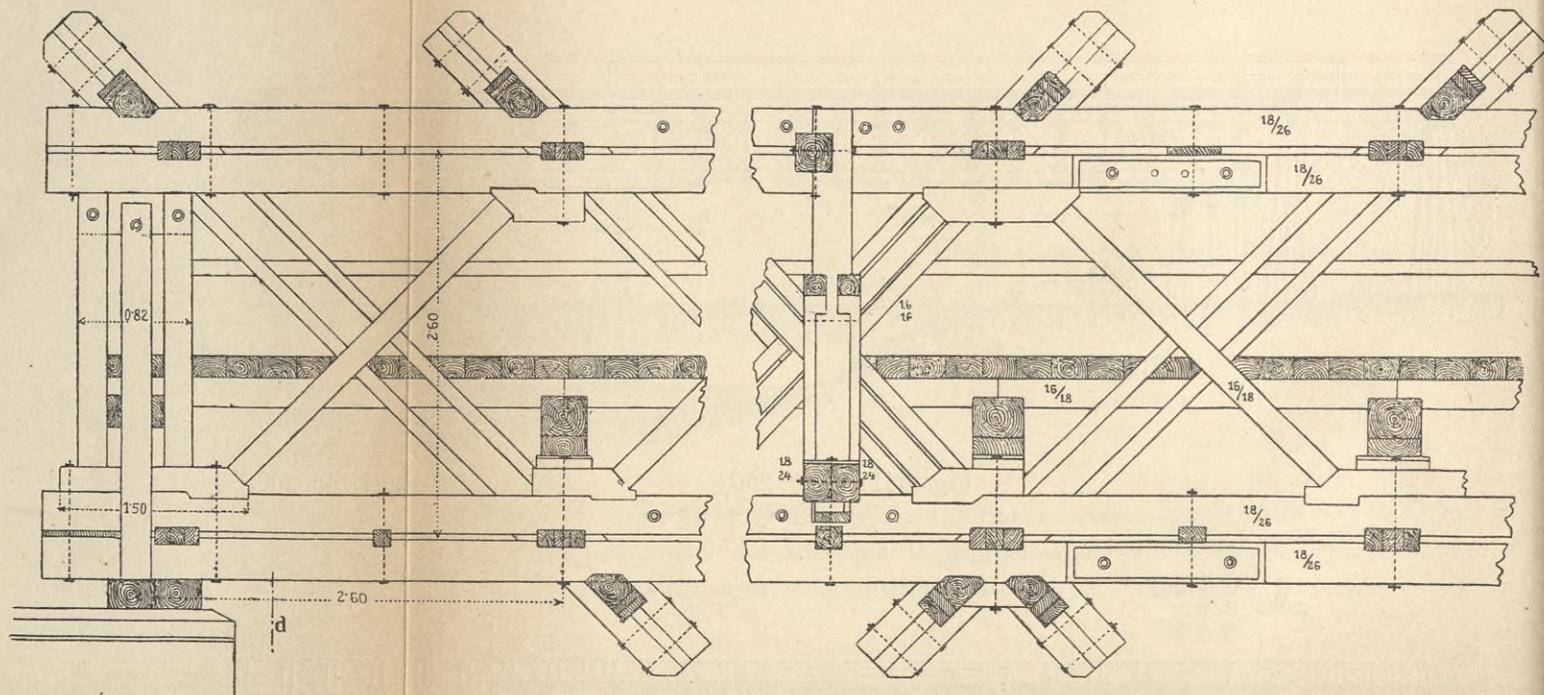


Fig. 349. [1:50]

Zu Seite 272.

Es muß daher, wenn k_a die Scherfestigkeit und k_d die Druckfestigkeit dieser Verbindungsmittel ist:

$$k_a \beta b \equiv k_d b \delta$$

sein.

Je nachdem nun die Fasern der Dübel und der Balken parallel zu einander laufen oder senkrecht zueinander stehen,

ist: $\frac{k_d}{k_a} = 5,3$ bezw. $\frac{k_d}{k_a} = 2,1$.

Es muß daher im Minimum

bei parallelen Fasern:

$$\beta \equiv 5,3 \delta \doteq 6 \delta,$$

bei zueinander senkrecht stehenden Fasern:

$$\beta \equiv 2,1 \delta \doteq 3 \delta$$

sein.

Die Klötze werden jedoch, wie die Figuren zeigen, wegen der Gefahr des Umkippens kurzer Klötze wesentlich länger gehalten.

Der Zug V , welcher bei Klötzelnholzträgern, Fig. 339, in den Schrauben oder Bändern eintritt, ergibt sich aus:

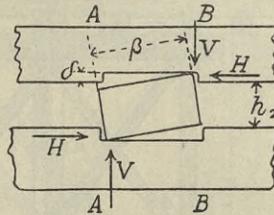


Fig. 339.

*2. Die Zugkraft V
in Schrauben oder
Bändern.*

mit:

$$\begin{aligned} \wp (h_2 + 2 \delta) &= V \beta \\ V &= \frac{h_2 + 2 d}{\beta} \wp. \end{aligned}$$

C. Hölzerne Gitterbrücken.

1. Konstruktion der hölzernen Brücken mit Gitterträgern.

a) Konstruktion der Gitterträger.

Von den hölzernen Gitterträgern sind vornehmlich die folgenden zu nennen:

Fig. 340, 341 und 341 a—c stellt das Howe'sche System dar. Bei diesem bestehen die hölzernen parallel zueinander gestellten Gurtungen meist aus drei nebeneinander liegenden Balken (Gurtstäbe), zwischen welchen die doppelten Haupt- und die einfachen Gegenstreben a und c Fig. 140 oder S Fig. 141

(I. Abschnitt, 4. Kapitel, § 6, Bc), sowie die lotrechten schmiedeeisernen Zugstangen, die Vertikalen b Fig. 340, nach einem rechtwinkligen zweifachen System eingeschaltet sind.

Die Streben stemmen sich gegen Eichenklötze K Fig. 341, Stemmklotze genannt, ohne mit diesen besonders verbunden zu sein, und sind womöglich unter einem Winkel von 45° zu neigen. Die Stemmklotze läßt man etwas in den Gurt ein und gibt ihnen die Form nach Fig. 341 oder 342.

An Stelle der Stemmklotze verwendete man auch gußeisernerne Schuhe u. a. nach Fig. 343 und 344.

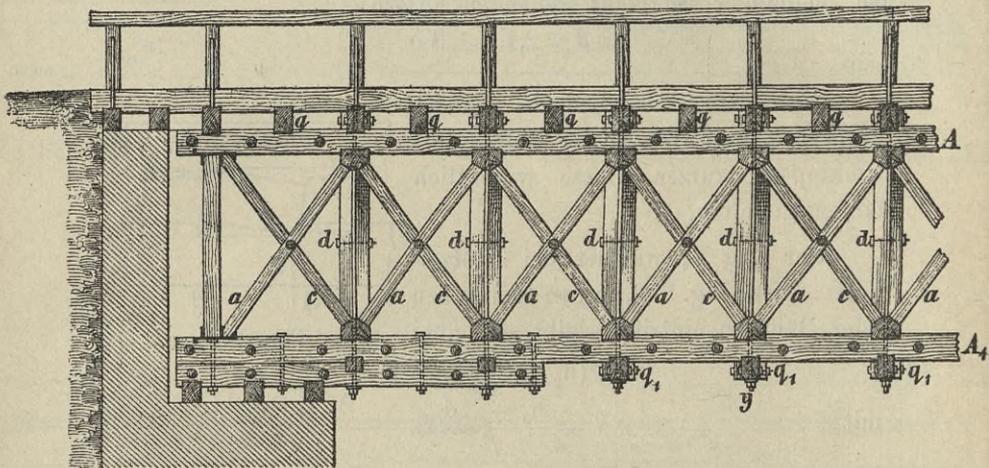


Fig. 340. [1:150]

Über den Auflagern werden außer den Zugstangen noch vertikal stehende Hölzer angeordnet.

Die Zugstangen dienen einerseits dazu, die Gurte miteinander zu verbinden, andererseits, indem die Schraubenmutter der Zugstangen angezogen werden, um in den Diagonalen den erforderlichen Druck zu erzeugen.

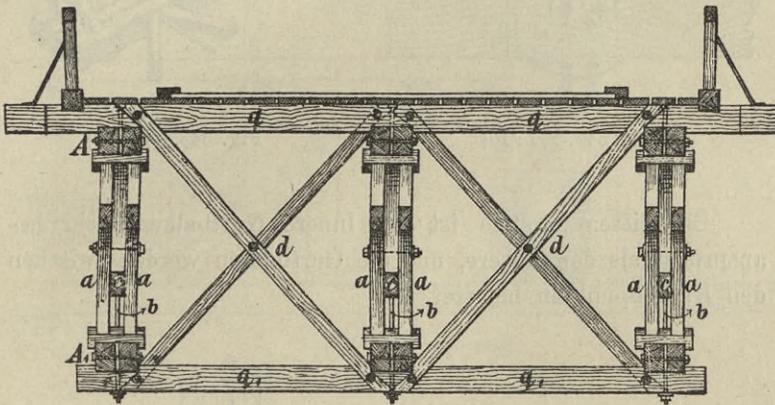
Die über den Auflagern vertikal gestellten Hölzer bilden die Endständer; sie dürfen nicht früher eingesetzt und mit den Gurten verbunden werden, bevor die Schraubenmutter der Zugstangen nicht fest angezogen ist.

*Wichtig ist
nicht zu vergessen
sein*

Die Gurtstäbe müssen über die äußersten Klötze soweit hinausragen, daß durch den Schub, den diese Klötze auf die Gurtstäbe übertragen, letztere nicht abgeschert werden. Diesem Schube entsprechend ist auch die Eindringungstiefe der äußersten Klötze zu bestimmen.

Häufig findet man die Anordnung, daß die Auflager der Träger zwischen den beiden letzten Knotenpunkten derselben liegen.

Diese Anordnung ist jedoch unzuweckmäÙig, da bei der Durchbiegung der Druck sich auf eine Stelle übertragen kann, an welcher der Träger gar nicht zur Aufnahme desselben geeignet



Zu Fig. 340. [1: 150]

ist; eine bessere Druckverteilung erzielt man durch Sattelhölzer, Fig. 340, 341 u. 345.

Um eine gegenseitige Längsverschiebung der Gurtbalken zu verhüten, legt man zwischen dieselben Holz- oder Eisendübel oder, wie Fig. 343 zeigt, eiserne Platten *k* ein.

Ein anderes System (System Ibjanski) zeigt Fig. 346—348.

Dieses Trägersystem ist zweiteilig, Ober- und Untergurt bestehen aus je 4 Balken, die Druckstreben stemmen sich gegen Längsklötze (Fersen), die mit dem Innenbalken des Gurtes verzahnt sind.

Die Zugstreben sind mit Quereinlagen, welche sich auf die inneren Gurtbalken stützen, verbunden.

In der Ausweichstrecke des mittleren Querschnittes sind gezogene und gedrückte Stäbe angeordnet, Fig. 346, 5. Feld.

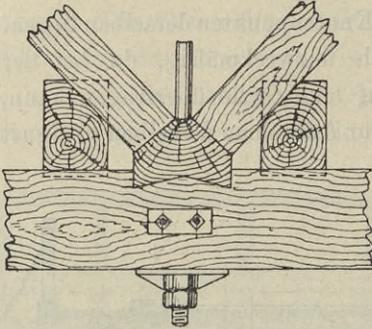


Fig. 342. [1:10]

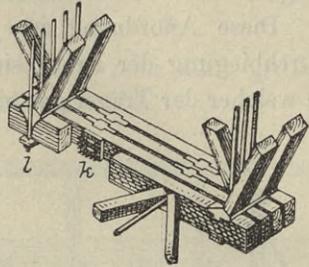


Fig. 343. [1:25]

Bei diesem System ist der innere Gurtbalken mehr beansprucht als der äußere, und die Gurtbalken werden zwischen den Knotenpunkten belastet.

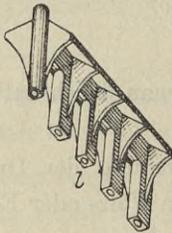


Fig. 344. [1:10]

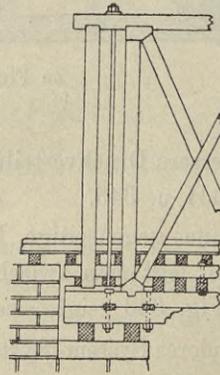


Fig. 345. [1:100]

Diese Übelstände vermeidet das in den Fig. 349 bis 351 dargestellte System Pintowski.

b) *Konstruktion der Brücke mit Gitterträgern.*

Die Fahrbahn kann bei den Brücken mit Gitterträgern sowohl auf dem Obergurt (Bahn oben, Fig. 341), dem Untergurt (Bahn unten, Fig. 346) als auch, wie Fig. 349 und 350 zeigt, zwischen beiden Gurten (Bahn Mitte) angebracht werden.

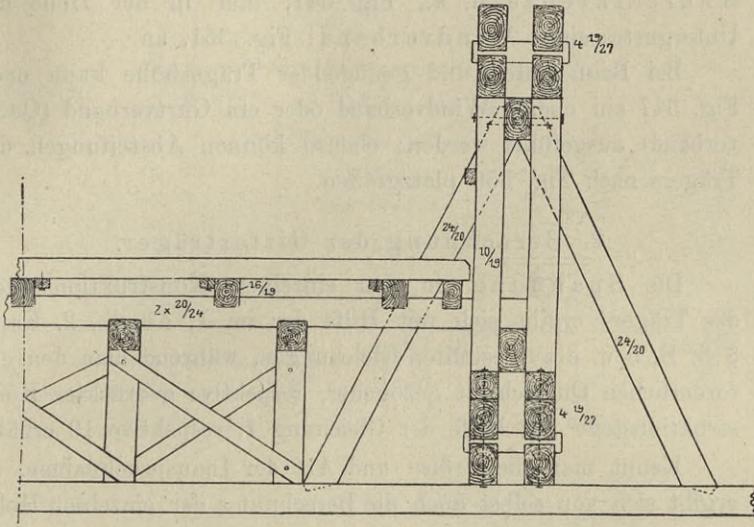


Fig. 350. [1:100]

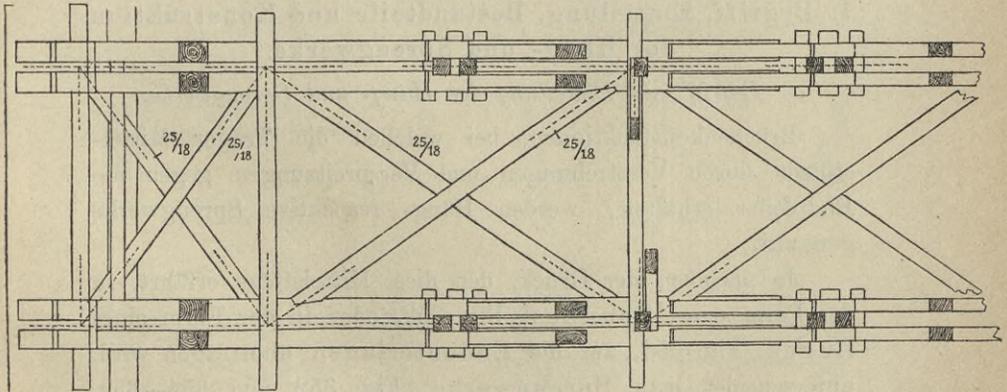


Fig. 351. [1:200]

Brücken mit Gitterträgern erfordern fast immer Querträger, auf welchen sekundäre Längsträger ruhen, die, wie die Figuren zeigen, erst die eigentliche Fahrbahn unterstützen.

Wegen der bedeutenden Höhe der Träger (zirka $\frac{1}{8}$ bis $\frac{1}{12}$ der Spannweite) sind zur Fixierung derselben eigene Querverbände anzuordnen. — Bei Bahn oben ordnet man Andreaskreuze u. a., Fig. 341, und in der Höhe des Untergurtes einen Windverband, Fig. 351, an.

Bei Bahn unten und genügender Trägerhöhe kann nach Fig. 347 ein oberer Windverband oder ein Gurtverband (Querverband) ausgeführt werden; ebenso können Absteifungen des Trägers nach Fig. 350 platzgreifen.

2. Berechnung der Gitterträger.

Die Spannung in den einzelnen Konstruktionsteilen des Trägers ergibt sich mit Hilfe der im 1. Absch., 2. Kap., § 6, B, b u. c aufgestellten Gleichungen, während man den erforderlichen Querschnitt gezogener, respektive gedrückter Konstruktionsteile mit Hilfe der Gleichung 1, respektive 19 erhält.

Kennt man die Größe und Art der Inanspruchnahme, so ergibt sich von selbst auch die Berechnung der einzelnen Holzverbindungen.

D. Häng- und Sprengwerke.

1. Begriff, Einteilung, Bestandteile und Konstruktion der Häng- und Sprengwerke.

a) Begriff und Einteilung der Häng- und Sprengwerke.

Brückenkonstruktionen, bei welchen die Träger Mittelstützen durch Verstrebungen und Verspreitzungen gegen die Endpfeiler erhalten, werden Häng- respektive Sprengwerke genannt.

Je nachdem der Druck, den diese Mittelstütze erfährt, in der Form eines Schubes, Fig. 352, oder in der Form eines Zuges, Fig. 353, auf die Endunterlagen übertragen wird, unterscheidet man Sprengwerke, Fig. 352 und 354—359, und Hängwerke, Fig. 353 und 360—365.

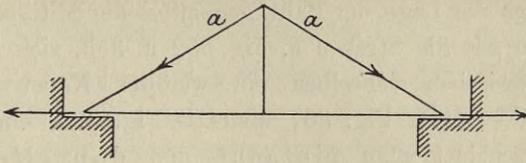


Fig. 352.

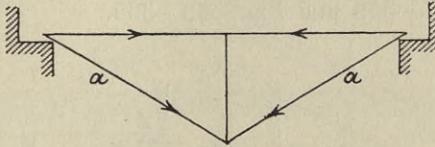


Fig. 353.

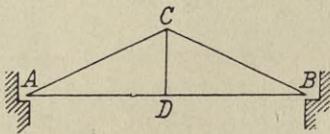


Fig. 354.

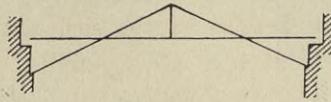


Fig. 355.

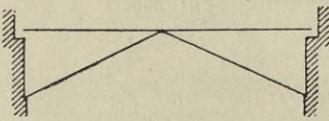


Fig. 356.

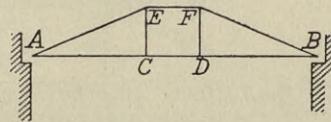


Fig. 357.

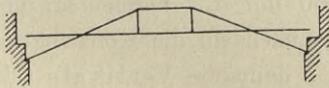


Fig. 358.

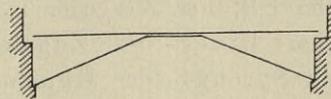


Fig. 359.

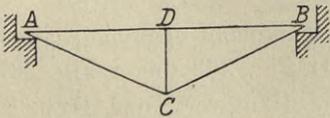


Fig. 360.

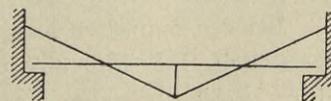


Fig. 361.

Je nach der Lage der Bahn gegenüber der Mittelstütze, und je nachdem wie die Streben a , Fig. 352 u. 353, sich schneiden, oder ob zwischen denselben ein weiterer Konstruktionsteil, EF Fig. 357 oder r Fig. 367 und CD Fig. 363, eingeschaltet ist, unterscheidet man einfache und doppelte Spreng- und Hängwerke mit Bahn oben, Bahn Mitte und Bahn unten, Fig. 354—356, respektive Fig. 360—362, beziehungsweise Fig. 357—359 und Fig. 363—365.

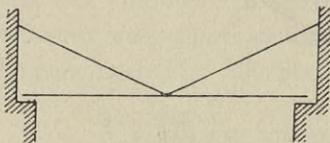


Fig. 362.

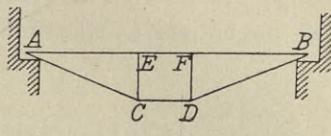


Fig. 363.

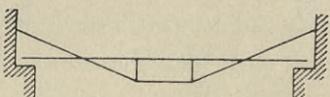


Fig. 364.

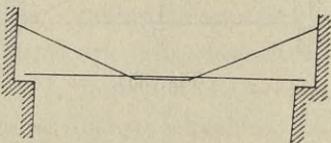


Fig. 365.

b) Bestandteile und Konstruktion der Häng- und Sprengwerke.

Die Hauptbestandteile der Häng- und Sprengwerke sind: der Streckbalken oder der Träger AB , die Streben AC und CB , Fig. 354 oder in Fig. 366 mit b , s bezeichnet, und zwar: Druck- oder Zugstreben, je nachdem die Konstruktion ein Spreng- oder Hängwerk ist; dann die Vertikale CD , Fig. 354 oder h in Fig. 366 u. 367, beim Hängwerk Ständer, beim Sprengwerk Hängsäule und wenn sie aus Eisen hergestellt ist, Hängstange genannt.

Bei den doppelten Konstruktionen kommt noch ein weiterer Bestandteil, EF Fig. 357 oder CD Fig. 363 und r Fig. 367, hinzu, welcher Sprengriegel beim Hängwerk und Druckriegel beim Sprengwerk genannt wird.

Zur direkten Unterstützung der Fahrbahn werden Unterzüge, u Fig. 366 und 367, verwendet.

Die Verbindung der Streben mit den Streckbalken zeigt u. a. Fig. 366; bei kleinerem Neigungswinkel der Strebe ist eine doppelte Versatzung notwendig.

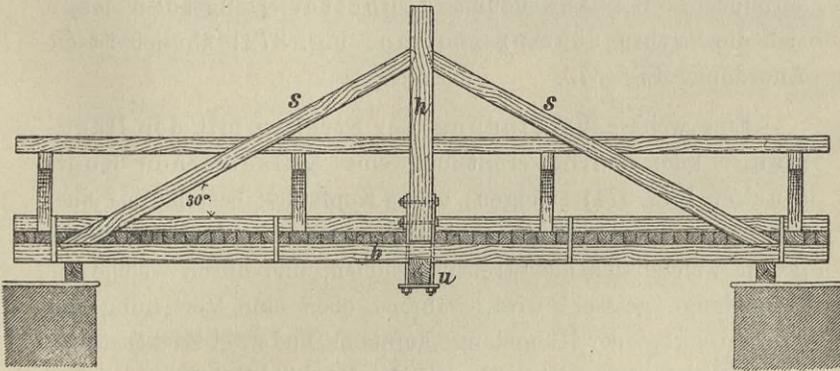


Fig. 366. [1:200]

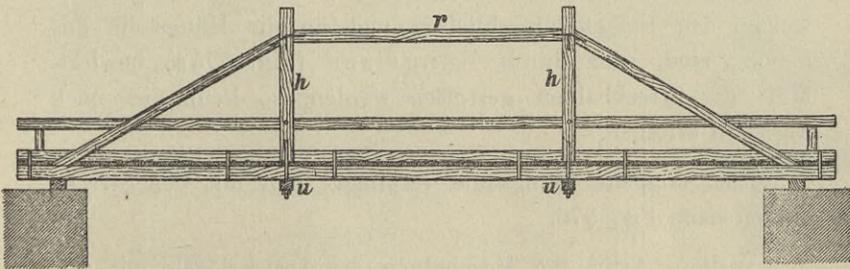


Fig. 367. [1:250]

Die Dimensionen der Holzverbindungen sind gegen Druck und Abscheren zu rechnen.

Häufig werden gusseiserne Platten, gegen welche sich die Streben stützen, angewendet.

Die Verbindung der Streben mit der Vertikalen wird teils durch einfache (Fig. 366), teils durch doppelte

Versatzung (Fig. 368) ohne oder mit Zapfen (Fig. 369) bewirkt, in welchen Fällen die Hängsäule oben so weit über die Verbindungsstelle hinausragen muß, daß ein Abscheren derselben durch die wirkende Kraft verhindert werde; auch werden die Hängsäulen mittelst schmiedeiserner Winkelbänder, Fig. 370, oder Hängebänder, Fig. 371, mit den Streben verbunden. Bei Anwendung doppelter Hängsäulen lassen sich die Streben stumpf stoßen, Fig. 372; ähnlich ist die Anordnung Fig. 373.

Eine weitere Verbindung der Streben mit der Hängstange kann durch Vermittlung eines gußeisernen Kopfstückes (Fig. 374) erfolgen; dieses Kopfstück besteht aus einer lotrechten, in der Mitte verdickten und durchlocherten Platte, gegen welche sich die Streben stemmen, und durch welche die Hängstange gesteckt wird, während oben eine Vertiefung den Schraubenkopf der Hängstange aufnimmt und zwei Backenstücke ein seitliches Ausweichen der Streben verhindern.

Die Verbindung der Hängsäule mit dem Balken wird meist entweder durch schmiedeiserne Bänder (Fig. 375), welche den Balken umschließen und an die Hängsäule angebolzt sind, oder durch Hängeisen (Fig. 375a) bewirkt. Muß der Streckbalken gestoßen werden, so kann dies nach Fig. 375 erfolgen.

Eine doppelte Hängsäule verbindet man mit den Streckbalken nach Fig. 376.

Weitere Arten der Verbindung des Druckriegels mit den Streben, dann der Streben mit den Unterlagen u. s. w., sowie andere konstruktive Anordnungen zeigen die Fig. 377—392.

Bei Konstruktionen mit Bahn in der Mitte soll man an der Kreuzungsstelle zwischen Strebe und Streckbalken beide möglichst wenig oder gar nicht durch Holzverbindungen schwächen.

TSCHERTOU, DER BRÜCKENBAU.

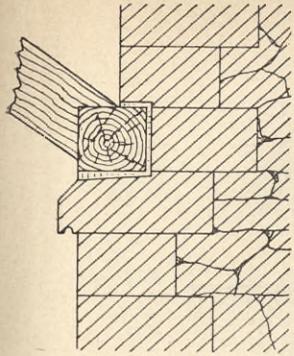


Fig. 384. [1:25]

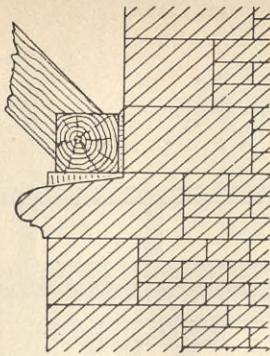


Fig. 385. [1:25]

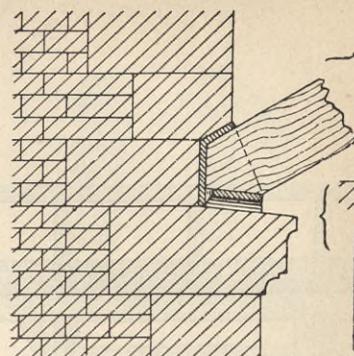


Fig. 386. [1:25]

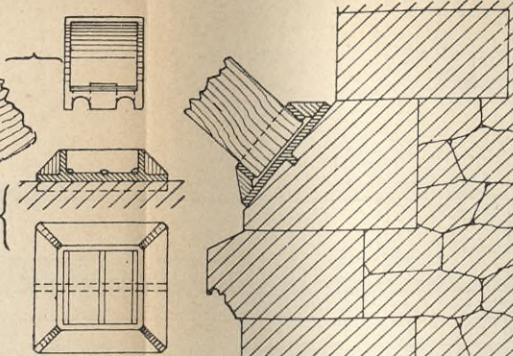


Fig. 387. [1:25]

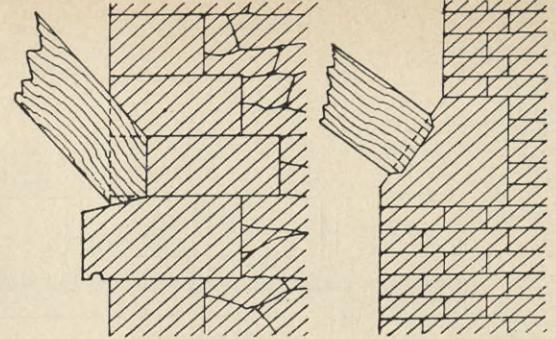


Fig. 388. [1:22] Zu Seite 278.

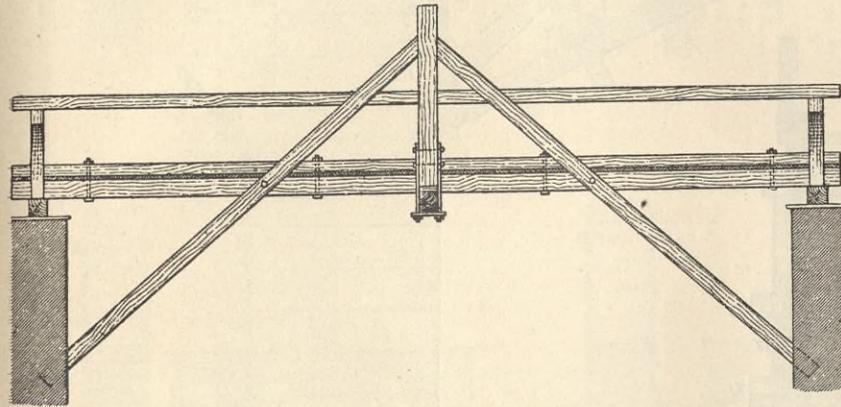


Fig. 389. [1:120]

Zu Seite 278.

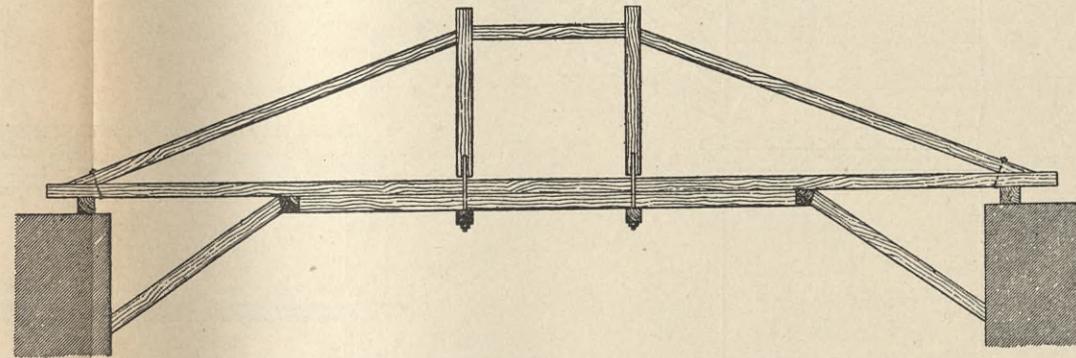


Fig. 390. [1:200]

Zu Seite 278.

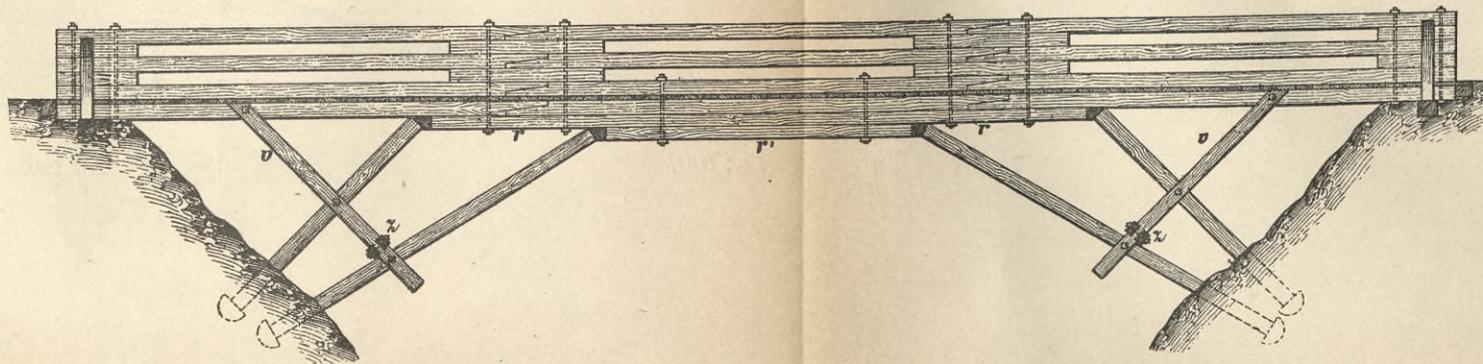


Fig. 391. [1:120]

Zu Seite 278.

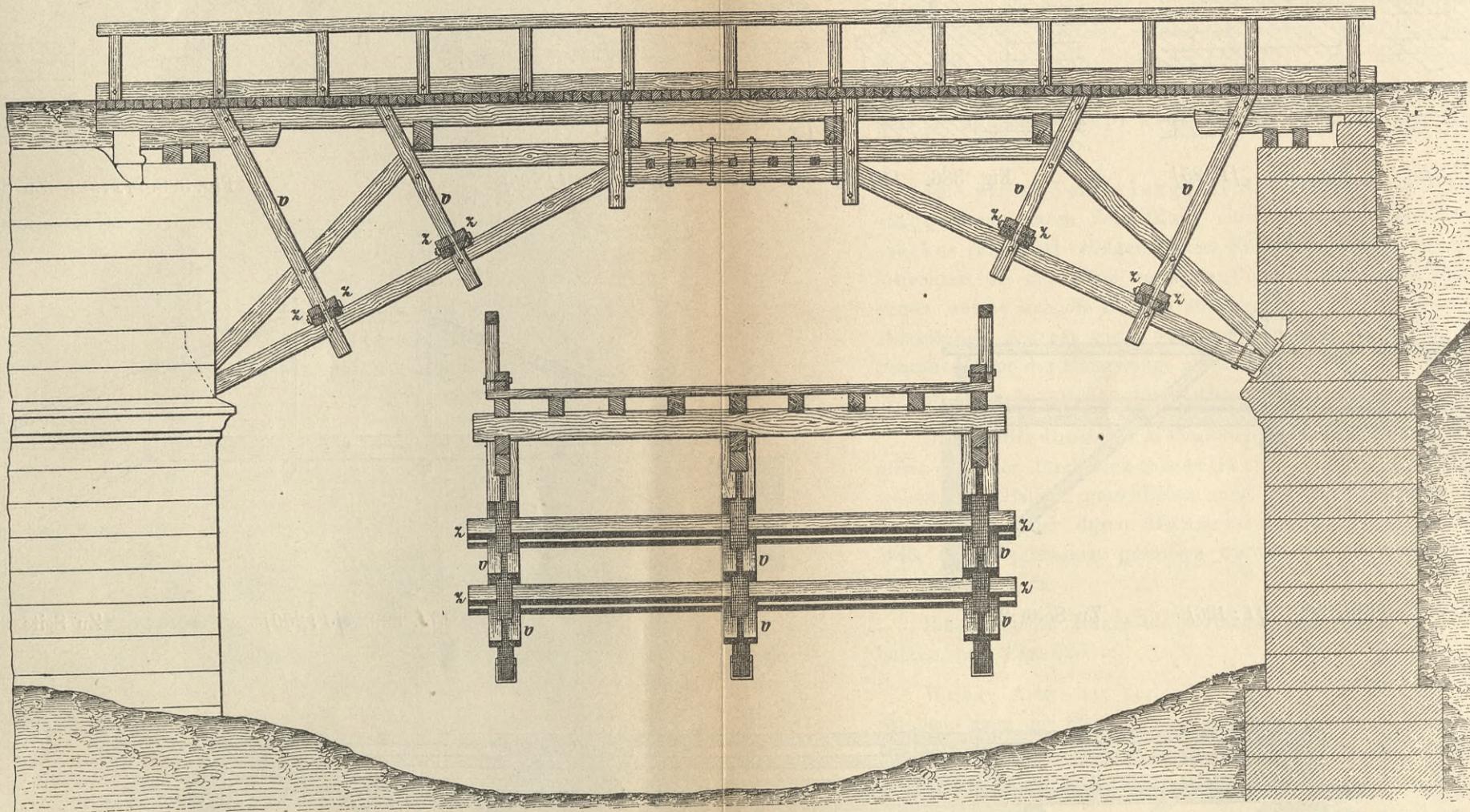


Fig. 392. [1 : 100]

Zu Seite 278.



Fig. 368.

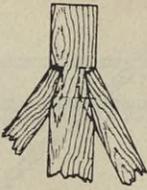


Fig. 369. [1:20]

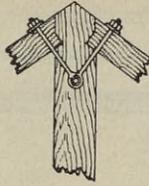


Fig. 370. [1:20]

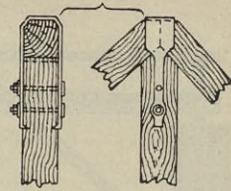


Fig. 371. [1:20]

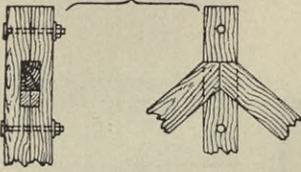


Fig. 372. [1:20]

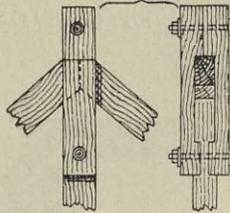


Fig. 373. [1:20]

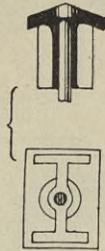


Fig. 374. [1:10]

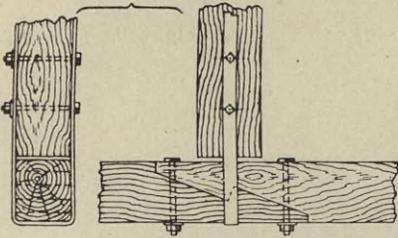


Fig. 375. [1:20]

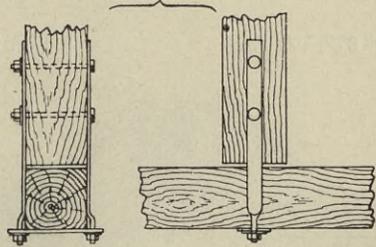


Fig. 375a. [1:20]

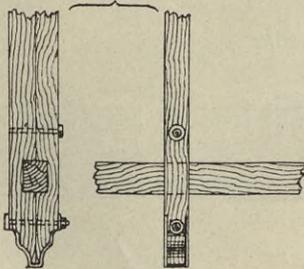


Fig. 376. [1:20]

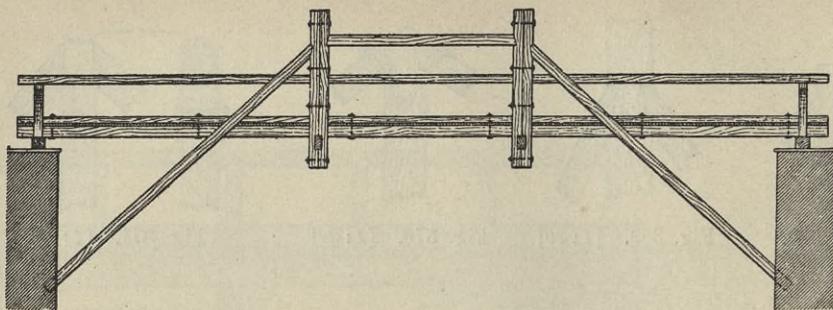


Fig. 377. [1:250]

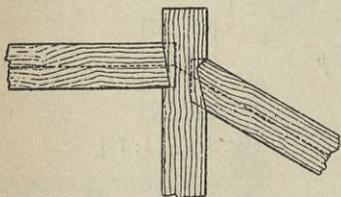


Fig. 378. [1:50]

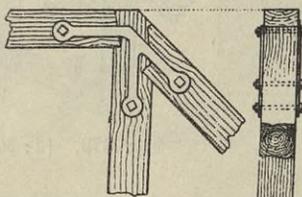


Fig. 379. [1:50]

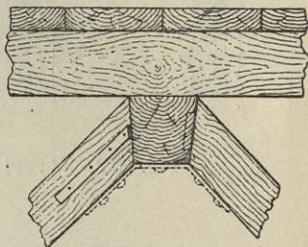


Fig. 380. [1:25]

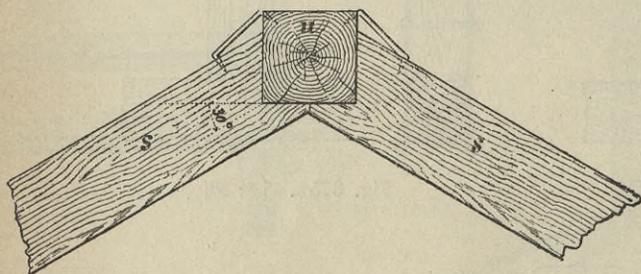


Fig. 380 a. [1:25]

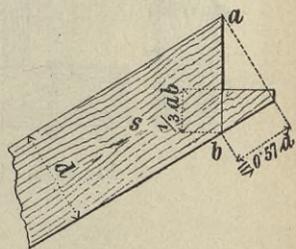


Fig. 380 b. [1:25]

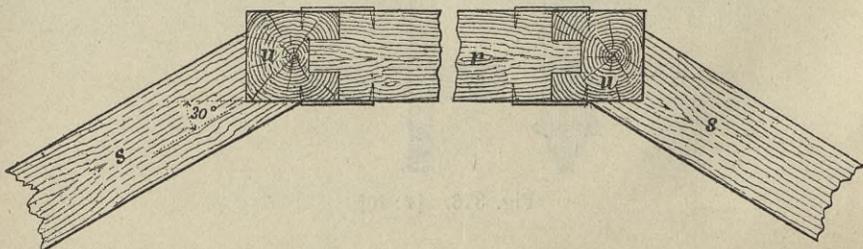


Fig. 380 c. [1:25]

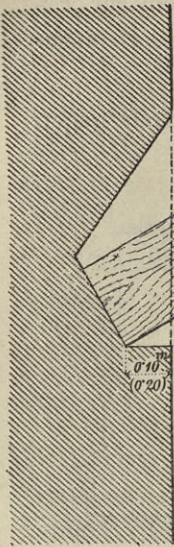


Fig. 381. [1:25]

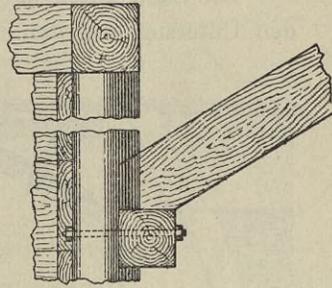


Fig. 382. [1:25]

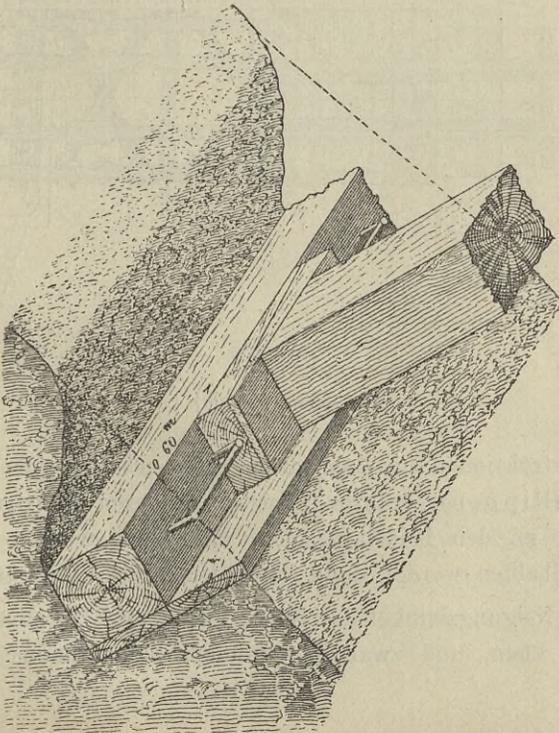


Fig. 383. [1:25]

Bei Bahn oben ist in der Ebene der Streben zur Erhöhung der Stabilität ein Diagonal-Verband anzuordnen (Fig. 393).

Bei Bahn unten oder Mitte kann man die Vertikale gegen den Unterzug absteifen.

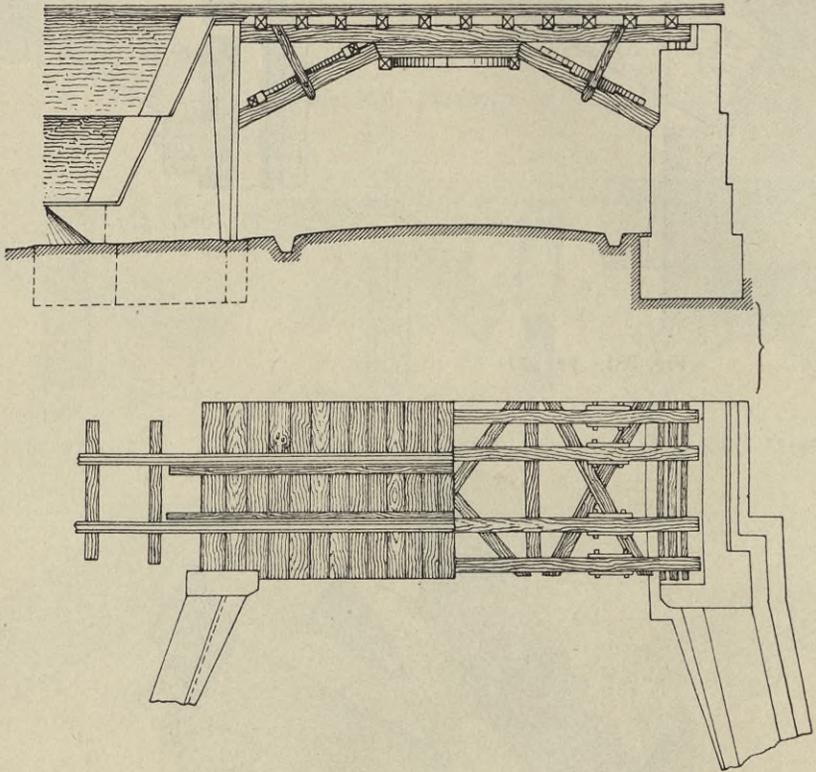


Fig. 393. [1:200]

Konstruktionen mit Bahn oben gestatten unter jedem Träger Streben (Rippen), während bei den anderen Konstruktionen diese nur an den beiden Rändern ausgeführt werden können; die Mittelbalken werden dann durch Unterzüge unterstützt.

Der Neigungswinkel der Strebe gegen die Horizontale soll nicht zu klein, und zwar im Minimum nicht kleiner als 22°

sein; weiter dürfen die Hängsäulen bei Bahn unten wegen der notwendigen Stabilität nicht zu hoch gemacht werden, und zwar im Maximum 1,5 m; es ergibt sich somit mit Rücksicht auf den minimalen Neigungswinkel der Streben bei einfachen Sprengwerken und Bahn unten eine mögliche Spannweite von 6 bis 9 m, bei doppelten Sprengwerken eine solche von 9 bis 12 m.

Geländer kann man u. a. nach Fig. 366, 367 und 377 anordnen.

2. Berechnung der Häng- und Sprengwerke.

In Fig. 394 ist mit f , t und E beziehungsweise mit diesen Buchstaben und dem Index 1 und 2 der Querschnitt, das Trägheitsmoment und der Elastizitäts-Modul des Streckbalkens, der Streben und der Vertikalen bezeichnet.

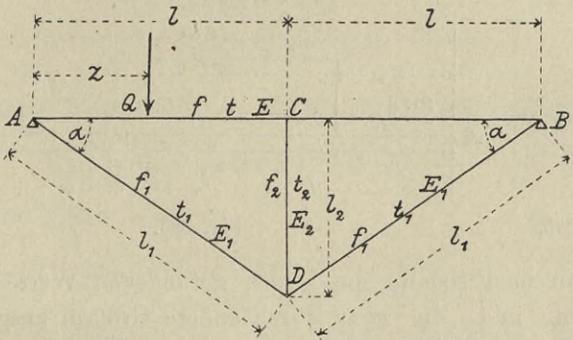


Fig. 394.

Denkt man sich den Vereinigungspunkt A, B oder D des Streckbalkens mit den Strében, respektive der Streben und der Vertikalen, Fig. 394, herausgeschnitten, und die durch den Schnitt zerstörten inneren Spannungen und zwar:

in der Vertikalen CD: den Druck D,
in den Streben DB und DA: den Zug Z und
in den Streckbalken AB: den Druck P

als äußere Kräfte hinzugefügt, so wird der Gleichgewichtszustand in der Konstruktion nicht gestört.

Kennt man den Druck D der Vertikalen, so ist nach Fig. 395:

$$Z = \frac{D}{2 \sin \alpha} \dots \dots \dots 144$$

und
$$P = \frac{D}{2 \operatorname{tg} \alpha} \dots \dots \dots 145$$

Um D zu ermitteln, stellt man sich zunächst für die Einsenkung in C bei der Wirkung einer Last Q zwei Gleichungen auf, und zwar: einmal mit Hilfe der elastischen Linie unter der Voraussetzung, daß der Streckbalken AB ein frei aufliegender Träger sei, der in irgend einem beliebigen Querschnitte C' (Fig. 396) durch eine Last Q nach abwärts und in C mit D nach aufwärts beansprucht ist, und das andere Mal mit Rücksicht auf die Längenänderung der Stäbe bei Eintritt derselben zufälligen Belastung.

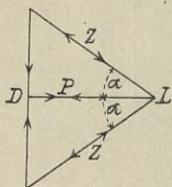


Fig. 395.

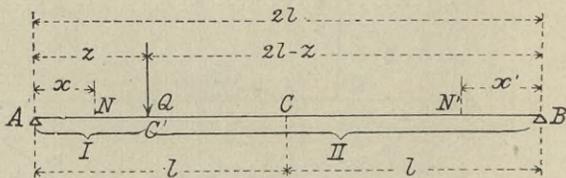


Fig. 396.

Wenn man sodann die beiden gefundenen Werte für die Einsenkung in C , die zwar durch andere Größen ausgedrückt jedoch dieselben sein müssen, einander gleich setzt, so erhält man eine Gleichung, aus der man D rechnen kann (Melan).

a) *Ermittlung der Einsenkung mit Hilfe der elastischen Linie.*

Wirkt auf den Träger, AB Fig. 396, in einem Querschnitte C' die Last Q , so ist das Moment in N :

$$M_x = Q \frac{2l - z}{2l} x$$

und im Querschnitte N' :

$$M_{x'} = Q \frac{z}{2l} x'.$$

Demnach wird die elastische Linie für die Teile I und II des Trägers, Fig. 396:

$$Et \frac{d^2 y}{d x^2} = -M_x = -\frac{21-z}{21} Q x \quad \dots \quad (I)$$

$$Et \frac{d^2 y'}{d x'^2} = -M_{x'} = -\frac{z}{21} Q x' \quad \dots \quad (II)$$

$$Et \frac{d y}{d x} = -\frac{21-z}{41} Q x^2 + C \quad \dots \quad (I) \quad \dots \quad 146$$

$$Et \frac{d y'}{d x'} = -\frac{z}{41} Q x'^2 + C_1 \quad \dots \quad (II) \quad \dots \quad 147$$

wird $x = z$ und $x' = 21 - z$, wenn also N und N' mit C' zusammenfallen, so wird:

$$\frac{d y}{d x} = \frac{d y'}{d x'}, \text{ daher}$$

$$-\frac{21-z}{41} Q z^2 + C = \frac{z}{41} Q (21-z)^2 - C_1$$

$$C_1 = \frac{z(21-z) Q}{41} [21-z+z] - C$$

$$= \frac{z(21-z) Q}{2} - C.$$

Diesen Wert für C_1 in die Gleichung 147 eingesetzt, gibt:

$$Et \frac{d y'}{d x'} = -\frac{z}{41} Q x'^2 + \frac{z(21-z) Q}{2} - C \quad \dots \quad 148$$

Weiter ist:

$$Et y = -\frac{21-z}{121} Q x^3 + C x + C' \quad \dots \quad (I) \quad 149$$

$$Et y' = -\frac{z}{121} Q x'^3 + \frac{z(21-z)}{2} Q x' - C x' + C_1' \quad (II) \quad 150$$

für: $x = 0$ und für $x' = 0$

ist: $y = 0$ und $y' = 0$,

somit auch: $C' = 0$ und $C_1' = 0$.

Die Konstante C ergibt sich, wenn man die Gleichungen 149 und 150 auf den Punkt C' bezieht, wenn also:

$$x = z$$

und: $x' = 21 - z$,

wird:

$$-\frac{21-z}{121} Q z^3 + C z = -\frac{z}{121} Q (21-z)^3 +$$

$$+ \frac{z(21-z)^2}{2} Q - C (21-z)$$

$$\begin{aligned}
 C(z + 2l - z) &= \frac{z(2l - z)}{12l} Q [-(2l - z)^2 + 6l(2l - z) + z^2] \\
 2lC &= \frac{z(2l - z)}{12l} Q [8l^2 - 2lz] \\
 &= \frac{z(2l - z) 2l(4l - z)}{12l} Q \\
 C &= \frac{z(2l - z)(4l - z)}{12l} Q \dots \dots \dots 151
 \end{aligned}$$

Den Wert C in die Gleichung 150 eingesetzt, gibt:

$$\begin{aligned}
 Ety' &= -\frac{z}{12l} Q x'^3 + \frac{z(2l - z)}{2} Q x' - \frac{z(2l - z)(4l - z)}{12l} Q x' \\
 &= -\frac{z}{12l} Q x'^3 + \frac{z(2l - z) Q x'}{12l} (6l - 4l - z) \\
 &= -\frac{z}{12l} Q x'^3 + \frac{z(4l^2 - z^2) Q x'}{12l} \dots \dots \dots 152
 \end{aligned}$$

Für $x' = l$ erhält man für $y' = s_1$, d. i. die Einsenkung in der Trägermitte:

$$\begin{aligned}
 Ets_1 &= -\frac{z}{12l} Q l^3 + \frac{z(4l^2 - z^2)}{12l} Q l \\
 &= \frac{z}{12} Q (3l^2 - z^2) \\
 s_1 &= \frac{z(3l^2 - z^2) Q}{12 Et} \dots \dots \dots 153
 \end{aligned}$$

Würde die Last Q in der Mitte des Trägers angreifen, so ginge z in l und s_1 in:

$$s_1' = \frac{1}{6} \frac{Q l^3}{Et} \dots \dots \dots 154$$

über.

Denkt man sich dortselbst anstatt der Last Q die Kraft D, gleich der Spannung in der Vertikalen, wirkend, so erzeugt diese eine Einsenkung:

$$s' = \frac{1}{6} \frac{D l^3}{Et}$$

Wirkt die Last Q in C_1 und die Kraft D in C und zwar der Last Q entgegengesetzt, so ist die tatsächliche Einsenkung s in der Trägermitte:

$$s = \frac{z(3l^2 - z^2) Q}{12 Et} - \frac{l^3 D}{6 Et} \dots \dots \dots 155$$

b) *Ermittlung der Einsenkung mit Hilfe der Längenänderung der Bestandteile.*

Die Längenänderung, welche l , l_1 und l_2 bei den bezüglichen Spannungen P , Z respektive D erleiden, sei Δl , Δl_1 und Δl_2 ; nach dem Dehnungsgesetz ist (1. Absch. 2. Kapitel § 1):

$$\Delta l = -l \frac{P}{f E};$$

$$\Delta l_1 = +l_1 \frac{Z}{f_1 E_1};$$

$$\Delta l_2 = -l_2 \frac{D}{f_2 E_2}.$$

Weiteres ist aus Fig. 394:

$$l_1 = \frac{l}{\cos \alpha}$$

und

$$l_2 = l \operatorname{tg} \alpha;$$

somit bei Berücksichtigung der Gleichungen 144 und 145:

$$\Delta l = -l \frac{D}{2 \operatorname{tg} \alpha E f};$$

$$\Delta l_1 = + \frac{l}{\cos \alpha} \cdot \frac{D}{2 \sin \alpha} \cdot \frac{1}{E_1 f_1} = \frac{D l}{2 E_1 f_1 \sin \alpha \cos \alpha};$$

$$\Delta l_2 = -l \operatorname{tg} \alpha \frac{D}{E_2 f_2}.$$

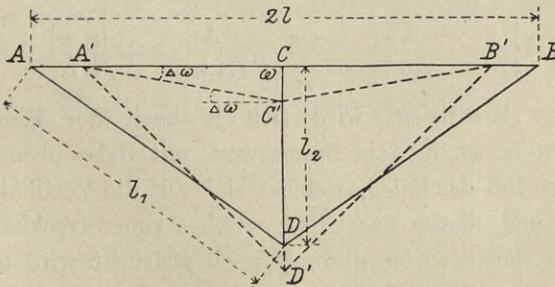


Fig. 397.

Das Dreieck ACD (Fig. 397) wird nach Eintritt der Belastung die Form $A'C'D'$ annehmen und ω sich um $\Delta\omega$ ändern.

Es ist Fig. 397:

$$l_1^2 = l^2 + l_2^2 - 2 l l_2 \cos \omega$$

und diese Gleichung nach allen Größen differenziert:

$$2 l_1 \Delta l_1 = 2 l \Delta l + 2 l_2 \Delta l_2 - 2 l l_2 \cos \omega \Delta l - 2 l \cos \omega \Delta l_2 - 2 l l_2 \sin \omega \Delta \omega,$$

nun ist aber: $\omega = 90^\circ;$

somit: $\cos \omega = 0,$

$$\sin \omega = 1,$$

daher: $l_1 \Delta l_1 = l \Delta l + l_2 \Delta l_2 + l l_2 \Delta \omega;$

nach der Fig. 397 ist:

$$A' C' = l - \Delta l$$

und: $CC' = s = (l - \Delta l) \sin \Delta \omega.$

Da alle Längenveränderungen sehr klein sind, ist:

$$CC' = s \doteq l \Delta \omega,$$

daher:

$$l_1 \Delta l_1 = l \Delta l + l_2 \Delta l_2 + s l_2$$

$$s = \frac{l_1 \Delta l_1 - l \Delta l - l_2 \Delta l_2}{l_2}.$$

Setzt man für die Größen $l \Delta l, l_1 \Delta l_1,$ dann $l_2 \Delta l_2$ die bereits gefundenen Werte ein, so erscheint s ausgedrückt durch D multipliziert mit einem Koeffizienten, welcher aus lauter konstanten Größen besteht:

$$s = CD \dots \dots \dots 155'$$

worin:

$$C = 1 \left[\frac{1}{2 E_1 f_1 \sin^2 \alpha \cos \alpha} + \frac{1}{2 E f \operatorname{tg}^2 \alpha} + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{E_2 f_2} \right] \dots \dots 156$$

Dieser Koeffizient wird sich je nach der Konstruktion ändern, so z. B. für ein Sprengwerk mit Bahn oben wird aus Gleichung 156 das Glied, welches sich auf die Vertikale bezieht, entfallen und ebenso das Glied, welches vom Streckbalken herührt, da dieser weder gezogen noch gedrückt wird und daher seine Länge nicht ändert.

Für diesen Fall wird:

$$C = 1 \frac{1}{2 E_1 f_1 \sin^2 \alpha \cos \alpha}.$$

Setzt man den Wert der Einsenkung s aus der Gleichung 155 gleich jenem aus der Gleichung 155', so erhält man eine nach D aufzulösende Gleichung.

Führt man in diese Gleichung die Hilfsgröße:

$$V = \frac{3 EtC}{l^3} \dots \dots \dots 157$$

ein, so ist:

$$D = \frac{z(3l^2 - z^2)}{2(1 + 2V)l^3} Q \dots \dots \dots 158$$

3. Bestimmung der ungünstigsten Belastung für den Druck D .

Den größten Druck wird die Vertikale erfahren, wenn der Streckbalken durchaus mit einer gleichmäßig verteilten Last q pro Längeneinheit belastet ist, Fig. 398.

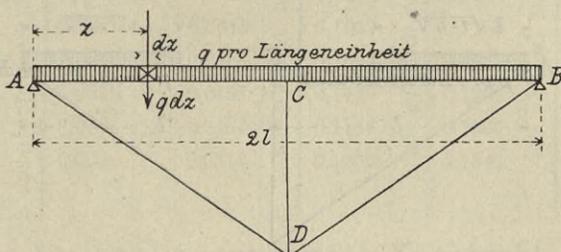


Fig. 398.

Der Druck D , der hiebei in der Vertikalen auftritt, ergibt sich nach Gleichung 158 wie folgt:

$$\begin{aligned} D_{\max} &= 2 \int_{z=0}^{z=l} \frac{z(3l^2 - z^2)}{2(1 + 2V)l^3} q \cdot dz \\ &= \frac{q}{(1 + 2V)l^3} \int_{z=0}^{z=l} 3l^2 z - z^3 \cdot dz \\ &= \frac{q}{(1 + 2V)l^3} \left[\frac{3}{2} l^4 - \frac{1}{4} l^4 \right] \\ &= \frac{5 q l}{4(1 + 2V)} \dots \dots \dots 159 \end{aligned}$$

Den diesem Drucke entsprechenden Querschnitt der Vertikalen erhält man mit Hilfe der Gleichung 19.

Da sowohl P als auch Z proportional dem Drucke D ist, so wird selbstverständlich auch für den Streckbalken und die Streben, in Bezug auf Druck, die Vollbelastung die ungünstigste sein.

Der Streckbalken erleidet jedoch neben dem Drucke auch eine Biegung, welche bei der Querschnittsbestimmung des Streckbalkens zu berücksichtigen ist.

Weitere Untersuchungen setzen die Kenntnis der kontinuierlichen Träger voraus. Das Biegemoment für Querschnitte eines solchen Trägers kann je nach der Lage des Querschnittes und der Laststellung + oder - sein und erreicht bei einseitiger Belastung seinen größten Wert.

Das größte negative Moment tritt im Querschnitte über der Verbindungsstelle C der Vertikalen mit den Streckbalken bei der Belastung, Fig. 399, ein.

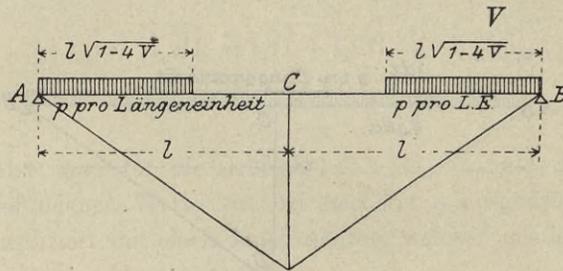


Fig. 399.

Bezüglich des größten positiven Momentes würden die Untersuchungen zeigen, daß $+M_p$ max und $+M_g$ max nicht mit ein und demselben Querschnitte zusammenfallen.

Die ungünstigste Stellung der Verkehrslast für das positive Moment zeigt Fig. 400.

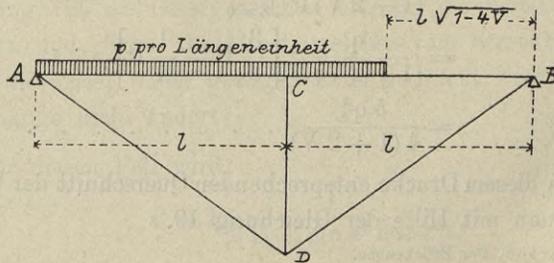


Fig. 400.

In den folgenden Tabellen sind für einfache und doppelte Häng- und Sprengwerke, nach den Werten von V geordnet, die entsprechenden Größen für D_{\max} , M_{\min} und M_{\max} enthalten.

Tabelle für einfache Häng- und Sprengwerke.

V	D_{\max}		M_{\min}		M_{\max}		Anmerkung
			hervorgerufen durch		hervorgerufen durch		
			das Eigen- gewicht	die Ver- kehrslast	das Eigen- gewicht	die Ver- kehrslast	
0,00	1,250	mit $q_1 = (g + p)$ noch zu multiplizieren	0,125	0,1250	0,0703	0,0957	Für die Querschnittsbestimmung ist stets das numerisch größte Moment in Rechnung zu nehmen.
0,01	1,225		0,1104	0,1129	0,0759	0,0995	
0,02	1,202		0,0962	0,1017	0,0816	0,1034	
0,03	1,179		0,0895	0,0913	0,0871	0,1061	
0,04	1,157		0,0694	0,0816	0,0926	0,1110	
0,05	1,136		0,0568	0,0727	0,0981	0,1149	
0,06	1,116		0,0446	0,0645	0,1037	0,1188	
0,07	1,096		0,0329	0,0568	0,1090	0,1227	
0,08	1,078		0,0216	0,0498	0,1145	0,1268	
0,09	1,050		0,0106	0,0434	0,1196	0,1306	
0,10	1,042	0,000	mit g^2 noch zu multiplizieren	0,0375	mit p^2 noch zu multiplizieren	0,1346	mit p^2 noch zu multiplizieren

Tabelle für zusammengesetzte Konstruktionen.

$l_1 : l_2 : l_1$	D_{\max}		M_{\min}		M_{\max}		Anmerkung
			hervorgerufen durch		hervorgerufen durch		
			das Eigen- gewicht	die Ver- kehrslast	das Eigen- gewicht	die Ver- kehrslast	
1:0,4:1	0,9789	mit q noch zu multiplizieren ($q = g + p$)	0,1299	0,1569	0,1358	0,2023	$(\lambda = \frac{2l_1 + l_2}{3} = \frac{2+n}{3}l_1)$, Fig. 401.
1:0,5:1	0,9964		0,1157	0,1537	0,1268	0,1971	
1:0,6:1	1,0154		0,1065	0,1558	0,1174	0,1915	
1:0,7:1	1,0354		0,1011	0,1617	0,1079	0,1861	
1:0,8:1	1,0564		0,0986	0,1625	0,0984	0,1806	
1:0,9:1	1,0778		0,0984	0,1755	0,0891	0,1751	
1:1,0:1	1,1000		0,1000	0,1825	0,0800	0,1697	
1:1,1:1	1,1226		0,1030	0,1896	0,0712	0,1643	
1:1,2:1	1,1454		0,1070	0,1967	0,0629	0,1592	
1:1,3:1	1,1686		0,1120	mit g^2 noch zu multiplizieren	0,2038	mit p^2 noch zu multiplizieren	

Bei einem doppelten Sprengwerke mit Bahn oben kann man auch die erste Tabelle, wenn man von der unbedeutenden Verstärkung des Streckbalkens durch den Sprengriegel absieht, verwenden.

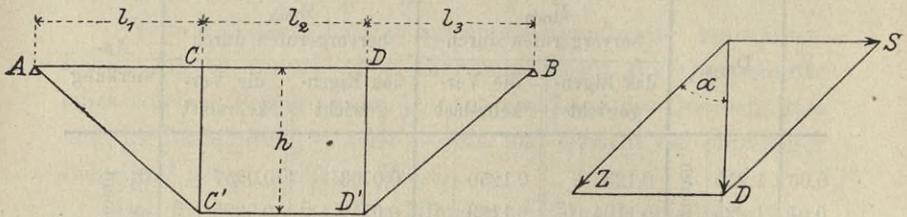


Fig. 401.

Bei jenen Konstruktionsteilen, welche gedrückt werden, muß man selbstverständlich die Knickung berücksichtigen. (Gleichung 19.)

D. Konstruktion der Brücken mit Bogenträgern.

1. Konstruktion des Trägers.

Ein Beispiel einer hölzernen Bogenbrücke zeigt Fig. 402 (System Brown).

Derartige Brücken fanden früher bei großen Stützweiten mit natürlichen festen Lagern insbesondere für den Straßenverkehr Anwendung.

Mit Rücksicht darauf, daß z. B. ein Träger aus Tannenholz höchstens bis zu $\frac{1}{20}$ seiner Länge als Pfeilhöhe gebogen werden darf, eignen sich derartige Träger nicht für kurze Spannweiten.

Man unterscheidet Bogenbrücken mit einfachen und doppelten Tragbogen.

Den ersteren Tragbogen bildet man in der Regel aus mehreren dicht übereinander liegenden Balken; bei letzterem ist an Stelle eines einfachen Bogens, wie Fig. 402 zeigt, ein Gitterwerk mit Ober- und Untergurt angeordnet.

2. Konstruktion der Brücke.

Die Tragbalken, welche zur direkten Unterstützung der Fahrbahn, respektive der Querträger, dienen, sind bei dem einfachen Tragbogen mit diesem meist durch ein Gitterwerk, bei dem doppelten, wie Fig. 402 zeigt, durch vertikal gestellte und verstrebe Hölzer verbunden.

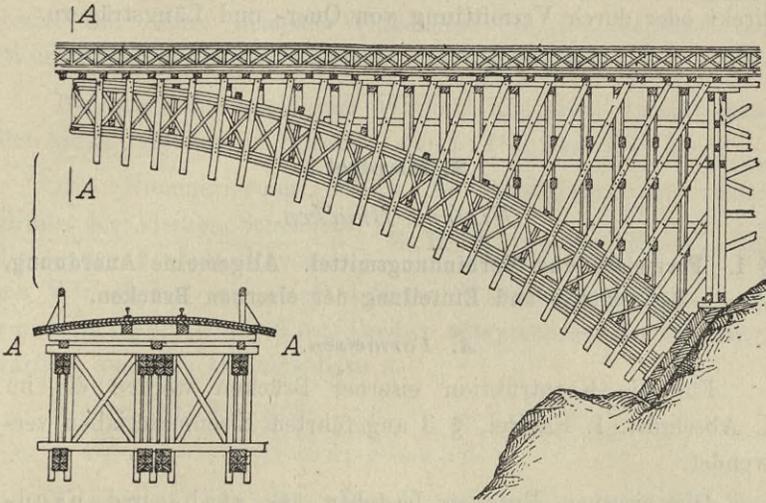


Fig. 402.

Das Gitterwerk der Bogenbrücken besteht aus Vertikalen und Diagonalen; die ersteren sind einfach und stehen meist ohne weitere Holzverbindung auf den Bogen, während die Diagonalen doppelt sind und die Vertikalen, sowie die Gurte zangenförmig umschließen.

Die Bogenfüße läßt man zweckmäÙig in gußeiserne gut verankerte Bogenschuhe ein.

Querversteifungen ordnet man in der Form von Querriegeln an.

Bei den doppelten Tragbogen, auch Bogenfachwerksträger genannt, werden die zur direkten Unterstützung der die Brückenbahn tragenden Streckbäume dienenden Hölzer durch Streben, welche den Bogen zangenartig umfassen, in ihrer Lage festgehalten.

Überdies erfordert die ganze Konstruktion kräftige Querversteifungen.

Bei Eisenbahnbrücken werden 2—4, bei Straßenbrücken je nach der Brückenbreite mehrere gleich weit von einander abstehende Trägerrippen angeordnet.

Die Streckbäume unterstützen die Brückenbahn entweder direkt oder durch Vermittlung von Quer- und Längsträgern.

2. Kapitel.

Eiserne Brücken.

§ 1. Formeisen und Verbindungsmittel. Allgemeine Anordnung, Bestandteile und Einteilung der eisernen Brücken.

A. Formeisen.

Für die Konstruktion eiserner Brücken werden die im I. Abschnitt, 1. Kapitel, § 3 angeführten Eisenmaterialien verwendet.

Die eisernen Brücken bestehen aus stab- und bandförmigen Konstruktionselementen, die durch besondere Verbindungsmittel miteinander zu einem Ganzen verbunden werden.

Die Konstruktionselemente der eisernen Brücken sind die sogenannten Façon- oder Formeisen (Walzeisen), deren Querschnittsformen einfach und für gegenseitige Verbindungen geeignet sein sollen.

Damit man mit den Konstruktionselementen leicht hantieren und dieselben leicht transportieren könne, soll das Totalgewicht pro Stück nicht mehr als 4—500 kg und die maximale Länge nicht mehr als 10—11 m betragen.

Man unterscheidet folgende Formeisen:

Bleche, 7—25 mm dick, 600—2000 mm breit;

Flacheisen, 3—70 mm dick, 10—600 mm breit.

Winkeleisen. Es gibt rechtwinklige und schiefwinklige, gleichschenklige und ungleichschenklige Winkeleisen, je nach der Neigung der Schenkel zu einander und nach der gleichen oder verschiedenen Länge der letzteren.

Die Bezeichnung der Winkeleisen erfolgt durch Nummern, und zwar gibt die Nummer die Centimeterzahl der Schenkelbreite an. Zum Beispiel Winkeleisen No. $3\frac{1}{2}$ bedeutet ein Winkeleisen mit einer Schenkelbreite von 35 cm.

Bei ungleichschenkligem Winkel, Fig. 403, verhält sich der kurze zum langen Schenkel wie $1 : 1\frac{1}{2}$, also $B = 1,5 b$.

Die Nummerierung erfolgt in Bruchform und zwar: $\frac{\text{Breite des kleinen Schenkels}}{\text{Breite des großen Schenkels}}$. Z. B. Winkeleisen No. $\frac{3}{4\frac{1}{2}}$ ist ein Winkeleisen mit einem kürzeren Schenkel von 30 cm und einem längeren von 45 cm Breite; entsprechend der Nummer variiert auch die Schenkeldicke d .

Weiters ist, Fig. 403:

$$r = d; \quad s = 0,5 d.$$

T-Eisen, Fig. 404. Die Nummerbezeichnung gibt die Breite b in cm an. Weiters ist:

$$\begin{aligned} h &= 0,77 b \\ d &= 0,1 b + 1 \text{ mm} \\ r &= 0,8 d \\ s &= 0,4 d \\ s_1 &= 0,2 d. \end{aligned}$$

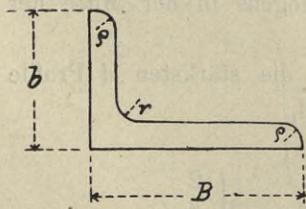


Fig. 403.

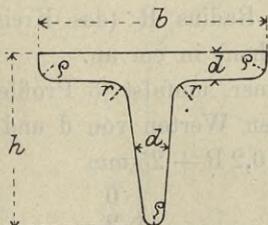


Fig. 404.

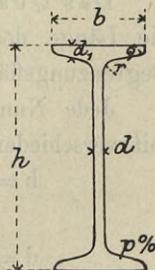


Fig. 405.

I-Eisen, Fig. 405. Die Profilvernummer gibt die Höhe des Profils in cm an. Das Verhältnis zwischen Höhe, Breite und Dicke der verschiedenen Profile ergibt sich aus folgendem:

$$\text{für } h \leq 160 \text{ mm ist } \begin{cases} b = 0,4 h + 20 \text{ mm} \\ d = 0,03 h + 16 \text{ mm} \end{cases}$$

$$\text{„ } h \geq 160 \text{ mm ist } \begin{cases} b = 0,3 h + 36 \text{ mm} \\ d = 0,04 h, \end{cases}$$

ferner ist: $d_1 = 1,5 d$; $\varrho = 0,6 d$
 $r = 1,2 d$; $p = (0,02 h^{\text{mm}} + 7) \%$.

Das \square - und Γ -Eisen, Fig. 406, 407. Die Profilvernummer gibt die Höhe in cm an. Die Querschnittsverhältnisse für das \square -Eisen ergeben sich aus:

$$b = 0,25 h + 25 \text{ mm}; r = 1,5 d; p = (0,01 h^{\text{mm}} + 7) \%$$

$$d = 0,025 h + 4 \text{ mm}; \varrho = 0,6 d.$$

Für das Γ -Eisen gelten dieselben Ausmaße, wie für die korrespondierenden Nummern des \square -Eisens.

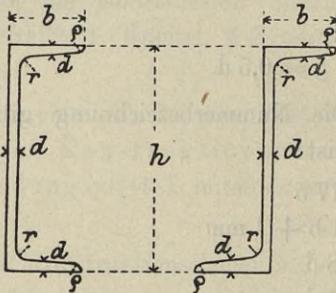


Fig. 406.

Fig. 407.

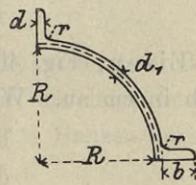


Fig. 408.

Das Quadranteisen, Fig. 408. Die Profilvernummer gibt die Länge des Radius R (des Kreisbogens in der Mitte der Begrenzungsflächen) in cm an.

Jede Nummer umfasst 3 Profile, die stärksten 4 Profile mit verschiedenen Werten von d und d_1 .

$$b = 0,2 R + 25 \text{ mm}$$

$$d = 0,08 R + \begin{cases} 0 \\ 2 \\ 4 \\ (6) \end{cases} \quad d_1 = 0,08 R + \begin{cases} 2 \\ 3 \\ 4 \\ (5) \end{cases}$$

$$r = 0,12 R; \varrho = 0,06 R.$$

Hierher gehört auch das Sextant- und Oktanteisen.

Zores-Eisen, Fig. 409. Diese Gattung wird im Brückenbau nur als Brückenbelag zum Tragen der Schotterdecke u. dergl. verwendet. Für diesen Zweck braucht man Elemente, die bei großer Tragfähigkeit (daher bedeutende Höhe) auch eine beträchtliche Breite besitzen. Diese Bedingungen schlossen sich bei den meisten anderen Elementen gegenseitig aus.

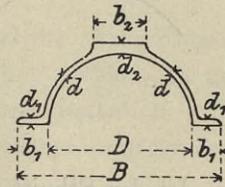


Fig. 409.

Wellbleche. Unter Well- oder Wellenbleche, welche ebenfalls als Brückenbelag verwendet werden, versteht man ein nach einer Wellenlinie gebogenes Blech. Das Biegen geschieht gewöhnlich auf einer Presse in kaltem Zustande der Bleche. Dünnere Bleche werden auch gewalzt.

Man unterscheidet mehrere Arten von Wellblechen, je nachdem die aufeinander folgenden Wellen volle Halbkreise darstellen, die entweder direkt aneinander anschließen, Fig. 410, oder durch eine ebene Wand verbunden sind, Fig. 411, oder es

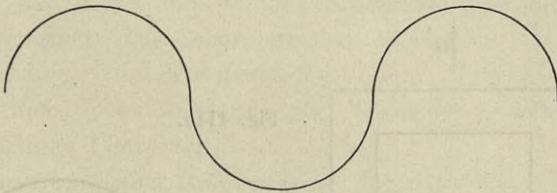


Fig. 410.

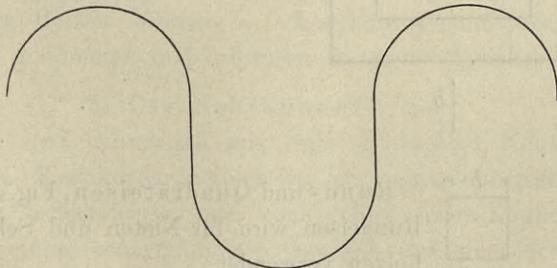


Fig. 411.

bestehen die Wellen aus kleinen Kreisteilen, Fig. 412 (überhöhte und flache Wellbleche).

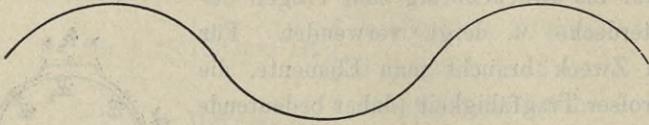


Fig. 412.

Ist der Schnitt parallel zu den Wellen ein Kreisbogen, so hat man ein bombiertes Wellblech.

Häng- und Wölbbliche, Fig. 413, 414; beide dienen für den Brückenbelag, ebenso die Buckelplatten, d. s. rechteckige in der Mitte gewölbte Platten mit 4 geradlinigen Rändern, Fig. 414a.

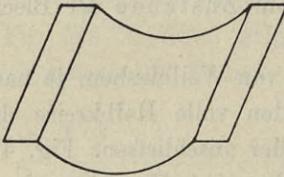


Fig. 413.

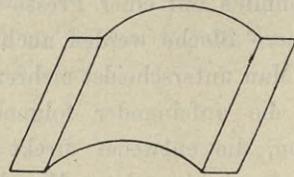


Fig. 414.

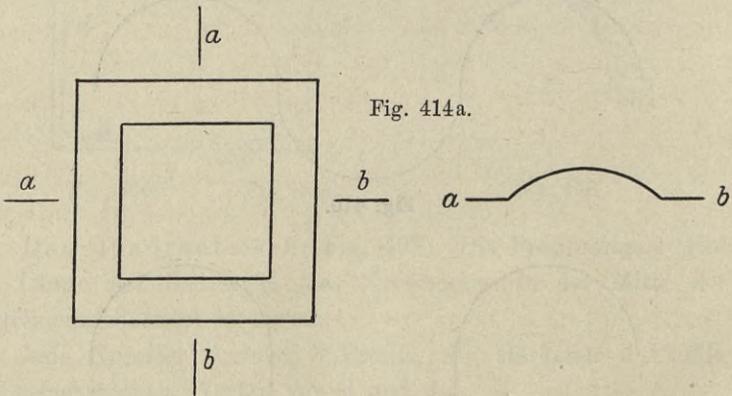


Fig. 414a.



Fig. 415.



Fig. 416.

Rund- und Quadrateisen, Fig. 415, 416; Rundeisen wird für Nieten und Schraubenbolzen verwendet.

B. Verbindungsmittel.

Die Konstruktionselemente werden miteinander durch Scharnierbolzen, Schraubenbolzen und Nieten zum Ganzen verbunden.

Diese Verbindungsmittel sind zylindrische Eisenkörper, welche durch Bolzen-, respektive Nietlöcher geführt, die zu vereinigenden Teile miteinander verbinden und festhalten. Sie haben daher die in den verbundenen Elementen auftretenden Spannungen aufzunehmen und zu übertragen.

Es wird demnach die Zahl der Verbindungsmittel wie auch die Stärke derselben auf Grund der zu übertragenden Kraft und der Scherfestigkeit des Materiales bestimmt.

Normale Lage der Verbindungsmittel zu den Elementen, ferner zylindrische Querschnittsform derselben und damit die entsprechend kreisförmige Form der Bolzenlöcher ist am zweckmässigsten.

1. Scharnierbolzen.

Der Scharnierbolzen ist ein zylindrischer Eisenkörper mit einem Durchmesser von 60 bis 165 mm und einer der Konstruktion entsprechenden Länge (bis zu 1500 mm). Die Enden derselben sind meist mit Schraubengewinden und Schraubennuttern versehen. Die Scharnierbolzen werden zur Herstellung der Verbindung von Konstruktionsgliedern stets einzeln angeordnet und geben hiedurch der Verbindung selbst einen scharnierartigen Charakter.

In amerikanischen Brücken sind derartige Konstruktionen für die Knotenverbindung bei Fachwerk- und Gitterbrücken häufig in Anwendung.

Lange Bolzen werden auf Abscherung und Biegung in Anspruch genommen und erfordern daher vorzügliches Material.

2. Die Schraubenbolzen.

Diese sind zylindrisch oder mit schwachem Konus ($\frac{1}{100}$) abgedrehte Eisenkörper, einerseits mit einem angestauchten, vier- oder sechskantigen oder auch zylindrischen Kopfe, andererseits mit einem scharfgängigen Gewinde und einer Schraubennutter versehen.

Die Schraubenbolzen haben die Bestimmung, die zu verbindenden Eisenteile auch in der Bolzenrichtung fest zusammen zu halten und aneinander zu pressen. Sie unterscheiden sich hiedurch von den Scharnierbolzen, bei welchen die angebrachten Schraubenmuttern blofs den Zweck der Sicherung der Bolzenlage zu erfüllen haben.

Der Durchmesser der Schraubenbolzen mufs mit der Dicke der Platten in einem bestimmten Verhältnisse stehen, damit der Druck auf die Lochwand, beziehungsweise auf die geprefste Schaftfläche keine bleibenden Formänderungen daselbst hervorbringe. Überschreitet der auftretende Flächendruck eine gewisse, von der Härte der Materialien abhängige Grenze, so entsteht ein Aufstauchen der Lochränder, beziehungsweise ein Eindringen des Schaftmantels (Leibungsdruck).

Obwohl die Schraubenbolzen in den weitaus meisten Fällen Schubwirkungen zu widerstehen haben, so kommt dennoch auch die axiale Längsspannung derselben infolge des Anziehens der Mutter zur Geltung.

Das Material der Schraubenbolzen mufs daher von vorzüglicher Qualität sein; gegen das Lockern der Schraubenmutter ist Vorsorge zu treffen.

Es ist selbstverständlich, dafs die Bolzenlöcher genau und übereinstimmend gebohrt, bei konischen Bolzen mittels entsprechend konisch geformter Reibahlen ausgerieben werden müssen. Die exakt abgedrehten Bolzen sollen rein geschnittene Gewinde mit reinen Kanten und gut passenden Muttern haben.

3. Die Niete.

Die Nieten sind aus meist unbearbeitetem Rundeisen hergestellte, selten abgedrehte Bolzen, die an einem Ende einen bereits vorgebildeten Kopf — Setzkopf — erhalten, wogegen der zweite Kopf — der Schliefskopf — erst nach Einführung des Nietbolzens in das Nietloch durch Stauchung und Formung des vorragenden Schaftes erzeugt wird. Je nachdem abgedrehte oder unbearbeitete Nieten zur Verwendung kommen, ist das Verfahren beim Nieten verschieden.

Im ersten Falle wird der Anschluß des Nietschaftes an die Nietlochwände infolge der genauen Bearbeitung erzielt; die Nieten werden in kaltem Zustande gesetzt und in diesem deren Schließkopf gebildet. Es findet hier die sogenannte kalte Vernietung statt.

Im zweiten Falle — der warmen Nietung — werden die Nieten in hellglühendem Zustande in die Nietlöcher eingeführt, daselbst mittels eines Gegenhalters oder Nietstockes festgehalten, an die zu vernietenden Eisenteile angepreßt und durch Hammerschläge, die in der Achsenrichtung des Schaftes erfolgen, im Nietloche derart gestaucht, daß der so verdickte Schaft das Nietloch möglichst vollständig ausfüllt. Hierauf wird der Schließkopf aus dem noch vorstehenden Schaft durch Breithämmern und mittels eines aufgesetzten Kopfgesenkes (Schelleisen) geformt. Gewöhnlich wird gefordert, daß nach Vollendung der Arbeit der Schließkopf in seiner Mitte noch einen dunkelrot glühenden Punkt zeige.

Damit das Stauchen des Schaftes ein vollständiges werde, ist es erforderlich, daß das Gewicht der Stauchhämmer in einem bestimmten Verhältnisse zu dem Durchmesser und der Länge der Niete stehe. Ein gleiches gilt vom Gewichte der Zuschlaghämmer für die Formung des Schließkopfes. Durch Anwendung von Nietmaschinen erfolgt die Operation des Nietens nicht nur bei weitem rascher, sondern auch vollkommener. Insbesondere günstig wirken jene Maschinen, welche mittels eines starken, ruhigen Druckes, ohne Stofs, das Nieten bewerkstelligen. Die warme Nietung fordert, daß die Nietschäfte in ihrem Durchmesser etwas schwächer als die Nietlöcher gehalten werden, damit man die glühende Niete einführen kann. Man nimmt hiezu in der Regel den Bolzendurchmesser um $\frac{1}{20}$ schwächer als jenen des Nietloch-Querschnittes.

Die Form und Gröfse des Nietkopfes ist mit Rücksicht auf die Zweckmäßigkeit zu bestimmen. Jedenfalls soll er die Form eines Rotationskörpers haben, Fig. 417—420. Die Abmessungen desselben müssen im Verhältnisse zu den Widerstandsäußerungen der Niete stehen. Die Niete, insbesondere die warm geschlagene,

hat infolge der Zusammenziehung des Eisens beim Erkalten meist sehr beträchtliche Längsspannungen zu ertragen; es muß daher die Höhe des Kopfes, im verlängerten Schaftmantel gemessen, zum mindesten eine solche GröÙe erhalten, daß ein Abscheren der Kopfränder verhindert werde.

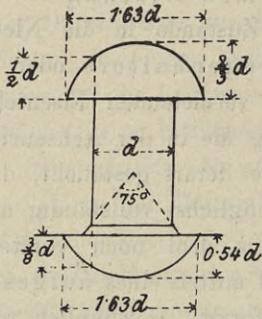


Fig. 417.

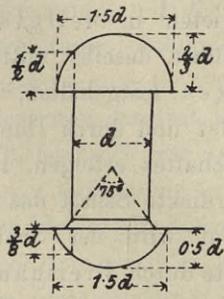


Fig. 418.

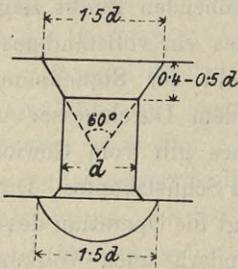


Fig. 419.

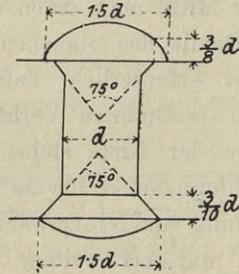


Fig. 420.

C. Allgemeine Anordnung, Bestandteile und Einteilung der eisernen Brücken.

1. GröÙe und Zahl der Brücken-Öffnungen; Lichtweite, Stützweite, Konstruktionshöhe und Querprofil der Brücke.

Zahl und GröÙe der lichten Öffnungen richtet sich nach den lokalen Verhältnissen und dem aufrecht zu haltenden Lichtraum unter der Brücke.

Fundierungsverhältnisse, welche den Kostenpunkt wesentlich beeinflussen, Charakter des Flußbettes und die

Wasserverhältnisse, sowie Schiffahrt, Eisgang u. dergl. sind bestimmend für die Wahl der Zahl der Öffnungen, sowie ihrer lichten Höhe und Weite.

Lichtweite l_1 und Stützweite l , Fig. 421, müssen mit Rücksicht auf das Material der Pfeiler in einem bestimmten Zusammenhange stehen.

Es ist der Stützdruck einer Tragwand bei voller Belastung, Fig. 421:

$$D = (p + g) \frac{l}{4} \doteq (p + g) \frac{l_1}{4}, \dots\dots 160$$

wenn p die pro l. m auf die Tragwand entfallende Verkehrslast und g das Eigengewicht der Tragwand pro l. m bedeutet.

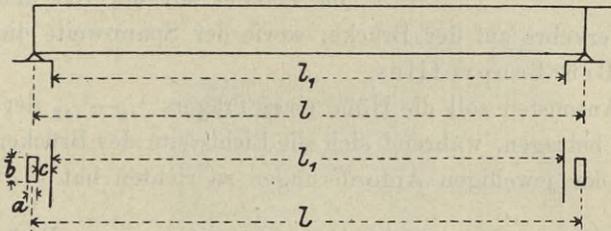


Fig. 421.

Dieser Druck verteilt sich auf die Fläche ab des Pfeilers, dessen Steinmateriale eine zulässige Inanspruchnahme k besitzt; daher muß:

$$D = a b k$$

sein; ist:

$$b = n a$$

so ist:

$$a = \sqrt{\frac{D}{n k}} \\ = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{n k} (p + g) l_1}$$

Daher ist:

$$l = l_1 + 2 c + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{n k} (p + g) l_1} \dots\dots 161$$

wobei man

$$c = 0,50 + 0,005 l_1$$

in Rechnung bringt.

Unter Konstruktionshöhe einer Brücke versteht man die Höhendifferenz zwischen der Fahrbahnoberkante und dem tiefsten Punkte des Querprofiles der Brücke, H in Fig. 422.

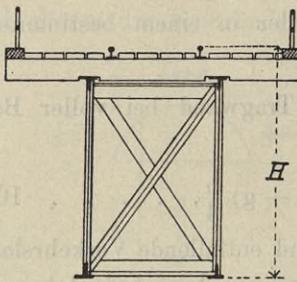


Fig. 422.

Die verfügbare Konstruktionshöhe wird durch die Kote der Fahrbahnoberkante und dem unter der Brücke frei zu haltenden lichten Raume bestimmt.

Die Konstruktionshöhe ist bestimmend für die Wahl der Konstruktion mit Bahn oben, Mitte oder unten. Ist die Konstruktionshöhe beschränkt, so bestimmt diese im Vereine mit der Art und Gröfse des Verkehrs auf der Brücke, sowie der Spannweite die Höhe des Brückenprofiles.

Ansonsten soll die Höhe eines Trägers $\frac{1}{8}$ — $\frac{1}{12}$ der Spannweite betragen, während sich die Lichtweite des Brückenprofiles nach den jeweiligen Anforderungen zu richten hat.

2. Hauptbestandteile einer eisernen Brücke.

Die Hauptbestandteile einer eisernen Brücke sind:

Die Fahrbahn mit den Sicherheitsvorkehrungen und Auszugsvorrichtungen, dann Fußwege und Geländer;

das Fahrbahngerippe, gebildet aus Quer- und Längsträgern;

die Hauptträger samt den Windverstrebungen, auch Längs- oder Horizontal-Verband, Windverband genannt, und die Querversteifung oder der Querverband;

die Unterlagen.

3. Allgemeine Einteilung der eisernen Brücken.

Neben der im 1. Abschnitte, 1. Kapitel, § 1 und 4. Kapitel, § 1 gegebenen allgemeinen Einteilung der Brücken gibt es

noch eine Unterteilung der Brücken in gerade und schiefe Brücken, je nachdem die Brückenachse mit dem Hindernisse einen rechten oder spitzen Winkel einschließt, Fig. 423 und 424, und in Kurvenbrücken, wenn die Brückenachse

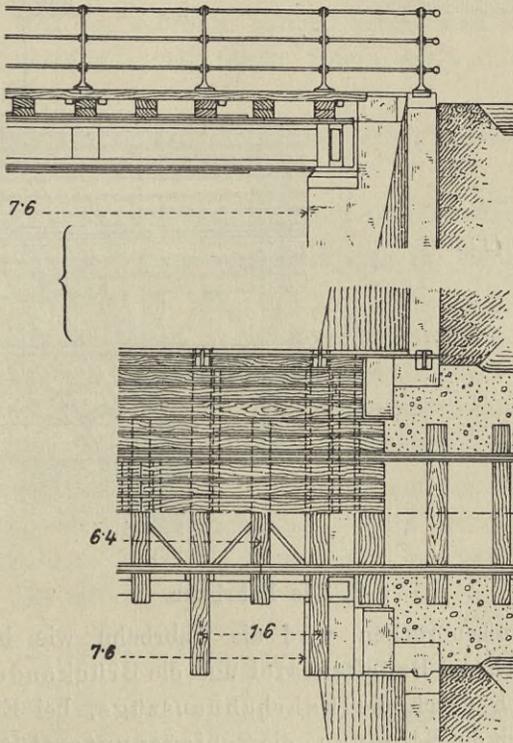


Fig. 423. [1:100]

gekrümmt ist. Die Hauptträger einer Kurvenbrücke sind gerade und stehen parallel zu einander in einem solchen Abstände, daß das Geleise durchaus zwischen die Träger fällt.

Nach der Konstruktion der Träger unterscheidet man ferner Brücken mit vollwandigen Trägern und Brücken mit Gitterträgern.

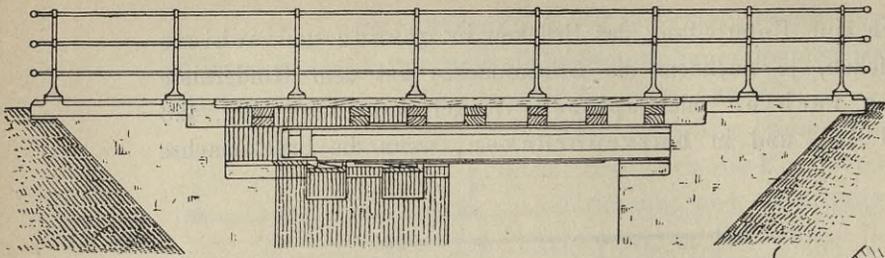
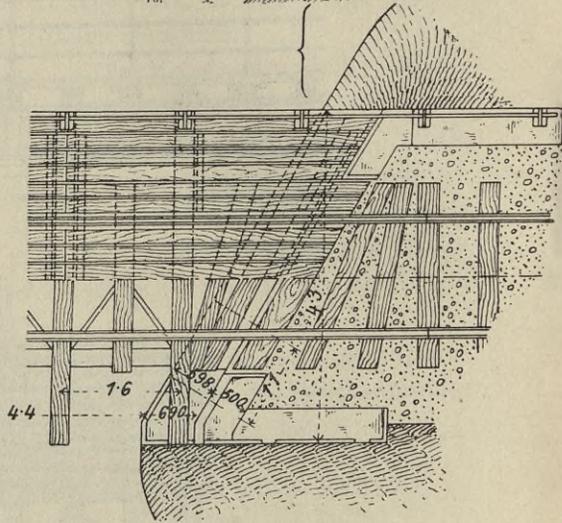


Fig. 424. [1:100]



§ 2. Die Fahrbahn.

Bei Strafenbrücken wird die Fahrbahn wie bei Holzbrücken durch die Brückentafel und die Brückendecke und überdies noch durch die Fahrbahnauszüge, bei Eisenbahnbrücken durch die Schienen, die Schienenunterstützungen, den Bohlenbelag, die Sicherheitsvorkehrungen und die Auszugsvorrichtungen gebildet.

A. Strafenbrücken.

1. Die Brückentafel.

Für Fußwege oder für Bahnen mit geringem und leichtem Wagenverkehre kann man, wie bei den Holzbrücken, einen einfachen Bohlenbelag anwenden, der zugleich auch als Brückendecke dient.

Die Verbindung des einfachen Bohlenbelages mit den Trägern der Brücke erfolgt durch Schraubenbolzen, Hackenschrauben oder durch Holzschrauben, welche von unten durch die Trägergurtung in das Holz geschraubt werden. Bei Verwendung von Bolzen genügt es, einzelne Bohlen mit den Trägern zu verschrauben und die übrigen mit den Nägeln oder Schrauben zu halten, welche man durch übergelegtes Flacheisen oder durch Saumschwellen in dieselben treibt.

Die Berechnung der Belagshölzer erfolgt hier ebenso wie bei den Holzbrücken.

Der Bohlenbelag soll imprägniert oder gestrichen sein.

Bei größeren Brücken verwendet man für die Herstellung der Brückentafel Eisen, und zwar:

Gufseiserne Platten für Spannweiten von 0,5—2,0 m. Die Platten erhalten in der Regel rechteckigen Grundriss und liegen auf zwei oder vier Seiten frei auf; letzteres ist ökonomischer; Gufseisenplatten müssen vor Stößen geschützt werden.

Liegt die Platte nur auf zwei Seiten auf, so wird sie wie ein freiaufhängender Träger gerechnet. Wird sie an allen vier Seiten unterstützt, so ist die Berechnung nur näherungsweise möglich. — Es ist:

$$\frac{k_z}{e_1} \text{ oder } \frac{k_d}{e_2} = \frac{3}{8} \frac{Pl}{t} \frac{t'^3}{t'^3 + t'_1 l_1^3}$$

worin $l_1 > l$ die Seiten, t'_1 und t' die Trägheitsmomente der Querschnitte parallel zu l_1 und l , e_1 und e_2 die Abstände der am meisten gedrückten, resp. geprefsten Fasern, k_z und k_d die zulässige Zug- resp. Druckinanspruchnahme bedeutet.

P , die Verkehrslast $+ \frac{1}{3}$ des Eigengewichtes, wird hiebei in der Mitte der Platte angreifend gedacht.

Wölbbliche, Hängbleche und Buckelplatten werden in ähnlicher Weise wie die gufseisernen Platten angewendet.

Ähnlich dem Bohlenbelage können auch verschiedene Formeisen, wie Zores-Eisen, Fig. 425, dann Wellbleche u. dergl.

verwendet werden, die man entweder direkt mit den Hauptträgern verbindet, oder auf Quer- resp. Längsträger auflegt.

Zores-Eisen schließt man nicht eng aneinander, sondern läßt, wie Fig. 425 zeigt, einen kleinen Zwischenraum, um das Niederschlagswasser abzuführen.

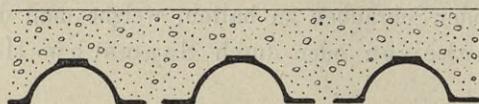


Fig. 425. [1:15]

Das Wellblech legt man zur Bildung der Fahrbahntafel mit den Furchen senkrecht zur Brückenachse.

Das Wellblech hat geringes Gewicht, gestattet eine einfache Verbindung mit den Trägern, steift die Fahrbahn ab und ermöglicht einen guten Anschluß an die Chaussierung.

Hingegen ist das Wellblech teuer und erschwert die Reparaturen; die Entwässerung ist schwierig, indem einzelne Löcher im Bleche zur Wasserabführung nicht hinreichen, längere Spalten aber das Blech schwächen. Um das Ansammeln des Wassers zu verhüten, stellt man den Straßenkörper oder wenigstens das Material zwischen den Furchen des Wellbleches wasserdicht her, etwa aus Beton, und ordnet eine angemessene Querneigung der Oberflächen an, wodurch das Wasser seitlich abgeleitet wird.

Je nach dem Kaliber und der Form kann man die Wellblechtafeln bis auf eine freie Länge von 1 bis 1,8 m legen.

Neben Eisen kommen auch Steinplatten und Gewölbe zur Anwendung.

Man verwendet hiezu festen Sandstein, Granit u. dergl.; auch Zementbetonplatten mit Drahtgittereinlagen, Bauart Monier, können in Anwendung kommen.

Bei Platten, die mit 2 Rändern aufrufen, führt man die Berechnung wie bei einem freiaufliegenden Träger durch, und berücksichtigt die Druckverteilung, wenn eine Überschüttung vorhanden ist. Hierbei sind folgende Inanspruchnahmen k pro cm^2 (zehnfache Sicherheit), auf Grund von Versuchen zu beachten:

weicher Sandstein	k = 3 kg pro cm ²
Dolomit	= 5 " " "
Molasse-Sandstein	= 6 " " "
Jura- und Muschelkalk	= 7 " " "
harter Sandstein	= 8 " " "
Trachyt	= 12 " " "
Granit	= 17 " " "
Diorit	= 21 " " "
Glimmerschiefer	= 25 " " "

Gewölbe werden entweder parallel oder senkrecht zur Brückenachse angeordnet und im ersteren Falle direkt durch die Hauptträger oder aber durch sekundäre Längsträger unterstützt.

Eine Konstruktion dieser Art zeigt Fig. 426.

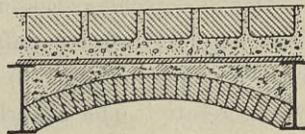


Fig. 426. [1:25]

b

Die Gewölbe werden in der Regel aus Ziegel hergestellt und erhalten eine Spannweite von 1 bis 1,5 m.

Als Träger der Gewölbe dienen I- oder Blechträger, welche miteinander verankert sind, um den Gewölbeschub aufnehmen zu können.

Die Dicke der Gewölbe beträgt im Mittel bis 1,00 m Spannweite $\frac{1}{2}$ Ziegel, darüber hinaus bis 2 m Spannweite $\frac{3}{4}$ bis 1 Ziegelstärke; die Pfeilhöhe beträgt $\frac{1}{7}$ — $\frac{1}{10}$ der Spannweite.

2. Die Brückendecke.

Die Brückendecke in der Form eines zweiten Bohlenbelages oder einer Schotterdecke gleicht jener der Holzbrücken. Die Anwendung von Holzstöckelpflaster zeigt Fig. 427 und 428.

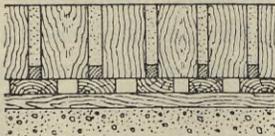


Fig. 427. [1:25]

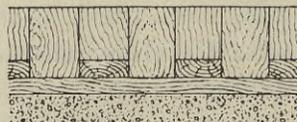


Fig. 428. [1:25]

Steinpflaster zur Bildung der Brückendecke läßt sich nur dort rechtfertigen, wo Gleichartigkeit der Verkehrsanlagen und dadurch bedingte einfachere Erhaltung, sehr starke Frequenz, monumentaler Charakter des Bauwerkes u. s. w. in Frage kommen, oder da, wo Strafsenbahngeleise wenigstens auf einem Teile der Fahrbahn das Steinpflaster zweckmäfsig erscheinen lassen. Im allgemeinen ist Steinpflaster seines grofsen Gewichtes und der geringen Elastizität wegen nicht zu empfehlen; die Stöße werden fast unvermindert auf die eigentlich tragenden Bestandteile übertragen.

3. Entwässerungsanlagen, Fahrbahnauszüge und Endabschlüsse.

Das Niederschlagswasser mufs von der Brücke rasch und in der Weise abgeführt werden, dafs möglichst wenig Brückenbestandteile hierbei von demselben getroffen werden. Die Fahrbahn wird zu diesem Zwecke gesattelt oder sie erhält eine Querneigung von 1—6 ‰.

Zwischen den Fußwegen und der Fahrbahn finden Abflursinnen (Gossen, Kandeln) ihren Platz. Sie bekommen im Minimum 0,5—1 ‰ Längsgefälle.

Die konstruktive Durchführung dieser Rinnen kann in verschiedenster Weise geschehen. Bei chaussierten Bahnen findet man zementierte Kandeln, gepflasterte Rinnen u. s. w., bei den Belag mit Zores-Eisen hat man mitunter zur Bildung von Rinnen an den Rändern der Fahrbahn einfach je ein umgekehrtes Zores-Eisen gelegt, u. dergl.

In den Fahrbahnkörper eindringendes Wasser wird, wie schon bei der Konstruktion der Brückentafel angegeben, durch Öffnungen in derselben abgeleitet.

Die Decke der Strafsenbrücken nimmt an den Verschiebungen, welche die Hauptträger bei Temperaturänderungen erleiden, teil; bei gröfseren Bauwerken darf man deshalb die Decke nicht unmittelbar an die benachbarten, auf fester Unterlage ruhenden Fahrbahnstrecken anschliessen.

Mitunter kann man sich damit begnügen, an dem Ende der Brückendecke eine offene Fuge zu lassen, deren Begrenzungen mit Quadern oder mit Eisen befestigt werden.

Es werden aber auch sogenannte Fahrbahnauszüge angeordnet. Diese werden u. a. aus einer Eisenplatte gebildet, welche man gewöhnlich mit Erhöhungen versieht und auf einer anderen Platte, auf Holz oder auf Stein gleiten läßt. Fig. 429 zeigt einen solchen Endabschluß.

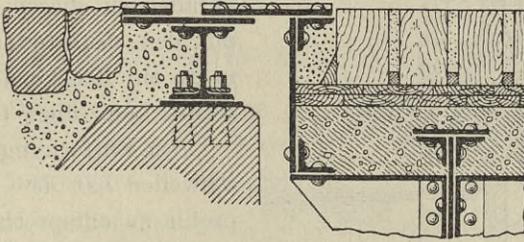


Fig. 429. [1:50]

Wo unter der Brücke ein lebhafter Personenverkehr (also bei Straßensübersetzungen u. dergl.) stattfindet, sind Schutzvorrichtungen anzubringen, damit in den Straßenkörper eindringendes Niederschlagswasser nicht auf die Straße rinne.

Man findet zu diesem Zwecke u. a. eine nach einer Richtung hin geneigte Wellblechdecke an der Brücke hängen.

B. Eisenbahnbrücken.

1. Die Schienenunterstützung.

Zur Unterstützung der Fahrschienen werden fast überall dort, wo hölzerne Querschwellen im Oberbau der freien Strecke liegen, auch solche auf der Brücke verwendet.

Bei oben liegender Bahn und kleinen Spannweiten legt man sie direkt auf die Hauptträger, sonst auf die Längsträger.

Die Befestigung erfolgt mit 18—22 mm starken Schrauben, welche unmittelbar durch entsprechende Löcher der Gurte gehen, oder aber, was zweckmäßiger ist, mit Hakenschrauben, deren Kopf die Gurtlamelle umfaßt, und deren Spindel mit einer Nase versehen ist, die ein Drehen derselben verhindert.

Bei kurzen, sehr schiefen Brücken legt man die Schwellen meist parallel zum Endwiderlager, sonst normal zur Brückenachse, bei größeren Spannweiten schiefer Brücken legt man die in der Nähe der Widerlager befindlichen Schwellen parallel zu diesen und geht mit den nächsten allmählich in die zur Brückenachse senkrechte Lage über (Fig. 424).

Die Entfernung der Querschwellen hat dem Schienenprofile zu entsprechen.

Eiserne Querschwellen werden auf der Brücke nur selten verwendet.

Langschwellen werden meist stumpf über den Quertägern gestossen und mit Winkeleisen befestigt.

Hinsichtlich der Berechnung gilt das bei Holzbrücken Gesagte.

Eine direkte Auflagerung der Schienen auf die Träger (Fig. 430) findet bei eisernen Brücken selten Anwendung.

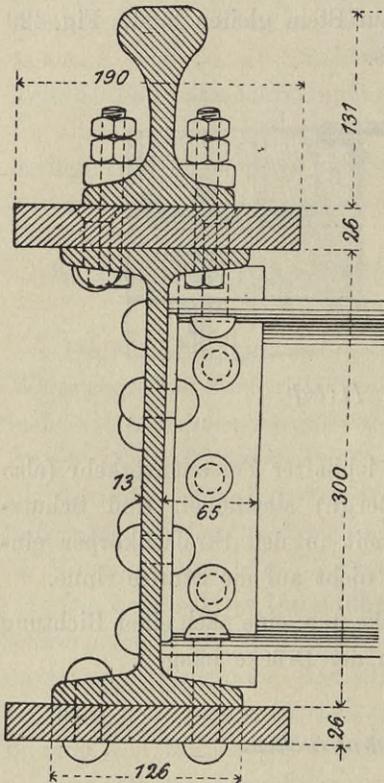


Fig. 430. [1:5]

2. Der Brückenbelag.

Jede Eisenbahnbrücke erhält, damit sie auch begangen werden kann, einen Brückenbelag, der analog wie bei Holzprovisorien oder nach den verschiedenen angeführten Figuren hergestellt wird.

Der vollkommenste aber kostspieligste Belag besteht in der Herstellung einer der bei Straßenbrücken angewendeten ähnlichen Brückentafel aus Häng- und Wölbblechen, dann Buckel-

platten u. dergl., auf welcher das der freien Strecke entsprechende Schotterbett ruht. Gleichartigkeit des Oberbaues, Mäßigung der Erschütterungen durch die eingeschaltete Schottermasse, Sicherung gegen Durchbrechen der Räder bei Entgleisungen u. dergl. sind die Vorteile, der nötige Mehraufwand an Material für Bahn und Träger der Nachteil dieser Konstruktion.

3. Die Schienenüberhöhung in Kurven.

Die notwendige Überhöhung des äußeren Schienenstranges gegenüber dem inneren (2. Abschnitt, 1. Kapitel, § 3, B 5) kann auf verschiedene Weise erfolgen:

Bei kleinen Brücken neigt man außer dem Geländer das ganze Brückenprofil dadurch, daß man den Auflagerplatten (siehe Unterlagen) eine verschiedene Höhenlage gibt. Die Träger sind hierbei entweder vertikal oder entsprechend geneigt; die Konstruktion bleibt für Lang- und Querschwellen im allgemeinen dieselbe.

Eine andere Anordnung besteht in der vertikalen und gleich hohen Lage der Träger und einer geneigten Fahrbahnkonstruktion. Diese kann wieder durch normal konstruierte Querträger und verschieden hoch gelegenen Längsträgern, insbesondere beim Querschwellen-Oberbau und größeren Spannweiten, oder durch geneigten Obergurt der Querträger, insbesondere beim Langschwellen-Oberbau, erreicht werden.

Eine weitere Bauweise besteht in normal konstruiertem Fahrbahngerippe und in der Anwendung von Unterlagsstücken (Stühle aus Holz oder Eisen) unter den Querschwellen, oder unmittelbar unter den Schienen.

4. Sicherheitsvorkehrungen und Auszugsvorrichtungen, Entwässerung und Endabschlüsse.

Die Sicherung gegen Zündung, sowie die Anordnung von Sicherheitsschwellen erfolgt wie bei Holzbrücken (II. Abschnitt, 1. Kapitel, § 3, B 3 u. 4).

Infolge der Längenänderung eiserner Brücken bei Temperaturwechsel müssen an den Anschlussstellen längerer Brücken mit dem natürlichen Boden am Geleise, wie auch an selbständigen Konstruktionen, sogenannte Schienenauszüge oder Dilatationsvorrichtungen angeordnet werden.

Diese Schienenauszüge haben ein Aufstauen und Öffnen der Brückenanschlussstellen an den festen Boden zu verhindern und damit ein anstandsloses Passieren derselben zu ermöglichen.

Ist die Bahn nicht fest mit der Tragkonstruktion verbunden, so daſs sich also die bei Temperaturwechsel eintretenden Längenänderungen der Schienen an den Stößen ausgleichen können, so sind Auszugsvorrichtungen unnötig.

Die Fig. 431—434 zeigen einige Arten von Dilatationsvorrichtungen. — Fig. 431 zeigt einen Schienenauszug mit Überplattung der Schienen, wobei Kopf und Fuß der breitbasigen Schienen auf die Länge der Überplattung entsprechend ausgenommen sind.

Die Mittellinien der Schienen verschieben sich hiedurch um die Stegdicke, und tritt die Fahrkante der einen Schiene um eben dieses Maß vor diejenige der anderen, weshalb von ersterer ein entsprechender Streifen abgehobelt werden muß. Um das Hobeln auf eine geringe Länge zu beschränken, kann man die fragile Schiene, soweit sie im Auszuge liegt, um die Stegdicke wagrecht ausbiegen.

Fig. 432 zeigt einen Schienenauszug mit einer sogenannten Stütz- oder Fanglasche. Das Rad wird hier beim Übergange über die Lücke des Auszuges durch eine Lasche unterstützt, welche an der äußeren Seite der beiden Fahrschienen angebracht ist. Zur Auflagerung der Auszugschienen dient eine gewalzte oder gegossene Grundplatte mit der erforderlichen Dextlung von 1:20 bis 1:16.

Aus Sicherheitsrücksichten gegen Entgleisung der Züge an der Lücke des Schienenauszuges versieht man denselben meist mit einer Zwangsschiene. Dieselbe ist gegenüber der

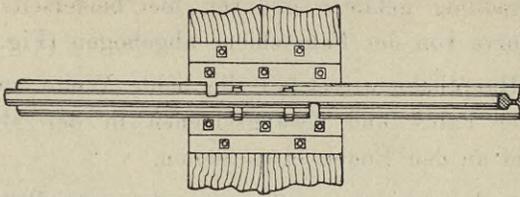


Fig. 431. [1:25]

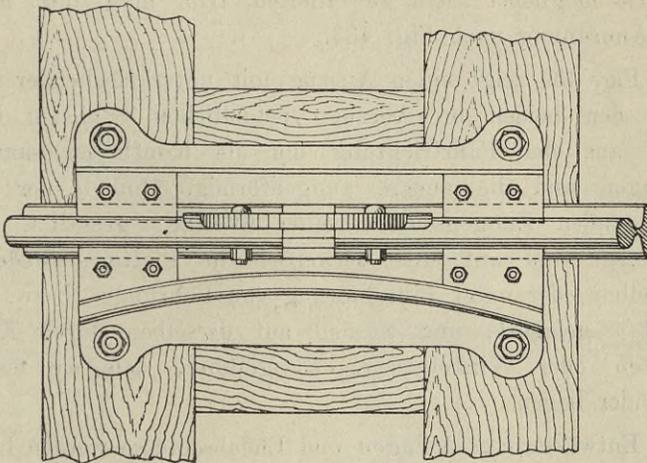


Fig. 432. [1:25]

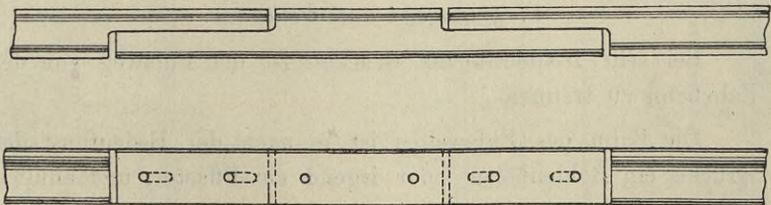


Fig. 433. [1:25]

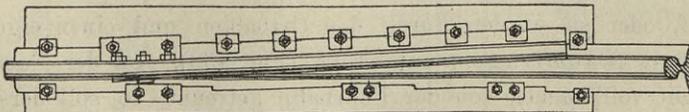


Fig. 434. [1:25]

Lücke geradlinig gebildet und von hier beiderseits nach einer flachen Kurve von der Fahrschiene abgebogen (Fig. 432).

Auf Hauptbahnen beträgt die lichte Weite zwischen den Köpfen der Fahr- und Zwangsschienen in der Mitte 40 bis 50 mm und an den Enden etwa 80 mm.

Um bei den Schienenauszügen zwischen zwei Brückenfeldern, deren Längenänderungen sich ausgleichen sollen, die Lücken im Geleise möglichst klein zu erhalten, trifft man unter anderen die Anordnung nach Fig. 433.

Fig. 434 zeigt einen Auszug mit unterkriechender Zunge. Von den beiden im Auszuge befindlichen Schienen ist die eine aus der Fahrtrichtung um die Kopfbreite sanft abgebogen und die andere zungenförmig, ähnlich der unter-schlagenden Zungenschiene einer Weiche, gestaltet. Beide Schienen sind auf eine schweißseiserne Platte entweder unmittelbar oder unter Einschaltung von Führungs-, bzw. Stützplatten gelagert, und werden auf derselben durch Klemmplatten oder Winkellaschen so geführt, daß sie fest aneinander liegen.

Entwässerungs-Anlagen und Endabschlüsse werden in ähnlicher Art wie bei Straßenbrücken ausgeführt.

C. Fußwege und Geländer.

Bei sehr frequentierten Brücken ist der Fußweg von der Fahrbahn zu trennen.

Die Bahn des Fußweges ist je nach der Bedeutung der Brücke ein Bohlenbelag oder irgend ein Pflaster, und ähnlich den Fig. 223, 227, 228, 231 u. s. w. ausgeführt.

Die Fußwege ruhen zumeist auf Konsolen, welche an der Außenseite mit einem Ortträger vernietet sind (Fig. 435—438), auf, oder sie werden durch den Ortbalken und einen eigenen Träger (Saumträger) unterstützt (Fig. 439). Ist der Fußweg nicht vollkommen von der Fahrbahn getrennt, so soll derselbe um 10 bis 20 cm über die Fahrbahn erhöht sein.

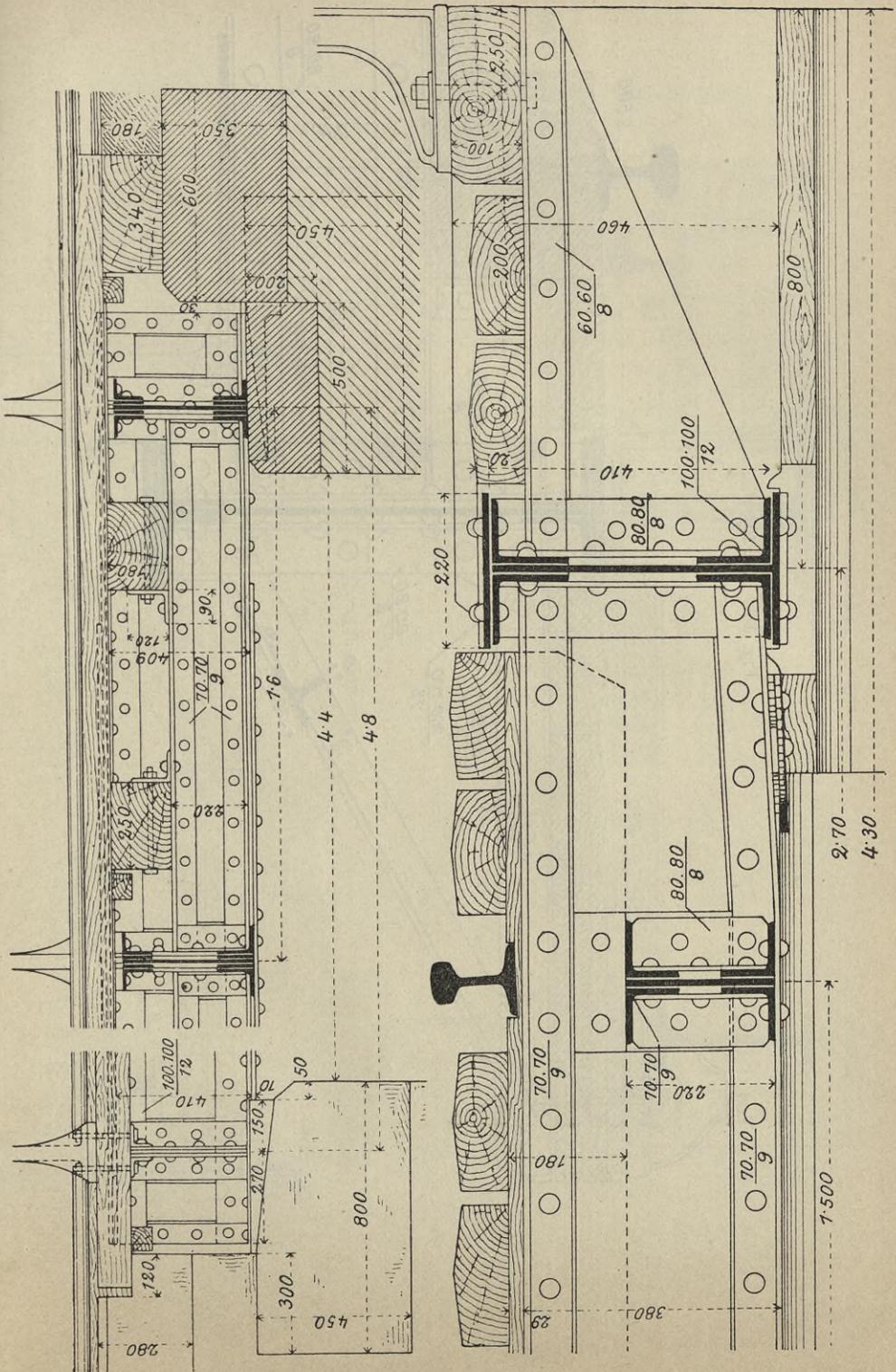


Fig. 435. [1:20]

Fig. 436. [1:10]

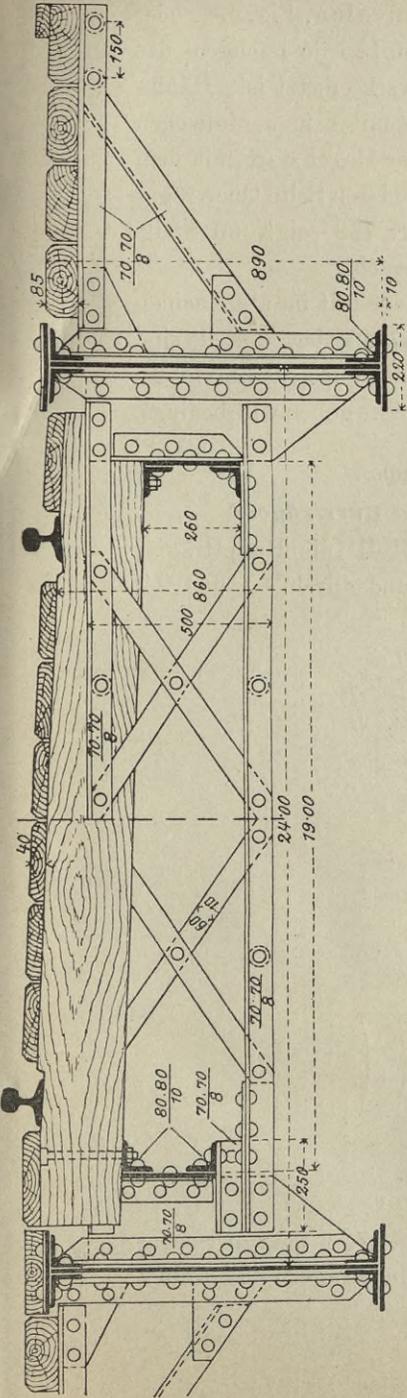


Fig. 438, [1:20]

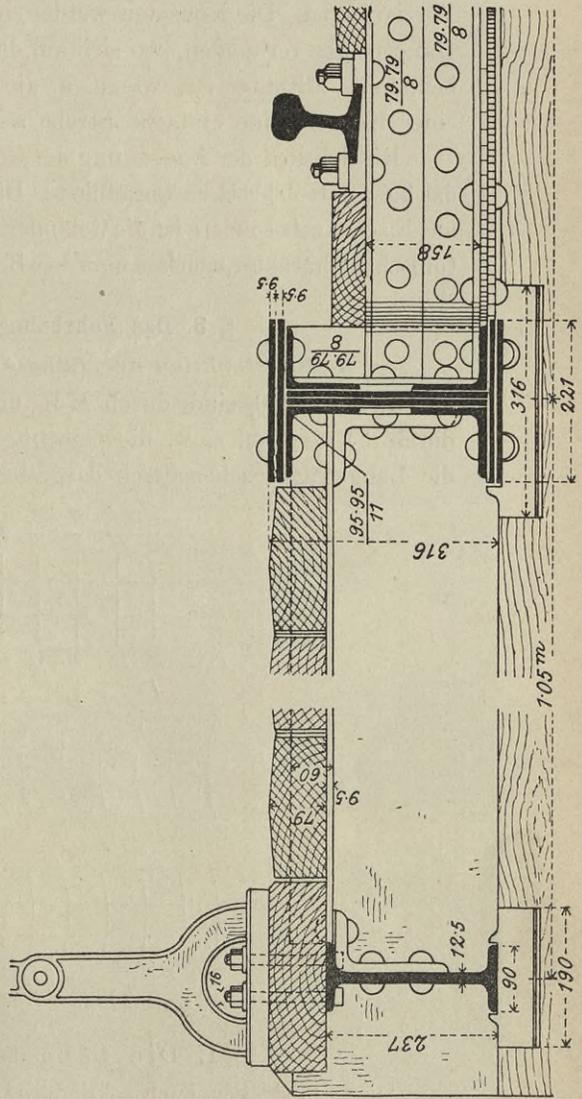


Fig. 439, [1:10]

Die Konsolen sind entweder Blechkonsolen, Fig. 436, oder Gitterkonsolen und Blechgitterkonsolen je nachdem das Blech ganz oder teilweise durch ein Gitterwerk ersetzt ist. Häufig findet man auch Konsolen aus Gußeisen mit ornamentalischen Verzierungen. Die Konsolen werden in der Regel dort mit dem Hauptträger verbunden, wo sich auf der anderen Seite Querträger befinden. Mitunter ist, wie u. a. die Fig. 438 zeigt, an Stelle einer Konsole eine einfache Strebe angebracht.

Hinsichtlich der Anordnung der Geländer gilt im allgemeinen das bei den Holzbrücken Angeführte. Die Geländerbestandteile sind aus Eisen; insbesondere ist die Geländerfüllung durch den architektonischen Charakter, welchen man dem Bauwerke geben will, bedingt.

§ 3. Das Fahrbahngerippe.

A. Konstruktion der Längs- und Querträger.

In Fig. 440 sind durch HH und $H'H'$ die Hauptträger, durch II , III u. s. w. die Querträger und durch 11 und 22 die Längsträger schematisch dargestellt.

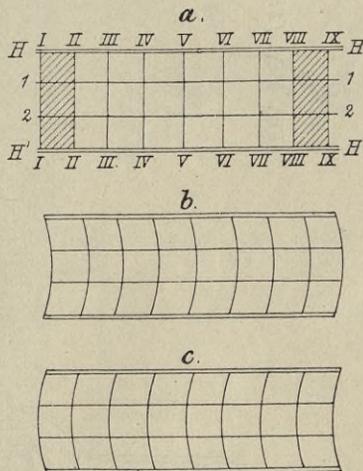


Fig. 440.

1. Die Längsträger.

Die Längsträger, auch sekundäre Längsträger oder Zwischenträger genannt, werden parallel zu den Hauptträgern angeordnet

und finden ihre Stützpunkte an den Querträgern; sie werden bei interimistischen Konstruktionen aus Holz, bei definitiven aus jenen Eisensorten konstruiert, welche man für den Brückenbau verwendet.

Häufig kommen I- oder C-Eisen, bei größeren Spannweiten auch Blechträger und Gitterträger (§ 4 dieses Kapitels) zur Anwendung.

Bei Eisenbahnbrücken mit Querschwellen-Oberbau werden die Längsträger entweder direkt unter den Schienen oder etwas außerhalb derselben angeordnet. In letzterem Falle erreicht man den Vorteil die Befestigungsmittel der Schwellen, durch die Schienen nicht behindert, leicht anbringen zu können, erzielt durch das Schwingen der Schwellen ein elastisches Fahren, und mindert bei eingeleisigen Brücken die Inanspruchnahme des Querträgers, da die Lastangriffspunkte an den Querträgern den Stützen der letzteren näher rücken.

Bei Eisenbahnbrücken mit Langschwellen-Oberbau sind die sekundären Längsträger zumeist direkt unter den Schwellen.

Bei Straßensbrücken bilden die Längsträger im Vereine mit den Querträgern die Unterstützungspunkte der Brückenstreu und muß sich daher die konstruktive Anordnung der Längsträger letzterer anpassen.

Im allgemeinen ist jene Entfernung zwischen den Längsträgern die zweckmäßigste, bei welcher die Gesamtkosten der Konstruktion für die gewählte allgemeine Anordnung ein Minimum wird.

Je geringer ihre Entfernung von einander ist, desto schwächer sind sie zu halten, aber desto größer wird ihre Anzahl.

Hinsichtlich der Wahl der Höhe für die sekundären Längsträger ist zu bemerken, daß man bei Anwendung von I- oder C-Trägern meist an die vorhandenen Kaliber gebunden ist, bei der Anordnung von Blechträgern, wie solche bei größerer Entfernung der Querträger voneinander und beschränkter Auswahl großer I- oder C-Eisen zur Verwendung gelangen, wird der Materialaufwand möglichst klein, wenn man die Höhe

$$h = \sqrt{\frac{20 M_{\max}}{5 k d}}$$
 wählt, worin neben den bereits bekannten Benennungen d die Stehblechstärke bedeutet.

Ist nur eine geringe Höhe für die Konstruktion der Fahrbahn vorhanden, so kann dies einen Grund zur Herstellung der Zwischenträger oder Längsträger in Stahl sein, da die größere Festigkeit dieses Materiales eine bessere Ausnützung des Querschnittes zulässt und die Höhe des Längsträgers infolge dessen kleiner ausfällt, als bei der Verwendung von Schmiedeeisen.

Für die Verbindung der Längsträger mit den Querträgern schafft man sich, falls erstere nicht auf den letzteren liegen, passende Auflager, oder fasst das Stehblech der Längsträger zwischen Winkeleisen, welche an der Blechwand oder der Vertikalen des Querträgers durch die nötige Anzahl Niete befestigt sind. Zweckmäßig ist es jedoch auch in diesem Falle durch ein angenietetes Stück Winkeleisen ein direktes Auflager zu schaffen. — Konstruktive Anordnungen zeigen u. a. die Figuren 436, 438.

2. Die Querträger.

Für die Herstellung der Querträger wird dasselbe Material verwendet wie für die Herstellung der Längsträger.

Viel häufiger als für die Längsträger kommen hier Blechträger, Gitterträger und Blechgitterträger, d. s. Blechträger, bei welchen das Stehblech gegen die Längsmitte hin teilweise durch ein Gitterwerk ersetzt ist, zur Anwendung.

Die Konstruktionshöhe ist meist durch die Höhenlage der Fahrbahn an ganz bestimmte Grenzen gebunden.

Die Verbindung der Querträger mit den Hauptträgern erfolgt in analoger Weise wie jene der Längsträger mit den Querträgern. — Fig. 436—439 zeigen u. a. konstruktive Anordnungen der Querträger.

Die Querträger sind bei geraden Brücken senkrecht zur Brückenachse gestellt, während sie bei schiefen Brücken ähnlich wie die Querschwellen (Fig. 424) entweder parallel zum Widerlager (schiefer Anschluss) oder senkrecht zur Brückenachse stehen.

Ein schiefer Anschluss der Querträger erfordert auch einen schiefer Anschluss der Längsträger.

Schiefe Anschlüsse verteuern die Konstruktion.

B. Berechnung der Längs- und Querträger.

Im allgemeinsten Falle hat man es mit einer Schar von Querträgern zu tun, welche in bestimmten Abständen von Hauptträger zu Hauptträger reichen, und mit einer Schar sekundärer Längsträger, welche in der Richtung der Hauptträger sich erstreckend die Querträger kreuzen (Fig. 440a).

Die Wirkungsweise dieses Netzes und die Beanspruchung der einzelnen Teile desselben hängt wesentlich von der Konstruktionsart ab.

Wären die Längs- oder Zwischenträger einer eisernen Brücke vollkommen starr an den Querträgern befestigt und die Querträger in horizontalem Sinne absolut steif, so würden die Längsträger bei Bahn oben an der Verkürzung, bei Bahn unten an der Verlängerung der Hauptträgerfasern teilnehmen und zu den hieraus entstehenden Spannungen würden noch die durch die eigene Biegung erzeugten Längsspannungen treten.

Werden aber die Längsträger mit den Querträgern fest verbunden, letztere jedoch nicht versteift, so findet folgende Formänderung statt: bei unten liegender Bahn biegen sich die Querträger in dem aus Fig. 440b ersichtlichen Sinne, bei oben liegender Bahn entsprechend der Fig. 440c aus, die Längsträger erfahren eine verschiedene Streckung, bzw. Verkürzung; die den Gurten näher liegenden werden mehr, die der Mitte zu liegenden minder stark der Längenrichtung nach beansprucht. Die seitliche Formänderung der Querträger ist in diesem Falle nicht unbedeutend und beträgt bei 100 m Trägerlänge, falls der Zuwachs an Spannung im Gurte nur 400 kg per cm^2 ausmacht, bereits 1 cm für jeden Endquerträger.

Gestatten die Verbindungsstellen der Längs- und Querträger durchgehends ein geringes Gleiten, so werden in den Längsträgern durch die Formveränderung der Querträger keine Längsspannungen erzeugt.

Sind die Längsträger kontinuierlich, so tritt in allen Fällen eine Beeinflussung der Inanspruchnahme gegenüber einem Träger gleicher Form und Belastung mit festen Stützen dadurch ein, daß infolge der Durchbiegung der Querträger bei Aufnahme

der Last die Momente über den Stützen sich ändern; die Änderung beträgt in den Mittelfeldern 8 bis 10 ‰, in den Endfeldern 5 bis 12 ‰ des Stützenmomentes. Es ist ferner klar, daß, wenn man sich auch die Querträger für einen Augenblick ganz starr denkt, sie dem ungeachtet eine verschiedene Höhenlage einnehmen werden, welche der Durchbiegung der Hauptträger an den Verbindungsstellen H_{II} , H_{III} , H_{IV} u. s. w. (Fig. 440 a) entspricht.

Auch hiedurch werden die kontinuierlichen Längsträger Inanspruchnahmen erleiden, welche sich nahezu wie die Höhen der Träger verhalten.

Die hiedurch hervorgerufene Änderung in der Maximalanspruchnahme ist jedoch eine geringe und beträgt bei

10	50	100	150 m	Spannweite nur
3,8	0,03	0,004	0,001 ‰,	

so daß sie nur bei sehr geringen Spannweiten in Betracht kommt.

1. Berechnung der Längsträger.

Für die Wirkung der Längsträger sind folgende, zugleich die Berechnungsweise beeinflussende Gesichtspunkte maßgebend:

- a) Die Längsträger bestehen aus einzelnen, einfachen Trägern, welche an den Querträgern nur aufliegen. In diesem Falle erfolgt ihre Berechnung so wie die Berechnung freiaufliegender Träger.
- b) Die Längsträger laufen an den Querträgern kontinuierlich durch und werden an denselben einfach niedergehalten, ohne jedoch die Möglichkeit einer horizontalen Verschiebung auszuschließen. In diesem Falle sind die Längsträger als kontinuierliche Träger auf reine Biegefestigkeit zu berechnen.
- c) Die Längsträger laufen kontinuierlich durch, sind an den mittleren Querträgern niedergehalten und mit den Endquerträgern, welche besonders versteift sind, fest verbunden. In diesem Falle nehmen die Längsträger nahezu vollständig an der Formänderung der Gurte teil.

Ist F die mittlere Querschnittsfläche je eines Gurtes, f die Querschnittsfläche je eines Längsträgers, n die Anzahl der Längsträger, S die mittlere Spannung, welche der ganze Gurt erleidet, M das Maximalmoment, welches auf den Längsträger infolge der direkten Einwirkung der zufälligen Last kommt, so erscheint die Inanspruchnahme durch:

$$k = \frac{S}{2F + nf} + \frac{M \cdot e}{t}, \quad \dots \dots \dots 162$$

gegeben, wenn t das Trägheitsmoment und e der Abstand der am meisten gepressten oder gezogenen Faser des Längsträgers bei reiner Biegung bedeutet. S kann positiv oder negativ sein, je nachdem das Fahrbahngerippe am Unter- oder am Obergurte liegt; natürlich ist das gleiche Zeichen dann auch für den zweiten Summanden der Gleichung 162 maßgebend.

Sind die Endquerträger nicht versteift, so werden nicht alle Längsträger in derselben Weise beansprucht; während für die den Gurten näher liegenden das Letztgesagte gilt, ist für die der Mitte näherliegenden das unter b Angegebene zutreffender.

- d. Zumeist sind die Querträger mit den Längsträgern steif verbunden. Die Längsträger gehen hierbei entweder durch oder sind zu beiden Seiten des Querträgers fest angeschlossen, ohne ein eigenes Auflager, welches in diesem Falle durch die Scherfestigkeit der Nieten ersetzt wird, zu besitzen. Dabei werden die Nieten an den Befestigungsstellen nicht nur auf Abscherung, sondern die oberen auch noch auf Zugfestigkeit beansprucht, wodurch leicht eine Überbeanspruchung und eine Lockerung der Nieten eintreten kann; die Längsträger sind dann nicht mehr als eingespannte, sondern als freiaufliegende Träger zu betrachten.

Es ist daher zweckmäßig die Berechnung ohne Rücksicht auf die Einspannung vorzunehmen.

Sind die Längsträger als einfache, frei aufliegende Träger zu betrachten, so erfolgt deren Berechnung auf die bekannte Art, nach dem 2. Abschnitt, 1. Kapitel, § 5 Punkt 3. (Fig. 280 bis 282 und 441.)

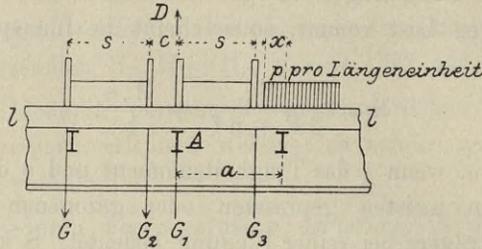


Fig. 441.

In Fig. 441 ist die Verkehrslast für die Berechnung des Längsträgers A der Brückenbreite nach so gestellt, daß sie auf diesen Träger den größten Druck D ausübt. Es ist:

$$D = G_1 + G_2 \frac{a-c}{a} + G_3 \frac{a-s}{a} + \frac{p x^2}{2a} \quad . \quad 163.$$

Hat man es mit einem kontinuierlichen Träger zu tun, so bleibt der erste Teil der Aufgabe derselbe, der zweite Teil läuft auf die Bestimmung der ungünstigsten Laststellung für die einzelnen Querschnitte eines kontinuierlichen Trägers hinaus. In Fällen, wo auf einem Felde des Längsträgers nicht mehr als eine Last stehen kann, ist die Näherungsformel für das größte Moment über einer Stütze:

$$M_{\max} = 0,214 D l + 0,078 g l^2 \text{ für ein Endfeld} \quad . \quad 164$$

$$M_{\max} = 0,189 D l + 0,042 g l^2 \text{ „ „ Mittelfeld} \quad . \quad 165.$$

2. Berechnung der Querträger.

Die Beanspruchung des Querträgers ist ebenfalls wesentlich von der Art seiner Verbindung mit dem Hauptträger abhängig. Werden die Querträger auf die Hauptträger frei aufgelegt oder an denselben einfach aufgehängt, so verhalten sie sich wie freiaufliegende Träger, und es wird in ihnen durch die Formänderung der Hauptträger keinerlei Beanspruchung erzeugt.

Ist dagegen der Querträger mit den Hauptträgern fest verbunden, so treten ähnliche Verhältnisse, wie vorhin sub 1d angegeben, ein.

Die Querträger rechnet man aber auch in diesem Falle als freiaufliegende Träger von der Spannweite gleich der Entfernung der Hauptträger; sie werden durch ihr Eigengewicht und durch Einzellasten, welche an den Verbindungsstellen der Querträger mit den Längsträgern angreifen, beansprucht.

Hiebei ist die Verkehrslast so zu stellen, daß sie auf den zu berechnenden Querträger den größten Druck ausübt (Fig. 442).

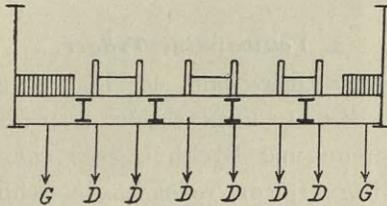


Fig. 442.

Die Ermittlung der ungünstigsten Laststellung für den Querträger erfolgt in ähnlicher Weise, wie jene für den Längsträger.

Zunächst bestimmt man sich durch Verschieben des Lastensystems in der Richtung der Brückenachse jene Stellung, für welche der Druck auf den Querträger, mit Rücksicht auf die Übertragung in den Nachbarfeldern, ein Maximum wird.

Hiebei muß stets ein Rad unmittelbar über dem Querträger, oder wenn Querschwellen vorhanden sind, unmittelbar über jener Querschwelle liegen, welche sich dem fraglichen Querträger zunächst befindet. In die Nachbarfelder rechts und links sind — falls solche mit Rücksicht auf den Radstand Platz finden — derart Lasten zu stellen, daß der auf den zu berechnenden Querträger wirkende Stützendruck der Längsträger möglichst groß werde.

Hierauf hat man das Lastensystem der Brückenbreite nach so zu verschieben, daß für die einzelnen zu rechnenden Querschnitte des Querträgers das größte Moment erzielt werde (Gleichung 36).

Bei Eisenbahnbrücken entfällt dieses Verschieben der Last, da die Schienen die Laststellung in dieser Hinsicht festlegen; bei Strafsenbrücken hat man neben der Belastung Fig. 442 noch die Belastung durch Menschengedränge allein zu untersuchen und von beiden die ungünstigere Wirkung für die Berechnung des Querträgers zu berücksichtigen.

§ 4. Die Hauptträger.

Für Brücken mit kleinen Spannweiten (bis 10—20 m) verwendet man vollwandige Träger, für Brücken mit großen Spannweiten Gitterträger.

A. Vollwandige Träger.

Je nachdem der Querschnitt des Trägers aus einem oder mehreren Teilen besteht, unterscheidet man Träger aus gewalzten Formeisen und Blechträger; eine besondere Art bilden die Zwillingsträger, welche hauptsächlich bei geringer Konstruktionshöhe für Eisenbahnbrücken Anwendung finden.

1. Träger aus gewalzten Formeisen und Zwillingsträger.

Die Träger aus gewalzten Formeisen verwendet man zu Überbrückungen kleinerer Spannweiten. Besonders eignet sich das gewöhnliche Schienenprofil (Vignoles-Schienenprofil) (Fig. 443—445), das I- und C-Profil (Fig. 430, 446).

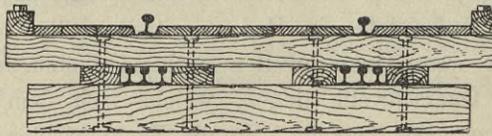


Fig. 443. [1:50]



Fig. 444. [1:50]

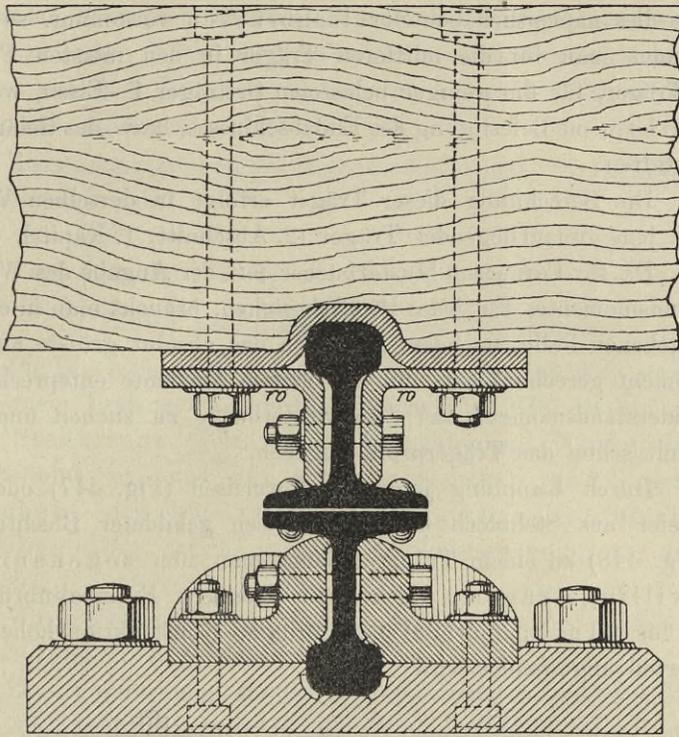


Fig. 445. [1:10]

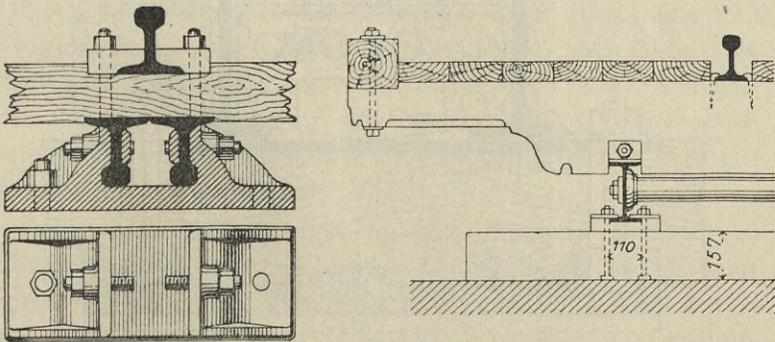


Fig. 445 a. [1:20]

Fig. 446. [1:20]

Werden mehrere Hauptträger nebeneinander angeordnet, wie dies namentlich bei Strafsenbrücken vorkommt, so verwendet man für die mittleren Träger in den meisten Fällen I-Träger, für die weniger belasteten Ortträger Γ -Eisen, welche eine bequeme Befestigung des Endabschlusses, bezw. des Geländers gestatten.

Die Berechnung dieser Träger erfolgt in derselben Weise wie jene freiauflegender Träger (2. Abschnitt, 1. Kapitel, § 5).

Da für Formeisen Musterbücher mit der Angabe des Widerstandsmomentes für jedes Profil bestehen, braucht man in einem gegebenen Falle, nachdem man sich das absolut größte äußere Moment gerechnet hat, nur das diesem Momente entsprechende Widerstandsmoment aus dem Musterbuche zu suchen und hat damit schon das Trägerprofil gegeben.

Durch Kupplung je zweier Formeisen (Fig. 447) oder je zweier aus Stehblech und Winkeleisen gebildeter Blechträger (Fig. 448) zu einem Träger gelangt man zum sogenannten Zwillingsträger, welcher für kleinere Eisenbahnbrücken (6 bis 10 m Spannweite) bei geringer Konstruktionshöhe mit Vorteil angewendet wird.

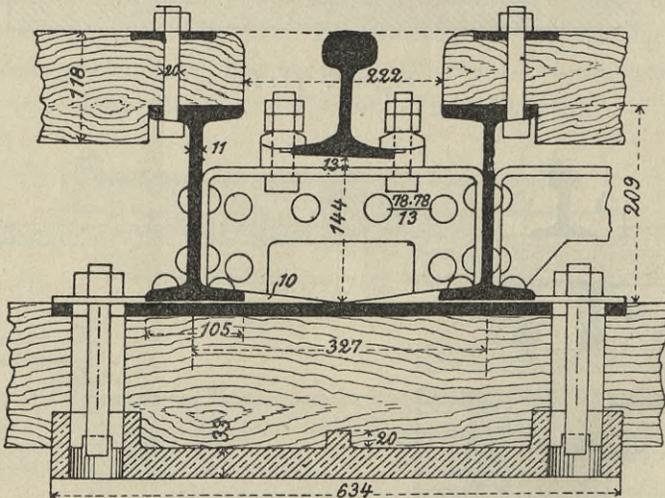


Fig. 447. [1:10]

Die Berechnung erfolgt analog der Berechnung frei aufliegender Träger. — Die Nieten, welche den die Schiene direkt oder indirekt durch eine Zwischenunterlage unterstützenden Bügel mit dem Träger verbinden, werden auf Abscherung in Anspruch genommen.

Zwischenunterlagen aus Holz verwendet man, um ein ruhiges Fahren zu erzielen.

2. Brücken mit Blechträgern.

a) Begriff und Konstruktion des Blechträgers.

Die Blechträger (u. a. Fig. 436—439, 449—454, 456) werden aus einem lothrecht stehenden Bleche, der Blechwand oder dem Stehbleche, welches oben und unten mit Winkeleisen eingesäumt ist, und aus ein oder mehreren wagrechten Blechen, den sogenannten Deckplatten, Kopfblechen oder Lamellen, welche mit dem Winkeleisen vernietet sind, gebildet.

Winkeleisen und Lamellen bilden zusammen die Gurte (Ober- und Untergurt).

Eine Verstärkung der Gurte kann dadurch erfolgen, daß man die über die horizontalen Winkelschenkel vortragenden Lamellen mit Winkeleisen einsäumt, oder indem man den Gurt kastenförmig bildet (Kastenträger).

Die Blechträger werden fast ausnahmslos als Parallelträger konstruiert, vereinzelt wurden auch Blechträger mit polygonalem oder gekrümmtem Gurte ausgeführt, um damit den Querschnitt gegen die Enden hin mit der Abnahme der äußeren Momente zu verkleinern. Solche Trägerformen erfordern weniger Material als die Parallelträger, sind aber viel schwieriger herzustellen als diese.

Für kleine Trägerlängen bis circa 6 m oder auch bis zu Stützweiten, die der maximalen Länge des Walzeisens entsprechen, kann man Stehblech, Gurtwinkel und Lamellen je als durchgehend ganze Walzstücke herstellen; für größere Spannweiten jedoch ist man genötigt, diese Trägerbestandteile

der Länge nach aus mehreren Teilen zu bilden, d. h. die einzelnen Teile zu stoßen.

Die Stoßfugen des Stehbleches werden fast durchaus mit doppelten Laschen, d. s. Eisenbleche, die auf jeder Stehblechseite über den Stoß gelegt und mit dem Stehbleche vernietet werden (siehe Seite 340), gedeckt.

Die Laschen, auch Stoßplatten genannt, müssen das volle Stehblechprofil ersetzen, sollen dabei aber nie unter 7 mm Stärke ausgeführt werden. Häufig macht man jede der beiden Laschen so stark als das Stehblech.

Die Deckung der Winkelstöße erfolgt am häufigsten dadurch, daß man einen zweiten Winkel, den sogenannten Deckwinkel, von jener Stärke, durch welche das Gurtwinkelprofil ersetzt wird, in den gestoßenen Winkel einlegt, und mit der erforderlichen Anzahl von Nieten mit dem Gurtwinkel verbindet. Die Achsen der Nieten sollen hierbei entweder in der Halbierungslinie der Schenkelbreite der gestoßenen Winkel oder jener des Deckwinkels liegen.

Manchmal verwendet man zur Deckung der Winkelstöße auch zwei Bleche (siehe Seite 368).

Die Deckung eines Lamellenstoßes erfolgt durch ein Blech (s. S. 369).

Das Stehblech hat Zug- und Druckinanspruchnahmen zu erleiden, und muß daher, um bei der geringen Stehblechdicke die letzteren aufnehmen zu können, abgesteift werden.

Die Absteifung erfolgt durch Winkeleisen oder andere steife Formeisen, welche senkrecht zu den Gurtungen gestellt und mit der Blechwand vernietet werden.

Bei kleinen Brücken werden diese Steifen durchaus gleichstark und gleichweit von einander in Abständen von 1—2 m, bei größeren Brücken dagegen gegen die Trägerenden hin entsprechend der Zunahme der Beanspruchung stärker gehalten und näher aneinander angebracht. Insbesondere sind die an den Enden der Träger anzuordnenden Steifen, die sogenannten Endständer, so stark zu halten, daß sie im Stande sind den Stützdruck aufzunehmen. Damit der Endständer durchaus

gleich beansprucht wird, soll die Masse desselben möglichst um seine vertikale Achse konzentriert sein.

Die absteifenden Eisen müssen zwischen den horizontalen Schenkeln der Gurte entweder durch Kröpfen, Fig. 467, d. i. ein Biegen des Eisens um die Stärke der vertikalen Gurtwinkelschenkel, oder was besser ist, durch Anwendung eines Futterbleches, wie dies mehrere Figuren zeigen, voll aufgelegt werden. Fallen die Absteifungen mit Stößen zusammen, so kann man die Lasche zugleich als Futterblech verwenden.

Steifen werden besonders dort notwendig, wo Lasten direkt auf den Obergurt übertragen werden, da hier das Blech, welches die entsprechende Lastverteilung auf den Untergurt zu vermitteln hat, sich leicht ausbauchen kann.

Bei der Anordnung von Querträgern wirken die Winkelisen, mittels welcher die Befestigung der ersteren an die Hauptträger erfolgt, zugleich als Steifen.

Die Stärke der Blechwand läßt sich unter Zugrundelegung der Festigkeitstheorie, mit Rücksicht auf die entstehenden Hauptspannungen ermitteln, während der Widerstand gegen seitliches Einknicken, welcher nach Fairbairn's Versuchen besonders in Betracht kommt, sich fast vollständig der Rechnung entzieht. Eine zweckmäßige Dicke d des Stehbleches innerhalb der für Blechträger üblichen Spannweiten l gibt folgende empirische Formel:

$$d \text{ cm} = 0,8 + 0,015 l \text{ m.}$$

Die Blechwand wird fast durchwegs einfach gewählt; seltener werden zwei Blechlagen mit abwechselnden Stößen angewendet, welche Anordnung jedoch mehr Material erfordert.

Die Gurtwinkel sind in der Regel gleichschenkelig und einreihig vernietet, d. h. mit nur einer Nietreihe pro Gurt mit dem Stehbleche verbunden; ausnahmsweise verwendet man ungleichschenkelige und breite zweireihige Winkeleisen mit gegeneinander versetzten Nietten. Eine zweckmäßige Breite b der Winkeleisenschenkel bei einer Stützweite l gibt folgende empirische Formel:

$$b \text{ cm} = 6 + 0,2 l \text{ m.}$$

Die Lamellen sollen über die Gurtränder um 5 mm hinausragen und müssen, wenn sie mindestens 60 mm vorstehen, durch eine weitere Nietreihe miteinander verbunden werden.

b) Konstruktion der Blechbrücke.

Außer der durch die Fahrbahn und dem Fahrbahngerippe gegebenen Verbindung der Träger mit einander erfordern die Blechbrücken (bei größerer Trägerhöhe auch die übrigen Brücken mit vollwandigen Trägern, Fig. 430,) noch weitere Verbindungen zwischen den Trägern, welche den seitlich wirkenden Kräften (Winddruck, Zentrifugalkraft u. s. w.) den erforderlichen Widerstand zu leisten haben.

Zur Aufnahme des Winddruckes dient der Windverband, auch Horizontalverband genannt; er ist ein Fachwerk, aus Flach-, \sphericalangle - oder \perp -Eisen gebildet, welches je nach der Bahnlage entweder in der Ebene des Ober- und Untergurtes, oder nur in der Ebene des Untergurtes oder zwischen beiden (Fig. 452) angeordnet ist. Die Verbindung des Windverbandes mit den Gurten erfolgt durch Anschlußbleche.

Die anderen, vom Verkehre herrührenden äußeren Kräfte (Zentrifugalkraft u. dergl.) haben die in vertikaler oder schiefer Lage zwischen den Hauptträgern angeordneten Querkonstruktionen aufzunehmen.

Konstruktive Anordnungen für Eisenbahnbrücken zeigen u. a. die Fig. 449—454.

Bei Straßensbrücken kleinerer Spannweiten bietet die Fahrbahn selbst eine genügende Versteifung zwischen den Trägern.

Die Verbindung der Querkonstruktionen mit den Hauptträgern, sowie die Ausführung der Querkonstruktionen können sehr verschiedenartig sein.

Als Querverband für niedere Trägerkonstruktionen kann, wie Fig. 446 zeigt, Rundeisen in der Form von Stehbolzen verwendet werden, besser eignet sich \sphericalangle -, \perp -, oder \square -Eisen; bei großen Trägerhöhen können für Querkonstruktionen Andreaskreuze, u. a. Fig. 450, 454 u. 454a, oder selbst Fachwerke angewendet werden.

TSCHERTOU, DER BRÜCKENBAU.

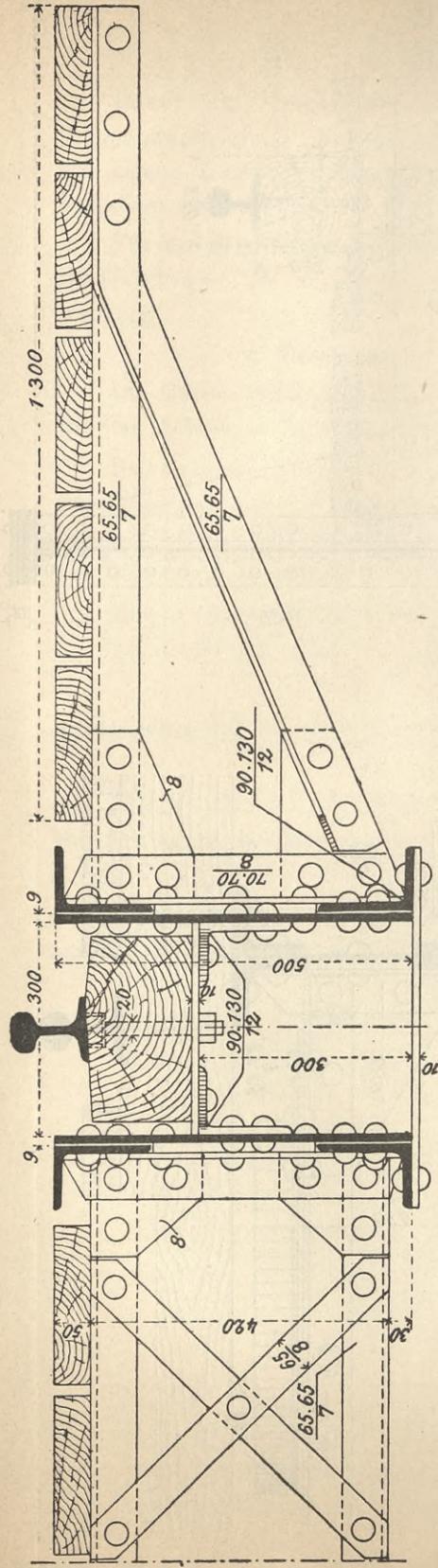


Fig. 448. [1:10]

Zu Seite 330.

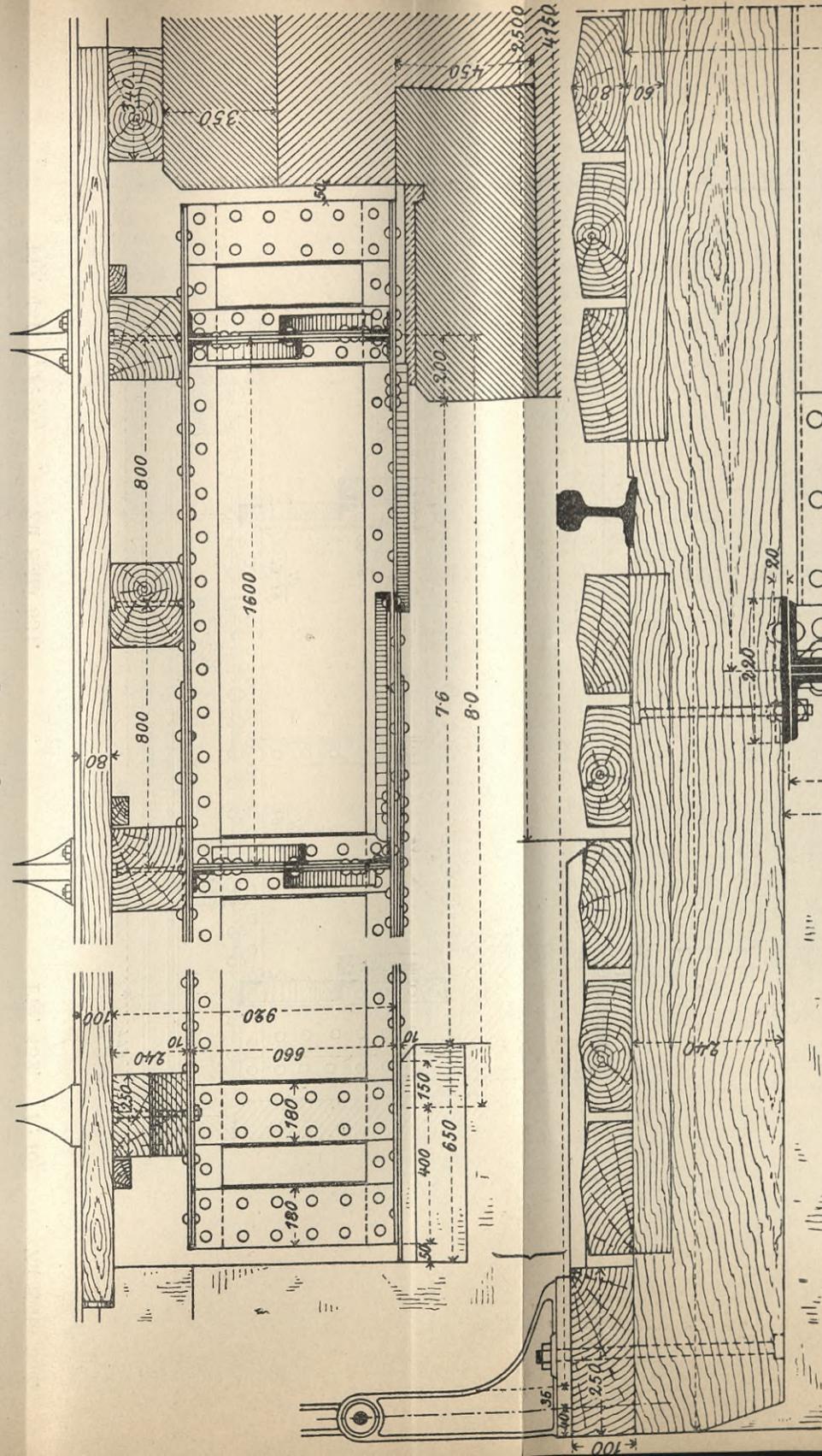


Fig. 449. [1:20]

Zu Seite 331.

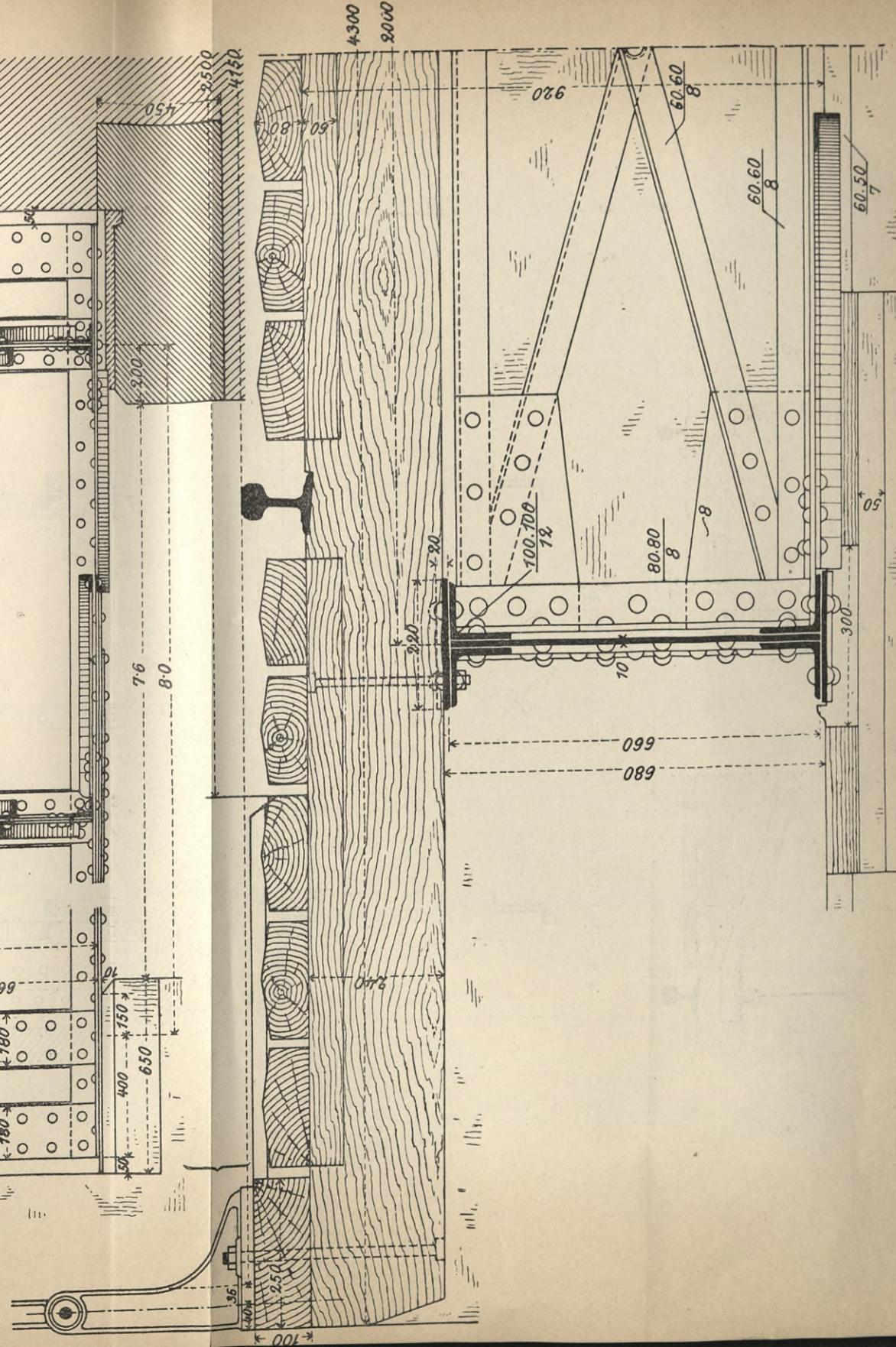
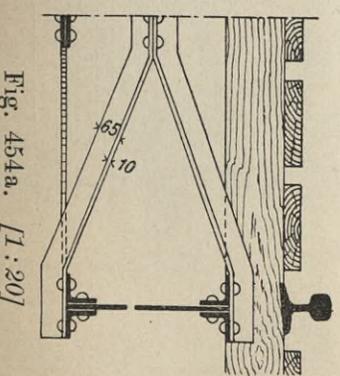
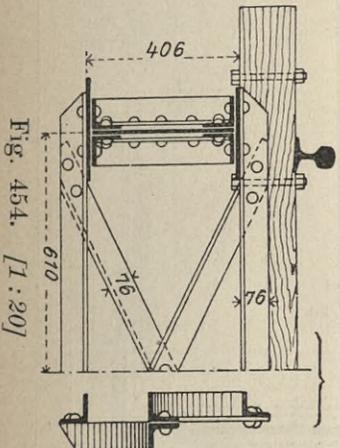
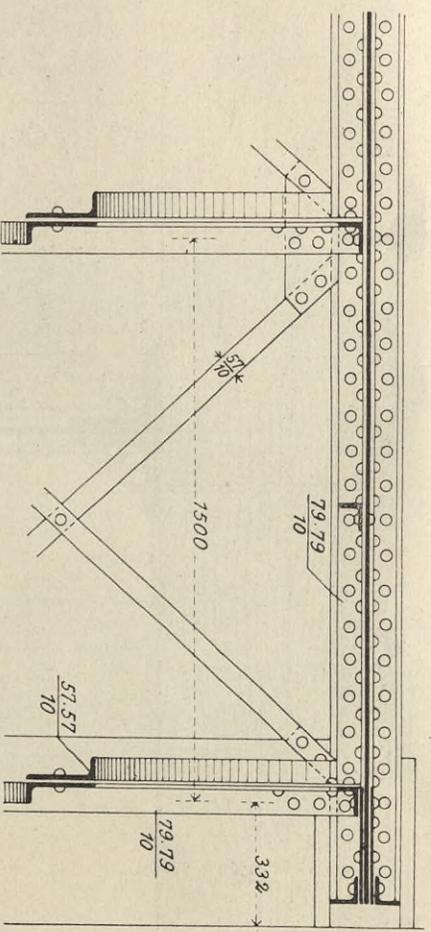
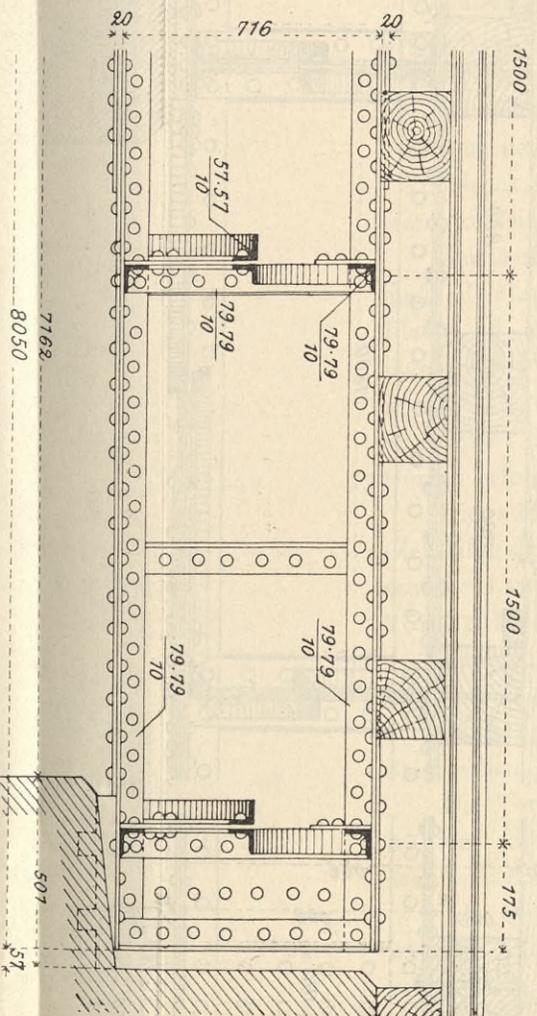
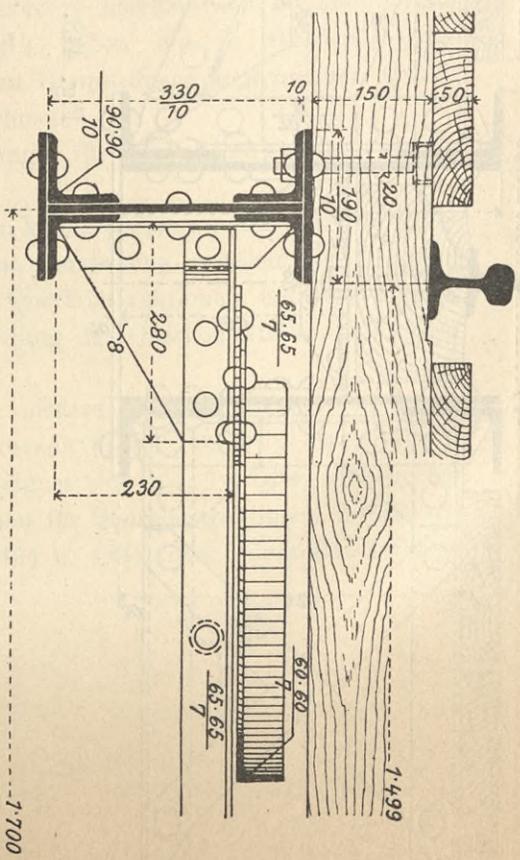
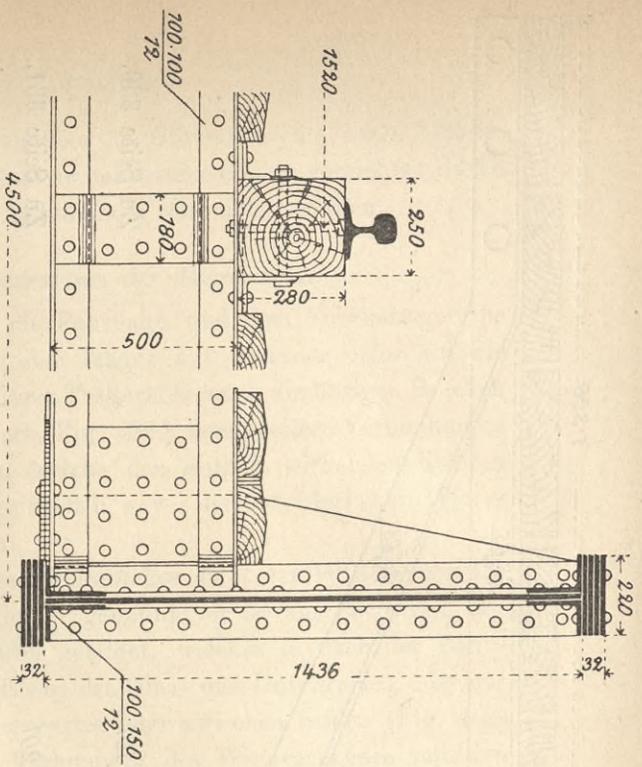


Fig. 450. [1:10]

C. W. KREIDEL'S VERLAG, WIESBADEN.

Zu Seite 334.



Damit die Träger der Blechbrücke entsprechend der Temperaturänderung ihre Länge ändern können, müssen sie auf eigene Lager, welche später näher beschrieben werden, aufgelegt werden.

Für die Blechträger kommen in der Regel die Gleit- und Rollenlager als sogenannte bewegliche Lager in Anwendung.

c) Berechnung der Blechträger.

Die Querschnittsberechnung erfolgt im allgemeinen ebenso wie bei hölzernen Balkenbrücken auf Grund der Gleichung 7.

Berechnung der Lamellen. Ist der Blechträger ein Parallelträger von durchaus gleicher Stärke, so wird nur der Querschnitt in der Trägermitte voll, alle übrigen Querschnitte nur teilweise ausgenützt.

Man ist daher bestrebt, den Träger durch Lamellen gegen die Trägermitte hin derart zu verstärken, dafs:

$$\mathfrak{M}_x \geq \max M_x \dots \dots \dots 166$$

werde, wenn \mathfrak{M}_x das Traggmoment,

$$\mathfrak{M}_x = k W_x \dots \dots \dots 166'$$

und $\max M_x$ das im Querschnitte x auftretende größte äufser Moment bedeutet, welches bei der Laststellung nach Gleichung 36 eintritt.

Graphisch ergeben sich Länge und Stärke der Lamellen aus Fig. 455; es stellt dort das unterste Rechteck durch seine

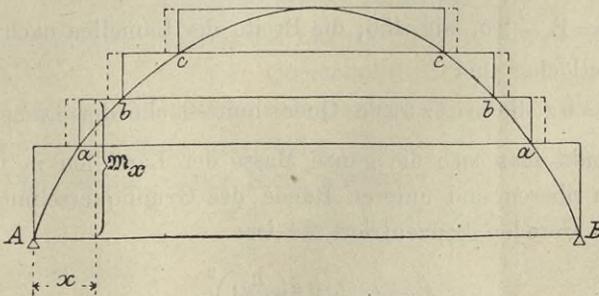


Fig. 455.

Länge die Spannweite des Trägers und durch die Höhe das Tragmoment des Grundquerschnittes, die Parabel die Umhüllungslinie der äußeren Momente und die übrigen Rechtecke die Lamellenlänge und das Tragmoment der symmetrisch gelegenen Lamellenpaare dar.

In dem Querschnitte a, resp. b und c muß die betreffende Lamelle bereits voll zur Geltung kommen; sie muß daher so weit darüber hinaus verlängert werden, damit man vor dem bezeichneten Querschnitt so viele Niete anbringen könne, daß ihre gesamte Scherfestigkeit mindestens gleich werde der Zugfestigkeit der Lamelle.

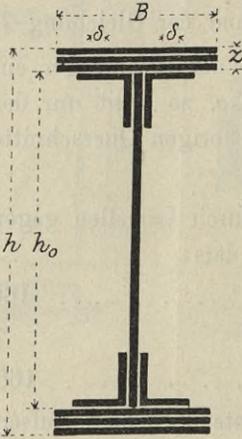


Fig. 456.

Je schwächer man die Lamellen wählt, desto besser wird das Material ausgenützt, jedoch soll man nicht unter 7 mm Lamellenstärke herabgehen.

Zumeist ordnet man 2—3 Lamellenpaare an.

Auf dem Wege der Rechnung ergibt sich die gesamte Stärke der aufzulegenden Lamellen, wenn der Grundquerschnitt angenommen ist, auf folgende Weise:

- t_0 sei das Trägheitsmoment des Grundquerschnittes,
- t jenes des durch die Lamellen verstärkten Grundquerschnittes,
- \mathfrak{M}_0 und \mathfrak{M} die hiezu entsprechenden Tragmomente,
- $b = B - 2\delta$, Fig. 456, die Breite der Lamellen nach Abzug der Nietlöcher und
- $f = bz$ die nutzbare Querschnittsfläche der Lamellen.

Denkt man sich die ganze Masse der Lamellen in je einer an dem oberen und unteren Rande des Grundquerschnittes gedachten Geraden konzentriert, so ist:

$$t = t_0 + 2f \left(\frac{h_0}{2} \right)^2 \dots \dots \dots 167$$

Durch diese Annahme fällt das Trägheitsmoment t gegenüber seinem genauen Werte etwas kleiner aus, dagegen ist aber in der Gleichung 7, resp. 166', welche für diese Annahme in:

$$\mathfrak{M} = \frac{2 k t}{h_0} \dots \dots \dots 168$$

übergeht, auch h_0 etwas kleiner als h ; es gleichen sich also, da t im Zähler und h_0 im Nenner vorkommt, die Abweichungen nahezu aus.

Setzt man in der Gleichung 168 den Wert t der Gleichung 167 ein, so erhält man:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M} &= \frac{2 k t_0}{h_0} + k b z h_0 \\ &= \mathfrak{M}_0 + k b z h_0 \end{aligned}$$

und nach Gleichung 166:

$$\text{abs. max } M \leq \mathfrak{M}_0 + k b z h_0,$$

somit muß:

$$z \geq \frac{\text{abs. max } M - \mathfrak{M}_0}{k b h_0} \dots \dots \dots 169$$

sein. Zumeist wird z um 1—2 mm gegenüber dem genauen Werte größer gehalten. Die einzelnen Lamellen, deren Gesamthöhe gleich z ist, können selbstverständlich verschieden stark sein.

Die Ermittlung der Anzahl jener Niete, die vor dem Querschnitte a , respektive b und c Fig. 455 angeordnet werden müssen, erhellt aus folgendem Beispiele:

Es sei, Fig. 456, $B = 200$ mm, $\delta = 20$ mm, daher $b = 160$ mm; die zulässige Inanspruchnahme auf Zug sei gleich jener auf Druck gleich 800 at, jene auf Abscherung 600 at und die Dicke der ersten Lamellen, Fig. 456, $d = 11$ mm; demnach ist $f = 16 \cdot 1,1 = 17,6$ cm² und der Zug, den die Lamelle aufzunehmen im Stande ist:

$$17,6 \times 800 = 14080 \text{ kg.}$$

Die Niete, welche die Lamelle an dem Grundquerschnitte festhalten und vor dem Querschnitt a , Fig. 455, anzuordnen sind, müssen eine solche Scherfestigkeit besitzen, daß sie dem Zuge von 14080 kg widerstehen können.

Eine 20 mm starke Niete nimmt:

$$\frac{\pi d^2}{4} \cdot 600 = 1885 \text{ kg}$$

auf; daher sind

$$14080 : 1885 \doteq 10$$

Nieten erforderlich. — Diese werden paarweise angeordnet und

erhalten einen minimalen Abstand, der gleich ist den 4—6 fachen Nietdurchmesser.

Ermittlung des Trägheits- und Tragmomentes des Blech-Trägers. Für die Ermittlung des Trägheitsmomentes ist vom vollen Querschnitte die gesamte Fläche der im Querschnitte vorkommenden Nietlöcher in Abzug zu bringen, also nur der sogenannte nutzbare Querschnitt zu berücksichtigen.

Bei den Gurtwinkeln werden, da die Niete gegenseitig versetzt sind, jene Nietlöcher in Abzug gebracht, welche von der neutralen Achse am weitesten entfernt sind, also die in Fig. 459 angedeuteten, weil sie den Wert von t_0 infolge ihrer Lage mehr verringern, als die der neutralen Achse näher liegenden.

Es sei Fig. 457:

t_0 das Trägheitsmoment des ganzen nutzbaren Grundquerschnittes,

t'_0 „ „ „ Stehbleches, Fig. 458,

t''_0 „ „ „ der rechts und

t'''_0 „ „ „ links vom Stehbleche stehenden Gurtwinkel, Fig. 459

also:

$$t_0 = t'_0 + t''_0 + t'''_0,$$

$$t'_0 = \frac{1}{12} \left\{ d [h_0^3 - h^3 + (h' - 2\delta)^3 - h'^3 + (h'' - 2\delta)^3 - h''^3 + (h''' - 2\delta)^3], \right.$$

$$t''_0 = t'''_0 = \frac{1}{12} [(\beta - \delta) h_0^3 - (\beta - d_1 - \delta) (h_0 - 2d_1)^3 - d_1 (h_0 - 2\beta)^3].$$

Weiter ist:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_0 &= \frac{2k t_0}{h_0} = \frac{2k}{h_0} (t'_0 + t''_0 + t'''_0). \\ &= \mathfrak{M}'_0 + \mathfrak{M}''_0 + \mathfrak{M}'''_0. \end{aligned}$$

Addiert man zum Trägheitsmomente des Grundquerschnittes jenes der Lamellen, Fig. 460:

$$t_1 = \frac{1}{12} (B - 2\delta) [(h_0 + 2d_2)^2 - h_0^2],$$

so erhält man das Trägheitsmoment des verstärkten Querschnittes, und da das Tragemoment der Lamellen:

$$\mathfrak{M}_1 = \frac{2 k t_1}{h},$$

ist das Tragemoment des verstärkten Querschnittes:

$$\mathfrak{M} = \mathfrak{M}_0 + \mathfrak{M}_1.$$

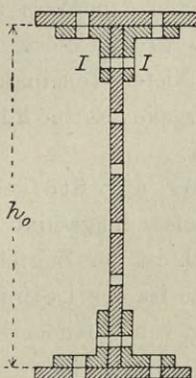


Fig. 457.

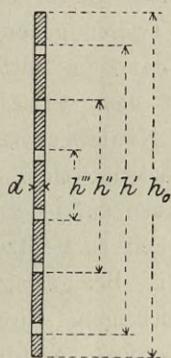


Fig. 458.

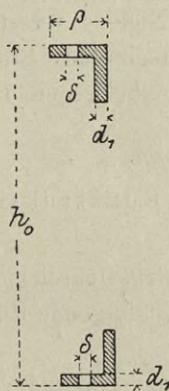


Fig. 459.

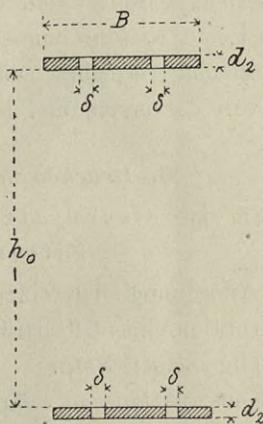


Fig. 460.

Anordnung und Berechnung der Nieten. Die Nieten, welche die Gurtwinkel mit dem Stehbleche verbinden, werden durch die in der betreffenden Faserschichte tätige horizontale Schubkraft (Gleichung 11) beansprucht.

Ist die Entfernung der Niete von einander a , so hat eine Niete die Kraft:

$$\mathfrak{S} = a \frac{\mu}{t} R_{\max}$$

aufzunehmen; mit dieser Gleichung kann man die Anzahl der Niete oder deren Durchmesser ermitteln, oder man rechnet sich aus derselben für bestimmte Niete den Wert a .

Hohe Träger geben zumeist zu große Werte von a , und man setzt dann die Entfernung der Niete voneinander an den Enden mit dem 4fachen, gegen die Mitte hin mit dem 6fachen Nietdurchmesser fest.

Die Niete, welche zur Deckung der Stöße verwendet werden, haben auf jeder Seite des Stoßes insgesamt eine solche Scherfestigkeit zu besitzen, die gleich ist der Zugfestigkeit der Decklaschen. Bei geringer Blechdicke ist der Leibungsdruck zu berücksichtigen. Ihre Entfernung von einander beträgt den 4 bis 6fachen Nietdurchmesser.

Der Abstand der Niete vom Rande der Stoß- oder Decklasche, beziehungsweise vom Stoße beträgt im Minimum den zweifachen Nietdurchmesser. Die Niete versetzt man gegenseitig und vermehrt zumeist beiderseits des Stoßes die Nietzahl von der ersten und letzten Nietreihe gegen die Mitte.

B. Brücken mit Gitterträgern.

1. Allgemeine Grundsätze für die Konstruktion der Gitterträger.

Die Anordnung der einzelnen Konstruktionselemente für die Konstruktion eines Gitterträgers verlangt folgende Rücksichtnahmen, allgemeiner Natur:

Die Konstruktion soll möglichst einfach sein und dem Umstande Rechnung tragen, daß die allfällige notwendige Veränderlichkeit des Querschnittes der einzelnen Elemente sich mit dem geringsten Materialaufwand erzielen lasse.

Um eine gleichmäßige Verteilung der Spannung in den Konstruktionselementen zu bewirken, sind für diese möglichst gedrängte Querschnitte, und um den Wasserabfluß zu

begünstigen, tunlichst ebene Oberflächen anzuordnen. Die Bildung von Hohlräumen, in denen sich das Wasser ansammeln kann — sogenannte Wassersäcke — sind zu vermeiden und dort, wo sie nicht zu umgehen sind, abzudecken, oder es ist durch offen gelassene Nietlöcher oder durch eigens hergestellte Löcher (Wasserlöcher) für den raschen Abfluß des Wassers zu sorgen.

Mit Rücksicht auf die zulässige Länge der Niete soll die Zahl der Verstärkungslamellen gering sein und nicht mehr als 6,5 cm, höchstens 12 cm Gesamtstärke besitzen.

Gegen das Ausknicken von Druckstäben ist schon durch zweckentsprechende Wahl des Stabquerschnittes Vorsorge zu treffen.

Die einzelnen Konstruktionsteile sollen der Untersuchung zugänglich sein und eine Erneuerung des Anstrichs leicht zulassen.

Die Achsen sich schneidender Gitter- und Gurtstäbe sollen sich möglichst in einem Punkte treffen.

Weiter ist es notwendig, für eine einfache, jedoch solide Verbindung der Stäbe, des Längs- und Querverbandes, der Längs- und Querträger, dann Konsolen u. s. w. miteinander zu sorgen.

Mit Rücksicht auf das ungleiche Verhalten bei Temperaturänderungen und auf die ungleiche Inanspruchnahme der verschiedenen Eisenmaterialien, soll man für ein und dieselbe Brücke möglichst gleichartiges Material verwenden.

2. Konstruktion der Gitterträger.

Die Gitterträger werden, wie im 1. Abschnitt, 4. Kapitel dargetan, aus Gitter- oder Füllungs- und aus Gurtstäben, die miteinander verschraubt oder vernietet werden, gebildet.

a) Die Füllungsstäbe.

Für die gezogenen Gitterstäbe wird meist Flacheisen bis zu einer Breite von 75 cm, einer Stärke von 2, selten 3 cm und einer Länge bis 11 m verwendet; längere Stäbe werden gestoßen. Flache Füllungsstäbe lassen sich leicht durch Änderung in der Breite und Stärke dem erforderlichen Querschnitte anpassen.

Der Zugstab kann durch ein einziges Flacheisen gebildet werden, oder es werden bei einem T-förmigen Gurt zwei, bei

einem T -förmigen Gurt vier Flacheisen symmetrisch zu beiden Seiten des Gurtstehbleches angeordnet. Es entstehen jedoch bei Anwendung zweier oder mehrerer Flacheisen leicht ungleiche Spannungen durch die Montierung. Das Flacheisen hat den Nachteil, daß es infolge seiner geringen Steifheit leicht in Schwingungen gerät und dadurch die Gefahr einer Lockerung der Befestigung entsteht. Im Falle als zwei Flacheisen zur Bildung eines Zugstabes verwendet werden, kann man durch Stehbolzen, Einlegen schmalere, mit den Flacheisen vernietet Blechstreifen, insbesondere aber dadurch eine Versteifung erzielen, daß man gegen die Mitte Einlagen von größerer Stärke, als die Entfernung der Flacheisen beträgt, anwendet. Ein weiterer Nachteil langer, breiter Flacheisen-Diagonalen besteht auch darin, daß dieselben den Sonnenstrahlen eine große Fläche bei verhältnismäßig geringem Volumen bieten und sich infolge dessen rasch erwärmen und ausbiegen. Auch die Nebenspannungen werden bei breiten, flachen Stäben stets größer sein als bei Stäben mit gedrängener Anordnung. Man gibt mitunter den Zugstäben aus Flacheisen, auch Zugbänder genannt, bereits bei der Montierung eine geringe Anfangsspannung, um einem Ausbiegen vorzubeugen.

Vielfach verwendet man für die gezogenen Stäbe steife Formeisen. Wenn man aber Winkeleisen und ähnliche Formen anwendet, so wird nicht die ganze vorstehende Flanschenbreite (und zwar von dem vorstehenden Winkeleisenflansch nur ein Drittel oder die Hälfte) für den Zugquerschnitt in Rechnung gezogen.

Für Druckstäbe verwendet man Stäbe mit einem der folgenden Querschnitte:

Der \sphericalangle -förmige Querschnitt, aus einzelnen Winkeleisen gebildet; er eignet sich jedoch nur für kleine Spannweiten, insbesondere aber zu den auf Druck beanspruchten Gliedern des Horizontal- und Vertikal-Verbandes.

Der T -förmige Querschnitt, als Formeisen oder aus zwei Winkeln mit oder ohne Stehblech $\text{||} \text{—} \text{||}$ $\text{||} \text{—} \text{||}$ gebildet, läßt leicht eine Verstärkung durch aufzulegende Lamellen zu. Die Verbindung mit dem Gurte kann, wie auch bei dem — -förmigen Querschnitt, einfach durchgeführt werden.

Der $+$ -förmige Querschnitt kann durch Winkleisen ($\begin{smallmatrix} \perp \\ \perp \end{smallmatrix}$), durch \perp -Eisen ($\begin{smallmatrix} \perp \\ | \\ \perp \end{smallmatrix}$) oder aus Winkel- und Flacheisen, Fig. 461, gebildet werden.

Der \perp -förmige Querschnitt, für kleinere Spannweiten aus Walzeisen, für gröfsere, nach Fig. 462, oder das Stehblech durch ein Flacheisengitter ersetzt, nach Fig. 463, hergestellt. Letztere Anordnung findet man häufig bei $\perp\perp$ -förmigen Gurten; doch besitzt ein solcher Stab nur eine verhältnismäfsig geringe Steifheit gegen Ausbiegen senkrecht zum Gitter.

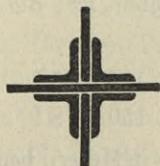


Fig. 461. [1:15]

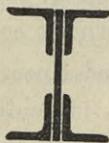


Fig. 462. [1:15]

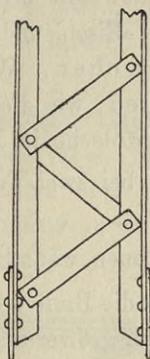


Fig. 463. [1:15]

b) Die Gurtstäbe.

Der Zuggurt kann als einfacher Bandgurt konstruiert werden, welcher aus übereinander gelegten, abwechselnd gestoßenen Flacheisen besteht, Fig. 464. In dieser Form findet man ihn beim Pauli-Träger.

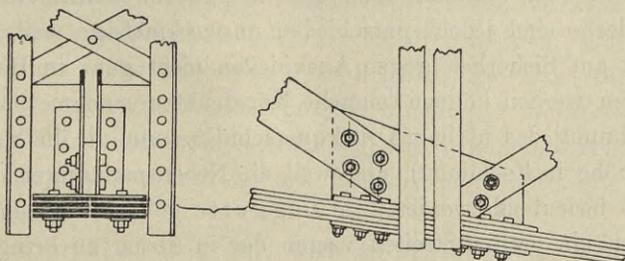


Fig. 464. [1:20]

Diese Gurtform bietet jedoch der Befestigung der Gitterstäbe, namentlich sehr starker Gitterstäbe, mit dem Gurte Schwierigkeiten.

Eine bessere Verbindung gestatten die sogenannten Streifgurte, bei welchen Flacheisen aufrecht nebeneinander gestellt werden. In diesem Gurte können jedoch wieder ungünstige Nebenspannungen entstehen und ist auch die Verbindung des Horizontalverbandes mit dem Gurte eine ungünstige.

Die am häufigsten vorkommende Gurtform, welche sich zur Aufnahme von Druck und Zug eignet, ist der T-Gurt. Man konstruiert ihn bei kleinen Brücken nur aus Winkeleisen oder einem T-Eisen und bildet ihn bei größeren Spannweiten aus Stehblechen, Winkeleisen und Kopfblechen oder Lamellen, wie dies aus der Fig. 465 zu ersehen ist; die Breite der Kopfbleche in Millimetern ist empirisch

bei zwei Trägern und einem Geleis: $150 + 5l$

„ „ „ „ zwei Geleisen: $150 + 8l$

anzunehmen, wenn l die Spannweite des Trägers in Metern bedeutet.

Ist die Breite, um welche die Lamellen über die Winkeleisen vorragen, größer als etwa 65 mm, und sind mindestens 2 Lamellen aufgelegt, so ordnet man vier sonst zwei Nietreihen an.

Die Höhe des Stehbleches hängt von der zur Befestigung der Gitterstäbe nötigen Nietanzahl ab. Es empfiehlt sich zunächst die Befestigungsweise der stärkeren Stäbe zu ermitteln und darnach die Höhe des Stehbleches festzustellen. Auch die Höhe des Querträgers und die Rücksicht für die nötige Steifheit kann für die Stehblechhöhe ausschlaggebend sein. Zu hohe Stehbleche sind jedoch entschieden unzuweckmäÙig, weil sie in Bezug auf Sicherheit gegen Ausknicken nicht ganz in Betracht gezogen werden können (manche Konstrukteure nehmen für die Berechnung des nötigen Druckquerschnittes nur die halbe Stehblechhöhe in Rechnung), und weil die Nebenspannungen an den Enden bedeutende werden. Im Zuggurte geht bei hohen Stehblechen ein breiter Streifen wegen der in Abzug zu bringenden Nietlöcher verloren. Eine Abhilfe in dieser Hinsicht läÙt sich

durch Knotenbleche, an welche die Gitter- oder Füllungsstäbe genietet werden, treffen, Fig. 497 u. 498.

Die Dicke des Stehbleches soll im Druckgurte nicht unter $\frac{1}{15}$ seiner freien Höhe bleiben. Einen grossen Vorteil bietet die Verwendung zweier Stehbleche, weil Mängel des einen nur selten mit Mängeln des zweiten Stehbleches an derselben Stelle zusammentreffen und somit eine grössere Sicherheit geboten wird.

Die Dicke der Winkeleisen wählt man empirisch (in Millimeter):

bei zwei Trägern und 1 Geleis: $10 + 0,06 l$,

„ „ „ „ 2 Geleisen: $10 + 0,08 l$,

wenn l die Spannweite in Metern bedeutet.

Der einfache T-Gurt ist bei eingleisigen Eisenbahnbrücken für den Parallelträger noch bis etwa 80 m, für den Parabelträger bis 100 m Spannweite anwendbar, bei breiten Straassenbrücken und zweigeisigen Eisenbahnbrücken mit zwei Trägern für Weiten bis etwa 50 bezw. 60 m.

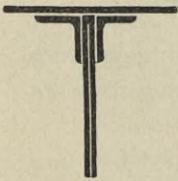


Fig. 465.

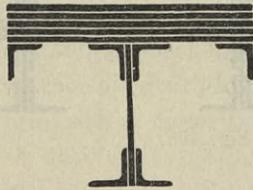


Fig. 466.

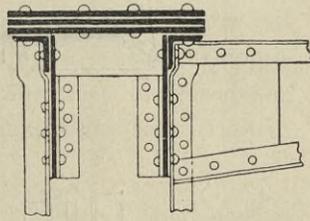


Fig. 467.

Man kann den Gurt in verschiedener Weise verstärken und dadurch zur Aufnahme grösserer Kräfte befähigen. Um den Stehblechrand widerstandsfähiger zu machen, hat man schmale Randleche, welche an den Knotenverbindungen unterbrochen sind, oder Winkeleisen angenietet, Fig. 466. Derartige Winkeleisen sind mitunter auch an den Rändern der Kopfbleche angebracht, Fig. 466.

Der doppelte, Fig. 467, und mehrfache T-Gurt entsteht durch die Verbindung zweier oder mehrerer nebeneinander

liegender T-Gurte mittels ein und derselben Kopfbleche. An ihre Stelle tritt an jenen Teilen, wo Winkeleisen und Stehblech allein zur Aufnahme des Druckes oder Zuges ausreichen, also z. B. an den Enden der Parallelträger, mitunter ein Gitterwerk aus Flacheisen. Für die approximativen Ausmaße der einzelnen Teile des Gurtes gelten die oben angegebenen Regeln. Den Abstand der Stehbleche mache man bei einer Trägerhöhe h mindestens $0,05 h$. Der doppelte T-Gurt eignet sich besonders für größere Spannweiten, weil er eine leichtere Vermehrung der Querschnittsfläche als der T-förmige Druckstab zulässt und mehr Sicherheit gegen Ausknicken bietet.

Weitere Gurtformen sind der \perp -Gurt, Fig. 468, und jener mit kreuzförmigem Querschnitte, Fig. 469 und 470.

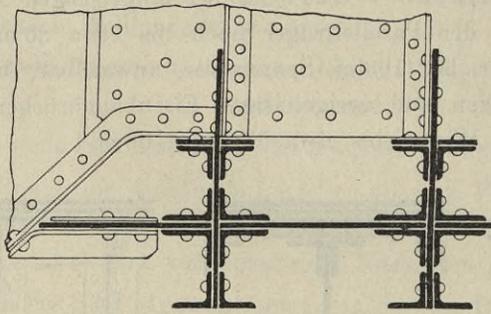


Fig. 468.

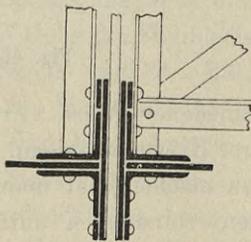


Fig. 469.

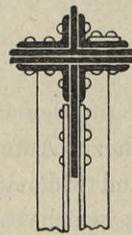


Fig. 470.

c) Kreuzungen der Füllungsstäbe.

Bei jedem mehrteiligen System, bei Anordnung schlaffer Diagonalen, selbst beim einteiligen Fachwerke, lassen sich

gegenseitige Schnitte oder zu mindestens Kreuzungen der Füllungsstäbe nicht vermeiden. Obwohl nun die sich kreuzenden Füllungsstäbe theoretisch an der Kreuzungsstelle nicht verbunden werden sollen, werden sie in Wirklichkeit doch meist miteinander vernietet, um einerseits das Durchsacken (Durchbiegen) der Zugbänder zu mindern und andererseits den Widerstand der gedrückten Stäbe gegen Ausknicken zu erhöhen. Die Art der Verbindung ist von der Beschaffenheit der Profile der sich kreuzenden Stäbe abhängig.

Flacheisen mit Flacheisen werden, wenn sie sich kreuzen, an der Kreuzungsstelle mittels Nieten miteinander verbunden, wobei man — falls ein Abstand (meist gleich der Stehblechstärke) vorhanden ist — Futterbleche unterlegt oder Nietringe als Zwischenlage anbringt. Kreuzen sich die beiden Flacheisen ohne lichten Abstand, so biegt man entweder jedes derselben etwas aus und ordnet an der Kreuzungsstelle eine oder mehrere Nieten an, oder man läßt die Stäbe zusammenstoßen und deckt die Stöße beiderseits durch Laschen.

Kreuzt ein Flacheisen ein steifes Formeisen und liegen beide Teile auf verschiedenen Seiten des Stehbleches, so braucht man an der Kreuzungsstelle nur eine Vernietung ohne oder mit Nietringen, bezw. Unterlagsblechen anzuordnen. Auch bei Doppelgurtungen, bei welchen die gedrückten Stäbe innen, die gezogenen außen liegen, ergibt sich in dieser Beziehung keine Schwierigkeit.

Kreuzen sich steife Formeisen und sind beide zu verschiedenen Seiten des Stehbleches angebracht, so genügt es an der Kreuzungsstelle ein Unterlagsblech einzufügen und mit diesem beide Stäbe zu vernieten. Erfolgt jedoch die Befestigung auf derselben Seite des Stehbleches, so läßt man den stärker beanspruchten Stab ununterbrochen durchgehen, während man den schwächer beanspruchten abschneidet und die getrennten Teile durch ein gemeinschaftliches Unterlagsblech, welches den Stoß deckt, mit dem erstgenannten Stabe verbindet, Fig. 471.

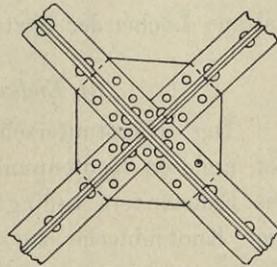


Fig. 471.

Schnitte dieser Art finden bei einem Parallelträger innerhalb der Ausweichstrecke des mittleren Querschnittes, wo die Stäbe sowohl Zug als Druck aufzunehmen haben, und die Diagonalen beider Scharen an derselben Seite des Steh- oder Knotenbleches befestigt werden, immer statt. Ebenso entstehen sie beim mehrfachen Fachwerk stets, wenn man für die Stäbe einen kreuzförmigen Querschnitt in Anwendung bringt.

Bei grossen Trägerhöhen haben die Stäbe grössere Längen, als die von den Walzwerken gelieferten Bleche oder Formeisen. Dies gilt insbesondere von den breiten Zugbändern der Fachwerksbrücken. Die Deckung der Stöße, welche alsdann notwendig wird, erfolgt bei einfachen Blechen am besten durch zwei Deckbleche; man erhält doppelschnittige, mithin weniger Nieten und überträgt die Zugspannungen zentrisch. Die Stöße werden in vielen Fällen zweckmässig an jenen Stellen angeordnet, woselbst sich die gezogenen Stäbe mit den gedrückten kreuzen. Die Verteilung der Nieten ist nach den früher gegebenen allgemeinen Regeln vorzunehmen.

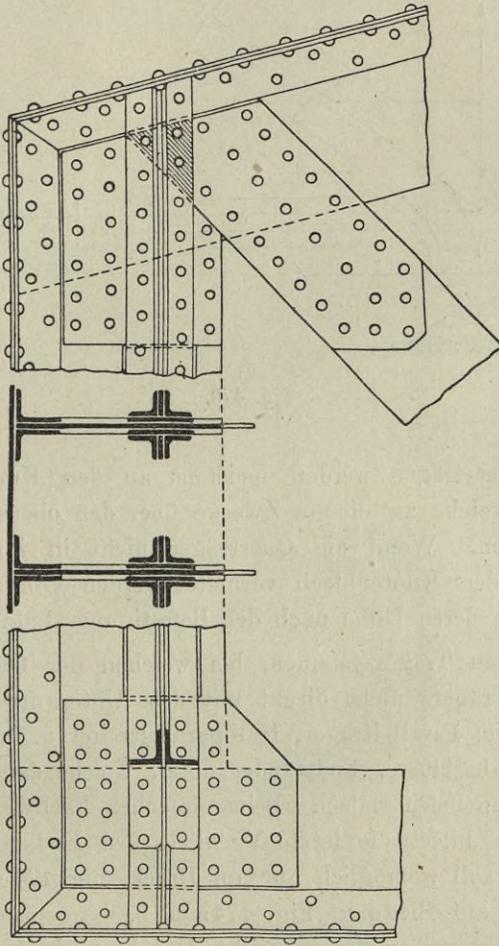
Da die feste Verbindung der Gitterstäbe an den Kreuzungsstellen grosse Unsicherheit in der Beurteilung der Kräfteverteilung zur Folge hat und eine selbständige Längenänderung der Zugstäbe verhindert, hat man die Verbindung manchmal so gestaltet, dass man für die Nieten, welche die Flachstäbe zur Vermeidung des Durchsackens an die Druckstäbe binden, durch weiter gehaltene Löcher der letzteren führte.

d) Endknotenpunkt. Endständer.

Der Hauptunterschied des Endknotenpunktes gegenüber den anderen Knotenpunkten ist durch den grossen Querschnitt des Endständers bedingt, Fig. 472. Gewöhnlich werden auch hier Knotenbleche zur Verbindung des Endständers mit den Gurten verwendet; vielfach, besonders bei sehr breiten Stehblechen, legt man auch die Knotenbleche in die Ebenen der Stehbleche und verbindet sie mit letzteren durch Laschen.

Wenn keine Endständer vorhanden sind, wenn also die Endhöhe des Trägers Null ist, macht die Verbindung der Stäbe

miteinander am Endknotenpunkte meistens grössere Schwierigkeiten. Dann ist vor allem zu beachten, daß sich die Achsen der beiden Endgurtstäbe in der Mittellinie des Auflagers, d. h. in der Kraftlinie des Auflagerdruckes, schneiden, weil die drei Kräfte O, U und A, Fig. 473, nur dann im Gleichgewicht sein können, wenn



*Kein Stahl
Längs*

Fig. 472.

sie sich in einem Punkte treffen; ferner muß für das Auflager eine wagrechte Lagerfläche geschaffen und für den Anschluß

des Endquerträgers und des Windverbandes gesorgt werden. ZweckmäÙsig ordnet man auch hier Knotenbleche, respektive AnschluÙsbleche, Fig. 475, an.

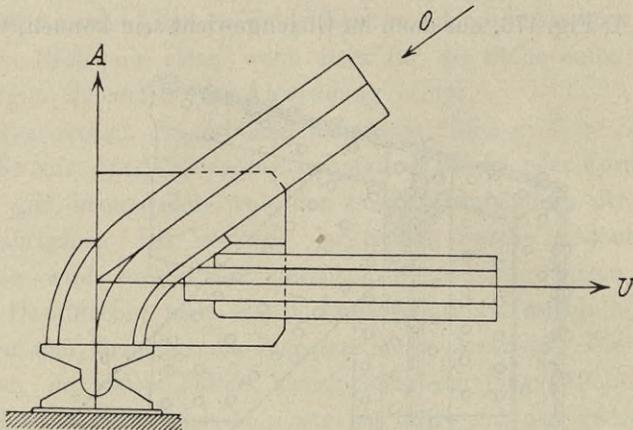


Fig. 473.

Die Querträger werden meistens an den Knotenblechen befestigt, welche zu diesem Zwecke über den oberen Gurtstab hinausreichen. Wenn die Querträger nicht in ihrer ganzen Höhe mit dem Knotenblech vernietet werden können, so verringert man deren Höhe nach der Befestigungsstelle hin.

Bei allen Trägersystemen, bei welchen der Obergurt am Ende des Trägers nicht direkt mit dem Untergurt verbunden ist, also beim Parallelträger, Halbparabelträger u. s. w. werden eigene Endabschlüsse, Endständer nötig, welche den Auflagerdruck aufzunehmen haben. Beim einfachen Fachwerk und bei Bahn unten bildet die letzte Vertikale den Endständer. Der Endständer soll womöglich nur auf Druck, Fig. 474c u. d, und nicht auch auf Biegung, Fig. 474a u. b, beansprucht werden (regelmäßiger und unregelmäßiger Endabschluss 1. Abschnitt, 4. Kapitel, § 6, Ba).

Sind große Auflagerbreiten notwendig, so können nach Fig. 474c und d zwei Endständer angeordnet werden, wobei

jedoch bei horizontaler Lage der Auflagerplatten der innere Endständer mehr als der äußere beansprucht wird. Eine bessere Verteilung des Auflagerdruckes auf beide Endständer wird erreicht, wenn man die Auflagerplatte in die Richtung der Tangente an die elastische Linie des Trägers bei der größten Belastung desselben bringt oder, was noch besser ist, man ordnet ein Kipplager, wie es später beschrieben wird, an.

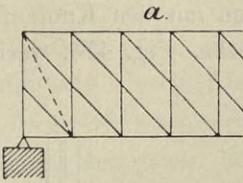


Fig. 474a.

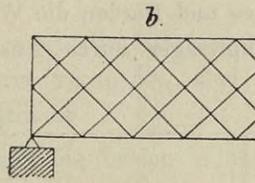


Fig. 474b.

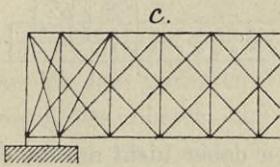


Fig. 474c.

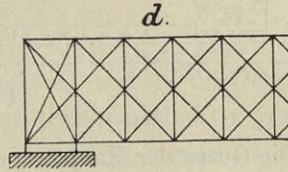


Fig. 474d.

Immerhin treten aber bei mehr als einem Endständer nicht leicht kontrollierbare Nebenspannungen auf.

3. Konstruktion der Brücken mit Gitterträgern.

Neben der Fahrbahn und dem Fahrbahngerippe, welches in ähnlicher Weise wie bei Blechbrücken ausgeführt wird, erfordern die Gitterträger wegen ihrer bedeutenden Höhe ($\frac{1}{9}$ — $\frac{1}{12}$ der Spannweite) noch mehr als die Blechträger einen starken Verband der Träger mit einander. Dieser Verband gliedert sich in den Windverband (Horizontalverband oder auch Längsverband genannt) und in den Querverband.

a) *Konstruktion und Belastung des Windverbandes.*

Der Windverband oder die Windverstrebung ist ein ebenes, horizontal liegendes Fachwerk, welches bei Brücken mit Bahn oben oder bei hohen Trägern auch bei Brücken mit Bahn unten die Ober- und Untergurte für sich mit einander verbindet; bei Brücken mit Bahn unten und geringer Trägerhöhe verbindet der Windverband nur die Untergurte mit einander. Die Gurte der Träger sind zugleich auch die Gurte des Windverbandes und werden die Windstreben mit den Knotenpunkten der Hauptträger durch Anschlußbleche, Fig. 475, verbunden.

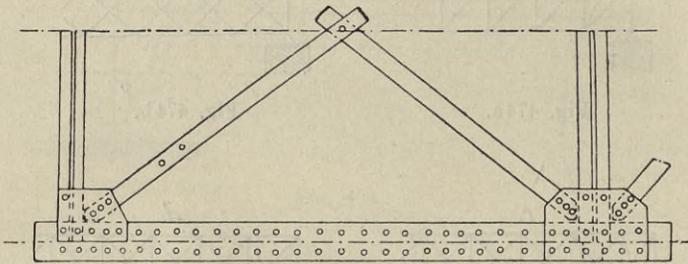


Fig. 475.

Die Gurte der Hauptträger haben daher nicht nur die durch das Eigengewicht und durch die Verkehrslast hervorgerufene Inanspruchnahme, sondern auch jene, welche der Winddruck zur Folge hat, zu erleiden. (1. Abschnitt, 1. Kapitel, § 2 und § 3).

Für den Windverband kann man Flacheisen und steife Profile verwenden. Besser sind die letzteren, da sie sich nicht durchsacken und auch nicht schlottern. Um diese letzteren Uebelstände bei Anwendung von Flacheisen möglichst hinten zu halten, vernietet man die Diagonalen des Verbandes an den Kreuzungsstellen mit den Quer- und Längsträgern. Von den steifen Profilen verwendet man das \sphericalangle -Eisen einfach oder doppelt und das \perp -Eisen. Auch Rundeisen in Verbindung mit Schrauben zum Spannen derselben findet Anwendung.

Bei Brücken in Kurven hat der Windverband neben dem Winddrucke auch noch die Zentrifugalkraft aufzunehmen.

Werden zwei Windverbände angeordnet, so ist für deren Berechnung zunächst der Winddruck auf die Verbände zu verteilen; wieviel jeder derselben aufnimmt, hängt von der Konstruktion des Brückenquerschnittes ab.

Bei Bahn unten weist man dem unteren Windverbände den halben Druck (1. Abschnitt, 1. Kapitel, § 2), den die vordere und den ganzen Druck, den die rückwärtige Wand, dem oberen somit nur den halben Druck, den die vordere Wand erleidet, zu.

Bei Bahn oben, und wenn neben dem Windverband die Knotenpunkte durch Andreaskreuze verbunden sind, ist die ganze Konstruktion statisch unbestimmt.

Es ergeben sich dann die auf die beiden Windverbände entfallenden Drücke W_o und W_u mit:

$$W_o = \frac{t_o}{t_u + t_o} W$$

$$W_u = \frac{t_u}{t_u + t_o} W,$$

wenn W den gesamten Winddruck, t_o und t_u das Trägheitsmoment des oberen und unteren Gurtquerschnittes bedeutet; oder denkt man sich die Masse der Gurte, zwischen welchen der Windverband liegt, in der Entfernung h_o beziehungsweise h_u in ihren Achsen konzentriert, so ist:

$$W_o = \frac{f_o h_o^2}{f_u h_u^2 + f_o h_o^2} W,$$

$$W_u = \frac{f_u h_u^2}{f_u h_u^2 + f_o h_o^2} W,$$

wenn f_o die Querschnittsfläche des Ober- und f_u jene des Untergurtes bedeutet.

b) Konstruktion des Querverbandes und Verbindung der Querträger mit den Hauptträgern.

Die Querträger des Fahrbahngerippes sind in der Regel wesentliche Bestandteile des Querverbandes und bilden ihn sogar

allein, wenn man hohe Querträger anordnet oder die Trägerwände gegen dieselben absteift, Fig. 481.

Zumeist wird aber, insbesondere bei Eisenbahnbrücken, dieser Verband noch durch besondere Konstruktionsteile vervollständigt.

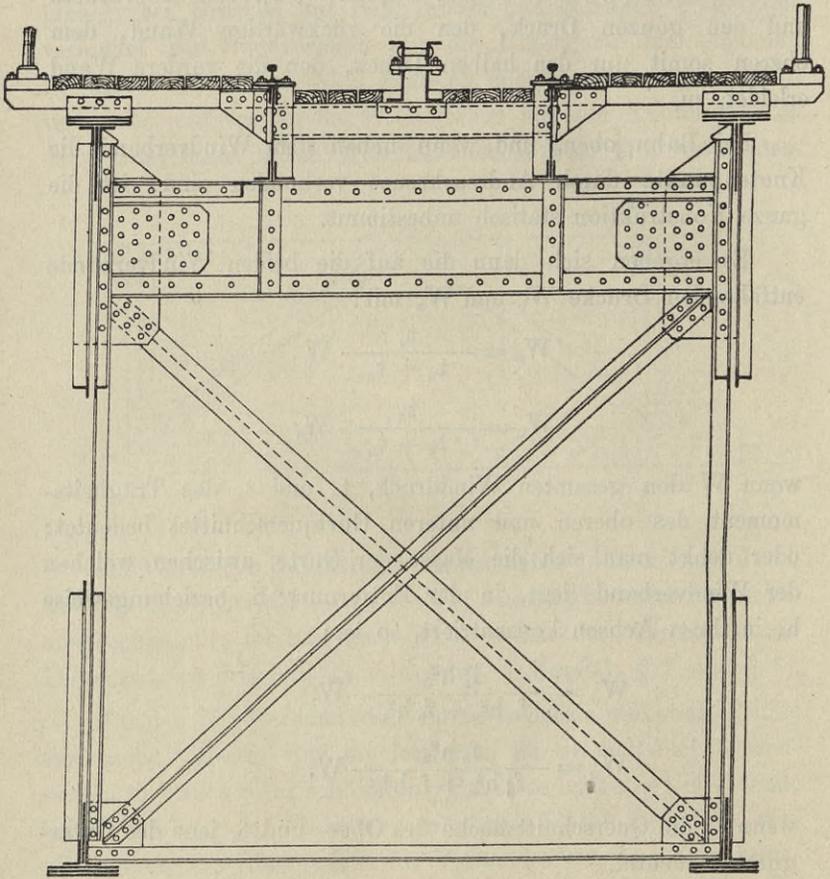


Fig. 476. [1:25]

Bei Bahn oben hat man: Anderskreuze nach Fig. 476, oder man trifft die Anordnung nach Fig. 477 u. dergl. Bei Fachwerksbrücken mit steifen Vertikalen legt man den Querverband in

die Ebene der Vertikalen, während man sie beim Netzwerk in die Ebene der gedrückten Stäbe — also schief — anordnen kann.

Die Andreaskreuze konstruiert man fast immer aus steifem Formeisen.

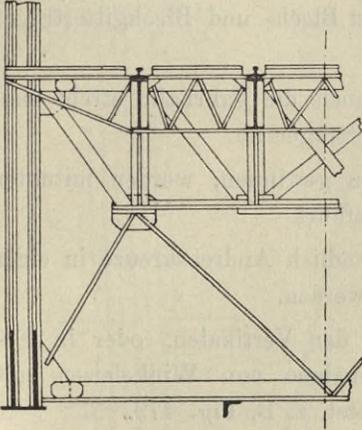


Fig. 477. [1:100]

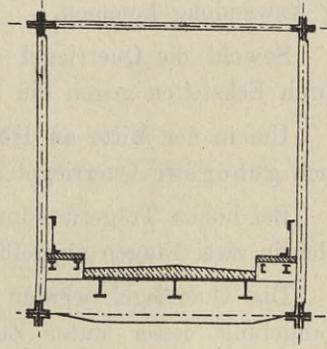


Fig. 478. [1:50]

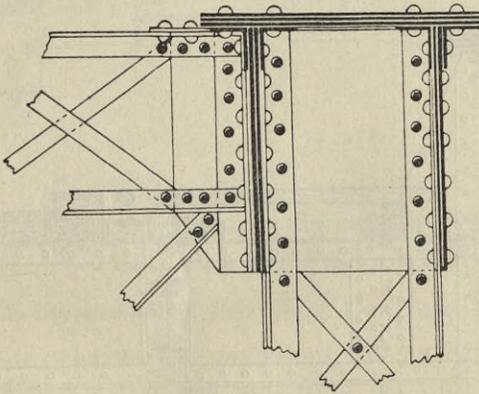


Fig. 479. [1:20]

Bei Bahn unten oder Mitte sind zwei Fälle zu unterscheiden: entweder kann man den Querverband unter der Fahrbahn oder, bei hohen Trägern, ohne das Lichtraumprofil einzuengen, auch ober derselben anordnen.

Im letzteren Falle werden Querriegel verwendet, deren Konstruktion mehr oder weniger von der durch die obere Begrenzung des Lichtraumes und der durch die Hauptträger-Oberkante gegebene Konstruktionshöhe für den Riegel abhängt. Fig. 478 zeigt ein einfaches Formeisen als Querriegel, Fig. 479 einen Gitterträger; ebenso können Blech- und Blechgitterträger in Anwendung kommen.

Sowohl die Querriegel als auch die Fahrbahn strebt man durch Ecksteifen gegen die Hauptträger ab.

Um in der Mitte an Höhe zu gewinnen, werden mitunter auch gebogene Querriegel ausgeführt.

Bei hohen Trägern können endlich Andreaskreuze in einer oder in zwei Etagen ausgeführt werden.

Die Querriegel werden mit den Vertikalen, oder in Ermangelung dieser unter Zuhilfenahme von Winkeleisen mit dem Stehbleche des Gurttes vernietet, z. B. Fig. 479.

Kann man keine Querriegel oberhalb der Fahrbahn anordnen, so erfolgt die Absteifung u. a. nach Fig. 480 und 481.

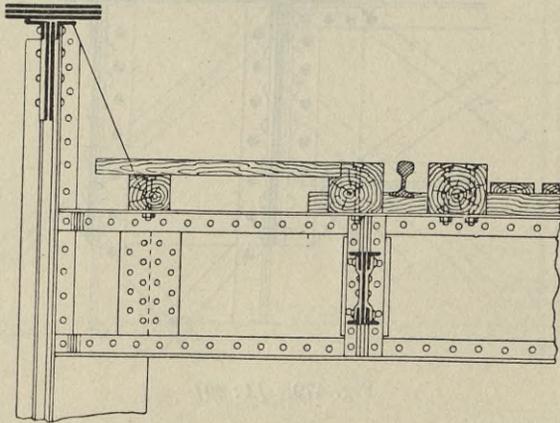


Fig. 480. [1:30]

Ähnlich wie die Querriegel werden die Querträger mit den Hauptträgern verbunden.

Bei Bahn oben und horizontaler oberer Begrenzung des Obergurtes kann man die Querträger auf den Obergurt auflagern, sonst u. a. die Anordnungen nach Fig. 476, 480 treffen.

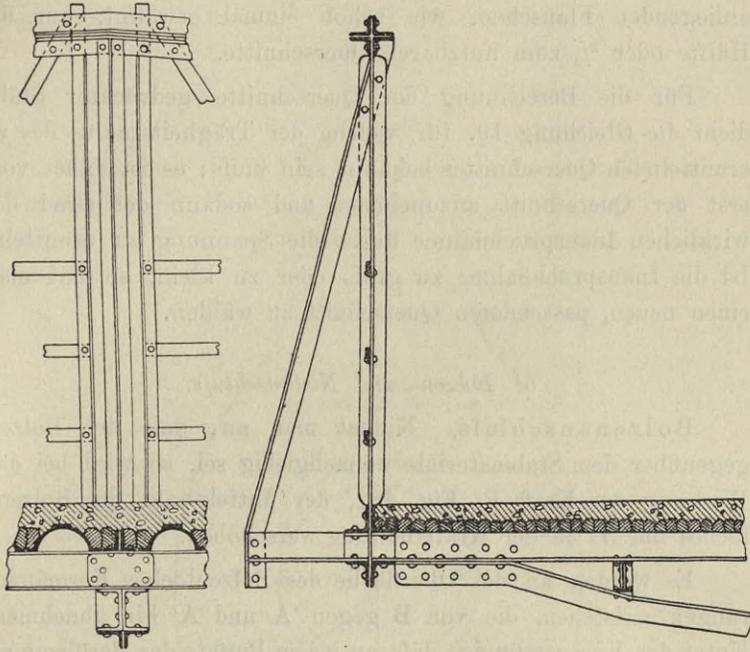


Fig. 481. [1:25]

4. Querschnittsermittlung einzelner Trägerbestandteile. Verbindung der Stäbe miteinander.

a) Rechnungsmäßige Ermittlung der Stabquerschnitte.

Die Querschnitte der gezogenen Stäbe (Zugdiagonale und Zuggurtstäbe) ergeben sich mit Hilfe der Gleichung 1, wenn man die Zugspannung im Stabe kennt.

Der Querschnitt f muß überall im Stabe voll vorhanden sein, also auch in jenem Querschnitte, in welchem die meisten Nieten vorhanden sind. Man nennt f den nutzbaren Querschnitt zum Unterschiede zu dem wirklichen oder wahren Querschnitt,

d. i. der nutzbare Querschnitt mehr den für die Verbindungen erforderlichen Nietquerschnitten.

Werden steife Profile als Zugstäbe verwendet, so rechnet man von den vorstehenden, nicht unmittelbar am Stehbleche anliegenden Flanschen, wie schon einmal erwähnt, nur die Hälfte oder $\frac{2}{3}$ zum nutzbaren Querschnitte.

Für die Berechnung der Querschnitte gedrückter Stäbe dient die Gleichung 19, für welche der Trägheitsradius des zu ermittelnden Querschnittes bekannt sein muß; es ist daher vorerst der Querschnitt anzunehmen und sodann der Grad der wirklichen Inanspruchnahme durch die Spannung zu ermitteln. Ist die Inanspruchnahme zu groß oder zu klein, so hat man einen neuen, passenderen Querschnitt zu wählen.

b) Bolzen- und Nietanschlufs.

Bolzenanschlufs. Nimmt man an, daß der Bolzen gegenüber dem Stabmateriale unnachgiebig sei, so wird bei der Wirkung der Kraft P , Fig. 482, der Mittelpunkt des Bolzenloches um Δz in der Krafrichtung verschoben.

Es werden an der Oberfläche des Bolzenloches Formänderungen entstehen, die von B gegen A und A' hin abnehmen. Unter der Voraussetzung, daß an jedem Punkte der Berührungsfläche eine radiale Reaktion ρ für die Flächeneinheit entstehe, welche der radialen Veränderung des Bolzenloches Δr an der Berührungsstelle mit den Bolzen proportional ist, ergibt sich aus der Figur 482 für irgend einen Punkt C :

$$\Delta r = \cos \alpha \Delta z$$

und

$$\rho = \eta \Delta r = \eta \cdot \cos \alpha \Delta z,$$

wenn η ein vom Materiale abhängiger Koeffizient ist.

Die Summe aller vertikalen Komponenten dieser Reaktionen muß gleich der spannenden Kraft sein, somit muß:

$$P = \delta \cdot r \Delta z \eta \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos^2 \alpha \, d\alpha = \delta \cdot r \cdot \Delta z \eta \frac{\pi}{2}$$

sein, wenn δ die Stabstärke bedeutet; analog ist für die horizontalen Komponenten derselben Reaktionen:

$$H = \delta r \Delta z \eta \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \alpha \cos \alpha d \alpha = \frac{\delta \cdot r \cdot \Delta z \cdot \eta}{2};$$

demnach ist:

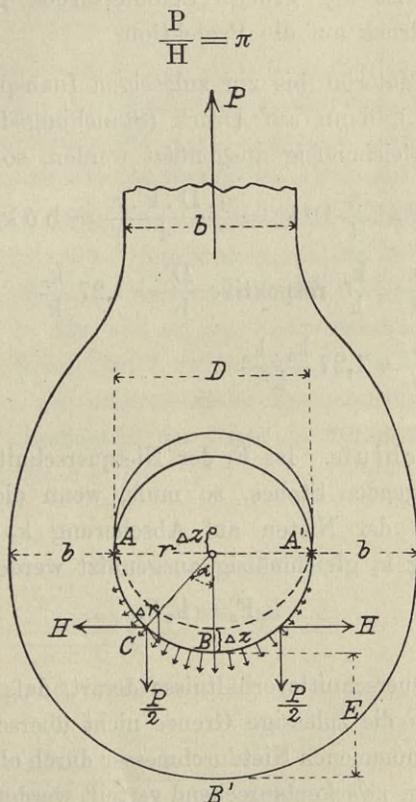


Fig. 482.

oder

$$H = 0,318 P.$$

Ist k_d der Druck auf die Einheit der Projektion der Leibungsfläche, so muß:

$$P = \delta r \Delta z \eta \frac{\pi}{2} = 2 r \delta k_d$$

und:

$$k_d = \frac{\pi}{4} \Delta z \eta$$

sein.

ηAz ist aber nichts anderes als der Leibungsdruck in B mit dem zulässigen Wert k , somit ist:

$$k = \frac{4}{\pi} k_d = 1,27 k_d.$$

Demnach ist der größte Leibungsdruck gleich 1,27 mal dem Leibungsdruck auf die Projektion.

Soll das Material bis zur zulässigen Inanspruchnahme auf Abscherung (k_s), dann auf Druck (Stauchungsdruck k), sowie auf Zug (k_z) gleichmäßig ausgenützt werden, so muß:

$$P = \frac{\pi}{4} D^2 k_s = \frac{\delta \cdot D \cdot k \cdot \pi}{4} = b \delta k_z$$

oder: $\frac{\delta}{D} = \frac{k_s}{k}$ respektive $\frac{D}{b} = 1,27 \frac{k_z}{k}$

oder: $\frac{\delta}{b} = 1,27 \frac{k_s \cdot k_z}{k^2}$

sein.

Nietanschlufs. Ist F_s der Nietquerschnitt und F jener des zu befestigenden Stabes, so muß, wenn die zulässige Inanspruchnahme der Nieten auf Abscherung k_s und jene des Stabes auf Zug k_z gleichmäßig ausgenützt werden sollen:

$$k_s F_s = k_z F.$$

sein.

Sind die Querschnittsverhältnisse derart, daß die Stauchung des Lochrandes die zulässige Grenze nicht überschreitet, so ist bei einem angenommenen Nietdurchmesser durch obige Gleichung, wenn die Nieten zweckentsprechend verteilt werden, die Nietzahl bestimmt.

Zerreißversuche haben gezeigt, daß sowohl die beobachtete Festigkeit des nutzbaren Querschnittes des Stabes als auch jene der Gesamt-Nietscherfläche stets unterhalb jener Grenze bleibt, welche sich für die Zugfestigkeit ungenieteteter Stäbe und der Scherfestigkeit einzelner Nieten ergibt.

Werden zwei Stäbe mehrfach miteinander vernietet, so hat stets die erste Nietreihe den weitaus größeren Teil der

Spannung aufzunehmen als die übrigen Nietreihen; denn es ist einerseits zwischen den hintereinander stehenden Nieten keine Längenänderung des Stabes möglich und andererseits geben die Nieten der ersten Nietreihe nicht in dem Maße nach, wie dies der Kraft entspricht, welche zwischen ihnen und der folgenden Reihe wirken soll.

Es empfiehlt sich daher, daß man bei mehrfachen Vernietungen besser mehr Nieten als es die Rechnung erfordert, gibt und überdies trachtet nur möglichst gleich starke und gleich elastische Stäbe miteinander zu vernieten.

Bei der Beurteilung der nötigen Scherfläche und Leibungsfläche ist ferner stets zu untersuchen, ob die für eine bestimmte Befestigung in Betracht kommenden Nieten ein- oder zweischnittig sind. In Fig. 483 ist die Niete einschnittig, die Niete in Fig. 484 in Bezug auf I zweischnittig. In Fig. 485 ist die Niete für jeden der unteren Stäbe zweischnittig. Im ganzen werden sechs Scherflächen der Niete in Fig. 485 beansprucht.

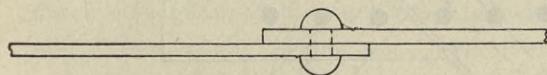


Fig. 483. [1:10]

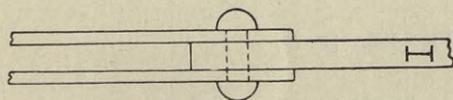


Fig. 484. [1:10]

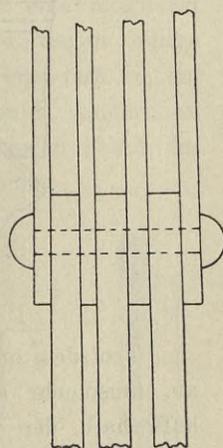


Fig. 485. [1:10]

Unter dem nutzbaren Querschnitt ist stets die Querschnittsfläche des durch die erste Nietreihe normal zur Schwerachse des Stabes gelegten Schnittes abzüglich der Nietlöcher dieser

Reihe zu verstehen, vorausgesetzt, daß die Nietzahl keiner nachfolgenden Reihe um mehr als die Anzahl der in der äußersten Reihe liegenden Nieten gegen ihre unmittelbare Vorgängerin wächst, da durch n Nieten in der 1. Nietreihe die Zugspannung um das n fache der Scherfestigkeit einer Niete verringert wird.

Infolge der Starrheit der Knotenpunkte bezw. der Reibung zwischen den im Knotenpunkte zusammentreffenden Bestandteilen läßt sich nie eine vollkommen zentrische Beanspruchung der Gitterstäbe erreichen.

Wenn man daher in der Konstruktion auch bestrebt ist, Gitter- und Gurtstäbe in den Knotenpunkten derart zusammen zu führen, daß sich die Stabachsen in einem Punkte schneiden, so wird doch der Schnittpunkt der Richtungen der Gitterstabspannungen nie in die Gurtstabachse fallen, Fig. 486. Es werden die dem spitzen Winkel der beiden Gitterstäbe näher liegenden Fasern der Gitterstäbe mehr als die anderen beansprucht.

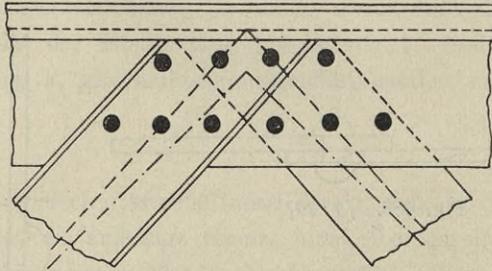


Fig. 486. [1:10]

Trotzdem ordnet man die Nieten symmetrisch zur Stabachse an, umso mehr als, wie Fig. 486 zeigt, die oberste Nietreihe außerhalb der mehr beanspruchten Faserschicht fällt und daher den Stab an einer minder gefährlichen Stelle schwächt.

Um eine möglichst gleichmäßige Kraftverteilung im Stabe und auf die Nieten selbst zu erzielen, verschiebt man in der Regel jede folgende Nietreihe um die halbe Nietentfernung gegenüber der vorhergehenden.

Setzt man voraus, daß jede Niete einer Knotenverbindung gleich beansprucht wird, so hat jede Niete vom Durchmesser d die Beanspruchung eines Streifens aufzunehmen, dessen Breite b sich aus der Bedingung:

$$\frac{\pi d^2}{4} k_s = b \delta \cdot k_z$$

mit:

$$b = \frac{\pi d^2}{4 \delta} \cdot \frac{k_s}{k_z}$$

berechnet.

Für

$$\frac{k_s}{k_z} = \frac{4}{5}$$

wird

$$b = \frac{\pi d}{5 \delta} d.$$

Unter dieser allerdings sehr willkürlichen Annahme kann man, um eine Anordnung der Niete zu finden, wie folgt verfahren: Man denke sich die nutzbare Breite in gleich breite Streifen zerschnitten, deren Anzahl das Doppelte der zur Befestigung nötigen Niete beträgt, denke sich diese Streifen zu Bändern verbunden und suche eine solche Anordnung der Niete zu erzielen, für welche die einzelnen Bänder eine möglichst ungezwungene Lage erhalten. Fig. 488—490 zeigen einige derartiger Anordnungen. Die nutzbare Breite wird fast nie ein durch eine ganze Zahl gegebenes Vielfaches von b , sondern im allgemeinen etwas kleiner sein, weil man für jeden Bruch der gefundenen Nietzahl stets eine ganze Niete rechnet.

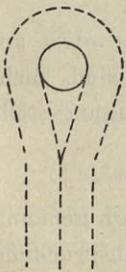


Fig. 488.
[1:10]



Fig. 489.
[1:10]

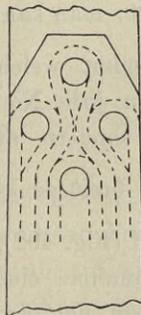


Fig. 490.
[1:10]

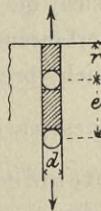


Fig. 491.

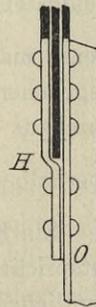


Fig. 492.
[1:10]

Die zulässige Minimaldistanz e der Niete voneinander in der Krafrichtung und die Minimaldistanz r der letzten Nietreihe vom Rande rechnet man häufig aus der Bedingung, daß gleiche Sicherheit gegen Abscheren der Niete, sowie gegen Abscheren der schraffierten Stücke, Fig. 491, bestehen soll; dabei rechnet man wegen der geringeren Widerstandsfähigkeit in der unmittelbaren Umgebung der Lochwand die abzuscheren den Flächen nur zwischen den zur Krafrichtung normal an die Niete gezogenen Tangenten; es soll dann:

$$\frac{\pi d^2}{4} k_s = 2 (e - d) k_s \delta,$$

sein, wenn δ die Blechstärke bedeutet; es ist also:

$$e = \left(1 + \frac{\pi d}{8 \delta}\right) d.$$

Aus praktischen Gründen, u. a. wegen des erforderlichen Raumes für das Schlagen des Schließkopfes der Niete, ist man fast immer gezwungen, über dieses Maß hinauszugehen.

Die kleinste Entfernung r der äußersten Nietreihe vom Rande ist um $\frac{1}{2} d$ geringer als e , also:

$$r = \left(1 + \frac{\pi d}{4 \delta}\right) \frac{d}{2};$$

dieser Wert wird meist auf $2 d$ erhöht, wenn die Rechnung weniger ergibt. Die Gleichungen für e und r besagen auch, daß für jede Niete in der Krafrichtung ein Streifen von wenigstens $\frac{\pi d}{8 \delta} d$ nötig ist; man kann dieser Regel nachkommen, wenn man sich die Bänder, welche im Sinne des oben angegebenen Verfahrens um jede Niete geschlungen sind, nicht durchaus gleich breit, sondern an der Umschlingungsstelle oberhalb mindestens $\frac{\pi d^2}{8 \delta}$ breit denkt.

Ein Knotenblech H (Fig. 492), auch Hilfsblech genannt, entspricht unter der Annahme einer gleichen Beanspruchung sämtlicher Niete nur dann den Anforderungen, wenn dasselbe mit mindestens ebensovielen Niete am Stabe 0 wie am Stehbleche des Gurtes befestigt ist. Die Stehblechniete in Fig. 492

wären somit, auch bei genügender Stärke des Stehbleches, beispielsweise keineswegs als doppelschnittig zu betrachten, da H nur zwei Nietquerschnitte aufnimmt.

Da, wo Kröpfungen notwendig sind, dürfen sie innerhalb der Nietreihen nur dann durchgeführt werden, wenn die Mehrzahl der Nieten vor der gekröpften Stelle liegt, und wenn der Stab genügende Steifheit zur Übertragung der Kraft hat, ohne daß eine Streckung desselben eintritt. Die Kröpfung eines dünnen Flacheisens würde hiernach unzulässig sein, anderseits ist aber auch die Kröpfung zu starker Eisensorten nicht empfehlenswert, da hiebei bedeutende Stauchungen und Dehnungen, welche künstliche Spannungen in den Stab bringen, an der Kröpfungsstelle unvermeidlich sind.

Einlags- oder Futterbleche (Fig. 493) unter einem zu befestigenden Stabe sind nur dann zulässig, wenn dieselben nicht nur durch jene Nieten, welche den Stab festhalten, sondern auch durch andere Nieten mit dem Stabe verbunden sind. Trifft letzteres nicht zu, so vermag die Unterlage nicht die Spannung zu übertragen und es werden die durch die Einlagsbleche gehenden Nieten auf Biegung beansprucht.

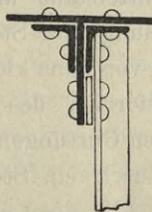


Fig. 493. [1:10]



Fig. 494. [1:10]

Findet ein Übergreifen der Stäbe statt (Fig. 494), d. h. werden zwei Stäbe auf derselben Seite eines Stehbleches übereinander liegend durch dieselben Nieten befestigt, so übernimmt für den oberen Stab der untere die Stelle des Einlagbleches und die Befestigungsweise ist hiernach zu beurteilen. Da eine richtige Erkenntnis der Kraftverteilung in diesem Falle nicht

möglich ist, so werden einige Nieten mehr gegen die berechnete Anzahl angeordnet.

Die Berechnung der Brückenträger wird unter der Annahme vorgenommen, daß in jedem Knotenpunkte die Stab- und äußeren Kräfte sich das Gleichgewicht halten. Je klarer und einfacher die Ausgleichung der Kräfte in den Knotenpunkten stattfindet, desto besser wird im allgemeinen die Konstruktion sein, desto mehr werden die wirklich auftretenden Spannungen mit den rechnungsmäßigen übereinstimmen. Die bei der Berechnung gemachten Annahmen müssen durch die Konstruktion möglichst genau verwirklicht werden. Besonders wichtig ist es, die Gurt- und Gitterstäbe in den Knotenpunkten derart zusammen zu führen, daß sich die Stabachsen in einem Punkte schneiden. Für die Bildung der genieteten Knotenpunkte sind nun hauptsächlich zwei Konstruktionsarten üblich:

1. Die Befestigung der Gitterstäbe direkt an den durchlaufenden Gurtstäben.
2. Die Befestigung der Gitterstäbe an den Gurten mit Hilfe von Knotenblechen, welche mit den Gurten vernietet sind.

Eine direkte Befestigung der Gitterstäbe an der durchlaufenden Gurtung setzt die Verwendung von Stehblechen für die Gurtquerschnitte voraus, abgesehen von ganz kleinen Trägern, bei denen auch andere Querschnittsformen des Gurtes diese Befestigung gestatten. Bei polygonalen Gurtungen ist in jedem Knotenpunkte ein Eckpunkt und dadurch ein Stofs des Stehbleches oder der Stehbleche bedingt. Die dazu nötigen Stofsbleche können zugleich auch als Knotenbleche Verwendung finden, so daß bei Brücken mit gekrümmten Gurtungen die zweite Befestigungsart die naturgemäße ist. Dagegen ist bei geradlinigen Gurtungen vielfach die direkte Befestigung ausgeführt. Dieselbe hat den Vorteil, daß der Anschluß der Gitterstäbe an die Gurtstäbe keinen besonderen Materialaufwand erfordert und verhältnismäßig einfach ist; dagegen ist es ein Nachteil, daß die Stehbleche meistens sehr große Breite erhalten

müssen, damit die erforderliche Zahl von Nieten, die besonders in der Nähe des Auflagers bedeutend wird, untergebracht werden könne. Die breiten Stehbleche führen dann zu einer Querschnittsform, welche sich sowohl für die Aufnahme von Zug-, insbesondere aber von Druckspannungen wenig eignet; ein großer Teil des Stehblechquerschnittes liegt sehr weit vom gemeinsamen Schwerpunkte des Gurtstabes ab; ein Ausbauchen oder Beulen des breiten Stehbleches muß daher bei einer Druckspannung durch besondere Absteifungen verhütet werden. Damit ist aber der Vorteil der Materialersparnis ganz oder nahezu aufgehoben. Der Stoß der Gurtstäbe (Stehbleche, Winkeleisen und Lamellen) wird hier meistens zwischen die Knotenpunkte verlegt.

Die Befestigung der Gitterstäbe mit Hilfe von Knotenblechen hat den Nachteil, daß für die Bildung der Knotenpunkte besonderer Materialaufwand nötig wird, indem das für die Knotenbleche nötige Material hinzukommt. Dieser Nachteil wird jedoch wesentlich verringert, wenn man — wie fast allgemein üblich — die Knotenbleche zugleich als Stoßbleche für einzelne Teile des Gurtquerschnittes benützt. Da man auch die Stehbleche bei der ersteren Konstruktionsart stoßen muß, also dazu ebenfalls Material verbraucht, so kann bei geschickter Anordnung jener Nachteil als nicht vorhanden angesehen werden. Der Vorteil dieser Konstruktionsart besteht darin, daß sich die von den einzelnen Stäben übertragenen Kräfte gut ausgleichen,

Für Parallelträger kleinerer Stützweiten, sowie auch für die mittleren Knotenpunkte größerer Spannweiten dieser Träger ist also die erstere Konstruktionsart zweckmäßig, während für alle Knotenpunkte weitgespannter Parallelträger, sowie für Träger mit polygonalen Gurten die Verwendung von Knotenblechen zu empfehlen ist.

Aus dem Angeführten geht hervor, daß bei der Bildung der Knotenpunkte die Anordnung des Stoßes einzelner Teile oder ganzer Stäbe von hervorragender Wichtigkeit ist. Es soll deshalb hierüber das Wichtigste kurz angegeben werden.

Wenn alle Teile der Gurtes im Knotenpunkte gestoßen werden, so muß die Gesamtheit der Stoßbleche und Stoßwinkel wenigstens dieselbe Querschnittsfläche (oder besser dasselbe

Trägheitsmoment) aufweisen, wie die zu stoßenden Teile, denn sie ist ja dazu bestimmt, die Querschnitte der letzteren zu ersetzen; dabei muß aber auch jeder einzelne Teil durch ein entsprechendes Stück gedeckt und für die richtige Übertragung der Spannung gesorgt werden.

Die Stöße der Winkelleisen werden, wie schon einmal angegeben, entweder durch aufgelegte Winkel, welche gleiche Querschnittsfläche haben, wie die zu stoßenden, oder durch Auflegen eines lotrechten Bleches auf den lotrechten Schenkel und eines wagrechten Bleches auf den wagrechten Schenkel gedeckt. Jederseits des Stoßes ist die durch die nutzbare Querschnittsfläche bedingte Zahl von Nietenzuordnen. Wenn die Winkelleisen an beiden Seiten des Stoßes verschiedenen Querschnitt haben, so ist das Stoßwinkelleisen beziehungsweise das Stoßblech nach dem größeren Querschnitt zu bestimmen.

Die Stöße der Bleche sollen wenn möglich durch Doppellaschen gedeckt werden. Diese Rücksichtnahme ist besonders wichtig beim Stoße der Stehbleche. Beim Stoße der Lamellen, welche mit den Gurtwinkeln vernietet sind (Fig. 495), ist eine beiderseitige Deckung des Stoßes nicht ausführbar; hier wirken die Winkelleisen unter dem zu stoßenden Bleche wie ein zweites Stoßblech.

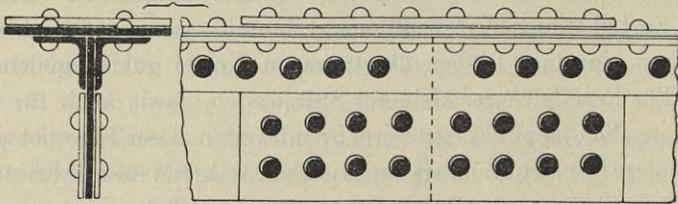


Fig. 495. [1:10]

Stoßbleche bzw. Stoßwinkel sollen unmittelbar auf dem zu stoßenden Bleche beziehungsweise Winkelleisen angebracht werden; ein indirekter Stoß, d. i. ein solcher, bei welchem zwischen den gestoßenen Teilen und dem den Stoß deckenden Teil ein oder mehrere Bleche liegen, ist möglichst zu vermeiden. Ist das nicht möglich (Fig. 496), so ist die Anordnung so zu treffen, als ob außer in a auch in b und c Stöße wären.

Der Stofs der Stehbleche verlangt besondere Aufmerksamkeit; diese Bleche sind an einer oder an beiden Seiten durch Winkeleisen mit den Deckblechen (Lamellen) verbunden, so daß die aufgelegten Knotenbleche, welche in der Regel zugleich auch als Stofsbleche dienen, nur einen Teil des Stehblechstoßes decken, da sie meist nur bis vor die Winkeleisenschelk reichen (Fig. 495). Der Teil des Stehblechstoßes, welcher zwischen den lotrechten Winkeleisenschelkeln liegt, wird dann nicht durch die

Fig. 496. [1:10]

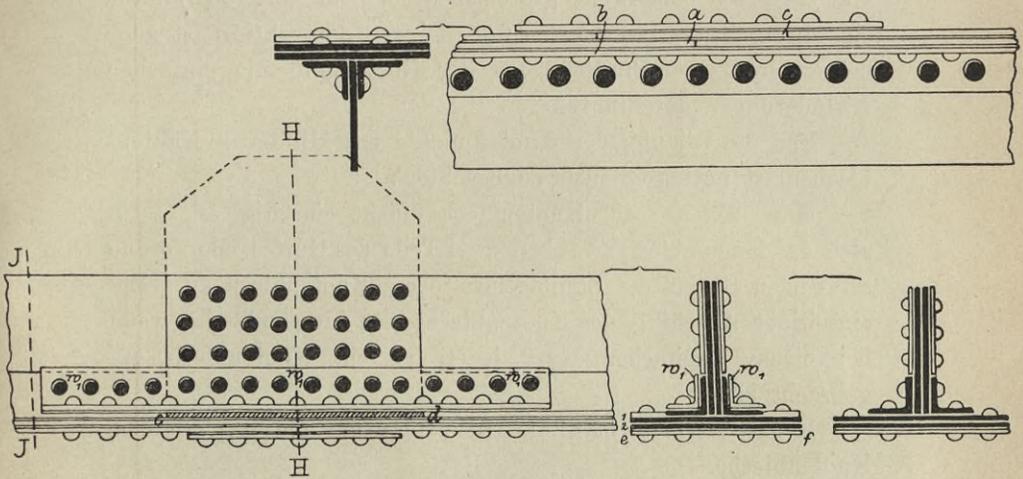


Fig. 497. [1:10]

Stofsbleche, sondern durch die lotrechten Winkeleisenschelk gedeckt. Diesem Übelstand kann man in folgender Weise abhelfen (Fig. 497):

Die (eventuell zugleich als Knotenbleche dienenden) Stofsbleche der Stehbleche reichen bis zum unteren respektive oberen Rande der Stehbleche; die Länge der Stofsbleche bestimmt sich nach der Anzahl der Nieten, welche jederseits des Stoßes untergebracht werden müssen. Die Gurtwinkel können dann nur bis vor die Stofsbleche laufen und müssen daselbst aufhören — oder sie laufen sich, wie man sagt, gegen die Stofsbleche tot. Der in denselben herrschende Teil der ganzen

Gurtstabspannung wird durch besondere aufgelegte Stosswinkel-eisen (ω_1 in Fig. 497) von einer Seite auf die andere übertragen. Auf diejenige Länge, auf welcher die Gurtwinkel fehlen, bleibt nun ein Raum frei, welcher den wagrechten Winkeleisen-schenkeln entspricht (in Fig. 497 der schraffierte Raum cd). Dieser Raum kann zweckmäÙig dazu verwertet werden, ein Stofsblech für die Lamellen einzulegen. Wenn zwei Lamellen (1 und 2, Fig. 497) vorhanden sind, so kann die obere (1) durch ein jederseits der Stofsbleche in den Raum cd eingelegtes Blech von entsprechender Breite gestofsen werden, die untere (2) durch ein untergelegtes Stofsblech ef. — Diese Konstruktion ist auch bei anderen Querschnittsformen der Gurtungen mit einfachen Abänderungen durchführbar.

Für die Bildung der Knotenpunkte mit Hilfe von Knotenblechen ist noch folgendes zu beachten:

Man schliesse die Knotenbleche nicht einseitig an, setze also das Knotenblech zwischen zwei Teile des Gurtes oder ordne an beiden Seiten des Stehbleches je ein Knotenblech an. Ein einseitiger Anschluß des Knotenbleches ist dann zulässig, wenn bei einem zweifachen Gurt jederseits ein Knotenblech angebracht ist.

Ebenso verniete man die Gitterstäbe nie einseitig mit dem Knotenbleche.

Besteht z. B. ein Gitterstab aus einem Flacheisen, und ist ein einfaches Knotenblech vorhanden, so stofse man ihn stumpf mit dem Knotenbleche und verbinde ihn durch beiderseits aufgelegte Laschen mit letzterem (Fig. 498); ist dagegen ein doppeltes Knotenblech vorhanden, so wird das Ende des Gitterstabes zwischen die Knotenbleche geführt. Doppeltes Flacheisen schliesst sich an einfaches Knotenblech ohne Schwierigkeit, ebenso an ein doppeltes Knotenblech mittels eines zwischengelegten und zweier auÙen aufgelegten Bleche an.

Auch die Vertikalen und die Druckdiagonalen sollen stets beiderseitig befestigt werden.

Wenn die Stöße der Stehbleche mit den Knotenpunkten zusammenfallen, so legt man auch bei gekrümmtem Gurte die

Stoßlinie zweckmäßig vertikal, damit die Nieten zur Befestigung der Vertikalen zugleich mitbenützt werden können.

Wassersäcke vermeidet man bei der Verwendung doppelter Knotenbleche dadurch, daß man in der unteren Gurtung Futterbleche zwischen den Knotenblechen nietet.

Wenn mehrere Gitterstäbe an ein Knotenblech anschließen, so muß dasselbe durch so viele Nieten mit dem Gurt verbunden werden, daß durch dieselben die Resultierende der größten Stabspannungen in die Gurten übertragen werde.

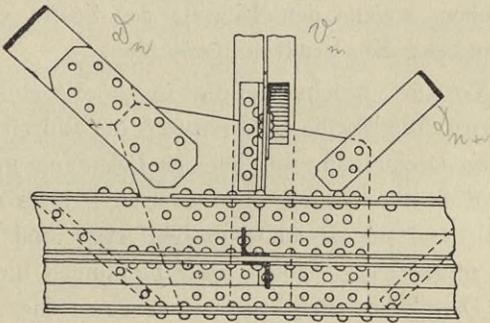


Fig. 498. [1:20]

c) Vergleich zwischen Bolzen- und Nietanschlufs.

Der Vorteil, welchen die Verbindung mittels Bolzen gegenüber dem Nietanschlufs gewährt, besteht vor allem in der besseren Übereinstimmung der bei der Berechnung gemachten Voraussetzungen mit der konstruktiven Durchführung, da die Stabspannungen am Bolzen konzentriert werden und die Stäbe charnierartig befestigt sind.

Das Gesetz der Kräfteverteilung gestaltet sich im Großen und Ganzen bei der Bolzenverbindung einfacher als bei der Nietverbindung. Dort, wo die eigentliche Kraftübertragung erfolgt, ist ein Überschufs an Material vorhanden (meist durch Einschaltung von kurzen Gufsstücken u. dergl.), während bei den Nietverbindungen gerade diese Stellen geschwächt erscheinen.

Andererseits sind die Bolzenverbindungen keineswegs tadellos. Die Reibung in den Gelenken läßt eine vollständige Wirkung der charnierartigen Befestigung nicht zu. Ebenso begegnet die Anbringung des Horizontalverbandes größeren Schwierigkeiten als beim Nietanschluss; ein Nachteil besteht ferner in ihrer geringen Steifheit in seitlicher Richtung.

Weiters verlangt die Bolzenverbindung, mehr als die durch Nieten, eine außerordentlich genaue Arbeitsausführung, da geringe Differenzen in den Längen, ein schlechtes Passen der Bolzen in den Öffnungen der Augen u. s. w. zu schlotternden Bewegungen Anlaß geben, welche den Einfluß der Stöße vermehren und den Bestand der Konstruktion gefährden.

Ein Vorwurf, welcher häufig gegen die Bolzenverbindung erhoben wird, betrifft die Befürchtung, der Bolzen werde infolge der kleinen Drehungen, die bei der Belastung und Entlastung der Brücke eintreten, unter dem großen Drucke allmählich abgeschliffen, und der Raum zwischen Auge und Bolzen werde hiedurch vergrößert. Einige allerdings noch nicht auf langer Zeitdauer beruhende Erfahrungen scheinen dies nicht zu bestätigen.

Ein großer Vorteil der Bolzenverbindung besteht darin, daß die Montierung rascher und einfacher durchgeführt werden kann als bei der Nietverbindung. — Alle Teile werden vorher passend bezeichnet, so daß sich die Montierung lediglich auf ein Zusammenfügen vorhandener Stücke ohne alle Nietarbeit beschränkt.

3. K a p i t e l.

Unterlagen.

Die Unterlagen unterteilen sich dem Materiale nach in Holz-, Stein- und Eisenunterlagen, der Lage nach in End- und Zwischenunterlagen. Die aus Schiffen hergestellten Unterlagen bezeichnet man als schwimmende Unterlagen (Schiffsbrücken), im Gegensatze zu den stehenden Unterlagen.

Für permanente Brücken kommen fast ausschließlich nur stehende Unterlagen und zwar vornehmlich hölzerne für Holzbrücken, steinerne und eiserne für Eisenbrücken zur Anwendung.

Bei eisernen Brücken müssen zwischen der Unterlage und der Trägerkonstruktion noch Zwischenglieder, die sogenannten Lager, eingeschaltet werden, damit sich die Längenänderung der Träger bei Temperaturwechsel vollziehen könne.

§ 1. Hölzerne Pfeiler.

A. Konstruktive Anordnung.

Holzunterlagen können in verschiedener Weise ausgeführt werden; entweder werden Hölzer in den Boden eingerammt oder eingegraben und durch entsprechend angeordnete Querhölzer miteinander zu einem Ganzen verbunden. Erstere Ausführung nennt man Piloten-, letztere Ständerjoche.

Überdies gibt es noch sogenannte Böcke, d. s. aus Ständern hergestellte Unterlagen, welche oben durch eine Kappschwelle und unten durch eine Sohlschwelle abgegrenzt und außerdem entsprechend verstrebt sind. Man stellt sie auf einen Holzrost oder einen Steinsockel.

Die aus Piloten hergestellten Joch unterscheiden sich, je nachdem sie aus einer, zwei, drei oder mehreren Pilotenreihen bestehen, oder ob die Piloten zu Gruppen vereint sind, in einfache, doppelte, dreifache und mehrfache Pilotenjoche, bzw. Gruppenjoche; weiters gibt es aufgesetzte Joch, wenn das Joch aus einem Grundjoch und einem Oberjoch oder aufgesetztem Joch im engeren Sinne besteht.

Die Piloten oder Pfähle eines Joches werden in Tragpfähle und in Strebepfähle (s. Fig. 499) eingeteilt, von welchen die ersteren vertikal eingerammt werden und hauptsächlich die Bestimmung haben, die Last der Konstruktion und der darüberrollenden Fahrbetriebsmittel aufzunehmen, während die letzteren unter $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{13}$ geneigt in die Erde eingetrieben werden und insbesondere die Steifheit der Joche zu vergrößern haben.

Bei Eisenbahnbrücken, welche von Zügen mit großer Geschwindigkeit befahren werden, ordnet man auch nach innen Strebepfähle an oder man stellt bei Gruppenjochen sämtliche Piloten schief.

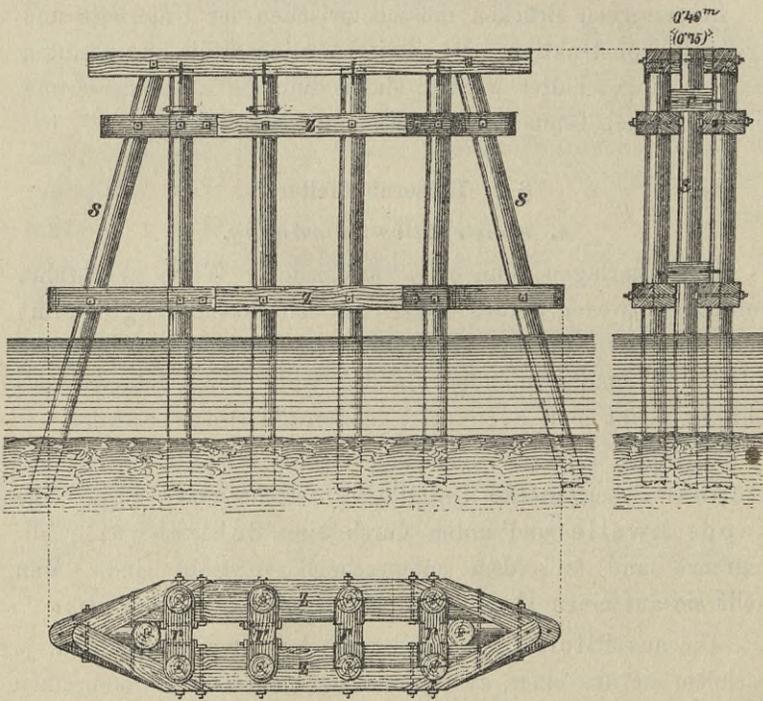


Fig. 499. [1:100]

Allgemeine Anordnungen zeigen die Fig. 499–505. Die oberste Abgrenzung der Joche bilden die Kappschwellen, welche dazu bestimmt sind, den Trägern oder Sattelhölzern

direkt als Unterlage zu dienen. Die Verbindung der Kappschweller mit den Piloten erfolgt in der Regel mit einem Zapfen und einer Verklammerung.

Zur weiteren Verbindung der Piloten eines Joches untereinander dienen die Gurten oder Zangen (z Fig. 499 u. 500), d. s. horizontal liegende Halbhölzer, gewöhnlich in der Höhe des Nieder- und des Hochwasserstandes angeordnet, welche mit den Piloten ein wenig überplattet und mit diesen gut

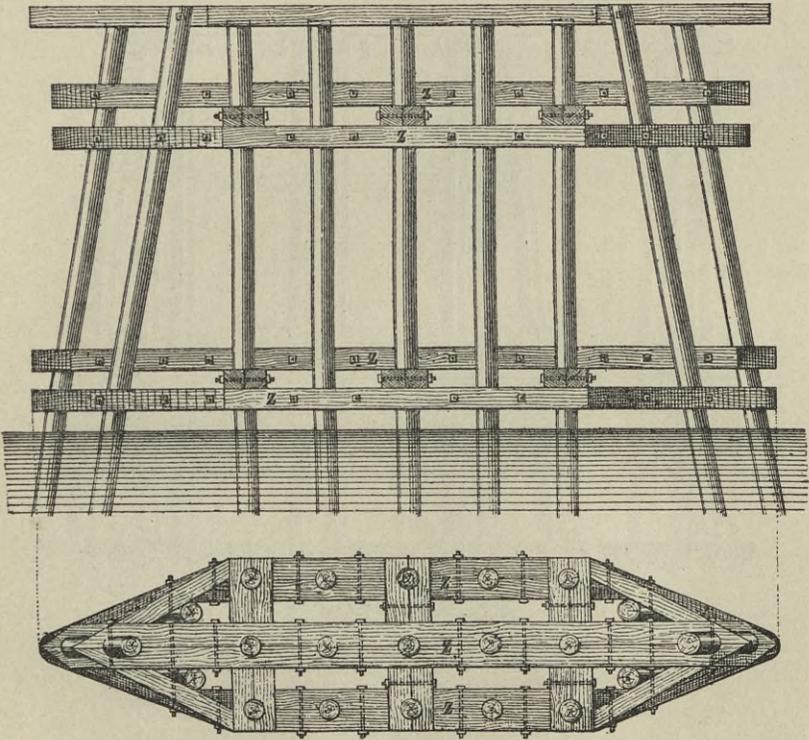


Fig. 500. [1:100]

verschraubt sind. Eine weitere Versteifung der Joche wird durch Querriegel (r Fig. 501 u. 502) und durch diagonal angeordnete Streben aus Halbhölzern (Fig. 505) erreicht.

Die senkrecht zur Brückenachse gemessene Entfernung der Pfähle oder Piloten von einander richtet sich nach der Konstruktion und Anordnung der Träger, die Entfernung parallel zur Brückenachse bei mehrfachen Jochen und Gruppenjochen beträgt zirka 30—75 cm im Minimum.

Bei Jochen, welche in fließenden Gewässern zu stehen kommen, Stromjoche genannt, werden häufig Verschalungen, dann Eispfähle oder auch Eisbrecher angeordnet (Fig. 501 u. 502, 506—511).

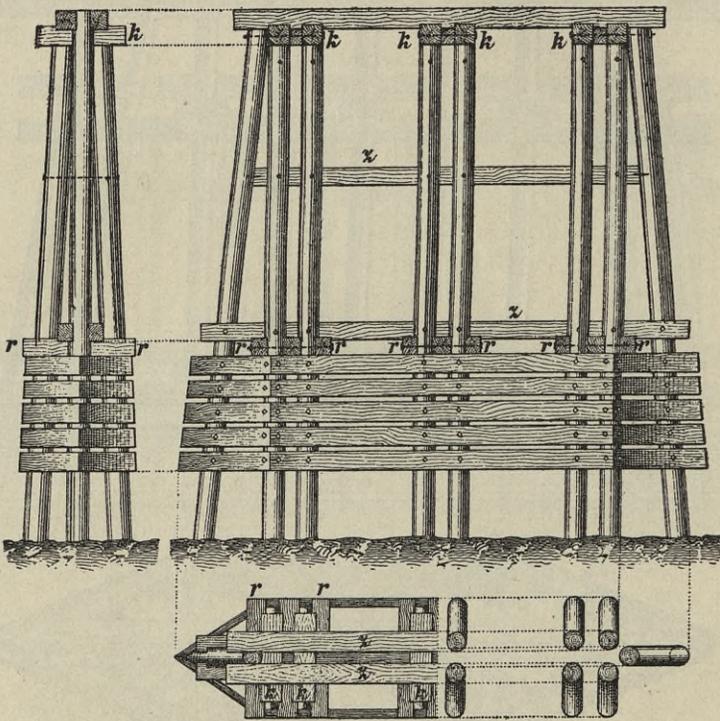


Fig. 501. [1:100]

Die Verschalung (Fig. 501 u. 502) reicht gewöhnlich vom Nieder- bis zum Hochwasserstand; der lichte Zwischenraum zwischen den diese Verschalung bildenden Hölzern beträgt gewöhnlich 3 cm.

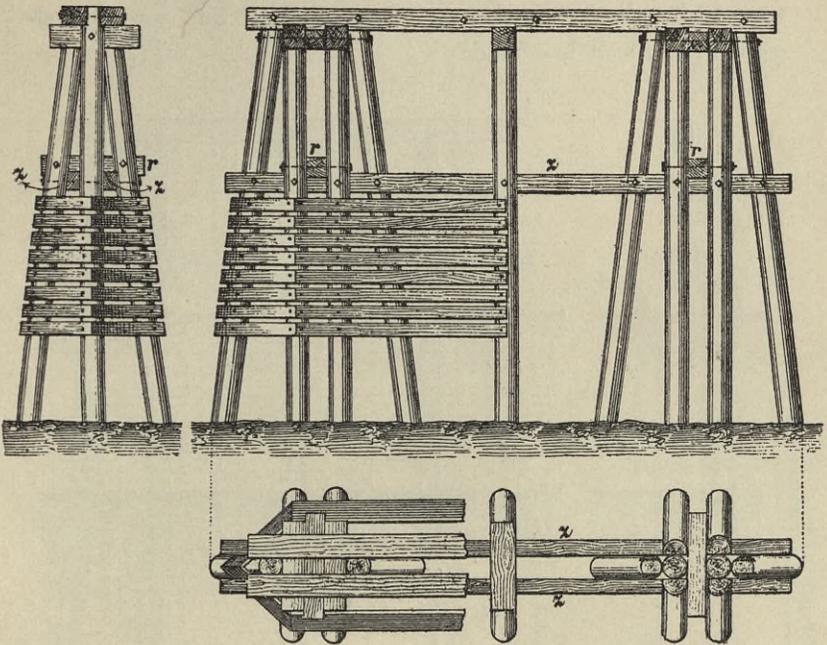


Fig. 502. [1:100]

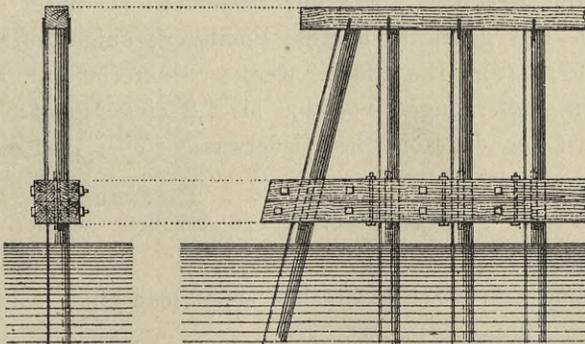


Fig. 503. [1:100]

Eispfähle (Fig. 506—508) werden unmittelbar vor den Strebpfählen geschlagen, um herabschwimmendes Eis u. dergl. vom Joche abzuleiten. Vorne werden diese Pfähle mit Winkel-eisen oder Blech beschlagen.

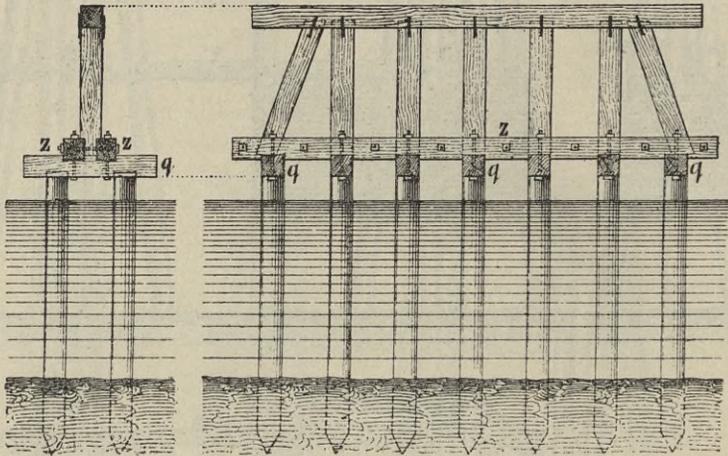


Fig. 504. [1:100]

In Gewässern mit starkem Eisgange werden die Joche durch Eisbrecher geschützt. Diese Eisbrecher werden getrennt vom Joche aus Pfählen gebildet, welche oben durch den sogenannten Eisbaum abgegrenzt sind; der Eisbaum ist ein unter einem von 30° — 60° geneigter auf die Pfahlköpfe aufgezapfter Holm (Fig. 509, 510). Die Pfähle werden senkrecht zur Brückenachse in Entfernungen von 0,8 bis 1,2 eingerammt; der Eisbaum hat von der Höhe des Niederwassers über jene des Hochwassers zu reichen.

Um eine gröfsere Stabilität zu erzielen, werden Zangen angeordnet.

Einen mehrfachen Eisbrecher nennt man einen solchen mit mehreren Pilotenreihen.

Hiezu werden je nach der Stärke des Eisganges 2—7 Pfahlreihen, jede Reihe mit einem Eisbaume versehen, angeordnet.

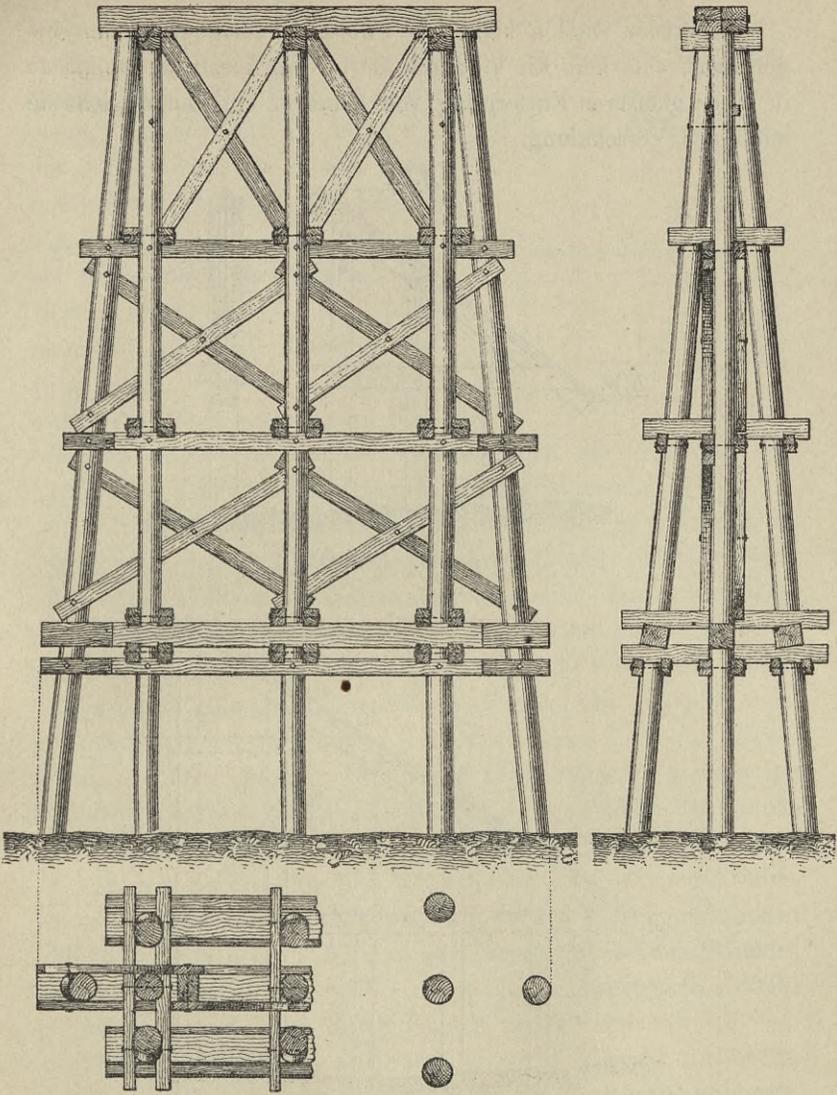


Fig. 505. [1:100]

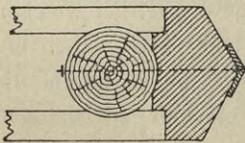


Fig. 506.

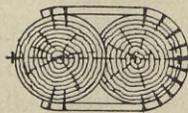


Fig. 507.

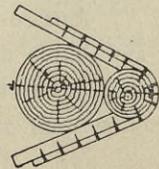


Fig. 508.

Entweder werden hiebei die Piloten so nahe aneinander eingerammt, daß kein Eis hindurch kann, oder aber man rammt sie in einer größeren Entfernung von einander ein und versieht sie mit einer Verschalung.

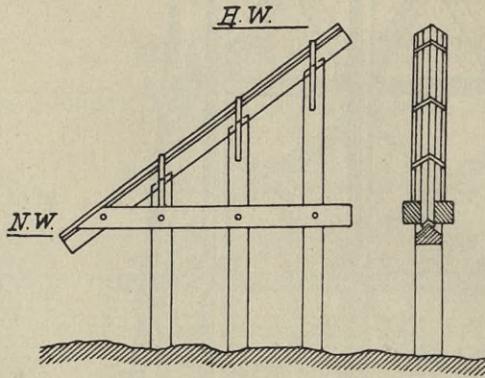


Fig. 509. [1:100]

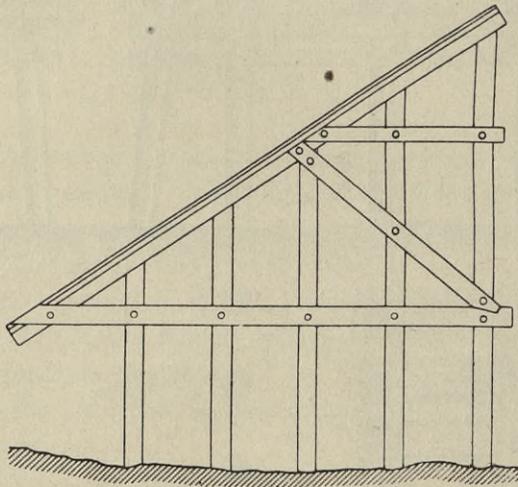


Fig. 510. [1:100]

Aufgesetzte Joche (Fig. 503—505) sind Joche, bei welchen die Pfähle der Höhe nach aus zwei oder mehreren Teilen bestehen. Derartige Joche werden hergestellt, um einesteils die einzurammenden Piloten nicht allzulang machen zu müssen,

andernteils um jenen Teil des Joches, welcher über dem Niederwasser zu stehen kommt, unabhängig von jenem Teile des Joches, welcher beständig unter Wasser steht, auswechseln zu können; dieser Teil wird, da er sich stets unter Wasser befindet, viel länger Stand halten, als jener, welcher bei Hochwasser vom Wasser, bei Niederwasser jedoch von Luft umgeben ist. In Flüssen, wo Eisgänge zu erwarten sind, dürfen aufgesetzte Joche nur hinter Eisbrechern angewendet werden, welche nach Fig. 511 auch als aufgesetzte Eisbrecher konstruiert werden können.

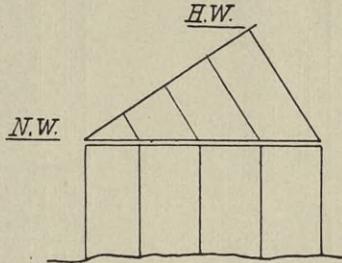


Fig. 511.

Für die Konstruktion aufgesetzter Joche hat als Grundsatz zu gelten, daß sich das aufgesetzte Joch nicht über das Grundjoch verschiebe. Weiters soll das Grundjoch nie ein einfaches Joch sein.

Werden derartige Joche bei untergeordneten Straßenbrücken dennoch angewendet, so werden gewöhnlich die Pfähle des Grundjoches durch eine gemeinsame Kappschwelle, auf welche erst die Sohlschwelle oder die Ständer des aufgesetzten Joches zu stehen kommen, überdeckt. Hierbei ist es nicht notwendig, daß die Ständer des aufgesetzten Joches direkt über den Pfählen des Grundjoches stehen müssen. Fig. 512—514 zeigen Pilotenschiffungen.

Ständerjoche (Fig. 515, 516) werden bei trockenen Hindernissen und leichteren Holzbrücken angewendet. Die eingegrabenen Ständer s Fig. 516 verbindet man oben durch eine mit den Ständern verzapfte Kappschwelle, die dann auch die Tragkonstruktion direkt unterstützt, sowie auch durch Gurten und Zangen.

Joche oder Böcke auf Steinsockeln, Fig. 517, finden Anwendung, wenn der Baugrund sich nicht für das Pilotieren eignet.

Verbindung der Joche untereinander. Bei Eisenbahnbrücken, namentlich solchen mit aufgesetzten Jochen oder Böcken, sowie mit einfachen Jochen als Unterlagen sind, um eine genügende Steifheit zu erzielen, Längshölzer und diagonal gestellte Hölzer (Streben), wie in Fig. 518 u. 519 schematisch dargestellt, anzuordnen.

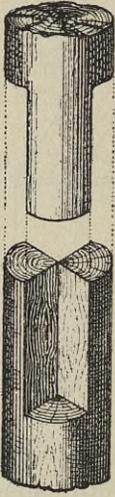


Fig. 512. [1:25]

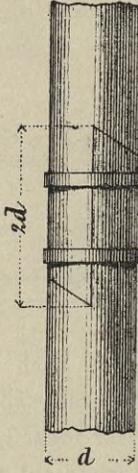


Fig. 513. [1:25]

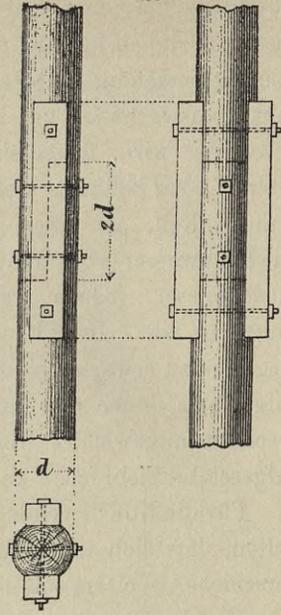


Fig. 514. [1:25]

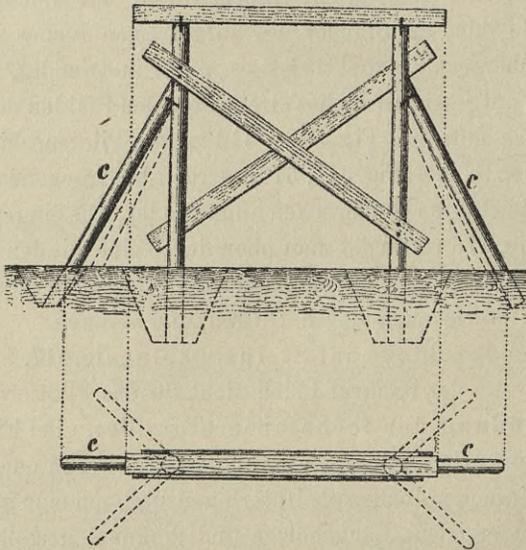


Fig. 515. [1:100]

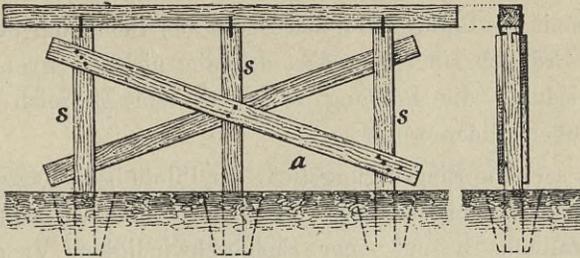


Fig. 516. [1:100]

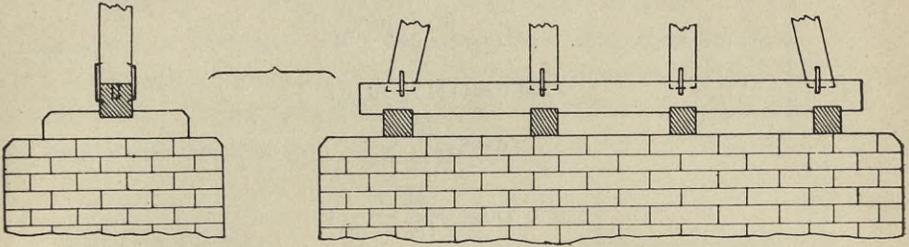


Fig. 517. [1:100]

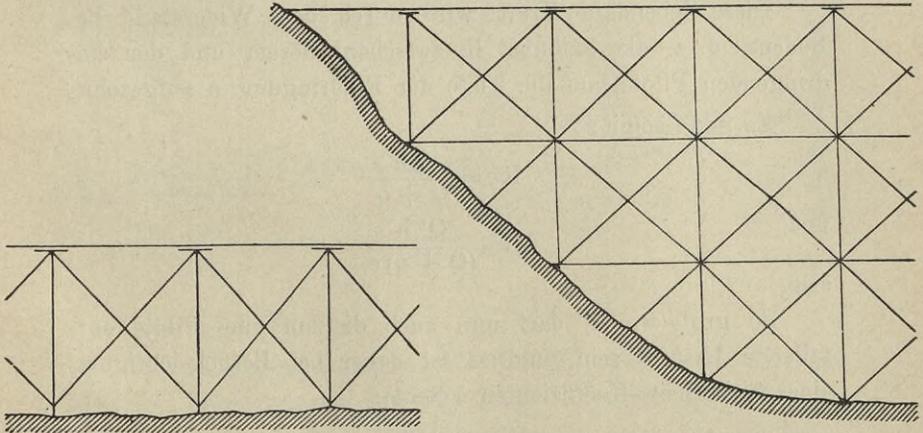


Fig. 518. [1:200]

Fig. 519. [1:200]

B. Berechnung der Jochpfähle.

Damit die Pilote durch den Druck der Belastung nicht tiefer in das Erdreich eindringe, darf derselbe nicht so groß werden, daß hiedurch die Reibung zwischen dem Erdreich und der Pilote überwunden werde.

Es sei e die Eindringungstiefe der Pilote beim letzten Schlag durch den Rammklotz vom Gewichte Q und der Masse M bei einer Fallhöhe h und einer Endgeschwindigkeit v ; q und m seien das Gewicht und die Masse der Pilote, c beziehungsweise L die gemeinsame Geschwindigkeit respektive die lebendige Kraft des Rammklotzes und der Pilote. Dann ist:

$$L = \frac{M + m}{2} c^2;$$

$$M v = (M + m) c;$$

$$c = \frac{M v}{M + m};$$

$$L = \frac{M^2 v^2}{2(M + m)};$$

$$Q h = \frac{M v^2}{2},$$

$$\text{somit: } L = \frac{M}{M + m} Q h = \frac{g M}{g(M + m)} Q h = \frac{Q}{Q + q} Q h.$$

Diese lebendige Kraft wird durch den Widerstand des Bodens, d. i. die Reibung R zwischen diesem und der eindringenden Pilote, auf die Tiefe der Eindringung e aufgezehrt.

Es muß somit:

$$R e = \frac{Q h}{Q + q}$$

und

$$R = \frac{Q^2 h}{(Q + q) e}$$

sein.

So groß wie R darf nun auch die auf eine Pilote entfallende Last P sein, und es ist daher bei Berücksichtigung eines Sicherheits-Koeffizienten s ($= 4$):

$$P = \frac{R}{s} = \frac{Q^2 h}{s \cdot e (Q + q)}.$$

Damit nun die Pilote beim Einrammen durch den Schlag des Rammklotzes nicht Schaden leide, muß der Durchmesser d derselben ohne Rücksicht auf die notwendige Tragfähigkeit einen minimalen Wert von:

$$d = (18 + 2l) \text{ cm}$$

haben, worin l die Länge der Pilote in m bedeutet.

Die Ermittlung des Pilotenquerschnittes mit Rücksicht auf den Druck, den dieselbe aufzunehmen hat, erfolgt auf Grund der Gleichung 19. Der Druck wird am größten, wenn die Brückenfelder rechts und links des Joches, in welchem sich die Pilote befindet, voll belastet sind.

Was die freie Knicklänge l anbetrißt, so kann bei eingerammten Pfählen, wenn das obere Ende derselben durch die konstruktive Anordnung festgehalten wird, dieselbe mit 0,7 des über dem Erdboden stehenden Teiles der Pilote in Rechnung genommen werden.

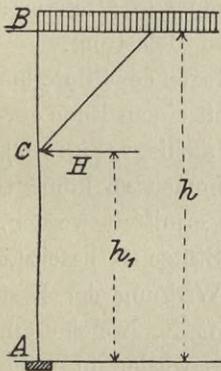


Fig. 520.

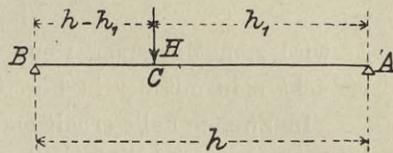


Fig. 521.

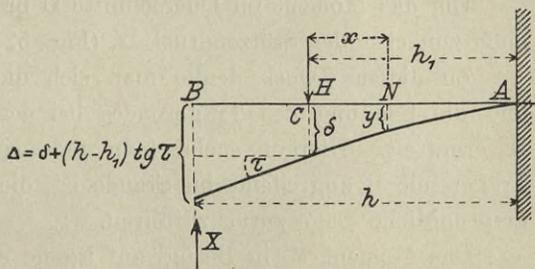


Fig. 522.

Bei Sattelholzbrücken mit Kopfbändern werden die Piloten oder die Ständer nach den Fig. 520—522 auch auf Biegung durch eine Einzellast H beansprucht, wenn ein Feld belastet, das Nachbarfeld unbelastet ist.

Es ergibt sich daher die Beanspruchung der äußersten Fasern aus den Gleichungen 7 und 19 mit:

$$k = \frac{M_{\max}}{W} + \frac{P n}{f},$$

wenn P die auf eine Pilote entfallenden Last und

$$n = 1 + \alpha \left(\frac{l}{r} \right)^2$$

bedeutet.

Das Biegemoment ist bei einem Ständer eines auf einem Roste oder Steinsockel aufgestellten Bockes (Fig. 520) leicht zu ermitteln, während man bei eingeramnten Piloten für die Ermittlung des Biegemomentes die Gleichung der elastischen Linie zu Hilfe nehmen muß.

In ersterem Falle ist der um 90° umgelegte Ständer ein freiauflegender Träger, welcher im Punkte C durch eine Last H belastet wird; es ist:

$$M = \frac{h_1}{h} H (h - h_1).$$

M wird zum Maximum, wenn H zum Maximum wird; letzteres erreicht man mit der in Fig. 520 dargestellten Belastung.

Im zweiten Falle erhält man durch das Umlegen der Pilote um 90° einen ebenso belasteten Träger, der aber mit einem Ende eingespannt ist und mit dem anderen dagegen frei aufliegt (Fig. 522).

Um das Moment im Querschnitte C bestimmen zu können, muß zunächst der Stützendruck X (Fig. 522) ermittelt werden.

Zu diesem Zweck denke man sich die Stütze B beseitigt und die Senkung des Trägerendes bei der Wirkung der Last H ermittelt. Hierauf suche man jene Kraft X, welche am Trägerende B angreifend im Stande ist, dieses wieder in seine ursprüngliche Lage zurückzuführen.

Das Moment M in Bezug auf irgend einen Querschnitt N rechts der Last H ist:

$$M = - Hx,$$

daher:

$$Et \frac{d^2 y}{dx^2} = - M = Hx$$

$$Et \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2} Hx^2 + C,$$

$$\begin{aligned} \text{für:} & \quad x = h_1 \\ \text{ist:} & \quad \frac{d y}{d x} = 0 \\ \text{daher:} & \quad 0 = \frac{1}{2} H h_1^2 + C \\ \text{und:} & \quad E t \frac{d y}{d x} = \frac{1}{2} H (x^2 - h_1^2). \end{aligned}$$

Vom Querschnitte C aus nach links ist die elastische Linie eine Gerade, und erhält man die Tangente des Neigungswinkels dieser Geraden gegen die Horizontale aus der letzten Gleichung, wenn man $x = 0$ setzt:

$$\begin{aligned} E t \operatorname{tang} \tau &= -\frac{1}{2} H h_1^2 \\ \operatorname{tang} \tau &= -\frac{h_1^2 H}{2 E t}. \end{aligned}$$

Ferner ist:

$$\begin{aligned} E t y &= \frac{1}{2} H \left[\frac{1}{3} x^3 - h_1^2 x \right] + C_1; \\ \text{für:} & \quad x = h_1 \\ \text{ist:} & \quad y = 0; \\ \text{daher:} & \quad E t y = \frac{1}{6} H [x^3 - 3 h_1^2 x + 2 h_1^3]; \\ \text{für:} & \quad x = 0 \\ \text{ist:} & \quad y = \delta, \\ \text{somit:} & \quad E t \delta = \frac{1}{3} H h_1^3; \\ & \quad \delta = \frac{1}{3} \frac{h_1^3 H}{E t}; \\ \Delta &= \delta + (h - h_1) \operatorname{tang} \tau; \\ \Delta &= \frac{1}{3} \frac{h_1^3 H}{E t} + \frac{(h - h_1) h_1^2 H}{2 E t}; \\ \Delta &= \frac{H}{6 E t} h_1^2 [2 h_1 + 3 (h - h_1)]; \\ \Delta &= \frac{h_1^2 (3 h - h_1)}{6 E t} H. \end{aligned}$$

Durch die Kraft X , welche dem Stützendruck gleichkommt, ist nun A auf 0 zurückzuführen.

Würde anstatt der Kraft H im Querschnitte C die Kraft X am Trägerende B wirken, so wäre entsprechend dem obigen die Einsenkung in B :

$$\frac{1}{3} \frac{X h^3}{Et}$$

daher:

$$\frac{1}{3} \frac{X h^3}{Et} = \frac{h_1^2 (3h - h_1)}{6 Et} H$$

und hieraus:

$$X = \frac{h_1^2 (3h - h_1)}{2 h^3} H.$$

Kennt man nun X , so kann man sich das Moment für jeden Querschnitt rechnen.

Das numerisch größte Moment kann sowohl im Querschnitte C als auch in A eintreten und ist ersteres:

$$M_c = X (h - h_1) = \frac{h_1^3 (3h - h_1)}{2 h^3} H (h - h_1)$$

und letzteres:

$$M_a = X h - H h_1 = H \left(\frac{h_1^3 (3h - h_1)}{2 h^3} - h_1 \right).$$

§ 2. Allgemeine Angaben über steinerne und eiserne Pfeiler.

Die Mittelpfeiler sollen nicht nur bei geraden, sondern auch bei schiefen und Kurvenbrücken parallel zum Stromstrich stehen.

Um den Druck des fließenden Wassers am stromaufwärtigen Ende des Pfeilers abzuschwächen und um am entgegengesetzten Ende desselben Auskolkungen zu verhüten, rundet man die Pfeiler bis zur Höhe des Hochwassers ab, oder spitzt sie unter einem Winkel α von etwa $60-90^\circ$ zu. (Fig. 523—525.)

Die Seitenflächen sind entweder vertikal oder sie werden unter $\frac{1}{50}-\frac{1}{10}$ geböschet.

Für die generelle Stärkebestimmung der Pfeiler dienen verschiedene empirische Formeln, so z. B. ist b in m ausgedrückt:

$$b = 0,2 + 0,061 + 0,04 h + 0,03 h^1 v,$$

wenn die Bezeichnungen aus Fig. 526 genommen werden, und v die Geschwindigkeit des Wassers bedeutet; oder es ist:

$$b = 2,0 + 0,025 l \text{ oder } b = 1,5 + 0,0005 l^2.$$

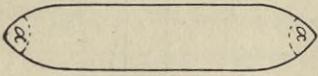


Fig. 523.

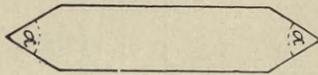


Fig. 524.

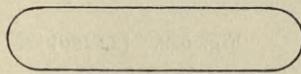


Fig. 525.

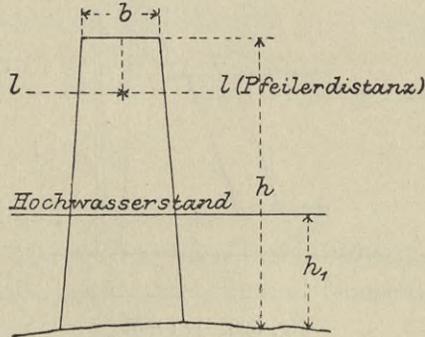


Fig. 526.

Sind die Spannweiten rechts und links des Pfeilers ungleich, so nimmt man für l in diesen Formeln das arithmetische Mittel dieser Weiten.

Bei Endpfeilern (Fig. 527) kann man empirisch

$$b = (0,3 - 0,36 n) h$$

annehmen.

Die Pfeiler für Sprengwerke müssen im Stande sein, auch einen Schub aufnehmen zu können.

An die Endpfeiler schliessen sich in der Regel Flügelmauern an und man unterscheidet demgemäß Endpfeiler ohne und solche mit Flügelmauern, und zwar Endpfeiler mit Winkel- oder Böschungsfügelmauern, Endpfeiler mit Parallelflügelmauern und Endpfeiler mit gebogenen Flügelmauern.

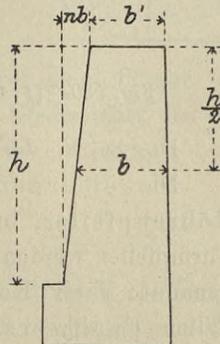


Fig. 527.

Bei dem Endpfeiler ohne Flügelmauern schließt die Erde des anschließenden Dammes kegelförmig an ersteren an.

Winkel- oder Böschungsfügelmauern, dann Parallelfügel- und gebogene Flügelmauern unterscheiden sich durch ihre Richtung zur Brückenachse voneinander, Fig. 528—531.

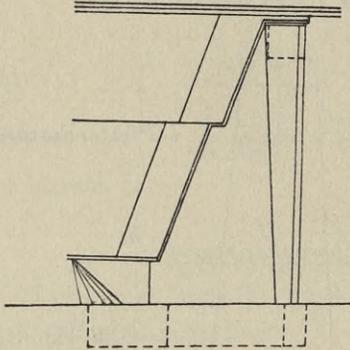


Fig. 528. [1:100]

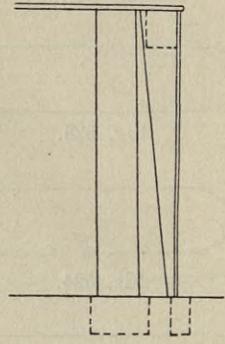


Fig. 529. [1:100]

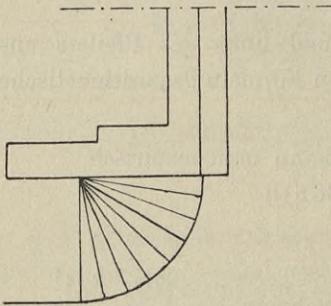


Fig. 530. [1:100]

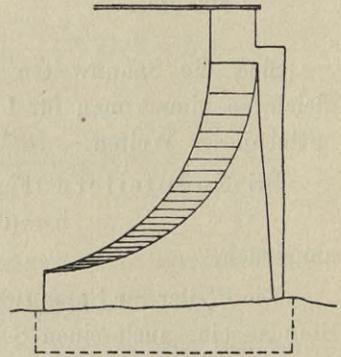


Fig. 531. [1:100]

Die Stärke der Flügelmauern beträgt 0,5—0,75 m.

Die eisernen Pfeiler gliedern sich in Säulen- und Röhrenpfeiler, in Wandpfeiler und in Turmpfeiler. Die Turmpfeiler werden auch Prismen- oder Pyramiden-Pfeiler genannt; ihrer Konstruktion nach sind sie in den meisten Fällen Fachwerkpfeiler und führen deshalb auch diesen Namen.

Hinsichtlich des zu den eisernen Brückenfeilern verwendeten Materials unterscheidet man gusseiserne, schmiedeiserne, teilweise aus Gufseisen, teilweise aus Schmiedeisen konstruierte, gemischt-eiserne und stählerne Brückenfeiler.

§ 3. Lager.

Die Lager haben die Aufgabe, die Längenänderungen der Träger bei Temperaturwechsel zu ermöglichen, und den Auflagerdruck auf eine entsprechend große Fläche des Pfeilers zu verteilen.

Die Längenänderung Δ in cm des Trägers bei Temperaturwechsel ist:

$$\Delta = \alpha t l,$$

wenn:

l die Stützweite des Trägers in Centimetern,

α den Ausdehnungskoeffizienten für einen Grad Celsius und

t die Temperaturdifferenz gegen eine mittlere Temperatur bedeutet.

Der Ausdehnungskoeffizient α ist je nach dem Trägermaterialie verschieden; er beträgt:

Material	Gufseisen	Schweifeisen	Stahl, ungehärtet	Stahl, gehärtet
$\alpha =$	0,0000111	0,0000123	0,0000108	0,0000124

Die Lager teilt man ein in bewegliche und feste Lager, je nachdem sie die Längenverschiebung des Trägers zulassen oder dieselbe verhindern. Beide Arten können als Flächen- oder als Kipplager angeordnet werden.

Bei ersteren findet die Berührung zwischen Träger und Lager in einer mehr oder weniger großen Ebene statt, bei den andern dagegen in einer zylindrischen Fläche, bezw. in einer Ebene mit einem Zylinder.

Die beweglichen Lager lassen sich in vier Hauptklassen einteilen u. z.:

Gleitlager. Dieselben gestatten dem Träger die Längsverschiebung in der Weise, daß bei der Verschiebung die gleitende Reibung zwischen Lager und Träger zu überwinden ist.

Walzenlager. Bei diesen findet die Längsverschiebung des Trägers auf Walzen derart statt, daß sich seiner Fortbewegung nur die rollende Reibung entgegensetzt.

Rollenlager. Die Verschiebung des Trägerendes erfolgt auf einer Rolle, deren Achse entweder am Träger selbst oder auf dem Pfeiler festgelagert ist. Hiernach kann man Rollenlager mit verschiebbarer und solche mit fester Rolle unterscheiden. In beiden Arten tritt als Bewegungswiderstand außer der rollenden Reibung noch die Zapfenreibung auf.

Stelzenlager. Der Träger stützt sich auf einen Stab, der um sein unteres Ende drehbar ist. Zur Ermöglichung der Drehbewegung sind beide Stabenden mit Zylinder- bzw. Kugelgelenken versehen, von denen das untere fest auf dem Pfeiler gelagert ist.

A. Feste Flächenlager. Gleit-Flächenlager.

1. Feste Flächenlager.

Ein festes Flächenlager besteht aus einer gußeisernen Platte, der sogenannten Schuhplatte, welche zumeist an den Seiten mit Leisten versehen ist (Fig. 532, 533).

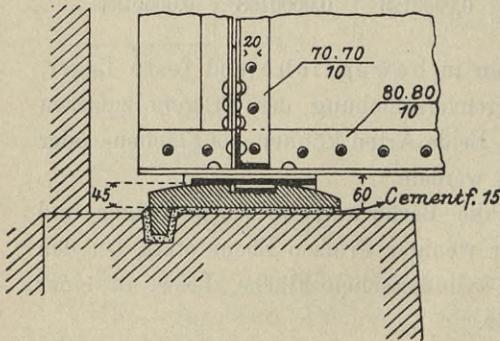


Fig. 532. [1:10]

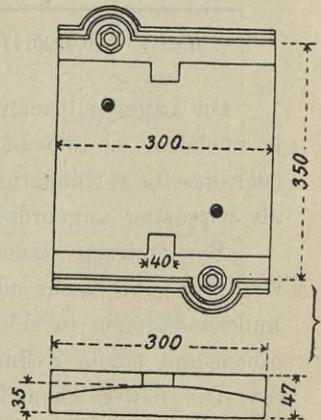


Fig. 533. [1:10]

Bei kleineren Brücken unterstützt diese Platte den Träger unmittelbar, bei größeren dagegen mittelbar in der Weise, daß

eine Platte aus Schweifeisen oder Stahl, die sogenannte Gurtplatte, welche mit dem Gurt vernietet oder verschraubt wird, zwischen dem Träger und der Schuhplatte liegt. Die unteren Köpfe der betreffenden Niete, bzw. die Schraubenköpfe, werden entweder in den Gurt versenkt oder man spart in der Schuhplatte hiefür Rinnen aus.

Die Schuhplatte befestigt man auf dem Auflagerquader entweder durch eine angegossene Rippe, welche in den Quader eingreift, oder durch Steinschrauben oder Dorne. Erstere Methode ist vorzuziehen, weil sie einfacher ist und dem Anschlusse der Querverbindung, sowie dem Anschlusse des Horizontalverbandes an dem Untergurte über dem Auflager kein Hindernis entgegenstellt.

Die Verschiebung des Hauptträgers im Lager verhindert man bei kleineren Brücken durch Stiftschrauben, die durch den Untergurt des Trägers in die Schuhplatte treten, oder durch Nasen, welche an die Leisten der Schuhplatten angegossen sind und in entsprechend geformte Ausschnitte der Gurtplatte greifen, Fig. 533.

Bei größeren Brücken ordnet man in der Schuhplatte Querleisten an, welche sich der Längenschiebung des Trägers entgegenstemmen; mitunter treibt man überdies noch Keile zwischen die Leisten und den Gurt, oder aber man nietet unter die Gurtplatte an diese ein Flacheisen, welches in eine Aussparung des Auflagerschuhes greift.

2. Gleit-Flächenlager.

Die Gleitflächenlager unterscheiden sich von den festen Flächenlagern hauptsächlich dadurch, daß hier jene Bestandteile, welche beim festen Flächenlager die Längenschiebung des Trägers hindern, fehlen, Fig. 534. Die Gurtplatte nennt man bei diesem Lager auch Gleitplatte. Die sich hiebei berührenden Flächen sind zu hobeln und gut zu schmieren, um die gleitende Reibung tunlichst zu vermindern.

Die Gleitplatte wird aus Schweiß- und Gußeisen, seltener aus Stahl hergestellt. Die gußeisernen Platten versieht man

auch mit seitlichen Leisten, welche über die Grundplatte greifen, Fig. 535.

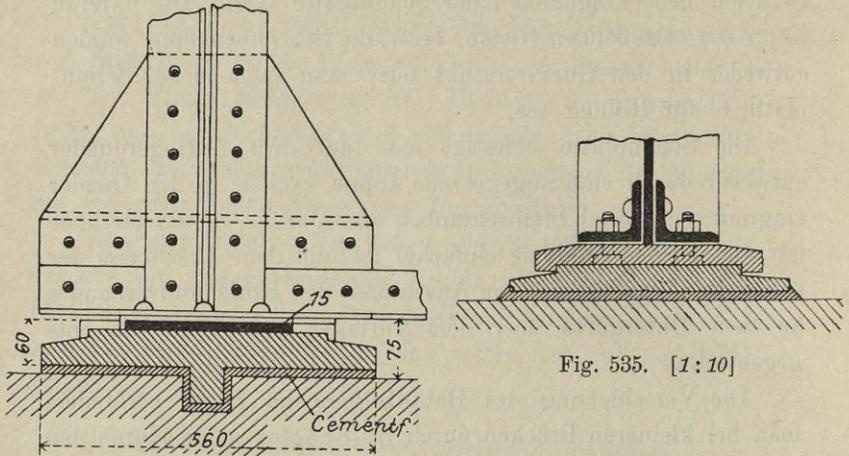


Fig. 534. [1:10]

Die Verbindung der Gleitplatte mit dem Träger erfolgt in derselben Weise wie die Verbindung zwischen der Gurtplatte und dem Träger beim festen Flächenlager.

Um eine Querausdehnung der Brücke zu ermöglichen, muß man den Gurtplatten auch zu beiden Seiten einen Spielraum von einigen Millimetern lassen.

3. Dimensionen dieser Lager.

Die Gleit- bzw. Gurtplatte erhält, wenn sie aus Schweisseisen hergestellt wird, 10 bis 15 mm, bei Verwendung von Gufseisen dagegen mindestens 25 mm Dicke.

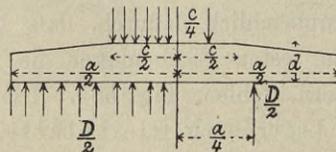


Fig. 536.

Die Dicke d , Fig. 536, der Schuhplattenmitte in cm richtet sich nach dem Stützendrucke D und der zulässigen

Inanspruchnahme des Pfeiler-Materials k ; man erhält hiefür (Fig. 536) einen Wert aus:

$$d = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3(a-c)}{bk}} D \quad 170$$

wenn a und b Länge und Breite der Schuhplatte und c die Länge, auf welcher die Gleitplatte im Schuh aufliegt, bedeutet.

Die Breite b und die Länge a (λ), Fig. 582, der Schuhplatte ergibt sich in cm empirisch mit:

$$b = 1,5 b_1$$

$$a = 0,32 + 0,007 l,$$

wenn l die Spannweite des Trägers in m bedeutet.

B. Feste Kipplager. Gleitkipplager.

Die Kipplager haben gegenüber den Flächenlagern den Vorteil, dafs der Angriffspunkt des Auflagerdruckes immer derselbe bleibt. Sie werden deshalb fast ausschliesslich bei gröfseren Brücken angewendet.

1. Feste Kipplager.

Im allgemeinen besteht das feste Kipplager aus einem Lagerstuhle, ABC Fig. 537, 538, und einer Kippplatte DE; die Berührungsflächen beider Teile sind Zylinderflächen. Unter dem Stuhle hat man zur Erleichterung der

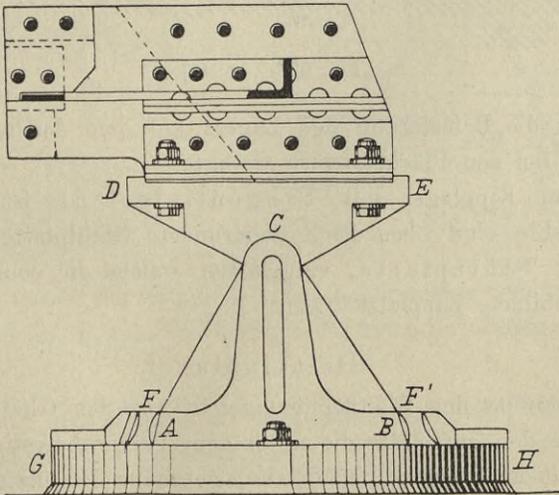


Fig. 537. [1:10]

genauen Aufstellung häufig eine Grundplatte GH gelegt, in welcher der Stuhl durch Keile F, F' festgestellt werden kann. Um eine gleichmäßige Druckübertragung zu erzielen, schaltet man zwischen der Kipplatte und dem Untergurt des Trägers eine etwa 5 mm starke Blei- oder Kupferplatte ein und vergießt den Lagerstuhl bzw. die Grundplatte mit einer 10 bis 15 mm dicken Zementschichte.

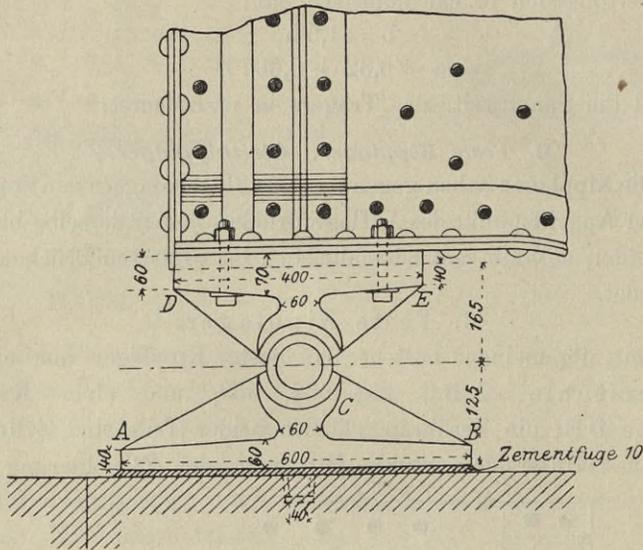


Fig. 538. [1:12]

Für die Befestigung des Lagers auf dem Auflagerquader gilt das bei den Flächenlagern Gesagte.

Beim Kipplager mit Tangentialgelenk ist in dem Lagerstuhle eine oben flach abgerundete Stahlplatte, die sogenannte Stützplatte, eingelassen, welche die ebenfalls aus Stahl gebildete Kipplatte trägt.

2. Gleitkipplager.

Gegenüber dem Gleitflächenlager tritt bei dem Gleitkipplager an Stelle der Gurtplatte die unter dem Träger befestigte Kippplatte mit dem Gelenke hinzu. Die Anordnung der letzteren kann hier ebenso wie bei den festen Kipplagern getroffen werden.

3. Dimensionen dieser Lager.

Die Gleichung 170 geht für diesen Fall, Fig. 539, in welchem $c = 0$ ist, über in

$$d = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{3a}{bk}} D.$$

Der Lagerstuhl wird in der Regel so angeordnet, daß das feste Auflager dieselbe Höhe wie das bewegliche erhält. Infolgedessen ist der Lagerstuhl meistens höher als die Kipplatte und es empfiehlt sich daher, denselben im mittleren Teile mit einer Aussparung und an den Seiten mit Rippen zu versehen. Es ergibt sich nach Fig. 540 die Höhe der Aussparung mit:

$$h_1 = h \sqrt[3]{1 - \frac{3}{4} \frac{a}{b h^2} \cdot \frac{D}{k}}.$$

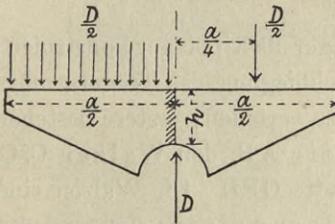


Fig. 539.

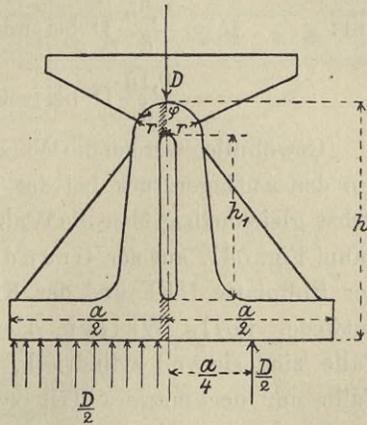


Fig. 540.

Die Größe der Grundfläche des Lagerstuhles muß mindestens so groß sein, daß der Auflagerquader keine unzulässige Pressung erleide.

Unter den Lagerstuhl legt man öfter eine Grundplatte, deren Stärke sich empirisch mit:

$$d \text{ cm} \doteq 3 \text{ cm} + 0,0007 \cdot l$$

ergibt; hierin ist l die Stützweite der Brücke in Centimetern. Für r , Fig. 540, kann man folgenden Wert nehmen:

$$r = 3 \text{ cm} + \frac{D}{600 b \sin \varphi},$$

wenn b die Länge des Zapfens bedeutet.

C. Walzenlager.

1. Bestandteile.

Die Walzenlager empfehlen sich hauptsächlich als Lager für große Brücken.

Die im Walzenlager auftretende Reibung ergibt sich, wenn:

d den Walzendurchmesser, in Centimetern,

D den Auflagerdruck und

R die Reibung im Lager, in Kilogrammen

bedeutet,

$$\begin{aligned} \text{mit:} \quad R &= \frac{0,25}{d} D \text{ bei milderer Schmierung,} \\ &= \frac{0,15}{d} D \text{ bei sehr guter Schmierung.} \end{aligned}$$

Gewöhnlich werden die Walzenlager als Kipplager konstruiert, um den Auflagerdruck bei der Durchbiegung des Trägers möglichst gleichmäßig über die Walzen zu verteilen; erstere bestehen dann, Fig. 541, aus der Grundplatte AB , den Walzen C, C , der Rollplatte DEF und der Kipplatte GFH . Die Walzen sind entweder volle Walzen oder Flachwalzen; im ersteren Falle sind sie voll zylindrisch, Fig. 542, während im letzteren Falle nur der mittlere Teil zylindrisch geformt ist, Fig. 541. Die Flachwalzen haben gegenüber den vollen Walzen den Vorteil, daß sie einen größeren Durchmesser bei gleicher Länge des Lagers erhalten können und daher der Verschiebung einen geringen Reibungswiderstand entgegensetzen.

Zwischen Roll- und Kipplatte ist ein Zapfen- oder ein Tangentialgelenk eingeschaltet.

Führt man die Walzenlager als Flächenlager aus, so fehlt die Kipplatte, und die Rollplatte ist oben und unten durch eine Ebene begrenzt und mit dem Untergurte des Trägers direkt

verbunden. Bei dem Lager mit nur einer Walze ist die Rollplatte zugleich auch Kippplatte.

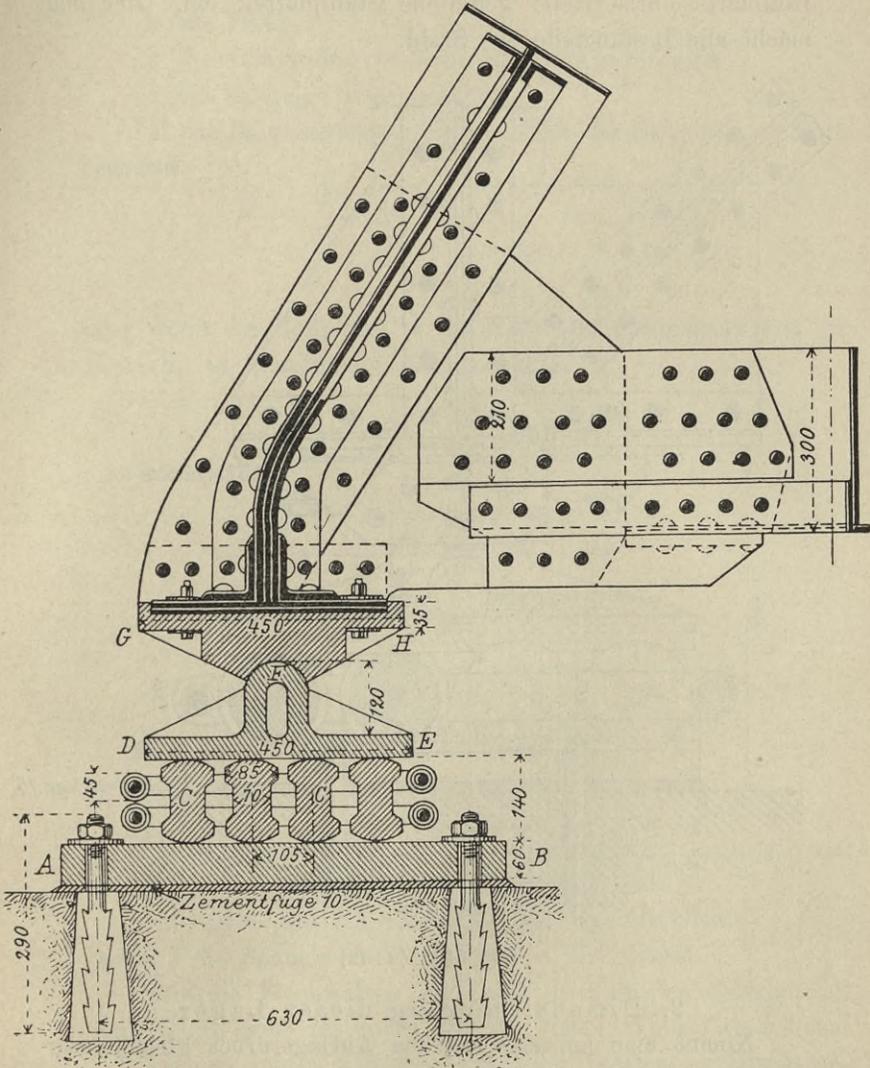


Fig. 541. [1:12]

Als Material für die Herstellung aller Bestandteile dieser Lager verwendet man zumeist Gufseisen; nur wenn die Anzahl

der Walzen möglichst verringert werden soll, stellt man entweder nur die Walzen aus Stahl her und setzt in die Grund- und Rollplatte durch Keile gehaltene Stahlplatten ein, oder man macht alle Bestandteile aus Stahl.

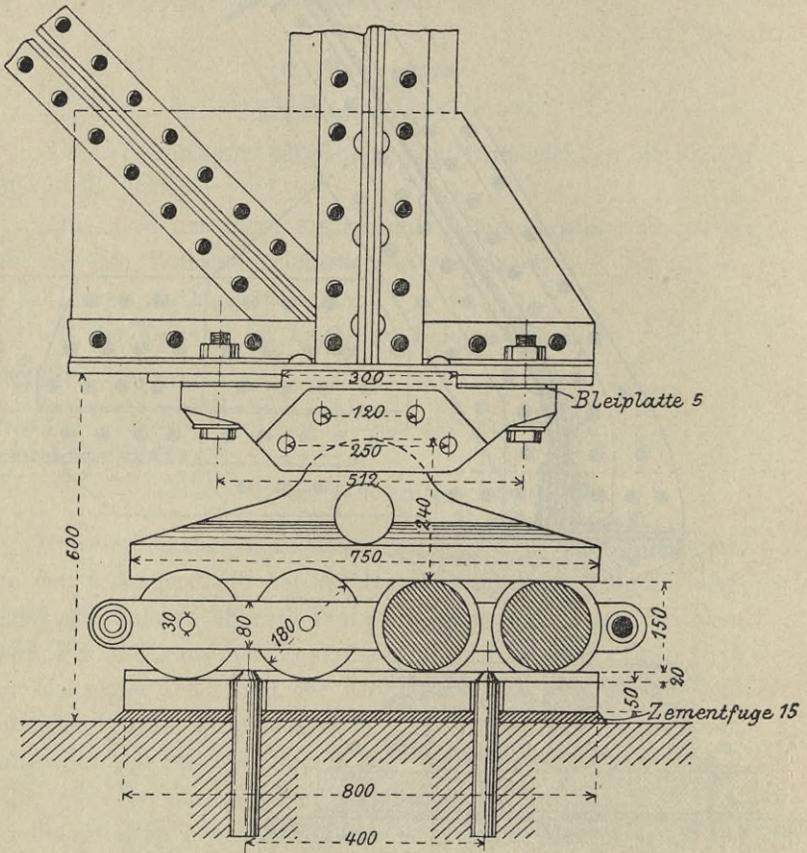


Fig. 542. [1:12]

2. Dimensionierung dieser Lager.

Nimmt man an, daß sich der Auflagerdruck gleichmäßig über die Walzen verteilt, so ergibt sich zur Berechnung des Querschnittes der Rollplatte in der Mitte, Fig. 543, wenn

D den Auflagerdruck, in kg,

n die Anzahl der Walzen,

w_1 w_2 etc. die Abstände derselben von der Mitte des Lagers,
in Centimetern,

h die Höhe,

b die Länge des Querschnittes, in Centimetern,

k die zulässige Beanspruchung,

M das Biegemoment in der Mitte der Rollplatte, in kgm,
bedeutet:

$$M = \frac{D}{n} (w_1 + w_2 + \dots) = \frac{1}{6} b h^2 k$$

$$h = \sqrt{\frac{6 M}{b k}}$$

oder wenn die Rollplatte in der Mitte eine Aussparung von der
Höhe h_1 , in Centimetern, hat, so ist diese:

$$h_1 = h \sqrt{1 - \frac{6 M}{b h^2 k}}$$

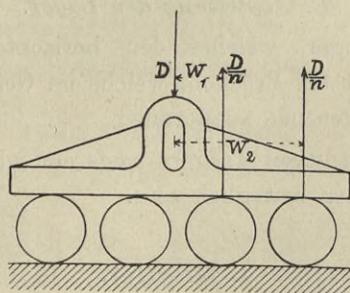


Fig. 543.

Der Durchmesser d in mm der Walzen ergibt sich empirisch aus:

$$d = 100 + 1,0 l \text{ für einleisige und}$$

$$d = 100 + 1,3 l \text{ für zweileisige Brücken,}$$

worin l die Spannweite der Brücke in m bedeutet.

Für die Flachwalzen empfiehlt es sich den Durchmesser
1,6mal so groß als jenen für die vollen Walzen zu nehmen.

Ebenso ergibt sich die Anzahl der Walzen empirisch aus:

$$n = \frac{160 D}{l \sqrt{k^3 d}},$$

wenn D den Stützendruck und k die zulässige Inanspruch-
nahme bedeutet.

D. Stelzenlager.

Beim Stelzenlager ruht der Hauptträger auf einer um ihren Fußpunkt drehbaren Stütze auf. Letztere hat entweder eine prismatische oder Säulenform und ist an beiden Enden mit einem Zapfen- oder mit einem Kugelgelenke versehen, so daß der Stützpunkt des Trägers bei der Längenänderung des letzteren einen Kreisbogen beschreibt.

Damit sich hiebei die Höhenlage des Stützpunktes so wenig wie möglich ändere, ist die Stelze so aufzustellen, daß sie bei mittlerer Temperatur senkrecht stehe.

Stellt man die Stelze geneigt auf, so übt sie einen Schub auf den Träger aus, welchen man bei einem Balkenträger mit geradem Untergerute zur Herabminderung der Zugspannung ausnützen kann.

E. Austeilung der Lager.

Das fixe Lager, welches den horizontalen Schub aufzunehmen hat, ist bei Brücken, welche im Gefälle liegen, stets am unteren Brückenende anzuordnen.

Bei kontinuierlichen Trägern muß ein mittleres Lager fix, alle anderen müssen beweglich sein.

4. Kapitel.

Beispiele von Brückenberechnungen.

Jeder Brückenberechnung geht der Entwurf der Brücke auf Grund feststehender Angaben und auf Grund der gemachten Erhebungen, sowie lokaler Verhältnisse u. dergl. voraus; sodann hat die statische Berechnung zu ergeben, ob die gewählten Querschnitte entsprechen oder welche Querschnittsdimensionen den einzelnen Brückenbestandteilen zu geben sind.

Der Entwurf der Brücke bezieht sich sowohl auf den Oberbau wie auch auf die Unterlagen und auf alle eventuell notwendigen Nebenanlagen.

Es empfiehlt sich, bei der Berechnung stets mit den zu oberst liegenden Brückenteilen zu beginnen, da man in diesem

Falle zugleich auch das Eigengewicht dieser Bestandteile und damit auch den Druck derselben auf die tiefer liegenden Brückenteile genau ermitteln kann.*)

§ 1. Berechnung einer Sattelholzbrücke für Straßenverkehr.

1. Annahme.

- Lichte Entfernung der Endjoche 21 m,
- Fahrbahn mit Schotterdecke 6,0 m breit,
- Ein Fußweg links der Fahrbahn 1,5 m breit,
- Verkehrslast $\left\{ \begin{array}{l} \text{Einzellasten nach Fig. 8,} \\ \text{Menschengedränge 400 kg pro m}^2. \end{array} \right.$

Das Baumaterial ist Nadelholz mit $k = 110$ at; die Träger sollen waldkantig behauen sein und die lichte Weite zwischen den Endjochen derart in 3 Felder unterteilt werden, daß Mittel- und Endfeldträger gleiche Dimensionen erhalten können (Gleichung 134'').

2. Entwurf der Brücke.

Den Querschnitt der Brücke zeigt Fig. 544.

3. Berechnung der Brückenstreu.

Belastung und das größte äußere Moment:

a) Eigengewicht u. z.

$$\left. \begin{array}{l} \text{des Schotters: } 0,1 \times 1900 = 190 \text{ kg} \\ \text{der Bohle (12 cm dick} \\ \text{angenommen): } 0,12 \times 900 = 110 \text{ kg} \end{array} \right\} \text{ pro m}^2.$$

Daher beträgt das Eigengewicht pro l. m Bohle:

$$300 \times 0,2 = 60 \text{ kg.}$$

b) Verkehrslast und M_{\max} : Die Druckverteilung durch die Schotterdecke ist umso geringer, je schwächer die Schotterdecke ist, daher berechnet man das Streuholz nach den in der Nähe der Ortbalken auftretenden Belastungsverhältnissen; dort ist, Fig. 545, die Schotterschichte:

$$z = 10 \text{ cm,}$$

und

$$b = a + 1,5 z = 25 \text{ cm,}$$

*) Die Brückenverordnung vom Jahre 1887 verlangt, daß alle Pläne, Berechnungen u. dergl. im Formate 21×34 cm zu halten sind.

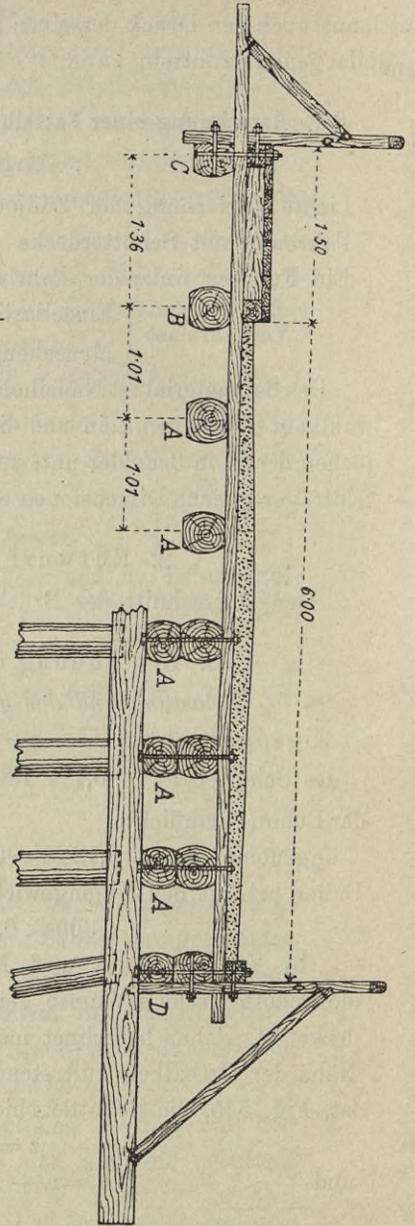


Fig. 544. [1:60]

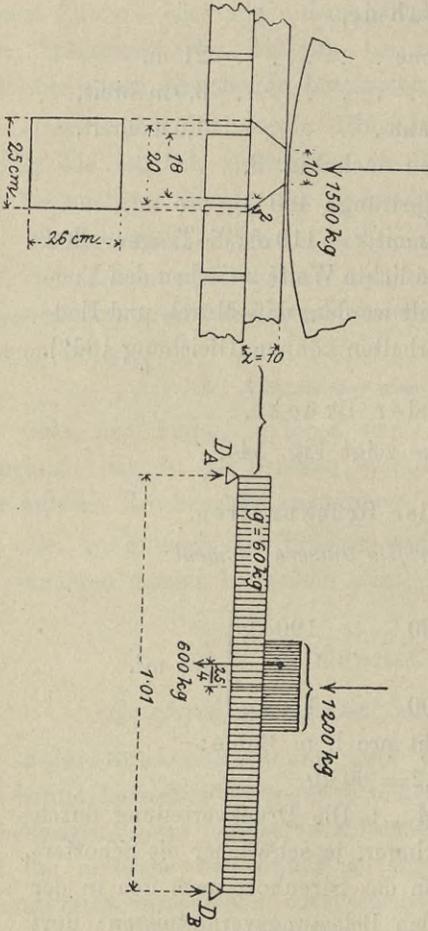


Fig. 545.

wenn die Felgenbreite

$$a = 10 \text{ cm}$$

ist;

daher ist die Ver-
kehrslast:

$$D' = \frac{20}{25} 1500 = 1200 \text{ kg}$$

Es ist daher die gesamte Belastung der Bohle die in Fig. 545 dargestellte.

Dieser Belastung entsprechend ist:

$$M_{\max} = \frac{1}{2} \cdot 1200 \cdot \frac{1}{2} 1,01 - \frac{1}{2} 1200 \frac{1}{4} 0,25 + \frac{1}{8} 60 \cdot 1,01^2 = 273,2 \text{ kgm.}$$

*Ermittlung des erforderlichen Widerstandsmomentes
und Querschnittes.*

Nach der Gleichung 7 ist das erforderliche Widerstandsmoment:

$$W = \frac{M_{\max}}{k} = \frac{27320}{110} = 248,4 \text{ cm}^3.$$

Ist das Streuholz, wie Fig. 545 zeigt, 18 cm breit, so muß aus:

$$W = 248,4 = \frac{1}{6} 18 h^2$$

$$h = 9,1 \approx 11 \text{ cm}$$

sein.

4. Berechnung der Träger A.

Die in der Nähe der Brückenmitte liegenden Träger werden am meisten beansprucht, weil dort die Schotterdecke am stärksten ist.

Um mit Hilfe der Gleichungen auf Seite 10 die gleichmäßig verteilte Belastung, welche die Einzellasten der Fig. 8 ersetzt, für den Träger A bestimmen zu können, nimmt man zunächst die Jochdistanz an und berechnet sie erst später derart, daß, wie gefordert, die Träger der End- und Mittelfelder gleich beansprucht werden.

Zu diesem Zwecke nimmt man eine Sattelholzlänge (die erst bei Kenntnis der genauen Felderlänge präzise bestimmt werden kann) von 2,00 m an, und setzt voraus, daß die theoretischen Auflager der Balken, wenn diese am ungünstigsten belastet sind, mit dem ersten, respektive letzten Viertel der Sattelholzlängen zusammenfallen; es ist demnach Fig. 546

$$(21 - 2) : 3 = 6,33 \text{ resp. } (6,34).$$

Die Belastung eines solchen Trägers stellt sich nun wie folgt zusammen:

Eigengewicht u. zw.:

der 15 cm starken Schotter-

decke: $0,15 \times 1900 = 285 \text{ kg pro m}^2$

der Brückenstreu:

$0,11 \times 900 = 99 \text{ „ „ „}$

des Tragbalkens (Durchmesser
mit 40 cm angenommen):

$0,4 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 900 = 116 \text{ „}$

$g = 500 \text{ kg pro l.m Träger}$

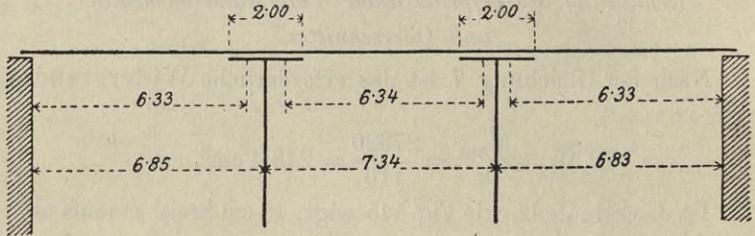


Fig. 546. [1:200]

Die den Einzellasten der Fig. 8 äquivalente gleichmäfsig verteilte Verkehrslast ergibt sich nach der entsprechenden Gleichung auf der Seite 10 mit:

$$p = 1,56 - 0,0791 + 0,00221^2 = 1,147 \text{ Tonnen}$$

pro l. m eines Wagenzuges; wenn man nach Fig. 547 noch den freibleibenden Brückenteil neben dem Wagen mit Menschen belastet denkt, so ist die gesamte auf den Träger A entfallende Verkehrslast pro l. m:

$$p' = \frac{1}{2} 1,147 + 0,55 \cdot 400 \frac{0,275}{1,00} = 0,634 \text{ Tonnen.}$$

Demnach ist die Totallast:

$$\begin{aligned} q &= g + p \\ &= 500 + 634 = 1134 \pm 1140 \text{ kg.} \end{aligned}$$

Da

$$c = \frac{a}{l} = 0,136$$

ist, ergibt sich nun nach Gleichung 134'' (Fig. 548):

$$l = \frac{21,00}{2 + \sqrt{1 - \frac{4 \cdot 0,136 \cdot 500}{1140}}} = 7,31 \text{ m}$$

$$l_1 = \frac{21(1 + \sqrt{1 - \frac{4 \cdot 0,136 \cdot 500}{1140}})}{4 + 2\sqrt{1 - \frac{4 \cdot 0,136 \cdot 500}{1140}}} = 6,845 \text{ m.}$$

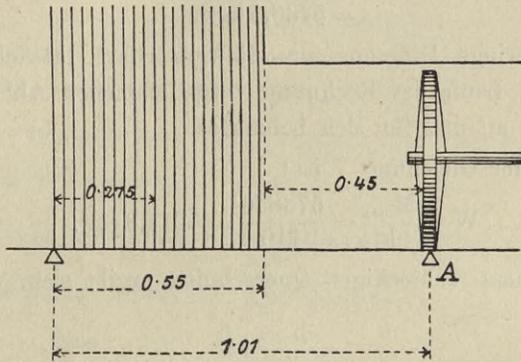


Fig. 547. [1:20]

Somit ist nach der Gleichung 128 und 133 die genaue theoretische Stützweite eines Mittelfeldes:

$$l' = l - \frac{2g}{q} a = 7,31 - \frac{2 \cdot 500}{1140} \cdot 1,0 = 6,43 \text{ m,}$$

und eines Endfeldes:

$$l_1' = \frac{q l_1^3}{g l_1^2 + q l a} = \frac{1140 \cdot 6,845^3}{1140 \cdot 6,845^3 + 500 \cdot 7,31 \cdot 1,0} = 6,41 \text{ m.}$$

Nun kann man auf Grund dieser Daten den genauen Wert der den Einzellasten der Fig. 8 äquivalenten gleichmäßig verteilten Verkehrslast pro l. m eines Wagenzuges bestimmen; es ist:

$$p = 1,56 - 0,079 \times 6,41 + 0,0022 \times 6,41^2 = 1,144 \text{ Tonnen}$$

und die gesamte Verkehrslast (Fig. 547):

$$p' = \frac{1}{2} \cdot 1,144 + \frac{1}{2} \frac{400 \cdot 0,55^2}{1,00} = 0,632 \text{ Tonnen,}$$

und die Totallast:

$$q = g + p' = 1130 \text{ kg};$$

für das Mittelfeld ist nach Gleichung 129:

$$M_{\max} = \frac{1}{8} q l^2 \left(1 - \frac{4ga}{ql} \right) = \frac{1}{8} \cdot 1130 \cdot 7,32^2 \left(1 - \frac{4 \cdot 500 \cdot 1,0}{1130 \cdot 7,31} \right) \\ = 5721,3 \text{ kgm},$$

für das Endfeld ist nach Gleichung 134:

$$M_{\max} = \frac{1}{8} q l_1^2 \left(1 - \frac{g l a}{q l_1^2} \right)^2 = \frac{1}{8} 1130 \cdot 6,845^2 \left(1 - \frac{500 \cdot 7,31 \cdot 1,0}{1130 \cdot 6,845^2} \right) \\ = 5736,3 \text{ kgm}.$$

Die geringe Differenz von 15 kgm rührt tatsächlich nur von den im Laufe der Rechnung vorgenommenen Abkürzungen her und ist an und für sich belanglos.

Nach der Gleichung 7 ist:

$$W = \frac{M_{\max}}{k} = \frac{573630}{110} = 5214,8 \text{ cm}^3.$$

Bei einem rechteckigen Querschnitte ergibt sich, wenn

$$b = \frac{3}{4} h$$

ist, die Höhe h des Trägers direkt aus der Gleichung 7, während bei einem waldkantig behauenen Träger erst ein Querschnitt zu suchen ist, der ein Widerstandsmoment von mindestens $5214,8 \text{ cm}^3$ besitzt.

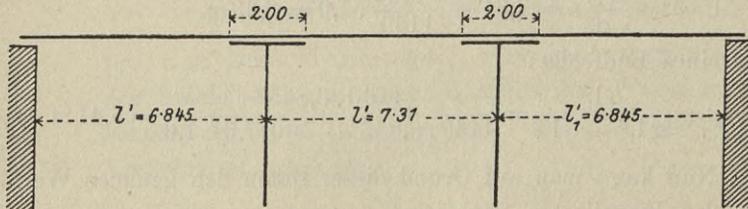


Fig. 548. [1:200]

Nach der Gleichung 8 und 9 ist für den in Fig. 548' gewählten Querschnitt des Trägers:

$$t = \frac{1}{12} 19,1 \cdot 34^2 + 2 \frac{1}{30} \frac{39 - 19,1}{2} \cdot 34 = 88630,5 \text{ cm}^4$$

und

$$W = \frac{t}{\frac{h}{2}} = \frac{88630,5}{17} = 5213,6 \text{ cm}^3.$$

Der Unterschied von $1,2 \text{ cm}^3$ zwischen dem erforderlichen und vorhandenen Widerstandsmoment des Trägerquerschnittes ist belanglos.

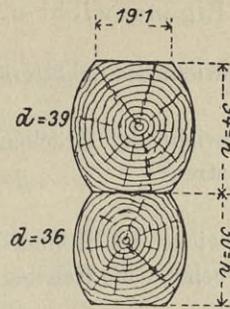


Fig. 548'. [1:20]

5. Berechnung der Sattelhölzer.

Das größte Moment tritt in der Längsmittle des Sattelholzes (Fig. 549) auf und ist:

$$M_{\max}^{(S)} = D_A a = \frac{1}{2} 1130 \cdot 7,31 \cdot 1,0 = 4130 \text{ kg},$$

daher das erforderliche Widerstandsmoment:

$$W^{(S)} = \frac{4130}{110} = 3754 \text{ cm}^3.$$

Bei rechteckigem Querschnitte ergäbe sich bei angenommener Breite b' die Höhe h' sofort aus der Gleichung 7; bei einem waldkantig behauenen Sattelholze sucht man einen Querschnitt, welcher ein dem $W^{(S)}$ entsprechendes Widerstandsmoment besitzt; ist $h' = 30 \text{ cm}$, $b' = 19,1 \text{ cm}$ und $d' = 36 \text{ cm}$, so ist nach der Gleichung 8 und 9:

$$t' = 5926,5 \text{ cm}^4,$$

und

$$W' = 3951,0 \text{ cm}^3.$$

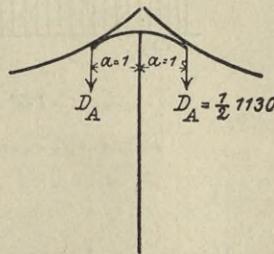


Fig. 549.

6. Berechnung des Balkens B.

Der Balken B erfährt bei der in Fig. 550 dargestellten Laststellung den größten Druck:

Eigengewicht u. z.:

Gewicht des Schotters:	$\frac{1}{2} \cdot 1,01 \cdot 0,1 \cdot 1900 = 96$	}	kg pro l. m
Gewicht der Brücken- streu:	$\frac{1}{2} \cdot 1,01 \cdot 0,11 \cdot 900 = 50$		
Gewicht des Bohlen- belages am Gehsteg:	$\frac{1}{2} \cdot 1,01 \cdot 0,06 \cdot 900 = 32$		
Gewicht der Schotter- abschlussschwelle:	$0,16 \cdot 0,2 \cdot 900 = 29$		
Gewicht des Balkens B: (d = 0,4 m angenommen)	$\frac{\pi}{4} \cdot 0,4 \cdot 900 = 113$		
		$g = 320 \text{ kg pro l. m.}$	

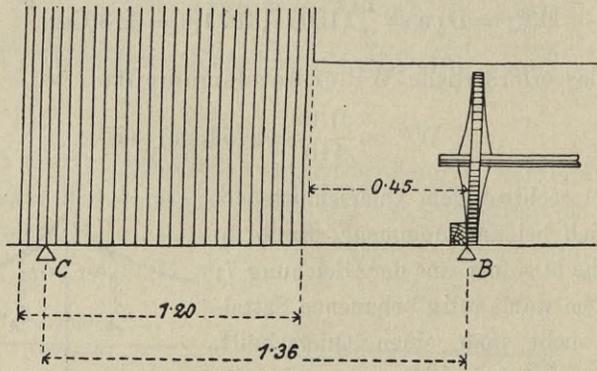


Fig. 550. [1:20]

Verkehrslast: Der Wagenzug ist möglichst an die Schotterabschlussschwelle (Saumholz) anzuschließen und der Gehsteg mit Menschengedränge zu belasten (Fig. 550).

Dann ist:

$$p' = \frac{1}{2} 1140 \frac{0,88}{1,01} + 1,04 \cdot 400 \cdot \frac{1}{2} \frac{1,04}{1,36} = 660 \text{ kg pro l. m,}$$

daher ist:

$$q = g + p' = 320 + 660 = 980 \text{ kg pro l. m.}$$

Nach der Gleichung 129 ist:

$$M_{\max} = \frac{1}{8} \cdot 980 \cdot 7,31^2 \left(1 - \frac{4 \cdot 320 \cdot 1,0}{980 \cdot 7,31} \right) = 5376,2 \text{ kgm},$$

und das erforderliche Widerstandsmoment:

$$W = \frac{5376,2}{110} = 4887,4 \text{ cm}^3.$$

Gibt man dem Balken B denselben Querschnitt wie dem Balken A und berücksichtigt man, daß das für die Befestigung des Saumholzes notwendige Schraubenloch 2 cm Durchmesser hat, so ist:

$$W = 52136 - \frac{1}{6} \cdot 2,34^3 = 4828,3 \text{ cm}^3$$

und die tatsächliche Inanspruchnahme

$$k = \pm \frac{537620}{4828,3} = \pm 111 \text{ at}$$

gegenüber der zulässigen Inanspruchnahme von 110 at; der Unterschied ist so gering, daß der Trägerquerschnitt beibehalten werden kann.

7. Berechnung des Ortbalkens C.

Für diesen Balken ist das auf den Gehsteg angesammelte Menschengedränge die ungünstigste Belastung:

Eigengewicht u. z.:

Gewicht des Bohlenbelages	}	am Gehstege	wie für den	. .	32 kg
„ der Saumschwelle		Balken B	. .	29 „	
„ des Tragbalkens		. .	100 „		
„ des Geländers zirka		69 „		
					g = 230 kg prol. m.

Verkehrslast:

$$p = \frac{1}{2} \cdot 1,50 \cdot 400 = 300 \text{ kg prol. m.}$$

daher:

$$q = g + p = 530 \text{ kg prol. m.}$$

Nach der Gleichung 129 ist:

$$M_{\max} = \frac{1}{8} \cdot 530 \cdot 7,31^2 \left(1 - \frac{4 \cdot 230 \cdot 1,0}{530 \cdot 7,31} \right) = 2699,4 \text{ kgm}$$

und das erforderliche Widerstandsmoment:

$$W = \frac{269940}{110} = 2454 \text{ cm}^3.$$

Mit Rücksicht auf die Einfachheit der Konstruktion und auf ein gefälliges Aussehen der Brücke gibt man diesem Balken denselben Querschnitt wie den übrigen Trägern, behaut denselben jedoch auf 3 Seiten (Fig. 551).

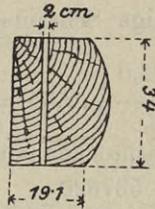


Fig. 551. [1:20]

Wenn man überdies noch ein Schraubenloch von 2 cm Durchmesser in Abzug bringt, so ist das Widerstandsmoment dieses Querschnittes:

$$W = \frac{\frac{1}{12} \cdot 17,1 \cdot 34^3 + \frac{1}{30} \cdot 9,5 \cdot 34^3}{17} = 4061,4 \text{ cm}^3,$$

und demnach die Beanspruchung des Trägers:

$$k = \pm \frac{269940}{4061,4} = \pm 66 \text{ at.}$$

8. Berechnung des Ortbalkens D.

Die ungünstigste Laststellung für diesen Balken zeigt Fig. 552.

Eigengewicht u. z.:

Gewicht des Schotters	}	96	}	kg pro l. m.
„ der Brückenstreu		50		
„ „ Saumschwelle		29		
„ des Balkens		100		
„ „ Geländers zirka		65		
			$g = 340 \text{ kg pro l. m.}$	

Verkehrslast:

$$p' = \frac{1}{2} 1140 \frac{0,62}{1,01} = 350 \text{ kg pro l. m.}$$

daher:

$$q = g + p' = 690 \text{ kg pro l. m.}$$

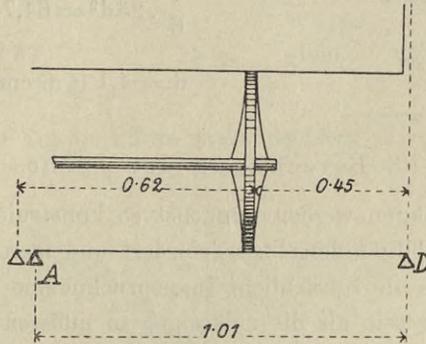


Fig. 552. [1:20]

Nach der Gleichung 129 ist:

$$M_{\max} = \frac{1}{8} 690 \cdot 7,31^2 \left(1 - \frac{4 \cdot 340 \cdot 1,0}{690 \cdot 7,31} \right) = 3366,3 \text{ kgm,}$$

und daher das erforderliche Widerstandsmoment:

$$W = \frac{336630}{110} = 30602,8 \text{ cm}^3.$$

Aus dem zuvor angeführten Grunde gibt man auch diesem Ort balken denselben Querschnitt wie dem Balken C. Daher ist:

$$k = \pm \frac{336630}{4061,4} = \pm 83 \text{ at.}$$

9. Berechnung des Bohlenbelages für den Fußweg.

Der Bohlenbelag ist in Entfernungen der Geländerständer, d. i. 1,83 m durch Futterhölzer unterstützt. Die Belagshölzer werden durch Menschengedränge mit 170 kg pro l. m. am meisten beansprucht, daher ist:

$$M_{\max} = \frac{1}{8} q l^2 = \frac{1}{8} 170 \cdot 1,83^2 = 71,2 \text{ kgm,}$$

und das erforderliche Widerstandsmoment:

$$W = \frac{7120}{110} = 64,7 \text{ cm}^3.$$

Wird die Bohlenbreite Fig. 553 mit

23 cm angenommen, so ist:

$$\frac{1}{6} \cdot 23 d^2 = 64,7,$$

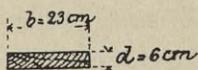


Fig. 553. [1:20]

und

$$d = 4,1 \doteq 6 \text{ cm}.$$

10. Berechnung der Joche.

Die Unterlagen werden zunächst so konstruiert wie es die notwendige Stabilität derselben erfordert und man sieht hierauf nach, wie groß die tatsächliche Inanspruchnahme ist; — würde dieselbe größer sein als die zulässige, so müßten weitere Verstärkungen vorgenommen werden.

Im vorliegenden Falle genügt ein einfaches Pilotenjoch, derart ausgeführt, daß sich unter jedem Träger eine Pilote befindet, die 5 m lang ist und auf 2 m eingerammt werden kann.

Es ragt daher die Pilote um 3,00 m über der Erdoberfläche vor und ist demnach die freie Knicklänge (Fig. 554)

$$l = 3 \times 0,7 = 2,1 \text{ m}.$$

Damit die Pilote beim Einrammen nicht zerschelle, muß sie einen Durchmesser von mindestens

$$d = 18 + 21 = 28 \doteq 30 \text{ cm}$$

haben.

Der größte Druck, den die Pilote aufzunehmen hat, ist der, welcher sich bei der Laststellung nach Fig. 555 ergibt; hierbei ist ein Wagenrad oberhalb der Pilote und an dieses anschließend sind, so eng, als es die Wagenkonstruktion und die Bespannung zuläßt, auf den Träger, welcher über der Pilote liegt, andere Räder gereiht. Ein etwa freibleibender Brückenteil, dessen Belastung noch auf den über der Pilote liegenden Träger wirken kann, ist mit Menschengedränge zu belasten.

Dann ist:

Eigengewicht pro l. m.: $g = \frac{7,31 + 6,85}{2} \cdot 500 = 3540 \text{ kg}$

Verkehrslast u. z.:

Wagenlast: $p_1 = 1500 \left(1 + \frac{1,91 + 4,71}{7,31} + \frac{4,045}{6,845} \right) +$
 $+ 750 \frac{0,945}{6,845} = 3850 \text{ kg}$

Menschengedränge
 nach Fig. 546 und 547: $p_2 = \frac{7,31 + 6,845}{2} \cdot 60 = 420 \text{ kg}$

Daher die gesamte auf die Pilote wirkende Last: $Q = 7810 \text{ kg}$.

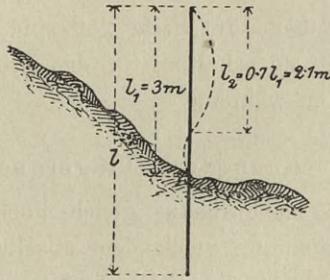


Fig. 554.

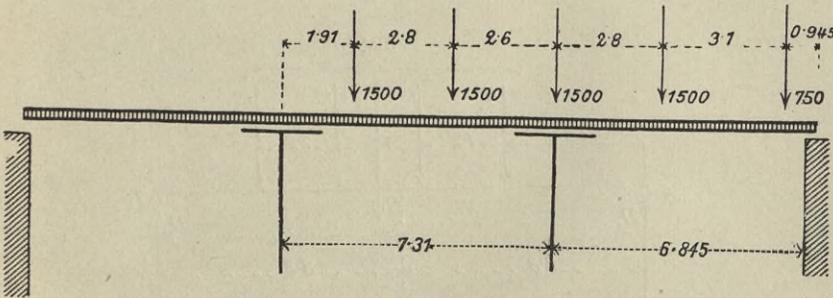


Fig. 555. [1:200]

Die Gleichung 19 zeigt, daß die Pilote durch diesen Druck nur mit $\frac{1}{7}$ der zulässigen Inanspruchnahme ausgenutzt ist.

Es ist nämlich die Tragfähigkeit P der Pilote:

$$P = \frac{\pi}{4} d^2 \frac{k}{n} = \frac{3,1415}{4} 30^2 \frac{80}{1,064} = 53150$$

gegenüber der tatsächlichen Belastung

$$Q = 7810 \text{ kg}$$

§ 2. Berechnung eines verzahnten Trägers und der Querschwellen eines eingleisigen normalspurigen Eisenbahnprovisoriums.

1. Annahme.

- Felderlänge 7,00 m,
- Stützweite 6,6 m,
- Belastung nach Fig. 4,
- Zulässige Inanspruchnahme (siehe Seite 246) 0,7 k.

Die Träger des Eisenbahnprovisoriums sollen durch Unterzüge verstärkt werden, Fig. 557, ohne dafs bei der Berechnung des Trägers die erzielte Verstärkung berücksichtigt wird.

Laut der Tabelle auf Seite 259 sind, um einen günstigen Balkenquerschnitt zu erhalten, für das Provisorium drei Träger zu drei Balken zu wählen.

2. Berechnung des Trägerquerschnittes.

Der Träger ist durchaus gleich hoch, somit erfolgt die Querschnittsbestimmung nach dem absolut größten Momente, welches bei der durch die Gleichung 38 gegebenen Laststellung, Fig. 556, erreicht wird.

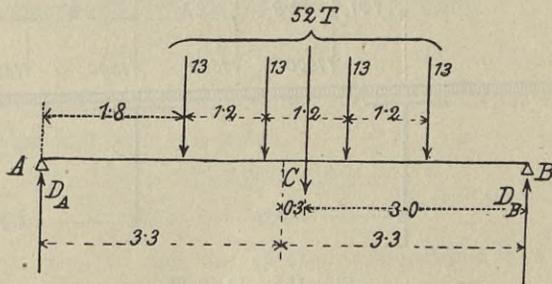


Fig. 556.

Es ist daher von der Verkehrslast herrührend:

$$D_A = \frac{4 \cdot 13 \cdot 3,00}{6,6} = 23,64 \text{ Tonnen}$$

und

$$M''_{\max} = 23,64 (1,8 + 1,2) - 13 \cdot 1,2 = 55,32 \text{ Tonnenmeter.}$$

Vom Eigengewicht herrührend ist:

$g = 80 l + 580 = 80 \times 7 + 580 = 1140 \text{ kg pro l. m,}$
daher:

$$M'_{\max} = \frac{1}{8} g l^2 = 6,21 \text{ Tm,}$$

demnach das der Verkehrslast und dem Eigengewichte entsprechende größte Moment:

$$M_{\max} = M''_{\max} + M'_{\max} = 55,32 + 6,21 = 61,53 \text{ Tm.}$$

Werden die Träger nach der Gleichung 125 ausgeteilt, so entfällt auf einen Träger:

$$\frac{M_{\max}}{3} = 20,51 \text{ Tm.}$$

Aus der Tabelle auf Seite 263 ist:

$$h = 1,11 \sqrt[3]{\frac{M_{\max}}{k}} = 1,11 \sqrt[3]{\frac{205 \ 1000}{77}} = 33 \text{ cm.}$$

Nachdem annähernd

$$\delta = 0,2 h \doteq 7 \text{ cm}$$

ist, ergibt sich die gesamte Höhe des Trägers mit:

$$H = 33 \times 3 - 14 = 85 \text{ cm.}$$

Das erforderliche Widerstandsmoment ist:

$$W = \frac{205 \ 1000}{77} = 26636 \text{ cm}^3,$$

und nach den Gleichungen 7 und 8 das erforderliche Trägheitsmoment t des Querschnittes:

$$t = 26636 \cdot \frac{1}{2} \cdot 85 = 1132000 \text{ cm}^4.$$

Ist der Bolzendurchmesser

$$d = 2,5 \text{ cm,}$$

so ergibt sich aus dem Querschnitte des Trägers das Trägheitsmoment t mit:

$$t = \frac{1}{12} (b-d) H^3 = (b-2,5) 51177 \text{ cm}^4$$

und es muß:

$$(b - 2,5) 51177 = 1132000$$

oder:

$$b = 24,6 \doteq 25 \text{ cm}$$

sein.

3. Austeilung der Zähne und Schrauben.

Die Schraubenbolzen sollen den Stirnflächen der Zähne ausweichen und gleichzeitig die Schwellen mit den Trägern verbinden. Fig. 557.

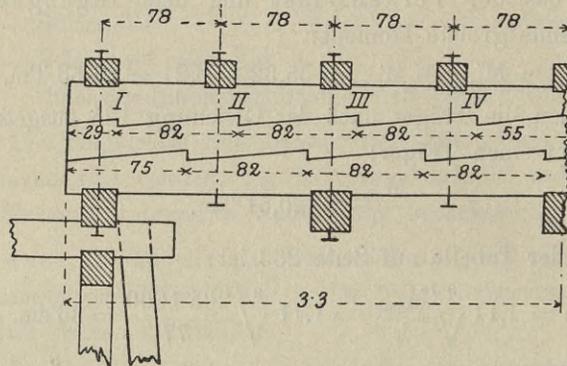


Fig. 557. [1:50]

Bei der in Fig. 557 festgesetzten Zahntentfernung ergeben sich die in folgender Tabelle angeführten Eindringungstiefen.

Zahn-No.	Entf. der Zähne vom Träg.-Ende	Länge c in cm, für welche ein Zahn die horizontale Schubkraft aufzunehmen hat	Transversalkraft pro Hauptträger im Zahnquerschnitt in Tonnen			Schubkraft in Tonnen. $\frac{\mu}{t} \cdot R_{\max}$		Eingriffstiefe in cm	
			vom Eigengewicht	v. d. Verkeh. Last	Summe	pro Läng.-Einheit	pro Länge c	notwendig	ausgeführt
I	29	29 41 } + = 70	1,21	11,85	13,06	0,209	14,6	7,3	7
II	111	41 41 } + = 82	0,83	9,96	10,52	0,168	13,8	6,9	7
III	193	41 41 } + = 82	0,52	7,54	8,06	0,129	10,6	5,3	5
IV	275	41 55 } + = 96	0,21	5,38	5,59	0,089	8,5	4,2	5

Die größte Gefahr für das Abscheren des Balkenholzes tritt zwischen dem Trägerende und dem Zahne I, Fig. 557, ein.

Dort ist die horizontale Schubkraft pro Längeneinheit des 25 cm breiten Balkens:

$$\eta = \frac{\mu}{t} R_{\max} = 209 \text{ kg.}$$

Diese Kraft hat eine Inanspruchnahme auf Abscherung von:

$$k_s = 209 : 25 = 8,4 \text{ at}$$

zur Folge, gegenüber der zulässigen Inanspruchnahme auf Abscherung von 12 at.

4. Berechnung der Querschwellen.

Soll jeder Träger gleichen Druck erfahren, so müssen die Querschwellen nach Fig. 558 unterstützt werden.

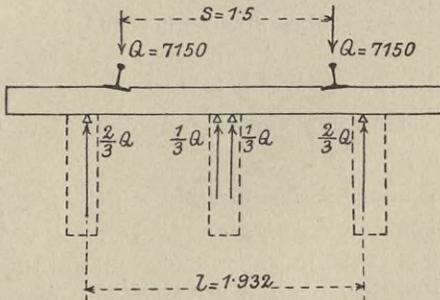


Fig. 558. [1 : 50]

Der größte Druck, den die Querschwellen hierbei erleidet, tritt ein, wenn sich eine Lokomotivachse über der Schwelle befindet. Hierbei ist bei Berücksichtigung der 10% Erhöhung der Verkehrslast ad Seite 8:

$$Q = 6500 + 650 = 7150 \text{ kg,}$$

und nach Fig. 558:

$$M_1 = - 579,2 \text{ kgm}$$

$$M_2 = + 1029,6 \text{ kgm}$$

Da M_2 , das Moment im Angriffspunkte der Last Q , größer ist als M_1 , das Moment im Querschnitte über der Mittelstütze, so ist die Dimensionierung der Querschwellen nach M_2 vorzunehmen.

Nach der Gleichung 7 ist das erforderliche Widerstandsmoment (Eichenholzschwellen $k = 120$ at):

$$W = \frac{102960}{120} = 858 \text{ cm}^3.$$

Werden die Querschwellen, wie sie auf der anschließenden Bahnstrecke verwendet werden, auch auf der Brücke beibehalten, so ist:

$$b = 22 \text{ cm,}$$

$$h = 16 \text{ cm,}$$

$$W = \frac{1}{6} 22 \cdot 16^2 = 938,7 \text{ cm}^3$$

daher die tatsächliche Inanspruchnahme:

$$k = \pm \frac{102960}{938,7} = \pm 110 \text{ at.}$$

§ 3. Berechnung eines einfachen Sprengwerkes mit Bahn unten für eine Strafenbrücke.

1. Annahme, Fig. 559.

Lichtweite der Endpfeiler 6,45 m,

Stützweite 7,00 m,

Verkehrslast pro Streckbalken . . . $p = 800 \text{ kg,}$

Eigengewicht „ „ . . . $g = 300 \text{ kg,}$

zulässige Inanspruchnahme des Holzes $\left\{ \begin{array}{l} \text{auf Biegung: } 110 \text{ at,} \\ \text{„ Druck: } 80 \text{ at,} \end{array} \right.$

Neigungswinkel der Strebe: $\alpha = 35^\circ 32' 16''$; $\text{tg } \alpha = \frac{2,5}{3,5}$.

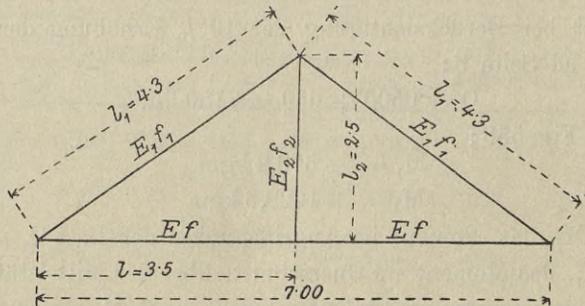


Fig. 559. [1:100]

Streckbalken und Streben sind aus Holz, die Vertikale aus Schmiedeeisen herzustellen.

2. Querschnittsermittlung der einzelnen Bestandteile.

a) Hängsäule. Nachdem in der Gleichung 158, welche zur Bestimmung des Druckes resp. Zuges in der Vertikalen dient, die Querschnitte f , f_1 , f_2 vorkommen, die erst ermittelt werden sollen, so muß man sich zunächst Näherungswerte in der Weise aufstellen, daß man die Hängsäule unnachgiebig, somit auch die Einsenkung s an der Verbindungsstelle des Streckbalkens mit der Hängsäule mit 0 annimmt. Dann wird in der allgemeinen Gleichung 158 auch C und damit auch V der Gleichung 157 Null.

Ist $V = 0$, so ist aus der Tabelle auf Seite 291

$$D_{\max} = 1,250 \cdot 1100 \cdot 3,5 = 4810 \text{ kg.}$$

Für diese Spannung ist nun ein Querschnitt zu suchen; ist z. B. der Durchmesser der Hängsäule

$$d = 4 \text{ cm,}$$

so ist:

$$f_2 = \frac{\pi}{4} d^2 = 12,57,$$

und nach der Gleichung 1:

$$k = \frac{4810}{12,57} = 383 \text{ at.}$$

Die tatsächliche Inanspruchnahme ist gegenüber der zulässigen allerdings sehr gering, jedoch kann man mit Rücksicht auf die notwendige Verschraubung und mit Rücksicht auf andere konstruktive Maßnahmen keine schwächere Hängsäule anwenden.

b) Streben. Die Länge der Streben ergibt sich aus der Länge des Streckbalkens und dem Neigungswinkel α der Strebe; sie ist:

$$l_1 = \frac{l}{\cos \alpha} = \frac{3,5}{\cos 35^\circ 32' 16''} = 4,3 \text{ m.}$$

Die Länge der Strebe ist zugleich auch ihre Knicklänge.

Die Strebe erleidet einen Druck Z , welcher sich aus der Gleichung 144 ergibt; er ist:

$$Z = \frac{D}{2 \sin \alpha} = \frac{4810}{2 \sin 35^\circ 32' 16''} = 4140.$$

Ein passender Querschnitt für die Streben, der voraussichtlich den Anforderungen entspricht, ist:

$$b = h = 15 \text{ cm,}$$

$$f_1 = b \cdot h = 225 \text{ cm,}$$

$$t_1 = \frac{1}{12} b h^3 = 4218,7 \text{ cm}^4,$$

$$r^2 = \frac{t_1}{f_1} = \frac{1}{12} h^2,$$

$$r = \frac{h}{2\sqrt{3}}.$$

Diesen Werten und der Gleichung 19 entsprechend ist:

$$k_a = \frac{4140}{225} \cdot 3,05 = 56,1 \text{ kg pro cm}^2$$

gegenüber der zulässigen Inanspruchnahme von 80 at auf Druck.

c) Streckbalken. Der Streckbalken wird gezogen und gebogen. Nach der Gleichung 145 ist der Zug:

$$P = \frac{D}{2 \operatorname{tg} \alpha} = \frac{4810}{2 \operatorname{tg} 35^\circ 32' 16''} = 3370 \text{ kg,}$$

und das der Biegung entsprechende Moment aus der Tabelle auf Seite 291:

$$-M_{\max} = -(0,125 \text{ gl}^2 + 0,125 \text{ pl}^2) = 1684,4 \text{ kgm.}$$

Ein passender Querschnitt für den Streckbalken, welcher voraussichtlich den Anforderungen entspricht, ist:

$$f = b \cdot h = 18 \cdot 25 = 450 \text{ cm}^2,$$

$$t = \frac{1}{12} 18 \cdot 25^3 = 23457,5 \text{ cm}^4,$$

$$W = \frac{t}{\frac{h}{2}} = \frac{2 \cdot 23457,5}{24} = 18750 \text{ cm}^3;$$

somit ist aus der Gleichung 7:

$$k_b = \pm \frac{1684,4}{18750} = \pm 89,8 \text{ at.}$$

Die durch P hervorgerufene Zuginanspruchnahme ist nach der Gleichung 1

$$k_z = \frac{3370}{450} = + 7,5 \text{ at.}$$

Daher die totale Inanspruchnahme der gedrückten Fasern

$$89,8 - 7,5 = 82,3 \text{ at,}$$

und der gezogenen Fasern

$$89,8 + 7,5 = 97,3 \text{ at,}$$

gegenüber der zulässigen Inanspruchnahme auf Biegung von 110 at.

Die gefundenen Näherungswerte von f , f_1 und f_2 in die Gleichung 156 eingesetzt gibt:

$$C = 0,0000426$$

und somit aus der Gleichung 157:

$$V = 0,0077.$$

Durch Interpolieren zwischen den Werten $V = 0,000$ und $V = 0,01$ der Tabelle auf Seite 291 erhält man:

V.	D_{\max}		- M_{\max} hervorgerufen durch			+ M_{\max} hervorgerufen durch				
			das Eigen- gewicht	die Verkehrs- last	mit g^2 multipl.	das Eigen- gewicht	die Verkehrs- last	mit p^2 multipl.		
0,000	1,25	mit q^1 multipl.	0,125	mit g^1 multipl.	0,1250	mit p^1 multipl.	0,0703	mit q^1 multipl.	0,0957	mit p^1 multipl.
0,0077	1,231		0,1138		0,1157		—		—	
0,01	1,225	mit q^2 multipl.	0,1104	mit g^2 multipl.	0,1129	mit p^2 multipl.	0,0759	mit q^2 multipl.	0,0995	mit p^2 multipl.

Daher ist die wirkliche Inanspruchnahme bei den vorhin gewählten Querschnitten:

in der Hängsäule:

$$D_{\max} = 1,231 \cdot 1100 \cdot 3,5 = 4740 \text{ kg (Zug),}$$

$$k_z = \frac{4740}{12,57} = + 377 \text{ at;}$$

in den Streben:

$$Z = \frac{4740}{2 \sin 35^\circ 32' 16''} = 4080 \text{ kg (Druck),}$$

$$k_d = - \frac{4080}{225} \cdot 3,05 = - 55,3 \text{ at und}$$

Mit Hilfe der Tabelle auf Seite 291 ergibt sich für:

$$l_1 : l_2 : l_1 = 1,0 : 0,8 : 1$$

ein Druck:

$$D_{\max} = 1,0564 \times 1200 \times 4,2 = 5320 \text{ kg,}$$

wofür

$$\lambda = \frac{2 \cdot 4,5 + 3,6}{3} = 4,2$$

ist.

2. Querschnittsermittlung.

a) Strebe. Die Strebe (Fig. 560) hat einen Druck:

$$Z = \frac{D}{\cos 45^\circ} = D \sqrt{2} = 5320 \sqrt{2} = 7520 \text{ kg}$$

aufzunehmen.

Wählt man einen Querschnitt mit:

$$b = h = 20 \text{ cm,}$$

ist also:

$$f = 400 \text{ cm}^2,$$

so ergibt sich ad Gleichung 19 die tatsächliche Inanspruchnahme mit:

$$k_a = \frac{7520}{400} \cdot 3,57 = 67,1 \text{ at}$$

gegenüber der zulässigen Inanspruchnahme von 80 at.

b) Druckriegel. Der Druckriegel (Fig. 560) erleidet einen Druck:

$$S = D \operatorname{tg} 45^\circ = 5320 \operatorname{tg} 45^\circ = 5320 \text{ kg.}$$

Da der Druckriegel mit den Streckbalken fest verschraubt sein muß, ist keine Knickung zu berücksichtigen; wählt man einen Querschnitt mit:

$$h = 18 \text{ cm,}$$

$$b = 21 \text{ cm,}$$

daher:

$$f = 378 \text{ cm}^2,$$

so ist die tatsächliche Inanspruchnahme

$$k_a = \frac{5320}{378} = 14 \text{ at}$$

gegenüber der zulässigen Inanspruchnahme von 80 at.

Aus konstruktiven Rücksichten kann man keinen schwächeren Querschnitt annehmen.

c) Streckbalken. Der Streckbalken erleidet eine Biegung mit einem aus der Tabelle Seite 291 zu entnehmenden maximalen Momente:

$$+ M_{\max} = 0,0984 g \lambda^2 + 0,1806 p \lambda^2 = 3242 \text{ kgm.}$$

Wählt man einen Querschnitt mit:

$$b = 21 \text{ cm,}$$

$$h = 30 \text{ cm,}$$

so ist:

$$W = \frac{1}{6} \cdot 21 \cdot 30^2 = 3150 \text{ cm}^3,$$

und die tatsächliche Inanspruchnahme

$$k = \pm \frac{324290}{3150} = \pm 103,$$

gegenüber der zulässigen Inanspruchnahme von 110 at.

§. 5. Berechnung einer Blechbrücke für eine normalspurige Eisenbahn.

1. Annahme.

Lichte Weite zwischen den Endpfeilern: $l' = 10,1 \text{ m}$,
 Daher die Stützweite: . . . $l = 1,02 l' + 0,50 = 10,8 \text{ m}$,
 Schwellenhöhe über dem Meeresspiegel: $120,84 \text{ m}$,
 Hochwasserhöhe „ „ „ : $118,90 \text{ m}$,
 Erforderliche lichte Höhe über dem Hochwasser: $1,00 \text{ m}$,
 Daher vorhandene Konstruktionshöhe:
 $120,84 - 118,9 - 1,00 = 0,94 \text{ m}$.

2. Erwägungen über die Wahl der Bahnlage.

Mit Rücksicht auf die Konstruktionshöhe und auf die Spannweite hat man sich zu entschließen, ob man die Bahn oben, Bahn versenkt oder Bahn unten anordnen wird.

Bei Bahn oben würden die Querschwellen, welche auf die Hauptträger zu liegen kämen, 20 cm, d. i. die Höhe der Querschwelle von der Konstruktionshöhe wegnehmen, wodurch jedoch die Hauptträger zu gedrückt ausfallen würden.

Es ist daher die Anordnung Bahn oben nicht zu empfehlen.
Bei Bahn versenkt, wobei die Bohlen noch ungefähr 4 cm
über die Träger reichen, bleibt für die Trägerhöhe noch 0,9 m

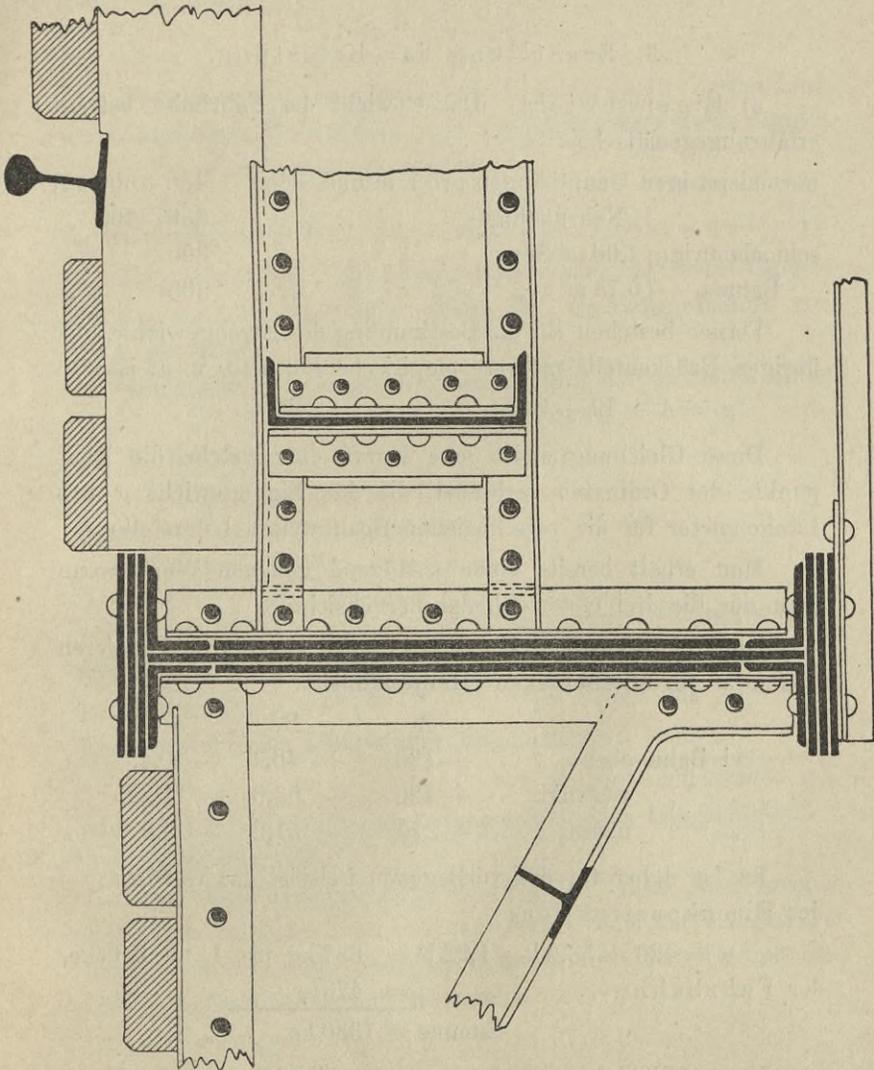


Fig. 561. [1:10]

übrig, welche Höhe der Bedingung, dass die Trägerhöhe gleich $\frac{1}{8} - \frac{1}{11}$ der Stützweite l sein soll, entspricht.

Bei Bahn unten würden allerdings die Träger leichter ausfallen, aber es tritt ein Mehraufwand an Material ein.

Den gewählten Querschnitt der Brücke zeigt Fig. 561.

3. Ermittlung der Belastung.

a) Eigengewicht. Das Gewicht der Fahrbahn beträgt erfahrungsgemäß bei:

normalspurigen Hauptbahnen pro l. m und Geleise	450—500 kg,
Nebenbahnen " " " "	350—400 "
schmalspurige 1,00 m Spur " " " "	300 "
0,75 m " " " "	200 "

Ferner bestehen für die Bestimmung des Eigengewichtes der übrigen Brückenteile mehrere empirische Formeln, u. a. ist:

$$g = A + Bl + Cl^2 + \dots + Nl^n + \dots$$

Diese Gleichung stellt jene Kurve dar, welche die Endpunkte der Ordinaten verbindet, die das Eigengewicht g pro Längenermeter für die verschiedenen Spannweiten l darstellen.

Man erhält bereits einen genügend genauen Wert, wenn man nur die drei ersten Glieder berücksichtigt.

Die Koeffizienten A , B und C ergeben sich durch Probieren und zwar für Blechbrücken (Hauptbahnen):

	A	B	C
bei Bahn oben . . .	+ 190	+ 46,4	— 0,4,
" " versenkt . . .	+ 420	+ 53,6	— 1,22,
" " unten . . .	+ 270	— 51,2	+ 3,2.

Es ist daher für das vorliegende Beispiel das Gewicht: der Eisenkonstruktion:

$$g = 420 + 53,6 l - 1,22 l^2 = 857 \text{ kg pro l. m. Brücke,}$$

der Fahrbahn	= 473 " " " "
Summe = 1330 kg	" " " "

Es entfällt daher pro Längenermeter eines Trägers:

$$\frac{g}{2} = \frac{1330}{2} = 0,665 \text{ Tonnen.}$$

b) **Verkehrslast.** Die Verkehrslast nach Fig. 4 wirkt indirekt auf den Träger und zwar in den Verbindungsstellen der Querträger mit den Hauptträgern. — Werden 6 Querträger angeordnet, so greifen diese Lasten in Abständen von

$$10,8 : 6 = 1,8 \text{ m}$$

an. —

Ebenso werden die Querträger indirekt durch Vermittlung der Längsträger beansprucht; nur die Längsträger werden durch die Verkehrslast direkt angegriffen.

4. Berechnung der einzelnen Brückenbestandteile.

Längsträger. Die Längsträger werden als freiaufliegende Träger von der Stützweite gleich der Querträgerdistanz von 1,8 m gerechnet.

Die zulässige Inanspruchnahme k ergibt sich ad Seite 14 mit:

$$k = 700 + 2 \cdot 1,8 = 704 \text{ at.}$$

Belastung:

a) **Eigengewicht g pro l. m:**

Querschwellen (0,21 m hoch,
0,26 breit, 2,2 m lang, spezi-
fisches Gewicht 900, Entfernung
von einander 0,9 m):

$$\frac{0,21 \cdot 0,26 \cdot 600}{0,9} = 120 \text{ kg pro l. m,}$$

Schienen und Kleineisenzeug: 80 " " " "

Brückenbelag: 80 " " " "

Eigengewicht der Längsträger angenommen: 100 " " " "

$$2g = 380 \text{ kg pro l. m,}$$

oder $g = 0,19$ Tonnen pro Längenmeter eines Längsträgers.

b) **Verkehrslast:**

Das Lastenschema zeigt die Fig. 4. Ohne einen groben Fehler zu machen, kann man annehmen, daß der Längsträger direkt belastet wird, wengleich durch die Querschwellen eine indirekte Lastübertragung stattfindet.

Biegemomente:

a) **Vom Eigengewicht:**

$$M'_{\max} = \frac{1}{8} 0,19 \cdot 1,8^2 = 0,077 \text{ Tonnenmeter.}$$

b) Von der Verkehrslast Fig. 562:

$$M''_{\max} = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,8 = 3,15 \text{ Tonnenmeter.}$$

Daher:

$$M_{\max} = M'_{\max} + M''_{\max} = 0,077 + 3,150 = 3,227 \text{ tm.} = 322700 \text{ kgm.}$$

Widerstandsmoment:

$$W = \frac{M_{\max}}{k} = \frac{322700}{704} = 458,4 \text{ cm}^3.$$

Diesem Wert entspricht das Widerstandsmoment eines \square -Eisens No. 28; für dieses Profil ist aus Tabellen:

$$W = 487,9.$$

Das Gewicht eines solchen Profils pro Längenermeter ergibt sich ebenfalls aus Tabellen mit 45,6 kg. Wird dieses Formeisen als Längsträger gewählt, so ist die tatsächliche Beanspruchung:

$$k = \frac{322700}{487,9} = 662 \text{ kg pro cm}^2.$$

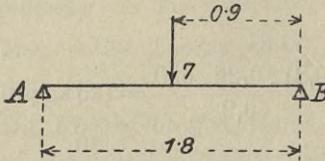


Fig. 562.

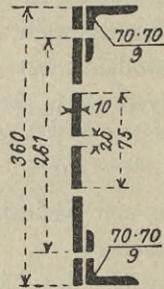


Fig. 563. [1:10]

Wählt man einen Blechträger als Längsträger, z. B. jenen, welcher in Fig. 563 dargestellt ist, so ist das Trägheitsmoment des vollen Querschnittes:

$$t_v = \frac{1}{12} \left[\frac{6,1 (36^3 - 34,2^3)}{\text{horizont. Schenkel}} + \frac{0,9 (36,0^3 - 22,^3)}{\text{vertik. Schenkel}} + \frac{1,0 \cdot 36^3}{\text{Stehblech}} \right] = 9971,2 \text{ cm}^4,$$

das Trägheitsmoment des nutzbaren Querschnittes:

$$t_n = t_v - \frac{1}{12} [1,9 (30,1^3 - 26,1^3) + 1,0 (11,5^3 - 7,5^3)] = 8376,8 \text{ cm}^4.$$

Somit das Widerstandsmoment dieses Querschnittes:

$$W = \frac{t}{h} = \frac{8376,8}{18} = 465,4 \text{ cm}^3;$$

daher ist die tatsächliche Inanspruchnahme

$$k = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{322700}{465,4} = 693 \text{ at.}$$

Dieser Querschnitt ist allerdings nahezu ausgenutzt, doch ist er gegenüber dem gewalzten Träger teurer.

Die Anzahl der Nieten, die zur Verbindung der Gurtwinkel mit dem Stehbleche bei diesem Träger notwendig sind, respektive ihre Entfernung von einander ergibt sich auf folgende Weise: nach Gleichung 11 ist:

$$h = \frac{\mu}{t_v} R_{\max}$$

pro Längeneinheit.

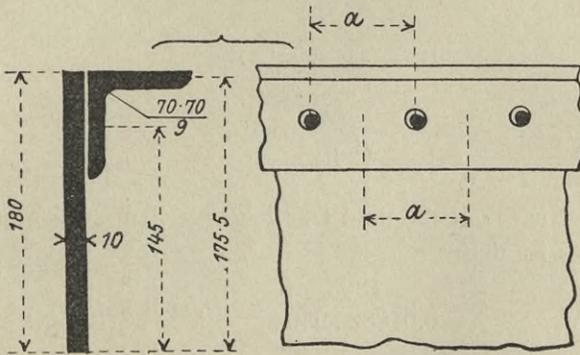


Fig. 564. [1:5]

Nach Fig. 564 ist:

$$\mu = \frac{6,1 \cdot 0,9 \cdot 17,55}{\text{horiz. Schenkel}} + \frac{7,0 \cdot 0,9 \cdot 145}{\text{vertik. Schenkel}} = 187,7 \text{ cm,}$$

somit:

$$\frac{\mu}{t_v} = \frac{187,7}{9971,2} = 0,01882 \text{ cm}^1,$$

ferner ist die Transversalkraft vom Eigengewicht herrührend:

$$R' = 0,19 \frac{1,8}{2} = 0,171 \text{ Tonnen};$$

die Transversalkraft von der Verkehrslast herrührend erreicht bei der Laststellung nach Fig. 565 ihr Maximum; sie ist:

$$R''_{\max} = 7 \left(1 + \frac{0,6}{1,8} \right) = 7 \cdot 1,333 = 9,333;$$

demnach ist:

$$R_{\max} = R' + R''_{\max} = 0,171 + 9,333 = 9,504 \text{ Tonnen.}$$

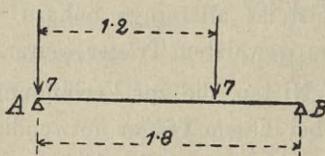


Fig. 565.

Ist die Entfernung der Nieten von einander a (Fig. 564), so ist die von einem Nietenquerschnitt aufzunehmende horizontale Schubkraft:

$$\mathfrak{S} = a h = a \frac{\mu}{t_v} R_{\max}$$

oder:

$$a = \frac{\mathfrak{S}}{\frac{\mu}{t_v} R_{\max}}$$

Eine Niete mit 20 mm Durchmesser kann 1885 kg aufnehmen; es ist daher

$$a = \frac{1885}{0,01882 \cdot 9504} = 10,5 \text{ cm.}$$

Querträger. Die Querträger werden als frei aufliegende Träger von der Stützweite 2,5 m gleich der Entfernung der Achsen der Hauptträger mit einer zulässigen Inanspruchnahme von:

$$k = 700 + 2 \cdot 2,5 = 705 \text{ at}$$

gerechnet.

Belastung:

a) Eigengewicht:

Dieses besteht aus dem gleichmäßig verteilten Eigengewichte des Querträgers und aus zwei Einzellasten, welche an der Verbindungsstelle der Längsträger mit dem Querträger angreifen

und gleich dem Eigengewichte des Längsträgers und jenem der Fahrbahn der betreffenden Brückenteile (Fig. 566) sind.

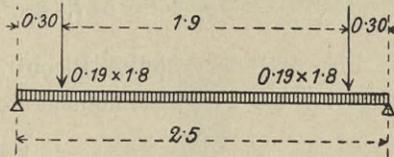


Fig. 566.

Es beträgt:

Das Eigengewicht des Querträgers: 0,06 Tonnen pro l. m,
(angenommen)

Einzellasten 0,19 · 1,8 = 0,342 Tonnen.

b) Verkehrslast:

Die Verkehrslast wirkt ebenfalls in der Form zweier Einzel-
lasten (Fig. 566), welche ihre Angriffspunkte an den Verbindungs-
stellen der Längsträger mit dem Querträger haben.

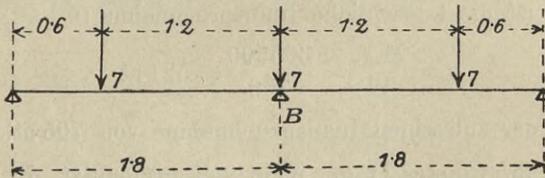


Fig. 567.

Den größten Wert erreichen diese Einzellasten, wenn über
der Verbindungsstelle zwischen Quer- und Längsträger eine Last
und neben dieser so viele Lasten sich befinden, als in den benach-
barten Feldern untergebracht werden können. In diesem Falle
wird auf den zu berechnenden Querträger B, Fig. 567, ein Druck von:

$$7 \left(1 + 2 \frac{0,6}{1,8} \right) = 11,667 \text{ Tonnen}$$

ausgeübt.

Das für die Dimensionierung maßgebende Biegungs-
moment, welches die gesamte Belastung hervorruft, ist daher:

$$\begin{aligned} M_{\max} &= M'_{\max} + M' = 11,667 \times 0,3 + 0,342 \times 0,3 + \frac{1}{8} \cdot 0,06 \cdot 2,5^2 \\ &= 3,65 \text{ Tonnenmeter.} \end{aligned}$$

Demzufolge ergibt sich das notwendige Widerstandsmoment des Querträgerquerschnittes mit:

$$W = \frac{M_{\max}}{k} = \frac{365000}{705} = 517,7 \text{ cm}^3.$$

Wird der in Fig. 568 dargestellte Blechträger als Querträger verwendet, so ist das Trägheitsmoment des vollen Querschnittes:

$$t_v = \frac{1}{12} \left[\frac{11,4 (38,0^3 - 36,4^3)}{\text{horizontale Schenkel}} + \frac{1,6 (38,0^3 - 25,0^3)}{\text{vertikale Schenkel}} + \frac{0,9 \cdot 38,0^3}{\text{Stehblech}} \right] = 15659,7 \text{ cm}^4,$$

das Trägheitsmoment des nutzbaren Querschnittes:

$$t_n = 13300,1 \text{ cm}^4$$

und das Widerstandsmoment dieses Querschnittes:

$$W = \frac{t_n}{\frac{h}{2}} = \frac{13300}{19} = 700 \text{ cm}^3.$$

Somit ist die tatsächliche Inanspruchnahme:

$$k = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{365000}{700} = 521 \text{ at}$$

gegenüber der zulässigen Inanspruchnahme von 705 at.

Es ist zwar dieser Träger nicht voll ausgenützt, doch würde man für einen voll ausgenützten Träger konstruktiv ungünstige, schwache Profile bekommen.

Bestimmung der Nietteilung: Zwischen den beiden Längsträgern ist die Transversalkraft gering, weshalb man die Nieten im Abstände gleich dem 6fachen Nietdurchmesser annimmt, während die Nietentfernung zwischen Hauptträger und Längsträger gerechnet werden muß.

Es ist die von einer Niete aufzunehmende Schubkraft (Fig. 569):

$$\begin{aligned} \mathfrak{S} &= a h = a \frac{\mu}{t_v} R_{\max} \\ \mu &= \underbrace{2}_{\substack{\text{weil 2} \\ \text{Gurt}}} \left(\underbrace{5,7 \cdot 0,8 \cdot 18,6}_{\text{horiz. Schenkel}} + \underbrace{0,8 \cdot 6,5 \cdot 15,75}_{\text{vertik. Schenkel}} \right) = 333,4 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\frac{\mu}{t_v} = \frac{333,4}{15659,7} = 0,02129 \text{ cm}^1$$

$$R_{\max} = R' + R''_{\max} = \frac{1}{2} \cdot 0,06 \cdot 2,5 + 12,009 = 13,084 \text{ Tonnen.}$$

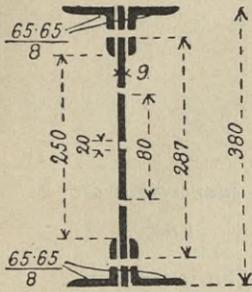


Fig. 568.

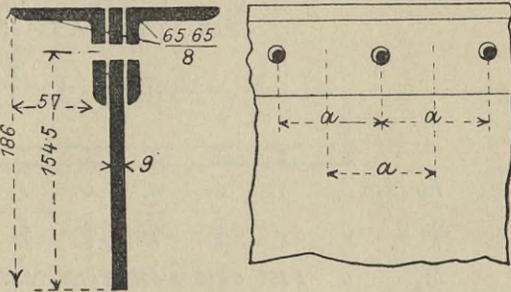


Fig. 569.

Die Nieten sind doppelschnittig, sind jedoch bei der geringen Blechstärke von 0,9 cm auf Leibungsdruck zu rechnen, daher (siehe Seite 14, Punkt 3):

$$0,9 \cdot 20 \cdot 1400 = 2520 \text{ kg.}$$

Somit ist:

$$a \geq \frac{\xi}{\frac{\mu}{t_v} R_{\max}} = \frac{2520}{0,02129 \cdot 12084} = 9,8 \text{ cm.}$$

Hauptträger. Der Hauptträger ist ein freiaufhängender Träger mit einer Spannweite von:

$$l = 10,8 \text{ m}$$

und daher einer zulässigen Inanspruchnahme von:

$$k = 700 + 2 \cdot 10,8 = 722 \text{ at.}$$

Belastung:

a) Eigengewicht.

Der Hauptträger wird durch sein gleichmäßig verteiltes Eigengewicht und zwar:

$$g = 0,665 \text{ Tonnen pro l. m}$$

und durch Einzellasten, welche sich aus dem Gewichte des Fahrhangerippes und der Fahrbahn ergeben, beansprucht, und die an den Verbindungsstellen der Querträger mit dem Hauptträger angreifen.

Es ergeben sich die in Fig. 570 versinnlichteten Momente an den Verbindungsstellen der Querträger mit dem Hauptträger nach Gleichung 24, welcher man auch folgende Form geben kann:

$$M'_x = \frac{1}{2} g l^2 \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

$$M'_x = 38,783 \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right).$$

	I	I	I	I	I	I	I
für den	0.	1.	2.	3.	4.	5.	6. Querträger ist
$\frac{x}{l} =$	0	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{6}$ und
$M'_x =$	0	5387	8618	9696	8618	5387	0 Tonnenmeter.

Fig. 570.

b) Verkehrslast:

Das größte Moment, welches die Verkehrslast im Querschnitte 1, Fig. 570, erzeugt, tritt nach der Gleichung 36 ein, wenn die erste Last sich über dem Querschnitte befindet (Fig. 571). Dann ist:

$$D_A = \frac{1}{10,8} [28 \cdot 7,2 + 5,2 \cdot 0,9] = 19,08 \text{ Tonnen,}$$

und:

$$M''_{1 \max} = 19,08 \cdot 1,8 = 34,344 \text{ Tonnenmeter.}$$

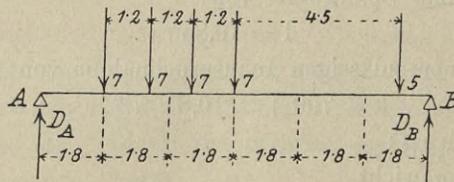


Fig. 571.

Im zweiten Querschnitte entsteht das größte Moment bei der in Fig. 572 dargestellten Laststellung; darnach ist:

$$D_A = \frac{1}{10,8} (28 \cdot 6,6 + 5 \cdot 0,3) = 17,25 \text{ Tonnen,}$$

und:

$$M''_{2 \max} = 17,25 \times 3,6 - 7 \cdot 1,2 = 53,7 \text{ Tonnenmeter.}$$

Für den dritten Querschnitt ergibt sich das grösste Moment u. a. bei der Laststellung Fig. 573; es ist dort:

$$D_A = 14 \text{ Tonnen,}$$

und:

$$M_{3 \max}'' = 14 \cdot 5,4 - 7(1,8 + 0,6) = 58,8 \text{ Tonnenmeter.}^*)$$

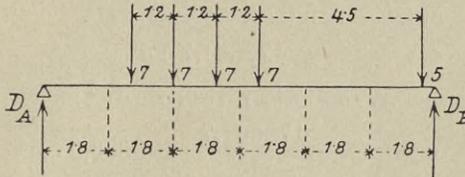


Fig. 572.

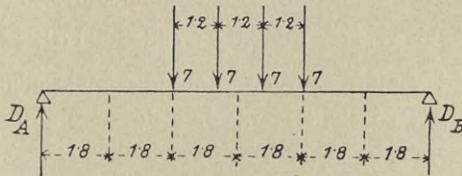


Fig. 573.

Nun ergeben sich die Momente, welche der Totalbelastung entsprechen mit:

$$M_{1 \max} = 5,382 + 34,344 = 39,731 \text{ Tonnenmeter,}$$

$$M_{2 \max} = 8,618 + 53,700 = 62,318 \quad ,$$

$$M_{3 \max} = 9,696 + 58,800 = 68,494 \quad ,$$

*) Wenn man an Stelle der Einzellasten die in der Skala a der Seite 7 enthaltenen Werte für die äquivalente gleichmäßig verteilte Belastung berücksichtigt, so ist:

$$\text{für } l = 10 \text{ m} \quad . \quad . \quad 2p = 8,5$$

$$l = 15 \text{ m} \quad . \quad . \quad 2p = 7,0 \text{ und durch Interpolieren}$$

$$\text{für } l = 10,8 \text{ m} \quad . \quad . \quad 2p = 8,26, \text{ daher } p = 4,13 \text{ Tonnen;}$$

dann ergeben sich die Momente $M_{1 \max}'$, $M_{2 \max}'$ und $M_{3 \max}'$ nach der Gleichung 24:

$$M_x'' = \frac{1}{2} p l^2 \frac{x}{l} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

wie folgt:

$$M_{1 \max}' = 33,453 \text{ Tonnenmeter,}$$

$$M_{2 \max}' = 53,526 \quad ,$$

$$M_{3 \max}' = 60,215 \quad ,$$

woraus ersichtlich ist, daß der Wert für $M_{3 \max}'$, d. i. das Maximum aller Momente, um 2,6% gegenüber dem oben gefundenen Werte gröfser ist.

Fig. 574 stellt den angenommenen Grundquerschnitt des Hauptträgers dar, in welchem eine entsprechend grofse Anzahl Löcher für 20 mm starke Nieten ausgespart wurde. Das Trägheitsmoment des vollen Grundquerschnittes ergibt sich mit:

$$t_v = 201847 \text{ cm}^4,$$

und jenes des nutzbaren mit:

$$t_n = 172661,7 \text{ cm}^4.$$

Somit ist das Widerstandsmoment:

$$W = \frac{t_n}{\frac{h}{2}} = \frac{172661,7}{45} = 3836,9 \text{ cm}^3$$

und das Tragmoment des Grundquerschnittes:

$$M_0 = W_0 k = 3836,9 \times 722 = 2770242.$$

Vergleicht man den Wert von M_0 mit jenem von $M_{1\text{max}}$, $M_{2\text{max}}$ und $M_{3\text{max}}$, so sieht man, daß der Grundquerschnitt verstärkt werden mufs.

Nach der Gleichung 169 mufs:

$$z \gtrsim \frac{\text{abs. max } M - M_0}{k b h} = \frac{6849600 - 2770242}{722 \cdot 230 \cdot 900} = 2,7 \div 2,9 \text{ cm}$$

werden; diesem Werte entsprechen:

$$2 \text{ Lamellen à } 10 \text{ mm} + 1 \text{ Lamelle à } 9 \text{ mm}$$

sowohl für den Ober- als auch für den Untergurt, Fig. 575, mit einem Trägheitsmomente pro Lamellenpaar von:

$$t'_n = \frac{1}{12} 23 (92^3 - 90^3) = 95235,3 \text{ cm}^4$$

$$t''_n = \frac{1}{12} 23 (94^3 - 92^3) = 99467,3 \text{ cm}^4$$

$$t'''_n = \frac{1}{12} 23 (95,8^3 - 94^3) = 93215,3 \text{ cm}^4$$

Darnach ist das Trägheitsmoment des nutzbaren Querschnittes und zwar jenes:

des Grundquerschnittes	$t_0 = 172661,7$
„ „ + 1. Lamellenpaar	$t_1 = 267897 = t_0 + t'_n$
„ „ + 1. + 2. „	$t_2 = 367364,3 = t_1 + t''_n$
„ „ + 1. + 2. + 3. „	$t_3 = 460579,3 = t_2 + t'''_n$

und das Widerstandsmoment derselben Querschnitte:

$$W_0 = \frac{t_0}{h} = \frac{172\,661,7}{45} = 3836,9 \text{ cm}^3$$

$$W_1 = \frac{t_1}{h} = \frac{267\,897}{46} = 5823,9 \text{ cm}^3$$

$$W_2 = \frac{t_2}{h} = \frac{367\,364,3}{47} = 7816,3 \text{ cm}^3$$

$$W_3 = \frac{t_3}{h} = \frac{460\,579,3}{47,9} = 9615,4 \text{ cm}^4$$

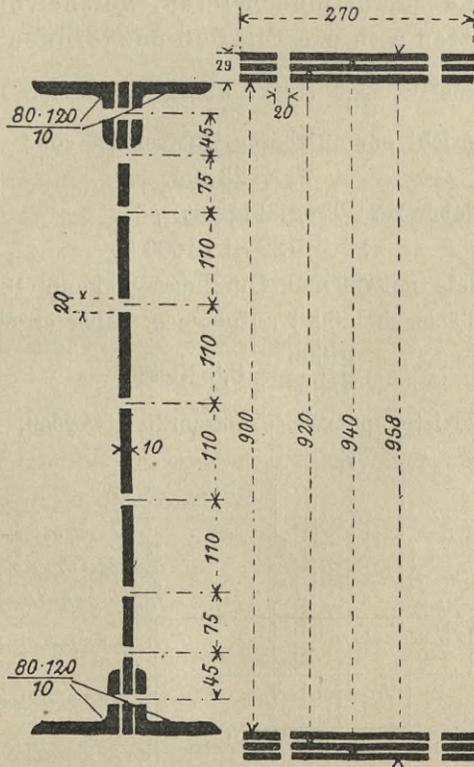


Fig. 574.

Fig. 575.

Demgemäß ergeben sich die Tragmomente mit:

$$\mathfrak{M}_0 = \frac{3836,9 \cdot 722}{10^5} = 27,702 \text{ Tonnenmeter}$$

$$\mathfrak{M}_1 = \frac{5823,9 \cdot 722}{10^5} = 42,048 \text{ „}$$

$$\mathfrak{M}_2 = \frac{7816,3 \cdot 722}{10^5} = 56,434 \text{ „}$$

$$\mathfrak{M}_3 = \frac{9615,4 \cdot 722}{10^5} = 69,423 \text{ „}$$

In den symmetrisch zur Trägermitte gelegenen Querschnitten des Trägers treten dieselben größten äußeren Momente M_{\max} auf, welche in Fig. 576 zugleich mit den Werten von \mathfrak{M}_0 bis \mathfrak{M}_3 graphisch dargestellt sind.

Ermittlung der Zahl jener Niete, welche vor den Querschnitten a, b u. c Fig. 576 anzuordnen sind.

Einer Lamelle, $\frac{270}{10}$ stark, abzüglich zweier Nietlöcher à 20 mm, entspricht ein nutzbarer Querschnitt von:

$$f_n = 23 \text{ cm}^2.$$

Es ist daher ihre Tragfähigkeit:

$$23 \times 722 = 16606 \text{ kg}$$

Eine Niete mit 20 mm Durchmesser kann 1885 kg (d. i. Querschnittsfläche mal 600) aufnehmen, daher ergeben sich:

$$\frac{16606}{1885} = 8,8 \text{ Niete,}$$

oder, da die Niete paarweise angeordnet werden, 10 Niete.

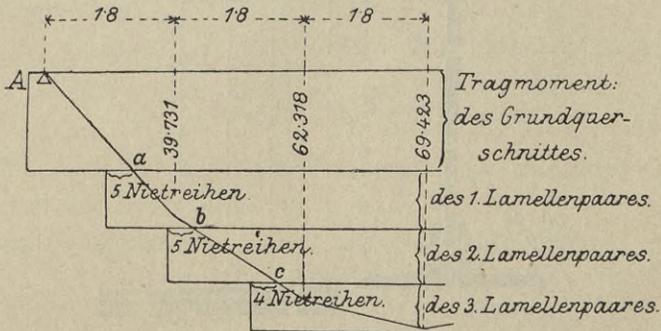


Fig. 576.

Der Lamelle, $\frac{270}{9}$ stark, abzüglich zweier Nietlöcher à 20 mm, entspricht ein nutzbarer Querschnitt von:

$$f_n = 20,7 \text{ cm}^2,$$

und daher eine Tragfähigkeit von:

$$20,7 \times 722 = 14945 \text{ kg}$$

dieser Tragfähigkeit entsprechen:

$$14945 : 1885 = 8 \text{ Nieten à } 20 \text{ mm Durchmesser.}$$

Deckung der Stösse im Hauptträger.

a) Stehblechstösse:

Das Stehblech besitzt einen nutzbaren Querschnitt von:

$$f_n = 72 \text{ cm}^2$$

welchem eine Zugfestigkeit von

$$722 \cdot 72 = 51984 \text{ kg}$$

entspricht.

Die Nieten (und zwar 20 mm starke Nieten) sind bei Doppel-laschen zweischnittig, jedoch wegen der geringen Dicke des Steh-bleches (10 mm) auf Leibungsdruck beansprucht; es kann daher eine Niete

$$1,0 \cdot 2,0 \cdot 1400 = 2800 \text{ kg}$$

aufnehmen.

Demnach sind beiderseits des Stofses:

$$51984 : 2800 = 18,6$$

oder rund 20 Nieten erforderlich.

Soll die Decklasche dieselbe nutzbare Querschnittsfläche*) besitzen als das Stehblech, so muß:

$$2 d, \left(\underbrace{90}_{\text{Stehblech-}} \underbrace{- 2 \cdot 80}_{\text{vertikale}} \underbrace{- 7 \cdot 20}_{\text{Nieten}} \right) = 72$$

höhe Winkelschenkel nutzb. Quer-
bleches

$$d = 0,36 \text{ cm}$$

sein, wenn d die Laschenstärke bedeutet.

*) Theoretisch richtig ist es, die Laschenstärke (Deckwinkelstärke) derart zu bestimmen, daß das Trägheitsmoment der Lasche (Deckwinkel) gleich wird dem Trägheitsmomente des Stehbleches (Gurtwinkel).

Dieser Wert von d ist jedoch aus konstruktiven Gründen zu gering, und kann man denselben praktisch auf 10 mm, gleich der Stärke eines Gurtwinkels, erhöhen, um dann die Laseche eventuell zugleich auch als Futterblech, Fig. 577, zu verwenden.

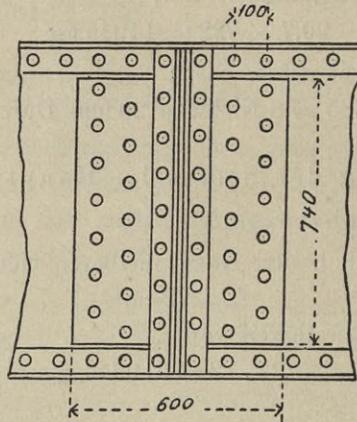


Fig. 577. [1:20]

b) Winkelstöße. Fig. 578.

Der nutzbare Querschnitt eines Gurtwinkels $\frac{80 \cdot 120}{10}$ ist bei Abzug zweier Nietlöcher für 20 mm starke Niete:

$$f_n = 17,0 \text{ cm}^2,$$

und daher seine Zugfestigkeit:

$$17 \cdot 722 = 12274 \text{ kg.}$$

Der Stosswinkel muß mindestens einen solchen nutzbaren Querschnitt*) besitzen als der Gurtwinkel, ohne daß dabei die Schenkel des Stosswinkels über jene des Gurtwinkels vorragen.

Diesen Forderungen entspricht am besten ein Winkel von $\frac{80 \cdot 120}{12}$ Stärke, dessen Schenkel auf 70, bzw. 110 mm abzuhebeln sind.

Die Niete sind einschnittig und werden auf Abscherung beansprucht.

*) Siehe Seite 441.

Eine Niete mit 20 mm Durchmesser kann somit mit 1885 kg beansprucht werden und es ergeben sich daher

$$12274 : 1885 = 6,5$$

rund 7 Nieten beiderseits des Stößes.

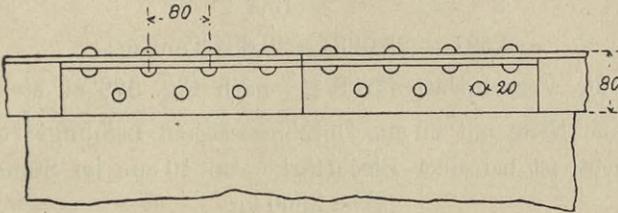


Fig. 578. [1:10]

Bestimmung der Entfernung jener Nieten voneinander, welche die Gurtwinkel mit dem Stehbleche verbinden.

Nach der Gleichung 11 ist:

$$\mathfrak{S} = a h = a \frac{\mu}{t_v} R_{\max};$$

$$a = \frac{\mathfrak{S}}{h} = \frac{\mathfrak{S}}{\frac{\mu}{t_v} R_{\max}}$$

wenn a die Nietentfernung bedeutet.

Fig. 579.

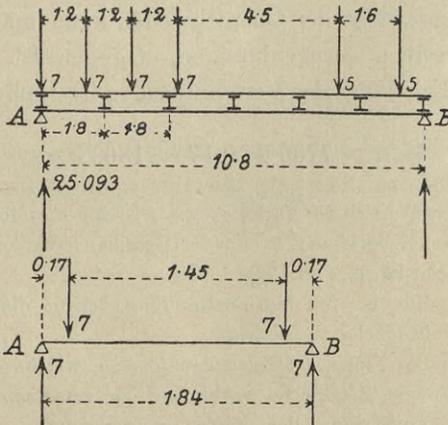


Fig. 580.

$$\frac{\mu}{t_v} = \frac{1635}{201847,3} = 0,0081 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} R_{\max} &= R'_{\max} + R''_{\max} \\ &= \frac{1}{2} 0,665 \cdot 10,8 + \frac{1}{10,8} [28 \cdot 9,0 + 10 \cdot 1,9] \\ &= 3,591 + 25,093 = 28,684 \text{ Tonnen;} \end{aligned}$$

wobei die Verkehrslast für R''_{\max} nach Fig. 579 zu stellen ist.

Eine Niete mit 20 mm Durchmesser auf Leibungsdruck beansprucht, ist bei einer Blechstärke von 10 mm im Stande

$$\mathfrak{S} = 2800 \text{ kg}$$

aufzunehmen, daher ist:

$$a = \frac{2800}{0,0081 \cdot 28684} = 12,1 \text{ cm.}^*)$$

5. Der Windverband.

Bei kleinen Brücken werden die Windstreben nicht gerechnet, sondern man gibt denselben einen der Konstruktion entsprechenden Querschnitt.

6. Berechnung der Querschwellen.

Die Querschwellen, Fig. 580—582, sind freiaufliegende Träger von der Stützweite 1,84 m oder rund 1,9 m.

Das Eigengewicht der Querschwellen kann man bei der Berechnung derselben vernachlässigen, dagegen ist nach Seite 8 eine 10%ige Erhöhung der Verkehrslast in Rechnung zu nehmen; demnach ist:

$$M_{\max} = 7700 \times 0,17 = 1309 \text{ kgm,}$$

*) Analog ergäbe sich die Entfernung der Niete n , welche eine Lamelle mit dem Gurtwinkel verbindet, wenn der Grundquerschnitt durchaus eine solche hätte, Fig. 579a.



Nur ist für die Bestimmung von μ die Lamellenquerschnittsfläche maßgebend.

Die Niete n sind gegen jene m , welche den Gurtwinkel mit dem Stehbleche verbinden, zu versetzen und ist, falls die Entfernung der Niete n verschieden von jener der Niete m ist, der kleinere von beiden Werten beizubehalten.

Fig. 579a.

und nach der Gleichung 7 und 8 bei einer angenommenen Schwellenbreite $b = 26$ cm und einer zulässigen Inanspruchnahme $k = 80$ at:

$$\frac{1}{6} 26 (h - \alpha)^2 \cdot 80 = 1309$$

$$h - \alpha = 19,4 \text{ cm};$$

$$h = 19,4 + 1,6 = 21 \text{ cm};$$

wobei für die Dextlung der Wert

$$\alpha = 1,6 \text{ cm}$$

angenommen wurde.

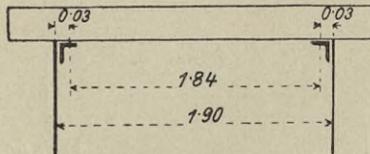


Fig. 581.

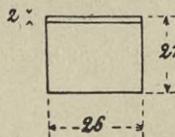


Fig. 582.

7. Berechnung des Bohlenbelages.

Die Bohlen sind freiaufliegende Träger mit 1,8 m Stützweite, die im Maximum mit 170 kg pro l. m. belastet werden; es ist daher:

$$M_{\max} = \frac{1}{2} 170 \cdot 1,8^2 = 68,85 \text{ kgm},$$

somit:

$$\frac{1}{6} 18 \cdot 80 \cdot d^2 = 6885$$

und hieraus:

$$d = 5,4 \text{ rund } 6 \text{ cm}.$$

8. Berechnung der Lagerplatten, Fig. 583.

$$b = 1,5 b_1 = 420 \text{ mm}$$

$$\lambda = 0,32 + 0,007 l = 400 \text{ mm,}$$

$$\delta = 35 + 0,5 l = 40 \text{ mm,}$$

wenn $l = 10,8$ die Spannweite bedeutet.

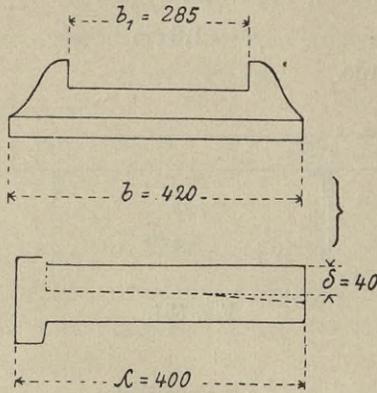


Fig. 583.

Daher ergibt sich die Auflagefläche mit:

$$f = b \cdot \lambda = 42 \cdot 40 = 1680 \text{ cm}^2.$$

Es erleidet daher der Stein des Widerlagers bei der Wirkung des bereits ermittelten größten Stützdruckes von 28684 kg eine Beanspruchung von

$$28684 : 1680 = 17,1 \text{ at.}$$

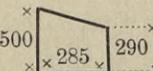
9. Gewichtsrechnung und Materialbeschaffung.

Nachdem man die einzelnen Bestandteile gerechnet hat, muß die Gewichtsrechnung und schließlich die Materialbeschaffung durchgeführt werden.

Die Gewichtsrechnung wird tabellarisch meist nach folgendem Formulare durchgeführt:

Gewichtsberechnung

für die Brücke über bei km Bahn versenkt.
Stützweite 10,8 m, senkrecht zum Hindernisse.

Post Nr.	Gegenstand	Anzahl	Dimension			Gewicht in kg				
			breit in mm	dick in mm	lang in m	pro Läng Mtr.	Ein-zeln	Zusammen	Summe	
1. Hauptträger										
1	Stehblech . . .	1	900	10	11,16	70,2	783,4	—	7 8 3	
2	Stehblech-Stoß-laschen . . .	4	740	10	0,60	57,72	27,7	—	1 1 1	
3	Gurtwinkel . .	4	$\frac{80 \cdot 120}{10}$		11,16	14,82	165,4	—	6 6 2	
12	Zuschlag für Niet-köpfe 4% . .	—	—	—	—	—	—	—	1 1 2	
Gewicht eines Hauptträgers										2885
2. Querträger										
15	Diaphragmableche zum Anschluß an die Längsträger									
		2	—	9	—	—	7,9	—	1 6	
16	Längsträger-Anschlußwinkel	4	$\frac{65 \cdot 65}{7}$		0,60	6,72	4,0	—	1 6	
17	Zuschlag für Niet-köpfe 4% . .	—	—	—	—	—	—	—	7	
Gewicht eines Querträgers										180
u. s. w.										

Für die Materialbestellung muß ein entsprechender Zuschlag für die Längen gemacht werden.

Im allgemeinen gilt folgendes Formular:

Materialbestellung
für die Brücke über bei km Bahn versenkt,
Stützweite 10,8 m, senkrecht zum Hindernisse.

Anzahl	Eisensorte	Dimension in mm			Gewicht in kg							Bestimmung	
		breit	dick	lang	pro Läng Mtr.	Ein-zeln	Zusammen						
4	Reservoirblech . .	900	10	3800	70,2	266,8	—	—	1	0	6	7	Hauptträger Stehblech äufs. Felder 1 á 3780
2	Reservoirblech . .	900	10	3620	70,2	254,1	—	—	—	5	0	8	Stehblech mittl. Feld 1 á 3600
2	Winkelisen	$\frac{80 \cdot 120}{10}$		4260	14,82	63,1	—	—	—	1	2	6	Gurtwk. 1 á 4250
2	"	$\frac{80 \cdot 120}{10}$		6920	14,82	102,6	—	—	—	2	0	6	" 1 á 6910
1	Winkelisen	$\frac{80 \cdot 120}{10}$		5150	17,60	90,6	—	—	—	8		1	Stofswk. 8 á 5200
4	Flacheisen .	270	9	5210	18,95	98,7	—	—	—	3	9	7	Lamelle 1 á 5200
													Querträger
a	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o
u. s. w.													

§ 6. Berechnung eines Halb-Parabelträgers.

1. Annahme:

Lichte Weite zwischen den Endwiderlagern . . .	40,0 m
Kote des Hochwassers	1133,5 m
Schwellenhöhe	1135,475 m
Erforderliche lichte Höhe zwischen dem Hochwasser und der Konstruktionsunterkante	1,2 m
Endhöhe des Trägers	2,0 m

Aus der Annahme ergeben sich:

die Stützenweite mit:

$$l = 1,01 \times 40 + 1,00 = 41,4.$$

Die verfügbare Konstruktionshöhe mit:

$$= 1135,475 - 1133,5 - 1,2 = 0,775,$$

und die Trägerhöhe h in der Mitte:

$$h = h' \left(1 - \frac{h_0}{4h'} \right) = 5,56 \text{ m} \doteq 6^*).$$

Diese Höhe gestattet die Anordnung von 4 obern Quer-
verbindungen; weiters ergibt sich die Gurtbreite empirisch (nach
Seite 344) mit:

$$150 + 51 = 0,36 \text{ m},$$

und damit die Distanz der Hauptträgerachsen von einander im
Minimum:

$$4,3 + 0,36 = 4,66 \doteq 4,80 \text{ m};$$

die Erhöhung auf 480 erfolgte, um eine bessere Absteifung für
den Hauptträger anbringen zu können, als sie bei einer Breite
von 4,66 m möglich wäre.

2. Entwurf der Brücke.

Den angenommenen Querschnitt der Brücke zeigt Fig. 584.

Die Achsdistanz der Längsträger beträgt 1,9 m; die Distanz
der Querträger und die Höhen in den einzelnen Knotenpunkten

*) Es ergibt sich nämlich empirisch eine passende Höhe h des Halb-
parabelträgers in seiner Längsmittle in m aus folgender Formel:

$$h = h' \left(1 - \frac{h_0}{4h'} \right),$$

wenn h' die Höhe in der Trägermitte bei einem reinen Parabelträger für
dieselbe Spannweite und h_0 die Endhöhe bedeutet; h' ergibt sich ebenfalls
empirisch aus:

$$h' = 0,1351 + 0,6,$$

wenn l die Spannweite in m bedeutet.

der Träger, welche sich aus der Gleichung 90 ergeben, sind aus Fig. 585 ersichtlich.

3. Berechnung der einzelnen Brückenbestandteile.

a) Querschwelle. Fig. 586 und 587:

$$M_{\max}'' = 7150 \cdot 0,2 = 1430 \text{ kgm},$$

mit 10% Erhöhung der Last.

Wird eine Querschwelle, wie sie auf der Strecke liegt, verwendet, so ist:

$$W = \frac{1}{6} \cdot 27 \cdot 20^2 = 1800 \text{ cm}^2.$$

Daher die tatsächliche Inanspruchnahme:

$$k = \frac{143000}{180} = 79 \text{ at},$$

gegenüber der zulässigen Inanspruchnahme von 80 at.

b) Langschwellen LL, Fig. 584. Größte Stützweite der Langschwelle ist 4,2 m, Fig. 585; Breite des Streifens, dessen Belastung auf die Langschwelle wirkt, ist 1,1 m, daher ist die Belastungsfläche:

$$4,2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,1 = 2,31 \text{ m}^2.$$

Ist die Last pro m² 350 kg, so ist die auf einer Schwelle gleichmäßig verteilte Last:

$$2,31 \cdot 350 = 810 \text{ kg},$$

daher:

$$M_{\max}'' = \frac{1}{8} \cdot 810 \cdot 4,2 = 425 \text{ kgm}.$$

Nimmt man einen Querschnitt mit $\frac{16}{13}$ cm an, so ist:

$$W = \frac{1}{6} \cdot 13 \cdot 16^2 = 554,7 \text{ cm}^2$$

und die tatsächliche Inanspruchnahme:

$$k = \frac{42500}{554,7} = 77 \text{ at}.$$

c) Längsträger. Verfügbare Konstruktionshöhe 450 mm. Es sind 3 Gattungen Längsträger u. z. zu 4,2, 3,5 und 2,5 m Spannweite erforderlich, Fig. 585; für die Spannweite von 4,2 m ist die zulässige Inanspruchnahme: $700 + 2 \cdot 4,2 = 708 \text{ at}$.

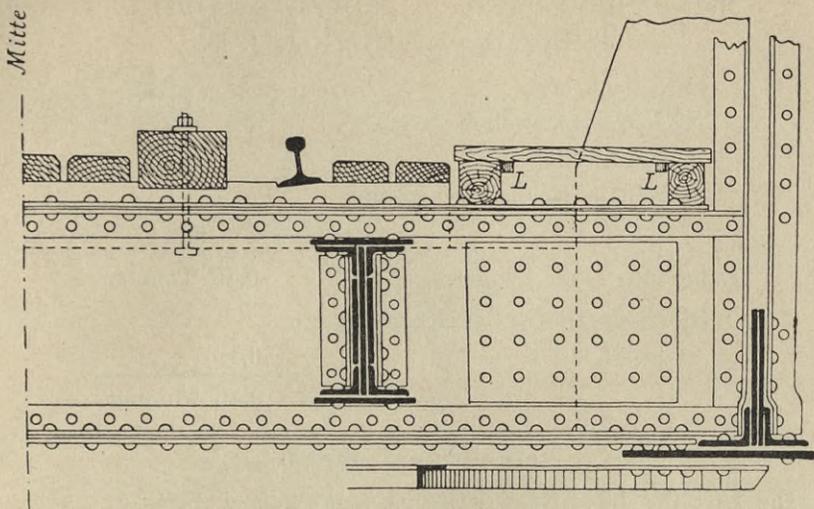


Fig. 584. [1:20]

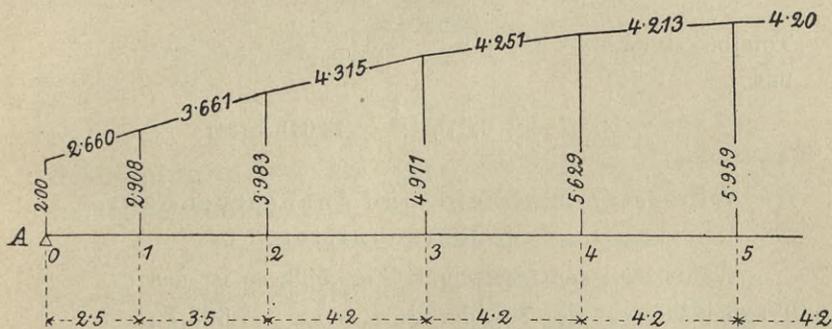


Fig. 585.

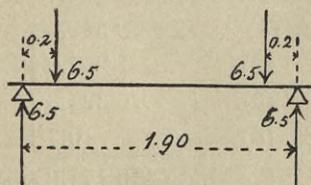


Fig. 586.

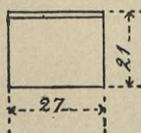


Fig. 587.

Belastung und größtes äußeres Moment:

α) Eigengewicht g pro l. m.

Brückenbelag	50 kg
Sicherheitsschwellen	72 „
Querschwellen	167 „
Schienen, Kleineisenzeug etc.	71 „
Summe	360 kg

Daher pro l. m. Längsträger 0,18 Tonnen

Hierzu das Gewicht des Längsträgers

pro l. m	0,12 „
$g =$	0,30 Tonnen

β) Verkehrslast und M_{\max} :

Die Last für 4,2 m Spannweite ist laut Skala a. Seite 7
12,14 Tonnen pro l. m.

Daher pro l. m. Längsträger 6,07 „ „ „ „

Somit ist die

Totalbelastung $q = g + p = 6,37$ „ „ „ „

und:

$$M_{\max} = \frac{1}{8} 6,37 \cdot 4,2 = 14043 \text{ kgcm.}$$

Widerstandsmoment und Inanspruchnahme
des Querschnittes.

Wählt man den Querschnitt Fig. 588, so ist das:

Trägheitsmoment des Stehbleches	7 593,7	} +	} -
„ der Gurtwinkel	24 677,0		
„ „ Lamellen	25 720,0		
„ des vollen Querschnittes	57 990,7 cm ⁴		
„ der Nietlöcher (1) . . .	8 549,0	} +	} -
„ „ (2) . . .	1 297,0		
„ „ (3) . . .	325,3		
„ des Nietloches (4) . . .	0,7		
	10 171,0 cm ⁴		
„ „ nutzb. Querschnittes	47 818,7 cm ⁴		

Daher:

$$W = \frac{47818,7}{23,6} = 2026,2 \text{ cm}^3$$

und die tatsächliche Inanspruchnahme:

$$k = \frac{1404600}{2026,2} = 693 \text{ at}$$

gegenüber der zulässigen Inanspruchnahme von 708 at.

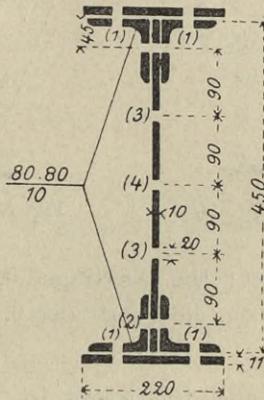


Fig. 588. [1:10]

Ermittlung der Zahl jener Niete, die vor jenem Lamellenquerschnitte, in welchem die Lamelle bereits tragen muß, anzubringen sind.

Der nutzbare Querschnitt der Lamelle ist:

$$f_n = 22 - 2 \times 2 \times 1,1 = 19,8 \text{ cm}^2.$$

Eine Lamelle hält daher einen Zug von:

$$19,8 \times 708 = 14020 \text{ kg}$$

aus; werden zwanziger Niete angewendet, so ist die erforderliche Nietenzahl:

$$\frac{14020}{1885} \doteq 8.$$

Für die Spannweiten von 3,5 und 2,5 m wurden für die Längsträger die Querschnitte Fig. 589 und 590 gewählt.

Analog dem Vorhergehenden ergibt sich die Inanspruchnahme dieser Längsträger mit 690 at respektive 654 at gegenüber der zulässigen Inanspruchnahme von 707 respektive 705 at.

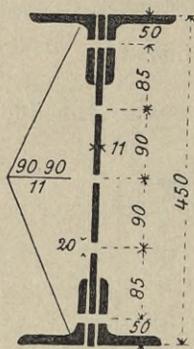


Fig. 589. [1:10]



Fig. 590. [1:10]

d) Querträger: Die Querträger 3, 4 und 5, Fig. 585, haben ein und dieselben, die Querträger 0, 1 und 2 verschiedene Lasten zu tragen.

Die Spannweite aller Querträger ist 4,8 m und gleich der Achsentfernung der Hauptträger, daher ist die zulässige Inanspruchnahme derselben:

$$700 + 2 \times 4,8 = 710 \text{ at.}$$

Belastung und größtes äußeres Moment:

Für die Querträger 3, 4 und 5 gilt das Lastenschema Fig. 591, u. z. ist:

a) Eigengewicht der Fahrbahn.

Q_1	{	seitliche Langschwellen	= 0,07 T.
		Bohlenbelag	= 0,09 „
			$Q_1 = 0,16 \text{ T.}$
Q_2	{	Belag, Querschwellen, Schienen	= 1,51 T.
		Eigengewicht der Längsträger	= 1,05 „
		Querriegel	= 0,05 „

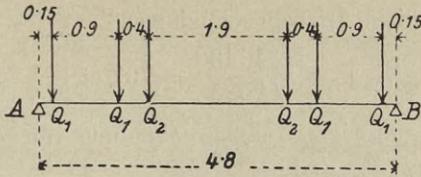


Fig. 591.

β) Verkehrslast, Eigengewicht des Querträgers und M_{\max} .

Die zufällige Last, welche tatsächlich in Q_2 angreift, ist laut Skala a der Seite 7 für eine Stützweite von 8,4 m, d. i. gleich der doppelten Länge eines 4,2 m langen Längsträgers, 9,47 Tonnen pro l. m.

Daher ergeben sich für die beiden an den Verbindungsstellen zwischen Quer- und Längsträger wirkenden Einzellasten mit:

$$\frac{1}{2} \cdot 8,4 \times 9,46 = 39,73 \text{ Tonnen.}$$

Nimmt man endlich das Eigengewicht des Querträgers mit 0,2 T. pro l. m. an, so ergibt sich:

$$M_{\max} = 31,464 \text{ Tonnenmeter.}$$

Widerstandsmoment und Inanspruchnahme des Querschnittes.

Wählt man den Querschnitt Fig. 592, so ist:

das Trägheitsmoment des Stehbleches . . .	19 800,0	}	+
„ „ der Gurtwinkel . . .	76 280,8		
„ „ „ Lamellen . . .	65 957,2		
„ „ des vollen Querschnittes	162 038,0 cm^4	}	-
„ „ der Nietlöcher (1) . .	18 733,0		
„ „ „ (2) . .	2 840,2		
„ „ „ (3) . .	991,5		
„ „ „ (4) . .	111,5		
„ „ des nutzbar. Querschnittes	139 361,7 cm^4		

Daher ist:

$$W = \frac{139361,7}{31,3} = 4452,5 \text{ cm}^3$$

und die tatsächliche Inanspruchnahme:

$$k = \frac{3146400}{44525} = 707, \text{ at}$$

gegenüber der zulässigen Inanspruchnahme von 710 at.

Der Querträger 2:

Die Verteilung der Lasten ist ebenso wie für die Querträger 3, 4, 5 und die Größen von Q_1 und Q_2 sind so wenig von den früheren verschieden, daß man den Querschnitt Fig. 592 auch für diesen Querträger beibehalten kann.

Der Querträger 1:

Die Lastverteilung ist dieselbe, wie in Fig. 590 dargestellt, aber die Größen der Lasten Q_1 und Q_2 sind wesentlich von den früheren Werten verschieden und zwar ist hier:

a) Eigengewicht.

	Seitliche	Länge	Querschnitt	sp.G.	
{	Langschwelle	$\cdot \frac{1}{2} (2,5 + 3,5)$	$\cdot 0,13$	$\cdot 0,16$	$\cdot 0,8 = 0,05 \text{ t}$
	Bohlenbelag	$\cdot \frac{1}{2} (2,5 + 3,5)$	$\cdot \frac{1}{2} \cdot 1,1$	$\cdot 0,05$	$\cdot 0,8 = 0,066 \text{ t}$
				$Q_1 = 0,116 \text{ t}$	
{	Belag, Querschwel-	$\cdot \frac{1}{2} (2,5 + 3,5)$	$\cdot 0,36$		$= 1,08 \text{ t}$
	len, Schienen				
	Gewicht der Längsträger				$= 0,52 \text{ t}$
	daher von 4 Längsträgern übertragen				$= 1,60 \text{ t}$
	von 2 anstossenden	" "			$= 0,80 \text{ t}$

β) Verkehrslast, Eigengewicht des Querträgers und M_{\max} .

Die zufällige Last, welche in Q_2 angreift, ist laut Skala a der Seite 7 für eine Spannweite von $2,5 + 3,5 = 6,00 \text{ m}$: 10,9 Tonnen pro Längenermeter Brücke, daher die gesamte Last:

$$10,9 \times 6 = 65,4 \text{ Tonnen}$$

oder pro Längsträger:

$$65,4 : 2 = 32,7 \text{ Tonnen.}$$

Demnach ist der von der Verkehrslast erzeugte Stützen-
druck eines Längsträgers

16,35 Tonnen

und somit:

$$Q_2 = 0,8 + 16,35 = 17,15 \text{ Tonnen.}$$

Nimmt man ferner das Eigen-
gewicht des Querträgers mit 0,16 t
pro l. m. an, so ist:

$$M_{\max} = 25,467 \text{ Tonnenmeter.}$$

Widerstandsmoment und
Inanspruchnahme des Quer-
schnittes.

Wählt man den Querschnitt
Fig. 593, so ist das Trägheits-
moment des nutzbaren Quer-
schnittes:

$$t_n = 111786,9 \text{ cm,}$$

das Widerstandsmoment:

$$W = \frac{111786}{31,0} = 3600 \text{ cm}^3$$

und die tatsächliche Inanspruch-
nahme:

$$k = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{2546700}{3600} = 706 \text{ at}$$

gegenüber der zulässigen Inanspruch-
nahme von 710 at.

Auf analoge Weise wird der
Endquerträger 0 gerechnet.

Deckung der Stehblechstösse bei den Querträgern.

Der nutzbare Querschnitt des Stehbleches ist:

$$f_n = (60,0 - 7 \times 2,0) 1,1 = 50,6 \text{ cm}^2.$$

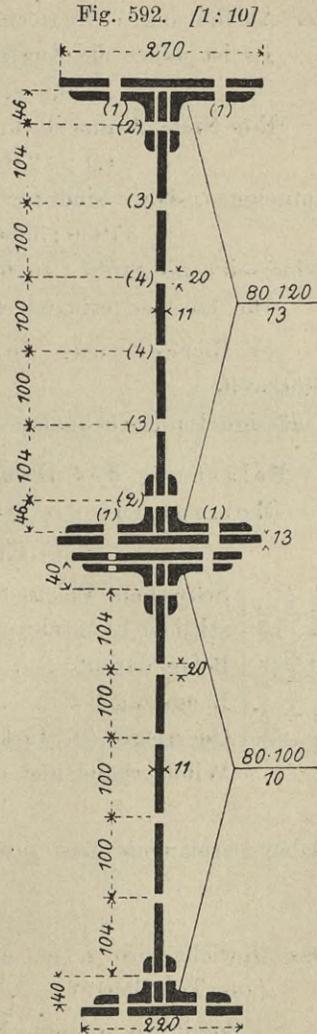


Fig. 593. [1:10]

(Es wurden 7 Nietlöcher statt 6, entsprechend den angenommenen Querschnitten, abgezogen, weil möglicherweise bei der Ausführung 7 Nietlöcher notwendig werden könnten.)

Es ist daher die Zugfestigkeit des ganzen Stehbleches:

$$50,6 \times 710 = 35\,930 \text{ kg.}$$

Eine Niete, 20 mm stark, auf Leibungsdruck beansprucht, kann

$$1,1 \times 2,0 \times 1400 = 3080 \text{ kg}$$

aufnehmen, daher sind zur Deckung der Stöße die Laschen mit

$$35\,930 : 3080 = 11,7 \approx 12 \text{ Nieten}$$

beiderseits des Stosfes zu befestigen.

Die Laschen erhalten dieselbe Stärke wie das Stehblech.

e) Berechnung der Hauptträger.

Stützweite 41,4 m

Zulässige Inanspruchnahme . . . $780 + 1,4 \times 1,5 = 782 \text{ at.}$

Belastung des Hauptträgers und das größte Moment für die Querschnitte 1—5, Fig. 585:

a) Eigengewicht.

Gewicht der Fahr- bahn, des Fahrbahn- gerippes u. dgl.	{	Schwellen, Belag, Schienen . . .	$41,4 \cdot 0,36 = 14,90 \text{ t}$
		seitliche Langschwellen 4.	$4 \cdot 41,4 \cdot 0,13 \cdot 0,16 \cdot 0,8 = 2,76 \text{ t}$
		Belag darauf . . .	$2 \cdot 41,4 \cdot 1,1 \cdot 0,05 \cdot 0,8 = 3,64 \text{ t}$
		Längsträger	9,40 t
		Querriegel (9 Stück à 0,05)	0,45 t
		Windverband und oberer Querverband	<u>3,65 t</u>
		für beide Hauptträger . . .	44,80 t

Daher permanente Last pro l. m. eines Hauptträgers:

$$\frac{44,8}{2 \cdot 41,4} = 0,54 \text{ t}$$

Das Gewicht pro l. m. eines Hauptträgers selbst

(aus Tabellen*) 0,60 t

Somit das gesamte Eigengewicht eines Haupt-
trägers pro l. m $g = 1,14 \text{ t}$

*) Für die Ermittlung des Eigengewichtes einer Gitterbrücke hat man auch empirische Formeln, u. a. ist eine davon:

$$A + Bl + Cl^2 = \text{Eisengewicht der Brücke,}$$

wenn l die Spannweite bedeutet und $A = 780$, $B = 25,3$ und $C = 0,01$ ist.

β) Verkehrslast und M_{max} .

Die zufällige Belastung laut Skala a der Seite 7 pro l. m. eines Hauptträgers ist:

$$p = \frac{1}{2} 5,56 = 2,78 \text{ Tonnen.}$$

Daher ergibt sich die gesamte Last pro Längenmeter eines Hauptträgers mit:

$$q = g + p = 3,92 \text{ Tonnen.}$$

Das Knotengewicht in 0 Fig. 585 hat, da es direkt auf das Auflager übertragen wird, auf die Stabspannungen keinen Einfluss und ist nur für die Auflager-Konstruktion und den Endständer zu berücksichtigen.

Belastung der Knoten:	1	2	3	4	5
Vom Eigengewicht G:	3,42	4,39	4,79	4,79	4,79 t
Von der Verkehrslast P:	8,34	10,70	11,67	11,67	11,67 t
„ „ Totallast Q:	11,76	15,09	16,46	16,46	16,46 t

Stützendruck.

Vom Eigengewicht $D_{Ag} = 22,16 \text{ t}$

Von der Totallast $D_{Aq} = 76,23 \text{ t}$

Bestimmung der Stabspannungen.

Zur Ermittlung der Stabspannungen werden die Gleichungen 65, 66', 67' und 68' verwendet.

Es sind für die Ermittlung der Spannung S in den Untergurtstäben U_1-U_6 die Momente:

$$M_1 = 76,23 \cdot 2,5 = \dots \dots \dots 190,575 \text{ tm}$$

$$M_2 = 76,23 \cdot 6,0 - 11,76 \cdot 3,5 = \dots \dots \dots 416,220 \text{ „}$$

$$M_3 = 76,23 \cdot 10,2 - 11,76 \cdot 7,7 - 15,09 \cdot 4,2 = \dots \dots \dots 626,616 \text{ „}$$

$$M_4 = 76,23 \cdot 14,4 - 11,76 \cdot 11,9 - 15,09 \cdot 8,4 - 16,46 \cdot 4,2 = \dots \dots \dots 761,880 \text{ „}$$

$$M_5 = 76,23 \cdot 18,6 - 11,76 \cdot 16,1 - 15,09 \cdot 12,6 - 16,46 (8,2 + 4,2) = \dots \dots \dots 831,012 \text{ „}$$

während die in der folgenden Tabelle enthaltenen Werte für $y_n = h_n$ aus der Fig. 585 zu entnehmen sind.

Kennt man die Spannung in den Untergurtstäben, so ergibt sich ohneweiters mit Hilfe der Gleichung 66' die Spannung P in den Obergurtstäben.

Die Berechnung der Spannung in den Gitterstäben ist derart durchzuführen, daß man zunächst die Spannung, welche das Eigengewicht, und sodann jene, welche die Verkehrslast erzeugt, rechnet und schließlich beide Werte addiert.

Für die Ermittlung der Spannung, welche das Eigengewicht erzeugt, Fig. 594, kann man für die Anwendung der Gleichung 67' und 68' die oben ausgerechneten Momente verwenden, wenn man schließlich den gefundenen Wert von J , respektive den Subtrahenden der Gleichung 68', mit $\frac{g}{q}$ multipliziert.

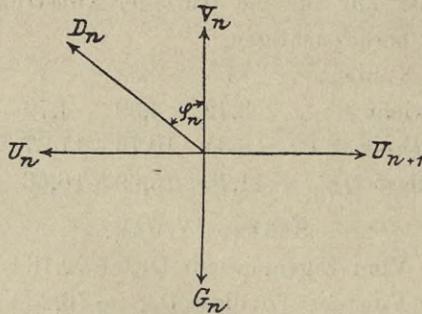


Fig. 594.

Für die Berechnung der Spannung, welche die Verkehrslast in den Gitterstäben hervorruft, wurde der Einfachheit halber und da der hierbei gemachte Fehler belanglos ist, als neutraler Punkt der Halbierungspunkt der betreffenden Knotenweite angenommen, Fig. 594a.

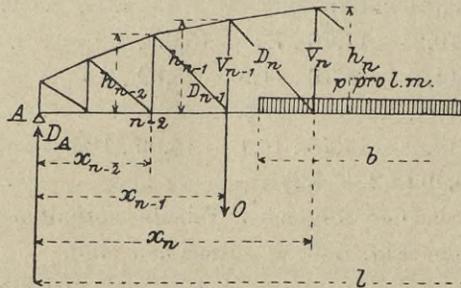


Fig. 594a.

Die für die Berechnung der Spannungen S, P, J und Z notwendigen Hilfsgrößen sind in der folgenden Tabelle enthalten.

Tabelle über Hilfsgrößen *) zur Berechnung der Stabspannungen.

Stab U, O, D mit dem Index n =	Höhe y = h Knotenpunkte im des Trägers in Knotenpunkte n	Abstand x des Knotens n von der Linken Stütze	$\frac{x_n}{y_n}$ ($y_n = h_n$)	$\log \cotg \omega_n$	ω_n	$\log \operatorname{cosec} \omega_n$	$\log \cotg \varphi_n$	φ_n	$\log \operatorname{cosec} \varphi_n$	$\log \cos \varphi_n$	Länge der belasteten Strecke b in m für max j_n und min Z_n	Belastung p in Tonnen pro l m u. Träger dieser Strecke nach Skala b auf Seite 8	Stützdruck in Tonnen $D_A = \frac{p}{2} \cdot l$	$\frac{x_n}{y_n} - \frac{x_{n-1}}{y_{n-1}}$	$\frac{y_n}{y_{n-1}} - \frac{x_n}{x_{n-1}}$
0	2,00	0,00	0,000	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1	2,908	2,50	0,8597	9,560141	70° 2' 20"	0,026907	9,903090	51° 20' 25"	0,107422	9,795667	40,15	3,097	60,295	0,8597	—
2	3,983	6,00	1,5064	9,487340	72° 55' 34"	0,019575	9,195265	50° 16' 42"	0,113984	9,805541	37,15	3,200	53,338	0,6467	0,8597
3	4,971	10,20	2,0519	9,371508	76° 45' 45"	0,011696	9,997696	46° 31' 9"	0,139300	9,837059	33,30	3,334	44,657	0,5455	0,6467
4	5,629	14,40	2,5582	9,194977	81° 5' 46"	0,005265	0,073195	40° 11' 40"	0,190182	9,883013	29,10	3,481	35,606	0,5063	0,5455
5	5,959	18,60	3,1213	8,895265	85° 30' 27"	0,001337	0,127182	36° 43' 41"	0,232387	9,903895	24,90	3,628	27,170	0,5631	0,5063
6	5,959	22,80	3,8261	∞	90° 0' 0"	0,000000	0,151924	35° 10' 36"	0,239503	9,912424	20,70	3,775	19,538	0,7048	0,5631
7	5,629	27,00	4,7966	8,895265	85° 30' 27"	0,001337	0,151924	35° 10' 36"	0,239503	9,912424	16,50	4,115	13,530	0,9705	0,7048
8	4,971	31,20	6,2764	9,194977	81° 5' 46"	0,005265	0,127182	36° 43' 41"	0,232387	9,903895	12,30	4,655	8,505	1,4798	0,9705
9	3,983	35,40	8,8878	9,371508	76° 45' 45"	0,011696	0,073195	40° 11' 40"	0,190182	9,883013	8,10	5,760	4,564	2,6114	1,4798
10	2,908	38,90	13,3769	9,487340	72° 55' 34"	0,019575	0,056142	41° 18' 25"	0,180395	9,875747	4,25	7,600	1,658	4,4891	2,6114
11	2,00	41,40	20,700	9,560141	70° 2' 20"	0,026907	0,065654	40° 41' 8"	0,185814	9,879841	1,25	13,750	0,259	7,3231	4,4891

*) $S_n = \frac{M_n - 1}{y_n - 1}$ Der größte Wert von S_n u. P_n wird bei Vollbelastung erreicht.
 $P_n = S_{n+1} \operatorname{cosec} \omega_n$
 $J_n = \frac{1}{\sin \varphi_n} (S_{n+1} - S_n) \frac{g}{q}$
 $Z_n = G_n - \cotg \varphi_n (S_{n+1} - S_n) \frac{g}{q}$
 $\max J_n \sin \varphi_n = \frac{M_n}{y_n} - \frac{M_{n-1}}{y_{n-1}} = D_A \left(\frac{x_n}{y_n} - \frac{x_{n-1}}{y_{n-1}} \right)$
 $\min Z_n = -D_A \left(\frac{x_{n-1}}{y_{n-1}} - \frac{x_{n-2}}{y_{n-2}} \right)$

Die vom Eigengewichte herrührende Spannung in den Diagonalen und Vertikalen, Fig. 594, bei Benützung der vorhin aufgestellten Momente für die Vollbelastung.

Eigengewicht = 0. Verkehrslast einseitig nur auf der Strecke b aufgebracht, Fig. 594a.

Tabelle über die Stabspannungen.

Stab U, O, D, V mit dem Index n =	Spannung in Tonnen bei						Anmerkung		
	Totalbelastung		Eigengewicht		einseitiger Belastung			Summe	
	in den Stäben								
U	O	D	V	D max J _n	V min J _n	D	V		
0	—	—	—	— 22,18	—	—	—	—	— 82,50
1	0,000	— 69,72	+ 24,41	— 11,83	+ 66,38	+ 66,38	+ 90,80	+ 90,80	— 48,50
2	+ 65,53	— 109,32	+ 14,73	— 5,03	+ 44,85	+ 44,85	+ 59,50	+ 59,50	— 29,00
3	+ 104,50	— 128,87	+ 8,40	— 0,99	+ 33,57	+ 33,57	+ 42,00	+ 42,00	— 19,40
4	+ 125,45	— 137,00	+ 4,46	+ 1,38	+ 27,93	+ 27,93	+ 32,40	+ 32,40	— 14,90
5	+ 135,35	— 139,88	+ 1,99	+ 3,19	+ 25,58	+ 25,58	+ 27,60	+ 27,60	— 11,50
6	+ 139,45	— 139,45	+ 0,00	+ 3,19	+ 23,90	+ 23,90	+ 23,90	+ 23,90	— 10,30
7	+ 135,35	— 139,88	— 2,07	+ 1,38	+ 22,79	+ 22,79	+ 20,70	+ 20,70	— 10,30
8	+ 125,45	— 137,00	— 4,81	+ 0,99	+ 21,05	+ 21,05	+ 16,20	+ 16,20	— 8,10
9	+ 104,50	— 128,87	— 9,44	+ 5,03	+ 18,47	+ 18,47	+ 9,10	+ 9,10	— 0,10
10	+ 65,53	— 109,32	— 17,17	+ 11,83	+ 11,28	+ 11,28	— 5,90	— 5,90	+ 10,50
11	0,00	— 69,72	— 29,24	+ 22,18	+ 2,91	+ 2,91	— 26,30	— 26,30	+ 22,20

Rechts fallende Diagonalen würden, wie das Vorzeichen vor dem numerischen Wert der Spannung sagt, in der letzten und vorletzten Knotenweite bei der Laststellung für max J_n gedrückt und infolgedessen die Vertikalen dortselbst gezogen werden. — Diese Diagonalen erfahren aber auch bei der Laststellung für min J_n ad 1. Abschn., 4. Kap., § 6 einen Druck und müßten ein steifes Profil erhalten. — Analoges würde sich für links fallende Diagonalen in der 1. und 2. Knotenweite ergeben, wenn man min J_n gerechnet hätte. Es sind daher Gegendiagonalen aus Flacheisen nur zwischen der 3. u. drittletzten Knotenweite wirksam.

Die in der vorstehenden Tabelle angegebenen Stabspannungen erfordern folgende Profile:

Stab	Spannung in Tonnen	Profil	Querschn.-fläche in cm ²		Freie Länge in cm	Trägheitsmoment in cm ⁴	Knickungs-coëff. c	Inanspruchnahme in kg pro cm ²		
			voll	nutzbar				$k = \frac{P}{\bar{r}_n}$	$k = c \frac{P}{\bar{r}_n}$	
U ₁	+ 0·00	Grundquerschnitt bestehend aus: 			—	—	—	—	—	
U ₂	+ 65·5		112·00	89·6	—	—	—	731	—	
U ₃	+ 104·5	Grundquerschnitt + 2 $\frac{300}{9}$ Lamellen.	166·00	136·4	—	—	—	766	—	
U ₄	+ 125·5	Grundquerschnitt + 3 $\frac{300}{9}$ Lamellen.	193·00	159·8	—	—	—	785	—	
U ₅	+ 135·4	Grundquerschnitt + 3 $\frac{300}{9} + \frac{300}{8}$ Lamellen.	217·00	180·6	—	—	—	760	—	
U ₆	+ 139·5	Grundquerschnitt + 3 $\frac{300}{9} + \frac{300}{8}$ Lamellen.	217·00	180·6	—	—	—	772	—	
O ₁	- 69·7	Grundquerschn. besteh. aus: 	148·00	132·8	260	6157·3	1·162	525	610	
O ₂	- 109·3	Grundquerschnitt + 1 $\frac{400}{11}$ Lamellen.	192·00	172·4	360	12024·0	1·207	634	765	
O ₃	128·9	Grundquerschnitt + 1 $\frac{400}{11} + 1 \frac{418}{13}$ Lamellen.	244·00	219·20	430	18957·3	1·238	588	728	
O ₄	137·0				420		1·227	625	767	
O ₅	139·9				420		1·227	638	783	
O ₆	139·5				420		1·227	636	780	
V ₀	- 82·5		152·00	136·00	200	3714·7	1·164	607	707	
V ₁	- 48·5		99·84	90·24	290	2533·0	1·331	537	715	
V ₂	- 29·0		83·16	74·36	390	1773·3	1·713	390	668	
V ₃	- 19·0		76·00	68·00	490	1608·2	2·135	285	608	
V ₄	- 14·9		68·00	60·00	560	1199·0	2·779	248	689	
V ₅	- 11·5				590		2·974	198	571	
D ₁	+ 90·8		135·00	116·28	—	—	—	781	—	
D ₂	+ 59·5		91·00	76·44	—	—	—	778	—	
D ₃	+ 42·0		64·9	54·34	—	—	—	773	—	
D ₄	+ 32·4		50·00	42·00	—	—	—	771	—	
D ₅	+ 27·6		44·00	36·00	—	—	—	767	—	
a) Gegengliedern	D ₆	+ 23·9		2 $\frac{180}{10}$	36·00	31·20	—	—	766	—
	D ₇	+ 20·7		2 $\frac{155}{10}$	31·00	27·00	—	—	767	—
	D ₈	+ 16·2		2 $\frac{130}{10}$	26·00	22·00	—	—	736	—
	D ₉	+ 9·1		1 $\frac{140}{10}$	14·00	11·60	—	—	784	—

Stück nach
Standard
Hörs.

Bei den gedrückten Stäben ist das Trägheitsmoment sowohl in Bezug auf die horizontale als auch vertikale Achse zu rechnen und davon das kleinere zu nehmen.

Nietverteilung.

Die Tragfähigkeit der bei der Konstruktion verwendeten Niete (ad Punkt 3 auf Seite 14) und die erforderliche Anzahl der Niete, welche zur Befestigung der Gitterstäbe mit den Gurten notwendig ist, sind in der folgenden Tabelle enthalten.

Stab	Stabspannung in Tonnen	Nieten					
		Durchmesser in mm	zulässige Inanspruchnahme	Tragfähigkeit in kg	Art der Beanspruchung	erforderliche Nietenzahl	
D ₁	+ 90,80	26	600 kg pro cm ² Nietquerschnitt	3186	doppelschnittig auf Abscherung	15	
D ₂	+ 59,50					10	
D ₃	+ 42,00	24		2716		8	
D ₄	+ 32,40	20		1885		9	
D ₅	+ 27,60			8			
D ₆	+ 23,90	24		2716		5	
D ₇	+ 20,70	20		1885		6	
D ₈	+ 16,20					5	
D ₉	+ 9,10	24	1400 kg pro cm ² Projektion der Nietlochleibung	pro Niete	Leibungsdruck	3	
V ₀	— 82,50		20	500 kg pro cm ² Nietquerschnitt	2716	doppelschnittig auf Abscherung	16
V ₁	— 48,50	13					
V ₂	— 29,00	8					
V ₃	— 19,40	6					
V ₄	— 14,90	4			1885		pro Nietquerschnitt
V ₅	— 11,50						

Tragfähigkeit der Lamellen.

Gurt	Lamelle	Nutzbarer Querschnitt der Lamelle in cm ²	Zulässige Inanspruchnahme in kg pro		Nietdurchmesser in mm	Anzahl der Niete, die vor jenem Querschnitte, in welchem die Lamelle bereits wirken soll, anzuordnen sind.
			cm ²	nutzbaren Querschnitt		
Unter-	$\frac{300}{9}$	23,4	782	18300	20	10
	$\frac{500}{8}$	20,8		16270		9 (10)
Ober-	$\frac{400}{8}$	28,8		22520		12
	$\frac{411}{11}$	39,6		30970		17 (18)
	$\frac{400}{13}$	46,8		36600		20

Deckung der Stöße.

Stoß des	Nutzbarer Querschnitt der gestossenen Teile	Zulässige Inanspruchnahme in kg pro		Nietdurchmesser in mm	Anzahl der Niete rechts u. links des Stoßes
		cm ²	nutzbaren Querschnitt		
Stehbleches	$\frac{370}{10}$; $f_n = 27,8 \text{ cm}^2$	782	21740	24	8
Winkel eisens im Gurt	$\frac{90,130}{10}$; $f_n = 19,0 \text{ cm}^2$		14860	20	8
	$\frac{80,120}{10}$; $f_n = 17,0 \text{ cm}^2$		13300	20	8

f) Berechnung des Windverbandes.

Der Windverband ist ein zweifacher Parallelträger, dessen Obergurt mit dem Untergurte des einen und dessen Untergurt mit dem Untergurte des zweiten Hauptträgers zusammenfällt.

Entsprechend der Brückenverordnung vom Jahre 1887 sind 2 Alternativen in Betracht zu ziehen und von beiden die ungünstigere zu berücksichtigen (siehe Seite 12) und zwar:

1. Der Winddruck auf die belastete Brücke mit 0,17 t,
2. „ „ „ „ unbelastete „ „ 0,27 t.

Die Gesamtumriffsfläche (Fig. 595) eines Hauptträgers besteht aus einem Rechtecke (von der Länge 41,83 m und der Höhe von 2,0 m) und einem Parabelsegment:

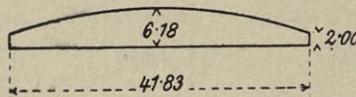


Fig. 595.

$$41,83 \times 2,08 + \frac{2}{3} 41,83 (6,18 - 2,00) = 201,2 \text{ m}^2.$$

Die faktisch exponierte Fläche eines Hauptträgers, welche sich dem Winddrucke entgegenstellt, bildet sich aus folgenden Einzelflächen:

Obergurt	17,144 m ²
Untergurt	16,732 m ²
Vertikalen	9,482 m ²
Diagonalen	20,256 m ²
Geländerwinkel	2,070 m ²
Zwickeln bei den Knotenblechen	0,316 m ²

Faktisch exponierte Fläche 66,000 m²

oder pro l. m = 66,0 : 41,40 = 1,6 m².

Daher ist die offene Maschenfläche 201,2 — 66 = 135,2 m²

und somit:

$$\text{das Reduktionsverhältnis} = \frac{\text{offene Maschenfläche}}{\text{gesamte Umriffsfläche}} = \frac{135,2}{201,2} = 0,67.$$

ad Skala auf Seite 12 ist bei einem Reduktionsverhältnisse von 0,6 die zweite Tragwand mit 0,4, bei einem

Reduktionsverhältnisse von 0,8 die zweite Tragwand mit 1,0, daher bei einem

Reduktionsverhältnisse von 0,67 die zweite Tragwand mit 0,61 der faktisch exponierten Fläche in Rechnung zu nehmen; es beträgt daher die skalamäßig reduzierte Fläche der zweiten Tragwand pro l. m

$$1,6 \times 0,61 = 1,00 \text{ m}^2.$$

Somit ist die exponierte Fläche pro l. m beider Wände:

$$1,6 + 1,00 = 2,6 \text{ m}^2.$$

Hiezu kommt noch der durch die vordere Tragwand nicht gedeckte Teil der Fahrbahn, welcher sich mit $0,5 \text{ m}^2$ pro l. m ergibt. Demnach ist die gesamte dem Winddrucke ausgesetzte Fläche pro l. m der Konstruktion:

$$2,6 + 0,5 = 3,1 \text{ m}^2.$$

Ist die Brücke belastet, so hat man sich für die Berechnung des Winddruckes ein verschiebbares Rechteck von $2,5 \text{ m}$ Höhe zu denken, welches jedoch zum Teil durch die vordere Tragwand verdeckt wird und zwar durch:

den Obergurt	4,712 m ²
die Vertikalen	4,966 m ²
die Diagonalen	11,049 m ²
die Geländerwinkel	2,070 m ²
die Zwickel	0,103 m ²

$$\text{Summe } 22,900 \text{ m}^2$$

oder

$$22,9 : 41,40 = 0,55 \text{ m}^2 \text{ pro l. m.}$$

Daher ergibt sich die dem Winddrucke exponierte Fläche dieses Rechteckes pro l. m. mit

$$2,5 - 0,55 = 2,00 \text{ m}^2.$$

Es ist demnach die auf den Windverband wirkende gleichmäßig verteilte Last, Fig. 596:

$$g = 3,1 \times 0,17 = 0,53 \text{ Tonnen pro l. m}$$

und die bewegliche Last, Fig. 597:

$$p = 2,0 \times 0,17 = 0,34 \text{ Tonnen pro l. m.}$$

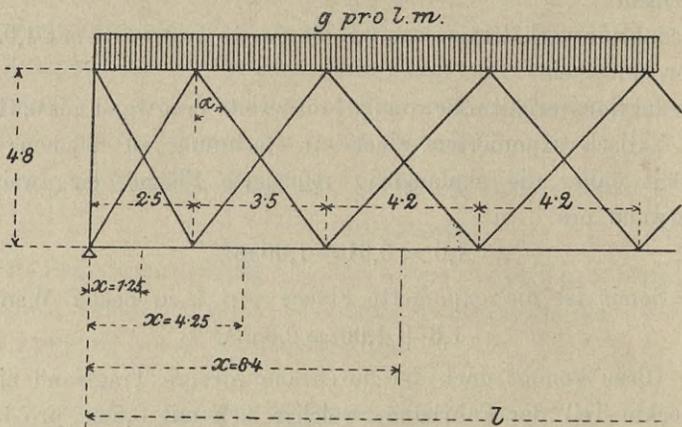


Fig. 596.

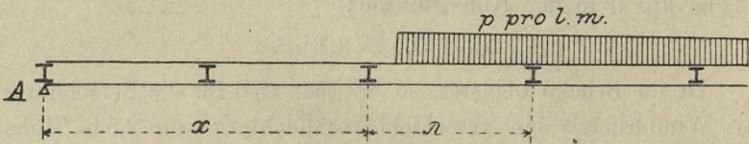


Fig. 597.

Ist die Brücke unbelastet, so ist der gleichmäßig verteilte Winddruck:

$$g = 3,1 \times 0,27 = 0,84 \text{ Tonnen pro l. m.}$$

Nach der Gleichung 56 und 59 ist die Spannung in einer Diagonalen eines mehrfachen Parallelträgers:

$$J = \frac{1}{n} R \sec \alpha.$$

Hiefür ist $n = 2$ und die Transversalkraft R'' , hervorgerufen durch den gleichmäßig verteilten Winddruck auf die Konstruktion, Fig. 596, nach der Gleichung 25:

$$R'' = \frac{1}{2} g l - g x = \frac{1}{2} g l \left(1 - 2 \frac{x}{l} \right) = 10,971 \left(1 - 2 \frac{x}{l} \right)$$

somit für:

$$x = 1,25 \quad 4,25 \quad 8,1 \quad 12,3 \quad 16,5 \quad 20,7$$

$$R'' = 10,31 \quad 8,72 \quad 6,68 \quad 4,45 \quad 2,23 \quad 0,00 \text{ Tonnen}$$

und die Transversalkraft R''_{\max} , welche der auf das verschiebbare, stets in die jeweilig ungünstigste Lage zu stellende Rechteck (Fig. 597)

wirkende Winddruck zur Folge hat (nach der diesbezüglichen Gleichung auf Seite 83):

$$R''_{\max} = \frac{1}{2} p \frac{(1 - \lambda - x)^2}{1 - \lambda} = 0,17 \frac{(1 - \lambda - x)^2}{1 - \lambda}$$

für:

x =	0,00	2,5	6,00	10,2	14,4	18,6 m
λ =	2,5	3,5	4,2	4,2	4,2	4,2 m

ist:

$$R''_{\max} = 6,61 \quad 5,62 \quad 4,45 \quad 3,33 \quad 2,38 \quad 1,58 \text{ Tonnen.}$$

Es ist somit:

$$R = R'' + R''_{\max}$$

und zwar im:

1. Feld	16,92 Tonnen,
2. "	14,34 "
3. "	11,13 "
4. "	7,78 "
5. "	4,61 "
6. "	1,58 "

Zieht man die zweite Alternative in Betracht, so ist:

$$\frac{270}{170} = 1,588$$

die Verhältniszahl, mit welcher jeder Wert von R'' zu multiplizieren ist, um die Transversalkräfte in den 6 Feldern zu erhalten, wenn nicht 170, sondern 270 kg pro m² wirken; es ist dann:

$$R'' = 16,37 \quad 13,85 \quad 10,61 \quad 7,07 \quad 3,54 \quad 0,00 \text{ Tonnen.}$$

Diese Werte der Transversalkräfte sind gegenüber jenen (R), welche dem ersten Belastungsfalle entsprechen, kleiner; es wird daher die belastete Brücke durch den Winddruck nachteiliger beeinflusst als die unbelastete.

Setzt man in der Gleichung:

$$J = \frac{1}{2} R \sec \alpha$$

die Werte ein, so ergibt sich die Beanspruchung jeder Diagonalen im

1. Felde mit	9,54
2. " "	8,87
3. " "	7,39
4. " "	5,17
5. " "	3,06
6. " "	1,04 Tonnen.

Wählt man für die Diagonalen im ersten Felde den Querschnitt:

$$20 \frac{\overline{\text{II}}}{\text{II}} 2 \frac{80 \cdot 80}{8}$$

mit $f_v = 24,32 \text{ cm}^2$

„ $f_n = 21,12 \text{ cm}$

„ $t_v = 174,5$ (auf die horizontale Achse bezogen)

u. ist die Knicklänge $l = 240 \text{ cm}^2$ (d. i. die halbe Stablänge, weil die Stäbe am Kreuzungspunkt mit einander verbunden sind), so ist die tatsächliche Inanspruchnahme nach der Gleichung 19:

$$k = 1,95 \frac{9540}{21,12} = 878 \text{ at}$$

gegenüber der zulässigen Inanspruchnahme von 1000 at (Seite 15, Punkt e).

Analog werden die Querschnitte der übrigen Diagonalen festgelegt.

Von den Gurtstäben sind die in der Trägermitte liegenden am meisten beansprucht.

Es erleidet der Untergurtstab U_6 eine vom Eigengewichte und von der Verkehrslast herrührende Spannung von:

$$S_6 = 139,5 \text{ Tonnen.}$$

Der Winddruck mit

$$q = 0,53 + 0,34 = 0,87 \text{ Tonnen pro l. m}$$

erzeugt ein größtes Moment in der Trägermitte:

$$M_{\max} = \frac{1}{8} \cdot 0,87 \cdot 41,2^2 = 186,39 \text{ T.m.}$$

und im 6. Untergurtstabe eine Spannung:

$$S_6^{(w)} = \frac{186,39}{4,8} = 38,8 \text{ Tonnen.}$$

Es ist demnach:

$$S_6 + S_6^{(w)} = 178,3 \text{ Tonnen.}$$

Der Untergurtstab U_6 hat einen nutzbaren Querschnitt von:

$$180,6 \text{ cm}^2,$$

welchem eine Inanspruchnahme von:

$$k = \frac{178300}{180,6} = 987 \text{ at}$$

gegenüber einer zulässigen Inanspruchnahme von 1000 at entspricht. Eine Verstärkung des Untergurtes, wegen des Winddruckes, ist daher nicht notwendig.



Anhang.

Begriff der virtuellen Verschiebung und der Arbeitsgleichung. Anwendung der Arbeitsgleichung zur Berechnung statisch unbestimmter Fachwerke. Verschiebung der Knotenpunkte eines Fachwerkes. Maxwell'sche Satz. Biegungspolygon für ebene Fachwerke.

§ 1. Begriff der virtuellen Verschiebung und der Arbeitsgleichung.

Wenn an einem einerseits fest eingespannten Stabe in seiner Achsrichtung eine Kraft wirkt, so ist diese Kraft auch gleich der im Stabe auftretenden Spannung S .

Ist die, durch die Wirkung dieser Kraft verursachte Längenänderung des Stabes Δs Fig. 1, so ist die von der Kraft wirklich geleistete Arbeit:

$$A = \int_0^S S_x d\Delta s = \frac{1}{2} S \Delta s.$$

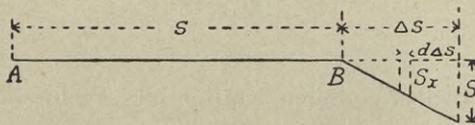


Fig. 1.

Man kann nämlich innerhalb eines unendlich kleinen Zeitteilchens eine etwa veränderliche Kraft, welche von 0 bis S wächst, als konstant von der Größe S_x ansehen, welche innerhalb dieses Zeitteilchens eine Arbeit:

$$S_x d\Delta s$$

leistet.

Im Gegensatze zu dieser wirklich geleisteten Arbeit steht die virtuelle Arbeit A_v , welche die Stabspannung S in dem nur gedachten Falle leistet, wenn sie während der ganzen Bewegungsdauer den Endwert S (also die Formveränderung des Stabes bereits durchgeführt) hätte und an Stelle der wirklichen Verschiebung des Stabendpunktes irgend eine willkürliche virtuelle $\overline{\Delta s}$ treten würde Fig. 2; also:

$$A_v = S \overline{\Delta s}.$$

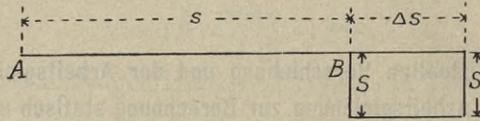


Fig. 2.

Wenn man sich an Stelle eines Stabes ein ganzes Stabgebilde (Fachwerk) vorstellt, so ist die auf sämtliche Stäbe ausgedehnte virtuelle Arbeit der Stabspannungen:

$$\Sigma A_v = \Sigma S \overline{\Delta s}.$$

So wie die Stabspannungen leisten auch die in den Knotenpunkten wirkenden äußeren Kräfte bei einer virtuellen Verschiebung der Knotenpunkte eine virtuelle Arbeit.

Ist Q die Resultierende aller äußeren Kräfte an einem Knotenpunkte n , die Projektion der virtuellen Verschiebung auf die Krafrichtung r_n , so ist:

$$Q_n r_n$$

die von Q_n und

$$\Sigma Q_n r_n$$

die von sämtlichen äußeren Kräften des Fachwerkes geleistete virtuelle Arbeit.

Denkt man sich nun in den einzelnen Knotenpunkten die Spannkraften als äußere Kräfte, daher in entgegengesetzter Richtung wirkend, so ist die virtuelle Arbeit dieser

$$-\Sigma S \overline{\Delta s}.$$

Wirken nun neben den äußeren Kräften Q_n auch die Spannungen S als solche, und erfahren die im Gleichgewichtszustande befindlichen Knotenpunkte irgend eine unendlich

kleine virtuelle Verschiebung, so ist hiebei die Arbeitssumme für sämtliche Kräfte gleich Null; es ist nämlich im Gleichgewichtszustande die Resultierende aller in einem Knotenpunkte wirkenden Kräfte sowohl zu Anfang als auch während der unendlich kleinen Bewegung gleich Null, also:

$$\sum Q_n r_n - \sum S \overline{\Delta s} = 0$$

und hieraus:

$$\sum Q_n r_n = \sum S \overline{\Delta s} \dots \dots \dots 1$$

d. h. für den Gleichgewichtszustand eines Fachwerkes ist bei unendlich kleinen virtuellen Verschiebungen der Knotenpunkte die von den äußeren Kräften verrichtete virtuelle Arbeit ebenso groß wie die virtuelle Arbeit der Stabkräfte; letztere nennt man auch die virtuelle Formveränderungsarbeit des Fachwerkes.

Die äußeren Kräfte, welche an den Knotenpunkten eines Fachwerkes wirken, unterteilen sich in Lasten P und Auflagerdrücke C; demnach geht die Gleichung 1 über in:

$$\sum P \delta + \sum C \overline{\Delta c} = \sum S \overline{\Delta s} \dots \dots \dots 2$$

wenn δ und $\overline{\Delta c}$ die betreffenden virtuellen Verschiebungen bedeuten.

Die Gleichung 2 nennt man die Arbeitsgleichung des Fachwerkes, welche die Grundlage für weitere Entwicklungen bildet, u. a. solcher, die zur Bestimmung der Stabspannungen statisch unbestimmter Fachwerke verwendet werden.

Man kann sich jedes statisch unbestimmte Fachwerk in ein statisch bestimmtes übergeführt denken, wenn man so viele Stäbe, welche über die Stabzahl, die für ein statisch bestimmtes Fachwerk erforderlich ist, durch ihre Spannungen als äußere Kräfte wirkend ersetzt denkt. — Hiebei darf jedoch das Fachwerk nicht labil werden.

Die durch Kräfte ersetzten Stäbe nennt man überzählige Stäbe, während die übrigbleibenden, das sogenannte Hauptnetz bildenden, Stäbe und die Auflagerkräfte die notwendigen Glieder des Fachwerkes genannt werden.

Die Spannungen eines statisch bestimmten Fachwerkes wie auch die Auflagerreaktionen eines solchen lassen sich mit Hilfe

der Gleichgewichts-Bedingungen ohneweiters bestimmen, wenn man sämtliche auf das Fachwerk wirkende Kräfte, somit auch die, die überzähligen Stäbe ersetzenden Spannkkräfte X kennt.

Um diese letzteren ermitteln zu können, wird es sich darum handeln, sovieler brauchbare Gleichungen aufzustellen, als unbekannte Stabspannungen vorhanden sind, oder was dasselbe ist, sovieler Gleichungen, so vielfach als das System statisch unbestimmt ist (2. Kap. § 3).

Da man die überzähligen Stabkräfte oder auch die überzähligen Auflagerreaktionen als geradlinige Funktionen anderer ebenfalls in der ersten Potenz vorkommenden Unbekannten, beispielsweise als Funktionen ihrer Momente in Bezug auf irgend einen Punkt, ausdrücken kann, und da in den Gleichgewichtsbedingungen alle Kräfte ausschließlich in der ersten Potenz vorkommen, kann man behaupten, daß sich auch die Spannungen der Stäbe im Hauptnetze wie auch die Auflagerreaktionen des letzteren in geradliniger Form ausdrücken lassen.

Es ist somit:

$$\begin{aligned} S &= S_0 + S_1 X' + S_2 X'' + \left. \begin{array}{l} \text{je nach dem Grad} \\ \text{der Unbestimmbarkeit} \end{array} \right\} + S_n X^{(n)} \\ C &= C_0 + C_1 X' + C_2 X'' + \left. \begin{array}{l} \text{je nach dem Grad} \\ \text{der Unbestimmbarkeit} \end{array} \right\} + C_n X^{(n)} \end{aligned} \quad . \quad 3$$

wobei $X' X'' X''' \dots X^{(n)}$ gewisse statisch nicht bestimmbare Größen bedeuten, während $S_0 S_1 \dots S_n, C_0 C_1 \dots C_n$ Werte vorstellen, welche von den unbekanntem X unabhängig sind. *)

Insbesondere bedeutet S_0 und C_0 den Wert der Spannung, respektive der Auflagerkräfte, wenn alle X verschwinden.

*) Fig. 3 stellt ein durch die Anordnung des Ständers AC statisch unbestimmtes Stabgebilde vor; — dadurch, daß man an Stelle des Ständers AC die Kraft X wirkend denkt, wird das Stabgebilde statisch bestimmt.

Im Zustande des Gleichgewichtes ist:

$$\begin{aligned} -S_1 a - Q_1 b - Q_2 c + X b &= 0 \\ S_1 &= -\frac{Q_1 b + Q_2 c}{a} + \frac{b}{a} X \end{aligned}$$

es ist also:

$$\begin{aligned} S_0 &= -\frac{Q_1 b + Q_2 c}{a} \\ S_1 &= +\frac{b}{a} \end{aligned}$$

Man kann daher der Größe X' den Wert $X' = 1$, dagegen allen übrigen statisch unbestimmbaren Größen X und den Lasten P den Wert 0 beimessen, so daß also S_1 den Wert der Spannung S und C_1 den Wert des Auflagerdruckes C angibt, wenn $X' = 1$ ist; dann ist:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma C_1 \overline{\Delta c} &= S_1 \overline{\Delta s} \\ \text{analog ist für den Fall } X'' = 1, X''' = 1 \dots X^{(n)} = 1: \\ \Sigma C_2 \overline{\Delta c} &= \Sigma S_2 \overline{\Delta s} \\ \Sigma C_3 \overline{\Delta c} &= \Sigma S_3 \overline{\Delta s} \\ \text{---} & \text{---} \\ \Sigma C_n \overline{\Delta c} &= \Sigma S_n \overline{\Delta s} \end{aligned} \right\} 4$$

Durch partielle Differenzierung der Gleichungen 3 nach $X' X'' \dots X^{(n)}$ erhält man:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dS}{dX'} = S_1; \frac{dS}{dX''} = S_2; \dots \frac{dS}{dX^{(n)}} = S_n \\ \frac{dC}{dX'} = C_1; \frac{dC}{dX''} = C_2; \dots \frac{dC}{dX^{(n)}} = C_n \end{aligned} \right\} \dots 5$$

Durch die Gleichungen 5 gehen die Gleichungen 4 über in:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \frac{dC}{dX'} \overline{\Delta c} &= \Sigma \frac{dS}{dX'} \overline{\Delta s} \\ \Sigma \frac{dC}{dX''} \overline{\Delta c} &= \Sigma \frac{dS}{dX''} \overline{\Delta s} \\ \text{---} & \text{---} \\ \Sigma \frac{dC}{dX^{(n)}} \overline{\Delta c} &= \Sigma \frac{dS}{dX^{(n)}} \overline{\Delta s} \end{aligned} \right\} \dots 6$$

Hiedurch entstehen so viele Gleichungen, als Unbekannte X vorhanden sind und ermöglichen daher diese Gleichungen die Berechnung der Unbekannten, — wenn man von den virtuellen Formänderungen $\overline{\Delta c}$ und $\overline{\Delta s}$ auf die wirklichen Δc und Δs übergeht.

Es ist bei Berücksichtigung der Temperaturänderung um τ^0 und den Ausdehnungskoeffizienten ξ pro Grad:

$$\Delta s = \frac{Ss}{Ef} + \xi \tau s \dots 7$$

wenn E den Elastizitätsmodul und f den Stabquerschnitt bedeutet.

Die Verschiebung Δc der Stützpunkte eines Fachwerkes hängt von der Form, der Elastizität, der Belastung und den Temperaturänderungen der das Fachwerk stützenden Körper ab und lassen sich fast nie mit Sicherheit angeben.

Man setzt sie meistens gleich 0 oder schätzt sie; — denn bei unnachgiebigen Stützen und festen Lagern ist eine Verschiebung an und für sich unmöglich und daher $\Delta c = 0$; ebenso bei einem reibungslosen Rollenlager, bei welchem die Verschiebung c nur senkrecht zur Richtung der Auflagerkraft erfolgen kann.

Ersetzt man $\overline{\Delta s}$ durch Δs und $\overline{\Delta c}$ durch Δc , so gehen für die Fälle $X' = 1, X'' = 1, X^{(n)} = 1$ die Gleichungen 6 über in:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma \frac{dC}{dX'} \Delta c &= \Sigma \frac{S_s}{Ef} \frac{dS}{dX'} + \Sigma \xi \tau_s \frac{dS}{dX'} \\ \Sigma \frac{dC}{dX''} \Delta c &= \Sigma \frac{S_s}{Ef} \frac{dS}{dX''} + \Sigma \xi \tau_s \frac{dS}{dX''} \\ \Sigma \frac{dC}{dX^{(n)}} \Delta c &= \Sigma \frac{S_s}{Ef} \frac{dS}{dX^{(n)}} + \Sigma \xi \tau_s \frac{dS}{dX^{(n)}} \end{aligned} \right\} \dots 8$$

oder allgemein wenn man die Arbeit der Auflagerkräfte mit A_c bezeichnet

$$A_c = \Sigma \frac{S_s}{Ef} \frac{dS}{dX} + \Sigma \xi \tau_s \frac{dS}{dX} \dots \dots \dots 9$$

worin man für X der Reihe nach die verschiedenen Werte $X' X'' \dots X^{(n)}$ zu setzen hat.

Im Falle starrer und reibungsloser Auflager ist:

$$0 = \Sigma \frac{S_s}{Ef} \frac{dS}{dX} + \Sigma \xi \tau_s \frac{dS}{dX} \dots \dots \dots 10$$

§ 2. Anwendung der Arbeitsgleichung zur Berechnung statisch unbestimmter Fachwerke.

Fig. 4 stellt ein statisch unbestimmtes Fachwerk vor, welches durch Entfernen des Stabes CF oder ED in ein statisch bestimmtes übergeführt werden kann, ohne daß dabei das Fachwerk labil wird.

Das Fachwerk ist einfach statisch unbestimmt und gehen die Gleichungen 3 über in:

$$\left. \begin{aligned} S &= S_0 + S_1 X' \\ C &= C_0 + C_1 X' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 3'$$

wenn X' die Spannung im überzähligen Stabe vorstellt.

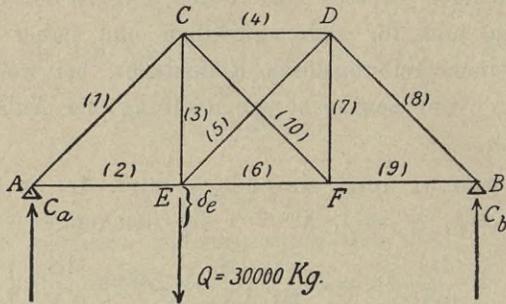


Fig. 4. [1:50]

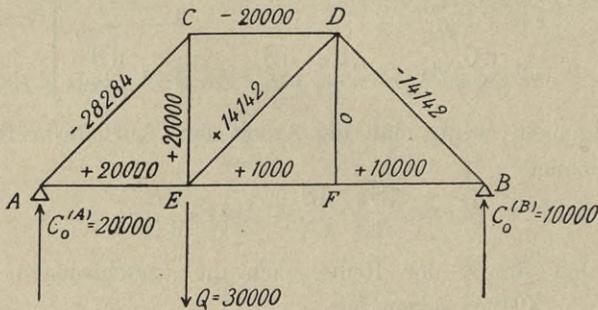


Fig. 5. [1:50]

In Fig. 5 ist der überzählige Stab CF entfernt; die durch die wirkliche Belastung hervorgerufenen Spannungen im Hauptnetze, welches ein starres, statisch bestimmtes Fachwerk ist, sowie auch die Stützendrücke wurden auf Grund der im ersten Abschnitte durchgeführten Erläuterung ermittelt und die Werte hierfür in der Figur 5 ersichtlich gemacht.

In Fig. 6 ist der Fall $X' = 1$ dargestellt, für welchen (die äußeren Kräfte und alle übrigen X hier also) Q gleich Null zu nehmen ist.

Die Stützendrücke sind $C_0^{(A)} = C_0^{(B)} = 0$, da nur zwei entgegengesetzt gleich große Kräfte wirken.

Die in der Figur eingeschriebenen Stabspannungen ergaben sich ebenfalls nach bekannten Regeln.

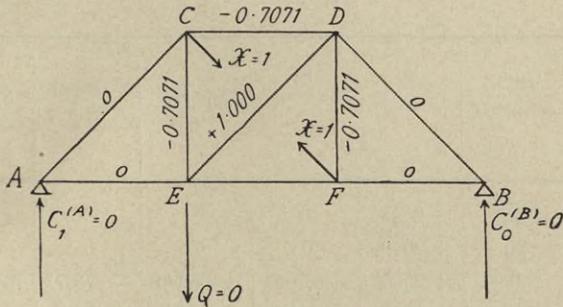


Fig. 6. [1:50]

Die Arbeitsgleichung für diesen Fall lautet:

$$0 = \sum_1^{10} \frac{S_s S_1}{E f} + \sum_1^{10} \xi \tau S_1 s \quad \dots \quad 10'$$

für S den Wert eingesetzt:

$$0 = \sum_1^{10} \frac{S_0 S_1 s}{f} + X' \sum_1^{10} \frac{S_1^2 s}{f} + E \xi \tau \sum_1^{10} S_1 s,$$

hieraus ist:

$$X = - \frac{\sum_1^{10} \frac{S_0 S_1 s}{f} + E \xi \tau \sum_1^{10} S_1 s}{\sum_1^{10} \frac{S_1^2 s}{f}} \quad \dots \quad 11$$

Um den Wert X aus der zuletzt aufgestellten Gleichung rechnen zu können, müssen die Stabquerschnitte f bereits bekannt oder angenommen sein.

Setzt man die in folgender Tabelle enthaltenen Werte für die verschiedenen Größen der Reihe nach in die Gleichung 11 ein, so erhält man die betreffenden Spannungen.

z. B. für den Stab 10 ist nach Gleichung 3'

$$S = S_0 + S_1 X'$$

für den Fall $X' = 1$ ist:

$$S = 0$$

$$S_1 = 1$$

also $S = X'$

und
$$X' = -\frac{112120 + 0}{27,86} = -4024 \text{ Kg.}$$

Stab	Stab- länge s in cm	Quer- schnitt f in cm ²	S ₀	S ₁	$\frac{S_0 S_1 s}{f}$	S ₁ s	$\frac{S_1^2 s}{f}$	S in kg
			kg					
1	141,42	35	-28284	0	0	0	0	-28284
2	100	20	+20000	0	0	0	0	+2000
3	100	25	+20000	-0,7071	-56568	-70,71	+2,00	+22845
4	100	20	-20000	-0,7071	+70710	-70,71	+2,50	-17155
5	141,42	15	+14142	+1	+133333	+141,42	+9,43	+10118
6	100	20	+10000	-0,7071	-35355	-70,71	+2,50	+12845
7	100	25	0	-0,7071	0	-70,71	+2,00	+2845
8	141,42	35	-14142	0	0	0	0	-14142
9	100	20	+10000	0	0	0	0	+10000
10	141,42	15	0	+1	0	+141,42	+9,43	-4024

Auf gleiche Art lassen sich die Stabspannungen des folgenden Stabgebildes Fig. 7 ermitteln, welches durch die Art der Auflagerung (Kämpfergelenke) oder durch einen weiteren Stab AB statisch unbestimmt wird.

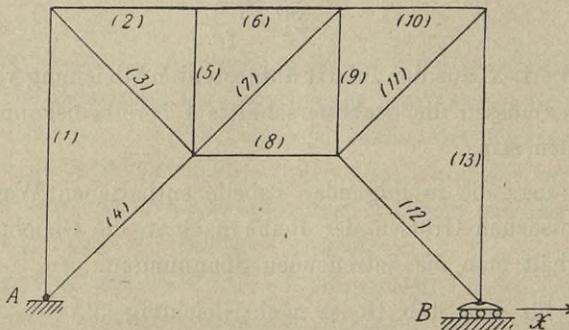


Fig. 7. [1:50]

Die vertikalen Komponenten der Stützendrücke seien $C_a = C_b = C$, und seine horizontalen als statisch unbestimmbare Größen seien $X' = X'' = X$. (Es könnte auch der Stab 8 an Stelle des horizontalen Schubes als statisch unbestimmbare Größe gewählt werden.)

Im Falle $X = 0$, wofür man sich das Lager A fest, das Lager B als reibungsloses Rollenlager vorstellen kann, Fig. 7, wird das Stabgebilde statisch bestimmt, und man kann S_0 und C_0 ohneweiters rechnen.

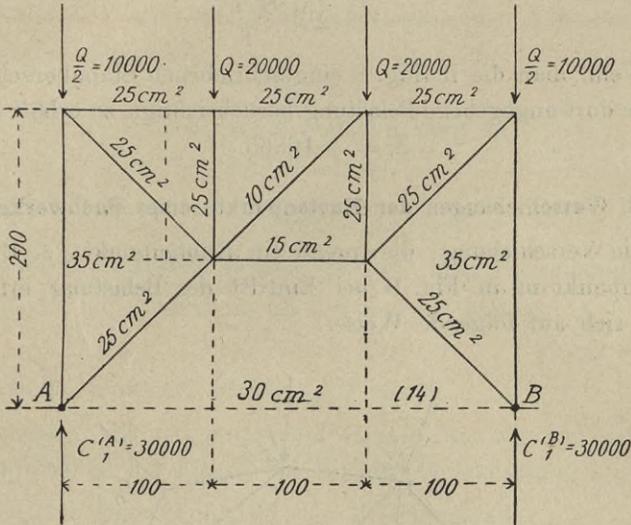


Fig. 8. [1:50]

Die Gleichungen 3 gehen über in:

$$\left. \begin{aligned} S &= S_0 + S_1 X' \\ C &= C_0 + C_1 X' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 3''$$

Für den Fall $X' = 1$ erleidet die Spannweite $AB = l$ eine Längenänderung, die im entgegengesetzten Sinne der Richtung von X' erfolgt; daher ist die virtuelle Arbeit

$$-l \Delta l = \sum_1^{13} S_1 \Delta s.$$

Auf den wirklichen Belastungsfall übergegangen, bei welchem eine Verschiebung durch die Lagerkonstruktion unmöglich, also

$\Delta l = 0$ wird, und wenn man Δs den Wert der wirklichen Längenänderungen der Stäbe aus der Gleichung 7 berücksichtigt, erhält man:

$$0 = - \sum_1^{13} \frac{S S_1 s}{E f} + \sum_1^{13} S_1 \xi \tau s = \\ = - \sum_1^{13} \frac{S_0 + S_1 X}{E f} S_1 s + \sum_1^{13} S_1 \xi \tau s$$

und hieraus:

$$X = - \frac{\sum_1^{13} \frac{S_0 S_1 s}{f} + E \xi \tau \sum_1^{13} S_1 s}{\sum_1^{13} \frac{S_1^2 s}{f}}$$

Wenn man die in Fig. 8 eingeschriebenen Stabquerschnitte und die dort angegebene Belastung berücksichtigt, so erhält man:

$$X = + 16865.$$

§ 3. Verschiebungen der Knotenpunkte eines Fachwerkes.

Die Verschiebung, die irgend ein Knotenpunkt, z. B. der Knotenpunkt m in Fig. 9 bei Eintritt der Belastung erfährt, ergibt sich auf folgende Weise.

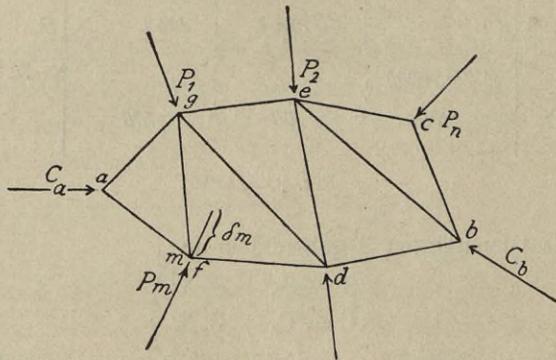


Fig. 9.

Die Arbeitsgleichung lautet:

$$P_1 \delta_1 + P_2 \delta_2 + \dots + P_m \delta_m + \dots + P_n \delta_n + \sum C \overline{\Delta c} = \sum S \overline{\Delta s}.$$

Sie gilt für beliebige mögliche Verschiebungen δ , $\overline{\Delta c}$ und $\overline{\Delta s}$, wie auch für beliebige Werte der Lasten P und liefert

unmittelbar die durch die wirklichen Verschiebungen Δc und Δs hervorgerufene Verschiebung δ_m des Knotenpunktes m , wenn $P_m = 1$ und alle übrigen P mit Null angenommen werden.

Bei einem statisch unbestimmtem Fachwerke empfiehlt es sich auch, die statisch unbestimmbaren Größen X gleich Null zu setzen.

Dies ist zulässig, da die Gleichungen 4 und alle von diesen herstammenden Gleichungen für beliebige Werte von X gültig sind.

Bezeichnet man die Stabspannungen und Auflagerkräfte für den Belastungsfall:

$$P_m = 1$$

mit S' und C' , so geht die Arbeitsgleichung da

$$\Sigma P \delta = 1 \delta_m$$

über in:

$$1 \cdot \delta_m + \Sigma C' \overline{\Delta c} = \Sigma S' \overline{\Delta s}.$$

Wirken die Lasten vertikal und hat man ein reibungsloses Rollenlager vor Augen, so ist $\Sigma C' \overline{\Delta c} = 0$ und

$$\delta_m = \Sigma S' \overline{\Delta s},$$

wobei sich Δs aus der Gleichung 7 ergibt.

Beispiel. Es soll untersucht werden, um wie viel sich der Knotenpunkt E der Fig. 4 bei Eintritt der Belastung senkt.

Die Arbeitsgleichung für den Belastungsfall

$$P_m = 1$$

ist:

$$1 \delta_e = \Sigma_1^9 S' \overline{\Delta s},$$

worin auch die statisch unbestimmte Größe X des Stabes 10 Null und daher der Stab einfach entfernt gedacht wird.

Entsprechend dem wirklichen Belastungsfall ist:

$$Q \delta_e = \Sigma_1^9 \frac{S^2 s}{E f} + \Sigma_1^9 \xi \tau s S.$$

Aus dieser Gleichung ergibt sich auf Grund der Fig. 4 und 5 und der in der Tabelle des § 2 enthaltenen Daten:

$$\delta_e = 0,201 \text{ cm.}$$

§ 4. Maxwell'sche Satz.

Von der Gegenseitigkeit der Verschiebung der Knotenpunkte.

Sind die Stützpunkte des Fachwerkes unverrückbar oder über reibungslose Lager, so ist die bei eintretender Formveränderung von den Auflagerkräften geleistete Arbeit Null.

Die durch irgend welche Änderung Δs der Stablängen verursachten Verschiebungen der Knotenpunkte ergeben sich aus der Arbeitsgleichung.

Belastet man z. B. den Knotenpunkt A_1 in einer beliebigen Richtung mit der Krafteinheit, Fig. 10, so fragt es sich, welche Verschiebung δ_2 der Knotenpunkt A_2 bei eintretender Formänderung durch die Wirkung dieser Last erleidet; andererseits welche Verschiebung δ_1 erleidet der Knotenpunkt A_1 , wenn man den Knotenpunkt A_2 mit der Krafteinheit belastet.

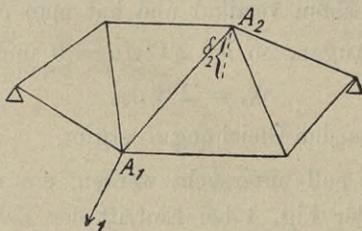


Fig. 10.

Die bezüglichen Spannungen und Auflagerkräfte, welche dem ersten und zweiten Belastungsfall entsprechen, seien S_1 und C_1 beziehungsweise S_2 und C_2 ; demnach sind die Arbeitsgleichungen:

$$1 \delta_1 = \sum S_1 \overline{\Delta s}$$

$$1 \delta_2 = \sum S_2 \overline{\Delta s}.$$

Ist die Temperatur konstant und normal, so ist bei einer Spannung S_1 , welche dem wirklichen Belastungsfalle entspricht und einer Stablänge s die Längenänderung:

$$\Delta s = \frac{Ss}{Ef}.$$

Diese wirkliche Längenänderung in die Arbeitsgleichung eingesetzt, gibt:

$$\delta_1 = \Sigma S_1 \frac{S s}{E f}$$

$$\delta_2 = \Sigma S_2 \frac{S s}{E f}$$

für den ersten idealen Belastungsfall ist $S = S_1$, daher

$$\delta_2 = \Sigma S_2 S_1 \frac{s}{E f}$$

für den zweiten idealen Belastungsfall ist $S = S_2$, daher

$$\delta_1 = S_1 S_2 \frac{s}{E f}$$

und hiermit

$$\delta_1 = \delta_2,$$

demnach ist die Verschiebung, die A_1 beziehungsweise A_2 unter den gemachten Voraussetzungen erleidet, gleich groß.

Diesem Satz kann man auch eine allgemeinere Bedeutung insofern beilegen, daß man an Stelle einer einzigen Last P und der virtuellen Arbeit δ unter $P\delta$ die virtuelle Arbeit einer ganzen Gruppe von Lasten versteht.

§ 5. Biegungspolygone für ebene Fachwerkträger.

Das Biegungspolygon eines Gurtes ist die Verbindungslinie der Endpunkte der in den einzelnen Knotenpunkten des Gurtes errichteten Ordinaten, welche die vertikalen Verschiebungen δ (nach abwärts) der Knotenpunkte bei Eintritt der Belastung darstellen.

Dieses Polygon läßt sich bestimmen, wenn die Längenänderung der Gurtstäbe mit den Längen s , sowie die Änderungen der von je 2 aufeinanderfolgenden Gurtstäben gebildeten Winkel (Randwinkel) ϑ bekannt sind.

Die Fläche zwischen dem Biegungspolygone und der Abscissenachse nennt man die Biegungsfläche des Gurtes.

Biegungspolygon des Untergurtes. Bezeichnet man mit Δs , $\Delta \gamma$, Δc die Änderungen der in der Fig. 11 bezeichneten Größen s , γ , c und mit $\Delta \lambda$ die Änderung der Knotenweite λ , so ist:

$$\left. \begin{aligned} \delta_m - \delta_{m-1} &= \Delta c_m \\ \delta_{m+1} - \delta_m &= \Delta c_{m+1} \\ c_m &= s_m \sin \gamma_m \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 12$$

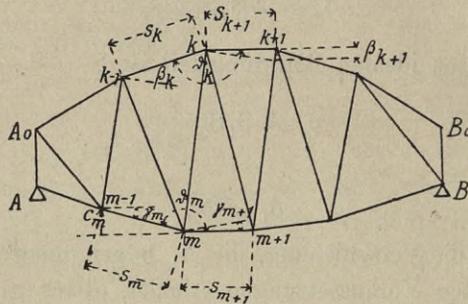


Fig. 11.

Wird die zuletzt aufgeschriebene Gleichung differentiiert und statt dem Differentialzeichen d das Zeichen Δ gesetzt, so erhält man:

$$\Delta c_m = \Delta s_m \sin \gamma_m + s_m \cos \gamma_m \Delta \gamma_m$$

da $\lambda_m = s_m \cos \gamma_m$

ist, wird:

$$\frac{\Delta c_m}{\lambda_m} = \frac{\Delta s_m}{s_m} \tan \gamma_m + \Delta \gamma_m$$

analog ergibt sich:

$$\frac{\Delta c_{m+1}}{\lambda_{m+1}} = \frac{\Delta s_{m+1}}{s_{m+1}} \tan \gamma_{m+1} + \Delta \gamma_{m+1}$$

$$\frac{\Delta c_m}{\lambda_m} - \frac{\Delta c_{m+1}}{\lambda_{m+1}} = \frac{\Delta s_m}{s_m} \tan \gamma_m - \frac{\Delta s_{m+1}}{s_{m+1}} \tan \gamma_{m+1} + \Delta \gamma_m - \Delta \gamma_{m+1} \dots \dots \dots 13$$

Nun ist aber:

$$\vartheta_m + \gamma_m - \gamma_{m+1} = 180^\circ$$

mithin:

$$\Delta \vartheta_m + \Delta \gamma_m - \Delta \gamma_{m+1} = 0$$

daher:

$$-\Delta\vartheta = \Delta\gamma_m - \Delta\gamma_{m+1}$$

für Δc die Werte aus Gleichungen 12 in Gleichung 13 eingesetzt:

$$\frac{\delta_m - \delta_{m-1}}{\lambda_m} - \frac{\delta_{m+1} - \delta_m}{\lambda_{m+1}} = \frac{\Delta s_m}{s_m} \operatorname{tg} \gamma_m - \frac{\Delta s_{m+1}}{s_{m+1}} \operatorname{tg} \gamma_{m+1} - \Delta\vartheta_m \dots \dots \dots 14$$

Wird der Einfluß der Temperatur nicht berücksichtigt, so ist die in den Gurtstäben s_m und s_{m+1} auftretende Spannung:

$$\sigma_m = \frac{S_m}{f_m} = \frac{\Delta s_m}{s_m} E \text{ und } \sigma_{m+1} = \frac{S_{m+1}}{f} = \frac{\Delta s_{m+1}}{s_m} E$$

setzt man zur Abkürzung

$$w_m = \frac{\sigma_m}{E} \operatorname{tg} \gamma_m - \frac{\sigma_{m+1}}{E} \operatorname{tg} \gamma_{m+1} - \Delta\vartheta_m$$

so ist:

$$\frac{\delta_m - \delta_{m-1}}{\lambda_m} - \frac{\delta_{m+1} - \delta_m}{\lambda_{m+1}} = w_m \dots \dots \dots 15$$

Die Bedeutung der Gleichung 15 ist folgende: Wird ein horizontal liegender Balken A B Fig 12 durch vertikal wirkende Lasten . . . P_{m-1} , P_m , P_{m+1} . . . , in Abständen . . . λ_m , λ_{m+1} . . . beansprucht, so ist die Transversalkraft für alle Querschnitte zwischen den Angriffspunkten je zweier Lasten konstant; ist R_m die Transversalkraft für Querschnitte auf der Strecke λ_m und R_{m+1} auf der Strecke λ_{m+1} , so ist

$$R_m - R_{m+1} = P_m$$

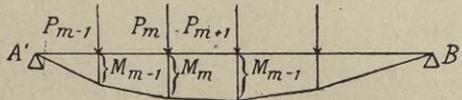


Fig. 12.

Sind M_{m-1} , M_m und M_{m+1} die Momente der Transversalkräfte R_{m-1} , R_m und R_{m+1} in Bezug auf Querschnitte der zugehörigen Strecken, so ist:

$$R_m = \frac{M_m - M_{m-1}}{\lambda_m} \text{ und } R_{m+1} = \frac{M_{m+1} - M_m}{\lambda_{m+1}}$$

und somit:

$$\frac{M_m - M_{m-1}}{\lambda_m} - \frac{M_{m+1} - M_m}{\lambda_{m+1}} = P_m \quad . \quad . \quad 16$$

Vergleicht man die Gleichung 16 mit der Gleichung 15, so ist ersichtlich, daß man das Biegungspolygon eines Fachwerkgurtes als Momentanpolygon eines Balkens A'B' auffassen darf, welcher durch die Lasten w_{m-1} , w_m , w_{m+1} beansprucht wird.

Handelt es sich um das Biegungspolygon einer Gurtung, deren Stützpunkte sich um δ' und δ'' senken, so setzt man vorerst δ' und δ'' Null, berechne also das den Lasten w entsprechende Momentenpolygon für unnachgiebige Stützen und füge schließlic zu den Ordinaten dieses Polygons die Ordonaten der Geraden A'B', welche durch $AA' = \delta'$ und $BB' = \delta''$ gegeben ist, hiezu Fig. 13.

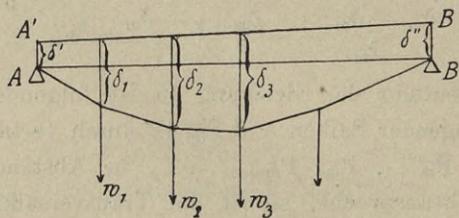


Fig. 13.

Biegungspolygon eines Obergurtes.

Analog der Gleichung 15 gilt hier:

$$\frac{\delta_k - \delta_{k-1}}{\lambda_k} - \frac{\delta_{k+1} - \delta_k}{\lambda_{k+1}} = w_k$$

wenn:

$$w_k = \frac{\sigma_{k+1}}{E} \operatorname{tg} \beta_{k+1} - \frac{\sigma_k}{E} \operatorname{tg} \beta_k + \Delta \delta_k$$

ist.

Der durch die Lasten w_k beanspruchte Balken A'B', Fig. 14, dessen Momentenpolygon mit dem gesuchten Biegungspolygone übereinstimmt, ist wie vorhin, als ein an den Enden frei aufliegender Balken anzusehen, sobald der erste und letzte Knoten der betrachteten Gurtung keine vertikale Verschiebungen erfahren, Fig. 14.

Hat das Fachwerk einen Endständer, so hat man nach Aufzeichnung des Momentenpolygons für den auf zwei Stützen frei aufliegenden Balken noch analog wie früher die Ordinaten entsprechend den vertikalen Verschiebungen der Endknotenpunkte zu verlängern, Fig. 15.

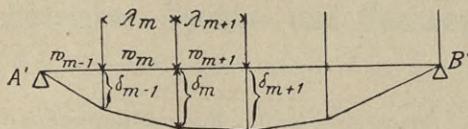


Fig. 14.

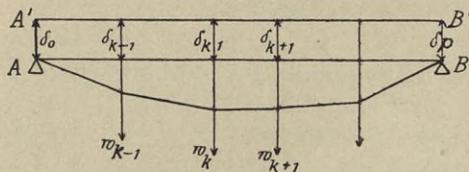


Fig. 15.

Berücksichtigt man auch noch die Temperatursänderung, so ist:

$$\frac{\Delta s}{s} = \frac{S}{E f} + \xi \tau = \frac{\sigma}{E} + \xi \tau = \frac{1}{E} (\sigma + \xi E \tau)$$

und hat man statt σ in allen Gleichungen $\sigma + \xi E \tau$ einzusetzen.

**BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW**

Alphabetisches Namen- und Sachregister.

- A**bscherung, Inanspruchnahme auf 16—18, 26.
Absolutes Maximum der Momente 56.
Achskraft 19.
Andreaskreuz 256, 274, 354.
Ausweichstrecke des mittleren Querschnittes 50.
Auszugsvorrichtung 313.
- B**alkenbrücken, einfache 224—231.
" verstärkte 231—243.
Bauholzes, Einteilung des 197.
Beitragsstrecken 72.
Belastung der Brücken 5—13.
Biegung, Inanspruchnahme auf 16—19.
Blechträger 328.
Bogensehnenträger 149.
Bogenträger 182—192, 292.
Bohlenbelag 213, 312.
Bolzenanschlufs 358.
Brückennachse 1.
Brückenbahn 1, 201, 306.
Brückenbelag 201, 210, 306, 312.
Brückenbreite 1.
Brückendecke 204.
Brückenslinie 1.
Brückentafel 201, 306, 312.
- C**remona'scher Kräfteplan 103.
- D**ehnungsgesetz 18.
Dilatationsvorrichtung 314.
Direkte Belastung 1, 41, 42.
Druck, Inanspruchnahme auf 16—18, 29.
Dübel 251, 252.
- E**igengewicht der Brücken 5, 114.
Einflußfläche 72.
Einflußlinie 71—88.
Einfluß von Kräften, welche nicht im Knoten wirken 104.
Eisenbahnbrücken, Brückenbelag 210.
Eiserne Brücken, allgemeine Anordnung der 302.
Eiserne Brücken, allgemeine Einteilung der 304.
Eiserne Brücken, Hauptbestandteile der 304.
Eiserne Pfeiler, allgemeine Angaben über 388.
Elastizität und Festigkeit 18.
Elastizitätsmodul 18.
Endabschlüsse 313.
Endständer 348.
Einteilung der Brücken 3—5, 193, 304.
Entgleisung, Sicherung gegen 214, 313.
Entwässerung 209, 313.
- F**achwerke, Theorie der 88—168.
" Begriff und Bestandteile der 89.
Fachwerke, Einteilung 89.

- Fachwerke, labile 94.
 „ mehrfache, bestehend aus gleichartigen einfachen Systemen 116—125.
- Fachwerke, mehrfache, bestehend aus ungleichartigen einfachen Systemen 125—128.
- Fachwerke, mehrfache, bestehend aus ungleichartigen einfachen Systemen mit künstl. Anspannung 128—132.
- Fachwerke, statisch bestimmte 94.
 „ „ unbestimmte und unselbständige 94.
- Fahrbahngerippe 1, 320.
 Fahrbahntafel 1.
 Fanglasche 314.
 Felderlänge 2.
 Fischträger 157.
 Flächenlager 392.
 Flächenmoment 27.
 Flügelmauer 390.
 Föppl'sche Träger 190.
 Formeisen 294.
 Füllungsstäbe 341.
 Fußstege 207, 316.
- G**eländer 1, 217, 316.
 Gerber-Träger 168—181.
 Gitterbrücken, hölzerne 269.
 Gitterstäbe 89, 341.
 Gitterträger, eiserne Brücken mit 340—372.
 Gitterträger mit polygonalen Gurten 132—168.
 Gitterträger mit einem geradlinigen und einem polygonalen Gurte 138—145.
 Gitterträger mit zwei polygonalen Gurten 132—137.
 Gitterträger mit geradem Untergurte, polygonalem Obergurte, dann Diagonalen und Gegendiagonalen 146.
- Gleitlager 392.
 Gurtstäbe 89, 343.
- H**ängwerke 274—292.
 Halbparabelträger 157.
 Hölzerne Brücken 193—294.
 „ Pfeiler 373—388.
 Holzes, Fehler und Bestandsdauer des 196.
 Holzes, Elastizität u. Festigkeit des 200.
 Holzes, Gewicht des 200.
 Holzmaterialien 194.
 Holzverbindungen 201. *Holzträger 269*
 Horizontalkräfte 11—12. *Ujanschi 8. 271*
- I**nanspruchnahme auf Abscherung 16, 17, 26.
 Inanspruchnahme auf Biegung 16—19.
 „ „ Druck 16, 17, 29.
 „ „ Zug 16—18.
 Indirekte Belastung 1, 41, 62.
- K**ipplager 395.
 Klötzlholzträger 252—256.
 Knicklänge 32.
 Knickung 29—32.
 Knotenkräfte, Bestimmung der Stabspannungen mit Hilfe der 110.
 Konsolen 316.
 Kräftepolygon 35.
 Kragträger 168—181.
 Kreuzung der Füllungsstäbe 346.
 Kurven, Anordnung in 216, 313.
- L**abile Fachwerk 94.
 Lager 391.
 Längsträger 1, 320, 324.
 Langschwelle 212.
 Lastscheidpunkt 72.
 Laststellung, für das Moment ungünstigste 51, 53, 57.
 Laststellung, für die Transversalkraft ungünstigste 58.
 Lichtweite 2.

- Maximalmomentenpunkt** 39.
- Mehrfache Fachwerke**, bestehend aus gleichartigen einfachen Systemen 116—125.
- Mehrfache Fachwerke**, bestehend aus ungleichartigen einfachen Systemen 125—128.
- Mehrfache Fachwerke**, bestehend aus ungleichartigen einfachen Systemen mit künstl. Anspannung 128—132.
- Mittlerer Querschnitt** 39.
- Moment** 22, 33, 34, 37, 41, 51.
- Momentmaßstab** 36.
- Neutrale Faser** 19.
- Nietanschluß** 358.
- Oberbau** 2.
- Parabelträger** 147—148.
- Parallelträger**, Bestimmung der Stabspannungen eines 105.
- Pauli-Träger** 165—168.
- Pfeiler**, allgemeine Angaben über eiserne 388.
- Pfeiler**, hölzerne 373—388.
- „ allgemeine Angaben über steinerne 388.
- Poldistanz** 36.
- Polygonalen Gurten**, Gitterträger mit 132—168.
- Quellen des Holzes** 194.
- Querschnittsmodul** 22.
- Querswellen** 210.
- Querträger** 1, 322, 326.
- Querverband** 274, 353.
- Reduktion von Einzellasten auf eine gleichmäßig verteilte Last** 67—71.
- Ritter'sche Methode** 101, 105.
- Rollen-(Walzen-)Lager** 95.
- Sattelholzbrücken** 231—242, 403—414.
- Scherfestigkeit** 16—18, 26.
- Schienenunterstützungen** 210, 311.
- Schlufslinie** 35.
- Schnittmethode** 101, 105.
- Schubkraft**, horizontale 26.
- Schwedler-Träger** 158—165.
- Schwinden des Holzes** 194.
- Seilkurve** 37.
- Seilpolygon** 35.
- Sicherheitsgrad** 13—17.
- Spannweite** 2.
- Sprengwerke** 274—292, 420—426.
- Stabquerschnitte**, rechnermäßige Ermittlung der 357.
- Stabspannungen**, analytische Bestimmung der 99.
- Stabspannungen**, graphische Bestimmung der 101.
- Stabspannungen**, graphische Darstellung der Grenzwerte der 116.
- Starrs Fachwerk** 93, 97.
- Statisch bestimmtes Fachwerk** 94.
- „ unbestimmtes „ 94.
- Steinerne Pfeiler**, allgem. Ang. 388.
- Stelzenlager** 402.
- Stützendrücke** 13, 34.
- Stützlasche** 314.
- Stützweite** 2.
- Trägheitsmoment** 22—26.
- Tragkonstruktion** 1.
- Transversalkraft** 19, 33, 34, 37, 38, 41, 59.
- Transversallinie** 39.
- Ungünstigste Laststellung für das Moment** 51, 53, 57.
- Ungünstigste Laststellung für die Transversalkräfte** 58.
- Umhüllungslinien** 41, 58, 59.
- Unterbau** 2.
- Unterlagen** 1, 373, 391.
- Unterzüge** 243.

Verbindungsmittel 264, 299.
 Verdübelte Träger 251—252.
 Verkehrslast 6—11.
 Verzahnte Träger 247—251, 416.
 Vollwandige Träger 328—340.

Walzenlager 398.
 Wärme, Einfluß der 12.
 Widerstandsmoment 22.

Winddruck 12.
 Windverband 252, 274.

Zulässige Inanspruchnahme 13—17.
 Zusammengesetzte Träger 243—269.
 Zündung, Sicherung gegen 214,
 313.
 Zwangschienen 314.
 Zwillingsräder 328.

Quellenangabe:

Brückenbau-Vorträge des Herrn Professors Rudolf F. Mayer, gehalten
 im Jahre 1891 an der k. k. technischen Hochschule in Wien.
 M. Bresslau, „Neuere Theorie der Festigkeitslehre“.
 E. Häseler, „Der Brückenbau“.
 E. Heusinger von Waldegg, „Der Brückenbau“ (Handbuch d. Ingenieur-
 Wissenschaften).
 Dr. E. Winkler, Vorträge über Brückenbau.

Von demselben Verfasser erschien im gleichen Verlage:

Der Eisenbahnbau.

Leitfaden

für den

**Unterricht an den k. u. k. Militär-Bildungsanstalten,
sowie für Eisenbahntechniker**

von

Franz Tschertou,

Hauptmann im k. u. k. Eisenbahn- und Telegraphen-Regimente und Lehrer an der
k. u. k. technischen Militär-Akademie in Wien.

Mit 409 Textabbildungen und 4 lithographischen Tafeln.

=====
Preis 8 Mark 60 Pf., gebunden 10 Mark.
=====

Der Verfasser des vorliegenden Werkes hat sich die nicht geringe Aufgabe gestellt, alle den Eisenbahnbau berührenden Momente in sachlicher und übersichtlicher Weise zusammenzufassen.

Dementsprechend ist das Buch in 5 Abschnitte eingeteilt, deren jeder einen speziellen Teil der Arbeiten beim Eisenbahnbau umfaßt.

Wenngleich es üblich ist, daß jeder Autor zuvörderst mit einem Abschnitte über allgemeine Einleitungen seine Ausführungen beginnt und dem Leser in getrennter Kürze Dinge und Sachen über geschichtliche Entwicklungen, Einteilungen u. dgl. vorführt, über die gewöhnlich flüchtig hinweggegangen wird, so finden wir in dem vorliegenden Werke gerade in dem einleitenden Abschnitte wichtige Punkte berührt, welche insbesondere in den Kapiteln 3 und 4 zum Ausdrucke gelangen.

Wir weisen auf diese Kapitel besonders hin, weil sie uns sagen, was die Behörden an vorbereitenden Arbeiten, sowie an Eingaben und Vorlagen von dem Eisenbahntechniker fordern, wenn die Eisenbahn überhaupt zu stande kommen soll.

Der zweite Abschnitt umfaßt das Tracieren der Eisenbahnen, jenen wichtigen Teil des Eisenbahnbaues, welcher dem Techniker Gelegenheit

20-2

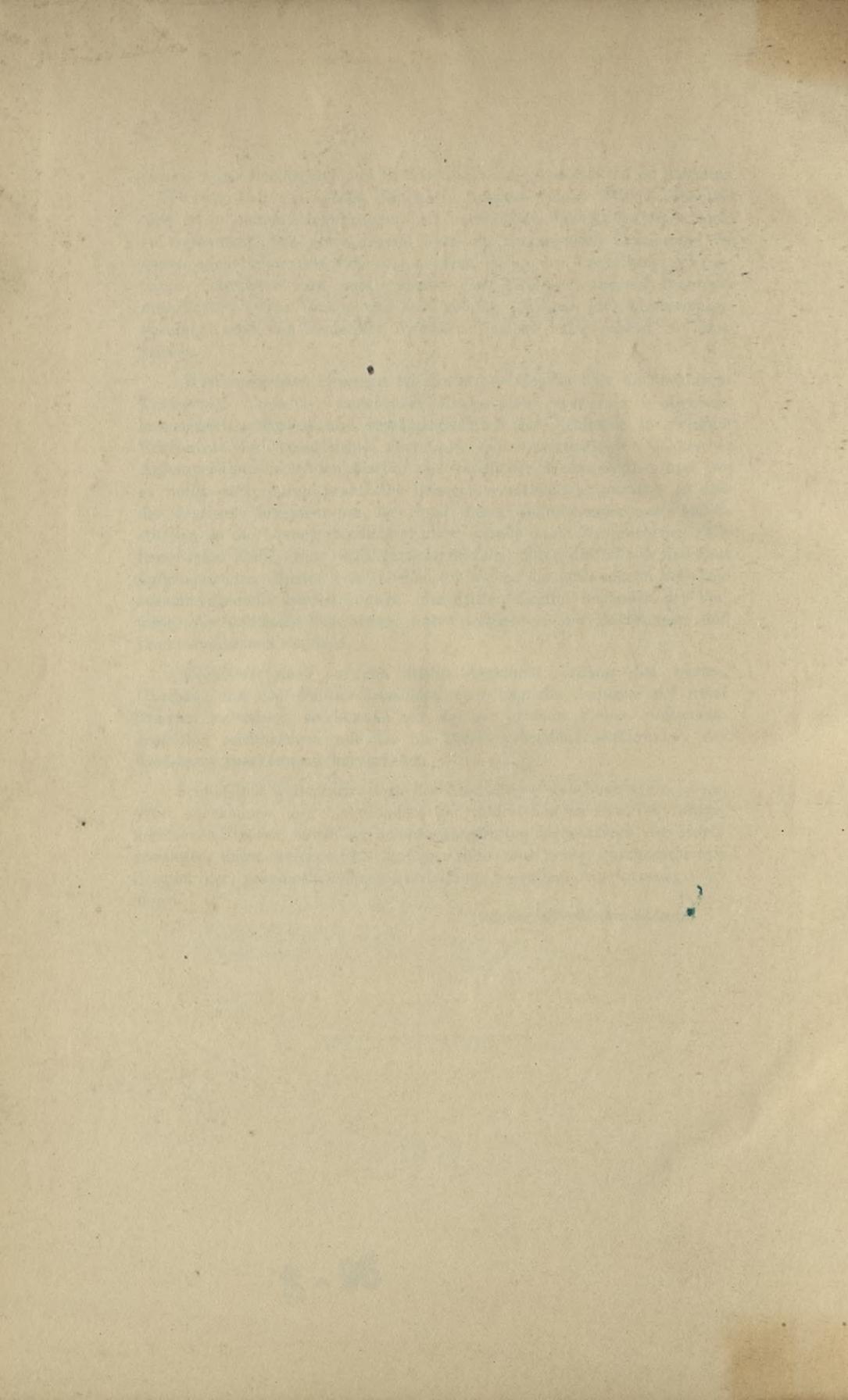
bietet, seine Befähigung und Sachkenntnis am glänzendsten zu entfalten. — Tschertou hat dieses Kapitel in ausgezeichneter Weise behandelt und ist in seinen Ausführungen der verständige Schüler Rziha's nicht zu verkennen. Das erste Kapitel über die kommerzielle Tracierung, die gerade nicht immer als eine zum engeren Fache des Technikers gehörige Sache betrachtet wird und zumeist dem Einflusse anderer Berufener unterliegt, ist wohl knapp und kurz gefasst, ist aber nichtsdestoweniger geeignet, auch den Techniker in dieser Hinsicht entsprechend zu informieren.

Weit ausgebaut hingegen ist das zweite Kapitel über die technische Tracierung. Trotz der ungeheuren Menge aller jener hier in Betracht kommenden Aufgaben und Erwägungen, hat der Verfasser in richtiger Erkenntnis des Wesentlichen dem Leser dieses weite Gebiet technischer Arbeitsleistung in systematischer und sachlicher Weise eröffnet und, wo es nötig, auch durch praktische Beispiele verständlich gemacht, so daß der denkende Ingenieur an der Hand dieser Ausführungen auch selbstständig an die Lösung besonderer, hier gerade nicht besprochener Fälle herantreten kann. Eine willkommene Beigabe bilden die hier in den Text aufgenommenen Muster von Tabellen, in welche die gewonnenen Resultate zusammengestellt werden können. Im dritten Kapitel behandelt der Verfasser die politische Tracierung, unter welcher er die Begehungen und Baukommissionen versteht.

Wenn wir noch auf den dritten Abschnitt, Erdbau, den vierten, Oberbau, und den fünften Abschnitt, über bauliche Anlagen auf freier Strecke, verweisen, so können wir die mit großem Fleiße zusammengestellten reichhaltigen und bis ins Detail gehenden Ausführungen des Verfassers anerkennend hervorheben. — — —

Schließlich wollen wir noch der Ausstattung des Buches ein lobend Wort zuerkennen und insbesondere der zahlreichen in den Text aufgenommenen Figuren, sowie der schön ausgeführten instruktiven vier Tafeln erwähnen, unter welchen das gut gewählte und schön durchgearbeitete Beispiel der graphischen Massenverteilung besondere Anerkennung verdient.

Oesterr. Eisenbahn-Zeitung.



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000297414