

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000301671



ENCYKLOPÄDIE DER MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN MIT EINSCHLUSS IHRER ANWENDUNGEN.

HERAUSGEGEBEN
IM AUFTRAGE DER AKADEMIEN DER WISSENSCHAFTEN
ZU GÖTTINGEN, LEIPZIG, MÜNCHEN UND WIEN
SOWIE UNTER MITWIRKUNG ZAHLREICHER FACHGENOSSEN.

IN SIEBEN BÄNDEN.

- | | | |
|---|---|---|
| <p>BAND I: ARITHMETIK U. ALGEBRA,
IN 2 TEILEN</p> <p>— II: ANALYSIS, IN 3 TEILEN</p> <p>— III: GEOMETRIE, IN 4 TEILEN</p> <p>— IV: MECHANIK, IN 4 TEILBÄNDEN.</p> <p>— V: PHYSIK, IN 3 TEILEN</p> <p>— VI, 1: GEODÄSIE UND GEOPHYSIK</p> <p>— VI, 2: ASTRONOMIE</p> <p>— VII: GESCHICHTE, PHILOSOPHIE, DIDAKTIK</p> | } | <p>RED. VON W. FR. MEYER IN KÖNIGSBERG.</p> <p>H. BURKHARDT † (1896—1914), W. WIRTIN
(1905—1912) IN WIEN UND R. FRICK
BRAUNSCHWEIG.</p> <p>W. FR. MEYER IN KÖNIGSBERG UND
H. MOHRMANN IN KARLSRUHE I. B.</p> <p>F. KLEIN IN GÖTTINGEN UND C. H. MÜLLER
IN HANNOVER.</p> <p>A. SOMMERFELD IN MÜNCHEN.</p> <p>PH. FURTWÄNGLER IN WIEN UND
E. WIECHERT (1899—1905) IN GÖTTINGEN</p> <p>K. SCHWARZSCHILD † (1904—1916),
S. OPPENHEIM IN WIEN.</p> <p>R. E. TIERMANN IN BRAUNSCHWEIG</p> |
|---|---|---|

BAND VI_{1B}. HEFT 4.

E. V. SCHWEIDLER IN INNSBRUCK: ATMOSPHÄRISCHE ELEKTRIZITÄT

AD. SCHMIDT IN POTSDAM: ERDMAGNETISMUS

AUSGEGEBEN AM 9. APRIL 1918.



VERLAG UND DRUCK VON B.G. TEUBNER IN LEIPZIG 11

Jeder Band ist einzeln käuflich. — Bisher erschien: Bd. I (vollständig); Bd. I
Heft 1—9 (vollständig); Bd. II₁, Heft 1—4; Bd. II₂, Heft 1 u. 2; Bd. III₁, Heft 1—5; Bd. II
Heft 1—6; Bd. III₂, Heft 1—4; Bd. IV₁, Heft 1—4 (vollständig); Bd. IV₁ II, Heft 1—3; Bd. IV
Heft 1—4 (vollständig); Bd. IV₂ II, Heft 1—6 (vollständig); Bd. V₁, Heft 1—5; Bd. V₂, Heft 1—
Bd. V₃, Heft 1—3; Bd. VI₁ A, Heft 1—3; Bd. VI₁ B, Heft 1—4; Bd. VI₂, Heft 1—6.



11. 7. 58.

2150

P. 111 - P. 112 / 200



11-348779

~~III 16879~~

VI 1, 9. ATMOSPHERISCHE ELEKTRIZITÄT.

VON

E. v. SCHWEIDLER

IN INNSBRUCK.

Inhaltsübersicht.

1. Historische Übersicht; Problemstellung.
2. Die Quellen der Ionisierung.
3. Der Ionisationszustand der Atmosphäre.
4. Das elektrische Feld und die Raumladung der Atmosphäre.
5. Die elektrischen Ströme in der Atmosphäre.
6. Das gestörte Feld der Troposphäre.
7. Elektrische Erscheinungen in der Stratosphäre (Polarlicht).

1228021

Literatur.

Zusammenfassende Werke mit eingehendem Literaturnachweis.

F. Exner, Über die Ursache und die Gesetze der atmosphärischen Elektrizität, Wien Ber. 93 (1886), p. 222.

G. le Cadet, Étude du champ électrique de l'atmosphère, Paris 1898.

A. Chauveau, Recherches sur l'électricité atmosphérique, I. Memoire, Paris 1902.

J. Elster und *H. Geitel*, Zusammenstellung der Ergebnisse neuerer Arbeiten über atmosphärische Elektrizität. Wissenschaftliche Beilage zum Jahresbericht d. Gymnasiums in Wolfenbüttel, 1897 [auch abgedruckt in Naturw. Rundschau 12 (1897), p. 349, 365, 377, 389].

S. Arrhenius, Lehrbuch der kosmischen Physik, 2. Kap., Leipzig 1903.

H. Gerdien, Artikel „Atmosphärische Elektrizität“ im Handbuch der Physik von *A. Winkelmann*, 2. Auflage 1905, Bd. IV 1, p. 687.

A. Gockel, Die Luftelektrizität, Leipzig 1908.

H. Mache und *E. v. Schweidler*, Die atmosphärische Elektrizität [Sammlung „Die Wissenschaft“ Nr. 30], Braunschweig 1909.

H. Gerdien, Artikel „Atmosphärische Elektrizität“ im Handwörterbuch der Naturwissenschaften, Jena 1912, Bd. I, p. 627.

K. Kähler, Luftelektrizität, Sammlung Göschen Nr. 649, Berlin und Leipzig 1913.

E. v. Schweidler und *K. W. F. Kohlrausch*, Artikel „Atmosphärische Elektrizität“ in *L. Graetz*, Handbuch der Elektrizität 3 (1915), p. 193.

J. C. Mc. Lennan, Atmospheric ionisation, aus Sammlung „Monographs on Physics“, in Vorbereitung.

Akc. Nr.

~~348779~~

H. 1.58.

DDU-D-1031

I. Historische Übersicht; Problemstellung. Von den in der Atmosphäre der Erde sich abspielenden elektrischen Vorgängen sind nur die Gewittererscheinungen und die Polarlichter auch ohne Anwendung wissenschaftlicher Untersuchungsmethoden wahrnehmbar; speziell die Gewittererscheinungen bilden daher den natürlichen Ausgangspunkt der luftelektrischen Forschung. Nachdem schon gegen Ende des 17. Jahrhunderts auf die Analogie zwischen Blitzen und künstlich erzeugten elektrischen Funken hingewiesen worden war, führten um die Mitte des 18. Jahrhunderts Versuche, die *Benjamin Franklin* teils selbst ausgeführt, teils angeregt hat, zu dem Ergebnisse, daß Gewitterwolken auf emporragende, vom Erdboden isolierte Leiter elektrische Influenzwirkungen ausüben. Zugleich ergab sich dabei das zunächst unerwartete Resultat (*Le Monnier*, 1752), daß auch bei *heiterem* Himmel solche Influenzwirkungen eintreten, und zwar so, als ob die Luft *positiv* geladen wäre. Erst später (*Erman*, 1803; *Peltier*, 1836) wurde die ältere Auffassung einer normalerweise (bei schönem oder mäßig bewölktem Wetter) positiven *Luftladung* durch die richtige, aus der Potentialtheorie folgende ersetzt: die oben erwähnten Versuchsergebnisse beweisen nur die Existenz eines elektrischen Feldes in der Atmosphäre, dessen Kraftlinien normalerweise vertikal abwärts verlaufen und daher notwendig mit einer *negativen* Ladung des leitenden *Erdbodens* verknüpft sind; über das Vorhandensein positiver oder negativer Ladungen in der *Luft* entscheiden erst Messungen der Feldstärke in verschiedenen Höhen durch Anwendung der Poissonschen Gleichung zur Berechnung der Raumdichte. Fast einundeinhalb Jahrhunderte lang beschränkte sich die luftelektrische Forschung auf die Untersuchung des elektrischen *Feldes* der Atmosphäre, seiner zeitlichen und räumlichen Änderungen sowie auf die Aufstellung von Hypothesen über seinen Verlauf in größeren Höhen und über die Ursachen der Veränderungen. *W. Thomson* (*Lord Kelvin*) begründete die exakte Theorie der Meßmethoden (Kollektorenwirkung); *F. Exner* (1886) führte ein für Messungen im Freien geeignetes einfaches und handliches Instrumentarium ein sowie systematische Beobachtungsmethoden zur Gewinnung vergleichbarer Resultate („Reduktion auf die Ebene“), auch veranlaßte er zuerst Ballonbeobachtungen, die entsprechend den obigen Bemerkungen die Existenz *positiver* Ladungen in der Luft bewiesen.

F. Linß (1887) erkannte zuerst die große geophysikalische Bedeutung der bereits von *Coulomb* (1785) nachgewiesenen, aber in der luftelektrischen Forschung bisher nicht berücksichtigten *elektrischen Leitfähigkeit* der Luft und führte Messungen qualitativen Charakters

aus. *J. Elster* und *H. Geitel* (1899) verbesserten die experimentelle Methode und führten den Nachweis, daß in der freien Atmosphäre *Ionenleitung* bestehe; damit leiteten sie einen neuen Abschnitt in der theoretischen Entwicklung der luftelektrischen Forschung ein.

Im engsten Zusammenhange mit den dadurch gewonnenen neuen Gesichtspunkten für die Erklärung der luftelektrischen Erscheinungen stehen dann die Ergebnisse über die *Quellen der Ionisierung* der Atmosphäre sowie über die *elektrischen Ströme*, die durch das gleichzeitige Bestehen von Feld und Leitfähigkeit bedingt sind. Von den Quellen der Ionisierung haben überragende Bedeutung die Strahlen *radioaktiver Stoffe*, deren Nachweis in der *Luft* zuerst von *Elster* und *Geitel* (1901), im *Erdboden* ebenfalls zuerst von diesen Autoren (1902) sowie von *H. Ebert* (1903) erbracht wurde. Hierzu kommt noch eine von *V. F. Heß* (1911) entdeckte durchdringende Strahlung bisher unangeklärten, möglicherweise kosmischen Ursprungs.

Die Methoden zur Bestimmung des *Leitungsstromes* in der Atmosphäre wurden von *Ebert* (1902) begründet, später besonders von *C. T. R. Wilson* (1908) und *G. C. Simpson* (1910) verbessert. Unter den überaus zahlreichen Versuchen einer *theoretischen Erklärung* seien von den älteren nur ihres historischen Interesses wegen erwähnt die *W. Thomsons*, nach der das Feld durch negative Ladungen der Erde und positive Ladungen in hohen — als leitend gedachten — Schichten der Atmosphäre erzeugt wird, sowie die auf Ideen *Peltiers* zurückgreifende *Exnersche* Theorie, nach der der Wasserdampf als Träger negativer Ladungen den Hauptanteil an den Änderungen des Feldes hat. Neuere, bereits auf der Gasionenlehre fußende Theorien von *Elster* und *Geitel*, *Ebert*, *Wilson* und *Gerdien*, an deren Kritik sich besonders *Simpson* beteiligte, sind im Abschnitt 5 ausführlicher besprochen.

Nach dem derzeitigen Stande unserer Kenntnisse von den elektrischen Erscheinungen in der Atmosphäre ergibt sich die *Problemstellung* für eine systematische Darstellung etwa in folgender Form:

1. Durch theoretisch und technisch mehr oder minder vollkommen ausgearbeitete Methoden erhalten wir Angaben über den *Ionisationszustand* der Atmosphäre; dieser ist offenbar ein *primäres* Bestimmungstück der Luftelektrizität, das einerseits durch *ionenenerzeugende*, andererseits durch *ionenvernichtende* Vorgänge bedingt ist; es sind also zunächst die *Quellen* der Ionisierung festzustellen, dann die aus Ionen-erzeugung und Ionenvernichtung (durch Wiedervereinigung, Adsorption usw.) berechneten Daten über den *Ionisationszustand* mit den wirklich beobachteten zu vergleichen, schließlich die *typischen Ände-*

rungen des Ionisationszustandes in Zeit und Raum (regelmäßige Perioden, unregelmäßige Änderungen im Zusammenhang mit meteorologischen Begleiterscheinungen, lokale Verschiedenheiten) aus dem Zusammenwirken der ionenerzeugenden und ionenvernichtenden Vorgänge zu erklären.

2. Da erfahrungsgemäß im Durchschnitt ein elektrisches Feld bestimmter Richtung (vertikal abwärts) in der Atmosphäre vorhanden ist und so einen Leitungsstrom gleicher Richtung bedingt, ist notwendigerweise ein Vorgang anzunehmen, der den mittleren Zustand aufrechterhält, also der Erde negative, den höheren Luftschichten positive Ladungen zuführt. Dieser den sogenannten „Elektrizitäts-haushalt der Erde“ aufrechterhaltende, einem elektrischen Strom äquivalente Vorgang soll hier kurz als „Gegenstrom“ bezeichnet werden; er ist offenbar ein *zweites primäres Bestimmungstück*. Wäre der Mechanismus dieses Vorganges und die Bedingungen für sein Entstehen oder für seine Größenänderungen bekannt, so wäre dann:

3. das *elektrische Feld* der Atmosphäre eine *sekundäre* Erscheinung, dadurch hervorgerufen, daß der „Gegenstrom“ so lange entgegengesetzte Ladungen in Atmosphäre und Erdboden anhäuft, bis der durch das nun entstandene Feld in der ionisierten Luft erzeugte Leitungstrom den primären Effekt des Gegenstromes kompensiert und den Zustand stationär erhält. Zeitliche Änderungen, entweder des Gegenstromes oder der Leitfähigkeit, bedingen dann vorübergehende, asymptotisch absinkende Abweichungen vom mittleren Zustande. Hiernach wären also zuerst die beobachteten Gesetzmäßigkeiten im Verhalten des Leitungstromes Gegenstand der theoretischen Erklärung und dann erst — daraus ableitbar — die des Feldes.

Tatsächlich ist aber gerade die Frage nach der Natur des Gegenstromes derzeit noch vollkommen ungeklärt, da gegen verschiedene Hypothesen (vgl. S. 258—260) sich schwerwiegende Einwände richten; Beobachtungsergebnisse über Leitungstrom und Feld sind daher vorläufig die empirische Grundlage, von der aus Erkenntnisse über den Gegenstrom erst entwickelt werden müssen.

4. Neben den sogenannten normalen Verhältnissen erfordern dann noch die „*Störungen*“ (Wolkenelektrizität, Niederschlagsladungen, leuchtende Entladungen) eine theoretische Erklärung, die sich derzeit ebenfalls noch im Anfangstadium befindet.

5. Ohne jetzt ersichtlichen Zusammenhang mit den Vorgängen in der Troposphäre bilden die *Polarlichter* eine eigene Gruppe elektrischer Erscheinungen in den höchsten Schichten der Stratosphäre, deren Zurückführung auf kosmischen Ursprung wahrscheinlich gemacht wurde.

2. Die Quellen der Ionisierung der Atmosphäre. Von den Prozessen, die in der freien Atmosphäre Ionen erzeugen, kommen nach den derzeitigen Ergebnissen die Strahlungen radioaktiver Stoffe in erster Reihe in Betracht; andere im folgenden angeführte Quellen dürften nur lokal und ausnahmsweise für den durchschnittlichen Ionisationszustand der Luft, zum Teil wohl aber für „gestörte“ Verhältnisse von Bedeutung sein.

Die üblichen Untersuchungsmethoden der Radioaktivität ergeben das Vorhandensein von Uran, Radium, Thorium und Aktinium in zwar geringer Konzentration, aber weiter Verbreitung in den meisten Gesteinen und Bodenarten; die gasförmige Natur der aus diesen Stoffen unmittelbar oder mittelbar entstehenden Emanationen erklärt dann auch die Durchmischung der Gewässer und der Luft mit radioaktiven Stoffen.

a) *Strahlung der in der Atmosphäre selbst enthaltenen radioaktiven Stoffe.* Methoden: Auf den Umstand, daß die unmittelbaren Zerfallsprodukte (Ra A, Th A, Ac A) der Emanationen eine positive Ladung tragen, also sich wie positive Ionen verhalten, gründet sich eine Methode, ihr Verhalten in der Luft qualitativ nachzuweisen, nämlich durch Ansammlung auf negativ geladenen Körpern (Methode der Drahtaktivierung von J. Elster und H. Geitel¹⁾). Der zeitliche Verlauf des Abfalles der Aktivität des nach der „Exposition“ in einem Ionisationsgefäß untersuchten aktivierten Leiters läßt dann auf Grund der bekannten Zerfallsgesetze den Anteil der verschiedenen Produkte (der Ra-, Th- und Ac-Reihe) ermitteln (K. Kurz²⁾). Unter bestimmten vereinfachten Voraussetzungen läßt sich auch quantitativ die Konzentration der verschiedenen A-Produkte in der Luft berechnen (S. Kinoshita, S. Nishikawa und S. Ono³⁾; W. F. G. Svann⁴⁾). Hierbei ist aber zu berücksichtigen, daß ein Teil der ursprünglich in der Luft entstandenen A-Atome durch Wiedervereinigung mit negativen Luftionen oder durch Anlagerung an Adsorptionskerne (Wassertröpfchen, Staub) die Eigenschaften leicht beweglicher Ionen verliert und daher nicht mitgemessen wird. Darauf bezügliche Korrektionsformeln finden sich bei J. Salpeter⁵⁾ und M. Curie⁶⁾. Definiertere Verhältnisse liegen vor bei der von H. Gerdien⁷⁾ eingeführten, von K. W. F. Kohl-

1) Phys. Zeitschr. 2 (1901), p. 590; 3 (1902), p. 305; 4 (1903), p. 96.

2) Habilitationsschrift, München 1909.

3) Phil. Mag. (6) 22 (1911), p. 821.

4) Terrestr. Magn. 19 (1914), p. 81 u. 171.

5) Wien Ber. 118 (1909), p. 1163, u. 119 (1910), p. 107.

6) Traité de Radioactivité, Paris 1910, Bd. II, p. 474 ff.

7) Phys. Zeitschr. 6 (1905), p. 465.

rausch⁸⁾) ausgebildeten *Aspirationsmethode*: ein gemessenes Luftquantum wird durch einen Zylinderkondensator gesaugt, und es werden dabei alle positiven Ladungsträger an der negativen Innenelektrode ausgeschieden, deren nachträglich bestimmte Aktivität dann ein Maß der Konzentration liefert; die Korrektur für ungeladene A-Atome gilt hier in gleicher Weise wie früher.

Endlich kann unmittelbar die Konzentration der *Emanation* selbst bestimmt werden, indem die in einem bekannten Luftvolumen enthaltene Emanationsmenge beim Durchsaugen durch einen Sammelapparat durch Adsorption an fein verteilter Kohle oder durch Verflüssigung bei tiefer Temperatur abgeschieden und dann aus ihrer Ionisierungswirkung quantitativ ermittelt wird (*H. Mache* und *T. Rimmer*⁹⁾, *A. S. Eve*¹⁰⁾; *J. Satterly*¹¹⁾).

Resultate: Sehr zahlreiche Versuche nach der Drahtaktivierungsmethode ergaben einen mit Ort und Zeit stark wechselnden Gehalt der Luft an radioaktiven Zerfallsprodukten, hauptsächlich des Radiums und des Thoriums, daneben bisweilen Spuren von denen des Aktiniums; wie von vornherein zu erwarten, wurden über den Ozeanen kleinere Werte erhalten. Über den relativen Anteil von Ra und Th sind die Ergebnisse zweifelhaft. Bei der Kurzlebigkeit der Th- und Ac-Emanationen im Vergleich zur Ra-Emanation muß man damit rechnen, daß nur bei den Ra-Produkten annähernd radioaktives Gleichgewicht besteht, bei den andern der Gehalt der Luft ganz von der Zeit seit der Durchmischung mit Emanation abhängt, und daß daher hier die Versuchsergebnisse in viel geringerem Grade repräsentativ für den Zustand größerer Teile der Atmosphäre sind als bezüglich der Radiumprodukte.

Die quantitativen Resultate der Aspirationsmethode lieferten im Mittel aus sechs Beobachtungsreihen¹²⁾ an verschiedenen Orten einen Betrag, der etwa einem Gehalte von $50 \cdot 10^{-18} \frac{\text{Curie}}{\text{cm}^3}$ an Radiumemanation entspricht (1 Curie ist die Emanationsmenge, die mit 1 g Radium im radioaktiven Gleichgewicht steht), wobei aber die Mittelwerte der einzelnen Orte im Minimum $\frac{1}{4}$, im Maximum das Doppelte des Gesamtmittels betragen.

Die direkten Methoden zur Bestimmung des Ra-Em-Gehaltes lie-

8) Phys. Zeitschr. 13 (1912), p. 1193.

9) Phys. Zeitschr. 7 (1906), p. 617.

10) Phil. Mag. (6) 14 (1907), p. 724; 16 (1908), p. 622.

11) Phil. Mag. (6) 16 (1908), p. 584.

12) Vgl. die Zusammenstellung in der unter 8) zitierten Arbeit.

ferten für verschiedene Orte Englands, Amerikas und der Philippinen im Mittel $90 \cdot 10^{-18} \frac{\text{Curie}}{\text{cm}^3}$; die Mittel der einzelnen Orte weichen nicht stark ab, abgesehen von einem auf etwa $\frac{1}{4}$ verkleinerten Werte, der auf einem 2500 m hohen Berge beobachtet wurde und eine rasche Abnahme der Konzentration mit der Höhe anzudeuten scheint; doch stehen die Minima und Maxima je eines Ortes im Verhältnisse von etwa 1:5 bis 1:10.

Bei dem stichprobenartigen Charakter der bisherigen Messungen ist den beobachteten Mittelwerten keine übertriebene Bedeutung zuzumessen, immerhin liefern sie die Größenordnung.

Untersuchungen der Radioaktivität der *Bodenluft*, d. i. der in den lockeren obersten Schichten des Bodens eingeschlossenen Luft, und der Emanationsmengen, die mit ihr der freien Atmosphäre zugeführt werden, stehen nach Beobachtungen von *H. Ebert* und *K. Kurz*¹³⁾, *L. Endrös*¹⁴⁾ und *L. B. Smyth*¹⁵⁾ in guter Übereinstimmung mit den berechneten Werten, die zur Aufrechterhaltung des mittleren Zustandes (Deckung des Zerfalles der Emanation in der Atmosphäre) nötig sind.

Dem obenerwähnten mittleren Gehalte von $90 \cdot 10^{-18} \frac{\text{Curie}}{\text{cm}^3}$ entspricht eine Erzeugung von rund 1.9 Ionenpaaren für 1 cm³ und 1 sec.

b) *Strahlung der im Boden enthaltenen radioaktiven Stoffe*. Zahlreiche Messungen ergaben, daß in den verschiedenen Gesteinen und Bodenarten nachweisbare Mengen von Radium und Thorium enthalten sind (Größenordnung im Mittel etwa: relativer Ra-Gehalt 10^{-12} , relativer Th-Gehalt 10^{-5}). Die α - und β -Strahlung dieser Stoffe kommt nur für einige cm, bzw. m, hochreichende Luftschichten in Betracht, die durchdringende γ -Strahlung wirkt aber mit abnehmender Stärke einige hundert Meter hinauf ionisierend. Die berechnete Ionisierungstärke beträgt bei einem relativen Ra-Gehalt von 10^{-12} in Bodennähe rund $0.7 \text{ cm}^{-3} \text{ sec}^{-1}$ und ungefähr gleich viel auf Grund des mittleren Th-Gehaltes; mit Rücksicht auf bisweilen beobachtete höhere Werte des Gehaltes (bis zu $40 \cdot 10^{-12}$ für Ra in manchen Graniten) ist auch mit lokal merklich verstärkten Ionisierungswirkungen zu rechnen.

Zahlreiche Messungen der Ionisierung in geschlossenen Gefäßen (zuerst von *E. Rutherford* und *H. L. Cooke*¹⁶⁾, später viele mit dem

13) Phys. Zeitschr. 11 (1910), p. 389.

14) Dissertation, Techn. Hochschule München, 1909.

15) Phil Mag. (6) 24 (1912), p. 632.

16) Phys. Rev. 16 (1903), p. 183.

von Th. Wulf¹⁷⁾ speziell für diesen Zweck konstruierten Elektrometer ausgeführt) bestätigen, daß neben der Strahlung radioaktiver Stoffe, die im Gefäße (Luftinhalt oder Wand) ihren Sitz haben, eine mit der Umgebung variierende *durchdringende* (γ -) *Strahlung* wirksam ist. Wie zu erwarten, ergibt sich über natürlichen Wasserflächen eine merkliche Verminderung des Effektes. Die aus Differenzen von Beobachtungen über Land und über Wasser abgeleiteten Werte der Bodenstrahlung liefern — in der Größenordnung mit obigen berechneten Werten übereinstimmend — im Mittel etwa eine Ionisierungsstärke von $3 \text{ cm}^{-3} \text{ sec}^{-1}$, lokal aber bis zu $15 \text{ cm}^{-3} \text{ sec}^{-1}$ hinauf.

c) *Bodenatmung*. Die im Erdboden enthaltenen Radioelemente kommen für die Ionisierung der Atmosphäre nicht bloß durch ihre durchdringende Strahlung und durch Abgabe von Emanation in Betracht, sondern auch durch ihre ionisierende Wirkung auf die eingeschlossene Bodenluft. Alle unter dem Namen „Bodenatmung“ zusammengefaßten Vorgänge, welche ein Austreten der Bodenluft in die freie Atmosphäre bewirken, führen damit dieser zugleich eine Anzahl bereits vorgebildeter Ionen zu. Die dabei eintretende Asymmetrie der Adsorption positiver und negativer Ionen (Überschuß positiver Ionen in der austretenden Luft) spielt eine Rolle in der *Ebertschen* Theorie des Elektrizitätshaushaltes der Erde (vgl. S. 259).

d) *Heßsche Strahlung*. Die unter b) erwähnten Messungen der durchdringenden Strahlung mittels des Wulfschen Apparates wurden auch bei Ballonfahrten in größeren Höhen ausgeführt. Entgegen der Erwartung, daß infolge der Absorption der Bodenstrahlung in den untern Luftschichten eine Abnahme eintreten würde — die Wirkung der durchdringenden Strahlung der in der Atmosphäre selbst vorhandenen Radioelemente ist zu vernachlässigen —, zeigte sich, daß nach einem flachen Minimum von etwa 1000 m an wieder eine beträchtliche Zunahme der Ionisierung im Gefäße eintrete (*V. F. Heß*¹⁸⁾; *W. Kolhörster*¹⁹⁾). *Heß* schloß daraus auf eine von *oben* kommende, sehr durchdringende Strahlung, deren Ausgangspunkt entweder außerterrestrische Körper oder die höchsten Schichten der Atmosphäre seien. Aus *Kolhörsters* Resultaten berechnet sich, daß diese Strahlung einen rund 7mal kleineren Absorptionskoeffizienten besitzt als die γ -Strahlung des Ra C, ferner daß die extrapolierten Werte der Ionisierung

17) Phys. Zeitschr. 10 (1909), p. 152.

18) Wien Ber. 120 (1911), p. 1575; 121 (1912), p. 2001; 122 (1913), p. 1481.

19) Phys. Zeitschr. 14 (1913), p. 1153; Verh. d. D. Phys. Ges. 16 (1914),

stärke für die obere Grenze der Atmosphäre etwa $530 \text{ cm}^{-3} \text{ sec}^{-1}$, für die untere 1 bis 1.5 beträgt. Hiermit ist eine besonders in den höheren Schichten sehr stark wirksame Quelle der Ionisierung gegeben; die Erklärung des Ursprunges der „Heßschen Strahlung“ führt in quantitativer Beziehung derzeit noch auf große Schwierigkeiten (*E. v. Schweidler*²⁰).

e) *Ultraviolette Sonnenstrahlung.* Nach den Untersuchungen *P. Lenards* hat ultraviolettes Licht, dessen Wellenlänge kleiner als 0.2μ ist, die Fähigkeit, Luft zu ionisieren, wird dabei aber zugleich von relativ geringen Schichtdicken absorbiert. Ballonbeobachtungen (zuletzt von *A. Wigand*²¹) bis 9000 m hinauf) haben gezeigt, daß die kurzwellige Grenze des Sonnenspektrums sich mit der Höhe nicht merklich verschiebt, sondern stets bei etwa 0.29μ endet. Es ist somit nur in sehr hohen, auch dem Ballon unzugänglichen Schichten der Atmosphäre mit einer ionisierenden Wirkung des Lichtes zu rechnen.

Der auch von langwelligeren Strahlen erzeugte „Hallwachseffekt“, d. i. die Abgabe negativer Ionen von belichteten Oberflächen negativ geladener fester Körper dürfte bei der geringen lichtelektrischen Empfindlichkeit der die Erdoberfläche bildenden Stoffe praktisch zu vernachlässigen sein.

f) *Lenardeffekt.* Beim Zerspritzen von Flüssigkeitstropfen auf festen Körpern entstehen entgegengesetzte Ladungen der Flüssigkeit und der umgebenden Luft, und zwar bei reinem Wasser negative Ladungen der Luft, bei Salzwasser umgekehrt. Beim Auffallen des Regens, lokal in der Nähe von Wasserfällen und an Küsten mit Brandung, kommt daher diese Quelle der Ionisierung in Betracht. Bezüglich der Elektrizitätsentwicklung beim Zerstreuen eines Tropfens in der Luft selbst (ohne Auftreffen auf feste Hindernisse) sind noch widersprechende Anschauungen vorhanden (vgl. S. 262).

g) *Stoßionisierung.* Bei hinreichend großer Feldstärke erhalten die bereits vorhandenen Ionen eine Geschwindigkeit und damit Bewegungsenergie, vermöge deren sie beim Zusammenstoß neutrale Gasmoleküle in Ionen spalten können. Für Luft normaler Dichte kann die zur Stoßionisierung erforderliche Feldstärke auf rund $30000 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ geschätzt werden. Nur bei sogenannten „Störungen“ treten daher die Bedingungen für Stoßionisierung in der freien Atmosphäre in Wirksamkeit.

20) J. Elster u. H. Geitel-Festschrift (1915), p. 411.

21) Phys. Zeitschr. 14 (1913), p. 1144.

Über den quantitativen Vergleich der durch bekannte Quellen erzeugten Ionisierung mit der aus dem tatsächlichen Ionisationszustand der Luft berechneten vgl. p. 249.

3. Der Ionisationszustand der Atmosphäre.

a) *Bestimmungsstücke des Ionisationszustandes.* Nach den Anschauungen der allgemeinen Theorie der Gasionen erfolgt durch ionisierende Prozesse zunächst eine Spaltung der Gasmolekeln in negative Elektronionen und positive Atomionen. Besonders in Gasen größerer Dichte tritt aber in kurzer Zeit eine Umbildung in sogenannte *normale Ionen* oder *Molionen* ein, infolge Anlagerung einer gewissen Anzahl neutraler Gasmolekeln an je einen der ursprünglichen Ladungsträger. In staub- oder nebelhaltiger Luft werden noch größere Massen angegliedert, es entstehen sogenannte „*schwere*“ oder „*Langevin*“-Ionen. Für die lufterlektrischen Vorgänge, wenigstens in den tieferen Schichten der Atmosphäre, kommen nur die Molionen und die schweren Ionen in Betracht. Quantitativ charakterisiert wird jeder Ionentypus durch die vom Verhältnis der Ladung zur Masse abhängige „*spezifische Geschwindigkeit*“ oder „*Beweglichkeit*“ v , d. i. die Geschwindigkeit in einem elektrischen Felde von der Stärke 1. Die Ladung wird im allgemeinen gleich dem Elementarquantum e ($e = 4.8 \cdot 10^{-10}$ st. E.) angenommen; ob auch mehrwertige Ionen mit einem Vielfachen dieser Ladung vorkommen, ist bisher nicht mit Sicherheit festgestellt worden.

Zur Charakterisierung des Ionisationszustandes ist für jeden Ionentypus die Zahl n der in der Volumeinheit vorhandenen Ionen und ihre Beweglichkeit anzugeben. $A = (n_+ v_+ + n_- v_-) e$ gibt dann die Leitfähigkeit; die Bestandteile $\lambda_+ = n_+ v_+ e$ und $\lambda_- = n_- v_- e$ werden als die beiden polaren Leitfähigkeiten bezeichnet. Der Wert von n ist im einfachsten Falle bedingt durch das Zusammenwirken eines ionenerzeugenden Prozesses (Ionisierungsstärke $q =$ Zahl der in der Zeit- und Volumeinheit erzeugten Ionenpaare) und der „Wiedervereinigung“ zu neutralen Molekeln, die eine dem Produkt der Ionenzahlen proportionale Größe ist, also bestimmt aus der Gleichung: $\frac{dn}{dt} = q - \alpha n_+ n_-$, worin α als „Wiedervereinigungskoeffizient“ bezeichnet wird. Nach Laboratoriumsversuchen an reiner staubfreier Luft ist $\alpha = 1.6 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-1}$. Im allgemeineren Falle ist in die Bedingungsgleichung des stationären Zustandes auch der Ionenverlust durch Adsorption an festen oder flüssigen Oberflächen und durch Wandern im elektrischen Felde einzubeziehen. Adsorption an Staubkernen u. dgl. sowie Wiedervereinigung mit gleichzeitig vorhandenen schweren Ionen

bewirkt, daß für Freiluft der scheinbare Wert der Wiedervereinigung erhöht ist, entsprechend etwa im Mittel der Zahl $\alpha = 3 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-1}$.

Für höhere Luftschichten kann die Beweglichkeit v angenähert der Luftdichte umgekehrt proportional gesetzt werden.

b) *Methoden.*

1. *Elster-Geitel'scher Zerstreungsapparat.*²²⁾ Die Versuchsanordnung besteht im wesentlichen aus einem Blättchenelektrometer, auf dessen Blättchenträger ein „Zerstreuungskörper“ (Zylinder an kurzem vertikalen Stiele) aufgesteckt werden kann; zum Schutze gegen Influenzwirkungen wird der Zerstreuungskörper mit einem unten offenen geerdeten „Schutzzyylinder“ überdeckt; dieser kann in elektrostatisch geschützten Räumen auch weggelassen werden. Die Beobachtung liefert die Potentiale V_0 und V_t des isolierten Systemes zu den Zeiten 0 und t , analog eine zweite Kontrollmessung zur Ermittlung des Isolationsverlustes am geladenen Elektrometer allein (ohne aufgesteckten Zerstreuungskörper) die Werte V'_0 und V'_t . Bezeichnet ferner C die Kapazität des Elektrometers allein, K die Kapazität des Zerstreuungskörpers, so berechnet sich der sogenannte „Zerstreuungskoeffizient“ a nach der Formel:

$$a_{\pm} = \frac{C+K}{K} \cdot \frac{1}{t} \left[\log \text{nat} \frac{V_0}{V_t} - \frac{C}{C+K} \log \text{nat} \frac{V'_0}{V'_t} \right].$$

Gewöhnlich wird a in min^{-1} ausgedrückt und je nach dem Vorzeichen der Ladung mit dem entsprechenden Index versehen. Unter der Voraussetzung, daß der Ladungsverlust jeweils der vorhandenen Ladung proportional sei (Coulombsches Zerstreungsgesetz), hätte a die physikalische Bedeutung: ein in der Luft schwebender geladener Körper würde in der Zeiteinheit den Bruchteil a seiner Ladung verlieren,

in Formeln: $\frac{dQ_t}{dt} = -aQ_t$ oder $Q_t = Q_0 e^{-at}$.

Tatsächlich ist aber dieses Gesetz bei Anwendung des Schutzzyinders *nicht* erfüllt, der Ladungsverlust ist vielmehr annähernd konstant (unabhängig von der Spannung), da bereits „Sättigungsstrom“ herrscht. Die so gewonnenen Werte von a haben daher keine definierte Bedeutung und liefern nur qualitative Angaben für den Ionisationszustand der Luft.

2. *Scheringsche Methode.*²³⁾ Ein beliebig gestalteter Leiter befindet sich in einem großen Hohlraum mit geerdeten Wänden, der zugleich

22) Phys. Zeitschr. 1 (1899), p. 11 u. 245; Ann. d. Phys. (4) 2 (1900), p. 425; Wien Ber. 111 (1902), p. 946.

23) Ann. d. Phys. (4) 20 (1906), p. 174.

der Außenluft genügend Durchzug gestattet, und ist durch einen dünnen längeren Draht (kleiner Kapazität) mit einem Elektrometer verbunden. Erfahrungsgemäß gilt dann das oben erwähnte Coulombsche Zerstreungsgesetz. Nach einer von E. Riecke²⁴⁾ aufgestellten, von W. F. G. Swann²⁵⁾ verallgemeinerten Theorie gilt dann für den nach obiger Formel berechneten (in sec^{-1} ausgedrückten!) Koeffizienten a die Beziehung:

$$a_{\pm} = 4\pi\lambda_{\mp},$$

d. h. er ist ein Maß der *polaren* Leitfähigkeit entgegengesetzten Vorzeichens (vgl. S. 244), und zwar in stat. Einh.

Nach Beobachtungen E. v. Schweidlers²⁶⁾ genügt auch der Elster-Geitelsche Zerstreungsapparat angenähert der Rieckeschen Theorie, falls er in geschütztem Raume ohne Schutzzyylinder aufgestellt wird, und liefert auf einige Prozente genau Werte der polaren Leitfähigkeit.

In absolut ruhender Luft wäre die Rieckesche Theorie ungültig; praktisch genügen sehr geringe, aber experimentell und theoretisch noch nicht festgelegte Luftgeschwindigkeiten zu ihrer Anwendbarkeit.

3. H. Gerdiens Methode.²⁷⁾ Bei einem Zylinderkondensator ist der äußere Zylinder geerdet, der innere als Zerstreungskörper mit einem Elektrometer verbunden; mittels eines Ventilators wird ein Luftstrom hindurchgetrieben, dessen Geschwindigkeit u der Ungleichung genügt:

$$u > \frac{2Vlv}{(R^2 - r^2) \log \text{nat } R/r},$$

wobei V die Spannung, l die Länge des Kondensators, R und r den äußeren und inneren Radius und v die Beweglichkeit der Luftionen bezeichnet. In diesem Falle läßt sich die Rieckesche Theorie anwenden, und der nach der früheren Formel berechnete Wert von a liefert die polare Leitfähigkeit. Nach W. F. G. Swann²⁸⁾ ist zu beachten, daß die in der Formel vorkommenden Kapazitätswerte merklich von dem theoretischen für einen Zylinderkondensator abweichen (infolge endlicher Länge sowie Feldstörung durch den Träger der Innenelektrode) und daher mit ihren wahren, d. h. experimentell ermittelten Werten einzusetzen sind.

24) Ann. d. Phys. (4) 12 (1903), p. 52.

25) Terrest. Magn. 19 (1914), p. 23 u. 81.

26) Wien Ber. 115 (1906), p. 1269; 118 (1909), p. 91.

27) Phys. Zeitschr. 6 (1905), p. 800.

28) Siehe Fußnote Nr. 25.

4. *H. Eberts Ionenzähler.*²⁹⁾ Der — historisch zuerst kommende — Apparat gleicht im Prinzip vollkommen dem *Gerdieschen Aspirator*; nur wird durch passende Wahl der Dimensionen und der Ventilationsstärke erzielt, daß die Ungleichung

$$u < \frac{2Vlv}{(R^2 - r^2) \log \text{nat } R/r}$$

erfüllt ist. In diesem Falle werden alle Ionen, deren Ladungsvorzeichen dem der Innenelektrode entgegengesetzt ist, von dieser abgefangen. Bezeichnet Φ die „Fördermenge“ (in der Zeiteinheit durchgesaugtes Luftvolum), so gilt

$$\Phi t n_{\pm} e = (C + K) [V_o - V_t - (V'_o - V'_t)],$$

wobei der Index von n dem Vorzeichen der Ladung der Innenelektrode entgegengesetzt ist. Der Apparat mißt also die in der Volumseinheit enthaltene *Ionenzahl*. Bei der praktischen Anwendung ist zu beachten, daß die obige Ungleichung nur für die Molionen, nicht für die schweren, erfüllt ist, und daß daher weder die Gesamtzahl aller Ionen noch die der Molionen allein, sondern ein zwischenliegender (dem zweiten näherkommender) Wert ermittelt wird. Ferner wird durch Abscheidung der in der Luft vorhandenen positiv geladenen radioaktiven Zerfallsprodukte (vgl. S. 239) die Entladung um einige Procente erhöht.

5. *Methoden der Bestimmung der Beweglichkeit.* Im Prinzip ist die Beweglichkeit aus den getrennt bestimmten Größen ne und $\lambda = nev$ zu ermitteln, also durch Kombination der vorstehend besprochenen Methoden. Spezielle Versuchsanordnungen, um mit einem Apparate beide Größen gleichzeitig oder rasch nacheinander messen zu können, wurden von *H. Gerdien*³⁰⁾ und von *H. Mache*³¹⁾ angegeben; ihre nähere Beschreibung verbietet der Raummangel.

c) *Resultate.*

1. *Zerstreuungsmessungen.* Sehr zahlreiche Untersuchungen wurden an den verschiedensten Orten ausgeführt; wegen des qualitativen Charakters der Ergebnisse sei nur folgendes angeführt: im allgemeinen ist $a_- > a_+$ oder $q_a = \frac{a_-}{a_+} > 1$. Die Größe a zeigt eine jährliche und tägliche Periode; bei der ersten fällt in der Regel das Maximum in die warme, das Minimum in die kalte Jahreszeit; der tägliche Gang ist lokal stark verschieden. Von gleichzeitigen meteorologischen Elementen

29) Phys. Zeitschr. 2 (1902), p. 662; Verh. d. D. Phys. Ges. 7 (1905), p. 35.

30) Phys. Zeitschr. 4 (1903), p. 632.

31) Phys. Zeitschr. 4 (1903), p. 717.

ist in erster Linie die Luftreinheit (Durchsichtigkeit) maßgebend, die Zerstreuung geht parallel mit ihr. Im Gegensatz zu früher verbreiteten Vorurteilen sinkt a mit zunehmender relativer Feuchtigkeit. Mit der Temperatur verläuft a im Durchschnitt parallel. Zum Luftdruck bestehen wenig ausgesprochene Beziehungen. Die elektrische Feldstärke verläuft im allgemeinen umgekehrt wie a .

2. *Leitfähigkeit.* Etwa 40 Messungsreihen verschiedener Autoren an vielen Orten der ganzen Erde, teilweise fortlaufende Registrierungen (so besonders in Potsdam) liefern Absolutwerte für A zwischen 1.10^{-4} und 5.10^{-4} st. E., nur auf höheren Bergen und im Ballon wurden beträchtlich höhere Werte gefunden, z. B. bis zu 31.10^{-4} ansteigend in 9000 m Seehöhe.

Das Verhältnis $q_{\lambda} = \frac{\lambda_+}{\lambda}$ ist nahe gleich 1 in geschützten Räumen, wird dagegen > 1 an dem Erdfeld exponierter Stellen, zufolge des Umstandes, daß durch das Erdfeld eine Störung der Ionenverteilung in der Nähe des Bodens eintritt (vgl. S. 254).

Die jährliche und tägliche Periode ist lokal verschieden; im allgemeinen fällt — wie bei der Zerstreuung — das Maximum in die warme Jahreszeit, beim täglichen Gang wird ziemlich übereinstimmend ein Hauptmaximum nach Mitternacht, ein Minimum um Sonnenuntergang gefunden, bisweilen ein sekundäres Maximum am Nachmittag und ein Minimum vor Mittag. Bezüglich meteorologischer Zusammenhänge gilt ähnliches wie für die Zerstreuung.

3. *Ionzahlen.* Ebenfalls etwa 40 Messungsreihen an verschiedenen Orten liefern für das Produkt ne Werte zwischen 0.1 und $0.6 \cdot 10^{-6} \frac{\text{st. Einh.}}{\text{cm}^3}$, im Mittel etwa $0.35 \cdot 10^{-6}$, also für die Zahl der Ionenpaare rund 700 cm^{-3} . Auf hohen Bergen und bei Ballonfahrten wurden wie bei der Leitfähigkeit erhöhte Werte beobachtet (bis $1.9 \cdot 10^{-6} \frac{\text{st. Einh.}}{\text{cm}^3}$). Das Verhältnis $q_n = \frac{n_+}{n_-}$ wird aus den früher erwähnten Gründen meist größer als 1 gefunden, im Durchschnitt etwa 1.2. Wie bereits ausgeführt wurde, beziehen sich die Angaben des Ebertschen Apparates hauptsächlich auf die leichter beweglichen Molionen. Spezielle Vorrichtungen zur Messung der von den schweren Langevinionen getragenen Ladungen ergeben in manchen Fällen einen bis 60mal größeren Betrag (*P. Langevin*³²), *J. A. Mc. Clelland* und *H. Kennedy*³³), doch scheint nur in stark verunreinigter Luft (Stadt-

32) Paris C. R. 140 (1905), p. 232.

33) Roy. Irish Acad. Proc. (A) 30 (1912), p. 79.

nähe) ihr Anteil ein bedeutender zu sein; immerhin folgt daraus, daß die Differenz $(n_+ - n_-)e$ als bloß auf leichtbewegliche Ionen bezüglich keine sicheren Angaben über die gesamte Raumladung der Atmosphäre liefert.

4. *Beweglichkeit.* Laboratoriumsmessungen in gereinigter (staubfreier und trockener) Luft ergaben für Atmosphärendruck und Zimmertemperatur die Werte: $v_+ = 1.35 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} / \frac{\text{Volt}}{\text{cm}} = 405 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} / \frac{\text{st. E.}}{\text{cm}}$ und $v_- = 1.82 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} / \frac{\text{Volt}}{\text{cm}} = 546 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} / \frac{\text{st. E.}}{\text{cm}}$; es ist also $v_+ < v_-$; in feuchter Luft wird die Beweglichkeit besonders der negativen Ionen herabgesetzt. Die Messungen an den Molionen der freien Atmosphäre ergaben etwas kleinere Werte, nahe an $1 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} / \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$, wobei meistens ebenfalls $v_+ < v_-$; in größerer Höhe nimmt v zu, entsprechend der Dichtenabnahme der Luft. Für schwere Ionen wurden Beweglichkeiten von etwa $0.0005 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} / \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ gefunden. Vereinzelt Angaben liegen vor über zwischenliegende Werte eines eigenen Ionentypus, nämlich $v = 0.02$ bis $0.05 \frac{\text{cm}}{\text{sec}} / \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$.

d) *Bilanz der ionenerzeugenden und -vernichtenden Vorgänge.* Sieht man von der bereits erwähnten Wirkung des Erdfeldes ab, die in den bodennahen Luftschichten eine Verarmung an negativen Ionen hervorruft, so folgt durch Einsetzen der runden Durchschnittswerte $n = 700 \text{ cm}^{-3}$ und $\alpha = 3 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^3 \text{ sec}^{-1}$ (vgl. S. 245) in die Gleichung $\frac{dn}{dt} = 0 = q - \alpha n^2$ für die Ionisierungsstärke q ein Mittelwert von etwa $1.5 \text{ cm}^{-3} \text{ sec}^{-1}$.

Die in Abschnitt 2 angegebenen Zahlen zeigen nun, daß allein dem mittleren Gehalt der Luft an Ra-Em $(90 \cdot 10^{-18} \frac{\text{Curie}}{\text{cm}^3})$ ein Wert von $q = 1.9$ entspricht; hierzu kommt die Wirkung der Thorprodukte, allerdings weniger genau bekannt, vermutlich aber von der gleichen Größenordnung, ferner die Heßsche Strahlung mit ebenfalls etwa 1 bis 1.5 und schließlich die — lokal wohl stark variierende — Bodenstrahlung mit durchschnittlich 3 Einheiten. Es besteht also ein Mißverhältnis zwischen nachgewiesenen Quellen der Ionisierung und tatsächlich beobachtetem Ionisationszustand in dem Sinne, daß anscheinend mehr Ionen erzeugt werden, als der berechnete „Ionenbedarf“ beträgt. Allerdings beziehen sich die in diese Bilanz eingesetzten Mittelwerte auf verschiedene Orte und Zeiten, sind also streng nicht vergleichbar. Zur Aufklärung dieses Mißverhältnisses müßten

alle in Betracht kommenden Größen zugleich am selben Orte bestimmt werden, was bisher nicht geschehen ist. Aus Messungen von *V. F. Heß*³⁴), die n und Gehalt an Radiumprodukten umfassen, berechnet sich, daß diese Ionisierungsquelle allein etwa ein Drittel des Ionenbedarfes liefert.

Wenngleich eine Lösung dieser Frage der Zukunft vorbehalten bleibt, kann man aus den bisherigen Ergebnissen den Schluß ziehen, daß tatsächlich die Strahlungen radioaktiver Natur weitaus den Hauptanteil an der Ionisierung der Atmosphäre besitzen.

Infolge der wachsenden Stärke der Heßschen Strahlung (vgl. p. 242) und der Zunahme der Ionenbeweglichkeit ist von vornherein für höhere Schichten eine vergrößerte Ionenzahl und Leitfähigkeit zu erwarten — in Übereinstimmung mit dem tatsächlichen Befunde (vgl. besonders *A. Wigand*³⁵)).

4. Das elektrische Feld und die Raumladung der Atmosphäre.

Sieht man zunächst von der Raumladung in der Luft ab, so entspricht das elektrische Feld der Atmosphäre dem einer Oberflächenladung der leitenden Erde, die nach den Gesetzen der Elektrostatik verteilt ist. Der Verlauf der Kraftlinien und Niveaulinien ist also durch die Form der Oberfläche in der Umgebung des untersuchten Punktes bedingt. Zur Gewinnung vergleichbarer Resultate ist daher im allgemeinen eine „Reduktion auf die Ebene“ erforderlich; sie erfolgt entweder empirisch durch gleichzeitige Messungen am gewöhnlichen Beobachtungsorte und an einer möglichst nahe gelegenen Stelle auf ebener Fläche ohne emporragende störende Körper (Häuser, Bäume usw.) oder auch in manchen Fällen — bei geometrisch einfachen Oberflächenformen — aus der theoretisch berechneten Feldverteilung (*H. Benndorf*³⁶); auch läßt sich nach einer von *H. Ebert* und *C. W. Lutz*³⁷) sowie von *K. Hoffmann*³⁸) angewandten Methode die Störung des Feldes experimentell an einem verkleinerten Modell ermitteln.

a) *Methoden.* Die häufigste Methode der Bestimmung der Feldstärke oder des „Potentialgefälles“ beruht auf der elektrometrischen Messung der Potentialdifferenz V zwischen der Erde und einem in mäßiger Höhe h (etwa 1 bis 2 m) liegenden „Referenzpunkte“; über der Ebene gibt dann $\frac{V}{h}$ (gewöhnlich in Volt/m angegeben) die gewünschte

34) Wien Ber. 119 (1910), p. 145 u. 507.

35) Verh. d. D. Phys. Ges. 16 (1914), p. 232.

36) Wien Ber. 109 (1900), p. 923; 115 (1906), p. 425.

37) Beitr. z. Phys. d. freien Atm. 2 (1908), p. 183.

38) Dissertation, Techn. Hochschule München 1911.

Größe unter Vernachlässigung der durch die Raumladung der Luft bedingten Inhomogenität des Feldes; andernfalls ist in der oben besprochenen Weise eine Reduktion auf die Ebene vorzunehmen. Um dem isolierten Systeme das Potential des Referenzpunktes zu erteilen, verwendet man „Kollektoren“, deren Wirkung darin besteht, konvektiv die Ladung eines Leiters zu entfernen; im Endzustande ist dann sein Potential gleich jenem, das bei seiner Abwesenheit an dem von ihm eingenommenen Orte vorhanden wäre. Als solche Vorrichtungen dienen Wassertropf- und -spritzkollektoren, ferner Körper, die ihre unmittelbare Umgebung ionisieren (Flammen, mit α -Strahlern überzogene Körper = Radiokollektoren), bisweilen auch Metallkörper aus Zn, Al oder Magnalium, die durch den lichtelektrischen Effekt ihre (negative) Ladung verlieren. Durch Anwendung registrierender Elektrometer kann auch eine fortlaufende Aufzeichnung des Potentialverlaufes vorgenommen werden (über ein dazu geeignetes Instrument sowie über die günstigsten Bedingungen der Anordnung vgl. *H. Bennedorf*³⁹).

Eine zweite Methode beruht auf der Messung der Ladung Q , die ein geerdeter Körper von der Kapazität C im Referenzpunkte annimmt, indem man ihn dann *isoliert* und in einen geerdeten Hohlraum überführt; es ist dann $\frac{Q}{C} + V = 0$. Diese in roherer Form bereits von *Peltier* (1836) angewandte Methode wurde von *C. T. R. Wilson*⁴⁰ verfeinert.

Die Bestimmung der *Raumladung* erfolgt auf Grund der Poisson'schen Gleichung, die sich im ungestörten Felde über der Ebene auf die Form: $\frac{d^2V}{dz^2} = -4\pi\rho$ vereinfacht, durch Messung des Potentials in *zwei* Referenzpunkten in verschiedenen Höhen (h_1 und h_2) und Berechnung des zweiten Differentialquotienten. Die Messung des Potentials V_c im Zentrum eines kugel- oder würfelförmigen Raumes mit geerdeten Wänden (Drahtkäfig) und Anwendung der Formeln: $V_c = \frac{2}{3}\pi\rho R^2$ bzw. $= 0.710\rho a^2$, ist wegen der Kleinheit der Werte von V_c nur bei abnormal erhöhten Werten der Raumdichte ρ (bei Gewittern und sonstigen Störungen) anwendbar. Über die Unsicherheit der aus Ionenzahlen abgeleiteten Raumdichten vgl. p. 249.

b) *Resultate*. Mit Ausnahme von sogenannten „Störungen“, die besonders bei Niederschlägen, eventuell bei Staubstürmen, Schneetrei-

39) Wien Ber. 111 (1902), p. 487; Phys. Zeitschr. 7 (1906), p. 98; Wien Ber. 118 (1909), p. 1173.

40) Cambridge Phil. Soc. Proc. 13 (1906), p. 184 u. 363.

ben usw. eintreten, ergibt sich für das Potentialgefälle ein *positiver* Wert, d. h. das Feld ist vertikal *abwärts* gerichtet. Es ist üblich, nur „ungestörte“ Messungen zur Mittelbildung zu verwenden, die Scheidung aber immer willkürlich und subjektiv.

Absolutwerte in Bodennähe. Von überaus zahlreichen, zum Teil nur relativen (d. h. nicht auf die Ebene reduzierten oder nicht in Volt angegebenen) Messungsreihen seien hier nur einige längere, mindestens über ein Jahr sich erstreckende Reihen (darunter Registrierungen) erwähnt:

Autor	Ort	Zeit	\mathcal{E} in Volt/m
C. Chree ⁴¹⁾	Kew, England	1898—1905	159
G. C. Simpson ⁴²⁾	Karasjok, Lappland	1904	139
E. Mazelle- A. Brommer ⁴³⁾	Triest	1902—1905	73
Rouch ⁴⁴⁾			
G. Angenheister ⁴⁵⁾	Samoa	1906—1908	37
G. Lüdeling ⁴⁶⁾	Potsdam	1904—1909	256
K. Kähler ⁴⁷⁾			
C. W. Lutz ⁴⁷⁾	München	1905—1910	168
B. Zölß ⁴⁸⁾	Kremsmünster (Ob.- Österr.)	1902—1911	106
A. Blumenschein ⁴⁹⁾			

Im Mittel erhält man angenähert $\mathcal{E} = 150 \frac{\text{V}}{\text{m}} = 5 \cdot 10^{-8}$ st. E.; von der gleichen Größenordnung (im Mittel auf $100 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ geschätzt) sind die Ergebnisse vieler anderer minder umfangreicher Messungsreihen; dem Mittelwert von 150 V/m entspricht dann eine *Ladungsdichte* von $-4 \cdot 10^{-4} \frac{\text{st. E.}}{\text{cm}^2}$ und eine *Gesamtladung* von $-2 \cdot 10^{-15}$ st. E. ($= -0.67 \cdot 10^6$ Coulomb) der Erdoberfläche.

Einfache Beziehungen des Absolutwertes zur geographischen Lage sind nicht erkennbar; die verhältnismäßig wenig zahlreichen Messungen über dem Meere ergeben gleiche Größenordnung.

Jährliche Periode. Im allgemeinen findet man auf der nördlichen

41) Phil. Trans. Roy. Soc. 206 (1906), p. 299.

42) Phil. Trans. Roy. Soc. 205 (1905), p. 61.

43) Wien Ber. 118 (1909), p. 629.

44) Paris C. R. 151 (1910), p. 225.

45) Göttingen Ber. 9 (1911), Nr. 2.

46) Tätigkeitsber. d. Kgl. Preuß. met. Inst. 1909, p. 145 u. 151.

47) München Ber. 1911, p. 305.

48) Wien Ber. 112 (1903), p. 1407.

49) Wien Ber. 121 (1912), p. 25.

Halbkugel ein Maximum im Winter, ein Minimum im Sommer, wobei das Maximum ziemlich scharf, das Minimum flach ist; die Amplitude der jährlichen Schwankung beträgt an verschiedenen Orten 30% bis 220% des mittleren Wertes. Auf der südlichen Halbkugel sind die Ergebnisse noch widerspruchsvoll; einige Stationen (z. B. Melbourne und Samoa) haben den umgekehrten Gang, d. h. es scheinen die *meteorologischen* Jahreszeiten das Maßgebende zu sein; andere Orte (Petermanninseln und Antarktis) dagegen haben den gleichen Gang wie die nördlichen, also sind anscheinend die *astronomischen* Jahreszeiten das Maßgebende.

Täglicher Gang. Bei harmonischer Analyse erweisen sich nur die ersten beiden der periodischen Glieder als wesentlich; je nach dem Beobachtungsort (oder bisweilen am gleichen Orte je nach der Jahreszeit) ist dabei die Amplitude a_1 oder a_2 größer und führt daher zu einer annähernd einfachen oder zu einer deutlichen doppelten täglichen Periode. Dabei ist die Phasenzeit des 1. Gliedes stark veränderlich mit Ort und Jahreszeit, dagegen die Phasenzeit des 2. Gliedes — ähnlich wie beim Luftdruck — bemerkenswert konstant (Maximum 9^h a. m. und 9^h p. m.).

Meteorologische Beziehungen. Im jährlichen, nicht aber im täglichen Gange äußert sich ein der Temperatur inverser Verlauf; im Zusammenhang damit steht offenbar die seinerzeit von *F. Exner*⁵⁰) empirisch beobachtete und dann theoretisch verwertete Beziehung zum Dampfdruck. Bezüglich des Luftdruckes ist die eben erwähnte Übereinstimmung im 2. Gliede des täglichen Ganges hervorzuheben, unperiodische Luftdruckänderungen lassen keinen deutlichen Zusammenhang mit der Feldstärke erkennen. Eine Reihe weiterer Beziehungen (zu zyklonalem und antizyklonalem Wettertypus, zur Luftreinheit usw.) sind offenbar primär durch das Verhalten der *Leitfähigkeit* bedingt, zu der — wie bereits erwähnt — die Feldstärke im Durchschnitt invers verläuft.

Das Feld der höheren Luftschichten. Nach Ballonbeobachtungen nimmt das Feld mit zunehmender Höhe stetig ab, und zwar bis etwa 1500 m rasch auf etwa ein Viertel des Bodenwertes, dann langsamer, so daß in den größten untersuchten Höhen noch eine Feldstärke von einigen Einheiten ($\frac{\text{Volt}}{\text{m}}$) konstatierbar ist. (Vgl. besonders *F. Linke*⁵¹), *H. Gerdien*⁵²), *E. Everling* und *G. Lutze*⁵³.)

50) Wien Ber. 93 (1886), p. 222.

51) Gött. Nachr. 3 (1904), Nr. 5.

52) Gött. Nachr. 3 (1904), p. 277.

Raumladung. Aus der Änderung der Feldstärke mit der Höhe nach den Mittelwerten der Ballonbeobachtungen berechnet sich die *positive* Raumdichte für die unteren Schichten (bis 1500 m) zu rund $10^{-9} \frac{\text{st. E.}}{\text{cm}^3}$, für die höheren zu rund $2 \cdot 10^{-10} \frac{\text{st. E.}}{\text{cm}^3}$. Messungen des Potentialgefälles in den unmittelbar dem Boden anliegenden Schichten (0—2 m Höhe) von A. Daunderer⁵⁴), in Bad Aibling (Bayern) angestellt, lieferten für die Raumdichte im Jahresmittel $+1.2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{st. E.}}{\text{cm}^3}$, im Sommer $+6.2 \cdot 10^{-7}$ und im Winter $-4.7 \cdot 10^{-7}$, also *negative* (!) Werte.

Theorie. Wie schon erwähnt, würde die theoretische Erklärung des elektrischen Feldes, seiner Verteilung und seiner Änderungen die Kenntnis der Gesetze voraussetzen, welche für die beiden *primären* Größen bestehen, durch die das Feld bedingt wird: die *Leitfähigkeit* und der *Gegenstrom*. Besonders für den Gegenstrom liegen aber bisher keine gesicherten Daten vor. Eine erste rohe Annäherung ist die Annahme, daß der Gegenstrom *konstant* sei, und daß dementsprechend sich ein stationärer Zustand herstellt, bei dem $\mathcal{A}\mathcal{E} = \text{const}$, also überall die Feldstärke der Leitfähigkeit umgekehrt proportional ist. Für die Höhenverteilung und damit die Raumladung ergibt sich hieraus folgendes:

1. Bei homogener Ionisierung (q unabhängig von z) tritt in der Nähe der Erdoberfläche eine durch den Mechanismus der Ionenleitung bedingte Feldstörung als Elektrodenwirkung des Bodens ein, derart, daß \mathcal{E} von einem Maximalwerte \mathcal{E}_0 mit wachsendem z asymptotisch auf \mathcal{E}_∞ abnimmt; $\mathcal{E}_\infty/\mathcal{E}_0$ ist nur von der Beweglichkeit und dem Wiedervereinigungskoeffizienten der vorhandenen Ionen abhängig und hat für gewöhnliche Molionen den Wert von etwa 0.4; die Höhe, in welcher praktisch der Endwert erreicht wird (z. B. auf 1 % genau), ist proportional der Größe \mathcal{E}_0 und der Größe \sqrt{q} , für die tatsächlich vorkommenden Werte von der Größenordnung 10 bis 100 m. Dieser Abnahme der Feldstärke entspricht eine allmählich mit der Höhe abnehmende positive Raumdichte, deren Wert für $z = 0$ durch $n_+(0)e$ gegeben ist. Turbulente Luftbewegungen stören natürlich diese ideale, für ruhende Luft berechnete Feldverteilung (E. v. Schweidler⁵⁵), M. Behacker⁵⁶), W. F. G. Swann⁵⁷)).

53) Verh. d. D. Phys. Ges. 16 (1914), p. 240; Abh. d. Naturf. Ges. Halle (NF) 3 (1914).

54) Phys. Zeitschr. 8 (1907), p. 281; 10 (1909), p. 13.

55) Wien Ber. 117 (1908), p. 653.

56) Wien Ber. 119 (1910), p. 675.

57) Terrestr. Magn. 18 (1913), p. 163.

2. Für Änderungen in größeren Höhen ist die durch die tatsächliche Inhomogenität der Ionisierung sowie die Dichtenabnahme der Luft bedingte Zunahme der Leitfähigkeit maßgebend; es wächst nämlich die Ionisierungsstärke q infolge der mit z zunehmenden Heßschen Strahlung (vgl. p. 212) und außerdem die Beweglichkeit der Ionen und damit die Leitfähigkeit. Es folgt hieraus also eine weiter fortschreitende Abnahme der Feldstärke und entsprechende positive Raumladung. Natürlich kommen daneben unregelmäßige Änderungen der Leitfähigkeit in Luftschichten verschiedener physikalischer Beschaffenheit (Temperatur, Feuchtigkeit, Staubgehalt, Emanationsgehalt usw.) und damit verknüpfte Feldstärkenänderungen in Betracht, ganz abgesehen von größeren Störungen bei Kondensationsvorgängen, Staubstürmen u. dgl. Rasche *Abnahme* der Leitfähigkeit mit der Höhe (z. B. in unmittelbarer Bodennähe infolge der rasch abnehmenden β -Strahlung des Bodens) könnten eventuell für die von *Daunderser*⁵⁸⁾ beobachteten und auf Störungen durch Schneestaub zurückgeführten *negativen* Raumdichten der untersten Schichten eine Erklärung abgeben.

In der jährlichen und täglichen Periode der Feldstärke sowie in manchen meteorologisch bedingten Änderungen finden sich die im entgegengesetzten Sinne verlaufenden Änderungen der Leitfähigkeit wieder; wie weit aber auch typische Änderungen des Gegenstromes daran beteiligt sind, entzieht sich vorläufig noch jeder Beurteilung.

5. Die elektrischen Ströme in der Atmosphäre. Elektrische Ströme kommen in der Atmosphäre zustande: a) durch Leitung in der ionisierten Luft infolge des Erdfeldes, b) konvektiv durch Mitführung der Raumladungen mit den Luftströmungen, c) durch den Ladungstransport bei geladenen Niederschlägen in flüssiger oder fester Form, d) durch den in seinem Wesen noch unbekanntem „Gegenstrom“.

a) *Der Leitungsstrom.* Dem — von lokalen Deformationen infolge unregelmäßiger Oberflächengestalt abgesehen — vertikal abwärts gerichteten normalen Erdfelde entspricht ein Leitungsstrom gleicher Richtung; bei „Störungen“ kann zugleich mit der Feldstärke der Strom abnorm hohe Werte erreichen, verschwinden oder seine Richtung umkehren.

Methoden. Indirekt wird die Stromdichte i aus den einzeln gemessenen Faktoren, Leitfähigkeit A und Feldstärke \mathcal{E} berechenbar. Direkte Bestimmungen ergeben sich durch galvanometrische oder

58) Siehe Fußnote Nr. 54.

elektrometrische Messungen der Ladungszufuhr an eine isolierte horizontale Platte, die von einem Felde gleicher Form und Stärke umgeben ist wie ein Stück der Erdoberfläche. Ist die Empfangsplatte in einiger Höhe über dem Boden angebracht oder in einer das Feld verzerrenden Umgebung (Häuser, Bäume, Bergabhänge usw.) aufgestellt, so ist analog wie für die Feldstärke eine „Reduktion auf die Ebene“ notwendig (vgl. p. 250). Außerdem bewirkt die allmähliche Aufladung eine Abnahme des ursprünglichen Feldes und erfordert daher entweder Wahl hinreichend kurzer Expositionszeiten oder Kompensierung der zugeführten Ladungen (C. T. R. Wilson⁵⁹), G. C. Simpson⁶⁰). Hervorzuheben ist — gegenüber einer in der Literatur zu findenden mißverständlichen Auffassung —, daß bei ruhender oder bloß horizontal bewegter Luft die einer horizontalen Platte zugeführte Ladung entsprechend der Kontinuitätsbedingung des Stromes ein Maß des Gesamtstromes, nicht bloß des Bestandteiles $i_+ = \lambda_+ \mathcal{E}$ ist.

Resultate. 13 Messungsreihen an verschiedenen Orten, die aber wegen ungleicher Anzahl der Einzelmessungen und Verteilung auf Jahres- und Tageszeiten nicht streng vergleichbar sind, liefern für die Dichte des ungestörten Leitungstromes Mittelwerte zwischen 30 und $95 \cdot 10^{-8} \frac{\text{st. E.}}{\text{cm}^2}$, im Gesamtdurchschnitt $63 \cdot 10^{-8} \frac{\text{st. E.}}{\text{cm}^2} = 21 \cdot 10^{-17} \frac{\text{A.}}{\text{cm}^2}$. Werte von W. Knoche⁶¹) in der bolivianischen Hochkordillere (auf die Ebene reduziert?) gehen beträchtlich höher; Ballonbeobachtungen der Leitfähigkeit und der Feldstärke lassen auf eine Stromdichte gleicher Größenordnung (etwa $40 \cdot 10^{-8} \frac{\text{st. E.}}{\text{cm}^2}$) auch in höheren Schichten (bis 9000 m) schließen. Auch der ungestörte Leitungstrom zeigt typische Perioden (jährliche Periode mit Wintermaximum und Sommerminimum, lokal verschiedene tägliche Periode) und unregelmäßige Schwankungen, aber in merklich geringerem Grade als die beiden Faktoren A und \mathcal{E} einzeln.

b) *Konvektionsströme.* Vertikale Luftströmungen bedingen zugleich einen vertikalen Konvektionsstrom, der sich aber schwer quantitativ schätzen läßt, da ja im allgemeinen keine vertikale Gesamtbewegung, sondern ein Austausch durch nebeneinanderliegende auf- und absteigende Luftströmungen stattfindet. Über den hypothetischen Anteil des vertikalen Konvektionsstromes am Gegenstrom vgl. p. 259.

Die horizontalen Konvektionsströme ergeben sich aus dem Pro-

59) Roy. Soc. Proc (A) 80 (1908), p. 537.

60) Phil. Mag. (6) 19 (1910), p. 715.

61) Phys. Zeitschr. 12 (1911), p. 179; 13 (1912), p. 1221.

dukt der Raumladung und Windgeschwindigkeit; bei $\rho = 0.2 \cdot 10^{-9} \frac{\text{st. E.}}{\text{cm}^2}$ (vgl. p. 254) genügen also Windgeschwindigkeiten von weniger als $5 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$, um Stromdichten der gleichen Größenordnung wie die des Leitungsstromes zu erzeugen. Die magnetischen Wirkungen derartiger Konvektionsströme (ebenso des Leitungsstromes) sind klein im Verhältnis zu der bei der Messung der erdmagnetischen Elemente erzielbaren Genauigkeit, also praktisch bedeutungslos.

c) *Niederschlags Elektrizität.*

Methode. Die zuerst von *J. Elster* und *H. Geitel*⁶²⁾ eingeführte Methode zur Messung der von Regen und Schnee getragenen Ladungen ergibt sich im Prinzip von selbst: Aufstellung einer isolierten Auffangschale, deren Aufladung elektrometrisch (bisweilen ballistisch-galvanometrisch) gemessen wird. Zahlreiche in neuerer Zeit angewandte Versuchsanordnungen unterscheiden sich nur durch die Dimensionen (und daher Empfindlichkeit) sowie durch die mehr oder minder vollkommene Vermeidung von Fehlerquellen (Influenzwirkung des Erdfeldes, Ladungsverlust durch Isolationsfehler, Ladungszufuhr durch vom Schutzdache abspritzende Tropfen usw.). Einige Anordnungen gestatten Registrierung. Eine kritische Zusammenstellung der Methoden und Resultate findet man bei *H. Benndorf*⁶³⁾.

Resultate. Sowohl Regen als Schnee liefern Ladungen wechselnder Stärke und Vorzeichens. Die auch meteorologisch häufig unterschiedenen Typen: Land-, Böen- und Gewitterregen, sind auch verschieden bezüglich des Ladungstransportes; die mittlere Stromdichte (im absoluten Betrage) kann bei Landregen auf etwa $10^{-5} \frac{\text{st. E.}}{\text{cm}^2}$, bei Böenregen auf das 10fache geschätzt werden und reicht bei Gewitterregen bisweilen bis zum 100fachen. Von besonderer Wichtigkeit ist die Frage nach der algebraischen Summe der Niederschlagsladungen. Während die älteren Messungen von *Elster* und *Geitel* in Wolfenbüttel und von *H. Gerdien*⁶⁴⁾ in Göttingen eine *negative* Gesamtladung ergaben, fanden später zahlreiche Beobachter [*G. C. Simpson*⁶⁵⁾ in Simla, Indien; *K. W. F. Kohlrausch*⁶⁶⁾ in Puerto Rico, *K. Kähler*⁶⁷⁾

62) Meteor. Zeitschr. 5 (1888), p. 95; Wien Ber. 99 (1890), p. 421; Terrestr. Magn. 4 (1899), p. 15

63) München Ber. 1912, p. 402.

64) München Ber. 33 (1903), p. 367; Phys. Zeitschr. 4 (1903), p. 837.

65) Phil. Trans. (A) 209 (1909), p. 379; Roy. Soc. Proc. (A) 83 (1909), p. 394.

66) Wien Ber. 118 (1909), p. 25.

67) Phys. Zeitschr. 9 (1908), p. 258; Veröff. d. Kgl. Preuß. met. Inst. Nr. 213, 1909.

und später *F. Schindelhauer*⁶⁸⁾ in Potsdam; *H. Benndorf*⁶⁹⁾ in Graz; *A. Baldit*⁷⁰⁾ auf dem Puy-en-Velay, Frankreich; *G. Berndt*⁷¹⁾ in Argentinien; *J. A. Mc. Clelland* und *J. J. Nolan*⁷²⁾ in Dublin und *F. Herath*⁷³⁾ in Kiel] durchwegs *positive* Summen. Dabei kommt dies durch größere *Häufigkeit* der positiv geladenen Niederschläge zustande, während die mittleren Stromdichten für positive und negative Regen fast gleich sind. Zahlreiche interessante statistische Ergebnisse, besonders von *Simpson* und von *Schindelhauer*, über den Zusammenhang der Ladungsverhältnisse mit dem meteorologischen Charakter der Niederschläge entziehen sich einer kurzen Darstellung.

Gleichzeitige Beobachtungen des Feldes, das bei Niederschlägen, besonders böigen oder gewitterigen Charakters, häufig stark schwankt und das Vorzeichen wechselt, ergeben häufig *entgegengesetzten* Gang, d. h. bei abwärts gerichtetem Felde (posit. Potentialgefälle) ist der Niederschlag negativ geladen und umgekehrt; bisweilen, aber seltener, erfolgen die Änderungen von Feldstärke und Niederschlagsladung *gleichsinnig*.

d) *Der Gegenstrom*. Wie bereits wiederholt erwähnt, fordert die Tatsache, daß infolge des Zusammenwirkens von Erdfeld und Leitfähigkeit der Luft ein dauernder Leitungsstrom (normal abwärts gerichtet) besteht, die Annahme eines Prozesses, der die felderzeugenden Ladungen stetig ergänzt und für den hier in Ermangelung eines kurzen üblichen Ausdruckes die Bezeichnung „Gegenstrom“ eingeführt wird. Der Gegenstrom muß also im Durchschnitte den höheren Luftschichten positive, dem Erdboden negative Ladungen in jenem Betrage zuführen, der dem mittleren Leitungsstrom entspricht. Die positiven Raumladungen in den der Beobachtung zugänglichen Höhen müssen nicht unmittelbar durch den Gegenstrom an Ort und Stelle gebracht werden, da sie sich — wie p. 254/255 ausgeführt wurde — teils infolge der Elektrodenwirkung des Bodens, teils infolge eines Leitfähigkeitsgefälles automatisch durch den Leitungsstrom ausbilden. Prinzipiell könnte man drei mögliche Formen des Gegenstromes unterscheiden: I. Transport *positiver* Ladungen von *unten nach oben*; II. Transport *negativer* Ladungen von *oben nach unten*; III. *Übereinanderlagerung*

68) Veröff. d. Kgl. Preuß. met. Inst. Nr. 263, 1913; Met. Zeitschr. 30 (1913), p. 599.

69) Wien Ber. 119 (1910), p. 89.

70) Paris C. R. 162 (1911), p. 807; 154 (1912), p. 731; Le Rad. 9 (1912), p. 92.

71) Phys. Zeitschr. 13 (1912), p. 151.

72) Irish Acad. Proc. 29 (1912), p. 81; 30 (1912), p. 61; Le Rad. 9 (1912), p. 277 u. 421.

73) Phys. Zeitschr. 15 (1914), p. 155.

beider Vorgänge analog wie bei einer Ionenleitung; ferner für jede dieser Formen zwei Unterarten, je nachdem der vertikale Ladungstransport A) „*an Ort*“, d. h. am selben Orte stattfindet, wo der Leitungsstrom herrscht, oder B) *an entfernter Stelle*, so daß *horizontale Ströme* (oben zum Beobachtungsort hin, unten als Erdströme von dort weg) den in sich geschlossenen Stromkreis ergänzen müssen. Von diesen drei, beziehungsweise sechs Formen sind bisher nur einige in speziellerer Ausführung als Hypothesen in Betracht gezogen worden.

I. Aus der empirisch festgestellten Tatsache, daß der Diffusionskoeffizient negativer Ionen größer ist als der positiver, folgerten *J. Elster* und *H. Geitel*⁷⁴), daß die leitende Erdoberfläche (besonders innerhalb elektrostatisch geschützter Räume, wie Wälder u. dgl.) mehr *negative* als positive Ladung durch *Ionenadsorption* aufnehme. Einwände gegen das quantitative Zureichen dieser Vorstellung wurden von *G. C. Simpson*⁷⁵) erhoben; auch ist ersichtlich, daß die Erklärung der Ergänzung der negativen Erldladung nicht ausreicht, wenn nicht zugleich angegeben wird, wie die durch den Leitungsstrom dauernd in höhere Schichten gebrachten negativen Ionen durch Zufuhr positiver Ladungen neutralisiert oder durch einen andern Prozeß weggeschafft werden. Statt der Adsorption aus der Außenluft machte *H. Ebert*⁷⁶) den analogen Vorgang in den Poren des Erdbodens selbst zur Grundlage seiner Theorie des Elektrizitätshaushaltes der Erde. Die bei der „Bodenatmung“ austretende Luft hätte somit einen Überschuß *positiver* Ionen, und die entsprechende Raumladung würde *konvektiv mit den aufsteigenden Luftströmen* in höhere Schichten gebracht. Soweit die Verhältnisse über nicht ionenabgebenden Flächen (wasser- oder eisbedeckten) zu erklären wären, müßte dann eine Zufuhr positiver Ladungen in der Höhe durch horizontale Konvektionsströme, eine Zufuhr negativer Ladungen unten durch Erdströme, also eine in das Schema I B fallende Anschauung, angenommen werden. Auch hiergegen wurden von *G. C. Simpson*⁷⁷) und *H. Gerdien*⁷⁸) Bedenken über die quantitativen Verhältnisse vorgebracht, während *Ebert* selbst diese zu entkräften versuchte; in der Tat erhält man aus den großen Raumdichten der *untersten* Schichten die geforderte Größe des vertikalen Konvektionsstromes schon bei mäßigen Werten der

74) *Terrestr. Magn.* 4 (1899), p. 231.

75) *Phil. Mag.* (6) 6 (1903), p. 589; *Phys. Zeitschr.* 4 (1903), p. 480.

76) *Phys. Zeitschr.* 5 (1904), p. 135 u. 499; 6 (1905), p. 825 u. 828.

77) *Phys. Zeitschr.* 5 (1904), p. 325 u. 734.

78) *Phys. Zeitschr.* 6 (1905), p. 647.

vertikalen Luftgeschwindigkeit, ebenso durch plausible Annahmen (vgl. p. 257) die horizontalen Stromkomponenten in der Höhe oberhalb nicht ionenabgebender Gebiete; dagegen ist offenbar der vertikale Konvektionsstrom in *hohen* Schichten (etwa oberhalb 1000 m) nicht vereinbar mit zulässigen Annahmen über die Vertikalgeschwindigkeit der Luft, besonders unter Berücksichtigung des Umstandes, daß ja keine einheitliche aufsteigende Bewegung, sondern ein Zirkulationsprozeß stattfindet.

II. Auf Grund der älteren Beobachtungsergebnisse, wonach die Gesamtladung der Niederschläge negativ ist, sah *H. Gerdien*⁷⁹⁾ in diesem Ladungstransport das Wesen des Gegenstromes. Für gerade niederschlagsfreie Gebiete ist dann natürlich analog wie früher erwähnt eine horizontale Zufuhr positiver Ladungen oben durch Wind, negativer Ladungen unten durch Erdströme anzunehmen. Die übereinstimmenden Ergebnisse der späteren Messungen (vgl. p. 257) haben dieser Theorie vorläufig die empirische Grundlage entzogen, obgleich wegen der relativ geringen Zahl der vorliegenden Daten der Gegenbeweis noch nicht als unwiderleglich angesehen werden kann.

III. Da erfahrungsgemäß in Niederschlagsgebieten als sogenannte Störung Umkehr der Feldrichtung, bisweilen mit abnormal hohen Werten der Feldstärke, auftritt und dabei die Leitfähigkeit eher übernormale Größe besitzt, kommen zweifellos stellen- und zeitweise beträchtliche negative Ladungen zur Erde und positive in hohe Luftschichten durch den „gestörten Leitungsstrom“ selbst. Die Frage, ob diese Störungen allein ausreichen, den Ladungstransport durch den normalen Leitungsstrom in störungsfreien Gebieten auszugleichen — wobei wieder Erdströme und horizontale Konvektion die horizontalen Strombahnteile bilden —, ließe sich mit voller Sicherheit ebenfalls erst entscheiden, wenn längere Beobachtungsreihen (ohne Ausschluß der gestörten Werte!) von einem dichten Netze vorlägen. Statistische Ergebnisse über die Häufigkeit umgekehrter Leitungsströme (negativen Potentialgefälles) an bestimmten Orten lassen aber diese Auffassung als sehr wenig wahrscheinlich erkennen (*G. C. Simpson*⁸⁰⁾).

Die bisher aufgestellten Hypothesen über die Natur des „Gegenstromes“ sind also wenig befriedigend, und allgemein wird anerkannt, daß dieses Grundproblem der Lufterlektrizität bisher ungelöst ist.

6. Das gestörte Feld der Troposphäre. Wie schon erwähnt, sind Störungen des Feldes, d. i. Auftreten abnormal hoher Feldstärken

79) ebendort.

80) *Met. Zeitschr.* 30 (1913), p. 235.

oder Vorzeichenwechsel, an intensive Kondensationsvorgänge in der Luft gebunden. Es liegt daher nahe, die Ansammlung starker Ladungen in der Luft mit diesen Vorgängen genetisch zu verknüpfen, entweder durch die Annahme, daß bei diesen eine besondere Form der Elektrizitätsentwicklung stattfindet, oder daß sie Anlaß zur Ansammlung der bereits normalerweise in der Luft enthaltenen Ionen geben; in beiden Fällen ist nachträgliche Trennung der erzeugten oder aufgespeicherten Ladungen durch mechanische Kräfte erforderlich.

Neben älteren Theorien (Elektrizitätsentwicklung bei der Kondensation; Reibung von Eis und Wasser u. a.), deren Voraussetzungen keine empirische Bestätigung gefunden haben, liegen drei Erklärungsversuche aus neuerer Zeit vor:

1. *Wilson-Gerdiensche Kondensationstheorie*. Experimentell wurde von *C. T. R. Wilson*⁸¹⁾ festgestellt, daß bei adiabatischer Ausdehnung feuchter Luft an zahlreichen verschiedenen Arten von „Kernen“ schon bei geringen Graden der Übersättigung Kondensation eintritt, dagegen an Ionen erst bei beträchtlichen Graden der Übersättigung, und zwar an negativen Ionen bei 4facher Übersättigung (adiabatische Ausdehnung auf das 1.25fache des ursprünglichen Volums), an positiven bei 6facher Übersättigung (Ausdehnung auf 1.33). Hinweise *Wilson*s auf die geophysikalische Bedeutung dieser Tatsache wurden von *H. Gerdien*⁸²⁾ zu einer Theorie der Wolken- und Niederschlags Elektrizität ausgebildet: bei kräftigen aufsteigenden Luftströmen erfolgt zunächst Kondensation an Kernen, die dadurch ausgeschieden werden (typisches Beispiel die Cu-Bildung), beim weiteren Aufsteigen der nun kernfreien Luft zuerst Übersättigung und dann Kondensation an den *negativen* Ionen, somit die Bildung einer negativ geladenen Wolke (Umwandlung des Cu in einen Cu-Ni mit cirrösen Gebilden an seinem Gipfel), während die positiven Ionen im allgemeinen noch höher geführt, eventuell durch horizontale Strömungen verteilt werden. Hieraus leitet *Gerdien* die — damals angenommene (vgl. p. 257) — negative Niederschlagsladung her sowie die großen Wolkenladungen, wie sie bei Gewittern vorkommen. Numerische Rechnungen zeigen, daß zur Ansammlung von so großen Ladungen in Wolken unwahrscheinlich große Luftmengen normalen Ionengehaltes erforderlich sind, ferner daß zur Trennung der positiven Ionen von den negativen Kondensationsprodukten enorme Geschwindigkeiten des aufsteigenden Luftstromes angenommen werden müßten.

81) Phil. Trans. 189 (1897), p. 265; Nature 62 (1900), p. 149.

82) Phys. Zeitschr. 6 (1905), p. 647.

2. G. C. Simpsons⁸³⁾ Theorie gründet sich auf die bereits erwähnte (p. 243) Erscheinung („Lenardeffekt“), daß beim Zerspritzen eines Tropfens eine positive Elektrisierung des Wassers und eine negative der umgebenden Luft eintritt, und ferner auf die Tatsache, daß große Tropfen bei einer Relativgeschwindigkeit von etwa $8 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ gegen Luft in kleine Tropfen zerfallen. Es findet also zunächst unterhalb einer stark regnenden Wolke eine Erzeugung von Ladungen in der Luft statt; die positiven Ladungen gelangen mit dem Niederschlag zur Erde, die in der Luft gebildeten negativen Ionen werden durch Anlagerung an Nebeltröpfchen (Wolkenelemente) schwer beweglich und daher auch in kräftigen Feldern vom aufsteigenden Luftstrom in die Höhe geführt. Während Simpson zahlreiche Einzelergebnisse seiner Niederschlagsmessungen in Simla auf Grund dieser Theorie zu erklären vermag, entsprechen nach F. Schindelbauer⁸⁴⁾ die Potsdamer Beobachtungen nicht den theoretischen Folgerungen. Nach M. Aganin⁸⁵⁾ ist auch der Grundvorgang, die Elektrizitätserzeugung beim Zerspritzen der Tropfen, quantitativ völlig unzureichend, solange die Tropfen — nicht auf ein festes Hindernis auftreffend — in der Luft zerrieben.

3. J. Elsters und H. Geitels Influenztheorie.⁸⁶⁾ Experimentell läßt sich zeigen, daß Wassertropfen verschiedener Größe in leitende Berührung kommen und dann, ohne zusammenzufließen, sich wieder trennen können. Bei relativer Bewegung von Tropfen verschiedener Größe in einem elektrischen Felde treten dann Influenzwirkungen und Ladungstrennungen ein. Nach der älteren Auffassung (1885) gleiten die relativ zu den fallenden Regentropfen aufwärts bewegten Nebeltröpfchen um diese herum, nehmen an deren Oberseite Ladungen vom gleichen Vorzeichen wie die Erdladung an, während die Regentropfen mit entgegengesetzter Ladung zu Boden fallen; der Niederschlagsstrom hat also gleiche Richtung wie der Leitungsstrom und daher die Tendenz, das elektrische Feld auszugleichen. Nach der neueren modifizierten Auffassung (1912) tritt an der Unterseite der Regentropfen eine Reflexion der Nebeltröpfchen ein; die Ladungsvorzeichen bei den Tropfen und Tröpfchen werden also vertauscht, der Niederschlagsstrom hat entgegengesetzte Richtung wie der Leitungsstrom und damit die Ten-

83) Phil. Trans. (A) 209 (1909), p. 379; Phys. Zeitschr. 14 (1913), p. 1057

84) Met. Zeitschr. 30 (1913), p. 599; Phys. Zeitschr. 14 (1913), p. 1292.

85) Met. Zeitschr. 29 (1912), p. 171; Ann. (4) 45 (1914), p. 1003.

86) Ann. d. Phys. 25 (1885), p. 116 u. 121; München Ber. 1912, p. 392; Phys. Zeitschr. 14 (1913), p. 1287.

denz, das vorhandene Feld zu *verstärken*. Schindelhauer⁸⁷⁾ findet viele Einzelheiten seiner Beobachtungen über Niederschlagsladungen in Übereinstimmung mit dieser Theorie.

Leuchtende Entladungen entstehen bei den Störungen des Feldes, sobald die Feldstärke zur *Stoßionisation* (vgl. p. 243) hinreichende Größe erreicht hat. Über die quantitativen Verhältnisse der natürlich vorkommenden Entladungsformen (Elmsfeuer, Flächenblitze, Funken-, Perlschnur- und Kugelblitze) bezüglich Lage der ursprünglichen Ionisierungspartie, Dauer, zeitliche Entwicklung, Stromstärke und Spannung liegen erst ziemlich spärliche Resultate vor. Ein genaueres Eingehen hierauf sowie auf die meteorologischen Bedingungen und Begleiterscheinungen der Gewitter und verwandter Vorgänge verbietet der Raummangel.

7. Elektrische Erscheinungen in der Stratosphäre (Polarlicht).

Räumliche Verteilung. Die Polarlichterscheinungen treten, wie der Name besagt, am häufigsten in den Polargegenden auf; genauere statistische Zusammenstellungen für die Nordhemisphäre und darauf gegründete Konstruktion von „Isochasmen“, d. i. Linien gleicher Nordlichthäufigkeit, liefern eine ringförmige Zone maximaler Häufigkeit, die den magnetischen Nordpol in einer Entfernung von etwa 20° bis 25° umgibt und in der die mittlere Zahl der an einem Orte beobachteten Nordlichter den Wert 100 für das Jahr übersteigt. Nach beiden Seiten hin nimmt die Häufigkeit ab, beträgt z. B. in Mitteleuropa (etwa unter 50° n. B.) nur mehr 1, in Südeuropa (40° n. B.) nur mehr 0.1 im Jahr.

Zeitliche Verteilung. Soweit eine Elimination des Einflusses des Tageslichtes auf die Sichtbarkeit möglich ist, ergibt sich eine *tägliche* Periode (Maximum 8^h p. m. bis 10^h p. m., Minimum etwa 11^h a. m.) und eine *jährliche* (Maxima im März und Oktober, Minima in der Nähe der Solstitien); ferner ist deutlich eine *11jährige* Periode ausgesprochen, wobei Sonnenflecken- und Polarlichthäufigkeit parallel verlaufen, sowie eine *26tägige* der Sonnenrotation entsprechende; das Bestehen einiger anderer Periodenwerte ist noch fraglich.

Formen. Der Form nach pflegt man zu unterscheiden Polarlichter *nichtstrahliger* Struktur (Bogen, wolkenartige Gebilde, diffuser Nordlichtdunst) und *strahliger* Struktur (Bänder, Draperien, Strahlen, Korona). Die erstgenannten Formen sind relativ beständig und nicht von magnetischen Störungen begleitet, die strahligen Formen dagegen rasch veränderlich und meistens mit solchen Störungen verknüpft.

87) Vgl. Fußnote 84.

Eine Beeinflussung der luftelektrischen Größen (Feldstärke, Leitfähigkeit) konnte nicht konstatiert werden. Die Bogen sind in der Regel senkrecht zum magnetischen Meridian, die strahligen Formen parallel der Inklinationsrichtung angeordnet.

Höhenlage. Ältere Angaben liefern 400 bis 500 km Höhe für die Bogen, kleinere Werte für die strahligen Formen. Eine Reihe photogrammetrischer Messungen *C. Störmers*⁸⁸⁾ in Bossekop (nördl. Norwegen) gab Werte zwischen 40 und 370 km.

Spektrum. Charakteristisch ist vor allem die Hauptlinie („Nordlichtlinie“) bei 0.557μ , ferner sind starke Linien bei 0.427 und 0.390μ und zahlreiche schwächere vorhanden; sie lassen sich zum Teil mit den Linien des Glimmlichtspektrums in Stickstoff, Wasserstoff und Helium identifizieren, zum Teil sind sie fraglicher (seltene Edelgase?) oder unbekannter Herkunft, so vor allem die Hauptlinie, als deren Träger bisweilen ein hypothetisches Gas, das „Geocoronium“, angesehen wird (*A. Wegener*⁸⁹⁾). Nach Beobachtungen *E. Wiecherts* in Göttingen ist die Nordlichtlinie mit lichtstarken Spektroskopen sehr häufig im diffusen Lichte des Nachthimmels zu finden.

Theorie. Schon frühzeitig wurde die Ähnlichkeit des Polarlichtes mit Entladungen in verdünnten Gasen erkannt und daher elektrische Natur des Vorganges angenommen; die oft als Begleiterscheinung auftretenden magnetischen Störungen stützten diese Auffassung. Den Ursprung suchen ältere, nicht weiter ausgebildete Hypothesen in rein terrestrischen Vorgängen, andere in kosmischen. So wurde zunächst von *E. Goldstein*⁹⁰⁾ und später von *A. Paulsen*⁹¹⁾ eine *Kathodenstrahlung der Sonne* als mögliche Ursache bezeichnet und diese Idee besonders von *K. Birkeland*⁹²⁾ weiter ausgebildet, während *S. Arrhenius*⁹³⁾ durch Strahlungsdruck bewegten, negativ geladenen kosmischen Staub an die Stelle der Kathodenstrahlen setzte. Eine quantitative Ausgestaltung fand die Birkelandsche Theorie durch *C. Störmer*⁹⁴⁾, der die Trajektorien der von der Sonne ausgehenden Ladungsträger im magnetischen Felde der Erde rechnerisch untersuchte. Qualitativ ergab sich Übereinstimmung mit den beobachteten Tatsachen: Konzentration der

88) Bericht über eine Expedition nach Bossekop, Kristiania 1911.

89) Phys. Zeitschr. 12 (1:11), p. 170 u. 214.

90) Ann. d. Phys. 12 (1881), p. 266.

91) Met. Zeitschr. 11 (1894), p. 454; 18 (1901), p. 414.

92) Arch. d. scienc. phys. et nat. (4) 1 (1896), p. 497; Expedition norvegienne de 1899/1900, Cristiania 1901.

93) Lehrbuch der kosmischen Physik, Leipzig 1903.

94) Arch. d. scienc. phys. et nat. (4) 24, 1907; 32 (1911), p. 117, 190, 277, 415 u. 501; 33 (1912), p. 51, 113.

magnetisch abgelenkten Kathodenstrahlen auf einen den magnetischen Pol umgebenden Gürtel; quantitativ aber insofern eine Abweichung, als die tatsächliche Lage dieses Gürtels (vgl. oben) fordern würde, daß die wirksamen Strahlen einen außerordentlich hohen Wert des charakteristischen Produktes $HR = \frac{mv}{e}$ (H magnetische Feldstärke, R Krümmungsradius der Strahlenbahn, m Masse, e Ladung, v Geschwindigkeit der Ladungsträger) besitzen müßten, nämlich $HR = 10^6 C.G.S.$, und daher eine Geschwindigkeit, die nahezu die Lichtgeschwindigkeit c erreicht, nämlich $v = 0.9999985 c$.

Da die schnellsten bisher bekannten β -Strahlen radioaktiver Elemente weit unterhalb dieses Wertes bleiben, nahm *P. Lenard*⁹⁵⁾ an, daß in der Sonne noch unbekannte Radioelemente vorhanden seien, welche β -Strahlen von dieser hohen Anfangsgeschwindigkeit emittieren; zugleich zeigte er, daß die für solche Strahlen berechneten Absorptionskoeffizienten mit der beobachteten Eindringungstiefe in die Atmosphäre (Höhe der Polarlichter) in der Größenordnung übereinstimmen.

Im Gegensatze hierzu vertritt *L. Vegard*⁹⁶⁾ die Hypothese, daß nicht β -Strahlen, sondern α -Strahlen, also positiv geladene Teilchen, die Erreger des Polarlichtes sind; der hohe Wert von $\frac{mv}{e}$ für α -Teilchen führt bei normalen Werten der Geschwindigkeit auf die richtige Größenordnung des Produktes HR ; auch viele spezielle Eigentümlichkeiten, z. B. die scharfe Begrenzung nach unten bei Draperien u. a., fänden so eine zwanglose Erklärung. Dagegen bereitet es Schwierigkeiten, auch die relativ tiefer herabreichenden Formen mit den Absorptionsverhältnissen bei α -Strahlen in Einklang zu bringen.

Störmer selbst endlich glaubt auch β -Strahlen normaler Geschwindigkeiten als Ursache festhalten zu können, nämlich durch die Annahme, daß die anormale Lage des Gürtels größter Häufigkeit durch *störende Magnetfelder* außerhalb der Erdatmosphäre bedingt werde; speziell das magnetische Feld eines hypothetischen Korpuskularstromes, der die Erde in einiger Entfernung in der Äquatorialebene umkreist, würde dieser Forderung genügen.

95) Heidelberg Ber. 1910, Nr. 17; 1911, Nr. 12.

96) Phil. Mag. (6) 23 (1912), p. 211.

VI 1, 10. ERDMAGNETISMUS.

VON

AD. SCHMIDT

IN POTSDAM.

Inhaltsübersicht.

1. Einleitung.

A. Die Bestimmung des erdmagnetischen Feldes. Instrumente und Beobachtungsmethoden.

2. Allgemeines.
3. Die Elemente der Beobachtungsmittel und Methoden.
4. Die ponderomotorische Einwirkung zweier Magnete aufeinander.
5. Besondere Fälle. Gebrauchsformeln.
6. Temperatureinfluß und Induktion.
7. Ablenkungsbeobachtungen.
8. Schwingungsbeobachtungen.
9. Bestimmung der Magnetkonstanten.
10. Variationsbeobachtungen.
11. Richtungsmessungen.
12. Intensitätsmessungen.
13. Sonstige Messungen. Deviation.

B. Das erdmagnetische Feld. Beobachtungsergebnisse und zusammenfassende Darstellungen.

14. Überblick über die Erscheinungen.
15. Gang der Mittelwerte. Nachtstörung. Säkularvariation.
16. Periodische Schwankungen, insbesondere die tägliche Variation.
17. Störungen.
18. Erdströme. Polarlicht.
19. Die räumliche Verteilung des Feldes.
20. Die *Gaußsche* Theorie.

C. Die physikalische Natur der erdmagnetischen Erscheinungen.

21. Dauernde Magnetisierung und Säkularvariation.
22. Periodische Schwankungen. Theorie von *Schuster*.
23. Störungen und damit zusammenhängende Vorgänge

Literatur.

- Chr. Hansteen*, Untersuchungen über den Magnetismus der Erde. Christiania 1819.
- C. F. Gauß* und *W. Weber*, Resultate aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1836, 1837, 1838, 1839, 1840; 1841. 6 Hefte. Göttingen, Leipzig.
- J. Lamont*, Handbuch des Erdmagnetismus, Berlin 1849.
- , Handbuch des Magnetismus, Leipzig 1867.
- H. Lloyd*, A treatise on magnetism general and terrestrial, London 1874.
- J. Liznar*, Anleitung zur Messung und Berechnung der Elemente des Erdmagnetismus, Wien 1883.
- S. Günther*, in: Handbuch der Geophysik, Bd. 1, 2. Aufl., Stuttgart 1897.
- E. Mascart*, Traité de magnétisme terrestre, Paris 1900.
- F. Auerbach*, in: Handbuch der Physik, Bd. 5, 2. Aufl., Leipzig 1905.
- F. Kohlrausch*, Lehrbuch der praktischen Physik, Leipzig und Berlin 1910.
- W. Trabert*, in: Lehrbuch der kosmischen Physik, Leipzig 1911.
- A. Nippoldt*, in: Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik und Meteorologie. 10. Aufl. 4. Band, 15. Kap. Der Erdmagnetismus. Braunschweig 1914.
- A. v. Tillo*, Tables fondamentales du magnétisme terrestre, Petersburg 1896.
- Ad. Schmidt*, Archiv des Erdmagnetismus, eine Sammlung der wichtigsten Ergebnisse erdmagnetischer Beobachtungen in einheitlicher Darstellung. Heft 1/2, Potsdam 1903, 1909.
- G. Neumayer*, Atlas des Erdmagnetismus mit ausführlichem kritischem Text, Gotha 1891.
- W. v. Benmelen*, Die Abweichung der Magnetnadel; Beobachtungen, Säkulare Variation, Wert- und Isogonensysteme bis zur Mitte des 18. Jahrhunderts, Batavia 1899.
- H. Fritsche*, Atlas des Erdmagnetismus für die Epochen 1600, 1700, 1780, 1842 und 1915, Riga 1903.
- G. Hellmann*, Repertorium der deutschen Meteorologie, Leipzig 1883.
- O. Baschin*, Bibliotheca geographica, Band 1—17, Berlin.
- K. Schering*, Bericht über die Fortschritte unserer Kenntnisse vom Magnetismus der Erde, im Geographischen Jahrbuch, Band 13, 15, 17, 20, 23, 28 Gotha.
- G. Hellmann*, Magnetische Kartographie, Berlin 1910.
- L. A. Bauer*, Terrestrial Magnetism, Band 1—3, Chicago 1896—1898; Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity, Band 4—19, Chicago 1899—1914 (Fachzeitschrift).

1. Einleitung. An der Erdoberfläche und in ihrer der unmittelbaren Beobachtung zugänglichen Nähe herrscht überall ein natürliches magnetisches Feld von sehr charakteristischer, in seinen Hauptzügen verhältnismäßig einfacher Beschaffenheit. Die nähere Untersuchung zeigt, daß dieses Feld zeitlichen Veränderungen unterworfen ist, und lehrt ferner einige andere Erscheinungen (elektrische Strömungen in der Erde, Polarlichter, Vorgänge auf der Sonne) kennen, die mit diesen Veränderungen in einem gewissen Zusammenhange stehen.

Der erdmagnetischen Forschung fällt hiernach die Aufgabe zu, jenes magnetische Feld als Funktion von Ort und Zeit durch geeignete Beobachtungsmethoden zu ermitteln, die erwähnten Zusammenhänge und die sonstigen Bedingungen, von denen es abhängt, festzustellen und auf dieser Grundlage eine physikalische Deutung der Erscheinungen zu gewinnen. Natürlich ist die Trennung der empirischen und der theoretischen Aufgabe hier ebensowenig, wie in andern ähnlichen Fällen, streng durchzuführen, da jene immer nur Einzelwerte und Einzeltatsachen, bestenfalls Querschnitte der gesuchten Funktion liefert, deren interpolatorische Ergänzung nur durch die Berücksichtigung theoretischer Gesichtspunkte ermöglicht oder wenigstens erleichtert werden kann, soweit solche nicht schon überhaupt bei der Anlage der empirischen Forschung leitend sind.

Für die anzuwendenden Beobachtungsmethoden, die bei jeder physikalischen Aufgabe wesentlich von der Größenordnung der zu erforschenden Objekte und Vorgänge abhängen, ist der Umstand von ausschlaggebender Bedeutung, daß das erdmagnetische Feld sehr schwach ist. Seine Intensität bleibt überall (von ganz wenigen, kleinen Stellen abgesehen) unter dem Betrage 1 im C. G. S.-System; sie beträgt im Mittel ziemlich genau 0,5 Gauß (Γ), und ihre zu messenden Schwankungen überschreiten selten einige Zehntausendstel jener Einheit, so daß sich für sie die von *Eschenhagen* vorgeschlagene sekundäre Einheit, $1\gamma = 0,1^5 \Gamma$, als zweckmäßig erwiesen und eingebürgert hat.¹⁾ Die von *Gauß* und *Weber* benützte, auch jetzt noch in einigen erdmagnetischen Publikationen festgehaltene Einheit $\text{mm}^{-\frac{1}{2}} \text{g}^{\frac{1}{2}} \text{sec}^{-1}$ ist gleich $0,1 \Gamma$, die besonders früher an englischen Observatorien übliche $\text{foot}^{-\frac{1}{2}} \text{grain}^{\frac{1}{2}} \text{sec}^{-1}$ gleich $0,046108 \Gamma$, so daß umgekehrt $1 \Gamma = 10 \text{ G. E.} = 21,688 \text{ Br. E.}$ ist. Die ursprünglich nur roh (als Intensität des Erdfeldes in Micuipampa am magnetischen Äquator) definierte konventionelle (*Humboldtsche*) Einheit, die u. a. *Gauß* in seiner allgemeinen Theorie benutzte, ist von diesem zu $3,4941 \Gamma$ angesetzt worden.²⁾ Nur vereinzelt wurden daneben noch andere absolute oder mit solchen

1) *M. Eschenhagen*, Über Simultanbeobachtungen erdmagnetischer Variationen. Terr. Magn. 1 (1896), p. 57. Anm. 2. Dem sonst im technischen Maßsystem geltenden Gebrauche würde es besser entsprechen, als Untereinheit das Mikrogauß, d. i. $0,1^6 \Gamma$, zu verwenden, und bei fortschreitender Verfeinerung der Messungen wird man vielleicht später einmal ohne praktische Unbequemlichkeit dazu übergehen können; z. Z. aber ist $0,1^5 \Gamma$ unzweifelhaft zweckmäßiger.

2) Resultate aus den Beobachtungen des magn. Vereins im Jahre 1838. Herausg. von *Gauß* u. *Weber*. Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus, Art. 31, p. 45 (*Gauß* Werke 5, p. 164).

exakt in Beziehung zu setzende Einheiten verwendet, so von *Poisson*, *Erman*, *Kupffer*.

Wegen der Schwäche des Feldes und der Kleinheit des Bruchteils davon, der noch eine Rolle in den zu betrachtenden Erscheinungen spielt, kommen von seinen Wirkungen im allgemeinen nur der ponderomotorische Einfluß auf Magnete und stromdurchflossene Spulen sowie die Induktionswirkung auf Eisen und Stromspulen in Betracht. Außerdem erreicht noch die Drehung der Polarisationssebene des Lichtes in der Atmosphäre eine nachweisbare, aber doch für den Zweck der Bestimmung des Feldes unzureichende Größe. Alle sonstigen Wirkungen (Ablenkung der Kathodenstrahlen, Hall-Effekt, Kerrsches Phänomen, Zeemann-Effekt) bleiben weit unter der Grenze der Mercklichkeit.

Vereinfacht wird die Aufgabe der Bestimmung des Feldes durch den Umstand, daß in nahezu allen praktisch wichtigen Fällen das Feld innerhalb des von den Apparaten eingenommenen Raumes mit einer weit über die Beobachtungsschärfe hinausgehenden Annäherung als homogen gelten darf. Die ponderomotorische Wirkung auf Magnete oder Spulen reduziert sich damit auf ein Drehungsmoment.³⁾ Die Homogenität des Feldes kann meistens auch noch für wesentlich größere Gebiete angenommen werden; die auf 100 m Verschiebung entfallende Feldänderung ist im allgemeinen kaum von der Größenordnung von 1γ .

Es genügt daher, streng genommen, wenn man imstande ist, an jedem Orte zu jeder Zeit den Feldvektor \mathfrak{F} nach Größe und Richtung zu ermitteln, und im allgemeinen beschränkt man sich auch darauf. Doch kann es gelegentlich zweckmäßig sein, und ist auch in einzelnen Fällen schon ausgeführt worden, Größen, die an sich daraus ableitbar wären, z. B. Zeit- und Raumgradienten von \mathfrak{F} , durch eigene instrumentelle Hilfsmittel zu bestimmen.

3) Den ersten experimentellen Nachweis dieser für die physikalische Theorie des Magnetismus grundlegenden Tatsache lieferte *Robert Norman* 1581: *The newe Attractiue*, ch. V u. VI (wiederabgedruckt in *Hellmann*, Neudrucke, Nr. 10, *Rara Magnetica*). Neuerdings hat *L. A. Bauer* genaue Wägungen von Stabmagneten angestellt, die eine geringe Gewichtszunahme (durchschnittlich um rund 0.1^6 der Gesamtmasse) bei kräftiger Magnetisierung ergaben (*Terr. Magn.* 13 (1908), p. 25). Die Versuche geben keine Veranlassung daran zu zweifeln, daß die Differenzen aus einer (nicht besonders bestimmten) Inhomogenität des Feldes und aus der Verschiedenheit der erdmagnetischen Induktion in den verschiedenen Zuständen der Stäbe entsprungen sind. *M. G. Lloyd* (*Terr. Magn.* 14 (1909), p. 67) fand bei Ringmagneten keine Änderung um $0,1^7$ der Masse bei einem Induktionsfluß von 13 500 *I*. Vgl. dazu weitere Bemerkungen von *Bauer* (*ebenda* p. 72).

Die im folgenden für die Bestimmungsstücke des Feldvektors gebrauchten Bezeichnungen sind: seine Stärke, die sogenannte *Totalintensität* F , sein Azimut, die *Deklination* D , von der Nordrichtung aus positiv über Osten gemessen, und seine Neigung unter die Horizontalebene, die *Inklination* I , oder aber seine drei rechtwinkligen Komponenten $X = F \cos I \cos D$ horizontal nach Norden, $Y = F \cos I \sin D$ horizontal nach Osten und $Z = F \sin I$ vertikal nach unten. Von praktischer Wichtigkeit ist noch die Horizontalintensität $H = F \cos I$. Die zeitlichen Schwankungen dieser Größen drückt man gewöhnlich durch Angabe ihrer Abweichungen von einem für einen gewissen Zeitraum angenommenen mittleren Zustande \mathfrak{F}_0 aus. Ist $\mathfrak{F} = \mathfrak{F}_0 + \Delta\mathfrak{F}$, und sind $\Delta F, H\Delta D, F\Delta I; \Delta H, \Delta D, \Delta Z; \Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ die Komponenten von $\Delta\mathfrak{F}$ nach drei verschiedenen durch die Natur der Sache nahegelegten Achsensystemen, so bestehen zwischen den so definierten Abweichungen die viel gebrauchten Beziehungen

$$\begin{aligned} \Delta H &= \Delta F \cos I - \Delta I F \sin I & \Delta X &= \Delta H \cos D - \Delta D H \sin D \\ \Delta Z &= \Delta F \sin I + \Delta I F \cos I & \Delta Y &= \Delta H \sin D + \Delta D H \cos D \end{aligned}$$

und für X, Y, Z ist $X = X_0 + \Delta X$ usw. Mit fast stets ausreichender Genauigkeit gilt auch für die übrigen Elemente $F = F_0 + \Delta F$ usw., da $\Delta F : F$ meistens eine so kleine Größe ist, daß ihre höheren Potenzen zu vernachlässigen sind.⁴⁾ Bezeichnet man die in Winkelmaß und zwar,

4) Die Zeichen $H, X, Y, Z, \Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ in dem hier gebrauchten Sinne, außerdem V für das (skalare) Potential, sind auf der Internationalen Meteorologischen Konferenz in Paris, 1896, vereinbart worden. Vgl. *G. Hellmann* und *H. K. Hildebrandsson*, Internationaler Meteorologischer Kodex, Berlin 1907, p. 54, 2. Aufl. 1911, p. 62. *Gauß* rechnet Y positiv nach Westen, ebenso die Deklination δ ; statt I, F, H schreibt er i, ψ, ω . Er benutzt bereits die Bezeichnung $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ für die zeitlichen Variationen (Allg. Theorie, Art. 41).

Eine vergleichende Zusammenstellung der von den verschiedenen Schriftstellern benutzten Bezeichnungen gibt *Frank H. Bigelow* in: The standard system of coordinate axes for magnetic and meteorological observations and computations. U. S. Dep. of Agriculture. W. B. Nr. 124, Washington 1897. Ausgehend von den in der theoretischen Physik ziemlich allgemein angenommenen Bezeichnungsgrundsätzen (Potential $V = +m : r$; positive Normale einer geschlossenen Fläche nach außen gerichtet; rechtsdrehende Achsensysteme) schlägt er vor, X nach Süden, Y nach Osten, Z nach oben positiv zu zählen. Diese Festsetzung führt praktisch zu einigen Unbequemlichkeiten: X ist auf der ganzen Erde (bis auf kleine Polargebiete) negativ; die positive Zählung von D ist der üblichen, durch den scheinbaren Lauf der Sonne natürlich gegebenen Azimutzählung entgegen; Z und I sind auf der Nordhalbkugel, die bei weitem die meisten Beobachtungen aufweist, negativ. Es kommt hinzu, daß sich die durch die Pariser Konferenz empfohlene Bezeichnung fast allgemein eingebürgert hat, und daß der Versuch einer grundsätzlichen Abänderung die fast erreichte

wie es üblich ist, in Minuten ausgedrückte Änderung von D und I durch $\Delta D^{(\prime)}$ und $\Delta I^{(\prime)}$, so ist mit derselben Annäherung $\Delta D^{(\prime)} = 3438 \Delta D$ $\Delta I^{(\prime)} = 3438 \Delta I$. (In der Praxis pflegt man die Feldkomponenten $H\Delta D$ und $F\Delta I$ einfach durch ΔD und ΔI zu bezeichnen.)

Dem Charakter der vorliegenden Enzyklopädie entsprechend, ist im folgenden der mathematische Gesichtspunkt für die Auswahl und Darstellung des Mitzuteilenden maßgebend gewesen. Daraus erklärt es sich, daß manche wichtigen Werke der erdmagnetischen Literatur gar nicht oder nur nebenbei wegen irgend einer Einzelheit angeführt werden. In der vorausgeschickten Übersicht der wichtigsten zusammenfassenden Darstellungen ist jedoch aus Zweckmäßigkeitsrücksichten über diesen Rahmen hinausgegangen, indem auch die hauptsächlichsten neueren auf die ganze Erde bezüglichen Materialsammlungen und Literaturübersichten sowie die ausführlicheren elementaren Darstellungen mit aufgenommen worden sind.

A. Die Bestimmung des erdmagnetischen Feldes. Instrumente und Beobachtungsmethoden.

2. Allgemeines. Das Ergebnis jeder physikalischen Messung besteht in den Werten einer oder mehrerer Funktionen

$$X = f_1(x, y \dots; a, b \dots), \quad Y = f_2(x, y \dots; a, b \dots), \quad \dots$$

gewisser unmittelbar beobachteter Größen $x, y \dots$, (die sämtlich in letzter Linie auf Ablesungen und Schätzungen an linearen Skalen (mit Einschluß von Kreisteilungen) oder auf entsprechender Festlegung von Augenblicken in einer durch Uhrschläge oder dergl. gegebenen Zeitskala hinauskommen), und anderer, als unveränderlich und gegeben betrachteter Größen $a, b \dots$. Die Beobachtung selbst liefert eine Anzahl von ihrer Form nach durch die Theorie des Messungsverfahrens gegebenen Beziehungen

$$\varphi_n(X, Y \dots; x, y \dots; a, b \dots; \alpha, \beta \dots) = 0 \quad n = 1, 2, 3 \dots$$

aus denen unter Elimination der Parameter $\alpha, \beta \dots$ die Werte von

Einheitlichkeit stören und auf lange Zeit zu Unzuträglichkeiten führen würde. Andererseits ist der *Bigelowsche* Vorschlag theoretisch richtig wegen des Anschlusses an die allgemeine physikalische Ausdrucksweise.

Um den entgegengesetzten Interessen gerecht zu werden und zugleich die Möglichkeit von Verwechslungen auszuschließen, ist in den späteren theoretischen Entwicklungen dort, wo es zweckmäßig schien, die Bezeichnung von *Bigelow*, jedoch in geänderter Schreibweise — S, T, R statt X, Y, Z — benutzt worden. Der Übergang von dieser zu der üblichen Bezeichnung erfolgt somit durch die Substitution $R = -Z, S = -X, T = Y$.

$X, Y \dots$ erhalten werden. Die Größen $\alpha, \beta \dots$, die man im allgemeinen ihrerseits durch Elimination der $X, Y \dots$ aus den Beobachtungsgleichungen ableiten könnte, brauchen nur, solange sie in der Messung auftreten, unveränderlich zu sein. Zu ihnen gehören vor allem die kleinen Abweichungen der instrumentellen Einrichtung von dem in der vereinfachten Theorie vorausgesetzten idealen Zustande (Mängel der Zentrierung, der Vertikalstellung u. dergl. m.), die bei hinreichender Kleinheit durch planmäßige Variation der Anordnung und Mittelbildung eliminiert zu werden pflegen. Die Dauerparameter $a, b \dots$ sind die durch die Einrichtung des Apparates und die physikalische Natur seiner Bestandteile in höherem oder geringerem Grade gesicherten Instrumentalkonstanten (Dimensionen bei einer bestimmten Temperatur, Ausdehnungskoeffizienten, Massen und Trägheitsmomente u. a. m. Auch die Teilfehler sind hierher zu rechnen).

Eine *absolute Messung* im strengsten Sinne findet dann statt, wenn in ihr als (nicht zu eliminierende) Dauerparameter ausschließlich die Normale der Fundamenteinheiten vorkommen; man wird aber als sachlich damit gleichwertig auch jede andere betrachten dürfen, in der nur Instrumentkonstanten auftreten, die ein für allemal durch solche Normale ausgemessen worden sind und dieselbe Bürgschaft der Unveränderlichkeit, wie diese, bieten (Kopien der Normale, Längen- und Kreisteilungen, Massen, Trägheitsmomente u. dergl. gehören hierher). Je weniger diese Bedingung erfüllt ist, in desto höherem Grade wird die Messung als eine *relative* zu bezeichnen sein. Im allgemeinen wird dabei (und nur in diesem Fall ist die Steigerung des Charakters der Relativität berechtigt) die Beobachtung immer einfacher, bis schließlich der prinzipiell einfachste Fall $X = a + bx$ eintritt. (Die praktisch mögliche weitere Vereinfachung $X = x$, die die Technik bevorzugt, bietet für die wissenschaftliche Messung meistens keinen Vorteil.)

Die Eigentümlichkeit der erdmagnetischen Messungen gegenüber anderen (besonders den astronomischen und geodätischen, denen sie sonst nahe stehen) liegt einmal darin, daß die in letzter Linie gesuchten Größen fortwährend unregelmäßigen und im Verhältnis zu ihrem Gesamtbetrage keineswegs unbedeutenden Schwankungen (den Variationen im üblichen Sinne) unterliegen, und andererseits in dem Umstande, daß auch gewisse Parameter (die magnetischen Bestimmungsstücke der benutzten Magnete) wesentlich stärker und in verwickelterer Weise veränderlich sind, als die auf die mechanische Beschaffenheit fester Körper (ihre Länge, Masse u. dergl.) bezüglichen.

Der erste Umstand nötigt bei jeder einigermaßen scharfen Messung dazu, die fortwährenden Schwankungen durch Hilfsbeobachtungen zu

verfolgen, die demgemäß so einfach wie möglich sein müssen. Die Apparate, die dazu dienen, sind die sogenannten *Variometer*; sie fallen ganz oder annähernd unter den erwähnten einfachsten Typus, der $X = a + bx$ liefert. Indem man diese Gleichung dem übrigen System hinzufügt (adjungiert), wird formell $X_0 = a$ zu der zu bestimmenden Größe, dem sogenannten *Basiswert* des Variometers, während X eliminiert wird. (Dagegen ist dann für die weitere Verwendung des Variometers X_0 wieder Instrumentalkonstante, X der für jeden Augenblick gesuchte Wert.) Eine derartige Messung wird in der Praxis der Observatorien als eine absolute bezeichnet — offenbar in einem etwas anderen Sinne, als der vorher definierte ist. Sie soll hier, soweit es zur Verhütung von Mißverständnissen nützlich erscheint, als *Hauptmessung* oder auch kurz als *Messung* im Gegensatz zu der einfachen *Ablesung* am Variometer bezeichnet werden. (Die Beziehung zwischen beiden ist dieselbe wie zwischen einer astronomischen Zeitbestimmung und der Ablesung einer Uhr.) Das gelegentlich bekundete Bestreben, durch die Gestaltung der Beobachtungsmethode das Variometer überflüssig zu machen, ist daher grundsätzlich verfehlt.

Der zweite Umstand, die Änderung des Moments und in geringerem Grade wahrscheinlich auch der Achsenrichtung und der ganzen Anordnung des Magnetismus in einem Magnet mit der Zeit, der Temperatur usw., ferner durch die Induktion des Feldes, in dem er sich befindet, bedingt wesentliche Erschwerungen der Beobachtungen und setzt auch die erreichbare Genauigkeit der Ergebnisse herab. Die Verwendung von Stromspulen statt der Magnete befreit z. T. von jenen Übelständen, bietet aber in vielen Fällen technische Schwierigkeiten und scheidet meistens schon an der Unmöglichkeit, den benutzten Strom längere Zeit hinreichend (auf Bruchteile eines Zehntausendstels) konstant zu halten.

3. Die Elemente der Beobachtungsmittel und Methoden. Zu unterscheiden sind Richtungs- und Intensitätsmessungen.

I. Bestimmung der *Richtung*:

- A) durch Aufsuchung der Gleichgewichtslage eines frei drehbaren Magnets (oder einer stromdurchflossenen Spule, was weiterhin nicht immer wieder ausdrücklich betont werden soll),
- B) durch Aufsuchung derjenigen Achsenrichtung einer rotierenden Spule, für die der Induktionsstrom verschwindet,
- C) mittelbar durch Messung der Intensitätskomponenten nach festen Richtungen.

II. Bestimmung der *Intensität*:

- A) durch Messung des Drehungsmoments, das auf einen zu der betreffenden Richtung senkrechten Magnet ausgeübt wird,
- B) durch die Beobachtung der Schwingungsdauer eines Magnets, der in der betreffenden Richtung im stabilen Gleichgewicht ist,
- C) durch Messung des in einer passend orientierten Spule bei der Drehung induzierten Stromes,
- D) durch Bestimmung der in weichen Eisenstäben induzierten Magnetisierung.

In engster Verbindung hiermit steht die Ermittlung der Konstanten der benutzten Magnete, vor allem ihres Moments und ihrer Achsenrichtung.⁵⁾

Um einen Punkt frei bewegliche Magnete ließen sich in verschiedener Weise leicht herstellen, da die Beweglichkeit nur innerhalb eines engen Winkelraumes erforderlich ist, und sie könnten für manche Zwecke, z. B. für die Aufzeichnung von Vektordiagrammen (vgl. § 16) Anwendung finden. Indessen ist dies bisher kaum jemals geschehen. Man benutzt ausschließlich Magnete, die um eine feste, und zwar entweder vertikale oder horizontale Achse drehbar sind. Das erstere wird durch Lagerung auf einer Pinne (mit so tiefer Schwerpunktslage, daß praktisch nur die Bewegung in der Horizontalebene in Betracht kommt) oder durch unifilare oder bifilare Fadenaufhängung erreicht, das letztere bisher fast allein mit Hilfe einer am Magnet befestigten zylindrischen Achse oder einer Schneide, die auf ebenen, zylindrischen oder sattelförmigen Lagern ruht.⁶⁾

5) Die Verwendung rotierender Spulen geht auf *W. Weber* zurück: Das Induktions-Inklinatorium, Resultate a. d. Beob. d. magn. Ver. i. J. 1837, p. 81, und: Über die Anwendung der magnetischen Induktion auf Messung der Inklination mit dem Magnetometer, Göttingen, Ges. d. Wiss. Abhandl. 5 (1853) (*W. Webers Werke* 2, Abh. 5, 26 und 27).

Schwingungsbeobachtungen (zur Ableitung der Inklination aus $H:F$ oder $H:Z$) machte zuerst *W. Whiston*: The Longitude and Latitude found by the Inclinator or Dipping needle, London 1721 (vgl. *W. Felgenträger*, Gött. Nachr. 1894 und *L. A. Bauer*, Washington Phil. Soc. Bull. 12 (1894)).

Die Induktion in Eisenstäben wurde zuerst von *H. Lloyd*, und zwar zur Messung der Variation der Vertikalkomponente, benutzt: Account of the magnetical Observatory of Dublin, and of the Instruments and Methods of observation employed there, Dublin 1842. Einen Bericht darüber und Mitteilungen über dadurch angeregte Untersuchungen von *Weber* enthalten die Res. a. d. Beob. d. magn. Ver. i. J. 1841, Leipzig 1843 (*W. Webers Werke* 2, Abh. 20, vgl. auch Abh. 9 aus den Res. für das J. 1838: Beweglichkeit des Magnetismus im weichen Eisen).

6) *Lloyd* führte auch die auf einer Schneide ruhende Nadel in die erdmagnetische Praxis (1839) ein. Vgl. das in Fußn. 5) zitierte Werk. Sattelförmige

Zur Bestimmung der Lage des beweglichen Magnets dient bei weniger feinen Beobachtungen die Ablesung der Stellung seiner (zugespitzten oder mit Marken versehenen) Enden auf einer Kreisteilung, manchmal verfeinert durch mikroskopische Einstellung. Bei allen genaueren Beobachtungen ermittelt man zunächst die Lage einer mit dem Magnet fest verbundenen Spiegelnormale oder Absehnlinie (bei sogenannten Kollimatormagneten) und bestimmt dann (und eliminiert) durch Umlegen des Magnets die Abweichung seiner magnetischen Achse von jener optischen Bezugslinie. Die Beobachtung erfolgt stets durch ein Fernrohr, das bei Spiegelablesung mit einem Gaußschen Okular (zur Autokollimation) versehen oder mit einer Skala verbunden ist. Die Ablesung wird jetzt vielfach, besonders bei Variationsapparaten, durch photographische Aufzeichnung ersetzt.⁷⁾

Lager (bei denen die Schneide längs der einen Haupttangente eines hyperbolischen Punktes aufliegt) sind auf Vorschlag von *J. Edler* am Observatorium in Potsdam erprobt und in manchen Fällen zweckmäßig gefunden worden.

Über die von *Gauß* eingeführte Bifilaraufhängung vgl. man die ausführliche Monographie von *Chr. Stähelin*: Die Lehre der Messung von Kräften mittelst der Bifilarsuspension, Basel, 1852 und *O. Beling*: In.-Diss. Breslau 1882.

Den Ersatz der häufig unzuverlässig funktionierenden Schneide durch einen gespannten Faden hat man wiederholt erstrebt. Zu erwähnen sind Versuche von *Eschenhagen*. Eine praktisch durchgeführte Konstruktion gab *W. Watson* an: A quartz-thread vertical force magnetograph, London Phys. Soc. Proc. 19 (1904) u. Phil. Mag. 1904, p. 393. Ein anderes hier zu erwähnendes Instrument ist von *E. und K. Schering* geschaffen worden: *K. Schering*, das Quadrifilar-magnetometer, ein neues Instrument zur Bestimmung der Variationen der vertikalen erdmagnetischen Kraft. Ann. d. Phys. 23 (1884), p. 686. Eine geneigte Achse benutzt *L. Gruber*, Rep. d. Physik 19 (1883), p. 271.

7) Die von *J. Ch. Poggendorff* (1826) und *F. Ch. v. Riese* (1827) vorgeschlagene Beobachtung mit Spiegel und Skala hat ihre praktische Einführung 1833 durch *Gauß* in seinem Magnetometer gefunden. Die Kollimatorablesung geht auf *Lloyd* (s. Fußn. 5) zurück. Nach *Weber* (Res. a. d. Beob. d. magn. Ver. f. 1838, p. 74) hat auch *Airy* dieselbe Vorrichtung angegeben. Die photographische Registrierung wurde mit einer der jetzt üblichen im wesentlichen gleichen Einrichtung von *Ch. Brooke* (1846) in Greenwich in die Praxis eingeführt. Vgl. *Ch. Brooke*, Description of automatic registration of magnetometers and other meteorological instruments by photography. Phil. Transactions for 1847, und *Balfour Stewart*, Report of the British Association for 1859. Über einige Vorläufer (*Jordan* (1838) und *Ronalds* (1840) vgl. man *R. Süring*, Abschnitt „Meteorologie“ in: Angewandte Photographie in Wissenschaft und Technik, Berlin 1910. Wesentlich abweichend von dem gewöhnlichen Verfahren, das eine Kurve zur Darstellung der beobachteten magnetischen Variation als einer Funktion der Zeit liefert, ist die von *K. Schering* und *C. Zeißig* vorgeschlagene und erprobte Skalenphotographie. Vgl. deren Abh. in Göttinger Nachr. 1894, p. 237. Mechanische Registrierung bietet bei der Kleinheit der magnetischen Kräfte be-

Zur statischen Messung des Drehungsmoments, das der Magnet im Erdfelde erfährt, ist dieses mit einem andern, zahlenmäßig angebbaren Drehungsmoment ins Gleichgewicht zu setzen. Dieses kann mechanischer Natur sein, nämlich entweder von Schwerkraften herühren — das ist der Fall bei Schneidenlagerung und bifilarer Aufhängung — oder von elastischen Kräften — so bei der unifilaren Suspension. Das messende Moment kann aber auch magnetischer Natur sein, nämlich von einem festen Magnet herrühren, der auf den beweglichen einwirkt. Jener wird dann gewöhnlich als *Stab*, dieser, unabhängig von seiner Gestalt, als *Nadel* bezeichnet. Schließlich können natürlich auch Drehungsmomente verschiedener Art kombiniert werden, was gestattet, praktisch wichtige Nebenbedingungen zu erfüllen. (Vgl § 10.)

Die dynamische Bestimmung des Drehungsmoments durch Beobachtung der Schwingungsdauer setzt die Kenntnis des Trägheitsmoments voraus oder verlangt, daß dieses nebenbei mit bestimmt wird. Die Schwingungsbeobachtung im homogenen Erdfelde liefert das Produkt MH (oder auch MZ oder MF), wenn M das magnetische Moment ist. Da andererseits das eigne Feld des Magnets genähert (bei wachsender Entfernung mit beliebig zu steigernder Annäherung) mit M proportional ist, so gibt die Ausmessung dieses Feldes durch das Erdfeld die Möglichkeit, auch das Verhältnis $M:H$ zu ermitteln. Die Verbindung beider Messungen (deren erste auch durch eine statische Messung von MH ersetzt werden kann, die absolut auszuwerten freilich doch wieder am besten Schwingungen dienen), liefert M und H getrennt in absolutem Maße. Der Grundgedanke dieses Verfahrens ist von *Poisson* wie von *Gauß* ausgesprochen, von letzterem, der $M:H$ statisch (durch Beobachtung der Ablenkung einer Nadel im Erdfelde durch den Schwingungsstab) bestimmte, auch praktisch ausgeführt worden. Die weniger bequeme, aber mindestens als kontrollierendes Verfahren bei Fundamentalmessungen beachtenswerte Methode von *Poisson*, bei der auch $M:H$ dynamisch (aus Schwingungen jedes von zwei Magneten im Felde des andern) gefunden wird, ist von *A. Erman* zu einer Messung in Berlin benutzt worden. Diese wohl älteste absolute Beobachtung der Horizontalintensität ergab, auf die jetzt übliche Einheit umgerechnet, 0.1748 Γ . Vgl. *A. Erman*, Über die magnetischen Verhältnisse der Gegend von Berlin, Berlin Denkschr., Sonderabdruck

trächtliche Schwierigkeiten; *Lamont* hat eine in regelmäßigen Intervallen erfolgende Aufzeichnung (ähnlich wie sie das *Benndorfsche* Elektrometer besitzt) versucht; eine fortlaufende Aufzeichnung liefert ein von *W. G. Cady* konstruierter Apparat, Terr. Magn. 9 (1904), p. 69; 11 (1906), p. 145.

von mehreren zusammengetragenen aus den Jahren 1826 bis 1828 stammenden Berichten.

Zur Vereinfachung der weiterhin folgenden speziellen Darstellung der üblichen oder vorgeschlagenen Methoden soll im allgemeinen angenommen werden, daß sich die dabei benutzten Magnete wie solche von unendlich kleinem Polabstand (Elementarmagnete) verhalten. Tatsächlich ist dies bei den gebräuchlichen Magnetformen, in denen eine Längsdimension beträchtlich überwiegt, nicht der Fall. Homogene kugelförmige Magnete, bei denen es streng erfüllt wäre, scheinen bisher — wohl wegen mancher entgegenstehenden praktischen Schwierigkeiten — kaum jemals verwendet worden zu sein. Jene Annahme ist deshalb, außer für Beobachtungen in homogenen Feldern, nur bei rohen Messungen zulässig; sie führt zu Fehlern, die unter gewöhnlichen Verhältnissen etwa von der Größenordnung von 1% sind. Die durch die wirkliche Konstitution der üblichen Magnete bedingten Abänderungen der Beobachtungsmethoden und Berechnungen ergeben sich aus den Darlegungen der nächsten Abschnitte.

Ein Elementarmagnet ist durch sein magnetisches Moment M und der Lage nach durch seinen Ort O und seine Achsenrichtung (positiv vom australen oder Südpol A zum borealen oder Nordpol B hin) bestimmt; er kann also durch einen Vektor \mathfrak{M} dargestellt werden. Nimmt man O zum Ursprung eines Polarkoordinatensystems (r, σ) , so ist das Potential des Elementarmagnets $V = M \cos \sigma : r^2$, die radiale Feldkomponente $R = 2M \cos \sigma : r^3$, die tangentielle in der durch den Magnet gehenden Ebene $S = M \sin \sigma : r^3$, diejenige senkrecht dazu $T = 0$. Unter Einführung eines orthogonalen Systems (x, y, z) , dessen x -Achse in die Richtung $\sigma = 0$ fällt, hat man auch $V = -Mdr^{-1} : dx$. Wird die Linie OP als Vektor \mathbf{r} aufgefaßt, so gilt ferner $V = (\mathfrak{M} \mathbf{r}) : r^3$ im Punkte P . Andererseits erfährt der Magnet im Felde \mathfrak{F} das Drehungsmoment $[\mathfrak{M} \mathfrak{F}]$. Er darf also zur Berechnung der ausgeübten, wie der empfangenen Wirkung, da beide Ausdrücke nach \mathfrak{M} linear sind, durch seine Komponenten ersetzt werden. Die Zerlegung in solche ist vielfach nützlich, besonders zum schnellen Überblick über die Wirkungsweise verwickelterer Anordnungen, wenn man zugleich dabei die Spezialformeln

$$R = 2M : r^3 \quad S = 0 \quad \text{für} \quad \sigma = 0$$

$$R = 0 \quad S = M : r^3 \quad \text{für} \quad \sigma = \frac{\pi}{2}$$

beachtet.

Unmittelbare Anwendung finden diese Formeln in den von *Gauß* als 1. und 2. *Hauptlage* bezeichneten Fällen, denen man noch einen

weiteren als 3. Hauptlage anfügen kann. Die Nadel befindet sich in diesen drei Fällen in den Punkten $(r, 0, 0)$, $(0, r, 0)$ und $(0, 0, r)$ und ihre Drehungsachse hat die Richtung der z -Achse. Steht die Nadel dabei parallel zur y -Achse, also senkrecht zum Stabe, so spricht man im engeren Sinne von Hauptlagen. Das Drehungsmoment hat dann den maximalen Wert: $2M:r^3$ bei der ersten Lage, $M:r^3$ bei den zwei anderen. Ist die Nadel andererseits gleichsinnig parallel zum Stabe, also nach der x -Achse gerichtet, so befindet sie sich im stabilen Gleichgewicht und damit in der für Schwingungsbeobachtungen zu gebrauchenden Stellung (Schwingungs-Hauptlage).

Diese einfachen Formeln genügen zur Lösung fast aller Aufgaben in der zuvor angedeuteten, vereinfachten Form. Derjenige Punkt eines körperlichen Magnets, in dem man dabei den ihn vertretenden Elementarmagnet anzunehmen hat, heißt sein magnetischer Mittelpunkt. Dieser wird in einem regelmäßig gestalteten Magnet meist sehr nahe mit dessen geometrischem Mittelpunkt zusammenfallen; ebenso wird die magnetische Achse nur wenig von der Längsmittellinie verschieden sein. Die bestehenden Abweichungen (Exzentrizität und Kollimation) bestimmt oder eliminiert man durch Kombination der Beobachtungen in mehreren Stellungen des Magnets, vorzugweise solcher, die man erhält, indem man diesem eine halbe Umdrehung um seine Längs- oder Querachse erteilt (Umlegen, Polvertauschung).

4. Die ponderomotorische Einwirkung zweier Magnete aufeinander. Aus allgemeinen mathematischen Gründen folgt, daß die Wirkung eines Magnets in einem Punkte und dessen Umgebung derjenigen eines Elementarmagnets relativ um so näher kommt, je weiter, mit den Dimensionen des Magnets verglichen, dieser Punkt von ihm entfernt ist. Mit wachsender Entfernung nimmt aber die Wirkung außerordentlich stark ab, und damit sinkt die erreichbare Genauigkeit der Messung in annähernd gleichem Maße. Die Untersuchung des Kraftfeldes eines Magnets in seiner näheren Umgebung gewinnt damit, von allem theoretischen Interesse abgesehen, auch große praktische Bedeutung. In Betracht kommen dabei ausschließlich Wirkungen auf andere Magnete (oder Stromspulen), wenn auch bei den anzustellenden Betrachtungen mit Vorteil die Wirkung fingierter Verteilungen von freiem Magnetismus zum Ausgangspunkt genommen wird, wie dies in fast allen zu nennenden Untersuchungen geschehen ist.⁸⁾ In der

8) Alle älteren Untersuchungen gehen von der Annahme einer Verteilung von freiem Magnetismus im Magneten aus und sind ausschließlich auf die Ermittlung des Elementargesetzes der Wechselwirkung magnetischer Teilchen

folgenden Darstellung soll jedoch, soweit sie nicht rein referierend ist, darauf verzichtet werden.

gerichtet. Dieses Gesetz wird stets in der Form $f = \text{const } m_1 m_2 : r^n$ angenommen, so daß die Aufgabe auf die Bestimmung des Exponenten n hinauskommt. Dazu tritt dann die weitere Aufgabe, ein allgemeines Gesetz jener Verteilung zu finden. Sieht man von zahlreichen, das Problem noch nicht klar erfassenden Versuchen ab, so ist als erste theoretisch bedeutsame Untersuchung eine solche von *Tobias Mayer* zu nennen, die der Göttinger Akademie 1760 vorgelegt wurde, aber nicht veröffentlicht worden ist. (Einiges darüber nach Mitteilungen von *Aepinus* berichtet *Hansteen* (s. u.), p. 284. Auch *Gauß*, *Intensitas* (Einleitung), erwähnt *Mayer*.)

Die erste veröffentlichte eingehende und exakte Untersuchung rührt von *Lambert* her. Sie findet sich in zwei Abhandlungen in *Berlin Acad. Hist.* 1766. Durch eine geschickte Experimentaluntersuchung, die den störenden Einfluß des Erdmagnetismus ausschaltete, leitete *Lambert* die magnetischen Kraftlinien (von ihm *courant magnétique* genannt) ab und gewann das Elementargesetz der Fernwirkung. Dieses letztere wurde dann von *Coulomb* in methodisch weniger strenger, aber experimentell schärferer Weise mit Hilfe der Drehwaage bestätigt. *Paris Acad. Mém.* 1786.

Durch *Lambert* angeregt beschäftigte sich dann *Ch. Hansteen* mit der Aufgabe, die er auf Grund einer großen Anzahl von Versuchen in eingehendster Weise im 5. Hauptstück seines Werkes „*Untersuchungen über den Magnetismus der Erde*, *Christiania* 1819“, p. 119—310, behandelte. Genau so, wie es später *Gauß* tut, beobachtet er die Ablenkung, die ein Stab in den beiden Hauptlagen aus verschiedenen Entfernungen auf eine im Erdfelde befindliche Nadel ausübt, und gewinnt wie dieser den gesuchten Exponenten des Elementargesetzes sowohl aus der Funktion der Entfernung, die sich direkt ergibt, wie auch aus dem Verhältnis der Ablenkungen in den beiden Lagen. Er erschwert sich die Aufgabe dadurch, daß er die Verteilung des Magnetismus in den Magneten (die er zunächst linear annimmt, um allerdings weiterhin auch Erwägungen über den Einfluß endlicher Querdimensionen anzustellen) gleichzeitig mit zu bestimmen sucht. Schließlich behandelt er ausführlich zahlreiche praktisch wichtige Einzelfälle, vor allem den Fall unendlich kleiner Magnete.

Gauß (*Intensitas vis magneticae etc.*; Göttingen 1832) vereinfacht die Betrachtung, während er sie zugleich formell verallgemeinert, indem er bemerkt, daß es genügt, theoretisch die Form der Ausdrücke festzustellen, ohne die darin auftretenden Koeffizienten aus der hypothetischen Verteilung des Magnetismus im Stab und in der Nadel abzuleiten. Überdies behält er in der Entwicklung nach reziproken Potenzen der Entfernung (unter Elimination der etwaigen Asymmetrie der Magnete durch Kombination mehrerer Beobachtungen in verschiedenen Lagen) nur die beiden ersten Glieder der Reihe bei. Auch beschränkt er sich durchaus auf die Hauptlagen. Das Hauptverdienst seiner Arbeit bildet die mit *Webers* Hilfe durchgeführte wesentliche Verschärfung der Beobachtungsmittel, wodurch, wie er selbst bemerkt, zum erstenmal eine der Feinheit astronomischer Messungen nahe kommende Präzision auf dem vorliegenden Gebiete erreicht wird.

Die weitere Entwicklung, die von *Lamont* eingeleitet und im wesentlichen bestimmt wird, macht sich von den erwähnten Vereinfachungen mehr und mehr

Sieht man zunächst von der Induktion sowie von prinzipiell vermeidbaren anderen Einflüssen, z. B. dem der Temperatur, ab, so ist die Gesamtwirkung mehrerer Magnete gleich der (vektormäßig zu bildenden) Summe ihrer Einzelwirkungen. Man darf daher einen Magnet zur Ableitung der von ihm ausgehenden Kräfte als aus magnetischen Elementen zusammengesetzt ansehen und durch Summation der Wechselwirkungen dieser Elemente die (allein einer exakten, erfahrungsmäßigen Prüfung zugängliche) Gesamtwirkung bestimmen. Diese stellt man am einfachsten und allgemeinsten durch das gegenseitige Potential V der beiden Magnete dar, und es empfiehlt sich deshalb, auch das Elementargesetz in dieser Form auszusprechen. Sind m_1 und m_2 die Momente der unendlichkleinen Magnete, η_1 und η_2 die Winkel, die ihre Achsen mit ihrer Verbindungslinie, deren Länge e sei, bilden, ϑ der Winkel der beiden durch e und je eine Achse gehenden Ebenen und ω der Winkel der Achsen miteinander, so ist das Potential von m_1, m_2 aufeinander

$$(1) \quad V = - \frac{m_1 m_2}{e^3} (2 \cos \eta_1 \cos \eta_2 - \sin \eta_1 \sin \eta_2 \cos \vartheta) \\ = - \frac{m_1 m_2}{e^3} (3 \cos \eta_1 \cos \eta_2 - \cos \omega),$$

während die Potentialfunktionen der einzelnen Magnete, die deren Felder gemäß der Formel $\mathfrak{F} = \text{grad } \Pi$ definieren,

$$\Pi_1 = \frac{m_1 \cos \sigma}{r^2} \quad \Pi_2 = \frac{m_2 \cos \sigma}{r^2}$$

sind. Es hängt demnach V außer von den die gegenseitige Lage der Magnete bestimmenden Größen $e, \eta_1, \eta_2, \vartheta$ oder ω nur von den in den Potentialen Π_1 und Π_2 auftretenden Konstanten m_1 und m_2 ab.

In ähnlicher Weise erhält man V auch für zwei beliebige, körperliche Magnete am einfachsten, wenn man sie durch ihre Potentiale Π_1 und Π_2 charakterisiert, für deren Darstellung sich am besten die naheliegende Form der Entwicklung in eine Kugelfunktionsreihe eignet.

Ist Π das Potential eines Magnets in dessen Außenraum, so kann man, da hier überall $\nabla^2 \Pi = 0$ ist, in bezug auf ein fest mit ihm ver-

frei. Näheres über die dahin gehörenden Arbeiten, die alle auf unmittelbar verwendbare, explizite Formeln abzielen, ist in Fußn. 14 zu finden. Hier, unter den Arbeiten allgemeinerer Natur, ist nur noch eine solche von *Thomson* (vgl. Fußn. 13) zu erwähnen, in der statt einer Verteilung von freiem Magnetismus die Intensität der Magnetisierung im Innern des Magnets zum Ausgangspunkt der Rechnung genommen wird. *Thomson* leitet indessen nur allgemeine Ausdrücke ab, ohne auf die in der Anwendung vorkommenden Aufgaben näher einzugehen.

bundenes Koordinatensystem

$$(2) \quad \Pi = \sum_1^{\infty} \sum_0^n c_m^n P_m^n(\cos \sigma) \cos(m\tau + \gamma_m^n) r^{-n-1}$$

setzen.⁹⁾ Diese Entwicklung gilt für alle Punkte außerhalb einer den

9) Die üblichen, nur durch konstante Faktoren voneinander abweichenden Definitionen der sogenannten zugeordneten Kugelfunktionen haben alle den bei numerischen Rechnungen (besonders bei solchen, die mit einer Ausgleichung von Beobachtungen verbunden sind) störenden Übelstand, daß sie mit wachsenden Indizes entweder sehr groß oder sehr klein werden, mit anderen Worten, daß sie — untereinander verglichen — von recht verschiedener Größenordnung sind. Um dies zu verhüten, setze ich — und diese Definition liegt allen weiteren Ausführungen zugrunde —

$$P_m^n(x) = P_0^n(x) = \frac{1}{2^n \cdot n!} \frac{d^n(x^2 - 1)^n}{dx^n}$$

$$P_m^n(\cos \sigma) = \varepsilon_m^n \frac{d^m P^n(\cos \sigma)}{(d \cos \sigma)^m} \sin^m \sigma$$

mit

$$\varepsilon_0^n = 1, \quad \varepsilon_m^n = \sqrt{2 \frac{(n-m)!}{(n+m)!}} \quad \text{für } m = 1, 2, \dots, n.$$

Diese Schreibweise bietet den weiteren Vorteil, daß die beiden für alle Anwendungen wichtigsten Sätze, das Additionstheorem und der Mittelwertsatz für die ganze Kugelfläche, den einfachsten Ausdruck annehmen, indem alle von m abhängigen Koeffizienten zu 1 werden. Sie lauten

$$P_m^n(\cos \sigma_1 \cos \sigma_2 + \sin \sigma_1 \sin \sigma_2 \cos \tau) = \sum_{m=0}^m P_m^n(\cos \sigma_1) P_m^n(\cos \sigma_2) \cos m\tau$$

$$\frac{1}{4\pi} \int^{(\omega)} [P_m^n(\cos \sigma) \cos m\tau]^2 d\omega = \frac{1}{2n+1}.$$

Hierin bezeichnet $d\omega$ das Flächenelement der Einheitskugel. Statt $\cos m\tau$ darf natürlich, wofern nicht $m=0$ ist, auch $\sin m\tau$ stehen. In etwas allgemeinerer Form lautet der Mittelwertsatz daher

$$\frac{1}{4\pi} \int^{(\omega)} P_m^n(\cos \sigma) \cos m(\tau + \alpha) \cdot P_m^n(\cos \sigma) \cos m(\tau + \beta) d\omega = \frac{\cos m(\alpha - \beta)}{2n+1}.$$

Setzt man mit *Ad. Schmidt* (Mitteilungen über eine neue Berechnung des erdmagnetischen Potentials, München Abhandl. 19 I (1895), p. 6)

$$R_m^n = \sqrt{2n+1} P_m^n,$$

so wird der Mittelwert jeder Funktion gleich 1. In diesem Falle ist also die Gleichheit der Größenordnung im strengsten Sinne erreicht. Damit ist indessen ein gerade bei der Behandlung der wichtigsten und einfachsten Fälle hervortretender Übelstand verbunden. Es ist nämlich R_0^n von P^n verschieden, was besonders bei den Funktionen der ersten Ordnung etwas störend wirkt.

Mit den sonst gebrauchten Formen steht die hier gewählte in den nachstehend angegebenen Beziehungen:

Magnet ganz einschließenden Kugel mit dem Koordinatenursprung O als Zentrum. Hiervon ausgehend kann man für einzelne Teile jenes Raumes noch eine andere Entwicklung von P gewinnen. Bezogen auf ein Koordinatensystem mit dem Ursprung Q gilt innerhalb einer

Bezeichnung von *Gauß*:

$$P_n^m = \frac{2^n n! (n-m)!}{(2n)! \varepsilon_n^m} \cdot P_m^n = P_m^n \cdot \sqrt{a_m^n} \text{ nach Heine.}$$

Bezeichnung von *F. Neumann*:

$$P_{nm} = \frac{1}{\varepsilon_n^m} \cdot P_m^n.$$

Mit der Bezeichnung von *Gauß* stimmt diejenige von *Maxwell* (nach *Thomson* und *Tait*) überein, dessen $\theta_n^m = P_n^m$ ist, ebenso bis auf den Faktor i^m diejenige von *Heine*, der P_m^n im Sinne von $i^m P_n^m$ schreibt.

Mit *Neumanns* P_{nm} andererseits ist das vielfach von englischen Autoren gebrauchte Q_n^m oder T_n^m identisch. (Letzteres steht allerdings auch im Sinne von $P_{nm} \cos m(\tau + \alpha)$.)

Die in den Funktionentafeln mit Formeln und Kurven von *E. Jahnke* und *F. Emde*, Leipzig 1909, enthaltenen Funktionen $P_n(x)$ sind identisch mit $P_0^n(\cos \vartheta)$ für $x = \cos \vartheta$, ebenso die in einer zweiten Tabelle unter der Bezeichnung $P_n(\vartheta)$ angegebenen, während die an dritter Stelle tabulierten Werte

$$\frac{dP_n}{d\vartheta} = \frac{dP_0^n(\cos \vartheta)}{d\vartheta} = -\sqrt{\frac{n(n+1)}{2}} P_1^n(\cos \vartheta)$$

nach der hier benutzten Bezeichnung sind.

Für spätere Anwendungen seien noch einige häufig gebrauchte Formeln sowie die Ausdrücke für die Funktionen der ersten vier Ordnungen in dieser Bezeichnung zusammengestellt. Dabei ist überall das Argument $\cos \sigma$ in $P_m^n(\cos \sigma)$ weggelassen und $\cos \sigma = c$, $\sin \sigma = s$ gesetzt. Ferner ist $\delta_1 = 2$, $\delta_2 = \delta_3 = \dots = 1$. Im übrigen ist natürlich allgemein auf den Abschnitt II A 10 der Enzyklopädie, *Wangerin*: Theorie der Kugelfunktionen, hinzuweisen. Eine Hilfstafel zur bequemen Berechnung scharfer numerischer Werte der Kugelfunktionen der ersten sieben Ordnungen gab *Ad. Schmidt*, Zeitschr. f. Math. u. Phys. 44 (1899), p. 330.

$$(2n+1)c P_m^n = \sqrt{(n+m+1)(n-m+1)} P_m^{n+1} + \sqrt{(n+m)(n-m)} P_m^{n-1}$$

$$(2n+1)s P_m^n = -\sqrt{\delta_m(n-m+1)(n-m+2)} P_{m-1}^{n+1} + \sqrt{\delta_m(n+m)(n+m-1)} P_{m-1}^{n-1}, m > 0 \\ = \sqrt{(n+m+1)(n+m+2)} : \delta_{m+1} P_{m+1}^{n+1} - \sqrt{(n-m)(n-m-1)} : \delta_{m+1} P_{m+1}^{n-1}$$

$$(2n+1)s \frac{dP_m^n}{d\sigma} = n \sqrt{(n+m+1)(n-m+1)} P_m^{n+1} - (n+1) \sqrt{(n+m)(n-m)} P_m^{n-1}$$

$$\frac{dP_m^n}{d\sigma} = \frac{1}{2} \sqrt{\delta_m(n+m)(n-m+1)} P_{m-1}^{n-1} - \frac{1}{2} \sqrt{\delta_{m+1}(n+m+1)(n-m)} P_{m+1}^n$$

$$P_0^1 = c \quad P_0^2 = \frac{3}{2}(c^2 - \frac{1}{2}) \quad P_0^3 = \frac{5}{2}(c^3 - \frac{3}{2}c) \quad P_0^4 = \frac{35}{8}(c^4 - \frac{6}{5}c^2 + \frac{3}{35})$$

$$P_1^1 = s \quad P_1^2 = \sqrt{3}sc \quad P_1^3 = \frac{3}{4}\sqrt{6}s(c^2 - \frac{1}{2}) \quad P_1^4 = \frac{7}{4}\sqrt{10}s(c^3 - \frac{3}{2}c)$$

$$P_2^2 = \frac{1}{2}\sqrt{3}s^2 \quad P_2^3 = \frac{1}{2}\sqrt{15}s^2c \quad P_2^4 = \frac{7}{4}\sqrt{5}s^2(c^2 - \frac{1}{2})$$

$$P_3^3 = \frac{1}{4}\sqrt{10}s^3 \quad P_3^4 = \frac{1}{4}\sqrt{70}s^3c$$

$$P_4^4 = \frac{1}{8}\sqrt{35}s^4.$$

um Q als Zentrum gelegten Kugel, die ganz außerhalb der andern Kugel um O (oder auch nur außerhalb des Magnets) liegt,

$$(3) \quad \Pi = \sum_1^{\infty} \sum_0^n k_m^n P_m^n(\cos \sigma') \cos(m\tau' + \alpha_m^n) r'^n.$$

Es mögen nun die auf die beiden Magnete M_1 und M_2 bezüglichen Punkte und Größen unter Weglassung der überall auftretenden Indizes n und m durch einen untern Index unterschieden werden, und es möge O_1 mit Q_2 , Q_1 mit O_2 identisch sein. Dann ergibt sich

$$V = \sum \sum c_1 k_2 \cos m(\gamma_1 - \alpha_2) = \sum \sum c_2 k_1 \cos m(\gamma_2 - \alpha_1).$$

Um diese einfache Formel nutzbar zu machen, hat man nur noch die rein analytische Aufgabe zu lösen, aus der den Magnet charakterisierenden ersten Entwicklung (nach fallenden Potenzen von r) die zweite für einen beliebigen Punkt Q und das zugehörige System abzuleiten. Das geschieht am einfachsten in drei Schritten; man transformiert zuerst die gegebene Entwicklung durch eine Drehung des Systems O um seinen Ursprung, so daß seine Achse in die Richtung OQ gelangt, dann verlegt man unter Beibehaltung der Achsenrichtung den Ursprung von O nach Q , um endlich drittens wieder durch eine Drehung auf die im System Q angenommene Achsenrichtung überzugehen. Die beiden Drehungen zerfallen noch in je zwei Operationen: eine Drehung um die Achse, die sich einfach durch die Änderung von τ um eine Konstante ausdrückt, und eine Drehung der Achse selbst in der Anfangsebene ($\tau = 0$) um einen beliebigen Winkel η . Für diese gilt die Transformationsformel¹⁰⁾:

$$(4) \quad P_m^n(\cos \sigma) \cos(m\tau + \gamma) \\ = \sum_p (-1)^p P_p^n(\cos \sigma') [A_{m,p}^n \cos \gamma \cos p\tau' + B_{m,p}^n \sin \gamma \sin p\tau']$$

mit

$$A_{m,p}^n = \frac{1}{2}(\alpha + \beta) \quad B_{m,p}^n = \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

10) *Ad. Schmidt*, Zeitschr. Math. Phys. 44 (1899), p. 335. Bei einer Vergleichung der Formeln ist zu beachten, daß dort die beiden Systeme entgegengesetzte Anfangsrichtung und entgegengesetzten Drehungssinn haben, so daß den λ und μ genannten Winkeln hier τ und $\pi - \tau'$ entsprechen. Die dort unter Weglassung des obren Index als $A_{m,p}$ und $B_{m,p}$ bezeichneten (übrigens in bezug auf m und p symmetrischen) Funktionen von η finden sich auf den nächsten Seiten in expliziter, für numerische Rechnungen geeigneter Form für die ersten vier Ordnungen zusammengestellt. Für $m=0$ wird $A_{m,p}^n = P_p^n(\cos \eta)$ und $B_{m,p}^n = 0$; die Formel geht dann in das Additionstheorem über.

$$\alpha = \varepsilon_m^n \varepsilon_p^n s^{p-m} (1-c)^m \frac{d^p}{dc^p} \left[(1+c)^m \frac{d^m P^n(c)}{dc^m} \right]$$

$$\beta = \varepsilon_m^n \varepsilon_p^n s^{p-m} (1+c)^m \frac{d^p}{dc^p} \left[(1-c)^m \frac{d^m P^n(c)}{dc^m} \right]$$

wenn zur Abkürzung $\sin \eta = s$, $\cos \eta = c$ gesetzt wird.

Für die Verlegung des Anfangspunktes um die Strecke e in der Achsenrichtung gilt, wenn wieder die ursprünglichen Koordinaten r , σ , τ , die transformierten r' , σ' , τ' sind, $\tau = \tau'$ und¹¹⁾

$$(5) P_m^n(\cos \sigma) \left(\frac{r}{e}\right)^{-n-1} = \sum_m^{\infty} (-1)^{k-m} \sqrt{\binom{n+k}{n+m} \binom{n+k}{k+m}} P_m^k(\cos \sigma') \left(\frac{r'}{e}\right)^k.$$

Die Transformation kann auch auf eine andere Weise erfolgen, die besonders dann zweckmäßig ist, wenn in den ursprünglichen Entwicklungen nur die Funktionen P_0^n auftreten. Man verlegt dazu den Koordinatenursprung unter Beibehaltung der Achsenrichtungen von O nach Q , was in jenem praktisch wichtigsten Falle mittels der Beziehung

$$(6) P_0^n(\cos \sigma) \left(\frac{r}{e}\right)^{-n-1}$$

$$= \sum_0^{\infty} \sum_0^v (-1)^v \sqrt{\binom{n+m+v}{n} \binom{n-m+v}{n}} P_m^{n+v}(\cos \eta) P_m^v(\cos \sigma') \left(\frac{r'}{e}\right)^v \cos m \tau'$$

geschieht, und dreht dann das System in die gewünschte neue Stellung.

Durch die vorstehenden Formeln ist die Aufgabe vollständig gelöst, da sich alle Drehungsmomente wie auch alle translatorischen Kräfte unmittelbar aus dem Potential ergeben. Zu ihrer Anwendung auf bestimmte Magnete hat man für jeden einzelnen ein fest mit ihm verbundenes Koordinatensystem zu definieren und in bezug auf dieses sein Potential zu bestimmen. Die Koeffizienten $g_m^n = c_m^n \cos \gamma_m^n$ und $h_m^n = -c_m^n \sin \gamma_m^n$ dieses Potentials, das weiterhin stets in der Form

$$(7) \quad \begin{aligned} \Pi &= \sum_1^{\infty} \sum_0^m P_m^n(\cos \sigma) (g_m^n \cos m \tau + h_m^n \sin m \tau) r^{-n-1} \\ &= \sum^n \sum_m \Pi_m^n = \sum^n \Pi^n \end{aligned}$$

geschrieben werden soll, sind die notwendigen und hinreichenden Bestimmungsstücke des Magnets. Sie mögen seine *Parameter* heißen.

11) Ad. Schmidt, Berlin. Ber. 1907, p. 319. Die Funktionen, die in der dort angegebenen Formel (auf deren linker Seite übrigens der Faktor $\varepsilon_m \delta_{nm}$ zu ergänzen ist) auftreten, sind mit den hier gebrauchten nicht identisch; sie stehen zu ihnen in der Beziehung $(n-m)! P_{nm} = \varepsilon_m^n n! P_m^n$.

Die Festlegung des Koordinatensystems, als das hier vorzugsweise ein orthogonales ξ, η, ζ mit der ξ -Achse in der Längsrichtung des Stabes benutzt werden soll, hat durch eindeutige Beziehung auf seine geometrischen Bestimmungsstücke zu erfolgen. Regelmäßig gebaute Magnete, besonders solche von prismatischer oder zylindrischer Gestalt, wird man im allgemeinen auf ihre Symmetrieachsen beziehen. Bei Magreten, deren Drehung um eine an ihnen mechanisch festgelegte Achse in Betracht kommt, liegt es nahe, diese als Koordinatenachse zu wählen.

Man könnte aber auch daran denken, die Achsen mit Rücksicht auf die tatsächliche Magnetisierung so anzunehmen, daß sich für das Potential ein möglichst einfacher Ausdruck ergibt. Da man bei der Transformation über 6 willkürliche Konstanten verfügt, so kann man 6 Koeffizienten zum Verschwinden bringen.

Gibt man zunächst der einen Achse die durch die Richtungskosinus $g_0^1 : M, g_1^1 : M, h_1^1 : M$ mit $M^2 = g_0^1 g_0^1 + g_1^1 g_1^1 + h_1^1 h_1^1$ bestimmte Lage, so wird, wenn die neuen Parameter G_m^n, H_m^n heißen, $G_0^1 = M$ und $G_1^1 = 0, H_1^1 = 0$. Die dabei noch verbleibende Unbestimmtheit der andern Achsen benutzt man am besten dazu, einen der beiden Parameter G_2^2, H_2^2 zu Null zu machen. M wird das magnetische Moment des Stabes, die in der angegebenen Weise bestimmte Richtung seine magnetische Achse genannt.¹²⁾

Verlegt man andererseits den Koordinatenursprung unter Beibehaltung der Achsenrichtungen, so kann man die Koeffizienten g_0^2, g_1^2, h_1^2 verschwinden machen, wofern nicht etwa $M = 0$ ist. Dieser Fall, der bei einem normalen Magnet nicht vorkommen kann, und den annähernd zu verwirklichen (wie in einem astatischen System) nur für ganz spezielle Zwecke Interesse hat, soll hier wie auch im folgenden ausgeschlossen werden. Der neue Anfangspunkt, dessen Koordinaten im alten System a, b, c sein mögen und für den $G_0^2 = 0, G_1^1 = 0, H_1^2 = 0$ ist, heißt der magnetische Mittelpunkt des Magnets¹³⁾. Die durch ihn in der magnetischen Achsenrichtung gezogene Gerade möge seine Zentralachse genannt werden. Wenn bereits $g_1^1 = 0$ und $h_1^2 = 0$ war, so bleiben g_2^2 und h_2^2 bei der Verlegung des Achsenursprungs unverändert.

12) C. Fr. Gauß, Intensitas vis magneticae etc. Art. 5.

13) W. Thomson, Reprint of Papers on Electrostatics and Magnetism. 1872, p. 373, Zusatz vom September 1871 zur Abhandlung: A mathematical theory of magnetism. Royal Soc. Proc. 1849. Der Ausdruck magnetischer Mittelpunkt wird gelegentlich schon von Hansteen gebraucht. Eingehendere Beachtung findet dieser Punkt zuerst bei Riecke, Wied. Ann. 8 (1879).

Durch die angegebenen Transformationen, für deren Durchführung im vorhergehenden alle Mittel gegeben sind, wird schließlich Π in der Form

$$\Pi = \frac{M}{r^2} P_0^1(\cos \sigma') + \frac{N}{r^3} P_2^2(\cos \sigma') \cos 2\tau' + \sum_3^{\infty} \Pi'^n$$

erhalten, die man die *kanonische Form* des Potentials nennen könnte. Praktischen Wert hat sie nur für Anwendungen, bei denen die Glieder höherer Ordnung außer acht bleiben dürfen, so daß sich der ganze Ausdruck auf die beiden ersten Glieder beschränkt. Ihre wesentliche Bedeutung liegt darin, daß ihre Bestimmungsstücke (Mittelpunkt, Achsenrichtung, Moment und die Größe N , die bei regelmäßigen Nadeln keinen zu beachtenden Betrag erreichen kann) eine sehr anschauliche Darstellung des Hauptteils der Magnetisierung liefern. Es sollen deshalb hier nur die Formeln, die diese Stücke bestimmen, besonders angegeben werden. Dabei genügt es überdies, den Fall zu berücksichtigen, daß die Koeffizienten g_1^1, \dots, h_2^2 sämtlich im Verhältnis zu g_0^1 sehr klein sind. Diese Größen drücken ja den Hauptteil der Abweichungen von einer symmetrischen Magnetisierung aus, und Magnete mit stärkerer Asymmetrie wird man zweckmäßigerweise nicht zu exakten Messungen verwenden. Beschränkt man sich demgemäß, indem man alle jene Größen als solche 1. Ordnung ansieht, in der Entwicklung auf die Glieder bis zur 2. Ordnung, so ergeben sich, wenn $g_1^1 : M = \alpha$ und $h_1^1 : M = \beta$ gesetzt wird, die Richtungskosinus der neuen Achsen im alten System zunächst zu

$$1 - \frac{1}{2}(\alpha^2 + \beta^2), \quad \alpha, \beta; \quad \alpha, 1 - \frac{1}{2}\alpha^2, -\frac{1}{2}\alpha\beta; \quad \beta, -\frac{1}{2}\alpha\beta, 1 - \frac{1}{2}\beta^2$$

und die Koordinaten des magnetischen Mittelpunkts werden

$$a = \frac{g_0^2 + \alpha\sqrt{3}g_1^2 + \beta\sqrt{3}h_1^2}{2M}, \quad b = \frac{g_1^2 - \alpha(\sqrt{3}g_0^2 - g_2^2) + \beta h_2^2}{M\sqrt{3}},$$

$$c = \frac{h_1^2 - \beta(\sqrt{3}g_0^2 + g_2^2) + \alpha h_2^2}{M\sqrt{3}}.$$

Zugleich wird

$$G_2^2 = g_2^2 - \alpha g_1^2 + \beta h_1^2, \quad H_2^2 = h_2^2 - \alpha h_1^2 - \beta g_1^2.$$

Setzt man hierfür $N \cos \nu$ und $N \sin \nu$, so führt eine weitere Drehung vom Betrage ν um die Zentralachse G_2^2 in N über, während H_2^2 verschwindet und die Richtungskosinus der beiden letzten Achsen eine entsprechende Änderung erfahren.

Der bei der kanonischen Reduktion erstrebte Vorteil einer Vereinfachung des Potentialausdrucks läßt sich in viel höherem Grade und in brauchbarerer Weise auf einem andern Wege erreichen. Ist,

mit ν als einer ganzen Zahl, $\varrho = 2\pi : \nu$, und sind $\Pi(1), \Pi(2), \dots, \Pi(\nu)$ die Werte von Π in den durch $\tau = \varrho, \tau = 2\varrho, \dots, \tau = \nu\varrho$ definierten Medianebenen des Magnets (wie die durch seine Längsachse gehenden Ebenen genannt seien), so hat man in leicht verständlicher Schreibweise

$$\Pi(1) = \sum^m \Pi_m \cos(m\varrho + \gamma_m), \dots, \Pi(\nu) = \sum^m \Pi_m \cos(m\nu\varrho + \gamma_m),$$

worin γ_0 und bei geradem ν auch $\gamma_{\frac{\nu}{2}}$ willkürlich ist und gleich 0

angenommen werden möge. Mittels der bekannten Formeln der Entwicklung nach trigonometrischen Reihen ergeben sich hieraus sämtliche Π_m und γ_m (mit den erwähnten Ausnahmen) für $m \leq \frac{1}{2}\nu$, sofern man alle weiteren Π_m vernachlässigen darf. Das führt zur Lösung der vor allem bei der Erde auftretenden Aufgabe, das vollständige Potential eines Magnets zu bestimmen. In den meisten Fällen wird sich dabei die Ausführung am einfachsten gestalten, wenn man den Magnet um seine Längsachse nacheinander in die Lagen $\tau = -\varrho, \tau = -2\varrho, \dots, \tau = -\nu\varrho$ (auf die Anfangslage seines Koordinatensystems bezogen) dreht und jedesmal Π in der zu $\tau = 0$ gehörigen Ebene bestimmt. Man erhält dann gerade $\Pi(1), \dots, \Pi(\nu)$.

Handelt es sich nun nicht um die Aufgabe, den Magnet selbst vollständig zu untersuchen, sondern soll er nur als Hilfsmittel für irgendeine Messung dienen, so braucht man nicht sämtliche Π_m und γ_m wirklich abzuleiten, sondern kann sich auf die Bestimmung von Π_0 beschränken. Es ist, und zwar offenbar unabhängig von der speziellen Wahl der Anfangsebene ($\tau = 0$)

$$\Pi_0 = \frac{1}{\nu} [\Pi(1) + \Pi(2) + \dots + \Pi(\nu)] - \Pi_\nu - \Pi_{2\nu} - \dots$$

Darf man also $\Pi_\nu, \Pi_{2\nu}, \dots$ außer acht lassen, so verhält sich der Magnet im Durchschnitt der bezeichneten ν Lagen, die (gleichmäßig verteilte) *Kollimationslagen* heißen sollen, gerade so wie ein solcher, dessen Potential

$$\Pi = \sum_1^\infty g_0^n P_0^n(\cos \sigma) r^{-n-1}$$

ist, d. h. wie ein rings um die Achse symmetrischer. Über $\nu = 4$ hinauszugehen, wird sehr selten nötig sein; in der Praxis begnügt man sich sogar allgemein mit 2 Lagen. Mehr zu nehmen, als notwendig, ist unzweckmäßig, weil mit wachsender Dauer der Messung auch die stets zu fürchtende Gefahr schwer zu kontrollierender Zustandsänderungen des Magnets größer wird.

Gibt man andererseits dem Magnet eine halbe Umdrehung um eine Querachse, so erhält man zwei Lagen (gewöhnlich *Pollagen* genannt), die durch die Substitution von $(\pi - \sigma)$ und $(\text{const} - \tau)$ an Stelle von σ und τ ineinander übergehen. Wird nun die vorher geschilderte Kombination von Kollimationslagen in jeder der beiden *Pollagen* durchgeführt, so erhält man zwei Funktionen Π_+ und Π_- , deren zweite statt $P_0^n(\cos \sigma)$ überall $P_0^n(-\cos \sigma)$, d. h. $(-1)^n P_0^n(\cos \sigma)$ enthält. Im Mittel von Π_+ und $-\Pi_-$ bleiben also nur die Glieder mit ungeradem Index n übrig, und es wird

$$(8) \quad \Pi = \frac{g_0^1}{r^2} P_0^1(\cos \sigma) + \frac{g_0^3}{r^4} P_0^3(\cos \sigma) + \frac{g_0^5}{r^6} P_0^5(\cos \sigma) + \dots$$

Nennt man einen Magnet, dessen Potential diese Form hat, einen regulären, so kann man also sagen: *Im Mittel der angegebenen Lagen verhält sich jeder Magnet wie ein regulärer.*

Dieses Ergebnis, das eine wesentliche Vereinfachung der Theorie ermöglicht, ist besonders darum wertvoll, weil sich die dazu erforderlichen Operationen mit großer Schärfe ausführen lassen. Vor allem gilt dies für regelmäßig gestaltete Stäbe, die auf einer festen Unterlage mit passend gewählten Stützpunkten und Anschlägen ruhen. Das zu ihnen gehörige Koordinatensystem wird dabei indirekt durch die verschiedenen Lagen, die sie der Reihe nach annehmen, definiert. Weniger einfach sind die Verhältnisse bei einer Nadel. Am zweckmäßigsten ist es hier, die Achsen durch den (scheinbaren) Schwerpunkt zu legen und auf die zur Ablesung dienende Spiegelnormale oder sonstige Indexlinie zu beziehen. Dabei ist zu beachten, daß das Achsensystem wegen der auf die Nadel wirkenden translatorischen Kräfte nicht immer fest im Raume ist. Die Vertauschung der *Pollagen* ist selten möglich, weil eine davon im allgemeinen labil ist. Übrigens lassen sich, da es ja nur auf die relative Stellung des Stabes zur Nadel ankommt, prinzipiell die Drehungen der letzteren um ihre Achsen durch entsprechende Verlegung des ersteren ersetzen, wobei freilich im einzelnen Falle zu prüfen bleibt, mit welcher Genauigkeit dies technisch möglich ist.

Ein wichtiger Umstand ist noch zu beachten. Der abgeleitete Satz bezieht sich auf das Feld des Magnets und gilt für seine Wirkung auf einen andern Magnet offenbar nur, wenn dieser in allen zusammenzufassenden Fällen nach Beschaffenheit und Lage unverändert bleibt. Das letztere ist z. B. bei Ablenkungsbeobachtungen nach dem Verfahren von *Lamont*, nicht aber bei solchen nach der *Gaußschen* Methode der Fall. Doch auch bei jenen, wie überhaupt allgemein, treten Nebenwirkungen (Induktion u. a.) auf, die jene Voraussetzung

nicht streng erfüllen lassen. Man kann sie aber formell als erfüllt ansehen, wenn man für diese Korrekturen einführt, die sich leicht aus den allgemeinen Gleichungen ergeben.

Hiernach genügt es, in erster — tatsächlich weitgehender — Annäherung die aufeinander wirkenden Magnete als regulär anzunehmen, wie es auch in allen bisherigen Untersuchungen geschehen ist. (Nur einige Berechnungen über Magnete von rechteckigem Querschnitt gehen etwas darüber hinaus.) Für die technisch erreichbare Schärfe der Messungen genügt jene Annäherung jedoch nicht. Deshalb sollen die grundlegenden Formeln hier zunächst allgemein abgeleitet und dann erst für den Fall regulärer Magnete spezialisiert werden. Zur Vereinfachung des Ausdrucks soll dabei die Drehungsachse der Nadel als vertikal vorausgesetzt werden, was natürlich sachlich gleichgültig ist und die Anwendung der Ergebnisse auf andere Fälle nicht stört.

Mit jedem Magnet sei ein Polarkoordinatensystem (r, u, λ bei dem Stab, ϱ, v, μ bei der Nadel) fest verbunden, dessen Polarachse ($u = 0, v = 0$) in seine Längsachse falle und bei der Nadel horizontal sei. Die positive Anfangsebene enthalte die nach unten gehende Vertikale, so daß sie bei einem vertikalen Stabe unbestimmt wird und willkürlich gewählt werden kann. Die beiden Anfangspunkte O und Q , von denen der zweite in der Drehungsachse der Nadel liegen soll, mögen die Entfernung e voneinander haben, die so groß vorausgesetzt wird, daß die kleinsten um O und Q zu legenden, die Magnete einschließenden Kugeln einander nicht schneiden. Die Vertikalebene durch OQ bilde mit denjenigen durch die Polarachsen der Magnete die Winkel α und φ , während QO und die Stabachse von der Vertikalen um die Winkel η und ψ abstehen mögen. Die nebenstehende Figur, in der Z, E, S, N die Richtung der Rotationsachse (d. h. also hier die nach dem Zenit), der Linie QO (d. i. e) und der Polarachsen von Stab und Nadel bezeichnen, veranschaulicht die Richtungsverhältnisse.

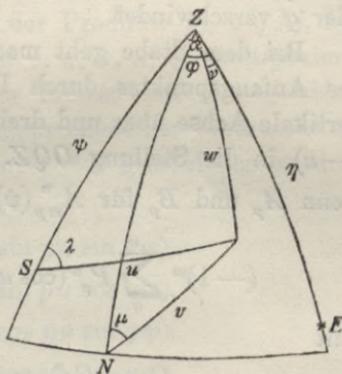


Fig. 1.

In bezug auf die angegebenen Koordinatensysteme sei nun das Potential des Stabes

$$(9) \quad \Pi = \sum \sum (g_m^n \cos mh + h_m^n \sin mh) P_m^n (\cos u) r^{-n-1} = \sum \sum \Pi_m^n$$

und dasjenige der Nadel

$$P = \sum \sum (j_s^r \cos s\mu + k_s^r \sin s\mu) P_s^r (\cos v) \varrho^{-r-1} = \sum \sum P_s^r.$$

Um das gegenseitige Potential V zu bilden, transformiert man am besten beide Ausdrücke auf ein System (ρ, w, ν) mit dem Anfangspunkt Q , der Vertikalen QZ als Polarachse und der Ebene OQZ als Anfangsebene. Dabei genügt es, die Rechnung für je ein Glied jedes Ausdrucks, etwa I_m^n und P_s^r durchzuführen, wobei man überdies die Indizes der Koeffizienten weglassen und einfach g, h, j, k statt g_m^n usw. schreiben kann. Durch Summation über sämtliche Werte dieser Indizes (immer über n und r von 1 bis ∞ , über m von 0 bis n und über s von 0 bis r , was als selbstverständlich in den Formeln meistens wegbleiben soll), ergibt sich dann der Gesamtwert des Potentials.

Bei der Nadel erhält man sogleich durch Drehung der Achse des Bezugssystems um $(-\frac{\pi}{2})$ von QN nach QZ und anschließende Drehung der Anfangsebene um den Winkel $(-\varphi)$ aus P_q^r die Reihe

$$(-1)^s \sum_0^r P_q^r (\cos w) (J_q \cos q\nu + K_q \sin q\nu) \varrho^{-r-1}$$

mit

$$J_q = J_{sq}^r = ja_q \cos q\varphi + kb_q \sin q\varphi, \quad K_q = K_{sq}^r = ja_q \sin q\varphi - kb_q \cos q\varphi.$$

Darin bezeichnen $a_q = a_{sq}^r$ und $b_q = b_{sq}^r$ die speziellen Werte von $A_{sq}^r(\xi)$ und $B_{sq}^r(\xi)$ für $\xi = \frac{\pi}{2}$. Es ist $a_q = 0$ für $q \equiv r + s - 1 \pmod{2}$ und $b_q = 0$ für $q \equiv r + s \pmod{2}$; außerdem natürlich $b_q = 0$, wenn s oder q verschwindet.

Bei dem Stabe geht man zunächst gleichfalls unter Festhaltung des Anfangspunktes durch Drehung der Achse um $(-\psi)$ auf eine vertikale Achse über und dreht dann die Anfangsebene um den Winkel $(-\alpha)$ in die Stellung OQZ . Dies gibt analog dem vorhergehenden, wenn A_p und B_p für $A_{mp}^n(\psi)$ und $B_{mp}^n(\psi)$ gesetzt wird:

$$(-1)^m \sum_0^m P_p^n (\cos w') (G_p \cos p\alpha' + H_p \sin p\alpha') r^{-n-1}$$

mit

$$G_p = G_{mp}^n = gA_p \cos p\alpha + hB_p \sin p\alpha,$$

$$H_p = H_{mp}^n = gA_p \sin p\alpha - hB_p \cos p\alpha.$$

Wird jetzt weiter der Anfangspunkt von O nach Q verlegt, so liefert jedes Glied des vorstehenden Ausdrucks zweifach unendlich viele Glieder im neuen System, von denen aber nur diejenigen in Betracht kommen,

die den oberen Index r tragen. Diese sind

$$(-1)^n e^{-n-r-1} \sum_0^r P_q^r (\cos w) [C_{p_q}(\eta) \cos qv + D_{p_q}(\eta) \sin qv] \varrho^r.$$

Die darin auftretenden, ausführlicher als $C_{p_q}^{nr}$ und $D_{p_q}^{nr}$ zu schreibenden Größen C_{p_q} und D_{p_q} sind durch die Beziehungen (in der Bezeichnung von *Gauß*)

$$(10) \quad C_{p_q} + D_{p_q} = (-1)^q \cdot f P^{n+r, p-q}, \quad C_{p_q} - D_{p_q} = f \cdot P^{n+r, q-p}$$

mit

$$f = (2n + 2r - 1)!! \sqrt{\varepsilon_p \varepsilon_q} : (n + p)! (n - p)! (r + q)! (r - q)!$$

definiert. Ich benutze dabei die bequeme von *A. Schuster* eingeführte Bezeichnung, der $(2n - 1)!!$ für $1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n - 1)$ und $2n!!$ für $2 \cdot 4 \dots 2n$ schreibt. Danach erhält $P_q^r (\cos w) \varrho^r$ in der Entwicklung von Π_m^n den Koeffizienten

$$(-1)^{n+m} e^{-n-r-1} \sum_0^n (C_{p_q} G_p \cos qv + D_{p_q} H_p \sin qv).$$

Hält man diesen Ausdruck mit dem oben für die Entwicklung von P_s^r gefundenen zusammen, so sieht man, daß aus der Wechselwirkung von Π_m^n und P_s^r für das Potential V der Beitrag

$$(11) \quad (-1)^{n+m+s} e^{-n-r-1} \sum_0^n \sum_0^r (C_{p_q} G_p J_q + D_{p_q} H_p K_q)$$

entspringt, der offenbar in ein Aggregat der Produkte gj, gk, hj, hk zerfällt, die mit Funktionen der Größen $e, \eta, \psi, \alpha, \varphi$ multipliziert sind. Diese lauten unter Weglassung der Indizes und des gemeinsamen Faktors $(-1)^{n+m+s} e^{-n-r-1}$ (der entsprechend der Vertauschung von Stab und Nadel auch $(-1)^{r+s+m} (-e)^{-r-n-1}$ geschrieben werden kann) der Reihe nach:

$$Aa(C \cos p\alpha \cos q\varphi + D \sin p\alpha \sin q\varphi),$$

$$Ab(C \cos p\alpha \sin q\varphi - D \sin p\alpha \cos q\varphi),$$

$$Ba(C \sin p\alpha \cos q\varphi - D \cos p\alpha \sin q\varphi),$$

$$Bb(C \sin p\alpha \sin q\varphi + D \cos p\alpha \cos q\varphi).$$

Für V selbst hat man also, wenn von den vier Teilen des Aggregats nur der erste, vorzugsweise wichtige angeschrieben wird,

$$(12) \quad V = \sum_1^\infty \sum_0^n \sum_1^\infty \sum_0^r e^{-n-r-1} [g_m^n j_s^r \Phi_{m_s}^{nr}(\eta, \psi, \alpha, \varphi) + \dots + \dots + \dots]$$

mit

$$\begin{aligned}
 \Phi_{ms}^{nr} &= (-1)^{n+m+s} \sum_0^n \sum_0^r A_p a_q (C_{pq} \cos p\alpha \cos q\varphi + D_{pq} \sin p\alpha \sin q\varphi) \\
 (13) \quad &= (-1)^{n+m+s} \sum_0^n \sum_0^r \frac{1}{2} f A_p a_q [(P^{n+r,p+q}(\cos \eta) \cos(p\alpha + q\varphi) \\
 &\quad + (-1)^q P^{n+r,p-q}(\cos \eta) \cos(p\alpha - q\varphi)].
 \end{aligned}$$

Zur Bestimmung der translatorischen Kräfte und der Drehungsmomente hat man nun den Einfluß einer unendlich kleinen Verrückung oder Drehung der Nadel zu ermitteln. Das kann auf zwei Wegen geschehen. Die Ortsveränderung läßt sich durch Variation der die gegenseitige Lage der Magnete definierenden Koordinaten $e, \eta, \psi, \alpha, \varphi$ oder aber durch die einer Koordinatentransformation entsprechende Änderung der Parameter j, k darstellen. Das zweite, indirekte Verfahren ist in den meisten Fällen bequemer; es empfiehlt sich besonders zur Bestimmung der Kräfte nach beliebigen Achsen. Bei der weitaus wichtigsten, praktisch fast allein in Betracht kommenden Aufgabe, das vom Stab auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment für die Achse QZ zu ermitteln, führt dagegen (ebenso wie bei der Bestimmung der längs e wirkenden Kraft) der direkte erste Weg ohne jede Rechnung zum Ziele, da der hier für V erhaltene Ausdruck in spezieller Anpassung an diese Aufgabe durch eine nach dem Drehungswinkel φ entwickelte trigonometrische Reihe dargestellt ist.

5. Besondere Fälle. Gebrauchsformeln.¹⁴⁾ So durchsichtig und einfach gebildet der für V gewonnene Ausdruck auch ist, und so

14) Wie schon früher (s. Fußn. 8) bemerkt wurde, hat sich zuerst *Lamont* eingehender mit der für die Anwendungen nötigen Weiterführung und Ausgestaltung der allgemeinen Wirkungsformel beschäftigt. Er tat dies im Zusammenhang mit einem umfassenden und in der Hauptsache so gut wie erschöpfenden Ausbau der Theorie der Instrumente und Beobachtungsmethoden in zahlreichen Abhandlungen (für die im einzelnen auf *Hellmanns* Repertorium verwiesen sein mag), die er, 1841 beginnend, an verschiedenen Stellen veröffentlichte, und deren Inhalt er 1849 in seinem berühmten, noch jetzt nicht ersetzten Handbuch in systematischer Zusammenfassung wiedergab. Zur Vereinfachung führte er anfangs — und darin sind ihm die meisten Forscher, die die Aufgabe später behandelt haben, gefolgt — Magnete ein, deren Magnetismus in zwei Punkten (den Polen) konzentriert gedacht ist [München, Akad. Denkschr. 16 (1843)]. Ein solcher, von ihm als einfach, von *Fr. Kohlrausch* als schematisch bezeichneter Magnet ist in der hier gegebenen Darstellung dadurch charakterisiert, daß alle seine Parameter nur von zwei Größen, dem Moment M und dem Polabstand $2l$, abhängen, indem $g_0^{2\nu+1} = Ml^{2\nu}$ und $g_0^{2\nu} = 0$ ist. Später verzichtete er auf diese Beschränkung und nahm die Magnete allgemeiner als linear an. Die von ihm dabei zur quantitativen Definition eines Magnets eingeführten Größen M_ν sind mit den hier

leicht sich jedes einzelne Glied danach angeben läßt, so verwickelt erscheint er doch in expliziter Darstellung wegen der großen Anzahl

gebrauchten g_n^0 identisch. In seinen Entwicklungen ging er bis zu den e^{-7} enthaltenden Gliedern.

Unter bestimmten Annahmen über die Verteilung des Magnetismus im Magnet leitete dann *Kowalsky* allgemeine Formeln ab, die er 1853 in seinem Reisewerke „Ssewernij Ural i beregowoj chrebet Paj-Choj“ veröffentlichte (zitiert nach *Leyst*). Im wesentlichen seinem Verfahren folgend, gab später *H. F. Ritsche* eine bis zu den Gliedern mit e^{-9} explizit durchgeführte Entwicklung. (Über die Bestimmung der geographischen Länge und Breite und der drei Elemente des Erdmagnetismus, St. Petersburg 18.3.)

Unmittelbar an *Gauß* anknüpfend, leiteten *Airy* (1870), *Riecke* (1873 und 1879) und *Fr. Kohlrausch* (1887) die Formeln für die wichtigsten Spezialfälle unter Beschränkung auf die ersten Glieder der Reihe ab. Für *Riecke* (Ann. Phys. Chem. 149 (1873), p. 62 und 8 (1879), p. 299) handelte es sich dabei vorzugsweise um die Frage der Polpunkte (s. weiterhin § 9); in seiner zweiten Abhandlung berechnete er überdies zum ersten Male auch für nicht lineare Magnete die Koeffizienten der ersten Glieder.

Über *Lamont* hinaus ging dann *O. Chwolson*, der für Magnete von rechteckigem Querschnitt und symmetrischer Magnetisierung allgemeine bis e^{-7} gehende Formeln für den Fall, daß beide Magnete in derselben Ebene liegen, ableitete (Pétersb. Acad. Mém. (7) 31 (1883), Nr. 10). Er bemerkte auch als erster, daß in der Formel für die erste Gaußsche Hauptlage ausschließlich die Kugelfunktionen des Ablenkungswinkels der Nadel auftreten, und gab für diese aus den expliziten Formeln unmittelbar ersichtliche Tatsache einen allgemeinen Beweis (a. a. O. S. 7).

Einen wesentlichen Fortschritt brachten die Arbeiten von *C. Börgen* (Aus dem Archiv der D. Seewarte 14 (1891), Nr. 2; Terr. Magn. 1 (1896), p. 176). In der ersten behandelte er für lineare Magnete den allgemeinen Fall beliebiger Lage im Raume und gab dafür eine bis e^{-7} ausgedehnte explizite Formel, ohne jedoch die Ableitung auszuführen. Auf diese ging er in der andern Arbeit etwas näher ein, indem er zugleich einige Hilfsgrößen auch noch für die Glieder der nächsten Ordnung mitteilte. In einer weiteren Veröffentlichung (A. d. Arch. d. D. Seew. 18 (1895), Nr. 5) untersuchte er den Einfluß der körperlichen Dimensionen der Magnete, den er durch Korrekturen an dem für lineare Magnete gültigen Ausdruck berücksichtigte. Er berechnete diese Korrekturen speziell für Zylinder, Hohlzylinder und Stäbe von rechteckigem Querschnitt.

Eine nochmalige Behandlung des Sonderfalls zweier Magnete in einer Ebene gab *E. Leyst* in einer sehr eingehenden Arbeit (Über erdmagnetische Ablenkungsbeobachtungen, Moskau 1910), die besonders durch eine Anzahl von kritischen Untersuchungen über die erreichbare Genauigkeit der Beobachtungen und über die dafür maßgebenden Bedingungen ausgezeichnet ist. (U. a. werden so auf p. 128 und 137 die grundlegenden von *Gauß* in der „Intensitas vis magneticae“ mitgeteilten Beobachtungen untersucht.) *Leyst* betrachtet ausschließlich schematische und in enger Anlehnung daran zylindrische und hohlzylindrische Magnete mit homogener Belegung der Endflächen.

Den allgemeinen von jeder Beschränkung der Lage und Beschaffenheit der Magnete freien Fall erledigte endlich *Ad. Schmidt* in der in Fußnote 11 genannten Arbeit und durch explizite Entwicklung der dort nur in allgemeiner Form

und der mit steigendem Index immer mehr wachsenden Ausdehnung dieser Glieder.

Für alle praktisch vorkommenden Aufgaben genügt jedoch die Betrachtung spezieller Fälle, in denen sich der Ausdruck wesentlich vereinfacht. Die in diesen Fällen vorausgesetzte Idealisierung der Versuchsbedingungen ist natürlich nie streng zu erreichen; zur Abschätzung und nötigenfalls zur Beseitigung der aus ihrer unvollkommenen Erfüllung entspringenden Fehler hat man auf den allgemeinen Ausdruck zurückzugehen, der in sachgemäßer Abkürzung für jeden Fall die Mittel dazu liefert.

Eine Spezialisierung ist nun zunächst bei der Beschaffenheit der Magnete möglich. Nach dem Früheren darf man diese fast stets als regulär oder wenigstens als *achsensymmetrisch* annehmen. In diesem Falle, in dem durchgängig $m = 0$ und $s = 0$ ist, gehen A_p und a_q in Kugelfunktionen über (vgl. Fußn. 10). Schreibt man diese in der Gaußischen Form und führt man für a_q seinen numerischen Wert ein, wobei zu beachten ist, daß nur geradzahlige $r - q$ auftreten, so findet man

$$\begin{aligned} (-1)^{n+m+1} \frac{1}{2} f A_p a_q &= (-1)^{n+\frac{r-q}{2}} \varepsilon_p \frac{(2n+2r-1)!! (2n-1)!!}{(n+p)! (n-p)! (r+q)!! (r-q)!!} \\ &= (-1)^{n+k} \varepsilon_p \frac{(2n+2r-1)!!}{(2n)!! (2n)!!} \binom{2n}{n-p} \binom{r}{k} \quad \text{mit } k = \frac{r-q}{2}. \end{aligned}$$

Schreibt man für diesen Zahlenkoeffizienten kurz c_{pq}^{nr} , und bezeichnet man den Ausdruck

$$\begin{aligned} P^{np}(\cos \psi) [P^{n+r, p+q}(\cos \eta) \cos(p\alpha + q\varphi) \\ + (-1)^q P^{n+r, p-q}(\cos \eta) \cos(p\alpha - q\varphi)] \end{aligned}$$

gegebenen Ausdrücke in einer weiteren Arbeit (Terr. Magn. 17 (1912), p. 181 und 18 (1913), p. 65). Dieser letzteren sind die hier angegebenen Gebrauchsformeln abgekürzt entnommen. Sie finden sich dort bis zu den e^{-9} enthaltenden Gliedern angegeben; ferner ist der hier außer acht gelassene Fall von nicht achsensymmetrischen Magneten (dazu gehören vor allem diejenigen mit rechteckigem Querschnitt) dort durchgängig so weit behandelt, wie er praktisch von Bedeutung werden kann. Hervorgehoben sei die Betonung der individuellen Bedeutung der Parameter jedes einzelnen Magnets, wodurch die Entwicklungen gleichzeitig strenger und einfacher werden gegenüber der sonst üblichen Herleitung auf Grund bestimmter Annahmen über die Verteilung der Magnetisierung. Die Vereinfachung zeigt sich am deutlichsten darin, daß bei allen achsensymmetrischen Magneten die Anbringung besonderer Korrekturen für den Einfluß der Querdimensionen überflüssig wird, ja daß dies ganz allgemein bei Magneten von beliebiger Gestalt gilt, wenn sie in einer hinreichenden Anzahl von Kollimationslagen beobachtet werden. Mit andern Worten heißt dies, daß man bei passender Anordnung der Beobachtungen stets mit den für lineare Magnete geltenden Formeln ausreicht.

durch $(np; rq)$, so wird

$$(14) \quad V = \sum_1^n \sum_1^r g_0^n j_0^r e^{-n-r-1} \sum_0^n \sum_0^r c_{pq}^{nr} (np; rq).$$

Das auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment

$$\Phi = - \frac{\partial V}{\partial \varphi}$$

erhält man offenbar ohne weiteres, indem man in V den Ausdruck $(np; rq)$ durch

$$\begin{aligned} [np; rq] = q P^{np}(\cos \psi) [P^{n+r, p+q}(\cos \eta) \sin(p\alpha + q\varphi) \\ + (-1)^{q+1} P^{n+r, p-q}(\cos \eta) \sin(p\alpha - q\varphi)] \end{aligned}$$

ersetzt.

Geht man in der Entwicklung bis e^{-9} , so enthält dieser Ausdruck nur noch 28 Glieder, während der allgemeine Ausdruck (12) bei gleicher Ausdehnung deren 1204 zählt. Man erkennt hieraus die außerordentliche Vereinfachung, die mit der Achsensymmetrie verbunden ist. Noch günstiger gestaltet sich natürlich das Ergebnis im Falle *regulärer* Magnete, bei denen alle Parameter mit geradzahligem n und r verschwinden. Hier sind bis zu der angegebenen Grenze nur noch 10 Glieder vorhanden.

Da die Formel für reguläre Magnete die Grundlage für fast alle Anwendungen bildet, mag sie noch besonders angeschrieben werden, doch unter Beschränkung auf die 6 ersten Glieder:

$$\begin{aligned} (15) \quad V = & - \frac{3}{2} g_1 j_1 e^{-3} [(10; 11) + (11; 11)] \\ & - \frac{35}{16} g_3 j_1 e^{-5} [10(30; 11) + 15(31; 11) + 6(32; 11) + (33; 11)] \\ & + \frac{35}{16} g_1 j_3 e^{-5} [3(10; 31) - (10; 33) + 3(11; 31) - (11; 33)] \\ & - \frac{693}{256} g_5 j_1 e^{-7} [126(50; 11) + 210(51; 11) + 120(52; 11) \\ & \quad + 45(53; 11) + 10(54; 11) + (55; 11)] \\ & + \frac{1155}{128} g_3 j_3 e^{-7} [30(30; 31) - 10(30; 33) + 45(31; 31) - 15(31; 33) \\ & \quad + 18(32; 31) - 6(32; 33) + 3(33; 31) - (33; 33)] \\ & - \frac{693}{256} g_1 j_5 e^{-7} [10(10; 51) - 5(10; 53) + (10; 55) + 10(11; 51) \\ & \quad - 5(11; 53) + (11; 55)] + \dots \end{aligned}$$

Zur Abkürzung ist hier wie auch stets im folgenden g_n und j_r statt g_0^n und j_0^r geschrieben.

Die einfachsten und wichtigsten Spezialfälle der gegenseitigen Lage der beiden Magnete sind durch die Werte 0 und $\frac{\pi}{2}$ der Winkel ψ und η charakterisiert. Zur Auswertung der $(np; rq)$ dienen dabei die

Formeln:

$$P^{np}(1) = 0 \quad \text{für } p > 0 \quad P^{n0}(1) = \frac{n!}{(2n-1)!!}$$

$$P^{np}(0) = 0 \quad \text{für } n - p \equiv 1 \pmod{2}$$

$$P^{np}(0) = (-1)^{\frac{n-p}{2}} \frac{(n+p-1)!!(n-p-1)!!}{(2n-1)!!} \quad \text{für } n - p \equiv 0 \pmod{2}.$$

Von den hierbei möglichen Kombinationen sind die beiden folgenden, bei deren näherer Betrachtung zur Vereinfachung des Ausdrucks die Drehungsachse der Nadel als vertikal bezeichnet werden möge, besonders wichtig:

1) $\psi = \frac{\pi}{2}$, $\eta = 0$, d. h. der Stab liegt wie die Nadel horizontal, und sein Mittelpunkt befindet sich in der Drehungsachse der Nadel;

2) $\psi = \frac{\pi}{2}$, $\eta = \frac{\pi}{2}$, d. h. beide Magnete liegen mit ihren magnetischen Mittelpunkten und Achsen in derselben Horizontalebene.

Im ersten dieser zwei Fälle ist die gegenseitige Lage der Magnete offenbar außer von e nur noch von der Differenz $\chi = (\alpha - \varphi)$ der Winkel α und φ , nicht von diesen einzeln abhängig. Die Ausführung der Substitution ergibt, wenn man sich auf reguläre Magnete beschränkt:

$$(16) \quad V = g_1 j_1 e^{-3} \cos \chi - \frac{3}{2} (g_3 j_1 + g_1 j_3) e^{-5} \cos \chi \\ + \frac{15}{8} (g_5 j_1 + g_1 j_5) e^{-7} \cos \chi + \frac{5}{8} g_3 j_3 e^{-7} (9 \cos \chi + \cos 3\chi) - \dots$$

Dieser Fall und im engeren Sinne seine Spezialisierung für $\chi = \frac{\pi}{2}$ ist die früher schon erwähnte dritte Hauptlage.

Von noch viel größerer Bedeutung ist der zweite Fall, der deshalb — wiederum unter Beschränkung auf reguläre Magnete — auch hier etwas eingehender behandelt werden soll. Die Substitution $\psi = \frac{\pi}{2}$, $\eta = \frac{\pi}{2}$ führt auf

$$c_{pq}^{nr}(np; rq) = -(S + D) \cos p\alpha \cos q\varphi + (S - D) \sin p\alpha \sin q\varphi$$

mit

$$S = 2 \frac{(n+p+r+q-1)!!(n-p+r-q-1)!!}{(n+p)!!(n-p)!!(r+q)!!(r-q)!!};$$

$$D = 2 \frac{(n+p+r-q-1)!!(n-p+r+q-1)!!}{(n+p)!!(n-p)!!(r+q)!!(r-q)!!}.$$

Schreibt man noch zur Abkürzung

$$\cos p\alpha = c_p, \quad \sin p\alpha = s_p, \quad \cos q\varphi = \gamma_q, \quad \sin q\varphi = \sigma_q,$$

so erhält man

$$\begin{aligned}
 (17) \quad V = & g_1 j_1 e^{-3} (-2c_1 \gamma_1 + s_1 \sigma_1) \\
 & + g_3 j_1 e^{-5} (-\frac{3}{2}c_1 \gamma_1 + \frac{3}{8}s_1 \sigma_1 - \frac{5}{2}c_3 \gamma_1 + \frac{15}{8}s_3 \sigma_1) \\
 & + g_1 j_3 e^{-5} (\dots) + g_5 j_1 e^{-7} (-\frac{45}{32}c_1 \gamma_1 + \frac{15}{64}s_1 \sigma_1 - \frac{105}{64}c_3 \gamma_1 \\
 & \qquad \qquad \qquad + \frac{105}{128}s_3 \sigma_1 - \frac{189}{64}c_5 \gamma_1 + \frac{315}{128}s_5 \sigma_1) \\
 & + g_3 j_3 e^{-7} (-\frac{135}{32}c_1 \gamma_1 + \frac{45}{64}s_1 \sigma_1 - \frac{105}{32}c_1 \gamma_3 + \frac{105}{64}s_1 \sigma_3 - \frac{105}{32}c_3 \gamma_1 \\
 & \qquad \qquad \qquad + \frac{105}{64}s_3 \sigma_1 - \frac{295}{32}c_3 \gamma_3 + \frac{565}{64}s_3 \sigma_3) \\
 & + g_1 j_5 e^{-8} (\dots) + \dots
 \end{aligned}$$

Die hierin nur angedeuteten Terme erhält man durch die offenbar zulässige Vertauschung von g, c, s mit j, γ, σ . Das auf die Nadel ausgeübte Drehungsmoment Φ ergibt sich, indem an Stelle von γ_n und σ_n überall $n\sigma_n$ und $-n\gamma_n$ geschrieben wird.

Von besonderer Wichtigkeit sind die Hauptlagen. Für die erste gilt (mit dem oberen oder unteren Vorzeichen bei V , je nachdem $\alpha = 0$ oder $\alpha = \pi$ ist)

$$\begin{aligned}
 (18) \quad \mp V = & 2g_1 j_1 e^{-3} \gamma_1 + 4g_3 j_1 e^{-5} \gamma_1 + \frac{3}{2}g_1 j_3 e^{-5} (\gamma_1 + \frac{5}{3}\gamma_3) + 6g_5 j_1 e^{-7} \gamma_1 \\
 & + \frac{15}{2}g_3 j_3 e^{-7} (\gamma_1 + \frac{5}{3}\gamma_3) + \frac{45}{32}g_1 j_5 e^{-7} (\gamma_1 + \frac{7}{6}\gamma_3 + \frac{21}{10}\gamma_5) + \dots
 \end{aligned}$$

für die zweite (entsprechend für $\alpha = \frac{\pi}{2}$ oder $\alpha = \frac{3\pi}{2}$)

$$\begin{aligned}
 (19) \quad \pm V = & g_1 j_1 e^{-3} \sigma_1 - \frac{3}{2}g_3 j_1 e^{-5} \sigma_1 + \frac{3}{2}g_1 j_3 e^{-5} (\sigma_1 + 5\sigma_3) + \frac{15}{8}g_5 j_1 e^{-7} \sigma_1 \\
 & - \frac{15}{16}g_3 j_3 e^{-7} (\sigma_1 + \frac{23}{3}\sigma_3) + \frac{15}{64}g_1 j_5 e^{-7} (\sigma_1 + \frac{7}{2}\sigma_3 + \frac{21}{2}\sigma_5) - \dots
 \end{aligned}$$

Wegen ihrer vielfachen Anwendung mögen hier auch die Formeln für das Drehungsmoment explizit angegeben werden, doch nicht in der Form von trigonometrischen Reihen, wie sie aus den vorstehenden Ausdrücken ohne weiteres abgelesen werden können, sondern transformiert in die gewöhnlich benutzte Form von Potenzreihen nach $\gamma = \gamma_1 = \cos \varphi$ und $\sigma = \sigma_1 = \sin \varphi$:

$$\begin{aligned}
 (18a) \quad \mp \Phi = & \sigma [2g_1 j_1 e^{-3} + 4g_3 j_1 e^{-5} - 6g_1 j_3 e^{-5} (1 - 5\gamma^2) \\
 & + 6g_5 j_1 e^{-7} - 30g_3 j_3 e^{-7} (1 - 5\gamma^2) \\
 & + \frac{45}{4}g_1 j_5 e^{-7} (1 - 14\gamma^2 + 21\gamma^4) + \dots],
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (19a) \quad \pm \Phi = & \gamma [g_1 j_1 e^{-3} - \frac{3}{2}g_3 j_1 e^{-5} + 6g_1 j_3 e^{-5} (1 - \frac{15}{4}\sigma^2) \\
 & + \frac{15}{8}g_5 j_1 e^{-7} - \frac{45}{2}g_3 j_3 e^{-7} (1 - \frac{23}{6}\sigma^2) \\
 & + 15g_1 j_5 e^{-7} (1 - \frac{21}{2}\sigma^2 + \frac{105}{8}\sigma^4) - \dots].
 \end{aligned}$$

Ist nun weiter die Nadel senkrecht zum Stabe, so erhält man die nach *Lamont* genannten Lagen. Da hier kein variabler Winkel mehr auftritt, so genügt die Angabe des Drehungsmoments. Dieses beträgt absolut genommen in den drei Fällen, die sich durch entsprechende Spezialisierung aus (18), (19), (16) ergeben:

$$\begin{aligned}
 \Phi_{\text{I}} &= 2g_1j_1e^{-3} + (4g_3j_1 - 6g_1j_3)e^{-5} \\
 &\quad + (6g_5j_1 - 30g_3j_3 + \frac{45}{4}g_1j_5)e^{-7} + \dots \\
 \Phi_{\text{II}} &= g_1j_1e^{-3} - (\frac{3}{2}g_3j_1 - 6g_1j_3)e^{-5} \\
 (20) \quad &\quad + (\frac{15}{8}g_5j_1 - \frac{45}{2}g_3j_3 + 15g_1j_5)e^{-7} - \dots \\
 \Phi_{\text{III}} &= g_1j_1e^{-3} - \frac{3}{2}(g_3j_1 + g_1j_3)e^{-5} \\
 &\quad + \frac{15}{8}(g_5j_1 + 2g_3j_3 + g_1j_5)e^{-7} - \dots
 \end{aligned}$$

Der Sinn der Drehung ergibt sich am bequemsten aus der Bemerkung, daß stabiles Gleichgewicht im ersten Falle bei gleicher, in den zwei andern Fällen bei entgegengesetzter Richtung der Achsen der beiden Magnete herrscht.

Die beiden Lamontschen Hauptlagen können auch als spezielle (zu $c = \pm 1$ und $c = 0$ gehörige) Fälle derjenigen etwas allgemeineren Lage aufgefaßt werden, bei der die Achsen der in einer Ebene befindlichen Magnete aufeinander senkrecht stehen. Man erhält dafür, indem man $\varphi = \beta \pm \frac{\pi}{2}$ in das aus (17) folgende Drehmoment einsetzt,

$$\begin{aligned}
 (21) \quad \Phi &= g_1j_1e^{-3}(1 - 3c^2) + g_3j_1e^{-5}(-\frac{3}{2} + 15c^2 - \frac{35}{2}c^4) \\
 &\quad + g_1j_3e^{-5}(6 - \frac{105}{2}c^2 + \frac{105}{2}c^4) + g_5j_1e^{-7}(\frac{15}{8} - \frac{315}{8}c^2 + \frac{945}{8}c^4 - \frac{693}{8}c^6) \\
 &\quad + g_3j_3e^{-7}(-\frac{45}{4} + \frac{1785}{4}c^2 - 1260c^4 + \frac{3465}{4}c^6) \\
 &\quad + g_1j_5e^{-7}(15 - \frac{525}{2}c^2 + \frac{5355}{8}c^4 - \frac{3465}{8}c^6) + \dots
 \end{aligned}$$

Den vorstehenden, für nahezu alle Anwendungen ausreichenden Angaben über das Drehmoment, das die Nadel erfährt, möge noch das Wichtigste über die auf sie ausgeübten translatorischen Kräfte angefügt werden. Nennt man bei zwei in derselben Ebene liegenden Magneten die in die Richtung der Nadelachse fallende Kraftkomponente A (positiv nach dem Nordpol hin) und die quer dazu wirkende Komponente B (positiv, wenn die Vierteldrehung von A nach B im Sinne des wachsenden Winkels φ erfolgt), so ist bei Beschränkung auf das Hauptglied

$$\begin{aligned}
 (22) \quad A &= \frac{3}{2}g_1j_1e^{-4}(c_1 + 3c_1\gamma_2 - 2s_1\sigma_2), \\
 B &= -\frac{3}{2}g_1j_1e^{-4}(3c_1\sigma_2 + 2s_1\gamma_2).
 \end{aligned}$$

Bei der ersten Lamontschen Hauptlage gibt dies $A = 3g_1j_1e^{-4}$, $B = 0$, bei der zweiten umgekehrt $A = 0$, $B = 3g_1j_1e^{-4}$. Die dritte, zur gemeinsamen Ebene senkrechte Komponente verschwindet natürlich allgemein.

6. Temperatureinfluß und Induktion. Die den Zustand eines Magnets beschreibenden Größen sind keine Konstanten im strengen Sinne. Sie unterliegen teils allmählichen, anscheinend spontan er-

folgenden Änderungen, teils sind sie etwas von äußeren Umständen abhängig, vor allem von der Temperatur und von dem umgebenden magnetischen Felde. Bei allen einigermaßen scharfen Beobachtungen mit Ausnahme der reinen Richtungsbestimmungen müssen diese Einflüsse, von denen sich besonders derjenige der Temperatur vielfach sehr lästig erweist und die erreichbare Genauigkeit herabsetzt, berücksichtigt werden.

Am stärksten und am besten bekannt ist die Veränderlichkeit des Hauptparameters, des Moments, die man deshalb auch allein zu beachten pflegt. Die Verhältnisse der übrigen Parameter zum Moment, also die relative Verteilung der Magnetisierung und damit insbesondere die Lage der Achse und des magnetischen Mittelpunkts sowie die Pol-distanz scheinen nach den wenigen darüber vorliegenden Erfahrungen in sorgfältig behandelten Magneten eine hohe Konstanz zu besitzen.

Von den ungemein zahlreichen Untersuchungen über das magnetische Verhalten von Stahl und Eisen kommen, auch wenn man von denjenigen rein technischer Natur ganz absieht, hier nur sehr wenige in Betracht; denn die meisten beziehen sich auf nahezu geschlossene Kreise, oder sie beschäftigen sich mit dem Verhalten innerhalb weiter Temperaturgrenzen oder in starken Feldern. Auch die magnetischen Eigenschaften anderer Stoffe sind nur insofern für die erdmagnetische Beobachtung von Bedeutung, als sie leicht störende Wirkungen herbeiführen. Eine sorgfältige Prüfung aller Apparate (wie auch der Beobachtungsräume, Pfeiler u. dgl.) ist daher unerlässlich. Zu besonderer Vorsicht gegenüber unerwarteten Möglichkeiten mahnt im Hinblick auf die vielfache Verwendung von Bronze die Entdeckung der ferromagnetischen Kupfer-Mangan-Aluminium-Legierungen.

Das Moment eines Magnets nimmt im allgemeinen mit der Zeit — erst schneller, dann allmählich immer langsamer — ab; höhere Temperatur beschleunigt diesen Prozeß; Erschütterungen verursachen oft eine sprunghafte Abnahme. Doch tritt danach nicht selten eine ausgleichende Verlangsamung des Ganges ein, so daß dieser im ganzen während langer Zeiten recht regelmäßig zu sein pflegt. *Hansteen* und *Lamont* leiteten aus ihren Beobachtungen die a priori naheliegende Beziehung $dM:dt = -Ce^{-at}$ oder $M = b + ce^{-at}$ ab; *N.A.F. Moos* fand aus 36-jährigen Beobachtungen des Hauptmagnets des Observatoriums in Bombay bei einer Gesamtabnahme um etwa $\frac{1}{3}$ des Anfangswertes $dM:dt = -(A + Bt^{-1})$ wobei stillschweigend angenommen ist, daß der Nullpunkt der Zeitzählung etwas vor dem Beginn der Gültigkeitsdauer der Formel liegt; bei dem Hauptmagnet des Potsdamer Observatoriums, der in 14 Jahren um $\frac{1}{4}$ schwächer geworden

war, ergab sich eine befriedigende Darstellung des Verlaufs in der Form $dM : dt = - CMe^{-at}$ oder $\log M = b + ce^{-at}$. In den beiden letzten Fällen zeigte sich die starke Momentabnahme von keiner sicher festzustellenden Änderung des Polabstands begleitet.¹⁵⁾

Diese und zahlreiche ähnliche Erfahrungen berechtigten dazu, das Moment unter normalen Verhältnissen während kürzerer Zeiten (einige Monate hindurch) als gleichförmig veränderlich anzusehen. Indessen hat dieser Vorgang viel von seiner praktischen Wichtigkeit verloren, seitdem man durch das von *Strouhal* und *Barus* im Laboratorium von *F. Kohlrausch* ausgearbeitete Verfahren der künstlichen Alterung die Möglichkeit hat, nahezu unveränderliche Magnete herzustellen.¹⁶⁾ Das Verfahren besteht darin, daß der gehärtete Stahlstab mindestens 24 Stunden hindurch auf etwa 100° erhitzt, dann zur Sättigung magnetisiert und nun mehrere Stunden lang wieder auf 100° erhitzt wird. Die so behandelten Magnete sind auch gegen Erschütterungen nahezu unempfindlich.

Mit steigender Temperatur nimmt im allgemeinen das Moment eines Magnets ab, mit sinkender zu.¹⁷⁾ Starke (mehrere Zehner von Graden umfassende) oder sehr schnelle Temperaturänderungen haben gewöhnlich eine dauernde Verminderung des Moments zur Folge. Werden solche schroffen Änderungen vermieden, so gilt mit großer Annäherung

$$M = M_0[1 - \alpha(t - t_0)].$$

Der hierin auftretende Temperaturkoeffizient α ist eine individuelle Konstante jedes Magnets, abhängig von seiner Gestalt und Größe, von der Beschaffenheit des Stahls und der Art der Magnetisierung. Er be-

15) *Hansteen*, De mutationibus quas patitur momentum virgae magneticae. Christiania 1842; *Lamont*, Handbuch d. Magn. 1867, p. 405; *Moos*, Magnetic Observations made at the Government Observatory, Bombay, for the Period 1846—1905, Bombay 1910, ein monumentales Werk, das diese wertvolle langjährige Beobachtungsreihe in ungemein gründlicher und umfassender Weise verarbeitet und diskutiert; *Schmidt*, Ergebnisse der magnetischen Beobachtungen in Potsdam, Heft 1903/4, p. XI und 1912, p. 14.

16) *V. Strouhal* und *C. Barus*, Ann. de Phys. Chem. 20 (1883), p. 662.

17) Nach der ausführlichen von *Lamont* im Handb. d. Magn. p. 377 gegebenen geschichtlichen Darstellung rührt die erste Untersuchung hierüber von *J. Canton* her, Phil. Trans. 1759. Zahlreiche weitere Arbeiten, u. a. von *Weber*, *Hansteen*, *Lamont*, stellten allmählich den Sachverhalt fest. Aus neuerer Zeit ist die Untersuchung von *R. J. Ashworth* zu erwähnen, die Magnete mit negativem oder verschwindendem Temperaturkoeffizienten kennen gelehrt hat (Terr. Magn. 2 (1897), p. 137). — Bei sehr genauen Messungen zeigt sich der Koeffizient, wie zu erwarten, selbst von der Temperatur etwas abhängig, so daß dem Ausdruck für M ein in $(t - t_0)$ quadratisches Glied hinzugefügt werden muß.

trägt bei Stäben von den üblichen Formen und Dimensionen im allgemeinen einige Zehntausendstel. Es folgt daraus, daß bei exakten Messungen die Temperaturbestimmung mindestens auf $0,1^{\circ}$ genau sein muß, was ohne besondere, darauf gerichtete Sorgfalt keineswegs immer leicht zu erreichen ist und was auch vielfach bei Vorschlägen zu neuen Beobachtungsmethoden und Instrumenten nicht genügende Beachtung gefunden hat.

Außer auf das Moment der benutzten Magnete übt die wechselnde Temperatur auch auf andere Bestimmungsstücke der Apparate, ihre Dimensionen, elastischen Eigenschaften u. dgl., einen Einfluß aus, der gleichfalls berücksichtigt werden muß. In manchen Fällen ist es möglich, alle diese Wirkungen zusammenzufassen und mit einem „Temperaturkoeffizienten des Instruments“, wobei natürlich auf genauen Ausgleich des Wärmezustands aller Teile geachtet werden muß, zu rechnen. Dieser Gesamtkoeffizient kann unter Umständen zu Null gemacht, d. h. das Instrument gegen Temperatureinflüsse kompensiert werden.

Die Bestimmung des Temperaturkoeffizienten erfolgt durch wiederholte Messung irgendeiner von ihm abhängigen Wirkung (Ablenkung, Schwingung) bei verschiedenen Temperaturen. Wesentlich ist dabei wegen der niemals sicher auszuschließenden Möglichkeit dauernder Änderungen eine streng symmetrische Anordnung der Beobachtungen und die Rückkehr zum Anfangszustand.

Der induzierende Einfluß des äußeren magnetischen Feldes auf einen darin befindlichen Magnet läßt sich gleichfalls mit fast stets hinreichender Annäherung einfach als lineare Vektorfunktion dieses (als homogen vorausgesetzten) Feldes ansehen und daher mit Hilfe empirischer Konstanten darstellen, solange die Feldstärke den Betrag von etwa 1Γ nicht wesentlich überschreitet. Diese Bedingung ist stets erfüllt, da das erdmagnetische Feld kaum über $0,6\Gamma$, seine meistens benutzte horizontale Komponente nicht über $0,4\Gamma$ hinausgeht und die hinzukommenden Wirkungen anderer Magnete bei allen zu genauen Messungen geeigneten Anordnungen von derselben Größenordnung sind.

In einem Magnet mit drei Symmetrieebenen werden danach, wenn F_1, F_2, F_3 die Komponenten des äußeren Feldes nach den drei Achsen des Stabes sind, die Momente $p_i F_i$ induziert. Ist M_0 das wahre Moment, das nach der ersten Achse gerichtet sein möge, so ist die tatsächliche (nach der üblichen Terminologie die freie) Magnetisierung, die für die beobachteten Wirkungen allein in Betracht kommt, durch die Komponenten $M_0 + p_1 F_1, p_2 F_2, p_3 F_3$ ausgedrückt. Bei achsensymmetrischen Magneten, wie sie fast ausschließlich benutzt werden und auf die die

folgenden Betrachtungen der Einfachheit halber beschränkt werden mögen, fällt die Unterscheidung der zwei letzten Achsen fort, und man hat nur Längs- und Querinduktion auseinanderzuhalten, so daß in etwas geänderter Schreibweise im Felde F, G die freie Magnetisierung $M_0 + pF, qG$ besteht. Statt der Größen p und q werden vielfach nach *Lamonts* Vorgang die sogenannten Induktionskoeffizienten $k = p: M_0$ und $k' = q: M_0$ benutzt, mit denen die freie Magnetisierung durch $M_0(1 + kF), M_0k'G$ dargestellt wird. Bei Magneten der üblichen Formen stimmt p der Größenordnung nach mit dem Volumen überein, und k ist von der Ordnung von 0.01, während q und k' etwa ein bis zwei Zehntel davon betragen. (Zur rohen Schätzung des Verhältnisses der Quer- zur Längsinduktion kann man sich der zuerst von *Maxwell* abgeleiteten theoretischen Werte für das Rotationsellipsoid bedienen.)

Zur Bestimmung des Koeffizienten der Längsinduktion, auf die man gewöhnlich allein Rücksicht nimmt, sind drei Methoden üblich. Nach *Lamont* läßt man den vertikal gestellten Stab aus zwei zu einer Horizontalebene symmetrischen Lagen auf eine in dieser Ebene befindliche Magnetnadel ablenkend wirken. Die Differenz der beiden Wirkungen ergibt die doppelte Induktion durch die Vertikalkomponente des Erdmagnetismus. Die Induktion durch dieselbe Komponente benutzt eine von *Weber* angegebene ballistische Methode, bei der der Stab mit einer ihn umschließenden Spule und dann diese Spule allein um eine horizontale Querachse gedreht wird. (Die Benutzung der horizontalen Komponente statt der vertikalen würde eine kleine Komplikation herbeiführen; sonst aber rechtfertigt sich die Bevorzugung der letzteren nur dort, wo sie wesentlich größer als die andere ist.) Am allgemeinsten (auch für nicht homogene Felder und zur Bestimmung der Querinduktion) anwendbar ist die bei der vorliegenden Aufgabe zuerst von *H. Wild* und *E. Dorn* benutzte magnetometrische Methode. Bei dieser wird die von M_0 herrührende Wirkung des Stabes auf ein Magnetometer durch einen Hilfsstab auf der entgegengesetzten Seite kompensiert, während die Induktion durch einen Strom entsteht, der eine den Stab umgebende Spule durchfließt. Der Einfluß dieser letzteren auf das Magnetometer wird durch eine Kompensationsspule aufgehoben, die derselbe Strom erregt.¹⁸⁾

18) Die Momentänderung von Magneten durch Induktion des Erdfeldes wurde zuerst von *Kupffer* bemerkt, doch gelang ihm nicht eine einwandfreie Bestimmung, *Ann. de Chim. et de Phys.*, (2) 36 (1827), p. 50. Für die erwähnten Methoden sind zu nennen: *Lamont*, *Ann. für Met. u. Erdm.* 1 (1842), p. 198 und *Handb. d. Erdm.*, p. 147; *W. Weber*, *Gött. Abh.* 6 (1855), p. 1; *Th. Fechner*,

Lamont hatte aus seinen Versuchen geschlossen, daß die Induktion unter sonst gleichen Bedingungen um etwa $\frac{1}{3}$ stärker ausfalle, wenn sie das ursprüngliche Moment vermindert, als wenn sie es vergrößert. Eine derartige Verschiedenheit, die im Hinblick auf die magnetische Hysteresis an sich nicht unmöglich erscheint, besteht aber, wie zuerst *Fr. Kohlrausch* nachwies und darauf *H. Sack* eingehend prüfte, nicht, solange sich die Intensität des Feldes innerhalb der hier in Betracht kommenden engen Grenzen hält. Genauer hat später *R. Gans* diese von ihm als reversible Permeabilität bezeichnete Eigenschaft untersucht.¹⁹⁾

Von der Induktion in weichen Eisenstäben, deren Anwendung bei erdmagnetischen Beobachtungen auf *Lloyd* zurückgeht, gilt im wesentlichen dasselbe; nur ist hier der Induktionskoeffizient natürlich viel größer.²⁰⁾ In allen Fällen bleibt schießlich die Abhängigkeit dieses Koeffizienten von der Temperatur zu beachten.

Bei Intensitätsänderungen des Feldes stellt sich natürlich die dem neuen Zustande entsprechende Momentänderung nicht im strengen Sinne sogleich ein, sondern sie nähert sich, wenn auch sehr schnell, asymptotisch ihrem Endwert. Die Frage, ob dazu eine merkliche Zeit gehört, ist vielfach untersucht worden. Sie muß im allgemeinen bejaht werden, wenn es sich um plötzliche Änderungen im Betrage des Erdfeldes und mehr handelt, wie beispielsweise beim Umlegen des Stabes, und wenn man eine Genauigkeit von 0.0001 erstrebt, wie sie für manche Zwecke mindestens nötig ist. Das gilt am meisten von weichen Eisenstäben und bei Magneten um so weniger, je härter sie sind.²¹⁾

Pogg. Ann. 55 (1842), p. 189; *H. Wild*, Pétersb. Acad. Mém. 34 (1887), p. 1; *E. Dorn*, Ann. Phys. 35 (1888), p. 275. Hier wird auch die Querinduktion eingehend behandelt. Die bei der Lamontschen Methode zu berücksichtigenden Fehlerquellen untersuchte *L. Palazzo*, Accad. dei Lincei Rend. 1886, p. 434 u. 602. Die magnetometrische Methode behandelte *E. Mascart*, besonders auch für die exakte Ermittlung der Querinduktion, Terr. Magn. 4 (1899), p. 1. Über einen zweckmäßigen Apparat für diese Methode — unter Beschränkung auf die Längsinduktion — und einige damit angestellte Messungen berichtet *O. Venske* im Anhang zum Tätigkeitsbericht des Preuß. Meteorologischen Instituts für 1912, p. 139.

19) *Fr. Kohlrausch*, Gött. Nachr. 1883, p. 401 und Ann. Phys. 32 (1884), p. 415; *H. Sack*, In.-Diss. Würzburg 1886 und Ann. Phys. 29 (1886), p. 53; *R. Gans*, Ann. Phys. 22 (1907), p. 481 und 27 (1908), p. 1.

20) *H. H. Lloyd*, Account of the magnetical Observatory of Dublin, and of the Instruments and Methods of observation employed there, Dublin 1842; vgl. auch Ann. Phys. 56 (1842), p. 441; *W. Weber*, Res. aus den Beob. des magn. Ver. im J. 1841, p. 85; *Lamont*, Handb. d. Erdm. p. 138.

21) *Lamont*, a. a. O.; *E. Dorn*, Ann. Phys. 35 (1888), p. 275. Bei großer Stärke

7. Ablenkungsbeobachtungen. Alle praktisch vorkommenden Beobachtungen der Ablenkung, die ein Magnet (die Nadel) durch einen andern (den Stab) oder auch eine Kombination mehrerer Magnete oder eine Anordnung von elektrischen Strömen erfährt, lassen sich in zwei Gruppen teilen: entweder hat der Stab oder der Stromkreis (wie bei der Tangentenbussole) eine feste Lage im Raume oder (wie bei der Sinusbussole) eine feste Lage gegenüber der Nadel. Im zweiten Falle wird überdies stets eine solche relative Lage gewählt, für die sich ein Maximum der Ablenkung ergibt, z. B. bei zwei einfachen Magneten diejenige, bei der der eine nach der Mitte des andern gerichtet ist und auf ihm senkrecht steht.

Das zweite, von *Lamont* eingeführte Verfahren hat große sachliche Vorzüge gegenüber dem ersten, das von *Gauß* angewendet wurde. Es gibt nicht nur die größten unter sonst gleichen Verhältnissen möglichen Ablenkungen und erhöht damit schon äußerlich die Genauigkeit, sondern der Einfluß kleiner unvermeidbarer Abweichungen der tatsächlichen Versuchsbedingungen (gegenseitige Lage der Magnete usw.) von den theoretisch angenommenen ist dabei viel geringer als bei dem anderen Verfahren; er ist mit einer Ausnahme (die die Entfernung der Magnete voneinander betrifft) eine kleine Größe zweiter Ordnung.²²⁾ Dem steht als ein gewisser Nachteil gegenüber, daß die *Lamontsche* Beobachtungsweise besonderer theodolitenartiger Apparate bedarf, während die *Gaußsche* mit den in jedem physikalischen Laboratorium vorhandenen Hilfsmitteln (Spiegelablesung mit Fernrohr und Skale), die ja gerade von *Gauß* an den erdmagnetischen Messungen ausgebildet worden sind, durchgeführt werden kann. Hier ist sie daher auch herrschend geblieben, was übrigens auch darum gerechtfertigt ist, weil die größere mit *Lamonts* Verfahren zu erreichende Schärfe nur bei gleichzeitiger Ausführung von Variationsbeobachtungen sachlichen Wert besitzt. In den erdmagnetischen Observatorien ist dagegen ausschließlich das letztere Verfahren üblich, das sich — wenn einmal die speziellen Beobachtungsmittel vorhanden und untersucht sind — auch durch seine verhältnismäßige Einfachheit in theoretischer wie praktischer Be-

des induzierenden Feldes, so wenn Magnete gebunden aufbewahrt werden, kann die Nachwirkung recht deutlich werden. Dasselbe ist der Fall, wenn ein Magnet zum Schutz gegen äußere Einflüsse in einer Eisenhülle gehalten wird, wie man es manchmal beim Transport der zu magnetischen Landesvermessungen dienenden Ablenkungsstäbe tut. Vgl. *W. Kühl*, Ber. über die Tätigkeit des Kgl. Pr. Met. Instituts im J. 1912, p. 147.

22) Besonders eingehend hat diesen Punkt *E. Leyst* in der in Fußn. 14) erwähnten Arbeit behandelt.

ziehung besonders für die laufenden Arbeiten empfiehlt. Es soll deshalb auch im folgenden vorzugsweise berücksichtigt werden.

Um die Beurteilung der quantitativen Verhältnisse zu erleichtern, sei hier eine schematische Übersicht der wichtigsten in Betracht kommenden Größen und Beziehungen eingeschoben.

Es sei l die Länge, q der Querschnitt eines prismatischen (zylindrischen) Magnets. Als einigermaßen normal können gegenwärtig Werte von der Größenordnung von $l = 10$ cm und $q = 1$ cm² betrachtet werden.²³⁾ Setzt man also $q = 0.01 \nu l^2$, so wird ν eine für gewöhnlich nicht sehr von 1 verschiedene (etwa zwischen $\frac{1}{2}$ und 2 gelegene) Zahl sein, und das Volumen ist $v = 0.01 \nu l^3$, die Masse rund $p = 0.08 \nu l^3$. Der Polabstand d beträgt ungefähr $0.8l$, so daß auch abgerundet

23) Die Frage nach der zweckmäßigsten Größe der Magnete ist vielfach erörtert worden. Vgl. den Bericht von *Mascart* auf der 1. Konferenz der Int. Erdmagn. Kommission in Bristol, Terr. Magn. 3 (1898), p. 114. Den Gebrauch sehr großer Stäbe hatte *Gauß* eingeführt, in der ausgesprochenen Absicht, dadurch störende Nebeneinflüsse, besonders den von Luftströmungen, zu verringern und so die Genauigkeit der Beobachtungen zu steigern. Vgl. Gött. Gel. Anz. 1832 und Schumachers Jahrbuch f. 1836 (*Gauß*' Werke 5, p. 301 und 333). Er ging schließlich bis zu 25pfündigen Stäben und Nadeln. Doch schon *Weber* wählte bei der Konstruktion tragbarer Instrumente für Forschungsreisende wieder viel kleinere Abmessungen, anfangs freilich auch in der Meinung, damit nur bei rohen Bestimmungen auszureichen. Vgl. Res. a. d. B. d. m. Ver. für 1836, p. 63 und 1838, p. 68. Erst *Lamont*, der große, auf vollster theoretischer Einsicht fußende Praktiker, erkannte klar die Überlegenheit kleiner Magnete. Sie liegt außer in der Handlichkeit der Apparate besonders im Zurücktreten des (allerdings exakt bestimmbar, aber doch leicht zu Fehlern führenden) Einflusses der Torsion, die mit dem Quadrat des Fadenquerschnitts und daher viel schneller als das Gewicht und somit das Moment des Magnets wächst, und in der kürzeren Schwingungsdauer, die besonders im Hinblick auf die fortwährenden schnellen Schwankungen des Erdfelds nützlich ist. Auch die gefürchteten Luftströmungen, die nur bei gleicher absoluter Stärke die kleine Nadel mehr stören würden, lassen sich hier soviel leichter herabsetzen, daß sie tatsächlich eher geringere Störungen verursachen. Die untere Grenze wird bei der Nadel (unter 1g) wie beim Stabe (einige g) durch äußere Bedingungen gezogen: dort durch die tote Belastung des Spiegels, dessen Mindestgröße von der erstrebten Schärfe der Winkelmessung abhängt, hier durch die Notwendigkeit einer sehr scharfen Entfernungsmessung. Schon vor *Lamont* wählte übrigens *Lloyd* bei der Einrichtung des (überhaupt ersten vollständigen) magnetischen Observatoriums in Dublin (1837) etwas kleinere Nadeln als *Gauß* empfohlen hatte, indem er besonders auf den Nachteil einer gar zu großen Schwingungsdauer hinwies.

In der Folge verwendete man (so u. a. *Wild* in seinen zahlreichen Neukonstruktionen) doch meistens mittlere, den Transport kaum noch gestattende Dimensionen. Mit Entschiedenheit ging *Mascart* zu kleinen Abmessungen über; bei den Variometern zum Teil noch darüber hinausgehend schuf *Eschenhagen* einen seitdem herrschend gewordenen Typus dieser Instrumente.

$p = 0.15 \nu d^3$ geschrieben werden kann. In dieser Form ist die Beziehung auch auf Magnete von anderer Gestalt anwendbar, ohne daß ν aufhört, in der Nähe von 1 zu liegen, wenn man sich auf die praktisch vorkommenden Fälle beschränkt. In ähnlichem Sinne kann man den spezifischen Magnetismus gleich 20κ setzen, wenn wiederum κ eine bei 1 gelegene Zahl bedeutet. Das Moment des Stabes wird dann $M = 3\kappa \nu d^3$, wofür man einfacher $3\mu d^3$ schreiben kann, zumal da κ nicht ganz unabhängig von ν ist. Es nimmt im allgemeinen mit wachsendem ν etwas ab; μ darf daher innerhalb derselben Grenzen wie ν als wenig von 1 verschieden gelten.

Das Feld des Magnets im Abstände e von seiner Mitte ist genähert $F = cMe^{-3} = 3\mu c(d:e)^3$ mit c als einem von der Richtung des Radiusvektors abhängigen Faktor, der in den Hauptlagen seine äußersten Werte 1 und 2 annimmt. Offenbar hängt F wesentlich von dem Quotienten $\delta = d:e$ ab. Dieser aber darf nicht zu groß gewählt werden, damit nicht die höheren, schwer genau zu bestimmenden Glieder der Reihenentwicklung in der Ablenkungsfunktion, die nach Potenzen von δ^2 (bei regulären Magneten) fortschreitet, einen zu starken Einfluß gewinnen. Soll das erste Korrektionsglied nicht mehr als 1% der Gesamtwirkung ausmachen, so darf δ im allgemeinen nicht über ein Fünftel betragen. Diesem Werte entspricht $F = 0.024 \mu c$, also im Maximum etwa 0.1Γ . Ein dem Erdfelde auch nur gleiches Feld, wie es zu scharfen Messungen erwünscht wäre, ist hiernach (außer bei H in den Magnetpolgebieten der Erde) mit einem einzelnen Magneten nur herzustellen, wenn man einen sehr starken Einfluß der höheren Glieder in den Kauf nimmt, gleichgültig wie groß der Magnet sei. Zugleich ist das Feld dabei sehr inhomogen; die Ausdehnung des Gebietes, in dem die Inhomogenität eine bestimmte Grenze nicht überschreitet, ist bei konstantem δ mit d oder e proportional.

Nimmt man als mittlere erdmagnetische Horizontalintensität, die für schärfere Messungen fast allein in Betracht kommt, 0.2Γ an, so ist das von ihr auf den Magneten ausgeübte maximale Drehmoment $0.6 \kappa \nu d^3 \text{ cm}^2 \text{ g sec}^{-2}$, also so groß wie dasjenige, das die Schwere auf denselben Stab ausübt, wenn die Drehachse um $4\kappa:981$, d. i. $0.004\kappa \text{ cm}$ seitwärts vom Schwerpunkt liegt.²⁴⁾

24) Das von der vertikalen Komponente Z ausgeübte Drehmoment kann etwas größere Beträge erreichen; immerhin kommt es höchstens der Wirkung einer Schwerpunktsverschiebung um etwa $0,1 \text{ mm}$ gleich. Die beim ersten Blick vielleicht überraschende Tatsache, daß dieser Betrag von der Größe des Magnets nicht abhängt, hat schon *Lloyd* bemerkt, *Dublin Magnetical Observations* 1, p. 59.

Lenkt der Stab M die horizontale Nadel M' um den Winkel φ aus dem magnetischen Meridian ab, so gilt im Falle der ersten Hauptlage

$$\text{I. nach Gauß} \quad 2MM'ke^{-3} \cos \varphi = M'H \sin \varphi + \Theta \varphi$$

$$\text{II. „ Lamont} \quad 2MM'ke^{-3} = M'H \sin \varphi.$$

Darin bezeichnet Θ die Direktionskraft (das zum Winkel 1 gehörige Drehmoment) der Torsion des Fadens (das also bei Spitzenaufhängung wegfällt). Ferner ist $k = 1 + \varepsilon \delta^2 + \varepsilon' \delta'^2 + \dots$ der aus den Formeln von Nr. 5 folgende Ablenkungsfaktor (im Falle II gewöhnlich Ablenkungskonstante genannt). Mit der Bezeichnung in Nr. 5 verglichen ist $M = g_1$, $M' = j_1$, $\delta^2 = 4g_3 : g_1 e^2$, $\delta'^2 = 4j_3 : j_1 e^2$. ε und ε' hängen bei I von φ ab und sind bei II numerische Koeffizienten. Ähnliche Formeln gelten für die zweite Hauptlage, bei der links der Faktor 2 fehlt. Die weitere Betrachtung soll der Kürze halber nur für die 1. Lamontsche Hauptlage durchgeführt werden.

Die Hauptschwierigkeit der Messung liegt darin, daß die Entfernung e nicht scharf bestimmt werden kann, weil die Lage der magnetischen Mittelpunkte der beiden Magnete nicht bekannt ist. Man begegnet ihr dadurch, daß man den Stab aus vier Lagen wirken läßt: östlich und westlich der Nadel mit seinem Nordpol nach Osten und ebenso (aus praktischen Gründen nun westlich beginnend) mit dem Nordpol nach Westen, und zwar zu beiden Seiten der Nadel in möglichst gleicher Entfernung. Es läßt sich (durch Anschläge oder dergleichen) leicht erreichen, daß die Verschiebung von Lage 1 zu 2 genau so groß wie diejenige von 3 zu 4 ist, und daß diese Verschiebung $2e$ auf einige 0.001 mm scharf gemessen werden kann. Ist nun (in leichtverständlichem Sinne) die Exzentrizität der Nadel νe , die des Stabes σe (mit ν und σ als kleinen Größen), so sind die vier Entfernungen

$$e_1 = e(1 - \nu + \sigma), \quad e_2 = e(1 + \nu - \sigma), \quad e_3 = e(1 + \nu + \sigma), \quad e_4 = e(1 - \nu - \sigma).$$

Die zugehörigen beobachteten Ablenkungen aus der (ohne Einwirkung des Stabes vorhandenen) Nullage seien, absolut gemessen, $u_1 u_2 u_3 u_4$, und die Nullage selbst weiche infolge nicht ganz aufgehobener Torsion, deren Drehmoment D unverändert auch in allen vier Ablenkungslagen wirkt, um den kleinen Winkel $d = D : M'H$ vom magnetischen Meridian ab (positiv im Sinne von u_1 und u_2). Dann gilt mit $2kMe^{-3} : H = \sin \varphi$ das Gleichungssystem

$$\sin \varphi (1 - \nu + \sigma)^{-3} = \sin (u_1 + d) - d$$

$$\sin \varphi (1 + \nu - \sigma)^{-3} = \sin (u_2 + d) - d$$

$$\sin \varphi (1 + \nu + \sigma)^{-5} = \sin (u_3 - d) + d$$

$$\sin \varphi (1 - \nu - \sigma)^{-3} = \sin (u_4 - d) + d.$$

Bei Beschränkung auf Glieder 1. Ordnung in d, ν, σ folgt hieraus mit u als dem Mittelwert von u_1, u_2, u_3, u_4 :

$$\varphi = u$$

$$\nu = \frac{1}{12} \operatorname{ctg} \varphi (u_1 - u_2 - u_3 + u_4)$$

$$\sigma = \frac{1}{12} \operatorname{ctg} \varphi (-u_1 + u_2 - u_3 + u_4)$$

$$d = \frac{\cos \varphi}{8 \sin^2 \frac{\varphi}{2}} (u_1 + u_2 - u_3 - u_4).$$

Aus der „reduzierten Ablenkung“ φ ergibt sich weiter der gesuchte Quotient

$$M:H = (e^3 : 2k) \sin \varphi,$$

worin nur noch k unbekannt ist. (Vgl. über dessen Ermittlung Nr. 9.)

Die Glieder 2. Ordnung können merklich werden; es gilt dann:

$$\varphi = u - \frac{1}{8} \operatorname{tg} \varphi \operatorname{cosec}^4 \frac{\varphi}{2} \Delta^2 - \left(\frac{1}{4} \operatorname{tg} \varphi + \frac{1}{3} \operatorname{ctg} \varphi \right) (\Delta' \Delta' + \Delta'' \Delta''),$$

wenn zur Abkürzung

$$\frac{1}{2}(u_1 + u_2) = u' \quad \frac{1}{2}(u_3 + u_4) = u'' \quad \frac{1}{2}(u' + u'') = u$$

$$\frac{1}{2}(u_1 - u_2) = \Delta' \quad \frac{1}{2}(u_3 - u_4) = \Delta'' \quad \frac{1}{2}(u' - u'') = \Delta$$

gesetzt wird.²⁵⁾

Weitere quadratische Korrekturen werden nötig, wenn die verlängerte Achse des Stabes nicht die Mitte der Nadel trifft oder mit deren Achse einen von einem Rechten abweichenden Winkel bildet. Die korrekte Lage liefert stets ein Maximum der Wirkung und ist daher leicht empirisch durch Beobachtung der Ablenkung in drei etwas verschiedenen Lagen zu ermitteln. Da eine relativ rohe Justierung (beim Winkel auf einige Zehntel-Grad, bei der Zentrierung der Nadel in seitlicher und vertikaler Richtung auf einige Tausendstel e) diese Fehler zweiter Ordnung unmerklich macht, so ist es besser, sie

25) *Lamont* hat die Korrektur unter der stillschweigenden Annahme, daß d zu vernachlässigen sei, behandelt, *Handb. d. Erdm.* p. 31. Die Korrektur für verschwindendes ν und σ andererseits bei größerem d ist zuerst von *Solander* in den *Mitt. d. Kgl. Ges. D. Wiss. zu Upsala*, 1889, behandelt, auch von *Liznar* (vgl. *Met. Z.* 24, p. (74)), bemerkt, und nochmals unabhängig von *F. Bidlingmaier* eingehend untersucht worden, *Terr. Magn.* 9 (1904), p. 157. Von Ausnahmefällen abgesehen, wird man die rechnerische Elimination der Torsion besser vermeiden, da sich d nach dem Gesagten leicht bestimmen und dann auch beseitigen läßt, während letzteres bei σ und häufig auch bei ν nicht ohne weiteres angeht.

zu beseitigen, als sie rechnerisch zu korrigieren.²⁶⁾ Die einzige bei der Lamontschen Methode linear auftretende Fehlerwirkung, die aus der bereits behandelten Unsicherheit der Entfernungen entspringt, verhütet man am besten durch gleichzeitige Anwendung zweier fest miteinander verbundenen, möglichst gleichen Stäbe zu beiden Seiten der mitten zwischen ihnen hängenden Nadel. Eine noch weitergehende Homogenisierung des Feldes um die Nadel läßt sich durch die Verwendung von vier Magneten, je zweien in 1. und in 2. Hauptlage, erreichen, wie sie zuerst *F. Kohlrausch* angegeben hat.²⁷⁾ Je nach der Wahl der Entfernungen, der Momente und der Polabstände, die gleichfalls in Betracht kommen, läßt sich ein solcher Vierstabdeflektor verschiedenen Forderungen anpassen.

Auch bei der Nadel können gelegentlich Systeme von fest miteinander verbundenen Magneten für bestimmte Zwecke vorteilhaft sein. In dieser Richtung verdienen die aus parallelen Nadeln bestehende *Thomsonsche* Kompaßrose und das von *Toepler* untersuchte Magnetkreuz Erwähnung.²⁸⁾

Eine besondere Art von Ablenkung ist die im Doppelkompaß auftretende gegenseitige Einwirkung zweier in der dritten Hauptlage befindlichen Magnete aufeinander. Diese Anordnung gewährt, da nur die relative Lage beider Nadeln zu beobachten ist, die unter Umständen (im Schiff oder im Ballon) wertvolle Möglichkeit, ohne feste Auf-

26) Die üblichen Apparate entbehren allerdings vielfach noch der dazu nötigen Einrichtungen. Formeln zur Reduktion sind leicht aus den allgemeinen Gleichungen von Nr. 5 abzuleiten. Vgl. auch *E. Leyst*, Ablenkungsbeobachtungen p. 124 ff. und *Ad. Schmidt*, Terr. Magn. 18 (1913), p. 66.

27) Ann. d. Phys. 142 (1871), p. 547; 15 (1882), p. 533. Vgl. ferner *C. H. Wind*, De Localvariometer van Kohlrausch en het magnetisch veld in het Physisch Laboratorium te Groningen, In.-Diss. Groningen 1894, und *R. Poppendieck*, Über Variometer für die Horizontalintensität mit vier Ablenkungsstäben, In.-Diss. Darmstadt 1911. Letzterer behandelt auch im Anschluß an *Schmidt*, Zeitschr. f. Instr. 32 (1907), p. 137 die Aufgabe, den Temperatureinfluß zu beseitigen.

Die Verwendung von mehreren Magneten empfiehlt sich besonders bei relativen Messungen und bietet noch den weiteren Vorteil, daß bei ungeändertem Abstände die Magnete, deren Wirkungen sich addieren, kleiner sind, als es ein einzelner sein müßte, was den Einfluß der höheren Reihenglieder, soweit bei diesen nicht schon durch die Kombination eine Aufhebung erzielt wird, verringert. Bei scharfen absoluten Messungen wird man zur Herbeiführung möglichst einfacher Anordnungen zweckmäßigerweise kaum über zwei Magnete hinausgehen, am besten unter Benutzung von dreien, sehr nahe gleichen, die man paarweise kombiniert.

28) *A. Toepler*, Über einige Eigenschaften kreuzweise verbundener Magnetstäbe. Berlin Ber. 1883, p. 125.

stellung zu messen.²⁹⁾ Bezeichnet χ den Winkel der beiden horizontalen Nadeln, so folgt nach Formel (16) für den zur Erläuterung des Prinzips hinreichenden Spezialfall gleichstarker Magnete:

$$H : M = H : g_1 = 2ke^{-3} \cos \frac{1}{2} \chi$$

mit

$$k = 1 - 3e^{-2} g_3 : g_1 + \frac{15}{4} e^{-4} [g_3 : g_1 + (g_3 : g_1)^2 (2 + \cos 2\chi)],$$

und man erkennt als weiteren Vorteil der Methode, daß die Ablenkungsfunktion k schon bei einfachen Magneten sehr wenig von dem Spreizungswinkel abhängt. Noch mehr läßt sich natürlich, was *Bidlingmaier*²⁹⁾ eingehend untersucht, diese Abhängigkeit durch Verwendung von Magnetsystemen (Rosen) herabsetzen. Dieser hat auch zuerst darauf hingewiesen, daß die Empfindlichkeit wegen $\Delta H = -\frac{1}{2} H \operatorname{tg} \frac{1}{2} \chi \Delta \chi$ um so größer wird, je kleiner man χ wählt.

Eine allgemeine Bemerkung bleibt hinzuzufügen. Jede einzelne Beobachtung ist durch den gerade herrschenden Zustand des Erdfeldes bedingt. Da sich dieses nun schon innerhalb kurzer Zeiten merklich, manchmal sogar beträchtlich ändert, so sind mehrere aufeinanderfolgende Beobachtungen nicht ohne weiteres vergleichbar. Sollen sie zur Ableitung irgendeines Resultats kombiniert werden, so sind die erwähnten Veränderungen, zu denen auch noch andere, besonders diejenigen des magnetischen Moments infolge von (möglichst zu vermeidenden) Temperaturschwankungen kommen, dabei zu berücksichtigen. Da es sich fast stets bei ihnen um relativ kleine Größen handelt, so reicht es im allgemeinen hin, unter Vernachlässigung ihrer höheren Potenzen ihnen proportionale Korrekturen an die beobachteten Größen anzubringen, um diese auf einen bestimmten (am besten mittleren) Normalzustand des Feldes und der benutzten Magnete zu reduzieren. Ist dieser durch die Werte H_0 und M_0 definiert, während bei der Beobachtung $H = H_0 + \Delta H$ und $M = M_0 (1 - \alpha \Delta t)$ galt, so folgt aus $\sin \varphi = \text{Const. } M : H$ die Reduktionsgleichung

$$\varphi_0 = \varphi + (\alpha \operatorname{tg} \varphi : \operatorname{arc} 1') \Delta t + (\operatorname{tg} \varphi : h) \Delta H,$$

in der aus praktischen Gründen die Korrektur in Minuten ausgedrückt und dementsprechend die ebenso wie ΔH in γ gemessene Größe h für $H \operatorname{arc} 1'$ eingeführt ist.

29) Vgl. die ausführliche Monographie von *Fr. Bidlingmaier*, Der Doppelkompaß, seine Theorie und Praxis. S. A. aus: Deutsche Südpolar-Expedition 1901—1903, Bd. V, Erdmagnetismus I, Berlin (o. J. 1907?). Darin zu Anfang historische Nachweisungen. Die Bedeutung der Anordnung zur Bestimmung des Verhältnisses $M : H$ und damit zu relativen Intensitätsmessungen ist zuerst von *F. J. Stamkart* 1859, dann aufs neue unabhängig von *A. Heydweiller* 1898 erkannt worden.

8. Schwingungsbeobachtungen. Der an einem Faden von der Torsions-Direktionskraft D im horizontalen erdmagnetischen Felde F hängende Stab vom Moment M erfährt bei der Ablenkung φ aus der vom Meridian um α abweichenden Ruhelage das Drehungsmoment

$$2MH \cos(\alpha + \frac{1}{2}\varphi) \sin \frac{1}{2}\varphi + D\varphi,$$

speziell für $\alpha = 0$, wenn noch $D:MH = \Theta$ gesetzt wird, $MH(\sin\varphi + \Theta)$. Bei bifilarer Aufhängung tritt dafür $MH(1 + \Theta) \sin\varphi$ ein. Ist J das Trägheitsmoment des Stabes (nebst Suspension) um seine Drehachse, so ist hiernach bei kleiner Schwingungsweite $\varphi_{\max} = \sigma$ die auf unendlich kleinen Bogen reduzierte Dauer einer vollen Schwingung

$$2T = 2\pi\sqrt{J:MH(1 + \Theta)}.$$

In dem zu der erwähnten Reduktion dienenden Faktor $(1 - \frac{1}{4}\sin^2\frac{1}{2}\sigma)$ ist bei unifilarer Aufhängung σ durch $\sigma:\sqrt{1 + \Theta}$ zu ersetzen.

Θ erhält man allgemein durch Beobachtung dreier zu verschiedenen Einstellungen des Torsionskopfes gehörigen Gleichgewichtslagen. Für kleines α und Θ (Größenordnung etwa 0.001 bis 0.01), wie bei den zur Bestimmung von MH dienenden Schwingungsbeobachtungen, genügen zwei Stellungen. Liefern diese eine der Verdrehung des oberen Fadenendes um τ entsprechende Ablenkung des Magnets um δ , so ist $\Theta = \sin\delta:(\tau - \delta)$, bei bifilarer Aufhängung $\Theta = \sin\delta:\sin(\tau - \delta)$. Falls $D > MH$ ist, hat der Magnet auch bei verkehrter Lage (mit dem Nordpol nach Süden) eine stabile Gleichgewichtslage. Schwingungen um diese geben in Verbindung mit denen in der normalen Lage ein gutes Mittel zur Bestimmung von Θ , da das Verhältnis der beiden Perioden $\sqrt{(\Theta + 1)}:(\Theta - 1)$ ist. Doch muß dabei die in den zwei Lagen entgegengesetzt eingehende Induktion berücksichtigt werden. (Umgekehrt ergibt sich daraus eine Bestimmung für diese, wenn Θ anderweit bekannt ist.)

Über die durch *Gauß* und *Lamont* ausgebildete Technik der Beobachtung (Aug- und Ohrmethode; jetzt natürlich auch Chronographenregistrierung) genügt die Bemerkung, daß im allgemeinen zwei Sätze von je n Durchgängen (vor *Gauß* beobachtete man die Augenblicke der Umkehrpunkte) bestimmt werden, die durch eine größere Anzahl N von Schwingungen getrennt sind. Die relative Genauigkeit des Ergebnisses hängt wesentlich von der Gesamtdauer der Beobachtung ab, die daher hinreichend groß zu wählen ist.

Andererseits ist jede weitere Steigerung dieser Dauer zu vermeiden; denn mit ihr wächst der Einfluß der gleichzeitigen Schwankungen des Erdfeldes in Richtung und Intensität, besonders der letz-

teren. Diese Schwankungen verlaufen meistens (und zu anderen Zeiten wird man im allgemeinen Beobachtungen unterlassen) so langsam, daß sie während jeder einzelnen Schwingung vernachlässigt werden dürfen. Es genügt dann offenbar, in den Ausdruck für $2T$ an Stelle von H einen in leicht ersichtlicher Weise zu bildenden Mittelwert einzusetzen.³⁰⁾

Den geringen, aber bei sehr scharfen Messungen nicht zu vernachlässigenden Einfluß der Dämpfung muß es hier genügen zu erwähnen.

Die absolute Messung von HM , d. i. $\pi^2 J : T^2(1 + \Theta)$, setzt die Kenntnis des Trägheitsmoments J voraus. Die von *Gauß* zu seiner Bestimmung angegebene Methode kombiniert die Beobachtung von T mit derjenigen der Schwingungszeiten T_1 und T_2 bei Belastung des Stabes durch zwei gleiche unmagnetische Massen m' in den Entfernungen r_1 und r_2 von der Drehachse bei Parallelverschiebung aus der einen in die andere Lage.³¹⁾ Ist J' das Trägheitsmoment jeder Masse bezogen auf ihre vertikale Schwerpunktsachse, so gilt

$$T^2 : T_1^2 : T_2^2 = J : (J + 2J' + 2m'r_1^2) : (J + 2J' + 2m'r_2^2),$$

woraus unter Elimination von J' ohne irgendeine Annahme über die Dichtigkeitsverteilung im Magnet oder in den Hilfskörpern J erhalten wird. Die hohen Ansprüche, die das Verfahren an die Schärfe der Messung von r_1 und r_2 stellt, vermindern etwas den Wert seiner Strenge. Sie sind nicht ganz so hoch, wenn man J' kennt, in welchem Falle nur die Beobachtung in einer Entfernung nötig ist. Be-

30) Den störenden Einfluß der Schwankungen von H auf Schwingungsbeobachtungen erwähnt schon *Lamont*. Mit der Aufgabe, diesen Einfluß zu ermitteln und zu eliminieren, beschäftigte sich *E. Leyst* in einer ausführlichen, alle praktisch wichtigen Fälle behandelnden Untersuchung, Repertorium für Meteorologie St. Petersburg 10 (1887), Nr. 11. — Die Einwirkung periodischer Veränderungen des magnetischen Erdfeldes auf die Schwingungen hat neuerdings *H. F. Reid* untersucht, Terr. Magn. 19 (1914), p. 57. Er berücksichtigt auch die Dämpfung und den ebenso wie diese gewöhnlich außer acht gelassenen Umstand, daß der am Faden hängende Magnet wegen der durch die Vertikalintensität bedingten Exzentrizität keine reine horizontale Schwingungsbewegung ausführt, sondern zugleich am Faden pendelt. Die beobachtete Schwingungsdauer wird dadurch unter normalen Verhältnissen nicht merklich beeinflusst.

31) *Intensitas vis magneticae terrestria ad mensuram absolutam revocata*, § 10, Göttingen 1832; *Gauß' Werke* 5, p. 95. Vgl. ferner *F. Kohlrausch*, Ann. d. Phys. 22 (1884), p. 411 und besonders die daran anknüpfende, auch die Fehlerursachen gründlich erörternde Arbeit von *D. Kreichgauer*, Ann. d. Phys. 25 (1885), p. 273.

sonders günstig ist dabei der Fall $r = 0$, der bei Hohlmagneten durch Benutzung eines einzuschiebenden Trägheitsstabes verwirklicht werden kann. Meistens begnügt man sich damit, J' unter der Annahme homogener Massenverteilung in diesem Stabe zu berechnen. Beachtung verdient der Vorschlag von *W. Watson*, statt dessen allgemein relative Bestimmungen durch Vergleichung mit einem möglichst sorgfältig untersuchten Normalstabe mittels Schwingungen an derselben Suspension auszuführen.³²⁾

Benutzt man eine Bifilaraufhängung, deren Direktionskraft man durch Ausmessung ihrer Dimensionen und der Belastung absolut bestimmt hat, so ergibt sich daraus sowohl J' als auch ohne dessen Vermittlung durch Schwingungen in normaler und in verkehrter Lage J und MH .

Wenn bei der eingangs erwähnten Anordnung α von 0 verschieden ist, so erhält man ein zur Ruhelage asymmetrisches Drehmoment, das für kleine Werte von φ durch

$$MH[(\cos \alpha + \Theta) \varphi - \frac{1}{2} \sin \alpha \cdot \varphi^2 \dots]$$

dargestellt wird. Mit den Eigentümlichkeiten der Schwingungen in derartigen asymmetrischen Feldern beschäftigen sich eingehend mehrere von *Richarz* angeregte Arbeiten.³³⁾

Von Wichtigkeit sind Schwingungen unter dem Einflusse eines zweiten, in fester Lage befindlichen Magnets. Das Feld ist dann nicht, wie bei ausschließlicher Wirkung des Erdmagnetismus, homogen. Es muß genügen, den wichtigsten Fall in idealer Vereinfachung kurz zu besprechen. Der feste Stab vom Moment $M' = g_1$ liege in der Verlängerung der Ruhelage der Nadel im magnetischen Meridian; die Entfernung der Mittelpunkte beider voneinander sei e . Das Drehmoment, das die um φ aus dem Meridian abgelenkte Nadel in diesen zurückzieht, ist dann bei verschwindender Torsion nach (18a) je nach der Pollage des Stabes

$$MH \sin \varphi \pm 2MM'e^{-3} \sin \varphi [1 + 2e^{-2}(g_3 : g_1) - 3e^{-2}(j_3 : j_1)(1 - 5 \cos^2 \varphi) \dots].$$

Es hängt also nicht mehr wie vorher allein vom Moment M , d. i. j_1 , der Nadel, sondern auch von ihren höheren Parametern ab. Bringt man den Ausdruck auf die Form $C[\sin \varphi + p \sin 3\varphi]$, so erhält man

32) The determination of the moment of inertia etc. London Phys. Soc. Proc. 19 (1904) und Phil. Mag. 1905.

33) *F. Richarz* und *P. Schulze*, Arch. Néerl. 1901 und Ann. d. Phys. 8 (1902); *P. Schulze*, In.-Diss. Greifswald 1901; *F. A. Schulze*, Ann. d. Phys. 9 (1902); *R. v. Förster*, In.-Diss. Marburg 1905.

die zugehörige Schwingungsdauer bei kleinem p in erster Annäherung gleich $2\pi\sqrt{J:C(1+3p)}$, und es ist bei ihrer Reduktion auf unendlich kleinen Ausschlag mit $(1+24p)\sigma$ statt mit der beobachteten Amplitude σ zu rechnen.

Das Vorhergehende gilt im wesentlichen auch für die Beobachtung und Reduktion von Schwingungen in einer vertikalen Ebene; nur tritt hier an Stelle des Torsionsmoments das Moment der Schwere, und die bei der infolge von Zapfenreibung starken Dämpfung notwendigen größeren Amplituden sind entsprechend zu berücksichtigen.

Daß bei der Beobachtung von Schwingungen, wie übrigens auch von Gleichgewichtslagen (Ablenkungen) zur See die Bewegungen des Schiffes nicht nur äußerliche Schwierigkeiten und damit gesteigerte zufällige, sondern auch systematische Fehler verursachen, hat zuerst *Bidlingmaier* hervorgehoben.³⁴⁾ Er hat zugleich, unterstützt von *B. Hartmann*, eine gründliche theoretische, durch seine Beobachtungsergebnisse auf dem „Gauß“ gut bestätigte Ableitung dieses Einflusses (unter stillschweigender Annahme eines hinreichenden Abstandes vom Resonanzfalle) durchgeführt. Die Hauptergebnisse dieser nicht nur für magnetische Messungen wichtigen Untersuchung sind, daß die Ruhelage und die Schwingungsweite um einen bestimmten, von den Konstanten der periodischen Schiffsbewegung abhängigen Betrag von den Werten abweichen, die sie bei ruhender Unterlage haben, während die Schwingungsdauer nicht direkt, sondern nur entsprechend ihrer Abhängigkeit von der Schwingungsweite geändert wird. Die Größe der dynamischen Deviation, wie *Bidlingmaier* den Einfluß treffend nennt, ist dem Quadrat der Schwerpunktsexzentrizität des frei schwingenden Körpers gerade, dem Quadrat der Direktionskraft umgekehrt proportional.

9. Bestimmung der Magnetkonstanten. Der wichtigste Parameter, das *Moment*, wird bei der Messung der Horizontalintensität, die in Nr. 12 zu behandeln ist, mit gefunden. Ihn unabhängig von dieser zu bestimmen, bietet, besonders bei höheren Genauigkeitsansprüchen, keinen Vorteil. Ebensowenig, wie deshalb auf die dafür etwa in Betracht kommenden Methoden hier eingegangen zu werden braucht, ist dies für die Ermittlung der Lage des Magnetvektors im Magnet, d. h. die Aufsuchung der magnetischen Achse, nötig. Diese erfolgt in untrennbarer Verbindung mit der Bestimmung ihrer Lage im Raume, wie sie bei der Deklinationsmessung stattfindet.

³⁴⁾ S. A. aus Deutsche Südpolar-Expedition usw. p. 270—303 (vgl. Fußnote 29).

Die weiteren Parameter oder vielmehr ihre in höherem Maße als sie selbst konstanten Verhältnisse zum Moment ($g_n^n : g_0^1$ oder $g_n : g_1$, d. i. $g_0^n : g_0^1$ bei der üblichen Beschränkung auf reguläre Magnete) sind nach den früheren Entwicklungen sowohl für die räumliche Gestaltung des Feldes des Magnets, die sich aus seiner Einwirkung auf andere Magnete ergibt, bestimmend, wie für die Einwirkung, die er selbst in einem nicht homogenen Felde von bekannter Konfiguration erfährt. Sie sind daher auch umgekehrt aus beiden Arten von Wirkungen bestimmbar, und es handelt sich nur um die Aufsuchung der dafür zweckmäßigsten Spezialfälle.³⁵⁾

Das übliche, auf *Gauß* zurückgehende Verfahren besteht darin, daß man den zu untersuchenden Stab in einer bestimmten Lage aus mehreren Entfernungen auf eine im Erdfelde hängende Nadel wirken läßt.³⁶⁾ Bei der gewöhnlich benutzten 1. Lamontschen Hauptlage hat man nach (20), wenn die Gleichgewichtsstellung um φ aus dem Meridian abgelenkt ist,

$$Hj_1 \sin \varphi = 2g_1j_1e^{-3} [1 + e^{-2}(2g_3 : g_1 - 3j_3 : j_1) \dots] = 2g_1j_1e^{-3}k(e),$$

und die Beobachtung liefert (natürlich unter Reduktion aller Messungen auf denselben Normalzustand des Feldes):

$$k(e_1) : k(e_2) : k(e_3) : \dots = \sin \varphi_1 : \sin \varphi_2 : \sin \varphi_3 : \dots$$

Daraus kann man die Koeffizienten der absteigenden Potenzen von e^2 in k berechnen, die nichts anderes als Aggregate der gesuchten Parameterverhältnisse sind. Die Wiederholung der Messung unter Vertauschung von Stab und Nadel gibt die Möglichkeit zur Trennung der Unbekannten.

Um in k die ersten n Koeffizienten zu finden, hat man in $(n + 1)$ Entfernungen zu beobachten. Da die Ablenkung und damit die relative Genauigkeit der Messung mit wachsender Entfernung sehr schnell abnimmt, während andererseits die Elimination nur bei ausgesprochener Verschiedenheit der Entfernungen einigermaßen günstig ist, so darf n nur klein sein. Schon $n = 2$ ist ohne sehr häufige Wiederholung

35) Vgl. Terr. Magn. 18 (1913), p. 69.

36) Intensitas vis magneticae etc., speziell § 20; *Gauß'* Werke 5, p. 111. Ein vollständig vom Erdmagnetismus (auch von seinen Variationen) unabhängiges Verfahren hat *H. v. Helmholtz* angegeben, Berlin Ber. 1883, p. 405, und in seinem Auftrage *A. Köpsel* praktisch erprobt, Ann. d. Phys. 31 (1887), p. 250. Es beruht auf der Messung der translatorischen Wirkung eines Magnets auf einen anderen mittels der Wage. Die Grenze der Brauchbarkeit des Verfahrens wird durch den Umstand bedingt, daß diese Wirkung der 4. Potenz der Entfernung umgekehrt proportional ist.

der Messungen zur Verringerung des zufälligen Beobachtungsfehlers ziemlich wertlos.

Wesentlich besser ist es, den Stab stets aus derselben Entfernung, aber in verschiedenen Lagen auf die Nadel wirken zu lassen. Am zweckmäßigsten wählt man für α und φ im Falle der Formel (17) nacheinander die Werte $2m\pi : n$ mit $m = 1, 2 \dots n$, wobei für n prinzipiell keine Grenze besteht.³⁷⁾ Ein von *Lamont* angegebenes Verfahren, Beobachtungen in 1. und 2. Hauptlage zu kombinieren, kann allenfalls als spezieller Fall davon gelten.

In der Praxis begnügt man sich gewöhnlich damit, den ersten Koeffizienten, d. h. den Faktor von e^{-2} , zu berücksichtigen, oder man leitet aus ihm die übrigen ab, indem man Stab und Nadel als schematische Magnete mit zwei Polpunkten im Abstände d voneinander betrachtet. Ein solcher hat, wenn M sein Moment ist, das Potential

$$(28) \quad \begin{aligned} H = Mr^{-2}P_0^1(\cos\sigma) + \frac{1}{4}Md^2r^{-4}P_0^3(\cos\sigma) \\ + \frac{1}{16}Md^4r^{-6}P_0^5(\cos\sigma) + \dots, \end{aligned}$$

was, mit dem allgemeinen Ausdruck verglichen,

$$g_0^1 = g_1 = M, \quad g_0^3 = g_3 = \frac{1}{4}Md^2, \quad g_0^5 = g_5 = \frac{1}{16}Md^4 \dots,$$

also $g_3 : g_1 = \frac{1}{4}d^2$ usw. gibt. Man definiert demgemäß $d = 2\sqrt{g_3 : g_1}$ als Polabstand eines jeden regulären Magnets und setzt genähert $g_5 = \frac{1}{16}Md^4$ usw. Bei prismatischen Stäben ist d nach *Kohlrausch* gleich fünf Sechsteln, nach *Börger* gleich 0.80 bis 0.81 der Länge.

Die Aufgabe der Parameterbestimmung erscheint daher fast allgemein bisher unter der Form der Poldistanzmessung und hat als solche eingehende Behandlung gefunden.³⁸⁾ Eine eigenartige, besonders hervorzuhebende Lösung verdankt man *C. Börger*.³⁹⁾ Sie ent-

37) Der Grundgedanke des Verfahrens ist kurz dargestellt in: Das Meteorologisch-Magnetische Observatorium bei Potsdam, Berlin 1912, p. 56.

38) Zunächst natürlich bei *Lamont* im Handbuch des Erdmagnetismus, das überhaupt bei allen die Beobachtungs- und Reduktionsmethoden betreffenden Fragen einzusehen ist, wenn es hier auch der Kürze halber nicht immer zitiert wird; *E. Riecke*, Ann. d. Phys. 8 (1879), p. 299, diskutiert den Begriff der Pole; (Vgl. dazu eine Notiz in Terr. Magn. 17 (1912), p. 191.) *F. Kohlrausch*, Ann. d. Phys. 22 (1884), p. 411, Experimentelle Untersuchungen über den Polabstand einer größeren Anzahl verschiedenartiger Magnete. Auch eine Untersuchung von *Eschenhagen* über die Ablenkungskonstante ist hier zu erwähnen: Die Internationale Polarforschung 1882—1883. Die Beobachtungsergebnisse der deutschen Stationen. Bd. II, Süd-Georgien. Berlin 1886, Anhang p. 467.

39) Ann. d. Hydrographie 19 (1891), p. 43 u. 93; Beobachtungen in dem magnetischen Observatorium in Wilhelmshaven, 5. Teil, Berlin 1889, Anhang.

spricht dem in (21) dargestellten Falle und beruht auf der Messung desjenigen Wertes von c , für den das Drehmoment Φ verschwindet. Es ist also eine Nullmethode. Bei der von *Börger* gewählten Ausgestaltung erfordert sie nur Längenmessungen.

In Verbindung mit der Frage nach dem Polabstand ist diejenige nach dem magnetischen Mittelpunkt eines Stabes zu erwähnen. Er-sichtlicherweise ist dieser durch Kombination von Ablenkungsbeobachtungen zu erhalten, bei denen der Magnet durch Polvertauschung und Drehung um seine Längsachse in verschiedene Lagen gebracht wird. (Vgl. p. 307.)

Die zu Anfang erwähnte zweite Möglichkeit der Parameterbestimmung durch Beobachtung der Wirkung, die der Magnet in einem Felde von bekannter Form erfährt, ist im vorhergehenden bereits für den Fall mitberücksichtigt, daß dieses Feld von einem anderen Magneten herrührt. Es kann aber auch durch elektrische Ströme hervorgerufen werden, und dieses Verfahren hat den Vorzug, daß dabei die Gestaltung des Feldes allein von der Anordnung der Strombahnen abhängt, also durch rein geometrische Messungen zu ermitteln ist. Um die Schwankungen der Stromintensität unbeachtet lassen zu können, wird man am besten Nullmethoden benutzen. Eine interessante Anwendung dieses Prinzips zur Messung der Poldistanz sehr kleiner Nadeln hat *J. M. Miller* gemacht.⁴⁰⁾

10. Variationsbeobachtungen. Die Lage eines um eine feste Achse drehbaren Magnets vom Moment M sei durch den Winkel φ definiert, um den sie von einer passend gewählten Anfangslage abweicht. Das vom Erdmagnetismus auf den Magnet ausgeübte Drehungsmoment sei $ME(\varphi)$, dasjenige der auf ihn wirkenden mechanischen Kräfte (Torsion, Schwere) $G(\varphi)$, und endlich, wenn in der Umgebung feste Magnete (sogenannte Deflektoren) angebracht sind, das von diesen ausgehende $MF(\varphi)$. Für den Fall des (stabilen) Gleichgewichts gilt dann

$$(29) \quad ME(\varphi) + MF(\varphi) + G(\varphi) = 0.$$

Bezeichnet nun ΔE die durch eine kleine Variation des erdmagnetischen Feldes bedingte Änderung von E , und $\Delta \varphi$ die Abweichung der zugehörigen neuen Gleichgewichtslage von der früheren, so folgt

$$\Delta E + \frac{d}{d\varphi}(E + \Delta E + F + G : M) \Delta \varphi + \frac{1}{2} \frac{d^2}{d\varphi^2}(\dots) \Delta \varphi^2 + \dots = 0,$$

40) Terr. Magn. 17 (1912), p. 42. — Aus einer Bemerkung in der in Fußnote 38 genannten Arbeit von *Kohlrausch* geht hervor, daß bereits dieser das-selbe Prinzip benutzt hat.

oder auch, wobei überdies $\varphi = 0$ als Ausgangswert genommen und demgemäß $\Delta\varphi$ durch φ ersetzt werden mag,

$$\Delta E = - (E' + F' + G':M) \varphi + (\dots) \varphi^2 + \dots$$

Ist die Anordnung der Art, daß E im wesentlichen (d. h. bis auf Nebenwirkungen, die durch Korrekturen zu eliminieren sind) von einem einzelnen erdmagnetischen Element S abhängt, so folgt für dessen Variation ΔS , die die Änderung von E um ΔE bewirkt, ein Ausdruck von derselben Form:

$$\Delta S = S - S_0 = \varepsilon\varphi + \varepsilon'\varphi^2 + \dots,$$

wenn S_0 den zu $\varphi = 0$ gehörigen, durch absolute Messungen festzustellenden Betrag von S , den sogenannten *Basiswert*, bezeichnet.

Eine solche instrumentelle Einrichtung, die in jedem Augenblick durch einfache Ablesung von φ den gerade herrschenden Wert von S , d. i. $S_0 + \varepsilon\varphi + \dots$, liefert (vorausgesetzt, daß die Konstanten $S_0, \varepsilon \dots$ zunächst einmal bestimmt worden sind), bildet ein *Variometer* für das Element.

Es läßt sich fast stets erreichen, daß $\Delta S = \varepsilon\varphi$ genügt, wofür $\Delta S = ea$ mit $e = c\varepsilon$ eintritt, wenn φ durch die Ablesung a an einer Skala (auch als Kurvenordinate od. dgl.) gefunden wird und $\varphi = ca$ ist. (Übliche Einheiten: $1'$ oder γ für ΔS , $1'$ für φ , mm für a . Der reziproke Wert von c entspricht der Indikatorlänge bei seismischen Apparaten.) Man nennt e den *Skalenwert*; das von der Ablesevorrichtung unabhängige ε ist der *anguläre* oder *Winkel-Skalenwert*, $1:e$ und $1:\varepsilon$ geben die entsprechenden *Empfindlichkeiten* an.

Ist S speziell die nach einer festen Richtung genommene Komponente des Erdfeldes, so muß offenbar sowohl die Drehachse wie die mittlere Richtung der magnetischen Achse, der $\varphi = 0$ entsprechen möge, senkrecht auf S stehen, letzteres somit nach $\varphi = \frac{1}{2}\pi$ (oder $\frac{3}{2}\pi$) gerichtet sein. Ist noch R die nach $\varphi = 0$ gehende Komponente des Feldes (man kann sie die haltende oder richtende, S die ablenkende nennen), so folgt:

$$E(\varphi) = S \cos \varphi - R \sin \varphi, \quad E'(\varphi) = -S \sin \varphi - R \cos \varphi.$$

In ähnlicher Weise ist das Deflektorenfeld $F(\varphi) = S_a \cos \varphi - R_a \sin \varphi$ zu setzen. Da φ stets klein und hier $\Delta E = \Delta S$ ist, so gilt demnach in erster Näherung, die hier durchgängig genügen möge,

$$(31) \quad S + S_a + G':M = 0, \quad R + R_a - G':M = \varepsilon.$$

Hierin sind alle tatsächlich vorkommenden Fälle enthalten. Prinzipiell gilt dies allerdings nicht, wenn S eines der vektoriellen Elemente (D, I, H, F) ist; aber praktisch werden auch deren Variationen

(was zugleich für ihre theoretische Verwertung zweckmäßiger ist) als Kraftkomponenten nach einem System fester Achsen gemessen. Ist z. B. \mathfrak{H} der Vektor der Horizontalintensität, H ihr absoluter Betrag, also $\mathfrak{H}:H = \mathfrak{h}$ ihr Einheitsvektor, so wird tatsächlich nicht $H - H_0$, d. i. $(\mathfrak{H}\mathfrak{h}) - (\mathfrak{H}_0\mathfrak{h}_0)$, sondern der davon freilich höchstens bei starken Störungen merklich verschiedene Wert $(\mathfrak{H}\mathfrak{h}_0) - (\mathfrak{H}_0\mathfrak{h}_0)$ beobachtet. Die Variationen von D und I würden nicht unter das obige Schema fallen, wenn $G(\varphi) = 0$ wäre, was indessen praktisch bei feineren Messungen nicht in Betracht kommt.

Schreibt man (29) in der Form $E + F + G : M = 0$, so sieht man, daß E durch zwei Gegenwirkungen aufgehoben wird, von denen die eine, das dem Moment der Deflektoren proportionale Feld F , bei steigender Temperatur abnimmt, während die andere, die in der Hauptsache dem Moment der Nadel umgekehrt proportional ist, dabei wächst. Durch passende Wahl des Verhältnisses von F und $G : M$ läßt es sich daher erreichen, daß der Temperatureinfluß in ihrer Summe aufgehoben, das Instrument also gegen Temperaturschwankungen kompensiert ist. Ein anderes Verfahren zu diesem Zwecke besteht darin, die Nadel (und unter Umständen auch die Deflektoren, die aber dann im allgemeinen entbehrlich sind) für sich zu kompensieren, indem man sie aus zwei verschieden starken, entgegengesetzt gerichteten Magneten zusammensetzt, deren Temperaturkoeffizienten sich umgekehrt wie ihre Momente verhalten.⁴¹⁾

Bei nichtkompensierten Variometern, zu denen offenbar alle diejenigen ohne Deflektoren (mit Ausnahme der reinen Richtungszeiger) gehören, gilt $\Delta S = \varepsilon\varphi + \xi(t - t_0)$, wenn t_0 die Temperatur ist, auf die sich der Basiswert S_0 bezieht. Der Temperaturkoeffizient ξ wird am besten durch simultane Beobachtung zweier Variometer wechselseitig für beide bestimmt, indem die Temperatur des einen konstant gehalten, die des andern variiert wird.

Benutzt man an Stelle von Magneten Stromspulen (wie im Elek-

41) Eine eingehendere Darstellung der Theorie der Variometer gab *Ad. Schmidt* in Erg. d. magn. Beob. in Potsdam u. Seddin im J. 1908, p. 34. Das oben zuerst genannte Kompensationsverfahren findet sich in der in Fußnote 42 erwähnten Arbeit von *Giese*, p. 227, angedeutet; die dadurch angeregte erste Anwendung hat *Eschenhagen* beim Bau einer Wage gemacht, Terr. Magn. 6 (1901), p. 59. Die Verwendung kompensierter Magnete rührt von *Lamont* her. Nach dem Vorgange von *J. A. Broun*, *Wild*, *Mascart* wird eine (meistens nur genäherte) Kompensation auch durch Vorrichtungen am mechanischen Teile des Variometers (mittels Änderung des Fadenabstands beim Bifilar oder Massenverschiebung bei der Wage) erzielt. Vgl. auch *Liznar*, Wien Ber. 1883 und Zeitschr. f. Instr. 1888.

trodyndrometer), so fällt der Temperatureinfluß viel kleiner aus, dagegen sind dann selbst sehr schwache Stromschwankungen von Bedeutung. Diese lassen sich in praktisch hinreichendem Maße unschädlich machen, wenn man denselben Strom durch die feste und die bewegliche Spule leitet und seine Intensität i so bemißt, daß F und $G : M$ gleich groß werden, weil jenes mit i , dieses mit $1 : i$ proportional ist.

Es sind zwei Hauptarten von Variometern zu unterscheiden: solche mit vertikaler und solche mit horizontaler Drehachse. Bei den ersteren entspringt G der Torsion der unifilaren oder bifilaren Aufhängung, bei den letzteren ausschließlich oder doch in wesentlichem Maße der Schwere. Hier kann nur eine kurze Charakterisierung der wichtigsten Typen ohne jedes Eingehen auf Einzelheiten gegeben werden.

1. *Drehachse vertikal.* Suspension entweder nur als Träger dienend — Unifilare mit möglichst geringer Torsion, hauptsächlich für D -Variationen; unter Verwendung von Magnet- oder vertikalen Weich-eisendeflektoren auch für H - und Z -Variationen⁴²⁾ — oder zugleich richtend wirksam — Bifilare⁴³⁾ und Unifilare mit starker Torsion (fast ausschließlich mit Quarzfäden wegen deren Freiheit von elastischer Nachwirkung) für alle horizontalen Elemente und bei Anwendung

42) Das Prinzip des Induktionsvariometers stammt von *Lloyd*, s. Fußnote 5. Störend ist neben der Induktion durch die Nadel und durch die H -Schwankungen der Umstand, daß die Einstellung von allen drei Elementen in der Größenordnung nach gleichem Maße abhängt. Die Z -Variation muß daher aus den gleichzeitigen Angaben der drei Variometer abgeleitet werden, was umständlich und nur für einzelne Zeitpunkte durchführbar, zugleich aber der Genauigkeit abträglich ist. Die großen Nachteile, die daraus besonders bei kleinem H , also in polaren Gegenden, entspringen, hat *W. Giese*, veranlaßt durch die Erfahrungen auf den internationalen Polarstationen von 1882—1883, in sehr eingehender kritischer Untersuchung erörtert, *Exners Repertorium* 22 (1886), p. 203. Auch das Horizontalvariometer *Lamonts* leidet (unnötigerweise) an der starken Abhängigkeit von einem zweiten Element, der Deklination. Die naheliegende Verbesserung durch Herstellung der Ost-Westlage der Nadel (die schon *Gauß* ausdrücklich deswegen beim Bifilar einführte) hat *F. Kohlrausch* in seinem Variometer angebracht, München Ber. 1883, p. 1; Ann. d. Phys. 19 (1883), p. 130 und (in dem vereinfachten Lokalvariometer) Ann. d. Phys. 29 (1886), p. 47.

43) *Gauß*, Res. a. d. Beob. d. Magn. Vereins 1 (1837), p. 1. Wiederabgedruckt in Werke 5, p. 355. Über die Bestimmung der Konstanten des Bifilars s. ebd., p. 404. — Eine von *Weber*, Göttinger Ges. d. Wiss. Abhandl. 6 (1856), angegebene Vorrichtung (Hilfsnadel) zur Elimination der Momentänderungen der Nadel, die von *K. Schering*, Gött. Nachr. 1887, p. 643, verbessert wurde, ist bei hinreichenden absoluten Messungen entbehrlich.

von Eisenstäben auch für die Vertikalintensität.⁴⁴⁾ Zur Konstruktion eines Inklinations-Variometers hat *Wild* die Induktion in gedrehten Stromspulen in Verbindung mit einem astatischen Galvanometer benutzt.⁴⁵⁾

2. *Drehachse horizontal.* (Entweder (weitaus überwiegend) Lagerung auf einer Schneide (Lloydsche Wage, s. Fußnote 6) oder Aufhängung an Fäden, wobei auch deren richtende Kraft neben dem durch Schwerpunktsverschiebung zu regelnden Drehmoment der Schwere mitwirkt: einfacher gespannter Horizontalfaden⁴⁶⁾, quadrifilare Aufhängung⁴⁷⁾, bifilare Aufhängung an vertikalen, auf Biegung beanspruchten Fäden.⁴⁸⁾ Anwendung bisher fast ausschließlich auf Variationen der Vertikalkomponente; bei entsprechender azimuthaler Stellung der Drehachse und passender mittlerer Neigung der Nadel auch für jede andere Komponente möglich. Eine Aufhängung mit zwei Freiheitsgraden (mittels Spitze oder Faden) gestattet den in eine beliebige (zur magnetischen Achse der Nadel senkrechte) Ebene fallenden Vektor der Gesamtvariation zu verfolgen.

Bei Störungen oder sonstigen schnellen Bewegungen kann die Nadel merklich von der augenblicklichen Gleichgewichtslage abwei-

44) Um den Einfluß der horizontalen Feldschwankungen aufzuheben, hat zuerst *K. Schering* in seinem Deflektoren-Biflarmagnetometer ein astatisches Nadelpaar verwendet, Gött. Nachr. 1886, p. 185. Dasselbe Mittel in etwas anderer Form benutzte *E. Biese*, Das Vertikalvariometer mit vertikalen Magneten (sc. im astatischen System), Helsingfors 1890, und *A. v. Bükky*, Ein neues Vertikal-Intensitätsvariometer, Phys. Zeitschr. 6 (1905), p. 536, der durch Hinzufügung einer magnetischen Direktionskraft auch eine Temperaturkompensation erzielte.

45) Über eine neue Methode zur Bestimmung der Variationen der Inklination, Pétersb. Acad. Bull. 13 (1900), p. 509. Die Einrichtung kann im wesentlichen als ein L. Weberscher Rotationsinduktor in dauerndem Betrieb charakterisiert werden.

46) Ausgeführt von *Wild*, Pétersb. Acad. Bull. 17 (1872), von *W. Watson*, A Quartz-Thread Vertical Force Magnetograph, London Phys. Soc. Proc. 19 (1904), p. 393, und *Phil. Mag.* 1904, von *Angenheister*, Gött. Nachr. 1912, p. 57, und von *H. Andreesen*, der auf Anregung von *L. Weber* den Wagemagnet als in Glycerin schwimmenden Hohlkörper ausbildete, In.-Diss. Kiel 1905. Die mögliche Verschiedenheit der Mittelpunkte von Auftrieb und Gewicht wurde dabei zur Temperaturkompensation ausgenutzt.

47) *K. Schering*, Das Quadrifilar-Magnetometer, Ann. d. Phys. 23 (1884), p. 686, und Gött. Nachr. 1884, p. 306. Das von *K.* und *E. Schering* gemeinsam konstruierte Instrument trägt und richtet den Magnet durch zwei in derselben Vertikalebene nach entgegengesetzten Seiten schräg aufwärtsgehende, gegeneinander versetzte Bifilarsuspensionen.

48) Von *G. W. Walker* konstruiert. Vgl. darüber *O. Venske*, Ber. ü. d. Tät. des Kgl. Pr. Met. Inst. im J. 1914, p. 61.

ehen. Ist λ das logarithmische Dekrement, $2T$ die wirkliche, $2T_0 = 2\pi T: \sqrt{\pi^2 + \lambda^2}$ die auf ungedämpften Zustand bezogene Dauer ihrer Eigenschwingungen, so hat man an die im Augenblick t beobachtete Stellung $\varphi(t)$ die Korrektur⁴⁹⁾:

$$+ \frac{T_0^2 d^2\varphi}{\pi^2 dt^2} + \frac{2\lambda T_0}{\pi\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}} \frac{d\varphi}{dt} = \varphi(t + \tau) - \varphi(t) + \frac{T_0^2(\pi^2 - \lambda^2)}{\pi^2(\pi^2 + \lambda^2)} \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

anzubringen, die bei stark gedämpften, schnell schwingenden Nadeln, wie die zweite Form zeigt, mit großer Annäherung durch eine konstante Verschiebung der Zeitskala um $\tau = 2\lambda T_0: \pi\sqrt{\pi^2 + \lambda^2}$ ersetzt werden kann.

11. Richtungsmessungen. Allen absoluten Beobachtungen der magnetischen Kraftrichtung ist gemeinsam, daß die Nadel oder Stromspule umgelegt, d. h. in zwei durch halbe Umdrehung um die Längsachse unterschiedene Lagen gebracht wird. Das Mittel der Einstellungen in beiden Lagen ist von der Kollimation der magnetischen Achse gegen die Indexlinie (Spiegelnormale o. dgl.) frei.

1. *Deklinationsbeobachtungen* durch Bestimmung der horizontalen Kraftrichtung und ihres Winkels mit dem astronomischen Meridian.⁵⁰⁾ Für Feldmessungen zweckmäßig leichte (nicht über 10 g schwere) Nadel auf der Pinne, wobei eine Einstellschärfe von etwa 0.5 zu erreichen ist.⁵¹⁾ Die unbegrenzter Verfeinerung fähige Fadenaufhängung erfordert Beseitigung oder Berücksichtigung der Torsion, was am besten durch Kombination der Beobachtungen mit zwei Magneten von verschiedenem magnetischen Moment μ' und μ'' geschieht. Sind deren wenig verschiedene Einstellungen α' und α'' , so gilt für die magnetische Meridianrichtung α , solange die Torsion gegen μ' und μ''

49) *Ad. Schmidt*, Terr. Magn. 5 (1900), p. 13. Die hierher gehörigen Fragen sind inzwischen eingehend in bezug auf seismische Instrumente behandelt worden, wo sie von größerer Bedeutung sind.

50) Bei Orientierung nach einem geodätisch übertragenen Azimut ist dessen etwaige Abweichung vom astronomischen bei der bisher in absoluten magnetischen Messungen erstrebten Genauigkeit zu vernachlässigen. — In Terr. Magn. 14 (1909), p. 17, The Carnegie Institution Marine Collimating Compass, beschreibt *W. J. Peters* eine speziell für Beobachtungen zur See bestimmte Einrichtung, bei der zur Ableitung des Azimuts der Nadel der Winkel zwischen dieser und der Richtung nach der Sonne mittels eines Sextanten gemessen wird.

51) *K. Haußmann*, Terr. Magn. 7 (1902), p. 59, zeigt, daß die Kollimation durch das Umlegen nur wegfällt, wenn beide Aufhängepunkte mit dem Schwerpunkt auf einer Geraden liegen, und berechnet Korrekturen für den Fall, daß dies nicht zutrifft.

schwach ist, $\mu'(a' - \alpha) = \mu''(a'' - \alpha)$; es ist also

$$\alpha = a' + (a' - a'')\mu'' : (\mu' - \mu'').^{52)}$$

Auch die Inklinationsnadel kann zur Ermittlung des magnetischen Meridians benutzt werden (s. u.). — *A. Tanakadate* bestimmt die Meridianrichtung durch eine stromdurchflossene Spule, die er so orientiert, daß sie auf eine im homogenen Gebiete ihres Feldes schwebende horizontale Nadel keine ablenkende Wirkung ausübt.⁵³⁾

2. *Inklinationsmessungen.* Außer dem Umlegen, das neben der Kollimation der magnetischen Achse auch den Einfluß einer (kleinen) Querverschiebung des Schwerpunkts gegen die Drehungsachse eliminiert, ist eine Polvertauschung (durch Ummagnetisieren mit hinreichender Übereinstimmung des Moments in beiden Zuständen) nötig, um den Einfluß einer etwaigen Längsverschiebung des Schwerpunkts zu beseitigen. Die vollständige Theorie der Messung mit dem Nadelinklinatorium unter Berücksichtigung aller Instrumentalfehler ist in vorbildlicher Weise von *Gauß* gegeben worden.⁵⁴⁾ Einen bei großen Nadeln merklichen, schon von *Hansteen* beachteten systematischen Fehler — zu kleine Inklinationswerte infolge der Biegung der Nadeln durch ihr eigenes Gewicht — hat *A. Schuster* untersucht.⁵⁵⁾ — Der zufällige Messungsfehler ist von der Größenordnung von 1', der hauptsächlich durch die Unvollkommenheit der zylindrischen Zapfen bedingte systematische erreicht manchmal mehrere Minuten.⁵⁶⁾

Weicht die vertikale Schwingungsebene der Nadel um den Winkel α vom magnetischen Meridian ab, so ist ihre Neigung i bestimmt durch $Z : H \cos \alpha = \operatorname{tg} i$, während für die Inklination $Z : H = \operatorname{tg} I$ gilt; es ist also $\operatorname{tg} I = \operatorname{tg} i \cos \alpha$. Für $\alpha = 90^\circ$ folgt $i = 90^\circ$, was zur Aufsuchung des Meridians benutzt werden kann. Gehören i_1 und i_2 zu zwei aufeinander senkrechten Azimuten α und $(\alpha + 90^\circ)$, so hat

52) Vgl. über den Einfluß mangelnder Parallelität der Aufhängestifte und die entsprechende Korrektur Erg. d. magn. Beob. in Potsdam und Seddin im J. 1909, p. 9. Zweckmäßig ist ein Hilfsspiegel am Gehänge.

53) An electro-magnetic Declinometer, Edinburgh Roy. Soc. Proc. 12 (1883/84), p. 544.

54) Beobachtungen der magnetischen Inklination in Göttingen. Res. aus den Beob. des Magn. Vereins, 1841, p. 10, und Werke 5, p. 444. — Auch *Chr. Hansteen*, Untersuchungen über den Magnetismus der Erde, Kristiania 1819, p. 38, gibt eine ausführliche, bereits alles Wesentliche umfassende Theorie der Inklinationsmessung.

55) Phil. Mag. 1891, p. 275. — *Hansteen*, Untersuchungen usw. p. 42.

56) Die notwendigerweise bestehende Abhängigkeit dieses systematischen Fehlers von der Neigung hat *P. H. Dike* durch Messungen in einem künstlichen Magnetfelde untersucht, Terr. Magn. 14 (1909), p. 137.

man $\text{ctg } ^2I = \text{ctg } ^2i_1 + \text{ctg } ^2i_2$; entsprechendes gilt für die Neigungen in beliebig vielen, den Umkreis äquidistant teilenden Ebenen. Daraus ergibt sich die Möglichkeit einer Inklinationsbestimmung ohne Kenntnis (oder unter gleichzeitiger Ermittlung) des magnetischen Meridians.⁵⁷⁾

Läßt man eine Nadel nacheinander unter dem Einfluß zweier der drei Kräfte H, Z, F schwingen, so erhält man deren Verhältnis (es ist gleich dem umgekehrten Verhältnis der Quadrate der entsprechenden Schwingungszeiten) und damit die Inklination — ein besonders in früheren Zeiten gelegentlich angewandtes Verfahren.

Auf demselben Grundgedanken (der Vergleichung der Feldkomponenten nach verschiedenen Richtungen durch eine relative Messung) beruht die von *W. Weber* geschaffene Methode der Bestimmung der Inklination aus dem Verhältnis der in einer Spule durch Umlegen einmal durch H , dann durch Z induzierten Stromstöße mit Hilfe eines ballistischen Galvanometers. Die Hauptschwierigkeit bildet dabei die Notwendigkeit einer sehr exakten Kenntnis der Multiplikatorfunktion, die die Beziehung zwischen dem induzierten Gesamtstrom und dem (einfachen oder bei starker Dämpfung durch geeignete Wiederholung verstärkten) Ausschlage angibt⁵⁸⁾. Diese Schwierigkeit umgeht *L. Weber* durch Benutzung zweier gleichen, mittels zwangsläufiger Verbindung in gleichschnelle Rotation zu versetzenden Spulen, wobei das Verhältnis der in beiden induzierten elektromotorischen Kräfte durch ein Kompensationsverfahren aus dem Verhältnis zweier Widerstände gefunden wird.⁵⁹⁾ Schon vorher hatten *E. und K. Schering* den Mangel des ursprünglichen Verfahrens sehr einfach dadurch beseitigt, daß sie die

57) Für die Nadel kann natürlich eine stromdurchflossene Spule eintreten. Mehrere dieses Prinzip benutzende Methoden hat *L. Weber* vorgeschlagen und z. T. erprobt; Ann. Phys. 35 (1888), p. 810 und München Ber. 21 (1891), p. 59.

58) Über die Anwendung der magnetischen Induktion auf Messung der Inklination mit dem Magnetometer; Göttingen Ges. d. Wiss. Abhandl. 5 (1853) und Werke 2, p. 277; im Auszuge: Ann. d. Phys. 90 (1853), p. 209. In dem von *W. Weber* früher konstruierten Induktionsinklinatorium — Res. a. d. Beob. d. Magn. Vereins 1837, p. 81 — wirkt nur Z induzierend, H dagegen magnetisch, so daß die schwer genau einzuhaltende und zu messende Rotationsgeschwindigkeit in das Resultat voll als Faktor eingeht.

Eine experimentelle Untersuchung über die Multiplikatorfunktion führte *M. Th. Edelmann* aus; In.-Diss. München 1881. Über die durch die Dauer des Umlegens und den Zeitfehler seines Einsetzens bedingten Korrekturen vgl. *E. Dorn*, Ann. Phys. 17 (1882), p. 654.

59) Mitteilung über einen Differential-Erdinduktor, Berlin Ber. 1885, p. 1105. Die Einschaltung von Widerständen zur Erzielung gleichstarker Stromstöße bei beiden Komponenten benutzt auch *Edelmann*⁵⁸⁾ p. 25 bei dem Verfahren von *W. Weber*.

Drehachse der Spule nicht vertikal und horizontal stellten, sondern in zwei der Inklinationsrichtung benachbarte, sie einschließende Lagen brachten.⁶⁰⁾ Für die als Grenzfall hiervon zu betrachtende, zuerst von *Mascart* empfohlene Nullmethode — Aufsuchung derjenigen Achsenstellung in der Meridianebene, bei der fortlaufende Rotation keinen Strom induziert — hat *H. Wild* ein handliches Instrument konstruiert, das von *M. Eschenhagen* und *K. Schering* noch etwas modifiziert wurde und besonders in der ersten Ausführung jetzt fast allgemein eingeführt ist; es ermöglicht eine sehr bequeme Inklinationsbestimmung bis auf etwa 0'.1.⁶¹⁾ Auch bei Verstellung der Drehachse aus dem Meridian gibt es eine Nullage, jedoch anderer Art (Aufhebung der Wirkung nur für jede volle Umdrehung), die von der Stellung des Kommutators abhängt und im allgemeinen asymmetrisch zum Meridian ist.⁶²⁾

Die schon bei den Variationsbeobachtungen erwähnte Benutzung der Induktion in vertikalen Weicheisenstäben ermöglicht auch eine (besonders früher, dann nach längerer Unterbrechung wieder neuerdings angewandte) relative Bestimmung der Inklination. Die *Lamont*-sche Einrichtung, bei der die Deflektoren zu beiden Seiten der Nadel, der eine mit seinem oberen, der andere mit dem unteren Ende in gleicher Höhe mit ihr an einem Theodoliten in festem Abstände von der Mitte und in immer derselben relativen Lage zur Nadel (mit ihrer Verbindungslinie senkrecht zu ihr) angebracht werden, vergleicht (ähnlich dem ersten *Weberschen* Verfahren, s. Fußnote 58) die direkte Einwirkung von *H* mit derjenigen des durch *Z* induzierten Moments. Sie gibt, wenn φ die Ablenkung ist, $\operatorname{tg} I = \operatorname{const.} \sin \varphi$. Umlegen der Stäbe (Vertauschung der Enden im vertikalen Sinne) eliminiert ihre remanente Magnetisierung.

12. Intensitätsmessungen. Theoretisch wäre die Messung der Totalintensität am wichtigsten; sie wurde auch ursprünglich bevorzugt. Aus technischen Gründen ist aber (außer in der Nähe der magnetischen

60) Tageblatt der 51. Vers. D. Naturf. u. Ärzte in Kassel 1878, Nr. 3, p. 42. Eine ähnliche Methode hat später unter Bezugnahme auf diese Mitteilung *H. Wild* benutzt, *Petersb. Acad. Bull.* 1881, p. 320 und *Mém.* 38 (1890), Nr. 3.

61) *E. Mascart*, *Paris C. R.* 97 (1883), p. 1191; *H. Wild*, *Rep. für Meteorologie* 16 (1892), No. 2, und *Met. Ztschr.* 12 (1895), p. 41. Im wesentlichen dieselbe Einrichtung hat übrigens schon *W. Thomson (Lord Kelvin)* angegeben, *Manchester Lit. and Phil. Soc.* 1886/87, p. 291.

62) Zuerst von *Ad. Schmidt* abgeleitet; vgl. darüber eine kurze Mitteilung von *K. Luyken* in: *Deutsche Südpolar-Expedition 1901—1903*, 6. Erdmagnetismus 2, p. 162. Eine ausführliche Entwicklung der Theorie des Instruments gaben *O. Venske*, *Gött. Nachr.* 1909, p. 219 und *N. E. Dorsey*, *Terr. Magn. and Atm. El.* 18 (1913), p. 1.

Erdpole) die Horizontalintensität mit größerer relativer (und um so mehr absoluter) Schärfe bestimmbar; diese wird deshalb seit den Arbeiten von *Gauß* fast ausschließlich gemessen. Übrigens lassen sich die meisten zur *H*-Messung dienenden Methoden im Prinzip auch auf die Bestimmung von *F* und *Z* übertragen und umgekehrt; im folgenden soll deshalb der Kürze wegen im allgemeinen nur die erstere besprochen werden.

Die bisher wenigstens in der Praxis der Magnetwarten so gut wie allein benutzten rein *magnetometrischen* Methoden kommen alle darauf hinaus, daß durch zwei getrennte Messungen einerseits der Quotient $H:M$, andererseits das Produkt $H \cdot M$ bestimmt wird, so daß *M* eliminiert und *H* unabhängig von der Beschaffenheit des verwendeten Magnets gefunden werden kann. Der erste Vorschlag zu einem derartigen Verfahren und damit im Prinzip die Begründung der absoluten Intensitäts- (und Moment-)Bestimmung rührt von *S. D. Poisson* her⁶³); die erste methodische Durchbildung und wirkliche Ausführung verdankt man *Gauß*.⁶⁴)

Das Produkt HM wird gewöhnlich dynamisch durch Schwingungsbeobachtungen bestimmt (vgl. Nr. 8); Methoden zu seiner statischen Messung durch Ablenkung des Magnets aus dem Meridian mittels eines bekannten mechanischen Drehmoments haben *F. Kohlrausch* und *Wild* ausgearbeitet.⁶⁵)

63) *Conn. des Temps . . pour l'an 1828*, Paris 1825, p. 322. Die Aufgabe wird hier in großer Allgemeinheit (unter Berücksichtigung höherer Reihenglieder in der Entwicklung nach reziproken Potenzen der Entfernung, asymmetrischer Magnetisierung usw.) behandelt, und zwar zunächst für den Fall der Bestimmung der Totalintensität; eine Schlußbemerkung weist darauf hin, daß in ganz analoger Weise auch deren horizontale Komponente bestimmt werden kann. Erwähnung als wohl erste tatsächlich ausgeführte absolute *H*-Messung verdient eine von *A. Erman* gemachte Anwendung des Poissonschen Vorschlags, *Denkschr. der phys. Kl. der Akad. der Wiss. zu Berlin*; S.-Abdr. von mehreren zusammengetragenen aus den Jahren 1826—1829 stammenden Berichten, p. 155.

64) *Gauß*, *Intensitas vis magneticae etc.* In der Einleitung entwickelt *G.* das Prinzip der absoluten Messung, ohne auf *Poisson* Bezug zu nehmen, wohl zur Andeutung der selbständigen Aufstellung. Weiterhin erwähnt er aber dessen spezielles Verfahren unter Hinweis auf seine Mängel in praktischer Hinsicht. Sein eigenes Verdienst sieht er (wie besonders aus der Selbstanzeige der Abhandlung hervorgeht) vor allem in der methodischen Durcharbeitung und wirklichen Ausführung des Verfahrens, durch das er die magnetischen Beobachtungen hinsichtlich der Genauigkeit auf die Stufe der astronomischen zu heben hofft.

65) *F. Kohlrausch*, Absolute Messungen mittels bifilarer Aufhängung, *Ann. Phys.* 17 (1882), p. 737; *H. Wild*, Der magnetische Bifilar-Theodolith, *Pétersb. Acad. Mém.* 34 (1886), Nr. 11. Für die bifilare Suspension kann natürlich eine

Den Quotienten $H:M$ bestimmt das allgemein übliche, von *Gauß* herrührende, von *Lamont* in seine zweckmäßigste Form gebrachte Verfahren durch Ablenkungen. (Vgl. Nr. 7.) *Poisson*⁶³⁾ benutzt auch dazu Schwingungsbeobachtungen, indem er eine Hilfsnadel M' einmal im Erdfelde allein, dann unter dem gleichzeitigen Einfluß des in ihrer Verlängerung liegenden Hauptstabes M schwingen läßt. Diese beiden Messungen geben ihm das Verhältnis von $M'H$ und $M'(H+fM)$ mit f als einem bekannten, von der gegenseitigen Lage der zwei Magnete abhängigen Feldfaktor, und damit auch $H:M$.

Nach denselben Gesichtspunkten lassen sich auch die *galvanometrischen* Methoden charakterisieren, soweit sie einfach darauf hinauskommen, die Magnete teilweise oder gänzlich durch stromdurchflossene Leiteranordnungen von exakt ausgemessener Windungsfläche zu ersetzen. Daneben eröffnen sich hier aber noch weitere Möglichkeiten durch Verwendung von Induktionswirkungen, insbesondere mit Hilfe von Dämpfungsbestimmungen. Das zu eliminierende oder nebenbei zu bestimmende Element ist hier statt M die Stromstärke. Wirkliche Anwendung haben derartige Methoden bisher nur bei Aufgaben gefunden, bei denen gerade umgekehrt H die zu eliminierende Hilfsgröße war, nämlich bei den grundlegenden Bestimmungen der absoluten elektrischen Einheiten (Ohm, Volt, elektrochemisches Äquivalent des Coulomb usw.), wegen deren auf die allgemeine physikalische Literatur verwiesen werden darf. Für erdmagnetische Zwecke sind diese Methoden dagegen kaum jemals wirklich nutzbar gemacht worden, obgleich sie es durchaus verdienen, weil sie wenigstens in der Form relativer Messungen, besonders bei Benutzung von Normalelementen, sehr einfache, wenig Zeit erfordernde Bestimmungen ermöglichen.⁶⁶⁾

In sehr vielen Fällen, insbesondere bei Messungen im Felde und bei allen Anwendungen nicht speziell wissenschaftlicher Natur, kann man sich mit relativen Messungen begnügen, indem man sich unter der Voraussetzung der Konstanz oder einer bekannten geringen Veränderlichkeit des Moments M auf eine der beiden Beobachtungen (am besten unter Verwendung eines Lokalvariometers) beschränkt. Jetzt mißt man gewöhnlich $H:M$, während vor *Gauß*, als man ausschließlich auf solche relative Bestimmungen angewiesen war, stets HM bestimmt wurde.

unifilare von hinreichender Torsion treten, deren Direktionskraft absolut ausgewertet ist.

66) Einen nachdrücklichen Hinweis darauf mit bestimmten Vorschlägen hat kürzlich *A. Schuster* gegeben, Terr. Magn. and Atm. El. 19 (1914), p. 19.

13. Sonstige Messungen. Deviation. Da die verfeinerte Beobachtung zeigt, daß das magnetische Feld der Erde fortwährend sehr schnellen, wenn auch gewöhnlich außerordentlich kleinen Schwankungen unterliegt, so gewinnt die direkte Bestimmung der Änderungsgeschwindigkeit neben ihrer Ableitung aus dem registrierten Verlauf Bedeutung, weil die graphische Differentiation eines Linienzuges nur geringe Genauigkeit gewährt. Der naheliegende Gedanke, diese Geschwindigkeit durch Beobachtung des ihr proportionalen, in einer hinreichend großen Leiterschleife induzierten Stromes zu bestimmen, ist zuerst von *W. Giese* verwirklicht worden.⁶⁷⁾

Auch der an manchen Stellen (in Störungsgebieten, in Laboratorien) recht beträchtliche räumliche Gradient, mit anderen Worten die Inhomogenität des Feldes, ließe sich durch ähnliche Mittel untersuchen. Für einen speziellen Fall — die Änderung der horizontalen Komponente nach Intensität und Richtung beim Fortschreiten in vertikaler Richtung (damit also auch die Änderung der Vertikalintensität innerhalb einer horizontalen Ebene) — hat *Fr. Bidlingmaier* eine sehr empfindliche, den Doppelkompaß benutzende Methode angegeben.⁶⁸⁾

Von ganz besonderer praktischer Bedeutung sind die als *Deviation* bezeichneten Störungen des magnetischen Erdfeldes an Bord von Seeschiffen wegen der dadurch hervorgerufenen Ablenkung des Kompasses. Sie sind daher nebst den Mitteln zu ihrer Bestimmung und Berücksichtigung oder auch Beseitigung (durch Kompensationsvorrichtungen) sehr eingehend behandelt worden. Die theoretische Grundlage gab *Poisson*.⁶⁹⁾

Ist ξ' der (gestörte) Kompaßkurs, ξ der (um die wahre Deklination des Schiffsortes vom astronomischen abweichende) magnetische Kurs des Schiffs, so gilt mit *A, B, C, D, E* als (von der Verteilung

67) *W. Giese*, Die Erdstrombeobachtungen auf der deutschen Polarstation zu Kingua-Fjord; Bd. 1 von: Die internationale Polarforschung 1882—1883. Die Beobachtungsergebnisse der deutschen Stationen. Berlin 1886, p. 413.

68) *Phys. Ztschr.* 8 (1907), p. 176.

69) *Poisson*, Sur la théorie du magnétisme, Paris Acad. Mém. 1826 und: Sur la déviation de la boussole produite par le fer des vaisseaux, Conn. des Temps pour l'an 1841, Paris 1838. Mit besonderer Rücksicht auf die Anforderungen der Praxis wird daran anknüpfend die Frage im Admiralty Manual for the Deviations of the Compass und im Lehrbuch der Navigation behandelt. Eine ganz allgemeine, für alle Elemente vollständig durchgeführte Entwicklung gab *Börger* im 2. Teile des Werkes: Die Forschungsreise S. M. S. Gazelle 1874—1876, Berlin 1888, p. 161, und in wesentlich vereinfachter, auch einzelnes Neue bietender Darstellung *Bidlingmaier* in: Die Deutsche Südpolar-Expedition 5 (1901—1903), Erdmagnetismus 1, p. 211.

des Schiffseisens, seiner permanenten Magnetisierung und den Erdfeldkomponenten H und Z abhängigen, für jeden einzelnen Schiffsort also konstanten) Parametern für die Deviation in Deklination $\delta = \xi - \xi'$ streng

$$\sin \delta = A + B \sin \xi' + C \cos \xi' + D \sin (\xi + \xi') + E \cos (\xi + \xi')$$

und in erster, meist hinreichender Näherung

$$\delta = \mathfrak{A} + \mathfrak{B} \sin \xi' + \mathfrak{C} \cos \xi' + \mathfrak{D} \sin 2\xi' + \mathfrak{E} \cos 2\xi'.$$

Abgesehen ist hierbei von dem durch kleine Korrekturen zu berücksichtigenden Einfluß der Schiffsneigung. Ähnliche Formeln gelten für die gleichfalls als Deviation bezeichneten Störungen der anderen Elemente. Die semizirkulare Deviation $\mathfrak{B} \sin \xi' + \mathfrak{C} \cos \xi'$ entspringt wesentlich der permanenten Magnetisierung des Schiffes, die quadrantale $\mathfrak{D} \sin 2\xi' + \mathfrak{E} \cos 2\xi'$ dem in diesem durch das Erdfeld induzierten Magnetismus, während der konstante Mittelbetrag \mathfrak{A} auf die Asymmetrie der Verteilung des Eisens im Schiffskörper zurückgeht.

Der Wert von \mathfrak{A} ist durch Vergleichung der magnetischen Beobachtungen an Bord mit einer ungestörten Deklinationsbestimmung (etwa an Land) zu ermitteln. Die übrigen Parameter ergeben sich durch direkte Peilung (etwa nach Landmarken), die die zu gleichmäßig über den Umkreis verteilten Werten von ξ' gehörigen Werte von ξ liefern. Wenn (wie z. B. bei unsichtigem Wetter) ξ nicht zu beobachten ist, so kann man die Deviation der Deklination (von dem nicht periodischen, normalerweise geringfügigen Teile \mathfrak{A} abgesehen) aus derjenigen der Horizontalintensität ableiten, die sich ohne Kenntnis eines ungestörten Azimuts bestimmen läßt.⁷⁰⁾

Die Beobachtung der mit den erdmagnetischen Vorgängen in enger Beziehung stehenden weiteren Erscheinungen, der Erdströme und Polarlichter, erfordert nur so einfache Vorkehrungen, daß darüber hier nichts zu sagen ist, zumal da die eigentliche Schwierigkeit, die geophysikalische Deutung der unmittelbaren Beobachtungsergebnisse, nur im Zusammenhang mit der späteren sachlichen Darstellung möglich ist.

70) Zuerst vorgeschlagen von *J. P. T. van der Mieden* in: *De Zee*, 1902, p. 159, der dazu die Werte von H auf verschiedenen Kursen durch Schwingungsbeobachtungen vergleicht. (Zitiert nach *Ann. der Hydr.* 30 (1902), p. 304.) *Bidingmaier* benutzt zu demselben Zwecke den Doppelkompaß, *Ann. der Hydr.* 35 (1907), p. 206.

B. Das erdmagnetische Feld. Beobachtungsergebnisse und zusammenfassende Darstellungen.

14. Überblick über die Erscheinungen. Solange man sich mit rohen (etwa auf 1—2% genauen) Beobachtungen begnügt, erscheint das erdmagnetische Feld an jedem Punkte zunächst als *konstant*. Erst im Verlauf längerer Zeiten bemerkt man daran eine langsam fortschreitende Änderung, die schließlich einen periodischen Charakter zeigt, wenn die Beobachtung Jahrhunderte hindurch fortgesetzt wird. Das Gesamtausmaß dieser *Säkularvariation* nähert sich der Größenordnung des Feldes selbst, dessen ganze Intensität zwischen rund 0.3 und 0.7 Γ liegt.

Von Ort zu Ort ändert sich das Feld langsam und stetig; nur stellenweise — besonders in Gebieten eruptiver Gesteine — zeigen sich schnell wechselnde, oft recht beträchtliche Abweichungen von dem glatten Verlauf: *Lokalstörungen*. Sieht man von diesen ab, so lassen sich die Erscheinungen auf der ganzen Erde in ein einfaches, einheitliches Bild zusammenfassen. Das tritt am deutlichsten hervor bei der Darstellung durch Linien gleicher Werte der Bestimmungsstücke des Feldes (Isogonen, Isoklinen, Isodynamen) oder durch Kraftlinien, speziell solche der horizontalen Komponente (magnetische Meridiane). Schon die Gesamtheit der Vektorrichtungen (überall annähernd von Süd nach Nord, auf der Nordhalbkugel nach unten, auf der Südhalbkugel nach oben) führt zwingend auf die Annahme einer Magnetisierung des Erdkörpers als Ganzen mit annähernd nordsüdlich gerichteter Magnetachse⁷¹⁾ oder einer damit gleichwertigen ostwestlichen elektrischen Strömung im Erdinnern. Die Zunahme der Feldintensität vom

71) Das erkannte schon *W. Gilbert*, dessen klassisches Werk: *De magnete, magneticisque corporibus, et de magno magnete tellure; physiologia nova*, London 1600, als erste zusammenfassende Theorie des Erdmagnetismus Erwähnung heischt, wenn auch im übrigen auf die ältere historische Entwicklung hier nicht einzugehen ist. Über diese vgl. man besonders *Chr. Hansteen*, Untersuchungen etc. (s. Lit. Übers.); *A. v. Humboldt*, Kosmos 1, Stuttgart und Augsburg 1845; *Arago*, Werke; Deutsche Ausgabe 4 (1854); *S. Günther*, Johannes Kepler und der tellurisch-kosmische Magnetismus, Geogr. Abhandl. 3, Heft 2, Wien und Olmütz 1888; *G. Hellmann*, Die Anfänge der magnetischen Beobachtungen. Ztschr. der Ges. für Erdkunde zu Berlin 32 (1897); ders. Neudrucke von Schriften und Karten über Meteorologie und Erdmagnetismus, Berlin 1893—1904, Nr. 4, 9, 10; ders. Contribution to the Bibliography of Meteorology and Terrestrial Magnetism in the 15th, 16th and 17th centuries, Report of the Chicago Met. Congress, 1893. Die Anfänge der an *Gauß* anknüpfenden neueren Entwicklung behandelt *E. Scheering* in: Carl Friedrich Gauß und die Erforschung des Erdmagnetismus, Gött. Ges. d. Wiss. Abhandl. 34 (1887).

Äquator nach den Polen hin auf etwa das Doppelte steht damit im Einklang, ebenso die Tatsache, daß das Feld in der Höhe (auf Bergen wie im Ballon) nicht wesentlich von demjenigen unten abweicht.

Schärfere, dauernd an demselben Orte angestellte Beobachtungen zeigen das allmähliche Fortschreiten begrifflicher Weise schon während kürzerer Zeiträume. Darüber hinaus lassen sie erkennen, daß jene im übrigen scheinbar vorhandene Konstanz des erdmagnetischen Feldes tatsächlich nicht besteht, daß dieses vielmehr nach Richtung und Stärke unaufhörlichen Variationen mannigfaltiger Art — solchen von mehr oder weniger periodischem Charakter, wie anscheinend ganz regellosen — unterliegt. Die letzteren, die als schwache, kurz dauernde Schwankungen kaum jemals fehlen, erreichen gelegentlich eine außerordentliche Heftigkeit (in polaren Gebieten bis zu mehr als 0.02Γ) und kennzeichnen sich oft als scharf einsetzende und charakteristisch verlaufende Einzelphänomene; man nennt sie *Störungen* oder auch magnetische Stürme. Unter den periodischen Schwankungen ist der *tägliche Gang*, dessen Amplitude durchschnittlich etwa die Größenordnung von 50γ hat, am deutlichsten und regelmäßigsten, daher auch am längsten und besten bekannt. Sehr viel schwächer, aber doch sicher nachweisbar ist eine mit dem scheinbaren Mondumlaufe verknüpfte *lunare Variation*. Auch eine *jährliche Periodizität*, und zwar nicht nur im Verlauf an sich, sondern auch im Charakter und der Stärke der zuvor genannten Schwankungen, tritt sehr deutlich hervor.

Alle diese Erscheinungen zeigen ferner einen unverkennbaren *Zusammenhang mit der wechselnden Aktivität der Sonne*; ihre Intensität nimmt mit dieser zu und ab. Als weitere Erscheinungen, die mit den erdmagnetischen Variationen und vor allem mit den Störungen in enger Beziehung stehen, erweisen sich *Polarlichter* und *elektrische Erdströme*.

Es kann bei diesem Tatbestande kein Zweifel an der komplexen Natur des Erdmagnetismus sein, und so ergibt sich als erste Aufgabe die Trennung der auf verschiedene (wenn auch vielleicht in sich zusammenhängende) Ursachen zurückzuführenden Teile der Gesamterscheinung.⁷²⁾ Das kann zunächst nur genähert und in formaler Weise geschehen: durch Mittelbildung zur Elimination der periodischen und unregelmäßigen Schwankungen ist der beharrliche Teil und durch passende Zusammenfassung nach Perioden sind die periodischen Va-

72) *Ad. Schmidt*, Zur Frage der Zerlegung des erdmagnetischen Feldes, *Met. Ztschr.* 28 (1911), p. 49. Vgl. dazu auch *Fr. Biddlingmaier*, ebenda 27 (1910), p. 573.

riationen zu bestimmen; der Rest stellt im wesentlichen die Störungen dar. In Verbindung mit der Aufdeckung der physikalischen Ursachen ist dann die Zerlegung exakt zu vollziehen. In dieser Hinsicht ist insbesondere nach den allgemeinen Gesetzen der magnetischen Wirkung bei der zusammenfassenden Betrachtung des Kraftfeldes auf der ganzen Erdoberfläche eine strenge Scheidung des auf innere und des auf äußere Ursachen zurückzuführenden Teiles möglich, ebenso im Falle eines potentiallosen Teiles dessen Absonderung.

15. Gang der Mittelwerte. Säkularvariation. Nachstörung. Bezeichnet T den Wert irgendeines magnetischen Elements (insbesondere einer der Komponenten) an einem bestimmten Orte im Zeitpunkte τ , so gibt der Gang der Mittelwerte $T^{(\alpha)}$ für ein sich stetig verschiebendes Intervall von der Länge α (als Funktion des mittelsten Augenblicks, der wieder τ heißen möge, gedacht)

$$T^{(\alpha)} = \frac{1}{\alpha} \int_{\tau - \frac{1}{2}\alpha}^{\tau + \frac{1}{2}\alpha} T d\tau$$

ein mit wachsendem α immer mehr ausgeglichenes Bild des zeitlichen Verlaufs von T , während $T - T^{(\alpha)}$ in der Hauptsache diejenigen Vorgänge darstellt, deren Dauer wesentlich kürzer als α ist.

Die für $\alpha = a$, der Länge eines Jahres, erhaltenen Werte $T^{(a)}$, die *Normalwerte* (speziell Jahresmittel genannt, wenn τ die Mitte eines Kalenderjahres ist), sind nahezu frei vom Einfluß des täglichen und des jährlichen Ganges und in etwas geringerem Grade auch von dem der Störungen. Einen deutlichen Zusammenhang zeigen sie mit der wechselnden Sonnenaktivität. Im 11jährigen Durchschnitt, wofür man unbedenklich auch das aus praktischen Rücksichten vorzuziehende 10jährige Mittel setzen darf, wird auch dieser unmerklich.

Der Verlauf dieser *Säkularwerte* $T^{(10a)}$ dient am besten zur strengen Definition des *säkularen Ganges*, zu dessen wirklicher Ableitung man sich freilich gegenwärtig selbst an den meisten Observatorien nur auf Normalwerte $T^{(a)}$, an allen andern Punkten sogar nur auf Augenblickswerte T stützen kann. Im ersten Falle gehen die Abweichungen gegen den exakten Verlauf selten wesentlich über die Unsicherheit der Beobachtungen hinaus; im zweiten, auf den wir für ältere Zeiten ausschließlich angewiesen sind, sind sie im allgemeinen von der Größenordnung der Änderung von $T^{(10a)}$ in 2—3 Jahren und daher gleichfalls für die Verfolgung der Säkularvariation während längerer Zeiten von geringer Bedeutung.

Auf die kritisch-kompilatorischen Arbeiten, denen wir unsere im ganzen leider recht dürftige empirische Kenntnis der Säkularvariation in älteren Zeiten verdanken, ist hier nicht der Ort einzugehen; ebensowenig können Einzelresultate (außer etwa zur Veranschaulichung der Größenordnung) erwähnt werden. An allgemeinen Erfahrungssätzen haben sich bisher nur wenige ergeben. Die säkulare Schwankung ist auf weiten Gebieten während kürzerer Zeiträume (etwa bis zu einem Jahrzehnt) mit großer Annäherung eine lineare Funktion des Ortes, deren Koeffizienten sich langsam mit der Zeit ändern.⁷³⁾ Zu ihrer Bestimmung reichen daher die Beobachtungen an verhältnismäßig wenigen Punkten (den Observatorien, wenn deren Abstände 500—1000 km nicht überschreiten) aus. Auch an lokal gestörten Stellen zeigt der Verlauf keine entschieden ausgesprochenen Abweichungen. Die Krafrichtung beschreibt, wie *L. A. Bauer* nachgewiesen hat, überall eine Kegelfläche im Sinne des Uhrzeigers.⁷⁴⁾ In Europa, wo die ältesten sicher zu datierenden Beobachtungen der Deklination und Inklination (aus Rom, London, Paris 300—400 Jahre zurück) vorliegen, kann in sehr roher Annäherung von einem bisher zu etwa drei Vierteln durchlaufenen sich indessen nicht genau schließenden Kreiskegel gesprochen werden, dessen sphärischer Radius 5—6° beträgt. (Gesamte Schwankung in *D* gegen 30—35°, in *I* etwa 10°.) Soweit von einem periodischen Verlauf die Rede sein kann, ergibt sich seine Periodenlänge hier zu rund 480 Jahren. Zur Entscheidung der viel umstrittenen Frage, ob der Rhythmus der Schwankung auf der ganzen Erde annähernd der gleiche sei, fehlt noch für lange Zeit das ausreichende Material.⁷⁵⁾ Noch mehr gilt dies bei den Intensitätsschwankungen,

73) Erg. der magn. Beobachtungen in Potsdam im Jahre 1901, Berlin 1905, p. XXXVI.

74) *L. A. Bauer*, Beiträge zur Kenntnis des Wesens der Säkularvariation des Erdmagnetismus, In.-Diss. Berlin 1895. Das von ihm hier angewandte Verfahren, die Variationen der Deklination und der Inklination nicht einzeln, sondern im Zusammenhang zu betrachten, hat zuerst *Kupffer*, Pogg. Ann. Phys. 25 (1832), dann auch *Quetelet* (Bruxelles Acad. Bull. (2) 45) benutzt. Letzterer glied dabei von vorn herein nach einem Kreiskegel aus. Er fand für Brüssel aus nur 50jährigen Beobachtungen eine Periodenlänge von 512 Jahren. *J. Liznar*, Wien Ber. 100 (1891), entwickelte Formeln für die allgemeine Aufgabe.

75) *W. Felgenträger*, Die längste nachweisbare säkulare Periode der erdmagnetischen Elemente. Teil I: Deklination, In.-Diss. Göttingen 1892. Von ausführlicheren Sammlungen älterer Beobachtungen, die hier in Betracht kommen, seien genannt: *Hansteen* (s. Lit.-Übers.); *G. W. Littlehales*, The secular change etc., Washington Phil. Trans. 13 (1899), (Zusammenstellung empirischer Formeln für *D* und *I* an 29 über die Erde zerstreuten Orten nebst den zugrunde liegenden Beobachtungen); *W. van Bemmelen*: Die Abweichungen der Magnetnadel etc. bis

die natürlich erst seit der Einführung absoluter Kraftmessungen, also seit weniger als 100 Jahren, verfolgt werden können. Sie sind in H und Z im Mittel etwa von der Größenordnung von 20γ im Jahre, in F wesentlich geringer, entspringen also in H und Z hauptsächlich den Variationen der Inklination.

Das fortlaufend gebildete Mittel $T^{(d)}$ für einen Zeitabschnitt d von der Länge des Tages, das einigermaßen von der täglichen Schwankung und den schnell wechselnden Einzelvorgängen der Störungen frei ist, besitzt einen sehr charakteristischen Gang, der noch besonders dadurch merkwürdig ist, daß er überall sehr ähnlich verläuft. Am deutlichsten tritt er bei X und H hervor, wo gelegentlich Abweichungen bis zu 50γ von $T^{(a)}$ vorkommen. Bei jeder Störung ändert sich $T^{(d)}$ schnell und meist in einem bestimmten Sinne — bei X und H immer nach kleineren Werten hin —, um sich dann im Laufe einiger Tage wieder allmählich mit abnehmender Geschwindigkeit dem früheren Werte zu nähern, soweit nicht vorher eine neue Störung eintritt, die $T^{(d)}$ wiederum zurückwirft. Diese Erscheinung wurde (speziell bei H) zuerst von *J. A. Brown* bemerkt und eingehend, besonders auch hinsichtlich der Ähnlichkeit des Verlaufs auf der ganzen Erde, untersucht, blieb aber lange unbeachtet, bis sie unabhängig neu aufgefunden und seitdem von einigen Observatorien regelmäßig verfolgt wurde.⁷⁶⁾ Inzwischen hatte *van Bemmelen* den ähnlichen, aber weniger regelmäßigen Verlauf von T , das ja um $T^{(d)}$ hin- und herschwankt, entdeckt und näher untersucht.⁷⁷⁾ Der recht bezeichnende, von ihm dafür gewählte Name *Nachstörung* paßt mindestens ebensogut auf den Gang von $T^{(d)}$ und soll deshalb hier auch und in erster Linie auf diesen angewendet werden.

Der aus den entsprechenden Differenzen der drei Komponenten abgeleitete Vektor $T^{(d)} - T^{(a)}$ hat an jedem Orte, wie *Ad. Schmidt* zunächst für Potsdam nachgewiesen hat, eine annähernd feste mittlere Richtung.⁷⁸⁾

Bezüglich der in diesem und in den beiden folgenden Paragraphen behandelten Erscheinungen ist übrigens wegen ihrer gesetzmäßigen Abhängigkeit vom Orte noch auf die Nr. 19, 20 zu verweisen.

zur Mitte des 18. Jahrhunderts, *Batavia Observations* 21 (1899), Supplement; *L. A. Bauer*, *U. S. Coast and Geod. Survey, Magn. Declination Tables etc.*, Washington 1902.

76) *J. A. Brown*, On the horizontal force of the Earth's magnetism, *Edinburgh Roy. Soc. Trans.* 22 (1861), p. 511.

77) *W. van Bemmelen*, Die erdmagnetische Nachstörung, *Met. Ztschr.* 12 (1895), p. 321; ders. in *Terr. Magn.* 2 (1897), p. 74 und 5 (1900), p. 123.

78) *Erg. der magn. Beob. in Potsdam und Seddin im Jahre 1912*, p. 31.

16. Periodische Schwankungen, insbesondere die tägliche Variation. Vorweg ist allgemein zu bemerken, daß es sich nie um streng periodische Vorgänge handelt. Die einzelnen Abläufe, deren Dauer (Jahr, Tag) durch äußere Bedingungen bestimmt ist, unterscheiden sich nach Gestaltung und Ausmaß innerhalb gewisser Grenzen, so daß wenigstens zunächst nur durchschnittliche Darstellungen (z. B. Monatsmittel des täglichen Ganges) in Betracht kommen können.

Eine Periodizität (immer in diesem Sinne zu verstehen) tritt nun in zweifacher Hinsicht auf. Bei der Zerlegung des Gesamtverlaufs in einzelne superponierte Teilvorgänge erweisen sich einige von diesen als periodisch; andererseits zeigen die wesentlichen Bestimmungsstücke (Intensität, Phase u. dgl.) einzelner Vorgänge periodische Schwankungen mannigfacher Art. Hier soll im wesentlichen nur der erste Fall (der im Grunde als speziellste Form des zweiten anzusehen, also von diesem nicht streng zu trennen ist) zusammenhängend behandelt werden; die dem zweiten unterzuordnenden Tatsachen, die fast ausschließlich den Einfluß der 11jährigen solaren Aktivitätsschwankung betreffen, mögen bei den einzelnen Vorgängen, auf die sie sich beziehen, Erwähnung finden. In diesem Sinne ist für die säkulare Variation, genauer gesagt für den Gang der Normalwerte $T^{(a)}$, nachzutragen, daß sich auch bei ihnen diese Schwankung bemerklich macht.

Die auffälligste und wichtigste periodische Erscheinung ist der tägliche Gang, eine sehr charakteristische, bei allen Elementen deutlich ausgeprägte, hauptsächlich während der Tagesstunden verlaufende Schwankung, deren Ermittlung bisher (neben der Feststellung der absoluten Mittelwerte) die Hauptaufgabe der erdmagnetischen Observatorien gebildet hat. Das ursprüngliche Verfahren, ihn aus einzelnen, äquidistanten (gewöhnlich stündlichen) Ablesungen der Variometer abzuleiten, hat man fast allgemein noch beibehalten, auch nachdem durch Einführung der photographischen Registrierung die Notwendigkeit zu dieser Beschränkung weggefallen war.⁷⁹⁾ Zufällig auf den Augenblick

79) Das einfachste Verfahren zur besseren Ausnutzung der fortlaufenden Aufzeichnungen bildet die Bestimmung von Mittelwerten für die einzelnen Stundenabschnitte. Vgl. Erg. der magn. Beob. in Potsdam im Jahre 1905, p. 30. Natürlich ist bei der Verwendung der so erhaltenen Zahlen nötigenfalls (z. B. bei der harmonischen Analyse) auf ihren Charakter als Mittelwerte Rücksicht zu nehmen. Auf die umfangreiche Literatur, die sich mit der Zusammenstellung und der vorwiegend statistischen Diskussion des hierher gehörigen Tatsachenmaterials beschäftigt, ist hier nicht der Ort einzugehen. Nur einige größere Arbeiten, die daneben methodische Erörterungen enthalten, seien erwähnt: *G. Sack*, Über die tägliche, jährliche und elfjährige Periode etc., In.-Diss. Göttingen und Arch. d. D. Seewarte 16 (1893), Nr. 4; *Ad. Schmidt*, Archiv des Erdmagnetismus (s. Lit-

der Ablesung fallende Störungen machen sich dabei oft noch im Monatsmittel sehr bemerklich. Um die daraus entspringende Entstellung des mittleren Ganges zu beseitigen, hat man nach dem Vorgange von *Sabine* meistens einfach die Stundenwerte, die von dem entsprechenden Monatsdurchschnitt um mehr als einen gewissen Schwellenwert abweichen, bei der Berechnung des Durchschnitts außer acht gelassen, trotz der schon von *Lloyd* betonten Fehlerhaftigkeit dieses Verfahrens.⁸⁰⁾ *Wild* schlug demgegenüber vor, den mittleren täglichen Gang nur aus dem Verlauf während magnetisch ruhiger Tage (Normaltage) abzuleiten, unzweifelhaft das beste Verfahren, um ein möglichst reines, exakt definiertes Phänomen zu erhalten.⁸¹⁾ Nach den vorliegenden Erfahrungen scheint dieses auch an gestörten Tagen als selbständige Teilerscheinung ziemlich ungeändert (meistens mit etwas gesteigerter Amplitude) vorhanden zu sein, da das Mittel des Ganges an allen Tagen von demjenigen an ruhigen Tagen nur in polaren Gebieten systematisch beträchtlich abweicht.⁸²⁾

Außer den Störungen beeinflußt auch der fortschreitende Gang der Tagesmittel den Verlauf während des einzelnen Tages. Die Frage der Elimination dieses Einflusses ist besonders von *Chree*, der ihn als non cyclic effect bezeichnet, eingehend untersucht worden.⁸³⁾

Daß man den Mittelwert des Vektors der täglichen Variation bisher allgemein stillschweigend als verschwindend angenommen hat, ist übrigens sachlich unbegründet, aber zunächst zulässig und zweckmäßig,

Übers.); *A. Nippoldt*, Die tägliche Variation des Erdmagnetismus, Arch. d. D. Seewarte 26 (1903); *A. S. Steen*, The diurnal variation of terr. magn., Christiania Vid. Selsk. Skr. 1904, Nr. 2; *E. Leyst*, Die Variationen des Erdmagnetismus, Moskau 1910.

80) *E. Sabine*, Toronto Observations 2 (1853), p. 22; *H. Lloyd*, Dublin Observations 1 (1865), p. 91.

81) Mitteilungen der Internationalen Polarkommission. 5. Heft, St. Petersburg 1884, p. 211.

82) *P. A. Müller*, Über den normalen täglichen Gang usw. in Pawlowsk. Rep. für Met. 10 (1885), Nr. 3. Ders. Rep. für Met. 12 (1889), Nr. 8. *G. Lüdeling*, Über die tägliche Periode usw. an Polarstationen, Terr. Magn. 4 (1889), p. 245 und Berlin Ber. 1899, p. 236; *C. Chree*, An Analysis of the Results from the Kew Magnetograph on quiet days etc., Phil. Trans. 202 (1903), p. 335 und (für Falmouth) 204 (1905), p. 373; ders. Cambr. Trans. 20 (1906), Nr. 7.

83) British Association Report for 1895, p. 210 und Phil. Trans. 202 (1903), p. 346. Vgl. auch *C. Chree*, Studies in Terrestrial Magnetism, London 1912; *W. van Bemmelen*, Terr. Magn. 2 (1897), p. 74; *L. Steiner*, On the non cyclic change, Terr. Magn. 19 (1914), p. 73. Die sachliche Schwierigkeit des an sich selbstverständlichen (schon von *Lamont* u. a. benutzten) Verfahrens liegt in der Aufgabe, den fortschreitenden Gang exakt zu definieren und zu bestimmen.

weil sich über ihn aus den Beobachtungen allein (zumal aus denen an einem einzelnen Orte) nichts feststellen läßt.

Die tägliche Schwankung weist nach Intensität und Verlauf eine deutliche jährliche Periodizität auf, außerdem eine elfjährige, die mit der am einfachsten durch die Sonnenfleckenhäufigkeit charakterisierten Aktivität der Sonne parallel geht, wie 1852 fast gleichzeitig und unabhängig voneinander *Sabine*, *Wolf* und *Gautier* bemerkten.⁸⁴⁾ *Wolf*, der sich am eingehendsten damit beschäftigt hat, zeigte, daß sich die mittlere Amplitude a der Deklinationsschwankung in der Form $a = b + cR$, d. h. als lineare Funktion der von ihm eingeführten Flecken-Relativzahl R darstellen läßt. *Ad. Schmidt* wies die Brauchbarkeit dieser Darstellung für den ganzen zeitlichen Ablauf des Variationsvektors nach.⁸⁵⁾

Selbstverständlich, aber ihrer vielfachen Verwendung halber doch ausdrücklich zu erwähnen, sind die verschiedenen, durch die Natur der Sache bedingten, übrigens z. T. nicht auf die tägliche Variation beschränkten analytischen und graphischen Formen der Darstellung, insbesondere diejenigen durch trigonometrische Reihen und durch Vektordiagramme für je zwei Elemente.⁸⁶⁾

84) Vgl. darüber die eingehende Darstellung von *Wolf* in seinem Handbuch der Astronomie, Zürich 1892, p. 416. *Sabine* fand den Zusammenhang zunächst für die Störungen, dann aber auch bald für die tägliche Variation aller drei Elemente. Vgl. *Hobarton Observations* 2 (1852), p. XLIX.

85) *R. Wolf*, *Astronomische Mitteilungen* (Abgedr. aus der Vierteljahrsschrift der Naturf. Ges. in Zürich) 9 (1859), p. 221; *Ad. Schmidt*, *Wien Ber.* 97 (1888), p. 734; ders. *Archiv des Erdmagnetismus* 1 (1903), p. 10; *J. Liznar*, *Wien Ber.* 113 (1904), p. 791, wandte das Verfahren auf die Amplitude und Phase der harmonischen Darstellung an, was natürlich gewissen Beschränkungen unterliegt.

86) Der bezeichnende Ausdruck Vektordiagramm rührt von *W. v. Bezold* her, der außerdem bei den Diagrammen in der Horizontalebene die dem Übergang von den Elementen H und D zu den Komponenten X und Y entsprechende Orientierung nach dem astronomischen statt nach dem magnetischen Meridian empfahl; *Berlin Ber.* 1897, p. 429. Die Darstellung selbst hat schon *Gauß* eingeführt und in ihrer dem Vektorcharakter entsprechenden Unabhängigkeit vom Koordinatensystem gewürdigt; *Res. a. d. Beob. d. Magn. Vereins im J. 1837*, p. 11 und 135, Tafel II—IV. Auch die in Fußn. 74 besprochene Behandlung der Säkularvariation gehört hierher. Bemerkenswert ist, daß die charakteristischen Eigentümlichkeiten der täglichen Variation an verschiedenen Orten, die lokal bedingt und zugleich verhältnismäßig konstant zu sein scheinen, im Diagramm meist viel deutlicher als in den Kurven der einzelnen Elemente hervortreten. Erwähnt sei noch, daß man mit Hilfe stereoskopischer Bilder eine alle drei Elemente zusammenfassende, also die Variation des ganzen Vektors statt derjenigen seiner Projektionen auf bestimmte Ebenen ausdrückende Darstellung gewinnen kann.

Eine recht regelmäßige und daher trotz ihrer geringen Größe (von der Ordnung von etwa 1γ) sicher festzustellende Schwankung, die bereits 1839 von *Kreil* erkannt wurde, ist mit dem scheinbaren täglichen Mondumlauf verknüpft; ihre Periode ist bemerkenswerterweise der halbe Mondtag, was den Gedanken an eine gezeitenähnliche Ursache nahelegt.⁸⁷⁾ Anschließend sei erwähnt, daß *E. Leyst* sogar einen Einfluß der Planeten gefunden zu haben glaubt.⁸⁸⁾

Von langperiodischen Variationen ist der in den Mittelwerten T^a trotz starker Unregelmäßigkeiten recht deutlich ausgesprochene jährliche Gang zu nennen, der durch zwei gleichartige Extreme zur Zeit der Äquinoktien und die zwei entgegengesetzten zur Zeit der Solstitionen charakterisiert ist.⁸⁹⁾ Seine Gesamtamplitude ist von der Größenord-

Sehr wenig Anwendung hat bis jetzt die den täglichen und den jährlichen Gang in einem Bilde vereinende Isoplethendarstellung gefunden. Vgl. *J. B. Messerschmitt*, Naturw. Rundschau 26 (1911), p. 273.

An Stelle der vorwiegend formalen Wiedergabe des täglichen Ganges durch trigonometrische Reihen schlägt *G. W. Walker* als rationelle analytische Darstellung einen nur 3 (oder mit Rücksicht auf die noch freie Wahl des Anfangspunktes der Zeitzählung 4) verfügbare Konstanten enthaltenden Ausdruck von der Form $(a \sin t + b \cos t) : (1 + k \cos t) - \text{Const vor. (Const} = (b : k) \cdot (1 - (1 - k^2)^{-\frac{1}{2}})$ dient nur dazu, den Mittelwert zu Null zu machen.)

87) *K. Kreil*, Resultate dreijähriger magn. Beob. zu Mailand und Einfluß des Mondes darauf, Eff. astr. Milano 1839 und Ann. Phys. 46 (1839), p. 443; ders. Wien Denkschr. 3 (1852) und 5 (1853). Den umfassendsten Beitrag zur empirischen Kenntnis des Phänomens lieferte *E. Sabine* durch die Bearbeitung der Beobachtungen an den auf *Humboldts* Anregung gegründeten britischen und russischen Observatorien, die jahrzehntelang die Hauptquelle unserer Kenntnis der erdmagnetischen Vorgänge bildeten. Vgl. St. Helena Observations 2, London 1860, p. CXLVI. Die Abhängigkeit von der Deklination des Mondes untersuchte *G. Neumayer*, Phil. Trans. 1867, p. 506. Zusammenfassende Darstellungen verdankt man *J. P. van der Stok*, Arch. néerl. 16 (1881) und *W. van Bemmelen*, Met. Ztschr. 29 (1912), p. 218 und 30 (1913), p. 589.

88) *E. Leyst*, Über den Magnetismus der Planeten, Rep. für Met. 17 (1894), Nr. 1. Die naheliegenden Bedenken gegen die physikalische Möglichkeit eines derartigen Einflusses von merkbarer Größe erörtert ausführlich *H. Wild*, Magnetische Wirkung der Gestirne, Pét. Acad. Bull. 13 (1894), p. 331. Vielleicht liegt eine indirekte Wirkung vor, vermittelt durch einen Einfluß der Planeten auf die Vorgänge auf der Sonne. Daß ein solcher von beachtenswerter Größe denkbar ist, zeigt *A. Schuster*, The influence of planets on the formation of sun-spots, London Roy. Soc. Proc. 85 (1911), p. 309.

89) Wegen der unregelmäßigen Einflüsse haben nur die aus langjährigen Beobachtungen abgeleiteten Ergebnisse einen gesicherten Wert. Solche sind für einige Observatorien berechnet worden, so von *Mielberg* für Katharinenburg und Barnaul, für Parc Saint-Maur von *E. Mascart*, von *G. Lüdeling* für Potsdam, von *W. v. Keßlitz* für Pola, von *N. A. F. Moos* für Bombay. Eine zusammen-

nung von 10 γ und schwankt mit der wechselnden Sonnenaktivität. Möglicherweise kommt diese Erscheinung in der Hauptsache auf eine jährliche Änderung der Intensität der Nachstörung hinaus. Eine entsprechende lunare Schwankung ist bisher weder für den synodischen, noch für den siderischen, anomalistischen oder drakonitischen Monat festgestellt worden.

Dagegen haben zahlreiche Untersuchungen die Existenz einer Periodizität von etwa 26 tägiger Dauer wahrscheinlich gemacht, die auf die Rotation der Sonne zurückzuführen am nächsten liegt. Das Interesse hat sich hierbei bisher fast ausschließlich auf die Frage nach der genauen Länge der Periode gerichtet, während der periodische Ablauf der verschiedenen untersuchten magnetischen Vorgänge selbst noch wenig erforscht worden ist. Abgesehen von der noch gar nicht ernstlich geprüften Frage, ob die vermutete Schwankung dauernd oder nur zeitweise und in diesem Falle, wie lange sie (nach optischer Analogie gesprochen) kohärent ist, liegt die sachliche Schwierigkeit darin, daß sie an Amplitude gegenüber den sonstigen, besonders den unregelmäßigen Änderungen sehr klein ist und daher nicht unmittelbar hervortritt. Erst durch Zusammenfassung einer großen Zahl von Perioden von genähert richtiger Länge ist sie zu entdecken, und zwar bestehen zwei einfache Möglichkeiten, von dem so gefundenen mittleren Verlauf aus zu einer Entscheidung zu kommen: die Betrachtung der Amplitude und die der Phase. Den ersten Weg schlug *Hornstein*⁹⁰⁾ ein, dessen Verfahren *A. Schuster*⁹¹⁾ durch die Aufstellung des Begriffs des

fassende Übersicht für die ganze Erde hat *G. Schwalbe* gegeben, *Met. Zeitschr.* 15 (1898), p. 449 und 16 (1899), p. 325.

90) *K. Hornstein*, Über die Abhängigkeit des Erdmagnetismus von der Sonne, *Wien Ber.* 64 (1872), p. 62. Der von ihm angegebenen Methode bedienten sich zum gleichen Zwecke *J. Liznar*, *Wien Ber.* 91 (1885), p. 454; 94 (1886), p. 834; 95 (1887), p. 394; 103 (1894), p. 728 und *P. A. Müller*, *Pét. Acad. Bull.* 12 (1886), p. 387. Auch *J. A. Brown* hat die Dauer der synodischen Sonnenrotation aus erdmagnetischen Vorgängen abgeleitet, *Paris C. R.* 76 (1873), p. 695.

91) *A. Schuster*, On the investigation of hidden periodicities etc., *Terr. Magn.* 3 (1898), p. 13; ders. The periodogram of magnetic declination etc., *Cambridge Trans.* 18 (1899), p. 107. Besonders hervorzuheben ist die eingehend durchgeführte Untersuchung der wahrscheinlichen Sicherheit der Resultate und die methodische Durchbildung des Verfahrens.

Methoden ganz anderer, rein analytischer Natur, die verwendbar bleiben, wenn das verfügbare Material nur ganz wenige Perioden, ja nur eine einzige umfaßt, die aber andererseits voraussetzen, daß die gesuchte (einfache oder zusammengesetzte) periodische Schwankung den Hauptteil des gegebenen Gesamtverlaufs ausmacht, verdankt man *Fr. Kühnen*, *Astron. Nachr.* 182 (1908), Nr. 4345 und *S. Oppenheim*, *Wien Ber.* 118 (1909), p. 823. Vgl. dazu *F. Hopfner*, *Wien*

Periodogramms und die Entwicklung von dessen Theorie verfeinerte und mathematisch durchbildete, den zweiten *Ad. Schmidt* und *van der Stok*.⁹²⁾ Dort wird diejenige Periodenlänge aufgesucht, für die sich innerhalb eines gegebenen Beobachtungsmaterials ein Maximum der Amplitude ergibt; hier wird (was länger dauernde Kohärenz voraussetzt, aber andererseits von vornherein den periodischen Vorgang selbst besser verfolgen läßt) die Konstanz der Phase beim Vergleich einzelner Teilabschnitte der ganzen betrachteten Zeit als Kriterium benutzt. Auf die bisherigen sachlichen Ergebnisse ist im nächsten Paragraphen zurückzukommen, da sie größtenteils bei der Untersuchung der Störungen gewonnen worden sind.

Auch eine Erscheinung ganz anderer Art gehört formell hierher, ist aber gleichfalls sachlich den Störungsvorgängen anzureihen; es sind dies nicht selten auftretende kleine, aber sehr regelmäßige Schwingungen (Elementarwellen, Pulsationen), deren Periodendauer von der Größenordnung einer Minute und darunter ist.⁹³⁾

17. Störungen. Von Zeit zu Zeit — um so häufiger und stärker, je größer die Sonnenaktivität ist — wird der ruhige Gang der erdmagnetischen Kraft durch schnelle und starke Schwankungen in raschem Wechsel unterbrochen. Die Änderungsgeschwindigkeit erreicht dabei gelegentlich mehrere γ :sec, d. i. weit über das Hundertfache ihres sonstigen normalen Höchstbetrags. Diese als Störungen, bei besonders intensiver Entwicklung auch als magnetische Stürme bezeichneten Vorgänge treten stets auf der ganzen Erde gleichzeitig, wenn auch an den

Ber. 119 (1910), p. 351 und *H. Bruns*, *Astron. Nachr.* 188 (1911), p. 55; ferner bezüglich des Historischen *H. Burkhardt* und *R. Kleberg*, *Bibl. math.* (3) 13 (1913), p. 150. *W. Schmidt*, *Met. Zeitschr.* 30 (1913), p. 392 weist darauf hin, daß in den sukzessiv gebildeten Summenreihen langperiodische Schwankungen immer deutlicher hervortreten und dadurch leichter auffindbar werden. Dasselbe leistet noch bequemer das nächstliegende Verfahren, Summen von immer länger (zunächst am besten unter stets paarweiser Zusammenfassung) gewählten Gruppen von aufeinanderfolgenden Gliedern zu bilden.

92) *Ad. Schmidt*, *Wien Ber.* 96 (1887), p. 989; *J. P. van der Stok*, *Amsterdam Kon. Akad. Naturk. Verh.* 28 (1890).

93) Diese schon von *Lamont*, *Astronomie und Erdmagnetismus*, Stuttgart 1851, p. 272 Anm. beschriebene, von ihm bereits 1841 beobachtete Erscheinung ist dann von *Balfour Stewart*, *F. Kohlrausch*, *Eschenhagen*, der dafür den Namen Elementarwellen einführte, immer wieder neu entdeckt worden. Noch wesentlich schnellere Pulsationen wies *H. Ebert* nach: *München Ber.* 36 (1906), p. 527. Eingehendere, besonders statistische Untersuchungen über das Vorkommen dieser Wellen stellten an: *W. van Bemmelen*, *Naturk. Tijdschr. voor Ned. Ind.* 62 (1902), p. 71; ders. *Met. Zeitschr. Hann-Band* (1906), p. 268 und *Th. Arendt*, *Naturw. Rundsch.* 18 (1903), p. 105, 117.

verschiedenen Orten in oft sehr ungleicher Stärke auf.⁹⁴⁾ Bis zu Entfernungen von 1000 und mehr km zeigt der Verlauf meistens eine überraschende Ähnlichkeit⁹⁵⁾; auch darüber hinaus lassen sich die einzelnen Ablenkungen oft noch als zusammengehörig erkennen; aber infolge der schnell wechselnden lokalen Verschiedenheit ihrer Größe gewinnt das Gesamtbild allmählich ein immer stärker verändertes Aussehen. Besonders die Aufzeichnungen der wenig zahlreichen, weit zerstreuten außereuropäischen Observatorien lassen daher oft kaum noch irgendwelche Ähnlichkeit entdecken. Weitaus am stärksten und daher, wenn man von einem bestimmten Schwellenwerte ausgeht, am häufigsten sind die Störungen in den Polargebieten, allerdings nicht in dem Maße, wie es die vorwiegend beachteten Deklinationsschwankungen vortäuschen, die wegen der geringen Horizontalintensität manchmal Zehner von Graden erreichen.⁹⁶⁾

94) Die a priori wegen der elektromagnetischen Natur des Vorgangs natürlich zu bejahende Frage, ob dieser tatsächlich (etwa innerhalb der Sekunde) genau gleichzeitig an allen Orten verläuft, ist empirisch nur an (genähert so zu nennenden) Unstetigkeitsstellen des Ablaufs, insbesondere an den nicht selten auftretenden plötzlichen Störungsausbrüchen zu prüfen, weil sonst eine exakte Identifizierung der entsprechenden Bewegungen an verschiedenen Orten nicht möglich ist. Eine solche Prüfung hat zuerst *W. Ellis*, London Roy. Soc. Proc. 52 (1893), p. 191 und später *L. A. Bauer*, Terr. Magn. 15 (1910), p. 9, 221 ausgeführt. Im Gegensatz zu jenem glaubte dieser ein (meist ostwärts gerichtetes) Fortschreiten des Impulses (mit einer Geschwindigkeit von 100—200 km:sec) feststellen zu müssen. *C. Chree*, Phys. Soc. Proc. 23 (1910) kam in Erwägung aller Umstände zu einem ablehnenden Schlusse, und *G. Angenheister*, Gött. Nachr. 1913, p. 565 zeigte speziell, daß die anscheinenden Differenzen von einigen Minuten noch durch die Unsicherheit der Zeitangaben erklärt werden können.

Nicht hiermit zu verwechseln ist natürlich die Frage, ob einzelne Störungsvorgänge (Wellen) in dem Sinne über die Erdoberfläche fortschreiten, daß das oft eng begrenzte Gebiet ihrer maximalen Wirkung seinen Ort ändert. Das ist in der Tat unverkennbar der Fall, wie schon eine rohe Vergleichung von Störungskurven verschiedener Stationen zeigt. Vgl. darüber auch *Ad. Schmidt*, Met. Zeitschr. 16 (1899), p. 387.

95) Diese Tatsache erregte schon bei den ersten Beobachtungen des Magnetischen Vereins die Aufmerksamkeit und gab *Gauß* in seinem Bericht darüber Anlaß zu eindringenden Betrachtungen. Res. a. d. Beob. d. Magn. Ver. i. Jahre 1836, p. 98.

96) Die Nichtberücksichtigung dieses Umstandes hat die Forschung außerordentlich geschädigt. Indem man fast allgemein an demselben Winkelwert (meistens 1') für den Skalenteil bei den Deklinationsbeobachtungen festhielt, erschwerte man sich diese in polaren Gegenden ungemein und verlor oft einen großen Teil davon, weil die Bewegungen weit über die Grenzen der Skalen hinausgingen, während an äquatorealen Stationen umgekehrt die Empfindlichkeit zur Verfolgung feinerer Einzelheiten des Verlaufs nicht ausreichte.

Allen Anscheine nach stellen die Störungen eine von dem gewöhnlichen Gange spezifisch verschiedene Erscheinung dar, ohne daß es jedoch möglich wäre, den unmittelbar beobachteten Gesamtablauf exakt in diese zwei Teile zu zerlegen, zumal da allerlei Übergänge und beide Phänomene verknüpfende Wirkungen im Spiele zu sein scheinen. Eine lückenlose Reihe führt von den einfachsten Störungen — isolierten, auf den glatten Kurvenverlauf aufgesetzten bald einbald zweiseitigen Ausbuchtungen von mannigfach abgestufter Dauer (wenigen Minuten bis einigen Stunden) und Größe (wenigen γ bis Hunderten dieser Einheit) zu den verwickeltsten, die vielleicht nichts anderes sind als das Ergebnis des Zusammenwirkens zahlreicher neben- und nacheinander verlaufender Elementarstörungen, wie man jene einfachsten Vorgänge gelegentlich nennt. Bemerkenswert ist, daß gewöhnlich dem Ganzen eine große Hauptwelle vom Typus einer aperiodisch gedämpften Schwingung zugrunde liegt, der mehrere Ordnungen von immer schnelleren und kleineren Schwingungen superponiert erscheinen.⁹⁷⁾ Die letzten unter diesen sind die bereits (s. Fußn. 93) erwähnten kleinen, deutlich periodischen Elementarwellen, die eigentümlicherweise vorwiegend an gewisse Phasen des Gesamtablaufs gebunden erscheinen. Noch ein zweiter eigenartiger Typus von Elementarstörungen, der besonders am Anfang, seltener während des Ablaufs großer Störungen, vereinzelt auch ganz isoliert auftritt, verdient Hervorhebung: es sind dies plötzlich einsetzende, einige Minuten lang sehr schnell ansteigende Ablenkungen, an die sich in schroffer Umbiegung eine allmählich immer langsamer werdende, asymptotische Rückkehr in den früheren Zustand anschließt.

Die gleichzeitigen Änderungen der einzelnen Elemente (besonders der horizontalen X und Y oder H und D) zeigen meistens ein deutliches Entsprechen, oft mit einer gewissen Phasenverschiebung, die offenbar eine allmähliche Drehung des Störungsvektors verrät. Im allgemeinen ist die Richtung dieses Vektors in geringerem Maße und langsamer veränderlich als seine Größe. Besonders deutlich tritt dies bei den soeben erwähnten plötzlichen Ausbrüchen hervor, desgleichen bei gewissen, vorwiegend zu bestimmten Tagesstunden auftretenden Einzelstörungen, die vielfach ein annähernd festes, für den Beobachtungsort charakteristisches Azimut aufweisen.⁹⁸⁾

97) Weiter ausgeführt in *Met. Zeitschr.* 21 (1904), p. 307 und in der in Fußn. 94 genannten Arbeit.

98) Genauere Bestimmungen solcher Azimute sind von *W. Brückmann*, *Met. Zeitschr.* 24 (1907), p. 546 und *W. van Bemmelen*, *Amsterdam Akad.* 1908, p. 773 mitgeteilt worden.

Die genauere Betrachtung zahlreicher Störungskurven läßt noch manche weitere, wenn auch meistens kaum exakt zu fassende morphologische Gesetzmäßigkeiten erkennen; bei aller Mannigfaltigkeit und anscheinenden Unregelmäßigkeit ordnen sich die Formen des Verlaufs doch in eine sehr kleine Anzahl von Typen mit charakteristischen Eigentümlichkeiten.⁹⁹⁾

Wesentlich größere Beachtung als die hierauf bezüglichen Probleme hat bisher die zeitliche Verteilung der Störungen gefunden, meistens im Zusammenhange mit der rein statistisch nach dem Kriterium der zeitlichen Verknüpfung erörterten Frage nach der Beziehung zu anderen Erscheinungen (Polarlicht, Sonnenrotation usw.). Die sachliche Hauptschwierigkeit liegt dabei in der Unmöglichkeit, eine strenge Grenze zwischen gestörten und ungestörten Vorgängen zu ziehen, da diese durch stetige Übergänge verbunden sind. Es nötigt dies zu mehr oder minder willkürlichen Festsetzungen von Schwellenwerten und von Skalen der Störungsintensität. Einen beachtenswerten Versuch, dabei wenigstens die subjektive Schätzung durch eine auf strenger Definition beruhende objektive Ermittlung zu ersetzen, hat *Bidlingmaier* gemacht.¹⁰⁰⁾ Er benutzt das nächstliegende und sicher auch zweckmäßigste Maß: den quadratischen Durchschnittswert der Abweichungen vom mittleren Verlauf, eine Größe, für die außer wesentlichen formalen Vorzügen noch der Umstand spricht, daß sie als (räumliche) Energiedichte des störenden Vorgangs eine einfache und wichtige physikalische Bedeutung besitzt.

Die bisherigen statistischen Untersuchungen haben sich hauptsächlich auf die Feststellung von Periodizitäten in der Häufigkeit und Stärke der Störungen gerichtet. Als solche sind außer der schon erwähnten 11jährigen, durch den Wechsel der Sonnenaktivität bedingten (s. Fußn. 84) vor allem eine jährliche und eine tägliche sicher zu erkennen. Die erstere, die zwei Maxima ungefähr zur Zeit der Äquinoktien besitzt, ist am deutlichsten in den Minimaljahren der Sonnenfleckenentwicklung, d. h. wenn die Störungen selten sind, ausgeprägt.

99) Eine eingehende hier zu nennende Untersuchung über diese noch wenig behandelte Frage findet sich in der außerordentlich reichhaltigen und umfassenden Bearbeitung der langen Beobachtungsreihe von Bombay durch *N. A. Moos*, *Magnetic observations made at the Government Observatory Bombay, for the period 1846 to 1905*, 2. Bd., Bombay 1910; II, p. 460 ff. Auch *E. Leyst*, *Variationen und Störungen des Erdmagnetismus*, Moskau 1914, führt eine Klassifikation der Störungen durch.

100) *Fr. Bidlingmaier*, Veröffentl. d. K. Observatoriums in Wilhelmshaven im Jahre 1911. Mit besonderen Untersuchungen über die erdmagnetische Aktivität. Berlin 1913.

Die tägliche Frequenzkurve zeigt im allgemeinen ein einfaches Maximum, das indessen an verschiedenen Orten auf ganz verschiedene Tagesstunden fällt.

Besonders eingehend ist die Beziehung zur Aktivität der Sonne untersucht worden. So unverkennbar diese im ganzen und rein qualitativ ist, so unsicher erweist sich doch ihre Feststellung im einzelnen und ihre quantitative Formulierung. Als unzweifelhaft darf indessen gelten, daß die magnetische Wirkung im wesentlichen nicht der Sonne als Ganzem entspringt, sondern an begrenzte Störungsherde auf ihrer Oberfläche geknüpft ist, die im allgemeinen mit Fleckengebieten zusammenfallen oder ihnen wenigstens benachbart sind, und daß diese Wirkung ferner, wenn sie überhaupt eintritt, annähernd zur Zeit des Durchgangs eines solchen Herdes durch die Mitte der Sonnenscheibe (d. h. die Gegend des heliozentrischen Orts der Erde) fällt.¹⁰¹⁾

Wesentlich gestützt wird diese Auffassung durch die schon bei flüchtigem Überblick über irgend eine Zusammenstellung von Störungstagen sich aufdrängende Tatsache, daß diese sehr oft Zwischenzeiten von der Länge der synodischen Rotationsdauer der Sonne (etwas über 27 Tage) oder von Vielfachen davon aufweisen.¹⁰²⁾ Auch der bekannte Umstand, daß sich die Mehrzahl der Sonnenflecken meist in der Nähe zweier einander annähernd gegenüberliegender Meridiane zusammendrängt, findet im Auftreten der Störungen sein Analogon, indem diese verhältnismäßig häufig Abstände von 13 oder 14 Tagen aufweisen. Trotzdem haben die bereits früher (s. Fußn. 90, 91, 92) erwähnten vorwiegend gerade an die Verteilung der Störungen anknüpfenden Versuche, daraus die Dauer der Sonnenrotation abzuleiten, zu keinem recht befriedigenden Resultat geführt. Die gefundenen Mittelwerte stimmen zwar gut überein (*Brown*: 25.86, *Müller*: 25.84, *Liznar*: 25.97, *Schmidt*: 25.87 Tage), können aber, wenn sie reelle Bedeutung haben,

101) Auf die ungemein reichhaltige Literatur über diese Frage, mit der sich u. a. besonders *Loomis*, *Ellis*, *Maunder*, *Cortie*, *Chree*, *Riccò* beschäftigt haben, kann hier um so weniger eingegangen werden, als mathematische Gesichtspunkte dabei sehr zurücktreten. Nur eine besonders umfassende und eingehende, auf die Einzelbetrachtung von fast 300 Störungen gestützte Untersuchung sei erwähnt: *W. Maunder*, Magnetic disturbances 1882—1903 as recorded at the Roy. Observatory, Greenwich, and their association with sun-spots, *Monthly Notices*, 65 (1905), p. 2.

102) Einen sehr gründlichen Nachweis dafür liefert *C. Chree*, Some phenomena of sunspots and terrestrial magnetism, *Phil. Trans.* 212 (1912), p. 75 und 213 (1913), p. 245. Er zeigt, daß die mittlere Charakterzahl der einzelnen einen gestörten Tag einschließenden Tage Maxima (von abnehmender Höhe) besitzt, die auf den 27., 54. und 81. oder 82. Tag vorher sowohl wie nachher fallen.

nicht wohl auf die merklich länger dauernde Umdrehung der Sonnenoberfläche bezogen werden.¹⁰³⁾ Daß diese sich aus den nach der Hornsteinschen Methode angestellten Untersuchungen nicht ergibt, beweist, daß die tatsächlich bestehenden 27tägigen Gruppen keiner durchgehenden Periodizität angehören. (Es kommt hinzu, daß die Winkelgeschwindigkeit der Sonnenoberfläche und damit diejenige der Störungsherde von der heliographischen Breite abhängt, also gar nicht einen scharf definierten Wert besitzt.) Stärkere Kohärenz (einen vollen Aktivitätszyklus hindurch, ja vielleicht noch darüber hinaus) hat anscheinend eine Frequenzschwankung von fast genau 30 Tagen Periode, auf die *Ad. Schmidt* aufmerksam gemacht hat, und die, wenn sie wirklich besteht, dahin gedeutet werden könnte, daß der Ursprung der Störungsherde in einer so langsam rotierenden tieferen Schicht liegt und verhältnismäßig festen, jahrelang periodisch tätigen Quellen entstammt. Sonst bliebe wohl nur die Annahme eines durch die Konstitution der Sonne bedingten (eigenschwingungsartigen) Vorgangs auf dieser übrig. Die Erscheinungen auf der Sonne selbst, besonders die Verteilung der Flecken und ihrer Ursprungsstellen und -zeiten, scheinen freilich weder mit der einen noch mit der andern Auffassung vereinbar zu sein.¹⁰⁴⁾

Im Hinblick auf die tiefgreifende Einwirkung der Sonne auf die erdmagnetischen Erscheinungen liegt die für die Erkenntnis der physikalischen Natur dieser Einwirkung wichtige Frage nahe, ob darin durch das Dazwischentreten des Mondes etwas Merkliches geändert wird. Systematische Beobachtungen darüber hat zuerst *L. A. Bauer* bei Gelegenheit der totalen Sonnenfinsternis am 28. Mai 1900 an einer Anzahl von nordamerikanischen Observatorien, von denen 3 in der Totalitätszone lagen, veranlaßt und bearbeitet. Er kam zu dem Resultat, daß eine mit dem Schatten des Mondes fortschreitende Schwankung von ähnlichem Charakter wie die tägliche Variation von der Größenordnung von 1' und der Dauer von 2—3 Stunden stattgefunden

103) *A. Schuster*, Phil. Mag. 1898, p. 396 weist nach, daß der auf der Erde zu beobachtende Sonneneinfluß keine Periode von der Dauer (T_1) der synodischen Rotation besitzen kann, wenn er (was freilich schon seiner Größenordnung nach ausgeschlossen ist) auf direkter Fernwirkung einer Magnetisierung der Sonne beruhte. Er würde vielmehr in diesem Falle aus zwei Teilen bestehen, einem solchen von der Dauer (T) der siderischen Rotation und einem andern, dessen Periodendauer $1 : (T^{-1} - T_1^{-1})$ ist.

104) Met. Zeitschr. 26 (1909), p. 511. Von den 7 stärksten in den 20 Jahren 1890—1909 in Potsdam beobachteten Störungen gehören 5 ihrer Zeit nach einer einheitlichen Reihe mit der Differenz $29^d \cdot 97$ an. Vgl. auch Ber. über die Tätigkeit des Preuß. Met. Inst. im J. 1914, Anhang p. (50).

habe.¹⁰⁵) Auf seine Anregung sind dann bei mehreren späteren Finsternissen auch anderwärts ähnliche Untersuchungen ausgeführt worden.

18. Erdströme. Polarlicht. Die einzigen anderen geophysikalischen Erscheinungen, mit denen der Erdmagnetismus in bedeutsamer Beziehung steht, sind die elektrischen Ströme in der Erde und das Polarlicht.

Es liegt allerdings nahe, auch Zusammenhänge mit den meteorologischen Vorgängen zu vermuten, und besonders in den ersten Jahrzehnten der neueren magnetischen Forschung ist dieser Gedanke vielfach verfolgt worden; im Arbeitsplan der britischen Kolonialobservatorien bildete er sogar einen leitenden Gesichtspunkt. Irgendwelche sicheren Ergebnisse sind indessen in dieser Hinsicht nicht erzielt worden.¹⁰⁶) Die gelegentliche Feststellung eines ohne weiteres als unmittelbare Feldwirkung des Entladungsstromes verständlichen Einflusses von Blitzschlägen bildet die einzige Ausnahme. (Vgl. die in Fußn. 107 genannte Arbeit von *Messerschmitt*, p. 139.)

Die bei Erdbeben nicht selten beobachteten Ausschläge der Nadeln der Variometer verraten schon durch ihren wesentlich von deren Eigenschwingungen beherrschten Verlauf, daß sie mindestens in der Hauptsache, wenn nicht ausschließlich, Folgen der mechanischen Erschütterung sind, auf die die Apparate als unvollkommene Seismometer reagieren. Doch findet sich vielfach die Meinung vertreten, daß die seismischen Vorgänge daneben auch direkte oder durch Beeinflussung von Erdströmen vermittelte magnetische Wirkungen von meßbarer Größe hervorrufen könnten, und daß dasselbe von den vulkanischen gelte.¹⁰⁷)

105) Terr. Magn. 5 (1900), p. 143 und 7 (1902), p. 155. Vgl. ferner *W. van Bemmelen*, Contribution to the knowledge of the influence of solar eclipses on Terrestrial Magnetism, *Natuurk. Tijdschr. voor Ned.-Indië*, 42 (1905).

106) Auch die durch kritische Sorgfalt und Benutzung eines sehr umfassenden Materials ausgezeichnete Untersuchung von *L.-A. Forßman*, Des Relations de l'Aurore boréale et des perturbations magnétiques avec les phénomènes météorologiques, *Upsala Soc. Roy. des Sc.* 1872, in der der Verfasser eine gewisse Beziehung zwischen Luftdruck und magnetischen Störungen zu finden meint, läßt doch keine durchgreifende Gesetzmäßigkeit erkennen. Erwähnt sei noch eine längere Diskussion zwischen *Secchi* (mehrere Abhandlungen, u. a. in *Bull. Met. del Coll. Rom.* 1 und 2) und *Brown* (desgl. in *Edinburgh Trans.* 27—30). Die in weiterem Sinne auch hierher zu stellende Frage nach der Möglichkeit eines Zusammenhangs der magnetischen mit den luftelektrischen Erscheinungen erörtert *W. Trabert*, *Met. Zeitschr.* 15 (1898), p. 401. Ebenso *Th. Arendt*, der auch Beobachtungsmaterial mitteilt, in: *Das Wetter*, 13 (1896), p. 241, 265.

107) So u. a. *J. B. Messerschmitt*, Beeinflussung der Magnetographenaufzeichnungen durch Erdbeben und einige andere terrestrische Erscheinungen,

Elektrische Erdströme sind, nachdem sie bereits mehrfach theoretisch vermutet und zur Erklärung des Erdmagnetismus herbeigezogen worden waren, zuerst in (an Erde liegenden) Telegraphenleitungen beobachtet worden, in denen sie sich besonders zur Zeit starker magnetischer Störungen sehr deutlich bemerklich machen.¹⁰⁸⁾

Auch die späteren Untersuchungen, denen wir das Wesentliche unseres Wissens über diese Erscheinung verdanken, wurden an solchen Leitungen angestellt.¹⁰⁹⁾ Es hat sich aus ihnen vor allem ergeben, daß das Phänomen auf weiten Gebieten (bis zu Hunderten von km) sehr nahe übereinstimmend verläuft, daß es sich also dabei wenigstens in der Hauptsache nicht um lokale Vorgänge, sondern um eine durch große Züge charakterisierte terrestrische Erscheinung handelt. Das hat besonders *Blavier* eingehend nachgewiesen. Im einzelnen fallen zunächst die fast stets vorhandenen sehr lebhaften Schwankungen der Stromstärke ins Auge, denen gegenüber die Richtungsänderungen meist zurücktreten. In Europa fällt das mittlere Azimut vorwiegend in die Nähe der SW-NE-Linie. Der Gesamtverlauf zeigt eine sehr deutlich ausgeprägte tägliche und jährliche Periodizität von ähnlichem Charakter, wie ihn die Variationen der magnetischen Elemente besitzen. Hierauf und auf die Beziehungen zwischen beiden ist besonders *Weinstein* in seiner Bearbeitung der deutschen Erdstrombeobachtungen ausführlich eingegangen.

Die nach dem Gesagten der Entfernung der beiden Anschluß-

München Ber. 35 (1905), p. 135, und *A. Tanakadate* und *H. Nagaoka*, The disturbance of isomagnetism attending the Mino-Owari earthquake of 1891, Journ. Coll. of Sc. Imp. Univ. Japan 5 (1892). *L. A. Bauer*, Terr. Magn. 7 (1902), p. 57 frödet einen merklichen Einfluß der Eruption des Mont Pelée.

108) *W. H. Barlow*, On the spontaneous electrical currents observed in the wires of the electric telegraph, Phil. Trans. 1849, p. 61; *A. v. Baumgartner*, Über die Wirkung der natürlichen Elektrizität auf die Drähte elektromagnetischer Telegraphen, Ann. Phys. 76 (1849), p. 135. Zusammenfassende Darstellungen gaben: *J. E. Burbank*, Earth-currents and a proposed method for their investigation, Terr. Magn. 10 (1905), p. 23 mit wohl nahezu erschöpfender Literaturzusammenstellung, und *A. Nippoldt*, Über das Wesen des Erdstromes, Met. Ztschr 28 (1911), p. 244, der u. a. auf die Deutung der in kurzen Leitungen beobachteten Ströme näher eingeht.

109) Besonders zu nennen sind: *E.-E. Blavier*, Étude des courants telluriques, Paris 1884, und *B. Weinstein*, Die Erdströme im deutschen Reichstelegraphengebiet und ihr Zusammenhang mit den erdmagnetischen Erscheinungen, Braunschweig 1900. *A. Battelli*, Ann. Uff. Centr. Met. e Geodin. 9 (1887), p. 1, geht auf die physikalischen Bedingungen (Widerstand u. dgl.) genauer, als es sonst meist geschehen ist, ein. Umfassende Vergleichen mit magnetischen Störungen stellte *G. B. Airy* an, Phil. Trans. 1868, p. 465 und 1870, p. 215.

punkte (unverändertes Azimut vorausgesetzt) annähernd proportionale Potentialdifferenz zwischen ihnen erreicht bei magnetischen Störungen Werte bis zu einigen Zehnteln Volt:km, an ruhigen Tagen beträgt sie im Mittel nur wenige Tausendstel dieser Einheit. Gegenüber den sonach meistens recht kleinen Gesamtunterschieden sind die besonders an den Erdplatten auftretenden chemisch oder thermisch bedingten elektromotorischen Kräfte durchaus nicht zu vernachlässigen; in kurzen Leitungen, wie sie zuerst *Lamont*, dann *Wild*, *Bachmetjew* u. a. benutzt haben, überwiegen sie den eigentlichen Erdstrom so sehr, daß man höchstens seine schnellen Schwankungen einigermaßen richtig erhält.¹¹⁰⁾ Dasselbe gilt von den durch Widerstandsänderungen im Boden (etwa infolge wechselnder Feuchtigkeit) hervorgerufenen Störungen. Auch die den steten Austausch von Elektrizität zwischen Luft und Erdboden in letzterem begleitenden Ströme können wohl gelegentlich lokal einen merkbaren Betrag erreichen.

Die aus dem Widerstand R der Leitung und der gemessenen Stromstärke i berechnete elektromotorische Kraft E pflegt man mit der gesuchten Potentialdifferenz P zu identifizieren, die im Boden zwischen den beiden verbundenen Orten besteht und aus der bei Kenntnis des spezifischen Widerstandes ρ des Bodenmaterials die in ihm herrschende Stromdichte $u = P : l \rho$ folgt. Das ist natürlich nur näherungsweise der Fall, und zwar um so genauer, je größer R im Verhältnis zu dem Gesamtwiderstande S des Erdbodens zwischen den beiden um die Strecke l voneinander entfernten Erdanschlüssen ist, da durch diese und die sie verbindende Leitung die natürlichen Verhältnisse etwas geändert werden. Die Einschaltung der elektromotorischen Kraft $-P$ in die Leitung würde diese Änderung gerade aufheben und zugleich den Strom i zum Verschwinden bringen (was zur direkten Messung von P benutzt werden könnte); daraus folgt $P = E(R + S) : R$.¹¹¹⁾

110) *J. Lamont*, Der Erdstrom und der Zusammenhang desselben mit dem Magnetismus der Erde, Leipzig 1862; *H. Wild*, Pétersb. Acad. Mém. 31, Nr. 12 (1883) und Exners Rep. 20 (1884), p. 167 (Ein seltsames Versehen läßt ihn meinen, daß sich bei Benutzung von 4 Erdplatten durch deren paarweise Kombination die absoluten elektromotorischen Kräfte an den einzelnen Platten bestimmen und eliminieren ließen, deren Differenzen doch nur in die Beobachtungen eingehen. Vgl. *K. Schering*, Gött. Nachr. 1884, p. 81); *P. Bachmetjew*, Pétersb. Acad. Mém. 12 (1901), Nr. 3. Über die Bemühungen zur Herabdrückung des störenden Einflusses der Erdplatten vgl. *P. A. Müller*, Mém. phys. et chim. 12 (1886), p. 431 und *R. Schultze*, Über unpolarisierbare Erdplatten, In.-Diss. Halle 1898.

111) Das stimmt sachlich mit dem von *Schuster*, On the interpretation of

Die eindrucksvolle Erscheinung des Nordlichts, die in Zeiten gesteigerter Sonnentätigkeit manchmal selbst in niedrigen Breiten zu beobachten ist, hat von jeher die Aufmerksamkeit erregt, so daß die Nachrichten darüber weit zurückgehen.¹¹²⁾ Das Südlicht ist begreiflicherweise erst viel später in den Kreis der Betrachtung getreten.¹¹³⁾ Der Zusammenhang mit den erdmagnetischen Vorgängen wurde 1741 von *Celsius* und *Hjorter* erkannt, und zwar wesentlich an seinem zeitlichen Zusammenfallen mit den Störungen. Er zeigt sich weiter besonders deutlich darin, daß die Richtung der Polarlichtstrahlen mit derjenigen der magnetischen Kraftlinien (die die Inklinationsnadel unmittelbar angibt) übereinstimmt. Näher auf das Phänomen, seine verschiedenen Formen, seine optischen Eigentümlichkeiten u. dgl. einzugehen, ist hier nicht der Ort; doch möge wenigstens die noch nicht sicher gedeutete bei $\lambda = 5570$ gelegene, für sein Spektrum charakteristische Linie erwähnt werden.¹¹⁴⁾

Die Häufigkeit und Intensität des Polarlichts zeigt eine tägliche und eine jährliche Variation, sie schwankt ferner parallel mit der Sonnenaktivität. Auch lunare und Sonnenrotationsperioden sind vermutet worden.¹¹⁵⁾

Earth current observations, Int. Conference on Terr. Magn. and Atm. El., Bristol Meeting, 1898, p. 53, abgeleiteten Resultat $i = \rho u l : (R + S)$ überein, das von ihm speziell für den Grenzfall (S klein gegen R , $P = E$) anschaulich so formuliert wird: Die Stromdichten im Draht und im Boden verhalten sich wie ihre Leitfähigkeiten.

112) Die älteren Beobachtungen sind in mehreren ausführlichen Katalogen zusammengestellt zu finden, von denen außer dem ältesten in *Mairans* in Fußnote 114 genannten Werke besonders zu nennen sind: *H. Fritz*, Verzeichnis beobachteter Polarlichter, Wien 1873, *R. Rubeson*, Catalogue des aurores boréales observées en Suède, Stockholm 1879 und *S. Tromholt*, Katalog der in Norwegen bis Juni 1878 beobachteten Nordlichter, Kristiania 1902. (Herausg. von *J. Fr. Schroeter*.)

113) *W. Boller*, Das Südlicht, Beiträge zur Geophysik 3 (1898), p. 56.

114) Vgl. die Monographien von *H. Fritz*, Das Polarlicht, Leipzig 1881 und *A. Angot*, Les aurores polaires, Paris 1895. Auch die älteste zusammenfassende Schrift über die Erscheinung, *J.-J. D. de Mairan*, Traité physique et historique de l'aurore boréale, Paris 1731, hat noch immer nicht nur historischen Wert. Im übrigen ist vor allem auf die Veröffentlichungen über Polarreisen und Expeditionen zu verweisen.

Wegen des Spektrums sehe man *H. Kayser*, Handbuch der Spektroskopie Bd. 5, p. 47, Leipzig 1910.

115) *S. Tromholt*, Om Nordlysets Perioder, Annuaire de l'Institut Mét. danois 1880. Einige Untersuchungen über die vom Monde abhängige Periode des Nordlichts, Christiania 1882. (Hier spielt die Beeinträchtigung der Sichtbarkeit des Phänomens durch den Mondschein eine sehr störende Rolle.) *J. Liznar*, Die

In räumlicher Beziehung ist vor allem bemerkenswert, daß eine ziemlich schmale, ringförmige Zone maximalen Auftretens von rund 20° Radius besteht, deren (gelegentlich als Nordlichtspol bezeichnetes) Zentrum auf der Nordhalbkugel in das nördliche Grönland fällt.¹¹⁶⁾

Zur Bestimmung der Höhe der Erscheinung über dem Erdboden sind viele Versuche durch Beobachtung identischer Punkte, besonders der unteren, ziemlich scharf definierten Endpunkte von Strahlen von zwei Orten aus gemacht worden, die im allgemeinen Höhen von mehreren Zehnern bis mehreren Hunderten von km ergeben haben. *J. A. Galle* zeigte, daß unter Umständen schon die Messung von einem Orte aus zu hinreichend zuverlässigen Resultaten führt, wenn man das bereits erwähnte Zusammenfallen der Strahlen mit der Inklinationsrichtung berücksichtigt.¹¹⁷⁾

Neuerdings ist es *Störmer* gelungen, kurzdauernde, zu scharfen Messungen geeignete photographische Aufnahmen zu erzielen, die eine sichere Parallaxenbestimmung gestatten. Gegenüber diesem photographischen Verfahren bleibt den älteren Methoden und Ergebnissen in der Hauptsache nur ein historisches Interesse. Die von *Störmer* selbst bereits in Hunderten von Fällen im nördlichen Norwegen gemessenen Höhen der unteren Endpunkte gehen nur ganz vereinzelt bis 40 km herab, während sie bis über 300 km steigen. Am häufigsten sind die Werte zwischen 100 und 110 km.¹¹⁸⁾

26-tägige Periode des Nordlichts, Wien Ber. 97 (1888), p. 1101. Die langjährigen Schwankungen hat schon *Mairan* bemerkt, ja sogar bereits vermutungsweise mit denjenigen in der Häufigkeit der Sonnenflecken in Zusammenhang gebracht, (vgl. Zitat in Fußn. 114), p. 250). Über die Beziehung zu diesen vgl. die Preisschrift von *H. Fritz*, Die Beziehungen der Sonnenflecken zu den magn. und met. Erscheinungen der Erde, Haarlem 1878, p. 22 und *C. Chree*, London Phys. Soc. Proc. 20 (1907), p. 149.

116) Diese Tatsache ist zuerst von *Fritz* (s. das in Fußn. 112 genannte Werk) festgestellt worden. Für die von ihm entworfenen Linien gleicher Sichtbarkeithäufigkeit führte er den Namen Isochasmen ein.

117) *C. Abbe*, The Altitude of the aurora above the Earth's surface, Terr. Magn. 3 (1898), p. 5, 53, 149, enthält eine ausführliche geschichtliche Darstellung. *J. G. Galle*, Astron. Nachr. Nr. 1877 (1872) und Ann. Phys. 146 (1872), p. 133. In ähnlicher Richtung bewegen sich Vorschläge von *O. Jesse*, Astron. Nachr. Nr. 2540/41 (1883) und *F. H. Bigelow*, Amer. Journ. of Sc. 41 (1891).

118) Die erste photographische Aufnahme gelang *O. Baschin* und *M. Brendel*, Met. Ztschr. 17 (1900), p. 278. Von den zahlreichen Veröffentlichungen von *Störmer* über den Gegenstand seien genannt: Bericht über eine Expedition nach Bossekop zwecks photographischer Aufnahmen und Höhenmessungen von Nordlichtern, Vidensk. Skr. 1911, Nr. 17, Christiania, und kleinere Mitteilungen in den Paris C. R. 152 (1911), p. 1194, 156 (1913), p. 1871 und Met. Ztschr. 30 (1913), p. 410.

19. Die räumliche Verteilung des Feldes. Das durch Zusammenstellung und interpolatorische Verbindung der Ergebnisse der magnetischen Messungen an den einzelnen Beobachtungspunkten gewonnene Bild der Kraftverteilung über die Erdoberfläche ist schon im § 14 in seinen Hauptzügen kurz geschildert worden. Seiner dort hervorgehobenen großen Einfachheit ist es allein zu verdanken, daß wir uns bereits eine einigermaßen zutreffende Gesamtvorstellung wenigstens von dem beharrlichen, durch die Mittelwerte definierten Teile des Feldes machen können, auf den sich die zunächst folgenden Ausführungen ausschließlich beziehen.¹¹⁹⁾ Denn an sich war die Grundlage unserer Kenntnis bis jetzt sehr lückenhaft und vielfach unsicher, weil die Punkte der Erdoberfläche, von denen wir zuverlässige Werte aller drei Elemente besaßen, nicht nur wenig zahlreich, sondern vor allem außerordentlich ungleichmäßig über die Erde zerstreut waren, ja auf weiten Gebieten, besonders auf ozeanischen, überhaupt fehlten. Selbst bei dem weitaus am besten bekannten Element, der Deklination, war der Zustand unseres Wissens nur wenig befriedigender. Dazu kam als größter Übelstand, daß die früheren Beobachtungen zeitlich ebenso zerstreut lagen, wie räumlich, und daß es bei der infolgedessen ganz ungenügenden Kenntnis der Säkularvariation oft unmöglich war, sie ohne starke Fehler auf eine gemeinsame Epoche zu reduzieren.¹²⁰⁾

119) Die am bequemsten zugängliche Übersicht über den Zustand des Feldes in neuerer Zeit bieten die immer wieder unter Reduktion auf die Gegenwart von den Hydrographischen Ämtern der Hauptmarinen veröffentlichten Karten, die unter folgenden Titeln erscheinen: Deutsche Seewarte, Her. vom Reichsmarineamt, Berlin, Linien gleicher Deklination (zuletzt für 1910 erschienen), Horizontalintensität (1905), Inklination (1905); Royal Navy, London, Curves of equal magnetic variation, dip, horizontal force, vertical force (sämtlich zuletzt für 1907); U. S. department of the Navy, Washington, The variation of the compass for the year (zuletzt 1910). Für die Epoche 1885 ist die Darstellung von *G. Neumayer* im Physikalischen Atlas von *H. Berghaus*, Gotha 1892, zu nennen, die durch einen ausführlichen Text im einzelnen erläutert und begründet wird. — Umfangreiche tabellarische Zusammenstellungen besitzt man in den in der Literaturübersicht genannten Werken von *A. v. Tillo* und *H. Fritsche*. Eine historische und methodologische Untersuchung der kartographischen Darstellung mit einer vollständigen Bibliographie der magnetischen Karten gibt die ebendort erwähnte Abhandlung von *G. Hellmann*. — Im übrigen ist hier nochmals auf die in Fußnote 71) genannten Schriften zu verweisen.

120) Vgl. eine kartographische Tabelle von *G. Neumayer*, Mean secular change of the magnetic declination for the epoch 1890—1900, Terr. Magn. 6 (1901), p. 62 und für frühere Epochen die in der Literaturübersicht angegebene Schrift von *W. v. Bemmelen*. — Besonders verhängnisvoll ist der Umstand, daß die Fehler der auf Grund unzureichender Beobachtungsdaten angenommenen Säkularvariationen oft innerhalb weiter Gebiete einen systematischen Charakter tragen.

Während zahlreiche auf die Ausfüllung wenigstens der ärgsten Lücken gerichtete Anregungen ohne wesentlichen Erfolg blieben, ist diese Sachlage jetzt durch ein privates Unternehmen von ungewohnter Großartigkeit zum Bessern gewandelt worden. Eine von *L. A. Bauer* seit 1905 mit Hilfe der Carnegie-Stiftung planvoll und energisch durchgeführte einheitliche Vermessung der Ozeane und der bisher ungenügend erforschten Landgebiete (zunächst mit Ausschluß der polaren Gegenden) hat unserer Kenntnis von der räumlichen Verteilung des beharrlichen Magnetismus eine ganz neue, unvergleichlich höhere Grundlage geschaffen. Die folgenden Darlegungen können freilich noch nicht darauf gestützt werden, weil eine zusammenfassende Bearbeitung der Ergebnisse noch aussteht.¹²¹⁾

Zum größten Teile entstammen die Beobachtungen, soweit es sich nicht gar um solche an vereinzeltten Punkten handelt, Reisen durch ein oft ausgedehntes Gebiet; die Beobachtungspunkte sind daher vorwiegend linear angeordnet. Seit wenig mehr als einem halben Jahrhundert (zuerst in Arbeiten von *Kreil* und *Lamont*) sind dazu, wenigstens in den Hauptkulturländern, magnetische Landesvermessungen

121) Näheres darüber findet man außer in den Jahresberichten der Carnegie-Institution in zahlreichen von *Bauer* an verschiedenen Stellen veröffentlichten Aufsätzen, u. a. solchen in *Terr. Magn.* und einem in der Zeitschrift der Gesellschaft für Erdkunde zu Berlin, 1913, p. 417. Bis 1914 sind die drei Elemente an nahezu 1000 Punkten zur See und an rund 2500 Landstationen (fast ausschließlich in magnetisch bisher ganz unbekanntem Gebieten) bestimmt worden. Bei den Seebeobachtungen wurde seit 1909 ein eigens dafür gebautes, so gut wie vollkommen eisenfreies Schiff verwendet. Dadurch und zum Teil durch die Benutzung neuer Instrumente und Methoden gelang es, die Genauigkeit der Messungen wesentlich gegenüber allem zuvor auf See Erreichten zu steigern. Die Ergebnisse, die bereits alljährlich in *Terr. Magn.* veröffentlicht und mit den entsprechenden Angaben der Admiralitätskarten verglichen wurden, zeigen, daß diese vielfach Fehler (meist systematischer Art) von einigen Graden (vereinzelt bis zu 6°) sowohl in der Deklination wie in der Inklination aufweisen, und daß in der Horizontalintensität schon die zweite Dezimale unsicher ist. Bei den Landexpeditionen, von denen bereits zwei Bände Ergebnisse vorliegen (*Researches of the Department of Terr. Magn.*, Washington 1912, 1915), wurde für die Festlegung einer hinreichenden Anzahl von Säkularstationen, an denen die Beobachtungen von fünf zu fünf Jahren wiederholt werden sollen, Sorge getragen. Entsprechend der erstrebten und erreichten Schärfe der Messungen ist auf eine häufige Vergleichung der zahlreichen Reiseinstrumente mit den Normalinstrumenten des Department sowohl wie mit denen fast aller Observatorien Wert gelegt worden, wodurch die Umrechnung sämtlicher Ergebnisse, auch derjenigen fremder Vermessungen, auf ein einheitliches Wertesystem möglich gemacht ist. Vgl. über die diesem Zwecke dienende Definition eines „International Standard“ *Bauer*, *Terr. Magn.* 12 (1907), p. 161; 16 (1911), p. 137 und *Researches* (s. o.) 1915, p. 211.

getreten, bei denen die Stationen annähernd gleichmäßig über eine Fläche verteilt liegen.¹²²⁾ Dabei hat sich gezeigt, daß sich im allgemeinen die Werte eines Elements innerhalb eines Gebiets von einigen Bogen-graden Ausdehnung durch quadratische, ja bis zu etwa 2 oder 3 Grad sogar durch lineare Funktionen der Breiten- und Längendifferenz so genau darstellen lassen, daß die Abweichungen von Beobachtung und Rechnung im Mittel nur einige Zehner von γ betragen. Die langsame zeitliche Änderung dieser Werte (die Säkularvariation) ist meistens auf noch größeren Gebieten durch lineare Ausdrücke wiederzugeben. Im Gegensatz zu jener regelmäßigen Werteverteilung findet man jedoch vielfach, und zwar in allen Abstufungen und Übergängen, stark und schnell von Ort zu Ort wechselnde Werte, die gegen eine ausgleichende Darstellung um Hunderte, ja stellenweise selbst um Tausende von γ abweichen. Man spricht in solchen Fällen von lokalen oder bei größerer Ausdehnung und Gleichförmigkeit von regionalen (oder Distrikts-)Störungen. Die Säkularvariation zeigt in diesen Störungsgebieten keine auffallenden Unregelmäßigkeiten. Schon dieser Umstand deutet darauf hin, daß man in den örtlichen Störungen eine dem allgemeinen (normalen, terrestrischen) Felde aufgesetzte, mehr oder weniger selbständige Erscheinung zu sehen hat. In vielen Fällen besonders bei sehr eng begrenzten, ungewöhnlich starken Störungen, erweist sich eine (vielleicht durch Blitzschläge hervorgerufene) permanente Magnetisierung einzelner Felsen (z. B. der Schnarcher im Harz) als Ursache. Mit kaum geringerer Sicherheit sind die meisten etwas ausgedehnteren Lokalstörungen in gebirgigen Gegenden auf eine durch

122) Nur einige, auch auf methodische Fragen eingehende Veröffentlichungen über wichtige neuere Vermessungen können hier erwähnt werden: *J. Liznar*, Die Verteilung der erdmagnetischen Kraft in Österreich-Ungarn zur Epoche 1890.0 (nach den Beobachtungen von *Laschober*, *v. Kesslitz*, *Kurländer*, *Liznar*), Wien Denkschr. 62 (1895), 67 (1898); *A. W. Rücker* und *T. E. Thorpe*, A magnetic survey of the British isles for the epoch Jan. 1, 1891, Phil. Trans. A, 188 (1896); *V. Carlheim-Gyllensköld*, Mémoire sur le magnétisme terrestre dans la Suède méridionale, Svenska Vetenskaps-Akad. Handlingar, 27 (1895); *A. Tanakadate*, A magnetic survey of Japan reduced to the epoch 1895.0 and the sea level, Journal of the Coll. of Sc., Imp. Univ. of Tokyo, 14 (1904); *L. A. Bauer*, United States magnetic tables and magnetic charts for 1905, Coast and Geod. Survey, Washington 1908; *W. van Bemmelen*, Magnetic survey of the Dutch East-Indies made in the years 1903—1907, Appendix I to „Observations etc. at Batavia“, 30 (1907), Batavia 1909; *A. Angot*, Cartes magnétiques de la France au 1^{er} janvier 1901, Annales du Bureau Central Météorologique de France, 1908, I Mémoires, Paris 1912; *Ad. Schmidt*, Die magnetische Vermessung 1. Ordnung des Königreichs Preußen 1898 bis 1903 nach den Beobachtungen von *M. Eschenhagen* und *J. Edler*, Abh. des Kgl. Pr. Met. Inst., Bd. 4, Nr. 12, Berlin 1914.

den Erdmagnetismus induzierte Magnetisierung mancher eisenhaltigen Gesteine zurückzuführen. Je größer das Störungsgebiet ist, desto mehr muß daneben die Möglichkeit einer durch die Beschaffenheit der Erdrinde bedingten Deformation etwaiger in dieser ständig verlaufender elektrischer Ströme in Betracht gezogen werden.¹²³⁾

Für die methodische Anlage und praktische Durchführung der Landesvermessungen ergibt sich hieraus, daß man zweckmäßigerweise zwei Aufgaben auseinanderhält: die Feststellung der (freilich zunächst nicht streng zu definierenden) normalen Verteilung der magnetischen Kräfte und die nach Bedarf mehr oder weniger ins einzelne gehende Aufnahme von Störungsgebieten. Bei der ersten Aufgabe (gewöhnlich als Vermessung erster Ordnung bezeichnet) wird man möglichst scharfe absolute Beobachtungen an voraussichtlich störungsfreien, in größeren Abständen gleichmäßig verteilten Punkten benutzen, während bei der andern, die ein engmaschiges Netz von Stationen verlangt, am besten Lokalvariometermessungen Anwendung finden und die Ergebnisse als Abweichungen von dem (interpolatorisch über die Störungsgebiete fortgesetzten) normalen Verlaufe anzugeben sind.¹²⁴⁾

Macht man die sicherlich mindestens sehr nahe zutreffende Annahme, daß in dem uns zugänglichen Raume über der Erde weder magnetische Massen, noch elektrische Ströme von merklicher magnetischer Wirkung vorhanden sind, so gilt dort für das Feld \mathfrak{F} :

123) Für diese Erklärungsöglichkeit tritt *E. Naumann* sehr nachdrücklich ein, indem er besonders den Einfluß tektonischer Momente (Verwerfungen u. dgl.) auf den Verlauf der isomagnetischen Linien durch morphologische Betrachtungen nachzuweisen unternimmt: Die Erscheinungen des Erdmagnetismus in ihrer Abhängigkeit vom Bau der Erdrinde, Stuttgart 1887, und: Geotektonik und Erdmagnetismus, Verh. des 12. Deutschen Geographentags zu Jena, Berlin 1897, p. 142. Vgl. auch ebenda, p. XIX, die Diskussion.

Von den mehrfach angestellten Abschätzungen der möglichen Wirkung des induzierten Gesteinsmagnetismus seien erwähnt: *H. L. Smith*, Amer. Inst. of Mining Engineers Trans. 1886, und *A. W. Rücker*, On the relation between the magnetic permeability of rocks and regional magnetic disturbances, London Roy. Soc. Proc. 48 (1890), p. 505. *R.* findet aus zahlreichen Messungen für die wichtigsten in Betracht kommenden Gesteine Suszeptibilitäten von etwa 0,001 bis nahe an 0,01, die unter plausiblen Annahmen über die Gestalt und Ausdehnung der wirkenden Massen Störungen von einigen hundert bis tausend γ erklären lassen.

124) Eine eingehende methodologische Erörterung der hierhergehörenden Fragen gab *G. Neumayer*, Über die Bedeutung und Ziele erdmagnetischer Landesvermessungen, Verh. des 9. Deutschen Geographentags in Wien, Berlin 1891, p. 11. Für Aufnahmen 1. Ordnung findet er einen 40 km nicht überschreitenden, mittleren Stationsabstand angemessen.

$$\operatorname{div} \mathfrak{F} = 0, \quad \operatorname{rot} \mathfrak{F} = 0$$

oder in ausführlicher Schreibweise unter Benutzung der in Fußnote 4 am Ende eingeführten Bezeichnung und Weglassung überflüssiger Faktoren:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(r^2 R)}{r \partial r} + \frac{1}{\sin \sigma} \frac{\partial(\sin \sigma S)}{\partial \sigma} + \frac{1}{\sin \sigma} \frac{\partial T}{\partial \tau} &= 0, \\ \frac{\partial(\sin \sigma T)}{\partial \sigma} - \frac{\partial S}{\partial \tau} &= 0, \\ \frac{\partial R}{\partial \tau} - \sin \sigma \frac{\partial(r T)}{\partial r} &= 0, \quad \frac{\partial(r S)}{\partial r} - \frac{\partial R}{\partial \sigma} = 0. \end{aligned}$$

Die erste und die beiden letzten dieser Gleichungen gestatten, die Änderung der erdmagnetischen Elemente mit der Höhe aus ihren in der Erdoberfläche gemessenen Werten abzuleiten.¹²⁵⁾ Eine Prüfung der so berechneten Gradienten (und damit der gemachten Grundannahme) durch Beobachtungen ist kaum möglich, da diese dazu bei der Geringfügigkeit der Differenzen eine Schärfe besitzen müßten, wie sie bis jetzt bei Messungen im Ballon nicht entfernt erreichbar ist, und bei Beobachtungen auf Bergen durch die unsichere Kenntnis des Gesteinsmagnetismus vereitelt wird. Doch sind verschiedene Versuche (von *Rijckevorsel*, *Liznar*, *Tanakadate* u. a.) in dieser Richtung gemacht worden.

Die zweite der vier Gleichungen sagt, wenn sie überall erfüllt ist, aus, daß die Kräfte in der Erdoberfläche ein Potential besitzen, und gibt damit unter gewissen Beschränkungen die Möglichkeit, aus den für ein Element beobachteten Werten diejenigen der anderen Elemente zu berechnen. So folgt im einfachsten Falle aus der (selbst schon überbestimmten) Kenntnis der meridionalen Komponente S auf

125) Die Formeln dafür finden sich wiederholt angegeben, zuerst wohl bei *C. Neumann*, Vorlesungen über die Theorie des Potentials und der Kugelfunktionen, Leipzig 1887, p. 126. Man könnte sie benutzen, um in stark gestörten Gebieten die Messungen auf ein höheres Niveau zu reduzieren, in dem sie (wegen ihres Ursprungs im Innern) um so mehr zurücktreten, je schneller ihr Wechsel von Ort zu Ort erfolgt. Die Verteilung der magnetischen Kräfte in dieser Fläche (etwa in 10 km Seehöhe) wäre dann als die für theoretische Betrachtungen im allgemeinen maßgebende anzusehen.

Außer in den am stärksten gestörten Gebieten genügt zur Berechnung des vertikalen Gradienten die Berücksichtigung der durch $V = -M \cos \vartheta : r^2$ definierten Hauptmagnetisierung der Erde, für die $H = M \sin \vartheta : r^3$ und $Z = 2M \cos \vartheta : r^3$ gilt. Es ist danach $dH : dr = -3H : r$ und $dZ : dr = -3Z : r$. Die Intensität des Feldes nimmt also bei der Erhebung um die Höhe h um den Bruchteil $3h : r$ (d. i. auf je 2 km um rund ein Tausendstel) ab, während die Richtung (und damit bei beliebiger Achsenlage die Deklination sowohl wie die Inklination) keine Änderung erfährt.

der ganzen Erdoberfläche diejenige der ostwestlichen Komponente T , und wenn die erste auf einer von Pol zu Pol reichenden Linie bekannt ist, gilt auch das Umgekehrte.¹²⁶⁾

Das längs irgendeiner geschlossenen, in der Erdoberfläche verlaufenden Linie gebildete Integral

$$\int (\mathfrak{H}, d\mathfrak{l}) = \int H \cos (\mathfrak{H}, d\mathfrak{l}) dl = a \int (S d\sigma + T \sin \sigma d\tau)$$

verschwindet in diesem Falle allgemein. (a bezeichnet den Erdradius, \mathfrak{H} den horizontalen Teil von \mathfrak{F} .) Diese an den Ergebnissen der meisten neueren Landesaufnahmen geprüfte Beziehung darf (auch abgesehen von ihrer später zu erörternden physikalischen Begründung) als durch die Erfahrung bestätigt angesehen werden, so daß nunmehr umgekehrt der im einzelnen Fall gefundene Integralwert als Schlußfehler der Vermessung gelten und zur Beurteilung ihrer Genauigkeit beitragen kann. Für Darstellungen, die sich auf die ganze Oberfläche der Erde beziehen, ergibt sich die spezielle, ein bequemes zeichnerisches Kriterium liefernde Folgerung, daß jede überall zur Krafrichtung senkrecht verlaufende Linie in sich geschlossen sein muß. Eine Konstruktion der Niveaulinien des Potentials auf Grund der Einzelaufnahme eines gestörten Gebiets liegt von *Carlheim-Gyllensköld* vor. (Vgl. die in Fußnote 122 genannte Arbeit.)

Bei der angegebenen Gestaltung des Kraftfeldes der ganzen Erde ist es das Natürlichste, seine im Verhältnis geringfügigen Unregelmäßigkeiten als Abweichungen von einer möglichst einfachen gesetzmäßigen Verteilung zu behandeln und zum Gegenstand der allgemeinen Betrachtung zunächst vorwiegend diese letztere zu machen, die dem Feld einer gleichmäßigen Magnetisierung der Erde oder eines in deren Mittelpunkt befindlichen kleinen Magnets entspricht. Das ist von jeher geschehen. Schon *Mercator* und *Kepler* bildeten von dieser Anschauung aus den scharfen Begriff der Magnetpole und versuchten deren Lage aus den an mehreren Punkten beobachteten Deklinationswerten zu erschließen; auf dasselbe einfache Verfahren griff noch neuerdings *G. Weyer* zurück.¹²⁷⁾ Abgesehen von der etwas allgemeineren An-

126) Bereits von *Gauß* angegeben (ebenso wie bekanntlich der folgende allgemeine Satz): Allg. Theorie des Erdmagn., §§ 6, 15, 16.

127) Vgl. die ausführliche Darstellung und die näheren Literaturangaben in *S. Günther*, Johannes Kepler und der tellurisch-kosmische Magnetismus, siehe Fußnote 71; *G. Weyer*, Bestimmung des Konvergenzpunktes für die mittleren Richtungen der magnetischen Meridiane, *Astron. Nachr.* 183 (1895). Ferner über die säkulare Verlegung des Konvergenzpunktes ders. *Astron. Nachr.* 136 (1894) und *Leop.-Carol. Akad. Nova Acta* 63 (1895). Vgl. auch die in Fußnote 129 erwähnten Arbeiten von *W. van Bemmelen*.

nahme einer exzentrischen Lage des Magnets ging auch die Theorie von Euler¹²⁸⁾ nicht darüber hinaus und konnte dies auch nicht, da ihm das Wirkungsgesetz des Magnetismus unbekannt war und damit die Möglichkeit abging, die Inklination und die Feldstärke theoretisch zu berechnen. Dies war erst *Hansteen* möglich (vgl. Abschnitt 6 seines Werkes), der außerdem zugleich den Abweichungen in den Hauptzügen gerecht zu werden suchte, indem er (nach dem Vorgange von *Halley*) im Erdinnern zwei (nicht gegen den Erdradius kleine) Magnete annahm.

Für den als erste, weitreichende Annäherung und insbesondere in allen elementaren Betrachtungen genügenden Fall der homogenen Magnetisierung seien noch die wichtigsten quantitativen Angaben zusammengestellt. Der südmagnetische Pol liegt etwa unter 78° nördl. Br. und 68° westl. L. Ist ϑ der Bogenabstand eines Punktes P der Erdoberfläche von ihm, $a = 6.37 \cdot 10^8$ cm der Radius und $M = m \cdot a^3$ das magnetische Moment der Erde, so ist das Potential V in P gleich $-am \cos \vartheta$, die horizontale Intensität $H = m \sin \vartheta$, die vertikale $Z = 2m \cos \vartheta$, also speziell an den Polen $H_p = 0$, $Z_p = \pm 2m$, am magnetischen Äquator $H_a = m$, $Z_a = 0$. Die entsprechenden beobachteten Werte von rund $Z_p = \pm 0.66$ und (im Durchschnitt) $H_a = 0.34$ führen auf 0.33 bis $0.34 \Gamma \text{ cm}^3$ für m und $8.6 \cdot 10^{25} \Gamma \text{ cm}^3$ für M . Ist μ die Raumdichte der Magnetisierung, also $M = \frac{4}{3} \pi a^3 \mu$, so folgt $\mu = 0.08 \Gamma$. (Auf 1 cbm entfällt somit das Moment $80000 \Gamma \text{ cm}^3$, d. i. etwa dasjenige von mehreren gesättigt magnetisierten, gleichgerichteten Stahlstäben im Gesamtgewicht von 4 kg.) Für die Inklination I gilt $\text{tg } I = 2 \text{ctg } \vartheta = 2 \text{tg } \beta$, mit $\beta = 90^{\circ} - \vartheta$ als der sogenannten magnetischen Breite. Die Totalintensität ist

$$F = m \sqrt{1 + 3 \cos^2 \vartheta};$$

sie schwankt also zwischen m und $2m$.

Gleichwertig mit der homogenen Magnetisierung ist, wie man schon früh erkannte, eine ostwestliche elektrische Strömung, deren auf den linearen Querschnitt von 1 cm bezogene Dichte E gleich $\mu \sin \vartheta$, d. h. $0.08 \sin \vartheta \cdot \Gamma$ (oder $0.8 \sin \vartheta \cdot \text{Amp} : \text{cm}$) ist. Der Durchschnitt für den Meridianquadranten beträgt also $0.5 \text{ Amp} : \text{cm}$.

Der geringe und nach unserer bisherigen Kenntnis¹²⁹⁾ dauernd

128) Recherches sur la déclinaison de l'aiguille aimantée, Berlin Acad. Mém. 15 (1757) und Corrections nécessaires pour la théorie de la déclinaison magnétique, ebenda 22 (1766).

129) Vgl. besonders *W. van Bemmelen*, Die Säkular-Verlegung der magnetischen Achse der Erde, Beob. des Observatoriums in Batavia, 22 (1899), App. I

gering bleibende Winkelabstand der magnetischen von der Rotationsachse führt auf die Vermutung, daß der Hauptteil der Magnetisierung der Erde in enger Beziehung zu ihrer Umdrehung stehen dürfte. Dem entspricht es, als diesen Hauptteil die zur Drehachse symmetrische, durch Mittelbildung über die einzelnen Parallelkreise abzuleitende Kräfteverteilung zu wählen und die Abweichungen gegen diese zu berechnen. Das ist mehrfach geschehen, u. a. von *W. v. Bezold*, der beiden Gesichtspunkten gleichzeitig Rechnung tragend als normale Magnetisierung im engeren Sinne die in die Drehachse fallende Komponente der homogenen Magnetisierung bezeichnete.¹³⁰⁾

Die in der einen oder anderen Weise bestimmten Abweichungen des gesamten vom normalen Felde haben ihren Ursprung, wie sich ohne weiteres aus den Vektorrichtungen ergibt, wenigstens in der Hauptsache im Erdinnern. (Vollkommen streng ist die Entscheidung darüber und damit auch die Trennung innerer und äußerer Ursachen natürlich nur bei Kenntnis des Feldes auf der ganzen Oberfläche möglich.) Darüber hinaus zeigen die Abweichungen mancherlei Andeutungen eines Zusammenhangs mit anderen Tatsachen und Erscheinungen, besonders mit der Verteilung von Wasser und Land und fast noch mehr mit den Anomalien der mittleren Temperatur auf der Erdoberfläche. Die darauf gerichteten Betrachtungen haben freilich, ebenso wie früher ähnliche, die sich auf Darstellungen des Gesamtfeldes bezogen, bisher zu keinen bestimmten, über die Feststellung gewisser

und Terr. Magn. 12 (1907); ferner hieran anschließende Bemerkungen von *Bauer*. Nach *v. B.* hat sich die Spur der Achse auf der Erdoberfläche von 1600 bis zur Gegenwart längs einer schwach gekrümmten Bahn von etwa 85° bis $77\frac{1}{2}^{\circ}$ n. Br. bewegt und ist bereits in der Umkehr begriffen.

130) *A. de Tillo*, Atlas des Isanomales et des Variations séculaires du magnétisme terrestre, St.-Petersburg 1895, und Petermanns Mitteilungen 1894, p. 290 (die Mittelbildung und Zerlegung wird von *v. T.* unrichtigerweise auch bei *D*, *H*, *I* und *F* vorgenommen); *W. von Bezold*, Über Isanomalen des erdmagnetischen Potentials, Berlin Ber. 1895, p. 363. Daran anschließend zeichnete *G. Wussow*, In.-Diss., Berlin 1906, die Isanomalen für mehrere Epochen. Den nach Abzug der homogenen Magnetisierung verbleibenden Rest andererseits stellte *L. A. Bauer* graphisch in der ersten einer Reihe von Abhandlungen dar, die er unter dem Titel: The physical decomposition of the Earth's permanent magnetic field in Terr. Magn. 4 (1899), p. 33; 6 (1901), p. 13 usw. veröffentlichte. Man darf, besonders beim Versuche einer Deutung des Bildes der Abweichungslinien, nicht übersehen, daß in ihnen eine stillschweigende, sachlich nicht nur durch nichts begründete, sondern sogar wenig wahrscheinliche Voraussetzung steckt, nämlich die, daß die Anomalie keinen Teil von derselben einfachen Form wie das normale Feld enthalte.

Ähnlichkeiten hinausgehenden Ergebnissen geführt.¹³¹⁾ Noch weniger ist es gelungen, eine befriedigende Erklärung auch nur für die Möglichkeit derartiger Beziehungen zu geben. Vor allem ist die Konstanz jener anderen Bedingungen schwer mit der beträchtlichen, keineswegs auf den normalen Teil beschränkten säkularen Änderung des magnetischen Zustandes zu vereinen. Dem nächstliegenden Gedanken, eine mit den Schwankungen des Hauptteiles veränderliche, von ihm herführende Induktion in der Erdrinde für die Anomalien verantwortlich zu machen, steht die Schwierigkeit entgegen, daß man bei der Größe der gleichsinnig gestörten Gebiete zur Erklärung der beobachteten Abweichungen ungemein hohe Grade der Suszeptibilität annehmen müßte.

In der Gestaltung des Gesamtfeldes verdient eine Einzelheit, der sich das Interesse von jeher zugewendet hat, besondere Erwähnung: die Lage der durch das Verschwinden der horizontalen Teilkraft ausgezeichneten Pole. Der eine hat etwa 70° nördl. Br. und 96° westl. L., der andere 73° südl. Br. und 156° östl. L.¹³²⁾ Ihr beträchtlicher Abstand von der Achse der gleichförmigen Magnetisierung gibt eine zutreffende Vorstellung von der Größenordnung der durchschnittlichen Differenzen zwischen dieser und dem Gesamtfelde.

Die im Vorhergehenden besprochene beharrliche Magnetisierung enthält einen kleinen, davon nicht ohne weiteres zu trennenden Bestandteil, der zunächst nur aus seiner zeitlichen Variation zu erschließen ist. Diese bildet die zuvor (p. 334) erwähnte aperiodische Schwankung

131) Eine besondere Erwähnung verdient ein eigenartiger Versuch von *H. Wilde*, die Gestaltung des erdmagnetischen Oberflächenfeldes und seine Säkularvariation durch ein elektromagnetisches Modell (Magnetarium) nachzuahmen. Es besteht dieses in der Hauptsache aus zwei konzentrisch angeordneten, gegeneinander bei einem Achsenwinkel von $23^{\circ}.5$ drehbaren Globen, um die je eine zur Achse senkrechte, stromdurchflossene Wickelung gelegt ist, und von denen der innere auf den den Meeren entsprechenden Flächen mit Eisenblech belegt ist. Eine Beschreibung des Apparates und der damit angestellten Versuche gab *Wilde* in London Roy. Soc. Proc. 1890, 1891, 1894; S. A. englisch und deutsch. Vgl. dazu eine nicht gerade ungünstige theoretische Würdigung des Unternehmens durch *A. W. Rücker*, Terr. Magn. 4 (1899), p. 113, und eine beachtenswerte, abweisende Kritik von *L. A. Bauer*, ebenda, p. 130. — Auf unklarer und physikalisch vollkommen unmöglicher Grundlage ruht ein Versuch von *Menzzer*, Ann. Phys. 5 (1871), Suppl., die Lage der Magnetpole aus der Verteilung der Landmassen abzuleiten. (Auch die schärfere Wiederholung der Rechnung in Pet. Mitt. 1888, p. 142 ist daher ohne Bedeutung.)

132) Eine im wesentlichen erschöpfende Monographie über diese Punkte verdankt man *E. H. Schütz*, Die Lehre von dem Wesen und den Wanderungen der magnetischen Pole der Erde, Berlin 1902.

der Mittelwerte. Nach den spärlichen bis jetzt darüber vorliegenden Feststellungen kann man mit großer Wahrscheinlichkeit sagen, daß die horizontale Komponente ihres Feldes in der Erdoberfläche durch $h = -A\psi(\vartheta)$ (oder eine Summe ähnlicher Ausdrücke) dargestellt wird, worin ϑ die vorher angegebene Bedeutung hat und $\psi(\vartheta)$ vermutlich wenig von $\sin \psi$ abweicht, während A eine stets positive, mit der Sonnenaktivität annähernd parallel verlaufende, bis auf eine additive Konstante aus den Beobachtungen folgende Funktion der Zeit ist. Annähernd proportional mit A verläuft auch die vertikale Komponente, so daß die Vektorrichtung in jedem Punkte eine nur wenig schwankende Neigung hat. Diese deutet auf eine im wesentlichen außerhalb der Erdoberfläche gelegene Ursache, die ein genähert homogenes Feld, also ein Potential von der einfachen Form $Ar \cos \vartheta$, besitzt.¹³³⁾ Die äußersten Werte von A liegen um rund 100 γ auseinander, lassen sich aber ihrem absoluten Betrage nach noch nicht angeben. Wahrscheinlich besitzt auch das den geringsten Graden der Sonnenaktivität entsprechende Minimum noch einen merklichen Wert.

Über das Feld der periodischen Vorgänge und der Störungen ist hier nur wenig zu sagen; ein näheres Eingehen darauf ist erst im nächsten Abschnitt in Verbindung mit der Betrachtung der physikalischen Natur dieser Erscheinungen möglich.

Die tägliche Variation anlangend zerfällt in schematischer Vereinfachung die Erdoberfläche in drei Gebiete: zwei Kalotten von den Polen bis zu etwa 30° bis 40° Breite und die dazwischenliegende äquatoriale Zone. Dabei ist mehr die magnetische als die geographische Breite maßgebend. Die Grenzlinien verschieben sich im Laufe des Jahres gemäß dem Stande der Sonne, also im Sommer der nördlichen Halbkugel nach Norden, im Winter nach Süden. Der auf die Tagesstunden beschränkte Hauptteil der täglichen Schwankung entspricht im großen Ganzen den Erscheinungen beim ostwestlichen Vorüberziehen zweier Magnetpole oberhalb der Erdoberfläche längs der erwähnten Grenzlinien, die nahezu zwei Stunden vor der Sonne den Meridian jedes Ortes überschreiten, und zwar eines Südpols auf der nördlichen und eines Nordpols auf der südlichen Halbkugel.

Anstelle der beiden (sehr ausgedehnt zu denkenden) Pole können natürlich auch zwei elektrische Stromwirbel in der Höhe angenommen werden, von denen der nördliche gegen den Uhrzeiger (von oben gesehen), der südliche umgekehrt (der eine wie der andere also

133) Einige Angaben darüber findet man in: *Abh. d. Kgl. Preuß. Met. Instituts.* Bd. 5. Nr. 3, p. 37, Berlin 1916.

zyklonal im meteorologischen Sinne) verläuft. Eine genauere, nicht nur die Richtung, sondern auch die Stärke der Schwankung bei den verschiedenen Elementen beachtende Überlegung zeigt schon ohne Rechnung, daß zu der äußeren Ursache noch eine innere (als Induktionswirkung zu deutende) von etwas geringerer Intensität kommt, die die horizontale Komponente verstärkt, die vertikale abschwächt; denn letztere steht gegenüber der ersteren beträchtlich zurück, was bei einer nur außen befindlichen Magnetisierung oder Strömung nicht in dieser Weise der Fall sein könnte.

Auch bei den Störungen weist schon der allgemeine Charakter des Feldes, soweit er sich nach den Beobachtungen an den wenig zahlreichen und ungünstig verteilten Observatorien beurteilen läßt, auf außerhalb der Erde liegende Ursachen und die von diesen im Erdkörper hervorgerufene Induktion hin. Daß die letztere wesentlich mitwirkt, ergibt sich schon daraus, daß die Schwankungen der Vertikalintensität verglichen mit denjenigen der horizontalen Komponenten um so mehr zurücktreten, je schneller sie verlaufen. Nach den eindringenden und ungemein umfangreichen synoptischen Studien von *K. Birkeland* hat man zwei Haupttypen von Elementarstörungen zu unterscheiden: äquatoreale und polare. Das Feld der ersteren ist am magnetischen Äquator am stärksten, dasjenige der anderen entspricht der Wirkung zweier Stromwirbel von entgegengesetzter Richtung, deren Mittelpunkte im Polargebiet liegen und gewöhnlich eine deutliche Ortsveränderung aufweisen.¹³⁴⁾ Eine Darstellung von Störungsvorgängen durch das Feld fortschreitender Stromwirbel hat auch *Ad. Schmidt* gegeben.¹³⁵⁾

20. Die Gaußsche Theorie. Zur Grundlage einer umfassenden physikalischen Theorie bedarf man zunächst einer analytischen Darstellung des empirisch ermittelten Tatbestandes, die diesen mit allen Einzelheiten beliebig genau wiederzugeben gestattet. Die Gestalt der Erdoberfläche einerseits, die für die betrachteten Erscheinungen fundamentale Differentialgleichung $\Delta^2 V = 0$ andererseits lassen als Form der Darstellung die Entwicklung nach Kugelfunktionen, die auch seit *Gauß* dazu ausschließlich Verwendung gefunden hat, als die sachlich

134) *Kr. Birkeland*, The Norwegian Aurora Polaris Expedition 1902—1903, Vol. I, On the cause of magnetic storms and the origin of terrestrial magnetism, 1. und 2. Section, Christiania 1908 und 1913. Auf den Inhalt ist im folgenden Abschnitt in Nr. 23 zurückzukommen.

135) Über die Ursache der magnetischen Stürme, *Met. Ztschr.* 16 (1899), p. 387.

gegebene erscheinen.¹³⁶) Umstände, die eine Entwicklung unmöglich machen könnten (unendliche Werte, Häufung unendlich vieler Maxima und Minima u. dgl.) sind bei empirischen Daten ausgeschlossen. Einzelne Unstetigkeiten, die übrigens im strengen Sinne dabei auch nicht vorkommen können, hemmen bekanntlich die Entwicklung nicht.

Setzt man die gesuchte Entwicklung der für jeden Punkt (σ, τ) der zunächst als Kugel angenommenen Erdoberfläche gegebenen Funktion Π in der Form:

$$\Pi = \sum_1^{\infty} \sum_0^n P_m^n(\cos \sigma) (g_m^n \cos m\tau + h_m^n \sin m\tau)$$

an, so ergibt der Mittelwertsatz (p. 281) sogleich die Koeffizienten

$$g_m^n = \frac{2n+1}{4\pi} \int^{(\omega)} \Pi P_m^n(\cos \sigma) \cos m\tau d\omega,$$

$$h_m^n = \frac{2n+1}{4\pi} \int^{(\omega)} \Pi P_m^n(\cos \sigma) \sin m\tau d\omega.$$

Je nach der Form, in der Π gegeben ist, kann natürlich die Auswertung der Integrale in mannigfacher Weise erfolgen; insbesondere sind unter Umständen graphische Methoden zweckmäßig. In den meisten Fällen wird man am besten zunächst längs der Parallelkreise integrieren, d. h. auf diesen Π in bekannter Weise in trigonometrische Reihen

$$\Pi = \sum_0^{\infty} (p_m \cos m\tau + q_m \sin m\tau)$$

entwickeln und deren Koeffizienten p_m und q_m dann in der Form

136) Die daneben allein noch in Betracht kommende Möglichkeit, das Verfahren von *Hansteen* (Kap. 7) durch Annahme von mehr als zwei Magneten im Erdinnern weiter auszubilden, ist schon darum unzweckmäßig, weil es nicht eine (kanonische) Entwicklung liefert, bei der jedes neu hinzukommende Glied nur von dem durch die vorhergehenden nicht darstellbaren Reste des empirischen Wertbestandes abhängt. Im Gegensatz zu einer derartigen, gewissermaßen subordinierenden Darstellung, die notwendig konvergent und eindeutig ist, führt die Koordination mehrerer Magnete bei jeder Änderung ihrer Anzahl auf eine ganz neue und vom speziellen Ausgleichungsprinzip abhängige Lösung, d. h. die Hinzunahme eines weiteren Magnets ändert auch die vorher schon bestimmten in ganz unübersehbarer sprunghafter Weise. Dazu kommt, daß das Verfahren mathematisch sehr unhandlich und physikalisch ungemein spezialisiert und damit wirklichkeitsfremd ist. Das Urteil von *Gauß*, daß es an die Versuche erinnere, die Planetenbewegungen durch immer mehr gehäufte Epizykeln zu erklären, darf daher noch als zu günstig bezeichnet werden.

$$p_m = \sum_m^n g_m^n P_m^n(\cos \sigma), \quad q_m = \sum_m^n h_m^n P_m^n(\cos \sigma)$$

darstellen. Die entsprechenden Formeln lauten mit $\varepsilon_0 = 1, \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \dots = 2$

$$p_m = \frac{\varepsilon_m}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Pi \cos m\tau d\tau, \quad q_m = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \Pi \sin m\tau d\tau,$$

$$g_m^n = \frac{2n+1}{2\varepsilon_m} \int_0^\pi p_m P_m^n(\cos \sigma) \sin \sigma d\sigma,$$

$$h_m^n = \frac{2n+1}{4} \int_0^\pi q_m P_m^n(\cos \sigma) \sin \sigma d\sigma.$$

Ist Π nicht überall, sondern nur in einzelnen, auf einer Anzahl von Parallelkreisen verteilten Punkten gegeben, so kann im wesentlichen dasselbe Verfahren Anwendung finden; es treten nur an die Stelle der Integrale Summen, die im allgemeinen als Näherungswerte von ihnen anzusehen sind. Bei regelmäßiger (auf den Parallelkreisen gleichabständiger) Anordnung der Punkte stellen sie sogar, wenn man die Zahl der Reihenglieder entsprechend derjenigen der gegebenen Werte begrenzt, die Integrale streng dar. Für die trigonometrische Reihenentwicklung gilt bekanntlich, wenn Π_i (mit $i = 1, 2 \dots \nu$) die gegebenen zu $\tau_i = 2i\pi : \nu$ gehörigen Werte sind,

$$p_m = \frac{\varepsilon_m}{\nu} \sum_1^\nu \Pi_i \cos m\tau_i, \quad q_m = \frac{2}{\nu} \sum_1^\nu \Pi_i \sin m\tau_i.$$

Ein analoges Verfahren für die weitere Entwicklung nach Kugelfunktionen hat *F. Neumann* abgeleitet.¹³⁷⁾ Nennt man die Polabstände der q Parallelkreise, auf denen Π gegeben ist, σ_ν ($\nu = 1, 2 \dots q$) und sind $p_{m\nu}, q_{m\nu}$ die zugehörigen Werte von p_m, q_m , so gilt für $2n \leq s$

$$g_m^n = \frac{2n+1}{\varepsilon_m} \sum_1^q a_\nu p_{m\nu} P_m^n(\cos \sigma_\nu),$$

$$h_m^n = \frac{2n+1}{2} \sum_1^q a_\nu q_{m\nu} P_m^n(\cos \sigma_\nu),$$

137) *Astron. Nachr.* 15 (1836) = *Math. Ann.* 14 (1879), p. 567, und ausführlich wiedergegeben im 7. Kapitel des in Fußnote 125 genannten Werkes von *C. Neumann*. — Um die praktische Anwendung der Methode zu erleichtern, hat *H. Seeliger* für die einfachsten und wichtigsten Fälle (Entwicklungen bis zu Funktionen der 6. Ordnung) die zur Berechnung der g_m^n und h_m^n dienenden Faktoren von $p_{m\nu}$ und $q_{m\nu}$ nebst ihren Logarithmen angegeben: Ueber die interpolatorische Darstellung einer Funktion durch eine nach Kugelfunktionen fortschreitende Reihe, München Ber. 20 (Jahrgang 1890), p. 499.

wenn die Konstanten a_v so bestimmt werden, daß sie das lineare Gleichungssystem

$$\sum_1^q a_v (\cos \sigma_v)^k = \frac{1 + (-1)^k}{k + 1} \quad (k = 0, 1 \dots s)$$

erfüllen. Im allgemeinen muß dabei natürlich $s < q$ sein, und die Entwicklung kann daher nach den angegebenen Formeln bis zu den Funktionen der Ordnung $(q - 1) : 2$ oder $(q - 2) : 2$ fortgesetzt werden, je nachdem q ungerade oder gerade ist. Wählt man aber für σ_v die Wurzeln der Gleichung

$$P_q(\cos \sigma) = P_0^q(\cos \sigma) = 0,$$

so folgt, wenn das vorstehende Gleichungssystem bis zu $s = q - 1$ erfüllt ist, identisch, daß es auch noch weiter bis zu $s = 2q - 1$ gilt, und damit wird die angegebene, jeden Koeffizienten unabhängig von den übrigen liefernde Entwicklung bis zu den Funktionen der Ordnung $(q - 1)$ anwendbar.

Ein anderes Verfahren hat *A. Schuster* vorgeschlagen und durchgearbeitet, so daß es mit Hilfe der von ihm bis zur 12. Ordnung berechneten, numerischen Tabellen ohne weiteres angewendet werden kann.¹³⁸⁾ Diese geben die Entwicklung von $\cos p\sigma$ und $\sin p\sigma$ nach Kugelfunktionen $P_m^n(\cos \sigma)$ (mit festem m in jeder Reihe). Stellt man also p_m und q_m in ihrer Abhängigkeit von σ durch trigonometrische Reihen dar, so bedarf es zur Ermittlung der Koeffizienten g_m^n und h_m^n nur der Einsetzung jener Ausdrücke in diese Reihen. Ein besonderer Vorteil der Methode liegt darin, daß man danach Π (bis auf die Integrationskonstante) offenbar auch dann sofort entwickelt erhalten kann, wenn nicht Π , sondern $\partial \Pi : \partial \sigma$ gegeben ist. Dieser Umstand ist gerade für die hier in Betracht kommende Aufgabe von Wichtigkeit.

Kennt man Π nicht auf der ganzen Erdoberfläche, so ist die Entwicklung nicht vollständig bestimmt; auch die vor allem wichtigen Koeffizienten der ersten Glieder können dann (sachlich entsprechend einer in verschiedener Weise möglichen Annahme über die Kraftverteilung in den unbekanntem Gebieten) noch verschiedene Werte er-

138) London Phil. Trans. 200 (1902), p. 181; der Verfasser gibt die numerischen Werte der Koeffizienten so an, wie sie der Entwicklung nach den Funktionen R_m^n (d. h. $P_m^n \sqrt{2n + 1}$, vgl. p. 281) entsprechen, die für diesen Zweck am vorteilhaftesten sind. (Vgl. seine Bemerkung darüber a. a. O., p. 208.) Man wird gut tun, die Rechnung danach auch dann durchzuführen, wenn man eine andere Darstellung vorzieht, und den Übergang zu dieser erst ganz am Schluß an den g_m^n und h_m^n vorzunehmen.

halten. In diesem Falle liefern die Beobachtungen ein (im allgemeinen unter Ausgleichung zu lösendes) System linearer Gleichungen für die Koeffizienten g und h .

So ist *Gauß* und sind im wesentlichen auch alle anderen Autoren nach ihm bisher verfahren. Durchaus unerlässlich ist dieser etwas mühsame Weg bei allen Aufgaben (Untersuchung der Variationen u. dgl.), die allein auf Beobachtungen an Observatorien zu stützen sind. Bis jetzt ist deren Verteilung über die Erdoberfläche freilich so ungleichmäßig, daß die Bestimmung selbst nur der ersten Reihenkoeffizienten sehr ungünstig ist.¹³⁹⁾

Die Entwicklung einer auf die Darstellung durch Kugelfunktionen gegründeten mathematischen Theorie und ihre erste Anwendung auf den empirisch gegebenen Tatbestand verdankt man *Gauß*.¹⁴⁰⁾ (Die Absicht dazu hatte auch *F. Neumann* am Schlusse seiner in Fußnote 137 genannten Arbeit angekündigt, aber jedenfalls wegen der kurz danach erfolgenden Veröffentlichung von *Gauß* aufgegeben.) Mit Rücksicht auf die Dürftigkeit der ihm zu Gebote stehenden Beobachtungsdaten führte *Gauß* einige vereinfachende Annahmen ein, indem er die Existenz eines Potentials und die Abwesenheit äußerer (d. h. außerhalb der Erdoberfläche entspringender) magnetischer Kräfte voraussetzte und erst nachträglich aus der Vergleichung der theoretisch berechneten mit den beobachteten Werten die Berechtigung dazu erschloß. Er zeigte aber auch, wie beim Verzicht auf diese Annahmen

139) Genauer untersucht und auf die Möglichkeit praktisch durchführbarer Verbesserungen geprüft hat den Einfluß dieses Umstandes auf die Koeffizienten der ersten Reihenglieder *Ad. Schmidt*, Met. Ztschr. 13 (1896), p. 271 und Beiträge zur Geophysik 3 (1898), p. 225. Vgl. dazu ferner: Ders., Über eine Methode zur Vereinfachung regelmäßig wiederholter Berechnungen des erdmagnetischen Potentials, Mitt. der Internat. Polar-Kommission Nr. 111, St. Petersburg 1886.

140) Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus, Res. aus d. Beob. d. magn. Vereins im J. 1838, Leipzig 1839 = Werke 5, p. 121. Wie *Gauß* im § 25 angibt, hatte er viele Jahre vorher wiederholt angefangen, seine Theorie auf die Beobachtungen anzuwenden, aber die ihm zu Gebote stehenden Daten immer gar zu dürftig befunden. Die von *Sabine* 1837 veröffentlichte Karte der Linien gleicher Totalintensität (in der *Humboldtschen* Einheit, vgl. p. 268) bot ihm endlich zusammen mit denjenigen der Isogonen von *Barlow* (1833) und der Isoklinen von *Horner* (1836) ein wenigstens für einen ersten Versuch geeignet erscheinendes Material. Er entnahm diesen Karten die Werte der drei Elemente in je 12 Punkten von 7 Parallelkreisen und bestimmte die 24 Koeffizienten der vier ersten Ordnungen, $g_0^1 g_1^1 h_1^1 \dots g_4^4 h_4^4$ in der Entwicklung des Potentials in der Erdoberfläche. Zur Prüfung der Ergebnisse verglich er an 91 (und später noch an 8 weiteren) Punkten, von denen neuere Beobachtungen vorlagen, diese mit den nach seiner Theorie berechneten Werten.

zu verfahren sei, und fügte eine Reihe weiterer bedeutsamer programmatischer Darlegungen über die künftige Ausgestaltung der Theorie und ihre Anwendung auf die verschiedenen Erscheinungen, insbesondere die Variationen, hinzu.

Es sei in demgemäß etwas erweiterter, innere und äußere Ursachen berücksichtigender Darstellung das Potential V allgemein durch

$$V = a \sum_1^{\infty} \sum_0^n (c_m^n \cos m\tau + s_m^n \sin m\tau) P_m^n(\cos \sigma) \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \\ + a \sum_1^{\infty} \sum_0^n (\gamma_m^n \cos m\tau + \delta_m^n \sin m\tau) P_m^n(\cos \sigma) \left(\frac{r}{a}\right)^n$$

oder in kürzerer, weiterhin stets benutzter Schreibweise durch

$$V = V_i + V_e = a \sum [c; s] \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} + a \sum [\gamma; \delta] \left(\frac{r}{a}\right)^n$$

ausgedrückt. Die Hinzufügung des Faktors a ($= 6.37 \cdot 10^8$ cm) rückt die Koeffizienten g und h in eine bequeme Größenordnung und gibt ihnen die Dimension der magnetischen Feldeinheit (Γ , d. i. $\text{cm}^{-\frac{1}{2}} g^{\frac{1}{2}} \text{sec}^{-1}$).

In der Erdoberfläche, d. h. für $r = a$, sind dann das Potential und die Feldkomponenten¹⁴¹⁾

$$V = a \sum [c + \gamma; s + \delta] = a \sum [g; h];$$

$$R = -\frac{\partial V}{\partial r} = \sum [(n+1)c - n\gamma; (n+1)s - n\delta] = \sum [j; k];$$

$$S = -\frac{1}{a} \frac{\partial V}{\partial \sigma} = -\sum \frac{\partial}{\partial \sigma} [c + \gamma; s + \delta] = -\sum \frac{\partial}{\partial \sigma} [g; h];$$

$$T = -\frac{1}{a \sin \sigma} \frac{\partial V}{\partial \tau} = \sum \frac{m}{\sin \sigma} [-s - \delta; c + \gamma] = \sum \frac{m}{\sin \sigma} [-h; g].$$

Die den inneren und den äußeren Ursachen entspringenden Wirkungen verhalten sich somit in V und R , d. h. in der horizontalen und in der vertikalen Kraft, verschieden und lassen sich infolgedessen trennen; die Koeffizienten der entsprechenden Teile von V sind

141) Über die Bezeichnung vgl. Fußnote 4. Bei *Gauß* heißt, was hier $V, R, S, T, r, a, \sigma, \tau$ genannt ist, $-V, -Z, -X, -Y, r, R, u, \lambda$. Dementsprechend und wegen der Verschiedenheit der Funktionen (s. Fußnote 9) und der Feldeinheit (s. p. 268 unten) ist sein

$$g^{n,m} = -3.4941 \sqrt{a_m^n} g_m^n$$

und sein

$$h^{n,m} = -3.4941 \sqrt{a_m^n} h_m^n.$$

$$c = \frac{n}{2n+1}g + \frac{1}{2n+1}j, \quad s = \frac{n}{2n+1}h + \frac{1}{2n+1}k,$$

$$\gamma = \frac{n+1}{2n+1}g - \frac{1}{2n+1}j, \quad s = \frac{n+1}{2n+1}h - \frac{1}{2n+1}k.$$

Denkt man sich das Feld durch eine magnetische Belegung der Kugelfläche hervorgebracht (was allerdings wohl nur bei dem inneren Anteil einen gewissen physikalischen Sinn hat), so ist deren Flächen-dichte μ bestimmt durch

$$4\pi\mu = R_{+0} - R_{-0}, \quad V_{+0} = V_{-0},$$

woraus, wenn innere und äußere Agentien ebenso wie vorher die entsprechenden Potentiale durch die Indices i und e unterschieden werden,

$$\mu_i = \frac{1}{4\pi} \sum (2n+1)[c; s], \quad \mu_e = \frac{1}{4\pi} \sum (2n+1)[\gamma; s]$$

folgt. Betrachtet man andererseits in der Kugelfläche verlaufende elektrische Ströme als die Ursache, so gilt

$$4\pi\rho = V_{+0} - V_{-0}, \quad R_{+0} = R_{-0},$$

und es ist danach

$$\rho_i = \frac{a}{4\pi} \sum \frac{2n+1}{n} [c; s], \quad \rho_e = -\frac{a}{4\pi} \sum \frac{2n+1}{n+1} [\gamma; s]$$

mit $\rho = \text{const.}$ als der Stromliniengleichung. Die gesamte Stärke der zwischen zwei dieser Linien $\rho = \rho'$ und $\rho = \rho''$ verlaufenden Strömung ist $(\rho' - \rho'') \Gamma \text{ cm}$, d. h. $10(\rho' - \rho'')$ Amp. Blickt man von der Seite der positiven Normale (r) aus in der Richtung der Strömung, so hat man wachsende Werte von ρ zur Linken.

Die Rechnung von *Gauß* ist nun kurz dahin zu charakterisieren, daß er allgemein $\gamma_m^n = 0$ und $s_m^n = 0$ setzte und unter Zusammenfassung der von den drei Komponenten gelieferten Gleichungen in eine einheitliche Ausgleichung die g_m^n und h_m^n nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnete, und zwar immer je die zu einem bestimmten Werte von m gehörigen aus den entsprechenden Werten von p_m oder q_m auf den einzelnen Parallelkreisen. Als Koeffizienten treten dabei in den Fehlergleichungen nebeneinander $P_m^n(\cos \sigma)$, $\partial P_m^n(\cos \sigma) : \partial \sigma$ und $m P_m^n(\cos \sigma) : \sin \sigma$ auf.

In genauem Anschluß an *Gauß* wurde seine Berechnung unter Verwendung des allmählich vervollständigten und verschärften Beobachtungsmaterials mehrfach wiederholt: von *Petersen* für die Epochen

1829 und 1885^{142, 144}), von *Quintus-Idilius* für 1880¹⁴³) und wiederum für 1885 von *Fritsche*¹⁴⁵), der in zwei weiteren Arbeiten dann das Potential auch für einige frühere Zeitpunkte (von 1550 an) bestimmte und in der letzten überdies die Trennung des inneren und des äußeren Anteils ausführte. Eine Arbeit von *V. Carlheim-Gyllensköld*, auf die weiterhin noch zurückzukommen ist, enthält gleichfalls die Ergebnisse für eine große Anzahl früherer Epochen (vgl. Fußnote 153). Zwei für 1845 und 1880 gültige Berechnungen von *J. C. Adams*, deren Ver-

142) *A. Erman* und *H. Petersen*, Die Grundlagen der Gaußischen Theorie und die Erscheinungen des Erdmagnetismus im Jahre 1829, Berlin 1874. Die Rechnung stützt sich auf die Werte der Elemente in je neun Punkten auf zehn Parallelkreisen. Hervorzuheben ist die eingehende Untersuchung der Säkularvariation, mit deren Hilfe alle verwendeten Beobachtungen auf die gewählte Epoche reduziert werden. Einen wesentlichen Bestandteil des Materials bilden die von *Erman* auf seiner Reise um die Erde (1828—1830) an mehreren hundert Punkten gemachten (insgesamt 610) Messungen. Auf diese allein hatte *Petersen* bereits vorher eine Potentialberechnung gegründet. Vgl. Report of the 18th meeting of the British Association held in 1848.

143) *G. v. Quintus-Idilius*, Der magnetische Zustand der Erde nach den von der Deutschen Seewarte herausgegebenen magnetischen Karten für 1880.0, Archiv der Deutschen Seewarte, 4 (1881), Nr. 2. Die Karten sind in den Ann. der Hydrographie und Maritimen Meteorologie 1880 erschienen. Die Abhandlung beschränkt sich im wesentlichen auf die Angabe der gefundenen Werte der Koeffizienten.

144) Eine besondere Veröffentlichung ist über diese Berechnung nicht erschienen. Einige Angaben und die Schlußergebnisse findet man in dem Text zu den von *G. Neumayer* im Physikalischen Atlas von *Berghaus* veröffentlichten Karten (s. Fußnote 119). Die von *N.* auf Grund seiner erschöpfenden Sammlung und sorgfältigen Reduktion auf die Epoche 1885.0 entworfenen Karten und die daraus abgeleiteten Zahlenwerte der Elemente wurden auch von *Schmidt* und *Fritsche* bei ihren Berechnungen benutzt. In der dritten in Fußnote 147 genannten Arbeit des ersteren sind die von *N.* selbst für *Petersens* Potentialberechnung bestimmten Werte an nicht weniger als 1800 Punkten (den Schnittpunkten von 72 Meridianen mit 25 Parallelkreisen bis zu 30° Abstand von den Polen) ausführlich mitgeteilt.

145) *H. Fritsche*, Über die Bestimmung der Koeffizienten der Gaußischen allgemeinen Theorie des Erdmagnetismus für das Jahr 1885 usw., St. Petersburg 1897; Die Elemente des Erdmagnetismus für die Epochen 1600 usw., St. Petersburg 1897; Die Elemente des Erdmagnetismus und ihre säkularen Änderungen während des Zeitraumes 1550 bis 1915, St. Petersburg 1900. *Fr.* legt seiner Rechnung die Werte in den 408 Schnittpunkten von 17 um je 10° entfernten Parallelkreisen mit 24 Meridianen und in den Polen nach *Neumayers* Karten zugrunde; er nimmt also die Werteverteilung auf der ganzen Kugelfläche als gegeben an, nutzt aber den darin liegenden Vorteil nicht aus. Die Polargebiete gehen bei seiner (übrigens nicht nach der Meth. d. kl. Qu. ausgeführten) Ausgleichung mit zu hohem Gewicht ein. Er setzt die Entwicklung bis zu den Funktionen 7. Ordnung fort, so daß er Reihen von 63 Gliedern erhält.

öffentlichung posthum 1898 erfolgte, erörtern die Trennung nur theoretisch und führen die numerische Rechnung wieder in der alten Weise unter Zusammenfassung der drei Komponenten durch.¹⁴⁶⁾

Ein in mehrfacher Beziehung abweichender Weg wurde dagegen von *Ad. Schmidt* eingeschlagen, der auf alle Annahmen verzichtete und deshalb genötigt war, die Entwicklung für jede Komponente besonders auszuführen.¹⁴⁷⁾ Er berücksichtigte außerdem die Abplattung der Erde. An Stelle von S und T , die an den Polen unstetig sind, werden $S \sin \sigma$ und $T \sin \sigma$ entwickelt und daraus Kugelfunktionsreihen für zwei Pseudopotentiale abgeleitet:

$$U = -a \int_0^{\sigma} S d\sigma, \quad W = -a \sin \sigma \int_0^{\tau} T d\tau + U_{\tau=0}.$$

Erweisen sich diese als identisch, so ist ihr gemeinsamer Wert das dann tatsächlich in der Erdoberfläche herrschende Potential V . Im anderen Falle ist ihre Differenz ($W - U$) der analytische Ausdruck für den potentiallosen Teil des Feldes. Die Gegenüberstellung von V und R gibt weiter in der schon erörterten Weise die Zerlegung in die beiden, auf innere und äußere Agentien zurückgehenden Teile des Feldes.

Die Abweichung der Erde von der Kugelgestalt wird mittels der von *Heine* abgeleiteten Darstellung des Potentials eines Rotationsellipsoids in Rechnung gezogen.¹⁴⁸⁾ Es macht sich dies hauptsächlich

146) *W. Grylls Adams*, An account of the late Professor John Couch Adams Determination of the Gaussian Magnetic constants, British Association Report, Bristol meeting, 1898. Int. Conference of Terr. Magn. Die bis zur 6. Ordnung fortgesetzte, also 48 Glieder liefernde Entwicklung beruht für 1845 auf den Karten von *Sabine* in den London Phil. Trans. 136 (1845), für 1880 auf den Admiralitätskarten. Die Werte der Elemente wurden auch hier für die ganze Erdoberfläche von 10^0 zu 10^0 in Länge und 5^0 zu 5^0 in Breite als bekannt angenommen. Kurz wird in der theoretischen Betrachtung die Berücksichtigung der sphäroidischen Gestalt besprochen; die angegebenen Formeln setzen aber stillschweigend voraus, daß sich kein Teil der wirkenden Ursachen in dem Raume zwischen den zwei Kugelflächen befindet, deren eine die Erde von innen (an den Polen) und deren andere sie von außen (im Äquator) berührt.

147) Archiv der Deutschen Seewarte, 12 (1889), Nr. 3; München Ber. 19 (1895), 1. Abt.; Archiv der Deutschen Seewarte, 21 (1898), Nr. 2. Die in den beiden letzten Arbeiten durchgeführte numerische, auf dem *Neumayerschen* Material beruhende Berechnung geht bis zu den Funktionen der 6. Ordnung (was bei $X \sin \nu$ die Berücksichtigung derjenigen der 7. Ordnung nötig macht) und enthält somit 48 Glieder.

148) Journal f. Math. 26 (1843); auch: Handbuch der Kugelfunktionen, 1. Aufl., p. 315. Dieselbe Aufgabe ist von *F. Neumann* behandelt worden, Journ. f. Math. 37 (1847); vgl. auch das in Fußnote 125 genannte Werk Kap. 12, 13.

darin geltend, daß bei der Zerlegung des Feldes in die dem Innen- und Außenraume entspringenden Teile an Stelle der früheren Formeln (p. 367) die folgenden

$$c = \left(n \frac{\pi}{p} g + j \right) : \left(n \frac{\pi}{p} + (n+1) \frac{\alpha}{q} \right),$$

$$\gamma = \left((n+1) \frac{\alpha}{q} g - j \right) : \left(n \frac{\pi}{p} + (n+1) \frac{\alpha}{q} \right)$$

nebst den entsprechenden für s , s treten, worin π_m^n , p_m^n , α_m^n , q_m^n gewisse, wenig von 1 verschiedene Funktionen von ε^2 , d. i. $(a^2 - b^2) : b^2$ sind, wenn a den Äquatoreal- und b den Polarradius der Erde bezeichnet.¹⁴⁹⁾

Als Argument σ der Reihe ist es am zweckmäßigsten, die reduzierte, durch

$$\operatorname{tg} v = \sqrt{1 + \varepsilon^2} \operatorname{tg} u$$

definierte Poldistanz v statt der geographischen u zu benutzen, und die Entwicklung gibt, da die Differentiale der elliptischen Koordinaten eingehen, statt R, S, T die Werte von

$$R\sqrt{1 + \varepsilon^2 \cos v^2} : \sqrt{1 + \varepsilon^2}, \quad S\sqrt{1 + \varepsilon^2 \cos v^2}, \quad T\sqrt{1 + \varepsilon^2},$$

wenn g und h die Koeffizienten der Reihe für $V : b$ sind.¹⁵⁰⁾

Abgesehen von den geringfügigen hierdurch bedingten vorbereiteten Reduktionen unterscheidet sich also die Rechnung nicht von derjenigen bei der Kugel. Umständlich ist nur die numerische Berechnung der (im wesentlichen Kugelfunktionen 1. und 2. Art darstellenden) Konstanten π, p, α, q , die aber ein für alle Male erfolgen kann. In der ersten der in Fußnote 147 genannten Arbeiten finden sich für die 1. bis 6. Ordnung die sechsstelligen Werte dieser Faktoren, und zwar entsprechend dem *Besselschen* Abplattungsverhältnis für $\varepsilon^2 = 0.00672$ nebst Hilfsgrößen zur Umrechnung auf andere Abplattungszahlen.

Die nachstehende Übersicht enthält die Werte der ersten acht Koeffizienten (d. h. derjenigen der ersten zwei Ordnungen) des Po-

149) *Gauß* geht auf die Berücksichtigung der Erdabplattung im § 14 der Allg. Th. ein (ohne aber bei der numerischen Rechnung davon Gebrauch zu machen, weil sein Material dafür zu dürftig und roh war); er beschränkt sich aber dabei auf die Betrachtung der horizontalen Komponenten.

150) Stellt man $V : a$ dar, so hat man $S\sqrt{1 + \varepsilon^2 \cos v^2} : \sqrt{1 + \varepsilon^2}$ und T zu entwickeln. In den Formeln für c, γ, s, s ist gleichzeitig dem g und h der Faktor $\sqrt{1 + \varepsilon^2}$, d. i. $\alpha : (\alpha - 1)$, wenn $1 : \alpha$ die Abplattung ist, hinzuzufügen. Oder aber man ersetzt p und q durch $p : \sqrt{1 + \varepsilon^2}$ und $q : \sqrt{1 + \varepsilon^2}$, während alles übrige ungeändert bleibt.

tentials nach den wichtigsten der genannten Berechnungen. Die Einheit der Zahlen ist 10γ . Die nicht streng mit den anderen zu vergleichenden Zahlen der letzten Spalte geben den Durchschnitt der drei aus den einzelnen Komponenten erhaltenen Ausdrücke für $V:a$. (Dabei entspricht a dem Werte $(2a+b):3$ beim Ellipsoid.)

	G. (1835)	E.-P. 1829	Ad. 1845	C.-G. 1860	Ad. 1880	N.-P. 1885	Fr. 1885	Sch. 1885
g_0'	— 3235	— 3201	— 3219	— 3258	— 3168	— 3157	— 3164	— 3168
g_1^1	— 311	— 284	— 278	— 276	— 243	— 248	— 241	— 222
h_1^1	625	601	578	607	603	603	591	595
g_0^2	51	— 8	9	13	— 49	— 53	— 35	— 50
g_1^2	292	257	284	275	297	288	286	278
h_1^2	12	— 4	— 10	10	— 75	— 75	— 75	— 71
g_2^2	— 2	— 14	4	25	61	66	68	65
h_2^2	157	146	135	145	149	145	142	149

Sachlich wertvoll ist die Übereinstimmung der von *Adams* für 1880 mit den von *Neumayer-Petersen* für 1885 erhaltenen Konstanten, weil sie auf zwei selbständigen Materialsammlungen und Säkularreduktionen beruhen. Bildet man den Durchschnitt der beiden Bestimmungen, so ergibt sich aus den drei ersten Koeffizienten für das magnetische Moment der Erde der Wert $0,3227 \cdot a^3 = 8,34 \cdot 10^{25} \text{ } \Gamma \text{ cm}^3$ und als Richtung der Achse diejenige von dem Punkte $\sigma = 11^\circ 6$. $\tau = -67^\circ 8$ nach dem Punkte $\sigma = 168^\circ 4$, $\tau = 112^\circ 2$.

Von besonderem Interesse ist die Feststellung, wie nahe schon die von *Gauß* ausgeführte Berechnung im großen Ganzen den neueren Ergebnissen kommt. Im Einklang damit steht, daß der in der Verkleinerung der Differenzen von Beobachtung und Rechnung sich ausprechende Fortschritt geringer ist, als man wohl im Hinblick auf die Zunahme und Verfeinerung der empirischen Grundlage und die weitere Ausdehnung der Reihen hätte erwarten dürfen.¹⁵¹⁾ Das deutet auf eine sehr langsame (übrigens auch schon in den ersten Gliedern mit Ausnahme des überwiegenden allerersten ausgesprochene) Konvergenz der Reihe. Außerdem tragen aber dazu sicherlich auch die unerwartet großen systematischen Fehler bei, die selbst den besten bisherigen Karten nach den Beobachtungen des Carnegie-Instituts anhaften.¹⁵²⁾

151) Vgl. darüber die Ausführungen auf p. 27 ff. in der zweiten der in Fußnote 147 genannten Arbeiten.

152) Nach den in Fußnote 121 über diese Beobachtungen gemachten Angaben darf man von der darauf begründeten Potentialberechnung, deren Ergebnisse wohl nicht lange auf sich warten lassen werden, einen wesentlichen Fortschritt unserer Erkenntnis erhoffen. Der seinerzeit (kurz vor dem Bekanntwerden des

Mit der säkularen Veränderung des magnetischen Erdfeldes ändern sich auch die Koeffizienten der Potentialreihe. Die Frage, in welcher Weise dies geschieht, ist von *V. Carlheim-Gyllensköld* sehr eingehend und gründlich untersucht worden.¹⁵³⁾ Für 23 verschiedene Epochen, von 1538 bis 1885, berechnete er das Potential und zwar unter Zusammenfassung von je zwei Gliedern in der Form:

Planes von *Bauer*) von *v. Bezold* und *Schmidt* als Notbehelf gemachte Vorschlag der Vermessung längs eines Parallelkreises (Berlin Ber. 1903, p. 670) wird dadurch gegenstandslos.

153) *Astronomiska Iakttagelser och Undersökningar anställda på Stockholms Observatorium*, Bd. 5, Heft 5, Stockholm 1896. Ausführliches Referat in *Meteorol. Ztschr.* 14 (1897), Lit. Ber., p. (39). Dem Mangel von absoluten, ja weiter zurück sogar von relativen Intensitätswerten für die früheren Epochen begegnet der Verf. durch ein Näherungsverfahren, das aus der für einen Zeitpunkt bekannten Intensitätsverteilung auf diejenige des vorhergehenden unter Benutzung der inzwischen erfolgten Deklinationsänderungen zurückschließt, indem der mittlere Betrag der horizontalen Komponente als wesentlich konstant angenommen wird. Der Einfluß dieser sicherlich sehr nahe zutreffenden Annahme auf die Schlußergebnisse ist gering, zumal da bei deren Ableitung die neueren Potentialbestimmungen, denen Intensitätsmessungen mit zugrunde liegen, ein viel höheres Gewicht erhalten haben als die früheren. Der Verf. gibt auch noch zwei andere Wege an, auf denen, soweit dies sachlich überhaupt möglich ist, jene Annahme vermieden wird, die aber eine zu umfangreiche Rechenarbeit erfordern, als daß sie gangbar wären. Der erste kommt im Grunde auf das formell etwas einfachere (unmittelbar das Potential für jede einzelne Epoche, nicht seine Änderung von der einen zur anderen liefernde) Verfahren hinaus, das kurz zuvor von *Bauer* vorgeschlagen wurde. (*Amer. Association of Science Proc.* 44 (1894).) Es ist mit δ als der Deklination $X \sin \delta - Y \cos \delta = 0$. Jeder Punkt, an dem δ bekannt ist, liefert also, wenn man für X und Y die dafür aus dem Potentialausdruck folgenden Reihen einsetzt, eine lineare homogene Gleichung für die Koeffizienten der Potentialreihe. *B.* schließt daraus, daß man diese Koeffizienten bis auf einen allen gemeinsamen Faktor berechnen kann, wenn man die Deklination an einer hinreichenden Anzahl von gut über die Erde verteilten Punkten kennt. Das ist insofern einzuschränken, als man aus der Kenntnis der Deklination allein, selbst in jedem Punkte der Oberfläche, zwar die Potentiallinien (vorausgesetzt, daß überhaupt ein Potential besteht), aber nicht den jeder Linie zukommenden Potentialwert ableiten kann. Das Verhältnis von

$$X : Y = - \frac{\partial V}{\partial u} : \frac{\partial V}{\sin u \partial \lambda}$$

ändert sich ja nicht, wenn für V irgendeine Funktion von V eingesetzt wird. Anders verhält es sich, wenn außer der Deklination auch die Inklination bekannt ist, so daß man die Gleichung $X \operatorname{tg} i - Z \cos \delta = 0$ benutzen kann, wie es *B.* gleichfalls vorschlägt. Diese liefert, sei es allein, sei es in Verbindung mit der zuvor betrachteten, auf ein hinreichendes Material angewandt, eine Lösung, die bis auf den die absolute Intensität des Feldes betreffenden Faktor vollkommen bestimmt ist.

$$V = a \sum_1^{\infty} \sum_0^n \alpha_m^n \cos m(\tau + \beta_m^n) P_m^n(\cos \sigma).$$

Er fand dann mit hinreichender Annäherung das einfachste a priori zu erwartende Gesetz erfüllt, daß die Koeffizienten α_m^n konstant und die Winkel β_m^n lineare Funktionen der Zeit sind. Unter Umrechnung der ersteren auf die Funktionen P_m^n (statt der von C.-G. benutzten $P^{n,m}$) lauten die Konstanten der Glieder der 1. und 2. Ordnung in der von ihm zum Schlusse aufgestellten Reihe, wenn $\beta = \gamma + mt$ ist:

$$\alpha_0^1 = 0.322946$$

$$\alpha_0^1 = 0.067055$$

$$\alpha_0^2 = 0.001004$$

$$\alpha_1^2 = 0.027606$$

$$\alpha_2^2 = 0.015178$$

$$\gamma_1^1 = 59^{\circ}.307 \quad (239^{\circ}.307)$$

$$\gamma_1^2 = 168^{\circ}.333 \quad (348^{\circ}.333)$$

$$\gamma_2^2 = 27^{\circ}.646 \quad (117^{\circ}.646)$$

$$m_1^1 = 0^{\circ}.11438$$

$$m_1^2 = 0^{\circ}.26062$$

$$m_2^2 = 0^{\circ}.39585$$

Anfangspunkt der Zeitzählung ($t = 0$) ist das Jahr 1800. Die in Klammern hinzugefügten Werte von γ_m^n gelten für die hier durchgehend benutzte Zeichenwahl bei V , die der von C.-G. wie auch von Gauß angewandten entgegengesetzt ist.

Die Säkularvariation stellt sich hiernach als Folge verschieden schneller gleichförmiger Umdrehungen der durch die einzelnen Glieder der Reihe ausgedrückten Teile des Feldes dar, bei der ihre Stärke ungeändert bleibt. Mit zwei Ausnahmen (nur m_1^4 und m_2^4 wurden negativ gefunden) erfolgt die Drehung von Osten nach Westen. Die Dauer eines vollen Umlaufs ergibt sich bei den drei oben angegebenen Gliedern zu 3147, 1381 und 454 Jahren. Der letzte Wert und auch die zugehörige Phase entsprechen im wesentlichen der im westlichen Europa beobachteten säkularen Deklinationsänderung. (Vgl. p. 333.)

Diese einfache Form der Abhängigkeit des Potentials von der Zeit (Konstanz der α und gleichmäßiges Fortschreiten der β) bleibt bei einer Transformation des Koordinatensystems auf einen anderen Pol nicht erhalten. Sollte sie sich also, was freilich erst weitere genaue Beobachtungen aus einem längeren Zeitraum mit Sicherheit entscheiden können, als tatsächlich streng gültig erweisen, so würde daraus zwingend zu schließen sein, daß die Gestaltung des erdmagnetischen Feldes in einer engen Beziehung zu der Richtung der Erdachse steht, mit anderen Worten, daß seine Ursache mit der Umdrehung der Erde zusammenhängt.

In einer von der bisher betrachteten durchaus abweichenden Form

stellt *N. Umow* das Potential dar.¹⁵⁴⁾ Von der Absicht geleitet, ein geometrisches, möglichst anschauliches Bild der Verteilung und ihrer zeitlichen Änderungen zu erhalten, faßt er die Glieder jeder einzelnen Ordnung nach dem Verfahren von *Maxwell* in einen Ausdruck von der Form:

$$\text{Const. } \frac{\partial}{\partial h_1} \frac{\partial}{\partial h_2} \frac{\partial}{\partial h_3} \cdots \frac{\partial}{\partial h_n} \left(\frac{1}{r} \right)$$

zusammen, dessen Achsenrichtungen $h_1 \dots h_n$ er aus der zuvor abgeleiteten Reihendarstellung berechnet.

Schon *Gauß* betonte (in § 41 der Allg. Th.), daß seine Methode nicht auf die Darstellung der Verteilung des beharrlichen Magnetismus beschränkt sei, sondern ebensowohl auch auf die Untersuchung der Variationen (im weitesten Sinne) Anwendung fände. Tatsächlich ist dies bis jetzt erst zweimal geschehen, wenn von den im nächsten Abschnitt zu besprechenden theoretischen Arbeiten von *Schuster* abgesehen wird. Für die tägliche und die jährliche Variation hat *H. Fritsche* auf Grund eines sehr umfangreichen Materials die Potentialentwicklung unter Scheidung in einen inneren und einen äußeren Teil durchgeführt¹⁵⁵⁾; für die lunare Schwankung ist dieselbe Aufgabe von *W. van Bemmelen* in den in Fußnote 87 erwähnten Arbeiten behandelt worden.

C. Die physikalische Natur der erdmagnetischen Erscheinungen.

21. Dauernde Magnetisierung und Säkularvariation. Die Ausführungen dieses Paragraphen beziehen sich ausschließlich auf denjenigen Teil der Erscheinung, der seine Ursache im Erdinnern hat. Der andere, von außen stammende, aus dem Gange der Nachstörung erschlossene (vgl. p. 359), hängt wahrscheinlich mit den Störungsvor-

154) Die Konstruktion des geometrischen Bildes des *Gaußschen* Potentials als Methode zur Erforschung der Gesetze des Erdmagnetismus, Schriften der phys. Abt. der Ges. für Naturwissenschaft usw., Moskau 1904, und Terr. Magn. 9 (1904), p. 105. Der Verf. nimmt in dieser Arbeit keinen Bezug auf eine früher von ihm in gleicher Absicht veröffentlichte: *Moscou Soc. Imp. des Nat. Bull.* Nr. 1, 1902; die Vermutung erscheint begründet, daß er diesen sehr formalistisch und willkürlich anmutenden früheren Versuch selbst als durch den späteren erledigt betrachtet.

155) Die tägliche Periode der erdmagnetischen Elemente, St Petersburg 1902. Ferner: Die jährliche und tägliche Periode der erdmagnetischen Elemente, Riga 1905. Der Wert der Ergebnisse dieser Arbeiten wird leider etwas dadurch beeinträchtigt, daß die Beobachtungen der 27 (28) benutzten Observatorien aus ganz verschiedenen langen und verschieden gelegenen Zeiten stammen, also nicht demselben Gesamphänomen angehören. Sie hätten mindestens genähert auf gleiche Sonnenaktivität reduziert werden sollen.

gängen so eng zusammen, daß er besser in § 23 besprochen wird. Ob außer diesem noch ein weiteres aus äußeren Ursachen entspringendes Feld besteht, ist mindestens zweifelhaft. Die Berechnung von *Ad. Schmidt* (vgl. Fußnote 147) nach dem *Neumayerschen* Material liefert zwar ein solches, dessen Hauptteil ein homogenes Feld von etwa 300 γ Stärke ist; aber, wie schon bemerkt, ist es nicht unmöglich, daß darin der Einfluß systematischer Fehler der empirischen Grundlage zum Ausdruck kommt. Allerdings müßte auch das vorher erwähnte Nachstörungsfeld darin enthalten sein; aber identisch ist es nicht mit ihm, wie die große Verschiedenheit der Achsenrichtungen beider zeigt.

Sicher nur auf die Ungenauigkeit der als beobachtet angenommenen Werte ist der noch kleinere potentiallose Teil, den dieselbe Berechnung ergeben hat, zurückzuführen. Wäre er wirklich vorhanden, so würde daraus die Existenz ständiger elektrischer Ströme folgen, die die Erdoberfläche durchdringen. Das quadratische Mittel der Stromdichte auf der ganzen Erde wäre nach der erwähnten Berechnung $1.7 \cdot 10^{-11}$ Amp: cm². Nun hat die lufterlektrische Forschung solche Ströme allerdings nachgewiesen (vgl. VI, 1, 9, p. 256, Atmosphärische Elektrizität (*E. v. Schweidler*)), aber sie sind im Durchschnitt etwa 10⁵ mal so klein und in ihren magnetischen Wirkungen daher weit unter der Grenze der Wahrnehmbarkeit.¹⁵⁶⁾

Die mannigfaltige Gestaltung des beharrlichen Kraftfeldes an der Erdoberfläche muß durch materielle Verschiedenheiten einzelner Teile des Erdkörpers bedingt sein. Man wird annehmen dürfen, daß diese im allgemeinen in der Erdrinde am größten seien und mit wachsender Tiefe immer kleiner werden. Zugleich wird ihre an der Oberfläche zu beobachtende Wirkung natürlich verhältnismäßig um so geringer, je tiefer ihr Sitz ist. (Bei Zerlegung des Feldes nach Kugelfunktionen ist die Wirkung des durch die Funktionen n ter Ordnung dargestellten Teilfeldes der $(n + 1)$ ten Potenz des Abstandes vom Erdmittelpunkte umgekehrt proportional.) Beide Umstände vereinigt berechtigen zu der Vermutung, daß die stärksten Unregelmäßigkeiten des Feldes ihren Ursprung in den obersten Schichten haben werden, und daß dieser in um so größere Tiefen hinabreichend angenommen werden kann, je mehr man die großen Züge der Kraftverteilung ins Auge faßt. Welcher Art die bedingenden stofflichen Unterschiede sein mögen, ist nach dem gegenwärtigen Stande unseres Wissens eine offene Frage, da wir die Eigenschaften der Materie unter dem hohen

156) Daß es sich so verhalten müsse, hat *A. Schuster* schon lange vor der Ausführung solcher Strommessungen gezeigt; *Met. Ztschr.* 13 (1896) Lit.-Ber. p. (9).

Drucke, unter dem sie sich im Erdinnern befindet, bisher nur extrapolatorisch mit großer Unsicherheit erschließen können. Man wird beispielsweise die Möglichkeit eines permanent magnetischen Eisenkerns trotz der hohen Temperatur zur Zeit nicht ausschließen können. Für die der Oberfläche nahen Teile der Erdrinde genügt, wie die früheren Angaben zeigen, die Berücksichtigung der verschiedenen Permeabilität der Gesteine zur Erklärung der im engeren Sinne lokalen Störungen, die deshalb hier bei den weiteren Betrachtungen außer Acht bleiben dürfen.^{156a)} Dagegen versagt diese Möglichkeit schon bei den ausgedehnteren regionalen Anomalien, zumal bei den bereits in den höheren Gliedern der Reihendarstellung zum Ausdruck kommenden.

Die Aufgabe der Erklärung wird dadurch noch verwickelter, zugleich aber auch wegen der damit erweiterten empirischen Grundlage aussichtsvoller, daß der säkularen Veränderung Rechnung getragen werden muß, während eine solche von entsprechender Größe und Gestalt bei der Beschaffenheit des Erdinnern wohl ausgeschlossen ist. Hier kommt höchstens eine langsame Verschiebung des Erdinnern gegen die Rinde in Betracht, wie sie in verschiedenen, teilweise recht phantastischen Hypothesen (z. B. unter Annahme eines Hohlraumes mit darin kreisenden Trabanten) seit *Halley* wiederholt gerade zur Erklärung der magnetischen Säkularänderung, dann auch in Verbindung mit der Frage einer etwaigen fortschreitenden Breiten-schwankung aufgestellt worden sind. Wenn eine solche Verschiebung überhaupt stattfindet, so ist sie doch sicher viel zu gering und langsam, außerdem ihrer Form nach zu einfach, um die magnetische säkulare Variation verständlich zu machen.

Unter Zurückstellung dieser Fragen haben sich die bisherigen Erklärungsversuche fast ausschließlich mit dem einfachen Hauptteil der Magnetisierung beschäftigt, der durch sein starkes Überwiegen die Vermutung nahelegt, daß er das durch eine einfache Ursache bedingte Grundphänomen bilde, auf dem unter Einwirkung der zuvor besprochenen Nebenumstände die durch die weiteren Reihenglieder

156a) Die meisten stark permeablen Gesteine besitzen eine verhältnismäßig hohe Dichtigkeit. Daher sind in Gebieten magnetischer Störungen im allgemeinen auch Anomalien der Schwerkraft zu erwarten. Die Beziehung zwischen beiden ist aber der Natur der Sache nach ziemlich lose und besonders in quantitativer Hinsicht unbestimmt und keineswegs so einfach, daß sie etwa, wie wohl gelegentlich stillschweigend angenommen wurde, in einer unmittelbar ersichtlichen Ähnlichkeit der geographischen Verteilung beider Erscheinungen zum Ausdruck käme. Vgl. dazu *Eötvös* in Verhandlungen der 16. allgemeinen Konferenz der internationalen Erdmessung, Berlin 1910, p. 358.

dargestellten Teilfelder beruhen. Die geringe Abweichung der Richtung des Gesamtgliedes 1. Ranges von der Erdachse läßt dann weiter vermuten, daß jene einfache Grundursache in enger Beziehung zur Umdrehung der Erde stehen werde und stellt damit zugleich die Frage nach der Ursache der erwähnten Abweichung, d. h. der P_1^1 enthaltenden Glieder der Reihenentwicklung, im Vergleich zu denen übrigens die andern auch an Größe merklich zurüctreten. Von diesen verdienen, wie neuerdings *Bauer* betont hat, die zonalen, insbesondere die ersten, P_0^2 und P_0^3 enthaltenden, eine getrennte Berücksichtigung, insofern sie zur angenommenen Grundursache, der Rotation, in engerer Beziehung stehen können.¹⁵⁷⁾

Eine kritische Übersicht über die Möglichkeiten, den durch P_0^1 dargestellten Hauptteil zu erklären, hat *Schuster* gegeben.¹⁵⁸⁾ Die einfachste, freilich das Problem im Grunde nur etwas zurückschiebende Lösung wäre durch die Annahme eines magnetischen Eisenkerns der Erde gegeben, wenn (entgegen den meisten bisherigen Beobachtungsergebnissen) weitere Untersuchungen eine Erhöhung der kritischen Temperatur des Eisens bei starker Druckzunahme nachweisen sollten. Ausgeschlossen erscheint die Erklärung durch elektrische Ströme, die nur als Überrest einer allmählich immer schwächer werdenden, ursprünglichen (ihrerseits also erst zu erklärenden) Strömung von außerordentlicher Stärke denkbar wären, da elektromotorische Kräfte zu ihrer Unterhaltung fehlen. Es bleibt die Annahme, daß die Magnetisierung eine Folge der Rotation sei. Die Diskussion der verschiedenen, hierbei bestehenden Möglichkeiten, die a. a. O. und in einer fast gleichzeitigen Arbeit von *W. F. G. Swann*¹⁵⁹⁾ gegeben wird, führt

157) On the origin of the Earth's magnetic field, *Terr. Magn.* 17 (1912) p. 115. Seine Darlegungen schließen sich im wesentlichen an die weiterhin erwähnten Untersuchungen von *Sutherland* und *Swann* an.

158) *London Phys. Soc. Proc.* 24, 3 (1912). — Ergänzend sei eine von *A. Korn* aufgestellte, auf die *Bjerknesschen* Versuche über Anziehung und Abstoßung pulsierender Kugeln begründete Hypothese erwähnt: Über die Entstehung des Erdmagnetismus nach der hydrodynamischen Theorie, München Ber. 1889, p. 129. — Die mehrfach aufgestellte Hypothese, die Erde verhalte sich wie ein durch ein kosmisches Magnetfeld erregter Elektromagnet, ist mit der Beschaffenheit des permanenten und des Variationsfeldes an der Erdoberfläche unvereinbar. Vgl. dazu auch *L. Steiner*, *Terr. Magn.* 16 (1911), p. 221.

159) *The Earth's magnetic field*, *Phil. Mag.* 24 (1912) p. 80. In ähnlicher Weise, durch die Annahme elektrischer, mit der Erde rotierender Ladungen, insbesondere solcher der Molekeln, hat schon früher *W. Sutherland* eine Erklärung gegeben, *Terr. Magn.* 5 (1900) p. 73, *ibid.* 8 (1903) p. 49 und 9 (1904) p. 167. Wesentlich ist dabei die Annahme gleicher positiver und negativer Ladungen in

zu keiner endgültigen Entscheidung; es scheint dazu eine eingehendere Kenntnis molekularer Vorgänge nötig zu sein, als wir bis jetzt besitzen. Jedoch ergeben sich einige wichtige Schlüsse einerseits aus dem Ausbleiben jeder meßbaren Magnetisierung bei selbst noch so schneller Umdrehung kleiner Körper, andererseits daraus, daß sich aus der anzunehmenden Erklärung für die Sonne nur ein mit dem Fehlen eines merklichen Zeeman-Effekts verträgliches magnetisches Moment ergeben darf.¹⁶⁰⁾ Ein weiterer, sowohl von *Schuster* wie von *Swann* hervorgehobener Umstand, der die Wahl der möglichen Annahmen einschränkt, ist die Teilnahme der zur Messung des Feldes dienenden Magnete an der Umdrehung der Erde, wodurch der magnetische Einfluß der mit dieser rotierenden elektrischen Ladungen modifiziert wird.

Zur Erklärung der Säkularvariation sind zwei, im wesentlichen auf demselben Grundgedanken beruhende Theorien von *Schuster*¹⁶¹⁾ und von *Carlheim-Gyllensköld* (am Schlusse der in Fußn. 153) genannten Abhandlung) entwickelt worden. Sie führen die Erscheinung auf den Einfluß von Strömen zurück, die in dem als elektrisch leitend angenommenen, die Erde umgebenden Medium durch die nicht zonalen Bestandteile der innern Magnetisierung infolge der Rotation der Erde induziert werden. Wenn das äußere Medium ruht oder wenigstens gegenüber dem Erdkörper zurückbleibt, wie es am natürlichsten anzunehmen ist, so ist das induzierte horizontale Feld im Sinne der Umdrehung, also nach Osten, das vertikale nach Westen gegen das induzierende verschoben. Ist nun das Erdinnere so beschaffen, daß es unter einem andauernden magnetisierenden Einflusse eine allmählich ansteigende Induktion erfährt, so muß die ständige Einwirkung jenes äußeren, induzierten Feldes eine fortschreitende Ummagnetisierung zur Folge haben.¹⁶²⁾ Das bedeutet eine bei den einzelnen

verschiedener Entfernung vom Mittelpunkt, deren elektrostatische Wirkungen an der Erdoberfläche sich aufheben, während dies bei den magnetischen nicht der Fall ist.

160) Bisher ist ein solches solares Gesamtfeld, auf dessen Existenz zuerst *Bigelow* aus der Anordnung und Gestaltung der Koronastrahlen schloß, noch nicht mit Sicherheit nachgewiesen worden. Dagegen hat die Beobachtung des Zeeman-Effekts in den Sonnenflecken durch *G. E. Hale* zur Feststellung von magnetischen Feldern verschiedener Richtung in diesen geführt, deren vertikale Intensität von der Größenordnung 1000 Γ ist; *Astrophys. Journ.* 28 (1908), p. 100, 315 und *Terr. Magn.* 13 (1908), p. 159. Vgl. auch Fußn. 168.

161) On electric currents induced by rotating magnets, and their application to some phenomena of terrestrial magnetism, *Terr. Magn.* 1 (1896), p. 1.

162) Daß derartige Summationswirkungen tatsächlich vorkommen, hat die Untersuchung der säkularen Variation in Potsdam gezeigt. Vgl. *Ad. Schmidt*, Abhandlungen des Kgl. Preuß. Met. Instituts. Bd. 5, Nr. 3 p. 37. Allerdings

Gliedern der Potentialreihe verschieden schnelle Drehung der inneren Magnetisierung nach Westen hin, durchaus übereinstimmend mit den von *Carlheim-Gyllensköld* gewonnenen empirischen Ergebnissen (vgl. die Angaben auf p. 373.¹⁶³)

Über diese formalen Feststellungen hinausgehend hat *Schuster* die Untersuchung nach der physikalischen Seite hin weiter geführt. Unter der Voraussetzung einer gleichförmigen Leitfähigkeit k des äußeren Mediums bestimmt er den Änderungsfaktor ρ und die Verschiebung α des allgemeinen Gliedes des induzierten Potentials, das in der Erdoberfläche durch $\rho c P_m^n \cos m(\tau + \lambda - \alpha)$ ausgedrückt wird, wenn das entsprechende Glied der induzierenden inneren Magnetisierung $c P_m^n \cos m(\tau + \lambda)$ ist. Für den einfachsten und wichtigsten, durch $n = 1$, $m = 1$ bezeichneten Teil, die zur Erdachse senkrechte Komponente des Moments, berechnet er danach die Werte von ρ und α numerisch als Funktionen von k unter der Annahme, daß das äußere Medium ruht, also gegen die Erde die relative Winkelgeschwindigkeit $-\omega$ hat, wenn ω diejenige der Erde ist.¹⁶⁴) Darauf gestützt leitet er weiter das aus der ponderomotorischen Wechselwirkung der beiden Felder entspringende, die Rotation der Erde verzögernde Drehmoment ab, das für $k = 0$ und $k = \infty$ verschwindet und für $k = 2.42 \cdot 10^{-14} \text{ cm}^{-2} \text{ sec}$ (d. i. für $\beta = \alpha \sqrt{2\pi m k \omega} = 2.119$) ein Maximum von $2.11 \cdot 10^{24} \text{ cm}^2 \text{ g sec}^{-2}$ erreicht. Die aus den astronomischen Feststellungen über die höchste annehmbare Veränderung der Tageslänge folgende obere Grenze dieses Drehmoments führt dann zu dem Schlusse, daß $k < 5 \cdot 10^{-16}$ (oder, was physikalisch ausgeschlossen erscheint, $k > 10^{-11}$) sein müsse. Diesem Werte entspricht rund $\rho = 0,09$ und $\alpha = 74^\circ$, also ein Moment des äußeren Feldes von etwa $3000 \gamma \text{ cm}^3$. Trotz der schon hervorgehobenen Unsicherheit der bisher möglichen empirischen Bestimmung dieses Feldes wird man als zweifelsfrei ansehen dürfen, daß es

scheinen in diesem Falle noch andere Ursachen beteiligt zu sein, wenn nicht sogar vorzuwiegen. Vgl. die darauf bezüglichen Bemerkungen am Schluß von § 23.

163) Wie dort bereits bemerkt, haben sich die Zeitfaktoren bis auf m_1^4 und m_2^4 sämtlich positiv ergeben. Bei der mit steigender Ordnungszahl der Reihenglieder wachsenden Unsicherheit ihrer Koeffizienten ist auf diese zwei Ausnahmen (unter 10 Werten) um so weniger Gewicht zu legen, als die relative Größe der verschiedenen Faktoren m den unter vereinfachenden Voraussetzungen theoretisch zu erwartenden Werten befriedigend nahe kommt.

164) Da in die zugrundeliegenden Formeln ausschließlich das Produkt $k\omega$ (übrigens sogar nur $mk\omega$ in der oben weiterhin als β bezeichneten Verbindung) eingeht, so sind die Zahlen leicht auf jede andere Annahme über die relative Winkelgeschwindigkeit umzurechnen, ohne daß man auf diese ziemlich umständlichen Formeln zurückzugehen braucht.

hinter diesem Betrage weit zurückbleibt, so daß die entwickelte Theorie nach dieser Richtung keinem Bedenken begegnet. Die Berechnung von *Schmidt* (vgl. Fußnote 147) ergab $\gamma_0^1 = -185$, $\gamma_1^1 = 241$, $\xi_1^1 = -7\gamma$, also ein Moment von $304\gamma \text{ cm}^3$, d. i. $\rho = 0,009$. Dem entspricht die annehmbar erscheinende Leitfähigkeit $0,4 \cdot 10^{-16}$ (vgl. S. 386), während α rund 86° wird. Dagegen steht das aus den Beobachtungen abgeleitete Resultat insofern zur Theorie in einem schwerwiegenden Widerspruch, als es eine Verschiebung nach Westen statt nach Osten zeigt.¹⁶⁵ Sollten die Ergebnisse der vom Carnegie-Institut ausgeführten Vermessung diesen Widerspruch als reell bestätigen, so müßte die Frage ernstlich erwogen werden, ob die übliche Zerlegung des Feldes richtig ist oder nicht vielmehr wenigstens bei einem Teile mit Rücksicht auf die Rotation des Systems zu modifizieren sei.

Es bleibt noch zu erwähnen, daß die erörterte fortdauernde Umagnetisierung des Erdkörpers zwar in der Hauptsache eine westwärts gerichtete Verlagerung der magnetischen Achse, daneben aber auch ihre asymptotische Annäherung an die Rotationsachse zur Folge haben würde.

In der in Fußnote 158 genannten Arbeit hat *Schuster* noch auf eine andere Möglichkeit zur Erklärung des Hauptteils der Magnetisierung und zugleich ihrer säkularen Veränderung hingewiesen (p. 131). Es könnte sein, daß die Rotation nicht unmittelbar ein magnetisches Feld schafft, sondern dadurch, daß sie in besonders dazu geeigneten Stoffen (wie Eisen), deren Molekeln sich dabei gewissermaßen wie gyrostatistische Kompasser verhalten und eine Präzessionsbewegung annehmen, Magnetismus hervorruft.

165) Aus den Potentialberechnungen von *Adams* und *Fritsche*, in denen das horizontale und das vertikale Feld getrennt behandelt worden ist, hat *Bauer* die dadurch gebotene Möglichkeit benutzend, nachträglich für die zwei Epochen 1843 und 1883 das äußere Feld abgeleitet. Für die zweite findet er im Mittel aller drei Bestimmungen (A, F, S) das Moment 232 und die Achsenrichtung nach $\sigma = 125^\circ$, $\tau = 337^\circ$, und für 1843 im Mittel der zwei Bestimmungen (A, F) das Moment 250 und die Achsenrichtung $\sigma = 144^\circ$, $\tau = 87^\circ$, während sie bei dem innern Felde in den zwei Fällen durch $\sigma = 11^\circ,5$, $\tau = 111^\circ,7$ und $\sigma = 11^\circ,3$, $\tau = 115^\circ,4$ definiert wird. Der große Unterschied der für das äußere Feld zu den beiden nur 40 Jahre auseinander liegenden Zeitpunkten gefundenen Feldrichtungen (73° im Großkreis) ist trotz der nahen Übereinstimmung der absoluten Beträge durchaus geeignet, die Zweifel an der sachlichen Bedeutung der auf das äußere Feld bezüglichen Rechnungsergebnisse zu verstärken. Mit Rücksicht darauf, daß die empirischen Grundlagen für die beiden Epochen einigermaßen unabhängig voneinander sind und andererseits eine beträchtliche Änderung des Feldes während so kurzer Zeit wohl wenig wahrscheinlich ist, rechtfertigt sich eine Zusammenfassung in einen Durchschnitt, für den sich bei gleichem Gewicht $\sigma = 150^\circ$, $\tau = 23^\circ$, bei doppeltem Gewicht der neuern Werte $\sigma = 143^\circ$, $\tau = 0^\circ$ und das Moment 195 oder $196 \Gamma \text{ cm}^3$ ergibt.

Was die absolute Größe des Moments betrifft, so findet *Bauer* aus dem Vergleich der vorhandenen Potentialberechnungen für 1843 und 1880/85 sowohl, wie aus einer auf unmittelbare Beobachtungen an ausgewählten Stationen beruhenden entsprechenden Darstellung der Änderung von 1890 bis 1900 gut übereinstimmend eine jährliche Abnahme um etwa $\frac{1}{2400}$ seines Betrages.¹⁶⁶⁾ Wenn die Erde eine gewisse magnetische Zähigkeit in dem Sinne, wie es die zuvor geschilderte Theorie der Säkularvariation annimmt, besitzt, so muß man eine solche Änderung erwarten, da das Nachstörungsfeld (vgl. Nr. 23) entmagnetisierend wirkt. Nimmt man diese Erklärung an, so muß man freilich endgültig schließen, daß das durch die bisherigen Potentialberechnungen gelieferte äußere Feld tatsächlich nur ein Ergebnis der Mangelhaftigkeit der Beobachtungen ist, da seine achsiale Komponente die entgegengesetzte Richtung hat.

22. Periodische Schwankungen. Theorie von Schuster. Die tägliche Variation ist, da ihre Periode mit dem Sonnentag zusammenfällt, auf einen Einfluß der Sonne zurückzuführen. Für die nähere Bestimmung der Natur dieses Einflusses ist es vor allem wichtig, daß die Schwankung sowohl nach ihrem Verlauf am einzelnen Tage, als nach ihrem Wechsel während des Jahres einen ausgesprochenen Zusammenhang mit der Höhe der Sonne über dem Horizont aufweist und insbesondere auf der Nachtseite ganz geringfügig ist, was deutlich auf strahlungsartige Wirkungen hinweist.

Schon hiernach ist ohne weiteres der Gedanke an eine unmittelbare magnetische Fernwirkung der Sonne als wesentlicher Ursache abzuweisen. Bei einer solchen hätten die Abweichungen vom Tagesmittel an jedem Punkte der Erde stets gleichzeitig denselben Wert nach Größe und Richtung und würden durch eine einfache Sinuswelle dargestellt. Der tatsächliche Verlauf (vgl. p. 360) hat damit nicht die geringste Ähnlichkeit.¹⁶⁷⁾ Auch eine etwaige merkliche Permeabilität des Erdkörpers und die in ihm induzierten Ströme ändern daran nichts Wesentliches. Zu dem gleichen negativen Resultat führt die Betrachtung der Intensität einer direkten magnetischen Wirkung der Sonne.

166) Terr. Magn. and Atm. Electr. 8 (1903), p. 97 und 9 (1904), p. 173.

167) Dieser ohne jede Rechnung einzusehende Sachverhalt ist von *Lloyd* und *Mascart* durch eingehende Ableitung des einer etwaigen Fernwirkung entspringenden Einflusses näher festgestellt worden. Vgl. ihre in der Lit-Übersicht genannten Lehrbücher p. 233 und 362. Vgl. ferner zu der Frage die im Rahmen einer Kritik einer Arbeit von *Bigelow* (U. S. Weather Bureau Bull. Nr. 21 (1898)) gegebenen Ausführungen von *A. Schuster*, Terr. Magn. and Atm. Electr. 3 (1898), p. 179.

Diese ist am Orte der Erde rund 10^{-7} mal so klein, als an der Sonnenoberfläche. Da sie hier, wie das Fehlen eines deutlichen, allgemeinen Zeeman-Effekts zeigt, höchstens von der Größenordnung einiger Zehner von Γ sein kann, so erreicht der Einfluß auf das irdische Magnetfeld sicher nicht 1γ .¹⁶⁸⁾ Eine etwa in der täglichen Variation enthaltene magnetische Fernwirkung der Sonne, die natürlich nicht ausgeschlossen ist, könnte daher höchstens 1% der gesamten Schwankung ausmachen und ist bis auf weiteres nicht in Betracht zu ziehen.

Am nächsten liegt es bei dem gegebenen Sachverhalt, die Ursache der täglichen Variation in der wechselnden Wärmestrahlung der Sonne und den dadurch bedingten Temperaturänderungen zu suchen. Das ist vielfach geschehen; man dachte teils an eine Schwächung der Magnetisierung durch Erwärmung, teils an thermoelektrische Vorgänge oder an Änderungen der elektrischen Leitfähigkeit des Erdkörpers, freilich immer nur in allgemeinen Erörterungen ohne genauere quantitative Prüfung und ohne klare physikalische Grundlage.¹⁶⁹⁾ Schon das Auftreten zweier Aktionszentren, je eines auf dem nördlichen und dem südlichen Teile der Tagseite der Erdoberfläche, ist damit nicht in Einklang zu bringen. Dieser Umstand macht es wahrscheinlich, daß das magnetische Gesamtfeld der Erde mit seinem polaren Gegensatz der beiden Hemisphären wesentlich an der Entstehung der täglichen Variation beteiligt ist.

Bei *Faradays* Erklärung kommt dieser Gesichtspunkt zur Geltung.¹⁷⁰⁾ Ausgehend von dem von ihm entdeckten verhältnismäßig starken Paramagnetismus des Sauerstoffs und seiner merklichen Abhängigkeit von der Temperatur sucht *Faraday* die tägliche Variation

168) Aus seinen späteren Messungen des Zeeman-Effekts leitet *Hale* ein magnetisches Gesamtfeld der Sonne ab, dessen Intensität an den Polen etwa 50 Γ erreicht und das denselben Richtungssinn wie das der Erde hat.

169) Ein näheres Eingehen auf diese Spekulationen erübrigt sich deshalb. Zu nennen sind von hierher gehörigen Arbeiten etwa diejenigen von *S. H. Christie*, *Phil. Trans.* (1827), p. 308; *Moser*, *Ann. Phys.* 28 (1833), p. 49, und 34 (1835), p. 63; *A. de la Rive*, *Ann. de Chimie* 25 (1849), p. 310. *Chr. Hansteen*, der in seinem 1819, also noch vor der Entdeckung der thermoelektrischen und der magnetelektrischen Erscheinungen, veröffentlichten Werke die täglichen Änderungen sehr ausführlich behandelt (der ganze 8. Abschnitt ist ihnen gewidmet), denkt an eine gewisse Fernwirkung der Sonne, der er mehrere magnetische Achsen zuschreibt.

170) *Phil. Mag.* 31 (1847), p. 416 und *Ann. Phys.* 73 (1848), p. 259. Am Schlusse dieser die erdmagnetischen Eigenschaften der Gase behandelnden Arbeit findet sich bereits ein Hinweis auf die Möglichkeit eines erdmagnetischen Einflusses. Dieser wird dann eingehend in den *Experimental Researches*, Nr. 2847 bis 3069, untersucht, *Phil. Trans.* 1851, I.

auf die mit der wechselnden Erwärmung der Lufthülle verbundene Änderung des Kraftlinienverlaufs des Erdfeldes zurückzuführen. Eine solche Wirkung ist natürlich vorhanden, aber viel zu klein, um merklich zu werden.

Den Grundgedanken der durch *Schusters* spätere Arbeiten mit größter Wahrscheinlichkeit als richtig erwiesenen Erklärung gab *Balfour Stewart*, indem er auf die in den atmosphärischen Strömungen durch das erdmagnetische Gesamtfeld, vor allem durch seine vertikale Komponente induzierten elektrischen Ströme hinwies.¹⁷¹⁾ In den Bereich der quantitativen Möglichkeit wurde diese Erklärung allerdings erst gerückt, als *Schuster* nachwies, daß die Leitfähigkeit der Luft durch gewisse Vorgänge (z. B. ultraviolette Strahlung, die in den höchsten Luftschichten sicher vorhanden ist) außerordentlich gesteigert werden kann. Er bemerkte zugleich, daß die dem mittleren Verlauf der täglichen Luftdruckschwankungen entsprechenden periodischen Luftströmungen qualitativ gerade auf die zur Hervorrufung der magnetischen Variation erforderlichen Induktionsströme führen.¹⁷²⁾

A. Schuster hat seine Theorie in zwei grundlegenden Arbeiten eingehend ausgebaut. In der ersten zeigt er, daß das tatsächlich beobachtete Variationsfeld aus zwei Teilen besteht, einem äußeren und einem durch dessen Induktion auf die in ihm rotierende Erde hervorgerufenen inneren; in der zweiten leitet er dann das primäre äußere Feld auf Grund der *Balfour Stewartschen* Hypothese ab und untersucht, inwieweit und unter welchen Bedingungen diese zu seiner Erklärung führt.

Zur Durchführung der ersten Aufgabe¹⁷³⁾ lag besonders bei der Vertikalkomponente nur wenig brauchbares Material vor, so daß er sich mit einer sehr beschränkten Beobachtungsgrundlage begnügen mußte, deren Mängel aber durch sorgfältige Auswahl und kritische Verwertung wesentlich gemildert wurden. Zu ihrer Vervollständigung dienten zwei Annahmen, die als Ausdruck der allgemeinen Erfahrungen über die geographische Bedingtheit der Variation gelten dürfen: die Annahme, daß diese in allen Punkten eines Parallelkreises denselben Verlauf habe (sich also die Erde gewissermaßen in einem gegenüber

171) Vgl. die in Fußnote 173 genannte Abhandlung, p. 509.

172) *Phil. Mag.* 1886, p. 349; *London Roy. Soc. Proc.* 45 (1889), p. 481. Die zweite Arbeit ist im wesentlichen ein Auszug aus der in der nächsten Fußnote genannten Abhandlung.

173) *Phil. Trans.* 180 (1889) A, p. 467 mit einem Appendix von *H. Lamb*, On the currents induced in a spherical inductor by variation of an external magnetic potential.

der Sonne festen Variationsfelde drehe und somit überall die Variation in gleicher Weise von der Ortszeit abhängen), die andere, daß sie (unter Umkehrung des Vorzeichens bei T) auf der nördlichen und der südlichen Halbkugel für die gleiche Jahreszeit übereinstimme.

Ist in der früheren Bezeichnung und mit t als der von einem passenden Augenblick gezählten Zeit das Potential (genauer gesagt $V: a$) der als primär angenommenen äußeren Strömung in der Erdoberfläche $AP_m^n(\cos \sigma) \cos mt$, so ist dasjenige der induzierten inneren, vom Faktor $AP_m^n(\cos \sigma)$ abgesehen, $c \cos(mt + \alpha)$, während die entsprechenden vertikalen Komponenten $(n + 1)$ und $-n$ mal so groß sind. (Mit Θ als der Zeit des Nullmeridians ist $t = \Theta + \tau + \text{const.}$)

Für den Verkleinerungsfaktor c der Amplitude und die Phasenänderung α ergibt die im Appendix entwickelte Theorie, daß sie wesentlich von dem Betrage von $\delta = 4\pi m \gamma a^2: \rho = 0,370 \cdot 10^{15} m: \rho$ abhängen, worin γ die (synodische) Winkelgeschwindigkeit und ρ den spezifischen Widerstand der Erde bedeutet. Bestimmter gesagt ist der Wert maßgebend, den die Funktion

$$\chi_n(\xi) = 1 + \frac{\xi^2}{2(2n+3)} + \frac{\xi^4}{2 \cdot 4 \cdot (2n+3)(2n+5)} + \dots$$

$$= (2n+1)!! \left(\frac{d}{\xi d\xi} \right)^n \frac{\sinh \xi}{\xi}$$

für $\xi^2 = i\delta$ annimmt. Setzt man $\chi_n = S_n e^{i\varphi_n}$, so folgt

$$c = \frac{n}{n+1} \cdot \frac{\delta}{(2n+1)(2n+3)} \cdot \frac{S_{n+1}}{S_{n-1}} \quad \alpha = \varphi_{n+1} - \varphi_{n-1} + \frac{\pi}{2}$$

Die numerische Rechnung ergibt beispielsweise für

	$n = 2$		$n = 4$			
	δ	ρ	c	α	c	α
	1	$3,7 \cdot 10^{14} m$	0,019	$87^{\circ},5$	0,008	$89^{\circ},0$
	10	$3,7 \cdot 10^{13} m$	0,172	$66,5$	0,079	$80,4$
	100	$3,7 \cdot 10^{12} m$	0,466	$21,6$	0,412	$37,8$

Die vollständige Beobachtung liefert nun $v = \cos mt + c \cos(mt + \alpha)$ und $r = (n + 1) \cos mt - nc \cos(mt + \alpha)$, damit also die Möglichkeit einer Trennung der beiden Teile und einer Bestimmung von c und α . Bei der Dürftigkeit der für R vorliegenden Daten konnte Schuster die Reihenentwicklung, die er bis zu den Gliedern 4. Ordnung ausdehnte, nur bei $V: a$ durchführen und mußte sich bei der Vertikalkomponente mit der Betrachtung der Variation an einzelnen Punkten begnügen. Er benutzte dabei ein indirektes Verfahren, indem er das beobachtete r mit dem aus v unter der Annahme einer ausschließlich äußeren Strömung berechneten r' , d. i. $(n + 1)v$, verglich. Die Abhängigkeit von n tritt hier etwas zurück, was vorteil-

haft ist, da die Schwankung am einzelnen Punkte die Glieder mit verschiedenem Index n zusammenfaßt.

Die Vergleichung ergab nun, daß die Amplitudenverringernng und die Phasenverschiebung auf ganz verschiedene Werte von ρ (unter 10^{13} und über 10^{14}) führen. Dieser Widerspruch läßt sich aber nach *Lamb* durch die an sich wahrscheinliche Annahme zum Verschwinden bringen, daß die Leitfähigkeit der Erde nach der Tiefe zunimmt.

Im Anschluß an die Erledigung dieser prinzipiellen Untersuchung enthält die Abhandlung noch die numerischen Werte des Potentials in der Erdoberfläche auf den Parallelkreisen von (genähert) je 10^0 Abstand für Punkte von 15^0 zu 15^0 Länge, d. i. in Zeit von Stunde zu Stunde, entsprechend der üblichen Tabulierung der Variationsbeobachtungen, und zwar sowohl für das Mittel der Nordsommermonate, wie für das Mittel des ganzen Jahres (1870, aus dem die benutzten Beobachtungen von Pawlowsk, Greenwich, Lissabon, Bombay stammen). Für den zweiten Fall ist auch eine graphische Darstellung (in Plattkartenprojektion bis 80^0 Breite) gegeben, während für den ersten wegen der wesentlich geringeren Zuverlässigkeit ausdrücklich davon abgesehen wird.¹⁷⁴⁾

Mit Benutzung der Resultate von *Fritsches* Berechnung des Potentials der täglichen Schwankung unter formaler Zerlegung in die beiden Teile (vgl. Fußnote 155) hat *L. Steiner* die Frage wieder aufgenommen.¹⁷⁵⁾ Er findet es unmöglich, den inneren Anteil allein durch die induzierende Wirkung des äußeren zu erklären, weist aber auf die Möglichkeit hin, den Widerspruch zwischen Theorie und Erfahrung durch die Annahme einer merklichen magnetischen Permeabilität des Erdinnern zu beseitigen. Doch gelingt auch dies zunächst nur teilweise.

Eine auf neueres Beobachtungsmaterial gestützte Untersuchung gab *G. W. Walker*.¹⁷⁶⁾ Er legt Wert auf den Umstand, daß die gesonderte Ableitung des Potentials aus der meridionalen und aus der ostwestlichen Komponente merklich verschieden ausfällt und sucht die Abweichungen durch Hinzufügung empirischer Glieder zur Reihenentwicklung zu beseitigen, auf deren physikalische Deutung sich dann die weiteren Betrachtungen richten.

174) Die kartographische Darstellung, die *W. v. Bezold* dessen ungeachtet von diesen für den Nordsommer geltenden Zahlen *Schusters* gegeben hat (Berlin Ber. 1897, p. 414), stimmt übrigens in allen wesentlichen Zügen recht gut mit der auf den Nordsommer bezüglichen der beiden Darstellungen überein die *A. Nippoldt* nach den Angaben von *Fritsche* gezeichnet hat; Meteorol. Zeitschr. 1908, p. 97.

175) Meteorol. Zeitschr. 1912, p. 417.

176) London Roy. Soc. Proc. 89 (1913), p. 379.

In seiner zweiten Abhandlung¹⁷⁷⁾, die durch eine Fülle von kritischen und anregenden Bemerkungen, wie durch Hinweise auf die im Anschluß daran zu behandelnden weiteren Aufgaben neben ihrer sachlichen eine hervorragende programmatische Bedeutung für die künftige Forschung besitzt, untersucht *Schuster*, von dem Grundgedanken der Balfour-Stewartschen Hypothese ausgehend, die Frage nach dem physikalischen Ursprung der als primäre Ursache der Variation erkannten elektrischen Ströme in der Atmosphäre. Es ergibt sich, daß die Hauptglieder der Erscheinung, die eintägige und die halbtägige Schwankung, auf die sich die Betrachtung hier, wie in der früheren Arbeit beschränkt, durch periodische Luftströmungen von dem Charakter derjenigen, die aus den entsprechenden zwei Hauptgliedern der täglichen Luftdruckoszillation zu erschließen sind, befriedigend erklären lassen. Für die Leitfähigkeit der Luft muß allerdings ein recht hoher, aber durch mannigfache Erwägungen als bei außerordentlich starker Verdünnung wohl möglich erkannter Betrag — etwa von der Größenordnung von 10^{-13} , in deren Schätzung freilich mehrere ziemlich unsichere Faktoren eingehen — angenommen werden, der den Sitz der Vorgänge in die allerhöchsten Luftschichten verlegt. Die dazu nötige starke Ionisation weist unzweifelhaft auf Sonnenwirkungen als Ursache hin. Der Umstand, daß die Amplitude der täglichen Variation im Laufe der elfjährigen Schwankung der Sonnenaktivität sich proportional mit dieser ändert, liefert eine Bestätigung dieses Schlusses, ebenso vielleicht auch die von *Bauer* wahrscheinlich gemachte Einwirkung absoluter Sonnenfinsternisse auf das erdmagnetische Feld.¹⁷⁸⁾

177) *Phil. Trans.* 208 (1908), p. 163. Eine vom Verfasser selbst gegebene referierende Darstellung des Gedankenganges und der Ergebnisse dieser Arbeit erschien schon vorher in *Terr. Magn. and Atm. Electr.* 12 (1907), p. 187.

178) *Bauer* ließ zuerst bei der in Nordamerika sichtbaren totalen Finsternis vom 28. Mai 1900 an 3 in und 3 nahe bei der Totalitätszone gelegenen Stationen Deklinationsbeobachtungen von Minute zu Minute anstellen, aus denen er eine mit dem Schatten entlang wandernde kleine Oszillation von etwa 1' Amplitude und $2\frac{1}{2}$ Stunde Dauer erschloß, vgl. *Terr. Magn. and Atm. Electr.* 5 (1900), p. 90 und 143. Die von ihm angeregten Beobachtungen während mehrerer späteren Finsternisse, über die er jedesmal ausführlich in der genannten Zeitschrift (zuletzt im Bd. 21 (1916), p. 57) berichtete, bestätigten das erste Ergebnis, daß ein etwas hinter dem Schatten des Mondes zurückbleibendes Störungszentrum über der Erdoberfläche längs der Totalitätszone fortschreitet. Über die möglichen Ursachen der Erscheinung (eine zyklonenartige Strömung in den oberen Luftschichten infolge der wegfallenden Sonnenstrahlung einerseits, die Abnahme der Ionisation andererseits) und die qualitative Beschaffenheit der daraus entspringenden Wirkungen, sowie die danach für die Klärung der Frage zweckmäßigste Gestaltung des Beobachtungsplanes handelt eine Arbeit von *V. Carlheim-Gyllensköld*, *Arkiv för Mat., Astr. och Fysik.* 10 (1914), Nr. 9.

Mit Rücksicht hierauf und auf die verhältnismäßig schnelle Wiedervereinigung der durch den Ionisationsvorgang getrennten Elektrizitäten ist es geboten, die Leitfähigkeit nicht überall gleich anzunehmen, sondern in Beziehung zur Stellung der Sonne zu bringen. Auf der Nachtseite ist sie auf jeden Fall geringfügig. *Schuster* setzt sie als Funktion des Ortes (σ, τ) proportional mit

$$1 + \gamma' \cos \sigma + \gamma \sin \sigma \cos (t + \tau),$$

worin $(t + \tau)$ die lokale Zeit (der Stundenwinkel der Sonne) ist.¹⁷⁹⁾ (Mit $\gamma' = \beta \sin \delta$ und $\gamma = \beta \cos \delta$ wird jener Ausdruck gleich $1 + \beta \cos \omega$, wenn ω den Abstand des Ortes (σ, τ) von einem im Deklinationskreis der Sonne unter der Deklination δ gelegenen Punkte bezeichnet. Es muß also $\gamma'^2 + \gamma^2 \leq 1$ sein.)

Die mathematische Analyse ergibt, wenn zunächst nur die induzierende Wirkung des nach der Rotationsachse der Erde gerichteten Hauptteils des erdmagnetischen Feldes (von der Form P_0^1) aufgesucht wird, daß einer horizontalen Luftströmung, deren Geschwindigkeitspotential vom Typus $P_m^n(\cos \sigma) \cos (m(t + \tau) - \alpha)$ ist, eine elektrische Stromfunktion und ein magnetisches Potential entsprechen, die sich aus unendlich vielen (zu $n = 0, 1 \dots \infty$ und $m = 0, 1 \dots n$ gehörigen) Gliedern der Form $P_m^n(\cos \sigma) \sin (m(t + \tau) - \alpha)$ und der Form $P_m^n(\cos \sigma) \sin (m(t + \tau) + \alpha)$ zusammensetzen. In die Koeffizienten gehen Faktoren p_m^n und q_m^n ein, die Potenzreihen von γ' und γ sind. Für die beiden wichtigsten Fälle, die den durch P_1^1 und P_2^2 charakterisierten Luftströmungen entsprechen, werden diese Faktoren bis zu den Gliedern 4. Ordnung in γ' und γ angegeben.

Kurz wird auch die aus der Komponente P_1^1 des induzierenden Feldes hervorgehende Wirkung besprochen, die natürlich nicht eine überall übereinstimmende Funktion der Ortszeit ist, sondern als Hauptglied eine Schwankung nach Simultanzeit enthält, deren Intensität am Äquator am größten ist.

Die entwickelte Theorie ist ohne weiteres auch auf andere, als die thermisch bewirkten Luftströmungen, also insbesondere auf die Gezeitenströmungen anzuwenden. Die von der Sonne herrührenden sind vorläufig, zumal bei ihrer Geringfügigkeit, von der übrigen solaren Variation nicht abzulösen; dagegen ist dies bei den stärkeren

179) Es ist allgemein üblich, die Ergebnisse der Variationsbeobachtungen nach mittlerer Zeit zu tabulieren; für die vorliegende Frage wäre natürlich streng genommen wahre Sonnenzeit zu wählen. Eine kleine Hilfstafel zur bequemen Umrechnung findet man im Jahrbuch der Wiener Meteorologischen Zentralanstalt für das Jahr 1889, p. 91.

und wegen ihrer etwas abweichenden Periodendauer formal davon zu trennenden lunaren Variationen möglich. Im Anschluß an seine in Fußnote 87 erwähnte Sammlung des vorhandenen und zum großen Teil von ihm neu reduzierten Beobachtungsmaterials über die lunare Schwankung¹⁸⁰⁾ hat *van Bemmelen* dieses durch ein Potential äußerer und innerer magnetischer Kräfte dargestellt und mit Hilfe von *Schusters* Formeln diskutiert. Wenn auch im großen ganzen die Ergebnisse der zugrundeliegenden Hypothese entsprechen, so erweist sich doch die Gewinnung eines im einzelnen einwandfreien Resultats noch nicht als möglich. Soweit dafür die Mängel des empirischen Materials verantwortlich zu machen sind, dürfte vor allem die an den meisten Stationen recht geringe Zuverlässigkeit der Variationsbeobachtungen der vertikalen Komponente die Schuld tragen, die hier bei der geringen Größe der lunaren Schwankung noch viel störender, als bei der solaren ins Gewicht fällt.

Einen besonderen Vorteil bietet die Untersuchung der lunaren Schwankung noch darin, daß sie die Abhängigkeit der Leitfähigkeit der Luft vom Stundenwinkel der Sonne zu ermitteln gestattet, weil deren Maximum im Laufe des Monats über sämtliche Stellen der Gezeitenwelle hinwegwandert, während bei der solaren Variation die beiden bedingenden Faktoren, Leitfähigkeit und Luftströmung, immer nahezu in derselben gegenseitigen Lage zueinander verharren, weil sie beide von der Sonne abhängen. Um diesen Vorteil auszunützen, muß die lunare Schwankung natürlich für die einzelnen Mondphasen getrennt bestimmt werden, was bisher nur selten geschehen ist. Doch haben schon die wenigen darüber vorliegenden Feststellungen, die man *Brown*, *Chambers*, *Figeé* und *Moos* verdankt, gezeigt, daß die lunare Variation während der Tagesstunden stärker als in der Nacht ist, durchaus in Übereinstimmung mit der Theorie. Der Unterschied ist offenbar an äquatorealen Stationen, auf die sich jene Untersuchungen sämtlich beziehen, am stärksten zu erwarten; doch ist er auch in höheren Breiten noch merklich. (Vgl. die in Fußnote 180 genannte Arbeit, p. 29 ff.)

Eine eingehende Behandlung der lunaren Schwankung von diesem Gesichtspunkt aus hat *S. Chapman* gegeben.¹⁸¹⁾ Er benutzt da-

180) Dazu ist in der jüngsten Zeit eine nach einer neuen Methode durchgeführte Bearbeitung zunächst der horizontalen Komponenten nach den Beobachtungen in Potsdam in den Jahren 1891—1905 getreten: *O. Venske*, Abh. d. Kgl. Preuß. Met. Instituts Bd. V, Nr. 4, Berlin 1916.

181) Phil. Trans. 213 (1913) und im Auszug: Terr. Magn. and Atm. Electr. 19 (1914), p. 39.

bei eine etwas modifizierte Entwicklung, indem er nicht die Leitfähigkeit, sondern den spezifischen Widerstand als ganze Funktion des Zenitabstandes der Sonne einführt, was die Rechnung etwas vereinfacht. Die Werte der Koeffizienten p_m^n und q_m^n werden dabei geschlossene Ausdrücke. (Vgl. dazu *Schuster*¹⁷³), p. 190.)

Die nach der Theorie zu erwartende Abhängigkeit der Amplitude der lunaren Schwankung von der Aktivität der Sonne, die ja für die Leitfähigkeit der Luft bestimmend ist, findet sich in den empirischen Ergebnissen gelegentlich angedeutet, auffallenderweise aber nicht entschieden ausgesprochen.

23. Störungen und damit zusammenhängende Vorgänge. Ein enger Zusammenhang der Störungen mit der Sonne ist unverkennbar. Sie zeigen in ihrer zeitlichen Verteilung eine deutliche tägliche Periodizität, die allerdings keinen ganz einfachen Charakter besitzt und örtlich sehr verschieden ist. (Das Maximum der Störungshäufigkeit fällt ebensowohl auf die Tages- wie auf die Nachtstunden, z. B. im mittleren Europa auf etwa 21^h.) Es besteht ferner eine jährliche Periodizität, und vor allem geht die Stärke und die Häufigkeit der Störungen der im elfjährigen Wechsel schwankenden Sonnenaktivität durchaus parallel.

An eine magnetische Fernwirkung der Sonne ist jedoch noch weniger zu denken, als bei der täglichen Variation. Dazu würde nicht nur, wie schon *W. Thomson* zeigte, ein Energieaufwand von unmöglicher Größe gehören, sondern es steht damit auch die Gestaltung des Störungsfeldes auf der Erde im Widerspruch.

Der Umstand, daß zwischen einem vollkommen ruhigen und einem entschieden gestörten Verlauf eine stetige Reihe von Übergangsstufen liegt, läßt vermuten, daß auch die Ursachen beider, wenschon nicht identisch, so doch ähnlicher Natur sein werden. Man wird daher auch bei den Störungen in erster Linie an elektrische Strömungen im Außenraum der Erde denken, zu denen die durch ihren Wechsel induzierten Ströme im Erdinneren treten. Das wird durch die nähere Untersuchung bestätigt. (Vgl. die am Ende von Fußnote 94 genannte Arbeit.) Der induzierte Anteil muß wegen der größeren Schnelligkeit der Schwankungen verhältnismäßig mehr als bei der täglichen Variation hervortreten.

Die genauere Diskussion zahlreicher Einzelercheinungen führt auf die Vermutung, daß die störungserregende Wirkung vorzugsweise an einzelne, verhältnismäßig kleine, längere Zeit hindurch erhalten bleibende Bezirke der Sonnenoberfläche gebunden sei und ungefähr bei deren Vorübergang vor der Mitte der scheinbaren Sonnenscheibe

eintrete. Dafür spricht vor allem die häufige Aufeinanderfolge von Störungen in Zwischenzeiten, die der synodischen Umdrehungsdauer der Sonne nahekommen.¹⁸²⁾ Es deutet dies auf eine korpuskulare Übertragung der Wirkung durch von der Sonne annähernd radial ausgeschleuderte, eine elektrische Ladung tragende Teilchen hin. Nähere Ausführungen dieser Auffassung sind, und zwar zunächst zur Erklärung der Polarlichter, von *Paulsen*¹⁸³⁾, *Arrhenius*¹⁸⁴⁾ und *Birkeland*¹⁸⁵⁾

182) Besonders beweiskräftig sind die von *Chree* erhaltenen Resultate; vgl. seine in Fußnote 102 genannte Arbeit. Jene Wirkungszentren geradezu mit den Sonnenflecken zu identifizieren, geht nicht an, da Störungen auch ohne solche auftreten; aber eine enge Beziehung zu ihnen besteht sicherlich oft im Einzelfalle.

183) Zuerst aufgestellt in Acad. Roy. de Danemark Bull. 1894, p. 148; weiter ausgeführt *ibid.* 1895, p. 279. Zusammenfassende Darstellung und Kritik der Theorien von *Birkeland*, *Arrhenius*, *Nordmann* und abschließende Darstellung der eigenen Ansichten *ibid.* 1906, p. 109. Die beiden ersten Aufsätze erschienen auch in deutscher Übersetzung in der *Met. Ztschr.* 11 (1894), p. 450 und 12 (1895), p. 161. *Paulsen* stellt, besonders auf umfangreiche eigene Beobachtungen gestützt, in eingehender Weise fest, daß die Polarlichtstrahlen die Eigenschaften von Kathodenstrahlen haben. Er nimmt danach an, und hierin stimmen im wesentlichen alle späteren Erklärungen mit der seinigen überein, daß das Polarlicht eine Lumineszenzerscheinung sei, hervorgerufen durch die Absorption von Kathodenstrahlen, die von den höheren Atmosphärenschichten aus in die tieferen Schichten eindringen. Daß die Erscheinung vorwiegend auf höhere Breiten beschränkt ist, erklärt sich ungezwungen durch die Ablenkung der Strahlen durch das irdische Magnetfeld, die bewirkt, daß sie schraubenlinienförmig längs den Kraftlinien fortschreiten, die am Äquator horizontal verlaufen. Die mit dem Phänomen nur verhältnismäßig lose verknüpften, insbesondere durchaus nicht immer ihm an Intensität entsprechenden magnetischen Wirkungen führt er auf sekundäre elektrische Ströme in den durch den Vorgang leitend gewordenen Luftschichten zurück. Solche sind, in Übereinstimmung mit der Erfahrung, besonders dann zu erwarten, wenn die Erscheinung schnelle Ortsveränderungen erfährt. Die Quelle der Strahlung, und das ist seiner Theorie eigentümlich, sucht *Paulsen* in den negativ elektrisierten Luftmolekeln der höchsten Schichten, die unter dem Einfluß der Sonnenstrahlung Energie absorbieren, welche sie dann in der Form von Kathodenstrahlen wieder abgeben.

184) *S. Arrhenius*, *Phys. Ztschr.* 2 (1900), p. 81, 97 nimmt im Zusammenhang seiner umfassenden kosmischen Theorie an, daß die Sonne andauernd negativ geladene Teilchen von solcher Größe (Ordnung: 1μ) ausschleudert, daß der auf sie wirkende Lichtdruck die Anziehung der Sonne überwiegt und sie von dieser immer weiter fortführt. Diejenigen davon, die auf der Tagseite der Erde einwandern, sollen dann die im Polarlicht in die Erscheinung tretenden Kathodenstrahlen auslösen. *C. Nordmann*, *Essai sur le rôle des ondes hertziennes en astronomie physique; Thèse présentée à la faculté des Sciences de Paris 1903*, denkt an eine Energieübertragung durch elektromagnetische Wellen von der Sonne auf die obersten Schichten der Erdatmosphäre.

185) Den Gedanken, daß elektrische Strömungen etwa in der Form von Kathodenstrahlen von der Sonne zur Erde führen und hier elektrische und mag-

gegeben worden, und die auf experimenteller Grundlage ruhende Theorie des letzteren hat durch *C. Störmer* eine tief eindringende mathematische Ausgestaltung und Begründung erfahren.¹⁸⁶⁾

Die Grundlage der von *Birkeland* entwickelten theoretischen Anschauungen bilden seine nach und nach in immer größerem Maßstabe ausgeführten experimentellen Untersuchungen über die Einwirkungen starker Magnetfelder auf Kathodenstrahlbündel in luftverdünnten Räumen. Zuerst benutzte er einpolige Felder, dann ging er bald dazu über, die natürlichen Verhältnisse durch Verwendung einer Terrella, eines kräftigen kleinen (einige Zentimeter im Durchmesser haltenden) kugelförmigen Elektromagnets, der um eine nicht mit der magnetischen zusammenfallende Achse gedreht werden konnte, nachzuahmen. Soweit der Verlauf der Strahlen nicht unmittelbar im Raume durch

netische Wirkungen äußern könnten, hat zuerst *E. Goldstein* ausgesprochen, Ann. Phys. 12 (1881), p. 266 Anm. *Kr. Birkeland* wurde auf seine Theorie durch die von ihm entdeckte Ansäugung der Kathodenstrahlen durch einen starken Magnetpol geführt; Genève Arch. des Sc. phys. et nat. 4 (1896), p. 497. Eine mathematische Theorie des Phänomens gab *Poincaré*, Paris C. R. 123 (1896), p. 930. (Die Bahn ist in diesem einfachen Falle eine geodätische Linie auf einem vom Pol ausgehenden Rotationskegel.) Von den zahlreichen weiteren Veröffentlichungen *Birkelands* sind vor allem die ausführlichen, das gesamte Beobachtungsmaterial mitteilenden Werke zu nennen: Expédition Norvégienne de 1899—1900 pour l'étude des aurores boréales, Videnskabselskabet Skifter I 1901, Nr. 1, Christiania, und The Norwegian Aurora Polaris Expedition 1902—1903, davon bisher erschienen: Vol. I, Part. I: Magnetic Storms 1902—1903, Christiania 1908; Part. II: Polar Magnetic Phenomena and Terrella Experiments, Christiania 1913. Kurze zusammenfassende Darstellungen der wichtigsten Ergebnisse geben zwei Aufsätze in Genève Arch. des Sc. phys. et nat. 12 (1901), p. 565 und 32 (1911), p. 97.

186) Die abschließende Darstellung seiner Entwicklungen und sehr eingehende Mitteilungen von Resultaten der numerischen Berechnungen der Bahnen einzelner Teilchen hat *Störmer* in den Schriften der Akademie zu Christiania gegeben: Videnskabs Selskabet Skifter 1904 Nr. 3, 1909 Nr. 5, 1913 Nr. 4, 1914, 1916 Nr. 6. In der vorletzten hiervon findet sich p. 58 ein Verzeichnis seiner sämtlichen bis Ende 1913 erschienenen (47) Veröffentlichungen über den Gegenstand (einschließlich der Berichte über seine photogrammetrischen Nordlichtaufnahmen). Von diesen, die neben einer abkürzenden Wiedergabe der mathematischen Entwicklungen besonders die physikalische Anwendung auf das System Sonne-Erde und die Polarlichter der letzteren behandeln, sind besonders die in sich abgeschlossenen ausführlichen Darstellungen zu nennen: Archiv for Math. og Naturv. 28 (1906) Nr. 2; 31 (1911) Nr. 11, Genève Arch. des Sc. phys. et nat. 24 (1907), p. 5, 113, 221, 317; 32 (1911), p. 1 (auf die p. 160 verzeichneten Berichtigungen zu früheren Publikationen sei besonders hingewiesen).

Eine bequem zugängliche Wiedergabe des Ganges der *Störmerschen* Entwicklungen und ihrer Hauptergebnisse findet man in dem Artikel „Polarlicht“ von *G. Angenheister* im Handwörterbuch der Naturwissenschaften (Fischer, Jena), Bd 7 (1912), wo auch über *Birkelands* Versuche berichtet wird.

die von ihnen erregten sekundären Lichtwirkungen erkennbar war, wurde er durch die Phosphoreszenz von Baryumplatincyannür auf der Terrella selbst oder auf passend angeordneten Schirmen sichtbar gemacht.

Das Hauptergebnis der Versuche besteht darin, daß das ursprünglich gleichförmige Strahlenbündel in der Nähe des Magnets unter dem Einfluß der von diesem auf die bewegten elektrischen Teilchen ausgeübten Ablenkung in mehrere getrennte, verhältnismäßig scharf begrenzte Büschel zerfällt. Besonders treten hervor: Ein die Kugel in der Äquatorebene umgebender flacher Ring, zwei spiralförmige Streifen, die aus den Polgegenden nach dem Äquator hinziehen und zwei annähernd radiale, keilförmige Büschel, die in der Nähe der Pole frei endigen und anscheinend von umbiegenden und zurückkehrenden Strahlen gebildet werden. Durch diese letzteren erklärt *Birkeland* die Polarlichter und die von ihm sogenannten polaren Störungen, deren Kraft- und Potentiallinien schematisch durch zwei orthogonale Kreisbüschel in der Erdoberfläche dargestellt werden; die zuerst genannte ringförmige Strömung verursacht nach ihm die äquatorealen Störungen.

Störmers Analyse, die von der gegenseitigen Bewegung von Erde und Sonne, sowie von der Wirkung weiterer Kräfte absieht, zeigt, daß die beobachteten Erscheinungen ihre volle Erklärung durch das bekannte Gesetz der Ablenkung bewegter Elektrizitätsträger im magnetischen Felde finden. Nach diesem Gesetz ist der Krümmungsradius ρ der Bahn s umgekehrt proportional $H \sin(H, s)$, wenn H die Feldstärke bedeutet. Es ist also $H\rho \sin(H, s)$ und speziell $H_0\rho_0$ an einer Stelle, wo die Bahn senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien verläuft, eine nur von der Natur der Träger (Elektronen, Ionen) abhängige, für jede Strahlengattung charakteristische Konstante. Ihr Wert stimmt mit dem von $mu : e$ überein, wenn u die (in die Richtung von s fallende) Geschwindigkeit, e die Ladung und m die Masse jedes Teilchens ist; er bewegt sich etwa zwischen den Grenzen 100 (bei den langsamsten Kathodenstrahlen) und 400 000 (bei gewissen α -Strahlen des Radiums).

Störmer beschränkt die Betrachtung zunächst auf den Fall eines Elementarmagnets (oder einer homogen magnetisierten Kugel), in den er den Anfangspunkt und in dessen Achse er die Hauptachse eines Polarkoordinatensystems verlegt, und formuliert die Aufgabe dahin, alle Bahnlinien zu bestimmen, die den Anfangspunkt treffen. In seinen weiteren Mitteilungen berechnet er auch noch andere Bahnen, besonders solche periodischer Natur.

Die (zunächst für rechtwinklige Koordinaten aufgestellten) Differentialgleichungen der Bewegung, in denen die der Zeit proportionale

Weglänge s als unabhängige Variable dient, enthalten die physikalischen Konstanten des Vorganges ausschließlich in der Verbindung $\mathfrak{M} : H_0 \varrho_0$, wenn \mathfrak{M} das Moment des Elementarmagnets ist. Setzt man diesen Betrag gleich c^2 , so ist c eine Länge. Wird diese als Längeneinheit gewählt, so vereinfachen sich die Bewegungsgleichungen und enthalten keine empirische Konstante mehr, so daß sie für alle Fälle übereinstimmen.

Eine erste Integration läßt sich in geschlossener Form ausführen; mit γ als der Integrationskonstanten erhält man die Gleichung

$$R \frac{d\varphi}{ds} = 2\gamma a + \frac{R^2}{r^3}.$$

Darin sind r , R , φ nach der hier früher gebrauchten Bezeichnung gleich r , $r \sin \vartheta$, τ .

Die weitere Integration wird durch ein numerisches Verfahren geleistet, über dessen Gang und Ergebnisse die späteren Publikationen *Störmers* eingehend berichten. Sie enthalten auch zahlreiche graphische Darstellungen von Trajektorien.

Die wichtigsten, für die Erklärung der Beobachtungstatsachen im allgemeinen ausreichenden Ergebnisse gelingt es *Störmer* auch ohne die vollständige Durchführung der Integration abzuleiten. Er gelangt dazu mit Hilfe einer interessanten geometrischen Deutung der angegebenen Gleichung. Diese gestattet für jeden Wert von γ die Grenzen des Raumes anzugeben, innerhalb dessen die zugehörigen Bahnen verlaufen. Die Ergebnisse sind in zahlreichen Figuren (Meridianschnitten der Grenzflächen, die natürlich Rotationsflächen sind) dargestellt, die ohne weiteres erkennen lassen, aus welchen Gebieten des Raumes die elektrischen Teilchen stammen müssen, die die verschiedenen Stellen der Erdoberfläche treffen. Mit Rücksicht auf die bekannte Entfernung der Erde von der Sonne (sie beträgt für Kathodenstrahlen mittlerer Geschwindigkeit, denen der Wert $H_0 \varrho_0 = 315$ zukommt, rund 29 Einheiten der angegebenen Art) und die mit Umlauf und Drehung der Erde innerhalb gewisser Grenzen schwankende Stellung der Sonne gegenüber der magnetischen Achse der Erde lassen sich danach die Stellen angeben, an denen von der Sonne herkommende Teilchen in die Erscheinung treten können.

Es zeigt sich nun, daß auf diese Weise die beiden Polarlichtzonen zustande kommen und somit durch die Theorie qualitativ erklärt werden; aber in quantitativer Hinsicht ergibt sich eine Schwierigkeit. Die beobachtete Ausdehnung der Zonen, die einen Radius von rund 20° besitzen, liefert für den Wert der charakteristischen Konstanten einen so hohen Betrag, wie er bei keiner bekannten Strahlen-

gattung auch nur annähernd erreicht wird. Die Geschwindigkeit der Strahlen dürfte danach nur um einige hundert Meter hinter derjenigen des Lichtes zurückbleiben. Für Kathodenstrahlen folgt nur ein Radius der Zone von etwa 2 bis 3°. Dieser Umstand im Verein mit anderen Erwägungen, die die Tiefe des Eindringens der Polarlichtstrahlen in die Atmosphäre betreffen, veranlaßte *L. Vegard* zu der Hypothese, daß nicht Kathodenstrahlen, sondern α -Strahlen die Ursache der Erscheinung seien.¹⁸⁷⁾ Indessen reicht auch diese Annahme nicht aus, da selbst die schnellsten α -Strahlen erst auf einen mittleren Radius von etwa 15° führen.

Die Erklärung der geschilderten Abweichung suchte und fand *Störmer* in dem Umstande, daß die vereinfachende Annahme eines Elementarmagnets dem Sachverhalt nicht genügend gerecht werde. Zuerst versuchte er, doch ohne Erfolg, eine Verbesserung der Theorie durch Berücksichtigung der höheren Reihenglieder des erdmagnetischen Potentials zu erzielen. Diese ändern das Feld in größerem Abstände von der Erde zu wenig, als daß ihr Einfluß auf die Gestaltung des Bahnverlaufs eine wesentliche Bedeutung erlangen könnte. Dann untersuchte er die Wirkung des in der magnetischen Äquatorebene kreisenden Elektronenstromes, der sich nach seiner eigenen Theorie in Übereinstimmung mit *Birkelands* Versuchen bildet. Es ist ohne weiteres klar, daß die Wirkung dieses Kreisstromes, auch wenn sein magnetisches Feld nur schwach ist, mit seiner wachsenden Ausdehnung eine beträchtliche Größe erlangen kann. Indessen läßt sich nicht von vornherein übersehen, ob das gewünschte Resultat auf diesem Wege zu gewinnen ist, da der Radius des Ringes (wenn man ihn als linear und stationär annimmt) seinerseits von der Natur der ihn bildenden Teilchen abhängt.

Die Berechnungen von *Störmer*, die er in der letzten seiner in Fußnote 186 angeführten Arbeiten mitteilt, haben indessen gezeigt, daß unter durchaus zulässigen Annahmen der Mangel der ursprünglichen Theorie durch die Berücksichtigung dieser sekundären Wirkung vollkommen beseitigt wird. Für Ringradien von etwa 1 bis 9 Millionen km und für Strahlen, deren Konstante zwischen 10^2 und 10^7 liegt, findet er, daß die Vergrößerung des Zonenradius auf etwa 20° mit einer Feldwirkung des Ringes von einigen γ bis einigen hundert γ verbunden sein würde.

187) Phil. Mag. 1912, p. 211. Weitere Ausführungen in Ann. Phys. 50 (1916), p. 853 und 51 (1916), p. 495. Vgl. ferner *P. M. Lenard*, Heidelberg Ber. 1910.

Die Strömung muß von Ost nach West verlaufen, die Bewegungsrichtung der Teilchen also westöstlich oder ostwestlich sein, je nachdem, ob sie negativ oder positiv sind. Ein diesem Sachverhalt entsprechendes Feld ist nun tatsächlich an der Erdoberfläche vorhanden; es ist dasjenige, dessen Schwankungen die Nachstörung bilden. (Vgl. Nr. 15.) Nach einer Schätzung von *Ad. Schmidt* hat seine südliche Komponente in Potsdam einen Höchstbetrag von etwa 100—200 γ .¹⁸⁸⁾ Danach wäre die Feldstärke des äquatorialen Ringstromes am Orte der Erde ungefähr 150—300 γ , was gut zu *Störmers* Berechnungen paßt.

Nachdem durch diese Ergebnisse die einzige Schwierigkeit beseitigt worden ist, die der *Birkeland-Störmerschen* Erklärung des Polarlichts noch in quantitativer Hinsicht entgegen stand, kann diese Erklärung als gesichert gelten. Dagegen läßt sich *Birkelands* Versuch, die magnetischen Störungen als unmittelbare Stromwirkung der bewegten elektrischen Teilchen zu deuten, nicht halten. Wie *A. Schuster* gezeigt hat, müßte dazu die Gesamtmenge dieser Partikel einen außerordentlich hohen Betrag erreichen, der aus verschiedenen Gründen unmöglich ist.¹⁸⁹⁾ Die Energieausgabe der Sonne wäre danach viel zu groß; ferner müßten sich, im Widerspruch mit der Erfahrung, starke elektrostatische Wirkungen an der Erdoberfläche bei magnetischen Stürmen zeigen. Vor allem aber könnte eine so dichte Wolke elektrischer Teilchen, selbst wenn sie von der Sonne ausgeschleudert würde, die Erde niemals erreichen, weil sie sich unter dem Einfluß ihrer eigenen elektrostatischen Kräfte in kürzester Zeit zerstreuen würde. Dies ergibt sich aus einem ebenso einfachen wie weittragenden Satze, den *Schuster* ableitet. Danach ist die zur Bewegungsrichtung eines solchen einheitlich fortschreitenden Aggregats senkrechte elektrische Kraft \mathcal{E} an irgendeinem Punkte mit der eben dort hervorgerufenen elektromagnetischen Feldstärke H durch die Beziehung $\mathcal{E} = Hc^2 : u$ verbunden, worin c die Geschwindigkeit des Lichtes und u diejenige der Teilchen bedeutet.

Durch diese Erwägungen wird man notwendig auf die zuerst und seit langer Zeit von *Schuster* vertretene Auffassung zurückgeführt, daß die magnetischen Stürme durch jene Elektronenschwärme nur aus-

188) Abh. d. Kgl. Pr. Met. Inst. 5 Nr. 3 (1916), p. 37. Der hier angenommenen Deutung des Nachstörungsfeldes steht allerdings der zu kleine Betrag seiner vertikalen Komponente entgegen, zu dessen Erklärung die Induktion anscheinend nicht ausreicht. Die Abweichung wird noch größer, wenn man die Permeabilität des Erdkörpers in Betracht zieht.

189) London Roy. Soc. Proc. 85 (1911), p. 44.

gelöst werden, und daß ihre Energie im wesentlichen aus dem Energievorrat der Erde stammt. Man hat sich danach vorzustellen, daß die Leitungsfähigkeit der obersten Luftschichten infolge von Stoßionisation durch die eindringenden Elektronen außerordentlich über das normale Maß gesteigert wird. In ähnlicher Weise wie bei der täglichen Variation sind dann die magnetischen Schwankungen durch die Induktion des (vertikalen) Erdfeldes auf die bewegten Luftmassen zu erklären. Nur kommen hierbei nicht die mehr oder minder regelmäßigen periodischen Strömungen der ganzen Atmosphäre, sondern unregelmäßige, lokale Strömungen in Betracht.

Ob die Erhöhung der Leitfähigkeit allein zur Erklärung ausreicht, ist fraglich; die Einzelheiten des Störungsverlaufs legen die Vermutung nahe, daß zugleich eine Verstärkung und eine eigenartige Gestaltung der Luftbewegung hinzukommt, deren Ursache in der elektrostatischen Wirkung der eindringenden Ladung zu suchen wäre; doch stößt man auch hierbei wieder in quantitativer Beziehung auf Schwierigkeiten.

Es könnte scheinen, als ob nach der Feststellung von *Schuster* über die Zerstreuung eines Elektronenschwarmes auch das Bestehen des äquatorealen Ringstromes unmöglich sei. Indessen sieht man leicht ein, daß bei einem flachen, breiten Ringe die Zerstreuung wesentlich geringer ist und bei passender Dichteverteilung fast beliebig klein werden kann. Sie ist dabei im wesentlichen radial nach außen gerichtet, so daß das magnetische Feld im Innern allmählich (offenbar nach einem exponentialartigen Gesetz) abnimmt; das entspricht nun nach der in Fußnote 188 genannten Untersuchung gerade dem Verhalten des Nachstörungfeldes. Damit findet die Annahme, daß dieses mit dem Ringfelde wenigstens in der Hauptsache identisch sei, eine Bestätigung. In demselben Sinne spricht der Umstand, daß die Schwankungen dieses Feldes während der Sonnenfleckenperiode mit denjenigen des Durchmessers der Polarlichtzone parallel verlaufen.

Die sowohl mit den periodischen Variationen wie mit den Störungen verbundenen elektrischen Erdströme sind wohl ausschließlich als Induktionswirkungen zu deuten, da andere elektromotorische Kräfte fehlen, die zu ihrer Erklärung dienen könnten.

(Abgeschlossen im Februar 1917.)





II-348779

L.

Druk. U. J. Zam. 356. 10.000.

Carl Friedrich G

Herausgeg. von d. Königl. Gesellschaft d.

12 Bände. gr. 4.

Seben erschien: Band XI: Nachträge zur Rei
und Abdruck des Tagebuchs. [58

- I: Disquisitiones arithmeticae. 2. Abdruck. [475 S.] 1810 M 20.—
 II: Höhere Arithmetik. 2. Abdruck [528 S.] 1876 M 20.—
 Nachtrag zum 1. Abdruck des 2. Bandes. [33 S.] 1876 M 2.—
 III: Analysis. 2. Abdruck. [499 S.] 1876 M 20.—
 IV: Wahrscheinlichk.-Rechng. u. Geometrie. 2. Abdr. [492 S.] 1880 M 25.—
 V: Mathematische Physik 2. Abdruck. [642 S.] 1877 M 25.—
 VI: Astronomische Abhandlungen und Aufsätze. [664 S.] 1874 M 33.—
 VII: Theoria motus u. Theoret.-Astronom. Nachlaß. (Parabol. Bewegung, Störungen d. Ceres u. d. Pallas, Theorie d. Mondes.) [650 S.] 1906 M 30.—
 VIII: Arithmetik u. Algebra, Analysis u. Funktionentheorie, Wahrscheinlichk.-Rechng., Geometrie (Nachtr. z. I—IV.) [III u. 458 S.] 1900 M 24.—
 IX: Geodätische Nachträge zu Band IV; insbesondere Hannoversche Gradmessung. [IV u. 528 S.] 1903 M 26.—
 X₂: Aufsätze über Gauß' wissenschaftliche Tätigkeit auf den Gebieten der Reinen Mathematik (Zahlentheorie, Funktionentheorie, Algebra, Geometrie, Variationsrechnung). [U. d. Pr.]
 XI₁: Nachträge zur Physik, Astronomie u. Chronologie. [U. d. Pr.]
 XI₂: Aufsätze über Gauß' wissenschaftliche Tätigkeit auf den Gebieten der Angewandten Mathematik (Physik, Astronomie und Chronologie). [In Vorbereitung].
 XII: Biographisches. Beschreibg. d. Nachlasses. Allg. Reg. [I. V.]

31:1129

In Kürze erscheint der II. Band:

Mathematische Unterhaltungen und Spiele

Von Dr. W. Ahrens

2. Aufl. [ca. 450 S.] Mit zahlreichen Figuren. Geh. M. 13.—, geb. M. 14.—

Nach längerer Verzögerung kann nunmehr auch der II. Band des auf seinem Gebiete grundlegenden Werkes erscheinen. Seine Erweiterung, die durch vielfache Anregungen und Beiträge aus Fachgelehrten- und Laienkreisen veranlaßt worden war, hat in der Kritik des I. Bandes allgemeinen Beifall gefunden. Der vorliegende II. Band umfaßt nun die Kapitel XVII—XXIII mit folgendem Inhalt: Magische und Eulersche Quadrate, Anordnungsprobleme, das Josephspiel, Brücken und Labyrinth, das Hamiltonsche Dodekaederspiel, das Farben-Karten-Problem, das Boß Puzzle- oder Fünfzehner-Spiel, das Dominospiel, Zeit und Kalender, geometrische Konstruktionen durch Falten von Papier, seltsame Verwandtschaften.

Die Darstellung ist so gehalten, daß auch der Nichtmathematiker die allgemeinen Auseinandersetzungen über die Aufgaben und Ziele verstehen und aus dem Buche nicht nur die ihnen zugrunde liegenden Regeln selbst entnehmen, sondern auch in ihre Theorie eindringen kann. Der Mathematiker findet in ihm eine wissenschaftliche Begründung der Probleme, die in historischer Entwicklung und unter Berücksichtigung der vorhandenen Literatur auch zu den allgemein wissenschaftlichen Problemen in Beziehung gebracht sind.

Den Schluß des Bandes, dessen zahlreiche Abbildungen die Anschaulichkeit der Darstellung wesentlich erhöhen, bilden Nachträge zu Band I, ein gegenüber der I. Aufl. stark erweiterter literarischer Index, sowie ein ausführliches Gesamtregister.

Teuerungszuschläge 30% einschließlich 10% Zuschlag der Buchhandlungen

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Erschienene Bände bzw. Hefte:

- Band I. Arithmetik und Algebra, in 2 Teilen. Vollständig erschienen.
- II. Analysis, in 3 Teilen. Teil I, in 9 Heften, vollständig erschienen. Teil II, in 4-7 Heften, davon 2 erschienen. Teil III, in 6-7 Heften, davon 2 erschienen.
- III. Geometrie, in 4 Teilen. Teil I, in 7 Heften, davon 5 erschienen. Teil II, in 8-9 Heften, davon 4 erschienen. Teil III, in 6-7 Heften, davon 4 erschienen.
- IV. Mechanik, in 4 Teilbänden und 1 Registerband. Teilband I, III und IV vollständig erschienen. II Teilband in 4-5 Heften, davon 3 erschienen. Registerband in 1 Heft (in Vorbereitung).
- V. Physik, in 3 Teilen. Teil I, in 6 Heften, davon 5 erschienen. Teil II, in 5 Heften, davon 3 erschienen. Teil III, in 6-7 Heften, davon 3 erschienen.
- VI.1. Geodäsie und Geophysik, in 1 Teilband. I. Hälfte, in 3 Heften, davon 3 erschienen. II. Hälfte in 5 Heften, davon 4 erschienen.
- VI.2. Astronomie, in 1 Teilband, in 10-11 Heften, davon 6 erschienen.
- VII. Geschichte, Philosophie, Didaktik, in Vorbereitung.

Unter der Presse:

- Band II. Teil 3. Neuere Untersuchungen über Funktionen reeller Veränderlicher. Redigiert unter Leitung von E. Borel in Paris, bearbeitet von A. Rosenthal in München.
- III. - 1. Elementar-Geometrie und elementare nichteuklidische Geometrie. (Schluß.) Von M. Zacharias in Berlin. — Dreiecksgeometrie. Von G. Berkhan (†) und W. Fr. Meyer in Königsberg. — Systeme geometrischer Analyse. Von Hermann Rothe in Wien.
- III. - 2. Mehrdimensionale Räume. Von C. Segre in Turin.

Band VI. 1. Teil. Geodäsie und Geophysik.

Redigiert von Ph. Furtwängler in Wien und E. Wiechert in Göttingen.

* erschienen, † unter der Presse.

I. Teilband.

Vorwort zu Band VI, Teil 1 von Ph. Furtwängler in Wien und E. Wiechert in Göttingen.
Inhaltsverzeichnis von Band VI, Teil 1.

A. Geodäsie.

- *1. Niedere Geodäsie: C. Reinherz (†).
*2. Besondere Ausführungen zur Photogrammetrie: S. Finsterwalder in München.
*3. Höhere Geodäsie: P. Pizzetti in Pisa.
*4. Kartographie: R. Bourgeois in Paris und Ph. Furtwängler in Aachen.
*5. Nautik: H. Meldau in Bremen.

II. Teilband.

B. Geophysik.

- *6. Bewegung der Hydrosphäre: G. H. Darwin (†) und S. S. Hough in Capstadt.
*7. Die Schwerkraft und Massenverteilung der Erde: F. R. Helmert (†).
*8. Dynamische Meteorologie: F. M. Exner in Innsbruck und W. Trabert in Wien.
*9. Atmosphärische Elektrizität: E. v. Schwebler in Innsbruck.
*10. Erdmagnetismus: A. Schmidt in Potsdam.
11. Dynamische Geologie: N. N.
12. Die Optik der Atmosphäre: N. N.

Vorlesungen über reelle Funktionen

Von Dr. C. Carathéodory

Professor an der Universität Berlin

Mit 47 Fig. im Text. [X u. 704 S.] gr. 8. 1918. Geh. M 28.—, geb. M 30.—
Teuerungszuschlag 30% einschließlich 10% Zuschlag der Buchhandlungen

Die Umwälzung, welche durch die Untersuchungen von H. Lebesgue in der Theorie der reellen Funktionen hervorgerufen worden ist, ist ein Prozeß, der heute in seinen Hauptzügen als abgeschlossen gelten kann. Die Vorzüge der neuen Methoden können aber nur durch einen Aufbau, der von Grund aus vorgenommen wird, in ihrer ganzen Tragweite zur Geltung kommen. Eine derartige, möglichst elementare, systematische Darstellung hat der Verf. versucht, um den Studenten in mittleren Semestern und den angehenden Forschern viele Umwege zu ersparen. Das Buch ist auf Grund einer im Sommersemester 1914 in Göttingen gehaltenen Vorlesung geschrieben; es enthält die Theorie der Punktfolgen, soweit diese für das Folgende erforderlich ist, die allgemeine Theorie der Funktionen von n Veränderlichen, die Theorie der bestimmten und unbestimmten (Lebesgueschen) Integrale, sowie auch ihre Spezialisierung auf die Riemannsche Integration. Darüber hinausgehend werden die Funktionen einer und zweier Veränderlicher eingehend untersucht. Existenzbeweise für die Lösungen von gewöhnlichen Differentialgleichungen unter möglichst allgemeinen Voraussetzungen schließen das Buch, welches ganz auf sich selbst ruht und überhaupt keine Vorkenntnisse, sondern nur eine gewisse Reife des Urteils voraussetzt.

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



II-348779

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000301671