



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000301670





## ENCYKLOPÄDIE

DER

MATHEMATISCHEN  
WISSENSCHAFTEN

MIT EINSCHLUSS IHRER ANWENDUNGEN.

HERAUSGEGEBEN

IM AUFTRAGE DER AKADEMIEN DER WISSENSCHAFTEN  
ZU GÖTTINGEN, LEIPZIG, MÜNCHEN UND WIEN  
SOWIE UNTER MITWIRKUNG ZAHLREICHER FACHGENOSSEN.

IN SIEBEN BÄNDEN.

- BAND I: ARITHMETIK U. ALGEBRA, } RED. VON W. FR. MEYER IN KÖNIGSBERG.  
 IN 2 TEILEN . . . . .
- II: ANALYSIS, IN 2 TEILEN. . . . . { H. BURKHARDT IN ZÜRICH UND  
 { W. WIRTINGER IN WIEN.
- III: GEOMETRIE, IN 3 TEILEN. . . . . { W. FR. MEYER IN KÖNIGSBERG.
- IV: MECHANIK, IN 2 TEILEN. . . . . { F. KLEIN IN GÖTTINGEN UND  
 { C. H. MÜLLER IN GÖTTINGEN.
- V: PHYSIK, IN 2 TEILEN. . . . . A. SOMMERFELD IN AACHEN.
- VI, 1: GEODÄSIE UND GEOPHYSIK . . . { PH. FURTWÄNGLER IN BONN UND  
 { E. WIECHERT IN GÖTTINGEN.
- VI, 2: ASTRONOMIE . . . . . K. SCHWARZSCHILD IN GÖTTINGEN.
- VII: HISTORISCHE, PHILOSOPHISCHE UND  
 DIDAKTISCHE FRAGEN BEHANDELND. REDAKTION NOCH NICHT BESTIMMT.

BAND VI 2. HEFT 1.

E. ANDING IN MÜNCHEN: ÜBER KOORDINATEN UND ZEIT.

F. COHN IN KÖNIGSBERG: REDUKTION DER ASTRONOMISCHEN BEOBSACHTUNGEN. (SPHÄRISCHE ASTRONOMIE IM ENGEREN SINNE.)

C. W. WIRTZ IN STRASSBURG I. E.: GEOGRAPHISCHE ORTSBESTIMMUNG, NAUTISCHE ASTRONOMIE.

C. ED. CASPARI IN PARIS: THEORIE DER UHREN.

AUSGEGEBEN AM 29. DEZEMBER 1905.

F. Nr. 22802



LEIPZIG,

DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.

1905.



➤ Auf Beschluß der Akademie-Kommission werden von jetzt ab die Hefte steif broschiert und beschnitten ausgegeben.

➤ Jeder Band ist einzeln käuflich. — Bisher erschienen: Bd. I (vollständig); Bd. II 1, Heft 1—5; Bd. II 2, Heft 1; Bd. III 2, Heft 1—2; Bd. III 3, Heft 1—3; Bd. IV 1, Heft 1—3; Bd. IV 1 II, Heft 1; Bd. IV 2, Heft 1—2; Bd. V 1, Heft 1—2; Bd. V 2, Heft 1; Bd. VI 2, Heft 1.

➤ Einbanddecken in Halbfranz werden auf Bestellung mit dem Schlußheft eines jeden Bandes zu wohlfeilen Preisen von der Verlagsbuchhandlung geliefert.

\* erschienen, † unter der Presse.

Vorwort zu Band VI, Teil 2 von K. Schwarzschild in Göttingen.

Inhaltsverzeichnis von Band VI, Teil 2.

**A. Sphärische Astronomie.**

**I. Theorie der Koordinaten.**

- \*1. Über Koordinaten und Zeit: E. Anding in München.
- \*2. Reduktion der astronomischen Beobachtungen (sphärische Astronomie im engeren Sinne): F. Cohn in Königsberg.
- \*3. Geographische Ortsbestimmung, nautische Astronomie: C. W. Wirtz in Straßburg i. E.

**II. Theorie der Instrumente.**

- \*4. Theorie der Uhren: C. Ed. Caspari in Paris.
- 5a. Die astronomischen Winkelmeßinstrumente: F. Ristenpart in Berlin.
- 5b. Behandlung der systematischen u. zufälligen Fehler: F. Ristenpart in Berlin.

**III. Spezielle Ausführungen u. Anwendungen.**

- 6. Besondere Behandlung des Einflusses der Atmosphäre (Refraktion und Extinktion): E. v. Oppolzer in Innsbruck.
- 7. Theorie der Finsternisse: F. K. Ginzler in Berlin.
- 8. Chronologie: F. K. Ginzler in Berlin.

**B. Mechanik des Himmels.**

**I. Bahnbestimmung.**

- 9. Bahnbestimmung der Planeten und Kometen: G. Herglotz in Göttingen.
- 10. Meteore: Ihre Bahnen und ihre Beziehungen zu den Kometen: G. v. Niessl in Brunn.
- 11. Doppelsterne und Trabanten. Visuelle und spektrographische Doppelsterne: J. v. Hepperger in Wien.

**II. Störungen der Umlaufbewegungen.**

- Ha. Analytische Entwicklung d. Störungen.
- 12. Prinzipien der Störungstheorie und allgemeine Theorie der Bahnkurven in dynamischen Problemen: E. T. Whittaker in Cambridge.

- 13. Entwicklung der Störungsfunktion: H. v. Zeipel in Pulkowa.
- 14. Große Planeten: C. V. L. Charlier in Lund.
- 15. Kleine Planeten: K. Sundmann in Helsingfors.
- 15a. Gyldén'sche Theorie: K. Sundmann in Helsingfors.
- 16. Kometen: L. Schulhof in Paris.
- 17. Erdmond: E. W. Brown in Haverford.
- 18. Die übrigen Satelliten: N. N.
- 19. Die Bestimmung astronomischer Konstanten: J. Bauschinger in Berlin.

**IIb. Numerische Berechnung aller Störungen.**

- 20. Spezielle Störungen der Planeten und Kometen. Numerische Behandlung besonderer Fälle des Dreikörperproblems. Mehrfache Fixsternsysteme: C. Burrau in Kopenhagen.

**III. Gestalt und Rotation der Himmelskörper.**

- 21. Figur der Planeten, des Mondes, des Saturnringes, der Kometen: S. Oppenheim in Prag.
- 22. Rotation der Himmelskörper, Präzession und Nutation für starre Erde. Libration des Mondes: K. Schwarzschild in Göttingen.

**IV. Allgemeine Fragen.**

- 23. Kritik des Newtonschen Gravitationsgesetzes: S. Oppenheim in Prag.

**C. Stellarastronomie.**

- 24. Scheinbare Verteilung der Sterne; Sternkataloge; Sternkarten: H. Kobold in Kiel.
- 25. Parallaxen und räumliche Verteilung der Sterne; Doppelsterne, vielfache Sterne, Sternhaufen, Nebel: H. Kobold in Kiel.
- 26. Eigenbewegung der Sterne und der Sonne: E. Anding in München.

**D. Astrophysik.**

- 27. Photometrie und ihre Anwendungen: E. Anding in München.
- 28. Thermodynamik der Himmelskörper (Sonnentheorie, neue Sterne): R. Emden in München.
- 29. Kosmogonie. (Kant, Laplace, G. Darwin). Widerstehendes Mittel. Spekulative Ausblicke: F. R. Moulton in Chicago.

**Vorwort zum ersten Hefte des Bandes VI 2 (Astronomie).**

Das erste Heft des astronomischen Teilbandes der Encyclopädie der mathematischen Wissenschaften möchte der Unterzeichnete nicht ohne einige Begleitworte in die Welt gehen lassen, die sich insbesondere an die astronomischen Fachgenossen richten.

Da kurz vor der Inangriffnahme der Encyclopädie das Valentinersche Handwörterbuch der Astronomie erschienen war, an dem sich die meisten deutschen Astronomen mit Neigung zu encyclopädischer Tätigkeit beteiligt hatten, war es eine äußerst schwierige Aufgabe, im wesentlichen aus demselben Kreise heraus noch einmal Kräfte für ein zweites derartiges Unternehmen zu gewinnen — zumal für ein Unternehmen, das den Astronomen weniger zu eigenem Gebrauch dienen sollte und in gewissem Grade ein Geschenk der Astronomen an die Mathematik bedeutet. Herr Prof. Lehmann-Filhés hat dies mühsame Geschäft glücklich zu Ende geführt, leider aber auch mit Beendigung desselben die Lust an der Sache verloren gehabt. An der fast vollständigen Disposition und Besetzung der Artikel des Bandes, die mir von ihm überliefert wurde, hatte ich infolge äußerer Umstände nur Kleinigkeiten zu ändern.

Aus dem vorliegenden ersten Heft des Bandes wird man erkennen, daß es sich — schon infolge des Ausblicks auf die Mathematiker und Physiker — nicht um eine Wiederholung des Valentinerschen Handwörterbuchs handelt, und daß der Gegenstand sehr wohl diese zweite Behandlung verträgt. Ist der Band also etwas anderes, so ist dagegen ein zweites Ziel offenbar nicht zu erreichen — wie es auch in den andern Bänden nur teilweise erreicht ist — er wird nichts Einheitliches. Ein einzelner Autor kann verschiedenartige Gebiete einer Wissenschaft unter einen Hut bringen. Wo aber verschiedene Persönlichkeiten getrennte Gebiete behandeln, da kommt die ausgleichende Tätigkeit der Redaktion ohne Gewaltstreiche, die ihr zu leicht verübelt werden, nicht gar weit. So finden sich bereits in den vor-

[Fortsetzung auf nächster Umschlagseite.]

# A. SPHÄRISCHE ASTRONOMIE.



11-348778



III ~~16877~~

Akc. Nr. 3097/60



## VI 2, 1. ÜBER KOORDINATEN UND ZEIT.

VON

**E. ANDING**

IN MÜNCHEN.

---

### Inhaltsübersicht.

1. Prinzip einer mechanischen Bestimmung des Bezugssystems.
  2. Rein empirische Systeme.
  3. Rein mechanische Systeme. Konstruktion derselben.
  4. Das gemischte System der Planeten-Astronomie.
  5. Ergänzung der dritten Komponente. Mechanische Bestimmung der Präzessionskonstante.
- 

Literatur vgl. Encyklopädie IV 1, Voss: „Die Prinzipien der rationellen Mechanik“, Nr. 13—17.

---

#### **1. Prinzip einer mechanischen Bestimmung des Bezugssystems.**

Die neuere Physik hat die Frage nach dem Bezugssystem des Trägheitsgesetzes aufgeworfen. Nach der historischen Seite hin ist dieses Thema bereits in dem Artikel von *A. Voss*, Encyklopädie IV 1, eingehend behandelt worden. Dagegen ist hier der Ort, den astronomischen Standpunkt aufzusuchen, von welchem sich die Frage formell zur Entscheidung bringen läßt.

Formuliert man den Inhalt der Himmelsmechanik so, daß sie *die Bewegungen der Himmelskörper durch das Newton'sche Gesetz darstellen soll*, so fehlt hier eine Angabe über das Koordinatensystem und die Zeitskala. Man schloß sich eben stillschweigend an diejenigen Systeme an, welche sich empirisch darboten: den Fixsternkomplex und die Drehung der Erde.

Es liegt jedoch keine Notwendigkeit vor, innerhalb der Empirie in einem bestimmten Sinn eine bevorzugende Wahl zu treffen. Viel-

mehr ist es konsequent, wenn man die Definition mit den Worten fortsetzt: *indem man neben den Konstanten der Darstellung gleichzeitig eben dasjenige Koordinatensystem und diejenige Zeitskala aus den Beobachtungen mitbestimmt, für welche diese Darstellung möglich ist.*

Dies ist der Gedanke, welcher im nachstehenden ausgeführt werden soll.

Vorausgesetzt sei der Begriff der Gleichzeitigkeit, nicht auch der Begriff der Zeit. Gegeben ist dann eine Reihe  $\omega$  von Konfigurationen von je  $n$  Punkten. Gefordert wird, diese Konfigurationen mittels des *Newton'schen* Gesetzes durch  $\omega$  Werte eines Parameters  $t$  darzustellen. Dabei ist das Koordinatensystem, für welches das *Newton'sche* Gesetz gelten soll, nirgends vorgezeichnet.

Nehmen wir an, die  $3n\omega$  Koordinatenwerte der  $\omega$  Konfigurationen seien in Bezug auf ein System gegeben, welches wir als *empirische* bezeichnen wollen, so ist diese Bezugnahme statthaft, wenn wir uns bewußt bleiben, daß umgekehrt dieses System durch eben jene Koordinaten gegen die Konfigurationen festgelegt ist, da wir vorerst außer den Konfigurationen ein anderes geometrisches Gebilde nicht kennen.

Es soll dann für jede Konfiguration ein neues Koordinatensystem gegen das empirische festgelegt und ebenso für jede Konfiguration dem Parameter  $t$  ein solcher Zahlwert beigelegt werden, daß die Koordinaten, relativ zu diesem System, mittels des Parameters  $t$  durch das *Newton'sche* Gesetz dargestellt sind. Ist diese Darstellung vollzogen, so bezeichnen wir dieses Koordinatensystem als das *Inertialsystem*, die Ortsveränderung relativ zu ihm als *Bewegung κατ' ἐξοχήν* und den Parameter  $t$  als *Zeit*.

Durch Mannigfaltigkeitsbetrachtungen läßt sich zeigen, daß sich

$$3n\omega \text{ Daten und } 6n + 7\omega - 10 \text{ Unbekannte}$$

gegenüberstehen. Sind also die Konfigurationen willkürlich gewählt, so kann man die Bewegung von drei Punkten bis zu vier Zeitpunkten immer durch das *Newton'sche* Gesetz beschreiben. Ist diese Darstellung auch für mehr als vier, und zwar für beliebig viele Zeitpunkte möglich, so sagen wir: die Punkte sind dem *Newton'schen* Gesetz unterworfen. Bei  $n > 3$  besteht jene Willkür nur bis zu  $\omega = 2$ . Im Fall  $n = 2$ , welcher in der obigen Gegenüberstellung nicht enthalten ist, kann man jede beliebige Anzahl von Konfigurationen als eine *Kepler'sche* Bewegung auffassen, und zwar auf  $\infty^2$  Arten.

Analoge Folgerungen kann man ziehen:

- a) wenn man speziell einen der bewegten Punkte selbst zum Anfang der Koordinaten macht;
- b) wenn man in diesem Fall berücksichtigt, daß in der Astronomie nur Winkel beobachtet werden;
- c) wenn man in diesem Fall auch die Massen unter die Unbekannten aufnimmt.

Man kann dann z. B. zeigen, daß jede Bewegung von drei Punkten als eine *Newton'sche* aufgefaßt werden kann, und zwar auf  $\infty^9$  Arten. Bei mehr als drei Punkten ist in dieser Möglichkeit eine objektive Gesetzmäßigkeit ausgesprochen. Bei drei Beobachtungen (= Konfigurationen) ist diese Darstellung für beliebig viele Körper immer möglich, und zwar auf  $\infty^{6+n}$  Arten.

• **2. Rein empirische Systeme.** In der astronomischen Praxis hat sich ein ganz bestimmtes Verfahren herausgebildet. Als Grundebene hat man den Äquator vom Anfang des Jahres 1850 gewählt und als Anfangsrichtung in dieser Ebene den Schnitt mit der *Ekliptik vom Anfang 1850*. Da die astronomischen Beobachtungen unmittelbar nur Richtungen liefern, so kommt eine Festlegung des Koordinatenanfangspunktes nicht in Betracht.

Nun dreht sich der Äquator jährlich etwa um  $50''$  um den Pol der Ekliptik, und gleichzeitig dreht sich die Ekliptik infolge der säkularen Störungen um eine Achse, die ihrer eigenen Ebene angehört. Da sich die Beobachtungen wegen unseres Standpunktes auf der Erde an den jeweiligen Äquator anschließen müssen, so werden die Beobachtungen verschiedener Zeitpunkte erst dann vergleichbar, wenn sie auf ein gemeinsames System transformiert sind, etwa das vom Anfang 1850.

Es ist die gebräuchliche Auffassung, das Fortschreiten des Äquators auf der festen Ekliptik zu messen — nicht auf der momentanen<sup>1)</sup>. Den dort seit Anfang 1850 zurückgelegten Weg bezeichnet man als Lunisolarpräzession  $\psi$ . Nennt man  $\omega$  den Winkel zwischen der Ekliptik von 1850 und dem Äquator von  $1850 + t$ ,  $\varepsilon$  den Winkel zwischen der Ekliptik von  $1850 + t$  und dem Äquator von  $1850 + t$ , und  $a(t)$  = Präzession durch die Planeten den Bogen auf dem Äquator von  $1850 + t$  zwischen den zwei Ekliptiken von 1850 und  $1850 + t$ , so ist streng

$\alpha) \frac{d\varepsilon}{dt}$  die Drehungskomponente der Ekliptik um eine Achse nach dem jeweiligen Äquinox, und sehr nahe, aber nicht streng:

1) Vgl. den Artikel VI 2, 2 (*F. Cohn*), Nr. 5 b) und Nr. 7 b). In der dortigen Bezeichnung (p. 36—38) ist:  $\varepsilon = \vartheta_t = \vartheta$ ,  $\omega = \vartheta'_{0,t} = \vartheta'$ ,  $a(t) = a$ .

$\beta$ )  $\sin \omega \frac{da(t)}{dt}$  die Drehungskomponente der Ekliptik um eine in ihr liegende Achse, welche  $90^\circ$  vom Äquinox absteht.

Jedenfalls hat die Präzession im Verein mit dieser Bewegung der Ekliptik in den Rektaszensionen  $\alpha$  und den Deklinationen  $\delta$  der Sterne Veränderungen zur Folge, welche praktisch genau genug ausgedrückt sind durch<sup>1)</sup>:

$$(1) \begin{cases} \frac{d\alpha}{dt} = \left( \cos \omega \frac{d\psi}{dt} - \frac{da(t)}{dt} \right) + \sin \omega \frac{d\psi}{dt} \cdot \sin \alpha \operatorname{tg} \delta = m + n \sin \alpha \operatorname{tg} \delta, \\ \frac{d\delta}{dt} = \sin \omega \frac{d\psi}{dt} \cdot \cos \alpha = n \cos \alpha, \end{cases}$$

wo  $m$  und  $n$  zeitlich schwach veränderlich sind.

Dies sind die Gleichungen, durch deren Integration, die sich praktisch sehr einfach gestaltet, die Positionen auf einen beliebigen Zeitpunkt reduziert werden, z. B. auf 1850.

Der Ausdruck für  $da(t)/dt$  ergibt sich aus der Theorie der säkularen Störungen. Er enthält die Massenwerte der Planeten, welche anderweitig, aber wieder aus den Wirkungen der Störungen, berechnet sind. Mithin ist der Wert  $da(t)/dt$  eine mechanisch gewonnene Größe. — Anders verhält es sich mit  $d\psi/dt$ . Der Ausdruck folgt aus der Theorie der Bewegung der Erde um ihren Schwerpunkt, und sein konstantes Hauptglied ist von den Trägheitsmomenten des Erdkörpers abhängig. Da diese jedoch unbekannt sind, so hat man stets, den umgekehrten Weg gehend, die Konstante von  $d\psi/dt$  aus den Koordinatenveränderungen der Sterne berechnet. Wir wollen dies als die *stellarstatistische Bestimmung der Präzessionskonstante* bezeichnen. Die Anzahl der verwendeten Sterne muß *sehr groß* sein, und überhaupt wird die Rechnung mit dem Ziel angelegt, daß sich die Eigenbewegungen im Durchschnitt eliminieren. Aber es ist, wie schon hier betont werden möge, eine unbewiesene Voraussetzung, daß die gemeinsame Konstante aller Eigenbewegungen um eine Achse senkrecht zur Ekliptik gerade gleich Null sei oder daß der Komplex der Fixsterne gegen das Inertialsystem in Ruhe sei.

Ist die Konstante der Präzession gefunden, so liefert der Ausdruck für  $d\psi/dt$  für jeden Zeitpunkt  $1850 + t$  die numerischen Werte  $m$ ,  $n$ .

Es wurde gesagt, daß sich die Beobachtungen an das jeweilige äquatorale Koordinatensystem anschließen. Diese Bezugnahme vollzieht sich in der Praxis auf *indirekte* Art.

Man stellt mit besonderer Sorgfalt die Koordinaten einer *kleinen* Anzahl gut verteilter Sterne fest, nämlich gegen den jeweiligen

Äquator und sein Äquinox, indem man das letztere aufsucht (vgl. über absolute Beobachtungen Artikel VI 2, 2 (F. Cohn), Nr. 4). Dies geschieht möglichst oft. Sei es jedoch nur in zwei weit getrennten Zeitpunkten  $1850 + t_1$  und  $1850 + t_2$  geschehen, so reduziert man nach (1) diese  $\alpha, \delta$  auf 1850. Aus den Differenzen der entstehenden Werte ergeben sich die Eigenbewegungen während der Zeit  $t_2 - t_1$  und, indem man sie anbringt, die Positionen von 1850.

Den Inbegriff 1) aller  $\alpha, \delta$  dieser Sterne für 1850 oder einen beliebigen anderen Anfangspunkt, 2) die gewählte Präzessionskonstante oder eine aus ihr berechnete Tafel der  $m, n$  für  $1850 + t_i$ , 3) die jährlichen Eigenbewegungen dieser Sterne, bezeichnet man als ein *System von Fundamentalsternen* oder auch als ein *System schlechthin*.

Jede Beobachtung irgend eines anderen Sternes, dies eben ist der ökonomische Wert des „Systemes“, besteht dann in der Herstellung der Koordinatendifferenzen gegen die Fundamentalsterne; der Stern ist dann sofort auf den jeweiligen Äquator und sein Äquinox bezogen, ohne daß man diese Stücke jedesmal zu bestimmen hätte.

Die Anwendbarkeit des Systems hört nicht auf, wenn das Äquinox von  $1850 + t$  oder von 1850 falsch bestimmt war; auch nicht, wenn die Konstante von  $d\psi/dt$  oder von  $da(t)/dt$  unrichtig war und mithin die  $m, n$  falsch berechnet sind; sie besteht auch dann noch fort, wenn die Gleichungen (1) unrichtig gebaut wären, sofern statt des Äquators eine dagegen geneigte Grundebene gewählt worden wäre. (Im letzteren Fall würde man die Koordinatendifferenzen systematisch unrichtig anbringen, aber diese Fehler werden um so kleiner, je enger das Netz der Fundamentalsterne ist). Alle diese Mängel werfen sich auf die Eigenbewegungen. Ja, stellarastronomisch gesprochen, wohnt der Präzession nur die Bedeutung inne, daß sie von den Eigenbewegungen einen Teil von gemeinsamer Beschaffenheit abtrennt; denn man bestimmt die Präzessionskonstante geradezu mit dem Grundsatz, daß die übrigbleibenden Eigenbewegungen möglichst klein sein sollen, eine Auffassung, die mit der mechanischen Bedeutung dieser Größe nichts zu tun hat.

Unzertrennlich aber ist mit dem Wesen des Fundamentalsystemes die Forderung verbunden, daß durch die Gesamtheit seiner Angaben, nämlich

$\alpha, \delta$  für  $1850 + t = \alpha, \delta$  für 1850 + Präzession + Eigenbewegung  
die Konfiguration jederzeit ohne inneren Widerspruch, wenn auch mit falscher Orientierung, dargestellt wird. Die Beobachtung der Fixsterne

gibt kein Mittel an die Hand, diese dreifach mögliche Abweichung vom ursprünglich angestrebten Koordinatensystem richtig zu stellen.

**3. Rein mechanische Systeme. Konstruktion derselben.** Dürften wir von den Störungen absehen, so wäre uns durch den Sonnenmittelpunkt in Verbindung mit der Bahnlage irgend eines Planeten, u. a. der Erde selbst, und der Richtung nach dem Perihel, ein vollständiges Koordinatensystem gegeben, und zwar sofort dasjenige, für welches die *Kepler'schen* Gesetze gelten; in jedem anderen System hätten die Planeten z. B. aufgehört, Ellipsen um die Sonne zu beschreiben. Unter dieser Voraussetzung wäre der Komplex der Planetenbahnen fest gegen das Inertialsystem, oder, was dasselbe besagt, mit ihm identisch, und die von den Radienvektoren überstrichenen Flächen wären die Maßzahlen der Zeit.

In Wirklichkeit sind die Bahnen zwar nicht fest, aber ihre Veränderungen erfolgen gesetzmäßig und sind durch eine kleine Anzahl von Massen bedingt. Denkt man sich nämlich die Bewegungsgleichungen mit Rücksicht auf alle anziehenden Massen integriert, so beziehen sich die erhaltenen Ausdrücke für die Bewegung der Bahnelemente gerade auf das Inertialsystem als dasjenige Koordinatensystem, für welches eben das *Newton'sche* Gesetz in Anspruch genommen wird laut Definition. Die Massen kommen dann auch in irgend welchen angularen Relativkoordinaten der Planeten zur Geltung, und umgekehrt: aus der Beobachtung der letzteren kann man die Massen bestimmen. Substituiert man dann die Massenwerte in jene Ausdrücke für die Bewegung der Bahnelemente, so nehmen dieselben für jeden Parameter  $t$  bestimmte Zahlwerte an, immer bezogen auf das Inertialsystem. Oder umgekehrt, da vielmehr die Bahnen das Beobachtete sind und die Lage des Inertialsystems gesucht ist: Das Inertialsystem ist gegen die Bahnen festgelegt oder dasselbe ist rekonstruiert worden. Die Zeit ergibt sich, wenn man irgend eine Gleichung, in welche beobachtete Werte eingesetzt sind, nach dem Parameter auflöst.

Dabei würde man ein empirisches Koordinatensystem bequem als Zwischenglied verwenden; man würde die Positionen der Sonne usw., die sich auf das System der Fundamentalsterne beziehen, wegen Präzession entsprechend (1) etwa auf 1850 reduzieren, dann aber diejenigen weiteren Koordinatenänderungen  $\Delta\alpha$ ,  $\Delta\delta$  addieren, welche dadurch entstehen, daß die Transformationselemente, die in (1) eingehen, im Sinne des *Newton'schen* Gesetzes nicht streng richtig sind. Da vielmehr das Inertialsystem seit 1850 gegen das „empirische System“ oder auch gegen das empirisch rekonstruierte Koordinatensystem von 1850 die drei Drehungen  $\mathfrak{X}$ ,  $\mathfrak{Y}$ ,  $\mathfrak{Z}$  ausgeführt hat, so wird man zu

den Positionen im Koordinatensystem von 1850 die Ausdrücke<sup>2)</sup> addieren müssen, wenn sie auf das Inertialsystem bezogen sein sollen:

$$(2) \quad \begin{cases} \cos \delta \Delta \alpha = \mathfrak{X} \sin \delta \cos \alpha + \mathfrak{Y} \sin \delta \sin \alpha - \mathfrak{Z} \cos \delta \\ \Delta \delta = -\mathfrak{X} \sin \alpha + \mathfrak{Y} \cos \alpha. \end{cases}$$

Diese Positionen wird man den Gleichungen der *Newton'schen* Bewegung unterwerfen und aus ihnen nicht nur die Anfangselemente und die Massen, sondern auch die  $\mathfrak{X}$ ,  $\mathfrak{Y}$ ,  $\mathfrak{Z}$ , welche man für längere Intervalle konstant halten könnte, sowie für jedes Intervall eine Korrektion der Zeit, als Unbekannte mitbestimmen.

Für's erste könnte man auch den Ansatz machen:  $\mathfrak{X} = \mathfrak{X}_0 + \mathfrak{X}_1 t, \dots$   
 $t = T + fT^2$ . Dies alles läßt sich weiter ausführen, indem man die Ausdrücke für die Koordinatenveränderungen, welche durch die Verbesserung der Elemente, der Massen und durch diese Zusätze hervorgerufen werden, so gestaltet und ihnen die Beobachtungen in solchen Gruppierungen zuweist, daß die Unbekannten möglichst scharf bestimmt werden. Dann zeigt sich übrigens, daß die Anfangswerte  $\mathfrak{X}_0, \dots$  sich mit den Werten der Bahnelemente von 1850 verbinden, wie vorauszusehen war.

Dies wäre der theoretische Weg. Wir kehren nunmehr zur tatsächlichen Behandlung zurück.

**4. Das gemischte System der Planeten-Astronomie.** Es liegen drei große Durcharbeitungen des Sonnensystems vor, nämlich explizite Entwicklungen für die Örter der Sonne und der Planeten, welche mit den Beobachtungen verglichen werden, um die Konstanten zu berechnen und um Tafeln zur Vorausberechnung der Örter darauf zu gründen. Nach je einem halben Jahrhundert folgten sich *P. S. Laplace*, *U.-J. Leverrier* und *S. Newcomb*<sup>3)</sup>.

Als Grundebene hat man in der Astronomie der Planeten von jeher die Ekliptik gewählt, auf welche man die Elemente der anderen Planeten zu beziehen pflegt, nämlich die Knotenlänge  $\Omega$ , die Neigung  $i$  und die Perihellänge  $\varpi$  oder den gebrochenen Zug von der Anfangsrichtung bis zum Knoten in der Ekliptik und von hier bis zum Perihel in der Bahn. Die Theorie gibt die Ausdrücke für die Veränderungen der Lagenelemente gegen das Inertialsystem, und zwar als

2) Vgl. *E. Anding*: Kritische Untersuchungen über die Bewegung der Sonne durch den Weltraum, München (1901), p. 62.

3) *Laplace*, *Traité de mécanique céleste*, 5 Bde., Paris 1799—1825 (auch: *Oeuvres* t. 1—5); *Leverrier*, *Recherches astronomiques*, *Obs. de Paris* ann. 1—6 und 10—14 (1855—77); *Newcomb*, *Wash. Astron. Papers* 6 und 7 (1898).

Funktionen der Massen. Genau das Gleiche gilt auch für die Veränderungen der Erdbahn selbst. Aus beiden resultieren mithin die Veränderungen der Planetenbahn gegen die jeweilige Ekliptik und zwar als bekannte Funktionen der Massen. Demnach sind auch die Längen  $\lambda$  und die Breiten  $\beta$  eines Planeten in Bezug auf die jeweilige Ekliptik dargestellt als bekannte Funktionen der Zeit und der Massen.

Wären andererseits auch die beobachteten Koordinaten auf die jeweilige Ekliptik bezogen, so könnte man Theorie und Beobachtung sofort vergleichen, ohne daß, wie S. 9, eine Korrektur nötig wäre. Denn unserer Koordinatenebene kommt dann eine mechanische Bedeutung zu, und ihre ursprüngliche Lage oder das Inertialsystem läßt sich jederzeit durch Rechnung wiederherstellen.

Die Beobachtungen beziehen sich nun aber auf den Äquator, wie er durch das System der Fundamentalsterne definiert ist, und müssen zunächst in Längen und Breiten verwandelt werden. Dabei muß man voraussetzen, daß a) der wahre Winkel  $\varepsilon$  zwischen der jeweiligen Ekliptik und dem Äquator der Fundamentalsterne, die sog. *Schiefe* der Ekliptik, genau bekannt sei, und b) daß der Einschnidepunkt der Ekliptik in den Äquator genau mit dem Nullpunkt der Fundamentalsterne zusammenfalle. Trifft dies zu, so ist aus den Beobachtungen der empirische Äquator eliminiert.

Diese Bedingungen hat man verschieden behandelt. *Leverrier* geht von der Grundgleichung aus, durch welche die säkulare Änderung der *Schiefe* als Funktion der störenden Massen ausgedrückt ist; indem er diejenige Säkuläränderung einsetzt, welche sich aus den Beobachtungen der Solstitien ergeben hatte, entsteht eine Bedingungsgleichung für die Massen, und indem er eine Reihe anderer Bedingungsgleichungen zuzieht, die aus anderen Störungen gewonnen sind, bestimmt er das Massensystem, welches ihm am plausibelsten erscheint und welches, in die Grundgleichung eingesetzt, den rechnerischen Ausdruck für die jeweilige Schiefe ergibt. Aber diese Grundgleichung beruht darauf, daß der Äquator einem mechanischen System angehöre. Demnach ist stillschweigend angenommen, daß der Äquator der Fundamentalsterne jederzeit in Übereinstimmung mit dem mechanischen Äquator des Erdkörpers bestimmt sei. — Was den *Nullpunkt* der Zählung im Äquator der Fundamentalsterne betrifft, so nimmt *Leverrier* ebenfalls an, daß durch die zahlreichen, eigens zu diesem Zweck angestellten absoluten Beobachtungen das Ziel erreicht worden sei, diesen Punkt in den Einschnidepunkt der Ekliptik zu verlegen.



*Newcomb* betrachtet die Gleichungen der Koordinatentransformation nicht als streng erfüllt. Da man sie dennoch verwendet, die ekliptikalen Positionen der Planeten aus den äquatorealen zu berechnen (prinzipiell gesprochen, denn praktisch geht er den entgegengesetzten Weg), so müssen zu diesen Zahlen korrigierende Ausdrücke hinzutreten, welche abhängig sind a) von einer Verbesserung der Schiefe der Ekliptik gegen den Äquator der Fundamentalsterne, b) von einer kleinen Knotenrektaszension, um welche sich der Einschneidepunkt der Ekliptik in den Äquator vom Nullpunkt der Fundamentalsterne unterscheidet. Bei der Vergleichen der Beobachtungen mit der Theorie erscheinen dann als mitzubestimmende Unbekannte neben den Bahnelementen und Massen auch diese zwei Bestimmungsstücke der Ekliptik gegen das System der Fundamentalsterne, sowie ihre säkularen Veränderungen.

Somit ist die Ebene der Ekliptik mechanisch festgelegt. Was jetzt die Anfangsrichtung in der Ekliptik selbst anbelangt, die dritte Komponente, so ist zwar die ursprüngliche Anfangsrichtung im Inertialsystem später nicht mehr in der jeweiligen Ekliptik enthalten; man kann aber in der jeweiligen Ekliptik stets eine Nullrichtung definieren, welche durch mechanische Ausdrücke gegen das Inertialsystem festgelegt wird, indem man beispielsweise die Nullrichtung bei den Drehungen  $\alpha$ ,  $\beta$ ) (S. 5) nur senkrecht zur Erdbahn fortschreiten läßt. Man darf daher annehmen, die Längen der Planeten seien gegen eine solche Richtung, die wir mit  $O$  bezeichnen wollen, als Funktionen der Zeit dargestellt.

Da sich andererseits die Längen, welche aus den Beobachtungen folgen, auf den Einschnitt  $P$  des Äquators der Fundamentalsterne in die Ekliptik beziehen, so muß man die Differenz  $OP$  anbringen. Doch berechnet man sie nicht aus einer mechanischen Bedingung, sondern aus der Präzessionskonstante, welche stellarstatistisch bestimmt ist, nämlich unter der Annahme, daß die gemeinsame Längenzunahme aller Fixsterne lediglich durch die entgegengesetzte und genau gleiche Bewegung der Nullrichtung, nämlich gegen das Inertialsystem, erzeugt sei. Man bezeichnet diese Größe, welche in der Hauptsache gleich  $\psi - a(t) \cos \omega$  ist, als allgemeine Präzession  $\psi_1$ , vgl. Artikel VI 2, 2 (*F. Cohn*), Nr. 5b).

Demnach ist das Koordinatensystem der Planeten-Astronomie in zweifacher Beziehung *mechanisch* und in der *dritten* Komponente *empirisch* begründet. Es wäre konsequent gewesen, für die Anfangsrichtung in der Ekliptik mechanisch eine Korrektion c) zu bestimmen, welche zu a) und b) (S. 10) den dritten *Euler'schen* Winkel bildet.

Aber es lag eine solche direkte Veranlassung nicht vor, wie sie dort durch die Koordinatentransformation geboten war. Indessen wollen wir hier überlegen, wie sich eine solche Bestimmung gestaltet.

**5. Ergänzung der dritten Komponente. Mechanische Bestimmung der Präzessionskonstante.** Als einfachstes Beispiel betrachten wir die Bewegung der Sonne. Wir übergehen die Wirkung der Aberration, Nutation, periodischen Störungen und Mondstörungen, und betrachten auch von der Mittelpunktsgleichung nur das Hauptglied, indem wir alle diese Ergänzungen in eine Korrektion  $S$  zusammenfassen.

Die Länge des Perigäums, bezogen auf die Richtung  $O$ , hat die Form  $\bar{\omega}' = \bar{\omega}_0 + \bar{\omega}_1' t$ , wo  $\bar{\omega}_1'$  als eine bekannte Funktion der Massen gegeben ist. Demnach besteht die Länge der Sonne, bezogen auf den Punkt  $O$ , aus einem linearen Glied  $nt$ , aus der Mittelpunktsgleichung  $2e \sin(nt - \bar{\omega}_0 - \bar{\omega}_1' \cdot t)$  und aus  $S$ . Will man die Länge gegen die Richtung  $P$  ausdrücken, so muß der Bogen  $OP$  hinzukommen; er besteht aus der allgemeinen Präzession, die wir  $d\psi_1/dt \cdot t$  schreiben dürfen, und der Korrektion  $-\mathfrak{B}' = -\mathfrak{B}_1' \cdot t$ , welche wir suchen. Demnach ist die Länge der Sonne gegen  $P$ :

$$\lambda = nt + \frac{d\psi_1}{dt} t - \mathfrak{B}_1' \cdot t + 2e \sin(nt - \bar{\omega}_0 - \bar{\omega}_1' \cdot t) + S.$$

Es ist unwesentlich, daß man die mittleren Längen und auch die Länge des Perigäums vom Punkte  $P$  aus zu zählen pflegt. Die Mittelpunktsgleichung hat dann die Form

$$2e \sin \left[ \left( n + \frac{d\psi_1}{dt} \right) t - \bar{\omega}_0 - \bar{\omega}_1 t \right],$$

wo

$$\bar{\omega}_1 = \bar{\omega}_1' + \frac{d\psi_1}{dt}.$$

Die Gleichung

$$(3) \quad \lambda = \left( n + \frac{d\psi_1}{dt} - \mathfrak{B}_1' \right) t + 2e \sin \left( nt + \frac{d\psi_1}{dt} t - \bar{\omega}_0 - \bar{\omega}_1 t \right) + S$$

gestattet ihrem Bau nach, die zwei Zahlenwerte aus den Beobachtungen zu berechnen:

$$N = n + \frac{d\psi_1}{dt} - \mathfrak{B}_1',$$

$$N' = n + \frac{d\psi_1}{dt} - \bar{\omega}_1.$$

Da  $\bar{\omega}_1$  und  $d\psi_1/dt$  gegeben sind, so lassen sich  $n$  und  $\mathfrak{B}_1'$  bestimmen.

Schreibt man die Gleichung (3) in der Form

$$\lambda = Nt + 2e \sin(Nt - \bar{\omega}_0 - (\bar{\omega}_1 - \mathfrak{B}_1') t) + S,$$

so besagt sie, daß wegen der empirischen Bedeutung der Anfangsrichtung ein Widerspruch  $\beta_1'$  zwischen der beobachteten und der berechneten Perihelbewegung entstehen muß.

Die Sonnenbahn ist wegen der kleinen Exzentrizität für diese Bestimmung von  $\beta_1'$  weniger geeignet. Doch kann man die Betrachtung bei den Planeten durchführen und die zweckmäßigste Bestimmung aufsuchen.

An dieser Stelle soll jedoch ein summarisches Verfahren angewendet werden.

*Newcomb*<sup>4)</sup> hat die säkularen Variationen der Elemente der Planetenbahnen aus den Beobachtungen abgeleitet, aber die Massen anderweitig bestimmt, nämlich z. B. aus den periodischen Störungen. Indem er aus diesen Massen andererseits die säkularen Störungen berechnete, zeigten sich in den Exzentrizitäten keine unstatthafter Abweichungen. Aber die Richtungselemente (Bezeichnung S. 9) ergeben die nachstehenden Änderungen für 100 Jahre, wobei das Merkurperihel außer Betracht bleiben muß (vgl. den Artikel VI 2, 23, *Oppenheim*, Kritik des Gravitationsgesetzes):

	Beob.	Rechn.	Diff.	M. F.	Neue Diff.	Ohne Merkur
<b>Merkur:</b>						
$\Delta i$	+ 7".14	+ 6".76	+ 0".38	$\pm$ 0".80	+ 0".36	(+ 0".35)
$\sin i \cdot \Delta \Omega$	- 91.89	- 92.50	+ 0.61	$\pm$ 0.52	- 0.31	(- 0.40)
<b>Venus:</b>						
$e \cdot \Delta \bar{\omega}$	+ 0.29	+ 0.34	- 0.05	$\pm$ 0.25	- 0.10	- 0.11
$\Delta i$	+ 3.87	+ 3.49	+ 0.38	$\pm$ 0.33	+ 0.34	+ 0.35
$\sin i \cdot \Delta \Omega$	- 105.40	- 106.00	+ 0.60	$\pm$ 0.17	+ 0.15	+ 0.12
<b>Erde:</b>						
$e \cdot \Delta \bar{\omega}$	+ 19.48	+ 19.38	+ 0.10	$\pm$ 0.13	- 0.02	- 0.04
<b>Mars:</b>						
$e \cdot \Delta \bar{\omega}$	+ 149.55	+ 148.80	+ 0.75	$\pm$ 0.35	+ 0.07	- 0.01
$\Delta i$	- 2.26	- 2.25	- 0.01	$\pm$ 0.20	- 0.03	- 0.04
$\sin i \cdot \Delta \Omega$	- 72.60	- 72.63	+ 0.03	$\pm$ 0.22	- 0.24	- 0.25

Auffällig ist hier „die Bewegung des Venusknotens, wo der Widerspruch fünfmal so groß ist als der wahrscheinliche Fehler“ (die obigen Fehler sind mittlere), und „das Perihel des Mars, wo der Widerspruch dreimal so groß ist, als der wahrscheinliche Fehler“.

Wir versuchen, diese Abweichungen zu erklären, indem wir annehmen, das Inertialsystem habe in 100 Jahren um das Äquinox eine

4) *S. Newcomb*, Fund. Const., s. Fußn. 13 auf p. 25 dieses Bandes.

Drehung  $\mathcal{X}'$ , um die Richtung von der Länge  $90^\circ$  eine Drehung  $\mathcal{Y}'$  und um den Pol der Ekliptik eine Drehung  $\mathcal{Z}'$  gegen das Bezugssystem ausgeführt. Demnach sind die Differenzen aufzufassen als

$$(4) \begin{cases} e\Delta\bar{\omega} = +\mathcal{X}' \cdot e \operatorname{tg} \frac{1}{2} i \sin \Omega - \mathcal{Y}' \cdot e \operatorname{tg} \frac{1}{2} i \cos \Omega + \mathcal{Z}' \cdot e \\ \Delta i = +\mathcal{X}' \cdot \cos \Omega \quad + \mathcal{Y}' \cdot \sin \Omega \\ \sin i \Delta \Omega = -\mathcal{X}' \cdot \cos i \sin \Omega \quad + \mathcal{Y}' \cdot \cos i \cos \Omega \quad + \mathcal{Z}' \cdot \sin i. \end{cases}$$

Bildet man alle diese Gleichungen und bringt sie auf gleiches Gewicht, so ergibt die Methode d. kl. Quadr.:

$$\mathcal{X}' = 0'0, \quad \mathcal{Y}' = 0'0, \quad \mathcal{Z}' = + 7'3 \pm 2'3.$$

Diese Werte  $\mathcal{X}'$ ,  $\mathcal{Y}'$  bestätigen, was wir schon wissen: daß das System in zweifacher Weise mechanisch orientiert war. Aber hinsichtlich der empirischen dritten Komponente hat sich ergeben, daß die stellarstatistisch bestimmte Präzessionskonstante auf das Jahrhundert um mehr als  $7''$  zu *vergrößern* wäre, wenn die beobachteten Ungleichheiten verschwinden sollen.

Daß dies eingetreten ist, zeigen die nunmehr berechneten „neuen Differenzen“: die Abweichungen im Venusknoten und im Marsperihel sind nicht mehr zu erkennen, und überhaupt liegen sechs Abweichungen unterhalb, drei oberhalb des wahrscheinlichen Fehlers.

Wollte man den Merkur nach Analogie seines Perihels überhaupt ausschließen, so käme

$$\mathcal{X}' = 0'0, \quad \mathcal{Y}' = 0'0, \quad \mathcal{Z}' = + 8'2,$$

aber die Zahlen der letzten Kolumne zeigen kaum noch eine Verbesserung.

Vom rein mechanischen Standpunkt einer Astronomie der Planeten wäre die Sache mit diesem Resultat abgemacht. Wie soll man es aber erklären, daß die Gesamtheit der Fixsterne, aus welchen die Präzessionskonstante berechnet ist, in einer *rückläufigen* Bewegung gegen das Inertialsystem begriffen wäre? Die verschiedenen stellarstatistischen Bestimmungen der Präzessionskonstante divergieren auf das Jahrhundert um  $1''$ , höchstens  $2''$ . Wollten wir aber den Fixsternen eine negative „Eigenpräzession“, wie man es nennen könnte, im Betrag von  $7''$  beilegen, so müßten doch wohl die Werte der Präzessionskonstante, wenn aus hellen und wenn aus schwachen Sternen bestimmt, stärker differieren, als man es gefunden hat. Die Sache bedarf stellarstatistisch einer weiteren Untersuchung. Bis dahin wird man die Ursachen der Anomalien im Planetensystem selbst suchen müssen.

*Im weiteren Verlauf der Encyclopädie wird daher in der allgemein üblichen Weise stillschweigend angenommen werden, die stellarstatistisch bestimmte Präzessionskonstante dürfe mechanisch aufgefaßt werden oder ihre Anwendung reduziere alle Beobachtungen auf ein Inertialsystem.*

Was schließlich die Festlegung der Zeitskala betrifft, so geschieht dieselbe auf mechanischer Grundlage durch die Erdrotation mit einer allen bisherigen Ansprüchen genügenden Sicherheit, vgl. den Artikel VI 2, 2 (F. Cohn), Nr. 5b).

---

(Abgeschlossen im Mai 1905.)

## VI 2, 2. REDUKTION DER ASTRONOMISCHEN BEOBACHTUNGEN.

(SPHÄRISCHE ASTRONOMIE IM ENGEREN SINNE.)

VON

**FRITZ COHN**

IN KÖNIGSBERG.

### Inhaltsübersicht.

1. Aufgabe der sphärischen Astronomie.
2. Definition der üblichen Koordinatensysteme und der Zeit; erste Formulierung.
3. Prinzip der Messung der äquatorealen Koordinaten und der Zeit; Prinzip der Meridianbeobachtungen.
4. Die gegenwärtige Praxis der Meridianbeobachtungen.
5. Kritische Untersuchung der Voraussetzungen.
  - a) Änderungen der Visierichtung (Parallaxe, Refraktion, Aberration).
  - b) Änderungen des Koordinatensystems (Präzession, Nutation, Bewegung des Erdpols).
  - c) Rotationsgeschwindigkeit. Konstanz des Zeitmaßes.
6. Scharfe Definition der Koordinaten und der Zeit.
7. Reduktion der scheinbaren Örter in mittlere.
  - a) Parallaxe und Aberration.
  - b) Präzession und Nutation.
  - c) Zusammenfassung sämtlicher Reduktionen.
8. Die weitere Verarbeitung der Meridianbeobachtungen, Sternkataloge, Jahrbücher.
9. Die Bestimmung der Entfernungen der Gestirne
  - a) Des Mondes.
  - b) Der Sonne und der Planeten.
  - c) Der Fixsterne.

### Literatur.

Lehrbücher.

- F. Brünnow*, Lehrbuch der sphärischen Astronomie, 4. Aufl. Berlin 1881 (*Brünnow*).  
*W. Chauvenet*, A manual of spherical and practical astronomy, Philadelphia 1863,  
 2 Vol., 5. Aufl. 1885 (*Chauvenet*).  
 Elementare Darstellungen z. B. in  
*A. Sawitsch*, Abriß der Praktischen Astronomie, russisch: Petersburg 1845, 2. Aufl.

1868—71; deutsch: 1. Aufl. von *W. C. Götze*, Hamburg 1850—51, 2. Aufl. von *C. F. W. Peters*, Leipzig 1879 (letztere: *Sawitsch*).

*J. Ph. Herr-W. Tinter*, Lehrbuch der sphärischen Astronomie, Wien 1887.

*Th. Epstein*, Geonomie, Wien 1888.

Ferner vgl. man die betreffenden Abschnitte aus:

*F. W. Bessel*, Fundamenta astronomiae pro anno MDCCLV deducta ex observationibus viri incomparabilis James Bradley in specula astronomica Grenovicensi per annos 1750—62 institutis, Regiomonti 1818 (*Bessel, Fund.*).

— Tabulae Regiomontanae reductionum observationum astronomicarum ab anno 1750 usque ad annum 1850 computatae. Regiomonti Prussorum 1830, p I—XXIII (*Bessel, Tab. Reg.*).

— Abhandlungen, hrsg. von *R. Engelmann*, 3 Bde., Leipzig 1875—76 (*Bessel, Abhdl.*).

*Th. von Oppolzer*, Lehrbuch zur Bahnbestimmung der Kometen und Planeten, Band I, 2. Aufl., Leipzig 1882 (2. Aufl.: *Oppolzer, Bahnb. 1*).

*W. Valentiner*, Handwörterbuch der Astronomie, 4 Bde., Breslau 1897—1902.

In historischer Beziehung vgl.

*R. Wolf*, Handbuch der Astronomie, 2 Bde., Zürich 1890—92 (*Wolf, Handb.*).

Für die mechanisch-physikalischen Grundlagen kommen namentlich in Betracht:

*F. Tisserand*, Traité de Mécanique céleste, 4 Bde., Paris 1889—1896 (*Tisserand*).

*F. R. Helmert*, Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie, 2 Bde., Leipzig 1880—84 (*Helmert*).

**1. Aufgabe der sphärischen Astronomie.** Die *theoretische Astronomie*, welche die Bewegungen der Himmelskörper auf ihre gegenseitige Anziehung nach dem *Newton'schen* Gravitationsgesetz zurückzuführen bestrebt ist, bedarf, um die Werte der in den mathematischen Ausdrücken des allgemeinen Bewegungsproblems auftretenden Parameter (Massen usw.) und Integrationskonstanten (Bahnelemente usw.) den besonderen Verhältnissen des Planetensystems entsprechend bestimmen zu können, gewisser Beobachtungsdaten, welche ihr die *praktische Astronomie* liefern muß. Diese Daten werden in der Angabe einer Reihe von Örtern der betrachteten Himmelskörper, bezogen auf ein als fest angenommenes Koordinatensystem, und der Angabe des Zeitmoments bestehen, für welchen diese Örter gelten. Die *praktische Astronomie* hat also die zur Fixierung der Zeit und der Örter der Gestirne dienenden Mittel anzugeben. Sie zerfällt naturgemäß in zwei Teile: die *beobachtende Astronomie* liefert das Rohmaterial, welches indessen infolge der mechanisch-physikalischen Bedingungen der Beobachtungen auf der Erde einer vorbereitenden Verarbeitung bedarf, um der theoretischen Verwertung zugänglich zu werden. (Elimination der „Refraktion“, „Aberration“, „Präzession“ usw.) *Diese vorbereitende Verarbeitung leistet die sphärische Astronomie.* Da die Beobachtungen nur einer beschränkten Genauigkeit fähig sind, so hat die sphä-

rische Astronomie die kritische Untersuchung jener Bedingungen nur bis zu einer zweckentsprechenden Grenze zu treiben und von Zeit zu Zeit, sobald die Beobachtungen leistungsfähiger geworden sind, durch eine Revision der Grundlagen diese Grenze weiter hinauszuschieben. Eine Epoche wird in dieser Hinsicht zu Anfang des 19. Jahrhunderts durch *F. W. Bessel's* „*Fundamenta astronomiae*“ markiert. Heutzutage macht sich das Bedürfnis nach einer noch weitergehenden Kritik geltend, entsprechend einer extremen Beobachtungsgenauigkeit von 0'01 in der Winkel-, von 0'001 in der Zeitmessung.

Die einzelne Beobachtung kann niemals den Ort eines Gestirns im Raume geben, sondern nur die *Richtung*, in der es sich befindet. Die Bestimmung der *Entfernung* eines Objekts läßt sich nur durch Verknüpfung mehrerer Beobachtungen erreichen und die diesbezüglichen Methoden bilden unter dem Namen der „*Parallaxenbestimmung*“ ein gesondertes Kapitel der sphärischen Astronomie, die es im übrigen nur mit der *Fixierung der Richtung* zu tun hat.

Eine solche geschieht durch Angabe der sphärischen Koordinaten des Punktes der unendlich fernen Himmelskugel, auf den sich vom Beobachter als dem Mittelpunkt dieser Kugel aus gesehen das Objekt projiziert, bezogen auf ein durch einen größten Kugelkreis und einen Anfangspunkt der Zählung in ihm (resp. Pol und ersten Meridian)<sup>1)</sup> definiertes Koordinatensystem.

Die Wahl dieser Grundelemente des Koordinatensystems wird von zwei Gesichtspunkten aus erfolgen müssen; einmal müssen sie der Beobachtung entweder direkt zugänglich sein oder wenigstens in einfacher Weise aus ihr abgeleitet werden können und zweitens der theoretischen Verwendung halber im Raume entweder fest sein oder in ihrer Bewegung rechnerisch verfolgt werden können.

**2. Definition der üblichen Koordinatensysteme und der Zeit; erste Formulierung.** Die einfachsten Beobachtungsbedingungen bietet das auf dem *Horizont*, resp. *Zenit* beruhende System. Denn die einzige, an jedem Punkte der Erdoberfläche unmittelbar gegebene Richtung ist die der Schwerkraft, wie sie durch ein Lot, oder die zu ihr senkrechte Horizontale, wie sie durch eine Wasserwage angezeigt wird. Die eine Koordinate, die *Höhe* oder die *Zenitdistanz*, wird als Richtungswinkel gegen den Horizont oder die Vertikale von 0° bis 90° gezählt. Ein Nullpunkt für die Zählung der zweiten Koordinate, des *Azimuths*, existiert nicht ebenso unmittelbar und kann, wenn er

1) Über die der Messung sphärischer Koordinaten dienenden Instrumente vgl. den Artikel VI 2, 5 (*Ristenpart*).



an allen Erdorten und zu jeder Zeit gleich leicht beobachtbar sein soll, nur durch Erscheinungen außerhalb der Erde definiert werden, wie sie die scheinbare tägliche Umdrehung des Himmelsgewölbes darbietet. Man wählt dazu nämlich den *Meridian* des Erdortes, den größten Kreis durch Himmelspol und Zenit, und zählt das astronomische Azimut von Süd über West, Nord, Ost herum von  $0^{\circ}$  bis  $360^{\circ}$ .

Höhe und Azimut sind diejenigen Koordinaten, welche die Beobachtung am unmittelbarsten geben kann. Ihre schnelle Veränderlichkeit, die auf ihrer festen Beziehung zum rotierenden Erdkörper beruht, läßt sie als ungeeignet zur theoretischen Verwendung erscheinen. Den Anforderungen der Theorie kann nur eine Grundebene genügen, welche die für die Orientierung des Instruments unumgängliche Eigenschaft des Horizonts, dem Erdkörper fest anzuhafte, mit einer von der Erdrotation unabhängigen festen Lage im Raume vereinigt. Diese Möglichkeit bietet der Erd- und Himmels-Äquator, da er sich nur in sich selbst dreht<sup>2)</sup>.

Der Äquatorabstand oder die *Deklination*, gezählt von  $0^{\circ}$  bis  $\pm 90^{\circ}$ , genügt allen Anforderungen der beobachtenden und der rechnenden Astronomie. Bei der zweiten äquatorealen Koordinate muß man zu einer doppelten Zählung greifen; der *Stundenwinkel* eines Gestirns wird analog dem Azimut vom Meridian aus von  $0^{\circ}$  bis  $360^{\circ}$  gezählt, er läßt sich an einem fest aufgestellten Äquatorreal direkt ablesen, ist aber von Zeit und Lage des Erdortes abhängig. Die *Rektaszension* (*Ascensio recta*, abgekürzt AR.) zählt man von einem am Himmel festen Punkte (in umgekehrtem Sinne wie den Stundenwinkel), sie ist sonach für alle festen Gestirne fest, aber nicht unmittelbar beobachtbar. Als Anfangspunkt der Zählung der Rektaszension ist man übereingekommen, den *Frühlingspunkt* zu wählen, in welchem der Sonnenmittelpunkt zur Zeit des Frühlings-Äquinoktiums den Äquator schneidet, weil die Ebene der Sonnen- oder Erdbahn für die Theorie des Planetensystems besondere Vorteile bietet. Dieses System der Rektaszensionen und Deklinationen, der Stunden- und Parallelkreise, ist das in der heutigen Astronomie zur Festlegung der Örter der Gestirne durchweg benutzte. Daneben verdient noch das auf der Ekliptik und dem Frühlingspunkte beruhende System der *Längen* und *Breiten* seiner Verwendung in der älteren Zeit und seines theoretischen Interesses halber Erwähnung. Die ekliptikalen Koordinaten können indessen mit einiger

2) In mathematischer Strenge betrachtet ist freilich der Äquator ebensogut im Raume veränderlich wie der Horizont; nur der langsame Verlauf seiner Bewegung ist es, der ihn für die Praxis zur Grundebene des Koordinatensystems geeignet macht.

Schärfe nur durch Rechnung, nicht durch direkte Beobachtung gefunden werden.

Die Formeln zu dem häufig erforderlichen Übergang von dem einen Koordinatensystem zu einem andern vermittelt das sphärische Dreieck zwischen den Polen beider Systeme und dem Gestirn<sup>3)</sup>. Erforderlich ist dazu die Kenntnis des Bogens zwischen beiden Polen, also in dem einen Falle des Komplements der geographischen Breite des Erdortes, in dem andern der Schiefe der Ekliptik. Endlich setzt der Übergang vom Stundenwinkel zur Rektaszension die Kenntnis der Zeit voraus.

*Definition der Zeit.* Man definiert als Zeiteinheit die Zeit einer Umdrehung der Erde um ihre Achse, den *Sterntag*, und mißt sie als die Zeit zwischen zwei Kulminationen eines beliebigen festen Punktes der Himmelskugel. Als solchen wählt man wieder den Frühlingspunkt und nennt *Sternzeit* die seit seiner Kulmination verstrichene Zeit. Infolge der vorausgesetzten Gleichförmigkeit der Erdrotation ist die Sternzeit gleich dem Stundenwinkel des Frühlingspunktes, wenn man ihn statt als Winkel von  $0^{\circ}$  bis  $360^{\circ}$  in Zeit von  $0^h$  bis  $24^h$  ausdrückt. Aus dieser Definition folgt geometrisch die gesuchte Beziehung zwischen Stundenwinkel und Rektaszension:

$$\text{Sternzeit} = \text{Rektaszension} + \text{Stundenwinkel.}$$

In wieweit die so definierte Sternzeit ein gleichförmiges Maß der Zeit ist, wird später (s. Nr. 6) näher untersucht. Neben der Sternzeitrechnung, die für die wissenschaftliche Astronomie unentbehrlich ist, bedarf das bürgerliche Leben einer andern Zeitmessung, die an die Sonne anknüpft. Man definiert den Stundenwinkel der Sonne als *wahre Sonnenzeit*, die Zeit zwischen zwei Kulminationen der Sonne als *wahren Sonnentag*. Da die Sonne unter den Sternen bewegt ist, ist dieser Sonnentag vom Sterntag verschieden. Da ferner ihre Rektaszensionsbewegung keine gleichförmige ist — die Bahn der Sonne ist gegen den Äquator geneigt und nicht ihre Winkel-, sondern ihre Flächengeschwindigkeit konstant —, so ist die wahre Sonnenzeit kein gleichförmiges Zeitmaß. Man kommt den Bedürfnissen des praktischen Lebens durch die Einführung einer fingierten *mittleren Sonne* entgegen, die sich bei gleichförmiger Rektaszensionsbewegung nie weit von der wahren Sonne entfernt; der Unterschied beider Rektaszensionen im Sinne „Mittlere Zeit — Wahre Zeit“ heißt die *Zeitgleichung*<sup>4)</sup>.

3) Näheres in den Lehrbüchern; z. B. *Brünnow*, p. 79 ff.

4) Die Einführung der Rechnung nach mittlerer Zeit ist ein Beispiel aus dem bürgerlichen Leben, wie die gesteigerte Messungsgenauigkeit eine strengere

Ihre extremen Werte betragen  $+ 14^m 25^s$  am 12. Febr.,  $- 3^m 49^s$  am 14. Mai,  $+ 6^m 18^s$  am 26. Juli,  $- 16^m 21^s$  am 3. Nov.

Beide Zeiten, Sternzeit und mittlere Zeit, sind *Ortszeiten*, der Unterschied der Ortszeiten zweier Erdorte ist gleich ihrer geographischen Längendifferenz, deren Kenntnis demnach zur einheitlichen Fixierung des Zeitmoments speziell bei Beobachtungen der Wandelsterne erforderlich ist.

Zur Messung größerer Zeiträume benutzt man die Dauer der jährlichen Bewegung der Erde um die Sonne, das Jahr, und zwar entweder (für die theoretischen Entwicklungen) das sehr angenäherte *julianische Jahr* von  $365\frac{1}{4}$  mittleren Sonnentagen oder (für die praktischen Zwecke) das *tropische Jahr*, die Zeit zwischen zwei Frühlingsäquinoktien; als seinen Anfang definiert man nach *Bessel*<sup>5)</sup> den nahezu auf den 1. Januar fallenden Moment, in welchem die mittlere Länge der Sonne gleich  $280^\circ$  ist. Das so definierte Jahr (*annus fictus*) ist nicht ganz konstant, sondern infolge der Ungleichförmigkeit der Präzession etwas veränderlich<sup>6)</sup>.

**3. Prinzip der Messung der äquatorealen Koordinaten und der Zeit. Prinzip der Meridianbeobachtungen.** Der unabhängigen Bestimmung der äquatorealen Koordinaten dient heutzutage der Meridiankreis, mit dem die Meridiandurchgänge der Gestirne (nach Höhe und Zeit) beobachtet werden<sup>7)</sup>.

Die Beziehung  $90^\circ + \delta$ , resp.  $270^\circ - \delta = \varphi + h$  für obere, resp. untere Kulminationshöhen ( $h$  gerechnet von  $0^\circ$  bis  $180^\circ$  vom Südpunkt des Horizonts) gibt aus jeder beobachteten Meridianhöhe  $h$  bei bekannter Polhöhe  $\varphi$  die Deklination  $\delta$  des Gestirns, sonst Deklinationsdifferenzen.

Die Messung der Rektaszensionen erfolgt aus den Meridiandurchgangszeiten in einer gewissen Verknüpfung mit der Bestimmung der Zeit überhaupt durch Vermittlung der Uhr<sup>8)</sup>.

Fassung der Definitionen erforderlich macht. Nach *Wolf*, Handb. 1, § 193 wurde sie zuerst in Genf, etwa von 1780 an, dann in England, 1810 in Preußen, 1816 in Frankreich eingeführt.

5) *F. W. Bessel*, Monatl. Corr. 28 (1813), p. 481 = Abhdl. 1, Nr. 36, p. 261.

6) Näheres über Berechnung des *annus fictus* und des *dies reductus* siehe *Bessel*, Fund.; *Bessel*, Tab. Reg.

7) Im Prinzip geschieht diese Messung freilich und geschah in älterer Zeit tatsächlich an parallaktisch aufgestellten Äquatorealen, welche direkt Stundenwinkel (und somit Rektaszensionsdifferenzen) und Deklinationen ablesen lassen; heutzutage beschränkt sich ihre Anwendung auf die Messung kleiner Koordinatendifferenzen (z. B. bei dem Anschluß von Kometen an Vergleichsterne).

8) Ehe die schon früher zur Zeitmessung benutzten Uhren durch die Ein-

Die Uhr hat zunächst die Aufgabe, Zeitmomente zu fixieren und dadurch Zeitintervalle zu messen. Die stets erforderliche Kontrolle der Uhr führt man in geeigneten Intervallen durch *Zeitbestimmungen* aus. Jede Bestimmung des Stundenwinkels  $t$  des Frühlingspunktes oder eines andern Sterns bekannter Rektaszension  $\alpha$  fixiert (wegen  $\alpha + t = \theta$ ) die Sternzeit  $\theta$  und gibt demnach eine Zeitbestimmung. Am einfachsten beobachtet man im Meridian. Denn es ist dann  $t = 0$ ,  $\alpha = \theta$ , d. h. die Sternzeit im Moment der Kulmination eines Gestirns ist gleich seiner Rektaszension. Man bestimmt also den Fehler der Uhr oder die *Uhrkorrektion* (den Betrag, den man zur Angabe der Uhr hinzufügen muß, um Sternzeit zu erhalten) durch Beobachtung der Durchgangszeit eines Sterns bekannter Rektaszension durch den Meridian. Als solche „Zeitsterne“ wählt man äquatornahe Sterne, die ihrer schnellen täglichen Bewegung halber eine möglichst scharfe Festlegung der Durchgangszeit gestatten. Die aus aufeinanderfolgenden Zeitbestimmungen erhaltenen Uhrkorrekturen liefern den „Uhrgang“. Unabhängig von der Kenntnis einer AR. läßt sich derselbe als täglicher Uhrgang durch die Beobachtung zweier aufeinanderfolgender Kulminationen desselben Sterns bestimmen; doch zieht man in der heutigen Praxis verschiedene Sterne, deren AR. hinreichend genau bekannt ist, zu seiner Ableitung heran, um so mehr, wenn man sich auf die Gleichförmigkeit des Uhrgangs während eines Tages nicht sicher verlassen kann<sup>9)</sup>.

Hieran schließt sich aber unmittelbar eine fundamentale Erweiterung der Anwendung der Uhr. Man bestimmt die zunächst als Winkel definierte Rektaszension eines Gestirns durch den Zeitpunkt seiner Kulmination, AR.-Differenzen nicht mehr als Winkel, sondern durch die Zeit, welche die Erde zur Drehung um diesen Winkel braucht. Die Uhr dient also direkt zur Bestimmung der AR., wenn

---

föhrung des Pendels die zur AR.-Messung erforderliche Genauigkeit erlangten, mußte man, wie es noch *Tycho Brahe* tat, neben den Deklinationen die Distanz zweier Objekte im Bogen größten Kreises messen, um daraus die AR.-Differenz zu berechnen. Näheres über die historische Entwicklung vgl. bei *Wolf*, Handb. 2, § 373 ff.

9) Ursachen einer täglich-periodischen Schwankung im berechneten Uhrgeange sind einmal Schwankungen im wirklichen Gange der Uhr, herrührend von nicht völliger Temperaturkompensation bei einer Aufstellung in einem Raum nicht konstanter Temperatur, dann in der Aufstellung des Instruments, sofern sie nicht durch häufige Fehlerbestimmung unter Kontrolle gehalten wird, und endlich in der Auffassung der Durchgänge seitens des Beobachters (siehe den Artikel VI 2, 5 (*Ristenpart*), sowie z. B. *Fr. Küstner*, Bonn Sternw. Veröff. Nr. 4, Bonn 1900, p. 31).

sie richtige Sternzeit anzeigt; andernfalls muß ihr Fehler bekannt sein, der im allgemeinen eine Funktion der Zeit sein wird. Ihre Anwendbarkeit bei Präzisionsbeobachtungen beschränkt sich daher im allgemeinen auf Zeitintervalle, innerhalb deren man ihren Gang als gleichförmig ansehen kann, um ohne Kontrolle auskommen zu können. Für fundamentale AR.-Bestimmungen muß dieses Intervall mindestens einen Tag betragen, da eben unabhängige Uhrgänge nur als tägliche erhalten werden können.

Zusammenfassend erhellt, wie die Beobachtung am Meridiankreise, der heutzutage in Verbindung mit einer Uhr das fundamentale Instrument der praktischen Astronomie bildet, von den Instrumentalfehlern befreit, Meridianzenitdistanzen und Durchgangszeiten und damit Deklinations- und (bei Kenntnis des Uhranges) Rektaszensionsdifferenzen liefert. Die Kenntnis der Polhöhe und der absoluten Uhrkorrektur führt zu absoluten Deklinationen und Rektaszensionen.

Es sind hier also noch die Prinzipien zu erörtern, auf denen die praktische Bestimmung des Meridians selbst, sowie der Nullpunkte beider Zählungen, des Frühlingspunktes und des Äquators, mithin der Polhöhe, beruhen.

Die Festlegung des Meridians und der Polhöhe beruht auf dem Vorgang der Erdrotation.

Die Bestimmung des *Meridians* erfolgt durch die Beobachtung der Durchgangszeiten eines Zirkumpolarsterns in aufeinanderfolgender oberer und unterer Kulmination, indem die Zwischenzeit genau 12<sup>h</sup> Sternzeit beträgt, wenn die Fernrohrebene mit dem Meridian zusammenfällt. Bei bekannter Rektaszension des Sterns genügt eine einzelne Kulmination<sup>10)</sup>. Um nicht unausgesetzt auf die Bestimmung des Meridians angewiesen zu sein, bringt man auf festen Sternwarten Meridianzeichen (Miren) an, die zugleich die Schwankungen des Instruments in kürzeren Intervallen zu überwachen gestatten. Auch ihre Lage zum Meridian muß freilich unausgesetzt unter Kontrolle gehalten werden, einmal weil ihre Verbindung mit dem Erdkörper nicht als eine unveränderliche gelten kann und dann, weil der Meridian selbst gegen den Erdkörper nicht absolut fest ist (s. Nr. 5).

Um von den im Meridian beobachteten Zenitdistanzen zu Deklinationen übergehen zu können, muß die Lage des Äquators zum Zenit, d. h. die *Polhöhe*, bekannt sein; man erhält sie als Mittel der

---

10) Im ersteren Falle muß der Uhrgang in der Zwischenzeit, im letzteren die Uhrkorrektur bekannt sein; es müssen also noch Zeitsterne mit beobachtet werden; vgl. auch den Artikel VI 2, 3 (*Wirtz*), Nr. 8.

in oberer und unterer Kulmination bestimmten Höhe eines Zirkumpolarsterns. Wie der Meridian kann also auch die Polhöhe nur durch Kombination zweier nicht gleichzeitiger Beobachtungen erhalten werden; es wird dabei die Unveränderlichkeit der Rotationsachse im Erdkörper während der Zwischenzeit vorausgesetzt<sup>11)</sup>.

Um von den beobachteten Rektaszensionsdifferenzen zu Rektaszensionen selbst überzugehen, bedarf man der Kenntnis der Lage des *Frühlingspunktes*. Derselbe ist als Schnittpunkt des Äquators und der Ekliptik definiert, beruht mithin neben der Rotationsbewegung der Erde auch auf ihrer Translationsbewegung, die der Beobachtung am einfachsten durch ihr direktes Abbild, die Sonnenbewegung, zugänglich wird; er kann demnach nur durch Sonnenbeobachtungen erhalten werden.

Zwischen der Rektaszension  $A$  und der Deklination  $D$  der Sonne besteht<sup>12)</sup> die einfache Beziehung

$$\sin A \cdot \operatorname{tg} \varepsilon = \operatorname{tg} D,$$

die es gestattet, bei bekannter Schiefe der Ekliptik  $\varepsilon$  aus der einen Größe die andere zu berechnen und somit nicht nur den Moment  $D = 0$ , sondern jeden Meridiandurchgang der Sonne, bei dem  $D$  gemessen ist, zur Fixierung der Lage des Frühlingspunktes zu verwenden. Um  $\varepsilon$  und  $A$  zu erhalten, genügen sonach in der Theorie zwei beliebige Sonnenbeobachtungen. Die Praxis schlägt den Weg ein, daß sie zur Zeit der Solstitien  $\varepsilon$  bestimmt, weil dann eine mäßige Genauigkeit in der Kenntnis von  $A$  genügt ( $\sin A$  nahezu  $= \pm 1$ ), und zur Zeit der Äquinoktien  $A$ , weil sich dann  $\sin A$  am schnellsten ändert; beide Male kann man auch Beobachtungen, die mehrere Wochen entfernt liegen, benutzen. Der Vorgang ist dann der folgende: Jede Meridianbeobachtung der Sonne in beiden Koordinaten zur Zeit der Äquinoktien gibt ihre Rektaszension  $A$ , damit den Fehler der Uhr und so die Rektaszension jedes in nahezu gleicher Zeit mitbeobachteten Fixsterns, sobald man den Uhrgang durch Beobachtung

11) Zwar könnte man den Meridian als die Ebene definieren, in der alle festen Gestirne ihre größte resp. geringste Höhe erreichen, indessen würde diese Definition trotz ihres Vorteils einer unmittelbaren Bestimmung keine scharfe Festlegung gestatten. — Über andere Methoden der Polhöhenbestimmung spezielleren Charakters, Durchgangsbeobachtungen im *Ersten Vertikal* (d. i. der Kreis durch Zenit und Ost- und Westpunkt des Horizonts), *Talcott-Horrebow-Methode* usw. vgl. die Lehrbücher, sowie den Artikel VI 2, 3 (*Wirtz*). Die erstere wird auch zur Bestimmung von Deklinationsdifferenzen mit Erfolg angewandt.

12) Unter Vernachlässigung der geringfügigen, von den Planetenstörungen herrührenden Sonnenbreiten, die man für sich berücksichtigt.

von Zeitsternen unter Kontrolle hält. Um den Einfluß des Uhranges möglichst zu beseitigen, schließt man eine Reihe der hellsten Sterne, die man auch am Tage in nächster Nähe der Sonne bald vor, bald nach ihr beobachten kann, an die Sonne an und erhält so ein unabhängiges System fundamentaler Rektaszensionen. Dieses Fundamentalsystem, dessen weitere Verbesserung namentlich hinsichtlich der Eigenbewegungen (s. p. 62, 69) eine ständige Aufgabe des Meridiankreises bleibt, legt man den weiteren Beobachtungen zu Grunde. Man ist dann behufs Ableitung der Uhrkorrektion und damit der Rektaszensionen nicht mehr auf die Zeit der Äquinoktien und auf Sonnenbeobachtungen angewiesen, sondern erhält aus jeder Durchgangsbeobachtung eines Fundamentalsterns die Sternzeit, damit den Fehler der Uhr und dadurch die Rektaszension jedes andern Gestirns, dessen Meridiandurchgang nach der Uhr beobachtet ist.

**4. Die gegenwärtige Praxis der Meridianbeobachtungen.** Die in Nr. 3 entwickelte Grundidee der Bestimmung der äquatorealen Koordinaten am Meridiankreise wird in der heutigen Praxis gewissermaßen stufenweise verwirklicht, indem man relative oder Anschlußbeobachtungen von fundamentalen Beobachtungen sondert.

Letztere haben selbständig ein Verzeichnis der sphärischen Koordinaten für eine größere Reihe über den ganzen Himmel verteilter Sterne zu liefern. Ein solches Verzeichnis heißt dann „Fundamentalsystem“. Erstere haben die Aufgabe, mehr differentiell oder interpolatorisch den Ort eines beliebigen Sterns unter Zuhilfenahme der durch das Fundamentalsystem gelieferten Positionen benachbarter Sterne abzuleiten.

*Die fundamentale Bestimmung der Deklinationen.* Die Begründung eines fehlerfreien Fundamentalsystems in Deklination bereitet keine prinzipiellen Schwierigkeiten, es kommt hier nur an auf eine Kritik der Instrumentalfehler, wie Biegung, Teilungsfehler, und auf scharfe Bestimmung der Refraktion. Hierüber, wie über die systematischen Unterschiede der verschiedenen Deklinationssysteme vgl. Artikel VI 2, 5 (*Ristenpart*). Eine letzte Kontrolle und Adjustierung eines Fundamentalsystems in Deklination hat *S. Newcomb*<sup>13)</sup> darin gefunden, daß er die im Anschluß an das Fundamentalsystem gewonnenen Planetenörter darauf prüft, ob sie (nach Abzug der Störungen) mit dem Satze

---

13) *S. Newcomb*, The elements of the four inner planets and the fundamental constants of astronomy (*Newcomb*, Fund. Const.), Washington 1895, auch als Supplement to the Amer. Ephem. for 1897 (Washington 1895), p. 89; ferner: *Newcomb*, Fund. Catal. (s. Fußn. 32), p. 188.

der Mechanik vereinbar sind, daß die Planetenbahnen in Ebenen durch die Sonne verlaufen.

*Die fundamentale Bestimmung der Rektaszensionen.* Der im Prinzip einfachste und durchsichtigste Weg besteht in der Beobachtung des einzelnen Fundamentalsterns und der Sonne am selben Tage nicht allzu weit von den Zeiten der Äquinoktien. Die Beobachtung der Sonne in Deklination liefert, wie oben ausgeführt, die AR. derselben, der Zeitunterschied zwischen der Kulmination der Sonne und der des betreffenden Sterns führt zur Kenntnis der AR. des letzteren. In dieser Weise schloß noch *Bessel* bei seiner Bearbeitung der Beobachtungen *J. Bradley's* 14 der hellsten Sterne, welche *Bradley* besonders oft auch am Tage beobachtet hatte, einzeln direkt an die Sonne an und begründete auf dieses System die Reduktion der übrigen Beobachtungen. *N. Maskelyne*, *Bradley's* Nachfolger in Greenwich, erweiterte dieses erste Fundamentalsystem zu dem System der nach ihm genannten 36 *Maskelyne'schen* Fundamentalsterne; dasselbe besteht aus den hellsten, südlich des Zenits von Greenwich kulminierenden und damit äquaturnahen Sternen und hat ein Jahrhundert lang mit geringfügigen Änderungen die Grundlage aller AR.-Beobachtungen gebildet.

Der Weg des direkten Anschlusses der einzelnen Sterne an die Sonne besitzt indessen neben manchen Vorteilen große Unbequemlichkeiten. Einmal sind die Sonnenbeobachtungen, da man auf die schwierige Beobachtung der Sonnenränder angewiesen ist, weit unsicherer und persönlichen Auffassungsunterschieden weit mehr ausgesetzt als Sternbeobachtungen; dann aber bringen sie das den AR.-Beobachtungen an sich gänzlich fremde Element der Deklinationen hinein, die ihre eigenen schwer zu eliminierenden Fehlerquellen haben. Endlich kann man nur die Zeit der Äquinoktien zur Verbesserung des Fundamentalsystems benutzen. Man trennte daher späterhin die beiden Aufgaben der *Bestimmung des Fundamentalsystems in sich* und der *Ableitung seines konstanten Fehlers, d. i. der Bestimmung des Äquinoktiums, voneinander*<sup>14)</sup>.

Die *Bestimmung des Fundamentalsystems in sich* ist freilich einer Fehlerquelle ausgesetzt, die sich bei direktem Anschluß an die Sonne

14) Schon *N. Maskelyne* bestimmte bei seinen Katalogen für 1770 (*Tables for computing the apparent places of the fixed stars*, London 1774), 1790 (*F. Wollaston*, *Specimen of a general catalogue*, London 1789) und 1805 (*Greenw. obs.* 1807, II, p. 112 und *F. X. Zach*, *Tabulae speciales aberrationis I.* Gotha 1806) nur die AR. von  $\alpha$  Aquilae durch direkten Anschluß an die Sonne und für die andern 35 Fundamentalsterne ihre AR.-Unterschiede gegen  $\alpha$  Aquilae.



leichter eliminieren läßt, den täglich-periodischen Schwankungen<sup>9)</sup> des Uhranges (im weitesten Sinne, d. h. des eigentlichen Ganges der Uhr, des Instruments und des Beobachters).

Um diesem Einfluß zu begegnen, verband *G. Piazzi*<sup>15)</sup> wenigstens 2 Sterne,  $\alpha$  Can. min. (Procyon) und  $\alpha$  Aquilae (Atair), deren Rektaszensionsdifferenz nahezu 12<sup>h</sup> beträgt, direkt mit der Sonne und schloß die übrigen Sterne an einen dieser beiden Fixpunkte an. *Bessel* beobachtete dieselben beiden Sterne möglichst häufig in verschiedenen Jahreszeiten, um ihre unter Benutzung täglicher Uhrgänge abgeleitete AR.-Differenz unabhängig von den täglichen Schwankungen des Uhranges zu erhalten, und verfuhr dann so wie *Piazzi*. Trotzdem zeigen seine beiden Fundamentalkataloge<sup>16)</sup> die Spuren systematischer Fehlerquellen<sup>17)</sup>. Weiter gingen *U. J. Leverrier*<sup>18)</sup> und *A. Auwers*<sup>19)</sup> in der Elimination dieser Fehlerquellen durch differentielle Anschlüsse.

Nachdem einmal die ersten Fundamentalkataloge vorlagen, schlug man vielfach das Verfahren ein, die Positionen eines Ausgangskatalogs als im Prinzip richtig, d. i. ohne einen gesetzmäßigen Fehler anzusehen und nur die rein individuellen Korrekturen der einzelnen Sternpositionen abzuleiten. Man nimmt dann den Uhrgang nur für wenige Stunden als linear an und reduziert alle inzwischen beobachteten Fundamentalsterne auf ihr Mittel. Dabei wird zwar die Schwierigkeit der täglichen Periode des Uhranges zum guten Teil vermieden, dagegen wird ein gesetzmäßiger Fehler des Ausgangskatalogs in den abgeleiteten Verbesserungen nur wenig abgeschwächt wieder auftreten<sup>20)</sup>, die unabhängige, fundamentale Natur der Beobachtungen geht verloren; es ist dies tatsächlich bei den Greenwich Katalogen, die auf *Pond's* Fundamentalkatalog basiert sind, der Fall gewesen<sup>21)</sup>. Diese Fehlerquelle suchten *S. Newcomb*<sup>20)</sup> und *G. B. Airy*<sup>22)</sup> zu umgehen.

15) *G. Piazzi*, Del real osservatorio di Palermo Libro Sesto. Palermo 1806; und: Praecipuarum stellarum inerrantium positiones mediae ineunte saeculo XIX, Panormi 1814.

16) *Bessel*, Berl. Abh. 1818—19 und 1825.

17) Siehe u. a.: *F. Cohn*, Astr. Ges. Vjs. 33 (1898), p. 291; und: Königsb. Beob. 39 (1899).

18) Obs. de Paris ann. 2 (1856), p. 186 ff. enthält eine neue Ableitung der 36 Maskelyne'schen Fundamentalsterne aus *Bradley's* Beobachtungen.

19) *A. Auwers*, Reduktion der Beobachtungen der Fundamentalsterne zu Palermo 1803/05, Astr. Ges. Publ. 5 (1866); und: Neue Reduktion der *Bradley's*chen Beobachtungen aus den Jahren 1750—1762, 1, St. Petersburg 1903.

20) *S. Newcomb*, Positions of the fundamental stars, Wash. obs. 1867, app. 3; auch separat (Washington 1870).

21) *T. H. Safford*, On the positions of the Radcliffe Catalogue, Lond. Astr.

Wesentlich strenger verfuhr *A. Wagner*<sup>23</sup>), indem er die durch eine solche Gruppenzusammenfassung erhaltenen Verbesserungen nur als relativ zum Gruppenmittel ansah und die Verbesserungen der Gruppenmittel nach den Jahreszeiten<sup>24</sup>) diskutierte. Man vermeidet alle Abhängigkeit von früheren Beobachtungen und eliminiert den Uhrgang ohne Benutzung der Sonne, wenn man die Kulminationszeiten je zweier aufeinander folgend beobachteter Fundamentalsterne nur zu einer Gleichung für die Differenz ihrer AR.-Verbesserungen verwertet und diese Gleichungen unter Berücksichtigung einer etwaigen täglich-periodischen Schwankung des Uhranges auflöst<sup>17</sup>).

Gegenwärtig fallen diese Schwierigkeiten bei der Ableitung eines fehlerfreien Fundamentalsystems nicht mehr so ins Gewicht, da der tägliche Gang der Uhr durch geeignete Kompensation und Aufstellung in gleichmäßig temperierten Räumen beseitigt, der Gang des Instruments durch Wasserwage und Mire unter Kontrolle gehalten werden kann und die neuere Erfindung des *Repsold'schen* selbstregistrierenden Mikrometers (s. Artikel VI 2, 5 (*Ristenpart*)) eine täglich-periodische Schwankung der persönlichen Auffassung wohl ausschließt.

*Festlegung des Äquinoktiums.* Ist das Fundamentalsystem hinreichend sicher in sich begründet, so folgt zum Schluß die Bestimmung seines konstanten Fehlers durch Anschluß an die Sonne. Diese setzt sich aus dem eigentlichen Anschluß des Fundamentalsystems an die Sonne und der Bestimmung des Frühlingspunktes durch Beobachtung von Sonnendeklinationen um die Zeit der Äquinoktien zusammen. Den ersteren erhält man, indem man die nach der Uhr beobachteten Durchgangszeiten der Sonne durch Berücksichtigung der aus den gleichzeitigen Beobachtungen der Fundamentalsterne erhaltenen Uhrkorrekturen in Rektaszensionen, bezogen auf das Fundamentalsystem, verwandelt. Die Vergleichung dieser beobachteten mit den aus den Deklinationsbeobachtungen berechneten absoluten Rektaszensionen gibt die Verbesserung des Fundamentalsystems, die demnach sowohl von

---

Soc. Monthly Not. 21 (1861), p. 245; *W. A. Rogers*, On the periodic errors of the right ascensions observed between 1858 and 1871, Amer. Ac. Proc. N. S. 1 (1875).

22) *G. B. Airy*, Nine-Year Cat. for 1872, Greenw. obs. 1876, app. 1. Hier wie ebenso in den beiden folgenden Katalogen für 1880 und 1890 (Ten-Year u. Second Ten-Year Cat., Greenw. obs. 1887, app. 2; 1898, app. 2) werden zur Elimination der periodischen Fehler nur Beobachtungsreihen benutzt, die sich über mindestens 12 Stunden erstrecken (twelve hour groups).

23) *A. Wagner*, Poulkova obs. 3 (1870), und besonders 12 (1887).

24) Verschiedenheiten nach den Jahreszeiten würden auf eine tägliche Schwankung des Uhranges zurückzuführen sein.

den systematischen Fehlern der Deklinationen, wie von dem persönlichen Auffassungsunterschieden vornehmlich ausgesetzten Anschluß der Sterne an die Sonne abhängig ist<sup>25</sup>).

*Historisches über Fundamentalkataloge.* Die erwähnten beiden *Bessel'schen* Kataloge der 36 *Maskelyne'schen* Fundamentalsterne haben lange Zeit die Grundlage der meisten astronomischen Arbeiten auf diesem Gebiete gebildet, indem auf ihnen die viel benutzten „*Tabulae Regiomontanae*“<sup>26</sup>) beruhten. Daneben spielten auch noch andere Bestimmungen derselben Sterne eine Rolle, wie *W. Struve's* „*Positiones mediae*“, *Fr. Argelander's* „*Catalogus Aboënsis*“, *J. Ph. Wolfers'* Katalog in seinen „*Tabulae reductionum*“<sup>27</sup>). Eine grundlegende Bearbeitung der 36 *Maskelyne'schen* Fundamentalsterne führte dann *S. Newcomb* aus<sup>28</sup>).

Allmählich machte sich das Bestreben geltend, die Zahl dieser Fundamentalsterne zu vermehren und sie über den ganzen Himmel auszudehnen, um den differentiellen Anschluß der andern Gestirne (s. später) an das Fundamentalsystem inniger zu gestalten. So entstanden z. B. die Kataloge der *Pulkowaer* Hauptsterne für 1845, 1865 und 1885<sup>29</sup>). Die Jahrbücher bildeten eigene erweiterte Fundamentalkataloge aus, so der *Nautical Almanac* im Anschluß an die *Pond'schen* und *Airy'schen* Beobachtungen<sup>30</sup>). Das große Zonenunternehmen der „*Astronomischen Gesellschaft*“ führte zu dem Fundamentalkatalog von *A. Auwers*<sup>31</sup>), der von dem „*Berliner astronomischen Jahrbuch*“ übernommen wurde und mit seinen Erweiterungen in dem letzten Viertel

25) Siehe z. B. *A. Wagner*, *Poulkova obs.* 12 (1887), p. (89) ff.

26) *Bessel*, *Tab. Reg.*, siehe Literaturübersicht p. 17.

27) *J. Ph. Wolfers*, *Tabulae reductionum observationum astronomicarum annis 1860 usque ad 1880 respondente*, *Berolini* 1858. Er enthält eine Bearbeitung zahlreicher früherer Beobachtungsreihen.

28) *S. Newcomb*, *On the right ascensions of the equatorial fundamental stars*, *Wash. obs.* 1870, app. 3.

29) *Poulkova obs.* 1, 4, 12 (1869—87); *Poulk. Obs. Centr. Nic. Publ.* (2) 1, 3, 9 (1898—1903).

30) In verschiedenen Jahrgängen der „*Greenwich Observations*“. — Ferner entstanden: *L. Boss*, *Declinations of fixed stars*, *Washington* 1878; *S. Newcomb*, *Catalogue of 1098 Standard Clock and Zodiacal Stars*, *Washington* 1882, Abdruck aus *Wash. Astron. Papers* 1 (1880).

31) *A. Auwers*, *Fundamentalkatalog für die Zonenbeobachtungen am nördlichen Himmel*, *Astr. Ges. Publ.* 14 (1879); 17 (1883); *Astr. Nachr.* 121 (1889), p. 145; 143 (1897), p. 361 (Südhimmel). — Später erschienen „*Vorläufige Verbesserungen . . .*“, *Astr. Nachr.* 147, p. 49 u. 105; endlich eine definitive Bearbeitung „*Ergebnisse der Beobachtungen 1750—1900 für die Verbesserung des Fundamentalkatalogs des Berl. Jahrbuchs*, *Astr. Nachr.* 164 (1904), p. 225.

des 19. Jahrhunderts die Grundlage der meisten Meridianbeobachtungen bildete. Daneben wurde in neuester Zeit der Fundamentalkatalog von *S. Newcomb*<sup>32)</sup> seiner größeren Zahl von Sternen halber (über 1000) trotz wesentlich geringerer Genauigkeit der individuellen Positionen vielfach angewandt, insbesondere solange die definitive Bearbeitung von *Auwers'* Fundamentalkatalog ausstand. Ganz kürzlich erschien ein Fundamentalkatalog von *Lewis Boss*<sup>33)</sup>.

Auch diese Fundamentalkataloge werden zukünftig zur Erzielung eines möglichst innigen Anschlusses an das Fundamentalsystem noch erweitert werden. Dabei muß aber die erforderlich bleibende beständige Verbesserung eines solchen Fundamentalsystems, wenn man nicht die Fehler des Ausgangskatalogs in den abgeleiteten Verbesserungen stets mitschleppen will, stufenweise durch Zurückgehen auf engere Systeme, wie das der *Maskelyne'schen* Sterne oder ein ähnliches, erfolgen.

*Relative oder Anschlußbeobachtungen.* Man besitzt in den erwähnten Fundamentalkatalogen ein genügend sicher begründetes und genügend umfangreiches System fundamentaler Sternpositionen, um daran bequem die Hauptmasse der Fixsterne, sowie Sonne, Mond und Planeten anschließen zu können. Jede Beobachtung eines solchen Anhaltsternes gibt die Nullpunkte der Zählung, den Äquatorpunkt und die Uhrkorrektur. Dabei ist in beiden Koordinaten auf möglichst differentiellen Anschluß an das Fundamentalsystem zu achten. Am innigsten ist derselbe bei den *Zonenbeobachtungen*, bei denen man nur Sterne eines schmalen Deklinationsgürtels beobachtet und die Anhaltsterne möglichst derselben Himmelsgegend entnimmt.

**5. Kritische Untersuchung der Voraussetzungen.** Die im vorigen im Prinzip dargestellten Methoden der astronomischen Koordinatenbestimmung erhalten in der Praxis ein ganz anderes Aussehen, sobald man prüft, ob die derart bestimmten Koordinaten den von der Theorie gestellten Ansprüchen genügen. Die Theorie bedarf zur Untersuchung der wahren Bewegungen der auf feste Koordinatenebenen bezogenen sphärischen Koordinaten desjenigen Punktes der scheinbaren Himmelskugel, auf den sich das Objekt von ihrem Mittelpunkt aus gesehen projiziert. Die Beobachtung gibt und kann nur geben die sphärischen Koordinaten der Visierichtung, in welcher wir das Fernrohr

32) *S. Newcomb*, Catalogue of fundamental stars for 1875 and 1900, Washington 1898, Abdruck aus Wash. Astron. Papers 8 (*Newcomb*, Fund. Catal.).

33) *L. Boss*, Positions and motions of 627 Standard Stars, Astron. Journ. 23 (1903), p. 17.

einstellen, bezogen auf gewisse, leicht bestimmbare Fundamentalebenen, deren Unveränderlichkeit im Raume sie aber nicht verbürgen kann. Zu untersuchen ist also einmal die Abweichung der Richtung, in der das Objekt uns erscheint, der *scheinbaren* Richtung von der geometrischen *wahren*, und ferner die Unveränderlichkeit des Koordinatensystems, auf welches sich die Beobachtung der Koordinaten bezieht. Es zeigt sich, daß das *Prinzip* der Beobachtungen von diesen Einflüssen nicht merklich betroffen wird, daß hingegen die unmittelbar beobachteten Größen keineswegs den Ansprüchen der Theorie genügen, sondern erst einer entsprechenden Reduktion bedürfen.

5 a. **Änderungen der Visierichtung.** I. *Die Parallaxe.* Das Auge des Beobachters, und damit der Koordinatenanfang, ist nicht im Raume fest, sondern nimmt an der Bewegung des Erdortes teil. Diese Ortsänderung ruft scheinbare Verschiebungen in den Örtern der Himmelskörper hervor, die man als *parallaktische* bezeichnet und je nach der Art der Ortsveränderung des Beobachters als tägliche, jährliche und säkulare Parallaxe unterscheidet. Man befreit sie davon durch Übergang auf einen von der Bewegung des Erdortes unabhängigen Koordinatenanfang, wozu man neben der Kenntnis dieser Bewegung auch der Entfernung des Gestirns bedarf; umgekehrt bieten diese Bewegungen des Beobachters das wichtigste Hilfsmittel zur Bestimmung der Entfernungen der Gestirne.

II. *Die astronomische Strahlenbrechung.* (Vgl. Art. VI 2, 8 (Oppolzer).) Sie wirkt bei den Meridianbeobachtungen in derselben Art, wie Teilungsfehler des Meridiankreises und wird mit diesen zugleich berücksichtigt.

III. *Die Aberration.* Unter dem Namen der „*astronomischen Aberration*“ pflegt man die Erscheinungen zusammenzufassen, die der endlichen Fortpflanzung des Lichts ihre Entstehung verdanken. Diese sind zweierlei Natur. Die eine entsteht dadurch, daß das Gestirn sich zur Zeit, da wir es beobachten, nicht mehr an dem Ort des Himmels befindet, den es zur Zeit der Lichtaussendung einnahm. Man nennt diesen Einfluß oft „*Planetenaberration*“ aus dem äußerlichen Grunde, daß man ihn bisher nur bei den Körpern des Planetensystems in Rechnung zu ziehen Ursache hatte.

Seinen Ursprung verdankt der übliche Name der zweiten Erscheinung, der sog. „*Fixsternaberration*“. Das Objekt erscheint uns infolge derselben in der Richtung der Diagonale des Parallelogramms, welches durch die Geschwindigkeit  $V$  des Lichtstrahls und die (nach rückwärts aufzutragende) Geschwindigkeit  $v$  des Beobachters

bestimmt ist<sup>34</sup>). Der Aberrationseffekt ist also gleich dem parallaxischen Effekt, der entsteht, wenn man den Beobachter um den Betrag  $v$  in seiner Bewegungsrichtung zurückverlegt und das Gestirn in der Entfernung  $V$  betrachten läßt.

Die Entdeckung dieser eigentlichen Aberration erfolgte empirisch durch *James Bradley*<sup>35</sup>), der bei seinem Versuche, Fixsternparallaxen zu bestimmen, auf die jährliche Aberration geführt wurde. Auch gab er dafür auf der Grundlage der Emissionstheorie des Lichts eine entsprechende Erklärung<sup>36</sup>). Die Begründung der Aberrationslehre durch die Undulationstheorie setzt mit *Fresnel* ein<sup>37</sup>).

Die beiden Fragen, ob der Aberrationsbetrag vom Medium des Fernrohrs und der daraus folgenden Änderung der Lichtgeschwindigkeit  $V$  abhängt<sup>38</sup>) und ob er durch die Bewegung der Lichtquelle beeinflußt werde<sup>39</sup>), sind negativ zu beantworten. Man vergleiche die ausführliche Behandlung der ganzen schwierigen Aberrationsfrage in dem Artikel V 14 (*Lorentz*).

**5 b. Änderungen des Koordinatensystems. Präzession, Nutation, Bewegung des Erdpols**<sup>40</sup>). Die Rotationsachse der Erde ist sowohl im Raume wie im Erdkörper beweglich, ebenso unterliegt die Ekliptik langsamen Schwankungen. Demnach sind die Grundlagen des Koordinatensystems, auf welches die Beobachtung angewiesen ist, bewegt, und ihre Veränderlichkeit ist, wenn man aus den zu verschiedenen Zeiten beobachteten, auf die momentane Lage der Fundamentebenen bezogenen Koordinaten der Gestirne auf ihre Bewegungen schließen will, durch Übergang auf feste Grundebenen zu berücksichtigen.

34) Siehe *C. F. Gauß*, *Theoria motus corporum coelestium*, Hamburgi 1809 (auch Werke Bd. 7), § 71.

35) *J. Bradley*, *Account of a new discovered motion of the fixed stars*, Lond. Phil. Trans. 1728, p. 637 [= abr. 7, p. 308].

36) Vgl. z. B. *Lalande [Jérôme le Français]*, *Astronomie*, 3. éd. Paris 1792, Nr. 2827/29 (3, p. 92—93).

37) *A. Fresnel*, *Ann. chim. phys.* 9 (1818), Brief an Arago, abgedruckt in *Fresnel*, *Oeuvres* 2 (Paris 1868), p. 627.

38) S. z. B. *Lalande* l. c. Fußn. 36), Nr. 2833 (3, p. 95), worin *Lalande* erwähnt, daß ihm *R. G. Boscovich* die Idee, durch Einführung einer Wassersäule in das Fernrohr die Frage zu entscheiden, im Jahre 1766 mitteilte; *W. Klinkerfues*, *Die Aberration der Fixsterne nach der Wellentheorie*, Leipzig 1867.

39) Vgl. auch *H. Battermann*, *Beiträge zur astronomischen Aberrationslehre*, Diss. Berlin 1881; *H. Poincaré*, *Leçons sur la théorie mathématique de la lumière*, Paris 1889 (dtsh. v. *Gumlich* u. *Jaeger*, Berlin 1894), chap. 8.

40) Vgl. hierzu neben den in der Literaturübersicht genannten Werken von *Oppolzer*, *Tisserand* und *Helmert* noch *F. Klein* und *A. Sommerfeld*, *Über die Theorie des Kreisels* 3, Leipzig 1903.

Auch die Methoden der Koordinatenbestimmung selbst, sowie die Definitionen der Zeit, Polhöhe etc., die ein festes Koordinatensystem voraussetzen, bedürfen einer Prüfung und verschärften Fassung.

Die Theorie ergibt die folgenden Bewegungen der Fundamentebenen:

*Die Ekliptik.* Die Lage der Erdbahn erleidet unter dem Einfluß der Planetenanziehung langsame Änderungen, deren Form und numerischer Betrag theoretisch abgeleitet wird, da die hierzu nötigen Daten, wie die Bahnelemente der Planeten und ihre Massen, sich mit hinreichender Schärfe aus den translatorischen Bewegungen bestimmen lassen. Auf die äquatorealen Koordinaten der Gestirne hat diese Beweglichkeit der Ekliptik nur insofern Einfluß, als der Ausgangspunkt der Zählung der Rektaszensionen davon betroffen wird; sie bewirkt eine für alle Sterne gleiche, von der Zeit abhängende Änderung der Rektaszensionen und läßt die Deklinationen ganz ungeändert. Die numerischen Ausdrücke siehe später.

*Die Rotationsachse der Erde.* Die Bewegungen der Rotationsachse der Erde im Erdkörper und im Raume werden als besonderer Fall des allgemeinen Problems der Rotation eines Körpers behandelt<sup>41)</sup>. Unter Berücksichtigung der quantitativen Verhältnisse und Vernachlässigung alles dessen, was merklich unterhalb einer Beobachtungsgenauigkeit von  $0''.01$  liegt, ergibt sich für die Bewegung der momentanen Rotationsachse das folgende Bild:

Infolge der Ungleichheit der Hauptträgheitsmomente  $A$  und  $C$  führt die momentane Rotationsachse der Erde unter dem Einfluß der Sonnen- und Mondanziehung im Erdkörper eine geringfügige, nahezu täglich-periodische Schwankung um die polare Hauptträgheitsachse, im Raume die sog. Präzessions- und Nutationsbewegung aus. Die erstere verursacht eine Veränderlichkeit der Polhöhe und des Meridians und hat die Form<sup>42)</sup>:

$$\begin{aligned}\xi &= +0''.009 \sin \Theta - 0''.007 \sin (\Theta - 2\odot) - 0''.003 \sin (\Theta - 2\zeta) \\ \eta &= -0''.009 \cos \Theta + 0''.007 \cos (\Theta - 2\odot) + 0''.003 \cos (\Theta - 2\zeta).\end{aligned}$$

41) Die besonderen Voraussetzungen betreffen neben der nahezu völligen Starrheit des Erdkörpers die derzeitige Kleinheit des Winkels zwischen der Rotationsachse und der polaren Hauptträgheitsachse, wozu die Erfahrungstatsachen berechtigen, sowie daß die Differenz der beiden äquatorealen Hauptträgheitsmomente  $A$  und  $B$  gering sei; aus Pendelbeobachtungen, welche keine merkliche Abhängigkeit der Größe der Schwerkraft von der geographischen

Länge ergeben haben, folgt, daß sicher  $\frac{B-A}{C-A} < \frac{1}{100}$  ist; vgl. z. B. *Helmert*.

42) Siehe *Helmert* 2, p. 434; *Tisserand* 2, p. 496.

Darin bedeuten  $\xi$ ,  $\eta$  die rechtwinkligen Koordinaten des Erdpols in Bezug auf seine Mittellage, derart daß  $\xi$  die Polhöschwankung eines Erdorts zur Sternzeit  $\Theta$  darstellt;  $\odot$  und  $\ominus$  sind Länge der Sonne und des Mondes.

Die räumliche Bewegung der Erdachse erzeugt eine Bewegung des ganzen Koordinatensystems; sie zerfällt in eine langperiodische um den Pol der Ekliptik, die „Präzession“, und eine Reihe kurzperiodischer Schwankungen um eine Mittellage, welche man zusammenfassend als Nutation bezeichnet. Der Präzession entspricht eine der Zeit nahezu proportionale Drehung der Schnittlinie des Äquators und der Ekliptik in letzterer und damit eine fortschreitende Bewegung des Frühlingspunktes, welche als „Präzession der Äquinoktien“ bezeichnet wird, während der Neigungswinkel beider Ebenen ungeändert bleibt. Die „Nutation“ bewirkt eine unregelmäßige Schwankung des Frühlingspunktes und zugleich auch der Schiefe der Ekliptik<sup>43</sup>). Die numerischen Ausdrücke siehe später.

Im Falle einer merklichen Ungleichheit der beiden äquatorealen Hauptträgheitsmomente würden Sonne und Mond eine halbtägige Nutation und eine halbtägige Kegelbewegung der Erdachse im Erdkörper erzeugen, deren Betrag indessen wegen  $\frac{A-B}{C-A} < \frac{1}{100}$  weit unter der Grenze der Meßbarkeit liegt. Auch eine nicht vollkommene Starrheit des Erdkörpers würde keine merklichen Änderungen hervorrufen<sup>44</sup>).

Zu der geschilderten Bewegung der Rotationsachse der Erde kommt noch eine weitere hinzu, die ihrem nicht genauen Zusammenfallen mit der polaren Hauptträgheitsachse ihre Entstehung verdankt und unabhängig von äußeren Kräften ist. Bei einem absolut starren und äußeren Kräften nicht unterworfenen Erdkörper würden die momentane Rotationsachse und Hauptträgheitsachse entweder dauernd zusammenfallen oder die erste würde um die letztere einen kleinen Kegel konstanter Öffnung  $\alpha$  in der sogenannten *Euler'schen* Periode<sup>45</sup>) von

43) Die „Präzession der Äquinoktien“ entdeckte schon *Hipparch* (siehe *Ptolemäus*, *Almagest* VII, Kap. 2), die Nutation erst *James Bradley*, *Lond. Phil. Trans.* 45 (1747–48), p. 1 [= abr. 9, p. 417].

44) Gegenteilige Behauptung von *F. Folie* (*Existence et Grandeur de la Précession et de la Nutation diurnes*, Bruxelles 1882, und in zahlreichen anderen Schriften) und deren Kritik durch *R. Lehmann-Filhés*, *Astr. Nachr.* 124 (1890), p. 377, vgl. auch Fußn. 49).

45) *L. Euler*, *Theoria motus corporum solidorum seu rigidorum*, Rostock u. Greifswald 1765.



$\frac{A}{C-A} = 304.8$  mittleren Sonnentagen<sup>46)</sup> beschreiben. Im Raume hingegen wäre die momentane Rotationsachse nahezu fest<sup>47)</sup>. Die Bewegung der Rotationsachse im Erdkörper würde eine periodische Schwankung der Polhöhen und der Erdmeridiane im Laufe von ca. 10 Monaten hervorrufen. Die nahezu völlige Konstanz der Rotationsachse im Raume bei einer völlig freien Erde bewirkt in der Praxis, daß, wenn wir unsere im momentanen Meridian angestellten Beobachtungen mit der momentanen Polhöhe reduzieren, sie damit auf eine im Raume nur der Präzession und Nutation im gewöhnlichen Sinne<sup>48)</sup> unterworfenen Achse bezogen sind<sup>49)</sup>.

Ist die Starrheit des Erdkörpers keine vollkommene, so bleibt die Festigkeit der momentanen Rotationsachse im Raume erhalten. Über ihre Bewegung im Erdkörper hingegen können angesichts der unkontrollierbaren Verlagerungen der Hauptträgheitsachse nur Beobachtungen Aufschluß geben<sup>50)</sup>. Erst im Laufe des 19. Jahrhunderts gelang es nach mancherlei ergebnislosen Versuchen die reelle Existenz solcher Bewegungen der Erdachse im Erdkörper in der Form von Polhöhenchwankungen nachzuweisen (*C. A. F. Peters, M. Nyrén, Fr. Küstner*). Indessen erwies sich die *Euler'sche* Periode, die *Peters* und *Nyrén* noch ohne Erfolg ihren Untersuchungen zu Grunde gelegt

46) Zahlenwert nach *Oppolzer*, *Bahn* 1, p. 151.

47) Genauer gesagt beschreibt der momentane Erdpol um den Pol der unveränderlichen Ebene einen kleinen Kreis von  $\alpha \cdot \frac{C-A}{C}$  Öffnung, wobei  $\frac{C-A}{C} = \frac{1}{305}$ ,  $\alpha < 1''$  ist. Siehe z. B. *Helmert* 2, p. 407/08, sowie schon *C. A. F. Peters*, Resultate aus Beobachtungen des Polarsterns, *Astr. Nachr.* 22 (1845), p. 71, 81, 119.

48) D. h. wie sie die Sonnen- und Mondanziehung beim völligen Zusammenfallen der Rotations- und Hauptträgheitsachse erzeugen würden.

49) In einer unrichtigen Auffassung dieser Verhältnisse liegt der Fehler in den von *F. Folie* gegen die übliche Art der Reduktion der Beobachtungen wiederholt erhobenen Einwänden, soweit sie die „nutation initiale“ betreffen. Neben den zahlreichen Schriften *Folie's* in den *Astr. Nachr.*, *Astr. Ges. Vjs.*, *Paris C. R.*, *Paris Bull. astr.* 7 (1890), *Obs. de Bruxelles annuaire etc.* vgl. besonders *R. Radau*, Quelques mots sur la question de la nutation diurne, *Paris Bull. astr.* 7 (1890), p. 194; *F. Tisserand*, Note sur la nutation diurne, *Paris Bull. astr.* 7 (1890), p. 278.

50) Unter plausibeln Annahmen kann man wenigstens schließen, daß ihre Schwankungen gering sind, sicherlich  $< 1''$ . Eine Literaturzusammenstellung findet man bei *Helmert* 2, p. 408 ff., sowie insbesondere bei *Tisserand* 2, chap. XXIX und XXX.

hatten, durch andere Einflüsse ganz verdeckt; *S. C. Chandler*<sup>51)</sup> zeigte vielmehr, daß eine nahezu 432 tägige Periode neben einer jährlichen die Beobachtungen am besten darstellt. Doch sind die Schwankungen so unregelmäßig, daß sie beständig unter Kontrolle gehalten werden müssen; diese wird zur Zeit von einem eigens dazu eingerichteten internationalen Breitendienst ausgeübt<sup>52)</sup>.

*Numerische Angaben über Präzession und Nutation.* Die Bewegungen der Fundamentebenen werden in der beifolgenden Figur, die aus größten Kreisen auf der Himmelsphäre gebildet zu denken ist, veranschaulicht.

Es stellen dar:  $EE_0$ ,  $EE_t$ ,  $AA_0$ ,  $AA_t$  die Lagen der beiden Fundamentebenen für zwei Epochen, deren eine durch den Index  $0$

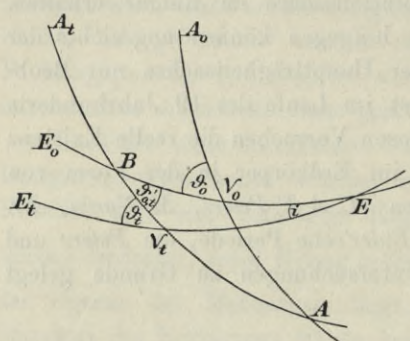


Fig. 1.

charakterisierte als fest gilt, während die andere durch den Index  $t$  als variabel gekennzeichnet wird.  $t$  bezeichnet die seit jener fixen Epoche verfllossene Zeit in julianischen Jahrhunderten (36 525 mittleren Sonnentagen).  $A$  und  $E$  sind die aufsteigenden Knoten der beweglichen auf der festen Grundebene. Dann sind  $\gamma_0$ ,  $\gamma_t$  die wahren Frühlingspunkte beider Epochen,  $\vartheta_0$ ,  $\vartheta_t$  die wahren Schiefen, während  $\vartheta'$  (oder  $\vartheta'_{0,t}$ ), die Schiefe des beweglichen Äquators gegen die feste Ekliptik, für die theoretischen Entwicklungen erforderlich ist<sup>53)</sup>. Als

51) Vgl. eine Reihe von Aufsätzen *S. C. Chandler*'s: „On the variation of latitude“ im *Astron. Journ.* (der erste 11 (1891), p. 59).

52) Vgl. darüber die verschiedenen Berichte in den *Verh. Comm. Erdm.*, sowie *Th. Albrecht*, *Resultate des internationalen Breitendienstes 1*, Berlin 1903. Die Polbewegung in dem früheren Jahrzehnt behandeln auf Grund zahlreicher Beobachtungsreihen verschiedene Aufsätze *Albrecht*'s in den *Astr. Nachr.*, der erste 126 (1891), p. 145. — Für hohe nördliche Gegenden wäre auch die Beobachtung von Längendifferenzen (*M. Brendel*, Über den Einfluß von Polschwankungen auf die geographische Lage der Erdorte, *Astr. Nachr.* 131 (1892), p. 59) und von irdischen Azimuten aussichtsreich. Bisher ist nur gelegentlich der Nachweis versucht worden, daß die Änderung des Azimuts der Meridianmiren zum Teil von der Schwankung des Meridians selbst herrühre. Die erste Andeutung gibt *F. W. Bessel*, *Königsb. Beob.* 6 (1821), p. XVII; dann *A. Socoloff*, Bestimmung der periodischen Bewegung der Erdpole mittels der Miren des Pulkowaer großen Passageninstruments, *Astr. Nachr.* 132 (1893), p. 359 und 134 (1894), p. 233. — *E. Becker*, *Straßb. Sternw. Ann.* 1 (1896), p. LVI.

53) In den Bezeichnungen besteht bisher große Verschiedenheit, s. z. B.

festen Epoche legt man jetzt nach *Leverrier*<sup>54)</sup> gewöhnlich die von 1850, früher nach *Laplace*<sup>55)</sup>, dem sich *Bessel*<sup>56)</sup> anschloß, die von 1750 zu Grunde.

Zur Fixierung und rechnerischen Verfolgung der Lageänderungen und ihres Einflusses auf die Koordinaten der Gestirne bedient man sich in der Praxis am einfachsten der gegenseitigen Neigung beider Ebenen und der Länge des Knotens in ihnen, also für die Ekliptik der Größen:

$$E\gamma_o = \Omega, \quad E\gamma_t = \Omega + \psi, \quad \sphericalangle \gamma_o E\gamma_t = i,$$

welche die Theorie als Funktionen der Zeit dargestellt liefern muß.

Die Bewegung der Ekliptik für sich läßt sich unabhängig von der Äquatorbewegung darstellen. Für sie findet *Oppolzer*<sup>57)</sup>:

$$\operatorname{tg} i \cdot \sin \Omega = + 5''.841 t + 0''.1964 t^2 + \dots = g t + r t^2, \quad 58)$$

$$\operatorname{tg} i \cdot \cos \Omega = - 47''.594 t + 0''.0568 t^2 + \dots = g' t + r' t^2$$

oder

$$i = 47''.951 t - 0''.0325 t^2,$$

$$\Omega = 173^\circ 0' 12'' - 868''.3 t.$$

Um aber in der beweglichen Ekliptik die Lage des Frühlingspunktes zu fixieren, ist die Kenntnis der Äquatorbewegung erforderlich. Die Theorie der Erdrotation legt dieselbe zunächst gegen die

*Tisserand*, *Méc. céleste*, nach *Laplace*, *Poisson*, *Serret* einerseits und die in der Literaturübersicht genannten Werke von *Bessel*, *Brünnow*, *Oppolzer* andererseits. Im folgenden ist größtenteils nach *Oppolzer* vorgegangen. Es bezeichnen  $\vartheta$  die wahre,  $\varepsilon$  die mittlere Schiefe der Ekliptik,  $\psi$  die vollständige,  $l$  die rein präzessionale Änderung des Äquinoktiums, ferner die gestrichelten Buchstaben Größen von theoretischer Bedeutung:  $\vartheta'$  Schiefe des beweglichen Äquators gegen die feste Ekliptik,  $l'$  lunisolare Präzession, während beobachtbare Größen durch ungestrichelte Buchstaben bezeichnet sind:  $\vartheta$  Schiefe des beweglichen Äquators gegen die bewegliche Ekliptik. Endlich sind vielfach Indizes benutzt. Die meisten Größen hängen von beiden Epochen  $o$  und  $t$  ab, wie  $\vartheta'_{o,t}$ ,  $\psi_{o,t}$ ,  $l_{o,t}$  usw.; bei diesen sind gelegentlich beide Indizes fortgelassen; hingegen sind  $\vartheta_t$ ,  $\varepsilon_t$  nur von der einen Epoche abhängig und führen ihren Index stets mit sich.

54) *U. J. Leverrier*, *Recherches astronomiques*, *Obs. de Paris* ann. 1—14 (1855—77).

55) *P. S. Laplace*, *Traité de mécanique céleste*, 5 Bde., Paris 1799—1825.

56) *Bessel*, *Fund. und Bessel*, *Tab. Reg.*

57) *Oppolzer*, *Bahnab.* 1, p. 124 führt in die *Leverrier*'schen Ausdrücke (*Obs. de Paris* ann. 4 (1858), p. 49 u. 50), die  $g = 5''.888$ ,  $g' = - 47''.566$  geben, einige von *Leverrier* selbst später (p. 96) gegebene Massenkorrekturen ein.

58) Diese vorübergehende Bezeichnung, ebenso wie später  $\Psi$ ,  $\Theta$  nach *Tisserand*.

fixe Ekliptik von 1850 fest und charakterisiert sie entsprechend durch  $\vartheta'_{o,t}$  ( $\vartheta'_{o,o} = \vartheta_o$ ) und  $B\gamma_o = \psi'_{o,t}$ , wobei  $180^\circ - \psi'_{o,t}$  die Länge des aufsteigenden Knotens des beweglichen Äquators auf der festen Ekliptik ist; sie findet dafür:

$$\begin{aligned}\psi' &= a_1 t + a_2 t^2 + \dots + \mathcal{P} = l' + \mathcal{P} \\ \vartheta' &= \varepsilon_0 + b_2 t^2 + \dots + \mathcal{Q} = \varepsilon' + \mathcal{Q}.\end{aligned}$$

Die Potenzreihen nach  $t$  stellen darin für sich betrachtet die Präzessionsbewegung, d. h. die Bewegung des sog. mittleren Äquators gegen die feste Ekliptik,  $\varepsilon_0$  die mittlere Schiefe der Ausgangsepoche dar, während  $\mathcal{P}$  und  $\mathcal{Q}$  periodischen Charakters sind und die Nutationsbewegung des wahren gegen den mittleren Äquator liefern. Man nennt  $l'$  die lunisolare Präzession,  $\varepsilon'$  die mittlere lunisolare Schiefe (besser  $\varepsilon' - \varepsilon_0$  die lunisolare Änderung der mittleren Schiefe).

$l'$ ,  $\varepsilon'$ , sowie die periodischen Glieder  $\mathcal{P}$ ,  $\mathcal{Q}$  hängen einmal ab von den Bahnelementen der Erde und des Mondes, die für den vorliegenden Zweck als genügend bekannt gelten können, dann aber noch von zwei anderen Größen, deren Kenntnis zur Zeit auf anderem Wege nicht mit der erforderlichen Schärfe zu erhalten ist und daher umgekehrt gerade aus dem beobachtbaren Effekt der Präzessions- und Nutationsbewegung auf die Koordinaten der Gestirne gewonnen zu werden pflegt. Diese Größen sind  $\frac{C-A}{C}$ , wo  $A$  und  $C$  wie früher die von der unbekanntenen Massenverteilung im Erdkörper abhängenden Hauptträgheitsmomente der Erde bedeuten, und das Verhältnis der Mondmasse zur Sonnenmasse.

Zur Vergleichung der Theorie mit den Beobachtungen ist indessen noch der Übergang auf die bewegliche Ekliptik, auf die sich die Beobachtungen beziehen, auszuführen. Die Beziehung der beiden beweglichen Fundamentebenen zu einander geben die Größen:

$$E\gamma_t = \Omega + \psi \text{ und } \sphericalangle A_t \gamma_t E_t = \vartheta_t,$$

die Knotenlänge der beweglichen gegen die feste Ekliptik, bezogen auf den wahren Frühlingspunkt, und die wahre Schiefe zur Zeit  $t$ . Für diese Größen  $\psi$  und  $\vartheta_t$  (auch  $a = B\gamma_t$ ) gibt das sphärische Dreieck  $EB\gamma_t$  mit den Seiten  $\Omega + \psi'$ ,  $\Omega + \psi$ ,  $a$  und den Winkeln  $i$ ,  $\vartheta'$ ,  $180^\circ - \vartheta_t$  in den früheren Bezeichnungen die folgende Entwicklung:

$$\begin{aligned}\psi_{o,t} &= (a_1 - g \cdot \cotg \vartheta_o) t \\ &+ \{ a_2 - (r_1 + a_1 g') \cotg \vartheta_o + g g' (\cotg^2 \vartheta_o - \frac{1}{2}) \} t^2 + \mathcal{P} = l_{o,t} + \mathcal{P}, \\ \vartheta_t &= \vartheta_o + g' t + (b_2 + r' - a_1 g + \frac{1}{2} g^2 \cotg \vartheta_o) t^2 + \mathcal{Q} = \varepsilon_t + \mathcal{Q}.\end{aligned}$$

Darin stellen wieder  $l_{o,t}$  und  $\varepsilon_t$  die säkularen Terme dar,  $\mathcal{P}$  und  $\mathcal{Q}$  die periodischen. Man nennt  $l_{o,t}$ , d. h. den Überschuß von  $E\gamma_t$

über  $E\gamma_o$  (unter  $\gamma_o$  und  $\gamma_t$  jetzt die mittleren Frühlingspunkte verstanden) die allgemeine Präzession<sup>59)</sup>, die sich von der lunisolaren  $l'_{o,t}$  durch den Effekt der den Planetenstörungen entstammenden Bewegung der Ekliptik unterscheidet; man nennt danach auch  $a = B\gamma_t$  die Präzession durch die Planeten; ferner ist  $\varepsilon_t$  die mittlere Schiefe der Ekliptik zur Zeit  $t$ .

Diese Größe  $l_{o,t}$  ist es nun, die aus den Beobachtungen entnommen wird; man bezeichnet den Koeffizienten des ersten Gliedes von  $l_{o,t}$  mit dem Namen der „Präzessionskonstante“

$$P = a_1 - g \cdot \cotg \vartheta_o,$$

die aber natürlich von der Ausgangsepoche  $T$  abhängig ist<sup>60)</sup>.

Die im 19. Jahrhundert üblichen Werte<sup>61)</sup> sind hier zusammengestellt ( $T$  in Jahrhunderten):

$$F. W. Bessel = 50''.2235 + 0''.02443 (T - 1800);$$

$$O. Struve = 50''.2411 + 0''.02268 (T - 1800);$$

$$S. Newcomb = 50''.2341 + 0.0223 (T - 1800).$$

Der letzte Wert ist seit Beginn des 20. Jahrhunderts allgemein angenommen<sup>62)</sup>.

Als Nutationskonstante  $N$  definiert man den Koeffizienten des Hauptgliedes  $N \cos \Omega'$  in dem Ausdruck von  $\Theta$ , wobei  $\Omega'$  die Länge des aufsteigenden Mondknotens ist. Die üblichen Werte von  $N$  sind:

59) *Tisserand* bezeichnet (2, p. 435) eigentlich mit  $\psi''$  (unser  $\psi_{o,t}$ ) nicht den Überschuß von  $E\gamma_t$  über  $E\gamma_o$ , sondern  $\gamma_o D$ , wenn  $\gamma_t D$  das von  $\gamma_t$  auf  $EB$  gefällte Lot darstellt. Beide Größen unterscheiden sich um einen Betrag von der Ordnung  $t^2$ . Es ist also nicht ganz streng, wenn er sein  $\psi''$  bis  $t^2$  genau entwickelt und es dann mit jenem Überschuss identifiziert; indessen ist der Effekt  $-\frac{gg'}{2} \cdot t^2$  sehr gering und der Koeffizient dieses oben auftretenden, bei *Tisserand* fehlenden Termes erreicht nur 14 Einheiten in der von *Tisserand* noch gegebenen 8. Dezimale.

60) *S. Newcomb* führt statt dessen den Buchstaben  $P$  und den Namen Präzessionskonstante für den Ausdruck  $a_1 \sec \varepsilon$  ein: A new determination of the precessional constant, Wash. Astron. Papers 8 (1898), p. 6.

61) Vgl. über diese Werte, die als *Bessel'sche*, *Struve'sche* und *Newcomb'sche* Präzessionskonstante bekannt sind, und zahlreiche andere Bestimmungen die Zusammenstellung bei *S. Newcomb*<sup>60)</sup>, Section I: Previous Determinations, p. 10.

62) S.: Conférence internationale des étoiles fondamentales de 1896 à Paris. Procès-verbaux, Paris 1896 (*Conf. ét. fond.*). Jede Änderung der Präzessionskonstante verursacht einen erheblichen Aufwand von Arbeit, indem die vorhandenen auf den bisherigen Wert von  $P$  bezogenen Reduktionsrechnungen (s. Nr. 8) in den neuen Wert übergeführt werden müssen, und sollte mit größter Vorsicht vorgenommen werden; s. auch die Diskussion zwischen *S. Newcomb* und *L. Boss*, Astron. Journ. 18 (1898).

$$N = 9''.2231 \text{ (1800), } 9''.2240 \text{ (1900) nach } C. A. F. Peters^{63};$$

$$N = 9''.2365 \text{ (1850) nach } M. Nyrén^{64};$$

$$N = 9''.2100 \text{ (1900)}^{65}.$$

Die Entwicklung der Ausdrücke  $\Psi$  und  $\Theta$  und ihre Ausführung in numerischer Form geschah unter Erweiterung der *Laplace'schen* auf die Hauptglieder beschränkten Ausdrücke zuerst von *Bessel*<sup>66</sup>); die der Erdbahnexzentrizität entstammenden kleineren Glieder gab *C. A. F. Peters*<sup>63</sup>); nach *Oppolzer*<sup>67</sup>), der diese Entwicklungen weit über die Bedürfnisse der heutigen Praxis ausführte, lauten die Hauptglieder ( $> 0''.05$ ) für 1900.0 (die Koeffizienten sind ein wenig veränderlich):

$$\begin{aligned} \Psi &= 0''.1255 \sin g - 1''.2648 \sin 2\odot - 17''.2819 \sin \Omega' \\ &\quad + 0''.2095 \sin 2\Omega' - 0''.2044 \sin 2\mathcal{C} + 0''.0678 \sin g', \\ \Theta &= 0''.5488 \cos 2\odot + 9''.2365 \cos \Omega' - 0''.0905 \cos 2\Omega' \\ &\quad + 0''.0887 \cos 2\mathcal{C}, \end{aligned}$$

worin  $\odot$ ,  $\mathcal{C}$  Sonnen- und Mondlänge,  $g$  und  $g'$  mittlere Anomalie der Sonne und des Mondes bedeuten. Das Hauptglied besitzt eine Periode von  $18\frac{2}{3}$  Jahren, welche der Bewegung der Mondknoten in der Ekliptik entspricht und den „wahren“ Pol die sog. Nutationsellipse (mit den Achsen  $a = 9''.365$  und  $b = a \frac{\cos 2\varepsilon}{\cos \varepsilon} = 6''.878$ ) um eine mittlere Lage, den „mittleren“ Pol, beschreiben läßt.

Durch die gegebenen Daten sind die Bewegungen der beweglichen gegen die feste Ekliptik ( $i$ ,  $\Omega$ ,  $\Omega + \psi$ ), des beweglichen wahren oder mittleren Äquators gegen die feste ( $\psi'$ ,  $\vartheta'$  oder  $l'$ ,  $\varepsilon'$ ) oder die bewegliche Ekliptik ( $\Omega + \psi$ ,  $\vartheta_i$  oder  $\Omega + l$ ,  $\varepsilon_i$ ) zugleich mit der Lage des jedesmaligen Frühlingpunktes bestimmt.

Die Nutationsausdrücke lassen sich einfach tabulieren und geben dann für jede Epoche die Abweichung der Lage des wahren Äquators gegen den mittleren<sup>68</sup>).

63) *C. A. F. Peters*, Numerus constans nutationis ex asc. rectis stellae polaris deductus, Petropoli 1842.

64) *M. Nyrén*, Bestimmung der Nutation der Erdachse, St. Pé't. mém. (7) 19 (1872), Nr. 2.

65) Conf. ét. fond., sowie *S. Newcomb*, Fund. Const., p. 131, s. Fußn. 62) und 13).

66) *Bessel*, Fund., p. 125; Astr. Nachr. 2 (1824), p. 157 und 4 (1826), p. 185.

67) *Oppolzer*, Bahn. 1, p. 124 ff.; numerische Angaben p. 237/38.

68) *Bessel*, Tab. Reg.; *C. A. F. Peters*, s. Fußn. 63); *Oppolzer*, Bahn. Außerdem in allen Jahrbüchern.

Die Präzessionsformeln, die als säkulare Bewegungen von der Anfangs- und Endepoche abhängen, haben noch die Unbequemlichkeit, auf die feste Anfangsepoche 1850.0 begründet zu sein. Man gibt daher auch die Übertragungsformeln von einer willkürlichen Epoche auf eine andere an.

So erhält man nach *Oppolzer*<sup>69)</sup> zur Übertragung von 1850 +  $\tau$  auf 1850 +  $\tau$  +  $t$

$$l = \{5023''.572 + 2''.2582\tau + 0''.00093\tau^2\}t \\ + \{1''.1291 + 0''.00093\tau\}t^2 + 0''.00032t^3, \\ \varepsilon = (23^{\circ}27'31''.83 - 47''.594\tau - 0''.0143\tau^2 + 0''.00204\tau^3) \\ - (47''.594 + 0''.0287\tau - 0''.00612\tau^2)t \\ - (0''.0143 - 0''.00612\tau)t^2 + 0''.00204t^3,$$

$$l' = (5037''.032 + 0''.5007\tau + 0''.00001\tau^2)t \\ - (1''.0888 + 0''.00177\tau)t^2 - 0''.00174t^3,$$

$$\varepsilon' = (23^{\circ}27'31''.83 - 47''.594\tau - 0''.0143\tau^2 + 0''.00204\tau^3) \\ + (0''.0713 - 0''.00936\tau)t^2 - 0''.00786t^3,$$

$$a = (14''.673 - 1''.9173\tau - 0''.00081\tau^2)t \\ - (2''.4184 + 0''.00261\tau)t^2 - 0''.00212t^3,$$

$$\Omega = 173^{\circ}0'12'' + 3287''.0\tau + 0''.87\tau^2 - (868''.3 + 0''.26\tau)t + 0''.11t^2, \\ i = (47''.951 - 0''.0650\tau)t - 0''.0325t^2 - 0''.00014t^3.$$

Diese Formeln enthalten alles zur Reduktion der beobachteten Örter auf ein festes System Erforderliche; doch ist es noch ratsam, auch den beweglichen mittleren<sup>70)</sup> gegen den festen Äquator festzulegen, da die Beobachtung gerade äquatorale Koordinaten gibt<sup>71)</sup>. Die hierzu dienenden Formeln gab zuerst *Bohnenberger*<sup>72)</sup>. Führt man nach *Oppolzer* analog den ekliptikalen Größen  $l$ ,  $i$ ,  $\Omega$  die äquatoralen  $m$ ,  $n$ ,  $90^{\circ} - p$ <sup>73)</sup> ein, so daß  $m + a$  (entsprechend  $l'$ ) als lunisolare,  $m$  als allgemeine Präzession im Äquator von der einen

69) *Oppolzer*, *Bahn*. 1, p. 197.

70) Der Nutationseffekt in äquatoralen Koordinaten wird differentiell aus dem ekliptikalen abgeleitet.

71) Zwar läßt sich die Transformation der äquatoralen Koordinaten auf dem Umweg über die ekliptikalen stets ausführen; indessen ist es eben häufig ein Umweg.

72) *G. C. Bohnenberger*, Über die Präzession der Fixsterne in gerader Aufsteigung und Abweichung, *Tübinger Zs. für Astr.* 1 (1816), p. 124 und 270.

73) Die Schnittlinie beider Äquatoren hat bei nicht zu großen Zeitintervallen, wie leicht ersichtlich, nahezu die Rektaszension  $90^{\circ}$ .

Epoche bis zur anderen bezeichnet werden kann und  $n$  die gegenseitige Neigung der beiden Äquatorebenen darstellt, so folgt (aus dem Dreieck  $A\gamma_0 B$ ):

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \frac{m+a}{2} &= \operatorname{tg} \frac{l}{2} \cdot \cos \frac{\varepsilon_t + \varepsilon'}{2} \cdot \sec \frac{\varepsilon_t - \varepsilon'}{2}, \\ \operatorname{tg} \left( p - \frac{m+a}{2} \right) &= \operatorname{cotg} \frac{l}{2} \cdot \sin \frac{\varepsilon_t - \varepsilon'}{2} \cdot \operatorname{cosec} \frac{\varepsilon_t + \varepsilon'}{2}, \end{aligned}$$

$$\sin n = \sin l \cdot \frac{\sin \varepsilon'}{\cos p} \quad \text{oder} \quad \operatorname{tg} \frac{n}{2} = \frac{\sin \frac{m+a}{2}}{\cos \left( p - \frac{m+a}{2} \right)} \cdot \operatorname{tg} \frac{\varepsilon_t + \varepsilon'}{2}.$$

In erster Annäherung ist:

$$m = l \cdot \cos \varepsilon_t - a,$$

$$n = l \cdot \sin \varepsilon_t.$$

Die weitere Entwicklung gibt nach *Oppolzer*<sup>74)</sup> für den Übergang von  $1850 + \tau$  zu  $1850 + \tau + t$ :

$$\begin{aligned} m &= (4606''.029 + 2''.8393 \tau + 0''.00088 \tau^2) t \\ &\quad + (1''.4196 + 0''.00088 \tau) t^2 + 0''.03657 t^3, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n &= (2005''.193 - 0''.8669 \tau - 0''.00048 \tau^2) t \\ &\quad - (0''.4334 + 0''.00048 \tau) t^2 - 0''.04182 t^3, \end{aligned}$$

$$p = (2303''.0 + 1''.42 \tau) t + 0''.31 t^2.$$

Diese letzteren Formeln konvergieren offenbar nicht so rasch wie die entsprechenden ekliptikalnen, was aber erst bei Zeitdifferenzen von 1000 Jahren und mehr merklich wird. Man muß dann das strenge trigonometrische Formelsystem anwenden.

**5 c. Rotationsgeschwindigkeit, Konstanz des Zeitmaßes.** Man kann nicht mehr im eigentlichen Sinne von einer Rotationsdauer der Erde reden, sobald die Rotationsachse im Erdkörper wie im Raume beweglich ist, sondern muß die Rotationsgeschwindigkeit um die momentane Rotationsachse einführen. Die Theorie zeigt, daß unter der Annahme eines absolut starren Erdkörpers diese Rotationsgeschwindigkeit  $\omega$  weit über die Bedürfnisse der Praxis hinaus als konstant gelten<sup>75)</sup> und danach die Zeiteinheit  $T$  durch

$$\int_0^T \omega dt = 2\pi$$

definiert werden kann. Etwas anders liegt die Sache, sobald die Starr-

74) *Oppolzer*, *Bahn* 1, p. 197.

75) Eine etwaige geringfügige Ungleichheit von  $A$  und  $B$  würde nur unmeßbare Schwankungen während einer Umdrehung hervorrufen.



heit des Erdkörpers keine vollkommene ist, da jede Massenverschiebung Einfluß auf  $\omega$  gewinnen muß. Indessen führen auch hier plausible Annahmen über täglich- oder jährlich-periodische Verlagerungen meteorologischen Ursprunges nur zu unmeßbaren Beträgen, so daß die Konstanz der Zeiteinheit und des Zeitmaßes auf längere Zeit hin als gewährleistet angesehen werden kann. Über säkulare Änderungen durch allmähliche Anhäufung an sich geringfügiger Effekte infolge von Flutreibung, Kontraktion des Erdkörpers, säkulare Vereisung oder Abschmelzen der polaren Gegenden, Erhöhung der Erdmasse durch niederfallende Meteore usw. können nur Beobachtungen Aufschluß geben, und zwar die Beobachtungen anderer Bewegungsvorgänge, deren Verlauf wir schärfer theoretisch zu verfolgen vermögen als die Rotation eines nicht völlig starren Erdkörpers, nämlich der Translationsbewegungen im Sonnensystem. Jede Änderung der in praxi zu Grunde gelegten Zeiteinheit muß sich in ihnen abspiegeln, indem zwischen der auf ein gleichförmiges Zeitmaß aufgebauten Theorie und den auf die übliche Zeitrechnung bezogenen Beobachtungen Widersprüche entstehen. Zur Prüfung dieser Frage werden sich diejenigen Bewegungsvorgänge eignen, die einmal bei entsprechender Beobachtungsgenauigkeit die schnellsten Winkelbewegungen besitzen, deren Theorie aber andererseits sich in der Schärfe geben läßt, daß man wirklich alle Widersprüche säkularer Natur gegenüber der Beobachtung auf die Ungleichförmigkeit des Zeitmaßes zurückzuführen berechtigt ist.

Die zunächst in Betracht kommende Mondbewegung weist in der Tat merkliche Widersprüche auf, welche seit lange den Verdacht einer veränderlichen Geschwindigkeit der Erdrotation erweckt haben<sup>76)</sup>. Aber gerade in neuester Zeit kommt *S. Newcomb*<sup>77)</sup> zu dem Ergebnis, daß die Theorie der Mondbewegung sowohl wie die Genauigkeit der älteren Beobachtungen — teils der eigentlichen Beobachtungen, teils ihrer Reduktion — keineswegs den Ansprüchen genügen, um darauf jenen Verdacht begründen zu können. Schon früher hatte er daher die Bewegung des Merkur zur Entscheidung herangezogen, ohne trotz mancher Übereinstimmung ein völlig befriedigendes Resultat erzielen zu können. Die Beobachtungen der Jupitersatelliten würden demnächst zu befragen sein; doch ist auch hier die Theorie noch nicht genügend entwickelt, resp. das Beobachtungsmaterial nicht genügend bearbeitet. Und nur ein gleichartiges Voreilen oder Zurückbleiben

76) S. z. B. den Artikel VI 2, 23 (*Oppenheim*).

77) *S. Newcomb*, On the desirableness of a reinvestigation of the problems growing out of the mean motion of the moon, Lond. Astr. Soc. Monthly Not. 63 (1903), p. 316.

gegen die Theorie in *allen diesen* Bewegungen würde man auf die Ungleichförmigkeit unseres Zeitmaßes zurückführen können. Zur Zeit wird man die Frage nach der Veränderlichkeit der Geschwindigkeit der Erdrotation noch als eine offene bezeichnen müssen.

**6. Scharfe Definition der Koordinaten und der Zeit.** Die in Nr. 5 erörterten Erscheinungen machen eine schärfere Fassung der früher gegebenen Definition der Koordinaten erforderlich, außerdem beeinflussen die unter Nr. 5 b. behandelten Bewegungsvorgänge die Art ihrer Bestimmung, sowie der der Zeit.

Die beobachteten, d. h. noch mit Parallaxe und Aberration behafteten Örter der Gestirne — die Refraktion berücksichtigt man, wie erwähnt, bei den Instrumentalfehlern — bezeichnet man als „scheinbare“ Örter<sup>78)</sup>. Sind sie von Parallaxe und Aberration befreit, so stellen sie die wirklichen auf die momentane Lage des Äquators und der Ekliptik bezogenen Koordinaten der Gestirne dar, man nennt sie ihre „wahren“<sup>79)</sup> Koordinaten. Geht man von dem mit den Nutationsschwankungen behafteten wahren Weltpol zu seiner nur der Präzessionsbewegung unterliegenden mittleren Lage über, so nennt man sie „mittlere“ Koordinaten der betreffenden Epoche. Schließlich bezieht man sie dann auf den festen Weltpol und die feste Ekliptik einer bestimmten Epoche. Objekte der Beobachtung sind die „scheinbaren“ Koordinaten, ihr Zweck die Bestimmung der „mittleren“ Örter, bezogen auf das feste Äquinoktium einer bestimmten Epoche. Die Übertragungsformeln siehe Nr. 7.

a) *Polhöhe, Meridian, Deklination.* Die Polhöhe, d. h. der Winkel zwischen Horizont und Erdachse, und der Meridian, d. h. die Ebene durch die Erdachse und die Richtung der Schwerkraft, können Änderungen sowohl durch Schwankungen der Erdachse wie auch der Vertikalen gegen den Erdkörper erleiden. Und diese Schwankungen übertragen sich durch die Art der Meridianbeobachtung auf die äquatorialen Koordinaten der Gestirne. Die Richtung der Schwerkraft kann, soweit sie nur als die vereinigte Wirkung der eigentlichen Massenanziehung der Erde und der Zentrifugalkraft betrachtet wird, als zum Erdkörper fest vorausgesetzt werden, insofern die vorkommenden Massenverlagerungen nur verschwindenden Einfluß ausüben können<sup>80)</sup>.

78) Der Ausdruck „scheinbar“ ist, soweit er sich auf die Parallaxe bezieht, eine nicht ganz treffende Übersetzung des „locus apparens“, des Orts, an dem uns die Gestirne erscheinen.

79) „Wahr“ eben im Gegensatz zu „scheinbar“. Eine Bezeichnung als Gegensatz zu den „mittleren Örtern“ hat sich nicht eingebürgert.

80) Sprunghafte oder säkulare Änderungen durch lokale Massenverschie-

Die hinzutretende Wirkung der Sonne und des Mondes bewirkt indessen infolge des Umlaufs beider um die Erde eine vom Azimut des betreffenden Gestirns abhängige Schwankung der momentanen Lotlinie in einem kleinen Kegel um eine Mittellage, deren Periode bei der Sonne einen Tag, beim Monde etwas mehr beträgt.

Der Betrag der Schwankung ist für die Sonne, resp. den Mond<sup>81)</sup>:

$$\xi = \left. \begin{array}{l} - 0''.008 \\ - 0''.017 \end{array} \right\} \sin 2z \cos A, \quad \eta = \left. \begin{array}{l} - 0''.008 \\ - 0''.017 \end{array} \right\} \sin 2z \sin A,$$

wenn  $z$ ,  $A$  Zenitdistanz und Azimut des Gestirns,  $\xi$ ,  $\eta$  südliche und westliche Abweichung des gestörten Zenits bedeuten. Es entsteht dadurch einmal eine nahezu täglich-periodische Schwankung der Polhöhe, die bei der Übertragung der gemessenen Meridianzenitdistanzen in Deklinationen in Rechnung zu ziehen ist<sup>82)</sup> und eine periodische Schwankung der Meridianebene, resp. der Neigung der Achse des Meridianinstruments, selbst wenn es an sich gegen den Erdkörper absolut fest aufgestellt wäre. Ihrer Geringfügigkeit halber können diese Schwankungen der Lotlinie bei der Bestimmung der äquatorealen Koordinaten gänzlich unberücksichtigt bleiben und sind nur bei der Untersuchung der Polhöhen Schwankungen in Rechnung zu ziehen.

Die momentane Polhöhe und der momentane Meridian, deren man zur Überführung der Beobachtungsgrößen in äquatoriale wahre Koordi-

bungen in der Erdrinde würden hier nicht in Frage kommen; die Frage säkularer Änderungen der Polhöhen ist auch noch keineswegs entschieden, s. z. B. *Helmert* 2, p. 445. — Inwieweit die Lotlinie durch regelmäßige Massenverlagerungen im ganzen Erdkörper periodische Schwankungen, etwa jährlicher Periode erleidet ist ganz neuerdings Gegenstand noch nicht abgeschlossener Untersuchungen geworden, s. *H. Kimura*, On the existence of a new annual term in the variation of the latitude, independent of the components of the pole's motion, *Astr. Nachr.* 158 (1902), p. 233; *S. C. Chandler*, Questions relating to stellar parallax, aberration and Kimura's phenomenon, *Astron. Journ.* 23 (1903), p. 12; *Th. Albrecht*, Resultate des internationalen Breitendienstes I, Berlin 1903, p. 153 ff.

81) *C. A. F. Peters*, Von den kleinen Abweichungen der Lotlinie und des Niveaus, welche durch die Anziehungen der Sonne, des Mondes und einiger terrestrischen Gegenstände hervorgebracht werden, *Astr. Nachr.* 22 (1845), p. 33; s. auch *Helmert* 2, p. 383.

82) Würde man das Meridianinstrument absolut fest zum Erdkörper aufstellen können, so könnte man durch Kombination oberer und unterer Kulminationen den Polpunkt auf dem Kreise fixieren und sonach Deklinationen unabhängig von der Richtung der Schwerkraft bestimmen. Indessen ist diese ältere, z. B. noch von *Bessel* anfangs der 20er Jahre des vor. Jahrh. benutzte Methode durch *J. G. F. Bohnenberger's* Erfindung des Quecksilberhorizonts („Neue Methode, den Indexfehler eines Höhenkreises zu bestimmen und die Horizontalachse einer Mittagsfernrohre zu berichtigen, ohne Lot oder Libelle“, *Astr. Nachr.* 4 (1826), p. 327) völlig verdrängt worden.

naten bedarf, sind eigentlich nicht in aller Strenge festzustellen, da sie nur durch Kombination zweier um  $12^h$  auseinanderliegender Beobachtungen erhalten werden, und daher nur einem mittleren Zeitmoment entsprechen können. Die Geringfügigkeit der Schwankungen der Rotationsachse im Erdkörper läßt trotzdem die heutige Praxis als berechtigt erscheinen, wonach man den momentanen Meridian und die momentane Polhöhe durch Beobachtung von Circumpolarsternen festlegt und die letztere zur Überführung der beobachteten Zenitdistanzen in Deklinationen (ev. mit einer nachträglich zu ermittelnden Korrektion) verwendet.

b) *Zeit und Rektaszension*. Die Anforderungen an die Gleichförmigkeit des der Zeitmessung dienenden Bewegungsvorgangs sind verschiedene, je nachdem man der Messung der Zeit bedarf, um die Bewegungen der Gestirne in ihrer Abhängigkeit von der Zeit theoretisch untersuchen zu können, oder zu der früher entwickelten Methode der Messung von AR.-Differenzen durch die Zeitdauer zwischen den entsprechenden Kulminationen. Die letztere bleibt von dem veränderten Begriff der Erdrotation unbeeinflusst, da nach dem Früheren die Winkelgeschwindigkeit der Erdrotation um die momentane Achse für alle praktischen Bedürfnisse als konstant gelten kann. Über die etwaigen Folgen einer säkularen Ungleichförmigkeit der Erdrotation für den ersteren Zweck vgl. Nr. 5 c.

Daneben hängt aber die Konstanz des Zeitmaßes noch ab von dem Ausgangspunkte der Rechnung der Zeiteinheit und von der Art, wie man den Zeitmoment festlegt. Die Zeiteinheit war in Nr. 3 als die Zeit zwischen zwei aufeinanderfolgenden Kulminationen des Frühlingspunktes, die Sternzeit als Stundenwinkel des Frühlingspunktes definiert worden. Diese Definition hält man auch jetzt fest, nur bezieht man sie auf den wahren Frühlingspunkt. Dieser ist freilich am Himmel weder fest noch gleichförmig bewegt und die wahre Sternzeit ebenso wenig ein gleichförmiges Zeitmaß wie die wahre Sonnenzeit. Seine Schwankungen sind indessen quantitativ so gering, daß sie nur in den seltensten Fällen bei der Messung der Zeit, niemals bei der Messung von Rektaszensionsdifferenzen berücksichtigt zu werden brauchen. Im Laufe einer Nutationsperiode von  $18\frac{2}{3}$  Jahren würde eine völlig gleichförmig (nach „mittlerer“ Sternzeit) gehende Uhr im Maximum je  $1^s.05$  nach beiden Seiten vom Stundenwinkel des wahren Frühlingspunktes abweichen, was wohl nur bei der Bewegung des Mondes merklich werden kann. Dazu käme eine halbjährige Schwankung von  $\pm 0^s.08$ . Und auch die Bewegung des mittleren Frühlingspunktes verläuft nach dem Früheren infolge der Präzession genau genommen

weder der Zeit proportional noch in einem größten Kreise des Himmels; in 1000 Jahren ändert sich dadurch die Länge des Jahrhunderts um etwa  $1\frac{1}{2}$  Sekunden, was wieder nur für die Theorie der Mondbewegung in Frage kommt.

Endlich ist der Erdpol auf der Erde nicht absolut fest; somit sind die Erdmeridiane veränderlich und die Differenz der Kulminationszeiten und damit der Rektaszensionen hängt strenge genommen von der geographischen Lage ab; indessen ist das praktisch zu vernachlässigen.

Die Fehler unserer üblichen Zeitmessung (durch den Stundenwinkel des wahren Frühlingspunktes) sind also teils unvermeidliche, herrührend von der etwaigen Ungleichförmigkeit der Erdrotation, teils liegen sie in unserer Definition, in der Wahl des ungleichförmig bewegten, wahren Frühlingspunktes zum Ausgangspunkt der Zählung, teils in der Art ihrer Fixierung durch Sterndurchgänge durch den auf der Erde selbst nicht festen Meridian. Trotzdem reicht die übliche Sternzeitrechnung für alle Bedürfnisse der heutigen Praxis (Bestimmung der AR.-Differenzen aus den Unterschieden der Meridiandurchgangszeiten) völlig aus; nur bei der Zeitmessung selbst werden in der Zukunft zunächst die säkularen Beträge, dann aber bei erhöhter Beobachtungsgenauigkeit auch die periodischen, Berücksichtigung verdienen.

Zusammenfassend ergibt sich die Berechtigung der folgenden Sätze, soweit es sich um praktisch erreichbare Genauigkeit handelt:

Die Durchgangszeit eines Gestirns durch den wahren Meridian nach einer richtigen Sternzeit (d. h. den Stundenwinkel des wahren Frühlingspunktes) anzeigenden Uhr ist gleich seiner wahren Rektaszension (natürlich befreit von Aberration usw.); die Meridianzenitdistanzen geben in Verbindung mit der momentanen Polhöhe wahre Deklinationen, d. h. bezogen auf das durch den momentanen Äquator und den momentanen Frühlingspunkt gebildete Koordinatensystem. Dabei können momentaner Meridian und momentane Polhöhe durch aufeinanderfolgende obere und untere Kulminationen von Circumpolarsternen bestimmt werden. Die Reduktion auf ein mittleres Äquinoktium vermitteln dann die üblichen Formeln für die räumliche Bewegung der Erdachse (ohne tägliche Nutation).

**7. Reduktion der scheinbaren Sternörter in mittlere.** Um den Übergang von den scheinbaren Sternörtern zu mittleren wirklich ausführen zu können, sind die in Nr. 5 allgemein bezeichneten Einflüsse ins einzelne zu verfolgen. Wir schließen jeweils unmittelbar

an die dortigen Ausführungen an und trennen dementsprechend wieder Parallaxe und Aberration einerseits, deren Wirkung sich als eine Verlegung des Koordinatenanfangspunktes darstellt, und Präzession mit Nutation andererseits, welche in einer Drehung des Koordinatensystems bestehen.

Wir bezeichnen im folgenden stets mit  $r, A, B$  die Polarkoordinaten des Objekts in einem beliebigen System, befreit von der betreffenden Fehlerquelle, und durch  $r', A', B'$  die mit ihr noch behafteten.

7a. **Parallaxe und Aberration.** Die strengen Formeln für eine Parallelverschiebung des Koordinatensystems um die Strecken  $a, b, c$  in sofort ersichtlicher Zählweise

$$(1) \quad \begin{cases} r \cos A \cos B = r' \cos A' \cos B' + a, \\ r \sin A \cos B = r' \sin A' \cos B' + b, \\ r \sin B = r' \sin B' + c \end{cases}$$

bringt man in eine meistens bequemere Gestalt durch Einführung der Differenzen  $A' - A, B' - B, r' - r$ . Diese zur Übertragung von  $O'$ , dem Beobachtungsorte, nach  $O$ , dem festen Zentrum, erforderlichen Korrekturen kann man entweder als Funktionen der auf  $O'$  oder der auf  $O$  bezogenen Koordinaten darstellen. Ersteres ist bei der Reduktion einer einzelnen Beobachtung, letzteres bei der Vorberechnung einer Ephemeride angebracht. Eine einfache Vertauschung der gestrichelten mit den ungestrichelten Größen unter gleichzeitiger Vorzeichenänderung von  $a, b, c$  führt die eine Darstellung in die andere über. Man findet leicht die strengen Formeln<sup>83)</sup>:

$$(2) \quad \begin{cases} \operatorname{tg}(A - A') = \frac{-a \sin A' + b \cos A'}{r' \cos B' + a \cos A' + b \sin A'} = \frac{-a \sin A + b \cos A}{r \cos B - a \cos A - b \sin A} \\ \operatorname{tg}(B - B') = \frac{c \cos B' - \sin B' \sec \frac{A - A'}{2} \left( a \cos \frac{A + A'}{2} + b \sin \frac{A + A'}{2} \right)}{r' + c \sin B' + \cos B' \sec \frac{A - A'}{2} \left( a \cos \frac{A + A'}{2} + b \sin \frac{A + A'}{2} \right)} \\ r - r' = \sec \frac{A - A'}{2} \sec \frac{B - B'}{2} \left\{ a \cos \frac{A + A'}{2} \cos \frac{B + B'}{2} \right. \\ \left. + b \sin \frac{A + A'}{2} \cos \frac{B + B'}{2} + c \cos \frac{A - A'}{2} \sin \frac{B + B'}{2} \right\}. \end{cases}$$

Sind  $a, b, c$  klein gegen  $r'$ , so kann man nach Potenzen des Verhältnisses dieser Größen in Reihen entwickeln. Dabei berücksichtigt man

83) S. die entsprechenden Entwicklungen in den Lehrbüchern (z. B. *Brünnow* p. 147 ff., 184 ff.).

entweder nur die Glieder erster Ordnung<sup>84)</sup> oder auch die der zweiten. Reichen auch diese in den festgesetzten Genauigkeitsgrenzen nicht mehr aus, so bleibt man besser bei den strengen Formeln.

### I. Die Parallaxe.

Die Befreiung der Beobachtungen von der täglichen und der jährlichen Parallaxe geschieht durch Beziehung auf das Erd-, resp. Sonnenzentrum (geozentrischer, heliozentrischer Ort)<sup>85)</sup>; die säkulare Parallaxe wäre, wenn die fortschreitende Bewegung des Sonnensystems bekannt wäre, durch Beziehung auf einen festen Zeitpunkt zu berücksichtigen. Die Behandlung stellt sich verschieden, je nachdem die Entfernung  $r'$  des Gestirns, wenn auch nur genähert, bekannt oder ganz unbekannt ist.

*Die tägliche Parallaxe.* Die Beziehung der Beobachtungen auf das Erdzentrum läßt stets eine differentielle Behandlung mit Reihenentwicklung zu. Legt man das Koordinatensystem des Äquators ( $\alpha, \delta$  und  $\Delta$  statt  $A, B, r$ ) zugrunde<sup>86)</sup>, so sind  $a, b, c$  die rechtwinkligen, äquatorealen Koordinaten des Erdoberflächenortes in bezug auf den Erdmittelpunkt. Da dessen geozentrische Deklination gleich der geozentrischen Polhöhe  $\varphi'$ , seine geozentrische Rektaszension gleich der Sternzeit  $\Theta$  ist, so folgt, wenn  $\varrho$  den Radiusvektor des Erdortes bezeichnet<sup>87)</sup>:

$$a = \varrho \cos \varphi' \cos \Theta, \quad b = \varrho \cos \varphi' \sin \Theta, \quad c = \varrho \sin \varphi'.$$

Man nennt  $\frac{\varrho}{\Delta}$  die *Horizontalparallaxe*,  $\frac{a}{\Delta}$  die *äquatoreale Horizontalparallaxe*<sup>88)</sup> des Gestirns, weil es die Winkel sind, unter denen dem im Horizont des Erdortes befindlichen Gestirn der Radiusvektor des Erdortes, resp. der Äquatorradius der Erde erscheinen. Man

84) In diesem Falle ist es gleichgültig, ob man rechts die gestrichelten oder die ungestrichelten Größen einführt.

85) Streng genommen müßte man statt des letzteren, wenn man die säkulare Bewegung als gradlinig ansehen will, den Schwerpunkt des Sonnensystems wählen.

86) Am anschaulichsten ist der Effekt in Höhe und Azimut; bei genau kugelförmiger Erde verschwindet der letztere ganz; die ellipsoidische Erdgestalt bewirkt eine geringfügige Parallaxe auch im Azimut.

87) Über die Berechnung von  $\varrho$  und  $\varphi'$  aus den bekannten Dimensionen des Erdellipsoids siehe die Lehrbücher (*Brünnow*, p. 142; *Oppolzer*, *Bahn* 1, p. 29); sind vorübergehend  $a$  und  $b$  beide Halbachsen der Meridianellipse, so ist:

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{b^2}{a^2} \operatorname{tg} \varphi, \quad \varrho^2 = a^2 \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi'} \sec(\varphi' - \varphi).$$

88) Kurz Parallaxe des Gestirns.

drückt  $\varrho$  gewöhnlich in Einheiten des Äquatorradius,  $\Delta$  in mittleren Erdbahnradien aus und muß daher in den früheren Formeln  $\frac{\varrho}{\Delta}$  noch mit  $\sin p_{\odot}$  ( $p_{\odot}$  Sonnenparallaxe) multiplizieren. Dann lauten unter Einführung des Hilfswinkels  $\gamma$  durch

$$\operatorname{tg} \gamma = \cos \frac{\alpha' - \alpha}{2} \cdot \sec \left( \Theta - \frac{\alpha + \alpha'}{2} \right) \operatorname{tg} \varphi'$$

die strengen Formeln

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg} (\alpha - \alpha') = \frac{\frac{\varrho}{\Delta} \sin p_{\odot} \cos \varphi' \sin (\Theta - \alpha) \sec \delta}{1 - \frac{\varrho}{\Delta} \sin p_{\odot} \cos \varphi' \cos (\Theta - \alpha) \sec \delta}, \\ \operatorname{tg} (\delta - \delta') = \frac{\frac{\varrho}{\Delta} \sin p_{\odot} \sin \varphi' \sin (\gamma - \delta) \operatorname{cosec} \gamma}{1 - \frac{\varrho}{\Delta} \sin p_{\odot} \sin \varphi' \cos (\gamma - \delta) \operatorname{cosec} \gamma}, \\ \Delta' = \Delta \cdot \frac{\sin (\delta - \gamma)}{\sin (\delta' - \gamma)}. \end{array} \right.$$

Bis auf den Mond<sup>89)</sup> reicht man mit den Gliedern erster Ordnung aus:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha - \alpha' = \frac{\varrho}{\Delta} p_{\odot} \cos \varphi' \sec \delta \sin (\Theta - \alpha), \\ \delta - \delta' = \frac{\varrho}{\Delta} p_{\odot} (\cos \delta \sin \varphi' - \sin \delta \cos \varphi' \cos (\Theta - \alpha)), \\ \Delta - \Delta' = \varrho p_{\odot} (\cos \delta \cos \varphi' \cos (\Theta - \alpha) + \sin \delta \sin \varphi'). \end{array} \right.$$

In diesen Formeln ist  $\Delta$  als bekannt vorausgesetzt; sie dienen umgekehrt dazu, aus den beobachteten parallaktischen Effekten die Entfernung des Gestirns in irdischem Maß zu bestimmen<sup>90)</sup>.

*Die jährliche Parallaxe.* Die Größen  $a$ ,  $b$ ,  $c$  sind hier die heliozentrischen Koordinaten des Erdzentrums, resp. die negativ genommenen geozentrischen Koordinaten des Sonnenzentrums; man findet sie in letzterer Form in den Ephemeriden der verschiedenen Jahrbücher (s. später), die aus den auf Grundlage der Theorie entworfenen Sonnentafeln berechnet sind<sup>91)</sup>.

89) S. z. B. *Brünnow*, p. 153/154.

90) Über die Berücksichtigung der Abweichung des Beobachtungsorts vom Erdzentrum bei neuentdeckten Planeten und Kometen, deren Entfernung ganz unbekannt ist, vgl. den Artikel VI 2, 9 (*Herglotz*).

91) Die bekannteren Sonnentafeln des 19. Jahrhunderts sind (siehe auch Nr. 8): *F. v. Zach*: *Tabulae motuum solis*, Gothae 1792 und als Suppl.: *Tabulae motuum solis novae et iterum correctae*, Gothae 1804; *J. B. J. Delambre*, *Tables du soleil*, Paris Bur. Long. tabl. astr. 1, Paris 1806; *P. A. Hansen-C. F. R. Olufsen*,



Für die Körper des Sonnensystems, bei denen die Überführung der geozentrischen Örter in heliozentrische für die Zwecke der Theorie geboten ist<sup>92</sup>), wird das Formelsystem (1) praktisch umgeformt<sup>93</sup>).

Für die extrasolaren Himmelskörper ist der Effekt der jährlichen Erdbewegung so gering, daß sich bisher nur für vereinzelte Sterne ihre Parallaxe  $\pi$ , d. h. der Winkel, unter dem die mittlere Entfernung Erde-Sonne von dem Gestirn aus erscheint, hat bestimmen lassen.

Bei Zugrundelegung äquatorealer Koordinaten wird:

$$a = -R \cos \odot, \quad b = -R \sin \odot \cos \varepsilon, \quad c = -R \sin \odot \sin \varepsilon$$

und damit bis zu den Gliedern erster Ordnung:

$$\alpha - \alpha' = \pi R (\cos \odot \sin \alpha - \sin \odot \cos \varepsilon \cos \alpha) \sec \delta$$

$$= \pi R \cos D \sin (\alpha - A) \sec \delta,$$

$$\delta - \delta' = \pi R \{ (\cos \varepsilon \sin \alpha \sin \delta - \sin \varepsilon \cos \delta) \sin \odot \\ + \cos \odot \sin \delta \cos \alpha \}.$$

Einfacher ist der Effekt der jährlichen Parallaxe auf die ekliptikalen Koordinaten:

$$\lambda - \lambda' = \pi R \sin (\lambda - \odot) \sec \beta,$$

$$\beta - \beta' = \pi R \cos (\lambda - \odot) \sin \beta.$$

*Die säkulare Parallaxe.* Die fortschreitende Bewegung des Sonnensystems kommt allein für die extrasolaren Himmelskörper in Frage, da sie die Körper des Sonnensystems relativ zur Erde in Ruhe läßt. Da indessen  $a, b, c$  zunächst als lineare Funktionen der Zeit anzusehen sind, so sind auch die Glieder erster Ordnung in der säkularen Parallaxe für die bisher in Betracht kommenden Zeiträume der Zeit proportional und vermischen sich untrennbar mit den ebenfalls in erster ausreichender Näherung der Zeit proportionalen eigenen Bewegungen der Fixsterne. Erst wenn die rein geometrische Beschreibung der Fixsternbewegungen in eine dynamische übergehen wird, wird man die beiden Vorgänge voneinander trennen können<sup>94</sup>).

## II. Die Aberration<sup>95</sup>).

Unter Voraussetzung der Kenntnis der Lichtzeit  $t_2 - t_1 = \tau$  zwischen der Aussendung  $t_1$  und dem Eintreffen  $t_2$  des Licht-

Tables du soleil, Copenhague 1853; *U. J. Leverrier*, Tables du soleil, Obs. de Paris ann. 4 (1858); *S. Newcomb*, Tables of the motion of the earth . . . , Wash. Astron. Papers 6 (1898).

92) Statt des nur durch Rechnung festzulegenden Schwerpunkts des ganzen Sonnensystems führt man in der Theorie den beobachtbaren Sonnenmittelpunkt ein.

93) Siehe *Oppolzer*, Bahn. 1, p. 20 ff.

94) Näheres siehe Artikel VI 2, 26 (*Anding*).

95) Siehe besonders *Y. Villarceau*, Théorie de l'aberration, Addition à la Conn.

strahls<sup>96</sup>) berücksichtigt man zunächst die sog. „Planetenaberration“ (oder besser „Lichtzeitparallaxe“) durch Übergang auf die Zeit  $t_1$ , indem man den parallaktischen Effekt der in der Zeit  $\tau$  erfolgten Erdbewegung in Rechnung bringt (als tägliche, jährliche, säkulare Lichtzeitparallaxe); dazu kommt dann noch als rein optische Wirkung die eigentliche „Fixsternaberration“. Falls die Bewegung des Erdortes während der Lichtzeit als geradlinig gelten kann, lassen sich beide vereinigen. Es gilt nämlich in diesem Falle der Satz:

Die zur Zeit  $t_2$  beobachtete scheinbare Richtung nach einem Gestirn ist gleich der wahren Richtung vom Erdort nach dem Gestirn, beide zur Zeit  $t_1$  genommen; der zur Zeit  $t_2$  beobachtete Ort ist der wahre Ort für die Zeit  $t_1 = t_2 - \tau$ .

Es bleibt im speziellen zu untersuchen, inwieweit man die Bewegung des Erdortes in der Zeit  $\tau$  als geradlinig ansehen kann.

Zur Berechnung der Lichtzeit  $\tau$  benutzt man in  $\tau = \frac{\Delta}{V}$  gewöhnlich und ohne besonderen Fehler entweder  $\Delta_1$  oder  $\Delta_2$ , die den Zeiten  $t_1$  oder  $t_2$  entsprechenden geometrischen Entfernungen, während  $\Delta$  in aller Strenge den Abstand des Sternorts zur Zeit  $t_1$  vom Erdort der Zeit  $t_2$  bedeutet. Den Effekt dieser Vertauschung berechnet *Battermann*<sup>97</sup>) für die jährliche Erdbewegung und findet ihn unmerklich. Für die säkulare Bewegung lassen sich aus Unkenntnis ihres Betrages nicht ähnliche numerische Abschätzungen ausführen. In einer besonderen Form hat *Höffler*<sup>98</sup>) auf diesen Punkt aufmerksam gemacht, indem, die säkulare Bewegung beispielsweise in der Ekliptik vorausgesetzt, die Verfinsterungen der Jupiterstrabanten eine Ungleichheit von der Periode der Umlaufzeit des Jupiter aufweisen müssen, je nachdem die säkulare Bewegung von der Erde auf Jupiter zu oder von ihm fort gerichtet ist. Für die heute erreichbare Genauigkeit dürften auch diese Einflüsse verschwindend sein, sie zeigen nur für die Zukunft eine Möglichkeit, die säkulare Bewegung zu untersuchen.

Die Formeln für die *Fixsternaberration* ergeben sich nach dem Früheren aus den parallaktischen, wenn man darin für die Entfernung des Gestirns die Lichtgeschwindigkeit, für den Ortsunterschied die

---

des Temps pour 1878, Paris 1876; *H. Battermann*, Beiträge zur astronomischer Aberrationslehre, Diss. Berlin 1881.

96) Ist die Entfernung des Objekts und damit die Lichtzeit unbekannt, so kann man nur die Fixsternaberration berücksichtigen und muß mit dem vom Erdort zur Zeit  $t_2$  gesehenen Sternort der Zeit  $t_1$  rechnen.

97) *Battermann*, Diss. (siehe Fußn. 95), p. 14 ff.

98) *J. F. Höffler*, Über eine Methode zur Bestimmung der Geschwindigkeit des Sonnensystems, Astr. Ges. Vjs. 31 (1896), p. 297.

negative Geschwindigkeit der Ortsveränderung einführt, d. h. im Formelsystem (1) auf p. 48  $r, r'$  durch  $V, V'$ ;  $a, b, c$  durch  $-\frac{da}{dt}, -\frac{db}{dt}, -\frac{dc}{dt}$  ersetzt.

Die hierin auftretenden Geschwindigkeitskomponenten  $\frac{da}{dt}, \frac{db}{dt}, \frac{dc}{dt}$  setzen sich wieder aus drei Summanden zusammen, die der täglichen, jährlichen und säkularen Bewegung des Beobachtungsortes entsprechen und durch Differentiation der bei der Parallaxe aufgestellten Erdortkoordinaten nach der Zeit erhalten werden. Dürfte man die Glieder zweiter Ordnung in den nach  $\frac{1}{V} \frac{da}{dt}, \frac{1}{V} \frac{db}{dt}, \frac{1}{V} \frac{dc}{dt}$  fortschreitenden Reihenentwicklungen vernachlässigen, so könnte man die von diesen drei Bewegungen erzeugten Effekte getrennt behandeln und sie erst nachträglich superponieren. In der Tat darf man die geringfügige tägliche Aberration in dieser Weise sofort ablösen und hat nur die jährliche und säkulare Aberration einer gemeinsamen Betrachtung zu unterwerfen.

Es sei  $OS$  die Richtung des wahren Lichtstrahls,  $OS'$  die des scheinbaren, wie sie beobachtet wird. Wir zerlegen die absolute Geschwindigkeit  $OO'$  in  $OO_0$  die säkulare, und  $OO_1$  die jährliche. Entsprechend erhalten wir in  $OS_0$  die mit säkularer Aberration behaftete wahre, resp. die von jährlicher Aberration befreite scheinbare beobachtete Richtung. Damit ist unmittelbar ersichtlich, daß man von den beobachteten Koordinaten  $A', B'$  ausgehend die Gesamtwirkung beider Aberrationen in der folgenden Art berechnen kann:

Zunächst wird der Effekt der jährlichen Aberration aus den Geschwindigkeitskomponenten der jährlichen Bewegung für sich nach Formelsystem (1) berechnet, wobei man jedoch die absolute Lichtgeschwindigkeit  $V$  durch  $V_0$  ersetzt. Um die so von der jährlichen Aberration befreiten Größen  $A_0, B_0$  jetzt noch von der säkularen Aberration zu befreien, hat man die Korrekturen an sie anzubringen, welche aus dem Formelsystem (1) durch Einsetzung der Geschwindigkeitskomponenten der Säkularbewegung hervorgehen.

Das Resultat ist, daß schließlich doch alle drei Bewegungen des Beobachtungsortes getrennt behandelt werden dürfen, wofern man nur bei der Berechnung der jährlichen Aberration die Lichtgeschwindig-

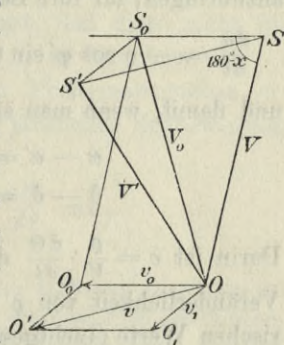


Fig. 2.

keit mit dem Faktor  $1 + \frac{v_0}{V} \cos x$  multipliziert<sup>99</sup>). Nennt man nämlich  $x$  den Winkel zwischen den Richtungen des wahren Lichtstrahls und der säkularen Erdbewegung, so hat  $V_0$  den Wert:

$$V_0^2 = V^2 + v_0^2 + 2v_0V \cos x$$

oder nahe genug:

$$V_0 = V \left( 1 + \frac{v_0}{V} \cos x \right).$$

*Die tägliche Aberration.* Die Lichtzeitparallaxe kann wie die tägliche Parallaxe überhaupt nur für Körper des Sonnensystems meßbare Beträge erreichen. Da man für die entfernteren Körper die tägliche Bewegung des Erdortes nach *Battermann*<sup>100</sup>) während der Lichtzeit nicht mehr als geradlinig ansehen kann, trennt man Planeten- und Fixsternaberration, vereinigt die erstere mit der täglichen Parallaxe und erhält so für tägliche Parallaxe und Aberration die Vorschrift: Man berechnet die tägliche Parallaxe und Fixsternaberration mit den Erdortkoordinaten der Zeit  $t_2$  und erhält durch ihre Hinzufügung den wahren Ort für die Zeit  $t_1$ .<sup>101</sup>)

An die Fixsternörter hat man nur die tägliche Fixsternaberration anzubringen; für ihre Berechnung erhält man im System des Äquators:

$$\frac{da}{dt} = -\varrho \cos \varphi' \sin \Theta \frac{d\Theta}{dt}, \quad \frac{db}{dt} = \varrho \cos \varphi' \cos \Theta \frac{d\Theta}{dt}, \quad \frac{dc}{dt} = 0$$

und damit, wenn man sich auf die Glieder erster Ordnung beschränkt:

$$\alpha - \alpha' = -c \cos \varphi' \cos(\Theta - \alpha) \sec \delta,$$

$$\delta - \delta' = -c \cos \varphi' \sin(\Theta - \alpha) \sin \delta.$$

Darin ist  $c = \frac{\varrho}{V} \cdot \frac{d\Theta}{dt}$  die Konstante der täglichen Aberration (die Veränderlichkeit von  $\varrho$  ist verschwindend). Das Einsetzen der numerischen Werte (Lichtgeschwindigkeit, Sonnenparallaxe usw.) ergibt<sup>102</sup>):

$$c = 0''.322.$$

99) Zuerst gegeben von *Y. Villarceau* l. c. Fußn. 95). Alle gegenteiligen Angaben beruhen auf Verwechslungen der scheinbaren Koordinaten  $A', B'$  mit den wahren  $A, B$ , resp. mit  $A_0, B_0$ . Vgl. *H. Battermann*, Einige Berichtigungen aus dem Gebiete der Aberration und Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts, *Astr. Nachr.* 118 (1888), p. 369 und 119 (1888), p. 297.

100) *Battermann*, Diss. (siehe Fußn. 95), p. 20 ff.

101) *Battermann*, Diss., p. 22/33. — Für die näheren Körper des Sonnensystems (bis Jupiter inkl.) ist die gesamte tägliche Aberration durch den Übergang auf die Zeit  $t_1$  schon hinreichend streng berücksichtigt; man hat dann nur die tägliche Parallaxe für die Zeit  $t_1$  zu berechnen.

102) *Oppolzer*, *Bahn.* 1, p. 111.

Bei Beobachtungen im Meridian ist:

$$\begin{aligned}\alpha - \alpha' &= -c \cos \varphi' \sec \delta, \\ \delta - \delta' &= 0.\end{aligned}$$

Die tägliche Aberration beeinflusst dann, wie auch geometrisch anschaulich, nur die Rektaszensionen und ist für ein fest aufgestelltes Instrument von der Natur eines Instrumentalfehlers. Sie wird daher nach *F. W. Bessel* sofort mit dem Kollimationsfehler (s. Artikel VI 2, 5 (*Ristenpart*)) vereinigt<sup>103</sup>).

*Die jährliche Aberration.* Als jährliche Bewegung betrachtet man bei der Berechnung der Aberration die ungestörte Umlaufbewegung des Erdmittelpunkts um das Sonnenzentrum nach den *Kepler'schen* Gesetzen. Jede Abweichung von dieser Bewegung erzeugt eine ihr eigentümliche (sowohl Planeten- wie Fixstern-)Aberration, die indessen in keinem Falle meßbare Beträge annimmt<sup>104</sup>). Diese Erdbewegung läßt sich während der Lichtzeit für alle Körper des Sonnensystems als geradlinig ansehen<sup>105</sup>); die gesamte jährliche Aberration ist daher durch Übergang auf die Zeit  $t_1$  berücksichtigt. Für die Fixsterne ist hingegen eine getrennte Behandlung der Lichtzeitparallaxe und der Fixsternaberration erforderlich. Die erstere vereinigt sich völlig mit der eigentlichen jährlichen Parallaxe derart, daß diese nicht für die Zeit  $t_1$ , sondern für die Beobachtungszeit  $t_2$  zu berechnen ist.

Die für die Berechnung der jährlichen Fixsternaberration erforderlichen Geschwindigkeitskomponenten der jährlichen Erdbewegung werden im System des Äquators<sup>106</sup>):

$$\frac{da}{dt} = -\cos \odot \frac{dR}{dt} + R \sin \odot \frac{d\odot}{dt} \text{ usw.},$$

103) Zuerst berechnet findet sich der Effekt der täglichen Aberration bei *L. Euler*, Petersbg. Commentarii 11 (1739), p. 169 ff.; dann bei *J. W. von Camerer*, Über die tägliche Aberration der Fixsterne, Berl. astr. Jahrb. Suppl. 1 (1793), p. 198 ff. und Berl. astr. Jahrb. für 1798 (1795), p. 139 ff.; zuerst berücksichtigt ist er von *F. W. Bessel*, Königsb. Beob. 4 (1818), p. III.

104) *Battermann*, Diss. (siehe Fußn. 95), p. 28 ff. Einmal führt das Sonnenzentrum selbst periodische, den einzelnen Planetenstörungen entstammende Bewegungen um den Schwerpunkt des ganzen Sonnensystems aus; dazu kommen die Störungen der elliptischen Erdbewegung, insbesondere durch den Mond.

105) *Battermann*, Diss. (siehe Fußn. 95), p. 20. Die Krümmung der Erdbahn bewirkt Aberrationseffekte, die bei Saturn 0''.01, Uranus 0''.02, Neptun 0''.03 erreichen.

106) Der jährliche Aberrationseffekt stellt sich zwar naturgemäß einfacher in den ekliptikalen Koordinaten dar — man hat dazu im folgenden nur  $\varepsilon = 0$  zu setzen —, doch ist es der Anwendungen halber ratsam, sogleich das äquatorale System einzuführen.

die durch Einführung der Formeln der elliptischen Bewegung<sup>107)</sup> übergehen in:

$$\frac{da}{dt} = + \frac{1}{\cos \varphi} \frac{dM}{dt} (\sin \odot + \sin \varphi \sin \Pi),$$

$$\frac{db}{dt} = - \frac{\cos \varepsilon}{\cos \varphi} \frac{dM}{dt} (\cos \odot + \sin \varphi \cos \Pi),$$

$$\frac{dc}{dt} = - \frac{\sin \varepsilon}{\cos \varphi} \frac{dM}{dt} (\cos \odot + \sin \varphi \cos \Pi).$$

Darin bezeichnet  $\odot$  die Sonnenlänge,  $M$  ihre mittlere Anomalie,  $\varepsilon$  die Schiefe der Ekliptik,  $\sin \varphi = e$  die Exzentrizität,  $\Pi$  die Länge des Perigäums. Die Glieder der ersten Ordnung werden damit<sup>108)</sup>:

$$\begin{aligned} \alpha - \alpha' &= k' (\sin \alpha \sin \odot + \cos \alpha \cos \odot \cos \varepsilon) \sec \delta \\ &\quad + k' \sin \varphi (\sin \alpha \sin \Pi + \cos \alpha \cos \Pi \cos \varepsilon) \sec \delta, \\ \delta - \delta' &= k' \{ -\cos \odot (\sin \alpha \sin \delta \cos \varepsilon - \cos \delta \sin \varepsilon) + \sin \odot \cos \alpha \sin \delta \} \\ &\quad + k' \sin \varphi \{ -\cos \Pi (\sin \alpha \sin \delta \cos \varepsilon - \cos \delta \sin \varepsilon) + \sin \Pi \cos \alpha \sin \delta \}. \end{aligned}$$

Beschränkt man sich auf diese Glieder erster Ordnung, so ist es gleichgültig, ob man rechts die unmittelbar beobachteten oder die schon von der jährlichen Aberration befreiten Koordinaten einsetzt. Erst in den Gliedern zweiter Ordnung macht sich ein Unterschied geltend<sup>109)</sup>. Auch ist es an sich gleichgültig, ob man den wahren Äquator oder einen mittleren den Formeln zugrunde legt; im ersteren Falle erhält man den Aberrationseffekt in seine beiden Komponenten nach dem wahren, im zweiten nach dem mittleren Äquator zerlegt. Die aufgestellten Formeln gelten zunächst für den wahren Äquator<sup>110)</sup>; indessen rechnet man rechts besser mit den mittleren Koordinaten einer naheliegenden Epoche (etwa des Jahresanfangs), um auf diese, längere Zeit festen Argumente die Berechnung von Tafeln aufbauen zu können. Die strenge genommen dadurch hervorgerufenen Korrek-

107) Siehe z. B. *Brünnow*, p. 186; *Oppolzer*, *Bahn* 1, p. 112.

108) Der Index 0 bei  $\alpha$ ,  $\delta$  ist sofort weggelassen, da  $\alpha_0$ ,  $\delta_0$ , indem man in der Praxis von der Berücksichtigung der säkularen Aberration absehen muß, die wahren Sternkoordinaten sind.

109) Siehe z. B. *E. v. Rebeur-Paschwitz*, Artikel „Aberration“ in *Valentiner*, *Handwörterbuch* 1, p. 166—179.

110) Da man den Effekt an den unmittelbar beobachteten Koordinaten anbringt, und zudem auch die Geschwindigkeitskomponenten der jährlichen Erdbewegung, d. h. die Sonnenkoordinaten, Schiefe der Ekliptik usw. in den Ephemeriden auf den wahren Äquator bezogen sind.

tionsglieder, aus Produkten von Präzession und Nutation in Aberration bestehend, können nur für Polsterne merklich werden<sup>111)</sup>.

In der in den obigen Formeln auftretenden Größe:  $k' = \frac{1}{V_0 \cos \varphi} \cdot \frac{dM}{dt}$  setzt man in der Praxis unter Vernachlässigung der säkularen Aberration für  $V_0$  die Lichtgeschwindigkeit  $V$  ein und pflegt sie dann als Konstante der jährlichen Aberration, kurz als *Aberrationskonstante*  $k$  zu bezeichnen. Sie hängt ab von den Dimensionen der Erdbahn und der Lichtgeschwindigkeit. Man pflegt sie indessen nicht aus diesen, den Beobachtungen selbst nur mit merklicher Unsicherheit zu entnehmenden Daten, sondern aus eigens zu diesem Zwecke angestellten Messungen abzuleiten. In der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts wurde der Wert:

$$k = 20''.253$$

nach *J. B. J. Delambre* (abgeleitet aus Verfinsterungen der Jupiters-*trabanten*) benutzt; eine fundamentale Verbesserung erzielte *W. Struve* aus Beobachtungen am *Passageninstrument* im ersten Vertikal<sup>112)</sup>; der von ihm abgeleitete Wert:

$$k = 20''.445$$

war für die zweite Hälfte des Jahrhunderts maßgebend. Die Pariser Konferenz<sup>62)</sup> setzte den Wert:

$$k = 20''.47$$

fest; indessen ist heutzutage wohl sicher, daß der Wert 20''.50 bis 20''.52 der Wahrheit am nächsten kommt<sup>114)</sup>.

Die obigen Formeln für den jährlichen Aberrationseffekt in den äquatorealen Koordinaten zerfallen in zwei Teile, deren erster, der Hauptteil, für einen Fixstern von jährlicher Periode ist, während der zweite von der Erdbahnexzentrizität herrührende für jedes feste Gestirn als nahezu konstant gelten kann. Die Konstante dieses zweiten Teils ist nur geringfügig:

$$k \sin \varphi = 0''.343.$$

111) *Bessel*, Fund., p. XX ff.; *E. v. Rebeur-Paschwitz*<sup>109)</sup>, sowie *H. Battersmann*, Astr. Nachr. 118 (1888), p. 369.

112) *W. Struve*, Sur le coefficient constant dans l'aberration des étoiles fixes, St. Pétersbourg. mém. (6, math., 1) 5 (1844), p. 229 = St. Pétersbourg. bull. (phys.) 1 (1843), p. 257.

114) Vgl. z. B. *M. Nyrén*, L'aberration des étoiles fixes, St. Pétersbourg. mém. (7) 31 (1883); *S. C. Chandler*, The probable value of the constant of aberration, Astron. Journ. 23 (1903), p. 1. Weitere Werte in *S. Newcomb*, Fund. Const., siehe Fußn. 13).

Daher hat man diesen zweiten Teil bisher meist unberücksichtigt gelassen, was indessen für bewegte Gestirne nicht ratsam ist.

Das Hauptglied der jährlichen Aberration lautet in ekliptikalen Koordinaten:

$$\lambda - \lambda' = + k \cos(\lambda - \odot) \sec \beta,$$

$$\beta - \beta' = - k \sin(\lambda - \odot) \sin \beta$$

und zeigt, daß der Aberrationseffekt darin besteht, den Sternort in jährlicher Periode eine Ellipse, deren halbe große Achse konstant  $= k$ , deren kleine Halbachse  $k \sin \beta$  ist, um eine Mittellage beschreiben zu lassen. Das war auch die Form, in der *J. Bradley* seine Entdeckung machte und auf Grund deren der Aberrationseffekt ursprünglich berechnet wurde. *Delambre*<sup>115)</sup> gab zuerst Aberrationsformeln auf Grund der theoretischen Erklärung der Aberration und erwähnt dabei schon jenes von der Erdbahnexzentrizität abhängige Glied. Später haben *Bessel*<sup>116)</sup> und insbesondere *Oppolzer*<sup>117)</sup> an dieses Glied erinnert. Eine geeignete Form für die Tabulierung gab *Gauß*<sup>118)</sup> und dann im Verein mit Präzession und Nutation *Bessel*<sup>119)</sup>.

Will man schließlich den Einfluß der säkularen Aberration auf die jährliche berücksichtigen, so hat man den Nenner  $V_0$  in jener Konstanten nicht völlig konstant zu setzen, sondern von der Lage des unbekanntenen Apex der säkularen Bewegung gegen den Sternort abhängig zu machen. Aus

$$V_0 = V \left( 1 + \frac{v_0}{V} \cos x \right) \text{ folgt: } k' = k \left( 1 - \frac{v_0}{V} \cos x \right),$$

wo  $k$  in Strenge konstant ist. Die Aberrationskonstante ist also für verschiedene Sterne je nach ihrem Winkelabstand von dem Apex der säkularen Bewegung etwas verschieden und ihre Bestimmung kann die absolute Bewegung des ganzen Sonnensystems (gegen den Lichtäther) kennen lehren. Indessen scheint die Genauigkeit in der Be-

115) *J. B. J. Delambre*, Conn. des temps de l'an X (1803), p. 346 und *Astronomie théorique et pratique* 3, Paris 1814, chap. XXIX, p. 109. Er bemerkt, daß bei der üblichen Art der Berechnung aus der Aberrationsellipse die Exzentrizität vernachlässigt sei, daß er aber zuerst gezeigt habe, daß man dazu berechtigt sei. Zugleich sagt er aber auch, wie man sie sehr einfach berücksichtigen könne.

116) *F. W. Bessel*, Über die Aberration der Planeten und Kometen, *Astr. Nachr.* 12 (1835), p. 121.

117) *Th. v. Oppolzer*, Eine Bemerkung über die Berechnung der Aberration, *Astr. Nachr.* 65 (1865), p. 381 und *Oppolzer*, *Bahnab.* 1, p. 114 ff.

118) *C. F. Gauß*, *Monatl. Corr.* 17 (1808), p. 312–317 = *Werke* 6 (1874), p. 123 ff.

119) *F. W. Bessel*, *Tafeln zur Reduktion der Örter der Fixsterne*, *Astr. Nachr.* 1 (1823), p. 49.



stimmung von  $k'$  zur Zeit noch nicht derart zu sein, um die jedenfalls geringfügige Abhängigkeit vom Sternort zufolge jenes *Villarceau*-schen Faktors hervortreten zu lassen.

*Die säkulare Aberration.* Die säkulare Bewegung kann selbst für die Lichtzeit der Fixsterne als geradlinig gelten; demnach wird die gesamte säkulare Aberration durch Übergang auf die Zeit  $t_1$  berücksichtigt. Der zur Zeit  $t_2$  beobachtete, von täglicher und jährlicher Aberration befreite Sternort ist gleich dem wahren Ort zur Zeit  $t_1 = t_2 - \tau$ , gesehen vom Erdort zur Zeit  $t_1$ . Da nun einerseits  $\tau$  für die meisten Fixsterne unbekannt ist und die Bezeichnung der Epoche (ob  $t_1$  oder  $t_2$ ), so lange man die Bewegungen der einzelnen Sterne isoliert betrachtet, gleichgültig ist, läßt man die säkulare Aberration ganz fort<sup>120)</sup>.

Der Effekt der säkularen Fixsternaberration allein ließe sich durch:

$$\alpha - \alpha_0 = \frac{v}{V} \cos D \sin (\alpha - A) \sec \delta$$

$$\delta - \delta_0 = \frac{v}{V} \{ \cos D \cos (\alpha - A) \sin \delta - \sin D \cos \delta \}$$

( $A, D$  äquatorale Koordinaten des Apex der säkularen Bewegung) darstellen, woraus neben einer von der Zeit so gut wie unabhängigen Verzerrung des Himmelsanblicks eine Multiplikation der Eigenbewegungen gerade mit dem *Villarceau*'schen Faktor resultieren würde<sup>121)</sup>.

**7b. Präzession und Nutation.** I. *Präzession.* Den Effekt, den eine Drehung der Fundamentalebene um den Winkel  $i$  unter gleichzeitiger Verschiebung des Anfangspunktes der Zählung in ihr auf die Koordinaten eines Gestirns ausübt, berechnet man aus dem von den Polen der beiden Fundamentalebenen und dem Sternorte gebildeten sphärischen Dreieck. An die Bezeichnungen für die Ekliptik anknüpfend ( $i, \Omega, \Omega + l$ ) erhält man als Transformationsformeln von  $\lambda, \beta$  in  $\lambda', \beta'$ :

120) Allerdings beziehen sich dann die gleichzeitig erhaltenen Sternörter auf verschiedene Zeitpunkte und Erdörter. Indessen kann das höchstens in ferner Zukunft, wenn etwa die gravitationstheoretische Behandlung der Fixsternbewegungen begonnen hat, in Frage kommen. Jetzt zu berücksichtigen wäre höchstens die Änderung der Lichtzeit infolge der Änderung der Entfernung des Gestirns von der Erde. Da diese Änderung der Entfernung indessen jedenfalls für diesen Zweck als gleichförmig angesehen werden kann, so wären nur die auf üblichem Wege erhaltenen Eigenbewegungen der Fixsterne, um die geometrischen Verschiebungen gegen den Erdort zu geben, mit einem von der Einheit nur unmerklich verschiedenen Faktor zu multiplizieren.

121) *K. Schwarzschild*, Über den Einfluß der säkularen Aberration auf die Fixsternörter, *Astr. Nachr.* 136 (1894), p. 81.

$$\begin{aligned}\cos(\lambda' - \Omega - l) \cos \beta' &= \cos(\lambda - \Omega) \cos \beta, \\ \sin(\lambda' - \Omega - l) \cos \beta' &= \sin(\lambda - \Omega) \cos \beta \cos i + \sin \beta \sin i, \\ \sin \beta' &= -\sin(\lambda - \Omega) \cos \beta \sin i + \sin \beta \cos i.\end{aligned}$$

Durch einfache Umformungen erhält man unter Einführung der Hilfsgrößen  $q$  und  $L$ :

$$\begin{aligned}q &= \sin i \left\{ \operatorname{tg} \beta - \sin(\lambda - \Omega) \operatorname{tg} \frac{i}{2} \right\}, \\ \operatorname{tg}(\lambda' - \lambda - l) &= \frac{q \cdot \cos(\lambda - \Omega)}{1 + q \sin(\lambda - \Omega)}, \\ \lambda' &= \lambda + l + L, \\ \operatorname{tg} \frac{\beta' - \beta}{2} &= -\operatorname{tg} \frac{1}{2} i \sin(\lambda - \Omega + \frac{1}{2} L) \sec \frac{1}{2} L.\end{aligned}$$

Durch Einführung der auf den Äquator bezüglichen Größen  $m$ ,  $n$ ,  $p$  (s. p. 41/42) erhält man den Präzessionseffekt in den äquatorrealen Koordinaten<sup>122)</sup>:

$$\begin{aligned}q &= \sin n (\operatorname{tg} \delta + \cos(\alpha + p) \operatorname{tg} \frac{1}{2} n), \\ \operatorname{tg}(\alpha' - \alpha - m) &= \frac{q \sin(\alpha + p)}{1 - q \cos(\alpha + p)}, \\ \alpha' &= \alpha + m + L, \\ \operatorname{tg} \frac{\delta' - \delta}{2} &= \operatorname{tg} \frac{1}{2} n \cos(\alpha + p + \frac{L}{2}) \sec \frac{1}{2} L.\end{aligned}$$

Für die gewöhnlichen Zwecke der Praxis kommt man mit Reihenentwicklungen aus.

Setzt man:

$$\begin{aligned}m &= \sum m_i (t' - t)^i \\ n &= \sum n_i (t' - t)^i \\ p &= \sum p_i (t' - t)^i \\ (i &= 1, 2, \dots)\end{aligned}$$

$$\alpha' - \alpha = \sum A_i (t' - t)^i, \quad \delta' - \delta = \sum D_i (t' - t)^i,$$

so wird:

$$A_1 = m_1 + n_1 \sin \alpha \operatorname{tg} \delta,$$

$$A_2 = m_2 + \frac{n_1^2}{4} \sin 2\alpha + (n_2 \sin \alpha + p_1 n_1 \cos \alpha) \operatorname{tg} \delta + \frac{n_2^2}{2} \sin 2\alpha \operatorname{tg}^2 \delta,$$

$$D_1 = n_1 \cos \alpha,$$

$$D_2 = n_2 \cos \alpha - n_1 p_1 \sin \alpha - \frac{n_1^2}{2} \sin^2 \alpha \operatorname{tg} \delta,$$

wobei die numerischen Beträge nach p. 42 in abgekürzter und etwas veränderter Form<sup>123)</sup> wiederholt lauten<sup>124)</sup>:

122) Im Prinzip zuerst gegeben von *Böhmberger*, s. Fußn. 72).

123) Die Zeit ist hier (*Oppolzer*, Bahn. 1, p. 219) in tropischen Jahren gezählt.

124) Die Größen  $m_1$ ,  $n_1$  nennt man gewöhnlich  $m$ ,  $n$ , indem bei unseren obigen  $m$ ,  $n$ ,  $p$  die beiden Indizes  $t$ ,  $t'$  hinzuzudenken sind.

$$\begin{aligned}
 m_1 &= 46''.05931 + 0''.000284 (t - 1850.0), & m_2 &= 0''.000142, \\
 n_1 &= 20''.05150 - 0''.000087 (t - 1850.0), & n_2 &= -0''.000043, \\
 p_1 &= 23''.030.
 \end{aligned}$$

Für ganz kurze Zeiten, etwa ein Jahr, reicht man mit dem ersten Gliede aus. Man bezeichnet daher als „jährliche Präzession“, kurz als „Präzession für die Zeit  $t$ “,  $\text{Pr}_t$ , die Größen  $\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_{t=t}$  und  $\left(\frac{d\delta}{dt}\right)_{t=t}$ , d. h.:

$\text{Pr}_t(\alpha) = A_1 = m_1 + n_1 \sin \alpha \operatorname{tg} \delta$ ,  $\text{Pr}_t(\delta) = D_1 = n_1 \cos \alpha$  und berechnet den gesamten Präzessionsbetrag aus

$$\text{Pr}'_t = \int_t^{t'} \text{Pr}_t dt$$

durch mechanische Quadratur. Einen ungefähren Überschlag gibt danach:  $(t' - t) \cdot \text{Pr}_t$ , eine meistens genügende Annäherung:

$$(t' - t) \cdot \text{Pr}_{\frac{t+t'}{2}},$$

wodurch die zweiten Glieder der Entwicklung berücksichtigt sind. Man pflegt dabei die hundertjährige Änderung der jährlichen Präzession, die *variatio saecularis*,  $V_t$  einzuführen, indem man setzt

$$V_t(\alpha) = 200 A_2, \quad V_t(\delta) = 200 D_2.$$

Dann ist sehr angenähert

$$\text{Pr}_{\frac{t+t'}{2}} = \text{Pr}_t + \frac{t'-t}{200} \cdot V_t.$$

Man gibt danach in den Sternkatalogen (s. p. 68) neben dem Sternort die Präzession und säkulare Variation für die Katalogeпоche an. Hat man nur  $\text{Pr}_t$  ohne  $V_t$  berechnet, so findet man angenähert nach  $\frac{t'-t}{2} \cdot \text{Pr}_t$  die Koordinaten für das Mittel der Epochen und daraus  $\text{Pr}_{\frac{t+t'}{2}}$  mit meist hinreichender Genauigkeit.

Reicht man auch mit den Gliedern zweiter Ordnung nicht aus — es ist das heute schon für mäßige Deklinationen bei einer Epochen-differenz von 100 Jahren der Fall —, so muß man entweder die Glieder dritter Ordnung hinzunehmen oder eine weitergehende Formel der mechanischen Quadratur anwenden, wie etwa

$$\text{Pr}'_t = \frac{t'-t}{6} \left\{ \text{Pr}_t + 4\text{Pr}_{\frac{t+t'}{2}} + \text{Pr}_{t'} \right\},$$

bis auf Glieder vierter Ordnung genau<sup>125)</sup>. Auch kann man die

125) z. B. *A. Auwers*, Neue Reduktion der *Bradley'schen* Beobachtungen aus den Jahren 1750 bis 1762, 3, St. Petersburg 1888, p. 66. Ähnlich für die Sterne über  $\delta = 70^\circ$  im Berl. astr. Jahrb.

Glieder dritter Ordnung, da sie doch nur geringfügig sind, in Tabellenform bringen<sup>126</sup>). Die strengen Formeln wird man nur selten anwenden, z. B. wenn es sich um vereinzelt Sternpositionen handelt, die man auf sehr entfernte Epochen (mehrere Jahrhunderte) übertragen will. In Zukunft wird man am besten die Epochen zerlegen und stufenweise den Präzessionsbetrag berechnen.

*Die Eigenbewegungen der Fixsterne.* Die Übertragungsformeln auf verschiedene Äquinoktien werden dadurch für viele Sterne komplizierter, daß man auf ihre Eigenbewegung Rücksicht nehmen muß.

Hat man alle zu verschiedenen Epochen angestellten Beobachtungen eines Sternes auf ein gemeinsames Äquinoktium bezogen, so stellt die übrig bleibende Abhängigkeit von der Zeit die Eigenbewegung (abgekürzt: *E. B.*) des Sternes (relativ zum Schwerpunkt des Sonnensystems) dar, die man bisher, von einigen physischen Doppelsternen abgesehen, als geradlinig-gleichförmig ansehen kann. Vom Auge des Beobachters aus stellt sie sich als nahezu gleichförmige Winkelbewegung in einem größten Kreise der Himmelskugel dar<sup>127</sup>) und die Theorie dieser Eigenbewegungen ist heutzutage erledigt, sobald man für jeden Stern den konstanten jährlichen Betrag  $\mu$ , dieser Winkelbewegung und die Lage des größten Kreises durch seinen Positionswinkel  $p$  gegen den Stundenkreis aus den Beobachtungen bestimmt hat. Der letztere ändert sich, selbst bei gleichförmiger Winkelbewegung im größten Kreise, mit der Zeit; es wird in erster völlig ausreichender Annäherung:

126) H. Klock, Tafel für das dritte Glied der Präzession, Kiel Sternw. Publ. 5 (1890).

127) In aller Strenge wird diese Winkelbewegung nicht gleichförmig sein, sondern von unserer relativen Ortsveränderung gegen den Stern abhängen müssen. H. Seeliger (Bemerkung über veränderliche Eigenbewegungen, Astr. Nachr. 154 (1901), p. 65) stellt für die Winkelbewegung  $\frac{d\varphi}{dt}$  die Beziehung auf:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -0.0001024 \pi \frac{d\rho}{dt} \frac{d\varphi}{dt},$$

worin  $\frac{d\rho}{dt}$  die Geschwindigkeit im Visionsradius in km pro 1",  $\pi$  die jährliche Parallaxe in Bogensekunden bedeutet. F. Ristenpart versucht (siehe Astr. Ges. Vjs. 37 (1902), p. 242) dieses quadratische Glied der *E. B.* (Eigenbewegung) in den beobachteten Örtern des schnellstbewegten Sterns der nördlichen Hemisphäre, Groombridge 1830, nachzuweisen, was indessen noch nicht völlig gelingt, da die Parallaxe nicht sicher genug bestimmt erscheint. In ferner Zukunft wird man aus diesem Gliede, das aus dem Effekt der Sonnenbewegung und der des Sterns resultiert, Rückschlüsse auf die Parallaxen der Sterne ziehen können, da eben der Effekt dem Quadrat der Zeit proportional ist. Gegenwärtig wird man es bei allen Sternen noch für Jahrzehnte hinaus vernachlässigen können.

$$p' - p = + \mu_s \sin p \operatorname{tg} \delta (t' - t).$$

Indessen ist es nicht üblich, in dieser Weise die E. B. anzugeben, sondern, entsprechend der getrennten Beobachtungsart der äquatorealen Koordinaten, zerlegt in Komponenten  $\mu_\alpha$  und  $\mu_\delta$  nach Rektaszension und Deklination, sodaß:

$$\mu_\alpha = \mu_s \sin p \sec \delta,$$

$$\mu_\delta = \mu_s \cos p.$$

Es folgt dann:

$$\mu_\alpha' = \mu_\alpha + 2(t' - t) \mu_\alpha \mu_\delta \operatorname{tg} \delta,$$

$$\mu_\delta' = \mu_\delta - \frac{1}{2}(t' - t) \mu_\alpha^2 \sin 2\delta.$$

In den weitaus meisten Fällen reicht man bis jetzt mit der Annahme einer gleichförmigen Eigenbewegung auch in Rektaszension und Deklination aus; nur bei sehr schnell bewegten Sternen, höheren Deklinationen und großen Zwischenzeiten wird man auf das zweite Glied schon jetzt Rücksicht nehmen müssen<sup>128</sup>).

Zu dieser reellen Änderung der E. B. in den äquatorealen Koordinaten kommt noch eine weitere, der Änderung des Koordinatensystems durch die Präzession entsprechende hinzu. Sie betrifft wieder nur  $p$ , nicht  $\mu_s$ . Es wird mit hinreichender Annäherung:

$$p'' - p' = n_1(t' - t) \sin \alpha \sec \delta,$$

$$\mu_\alpha'' = \mu_\alpha' + n_1(\mu_\delta \sin \alpha \sec^2 \delta + \mu_\alpha \cos \alpha \operatorname{tg} \delta),$$

$$\mu_\delta'' = \mu_\delta' - n_1 \mu_\alpha \sin \alpha,$$

$\mu_\alpha''$ ,  $\mu_\delta''$  sind dann die jährlichen Eigenbewegungen zur Epoche  $t'$ , bezogen auf das Äquinoktium  $t'$ , wenn  $\mu_\alpha$ ,  $\mu_\delta$  die entsprechenden Größen für die Zeit  $t$  bedeuten.

Sind alle Beobachtungen eines Sternes auf ein gemeinsames Äquinoktium gebracht, so gibt eine lineare Ausgleichung (unter Vernachlässigung von  $\mu' - \mu$ , was nur im Falle sehr großer E. B., und dann vorweg, berücksichtigt werden kann) die Werte  $\mu_\alpha$ ,  $\mu_\delta$ , bezogen auf das gemeinsame Äquinoktium. Ihre Änderungen mit der Zeit und mit der Beziehung auf ein anderes Äquinoktium geben die früheren Formeln.

Um die Position eines Sternes mit bekannter E. B. auf andere Äquinoktien zu übertragen, wie es die Verwendung der Sterne als Anhaltspunkte erfordert, kann man zunächst die strengen Formeln benutzen. Man hat nur statt  $\alpha$ ,  $\delta$

128) Zuerst wohl gegeben von *John H. C. Coffin* (anonym), *Tables to facilitate the reduction of places of the fixed stars, prepared for the use of the Amer. Ephem.*, Washington 1869, p. XVI ff., auf Veranlassung von *J. Winlock*.

$$\alpha + (t' - t)\mu_\alpha, \quad \delta + (t' - t)\mu_\delta,$$

d. h. die Koordinaten des Sternortes zur Zeit  $t'$ , bezogen auf das Äquinoktium  $t$ , zu setzen und diese auf das Äquinoktium  $t'$  zu übertragen. Auch kann man umgekehrt zuerst die Übertragung von  $\alpha, \delta$  in  $\alpha', \delta'$  ausführen und dann die E. B., aber nunmehr auf das neue Äquinoktium bezogen, anbringen.

Geht man zu den Entwicklungen über, so treten in den Koeffizienten  $A_1, A_2, \dots; D_1, D_2$  von der E. B. herrührende Terme hinzu<sup>129</sup>).

II. *Die Nutation.* Den Effekt der Nutation auf die äquatorealen Koordinaten berechnet man am einfachsten differentiell aus ihren Veränderungen der ekliptikalen. Da sie die ekliptikalen Breiten nicht beeinflußt, so hat man nur nach  $\lambda$  und  $\varepsilon$  zu differenzieren und findet:

$$d\alpha = (\cos \varepsilon + \sin \varepsilon \delta \sin \alpha) d\lambda - \cos \alpha \operatorname{tg} \delta d\varepsilon,$$

$$d\delta = \cos \alpha \sin \varepsilon d\lambda + \sin \alpha d\varepsilon,$$

Formeln, welche bis auf die höchsten Deklinationen ausreichen. Die Beträge  $d\lambda$  und  $d\varepsilon$  werden, wie früher angegeben, für äquidistante Zeitmomente tabuliert.

7c. *Zusammenfassung der verschiedenen Reduktionen der Beobachtungsgrößen auf ein mittleres Äquinoktium.* Die wegen der Instrumentalfehler (inkl. Refraktion und täglicher Aberration) verbesserten Beobachtungsgrößen sind bei den Körpern des Sonnensystems noch von der täglichen Parallaxe (berechnet für den Beobachtungsmoment  $t_2$ ) zu befreien; bei den Fixsternen ist zur Beziehung auf das Sonnenzentrum die jährliche Parallaxe (für den Moment  $t_2$ )<sup>130</sup>) und die jährliche Fixsternaberration anzubringen. Man erhält so die wahren geozentrischen, resp. heliozentrischen, d. h. die vom Ort des Erd-, resp. des Sonnenzentrums der Zeit  $t_1$  gesehenen, auf das wahre Äquinoktium des Beobachtungsmomentes  $t_2$ <sup>131</sup>) bezogenen Koordinaten des Gestirns zur Zeit  $t_1$ . Es bleibt noch die Nutation zu berücksichtigen. Man vereinigt diese gewöhnlich mit der jährlichen Fixsternaberration und dem Präzessionsbetrag bis zum mittleren Äquinoktium des Jahres-

129) Siehe *Oppolzer*, Bahn. 1, p. 222. — Die Angaben in den Sternkatalogen, betreffend die E. B., sind nicht ganz einheitliche; vgl. z. B. *Fr. Küstner*, Bonn Sternw. Veröff. 2 (1897); *H. Battermann*, Berlin Sternw. Ergebn. 8 (1899) u. 10 (1902); *S. Newcomb*, Fund. Catal., siehe Fußn. 32). Es ist am ratsamsten, auch in den höheren Gliedern Präzession und Eigenbewegung als ganz verschiedenartige Größen getrennt zu berücksichtigen.

130) Meistens wegen ihrer Geringfügigkeit und aus Unkenntnis vernachlässigt.

131) Bei den Körpern des Sonnensystems als identisch mit  $t_1$  anzusehen.

anfanges und nennt den Gesamtbetrag, negativ genommen „die Reduktion auf den scheinbaren Ort“ (reductio ad locum apparentem). Man gibt ihr verschiedene Formen, je nachdem es sich um vereinzelt Sternörter handelt (als Vergleichspunkte für Kometen- und Planetenbeobachtungen) oder um größere Reihen am Meridiankreise wiederholt beobachteter Sterne. Im ersteren Falle hat man:

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= f + g \sin(G + \alpha) \operatorname{tg} \delta + h \sin(H + \alpha) \operatorname{sec} \delta, \\ \Delta\delta &= g \cos(G + \alpha) + h \cos(H + \alpha) \sin \delta + i \cos \delta.\end{aligned}$$

Die Größen  $f, g, G$  entstammen der Präzession und Nutation,  $h, H, i$  der Aberration, es ist

$$\begin{aligned}f &= \tau' m + \cos \varepsilon d\lambda, & h \sin H &= -k \cos \odot \cos \varepsilon, \\ g \cos G &= \tau' n + \sin \varepsilon d\lambda, & h \cos H &= -k \sin \odot, \\ g \sin G &= -d\varepsilon, & i &= -k \cos \odot \sin \varepsilon,\end{aligned}$$

worin  $m, n$  die früheren Präzessionsgrößen<sup>132)</sup>,  $\tau'$  die seit dem Jahresanfang verflossene Zeit in Jahrestheilen,  $d\lambda, d\varepsilon$  die Nutationsbeträge,  $k$  die Aberrationskonstante ist.

Für den zweiten, weit häufigeren Fall setzt *Bessel*<sup>133)</sup> die Reduktion auf den scheinbaren Ort (*Red. ad l. app.*) in die Form:

$$\begin{aligned}\Delta\alpha &= Aa + Bb + Cc + Dd + E, \\ \Delta\delta &= Aa' + Bb' + Cc' + Dd',\end{aligned}$$

wobei

$$\begin{aligned}A &= \tau' + \frac{\sin \varepsilon}{n} d\lambda, & C &= h \sin H, \\ B &= -d\varepsilon, & D &= h \cos H, \\ a &= m + n \sin \alpha \operatorname{tg} \delta, & a' &= n \cos \alpha, \\ b &= \cos \alpha \operatorname{tg} \delta, & b' &= -\sin \alpha, \\ c &= \cos \alpha \operatorname{sec} \delta, & c' &= \cos \delta \operatorname{tg} \varepsilon - \sin \alpha \sin \delta, \\ d &= \sin \alpha \operatorname{sec} \delta, & d' &= \cos \alpha \sin \delta\end{aligned}$$

gesetzt ist.

$$E = \frac{a}{n} \sin \varepsilon d\lambda$$

( $a$  Planetenpräzession) ist außerordentlich klein (im Maximum  $0''.05$ ) und kann zudem als gemeinsame Korrektion aller Gestirne fortgelassen werden. Die Größen  $A, B, C, D$  sind vom Sternort unabhängige Funktionen der Zeit und lassen sich ebenso wie  $f, g, G, h, H, i$  für

132) Man verwendet hinreichend genau die jährl. Präzess. des Jahresanfangs.

133) *F. W. Bessel*, Tafeln zur Reduktion der Örter der Fixsterne, *Astr. Nachr.* 1 (1823), p. 49.

äquidistante Zeitmomente tabulieren<sup>134</sup>).  $a, b, c, d, a', b', c', d'$  sind Sternkonstanten, die sich mit mittleren Koordinaten vorweg berechnen lassen, da sie für einige Jahre trotz Präzession und Eigenbewegung als konstant gelten können<sup>135</sup>).

Die gegebenen Formeln enthalten nur die Glieder erster Ordnung, welche für Polsterne nicht ausreichen. Die Berechnung der Glieder zweiter Ordnung gestaltet sich sehr umständlich<sup>136</sup>). Durch Vermittlung rechtwinkliger Koordinaten vereinfacht *Fabritius* die Berechnung bedeutend<sup>137</sup>).

**8. Die weitere Verarbeitung der Meridianbeobachtungen; Sternkataloge, Jahrbücher.** Die weitere Verarbeitung der Meridianbeobachtungen richtet sich nach dem Objekte, auf das sie sich beziehen. Die theoretische Vorausberechnung der seit lange beobachteten Körper des Sonnensystems (Sonne, Mond, große Planeten und zahlreiche kleine Planeten) bringt man in eine zur direkten Vergleichung mit den Beob-

134) *Bessel* tabuliert (l. c. Fußn. 133)  $A, B, C, D$  in zehntägigen Intervallen, und zwar  $A, B$  für jedes Jahr, während  $C, D$  für lange Zeiträume allein als Funktionen der Sonnenlänge gelten können und demnach nur von  $\tau'$ , dem verfloßenen Jahresbruchteil, abhängen. — In den „Tab. Reg.“ gibt *Bessel*  $A, B, C, D, E, \tau'$  in Tabula VIII unter: Valores quantitatum ad computationem locorum apparentium Stellarum fixarum generaliter inservientium, pro saeculo 1750—1850 in zehntägigen Intervallen. Die Fortsetzungen von *J. A. Zech* (1850—1860) und *Wolfers* (1860—1880) in *J. Ph. Wolfers*, Tabulae reductionum, siehe Fußn. 27). — Die *Pulkowaer Sternwarte* hat dieselben Größen von Tag zu Tag für *Pulkowaer* 0<sup>h</sup> Sternzeit veröffentlicht: *O. Struve*, Tabulae quantitatum Besselianarum pro annis 1840 ad 1864, Petropoli 1861; 1865—74, Petr. 1867; 1750—1840, Petr. 1869; 1875—79, Petr. 1871 usw. Inzwischen haben die verschiedenen Jahrbücher (s. später) die Berechnung dieser Konstanten aufgenommen und geben sowohl die  $A, B, C, D$  wie  $f, g, G, h, H, i$ . Über Berücksichtigung der schnell veränderlichen kleinen Mondglieder siehe die betreffenden Erläuterungen.

135) Eine andere Form, die manche Vorzüge besitzt, hat *W. Klinkerfues* (Schreiben an den Herausgeber, Astr. Nachr. 62 (1864), p. 355) der Red. ad l. app. gegeben; s. auch *Oppolzer*, Bahn. 1, p. 256, der sie in der Form schreibt:

$$\Delta \alpha = f + k \cotg \frac{90^\circ - \delta}{2} \sin(K + \alpha) + l \operatorname{tg} \frac{90^\circ - \delta}{2} \cos(L + \alpha),$$

$$\sec \delta \Delta \delta = i + k \cotg \frac{90^\circ - \delta}{2} \cos(K + \alpha) + l \operatorname{tg} \frac{90^\circ - \delta}{2} \sin(L + \alpha),$$

$$2k \sin K = B + C, \quad 2l \sin L = g \cos G - D,$$

$$2k \cos K = g \cos G + D, \quad 2l \cos L = -B + C.$$

136) S. z. B. für die Nutation: *Brünnow*, p. 133; *Oppolzer*, Bahn. 1, p. 259 ff.

137) *W. Fabritius*, Über eine strenge Methode zur Berechnung des Orts von Polsternen, Astr. Nachr. 87 (1876), p. 113 u. 129. Eine Verbesserung s. *Oppolzer*, Bahn. 1, p. 259; eine weitere: *Fabritius*, Obs. de Kiew ann. 3 (1891), p.



achtungen geeignete Form durch Tabulierung der zahlreichen Störungsglieder und Berechnung von Ephemeriden, welche den auf Grund solcher Tafeln abgeleiteten scheinbaren (oder wahren) Ort des Gestirns in äquidistanten Zeitintervallen geben<sup>138</sup>). Die nach der Verbesserung der angenommenen Bahnelemente und Massen verbleibenden Unterschiede zwischen Rechnung und Beobachtung bilden die Grundlage der weiteren theoretischen Erörterungen.

Bei den erst kürzlich entdeckten Objekten des Sonnensystems bezieht man hingegen alle Beobachtungen auf eine mittlere Epoche und baut auf sie eine erste Theorie der Bewegung auf (vgl. Art. VI 2, 9 (*Herglotz*)).

Auch bei den Fixsternen tritt eine Trennung in der Art der Behandlung ein. Für die Gruppe der Fundamentalsterne findet man in den Jahrbüchern (s. u.) auf der Grundlage der in den Fundamentalkatalogen gegebenen Positionen und Eigenbewegungen Ephemeriden, welche ihre scheinbaren und somit direkt mit den Beobachtungen vergleichbaren Örter geben. Die Vergleichung dient auf der einen Seite zur Verbesserung des Fundamentalkataloges. Auf der andern Seite benutzt man die errechneten Örter als Anhalt für die Positionsbestimmung der übrigen, der Anschlußsterne. Die so erhaltenen scheinbaren Örter dieser Anschlußsterne werden in anderer Weise bearbeitet. Die (mit umgekehrtem Vorzeichen) angebrachte „Reduktion auf den scheinbaren Ort“ (Red. ad l. app.) führt sie in wahre Sternörter des Beobachtungsmoments, bezogen auf das mittlere Äquinoktium des Jahresanfangs, über.

Für jeden Fixstern zieht man eine Reihe solcher, während eines längeren Zeitraumes erhaltener Einzelpositionen in ein Mittel zusammen, nachdem man sie von dem Äquinoktium des betreffenden Jahresanfangs auf ein gemeinsames Äquinoktium eines nahezu in der Mitte der Beobachtungsreihe liegenden Jahresanfangs gebracht hat. Diese Mittelwerte bilden, für eine größere Zahl von Sternen

138) Über Tafeln u. Ephemeriden vgl. neben *Wolf*, Handb.: *A. Souchon*, *Traité d'astronomie pratique*, Paris 1883. Die gebräuchlichsten Sonnentafeln s. Fußn. 91); von Mondtafeln nennen wir: *I. T. Bürg*, *Tables de la lune*, Paris Bur. Long. tabl. astr. 1, Paris 1806; *J. C. Burckhardt*, *Tables de la lune*, Paris Bur. Long. tabl. astr., Paris 1812; *P. A. Hansen* (1857), s. Fußn. 149); von Planetentafeln: *Al. Bouvard*, *Tables de Jupiter, de Saturne et d'Uranus*, Paris Bur. Long. tabl. astr., Paris 1821; *U. J. Leverrier*, *Tables de Mercure* (Paris 1859, *Obs. de Paris* ann. 5), *de Vénus et Mars* (Paris 1861, ann. 6), *de Jupiter et Saturne* (1876, 12), *d'Uranus et Neptune* (1877, 14); *S. Newcomb*, *Tables of the four inner planets*, Wash. Astron. Papers 6 (1898); *Tables of Uranus et Neptune*, Wash. Astron. Papers 7 (1898); *G. W. Hill*, *Tables of Jupiter and Saturn*, Wash. Astron. Papers 7 (1898).

vereinigt, einen *Sternkatalog*. Ein jeder Ort des Katalogs entspricht dann dem Mittel der Beobachtungszeiten, „*Beobachtungsepoche*“ genannt, so lange die Eigenbewegung des Sternes in den beiden äquatorealen Koordinaten als gleichförmig gelten kann und bezieht sich auf das Äquinoktium des Katalogs. Durch die Vergleichung aller Positionen eines Sternes aus verschiedenen Katalogen erhält man dann, indem man sie auf ein einheitliches Äquinoktium überträgt, die Eigenbewegung des Sternes.

Die Reihe der Kataloge, mit denen man derartige Untersuchungen zu beginnen pflegt, eröffnen die aus der Mitte des 18. Jahrhunderts stammenden von *James Bradley* und *Tobias Mayer*<sup>139</sup>). Die Zahl der Sternkataloge des 19. Jahrhunderts ist sehr bedeutend<sup>140</sup>).

Vor der Ableitung der Eigenbewegungen hat man noch die schwierige Aufgabe zu erledigen, die systematischen Fehler der einzelnen Kataloge zu bestimmen, die sich in gesetzmäßigen Unterschieden bei der Vergleichung mehrerer Kataloge geltend machen. Man befreit sie von diesen, indem man sie auf ein möglichst allen stimmfähigen Katalogen angepaßtes mittleres System bezieht. Auch bei den differentiell angelegten Katalogen bedarf es stets noch dieser Untersuchung. Die ausgedehntesten Tafeln zur Beziehung der Sternkataloge auf ein gemeinsames System verdankt man *Auwers*<sup>141</sup>). Ebenso ist auch wegen des verschiedenen Wertes der Sternkataloge eine Festsetzung von Gewichten erforderlich<sup>142</sup>).

Die endgültige Zusammenfassung aller während eines langen Zeitraumes an den verschiedensten Orten erhaltenen Sternpositionen bildet dann wieder einen Katalog von Positionen und Eigenbewegungen, die auf eine bestimmte Epoche und ein bestimmtes „mittleres System“ bezogen sind. Beides, die Verbesserung der Positionen und Eigen-

139) Da die *Bessel'sche* Bearbeitung (*Bessel*, Fund.) den Anforderungen der Neuzeit nicht mehr genügen konnte, unternahm *Auwers* eine Neureduktion der *Bradley'schen* Beobachtungen und fügte eine Reduktion der *Mayer'schen* Beobachtungen hinzu: *A. Auwers*, Neue Reduktion der *Bradley'schen* Beobachtungen aus den Jahren 1750—1762, 3 Bde., St. Petersburg 1882—1903; *A. Auwers*, *Tobias Mayer's* Sternverzeichnis nach den Beobachtungen auf der Göttinger Sternwarte neu bearbeitet, Leipzig 1894.

140) Vgl. in *Valentiner*, Handwörterbuch 3, 2 den Artikel von *F. Ristenpart*: „Sternkataloge und -karten“, p. 455 u. ff.

141) *A. Auwers*, Tafeln zur Reduktion von Sternkatalogen auf das System des Fundamentalkatalogs der A. G., *Astr. Nachr.* 134 (1894), p. 33—58; 143 (1897), p. 65—90; 145 (1898), p. 101—106; 162 (1903), p. 357—374.

142) *A. Auwers*, Gewichtstafeln für Sternkataloge, *Astr. Nachr.* 151 (1900), p. 225—274; 162 (1903), p. 357—374.

bewegungen in dem System und die Verbesserung des Systems, bildet eine ständige Aufgabe des Meridianbeobachters. Seit einigen Jahren hat die Akademie der Wissenschaften zu Berlin dieses Werk einer Sammlung und Zusammenfassung aller bis 1900 veröffentlichten, noch heute brauchbaren Sternpositionen in Angriff genommen; die „Geschichte des Fixsternhimmels“ von *Fr. Ristenpart* soll in diesem Sinne und auf diesem Gebiete das gesamte Beobachtungsmaterial bis zum Ende des 19. Jahrhunderts enthalten; an sie werden alle ferneren Untersuchungen über die Bewegungen der Fixsterne anzuknüpfen haben<sup>143</sup>).

Die Hilfsmittel zu den zahlreichen Rechnungen, deren man bedarf, um das unmittelbare Beobachtungsergebnis in jenen Zustand überzuführen, der eine Vergleichung mit der Theorie oder die Aufstellung einer solchen ermöglicht, bieten die *astronomischen Jahrbücher*, deren namhafteste das „Berliner Astronomische Jahrbuch“, die „*Connaissance des temps*“, der „*Nautical Almanac*“ und die „*American Ephemeris and Nautical Almanac*“ sind<sup>144</sup>). Sie enthalten Ephemeriden der wichtigsten Körper des Sonnensystems, der Sonne, des Mondes und der großen Planeten. Die Intervalle, in denen man die Ephemeriden gibt, richten sich nach der Größe der Winkelbewegung, d. h. im wesentlichen nach der Entfernung des Gestirns von der Erde, um die Berücksichtigung höherer Differenzen bei den erforderlichen Interpolationen entbehrlich zu machen. Die Sonnenephemeriden, wie die der näheren Planeten, laufen von Tag zu Tag, bei den entfernteren begnügt man sich zuweilen damit, sie von 2 zu 2 Tagen zu geben. Für den Mond gibt der Naut. Alm. stündliche Positionen. Sie beziehen sich in der Regel auf das wahre Äquinoktium des Zeitmoments und enthalten den Effekt der Aberration; so können die Beobachtungen (event. noch von Aberrationszeit befreit) direkt mit ihnen verglichen werden. Dann folgen die mittleren und scheinbaren Örter der Anhaltsterne, die bei dem Berliner Jahrbuch dem *Auwers'schen*, bei den anderen dem *Newcomb'schen* Fundamentalkatalog entnommen sind, sowie die zur Red. ad l. app. erforderlichen Daten (*f, g, G, h, H, i, A, B, C, D*) von Tag zu Tag. Endlich folgen einige spezielleren

143) *A. Auwers*, Bericht über die Geschichte des Fixsternhimmels, Berl. Ber. 1901, p. 79; s. auch *A. Auwers*, Festrede, Berl. Ber. 1900, p. 657 und die Berichte in Berl. Ber. 1902 u. 1903.

144) Zur Geschichte und Einrichtung der Jahrbücher vgl. das zitierte Werk von *A. Souchon* (Fußn. 138), sowie im besondern *H. Clemens*, Die älteren Ephemeriden-Ausgaben der Berliner Akademie und die Begründung des astronomischen Jahrbuchs; Berl. Rechen-Inst. Veröff. Nr. 26 (1902), p. 171.

Punkten, wie Sonnen- und Mondfinsternissen, Sternbedeckungen, den Jupiter- und Saturntrabanten, sowie den kleinen Planeten gewidmete Abschnitte.

**9. Die Bestimmung der Entfernungen der Gestirne.** Zur Bestimmung der Entfernung eines Gestirns bedarf es der Verknüpfung zweier von räumlich verschiedenen Punkten aus beobachteter Richtungen nach dem Gestirne. Die Messung des Richtungsunterschiedes kann dabei entweder aus der Differenz zweier absoluter Richtungen, wie bei terrestrischen Objekten, oder differentiell durch die Verschiebung des Objekts auf dem Hintergrunde, der sich in endlicher oder unendlicher Entfernung befinden kann, erfolgen.

Die erforderliche Grundlinie schafft man sich entweder, indem man das Himmelsobjekt von verschiedenen Erdorten aus betrachtet — es ist dazu das Zusammenwirken mehrerer Sternwarten erforderlich — oder, indem man von dem Bewegtsein des Erdortes Nutzen zieht, das ihn im Laufe der Zeit eine Basis beschreiben läßt; es sind dazu nur Beobachtungen von *einem* Erdorte aus erforderlich, die aber als nicht gleichzeitige die genaue Kenntnis der Bahnbewegung des Objekts und des Beobachters voraussetzen. In beiden Fällen mißt man den Winkelbetrag der parallaktischen Verschiebung, welche der Ortsveränderung des Beobachters entspringt, und geht dann unter Berücksichtigung der Größe dieser Ortsveränderung auf lineares Maß über.

Die letztere Aufgabe, die Bestimmung der Basislänge, setzt die Kenntnis der Figur und der Dimensionen des Erdkörpers voraus und gehört so in das Gebiet der Geodäsie. Zur Messung der parallaktischen Verschiebung eignen sich alle Größen, bei denen die nach dem Früheren erforderliche Korrektion wegen Parallaxe einen möglichst großen Betrag erreicht, wie Deklinationen im Meridian, Rektaszensionen nahe dem ersten Vertikal usw. Unter den systematischen Fehlerquellen erfordert besonders die Refraktion eine eingehende Untersuchung.

Das Haupthindernis einer durchgängigen Anwendung dieser trigonometrischen Methode ist die Geringfügigkeit der irdischen Entfernungen, die als Basis der Messung dienen können und nur für die allernächsten Körper des Sonnensystems einen meßbaren Betrag der parallaktischen Verschiebung bewirken. Bei den entfernteren Himmelskörpern muß man daher ihre gegenseitige Einwirkung, die, sei es hinsichtlich ihrer Intensität (materielle Anziehung), sei es hinsichtlich der Zeit ihres Eintretens (Fortpflanzung des Lichtes) von der Entfernung abhängt, in Rechnung ziehen. Da diese Methoden stets andere Reduktions-elemente als bekannt voraussetzen, erfordert ihre Anwendung im

allgemeinen eine Mitbestimmung zahlreicher anderer fundamentaler astronomischer Konstanten.

Die Brauchbarkeit der einzelnen Methoden und die Art ihrer Anwendung richtet sich in der Hauptsache nach der Entfernung des Objekts, deren Größenordnung man typisch durch Mond, Sonne und Fixsterne veranschaulichen kann.

**9a. Der Mond.** Der Mond besitzt eine so große Parallaxe<sup>145)</sup>, daß ihre Bestimmung nach der trigonometrischen Methode an sich keine Schwierigkeit machen würde; eine solche entsteht erst durch die Unsicherheit, die der nur durch Beobachtung der Mondränder möglichen Festlegung des Orts des Mondmittelpunktes anhaftet. Die Mondparallaxe ist wiederholt durch absolute Messungen bestimmt worden, indem von verschiedenen, nahezu auf einem Meridian, aber in möglichst verschiedener geographischer Breite gelegenen Erdorten die Kulminationshöhen des Mondmittelpunktes und unter Berücksichtigung der geographischen Breitendifferenz die parallaktische Verschiebung ermittelt wurde<sup>146)</sup>. Die differentielle Methode durch Anschluß des Mondes an benachbarte Fixsterne hat man bisher nur in der besonderen Form der Beobachtung von Sternbedeckungen durch den Mond angewendet, ohne indessen eine zuverlässige Bestimmung der Mondparallaxe zu erzielen<sup>147)</sup>.

Um die gemessene Verschiebung in eine Bestimmung der Parallaxe selbst zu verwandeln, ist eine ziemlich scharfe Kenntnis der Erdfigur erforderlich<sup>148)</sup>.

145) Bei den Körpern des Sonnensystems versteht man kurz unter „Parallaxe“ den Winkel, unter dem der Äquatordradius der Erde von dem Gestirn in seiner mittleren Entfernung erscheint; bei den Fixsternen tritt an seine Stelle die halbe große Achse der Erdbahn.

146) Vergl. zur Geschichte der Bestimmung der Parallaxe: *Wolf*, Handb. 2, § 443 u. 444, p. 240—243. Aus den 1751—53 von *N.-L. de Lacaille* am Cap, *Jér. de Lalande* zu Berlin usw. angestellten Beobachtungen leitete *C. F. R. Olufsen* (Untersuchungen über den Wert der Mondparallaxe . . ., *Astr. Nachr.* 14 (1837), p. 226)  $p_{\zeta} = 57' 2''.95$  ab.

147) Z. B. *L. Struve*, Bestimmung des Mondhalbmessers aus den während der totalen Mondfinsternisse 4. Oktober 1884 und 28. Januar 1888 beobachteten Sternbedeckungen, *Astr. Nachr.* 135 (1894), p. 169; *H. Battermann*, Beiträge zur Bestimmung der Mondbewegung und der Sonnenparallaxe aus Beobachtungen von Sternbedeckungen, Berlin Sternw. Ergebn. 5 (1891) und Resultate für Mondort . . ., vorläuf. Mitteil., *Astr. Nachr.* 157 (1902), p. 165.

148) *L. Euler* dachte zuerst daran, aus Mondbeobachtungen die Figur der Erde zu bestimmen: „Versuch, die Figur der Erde durch Beobachtung des Mondes zu bestimmen“, *Münch. Abh.* 5 (1768). *H. Bruns* bemerkt („Figur der Erde“, Berlin 1876), daß man jedenfalls aus den Mondbeobachtungen schließen könne,

Neben diese trigonometrische Methode der Bestimmung der Mondparallaxe tritt die gravitationstheoretische, deren Ursprung aufs engste mit der Entdeckung des Gravitationsgesetzes durch *Newton* verknüpft ist. Das 3. *Kepler'sche* Gesetz lautet in seiner berichtigten Form

$$\frac{k^2}{4\pi^2} = \frac{r^3}{T^2(M+m)}$$

Das Verhältnis der dritten Potenz der halben großen Bahnachse  $r$  eines Körpers des Sonnensystems zum Quadrat der Umlaufzeit  $T$  um seinen Zentralkörper, multipliziert in die Summe der beiderseitigen Massen  $M$  und  $m$ , ist eine Konstante. Im allgemeinen wird diese Beziehung in der Weise verwertet, daß man  $k^2$ , die *Gauß'sche* Gravitationskonstante, aus dem System Erde-Sonne bestimmt und dann die Entfernungen der anderen Planeten in Einheiten der mittleren Entfernung Erde-Sonne oder aus dem System eines Planeten und seiner Satelliten die Summe der Massen in Einheiten der Sonnenmasse ermittelt. Um zu einer Bestimmung der Mondparallaxe  $p_{\zeta}$  zu gelangen, bestimmt man  $k^2$  durch Messung der irdischen Schwerkraft (s. Pendelmessungen) und erhält dann

$$r = \left( \frac{k^2}{4\pi^2} \cdot T^2(M+m) \right)^{\frac{1}{3}},$$

worin  $r$  die halbe große Achse der Mondbahn,  $T$  die Umlaufzeit des Mondes,  $M$  und  $m$  Erd- und Mondmasse bedeuten. Indessen ist zu beachten, daß das 3. *Kepler'sche* Gesetz strenge nur für zwei Körper gilt, daß also an Stelle der halben großen Achse  $r$  die infolge der Störungen der Mondbewegung durch die Sonne davon abweichende mittlere Entfernung des Mondes einzuführen ist. In Wirklichkeit ist die rechte Seite dieser Gleichung noch mit einem Faktor zu multiplizieren, den *Hansen*<sup>149)</sup> gleich 1.006 537 angibt, sodaß:

$$\sin p_{\zeta} = 1.006\ 537\ a \left( \frac{4\pi^2}{T^2 k^2 (M+m)} \right)^{\frac{1}{3}}$$

wird. Durch Einsetzen der numerischen Beträge erhält *Hansen*<sup>150)</sup>  $p_{\zeta} = 57' 2'' .27$ , während *Newcomb*<sup>151)</sup> dafür  $p_{\zeta} = 57' 2'' .68$ , findet, in

daß die radialen Abweichungen des Geoids einige Kilometer nicht überschreiten; *Helmert* widmet dieser Methode zur Bestimmung der geozentrischen Koordinaten eines Erdoberflächenpunktes einen besonderen Paragraphen, Geodäsie 2, Kap. 6, § 2, p. 451; *H. Battermann* (Fußn. 147) führt die Korrektionen der geozentrischen Koordinaten des Beobachtungsortes als Unbekannte ein.

149) *P. A. Hansen*, Tables de la lune, construites d'après le principe Newtonien de la gravitation universelle, Londres 1857.

150) *Hansen* (Fußn. 149), p. 4, nach Reduktion des dortigen  $\log \sin p = \log 56' 59'' .57$  auf  $p$  selbst.

151) *Newcomb*, Fund. Const. (s. Fußn. 13), p. 194.

hinreichender Übereinstimmung mit dem Ergebnis der trigonometrischen Methode<sup>152)</sup>.

**9b. Die Sonne.** Das Problem der Bestimmung der Sonnenparallaxe ist seit den Zeiten des *Aristarch* eins der berühmtesten in der Astronomie und kann auch heutzutage noch nicht als mit der wünschenswerten Schärfe gelöst gelten. Die direkte trigonometrische Methode versagt hier, da einmal die Sonnenbeobachtungen an sich nahezu dieselben Schwierigkeiten wie die des Mondes bieten, ferner die thermischen Einflüsse, die sie auf die Meßwerkzeuge und die sie umgebenden Luftschichten ausübt, systematische Fehlerquellen erzeugen, und vor allem der zu messende Betrag nur wenige Bogensekunden beträgt. Man ist demnach auf indirekte Methoden, auf eine Kombination der trigonometrischen Methode mit der gravitations-theoretischen, angewiesen, deren Prinzip darin beruht, die Parallaxe eines anderen Planeten trigonometrisch zu bestimmen und unter Anwendung des 3. *Kepler'schen* Gesetzes die Sonnenparallaxe daraus zu berechnen<sup>153)</sup>. Man überträgt die irdischen Maße zunächst trigonometrisch auf die Entfernung eines Planeten, von diesem nach dem 3. *Kepler'schen* Gesetz auf die Sonne, von dieser dann in gleicher Weise auf die übrigen entfernten Planeten.

Auch zur erfolgreichen Anwendung dieser indirekten Methode eignen sich nur die uns nächsten Körper des Sonnensystems: Merkur, Venus, Mars und einige der kleinen Planeten, bei denen die etwas grössere Entfernung durch die größere Schärfe der Beobachtung mehr als ausgeglichen wird.

Am nächsten der Erde kommt Venus; indessen ist sie zu den Zeiten ihrer Erdnähe unsichtbar, und sobald sie eine meßbare Sichel aufweist, schon in größerer Entfernung von der Erde, zugleich auch

152) *Helmert* 2, p. 463 gibt dieser Beziehung in der sehr angenähert richtigen Form:

$$a = G \left(1 + \frac{m}{M}\right) \frac{\sin^3 p}{n^2 \left(1 + \frac{n^2}{2n^2}\right) \left(1 + \frac{2}{3}(a - c)\right)},$$

worin  $G$  ein gewisser Mittelwert der irdischen Schwerkraft,  $n$  und  $n$  die Winkelgeschwindigkeiten der Mond- und Erdbewegung,  $a$  die Erdabplattung,  $c$  das Verhältnis der Zentrifugalkraft zur Schwerkraft am Äquator bezeichnen, und berechnet aus den astronomischen Daten den Äquatorradius  $a$  der Erde.

153) In der Praxis stellt sich die Methode in der Form dar, daß die die Störungen mit enthaltenden Ephemeriden den Abstand des betreffenden Planeten in der mittleren Entfernung Erde-Sonne als Einheit darstellen und sonach jede Bestimmung jenes Abstandes in irdischem Maß auch die Länge dieser Einheit in gleichem Maß ausdrückt.

wegen dieser Sichelform schwer zu beobachten. Nur in einem Falle, der zu historischer Berühmtheit gelangt ist, bietet Venus eine scheinbar ausgezeichnete Gelegenheit zur Parallaxenbestimmung, nämlich wenn sie direkt vor der Sonnenscheibe vorübergeht und auf ihr als dunkles Fleckchen sichtbar wird. Sie ist dann erstens in ihrer Erdnähe, ihre Parallaxe beinahe viermal größer als die der Sonne, dann aber bietet hier die Sonnenscheibe jenen Hintergrund dar, auf dem die Verschiebung des Venusscheibchens, von verschiedenen Erdorten aus gesehen, direkt wahrgenommen und entweder mikrometrisch durch Anschluß an den Sonnenrand gemessen oder aus der Verschiedenheit der Eintritts- und Austrittszeiten berechnet werden kann.

Schon *Halley*<sup>154)</sup> machte vor 200 Jahren auf diese äußerst günstige Gelegenheit aufmerksam. Indessen brachten die Venusdurchgänge von 1761 und 1769 die erste Enttäuschung, indem die von *Halley* auf 1<sup>s</sup> geschätzte Genauigkeit in der Fixierung der Eintritts- und Austrittszeiten kaum 1<sup>m</sup> betrug. In ähnlicher Weise haben auch die Ergebnisse der 1874 und 1882 erfolgten Venusvorübergänge, zu denen äußerst umfangreiche Vorbereitungen getroffen waren, den hochgespannten Erwartungen nicht ganz entsprochen<sup>155)</sup>. Da der nächste Venusdurchgang erst im Jahre 2004 stattfindet, scheidet diese Methode zunächst völlig aus<sup>156)</sup>.

Was für Venus gilt, gilt in noch höherem Grade von Merkur. Es kommt daher demnächst Mars in Frage, dessen Annäherung an die Erde zwar nicht ganz die der Venus erreicht, aber doch bis auf 0,375 Erdbahnradien gehen kann. In älterer Zeit wandte man auf ihn die absolute Methode an, indem man ähnlich wie beim Monde aus den Differenzen der in möglichst verschiedenen geographischen Breiten beobachteten Deklinationen die Entfernung berechnete. Diese Methode war die erste, die zu näherungsweise richtigen Werten der Sonnenentfernung führte<sup>157)</sup>.

154) *E. Halley*, De visibili conjunctione inferiorum Planetarum cum Sole, Lond. Phil. Trans. 1691, p. 511 [abr. 3, p. 448, engl.] und Methodus singularis qua Solis parallaxis, ope Veneris intra Solem conspiciendae tuto determinari poterit, Lond. Phil. Trans. 1716, p. 454 [abr. 6, p. 243, engl.].

155) *A. Auwers*, Die Venusdurchgänge 1874 und 1882, Bericht über die deutschen Beobachtungen, 1—6. Berlin 1887—1898.

156) Vgl. bezüglich der sehr umfangreichen Literatur über Venusdurchgänge *Wolf*, Handb. 2, p. 252—257.

157) Vgl. über die 1672 von der französischen Akademie zur Beobachtung der Mars-Opopposition nach Cayenne gesandte Expedition *J. Richer's* und die von ihr erhaltenen Ergebnisse *Wolf*, Handb. 2, § 441, p. 236 ff. In neuerer Zeit ist die Methode in verbesserter Form auf *Th. Winnecke's* Vorschlag wieder zur An-



Später ist man dann zu dem mikrometrischen Anschluß des Mars<sup>158)</sup> und einiger kleinen Planeten<sup>159)</sup> an benachbarte Fixsterne übergegangen. Dabei hat man sowohl Deklinationsmessungen auf nördlich und südlich gelegenen Sternwarten, wie auch Beobachtungen auf einer Sternwarte in möglichst verschiedenen Stundenwinkeln angestellt und ganz neuerdings<sup>160)</sup> auch die photographische Beobachtung in Anwendung gebracht. Bisher bildet den Höhepunkt der zur Bestimmung der Sonnenparallaxe nach der trigonometrischen Methode angestellten Bemühungen die von *Gill* ins Werk gesetzte Kooperation verschiedener Sternwarten zur heliometrischen Beobachtung der kleinen Planeten *Iris*, *Victoria* und *Sappho* gelegentlich ihrer Opposition in den Jahren 1887 und 1888<sup>161)</sup>, deren Erfolg ungewöhnlich groß war.

Eine besonders günstige Gelegenheit eröffnete die Entdeckung des kleinen Planeten *Eros* im Jahre 1898, dessen Annäherung an die Erde bis auf 0.15 der mittleren Sonnenentfernung gehen kann. Indessen sind die Ergebnisse des umfangreichen Zusammenwirkens zahlreicher Sternwarten gelegentlich der günstigen *Eros*-Opposition des Winters 1900/01 noch nicht zu übersehen<sup>162)</sup>.

So große Fortschritte neuerdings die Bestimmung der Sonnenparallaxe durch die Beobachtung der kleinen Planeten gemacht hat, so wird man sich doch bei der Bestimmung einer so fundamentalen Größe nicht auf eine einzige Methode beschränken, die leicht systematischen Fehlern ausgesetzt sein kann<sup>163)</sup>, sondern eine Kontrolle durch

---

wendung gelangt; vgl. z. B. *Th. Winnecke*, Vorläufige Ableitung der Sonnenparallaxe aus den Pulkowaer und Cap-Beobachtungen der Mars-Opposition 1862, *Astr. Nachr.* 59 (1863), p. 264.

158) *D. Gill*, *Lond. Astr. Soc. Mem.* 46 (1881), p. 1.

159) *J. G. Galle*, Über die Anwendung der kleinen Planeten zur Ermittlung des Wertes der Sonnenparallaxe, *Astr. Nachr.* 80 (1873), p. 1, sowie neben weiteren Aufsätzen in den *Astr. Nachr.*: Über eine Bestimmung der Sonnenparallaxe aus korrespond. Beobachtungen des Planeten *Flora*, Breslau 1875.

160) Bei der *Eros*-Opposition 1900/01.

161) *D. Gill*, A determination of the solar parallax and mass of the moon from heliometer observations of the minor planets *Iris*, *Victoria*, *Sappho*, made in the years 1888 and 1889, 2 vols., *Cape Obs. ann.* 6 (1897) u. 7 (1896).

162) Vgl. *Conférence astrophotographique internationale de Juillet 1900*, *Circulaire Nr. 1* und die seither erschienenen *Circulaires Nr. 2—10* (publiées par *M. Loewy*), Paris 1900—03.

163) Besonders zu befürchten ist bei den Beobachtungen in verschiedenen Stundenwinkeln und von verschiedenen Erdorten aus der Einfluß der Refraktion, insbesondere, wenn die Farbengattung des Planeten eine andere ist als die der Vergleichssterne; vgl. darüber *Gill*, l. c. Fußn. 161, I, part. 6, p. 7, und *Newcomb's Kritik der verschiedenen Methoden in Newcomb*, *Fund. Const.*, s. Fußn. 13).

andere Methoden als wünschenswert erachten. Diese beruhen, wie erwähnt, einmal in der Verfolgung der Wirkungen des Gravitationsgesetzes in den wahrnehmbaren Bewegungsvorgängen und der Erscheinungen, die aus der Endlichkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts hervorgehen.

Die eigentliche Aufgabe der trigonometrischen Methode, die Gravitationskonstante  $k^2$  zu bestimmen, kann ähnlich wie bei der Anwendung auf die Mondparallaxe auch durch irdische Beobachtungen in Angriff genommen, d. h. die Sonnenparallaxe durch Vergleichung der irdischen Schwerkraft mit der Sonnenanziehung abgeleitet werden. Die dazu erforderliche Kenntnis der Erdmasse entnimmt *Newcomb* den Störungen der andern Planeten<sup>164</sup>). Eine fernere Gelegenheit zur Bestimmung der Sonnenparallaxe bietet die Bewegung des Mondes, in welcher ein der Sonnenanziehung entstammendes Störungsglied monatlicher Periode, die sogenannte parallaktische Ungleichheit, auftritt. Durch den großen Wert, den sie besitzt, nach *Newcomb*<sup>165</sup>) 124".66, würde sie eine sehr sichere Bestimmung der Sonnenparallaxe ermöglichen, wenn nur die Schwierigkeit der Beobachtung des Mondortes und die dabei auftretenden systematischen Fehler diesen Vorteil würden ausnützen lassen. Neuerdings haben *Battermann*<sup>166</sup>) durch Beobachtung von Sternbedeckungen und *Franz*<sup>167</sup>) durch Beobachtung eines Mondkraters an Stelle der Mondränder hierin wesentliche Fortschritte erzielt.

Die Kenntnis der Mondentfernung läßt sich ebenfalls zur Bestimmung der Sonnenparallaxe verwerten, zwar nicht direkt durch das 3. *Kepler'sche* Gesetz, da dieses vielmehr besser zur Ableitung der Erdmasse dient<sup>168</sup>), sondern durch ein Störungsglied der Erdbewegung, die sogenannte Mondgleichung. Der Erdmittelpunkt beschreibt in einem Monat um den gemeinsamen Schwerpunkt des Systems Erde-Mond eine kleine Ellipse, deren lineare Dimensionen

164) *Newcomb*, Fund. Const. (s. Fußn. 13), p. 123. Er leitet dort den stark abweichenden Wert  $p_{\odot} = 8''.759$  ab und diskutiert eingehend die möglichen Fehlerquellen des Werts der Erdmasse, der im wesentlichen auf der Knotenbewegung der Venus, abgeleitet aus den Durchgängen von 1761 und 1769, beruht.

165) *Newcomb*, Fund. Const. (s. Fußn. 13), p. 190.

166) *H. Battermann*, s. Fußn. 147), p. 165.

167) *J. Franz*, Königsberger Meridianbeobachtungen von Mösting A, Astr. Nachr. 136 (1894), p. 353.

168) *P. S. de Laplace*, Sur quelques points du système du monde, Paris hist. (2) mém. 1789, auch Oeuvres 11 (1895), p. 490 bestimmte die Erdmasse auf Grund der Sonnenparallaxe und der Pendellänge; die Angabe in *Wolf*, Handb. 2, p. 258 ist irreführend

in irdischem Maße nur von dem Massenverhältnis beider Körper und der Mondentfernung abhängen. Diese periodische Bewegung des Erdzentrums ruft entsprechende scheinbare Bewegungen der anderen Himmelskörper hervor, deren Beobachtung die Entfernung des Objekts liefert. Obgleich der Effekt für die Sonne nur auf  $\pm 6''.5$  steigt, also kleiner als die Sonnenparallaxe selbst ist, haben ihn doch, da es sich um eine monatliche Periode handelt, schon *Laplace* und nach ihm *Leverrier* und *Newcomb* ziemlich sicher aus Beobachtungen der Sonne selbst ermitteln können. Besser noch bestimmt man ihn aus Beobachtungen der anderen uns besonders nahen Gestirne, wie *Gill* dies vorschlug<sup>169</sup>). Neuerdings zieht man es vor, die Mondgleichung zur Ableitung der Mondmasse zu verwenden<sup>170</sup>) und eventuell daraus die Nutationskonstante zu bestimmen<sup>171</sup>).

Die Kenntnis der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts<sup>172</sup>) läßt sich in verschiedener Art zur Ableitung der Sonnenentfernung verwerten; einmal gibt die Beobachtung der Verfinsterungen der Jupitertrabanten die Zeit, welche das Licht braucht, die Erdbahn zu durchlaufen, und damit die Dimensionen dieser Bahn selbst<sup>173</sup>). Ferner finden wir durch Bestimmung der Aberrationskonstante die Geschwindigkeit der Erde in ihrer Bahn (im Verhältnis zur Lichtgeschwindigkeit) und damit wieder die Dimensionen dieser Bahn.

Der um die Mitte des vorigen Jahrhunderts allgemein angenommene Wert der Sonnenparallaxe war

$$p_{\odot} = 8''.578.$$

Er entstammte der Berechnung der Venusdurchgänge von 1761 und 1769, welche *Encke*<sup>174</sup>) ausgeführt hat. Im Jahre 1867 unternahm *Newcomb*<sup>175</sup>) eine umfangreiche Diskussion aller Bestimmungen

169) *D. Gill*, Remarks on the best methods of determining the positions of the planets by observation, Lond. Astr. Soc. Monthly Not. 54 (1894), p. 351.

170) *Z. B. D. Gill*, Cape Obs. ann. 6, Part 6, p. 11.

171) Vgl. *K. Laves*, Der Koeffizient der sog. lunaren Gleichung der Erdbewegung, Astr. Nachr. 132 (1893), p. 177, und On the determination of the principal term of the nutation, Astron. Journ. 14 (1895), p. 33.

172) Über die Bestimmung derselben vgl. *Wolf*, Handb. 2, p. 286 ff.

173) Dieselbe Betrachtung führte i. J. 1675 *Olaus Römer* dazu, die Endlichkeit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichts zu erweisen; vgl. *O. Römer*, Démonstration touchant le mouvement de la lumière, Paris hist. (1) 1 u. 10, 1733 u. 1730.

174) *J. F. Encke*, Die Entfernung der Sonne von der Erde aus dem Venusdurchgange von 1761 hergeleitet, Gotha 1822, und: Der Venusdurchgang von 1769, Gotha 1824.

175) *S. Newcomb*, Investigation of the distance of the sun and of the elements which depend upon it, Wash. obs. 1865, app. 2.

der Sonnenparallaxe, die ihn zu dem Werte  $p_{\odot} = 8''.848$  führte. Die neueren Bestimmungen ergaben größtenteils wieder eine merkliche Verkleinerung dieses Wertes, sodaß die Pariser Konferenz von 1896<sup>176)</sup> nach einer neuen Diskussion *Newcomb's*<sup>177)</sup> den seitdem angenommenen Wert

$$p_{\odot} = 8''.800$$

für die Anwendung in den Jahrbüchern festsetzte. Eine ausführliche Zusammenstellung aller stimmfähigen Werte gibt *Newcomb*<sup>178)</sup>.

**9c. Die Fixsterne.** Zur Messung der Entfernung der Fixsterne kann man praktisch nur durch die Zwischenstufe der mittleren Sonnenentfernung gelangen, indem man dabei als Basis die Bahn benutzt, welche die jährliche Bewegung der Erde um die Sonne den Beobachter beschreiben läßt. Auch diese Basis hat freilich Jahrhunderte hindurch nicht genügt, um eine sichere Fixsternparallaxe zu bestimmen, und reicht auch heutzutage trotz der so wesentlich gesteigerten Genauigkeit der astronomischen Beobachtungen nur für die uns nächsten Fixsterne aus. Insbesondere für die zunächst versuchte Bestimmung absoluter Fixsternparallaxen erwies sich die Beobachtungsgenauigkeit als unzureichend<sup>179)</sup>. Erst der Versuch, die mikrometrische Messungsmethode zur Bestimmung relativer Parallaxen in der Art zu verwerten, daß man den Parallaxenstern an Vergleichssterne anschloß, die man als wesentlich weiter entfernt ansah, führte *Bessel* und *W. Struve* zu den ersten einigermaßen Vertrauen verdienenden Werten. Insbesondere war es *Bessel*, der durch seine heliometrische Bestimmung der Parallaxe von 61 Cygni bahnbrechend auf diesem Gebiete wirkte<sup>180)</sup>.

Seitdem haben zahlreiche Beobachter nach verschiedenen Methoden an verschiedenen Instrumenten — am Heliometer durch Distanzdifferenzen<sup>181)</sup>, am Refraktor durch Deklinationsanschluß<sup>182)</sup>, am Me-

176) s. Fußn. 62).

177) *S. Newcomb*, Fund. Const. (s. Fußn. 13), chapter VIII.

178) *Newcomb*, Fund. Const. <sup>19)</sup>, p. 157, und in anderer Anordnung p. 166.

179) Über diese Versuche (von *Tycho Brahe*, *Hooke*, *Picard*, *Flemsteed*, *Cassini*, *Römer*, *Bradley*, *Piazzi*, *Brinkley*, *Bessel* usw.) vergleiche *C. A. F. Peters*, Recherches sur la parallaxe des étoiles fixes, St. Pétersbourg 1848, auch enthalten in: Recueil de Mémoires présentés à l'Académie des sciences par les astronomes de Poulkova 1, St. Pétersbourg 1853.

180) *F. W. Bessel*, Bestimmung der Entfernung des 61. Sternes des Schwans, Astr. Nachr. 16 (1839), p. 65; und Fernere Nachricht von der Bestimmung der Entfernung von 61 Cygni, Astr. Nachr. 17 (1840), p. 257.

181) Insbesondere sind hier die Arbeiten von *Bessel*, *Schlüter*, *Wichmann*, *Winnecke*, *Krüger*, *Auwers* aus früherer Zeit, *Gill*, *Elkin*, *Peter* aus neuester zu nennen.

182) Zuweilen auch durch Distanz und Positionswinkel.

ridiankreis durch Rektaszensionsdifferenzen<sup>183</sup>), endlich auch durch Photographie<sup>184</sup>) — die Parallaxenbestimmung in Angriff genommen, in dessen bisher nur verhältnismäßig wenig Werte mit Sicherheit bestimmen können<sup>185</sup>).

Für die Verwertung der weit größeren Basis, welche die fortschreitende Bewegung des ganzen Sonnensystems mit der Zeit erzeugt, zur Parallaxenbestimmung besteht ein großes Hindernis in den Eigenbewegungen der Gestirne. Während der Effekt der jährlich-periodischen Erdbewegung auf die Sternörter sich von diesen wesentlich linearen Bewegungen trennen läßt, sobald die Beobachtungen sich mindestens über ein Jahr erstrecken, vermischt sich die säkulare Bewegung völlig mit ihnen. Erst wenn die von diesen an sich als geradlinig-gleichförmig vorausgesetzten Bewegungen (des Sonnensystems, wie der Fixsterne) in den Richtungskoordinaten erzeugten quadratischen Zeitglieder merklich werden, ist an eine Bestimmung der Fixsternparallaxen auf diesem Wege zu denken<sup>186</sup>). Dabei würde dann immer noch die Voraussetzung selbst unrichtig sein und eine Krümmung der Bahn der Sonne oder des Fixsterns die Ursache der scheinbar der Zeit nicht proportionalen Eigenbewegung sein können.

---

183) *J. C. Kapteyn*, Bestimmung von Parallaxen durch Registrierbeobachtungen am Meridiankreise, *Leiden Sternw. Ann.* 7 (1897), p. 117.

184) Die ersten Versuche stellte *H. Jacoby*, *The parallaxes of  $\mu$  and  $\vartheta$  Cassiopejæ*, *N. York Ann.* 8, auch *Columb. Contrib.* 5 (1893) an. Eine eigenartige Methode wandte *J. C. Kapteyn*, *The parallax of 248 stars on the region around BD + 35°4013*, *Groningen Labor. Publ.* 1 (1900), mit Erfolg zur Parallaxenbestimmung aller auf einer photographischen Platte enthaltenen Sterne an.

185) Eine bis zum Jahre 1889 gehende Zusammenstellung aller einigermaßen zuverlässigen Parallaxenbestimmungen, von denen sich allerdings seitdem ein großer Teil als noch ganz unsicher erwiesen hat, gibt *J. A. C. Oudemans*, Übersicht der in den letzten 60 Jahren ausgeführten Bestimmungen von Fixsternparallaxen, *Astr. Nachr.* 122 (1889), p. 193.

186) Den ersten Versuch hierzu machte, wie schon früher erwähnt, *F. Ristenpart*, s. *Fußn.* 127).

## VI 2, 3. GEOGRAPHISCHE ORTSBESTIMMUNG, NAUTISCHE ASTRONOMIE.

VON

C. W. WIRTZ

IN STRASSBURG I. E.

### Inhaltsübersicht.

#### Literatur.

- I. Allgemeine Lehrbücher.
- II. Monographien.
- III. Nautische Astronomie.

#### Einleitung.

1. Begrenzung des Themas.
2. Definition von Polhöhe, Zeit und Länge.
3. Einfluß der Erdfigur bei Ortsbestimmungen.

#### I. Zeitbestimmung.

##### A. Durch Höhen.

4. Eine einzelne Höhe.
5. Korrespondierende Höhen.
6. Gleiche Höhen verschiedener Gestirne.
7. Eine Höhendifferenz.

##### B. Durch Azimute.

8. Im Meridian.
9. Im Vertikal des Polarsterns.
10. In beliebigem Azimut; *Obers'sches* Verfahren.
11. Mehrere Azimute.
12. Näherungsmethoden.
13. Azimut-, Höhen- und Zeitdifferenz.

#### II. Polhöhenbestimmung.

14. Meridianhöhe.
15. Circummeridianhöhe.
16. Polarishöhe.
17. Zweihöhenproblem, Spezialfälle und verwandte Aufgaben.
18. *Gauss'sche* Methode.

19. Drei Höhen.
20. *Horrebow-Talcott'sche* Methode.
21. Durchgänge durch den Ersten Vertikal.
22. Digressionen.
23. Absolute Methoden.
24. Instrumente zur Beobachtung gleicher Höhen.
25. Photographische Methoden.

### III. Längenbestimmung.

#### A. Durch gleichzeitige Signale.\*)

26. Mondfinsternisse, Verfinsterungen\*) der Jupitersatelliten.
27. Sternschnuppen.
28. Künstliche Signale.

#### B. Durch Zeitübertragungen.

29. Chronometerreisen.
30. Telegraph.

#### C. Auf den Mondort gegründete Methoden.\*\*)

31. Mondkulminationen.
32. Mondhöhen.
33. Mondstrecken.
34. Sternbedeckungen und Sonnenfinsternisse.
35. Verwandte Okkultationsphänomene.

### IV. Azimutbestimmung.

36. Allgemeiner Weg.
37. Spezielle Methoden.

### V. Nautische Astronomie.

38. Die Kimm und ihr Verhalten.
39. Instrumente zur Bestimmung und Elimination der Kimmtiefe.
40. Begriff der Standlinie und ihre Festlegung.
41. Zweihöhenproblem nach der Standlinienmethode.
42. Drei oder mehr Standlinien.
43. Standlinie für eine Höhendifferenz.
44. Berechnung der Höhe, Höhentafeln.
45. Gebrauch der Merkatorfunktion.
46. Azimuttafeln.
47. Ortsbestimmung mit Hilfe der erdmagnetischen Elemente.
48. Aeronautische Astronomie.

### VI. Anhang.

49. Die sphärischen Grundformeln der geographischen Ortsbestimmung.
50. Weitere Literatur.

\*) *Vorübergänge* der Planeten oder Satelliten siehe Nr. 35.

\*\*\*) *Photographische* Methoden siehe Nr. 25.

## Literatur.

## I. Allgemeine Lehrbücher.

- J. G. F. Bohnenberger*, Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung vorzüglich mittels des Spiegelsextanten, Göttingen 1795, 2. Aufl. bearbeitet von *G. A. Jahn*, Göttingen 1852 (*Bohnenberger*).
- A. Sawitsch*, Abriß der praktischen Astronomie, vorzüglich in ihrer Anwendung auf geographische Ortsbestimmung, übersetzt von *W. C. Götze*, Hamburg 1850—51, 2. Aufl. von *C. F. W. Peters*, Leipzig 1879 (*Sawitsch*). (Das russische Original erschien Petersburg 1845.)
- F. Brünnow*, Lehrbuch der sphärischen Astronomie, 4. Aufl. Berlin 1881 (*Brünnow*).
- W. Chauvenet*, A manual of spherical and practical astronomy, 2 vols., Philadelphia 1863, 5<sup>th</sup> ed. 1885, 1893, 1900 (5<sup>th</sup> ed.: *Chauvenet*).
- W. Jordan*, Grundzüge der astronomischen Zeit- und Ortsbestimmung, Berlin 1885.
- J. P. Herr*, Lehrbuch der sphärischen Astronomie in ihrer Anwendung auf geographische Ortsbestimmung. Vollendet von *W. Tinter*, Wien 1887.
- S. Günther*, Handbuch der mathematischen Geographie, Stuttgart 1890 (*Günther*).
- W. F. Wislicenus*, Handbuch der geographischen Ortsbestimmungen auf Reisen, Leipzig 1891.
- G. V. Schiaparelli*, Sulla determinazione della posizione geografica dei luoghi per mezzo di osservazioni astronomiche. Litografia dell' Istituto geografico militare, Firenze 1896.

## II. Monographien.

- C. F. Gauß*, Methodum peculiarem elevationem poli determinandi explicat, Göttingen 1808 = *Gauß' Werke* 6 (1874), p. 37 (*Gauß, Method. pecul.*).
- A. F. Möbius*, De computandis occultationibus fixarum per planetas, Lipsiae 1815.
- F. W. Bessel*, Analyse der Finsternisse, erschien in *Bessel, Astron. Untersuch.*, Bd. 2, p. 95, Königsberg 1842. Abgedruckt in *Bessel, Abhdl.*, Bd. 3, p. 369.
- P. A. Hansen*, Theorie der Sonnenfinsternisse und verwandten Erscheinungen, Leipzig Ges. Wiss. Abhdl. 4 (1859).
- W. Döllén*, Die Zeitbestimmung vermittelt des tragbaren Durchgangsinstrumentes im Vertikale des Polarsternes, 2 Teile, St. Petersburg 1863 und 1874.
- N. Zinger*, Die Zeitbestimmung aus korrespondierenden Höhen verschiedener Sterne (russ.), Petersburg 1874; Referat: *Astr. Ges. Vjs.* 9 (1874), p. 155; deutsch von *H. Kelchner*, Leipzig 1877 (*Zinger*).
- P. Harzer*, Über geographische Ortsbestimmungen ohne astronomische Instrumente, Berlin 1896 (*Harzer, Ortsbest.*; vgl. Fußn. 38).
- Zeitbestimmung im Vertikal des Polarsterns, Kiel Sternw. Publ. 10 (1899).

## III. Nautische Astronomie.

- N. Bowditch*, The improved practical navigator. Revised by *Th. Kirby*, London 1802. — The american practical navigator. Revised by *P. H. Cooper* and *G. W. Logan*, Washington 1904.
- C. Rümker*, Handbuch der Schiffahrtskunde, Hamburg 1820. 6. Aufl. 1857.
- H. Raper*, The practice of navigation and nautical astronomy, London 1840. 19<sup>th</sup> ed. 1891.
- A. Breusing*, Kleine Steuermannskunst, Bremen 1852. *Breusing's Steuermannskunst*, hrsg. von *C. Schilling*, 7. Aufl. Leipzig 1904.



*M. F. Albrecht und C. S. Vierow*, Lehrbuch der Navigation und ihrer mathematischen Hilfswissenschaften, Berlin 1854. 8. Aufl. bearbeitet von *G. Holz*, 1900.

*G. D. E. Weyer*, Vorlesungen über nautische Astronomie, Kiel 1871.

*Y. Villarceau et A. de Magnac*, Nouvelle navigation astronomique, Paris 1877. Teil I: Théorie, Teil II: Pratique (*Villarceau-de Magnac*).

*A. Roth*, Lehrbuch der astronomischen Navigation, Fiume 1898 (*Roth, Navig.*).

*F. Bolte*, Neues Handbuch der Schiffahrtskunde, Hamburg 1899.

*Lehrbuch der Navigation*. Herausgegeben vom *Reichs-Marine-Amt*, 3 Bde., Berlin 1901 (*Reichs-Marine-Amt, Navig.*).

Einige weder hier noch in den Fußnoten zitierte Schriften sind an den Schluß (Nr. 50) des Artikels verwiesen; das Gleiche gilt von der Zusammenstellung der Tafelwerke und Ephemeriden. —

Zahlreiche Literaturnachweise gibt *Rudolf Wolf*, Handbuch der Astronomie, 2 Bde., Zürich 1890/93 (*Wolf, Handb.*), in den Abschnitten XIV, XVI, XVIII.

---

## Einleitung.

**1. Begrenzung des Themas.** Die geographische Ortsbestimmung stellt sich vor allen Dingen in den Dienst der Erdkunde und Geodäsie; für die Astronomie im engeren Sinne ist die Disziplin nur von untergeordneter Bedeutung. Da sie sich aber ausschließlich astronomischer Daten zur Lösung der ihr erwachsenden Aufgaben bedient, hat man sie von alters her im Anschluß an die Astronomie behandelt, und zwar an dasjenige Kapitel der Himmelskunde, dem die geographische Ortsbestimmung einzig ihre Elemente und Hilfsmittel entlehnt, der sphärischen Astronomie. Das Hauptziel des vorliegenden Abrisses soll nun darin bestehen, die Grundlehren der Ortsbestimmung kurz darzustellen und unter den zahlreichen Methoden nicht nur jene herauszugreifen, die unmittelbar aus den Grundanschauungen hervorgehend als klassische oder fundamentale bezeichnet werden, sondern auch von den andern die, welche für irgend einen Zweig des Wissens und der Technik unter Umständen von Bedeutung sein mögen.

**2. Definition von Polhöhe, Zeit und Länge.** Die Lage eines Punktes auf der Erdoberfläche ist durch zwei sphärische Koordinaten eindeutig definiert, deren eine (Breite) die Entfernung vom Äquator im Bogen größten Kugelkreises darstellt und deren andere (Länge) der im Parallelkreis gemessene Winkelabstand vom Ausgangsmeridian ist. Die Zeit dient bei den Rechnungen zur geographischen Ortsbestimmung nie als Selbstzweck, sondern nur als Durchgangelement.

Unter *geographischer Breite* oder *Polhöhe* verstehen wir die Deklination des Zenits des Beobachtungsortes.

*Sternzeit* ist der Stundenwinkel des Frühlingspunktes, oder die Rektaszension des Zenits des Beobachtungsortes. Mit *wahrer Sonnenzeit*

bezeichnen wir den Stundenwinkel der wahren Sonne, mit *mittlerer Sonnenzeit* den Stundenwinkel der mittleren Sonne. Die Differenz mittlere Sonnenzeit minus wahre Sonnenzeit heißt *Zeitgleichung*.

*Geographische Länge* ist der Winkel, den die Meridianebenen zweier Orte untereinander einschließen. Während also den Ausgangspunkt für die Breite, die Breite Null, die Natur selbst schafft, unterliegt der *Nullmeridian* der Willkür. Im Altertum, z. B. bei *Marinus* und *Ptolemäus*, war es der etwa einen Grad westwärts von den glückseligen Inseln (wahrscheinlich die Kap-Verden) verlaufende Meridian, die Araber des Mittelalters blieben entweder bei den Säulen des Herkules und den Fortunaten stehen oder zählten nach dem Vorgange *Zarquala's* (*Arzachel*) die Längen vom weltteilenden Meridian von Arin oder richtiger Azin aus, den sie genau  $10^{\circ}$  östlich von Bagdad festsetzten; die Seefahrer und Kartenzeichner des 16. und 17. Jahrhunderts zogen ihren ersten Meridian abwechselnd durch die Azoren, die Kanarischen und die Kapverdischen Inseln; Atlanten des 17. und 18. Jahrhunderts adoptieren den durch den Pik von Teneriffa gelegten als Nullmeridian, der insbesondere bei den Holländern zu *Abel Tasman's* und *Nikolaus Vischer's* Zeiten Aufnahme fand. Lange Zeit beherrschte der Meridian von Ferro das Feld, den eine im Juli 1630 zu Paris stattgehabte Versammlung von Astronomen und Mathematikern in Vorschlag brachte. Allmählich wurde indes seine Definition dahin gebräuchlich, daß er genau  $20^{\circ}$  westlich von Paris verlaufen solle, d. h. er bedeutet im Grunde den verkappten Pariser Meridian<sup>1)</sup>. Heutigentages endlich erfreut sich der Greenwicher Meridian fast allgemeiner Anerkennung<sup>2)</sup>, sowohl bei geodätischen Operationen, als auch vor allem in der nautischen Praxis. Selbst Frankreich bekennt sich neuerdings zur Greenwicher Zeit, die durch die *Chambre des députés* am 24. Februar 1898 in folgender bemerkenswerten Fassung angenommen wurde: „L'heure légale, en France et en Algérie, est l'heure temps moyen de Paris, retardée de  $9^m 21^s$ .“<sup>3)</sup>

1) Vgl. *Gehler's* physikal. Wörterbuch, 2. Aufl. Bd. 6, Leipzig 1831; *E. Müller*, *Longitudinum geographicarum gradus num astronomicis et quibus methodis usi veteres Arabique determinaverint*, Berolini 1862; ferner *O. Peschel*, *Geschichte der Erdkunde*, München 1877.

2) *Unification des longitudes par l'adoption d'un méridien initial unique*, Berlin 1884, Abdruck aus: *Verh. 7. Allg. Conf. Erdm.*, Berlin 1884, 1. u. 9. Sitzung.

3) *Geographisches Jahrbuch* 26, Gotha 1904, p. 364. Das *Annuaire du bureau des longitudes* hingegen definiert noch immer unter Berufung auf das Gesetz vom 15. März 1891 die mittlere Zeit von Paris als gesetzliche Zeit von Frankreich und Algier (z. B. *annuaire pour 1905*, Paris 1905, p. 546).

Wie man die Breiten vom Äquator aus nach Nord (+) und nach Süd (—) bis zu den Polen ( $90^{\circ}$ ) durchzählt, so pflegt man die Längen vom ersten Meridian aus nach Osten (+) und nach Westen (—) bis  $180^{\circ}$  zu rechnen. Der Halbmeridian  $180^{\circ}$  von Greenwich dient den Seefahrern als Datumgrenze; auf der Fahrt von Ost nach West überschlägt man einen Tag und von West nach Ost segelnd nimmt man ein Datum zweimal nacheinander.

**3. Einfluß der Erdfigur bei Ortsbestimmungen.** Auf die von der mathematischen abweichende dynamische Erdfigur braucht bei astronomischen Ortsbestimmungen keine Rücksicht genommen zu werden. Denn wir verlangen stets nur die Kenntnis der Deklination des Lotes auf die für den Beobachtungsort geltende Niveaufläche. Aufgabe der Geodäsie ist es, die Abweichung der Niveaufläche des Geoids in Beziehung zu setzen zum Referenzellipsoid, dessen Konstanten zu meist nach *Bessel* angenommen werden. Das Referenzellipsoid reicht auch vollständig hin zur scharfen Berechnung der parallaktischen Wirkung, i. e. der kleinen Verschiebung, die ein Gestirn an der Himmelssphäre erleidet, jenachdem ich es vom Beobachtungsort oder vom Erdmittelpunkt aus betrachte.

## I. Zeitbestimmung.

### A. Durch Höhen.

**4. Eine einzelne Höhe.** Die Ermittlung der Zeit läuft auf die Ableitung des Stundenwinkels des Frühlingspunktes hinaus. Jedes seiner Beziehung zum Frühlingspunkt nach bekannte Gestirn kann demnach dieser Absicht dienen.

Die einfachste mit den geringsten Beschränkungen verknüpfte Methode besteht in der Beobachtung der *Höhe* oder *Zenitdistanz* eines an sich beliebigen Himmelskörpers. Aus dem astronomischen Grunddreieck Pol-Zenit-Stern, dessen drei Seiten (Zenitdistanz, Poldistanz und Komplement der Breite) nun bekannt, läßt sich der Stundenwinkel, i. e. der Winkel am Pol auswerten, und die Beobachtungsfehler üben offenbar dann ihren geringsten Einfluß auf das Resultat aus, wenn der Stern so steht, daß zu einer bestimmten Änderung des Stundenwinkels die größtmögliche Höhenänderung gehört. Dies tritt beim Durchgang durch den *ersten Vertikal* ein, das heißt, wenn das Azimut  $90^{\circ}$  beträgt. Gleichzeitig erzielen wir den Vorteil, daß ein Fehler in der angenommenen Breite das Ergebnis auf die kleinste Weise entstellt. Bei rationeller Anwendung der Methode darf man

somit vom ersten Vertikal sich nicht allzuweit entfernen, und unter dieser Voraussetzung vereinfachen sich auch die Formeln um ein wenig, da man dann, wie *Donner*<sup>4)</sup> zeigt, von dem rechtwinklig-sphärischen Dreieck ausgehen und die Abweichungen vom idealen Fall durch einfache Reihenentwicklung darstellen darf.

Natürlich beschränkt man sich nicht auf eine Höhe, sondern nimmt deren mehrere, und zwar bei Gebrauch eines Universalinstrumentes mit ein- oder mehrmaligem Durchschlagen des Fernrohrs zur Elimination des Zenitpunktes des Teilkreises; beim Spiegelsextanten bestimme man den Indexfehler vor und nach der Beobachtungsreihe und setze inmitten derselben das Glas- oder Glimmerdach des Quecksilberhorizontes um. Bei der Sonne sind beide Ränder wechselweise einzustellen, um die persönlichen Auffassungsfehler, die einen von der Ephemeride abweichenden Sonnenradius hervorrufen, herauszuschaffen. Das Gleiche gilt in einem kräftigen Fernrohr für die Planeten mit merklichem Durchmesser. Dagegen steht bei Mond und Venus (und Merkur) immer nur ein beleuchteter Rand zur Verfügung. Außer den Instrumentalfehlern bringt man an die Höhen Parallaxe und Refraktion an und kann dann zur Berechnung des Stundenwinkels schreiten, entweder für jede Höhe getrennt — und dies gewährt die Annehmlichkeit, daß man die innere Genauigkeit der Beobachtung aus der Übereinstimmung der Einzelwerte abzuschätzen vermag — oder man vereinigt sofort die Uhrzeiten und die zugehörigen Zenitdistanzen zu je einem Mittel, hat aber noch entweder an den gefundenen Stundenwinkel oder zuvor an die Mittelhöhe eine Verbesserung anzubringen<sup>5)</sup>, die um so kleiner sich ergibt, je rascher die Messungen aufeinander folgen und je näher ihre Mittelzeit dem ersten Vertikal liegt.

Ist der Stundenwinkel bekannt, so geht daraus durch Hinzufügung der Rektaszension des Sternes die Sternzeit der Beobachtung hervor, deren Vergleich mit der nach Sternzeit regulierten Beobachtungsuhr deren Stand ergibt. Geht die Uhr nach mittlerer Zeit, so ist die gefundene Sternzeit mit Hilfe der Angaben der Ephemeriden in mittlere Sonnenzeit umzusetzen. Ähnlich bleibt das Verfahren, wenn die Sonne beobachtet worden; man geht alsdann mittels der Zeitgleichung von wahrer Zeit, gleich dem Stundenwinkel der Sonne, auf mittlere und dann eventuell auf Sternzeit über.

4) *A. Donner*, Formeln und Tafeln zur Berechnung von Zeitbestimmungen durch Höhen in der Nähe des I. Vertikals, Helsingfors 1890.

5) Siehe z. B. *Brünnow*, p. 267; ferner *J. Soldner*, Berl. astr. Jahrb. für 1818, p. 123.

Für die Zwecke des bürgerlichen Lebens und den Liebhaber der Astronomie empfiehlt sich zur beiläufigen Bestimmung der Uhrkorrektion ein von *Eble*<sup>6)</sup> konstruierter Holzsextant, dessen Teilung schon Rücksicht nimmt auf die mittlere Refraktion. Ein graphisches Netz macht sphärische Rechnung überflüssig und gestattet mit zulänglicher Schärfe den Stundenwinkel an einem Lineal abzulesen. *Eble's* Vorgänger war *F. C. Müller*<sup>7)</sup>, der einen ähnlichen Sextanten herausgab, die Rechnung aber nicht durch ein Diagramm, sondern durch umfangreiche Tafeln umging, die direkt die wahre Sonnenzeit zu jeder Höhe für jeden Tag des Jahres enthalten. Sehr nahe verwandt mit den *Müller'schen* Tafeln sind die später von *M. R. Pressler*<sup>8)</sup> veröffentlichten, während *O. Müller's*<sup>9)</sup> Tafeln bei genauer Rechnung nur eine geringe Zeitersparnis gewährleiten. Tafeln zur Bestimmung der Zeit nach Sonnenhöhen bilden auch den Anhang zu *C. Bremiker's* fünfstelligen Logarithmentafeln<sup>10)</sup>.

Will man im resultierenden Uhrstande frei werden von konstanten Fehlern in der Höhe, so muß man die Zenitdistanzen sowohl im Ost- als im Westzweig des Ersten Vertikals nehmen. Ist der zu befürchtende Fehler noch variabel mit der Höhe, so fällt er nur bei strenger Gleichheit der absoluten Höhen heraus. Man erzielt eine beträchtliche Vereinfachung der Rechnung, wenn in Ost und West dasselbe Gestirn beobachtet wird.

Unter dieser Bedingung haben wir

5. Die Methode der **Korrespondierenden Höhen** in ihrer reinen Gestalt vor uns, die sich bei den Astronomen des Altertums, Mittelalters bis tief in das 18. Jahrhundert hinein besonderer Beliebtheit erfreute. Da ein Fixstern Ost und West vom Meridian bei absolut gleichen Stundenwinkeln auch die gleichen Höhen erreicht, so muß seine Kulmination in die Mitte zwischen jene beiden beobachteten Zeiten fallen. Die Abweichung des arithmetischen Mittels jener Zeiten gegen die durch die Rektaszension bekannte Kulminationszeit des Gestirnes stellt mithin die Uhrverbesserung dar. Die Kenntnis der Polhöhe spielt gar keine Rolle, die der absoluten Höhen auch nicht; einziges Erfordernis bleibt die Konstanz der Höhen, die teils durch

6) *M. Eble*, Neues Zeitbestimmungswerk, Tübingen 1853.

7) *F. C. Müller*, Tafeln der Sonnenhöhen für ganz Deutschland. Nebst einem in Kupfer gestochenen Sextanten, Leipzig 1791.

8) *M. R. Pressler*, Ein Zeitmeßknecht oder der Meßknecht als Normaluhr, 2 Teile, Braunschweig 1856.

9) *O. Müller*, Tavole per la determinazione del tempo, Milano 1881.

10) Berlin 1872, 5. Aufl. Berlin 1887.

Universalinstrument, teils durch Spiegelsextant, teils durch eine Gattung von Apparaten erzielt werden kann, die speziell nur die Verbürgung der Stabilität in Höhe beanspruchen (vergl. Nr. 24). Notwendige Variationen in Höhe bringen schon die zwischen Ost- und Westdurchgang unvermeidlichen meteorologischen Verschiedenheiten mit sich, die eine Refraktionsschwankung zum Gefolge haben, deren Größe man den Refraktionstafeln entnimmt und in der Mittelzeit differentiell berücksichtigt<sup>11)</sup>.

Verharrt das Gestirn nicht fest an der Sphäre, sei es ein Planet oder die Sonne, so deckt sich infolge der während kurzer Zeit als gleichförmig anzusetzenden Deklinationsänderung die Mittelzeit nicht mehr mit der Kulminationszeit, sondern fällt ein wenig dahinter oder davor. Für die kleine deshalb notwendig werdende *Mittagsverbesserung*, die zuerst von *Euler*<sup>12)</sup> behandelt wurde, bedient man sich heute allgemein der *Gauß'schen*<sup>13)</sup> Formeln, zumal ihre Anwendung einige viel verbreitete Tafeln sehr erleichtern.

Vervielfachung der Beobachtungen erreicht man bei einem Reflexionsinstrument dadurch, daß man die Alhidade der Reihe nach auf volle 10'- oder 20'-Striche einstellt und beim Universal oder Theodoliten, indem man mehrere parallele Horizontalfäden einreicht, an denen man die Antritte der Sterne oder des oberen und unteren Sonnenrandes beobachtet. Ist einmal die Vormittagshöhe der Sonne mißlungen, so gibt die Verbindung einer Nachmittagshöhe mit der darauffolgenden Vormittagshöhe die Uhrzeit der wahren Mitternacht, nachdem noch eine der Mittagsverbesserung analoge und mit Hilfe derselben Tafeln eruerbare *Mitternachtsverbesserung*<sup>13)</sup> angebracht worden.

Zur Beobachtung korrespondierender Sonnenhöhen gab *Chandler*<sup>14)</sup> ein Instrument an, das er „Chronodeik“ nannte; es besteht aus einem vertikal abwärts gerichteten Fernrohr, unter welchem ein drehbarer Spiegel angebracht ist.

Für die Nautik legte *Wendt*<sup>15)</sup> dar, wie die Fahrt des Schiffes

11) Siehe z. B. *Brünnow*, p. 289.

12) *L. Euler*, Methodus computandi aequationem meridiei, Petersbg. Commentarii 8 (1736), p. 48.

13) *C. F. Gauß*, Tafeln für die Mittagsverbesserung, Monatl. Corr. 23 (1811), p. 401 = Werke 6 (1874), p. 166. Derartige Tafeln finden sich z. B. in *C. F. W. Peters*, Astr. Tafeln u. Formeln, Hamburg 1871, p. 89; *H. Göring*, Der Zeitmesser, Tafeln der Mittagsverbesserung für die Breitengrade 30° bis 60° und der Zeitgleichung, Paderborn 1862.

14) *S. C. Chandler*, The Observatory 4 (1881), p. 14; *J. Palisa*, Astron. Kalender f. 1889, hrsg. von der k. k. Sternwarte in Wien, Wien 1888.

15) *E. Wendt*, Ann. d. Hydr. 1900, p. 186, 198 und 1902, p. 152.

zwischen beiden zusammengehörigen Beobachtungen das Ergebnis beeinflusse, und empfahl eine Modifikation in dem Sinne, daß man solche Höhen beobachte, zu denen gleiche östliche und westliche Stundenwinkel gehören.

Die korrespondierenden Höhen erfordern nicht nur lange Zeit zur vollständigen Beobachtung, sondern ihr Zustandekommen ist obendrein durch die Launen der Witterung gefährdet. Darum strebte man nach einer rasch arbeitenden Methode, die an den Hauptvorzügen der reinen korrespondierenden Höhen teilnahm. Sie gelangte aber erst zum Durchbruch, als hinlänglich viele scharfe Sternörter vorlagen.

**6. Gleiche Höhen verschiedener Gestirne.** Läßt man die Gleichheit des Gestirns bei der Methode der korrespondierenden Höhen fallen, so erwächst die allgemeine Aufgabe: aus den *Durchgängen zweier Sterne durch denselben Höhenkreis*<sup>16)</sup> bei bekannter geographischer Breite die Zeit zu bestimmen. Diese Art der Zeitbestimmung, schon von *Köhler*<sup>16)</sup>, *Tammelander*<sup>17)</sup>, *Koch*<sup>18)</sup> vorgeschlagen, ist späterhin von *Gauß*<sup>19)</sup> und vor allem von russischen Astronomen *Zinger*<sup>20)</sup>, *Pjewzow*<sup>21)</sup> u. a. behandelt worden, die sie für besonders geeignet erachteten, das astronomische Netz in den weiten Steppflächen des russischen Reiches festzulegen. Auch der Spanier *Cañete del Pinar*<sup>22)</sup> brachte die Methode gleicher Höhen mit Hilfe eines eigenartig konstruierten Spiegelsextanten zu Ehren. Natürlich ist die Aufgabe umkehrbar: die Breite kann bestimmt werden bei vorgelegter Zeit, ohne daß man der absoluten Höhe bedarf. Ja, als Nebenresultat kommen noch Werte für die Höhe heraus, deren Vergleich mit der Ablesung am Teilkreis des Instrumentes die Indexkorrektion ergibt. Jenachdem Zeit oder Breite bestimmt werden

16) *J. G. Köhler*, Berl. astr. Jahrb. für 1784, p. 148.

17) *A. J. Tammelander*, Methodus inveniendi tempus verum, Aboae 1785—1787.

18) *J. A. Koch*, Astronomische Tafeln zur Bestimmung der Zeit aus der beobachteten gleichen Höhe zweier Fixsterne, als Anhang zum Berl. astr. Jahrb. für 1799 separat erschienen, Berlin und Stralsund 1797; ferner *W. T. Pabst*, Monatl. Corr. 20 (1809), p. 140 und *K. B. Mollweide*, Monatl. Corr. 25 (1812), p. 484.

19) *Gauß*, Method. pecul.

20) Siehe *Zinger*; *N. Schtschetkin*, Sternephemeride für die Zeitbestimmung nach der Zinger'schen Meth., St. Petersburg 1902. In russischer Sprache.

21) *M. Pjewzow*, Üb. d. Bestimmung der geographischen Breite durch korrespondierende Höhen, St. Petersburg 1900. In russischer Sprache.

22) *de Cañete del Pinar*, Algo más sobre observaciones de precisión con el sextante, Madrid 1900.

sollen, liegen die günstigsten Verhältnisse der Beobachtungen entweder so, daß die beiden Sterne je im Ost- und Westzweig des Ersten Vertikals oder im Nord- und Südbogen des Meridians stehen. Bei der Zeitbestimmung sollen ferner die Deklinationen der Sterne um nicht mehr als ein paar Grade verschieden sein.

**7. Eine Höhendifferenz.** In der Verallgemeinerung darf man noch einen Schritt weiter gehen. Die Methoden der korrespondierenden Höhen sind nur Spezialfälle der allgemeinen Aufgabe: aus einer *Höhendifferenz zweier Sterne* bei bekannter Breite die Zeit zu bestimmen. Dieses Problem wurde zuerst von *v. Tempelhof*<sup>23)</sup> als Erweiterung der korrespondierenden Sonnenhöhen behandelt, aber die Rechnungsvorschriften gelten nur für sehr geringe Höhendifferenzen. Eine allgemeine Lösung gab *Wirtz*<sup>24)</sup> an; die günstigsten Bedingungen treten dann ein, wenn der eine Stern genau im Osten, der andere genau im Westen steht. Die Höhendifferenz verlangt vor ihrer Benutzung noch eine Verbesserung wegen Refraktion und eventuell wegen Parallaxe.

## B. Zeitbestimmung durch Azimute.

**8. Im Meridian.** Während die bisher besprochenen Zeitbestimmungen allesamt auf Höhenbeobachtungen hinausliefen, beruhen die schärfsten Methoden auf Beobachtungen von Durchgängen durch Vertikalkreise, zunächst durch den wichtigsten Vertikalkreis, den Meridian.

Ein *Meridiankreis* oder *Passageninstrument*, fest oder transportabel, steht so, daß seine Achse horizontal Ost—West gerichtet ist und die Absehlenslinie des Fernrohrs den Meridian innehält. Merke ich nun am Fadennetz — der vertikale Mittelfaden repräsentiert ein Stück des Meridians — den Augenblick der Bisektion eines Sternes, so gewinne ich in der Differenz der Uhrzeit dieses Augenblicks gegen die anderweitig bekannte Rektaszension des Sternes den Stand der Uhr gegen Sternzeit.

In der Ausführung des Gedankens, den zuerst *Olaus Römer*<sup>25)</sup> instrumentell verwirklichte, gestalten sich die Verhältnisse erheblich komplizierter. Man beschränkt sich nicht auf einen Stern, sondern vereinigt ihrer sechs bis acht zu einer Zeitbestimmung; ebensowenig verläßt man sich darauf, daß der Tubus den Meridian beschreibt; man

23) *G. F. v. Tempelhof*, Berl. astr. Jahrb. Suppl. 1 (1793), p. 214.

24) *Ann. d. Hydr.* 1901, p. 372.

25) *Olaus Römer* i. J. 1689 nach *P. Horrebow*, *Basis astronomiae*, Havniae 1735, p. 49, abgedruckt in: *Petri Horrebowii operum* tomus 3, Havniae 1741.



kontrolliert vielmehr die Fehler seiner Aufstellung, nämlich Neigung der Umdrehungsachse und Azimut, fortwährend im Laufe der Messung; erstere durch die Libelle, letzteres durch die Mitbeobachtung eines dem Pol nahestehenden Sternes. Bei kleinen transportablen Instrumenten eliminiert man den „Kollimationsfehler“, d. i. die Abweichung des Winkels zwischen Rohr und Achse von  $90^\circ$ , dadurch, daß man die Achse „umlegt“, d. h. in ihrer Horizontalebene um  $180^\circ$  dreht und den Stern in beiden Lagen der Achse beobachtet. Solange keine besonderen Verhältnisse vorliegen, wird die mittlere Deklination der Zeitsterne nicht etwa am Äquator zu wählen sein, sondern so, daß beiläufig die Kulminationshöhe der Zeitsterne übereinstimmt mit der Polhöhe des Beobachtungsortes. Gelingt kein Polstern, so müssen die Zeitsterne möglichst nahe am Zenit kulminieren, da in diesem Falle der Einfluß eines azimutalen Fehlers verschwindet. Das Azimut selbst wird sehr scharf gefunden durch drei aufeinander folgende (abwechselnd obere und untere) Kulminationen eines Circumpolarsternes; Maß für das Azimut bildet die Differenz der beiden Zwischenzeiten; eine Uhr von gleichmäßigem Gang ist freilich unerlässlich.

Zur Berechnung sind Formeln gebräuchlich, die nach ihren Urhebern als *Mayer'sche*<sup>26)</sup>, *Bessel'sche*<sup>27)</sup> und *Hansen'sche*<sup>28)</sup> unterschieden werden. Für die Zeitbestimmung zu geographischen und geodätischen Zwecken gilt die *Mayer'sche* Darstellung, in der alle drei Fehlerquellen (Neigung, Azimut, Kollimation) getrennte Berücksichtigung erfahren, als die zweckmäßigste. Eine neue wesentlich graphische Reduktionsmethode für Sätze von Transitbeobachtungen gab *C. Braun*<sup>29)</sup> an. Er erstrebt die Ausgleichung aller Durchgänge in sich und umgeht dabei die Methode der kleinsten Quadrate. An festen Sternwarten fällt es nicht schwer, die Zeit mit einer Genauigkeit von  $\pm 0.02$  mittlerem Fehler abzuleiten, wohlverstanden innerhalb des zugrunde gelegten Rektaszensionssystems der Fundamentalsterne, sei es nach *Auwers*, *Newcomb* oder nach einem der früher in den Sternephemeriden des Nautical Almanac und der American Ephemeris adoptierten Fundamentalkataloge.

Während man auf Observatorien nur in Notfällen den Durch-

26) *Tobias Mayer*, *Observationes astronomicae quadrante murali habitae* (vorgetragen 1756) = *Opera inedita*, 1, Gottingae 1775, p. 19.

27) *F. W. Bessel*, *Königsb. Beob.* 2 (1816), p. III = *Abhdl.* 2, p. 33.

28) *P. A. Hansen*, *Astr. Nachr.* 6 (1828), p. 421—458.

29) *C. Braun*, *Berichte von dem erzbischöfl. Haynald'schen Observatorium zu Kalócsa in Ungarn*, p. 59, Münster i. W. 1886. Siehe auch *Astr. Nachr.* 109 (1884), p. 33.

gang der Sonne zur Zeitbestimmung benutzt, existieren, abgesehen vom uralten Gnomon, den *Jordan*<sup>30)</sup> wieder zu Ehren brachte, einige kleine Apparate, die dies bequem dem Amateur ermöglichen. Hierher gehört das Dipleidoskop, das der Londoner Uhrmacher *E. Dent*<sup>31)</sup> erfand. Es besteht aus zwei ebenen Glasspiegeln und einer durchsichtigen Glasplatte, die so zusammengefügt sind, daß ihr Grundriß ein gleichschenkliges Dreieck bildet. Richtige Orientierung vorausgesetzt, eilen dann kurz vor der Kulmination die zwei von den Spiegeln entworfenen Sonnenbilder in dem zugehörigen kleinen Fernrohr gesehen rasch aufeinander zu und decken sich im Moment des wahren Mittags. Eine Verschärfung tritt ein, wenn man das Mittel der Uhrzeiten der beiden Randberührungen bildet. Auf dasselbe Beobachtungsprinzip stützt sich das *Steinheil'sche*<sup>32)</sup> Passagenprisma, welches die Duplizität der aufeinander zulaufenden Sonnenscheiben dadurch erreicht, daß die Hälfte des Fernrohrobjektivs von einem Prisma bedeckt ist, dessen Hypotenusenfläche parallel steht zur optischen Achse des Rohres. Der zu erwartende Fehler einer Zeitbestimmung mit diesem Instrument liegt bei hinlänglich stabiler Aufstellung immer unter 1<sup>s</sup>. *E. Dent's Universaldipleidoskop*<sup>33)</sup> gestattet auch außer Mittag die wahre Zeit zu finden.

**9. Im Vertikal des Polarsterns.** Der raschen Anwendung der Zeitbestimmung strenge im Meridian steht bei geodätischen Operationen und auf geographischen Expeditionen der Umstand entgegen, daß hinreichend helle Polsterne, die der Festlegung des Azimutes dienen, selten sind; die kleineren Instrumente sind, insbesondere am Tage und in der Dämmerung, auf den eigentlichen Polarstern,  $\alpha$  Ursae minoris, angewiesen. Aus dieser Erwägung heraus ist ein Verfahren entstanden, das diesem Übelstande ausweicht. Man beobachtet den Durchgang der Zeitsterne nicht mehr im Meridian, sondern in einem durch einen Polstern gehenden Vertikalkreis. Da dieser Stern gewöhnlich  $\alpha$  Ursae minoris ist, heißt die ganze Methode: *Zeitbestimmung im Vertikal des Polarsterns*. Zuerst angegeben wurde das Verfahren von *Littrow*<sup>34)</sup>, *Tiarks*<sup>35)</sup> und *Hansen*<sup>36)</sup>, später weiter ent-

30) *W. Jordan*, Grundzüge, p. 141.

31) *E. J. Dent*, A description of the dipleidoscope, London 1843.

32) Vgl. darüber *C. Hornstein*, *L. Seidel*, *C. A. v. Steinheil*, Astr. Nachr. 24 (1846).

33) Siehe *A. W. Hofmann*, Bericht üb. d. wiss. Apparate auf der Londoner internat. Ausstellung 1876, Braunschweig 1878, p. 180.

34) *J. J. v. Littrow*, Über den erweiterten Gebrauch der Multiplikationskreise, Prag 1820.

35) *J. L. Tiarks*, Lond. Astr. Soc. Mem. 3 (1829), p. 77.

wickelt von *W. Döllen*<sup>37)</sup> und *P. Harzer*<sup>38)</sup>. Die Reduktion, natürlich nicht mehr so einfach wie bei der meridiannahen Methode, tritt bald in direkter, bald in indirekter Form auf; durch *Harzer's* Abhandlung scheint die direkte Methode als die bequemere erkannt zu sein. Die Vorschriften zur Wahrung möglicher Genauigkeit unterscheiden sich nicht viel von den für den Meridian geltenden. Umlegung des Instrumentes während der Reihe und symmetrische Anordnung der Zeitsterne zum Polstern bilden die Hauptsache. Die schließliche Zuverlässigkeit der Methode reicht an jene im Meridian nahe heran, und sie hat sich an einigen Sternwarten und Chronometerobservatorien fest eingebürgert. Als Nebenprodukt fällt das eingestellte Azimut ab, das sich bei Triangulationen mit Nutzen wird verwerten lassen. Besondere Hilfstafeln und Ephemeriden<sup>39)</sup> erleichtern die Anwendung des Verfahrens. — Eine Spezialisierung der Formeln *Döllen's* für den Meridian behandelten *E. Borrass* und nach ihm *H. Kimura*<sup>40)</sup>, der durch ausgedehnte Tafeln mit doppeltem Eingang die Rechnung zu erleichtern sucht.

Zu einer Abart der Zeitbestimmung im Vertikal des Polarsterns mag man greifen, wenn ungünstiges Wetter jeden klaren Moment auf einer Station auszunützen gebietet. Man mißt dann den *Azimuthunterschied des Polarsterns gegen einen Zeitstern* mittels eines Universalinstrumentes, ersteren in beliebigem Stundenwinkel, letzteren so dicht wie zulässig beim Meridian. An Genauigkeit steht das Verfahren, mehr ein Notbehelf, den Durchgängen bei festem Azimut natürlich nach.

**10. In beliebigem Azimut; Olbers'sches Verfahren.** Wie aus einer einzelnen Zenitdistanz, so kann man auch aus *einer Azimuthbestimmung* bei bekannter Breite den Stundenwinkel und damit die Zeit ableiten, ein Verfahren, das aber bei der Schwierigkeit, den Meridianpunkt des Horizontalkreises zu ermitteln und konstant zu

36) *P. A. Hansen*, Astr. Nachr. 9 (1831), p. 117 und 48 (1858), p. 113.

37) u. 38) Vgl. Lit. II. *Harzer*, *Ortsbest.* ist Sonder-Abdr. aus: Mitteil. d. Vereinig. v. Freund. d. Astronomie 6, Berlin 1896.

39) *W. Döllen*, Hilfstafeln für d. Zeitbestimmung im Vertikal des Polarsternes, Petersburg 1874 u. 1878; *W. Döllen*, Sternephemeriden zur Bestimmung von Zeit u. Azimut im Vertikal des Polarsternes, Petersburg 1886—90, Berlin 1891, Dorpat 1893. Seit 1895 von der *Petersbg. Astr. Ges.* hrsg. u. d. Titel „Ephémérides des étoiles pour la détermination de l'heure et de l'azimut dans le plan vertical de la polaire pour l'an . . .“, Petersburg 1894 ff.

40) *H. Kimura*, Formulae and tables for determ. the time in the meridian. Tōkyō sūgaku-buturigaku kwai kizi. Maki no VIII, Dai 6, Tokyo 1901, p. 209.

halten, sich sehr wenig empfiehlt, wenn man nicht zu fester Aufstellung in den Meridian, d. h. zum Passageninstrument in oder nahe dem Meridian übergeht.

Dagegen hat sich eine nach instrumentellen und rechnerischen Anforderungen ungemein einfache Modifikation als sehr praktisch erwiesen. Man beobachtet nämlich das Verschwinden eines Fixsterns hinter einer entfernten senkrechten Wand, etwa eines Kirchturms oder Schornsteins, die am Beobachtungsort ein konstantes Azimut fixiert. Tag für Tag findet das Verschwinden des Sterns immer zur selben Sternzeit statt und gibt damit ein Mittel zur Prüfung des *Uhranges*. Wenn man nun noch auf irgend eine Weise sich die absolute Zeit jenes Momentes verschafft, fließt daraus die Möglichkeit, jederzeit auch den *Uhrstand* kennen zu lernen; denn an den ersten Stern, der ja bald in die Tageshelle rücken würde, lassen sich immer wieder andere, später verschwindende anschließen, die einen Gürtel um den Himmel herum bilden und für das ganze Jahr genügend Anhaltspunkte zu gelegener Abendstunde abgeben. Die langsamen Ortsveränderungen der Sterne, veranlaßt durch Präzession, Nutation, Aberration und Eigenbewegung, ziehen eine geringe Variabilität des Zeitpunktes des Verschwindens nach sich, die mittels einfach gebauter Differentialformeln in Rechnung gestellt wird. Mit bestem Erfolge ist die beschriebene Art der Zeitbestimmung von *Olbers*<sup>41)</sup> verwertet worden, der zuerst für ihre Brauchbarkeit eintrat und ihr Eingang bei den Liebhabern der Himmelskunde verschaffte.

**11. Mehrere Azimute.** Daß sich aus der Beobachtung der *Durchgänge zweier beliebiger Sterne* die Zeit ableiten läßt, ergibt sich schon aus dem speziellen Fall der Zeitbestimmung im Vertikal des Polarsterns; die günstigsten Bedingungen führen eben auf jenen Spezialfall. Für die Aufgabe: die Zeit zu bestimmen, zu der zwei Sterne in den gleichen Vertikalkreis kommen, fand schon *J. H. Lambert*<sup>42)</sup> eine kurze Lösung. — Aus dem Durchgang dreier Sterne durch denselben Vertikalkreis Polhöhe, Zeit und Azimut zu ermitteln, wie man vielleicht nach Analogie der später zu besprechenden *Gaußschen Dreihöhenaufgabe* (siehe Nr. 18) versuchen könnte, geht nicht an; in den drei Gleichungen lassen sich zwei Unbekannte (Zeit und Azimut) nicht trennen.

**12. Näherungsmethoden.** Einige leicht auszuführende Näherungsmethoden, die sowohl Zeit wie Polhöhe ergeben, mögen noch

41) *W. Olbers*, Monatl. Corr. 3 (1801), p. 124.

42) *J. H. Lambert*, Berl. astr. Jahrb. für 1789, p. 213.

hier miterledigt werden. Die Aufgabe: aus den Uhrangaben, zu welchen vier Sterne durch zwei beliebige Vertikale gehen, Uhrkorrektion und Breite zu bestimmen, hat 1789 Graf v. Platen zu Hallermund<sup>43)</sup> diskutiert. Wislicenus<sup>44)</sup> kleidete die Lösung in ein modernes Gewand und wies darauf hin, daß, wie bei Olbers, die Azimute durch ferne terrestrische Gegenstände (Fahnenstange, Hauskante etc.) markiert sein dürften und Instrumente, abgesehen von einem schwach vergrößernden Fernrohr, nicht nötig seien.

Einer gleich einfachen Art der Zeit- und Ortsbestimmung gedenkt P. Harzer<sup>45)</sup>. Er legt die Azimute durch senkrechte Schnüre fest, die zur Vermeidung einer parallaktischen Verschiebung gegen das nahe Auge des Beobachters über ein primitives in den Boden gerammtes Gestelle geschlungen und beschwert werden. Harzer's Methode leistet trotz der denkbar einfachsten Hilfsmittel eine Genauigkeit von 1' bis 2' in beiden Koordinaten. Von E. Hammer<sup>46)</sup> stammt der Vorschlag, ein einfaches Senklot in Verbindung mit den Ergebnissen einer Landesvermessung zu benutzen. Man beobachtet den Moment, zu dem die Sonne das auf diese Weise festgelegte Azimut passiert. — Im Zusammenhang sind die mit einfachen Hilfsmitteln optisch und photographisch zu erledigenden Aufgaben der Zeit- und Ortsbestimmung von K. Schwarzschild<sup>47)</sup> dargestellt worden.

**13. Azimut-, Höhen- und Zeitdifferenz.** Den Schluß bilde eine nur auf die Messung von Koordinatendifferenzen gestützte Methode, die der Kenntnis irgend eines instrumentellen Nullpunktes enträt. An einem Universalinstrument beobachte man für zwei Sterne die Differenzen der Höhen, Azimute und zugehörigen Uhrzeiten, Daten, die zur Ableitung von Zeit, Polhöhe und Meridianrichtung hinreichen. Zur Herabdrückung der Fehlereinflüsse verlangen die Differentialformeln möglichst großen Azimut- und Höhenunterschied. Die Aufgabe ist so zuerst von Encke<sup>48)</sup> gefaßt worden. Nahe Verwandtschaft weist ein von Lyons<sup>49)</sup> diskutiertes Problem auf: Zeit und Polhöhe

43) E. F. v. Platen zu Hallermund, Berl. astr. Jahrb. für 1789, p. 126—127.

44) W. F. Wislicenus, Astr. Nachr. 124 (1890), p. 89.

45) Siehe Harzer, Ortsbest.

46) E. Hammer, Zeitbestimmung (Uhrkontrolle) ohne Instrumente, Stuttgart 1893.

47) K. Schwarzschild, Astronomische Beobachtungen mit elementaren Hilfsmitteln, in den „Beiträgen zur Frage des Unterrichts in der Mathematik, Physik u. Astronomie“, hrsg. von F. Klein u. E. Riecke, Leipzig 1904.

48) J. F. Encke, Über eine Erweiterung des Douwes'schen Problems, Berl. astr. Jahrb. für 1859, p. 334.

49) J. Lyons, Naut. Alm. for 1778.

zu bestimmen, wenn man nur das Intervall kennt, das der Durchmesser der Sonne gebraucht, um einen Vertikalkreis und einen Höhenkreis<sup>106)</sup> zu passieren. *H. G. v. Mattuschka*<sup>50)</sup>, *J. K. Schulze*<sup>51)</sup> und auch einige neuere Schriftsteller wandten der in praxi fast bedeutungslosen Aufgabe Aufmerksamkeit zu.

## II. Polhöhenbestimmung.

**14. Meridianhöhe.** Wie Nr. 4 zu einer beobachteten Höhe die Zeit zu ermitteln lehrte, so läßt sich umgekehrt aus einer Höhe bei bekannter Zeit die Polhöhe ableiten. Ein Fehler in der Zeit geht um so geringer in die errechnete Breite ein, je kleiner die Änderung der Höhe während desselben Zeitintervalls wird. Null wird diese Änderung an zwei Punkten der täglichen Sternbahn, im Meridian, den die Zirkumpolarsterne zweimal sichtbar kreuzen. Zugleich nimmt auch die Rechenvorschrift die bequemste Gestalt an: man braucht nur Zenitdistanz und Deklination im richtigen Sinne, den man aus der Anschauung abliest, zu addieren. Man kann noch auf die Kenntnis der Deklination der Sterne verzichten, wenn man beide Kulminationshöhen eines Zirkumpolarsternes mißt; das arithmetische Mittel liefert die geographische Breite des Beobachtungsortes, ihre halbe Differenz die Poldistanz des benutzten Sternes. Die Methode findet vor allem Anwendung an festen Sternwarten mit Hilfe des Meridiankreises; da an demselben aber der Zenitpunkt nicht, wie beim Universal, durch Durchschlagen bestimmt werden kann, so verschafft man sich die Lotlinie durch die Beobachtung des Nadirs, d. h. man richtet das Fernrohr auf einen darunter stehenden Quecksilberspiegel und liest am Kreis die der Deckung des direkt gesehenen und des reflektierten Fadenbildes entsprechende Stellung ab. Die ange deutete Methode gewährt eine absolute, vom Sternort unabhängige Ermittlung der Polhöhe und der Deklination. Es pflegt mit einer derartigen Untersuchung stets eine solche der Biegung des Tubus, der atmosphärischen Refraktion und der Teilfehler des Kreises verbunden zu werden.

Der Kenntnjs der Deklination enthebt man sich auch durch Messung der größten und kleinsten Meridianhöhe der Sonne zur Zeit der Solstitien; die halbe Summe gibt die Äquatorhöhe, die halbe Differenz die Schiefe der Ekliptik. Schon um das Jahr 1100 a. C. führten chinesische Astronomen diese Beobachtungsreihen mittels

50) und 51) Siehe Berl. astr. Jahrb. für 1781, 2. Teil, p. 185 u. 186.

des Gnomons aus<sup>52)</sup> und auch von *Pytheas von Massilia*<sup>53)</sup> berichtet die Geschichte ein Gleiches. —

Die Methode der Meridianzenitdistanzen in ihrer einfachen Form wurde nach dem Vorgang des österreichischen Obersten *R. v. Sterneck* vom kgl. preußischen geodätischen Institut<sup>54)</sup> angewandt, wenn nicht der äußerste Grad von Genauigkeit vonnöten, z. B. für Untersuchungen von Lotablenkungen. Die Ergebnisse fallen befriedigend aus: es scheint leicht, einer Polhöhe den mittleren Fehler von  $\pm 1''$  zu wahren. Allerdings war auch behufs Elimination systematischer Fehlerquellen nichts unterlassen: Beobachtung in beiden Kreislagen des Universalinstrumentes und in mehreren Ständen des getheilten Kreises, symmetrische Anordnung der Sterne zum Zenit, sodaß Refraktion und Biegung fast ganz herausfallen.

Mit einem Reflexionsinstrument wird der Beobachtungsmodus darin bestehen, daß man das Gestirn kurz vor dem Meridiandurchgang im Auge behält und es verfolgt, bis es die größte Höhe erreicht, die man abliest. Die Sonne erreicht indes, ihrer eigenen Bewegung in Deklination wegen, ihre größte Höhe nicht genau im Meridian, und man hat dieserhalb noch eine Reduktion der größten Höhe auf die Meridianhöhe anzubringen<sup>55)</sup>, die in den Solstitien verschwindet und in den Äquinoktien am größten ist. Ähnliches trifft bei andern beweglichen Himmelskörpern zu, insbesondere beim Mond, dessen Verwendung zur nautischen Ortsbestimmung neuerdings wieder befürwortet, aber auch abgelehnt wurde<sup>56)</sup>.

Schließlich möge noch eine von *M. Loewy* angegebene und von *W. Ebert*, *J. Perchot* und *H. Renan*<sup>57)</sup> am Pariser Meridiankreis erprobte Methode hier Platz finden. Einen dem Pol eng benachbarten Stern (Polardistanz kleiner als  $1^\circ$ ) beobachtete man in zwei zum 6<sup>h</sup>-Stundenkreis nahe symmetrischen Örttern seiner täglichen Bahn, die einen

52) Siehe *Gehler's physikal. Wörterbuch*, 2. Aufl. Bd. 9, Leipzig 1840, p. 2138.

53) Um 350 a. C. Näheres in *Gehler's physikal. Wörterbuch*, 2. Aufl. Bd. 9, Leipzig 1840, p. 2172; ferner bei *W. Bessell*, Über *Pytheas von Massilia*, Göttingen 1858.

54) *Geod. Inst. Veröff.*: Die Polhöhe von Potsdam, I. Heft, Berlin 1898; ferner *Geod. Inst. Veröff.*: Bestimmung der Polhöhe und der Intensität der Schwerkraft auf 22 Stationen, Berlin 1896.

55) Siehe z. B. *Roth*, *Navig.*, p. 131.

56) Siehe *Reichs-Marine-Ant.*, *Navig.* 2, p. 176.

57) *Obs. de Paris ann.*, obs. 1897, Paris 1899, und *H. Renan et W. Ebert*, *Détermination de la latitude d'après les méthodes de Loewy*, *Obs. de Paris ann.*, obs. 1900, Paris 1904.

Schluß auf die Lage des Pols zulassen. Bequeme Relationen zur Berechnung der Änderungen wegen Aberration, Nutation, Präzession für äußerst polnahe Sterne lehrte *W. Ebert*<sup>58)</sup>.

Wiewohl noch nicht direkt zur Breitenbestimmung verwertet, verdient hier ein Instrument Erwähnung, das *G. B. Airy*<sup>59)</sup> für Greenwich konstruierte. Der „Reflexzenit-Tube“ besteht aus einem Objektiv mit vertikal gerichteter Achse. Darunter in halbem Fokalabstand ein Quecksilberspiegel; etwas über dem Objektiv, ihm zur Seite und fest damit verbunden ein Mikrometer, dessen Fadenebene mit der Bildebene zusammenfällt. Durch eine Drehung der Mikrometer-Objektiv-Platte um  $180^{\circ}$  vermag man kleine Zenitdistanzen mit großer Schärfe zu messen. Die Theorie hat *Ch. L. Poor*<sup>60)</sup> revidiert, *J. C. Kapteyn*<sup>61)</sup> eine photographische Modifikation angegeben.

**15. Zirkummeridianhöhen.** Zur Erhöhung der inneren Genauigkeit der Meridianzenitdistanzmethode können am Universalinstrument die Einstellungen um den Meridian herum vervielfältigt werden; man geht zur Methode der *Zirkummeridianhöhen* über, die die Kenntnis einer genäherten Zeit verlangen. Die unmittelbar sich darbietende Berechnungsart bestünde darin, das sphärische Dreieck Pol-Zenit-Stern nach der Seite Pol-Zenit (= Komplement der Breite) aufzulösen; indes darf man, da nur kleine Stundenwinkel auftreten, von Reihenentwickelungen Gebrauch machen, denen je nach der Zahl der mitgenommenen Glieder eine mehr oder minder hohe Präzision zueignet. Nimmt man nur das erste Glied und schreibt es so, daß man einen Faktor herausschält, der nur mehr mit dem Quadrate des in Zeitminuten ausgedrückten Stundenwinkels multipliziert zu werden braucht, um die Reduktion der gemessenen Höhe auf den Meridian zu ergeben, so entsteht die besonders in der nautischen Astronomie gebräuchliche *Methode der Kulminationssekunden*<sup>62)</sup>. Aus jeder Höhe gewinnt man nach einer der zahlreichen dazu aufgestellten Formeln die Meridianhöhe und aus deren Mittel die gesuchte Polhöhe. Für die Sonne, überhaupt für ein bewegliches Gestirn, spielt noch die Deklinationsänderung eine Rolle, die dadurch bequem in Rechnung gezogen werden kann, daß man zwar die im Augenblick der Kulmination geltende Deklination zugrunde legt, dann aber die Stunden-

58) *W. Ebert*, Astr. Nachr. 151 (1899), p. 145.

59) *G. B. Airy*, Greenw. obs. 1854, app. 1.

60) *C. L. Poor*, Astron. Journ. 9 (1890), p. 153.

61) *J. C. Kapteyn*, Astr. Nachr. 125 (1890), p. 81.

62) Siehe z. B. *Reichs-Marine-Amt*, Navig. 2, p. 181.



winkel vom Moment der größten Höhe an zählt<sup>63</sup>). In nautischen Kreisen fand großen Beifall eine Arbeit von *Goodwin*<sup>64</sup>), der die Höhenänderung der Sonne zusammenwirken läßt mit der Schiffsbewegung zur Reduktion einer Sonnenhöhe nächst dem Meridian.

In Beobachtung und Rechnung sehr einfache Methoden ergeben sich aus der Überlegung, daß drei nahe am Meridian gemessene Höhen nebst ihren Azimutdifferenzen, wie sie das Universal liefert, ohne Kenntnis der Breite dazu dienen können, die Meridianhöhe zu berechnen und daß bei genähert gegebener Breite schon zwei Höhen mit ihrer Azimutdifferenz ausreichen. Mit Benutzung einer Uhr läßt sich, auch wenn Gang und Stand unbekannt, aus drei Höhen und den Zwischenzeiten die Meridianhöhe eruieren<sup>65</sup>).

Daß man statt der Zeit das Azimut neben der Höhe substituieren darf, ist klar<sup>66</sup>).

**16. Polarishöhe.** Während man bei einem beliebigen Stern immer an die Nachbarschaft des Meridians gebunden ist, fällt diese Einschränkung bei dem langsam beweglichen *Polarstern* fort; im ungünstigsten Punkte seiner Bahn, in den Stundenwinkeln  $18^h$  und  $6^h$  wächst oder sinkt seine Höhe in einer Zeitminute um nicht ganz  $20''$ . Sphärische Rechnung ist auch hier der geringen Poldistanz wegen nicht erforderlich; man kommt mit einer Reihenentwicklung aus<sup>67</sup>). Vertheilt man bei einer die höchste Genauigkeit anstrebenden Beobachtungsserie die Einstellungen von *Polaris* symmetrisch über seine tägliche Bahn, so wird man frei von dem zugrunde gelegten Ort des Sternes an der Sphäre.

Die Zirkummeridianhöhen in Verbindung mit Polarishöhen bilden eine der drei Hauptmethoden zur Bestimmung der Breite für die modernen Festlegungen von Punkten erster Ordnung bei großen Triangulationen und Gradmessungen.

63) Siehe *Brünnow*, p. 275.

64) *M. A. Goodwin*, *The Ex-meridian*, London 1894.

65) Siehe z. B. *Th. Albrecht*, *Formeln u. Hülftafeln für geographische Ortsbestimmungen*, Leipzig 1873, 3. Aufl. 1894, p. 55; ferner *J. J. Åstrand*, *Neue einfache Methode für Zeit- und Längenbestimmung*, Wien. Ber. 56 (1867), p. 350; *C. L. v. Littrow*, *Wien. Sternw. Ann.* 21 = N. F. 1 (1841), p. LVI; *Th. v. Oppolzer*, *C. v. Littrow's Methode der Zeitbestimmung durch Circummeridianhöhen*, Wien. Ber. 58 (1868), p. 772; *P. Bouguer*, *Nouveau Traité de navigation*, 2. Ausg. hrsg. von *N.-L. de Lacaille*, Paris 1760; *G. S. Klügel*, *Berl. astr. Jahrb. für 1799*, p. 148, Berlin 1796.

66) *J. J. v. Littrow*, *Lond. Astr. Soc. Mem.* 2 (1826), p. 321.

67) Z. B. bei *Brünnow*, p. 277. — Vgl. Nr. 49, 2, p. 157.

### 17. Zweihöhenproblem, Spezialfälle und verwandte Aufgaben.

Will man für Zwecke der Technik und auf geographischen Forschungsreisen möglichst rasch Zeit und Polhöhe ermitteln, so mag man sich nicht an Meridian und Ersten Vertikal binden. Zur Festlegung der zwei Unbekannten genügen zwei Daten, *zwei Höhen nebst ihrer Zwischenzeit*. Die Aufgabe trat schon vor mehr als 400 Jahren in den Gesichtskreis der Astronomen und ist seit jener Zeit, wie kaum ein zweites Problem der sphärischen Astronomie, variiert und permutiert worden. Da man die allgemeine strenge Lösung für zwei verschiedene Sterne sofort richtig erkannte, konnte es fürder nur darauf ankommen, die Rechnung zu vereinfachen.

Der Gang der strengen Auflösung gestaltet sich wie folgt: zunächst löse man das vom Pol und den beiden Sternen gebildete Dreieck auf, sodann das vom Zenit und den beiden Gestirnen definierte, in welchem die drei Seiten gegeben. Jetzt hat man in jedem der beiden von Pol, Zenit und einem Stern eingeschlossenen Dreiecke zwei Seiten und den Zwischenwinkel und damit Breite und Stundenwinkel. Wird scharfe Trennung der Unbekannten angestrebt, so soll die eine Höhe dicht beim Meridian, die andere dicht beim ersten Vertikal genommen sein. Die Zuverlässigkeit der Breite hängt wesentlich von der Genauigkeit der meridiannahen Höhe, die der Zeit von der Schärfe der beim ersten Vertikal beobachteten Höhe ab.

Eine erste Vereinfachung ergab sich, wenn beide Male dasselbe Gestirn beobachtet war, und da der Seemann vor allem die Sonne zu Hilfe nahm, so entstanden zahlreiche indirekte Näherungsmethoden, die die kleine Deklinationsänderung der Sonne während der 3<sup>h</sup> bis 6<sup>h</sup>, um die beide Messungen voneinander abliegen mochten, differentiell berücksichtigten. Unter diesen hat sich der meisten Empfehlung lange Zeit die indirekte *Douwes'sche*<sup>68)</sup> Methode erfreut. Ihr Prinzip beruht in folgendem: Die aus der Schiffsrechnung nach Kompaß und Log beiläufig bekannte (gegebene) Breite, die dem ersten Vertikal nächste Höhe, die Zwischenzeit und die Deklination liefern eine freilich nur näherungsweise richtige Zeitbestimmung, mit der die meridiannahe Höhe nun die Breite liefert. Mit dieser neuen Polhöhe wird die Berechnung des Stundenwinkels wiederholt. *Douwes* konstruierte umfangreiche Tafeln zur Erleichterung der Anwendung jener

---

68) C. Douwes, Verhandeling om buiten den Middag op Zee de waare Middags-Breedte te vinden, Haarlem 1754; De noodige Zeemanstafeln en voorbeelden tot het vinden der breedte buiten den Middag, Amsterdam 1775; op nieuw overzien door J. Floryn, 1820.

Methode, die man in allen älteren nautischen Tafelwerken<sup>69)</sup> vorfindet. Der Gewinn, den die Tafeln bringen, ist indes äußerst gering, wenn nicht ganz illusorisch. Ja, die ganze Methode leidet an dem Übelstande, daß sie unter gewissen Bedingungen, insbesondere bei stark fehlerhafter gegebener Breite, überhaupt keine Annäherung an die Wahrheit mehr liefert, sondern daß die von ihr sukzessive beigegebenen Resultate dann immer weiter divergieren. Auch auf See fand die *Douwes'sche* Methode nicht jene ausgedehnte Anwendung, die man vielleicht nach dem Umfang der ihretwegen in nautischen Werken mitgeführten Tafeln zu erwarten geneigt sein könnte.

Die allgemeine Aufgabe und ihre Lösung ist sehr alt. Sie geht auf *Regiomontan* (1472)<sup>70)</sup>, *Tycho de Brahe*<sup>71)</sup> und den Landgrafen *Wilhelm IV. von Hessen* (1566)<sup>72)</sup> zurück, wenn sie den Ort eines Sternes ableiten durch Messung seiner Distanz von zwei bekannten Sternen. Später wurde sie von *Nuñez*<sup>73)</sup>, *Hues*<sup>74)</sup>, *Gietermaker*<sup>75)</sup>, *Fatio*<sup>76)</sup> behandelt, aber erst von *Douwes*<sup>68)</sup> und *Nieuwland*<sup>77)</sup> in eine dem Seemann plausible Form gegossen.

Mit strengen Lösungen befaßten sich *Schubert*<sup>78)</sup>, *Krafft*<sup>79)</sup>, *Mollweide*<sup>80)</sup>, *J. F. Hennert*<sup>81)</sup>, *Ivory*<sup>82)</sup>, weiß letzteren Methode mit der *Krafft'schen*<sup>79)</sup> identisch ist. Eine rein analytische Darlegung gab *Gauß*<sup>83)</sup>, während *Encke*<sup>48)</sup> wieder eingehend das trigonometrische Ver-

69) Z. B. in *J. F. Domke*, Nautische, astronomische und logarithmische Tafeln, 7. Aufl., Berlin 1879, die Tafeln Nr. 37, 38, 39.

70) *J. Regiomontanus*, De cometæ magnitud., longit. ac loco vero, problemata XVI, Nürnberg 1531 = Scripta Regiomontani, ed. *J. Schöner*, Norimbergæ 1544.

71) *Tycho Brahe*, De nova stella anno 1572, Hafniæ 1573. Denuo edidit regia societas danica, Kopenhagen 1901.

72) Vgl. *Willebrord Snellius*, Coeli et siderum in eo errantium observationes Hassiacæ Principis Wilhelmi, Lugdunum Batavorum 1618.

73) *P. Nonius*, De crepusculis, Olyssipone 1542, Conimbricæ 1573.

74) *R. Hues*, Tractatus de globis et eorum usu, Lugdunum (Lyon) 1594, Amstelodami 1611.

75) *C. H. Gietermaker*, Vergulden Licht der Zeevaert, Amsterdam 1660.

76) *N. Fatio*, Navigation improved, beeing chiefly the method for finding the latit., London 1728.

77) *P. Nieuwland*, Berl. astr. Jahrb. Suppl. 1 (1793), p. 42.

78) *F. T. Schubert*, Berl. astr. Jahrb. für 1790, p. 188.

79) *W. L. Krafft*, Petersbg. Nova Acta 9 (1795), p. 353, présenté 1794.

80) *K. B. Mollweide*, Monatl. Corr. 19 (1809), p. 545 und Astr. Nachr. 3 (1825), p. 197.

81) *J. F. Hennert*, Berl. astr. Jahrb. für 1803, Berlin 1800, p. 124.

82) *J. Ivory*, Phil. Mag. 58 (1821), p. 81.

83) *Gauß*, Method. peccul.

fahren entwickelte. Auch *Grunert*<sup>85)</sup> und *Matern*<sup>86)</sup> teilten Lösungen der „Douwes'schen Aufgabe“ mit. — Eine erschöpfende historische Würdigung ließ *Weyer*<sup>87)</sup> dem Zweihöhenproblem angedeihen, auf die hier besonders verwiesen sei. —

Ein Spezialfall ist der Übergang auf zwei gleiche Höhen, den ebenfalls *Gauß*<sup>88)</sup> in seiner erwähnten Abhandlung lehrt. Behufs Zeitbestimmung beobachtet man einen Stern im Osten und einen im Westen, für die Breite einen im Norden und einen im Süden. Spätere Schriftsteller, insbesondere *N. Zinger*<sup>88)</sup>, der eigene Ephemeriden veranlaßte<sup>89)</sup> und neuerdings *Cañete del Pinar*<sup>90)</sup>, der den Sextanten zum Präzisionsinstrument zu erheben sich bemüht, bildeten die Methode nach der praktischen Seite aus, *M. Pjewzow*<sup>21)</sup> sucht sie durch umfangreiche Tafeln einzubürgern. *Hayn*<sup>91)</sup> und *Kohlschütter*<sup>92)</sup>, beide mit dem gleichen kleinen Zenitteleskop ausgestattet, verwerteten die Methode in den Deutschen Kolonien und erzielten in Anbetracht der ungünstigen äußeren Verhältnisse recht befriedigende Resultate.

Staatsminister *v. Camphausen*<sup>93)</sup> machte den Vorschlag, zur Ermittlung von Breite, Zeit und Richtung des Meridians die Azimutdifferenz zweier Sterne in Ost und West an einem Universal dann zu beobachten, wenn ihre Höhe der Deklination gleich sei. Wir glauben, diesen Gedanken schon hier erwähnen zu dürfen, weil er *Encke's* Bearbeitung des Douwes'schen Problems<sup>48)</sup> veranlaßte.

Eine Ortsbestimmung läßt sich auch dadurch erzielen, daß man die Höhen mißt, in welchen zwei bekannte Sterne nacheinander denselben Stundenkreis<sup>94) 44)</sup> oder aber denselben Vertikalkreis<sup>44)</sup> passieren,

85) *J. A. Grunert*, Arch. Math. Phys. 14 (1850), p. 83.

86) *A. Matern*, Ann. d. Hydr. 1882, p. 400.

87) *G. D. E. Weyer*, Die direkten oder strengen Auflösungen für die Bestimmung des Beobachtungsortes . . . , Ann. d. Hydr. 1884; Die indirekten oder genäherten Auflösungen für das Zweihöhenproblem, Ann. d. Hydr. 1884.

88) Siehe die p. 82 (Lit. II) zitierte Monographie *Zinger*.

89) *N. Schtschetkin*, siehe <sup>20)</sup>, ferner *Th. Fr. G. Wittram*, Tables auxiliaires pour la détermination de l'heure par des hauteurs corresp., Pétersbourg 1892.

90) *de Cañete del Pinar*, Observaciones de precisión con el sextante, Madrid 1895.

91) *F. Hayn*, Astronomische Ortsbestimmungen im Deutschen Schutzgebiete der Südsee, Berlin 1897.

92) *E. Kohlschütter*, Bericht über die astron. und geodät. Arbeiten der Deutschen Grenzregulierungskommission zwischen dem Nyassa- und Tanganyikasee, Mittheilungen von Forschungsreisenden und Gelehrten a. d. Deutschen Schutzgebieten, 13 (Berlin 1900), p. 265.

93) Vgl. *Encke* <sup>48)</sup>.

94) *J. W. von Camerer*, Berl. astr. Jahrb. für 1797, p. 246. — *Wislicenus* <sup>44)</sup>.

dessen Stundenwinkel resp. Azimut man nicht zu kennen braucht. Letztere Methode verlangt ein Universalinstrument, aber, soweit die Polhöhenbestimmung in Frage kommt, keine Uhr, erstere nur einen Sextanten, kein Stativ, aber eine Uhr mit bekanntem Gang.

Die dem Zweihöhenproblem nahe verwandte Aufgabe: aus zwei Höhen desselben Gestirns und der Azimutaldifferenz bei bekannter Polhöhe die Azimute abzuleiten, kannte schon *Ibn Yunis*<sup>95)</sup>.

**18. Gauß'sche Methode.** Das Zweihöhenproblem setzte den Ort des Gestirns als bekannt voraus; nimmt man drei Höhen desselben Himmelskörpers, so macht man sich auch unabhängig von der Deklination des Objekts. Diese auf den ersten Blick sehr bestechende und vielfach untersuchte Methode<sup>96)</sup> verdient aber aus dem Grunde keine Empfehlung, weil in den Höhen begangene kleine Beobachtungsfehler die Resultate stark entstellen. Verzichtet man dagegen auf die Mitbestimmung der Deklination, wählt drei verschiedene Sterne aus und setzt die Gleichheit der Höhen fest, so hat man die *Gauß'sche Methode*<sup>97)</sup>, eine von denjenigen, die bei geringsten instrumentellen Anforderungen eine sehr hohe Genauigkeit zulassen.

Diese Methode führt auf die trigonometrische Aufgabe, aus den Durchgangszeiten der drei Sterne durch denselben Höhenkreis<sup>106)</sup> die Polhöhe zu berechnen. Schon *Cagnoli*<sup>98)</sup> löste diese Aufgabe, allerdings in anderem Zusammenhang: er suchte nämlich aus drei heliozentrischen Örtern eines Sonnenflecks die Lage des Äquators der Sonne und die Deklination des Flecks abzuleiten. Auf die Identität beider Aufgaben wies dann *Gauß*<sup>97)</sup> hin. Will man eine Verschärfung durch Multiplikation der Beobachtungen erzielen, so gelingt dies entweder dadurch, daß man bei Anwendung eines festen Instrumentes die Durchgänge an mehreren im Gesichtsfeld gespannten Horizontalfäden nimmt, oder dadurch, daß man die Zahl der Sterne vermehrt. Diese letztere Verallgemeinerung der Gauß'schen

95) *Ibn Yunis* (Kairo 960—1008), Hakimitische Tafeln, Kap. 23 (nicht im Druck erschienen); vgl. *A. v. Braunmühl*, Beiträge zur Geschichte der Trigonometrie, Nova Acta, Abhdl. d. Leopold.-Carolin. Akad. der Naturforscher 71, Halle 1897, p. 24—26.

96) *Z. B. J. F. Hennert*, Berl. astr. Jahrb. für 1803, Berlin 1800, p. 124 und *J. K. F. Hauff*, Berl. astr. Jahrb. Suppl. 4, Berlin 1808, p. 237.

97) *C. F. Gauß*, Über eine Aufgabe der sphärischen Astronomie, Monatl. Corr. 18 (1808), p. 277 = *Gauß* Werke 6 (1874), p. 129, sowie p. 142.

98) *A. Cagnoli*, Trigonométrie rectiligne et sphérique, Paris 1786. — Die kunstlos aus der Anschauung der Figur fließende Lösung findet man z. B. bei *Th. Epstein*, Die Sonnenflecke, Festschr. z. Jahrh.-Feier der Realschule der israelitischen Gemeinde zu Frankfurt, Frankfurt a. M. 1904, p. 108.

Methode hat *Knorre*<sup>99)</sup> näher durchgeführt; es kommt natürlich auf die Ermittlung der wahrscheinlichsten Werte nach der Methode der kleinsten Quadrate heraus, da ja der Daten jetzt mehr als Unbekannte vorliegen. Sehr eingehend befaßte sich auch *Perrin*<sup>100)</sup> mit dem Gegenstande. Da die absolute Höhe keine Rolle spielt, nur ihre Konstanz, so fallen Indexfehler, Teilungsfehler, Refraktionseinflüsse, Exzentrizität ganz aus dem Resultat heraus; die Beobachtung ist leicht und einfach auszuführen. Neuerdings ist die Vorbereitungsrechnung von *B. Cohn*<sup>101)</sup> einer Diskussion unterzogen worden, die darauf hinausläuft, daß man auf graphischem Wege die drei bestgelegenen Sterne herausfindet. Die günstigsten Bedingungen der Beobachtung treffen dann zu, wenn die drei Sterne sich gleichförmig um den Himmel verteilen, d. h. wenn ihre Azimutdifferenz  $120^{\circ}$  beträgt. Als den einen Stern kann man auf der Nordhalbkugel aus Gründen der Bequemlichkeit stets den in Höhe nur um  $3^{\circ}$  veränderlichen Polarstern wählen.

Einige weitere Vorteile bietet die Beobachtung genau in dem durch den sichtbaren Himmelspol gehenden Höhenkreis<sup>106)</sup>, den die Sterne in einer der geographischen Breite gleichen Höhe passieren. Ein großes auf Quecksilber schwimmendes Instrument speziell für diesen Zweck hat *Chandler*<sup>102)</sup> bauen lassen, einen sogenannten Almurkantar, der aber nicht nur zur Polhöhenbestimmung, sondern allgemein zur Ortsbestimmung von Sternen dienen soll. *Sampson*<sup>103)</sup> hat sich gleichfalls mit dem Verfahren beschäftigt und eine Anzahl Fundamentalsternörter danach beobachtet. Für jeden Beobachtungsort sind natürlich nur jene Sterne der Methode zugänglich, deren obere Kulminationshöhe größer ist als die geographische Breite.

**19. Drei Höhen.** Setze ich drei Höhen als gemessen voraus, so wird die Aufgabe überbestimmt und der natürlichste Weg zur Erlangung der beiden Unbekannten Breite und Zeit gestaltet sich etwa so: mit angenommener Polhöhe und Uhrkorrektur berechnet man die zu jeder Beobachtungszeit gehörigen Sternhöhen und stellt deren kleine Unterschiede gegen die Messungen durch die Differentiale von Polhöhe und Stundenwinkel dar. Man gewinnt soviel lineare Gleichungen als Höhen zu Gebote stehen und vermag daraus nach der

99) *H. Knorre*, siehe *Sawitsch*, p. 776.

100) *E. Perrin*, Détermination exacte de la latitude et du temps par la méth. des hauteurs égales, Annales du Bureau des Longitudes 4, Paris 1890.

101) *Berthold Cohn*, Über die Gauß'sche Methode, Diss. Straßburg i. E. 1897.

102) *S. C. Chandler*, The Almurkantar, Harvard Obs. ann. 17 (1887).

103) *R. A. Sampson*, Lond. Astr. Soc. Monthly Not. 63 (1903), p. 338.

Methode der kleinsten Quadrate die wahrscheinlichsten Verbesserungen an die der Berechnung der Höhen zugrunde gelegten Werte von Breite und Uhrstand abzuleiten. — Ein „Dreihöhenproblem“, wie man es wohl bei nautischen Schriftstellern findet, gibt es im engeren Sinne nicht. Der wahrscheinlichste Schiffsort aus drei Höhen ist stets nur der nach dem beschriebenen oder einem verwandten Verfahren erhaltene<sup>104)</sup>.

Einfach bestimmt wird wieder die Aufgabe: aus den *Höhendifferenzen dreier Sterne* und den Zwischenzeiten Polhöhe, Zeit und die Höhen zu ermitteln. Ein indirektes Lösungsverfahren dieser Verallgemeinerung des Gauß'schen Problems hat *Wirtz*<sup>105)</sup> behandelt.

**20. Horrebow-Talcott'sche Methode.** Wie man aus dem Durchgang zweier Sterne durch denselben Höhenkreis<sup>106)</sup> die Breite bestimmt, wurde in Nr. 6 dargelegt. Je näher wir an den Meridian herangehen, einen desto geringeren Einfluß übt eine Ungenauigkeit in der Kenntnis der Zeit auf die errechnete Polhöhe aus und er verschwindet gänzlich, wenn ich beide Sterne im Nord und Süd strenge im Meridian beobachte. Jegliche Höhenänderung fällt dort weg, so daß von einer Passage durch einen Höhenkreis nicht mehr die Rede sein kann. Man leistet auf völlige Gleichheit der Höhen beider Sterne Verzicht und beschränkt die Forderung darauf, daß die Sterne in so nahe gleichen Höhen kulminieren, daß der Unterschied mit einem Fadenmikrometer meßbar bleibt. Wir stehen also vor einem Spezialfall der Aufgabe: aus der Höhendifferenz zweier Sterne die Polhöhe abzuleiten. Die Lösung besteht hier in der einfachen Regel, daß die Breite sich darstellt als Summe des arithmetischen Mittels der Deklinationen beider Sterne und der am Mikrometer gemessenen halben Differenz der Zenitdistanzen. Den Grundzug des Verfahrens wendet man auch dann an, wenn man Höhen im Nord- und Südweig des Meridians an irgend einem Instrument mißt: wesentlich die Höhendifferenz bedingt das Resultat. Auf die Idee der Methode kam *Horrebow*<sup>107)</sup> und unabhängig auch *M. Hell*<sup>108)</sup>, der sie gelegentlich des Venusdurchganges von 1769 zur Bestimmung der Breite von Wardoehus benutzte. Ferner wandte *Carsten Niebuhr*<sup>240)</sup> sie auf den Rat

104) u. 105) Vgl. Ann. d. Hydr. 1901, p. 467 und p. 323.

106) Höhenkreis (auch *Almukantarat*, *Horizontalkreis*) bedeutet an der Himmelskugel einen Kleinkreis, dessen Pol im Zenit liegt, also einen Kreis konstanter Höhe. Über andere Bedeutungen vgl. Fußn. 310.

107) *P. Horrebow*, Opera mathematico-physica 3, Havniae 1740—41.

108) *M. Hell*, Observatio transitus Veneris, Hafniae 1770; Beob. d. Durchg. der Venus 1769 zu Wardoehus, Breslau und Hirschberg 1793.

*T. Mayer's* in Arabien mit gutem Erfolge an. Sie geriet einige Zeit in Vergessenheit, bis sie, von *A. Talcott*<sup>109)</sup> wieder ans Licht gezogen, zu Breitenbestimmungen bei der amerikanischen Küstenvermessung Verwendung fand.

Eine neue Belebung erfuhr *Horrebow's* Gedanke, als *F. Küstner*<sup>110)</sup> ihn zur Untersuchung der Aberrationskonstante zu verwerthen lehrte und gleichzeitig den endgültigen praktischen Beweis für die schon von *Bessel*<sup>111)</sup> vermutete Polhöschwankung lieferte. Zur weiteren Verfolgung der Frage ging *Marcuse*<sup>112)</sup> nach Honolulu, um dort in Kooperation mit europäischen Observatorien die Schwankungen näher zu studieren. Dann nahm das Zentralbureau der internationalen Erdmessung die systematische Erforschung der Bahn des Erdpoles in die Hand und beschloß, nachdem schon seit 1895 alle Jahre Berichte über den Stand der Erforschung der Breitenvariationen<sup>113)</sup> herausgegeben worden waren, einen geregelten Breitendienst einzurichten. Der Ausführung dieses Planes gingen Versuche über die zweckmäßigste Art der Instrumente voraus, wobei man auch das schon von *Küstner*<sup>110)</sup> angemerkte, von *Marcuse*<sup>114)</sup> durch ein eigens den Zwecken der *Horrebow*-Methode angepaßtes photographisches Fernrohr von 5 Zoll Öffnung ausprobierte photographische Verfahren in den Kreis der Erwägungen zog. Man entschied sich für die rein optische Methode, die an einem Zenitteleskop von 108 mm Öffnung und 130 cm Brennweite ausgeübt wird. Das Beobachtungsverfahren<sup>115)</sup> ist dem *Küst-*

109) *A. Talcott* im „Report of the superintendent of the U. S. coast survey for 1857, Washington 1858“, p. 324—334.

110) *F. Küstner*, Zur Bestimmung der Aberrationsconstante, Berlin Sternw. Ergebn. 3 (1888) und Astr. Nachr. 126 (1891), p. 233.

111) *F. W. Bessel's* Brief an *Humboldt* 1844 Juni 1, erwähnt in: Briefe zwischen *A. v. Humboldt* und *Gauß*, hrsg. von *K. Bruhns*, Leipzig 1877, p. 53. — Eine elementare Theorie der Polhöschwankungen: *F. Klein* und *A. Sommerfeld*, Theorie des Kreisels, Heft 3, p. 663, Leipzig 1903.

112) *A. Marcuse*, Bericht über die Expedition nach Honolulu, enthalten in: Verh. 10. Allg. Conf. Erdm., Berlin 1893, p. 631; ferner Astr. Nachr. 131 (1892), p. 297 und *Th. Albrecht*, Resultate der Beobachtungsreihe in Honolulu, betreffend die Veränderlichkeit der Polhöhe, erschienen als „CentrBur. Erdm. Veröff.“, Berlin 1892, auch in: Verh. 10. Allg. Conf. Erdm., Berlin 1893, als Annexe A VII.

113) *Th. Albrecht*, Bericht über den Stand der Erforschung der Breitenvariation im Jahre . . . , jährlich erstattet in den „Verh. Comm. oder Allg. Conf. Erdm.“ seit der Innsbrucker Tagung 1894; erscheint seit 1898 selbständig als „CentrBur. Erdm. Veröff.“, Berlin 1898 ff.; Auszüge in den Astr. Nachr., vgl. deren „General-Register“, Kiel 1902, p. 2.

114) *A. Marcuse*, Berlin Sternw. Ergebn. 7 (1897).

115) *Th. Albrecht*, Anleitung zum Gebrauche des Zenitteleskopes auf den internationalen Breitenstationen, 2. Ausgabe, Berlin 1902.



ner'schen nachgebildet. Mit dem Mikrometerfaden stellt man nach Ablesung zweier in der Ebene des Meridians liegender Libellen den ersten Stern im Süden ein, dreht das Instrument um  $180^\circ$ , bringt die Libellen mit der Feinschraube nahe zum Einspielen und führt den Mikrometerfaden auf den nördlichen Stern. Die Kombination der Niveauangaben mit den Schraubenablesungen ergibt den verlangten Höhenunterschied beider Sterne.

Der innere zufällige Fehler einer Polhöhenbeobachtung fällt sehr gering aus. *Küstner* findet ihn zu  $\pm 0'20$  mittlerem Fehler und auf den internationalen Stationen folgt er im Durchschnitt zu  $\pm 0'15$  mittlerem Fehler. Systematische Fehler sind, da der differentielle Charakter der Messungen streng gewahrt bleibt, nur in geringem Maße zu befürchten. Gewisse Erscheinungen lassen freilich Spuren von lokalen Refraktionsanomalien vermuten. Da indes Zenitdistanzen von  $25^\circ$  bei den eigentlichen Polhöhensternen nie überschritten werden, kann eine Anomalie bei der Kleinheit schon der absoluten Refractionen das Resultat kaum gefährden. Überdies wird versucht, hierfür eine Kontrolle durch Beobachtung von Sternpaaren, die in  $60^\circ$  Zenitdistanz kulminieren, zu schaffen<sup>116)</sup>.

Ganz ohne Mikrometer läßt sich nach einem Hinweise *Angelitti's*<sup>117)</sup> der Höhenunterschied dadurch messen, daß man das Fernrohr in eine Zenitdistanz einstellt, die etwas größer ist, als die größere der Meridianzenitdistanzen beider Sterne und dann die Mikrometermessungen durch Durchgangsbeobachtungen beider Sterne östlich und westlich vom Meridian durch einen oder mehrere Horizontalfäden ersetzt.

**21. Durchgänge durch den Ersten Vertikal.** An den nächst dem Meridian wichtigsten (zu ihm senkrechten) Vertikalkreis des sphärischen Horizontalsystems, an den *Ersten Vertikal*, knüpft sich eine Methode der Breitenbestimmung an, die mehrere Vorzüge mit der *Horrebow'schen* gemein hat. Der Grundgedanke, der nach dem Zeugnisse *Horrebow's* und einer im Jahre 1704 gestochenen Tafel der „Basis astronomiae“ auf *Olaus Römer*<sup>118)</sup> zurückgeht, ist folgender. Wenn ein Stern im Ersten Vertikal anlangt, so geht das sphärische Dreieck Pol-Stern-Zenit in ein am Zenit rechtwinkliges über, in welchem von vorneherein eine Seite, die Polardistanz des Sternes, bekannt vorliegt. Beobachtet man noch das Zeitintervall, das verfließt zwischen dem Durchgang des Sternes durch den Ostzweig und dem

116) *Th. Albrecht*, Resultate des internationalen Breitendienstes 1, Berlin 1903.

117) *F. Angelitti*, Rendiconto dell' Accademia delle scienze fisiche e matematiche (Napoli), (2) 4 (Napoli 1890), p. 50.

118) *P. Horrebow*, Basis astronomiae, Havniae 1735 (vgl. Fußn. 25), Tafel VIII.

durch den Westzweig des Ersten Vertikals, so ergibt die halbe Zeitdifferenz in dem erwähnten rechtwinklig-sphärischen Dreieck den Winkel am Pol, i. e. den Stundenwinkel im Moment der Passage durch den Ersten Vertikal.

Vom Urheber nicht richtig gewürdigt fand das Verfahren erst bei *Bessel*<sup>119)</sup> Aufnahme, theoretische Durcharbeitung und praktische Verwertung bei der in Gemeinschaft mit *Baeyer* unternommenen Gradmessung in Ostpreußen<sup>120)</sup>. *Bessel* zeigte, daß der Kollimationsfehler des Passageninstrumentes ganz aus dem Ergebnis herausfällt, wenn zwischen Ost- und Westdurchgang desselben Sternes das Instrument umgelegt wird; die Größe des Azimuts spielt keine Rolle, solange es überhaupt klein bleibt; dagegen müssen an seine Konstanz hohe Anforderungen gestellt und die Neigung der Achse aufs schärfste bestimmt werden, da sie mit vollem Betrage in die Polhöhe eingeht.

Ein weiteres Studium erfuhr die Aufgabe zunächst durch *Hansen*<sup>121)</sup> und *Encke*<sup>122)</sup>, die noch an dem skizzierten *Römer-Bessel*'schen Beobachtungsverfahren mit einmaliger Umlegung des Passageninstrumentes zwischen Ost- und Westdurchgang desselben Sternes festhielten. *W. Struve*<sup>123)</sup> erschloß dem Transit im Ersten Vertikal ein neues Feld: die Bestimmung der Aberrationskonstante neben jener der Polhöhe. *Struve* ließ zu dem Ende ein von *G. u. A. Repsold* konstruiertes, leicht umlegbares Transit mit lichtstarkem Fernrohr in Pulkowo aufstellen und beobachtete jetzt so, daß er während<sup>123)</sup> jedes Durchganges in Ost und West je einmal umlegte. Der unmittelbare Vorteil bestand darin, daß die Konstanz des Kollimationsfehlers auf eine viel engere Zeit beschränkt sein durfte; überdies ergaben sich einige Vereinfachungen der Rechenvorschriften.

Mag man nach der *Römer-Bessel*'schen oder der *Struve*'schen Methode beobachten, zur Bestimmung der Polhöhe soll man Sterne

119) *F. W. Bessel*, Astr. Nachr. 3 (1825), p. 9 und ebenda 6 (1828), p. 221 = *Bessel*, Abhdl. 1, p. 317 und 2, p. 45.

120) *F. W. Bessel* und *J. J. Baeyer*, Gradmessung in Ostpreußen und ihre Verbindung mit preuß. und russ. Dreiecksketten, Berlin 1838 = *Bessel*, Abhdl. 3, p. 62.

121) *P. A. Hansen*, Astr. Nachr. 6 (1828), p. 101—116 und p. 421—458.

122) *J. F. Encke*, Bemerkungen über das Durchgangsinstrument von Ost nach West, Berl. astr. Jahrb. für 1843; ferner *H. Raper*, Lond. Astr. Soc. Mem. 10 (1838), p. 337; *W. H. Simms*, daselbst 26 (1858), p. 1; *J. F. Tennant*, daselbst 28 (1860), p. 235—248.

123) *F. G. W. Struve*, Notice sur l'instrument des passages de *Repsold*, établi dans le premier vertical, St. Pétersb. bull. scient. 10 (1842), p. 209; *O. v. Struve*, Tabulae auxiliares ad transitus per primum verticale reducendos inservientes, Petropoli 1868. — Über *W. Struve*'s Methode vgl. auch *Albrecht*<sup>65)</sup>, 3. Aufl., p. 66.

in möglichster Nähe des Zenits nehmen, und zwar wähle man die Meridianzenitdistanz der Sterne nicht über  $3^{\circ}$ . Je weiter man sich vom Zenit entfernt, um so stärker geht ein Fehler der Zeit in die abgeleitete Polhöhe ein, um so länger wird das Zeitintervall zwischen Ost- und Westpassage und um so höhere Anforderungen müssen an die Konstanz des Azimuts gestellt werden. Zur Prüfung und Ermittlung des Azimuts, in Ermangelung von Miren, hat *Foerster*<sup>124)</sup> ein Verfahren angegeben: er beobachtet die Durchgänge zweier dem Horizont nahen rasch laufenden Sterne kurz nacheinander in Ost und West und leitet daraus mit Hilfe der bekannten Zeit das Azimut der Umdrehungsachse ab.

Neben der reinen Bestimmungsmethode im Ersten Vertikal tauchten verschiedene Modifikationsvorschläge auf. *R. Mauritius*<sup>125)</sup> strebte die Ausdehnung der *Römer-Bessel'schen* Methode auf den ganzen Himmel an; er verlangt ein Passageninstrument, dessen Rohr man unter beliebigem Winkel gegen die Drehungsachse neigen könne. Der Vorschlag scheint nie ausgeführt worden zu sein. Dagegen ist der Plan von *N. Herz*<sup>126)</sup>, dem Transit im Ersten Vertikal einen feingeteilten Vertikalkreis zuzufügen, verwirklicht, von den Erfolgen aber noch nichts bekannt geworden.

Nur mehr an die Nähe des Ersten Vertikals ist eine Methode geknüpft, die *R. Schumann*<sup>127)</sup> im Anschluß an *H. Bruns* diskutiert. Grundidee: Von zwei Sternen, die in der Nähe des Ersten Vertikals gleichzeitig ein und denselben Vertikalkreis passieren, beobachtet man die Durchgänge durch diesen; die eine Komponente des Paares ist dem Zenit nahe und dient zur eigentlichen Ableitung der Polhöhe, die andere Komponente liefert das Azimut des Instrumentes und bedarf einer größeren Zenitdistanz. Durch weitgehende Elimination der Instrumentalfehler zeichnet sich das von *W. Doellen* gelehrt, von *B. Wanach*<sup>128)</sup> bekannt gemachte Verfahren der Breitenbestimmung nahe beim Ersten Vertikal aus, es bildet schon den Übergang zu den Digressionen (siehe Nr. 22).

Die Beobachtung im Ersten Vertikal bildet den bequemsten und

124) *W. Foerster*, De altitudine poli Bonnensi, Diss. Bonn 1854.

125) *R. Mauritius*, Bestimmung der Polhöhe von Marburg, Diss. Marburg 1862.

126) *N. Herz*, Theorie eines mit einem Vertikalkreise versehenen Passageinstrumentes im I. Vertikal, Publicationen der *v. Kuffner'schen* Sternw. in Wien-Ottakring, 2, Wien 1892.

127) *R. Schumann*, Astr. Nachr. 134 (1894), p. 249.

128) *B. Wanach*, Astr. Nachr. 136 (1894), p. 51; siehe auch *F. Contarino*, Astr. Nachr 136 (1894), p. 369.

günstigsten Fall der allgemeinen Aufgabe: aus den Durchgängen zweier Sterne durch denselben Vertikalkreis die Breite (oder Zeit) zu ermitteln, ein in dieser Gestalt kaum je in die Praxis eingedrungenes Verfahren. Ebenso bietet die von C. Rümker<sup>129)</sup> behandelte *Übertragung des Pothenot'schen Problems auf die Sphäre* („Aus den Azimutdifferenzen dreier Sterne die Polhöhe zu berechnen“) vorwiegend theoretisches Interesse.

**22. Digressionen.** Nur diejenigen Sterne ziehen auf ihrer täglichen Bahn sichtbar durch den Ersten Vertikal, deren Deklination zwischen  $0^{\circ}$  und der Polhöhe liegt. Die polwärts vom Zenit kulminierenden Sterne weisen analoge ausgezeichnete Bahnpunkte in den *Digressionen* auf, i. e. jene Stellen ihrer Bahn, in denen ihr Parallelkreis den Vertikalkreis berührt. In der Digression wird das Dreieck Pol-Stern-Zenit am Stern rechtwinklig und zur Breitenbestimmung würde es dann genügen, den Winkel am Zenit zu beobachten. Man erreicht dies dadurch, daß man mit Hilfe eines Theodoliten die Azimutdifferenz zweier aufeinander folgender Digressionen bestimmt, deren Hälfte den gesuchten Winkel darstellt. Die Beobachtung besteht darin, den Horizontalkreis dann abzulesen, wenn der Stern keine Azimutänderung mehr zeigt, sondern vertikal ab- oder aufwärts durch das Feld des Fernrohrs zu laufen scheint. Am günstigsten gestalten sich die Bedingungen, wenn man Sterne von großer Poldistanz wählt, die hart an den Ersten Vertikal heranstreifen. Eine ausführliche Darstellung der Methode lieferte J. G. Böhm<sup>130)</sup>. Einer weiten Verbreitung erfreute sich die Verwertung der Digressionen nie.

**23. Absolute Methoden.** Mit einer Ausnahme (untere und obere Kulmination eines Zirkumpolarsterns) erforderten alle Methoden der Breitenbestimmung, die bisher zur Sprache kamen, die Kenntnis der Sterndeklination in dem Grade, daß Fehler dieser Koordinate in gleichem Maße die errechnete Polhöhe entstellten. Das Streben nach *absoluten, vom Sternort unabhängigen Methoden* machte sich daher sofort geltend, als die Frage der Veränderlichkeit der Polhöhe auftauchte. Zunächst war es W. Foerster<sup>131)</sup>, der sich mit dem Problem

129) C. Rümker, Handbuch der Schiffahrtskunde, 4. Aufl. Hamburg 1844, p. 151 und bei Günther, p. 561.

130) J. G. Böhm, Methode, geographische Breite und Azimut auf das Genaueste zu finden, Prag 1855.

131) W. Foerster, Zur Theorie des Durchgangs-Instrumentes, Berl. astr. Jahrb. für 1880 und 1882 (Wieder-Abdruck in W. Foerster, Studien zur Astrometrie, Berlin 1888); W. Foerster, Beiträge zur Ausgleichung der fundamentalen

beschäftigte. Seine Auflösung gründet sich auf die Anwendung eines mit *Horrebow*-Einrichtung versehenen Passageninstrumentes, welches azimutal so verstellt werden kann, daß es die Ausführung von Durchgangsbeobachtungen in beliebigen Vertikalebene gestattet. *Foerster* wählt einen Pol-, einen Zenit- und einen Südsterne aus, und die ganze Beobachtungstätigkeit kommt nur auf Durchgangsmomente und Höhendifferenzen hinaus, die in drei verschiedenen Azimuten beobachtet werden. Das Verfahren verlangt eine ausgezeichnete Uhr und eine hervorragende Stabilität des Instrumentes. Ein der Methode angemessenes Universaltransit ließ *Foerster* für die Berliner Sternwarte vom Mechaniker *Bamberg* konstruieren.

Eine andere absolute Methode veröffentlichte *J. C. Kapteyn*<sup>132)</sup>, die vielleicht einige Vorzüge vor der *Foerster*'schen besitzt. *Kapteyn* fordert die Messung von Azimutunterschieden, von kleinen Höhendifferenzen und kleinen Zeitintervallen. Die Höhendifferenzen werden nach der *Horrebow*-Methode für zwei Sterne im Nord- und Süd-zweig des Meridians bestimmt, die Azimutdifferenzen aber an zwei Sternen von nahe gleicher Deklination gemessen, die kurz nacheinander östlich und westlich vom Meridian in gleiche Höhe gelangen. Auf diese Weise wird man frei von Fehlern der Deklination, der Refraktion, der Biegung und des Uhranges, die jetzt praktisch nur unmerklich das Resultat zu entstellen vermögen.

Neuerdings trat *F. Contarino*<sup>133)</sup> mit einem Vorschlage hervor, der mit dem *Kapteyn*'schen einige Ähnlichkeit aufweist. Der Ideal-fall liegt so: das Azimut eines Sternes mit einer der Polhöhe gleichen Deklination werde dann beobachtet, wenn er durch den 6<sup>h</sup>-Stundenkreis geht. In praxi ersetzt man den einen Zenitstern durch zwei Sterne von ungefähr 12<sup>h</sup> Rektaszensionsdifferenz und bestimmt deren Azimutdifferenz beim Durchgang durch den 6<sup>h</sup>-Kreis in Ost und West. Hierzu treten noch Meridianzenitdistanzen beider Sterne in Verbindung mit Mikrometermessungen nach Art der bei der *Horrebow*-Methode vorkommenden.

*L. Courvoisier*<sup>134)</sup>, der nach *Kapteyn*'s Methode in Straßburg

Ortsbestimmungen am Himmel, Astronomische Abhandlungen (als Ergzh. zu „Astr. Nachr.“ hrsg. von *H. Kreutz*) Nr. 5, Kiel 1904.

132) *J. C. Kapteyn*, Methode, die Polhöhe möglichst frei von systematischen Fehlern zu bestimmen, *Copernicus* (journal) 3 (Dublin 1884), p. 147.

133) *F. Contarino*, Su di un metodo per determinare la latitudine geografica, Napoli 1897.

134) *L. Courvoisier*, Untersuchungen über die absolute Polhöhe von Straßburg i. E., Diss. Heidelberg 1901.

Beobachtungen angestellt, gibt im dritten Teil seiner Arbeit ein eigenes Verfahren zur Bestimmung der absoluten Polhöhe an. Es stützt sich auf Azimutbeobachtungen von vier Sternen, deren Deklinationen der Polhöhe nahe gleich, deren Rektaszensionen aber untereinander um  $6^h$  verschieden sind. Einheitlichkeit und Einfachheit der Beobachtung und die Elimination konstanter Fehler in Höhenrefraktion und Höhenbiegung werden vor allem angestrebt.

**24. Instrumente zur Beobachtung gleicher Höhen.** Es sei noch einer Art von Instrumenten gedacht, die mit besonderer Rücksicht auf jene Methoden geographischer Ortsbestimmung erdacht worden sind, welche die Durchgänge von Sternen durch den gleichen Höhenkreis als Beobachtungselement voraussetzen. Des einfachsten Instrumentes, des Chronodeiks, erwähnten wir bereits in Nr. 5. *A. Beck*<sup>135)</sup> begann im Jahre 1890 der Konstruktion eines Hilfsmittels zur Festlegung konstanter Höhen seine Aufmerksamkeit zuzuwenden. Das Prinzip der verschiedenen von ihm vorgeschlagenen und zum Teil ausgeführten Instrumente, Nadirinstrumente genannt, besteht darin, daß in ein vertikal abwärts gerichtetes Fernrohr ein darunter befindliches geeignet geformtes Prisma das Bild eines Sternes dann reflektiert, wenn der Stern die Zenitdistanz  $60^0$  passiert; beobachtet werden die Durchgangszeiten durch eine Gruppe von Fäden. Theorie, Anlage der Rechnung und verschiedene Variationen seines Instrumentes hat *Beck* eingehend bearbeitet.

Von der *Beck*'schen Konstruktion weicht der von *F. Nušl* und *J. J. Frič*<sup>136)</sup> angegebene und erprobte „Zirkumzenitalapparat“ nicht unerheblich ab. Hier ist vor einem horizontal gelagerten Fernrohr mit gleichfalls horizontal gerichteter Kante ein Prisma angebracht, dessen beide dem Fernrohr zugekehrte Flächen versilbert sind. Dicht unter dem Prisma befindet sich ein Quecksilberspiegel, und die Beobachtung besteht in der Festlegung des Augenblicks, zu dem die demselben Stern angehörigen Bilder koinzidieren, die einerseits von der oberen Prismenfläche, andererseits nach doppelter Reflexion am Quecksilberspiegel und an der unteren Prismenfläche ins Rohr gelangen.

Auf ähnlichen Erwägungen scheint nach der vorliegenden Beschreibung und warmen Empfehlung *Guyou's* das *Claude'sche* „Prismen-

135) *A. Beck*, Über die geographische Breite von Riga aus Beobachtungen an einem neuen astronomischen Instrument (Riga Naturf.-Verein Festschr.), Riga 1895. Ferner Astr. Nachr. 126, 130, 132, 136, 140, 159, 163 (1891—1903).

136) *F. Nušl* et *J. J. Frič*, Étude sur l'appareil circumzénital, Bull. international de l'Acad. des Sc. de Bohême 8, Prague 1903.

astrolabium“<sup>137)</sup> zu beruhen, von dem indes praktische Erfolge noch nicht veröffentlicht worden sind.

**25. Photographische Methoden.** Mehrfach hat man versucht, die *Photographie* in den Dienst der geographischen Ortsbestimmung zu stellen. Eine Art streiften wir schon in Nr. 14 und 20. *C. Runge*<sup>138)</sup> erteilte der *Längenbestimmung* durch den Mond — wir erledigen in dieser Schlußnummer des zweiten Teiles die vollständige photographische Ortsbestimmung — die folgende Form: mit einer gewöhnlichen Kamera photographierte er zuerst den Mond und dann bei ungeänderter Stellung der Kamera nach Ablauf einer mit der Uhr gemessenen Zwischenzeit eine hinreichend helle Sterngruppe; die Ausmessung der Platte lieferte den Mondort und damit die Zeit des Nullmeridians und die Länge. Den gleichen Weg beschritt später *E. H. Hills*<sup>139)</sup>, der besonders schwere Kameras benutzte. *C. Koppe*<sup>140)</sup> lehrte den stets unscharfen Mondrand aus der Messung eliminieren: er leitete mit dem kleinen Fernrohr seines Phototheodoliten auf den Mond und drehte zwischen zwei Aufnahmen einer Monddistanz die Platte durch Durchschlagen des Theodoliten um  $180^{\circ}$ , so daß er in dem Abstand der beiden Sternbilder die doppelte Monddistanz gewann. Auch zur *Breitenbestimmung* durch Zirkummeridianhöhen verwandte *Koppe* den von ihm konstruierten Phototheodoliten. Ein photographisches Universal, das diesem Phototheodoliten sehr ähnlich sieht, konstruierte *A. Marcuse*<sup>141)</sup>. Nachdem ein Vorschlag von *F. Stolze*<sup>142)</sup> sich als undurchführbar erwiesen, zeigte *M. Schnauder*<sup>143)</sup>, daß man bei einer auf das Zenit gerichteten Kamera den Zenitpunkt durch drei Expositionen mit kurzen und gleichen Zwischenzeiten dadurch bestimmen könne, daß für die mittlere Aufnahme die Platte in ihrer Ebene um  $180^{\circ}$  gedreht wird. *Schnauder's* Zenitkamera besteht aus einer einfachen um eine vertikale Achse zwischen Anschlügen um  $180^{\circ}$  drehbaren photographischen Kamera, deren senkrechte Achse zwei Libellen justieren. *C. Runge* ersetzt die Libellen dadurch, daß er die Kamera in einem Wassertrog schwimmen

137) *E. Guyou*, Paris C. R. 135 (1902), p. 1174.

138) *C. Runge*, Zs. für Vermessungswesen 22 (1893), p. 417.

139) *E. H. Hills*, Lond. Astr. Soc. Mem. 53 (1899), p. 117.

140) *C. Koppe*, Photogrammetrie u. internationale Wolkenmessung, Braunschweig 1896.

141) *A. Marcuse*, Astr. Ges. Vjs. 33 (1898), p. 285.

142) Photographische Bibliothek, hrsg. von *F. Stolze*, Band 1: *F. Stolze*, Die photographische Ortsbestimmung ohne Chronometer, Berlin 1893.

143) *M. Schnauder*, Astr. Nachr. 154 (1900), p. 134.

läßt, K. Schwarzschild<sup>144</sup>) hängt den ganzen Apparat an feinen Stahlfedern auf. Eine andere von Schwarzschild angegebene Methode<sup>145</sup>) erfordert eine möglichst unveränderlich aufgestellte, nach dem Zenit gerichtete Kamera und einen hängenden Zenitkollimator. Letzterer bestand aus einem nach abwärts gerichteten, an einer Stahlfeder hängenden Fernrohr, dessen Brennebene eine schwarze Platte mit eingerissener Kreuzmarke trug. Der Zenitpunkt fand nun seine Festlegung in der Weise, daß vor der Exposition die beschriebene Hängevorrichtung über das Kameraobjektiv geschoben und mittels eines Glühlämpchens zwei Bilder des Kreuzes, die zu zwei um 180° verschiedenen Lagen des Kollimatorfernrohrs gehörten, auf die Platte gebracht wurden. Das Zenit liegt in der Mitte beider Kreuze. Hierauf wurde die Platte eine halbe oder ganze Stunde auf den Himmel exponiert, indes die zenitnahen Sterne ihre Strichspuren beschrieben. Die spätere Ausmessung ergab die Meridianzenitdistanz der auf der Platte vorkommenden Sterne. Das gleiche Prinzip verwandte Schwarzschild auch zur Konstruktion einer für Expeditionsreisen geeigneten leichten Kamera<sup>146</sup>). Den hängenden Kollimator ersetzt hier ein abwärts gerichtetes festes Röhrchen, das vermittels zweier Libellen justiert wird.

### III. Längenbestimmung.

#### A. Durch gleichzeitige Signale.

(Über Okkultationsphänomene siehe Nr. 35.)

#### 26. Mondfinsternisse, Verfinsterungen der Jupitersatelliten.

Während die Ableitung der Breite auf die Beobachtungen an dem zu bestimmenden Orte allein gegründet werden kann, bedarf man zur Längenbestimmung auch noch der Zeit des Nullmeridians. Am einfachsten wäre es, Himmelsereignisse zu beobachten, die für die ganze Hemisphäre, der sie sichtbar sind, zur gleichen absoluten Zeit eintreten. Die Differenzen der Ortszeiten des Phänomens deckten sich dann mit den Längendifferenzen.

Vor allen Dingen haben sich die *Mondfinsternisse* dieser Verwertung im Altertum und im Mittelalter erfreut, ja noch im 18. Jahrhundert sind sie zu genaueren Längenbestimmungen benutzt worden<sup>147</sup>). Streng genommen finden Beginn und Ende einer Finsternis, d. h. der Beschattung der für einen Ort sichtbaren scheinbaren Vollmond-

144) und 145) K. Schwarzschild, Astr. Nachr. 164 (1904), p. 177 und p. 1.

146) K. Schwarzschild, Jahrbuch f. Photogr. u. Reprod.-Technik, Halle 1903.

147) Vgl. u. a. Bohnenberger, p. 316.



scheibe, infolge der parallaktischen Verschiebung nicht gleichzeitig statt; doch fließt aus dieser stets begangenen Vernachlässigung nur ein verschwindend geringer Fehler, der gar nicht mehr in Frage kommt gegenüber der natürlichen Unsicherheit, die dem Phänomen anhaftet und die sich daraus herleitet, daß die Grenzen des Erdschattens sich durch eine Verwaschenheit auszeichnen, deren Grad von Finsternis zu Finsternis erheblich schwankt. Überdies ist der Schattendurchmesser größer als er geometrisch sein sollte. Die Erklärung für diese scheinbare Vergrößerung gab *H. Seeliger*<sup>148)</sup>, der nachwies, daß uns hier ein wesentlich physiologischer Vorgang entgegentritt. Merklich genauer als Anfang und Ende lassen sich, nach dem Vorgange *Richer's*<sup>149)</sup>, die Augenblicke beobachten, zu denen der Erdschatten einzelne Formationen (Krater, Ringgebirge, Wallebenen) bedeckt oder freigibt. Diese Momente treten für alle Punkte der Erde streng gleichzeitig ein. Immerhin mag es möglich sein mit Beachtung aller Vorsichtsmaßregeln (Gleichartigkeit der Fernrohre, Auswahl scharf definierter Mondkrater, Verabredung über die zu beobachtende Schattenkontur) aus einer Mondfinsternis die Längendifferenz zweier Orte auf einige Zeitsekunden genau herauszubringen. Heute haben die Finsternisse ihre Bedeutung für die Länge eingebüßt; ihr Wert liegt lediglich auf dem Gebiete der Physik der Atmosphäre.

Ein identisches in größerer Entfernung von der Erde sich abspielendes Phänomen wurde nach Erfindung des Fernrohrs zugänglich: die *Verfinsterung der Jupitersatelliten*. *Galilei*<sup>150)</sup> scheint der erste gewesen zu sein, der ihre Brauchbarkeit zum angezeigten Zwecke durchschaute. Zuerst hatte er wohl nicht die Verfinsterung selbst im Auge, sondern, wie auch *de Peiresc*<sup>151)</sup>, die Konstellationen der vier alten Trabanten, durch deren Anblick schon die entsprechende Zeit des Nullmeridians abzulesen sei. Jedoch blieben diese frühen Bemühungen fruchtlos, bis *D. Cassini*<sup>152)</sup> brauchbare Trabantentafeln schuf. Später, insbesondere im 18. Jahrhundert, erfreute sich die

148) *H. Seeliger*, Die scheinbare Vergrößerung des Erdschattens bei Mondfinsternissen, Münch. Abh. 19, München 1898, p. 383.

149) *J. Richer*, Observations astronomiques faites en l'isle de Cayenne, Paris 1679.

150) *G. Galilei*, Sidereus nuncius, Venetiis 1610 = Opere 2 (Padova 1744), p. 35; ferner in *Galilei's* Schreiben von 1636 an die holländischen Generalstaaten = Opere 3 (Firenze 1718), p. 155 = Opere 2 (Padova 1744), p. 459 = Opere 7 (Firenze 1848), p. 82.

151) *N. C. F. de Peiresc*, geb. 1580, gest. 1637; *Wolf*, Handb. 2, p. 149.

152) *D. Cassini*, Ephemerides Bononienses Mediceorum siderum, Bononiae 1665.

Methode großer Beliebtheit, vornehmlich nachdem *Hell*<sup>153)</sup> sich ihrer angenommen und eine Anzahl Regeln zur genauen Beobachtung der nach Art unserer Mondfinsternisse nicht plötzlichen Verfinsterungen aufgestellt. Er wollte wegen der rascheren Bewegung und infolgedessen des rascheren Eintauchens in den Jupiterschatten nur die Satelliten I und II zur Längenbestimmung verwandt wissen; ferner verlangte er identische Fernrohre, gleichmäßige Verteilung der Momente auf Ein- und Austritt und Vermeidung der Nähe der Jupiteropposition. Die neuesten Verschärfungen, die die Beobachtung der Jupitersatelliten in ihrer praktischen und theoretischen Verwertung durch *Cornu*<sup>154)</sup>, *Obrecht*<sup>155)</sup>, *Seeliger*<sup>156)</sup>, *Anding*<sup>157)</sup> erfahren, hat mit dem Gedanken an Längenbestimmung nichts mehr zu tun. Sie dienen dem Studium teils der Mechanik des Jupitersystems, teils des photometrischen Verhaltens während des Verweilens des Trabanten im Schatten des Hauptkörpers und der Bestimmung der Lichtgeschwindigkeit.

**27. Sternschnuppen.** Auf einen sehr viel weniger ausgedehnten Bereich der Erdoberfläche ist die Wahrnehmbarkeit jener Phänomene beschränkt, die schon sehr früh, als noch kaum die Überzeugung von ihrer kosmischen Natur aufgetaucht, als zu Längenbestimmungen geeignet in Vorschlag gebracht wurden. *Halley*<sup>158)</sup> wies zuerst auf die Möglichkeit hin, durch das Aufblitzen einer *Sternschnuppe* eine Uhrvergleichung zu erzielen; bald darauf wiederholte *G. Lynn*<sup>159)</sup> diesen einfachen Gedanken, der nachmals von *Benzenberg*<sup>160)</sup> aufgegriffen wurde. Erfolge hat indes die Methode nie gezeitigt; einmal deshalb, weil man nie genau weiß, wann und wo ein Meteorit auftaucht, und ein weiterer Einwand erhebt sich aus der Schwierigkeit der Identifikation der an beiden Orten gesehenen Erscheinung. Nichtsdestoweniger hat jüngst nochmals *Bouquet de la Grye*<sup>161)</sup> Sternschnuppen zur Längenbestimmung heranziehen wollen.

153) *M. Hell*, Ephemerides astronomicae [Vindobonenses] anni 1764, p. 189, Viennae 1763—64 (*Ephem. Vindob.* 1764). Über die Genauigkeit der Beobachtung der Verfinsterung der Jupitermonde stellte *F. X. v. Zach* eine vergleichende Studie an: Berl. astr. Jahrb. Suppl. 3 (1797), p. 44.

154) *A. Cornu*, Paris C. R. 96 (1883), p. 1815.

155) *A. Obrecht*, Obs. de Paris ann. 18 (1885).

156) *H. Seeliger*, Astr. Ges. Vjs. 20 (1885), p. 176 und 267.

157) *E. Anding*, Photometrische Untersuchungen über die Verfinsterungen der Jupiterstrabanten, München 1889.

158) *E. Halley*, Lond. Phil. Trans. 1719, p. 978 [abr. 6, p. 409].

159) *G. Lynn*, Lond. Phil. Trans. 1727, p. 351 [abr. 7, p. 207].

160) *J. F. Benzenberg*, Über die Bestimmung der geographischen Länge durch Sternschnuppen, Hamburg 1802.

161) *A. Bouquet de la Grye*, Paris C. R. 129 (1899), p. 464.

28. **Künstliche Signale.** Sehr viel sicherer stellte man derartige plötzliche Erscheinungen durch *künstliche Signale* her und von diesem Verfahren wurde früher sehr häufig dann Gebrauch gemacht, wenn die Natur der Aufgabe eine sehr genaue Kenntnis der Längendifferenz zweier Punkte erheischte, z. B. bei Längengradmessungen, die dem Studium der Größe und Figur der Erde dienten. *Picard* und *O. Römer*<sup>162)</sup> bestimmten so schon 1671 die Längendifferenz zwischen der durch *Tycho Brahe's* Uranienburg bekannten Insel Hveen und Kopenhagen. *N. L. de Lacaille* und *Cassini de Thury*<sup>163)</sup> benutzten das Aufblitzen von Schießpulver, um den Längenunterschied von  $1^{\circ}9$  einer in der Breite  $+ 43^{\circ}5$  vorgenommenen Gradmessung (1739—1740) zu ermitteln. Um den Anfang des 19. Jahrhunderts bis in die vierziger Jahre hinein fand die Methode in ganz Europa vielfache Anwendung und gelangte zu hoher Ausbildung vornehmlich, nachdem *Gauß*<sup>164)</sup> den Heliotropen erfunden hatte und mittels dieses Instrumentens leicht und bequem Lichtsignale nach den gewählten Stationen gegeben werden konnten. Die Station, an der die Pulver- oder Heliotropsignale stattfanden, verlegte man möglichst in die Mitte der zu bestimmenden Orte oder schaltete, wenn deren Entfernung eine sehr große, Zwischenstationen ein, für die keine Bestimmung der Ortszeit, sondern nur die Beobachtung der Signalzwischenzeit erforderlich war; unabhängige Zeitbestimmungen fallen lediglich den beiden Endpunkten des Bogens zu. Die größte in vorelektrischer Zeit durchgeführte Längenbestimmung ist die auf dem Parallel  $45^{\circ}43'2$  ausgeführte, die von Bordeaux an der atlantischen Küste bis Fiume an der Adria über  $15.5$  Längengrade reicht; sie wurde französischerseits von Oberst *Brousseau*d begonnen und gegen 1824 vom italienischen, sardinischen und österreichischen Generalstabe abgeschlossen<sup>165)</sup>.

162) *J. Picard*, Voyage d'Uraniborg, ou observations astronomiques faites en Dannemarck, Paris 1680.

163) *C. F. Cassini de Thury*, La méridienne de l'observatoire royal de Paris, Paris 1744.

164) *C. F. Gauß*, Göttingische gelehrte Anzeigen 1821, p. 1249 = Werke 9 (1903), p. 461.

165) Siehe näheres u. a. bei *F. Arago*, Astronomie populaire, Paris u. Leipzig 1856, 4 vols., tome 3, p. 339; oder: Sämtl. Werke, deutsche Ausgabe von *W. G. Hankel*, Leipzig 1856, 13, p. 258; ferner *Brousseau*d, Mesure d'un arc du parallèle moyen, Limoges 1839. Die 1. Ausgabe erschien Paris 1826 in: Conn. des temps pour 1829, p. 252—295.

## B. Durch Zeitübertragungen.

**29. Chronometerreisen.** An die Entwicklung eines der wichtigsten astronomischen Apparate, der Uhr, war die Ausführung einer sehr einfachen Art der Zeitvergleichung gebunden. *Gemma-Frisius*<sup>166)</sup> erwähnte als der erste die Möglichkeit, mit Hilfe transportabler Uhren die Zeit des einen Ortes auf den andern in Länge anzuschließenden zu übertragen; aber es hat noch mehr als zwei Jahrhunderte gewährt, bis die Technik Werkzeuge herzustellen vermochte, die den zu fordernden Grad der Zuverlässigkeit bewährten. Die leitende Idee ist folgende: am Orte *A* beobachte ich das durch Stand und Gang und dessen Abhängigkeit von Luftdruck, Temperatur und Feuchtigkeit ausdrückbare Verhalten des Chronometers eine geraume Zeit hindurch, reise dann nach dem in Länge zu ermittelnden Orte *B* und bestimme dort an dem in *A* geprüften Chronometer die Ortszeit, deren Differenz gegen die aus dem bekannten Verhalten der Uhr abzuleitende Ortszeit in *A* sofort den Längenunterschied von *A* und *B* liefert. Eine Kontrolle gewährt die Rückreise nach *A* und nochmalige Untersuchung des Chronometers am Ausgangsorte. Eine weitere Verschärfung und Vervielfachung erzielt man durch Mitnahme einer größeren Anzahl von Chronometern. Derartige „Chronometerreisen“ haben einige Male in vorelektrischer Zeit zur Bestimmung fundamentaler Längendifferenzen Nordeuropas gedient, so in den Jahren 1817 bis 1821 unter *Schumacher's* Leitung zwischen Altona und Kopenhagen<sup>167)</sup>, 1823 und 1824 unter *Tiarks* zwischen Greenwich und Altona<sup>168)</sup>, und endlich hat *W. Struve* die größte Operation dieser Gattung zwischen Pulkowo, Altona und Greenwich<sup>169)</sup> unternommen, freilich zu einer Zeit, wo in Amerika schon die telegraphische Methode (siehe Nr. 30) Triumphe zu feiern begann.

Nach wie vor ist aber die chronometrische Zeitübertragung in der Nautik von größter Bedeutung, seitdem es *J. Harrison*<sup>170)</sup> 1735 gelang, das erste Marinechronometer herzustellen. Heutigentages

166) *R. Gemma[-Frisius]*, De principiis astronomiae, cosmologiae et cosmographiae, Antuerpiae 1530, Paris 1547.

167) *H. C. Schumacher*, Astr. Nachr. 1 (1823), p. 303—306.

168) *J. L. Tiarks*, siehe *H. C. Schumacher*, Astr. Nachr. 5 (1827), p. 225.

169) *F. G. W. Struve*, Expédition chronométrique (1843—44) entre Poulkova et Altona, 2 vols., St.-Petersbourg 1844/46.

170) *J. Harrison* (1693—1776), An account of the proceedings in order to the discovery of the longitude at sea, 2<sup>nd</sup> ed., London 1763. The principles of Mr. Harrison's time-keeper, London 1767. Vgl. *E. Gelcich*, Geschichte d. Uhrmacherkunst, 5. Aufl., Weimar 1892, p. 56.

bildet diese Methode zur See die fast allein angewandte Art der Längenbestimmung, neben welcher die übrigen auf den Mondort gestützten Methoden lediglich den Rang von erwünschten Kontrollen einnehmen. Die Untersuchung an den Chronometerobservatorien (e. g. Hamburg, Kiel, Wilhelmshaven) bestimmt für jedes Chronometer die Formeln, nach denen mit Rücksicht auf ein von der Temperatur abhängiges Glied die Greenwichzeit für einen beliebigen Moment zu berechnen sei, und da die Beobachtung an Bord die zugehörige Ortszeit festlegt, so geht aus dem Unterschied beider Zeiten die gesuchte Länge gegen Greenwich hervor. Kriegsschiffe auf großer Fahrt haben mindestens drei Chronometer an Bord und auch auf Handelsschiffen finden sich in vielen, wenn auch nicht den meisten Fällen zwei oder drei Chronometer vor<sup>171)</sup>. Für das relative Gewicht der von den verschiedenen Chronometern beigesteuerten Greenwichzeit bei der Mittelbildung existieren verschiedene Vorschriften, die teils das Verhalten während der Prüfung an Land, teils die täglichen Vergleichen zur See zugrunde legen. Die wichtigste Abhandlung über diesen Gegenstand stammt von *Gauß*<sup>172)</sup>.

Auf Expeditionsreisen zu Lande bedient man sich statt der langsam schwingenden Marine-(Box-)Chronometer, die den kurzen und unregelmäßigen Erschütterungen eines Landtransportes nicht gewachsen sein würden, der schnell schwingenden ( $\frac{1}{5}$  Sekunden schlagenden) Taschenchronometer, deren man leicht eine größere Anzahl mitnehmen kann. — Versuche aus neuester Zeit von *P. Ditisheim*<sup>173)</sup> weisen einen Barometerkoeffizienten für Chronometer deutlich nach.

**30. Telegraph.** Eine Uhrvergleichen ohne Uhrentransport brach sich Bahn, als die von *Gauß* und *Weber* 1833 begründete Telegraphie begann, allgemeines Verkehrsmittel zu werden. Wiederum waren die Amerikaner die ersten, die der 1839 von *S. F. B. Morse* gegebenen Anregung folgten und 1844 durch *K. Wilkes* und *Eld*<sup>174)</sup> die erste telegraphische Uhrvergleichen zwischen Washington und Baltimore anstellten. 1845 fand dann die Methode unter *A. D. Bache* und *S. C. Walker*<sup>175)</sup> Eingang in die nordamerikanische Coast Survey, der

171) Vgl. *E. Knipping*, Statistik der Schiffschronometer der Deutschen Kriegs- und Handelsmarine von 1877—1903, Ann. d. Hydr. 1904, p. 231.

172) *C. F. Gauß*, Astr. Nachr. 5 (1827), p. 227 = Werke 6 (1874), p. 455.

173) *P. Ditisheim*, Paris C. R. 138 (1904), p. 1027 und Ann. d. Hydr. 1904, p. 287. Vgl. ferner VI 2, 4 (*Caspari*), Nr. 8.

174) Siehe *J. Hülfiker*, Die astronomische Längenbestimmung, Aarau Naturf. Ges. Mitth. 1881, Aarau 1882, p. 31.

175) *S. C. Walker*, Astr. Nachr. 27 (1848), p. 121.

sie zur Ableitung der Längendifferenzen zwischen den Hauptstationen diene<sup>176</sup>). Heutigentages ist die telegraphische Längenbestimmung jene, die mit dem geringsten Aufwand an Beobachtung und Rechnung die schärfsten Resultate liefert und daher als einzige für die internationale Erdmessung in Frage kommt. Die Ergebnisse sind gleichwertig mit den Breiten; ein schließlicher innerer zufälliger Fehler von  $\pm 0'1$  Bogen größten Kreises ( $= \pm 3$  m auf der Erdoberfläche) wird kaum mehr überschritten. Um ein möglichst gutes Gelingen zu gewährleisten, befreit man sich bei der Zeitbestimmung von den Fehlern der Rektaszensionen der Sterne dadurch, daß man, so lange die Längentfernung das zuläßt, an beiden Stationen dieselben Sterne beobachtet. Die persönliche Gleichung der Beobachter eliminiert man durch einen Beobachter- und Instrumentenwechsel inmitten der Operation. Den Instrumentalfehlern bleibt nur ein kleiner Einfluß auf das Resultat gestattet, wenn das Mittel der Zenitdistanzen der Zeitsterne möglichst nahe jenem der Polsterne liegt. Statt der Tasterregistrierung der Fadenantritte der Sterne wendet man heute meist das *Repsold'sche* unpersönliche Mikrometer<sup>177</sup>) an, bei welchem der Beobachter nur den das Feld durchheilenden Zeitstern durch einen mit einer Schraube nachgeführten Faden biseciert zu halten hat; eine Anzahl Kontakte an der Schraubentrommel verzeichnen selbsttätig Signale auf dem Chronographenstreifen. Man ist davon abgekommen, die Sterndurchgänge auf den Chronographen beider Stationen zu registrieren und man beschränkt sich darauf, die Uhren im Laufe eines Abends hinlänglich oft untereinander in Beziehung zu setzen. Der Fernleitung bedarf man auf diese Weise nur eine kurze Zeit, und darauf muß der Astronom in unserem Zeitalter des Verkehrs insbesondere auf überlasteten Strecken Rücksicht nehmen. — Die zahlreichen bisher vorgenommenen Längenbestimmungen liefern nebenher Werte für die *Stromzeit*, i. e. die Zeit, die der elektrische Strom zum Durchlaufen der Leitung braucht. Für eine Strecke von 1000 km ergibt sich diese Zeit zu  $0^s.042$ , doch schreitet sie nicht linear mit der Leitungslänge fort, sondern nimmt rascher zu als jene<sup>178</sup>).

In Deutschland fand die erste telegraphische Längenbestimmung erst im Sommer 1852 zwischen Berlin und Frankfurt a. M. statt<sup>179</sup>). Die erste transozeanische Längenbestimmung gelang der Coast Survey

176) Vgl. *E. Loomis*, The recent progress of astronomy, especially in the United states, New York 1850, new edit. 1856.

177) Siehe *Astr. Nachr.* 141 (1896), p. 279.

178) Vgl. *Th. Allrecht*, l. c. Fußn. 65, 3. Aufl., p. 110.

179) Physik. Verein zu Frankfurt a. M., *JahrBer.* 1852—1853, Frankf. 1853.

1866 zwischen Hearts-Content (Newfoundland), Valencia (Irland) und Greenwich. Seitdem liegen indes schon zahlreiche Längenverbindungen mit nord- und südamerikanischen Punkten vor.

Nicht mehr ferne scheint die Zeit zu sein, wo die elektrische Methode der Längenbestimmung in ihrer durch *Marconi* erfundenen drahtlosen Ausgestaltung die Nautik erobert und die im folgenden zu besprechenden auf den Mondort gegründeten weit unsichereren Verfahrensarten verdrängt. Man denke sich nur, daß an verschiedenen Observatorien zu fest vorgeschriebener Greenwichzeit ein drahtloses Signal gegeben würde, das mit Hilfe der Marconiempfangsapparate auf allen Schiffen des Weltmeeres wahrnehmbar sei. Den Navigationsoffizieren fiele dann nur mehr die astronomische Ermittlung der Ortszeit zu, und an die Seeuhren brauchten fürderhin geringe Anforderungen gestellt zu werden.

### C. Auf den Mondort gegründete Methoden.

(Photographische Methoden siehe Nr. 25.)

**31. Mondkulminationen.** Nahezu gleichaltrig mit der chronometrischen Längenbestimmung sind die auf den Mondort gegründeten Methoden. Da der Mond in  $27\frac{1}{3}^d$  einen siderischen Umlauf um die Erde vollendet, so bewegt er sich in  $1^d$  um beiläufig  $13^{\circ}.2$  unter den Fixsternen weiter nach Osten; man müßte also, wollte man die Zeit des Ephemeridenmeridians auf  $1^s$  genau ableiten, den Mondort auf  $\frac{1}{2}$  Bogensekunde definieren. Hierzu bedarf es jedoch recht genauer Instrumente und sehr vorgeschrittener Beobachtungsmethoden und aus diesem Grunde mag es nicht Wunder nehmen, wenn vor dem Jahre 1500 vom Gebrauch des Mondes zur Längenbestimmung in der Literatur keine Rede ist. Erst der Nürnberger *J. Werner*<sup>180)</sup> deutet in seinem Kommentar zur Geographie des Ptolemäus die Methode 1514 leise an. Zur See konnte jener Vorschlag erst lebensfähig werden, als es gelang, brauchbare Mondtafeln herzustellen, eine Forderung, die *Tobias Mayer*<sup>181)</sup> 1752 erfüllte.

Einer glücklichen Spezialisierung unterwarf der Pariser *Orontius Finaeus*<sup>182)</sup> die Methode des Mondortes, indem er den Mond im

180) *Johann Werner*, Claudii Ptolemaei geographia, liber primum, argumenta, cap. IV, annot. VIII, Norimbergae 1514; auch hrsg. von *P. Apianus*, Ingolstadt 1533. — Historische Nachweise in *Wolf*, Handb. 2, p. 153 ff.

181) *J. Tobias Mayer* (senior), Tabulae motuum solis et lunae novae et correctae, quibus accedit methodus longitudinum promota, ed. *N. Maskelyne*, London 1770 (posthum).

182) *Orontius Finaeus*, De invenienda longitudinis locorum differentia, Lutetiae 1544.

Moment seines Durchganges durch den Meridian beobachtete, hieraus die Rektaszension ableitete und entweder auf die entsprechende Zeit des Nullmeridians der Ephemeride überging oder aus der an zwei Orten beobachteten Rektaszensionsdifferenz mit Hilfe der Rektaszensionsänderung den Längenunterschied berechnete. Der englische Seefahrer *W. Baffin*<sup>183)</sup> scheint der erste gewesen zu sein, der das Verfahren im Sommer 1615 sich praktisch zu nutze machte. Vor den später zu besprechenden Methoden genießen die *Mondkulminationen* den Vorzug der Einfachheit der Berechnung; denn im Moment der Meridianpassage verschwindet die parallaktische Verschiebung des Mondes in Rektaszension. *J. Toaldo*<sup>184)</sup> und *E. Pigott*<sup>185)</sup> empfahlen, die Kulminationen nahe beim Mond und in dessen Parallel stehender Sterne mitzubeobachten, da dann nicht nur die Instrumentalfehler fast ganz herausfielen, sondern auch die Sternörter. Da sich dies Verfahren bewährt hat, teilen die Ephemeriden die *scheinbaren*<sup>186)</sup> Rektaszensionen geeigneter Moon-culminating stars mit. *F. B. G. Nicolai*<sup>187)</sup> entwickelte ein Berechnungsverfahren, bei welchem Uhrkorrektion, Mondradius und Fehler der Mondtafeln fast keine Rolle im Resultat mehr spielten. Die Diffraktion, die den Mondradius für verschiedene Fernrohre und Beobachter verschieden gestaltet, beeinträchtigte indes das Ergebnis immer noch sehr und wurde selbst dann nicht völlig eliminiert, wenn man durch Kombination von Morgen- und Abendkulminationen beide Ränder der Beobachtung unterwarf. Nach *J. Franz'* Vorgang, der gestützt auf *J. H. Mädler*, *M. L. G. Wichmann* und *H. Schlüter* den der Mondmitte nahen Krater Mösting A statt der Ränder zu beobachten riet und Ephemeriden zur Reduktion im Berliner Jahrbuch mitteilte<sup>188)</sup>, hat *A. Alessio*<sup>189)</sup> die Längenbestimmung durch Beobachtung des Kraters Mösting A befürwortet und praktisch erprobt.

183) *W. Baffin* (geb. 1584, gest. 1622) wandte die Methode der Mondkulminationen auf seiner Grönlandreise an. Vgl. u. a. *Thomas Rundall*, *Narratives of voyages towards the North-West 1496—1631*, Works issued by the Hakluyt-Society 5, London 1849, p. 117.

184) *J. Toaldo*, *De methodo longitudinum ex observato transitu lunae per meridianum ad N. Maskelyne* epistola, Patavii 1784.

185) *E. Pigott*, *Lond. Phil. Trans.* 1786, p. 409 [abr. 16, p. 145].

186) Zuerst *Naut. Alm. for 1834*, vgl. daselbst p. XVI, Report § 16. — *M. Loewy*, *Ephémérides des étoiles de culmination lunaire et de longitude pour l'an 1878 ff.*, Paris 1877 ff., jährl. hrsg. vom „Bureau des Longitudes“.

187) *F. B. G. Nicolai*, *Astr. Nachr.* 1 (1823), p. 7 und 2 (1824), p. 17; *F. Baily*, *Lond. Astr. Soc. Mem.* 2 (1826), p. 1.

188) *J. Franz*, *Astr. Nachr.* 136 (1895), p. 1.

189) *A. Alessio*, *Determinazione speditiva della longitudine con osservazioni del cratere lunare Mösting A*, *Rivista Marittima* 36c suppl., Roma 1902.



In umfangreichem Maße sind die Mondkulminationen zu Bestimmungen<sup>190)</sup> fundamentaler Meridiane in Amerika, Asien und Australien in den Jahren 1867 bis 1870 von *G. Fleuriais* verwendet worden, wovon Berichte in den Anhängen der *Connaissance des temps* aus den Jahren 1870 bis 1874 Zeugnis ablegen.

*A. D. Pio*<sup>191)</sup> suchte die Mondkulminationen auch den auf der Reise meist gebrauchten Spiegelinstrumenten zugänglich zu machen und modifizierte sie daher in der Weise, daß er vorschlug, man solle korrespondierende Höhen des Mondes nehmen und daraus die Ortszeit des höchsten Standes ableiten. Schon viel früher behandelte den gleichen Gedanken *A. Mackay*<sup>192)</sup>, der ihn insbesondere für die Nautik nutzbringend erachtete.

Eine sehr wenig in praxi verwertete Verallgemeinerung der Mondkulminationen ist die der *Mondazimute*, deren günstigsten Fall eben wieder die Mondkulminationen repräsentieren. Neben der erschwerten Beobachtung ergibt sich die Notwendigkeit, der Mondparallaxe Rechnung zu tragen. Ernstlich in Frage kommen die Mondazimute nur in hohen Breiten. Dagegen läßt sich die Verbindung eines Monddurchganges mit einer Zeitbestimmung im Vertikal des Polarsterns (siehe Nr. 9) nur befürworten.

**32. Mondhöhen.** *Bouguer*<sup>193)</sup> empfahl die Beobachtung der *Mondhöhen* zur Längenbestimmung; denn man kann nach Reduktion der Höhe auf das Erdzentrum mit der langsamer veränderlichen Deklination des Mondes aus dem Dreieck Mond-Zenit-Pol den Stundenwinkel und daraus mit der bekannten Ortssternzeit die Rektaszension des Mondes und dann die Länge des Beobachtungsortes ableiten. Um konstanten Fehlern aus dem Wege zu gehen, soll man ein paar Sterne, die nahe gleiche Höhe und gleiches Azimut mit dem Monde haben, mitbeobachten. Schon lange vor *Bouguer* hatte *F. de Herrera*<sup>194)</sup> aus Mondhöhen Längen für *F. de Magellan's* letzte Reise abzuleiten versucht, freilich ohne Erfolg. Die Mondhöhen können unter niedrigen Breiten sehr wohl mit den Monddistanzen konkurrieren und sind nicht nur schon zur See angewandt worden, sondern auch auf geographischen Forschungsreisen zu Lande, z. B. von *d'Abbadie*<sup>195)</sup> in

190) Neureduktion von *A. Auwers*, *Astr. Nachr.* 108 (1884), p. 313.

191) *A. D. Pio*, *Lond. Astr. Soc. Monthly Not.* 59 (1899), p. 513.

192) *A. Mackay*, *Theory and practice of finding the longitude*, 3<sup>d</sup> ed., 2 vols., London 1804, vol. I, p. 214.

193) *P. Bouguer*, *Nouveau traité de navigation*, Paris 1753.

194) Vgl. l. c. Fußn. 343), *Ex. crit.* 1, p. 301—302 = *Krit. Unt.* 1, p. 251.

195) *A. d'Abbadie*, *Résumé géodésique des positions déterminées en Éthiopie*, Leipzig 1859.

Äthiopien, *Wißmann*<sup>196)</sup> auf seiner Afrikadurchquerung, *F. Hayn*<sup>197)</sup> in der Südsee; *Hayn* modifizierte die Methode dahin, daß er an einem Zenitteleskop gleiche Höhen des Mondes und zweier Sterne beobachtete.

Eine von *R. Radau*<sup>198)</sup> in Vorschlag gebrachte Methode, durch Kombination von Zenitdistanzen und Azimutdifferenzen des Mondes und eines Nachbarsternes die Zeit des Nullmeridians zu erlangen, hat wohl nie praktische Bedeutung gewonnen.

*F. de Herrera*<sup>199)</sup> wollte auch schon die Deklination des Mondes zur Längenbestimmung verwerten, ein Gedanke, den *J. Oltmanns*<sup>200)</sup> näher prüfte und unter günstigen Bedingungen für durchführbar hielt. Viel später beschäftigte sich *W. Spottiswoode*<sup>201)</sup> mit der Aufgabe; er meint, man solle die größte Höhe des Mondes beobachten, daraus dessen Deklination ableiten und aus deren Vergleich mit der Ephemeride die Länge finden.

**33. Mondstrecken.** Auf See war eine Zeitlang ein Verfahren der Längenbestimmung heimisch, um dessen Ausbildung sich zahlreiche astronomische und nautische Schriftsteller bemüht: die *Mondstrecken*, i. e. die Messung des Abstandsbogens des Mondes von geeigneten Fixsternen, den vier hellen Planeten oder der Sonne. Vor den Mondkulminationen genießen sie den Vorzug, nicht an einen bestimmten Moment gebunden, sondern immer dann anwendbar zu sein, wenn der Mond über dem Horizont des Beobachtungsortes weilt, und vor den Mondhöhen haben sie auch das voraus, daß sie frei sind von den Anomalien der Kimm, denen man den jüngsten Erfahrungen gemäß nicht völlig auszuweichen vermag. Selbst auf beschwerlichen Expeditionsreisen zu Lande machen sie den Mondhöhen den Vorrang streitig; während diese zur scharfen Messung eines fest aufstellbaren Apparates bedürfen — denn mit Reflexionsinstrument und Quecksilberhorizont lassen sich Mondhöhen schon deshalb nicht einstellen, weil man (Vollmond ausgenommen) keine Randberührung herzustellen vermag — können jene mit beträchtlicher Sicherheit am Spiegelsextanten oder Prismenkreis gewonnen werden, wenn möglich mit Zuhilfenahme eines bequemen Stativs, an das man keinerlei exakte

196) *H. Wißmann*, Unter deutscher Flagge quer durch Afrika von West nach Ost, Berlin 1889.

197) Siehe <sup>91)</sup>.

198) *R. Radau*, Astr. Nachr. 54 (1861), p. 345.

199) Vgl. l. c. Fußn. 343), Ex. crit. 1, p. 301—302 = Krit. Unt. 1, p. 251.

200) *J. Oltmanns*, Berl. astr. Jahrb. für 1824, p. 181, Berlin 1821.

201) *W. Spottiswoode*, Lond. Astr. Soc. Mem. 29 (1861), p. 343.

Anforderungen stellt. Mit der Praxis der Mondstreckenzmessung befaßt sich sehr eingehend eine Schrift von *de Cañete del Pinar*<sup>202</sup>).

Bekannt ist die Erzählung, welche *Amerigo Vespucci* 1499 August 23 an der Küste von Venezuela die erste Längenbestimmung aus einer Mondstrecke ausführen läßt<sup>203</sup>); sie trifft jedoch nicht zu. Von einer eigentlichen Methode der Berechnung finden sich erst Spuren bei *A. Pigafetta*<sup>204</sup>) und *J. Werner*<sup>180</sup>); eine konsequente Anwendung auf See ließ der Mangel geeigneter Instrumente und zuverlässiger Mondephemeriden noch nicht zu. Als endlich *T. Mayer*<sup>181</sup>) seine Mondtafeln schuf, setzte nahe gleichzeitig *Harrison*<sup>170</sup>) durch die Konstruktion ausgezeichneter Chronometer die Bedeutung der Mondstrecken auf die einer Kontrolle der Uhren oder ihres Ersatzes im Notfall herab.

Abgesehen davon, daß die Beobachtung einer Mondstrecke mit einem Reflexionsinstrument aus freier Hand keine leichte Sache ist, gestaltet sich die Reduktion bei strengem Vorgehen sehr umständlich. Sie zerfällt in zwei Teile: zunächst muß man den auf der Erdoberfläche gemessenen Abstand auf den Erdmittelpunkt reduzieren und dann mit dieser reduzierten Distanz die zugehörige Zeit des Nullmeridians der Ephemeride entnehmen. Am weitaus langwierigsten ist der erste Teil der Berechnung. Vor deren Beginn verschafft man sich die Zenitdistanzen von Mond und Gestirn, sei es durch Beobachtung, wie auf See, sei es durch eine beiläufige Rechnung. Die Auflösung zweier sphärischer Dreiecke führt dann zunächst zu der wegen Refraktion korrigierten Distanz. Von diesen Dreiecken hat das erste den geographischen Zenit und die scheinbaren Zenitdistanzen der verbundenen Objekte zu Stücken, das zweite denselben Zenit und die wegen Strahlenbrechung verbesserten Zenitdistanzen. Hierauf überträgt man die Zenitdistanzen auf den geozentrischen Zenit und findet endlich die gesuchte geozentrische Mondstrecke durch die folgeweise Durchrechnung zweier weiterer sphärischer Dreiecke, die den geozentrischen Zenit gemein haben; die von ihm ausgehenden Seiten werden von den wegen Strahlenbrechung und zu zweit von den obendrein noch wegen Parallaxe verbesserten Zenitdistanzen dargestellt.

202) *de Cañete del Pinar*, De cómo se han de observar las distancias lunares, Madrid 1904, auch in: *Revista General de Marina* 52, Madrid 1903, p. 635, 697.

203) Vgl. [*F. X. v. Zach*] (anonym), *Monatl. Corr.* 22 (1810), p. 530.

204) *F. A. Pigafetta*, geb. 1491, gest. 1534, machte *Magellan's* Weltumsegelung mit und führte ein Reisejournal; vgl. *Stanley of Alderley*, *The first voyage round the world by Magellan*, Works issued by the Hakluyt Society 52, London 1874; *Wolf*, *Handb.* 2, p. 151.

Auf See konnte eine solche mindestens sechsstellig zu führende Rechnung nicht Platz greifen; die erste Vereinfachung bestand in der Vernachlässigung der Abplattung der Erde, und damit hatte man es nur noch mit zwei Dreiecken zu tun, denen eine Ecke, der geographische Zenit, und der dort gelegene Winkel (Azimutdifferenz von Mond und Gestirn) gemein war. Um die Art der Berechnung der verlangten geozentrischen Mondsdistanz aus diesen beiden Dreiecken bemühten sich viele Schriftsteller, die teils die strenge Lösung rechenflüchtig durchzuarbeiten suchten, teils indirekte Methoden entwickelten, die eine an die beobachtete Distanz anzubringende Korrektur lieferten. Heutigentages haben zur See die letzteren Methoden den Sieg davon getragen; sie gestatten einen beliebigen Grad der Annäherung an die Wahrheit und die einzelnen Glieder kommen mit vierstelligen Logarithmen hinlänglich genau heraus. Wir greifen im folgenden unter jenen Methoden nur die wichtigsten heraus, um die sich die Fülle der anderen Variationen kristallisiert. Eine erschöpfende Darstellung der Geschichte des Problems verfaßte *G. D. E. Weyer*<sup>205</sup>).

Eine der ältesten und kürzesten direkten Formeln stammt von *R. Dunthorne*<sup>206</sup>), der eine Tafel für einen in ihr auftretenden, von der Höhe beider Gestirne abhängigen Faktor berechnete. Auf *Dunthorne's* Formel gründen sich alle andern. *A. Mackay*<sup>207</sup>) führte zur Vermeidung des Vorzeichenwechsels den Sinus versus<sup>349</sup>) ein, *Lexell*<sup>208</sup>) gestaltete die Formel für logarithmische Rechnung geschmeidiger. Großen Anklanges erfreute sich lange Zeit hindurch die von *Borda*<sup>209</sup>) gegebene Entwicklung, der u. a. auch *J. Bohnenberger* den Vorzug erteilte. *W. L. Krafft's*<sup>210</sup>) Methode wurde durch eine von *J. H. van Swinden*<sup>211</sup>) berechnete Tafel unterstützt. Sie vermeidet logarithmische Rechnung fast ganz und setzt nur eine Tafel der natür-

205) *G. D. E. Weyer*, Ann. d. Hydr. 1881, 1882, 1890.

206) *R. Dunthorne*, The practical astronomy of the moon: or, new tables of the moon's motions, London and Cambridge 1739.

207) Siehe <sup>102</sup>).

208) *A. J. Lexell*, Observationes circa methodum inveniendi longitudinem. Petersbg. Acta 1780, Teil II, p. 350.

209) *de Verdun de la Crenne*, *J. C. de Borda*, *A. G. Pingré*, Voyage fait par ordre du roi en 1771 et 1772, p. 367, Paris 1778. Vgl. Paris hist. (2) mém. 1773.

210) *W. L. Krafft*, Méthode à la portée des navigateurs, Petersbg. Nova Acta 7 (1793), p. 370.

211) *J. H. van Swinden*, Verhandling over het bepaalen der lengte op zee, p. 77, Amsterdam 1802.

lichen Sinus versus voraus. Wenig umgeformt gab *J. Mendoza*<sup>212)</sup> für *Krafft's* Verfahren ein umfangreiches Tabellenwerk heraus. Einen recht empfehlenswerten Weg, dessen Grundgedanke sich schon bei *Lexell*<sup>208)</sup> findet, verdankt man *C. Bremiker*<sup>213)</sup>, dessen Formel von *Ligowski*<sup>214)</sup> etwas transformiert wurde, und *Simonoff*<sup>215)</sup> schrieb die Grundgleichung so um, daß ein paar kleine durch vierstellige Rechnung auszuwertende Zusatzglieder erschienen, wie früher schon *Huber*<sup>216)</sup> getan hatte; später nahm *Ligowski*<sup>217)</sup> diesen Zweck wieder auf. Die letztgenannten Verfahren bilden den Übergang zu den indirekten Methoden, vor deren Aufzählung indes hier der strengsten und allein vollständigen Auflösung gedacht sein möge, die *Bessel*<sup>218)</sup> dem Problem angedeihen ließ. *Bessel* kehrte die Fragestellung um; er ging aus von einer wahren geozentrischen Distanz, die er auf den lokalen Abstand der Ränder reduzierte, und nun ergab die Differenz gegen die Beobachtung ein Mittel zur Verbesserung der angenommenen Länge. Einige Jahre, von 1835 bis 1838, gab *Schumacher*<sup>219)</sup> besondere Ephemeriden für die nach *Bessel's* Methode zu berechnenden Mondsdistanzen heraus.

Falls man bei Chronometerschäden und dergleichen zur See überhaupt noch zu Mondsdistanzen greift, wendet der Seemann zur Reduktion eine der zahlreichen indirekten Methoden an, die alle viel Ähnlichkeit untereinander besitzen. *Lacaille*<sup>220)</sup> nahm nur die beiden ersten Glieder der Reihenentwicklung nach Refraktion und Parallaxe

212) *J. Mendoza y Rios*, Memoria sobre algunos métodos nuevos de calcular la longitud por las distancias lunares, Madrid 1795; derselbe: Recherches sur les principaux problèmes de l'astronomie nautique, Lond. Phil. Trans. 1797, p. 43 [abr. 18, p. 95, engl.].

213) *C. Bremiker*, Astr. Nachr. 30 (1850), p. 311.

214) *W. J. O. Ligowski*, Arch. Math. Phys. 51 (1870), p. 374; 53 (1871), p. 103 u. 498.

215) *J. M. Simonoff*, vgl.: Library of useful knowledge, Nr. I—IV; *R. W. Rothman*, History of astronomy, London 1832, p. 227.

216) *D. Huber*, Versuch über das astronomisch-nautische Problem betreffend die Reduktion der scheinbaren Mondsdistanzen auf wahre, Monatl. Corr. 12 (1805), p. 309.

217) *W. J. O. Ligowski*, Arch. Math. Phys. 40 (1863), p. 250.

218) *F. W. Bessel*, Neue Berechnungsart f. d. Meth. d. Entfern. des Mondes von andern Himmelskörpern, Astr. Nachr. 10 (1833), p. 17 = *Bessel*, Astron. Untersuch. 2 (Königsberg 1842), p. 266 = *Bessel*, Abhdl. 3, p. 434.

219) *H. C. Schumacher*, Distances of the Sun and the four planets Venus, Mars, Jupiter and Saturn from the moon calculated according to Mr. *Bessel's* method, Copenhagen 1834—37.

220) *N. L. de Lacaille*, Paris hist. (2) mém. 1759, p. 63.

mit, *Maskelyne*<sup>221</sup>), *Lyons*<sup>222</sup>), *Lexell*<sup>223</sup>), *Bowditch*<sup>224</sup>) berücksichtigten in einer „3. Korrektion“ die vom Quadrat der Parallaxe und Strahlenbrechung abhängigen Glieder. Große Sympathie genießt noch immer die Formel von *Witchell*<sup>225</sup>), für die ein geschmeidiges Rechenschema und einfache geometrische Bedeutung der auftretenden Größen sprechen. Ein dem *Witchell*'schen ähnliches Verfahren entwickelte *J. J. Åstrand*<sup>226</sup>). Mit zwei Gliedern reicht *Legendre*<sup>227</sup>) aus, indem er beweist, daß völlige Strenge bis zum dritten Gliede einschließlich eintritt, wenn er die Winkel an Mond und Gestirn nicht für deren scheinbare Örter, sondern für die Mitte zwischen scheinbaren und wahren (geozentrischen) Örtern berechnet. Auf dieses Verfahren wies auch *Delambre*<sup>228</sup>) hin, und später ist es auf *W. Döllens* Anregung von *L. Schwarz*<sup>229</sup>) weiter ausgeführt worden. *Delambre's* Methode fand u. a. auch einen Vertreter in *C. Rümker*<sup>230</sup>), der eine Hilfstafel für die *Delambre'sche* Größe *N* entwarf. Unabhängig kam auf analytischem Wege *Airy*<sup>231</sup>) zu einer wesentlich mit der *Legendre'schen* identischen Methode.

Von englischen Rechnern ging das Unternehmen aus, die gesamte Distanzkorrektion in Zahlen- oder graphische Tafeln zu bringen und so den Seemann jeglicher Rechnung zu entheben. Eine derartige Zahlentafel, gerechnet von *G. Witchell*, *J. Lyons*, *T. Parkinson* und *S. Williams*, gab *Shepherd* 1772 heraus<sup>232</sup>); *Margetts*<sup>233</sup>) veröffentlichte graphische Tafeln erst 1794. Beide Werke fanden keine Verwertung in der Praxis; wohl aber gaben sie die Anregung zu der heute fast allgemein auf See gebräuchlichen kürzesten Methode der

221) *N. Maskelyne*, Lond. Phil. Trans. 1764, p. 271 [abr. 12, p. 152].

222) *J. Lyons*, Tables requisite to be used with the astron. and naut. ephemeris, London 1766, p. 44.

223) *A. J. Lexell*, Petersbg. Acta 1780, II, p. 348.

224) *N. Bowditch*, l. c. pag. 82, (Literatur III).

225) *G. Witchell*, Naut. Alm. for 1772.

226) *J. J. Åstrand*, Lond. Astr. Soc. Monthly Not. 39 (1879), p. 425.

227) *A. M. Legendre*, Paris Inst. (math.) mém. 6 (1806), p. 30.

228) *J. B. J. Delambre*, Astronomie théorique et pratique 3, p. 625, Paris 1814.

229) *Ludw. Schwarz*, Über die Reduktion der scheinbaren und wahren Mond-distanzen aufeinander, Dorpat 1865.

230) *C. Rümker*, Längenbestimmung durch den Mond, Hamburg 1849; ferner *C. Rümker*, Vorschlag zur genaueren Berechnung der Refraktion bei der Längenbestimmung durch Mond-distanzen, Hamburg 1835.

231) *G. B. Airy*, A new method of clearing the lunar distance, London 1881.

232) *A. Shepherd*, Tables for correcting the apparent distance of the moon and a star, Publ. by order of the commissioners of longitude, Cambridge 1772.

233) *G. Margetts*, Longitude tables for correcting the effect of parallax and refraction on the observed distance, London 1794; ähnliche Tafeln edierte *J. W. Norie*, A set of linear tables for corr. the app. distance . . ., London 1815.

Mondsdistanzrechnung, die man mit *Elford's* Namen zu verbinden pflegt<sup>234</sup>).

Das Wesen dieser *Elford's*chen oder Neger-Methode besteht darin, daß durch eine einfache mit vier Stellen genügend scharf zu führende Rechnung das Hauptglied des Einflusses der Mondparallaxe gewonnen wird, während sich die Korrektion für Refraktion, Sonnenparallaxe und die kleinen Verbesserungen von der zweiten Ordnung der Mondparallaxe in einer mit drei Argumenten geordneten Tafel vorfinden, für die die konstante Annahme einer mittleren Mondparallaxe genügt. Die Argumente sind Distanz, Mond- und Gestirns Höhe; statt dessen unterscheidet man aber wohl auch zwischen größerer und kleinerer Höhe. Eine solche „Tafel des dritten Gliedes“ der *Elford-Methode* enthält jede moderne nautische Tafelsammlung. —

Nachdem die Reduktion der Mondsdistanz auf das Erdzentrum unter Annahme der Kugelform erledigt ist, muß man noch die Verbesserung wegen Abplattung des Erdkörpers nachträglich anbringen, die in maximo an 15'' heranreicht. Es gibt in der Hauptsache zwei Wege zu deren Berücksichtigung. Der eine, auf den *Delambre*<sup>235</sup>) hinwies, verlangt die genäherte Kenntnis des Mondazimuts und geht durch die Seitenparallaxe des Mondes hindurch. In den nautischen Tafeln und Jahrbüchern werden stets Hilfstafeln, die bei bekanntem Mondazimut jede Rechnung ersparen, mitgeführt. Eine andere bequemere Methode lehrte *Borda*<sup>236</sup>). Das Mondazimut fällt fort und es gehen nur die beiläufigen Deklinationen der Gestirne und ihr Abstand ein. Diesem Verfahren folgten u. a. *Bohnenberger* (Lit. I), *Bessel*<sup>218</sup>), *Airy*<sup>231</sup>), *Chauvenet*<sup>237</sup>); in der nautischen Praxis aber faßte es nie Fuß, trotzdem sich durch eine kleine Tafel mit drei Argumenten (Distanz, Mond- und Sterndeklination) jegliche Rechnung umgehen ließe.

Vor Beginn der ganzen Reduktionsarbeit erfordern die unmittelbar gemessenen Abstände einige Korrekturen. Zunächst beobachtet man keine Mittelpunkts-, sondern Randsdistanzen; es ist also der Mondradius und, wenn die Sonne das andere Gestirn, auch der Sonnenradius in Rechnung zu stellen. Beide Halbmesser werden noch von

234) *James M. Elford*, Second edition of longitude tables . . . , Charleston 1818, abgedruckt in *F. X. v. Zach's* Correspondance astronomique, 6, Genua 1822, p. 209—232. Vgl. *G. D. E. Weyer*, Ann. d. Hydr. 1881/82; *J. F. Encke*, Berl. astr. Jahrb. für 1842, p. 307; *F. X. v. Zach*, Lond. Astr. Soc. Mem. 5 (1833), p. 245.

235) *J. B. J. Delambre*, Astronomie théorique et pratique 3, Paris 1814, p. 636.

236) *J. Ch. de Borda*, Description et usage du cercle de réflexion, Paris 1787; 4<sup>ième</sup> éd. 1816, p. 82.

237) *W. Chauvenet*, On a new method of correcting lunar distances for parallax and refraction, Astron. Journ. 2 (1852), p. 24.

der Refraktion verzerrt, deren Beträge eigens konstruierten Tabellen, die alle nautischen Tafeln und Ephemeriden bringen, entnommen werden können. Außerdem erscheint uns der lokale Mondradius größer als der auf den Erdmittelpunkt bezogene der Ephemeride; diese parallaktische Vergrößerung erreicht in maximo 18".<sup>238)</sup> Weiter unterwirft man in Strenge den kürzesten Berührungsabstand von Gestirn und der infolge der Strahlenbrechung nicht genau kreisförmigen Mondscheibe der Beobachtung; nach *Bessel*<sup>218)</sup> ist jedoch der Unterschied verschwindend gering gegenüber der Voraussetzung der gewöhnlichen Rechnung, die die Randpunkte in der Verbindungslinie der Zentren der Gestirne als gemessen annimmt. — Ein Fehler der Messung fälscht im selben Grade die geozentrische Distanz; die absoluten Höhen spielen indes keine große Rolle; viel wichtiger ist die Genauigkeit der Unterschiede der scheinbaren und wahren Höhen.

Zur Erleichterung des Aufsuchens der zur geozentrischen Mond-distanz gehörigen Zeit geben die Ephemeriden von 3<sup>h</sup> zu 3<sup>h</sup> die Distanz des Mondes von der Sonne, hellen Fixsternen oder Planeten an und fügen einen bequemen Interpolationsapparat für erste und zweite Differenzen bei. Derartige Vorausberechnungen erscheinen schon im *Nautical Almanac* seit seiner Gründung im Jahre 1767 für die neun hellen Fixsterne  $\alpha$  Arietis,  $\alpha$  Tauri (Aldebaran),  $\beta$  Geminorum (Pollux),  $\alpha$  Leonis (Regulus),  $\alpha$  Virginis (Spica),  $\alpha$  Scorpii (Antares),  $\alpha$  Aquilae (Atair),  $\alpha$  Piscis austr. (Fomalhaut),  $\alpha$  Pegasi (Markab). Im Jahre 1774 folgte die *Connaissance des temps*, während das Berliner Jahrbuch nur kurze Zeit hindurch, von 1844 bis 1851, eine Mond-distanzephemeride führte. Auf den Vorschlag *Lovenörs*' wurden von 1821 an durch *Schumacher*<sup>239)</sup> besondere Abstandsephemeriden für die Planeten Venus, Mars, Jupiter, Saturn herausgegeben, die nicht lange nachher vom *Nautical Almanac* und der *Connaissance des temps* regelmäßig mitgeführt wurden, so daß 1838 *Schumacher's* Publikation einging. Von den gewählten Fixsternen, die möglichst nahe der scheinbaren Mondbahn hätten liegen sollen, stehen manche sehr ungünstig ( $\alpha$  Aquilae,  $\alpha$  Piscium,  $\alpha$  Pegasi, die 20° bis 30° von der Ekliptik sich entfernen). So kommt es, daß in extremen Fällen der Faktor, mit dem ein Fehler der Distanz die Länge entstellt, statt des Durchschnittswertes 27 auf 45 ansteigt. Von konstanten Fehlern, wie sie dem Instrument und dem Beobachter zur Last fallen können,

238) Siehe die Tafeln in den nautischen Tafelsammlungen und Ephemeriden.

239) *H. C. Schumacher*, *Ephemeris of the distances of the four planets Venus etc. from the Moon for 1822—38*, Copenhagen 1820—36.



wird man frei, wenn man zwei Distanzsterne, einen östlich, einen westlich vom Mond nimmt, womöglich in nahe gleichem Abstand.

Auf Forschungsreisen zu Lande tragen Mondsdistanzen nicht gerade oft zur Längenbestimmung bei. *Carsten Niebuhr*, von *T. Mayer* selbst noch instruiert und ausgerüstet<sup>240</sup>), benutzte sie mit Erfolg auf seiner Reise durch Arabien in den Jahren 1762 bis 1767, und mehr als ein Jahrhundert später maß *W. Jordan*<sup>241</sup>) Mondsdistanzen für Länge während der *G. Rohlfs's*chen Expedition in die libysche Wüste 1873/74. *Jordan* kommt zu dem Schluß, daß die Mondsdistanzen zu der am Ende erreichten Genauigkeit wenig beigetragen haben.

Der sinkenden Bedeutung der Mondsdistanzen für die Nautik gehorchend hat die *Connaissance des temps* von dem Jahrgang 1905 an die Vorausberechnung der Mondsdistanzen unterdrückt; 1907 folgte auch der *Nautical Almanac*. In Zukunft wird daher der Seefahrer, dem eine auf den Mondort gegründete Chronometerkontrolle zur Verfügung stehen muß, zu einer Berechnung übergehen, die ihn die Distanzephemeride verschmerzen läßt und auf die Auswertung der Mondrektaszension hinausläuft.

Zum Schlusse dieses Abschnittes möge noch ein bemerkenswerter Spezialfall Erwähnung finden, den *C. Rümker*<sup>242</sup>) zuerst beobachtete und *Bessel*<sup>218</sup>) theoretisch bearbeitete. Wenn das Gestirn, dessen Entfernung man mißt, sich dem Untergange zuneigt, der Mond aber sehr hoch steht, so kann es infolge der im selben Sinne wirkenden Ursachen von eigener Bewegung des Mondes und Refraktion des Sternes sich ereignen, daß der scheinbare lokale Abstand langsam bis zu einem flachen Maximum wächst und dann wieder abnimmt. Es ist aber dann eine Längenbestimmung ebenso gut möglich, wie unter normalen Verhältnissen, ja, die Beobachtung eines solchen Maximums allein ergibt ohne Zuziehung der Zeitbestimmung eine Länge. Nähere Diskussion erfuhr die interessante Frage durch *G. D. E. Weyer*<sup>243</sup>).

Da jede Einstellung des Mondrandes durch eigentümliche, von Fall zu Fall schwankende Beugungs- und Irradiationserscheinungen entstellt wird, so ist es empfehlenswert, bei absoluten Längenbestimmungen an Land von hohen Genauigkeitsanforderungen den Stern, statt auf den Rand, auf einen passenden Krater zu pointieren. Dies

240) Resultate seiner Beobachtungen in *Monatl. Corr.* 4 und 5 (1801—02).

241) *W. Jordan*, *Phys. Geographie u. Meteorologie der libyschen Wüste*, Cassel 1876; ferner *Jordan*, *Grundzüge* (Lit. I).

242) *C. Rümker*, *Astr. Nachr.* 1 (1823), p. 77.

243) *G. D. E. Weyer*, Über das nautische Längenproblem, *Ann. d. Hydr.* 1890, p. 471.

läßt mit besonderer Schärfe die sehr regelmäßige Wallebene Plato zu, in deren auffallend dunkle Fläche der helle Sternpunkt mit großer Sicherheit eingestellt werden kann, selbst mit den üblichen kleinen Sextantenfernrohren.

**34. Sternbedeckungen und Sonnenfinsternisse.** Eine große Sicherheit in der Bestimmung der Zeit des Nullmeridians eignet einem Spezialfall der Mondstrecken zu, der sich ohne Instrumente beobachten läßt. Es sind das die durch den Mond veranlaßten Okkultationserscheinungen von Fixsternen, Planeten und der Sonne. Wird die östliche Mondstrecke immer kleiner und kleiner und schließlich dem scheinbaren Mondradius gleich, so verschwindet der Stern im nächsten Augenblick, da ihn der Mond auf seiner Bahn bedeckt (*Sternbedeckungen*). Ebenso kann der Mond bei Neumond vom Beobachtungsort gesehen mit der Sonne nahe in einer Richtung stehen; wir beobachten dann eine partielle, ringförmige oder totale *Sonnenfinsternis*. An Präzision ist das Phänomen einer Sternbedeckung der Sonnenfinsternis überlegen, insbesondere wenn es sich um das Verschwinden oder Auftauchen eines helleren Sternes am dunklen Mondrand handelt. Am beleuchteten Mondrand muß man zur Erzielung guter Resultate schon große Fernrohre und starke Vergrößerungen zuziehen; andernfalls bringen es Irradiation und Beugung dahin, daß die Sterne zu früh verschwinden oder zu spät auftauchen. Bei einer Sonnenfinsternis verdient die erste äußere Berührung wenig Zutrauen: der Moment wird stets zu spät notiert. Nicht selten wird von Fällen berichtet, in denen das Verlöschen des Sternes am Mondrand einige Zeit, die sich nach Bruchteilen von Sekunden bemaß, beanspruchte und deren Ursache man auf eine Mondatmosphäre zu schieben geneigt war. Daß der Stern fast immer etwas innerhalb der scheinbaren Mondscheibe verschwindet oder auftaucht, ist eines der einfachsten Beispiele von Irradiation.

Die durch den Mond veranlaßten Okkultationsvorgänge sind nicht, wie die in Nr. 26 behandelten Finsternisse tautochron; ihr Eintritt wechselt wegen der großen Nähe des Mondes rasch von Ort zu Ort. Die an verschiedenen Punkten beobachteten Zeitmomente müssen somit vor ihrer Vergleichung noch auf eine bestimmte Phase der Erscheinung, wie sie im Erdmittelpunkt gesehen wird, reduziert werden, z. B. kann man aus dem notierten Moment mit Hilfe der bekannten, den Ephemeriden zu entnehmenden Elemente die Konjunktionszeit in Länge oder Rektaszension suchen. Man versteht darunter den Augenblick, in welchem für das Erdzentrum beide Himmelskörper gleiche Länge oder Rektaszension besitzen.

Nach Analogie der Mondstrecken bietet sich das folgende Rechnungsverfahren dar, bei dessen Beschreibung man nach Belieben statt Sonne auch Stern oder Planet lesen und unter Pol entweder den Ekliptikalpol oder den Äquatorpol sich denken darf. Aus dem sphärischen Dreieck Pol-Mond-Sonne, dessen Seiten bekannt, leite man den Winkel am Pol, i. e. den lokalen scheinbaren Längen- oder Rektaszensionsunterschied ab und reduziere ihn mit Hilfe der parallaktischen Verschiebung auf den Erdmittelpunkt. Da weiter die relative Geschwindigkeit in Länge oder Rektaszension beider Himmelskörper gegeben, so vermag man aus der Koordinatendifferenz im Beobachtungsaugenblick den Moment der gesuchten Konjunktionszeit abzuleiten, die dann zur Längenbestimmung entweder mit der in der Ephemeride angegebenen Konjunktionszeit des Nullmeridians oder besser mit der in analoger Weise gefundenen Konjunktionszeit eines anderen Ortes verglichen wird. Fehler der Mondtafeln üben im letzteren Falle nur einen unerheblichen Einfluß aus, und wenn man gleichartige Phasen, z. B. nur Eintritte oder Austritte kombiniert, so gehen auch Fehler in den Gestirnsradien nicht merklich in das Ergebnis ein. — Ebenfalls sehr einfach ist das im Anschluß an *H. Raper* von *J. A. C. Oudemans*<sup>245)</sup> eingeschlagene Verfahren. Aus der Rektaszension des Sternes sucht er die Rektaszension des Mondes und mit dieser in der Ephemeride die entsprechende Greenwich-Zeit.

Der erste, der ein korrektes Verfahren zur Berechnung einer Okkultationserscheinung besaß, war *Kepler*<sup>246)</sup>, der mit Hilfe der Sonnenfinsternis vom 7. März 1598 die Längendifferenz zwischen Graz und Uranienborg abzuleiten sich bemühte. Als Vorläufer erscheinen die von *Chr. Columbus*, *A. Vespucci*, *A. Pigafetta*, *A. San Martino* kultivierten Konjunktionen des Mondes und der Planeten<sup>247)</sup>. Später wurde die Aufgabe von vielen Astronomen aufgegriffen, u. a. von *Ch. Wren*<sup>248)</sup>, *Flamsteed*<sup>249)</sup>, *Lacaille*<sup>250)</sup>, *J. Cassini*<sup>251)</sup>, *Cagnoli*<sup>252)</sup>, *Lambert*<sup>253)</sup>,

245) *J. A. C. Oudemans*, Astr. Nachr. 74 (1869), p. 168.

246) *J. Kepler*, Ad Vitellionem paralipomena, Astronomiae pars optica, Caput 11, probl. 27, p. 392, Francofurti 1604 = Opera, ed. *Ch. Frisch*, 2, Francof. 1859, p. 372.

247) Vgl. l. c. Fußn. 343), Ex. crit. IV, p. 183 = Krit. Unt. 2, p. 415.

248) *Ch. Wren*, geb. 1632, gest. 1723, hat selbst nichts bekannt gemacht, doch berichtet *J. Flamsteed* darüber. Siehe auch *Wolf*, Handb. 2, p. 292.

249) *J. Flamsteed*, The doctrine of the sphere, London 1680 (in *J. Moore*, New system of mathematics, London 1680—81).

250) *N. L. de Lacaille*, Calcul des projections, Paris hist. (2) mém. 1744, p. 191.

251) *J. Cassini* (le fils), Méth. de déterm. les longit., Paris hist. (2) mém. 1705, p. 194.

*Lalande*<sup>254</sup>), *Euler*<sup>255</sup>), *Lagrange*<sup>256</sup>), indes gewann erst *Bessel*<sup>257</sup>) der Sache eine neue Seite ab. Eine weitere unabhängige Bearbeitung erfuhr das Problem durch *P. A. Hansen*<sup>258</sup>), der insbesondere der Darstellung der Sichtbarkeitsverhältnisse auf der Erde seine Aufmerksamkeit zuwandte. Vereinfachungen der *Bessel'schen* Formeln für Sternbedeckungen fanden *A. R. Clarke*<sup>259</sup>), *Klinkerfues*<sup>260</sup>) und *F. Küstner*<sup>261</sup>). — Fehler in *Gauß'* Entwicklungen glaubt *N. Garbich* gefunden zu haben<sup>262</sup>).

Die *Bessel'schen* Formeln verwertet man heute allgemein zur Berechnung und Vorausberechnung von Sonnenfinsternissen und Sternbedeckungen. Eine leichtverständliche Anleitung dazu schrieb *Encke*<sup>263</sup>), der sich wesentlich auf *Bessel's* Arbeit stützt. *H. Battermann*<sup>264</sup>) gab bequeme Tafeln der Mondparallaxe für Berlin heraus, die auch leicht einen Übergang auf andere Breiten gestatten. *G. Bigourdan*<sup>265</sup>) erstrebte dasselbe Ziel auf umständlicherem Wege. Eine Sonnenfinsternis graphisch vollständig zu berechnen und ihre Sichtbarkeitsverhältnisse auf der Erde übersichtlich darzustellen, lehrte *Cayley*<sup>266</sup>). *Temple Chevallier*<sup>267</sup>) betrachtete den Einfluß, den die Differenz der Parallaxen

252) *A. Cagnoli*, Méthode pour calculer les longit. géogr., Vérone 1789.

253) *J. H. Lambert*, Berl. astr. Jahrb. für 1778, p. 49.

254) *J. J. Lalande*, Nouvelle méthode pour calculer rigoureusement les éclipses de soleil, Paris hist. (2) mém. 1763, p. 426.

255) *L. Euler*, De eclipsibus solaribus, Petersbg. Acta 1780, II, p. 308.

256) *J. L. Lagrange*, Berl. astr. Jahrb. für 1782 = Oeuvres 7, p. 415.

257) und 258) Vgl. die p. 82 (Lit. II) zitierten Monographien.

259) *A. R. Clarke*, Lond. Astr. Soc. Mem. 27 (1859), p. 97.

260) *W. Klinkerfues* in *H. W. T. Seeling*, Berechnung der Tafelfehler des Mondes aus der Plejadenbedeckung von 1858 Febr. 20, Astr. Nachr. 52 (1860) p. 289 ff.

261) *F. Küstner*, Bestimmungen des Monddurchmessers aus neun Plejadenbedeckungen, Nova Acta, Abhdl. d. Leopold.-Carolin. Akad. der Naturforscher 41 (Halle 1879), auch als Diss. Straßburg, 1879 (Halle 1880); weitere Literatur: *J. A. Grunert*, Theorie der Sonnenfinsternisse, der Durchgänge der unteren Planeten vor der Sonne und der Sternbedeckungen, Wien Denkschr. 8 (1854), 1. Abt., p. 133; *L. J. Gruyey*, Les formules écliptiques de Hansen simplifiées, Paris Bull. astr. 9 (1892), p. 233, 286; *C. Rümker*, Über die Berechnung der Sonnenfinsternisse, Hamburg 1837; *R. Schram*, Beitrag zur Hansen'schen Theorie der Finsternisse, Wien Ber. 92 (1885).

262) *N. Garbich*, Analytische Methode zur Berechnung der Sonnenfinsternisse sowie aller andern Occultationen, Triest 1871.

263) *J. F. Encke*, Berl. astr. Jahrb. für 1830, Berlin 1828, p. 253.

264) *H. Battermann*, Astr. Nachr. 144 (1897), p. 1.

265) *G. Bigourdan*, Obs. de Paris ann. (mém.) 23 (1902) E.

266) *A. Cayley*, Lond. Astr. Soc. Mem. 39 (1871), p. 1.

267) *Temple Chevallier*, Lond. Astr. Soc. Mem. 19 (1851), p. 231.

auf die Zeiten des Aus- und Eintritts bedeckter Sterne ausübt. Weitere Abkürzung des Rechnungsverfahrens strebte *C. Stechert*<sup>268)</sup> an, der sowohl die Vorausberechnung derartiger Phänomene als auch die Längenberechnung durch umfangreiche Tafeln unterstützt. Insbesondere soll auf diese Weise die Ausnutzung der Okkultationsphänomene zur See und an den in Länge schlecht bestimmten Hafentplätzen, vor allem in der Südsee, in die Wege geleitet werden. Kurz zuvor hatte *L. Cruls*<sup>269)</sup> ausgedehnte Tafeln publiziert, denen ebenfalls *Bessel's* Gedanke zugrunde lag; einen Teil der Rechnung läßt *Cruls* graphisch ausführen. Rein graphisch ist eine von *W. Rigge*<sup>270)</sup> vorgeschlagene Methode. Mit besonderer Berücksichtigung der nautischen Verwertbarkeit bearbeitete *C. Berry*<sup>271)</sup> eine Theorie der Okkultationen. — Den bei Berechnungen von Sonnenfinsternissen anzuwendenden Mondradius revidierte *J. Peters*<sup>272)</sup> und fand ihn 1"4 kleiner als den aus Sternbedeckungen gefolgerten.

Die Bedeutung der Sternbedeckungen und Sonnenfinsternisse war noch in dem ersten Drittel des 19. Jahrhunderts für die Zwecke der Längenbestimmung eine sehr hohe; vornehmlich *Wurm* und *Triesnecker*<sup>273)</sup> bearbeiteten in jener Zeit alle ihnen bekannt gewordenen Beobachtungen und leiteten daraus Längendifferenzen der Hauptorte der Erdoberfläche ab. Heutzutage liegt die Bedeutung jener Erscheinungen auf wesentlich anderem Gebiete: Sternbedeckungen liefern Beiträge zur Kenntnis der Mondbahn, des Mondradius und der Mond- und Sonnenparallaxe<sup>274)</sup>, und Sonnenfinsternisse fördern die Physik der Sonnenatmosphäre.

Während eine Sternbedeckung nur zwei Phasen, Ein- und Austritt, liefert, läßt sich bei Sonnenfinsternissen der ganze Verlauf des

268) *C. Stechert*, Tafeln f. d. Vorausberechn. d. Sternbedeckungen, Aus dem Archiv der Deutschen Seewarte, 19. Jahrg., Nr. 3, Hamburg 1896; *C. Stechert*, Die Vorausberechnung der Sonnenfinsternisse u. ihre Verwertung zur Längenbest., Aus dem Archiv der Deutschen Seewarte, 22. Jahrg., Nr. 1, Hamburg 1899.

269) *L. Cruls*, Méthode graphique pour la détermination des heures approchées des éclipses du soleil et des occultations, Rio de Janeiro 1894.

270) *W. Rigge*, Astr. Nachr. 158 (1902), p. 274.

271) *C. Berry*, Théorie complète des occultations, Paris 1880.

272) *J. Peters*, Berl. Rechen-Inst. Veröff. Nr. 20 (1902), p. 135.

273) Zahlreiche Reduktionen teilten *J. F. Wurm* und *F. Triesnecker* in Monatl. Corr., den Astr. Nachr. und den Allgemeinen geographischen Ephemeriden (hrsg. von *F. X. von Zach* u. a., Weimar 1798—1816) mit. Siehe ferner *J. F. Wurm*, Praktische Anleitung zur Parallaxen-Rechnung, Tübingen 1804.

274) Siehe z. B. *H. Battermann*, Best. der Mondlänge, des Mondhalbmessers und der Sonnenparallaxe aus Sternbedeckungen, Berlin Sternw. Ergebn. 11 (1902).

Eindringens der schwarzen Mondscheibe in die Sonnenscheibe verfolgen und daher eine große Anzahl von Daten zur Ableitung der Konjunktionszeit festlegen. Vorteilhaft ist es, während der Sonnenfinsternis die Distanzen der Hörnerspitzen mit einem Doppelbildmikrometer (Heliometer) zu messen; *Hansen*<sup>255</sup>) hat die Rechenvorschriften für diese Methode entwickelt. Minder empfiehlt es sich, mit dem Refraktor die Rektaszensions- und Deklinationsunterschiede der Hörnerspitzen zu bestimmen; die Bearbeitung kompliziert sich erheblich und an Sicherheit wird gewiß nichts gewonnen.

Die Genauigkeit der aus einer Okkultation abgeleiteten Länge entspricht nicht der Schärfe, mit der man das plötzliche Verschwinden und Auftauchen aufzufassen imstande ist. Die Ursache liegt in den Unebenheiten des Mondrandes, den Berge und Täler recht rauh erscheinen lassen. Vereinzelte Randgebirge ragen bis zu 4'' über den normalen kreisförmigen Verlauf des Randes hervor; die hieraus fließende Fälschung der Länge würde 8<sup>s</sup> betragen. Die Erfahrung lehrt, daß einer Sternbedeckung ein mittlerer Fehler von durchschnittlich  $\pm 2^{\text{s}}2$  anhaftet<sup>275</sup>).

**35. Verwandte Okkultationsphänomene.** Der Theorie für die durch den Mond veranlaßten Okkultationsphänomene folgen eine Anzahl verwandter Erscheinungen, deren Verwertung zur Längenbestimmung zwar möglich, aber nicht zweckmäßig wäre. Eine sehr reiche Literatur haben die *Vorübergänge der Venus* vor der Sonnenscheibe wachgerufen, durch deren Beobachtung man fast zwei Jahrhunderte lang glaubte, den besten Wert für die Sonnenparallaxe erlangen zu können. Für die Theorie des sonnennächsten Planeten *Merkur* sind dessen Vorübergänge, die weit häufiger sich ereignen (etwa 13mal im Jahrhundert) als jene der Venus, von großer Bedeutung geworden. Teils nach *Encke's*, teils nach *Hansen's* Vorgang hat *K. Friesach*<sup>276</sup>) eine elementare Theorie der Planetenvorübergänge dargestellt. Geometrisch anschaulich (mit Hilfe von Figuren) will *L. Weinek*<sup>277</sup>) den von *Lagrange* betretenen, von *Encke* ausgebauten Weg klar legen. Nicht nur der langsamen scheinbaren Bewegung beider Planeten

275) Vgl. *A. Auwers*, Bestimmung eines absoluten Meridians für Australien durch absolute Methoden, *Astr. Nachr.* 110 (1884), p. 289, und *J. Peters*, *Astr. Nachr.* 138 (1895), p. 113.

276) *K. Friesach*, Theorie der Planetenvorübergänge, Leipzig 1874.

277) *L. Weinek*, Zur Theorie der Planetenvorübergänge, Wien Ber. 112 (1904), p. 1752; *J. L. Lagrange*, Mémoire sur le passage de Vénus du 3 juin 1769, Berl. hist. 1766, p. 265 = *Oeuvres* 2, p. 335; *J. F. Encke*, Vorausberechnung der Planetenvorübergänge, Berl. astr. Jahrb. für 1842, Berlin 1840.

halber, sondern auch wegen eigentümlicher, zum Teil physiologischer Vorgänge lassen sich die vier Kontakte der schwarzen Planetenscheibe mit der Sonnenscheibe nicht sicher auffassen, so daß die daraus gefolgerte Länge des Beobachtungsortes auf große Genauigkeit keinen Anspruch zu erheben vermöchte.

Mannigfaltige Phänomene bietet das *Jupitersystem* in seinen vier hellen Monden dar. Abgesehen von den schon in Nr. 26 besprochenen Finsternissen werden die Trabanten auf ihrem Laufe um den Hauptplaneten bald vor demselben vorübergehen, bald hinter ihm verschwinden und in den Kontakten wieder Hilfsmittel zur Längenbestimmung gewähren. Diese Momente sind indes ob der Helligkeit des Jupiter selbst in großen Refraktoren nicht mit Präzision wahrzunehmen und zur Längenbestimmung somit unbrauchbar.

Ähnliches gilt von den seltenen *Sternbedeckungen durch Planeten*. Die Langsamkeit der scheinbaren Bewegung der Planeten, ihre Helligkeit und ihre mehr oder minder dichte Atmosphäre bewirkt es, daß das Verschwinden und Auftauchen der Sterne ein allmähliches zu sein scheint. Derartige Phänomene tragen vor allen Dingen bei zum Studium der Physik der Atmosphäre des die Bedeckung verursachenden Planeten<sup>278)</sup>. Eine allgemeine analytische Bearbeitung der Bedeckungen von Fixsternen durch Planeten führte *A. F. Moebius*<sup>279)</sup> durch.

#### IV. Azimutbestimmung.

**36. Allgemeiner Weg.** Die Aufgabe der Azimutbestimmung kommt in erster Linie der Geodäsie zugute, z. B. zur Orientierung einer ausgedehnten Dreieckskette gegen den Meridian.

Man darf ganz allgemein sagen, daß alle Methoden, die zur Polhöhenbestimmung angewandt werden, mit leichten Modifikationen auch zur Azimutbestimmung dienen können. Ebenso gut wie man nämlich aus den sphärischen Dreiecken den Winkel am Pol (Stundenwinkel) zur Zeitbestimmung oder die Seite Pol-Zenit (Komplement der Breite) zur Polhöhenbestimmung ableitet, kann man auch den Winkel am Zenit, das Azimut eines der beobachteten Gestirne berechnen. Legt man dann noch die am Horizontalkreis des Universals gemessene Azimutaldifferenz des Sternes und eines terrestrischen Signals („Mire“) zum Sternazimut hinzu, so gewinnt man das Azimut des Signals. Eine weitere Bedeutung gewinnt die Azimutbestimmung in fernen Ländern beim Ausmessen einer langen Basis für topographische Auf-

278) Vgl. u. a. *A. Pannekoek*, Astr. Nachr. 164 (1904), p. 6.

279) *A. F. Moebius*, l. c. p. 82 (Lit. II) = Werke, 4, p. 343.

nahmen: auf astronomischem Wege ermittelt man die Polhöhen der Basisendpunkte und ihr gegenseitiges Azimut und berechnet daraus auf Grund der bekannten Erddimensionen die Länge der Basis in Kilometern.

Unter den vielen möglichen Wegen zur Azimutbestimmung seien jene skizziert, die bei geodätischen Operationen größeren Stiles bevorzugt werden.

**37. Spezielle Methoden.** Kann man die Mire so nahe am Meridian errichten, daß sie im Gesichtsfeld des Passagenrohres erscheint, so wird man ihr Azimut *durch eine Zeitbestimmung im Meridian* (siehe Nr. 8), die zunächst das Azimut der Absehenslinie festlegt, erhalten, indem man mit einem Mikrometer den Winkelabstand des Signals vom Mittelfaden des Fadennetzes ermittelt. Etwas weitere Grenzen für die Lage der Mire eröffnen sich im Vertikal des Polarsterns (siehe Nr. 9).

Eine andere, bei beliebiger Stellung des Signals anwendbare Methode geht von der *Beobachtung des Polarsternes* aus. Man stellt wechselweise Mire und Stern ein und erhält mit dem aus der Ortszeit zu berechnenden Polarisazimut und dem gemessenen Azimutunterschied das Azimut der Mire. Die Azimutberechnung für den Polarstern erleichtern Hilfstafeln, wie sie u. a. *Valentiner*<sup>280</sup>) und *Albrecht*<sup>65</sup>) gegeben haben. Ein Fehler in der Zeit entstellt das Azimut am meisten, wenn der Stern im Meridian sich befindet, und ein Fehler in der Deklination wirkt am stärksten in den Digressionen. Die besten Resultate erzielt man, wenn man, wie dies schon Landgraf *Wilhelm von Kassel*<sup>281</sup>) und *G. D. Cassini*<sup>282</sup>) taten, die *beiden* Digressionen beobachtet; unabhängig von Sternort und Zeit ergibt hier das Mittel der Ablesungen des Horizontalkreises den Nordpunkt des Kreises. Bei Sternen niederer Deklinationen vertreten die Stelle der Digressionen vorteilhaft die korrespondierenden Höhen, deren Azimutmittel den Südpunkt des Horizontalkreises darstellt. Aus drei Höhen und den Azimutunterschieden das Azimut zu bestimmen, lehrt eingehend *Mollweide*<sup>283</sup>).

280) *W. Valentiner*, Beiträge zur kürzesten u. zweckmäßigsten Behandlung geogr. Ortsbest., Leipzig 1869; ferner *E. Block*, Hilfstafeln zur Berechnung der Polarisazimute, Petersburg 1875.

281) Vgl. *R. Wolf* in: Astronomische Mittheilungen von *Rudolf Wolf*, Nr. 45, Zürich 1878, p. 142. Abdruck aus: Vierteljahrsschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich, 22. Jahrg., Zürich 1877, p. 370.

282) Während der frz. Gradmessung (1683—1718); vgl. *J. Cassini*, *Traité de la grandeur et de la figure de la terre*, Paris 1720.

283) *K. B. Mollweide*, *Monatl. Corr.* 28 (1813), p. 419.



In Ermangelung eines fest aufstellbaren Universals kann das Azimut durch *Distanzmessung an einem Reflexionsinstrument* eruiert werden. Die scheinbare Höhe des Signals ist hierbei unerlässlich; ebenso muß die Zeit genau bekannt sein. Dann vervollständigt der Abstand der Mire von einem Gestirn — zumeist ist das wohl die Sonne — das sphärische Dreieck Signal-Zenit-Sonne, dessen drei Seiten gegeben, und man berechnet nun daraus den Winkel am Zenit, i. e. die Azimutdifferenz zwischen Sonne und Signal. Soll ein Fehler in der Zeit keinen großen Einfluß ausüben, so darf die Sonnenhöhe etwa  $10^0$  nicht erheblich übersteigen. Dieser Art der Azimutbestimmung hat *v. Zach*<sup>284)</sup> eine eingehende Darstellung gewidmet.

## V. Nautische Astronomie.

**38. Die Kimm und ihr Verhalten.** Die nautische Astronomie hat zur einzigen Aufgabe die Ermittlung des Schiffsortes nach Länge und Breite durch astronomische Beobachtungen; als Durchgangsstadien zur Verwertung des Kompasses und von Lotungen gehen noch die Bestimmung der Zeit und des Azimuts ein. Da die Benutzung fest aufstellbarer Apparate an Bord des schwankenden Schiffes ein Ding der Unmöglichkeit ist, kommen nur Reflexionsinstrumente in Betracht, unter denen fast einzig der Spiegelsextant in praxi zur Anwendung gelangt. Die Gründe mag man vor allen Dingen in der historischen Gewöhnung suchen. Die Kriegsmarine beobachtet bisweilen auch mit dem Spiegelprismenkreis, vor allem zur Festlegung von Küstenplätzen.

Gelegentlich der Behandlung der Methoden der Ortsbestimmung wurde stets auf die Bedeutung der betreffenden Aufgabe für die Nautik hingewiesen; es erübrigt hier, einige Eigentümlichkeiten nautischer Messungen, die daraus fließenden Fehlerquellen und die Bestrebungen zu ihrer Hebung zu erwähnen, und endlich eine Betrachtungsweise des Problems der Ortsbestimmung darzustellen, die heute unter der jüngeren Generation allgemeine Einführung gefunden hat und unter dem Namen „Moderne Navigation“ begriffen wird. Für den Gebrauch zur See fallen alle jene Methoden der Ortsbestimmung aus, die sich auf Azimutmessungen gründen. Denn mit hinlänglicher Genauigkeit können an Bord nur Höhen, und zwar Höhen über der Kimmlinie (Kimmabstände) gemessen werden.

284) *F. X. v. Zach*, Berl. astr. Jahrb. für 1793, p. 167; ferner *J. F. van Beeck-Calkoen*, Berl. astr. Jahrb. für 1814, Berlin 1811, p. 99.

Hier tritt schon gleich eine Schwierigkeit auf. Die Kimm bedeutet auf See das, was zu Lande die Libelle oder der Quecksilberhorizont leistet; sie errichtet die Lotlinie und definiert das Zenit des Beobachtungsortes. Das über der Meeresfläche, auf der Kommando- brücke oder an einem sonst geeigneten Platze des Schiffes befindliche Auge sieht die Kimm um die Kimmtiefe unter den scheinbaren Horizont, von dem an die Höhen zählen, herabgedrückt. Unter *Kimmtiefe* wird der Winkel verstanden, den die vom Auge an den Seespiegel gezogene Tangente mit der Horizontalen einschließt; man kann sie auch definieren als das Komplement des scheinbaren Radius der Erdkugel vom beobachtenden Auge aus gesehen. Wäre die Erde streng kugelförmig und keine Atmosphäre vorhanden, so ließe sich die Kimmtiefe trigonometrisch aus dem ebenen Dreieck: Erdzentrum-Auge-Berührungspunkt des Sehstrahls genau ermitteln. Da die an Bord unserer Schiffe vorkommenden Augeshöhen in maximo nicht an 20 m heranreichen, so ist die aus der ellipsoidischen Erdfigur folgende Ungleichförmigkeit der Kimmtiefe verschwindend gering<sup>285</sup>).

Anders stellen sich die Verhältnisse bei den durch die Refraktion hervorgerufenen Störungen. Aus geodätischen Messungen der Zenitdistanzen irdischer Objekte war der Einfluß der terrestrischen Refraction durch *Picard*<sup>286</sup>) bekannt geworden. Die Kimm mußte ihrem Einfluß in ähnlicher Weise unterworfen sein, und man nimmt darauf Rücksicht, indem man die rein geometrische Kimmtiefe um ihren 13<sup>ten</sup> Teil verringert und diesen aus Tafeln zu entnehmenden Wert dann an die erhaltenen Kimmabstände negativ anbringt. Die Arbeiten von *Gauß*<sup>287</sup>), *Sabler*<sup>288</sup>), *Hartl*<sup>289</sup>), *Bauernfeind*<sup>290</sup>) unterwarfen die variablen Verhältnisse der terrestrischen Refraktion, wie sie bei geodätischen Operationen eingeht, genauerer Diskussion, die auch der gleichen Gesetzen gehorchenden Kimmtiefe zugute kam. Aus-

285) Siehe C. W. Wirtz, Marine-Rundschau 12, Berlin 1901, p. 837.

286) J. Picard im Jahre 1669 gelegentlich der Messung von Depressionswinkeln zwischen Montlehéry und Mareuil; vgl. J. Picard, la mesure de la terre, Paris 1671.

287) C. F. Gauß, Berl. astr. Jahrb. für 1826, p. 89 = Werke 9 (1903), p. 437.

288) G. Sabler, Höhenunterschied zwischen dem Schwarzen und Kaspischen Meer, hrsg. von W. Struve, St. Petersburg 1849; und G. Sabler, Beobachtungen über die irdische Strahlenbrechung, Diss. Dorpat 1839.

289) H. Hartl, Zts. der österr. Gesellschaft für Meteorologie 16, Wien 1881, p. 129, und Mitt. d. k. k. militär.-geograph. Institut. in Wien, 3, Wien 1883.

290) C. M. Bauernfeind, Die terrestrische Refraktion und ihr Einfluß auf trigonometrische Höhenmessungen, München 1866; Ergebnisse aus Beobacht. d. terrestr. Refrakt., Münch. Abh. 13, 3. Abt. (1880), p. 179.

gedehntere Beobachtungsreihen über die Kimmtiefe rühren her von *Lingg*<sup>291)</sup> am Starnberger See, *E. Kayser*<sup>292)</sup> an der Ostsee bei Danzig, *Forel*<sup>293)</sup> am Genfer See und von dem französischen Schiff „*La Galissonnière*“<sup>294)</sup> 1884 im Roten Meer und Indischen Ozean. Einen Abschluß fanden die Untersuchungen in dieser Richtung durch die Beobachtungen, die *K. Koß* und *E. v. Thun-Hohenstein*<sup>295)</sup>, Offiziere der österreichischen Kriegsmarine, teils im Roten Meer, teils durch Messungen an Land, vom Fort Verudella bei Pola aus unternahmen. Nicht nur, daß die Kimm Verschiebungen von ihrer mittleren Lage bis zu fast 10' erleidet, sie ist auch nicht gleichförmig in allen Azimuten. Sie ändert sich mit dem Unterschied zwischen Luft- und Wassertemperatur, ohne daß Luftdruck, Feuchtigkeit und Bewölkung nachweisbar darauf einwirkten. Das regelloseste Verhalten tritt bei Windstille oder ganz schwachen Winden ein, während eine die Luft gut durchmischende Brise von der Stärke 2 bis 3 eine leidlich gleichförmige Kimmtiefe um den Horizont herum konstatieren ließ. *Koß* spricht einen Teil seiner Ergebnisse in dem Satz aus, daß für dieselbe Augeshöhe die Hebung oder Senkung der Kimm über die geodätische Kimm eine lineare Funktion des Unterschieds zwischen Luft- und Wassertemperatur ist und gibt seiner Abhandlung zwei Kimmtiefentafeln bei, die beide zu Argumenten Augeshöhe und Differenz der Luft- und Wasserwärme haben; die eine gilt bei lebhafter Brise, die andere bei Windstille. Theoretische Durcharbeitung erfuhren die österreichischen Kimmtiefenbeobachtungen durch *E. Kohlschütter*<sup>296)</sup>, der u. a. die Aufmerksamkeit auf die Gestalt der Bahn der von der Kimm ins Auge dringenden Lichtstrahlen lenkt und die Unzulänglichkeit der Annahme einer Kreisbogenbahn aufdeckt.

291) *F. Lingg*, Über die bei Kimmbeobachtungen am Starnberger See wahrgenommenen Refraktionserscheinungen, *Nova Acta*, Abhandl. der Leopoldinisch-Carolinischen Akad. der Naturforscher, 55, Halle 1891, p. 1—95.

292) *Ernst Kayser*, Beob. der Refraktion des Seehorizontes und Leuchtturms von Hela, *Danzig Naturf. Ges. Schriften N. F. 4*, Heft 2, Danzig 1877.

293) Vgl. *J. B. Messerschmitt*, Resultate neuerer Kimmtiefenbeobachtungen, *Ann. d. Hydr.* 1901, p. 162.

294) Siehe l. c. Fußn. 293); ferner bemerkenswert *Alois Walter*, Theorie der atmosphärischen Strahlenbrechung, Leipzig 1898.

295) *K. Koß* und *Graf Thun-Hohenstein*, Kimmtiefenbeobachtungen zu Verudella, *Wien Denkschr.* 70 (1901), p. 347. Ferner: *K. Koß*, Nächtliche Kimmtiefenbeobachtungen zu Verudella, *Veröff. d. Hydrographischen Amtes in Pola*, Nr. 18, Pola 1904.

296) *E. Kohlschütter*, Folgerungen aus den *Koß'schen* Kimmtiefenbeobachtungen zu Verudella, *Ann. d. Hydr.* 1903, p. 533.

**39. Instrumente zur Bestimmung und Elimination der Kimm-tiefe.** Die dargelegte Unsicherheit der Kimm einerseits und andererseits ihre schwierige Sichtbarkeit bei Nacht und düsigem Wetter lassen die Bestrebungen begreiflich erscheinen, sich durch geeignete Instrumente von ihr ganz unabhängig zu machen. Einige andere Apparate gehen nur darauf aus, ein Mittel zu ihrer Bestimmung bei jeder Beobachtung an die Hand zu geben und so ihre Anomalien von Fall zu Fall zu eliminieren.

Die Idee, die Einstellung auf die Kimm entbehrlich zu machen, hatte schon *Hadley*<sup>297)</sup>, der Erfinder des Spiegelsextanten; er wollte mit einem gewöhnlichen Höhenquadranten eine Libelle verbinden, die von einem Gehilfen hätte abgelesen werden müssen. Später brachte man die Libelle so an, daß der Beobachter selbst sich über ihren Stand zu vergewissern vermochte. Ein solches Instrument liegt in dem *Butenschön'schen*<sup>298)</sup> Libellenquadranten vor, bei welchem die Blase der Libelle zugleich mit dem Fadenkreuz und dem in Höhe zu messenden Gestirn im Feld des Quadrantenfernrohrs erscheint.

Einen ganz anderen Weg schlug *Fleuriais*<sup>299)</sup> mit seinem Gyroskopkollimator ein; hier wird die Horizontale mit Hilfe eines schnell rotierenden Kreisels, auf dem zwei Kollimatorlinsen angebracht sind, hergestellt. *E. Gelcich*<sup>300)</sup> hat indes mit einem solchen Apparat wenig ermutigende Erfahrungen gemacht; von erfolgreichen Anwendungen auch des Butenschön'schen Libellenoktanten auf See ist noch nichts bekannt geworden.

Nach wie vor ist man vielmehr auf die Beobachtung über der Kimm angewiesen und hat deshalb einmal durch lichthelle Fernrohre diese des Nachts besser wahrnehmbar gemacht, andererseits durch verschiedene Mittel die Einstellung eines Sternes auf die Kimmlinie genauer gestaltet, entweder indem man nach *Fleuriais'* Vorgang zwischen beiden Sextantenspiegeln ein das Sternbild verdoppelndes Prisma einschaltete und die Kimm zwischen beide Bildchen brachte, oder indem man mit *Laurent*<sup>301)</sup> den Stern zu einer kurzen Lichtlinie auszog<sup>302)</sup>.

297) *J. Hadley*, A spirit level to be fixed to a quadrant, Lond. Phil. Trans. 1733, p. 167 [abr. 7, p. 620].

298) *G. Butenschön*, Deutsches Reichspatent Nr. 76 668; Zts. f. Instrumentenkunde 15 (1895), p. 152 und 17 (1897), p. 186.

299) *G. E. Fleuriais*, Paris C. R. 103 (1886), p. 1305. Genaue Beschreibung und Theorie eines verbesserten Fleuriais'schen Sextanten gibt *M. E. J. Gheury* in Lond. Astr. Soc. Monthly Not. 64 (1904), p. 768.

300) *E. Gelcich*, Hansa, Deutsche Nautische Zts., 38 (Hamburg 1901), p. 125.

301) *Laurent*, Kapitän der „*Impératrice-Eugénie*“, vgl. Les Mondes, revue hebdomadaire des sciences (hrsg. v. *F. Moigno*), 8 (Paris 1865), p. 612.

Auf ein originelles Verfahren zur Elimination der Kimm verfällt *C. Decante*<sup>303</sup>). Er projiziert mittels eines dritten beweglichen, dem Sextanten neu beigefügten Spiegels die Zenitdistanz eines ersten Sterns auf die eines zweiten und mißt die Differenz der Zenitdistanz des zweiten Sterns und des Projektionspunktes des ersten Sterns. Um die verlangte Vertikalhaltung des Instrumentes zu erzielen, zählt er drei Methoden auf, die aber in praxi alle gleich schwer gangbar sind und in jedem Falle den Sextanten sehr belasten und seine Handhabung ungemein erschweren.

Die Kimmtiefe für jede Höhenbeobachtung eigens zu messen wäre eine andere Art, sich ihrer Anomalien zu entledigen. Mit einem gewöhnlichen Sextanten läßt sich dies schon dann erreichen, wenn das Gestirn eine  $50^{\circ}$  übersteigende Höhe besitzt. Dann mißt man seinen Abstand über beiden diametral gegenüberliegenden Kimmpunkten und erhält in dem halben Überschuß der Summe beider Abstände über  $180^{\circ}$  die Kimmtiefe. Mit den Prismenkreisen verschiedener Konstruktion können zwei entgegengesetzte Partien der Kimm direkt zur Deckung gebracht und so die Kimmtiefen bestimmt werden. Ein speziell diesem Zweck gewidmetes Instrument konstruierte *W. H. Wolleston* 1817 in seinem Dipsektor<sup>304</sup>), von dem man indes neuerlich nichts mehr hört. Recht kompliziert fiel das von *E. Kayser*<sup>305</sup>) konstruierte Depressionsmikrometer aus, dessen Messungsbereich  $2^{\circ}$  beträgt und das wesentlich aus einem abwärts oder aufwärts zu richtenden Fernrohr und zwei daran angebrachten rechtwinkligen Prismen besteht. Vermittelst eines leicht am Sextanten anzubringenden Doppelprismas vereinigt *E. Kohlschütter*<sup>296</sup>) die Bilder zweier im Azimut um  $180^{\circ}$  verschiedener Kimmpunkte im Feld des Fernrohrs und gibt eine konstruktive Möglichkeit an, die Kimm dadurch zu eliminieren, daß man nach dem Vorgange *T. Ferguson's*<sup>306</sup>) auch das Supplement der Höhe eines Gestirnes mitmißt. Diesem Doppelprisma zieht jedoch *Kohlschütter* selbst ein von *J. B. Blish* erfundenes Kimmprisma<sup>307</sup>) vor, welches die Summe der Kimmtiefen vor und hinter

302) Vgl. *Reichs-Marine-Amt*, Navig. 2, p. 79.

303) *C. Decante*, Position du navire quand l'horizon n'est pas visible, *Revue maritime*, 147 (Paris 1900), p. 491.

304) Über den *Dipsektor* vgl. *Gehler's physikal. Wörterbuch*, 2. Aufl., 2, Leipzig 1826, p. 558.

305) *E. Kayser*, Das Depressionsmikrometer, Danzig Naturf. Ges. Schriften, N. F. 1, Heft 2, Danzig 1864.

306) *T. Ferguson*, *De Zee* (Tijdschrift) 1895, Rotterdam 1895.

307) Siehe *E. Kohlschütter*, *Ann. d. Hydr.* 1904, p. 84; Mittheilungen aus dem Gebiet des Seewesens 32 (1904), Nr. VII, Pola und Wien 1904.

dem Beobachter ergibt. Der neue Apparat für die Kimmtiefe von C. Pulfrich<sup>308)</sup> besteht im wesentlichen aus einem Winkelspiegel, und die Messung geschieht entweder mittels einer im Gesichtsfeld des zugehörigen Fernrohrs angebrachten Skale oder einer den einen Spiegel bewegenden Mikrometerschraube. Alle diese Verfahren machen die stillschweigende Voraussetzung, daß die Kimmtiefe um den ganzen Horizont herum gleich sei, und das ist durchaus nicht immer der Fall.

**40. Begriff der Standlinie und ihre Festlegung.** Lange Zeit hindurch haben die Seeleute den Rang astronomischer Messungen der Gestirne auf See ähnlich eingeschätzt wie zu Lande: eine Höhe am Meridian diente zur Bestimmung der Breite, eine solche beim Ersten Vertikal für die Ortszeit und Länge. Vereinzelte Höhen in mittleren Azimuten verstand man nicht auszunutzen. Erst *dira necessitas* brachte durch Zufall den amerikanischen Kapitän Sumner<sup>309)</sup> bei der Einsegelung in den St. Georgskanal auf einer Reise von Nordamerika nach Greenock auf die Möglichkeit, jede beliebige Gestirns Höhe zu einem geometrischen Ort für die Position des Schiffes, zu einer *Standlinie*, zu verwerten. Durch ein an Bord mitgeführtes Chronometer muß die zugehörige Greenwichzeit bekannt sein (Nr. 29). Seit jenem 17. Dezember 1837, der Sumner auf die Standlinie und ihre allgemeine nautische Bedeutung führte, hat sich um den einfachen Gedanken eine große Literatur gerant, die noch von Tag zu Tag anwächst.

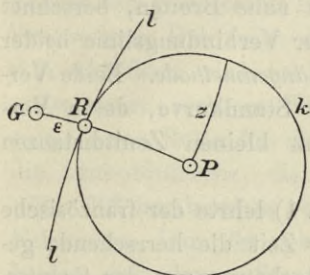
Die Zenitdistanz  $z$  eines Gestirnes in einem bestimmten Momente gilt für alle die Punkte, die auf einem mit der Zenitdistanz als sphärischen Radius um den Projektionspunkt  $P$  des beobachteten Gestirns beschriebenen kleinen Kreise  $k$  liegen (Fig. 1). Unter Projektionspunkt versteht man den Ort der Erdoberfläche, in dem die vom Stern zum Erdmittelpunkt gezogene Gerade sie durchstößt, oder anders gesagt: den Ort, der das beobachtete Objekt im Zenit hat. Die geographische Breite des Projektionspunktes ist stets der Deklination und seine geographische Länge gegen Greenwich dem (aus Rektaszensionen und Greenwichzeit zu berechnenden) Stundenwinkel des Gestirns in Greenwich gleich. Zenitdistanz  $z$  und Projektionspunkt  $P$  legen also den Kleinkreis  $k$  auf der Erde fest, und irgendwo auf diesem Kreise muß das Schiff zur Zeit der Messung sich befunden haben. Trägt man an Bord die Schiffsroute auf einer Seekarte<sup>309a)</sup> ein, so

308) C. Pulfrich, Zts. für Instrumentenkunde 24, Berlin 1904, p. 225.

309) Thomas H. Sumner, A new and accurate method of finding a ships position at sea by projection on Mercator's chart, Boston 1843, 2. ed. 1845.

309a) Die Seekarten werden stets in Merkatorprojektion entworfen, weil bei derselben jeder *Loxodrome* (Schiffahrtslinie, Linie konstanten Kurses, die

kommt die *Merkatorprojektion* des *Summerkreises*  $k$  in Betracht, die sog. „Standkurve“ (*courbe de hauteur*)<sup>309b)</sup>.



$z$  = beobachtete Zenitdistanz.

$P$  = Projektionspunkt des Gestirns.

$k$  = *Summerkreis*, Höhenkreis<sup>310)</sup>, Höhengleiche, *circle of position*, *circle of equal altitude*, *cercle de hauteur*.

$G$  = gegißter Schiffsort, *estimated place*, *point estimé*.

$R$  = wahrscheinlichster Schiffsort, *point rapproché*.

$l$  = *Standlinie*, *Summer line*, *droite de hauteur*.

Fig. 1: Zur „Höhenmethode“  
(Figur auf der Erdkugel).

In praxi ist der Seemann auch ohne astronomische Ortsbestimmung über den Ort seines Fahrzeuges nur um Bruchteile eines Grades, wenn es hoch kommt um  $\frac{1}{2}^{\circ} = 30$  Seemeilen, ungewiß; denn einen genäherten, sog. „gegißten“ Schiffsort kennt er schon aus der sog. „Schiffsrechnung“, die auf regelmäßigen Bestimmungen der Fahrtgeschwindigkeit nach Größe und Richtung mittelst Log und Kompaß beruht; er bedarf daher nur eines kurzen, dem gegißten Schiffsort  $G$  nahegelegenen Stückes  $l$  des *Summerkreises*. Auf der Seekarte<sup>309a)</sup> ersetzt er — von einem noch zu besprechenden, seltenen Ausnahmefall abgesehen — dieses Stück durch eine Loxodrome, in der Merkatorprojektion also durch eine Gerade, die entweder eine kurze Sehne (ältere Methode) oder eine Tangente (neuere Methode) der genauen Standkurve bildet. Diese Gerade heißt „Standlinie“.

Die ältere Methode zur Bestimmung der Standlinie, auf die schon *Summer*<sup>309)</sup> kam, ist die *Breiten- und Längenmethode* (*Summermethode*). Wenn das Azimut des Gestirns kleiner als  $45^{\circ}$ , so berechnet *Summer* mit zwei angenommenen, die gegißte umschließenden Längen die der gemessenen Höhe zugehörigen beiden Breiten; die Verbindungslinie der zwei so definierten Punkte in der Karte ist die gesuchte Stand-

jeden Meridian unter demselben Winkel schneidet) eine *geradlinige* Transversale der Seekarte entspricht. Vgl. Fußn. 330), sowie *Gauß'* Werke 4 (1880), p. 204 und den Artikel „Kartographie“, VI 1, 4 (*Bourgeois*).

309b) Über die analytischen und graphischen Methoden zur strengen oder genäherten Konstruktion der *Standkurven* vgl. etwa *Guyou*<sup>332)</sup> und *Villarceau-de Magnac*.

310) Das Wort „Höhenkreis“ bedeutet also bald einen *Summerkreis*, bald einen *Almukantarar*<sup>106)</sup>. Vereinzelt ist ferner als „Höhenkreis“ das definiert worden, was wir heute „*Vertikalkreis*“ nennen, nämlich ein Großkreis durch das Zenit, oder auch ein zur Messung von Zenitdistanzen bestimmter Teilkreis.

linie, die in diesem Falle nach der *Breitenmethode* gewonnen ist. Liegt aber die beobachtete Höhe näher am Ersten Vertikal als am Meridian, so wählt man zwei der gegißten nahe Breiten, berechnet mit ihnen die beiden Längen und hat in der Verbindungslinie beider Punkte wiederum die Standlinie nach der *Längenmethode*. Beide Verfahren geben strenggenommen Sehnen der Standkurve, deren Verwechslung mit dem Bogen nur bei ganz kleinen Zenitdistanzen unstatthaft wird.

Die neuere Methode (*Höhenmethode*, Fig. 1) lehrte der französische Admiral *Marcq St. Hilaire*<sup>311</sup>); sie ist zur Zeit die herrschende geworden, da sie Einheit und Ökonomie der Rechnung vor der *Sumner*-schen voraus hat. Während bei *Sumner* entweder die Länge oder die Breite berechnet werden mußte, wird nach *Marcq St. Hilaire* in allen Fällen mit dem gegißten Schiffsort und der Greenwichzeit der sphärische Radius des *Sumner*-kreises, d. h. die Zenitdistanz berechnet, deren Vergleich mit der beobachteten ein Maß für die Richtigkeit des gegißten Schiffsortes abgibt. Und zwar so. Den Unterschied  $\varepsilon$  zwischen berechneter und gemessener Höhe setzt man in der Seekarte vom gegißten Schiffsort  $G$  in der Richtung des beobachteten Gestirns ab, je nach dem Vorzeichen der Differenz bald vom Projektionspunkt  $P$  weg, bald auf ihn zu (Fig. 1). Die durch diesen neuen Punkt  $R$  gezogene, zu  $RP$  senkrechte Gerade  $l$  stellt dann die gewünschte Standlinie dar, die somit bei dieser *Höhenmethode* eine Tangente an die Standkurve im wahrscheinlichsten Schiffsort ist. Als wahrscheinlichsten Schiffsort spricht man nämlich den dem gegißten zunächstliegenden Punkt  $R$  der Standlinie an. Außer der Höhenrechnung hat man also noch eine solche des Azimutes auszuführen, die aber beiläufig auf volle Grade genügt.

In dem Ausnahmefall, daß die Gestirns Höhe nahe  $90^\circ$  beträgt, darf man die Standlinie als gegeben betrachten durch den um den Projektionspunkt mit der jetzt sehr kleinen Zenitdistanz beschriebenen Kreisbogen. Eine bessere Annäherung an die Standkurve gibt ein gegen den Projektionspunkt exzentrischer Kreis oder noch besser eine Ellipse, deren Zentrum ebenfalls gegen den Projektionspunkt verschoben ist<sup>312</sup>).

**41. Zweihöhenproblem nach der Standlinienmethode.** In einfacher Weise erledigt die Standlinienmethode das *Zweihöhenproblem*. Liegen zwei Höhenmessungen vor, so ergeben sich zwei Standlinien,

311) Vgl. *Villarceau-de Magnac*, Pratique, p. 104\* (Fußnote).

312) Vgl. *Villarceau-de Magnac*.



in deren Schnittpunkt das Schiff sich befinden muß. Denkt man sich die *Summerkreise* ganz ausgezeichnet, so sieht man, daß *zwei* Schnittpunkte den gemessenen Höhen Genüge leisten. Die Entscheidung über den wahren Ort folgt dann leicht aus den Azimuten der Gestirne. Am schärfsten wird der Schnittpunkt festgelegt, wenn die Linien einander unter rechtem Winkel durchschneiden; das absolute Azimut spielt keine Rolle für die Genauigkeit des Schiffsortes, sondern nur die Azimutdifferenz, die im günstigsten Falle  $90^{\circ}$  betragen und nie unter  $30^{\circ}$  herabsinken soll. Infolge der raschen Fahrt der modernen Fahrzeuge, Dampfer sowohl wie Segler, genügt es nicht mehr, die beiden gefundenen Standlinien als für denselben Ort gültig anzusehen; es hat vielmehr wegen der Ortsveränderung des Schiffes eine Reduktion etwa der zuerst erhaltenen Standlinie auf den Augenblick der zweiten stattzufinden. Ein Weg, dies zu erreichen, besteht darin, daß man die eine Standlinie um die in der Zwischenzeit vom Schiff gutgemachte Fahrt parallel zu sich selbst verschiebt, ein anderes Verfahren reduziert rechnerisch vor Beginn der ganzen Reduktion die eine gemessene Höhe auf den Beobachtungsort der anderen (Zenitreduktion) und behandelt dann beide Höhen, als wären sie im selben Punkt der Erdoberfläche beobachtet.

Der angedeutete graphische Weg des Überganges vom geübten auf den wahren Schiffsort erledigt sich durch Rechnung mit der Auflösung kleiner ebener Dreiecke. An diese Aufgabe hat sich, wie an das ganze Zweihöhenproblem, eine große Reihe von Aufsätzen in nautischen Zeitschriften angeschlossen. Überdies existieren spezielle Tafeln, die der Erleichterung jener Schlußrechnung dienen sollen.

**42. Drei oder mehr Standlinien, Dreihöhenproblem.** In der nautischen Literatur kommt die Bezeichnung „*Dreihöhenproblem*“ oder „*Vielhöhenproblem*“ vor; es handelt sich aber dann nicht um ein eindeutig bestimmtes Problem, sondern um eine überbestimmte Aufgabe; denn zwei Unbekannten, Länge und Breite, stehen drei oder mehr Daten gegenüber. Bestimmt wird die Aufgabe erst wieder, wenn ich die Bedingung hinzufüge, daß die Quadratsumme der in den Höhen übrigbleibenden Fehler ein Minimum werden soll, und dann muß die Berechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate erfolgen. Will man wieder die Standlinien zur Lösung verwenden, so ergeben sich deren im Falle des „*Dreihöhenproblems*“ drei, die sich der unvermeidlichen Beobachtungsfehler wegen nicht in einem Punkte durchschneiden, sondern ein Dreieck bilden werden. Am günstigsten sind die Sterne dann verteilt, wenn die Azimute um beiläufig  $120^{\circ}$  sich unterscheiden. Der wahrscheinlichste Schiffsort ist stets derjenige

Punkt im Innern des Dreiecks, für den die Summe der Quadrate der Abstände von den drei Seiten ein Minimum ist; dieser Punkt heißt nach seinem ersten Bearbeiter<sup>313)</sup> der *Grebe'sche Punkt*<sup>314)</sup>. Mehr als drei günstig verteilte Höhen zu messen bringt wenig Gewinn. Das Auge ermüdet rasch, schon durch die meist schlechte Sichtbarkeit der Kimm bei Nacht, und die letzten Einstellungen fallen daher erheblich gegen die ersten ab. — Daß man ohne Instrumente und ohne Rechnung durch bloße Schätzung von Gestirnhöhen den Schiffsort leicht innerhalb eines Grades festlegen kann, zeigt *A. A. Nijland*<sup>315)</sup>.

**43. Standlinie für eine Höhendifferenz.** Die eindeutig bestimmte Aufgabe: aus den zwei Höhendifferenzen dreier Sterne den Schiffsort abzuleiten (siehe Nr. 19), trug dazu bei, das Hauptglied der Kimm-anomalie zu eliminieren. Weiter erwächst nun die Frage nach der Art des *durch eine Höhendifferenz auf der Erdkugel gegebenen geometrischen Ortes*. Die Frage ist von *Wirtz*<sup>316)</sup> diskutiert worden; die Standlinie geht über in eine sphärische Hyperbel, entstanden als Schnittkurve eines Kegels zweiter Ordnung mit einer Kugel. Das dem geößten Schiffsort nahegelegene Stück dieser „kimmfreien“ Standlinie wird definiert durch einen Punkt der Standlinie und ihr Azimut in diesem Punkte.

**44. Berechnung der Höhe, Höhentafeln.** Keine andere Disziplin hat so sehr das Bestreben, alle rechnerischen Operationen durch Tabulierung zu umgehen, wie die Nautik, und seit dem Durchdringen der *Marcq St. Hilaire'schen* Standlinienmethode (p. 146) sind daher immer wieder Versuche aufgetaucht, die einzige erforderliche genauere sphärische Rechnung, die *Berechnung der Höhe* aus Breite, Deklination und Stundenwinkel bequemer zu gestalten oder durch Tafeln ganz zu umgehen.

Die Zeiten liegen noch nicht lange hinter uns, wo der Seemann seine kaum auf die Bogenminute zuverlässigen Messungen sechs- oder siebenstellig unter Mitnahme der Bogensekunde ausrechnete. Ein erster zögernder Schritt zur Besserung war der Rückgang zu fünf- oder gar vierstelligen Logarithmen. Die kaiserliche Marine

313) *E. W. Grebe*, Das geradlinige Dreieck in Beziehung auf die Quadrate der Perpendikel, welche man von einem Punkte auf seine Seiten fallen kann, Arch. Math. Phys. 9 (1847), p. 250.

314) Über den *Grebe'schen* oder *Lemoine'schen* Punkt vgl. III B 13 (*Neuberg*), sowie etwa *Emil Hain*, Arch. Math. Phys. 58 (1876), p. 84.

315) *A. A. Nijland*, Astr. Nachr. 160 (1902), p. 257.

316) *C. W. Wirtz*, Über eine neue „kimmfreie“ astronomische Standlinie, Aus dem Archiv der Deutschen Seewarte, 25. Jahrg., Nr. 3, Hamburg 1902.

hält an fünf Stellen fest, nachdem *E. Kohlschütter*<sup>317)</sup> zeigte, daß nur so in allen Fällen die Genauigkeit von 2' in der errechneten Höhe könne innegehalten werden. In der Handelsmarine greift der Gebrauch der vierstelligen Logarithmen immer mehr um sich, da die Höhenformel leicht so transformiert werden kann, daß sie auch vierstellig eine praktisch stets zureichende Genauigkeit besitzt. Aus der Grundform der Höhenformel sind wohl alle möglichen Variationen — es gibt deren an die 80 — gezogen und auf ihre Bequemlichkeit und Eignung zur Tabulierung hin durchprobiert worden. Indessen existiert keine Höhentafel, die die Höhen rascher und sicherer liefert als direkte Rechnung. Die wichtigsten bisher konstruierten oder in Vorschlag gebrachten Höhentafeln (vgl. p. 157) stammen von *F. Souillagouët*<sup>318)</sup>, *R. Delafon*<sup>319)</sup>, *W. Doellen*<sup>320)</sup>, *V. v. Fuß*<sup>321)</sup> und *A. Vital*<sup>322)</sup>. Unter ihnen ist die *Souillagouët*'sche Tafel noch die brauchbarste, weil sie auf der einfachsten Formel sich aufbaut. — Nur geringen Erfolg hatten auch die Vorschläge zur direkten Berechnung des Unterschiedes der beobachteten und der aus dem geößten Schiffsort gefolgerten Höhe<sup>323)</sup>.

Ein anderes Stück des nautisch-astronomischen Grunddreiecks den Stundenwinkel, hat *Davis*<sup>324)</sup> mit den drei Argumenten Breite Deklination, Höhe in Tafeln gebracht, die indes nach dem Urteil des vom Reichs-Marine-Amt herausgegebenen Lehrbuches der Navigation<sup>325)</sup> in bezug auf sämtliche Unterlagen der Ortsbestimmung in so engen Grenzen gehalten sind, daß sie den Anforderungen der heutigen Schifffahrt nicht mehr gerecht werden.

Einen neuen Plan zur Konstruktion einer Höhentafel legte in

317) *E. Kohlschütter*, Marine-Rundschaue 13, Berlin 1902, p. 1330.

318) *F. Souillagouët*, Tables du point auxiliaire, pour . . . la hauteur et l'azimut estimés, Paris 1891; nouvelle éd. Toulouse 1900.

319) *R. Delafon*, Méthode rapide pour determ. les droites et les courbes de hauteur et faire le point, Paris 1893.

320) *W. Doellen*, Zur Reform der naut. Astronomie, Dorpat 1896.

321) *V. v. Fuß*, Tafel zur Berechnung der Höhe und des Azimuts der Gestirne, Verhdl. des 7. internat. Geographen-Kongresses zu Berlin 1899, 2. Teil, Berlin 1901, p. 27. — *V. v. Fuß*, Tafeln f. d. Berechn. v. Höhe u. Azimut, Petersburg 1901 (in russischer Sprache).

322) *A. Vital*, Über Höhentafeln, Mittheilungen aus dem Gebiete des Seewesens 30, Pola 1902, p. 283.

323) Vgl. darüber u. a. *O. Fulst*, Ann. d. Hydr. 1900, p. 320; *W. Reuter*, ebenda 1902, p. 32 und 1902, p. 583; *H. Teege*, ebenda 1903, p. 153 und 1903, p. 501.

324) *P. L. H. Davis*, Chronometer tables or hour angles for selected altitudes between latitudes 0° and 50°, London 1899.

325) *Reichs-Marine-Amt*, Navig., 2, p. 233.

jüngster Zeit *G. W. Littlehales*<sup>326</sup>) vor. Auf Karten in stereographischer Projektion löst er graphisch das nautische Grunddreieck nach Höhe und Azimut auf. Die Priorität des Gedankens fällt jedoch *C. Braun*<sup>327</sup>) zu, der schon 1873 ein Instrumentchen konstruiert hatte, das aus zwei konzentrischen, übereinander verschiebbaren stereographischen Äquatorealprojektionen besteht, deren obere auf durchsichtiges Papier gezeichnet ist. Die mittlere Genauigkeit des Apparates, den *Braun* „Trigonometer“ nennt, stellt sich bei einem Durchmesser von 45 cm auf etwa  $\pm 5'$ . — In weniger zweckdienlicher Weise wollte *M. A. F. Prestel*<sup>328</sup>) die Rechnung durch ein graphisches Abgreifen in dem von ihm entworfenen „astronomischen Diagramm“ ersetzen. Für geringere Genauigkeit finden sich gute Diagramme, freilich nur für die Pariser Polhöhe, bei *G. Bigourdan*<sup>329</sup>).

**45. Gebrauch der Merkatorfunktion**<sup>330</sup>). Infolge des Anschwellens der zur Erleichterung der nautisch-astronomischen Rech-

326) *G. W. Littlehales*, A new and abridged method of finding the locus of geographical position and the compass error, Bulletin of the Philosophical Society of Washington, 14, Washington 1903, p. 233; besprochen von *J. W. Froyley*, Bulletin of the American Geographical Society 36, New York 1904, p. 299.

327) *C. Braun*, Berichte von dem erzbischöfl. *Haynald'schen* Observatorium zu Kalocsa in Ungarn, Münster i. W. 1886, p. 142.

328) *M. A. F. Prestel*, Das astronomische Diagramm, Braunschweig 1859.

329) *G. Bigourdan*, Obs. de Paris ann., obs. 1885, Paris 1893.

330) Unter dem Namen Longitudinalzahl, *transcendenter Lambert'scher* oder *Gudermann'scher* Winkel ist eine Funktion

$$\tau = gd(x)$$

bekannt, durch die man gemäss den Formeln

$$-i \cdot \sin(i \cdot x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2} = \sinh x = \operatorname{tang} \tau,$$

$$\cos(i \cdot x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh x = \frac{1}{\cos \tau},$$

$$-i \cdot \operatorname{tang}(i \cdot x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} = \operatorname{tanh} x = \sin \tau$$

von den hyperbolischen Funktionen zu den Kreisfunktionen übergeht. Mit Hilfe der *inversen* Funktion (*Gudermann's* „Längezahl“)

$$x = \int_0^{\tau} \frac{d\tau}{\cos \tau} = \log \operatorname{nat} \operatorname{tang} \left( 45^\circ + \frac{\tau}{2} \right)$$

definiert man die Merkatorfunktion  $f(\tau)$  und ihre Cofunktion  $\operatorname{cof}(\tau)$  durch die Formeln<sup>335</sup>)

$$f(\tau) = A \cdot x, \quad \operatorname{cof}(\tau) = f(90^\circ - \tau).$$

nungen konstruierten Tabellen machte sich bald das Bestreben geltend, deren Zahl nach Möglichkeit zu beschränken und durch *Einführung der Merkator'schen Meridionalteile* die trigonometrischen Rechnungen entbehrlich zu machen. Auf die Bedeutung der Merkatorfunktion hat zuerst *Preuß*<sup>331)</sup> hingewiesen und nach ihm ist das Thema konsequent ausgebaut von *Guyou*<sup>332)</sup>, *Türr*<sup>333)</sup>, *Goodwin*<sup>334)</sup> und vor allem von *Börge*<sup>335)</sup><sup>335 a)</sup>, der ausführlich zeigt, wie einfach und einheitlich sich die sphärischen Dreiecksaufgaben, insbesondere die der geographischen Ortsbestimmung, durch Merkatorfunktionen lösen lassen; eine bequeme Tabelle dieser Funktion von Minute zu Minute bildet den Schluß seiner wichtigen Arbeit<sup>335)</sup>.

**46. Azimuttafeln.** Nicht nur zur Berechnung der Standlinie nach der Höhenmethode (p. 146) bedarf der Seemann der Kenntnis des *Gestirnsazimuts*, sondern auch zur Bestimmung der *Deviation des Kompasses*<sup>336)</sup>, einer Größe, die auf den modernen aus Eisen oder Stahl

Hier hat der Zahlenfaktor

$$A = \frac{10800}{\pi} = \text{Verhältnis der absoluten Winkeleinheit zur Bogenminute}$$

den Zweck, den *Abstand*  $f(\varphi_1) - f(\varphi_2)$ , in welchem irgend zwei Breitengrade  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  auf einer Merkatorkarte<sup>330a)</sup> verlaufen, auf die *Bogenminute* der geographischen Länge *als Einheit* zu beziehen; er gewährt übrigens gewisse Vorteile bei der Interpolation der Tafeln und tut der Eleganz der theoretischen Entwicklungen keinen Abbruch: die sphärischen Dreiecksaufgaben lassen sich nämlich mit Hilfe der Funktionen  $f(\tau)$  und  $\text{cof}(\tau)$  in *homogenen* linearen Formeln lösen (l. c. Fußn. 335). — *Chr. Gudermann*, J. f. Math. 7 und 8 (1831—32) gibt Tafeln für  $x = \mathcal{L}(\tau)$ . Literatur über den *Lambert'schen Winkel* etc. weisen nach: *A. v. Braunmühl*, Vorlesungen über Geschichte der Trigonometrie, 2. Teil, Leipzig 1903, p. 134, 231; *E. Pascal*, Repertorium der höheren Mathematik, deutsch von *A. Schepp*, 1, Leipzig 1900, p. 470; *Wolf*, Handb. 1, p. 205—207.

331) *W. H. Preuß*, Homographische Nautik, Ann. d. Hydr. 1876 und 1877.

332) *E. Guyou*, Les problèmes de navigation et la carte marine, Annales hydrographiques (2) 17 (année 1895), p. 113—158, auch als Buch erschienen, Paris 1895.

333) *R. Türr*, Metodo per fare il punto astronomico, Milano 1894.

334) *H. B. Goodwin*, A nautical astronomy of a new type, Nautical Magazin 64, London 1895.

335) Siehe *C. Börge*, Über die Auflösung nautisch-astronomischer Aufgaben mit Hilfe der Tabelle der Meridionalteile (der „*Mercator'schen Funktion*“), Aus dem Archiv der Deutschen Seewarte, 21. Jahrg. 1898, Nr. 1, Hamburg 1898.

335 a) *C. Börge*, Über die Berechnung von Mondstrecken mit Hilfe der *Mercator'schen Funktionen*, Aus dem Archiv der Deutschen Seewarte, 26. Jahrg. 1903, Nr. 1, Hamburg 1903.

336) *Deviation* ist die Ablenkung der Kompaßnadel durch die Eisenteile des Schiffskörpers.

gebauten Fahrzeugen sowohl zu erheblichen Beträgen anwächst, als auch in einigen Gliedern einer raschen Veränderlichkeit unterworfen ist. Aus diesem Grunde wird eine stete Kontrolle der Deviation für die Sicherheit der Navigierung unumgänglich notwendig, und diese erzielt man durch eine „Peilung“ (d. h. Azimutanschluß an die Magnetnadel) eines nicht gar zu hoch stehenden Gestirnes. Aus der Differenz des abgelesenen Azimutes gegen das aus Ortsbreite, Deklination und Stundenwinkel berechnete des Gestirns folgt nach Abzug der bekannten im Schiffsort stattfindenden magnetischen Deklination die gesuchte Deviation des Kompasses.

Zur Erleichterung der häufig vorkommenden Berechnung des Azimutes sind Tafeln konstruiert worden, die ihren Zwecken weit besser dienen, als die bisher veröffentlichten Höhentafeln. Zum Teil rührt das daher, daß bei den *Azimuttafeln* nicht jene Genauigkeit verlangt wird, die bei Höhentafeln notwendig ist. Die Angabe auf 0°.1 reicht bei Azimuttafeln völlig aus; durch Interpolation mag der Fehler auch auf  $\frac{1}{2}^{\circ}$  gesteigert werden, ohne daß darum eine unerlaubte Unschärfe einträte.

Die Tafeln lassen sich in zwei Hauptgruppen trennen, deren erste die Azimute nach den drei Argumenten Breite, Stundenwinkel und Deklination kunstlos zusammenstellt. Hierzu rechnen u. a. die Tafeln von *Burduwood* <sup>336a)</sup>, *Davis* und *Percy* <sup>337)</sup>, *Labrosse* <sup>338)</sup> und *Ebsen* <sup>339)</sup>. Die Tafeln der zweiten Gruppe zerlegen die eine Tafel mit drei Argumenten in drei Tafeln mit je zwei Argumenten und erreichen so eine kompendiösere Form. Fast in jeder neueren nautischen Tafel findet sich eine solche nach *Perrin's* oder *Fulst's* <sup>340)</sup> Vorgang angeordnete kurze Azimuttabelle. Anders konstruierte *Weyer* <sup>341)</sup> seine Azimuttafeln, die vor allem bei Anwendung der Standlinienmethode nach *Marq St. Hilaire* (Höhenmethode, p. 146) sich empfehlen. Sie

336 a) *J. Burduwood*, Sun's true bearing or azimuth tables between latitude 30° N and 60° N, London [1850?], 3<sup>a</sup> ed. London 1873; London 1894.

337) *J. E. Davis*, *L. H. Percy*, Sun's true bearing or azimuth tables between 30° N and 30° S, London 1875; Star's true bearing or azimuth tables between 60° N and 60° S, London 1902.

338) *F. Labrosse*, Tables des azimuts du soleil entre 55° S et 55° N, Paris 1868; in engl. Sprache London 1868.

339) *J. Ebsen*, Azimut-Tabellen, enthaltend die wahren Richtungen der Sonne von 70° N bis 70° S, Hamburg 1896; 3. Aufl. Hamburg 1903.

340) *E. Perrin*, Nouvelles tables destinées à abrégér les calculs nautiques, 2. éd. Paris 1892. — *O. Fulst*, Azimuttafel, Bremen 1898.

341) *G. D. E. Weyer*, Kurze Azimuttafel für alle Deklinationen, Stundenwinkel und Höhen auf beliebigen Breiten, Hamburg 1890.

umfassen in Breite, Höhe und Deklination den ganzen Himmel, während die anderen Tafeln nur eine mehr oder minder beschränkte Zone der drei Daten berücksichtigen.

**47. Ortsbestimmung mit Hilfe der erdmagnetischen Elemente.** Nur der Vollständigkeit und des historischen Interesses wegen sei endlich noch darauf hingewiesen, daß es einige Male versucht worden ist, die räumlich und zeitlich rasch veränderliche magnetische Deklination zur Längenbestimmung auf See heranzuziehen, u. a. von *A. Pigafetta*, der diese Methode in seiner Nautik lehrt<sup>342</sup>). Der Gedanke geht indes auf *Columbus* zurück, dem *W. Bourne* (1577), *L. Sanutio* (1588), *S. Cabot*<sup>343</sup>) folgten. Wieder später beschäftigte sich *Z. Williams*<sup>344</sup>) mit dieser Art der Längenbestimmung und entwarf Tafeln, die aber von *J. Bradley* nicht eben günstig beurteilt wurden. Zuletzt hat noch *A. v. Humboldt*<sup>345</sup>) auf die von ihm erprobte Brauchbarkeit der Methode der Breitenbestimmung durch die magnetische Inklination hingewiesen.

**48. Aëronautische Astronomie.** Gleichwie die nautische Astronomie im Grunde nur einen in den Genauigkeitsansprüchen sehr herabgestimmten Ableger der exakten geographisch-astronomischen Ortsbestimmung bildet, so hat die seit etwa einem Jahrzehnt emporblühende wissenschaftliche Luftschiffahrt eine aëronautische Astronomie gezeitigt, die es dem Meteorologen bei nach unten unsichtigem Wetter ermöglichen soll, während der Ballonfahrt die geographische Länge und Breite mit mäßiger Genauigkeit zu fixieren und so auch Horizontalprojektion und Geschwindigkeit des in der freien Atmosphäre zurückgelegten Weges aufzuzeichnen.

Natürlich sind die Methoden keine anderen, als die schon für den nautischen Gebrauch als zweckmäßig gekennzeichneten. Am Tage legen Sonnen- und Mondhöhen, in kurzen Zeitintervallen genommen, die Route fest; falls die Sonne allein sichtbar, muß Sonnenhöhe und

342) Vgl. *Stanley of Alderley*, The first voyage round the world by Magellan = Works issued by the Hakluyt Society 52, London 1874, p. 167—169; siehe auch Fußn. 204).

343) Vgl. *A. v. Humboldt*, Ex. crit. III, p. 38—41 = Krit. Unt. 2, p. 27—28. — Zur Abkürzung in den Fußnoten 194, 199, 247, 343, 345: Ex. crit. = *A. v. Humboldt*, Examen critique de l'histoire de la géographie du Nouveau Continent et des progrès de l'astronomie nautique aux 15. et 16. siècles. 5 vols. 8°, Paris 1836—39. — Dasselbe ins Deutsche übersetzt: *Krit. Unt.* = *A. v. Humboldt*, Kritische Untersuchungen über die historische Entwicklung der geogr. Kenntnisse von der Neuen Welt . . . , übers. von *J. L. Ideler*, 3 Bde., Berlin 1836—39.

344) Vgl. *W. T. Lynn*, The longitude and the Magnetic Variation, The Observatory 27 (1904), p. 276.

345) l. c. 343), Ex. crit. III, p. 43 = Krit. Unt. 2, p. 29.

-azimut ermittelt werden. Nachts geben ein paar passend verteilte Fixsternhöhen die Grundlagen ab. Gedrängte Tafeln, die aus den gemessenen Höhen auf einfache Weise den Ballonort liefern, will *A. Marcuse*<sup>346)</sup> herstellen. Erstrebt ist hier eine der Beobachtungsgenauigkeit angemessene Rechnungsschärfe von je nach dem Zweck  $\pm 5'$  (9 km) oder  $\pm 10'$  (18 km). Als Instrument zur Höhenmessung erachtet *A. Marcuse* den *Butenschön'schen* Libellenquadranten (siehe Nr. 39) am geeignetsten, mit dem sich an Bord von Schiffen die Unsicherheit einer Einstellung auf  $\pm 3'$  herabdrücken lasse. Korvettenkapitän *Lans*<sup>346)</sup> hingegen maß bei einer Hochfahrt i. J. 1902 die Sonnenhöhe über der Schlepplaine des Ballons mittels eines Prismenkreises nur auf etwa  $\frac{1}{2}^{\circ}$  genau, und *A. Berson*<sup>346)</sup> führte auf seinen bekannten Fahrten einen mit Kompaß versehenen Apparat mit, der Höhe und Azimut der Sonne auf etwa  $1^{\circ}$  genau zu finden gestattete.

Unabhängig von astronomischen Bestimmungen läßt sich bei nach oben und unten unsichtigem Wetter der Ballonort durch die *erdmagnetischen* Elemente festlegen. *H. Ebert*<sup>347)</sup> empfiehlt zu dem Zwecke insbesondere die Messung der Horizontalintensität, zu deren sicherer Bestimmung im Freiballon er ein neues magnetisches Ballonvariometer angibt; er hält es an diesem Instrument für ein Kleines, bis auf wenige Kilometer die Entfernungen zu beurteilen, welche die Projektion des Ballonortes von der Ostseeküste im Norden, der Nordgrenze der Alpen im Süden trennen.

## VI. Anhang.

49. Die *sphärischen Grundformeln der geographischen Ortsbestimmung*. In der Darlegung der Methoden der geographischen Ortsbestimmung ist mathematischer Formelapparat grundsätzlich vermieden und lediglich der leitende Gedanke eines jeden Verfahrens soweit skizziert worden, daß sich mit Hilfe der sphärischen Trigonometrie der jeder Methode eigentümliche Formelkomplex rekonstruieren läßt. Es mag nun hier hinreichen, eine kurze Übersicht über die der sphärischen Trigonometrie<sup>348)</sup> entlehnten Grundformeln der geo-

346) Siehe *A. Marcuse*, Zur Frage der astronomischen Ortsbestimmung im Ballon, *Protokoll* über die 3. Versammlung der internationalen Kommission für wissenschaftliche Luftschiffahrt (Berliner Tagung 1902), Straßburg i. E. 1903, Beilage 22, p. 145; ist abgedruckt in: *Sirius*, Zs. für popul. Astronomie, 36, Leipzig 1903, p. 169.

347) *H. Ebert*, Über ein neues magnetisches Ballonvariometer, *Protokoll*<sup>346)</sup>, Beilage 21, p. 142.

348) Über Lehrbücher der *sphärischen Trigonometrie* vgl. die Schlußbemerkung von Nr. 49 auf Seite 159.



graphischen Ortsbestimmung und ihrer wichtigsten Umformungen zusammenzustellen, in der Absicht, eine Anschauung von dem Bau der in praxi gebräuchlichen Formeln zu vermitteln.

In Figur 2 stellen wir das sphärisch-astronomische Grunddreieck P(ol)-Z(enit)-S(tern) dar, in dessen Seiten und Winkeln wir alle für uns wesentlichen Größen wiederfinden. Es bedeuten hier

- $\varphi$  die Polhöhe des Beobachtungsortes,
- $t$  den Stundenwinkel des Gestirns,
- $\delta$  die Deklination des Gestirns,
- $p$  den parallaktischen Winkel des Gestirns,
- $h$  die Höhe des Gestirns,
- $z = 90^\circ - h$  die Zenitdistanz des Gestirns,
- $a$  das Azimut des Gestirns.

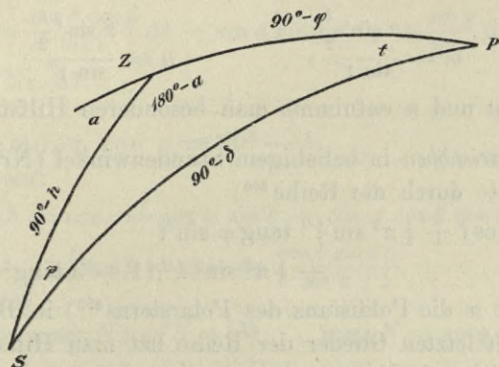


Fig. 2:

Das sphärisch-astronomische Grunddreieck.

1) Zur Bestimmung von  $t$  gilt die Grundformel

$$\cos t = \frac{\cos z - \sin \varphi \sin \delta}{\cos \varphi \cos \delta} = \frac{\cos z}{\cos \varphi \cos \delta} - \tan \varphi \tan \delta,$$

die man für logarithmische Rechnung etwa so umschreiben kann

$$\tan \frac{t}{2} = \sqrt{\frac{\sin(S - \varphi) \sin(S - \delta)}{\cos S \cos(S - z)}}, \quad 2S = \varphi + \delta + z$$

oder noch<sup>349)</sup>

$$\operatorname{sem} t = \sec \varphi \sec \delta \sin \frac{z + (\varphi - \delta)}{2} \sin \frac{z - (\varphi - \delta)}{2}.$$

349) Tafeln der *Semiversusfunktion*

$$\operatorname{sem} t = \sin^2 \frac{t}{2} = \frac{1 - \cos t}{2} = \frac{\sin \operatorname{vers} t}{2}$$

findet man z. B. in den *Nautischen Tafeln*, hrsg. vom *Reichs-Marine-Amt*, Kiel 1903.

Über den Einfluß kleiner Fehler in  $\varphi$ ,  $\delta$ ,  $z$  auf  $t$  orientiert der Differentialausdruck

$$dt = -\frac{1}{\cos \varphi \operatorname{tang} a} d\varphi + \frac{1}{\cos \delta \operatorname{tang} p} d\delta + \frac{1}{\cos \varphi \sin a} dz.$$

Anwendung in Nr. 4.

2) Bestimmung von  $\varphi$ . Durch Einführung eines Hilfswinkels geht aus der Grundgleichung hervor

$$\cos(\varphi - M) = \frac{\cos z}{\sin \delta} \sin M, \quad \operatorname{tang} M = \frac{\operatorname{tang} \delta}{\cos t}.$$

Für *Zirkummeridianhöhen* (Nr. 15) reicht eine Reihenentwicklung<sup>350)</sup> aus:

$$\varphi = \delta + z - \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin(\varphi - \delta)} m + \left\{ \frac{\cos \varphi \cos \delta}{\sin(\varphi - \delta)} \right\}^2 \operatorname{cotg}(\varphi - \delta) \cdot n,$$

$$m = \frac{2 \sin^2 \frac{t}{2}}{\sin 1''}, \quad n = \frac{2 \sin^4 \frac{t}{2}}{\sin 1''}.$$

Die Größen  $m$  und  $n$  entnimmt man besonderen Hilfstafeln<sup>351)</sup>.

Aus *Polarishöhen* in beliebigem Stundenwinkel (Nr. 16) bekommt man die Breite durch die Reihe<sup>350)</sup>

$$\varphi = h - \pi \cos t + \frac{1}{2} \pi^2 \sin 1'' \operatorname{tang} \varphi \sin^2 t$$

$$+ \frac{1}{6} \pi^3 \sin^2 1'' (1 + 3 \operatorname{tang}^2 \varphi) \sin^2 t \cos t.$$

Hier bedeutet  $\pi$  die Poldistanz des Polarsterns<sup>352)</sup> in Bogensekunden; für die beiden letzten Glieder der Reihe hat man Hilfstafeln<sup>353)</sup>.

Differentialausdruck:

$$d\varphi = -\cos \varphi \operatorname{tang} a dt + \frac{1}{\cos a} dz + \frac{\cos p}{\cos a} d\delta.$$

Im *Ersten Vertikal* (Nr. 21) besteht die einfache Beziehung:

$$\operatorname{tang} \varphi = \operatorname{tang} \delta \sec t.$$

Differentialausdruck:

$$d\varphi = \sin \varphi \operatorname{tang} z dt + \frac{\sin 2\varphi}{\sin 2\delta} d\delta.$$

Für die *Digressionen* (Nr. 22) sieht die Formel ähnlich aus:

$$\cos \varphi = \frac{\cos \delta}{\sin a}.$$

350) Auf der rechten Seite der Formel tritt  $\varphi$  nur in kleinen Korrektionsgrößen auf und darf durch einen rohen Näherungswert ersetzt werden.

351) Etwa C. F. W. Peters, *Astronomische Tafeln und Formeln*, Hamburg 1871, oder *Albrecht*, l. c. Fußn. 65), 3. Aufl., p. 53 und Hilfstafeln 27–30.

352) Zur Zeit (1904) ist für Polaris ( $\alpha$  Ursae minoris)  $\pi = 1^\circ 12'$  und nimmt jährlich um  $18''.7$  ab (Präzession).

353) Z. B. *Albrecht*, l. c. Fußn. 65), 3. Aufl., p. 47, 48 und Hilfstafel 26.

Differentialausdruck:

$$d\varphi = \frac{2 \sin \delta}{\sin 2\varphi} d\delta - \cotg a \cotg \varphi da.$$

3) Bestimmung von  $a$ .

$$\begin{aligned} \sin a &= \frac{\cos \delta \sin t}{\sin z}, \\ \text{tang } a &= \frac{\sin t}{\sin \varphi \cos t - \cos \varphi \text{ tang } \delta}, \\ \text{tang } a &= \frac{\cotg \delta \sec \varphi \sin t}{1 - \cotg \delta \text{ tang } \varphi \cos t} \end{aligned}$$

oder mit Einführung eines Hilfswinkels  $M$

$$\text{tang } a = \frac{\cos M \text{ tang } t}{\sin(\varphi - M)}, \quad \text{tang } M = \frac{\text{tang } \delta}{\cos t}.$$

Differentialausdruck:

$$da = \frac{\cos \delta \cos p}{\sin z} dt - \sin a \cotg z d\varphi + \frac{\sin p}{\sin z} d\delta.$$

Anwendung in Nr. 37.

4) Bestimmung von  $z = 90^\circ - h$ .

Grundformeln:

$$\begin{aligned} \sin h &= \cos z = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t \\ \left[ \cos h &= \sin z = \frac{\cos \delta \sin t}{\sin a} \right]. \end{aligned}$$

Mit Hilfswinkeln:

$$\cos z = \sin \varphi \sec N \sin(N + \delta), \quad \text{tang } N = \cotg \varphi \cos t.$$

Auf diese Formel gründet sich die Höhentafel von *F. Souillagouët*<sup>318</sup>).

Eine andre Umformung ist:

$$\begin{aligned} \sin a &= \cos \delta \sin t, & \cotg b &= \cotg \delta \cos t, \\ \cos z &= \cos a \sin B, & B &= b + \psi, \quad \psi = 90^\circ - \varphi. \end{aligned}$$

*V. v. Fuß* hat hiernach seine Höhentafel gerechnet<sup>321</sup>). *A. Vital's* Vorschlag zur Konstruktion von Höhentafeln<sup>322</sup>) geht von der Formel aus:

$$\cos z = \cos^2 \frac{t}{2} \cos(\varphi - \delta) - \sin^2 \frac{t}{2} \cos(\varphi + \delta).$$

Weitere Umformungen sind:

$$\text{sem } z = \text{sem}(\varphi - \delta) \sec^2 N, \quad \text{tang } N = \sqrt{\frac{\text{sem } t \cos \varphi \cos \delta}{\text{sem}(\varphi - \delta)}},$$

oder

$$\cos z = \cos(\varphi - \delta) \cos N, \quad \text{sem } N = \cos \varphi \cos \delta \text{ sem } t \sec(\varphi - \delta).$$

Definition der Funktion  $\text{sem } x$  in Fußnote 349.

Differentialausdruck:

$$dz = \cos a d\varphi - \cos p d\delta + \cos \delta \sin p dt.$$

Anwendungen in Nr. 44.

5) Nur selten wird man bei der Berechnung des sphärisch-astromischen Grunddreiecks (p. 155, Fig. 2) mit Vorteil Gebrauch machen von den *Gauß'schen* (*Delambre'schen*) *Formeln*<sup>354</sup>); ein Fall, in dem dies zuträfe, wäre die strenge direkte Berechnung der miteinander verknüpften Dreiecke im Zweihöhenproblem (vgl. Nr. 17).

Eine Gruppe der *Gauß'schen Formeln* lautet:

$$\cos \frac{z}{2} \sin \frac{a-p}{2} = \sin \frac{t}{2} \sin \frac{\varphi+\delta}{2},$$

$$\cos \frac{z}{2} \cos \frac{a-p}{2} = \cos \frac{t}{2} \cos \frac{\varphi-\delta}{2},$$

$$\sin \frac{z}{2} \sin \frac{a+p}{2} = \sin \frac{t}{2} \cos \frac{\varphi+\delta}{2},$$

$$\sin \frac{z}{2} \cos \frac{a+p}{2} = \cos \frac{t}{2} \sin \frac{\varphi-\delta}{2}.$$

Die *Neper'schen Analogieen* nehmen für unser Dreieck folgende Gestalt an:

$$\begin{aligned} \frac{\operatorname{tang} \frac{a-p}{2}}{\operatorname{tang} \frac{t}{2}} &= \frac{\sin \frac{\varphi+\delta}{2}}{\cos \frac{\varphi-\delta}{2}}, & \frac{\sin \frac{a-p}{2}}{\sin \frac{a+p}{2}} &= \frac{\operatorname{tang} \frac{\varphi+\delta}{2}}{\operatorname{cotg} \frac{z}{2}}, \\ \frac{\operatorname{tang} \frac{a+p}{2}}{\operatorname{tang} \frac{t}{2}} &= \frac{\cos \frac{\varphi+\delta}{2}}{\sin \frac{\varphi-\delta}{2}}, & \frac{\cos \frac{a-p}{2}}{\cos \frac{a+p}{2}} &= \frac{\operatorname{tang} \frac{z}{2}}{\operatorname{tang} \frac{\varphi-\delta}{2}}. \end{aligned}$$

6) Unter den zahlreichen für die *Reduktion einer Mondsdistanz* (Nr. 33) auf das Erdzentrum angegebenen Methoden sei nur die schon im Jahre 1739 von *R. Dunthorne*<sup>206</sup>) aufgestellte mitgeteilt. Sie ist jene, die unmittelbar aus der Betrachtung der sphärischen Dreiecke hervorgeht. Es sei

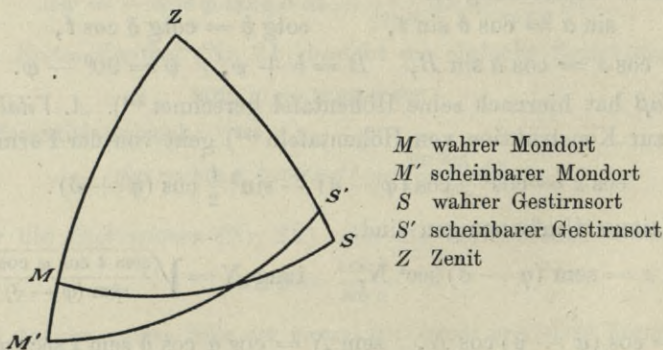


Fig. 3:

Reduktion von Mondsdistanzen.

354) *J. B. J. Delambre*, Conn. des temps pour 1809 (Paris 1807), p. 445. *K. B. Mollweide*, Monatl. Corr. 18 (1808), p. 400. *C. F. Gauß*, Theoria motus corp. coel., Hamburgi 1809, art. 54 = Werke 7 (1871), p. 60.

$H'$  die scheinbare Höhe des Mondes,  
 $H$  die wahre Höhe des Mondes (befreit von Refraktion und Parallaxe),

$h'$  die scheinbare Höhe des Gestirns,

$h$  die wahre Höhe des Gestirns,

$D'$  die scheinbare Distanz,

$D$  die wahre Distanz,

so ist die wahre Distanz mit der scheinbaren verbunden durch die Relation

$$\cos D = \cos(H - h) - [\cos(H' - h') - \cos D'] \frac{\cos H \cdot \cos h}{\cos H' \cdot \cos h'}$$

Zur Erleichterung der Berechnung des letzten Faktors dieser Formel führen ältere nautische Tafeln und Ephemeriden eine Tafel der „logarithmischen Differenz“ mit<sup>355</sup>.

Die Abplattung des Erdsphäroids hat hier natürlich keine Berücksichtigung erfahren.

Unter den neueren Lehrbüchern der sphärischen Trigonometrie als Hilfswissenschaft der praktischen Astronomie sind hervorzuheben:

*E. Hammer*, Lehrbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie, Stuttgart 1885; 2. Aufl. Stuttgart 1897.

*F. Bohnert*, Ebene und sphärische Trigonometrie, Leipzig 1900 (Sammlung Schubert Nr. 3).

## 50. Weitere Literatur.

Einige Schriften, für die weder in der eingangs (p. 82) gegebenen Übersicht, noch im Text und in den Anmerkungen eine Gelegenheit zum Zitat sich fand, mögen hier noch zusammengestellt werden.

### I. Allgemeine Lehrbücher.

*J. Pasquich*, Epitome elementorum astronomiae sphaerico-calculatoriae. Pars prima et secunda, Viennae 1811.

*J. J. Littrow*, Theoretische und praktische Astronomie. Erster und zweiter Teil, Wien 1821.

*G. A. Jahn*, Praktische Astronomie. I. Teil, Berlin 1834; II. Teil, Berlin 1835.

*A. Steinhäuser*, Grundzüge der mathematischen Geographie und der Landkartenprojektion, Wien 1857; 3. Aufl. 1887.

*G. Neumayer*, Anleitung zu wissenschaftlichen Beobachtungen auf Reisen, Berlin 1875; 2. Aufl. 1888.

355) Die „logarithmische Differenz“  $\log \frac{\cos H}{\cos H'}$  und deren „Korrektion“  $\log \frac{\cos h}{\cos h'}$  tabuliert z. B. *E. Bobrik*, Handbuch der praktischen Seefahrtskunde (3 Bände, Leipzig 1848) im 3. Band (Tafeln), p. 361—369, Tabellen 72—74.

- F. Melde*, Theorie und Praxis der astronomischen Zeitbestimmung, Tübingen 1876.  
*B. Peter*, Anleitung zur Anstellung geographischer Ortsbestimmungen auf Reisen, Mittheilungen des Vereins für Erdkunde zu Leipzig, 22. Jahrg. 1880 (Leipzig 1881), p. 55—106.  
*H. C. E. Martus*, Astronomische Geographie. Ein Lehrbuch angewandter Mathematik, Leipzig 1880; 3. Aufl. (Astronomische Erdkunde), Dresden und Leipzig 1904.  
*H. A. E. Faye*, Cours d'Astronomie de l'École polytechnique, 2 vols., Paris 1881—83.  
*K. Israel-Holtzwardt*, Elemente der sphärischen Astronomie, Wiesbaden 1882.  
*Th. Epstein*, Geonomie (mathematische Geographie) gestützt auf Beobachtung und elementare Berechnung, Wien 1888.  
*K. Geißler*, Mathematische Geographie, Leipzig 1900 (Sammlung Göschen).  
*S. Günther*, Astronomische Geographie, Leipzig 1902 (Sammlung Göschen).  
*P. Grüßfeldt*, Grundzüge der astronomisch-geographischen Ortsbestimmung auf Forschungsreisen, Braunschweig 1902.  
*W. Schmidt*, Astronomische Erdkunde, Leipzig und Wien 1903.  
*E. Gelcich*, Die astronomische Bestimmung der geographischen Koordinaten, Leipzig und Wien 1904.

NB. Eine umfassende Anwendung der fundamentalen Methoden der Ortsbestimmung bieten die von *A. Auwers* bearbeiteten Beobachtungen zur Ermittlung von Ortszeit und geographischer Lage der Deutschen Venusstationen von 1874 und 1882 in: *A. Auwers*, Die Venusdurchgänge 1874 und 1882, Bericht über die Deutschen Beobachtungen, Bd. VI, Berlin 1896, p. 187.

## II. Monographien.

- A. v. Heiligenstein*, Dissertatio methodos elevationem poli astronomice determinandi sistens, Mannheim 1829.  
*G. R. Fockens*, Commentatio de methodis, altitudinem poli, tam terra, quam mari, accuratissime definiendi, Leiden 1831.  
 — *Diversae methodi, quibus locorum longitudo in mari definiri possit*, Leiden 1831.  
*F. G. W. Struve*, Anwendung des Durchgangsinstruments für die geographische Ortsbestimmung, St. Petersburg 1833.  
 — *Sur l'emploi de l'instrument des passages pour la détermination des positions géographiques*, St. Pétersbourg 1838.  
*C. Th. Albrecht*, Über die Bestimmung von Längendifferenzen mit Hilfe des elektrischen Telegraphen, Diss. Leipzig 1869.  
*M. Vodusek*, Bestimmung der Zeit, des Meridians und der geographischen Breite eines Ortes, Laibach 1878.  
*C. Koppe*, Die Photogrammetrie oder Bildmeßkunst, Weimar 1889.

## III. Tafelwerke.

*H. C. Schumacher*:

- (1) Hülftafeln zu Zeit- und Breitenbestimmungen, Copenhagen 1820.  
 Von 1821 an trennt *Schumacher* die Tafeln von dauernder Gültigkeit (3) von den Ephemeriden (2):  
 — (2) Astronomische Hülftafeln für 1821—1829, jährlich, Copenhagen;  
 — (3) Sammlung von Hülftafeln, erstes Heft, Copenhagen 1822, neu hrsg. und vermehrt von *G. H. L. Warnstorff*, Altona 1845.  
*W. Jordan*, Mathematische und geodätische Hülftafeln, Stuttgart 1878; 9. Aufl. Hannover 1895.

IV. Ephemeriden<sup>356</sup>).

- Eine Ephemeride erscheint in Bänden, die je nur für ein im Titel genanntes Jahr gelten, bis zu 5 Jahren im voraus. Eine Auswahl unter denen, die heute noch bestehen, sei hier mit Angabe des ersten Geltungsjahres mitgeteilt.
- 1679: *Connaissance des temps* ou des mouvements célestes, pour le méridien de Paris, pour l'an . . . , Paris.
- 1767: *The Nautical almanac* and astronomical ephemeris for the year . . . , for the meridian of the Royal Observatory at Greenwich, Edinburgh (bis 1902 London).
- 1776: *Berliner astronomisches Jahrbuch* für . . . mit Angaben über die Oppositionen der Planeten (1) — . . . für . . . Herausgegeben von dem königl. astronomischen Rechen-Institut, Berlin.
- 1792: *Almanaque náutico* para el año . . . , San Fernando.
- 1798: *Annuaire* pour l'an . . . publié par le Bureau des longitudes, Paris.
- 1852: *Nautisches Jahrbuch* oder Ephemeriden und Tafeln für das Jahr . . . , Berlin.
- 1855: *The American Ephemeris* and Nautical almanac for the year . . . , Washington.
- 1862: *W. Ludolph*, Kleines nautisches Jahrbuch für . . . , Bremerhaven.
- 1869: *Mittlere Örter* von 622 Sternen und scheinbare Örter von 450 Sternen nebst Reduktionstafeln für das Jahr . . . (Sonderabdruck aus dem Berliner astronomischen Jahrbuch), Berlin.
- 1887: *Astronomisch-nautische Ephemeriden* für das Jahr . . . (deutsche Ausgabe) Triest; *Effemeridi astronomico-nautiche* per l'anno . . . , Trieste.

## V. Nautische Astronomie.

## a. Lehrbücher und Monographien.

- F. Schaub*, Leitfaden für den Unterricht in der nautischen Astronomie, Triest 1853; 3. Aufl. bearb. von *E. Gelcich*, Wien 1878.
- W. v. Freeden*, Handbuch der Nautik und ihrer Hilfswissenschaften, Oldenburg 1864.
- H. Faye*, Cours d'astronomie nautique, Paris 1880.
- Sir *William Thomson* [Lord *Kelvin*], Popular lectures and addresses, vol. 3: Navigational affairs, London and New York 1891.
- W. Doellen*, Aufruf zur Umgestaltung der nautischen Astronomie, Dorpat 1893 nebst Anhang 1896 [Festschrift zu *Wilhelm Struve's* 100. Geburtstag].
- J. B. Guilhaumon*, Éléments de cosmographie et de navigation précédés de notions de trigonométrie sphérique, 2. éd. Paris-Nancy 1897.
- G. Naccari*, *Astronomia nautica*, Milano 1898 (Manuali Hoepli).
- L. de Ribera y Uruburu*, *Tratado de Navegación*, Madrid 1903.

## b. Tafelwerke.

- G. Margetts*, *Horary tables*, London 1790.
- J. de Mendoza y Rios*, Coleccion de tablas para varios usos de la navegacion, Madrid 1800; Edicion corregida y augmentada por *J. J. Martinez de Espinosa y Tacón*, 2 vols., Madrid 1850. Vgl. *Conn. des temps* pour 1808, p. 443 ff.

356) Über Ephemeriden vgl. p. 67 und p. 69, in historischer und kritischer Hinsicht auch *W. Valentiner*, Handwörterbuch der Astronomie, Breslau 1897—1902, 3<sup>2</sup> (1901), p. 461—464, in bibliographischer *J. C. Houzeau et A. Lancaster*, *Bibliographie générale de l'Astronomie*, Bruxelles 1882—89 (*Houzeau-Lancaster*), 1 (1887), Nr. 14339—15880.

- J. W. Norie*, A complete set of nautical tables, London 1803; A new and complete epitome of practical navigation, 13<sup>th</sup> ed. London 1852.
- F. Domke*, Nautische, astronomische und logarithmische Tafeln, Berlin 1852; 10. Aufl. neu bearbeitet von *O. Canin*, 1900.
- A. Breusing*, Nautische Hülftafeln, Bremen 1860; 7. Aufl. neu herausgegeben von *C. Schilling*, Leipzig 1902.
- W. v. Freeden* und *T. Köster*, Nautische Hülftafeln, Oldenburg 1862.
- W. Ligowsky*, Sammlung fünfstelliger logarithmischer, trigonometrischer, nautischer und astronomischer Tafeln, Kiel 1873; 4. Aufl. 1900.
- Sir *William Thomson* [Lord *Kelvin*], Tables for facilitating *Sumner's* method at sea, London and Glasgow 1876; übersetzt (Tafeln zur Erleichterung der Anwendung . . .) Berlin 1877.
- H. S. Blackburne*, A and B Tables for correcting the longitude and facilitating *Sumner's* method on the chart, to be used also as azimuth tables, London 1883; 3<sup>d</sup> ed. 1903.
- Terry y Rivas*, Tablas de azimutes, Madrid 1884.
- E. Guyou*, Tables de poche donnant le point observé et les droites de hauteur, Paris und Nancy (bei *Berger-Levrault*) 1884.
- C. Decante*, Tables d'azimut pour tous les points situés entre les cercles polaires et les astres dont la déclinaison est comprise entre 0° et 48°, 7 vols., Paris 1889—1892.
- H. Brunswig*, Nautisches Allerlei, Hamburg 1898.
- C. Behrmann*, Nautische, astronomische, logarithmische und meteorologische Tafeln, 3. Aufl. *Elsfleth* 1900.
- E. Knipping*, Seetafeln, Hamburg 1903.

---

(Abgeschlossen im Oktober 1904.)



## VI 2, 4. THEORIE DER UHREN.

VON

C. ED. CASPARI

IN PARIS.

## Inhaltsübersicht.

1. Allgemeines.
2. Freies Pendel.
3. Kompensationspendel.
4. Isochronismus der Chronometerspirale.
5. Kompensationsunruhe.
6. Die Hemmung.
7. Störungen des Pendels.
8. Störungen der Chronometer.
9. Räder- und Triebwerk.
10. Zeitübertragung.
11. Gangformeln.
12. Geschwindigkeitsregulatoren.

## Literatur.

- Collection de mémoires relatifs à la physique, publiés par la Soc. Française de Physique, tome 4 (1889) et 5 (1891): [C. Wolf] Mémoires sur le pendule (Collection).*
- F. W. Bessel*, Untersuchungen über die Länge des einfachen Sekundenpendels, Berl. Abh. für 1826 (Berlin 1828/29) = *Bessel*, Abhdl 3 (1876), p. 139 = Ostwalds Klassiker Nr. 7, Leipzig 1889 = *Collection* 4, p. 124 (*Bessel*, *Sekundenpendel* 1826).
- U. Jürgensen*, Mémoires sur l'horlogerie exacte, recueillis par son fils *L. U. Jürgensen*, Paris 1832.
- Ed. Phillips*, Mémoire sur le Spiral réglant des Chronomètres et des montres, Annales des mines (5) 20, Paris 1861, p. 1—107 (*Phillips*, *Mémoire* 1861). Abgedruckt in: *J. de math.* (2) 5 (1860), p. 313 ff. [gekürzt] und in: *Paris mém. prés.* (3) 18 (1868).
- A. J. Yvon-Villarceau*, Recherches sur le mouvement et la compensation des chronomètres, Obs. de Paris ann., mém. 7, Paris 1862 (*Villarceau*, *Recherches* 1862).
- M. Immisch*, Prize Essay on the Balance Spring and the Isochronal Adjustments, London 1872. Deutsch: *Der Isochronismus der Spiralfeder*, Weimar 1873, 2. Aufl. 1879.
- H. Resal*, Traité de Mécanique générale (3 tomes, Paris 1873—76), tome 3 (*Resal*, *Méc. gén.* 3).

*Ed. Caspari*, Études sur le mécanisme et la marche des chronomètres, Paris 1877 (deutsch von *E. Gohlke*, Bautzen 1893).

*Yvon Villarceau* et *A. de Magnac*, Nouvelle Navigation astronomique, Paris 1877 (*Villarceau - de Magnac*).

*M. Großmann*, Der freie Ankergang für Uhren, 2. Auflage 1896.

*E. Gelcich*, Skizze einer Geschichte der Chronometer, Berlin 1886.

*Congrès international* de chronométrie de 1889. Comptes rendus publiés par *Ed. Caspari*, Paris 1890 (*Congrès 1889*).

*L. Lossier*, Étude sur la théorie du réglage des montres (Journal Suisse d'horlogerie, Genève 1890), Genève 1890.

*Ed. Caspari*, Les chronomètres de Marine, Paris 1894.

*Congrès international* de chronométrie de 1900. Comptes rendus publiés par *E. Fichot* et *P. de Vanssay*, Paris 1902 (*Congrès 1900*).

In Bezug auf die technische Seite vgl. ferner:

*L. Ambronn*, Handbuch der astronomischen Instrumentenkunde, 2 Bände, Berlin 1899 (*Ambronn*).

*C. Stechert*, Artikel „Chronometer“ in: *Valentiner*, Handwörterbuch 1 (1897), p. 625 (*Stechert*).

*E. Gerland*, Artikel „Uhr, Pendeluhr“ in: *Valentiner*, Handwörterbuch 4 (1902), p. 1—41 (*Gerland*).

Für Literatur über das Pendel vgl. den Artikel IV 7 (*Furtwängler*).

## Bezeichnungen.

- $u$  Winkel, um den ein drehbarer Körper zur Zeit  $t$  aus der Gleichgewichtslage herausgedreht ist.
- $u'$  Maximum von  $u$  oder Schwingungsamplitude.
- $T$  Schwingungsdauer =  $\frac{1}{2}$  Periode.
- $l$  Länge des einfachen Pendels.
- $\lambda$  Länge des Sekundenpendels.
- $g$  Schwerebeschleunigung.
- $k$  Trägheitsradius in Bezug auf den Schwerpunkt.
- $A$  Trägheitsmoment der Chronometerunruhe.
- $E$  Elastizitätsmodul für Zug.
- $I$  Trägheitsmoment des Querschnitts einer Lamelle.
- $\mu = E \cdot I$  Biegemoment.
- $L$  Länge der Spiralfeder.
- $\rho$  Krümmungsradius.
- $\theta$  Temperatur in Celsiusgraden.
- $\gamma$  Ausdehnungskoeffizient.

**1. Allgemeines.** Eine Uhr besteht im allgemeinen aus dem Regulator, der Hemmung, dem Räderwerk und dem Triebwerk. Der *Regulator* ist ein Körper, der eine alternierende Rotationsbewegung ausführt (Pendel; System Unruhe — Spiralfeder). Die Pendel schlagen gewöhnlich die Sekunde, seltener 0<sup>s</sup>.5. Die Marinechronometer geben 0<sup>s</sup>.5, manchmal 0<sup>s</sup>.4 und seltener  $\frac{1}{3}$ <sup>s</sup>.

Wir verstehen unter *Schwingungsdauer* die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Durchgängen durch die Gleichgewichtslage (den toten Punkt); dieselbe ist in Wirklichkeit nicht immer genau gleich dem Intervall zwischen zwei aufeinander folgenden Elongationen. Die „Schwingungsdauer“ ist nicht mit der „Periode“ zu verwechseln, welche ihr Doppeltes ist.

Bei den Pendeluhrn ist das mittlere *Intervall der Schläge* gleich der Schwingungsdauer, bei den Chronometern mit freiem Echappement umfaßt dasselbe eine volle Periode, zwei Schwingungsdauern, Hin- und Hergehen.

Die Periode muß konstant und unabhängig sein von den Einflüssen des umgebenden Mittels und äußerer Kräfte; das versteht man unter *Isochronismus*.

Die *Hemmung* verwandelt die alternierende Bewegung des Regulators in eine kontinuierliche und periodisch gleichförmige, welche sich auf das zählende Räderwerk überträgt, das seinerseits die Zeiger in Bewegung setzt.

Das *Triebwerk* hat den Zweck, die Bewegung in Gang zu halten. Die zum Umdrehen der Zeiger nötige Arbeit ist gegenüber den Reibungswiderständen zu vernachlässigen. Man kann also die Uhren als Maschinen betrachten, deren Nutzeffekt null ist.

Damit eine alternierende Rotationsbewegung isochron sei, genügt es, daß die den Regulator treibende Kraft stets dem Winkel  $u$  proportional sei, um den sich dieser aus der Gleichgewichtslage entfernt hat. Diese Bedingung ist hinreichend, aber, wie sich zeigen wird (p. 174), nicht notwendig, indessen ist sie in Praxis bei Pendeln, wie Spiralfedern, immer sehr angenähert erfüllt.

Die störenden Einflüsse sind im allgemeinen klein, und daher knüpft sich das Studium der Bewegung an das einer Gleichung der Form:

$$(1) \quad \frac{d^2u}{dt^2} + n^2u = U,$$

wobei  $U$  als eine kleine Größe erster Ordnung zu betrachten ist. Ausgehend von dem bekannten Integral der homogenen Gleichung behandelt man die inhomogene nach den üblichen Approximationsmethoden. Am bequemsten ist die Methode der Variation der Konstanten, die zuerst *Ed. Phillips* auf unser Problem anwandte; ebenso hat man sich mit Erfolg der Methode der Reihenentwicklungen bedient. Insbesondere ist die geometrische Darstellung der geradlinigen Bewegung als Projektion einer gleichförmigen kreisförmigen hervorzuheben, bei welcher Geschwindigkeiten und Beschleunigungen sowohl,

wie die durchlaufenen Räume eine einfache Deutung finden. Wenn  $U$  Funktion von  $u$  allein und unabhängig von der Geschwindigkeit  $\frac{du}{dt}$  ist, besteht das Integral der lebendigen Kraft. Man wird fernerhin sehen, wie *F. W. Bessel* das benutzt hat.

In Rücksicht auf die Kleinheit der Störungen darf man im allgemeinen das Prinzip der Superposition kleiner Bewegungen anwenden. Man behandelt dabei jede Störung so, als ob sie allein vorhanden wäre, und addiert zum Schluß algebraisch die einzeln berechneten Wirkungen. Es heißt dies, die Störungen als von erster Ordnung klein betrachten und Größen höherer Ordnung vernachlässigen.

Man wird im allgemeinen nicht alle Eigentümlichkeiten der Bewegung zu untersuchen haben, sondern sich mit der Bestimmung der Schwingungsdauer oder auch nur der Dauer einer ganzen Periode begnügen können. Es ist in der Tat nicht nötig, daß die Bewegung völlig symmetrisch ist, daß der Ausschlag nach der einen Seite genau so viel Zeit braucht, wie der Ausschlag nach der andern Seite. Letzteres gilt insbesondere für Chronometer.

Die Theorie des Räderwerks ist eine rein kinematische Aufgabe, die des Regulators und der Hemmung ist physikalisch-mechanischer Natur. In den meisten Fällen wird man sich in letzterer Hinsicht der elementaren Behandlung bedienen können; so wird man in der Elastizitätstheorie statt der sogenannten strengen Gleichungen die Prinzipien der Festigkeitslehre verwenden dürfen, um so mehr, als z. B. die Deformationen der Spirale nicht unendlich klein sind, wie es die mathematische Elastizitätstheorie voraussetzt. Man benutzt ferner die bekannten Gesetze der Reibung fester Körper und die üblichen Luftwiderstandsgesetze. Die Theorie wird daher für gewöhnlich nur Formeln liefern können, die durchaus noch der Bestätigung durch das Experiment bedürfen.

**2. Das freie Pendel.** Das *einfache* Pendel ist ein schwerer Punkt, der sich ohne Reibung auf einem in einer Vertikalebene liegenden Kreis vom Radius  $l$  bewegt. Die Gleichung:

$$(2) \quad l \frac{d^2 u}{dt^2} + g \sin u = 0,$$

welche diese Bewegung bestimmt, hat zum Integral:

$$\sin \frac{1}{2} u = \sin \frac{1}{2} u' \operatorname{sn} \left( t \sqrt{\frac{g}{l}} \right),$$

die Zeit  $t$  vom Durchgang durch die Gleichgewichtslage an gerechnet.

Die zwischen den Maximalelongationen  $\pm u'$  liegende Schwingungsdauer ist gegeben durch:

$$(3) T = 2K \sqrt{\frac{l}{g}} = \pi \sqrt{\frac{l}{g}} \left[ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{1}{2} u' + \frac{1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3}{2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 4} \sin^4 \frac{1}{2} u' + \dots \right],$$

wobei  $K$  das vollständige elliptische Integral 1. Gattung ist.

Der Isochronismus besteht also nur für unendlich kleine Schwingungen. Eine durch ein Pendel regulierte Uhr wird bei wachsender Amplitude im Tag um die folgende Anzahl von Sekunden nachgehen:

Für	$u' = 0^\circ$	0 <sup>o</sup> 00
	0.5	0.42
	1.0	1.66
	1.5	3.72
	2.0	6.60
	2.5	10.32
	3.0	14.88.

Was das Schwingungsgesetz für ein *physisches* („zusammengesetztes“) Pendel angeht, das frei im leeren Raum um eine feste Achse schwingt, so genügt es, in der obigen Formel  $l$  durch  $a + \frac{k^2}{a}$  zu ersetzen ( $a$  Abstand des Schwerpunkts von der Achse,  $k$  Trägheitsradius in bezug auf eine durch den Schwerpunkt gehende Parallele zur Aufhängungsachse). Der Schnittpunkt einer Parallelen zur Aufhängungsachse im Abstand  $a + \frac{k^2}{a}$  von der letzteren mit der Medianebene heißt „*Schwingungsmittelpunkt*“ (*Huygens*). Bekanntlich sind Aufhängepunkt und Schwingungsmittelpunkt reziprok zueinander, ein Umstand, auf dem das Reversionspendel beruht.

Es existiert eine äußerst umfangreiche Literatur über die Verwendung des freien Pendels zu *Schweremessungen* (IV 7 (*Furtwängler*), Nr. 11—16). Diese Arbeiten gehören nicht eigentlich zu unserem Thema, weil sie sich auf ein ohne Hemmung schwingendes Pendel beziehen, dessen Bewegung also nicht automatisch registriert wird, doch haben sie auch manche Resultate für die Theorie der Uhren ergeben.

*Aufhängung.* Infolge der Reibungswiderstände können die Amplituden weder unendlich klein sein, noch konstant bleiben. Um trotzdem den Isochronismus herbeizuführen, hilft man sich durch geeignete Aufhängungsarten. Die gebräuchlichste und beste besteht darin, das Pendel mit der festen Achse durch eine *Feder* — eine gewöhnlich sehr kurze elastische Lamelle — zu verbinden. Die Theorie dieser Einrichtung ist von *Bessel* entwickelt worden<sup>1)</sup>. Die Bewegungs-

1) *F. W. Bessel*, Astr. Nachr. 20 (1843), p. 153 = *Bessel*, Abhdl. 2 (1876), p. 91.

gleichung wird dort nach dem *d'Alembert'schen* Prinzip aufgestellt, die Längen des Pendels und der Feder werden konstant, die elastischen Kräfte proportional der Krümmung der Feder gesetzt, und deren höhere Potenzen werden vernachlässigt. Man findet dabei das Integral der lebendigen Kraft in der allgemeinen Form:

$$(4) \quad c = [1 + 2f'(u)] \left(\frac{du}{dt}\right)^2 - 2n^2 [\cos u + f(u)],$$

wobei

$$(5) \quad \begin{aligned} f(u) &= \alpha + \alpha' \sin \frac{1}{2}u + \alpha'' \sin^2 \frac{1}{2}u + \dots \\ f'(u) &= \beta + \beta' \sin \frac{1}{2}u + \beta'' \sin^2 \frac{1}{2}u + \dots \end{aligned}$$

kleine Größen von der Ordnung der Störungen sind, deren höhere Potenzen man vernachlässigen darf. Die Länge des mit dem wirklichen Pendel synchronen Pendels findet sich dann zu:

$$(6) \quad l = \frac{\pi^2 \lambda}{n^2} \left\{ 1 + 2\beta + \frac{\alpha''}{2} + \sin^2 \frac{1}{2} u' \left( \beta'' + \frac{3\alpha^{IV}}{4} \right) + \dots \right\}.$$

In unserem speziellen Falle ergibt sich für  $l$  ein ziemlich komplizierter Ausdruck, der von den Dimensionen und der Elastizität der Feder, sowie dem Gewicht des Pendels abhängt und einen dem Quadrat der Amplitude  $u'$  proportionalen Term enthält. Experimentell ist derselbe von *Laugier* und *Winnerl*<sup>2)</sup> verifiziert worden. Wir führen hier die Dauer von 2000 Schwingungen in Sekunden Sternzeit für drei Pendel bei Amplituden von  $1^\circ$ ,  $3^\circ$  und  $5^\circ$  an:

Gewicht der Pendellinse.	Federlänge.	$u' = 1^\circ$	$u' = 3^\circ$	$u' = 5^\circ$
2 kg	1 mm	1977 <sup>s</sup> .0	1975,86	1974,37.
4 „	3 „	2024,96	2024,99	2024,99
8 „	3 „	2034,81	2034,92	2034,99

Die zweite Kombination ist merklich isochron.

*F. W. Bessel* hat auch die *Aufhängung an einem auf einem Zylinder abrollenden Faden* studiert. Vernachlässigt man die Elastizität des Fadens, so ist die Länge des synchronen einfachen Pendels gleich der vertikalen Ordinate des Schwingungsmittelpunktes vom Zylindermittelpunkt an gerechnet. Berücksichtigt man die mehr oder weniger vollkommene Elastizität des Fadens, so muß man Hypothesen machen über die Art, in der er sich dem Zylinder anschmiegt, und die Diskussion wird schwieriger<sup>3)</sup>.

Der Einfluß der Hemmung, der Widerstände, der *Aufhängung an einer Schneide* wird unten behandelt (Nr. 6 und 7).

Der Uhrmacher reguliert das Pendel, indem er die Federlänge

2) *P. A. E. Laugier*, Paris C. R. 21 (1845), p. 117.

3) *Bessel*, Sekundenpendel 1826.

ändert und die Linse verschiebt. Die letzten Gangkorrekturen werden mit Hilfe kleiner Aufsatzgewichte bewirkt oder auch durch Verschiebung einer beweglichen Masse längs der Pendelstange. Die Rechnung zeigt, daß ein *Zusatzgewicht* in gleichem Abstand vom Drehpunkt und Schwingungsmittelpunkt ein Maximum des Einflusses hat.

**3. Kompensationspendel.** Die Dimensionen eines homogenen Pendels hängen von der Temperatur ab. Dadurch verschiebt sich der Schwerpunkt und das Trägheitsmoment ändert sich, was beides die Länge des synchronen einfachen Pendels ändert. Zur Beseitigung dieser Wirkung setzt man den schwingenden Körper aus Stücken von verschiedenem Ausdehnungskoeffizienten zusammen.

Die üblichsten Anordnungen sind: 1) Das Rostpendel, eine schwere Linse, die an einem Gestänge von Stäben aus verschiedenen Metallen hängt. 2) Das Quecksilberkompensationspendel, Stab aus einem Metall, der ein mit Quecksilber gefülltes Gefäß trägt. 3) In den letzten Jahren hat man Pendel aus Nickelstahl, sogenanntem „Invar“ konstruiert, der einen sehr geringen Ausdehnungskoeffizienten besitzt, welcher durch eine Linse aus Messing oder aus gewöhnlichem Stahl kompensiert wird.

Die Länge des synchronen Pendels:

$$(7) \quad l = a + \frac{k^2}{a} = \frac{M(a^2 + k^2)}{Ma}$$

ist der Quotient aus dem Trägheitsmoment durch das statische Moment. Damit sie konstant bleibt, muß ihre Derivierte nach der Temperatur für alle Werte der letzteren verschwinden. Es genügt also nicht, wie man es lange gemacht hat,  $a$  konstant zu halten, da die Konstanz von  $a$  noch nicht die von  $k$  mit sich zieht. Das Problem besteht in aller Allgemeinheit darin,  $a$  und  $k$  als Funktionen der Temperatur  $\theta$  auszudrücken und die Koeffizienten der verschiedenen Potenzen von  $\theta$  zum Verschwinden zu bringen. Das liefert die für die Kompensation erforderlichen Bedingungen zwischen den Dimensionen der Stücke, ihren Ausdehnungskoeffizienten usw. Ein Beispiel hat *E. Anding*<sup>4)</sup> gegeben mit Anwendung auf die Kompensation einer *Riefler'schen* Pendeluhr. Als Unbekannte wählt man die verfügbaren Abmessungen, und die Rechnung reduziert sich auf die Lösung einer Anzahl numerischer Gleichungen. Die Rechnungen sind elementarer Natur, die Koeffizienten setzen sich nur aus Trägheitsmomenten zusammen, die auf bekannte Art zu berechnen sind. In Wirklichkeit greift man aber das Problem nicht in dieser Allgemeinheit an, man gibt vielmehr

4) *E. Anding*, Astr. Nachr. 133 (1893), p. 217.

von vornherein die allgemeine Anordnung des Pendels und die variierbaren Stücke. Auch dann sind die Rechnungen noch lang, besonders wenn man die zweiten Potenzen der Dilatation berücksichtigen will, und die direkte strenge Lösung ist nicht möglich, wie *Faddegon* gezeigt hat<sup>5)</sup>.

Ein anderes Beispiel aus einer Arbeit von *Oudemans*<sup>6)</sup> möge den zu befolgenden Gang andeuten. Es handelt sich um ein Pendel mit Quecksilberkompensation, an dem zu gleicher Zeit ein *Krüger'sches* Manometer<sup>7)</sup> zur Beseitigung des Einflusses der Luftdruckschwankungen angebracht war (s. Nr. 7c, p. 179). Auf Grund der gegebenen Abmessungen des Pendels selbst bestimmt eine erste Rechnung, wieviel Quecksilber man zugießen muß, damit das Pendel Sekunden schlägt. Dann führt man das Manometer in die Rechnung ein und fragt, um welchen Betrag das Quecksilbergemäß zu senken ist, um die Schwingungsdauer von 1 Sekunde wiederherzustellen. Mit diesen Elementen berechnet man die Gangänderung des Pendels für 1° Temperaturerhöhung. Schließlich stellt man die Bedingungen für das Verschwinden dieser Gangänderung unter Wahrung der Schwingungsdauer auf, wobei man als Unbekannte drei Größen einführt, einen Zusatz an Quecksilber, eine Verschiebung des Manometers und eine des Quecksilberbehälters. Diese Gleichungen werden durch allmähliche Annäherungen gelöst, wobei für gewöhnlich die zweite genügen würde. *Oudemans* ist bis zur vierten gegangen.

Neben der mittleren Temperatur des Raumes, in dem sich das Pendel befindet, kommt noch die Änderung der Temperatur mit der Höhe („Temperaturschichtung“) in Frage, wie *B. Wanach*<sup>8)</sup> untersucht hat.

Für Pendel aus „Invar“ (Nickelstahl mit sehr geringem Ausdehnungskoeffizienten) verringern sich die Einfüsse und vereinfachen sich die Rechnungen<sup>9)</sup>.

Faktisch lassen sich die Temperaturkompensationen in großer Vollkommenheit ausführen und geschickte Künstler erreichen mit Sicherheit eine Gangdifferenz von weniger als 0,5 zwischen den extremsten Temperaturen. Aus einer Zusammenstellung von *J. Hartmann*<sup>10)</sup> erhellt z. B., daß von 27 Pendeluhren nur fünf eine Gang-

5) *J.-M. Faddegon*, Congrès 1900, p. 16.

6) *J. A. C. Oudemans*, Astr. Nachr. 100 (1881), p. 17.

7) *A. Krüger*, Astr. Nachr. 62 (1864), p. 279.

8) *B. Wanach*, Astr. Nachr. 166 (1904), p. 97.

9) Siehe *Ch. Ed. Guillaume*, Congrès 1900, p. 90—112.

10) *J. Hartmann*, Über den Gang einer mit *Riefler'schem* Pendel versehenen Uhr, Leipzig Ber. (math.-phys. Cl.) 49 (1897), p. 664.



änderung größer als  $0^{\circ}.025$  für  $1^{\circ}$  C. zeigen. Die Proportionalität zwischen den Gangänderungen und der Temperatur besteht innerhalb der Genauigkeitsgrenze astronomischer Zeitbestimmung.

**4. Isochronismus der Chronometerspiralen.** Die Benutzung der Spiralfeder als Regulator geht auf *Chr. Huygens* zurück. Die ersten zu diesem Zweck verwandten Federn hatten die Form von Archimedischen Spiralen, wie sie sich noch für Taschenuhren erhalten hat. Für Marinechronometer adoptiert man jetzt die Form der regulären Zylinderschraube. Der Querschnitt des Drahtes ist kreisförmig oder öfter rechteckig mit der Breitseite parallel der Schraubenachse.

*Schwingungsgleichung der zylindrischen Spirale.*

Man betrachtet die Feder als auf die neutrale Linie (Ort der Schwerpunkte der einzelnen Querschnitte) reduziert und nimmt nach der Festigkeitslehre an, daß das Drehmoment der elastischen Kräfte der Änderung der Krümmung für jedes Element proportional ist.

*Phillips* und *Resal*<sup>11)</sup> haben gezeigt, daß, wenn der ursprüngliche Querschnitt kreisförmig ist und die angreifenden Kräfte sich auf ein Kräftepaar reduzieren, die Theorie der neutralen Linie zu Ergebnissen führt, die mit denen der strengen Elastizitätstheorie übereinstimmen.

Indem wir die schwache Steigung der Spiralen vernachlässigen, werden wir jede von ihnen als einen Kreis, der normal und konzentrisch zur Achse der Unruhe liegt, betrachten. Wir beziehen die Spirale auf drei rechtwinklige Achsen,  $OZ$  falle mit der Figurenachse zusammen. Die Feder ist mit ihrem einen Ende an der „Platine“ des Chronometers, mit dem andern an der Spiralarolle der Unruhe befestigt. Dreht man daher die Unruhe um den Winkel  $u$  aus ihrer Gleichgewichtslage, so wird die totale Variation der Krümmung der Spirale gleich  $u$  sein. Die an dem einen Ende der Spirale angreifenden Kräfte zerlegt man in ein Kräftepaar  $G$  und in eine Kraft mit den Komponenten  $X, Y, (Z = 0)$ , welche letztere dem Druck der Unruhe auf ihre Achsenlager gleich ist. Bezeichnet man mit  $\varrho$  und  $\varrho_0$  den tatsächlichen und den anfänglichen Krümmungsradius, mit  $x$  und  $y$  die Koordinaten eines Punktes der Spirale, mit  $x_1$  und  $y_1$  die ihres Schwerpunktes, so genügt das von der Unruhe auf die Spirale ausgeübte Drehmoment  $G$  der Gleichung:

$$(8) \quad u \left( \frac{1}{\varrho} - \frac{1}{\varrho_0} \right) = G + (Yx - Xy).$$

11) *Phillips*, Mémoire 1861, p. 95. — *Resal*, Méc. gén. 3, p. 456 ff.

Multipliziert man hier mit  $ds$  und integriert über die ganze Länge der Spirale, so folgt:

$$\mu u = GL + L(Yx_1 - Xy_1).$$

Vernachlässigt man daher die geringe Masse der Spirale, so wird die Bewegungsgleichung der Unruhe:

$$(9) \quad A \frac{d^2 u}{dt^2} = -\frac{\mu u}{L} + Xy_1 - Yx_1.$$

*Isochronismus durch Endkurven. Sätze von Ed. Phillips*<sup>12)</sup>.

*Phillips* nimmt sich vor, die Terme  $Xy_1 - Yx_1$  zum Verschwinden zu bringen, indem er den beiden Enden der Spirale eine von der Kreisform abweichende Gestalt gibt. Die reduzierte Gleichung:

$$(10) \quad A \frac{d^2 u}{dt^2} = -\frac{\mu u}{L}$$

führt dann zu einer isochronen Bewegung.

Jene Terme verschwinden, wenn  $X$  und  $Y$  ständig verschwinden. Man hat also auszudrücken, daß bei der Deformation der Spiralen nach dem Gesetz  $\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} = \frac{u}{L}$ , das heißt, wenn in jedem Punkte der Spirale die Krümmungsänderung dem Ausschlagwinkel proportional bleibt, die Bedingungen für die Lagerung der Enden erfüllt sind. Tut man das, so findet man<sup>12)</sup>: 1) Der Schwerpunkt jeder Endkurve muß auf dem Radiusvektor liegen, der senkrecht steht auf dem Radiusvektor des Ansatzpunktes der Endkurve an die Spirale. 2) Die Distanz dieses Schwerpunktes von der Achse der Spirale muß eine dritte Proportionale zwischen der Länge  $l$  der Endkurve und dem Radius  $\rho_0$  der Spirale sein:

$$\sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \frac{\rho_0^2}{l}.$$

3) Der Schwerpunkt der ganzen Feder im spannungsfreien Zustand muß in die Achse der Unruhe fallen. Er bleibt dann auch während der Bewegung dort in solcher Weise, daß nicht nur  $X$  und  $Y$ , sondern auch  $x_1, y_1$  zu vernachlässigen sind.

Unter diesen Bedingungen wird die Schwingungsdauer:

$$(11) \quad T = \pi \sqrt{\frac{AL}{\mu}}.$$

*Phillips* bestimmt seine Kurven graphisch durch methodische Versuche. *Guillaume* hat ein mechanisches Verfahren für ihre Konstruktion angegeben<sup>13)</sup>.

12) *Phillips*, Mémoire 1861, p. 24–27. — *Resal*, Méc. gén. 3, p. 460 f.

13) *Ch. Ed. Guillaume*, Congrès 1900, p. 195–197.

*Phillips* hat die konzentrische Abwicklung seiner Spiralen experimentell bestätigt, er hat ferner mit einer elastischen Wage die Proportionalität zwischen der Kraft und dem Elongationswinkel  $u'$  im Gleichgewichtszustand geprüft und schließlich auch die Genauigkeit der Formel (11) festgestellt<sup>14</sup>).

*Isochronismus durch Längenabstimmung.*

*Pierre Leroy* und *F. Berthoud* stellten den Isochronismus her, indem sie der Spirale eine geeignete Länge gaben.

Indem ich voraussetzte<sup>15</sup>), daß die Spirale in der Ruhelage eine vollkommene Schraube ist und sich bei der Bewegung, wie das Experiment zeigt, nur wenig von dieser Form entfernt, habe ich die Werte von  $X$ ,  $Y$ ,  $x_1$ ,  $y_1$  berechnen können, die einem gegebenen Winkel  $u$  entsprechen. Führt man diese Ausdrücke in die Bewegungsgleichung ein, so wird diese

$$(12) \quad \frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{\mu u}{AL} = - \frac{2\mu}{AL} u \left[ \frac{2 - 2 \cos \varphi_0 + u \sin \varphi_0}{p^2} \right].$$

$p$  bedeutet den ganzen Winkel der Schraube zwischen den beiden Fassungen, in der Ruhelage gezählt und in Bogenmaß gemessen. Es ist also  $L = p \varrho_0$ . Ferner ist  $\varphi_0 = p + u$ . Das Glied rechter Hand ist sehr klein, da  $p$  nahe gleich  $20\pi$  ist, d. h. da die Spiralen im allgemeinen 10 Windungen haben. Wendet man daher die Methode der Variation der Konstanten an, so folgt als Korrektion der Schwingungsdauer (11):

$$\delta \tau = - \frac{2T}{p^2} [1 + (u' I^1(u') - I^0(u')) \cos p].$$

$I^0$  und  $I^1$  sind die *Bessel'schen* Funktionen (s. unten). Diese Gleichung ist genau bis auf Glieder von der Ordnung  $\frac{1}{p^3}$ . Man sieht, daß  $\delta \tau$  unabhängig von der Amplitude  $u'$  wird, wenn  $\cos p = 0$  oder  $p = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$ . Jede Spirale besitzt also unter rechtem Winkel gegen die feste Fassung zwei gegenüberliegende Stellen, welche zum Isochronismus führen.

Man beachte, daß die Gleichung (12) für  $p = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$  übergeht in:

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = - \frac{\mu u}{AL} \left[ 1 + \frac{2(2 \pm \sin u \pm u \cos u)}{p^2} \right].$$

Das Drehmoment ist hier nicht proportional  $u$ . Diese Bedingung ist

14) *Phillips*, Mémoire 1861, p. 88, 88 ff., 76 ff.

15) *C. Ed. Caspari*, Études sur le Mécanisme et la marche des Chronomètres, in: Recherches sur les Chronomètres et instruments nautiques 11, Paris 1877. Deutsch von *E. Gohlke*, Bautzen 1893.

also, obwohl hinreichend, so doch nicht notwendig für den Isochronismus, wie schon oben (p. 165) erwähnt wurde.

Es sei noch daran erinnert, daß:

$$\pi I^0(u) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \cos(u \sin \varphi) d\varphi, \quad \pi I^1(u) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \sin \varphi \sin(u \sin \varphi) d\varphi.$$

*Einfluß der Masse der Spirale.* Dieser im vorhergehenden noch vernachlässigte Einfluß läßt sich auswerten für Spiralen mit konzentrischer Abwicklung. Nimmt man an, daß die Winkelgeschwindigkeit eines Punktes der Spirale der Länge des vom festen Ende an gerechneten Bogens proportional ist und fügt den hieraus folgenden Massendruck dem der Unruhe hinzu, so ergibt sich eine Bewegungsgleichung, die auf ein elliptisches Integral führt. Durch Reihenentwicklung erhalte ich folgendes hinreichend genaue Resultat<sup>15)</sup>: Bezeichnet  $\delta^2$  das Verhältnis des Trägheitsmomentes der Spirale zu dem der Unruhe, so ist die Schwingungsdauer:

$$(14) \quad T = \pi \sqrt{\frac{AL}{\mu}} \left[ 1 + \frac{\delta^2}{2} + \frac{3\delta^2}{4p^2} u^2 \right].$$

Für eine Stahlspirale der üblichen Form, 10 mm Durchmesser, erhalte ich für einen Rückgang der Amplitude von  $\frac{3\pi}{2}$  auf  $\frac{\pi}{2}$  eine Beschleunigung von 1<sup>s</sup> pro Tag. Die Wirkung wäre 6 Mal größer für eine Goldspirale vom selben Radius. Sie ist übrigens der 4. Potenz des Radius proportional, so daß es sich empfiehlt, den Radius so klein wie möglich zu halten. Meine Experimente haben dieses Resultat qualitativ bestätigt, doch sind sie sehr schwierig.

*Andrade* hat die Näherung weiter getrieben und gefunden, daß die obige Störung mit  $\frac{1}{4}$  multipliziert werden muß.

**5. Kompensationsunruhen.** Die Temperatur ist die hauptsächlichste Ursache der Änderung des Chronometerganges. Aus der Formel (11) folgt:

$$(15) \quad \frac{2\delta T}{T} = \frac{\delta A}{A} + \frac{\delta L}{L} - \frac{\delta \mu}{\mu}.$$

Bei einer Unruhe aus Messing und einer Spirale aus Stahl findet man für eine Temperaturerhöhung von 1° ein tägliches Nachgehen von 11<sup>s</sup>, wovon 2<sup>s</sup> auf die beiden ersten Glieder und 9<sup>s</sup> auf das letzte entfallen. Man sucht diesen Einfluß zu beseitigen allein mit Hilfe der Unruhe, indem man auf  $A$  wirkt. Die *Unruhe* besteht gewöhnlich in einem Rade mit im ganzen zwei diametral entgegengesetzten Speichen, der Umfang des Rades aus zwei verschiedenen, aneinander

gelöteten Metallstreifen, Stahl innen und Messing außen. Eine Stahl-lamelle bildet die Speichen und dicht neben dieser Lamelle ist der Reif durchschnitten, so daß jeder Halbkreis an seinem Ende von dieser Lamelle getragen wird. Da nun die Ausdehnung des Stahls kleiner ist als die des Messings, so schrumpft die Unruhe bei wachsender Temperatur zusammen, wobei also  $A$  abnimmt. Die Uhrmacher richten es so ein, daß sie Ganggleichheit bei den extremen Temperaturen, etwa  $0^{\circ}$  und  $30^{\circ}$  herstellen. Ist aber dies Resultat erreicht, so geht das Chronometer bei einer Temperatur von  $15^{\circ}$  um 2 bis 3 Sekunden täglich vor. Man nennt das den *sekundären Fehler*. Derselbe scheint hauptsächlich von dem zweiten Ausdehnungskoeffizienten der Metalle und der ungleichmäßigen Änderung des Elastizitätsmoduls abzuhängen (siehe unten).

Um  $\delta A$  ausdrücken zu können, muß man die Formänderungen von Reifen aus zwei Metallen berechnen. Das hat *Yvon Villarceau* ausgeführt<sup>16)</sup>; er betrachtet zwei unendlich benachbarte Querschnitte eines Stabes und berechnet die Verlängerung eines zwischen ihnen eingeschlossenen Längsfadens. Indem er die Dickenänderung gegenüber der Längenänderung vernachlässigt, berechnet er die Spannungen, die aus dieser Deformation und aus dem Aneinanderhaften der durch Guß verbundenen Metalle hervorgeht, und schreibt die Bedingung dafür an, daß die Summe dieser Spannungen über den Querschnitt hin verschwindet. Er findet als Änderung der Krümmung der Trennungsfläche:

$$(16) \quad \frac{1}{e} - \frac{1}{e_0} = \frac{\theta - \theta_0}{h},$$

wobei

$$h = \frac{2}{3} \frac{e' + e''}{\gamma'' - \gamma'} \left[ 1 + \frac{(E'' e''^2 - E' e'^2)^2}{4 e^2 E'' e'' E' e'} \right], \quad e = e' + e''.$$

Es bedeutet  $e$  die Dicke,  $E$  den Elastizitätsmodul,  $\gamma$  den Ausdehnungskoeffizienten, und die einfachen Akzente beziehen sich auf das innere weniger ausdehnbare Metall. Die größte Wirkung tritt ein, wenn:

$$\frac{e'}{e''} = \sqrt{\frac{E''}{E'}},$$

und in diesem Falle gilt

$$\frac{1}{e} - \frac{1}{e_0} = \frac{3}{2e} (\gamma'' - \gamma') (\theta - \theta_0).$$

Ferner wird der Ausdehnungskoeffizient der Trennungsfläche:

$$\gamma = \frac{e' \gamma'' + e'' \gamma'}{e' + e''}.$$

Die Veränderlichkeit des Ausdehnungskoeffizienten mit der Temperatur

16) *Villarceau*, Recherches 1862.

kann man einfach berücksichtigen, indem man  $\gamma$  durch  $\gamma + \frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \theta$  ersetzt.

Ein Kreisring bleibt bei Änderung der Temperatur immer ein Kreisring. Ein gerader Stab krümmt sich zu einem Kreisbogen. In jedem der Teilstäbe gibt es einen spannungslosen Längsfaden.

Die vorstehenden Formeln gestatten die Änderungen der Trägheitsmomente der verschiedenen Teile der Unruhe zu berechnen. Man kann dann für verschiedene Temperaturen die Werte der rechten Seite von (15) aufstellen, und indem man sie der Null gleich setzt, hat man die entsprechende Anzahl Bedingungsgleichungen zwischen den Elementen der Unruhe und der Spiralfeder. Die Beobachtung des Chronometers bei verschiedenen Temperaturen erlaubt die Werte der Änderungen  $\delta A$ ,  $\delta \mu$  und die Größe  $\mu$  selbst zu bestimmen. Jede Temperatur, mit korrespondierendem Gange in (15) eingesetzt, gibt nämlich eine Bedingungsgleichung.

*Yvon Villarceau* deutet auch ein selbständiges Studium der Reife aus zwei Metallen durch optische Verfahren an<sup>16)</sup>.

*Phillips*<sup>17)</sup> hat sich näher mit dem *sekundären Fehler* (s. oben) beschäftigt und gezeigt, wie man ihn durch geeignete Wahl des Materials der Feder und der Metalle der Unruhe herabmindern kann. Er hat sich auch die Aufgabe gestellt, den Anteil der Unruhe und der Spirale an diesem Fehler abzutrennen. *Cellérier*<sup>18)</sup> hat gezeigt, daß er nicht allein der Unruhe zur Last fällt, sondern auch der Spirale.

Was die Anwendungen betrifft, so sei auf die Berechnung der Unruhe *Winnerl* mit ebenen Lamellen<sup>15)</sup> hingewiesen, auf die Andeutungen von *Rozé*<sup>19)</sup> und auf die erfolgreichen Versuche von *Ch. Ed. Guillaume*<sup>9)</sup> mit Spiralen und Unruhen aus Nickelstahl. Es würde zu weit führen, die sehr mannigfaltigen Hilfskompensationen zur Vermeidung des sekundären Fehlers anzuführen, die man mit verschiedenem Glück versucht hat. Diese *Hilfskompensationen* sind im allgemeinen kleine Anhängsel an die Unruhe, die mit der Temperatur anders variieren als die Unruhe selbst. Bei den alten Chronometern kann die Kompensation innerhalb 2<sup>s</sup> zwischen den Temperaturgrenzen von 0<sup>o</sup> und 30<sup>o</sup> verwirklicht werden, die neueren Versuche haben diese Grenze bis unter 0,5<sup>s</sup> heruntergedrückt.

**6. Die Hemmung.** Die Hemmung stellt die Verbindung zwischen dem Regulator und dem Räderwerk her. Sie reguliert also den Gang

17) *Ed. Phillips*, Paris C. R. 90 (1880), p. 483, 561 et 649.

18) *G. Cellérier*, Étude numérique des Concours de Compensation, Genève Société de physique et d'histoire naturelle, mémoires 29 (Genève 1887), Nr. 6.

19) Congrès 1889.

des letzteren und überträgt auf der andern Seite soviel Arbeit des Triebwerks auf den Regulator, als nötig ist, dessen Bewegung trotz der Reibungswiderstände im Gang zu halten. Bei der *freien Hemmung* mit elastischen Federn berühren sich das Steigrad und der Regulator nur während der außerordentlich kurzen Dauer des Stoßes, das ist deshalb die wahre freie Hemmung. Bei der *Ankerhemmung* dauert die Berührung länger, findet aber auf kleineren Oberflächen statt, was die Reibung sehr vermindert. Sie findet bei jeder Schwingung statt, während bei der *Chronometerhemmung* die Unruhe den Stoß des Steigrades nur dann erhält, wenn sie wieder mit gleich gerichteter Geschwindigkeit zur gleichen Lage zurückkehrt, also nur einmal in einer vollen Periode. *Villarceau*<sup>16)</sup> betrachtet den Stoß als augenblicklich, das Rad *führt* die Unruhe nicht. Diese Stoßtheorie gilt in Wirklichkeit nur annähernd. Beim Fehlen aller Reibungswiderstände und für einen isochronen Regulator sind die Dauer und Stärke des Stoßes ohne Einfluß auf die Schwingungsdauer und wirken nur auf die Amplitude. Die Sachlage ändert sich, wenn man auf die Dämpfung der Schwingungen durch die Reibungswiderstände Rücksicht nimmt (s. unten). Die Theorie hat hier insbesondere die Trägheitsmomente des Steigrades und der Unruhe zu betrachten. *Resal*<sup>20)</sup> hat die Ankerhemmung unter Vernachlässigung der Reibung studiert und gezeigt, daß die Vermehrung der Winkelgeschwindigkeit des Regulators durch die Stöße des Ankers sehr gering ist, um so geringer, je größer die Schwingungsamplitude ist.

Das Wichtigste ist die Stellung der Unruhe, in welcher der Stoß erfolgt, ein Punkt, auf den wir in Nr. 8 (p. 180) zurückkommen werden.

**7. Störungen des Pendels.** *Bessel*<sup>3)</sup> hat die Formeln (4) und (6) auf die Untersuchung der verschiedenen Störungen des freien Pendels angewandt.

a) *Aufhängung an einer Schneide.* Anstatt das Pendel auf einer gradlinigen Kante auf der Unterlage aufliegend zu denken, setzt man voraus, daß die Schneide durch einen Zylinder zweiten Grades bestimmt wird. Die Lösung für einen Kreiszyylinder führt auf elliptische Integrale. Soweit mir bekannt, ist keine Anwendung auf Uhrenregulatoren gemacht.

b) *Einfluß der Unterlage.* *Bessel* betrachtet die Schneidenaufhängung und nimmt an, daß es innerhalb der Schneide einen unbeweglichen Punkt gibt, in bezug auf welchen der Berührungspunkt sich verschiebt, mit andern Worten: der Berührungspunkt ist nicht Momentan-

20) *Resal*, *Méc. gén.* 3, p. 477 f.

zentrum. Die Länge des synchronen Pendels ändert sich dann um eine Größe, die von der Amplitude abhängt. Er glaubte, auch ein Gleiten des Pendels auf der Unterlage zu beobachten, welches im Sinne der Verlängerung des synchronen Pendels wirkt, ebenso wie später *Defforges*<sup>21)</sup>. Später hat man Bewegungen der Unterlage selbst nachgewiesen, die der Reaktion des bewegten Pendels entspringen. *C. S. Peirce* und *G. Cellérier* haben diesen Einfluß der Berechnung zugeführt, indem sie die Verrückung der Unterlage proportional der Kraft setzten und die elastischen Schwingungen derselben vernachlässigten. Sie fanden eine Verlängerung des synchronen Pendels vom Betrage:

$$dl = \frac{p \varepsilon a}{l},$$

wobei  $p$  das Gewicht des Pendels und  $\varepsilon$  das Verhältnis der Verrückung zur wirkenden Kraft ist. Für Zwecke der Schweremessung kann man beide Wirkungen der Schneide und der Unterlage dadurch eliminieren, daß man mit zwei Pendeln von gleichem Gewicht aber ungleicher Länge arbeitet<sup>22)</sup>. *Defforges*<sup>21)</sup> hat auch vorgeschlagen, die Wirkung der Unterlage zur Regulierung eines Pendels auf der Reise zu benutzen, indem man ihm eine elastische Unterlage von veränderlicher Länge gibt.

c) *Einfluß des umgebenden Mittels*. Es handelt sich hauptsächlich um die Wirkungen der Veränderung des Luftdrucks auf den Gang. Der Verlust an lebendiger Kraft durch die fortwährenden Stöße der Moleküle gegen das Pendel bewirkt eine Verminderung der Amplitude, welche die Schwingungsdauer ebenso wenig ändert, wie die Reibung. Die Wirkung des umgebenden Mittels besteht zunächst in einer Verminderung von  $g$ , entsprechend dem Archimedischen Auftrieb, ferner in einem Mitschleifen der benachbarten Flüssigkeitsteilchen. *Bessel* entwickelt die störende Wirkung in eine trigonometrische Reihe und erhält durch Einsetzen in (6) das Resultat, daß eine umgebende Flüssigkeit keine andere Wirkung hat, als die Schwere ein wenig zu vermindern und das Trägheitsmoment des Pendels zu vermehren. *G. G. Stokes* hat 1850 die Frage wieder aufgegriffen<sup>23)</sup> unter Berücksichtigung der inneren Reibung der Flüssigkeit auf Grund der von ihm entsprechend modifizierten hydrodynamischen Gleichungen. Seine Endgleichungen enthalten nur eine, experimentell bestimmbare Konstante (den Reibungskoeffizienten). Er fand diese Theorie vollständig durch *Baily's* frühere Beobachtungen bestätigt<sup>23)</sup>.

21) *Ch. Defforges*, Mémorial du dépôt général de la guerre 15, Paris 1894.

22) *R. Schumann*, Zts. Math. Phys. 44 (1899), p. 102.

23) *G. G. Stokes*, Cambr. Phil. Trans., 9 (1856), Part II (1851), p. [8] ff.



In Praxis bestimmt man das tägliche Nachgehen des Pendels bei 1 mm Luftdrucksteigerung. *Oudemans* gibt  $0^s.0133$  für ein Pendel mit Quecksilberkompensation an, *Tisserand* findet  $0^s.016$  für die Pariser Hauptuhr. Man korrigiert durch Rechnung, kompensiert durch ein Manometer<sup>7)6)</sup> oder hält die Uhr in einem luftdichten Verschuß, worin der Luftdruck beträchtlich vermindert wird, wie dies *S. Riefler* tut. Die schon angeführte Arbeit von *J. Hartmann*<sup>10)</sup> gibt die Barometerkoeffizienten für 27 Uhren. In ganz luftleerem Raum oder auch in ganz trockner Luft kommt die Uhr zum Stillstand.

Weitere Ausführungen zu den hier angedeuteten Punkten findet man in dem Artikel IV 7 (*Furtwängler*), Nr. 6 und 7.

**8. Störungen der Chronometer.** Setzt man zunächst die Spirale an sich als isochron voraus, so wird der Gang des Chronometers durch Fehler des Räderwerks nicht beeinflusst, er hängt nur ab von den Reibungswiderständen, dem Stoß der Hemmung und den Veränderungen der Unruhe, kurz von der Kuppelung der Spirale mit einem andern mechanischen System. Wir setzen daher voraus, daß die Gleichung (10) für die Unruhe und die Spirale erfüllt ist.

*Reibungswiderstände.* Das Drehmoment der Reibung des Zapfens der Unruhe auf ihrer Unterlage, dem sogenannten Stein, kann in der Form  $\pm \frac{\mu f}{L}$  dargestellt werden, wobei  $f$  ein kleiner, dem Reibungskoeffizienten proportionaler Winkel ist. Die Einführung dieses Terms in (10) ändert die Form des Integrales nicht, die Reibung ändert ja die Schwingungsdauer nicht, sondern verlegt nur abwechselnd den toten Punkt nach der einen und der andern Seite und reduziert allmählich die Amplitude. Die Wirkung der Zähigkeit des Öls ist analog, aber komplizierter, sie kann ein der Amplitude proportionales Glied einführen. Eine vollständige Untersuchung ist nicht vorhanden und scheint sehr schwierig<sup>19)</sup>.

Der *Widerstand der Luft* ist seiner analytischen Form nach nicht erörtert. Indem ich ihn von der Form  $\pm a + b \frac{du}{dt} \pm c \left(\frac{du}{dt}\right)^2 + \dots$  voraussetzte, wo  $a, b, c$  sehr kleine Konstanten sind, und diesen Ausdruck auf der rechten Seite der Gleichung (10) einführte, zeigte mir die Methode der Variation der Konstanten, daß die Schwingungsdauer nicht geändert wird, wenn man Glieder zweiter Ordnung vernachlässigt, daß aber die Amplitude bei jeder Schwingung verkleinert

= Collection 5, p. 277 ff. = *G. Stokes*, mathematical and physical papers, vol. 3 (Cambridge 1901.) [Anzeige: *Phil. Mag.* (4) 1 (1851), p. 337 ff.]. Bibliothèque universelle de Genève, *Archives des sciences phys. et nat.* (4) 21 (1852), p. 15 ff.

wird. *Yvon Villarceau*<sup>16)</sup> behandelt gleichzeitig die Wirkung der Reibung, des Widerstandes der Luft, den er durch einen Zusatz zu  $u$  der Form  $\pm \frac{AL}{\mu} \eta \left(\frac{du}{dt}\right)^2$  in (10) darstellt, und des Stoßes der Hemmung. Letzteren berücksichtigt er, indem er  $u'^2(1+v)^2$  an Stelle von  $u'^2$  in der Gleichung der lebendigen Kraft, die das intermediäre Integral von (10) ist, schreibt.

Betrachtet man  $f$ ,  $\eta$  und  $v$  als kleine Größen erster Ordnung und nennt  $u_1$  den Abstand der Stellung, wo der Stoß stattfindet, vom toten Punkte, so findet man, daß die Dauer der doppelten Schwingung, das ist das Intervall der Schläge, vermindert wird um

$$(17) \quad \delta T = \frac{2T}{\pi \sin \varphi'} \left[ 2 \frac{u_1 - f}{u' - f} \left( \frac{f}{u' - f} + \frac{1}{3} u' \eta \right) \right],$$

wobei  $\varphi'$  wenig von  $\frac{\pi}{2}$  abweicht. Dieser Ausdruck ist von der ersten Ordnung, wenn  $u_1$  nicht sehr klein ist, und unabhängig von  $v$ . Wenn also der Stoß in einem gewissen Abstand vom toten Punkte stattfindet, so wird die Schwingungsdauer um einen Betrag geändert, der von der Amplitude, der Lagerreibung und dem Luftwiderstande abhängt. Die Folge ist ein Vorgehen, wenn der Stoß vor dem Durchgang der Unruhe durch die Gleichgewichtslage stattfindet, ein Nachgehen, wenn er später statthat.

Neuerdings haben *P. Ditisheim* und *Ch.-Ed. Guillaume*<sup>24)</sup> Experimente angestellt, woraus erhellt, daß in den Chronometern so gut wie in den Pendeluhren ein Mitschwingen der Luft stattfindet, wodurch das Trägheitsmoment der Unruhe wächst, also ein Nachgehen bei steigendem Luftdruck, analog dem von *Bessel*<sup>3)</sup> und *Stokes*<sup>23)</sup> gefundenen Ergebnis für das Pendel. Eine genaue Theorie für Chronometer fehlt noch zur Zeit.

Wird ein Chronometer frisch in Bewegung gesetzt, so ändert sich die Amplitude bis zu einer gewissen Grenze, wo die Arbeit des Triebwerks der der Widerstände gleich wird und sich ein stabiler Zustand herstellt, bei welchem die Amplitude vor allem von den geometrischen Formen der Hemmungseinrichtung abhängt, während sie von der Elastizität der stoßenden Teile merklich unabhängig ist. Diese Resultate lassen sich wenigstens auch qualitativ durch eine geometrische Betrachtung der Schwingungsbewegung erhalten.

Im vorstehenden ist  $f$  klein vorausgesetzt. *Rambal*<sup>25)</sup> hat in der

24) *P. Ditisheim*, Variations des Chron. avec la pression atmosph., Journal Suisse d'horlogerie, Genève 1904.

25) *L. Lossier*, Études sur la théorie du réglage des montres, Journal Suisse d'horlogerie, Genève 1890.

Weise Versuche angestellt, daß er am Zapfen der Unruhe eine starke Zusatzreibung anbrachte, welche die Amplitude der Schwingungen von  $440^\circ$  auf  $190^\circ$  reduzierte. Unter diesen Umständen ergab sich ein Nachgehen von  $96^s$  mit Verlagerung des toten Punktes, aber man überschreitet hier weit die Grenzen der Theorie. Auf der andern Seite habe ich gezeigt, daß bei einer veränderlichen, aber schwachen, seitlichen Reibung im Falle der Spiralen ohne Endkurven, bei welchen  $X$  und  $Y$  nicht verschwinden, der Einfluß der Schwingungsdauer von der zweiten Ordnung ist. Man hat dann der rechten Seite der Gleichung (12) ein Glied

$$\pm \frac{\mu}{AL^2} fr \left[ 1 + \frac{u}{p} - \frac{\sin(p+u)}{p} \right] \sin \frac{p+u}{2}$$

hinzuzufügen, und die Variation der Konstanten gibt damit eine Korrektion für  $T$ , die aus der Summe zweier aufeinander folgender Schwingungen verschwindet<sup>5) 11)</sup>. Es ist also nicht die Reibung, wie man schon geglaubt hat, die bei den Spiralen ohne Endkurven den Isochronismus herbeiführt.

*Deformation der Unruhe infolge der Rotation.* Die elastische Unruhe deformiert sich bei dem Hin- und Herschwingen. *Phillips*<sup>26)</sup> hat die entstehende Änderung des Trägheitsmomentes berechnet, die proportional zu  $\left(\frac{du}{dt}\right)^2$  ist. Er hat zu dem Zweck die Bedingungen des Gleichgewichts der Unruhe unter den auftretenden Massendrucken gebildet. Die Bewegungsgleichung der Unruhe nimmt dann die Form an:

$$\left[ A + b \frac{d^2 u}{dt^2} + c \left( \frac{du}{dt} \right)^2 \right] \frac{d^2 u}{dt^2} = - \frac{\mu}{L} u.$$

Da  $b$  und  $c$  klein sind, kann man in der Klammer die Ableitungen von  $u$  durch die Werte ersetzen, die sie in der ungestörten Bewegung haben. Man kann dann durch Variation der Konstanten integrieren und findet:

$$(18) \quad T = \pi \sqrt{\frac{AL}{\mu}} \left( 1 + \frac{c}{8A^2} \sqrt{\frac{\mu}{L}} u'^2 \right),$$

eine Formel, die eine Verlangsamung der großen Schwingungen anzeigt. Die tangentiellen Komponenten der Massendrucke sind ohne Einfluß auf die Schwingungsdauer, wie vorauszusehen war.

Für die gewöhnliche Anordnung ergibt sich die Beschleunigung bei Verminderung der Amplitude von  $\frac{3\pi}{2}$  auf  $\frac{\pi}{2}$  zu 11 Sekunden pro Tag in Übereinstimmung mit dem Experiment. Für die Unruhe *Winnerl* mit ebenen Lamellen ist sie viermal kleiner.

26) *Ed. Phillips*, Paris C. R. 67 (1868), p. 508.

*Geneigte Chronometer.* Das Chronometer wird bei horizontaler Stellung des Gehäuses reguliert. Eine Neigung ändert die Widerstände, und wenn Unruhe und Spirale nicht vollkommen zentriert sind, so kommt auch die Schwere ins Spiel. Phillips<sup>27)</sup> betrachtet das Chronometer bei vertikaler Stellung des Gehäuses und fügt der Gleichung (10) ein Glied hinzu, welches das Moment des Gewichtes  $p$  der Unruhe angibt, wenn sich ihr Schwerpunkt in einem Abstand  $\lambda$  von der Achse befindet. Ist  $\beta$  der Winkel dieses Abstandes mit der Vertikalen in der Gleichgewichtslage, so gibt die Ausführung der Integration:

$$(19) \quad T = \pi \sqrt{\frac{AL}{\mu}} \left[ 1 - \frac{p\lambda\mu}{L} \cos \beta \frac{I^1(u')}{u'} \right] \quad (I^1 \text{ Bessel'sche Funktion}).$$

Die Gleichung  $\frac{I^1}{u'} = 0$  hat eine Wurzel  $u' = 219^{\circ}44'$ , für welche die Störung ihr Zeichen wechselt. Deren Betrag hängt noch von der Orientierung des Gehäuses in der Vertikalebene, die durch  $\beta$  angegeben wird, ab. Das Experiment hat diese Folgerung vollkommen bestätigt.

Dieselbe Theorie wäre auch noch auf ein horizontal stehendes Chronometer anzuwenden, dessen Unruhe permanenten Magnetismus angenommen hat und dessen Gang mit der Orientierung wechselt.

*Anwendung auf die Spirale ohne Endkurven*<sup>15)</sup>. Diese Spirale ist isochron für  $p = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$ , wenn man von den vorstehenden Störungen absieht. Da letztere alle von der Form  $mu'^2$  sind, wo  $m$  eine Konstante ist, so gilt dasselbe von ihrer Summe, und um wirklichen Isochronismus zu erhalten, muß man die Gleichung

$$(20) \quad mu'^2 - \frac{2}{p^2} [u' I^1(u') - I^0(u')] \cos p = \text{const.}$$

nach  $p$  auflösen. Dieselbe hat nicht für alle Werte von  $u'$  Lösungen. Setzt man aber  $p = 20\pi \pm 100^{\circ}$ , so ist das eine hinreichend genäherte Lösung für die Amplituden  $158^{\circ}$  und  $229^{\circ}$  mit einem Nachgehen von höchstens 1 Sekunde bei dazwischen liegenden Amplituden. Dieses Resultat stimmt mit den Erfahrungen der Uhrmacher überein.

*Störungen durch äußere Kräfte.* Wird eine Unruhe magnetisch, so ergibt sich ein mit der Orientierung der Chronometer veränderlicher Gang. Dieser Einfluß des Erdmagnetismus, analog dem der Schwere, kann, wie gesagt, durch die Formel (19) dargestellt werden, indem das magnetische Moment der Unruhe anstatt des Momentes der Schwere eintritt.

27) Ed. Phillips, Paris C. R. 58 (1864), p. 287 und p. 363.

Elektrische Kräfte geben auch Anlaß zu Störungen, die, obwohl qualitativ beobachtet, noch keine quantitative Bestimmung gefunden haben.

Ein Gleiches gilt von den Störungen, die von der Schiffsbewegung (Rollen und Stampfen, Stöße der Schiffsschraube usw.) herrühren. Gemäß den Experimenten, welche auf der Seewarte in Hamburg an- gestellt wurden, bestehen sie in der Regel in einer Beschleunigung des Ganges.

Die Luftfeuchtigkeit hingegen hat eine verzögernde Wirkung. Näheres hierüber, mit Literaturangaben, findet sich in dem *Handbuch der Navigation*<sup>40)</sup>; hier mag dieser bloße Hinweis genügen, zumal diese Erfahrungsresultate keine theoretische Untersuchung veranlaßt haben.

**9. Räderwerk und Triebwerk.** Die Übertragung der Bewegung des Triebwerks auf die Zeiger und die Hemmung geschieht durch eine Reihe von Zahnradern, deren Elemente leicht nach wohlbekanntem Formeln zu berechnen sind. Das Zahnprofil ist im allgemeinen epizykloidisch mit geraden Seiten. Empfehlenswerter wäre etwa die Form einer Kreisevolvente. S. *Rozé*<sup>19)</sup>. Um nicht zu viele Räder nötig zu haben, haben die Triebe nur eine kleine Zahl von Zähnen. Bei den Uhren, die den Gang des Mondes geben, greift man zu epizykloidschen Getrieben (Formel von *Willis*). Doch wird diese Komplizierung bei den Präzisionsuhren vermieden.

Die Reibung in dem Getriebe ist nach den Methoden der allgemeinen Mechanik zu berechnen<sup>28)</sup>. Faktisch hat dieselbe nur Einfluß auf die Schwingungsamplitude, und wenn der Regulator isochron ist, so ist die Wirkung auf den Gang theoretisch null. Man darf freilich nicht vergessen, daß infolge der kleinen Anzahl Zähne der Triebe die Reibung außerordentlich veränderlich ist. Es treten Diskontinuitäten in der Winkelbeschleunigung auf, so oft die Berührung zwischen einem Paar von Zähnen aufhört und auf das nächste Paar übergeht. Es zeigt sich, daß die Reibung dem Abstand des Berührungspunktes der Zähne von der die Mitte der Räder verbindenden Geraden proportional ist. *Brillouin*<sup>29)</sup> hat außerdem hervorgehoben, daß die Zapfen einen seitlichen Druck erleiden, welcher die Rotationsachse verlegt und das Verhältnis der Geschwindigkeiten periodisch ändert. Er hat beträchtliche Amplitudenänderungen beobachtet, die aus allen diesen Umständen hervorgehen, und aus zahlreichen Experi-

28) *Resal*, *Méc. gén.*

29) *M. Brillouin*, *Lois des variations d'amplitude du balancier*, *Bulletin de la Société d'encouragement pour l'industrie nationale* (5) 4, Paris 1899, p. 689.

menten die Periodizität derselben nachgewiesen. Diese Amplitudenänderungen, die bei einem isochronen Regulator gleichgültig wären, bringen in Wirklichkeit kleine periodische Gangänderungen hervor, die um den täglichen Mittelwert des Gangs herumschwanken<sup>29)</sup>.

In Pendeluhren bringen derartige Ursachen eine periodische Änderung der treibenden Kraft und der Amplitude der Schwingungen hervor<sup>10)</sup>.

*Triebwerk.* Besteht die Triebkraft in einem Gewicht, so ist sie merklich konstant. Wird sie durch die Entspannung einer Feder geliefert, so ist sie veränderlich, die Amplituden nehmen von der Zeit des Aufziehens an ab. Das ist gleichgültig bei einer isochronen Spirale, trotzdem wendet man bei den Marinechronometern zur Vorsicht noch die Schnecke an.

*Resal*<sup>29a)</sup> hat auf die Triebfeder die Festigkeitslehre angewandt. Es handelt sich dabei im wesentlichen um das Problem der elastischen Kurve, für den speziellen Fall der ebenen an beiden Enden eingeklemmten Spirale. Ist der Winkel zwischen den beiden Enden ein Vielfaches von  $2\pi$ , so wird das Drehmoment angenähert durch die Formel gegeben:

$$M = R(A\psi + B).$$

Dabei ist  $R$  der Radius der äußersten Windung,  $\psi$  der Winkel, um den die Spirale aufgezogen ist,  $A$  und  $B$  sind dem Biegemodul  $\mu$  proportionale Konstante. Der Druck auf die Achse des Schneckenrades ist von erster Ordnung klein und verursacht nur eine unbedeutende Reibung. Diese Resultate stimmen mit dem Experiment überein.

Damit das übertragene Drehmoment konstant ist, muß die Horizontalprojektion der von der Kette auf der Schnecke beschriebenen Kurve eine Spirale sein, deren Gleichung die Form hat:

$$r = \frac{R}{\sqrt{1 + \frac{A}{B}\psi}}$$

Um konstanten Anstieg dieser Kurve auf der Schnecke zu erhalten, wird man für den Meridianschnitt der Schnecke die durch die Gleichung

$$y = c \left( \frac{R^2}{x^2} - 1 \right) \quad (c \text{ eine Konstante})$$

bestimmte Form wählen.

29a) *Resal*, *Méc. gén.* 3, p. 399.

**10. Zeitübertragung.** Die Zeitübertragung von einer Normaluhr aus geschieht durch den elektrischen Strom; pneumatische Übertragung eignet sich für Präzisionsuhren nicht. Man schlägt dazu mehrere Wege ein:

a) die zweite Uhr hat weder Regulator noch Hemmung, bloß ein Zifferblatt mit Zeigern, welche elektrisch bewegt werden von einem Strom, dessen Perioden die Normaluhr bedingt; oder

die zweite Uhr ist eine vollständige, mit Pendel, Hemmung und eigener Triebkraft; dann kann die elektrische Verbindung beider, entweder

b) in längeren Zeitabständen stattfinden, wobei jedesmal eine einfache Einstellung auf Normalzeit geschieht, ein für wissenschaftliche Zwecke unzulängliches System; oder

c) sie findet bei jeder Schwingung statt. Die Aufgabe besteht darin, das Pendel der zweiten Uhr in genau synchrone Bewegung mit der Hauptuhr zu bringen, vorausgesetzt, daß die natürlichen Schläge beider Uhren schon annähernd gleich sind. Darin besteht das eigentliche *Synchronisieren*.

In allen diesen Fällen ist die erste Bedingung, daß der von der Normaluhr in Tätigkeit gesetzte Stromunterbrecher den Gang derselben nicht beeinflussen darf. Das erreicht z. B. *Riefler*<sup>30)</sup>, indem er sein Pendel frei schwingen läßt und den Kraftersatz der Hemmung vermittelt der elastischen Aufhängung erteilt. *C. Wolf*<sup>19)</sup> hat eine auf der Pariser Sternwarte gebrauchte Einrichtung beschrieben, welche an der *Winnert'schen* Uhr angebracht ist.

*L. Foucault*<sup>31)</sup> wurde von *H. Faye* veranlaßt, eine Uhr der Gattung a) herzustellen; er gibt dann Andeutungen über die Art und Weise, wie man zwei Elektromagnete, die von der Normaluhr beeinflußt werden, auf beiden Seiten des Pendels einer andern, vollständigen Uhr anbringen kann, so daß dieselben auf ein Stück weichen Eisens wirken, das an diesem Pendel haftet. Es ist dies die erste Andeutung des Verfahrens c); damit die Normaluhr die Oberhand behält, rät er an, die Triebkraft der zweiten Uhr mittels Veränderung der Hemmung derselben herabzudrücken.

*R. L. Jones*, mit *Ritchie's* Hilfe<sup>32)</sup> erfand eine Vorrichtung, die von

30) *S. Riefler*, Die Präzisions-Uhren mit vollkommen freiem Echappement und Quecksilberpendel, München 1894.

31) Mitgeteilt von *H. Faye*, Paris C. R. 25 (1847), p. 380.

32) *F. J. Ritchie*, Edinburgh Scottish Society of arts Transactions 9, Part I, Edinburgh 1873, p. 61.

G. B. Airy<sup>33</sup>) mit kleinen Abänderungen angenommen ward. Zwei Magnete sind am Pendel der zweiten Uhr befestigt; auf beiden Seiten desselben stehen zwei Spulen, die der synchronisierende Strom durchläuft; die Magnete dringen nacheinander ganz in die bezügliche Spule. *Vérité*<sup>34</sup>) läßt einen Elektromagneten auf ein horizontales Stäbchen aus weichem Eisen wirken, welches am Pendel befestigt ist. C. Wolf<sup>35</sup>) hat diese Einrichtung ohne wesentlichen Unterschied auf sämtliche Uhren der Pariser Sternwarte angewendet.

*Cornu*<sup>36</sup>) hat eine allgemeine Theorie der synchronischen Verbindung zweier schwingenden Systeme entwickelt. Er zieht einen der Geschwindigkeit proportionalen Luftwiderstand in Betracht, und setzt eine kleine Verschiedenheit der freien Schwingungen beider Systeme voraus. Er kommt zu dem Schluß, daß die zu synchronisierende Bewegung *notwendig* gedämpft sein muß, um periodische Störungen der Amplitude und Phase zu vermeiden. Praktisch erreichte er mit einer ganz gewöhnlichen Uhr eine Übereinstimmung auf  $\frac{1}{100}$ <sup>s. 19)</sup>. C. Wolf, welcher das System von *Vérité* ohne Dämpfung mit Erfolg gebraucht hat, wirft den Vorrichtungen mit Dämpfung vor, daß sie die synchronisierte Uhr zum Stehenbleiben bringen, wenn in der Stromunterbrechung eine Störung eintritt.

Diese entgegengesetzten Meinungen auszugleichen hat sich *Andrade*<sup>37</sup>) beflissen, und dieselben als einigermaßen gleichberechtigt erwiesen. Er geht aus von *Cornu's* geometrischer Methode, in welcher die gedämpfte Bewegung durch eine logarithmische Spirale mit schiefen Achsen dargestellt wird, zieht aber, was *Cornu* unterließ, gleichzeitig mit der Dämpfung auch die Hemmung der synchronisierten Uhr in Rechnung<sup>38</sup>). Er findet so, daß man auf drei verschiedenen Wegen zum Ziel gelangen kann:

1) Nach *L. Foucault's* Vorschlag, ohne andere Dämpfung als die natürliche Dämpfung der zweiten Uhr, indem man den Einfluß der Hemmung schwächt;

2) indem man die Amplitude derselben Uhr wachsen läßt;

3) indem man die natürliche Dämpfung durch eine elektrische

33) Vgl. *W. Ellis*, Description of the Greenwich time-signal system, Nature 14, London 1876, p. 51, 110; Wiederabdruck in Greenw. obs. 1879, Appendix, p. 4—5.

34) *Vérité*, Paris C. R. 56 (1863), p. 401 et p. 697.

35) *C. Wolf*, Paris C. R. 105 (1887), p. 1157.

36) *A. Cornu*, Obs. de Paris ann., mém. 13 (1876).

37) *J. Andrade*, Recherches sur la synchronisation des horloges, La France horlogère, Besançon, n° du 15. sept. 1903. Referat in: Bibliothèque Universelle, Archives des sciences physiques et naturelles, 108 = (4) 6, Genève 1903, p. 611.

38) *J. Andrade*, Paris C. R. 137 (1903), p. 243 und 444.



verstärkt, die durch Induktion einer Spule oder einer Kupferröhre geschieht, die Hemmung und Amplitude aber unverändert beibehält.

**11. Gangformeln.** Es gibt keine vollkommene Uhr. Außer den Fehlern des Isochronismus, der Kompensation und all den oben aufgeführten Störungen treten noch aus zufälligen Ursachen Gangänderungen auf. Für die Chronometer zur See ist vielleicht die Wirkung des Rollens zu vernachlässigen<sup>39)</sup>, aber gewiß nicht die der von der Schraube kommenden Erschütterungen und mancher anderer Ursachen. Diese unbestimmten Einflüsse können nur als zufällige Fehler behandelt werden; andere, wie die der Temperatur, sollen als systematisch betrachtet und der Rechnung zugeführt werden.

Die gebräuchlichen Formeln, die von der Voraussetzung der Kontinuität ausgehen, bestehen alle in der Darstellung des Ganges durch Taylorentwicklungen nach Potenzen der in Tagen gerechneten Zeit  $t$  und der Temperatur  $\theta$ . Bei Pendeln fügt man gewöhnlich noch ein Glied für den Luftdruck hinzu, was unter Umständen auch für Chronometer zweckmäßig sein kann, für welche auch der Feuchtigkeitsgrad in Betracht zu ziehen ist<sup>40)</sup>. Die von der Zeit abhängigen Terme enthalten unter anderem die Veränderung der Widerstände durch das Eintrocknen des Öls. Die numerischen Koeffizienten der Formeln werden aus möglichst zahlreichen Beobachtungen bestimmt, die nach den üblichen Verfahren bearbeitet werden (Methode der kleinsten Quadrate, Interpolation nach *Cauchy*, vgl. I D 3 (*Bauschinger*)). *B. Wanach*<sup>41)</sup> zeigt, daß zur Bestimmung des Temperatur- und Barometerkoeffizienten sich die Trennung des Materials in kürzere Epochen empfiehlt. Auch braucht man verschiedene graphische Hilfsmittel<sup>39)</sup>. Die zufälligen Störungen offenbaren sich in den übrig bleibenden Fehlern. Bei den Chronometern erhält man dieselben durch Vergleichung mehrerer Uhren untereinander.

Bei den astronomischen Pendeluhrn kann man sich im allgemeinen mit den ersten Potenzen der Zeit, der Temperatur und des Barometerstandes begnügen. Bei den Chronometern muß man Glieder zweiten Grades (entsprechend dem „sekundären“ Fehler) bei der Temperatur mitnehmen. Die Mannigfaltigkeit der Typen verbietet die Aufstellung eines allgemeinen Gesetzes. Für die kreisförmige Unruhe aus Messing und Stahl mit Stahlspirale ist der Koeffizient von  $\theta^2$

39) *C. Ed. Caspari*, Les Chronomètres de Marine, Paris 1894 (mit Literatur).

40) *Handbuch der Navigation*, hrsg. vom *Reichs-Marine-Amt*, 3. Aufl. Berlin 1891. — *Lehrbuch der Navigation*, hrsg. vom *Reichs-Marine-Amt*, Berlin 1901, 2, p. 268—269.

41) *B. Wanach*, Astr. Nachr. 167 (1905), p. 65.

ungefähr  $0^s.014$ . Er ist kleiner für die Palladiumspirale verbunden mit der Unruhe *Winnerl*; man kann sagen, daß gute Chronometer heute auf  $0^s.5$  und weniger kompensiert sind.

Es ist schwierig, eine allgemeine Angabe über die Genauigkeit der besten Uhren zu machen. Die Genauigkeit der Uhren kann übrigens auf zwei verschiedene Weisen definiert werden: entweder man nimmt die absoluten Abweichungen des Ganges von einem gegebenen (Mittel-)Werte, oder man stellt den Gang durch eine Formel dar, und beachtet dann einerseits die Größe der Koeffizienten, andererseits, um wieviel die beobachteten Werte des Ganges von den berechneten abweichen. *Hartmann*<sup>10)</sup> hat für eine Anzahl astronomischer Pendeluhrn die bezüglichen Koeffizienten zusammengestellt; man findet daselbst auch Hinweise auf die betreffende Literatur. Ferneres Material findet sich in den Jahresberichten des Geodätischen Instituts in Potsdam (Berlin, seit 1887). *C. Wolf*<sup>19)</sup> meint, daß die Fehler einer guten astronomischen Pendeluhr, die merklich unter konstantem Druck und auf konstanter Temperatur gehalten wird, die Fehler der astronomischen Zeitbestimmung aus den Sternen nicht übertreffen. Was die Chronometer angeht, so kann man mit 5 Uhren für Punkte, die um 1—2 Tagereisen voneinander entfernt sind, mit der Genauigkeit der telegraphischen Längenbestimmung konkurrieren<sup>39)</sup>. Daß dies selbst für Taschenuhren mit Ankerhemmung gilt, scheint bewiesen durch *Ditisheim*<sup>42)</sup>.

**12. Regulatoren für gleichförmige Drehung.** Die periodisch gleichförmige Bewegung der Pendeluhrn und Chronometer kann man nur mittelst komplizierter und schwer auszuführender mechanischer Vorrichtungen in eine kontinuierlich gleichförmige umwandeln. Wenn es sich um Herstellung einer solchen handelt, wie das z. B. zur Führung eines äquatoreal aufgestellten Fernrohrs oder eines Registrierapparates erforderlich ist, greift man lieber zu Vorrichtungen analog denen, die in der gewöhnlichen Technik gebräuchlich sind. Hierher gehört der wohlbekannte *Watt'sche* oder Zentrifugalregulator.

Es besteht ein solcher Regulator wesentlich aus einem oder mehreren sphärischen Pendeln, die wir der Einfachheit wegen als aus einem dünnen Faden mit einem schweren Massenpunkt bestehend betrachten wollen. Man nennt allgemein den Regulator *isochron*, wenn bei wechselnder Entfernung von der Umdrehungsachse (wechselndem Rotationsmoment) die Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  konstant bleibt.

42) *P. Ditisheim*, Paris C. R. 138 (1904), p. 1027.

Man betrachte zunächst das einfache sphärische Pendel. Es sei  $l$  die Pendellänge,  $\alpha$  der Ausschlagswinkel. Dann ist, wenn dasselbe rund schwingt, mit anderen Worten, wenn es einen Rotationskegel mit senkrechter Achse beschreibt, die Winkelgeschwindigkeit  $\omega = \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}}$ ; die Dauer des Umlaufs  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \alpha}{g}}$  hängt ab vom Ausschlagswinkel, es ist demnach nicht isochron.

Bereits *Huygens*<sup>43)</sup> suchte den Isochronismus dadurch herzustellen, daß er das Gewicht zwang, auf einem Rotationsparaboloid mit senkrechter Achse sich zu bewegen. Jedoch ist der strenge Isochronismus insofern nachteilig, als jede Geschwindigkeitsänderung zu Schwankungen von längerer Periode Anlaß gibt, weshalb man gemeinlich darauf verzichtet und nur auf einen angenäherten Isochronismus ausgeht, was vermitteltst des Regulators mit *gekreuzten Stangen* geschieht. Meistens ist hier die Einrichtung so getroffen, dass jedes Pendel um eine wagerechte Achse schwingen kann, welche ihrerseits mit der gemeinsamen Achse fest verbunden ist und um dieselbe rotiert. Nennt man  $s$  den Abstand der wagerechten von der senkrechten Achse,  $l$  die Länge der Pendelstange von der wagerechten Achse bis zum Gewicht und  $\alpha$  den Winkel der Pendelstange mit der Vertikalen, so erfordert das Gleichgewicht zwischen Schwere und Zentrifugalkraft:

$$\omega^2 (l \sin \alpha - s) = g \operatorname{tg} \alpha.$$

Es folgt:

$$\frac{d\omega}{d\alpha} = 0 \quad \text{für} \quad \sin^3 \alpha = \frac{s}{l}.$$

Richtet man also das Gewicht des Pendels so ein, daß es bei normaler Triebkraft gerade diesen Ausschlag  $\alpha$  erreicht, so ist infolge des Verschwindens des Differentialquotienten  $\frac{d\omega}{d\alpha}$  hier die Rotationsgeschwindigkeit in erster Näherung vom Ausschlagswinkel unabhängig, das Pendel isochron.

*Foucault* hat anfangs<sup>44)</sup> das einfache sphärische Pendel in einer verbesserten *Cardani'schen* Aufhängung als Regulator verwandt, später<sup>45)</sup> hat er an dem *Watt'schen* Regulator ein Gewicht angebracht, welches durch ein Hebelwerk gegen das Mittelstück, das von den rotierenden Kugeln gehoben und gesenkt wird, einen Druck nach

43) *Chr. Huygens*, Horologii oscillatorii (Paris 1673) pars quinta = *Huygens*, Opera mechanica etc., ed. G. J.'s *Gravesande*, Lugd. Bat. 1751, p. 189.

44) *L. Foucault*, Horloge à pendule conique, Paris C. R. 25 (1847), p. 154.

45) *L. Foucault*, Solution de l'isochronisme du pendule conique, Paris C. R. 55 (1862), p. 135.

oben ausübt, so daß auf die Kugeln statt der vollen Schwere  $g$  nur eine Kraft  $g \cos \alpha$  wirkt. Es tritt dann an Stelle der obigen Formel

$\omega = \sqrt{\frac{g}{l \cos \alpha}}$  der Wert  $\omega = \sqrt{\frac{g \cos \alpha}{l \cos \alpha}} = \sqrt{\frac{g}{l}}$ , es ist also Isochronismus herbeigeführt.

Man kann auch dem sphärischen Pendel eine Federaufhängung geben, wie den Uhrpendeln. *Resal*<sup>38)</sup> studiert eine solche Aufhängung an vier gleichen rechteckigen Stahllamellen, von denen zwei die Durchbiegung in einer bestimmten Richtung, die beiden andern die Durchbiegung in einer dazu senkrechten Richtung gestatten. Er findet, daß, wenn der Ausschlagswinkel sehr klein ist, die Wirkung dieselbe ist, als ob man dem Gewicht des Pendels die Größe  $\frac{E \cdot I}{\lambda l \cos \alpha}$  hinzufügte, worin  $\lambda$  die Länge der Federn,  $I$  das Trägheitsmoment ihres Querschnittes,  $E$  den Elastizitätsmodul bedeutet.

Was nun die Verwendung all dieser mehr oder weniger isochronen Regulatoren angeht, so sei zunächst der Unterschied gegen die Funktion des Uhrpendels hervorgehoben. Die auf das Uhrpendel wirkende Kraft ist, wenn auch ihrer Größe nach wechselnd, so doch stets äußerst gering, da bei der Uhr, wie erwähnt, fast die ganze Triebkraft in der Reibung der Räder verzehrt wird. Schon bei Registrierapparaten und Chronographen ist die auf das letzte Rad wirkende Kraft im allgemeinen viel größer, indessen wird bei diesen Instrumenten nur ein gleichmäßiger Gang für ganz kurze Zeiten verlangt und es genügen für sie in Praxis die verschiedensten theoretisch recht unvollkommenen Pendel- und Windflügelregulatoren<sup>46)</sup>. Das eigentliche Problem bildet aber das Triebwerk eines großen Refraktors. Hier geht, wenn die Achsen des Instruments zufällig einmal mit besonders geringer Reibung sich drehen, ein großer Teil der Triebkraft in den Regulator, und von diesem wird verlangt, daß er trotz eines so starken Kraftwechsels den Isochronismus bewahrt.

In der Technik erreicht man den gleichmäßigen Lauf meist, indem man den Regulator auf die Triebkraft selbst wirken läßt, indem man z. B. durch den *Watt*'schen Regulator beim Steigen der Kugeln den Dampfzufluß absperren läßt. Analog hat *R. Thury*<sup>47)</sup> einen Regulator mit gekreuzten Stangen benutzt, um bei Äquatoren, deren Werk elektrisch angetrieben war, den Strom zu regulieren. Auch mag hier noch eine andere von *R. Thury* erdachte Einrichtung kurz erwähnt werden. Sie be-

46) Vgl. *Ambrom* 2, p. 1038.

47) *H. Cuénod*, Horloge électrique, System *R. Thury*-Genève (sans date), sowie *Ambrom*, 2, p. 1114.

steht<sup>48)</sup> aus zwei geraden und parallelen Lamellen, mit kleinen Supplementgewichten in der Mitte, symmetrisch zur Hauptachse. Am oberen Ende sind dieselben an einem kurzen Arm befestigt, der sich mit der Welle um die Vertikale dreht; am unteren Ende halten sie sich an einem ähnlichen Arm, der eine mit der Achse konzentrische Röhre heben und senken kann. Die Zentrifugalkraft biegt die Lamellen, und die Röhre wird gehoben; ein auf geeignete Weise angepaßter Hebel kommt dann mit derselben in Berührung und gestattet den Abbruch eines elektrischen Stroms. Die Geschwindigkeitswechsel verursachen intermittierende Stromunterbrechungen, wodurch zwar kein gleichmäßiger, aber ein kurzperiodischer Gang mit verschwindend kleinen Änderungen erzielt wird.

Die bei astronomischem Gebrauch bisher übliche Art der Anwendung der Regulatoren ist jedoch eine andere. Es wird der Regulator mit einer Bremse versehen, die die überschüssige Triebkraft verzehrt. So kann man in einfachster Weise die Kugeln des *Watt'schen* Regulators bei steigendem Ausschlag an einem über ihnen befindlichen Schleifring anschlagen lassen, wobei sich bald Gleichgewicht zwischen dem Drehmoment des Triebwerks und dem Reibungswiderstand der Kugeln an der Platte einstellt. Bei der geringen Veränderlichkeit des Ausschlags ist dann auch der Isochronismus genügend gewahrt. Bei den Triebwerken der großen amerikanischen Refraktoren ist meist der Regulator mit gekreuzten Stangen in analoger Weise verwandt in der oben bezeichneten genähert isochronen Stellung.

*Foucault*<sup>44)</sup> hat das letzte Rad des Uhrwerks senkrecht über die Aufhängungsachse seines sphärischen Pendels gestellt. Das untere freie Ende der Achse dieses Rades trägt einen Zapfen, der auf das obere Ende der Pendelstange drückt, welche zu dem Zwecke passend verlängert ist. Durch die Reibung dieses Zapfens wird die Regulierung besorgt. Bei seinem isochronisierten *Watt'schen* Regulator führt er<sup>45)</sup> eine Bremsung durch Windflügel in einem Gehäuse ein, dessen Luken durch den Regulator mehr oder weniger geöffnet werden.

Schon *Villarceau*<sup>49)</sup> benutzte 3 gleiche, symmetrisch um die Vertikale gestellte sphärische Pendel. An den schwingenden Stangen sind Metallflügel angebracht, deren Ausdehnung mit der Stellung der Stangen wechselt, so daß der Luftwiderstand veränderlich wird. Anstatt der Kugeln

48) Siehe *M. Wilhelm Meyer*, Le système de Saturne, Mémoires de la Société de Physique et d'Histoire naturelle de Genève 29, Nr. 1, Genève 1884, p. 19 f.

49) *A. J. F. Yvon Villarceau*, Paris C. R. 74 (1872), p. 1481.

kommen parallelepipedische Gewichte zur Verwendung, deren jedes drei kleinere Massen trägt, die durch Hin- und Herschrauben die letzten Berichtigungen ermöglichen. Der von *Bréguet* genau nach der Theorie justierte Apparat zeigte schon beim ersten Versuch, daß, während das Treibgewicht Werte von 1 bis 5,6 annahm, die relativen Schwankungen der Geschwindigkeit  $\frac{1}{300}$  nicht übertrafen; die Regulierung geschah bis auf 0<sup>s</sup>.5 genau. Der nämliche Regulator wurde von *Cornu*<sup>50)</sup> mit bestem Erfolg verwendet, um dem Zylinder des Registrierapparates, der zur Messung der Geschwindigkeit des Lichtes diene, eine gleichmäßige Bewegung mitzuteilen.

Die Art der Annäherung aller dieser Bremsregulatoren an den Gleichgewichtszustand scheint theoretisch nicht untersucht zu sein, es wäre höchstens zu erwähnen, daß bei Luftwiderstand, wenn dieser dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional ist, der Übergang der Winkelgeschwindigkeit von der Ruhe zu dem Endwert  $\gamma$  gemäß der Formel:

$$\omega = \gamma \frac{e^{\frac{2\alpha}{\gamma}t} - 1}{e^{\frac{2\alpha}{\gamma}t} + 1}$$

erfolgt, wo  $\alpha$  eine Konstante,  $t$  die Zeit ist.

Eine ganz besondere Stellung nimmt das *Repsold'sche Federpendel* ein<sup>50)</sup>. Es besteht aus einer fest mit der Grundplatte verbundenen elastischen Stahlstange von kreisförmigem Querschnitt, welche am oberen Ende ein Gewicht trägt, und über demselben mit Hilfe eines Zapfens in dem Schlitz eines auf der Welle des Uhrwerks sitzenden Mitnehmerarmes geführt wird. In der Ruhelage wird das Pendel durch den Mitnehmer nur wenig aus der vertikalen Stellung, in welcher die Achsen von Pendel und Welle in eine Linie fallen, zur Seite gedrückt. Sobald aber das Uhrwerk in Bewegung gesetzt wird, vergrößert sich der Ausschlag, bis Zentrifugal- und Triebkraft mit den Biegungskräften in Gleichgewicht sind. Dieses Pendel vermag infolge der Größe der elastischen Kräfte der Stahlstange und der bedeutenden Masse, die man in Praxis dem Gewicht an ihrer Spitze geben kann, ohne eine weitere Bremsvorrichtung die überschüssige Kraft des Triebwerkes aufzunehmen. Die Theorie dieses Apparates hat *Wilsing*<sup>51)</sup> entwickelt, wobei er sich nicht nur auf den stationären Zustand beschränkt hat. Er findet, daß bei Änderungen der auf das Pendel wirkenden

50) J. A. Repsold, Zs. für Instrumentenkunde 19 (1899), p. 306.

51) J. Wilsing, Astr. Nachr. 151 (1900), p. 293.

Triebkraft „Amplitude und Phasenunterschied zunächst im gleichen Sinne variieren, sich aber bald konstanten Grenzwerten nähern. Nach Verlauf einer gewissen Anzahl von Schwingungen halten sich daher die Triebkraft und die tangential gerichtete Komponente der Biegung das Gleichgewicht, sodaß nur die radial gerichtete Komponente der Biegung übrig bleibt, welche dem Pendel die konstante Winkelgeschwindigkeit erteilt“.

Der Gang dieses rundschwingenden Federpendels ist in der Tat für die weitaus meisten praktischen Zwecke genügend isochron, wie aus folgender Tabelle zu sehen ist, die auf Experimenten in Pulkowa<sup>52)</sup> basiert:

Triebkraft	26	20	16	14	12
Ausschlag	70	61	53	46	40
Dauer von 55					
Umgängen	131,927	131,963	131,969	131,961	131,934 Sek.

Man darf dieses Federpendel übrigens nicht mit demjenigen verwechseln, welches *D. E. Hughes*<sup>53)</sup> für seinen „printing telegraph“ erfand; *Hughes* läßt das obere Ende des seinigen auch als Bremse wirken, indem es mit mehr oder weniger Reibung an einem Ringe schleift.

Eine unumschränkte Regelmäßigkeit des Ganges, die den Vergleich mit Pendeluhr und Chronometer gestattete, ist bei allen diesen Einrichtungen nicht verfolgt worden. Es liegen meines Wissens keine Versuche vor, den Einfluß der Temperatur, der sich unter anderem durch Ausdehnung der Metalle oder Änderung des Elastizitätsmoduls kundgibt, entweder auszugleichen, oder auch nur in Rechnung zu bringen. Man beschränkt die Forderungen nur auf kurze Zeiträume, etwa eine halbe Stunde. Werden Ansprüche auf höhere Genauigkeit gemacht, so kann man einen der eben besprochenen Regulatoren mit einer guten astronomischen Pendeluhr elektrisch synchronisieren, wie das jetzt für photographische Daueraufnahmen vielfach geschieht.

52) Festschrift zum 50jährigen Bestehen der Nicolai-Hauptsternwarte, St. Petersburg 1889, p. 65.

53) Beschreibung der in der Reichs-Telegraphenverwaltung gebräuchlichen Apparate, Berlin 1888, p. 76—78. Abdruck in: *H. Schellen*, Der elektromagnetische Telegraph, 6. Aufl. Braunschweig 1888, p. 567—572.

(Abgeschlossen im April 1905.)













Biblioteka Politechniki Krakowskiej



**II-348778**

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000301670