



Biblioteka Politechniki Krakowskiej



10000301665





# ENCYKLOPÄDIE

DER

# MATHEMATISCHEN

# WISSENSCHAFTEN

MIT EINSCHLUSS IHRER ANWENDUNGEN.

HERAUSGEGEBEN  
IM AUFTRAGE DER AKADEMIEEN DER WISSENSCHAFTEN  
ZU GÖTTINGEN, LEIPZIG, MÜNCHEN UND WIEN  
SOWIE UNTER MITWIRKUNG ZAHLREICHER FACHGENOSSEN.

IN SIEBEN BÄNDEN.

- BAND I: ARITHMETIK U. ALGEBRA, } RED. VON W. FR. MEYER IN KÖNIGSBERG,  
IN 2 TEILEN . . . . . }
- II: ANALYSIS, IN 2 TEILEN. . . . . { H. BURKHARDT IN ZÜRICH UND  
W. WIRTINGER IN WIEN.
- III: GEOMETRIE, IN 3 TEILEN. . . . . W. FR. MEYER IN KÖNIGSBERG.
- IV: MECHANIK, IN 4 TEILBÄNDEN . . . { F. KLEIN IN GÖTTINGEN UND  
C. H. MÜLLER IN GÖTTINGEN.
- V: PHYSIK, IN 3 TEILEN. . . . . A. SOMMERFELD IN MÜNCHEN.
- VI, 1: GEODASIE UND GEOPHYSIK, IN { PH. FURTWÄNGLER IN AACHEN UND  
2 TEILBÄNDEN . . . . . { E. WIECHERT IN GÖTTINGEN.
- VI, 2: ASTRONOMIE . . . . . K. SCHWARZSCHILD IN GÖTTINGEN.
- VII: GESCHICHTE, PHILOSOPHIE, DIDAKTIK (IN VORBEREITUNG).

## BAND VI<sub>2</sub>. HEFT 2.

- F. COHN IN KÖNIGSBERG: THEORIE DER ASTRONOMISCHEN WINKELMESS-  
INSTRUMENTE, DER BEOBSACHTUNGSMETHODEN UND IHRER FEHLER . . . . . S. 195
- A. BEMBORAD IN CATANIA: BESONDERE BEHANDLUNG DES EINFLUSSES  
DER ATMOSPHERE (REFRAKTION UND EXTINKTION) . . . . . S. 287

AUSGEGEBEN AM 3. APRIL 1908.

*G. N. 22802*



LEIPZIG,  
DRUCK UND VERLAG VON B. G. TEUBNER.

1908.

Jeder Band ist einzeln käuflich. — Bisher erschien: Bd. I (vollständig); Bd. II<sub>1</sub>, Heft 1—6; Bd. II<sub>2</sub>, Heft 1; Bd. III<sub>1</sub>, Heft 1 u. 2; Bd. III<sub>2</sub>, Heft 1—3; Bd. III<sub>3</sub>, Heft 1—3; Bd. IV<sub>11</sub>, Heft 1—4 (vollständig); Bd. IV<sub>1II</sub>, Heft 1; Bd. IV<sub>2I</sub>, Heft 1—3; Bd. IV<sub>2II</sub>, Heft 1 u. 2; Bd. V<sub>1</sub>, Heft 1—4; Bd. V<sub>2</sub>, Heft 1 u. 2; Bd. VI<sub>1</sub>, Heft 1 u. 2; Bd. VI<sub>2</sub>, Heft 1—2.

Einbanddecken in Halbfranz werden auf Bestellung mit dem Schlußheft eines jeden Bandes zu wohlfeilen Preisen von der Verlagsbuchhandlung geliefert.



Aufgabe der Encyclopädie ist es, in knapper, zu rascher Orientierung geeigneter Form, aber mit möglichster Vollständigkeit eine Gesamtanstellung der mathematischen Wissenschaften nach ihrem gegenwärtigen Inhalt an gesicherten Resultaten zu geben und zugleich durch sorgfältige Literaturangaben die geschichtliche Entwicklung der mathematischen Methoden seit dem Beginn des 19. Jahrhunderts nachzuweisen. Sie beschränkt sich dabei nicht auf die sogenannte reine Mathematik, sondern berücksichtigt auch ausgiebig die Anwendungen auf Mechanik und Physik, Astronomie und Geodäsie, die verschiedenen Zweige der Technik und andere Gebiete, und zwar in dem Sinne, daß sie einerseits den Mathematiker orientiert, welche Fragen die Anwendungen an ihn stellen, andererseits den Astronomen, Physiker, Techniker darüber orientiert, welche Antwort die Mathematik auf diese Fragen gibt. In 7 Bänden werden die einzelnen Gebiete in einer Reihe sachlich angeordneter Artikel behandelt; jeder Band soll ein ausführliches alphabetisches Register enthalten. Auf die Ausführung von Beweisen der mitgeteilten Sätze muß natürlich verzichtet werden. — Die Ansprüche an die Vorkenntnisse der Leser sollen so gehalten werden, daß das Werk auch demjenigen nützlich sein kann, der nur über ein bestimmtes Gebiet Orientierung sucht. — Eine von den beteiligten gelehrten Gesellschaften niedergesetzte Kommission, z. Z. bestehend aus den Herren

W. v. Dyck - München, O. Hölder - Leipzig, F. Klein - Göttingen, V. v. Lang - Wien, W. Wirtinger - Wien, H. v. Seeliger - München, H. Weber - Straßburg,

steht der Redaktion, die aus den Herren

H. Burkhardt - Zürich, Ph. Furtwängler - Aachen, F. Klein - Göttingen, W. Fr. Meyer - Königsberg, C. H. Müller - Göttingen, K. Schwarzschild - Göttingen, A. Sommerfeld - München, E. Wiechert - Göttingen und W. Wirtinger - Wien

besteht, zur Seite. — Als Mitarbeiter an der Encyclopädie beteiligen sich ferner die Herren

**I. Band:**  
 W. Ahrens - Magdeburg  
 P. Bachmann - Weimar  
 J. Bauschinger - Berlin  
 G. Bohlmann - Berlin  
 L. v. Bortkewitsch - Berlin  
 H. Burkhardt - Zürich  
 E. Czuber - Wien  
 W. v. Dyck - München  
 D. Hilbert - Göttingen  
 O. Hölder - Leipzig  
 G. Landsberg - Kiel  
 R. Mehmke - Stuttgart  
 W. Fr. Meyer - Königsberg i. P.  
 E. Netto - Gießen  
 V. Pareto - Lausanne  
 A. Pringsheim - München  
 K. Runge - Göttingen  
 A. Schoenflies - Königsberg i. P.  
 H. Schubert - Hamburg  
 D. Sellwanoff - St. Petersburg  
 E. Study - Bonn  
 K. Th. Vahlen - Greifswald  
 H. Weber - Straßburg i. E.  
 A. Wiman - Lund.

**II. Band:**  
 M. Böcher - Cambridge, Mass.  
 G. Brunel (+)  
 H. Burkhardt - Zürich  
 G. Faber - Karlsruhe  
 R. Fricke - Braunschweig  
 H. Hahn - Wien  
 J. Harkness - Montreal  
 K. Hensel - Marburg  
 G. Herglotz - Göttingen  
 A. Kneser - Breslau  
 A. Krazer - Karlsruhe  
 L. Maurer - Tübingen  
 W. Fr. Meyer - Königsberg i. P.  
 W. F. Osgood - Cambridge, Mass.  
 P. Painlevé - Paris  
 S. Pincherle - Bologna  
 A. Pringsheim - München  
 A. Sommerfeld - München  
 E. Vessiot - Lyon

A. Voss - München  
 A. Wangerin - Halle  
 E. v. Weber - Würzburg  
 W. Wirtinger - Wien  
 E. Zermelo - Göttingen.

**III. Band:**  
 L. Berzolari - Pavia  
 H. Burkhardt - Zürich  
 G. Castelnuovo - Rom  
 M. Dehn - Münster i. W.  
 F. Dingeldey - Darmstadt  
 F. Enriques - Bologna  
 G. Fano - Turin [rand  
 G. Guichard - Clermont - Fer-  
 P. Heegaard - Vedbaek bei  
 Kopenhagen  
 K. Heun - Karlsruhe  
 G. Kohn - Wien  
 H. Liebmann - Leipzig  
 R. v. Lillenthal - Münster i. W.  
 G. Loria - Genua  
 H. v. Mangoldt - Danzig  
 W. Fr. Meyer - Königsberg i. P.  
 E. Müller - Wien  
 J. Neuberg - Lüttich  
 E. Papperitz - Freiberg i. S.  
 K. Rohn - Leipzig  
 G. Scheffers - Charlottenburg  
 A. Schoenflies - Königsberg  
 C. Segre - Turin [i. P.  
 M. Simon - Straßburg i. E.  
 J. Sommer - Danzig  
 P. Stäckel - Karlsruhe  
 O. Staudé - Rostock  
 H. Steinitz - Charlottenburg  
 A. Voss - München  
 E. Wälsch - Brunn  
 H. G. Zeuthen - Kopenhagen  
 K. Zindler - Innsbruck.

**IV. Band:**  
 M. Abraham - Göttingen  
 C. Cranz - Berlin  
 P. u. T. Ehrenfest - Petersburg  
 S. Finsterwalder - München  
 O. Fischer - Leipzig

Ph. Forchheimer - Graz  
 Ph. Furtwängler - Aachen  
 M. Grüber - Dresden  
 L. Henneberg - Darmstadt  
 K. Heun - Karlsruhe  
 G. Jung - Mailand  
 F. Klein - Göttingen  
 A. Kriloff - Petersburg  
 H. Lamb - Manchester  
 A. E. H. Love - Oxford  
 C. H. Müller - Göttingen  
 L. Prandtl - Göttingen  
 H. Reißner - Aachen  
 A. Schoenflies - Königsberg  
 P. Stäckel - Karlsruhe  
 O. Tedone - Genua  
 E. Timerding - Straßburg i. E.  
 A. Timpe - Danzig  
 A. Voss - München  
 G. T. Walker - Simla (Indien)  
 G. Zemplén - Budapest.

**V. Band:**  
 M. Abraham - Göttingen  
 L. Boltzmann (+)  
 G. H. Bryan - Bangor (Wales)  
 P. Debye - München  
 H. Dieselhorst - Berlin  
 H. Dubois - Berlin  
 S. Finsterwalder - München  
 R. Gans - Tübingen [urg  
 F. W. Hinrichsen - Charlotten-  
 W. Hobson - Cambridge  
 J. H. van 't Hoff - Berlin  
 H. Kamerling-Onnes - Leiden  
 M. Kaus - Berlin  
 Th. Liebisch - Berlin  
 H. A. Lorentz - Leiden  
 L. Mamlock - Berlin  
 G. Mie - Greifswald  
 H. Minkowski - Göttingen  
 O. Mügge - Göttingen  
 J. Nabl - Wien  
 F. Pockels - Heidelberg  
 L. Prandtl - Göttingen  
 R. Reiff - Stuttgart  
 K. Runge - Göttingen

A. Schoenflies - Königsberg  
 M. Schröter - München  
 A. Sommerfeld - München  
 E. Study - Bonn  
 A. Wangerin - Halle  
 W. Wien - Würzburg  
 J. Zenneck - Braunschweig

**VI, I. Band:**  
 R. Bourgeois - Paris  
 G. H. Darwin - Cambridge  
 F. Exner - Wien  
 S. Finsterwalder - München  
 Ph. Furtwängler - Aachen  
 S. Hough - Kapstadt  
 H. Meldau - Bremen  
 J. M. Pernter - Wien  
 P. Pizzetti - Pisa  
 G. Reinherz (+)  
 A. Schmidt - Potsdam  
 W. Trabert - Innsbruck  
 E. Wiechert - Göttingen.

**VI, 2. Band**  
 E. Anding - Gotha  
 J. Bauschinger - Berlin  
 A. Bemporad - Catania  
 E. W. Brown - Haverford  
 C. Ed. Caspari - Paris  
 C. V. L. Charlier - Lund  
 F. Cohn - Königsberg i. P.  
 R. Emden - München  
 F. K. Ginzell - Berlin  
 J. v. Hepperger - Wien  
 G. Herglotz - Göttingen  
 H. Kobold - Kiel  
 F. R. Moulton - Chicago  
 G. v. Niessl - Brunn  
 S. Oppenheim - Prag  
 L. Schulhof - Paris  
 K. Schwarzschild - Göttingen  
 E. Strömberg - Kopenhagen  
 K. Sundmann - Helsingfors  
 E. T. Whittaker - Dublin  
 A. Wilkens - Hamburg  
 C. W. Wirtz - Straßburg i. E.  
 H. v. Zeipel - Pulkowa.

## Sprechsaal für die Encyclopädie der Mathematischen Wissenschaften.

Unter der Abteilung Sprechsaal für die Encyclopädie der Mathematischen Wissenschaften nimmt die Redaktion des Jahresberichts der Deutschen Mathematiker-Vereinigung (herausgegeben von A. Gutzmer in Halle a/S.) ihr aus dem Leserkreise zugehende Verbesserungsvorschläge und Ergänzungen (auch in literarischer Hinsicht) zu den erschienenen Heften der Encyclopädie auf. Disbezügliche Einsendungen sind an den Unterzeichneten zu richten. Beiträge für den Sprechsaal haben bisher beige-steuert die Herren W. Ahrens, M. Böcher, A. v. Braunmühl, T. J. A. Bromwich, H. Burkhardt, G. Eneström, H. Fehr, L. Henneberg, E. Jahnke, F. Klein, M. Koppe, M. Krause, Josef Kürschák, E. Lampe, A. Loewy, Gino Loria, J. Lüroth, Otto Meißner, W. Fr. Meyer, E. Müller, E. Netto, M. Noether, W. Osgood, K. Petr, S. Pincherle, C. Runge, L. Saalschütz, Carl Schmidt, A. Schoenflies, F. Schur, E. Study, Th. Vahlen, A. Wangerin, K. v. Wesendonck, W. Wirtinger.

W. Fr. Meyer, Königsberg i. Pr. - Maraunenhof, Herzog Albrechtallee 27.



11-348773

~~III 16 277~~



## VI 2, 5. THEORIE DER ASTRONOMISCHEN WINKELMESSINSTRUMENTE, DER BEOBACHTUNGSMETHODEN UND IHRER FEHLER.

VON  
**FRITZ COHN**  
IN KÖNIGSBERG.

### Inhaltsübersicht.

1. Idee eines Universalinstrumentes zur astronomischen Ortsbestimmung.
2. Die Durchführung der Idee in der Praxis; Beschreibung des Beobachtungsvorgangs.
3. Die Hilfsinstrumente, ihre Einrichtung und die Auswertung ihrer Skalen.
4. Die eigentlichen Instrumente der exakten astronomischen Ortsbestimmung.
  - A. Der Meridiankreis: Prinzip der Rektaszensions- und Deklinationsbestimmung. Verwandte Typen: Passageninstrument, Mauerquadrant, Universaltransit, Zenitteleskop.
  - B. Der Refraktor: Prinzip der differentiellen Ortsbestimmung mit ruhendem oder bewegtem Fernrohr, visuell oder photographisch. Doppelbildmikrometer, Heliometer. Équatorial coudé und Astrograph.
5. Die Fehler der Instrumente und ihre Bestimmung.

Instrumentalfehler geometrischer Natur: A. Am Meridiankreis. B. Am Refraktor, Heliometer usw. — Physikalische Fehlerquellen: in der Atmosphäre, im Objektiv, in der Nachführung des Fernrohrs und im photographischen Prozeß, im Okular und im Auge.
6. Die persönlichen Fehler bei astronomischen Beobachtungen.
7. Die Genauigkeit der astronomischen Beobachtungen.
8. Die Abgrenzung des Arbeitsfeldes und das Ineinandergreifen der verschiedenen Instrumente und Beobachtungsmethoden.

### Literatur.

#### Technische Ausführung der Instrumente:

- Ph. Carl*, Die Prinzipien der astronomischen Instrumentenkunde, Leipzig 1863.  
*L. Ambronn*, Handbuch der astronomischen Instrumentenkunde, 2 Bde., Berlin 1899 (*Ambronn*).  
*J. A. Repsold*, Zur Geschichte der astronomischen Meßwerkzeuge von *Purbach* bis *Reichenbach* 1450—1830, Leipzig 1908.

Akc. Nr. ~~1001~~ 150

**Methoden der Beobachtung und der Instrumentaluntersuchung:**

- W. Chauvenet*, A manual of spherical and practical astronomy, 2 vols., Philadelphia 1863, 5<sup>th</sup> ed. Philadelphia 1885, 1893, 1900 (5<sup>th</sup> ed.: *Chauvenet*).  
*F. Brünnow*, Lehrbuch der sphärischen Astronomie, 4. Aufl. Berlin 1881 (*Brünnow*).  
*W. Förster*, Astrometrie oder die Lehre von der Ortsbestimmung im Himmelsraume. 1. Heft: Die Sphärik und die Koordinatensysteme, Berlin 1905.  
*R. Wolf*, Handbuch der Astronomie, ihrer Geschichte und Literatur, 2 Bde., Zürich 1890—93 (*Wolf, Handb.*).  
*W. Valentiner*, Handwörterbuch der Astronomie, 4 Bde., Breslau resp. Leipzig 1897—1902 (*Valentiner, Handwörterbuch*).

**Leistungen der einzelnen Instrumente:**

Die Veröffentlichungen der bekannteren Sternwarten [aus älterer Zeit: Greenw. Dorpat, Königsberg usw.; aus späterer etwa: Pulkowa, Leiden, Paris, Cap, Straßburg, München, Berlin, Bonn, Washington, Mt. Hamilton.]<sup>1)</sup>.

**1. Idee eines Universalinstruments zur astronomischen Ortsbestimmung.** Die beobachtende Astronomie hat die Aufgabe, die scheinbaren Koordinaten der Himmelskörper, bezogen auf ein den Zwecken der theoretischen Astronomie entsprechendes Koordinatensystem, zu bestimmen, d. h. die sphärischen Koordinaten der Richtung, in der uns ein Gestirn erscheint. Ein diesem Zwecke dienendes Instrument muß daher aus einer die Richtung nach dem Gestirn festlegenden Visierlinie bestehen und mit einer Einrichtung versehen sein, welche diese Visier- oder Absehenslinie bequem auf jedes Objekt einzustellen und die eingestellte Richtung gegen gewisse feste Richtungen numerisch festzulegen gestattet.

Die *Visierlinie* besteht in ihrer einfachsten Form aus zwei in fester Verbindung stehenden Dioptern, dünnen Metallplättchen mit kreisrunder feiner Durchbohrung, welche man in die Richtung vom Auge des Beobachters nach dem Objekte bringt. Ihre Einstellung erfolgt, dem Prinzip der sphärischen Koordinaten entsprechend, durch Drehung um geeignete Achsen, entweder um eine zu ihr senkrechte Achse, die Nebenachse, oder gemeinsam mit ihr um eine zweite, zur ersten senkrechte Achse, die Hauptachse des Systems. Bei diesen Drehungen beschreibt die Absehenslinie an der Himmelskugel die

1) Greenw. Obs.; *F. G. W. Struve*, Observationes astronomicae institutae in specula Universitatis Dorpatensis vol. 1—8, Dorpati 1817—1839; Königsb. Beob.; Pulkowa obs.; Poulk. Obs. Centr. Nic. Publ.; Leiden Sternw. Ann.; Obs. de Paris Ann.; Cape astron. results<sup>115)</sup>, Cape meridian results<sup>110)</sup>, Cape Obs. Ann.; Straßb. Sternw. Ann.; Neue Annalen der Sternwarte in Bogenhausen bei München, Bd. 1 ff., München 1890 ff. (*München Sternw. Ann.*); Berlin Sternw. Ergebn.; Bonn Sternw. Veröff.; Wash. obs.; Publications of the *Lick Observatory* [Mount Hamilton] of the University of California, vol. 4 and 6, Sacramento 1900/03 (*R. H. Tucker*).



beiden Arten von Kurven, welche das System der sphärischen Koordinaten charakterisieren. Sie läßt sich dadurch auf jedes Himmelsobjekt einstellen und gibt zugleich durch ihre Drehungswinkel um die betreffenden Achsen die sphärischen Koordinaten selbst. Zur numerischen Fixierung dieser Drehungswinkel ist das Instrument mit geteilten Kreisen versehen, welche gewissermaßen die Abbilder der größten Kreise der Himmelskugel sind.

Ein dieser Idee entsprechendes Instrument gibt in den Ablesungen seiner Kreise die sphärischen Koordinaten des eingestellten Objekts in seinem eigenen System. Soll dieses System mit einem astronomisch bestimmt definierten zusammenfallen, so muß seine Hauptachse auf den Pol dieses Systems gerichtet sein und die Nullpunkte der beiden Kreise müssen mit den Nullpunkten des Koordinatensystems übereinstimmen. In diesem Falle nennen wir das Instrument ein nach dem betreffenden Pol orientiertes *Universalinstrument*.

Für die Praxis kommen nur zwei sphärische Systeme in Frage, deren Pole das Zenit und der Himmelspol sind, das System der Azimute und Höhen und das System der Stundenwinkel und Deklinationen. Je nachdem die Hauptachse des Instruments auf das Zenit oder den Pol des Himmels zeigt, nennt man es dann im speziellen *Universalinstrument* (*Altazimut*) oder *Äquatoreal*.

**2. Die Durchführung der Idee in der Praxis; Beschreibung des Beobachtungsvorgangs.** Bei der praktischen Ausführung eines solchen Instruments handelt es sich um die Einrichtung der Visierlinie und ihres mechanischen Drehungsprozesses, die Fixierung der Drehungswinkel und die Aufstellung des Instruments in bestimmt definierter Orientierung. Darüber sei im einzelnen bemerkt:

Schon kurze Zeit nach der Erfindung des Fernrohrs ist man dazu übergegangen, der schärferen Einstellung halber die optische Achse eines Fernrohrs als Visierlinie zu benutzen<sup>1a)</sup>. Man verwertet dabei weniger die lichtverstärkende Kraft des Fernrohrobjektivs als vielmehr seine Eigenschaft, in seiner Brennebene ein Bild eines unendlich fernen Objekts zu entwerfen, dessen Richtung parallel der Verbindungslinie des Bildpunktes mit dem „optischen Mittelpunkt“ des Objektivs ist<sup>2)</sup>. Um diese Richtung geometrisch festzulegen, bedarf

1a) Vgl. dazu *Wolf*, Handb. 2, § 331.

2) Der bequemeren Beobachtung wegen benutzt man häufig ein sogenanntes gebrochenes Fernrohr, bei dem der Lichtstrahl mit Hilfe geeigneter Spiegel oder Prismen eine gebrochene Linie durchläuft und der Okularteil in die Richtung der Nebenachse fällt, z. B. bei Passageninstrumenten, *équatorial coudé*<sup>77)</sup>. Der Vorteil ist der, daß das Auge des Beobachters bei allen Drehungen des

man in dieser Brennebene möglichst nahe der optischen Achse einer punktförmigen Marke, welche man durch Drehung des Fernrohrs mit dem Bilde des Objekts zur Deckung bringt. Die Verbindungslinie der Marke mit dem Mittelpunkt des Objektivs stellt dann die sogenannte *Kollimationslinie* (*Absehenlinie*, *Visierlinie*) dar. Als solche Marke dient ein in der Brennebene aufgespanntes Fadenkreuz (meist von Kokonfäden). Das Okular, mit dem das in der gemeinsamen Brennebene entworfene Bild betrachtet wird, dient vorzugsweise zur Vergrößerung und damit zur Erhöhung der Genauigkeit der Einstellung.

Das *Fadenkreuz*<sup>3)</sup> ist auf der sogenannten Fadenplatte aufgespannt, einer in der Bildebene liegenden Metallplatte mit rechteckigem Ausschnitt, welche senkrecht zu ihrer Ebene, d. h. längs der optischen Achse des Fernrohrs, verschoben werden kann, um genau mit der Brennebene des Objektivs zusammenzufallen. Diese Fokussierung der Fäden ist öfters zu kontrollieren, da die Brennweite des Objektivs von äußeren Einflüssen, wie Temperatur, ein wenig abhängig zu sein pflegt.

Um bei den nächtlichen Beobachtungen das Fadenkreuz sichtbar zu machen, bedient man sich der sogenannten *Fadenbeleuchtung*. Dieselbe erhellt entweder von der Objektivseite her das Gesichtsfeld, so daß die Fäden sich schwarz von dem hellen Grunde abheben („helles Feld“), oder, was für die Beobachtung schwächerer Objekte erforderlich ist, durch seitliche Beleuchtung die Fäden selbst, welche dann hell auf dunklem Grunde erscheinen („helle Fäden“).

Die exakte Ausführung des Drehungsprozesses bereitet aus dem Grunde besondere Schwierigkeiten, als *Drehungsachsen* im mathematischen Sinne technisch nicht ausführbar sind, sondern nur in mehr oder minder massiver Form hergestellt werden können. Um der mathematischen Idee nach Möglichkeit zu entsprechen, wählt man dazu die einfachsten Rotationskörper, als Zylinder, Kegel, Kugel, und läßt sie sich in festen Lagern drehen; an den Auflagestellen beschränkt man sich auf möglichst punktförmige Berührung.

Die exakte *Einstellung* des Fernrohrs auf das Objekt, d. h. des Fadenkreuzes auf den Bildpunkt, geschieht nach vorherigem Festklemmen des Fernrohrs, resp. der Achsen, mit Hilfe der sogenannten

---

Fernrohrs möglichst in derselben Lage bleibt, sowie die gedrungene Konstruktion des ganzen Instruments, der Nachteil die durch die Einführung der optischen Zwischensysteme entstehende Verringerung der Stabilität der optischen Achse.

3) In der Praxis tritt an seine Stelle meistens ein ganzes System von geeignet angeordneten Fäden; auch kommen vielfach statt der Fäden dünne Glasplatten mit eingeritzten Strichen zur Anwendung.

Feinbewegung. Das Aufsuchen der hellsten Objekte erfolgt mit bloßem Auge, die schwächeren stellt man an den geteilten Kreisen roh ein; ist ihr Ort zu unsicher bekannt, so muß man sie zunächst in dem sogenannten Sucherfernrohr aufsuchen.

Mit der Einstellung des Fadenkreuzes auf das Bild des Objekts und der Fixierung des zugehörigen Zeitmoments<sup>4)</sup> ist die eigentliche Beobachtung erledigt und es bleibt die weitere Aufgabe, die sphärischen Koordinaten der so fixierten Richtung, d. h. ihre Drehungswinkel um die beiden Achsen des Instruments, an den geteilten, senkrecht zu den Drehungsachsen sitzenden Kreisen abzulesen. Das Ablesungsprinzip besteht darin, daß die Stellung eines an der Drehung des Fernrohrs teilnehmenden *geteilten Kreises* an der unmittelbar benachbarten Teilung eines zweiten, zum ersten konzentrischen, aber feststehenden Kreises abgelesen wird, und seine verschiedenen Ausführungen unterscheiden sich nur durch die Art der beiderseitigen Teilungen, indem der eine der beiden Kreise meist nur durch einige Durchmesser repräsentiert wird. Entweder besteht die Teilung des feststehenden Kreises (Alhidadenkreis) nur aus einigen, symmetrisch über die Peripherie verteilten, festen Ablesemarken<sup>5)</sup>, an denen die Feinteilung des beweglichen Kreises abgelesen wird (z. B. Meridiankreis, Vertikalkreis des Universalinstruments). Oder der feststehende Kreis ist fein geteilt und die Ablesemarken befinden sich auf der Peripherie des drehbaren Kreises, an dessen Drehung sie teilnehmen (z. B. Horizontalkreis des Universalinstruments). In ältester Zeit war die die Diopter tragende Visierlinie einfach selbst Alhidade, d. h. ein mit Strichmarken versehener Durchmesser des geteilten Kreises, so daß die Drehung unmittelbar an diesem feststehenden Kreise abgelesen wurde. Diese Ablesemarken wurden später zur Erhöhung der Genauigkeit mit Nonien oder Verniers versehen; an ihre Stelle sind jetzt durchweg *Ablesemikroskope* mit senkrecht zur Kreisteilung gerichteten Achsen getreten, welche die Stellung des Kreises gegen eine bestimmte Nullmarke in der Brennebene des Mikroskopobjektivs mit Hilfe eines durch eine Mikrometerschraube bewegten Fadens zu fixieren gestatten.

4) Wegen der schnellen Veränderlichkeit der direkt meßbaren astronomischen Koordinaten; nur die an einem Äquatoreal eingestellten Deklinationen der Fixsterne können für diesen Zweck als zeitlich konstant gelten.

5) Steht der Kreis genau zentrisch zur Umdrehungsachse, so genügt eine solche Marke; zur Beseitigung einer etwaigen Exzentrizität führt man zwei diametral gegenüberstehende Marken ein und erhöht ihre Zahl auf vier, wenn es sich um besondere Genauigkeit handelt.

In einander über gehen beide Arten der Ablesung (fester Kreis, feste Marken) bei einem von *Hansen* für Meridiankreise gemachten Vorschlage<sup>6)</sup>. Danach erhält der drehbare Kreis nur eine sehr weite Teilung (von  $5^{\circ}$  zu  $5^{\circ}$  etwa), die festen Ablesemarken aber bestehen in vier eng geteilten Hilfsbogen von je  $5^{\circ}$  Länge, welche durch Ablesemikroskope zu vier Strichen des Hauptkreises in Beziehung gesetzt werden. Der Vorteil besteht dabei in der geringeren Zahl der zur Verwendung gelangenden Teilstriche.

So vollzieht sich eine vollständige Beobachtung in der Einstellung des Fernrohrs auf das Objekt, in der Fixierung des zugehörigen Zeitmoments und in der Ablesung der beiden Kreise. Dazu kommt noch wegen der atmosphärischen Refraktion (s. VI 2, 6 [*Bemporad*]) die Ablesung der meteorologischen Instrumente, da der Einfluß dieses „Abbildungsfehlers“ der Atmosphäre auf die Koordinaten der Gestirne von Temperatur und Luftdruck abhängig ist (s. S. 246).

Man erhält so die sphärischen Koordinaten des eingestellten Objekts in dem eigenen System des Instruments. Damit dieses System mit einem „natürlichen“ identisch sei, müssen seine Drehungsachsen nach dem Pol dieses Systems richtig orientiert sein. Für die beiden oben besprochenen natürlichen Systeme, denen das Universalinstrument und das Äquatoreal entsprechen, ist, sei es zur eigentlichen Orientierung, sei es zur Überführung der beobachteten Koordinaten (Azimut, Höhe, Stundenwinkel) in äquatoreale Koordinaten ( $\alpha, \delta$ ) neben der Richtung der Schwerkraft die Kenntnis des Meridians, der Polhöhe und der Sternzeit erforderlich. Wie diese Kenntnis durch geeignete Kombination mehrerer Beobachtungen desselben oder mehrerer Gestirne gewonnen werden kann, vgl. VI 2, 2 (*F. Cohn*), S. 21—25.

Zum richtigen Funktionieren des Instruments gehört also, daß erstens die Visierlinie bei ihren Drehungen die Koordinatenkurven des betreffenden sphärischen Systems beschreibe und ihre Drehungswinkel den Koordinatendifferenzen gleich seien — sie muß dazu starr und die beiden Achsenwinkel genau rechte Winkel sein —, sowie zweitens, daß diese Drehungswinkel durch geeignete Hilfsinstrumente richtig gemessen werden.

Über die technische Ausführung der verschiedenen astronomischen Winkelmeßinstrumente und ihrer Hilfsapparate, die Art ihrer Auf-

6) *P. A. Hansen*, Beschreibung der Einrichtungen, welche am Meridiankreise der Seeberger Sternwarte angebracht worden sind, *Astr. Nachr.* 17 (1840), p. 49—80.

stellung und die Einrichtung der Beobachtungsräume auf festen Sternwarten, vgl. *Ambromn.*

**3. Die Hilfsinstrumente, ihre Einrichtung und die Auswertung ihrer Skalen.** Die numerische Bestimmung der Drehungswinkel der Visierlinie, sowie die Fixierung der Zeitmomente geschieht durch eine Reihe von Hilfsinstrumenten, wie Mikrometerschrauben, geteilte Maßstäbe (Skalen) oder Kreise, Uhren usw. Ihre meist in einer eigenen Maßeinheit enthaltenen Angaben müssen erst geaicht werden, um die dem eigentlichen Beobachtungsvorgang entsprechenden Daten in der erforderlichen Form zu geben. Bei der exakten Auswertung dieser Angaben setzt man eine gewisse einfache mathematische Beziehung zu den gemessenen Größen als sehr angenähert erfüllt voraus und hat einmal die Konstanten dieses allgemeinen Ansatzes durch besondere Messungen zu bestimmen, dann aber auch die etwaigen Abweichungen von diesem Ansatz zu untersuchen. Denn allgemein gilt seit *F. W. Bessel* als Richtschnur, daß kein Teil eines Instruments, so exakt es die heutige Technik auch herzustellen vermag, als fehlerfrei, d. h. seiner Idee genau entsprechend angesehen werden darf, sondern je nach den Zwecken, denen es dienen soll, mit größerer oder geringerer Schärfe auf seine Fehler hin, d. h. auf die Abweichung des vorliegenden Individuums von der allgemeinen Idee untersucht werden muß.

a) *Die Mikrometerschraube und das Ablesemikroskop.*

Vielfach bezweckt man, das in der Bildebene eines Objektivs entworfene Bild eines äußeren Gegenstandes in ebenen Koordinaten scharf auszumessen oder seine Lage gegen das Fadenkreuz oder sonstige feste Marken in der Bildebene festzulegen. Das erstere tritt z. B. ein bei der Vermessung eines von einem Fernrohrobjektiv entworfenen visuellen oder photographischen Abbildes des Himmels, das letztere bei der mikroskopischen Ablesung einer Kreisteilung, sowie bei vielen Instrumentaluntersuchungen, von denen später die Rede sein wird (Kollimationsfehlerbestimmung am Meridiankreise, Azimutbestimmung durch Miren usw.). Diese Ausmessung geschieht durch Pointierung der einzelnen Bildpunkte mit einem in der Bildebene beweglichen, das ebene Koordinatensystem veranschaulichenden Faden. Eine Mikrometerschraube erteilt diese senkrecht zur optischen Achse gerichtete Bewegung der ganzen, den Faden tragenden, sogenannten beweglichen Fadenplatte, welche der festen Fadenplatte parallel sein und ihr so nahe anliegen muß, daß im Okular sowohl feste, wie bewegliche Fäden scharf erscheinen, ohne doch bei der Parallel-

verschiebung der Platten ein Haken der Fäden hervorzurufen. Indem man den an einer feingeteilten Trommel abgelesenen Drehungswinkel dieser Schraube als Maß der linearen Verschiebung des Fadens ansieht, setzt man völlige Proportionalität von Drehungswinkel und linearer Verschiebung voraus. Zur Prüfung dieser Voraussetzung bedarf es daher einer Untersuchung der sogenannten Fehler der Mikrometerschraube durch Auswertung fester Intervalle an verschiedenen stetig verteilten Stellen der Schraube. In der Praxis zerlegt man gewöhnlich die Schraubenfehler in periodische, sich bei jeder Windung im wesentlichen wiederholende, nur von der Drehungsphase abhängige, und in fortschreitende Fehler, die auf einer Verschiedenheit des Schraubenganges in den verschiedenen Windungen beruhen, und bestimmt sie getrennt<sup>7)</sup>. — Bei manchen Messungen ist auch die Kenntnis des „toten Ganges“ der Schraube erforderlich, d. h. des meist geringfügigen freien Spielraums zwischen Schraube und Schraubenmutter, dessen Effekt darin besteht, daß bei verschiedenem Drehsinn der Schraube der gleichen Trommelablesung nicht genau die gleiche Fadenstellung entspricht<sup>8)</sup>.

Gewöhnlich sind die Mikrometertrommeln in 100 Teile — nur bei Kreisablesungen in 60 — geteilt und lassen die Zehntelteile, d. h.  $0^R.001$  ( $R = \text{Revolution}$ , d. h. eine Umdrehung der Mikrometerschraube um  $360^\circ$ ) noch genau schätzen; bei einer üblichen Ganghöhe von 0.5 mm entspricht das  $0.5 \mu^{62a)}$ . Der Winkelwert einer Revolution schwankt je nach den verschiedenen Anwendungen etwa von  $10''$  bis  $100''$ .

Die periodischen Fehler der besseren modernen Mikrometerschrauben können fast stets vernachlässigt werden, da sie, soweit sie überhaupt verbürgt werden können, wenige  $0^R.001$  nicht überschreiten, und auch die fortschreitenden Fehler sind stets geringfügig, so daß sie oft ganz unberücksichtigt bleiben können<sup>9)</sup>. Immerhin erfordern

7) Die Untersuchung der Schraubenfehler entwickelte zuerst *F. W. Bessel* („Besondere Untersuchung des Heliometers der Königsberger Sternwarte“) in *Bessel*, Astron. Untersuch. 1 (1841), p. 75—90 (= *Bessel*, Abhdl. 2, p. 133—166). Vgl. *Brünnow*, p. 445—449, sowie u. a. auch *G. Müller*, Untersuchungen über Mikrometerschrauben, Astronomische Beobachtungen auf der kgl. Sternwarte zu Berlin, Bd. 5, Berlin 1884, Anhang 2; *W. Zurhellen*, Die Untersuchung von Mikrometerschrauben in der Praxis, Astr. Nachr. 172 (1906), p. 1—20.

8) Vgl. *V. Knorre*, Untersuchungen über Schraubenmikrometer, Astr. Nachr. 125 (1890), p. 321—360.

9) Vgl. z. B. die von *O. Struve* herausgegebene Festschrift: „Zum 50-jährigen Bestehen der Nikolai-Hauptsternwarte. Beschreibung des 30 zölligen Refraktors“, St. Petersburg 1889, p. 76—80.

die Fehler einer Schraube eine gelegentliche Kontrolle, indem sie durch den Gebrauch abgenutzt wird, auch kann sie durch einen längeren Transport leiden<sup>10)</sup>.

Die Messung mit der Mikrometerschraube gibt die in die Richtung der Fadenbewegung fallende Koordinate der eingestellten Objekte ausgedrückt in Schraubenumdrehungen. Die optische Achse des Ablesemikroskops, wie es zur scharfen Ablesung geteilter Maßstäbe und Kreise Verwendung findet, muß senkrecht zur Ebene der Teilung stehen und der bewegliche Faden (oder Doppelfaden) so orientiert sein, daß er den Teilstrichen parallel steht. Der Kenntnis der einer Schraubenumdrehung entsprechenden linearen Verschiebung des Fadens bedarf man im allgemeinen nicht, da es sich um die Dimensionen des betrachteten Objekts, nicht seines Abbildes handelt. Man bestimmt daher den Wert einer Schraubenumdrehung, kurz den Schraubenwert, durch Ausmessung bekannter, meist cölestischer, Objekte oder Vorgänge. Bei der Ablesung von Kreisen oder Maßstäben richtet man den Schraubenwert gewöhnlich so ein, daß eine ganze Zahl von Umdrehungen eine Verschiebung des Fadens um einen Teilstrich bewirkt; beträgt er z. B. 1', so läßt eine Trommelteilung in 60 Teile die ganzen Bogensekunden ablesen, die Zehntel schätzen; die zugehörige Minute wird einer im Gesichtsfelde des Mikroskops sichtbaren Marke (Rechen) entnommen. Da aber infolge thermischer usw. Einflüsse auf eine völlige Konstanz des Schraubenwertes nicht zu rechnen ist, bestimmt man den sogenannten *Run des Mikroskops* in geeigneten Zeitintervallen durch Ausmessung einer bekannten Strecke, z. B. des Abstandes zweier benachbarter Teilstriche, und hält ihn dauernd unter Kontrolle.

Die Fixierung der Stellung des Kreises oder der Skala geschieht dann dadurch, daß man mit dem beweglichen Faden den Abstand eines Teilstriches<sup>11)</sup> entweder von einer festen, vom Mikroskop unabhängigen Marke mißt — so dient bei der *Hansenschen* Einrichtung der Ablesung des Meridiankreises<sup>6)</sup> das Ablesemikroskop nur zur scharfen Übertragung der Teilung der festen Hilfsbogen auf den beweglichen Kreis — oder aber von der Nullstellung der Mikrometertrommel, die jetzt ihrerseits als feste Marke auftritt. Im letzteren Falle muß diese Nullstellung im Laufe einer Messungsreihe unveränderlich

10) *Th. Albrecht*, Breitendienst, Resultate<sup>163)</sup>, 1 (1903), p. 23—26.

11) Man stellt gewöhnlich den Doppelfaden des Mikroskops nacheinander auf zwei benachbarte Teilstriche, zwischen denen sich die Nullstellung des Fadens befindet, ein und erreicht dadurch eine erhöhte Genauigkeit, wie auch ein größeres Material zur Bestimmung des Run.

sein oder in ihren Änderungen verfolgt werden. Bei den Vertikal-  
kreisen der Universalinstrumente erfolgt diese Kontrolle durch ein  
auf die Mikroskopträger aufgesetztes Niveau; bei dem Meridiankreise  
vermischt sie sich mit der unten zu betrachtenden Bestimmung des  
Nullpunkts des Kreises, d. h. der Kreisstellung, bei welcher die Null-  
stellung des Mikrometerfadens den Nullstrich des Kreises deckt oder  
das Mittel der 4 Mikroskopablesungen Null gibt.

Die *Genauigkeit der Pointierung* mit dem beweglichen Faden  
der Mikrometerschraube hängt, abgesehen von dem betreffenden opti-  
schen System, z. B. seiner Vergrößerung, wesentlich von der Schärfe  
und Ruhe des beobachteten Objekts ab. So findet *Großmann*<sup>12)</sup> für  
den mittleren Fehler (abgekürzt: m. F.) der Pointierung eines Pol-  
sterns ( $z \leq 40^\circ$ ) bei 120maliger Vergrößerung  $\pm 0''.16$  (bei 1.50 m  
Brennweite =  $\pm 1.2$  Mikron<sup>62a</sup>), *Küstner*<sup>13)</sup> eines Äquatorsterns  
( $z=50^\circ$ ) bei 140maliger Vergrößerung  $\pm 0''.28$  (bei 1.95 m Brennweite  
=  $\pm 2.6 \mu$ ). Die starke Zunahme des Pointierungsfehlers mit der Zenit-  
distanz zeigen die folgenden Zahlen für den Pulkowaer Vertikalkreis<sup>14)</sup>:

$z$		m. F.
von	bis	
10°	30°	$\pm 0''.30$ ,
50	60	$\pm 0.35$ ,
70	75	$\pm 0.44$ ,
75	80	$\pm 0.56$ .

Für den mittleren Fehler einer Nadireinstellung findet *Großmann*<sup>12)</sup>  
(p. 67) bei Tage  $\pm 0''.115$  ( $\pm 0.8 \mu$ ), bei Nacht  $\pm 0''.087$  ( $\pm 0.6 \mu$ ),  
*Bauschinger*<sup>15)</sup>  $\pm 0''.101$  ( $= \pm 1.0 \mu$ ); vgl. auch Nr. 7.

Die *Genauigkeit einer Meridiankreisablesung mit Mikroskopen* über-  
trifft die früher übliche mit Nonien, die bei den üblichen Teilungen von je  
2' bis je 5' kaum die Bogensekunde gaben, um ein bedeutendes. Als  
mittleren Fehler einer einmaligen einfachen Einstellung eines Kreis-

12) *E. Großmann*, Beobachtungen am *Repsoldschen* Meridiankreise der  
*v. Kuffnerschen* Sternwarte in Wien-Ottakring, Leipzig Ges. Wiss. Abhdl. 27  
(1901), Nr. 1, p. 190.

13) *F. Küstner*, Bonn Sternw. Veröff. Nr. 4 (1900), p. 10. Die ungünstigen  
Luftverhältnisse zwangen zu einer verhältnismäßig geringen Vergrößerung. —  
Vgl. im folgenden auch *F. Küstner*, Bonn Sternw. Veröff. Nr. 5 (1901) und  
Nr. 6 (1902).

14) *M. Nyrén*, Observations faites au cercle vertical, Poulk. Obs. Centr.  
Nic. Publ. 2 (1896), p. (44)—(49).



striches finden *Bauschinger*<sup>15)</sup> (p. 45) bei 25facher Vergrößerung  $\pm 0''.11$  (bei einem Kreisdurchmesser von 65 cm =  $\pm 0.17 \mu$ ), *Großmann*<sup>12)</sup> (p. 24) bei 36facher Vergrößerung  $\pm 0''.09$  (=  $\pm 0.12 \mu$ ). Als mittleren Fehler einer vollständigen Kreisablesung von je 2 Strichen mit 4 Mikroskopen findet *Küstner*<sup>13)</sup> (p. 17)  $\pm 0''.12$  (=  $\pm 0.19 \mu$ ) oder mit Einbeziehung der zufälligen Teilungsfehler  $\pm 0''.15$ .

b) *Die Teilungen von Maßstäben (Skalen) und Kreisen.*

Die exakte Ausführung umfangreicher Teilungen bietet besondere Schwierigkeiten, indem die wechselnden äußeren Verhältnisse während des längere Zeit erfordernden Teilungsprozesses die Homogenität der Teilung beeinträchtigen<sup>16)</sup>. In früherer Zeit erfolgte die Teilung oft in der Weise, daß zunächst die Hauptstriche (etwa von 1° zu 1°) von einer Originalteilung aus auf den Kreis übertragen, die feinere Teilung (von 2' zu 2' etwa) durch geteilte Lamellen (von 1° Länge) zwischen jene Hauptstriche eingefügt wurde. Alle diese letzteren Striche besitzen dann den Fehler der Lamellenteilung<sup>17)</sup>. Neuerdings erfolgt die Übertragung der Originalteilung Strich für Strich, so daß bei den Unterbrechungsstellen wie auch am Schluß größere Fehler auftreten können; so findet *Nyren*<sup>16)</sup> als Fehler des Schlußintervalls 0.''72, die größte Abweichung, die überhaupt vorkam.

In älterer Zeit verminderte man den Einfluß der Teilungsfehler der Kreise dadurch, daß man das Fernrohr sowohl ohne, wie mit Kreis um die Achse drehbar machte und dann Vielfache des zu messenden Winkels bestimmte [*Prinzip der Repetition*<sup>17a)</sup>]. Später begann man die Teilungsfehler systematisch zu bestimmen. Von den diesbezüg-

15) *J. Bauschinger*, Untersuchungen über die atmosphärische Refraktion, München Sternw. Ann.<sup>1)</sup> Bd. 3 (1898), p. 53. Brennweite 1.95 m, Vergrößerung 270.

16) Das Protokoll bei der Neuteilung des Pulkowaer Vertikalkreises [*M. Nyren*, Untersuchung der *Repsold*schen Teilung des Pulkowaer Vertikalkreises, St. Pét. Mém. (7) 34, 2 (1886)] zeigt, daß die Teilung 17 volle Tage in Anspruch genommen hat, innerhalb deren die Temperaturen zwischen 9°<sub>5</sub> R. und 13°<sub>9</sub> R. schwankten. Bei einigen neueren Meridiankreisen (Wien-Ottakring, Heidelberg) vollzog sich die Teilung in kürzerer Zeit (9 Tage).

17) Vgl. *O. Struve*, Poulkova Obs. 4 (1872), Observations faites au cercle vertical, p. (36) u. (37). Die Beobachtungen zeigten hier, daß die Fehler der 2'-Striche sich in jedem Grade regelmäßig wiederholten und bis auf fast 1'' anstiegen; erst nachher wurde bekannt, daß in der Tat die *Ertelsche* Teilung in der oben angegebenen Art entstanden war. Mit ihrer Berücksichtigung ging der zufällige wahrsheinliche Strichfehler von  $\pm 0''.368$  auf  $\pm 0''.206$  herab.

17a) *T. Mayer*, Nova methodus perficiendi instrumenta, Commentarii Societatis scientiarum Gottingensis 1 (1752), p. 324. — Hierher gehört auch die noch heute bei astronomisch-geodätischen Messungen übliche Art des Beobachtens in „wechselnden Kreisständen“.

lichen Methoden sei hier nur angedeutet, daß, ähnlich wie bei der Untersuchung von Mikrometerschrauben, durch *Ausmessung eines festen Intervalls* oder *Winkels an verschiedenen Stellen der Teilung* Relationen zwischen den Fehlern verschiedener Teilstriche erhalten werden. Bei Kreisteilungen schafft man sich durch Hilfsmikroskope gewisse feste Winkel, aliquote Teile der Kreisperipherie, die durch Drehung des Kreises an verschiedenen Stellen der Teilung ausgewertet werden; bei Skalen bestimmt man gleichzeitig die Fehler zweier aneinander gelegter Maßstäbe durch Parallelverschiebung; im Prinzip kommen beide Untersuchungen auf dasselbe hinaus. Die verschiedenen Methoden der Teilungsfehlerbestimmung werden in verschiedener Weise der Anforderung gerecht, bei einem bestimmten Arbeitsaufwand eine möglichst große Genauigkeit der individuellen Fehlerbestimmung zu erzielen. Aus der großen Literatur über Kreisteilungsuntersuchungen<sup>18)</sup> sei die Methode von *H. Bruns* hervorgehoben, welche diese umfangreiche und mühsame Arbeit in besonders rationeller Weise durchzuführen gestattet.

Die erste Untersuchung einer Kreisteilung führte *F. W. Bessel*<sup>18)</sup> im Jahre 1814 und in exakterer Form 1817 am *Caryschen* Kreise aus und wiederholte sie 1821 am *Reichenbachschen* und 1842 am *Repsoldschen* Meridiankreise der Königsberger Sternwarte. Indessen begnügte er sich in der Hauptsache damit, die gesetzmäßigen Fehler der Teilung durch eine Interpolationsformel in Form einer *Fourierschen* Reihe darzustellen und die individuellen Fehler nur für einige besonderen Striche, die zur Polhöhenbestimmung oder den Fundamentalsternen gebraucht wurden, zu bestimmen. Auch heute wird diese *Besselsche Methode* noch vielfach angewandt. Später ging man in der

18) Die Untersuchung von Kreisteilungen behandeln:

*F. W. Bessel*, Königsb. Beob. 1 (1815) und 3 (1817), Einl., worin die später wiederholt angewandte sog. *Besselsche Methode* enthalten ist; *O. Schreiber*, Untersuchung von Kreisteilungen mit zwei und vier Mikroskopen, Zeitschr. f. Instrumentenkunde 6 (1886); *H. Bruns*, Untersuchung einer *Wanschaffschen* Teilung, Astr. Nachr. 130 (1892), p. 17; vgl. auch Fußn. 14, 19, 20.

Speziell die Untersuchung der Teilungsfehler von Skalen behandeln:

*P. A. Hansen*, Von der Bestimmung der Teilfehler eines geradlinigen Maßstabes, Leipzig, Ges. Wiss. Abhdl. 10 (1874); *D. Gill*, On the determination of errors of graduation without cumulative error, Lond. Astr. Soc. Monthly Not. 49 (1889), p. 105; *G. Lorentzen*, Über die Untersuchung der Skalen eines Helimeters, Astr. Nachr. 131 (1892), p. 217 und Astr. Nachr. 135 (1894), p. 353; *K. Schwarzschild*, Zur Bestimmung der Teilfehler von Maßstäben, Astr. Nachr. 143 (1897), p. 1; *P. Harzer*, Über die Bestimmung der Teilfehler von Maßstäben, 1) nach der *Gill-Lorentzenschen* Methode, Astr. Nachr. 161 (1903), p. 161; 2) nach der ersten *Hansenschen* Methode, Astr. Nachr. 161 (1903), p. 381.

Bestimmung individueller Strichfehler weiter, etwa von  $1^0$  zu  $1^0$ , und interpolierte für die dazwischen liegenden Striche<sup>19)</sup>. Eine Bestimmung aller Strichfehler, d. h. des Mittels je 4 diametral gegenüberstehender, ist nur äußerst selten ausgeführt worden<sup>20)</sup>. *Nyrén*<sup>16)</sup> (p. 34—35) findet den zufälligen Strichfehler bei der von ihm untersuchten *Repsoldschen* Teilung des Pulkowaer Vertikalkreises äußerst gering und schätzt den wahrscheinlichen Fehler eines interpolierten Wertes zwischen den von ihm bestimmten Fehlern der Gradstriche insgesamt auf  $\pm 0''.05$ . Andere halten die zufälligen Strichfehler für erheblicher<sup>21)</sup>, ja sogar für überwiegend<sup>22)</sup>. Daß man aber durch Berücksichtigung der systematischen Fehler, auch in Form einer trigonometrischen Reihe, eine wesentlich bessere Darstellung der Beobachtungen erzielt, zeigt *E. Großmann*<sup>12)</sup> (p. 38—43) durch Vergleichung beider Kreislagen. Auch wird das noch deutlicher durch die von ihm<sup>12)</sup> p. 47 gegebene Zusammenstellung, welche zeigt, wie überaus gleichmäßig sich die Fehler der *Repsoldschen* Urteilung auf eine Reihe von Meridiankreisen übertragen haben. Im übrigen erreichen die Teilungsfehler bei den besseren Kreisen der Neuzeit, insbesondere den *Repsoldschen*, bei Durchmessern von etwa 60 cm bis 100 cm im Mittel aus zwei Durchmessern (4 Strichen) nur selten Beträge, die  $0''.5$  überschreiten.

Die Teilungsfehleruntersuchung beim Kreise vereinfacht sich merklich durch den p. 200 zitierten Vorschlag von *Hansen*<sup>6)</sup>, der aber außer bei einigen älteren Instrumenten bisher nur bei dem neuen Meridiankreise der Kieler Sternwarte zur Durchführung gelangt ist<sup>23)</sup>. Sie beschränkt sich dann auf die weiten (in Kiel 72) Striche des Hauptkreises und die engen, aber im ganzen auf  $20^0$  beschränkten (in Kiel 300) Striche der Hilfsbogen.

19) *C. A. F. Peters*, Untersuchung der Teilungsfehler des *Ertelschen* Vertikalkreises der Pulkowaer Sternwarte, *Recueil de mémoires présentés à l'académie des sciences par les astronomes de Poulkova* [vol. 1, publié par *W. Struve*, St. Pétersbourg 1853; vol. 2, publié par *O. Struve*, St. Pétersbourg 1859 (*Recueil Poulkova*)], vol. 1, p. 181. Ebenso *M. Nyrén*<sup>14)</sup>.

20) *Z. B.* von *F. Kaiser* für die 5'-Teilung des *Pistor-* und *Martinsschen* Meridiankreises der Sternwarte zu Leiden, *Leiden Sternw. Ann.* 2 (1870), sowie für begrenzte Zonen, z. B. bei den Zonenkatalogen der Astr. Gesellschaft.

21) *E. Großmann*<sup>12)</sup>, § 6, p. 30—48: „Zur Erlangung der weitestgehenden Genauigkeit bei Fundamentalbeobachtungen ist die Teilungsfehlerbestimmung auf alle Striche auszudehnen.“

22) *J. Bauschinger*<sup>15)</sup>, p. 15 meint, daß die Teilungsfehler entweder für jeden Strich zu bestimmen oder ganz zu vernachlässigen sind.

23) *P. Harzer*, Beschreibung der neuen Meridiankreisanlage, *Astronomische Beobachtungen zu Kiel 1*, Leipzig 1905.

Die Bestimmung der Teilungsfehler von Skalen ist besonders bei den Distanzmessungen an neueren Heliometern (s. p. 230) erforderlich. So hat *D. Gill* am Heliometer der Cap-Sternwarte die Teilung der beiden Skalen — je 180 Intervalle von 0.5 mm Länge — untersucht<sup>24)</sup> und ihre Fehler mit wahrscheinlichen Fehlern von  $\pm 0''.009 = \frac{1}{8} \mu^{62a}$ ) durch ca. 50000 Einzeleinstellungen festgelegt; sie steigen im Maximum auf  $0''.2$ . Ähnlich hat *de Ball*<sup>25)</sup> die je 210 Intervalle am Wien-Ottakringer Heliometer vermessen, und zwar in den beiden, um  $180^\circ$  verschiedenen horizontalen Lagen, zwischen denen sich geringfügige, aber wohl reelle Unterschiede ergaben; die Teilfehler steigen bei einem mittleren Fehler der Bestimmung von  $\pm 0''.009 = \frac{1}{8} \mu$  auf etwa  $6 \mu$  an, beeinflussen aber eine vollständige Distanzmessung im Maximum nur um  $3\frac{1}{2} \mu = 0''.25$ . Vgl. auch die entsprechende Bestimmung am Leipziger Heliometer durch *B. Peter* (je 340 Intervalle von 0.2 mm Länge)<sup>26)</sup>.

c) *Die Uhr und der Chronograph.*

Über die Uhren im allgemeinen vgl. VI 2, 4 (*Caspari*).

In der praktischen Astronomie dient die Uhr sowohl zur Fixierung des Zeitmoments bei den Beobachtungen der Wandelsterne als auch als Winkelmeßinstrument, insbesondere bei der Bestimmung von Rektaszensionsdifferenzen durch die Beobachtung der Meridiandurchgangszeiten (vgl. VI 2, 2 *F. Cohn*). Wie man die dazu erforderliche Kenntnis des Uhrstandes und Uhranges durch Zeitbestimmungen erlangt, vgl. ebenda. Damit man nicht zu häufig einer Zeitbestimmung bedarf, muß die Uhr einen möglichst *gleichmäßigen Gang* besitzen, der eine einfache Interpolation der Uhrkorrektion zwischen zwei Zeitbestimmungen zuläßt. Insbesondere zur Ableitung unabhängiger Rektaszensionen muß der Uhrgang frei sein von täglicher Periode, wie sie Temperaturschwankungen entspringen kann. Man stellt daher die Normaluhr der Sternwarte trotz der Temperaturkompensation in gleichmäßig temperierten Kellerräumen auf und versieht sie, um sie auch von den Schwankungen des Luftdrucks unabhängig zu machen, mit einer Luftdruckkompensation oder luftdichtem Verschuß (s. VI 2, 4 (*Caspari*)). Andernfalls müssen Temperatur- und

24) *D. Gill*<sup>18)</sup> und *D. Gill*, Cape Obs. Ann. 7 (1896), p. 42.

25) *L. de Ball*, Untersuchungen über die Teilungsfehler der Heliometerskalen, Publikationen der *v. Kuffnerschen Sternwarte* in Wien-Ottakring 5, Wien 1900; vgl. auch *L. de Ball*, Astr. Nachr. 148 (1899), p. 233.

26) *B. Peter*, Beobachtungen am sechszölligen *Repsoldschen* Heliometer der Leipziger Sternwarte, 2. Abhandlung, Leipzig Ges. Wiss. Abhdl. 24, Nr. 3 (1898), p. 281—312.

Luftdruck-Faktor abgeleitet werden. Die Güte der modernen astronomischen Pendeluhrn gestattet im allgemeinen mit einem täglichen Uhr gange zu rechnen, da er sich längere Zeit auf wenige 0<sup>o</sup>.01 genau hält. Bei differentiellen Beobachtungen hält man den Uhr gang durch Beobachtung zahlreicher Zeitsterne auch während einer Abendreihe unter Kontrolle.

Bei den Rektaszensionsbeobachtungen bedient man sich heutzutage nicht unmittelbar der Uhr als des Zeitmessers, sondern eines sog. *Chronographen*, durch den die Sekundenschläge der Uhr auf elektrischem Wege in Zeichen auf einem in gleichförmiger Bewegung begriffenen Papierstreifen (oder einer Walze) umgewandelt werden. Die von einer zweiten Feder auf demselben Streifen benachbart aufgezeichneten Beobachtungssignale werden später in aller Ruhe mit diesen Uhrsignalen, welche die Sekundenschläge der Uhr völlig ersetzen, durch Ablesung verglichen. Die Stetigkeit des Uhr ganges setzt daher auch eine Unveränderlichkeit des Chronographen, d. h. eine konstante Differenz „Chronograph minus Uhr“ voraus. Im Laufe einer Beobachtungsreihe ist daher auf die Gleichförmigkeit des elektrischen Stroms und die unveränderte Stellung der Schreibfedern (oder Stifte) gegeneinander acht zu geben. Auch ein Eingreifen in die mechanischen Teile des Chronographen, z. B. ein schärferes Anspannen der Spiralfedern der Elektromagnete, wie es sich zuweilen behufs Erzielung deutlicherer Schrift als erforderlich herausstellt, kann einen scheinbaren Sprung der Uhrkorrektion und damit einen sprunghaften Fehler der beobachteten Rektaszensionen bewirken.

Das Ablesen des Chronographenstreifen erfolgt entweder durch einfache Schätzung der Sekundenzehntel (resp. Zweisekunden-Zwanzigstel) — eine Zeitsekunde hat auf dem Streifen etwa eine Länge von 1 cm bis 2 cm — oder durch scharfe Ablesung auf 0<sup>o</sup>.01 mittels einer Glasskala oder eines anderen Meßapparates<sup>27)</sup>.

#### d) Die meteorologischen Instrumente.

Zur Berechnung des Refraktionseffekts bedarf man der Kenntnis der meteorologischen Elemente, wobei die Fehler der Instrumente (Thermometer und Barometer) bekannt sein müssen. Insbesondere geht der Fehler des Thermometers bei größeren Zenitdistanzen mit einem verhältnismäßig hohen Betrage in die Deklinationen ein; bei einer

27) Über die Einrichtung der Kontakte in den Uhren und der Chronographen, sowie der Ablesevorrichtungen vgl. *Ambromn* 1, p. 265 ff. und 2, p. 1038 ff. Um Störungen im Gange der Hauptuhr zu vermeiden, verwendet man zur Auslösung dieser Kontakte eine andere Uhr als Arbeitsuhr und muß sie nur hinreichend oft mit der Hauptuhr vergleichen.

Temperatur von  $+ 10^{\circ}$  C. etwa bewirkt ein Fehler von  $0^{\circ}.1$  C. bei einer Zenitdistanz  $z = 60^{\circ}, 70^{\circ}, 80^{\circ}, 85^{\circ}$  einen Fehler von  $0^{\circ}.04, 0^{\circ}.06, 0^{\circ}.12, 0^{\circ}.23$ , vgl. VI 2, 6 (*Bemporad*), Nr. 1.

4. Die eigentlichen Instrumente der exakten astronomischen Ortsbestimmung (Meridiankreis, Refraktor). Für mancherlei Zwecke, der geographischen Ortsbestimmung, der niederen Geodäsie usw., kurz für Beobachtungen im Felde, muß die Genauigkeit, mit welcher man in der Praxis die mathematische Idee des astronomischen Universalinstrumentes verwirklichen kann, hinreichen. Für die eigentliche astronomische Ortsbestimmung — die Messung von Sternörter — erweist sich das Universalinstrument angesichts der Schwierigkeiten, welche sich einer angenäherten und dauerhaften Verwirklichung dieser Idee selbst bei fest auf Sternwarten aufgestellten Instrumenten entgegenstellen, in dieser Allgemeinheit als ungeeignet. Nur das Altazimut kommt gelegentlich auch wohl zur exakten Ortsbestimmung, aber in möglichst differentieller Anordnung, zur Anwendung. Im übrigen löst man die Aufgabe der astronomischen Ortsbestimmung durch besondere Beobachtungsmethoden, welche an die exakte Ausführung des Beobachtungsinstrumentes nicht derartige schwer zu befriedigende Anforderungen stellen. Daß die *allgemeine* Aufgabe der Ortsbestimmung durch *besondere* Instrumente lösbar ist, beruht vor allem darauf, daß die eine äquatorale Koordinate, der Stundenwinkel oder die Rektaszension, durch die Zeit gemessen werden kann, deren die Erde zur Umdrehung um den Betrag dieses Winkels bedarf. Indem dadurch die Uhr zur direkten Koordinatenmessung verwertbar wird, erhält man als die beiden Haupttypen von Instrumenten der eigentlichen astronomischen Ortsbestimmung den *Meridiankreis* und den *Refraktor*. Wir erörtern zunächst ihr Beobachtungsprinzip.

#### A. Der Meridiankreis.

Schon in VI 2, 2 (*F. Cohn*) sahen wir, daß die grundlegenden Ortsbestimmungen der praktischen Astronomie dem Meridianinstrumente zufallen, welches ein gemeinsamer Spezialfall der beiden nach Zenit oder Pol orientierten Arten des Universalinstrumentes ist. Das Visierfernrohr ist bei ihm nur um *eine* Achse drehbar, während die eigentliche Hauptachse fortfällt. Liegt die Drehungsachse horizontal von Ost nach West gerichtet, so beschreibt die Visierlinie bei ihrer Drehung die Meridianebene, ein eingestelltes Objekt befindet sich stets im Meridian. Die technische Ausführung geschieht derart, daß die Drehungsachse in zwei zylindrischen Zapfen endigt und sich in

Lagern dreht, die an zwei Pfeilern (Ost- und Westpfeiler) in horizontaler und vertikaler Richtung ein wenig verschiebbar befestigt sind. Das Instrument gestattet daher die Beobachtung eines Gestirns nur zur Zeit seines Meridiandurchgangs und liefert seine äquatoralen Koordinaten Rektaszension und Deklination ( $\alpha$ ,  $\delta$ ) aus der nach einer Sternzeituhr (Uhrkorrektion  $\Delta U$ ) beobachteten Kulminationszeit  $T$  und Kulminationshöhe  $h$  (gerechnet vom Südpunkt des Horizonts) nach den Formeln (s. VI 2, 2 (F. Cohn), p. 21):

$$\Delta U + T = \alpha,$$

$$\varphi + h = 90^\circ + \delta \text{ für obere, } 270^\circ - \delta \text{ für untere Kulmination.}$$

Die Beobachtung besteht also nicht eigentlich in der Einstellung der Visierlinie auf das Objekt, sondern in dem Abwarten des Zeitmoments, in welchem das Gestirn den Meridian passiert, und in dem alleinigen Einstellen der Visierlinie in Höhe. Die dazu erforderliche Veranschaulichung des Meridians im Gesichtsfeld des Fernrohrs setzt eine genaue Orientierung des in der Brennebene des Objektivs befindlichen Fadenkreuzes voraus. Die Fäden müssen zueinander senkrecht und bei horizontaler Fernrohrstellung horizontal und vertikal stehen. Der sog. Vertikalfaden bleibt dann bei allen Drehungen des Fernrohrs in der Meridianebene, und die Durchgangszeit eines Gestirns durch den Vertikalfaden ist gleich seiner Kulminationszeit  $T$ . Die Einstellung des Sterns auf den Horizontalfaden bei seinem Meridiandurchgange liefert in dem Winkel der Visierlinie gegen den Horizont seine Meridianhöhe. Die Ablesung des auf der Drehungsachse senkrecht aufsitzen und an der Drehung teilnehmenden Kreises, der die Meridianebene sichtbar veranschaulicht, erfolgt gewöhnlich durch 4 bis 6 fest mit den Pfeilern des Instruments verbundene Mikroskope. Zur Bestimmung von Deklinationsdifferenzen, d. h. beim Anschluß der beobachteten Objekte an Sterne bekannter Deklination, ist die Nullpunktstellung des Kreises gleichgültig. Andernfalls muß sein Nullpunkt zu einem Fixpunkte des Koordinatensystems (Horizont, Äquator, Zenit, Pol) in Beziehung gesetzt werden.

Dieses Prinzip einer Ortsbestimmung mit dem Meridiankreise wird in der Praxis im einzelnen folgendermaßen durchgeführt:

#### *Die Bestimmung der Rektaszension.*

Schon alsbald nachdem die Einführung des Fernrohrs mit Fadenkreuz und der Uhr die Ausbildung dieser Beobachtungsmethode ermöglicht hatte, begnügte man sich nicht mit der Beobachtung der Durchgangszeit an dem einen Meridianfaden, sondern fügte eine Reihe

von *Parallelfäden* einigermaßen symmetrisch zum Meridian hinzu<sup>28)</sup>. Um aus den Durchgangszeiten durch diese seitlichen Fäden die Meridiandurchgangszeit abzuleiten, bedarf man der Kenntnis des Abstands  $F$  des Seitenfadens vom Mittelfaden (sog. *Fadendistanz*). Damit erhält man für diese Reduktion  $t$ , d. h. für den Stundenwinkel des Seitenfadens,

$$\sin t = \sin F \cdot \sec \delta$$

oder sehr genähert

$$t = F \cdot \sec \delta,$$

wo dann  $t$  und  $F$  in Zeit auszudrücken sind. Zur Bestimmung von  $F$  benutzt man am besten wieder rückwärts das Zeitintervall, welches geeignete Sterne zum Passieren der Fadenintervalle gebrauchen, nach Umkehrung der obigen Formeln. Da sich die Fadendistanzen lange unverändert halten, kann man sie im Mittel vieler Durchgänge mit hoher Genauigkeit bestimmen und sie dann verwerten, um die Genauigkeit der Durchgangsbeobachtung des einzelnen Sterns durch Mittelbildung aller an den verschiedenen Fäden erhaltenen, auf den Meridian reduzierten Durchgangszeiten zu erhöhen<sup>29)</sup>. Am Anfange des 19. Jahrhunderts beschränkte man sich auf etwa 5 bis 7 Vertikalfäden, steigerte später ihre Zahl auf 20 und mehr; doch kam man schließlich wieder von derartigen Zahlen ab oder beobachtete wenigstens die einzelnen Sterne nicht an dem ganzen Fadensystem, sondern an geeigneten Gruppen.

Um die durch nicht genaues Zusammenfallen der Fäden mit der Brennebene bei schräger Betrachtung entstehende scheinbare Verschiebung des Sterns gegen das Fadennetz (sog. *Parallaxe*) zu vermeiden, wird das senkrecht zur optischen Achse verschiebbare *Okular* bei den Beobachtungen *mitgeführt*, derart, daß jeder Fadendurchgang nahe der Mitte des Gesichtsfeldes des Okulars beobachtet wird.

Bis in die Mitte des 19. Jahrhunderts fixierte man die Durchgangszeit eines Gestirns durch einen Faden nach der sog. *Auge- und Ohr-Methode*. Man zählte die ganzen Sekunden nach den Schlägen einer im Meridiansaale aufgestellten Uhr, verglich damit die Stellung des in horizontaler Richtung das vertikale Fadensystem durchwandernden Sterns und schätzte noch Bruchteile der Sekunde, früher auf

28) Nach *Wolf*, Handb. 2, p. 99 hat schon *O. Römer* 1704 in seiner „*Rota meridiana*“ 5 Vertikalfäden benutzt.

29) Über eine andere, terrestrische Methode zur Bestimmung der Fadendistanzen s. *C. F. Gauß*, Neue Methode die gegenseitigen Abstände der Fäden in Meridian-Fernröhren zu bestimmen, *Astr. Nachr.* 2 (1823), p. 371 = Werke 6 (1874), p. 445.



Viertel-, später auf Zehntelsekunden, was bei einiger Übung keine Schwierigkeiten macht. Im Mittel mehrerer Fäden wird dann rechnermäßig die 0<sup>s</sup>.01 angegeben. Die Genauigkeit einer solchen Beobachtung eines Fadendurchgangs hängt neben der Übung wesentlich von der angewandten Vergrößerung  $v$  ab, die eine 150- bis 250-fache zu sein pflegt. Einen ungefähren Anhalt gewährt eine von *Th. Albrecht*<sup>30)</sup> aus zahlreichen Beobachtungsreihen für den mittleren Fehler  $\varepsilon$  der beobachteten Zeit eines Fadendurchgangs (*mittleren Fadenantrittsfehler*) nach der Auge- und Ohr-Methode abgeleitete Formel:

$$\varepsilon = \sqrt{(0^s.07)^2 + \frac{(3^s.18)^2}{v^2} \sec^2 \delta}.$$

Seit der Mitte des 19. Jahrhunderts ist die Auge- und Ohr-Methode durch die *elektrische Registrier- oder chronographische Methode* fast völlig verdrängt worden<sup>31)</sup>. Man schließt in dem Moment, in welchem der Stern einen Faden passiert, mit einem Handtaster einen elektrischen Strom, vermittelt dessen eine Feder auf einem ablaufenden Chronographen (vgl. p. 209) ein Signal und damit die Beziehung zu den Sekundenzeichen der Beobachtungsuhr herstellt. Der Vorteil der neuen Methode besteht in der größeren Bequemlichkeit und erhöhten Genauigkeit der Beobachtung. Einmal fällt das Notieren der geschätzten Zeitmomente im Dunkeln fort; dann aber hat man bei der Registriermethode sein Augenmerk nur auf den einen Moment der Bisektion des Sternbildes durch den Faden zu richten, während bei der Auge- und Ohr-Methode der Gesichts- und Gehörsinn das Laufen des Sterns durch die Fäden mit den Sekundenschlägen der Uhr in Verbindung bringen müssen. Die dadurch erzielte Steigerung der Genauigkeit spricht sich sowohl in dem *mittleren Fadenantrittsfehler bei der chronographischen Methode*<sup>30)</sup>:

$$\varepsilon = \sqrt{(0^s.05)^2 + \left(\frac{3^s.18}{v}\right)^2 \sec^2 \delta},$$

wie in den später (Nr. 7) zu besprechenden mittleren Fehlern der abgeleiteten Sternörter aus.

30) *Th. Albrecht*, Über die Bestimmung von Längendifferenzen mit Hilfe des elektrischen Telegraphen, Leipzig 1869, p. 9.

31) Die Einführung der Registriermethode in die astronomische Ortsbestimmung durch die Herstellung eines Chronographen geht auf *S. C. Walker* und *W. C. Bond* (1848) zurück, vgl. *W. C. Bond*, Harvard Obs. Ann. 1, part 1 (1856), p. XXIII ff. Der erste, der sie zu Massenbeobachtungen (Zonen) verwertete, war *J. Lamont*, vgl. Beschreibung der an der Münchener Sternwarte zu den Beobachtungen verwendeten neuen Instrumente und Apparate, München Abh. 6 (1851), p. 381.

In einem Punkte freilich hat sich die Registriermethode von den Mängeln der älteren Beobachtungsart nicht in dem Maße frei gezeigt, wie man wohl ursprünglich annahm, indem sich beide Methoden als sehr merklichen persönlichen Auffassungsunterschieden ausgesetzt erwiesen. Neben den p. 251 zu besprechenden Versuchen, diese sog. *persönliche Gleichung* des Beobachters durch geeignete instrumentelle Vorkehrungen zu bestimmen, hat man daher wiederholt versucht, die Rektaszensionsbeobachtungen von diesen individuellen Einflüssen physiologischen Ursprungs ganz zu befreien, sie unabhängig von der Beobachtung eines Durchgangsvorgangs durch Pointieren mit einem beweglichen Faden zu erhalten. In fast vollkommener Weise ist dies in neuester Zeit durch die *Einführung des Repsoldschen selbstregistrierenden Mikrometers* gelungen, bei welchem der Beobachter das Bild des Sterns bei seinem Meridiandurchgang dauernd mit dem beweglichen Faden biseziert. Um die jeweilige Stellung des Fadens, resp. die sie ersetzende der Mikrometerschraube, die den Ort des Objekts veranschaulicht, zu den Uhrsignalen in Beziehung zu setzen, trägt die Achse der Mikrometerschraube außer der Zähltrommel noch eine andere aus isolierender Substanz (Hartgummi, Glas usw.) gefertigte, aber mit einzelnen metallischen Einlagen versehene Kontakttrommel, welche jedesmal beim Passieren eines Schleifkontakts ein Signal auf dem Chronographen erzeugen. Die den einzelnen Kontakten entsprechende Fadenstellung ist auf den Meridian zu beziehen, um aus den Ablesungen der Kontaktsignale nach der Uhr die Durchgangszeit des Gestirns durch den Meridian zu erhalten. Bei äquidistanten Kontakten geschieht dies durch die Bestimmung des Schraubenswertes — in ähnlicher Art wie die Bestimmung der Fadendistanzen aus den Beobachtungen selbst — und durch die Beziehung der einem bestimmten Nullkontakt entsprechenden Fadenstellung zum Meridian (siehe die Bestimmung des Kollimationsfehlers, p. 235).

Durch die Einführung des *Repsoldschen Mikrometers* ist die Genauigkeit in der Bestimmung der Meridiandurchgangszeit und damit der Rektaszensionen wesentlich gesteigert worden (s. Nr. 7). Es wird das weniger durch eine wesentliche Verminderung in dem mittleren Fehler des einzelnen Kontakts bewirkt<sup>32)</sup>, als vielmehr durch die weit

32) Nachdem *E. Becker* (Über einige Versuche von Durchgangsbeobachtungen nach dem neuen *Repsoldschen* Verfahren, *Astr. Nachr.* 127 (1891), p. 185) und *A. Kowalski* (Über das neue selbstregistrierende Mikrometer von *Repsold*, *St. Pét. Bull.* 6 (1897), Nr. 5) für jenen mittleren Fehler nahezu dieselben Werte wie für einen Fadendurchgang bei der üblichen Registriermethode gefunden hatten, konstatierte *Th. Albrecht* (Die Beobachtungsmethode mittelst des *Repsold-*

größere Zahl der in gleicher Zeit zu erhaltenden Kontakte und vor allem durch die fast völlige Unabhängigkeit der Auffassung der Sternbisektion vom Beobachter (s. Nr. 6). Noch erhöht worden sind die hervorragenden Leistungen des *Repsoldschen* Mikrometers durch die Anwendung eines Uhrwerks, welches den größten Teil der Bewegung der Mikrometerschraube selbst ausführt und der Hand des Beobachters nur geringfügige Korrekturen behufs Erzielung scharfer Bisektion des Sternbildes überläßt<sup>36)</sup> (s. Nr. 7).

Der erste Vorschlag, die Durchgangsbeobachtung durch Pointierung mit einem selbstregistrierenden Mikrometer zu ersetzen, stammt von *Braun*<sup>33)</sup> und scheiterte wohl an dem komplizierten Uhrwerk. *J. Repsold* schlug zunächst<sup>34)</sup> eine sich selbst registrierende Bewegung des Instruments im Stundenwinkel vor, bei der der Beobachter nur den feststehenden Stern zu pointieren hatte. Später<sup>35)</sup> übertrug er die Selbstregistrierung auf den Mikrometerfaden, den nun der Beobachter stets auf dem laufenden Stern halten mußte. Die Vereinfachung des den Faden bewegenden Uhrwerks (durch *H. Struve* und *J. Rahts*) ermöglichte die praktische Durchführung der *Braunschen* Idee; die verschiedene Geschwindigkeit, die zur Beobachtung der Sterne verschiedener Deklination erforderlich ist, erhält der Faden hier dadurch, daß eine auf der Schraubenachse senkrecht sitzende, aber auf ihr verschiebbare Scheibe von einem gleichmäßig rotierenden Kegel durch Reibung in eine je nach der Stelle des Kegelmantels, an der sie anliegt, verschieden schnelle Rotation versetzt wird<sup>36)</sup>.

Betreffs der *photographischen Aufzeichnung von Meridiandurchgängen* vgl. Fußnote 165.

#### *Die Bestimmung der Deklination.*

Zur Beobachtung der Deklinationen hat man das Objekt bei seinem Meridiandurchgang auf den Horizontalfaden, resp. schwächere

schen Registriermikrometers in ihrer Anwendung auf Längenbestimmungen, *Astr. Nachr.* 155 (1901), p. 33) auch darin eine merkliche Besserung.

33) *C. Braun*, Das Passagen-Mikrometer, Leipzig 1865; näher ausgeführt von *C. Braun*, Berichte von dem *Haynaldschen* Observatorium zu Kalocza, Münster i. W. 1886.

34) *J. Repsold*, Durchgangsinstrument mit Uhrbewegung, *Astr. Nachr.* 113 (1888), p. 305.

35) *J. Repsold*, Neuer Vorschlag zur Vermeidung des persönlichen Zeitfehlers bei Durchgangsbeobachtungen, *Astr. Nachr.* 123 (1889), p. 177.

36) *H. Struve*, Über die Verbindung eines Uhrwerks mit dem „unpersönlichen“ Mikrometer von *Repsold*, *Astr. Nachr.* 155 (1901), p. 353.

Objekte in die Mitte zwischen zwei enge Horizontalfäden, mit Achsenklemme und Feinbewegung einzustellen. Geschieht das nicht im Meridian, sondern an einem Seitenfaden vom Stundenwinkel  $t$ , so ist eine Reduktion auf die Meridianhöhe (wegen „Krümmung des Parallels“),

$$dz = - \left(\frac{t}{2}\right)^2 \cdot \sin 2\delta$$

anzubringen; außerdem ist eine eventuelle Fadenneigung zu berücksichtigen, die auf die Rektaszensionen, wenn man die Sterne möglichst zwischen die Horizontalfäden stellt, ohne Einfluß ist. Die ungefähre Orientierung des Fadensystems erkennt man daran, daß ein Stern bei seinem Meridiandurchgang auf dem Horizontalfaden läuft, und bestimmt sie streng durch mehrmalige Pointierung des Sterns zu beiden Seiten des Meridians.

Auch bei der Deklinationsbeobachtung vervielfältigt man öfters die Zahl der Einstellungen durch Einführung eines beweglichen Deklinationsfadens; doch ist man sich über den dadurch erzielten Erfolg nicht einig<sup>39)</sup>. In jedem Falle sind die Vorteile eines solchen Deklinationsmikrometers<sup>40)</sup> geringfügiger, da die Hauptunsicherheit der Deklinationen in den Teilungsfehlern<sup>41)</sup> und der Refraktion<sup>42)</sup> liegt.

Die an einem fehlerfreien Meridianinstrument in der beschriebenen Weise erhaltenen, von Refraktion befreiten Koordinaten sind scheinbare. Über ihre Überführung in mittlere Örter, sowie die stufenweise Anlage der Arbeiten am Meridiankreise vgl. VI 2, 2 (*F. Cohn*).

*Historisches zum Meridiankreise.* Die Vereinigung der Beobachtung beider Koordinaten an einem Instrument, dem Meridiankreise, ist verhältnismäßig neueren Datums. Bis zum Beginn des 19. Jahrhunderts beobachtete man, mit vereinzelt Ausnahmen<sup>28)</sup>, beide Koordinaten getrennt, die Rektaszensionen am *Passageninstrument*, einem Meridianinstrument ohne feingeteilten Kreis und Ablesemikroskope — zur Einstellung der Objekte dient ein roh geteilter Kreis —, die Deklinationen am *Mauerquadranten* oder *Mauerkreise*. Erst *Reichenbach*<sup>43)</sup> vereinigte beide Instrumente zu einem einzigen, dem Meridiankreise. Man erreichte dadurch den Vorteil, die vollständige Ortsbe-

39) Vergl. z. B. *E. Großmann*<sup>12)</sup>, p. 190.

40) *J. Repsold*, Neue Mikrometer von *A. Repsold u. Söhne*, Astr. Nachr. 141 (1896), p. 279. 41) S. p. 205 ff. 42) S. p. 245 ff.

43) *J. G. Repsold* hatte schon 1804 einen Meridiankreis für seinen Privatgebrauch gebaut, der später an die Göttinger Sternwarte kam. Doch ist der erste größere Meridiankreis, der zur ausgedehnten praktischen Verwendung gelangte, der von *Reichenbach* 1819 für die Sternwarte zu Königsberg erbaute.

stimmung eines Gestirns mit nur einem Instrument und nur einem Beobachter ausführen zu können. Seitdem ist der Meridiankreis das fundamentale Beobachtungsinstrument der Astronomie geworden und für jede gut ausgerüstete Sternwarte unentbehrlich.

Entsprechend dieser fundamentalen Bedeutung des Meridianinstruments sind die Anforderungen an seine Leistungen die höchsten. Insbesondere muß trotz der demnächst zu besprechenden Methoden der Instrumentalfehlerbestimmung die Konstanz seiner Aufstellung, d. h. die Unveränderlichkeit der Richtung der Drehungsachse und der Mikroskopträger, die Starrheit aller seiner Teile, d. h. die Vermeidung unregelmäßiger Biegungen usw. nach Möglichkeit gewährleistet sein. Daher ist sowohl auf die Konstruktion des Meridianinstruments, wie seiner Pfeiler, sowie die Befestigung der Mikroskope die größte Sorgfalt zu verwenden<sup>44</sup>). Auch die Einrichtung des ganzen Meridiansaals beeinflußt die Leistungsfähigkeit des Instruments. Stärkere, schnell eintretende Temperaturschwankungen sind für die Konstanz seiner Aufstellung in allen seinen Teilen schädlich und werden neuerdings durch einen den Ausgleich der Innen- und Außentemperatur möglichst gewährleistenden Bau des Saals mit doppelten Wellblechwänden und breiten Beobachtungsspalten zu beseitigen gesucht, während Temperaturschichtungen im besonderen den Weg des Lichtstrahls beeinflussen und so den beobachteten Ort verfälschen. So hat man bei dem modernsten Meridiankreise, dem der Sternwarte zu Kiel, der Umdachung des Meridiansaals die Form einer Zylinderfläche gegeben, deren Achse mit der Drehachse des Meridiankreises zusammenfällt, vergl. *Harzer*<sup>23</sup>).

Infolge der großen Anforderungen an die Konstanz der Aufstellung und der ganzen Einrichtung des Meridiankreises und der technischen Schwierigkeiten, welche sich bei größeren Dimensionen ihrer Verwirklichung entgegenstellen würden, stellt man Meridiankreise nur in mäßigen Dimensionen her. Die älteren Meridiankreise aus der ersten Hälfte des 19. Jahrhunderts (von *Reichenbach* und *A. Repsold*) besaßen meist nur eine Objektivöffnung von 4 Zoll und gestatteten damit die Beobachtung von Sternen bis zur 9., höchstens 9 $\frac{1}{2}$ ten Größe. Der 1819 erbaute *Reichenbachs*che Meridiankreis der Königsberger Sternwarte besitzt eine Öffnung von 4 Zoll, eine Fernrohrlänge von 162 cm, eine Achsenlänge von 87 cm; der Kreis von 97,5 cm Durchmesser ist von 3' zu 3' geteilt und wird durch 4 an einem Alhidaden-

44) Näheres über die Konstruktion der Meridiankreise, den Bau der Pfeiler usw. s. bei *Ambromn* 2.

kreise befestigte Nonien etwa auf 2" abgelesen<sup>46</sup>); etwaige Veränderungen in der Lage des Alhidadenkreises gegen den Horizont werden durch eine Wasserwage kontrolliert. Die *Repsoldschen* Meridiankreise von Hamburg (1836), Pulkowa (1840), Königsberg (1841) haben Mikroskopablesung; die Mikroskope sind an einem Rahmen befestigt, der an den Pfeilern fest angeschraubt ist. Der Pulkowaer Kreis besitzt fast 6 Zoll (157 mm) Objektivöffnung,  $2\frac{1}{4}$  m Brennweite und zwei von 2' zu 2' geteilte Kreise von  $1\frac{1}{4}$  m Durchmesser<sup>47</sup>). In neuerer Zeit hat die entwickeltere Technik auch größere Meridiankreise ohne Beeinträchtigung ihrer Leistungsfähigkeit hergestellt, welche bis zu 8 Zoll Öffnung und mehr besitzen. Einerseits wird dadurch der Bereich der sichtbaren Gestirne infolge der vermehrten Lichtstärke ein größerer, insbesondere wächst die Zahl der am hellen Tage beobachtbaren Sterne erheblich, was für viele Untersuchungen von größter Bedeutung ist; andererseits nimmt infolge der stärkeren Vergrößerungen auch die Genauigkeit der Beobachtungen zu. Von solchen größeren Instrumenten nennen wir die *Pistor-* und *Martinsschen* Kreise von Washington (1865,  $8\frac{1}{2}$  Zoll) und Berlin (1869, 8 Zoll), sowie den *Repsoldschen* Meridiankreis von Kiel (um 1903, 8 Zoll). Erwähnt sei die wesentlich veränderte Befestigung der Lager und Mikroskope, wie sie die neueren *Repsoldschen* Meridiankreise (von Straßburg, Bonn, Wien-Ottakring, München, Mt. Hamilton, Heidelberg, Kiel usw.) gegenüber den älteren Konstruktionen aufweisen, indem Lager und Mikroskope, in einem Eisenaufbau von Trommelform vereinigt, auf die niedriger gehaltenen Pfeilerköpfe aufgesetzt werden. Die zugleich eingetretene Verringerung der Kreisdurchmesser auf 65 cm hat nicht durchweg Anerkennung gefunden<sup>48</sup>).

*Passageninstrument und Vertikalkreis.* Da sowohl die eigentliche Beobachtung am Meridiankreise, wie auch ihre Befreiung von den später zu erörternden Instrumentalfehlern und die diesbezüglichen Instrumentaluntersuchungen für beide Koordinaten fast ganz voneinander unabhängig sind, ist es auch heute noch behufs Erzielung der höchsten Genauigkeit oft vorzuziehen, beide Koordinaten getrennt zu beobachten, selbst wenn man über einen Meridiankreis verfügt. Man kann in derselben Zeit für *eine* Koordinate ein weit größeres Material zur

46) Vergl. *F. W. Bessel*, Königsb. Beob. 6 (1821).

47) Vergl. *W. Struve*, Description de l'Observatoire astronomique central de Poulcova, St. Pétersbourg 1845.

48) Vergl. die Diskussion zwischen *J. Repsold* und *M. Nyren*: Astr. Ges. Vjs. 35 (1900), p. 212 und Astr. Nachr. 154 (1901), p. 187, p. 305, p. 435; Astr. Nachr. 155 (1901), p. 203.

scharfen Untersuchung des Instruments und seiner Fehlerquellen beschaffen, wie auch den Anschluß an ein Fundamentalsystem (s. VI 2, 2 (*F. Cohn*), p. 25, und später) weit inniger gestalten, wodurch vor allem die Genauigkeit und Verwendbarkeit der abgeleiteten Örter bedingt ist. So hat man, ähnlich wie in der früheren Zeit vor Einführung des Meridiankreises, z. B. in Pulkowa (seit seiner Begründung um 1840) die fundamentalen Ortsbestimmungen an zwei Instrumenten getrennt ausgeführt, einem *Ertelschen Passageninstrument* und einem *Ertelschen Vertikalkreis*<sup>47)</sup>. Der letztere ist an die Stelle der früheren Mauerkreise getreten, er ist der Konstruktion und Bewegungsart nach ein Universalinstrument mit einem fein geteilten Höhenkreise<sup>49)</sup>. Seine Anwendung beschränkt sich aber, trotz seiner Drehbarkeit um eine vertikale Achse, auf den Meridian oder ganz kleine Stundenwinkel, und diese Drehungsmöglichkeit wird im übrigen nur zum Durchschlagen des Instruments (s. p. 234) und dadurch zur Elimination des Nullpunkts des Kreises verwertet. Die Reduktion  $x$  der in kleinen Stundenwinkeln beobachteten Höhen auf den Meridian erfolgt nach der Formel

$$\sin \frac{1}{2}x = + \frac{\cos \delta \cdot \cos \varphi \cdot (\sin \frac{1}{2}t)^2}{\sin(\varphi - \delta + \frac{1}{2}x)},$$

oder in hinreichender Näherung

$$x = + 2 \frac{\cos \varphi \cdot \cos \delta}{\sin(\varphi - \delta)} (\sin \frac{1}{2}t)^2 - 2 \left( \frac{\cos \varphi \cdot \cos \delta}{\sin(\varphi - \delta)} \right)^2 \cotg(\varphi - \delta) (\sin \frac{1}{2}t)^4.$$

Ist bei dieser Benutzung des Vertikalkreises die Umlegbarkeit des Instruments mittelst Durchschlagens und damit die Drehungsmöglichkeit um zwei Achsen wesentliche Vorbedingung, so gilt ähnliches auch für das Passageninstrument, welches auch außerhalb des Meridians zu Durchgangsbeobachtungen durch ein besonderes Azimut mannigfache Anwendung findet. Besondere Erwähnung verdient die Anwendung der *Durchgangsbeobachtung im ersten Vertikal* (Vertikalkreis durch Ost- und Westpunkt des Horizonts) sowohl zur exakten Bestimmung der Sternörter, wie auch der Polhöhen<sup>50)</sup>. Der Unter-

49) Das Pulkowaer Instrument hat 6 Zoll Öffnung, der Kreis einen Durchmesser von 43 Zoll und eine Teilung von 2' zu 2'. Im Jahre 1876 erhielt der Kreis eine Neuteilung von *Repsold*.

50) Über die von *O. Römer* zuerst angegebene Methode, mit dem Passageninstrument Durchgänge durch den ersten Vertikal zu beobachten, vgl. *F. W. Bessel*, Astr. Nachr. 3 (1824), p. 9, sowie Astr. Nachr. 6 (1828), p. 221 = *Bessel*, Abhdl. 1, p. 317 sowie 2, p. 45. — *P. A. Hansen*, Astr. Nachr. 6 (1827), p. 101, p. 421, p. 437 und p. 453. — *J. F. Encke*, Bemerkungen über das Durchgangsinstrument von Ost nach West, Berl. astr. Jahrb. für 1843, p. 300 ff. — Von den

schied der Durchgangszeiten eines Gestirns durch den Ost- und West-vertikal gibt durch einfache Rechnung die Zenitdistanz im Meridian und damit eine Beziehung zwischen Polhöhe und Deklination, die unabhängig von jeder Kreisablesung und dem störenden Einfluß der Refraktion ist. Ihre besondere Bedeutung hat die Methode dadurch erlangt, daß ihre hohe Genauigkeit es gestattete, die zeitlichen Änderungen dieser Zenitdistanzen, wie sie sowohl durch Schwankungen der Polhöhe entstehen können, als auch durch Veränderungen in den scheinbaren Örtern der Sterne, mit großer Schärfe zu bestimmen. Indem diese letzteren Änderungen wiederum ausser durch die eigentliche, der Zeit proportionale Eigenbewegung durch die Erscheinungen der Aberration, Nutation, Präzession, Parallaxe usw. verursacht werden, vermag man unabhängig von der Kenntnis des absoluten Betrages der Zenitdistanz, die charakteristischen Konstanten jener Erscheinungen und den Verlauf der Polhöenschwankung abzuleiten (s. auch VI 2, 3 (*Wirtz*)).

In dieser Richtung noch weiter gehend behandelt besonders eingehend *W. Förster* die mannigfachen Möglichkeiten, welche ein Durchgangsinstrument für die unabhängige Bestimmung der Sternörter und ihrer Änderungen bietet, mit dem man sowohl Durchgänge durch ein festes Azimut, wie auch durch eine feste Höhe beobachten kann<sup>51</sup>). Dieses Instrument — *Universaltransit* genannt — muß um beide Achsen drehbar sein, besitzt also den Typus des Universalinstruments, aber ohne geteilte Kreise, und vermeidet somit völlig den Einfluß der Teilungsfehler wie auch der Hauptglieder der Refraktion, verlangt aber sehr sorgfältig funktionierende Niveaus (s. VI 2, 3 (*Wirtz*)). Einen besonderen Fall bildet die sog. *Horrebow-Talcott-Methode* zur Polhöhenbestimmung<sup>52</sup>). Mit Hilfe eines mit einem Deklinationsmikrometer versehenen, im Meridian aufgestellten, umlegbaren Instruments — kurz als *Zenitteleskop* bezeichnet — wird die Differenz der sehr nahe gleichen Meridianzenitdistanzen zweier Sterne (eines Nord- und eines

Anwendungen seien erwähnt: *W. Struve*, Sur le coefficient constant dans l'aberration des étoiles fixes, St. Pétr. Mém. (6) 3 (1843), und zahlreiche weitere Abhandlungen der Pulkowaer Astronomen; die Beschreibung des Pulkowaer großen *Repsoldschen* Passageninstruments im ersten Vertikal siehe bei *W. Struve*<sup>47</sup>).

51) *W. Förster*, Zur Theorie des Durchgangsinstruments, Berl. astr. Jahrb. für 1880 und 1882 Anhang, und *W. Förster*, Beiträge zur Ausgleichung der fundamentalen Ortsbestimmungen am Himmel, Astronomische Abhandlungen, als Ergänzungshefte zu den Astr. Nachr. hrsg. von *H. Kreutz*, Nr. 5, Kiel 1904.

52) *Pet. Horrebow*, Opera mathematico-physica 3, Havniae 1740—42; *A. Talcott* im „Report of the superintendent of the U. S. coast survey for 1857, Washington 1858“, p. 324—334. Vgl. übrigens VI 2, 3 (*Wirtz*), Nr. 20.



Südsterns) durch Umlegen (s. p. 234) mikrometrisch gemessen, wobei die unveränderte Richtung der Visierlinie gegen die Vertikale durch ein Niveau kontrolliert wird, und dadurch die Lage des Zenits auf das Mittel jener beiden Sterne scharf bezogen. Durch systematisch über ein Jahr fortgesetzte Beobachtungen zahlreicher Sternpaare wird man, ausser wenn man die Polhöhe selbst bestimmen will, von den Deklinationen selbst so gut wie unabhängig; praktisch erfolgt die Elimination in der Form sogenannter Gruppenanschlüsse. So dient sie denselben Zwecken wie die Durchgangsbeobachtung im ersten Vertikal und findet gegenwärtig ihrer bequemen Handhabung halber die ausgedehnteste Anwendung<sup>53</sup>).

Auch die Vereinigung beider Instrumente in der Form eines Meridiankreises kommt außerhalb des Meridians zur Anwendung zu gleichzeitiger Durchgangs- und Höhenbeobachtung in einem festen Azimut; es entspricht dann völlig einem Universalinstrument ohne fein geteilten Azimutalkreis<sup>54</sup>). Das eigentliche Universalinstrument wird, wie erwähnt, nur vereinzelt zur exakten astronomischen Ortsbestimmung (Mond) angewandt<sup>55</sup>).

Trotz seiner fundamentalen Bedeutung für die astronomische Koordinatenbestimmung vermag der Meridiankreis nicht allen ihren Anforderungen zu genügen, nicht allein alle auftretenden Aufgaben zu erledigen. Die relative Kleinheit seiner Dimensionen, die Beschrän-

53) Bei der internationalen Unternehmung der Überwachung der Breiten-schwankungen, dem sog. „internationalen Breitendienst“, gelangt sie allein zur Anwendung. Vgl. *F. Küstner*, Neue Methode zur Bestimmung der Aberrationskonstante, Berlin 1888, sowie *F. Küstner*, Zur Bestimmung der Aberrationskonstante aus Meridianzenitdistanzen unabhängig von den Schwankungen der Polhöhe, *Astr. Nachr.* 126 (1891), p. 233; *Th. Albrecht*, Anleitung zum Gebrauch des Zenitteleskops auf den internationalen Breitenstationen, 1. Aufl., Berlin 1899, 2. Aufl. 1902. Über *photographische* Polhöhenbestimmungen nach der *Horrebow-Talcott-Methode* vgl. Fußnote 165.

54) Im ersten Vertikal speziell zur Ausführung gelangt für die *v. Kuffner*-sche Sternwarte von Wien-Ottakring; vergl. *N. Herz*, Theorie eines mit einem Vertikalkreise versehenen Passageninstrumentes im ersten Vertikale, Publikationen der *v. Kuffner*-Sternw. in Wien 2, Wien 1892. — Ein allgemeineres Beispiel bietet das neue Greenwicher Altazimut, *Greenw. Obs.* 1900.

55) Vgl. die Beschreibung des alten Greenwicher Altazimuts in *Greenw. Obs.* 1847 and 1852, sowie des Straßburger Altazimuts in *L. Courvoisier*, Untersuchungen über die absolute Polhöhe von Straßburg, Diss. Heidelberg 1901 und *W. Schur*, Untersuchungen und Beobachtungen am Altazimut der Straßburger Sternwarte, *Astr. Nachr.* 120 (1888), p. 1.

kung seiner Anwendung auf den kurzen, nur einmal täglich eintretenden Moment des Meridiandurchgangs eines Gestirns, lassen das Bedürfnis nach einem Instrument entstehen, bei dem diese Beschränkungen wegfallen. Für alle Beobachtungen fundamentaler Natur, der Örter der Sonne, der Fundamentalsterne und der Menge der helleren Fixsterne (bis zur 9. Größe etwa) kommt der Meridiankreis allein in Frage. Alle schwächeren Objekte, insbesondere die kleinen Planeten und Kometen, alle Objekte, deren relativer Ort gegen ein Nachbargestirn allein von Interesse ist, wie Doppelsterne und Satelliten, alle Objekte, bei denen man sich nicht auf die täglich nur einmalige Beobachtung im Meridian allein angewiesen sehen will, legt man durch differentiell-mikrometrischen Anschluß am *Refraktor* fest.

### B. Der Refraktor.

Der übliche Name „Refraktor“ (ursprünglich im Gegensatz zu „Reflektor“ gebraucht) bezeichnet ein nach dem Himmelspol orientiertes oder, wie man sagt, *parallaktisch montiertes* Universalinstrument oder Äquatoreal, welches nach dem Früheren in Verbindung mit zwei geteilten Kreisen und einer Uhr absolute äquatorale Koordinaten liefern könnte und früher gelegentlich geliefert hat. Die Unmöglichkeit, den Refraktor in größeren Dimensionen diesen Zwecken entsprechend herstellen zu können, führte dazu, ihn nur zur Bestimmung der relativen Koordinaten benachbarter Gestirne mittels geeigneter, „Mikrometer“ genannter Meßapparate zu verwerten. Der fundamentale Unterschied der relativen Beobachtungen am Meridiankreise und am Refraktor ist der, daß bei ersterem selbst bei der differentiellsten Art, den sog. Zonenbeobachtungen, die Visierlinie auf jedes Objekt einzeln eingestellt und ihre Richtung im eigenen System des Instruments selbstständig durch Benutzung des mechanischen Drehungsprozesses festgelegt und nur dieses Instrumentalsystem durch Beobachtung bekannter Sterne an das äquatorale System angeschlossen wird; bei der eigentlichen Refraktorbeobachtung wird das Fernrohr hingegen mehr als bildentwerfend verwertet und dieses Bild mikrometrisch vermessen, wie es am deutlichsten bei der Ausmessung einer photographischen Himmelsaufnahme der Fall ist. Zwar muß das Fernrohr, d. h. die Verbindung von Objektiv und Okular, eine gewisse Starrheit besitzen, um überhaupt wenigstens für die kurze Zeit einer Beobachtung eine Richtung festlegen zu können. Diese Richtung selbst aber wird nicht durch die Drehungswinkel um die Instrumentalachsen bestimmt und diese Drehungsmöglichkeit beim Messen gar nicht weiter verwertet.

Die Vorteile dieser Beobachtungsart am Refraktor sind einleuchtend: Da es sich nur um meist geringfügige Koordinatendifferenzen handelt, braucht das Koordinatensystem des Instruments nicht in gleicher Schärfe mit dem mathematischen übereinzustimmen wie beim Meridiankreis. Der Refraktor kann demnach um beide Achsen drehbar und in weit größeren Dimensionen gebaut werden, sonach auch zur Beobachtung weit schwächerer Objekte dienen. Er erlaubt die Beobachtung des Objekts in jedem beliebigen Stundenwinkel, sobald es nur eine genügende Höhe über dem Horizont besitzt, und eine beliebig häufige Wiederholung der Messung durch Nachfolgen mit dem Fernrohr. Endlich gibt die mikrometrische Meßmethode naturgemäß eine größere Genauigkeit als die Methode der Meridianbeobachtung, insbesondere ist sie unabhängig von jeder Kreisablesung und den damit verbundenen Teilungsfehlern. Zur Ableitung der absoluten Koordinaten aber bleibt man auf die Mitwirkung des Meridiankreises, dem die Bestimmung der Örter der Vergleichsterne zufällt, angewiesen. Eine scharfe Trennung der beiderseitigen Aufgaben ist nicht möglich und hängt von den verfügbaren Hilfsmitteln und dem subjektiven Empfinden ab (s. später Nr. 8).

*Die verschiedenen Formen der mikrometrischen Messung*<sup>56)</sup>. Über die verschiedenen Formen, in denen sich eine solche relative Ortsbestimmung abspielen kann, ist das Folgende zu bemerken.

*Beobachtung bei ruhendem Fernrohr.* Zunächst kann man, ähnlich wie bei der Meridianbeobachtung, die tägliche Bewegung unter Voraussetzung ihrer Gleichförmigkeit zur Messung verwerten, indem man aus den nacheinander beobachteten Durchgangszeiten beider Objekte durch fest in der Brennebene aufgespannte und nach bestimmten Richtungen orientierte Kurvensysteme ihre Koordinatendifferenzen berechnet. Dabei kommt sowohl die Auge- und Ohr-, wie auch die elektrische Registriermethode zur Anwendung. Von den älteren Formen solcher sog. „Mikrometer“ erwähnen wir das Kreis- oder Ringmikrometer, das Lamellen-, das feste Fadenmikrometer usw. Neben einigen Vorteilen — manche bedürfen z. B. keiner Feldbeleuchtung und gestatten daher die Beobachtung der schwächsten noch sichtbaren Objekte, das Ringmikrometer bedarf keiner besonderen Orientierung — sind sie den großen Nachteilen aller Durchgangsbeobachtungen, ihren großen persönlichen Auffassungsunterschieden, ausgesetzt, die sich hier sogar auf beide Koordinaten werfen. Allein die AR.-Differenz wird durch

56) Vgl. hierzu insbesondere, neben *Ambrohn* 2, den Artikel von *E. Becker* über „Mikrometer“ in *Valentiner, Handwörterbuch*, 3<sup>1</sup>, p. 64 ff.

Durchgangsbeobachtungen bestimmt bei einem festen, senkrecht zur täglichen Bewegung orientierten Fadensystem. Die  $\delta$ -Differenz wird dann mit einem, der täglichen Bewegung parallelen beweglichen Faden gemessen, indem beide Objekte nacheinander bei ihrem Durchgang durch das Gesichtsfeld pointiert werden; event. das erste mit einem festen, das zweite mit einem parallelen beweglichen Faden, deren Koinzidenz man gesondert bestimmt. Die Kenntnis des Schraubenwerts erlangt man am besten durch Messung eines bekannten Deklinationsunterschieds; event. kann man auch nach Drehung des ganzen Fadensystems um  $90^\circ$  Durchgänge dazu verwenden. Zu berücksichtigen ist die meist geringfügige Abhängigkeit des Schraubenwerts von der Temperatur und der Okularstellung.

Ganz unabhängig von der Beobachtung von Durchgangszeiten wird man entweder durch die Einführung des *Repsoldschen* selbstregistrierenden Mikrometers, das indessen trotz seiner großen Vorzüge am Refraktor noch keine Anwendung gefunden hat, oder dadurch, daß man die tägliche Bewegung ganz ausschaltet.

*Beobachtung bei bewegtem Fernrohr.* Man erreicht das dadurch, daß man dem Fernrohr durch ein Uhrwerk<sup>57)</sup> eine der täglichen Umdrehung der Erde gerade entgegengesetzte Bewegung gibt und es dadurch eine feste Richtung im Raume unveränderlich beibehalten läßt, und mißt die dann zum Fernrohr feststehenden Bilder mikrometrisch aus, entweder durch visuelle Beobachtung mit dem Fadenmikrometer oder bei photographischen Aufnahmen mit dem Ablesemikroskop.

a) *Die differentielle Ortsbestimmung mit dem visuellen Fadenmikrometer.* Das Faden- oder Positionsmikrometer besteht in einer Vereinigung von fester und beweglicher Fadenplatte, welche, neben der zur Fokussierung dienenden Verschiebbarkeit des ganzen Okularkopfes in der Richtung der optischen Achse, auch in der Brennebene senkrecht zur optischen Achse, sowohl gemeinsam, wie auch einzeln, durch Mikrometerschrauben verschoben und um die optische Achse (mit Feinbewegung) gedreht werden kann. Ihren Positionswinkel, d. h. den Richtungswinkel des Mikrometerfadens gegen den nach dem Nordpol zeigenden Stundenkreis, liest man an dem fest, d. h. unabhängig von dem die Fadenplatten tragenden Okularkasten, am Fernrohr sitzenden Positionskreis ab, dessen Nullpunkt zum äquatorealen Koordinatensystem

57) Näheres über die verschiedenen Arten der Uhrwerke und ihre Einrichtung s. bei *Ambrohn* in dem Abschnitt „Parallaktisch aufgestellte Refraktoren“, 2, p. 1066 ff. Die ersten Uhrwerke brachte *Fraunhofer* im zweiten Jahrzehnt des 19. Jahrhunderts an seinen Refraktoren (Neapel 1811, Dorpat 1824) an.

in Beziehung gebracht werden muß. Diese Nullpunktsbestimmung erfolgt, indem man den ganzen Okularkasten so dreht, daß ein Stern bei ruhendem Fernrohr infolge der täglichen Bewegung auf dem Faden entlang läuft. Die Stellung des aus je zwei zueinander senkrechten Gruppen bestehenden Fadensystems zu den fundamentalen Richtungen des äquatorealen Systems bleibt bei allen Drehungen des parallaktisch montierten Fernrohrs die gleiche; insbesondere veranschaulichen die Fäden bei entsprechender Stellung zum Positionskreise die Stunden- und Parallelkreise.

Das Fadenmikrometer gestattet somit durch geeignete Kombination der festen und beweglichen Fäden rechtwinklige oder polare ebene Koordinaten in beliebigen Positionswinkeln in der Bildebene zu messen, und zwar pointiert man entweder beide Objekte nacheinander mit dem beweglichen Faden, oder man stellt einen festen Faden auf das eine Objekt (durch Verschiebung des ganzen Okularkastens), den beweglichen auf das andere und wiederholt die Messung in umgekehrter Reihenfolge unter Durchschrauben des beweglichen Fadens, wodurch man von etwaigen Fehlern des Uhrwerks unabhängiger wird. In der Praxis mißt man entweder äquatoreale rechtwinklige Koordinaten  $x, y$ , indem man den beweglichen Faden parallel und senkrecht zur scheinbaren täglichen Bewegung stellt<sup>58</sup>), oder gelegentlich (bei sehr engen Objekten wie Doppelsternen) Polarkoordinaten  $s$  und  $p$ . In diesem Falle gibt die Parallelstellung der einen Fadengruppe zur Verbindungslinie beider Objekte den Positionswinkel, in dieser Richtung mißt man mit der anderen Fadengruppe den Abstand beider Objekte<sup>59</sup>). Bei den kleinen Koordinatendifferenzen, um die es sich hierbei stets handelt (selten mehr als  $5'$ ), genügen zur Umsetzung in sphärische Koordinaten die Näherungsformeln:

$$\Delta \alpha \cos \delta = x = s \sin p,$$

$$\Delta \delta = y = s \cos p.$$

b) *Die differentielle Ortsbestimmung mit Hilfe der Photographie.* Eine fehlerfreie Aufnahme auf der ebenen photographischen Platte<sup>60</sup>) gibt ein Abbild der Sphäre, welches ihrer zentralen Projektion

58) Besitzt das Mikrometer zwei zueinander senkrecht wirkende Schrauben, so bedarf es dazu keiner Drehung im Positionswinkel.

59) Dreht man den Positionswinkel um  $90^\circ$ , so kann man beide Messungen mit ein und demselben beweglichen Faden ausführen.

60) Über die Herstellung astrophotographischer Aufnahmen vergl. z. B. in *Valentiners Handwörterbuch* 1 den Artikel „Astrophotographie“, sowie das Lehrbuch *J. Scheiner, Die Photographie der Gestirne*, Leipzig 1897.

auf eine Tangentialebene ähnlich ist. Die Festlegung der abgebildeten Sternörter erfolgt in der Regel durch mikrometrische Messung der ebenen rechtwinkligen (seltener polaren) Plattenkoordinaten, bezogen auf einen beliebig gewählten, aber nahe zentral gelegenen Nullpunkt und nahezu äquatorale Koordinatenrichtungen<sup>61)</sup>. Diese Messung kann entweder geschehen durch mikrometrische Verschiebung des Ablesemikroskops oder der Platte längs gewisser, zu einander senkrechter, event. noch im Positionswinkel drehbarer Führungen, oder an einer von dem Mikroskop unabhängigen Skale. Von den bei der großen Ausdehnung photographischer Platten (bis zu 2° Seitenlänge) zu befürchtenden Fehlern des Meßapparates, vor allem aber einer etwaigen Verziehung der Gelatineschicht, sucht man sich dadurch unabhängig zu machen und auch die Arbeit der Ausmessung wesentlich zu vereinfachen, daß man vor der Aufnahme gewisse *netzartige Gitter* von genau bestimmten Dimensionen auf die Platte *aufkopiert* und die einzelnen Objekte an die nächstgelegenen Gitterstriche anschließt. Dazu bedarf es, ebenso wie bei kleinen Koordinatendifferenzen, nur einer kurzen Mikrometerschraube, ohne daß die Bewegung längs der Führungen zur Messung benutzt wird; von dieser wird nur eine unveränderliche Richtung verlangt, damit die Mikrometerfäden den Gitterstrichen parallel bleiben und nicht von neuem orientiert zu werden brauchen<sup>62)</sup>. Solche Gitter werden bei einer Strichbreite von wenigen 0,01 mm und einer Strichdistanz von 5 mm von *P. Gautier* in Paris in großer Schärfe hergestellt. Die beiden Strichsysteme stehen bis auf wenige Sekunden aufeinander senkrecht, und die Fehler der gegenseitigen Abstände erreichen kaum 1 Mikron<sup>62a)</sup>. Ihre Prüfung, sowie die der Kopien, kann in der erwähnten Weise durch Skale oder große Mikrometerschraube erfolgen<sup>62b)</sup>. Doch muß

61) Eine direkte Bestimmung der *sphärischen* Koordinaten aus photographischen Himmelsaufnahmen kann mit einem parallaktisch aufgestellten *Ablesefernrohr* erfolgen, dessen Objektivmittelpunkt von der Platte um die Brennweite des photographischen Objektivs absteht, derart, daß im Ablesefernrohr die Richtungen nach den Bildern auf der Platte dieselben sind wie im visuellen Fernrohr die Richtungen nach den Sternen; vergl. hierüber *J. C. Kapteyn*, Exposé de la méthode parallactique de mesure, Reduction des clichés, Bulletin du Comité international permanent pour l'exécution photographique de la carte du ciel [*Comité carte du ciel bull.*] 1, Paris 1888, p. 94, sowie *Scheiner*<sup>60)</sup>.

62) Die Beschreibung eines solchen, von *Repsold* hergestellten photographischen Meßapparates s. z. B. bei *Scheiner*<sup>62b)</sup> oder *D. Gill*, On a new instrument for measuring astrophotographic plates, Lond. Astr. Soc. Monthly Not. 59 (1898), p. 61.

62a) 1 Mikron =  $1\mu = 0.001\text{ mm}$ .

62b) Vergl. z. B. *J. Scheiner* in den „Publikationen des Astrophysikalischen

man beim Aufkopieren der Gitter die größte Sorgfalt beobachten, da sich vielfach merkbare Abweichungen der aufkopierten Gitter von den Originalen bis auf mehrere Mikron<sup>63a)</sup> ergeben haben, die man auf Projektionsfehler bei der Aufkopierung — Lichtbrechung in dem nicht völlig planparallelen und homogenen Originalgitter, prismatische Gestalt der Gitterfurchen — zurückführt<sup>63)</sup>.

Die Umrechnung der ebenen äquatorealen Plattenkoordinaten  $x, y$  in sphärische  $\alpha, \delta$  erfolgt nach den Formeln

$$\operatorname{tg}(\alpha - \alpha_0) = \frac{x}{\cos \delta_0 - y \sin \delta_0}, \quad \operatorname{tg} \delta = \frac{\sin \delta_0 + y \cos \delta_0}{\cos \delta_0 - y \sin \delta_0} \cos(\alpha - \alpha_0),$$

worin  $\alpha_0, \delta_0$  die Koordinaten des Plattenzentrums bezeichnen<sup>64)</sup>. Dabei ist man, da die photographische Platte sich nicht in der Schärfe wie das Fadensystem bei der visuellen Beobachtung nach den Richtungen des äquatorealen Systems orientieren läßt, sowohl bezüglich der Orientierung der Platte (d. h. der  $x, y$ ), wie des Plattenzentrums ( $\alpha_0, \delta_0$ ), wie auch des Skalenwerts auf die Kenntnis der Örter einer hinreichenden Zahl von gut über die Platte verteilten Vergleichsternen angewiesen, welche nur durch Beobachtungen am Meridiankreise erlangt werden kann. Dieser Einschränkung der Anwendbarkeit<sup>65)</sup> steht allerdings ein Vorteil gegenüber. Während die visuelle Beobachtung am Meridiankreis, wie am Refraktor, nur scheinbare, d. h. auf den momentanen Zustand des äquatorealen Koordinatensystems bezogene Koordinaten ergeben kann, zieht man in die Re-

Observatorium zu Potsdam, Photographische Himmelskarte“, Bd. 1, Potsdam 1899, p. XII; *F. Küstner*, Über eine große praktisch fehlerfreie Mikrometerschraube von *M. Wolz* in Bonn zur Untersuchung photographischer Gitter, *Astr. Nachr.* 161 (1903), p. 97.

63) *K. Bohlin*, Sur l'emploi du réseau pour la mesure des clichés photographiques, *Paris Bull. astr.* 17 (1900), p. 321, sowie *K. Bohlin*, Jahresbericht der Sternwarte zu Stockholm, *Astr. Ges. Vjs.* 36 (1901), p. 145; *H. Ludendorff*, Über Fehler, die beim Aufkopieren von Normalgittern auf photographische Platten entstehen können, *Astr. Nachr.* 157 (1901), p. 17; sowie *H. Ludendorff*, Untersuchungen über die Kopien des Gitters *Gautier* Nr. 47, Publikationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam 15, Nr. 49, Potsdam 1903; *C. Mönnichmeyer*, Untersuchungen über die 5 mm Gitter von *P. Gautier*, *Astr. Nachr.* 162 (1903), p. 65.

64) Vergl. *W. Zurhellen*, Darlegung und Kritik der zur Reduktion photographischer Himmelsaufnahmen aufgestellten Formeln und Methoden, *Diss.* Bonn 1904.

65) Für jede Platte ist die Bestimmung von vier Konstanten — event. sechs, wenn die Neigung der Platte gegen die Kollimationslinie merklich ist und nicht durch direkte Messung bestimmt werden kann — erforderlich, die nach der Methode der kleinsten Quadrate erfolgt.

duktion photographischer Sternörter sogleich Aberration, Präzession und Nutation hinein, da sie nur die Orientierung der Platte und den Skalenwert beeinflussen, und erhält sie somit bezogen auf ein *beliebiges Äquinoktium*, auf welches man die Örter der Anhaltsterne nur ebenfalls zu beziehen hat; doch darf das gewählte Äquinoktium wegen der meist nicht hinreichend genauen Kenntnis der Eigenbewegungen der Anhaltsterne nicht zu weit von der Beobachtungsepoche abliegen.

Bei den Beobachtungen am ruhenden Fernrohr verläßt man sich auf die völlige zeitliche Unveränderlichkeit der Richtung des Fernrohrs zum Erdkörper im Verlauf der Messungsreihe; um Störungen durch Wind, Erschütterungen usw. möglichst zu vermeiden, wird man die AR.-Differenz der beiden Objekte nicht zu groß werden lassen und auf wenige Zeitminuten beschränken. Die Anwendung des Uhrwerks setzt bei der visuellen Beobachtung die genaue Mitführung des Fernrohrs während der Messung voraus, derart, daß seine optische Achse in der Zeit zwischen den Pointierungen auf die beiden Objekte unveränderlich auf denselben Punkt des Himmels gerichtet bleibt, das Uhrwerk wird gewissermaßen anstelle der täglichen Bewegung zur Messung mitbenutzt. Tatsächlich läßt sich das Uhrwerk heutzutage in großer technischer Vollkommenheit herstellen<sup>66)</sup>, wie sie für die nur kurze Zeit (kaum mehr als etwa 20 Sekunden) erfordernde visuelle Beobachtung stets ausreicht. Auch läßt sich der Einfluß der Fehler des Uhrwerks durch Vermehrung und symmetrische Anlage der Messungen völlig beseitigen. Da andererseits die persönlichen Unterschiede bei Durchgangsbeobachtungen durch Häufung der Messungen nicht vermindert werden, so kommt für kleine Koordinatendifferenzen (selten mehr als 5', höchstens 10') die Methode des bewegten Fernrohrs wohl allein in Frage. Bei relativ großen AR.-Differenzen, zu denen man oft gezwungen ist, wenn in der Nähe des zu beobachtenden kleinen Planeten oder Kometen kein passender, d. h. durch eine Meridianbeobachtung schon festgelegter Vergleichstern vorhanden ist, — in  $\delta$  ist man durch den begrenzten Wirkungsbereich der Mikrometerschrauben meistens an engere Differenzen (bis etwa 10') gebunden —, muß man hingegen am ruhenden Fernrohr beobachten. Bei der zunehmenden Zahl der Sterne, deren Örter an Meridiankreisen beobachtet sind oder durch die in Ausführung begriffene photo-

66) Vgl. *H. Struve* in *O. Struve's Festschrift* <sup>9)</sup>, p. 64—65, sowie *F. Hayn*, Selenographische Koordinaten, 2. Abhandlung, Leipzig Ges. Wiss. Abhdl. 29, Nr. 1 (1904), p. 33—35.



graphische Himmelskarte zugänglich werden, wird man in naher Zukunft meistens über genügend sicher bestimmte Örter nahestehender Vergleichsterne verfügen und auf die Durchgangsbeobachtungen am ruhenden Fernrohr immer seltener zurückzugehen brauchen.

Bei den photographischen Aufnahmen bedarf man eines gut funktionierenden Uhrwerks nicht eigentlich zur Messung, als vielmehr zur Herstellung scharfer Bilder; es stellt dies bei der oft langen Dauer photographischer Expositionen<sup>67)</sup> an die Leistungsfähigkeit des Uhrwerks die höchsten, kaum erfüllbaren Anforderungen, zumal noch der störende Einfluß der mit der Zenitdistanz veränderlichen Refraktion hinzukommt. Man verläßt sich daher nicht darauf, sondern hält das Fernrohr, das dann nur abbildend auftritt, durch visuelle Beobachtung eines Himmelsobjektes im Leitfernrohr mittelst der Feinbewegung, event. des Uhrwerks selbst in unveränderlicher Lage im Raume fest<sup>68)</sup>. Für sehr große Teleskope, bei denen auch das Leitfernrohr nicht völlige Zuverlässigkeit bietet, hat man durch mikrometrische Einstellung der photographischen Platte selbst anstelle der Bewegung des ganzen Fernrohrs gute Erfolge erzielt<sup>69)</sup>. Den störenden Einfluß schnell periodischer Ungleichförmigkeiten im Gange des Uhrwerks wies *J. Hartmann* nach und gab zugleich Mittel zur Beseitigung an<sup>70)</sup>.

Die Vorteile der Methode der photographischen Ortsbestimmung gegenüber der visuellen sind vor allem die Kürze der Beobachtungszeit am Fernrohr und die Fülle des Materials, das sie in dieser Zeit für die eigentliche, unter bequemeren äußeren Verhältnissen vorzunehmende Ausmessung beschafft; sie kommt daher vor allem zur Massenbeobachtung zur Anwendung.

67) Die Expositionsdauer, die beim Monde einige Sekunden beträgt, steigt bei Fixsternen auf mehrere Minuten bis zu einer Stunde und noch weiter an und erreicht bei Nebelaufnahmen zuweilen sogar über 24 Stunden.

68) Da das Sucherfernrohr seiner nicht genügend festen Verbindung mit dem Hauptfernrohr wegen nicht ausreicht, konstruiert man eigene Leitfernrohre, die nach dem Vorgange der Gebrüder *Henry* (Paris) mit dem photographischen Fernrohr in ein gemeinsames Rohr einbezogen werden, vgl. *Ambrohn, Scheiner*<sup>60)</sup>.

69) Vgl. *A. A. Common*, Note on an apparatus for correcting the driving of the motor clocks of large equatorials for long photographic exposures, Lond. Astr. Soc. Monthly Not. 49 (1889), p. 297; *G. W. Ritchey*, Celestial photography with the 40-inch visual telescope of the Yerkes Observatory, The Astrophysical Journal 12, Chicago 1900, p. 352ff. Durch Anwendung einer isochromatischen Platte und eines gelben Farbenfilters wird das Instrument für photographische Beobachtungen verwendbar gemacht, während gleichzeitig die Bilder für das visuelle Halten scharf bleiben.

70) *J. Hartmann*, Über die Korrektion eines periodischen Fehlers in der Bewegung des Potsdamer 80 cm.-Refraktors, Astr. Nachr. 158 (1902), p. 1.

Über die gebräuchlichen Dimensionen der photographischen Refraktoren vgl. p. 232.

*Doppelbildmikrometer, Heliometer*<sup>56)</sup>. Eine besondere Art mikrometrischer Meßinstrumente bilden die Doppelbildmikrometer, bei denen die Bilder der beiden zu beobachtenden Objekte nicht getrennt pointiert, sondern die vier durch die Verdoppelung entstehenden Bilder in geeignete Stellungen zueinander gebracht werden. Ihr Hauptvertreter ist das *Heliometer*, welches zugleich den bisher besprochenen Okularmikrometern gegenüber als Objektivmikrometer auftritt. Bei ihm sind die Objektivlinsen durch einen Schnitt längs eines Durchmessers in zwei halbkreisförmige Stücke zerlegt; diese beiden Halbkreisobjektive lassen sich durch Mikrometerschrauben längs ihrer gemeinsamen ebenen Schnittfläche gegeneinander verschieben<sup>81)</sup> und bewirken dadurch eine Verdoppelung des in der Brennebene erzeugten Bildes. Durch Drehung des ganzen Objektivkopfes — resp. bei den neueren Konstruktionen durch Drehung des ganzen Fernrohrs — um die optische Achse des Fernrohrs wird die Schnittfläche parallel der Verbindungslinie der beiden zu beobachtenden Objekte gestellt (Einstellung in Positionswinkel) und durch Auseinanderschrauben der Objektivhälften dann die beiden inneren der entstehenden vier Bilder zur Deckung gebracht (Einstellung der Distanz). Dabei wird nicht direkt das zu unscharf aufzufassende Zusammenfallen zweier Bilder, sondern bei großen Distanzen durch kleine Drehungen im Positionswinkel oder Veränderungen der Distanz ihr Durcheinanderschwingen beobachtet. Bei kleineren Distanzen stellt man der zu großen Krümmung des Schwingungsbogens wegen die vier Bilder zu einer geeigneten Konfiguration, etwa einem flachen Rhombus, zusammen, und bei Doppelsternen schätzt man die Gleichheit der drei Abstände. Man erhält so die relativen sphärischen Polarkoordinaten beider Objekte, die Größe der Verschiebung gibt ein Maß für die Distanz der Objekte, resp. wenn durch Durchschrauben der Hälften die Messung symmetrisch wiederholt wird, ihre doppelte Distanz, die an einem Positionskreise abzulesende Richtung der Verschiebung den Positionswinkel<sup>71)</sup>.

Das Heliometer gestattet, im Gegensatz zum Fadenmikrometer,

71) Über die Reduktion der Heliometermessungen vgl. insbesondere *F. W. Bessel*, Theorie eines mit einem Heliometer versehenen Äquatoreals, sowie: Besondere Untersuchung des Heliometers der Königsberger Sternwarte, beides erschienen in *Bessel*, Astron. Untersuch. 1, p. 1—152 = *Bessel*, Abhdl. 2, p. 109 und p. 133; *P. A. Hansen*, Ausführliche Methode mit dem *Fraunhoferschen* Heliometer Beobachtungen anzustellen, Gotha 1827; *H. Seeliger*, Theorie des Heliometers, Leipzig 1877.

die Messung sehr großer Koordinatendifferenzen — bei den neuen *Repsoldschen* Heliometern bis zu  $2^{\circ}$  — und gibt auch dann noch eine sehr große Genauigkeit. Wird dadurch die Zahl der verwendbaren Vergleichsterne wesentlich erhöht, so kann es andererseits der schwierigen technischen Ausführung halber nur in mäßigen Dimensionen<sup>72)</sup> hergestellt werden. Seine Anwendung beschränkt sich daher auf gewisse besondere Aufgaben der astronomischen Ortsbestimmung, bei denen es sich um eine hervorragende Genauigkeit und zugleich um hellere Objekte, nicht unter 9. Größe, handelt.

*Historisches zum Refraktor.* Die Entwicklung der Refraktoren, deren Geschichte in das 18. Jahrhundert zurückgeht, trat in ein neues Stadium mit dem von *J. Fraunhofer* für die Sternwarte zu Dorpat erbauten, 1824 aufgestellten, neunzölligen Refraktor, der in den Händen *W. Struves* zu besonderer Berühmtheit gelangt ist<sup>73)</sup>. Zum ersten Male war ein gut funktionierendes Uhrwerk angebracht und dadurch die Möglichkeit zu Beobachtungen mit dem Positionsfadenmikrometer geboten, die besonders zu umfassenden Beobachtungen von Doppelsternen Anwendung fand<sup>74)</sup>. Einen weiteren Fortschritt bedeutete die 1839 erfolgte Herstellung des Pulkowaer Refraktors durch *Merz* und *Mahler*<sup>47)</sup>, der bei einer Öffnung von 14 Zoll und einer Brennweite von 270 Zoll eine mehr als tausendfache Vergrößerung zuließ und in den Händen *O. Struves* ebenfalls seine wesentliche Anwendung auf Doppelsternmessungen fand. Namhaft gemacht sei fernerhin der *Clarksche* 26-Zöller des U. S. Naval Observatory in Washington. Die heutige Leistungsfähigkeit charakterisieren etwa der 30-zöllige *Repsoldsche* Refraktor der Sternwarte zu Pulkowa, sowie die von *Warner* und *Swasey* hergestellten großen Refraktoren der Lick- und Yerkes-Sternwarte von 36 und 40 Zoll Öffnung<sup>76)</sup>. Daneben besitzen die meisten Sternwarten Refraktoren von mittlerer Größe, von etwa 10 bis 15 Zoll Öffnung, mit denen Kometen, kleine Planeten, Doppelsterne usw. beobachtet werden.

Über die Aufstellung der Refraktoren („englische“, „deutsche“ Aufstellung), den Kuppelbau usw. vgl. *Ambromn* 2.

72) Das größte der neueren *Repsoldschen* Heliometer (Sternwarte in Wien-Ottakring) besitzt eine Öffnung von 217 mm.

73) *W. Struve*, Beschreibung des auf der Sternwarte zu Dorpat befindlichen großen Refraktors von *J. Fraunhofer*, Dorpat 1825.

74) Vgl. *W. Struve*, *Stellarum duplicium et multiplicium mensurae metricae*, Petropoli 1837.

76) Vgl. *Ambromn* 2. Eine eingehende Beschreibung des Pulkowaer großen Refraktors enthält die in Fußn. 9 zitierte Festschrift.

Einen besonderen Typus bildet das nach *M. Loewys* Ideen nach dem Prinzip der gebrochenen Fernrohre<sup>2)</sup> konstruierte *équatorial coudé*, welches sich besonders als photographisches Fernrohr durch vorzügliche Mondaufnahmen bewährt hat<sup>77)</sup>.

Eine eigene Klasse von Refraktoren bilden dann die in den letzten Jahrzehnten hinzugekommenen *photographischen Refraktoren* oder *Astrographen*, als deren bekannteste Repräsentanten wir den nach den Angaben der Gebrüder *Henry* konstruierten Pariser photographischen Refraktor (Öffnung des photographischen Objektivs 34 cm, des visuellen 23 cm, Brennweite 3.4 m), der für die zur Herstellung der photographischen Himmelskarte dienenden Instrumente vorbildlich geworden ist<sup>78)</sup>, und den großen *Repsoldschen* Refraktor des Potsdamer astrophysikalischen Observatoriums (Öffnung des photographischen Objektivs 80 cm, des visuellen 50 cm, Brennweite 12 m) besonders namhaft machen<sup>79)</sup>.

Das *Heliometer* wurde um die Mitte des 18. Jahrhunderts von *John Dollond*<sup>80)</sup> konstruiert zum Zwecke der Bestimmung des Sonnendurchmessers und trägt daher seine Bezeichnung. Eine neue Epoche begann für das Heliometer mit der Fertigstellung des großen sechszölligen *Fraunhoferschen* Heliometers der Sternwarte zu Königsberg (1829) und seiner Anwendung durch *F. W. Bessel*<sup>81)</sup>. Dem Hauptnachteile dieser älteren Heliometer, daß die Objektivhälften sich auf ebenen Schiebern bewegten und demnach die Bilder nur weit außerhalb der optischen Achse und nicht im Brennpunkt beobachtet werden konnten<sup>103)</sup>, begegnete *A. Repsold*, indem er bei seinen neueren Heliometern<sup>81)</sup> die Objektivschieber auf Zylinderflächen, deren Achse senkrecht zur optischen Achse durch den Brennpunkt geht, sich bewegen läßt; die Beobachtung erfolgt nun stets bei scharfen Bildern in nächster Nähe

77) Beschreibung des „*équatorial coudé*“ bei *M. Loewy*, Paris C. R. 96 (1883) und *M. Loewy*, Paris Bull. astr. 1 (1884), p. 265, p. 370 und p. 421; sowie *Ambromn* 2.

78) Über diese Instrumente vgl., neben *Ambromn* 2, *Scheiner*<sup>60)</sup> und *Scheiner*<sup>62b)</sup>, die Einleitungen zu den Katalogen der photographischen Himmelskarte.

79) Die beiden photographischen Refraktoren des Potsdamer Instituts beschreibt *H. C. Vogel*, Publikationen des astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam 15, 1<sup>tes</sup> Stück [Nr. 45], Potsdam 1907.

80) *J. Dollond*, Description of a contrivance for measuring small angles, Lond. Phil. Trans. 1753.

81) Zylinderführung zuerst 1849 bei dem Heliometer der Sternwarte zu Oxford; *J. Fraunhofer* hatte den entsprechenden Wunsch *F. W. Bessels* der technischen Schwierigkeiten wegen nicht ausgeführt.

der optischen Achse. Die Messung der Verschiebung der Objektivhälften, welche bei den älteren Heliometern mit Hilfe der sie bewirkenden Mikrometerschrauben erfolgte, geschieht jetzt an zwei (zylindrisch gekrümmten) Skalen, welche in die Objektivschieber fest eingelassen sind und mit ihren Teilungen aneinander liegen.

### 5. Die Fehler der Instrumente und ihre Bestimmung.

#### Geometrische Fehlerquellen.

Die Anforderungen an die Einrichtung und Wirkungsweise der im vorigen skizzierten Instrumente und Methoden zur exakten astronomischen Ortsbestimmung lassen sich in der Praxis nicht in aller Strenge verwirklichen, und ihre gelegentliche Verwirklichung würde infolge störender thermischer und Schwereinflüsse nicht von Dauer sein können. Weder wird die Absehlenslinie dauernd die Koordinatenkurven eines sphärischen Systems beschreiben, noch, wenn dies selbst durchführbar wäre, das sphärische System des Instruments mit dem astronomischen dauernd in aller Strenge übereinstimmen. Die Praxis muß sich damit begnügen, die mathematische Idee des Instruments angenähert zu verwirklichen, indem sie die sogenannten Instrumentalfehler gewisse kleine Beträge nicht überschreiten läßt. Auch in dieser Beschränkung erfordert ein jedes Instrument die vollkommenste technische Ausführung und muß mit Korrektioneinrichtungen versehen sein, welche die Instrumentalfehler in jenen engen Grenzen zu halten gestatten.

Danach können die in der besprochenen Weise erhaltenen Koordinaten nicht in Strenge den äquatorealen entsprechen. Die Untersuchung und Theorie eines Instruments hat vielmehr zu zeigen, wie man aus den fehlerhaften Angaben des Instruments fehlerfreie, d. h. seiner Idee entsprechende Daten ableiten, wie man die Beobachtungen von den Instrumentalfehlern befreien kann. Dazu hat sie die damit im engsten Zusammenhang stehende Aufgabe zu lösen, diese *Instrumentalfehler durch geeignete Kombination der Beobachtungen selbst zu bestimmen*, wofür die Art, in welcher die Instrumentalfehler die beobachteten Koordinaten verfälschen, stets Methoden an die Hand gibt. In früherer Zeit benutzte man diese Bestimmung der Instrumentalfehler, auch bei fest auf Sternwarten aufgestellten Instrumenten, dazu, sie durch die erwähnten Korrektionsvorrichtungen möglichst zu beseitigen. Seit etwa einem Jahrhundert aber, vor allem seit *F. W. Bessel* — auch schon *Tobias Mayer* berücksichtigte rechnerisch die Instrumentalfehler, — zieht man es vor, sie nur ganz selten, sobald sie jene engen Grenzen zu überschreiten beginnen, zu

korrigieren; man legt die Beobachtungen, wenn möglich, so an, daß sie es gestatten, gleichzeitig die Instrumentalfehler zu bestimmen und sie durch geeignete Kombination der Beobachtungen aus ihnen ganz zu eliminieren. Ein wichtiges Hilfsmittel bietet z. B. die Möglichkeit, dasselbe Objekt in *zweierlei Lagen des Instruments* beobachten zu können; man erreicht dies bei dem Universalinstrument (Refraktor) durch sogenanntes „*Durchschlagen*“ des Fernrohrs, d. h. Drehung um die Nebenachse über den Pol hinweg um die doppelte Poldistanz, unter gleichzeitiger Drehung um die Hauptachse um  $180^\circ$ , beim Meridiankreis (oder Passageninstrument) durch „*Umlegen*“, d. h. indem man das Instrument nach Herausheben aus seinen Lagern um eine vertikale Achse um  $180^\circ$  dreht und dadurch die beiden Lagerenden vertauscht. Die Bestimmung der Instrumentalfehler hat dann oft mehr ein instrumentelles Interesse und ist zur Beurteilung der Zuverlässigkeit des Instruments wertvoll, als daß sie zur Reduktion der Beobachtungen erforderlich wäre; aber gerade dieses instrumentelle Interesse kann nur durch eine fortlaufende Reihe von Bestimmungen befriedigt werden, während deren kein Eingriff in das Instrument vorgenommen ist.

Bei der Erörterung der Fehler selbst und ihrer Bestimmung beschränken wir uns auf die beiden Haupttypen von Präzisionsinstrumenten, indem wir die Beobachtung der absoluten Koordinaten am Meridiankreis und der relativen am Refraktor getrennt behandeln, und verweisen im übrigen auf die Literatur.

#### A. Instrumentalfehler des Meridiankreises.

Die Instrumentalfehler des Meridiankreises sind von zweierlei Art. Ist das eigentliche Instrument in allen seinen Teilen fehlerfrei, so gibt es sphärische Koordinaten, aber in seinem eigenen, durch Richtung der Umdrehungsachse und Nullpunkt des Kreises festgelegten System. Es handelt sich also einmal um die Fehler des eigentlichen Instruments (der Visierlinie und der Drehungsachse), infolge deren es keine sphärischen Koordinaten gibt, und die sogenannten Aufstellungsfehler, infolge deren selbst das in sich völlig berichtigte Instrument sphärische Koordinaten in einem anderen System liefert als es seiner Idee entspricht. Bei der praktischen Bestimmung der Fehler vermischen sich allerdings beide Fehlerarten zuweilen miteinander. Diese Fehlerbestimmung kann zum Teil nur durch irdische Beobachtungen erfolgen, zum Teil nur durch Beobachtung celestischer Objekte. Der größeren Bequemlichkeit der ersteren Bestimmungsart

gegenüber bietet die letztere dadurch große Vorzüge, daß bei ihr die Gleichartigkeit der näheren Umstände mit denen der eigentlichen Beobachtungen weit mehr gewährleistet werden kann.

Die Abweichung der Richtung der Drehungsachse von der horizontalen Ost-Westrichtung hat, sobald man sich auf Größen erster Ordnung in den Fehlern beschränken kann, nur Einfluß auf die Rektaszensionen, der Nullpunkt des Kreises betrifft nur die Deklinationen. Die *Richtung der Umdrehungsachse* — im Sinne von Ost nach West — fixiert man durch ihre horizontalen oder äquatorealen Koordinaten (Azimut =  $90^\circ - k$ , Höhe oder Neigung =  $i$ , Stundenwinkel =  $90^\circ - m$ , Deklination =  $n$ ). Dazu kommen nun die inneren Fehler des Instruments hinzu. Die *Abweichung des Winkels der Kollimationslinie* (p. 198), d. h. der durch den optischen Mittelpunkt des Objektivs und den Meridianfaden oder eine bestimmte Nullstellung des beweglichen Fadens fixierten Richtung, gegen die Umdrehungsachse von einem rechten Winkel bewirkt, daß die Absehenslinie einen kleinen Kugelkreis am Himmel beschreibt. Kompliziert werden die Verhältnisse dadurch, daß bei der massiven Form der Zapfen, wenn sie nicht genau kreiszylindrisch und koaxial sind, von einer Umdrehungsachse im mathematischen Sinne nicht gesprochen werden kann. Die *Zapfenfehler*, d. h. die Abweichung des Zapfenquerschnittes von der Kreisform, bewirken vielmehr eine weitere Abweichung der Absehenslinie vom Meridian; endlich kommt noch eine laterale Ablenkung der Gesichtslinie durch eine unsymmetrische *Durchbiegung der Drehungsachse* in Frage. Da es kaum möglich wäre, die wahre Form der Kurve, welche die Absehenslinie bei der Drehung des Fernrohrs am Himmel beschreibt, resp. ihren Stundenwinkel in den verschiedenen Deklinationen zu bestimmen, so begnügt man sich in der Praxis damit, in erster Näherung die Form der Zapfen als kreiszylindrisch, ihre Achsen als starr und zusammenfallend und die Kollimationslinie bei allen Drehungen des Fernrohrs als starr mit dieser gemeinsamen Achse verbunden anzusehen. Hat ihr Winkel gegen diese Umdrehungsachse des Fernrohrs den Wert  $90^\circ + c$ , so bezeichnet man  $c$  als den *Kollimationsfehler* und bestimmt ihn durch Pointieren einer irdischen Marke (Kollimator, Mire) oder eines Polsterns<sup>81a)</sup> in den beiden Lagen des Instruments — wobei man von den Zapfenfehlern allein eine durch Achsennivellement in beiden Lagen bestimmbare Ungleichheit der Zapfendicken zu berücksichtigen

81a) „Polsterne“ resp. „Hohe Polsterne“ nennt man die dem sichtbaren Himmelspol nahe resp. sehr nahe stehenden Sterne.

pflegt — oder durch mikrometrische Messung des Abstandes des Meridianfadens von seinem im Quecksilberhorizont<sup>82)</sup> entworfenen Spiegelbild, resp. der Koinzidenzstellung des beweglichen Fadens und seines Spiegelbildes. Im letzteren Falle vermeidet man das Umlegen des Instruments, muß aber die Neigung der Umdrehungsachse kennen. Diese Neigung bestimmt man im allgemeinen durch die Wasserwaage, wobei ebenfalls für die beiden verschiedenen Lagen des Fernrohrs eventuell die ungleiche Zapfendicke zu berücksichtigen ist. Das Azimut  $k$  des Fernrohrs, d. h. der Meridian selbst, läßt sich unabhängig nur durch cölestische Beobachtungen festlegen (s. VI 2, 2 [F. Cohn], p. 23) durch Beobachtung der Durchgangszeiten von Zirkumpolarsternen in oberer und unterer Kulmination. Damit ergibt sich dann als Korrektion der beobachteten Durchgangszeit  $T$  durch den Meridianfaden:

$$\Delta T = [i \cos(\varphi - \delta) + k \sin(\varphi - \delta) + c] \sec \delta,$$

die sogenannte *Tobias Mayersche Formel*<sup>83)</sup>, und als Rektaszension des beobachteten Gestirns

$$\alpha = T + \Delta T + \Delta U.$$

Über die ineinandergreifende Bestimmung der Uhrkorrektion und der Rektaszensionen, sowie den Übergang von den AR.-Differenzen zu den absoluten Rektaszensionen vgl. ebenfalls VI 2, 2 (F. Cohn), p. 21—30.

Für die praktische Rechnung bequemer ist die *Besselsche Formel*<sup>84)</sup> für  $\Delta T$ :

$$\Delta T = m + n \operatorname{tg} \delta + c \sec \delta,$$

in welcher man  $n$  wie oben bestimmt, während man  $m$  und damit die Neigung, wenn sie während einer Beobachtungsreihe konstant ist und es sich nicht um die absolute Zeit handelt, garnicht zu kennen braucht. Andernfalls bestimmt sich  $m$  aus der Formel

$$m = i \sec \varphi - n \operatorname{tg} \varphi.$$

Eine andere Anordnung der Formel siehe z. B. bei *P. A. Hansen*<sup>85)</sup>.

In der Praxis verfügt man über die genauen Rektaszensionen hinreichend vieler Sterne, insbesondere Polsterne<sup>81a)</sup>, um nicht auf die unabhängige Bestimmung des Meridians angewiesen zu sein. Indem

82) Eingeführt von *G. C. Bohnenberger*, Astr. Nachr. 4 (1826), p. 327.

83) *Tob. Mayer*, Observationes astronomicae quadrante murali habitae in observatorio Gottingensi (Opera inedita 1, Gottingae 1775, p. 19).

84) *F. W. Bessel*, Königsb. Beob. 2 (1816), Einleit.

85) *P. A. Hansen*, Astr. Nachr. 6 (1828), p. 421—458.



man die Uhrkorrektur

$$\Delta U = \alpha - T - \Delta T$$

aus zwei Sternen von möglichst verschiedenen Deklinationen  $\delta_1$  und  $\delta_2$  bestimmt, erhält man eine Beziehung, aus der sich  $k$  oder  $n$  ableiten läßt:

$$n = \frac{\alpha_1 - T_1 - (\alpha_2 - T_2) + c(\sec \delta_2 - \sec \delta_1)}{\operatorname{tg} \delta_1 - \operatorname{tg} \delta_2}.$$

Auch kann die Festlegung des Meridians durch Beobachtung entfernter irdischer Marken (Meridianzeichen, Miren) erfolgen, deren Azimut nur ebenfalls durch cölestische Beobachtungen unter Kontrolle gehalten werden muß.

Über die Beobachtung reflektierter Sternbilder, sowie andere Methoden zur Neigungs- und Kollimationsfehlerbestimmung vgl. z. B. *Brünnow*, p. 487 ff., sowie *P. Harzer*<sup>23)</sup>.

Seltener nur wird der Zapfenform — abgesehen von der erwähnten Zapfengleichheit — Rechnung getragen; man kann sie einmal durch Nivellement oder Fühlhebeluntersuchung bei verschiedenen Fernrohrstellungen prüfen. Eine besonders eingehende Untersuchung gestatten die Methoden, bei denen auf der Stirnseite der Zapfen einzelne Punkte durch Marken kenntlich gemacht und ihre Ortsveränderung bei der Drehung des Fernrohrs mikrometrisch, z. B. mit Hilfe eines in der Richtung der durchbohrten Achse aufgestellten Fernrohrs, eines sogenannten *Achsenkollimators*, gemessen wird<sup>86)</sup>.

Die Berücksichtigung dieser Abhängigkeit der im Achsenkörper festen, d. h. durch ein festes  $c$  charakterisierten Richtung ( $m, n$ ) von

86) Über die verschiedenen Formen der Methode vgl. *G. B. Airy*, Examination of the form of the pivots of the altitude and azimuth instrument, Greenw. Obs. 1847, p. xx; *J. Challis*, A method of correcting the errors due to the forms of the pivots of a transit instrument, Lond. Astr. Soc. Mem. 19 (1851), p. 103; *Y. Villarceau*, Étude sur le mouvement de rotation de la lunette méridienne, Obs. de Paris Ann., Mém. 7 (1863), p. 307; *M. Loewy et Périgaud*, Étude des flexions du grand cercle méridien, flexion en distance polaire, flexion latérale et de la forme des tourillons, à l'aide de l'appareil imaginé par *M. Loewy*, Obs. de Paris Ann., Mém. 16 (1882); *M. Hamy*, Contrôle des tourillons d'un instrument méridien par la méthode interférentielle de *M. Fizeau*, Paris Bull. astr. 12 (1895), p. 49; *A. A. Rambaut*, On a very sensitive method of determining the irregularities of a pivot, Lond. Astr. Soc. Monthly Not. 65 (1904), p. 56; *B. Wanach*, Über die Bestimmung der Form der Zapfen eines Durchgangsinstrumentes mittels eines Achsenkollimators, Straßb. Sternw. Ann. 2 (1899), Annex B. Diese letztere Arbeit zeigt zugleich, wie gering die Zapfenfehler der modernen *Repsold'schen* Meridiankreise sind ( $< 0^{\circ}.01$ ), während allerdings manche andere Instrumente (vgl. die zitierte Arbeit von *A. A. Rambaut*<sup>86)</sup>) wesentlich größere Fehler besitzen.

der Rotationsphase des Fernrohrs geschieht in der Praxis in Verbindung mit dem als veränderlich angesehenen Kollimationsfehler derart, daß die Richtung der Visierlinie auf eine bei der Drehung des Fernrohrs im Raume unveränderliche, durch die Lagerstellen charakterisierte Richtung bezogen wird, deren Koordinaten selbst in der oben besprochenen Art zu bestimmen sind.

Über eine etwaige *laterale Biegung der Achse* kann man durch Kollimationsfehlerbestimmung in verschiedenen Zenitdistanzen Aufschluß erhalten. Einen Anhalt für diese instrumentalen Unregelmäßigkeiten gibt die Vergleichung der Beobachtungen in den beiden Lagen des Instruments.

Bei den Deklinationen handelt es sich zunächst um die Übereinstimmung des Drehungswinkels der Visierlinie und des Unterschieds der Mikroskopablesungen, welche durch eine dem Einfluß der Schwere, sowie auch strahlender Wärme entspringende und somit von der Zenitdistanz abhängende *Biegung sowohl des Fernrohrs wie des Kreises* und außerdem durch die Teilungsfehler des Kreises in Frage gestellt wird<sup>87)</sup>. Eine Biegung der optischen Achse allein kann durch eine unsymmetrische Biegung der beiden Rohrhälften, durch ein Schlottern des Objektivs oder Okulars, eine Durchbiegung des horizontalen Fadens usw. verursacht und oft durch Vertauschung von Objektiv- und Okularhälfte eliminiert werden. Durch direkte Instrumentaluntersuchung läßt sich die Biegung im Horizont mit Hilfe sogenannter Kollimatoren bestimmen, welche die horizontale Lage des Fernrohres bei Objektiv Süd und Objektiv Nord zu bestimmen und zu vergleichen

---

87) Die Biegung und die verschiedenen Methoden, sie zu untersuchen, behandelt ausführlich *W. Valentiner* in seinem *Handwörterbuch* 1, p. 575—592. Die *Reichenbachsche* Methode, durch Hebelvorrichtung die Rohrbiegung zu beseitigen, wurde bald aufgegeben. Die erste Biegungsbestimmung (durch reflektierte Sternbilder) führte *F. W. Bessel* aus, vgl. Königsb. Beob. 7 (1822), Einl., die Methode der Kollimatoren entwickelte er *Astr. Nachr.* 3 (1824), p. 209 = *Bessel*, Abhdl. 2, p. 43, vgl. auch Königsb. Beob. 10 (1825), Einl. Die Vertauschung von Objektiv und Okular schlug zuerst wohl *J. G. Repsold* (1823 oder 1824) vor, vgl. *Hansen*<sup>6)</sup>, p. 66. Sie wurde zwar beim Pulkowaer Meridiankreise<sup>47)</sup> durchgeführt, beim Königsberger aber auf *A. Repsolds* Rat mancher Bedenken wegen aufgegeben. Neuerdings wird sie wieder angewandt. Von neueren Arbeiten vgl. *J. Bauschinger*, *Neue Annalen der Sternwarte in Bogenhausen bei München* 2 (1891), 4. Teil, wo u. a. auch der Einfluß der Temperatur auf die Rohrbiegung erörtert wird. Theoretisch behandeln den Einfluß der Schwere auf den Kreis *F. W. Bessel*, *Astr. Nachr.* 25 (1846), p. 1—42 = *Bessel*, Abhdl. 2, p. 182, und *P. Harzer*, *Astr. Nachr.* 141 (1896), p. 321. Vgl. ferner *P. Harzer*<sup>23)</sup> Über die Priorität des Fernrohrbiegungsapparates nach den Vorschlägen von *P. A. Hansen*, *K. F. Pape*, *E. Kayser*, *A. Marth* und *M. Loewy*.

gestatten. Setzt man den gesamten Biegungeffekt in Form einer trigonometrischen, nach den Vielfachen der Zenitdistanz fortschreitenden Reihe an, so kann man alle Glieder bis auf die von den geraden Vielfachen von  $z$  abhängenden Sinusglieder durch Kombination von Beobachtungen in beiden Lagen des Fernrohrs, durch Vertauschung von Objektiv und Okular, sowie auch durch Beobachtungen direkter und reflektierter Bilder von Sternen beseitigen resp. bestimmen. Doch fallen diese letzteren Bestimmungen infolge lokaler Saalrefraktion meist unsicherer aus<sup>87a)</sup>. Im übrigen ist der Einfluß der gesamten Biegung bei den modernen Meridianinstrumenten stets sehr gering<sup>88)</sup>.

Der Übergang zu den absoluten Deklinationen erfordert die Bestimmung der Lage des Kreisnullpunkts zu einem der Fixpunkte des Koordinatensystems, resp. die Festlegung dieser Fixpunkte auf dem Kreise. Den *Nadirpunkt*<sup>88a)</sup> des Kreises bestimmt man durch Beobachtung der Koinzidenz des Horizontalfadens mit seinem vom Quecksilberhorizont reflektierten Spiegelbilde und geht durch Vermittlung der Polhöhe zu Deklinationen über. In früherer Zeit bestimmte man direkt den *Polpunkt*<sup>88a)</sup> des Kreises durch Beobachtungen des Polarsterns in oberer und unterer Kulmination, indem man sich auf die Unveränderlichkeit des Polpunktes in der Zwischenzeit verließ.

Ganz analog ist die Behandlung der Beobachtungen am Passageninstrument und Vertikalkreis, nur werden hier gewöhnlich die Be-

87a) Über diese sogenannte *R-D* difference (reflektiert minus direkt), die *J. Pond* an den Instrumenten der Greenwicher Sternwarte entdeckte, vgl. *G. B. Airy*, On the discordance between the results for zenith distances obtained by direct observation and those obtained by observation by reflexion from the surface of quicksilver, Lond. Astr. Soc. Mem. 32 (1863), p. 9; *W. H. M. Christie*, On the systematic errors of the Greenwich north polar distances, Lond. Astr. Soc. Mem. 45 (1880), p. 151, sowie die Jahressbände der Greenw. Obs. Vgl. auch die Introduction zum „Cape Catalogue for 1885“ [Catalogue of 1713 stars, for the equinox 1885.0, from observations made at the R. Observatory, Cape of Good Hope, London 1894] und *J. R. Eastman*, Astron. Journ. 19 (1899), p. 173 und 21 (1900), p. 1.

88) Die Koeffizienten der Hauptglieder erreichen selten mehr als  $\frac{1}{4}$ “; (vgl. z. B. *E. Großmann*<sup>13)</sup> und *L. Courvoisier*<sup>90)</sup>). Die Biegung des Pulkowaer Vertikalkreises bestimmte *C. A. F. Peters*, Pulkova Obs. 14 (1888), p. (38) zu  $-0''.385 \sin z$ . *J. Bauschinger*<sup>16)</sup>, p. 52 findet die horizontale Biegung des Münchener Meridiankreises im Mittel aus 9 gut übereinstimmenden Reihen ganz verschwindend.

88a) „*Nadirpunkt*“ und „*Polpunkt*“ des Meridiankreises bedeuten die Kreisablesungen bei denjenigen Stellungen des Fernrohrs, bei denen die Absehslinie nach dem Nadir bzw. nach dem sichtbaren Himmelpol zeigt.

obachtungen eines jeden Objekts bei einem Meridiandurchgang nacheinander in beiden Lagen des Instruments angestellt, wodurch im ersteren Falle die Bestimmung des Kollimationsfehlers, im zweiten die des Zenitpunktes überflüssig wird, indem die Lage der Mikroskopträger gegen den Horizont durch ein Niveau kontrolliert wird.

Die Leistungen eines Meridiankreises hängen aufs wesentlichste von der Genauigkeit der Instrumentaluntersuchung ab. Die steigende Exaktheit der technischen Ausführung und die zunehmende Erkenntnis der Fehlerquellen lassen heutzutage diese Kritik des Instruments in unvergleichlich eingehenderer Weise vornehmen als noch vor wenig Jahrzehnten, andererseits kann und muß man an die Schärfe der fundamentalen Ortsbestimmungen weit strengere Anforderungen stellen als früher. Indem sonach nichts, was aus der technischen Werkstatt des Künstlers kommt, ohne Prüfung als fehlerfrei angesehen wird, erfordert die kritische Untersuchung z. B. eines neuen *Repsold*schen Meridiankreises trotz oder gerade wegen seiner vorzüglichen Ausführung, wenn man sich nicht auf differentielle Beobachtungen beschränken will, eine Unsumme von Arbeit. In dieser Hinsicht muß auf die Publikationen zahlreicher Sternwarten, unter denen die von Pulkowa besonders namhaft gemacht seien<sup>1)</sup>, verwiesen werden. Besondere Spezialarbeiten betreffen die Untersuchung der Teilungsfehler der Kreise, der Biegung usw., und umfassende Beobachtungsreihen gelten dem besonderen Studium der atmosphärischen Refraktion [vgl. VI 2, 6 (*Bemporad*)] und ihres Einflusses auf die gemessenen Zenitdistanzen. Indem bezüglich der erzielten Gesamtgenauigkeit auf Nr. 7 verwiesen wird, mögen hier noch einige Angaben über die in der Untersuchung der einzelnen Fehlerquellen angestrebte Schärfe, über den für die Häufigkeit der Nachprüfung maßgebenden Grad von zeitlicher Konstanz dieser Fehlerquellen usw. folgen.

Während ein Teil der Instrumentaluntersuchung, z. B. die Untersuchung der Hilfsapparate, der Zapfenform, der Biegung, der Refraktion, nur einmal angestellt und nur nach einem längeren Zeitraum gelegentlich geprüft zu werden braucht, damit man gegen etwaige Veränderungen durch Abnutzung gesichert sei, muß ein anderer Teil der Instrumentalfehler dauernd unter Kontrolle gehalten werden. Dazu gehören z. B. der Run der Mikroskope, der Schraubenwert der Mikrometerschrauben, der Kollimationsfehler, vor allem aber die eigentlichen Aufstellungsfehler: Azimut und Neigung, sowie Zenitpunkt. Auch diese halten sich freilich bei den bestgelungenen Instrumenten lange Zeit nahezu konstant. Die heutige Schärfe der eigentlichen Beobachtung läßt es aber nicht mehr zu, wie es früher, z. B. noch von

*F. W. Bessel* geschah, für Azimut und Neigung, Nullpunkt des Kreises usw. wochenlang einen konstanten Wert anzunehmen. Schon die unzweifelhaft auftretenden, wiederholt bei den besten Instrumenten nachgewiesenen, wenn auch geringfügigen, täglich-periodischen, von der Temperatur abhängigen Schwankungen der Aufstellung erfordern eine Berücksichtigung, wenn die höchsten Leistungen verlangt werden. Beispiele solcher täglich-periodischen Schwankungen an Instrumenten von sonst sehr konstanter Aufstellung finden sich in Straßburg<sup>89)</sup>, wo die Neigung im Durchschnitt von fast zwei Jahren um 6 a. m. ihren größten, um 6 p. m. ihren kleinsten Wert bei einer Amplitude von  $0^{\circ}.026$  erreicht und das Azimut sich ähnlich verhält; ferner in Bonn<sup>13)</sup>, wo der Zenitpunkt im Laufe eines Abends sich um  $0''.44$  pro  $1^{\circ}$  Temperaturzunahme ändert. In Heidelberg<sup>90)</sup> ändert sich, bei vorzüglicher Konstanz während eines Abends, der Zenitpunkt in längeren Zeiträumen um  $+ 0''.14$  (Kreis Ost),  $- 0''.11$  (Kreis West) pro  $1^{\circ}$  Temperaturschwankung<sup>90a)</sup>. Zuerst wohl in Pulkowa (begründet 1839) hat man eine weit häufigere und schärfere Bestimmung der Instrumentalkonstanten zur Regel gemacht und bestimmt dort an dem großen Passageninstrument täglich mehrere Male Neigung und Azimut durch Wasserwage und Mire, welche letztere durch systematische Polsternbeobachtungen unter Kontrolle gehalten wird, während beim Vertikalkreis der Zenitpunkt durch Beobachtung in beiden Lagen direkt eliminiert wird. An anderen Sternwarten, bei denen die Konstanz der Aufstellung entweder hinreichend sicher nachgewiesen oder infolge differentieller Anlage der Beobachtungen nicht so erforderlich ist, begnügt man sich auch jetzt noch mit einer täglich ein- bis zweimaligen Bestimmung der Aufstellungsfehler. In jedem Falle muß man suchen, die Genauigkeit in der Bestimmung der Instrumentalfehler, in der eigentlichen Beobachtung und in den zur weiteren Reduktion der Beobachtungen zur Verfügung stehenden Daten in Einklang zu bringen. Die Möglichkeit zu einer solchen häufigeren und schärferen Bestimmung beruht einmal in der systematischeren Einführung der Miren, Kollimatoren, des Quecksilberhorizonts usw., dann in der weit größeren Zahl und Genauigkeit der Örter der Fundamentalsterne, die für die Bestimmung der Uhrkorrektion und des

89) *E. Becker*, Straßb. Sternw. Ann. 1 (1896), p. XXIX.

90) *L. Courvoisier*, Untersuchungen über die astronomische Refraktion, Veröffentlichungen der Sternwarte zu Heidelberg, Astrometrisches Institut 3, Karlsruhe 1904, p. 27/28.

90a) Vgl. auch *G. W. Hough*, Determination of the cause for variation of level and azimuth in fixed meridian instruments, Astr. Nachr. 163 (1903), p. 209.

Azimuths, wie für die differentielle Anlage der Beobachtungen wesentlich ist. Entsprechend einer heute erstrebten und unter den günstigsten Verhältnissen auch erreichbaren Genauigkeit der Ortsbestimmung von  $0^s.01$  und  $0''.1$  sucht man daher die Instrumentalkonstanten mit entsprechender, d. h. auf wenige  $0^s.001$  und  $0''.01$  zu schätzender Genauigkeit zu bestimmen. In wieweit dies gelingt, mögen einige numerische Angaben für neue *Repsoldsche* Meridiankreise zeigen. *F. Küstner*<sup>13)</sup> findet am Bonner Meridiankreise den mittleren Fehler eines Nivellements der Achse — bestimmt aus 191 Doppelnivellements bei horizontaler Fernrohrlage mit Objektiv Süd und Objektiv Nord und aus der Vergleichung ihres Unterschieds —

$$\varepsilon_i = \pm 0^s.007;$$

es entspricht das, bei einer Achsenlänge von 1 Meter, einer relativen Hebung des einen Zapfens gegen den andern um  $\pm 0.5 \mu^{62a}$ ). Die durchschnittliche Differenz zweier im Mittel um etwa 3 Stunden abstehenden Doppelnivellierungen ergibt sich aus 46 Abenden zu  $\pm 0^s.012$ , so daß sich die Neigung sehr konstant gehalten hat. — Der Kollimationsfehler wurde durch Einstellung der Kollimatoren unter zweimaligem Umlegen des Fernrohrs bestimmt; die Vergleichung der 67 aus Süd- und Nordkollimator erhaltenen Werte ergibt den mittleren Fehler einer solchen Doppelbestimmung

$$\varepsilon_c = \pm 0^s.003$$

und eine derartige Konstanz (in  $5\frac{1}{2}$  Jahren schwankte er nur zwischen  $0^s.00$  und  $-0^s.07$ ), daß eine monatlich einmalige Bestimmung genügte. Für die Bestimmung von  $n$ , d. h. der Deklination des Westendes der Achse, aus Polsternen ergaben 164 mehrmalige, durchschnittlich um  $2^h.9$  abstehende Bestimmungen eines Abends einen mittleren Fehler

$$\varepsilon_n = \pm 0^s.030,$$

worin aber neben dem reinen Beobachtungsfehler auch noch die reelle Lagenänderung der Achse in der Zwischenzeit und die AR-Fehler der Polsterne eingehen. Für die Zwecke der Zonenbeobachtungen reichte auch diese Genauigkeit völlig aus.

Ferner ergaben sich für den mittleren Fehler einer Nullpunktsbestimmung des *Repsoldschen* Kreises der Sternwarte Heidelberg<sup>90)</sup> mit dem Quecksilberhorizont folgende Werte: Der mittlere Fehler einer Nadireinstellung mit dem Mikrometerfaden zu  $\pm 0''.20$ , der mittlere Fehler einer Kreisablesung zu  $\pm 0''.055$ , der mittlere Fehler einer Bestimmung des Nadirpunkts am Kreise aus 10 bis 12 Ein-

stellungen und einer Kreisablesung zu  $\pm 0''.09$ . Hingegen findet sich aus 382 Doppelbestimmungen, die durchschnittlich je 2 Stunden auseinander lagen, der letztere Wert =  $\pm 0''.13$ , worin die Änderung in der Zwischenzeit einbegriffen ist, eine vorzügliche Konstanz, wie sie nur selten vorkommt.

Ferner sei noch die wesentliche Steigerung in der Genauigkeit der Instrumentalfehlerbestimmung erwähnt, die *Th. Albrecht* an den zur geographischen Längenbestimmung dienenden Passageninstrumenten des Potsdamer geodätischen Instituts nach Einführung des *Repsold*-schen Registriermikrometers konstatiert<sup>92)</sup>. Der mittlere Fehler einer Neigungsbestimmung geht, da nunmehr das Niveau nicht mehr umgehängt zu werden braucht, von  $\pm 0^s.025$  auf  $\pm 0^s.010$ , der eines Azimuts von  $\pm 0^s.047$  auf  $\pm 0^s.040$  herab.

Die heute erzielbare *Konstanz der Mirenaufstellung* beleuchtet die Tatsache, daß es gelang, die durch die Bewegung des Erdpols erzeugte Änderung des Meridians und damit des Azimuts der Miren in den Beobachtungen des letzteren nachzuweisen, trotzdem es sich nur um wenige  $0''.1$  handelt<sup>90b)</sup>.

### B. Instrumentalfehler des Refraktors.

Die Instrumentalfehler des Äquatoreals (allgemeiner: des Universalinstruments) bestehen ebenfalls in *inneren Fehlern* — Abweichung des Winkels der Visierlinie zur Nebenachse, der Nebenachse zur Hauptachse von  $90^\circ$ , Durchbiegung des Fernrohrs und der Nebenachse, Torsion des Fernrohrs um die optische Achse in seinen verschiedenen Lagen — und *eigentlichen Aufstellungsfehlern*, bestehend in der Abweichung des Instrumentpols vom Himmelpol und der Kreisnullpunkte von den Nullpunkten des äquatorealen Systems.

Sobald es sich nur um die differentiell-mikrometrische Messung am Refraktor handelt, ist die Kenntnis dieser Instrumentalfehler, die sich bei den modernen Refraktoren in engen Grenzen (selten mehr als eine Bogenminute) halten, nur angenähert erforderlich; ihre Bestimmung braucht daher nur in größeren Zeitintervallen zu geschehen und erfolgt durch geeignete Kombination von Beobachtungen bekannter Sterne in beiden Lagen des Fernrohrs („Achse vor“<sup>90c)</sup> und „Achse folgt“) unter Ablesung beider Kreise und der Uhr<sup>91)</sup>.

90<sup>b)</sup> *A. Socoloff*, Bestimmung der periodischen Bewegung der Erdpole mittels der Miren des Pulkowaer großen Passageninstruments, *Astr. Nachr.* 132 (1893), p. 359 und *Astr. Nachr.* 134 (1894), p. 233. Vgl. auch *E. Becker*<sup>89)</sup>, p. LVI.

90<sup>c)</sup> „Achse vor“ bedeutet, daß das den Deklinationskreis tragende Ende

Während das *Ringmikrometer*, wie erwähnt, keiner besonderen Orientierung bedarf, erfordert die Messung mit dem *Fadenmikrometer* die Kenntnis der Fadenstellung zu den Hauptrichtungen des äquatoralen Systems. Begnügt man sich damit, was in vielen Fällen ratsam ist, die Richtung der täglichen Bewegung, den sog. scheinbaren, d. h. durch Refraktion verfälschten Parallel, *in situ*<sup>91a)</sup> zu bestimmen, so ist jede Aufstellungsbestimmung überflüssig. Dasselbe gilt für kürzere photographische Aufnahmen, bei denen so wie so die gemessenen Plattenkoordinaten durch Anschluß an bekannte Anhaltsterne zum äquatoralen System in Beziehung gesetzt werden müssen, nur wird zuweilen die Neigung der Platte gegen die optische Achse direkt bestimmt und berücksichtigt, vgl. *W. Zurhellen*<sup>64)</sup>. Bei Dauerexpositionen werden bei fehlerhafter Aufstellung die Bilder trotz scharfer Führung verzerrt<sup>92)</sup>. Hält man dagegen den Nullpunkt des Positionskreises, am bequemsten durch zahlreiche Bestimmungen des Parallels im Meridian, wo wahrer und scheinbarer Parallel zusammenfallen, unter Kontrolle, so muß man in anderen Stundenwinkeln den Einfluß der Instrumentalfehler auf ihn berücksichtigen<sup>93)</sup>.

Das *Heliometer* stellt, sobald es sich um eine vollständige Ortsbestimmung handelt, entsprechend den weit größeren Koordinatendifferenzen, die mit ihm vermessen werden, an die Untersuchung des Instruments, sowie seiner Aufstellung weit größere Anforderungen. Aus diesem Grunde beschränkt man sich bei den meisten fundamentalen Anwendungen des Heliometers auf Distanzmessungen, die von jeder Orientierung unabhängig sind. Es handelt sich dann allein um die Untersuchung der Skalen, sowie die Bestimmung des Skalenwerts.

(„*Kreisende*“) der Deklinationsachse einen um  $90^\circ$  größeren Stundenwinkel hat als das eingestellte Gestirn. Siehe *Bessel*, Abhdl. 2, p. 111; *Brünnow*, p. 461.

91) Vgl. *Bessel*<sup>71)</sup>, *W. Struve*<sup>47)</sup>, *H. Struve* in *O. Struve's Festschrift*<sup>9)</sup>, sowie *Brünnow*, p. 461 ff. Vgl. auch *M. Loewy et P. H. Puiseux*, Théories nouvelles de l'équatorial coudé et des équatoriaux en général, Paris 1888, ein Sammelabdruck von 7 in Paris C. R. 106 (1888) erschienenen Abhandlungen.

91<sup>a)</sup> *In situ* bedeutet: in der momentanen Stellung (und Lage) des Fernrohrs.

92) *J. Wilsing*, Untersuchungen über die Wirkung der Aufstellungsfehler bei photographischen Refraktoren auf die Beschaffenheit der Bilder, *Astr. Nachr.* 145 (1897), p. 97.

93) Vgl. z. B. *H. Struve* in *O. Struve's Festschrift*<sup>9)</sup>, p. 62. — Für die Torsion des Fernrohrs, die besonders bei heliometrischen, auf große Distanzen bezüglichen Positionswinkelmessungen berücksichtigt werden muß, fand *F. W. Bessel* bei Untersuchung des Nullpunkts des Positionskreises des Königsberger Heliometers<sup>71)</sup>, p. 72, indem er sie in der Form  $\mu \cos z$  ansetzte:  $\mu = 1'.9$ , *H. Struve* in *O. Struves Festschrift*<sup>9)</sup>, p. 61/64 fand  $\mu = 3'.4$ .



Diese letztere bedarf allerdings einer weit größeren Schärfe als am Refraktor; insbesondere muß seine Abhängigkeit von Temperatur und Okularstellung untersucht werden, wobei die Bestimmung der bei der Reduktion anzuwendenden Temperatur manche Schwierigkeiten bereitet und der Einfluß der Okularstellung und des davon abhängigen Aussehens der Bilder in das Gebiet der persönlichen Fehler hinüberspielt. Man schränkt diese recht umfangreichen Untersuchungen<sup>94)</sup> bedeutend ein, wenn man die Bestimmung absoluter Distanzen aufgibt, indem man den individuellen Skalenwert bei jeder Messungsreihe durch Messung einer bekannten Normaldistanz selbst bestimmt und dadurch alle Messungen auf einen festen Wert der Normaldistanz als Einheit bezieht<sup>95)</sup>. Am weitesten ausgebildet ist dieses Prinzip bei der üblichen heliometrischen Methode der Bestimmung von Fixsternparallaxen (s. p. 283). Auch die Positionswinkelbestimmung wird auf diese Weise sehr vereinfacht und mit Erfolg ausführbar<sup>95)</sup>.

#### Physikalische Fehlerquellen.

Neben den rein geometrischen Abweichungen eines Instruments von seiner mathematischen Idee kommen als Fehlerquellen noch gewisse mehr physikalische Abbildungsfehler in Betracht, welche eine völlige Übereinstimmung des Himmelsbildes und seines der Messung unterliegenden Abbildes in der Brennebene des Fernrohrobjektivs vereiteln. Es handelt sich einmal um die Verzerrung des Himmelsanblicks durch die *atmosphärische Refraktion* und zweitens um die unvermeidlichen *Abbildungsfehler des Objektivs* selbst. Dazu kommen (p. 249) Fehlerquellen, welche dem *photographischen Prozeß*, resp. der *Unvollkommenheit des Okulars und des Auges* entspringen.

Über die allgemeine Theorie der *Refraktion* vgl. VI, 6 (*Bemporad*). Die Refraktion beeinflusst nur die Zenitdistanzen, ihr Betrag hängt außer von der Zenitdistanz selbst von den *meteorologischen Verhältnissen* ab. Da die Kenntnis der letzteren *längs des Weges des Lichtstrahls* nicht empirisch erlangt werden kann, so begnügt man sich in der Praxis mit einem auf plausibeln Voraussetzungen beruhenden, durch die Erfahrung geprüften mathematischen Ansatz, dessen Konstanten bei fundamentalen Bestimmungen für jedes Instrument individuell ab-

94) Vgl. z. B. B. Peter, Beobachtungen am sechszölligen Repsold'schen Heliometer der Leipziger Sternwarte, Leipzig Ges. Wiss. Abhdl. 22, 4 (1895).

95) Systematisch durchgeführt in D. Gill, A determination of the solar parallax and mass of the moon from heliometer observations of the minor planets Iris, Victoria and Sappho, 2 vols, with the cooperation of A. Auwers and W. L. Elkin, Cape Obs. Ann. 6 (1897) and 7 (1896).

geleitet werden müssen, da sie von der Einrichtung des ganzen Beobachtungsraums und seiner Umgebung merklich abhängen<sup>97)</sup>. Damit wird der Refraktionseffekt als Funktion der *meteorologischen Elemente des Beobachtungsraums* dargestellt. Nach *F. W. Bessels* Refraktionstafeln<sup>97)</sup> wächst zum Beispiel in 60° und 85° Zenitdistanz die Refraktion bei 1° Temperaturabnahme um 0".4 und 2".3, bei 10 mm Luftdruckzunahme um 1".3 und 7".9<sup>98)</sup>.

Die zahlenmäßige Berechnung dieses *meteorologischen Korrektionsgliedes der Refraktion* wird besonders dadurch erschwert, daß die ungleichen Temperaturverhältnisse in der Nähe des Fernrohrs (infolge des Einflusses des Beobachtungsraums, des Beobachters, der Beleuchtung usw.) einer scharfen Feststellung der zur Reduktion anzuwendenden Temperatur hinderlich sind, indem der Betrag merklich durch lokale Anomalien, insbesondere der Luftmassen innerhalb des Beobachtungsraums und ihrer unregelmäßigen Schichtung beeinflusst wird<sup>99)</sup>. Schon auf die Rektaszensionen gewinnt die Refraktion durch *laterale Refraktionsanomalien* einen Einfluß, der aber mehr zufälliger Natur sein wird. Weit größer ist der Effekt bei den Deklinationen, und die Refraktion ist somit das wesentlichste Hindernis für die Herstellung eines fehlerfreien Deklinationssystems, indem auf ihre lokalen Anomalien (neben Biegung und Teilungsfehlern) die Unterschiede der verschiedenen instrumentellen Deklinationssysteme zurückzuführen sind. Aus diesem Grunde muß auf den Bau und die *Konstruktion des Meridiansaals* so besonderes Gewicht gelegt werden, um einer unregelmäßigen Schichtenbildung der Luftmassen keinen Vorschub zu leisten<sup>23)</sup>. Ganz unabhängig könnte man von der *Saalrefraktion* nur werden, wenn man das Instrument völlig im Freien aufstellt, wo jede anhaltende Schichtenbildung so gut wie ausgeschlossen ist<sup>100)</sup>.

97) Vgl. *J. Bauschinger*<sup>15)</sup> und *L. Courvoisier*<sup>90)</sup>, ferner die ausführlichen Diskussionen der fundamentalen Beobachtungen der Hauptsternwarten, insbesondere für den Pulkowaer Vertikalkreis bei *H. Gylden*, Poulkova Obs. 5 (1873) und *M. Nyrén*<sup>14)</sup>. — Die erste scharfe Ableitung der verschiedenen Konstanten gab *Bessel*, Fund., Sectio IV, p. 26/44 und verbesserte sie in *F. W. Bessel*, Tabulae Regiomontanae reductionum observationum astronomicarum ab anno 1750 usque ad annum 1850 computatae, Regiomonti Prussorum 1830, p. LIX; hierauf beruhen seine bis auf die Neuzeit angewandten Refraktionstafeln (p. 322). Daneben sind aus neuerer Zeit zu erwähnen: Tabulae refractionum in usum speculae Pulcovensis congestae, ed. *O. Struve*, Petropoli 1870 [hierzu *H. Gylden*, Poulkova Obs. 5 (1873)]; 2. Aufl. 1905.

98) Vgl. die Tabelle auf p. 293.

99) *M. Nyrén*, Über die Refraktion im Beobachtungsraume, Astr. Nachr. 131 (1893), p. 291 und die Fußn. 97 zitierten Schriften.

100) Vgl. allerdings über Schichtenbildung im Freien *L. Courvoisier*<sup>90)</sup>, p. 219ff.

Bei differentiellen Beobachtungen fallen diese Schwierigkeiten in der scharfen Berechnung des Refraktionseffekts seiner Geringfügigkeit wegen — außer vielleicht für das Heliometer — weg; er besteht hier neben der Veränderung der Sternörter in einer Verzerrung der Stunden- und Parallelkreise, die, wenn man nicht den scheinbaren Parallel *in situ*<sup>91a)</sup> bestimmt, bei der Nullpunktsbestimmung des Positionskreises berücksichtigt werden muß. Daneben aber kann bei den erhöhten Anforderungen an die Genauigkeit der differentiellen Messungen noch die *Färbung und Helligkeit des Sterns* in Frage kommen. Die Berechnung des Refraktionseffekts geht nämlich zwar von einer für visuelle und photographische Beobachtungen verschiedenen Refraktionskonstanten — letztere  $\frac{1}{65}$  größer als erstere<sup>101)</sup> — aus, entsprechend den verschiedenen Brechungsexponenten der optisch und der photographisch wirksamen Strahlen; innerhalb beider Klassen wird hingegen die Refraktionskonstante in der Praxis als konstant angenommen. Streng genommen werden sowohl verschieden gefärbte, wie auch helle und schwache Sterne in verschiedenen Stundenwinkeln anders beeinflußt, indem das Bild der hellen Sterne durch die *atmosphärische Dispersion* in ein Spektrum auseinandergezogen wird. Es würde also eine *mit dem Stundenwinkel veränderliche reelle Helligkeitsgleichung* (vgl. p. 257 ff. die „persönliche Helligkeitsgleichung“) der Sternbilder entstehen, deren Effekt wesentlich von der Beobachtungsart des Objekts abhängen müßte, indem er für visuelle und photographische Beobachtungen verschieden ausfallen und im ersteren Falle außerdem noch von dem Beobachter und der Beobachtungsmethode abhängen kann. Verschiedene Untersuchungen am Heliometer haben zwar gezeigt, daß wenigstens für diese Art der Beobachtung ein meßbarer Einfluß der Sternfarbe nicht existiert. Andererseits ist man neuerdings geneigt, verschiedene Erscheinungen bei der Ausmessung photographischer Aufnahmen diesem Stundenwinkeleffekt der atmosphärischen Dispersion zuzuschreiben<sup>102)</sup>.

101) *J. Wilsing*, Bestimmung der atmosphärischen Refraktion für die photographisch wirksamen Strahlen, *Astr. Nachr.* 145 (1898), p. 273. Der Unterschied ist bei differentiellen Messungen relativ gering und beträgt bei  $z = 65^\circ$  und  $1^\circ$  Distanz im Maximum nicht ganz  $0''.1$ . Vgl. p. 292, Fußn. 1.

102) Die ersten Hinweise auf den möglichen *Einfluß der atmosphärischen Dispersion auf Sternörter* erwähnt *A. A. Rambaut*, *Lond. Astr. Soc. Monthly Not.* 55 (1895), p. 123. *G. B. Airy* wies gelegentlich der Venusdurchgänge von 1874 und 1882 darauf hin, *Lond. Astr. Soc. Monthly Not.* 29 (1869), p. 42 unten, ausführlicher im gleichen Bande, p. 333. Ernstlicher beleuchtet *D. Gill* *Lond. Astr. Soc. Mem.* 46 (1880—81), p. 121 u. 161 sowie *Cape Obs. Ann.* 6 (1897), part. 6, p. 7 die Gefahren, die aus der atmosphärischen Dispersion für die

Die unvermeidlichen *Fehler der Abbildung*, welche das Fernrohr-objektiv in der Brennebene entwirft, werden erst bei weiten Abständen von der optischen Achse merkbar. So traten sie bei den älteren Heliometern mit ebener Schieberführung auf<sup>103</sup>), auch bewirken sie bei der großen Ausdehnung photographischer Aufnahmen eine stärkere Verwaschenheit der Bilder gegen die Grenzen der Platte hin. Außerdem können individuelle Fehler des photographischen Objektivs eine Unsymmetrie des Aussehens der Sternbilder bewirken und dadurch zur Entstehung einer *Helligkeitsgleichung* Anlaß geben<sup>104</sup>). Denselben Effekt hat ein nicht exaktes Funktionieren des Uhrwerks, resp. fehlerhaftes Halten des Fernrohrs, *J. C. Kapteyns guiding error*<sup>103</sup>). Solche Helligkeitsgleichungen photographischer Aufnahmen haben sich ganz neuerdings bei verschiedenen Messungsreihen in merklichem Betrage nachweisen lassen; über ihre Entstehung im einzelnen herrscht noch manche Meinungsverschiedenheit<sup>105</sup>).

Bestimmung der Sonnenparallaxe entstehen können. — Der Einfluß auf Fixsterne, und zwar speziell auf ihre Parallaxenbestimmung, wird erörtert von *A. A. Rambaut*, Lond. Astr. Soc. Monthly Not. 55 (1895), p. 123 und in einer längeren Diskussion zwischen ihm und *D. Gill*, Lond. Astr. Soc. Monthly Not. 58 und 59 (1897—99); vgl. besonders *D. Gill*, On the effect of the chromatic dispersion of the atmosphere on the parallax of  $\alpha$  Centauri and  $\beta$  Orionis, Lond. Astr. Soc. Monthly Not. 58 (1897), p. 53. Vgl. auch *H. Seeliger*, Über den Einfluß der Dispersion der Luft auf die Bestimmung kleiner Fixsternparallaxen, Astr. Nachr. 159 (1902), p. 33 und *G. C. Comstock*, Stellar color and its effect upon determination of parallax, Astr. Nachr. 160 (1902), p. 69. — Über den verschwindenden Einfluß der atmosphärischen Dispersion auf Heliometermessungen vgl. noch *B. Peter*, Astr. Nachr. 155 (1901), p. 289; *F. L. Chase*, *M. F. Smith* and *W. L. Elkin*, Parallax investigations, Transactions of the Astronomical Observatory of Yale University 2, part 1, New Haven 1906. — Den Einfluß der atmosphärischen Dispersion auf photographische Sternörter betonen besonders *J. C. Kapteyn*, The parallax of 248 stars, Groningen Labor. Publ. 1 (1900) und *Ö. Bergstrand*, Untersuchungen über das Doppelsternsystem 61 Cygni, Nova acta societatis scientiarum upsaliensis (4) 1, Nr. 3, Uppsala 1905.

103) Vgl. die rechnermäßige „Optische Verbesserung“ von *F. W. Bessel*<sup>71</sup>), p. 124, die, der dritten Potenz des Abstands von der optischen Achse proportional, bei 1° Abstand auf über 1" steigt.

104) Vgl. *H. H. Turner*, Note on a possible source of error in measures of star places due to defective centring of the object glass, Lond. Astr. Soc. Monthly Not. 65 (1905), p. 54 und p. 228—29. Bei Meßmikroskopen kommt auch Verzeichnung in Betracht; vgl. *H. C. Plummer*, Note on a optical distortion of the microscope of one of the Oxford machines for measuring astronomical photographs, Lond. Astr. Soc. Monthly Not. 64 (1904), p. 640, und *H. Ludendorff*, Über optische Distorsion in Meßmikroskopen, Astr. Nachr. 166 (1904), p. 161.

105) Außer den in Fußn. 102 zitierten Arbeiten über Sternparallaxen vgl. *F. Cohn*, Die Helligkeitsgleichung bei visuellen und photographischen Be-

Dazu kommen bei den photographischen Aufnahmen noch die *Eigentümlichkeiten der Platte* selbst, die kein scharfes Abbild der Sphäre, sondern infolge der *sich ausbreitenden chemischen Wirkung* auf das Silberkorn der Platte mehr oder minder große Sternscheibchen<sup>105a)</sup> gibt und dadurch systematische Fehler in der Hauptsache individueller Natur veranlaßt<sup>105b)</sup> (s. p. 263).

Hierher gehört endlich noch das gelegentliche Auftreten merklicher *Schichtverziehnngen* auf der photographischen Platte, deren Einfluß auch durch Aufkopieren eines Gitters nicht völlig beseitigt werden kann. *H. Ludendorff*<sup>106)</sup> fand Fälle, in denen sich Verzerungen systematisch über beträchtliche Teile der Platten erstreckten und die gemessenen Sternörter um erhebliche Beträge (bis  $5\mu = 0''.3$ ) verfälschten.

Die Einflüsse *optischer Fehler des Okulars und des Auges* hat *H. Seeliger* betont und speziell die Wirkung des Astigmatismus des Auges verfolgt<sup>106a)</sup>.

**6. Die persönlichen Fehler bei astronomischen Beobachtungen.** Außer von dem eigentlichen Beobachtungsinstrument und seiner Aufstellung, den beiderseitigen Fehlern, den Einflüssen des Beobachtungs-

obachtungen, Astr. Nachr. 172 (1906), p. 225 und Astr. Nachr. 174 (1907), p. 233 und *A. R. Hinks*, Solar parallax papers No. 5, Examination of the photographic places of stars published in the Paris Eros circulars, Lond. Astr. Soc. Monthly Not. 67 (1906), p. 70.

105<sup>a)</sup> Die Scheibchen hellerer Sterne erreichen bei den üblichen Aufnahmen (z. B. der photographischen Himmelskarte) bis  $30'' = 0.5$  mm.

105<sup>b)</sup> Über die Art und Weise, durch Anlage der Aufnahmen und der Ausmessung die systematischen Fehler zu beseitigen und die Genauigkeit der Messungen zu erhöhen, vgl., neben Nr. 7 d), noch die Diskussion, die zwischen *Loewy* einerseits und *Plummer* und *Hinks* andererseits geführt ist: *M. Loewy*, Conférence astrophotographique internationale de juillet 1900 (*Conf. astrophot. 1900*), circulaires No. 8 et 9, Paris 1901 et 1902; *M. Loewy*, Paris C. R. 134 (1902), p. 381 und *M. Loewy*, Lond. Astr. Soc. Monthly Not. 63 (1902), p. 2; *H. C. Plummer*, Lond. Astr. Soc. Monthly Not. 61 (1901), p. 618; 62 (1902), p. 506; 63 (1902), p. 14; *A. R. Hinks*, Lond. Astr. Soc. Monthly Not. 62 (1902), p. 132.

106) *H. Ludendorff*, Über Schichtverziehnngen auf Bromsilbergelatineplatten, Astr. Nachr. 162 (1903), p. 343; vgl. auch *H. Ludendorff*<sup>69)</sup>.

106<sup>a)</sup> *H. Seeliger*, Über den Einfluß dioptrischer Fehler des Auges auf das Resultat astronomischer Messungen, München Abh. 15 (1886), p. 665. Vgl. ferner *Graefe-Saemisch*, Handbuch der gesamten Augenheilkunde, hrsg. von *Th. Saemisch*, 2. Aufl., 8. Band, 2. Abteilung: *C. Hess*, Die Anomalien der Refraktion und Akkommodation des Auges, mit einleitender Darstellung der Dioptrik des Auges, Leipzig 1903. *A. Gullstrands* Messungen der *normalen* menschlichen Hornhaut siehe daselbst p. 49.

raums sowohl auf das Instrument wie den Weg des Lichtstrahls, der Uhr und allen Hilfsinstrumenten hängt das Ergebnis einer astronomischen Beobachtung in der wesentlichsten Weise von dem Beobachter selbst ab, indem bei einem jeden Beobachtungsvorgang *individuelle Auffassungsunterschiede* auftreten. Sie zeigen sich bei der Beobachtung des Moments, in dem ein Stern einen Faden passiert, sei es nach der Auge- und Ohr-, sei es nach der Registriermethode, sie beeinflussen die Bisektion eines Sternscheibchens durch einen Faden, das Durchschwingen zweier Sternbilder nach der heliometrischen Meßmethode usw. Ihr eigentliches Studium gehört in das Gebiet der Physiologie<sup>106b</sup>). Für die Astronomie ist es von Wichtigkeit, ihre numerischen Beträge zu ermitteln und in Rechnung zu ziehen oder sie durch geeignete Anordnung der Messungen zu *eliminieren*. So gelingt das zuweilen durch Einführung eines Reversionsprismas<sup>143</sup>), welches die Richtungen im Gesichtsfelde vertauscht. Auch dient oft die Änderung des Messungsvorgangs zu ihrer wesentlichen Verminderung, wie zum Beispiel die Beobachtung der Rektaszensionen mit dem *Repsoldschen* Mikrometer an Stelle der Durchgangsbeobachtung. Eine gänzliche Ausschaltung des Beobachters und eine rein automatische Ausführung der Beobachtung ist naturgemäß meistens ausgeschlossen. Selbst die photographische Platte bedarf zu ihrer Ausmessung eines Beobachters; auch führt jeder automatische Vorgang eigene, meist schwer zu diskutierende Fehlerquellen mit sich.

In den letzten Jahrzehnten ist man dem *Studium der persönlichen Fehler* näher getreten, und zwar sowohl der absoluten Fehler, die man durch geeignete Beobachtungen meist an künstlichen Sternen zu bestimmen sucht, wie der relativen Fehler verschiedener Beobachter, die man bei der gemeinsamen Verarbeitung ihrer Beobachtungen in Rechnung ziehen muß.

Wir erwähnen nur kurz die persönlichen Unterschiede bei der *Schätzung von Unterabteilungen*, seien sie räumlicher oder zeitlicher Natur, z. B. der Zehntel der Trommelteile einer Mikrometerschraube und der Sekundenzehntel auf dem Chronographenstreifen oder nach der Auge- und Ohr-Methode. Zu dem reinen Schätzungsfehler, der auf die individuell verschiedene Auffassung der mitwirkenden Sinne zurückgeht, kommt hier meist eine Vorliebe für gewisse Zehntel hinzu<sup>107</sup>).

106b) Vergl. *N. Herz*, „Persönliche Gleichung“ in *Valentiner, Handwörterbuch* 3, Abteilung 1 (1899), p. 368.

107) Diese Erscheinung, „personal scale“ oder „équation décimale“ genannt, erwähnen schon *J. Hartmann*<sup>119</sup>), p. 142 und *B. Peirce*, *Amer. Ac. Proc.* 4 (1859), p. 197. Vergl. *F. Gonnessiat*, *Recherches sur l'équation personnelle*, *Travaux*

Im allgemeinen gehen diese Schätzungsfehler nur als zufällige Fehler in die Messungen ein und sind meist ungefährlich. Etwas näher besprechen wir die beiden *Hauptformen der persönlichen Fehler*, die von wesentlichem Einfluß auf die astronomische Koordinatenbestimmung sind.

a) Fehler in der Auffassung des Zeitmoments einer Erscheinung.

In der Form der „*persönlichen Gleichung*“ bei Durchgangsbeobachtungen haben sich die individuellen Auffassungsunterschiede zuerst — schon vor mehr als 100 Jahren<sup>108)</sup> — bemerkbar gemacht, indem sie merkbliche Unterschiede in den beobachteten Durchgangszeiten hervorriefen, welche die Ungenauigkeit der eigentlichen Beobachtung um ein Vielfaches übertrafen. Besonders groß fiel gerade die erste Bestimmung der *relativen persönlichen Gleichung* zwischen zwei Beobachtern durch *Bessel*<sup>109)</sup> aus, indem manche Unterschiede auf über 1' anstiegen, z. B. 1820: *Bessel-Walbeck* =  $-1.^{\circ}04$ ; 1823 *Bessel-Argelander* =  $-1.^{\circ}22$ ; und Auffassungsunterschiede von 0.3 bis 0.5 sind keineswegs selten<sup>110)</sup>.

Seit dieser Zeit gehört eine kritische Untersuchung der pers. Gl. zu den unbedingten Erfordernissen einer sorgfältigen Beobachtung. Ihre Berücksichtigung ist aus dem Grunde so schwierig, als sie keineswegs als eine unveränderliche Konstante des Beobachters (und des Instruments) angesehen werden kann. Bei der Auge- und Ohr-Methode hat das Auge den die Fäden passierenden Stern in seiner Bewegung zu verfolgen und den Punkt seiner Bahn, in dem er sich in dem Moment des durch das Gehör vermittelten Sekundenschlags der Uhr befand, zu den Fäden in Beziehung zu setzen. Bei der Registriermethode tritt neben dem Gesichtssinn der Gefühlssinn in Tätigkeit, der im Moment der Bisektion des Sterns durch den Faden

de l'Observatoire de Lyon, publiés par *Ch. André* 2, Lyon et Paris 1892, chap. V, sowie aus der großen neueren Literatur *E. Großmann*, Über Schätzungen nach Augenmaß, *Astr. Nachr.* 170 (1906), p. 149; *O. Meißner*, Über systematische Fehler bei Zeit- und Raumgrößenschätzungen, *Astr. Nachr.* 172 (1906), p. 137.

108) Die historische Entwicklung der Erkenntnis und des Studiums der persönlichen Gleichung behandeln ausführlich: *J. L. E. Dreyer*, On personal errors in transit observations, *Proceedings of the Irish Academy* (2) 2, Dublin 1877, Nr. 6, p. 484—528 [*Astr. Ges. Vjs.* 12, p. 246] und *F. Gonnessiat*<sup>107)</sup>.

109) Über diese erste Bestimmung vergl. *F. W. Bessel*, Königsb. Beob. 8 (1823), Einleit.

110) Ein sehr umfangreiches Material für das Studium der persönlichen Gleichung enthalten die Jahressbände der *Greenw. Obs.*, der *Cape meridian results*<sup>129)</sup> in the years 1861 ff., erschienen London oder Edinburgh 1893 ff., sowie die zahlreichen modernen geographischen Längenbestimmungen.

den elektrischen Strom zu schließen hat. Die persönliche Auffassung so komplizierter Vorgänge hängt naturgemäß von vielerlei veränderlichen Umständen ab, und zwar sowohl was den Beobachter als die beobachteten Objekte und Vorgänge betrifft.

Die Auffassung selbst durchaus gleichartiger Vorgänge seitens eines Beobachters bleibt im Laufe der Zeit keineswegs dieselbe, sie unterliegt *im Laufe langer Beobachtungsreihen merklichen Änderungen* und bedarf daher einer dauernden Überwachung. Das in Fußn. 110 zitierte Material gibt dafür zahlreiche Belege. Nach *Dreyer*<sup>108</sup>), p. 496—97 betrug die persönliche Differenz der Greenwicher Beobachter

<i>M</i> und <i>R</i>	<i>WE</i> und <i>R</i>
1840—41: — 0. <sup>o</sup> 04,	
1843—46: + 0. <sup>o</sup> 21,	
1847—49: + 0. <sup>o</sup> 37,	1846—49: — 0. <sup>o</sup> 07,
1850—51: + 0. <sup>o</sup> 46,	1850—51: + 0. <sup>o</sup> 40,
1852—53: + 0. <sup>o</sup> 66;	1852—53: + 0. <sup>o</sup> 53,

so daß die Änderung wesentlich an *R* gelegen haben dürfte. Ähnlich findet *Wislicenus*<sup>122</sup>) durch Beobachtung künstlicher Sterne (s. p. 255) für seine absolute persönliche Gleichung: 1866 Dez. 13—22: — 0.<sup>o</sup>18; 1887 Mai 23—27: — 0.<sup>o</sup>10; 1888 März 17: + 0.<sup>o</sup>15. Aus diesem Grunde wurde in Greenwich beständig die relative persönliche Gleichung der Beobachter aus den Beobachtungen jedes Jahres bestimmt und angebracht. Aber auch die momentane Disposition des Beobachters spielt eine wesentliche Rolle und beeinflußt infolge eintretender Abspannung schon im Laufe längerer Abendreihen, wie auch während kürzerer Erholungspausen die Auffassung der Durchgangszeiten. So fand *Küstner*<sup>13</sup>) einen „Gang des Beobachters“, der für 100 Minuten im ersten Jahre für gute Luft: + 0.<sup>o</sup>039 (im Mittel aus 55 Reihen), für schlechte Luft + 0.<sup>o</sup>079 (15 Reihen) betrug, im zweiten Jahre auf etwa  $\frac{3}{4}$  dieser Beträge herabging.

Besonders kompliziert wird aber das Studium der pers. Gl. durch die *Verschiedenartigkeit der beobachteten Objekte* nach Aussehen, Bewegungsart, Luftzustand, Bildschärfe usw. Es handelt sich dabei einmal um den Unterschied in der Auffassung von Lichtscheiben, wie sie Sonne, Mond und die großen Planeten darbieten, bei denen die Durchgangszeiten der einzelnen Ränder beobachtet werden, und der mehr punktförmig erscheinenden Fixsterne. Auch für die verschiedene Auffassung der Sonne relativ zu demselben Sternsystem bieten die „Greenwich Obs.“ umfangreiches Material; die systematische



Abweichung beträgt für manche Beobachter 0.<sup>1</sup> bis 0.<sup>2</sup>. Wie sehr aber auch für *einen* Beobachter diese Auffassung von der *Schärfe* des Sonnenbildes abhängig ist, beweist z. B. der Fall von *Wagner*<sup>111)</sup>, der zwar den zweiten Sonnenrand ziemlich unabhängig vom Bildzustand der Sonne beobachtete, den ersten Rand aber je nach der Bildschärfe um 0.<sup>2</sup> bis 0.<sup>3</sup> verschieden auffaßte. Die Vernachlässigung dieses Auffassungsunterschiedes würde eine merkliche Abhängigkeit der abgeleiteten Ephemeridenkorrektur von der Bildschärfe hervorgerufen haben.

Bei den Fixsternen wiederum ist die *verschiedene Richtung und Geschwindigkeit*, mit der sie das Gesichtsfeld passieren, sowie ihre *verschiedene Helligkeit* von Einfluß. Bei den oberen und unteren Kulminationen der Zirkumpolarsterne, sowie bei dem durch die Kulmination von Sternen nördlich und südlich vom Zenit bedingten Wechsel in der Stellung des Beobachters („Füße Nord“, „Füße Süd“) treten Unterschiede auf, die bis 0.<sup>1</sup> ansteigen<sup>112)</sup>. Die pers. Gl. ist für *Sterne verschiedener Deklination* verschieden und natürlich für Polsterne eine ganz andere wie für Äquatorsterne<sup>113)</sup>. Auch die *Helligkeit des Himmelshintergrundes* spricht mit und kann einen Unterschied von Tag- und Nachtbeobachtungen erzeugen<sup>114)</sup>. Erwähnung verdienen hier auch die bedeutenden Auffassungsunterschiede der oft verwaschenen und kernlosen *Lichtflecke der Kometen*, sowohl bei Durchgangsbeobachtungen wie bei Bisektionen<sup>114a)</sup>.

111) *A. Wagner*, Poulkova Obs. 12 (1887), p. (92). — Sehr ähnliche Folgerungen zieht *A. Sokolow*, Poulk. Obs. Centr. Nic. Publ. 3 (1905), p. [53] u. ff. für die drei Beobachter *A. Wagner*, *P. Harzer* und *Th. Wittram*, deren Auffassung der Sonne je nach der Bildschärfe sich um 0.<sup>1</sup> bis 0.<sup>2</sup> verschieden ergibt.

112) Vergl. z. B. Cape Catalogue for 1885<sup>87a)</sup> Introduction, p. XI, sowie in geringerem Betrage bei *H. Battermann*, Berlin Sternw. Ergebn. 8 (1899), p. 7.

113) Bei hohen Polsternen<sup>81a)</sup> steigt der Auffassungsunterschied auf mehrere Zeitsekunden, vergl. z. B. Straßb. Sternw. Ann. 1 (1896), p. XLV; und besonders einen Fall in den Results of astronomical observations made at the R. Observatory, Cape of Good Hope (*Cape astron. results*) during the years 1871—73, Cape Town 1876, p. IX, wo die Bestimmung des Azimuts aus Polsternen seitens eines geübten Beobachters um 0.<sup>16</sup> von dem der anderen Beobachter abweicht, was für die Sterne  $\beta, \sigma, \omicron$  Octantis ( $\delta = -89^{\circ} 26', -89^{\circ} 17', -89^{\circ} 4'$ ) eine Zeitdifferenz von 13.<sup>6</sup>, 10.<sup>0</sup>, 7.<sup>4</sup> bedeutet.

114) Vergl. *F. Cohn*, Über einige allgemeinere Ergebnisse einer Neureduktion der ältesten *Besselschen Meridianbeobachtungen*, Astr. Ges. Vjs. 33 (1898), p. 291 und *F. Cohn*, Königsb. Beob. 39 (1899).

114a) Über die Schwierigkeiten bei der Berücksichtigung dieser persönlichen Auffassungsunterschiede vgl. z. B. *H. J. Zwiers*, Recherches sur l'orbite de la

Eine vollständige Elimination des Beobachters würde somit die genaue Kenntnis der Abhängigkeit der absoluten pers. Gl. von allen diesen Einflüssen voraussetzen<sup>115</sup>), eine Kenntnis, die zu erlangen angesichts der Vielseitigkeit der Einflüsse die verfügbare Arbeitskraft weit übersteigen würde, in mancher Hinsicht sogar aussichtslos wäre. In der Praxis beschränkt man sich daher darauf, sie nach einzelnen Richtungen hin zu untersuchen, entweder durch eigens konstruierte Apparate mit künstlichen Sternen oder durch geeignete Vorrichtungen, die ihre Prüfung bei der eigentlichen astronomischen Beobachtung selbst ermöglichen (z. B. Helligkeitsgleichung) oder man ermittelt, im Falle an einer größeren Beobachtungsreihe mehrere Beobachter beteiligt sind, ihre *relative* pers. Gl. und bezieht damit alles auf die Auffassung eines Durchschnittsbeobachters. Diese letztere Bestimmung ist unbedingt erforderlich zur Ableitung eines gleichmäßigen Uhrganges, wenn, wie es an manchen größeren Sternwarten der Fall ist, *verschiedene Beobachter* am Meridiankreise im Laufe eines Tages *abwechseln*; sie erfolgt dann unmittelbar aus den abgeleiteten Uhrkorrekturen selbst<sup>116</sup>). Eine direkte Bestimmung der relativen pers. Gl. kann nach *Bessels* Vorgange einfach dadurch geschehen, daß zwei Beobachter an demselben Instrument Sterndurchgänge beobachten, indem sie entweder während eines Sterns oder von Tag zu Tag mit den Sternen abwechseln; in jedem Falle müssen durch entsprechenden Beobachterwechsel die Fadendistanzen oder die Sternörter eliminiert werden. Diese Methode ist bei geographischen Längenbestimmungen zur Kontrolle vielfach üblich. Bei entsprechender Auswahl der Sterne kann auch die Abhängigkeit der relativen pers. Gl. von der Deklination, Helligkeit usw. geprüft werden<sup>117</sup>). Von der zweiten Methode der von jedem Beobachter vollständig, aber von Tag zu Tag wechselnd durchbeobachteten Sterne gelangt man schließlich, wenn das

---

comète périodique de *Holmes* et sur les perturbations de son mouvement elliptique, 1<sup>er</sup> mémoire, Verhandelingen der K. Akademie van Wetenschappen te Amsterdam, 1<sup>te</sup> sectie, deel 3, Nr. 5, Amsterdam 1895, p. 97, und besonders 2<sup>ième</sup> mémoire, Leyde 1902, p. 2—3 und 6—7.

115) Die Kenntnis der absoluten pers. Gl. selbst ist nur für absolute Zeitbestimmungen erforderlich, z. B. bei geographischen Längenbestimmungen, bei denen die aus Durchgangsbeobachtungen bestimmten Ortszeiten zweier Erdorte im gleichen Moment mit einander verglichen werden sollen. Man eliminiert sie bei der Gleichartigkeit der beobachteten Objekte fast völlig durch Wechsel beider Beobachter und Instrumente.

116) Auf diesem Wege sind die in Fußn. 110 zitierten Werte der persönlichen Gleichung für die Beobachter in Greenwich und am Kap erhalten worden.

117) Vergl. Cape Catalogue for 1885<sup>87a</sup>), Introduction, p. XI—XIII.

Beobachtungsmaterial ausreicht, dazu, die aus den Beobachtungen eines jeden Beobachters abgeleiteten fertigen Sternörter nach den verschiedenen Gesichtspunkten zu vergleichen, eine Methode, wie sie stets bei der zur Vereinigung mehrerer Beobachtungsreihen erforderlichen Befreiung von ihren systematischen Unterschieden angewendet wird (s. Nr. 7)<sup>118</sup>). Eine Kontrolle erhält man durch die Vergleichung beider Ergebnisse<sup>117</sup>).

Zur empirischen Bestimmung der absoluten pers. Gl. bei Durchgangsbeobachtungen und ihrer Variationen hat man verschiedene Methoden vorgeschlagen und entsprechende Apparate konstruiert. Als ihr Grundprinzip kann man bezeichnen, daß das Bild eines künstlichen, in regulierbarer Geschwindigkeit die Fäden passierenden Sterns in gewöhnlicher Art beobachtet wird, während sich gleichzeitig der genaue Moment der Bisektion des Bildes durch den Faden selbsttätig registriert. Der die Bewegung des künstlichen Sterns erzeugende Mechanismus ist zu dem Zweck mit einer Reihe von Kontakten versehen, die seine Bewegungsphase fixieren, indem im Ruhezustand die ihnen entsprechende Stellung des Sternbilds durch mikrometrische Messung zu den Fäden in Beziehung gesetzt wird. Von diesbezüglichen Apparaten<sup>119</sup>), die mit Erfolg zur Anwendung gelangten, seien erwähnt der von *F. Kaiser* in Leiden konstruierte „Zeitkollimator“<sup>120</sup>), der von *H. G. van de Sande Bakhuyzen* angegebene<sup>121</sup>), welcher auf die Gleichartigkeit der Beobachtung mit der sonstigen Meridianbeobachtung Wert legt, und der in dieser Hinsicht noch weiter gehende Apparat von *W. F. Wislicenus*<sup>122</sup>).

118) *A. Sokolow*<sup>111</sup>) vergleicht die von den drei Beobachtern erhaltenen Sternörter nach der Deklination usw.

119) Über die ersten Vorschläge zur Bestimmung der absoluten pers. Gl. [von *J. Hartmann*, Einige Beobachtungen und Bemerkungen über Personaldifferenz, Auszug aus *Grunerts Archiv* 1858, p. 31, *Astr. Nachr.* 65 (1865), p. 129; *É. Plantamour* et *A. Hirsch*, Détermination télégraphique de la différence de longitude entre Genève et Neuchâtel, *Mémoires de la Société de physique et d'histoire naturelle de Genève* 17, Genève 1864, p. 289—436; *M. C. Wolf*, Recherches sur l'équation personnelle, *Obs. de Paris Ann., mém.* 8 (1866)] vergl. neben *J. L. E. Dreyer*<sup>108</sup>) und *F. Gonnessiat*<sup>107</sup>) das ausführliche Referat von *W. Förster* in *Astr. Ges. Vjs.* 1 (1866), p. 236.

120) *F. Kaiser*, Beschreibung der Zeitkollimatoren der Sternwarte zu Leiden, *Leiden Sternw. Ann.* 2 (1870), p. 19 u. ff.; vergl. auch *A. Wagner*<sup>111</sup>), p. (55) ff.

121) *H. G. van de Sande Bakhuyzen*, Beschreibung eines Apparats zur Bestimmung des absoluten persönlichen Fehlers bei Durchgangsbeobachtungen, *Leiden Sternw. Ann.* 7 (1897), p. 75.

122) *W. F. Wislicenus*, Untersuchungen über den absoluten persönlichen Fehler bei Durchgangsbeobachtungen, Leipzig 1838.

Zweifellos enthalten diese Untersuchungen eine Fülle interessanter Tatsachen, insbesondere über die physiologischen Einflüsse, denen die persönliche Gleichung unterliegt. Bedenkt man indessen, daß diese terrestrischen Beobachtungen immerhin unter merklich anderen Verhältnissen zu erfolgen pflegen als die eigentlichen Beobachtungen am Himmel — vor allem wird die Reaktionszeit des Beobachters durch die bewußte Absicht, seinen persönlichen Fehler zu bestimmen, merklich beeinflußt —, so wird es nicht Wunder nehmen, daß man auf einem dieser Wege zwar allenfalls einen brauchbaren Durchschnittswert der absoluten pers. Gl. und einen ungefähren Überblick über ihre Schwankungen erhalten kann, daß hingegen eine praktische Anwendung der so erhaltenen Werte auf die eigentlichen astronomischen Beobachtungen kaum jemals stattgefunden hat.

Man begnügte sich daher z. B. bei dem Anschluß der Sterne an die Sonne, wie er zur Ableitung absoluter Rektaszensionen erforderlich ist, bisher stets damit, anzunehmen, daß sich diese Fehler im Mittel zahlreicher Beobachter vernichten oder wenigstens im Laufe der Zeiten (Jahrzehnte und Jahrhunderte) dieselben bleiben werden. Allenfalls könnte man diese Annahme gelten lassen, so lange die Beobachtungsmethode die gleiche bleibt, wengleich die größeren Dimensionen und Vergrößerungen der neueren Instrumente auch diesen Durchschnittswert beeinflussen müssen; jede Änderung der Beobachtungsmethode (z. B. Übergang von der Auge- und Ohr- zur Registriermethode) wirft diese Annahme über den Haufen und verfälscht die Bestimmung der Bewegung des Frühlingspunkts, d. h. die Präzessionskonstante<sup>123)</sup>. Ähnliches gilt für den Mond und in geringerem Maße für die großen Planeten.

Die Untersuchung des Einflusses der Eigenart der Fixsterne (Helligkeit, Richtung und Geschwindigkeit der Bewegung) auf die Auffassung der Durchgangszeiten, dessen Kenntnis für ein fehlerfreies System von Fixsternörteren erforderlich ist, kann in mancher Richtung durch die Beobachtung der Himmelsobjekte selbst erfolgen. Der Einfluß der verschiedenen Bewegungsrichtung läßt sich durch Benutzung eines *Reversionsprismas* beseitigen<sup>117)</sup>. Da die scheinbare Geschwindigkeit hingegen allein von der Deklination abhängt, so vermischen sich hier persönliche Auffassung und instrumentelle Fehler (von der Form  $\Delta\alpha_j^{123a}$ ) und lassen sich nur schwer voneinander trennen.

123) Den Einfluß der Beobachter auf die Ephemeridenkorrektur der Sonne zeigt z. B. die Zusammenstellung bei *Newcomb*, Fund. Const., p. 22—24.

123<sup>a</sup>) Unter Fehlern von der Form  $\Delta\alpha_j$  versteht man Fehler, die sich auf

Zu erörtern bleibt die in neuerer Zeit mehr in den Vordergrund getretene sog. **Helligkeitsgleichung** der Fixsternbeobachtungen, der Einfluß der Sterngröße auf die Auffassung der Durchgangszeiten. Nach einigen mehr gelegentlichen Hinweisen *Argelanders*<sup>124)</sup> auf die Wahrscheinlichkeit, daß gewisse Eigentümlichkeiten von Beobachtungsreihen auf eine Helligkeitsgleichung zurückzuführen sein möchten — zu einem strengen Nachweise reichte das Material nicht aus —, führte *Gill* den ersten positiven Nachweis für ihr Auftreten<sup>125)</sup> und gab zugleich ein seitdem durchweg angewandtes Verfahren an, sie zu untersuchen<sup>126)</sup>. Indem man nämlich die Helligkeit eines Sterns durch ein auf das Objektiv aufgesetztes *engmaschiges Gitter* abschwächt, kann man die Beobachtung des Durchgangs des unge-

den beobachteten Wert der AR. werfen, und deren Betrag abhängt von der Deklination des beobachteten Gestirns. Analog definiert man  $\Delta\alpha_\alpha$ ,  $\Delta\delta_\alpha$ ,  $\Delta\delta_\beta$ .

124) Schon *F. W. Bessel* führt gewisse Unterschiede zwischen seinen Beobachtungen und denen von *C. T. Anger* auf eine „Verschiedenheit der Antrittszeiten heller und dunkler Sterne“ zurück, Briefwechsel zwischen *W. Olbers* und *F. W. Bessel*, hrsg. von *A. Erman* 2, Leipzig 1852, p. 358 (Brief vom 13. April 1831). — Weiter behandelt diese Möglichkeit *F. G. W. Struve*, *Stellarum fixarum imprimis duplicium et multiplicium positiones mediae pro epocha 1830.0, Petropoli 1852*, p. LXIV ff. — *F. W. A. Argelander*, *Astr. Nachr.* 74 (1869), p. 263, macht auf einen 0<sup>s</sup>.66 betragenden Unterschied von fünf Bonner und sechs Leidener Meridianbeobachtungen des kleinen Planeten *Egeria* (9<sup>m</sup>.2) aufmerksam. Eine Prüfung seiner Ortsbestimmungen von veränderlichen Sternen in den verschiedenen Phasen ihrer Helligkeit führte ihn zu keinem entscheidenden Ergebnis. Vergl. auch *F. W. A. Argelanders* Referat, *Astr. Ges. Vjs.* 7 (1872), p. 13 ff.

125) *D. Gill*, *Account of a determination of the solar parallax*, Lond. *Astr. Soc. Mem.* 46 (1880—81), chapter IX, p. 56 ff., sowie *D. Gill*, *On the results of meridian observations of the Mars comparison stars*, Lond. *Astr. Soc. Monthly Not.* 39 (1878), p. 98 fand durch Vergleichung heliometrisch festgelegter Sternörter mit den Ergebnissen der an zwölf Sternwarten erhaltenen Meridianbeobachtungen einen starken, etwa 0<sup>s</sup>.018 pro Größenklasse betragenden Gang der AR.-Unterschiede nach der Helligkeit, der nur den Meridianbeobachtungen zur Last fallen konnte, wie Versuche auch bestätigten. Vergl. auch *H. G. van de Sande Bakhuysen*, *Die Rektaszensionen von Gills Mars-Sternen und die Änderung des persönlichen Fehlers bei der Beobachtung von Sternen verschiedener Helligkeit*, *Astr. Nachr.* 95 (1879), p. 81, sowie *H. G. van de Sande Bakhuysen*, *Astr. Ges. Vjs.* 14 (1879), p. 408.

126) Die von *Argelander*<sup>124)</sup> vorgeschlagene Methode der Beobachtung veränderlicher Sterne in verschiedenen Phasen ihrer Helligkeit läßt nur eine beschränkte Anwendung zu und würde eine genaue Schätzung der Helligkeiten selbst mit verlangen. Die Anwendung von Diaphragmen kann infolge von Unregelmäßigkeiten des Objektivs eine Verschiebung des beobachteten Lichtschwerpunkts erzeugen; vergl. *W. F. Wislicenus*, *Über den Einfluß von Ring- und Scheibenblenden auf Mikrometermessungen*, *Astr. Nachr.* 128 (1891), p. 345.

schwächten und des abgeblendeten Sterns miteinander verglichen und den Unterschied zu der in Größenklassen ausgewerteten Bildschwächung in Beziehung setzen<sup>127</sup>). Nach dieser Methode angestellte Beobachtungsreihen ergaben, daß die H.-Gl. bei allen Beobachtern<sup>128</sup>) in dem Sinne wirksam ist, daß schwache Sterne später beobachtet werden als helle, und daß sie im allgemeinen für die helleren Sterne eine etwas geringere Steigung besitzt als für Sterne mittlerer Helligkeit, für sehr schwache Sterne aber merklich schneller ansteigt. So erhält man im Mittel von sechs Beobachtern am Kap<sup>129</sup>) als Helligkeitskorrektur für Sterne 0<sup>ter</sup>, 2<sup>ter</sup> usw. bis 10<sup>ter</sup> Größe:

0 <sup>m</sup>	+ 0.016	6 <sup>m</sup>	— 0.012
2 <sup>m</sup>	+ 0.008	8 <sup>m</sup>	— 0.030
4 <sup>m</sup>	0.000	10 <sup>m</sup>	— 0.053.

Ähnliche Beträge findet *F. Cohn*<sup>130</sup>) durch Vergleichung von Registrierbeobachtungen mit Beobachtungen am *Repsoldschen* Mikrometer, die zugleich eine Unabhängigkeit der H.-Gl. von der Deklination, sofern sie sich in mäßigen Grenzen hält, ergeben:

127) Diesbezügliche Beobachtungen von künstlichen Sternen stellte *H. G. van de Sande Bakhuyzen* an, *L'influence de l'éclat de l'étoile sur le temps de perception et sur l'équation personnelle*, *Archives Néerlandaises des sciences exactes et naturelles* (2) 6, La Haye 1901, p. 727. „Gewebe von Metallfäden“ schlug schon *F. W. Bessel*<sup>71</sup>), *Astron. Untersuch.* 1, p. 125 = *Bessel*, *Abhdl.* 2, p. 157 vor, um die Helligkeiten der beiden heliometrisch mit einander zu verbindenden Objekte auszugleichen.

128) Eine Ausnahme bilden nur die *F. Küstnerschen* Beobachtungen der Zone 0° bis + 18° in Bonn mit einer H.-Gl. von — 0.007 pro Größenklasse, während seine früheren Berliner und späteren Bonner Beobachtungen wieder eine normale H.-Gl. von etwa + 0.004 pro Größenklasse aufweisen. Vergl. *F. Küstner*<sup>13</sup>).

129) Vgl. die „Results of meridian observations of stars, made at the R. Observatory, Cape of Good Hope“ (*Cape meridian results*) in the years 1900 to 1904, Edinburgh 1906, p. XIII—XVII und „Catalogues of stars for the equinox 1900.0, from observations made at the R. Observatory, Cape of Good Hope, during 1900—04, Edinburgh 1906“ (*Cape Catalogue for 1900*), p. VIII. Zwei Beobachter (*P., R.C.*) wurden dabei, da sie einen besonders stark ausgesprochenen Gang zeigten, ausgeschlossen.

130) *F. Cohn*, Die Helligkeitsgleichung bei visuellen und photographischen Beobachtungen, *Astr. Nachr.* 172 (1906), p. 225, sowie *F. Cohn*, Beiträge zur Kenntnis der Helligkeitsgleichung bei Durchgangsbeobachtungen, *Astr. Nachr.* 165 (1904), p. 245. Vergl. auch *A. Auwers*, Ergebnisse aus Vergleichen der Zonenkataloge der Astronomischen Gesellschaft untereinander und mit dem *Romberg'schen* Katalog für 1875, *Astr. Nachr.* 161 (1903), Nr. 3842—44, insbesondere d. 71—72. Vgl. auch Fußnote 132<sup>a</sup>).

	I.	II.
4 <sup>m</sup> .5	+ 0. <sup>*</sup> 001	+ 0. <sup>*</sup> 003
5 .5	— 0.007	— 0.006
6 .5	— 0.017	— 0.016
7 .5	— 0.029	— 0.029
8 .5	— 0.043	— 0.046
9 .5	— 0.061	— 0.070

Kolumne I ( $38^\circ < \delta < 55^\circ$ ) enthält das Mittel von 11, Kolumne II ( $11^\circ < \delta < 38^\circ$ ) von 12 verschiedenen Beobachtungsreihen.

Da aber in den meisten Fällen das Beobachtungsmaterial zur Ableitung ihres genaueren Verlaufs nicht ausreicht, begnügt man sich, die H.-Gl. in erster Näherung als lineare Funktion der in Größenklassen ausgedrückten Sternhelligkeit darzustellen und zur Beziehung aller Beobachtungen auf eine gleiche Sterngröße anzuwenden. Für die Auge- und Ohr-, sowie die Registriermethode finden sich im Mittel zahlreicher Beobachter nahe gleiche Werte. So erhält *S. Newcomb*<sup>131)</sup> als Helligkeitsgleichung pro Größenklasse

für die Auge- und Ohr-Methode (aus 5 Bestimmungen): + 0.<sup>\*</sup>0091,  
für die Registrier-Methode (aus 6 Bestimmungen): + 0.<sup>\*</sup>0085,

und *Boss*<sup>132)</sup> durch eine ausgedehntere Diskussion als durchschnittliche H.-Gl. für hellere Sterne (bis etwa 6.<sup>m</sup>5) aus 11 resp. 19 Reihen die Werte + 0.<sup>\*</sup>0074, resp. + 0.<sup>\*</sup>0080, im Mittel: + 0.<sup>\*</sup>0077. Dieselbe H.-Gl. eines Durchschnittsbeobachters (für hellere Sterne) leitet *Küstner*<sup>132a)</sup> dadurch ab, daß er aus seinen nach der Gittermethode von H.-Gl. befreiten Beobachtungen die Korrekturen der Sterne des *Auwersschen* Fundamentalkatalogs ableitet und nach der Helligkeit anordnet. Er findet + 0.<sup>\*</sup>0052 pro Größenklasse.

Eine *Bestätigung* der auf diesem Wege gefundenen Helligkeitskorrekturen, die wegen mancher gegen die Gittermethode geäußerten Bedenken<sup>133)</sup> erwünscht war, erlangte man durch anders geartete Beobachtungen, bei denen der Natur der Messungen nach eine H.-Gl.

131) *Newcomb*, Fund. (Catal. vgl. p. 30, Fußn. 32), p. 184.

132) *L. Boss*, Determination of absolute magnitude-equation for the catalogue of 627 standard stars, *Astron. Journ.* 23 (1903), p. 83.

132a) *F. Küstner*, Beobachtete Korrekturen des Fundamentalkataloges von *Auwers* und Ermittlung seiner Helligkeitsgleichungen, *Astr. Nachr.* 158 (1902), p. 129.

133) *H. H. Turner*, On the variation of personal equation with stellar magnitude, *Lond. Astr. Soc. Monthly Not.* 60 (1899), p. 3, sowie 62 (1901), p. 3.

der Rektaszensionen ausgeschlossen war, z. B. durch eine *heliometrische Triangulation* des beobachteten Sternkomplexes nach der Distanzmethode, also auf demselben Wege, auf dem sie *Gill* zuerst nachgewiesen hatte (s. Fußn. 125). Es ist das gelegentlich der großen Kooperation zur Bestimmung der Sonnenparallaxe aus Beobachtungen der Planeten Iris, Victoria und Sappho (1888—89) mit vollem Erfolge geschehen<sup>134</sup>). Immerhin kann eine derartige Bestimmung der H.-Gl. nur gelegentlich stattfinden. Der Anwendung der bequemeren Methode, sie durch *Vermessung* desselben Sternkomplexes auf *photographischen Aufnahmen* zu bestimmen<sup>133</sup>), steht die Schwierigkeit entgegen, daß sich die photographischen Aufnahmen selbst als merklichen Helligkeitsgleichungen ausgesetzt erwiesen haben (s. Fußn. 105).

Die *Schädlichkeit* der H.-Gl. gegenüber anderen systematischen Fehlerquellen der Durchgangsbeobachtungen liegt nach dem Obigen nicht so sehr in ihrer Größe als in der Gleichartigkeit, mit der sie bei allen Beobachtern auftritt. Während die eigentlichen Instrumentalfehler durch eingehende Kritik sowohl, wie vermehrte Zahl von mitwirkenden Instrumenten usw. verringert werden können und in diesem Sinne mehr den Charakter zufälliger Fehler besitzen, bleibt die H.-Gl. im Mittel verschiedener Beobachter immer noch in gleicher Größe bestehen und *verfälscht die Beobachtungen systematisch*. Es ist das besonders wichtig, wenn man diese Örter als Anhaltspunkte für differentielle Arbeiten, z. B. Ausmessung photographischer Aufnahmen, verwenden will, und darum ist eine Bestimmung seiner H.-Gl. für jeden Beobachter heutzutage dringend erforderlich. Denn die Genauigkeit der Meridianörter kann durch keine Häufung des Beobachtungsmaterials erhöht werden, so lange die H.-Gl. unberücksichtigt bleibt.

Noch empfehlenswerter freilich, als den durchschnittlichen Betrag der H.-Gl. mehr gelegentlich zu bestimmen und bei der Reduktion anzuwenden, ist die von *Küstner* in Bonn zuerst systematisch angewandte Eliminationsmethode, bei der alle Sterne durch *Vorsetzen geeigneter Gitter* möglichst auf die gleiche Helligkeit abgeblendet werden, da die H.-Gl. wesentlich von Luftunruhe und Bildschärfe abhängt.

Allen Versuchen gegenüber, eine Fehlerquelle, welche die Messung einer gewissen Größe beeinflußt, zu bestimmen oder zu eliminieren, wird aber stets eine Methode überlegen sein, welche jene Messung *auf einem von dieser Fehlerquelle ganz unabhängigen Wege* erlangt. So bilden alle Methoden, die persönliche Gleichung bei Durchgangs-

134) Vergl. neben Fußn. 95 noch besonders *D. Gill*, Catalogue of 2798 Zodiacal stars, London 1899, p. 4—6; sowie *D. Gill*, On the definitive place of the stars used for comparison etc., Astr. Nachr. 130 (1892), p. 161.



beobachtungen zu bestimmen und zu eliminieren — soweit sie überhaupt dieses Ziel erreichen — nur einen Notbehelf gegenüber einem Verfahren, welches die Bestimmung der Rektaszensionen von jeder Durchgangsbeobachtung unabhängig macht und auf die Pointierung des Sternbildes mit einem Faden zurückführt. Dieses leistet mit hinreichender Schärfe das *Repsoldsche selbstregistrierende Mikrometer*, zu dem in gewisser Weise die oben erwähnten Methoden zur Bestimmung der absoluten persönlichen Gleichung hinüberleiten. Während dort die jeweilige Stellung des den künstlichen Stern bewegenden Mechanismus zu den Fäden automatisch registriert und dadurch zu den Signalen einer Uhr in Beziehung gesetzt wird, geschieht dies hier in gleicher Weise für die Stellung des beweglichen Fadens, der mit dem Sterne mitgeführt und in dauernder Bisektion gehalten wird. Schon die ersten Versuche mit dem *Repsoldschen* Mikrometer ergaben eine Verringerung der persönlichen Gleichung auf etwa den zehnten Teil<sup>135)</sup>. Des weiteren erwies sie sich von weit größerer Konstanz, sowohl im Lauf einer Abendreihe, wie an den verschiedenen Abenden, und damit von der Disposition des Beobachters so gut wie unabhängig<sup>136)</sup>. Von einer H.-Gl. bei Fixsternen traten kaum noch Spuren auf, und es ist mit Sicherheit zu erwarten, daß bei Anwendung des *Repsoldschen* Mikrometers auch der Einfluß der Geschwindigkeit des Sterndurchgangs verschwinden und der Auffassungsunterschied zwischen Sonnen- und Fixsternbeobachtungen auf ein Minimum reduziert werden wird. Da sowohl infolge dieser Vorzüge, wie auch des ganzen Beobachtungsvorgangs die Genauigkeit der AR.-Beobachtungen erheblich größer ist, als bei der gewöhnlichen Registriermethode<sup>137)</sup>, so bedeutet seine Einführung einen wesentlichen Fortschritt in der Beseitigung systematischer Fehler, dem kaum irgendwie nennenswerte Schattenseiten gegenüberstehen.

Außer bei den Durchgangsbeobachtungen macht sich der persönliche „Zeitfehler“ auch bei der Beobachtung eines momentan eintretenden *Aufleuchtens oder Verlöschens einer Lichtquelle*<sup>137a)</sup> geltend,

135) Vergl. *E. Becker*<sup>32)</sup> und besonders *Th. Albrecht*<sup>32)</sup>.

136) *F. Cohn*, Ergebnisse von Beobachtungen am *Repsoldschen* Registrier-Mikrometer bei Anwendung eines Uhrwerks, *Astr. Nachr.* 157 (1902), p. 357.

137) Vergl. sowohl *F. Cohn*<sup>136)</sup>, wie *Th. Albrecht*<sup>32)</sup>. Im letzteren Falle ging der mittlere Fehler einer Längenbestimmung aus einem Abend von  $\pm 0.050$  (Durchschnitt von 7 Jahren) auf  $\pm 0.022$  (3 Jahre) herab.

137a) Die persönliche Gleichung bei der Beobachtung von Lichtblitzen erwähnt schon *C. L. Gerling*, Die Längenunterschiede zwischen Göttingen usw. durch Signale bestimmt, *Astr. Nachr.* 15 (1838), p. 261.

insbesondere der Sternbedeckungen durch den Mond [vgl. VI 2, 3 (*Wirtz*), Nr. 26. 27. 28. 34. 35.]. Der Moment des Verschwindens eines Sterns hinter der Mondscheibe oder seines Auftauchens wird individuell verschieden geschätzt. Diesen Fehler kann man verhältnismäßig einfach durch Beobachtung *künstlicher Sternbedeckungen* ziemlich zuverlässig, insbesondere soweit es sich um den dunkeln Mondrand handelt, ermitteln, indem man durch einen Stromschluß eine feststehende Lichtquelle aufleuchten, resp. verlöschen und gleichzeitig ein Signal auf dem Chronographen erzeugen läßt, das mit der Auffassung des Moments durch den Beobachter verglichen werden kann<sup>138)</sup>.

b) Fehler beim Pointieren eines Objekts mit einem Faden (oder allgemeiner in der Auffassung rein geometrischer Erscheinungen). Eine Hauptklasse der hier zu nennenden Vorgänge läßt sich auf Auffassungsunterschiede in der Schätzung der *Halbierung von Strecken* zurückführen, sei es, daß man ein Stern- oder Mirenbild mit einem Faden biseziert, sei es, daß man einen Stern oder einen Kreisstrich in die Mitte zwischen zwei enge Fäden einstellt usw. Hierher gehören die AR.-Beobachtungen mit dem *Repsoldschen* Mikrometer, die  $\delta$ -Einstellungen am Meridian- oder Vertikalkreise und die mikroskopische Ablesung seiner Kreise, die Refraktorbeobachtungen mit dem Fadenmikrometer, die Ausmessungen der photographischen Platte mit dem Ablesemikroskop usw. Sie alle unterliegen persönlichen Auffassungsunterschieden, die aber weit geringer sind, als die Fehler der Durchgangsbeobachtungen. So fanden *F. Cohn* und *A. Postelmann*<sup>138)</sup> beim *Repsoldschen* Mikrometer eine konstante Differenz von  $0.020$ , verschiedene Beobachter am Straßburger Meridiankreise<sup>138a)</sup> merkliche Unterschiede in der Nadireinstellung, je nachdem sie von Nord oder von Süd aus erfolgte. Im allgemeinen werden sie von dem Aussehen des Objekts und seinen Dimensionen im Verhältnis zur ganzen Strecke abhängen und somit die Form einer *Helligkeitsgleichung* annehmen.

138) Vergl. *F. Renz*, Versuch einer Bestimmung der persönlichen Gleichung bei der Beobachtung von Sternbedeckungen, *Astr. Nachr.* 119 (1888), p. 145. Hierher gehört auch die Helligkeitsgleichung bei sog. *okkultierenden Mikrometern*, bei denen auch das Verschwinden und Aufleuchten eines Objekts zur Zeitfixierung dient. Vgl. *O. A. L. Pihl*, On occulting micrometers and their value as applied to exact astronomical measurements, Christiania 1893, und *O. A. L. Pihl*, Über okkultierende Mikrometer, *Astr. Nachr.* 134 (1894), p. 313, sowie *L. Grabowski*, Beobachtungen von kleinen Planeten, *Astr. Nachr.* 146 (1898), p. 433 und *Astr. Nachr.* 174 (1907), p. 81.

138a) *E. Becker*, *Straßb. Sternw. Ann.* 1 (1896), p. LXXXIII ff.; bei *W. Schur* betrug der Unterschied fast  $1''$  und war veränderlich.

Eine solche fand *Küstner*<sup>139</sup>) für seine  $\delta$ -Beobachtungen am Bonner Meridiankreise — die Sterne wurden in die Mitte der Horizontalfäden gestellt —, nämlich für Sterne  $m^{\text{ter}}$  Größe

$$+ 0''.08 (m - 8.5) + 0''.05 (m - 8.5)^2$$

(Mittel aus drei Zonen, gültig für Sterne von  $7^{\text{m}}.0$  bis  $9^{\text{m}}.8$ ); *Scheiner*<sup>139</sup>) für photographische Messungen, deren Effekt in den relativen Koordinaten heller und schwacher Sterne bei horizontaler wie vertikaler Richtung auf  $0''.4$  ( $7\mu$ ) stieg; beim Pulkowaer Vertikalkreise<sup>140</sup>) variierten die Unterschiede der Beobachter merklich für Fixsterne und die Sonne und hingen für letztere wieder von der Bildqualität ab. Eine von der Länge der Strecke abhängende Formel für den systematischen Fehler beim Schätzen ihres Halbierungspunktes stellt *Hartmann*<sup>140a</sup>) auf. Durch Anwendung eines *Reversionsprismas*<sup>143</sup>) oder im Falle photographischer Aufnahmen durch Drehung der Platte um  $180^\circ$  lassen sich diese Auffassungsunterschiede größtenteils beseitigen (vgl. auch Fußn. 105<sup>b</sup>).

Sehr bemerkbar macht sich der Einfluß des Beobachters bei *Positionswinkel- und Distanzmessungen am Refraktor*, indem hier gleichzeitig zwei Objekte mit zwei Fäden (Distanz) oder einem Faden (Positionswinkel) pointiert werden. Die Diskussion dieser Fehler ist besonders bei *Doppelsternmessungen* sehr schwierig, da sowohl Helligkeit, wie Abstand (von  $0''.5$  bis zu  $20''$  und mehr) der beiden Komponenten, Neigung ihrer Verbindungslinie gegen die Vertikale, Kopfhaltung des Beobachters usw. mitsprechen und nur zum Teil durch ein Reversionsprisma, das übrigens bei diesen Messungen bisher nur selten verwertet ist<sup>140b</sup>), ausgeglichen werden können. Die Untersuchung dieser Fehler, die wegen der sonstigen Schärfe der Messungen (s. Nr. 7) behufs Ableitung der Bahnbewegung durchaus erforderlich ist, ist bisher in größerem Umfange nur von *O. Struve*<sup>141</sup>) durch Beobachtung

139) *J. Scheiner*, Der große Sternhaufen im Hercules Messier 13 nach Aufnahmen am Potsdamer photographischen Refraktor, Berl. Abh. aus dem J. 1892, Berlin 1892.

140) *M. Nyrén*, Poulkova Obs. 14 (1888), p. (50) ff.

140a) *J. Hartmann*, Über die Ausmessung und Reduktion der photographischen Aufnahmen von Sternspektren, Astr. Nachr. 155 (1901), p. 96.

140b) Die Bedeutung des *Reversionsprismas*<sup>143</sup>) für die fadenmikrometrische Messung von Trabantendurchmessern (insbesondere zur Bestimmung ihrer Abplattung) betont *H. Seeliger*, Über die Gestalt des Planeten Uranus, München Ber. 1884, p. 267.

141) Vergl. *O. Struve*, Mesures micrométriques des étoiles doubles, Poulkova Obs. 9 (1878), §§ 4—8. — Die ersten Untersuchungen an künstlichen Sternen stellte schon *W. Struve*<sup>74</sup>), p. CXLII ff., in Dorpat an.

künstlicher Doppelsterne durchgeführt worden. Die Fehler sind recht bedeutend und übersteigen wesentlich den Fehler der einzelnen Messung; auch sind sie im Laufe der Jahre merklich veränderlich. Im allgemeinen begnügt man sich aber, die Messungen verschiedener Beobachter auf ein möglichst homogenes System nach Art systematischer Fehleruntersuchung zu beziehen. Auch bei größeren Koordinatendifferenzen treten diese Fehler auf. So fand sich zwischen den von *H. Struve* und *F. Renz* ausgeführten Anschlüssen der Saturnstrabanten Thetys und Rhea am Pulkowaer 30-Zöller<sup>142)</sup> ein konstanter Unterschied:  $ds(R - S) = + 0''.22$ . Zur Ermittlung seines eigenen, als konstant angenommenen Distanzfehlers bediente sich *H. Struve* der Ausmessung eines von mehreren, nahezu in gleichen Abständen befindlichen Sternen gebildeten Bogens im ganzen und in seinen einzelnen Unterabteilungen und fand dafür<sup>143)</sup>, p. 8 aus 2 Reihen

$$\begin{aligned}\Delta S &= - 0''.088 \pm 0''.012 \quad (35 \text{ Abende}), \\ &= - 0''.126 \pm 0''.035 \quad (11 \text{ Abende}).\end{aligned}$$

Die bei den *Heliometermessungen*, insbesondere dem durch kleine Drehungen im Positionswinkel erzeugten Durchschwingen zweier Sternbilder bei der Distanzmessung, auftretenden persönlichen Auffassungsunterschiede lassen sich, soweit sie von der Helligkeit der Objekte und der Schwingungsrichtung abhängen, durch Benutzung von Gitterblenden und Reversionsprisma<sup>143)</sup> beseitigen. Doch bleibt stets noch ein systematischer Messungsfehler individueller Natur meist in Abhängigkeit von der gemessenen Distanz selbst — wohl infolge der verschiedenen Krümmung des Schwingungsbogens — bestehen, dessen Studium direkt, wie oben, durch Messung eines Sternbogens und seiner Unterabteilungen erfolgen kann<sup>144)</sup>. Im allgemeinen zieht

142) *H. Struve*, Beobachtungen der Saturnstrabanten, Poulk. Obs. Centr. Nic. Publ. 11 (1898), p. 64—65.

143) Ein solches Reversionsprisma beschreibt zuerst *D. Gill*, Lond. Astr. Soc. Mem. 46 (1881), p. 12—13 und betont seine Wichtigkeit für heliometrische Anschlüsse der Marsscheibe an Sterne. Später erwies sich die Notwendigkeit, Reversionsprisma, wie Gitterblende auch bei Sternanschlüssen anzuwenden (*D. Gill* and *W. Elkin*, Heliometer-determinations of stellar parallax in the southern hemisphere, Lond. Astr. Soc. Mem. 48 (1884), p. 190).

144) Vergl. über diese systematischen Fehler der Distanzmessungen an neueren Heliometern neben *D. Gill*<sup>96)</sup> besonders *W. Schur*, Astr. Nachr. 134 (1893), p. 65 und Astr. Nachr. 142 (1897), p. 225; *F. Cohn*, Astr. Nachr. 142 (1897), p. 193 und Astr. Nachr. 143 (1897), p. 45; *L. Ambrohn*, Astr. Nachr. 145 (1897), p. 49; *B. Peter*, Astr. Nachr. 148 (1898), p. 81, wo solche Sternbogenmessungen diskutiert werden.

man es aber vor, die systematischen Distanzfehler im ganzen, ohne Rücksicht auf ihre individuelle oder instrumentelle Entstehung, durch Vergleichung mit entsprechenden Meridianbeobachtungen zu diskutieren, was dann ins Gebiet der systematischen Fehlervergleichung hineingehört; vgl. Nr. 7.

7. Die Genauigkeit der astronomischen Beobachtungen. Die Genauigkeit der astronomischen Ortsbestimmung eines Gestirns hängt einmal ab von der Leistungsfähigkeit des Instruments, der Konstanz seiner Aufstellung, den Verhältnissen der äußeren Umgebung, kurz von den gesamten geometrischen und physikalisch-meteorologischen Beobachtungsbedingungen, sowie von der Schärfe unserer Sinne. Sie kann aber wesentlich gesteigert werden durch eine eingehende Kritik der allen diesen zusammenwirkenden Umständen anhaftenden Fehlerquellen; die Zuverlässigkeit der aus den Beobachtungen zu ziehenden Folgerungen wird vor allem durch die Vollständigkeit bedingt, mit der es gelingt, den Einfluß dieser Fehlerquellen auf die Resultate herabzumindern oder ganz zu eliminieren. Die diesbezüglichen Prinzipien gehören in die allgemeine *Theorie der Beobachtungsfehler* hinein, welche gerade im Bereich der astronomischen Messungen eine weit entwickelte Anwendung findet. Wir deuten hier nur die maßgebenden Gesichtspunkte an.

*Zufällige und systematische Fehler.* Bei allen empirischen Messungen ist der Einfluß der wirksamen Fehlerquellen auf das Resultat *zum Teil mehr zufälliger Natur*; er verfälscht dasselbe bald in diesem, bald in jenem Sinne und läßt sich durch Häufung der Beobachtungen merklich herabdrücken, wofür die Ausgleichsrechnung in der *Methode der kleinsten Quadrate* eine zweckentsprechende Handhabe bietet. Weit gefährlicher sind diejenigen Fehlerquellen, welche das Resultat *systematisch*, d. h. stets in einer gewissen gesetzmäßigen Art verfälschen. Eine scharfe Grenze zwischen beiden Fehlerarten ist nicht vorhanden, indem manche Fehlerquelle je nach ihrem Einfluß auf die zu ziehenden Folgerungen bald als zufälliger, bald als systematischer Natur gelten kann, und es ist gerade die Hauptaufgabe eines geschickten Beobachters, *die eine Fehlerart in die andere überzuführen*. Oft gelingt es durch entsprechende *Anordnung der Beobachtungen*, den Einfluß einer systematischen Fehlerquelle auf das Ergebnis in einen zufälligen umzuwandeln. Eine fehlerhafte Bestimmung des *Kollimationsfehlers* bringt bei nicht umlegbaren Instrumenten einen systematischen Gang der beobachteten Rektaszensionen nach  $\delta$  ( $\Delta\alpha_\delta$ ) hervor<sup>128a</sup>), bei umlegbaren fällt sie im Mittel beider Lagen heraus. Bei unabhängigen (*fundamentalen*) *Ortsbestimmungen*, bei denen auf ein

möglichst fehlerfreies System der erhaltenen Sternörter der Hauptwert zu legen ist, wird daher eine möglichst weitgehende Variierung der Beobachtungsumstände geboten sein; bei *Anschlußbeobachtungen* wird man auf eine bis ins einzelne gehende differentielle Gestaltung dieses Anschlusses an ein gegebenes System Wert legen. So kann man sich bei Meridianbeobachtungen, da man gegenwärtig über hinreichend zuverlässige Fundamentalsysteme verfügt, durch Anlage in Form von sogenannten *Zonenbeobachtungen* oft einen großen Teil der Instrumentaluntersuchungen ersparen. Handelt es sich vorzugsweise um die Untersuchung *periodischer Ortsveränderungen*, reeller oder scheinbarer, wie z. B. bei der Bestimmung von Sternparallaxen, astronomischen Konstanten, der Polhöschwankung usw., so wird eine möglichst weitgehende *Gleichartigkeit* der Beobachtungsumstände in den verschiedenen Phasen der Ortsveränderung zu erstreben sein. Während dies hinsichtlich der mehr inneren, instrumentellen Einflüsse meist leicht durchzuführen ist, ist man bei den äußeren geometrisch-physikalischen Beobachtungsbedingungen an gegebene Verhältnisse gebunden, z. B. an einen bestimmten Stundenwinkel oder eine bestimmte Tageszeit oder an nicht zu beeinflussende meteorologische Zustände. Hier kann meistens nur eine *nachträgliche Diskussion* der Beobachtungen über das Auftreten systematischer Fehler Klarheit schaffen. Diese *Kritik der Beobachtungen* erweist sich stets, auch bei den einfachsten Ortsbestimmungen, als erforderlich. Trotz aller Sorgfalt des Beobachters bleibt neben den zufälligen Fehlern der Sternörter stets noch ein Rest übrig, der in ihnen einen Gang nach dieser oder jener Richtung hervorruft. Bei jeder Vergleichung zweier an verschiedenen Instrumenten oder von verschiedenen Beobachtern oder nach verschiedenen Methoden angestellten Reihen treten solche *gesetzmäßigen Unterschiede* hervor. Handelt es sich nur darum, eine Anzahl solcher gleichartiger Beobachtungsreihen zu einer möglichst homogenen Gesamtreihe zu vereinigen, so hat man nur die systematischen Unterschiede der Teilreihen in eine gesetzmäßige Form zu bringen und alle Reihen auf ein gewisses *mittleres System* zu beziehen, dessen eigene Fehler unbestimmt bleiben. Wählen wir die *Meridianbeobachtungen* als Beispiel einer solchen Untersuchung, so handelt es sich da um die Vereinigung einer Reihe von Sternkatalogen zu einem *Normal-katalog*. Den Anfang bildet die Ableitung ihrer systematischen Unterschiede, wobei man, da diese Ableitung durch erhebliche zufällige Fehler sehr erschwert werden würde, eine möglichst zuverlässige und homogene Reihe als *Bezugssystem* zugrunde legt. Die Unterschiede werden nach den Koordinaten und der Helligkeit an-

geordnet und in mehrfacher Näherung zur Interpolation geeignete Formeln für  $\Delta\alpha_\alpha$ ,  $\Delta\alpha_\delta$ ,  $\Delta\delta_\alpha$ ,  $\Delta\delta_\delta$ <sup>144a)</sup> und die Helligkeitskorrektur abgeleitet. Die nach Anbringung dieser Korrekturen verbleibenden Unterschiede sind als zufällige Fehler aufzufassen, aus ihnen — wiederum in mehrfacher Näherung, sobald man nicht über eine wesentlich überwiegende Reihe verfügt — das Gewicht einer jeden Reihe abzuleiten und die korrigierten Werte nach Maßgabe dieser Gewichte in einen Mittelwert zusammenzuziehen. Die Festlegung des Bezugssystems selbst — sofern es überhaupt eine Rolle spielt — erfolgt dann dadurch, daß man aus den systematischen Abweichungen der stimmfähigen Einzelsysteme vom Bezugssystem ein *Normalsystem* ableitet, auf welches schließlich jene Mittelwerte bezogen werden. In dieser Weise sind z. B. die *Auwersschen Reduktions- und Gewichtstafeln für Sternkataloge* und schließlich sein neuer Fundamentalkatalog entstanden<sup>145)</sup>.

Weit schwieriger und wesentlicher ist die Diskussion der systematischen Fehler, wenn der Zweck einer Untersuchung nur aus der Vergleichung zweier Messungsreihen und der Diskussion ihrer Unterschiede, die sonach vorher von allen Fehlerquellen befreit sein müssen, erreicht werden kann, wie z. B. wenn man aus der *parallaktischen Ortsverschiebung eines uns nahen Gestirns*, von zwei entfernten Erdorten aus gesehen, seine Entfernung ableiten will. In diesem Falle kompliziert sich die Untersuchung noch besonders dadurch, daß infolge der schnellen Ortsveränderung des Gestirns die ganze Theorie seiner Bewegung in Form zuverlässiger Ephemeriden bekannt sein oder ebenfalls aus den Beobachtungen noch abgeleitet werden muß. Ein hervor-

144<sup>a)</sup> Vgl. Fußn. 123<sup>a)</sup>. Die Anordnung der Unterschiede, die an sich Funktionen beider Argumente  $\alpha$ ,  $\delta$  sind und daher eigentlich in einer *Tafel mit doppeltem Eingang* erfolgen müßte, in dieser einfacheren Form ist ein Notbehelf, dessen Berechtigung nicht immer ohne weiteres angenommen werden darf, sondern wenigstens bei Fundamentalkatalogen erst nachgewiesen werden müßte. Siehe *H. Seeliger*, München Sternw. Ann.<sup>1)</sup> 1 (1890), p. XXVIII.

145) *A. Auwers*, Tafeln zur Reduktion von Sternkatalogen auf das System des Fundamentalkatalogs der A. G., Astr. Nachr. 134 (1893), p. 33; Astr. Nachr. 143 (1897), p. 65; Astr. Nachr. 145 (1897), p. 101; Astr. Nachr. 162 (1903), p. 357; *A. Auwers*, Tafeln zur Reduktion von Sternkatalogen auf das System des Fundamentalkatalogs des Berliner Jahrbuchs, Astronomische Abhandlungen, als Ergänzungshefte zu den Astr. Nachr. hrsg. von *H. Kreutz*, Nr. 7, Kiel 1904; *A. Auwers*, Gewichtstafeln für Sternkataloge, Astr. Nachr. 151 (1900), p. 225 und Astr. Nachr. 162 (1903), p. 357; *A. Auwers*, Ergebnisse der Beobachtungen 1750—1900 für die Verbesserung des Fundamentalkatalogs des Berliner Jahrbuchs, Astr. Nachr. 164 (1904), p. 225; vgl. auch *F. Cohn*, Definitive Bearbeitung der Rektaszensionen der Eros-Vergleichssterne (1900—01), Astr. Nachr. 170 (1905), p. 33.

ragendes Beispiel einer planmäßig durchgeführten Bearbeitung eines solchen umfangreichen Materials bietet die Diskussion der anlässlich der Opposition der Planeten Iris, Viktoria und Sappho (1888—89) zur *Bestimmung der Sonnenparallaxe* angestellten Beobachtungen<sup>95)</sup> (s. a. Nr. 8). Insbesondere ermöglichte es hier das Zusammenwirken verschiedener Instrumente (Heliometer, Meridiankreis), durch Vergleichung der beiderseitig für einen bestimmten Sternkomplex erhaltenen Örter sowohl die Helligkeitsgleichung der Meridianbeobachtungen wie die von der Größe der gemessenen Distanz abhängigen Fehler der Heliometermessungen abzuleiten. Am wichtigsten aber ist eine eingehende Kritik bei den p. 266 erwähnten Beobachtungen *periodischer Ortsveränderungen*, wo zahlreiche Fehlerquellen täglicher und jährlicher Periode die Ergebnisse zu verfälschen geeignet sind. So gehört die kritische Diskussion der Beobachtungen und ihre Befreiung von den ihnen anhaftenden Fehlerquellen zu den schwierigsten Kapiteln der Fehlertheorie.

*Die Genauigkeit der astronomischen Beobachtungen.* Will man einen Maßstab für die Genauigkeit der astronomischen Ortsbestimmung gewinnen, so muß man nach dem Obigen wesentlich unterscheiden zwischen der *inneren Übereinstimmung*, welche durch die mehr zufälligen Beobachtungsfehler gestört wird, und die tatsächlich erzielte, gewissermaßen *absolute Genauigkeit*, die im wesentlichen von der Vollständigkeit abhängt, mit der die Elimination der systematischen Fehler im einzelnen gelungen ist. Die innere Übereinstimmung wird im allgemeinen nur ein unsicheres Bild der tatsächlich erzielten Genauigkeit geben und ein entscheidendes Kriterium nur durch *Vergleichung* mehrerer *ganz unabhängiger Beobachtungsreihen* und ihrer Ergebnisse erlangt werden können.

Die Leistungen der astronomischen Instrumente bewegen sich seit den Zeiten, da das Fernrohr in ihren Dienst gestellt wurde, besonders aber im letzten Jahrhundert, in schnell aufsteigender Linie. Waren noch zu den Zeiten *J. Flamsteeds* die ganzen Sekunden lediglich Rechnungsgrößen, so erlangte durch *J. Bradley* und *T. Mayer* die Bogensekunde volles Bürgerrecht, und heutzutage sind wir berechtigt, bei den feinsten Untersuchungen die 0<sup>o</sup>.001 und 0<sup>o</sup>.01 mitzunehmen. Diese *Steigerung der Genauigkeit*, die sich ganz besonders bei den Meridianbeobachtungen zeigt, beruht sowohl auf der größeren Leistungsfähigkeit der Instrumente, wie auf der gerade dadurch ermöglichten schärferen Untersuchung ihrer Fehler. Ferner spielt die bessere Kenntnis der zur Reduktion erforderlichen astronomischen Konstanten — sowohl der eigentlichen Konstanten, wie auch z. B. der Örter einer



größeren Zahl von Fundamentalsternen — eine wichtige Rolle<sup>146</sup>). Nicht zum wenigsten sind auch die strengeren Anforderungen, welche die fortschreitende Theorie der Bewegungen der Himmelskörper an die Praxis stellt, hierbei zu nennen. Denn erst die Möglichkeit, die erhöhte Genauigkeit in der Beobachtung eines Vorganges auch verwertet zu sehen, bietet einen Antrieb, sie aufs höchste zu steigern.

Ein wesentliches und zugleich unübersteigliches Hindernis für eine weitere Vervollkommnung der astronomischen Beobachtungsergebnisse verursacht die *irdische Atmosphäre*, sowohl durch die Verwaschenheit, als vor allem durch die *Unruhe der Bilder*, deren Einfluß sich bei der steigenden Exaktheit der Instrumente mehr und mehr geltend macht. Oft ist eine scharfe Pointierung der Sternbilder ganz unmöglich, da sie bald Sprünge von 10'' und mehr ausführen, bald langsamen aber darum noch gefährlicheren Wallungen unterliegen, bald auseinanderfließen oder zerspringen usw. So muß man die Genauigkeit aller feineren astronomischen Beobachtungen in ihrer *Abhängigkeit vom Luftzustande* untersuchen.

Die Leistungen der astronomischen Instrumente mögen durch einige Zahlenangaben veranschaulicht werden, zu deren Ergänzung die früher für die Schärfe einzelner Messungsvorgänge an Hilfsinstrumenten usw. gegebenen Zahlen dienen können.

#### a) Meridianbeobachtungen.

Für einige der namhaftesten Sternkataloge aus der Zeit seit 1750 sei hier der zufällige mittlere Fehler  $\varepsilon_1$  der einzelnen Beobachtung, wie er aus der inneren Übereinstimmung gefolgert ist („*innere Genauigkeit*“), zusammengestellt, und schon dadurch die Steigerung der Leistungen veranschaulicht. Zugleich ist in einigen Fällen auf einige für die Genauigkeit wesentliche Einflüsse hingewiesen.

Greenwich, Passageninstrument und Mauerquadrant von *Bird*, Epoche 1755, Beobachter *Bradley*, red. von *A. Auwers*<sup>146</sup>), meist nur ein Faden und Teilstrich):

$$\varepsilon_1(\alpha) = \pm \sqrt{(0^s.160)^2 + (0^s.083 \sec \delta)^2},$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_1(\delta) &= \pm \sqrt{1.36 + 0.085 \operatorname{tg}^2 z''} \text{ der reine zufällige Beobachtungsfehler;} \\ &= \pm \sqrt{1.92 + 0.085 \operatorname{tg}^2 z''} \text{ inkl. Teilungsfehler.} \end{aligned}$$

146) Aus diesem Grunde werden jetzt nachträglich zahlreiche ältere Beobachtungsreihen einer Neureduktion unterzogen. So berechnet *A. Auwers* das Gewichtsverhältnis seiner „Neuen Reduktion der *Bradleyschen* Beobachtungen“ 3, St. Petersburg 1888, p. 19—21 zu den „*Fundamenta astronomiae*“ *Bessels* (*Bessel*, Fund.) in  $\alpha$  wie 1.75:1, in  $\delta$  wie 1.4:1, und in anderen Fällen wird die Gewichtszunahme noch größer sein.

Dorpat, *Reichenbachscher Meridiankreis*<sup>147</sup>), Epoche 1830, 3 Beobachter *S* (*W. Struve*), *P* (*Preuß*), *D* (*Döllén*):

$\delta$		$\varepsilon_1(\alpha)$			$\delta$		$\varepsilon_1(\delta)$		
von	bis	<i>S</i>	<i>P</i>	<i>D</i>	von	bis	<i>S</i>	<i>P</i>	<i>D</i>
-15°	+45°	$\pm 0^s.08$	$\pm^s.10$	$\pm^s.12$	-15°	0°	$\pm 1''.1$	$\pm 1''.4$	$\pm 1''.8$
+45	60	.10	.15	.15	0	+20	1.0	1.2	1.6
60	65	.12	.17	.14	+20	40	0.9	1.1	1.6
65	70	.14	.16	.19	40	60	0.8	1.1	1.5
70	75	.19	.22	.26	60	90	0.9	1.0	1.3
75	80	.24	.29	.17					
80	85	.39	.63	.45					

Pulkowa, Großes Passageninstrument von *Ertel*<sup>148</sup>):

$\delta$		$\varepsilon_1(\alpha)$ , Pulkowa 1845		$\varepsilon_1(\alpha)$ , Pulkowa 1865	
von	bis	Auge und Ohr		Auge und Ohr	Registriert
0°	+30°	$\pm 0^s.063$		$\pm 0^s.061$	$\pm 0^s.038$
+60	70	$\pm 0.093$		$\pm 0.091$	$\pm 0.059$

Sehr ähnliche Zahlen gibt der Katalog für 1885, p. [68].

Berlin, Großer Meridiankreis von *Pistor* und *Martins*<sup>149</sup>) (8 Zoll):

Beobachter	Epoche	$\delta$		Sterngröße		$\varepsilon_1(\alpha)$	$\varepsilon_1(\delta)$
		von	bis	von	bis		
<i>Becker</i> . . . . .	1875	+20°	+25°	6 <sup>m</sup> .0	9 <sup>m</sup> .2	$\pm 0^s.030$	$\pm 0''.43$
<i>Küstner</i> . . . . .	1885	0	25	4.5	9.5	$\pm 0.033$	$\pm 0.40$
<i>Battermann</i> . . . . .	1895	10	25	5.0	9.2	$\pm 0.024 \text{ sec } \delta$	$\pm 0.30$
				9.3	9.9	$\pm 0.037 \text{ sec } \delta$	$\pm 0.38$

Bonn, *Repsoldscher Meridiankreis* (6 Zoll), Epoche 1900, Beobachter *Küstner*<sup>13</sup>):

$\delta$		$\varepsilon_1(\alpha)$		$\varepsilon_1(\delta)$	
von	bis				
0°	+18°	$\pm 0^s.036$		$\pm 0''.49$	
+18	36	$\pm 0.032$		$\pm 0.41$	
36	51	$\pm 0.037$		$\pm 0.39$	

147) *F. G. W. Struve*, Stellarum fixarum positiones mediae, Petropoli 1852, p. LXXIII etc.

148) Die drei Pulkowaer Fundamentalkataloge, sowie die im Text gegebenen Werte von  $\varepsilon_1(\alpha)$  siehe Poulkova Obs. 3 (1870), p. (69). (70) [Äquiniox 1845.0]; Poulkova Obs. 12 (1887), p. (43) [Äquiniox 1865.0] und Poulk. Obs. Centr. Nic. Publ. 3 (1905), p. [68] [Äquiniox 1885.0].

149) *E. Becker*, Catalog der Astronomischen Gesellschaft, 1. Abteilung, zehntes Stück, Berliner Zone, Leipzig 1895, p. 9; *F. Küstner*, Berlin Sternw. Ergebn. Heft 2 (1887); *H. Battermann*, Berlin Sternw. Ergebn. Heft 8 (1899).

Den durch **Einführung des Repsoldschen Mikrometers** erzielten Fortschritt veranschaulichen die folgenden Zahlen:

München, neuer *Repsoldscher* Meridiankreis (6 Zoll); Beobachter *Oertel*<sup>150</sup>), ohne Uhrwerk, nur helle Sterne:

$$\varepsilon_1(\alpha) = \pm 0^s.024 \text{ sec } \delta,$$

Königsberg, alter *Repsoldscher* Meridiankreis (4 Zoll); Beobachter *F. Cohn*<sup>151</sup>), mit Uhrwerk:

Sterngröße von bis		$\varepsilon_1(\alpha)$
5 <sup>m</sup> .0	8 <sup>m</sup> .5	$\pm 0^s.017 \text{ sec } \delta$
8 <sup>m</sup> .6	9 <sup>m</sup> .0	$\pm 0^s.019 \text{ sec } \delta$

Die **Abnahme der inneren Genauigkeit von Deklinationsbeobachtungen** mit der wachsenden Zenitdistanz ( $z$ ), infolge der zunehmenden Luftruhe ( $\sigma$ ) und Refraktionsanomalien ( $\varrho$ ), spricht sich in den folgenden Zahlen für den Pulkowaer Vertikalkreis<sup>152</sup>) aus:

Pulkowa 1845		Pulkowa 1865		Pulkowa 1885			
$z$	$\varepsilon(\delta)$	$z$	$\varepsilon(\delta)$	$z$	$\varepsilon(\delta)$	$\sigma$	$\varrho$
10°	$\pm 0'' .36$	7½°	$\pm 0'' .33$	7½°			
20	$\pm 0 .38$	15	$\pm 0 .32$	15	$\pm 0'' .26$	} $\pm 0'' .30$	$\pm 0'' .05$
30	$\pm 0 .39$	25	$\pm 0 .32$	25	$\pm 0 .28$		
40	$\pm 0 .44$	35	$\pm 0 .38$	35	$\pm 0 .29$		
50	$\pm 0 .50$	45	$\pm 0 .40$	45	$\pm 0 .33$	$\pm 0 .33$	$\pm 0 .14$
60	$\pm 0 .63$	55	$\pm 0 .44$	55	$\pm 0 .39$	$\pm 0 .35$	$\pm 0 .20$
70	$\pm 0 .86$	65	$\pm 0 .65$	65	$\pm 0 .49$	$\pm 0 .35$	$\pm 0 .27$
75	$\pm 1 .07$	72½	$\pm 0 .94$	72½	$\pm 0 .59$	$\pm 0 .45$	$\pm 0 .38$
		77½	$\pm 0 .85$	77½	$\pm 0 .83$	$\pm 0 .56$	$\pm 0 .62$

$\varepsilon(\delta)$  ist hier der m. F. einer auf je zwei Einzeleinstellungen in beiden Lagen beruhenden Deklination,  $\sigma$  der reine Einstellungsfehler,  $\varrho$  der Refraktionsfehler, wozu als konstanter Rest  $\gamma = \pm 0'' .15$  noch die zufälligen Teilungsfehler usw. hinzukommen.

150) *K. Oertel*, Über das *Repsoldsche* unpersönliche Registriermikrometer, *Astr. Nachr.* 165 (1904), p. 81.

151) *F. Cohn*, Die Rektaszensionen der Eros-Vergleichssterne, *Königsb. Beob.* 41 (1903), p. 112.

152) Enthalten in *Poulkova Obs.* 5 (1873), *Poulkova Obs.* 14 (1888) und *Poulk. Obs. Centr. Nic. Publ.* 2 (1896).

Analog findet *Bauschinger*<sup>15)</sup> bis  $z = 85^0$ :

$$\varepsilon_1 = \pm \sqrt{(0''.32)^2 + (0''.23 \operatorname{tg} z)^2},$$

über  $z = 85^0$  steigt der letzte Koeffizient auf  $0''.28$ . Hinzu kommt noch der Effekt der nicht angebrachten Teilungsfehler mit  $\pm 0''.23$ .

Die tatsächlich erzielte Genauigkeit der genannten und einiger anderer Kataloge veranschaulicht nach *Auwers' Gewichtstafeln*<sup>145)</sup>, die allerdings eigentlich nur für die helleren Sterne maßgebend sind — für die schwächeren dürften die Fehler etwas größer sein —, die nebenstehende Zusammenstellung.

Diese Zusammenstellung zeigt die rasche Zunahme der Genauigkeit während der letzten  $1\frac{1}{2}$  Jahrhunderte. Besonders in  $\alpha$  tritt um 1860 bei Greenwich und Pulkowa ein Sprung durch den Übergang zur Registriermethode ein, wozu bei Greenwich noch die Anwendung eines neuen Meridiankreises seit 1850 hinzukommt. Die drei Berliner Reihen sind angestellt von *Becker*, *Küstner* und *Battermann*, bei der mittleren bezieht sich a auf Anhalt-, b auf Anschlußsterne. München 1900 ist die erste Reihe mit

n	Bradley		T. Mayer		Dorpat		Åbo		Greenwich				Pulkowa		Berlin				Lick		Bonn		München		Königsberg							
	1755	1755	1830	1830	1830	1830	1840/45	1860/64	1850/90	1845	1865	1885	1875	1889	1905	1895	1900	1900	1900	1900	1900	1900	1900	1900	1900	1900						
1	0 <sup>s</sup> .16	0 <sup>s</sup> .22	0 <sup>s</sup> .086	0 <sup>s</sup> .060	0 <sup>s</sup> .14	0 <sup>s</sup> .12	0 <sup>s</sup> .070	0 <sup>s</sup> .054	0 <sup>s</sup> .060	0 <sup>s</sup> .041	0 <sup>s</sup> .037	0 <sup>s</sup> .031	0 <sup>s</sup> .026	0 <sup>s</sup> .033	0 <sup>s</sup> .031	0 <sup>s</sup> .049	0 <sup>s</sup> .034	0 <sup>s</sup> .049	0 <sup>s</sup> .019	0 <sup>s</sup> .16	0 <sup>s</sup> .12	0 <sup>s</sup> .086	0 <sup>s</sup> .060	0 <sup>s</sup> .041	0 <sup>s</sup> .037	0 <sup>s</sup> .031	0 <sup>s</sup> .026	0 <sup>s</sup> .033	0 <sup>s</sup> .031	0 <sup>s</sup> .049	0 <sup>s</sup> .019	
2	.12	.19	.070	.046	.12	.09	.049	.037	.043	.029	—	—	.024	.019	.026	.037	.025	.037	.025	.036	.014	.070	.046	.032	.029	.026	.032	.023	.036	.014		
5	.07	.14	.046	.032	.07	.05	.032	.025	.029	.021	—	—	.016	.014	.019	.024	.017	.024	.017	.023	.010	.07	.14	.034	.026	.034	.026	.034	.017	.023	.010	
10	.05	.13	.034	.026	.06	.04	.024	.019	.022	.016	—	—	—	.012	.016	.017	.013	.017	.013	.017	.010	.05	.13	.028	.026	.034	.026	.034	.017	.023	.010	
20	.04	.13	.028	.026	.05	.03	.019	.015	.017	.013	.011	—	—	.011	.010	.013	.011	.013	.011	.013	—	.04	.13	.028	.026	.034	.026	.034	.017	.023	.010	
1	1 <sup>s</sup> .3	2 <sup>s</sup> .0	0 <sup>s</sup> .89	0 <sup>s</sup> .89	1 <sup>s</sup> .5	1 <sup>s</sup> .25	0 <sup>s</sup> .89	0 <sup>s</sup> .72	0 <sup>s</sup> .41	0 <sup>s</sup> .45	0 <sup>s</sup> .41	0 <sup>s</sup> .48	0 <sup>s</sup> .30	0 <sup>s</sup> .39	0 <sup>s</sup> .39	0 <sup>s</sup> .48	0 <sup>s</sup> .39	0 <sup>s</sup> .48	0 <sup>s</sup> .39	0 <sup>s</sup> .39	0 <sup>s</sup> .39	0 <sup>s</sup> .39	0 <sup>s</sup> .39	0 <sup>s</sup> .39	0 <sup>s</sup> .39	0 <sup>s</sup> .39	0 <sup>s</sup> .39	0 <sup>s</sup> .39	0 <sup>s</sup> .39	0 <sup>s</sup> .39	0 <sup>s</sup> .39	
2	0 9	1 5	.72	.72	—	.63	.63	.56	.32	.33	.32	.35	.33	.31	.30	.35	.33	.35	.33	.31	.30	.33	.33	.33	.33	.33	.33	.33	.33	.33	.33	.33
5	0 7	1 3	.51	.51	—	.39	.39	.36	.23	.23	.22	.24	.19	.23	.21	.24	.23	.24	.23	.21	.21	.23	.23	.23	.23	.23	.23	.23	.23	.23	.23	.23
10	0 6	0 9	.39	.39	—	.31	.31	.38	.20	.19	.18	—	.17	.19	.17	—	.19	.17	.19	.17	.17	.19	.19	.19	.19	.19	.19	.19	.19	.19	.19	.19
20	0 5	—	.34	.34	—	.31	.31	.23	.18	.16	.15	—	.16	.15	.15	—	.16	.16	.16	.16	.16	.16	.16	.16	.16	.16	.16	.16	.16	.16	.16	.16

Zusammenstellung der mittleren Fehler  $\varepsilon(\alpha) \cdot \cos \delta$  und  $\varepsilon(\delta)$  einer auf n Beobachtungen beruhenden Position:

*Repsoldschem Mikrometer*<sup>150)</sup>. Königsberg 1900 ist die Uhrwerk-Mikrometerreihe von *F. Cohn*<sup>152a)</sup>.

Die Genauigkeit, mit der wir einen Sternort für eine bestimmte Zeit berechnen können, hängt, da es sich zugleich um die Kenntnis der als linear angesehenen Eigenbewegung handelt, von der Anzahl und dem Gewicht der vorhandenen Beobachtungen, sowie von ihrer Verteilung über einen möglichst weiten Zeitraum ab. Für die bestbestimmten, die Fundamentalsterne, wird man gegenwärtig ihren Ort (innerhalb des Systems) mit einem mittleren Fehler von höchstens  $\pm 0''.1$  angeben können. Ferner wird man nach dem Obigen von einer guten Meridianbeobachtung verlangen müssen, daß ihr mittlerer Fehler innerhalb ihres Systems  $\pm 0''.5$  nicht erheblich überschreite.

#### b) Visuelle Refraktorbeobachtungen.

Für die üblichen mikrometrischen Anschlüsse am Refraktor fehlt es an zuverlässigen Genauigkeitsangaben, da die Beobachtungen der Kometen und kleinen Planeten, teils wegen der unsicheren Auffassung und der nicht hinreichend zu eliminierenden Bewegung des Objekts, teils wegen der Ungenauigkeit in den Örtern der Anhaltsterne ein zu ungünstiges Bild geben würden. Die tatsächliche Leistungsfähigkeit bei scharf beobachtbaren, nicht zu schwachen Objekten ist wesentlich höher. Am 30zölligen Refraktor der Pulkowaer Sternwarte erhielt *H. Struve*<sup>152b)</sup> bei 515facher Vergrößerung für den mittleren inneren Fehler eines auf je 8 Einzeleinstellungen (je zwei vor und nach Durchschrauben und geänderter Koinzidenz) beruhenden mikrometrischen Anschlusses in relativen Polar- resp. rechtwinkligen Koordinaten ( $s, p$  oder  $x, y$ ) aus der inneren Übereinstimmung der beiden Einzelsätze:

Tethys-Rhea . . . . .	1888	$\varepsilon_s = \pm 0''.063$	$s \cdot \varepsilon_p = \pm 0''.062$
Enceladus-Tethys . . . . .	1888	$\pm 0''.071$	$\pm 0''.066$
Mimas . . . . .	1890	$\pm 0''.093$	$\pm 0''.096$
Hyperion-Titan . . . . .	1888—89	$\pm 0''.126$	$\pm 0''.134$
Hyperion-Saturn . . . . .	1889	$\pm 0''.225$	$\pm 0''.185$
Rhea-Saturn . . . . .	1890	$\varepsilon_x = \pm 0''.090$	$\varepsilon_y = \pm 0''.074$

Er bemerkt dazu, daß die geringere Güte der Beobachtungen von Hyperion hauptsächlich auf die Anwendung heller Fäden zurückzuführen sei, sowie daß die mittleren Fehler seiner besten früheren Beobachtungen am 15-Zöller doppelt so groß gewesen seien.

Die tatsächlich erzielte Genauigkeit kann man nur vermischt mit

152<sup>a)</sup> *F. Cohn*, Astr. Nachr. 170 (1905), p. 43—44.

152<sup>b)</sup> *H. Struve*<sup>142)</sup>, p. 18.

den nach der Ausgleichung verbliebenen, allerdings wohl geringfügigen Fehlern der Bahnbestimmung aus der folgenden Darstellung<sup>152c)</sup> ersehen:

Mittlerer Fehler einer vollständigen Messung einer Koordinatendifferenz:

H. Struve Pulkowa	Tethys-Rhea $\varepsilon$	Enceladus-Tethys $\varepsilon$	Dione-Rhea $\varepsilon$
1886	$\pm 0''.084$	$\pm 0''.077$	—
1887	0 .089	0 .093	—
1888	0 .089	0 .096	$\pm 0''.099$
1889	0 .096	0 .101	$\pm 0 .117$
1890	0 .104	0 .122	$\pm 0 .105$
1891	0 .104	0 .107	$\pm 0 .107$
1892	0 .099	0 .116	$\pm 0 .086$

Die Abnahme der Genauigkeit mit den Jahren geht auf den niedrigeren Stand des Saturn, sowie auf die allmähliche Zusammenziehung des Ringes zurück, welche die Messungen erschwerte. Unter günstigen Verhältnissen beträgt also der mittlere Fehler einer vollständigen Messung nur  $\pm 0''.09$ .

Bei den Erosbeobachtungen am 13zölligen Königsberger Refraktor erhielt H. Struve<sup>153)</sup> als mittleren Fehler  $\varepsilon$  einer vollständigen, auf 8 Einzeleinstellungen beruhenden Koordinatenmessung bei 200-facher Vergrößerung und dunkeln Fäden  $\varepsilon = \pm 0''.132$ , bei hellen Fäden  $\varepsilon = \pm 0''.171$ .

Für die Doppelsternmessungen stellen wir die Genauigkeitsangaben, welche W. Struve am Dorpater 9zölligen, O. Struve am Pulkowaer 15zölligen und H. Struve am 30zölligen Refraktor aus ihren Beobachtungen ableiten, zusammen<sup>154)</sup>:

Abstand	W. Struve		O. Struve		H. Struve	
	$\varepsilon_s$	$s \cdot \varepsilon_p$	$\varepsilon_s$	$s \cdot \varepsilon_p$	$\varepsilon_s$	$s \cdot \varepsilon_p$
$< 1''$	$\pm 0''.12$	$\pm 0''.05$	$\pm 0''.07$	$\pm 0''.05$	$\pm 0''.08$	$\pm 0''.02$
$1''-2''$	.15	.08	.12	.08	.11	.05
2-4	.17	.12	.13	.12	.11	.07
4-8	.22	.18	.14	.18	.10	.08
8-12	.27	.20	.20	.26	} .11	.08
12-16	.28	.22	.20	.26		
16-24	.29	.23	.19	.21	} .13	.11
24-32	.30	.30	.18	.24		

152c) H. Struve<sup>142)</sup>, p. 65.

153) H. Struve, Mikrometermessungen von Eros, Königsb. Beob. 41 (1903), p. 12.

154) Für die ersten beiden nach O. Struve<sup>141)</sup>, p. 152, für die letzten nach H. Struve, Mikrometermessungen von Doppelsternen, Poulk. Obs. Centr. Nic. Publ. 12 (1901), p. 3.

*W. Struves* Werte beruhen auf 2 *s*- und 2 *p*-Messungen, *O. Struves* auf 4 *s*- und 3 *p*-, *H. Struves* auf je 4 Messungen in beiden Koordinaten.

c) Die Leistungsfähigkeit des Heliometers bei der Messung von Distanzen läßt sich am besten veranschaulichen durch die Vergleichung der Ergebnisse der heliometrischen Triangulation der Victoria-Vergleichsterne mit den Meridianbeobachtungen<sup>95)</sup>. Jede Distanzmessung beruhte auf dem Mittel von 4 Einstellungen und war in strengem Anschluß an eine Normaldistanz zweier „Standard stars“ abgeleitet; die mittleren Fehler enthalten also auch den Fehler der Normaldistanzmessung in sich, sind dafür aber von der Unsicherheit des anzuwendenden Skalenwerts unabhängig. Die Zusammenstellung gibt den *zufälligen mittleren Fehler*  $\varepsilon_1$  (aus der inneren Übereinstimmung), den *tatsächlichen mittleren Fehler*  $\varepsilon$  und den *systematischen*  $c$  (aus der Vergleichung mit den Meridianbeobachtungen)<sup>154a)</sup> einer Distanzmessung:

Cape (190<sup>mm</sup> Öffnung)

Distanz	Gill				Finlay		
	$\varepsilon_1$		$\varepsilon$	$c$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon$	$c$
	$\begin{smallmatrix} m & m \\ 6.8-7.8 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} m & m \\ 7.9-8.5 \end{smallmatrix}$					
1000''	$\pm 0''.10$	$\pm 0''.11$	$\pm 0''.13$	$+ 0''.03$	$\pm 0''.13$	$\pm 0''.15$	$+ 0''.07$
2000''	.12	.14	.16	$+ .01$	.16	.18	.00
3000''	.14	.17	.19	$+ .01$	.18	.22	— .04
4000''	.17	.20	.22	$+ .01$	.20	.25	.00
5000''	.18	.22	.24	— .06	.23	.28	— .05
6000''	.20	.24	.26	— .04	.25	.31	— .13
7000''	.21	.26	.28	.00	.28	.34	— .12

Yale (151<sup>mm</sup> Öffnung)

Distanz	Chase				Jacoby		
	$\varepsilon_1$		$\varepsilon$	$c$	$\varepsilon_1$	$\varepsilon$	$c$
	$\begin{smallmatrix} m & m \\ 6.8-8.2 \end{smallmatrix}$	$\begin{smallmatrix} m & m \\ 8.3-8.5 \end{smallmatrix}$					
1000''	$\pm 0''.22$	$\pm 0''.32$	$\pm 0''.31$	$+ 0''.14$	—	$\pm 0''.24$	$+ 0''.18$
2000''	.25	.35	.32	$+ .08$	—	.27	$+ .13$
3000''	.28	.39	.34	$+ .08$	—	.32	$+ .13$
4000''	.30	.42	.36	— .01	—	.38	.00
5000''	.33	.44	.38	— .10	—	.45	— .15
6000''	.35	.45	.41	— .18	—	.51	— .21
7000''	.36	.47	.44	— .08	—	.54	— .12

154<sup>a</sup>) Siehe *D. Gill etc.*<sup>95)</sup>, Cape Obs. Ann. 6 (1897), p. 113 und p. 230 bis 231.

Göttingen (162<sup>mm</sup> Öffnung)

Distanz	Schur				Ambronn		
	$\varepsilon_1$	$\varepsilon$	$c$		$\varepsilon_1$	$\varepsilon_1$	$c$
1000''	$\pm 0.18''$	$\pm 0''.19$	$+ 0''.20$	wie Schur	$\pm 0''.21$	$+ 0''.14$	
2000''	.22	.23	+ .03		.25	+ .02	
3000''	.25	.28	+ .09		.30	— .11	
4000''	.29	.32	— .08		.34	— .11	
5000''	.31	.39	— .01		.38	— .15	
6000''	.33	.42	— .12		.42	— .22	
7000''	.35	.44	— .07		.44	— .21	

Durchschnittlich wird man den mittleren Fehler einer solchen Distanzmessung an den größeren Heliometern bei mittleren Distanzen zu  $\pm 0''.25$  veranschlagen können. Vgl. auch Nr. 8.

Eine wesentlich größere Genauigkeit liefert das Heliometer bei der Messung von Distanzdifferenzen, wie sie zur Bestimmung von Sternparallaxen ihre klassische Anwendung gefunden haben. So betrug der

Mittlere Fehler  $\varepsilon$  einer Distanzdifferenz:

Beobachter	Heliometer	Öffnung	$\varepsilon$
<i>Gill</i> <sup>155)</sup>	Cape, altes	4 Zoll	$\pm 0''.19$
<i>Gill</i>	Cape, neues	8 „	$\pm 0.11$
<i>Peter</i> <sup>26)</sup>	Leipzig	6 „	$\pm 0.14$

## d) Photographische Beobachtungen.

Zur Charakterisierung der Genauigkeit der photographischen Ortsbestimmung gibt *Thiele*<sup>156)</sup> für den mittleren Fehler einer Distanzmessung, aufgenommen am Pariser photographischen Refraktor, folgende Daten an: Der allein von den zufälligen Messungsfehlern herrührende Teil  $\varepsilon_e$  beträgt in Bogensekunden:

$$\varepsilon_e = \sqrt{\frac{s}{n \cdot 1000''} (0.0216 + 0.0019 (d - 5''.5))},$$

worin  $s$  die Distanz,  $d$  den Sternscheibchendurchmesser in Bogensekunden,  $n$  die Zahl der Einstellungen bedeutet. Für  $s = 1000''$ ,  $d = 5''.5$ ,  $n = 3$  wird  $\varepsilon_e = \pm 0''.086$ . Als konstanten, von der

155) *D. Gill*, Researches on stellar parallax made with the Cape heliometer, Cape Obs. Ann. 8, part 2 (1900), p. 138B.

156) *T. N. Thiele*, Note sur l'application de la photographie aux mesures micrométriques des étoiles, Comité carte du ciel bull.<sup>61)</sup> 1, Paris 1887, p. 51.



Deformation der Sternscheibchen herrührenden Betrag  $\varepsilon_c$  findet er:  $\varepsilon_c = \pm 0''.092$ , und von der Schichtverziehung herrührend:  $\varepsilon_s = \pm 0''.098$ , so daß ein *Gesamtfehler* von  $\pm 0''.15$  resultiert, der durch keine Vermehrung der Messungen auf ein und derselben Platte erniedrigt werden kann. Ganz ähnliche Zahlen findet *Wilsing*<sup>157</sup>):  $\pm 0''.098$ ,  $\pm 0''.102$ ,  $\pm 0''.105$ , insgesamt  $\pm 0''.18$ .

Größer sind die Fehler bei den rechtwinkligen Koordinaten der Aufnahmen der photographischen Himmelskarte. So findet *Scheiner*<sup>158</sup>) im Durchschnitt zweier Beobachter für den mittleren Fehler einer zweimaligen Pointierung auf die Sternbilder  $\pm 0''.091$ <sup>159</sup>), der Gitterstriche  $\pm 0''.042$ , woraus als mittlerer Fehler einer Koordinate  $\pm 0''.10$  folgt. Die Vergleichung beider Beobachter liefert hingegen hierfür den Wert  $\pm 0''.15$ , welcher durch die verschiedene Auffassung der Sternscheibchen und Gitterstriche zu erklären ist. Mit Einrechnung des konstanten Plattenfehlers folgt als *mittlerer Fehler* der auf die Plattenmitte bezogenen *rechtwinkligen Koordinaten*  $\pm 0''.19$ . Hingegen ergibt die Vergleichung derselben Sternörter aus zwei verschiedenen Platten  $\pm 0''.24$ . Genau denselben Wert findet *M. Loewy* für die Örter der Pariser Zone der photographischen Himmelskarte<sup>160</sup>). Diese starke Steigerung beruht zweifellos auf systematischen Fehlerquellen, deren Studium daher auch für die photographischen Aufnahmen dringend notwendig ist (vgl. p. 247—250). Vorderhand wird sich über die Zuverlässigkeit der photographischen Festlegung der Sternörter und damit ihre Verwertbarkeit für die astronomische Koordinatenbestimmung kaum ein abschließendes Urteil fällen lassen. Die durch die obigen Zahlen dargestellte Genauigkeit steht hinter guten Fadenmikrometermessungen weit zurück und übertrifft auch die an Meridiankreisen erzielte Genauigkeit nicht sehr erheblich. Doch ist zu erwarten, daß sie unter günstigen Verhältnissen und bei strenger Kritik der Fehlerquellen noch ganz bedeutend gesteigert werden kann. Eine Aussicht darauf eröffnet die weit größere Genauigkeit, die in der relativen Koordinatenfestlegung — ähnlich wie beim Heliometer — z. B. durch

157) *J. Wilsing*, Über die Genauigkeit photographischer Messungen, Astr. Nachr. 141 (1896), p. 89.

158) *J. Scheiner*, Photographische Himmelskarte<sup>62b</sup>), p. XX—XXIII.

159) Für die achtmalige Pointierung eines einzelnen Sternbildes findet *J. C. Kapteyn*, The parallax of 248 stars, Groningen Labor. Publ., Heft Nr. 1, Groningen 1900, p. 33, einen mittleren Fehler von  $\pm 0''.120$ .

160) Observatoire de Paris, Catalogue photographique du ciel, coordonnées rectilignes 1, Paris 1902, p. [7]; vgl. auch Conf. astrophot 1900<sup>105b</sup>) Circulaires 8 et 9, Paris 1901 et 1902.

*Anschluß eines Sterns an günstig ausgewählte Vergleichssterne* und möglichste Gleichartigkeit der Beobachtungsumstände bei der Parallaxenbestimmung (s. auch Nr. 8) erzielt worden ist. So findet *F. Schlesinger*<sup>161)</sup> als *mittleren Fehler* einer solchen Ortsbestimmung am 40-Zöller der Yerkes-Sternwarte  $\varepsilon = \pm 0''.045$  und *A. R. Hinks* und *H. N. Russell*<sup>162)</sup> erhalten aus 10 Sternen, die auf Parallaxe untersucht und an 6—9 Vergleichsterne auf 5—8 Platten angeschlossen sind, im Mittel  $\varepsilon = \pm 0''.065$ .

Ähnliche Erfolge erzielt *J. C. Kapteyn*<sup>159)</sup> bei seiner Methode, Parallaxen und Eigenbewegungen aus ganz geringen Koordinatendifferenzen abzuleiten (s. Nr. 8).

e) Erwähnt sei endlich noch die hervorragende Genauigkeit, welche bei den Beobachtungen nach der **Talcott-Horrebrow-Methode** (vgl. p. 105 und p. 220) mit verhältnismäßig kleinen Instrumenten — vier der Zenitteleskope der internationalen Breitenstationen haben eine Öffnung von 108 mm, eins von 81 mm, eins nur von 68 mm, die Vergrößerung ist rund 100 fach — erzielt wird. Von den Ergebnissen, bezüglich deren im einzelnen auf die umfangreichen Publikationen des „Zentralbureaus der Internationalen Erdmessung“<sup>163)</sup> verwiesen werden muß, sei hier nur erwähnt, daß sich der *zufällige mittlere Fehler eines Sternpaares* im Mittel der 6 Stationen zu  $\pm 0''.16$  ( $= \pm 0.9 \mu$ ) ergeben hat; dazu kommt allerdings noch ein systematischer Stationsfehler hinzu, der individueller<sup>163a)</sup> oder instrumenteller Natur sein, vor allem aber von Refraktionsanomalien herrühren kann. Die zahlreichen Beobachtungen haben die *momentane Polhöhe* mit einem mittleren Fehler von *wenigen*  $0''.01$  an jedem der 6 Orte bestimmen lassen, so daß

161) *F. Schlesinger*, On the stellar parallax plates taken with the Yerkes telescope, The Astrophysical Journal 20, Chicago 1904, p. 123 ff.

162) *H. N. Russell*, Stellar parallax papers, Lond. Astr. Soc. Monthly Not., 65 (1905), p. 787 und 67 (1907), p. 132.

163) Centr.-Bur. Erdm. Veröff., insbesondere die „Resultate des internationalen Breitendienstes“ I von *Th. Albrecht*, II von *Th. Albrecht* und *B. Wanach*, Centr.-Bur. Erdm. Veröff., N. F. Nr. 8 und 13, Berlin 1903 und 1906 (*Albrecht*, Breitendienst, Resultate). Vgl. auch *Th. Albrecht*, Bericht über den derzeitigen Stand der Erforschung der Breitenvariation im Dezember 1897, am Schlusse des Jahres 1898, am Schlusse des Jahres 1899, gleichfalls Centr.-Bur. Erdm. Veröff., Berlin 1898, 1899, 1900 (*Albrecht*, Breitenvariation, Berichte).

163\*) So fand sich auf der Station Gaithersburg eine systematische Differenz zweier Beobachter von  $0''.10$ ; vgl. *Albrecht*, Breitendienst, Resultate<sup>163)</sup>, I (1903), p. 157.

im Mittel die *Bewegung des Pols mit einer  $\pm 0''.01$  kaum übersteigenden Unsicherheit* festgelegt erscheint. Über die Deutung mancher durch diese Schärfe der Beobachtungen zutage getretenen systematischen Erscheinungen herrschen noch Meinungsverschiedenheiten<sup>164</sup>).

8. Die Abgrenzung des Arbeitsfeldes und das Ineinandergreifen der verschiedenen Instrumente und Beobachtungsmethoden. Eine Verteilung der Aufgaben, welche die astronomische Ortsbestimmung bietet, auf die verschiedenen Instrumente kann naturgemäß nicht mit absoluter Bestimmtheit gegeben werden. Die Entscheidung hängt oft einmal von den verfügbaren Hilfsmitteln, dann von dem subjektiven Empfinden ab und ändert sich bei jeder wesentlichen Vervollkommnung eines Instruments oder Messungsverfahrens; sie könnte also in jedem Falle nur für einen bestimmten Zeitraum gültig sein. Doch lassen sich einige allgemeine Gesichtspunkte für sie aufstellen, zunächst für die *absolute Ortsbestimmung*, die entweder direkt am Meridiankreise oder indirekt durch mikrometrischen Anschluß an Anhaltsterne am Refraktor erfolgen kann. Die Ortsbestimmung am Meridiankreise ist im allgemeinen bequemer, da sie ein fertiges Resultat gibt; die mikrometrische, visuelle oder photographische Messung am Refraktor ist an sich genauer, setzt aber günstig gelegene und sicher bestimmte Vergleichsterne voraus. Die stets wachsende Zahl der letzteren verschiebt einerseits die Sachlage zu gunsten des Refraktors, andererseits hat gerade die Genauigkeit der Meridianbeobachtungen in dem letzten Jahrhundert eine außerordentliche Steigerung erfahren. In neuerer Zeit ist hinzugekommen der Gegensatz der visuellen und der photographischen Beobachtungsmethode, der sich indessen wesentlich auf den Refraktor beschränkt<sup>165</sup>).

164) Vgl. *H. Kimura*, On the existence of a new annual term in the variation of the latitude, *Astr. Nachr.* 158 (1902), p. 233, ferner *Th. Albrecht*<sup>163</sup>) und *R. Schumann*, Numerische Untersuchungen über Polhöenschwankung und Aberrationskonstante, *Astronomische Abhandlungen*, als Ergänzungshefte zu den *Astr. Nachr.* hrsg. von *H. Kreutz*, Nr. 11, Kiel 1906 und *Astr. Nachr.* 173 (1906), p. 209; sowie das Referat von *E. Großmann* über *Schumanns* Arbeiten in *Astr. Ges. Vjs.* 42 (1907), p. 265—287.

165) Betreffs *photographischer Methoden* der geographischen und astronomischen Ortsbestimmung vgl. VI 2 3 (*Wirtz*), Nr. 25; außerdem in bezug auf die Anwendung der Photographie bei Meridianbeobachtungen z. B. (*J. G. Hagen*), *The Photochronograph and its application to star transits*; sowie (*J. G. Hagen*), *Photographic transits of 161 stars* [beide Arbeiten sind Publications of the Georgetown College Observatory (Washington)], Washington 1891, 1896; in bezug auf photographische Polhöhenbestimmungen nach der *Horrebow-Talcott-Me-*

Abgesehen von den fortlaufenden Beobachtungen der *Sonne*, der *Fundamentalsterne* und der großen Zahl *hellerer Sterne* überhaupt, die unzweifelhaft dauernd die Domäne des Meridiankreises resp. des Passageninstruments und des Vertikalkreises bilden werden, hat man bisher auch stets den *Mond*, die *großen und die hellsten kleinen Planeten* am Meridiankreise beobachtet. Neuerdings macht sich das Bestreben geltend, die Ortsbestimmung dieser Himmelskörper zur Erhöhung ihrer individuellen Genauigkeit der differentiellen Meßmethode zu überweisen, und zwar speziell dem Heliometer<sup>166</sup>). Ob die neuerliche Einführung des *Repsoldschen* Mikrometers mit seinen schwerwiegenden Vorteilen gerade bei Beobachtung von Sternscheiben nicht wieder einen Rückschlag zu gunsten der Meridianbeobachtung bewirken wird, läßt sich noch nicht übersehen. Nur für den *Mond*, dessen schnelle Bewegung eine möglichst häufige, schärfste Festlegung seines Orts wünschenswert macht, wird man wohl allmählich zur Anschlußbeobachtung übergehen. Die ersten Anfänge dazu liegen in der üblichen Beobachtung der Bedeckung zahlreicher Sterne bereits vor, deren Örter nachträglich am Meridiankreise bestimmt werden. Wie weit man die *Helligkeitsgrenze* der am Meridiankreise zu beobachtenden Fixsterne hinausschieben will, während man die Gesamtmasse der schwächeren der Photographie überläßt, ist noch unentschieden. In jedem Falle muß der Meridiankreis die zur Reduktion der Platte erforderlichen *Anhaltsterne* liefern und hat damit, da z. B. bei der photographischen Himmelskarte alle Sterne bis zur 9<sup>ten</sup> Größe etwa als Anhaltsterne benutzt zu werden pflegen, immer noch ein sehr großes Arbeitsfeld. Denn es handelt sich nicht nur um die einmalige Fixierung der Örter dieser über eine Viertelmillion betragenden Sterne, sondern um die Kenntnis ihrer Eigenbewegungen, die nur durch einen längeren Zeitraum überspannende Beobachtungen erlangt werden kann. Über diese Verarbeitung der Meridianbeobachtungen vgl. VI 2, 2 (*F. Cohn*), p. 66—70.

Bezüglich der Verteilung der *Anschlußbeobachtungen*, sowie aller

---

thode vgl. z. B. *A. Marcuse*, Bemerkungen über die photographische Polhöhenmethode, *Astr. Nachr.* 150 (1899), p. 101, für andere Methoden der Polhöhenbestimmung *K. Schwarzschild*, *Astr. Nachr.* 164 (1903), p. 1 und (1904), p. 177. Hier verdient auch die „stereoskopische Methode“ der Parallaxenbestimmung Erwähnung; vgl. *C. Pulfrich*, Kritische Bemerkungen über neuere Methoden der Entfernungsbestimmung der Fixsterne, *Astr. Nachr.* 168 (1905), p. 67.

166) *S. Newcomb*, Considerations on the best method of determining positions of the planets by observation, *Astron. Journ.* 13 (1894), p. 191. Vgl. auch *D. Gill*, *Lond. Astr. Soc. Monthly Not.* 54 (1894), p. 351.

Objekte, deren relative Örter allein von Interesse sind (Doppelsterne, Sternhaufen, Satelliten), auf die verschiedenen differentiellen Methoden ist allgemein zu sagen, daß gegenwärtig alle individuellen Aufgaben (Einzelbeobachtung von Kometen, kleinen Planeten, Doppelsternen, Satelliten) der visuellen Fadenmikrometermessung, hingegen jede Massenarbeit (Durchmusterung, Sternhaufen), sowie alle Beobachtungen eines einzelnen Objekts, bei denen es sich um schnelle Beschaffung eines großen Materials handelt (vgl. unten die Erosopposition 1900—01), der Photographie zufallen. Für manche Spezialaufgaben, in denen eine besondere Genauigkeit erstrebt wird, wendet man vorzugsweise und mit Erfolg das Heliometer an (z. B. bei der Festlegung eines Netzes von Fixpunkten für die photographische Vermessung von Sternhaufen).

An zwei Beispielen mag das Ineinandergreifen oder Zusammenwirken der verschiedenen Beobachtungsmethoden veranschaulicht werden.

a) *Die Kooperation zur Bestimmung der Sonnenparallaxe aus Beobachtungen kleiner Planeten:* die Iris-, Victoria- und Sapphoopposition (1888—89) und die Erosopposition (1900—01).

Das Prinzip dieser Methode zur Bestimmung der Sonnenparallaxe ist, die parallaktische Ortsverschiebung eines uns besonders nahe kommenden kleinen Planeten von den Endpunkten einer möglichst großen Basis bekannter Länge aus durch differentiell-mikrometrischen Anschluß an geeignete Fixsterne zu messen und aus seiner so erhaltenen linearen Entfernung die der Sonne nach dem dritten Keplerschen Gesetz zu berechnen. Die Endpunkte der Basis bilden entweder zwei Erdorte oder die verschiedenen Orte, die ein Erdort infolge der Umdrehung der Erde zu verschiedenen Tageszeiten im Raume einnimmt („tägliche Methode“). Die Idee der Methode entwickelte *J. G. Galle* und wandte sie 1873 zuerst an<sup>167</sup>); doch waren die Ergebnisse der Refraktorbeobachtungen nicht völlig befriedigend, und eine analoge Unternehmung im Jahre 1882 scheiterte völlig<sup>168</sup>). Die erste Anwendung des Heliometers geht auf *Gill* zurück, der schon im Jahre 1874, aber unter ungünstigen Verhältnissen, auf den Planeten Juno in Mauritius die „tägliche Methode“ anwandte<sup>169</sup>). Die nächste

167) *J. G. Galle*, Über die Anwendung der kleinen Planeten zur Ermittlung des Wertes der Sonnenparallaxe, *Astr. Nachr.* 80 (1873), p. 1; und: *J. G. Galle*, Über eine Bestimmung der Sonnenparallaxe aus korrespondierenden Beobachtungen des Planeten Flora, Breslau 1875.

168) Vgl. *D. Gill*<sup>95</sup>), *Cape Obs. Ann.* 6 (1897), p. XVIII.

169) *J. L. Lindsay* and *D. Gill*, *Mauritius expedition 1874, division 1:*

günstige Gelegenheit bot die *Opposition der Planeten Iris* (1888), *Victoria und Sappho* (1889)<sup>95</sup>). Bei ihrer hinreichenden Helligkeit konnte die eigentliche Beobachtungsreihe dem *Helio-meter* — in Aussicht genomme photographische Messungen kamen nicht zur Ausführung — überwiesen werden. Die Planeten wurden an den Helio-metern von Cape, Newhaven, Oxford, Leipzig, Bamberg und Göttingen durch Distanzmessung — auch einige Positionswinkel wurden gemessen — an ein System von Vergleichsternen angeschlossen, welches im nahen Anschluß an die Planetenbahnen im voraus ausgewählt war. Diese Auswahl war so erfolgt, daß, wenn möglich, der Planet zwischen zwei diametral in gleichen Abständen gegenüberstehende Sterne eingehängt wurde, um von allen Instrumentalfehlern unabhängig zu werden; die Richtung der Sterne war so gewählt, daß entweder in Distanz oder im Positionswinkel ein möglichst großer parallaktischer Faktor erzielt wurde. Im Falle nicht zu vermeidender einseitiger Anschlüsse war gleichzeitige Messung von Normalsternen (standard stars) vorgeschrieben. Die Örter dieser Sterne wurden an zahlreichen Meridiankreisen beobachtet, zugleich aber — wenigstens im Falle der *Victoria* — durch eine heliometrische Triangulation in sich festgelegt. Bei dieser letzteren kamen nur Distanzmessungen zur Anwendung, die in geeigneter Weise auf die an jedem Abend mehrmals gemessene Normaldistanz gewisser „standard stars“ bezogen wurden. Durch Vergleichung der beiden Ortsbestimmungen konnten die systematischen Fehler beider Beobachtungsarten, die Helligkeitsgleichung der Meridianbeobachtungen und die von der Größe der Distanz abhängigen Fehler der Helio-metermessungen ermittelt werden. Die so erzielte Elimination aller instrumentellen und persönlichen Fehlerquellen war eine so vollständige, daß der Ort des Planeten mit einer bis dahin unerreichten Sicherheit festgelegt wurde. Um diese Genauigkeit ausnutzen zu können, d. h. die Unterschiede zwischen Theorie und Beobachtung rechnerisch auf  $0''.01$  scharf zu erhalten, war eine achtstellige logarithmische Ephemeridenrechnung erforderlich. Wie die entsprechenden Helio-metermessungen des Mars anläßlich seiner Opposition von 1877 *D. Gill* zur Auffindung eines Fehlers kurzperiodischer Natur von  $0''.376$ , Periode 13.6 Tage<sup>166</sup>), in der Ephemeridenrechnung geführt hatten, so ergab hier die Vergleichung ein Glied von monatlicher Periode und dem Betrage  $0''.25$ , das sich unzweifelhaft auf eine fehlerhafte Annahme der in die monatliche

---

Determination of the solar parallax by observations of the minor planet Juno, Dun Echt Observatory Publications 2, Dun Echt bei Aberdeen 1877.

Bewegung der Erde um den gemeinsamen Schwerpunkt Erde—Mond eingehenden Mondmasse zurückführen ließ. Es gelang, die *Mondmasse* mit einer ungewöhnlichen Sicherheit abzuleiten:

$$\text{Mondmasse} = \frac{\text{Erdmasse}}{81.702 \pm 0.141},$$

und damit diese Methode als eine für diesen Zweck besonders geeignete zu erweisen. In der Bestimmung der *Sonnenparallaxe*  $\pi$  wurde ein ebensolcher Erfolg erzielt. Erstens gaben die drei Planeten einzeln

$$\begin{array}{ll} \text{Iris} & \pi = 8''.812 \pm 0''.014, \\ \text{Victoria} & 8''.801 \pm 0''.009, \\ \text{Sappho} & 8''.798 \pm 0''.017, \end{array}$$

und zweitens gab die „tägliche Methode“, auf die Beobachtungen der Victoria am Kap allein angewandt, genau den gleichen Wert: 8''.801, jedenfalls als besten Beweis der gelungenen Elimination der Fehler.

Der *Planet Eros* war bei seiner *Opposition von 1900—01*, in der er der Erde noch weit näher kam als die genannten drei Planeten, für die meisten Heliometer zu schwach, seine Beobachtung fiel daher der *Refraktorbeobachtung*, und zwar der visuellen mit dem Fadenmikrometer oder der photographischen zu. Auf das durch zahlreiche Meridianbeobachtungen festgelegte System der fast 700 Anhaltsterne (*étoiles de repère*) wurde ein weit engeres Netz von eigentlichen Vergleichsternen (*étoiles de comparaison*) in enger Nachbarschaft der Planetenbahn photographisch bezogen. Erst an diese Vergleichsterne wurde der Ort des Planeten an zahlreichen Sternwarten auf eine der beiden obigen Arten mikrometrisch angeschlossen, in Stundenwinkeln und Koordinatenrichtungen, die einen möglichst großen parallaktischen Effekt hervorbrachten. Eine Entscheidung über die Vorzüge der einen oder der anderen Methode liegt zur Zeit noch nicht vor<sup>170)</sup>. Dem unbestreitbaren Vorteile der photographischen Methode, der schnellen Beschaffung eines umfangreichen Materials, das später nach mancherlei Gesichtspunkten auf systematische Fehler hin diskutiert werden kann und allerdings auch muß, steht der Nachteil gegenüber, daß das Bild des bewegten Planeten auf der Platte als Strich erscheint, dessen Pointierung systematischen Fehlern unterliegen kann.

b) *Bestimmung der Fixsternparallaxen*. Abweichend von der im allgemeinen erforderlichen Kenntnis der absoluten Koordinaten

170) Vgl. Conf. astrophot. 1900<sup>105b)</sup>, circulaires 1—12, Paris 1900—07.

eines Gestirns oder seiner relativen gegen ein anderes handelt es sich bei manchen Aufgaben, die in das Gebiet der astronomischen Ortsbestimmung fallen, nur um die Veränderungen, welche diese relativen Koordinaten im Laufe der Zeit, sei es durch die eigene, sei es durch die Bewegung der Erde, erleiden. Vor allem ist dies bei der Bestimmung relativer Fixsternparallaxen der Fall. Die heutige Genauigkeit der astronomischen Beobachtungen gestattet es noch immer nicht, die Dimensionen der kleinen *parallaktischen Ellipse*, welche alle Fixsterne infolge des jährlichen Umlaufs der Erde um die Sonne beschreiben, durch absolute Beobachtungen mit hinreichender Schärfe festzulegen, da sie nur in vereinzelt Fällen  $0''.2$  überschreiten. Man muß sich daher damit begnügen, die Parallaxen der Sterne, von denen man vermutet, daß sie uns besonders nahe seien, — der helleren, schnellbewegten, der Doppelsterne von schneller Umlaufsbewegung bei weiter Bahnöffnung — durch *Anschluß an* andersartige — schwächere, schwach bewegte und demnach vermutlich weiter entfernte — *Nachbarsterne* als *relative* zu bestimmen. Dazu ist nur eine möglichst scharfe Bestimmung der Änderung, welche diese Koordinatendifferenz im Laufe eines Jahres erleidet, erforderlich; die fortschreitende Änderung entspringt der relativen Eigenbewegung, die periodische der relativen Parallaxe beider Sterne. Aber auch diesen differentiellen Messungen bereiten systematische Fehler erhebliche Schwierigkeiten. Einmal ist der Verlauf der *meteorologischen Elemente* ebenfalls jährlich periodischer Natur. Dann aber sind die Beobachtungen an eine begrenzte Tageszeit und damit an wechselnde Stundenwinkel gebunden. So vermischt sich der sog. *Stundenwinkel-effekt* mit der parallaktischen Verschiebung, besonders wenn man, wie meist üblich, nur zu den Zeiten der parallaktischen Extreme beobachtet. Früher glaubte man allein schon durch symmetrische Auswahl von Vergleichsternen zu beiden Seiten des Parallaxensterns die systematischen Fehler ganz zu beseitigen, indem die Parallaxe aus dem geringfügigen Unterschiede von Koordinatendifferenzen und seinen zeitlichen Änderungen abgeleitet wird. Für die hierzu erforderliche Auswahl passender Vergleichsterne bot das Heliometer die besten Bedingungen, und so hat es sich schon seit lange bei Parallaxenbestimmungen aufs beste bewährt, indessen doch erst, seitdem der persönliche Stundenwinkel-effekt durch systematische Anwendung von Reversionsprisma, Gitterblende und möglichst kleine Winkel beim Durchschwingen sorgfältig eliminiert wird<sup>143</sup>). Auch die Durchgangsbeobachtungen am Meridiankreise, bei denen man allerdings auf die Beobachtung beider parallaktischer Extreme verzichten muß, erwiesen



sich als brauchbar zur Parallaxenbestimmung<sup>171)</sup>, da sie von jenem Stundenwinkelfehler völlig frei sind, und werden sich bei Einführung des *Repsoldschen* Mikrometers noch mehr dazu eignen. Die visuelle Beobachtung am Refraktor hat in der ersten Zeit noch nicht völlig befriedigendes geleistet, jedenfalls wegen des persönlichen oder instrumentellen Stundenwinkeleffektes, und ist seitdem kaum wieder zur Anwendung gelangt. Und auch die photographische Methode hat erst in der neuesten Zeit begonnen, den anderen Methoden Gleichwertiges zu leisten<sup>172)</sup>. Es scheint bei ihr der Stundenwinkeleffekt noch kompliziertere Formen anzunehmen, teils infolge der atmosphärischen Dispersion (s. p. 247), teils infolge instrumenteller Einflüsse (s. p. 248), die ebenfalls eine vom Stundenwinkel abhängige Helligkeitsgleichung erzeugten. Man könnte, wie man es wiederholt beim Heliometer getan hat, diesen Einfluß bestimmen, indem man auch zu den Zeiten der parallaktischen Indifferenz, und dann in möglichst verschiedenen Stundenwinkeln, beobachtet. Noch besser ist es, die Parallaxenbestimmung von ihm ganz unabhängig zu gestalten. Aus diesem Grunde hat *J. C. Kapteyn*<sup>159)</sup> die strikte Forderung erhoben, unter Verzicht auf die größtmöglichen parallaktischen Faktoren ausschließlich im *Meridian* oder eventuell einem anderen *festen Stundenwinkel* zu beobachten. Er tut dies in Verbindung mit seiner ganz eigenartigen Methode zur *Bestimmung von Parallaxen und Eigenbewegungen en masse*. Ihr Prinzip läßt sich so darstellen. Auf einer Platte werden zu verschiedenen Zeiten  $t_1, t_2, t_3$  unter kleiner Verschiebung, z. B. in  $\alpha$ , drei Aufnahmen nebeneinander gemacht — die Platten bleiben inzwischen unentwickelt — und für jeden Stern der  $x$ -Abstand je zweier Nachbarbilder gemessen. Die Differenz  $x_{2,3} - x_{1,2}$  setzt sich zusammen aus einer den Aufnahmen eigentümlichen, gleichgültigen Konstante, aus einem von der Eigenbewegung  $\mu = \mu_\alpha \cos \delta$  herrührenden, der Differenz der Zwischenzeiten proportionalen und einem der Parallaxe  $\pi$  proportionalen, von den parallaktischen Phasen der Aufnahmen abhängigen Term. Bei gleichen Zwischenzeiten fällt die Eigenbewegung heraus, und wenn die Aufnahmezeiten drei aufeinanderfolgenden parallaktischen Extremen entsprechen, erhält  $\pi$  seinen Maximalfaktor (nahezu 4). Bestimmt man die Konstante so, daß die Summe der Parallaxen aller Plattensterne verschwindet, so erhält man die individuellen relativen Parallaxen der Plattensterne,

171) *J. C. Kapteyn*, Bestimmung von Parallaxen durch Registrierbeobachtungen am Meridiankreise, *Leiden Sternw. Ann.* 7 (1897), p. 117.

172) Vgl. z. B. *F. Schlesinger*<sup>161)</sup> und *H. N. Russell*<sup>162)</sup>.

bezogen aufs Mittel aller. Ähnlich kann man aus zwei Aufnahmen zu gleicher parallaktischer Phase — oder im obigen Beispiel aus  $x_{2,3} + x_{1,2}$  — die relativen Eigenbewegungen aller Plattensterne ermitteln. Diese Methode ist von *J. C. Kapteyn* auf beide Probleme angewendet und zur Grundlage eines weitausschauenden Plans zur umfassenden Bestimmung beider für kosmologische Fragen der Stellar-  
astronomie so wichtigen Größen gewählt worden, dessen Verwirklichung er von einem Zusammenwirken zahlreicher, dazu befähigter Sternwarten in der nächsten Zukunft erhofft<sup>173)</sup>.

---

173) *J. C. Kapteyn*, Plan of selected areas, brochure, published by the Astronomical Laboratory at Groningen, Groningen 1906.

---

(Abgeschlossen im Sommer 1907.)

## VI 2, 6. BESONDERE BEHANDLUNG DES EINFLUSSES DER ATMOSPHÄRE (REFRAKTION UND EXTINKTION).

VON

A. BEMPORAD

IN CATANIA.

### Inhaltsübersicht.

#### Einleitung.

1. Allgemeines über die Wirkungen der atmosphärischen Luft auf die Lichtstrahlen und über ihre mathematische Darstellung.

#### I. Physikalische Erfahrungstatsachen.

2. Abhängigkeit des Brechungsindex, bzw. der Absorptionskonstante von der Luftdichtigkeit.
3. Beziehungen zwischen Dichtigkeit, Temperatur, Luftdruck und Höhe über dem Meeresniveau.
4. Temperaturänderung mit der Höhe. Beobachtungsergebnisse.

#### II. Physikalische Hypothesen.

5. Kritische Besprechung der wichtigsten Hypothesen über die Konstitution der Atmosphäre (*Cassini, Mayer, Newton, Laplace, Kramp, Bessel, Ivory, Schmidt, Bauernfeind, Gylden, Kowalski, v. Oppolzer, Mendeléef-Pizzetti*).
6. Schlußbetrachtung über die Leistungen der bis jetzt aufgestellten Hypothesen. *Brunssches Verfahren*.

#### III. Theorie der Refraktion.

7. Aufstellung des Refraktionsintegrals.
8. Refraktionsformeln nach den Hypothesen von *Cassini* und von *Mayer*. *Bradleysche* und *Simpsonsche* Formel.
9. *Orianis (Laplaces) Satz*.
10. Entwicklung des Refraktionsintegrals für die *Besselsche* Theorie.
11. Entwicklung des Refraktionsintegrals für die *Schmidtsche* Theorie.
12. Vergleichstabelle der aus den wichtigsten Theorien berechneten Werte der Refraktion.

#### IV. Theorie der Extinktion.

13. Aufstellung des Extinktionsintegrals.
14. Entwicklung des Extinktionsintegrals bei der Annahme konstanter Dichtigkeit oder konstanter Temperatur. *Lambert-* und *Bouguersche* Formel.
15. *Laplacesche* Extinktionsformel.
16. Strengere Behandlung der Extinktionstheorie unter Annahme einer gleichförmigen Temperaturabnahme mit der Höhe.
17. Vergleichstabelle der verschiedenen Extinktionstheorien.
18. Die terrestrische Extinktion.
19. Die selektive Absorption.

#### Literatur.

Bibliographie: *J. C. Houzeau - A. Lancaster*, Bibliographie générale de l'Astronomie, tome 2, Bruxelles 1882, p. 370—387 (Refraktion) et p. 862—868 (Extinktion).

#### I. Refraktion.

Für die Literatur bis 1860 vgl. *C. Bruhns*, Die astronomische Strahlenbrechung in ihrer historischen Entwicklung, Leipzig 1861 (*Bruhns, hist. Entw.*). Das Folgende gibt eine Ergänzung und Weiterführung dieser Liste.

##### a) Spezialarbeiten.

- G. A. A. (Jean) Plana*, Mémoire sur la connexion existante entre la hauteur de l'atmosphère et la loi du décroissement de sa température, Memorie dell' Accademia delle scienze di Torino, serie II<sup>a</sup>, tomo 15, Torino 1855, p. 1 (*Plana 1855*).
- C. M. v. Bauernfeind*, Die atmosphärische Strahlenbrechung auf Grund einer neuen Aufstellung über die physikalische Konstitution der Atmosphäre, Astr. Nachr. 62 (1864), p. 209—252 und Astr. Nachr. 67 (1866), p. 33—88 (*v. Bauernfeind 1864/66*).
- H. Gylden*, Untersuchungen über die Konstitution der Atmosphäre und die astronomische Strahlenbrechung in derselben, St. Pét. Mém. (7) 10 (1866) und 12 (1868) (*Gylden, Refr.*).
- M. Kowalski*, Recherches sur la réfraction astronomique, Kasan 1878 (*Kowalski 1878*).
- R. Radau*, Recherches sur la théorie des réfractions astronomiques, Obs. de Paris Ann., mém. 16 (1882) (*Radau 1882*).
- P. Harzer*, Untersuchung über die astronomische Strahlenbrechung auf Grund der Differentialgleichungen der elastischen Lichtbewegungen in der Atmosphäre, Astr. Nachr. 104 (1883), p. 65; Astr. Nachr. 107 (1884), p. 145; Astr. Nachr. 146 (1898), p. 377 (*Harzer 1883 ff.*).
- Th. v. Oppolzer*, Über die astronomische Refraktion, Wien Denkschr. 53 (1887), 1. Abteilung, p. 1 (*Oppolzer 1887*).
- R. Radau*, Essai sur les réfractions astronomiques, Obs. de Paris ann., mém. 19 (1889) (*Radau 1889*).
- H. Bruns*, Zur Theorie der astronomischen Strahlenbrechung, Leipzig Ber., 43 (1891), p. 164 (*Bruns 1891*).

- F. Hausdorff*, Zur Theorie der astronomischen Strahlenbrechung, Leipzig Ber. 43 (1891), p. 481 (*Hausdorff, Refr., 1891*) sowie Leipzig Ber. 45 (1893), p. 758.
- J. v. Hepperger*, Zur Theorie der astronomischen Refraktion, Wien Ber. 102 (1893), p. 321 (*Hepperger 1893*).
- P. Pizzetti*, La rifrazione astronomica calcolata in base all'ipotesi di *Mendeleëf*, Atti della R. Accademia delle scienze di Torino 33, Torino 1897, p. 213 (*Pizzetti 1897*).
- J. Bauschinger*, Untersuchungen über die astronomische Refraktion, Neue Annalen der k. Sternwarte in München 3, München 1898, p. 41 (*Bauschinger 1898*).
- E. Großmann*, Beobachtungen am *Repsoldschen* Meridiankreise der von *Kuffnerschen* Sternwarte in Wien-Ottakring 1896—1898, Leipzig Ges. Wiss. Abhdl. 27 (1901), p. 1 (*Großmann 1901*).
- L. Courvoisier*, Untersuchungen über die astronomische Refraktion, Veröffentlichungen der großherzoglichen Sternwarte zu Heidelberg, astrometrisches Institut 3, Karlsruhe 1904 (*Courvoisier 1904*).
- H. Andoyer*, Sur la théorie de la réfraction, Paris Bull. astr. 22 (1905), p. 404 (*Andoyer 1905*).
- A. Bemporad*, Sulla teoria della rifrazione astronomica, Memorie della Società degli spettroscopisti italiani 34, Catania 1905, p. 191, 217, 233 (*Bemporad, Spettrosc. 1905*).
- L. de Ball*, Die *Radausche* Theorie der Refraktion, Wien Ber. 115 (1906), p. 1363 (*De Ball 1906*).
- P. Pizzetti*, Intorno al calcolo della rifrazione astronomica, senza speciali ipotesi sul modo di variare della temperatura dell'aria coll' altezza, Atti della R. Accademia dei Lincei, anno 303 (1906), 5. serie, Rendiconti, Classe di scienze fisiche etc. 15, 1. semestre, Roma 1906, p. 73 (*Pizzetti 1906*).
- L. de Ball*, Le coefficient de dilatation de l'air et l'influence de l'humidité sur les réfractations astronomiques, Paris Bull. astr. 24 (1907), p. 209 (*De Ball 1907*).
- H. G. van de Sande-Bakhuyzen*, On the astronomical refractions corresponding to a distribution of the temperature in the atmosphere derived from balloon ascents, Proceedings of the section of sciences, Kon. Akademie van Wetenschappen te Amsterdam 9 (2<sup>nd</sup> part, 1907), Amsterdam 1907, p. 578 (*Bakhuyzen 1907*).

## b) Kompendien.

Darstellungen der Refraktionstheorie finden sich unter anderem in den folgenden Handbüchern:

- F. R. Helmert*, Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie [2 Bände, Leipzig 1880/84] (*Helmert, Geodäsie*) 2, p. 553ffg.
- F. Brünnow*, Lehrbuch der sphärischen Astronomie, 4. Aufl. Berl. 1881, p. 155
- W. Chauvenet*, A manual of spherical and practical astronomy, 5<sup>th</sup> ed. (2 vols., Philadelphia 1885, 1893, 1900), vol. 1, p. 127.
- Wolf*, Handb. 2 (1892), p. 259—278.
- E. von Oppolzer*, Artikel „Strahlenbrechung“ in *Valentiner*, Handwörterbuch, 3<sup>2</sup>, Breslau 1901, p. 548.
- A. Bemporad*, Artikel „Strahlenbrechung“ in *A. Winkelmann*, Handbuch der Physik, 2. Aufl., Band 6 (Optik), Leipzig 1906 (*Winkelmann, Handb. 6*), p. 503.
- S. Newcomb*, A compendium of spherical astronomy, Newyork 1906, chapter 8: „astronomical refraction“, p. 173—224.

c) Refraktionstabeln.

- Giov. Dom. Cassini*, Ephemerides novissimae motuum coelestium 1661—1666, additis ephemeridibus solis et tabulis refractionum, Mutinae 1662, p. 173. Abdruck bei *J. Cassini (le fils)*, Tables astronomiques du soleil, de la lune, des planètes, des étoiles fixes et des satellites de Jupiter et de Saturne, Paris 1740, table 74, p. 152, sowie bei *Bruhns*, Hist. Entw. (1861), p. 39.
- J. Newton*, Tabula refractionum siderum ad altitudines apparentes, Lond. Phil. Trans. 31 (1721), p. 169 [abr. 6, p. 519], Abdruck in *J. Newton*, Opera quae extant omnia, ed. *Sam. Horsley*, tomus 4, Londini 1782, p. 408, auch bei *J. B. Biot*<sup>23</sup>, p. 748.
- Tob. Mayer* (1770), vgl. Fußnote 44.
- J. Bradley*, Greenw. Obs. 1, London 1776, Einleitung, p. [15], erläutert p. V. Abdruck in *Bruhns*, Hist. Entw., p. 56.
- J. Ivory*, Lond. Phil. Trans. 1823, p. 491 ff. und 1838, p. 227 ff.
- F. W. Bessel*, Tabulae Regiomontanae reductionum observationum astronomicarum 1750—1850 computatae, Regiomonti Prussorum 1830, p. LIX et pag. 538—542.
- O. Struve*, Tabulae refractionum in usum speculae Pulcovensis congestae, Petropoli 1870 [hierzu *H. Gylden*, Poulkova Obs. 5 (1873)]; 2. Aufl. 1905.
- Th. Albrecht*, Formeln und Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmungen, 1. Aufl. Leipzig 1873, 3. Aufl. Leipzig 1894. Refraktionstafel 34 der 3. Auflage ist ein erweiterter Abdruck der *Besselschen* Tafeln.
- M. Kowalski*, Tables des réfractions, Kasan 1878.
- R. Radau*, Obs. de Paris Ann., mém. 19 (1889), p. G 61—G 80.
- L. de Ball*, Refraktionstabeln, Leipzig 1906.

II. Extinktion.

a) Spezialarbeiten.

- P. Bouguer*, Essai d'optique, sur la gradation de la lumière, Paris 1729 (*Bouguer*, Essai 1729).
- Traité d'optique sur la gradation de la lumière, Ouvrage postume, publié par l'abbé de *Lacaille*, Paris 1760 (*Bouguer*, Traité 1760).
- J. H. Lambert*, Photometria, sive de mensura et gradibus luminis, colorum et umbrae, Augustae Vindelicorum 1760. Deutsch herausgegeben mit Anmerkungen von *E. Anding* in 3 Heften, Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften Nr. 31—33, Leipzig 1892 (*Lambert*, Photometria 1760).
- P. S. de Laplace*, Traité de mécanique céleste 4, Paris 1805, seconde partie, livre 10, chapitre 3: De l'extinction de la lumière des astres dans l'atmosphère terrestre, et de l'atmosphère du soleil = Oeuvres 4, Paris 1880, p. 283 (*Laplace* 1805).
- J. D. Forbes*, On the transparency of the atmosphere and the law of extinction of the solar rays in passing through it, Lond. Phil. Trans. 1842, p. 225 (*Forbes* 1842).
- L. Seidel*, Untersuchungen über die gegenseitigen Helligkeiten der Fixsterne erster Größe, über die Extinktion des Lichtes in der Atmosphäre, über die Helligkeit der Sonne usw., München Abh. 6 (1852), p. 541.
- , Resultate photometrischer Messungen an 208 Fixsternen, Münch. Abh. 9 (1861—63), p. 419.

- J. Maurer**, Die Extinktion des Fixsternlichtes in der Atmosphäre in ihrer Beziehung zur astronomischen Refraktion, Diss. Zürich 1882 (*Maurer, Diss. 1882*).
- G. Müller**, Photometrische Untersuchungen, 2. Abschnitt: Untersuchungen über die Extinktion des Lichtes in der Atmosphäre, Publikationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam 3, Potsdam 1883, Abhdl. Nr. 12, p. 227 (*Müller 1883*).
- S. P. Langley**, On the amount of the atmospheric absorption, American Journal of Science (3) 28, New Haven 1884, p. 163 (*Langley, Amer. Journ. 1884*).
- Researches on solar heat and its absorption by the earth's atmosphere, a report of the Mount Whitney expedition, Professional papers of the Signal Service, United States War Department, Nr. 15, Washington 1884 (*Langley, Sign. Serv. 1884*).
- G. Müller**, Photometrische und spektroskopische Beobachtungen, angestellt auf dem Gipfel des Säntis, Publikationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam 8, Potsdam 1893, Abhdl. Nr. 27 (1891), p. 1 (*Müller 1891*).
- H. Seeliger**, Über die Extinktion des Lichtes in der Atmosphäre, Sitzungsberichte der Akad. d. Wiss. zu München, math.-physik. Klasse, 21 (1891), p. 247 (*Seeliger 1891*).
- F. Hausdorff**, Über die Absorption des Lichtes in der Atmosphäre, Leipzig Ber. 47 (1895), p. 401 (*Hausdorff, Extinkt., 1895*).
- G. Müller und P. Kempf**, Untersuchungen über die Absorption des Sternenlichtes in der Erdatmosphäre, angestellt auf dem Ätna und in Catania, Publikationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam 11, Potsdam 1898, Abhdl. Nr. 38, p. 209 (*Müller-Kempf 1898*).
- E. Oddone**, Sul coefficiente medio di trasparenza dell'aria per grandi visuali terrestri, Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere (2) 34 (1901), Milano 1901, p. 511 [mit weiteren Literaturnachweisen] (*Oddone 1901*).
- A. Bemporad**, Sulla teoria d'estinzione di *Bouguer*, Memorie della Società degli spettroscopisti italiani 30, Catania 1901, p. 217 (*Bemporad 1901*).
- Zur Theorie der Extinktion des Lichtes in der Erdatmosphäre, Mitteilungen der Großherzogl. Sternwarte zu Heidelberg, Astrometr. Institut, Heft 4, Karlsruhe 1904 (*Bemporad, Extinkt., Heidelb. Mitt. 4, 1904*).
- L'assorbimento selettivo dell'atmosfera terrestre sulla luce degli astri, Atti della R. Accademia dei Lincei, anno 301 (1904), 5. serie, Memorie della classe di scienze fisiche e naturali 5, Roma 1904/05, p. 233 (*Bemporad, Lincei 1905*).
- V. Cerulli**, Sull'integrale dell'estinzione, Memorie della Società degli spettroscopisti italiani 35, Catania 1906, p. 39 (*Cerulli 1906*).
- A. Bemporad**, Sopra un nuovo sviluppo singolarmente convergente per l'integrale della estinzione secondo la teoria di *Bouguer*, Atti dell'Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania, anno 83 (1906), serie 4<sup>a</sup>, 19, Catania 1906 (*Bemporad 1906*).
- e **L. Mendola**, L'assorbimento selettivo delle radiazioni calorifiche, Memorie della Società degli spettroscopisti italiani 36, Catania 1907, p. 165 (*Bemporad-Mendola 1907*).
- Nuova riduzione delle osservazioni pireliometriche di *K. Ångström* all'isola di Teneriffa, Atti dell'Accademia Gioenia di scienze naturali in Catania, anno 85 (1908), serie 5<sup>a</sup>, 1, Catania 1908, p. II, 1 (*Bemporad 1908*).

b) Kompendien.

*G. Müller*, Die Photometrie der Gestirne, Leipzig 1897, p. 110 (1. Abschnitt, Kap. 3): Die Extinktion des Lichtes in der Erdatmosphäre (*Müller, Photometrie*).

*A. Bemporad*, Artikel „Extinktion“ in *A. Winkelmann*, Handbuch der Physik, 2. Aufl., Band 6 (Optik), Leipzig 1906 (*Winkelmann, Handb. 6*), p. 538.

c) Extinktionstafeln.

*L. Seidel*, Münch. Abh. 6 (1852), p. 581 und p. 599.

— Münch. Abh. 9 (1861/63), p. 503 („Korrigierte Tafel“).

*G. Müller*, Publikationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam, 3, Potsdam 1883, 12. Stück, p. 268—269 nebst Tafel 39 (*Müller, Ext.-Tafel 1883*).

— Die Photometrie der Gestirne 1897 (siehe unter b), p. 515—516.

## Einleitung.

**I. Allgemeines über die Wirkungen der atmosphärischen Luft auf die Lichtstrahlen und ihre mathematische Darstellung.** Die Strahlen der Gestirne werden auf ihrem Wege durch die Erdatmosphäre in mannigfältiger Beziehung beeinflußt. Sie werden zunächst von ihrer ursprünglichen Richtung abgelenkt (*Refraktion*); ihre ursprüngliche Leuchtkraft wird abgeschwächt (*Extinktion*); ihre Färbung wird eine andere (*selektive Absorption*); ferner werden sie auch je nach ihrer Farbe verschieden gebrochen (*atmosphärische Dispersion*<sup>1)</sup>) und in allen Richtungen reflektiert (*Diffusion*); die rasch hintereinander folgenden Änderungen dieser Wirkungen geben uns endlich das Phänomen der *Szintillation*<sup>2)</sup>.

Nachfolgende Tabelle soll den Gang der Refraktion, Dispersion und Extinktion mit wachsender Zenitdistanz veranschaulichen. Sie ent-

1) Über Messungen der *atmosphärischen Dispersion* vgl. *P. Henry*, Paris C. R. 112 (1891), p. 377; *H. Seeliger*, München Ber. 21 (1891), p. 245/246; *H. Kayser* und *C. Runge*, Die Dispersion der atmosphärischen Luft (zitiert in Fußn. 9), sowie Annalen der Physik (3) 50, Leipzig 1893, p. 293—315. *H. Kayser*, Handbuch der Spektroskopie 1, Leipzig 1900, p. 360.

Über Messungen der *photographischen Refraktion* und den Einfluß der *atmosphärischen Dispersion auf Sternörter* vgl. p. 247, Fußnote 101 und 102.

2) Über *Szintillation* vgl. *K. Exner* im „Repertorium der Physik“, hrsg. v. *Ph. Carl* und *F. Exner*, 23, München/Leipzig 1887, p. 371 und 426, gesondert erschienen Wien 1891; *E. v. Oppolzer*, Wien Ber. 110 (1901), p. 1239; *K. Exner* und *W. Villiger*, Wien Ber. 111 (1902), p. 1265, und Wien Ber. 113 (1904), p. 1019, sowie den Artikel „*Szintillation*“ von *K. Exner* in *Winkelmann*, Handb. 6 (Optik), Leipzig 1906, p. 567.



hält zugleich die Änderungen  $dR$  der Refraktion mit Luftdruck und Lufttemperatur. Die *Extinktion* gibt den in Größenklassen ausgedrückten *Unterschied gegen die zenitale Helligkeit*.

### Refraktion, Dispersion und Extinktion.

Scheinbare Zenit- distanz	Mittlere Refraktion	Dispersion von $0,56 \mu$ bis $0,40 \mu$	$dR$		Mittlere Potsdamer visuelle Extinktion
			pro $1^\circ$ C.	pro $10^{\text{mm}}$ Luftdruck	
$0^\circ$	$0''$	$0''$	$-0''.0$	$+0''.0$	$0^{\text{m}}.00$
$3^\circ$	$3''$	$0''$	$-0''.0$	$+0''.0$	$0^{\text{m}}.00$
$15^\circ$	$16''$	$0''$	$-0''.1$	$+0''.2$	$0^{\text{m}}.00$
$50^\circ$	$1' 9''$	$1''$	$-0''.2$	$+0''.9$	$0^{\text{m}}.12$
$75^\circ$	$3' 32''$	$4''$	$-0''.8$	$+2''.8$	$0^{\text{m}}.66$
$85^\circ$	$9' 47''$	$11''$	$-2''.3$	$+7''.9$	$1^{\text{m}}.77$
$89^\circ$	$24' 25''$	$26''$			
$90^\circ$	$34' 54''$	$38''$			

Die empirische Bestimmung der Refraktion erfolgt durch Beobachtungen der Meridianhöhen von Zirkumpolarsternen in beiden Kulminationen<sup>1)</sup>.

Die Dispersion, d. h. der Unterschied der Refraktionen für die Wellenlängen  $0,56 \mu$  und  $0,40 \mu$ , ist nach *Kayser* und *Runge*<sup>1)</sup> gleich  $\frac{1}{56}$  der Refraktion gesetzt. Die photographische Extinktion ist erfahrungsgemäß<sup>3)</sup> ungefähr gleich dem Doppelten der visuellen Extinktion.

Die *theoretische Untersuchung* aller dieser Erscheinungen hängt in erster Linie von den optischen Eigenschaften der Luft (Nr. 2) und von der Konstitution der Atmosphäre (Nr. 3, 4) ab. Je nach der Art, wie die bezüglichen erfahrungsmäßigen Resultate mathematisch dargestellt werden, unterscheiden sich die verschiedenen Theorien voneinander. Während z. B. einige bei der Behandlung der Refraktions-theorie einen einfachen Ausdruck für die Dichtigkeit der Luft als Funktion der Höhe annehmen, wählen andere einen solchen für die Beziehung zwischen Temperatur und Höhe, andere wieder für die Beziehung zwischen Dichtigkeit und Temperatur oder zwischen Druck und Temperatur usw. (Nr. 5). Den *wesentlichen* Unterschieden zwischen den Theorien, welche mit der zu Grunde liegenden Hypothese verknüpft sind, treten andere mehr *formeller* Natur, wie die Art und

3) Betreffs Messungen der *photographischen Extinktion* vgl. *J. M. Schaeberle*, Contributions from the Lick Observatory Nr. 3, Sacramento 1893. *C. W. Wirtz*, Astr. Nachr. 154 (1901), p. 349.

Weise der analytischen Entwicklung, zur Seite. Für uns ist die Schilderung der Entwicklungsmethoden bei weitem nicht so wichtig wie die *Besprechung der verschiedenen Hypothesen*; es gibt nämlich eine Methode (die mechanische Quadratur<sup>4</sup>), welche bei allen Hypothesen gleich schnell zum Ziele, d. h. zur Kenntnis der theoretischen Refraktion führt. Wichtig ist jedoch zu untersuchen, inwieweit die analytischen Entwicklungen vollkommen und konsequent durchgeführt sind, da man nur bei einer *strengen Behandlung* die verschiedenen *Hypothesen* auf Grund der Refraktionsbeobachtungen selbst *prüfen* kann.

## I. Physikalische Erfahrungstatsachen.

**2. Abhängigkeit des Brechungsindex, bzw. der Absorptionskonstante von der Luftdichtigkeit.** Die Größen, welche den Einfluß der Atmosphäre auf die Fortpflanzung des Lichts durch dieselbe bestimmen, sind der *Brechungsindex*  $\mu$  und der *Absorptionskoeffizient*  $k$  der Luft. Beide Größen hängen von der Dichte der Luft ab. Die *Luftdichte*  $\delta$  ist aber eine Funktion der Höhe, daher ändert sich auch die brechende bzw. absorbierende Wirkung der Atmosphäre längs der Trajektorie der Lichtstrahlen. Um diese Änderung zu verfolgen, hat also jede Refraktions- oder Extinktionstheorie sich vor allem mit dem *Zusammenhang zwischen*  $\mu$ , bzw.  $k$  und  $\delta$  zu beschäftigen.

### a) Beziehung zwischen $\mu$ und $\delta$ .

Man hat für die Beziehung zwischen dem Brechungsindex  $\mu$  und der Dichte  $\delta$  folgende drei Formeln vorgeschlagen:

$$(1) \quad \mu^2 - 1 = 2c\delta, \quad \mu - 1 = c'\delta, \quad \frac{\mu^2 - 1}{\mu^2 + 2} = c''\delta,$$

worin  $c$ , bzw.  $c'$ ,  $c''$  eine spezifische Konstante für jeden Körper bedeutet und die Bezeichnung „spezifische Refraktion“ (*Brühl*) erhalten hat. Die erste schon von *Newton* aufgestellte, von *Laplace* auf Grund der Emissionstheorie des Lichtes theoretisch abgeleitete Formel ist in der Refraktionstheorie fast ausschließlich gebraucht worden<sup>5</sup>). Die zweite Formel entbehrt einer strengen theoretischen Grundlage, wurde aber bei einer großen Anzahl von Flüssigkeiten durch *Dale* und *Gladstone*, *Landolt*, *Wüllner* u. a., auch bei den Gasen durch *Beer*, *Lang*, *Mascart* u. a. geprüft und sehr genau gefunden. Die dritte

4) Vgl. I D 2 (*Bauschinger*), Nr. 8.

5) *H. Bruns* (1891) und *F. Hausdorff* (1891) bei ihren Untersuchungen über die astronomische Refraktion, *J. Maurer* (1882) und *F. Hausdorff* (1895) bei ihren Extinktionstheorien machen von der zweiten Formel (1) Gebrauch.

von *L. Lorenz* und *H. A. Lorentz*<sup>6)</sup> abgeleitete Formel ist zwar theoretisch und praktisch die beste, doch würde sie bei den Theorien der astronomischen Refraktion und der Extinktion zu äußerst komplizierten Entwicklungen führen. Nun ist aber für die Luft (im allgemeinen für die Gase)  $\mu - 1$  so klein, daß die drei oben aufgeführten Formeln praktisch mit der einzigen

$$(2) \quad \mu - 1 = c' \delta$$

zusammenfallen. Man wird also bei den Theorien der Refraktion und der Extinktion die analytisch vorteilhaftere Formel wählen dürfen, und dann fällt die Entscheidung bei der gewöhnlichen Behandlungsart zugunsten der ersten Formel. Der numerische Wert von  $c$  kann hierbei *physikalisch* oder *astronomisch* bestimmt werden. Hier folgen einige wichtigere Bestimmungen (Einheit für  $\delta$  die normale Dichtigkeit der Luft bei 0° und 760 mm):

<i>Biot</i> und <i>Arago</i> (physikalisch) . . . . .	$2c = 0,0005888$
<i>Bessel</i> (aus eigenen und <i>Argelanders</i> Beobachtungen)	$2c = 5864$
<i>Bauschinger</i> (aus eigenen Beobachtungen, München 1891—1893) . . . . .	$2c = 5830$
<i>Courvoisier</i> (aus eigenen Beobachtungen, Heidelberg 1900—1903) . . . . .	$2c = 5836$

b) Beziehung zwischen  $k$  und  $\delta$ .

Was den Absorptionskoeffizienten  $k$  angeht, so wird er definiert durch die Beziehung: durchgelassene Lichtmenge  $J$  steht zur einfallenden  $J^*$  in dem Verhältnis:

$$(3) \quad J = e^{-k\sigma} J^*,$$

worin  $\sigma$  die durchlaufene Wegstrecke (in einem homogenen Mittel) bedeutet.

Zur Ableitung einer Beziehung zwischen Absorptionskonstante  $k$  und Dichtigkeit  $\delta$  wurden zunächst von *Beer* Versuche an Lösungen von verschiedener Konzentration, später von anderen an Gasen unter verschiedenen Drucken angestellt. Die seit *Beer* gebräuchlichste Beziehung, nach welcher die Absorptionskonstante einfach der Dichte, bzw. der Konzentration, proportional sein sollte, das sogenannte **Beersche Gesetz**

$$(4) \quad k = C\delta$$

6) *H. A. Lorentz*, Annalen der Physik und Chemie, Neue Folge 9, Leipzig 1880, p. 641; *L. Lorenz*, Annalen der Physik und Chemie, Neue Folge 11, Leipzig 1880, p. 70. Vgl. den Artikel V 14 (*Lorentz*), Nr. 47.

( $C$  = spezifische Absorption) ist nach *Kayser*<sup>7)</sup> „außerordentlich häufig geprüft und ebenso oft als richtig wie als falsch gefunden“. Das liegt daran, daß das *Beersche* Gesetz Unveränderlichkeit der absorbierenden Molekeln voraussetzt, welche aber sehr oft bei veränderter Konzentration (Dichte) nicht vorhanden ist. Dieser Einwand dürfte für die Atmosphäre wegen ihrer geringen Dichte nicht in Betracht kommen. Doch ist zu beachten, daß das Gesetz nur für monochromatisches Licht streng gelten kann, da die spezifische Absorption für verschiedene Wellenlängen im allgemeinen sehr verschiedene Werte hat<sup>8)</sup>. *Die Extinktionstheorie ist daher zunächst immer für ein bestimmtes monochromatisches Licht zu entwickeln.*

Auch die spezifische Refraktion  $c$  der atmosphärischen Luft hängt, obwohl in viel geringerem Maßstabe als die spezifische Absorption  $C$ , von der Wellenlänge ab. Nach *Kayser* und *Runge*<sup>9)</sup> gehen die Werte von  $\mu$  für den sichtbaren Teil des Spektrums von 1,000290 bis 1,000300. Dies hat zur Folge, daß die Bilder der Gestirne in der Nähe des Horizonts keine scharfen Punkte oder Kreise, sondern unreine Spektren einer gewissen Länge sind (die atmosphärische *Dispersion*<sup>1)</sup>, vgl. die Tabelle auf p. 293). Streng genommen muß also auch bei der Refraktionstheorie ein bestimmtes monochromatisches Licht vorausgesetzt werden. Man wählt hierfür zweckmäßig die Strahlung der hellsten Gegend des Spektrums ( $\lambda = 570 \mu\mu$  bei visuellen,  $430 \mu\mu$  bei photographischen Beobachtungen).

Man könnte vermuten, daß auch die *Temperatur* an und für sich die spezifische Refraktion und Absorption der Luft beeinflusste, wie dies sicherlich bei manchem Körper stattfindet<sup>10)</sup>. Doch ist ein solcher Einfluß der Temperatur auf die spezifische Refraktion der Gase sehr unwahrscheinlich<sup>11)</sup>. Es fehlen aber diesbezügliche Experimente.

7) Vgl. *Winkelmann*, Handb. 6, p. 741.

8) Während rote Strahlen beim Durchgang durch die ganze Atmosphäre nur wenige Prozent ihrer Intensität verlieren (vgl. *Müller*, Photometrie, p. 140), genügen wenige Zentimeter Luft, um die Strahlen von Wellenlängen unter  $157 \mu\mu$  vollständig zu absorbieren, vgl. *H. Kayser*s Artikel: „Spektralanalyse“ in *Winkelmann*, Handb. 6, p. 737. Wenn umgekehrt z. B. *Müller* und *Kempf* in  $80^\circ$  Zenitdistanz die (visuelle) Extinktion für den roten Stern  $\alpha$  Tauri um 0.22 Größenklassen größer finden, als für den weißen Stern  $\alpha$  Cygni, so liegt das an *physiologischen Ursachen im Auge (Purkinje-Phänomen)*, vgl. *Müller* 1883, p. 274.

9) *H. Kayser* und *C. Runge*, Die Dispersion der atmosphärischen Luft, Berlin Ber. 1893, p. 153, ausführlicher Berlin Abh. 1893.

10) *C. Pulfrich* hat zuerst eingehender nachgewiesen, daß der Brechungsindex von amorphem Quarz sich bei einer Temperaturerhöhung sehr beträchtlich ändert: *C. Pulfrich*, Annalen der Physik und Chemie 34 (1888), p. 332.

11) Vgl. *Winkelmann*, Handb. 6, p. 642.

Die optischen Eigenschaften der atmosphärischen Luft hängen ferner von ihrer tatsächlichen *Zusammensetzung* ab. Das Vorhandensein von *Wasserdampf* und von *Staub* in verschiedenen Mengen ändert ganz wesentlich, qualitativ und quantitativ, die spezifische Absorption, nicht so sehr dagegen die Refraktion. Nach *H. L. Fizeau*<sup>12)</sup> und *J. C. Jamin*<sup>13)</sup> ist der Brechungsindex der feuchten Luft nur wenig geringer als der der trocknen. *E. v. Oppolzer*<sup>14)</sup> hat darauf aufmerksam gemacht, daß man streng genommen auch die Änderung des *Mischungsverhältnisses von Sauer- und Stickstoff* mit der Höhe in Rechnung ziehen sollte.

### 3. Beziehungen zwischen Dichtigkeit, Temperatur, Luftdruck und Höhe über dem Meeresniveau.

a) Eine erste Beziehung gibt das

#### Gesetz von Mariotte-Gay-Lussac:

$$(5) \quad p = \delta(1 + mt),$$

worin  $p$  der Luftdruck (Einheit der Druck von 760 mm bei 0° C. unter 45° Breite, am Meeresniveau),  $\delta$  die Luftdichtigkeit (Einheit die normale der trocknen Luft bei 760 mm und 0°),  $t$  die Temperatur in Celsiusgraden,  $m = \frac{1}{273}$  den Ausdehnungskoeffizienten der Luft bedeutet.

Bei feuchter Luft, wenn  $\pi$  die Spannung des Wasserdampfes bedeutet, tritt nach *Radau* an Stelle von (5) die Beziehung

$$p - \frac{3}{8}\pi = \delta(1 + mt). \quad (5a)$$

Für die Berechnung der Refraktion ist indessen diese Verbesserung fast bedeutungslos; nur bei den neuesten *Radauschen* und *de Ballschen* Tafeln<sup>15)</sup> wird hierauf Rücksicht genommen.

b) Bedingung des aerostatischen Gleichgewichts.

Setzt man weiter voraus, daß die Atmosphäre sich im *mechanischen Gleichgewicht* befindet, so daß an den (sphärischen) Flächen gleicher Dichtigkeit auch gleicher Druck herrscht, so liefert diese

12) Vgl. *H. L. Fizeaus* Brief (1852) an *F. Arago*, aus *Aragos* Nachlaß mitgeteilt in *F. Arago*, *Oeuvres complètes* 11, Paris-Leipzig 1859, p. 724—732, insbesondere Tabelle p. 731.

13) *J. C. Jamin*, *Annales de chimie et de physique* (3) 52, Paris 1858, p. 188. Siehe hierüber auch die p. 289 zitierte Arbeit: *De Ball* 1907.

14) *E. v. Oppolzer*, *Astr. Nachr.* 135 (1894), p. 159.

15) *R. Radau*, *Obs. de Paris Ann.*, mém. 19 (1889), p. G 3 und *L. de Ball*, *Refraktionstafeln*, Leipzig 1906.

Bedingung folgende Differentialgleichung zwischen  $p$ ,  $\delta$  und  $h$  (Höhe in km über dem Meeresniveau). Das Inkrement  $dp$  des Druckes beim Übergang von der Höhe  $h$  zur Höhe  $h + dh$  ist, vom Vorzeichen abgesehen, gleich dem Gewicht der bezüglichen Luftsäule der Höhe  $dh$  (Querschnitt = 1). Dieses wird durch

$$dG = g \left( \frac{a}{a+h} \right)^2 \rho dh$$

in Grammen gegeben, wenn man durch  $g$  die Schwerkraft im Beobachtungsorte, durch  $a$  den Erdradius (bei Beobachtungen im Meridian strenger den meridionalen Hauptkrümmungsradius des Erdellipsoids für den Beobachtungsort, dessen Höhe  $\chi$  mit inbegriffen), durch  $\rho$  die Dichtigkeit der Luft in Verhältnis zu der des Wassers bezeichnet. Hierbei vernachlässigt man die — in der Tat praktisch verschwindende — Anziehung der Luftschicht der Höhe  $h$  über dem Beobachtungsorte. Setzt man also obigen Ausdruck von  $dG$  dem Gewicht einer Quecksilbersäule der Höhe  $-dp \times 0,00076$  km (da wir oben als Einheit für  $p$  den normalen Druck von 760 mm und als Einheit für  $h$  das km angenommen haben) gleich, so folgt die gewünschte Gleichgewichtsgleichung

$$dp \times 0,00076 \times g_0 \eta_0 = -g \left( \frac{a}{a+h} \right)^2 \rho dh,$$

worin  $g_0$  die Schwerkraft bei 45° Breite am Meeresniveau und  $\eta_0$  die Dichte des Quecksilbers bedeutet. Stellt  $\rho_0$  die normale Dichte der Luft (bei 0° und 760 mm) dar, so hat man nach den obigen Bezeichnungen

$$\rho = \rho_0 \delta,$$

und damit die **Bedingung des aerostatischen Gleichgewichts:**

$$(6) \quad l dp = - \left( \frac{a}{a+h} \right)^2 \delta dh,$$

wobei zur Abkürzung:

$$(6a) \quad l = 0,00076 \frac{\eta_0 g_0}{\rho_0 g}$$

gesetzt wurde. •Die konstanten Größen  $a = a_0 + \chi$  und  $l$ , welche in der Gleichgewichtsbedingung (6) auftreten, hängen beide von der geographischen Lage (Breite  $\varphi$  und Höhe  $\chi$ ) des Beobachtungsortes ab. Nach *Helmert*<sup>16)</sup> ist nämlich (unter Vernachlässigung der Anziehung der Luftschicht zwischen dem Meeresniveau und der Höhe  $\chi$ )

$$(7) \quad g = 9,7800 (1 + 0,005310 \sin^2 \varphi) \frac{a_0^2}{(a_0 + \chi)^2},$$

16) *Helmert*, Geodäsie 2 (1884), p. 579.

während man für  $a_0 = a - \chi$  (meridionaler Hauptkrümmungsradius des Erdellipsoids bei der Breite  $\varphi$ ) nach *Bessel*

$$(8) \quad a_0 = \frac{6356,06 \text{ km}}{1 - 0,0066744 \sin^2 \varphi}$$

zu setzen hat. Bei 45° Breite im Meeresniveau und mit den bekannten Werten

$$\eta_0 = 13,596, \quad \rho_0 = 0,001292607$$

erhält man

$$l = 7,9939 \text{ km}, \quad a_0 = 6377,36 \text{ km}.$$

Ersteres ist die sog. „Höhe der homogenen Atmosphäre“, nämlich einer Atmosphäre, welche überall die normale Dichte  $\rho_0$  der Luft am Meeresniveau besitzt und denselben Druck wie die wirkliche Atmosphäre ausübt.

#### c) Temperaturmessungen.

Die zwei Gleichungen (5) und (6) reichen nicht aus, um für die verschiedenen Höhen den Wert der drei unbekanntenen Größen  $p$ ,  $\delta$ ,  $t$  aus den bekannten Werten derselben an der Erdoberfläche auszurechnen. Hierzu ist eine dritte Beziehung erforderlich, welche man am einfachsten aus den experimentellen Untersuchungen über das Verhalten der Temperatur in der Höhe gewinnt.

**4. Temperaturänderung mit der Höhe. Beobachtungsergebnisse.** Man besitzt zur Zeit drei ausgezeichnete Beobachtungsreihen über die Temperaturabnahme mit der Höhe, und zwar

a) bis zur Höhe von 8 km die Ergebnisse der Luftfahrten des Berliner Vereins für wissenschaftliche Luftschiffahrt, bearbeitet von *Aßmann* und *Berson*<sup>17)</sup>;

b) bis zur Höhe von 10 km die der internationalen Ballonfahrten, bearbeitet von *Hann*<sup>18)</sup>;

c) bis zur Höhe von 14 km die von *Teisserenc de Bort* bearbeiteten Ergebnisse der Ballons-sondes-Aufstiege<sup>19)</sup>.

Da in den ersten 8, bzw. 10 km alle drei Beobachtungsreihen fast vollkommen übereinstimmen, wird es genügen, um eine Orien-

17) Wissenschaftliche Luftfahrten, bearb. von *R. Aßmann* und *Berson* (3 Bde., Braunschweig 1899 und 1900), Bd. 3.

18) *J. Hann*, Über die Temperaturabnahme mit der Höhe bis zu 10 km Höhe nach den Ergebnissen der internationalen Ballonaufstiege, Wien Ber. 113 (1904), p. 571.

19) *L. Teisserenc de Bort*, Paris C. R. 138 (1904), p. 42.

tierung über das Verhalten der Temperatur als Funktion der Höhe zu bekommen, einen Auszug aus der letzteren ausgedehnteren Reihe zu geben.

### Temperaturabnahme mit der Höhe $h$ über dem Boden.

Nach den Ergebnissen von *Teisserenc de Bort*<sup>19)</sup> aus 141 Ballonaufstiegen, bei welchen die Höhe von 14 km erreicht wurde.

Die erste Zeile gibt die Bodentemperatur  $t_0$ , die übrigen geben  $t_h - t_0$ .

Höhe $h$ in km	Winter	Frühling	Sommer	Herbst	Jahr
0	+1°,9	+5°,1	+13°,0	+7°,5	+6°,9
1	- 2,1	- 2,7	- 1,2	- 1,4	- 1,8
2	- 3,3	- 7,2	- 5,7	- 5,3	- 5,4
3	- 7,9	-11,5	-10,9	- 9,2	- 9,9
4	-12,8	-17,3	-15,7	-14,0	-15,0
5	-18,9	-23,6	-21,3	-19,9	-20,9
6	-25,6	-30,3	-27,8	-26,2	-27,5
7	-33,4	-37,1	-34,7	-33,3	-34,6
8	-40,9	-44,1	-42,3	-41,0	-42,1
9	-48,8	-51,8	-51,0	-48,9	-50,1
10	-55,9	-57,8	-58,3	-55,8	-57,0
11	-59,8	-58,7	-63,3	-61,9	-60,9
12	-59,8	-58,2	-66,0	-64,6	-62,1
13	-58,8	-57,3	-64,5	-64,6	-61,4
14	-57,4	-57,6	-64,3	-64,6	-61,0

Hiernach wächst der Temperaturgradient pro km von dem mäßigen Mittelwert  $-1^{\circ},8$  an der Erdoberfläche bis zum sehr starken, fast adiabatischen Gradienten  $-8^{\circ}$  in der Höhe von 8 km, nimmt dann aber fast plötzlich über 10 km ab, so daß bis 14 km eine *Umkehrungs- oder wenigstens isotherme Zone* herrscht. Die neuesten Aufstiege von Ballons-sondes deuten sogar eine Erstreckung dieser Umkehrung bis in noch größere Höhe (bis zu 20 km) an. Daß tatsächlich irgendwo eine Abnahme des Temperaturgradienten eintreten muß, folgt schon daraus, daß auch eine mittlere Temperaturabnahme von nur  $5^{\circ}$  pro km den absoluten Nullpunkt ( $-273^{\circ}$ ) und hiermit die Grenze der Atmosphäre bereits in 55—60 km Höhe bringen würde, während die Atmosphäre sicherlich weit höher reicht. Für die Berechnung der Refraktion würde man daher zweckmäßig für die Temperatur der Luft bis 10 km Höhe die schon ziemlich gesicherten Beobachtungsergebnisse verwenden, darüber hinaus aber den Temperaturgradienten  $-2^{\circ}$  oder  $-1^{\circ}$  pro km, welches einer Höhe der gesamten Atmosphäre von 120 bzw. 230 km entspricht.

Aus obiger Tabelle erhellt ferner ein *jahreszeitlicher Unterschied* im Verhalten der Temperatur zwischen dem Frühling-Sommer-Halbjahr und dem Herbst-Winter-Halbjahr, indem bis zu 10 km Höhe



die Temperaturabnahme im ersten Halbjahr bedeutend stärker als die im zweiten ist. Nicht geringer sind nach *Hann* die von der *Wetterlage* abhängigen Unterschiede; bis 5 km findet er nämlich in Hochdruckgebieten eine Temperaturabnahme von  $-20^{\circ}$ , in Niederdruckgebieten aber eine solche von  $-26^{\circ},5$ . Da nun für die Refraktions-*theorie* die Temperaturverhältnisse in den ersten km gerade von besonderer Wichtigkeit sind, so wird man als vollkommene Theorien nur diejenigen anerkennen, bei welchen die Berücksichtigung der eben erwähnten meteorologischen Tatsachen leicht möglich ist. In dieser Beziehung ist bis jetzt die *Radausche* Bearbeitung der Refraktion<sup>15)</sup> allen anderen vorzuziehen.

## II. Physikalische Hypothesen.

**5. Kritische Besprechung der Hypothesen über die Konstitution der Atmosphäre.** Jede bestimmte Hypothese über den Zusammenhang zwischen zwei der vier veränderlichen Größen  $t, p, \delta, h$  führt mit den Gleichungen (5) und (6) und den Grenzbedingungen

$$(9) \quad t = t_0 \quad p = 1 \quad \text{bei} \quad h = 0, \\ p = 0 \quad \text{bei} \quad h = H \quad (\text{Höhe der gesamten Atmosphäre}),$$

zur vollständigen Kenntnis der *theoretischen* Werte der Temperatur in den verschiedenen Höhen. Man kann also gleich auf Grund der eben (Nr. 4) erwähnten Beobachtungsergebnisse den relativen Wert der verschiedenen Hypothesen prüfen, bevor man dieselben zur Darstellung der Refraktion anwendet.

a) *Cassini*. Nimmt man zunächst mit *Cassini*<sup>20)</sup> (1662) die *Luftdichtigkeit als konstant*, also

$$\delta = 1$$

an, vernachlässigt man außerdem die Veränderung der Schwerkraft, also den Faktor  $\left(\frac{a}{a+h}\right)^2$  in der Gleichgewichtsbedingung (6), dann erhält man sofort durch Integration in Rücksicht auf die Grenzbedingungen (9):

$$(10) \quad p = \frac{1}{l}(H-h),$$

$$(11) \quad H = l = 7,994 \text{ km},$$

$$(12) \quad t - t_0 = -\frac{273^{\circ}}{l}h = -34^{\circ} \cdot h.$$

20) *Giov. Dom. Cassini*, Ephemerides novissimae motuum coelestium 1661 bis 1666, additis ephemeridibus solis et tabulis refractionum, Mutinae 1662. Vgl. p. 290 sowie Fußn. 43, auch *Wolf*, Handb. 2, p. 263.

Bei den gemachten Hypothesen (konstante Dichtigkeit und Schwerkraft) würden also der Luftdruck und die *Lufttemperatur linear mit der Höhe abnehmen*. Die Höhe der Atmosphäre würde aber *nur 8 km* betragen, der *Temperaturgradient* dagegen den riesigen Betrag  $-34^{\circ}$  *pro km* erreichen, während der höchste mögliche (adiabatische) ein Gradient von  $9^{\circ},9$  *pro km* ist. Unter Beibehaltung des Faktors  $\left(\frac{a}{a+h}\right)^2$  in (6) würde man praktisch denselben Druck- und Temperaturverlauf erhalten, also immer noch in schroffem Widerspruch mit den Beobachtungsergebnissen über die Konstitution der Atmosphäre bleiben.

b) **Tobias Mayer**. Die *Mayersche Refraktionsformel* (Nr. 8)<sup>21)</sup>, auf welche sich die *Bouguer-, Simpson- und Bradleyschen Formeln* reduzieren lassen, gründet sich auf die Hypothese einer *linearen Abnahme der Dichtigkeit*, setzt also eine Beziehung der Form

$$(13) \quad \delta = 1 - \frac{h}{K}$$

voraus. Die Höhe  $K$ , bei welcher die Dichtigkeit verschwindet, muß nicht als die Höhe  $H$  der gesamten Atmosphäre aufgefaßt werden, da man für die Grenze der Atmosphäre eine Dichtigkeit  $\delta_H > 0$  annehmen kann; es soll also nur

$$K \geq H$$

sein. Unter Vernachlässigung der Veränderung der Schwerkraft erhält man zunächst aus (6) mit den Bedingungen (9)

$$(14) \quad p = 1 - \frac{1}{l} \left( h - \frac{h^2}{2K} \right),$$

$$(15) \quad 0 = 1 - \frac{1}{l} \left( H - \frac{H^2}{2K} \right),$$

endlich aus (5)

$$(16) \quad t = - \frac{273^{\circ}}{2l} h \cdot \frac{2(K-l) - h}{K-h}.$$

Bei  $K = H = 2l = 16$  km, wenn man also die Dichtigkeit an der Grenze der Atmosphäre als verschwindend klein annimmt, folgt

$$t = - 17^{\circ},08 \cdot h,$$

also wiederum eine *gleichförmige Temperaturabnahme*, welche aber mindestens *dreimal so stark als die beobachtete* ist. Nimmt man ferner  $K = nH$  (worin  $n \geq 1$ ) an, dann folgt aus (15)

$$H = \frac{2n}{2n-1} \cdot l,$$

21) Vgl. Fußnote 44.

also eine noch kleinere Höhe für die Atmosphäre und, wie aus (16) sofort ersichtlich, eine noch stärkere Temperaturabnahme mit der Höhe.

Bei strengerer Berücksichtigung der Gleichung (6) würde man wieder praktisch dasselbe Temperaturgesetz erhalten.

c) **Newton.** Im Gegensatz zu den eben besprochenen Hypothesen, welche eine zu starke Temperaturabnahme mit der Höhe ergeben, steht die *Newtonsche Hypothese*<sup>22)</sup> einer *konstanten Temperatur*. Führt man diese Annahme, welche durch

$$t = 0$$

ausgedrückt werden kann, in (5) und (6) ein und verwendet die „reduzierte Höhe“

$$(17) \quad s = \frac{h}{a+h},$$

so folgt für die Dichteverteilung ein *Exponentialgesetz*:

$$(18) \quad p = \delta = e^{-\frac{a}{i}s}.$$

Als *Höhe der gesamten Atmosphäre* ergibt sich hier, auch im Gegensatz zu den obigen Hypothesen, welche zu kleine Höhen ergaben, ein *unendlicher Wert*.

d) **Laplace.** Aus der Tatsache, daß die beobachteten Werte der astronomischen Refraktion zwischen denjenigen liegen, welche die *Mayersche* bzw. die *Newtonsche* Formel ergeben, schloß *Laplace*<sup>23)</sup>, daß eine bessere Darstellung der Refraktion durch eine *Verbindung des arithmetischen und des geometrischen Gesetzes für die Abnahme der Luftdichtigkeit* zu erreichen sei. So wurde er zum Ausdruck

$$(19) \quad \frac{\delta}{\delta_0} = \left(1 + f \frac{u}{k}\right) e^{-\frac{u}{k}}$$

geführt, worin  $\delta_0$  den Wert der Luftdichte an der Erdoberfläche,  $f$  und  $k$  konstante Größen,  $u$  aber die neue Variable

$$(20) \quad u = s - \alpha \left(1 - \frac{\delta}{\delta_0}\right)$$

bezeichnet. Hierbei bedeutet  $\alpha$  die sogenannte *Refraktionskonstante*

22) Über *J. Newtons* Refraktionstafel vgl. *J. B. Biot*, Analyse des tables de réfraction construites par *Newton*, avec l'indication des procédés numériques par lesquels il a pu les calculer, Journal des Savants, année 1836, Paris 1836, p. 735. Ferner *Wolf*, Handb. 2, p. 267. Siehe auch p. 290.

23) *P. S. de Laplace*, Traité de mécanique céleste 4, Paris 1805, seconde partie, livre 10, chapitre 1: Des réfractions astronomiques = Oeuvres 4, Paris 1880, p. 233 ff., insbesondere § 7, p. 263.

(Nr. 7), welche sehr nahe dem Überschuß des Brechungsindex  $\mu$  der Luft über die Einheit gleich ist. Nach *Bessel* (*Fundamenta astronomiae*) ist

$$(21) \quad \alpha = 0,00029243 \quad (\text{bei } 0^\circ \text{ und } 760 \text{ mm}).$$

Der Zusammenhang der Dichtigkeit  $\delta$  mit der Höhe  $h = \frac{as}{1-s}$  ist also bei *Laplace* keineswegs einfach, und die Beziehung (19) hat tatsächlich mehr die möglichste Vereinfachung der analytischen Behandlung des Refraktionsintegrals (Nr. 7), als die Darstellung der tatsächlichen Verhältnisse der Atmosphäre im Auge. Trotzdem hat die *Laplacesche* Hypothese einen höheren physikalischen Wert, als die vorherigen Annahmen.

Dividiert man die Gleichung (6) durch

$$p_0 = \delta_0(1 + mt_0)$$

(Gleichung von *Mariotte-Gay-Lussac* für die Erdoberfläche) und setzt man der Kürze wegen

$$(22) \quad l(1 + mt_0) = l_0,$$

$$(22a) \quad x = \frac{\delta}{\delta_0} \quad (\text{„relative Dichtigkeit“}),$$

so erhält man

$$(23) \quad l_0 \frac{dp}{p_0} = -axds.$$

Nach Gl. (20) ist aber

$$ds = du - \alpha dx,$$

also

$$\frac{dp}{p_0} = \frac{\alpha\alpha}{l_0} x dx - \frac{\alpha}{l_0} x du,$$

woraus durch Integration zwischen den Grenzen

$$p = 0 \quad (\text{Grenze der Atmosphäre})$$

und

$$p = p \quad (\text{laufende Höhe})$$

folgt

$$(24) \quad \frac{p}{p_0} = \frac{\alpha\alpha}{2l_0} x^2 + \frac{\alpha k}{l_0} x + \frac{fak}{l_0} e^{-\frac{u}{k}} + c,$$

worin  $c$  die Integrationskonstante bedeutet. Zwischen den Konstanten  $k, f, c$  bestehen zwei Gleichungen, den Grenzbedingungen (9) entsprechend, und zwar

$$(25) \quad \begin{cases} 1 = \frac{\alpha\alpha}{2l_0} + \frac{\alpha k}{l_0} + \frac{fak}{l_0} + c, \\ 0 = \frac{\alpha\alpha}{2l_0} \xi^2 + \frac{\alpha k}{l_0} \xi + \frac{fak}{l_0} e^{-\frac{U}{k}} + c. \end{cases}$$

Hierbei bedeuten  $U$  und  $\xi$  die Grenzwerte der Variablen  $U$ , bzw. der Dichtigkeit  $x$ , welche letztere sich mit der Höhe einem von Null verschiedenen Grenzwert nähert; indessen findet man bei dem von *Laplace* angenommenen Wert der Konstanten  $k$

$$(26) \quad k = \frac{1}{1342}$$

bereits in einer Höhe von 64 km (wo  $s$  und  $u$  sehr nahe = 0,01 sind)

$$e^{-\frac{u}{k}} = e^{-13,42} = 0,0000015.$$

Die Luftdichtigkeit ist also bei dieser Höhe schon sehr klein und kann an der Grenze der Atmosphäre *praktisch* gleich null gesetzt werden. Damit folgt sogleich aus (24) und (25)

$$(27) \quad \left. \begin{aligned} \frac{p}{p_0} &= \frac{a\alpha}{2l_0}x^2 + \frac{ak}{l_0}x + \frac{fak}{l_0}e^{-\frac{u}{k}}, \\ 1 &= \frac{a\alpha}{2l_0} + \frac{ak}{l_0} + \frac{fak}{l_0}. \end{aligned} \right\}$$

Bei den normalen Werten von  $a$ ,  $l_0$ ,  $\alpha$  und  $k$  (s. Nr. 3 und Formel (21) und (26)) folgt aus letzterer Gleichung

$$f = 0,495.$$

Dann ist man imstande, aus den Gleichungen (19), (20) und (27) die Werte von  $x$ ,  $s$  und  $p$  bei verschiedenen Werten von  $u$ , und hiermit auch die Werte der Temperatur

$$t = -273^{\circ} \cdot \left( \frac{p}{\delta} - 1 \right)$$

(s. Gl. (5)) für die verschiedenen Höhen  $h = \frac{as}{1-s}$  auszurechnen. Man findet:

$u$	$x = \delta : \delta_0$	$s$	$p : p_0$	$h$	$t$
0,0000	1,0000	0,000000	1,0000	0,0 km	0, <sup>00</sup>
0,0002	0,8662	0,000239	0,8233	1,5	-13,5
0,0004	0,7400	0,000476	0,6728	3,0	-24,8
0,0006	0,6252	0,000710	0,5467	4,5	-34,2
0,0008	0,5234	0,000939	0,4422	6,0	-42,3
0,0010	0,4349	0,001165	0,3565	7,4	-49,2
0,0012	0,3591	0,001388	0,2866	8,9	-55,1
0,0014	0,2949	0,001606	0,2299	10,3	-60,1

Die Temperaturabnahme bei der *Laplaceschen* Hypothese geht also zunächst sehr rasch, fast adiabatisch<sup>24)</sup>, vor sich, wird aber mit

24) Bei genauerer Berechnung des Differentialquotienten der Temperatur nach der Höhe findet man, daß an der Erdoberfläche selbst der Temperatur-

der Höhe immer kleiner, so daß im 8<sup>ten</sup> km nur noch ein Temperaturgradient von 4° übrig bleibt. Das sind im Großen und Ganzen gut annehmbare Werte für den Temperaturgradienten, viel bessere jedenfalls, als bei den vorherigen und auch bei mancher späteren Hypothese. Leider ist der Gang des Temperaturgradienten gerade dem beobachteten entgegengesetzt, da die neuesten Ballonaufstiege mäßige Werte bei der Erdoberfläche und ein Maximum bei 8 km Höhe ergeben. Als Grenzwert der Temperatur an der oberen Grenze der Atmosphäre erhält man übrigens bei der *Laplaceschen* Hypothese nicht den absoluten Nullpunkt ( $-273^{\circ}$ ), sondern

$$t = -273^{\circ} \left( 1 - \frac{ak}{l_0} - \frac{fak}{l_0} \frac{1}{1 + \frac{f}{k}(1-\alpha)} \right) = -111^{\circ}.$$

e) **Kramp** und **Bessel**. Die *Krampsche* Refraktionstheorie<sup>25)</sup>, welche für die *Besselsche* vorbildlich gewesen ist, geht aus von der Fundamentalthypothese einer *exponentialen Temperaturabnahme*, nämlich

$$(28) \quad (\text{spezifische Elastizität}) = \frac{1 + mt}{1 + mt_0} = e^{-\frac{a}{g}s},$$

worin  $m$ ,  $a$ ,  $s$  die schon p. 297, 298, 303 erwähnte Bedeutung haben,  $g$  aber eine empirische Konstante ist. Für diese nahm *Bessel*, nach den *Bradleyschen* Meridianbeobachtungen, den Wert 228 an, so daß  $\frac{a}{g} = \frac{6377}{228}$  nahe 30 beträgt. Rechnet man nun aus (28) die Werte von  $t - t_0$  bei den drei Annahmen

$$\frac{a}{g} = 20, \quad = 30, \quad = 40,$$

so findet man bzw.

$h = 1 \text{ km}$	$10 \text{ km}$	$1 \text{ km}$	$10 \text{ km}$	$1 \text{ km}$	$10 \text{ km}$
$t - t_0 = -4^{\circ},5$	$-41^{\circ},8$	$-6^{\circ},7$	$-60^{\circ},1$	$-8^{\circ},9$	$-77^{\circ},1$

Die Temperaturabnahme mit der Höhe bei der *Krampschen* Hypothese ist also innerhalb der ersten Kilometer noch eine fast gleichförmige und kann bei passender Auswahl des Wertes von  $g$  in gute Übereinstimmung mit den beobachteten Werten der Temperatur gebracht werden. An der Grenze der Atmosphäre führt diese Hypothese zum absoluten Nullpunkt.

gradient nach der *Laplaceschen* Hypothese und bei den angenommenen Werten der Konstanten gleich  $-11,^{\circ}4$ , also überadiabatisch wird.

25) *Chr. Kramp*, Analyse des réfractions astronomiques et terrestres, Leipsic et Paris 1799.

Führt man die Hypothese (28) in (5) ein und eliminiert  $\delta$  zwischen (5) und (6), so erhält man durch Integration

$$\log \frac{p}{p_0} = \frac{g}{l_0} \left( 1 - e^{-\frac{a}{g}s} \right),$$

also *verschwindet bei Kramp der Luftdruck nicht strenge* in unendlicher Entfernung von der Erde. Für die Dichtigkeit  $x$  (22a) erhält man

$$\begin{aligned} \log x &= \log \frac{p}{p_0} - \log \frac{1+mt}{1+mt_0} = \frac{g}{l_0} \left( 1 - e^{-\frac{a}{g}s} \right) + \frac{a}{g}s \\ &= -a \left( \frac{1}{l_0} - \frac{1}{g} \right) s - \frac{a^2}{2gl_0} s^2 \pm \dots \end{aligned}$$

Zur *definitiven Berechnung* der Refraktion behält *Kramp* schließlich — und *Bessel*<sup>26)</sup> mit ihm — nur das Glied erster Ordnung bei, nimmt also

$$(29) \quad \log x = -a \left( \frac{1}{l_0} - \frac{1}{g} \right) s = -\beta s$$

an. Das ist ein rein *exponentiales Gesetz für die Luftdichtigkeit*, wie wir es schon bei der *Newtonschen* Hypothese angetroffen haben, nur hängt hier die Konstante  $\beta$  von der Temperatur an der Erdoberfläche ab (vgl. Formel (22)). Die Beziehung (29) bringt aber ein ganz *anderes Temperaturgesetz* als (28) mit sich. Man findet nämlich durch die Einführung von (29) in (5) und (6)

$$(30) \quad \begin{aligned} \frac{p}{p_0} &= 1 + \frac{a}{l_0\beta} (e^{-\beta s} - 1), \\ \frac{1+mt}{1+mt_0} &= \frac{a}{l_0\beta} + \left( 1 - \frac{a}{l_0\beta} \right) e^{-\beta s}. \end{aligned}$$

Rechnet man hieraus mit den *Besselschen* Werten

$$a = 6372969 \text{ m} \quad \left. \begin{array}{l} \beta_0 = 745,747 \\ l_0 = 8236,73 \text{ m} \end{array} \right\} \text{ bei } t_0 = 9^{\circ},31$$

den Wert von  $t - t_0$ , so findet man für

$$h = \quad 1 \text{ km} \quad \quad 2 \quad \quad 3 \quad \quad 4 \quad \quad 6 \quad \quad 8$$

$$t - t_0 = \quad -1^{\circ},3 \quad -2^{\circ},8 \quad -4^{\circ},5 \quad -6^{\circ},4 \quad -10^{\circ},8 \quad -16^{\circ},5,$$

während die beobachtete Temperaturabnahme bei 8 km Höhe nicht weniger als  $-40^{\circ}$  beträgt (p. 300). Nach Gl. (30) bekommt man weiter bei  $p = 0$  als Grenzwert für  $s$  (reduzierte Höhe der Atmosphäre bei der *Besselschen* Hypothese)

$$S = -\frac{1}{\beta} \log \left( 1 - \frac{l_0\beta}{a} \right);$$

26) *F. W. Bessel*, Fundamenta astronomiae pro anno 1755, Regiomonti 1818, sectio IV, p. 26/44, verbessert in *F. W. Bessel*, Tabulae Regiomontanae<sup>47)</sup>, Regiomonti Prussorum 1830, p. LIX. Vgl. VI 2, 5 (*Cohn*), p. 246, Fußnote 97.

das gibt nur  $H = 28,5$  km für die Höhe der gesamten Atmosphäre. Die Luftdichtigkeit an der Grenze der Atmosphäre wird hiernach nicht kleiner als

$$1 - \frac{l_0 \beta}{a} = 0,036,$$

während die Temperatur bis zum absoluten Nullpunkt herabsinkt. Das sind alles unphysikalische Bedingungen.

f) *Ivory*<sup>27)</sup> nahm als Fundamentalgesetz für die Konstitution der Atmosphäre eine *lineare Beziehung zwischen Temperatur  $t$  und Luftdichtigkeit  $x$*  (Formel 22a) in der Form

$$(31) \quad \frac{1 + mt}{1 + mt_0} = 1 - f(1 - x)$$

an. Hieraus in Verbindung mit Gl. (5) folgt

$$\frac{dp}{p_0} = (1 - f + 2fx)dx.$$

Eliminiert man  $p$  zwischen dieser und der Gleichgewichtsgleichung (23), so erhält man die Differentialgleichung für  $x$

$$(1 - f + 2fx) \frac{dx}{x} = -\frac{a}{l_0} ds,$$

aus welcher durch Integration

$$(32) \quad 2f \cdot (1 - x) - (1 - f) \log x = \frac{a}{l_0} s$$

folgt. Bei gegebenen Werten von  $x$  kann man aus (31) und (32) die bezüglichen Werte von  $t$  und  $s$ , dann auch von  $h$  berechnen und hiermit das von der *Ivory*schen Hypothese bedingte Temperaturgesetz herstellen. Für die Konstante  $f$  nahm *Ivory* zunächst den Wert  $\frac{1}{4}$ , später nach den Versuchen von *Dalton* und *Ramond*  $\frac{2}{3}$  an. Hier folgen für einige Werte von  $x$  die entsprechenden Werte von  $h$  und  $t$  bei den extremen Annahmen  $f = 0,2$ ,  $f = 0,3$ ; wir fügen noch die beobachteten Temperaturabnahmen im Jahresmittel (vgl. p. 300) hinzu.

$x$	$f = 0,2$			$f = 0,3$		
	$h$	$t_{\text{ber.}}$	$t_{\text{beob.}}$	$h$	$t_{\text{ber.}}$	$t_{\text{beob.}}$
0,95	0,5 km	-2°,7	0°,0	0,5 km	-4°,1	0°,0
0,90	1,0	-5°,5	-1°,8	1,1	-8°,0	-1°,8
0,85	1,5	-8°,2	-3°,5	1,6	-12°,3	-3°,5
0,80	2,1	-10°,9	-5°,8	2,2	-16°,4	-6°,3
0,70	3,2	-16°,4	-10°,8	3,4	-24°,6	-11°,8
0,50	6,0	-27°,3	-27°,5	6,3	-41°,0	-29°,5
0,30	10,0	-38°,2	-57°,0	10,1	-57°,3	-57°,4

27) *J. Ivory*, On the astronomical refractions, Lond. Phil. Trans. 1823, p. 409 [Refraktionstafel p. 491 ff.] und Lond. Phil. Trans. 1838, p. 169 [Refraktionstafel p. 227 ff.].



In beiden Fällen ist die berechnete Temperaturabnahme in den ersten km zu rasch; der Gang des Temperaturgradienten ist ferner, wie schon bei der *Laplaceschen* Hypothese, gerade dem beobachteten entgegengesetzt. Die kleinsten Abweichungen (Beobachtung — Rechnung) bis 5 km Höhe bietet die erste Annahme  $f = 0,2$  (Normalwert bei den neueren *Radauschen* Refraktionstafeln). Ferner bedingt die *Ivorysche* Hypothese bei unendlicher Höhe der Atmosphäre einen Grenzwert für die Temperatur:

$$t_{\infty} = -f \cdot 273^{\circ}(1 + mt_0),$$

also etwa  $-55^{\circ}$ , bei  $f = 0,2$  und  $t_0 = 0^{\circ}$ . Das ist offenbar eine zu hohe Temperatur, da schon bei 10 km Höhe die Beobachtung geringere Werte ergibt (vgl. Tabelle in Nr. 4, p. 300).

g) **Schmidt**. Nach den Beobachtungen im Gebirge, welche im allgemeinen eine fast gleichförmige Temperaturabnahme mit der Höhe ergeben, setzte *Schmidt*<sup>28)</sup> die Temperatur als lineare Funktion der Höhe  $h$  und zwar in der Form

$$(33) \quad \frac{1 + mt}{1 + mt_0} = 1 - \frac{h}{H}$$

an. Hiernach hängt der Temperaturgradient, außer von der angenommenen Höhe  $H$  der Atmosphäre, auch noch von der Temperatur  $t_0$  an der Erdoberfläche ab, und zwar in Übereinstimmung mit den meteorologischen Ergebnissen, daß die Temperaturabnahme um so stärker ist, je größer  $t_0$  ist. *Schmidt* nimmt  $H = 49,1$  km an; dementsprechend findet man bei den mittleren Bodentemperaturen  $+1^{\circ},9$  und  $+13^{\circ},0$  von *Teisserenc de Borts* Winter- und Sommerfahrten die Temperaturabnahme bis 10 km Höhe

$t_{10} - t_0$	Winter	Sommer
nach der <i>Schmidtschen</i> Hypothese . . .	$-56^{\circ},0$	$-58^{\circ},2$
nach <i>Teisserenc de Borts</i> Aufstiegen . . .	$-55^{\circ},9$	$-58^{\circ},3$

Das ist eine geradezu überraschende, wenn auch zum Teil zufällige Übereinstimmung. Freilich, da der beobachtete Temperaturgradient in der freien Luft (s. Tabelle in Nr. 4, p. 300) nicht gerade konstant bleibt, ist eine ebenso gute Übereinstimmung in den geringeren Höhen nicht zu erwarten; die *Schmidtsche* Hypothese bietet

28) *Ed. Schmidt*, Theorie der astronomischen Strahlenbrechung, Göttingen 1828.

aber jedenfalls vor den anderen von *Laplace*, *Kramp*, *Ivory* und den gleich zu erwähnenden von *Gylden*, *Kowalski*, *v. Oppolzer* den Vorteil, daß der Temperaturgradient nicht einen dem beobachteten entgegengesetzten Gang (von 0 bis 10 km Höhe, also bei dem für das Refraktionsintegral wichtigsten Teil) aufweist.

h) **Bauernfeind**. Die Hypothese von *Bauernfeind*<sup>29)</sup> unterscheidet sich von der *Schmidtschen* nur darin, daß die *Höhe der Atmosphäre* nicht als konstant, sondern als *von der Temperatur an der Erdoberfläche abhängig* aufgefaßt wird. *Bauernfeind* setzt nämlich

$$H = 48 \text{ km } (1 + mt_0).$$

Hierdurch fällt aber die jährliche Veränderung des Temperaturgradienten weg, welche die *Schmidtsche* Hypothese so gut darzustellen vermag. In dieser Hinsicht ist also die Neuerung keineswegs glücklich. Außerdem nimmt *Bauernfeind* bei der folgenden Entwicklung des Refraktionsintegrals für die Dichte  $x$  (Gl. 22a) die Beziehung

$$x = \left( \frac{1 + mt}{1 + mt_0} \right)^5$$

an. Das ist aber weiter nichts, als eine andere Hypothese, welche mit der Fundamentalhypothese (33) nicht im Einklang steht, wovon man sich sofort durch das Heranziehen der Gleichgewichtsbedingung überzeugen kann. Die Temperatur an der Grenze der Atmosphäre ist bei *Bauernfeind*, wie bei *Schmidt*, der absolute Nullpunkt.

i) **Gylden**. Als eine Umgestaltung der *Schmidtschen* Hypothese kann man auch die *Gyldénsche*<sup>30)</sup> auffassen, welche die Temperatur  $t$  mit der reduzierten Höhe  $s$  (p. 303, 307) durch die Formel

$$(34) \quad \frac{1 + mt}{1 + mt_0} = (1 - \frac{1}{2}\beta s)^2 = \left(1 - \frac{s}{S}\right)^2$$

verbindet. Unter Vernachlässigung des quadratischen Gliedes, welches fast ohne Bedeutung bei der Berechnung der Refraktion ist, reduziert sich (34) auf (33). Für die Konstante  $\beta$  setzt *Gylden*

$$\beta = 120 (1 + i),$$

worin  $i$  verschiedene Werte für die verschiedenen Jahreszeiten (ja sogar für die Monate) annehmen soll. Nach den Refraktionsbeobachtungen von *Fuß*<sup>31)</sup> ist z. B.

29) *C. M. Bauernfeind*, Astr. Nachr. 62 (1864), p. 209; Astr. Nachr. 67 (1866), p. 33.

30) *H. Gylden*, Refr. 1866—68. Siehe auch St. Pé. Bull. 12 (1868), p. 474.

31) *V. Fuß*, Beobachtungen und Untersuchungen über die astronomische Strahlenbrechung in der Nähe des Horizonts, St. Pé. Mém. (7) 18 (1871/72), Nr. 3.

	Januar	April	Juli	Oktober
$i =$	— 0,40	+ 0,05	+ 0,66	— 0,10
$\beta =$	72	126	199	108

Hiernach ändert sich also der Temperaturgradient im Laufe des Jahres, und zwar erhält man, den meteorologischen Ergebnissen entsprechend, größere Werte im Frühling-Sommer als im Herbst-Winter. Die theoretische Änderung ist aber viel größer als die beobachtete, wie folgende kleine Zusammenstellung beweist.

Temperaturabnahme bei 5 und 10 km Höhe nach der Theorie von *Gylden* (Fuß) und nach den Beobachtungen von *Teisserenc de Bort*.

Höhe	Winter: $t_0 = + 1^{\circ},9$		Frühling: $t_0 = + 5^{\circ},1$		Sommer: $t_0 = + 13^{\circ},0$		Herbst: $t_0 = + 7^{\circ},5$	
	Theor.	Beob.	Theor.	Beob.	Theor.	Beob.	Theor.	Beob.
5 km	—15 <sup>o</sup> ,2	—18 <sup>o</sup> ,9	—25 <sup>o</sup> ,1	—23 <sup>o</sup> ,6	—39 <sup>o</sup> ,6	—21 <sup>o</sup> ,3	—22 <sup>o</sup> ,3	—19 <sup>o</sup> ,9
10 km	—29 <sup>o</sup> ,7	—55 <sup>o</sup> ,9	—47 <sup>o</sup> ,9	—57 <sup>o</sup> ,8	—72 <sup>o</sup> ,4	—58 <sup>o</sup> ,3	—39 <sup>o</sup> ,0	—55 <sup>o</sup> ,8

Läßt man die jährliche Änderung des Temperaturgradienten fallen, welche man eventuell bei passender Auswahl der Werte von  $i$  erheblich besser darstellen könnte, so bleibt immer zu Ungunsten der *Gyldenschen* Hypothese bestehen, daß sie für den Temperaturgradienten nach der Höhe einen dem beobachteten entgegengesetzten Gang ergibt. Für die Höhe der Atmosphäre ergibt die *Gyldensche* Hypothese den Wert

$$H = \frac{\alpha S}{1 - S} = \frac{6377}{59} = 108 \text{ km};$$

die Grenztemperatur ist der absolute Nullpunkt.

k) **Kowalski**. Wie eine Gruppe von Hypothesen für die Refraktionstheorie (*Schmidt*, *Bauernfeind*, *Gylden*) an die Ergebnisse der Temperaturbeobachtungen im *Gebirge* (gleichförmige Temperaturabnahme) angeschlossen werden kann, so knüpft eine andere Gruppe an die ersten ausgedehnteren Untersuchungen über die Temperaturverhältnisse in *der freien Luft*, d. h. an die *Glaisherschen* Luftfahrten (1860—1870) an. Diese Untersuchungen, welche leider durch die neueren nicht bestätigt und wahrscheinlich durch Strahlungswirkungen und instrumentelle Fehler entstellte wurden, ergaben eine, an der Erdoberfläche sehr starke, sich aber mit der Höhe sehr rasch verringemde Temperaturabnahme.

Eine vorzügliche Darstellung der *Glaisherschen* Resultate erhielt zunächst *Kowalski*<sup>32)</sup> mit der Hypothese

32) *M. Kowalski*, Recherches sur la réfraction astronomique, Kasan 1878.

$$(35) \quad \frac{1 + mt_0}{1 + mt} = 1 + k(1 - x)^{\frac{5}{7}},$$

worin  $x$  wieder die relative Dichte (Gl. 22a),

$$k = 0,1871 \quad \text{für} \quad t_0 = 62^\circ \text{ Fahr.} = 16^\circ,7 \text{ C.}$$

Aus (35), in Verbindung mit den Gleichungen (5) und (23), ergibt sich durch Reihenentwicklung nach den Potenzen von  $1 - x$ :

$$(36) \quad \frac{p}{p_0} = \frac{x}{1 + k(1 - x)^{\frac{5}{7}}} = x - kx(1 - x)^{\frac{5}{7}} + \dots,$$

$$(37) \quad \frac{a}{l_0} s = -\log x + k(1 - x)^{\frac{5}{7}} - \\ - k(1 - x)^{\frac{5}{7}} \left[ \frac{7}{12}(1 - x) - \frac{7}{19}(1 - x)^2 + \dots \right] + \dots$$

Hieraus kann man bei gegebenem  $x$  den Wert von  $t$  und  $s$  oder  $h$  (s. Gl. (17)) ausrechnen und hiermit die Art der Temperaturabnahme nach dieser Hypothese erkennen. Man findet:

bei $x =$	0,9	0,5	0,2
bzw. $h =$	1,1 km	6,3 km	13,3 km
$t - t_0 =$	- 10 <sup>0</sup> ,1	- 29 <sup>0</sup> ,8	- 39 <sup>0</sup> ,9

während nach den Aufstiegen von *Teisserenc de Bort* für dieselben Höhen und für den Sommer ( $t_0 = 13^\circ,3$ ) bzw.

$$t - t_0 = \quad - 1^\circ,6 \quad - 29^\circ,9 \quad - 64^\circ,5$$

ist. Der zufälligen Übereinstimmung bei 6 km steht die starke Abweichung bei 1 bzw. 13 km gegenüber. Die Temperatur an der Grenze der Atmosphäre wird nach Gl. (35) viel zu hoch, nämlich

$$t = \frac{16^\circ,7 - k \cdot 273^\circ}{1 + k} = - 29^\circ.$$

1) **v. Oppolzer, Mendeléef, Pizzetti**. Ähnliche Einwendungen kann man gegen die *v. Oppolzersche* Hypothese<sup>33)</sup>

$$t = - 50^\circ + (t_0 + 50^\circ)x$$

und die *Mendeléefsche*<sup>34)</sup>

$$t = - 36^\circ + (t_0 + 36^\circ) \frac{p}{p_0}$$

erheben. Die erste unterscheidet sich nur in der Bestimmung des Parameters  $f$  von der schon besprochenen *Ivoryschen* Hypothese; die

33) *Th. v. Oppolzer*, Wien Denkschr. 1886, p. 53.

34) *D. Mendeléef*, De la température des couches supérieures de l'atmosphère, Archives des sciences physiques et naturelles, nouvelle période 55, Genève 1876, p. 233.

zweite, aus den *Glaihserschen* Ergebnissen abgeleitete, von *Pizzetti*<sup>35)</sup> später (1897) zu einem Versuch über die Refraktionstheorie angewandte Formel, gibt offenbar eine zu hohe Temperatur ( $-36^{\circ}$ ) für die Grenze der Atmosphäre.

**6. Schlußbetrachtung über die Leistungen der bis jetzt aufgestellten Hypothesen. Brunssches Verfahren.** Andere mehr oder weniger komplizierte Hypothesen rühren von *Young* (1824), von *Lubbock* (1855), von *Baeyer* (1860) und von *Radau* (1882—1889) her<sup>36)</sup>. Keine ist geeignet die Ergebnisse der neueren Forschungen über die Verteilung der Temperatur in der freien Luft einigermaßen gut darzustellen. Auch scheint es sehr fraglich, ob eine einzige so biegsame Formel zu finden ist, daß sie gleich gut die für die verschiedenen Jahreszeiten und Witterungslagen geltenden Temperaturgesetze darzustellen vermag.

Wenn man dabei der Mühe gedenkt, welche die zahllosen analytischen Behandlungen der Refraktionstheorie, insbesondere die vollkommensten von *Gylden* und *Radau*, gekostet haben, so scheint die Frage berechtigt, ob die Ableitung der astronomischen Refraktion nicht leichter zu erreichen ist vermittelt *der bloßen numerischen Berechnung (mechanischer Quadratur) unter direkter Anpassung an die Ergebnisse der Physik der Atmosphäre*, als durch den Umweg über eine Hypothese, von welcher man gegenwärtig für die Gebiete unter 10 km Höhe schon gänzlich absehen kann und welche nach den neuesten Fortschritten der Ballons-sondes-Technik bald wohl überhaupt entbehrlich sein wird.

Eine andere gründliche Vereinfachung der Behandlung der astronomischen Refraktion wurde im Jahre 1891 von *H. Bruns*<sup>37)</sup> vorgeschlagen, welche darin besteht, daß man die Hypothese gleich in der Form einer Beziehung zwischen dem Brechungsindex  $\mu$  und der Höhe  $H$  annimmt, mit so vielen empirischen Konstanten, als nötig sind, um die beobachteten Werte der Refraktion gut darzustellen. Das ist zweifellos das einfachste Verfahren, wenn man nur die *empirische* Darstellung der Refraktion im Auge hat. Was man aber außerdem sucht, ist die *physikalische* Darstellung des Phänomens, welche nur

35) *Pizzetti* 1897.

36) *Th. Young*, Lond. Phil. Trans. 1824, part 1, p. 159; *J. W. Lubbock*, Lond. Astr. Soc. Mem. 24 (1855), p. 103; *J. J. Baeyer*, St. Pétr. Mém. (7), 3, St. Petersburg 1860, Nr. 5; *R. Radau* 1882 und *R. Radau* 1889.

37) *H. Bruns*, Leipzig Ber. 43 (1891), p. 164; *F. Hausdorff*, Leipzig Ber. 43 (1891), p. 481.

durch die Verbindung mit den anderweitig bekannten Daten der Physik der Atmosphäre zu erreichen ist und wohl am leichtesten eben durch mechanische Quadratur erreicht wird.

### III. Theorie der Refraktion.

7. **Aufstellung des Refraktionsintegrals.** a) *Die Refraktionskurve.* Denkt man die Atmosphäre in unendlich viele Schichten gleicher Dicke zerlegt und setzt eine beliebige aber kontinuierliche Änderung der Dichte in der Reihe dieser Schichten voraus, so daß (vgl. Nr. 2) auch der Brechungsindex  $\mu$  kontinuierlich sich ändert; nennt ferner  $\mu$  und  $\mu' = \mu + d\mu$  die Brechungsindizes für zwei einander folgende Schichten  $M$  und  $M'$ , dann wird nach dem *Snelliusschen* Brechungsgesetz zwischen den bezüglichen Inzidenz- und Brechungswinkeln  $i$  und  $i - di$  die Gleichung

$$\sin i = \frac{\mu + d\mu}{\mu} \sin (i - di) = \sin i - \cos i di + \sin i \frac{d\mu}{\mu}$$

bestehen. Hieraus folgt das **Differentialgesetz der Refraktion**

$$(38) \quad di = \operatorname{tg} i \frac{d\mu}{\mu} = dR$$

für die Elementarrefraktion  $dR$  beim Übergang von  $M$  in  $M'$ . Nimmt man weiter an, daß das Erdellipsoid in der Nähe des Beobachtungsortes durch die oskulierende Kugel im Beobachtungsorte selbst ersetzt werden kann und daß die Flächen gleicher Dichte der Atmosphäre die hierzu konzentrischen Kugeln sind, dann führt das Brechungsgesetz sofort auf den Schluß:

*Die Trajektorie der Lichtstrahlen (Refraktionskurve) durch die angenommene, sphärisch geschichtete Atmosphäre ist immer eine ebene und zwar in einer vertikalen Ebene liegende Kurve.*

Wenn aber die Kurve eine ebene ist, so ergibt das Integral aus den Kontingenzwinkeln  $dR$  längs eines bestimmten Bogens (der Refraktionskurve) genommen den Winkel zwischen den Tangenten in den Endpunkten, also in unserem Falle die dem Lichtstrahl auf dem betrachteten Wege erteilte Refraktion  $R$ . Geht dieser Weg durch die ganze Atmosphäre hindurch, wie es bei der Beobachtung von Gestirnen der Fall ist, dann spricht man von der *astronomischen Refraktion*, geht der Lichtstrahl dagegen zwischen zwei der Erdoberfläche angehörigen Punkten, dann spricht man von der *terrestrischen Refraktion*. Da die letztere immer als Differenz zweier astronomischer Refraktionen aufgefaßt werden kann, so brauchen wir darauf nicht

näher einzugehen. S. übrigens im Teilbände „*Geodäsie und Geophysik*“ den Artikel VI 1, 3 (*Pizzetti*), Nr. 34, 35, 36.

Die astronomische Refraktion  $R$  wird also durch das Integral

$$(39) \quad R = \int_{\mu_H}^{\mu_0} \operatorname{tang} i \frac{d\mu}{\mu}$$

gegeben, worin  $\mu_H$  und  $\mu_0$  die an der Grenze der Atmosphäre bzw. an der Erdoberfläche bezüglichen Werte von  $\mu$  bedeuten. Um die gesamte Refraktion zu erhalten, hat man im allgemeinen die Brechungen an den Grenzen hinzuzufügen. Die Brechung an der oberen Grenze der Atmosphäre ist nicht zu vernachlässigen bei den Theorien, welche, wie die *Besselsche*, eine nicht sehr kleine Grenzdicke annehmen. Für die untere Grenze ist keine besondere Grenzbrechung erforderlich, so lange man den Beobachter in der *freien* Luft voraussetzt. Das ist aber in der Praxis nie der Fall, und die neueren genaueren Refraktionsbeobachtungen, insbesondere die von *Bauschinger*<sup>38)</sup>, von *Großmann*<sup>39)</sup>, von *Courvoisier*<sup>40)</sup>, haben die Existenz einer unteren, von den örtlichen Verhältnissen abhängigen „Saalrefraktion“ außer Zweifel gestellt.

b) *Die Invariantenbeziehung (Elimination von  $i$ ).*

Bei der Aufstellung der Gleichung (39) haben wir im Grunde nur von der Annahme Gebrauch gemacht, daß die Refraktionskurve eine ebene ist. Beachten wir aber, daß die isotropen, atmosphärischen Schichten von sphärisch konzentrischen Flächen begrenzt sind, dann ergibt sich ein einfacher Zusammenhang zwischen  $i$ ,  $\mu$  und  $h$  (oder  $r = a + h$ ), so daß zur weiteren Berechnung der Refraktion nur noch die Kenntnis der Beziehung zwischen  $\mu$  und  $h$  erforderlich ist.

Betrachten wir nämlich nochmals zwei einander folgende, unendlich dünne, atmosphärische Schichten  $M$  und  $M'$ ; nennen  $i$ ,  $e$  den Inzidenz- bzw. Brechungswinkel an der Grenzfläche zwischen  $M$  und  $M'$ ,  $i'$  den Inzidenzwinkel auf die innere Grenzfläche von  $M'$ ,  $r$  und  $r'$  die Entfernungen der Inzidenzpunkte  $I$  und  $I'$  von dem Erdmittelpunkt  $O$ ,  $\mu$  und  $\mu'$  die Brechungsindizes für  $M$  und  $M'$ , dann folgt aus dem Brechungsgesetze:

$$\mu \sin i = \mu' \sin e$$

38) *J. Bauschinger* 1898.

39) *E. Großmann* 1901.

40) *Courvoisier* 1904.

und aus dem Dreiecke  $OII'$ :

$$r' \sin i' = r \sin e,$$

also gilt die **Invariantenbeziehung**:

$$r\mu \sin i = r'\mu' \sin i' = \text{konst.}$$

In Worten ausgedrückt: *Das Produkt aus der Entfernung  $r$  vom Erdmittelpunkt  $O$  mit dem Brechungsindex  $\mu$  und dem Sinus des Einfallswinkels  $i$  ist für alle Punkte der Refraktionskurve konstant und infolgedessen  $= a\mu_0 \sin z$ , wenn  $a$  die Entfernung des Beobachtungsortes vom Erdmittelpunkt  $O$  und  $z$  die scheinbare Zenitdistanz des beobachteten Objekts bedeutet.*

Setzt man den aus der Gleichung

$$(40) \quad r\mu \sin i = a\mu_0 \sin z$$

für  $\tan i$  folgenden Wert in (39) ein, so bekommt man den Ausdruck

$$(41) \quad R = \int_{\mu_H}^{\mu_0} \frac{\frac{\mu_0 a}{\mu r} \sin z}{\sqrt{1 - \left(\frac{\mu_0 a}{\mu r} \sin z\right)^2}} \frac{d\mu}{\mu},$$

worin nur noch  $\mu$  durch die Luftdichtigkeit  $\delta$  nach den in Nr. 2 behandelten Beziehungen auszudrücken ist, um dann auf Grund einer der in Nr. 5 besprochenen Hypothesen das Problem auf eine Quadratur zurückgeführt zu haben.

c) *Die Laplacesche Beziehung (Elimination von  $\mu$ ).*

Nehmen wir, wie bei den meisten Refraktionstheorien, die *Laplacesche Beziehung* [vgl. Formel (1)]

$$\mu^2 - 1 = 2c\delta$$

an, führen wir noch (wie in Nr. 5, p. 303—304) die *reduzierte Höhe*

$$s = \frac{h}{a+h} = \frac{r-a}{r}$$

und die *relative Dichtigkeit*  $x = \delta/\delta_0$  ein, setzen wir ferner die sogenannte **Refraktionskonstante**<sup>41)</sup>  $\alpha$  gleich:

$$(42) \quad \alpha = \frac{c\delta_0}{1+2c\delta_0} = \frac{\mu_0^2 - 1}{2\mu_0^2},$$

41) Konstant ist  $\alpha$  nur, so lange man bestimmte Druck- und Temperaturverhältnisse für den Beobachtungsort annimmt. Nennt man  $\alpha_0$  den bei  $0^\circ$  und 760 mm gültigen Wert von  $\alpha$ , dann ist sehr nahe der Wert der *Refraktionskonstanten bei der Temperatur  $t$  und dem Barometerstande  $B$*

$$\alpha_{t,B} = \alpha_0 \frac{B}{760} \frac{1}{1+mt}$$



so erhalten wir leicht aus (41) das **Refraktionsintegral in seiner endgiltigen Form**

$$(43) \quad R = \alpha \int_{x_H}^1 \frac{1-s}{1-2\alpha(1-x)} \frac{\sin z dx}{\sqrt{\cos^2 z - 2\alpha(1-x) + (2s-s^2)\sin^2 z}},$$

worin  $x_H$  den an der Grenze der Atmosphäre gültigen Wert der Luftdichtigkeit  $x$  bedeutet.

Die Refraktionskonstante  $\alpha$  ist nach *Bessel* gleich 0,0002932 (bei  $0^\circ$  und 760 mm) zu setzen, so daß  $1 - 2\alpha(1-x)$  zwischen 0,9994 und 1,0000 verläuft. Das ist eine so geringe Änderung, daß man ruhig den Mittelwert  $1 - \alpha$  an Stelle des veränderlichen Faktors  $1 - 2\alpha(1-x)$  setzen kann; die größtmögliche Abweichung von drei Zehntausendstel des Wertes von  $R$  (also  $0'',6$  bei der Horizontalrefraktion und  $0'',05$  bei  $70^\circ$  Zenitdistanz) ist praktisch immer zu vernachlässigen. Ebenso kann man das Glied 2<sup>ter</sup> Ordnung in  $s$  unter der Wurzel in (43) weglassen, man darf aber nicht den Faktor  $1 - s$  im Zähler durch die Einheit ersetzen, denn dies macht bei  $z = 70^\circ$  einen Fehler von  $0'',2^{42)}$  aus, welcher den Wert der Refraktionskonstante  $\alpha$  nicht unwesentlich verfälscht. Diese nicht zulässige Vereinfachung kommt in den Refraktionstheorien von *Bessel* und *Gylden* vor.

**8. Refraktionsformeln nach den Hypothesen von Cassini** ( $\delta = \text{konst.}$ ) und von **Mayer** ( $\frac{\delta}{\delta_0} = 1 - \frac{h}{H}$ ). **Bradleysche** und **Simpsonsche Formel**. Bei der *Cassinischen* Hypothese  $\delta = \text{konst.}$  verschwindet das Integral (43) gänzlich, da bei konstanter Dichte der Weg der Lichtstrahlen durch die Erdatmosphäre geradlinig, die bezügliche Refraktion also null ist. Hier hat man also nur mit der Grenzbrechung zu rechnen. Für diese haben wir zunächst aus der Gl. (40) (da  $\mu = \mu_0$ )

$$(44) \quad r \sin i = a \sin z,$$

worin  $i$  den Winkel der Trajektorie mit der Normale im Einfallspunkt, also den Brechungswinkel bei der Grenzbrechung bedeutet. Ist  $i' = i + R$  der bezügliche Einfallswinkel, dann gibt das Brechungsgesetz

$$(45) \quad \sin(i + R) = \mu \sin i.$$

Aus (44) und (45) durch Elimination von  $i$  und Auflösung nach  $R$  ergibt sich die **Refraktionsformel nach Cassinis Hypothese**<sup>43)</sup>

42) S. hierüber *Bemporad*, *Spettrosc.* 1905, p. 239 ff. oder *R. Radau* 1882

43) Vgl. *Cassini*<sup>20)</sup>. Die Berechnungsart von *Cassini* war etwas weitläufiger Formel (46) wurde von *A. Bemporad* aufgestellt (*Bemporad*, *Spettrosc.* 1905).

$$(46) \quad \operatorname{tg} \frac{1}{2} R = \frac{1}{(1 + \mu) \sin z} \left\{ \sqrt{(1 + H)^2 - \sin^2 z} - \sqrt{(1 + H)^2 - \mu^2 \sin^2 z} \right\},$$

worin, da für  $H$  die Höhe der homogenen Atmosphäre (8 km) zu setzen ist, nur  $\mu$  mittelst einer Refraktionsbeobachtung zu bestimmen ist. Nimmt man zu diesem Zwecke nach *Bessel*

$$\text{Refr. bei } 70^\circ = 164''50,$$

dann folgt der Wert

$$\mu = 1,00029301,$$

welcher sich sehr wenig von dem *Besselschen* Wert (1,00029315) unterscheidet. Die nach der Formel (46) berechneten Werte der Refraktion stimmen bis  $70^\circ$  vorzüglich mit den *Besselschen* überein, wie aus der Tabelle in Nr. 12 ersichtlich; nur bei  $z = 85^\circ$  und darüber werden die Abweichungen zwischen berechneten und beobachteten Werten sehr groß.

Bei der *Mayerschen* Hypothese (13) einer gleichförmigen Dichtigkeitsabnahme mit der Höhe erhält man, wenn man in (43) den Faktor  $1 - 2\alpha(1 - x)$  vernachlässigt und Zähler und Nenner durch  $1 - s$  dividiert, ferner  $(1 - s)^{-2}$  durch  $1 + 2\frac{h}{a}$  ersetzt, durch Integration zwischen den Grenzen 0 und  $H$  die **Mayersche Refraktionsformel**<sup>44)</sup>:

$$(47) \quad R = \frac{\alpha}{b} \sin z \left( \sqrt{\cos^2 z + 2b} - \cos z \right),$$

worin

$$b = \frac{H}{a} - \alpha.$$

Da nach den obigen Erläuterungen (Nr. 5 b, *Tob. Mayer*, p. 302) der Wert  $H = 2l = 16$  km am besten den physikalischen Bedingungen entspricht, so bleibt nur die Konstante  $\alpha$  zur Verfügung. Wenn man diese aus dem *Besselschen* Werte der Refraktion bei  $z = 70^\circ$  bestimmt, erhält man

$$\mu = (1 - 2\alpha)^{-\frac{1}{2}} = 1,00029312 \quad (\text{Bessel } 1,00029315)$$

und die aus (47) berechneten Refraktionen stimmen dann (s. Tabelle in Nr. 12, p. 325) fast bis  $85^\circ$  mit den beobachteten (*Besselschen*) überein.

Auf die *Mayersche* Refraktionsformel (47) lassen sich durch leichte Umformungen und Annäherungsverfahren die im 18. Jahrhundert (bis

44) *Tob. Mayer*, Tabulae motuum solis et lunae novae et correctae, quibus accedit methodus longitudinum promotae, (posthum) London 1770, p. XXXII (Refraktionstafel); p. 62 und 115 (Erklärung); p. 64 und 120 (Refraktionsformel). Vgl. *Bruhns*, Hist. Entw. (1861), p. 58–60; *Wolf*, Handb. 2 (1893), p. 270.

in die ersten Jahre des 19. Jahrhunderts) sehr häufig gebrauchten **Refraktionsformeln von Bradley**<sup>45)</sup>:

$$(48) \quad R = \alpha \operatorname{tg} (z - mR),$$

und **von Simpson**<sup>46)</sup>:

$$(49) \quad R = \frac{1}{n} \{ z - \operatorname{arc} \sin (k \sin z) \}$$

reduzieren, in denen  $m$ ,  $n$ ,  $k$  empirische Konstanten sind. Diese Formeln geben also, wie die *Mayersche* Formel, eine für die praktische Astronomie ganz brauchbare Darstellung der Refraktion.

**9. Orianis (Laplaces) Satz.** *Bis etwa 75° Zenitdistanz ist die Art der Hypothese über die Konstitution der Atmosphäre praktisch ohne Einfluß auf die Refraktion.* Man kann in der Tat aus der Formel (43) eine nach Potenzen von  $\operatorname{tang} z$  fortschreitende Entwicklung erhalten, welche bis  $z = 75^\circ$ , bei jeder Hypothese, so konvergent bleibt, daß bereits die ersten zwei Glieder zur Darstellung der theoretischen Refraktion ausreichen. Diese zwei Glieder aber hängen nur von den Druck- und Temperaturverhältnissen am Beobachtungsorte und nicht von der besonderen angenommenen Theorie ab. Die angedeutete Entwicklung wird dadurch erhalten, daß man das auf der rechten Seite der Gl. (43) vorkommende Radikal nach den Potenzen von  $\eta = \frac{-2\alpha(1-x) + 2s \sin^2 z}{\cos^2 z}$  entwickelt. Man erhält, wenn man nur die Glieder erster Ordnung in  $s$  und  $\alpha$  mitnimmt,

$$\begin{aligned} R &= \frac{\alpha}{1-\alpha} \operatorname{tang} z \int_0^1 \{ 1 + \alpha(1-x) \sec^2 z - s \sec^2 z \} dx \\ &= \frac{\alpha}{1-\alpha} \operatorname{tang} z \left\{ 1 + \frac{\alpha}{2} \sec^2 z - \sec^2 z \int_0^1 s dx \right\}. \end{aligned}$$

Nimmt man die Dichtigkeit  $x$  an der Grenze der Atmosphäre als verschwindend klein an, dann erhält man durch teilweise Integration

$$\int_0^1 s dx = - \int_1^0 x ds.$$

Nach der Gleichgewichtsbedingung (23) hat man weiter

$$\int_0^1 x ds = \frac{l_0}{a} \int_0^{p_0} \frac{dp}{p} = \frac{l_0}{a},$$

45) Siehe Literaturverzeichnis I c. Vgl. auch *Wolf*, Handb. 2 (1893), p. 269.

46) *Th. Simpson*, Mathematical dissertations on physical and analytical subjects, London 1743. Vgl. *Bruhns*, Hist. Entw., p. 90; *Wolf*, Handb. 2 (1893), p. 268.

also schließlich

$$(50) \quad R = \frac{\alpha}{1-\alpha} \left\{ \left( 1 + \frac{1}{2}\alpha - \frac{l_0}{a} \right) \operatorname{tang} z - \left( \frac{l_0}{a} - \frac{\alpha}{2} \right) \operatorname{tang}^3 z \right\},$$

worin die Koeffizienten, nach den Formeln (6a), (7), (8), (22) und (42), nur von der Temperatur und vom Luftdruck, bzw. von der geographischen Lage (Breite und Höhe) des Beobachtungsortes abhängig sind. Mit den bekannten Normalwerten  $l = 7,9939$  km,  $a = 6377,36$  km,  $\log \alpha = 6,46483 - 10$  (*Bessel*)<sup>47)</sup> ergibt sich aus (50)<sup>48)</sup>

$$R = [1,78097] \operatorname{tang} z - [8,82512 - 10] \operatorname{tang}^3 z,$$

und aus dieser bei  $z = 45^\circ, 60^\circ, 70^\circ, 75^\circ$  bzw.:

	45°	60°	70°	75°
1. Glied	60'',39	104'',60	165'',92	225'',38
2. Glied	— 0,07	— 0,35	— 1,39	— 3,48
R	60,32	104,25	164,53	221,90
Refr. nach <i>Bessel</i>	60,32	104,23	164,50	221,90

Man sieht, daß die Darstellung der Refraktion bis zu  $75^\circ$  eine vollkommene ist.

**10. Entwicklung des Refraktionsintegrals bei der Besselschen Theorie.** Mit den in Nr. 7, p. 317 angedeuteten Vereinfachungen, unter Einführung der *Besselschen* Hypothese [s. p. 307, Formel (29)]

$$x = e^{-\beta s}$$

und der Abkürzungen

$$Z^2 = \frac{1}{2} \cotg^2 z, \quad \varepsilon = \frac{\alpha}{\sin^2 z}, \quad S = \frac{H}{a + H},$$

erhält man aus (43)

$$R = \frac{\alpha\beta}{(1-\alpha)\sqrt{2}} \int_0^S \frac{e^{-\beta s} ds}{\sqrt{Z^2 + s - \varepsilon(1 - e^{-\beta s})}},$$

worin  $S$  die reduzierte Höhe der Atmosphäre bedeutet. Bei *Bessel* (vgl. Nr. 5e, p. 308) ist  $S = 0,00445$ ,  $H = 28,5$  km.

Wenn man die neue Variable

$$u = s - \varepsilon(1 - e^{-\beta s})$$

einführt und das *Lagrangesche* Reversionstheorem anwendet, er-

47) *F. W. Bessel*, Tabulae Regiomontanae reductionum observationum astronomicarum 1750—1850 computatae, Regiomonti 1830, p. LIX, 538—542.

48) *Eingeklammerte Zahlen* bedeuten durchweg diejenige Zahl, deren dekadischer Logarithmus in der Klammer steht, also  $[N] = 10^N$ .

gibt sich

$$(51) \quad R = \frac{\alpha\beta^U}{(1-\alpha)\sqrt{2}} \int_0^U \frac{du}{\sqrt{Z^2+u}} \left\{ e^{-\beta u} + \varepsilon\beta(2e^{-2\beta u} - e^{-\beta u}) \right. \\ \left. + \frac{\varepsilon^2\beta^2}{1\cdot 2} (3^2e^{-3\beta u} - 2^2\cdot 2e^{-2\beta u} + e^{-\beta u}) \right. \\ \left. + \frac{\varepsilon^3\beta^3}{1\cdot 2\cdot 3} (4^3e^{-4\beta u} - 3^3\cdot 3e^{-3\beta u} + 2^3\cdot 3e^{-2\beta u} + e^{-\beta u}) + \dots \right\},$$

wobei die obere Grenze  $U$  durch

$$U = S - \varepsilon(1 - e^{-\beta S})$$

bestimmt ist. *Bessel* setzt nun die obere Grenze  $= \infty$ , wobei stillschweigend angenommen wird, daß der Teil des Integrals von  $u = U$  bis  $u = \infty$  praktisch verschwindend klein ist. Daß dies nicht der Fall ist, wird aber leicht durch eine angenäherte Berechnung gezeigt. Man findet nämlich<sup>49)</sup>

bei $z =$	45°	70°	80°	85°	90°
$\int_U^\infty dR =$	2',1	5'',5	10'',2	15'',3	20'',2.

Diese Beträge wären wegzulassen und dafür die der Grenzbrechung  $R_H$  an der oberen Grenze der Atmosphäre einzusetzen, welche nur bis  $z = 75^\circ$  praktisch mit  $\int_U^\infty dR$  zusammenfallen; über  $80^\circ$  hinaus sind die Unterschiede  $\Delta R = R_H - \int_U^\infty dR$  nicht mehr ganz unbedeutend, und zwar findet man

bei $z =$	80°	85°	90°
$\Delta R =$	+ 0',3	+ 1'',1	+ 2'',5.

Setzt man mit *Bessel* in der Gl. (51) die obere Grenze  $U = \infty$  ein, dann nehmen alle auf der rechten Seite vorkommenden Integrale die Form

$$J_p = \int_0^\infty \frac{e^{-p\beta u}}{\sqrt{Z^2+u}} du$$

an, worin  $p$  eine positive, ganze Zahl bedeutet. Durch die Substitution

$$(51a) \quad p\beta(Z^2 + u) = t^2, \\ \sqrt{p\beta}Z = T$$

49) Vgl. *A. Bemporad*, Una osservazione alla teoria di refrazione di *Bessel*, Memorie della Società degli spettroscopisti Italiani 31, Catania 1902, p. 278.

reduzieren sich alle diese Integrale auf die sogen. **Krampsche Funktion** (das Wahrscheinlichkeitsintegral)

$$\psi(T) = e^{T^2} \int_T^{\infty} e^{-t^2} dt,$$

für welche Tafeln von *Chr. Kramp*<sup>50)</sup> selbst, von *F. W. Bessel*<sup>51)</sup> und ausgedehnter von *R. Radau*<sup>52)</sup> vorliegen. Setzt man mit *Radau*

$$\sqrt{p} \cdot e^{T^2} \int_T^{\infty} e^{-t^2} dt = \psi_p$$

(worin  $T$  nach (51a) auch von  $p$  abhängig ist), dann erhält man als **definitiven Ausdruck der Refraktion nach Bessel**

$$R = \frac{\alpha \sqrt{2\beta}}{1-\alpha} \{ e^{-\beta \varepsilon} \psi_1 + \beta \varepsilon e^{-2\beta \varepsilon} \psi_2 + \frac{3}{2} \beta^2 \varepsilon^2 e^{-3\beta \varepsilon} \psi_3 + \dots \}.$$

Für die Horizontalrefraktion ( $z = 90^\circ$ ,  $T = 0$ ), folgt, da bekanntlich

$$\int_0^{\infty} e^{-t^2} dt = \frac{\sqrt{\pi}}{2}, \text{ also } \psi_p = \frac{\sqrt{p\pi}}{2} \text{ ist:}$$

$$R_{90^\circ} = \frac{\alpha}{1-\alpha} \sqrt{\frac{\pi\beta}{2}} e^{-\alpha\beta} \left\{ 1 + 2^{\frac{1}{2}} \alpha\beta e^{-\alpha\beta} + \frac{3^{\frac{3}{2}}}{1.2} \alpha^2 \beta^2 e^{-2\alpha\beta} + \dots \right\}.$$

Die erste *Besselsche Refraktionstafel*<sup>53)</sup> wurde nach den obigen Formeln unter Annahme der aus den *Bradleyschen Meridianbeobachtungen* abgeleiteten Werte der Konstanten

$$\alpha_0 = 57'',538, \quad \beta = 745,747 \quad (\text{bei } 9^\circ,13 \text{ C. und } 751,8 \text{ mm})$$

berechnet. Später fand *Bessel* aus eigenen und *Argelanderschen* Beobachtungen, daß die so erhaltenen Refraktionen bis  $z = 85^\circ$  zu klein, von  $85^\circ$  bis  $90^\circ$  zu groß waren. Er multiplizierte deshalb die ersten mit dem Faktor 1,000328, letztere aber ersetzte er einfach durch die beobachteten, also empirischen Werte. In den so gewonnenen, bis heute im allgemeinen Gebrauch gebliebenen *Tabulae Regiomontanae*<sup>47)</sup> sind nicht die Refraktionen selbst, sondern, der Kürze wegen, die Werte von  $k = \frac{R}{\operatorname{tg} z}$  mit dem Argument  $z$  tabuliert.

Zur Ableitung der Refraktion bei beliebigen Werten der Temperatur und des Luftdrucks am Beobachtungsorte entwickelte *Bessel* ziemlich weitläufige Differentialformeln, welche er dann aber zur

50) *Chr. Kramp*<sup>25)</sup>, p. 207—210.

51) *F. W. Bessel*, *Fund.*<sup>26)</sup> (1818), p. 36, auch *Bruhns*, *Hist. Entw.*, p. 112.

52) *R. Radau*, *Obs. de Paris Ann.*, mém. 18 (1885).

53) *Bessel*, *Fundamenta astronomiae*, *Regiomonti* 1818, p. 45—52.

logarithmischen Berechnung bequem umgestaltete und mit besonderen Tafeln ausstattete.

In ähnlicher Weise wie die *Besselsche* lassen sich auch die *Laplacesche*, *Ivorysche*, v. *Oppolzersche* Refraktionstheorie am einfachsten unter Einführung der  $\psi$ -Funktion entwickeln. Bei anderen Theorien dagegen, wie denen von *Schmidt*, von *Bauernfeind*, von *Gylden*, gelangt man zu einfacheren Integralen, die sich durch Rational- und Exponentialfunktionen ausführen lassen, dafür treten aber umständliche Reihenentwicklungen auf, von denen viele Glieder mitzunehmen sind. Als Typus dieser Art der Entwicklung werden wir in folgender Nr. die *Schmidtsche* Theorie in ihren Hauptzügen wiedergeben.

**11. Entwicklung des Refraktionsintegrals für die Schmidtsche Theorie<sup>54)</sup>.** Führt man die *Schmidtsche* Hypothese [s. Nr. 5g), *Schmidt*, p. 309)]

$$\frac{1 + mt}{1 + mt_0} = 1 - \frac{h}{H}$$

in die Gleichungen (5), (6) ein, so erhält man für die relative Dichte  $x$  (Formel 22a) die Differentialgleichung

$$dx \left(1 - \frac{h}{H}\right) - x \frac{dh}{H} = -\frac{a}{l_0} x ds = -\frac{a^2}{l_0} \frac{x dh}{(a + h)^2}.$$

Unter Vernachlässigung des Gliedes mit  $h^2$  im Nenner auf der rechten Seite und durch Auflösung in einfache Brüche ergibt sich

$$(52) \quad \frac{dx}{x} = -k \frac{\frac{dh}{H}}{1 - \frac{h}{H}} - (k + 1) \frac{2 \frac{dh}{a}}{1 + \frac{2h}{a}},$$

worin zur Abkürzung

$$(53) \quad k + 1 = \frac{1}{l \left(\frac{1}{H} + \frac{2}{a}\right)}$$

gesetzt ist. Aus (52) folgt durch Integration bei der Grenzbedingung  $h = 0, x = 1$ :

$$(54) \quad x = \left(1 - \frac{h}{H}\right)^k \left(1 + 2 \frac{h}{a}\right)^{-k-1}.$$

*Schmidt* nimmt das Refraktionsintegral (43) in der Form

$$(55) \quad R = \frac{\alpha}{1 - \alpha} \sin z \int_0^1 \frac{(1-s) dx}{\sqrt{1 - 2\alpha(1-x) - (1-s)^2 \sin^2 z}},$$

so daß er weder das quadratische Glied  $s^2 \sin^2 z$  im Nenner, noch den Faktor  $1 - s$  im Zähler vernachlässigt (vgl. Nr. 7, p. 317). Da er

54) Vgl. Fußnote 28.

für die Höhe  $H$  der Atmosphäre 49,1 km annimmt, so folgt für die reduzierte Gssamthöhe der Atmosphäre

$$S = \frac{H}{a + H} = 0,00763.$$

An Stelle von  $s$  führt *Schmidt* die neue Variable  $u$  gemäß der Beziehung

$$(56) \quad (1 - s)^2 = 1 - \beta(1 - u)$$

ein, worin  $\beta$  so gewählt wird, daß bei  $s = S$ , also an der Grenze der Atmosphäre,  $u = 0$  ist; demnach

$$(56a) \quad \beta = 2S - S^2 = 2\frac{H}{a} - 3\frac{H^2}{a^2} \pm \dots = 0,01525.$$

Aus der Gleichung (56) folgt

$$(57) \quad s = 1 - [1 - \beta(1 - u)]^{\frac{1}{2}},$$

also zufolge (17)

$$(58) \quad h = \frac{as}{1-s} = a \{ [1 - \beta(1 - u)]^{-\frac{1}{2}} - 1 \} \\ = a \{ \frac{1}{2}\beta(1 - u) + \frac{3}{8}\beta^2(1 - u)^2 + \dots \}.$$

Vermöge der Gleichung (57) und unter Einführung der Abkürzungen

$$K = \frac{\beta \sin^2 z}{\cos^2 z + \beta \sin^2 z}, \quad L = \frac{2\alpha}{\cos^2 z + \beta \sin^2 z}$$

geht der Ausdruck (55) in

$$(59) \quad R = \frac{\alpha}{1-\alpha} \sqrt{\frac{K}{\beta_0}} \int_0^1 \frac{\sqrt{1 - \beta(1 - u)}}{\sqrt{1 - Ku - L(1 - x)}} dx$$

über.

Die Formel (53) gibt mit den bekannten Werten  $l = 8$  km,  $H = 49$  km sehr nahe  $k + 1 = \frac{49}{8}$ , also  $k$  nahe  $= 5$ . Da nun  $k$  durch  $l_0$  von der Temperatur am Beobachtungsorte abhängig ist (vgl. Formel (22) in Nr. 5, p. 304), so wählt *Schmidt* als Normaltemperatur bei seiner Theorie eben eine solche ( $t_0 = -2^{\circ}, 2$ ), bei welcher genau  $k = 5$  ist. Dann ergibt sich nach den Gleichungen (54), (58), wenn man bei den Gliedern erster Ordnung in  $\beta$  stehen bleibt,

$$x = \left[ 1 - \frac{\alpha\beta}{2H}(1 - u) - \frac{3}{4} \frac{\alpha\beta^2}{2H}(1 - u)^2 \right]^5 \cdot [1 + \beta(1 - u)]^{-6}.$$

Setzt man hier für  $\frac{\alpha\beta}{2H}$  den aus (56a) erhältlichen Wert

$$\frac{\alpha\beta}{2H} = 1 - \frac{3}{4}\beta + \dots$$

ein, so folgt

$$x = [u + \frac{3}{4}\beta u(1 - u)]^5 [1 + \beta(1 - u)]^{-6} = u^5 [1 - \frac{3}{4}(1 - u) + \dots].$$



Wenn man jetzt diesen Ausdruck anstelle von  $x$  in Gl. (59) einsetzt und die Wurzel nach den Potenzen von  $L$ , den Zähler aber nach den Potenzen von  $u$  und von  $1 - u$  entwickelt, so erhält man eine lange Reihe von Gliedern der Form

$$C_{pqr} \int_0^1 \frac{(1-u)^p (1-u^2)^q}{(1-Ku)^{r+\frac{1}{2}}} u^s du,$$

worin  $p, q, r, s$  ganze Zahlen bedeuten. Diese Integrale sind nun durch bekannte Verfahren leicht auszuführen, die ganze Entwicklung wird aber offenbar infolge der vielen Integrationen äußerst langwierig.

Von diesem Mangel abgesehen ist die *Schmidtsche* Refraktions-  
theorie als eine physikalisch gut begründete und analytisch sehr  
streng durchgeführte Theorie hervorzuheben. Auch die von *Schmidt*  
ersonnene Einrichtung zur Verbesserung der Refraktion wegen der  
Temperatur  $t$  und des Luftdrucks  $B$  ist deshalb beachtenswert, weil  
sie die Berücksichtigung der Glieder zweiter Ordnung (in  $dt$  und  $dB$ )  
gestattet, während das *Besselsche* Verfahren auf die Glieder erster  
Ordnung beschränkt ist.

12. Vergleichstabelle der nach den wichtigsten Theorien be-  
rechneten Werte der Refraktion. In der folgenden Tabelle werden  
für eine Reihe von Zenitdistanzen die Werte der Refraktion bei den  
wichtigsten Theorien und bei den Formeln (46) (*Cassini*) und (47)  
(*Mayer*) zusammengestellt. Mit Ausnahme der letzteren Werte sind  
alle anderen aus einer Tabelle der mehrmals erwähnten *Radauschen*  
Abhandlung entlehnt.

$z$	Werte der Refraktion bei 0° und 760 mm nach:							
	Cassini	Mayer	Laplace	Bessel [T. R. 47]	Ivory	Schmidt	Gylden	Kowalski
45°	60',3	60,3	60,5	60,3	60,6	60,5	60,3	60,3
70	164,5	164,5	165,1	164,5	165,2	165,0	164,6	164,5
80	330,8	331,0	332,3	331,1	332,9	332,3	331,4	331,3
85	607,9	611,8	617,7	} 615,8 Theor. } 613,9 Beob.	619,3	617,9	616,4	616,4
90	1287,0	1316,4	2106,0		(2241,3)	2200,6	2207,8	2210,2

*Hilfstafeln für die Berechnung der Refraktion* sind vielen Theorien  
beigegeben. Die gebräuchlichsten sind wohl die *Besselschen* (p. 322),  
ausführlicher und genauer die neueren *Radauschen*, sehr bequem ein-  
gerichtet die neuesten *de Ballschen* Refraktionstafeln<sup>55)</sup>.

55) Vgl. das Literaturverzeichnis, p. 290, Abschnitt I c): „*Refraktionstafeln*“.

## IV. Theorie der Extinktion.

**13. Aufstellung des Extinktionsintegrals.** Wenn man sich auf Strahlen einer bestimmten Wellenlänge beschränkt, so daß die von einer gewissen Luftschicht durchgelassenen Lichtstrahlen qualitativ von den einfallenden nicht verschieden sind, dann gilt strenge das *exponentiale Absorptionsgesetz* (3)

$$J = e^{-k\sigma} J^*,$$

worin  $\sigma$  die durchlaufene Strecke,  $k$  den Absorptionskoeffizienten der Längeneinheit,  $J^*$  die anfängliche,  $J$  aber die durchgelassene Lichtmenge bedeutet. Fügen wir noch das *Beersche Gesetz* (4)

$$k = C\delta$$

hinzu, dann ergibt sich die **Fundamentalformel der Extinktionstheorie**

$$(60) \quad \log J = \log J^* - C\delta_0 \int_{\delta_0}^{\delta} \frac{\delta}{\delta_0} d\sigma,$$

worin  $\delta_0$  die für die Erdoberfläche geltende Luftdichtigkeit bedeutet,  $d\sigma$  das Element der Trajektorie des Lichtstrahls, also der Refraktionskurve,  $\delta$  die bezügliche Luftdichte darstellt und das Integral über die ganze Trajektorie zu erstrecken ist. Setzt man weiter

$$(61) \quad \left\{ \begin{array}{l} \lambda = \int_0^H \frac{\delta}{\delta_0} dh, \\ p = e^{-C\delta_0\lambda} \text{ (Transmissionskoeffizient der Atmosphäre),} \\ F(z) = \frac{1}{\lambda} \int_0^H \frac{\delta}{\delta_0} d\sigma, \end{array} \right.$$

worin  $H$  die Höhe der gesamten Atmosphäre bedeutet, und bezeichnet man mit  $J_z$  und  $J_0$  die scheinbare Helligkeit bei der Zenitdistanz  $z$ , bzw. bei der Zenitrichtung ( $z = 0$ ), dann folgt aus (60), (61)

$$\log J_z = \log J_0 + \log p[1 - F(z)].$$

Die Berechnung des Integrals  $F(z)$ , also der von den Lichtstrahlen durchlaufenen Luftmasse (Einheit ist die Masse  $\lambda$  einer Atmosphäre in der Vertikalrichtung), bildet die Aufgabe der Extinktionstheorie.

Bedeutet  $i$  die Neigung der Refraktionskurve in der Höhe  $h$  gegen die Normale  $r$  an den sphärischen Niveaulächen, so hat man für das Element  $d\sigma$  dieser Kurve

$$d\sigma = \frac{dr}{\cos i}.$$

Setzt man für  $\cos i$  den aus der Invariantenbeziehung (40) (Nr. 7) erhältlichen Ausdruck, und führt, wie schon p. 304,  $x$  (relative Dichtigkeit) an Stelle von  $\frac{\delta}{\delta_0}$  ein, so ergibt sich die Formel:

$$(62) \quad F(z) = \frac{1}{\lambda} \int_0^H \frac{x dh}{\sqrt{1 - \left(\frac{a\mu_0}{r\mu}\right)^2 \sin^2 z}},$$

welche hier dieselbe Rolle, wie die Formel (41) in der Refraktions-  
theorie spielt.

**14. Entwicklung des Extinktionsintegrals unter Annahme konstanter Dichtigkeit oder konstanter Temperatur. Lambert- und Bouguersche Formel.** Denkt man sich die Atmosphäre durch eine *homogene Luftschicht* ersetzt, nimmt man also  $x = 1$  und daher auch  $\mu_0 = \mu$  an, dann folgt zugleich

$$\lambda = H,$$

$$(63) \quad F(z) = \frac{1}{H} [\sqrt{a^2 \cos^2 z + 2aH + H^2} - a \cos z],$$

d. i. die sogen. **Lambertsche Extinktionsformel**<sup>56)</sup>, welche eine genügende Darstellung der durchlaufenen Luftmassen ergibt, wenn man für  $H$  den Wert der Höhe  $l$  der homogen reduzierten Atmosphäre [Nr. 3 b), p. 298], also etwa 8 km annimmt.

Bei der Annahme einer *konstanten Temperatur* und unter Vernachlässigung der Veränderung der Schwerkraft mit der Höhe erhält man [vgl. Nr. 5 c), *Newton*, p. 303]

$$x = e^{-\frac{h}{i}}, \quad H = \infty,$$

also

$$\lambda = \int_0^\infty e^{-\frac{h}{i}} dh = l = 7,9994 \text{ km.}$$

Führt man diese Werte in (62) ein, vernachlässigt man weiter die Krümmung der Trajektorie, welches durch die Annahme  $\mu = \mu_0$  geschieht, so ergibt sich aus (62)

$$(64) \quad F(z) = \frac{1}{a l \cos z} \int_0^\infty e^{-\frac{h}{i}} (a + h) \left(1 + \frac{2ah + h^2}{a^2 \cos^2 z}\right)^{-\frac{1}{2}} dh$$

und durch Reihenentwicklung, welche etwa bis  $z = 82^\circ$  zulässig ist<sup>57)</sup>

56) *Lambert*, *Photometria* 1760.

57) Vgl. hierüber *Bemporad* 1901. Die in den Lehrbüchern als *Bouguersche Extinktionsformel* gegebene Entwicklung unterscheidet sich von dieser in den

die korrigierte<sup>57)</sup> Bouguersche Extinktionsformel

$$(65) \quad F(z) = \sec z - \frac{l}{a} \sec z \operatorname{tg}^2 z + \frac{3}{2} \frac{l^2}{a^2} \sec^3 z \operatorname{tg}^2 z - \dots$$

Eine bei großen Zenitdistanzen sehr schnell konvergierende Entwicklung des Integrals (64) erhielt Bemporad<sup>58)</sup> durch die Einführung der Krampschens Funktion  $\psi(T)$  (p. 322). Führt man nämlich die neue Variable  $t$  durch die Gleichung

$$h + a(1 - \sin z) = lt^2$$

ein, entwickelt dann die Wurzel nach Potenzen von  $\frac{lt^2}{2a \sin z}$  und setzt zur Abkürzung:

$$\frac{l}{2a \sin z} = l_s, \quad \frac{a(1 - \sin z)}{l} = T^2, \quad \psi(T) = e^{T^2} \int_T^\infty e^{-t^2} dt,$$

so erhält man

$$(65a) \quad F(z) = l_s^{-\frac{1}{2}} \psi(T) + \frac{3}{4} l_s^{\frac{1}{2}} [T + \psi(T)] \\ - \frac{5}{16} l_s^{\frac{3}{2}} [T^3 + \frac{3}{2} T + \frac{3}{2} \psi(T)] \\ + \dots$$

Diese Entwicklung konvergiert so rasch, daß bis zu  $z = 84^\circ$  zwei Glieder zur genauen Berechnung von  $F(z)$  ausreichen. Sie ist ferner auch bei  $z > 90^\circ$  brauchbar<sup>58)</sup>.

**15. Laplacesche Extinktionsformel.** Aus den Fundamentalgleichungen (5) und (6) folgt unter Vernachlässigung der Veränderung der Temperatur und der Schwerkraft:

$$(66) \quad p = \delta = \delta_0 x, \\ l dx = -x dh.$$

Nach der Laplaceschen Beziehung (1)

$$\mu^2 = 1 + 2c\delta$$

ist ferner

$$\mu d\mu = c d\delta = c \delta_0 dx,$$

also

$$(67) \quad l dx = \frac{l \mu d\mu}{c \delta_0}.$$

Ersetzt man in  $F(z)$  den Wert von  $x dh$  durch seinen aus (66) und (67) erhaltlichen Ausdruck, ferner  $l$  durch  $\lambda$  (vgl. oben), so folgt

numerischen Koeffizienten, ist aber wegen zu grober Vernachlässigungen schon im zweiten Gliede unrichtig.

58) Vgl. Bemporad 1906 und Cerulli 1906.

unter gehöriger Änderung der Integrationsgrenzen

$$F(z) = \frac{1}{c \delta_0} \int_1^{\mu_0} \frac{\mu d\mu}{\sqrt{1 - \left(\frac{a\mu_0}{r\mu}\right)^2 \sin^2 z}}.$$

Vergleicht man diese mit der Fundamentalformel (41) der Refraktionstheorie (Nr. 7), so ergibt sich

$$dF = \frac{1}{c \delta_0 \sin z} \cdot \mu^2 \cdot \frac{r\mu}{a\mu_0}.$$

Da nun  $\mu$  und  $\frac{r\mu}{a\mu_0}$  sich sehr wenig von der Einheit unterscheiden, so wird sehr nahe

$$(68) \quad F(z) = \text{konst.} \cdot \frac{\text{Refr.}}{\sin z} \quad (\text{Laplacesche Extinktionsformel})$$

sein.

**16. Strengere Behandlung der Extinktionstheorie bei der Annahme einer gleichförmigen Temperaturabnahme mit der Höhe von Bemporad.** Nach den im vorigen (Nr. 7 und 10) eingeführten Bezeichnungen ergibt sich aus (62)

$$F(z) = K \int_0^S \frac{x \sqrt{1 - 2\alpha(1-x)(1+2s+\dots)} ds}{\sqrt{Z^2 - \varepsilon(1-x) + s - \frac{1}{2}s^2}},$$

worin

$$K = \frac{a}{\lambda \sqrt{2} \cdot \sin z}, \quad Z^2 = \frac{1}{2} \cotg z, \quad \varepsilon = \frac{a}{\sin^2 z}, \quad S = \frac{H}{a + H}$$

( $H$  Höhe der Atmosphäre) eingesetzt wurde. Nimmt man für die Konstitution der Atmosphäre die Hypothese einer gleichförmigen Abnahme der Temperatur mit der Höhe in der Form

$$t - t_0 = -\beta a s$$

an, dann erhält man aus (5) und (6) (Nr. 3)

$$x = (1 - \gamma s)^k,$$

worin

$$\gamma = \frac{m\beta a}{1 + m t_0} \quad \text{und} \quad k = \frac{a}{\gamma l} - 1 = \frac{1}{m\beta l_0} - 1.$$

Bei der Annahme des Temperaturgradienten  $\beta = 6^{\circ},22$  pro km wird

$$S = \frac{1}{\gamma} = 0,006894, \quad H = 43 \text{ km}, \quad k = \frac{3}{2}.$$

Dann folgt

$$\lambda = l \left( 1 + \frac{1}{13\gamma} + \frac{8}{65\gamma^2} + \dots \right) = 8,0109 \text{ km,}$$

und durch *Taylor*sche Entwicklung der Wurzel aus  $[Z^2 - \varepsilon(1-x) + s]^{-\frac{1}{2}}$  nach den Potenzen von  $\varepsilon(1-x)$  unter Einführung der neuen Variablen  $t$  (welche natürlich nichts mit der Temperatur  $t$  zu tun hat):

$$t = \frac{1 - \gamma s}{1 + Z^2 \gamma}$$

ergibt sich:

$$F(z) = \frac{C_0}{\sin^2 z} T^{-\frac{2k+1}{2}} \int_0^T \frac{t^k dt}{(1-t)^{\frac{1}{2}}} + \frac{C_1}{\sin^2 z} \left\{ T^{-\frac{2k-1}{2}} \int_0^T \frac{t^k dt}{(1-t)^{\frac{3}{2}}} - T^{-\frac{4k-1}{2}} \int_0^T \frac{t^{2k} dt}{(1-t)^{\frac{3}{2}}} \right\} + \dots,$$

worin

$$T = \frac{1}{1 + Z^2 \gamma}, \quad C_0 = \frac{a}{\lambda \sqrt{2\gamma}}, \quad C_1 = \frac{1}{2} C_0 \alpha \gamma, \dots$$

gesetzt ist. Die hierbei vorkommenden Integrale sind nun bei dem Normalwert  $k = \frac{3}{2}$  leicht durch trigonometrische Funktionen darstellbar<sup>59)</sup>, und die Entwicklung erweist sich bei allen Zenitdistanzen als rasch konvergierend.

### 17. Vergleichstabelle der verschiedenen Extinktionstheorien.

In der folgenden Tabelle werden für eine Reihe von Zenitdistanzen die Werte von  $F(z)$  (durchlaufene Luftmasse) nach den Formeln von *Lambert* (63), *Bouguer* (65) und (65a), *Laplace* (68) und nach der Theorie von *Bemporad* (Nr. 16) zusammengestellt.

Zenitdist. $z$	Werte der durchlaufenen Luftmasse $F(z)$ nach:			
	<i>Lambert</i>	<i>Bouguer</i>	<i>Laplace</i>	<i>Bemporad</i>
60°	1,997	1,993	1,993	1,995
70	2,909	2,897	2,899	2,904
80	5,647	5,551	5,563	5,600
85	10,663	10,142	10,196	10,395
88	20,858	18,677	18,835	19,787
90	39,957	35,416	36,664	39,652

18. Die terrestrische Extinktion. Ganz analog wie bei der terrestrischen Refraktion (Nr. 7) sprechen wir von *terrestrischer Extinktion*, wenn die von den Lichtstrahlen durchlaufene Strecke von

59) Vgl. *Bemporad*, Extinkt., Heidelb. Mitt. 4, 1904.

der Erdoberfläche an nicht bis zur Grenze der Atmosphäre, sondern nur bis zu einer gewissen Höhe verläuft. Dieser Fall kommt vor bei der photometrischen Beobachtung von Lichtquellen, welche der Erdoberfläche angehören (z. B. von entfernten Schneefeldern<sup>60</sup>) oder bei der gleichzeitigen Beobachtung eines und desselben Gestirnes aus zwei Stationen in sehr verschiedenen Höhen über dem Meeresniveau. Die diesbezüglichen Formeln müssen notwendigerweise komplizierter als die der astronomischen Extinktion ausfallen; doch hat *Bemporad* auf Grund der in Nr. 16 besprochenen Theorie Tafeln eingerichtet, welche die Berechnung der terrestrischen Extinktion (also der durchlaufenen Luftmassen) bis zur Zenitdistanz von  $89^{\circ}$  und bis zur Höhe von 5000 m über dem Meere ermöglichen<sup>61</sup>).

19. Die selektive Absorption. Da die Atmosphäre die Strahlungen verschiedener Wellenlänge in sehr verschiedenem Betrage absorbiert, so kann jede Extinktionstheorie zunächst nur bei monochromatischem Licht eine strenge physikalische Bedeutung beanspruchen. Da aber die spektralphotometrischen bzw. bolometrischen Untersuchungen wegen der kostspieligen instrumentellen Einrichtung, auch wegen ihrer Schwierigkeit, bisher keine große Verbreitung gefunden haben, so ist man in der Praxis genötigt, die Extinktionstheorie auf die Gesamthelligkeit der Gestirne durch Einführung einer mittleren, etwa den hellsten Partien des Spektrums entsprechenden Absorptionskonstante anzuwenden. Wie weit dies Verfahren zulässig ist, ist eine viel diskutierte Frage.

Schon im Jahre 1842 machte *Forbes* darauf aufmerksam, daß eine dünnere rote Glasscheibe nahezu alle Strahlengattungen, eine dickere aber nur die roten Strahlen hindurchgehen läßt. Die spezifische Absorptionskonstante  $c$  dieses Glases für ein bestimmtes natürliches Licht müßte also notwendigerweise verschieden ausfallen, je nachdem dünnere oder dickere Scheiben untersucht werden. *Forbes* präzierte auch, daß im zweiten Falle eine kleinere Absorptionskonstante herauskommen muß, und daß eben dieselbe Erscheinung bei der Bestimmung der atmosphärischen Absorption auf kleinen (vertikalen) und auf großen (fast horizontalen) Weglängen zu erwarten ist, daß nämlich am Horizont anscheinend eine große spezifische Durchlässigkeit der Luft herauskommen muß (**Forbessches Phänomen**).

60) *Oddone* 1901; *Bemporad*, Memorie del Reale Istituto Lombardo di scienze e lettere 20 (3. serie 11), classe di scienze matematiche e naturali, Milano 1905.

61) *Bemporad*, Lincei 1905.

Diese richtige Ansicht von *Forbes* wurde in präziserer mathematischer Form von *Langley*<sup>62)</sup> nochmals vorgebracht. Er bewies mit aller Strenge, daß einerseits wegen der allgemeinen, kontinuierlichen Zunahme der Absorptionskonstante vom roten bis zum violetten Ende des Spektrums<sup>8)</sup>, andererseits wegen der diskontinuierlichen Wirkung der sogenannten *atmosphärischen Absorptionsstreifen*, die in der gewöhnlichen Weise, d. h. ohne spektrale Zerlegung bestimmte mittlere Absorption von etwa 18% der ursprünglichen Intensität (bei der Vertikalrichtung) nur eine untere Grenze für die wirklich stattfindende Absorption bedeutet. Nach *Langley* sollte letztere nicht weniger als 40% betragen.

Während nun von allen Seiten die theoretische Richtigkeit der *Langleyschen* Einwendungen eingeräumt wurde, bestritt man doch die praktische Bedeutung derselben. Man bemerkte zunächst (*Seeliger*<sup>63)</sup>), daß die optisch wirksamsten Strahlen in einer verhältnismäßig schmalen Zone im Gelb und Grün konzentriert sind, welche an Wirkung die übrigen Partien im Spektrum so sehr übertrifft, daß fast nur sie allein berücksichtigt zu werden braucht; dann wird die erste der betrachteten Fehlerquellen (allgemeine Zunahme der Absorptionskonstante mit abnehmender Wellenlänge) bedeutend verringert. Andere (*Müller*<sup>64)</sup>) bemerken, daß bei der Anwendung der Extinktionstheorie an den zuverlässigsten empirischen Extinktionstabellen keine Spur des *Forbeschen Phänomens* zu finden ist. Dasselbe Phänomen sollte auch bewirken, daß die auf hohen Bergen angestellten Extinktionsbeobachtungen im allgemeinen größere Absorptionskonstanten als die ähnlichen Beobachtungsreihen in niedrigeren Stationen ergeben sollten. Die bis jetzt in dieser Richtung angestellten Versuche ergeben nun nichts dergleichen, vielmehr öfters das Gegenteil<sup>65)</sup>.

Hingegen haben sich neuerdings Anzeichen gefunden, daß man trotzdem nicht mit einem mittleren Extinktionskoeffizienten — auch für visuelle Beobachtungen — auskommt. *Müller* und *Kempff*<sup>66)</sup> haben im Jahre 1894 gleichzeitig auf dem Ätna und in Catania Helligkeitsmessungen an Sternen vorgenommen, die mit einem einheitlichen Extinktionskoeffizienten nicht zu erklären waren. Die Verfasser

62) *Langley*, Amer. Journ. 1884.

63) *Seeliger* 1891.

64) *Müller*, Photometrie (1897), p. 143.

65) Vgl. die Tabelle der wichtigsten Bestimmungen des Transmissionskoeffizienten  $p$  in *Müller*, Photometrie (1897), p. 138.

66) *Müller-Kempff* 1898, p. 278.



fürhten diesen Widerspruch auf die Wirkung einer Catania umgebenden Staubwolke zurück. Während Müller und Kempf bei ihrer Bearbeitung nur die gleichzeitigen Beobachtungen von Zenitsternen herangezogen hatten, hat A. Bemporad<sup>67)</sup> bei einer Neubearbeitung auch die gleichzeitigen Beobachtungen eines und desselben Sternes bei sehr großen Zenitdistanzen direkt miteinander verglichen. Zur strengen Berechnung der von beliebig geneigten Strahlen durchlaufenen Luftmassen zwischen den Höhen von Catania (69 m) und vom Ätnaobservatorium (2942 m) wurden die schon oben (Nr. 18) erwähnten Tafeln der terrestrischen Extinktion entworfen. Als Resultat dieser neuen Bearbeitung der Müller-Kempfschen Beobachtungen stellte sich in Bestätigung der Forbes-Langleyschen Ansichten heraus, daß die mittlere Extinktionskonstante keineswegs dieselbe war für alle Strahlen, welche dieselbe Schicht unter verschiedener Neigung durchliefen, daß vielmehr bei zunehmender Zenitdistanz die Extinktionskonstante beständig abnahm, sodaß sie bei 80° Zenitdistanz nur noch etwa halb so groß war, wie im Zenit.

Ganz ähnliche Resultate hat eine Neubearbeitung der Ängströmschen pyrheliometrischen Messungen<sup>68)</sup> zu Teneriffa (1897), sowie der in Catania und auf dem Ätna angestellten aktinometrischen Beobachtungen<sup>69)</sup> vom Jahre 1904 durch Bemporad ergeben. Aus den Beobachtungen auf Teneriffa ließ sich übrigens noch ableiten<sup>68)</sup>, daß der (logarithmisch genommene) Extinktionskoeffizient der unteren Luftschichten etwa mit der vierten Potenz der Dichte der Luft abnimmt.

Da aber hier immer nur etwas unbestimmte Mittelwerte für größere Spektralgebiete vorlagen und auch systematische Beobachtungsfehler eine Rolle gespielt haben können, so bleibt eine zuverlässige und ausgedehnte spektralphotometrische Untersuchung der Extinktion ein unbedingtes Erfordernis. Die bisherigen spektralphotometrischen Ergebnisse<sup>70)</sup> gehen weit auseinander und gestatten noch nicht einmal einen Entscheid darüber, ob die Rayleighsche Theorie<sup>71)</sup> gilt, welche ein Wachsen des Absorptionskoeffizienten umgekehrt proportional der vierten Potenz der Wellenlänge fordert. Auch ist noch zu entscheiden, wie weit Staub und wie weit die Luftmoleküle selbst

67) Bemporad, Lincei 1905, p. 281—282.

68) Bemporad 1908.

69) Bemporad-Mendola 1907.

70) Müller, Photometrie (1897), p. 140.

71) Lord Rayleigh [J. W. Strutt], Phil. Mag. 41 (1871), p. 107, 274, 447  
= Lord Rayleigh, Scientific papers 1, Cambridge 1899, p. 87 und p. 104.

an der Absorption beteiligt sind<sup>72)</sup>. Ferner scheinen *tägliche* und *jahreszeitliche Schwankungen* der Extinktion zu bestehen, deren Studium namentlich für die Frage nach der Konstanz der Sonnenstrahlung, der sogenannten Solarkonstanten, wichtig ist<sup>73)</sup>.

---

72) *Lord Rayleigh*, Phil. Mag. 47 (1899), p. 375 = *Lord Rayleigh*, Scientific papers 4, Cambridge 1903, p. 397.

73) *C. G. Abbot*, Smithsonian Miscellaneous Collections 45 (1903), p. 74; *S. P. Langley*, The „solar constant“ and related problems, Astroph. Journ. 17 (1903), p. 89; *S. P. Langley*, On a possible variation of the solar radiation, Astroph. Journ. 19 (1904), p. 305.

---

(Abgeschlossen im Dezember 1907.)



Verlag von B. G. Teubner in

# Populäre Ast

Von Dr. J. Sch

a. o. Professor der Astrophysik an  
Hauptobservator am Astrophysikalischen

Mit 30 Tafeln und 210 F

[VI u. 718 S.] gr. 8. 1908. In Leinwand geb. n. M. 12.—.

Inhalt: Die astrophysikalischen Methoden. Physikalische und physiologische Grundlagen. Die Spektralanalyse. Die Photometrie. Die strahlende Wärme der Sonne. Die Himmelsphotographie. Die Ergebnisse der astrophysikalischen Forschung. Die Sonne. Die Planeten, Monde, Kometen, Meteore, das Zodiaklicht. Die Nebelflecken. Die Fixsterne.

Das 19. Jahrhundert hat auch für die Astronomie, insbesondere aber für gewisse Spezialzweige derselben, das Arbeitsgebiet vervielfacht, so daß es schließlich für einen Forscher zur Unmöglichkeit wurde, den Überblick des Ganzen zu behalten. Es war daher eine unausbleibliche Folge dieses Aufschwungs, daß diejenigen Gebiete der Astronomie, die schließlich doch nur formal mit ihr zusammenhängen, sich von ihr abtrennten. So ist auch die Astrophysik ein selbständiger Zweig geworden; ihr Gebiet umfaßt sowohl die praktische als auch die theoretische Anwendung der Physik, wobei die Chemie immer als eingeschlossen zu betrachten ist, auf die Beobachtung und auf die Erforschung des Wesens der Himmelskörper. Die im vorliegenden Buche behandelte „Populäre Astrophysik“ stellt im wesentlichen den Inhalt einer Reihe von Vorlesungen dar, die an der Berliner Universität als Einleitung in die Gebiete der Spektralanalyse, Photometrie und Photographie der Gestirne gehalten wurden. In Werken der „Populären Astronomie“ ist wegen des gewaltigen Gebietes, das in denselben dargeboten ist, die Astrophysik nicht in dem Maße ausführlich behandelt, wie es zum Verständnis und zur Würdigung der gerade auf diesem Spezialgebiet in den letzten Jahrzehnten erreichten Fortschritte erforderlich erscheint. Diese Lücke, die in unserer populär-wissenschaftlichen Literatur bisher vorhanden war, sucht vorliegendes Werk auszufüllen. Die „Populäre Astrophysik“ ist für den gebildeten Laien bestimmt. In Rücksicht auf den Leserkreis sind mathematische Betrachtungen nach Möglichkeit vermieden; wo dies nicht möglich war, sind dieselben etwa dem Standpunkt eines Gymnasialabiturienten angepaßt. Die zum Verständnis notwendigen astronomischen Kenntnisse mußten natürlich vorausgesetzt werden, soweit sie in den populären Astronomien gegeben sind. Bei der jetzigen Vollkommenheit photographischer Reproduktionen war es möglich, den Grundsatz zur vollen Geltung zu bringen, daß direkte Anschauung wertvoller ist, als ausführliche Beschreibung; es wurden daher dem Buche eine große Zahl von Tafeln und Figuren beigelegt.

## Gaskugeln.

Anwendungen der mechanischen Wärmetheorie  
auf kosmologische und meteorologische Probleme.

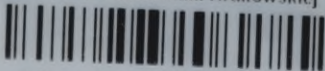
Von Dr. R. Emden,

Privatdozent für Physik und Meteorologie an der Kgl. Technischen Hochschule in München.

Mit 24 Figuren, 12 Diagrammen und 5 Tafeln im Text. [VI u. 498 S.] gr. 8. 1907.  
In Leinwand geb. n. M. 13.—

Untersuchungen über den Bau und die fortschreitende Entwicklung gasförmiger Himmelskörper liegen nur in einigen, z. T. schwer zugänglichen Abhandlungen vor, von denen in erster Linie diejenigen von H. Lane, W. Thomson, G. Darwin und A. Ritter zu erwähnen sind. Verfasser hat diese Untersuchungen neu aufgenommen, vor möglichst allgemeinen Gesichtspunkten aus durchgeführt und die erhaltenen Resultate in Form eines kurzen Lehrbuches niedergelegt. Die notwendigen mechanischen Quadraturen sind sehr exakt ausgeführt; dadurch ist ein wertvolles Zahlenmaterial als Grundlage weiterer Forschung gewonnen. Der 2. Teil des Buches behandelt die Anwendungen dieser Untersuchungen auf kosmische Staubmassen, Nebelflecke, die Erde nebst ihrer Atmosphäre und die Sonne. Die Strahlenbrechung in einer kugelförmigen Gasmasse, die durch innere Gravitation zusammengehalten wird, ist eingehend behandelt, was mit Hinblick auf einige neuere Ansichten über die Strahlenbrechung auf der Sonne von besonderer Wichtigkeit sein dürfte.

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



II-348773

Druk. U. J. Zam. 356. 10.000.

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig und Berlin.

## Keplers Traum oder nachgelassenes Werk über die Astronomie des Mondes.

Übersetzt und kommentiert von Ludwig Günther, Direktor in Stettin.

Mit dem Bildnis Keplers,  
dem Faksimile-Titel der Original-Ausgabe, 24 Abbildungen im Text und 2 Tafeln.

[XXII u. 186 S.] gr. 8. 1898. Geh. n. *M* 8.—

Dies Buch ist wohl die merkwürdigste Schrift aus der Reformationszeit der Sternkunde; gleich merkwürdig wegen ihres Inhaltes wie wegen ihres Geschickes. Es enthält in kurzen Umrissen, durch eingehende Noten erläutert, diejenigen astronomischen Erscheinungen, die ein Beobachter auf dem Monde haben würde. Kepler gibt uns darin eine methodische Untersuchung aller die wechselseitigen Beziehungen zwischen Erde und Mond betreffenden Fragen; er streift dabei fast alle Gebiete des Wissens und bietet uns eine naturgemäße Entwicklung derjenigen Betrachtungen, die er in seinen früheren Werken zerstreut und nur gelegentlich ausgeführt hat. Wir dürfen also den „Traum“ nicht allein als eine auf kopernikanischen Prinzipien begründete Mondastronomie, sondern auch als Kompendium der Keplerschen Werke überhaupt ansehen. Sein Vorhaben, einen größeren Leserkreis mit den großen Gedanken Keplers bekannt zu machen, auszuführen, ermunterten den Verfasser namhafte Kapazitäten auf dem Gebiete der Astronomie und der Erdkunde, deren Sympathie und Unterstützung er sich zu erfreuen hatte.

## Dialog über die beiden hauptsächlichsten Weltsysteme das ptolemäische und das kopernikanische.

Von Galileo Galilei.

Aus dem Italienischen übersetzt und erläutert von Emil Strauß.

[LXXXIV u. 586 S.] gr. 8. 1891. Geh. n. *M* 16.—

Merkwürdigerweise gab es bisher keine deutsche Übersetzung von diesem berühmten Buche des Vaters der modernen Physik, von einem Buche, das ebenso hervorragend ist durch die Bedeutsamkeit seines Inhalts, wie durch die Schönheit seiner Form, das seinem Verfasser so viel Ruhm und so schwere Leiden eintrug. Und doch verdient das Buch als Quelle der vielen landläufigen Argumente für das kopernikanische System, als farbenprächtiges Gemälde des Ringens mittelalterlicher mit neuzeitlicher Weltanschauung, als Ausgangspunkt für eine Menge physikalischer Untersuchungen der Folgezeit die höchste Beachtung. Die Darstellung ist so klar, daß die meisten Partien einem Primaner völlig verständlich sind und für ihn eine belehrende und anregende Lektüre bilden würden, wie andererseits der Kulturhistoriker in keiner Geschichte der Philosophie eine anschaulichere Schilderung vom Stande der damaligen Naturphilosophie finden kann. — Eine Einleitung, die unter anderem eine biographische Skizze Galileis enthält, und eingehende historische und sachliche Anmerkungen werden das Verständnis und die Würdigung des Werkes erleichtern und mancherlei irrige Ansichten des Verfassers berichtigen; auch Irrtümer, wenn als solche erkannt, und namentlich Irrtümer eines Mannes wie Galilei sind belehrend und verschaffen Einblick in die Geschichte der Wissenschaft.

## Elementare kosmische Betrachtungen über das Sonnensystem und Widerlegung der von Kant und Laplace aufgestellten Hypothesen über dessen Entwicklungsgeschichte.

Einige Vorträge von Professor Dr. Gustav Holzmüller.

Mit 8 Figuren im Text. [VI u. 98 S.] 1906. Geheftet n. *M* 1.80.

Der Verfasser hat eine Reihe von Vorträgen, zu denen er in mehreren Bezirksvereinen Deutscher Ingenieure und in naturwissenschaftlichen Vereinigungen aufgefördert wurde, zu einem Ganzen verschmolzen. Vom Leser beansprucht er nur einige Übung in der Gymnasialmathematik. Die kosmischen Betrachtungen beziehen sich zunächst auf die Himmelsmechanik. Die Ableitung der drei Keplerschen Gesetze aus der Newtonschen Anziehungshypothese gelingt ihm auf elementarem Wege. Auch das Gesetz für kleine Störungen wird einfach entwickelt. Mit den mechanischen Betrachtungen werden sofort die wärme-theoretischen Entdeckungen von Rob. Mayer und H. v. Helmholtz und andere physikalische Probleme behandelt. Der gegenwärtige Zustand der Sonne wird nach den neuesten Forschungen dargestellt. Die Stoffauswahl geschah in der Absicht, eine kritische Besprechung der von Kant und Laplace aufgestellten Theorien über die Bildung des Sonnensystems zu ermöglichen, die durchaus ablehnend ausfällt.

„Wer die Plaudereien des Verfassers gelesen und an den mit einfachen Mitteln aufgestellten große zügigen und weitgehenden Folgerungen Gefallen gefunden hat, dem wird auch das vorliegende Buch Genuß bereiten. Den Hauptinhalt bildet das 'Ein-, Zwei- und Dreikörperproblem', aus dem sich die Kritiken über die Kantschen und Laplaceschen Hypothesen von selbst ergeben.“  
(Zeitschrift deutscher Ingenieure.)







Biblioteka Politechniki Krakowskiej



**II-348773**

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



**100000301665**