VI 1, 8. DYNAMISCHE METEOROLOGIE.

Von

FELIX M. EXNER und **W. TRABERT**

in Innsbruck in Wien.

Inhaltsübersicht.

Literatur.

(Lehrbücher und zusammenfassende Arbeiten.)

A. Angot, Traité élémentaire de météorologie, Paris 1899.
H. Faye, Nouvelle étude sur les tempêtes, Paris 1897.
W. Ferrel, Recent advances in meteorology, Rep. chief. sign. off., Washington 1885.
—, A popular treatise on the winds, London 1889.
J. Hann, Lehrbuch der Meteorologie, Leipzig 1. Aufl. 1901, 2. Aufl. 1906.
—, Handbuch der Klimatologie, Stuttgart 1908.
—, Meteorologie in *Müller-Pouillet*, Lehrbuch des Physik, Braunschweig 1907.
H. Hildebrandson und *L. Teisserenc de Bort,* Les bases de la météorologie dynamique, Tome I u. II, Paris 1907.
Th. Reye, Die Wirbelstürme, Tornados und Wettersäulen usw., Hannover 1872
A. Sprung, Lehrbuch der Meteorologie, Hamburg 1885.
W. Trabert, Meteorologie und Klimatologie, Leipzig und Wien 1905.

I. Grundbegriffe der Meteorologie.

1. Messung der meteorologischen Elemente. Aufgabe der Meteorologie im engeren Sinne oder der Physik der Atmosphäre ist die Aufdeckung des Zusammenhanges zwischen jenen Faktoren, welche in ihrer Gesamtheit das „Wetter" ausmachen. Wie bei der Aufdeckung jedes physikalischen Zusammenhanges handelt es sich also zuerst um die *Messung* dieser Elemente.

Die größten Schwierigkeiten der Meteorologie liegen nun erstlich darin, daß der Zusammenhang selbst ein ungemein komplizierter ist, d. h. daß die eine Erscheinung nicht der Hauptsache nach von nur *einer* anderen Erscheinung abhängig ist, sondern daß sie in der Mehrzahl der Fälle Funktion mehrerer, mehr oder weniger in gleichem Maße in Betracht kommender Faktoren ist. Zweitens aber liegen die Schwierigkeiten darin, daß die Messung selber in exakter Weise teils noch nicht oder erst in neuerer Zeit ermöglicht wurde.

Unter den zuletzt genannten Fällen ist z. B. die Messung der *Lufttemperatur* gemeint, die lange Zeit die größten Schwierigkeiten gemacht hat. Der Definition nach verstehen wir unter „Lufttemperatur" die Angabe eines Thermometers, wenn dieses keine Volumänderung mehr anzeigt und sein Volumen *allein* bestimmt wird durch den Wärmeaustausch zwischen Luft und Thermometer und alle das Volumen mitbestimmenden Faktoren ausgeschlossen sind.

Es hält nun schwer, bei der guten Durchlässigkeit der Luft gegen Strahlung alle anderen Wärmequellen auszuschließen, und ebenso kann auch Nässe des Thermometers durch die zur Verdunstung des Wassers erforderliche Wärme als Wärmeentzug störend wirken.

Ist eine solche positive oder negative Wärmequelle vorhanden, welche in der Zeiteinheit die Wärmemenge q liefert, so wird bei Wärmegleichgewicht *prinzipiell* ein Unterschied zwischen der Temperatur T des Thermometers und jener der zu messenden Luft T' bestehen müssen, denn bei Wärmegleichgewicht ist offenbar:

$$k(T - T') = q.$$

Solange q von Null verschieden ist, muß auch T von T' verschieden sein, d. h. unser Thermometer gibt nicht die wahre Lufttemperatur. Der Faktor k ist eine Konstante, die von Leitung, Strahlung usw. abhängt.

Darin, diese Wärmequellen auszuschließen, besteht nun das Problem, die Lufttemperatur zu messen.

Leicht ist es, durch Anbringung einer Beschirmung die Befeuchtung des Thermometers durch Regen zu verhindern. Man hat zu diesem Zwecke das Thermometer in Blechbeschirmungen oder in Hütten untergebracht. Natürlich erwärmen sich aber durch Besonnung bei Tag diese Beschirmungen, oder sie kühlen sich bei Nacht durch Ausstrahlung ab, und sie werden nun selbst zu schädlichen Wärmequellen.

Das Problem besteht also darin, das Thermometer in eine Hülle einzuschließen, die selbst schon die wahre Lufttemperatur hat, dann ist offenbar $q = 0$, also $T = T'$.

Gelöst wurde diese Forderung zuerst mit dem *Assmann*schen *Aspirationspsychrometer*[1]), bei welchem die vernickelte, glänzend polierte, also tunlichst gegen Strahlung geschützte Hülle von dem Luftstrome umspült wird, dessen Temperatur gemessen werden soll. Der hohe Preis und der Umstand, daß die Ablesung mit einem Fernrohre vor-

1) Abhandlungen des Kgl. preuß. meteorol. Instituts 1 (1892) Nr. 5, p. 117.

genommen werden soll, verbieten die allgemeine Einführung des Aspirationspsychrometers.

Umgekehrt beruht das *Psychrometer* darauf, die Temperaturdifferenz $T - T'$, der Luft und eines künstlich feucht erhaltenen Thermometers, und damit die Wärmemenge q zu ermitteln, die zur Verdampfung der vom Sättigungsdefizit abhängigen Wassermenge nötig ist.[2])

Ist der Dampfdruck bei Sättigung e_0, unter den gegebenen Umständen e, so ist $q = k(e_0 - e)$, wenn k wieder eine Proportionalitätskonstante ist, also

$$e = e_0 - C(T - T').$$

Man kann nun entweder die Psychrometerkonstante C empirisch oder theoretisch bestimmen.[3]) Die theoretische Bestimmung kann aber wieder zwei Wege gehen. Die *Jvory-August-Apjohn*sche Konvektionstheorie[4]) des Psychrometers setzt voraus, daß irgendeine Menge Luft durch Berührung mit dem befeuchteten Thermometer einesteils abgekühlt und andererseits mit Wasserdampf gesättigt werde. Die bei der Abkühlung der Luft entzogene Wärme muß gleich sein der zur Erzeugung der Dampfmenge erforderlichen Wärme. Die Gleichsetzung beider Ausdrücke liefert die *Ivory-August-Apjohn*sche Psychrometerformel.

Einen anderen Weg schlagen *J. Stefan*[5]) und *J. C. Maxwell*[6]) ein. Der Dampffluß, infolge von Diffusion des Wasserdampfes durch Luft, liefert einen Ausdruck für die erforderliche Verdampfungswärme; setzt man diese dem Wärmestrom, wie er infolge von Leitung und Strahlung existieren muß, gleich, hat man die Stefan-Maxwellsche Formel.

Es hat schon *H. V. Regnault* darauf hingewiesen, daß in der Formel

$$e = e_0 - Ab(T - T')$$

die Konstante A (b ist der Luftdruck) von der Ventilation abhängt.

Theoretisch ist $A = 0{,}000624$, für kleine geschlossene Zimmer nach *Regnault* 0,00128, für große geschlossene Säle ist $A = 0{,}00100$. Bei Ventilation hängt A von der Windgeschwindigkeit ab. Die Psychrometertafeln gelten daher nur für eine *bestimmte Windgeschwindigkeit* (von etwa 1^m pro Sekunde).

---

2) *L. A. Großmann*, Beitrag zur Geschichte und Theorie des Psychrometers, Met. Zeitschr. 6 (1889), p. 121.

3) *W. N. Shaw*, Report on Hygrometric Methods I Part. Lond. Phil. Trans. 179 (1888), p. 41.

4) *J. Ivory* in Phil. Mag. (1) 60 (1822); *E. F. August* in Ann. d. Phys. 4 (1825), p. 69 und *J. Apjohn* in Lond. Phil. Trans. (1834).

5) Zeitschr. d. Öst. Ges. für Met. 16 (1881), p. 180.

6) Encycl. Brit. (9) 7 (1877), p 218.

Bei dem Aspirationspsychrometer mit einer immer konstanten Ventilationsgeschwindigkeit gilt die Formel

$$e = e_0 - \frac{0{,}5}{755} b (T - T'),$$

wenn in der üblichen Weise der Dampf- und Luftdruck in mm und die Temperatur in Celsius-Graden ausgedrückt wird.

Unangenehmer fühlbar als die Veränderlichkeit der Psychrometerkonstanten macht sich der Umstand, daß im Winter die Eiskruste, welche sich um das befeuchtete Thermometer bildet, die Wärme schlecht leitet, so daß das Psychrometer, wenn es nicht sehr sorgfältig behandelt wird, im Winter unbrauchbar wird.

Man hat deshalb sehr dem Haarhygrometer, das direkt die relative Feuchtigkeit gibt, das Wort geredet. Bei dem Haarhygrometer wird die Tatsache benützt, daß die Poren, welche ein entfettetes, pigmentfreies Haar aufweist, sich mit Wasser anfüllen, so daß ein feuchtes Haar länger wird. Die Länge ist nun eine Funktion der relativen Feuchtigkeit, so daß diese durch die jeweilige Länge angegeben wird. Eine nähere Untersuchung des Haarhygrometers und ausführliche Literaturangaben gibt *J. Pircher.*[7]) Die Haare werden aber durch Staub und Ruß bald verschmutzt und unhygroskopisch, so daß dann die Angaben des Haarhygrometers nicht mehr richtig werden. Auch bei sehr tiefen Temperaturen funktioniert das Haarhygrometer nicht mehr.

Wie bei dem Psychrometer der Wärmeverlust durch Verdampfung wird bei dem *Aktinometer* die Wärmezufuhr durch die Sonnenstrahlung nutzbar gemacht. Wenn ein mit Ruß geschwärztes Thermometer alle Strahlen absorbiert, dann wird bei einer Wärmezufuhr q dasselbe im allgemeinen eine Temperatursteigung ΔT pro Minute zeigen; aber, indem seine Temperatur T über jene der Luft T' steigt, wird zugleich ein der Differenz $T - T'$ proportionaler Wärmeverlust durch Leitung, Strahlung und Konvektion entstehen. Es ist dann

$$w \Delta T = q - k(T - T').$$

Wir können nun ΔT, T und T' ablesen, w ein für allemal ermitteln; trotzdem bleiben uns in der Gleichung zwei Größen q und k unbekannt.

Wir müssen daher zu einem anderen Zeitpunkte und bei vielleicht gänzlich veränderten Verhältnissen bei Abhaltung der Sonnenstrahlung ($q = 0$), eine Bestimmung von k für sich machen.

Die Größe k wird daher immer unsicher sein. Nach diesem

---

7) Wiener Akad. Denkschr.; math. naturw. Cl. 73 (1901), p. 267 (Jubelband).

Prinzipe konstruiert sind das Pyrheliometer von *C. S. Pouillet*, das von *A. Crova*, von *L. J. Violle*, von *A. Secchi* usw. Eine eingehende Kritik aller Aktinometer verdanken wir *O. Chwolson*.[8])

Dem ebenerwähnten Hauptübelstande aller Aktinometer hilft *K. Ångström*[9]) durch das bei seinem Pyrheliometer angewandte Prinzip ab. Es werden gleichzeitig zwei möglichst gleichartige geschwärzte Plättchen verwandt. Das eine wird durch die darauffallende Sonnenstrahlung erwärmt, das andere durch einen Heizstrom, dessen Intensität man variieren kann. Ist die Temperatur beider Plättchen dieselbe, was durch das Fehlen eines Thermostroms zwischen beiden Plättchen konstatiert wird, dann ist auch die zugeführte Wärme dieselbe. Man kann durch die Intensität i die Sonnenwärme q messen.

Verhältnismäßig leicht und streng ist der Luftdruck mit Hilfe des *Barometers* meßbar. Bei dem Quecksilberbarometer wird demselben durch das Gewicht einer Quecksilbersäule das Gleichgewicht gehalten. Mißt man das Gewicht durch die Länge der Quecksilbersäule, so muß sowohl bei dem Fortin-Barometer wie beim Heberbarometer eine Korrektur auf $0^0 C$ Temperatur angebracht werden; bei dem Stationsbarometer mit unbeweglichem Boden auch eine für jedes Instrument individuelle Niveaukorrektur. Nur der *Sprung*sche Wagebarograph zeichnet direkt das Gewicht des Quecksilbers und damit den Luftdruck auf.

In allen Fällen ist aber noch außerdem je nach der geographischen Breite und je nach der Seehöhe eine konstante Schwerekorrektion an die Angaben des Quecksilberbarometers anzubringen. Es ist aber gebräuchlich, die letztere hinterher anzubringen und bei der Publikation der Daten wegzulassen.

Bei den Aneroiden und Siedethermometern fällt natürlich diese Korrektur weg. Jedes Aneroid wird aber im allgemeinen eine individuelle Temperaturkorrektur besitzen.

Alle anderen meteorologischen Elemente werden (meist nach einer 10-teiligen Skala) geschätzt. Vielfach wird nur noch die Windgeschwindigkeit mit Hilfe eines *Robinson*schen Schalenkreuzes gemessen. Der Zusammenhang zwischen Windgeschwindigkeit und Zahl der Umdrehungen wird am besten empirisch ermittelt. Nach einer allerdings wenig stichhaltigen Theorie ist die Windgeschwindigkeit dreimal so groß wie die Geschwindigkeit, mit der sich die Schalenmittelpunkte bewegen. Nach den Beobachtungen ist dieser Faktor viel kleiner als 3 und liegt etwa zwischen 2,2 und 2,5.

8) Repertorium für Meteorologie 15 (1892) Nr. 1.

9) Ann. Phys. 67 (1899), p. 633.

2. Bearbeitung der meteorologischen Elemente. Um nach Tunlichkeit alle Zusammenhänge zu eliminieren, welche keinen täglichen und jährlichen Gang aufweisen, also den Charakter des „Zufälligen" an sich tragen, ist es üblich, für eine bestimmte Stunde oder für einen bestimmten Monat den Mittelwert aus einer größeren Zahl dieser Stunden oder dieser Monate abzuleiten. Um andererseits auch jene Zusammenhänge, die einen täglichen oder jährlichen Gang besitzen, auszuschließen, kann man auch Tages- bzw. Monatsmittel und Jahresmittel bilden.

In der Tat verhalten sich die Abweichungen der Einzelwerte vom arithmetischen Mittel ähnlich wie Beobachtungsfehler, d. h. positive und negative Abweichungen sind ziemlich gleich häufig, und je größer die Abweichung ist, um so seltener tritt sie auf.

Man hat es aber in der Hand zu prüfen, ob sich bei langjährigen Beobachtungsreihen die Abweichungen ε vom Mittel in der Tat wie zufällige Fehler verhalten. *Cornu*[10]) hat gezeigt, daß in der Tat das doppelte Quadrat des mittleren Fehlers $2E^2 = \frac{2\Sigma\varepsilon^2}{n-1}$ dividiert durch das Quadrat des durchschnittlichen Fehlers v^2 (der mittleren Abweichung) gleich der Zahl π ist.

Hann findet[11]) für 125 Wintertemperaturen von Wien $2E^2 : v^2 =$ 3,11; für 125 Sommertemperaturen 3,25, Mittel 3,18. Für Paris (1767—1886) geben die Jahresmittel der Temperaturen 3,20, für Mailand (1763—1872) 3,11. Aus 130jährigen Luftdruckmitteln des Januars von Paris ergibt sich 3,13.

Auch für den Niederschlag gilt dieser Satz. Von 160jährigen Niederschlagsmessungen zu Padua liefert die erste Hälfte $2E^2 : v^2 = 3{,}094$, die zweite Hälfte 3,146; Mittel beider Reihen 3,12.

Die Mittelwerte sind aber durchaus nicht identisch mit den häufigsten Werten, den sogenannten „Scheitelwerten". Beide Werte scheinen nur in den Tropen zusammenzufallen.

---

10) Annales de l'Obs. de Paris 13 (1876).

Daß $2E^2 : v^2$ gleich π ist, steht schon bei Gauß. Vgl. z. B. Abhandlungen zur Methode der kleinsten Quadrate von *C. F. Gauß* (in deutscher Sprache herausgeg. von *Börsch* u. *Simon*) p. 134 unten, wo nach Gaußscher Bezeichnung ist:

$$2K'' : K'^2 = \pi.$$

Gauß berechnet dort auch die entsprechenden Verhältnisse bei Benutzung irgendwelcher Fehlerpotenzen, die man natürlich auch (aber mit unbequemerer Rechnung) als „Zufallskriterien" gebrauchen kann. Vgl. auch *F. R. Helmert*, die Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate, 2. Aufl., Leipzig 1907, 5. Kapitel.

11) Lehrbuch der Meteorologie, Leipzig 1901, p. 106, 326.

Zur Berechnung des wahrscheinlichen Fehlers eines Mittels bedient man sich meist der *Fechner*schen Formel

$$\frac{1{,}1955\, v}{\sqrt{2n-1}}.$$

Für den Faktor, mit dem die mittlere Abweichung v zu multiplizieren ist, hat *Hann* eine kleine Tabelle gerechnet[12]), aus der hervorgeht, daß man ziemlich viele Jahre braucht, um den wahrscheinlichen Fehler z. B. des Jahresmittels der Temperatur auf $0{,}1^0$ herabzudrücken. Für Westsibirien ist z. B. im Winter die Zahl der erforderlichen Jahre 790! Es geht daher nicht an, aus 10 oder 20 Jahren Mittel zu bilden und diese untereinander zu vergleichen.

Zu diesem Zwecke müssen sie auf dieselbe Periode reduziert sein. *J. v. Lamont* hat nämlich nachgewiesen, daß trotz der großen Veränderlichkeit der Einzelwerte die Unterschiede benachbarter Orte ziemlich klein bleiben.[13]) *Hann* hat an zahlreichen Beispielen diese Methode bestätigt[14]) und gezeigt, daß diese Reduktion der Mittel besonders bei der Temperatur, aber auch bei den Jahresmitteln des Niederschlags eine unerläßliche Forderung ist, um *vergleichbare* Werte zu erhalten.

Um eine größere Zahl von Mittelwerten verschiedener Örtlichkeiten vom selben Zeitpunkte zu vergleichen, empfiehlt sich die Darstellung derselben durch *Isolinien.* Der erste, welcher Isothermen der Erde entwarf, war *Alexander v. Humboldt.*[15]) Darstellungen der Temperatur- oder Luftdruckverteilung auf der Erde durch Kugelfunktionen würden kaum einen größeren Wert haben. Sie wurden bisher nicht versucht.

Um die Abhängigkeit nach der Breite rein zu bekommen, hat man Mittelwerte für einen und denselben Parallelkreis ermittelt, so z. B. *H. W. Dove* für die Temperatur[16]), und man hat, um die lokalen Abweichungen von diesen Normaltemperaturen des betreffenden Parallelkreises zu ermitteln, die Abweichung vom Normalwerte, die *Anomalie,* berechnet. *Isanomalen* geben dann ein gutes Bild des Einflusses, den andere Faktoren, vor allem die Land- und Meerverteilung, ausüben. Auch solche *Isanomalen* sind zuerst von *Dove* entworfen worden.

---

12) Lehrbuch der Meteorologie, Leipzig 1901, p. 107.

13) Zeitschr. d. Öst. Ges. für Met. 2 (1867), p. 245.

14) Wien. Ber. (2a) 90 (1884), p. 622.

15) Mémoires de physique et de chimie de la Société d'Arcueil 3 (1817), p. 462. Siehe auch *W. Meinardus*, Die Entwicklung der Karten der Jahresisothermen. Humboldt, Centenar-Schrift, Berlin 1899.

16) Die Verbreitung der Wärme auf der Erdoberfläche, Berlin 1852.

Ein besonderes Interesse kommt den periodischen Erscheinungen der Atmosphäre, also ihrem täglichen und jährlichen Gange zu.

Da sich jede periodische Funktion in eine *Fourier*sche (unendliche trigonometrische) Reihe entwickeln läßt, hat man auch zur Darstellung des täglichen und jährlichen Ganges vielfach eine *Bessel*sche (endliche trigonometrische) Reihe verwandt.

Einen großen Vorteil gewährt dies beim Luftdruck. *Hann* hat gezeigt[17]), daß man bei der Darstellung des täglichen Ganges des Luftdrucks erstlich mit zwei Gliedern der *Bessel*schen Reihe, also mit vier Konstanten auskommt, und daß zweitens das erste Glied in deutlicher Weise vom Temperaturgange beeinflußt wird, während das zweite Glied (sowohl was Phase als Amplitude anlangt) eine überraschende Regelmäßigkeit und Abhängigkeit von der Breite und dem Sonnenstande erkennen läßt. Das zweite Glied zeigt eine wahrhaft kosmische Einfachheit. Ungefähr zu denselben Resultaten kam ziemlich gleichzeitig mit *Hann* und unabhängig von ihm *A. Angot.*[18])

Diese große Regelmäßigkeit, welche das zweite Glied im täglichen Luftdruckgange zeigte, führte dann zur Theorie der atmosphärischen Ebbe und Flut durch rein thermische Ursachen von *M. Margules.*[19])

Nicht vorteilhaft ist die Verwendung der *Bessel*schen Formel zur Darstellung des Temperaturganges. *Wild* hat gezeigt[20]), daß dazu sechs und mehr Glieder erforderlich sind, und daß insbesondere zur Berechnung des Wertes und der Eintrittszeit der Extreme sowie auch zur Interpolation die *Bessel*sche Formel ganz ungeeignet ist. Die graphische Darstellung der beobachteten Einzelwerte leistet dann mehr als die *Bessel*sche Formel, bei der notwendig zur Bestimmung der Konstanten alle Werte einfließen, so daß einzelne entschieden fehlerhafte Beobachtungen alle anderen beeinträchtigen und künstlich fälschen.

Bei den übrigen Elementen verbietet sich die Anwendung der *Bessel*schen Formel von selbst, da viel zu viel Jahrgänge nötig sind, um den täglichen Gang einigermaßen verläßlich darzustellen.

3. Abnahme des Luftdrucks mit der Höhe und Hebung der Flächen gleichen Druckes. Die Abnahme des Luftdrucks mit der

17) Wien. Akad. Denkschr. 55 (1889), p. 49, ebenda 59 (1892), p. 297.

18) Étude sur la marche diurne du baromètre. Annales du Bureau Central 1887, T. 1.

19) Wien. Ber. 99 (1890), p. 204; 101 (1892), p. 597; 102 (1893), p. 11; 102 (1893), p. 1269.

20) *H. Wild*, Temperaturverhältnisse des russischen Reichs. Repertorium für Meteorologie I. Suppbd. (1881).

Höhe liefert erst den Beweis, daß in der Tat die Erscheinung beim *Torricelli*schen Versuch durch das Gewicht der Luft zu erklären ist.

Setzt man die Temperatur gleich dem Mittel der Temperaturen unten T_1 und oben T_2 und ebenso den Luftdruck gleich dem Mittelwerte von p_1 und p_2, dann ist

$$p_1 - p_2 = \sigma h = \frac{\frac{p_1 + p_2}{2}}{8000\left(1 + 0{,}004 \cdot \frac{T_1 + T_2}{2}\right)} h.$$

h in Metern, T in C. Der Druck ist hier in Kilogrammgewicht auf 1 m^2 auszudrücken. Die Bedeutung der Buchstaben ist die folgende: σ ist die Dichte der Luft, h die Höhe der Zwischenschichte, und 0,004 ist mit Berücksichtigung der Feuchtigkeit statt 0,003667 gesetzt.

Die Formel gilt nur streng, wenn h ein Differential dh wird und $p_1 - p_2$ entsprechend $-dp$. Durch Integration findet man dann in aller Strenge

$$p_2 = p_1 e^{-\int_1^2 \frac{dh}{RT}},$$

wenn R die sogenannte Gaskonstante für Luft $= 29{,}271$ bedeutet. Man hat verschiedene Versuche gemacht, in dieser Formel T als Funktion von h einzuführen und zu integrieren. Das kann man selbstverständlich, aber die erreichte Genauigkeit ist eine eingebildete, weil sich tatsächlich die Temperatur ganz unregelmäßig mit der Höhe ändert. Man braucht also, um das Integral bilden zu können, Temperaturmessungen in verschiedenen Höhen. Hat man aber diese, dann ist es praktischer mit der zuerst mitgeteilten *Babinet*schen barometrischen Höhenformel, die völlig ausreicht, zu rechnen. Sie gibt:

$$h = 16000\{1 + 0{,}002(T_1 + T_2)\}\frac{p_1 - p_2}{p_1 + p_2}.$$

In dieser Formel ist $\frac{16000}{2} = 8000$ die Höhe der sogenannten *„homogenen"* Atmosphäre. Ist diese H, dann ist ja $p_0 = \sigma_0 H$, wenn $p_0 = 10333$ und $\sigma_0 = 1{,}293$ ist.

Weiter ist $\frac{16000}{p_1 + p_2}$ die *„barometrische Höhenstufe"* bei 0^0;

$$\frac{16000}{p_1 + p_2}(1 + 0{,}004\,T)$$

ist die „barometrische Höhenstufe" bei T^0.

Die Verwendbarkeit der barometrischen Höhenformel beruht darauf, daß, was den Luftdruck anbelangt, in vertikaler Richtung sich die Atmosphäre außerordentlich genähert im Gleichgewichte befindet.

Es fehlt eine Beschleunigung in vertikaler Richtung. Das aber ist die Voraussetzung dafür, daß die Druckdifferenz gleich dem Gewichte der zwischenliegenden Luftsäule ist.

Bei Bestehen eines vertikalen Gradienten ist auch die barometrische Höhenformel nicht genau richtig. Die Abweichungen sind aber so gering, daß sie sich bisher der Beobachtung entzogen haben.

Ist h und p_2 bekannt, kann man die Formel benützen, um p_1 zu rechnen, d. h. auf irgendein Niveau zu reduzieren.

Die Formel lehrt uns aber auch die Abhängigkeit der Höhe, in welcher der Druck p_2 beobachtet wird, von der Mitteltemperatur der Luftsäule $T = \frac{T_1 + T_2}{2}$.

Wächst T um ΔT, so wächst auch eo ipso h um Δh, d. h. bei gleichem Drucke p_1 unten finden wir jetzt denselben Druck p_2 in einer um Δh größeren Höhe. *Die Flächen gleichen Druckes werden durch Temperatursteigerung gehoben.* In der Niederung hat dies dann durch die eingeleiteten Strömungen gerade entgegengesetzte Druckunterschiede zur Folge.

Dieses Prinzip spielt in der Meteorologie eine große Rolle. Jede Temperaturverschiedenheit in horizontaler Richtung bedingt in der Höhe einen Druckunterschied im selben Niveau, und zwar einen höheren Druck über dem wärmeren Gebiet.

Darauf beruht der jährliche Gang des Barometers auf Berggipfeln, dessen Amplitude mit der Höhe beträchtlich wächst. Darauf beruht weiter die ganze allgemeine Zirkulation der Atmosphäre. Vom Äquator gegen die Pole nimmt die Temperatur, also in der Höhe auch der Druck ab. Es beruhen auf der Hebung der Flächen gleichen Druckes die Monsune sowie die Land- und Seewinde, aber auch überhaupt alle jene Fälle, in denen sich kalte Luft keilförmig unter erwärmte Luft einschiebt, wie dies z. B. bei Gewittern der Fall ist.

Horizontale Druckunterschiede sind zum guten Teile durch Temperaturverschiedenheiten verursacht.

In vertikaler Hinsicht schließt man gewöhnlich aus der Tatsache der Druckabnahme auf eine *endliche* Masse der Atmosphäre. Danach wäre diese letztere ein Überbleibsel jener gasförmigen Bestandteile, die nicht mit anderen chemischen Körpern verbunden sind. Dieser Schluß ist aber kein zwingender. Es kann allerdings auch dann, wenn die Höhe der Atmosphäre eine unendliche ist, dennoch die Masse derselben endlich sein. Es ist aber sehr wohl mit allen uns zu Gebote stehenden Beobachtungen zu vereinbaren, daß auch die Masse der Atmosphäre unendlich ist.

In großen Höhen ist ja die Schwere eine kleinere; was in der Höhe 1 kg wiegt, wiegt unten mehr, ist also nicht der Masse nach 1 kg. Um die Masse der Atmosphäre zu berechnen, müßten wir das Gesetz der Dichtenabnahme oder, was auf dasselbe hinauskommt, das Gesetz der Temperaturabnahme kennen. Über die Masse der Atmosphäre können wir daher heute gar nichts aussagen.

Es ist nicht unwahrscheinlich, daß die irdische Atmosphäre in eine Atmosphäre unseres Sonnensystems übergeht. Nach der kinetischen Gastheorie muß wohl geschlossen werden, daß Moleküle, deren Geschwindigkeiten größer sind als die Geschwindigkeit, die ein Körper haben darf, um noch zur Erde zurückzukehren, die irdische Atmosphäre verlassen. Es erklärt übrigens diese Annahme gut die Tatsache, daß in der irdischen Atmosphäre Wasserstoff in nennenswertem Betrage fehlt, und daß der Mond keine in Betracht kommende Atmosphäre besitzt.

Bei dieser letzteren Auffassung wäre aber die Atmosphäre etwas wesentlich anderes, als sie nach der gewöhnlichen Annahme ist.

Ist ihre Höhe endlich, dann ist die Atmosphäre ein Überbleibsel jener gasförmigen Bestandteile, die nicht mit anderen Körpern chemisch verbunden sind. Hat aber die Gastheorie recht, dann erwirbt sich jeder Himmelskörper aus einer Weltatmosphäre seine Atmosphäre in jener Zusammensetzung und Masse, die ihm nach seiner Größe und nach seinen Temperaturverhältnissen zukommt.

4. Zusammensetzung der Luft. Die Luft erscheint als Mischung verschiedener permanenter Gase und vor allem des Wasserdampfes. Von den permanenten Gasen sind an ihrer Zusammensetzung beteiligt 78,04 Volumprozente Stickstoff, 20,99 % Sauerstoff, 0,94 % Argon und 0,03 % Kohlensäure. Der Anteil von Stickstoff und Sauerstoff ist ungemein konstant, auch die Werte des Kohlensäuregehaltes schwanken nur wenig. Dagegen kommt Wasser in Dampfform vom Unmerklichen bis zu etwa 25 gr im m^3 vor.

Das gilt für die Erdoberfläche und wurde für diese durch zahlreiche Beobachtungen erwiesen. Nicht selbstverständlich ist, daß auch in größeren Höhen die Zusammensetzung der Atmosphäre dieselbe bleibt.

Nach *Dalton* stellt sich in einem Gasgemenge jeder Bestandteil für sich so ins Gleichgewicht, als ob er allein in dem betreffenden Raume vorhanden wäre. Wir haben es mit einem Diffusionsvorgange der verschiedenen Gasarten zu tun.

Wenn wir es nun als ein Axiom ansehen, daß jedes Gas in einem Gemenge so drückt, wie es selber drückt, dann können wir, wie zuerst *J. Stefan* nachwies[21]), den *Dalton*schen Satz ohne weiteres auch bei Anwesenheit beliebiger äußerer Kräfte aussprechen. Jeder einzelne Bestandteil der Atmosphäre bildet somit gewissermaßen eine Atmosphäre für sich.

Da nun für ein schwereres Gas der Partialdruck rascher abnimmt als für ein leichteres Gas, so überwiegen in den höheren Schichten die leichteren Gase. Alle einzelnen Bestandteile der Atmosphäre durchdringen sich, aber in gewisser Hinsicht schwimmt doch das leichtere Gas auf dem schwereren.

Hann hat zuerst[22]) nach den *Stefan*schen Betrachtungen über den Diffusionsvorgang den Partialdruck der einzelnen Konstituenten der Atmosphäre und damit die Zusammensetzung der letzteren nach Volumprozenten berechnet.

Nach den neueren Daten wäre nach *Hann*[23])

Zusammensetzung der Atmosphäre

	N	O	Argon	CO_2	H	Helium
in 50 km Höhe	79,17	7,03	0,03	0,00	13,64	0,13
in 100 km Höhe	0,10	0,00	0,00	0,00	99,45	0,45.

Schon in 50 km würde der Wasserstoff sehr hervortreten, und in 100 km Höhe hätten wir fast eine reine Wasserstoffatmosphäre, wenn an der Erdoberfläche derselbe nur in 0,01 Volumprozenten vorhanden ist.

In 10 000 m Höhe müßte sich eine Änderung der Zusammensetzung bereits bemerkbar machen. Die Beobachtungen zeigen davon nichts. Allerdings ist in dem Obigen vorausgesetzt, daß sich die Diffusion der einzelnen Gase, die lange Zeit erfordert, ungestört herstellen kann. Durch vertikale Bewegungen tritt eine mechanische Mischung ein, welche die Tendenz hat, die Unterschiede zu verwischen. Die vertikalen Bewegungen hören aber offenbar in etwa 10 km Höhe auf.

Nach dieser Auffassung würde jeder Bestandteil der Atmosphäre eine Atmospäre für sich bilden. Für jeden Bestandteil würde — eine Temperatur von O^0 vorausgesetzt — die barometrische Höhenformel

$$p = p_0 10^{-\frac{h}{C}}$$

gelten, und nur die Barometerkonstante C wäre für jede Gasart verschieden.

21) Wiener Ber. (2) 63 (1871), p. 63.

22) Zeitschr. d. Östr. Gesellsch. für Meteor. 10 (1875), p. 22.

23) Met. Zeitschr. 20 (1903), p. 122.

Nach *Hann* wäre, wenn h in Metern ausgedrückt wird, für

	Stickstoff	Sauerstoff	Argon	Kohlensäure	Wasserstoff
Barometer-konstante $C =$	19021	16647	13357	12033	264750.

Für atmosphärische Luft ohne Wasserdampf und Kohlensäure ist sie 18400.

Nun ist auch der Wasserdampf ein Bestandteil der Atmosphäre. Würde die Verteilung desselben allein durch die Diffusion bestimmt, dann wäre auch seine Abnahme mit der Höhe durch die obige Formel bestimmt, und es wäre $C = 29592$. Wir beobachten, daß in der Tat der Wasserdampf nach dieser Formel abnimmt, aber es ist nach *Hann*[24]) $C = 6300$ (oder $= 6500$, nach den Angaben von *Hann* in der zweiten Auflage seiner Meteorologie). Der Grund der Nichtübereinstimmung liegt im folgenden.

Würde tatsächlich der Wasserdampf so langsam abnehmen, als dem Werte $C = 29592$ entspricht, dann müßte die Temperatur nur um $0{,}1^0$ pro 100 m abnehmen; denn selbst wenn die Luft in allen Höhen gesättigt wäre, wenn also

$$E = E_0\, 10^{-\frac{h}{29592}} \quad (E \text{ Dampfdruck bei Sättigung})$$

müßte, da nach der Formel von *Magnus* bei Sättigung

$$E = M\, 10^{\frac{7{,}45\, t}{235 + t}} \quad (t \text{ Temperatur, } M \text{ eine Konstante}),$$

$$\frac{dt}{dh} = -0{,}001$$

sein.

Da die Temperatur viel rascher abnimmt, strebt die Diffusion darnach, den Dampf zu kondensieren.

Ist tatsächlich die Temperaturabnahme α pro 100 m (α ungefähr $0{,}5^0$), dann darf, selbst wenn die Luft immer gesättigt wäre, die Dampfspannung nur zunehmen nach der Formel:

$$\frac{dE}{E} = \frac{7{,}45}{0{,}4343 \cdot 235}\, dt = -\frac{7{,}45\,\alpha}{235 \cdot 100 \cdot 0{,}4343}\, dh.$$

Für $\alpha = 0{,}5$ wird der Faktor

$$\frac{1}{0{,}4343 \cdot 6300{,}6},$$

also rund $C = 6300$.

Das ist genau der Wert, welchen *Hann* in der ersten Auflage

24) Lehrbuch d. Meteorologie (1. Aufl.) Leipzig 1901 (2. Aufl.) 1906. Siehe auch Zeistchr. d. Östr. Gesell. für Met. 9 (1874), p. 198 und Met. Zeitschr. 11 (1894), p. 196.

seiner Meteorologie angibt. Bei jeder langsameren Abnahme müßte Kondensation eintreten.

Voraussetzung bei dieser Rechnung ist freilich, daß die Luft überall mit Wasserdampf gesättigt wäre. Diesem Ziele strebt die Diffusion des Dampfes zu, aber die vertikalen Bewegungen verhindern, daß in der Niederung ein der Sättigung entsprechender Dampfdruck entstehe, denn jedes Absteigen der Luft bringt trockene Luft aus der Höhe herab.

Wenn die relative Feuchtigkeit mit der Höhe größer wird, so vergrößert dieser Umstand die Konstante des Wasserdampfes, und die Tatsache, daß trotzdem dieselbe nahezu 6300 ist, zeigt uns, wie wenig im Mittel diese Vergrößerung der relativen Feuchtigkeit ausmacht.

Jedenfalls ersehen wir aus diesen Betrachtungen, daß die Atmosphäre in bezug auf ihre Zusammensetzung sich durchaus nicht im Gleichgewichte befindet.

Wäre das Gleichgewicht erreicht, dann müßte die Zusammensetzung der Atmosphäre jene sein, wie sie *Hann* berechnet hat. Die Diffusion wirkt dahin, diesen Gleichgewichtszustand zu erreichen, aber da dieselbe ein sehr langsamer Prozeß ist, würde das Erreichen dieses Endzustandes ziemlich lange dauern.

Dem Gleichgewichtszustand wirkt aber entgegen jede Mischung durch vertikale Bewegungen; sie verhindert, da sie sehr rasch und intensiv vor sich geht, das Entstehen eines solchen Gleichgewichtszustandes.

Bei dem Vorhandensein des Wasserdampfes würde der Gleichgewichtszustand eine stete Kondensation des Wasserdampfes erfordern, d. h. die Diffusion hat die Tendenz, den Wasserdampf in eine höhere, zu kalte Region zu befördern, und führt daher zur Kondensation.

Wiederum wirkt aber hier die Mischung so intensiv ein, daß dieser Faktor praktisch vollkommen zurücktritt gegen die vertikalen Bewegungen. Wir dürfen also schließen, daß in bezug auf die Zusammensetzung die Atmosphäre nie einen Gleichgewichtszustand aufweist. Im Gegenteil, sie ist sehr weit davon entfernt.

Uns interessiert hierbei hauptsächlich, daß wir in dieser Eigentümlichkeit des Wasserdampfes den ersten fundamentalen Unterschied zwischen dem Verhalten der permanenten Gase, welche die Atmosphäre zusammensetzen, und einem Dampf kennen lernen. Es ist aber zweitens noch eine andere Eigentümlichkeit des Wasserdampfes zu beobachten.

H. W. Brandes hat seinerzeit angenommen, daß in Barometer-Maximis Luft neu entstehe, in Barometer-Minimis dagegen verschwinde. So sonderbar uns auch heute eine solche Annahme anmuten mag, in gewisser Beziehung ist dies doch richtig. Wenn lokal in einem Schönwettergebiet Verdampfung von Wasser an der Erdoberfläche stattfindet, wird in der Tat in diesem Gebiet die Masse der Atmosphäre um diesen Betrag erhöht. Umgekehrt wird die Masse erniedrigt, wenn Kondensation des Dampfes eintritt.

Mag immerhin diese Erscheinung gegen andere Ursachen von lokalen Massen- und damit von Druckunterschieden zurücktreten, so ist sie doch immerhin beachtenswert.

5. Zustandsänderungen der Luft. Eine dritte, höchst wichtige Eigentümlichkeit des Wasserdampfes besteht darin, daß er erstlich bei Kondensation eine wesentliche Abweichung des Verhaltens feuchter Luft vom Verhalten trockener Luft bedingt, und daß er zweitens die Nichtumkehrbarkeit von Zustandsänderungen der Luft, wenn Kondensation eintritt, hervorruft.

Der Zustand der Gewichtseinheit trockener Luft ist durch zwei der Größen Druck p, Temperatur T und Volumen v bestimmt. Die Abhängigkeit der dritten von den anderen beiden ist durch das *Mariotte-Gay-Lussac*sche Gesetz gegeben.

Ist noch Wasserdampf in der Luft enthalten (wir wollen sagen, der Betrag q in 1 kg Luft), so ist noch eine dritte Größe, solange keine Sättigung erreicht wurde, veränderlich. (Die Größe q, die Masse Dampf in 1 kg feuchter Luft, heißt auch *spezifische Feuchtigkeit*. Die Masse Dampf in 1 cbm heißt *absolute Feuchtigkeit* und der Druck, den der Dampf ausüben würde, wenn er allein in 1 cbm enthalten wäre, *Dampfdruck*. In Verwendung ist auch noch das sogenannte *Mischungsverhältnis*, die Dampfmenge, welche einem kg trockener Luft beigemengt ist. Das Verhältnis des wirklichen Dampfdrucks zu jenem bei Sättigung oder das Verhältnis der wirklichen absoluten Feuchtigkeit zur möglichen ist die *relative Feuchtigkeit*.)

Unter allen Umständen ist q, in Kilogramm ausgedrückt, eine kleine Zahl. Wir können daher die Gaskonstante R' im *Mariotte-Gay-Lussac*schen Gesetz für feuchte Luft gleich der für trockene Luft R setzen, und die spezifischen Wärmen c_v' und c_p' von feuchter Luft können wir auch jenen für trockene Luft c_v und c_p gleichsetzen. (In größerer Strenge sind $R' = R\left(1 + \frac{0{,}378}{0{,}622}q\right)$ und $c_v' = c_v + 0{,}2014\,q$.)

Es ist nun nicht möglich, das Volumen der Gewichtseinheit oder ihre Temperatur zu ändern, ohne gleichzeitig Energie zuzuführen oder wegzunehmen. Es kommt also noch der Satz von der Erhaltung der Energie dazu:

$$dQ = c_v dT + Apdv = c_p dT - Avdp.$$

A ist das Wärmeäquivalent der Arbeit.

Als willkürlich veränderliche Größen bleiben uns also nur übrig v und Q, d. h. wir können das Volumen der Gewichtseinheit willkürlich wählen und die Wärmezu- oder abfuhr.

Ein spezieller Fall, welcher in der Meteorologie eine große Rolle spielt, ist der, daß Wärmezu- oder abfuhr entfällt (*adiabatische* Zustandsänderung), also $dQ = 0$ ist, und daß die Volumenänderung durch vertikale Bewegungen, wobei ja stets nach der Grundgleichung der barometischen Höhenformel $dp = -\varrho dh$ ist, hervorgebracht wird. In der Gleichung $dp = -\varrho dh$ ist ϱ die Dichte, also $\varrho = \frac{1}{v}$ und $Avdp = Adh$. Dann ist

$$c_p dT = -Adh \quad \text{oder} \quad \frac{dT}{dh} = -0{,}01.$$

Diese Gleichung gilt bei allen absteigenden Bewegungen in der Atmosphäre, die so rasch verlaufen, daß die Wärmezufuhr vernachlässigt werden kann. Sie gilt aber auch für alle aufsteigenden Bewegungen, solange nicht Kondensation eintritt.

Wenn dies der Fall ist, dann wird Wärme frei, und zwar ldq, wenn l die Verdampfungswärme ist. Es gilt dann die Gleichung

$$dQ = c_p dT - Adh + ldq,$$

und es ist nun dq, weil stets Sättigung vorhanden sein muß, eine Funktion von T und p. Für $dQ = 0$, nimmt dann die Formel die Gestalt an:

$$\frac{dT}{dh} = -0{,}01 \frac{1 + 3{,}46 \frac{lq}{c_p T}}{1 + 19{,}41 \frac{lq}{c_p T}}.$$

Für normale q ist der Faktor, mit dem 0,01 zu multiplizieren ist, 0,5. Man sieht, er wird kleiner, wenn q, also die Temperatur höher wird, er wird größer mit kleiner werdenden q, nähert sich also der Einheit bei sehr tiefen Temperaturen. Deshalb ergeben auch die Ballonfahrten bis nahe 10 km Höhe ein Wachsen der Temperaturabnahme.

Wenn wir uns die Temperaturverhältnisse beim Überwehen eines Gebirgskammes graphisch darstellen, haben wir das Schema, wie es Fig. 1 gibt.

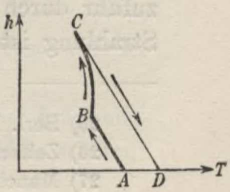

Fig. 1.

Von A bis zur Sättigung in B 1^0 pro 100 m; von B bis zum Kamme in C eine langsamere Temperaturabnahme und Kondensation, von C bis D die absteigende Bewegung.

Die Luft kommt unten wärmer an, als sie aufstieg. Der Unterschied ist um so größer, je mehr Wasserdampf ausgeschieden wird.

Bezold[25]) nennt deshalb solche Prozesse *pseudoadiabatische.* Sie sind nicht umkehrbar, weil längs der Strecke BC Wasser herausfällt.

Diese pseudoadiabatischen Prozesse sind von großer Wichtigkeit bei *Föhn*, beim Wechselspiel des Aufsteigens in der *Zyklone* und Absteigens in der *Antizyklone*, dann aber auch bei der *allgemeinen Zirkulation.*

Auf die große Rolle, welche der Wasserdampf beim Föhnprinzip spielt, hat zuerst *Hann* hingewiesen[26]), nachdem allerdings schon von *W. Thomson* die Ursache der Erwärmung bei Föhn im Absteigen der Luft gesucht worden war.[27]) Auch *Peslin* hat das Gesetz für die Erkaltung feuchter Luft abgeleitet.[28])

In Form von Tabellen und Diagrammen haben diese Aufgaben ganz allgemein gelöst *H. Hertz*[29]) und neuerdings *O. Neuhoff.*[30])

W. Bezold[31]) hat dann die graphische Methode bei dieser Frage angewandt, und zwischen verschiedenen Stadien der Kondensation unterschieden. Zuerst wird das Aufsteigen ohne Kondensation erfolgen, *Trockenstadium*; dann wird im allgemeinen die Kondensation oberhalb Null erfolgen, *Regenstadium*; es wird dann in gewisser Höhe 0 Grad erreicht und bleiben, bis alle Tropfen gefroren sind, *Hagelstadium*; und endlich wird die Kondensation in Form von Schnee erfolgen, *Schneestadium*.

Adiabatisch sind all diese Prozesse nur, insoweit wir, was die Wärmezu- oder abfuhr anbelangt, einen Gleichgewichtszustand vor uns haben.

Das ist vielfach sehr nahe, aber nicht ganz streng erfüllt. Sehr häufig ist dQ von Null verschieden. Es kann z. B. ein bestimmtes Luftquantum durch die Sonnenstrahlung eine Wärmezufuhr erhalten, es kann weiter ein Luftquantum durch Ausstrahlung einen Wärmeverlust erleiden, und es kann sich auch der Wärmezustand ändern infolge von Wärmeleitung.

In allen diesen Fällen ist tatsächlich dQ sehr klein. Die Wärmezufuhr durch die Sonnenstrahlung ist gering, der Wärmeverlust durch Strahlung ist gering, und ebenso ist die Leitung wegen der Kleinheit

---

25) Berl. Ber. 1888, p. 485.

26) Zeitschr. d. Östr. Ges. für Meteor. 9 (1874), p. 321.

27) Manchester Lit. and Phil. Society Mem. (3) 2 (1865), 125.

28) Assoc. scientif. de France Bull. hebd. 3 (1868), p. 299.

29) Deutsche Met. Zeitschr. 1 (1884), p. 421.

30) Abhandl. des Preuß. Met. Inst. 1 (1900), Nr. 6, p. 273.

31) Berlin. Ber. 1888, p. 485.

des Leitungskoeffizienten gering. Relativ groß ist aber die Wärmezufuhr durch Konvektion.

In diesen Fällen, d. h. in der Nähe der Erdoberfläche um die Mittagszeit, besonders im Sommerhalbjahr kann von einem thermischen Gleichgewichtszustande nicht die Rede sein.

Keineswegs adiabatisch sind auch alle Prozesse, wenn wir die Änderung von Q nicht nach der Zeit, sondern nach dem Orte verstehen. In diesen Fällen spielt die Advektion eine große Rolle.

Wenn dQ nicht gleich Null ist, hat allgemein *R. Emden*[31]) $dQ = \gamma dT$ gesetzt, und er behandelt nun alle jene Fälle, in denen γ während des Prozesses denselben Wert behält. Solche „polytrope" Änderungen treten aber selbstverständlich in der Meteorologie nur genähert ein, und es läßt sich nicht ohne weiteres mit der Annahme einer Konstanz von γ ein bestimmter physikalischer Sinn verbinden.

6. Ortsveränderungen der Luft. Ortsveränderungen zeigt die Luft im allgemeinen nur bei Bestehen eines Druckunterschiedes oder, wie man gewöhnlicher sagt, eines Gradienten. Ortsveränderung der Luft, also Wind ist zwar auch ohne Gradienten, ja sogar gegen den Gradienten möglich, es wird aber die kinetische Energie der Luftbewegung bald durch die Reibung aufgehoben, und immer muß die kinetische Energie in letzter Linie durch einen Druckunterschied hervorgerufen sein.

Die *Gradientkraft* ist jedenfalls die wichtigste und in erste Linie zu stellende Kraft, durch welche eine Bewegung der Luft verursacht wird. Im allgemeinen ist die Geschwindigkeit des Windes der Gradientkraft proportional, was selbstverständlich nur bei sehr bedeutender Wirksamkeit der Reibung möglich ist.

Ist dp die Druckänderung längs der Strecke dx, also $\frac{dp}{dx}$ die Druckänderung in dieser Richtung längs der Strecke 1, und ist ϱ die Dichte der Luft, dann ist die Gradientkraft

$$= -\frac{1}{\varrho}\frac{dp}{dx}.$$

Mit der Bewegung eines Luftteilchens tritt aber eo ipso auf der bewegten Erde *die ablenkende Kraft der Erdrotation* auf.

Bezogen auf ein Koordinatensystem, für welches das Trägheitsprinzip gilt, ist auch für ein Luftteilchen, auf das keine Kräfte wirken:

$$\frac{dx}{dt} = \text{const}, \quad \frac{dy}{dt} = \text{const}, \quad \frac{dz}{dt} = \text{const}.$$

Transformiert man die rechtwinkligen Koordinaten in Koordinaten

31) *R. Emden*, Gaskugeln. Leipzig und Berlin 1907.

eines Polarkoordinatensystems, das sich mit der Erde dreht, setzt also

$$x = r\cos\varphi\cos\theta,\quad y = r\cos\varphi\sin\theta,\quad z = r\sin\varphi,$$

worin θ für $\lambda + \omega t$ gesetzt ist. (r Entfernung eines Luftteilchens vom Erdmittelpunkt, φ und λ Breite und Länge eines Punktes, ω Winkelgeschwindigkeit der Erde und t die Zeit), so wird, wenn man

$$\dot r = v,\quad r\dot\varphi = S \quad \text{und} \quad r\cos\varphi\dot\lambda = W$$

setzt, wobei die Ableitung nach der Zeit t durch einen übergesetzten Punkt bezeichnet ist:

$$\frac{dv}{dt} = 2W\omega\cos\varphi + r\omega^2\cos^2\varphi + \frac{S^2+W^2}{r}$$

$$\frac{dS}{dt} = -2W\omega\sin\varphi - r\omega^2\sin\varphi\cos\varphi - \frac{W^2}{r}\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} - \frac{vS}{r}$$

$$\frac{dW}{dt} = 2S\omega\sin\varphi - 2v\omega\cos\varphi + \frac{SW}{r}\frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} - \frac{vW}{r}.$$

Die dritten Glieder auf der rechten Seite der Gleichungen wären auch ohne Rotation ($\omega = 0$) vorhanden. Sie haben ihren Grund darin, daß man alle Bewegungen auf eine Kugel bezieht. Wäre die Erde eine Kugel, so wären dies die allgemeinsten Bewegungsgleichungen; da aber die Erde abgeplattet ist, so wirkt senkrecht zur Erdoberfläche nur eine Komponente der anziehenden Kraft, die andere wirkt meridional. Es ist $r\omega^2\cos^2\varphi$ zusammen mit der vertikal nach abwärts gerichteten Komponente der Anziehungskraft gleich $-g$, und in der zweiten Gleichung ist $r\omega^2\sin\varphi\cos\varphi$ mit der polwärts gerichteten Komponente der anziehenden Kraft zusammen gleich Null.

Ist nur eine horizontale Luftbewegung vorhanden, also $v = 0$, und vernachlässigt man die dritten Glieder gegen die ersten, dann bleiben nur diese übrig. *Sie repräsentieren die ablenkende Kraft der Erdrotation.*

Aus der zweiten und dritten Gleichung folgt, daß auf jedes Luftteilchen, das nach irgendeiner Richtung hin mit der horizontalen Geschwindigkeit V bewegt ist, nur deshalb, weil es sich auf einer rotierenden Erde bewegt, eine Kraft

$$2V\omega\sin\varphi$$

nach rechts einwirkt. Nach rechts für positives φ, oder auf der Nordhemisphäre; auf der Südhemisphäre erfolgt die Ablenkung nach links.

Jedes Luftteilchen, das mit einer horizontalen Geschwindigkeit V ohne jede Reibung auf der Erde bewegt wäre, würde deshalb eine Kurve beschreiben mit dem Krümmungsradius

$$\frac{V}{2\omega\sin\varphi}.$$

Ist V nicht zu groß und ist man nicht dem Äquator zu nahe, ist diese Bahn nahezu ein Kreis, der „Trägheitskreis".

Es ist übrigens beachtenswert, daß auch eine Vertikalkomponente der ablenkenden Kraft existiert. Sie ist nach aufwärts gerichtet bei Westwind, nach abwärts bei Ostwind.

J. Hadley war wohl der erste, der auf die ablenkende Kraft der Erdrotation aufmerksam machte[32]) und durch sie die Ablenkung der Passate erklärte. Die mathematische Ableitung der ablenkenden Kraft gaben zuerst *G. G. Coriolis*[33]), *W. Ferrel*[34]) und *J. Finger.*[35])

Außer der Gradientkraft und der ablenkenden Kraft der Erdrotation ist, wenn ein Polarkoordinatensystem angewandt wird, dessen Ebene mit der Erdoberfläche zusammenfällt, die *Zentrifugalkraft* zu berücksichtigen. Ein solches Koordinatensystem empfiehlt sich allemal, wenn Wirbel betrachtet werden, bei welchen die Druckverhältnisse mehr oder weniger kreisförmig zum Mittelpunkte angeordnet sind.

Ist V die Geschwindigkeitskomponente senkrecht auf den Radiusvektor r, dann ist die Zentrifugalkraft

$$\frac{V^2}{r}.$$

Es bleibt uns noch übrig, als weitere Kraft zu besprechen die *Reibung*.

Die Reibung am Boden ist selbstverständlich groß, sie wird besonders durch Unebenheiten, Bäume, Häuser usw. vergrößert[36]); diese Art der Reibung ist aber auf die unteren Schichten der Atmosphäre beschränkt. Für die freie Atmosphäre kommt allein die innere Reibung der Luft in Betracht. Hierunter ist aber nicht bloß jene Reibung zu verstehen, die durch ungleiche parallel gerichtete Bewegungen nebeneinander befindlicher Luftmassen hervorgebracht wird, sondern auch jene durch die sogenannte Konvektion, welche warme Luft in Form feinster Strömchen in die Höhe fördert, wofür kalte Luft herabsinkt, und auch jene Art von Reibung, die durch die vertikalen Bewegungen atmosphärischer Störungen hervorgerufen wird.

Die in Betracht zu ziehende Reibung ist daher im allgemeinen

---

32) Phil. Trans. 39 (1735), p. 58.

33) Mémoire sur les équations du mouvement relatif des systèmes de corps. Journal de l'école polytechnique 15 (1835), p. 142.

34) The motions of fluids and solids relative the Earths surface comprising applications to the Winds and the Currents of Ocean. New York 1860. (Sep. Abdr. aus Math. Monthly 1 und 2 1859).

35) Wien. Ber. (2) 76 (1877), p. 67; 81 (1880), p. 1248.

36) *M. Möller*, Meteor. Zeitschr. 12 (1895), p. 376.

recht groß. Man setzt sie der Geschwindigkeit proportional, also

$$k \cdot V.$$

Praktisch von großer Wichtigkeit ist die Reibung in der Nähe der Erdoberfläche für die Erklärung des täglichen Ganges des Windes. Derselbe hat im allgemeinen, also nicht unmittelbar über der Erdoberfläche, um die Mittagszeit ein Minimum seiner Intensität.

Unmittelbar über der Erdoberfläche liegt aber ein Ausnahmefall vor, indem hier umgekehrt um die Mittagszeit die Windstärke ihr Maximum erreicht.

Nach der *Köppen-Espy*schen Theorie[37]) ist dies ein Effekt der Reibung. Wenn die Konvektion im Gange ist, d. h. nahe der Erdoberfläche um die Mittagszeit und besonders im Sommer, wird durch dieselbe die rascher bewegte Luft der höheren Schichten herabgebracht, und die langsamer bewegte an der Erdoberfläche gelangt in die Höhe. Um die Mittagszeit nimmt daher unten die Windgeschwindigkeit zu.

Außer der Schwere wirken also vier Kräfte auf ein Luftteilchen in der Regel ein: 1. die Gradientkraft, 2. die ablenkende Kraft, 3. die Zentrifugalkraft und 4. die Reibung.

Außer bei tropischen Wirbelstürmen oder überhaupt bei kleineren Wirbeln kann die Zentrifugalkraft vernachlässigt werden.

Da die Reibung immer in der Richtung der Geschwindigkeit, aber entgegengesetzt wirkt, da andererseits die ablenkende Kraft immer senkrecht auf der Geschwindigkeit steht und nach rechts gerichtet ist, muß die Gradientkraft in einer Richtung zur Linken der Windgeschwindigkeit, aber etwas nach vorn wirken. Es liegt also der tiefe Druck immer links von der Windgeschwindigkeit, und zwar etwas nach vorn.

Das ist das sogenannte *Buys-Ballot*sche Gesetz.[38]) Vorausgesetzt ist hierbei nur, daß die Kräfte sich nahezu das Gleichgewicht halten, also die Beschleunigung, die ein Luftteilchen erfährt, nahezu verschwindet. Das ist, da im allgemeinen das *Buys-Ballot*sche Gesetz gültig ist, der Fall.

Im allgemeinen haben wir also bei den Bewegungserscheinungen der Atmosphäre einen stationären Zustand oder einen Gleichgewichtszustand vor uns. Aber das ist selbstverständlich nicht immer so, ja beim Entstehen einer Druckdifferenz ist es sogar nie der Fall. Hie

---

37) *J. Espy,* Philosophy of Storms. Rep. British. Assoc. 1840, p. 30; *W. Köppen*, Zeitschr. d. öst. Gesellsch. f. Met. 14 (1879), p. 333.

38) Paris C. R. 45 (1857), p. 765.

und da kommen daher auch Abweichungen vom *Buys-Ballot*schen Gesetze vor.

Schon vor *Buys-Ballot* war dieses Gesetz, das sich übrigens unmittelbar aus den *Guldberg-Mohn*schen Bewegungsgleichungen ergibt, von denen später die Rede sein soll, schon von *H. W. Brandes* aufgestellt worden. Die Ansichten von *Brandes*, der dieselben aus den synoptischen Darstellungen des Sturmes vom 6. März 1783 ableitete[39]), waren vollkommen richtig. Er stand auf dem Standpunkte, daß der Gradient den Wind hervorrufe. Seine Ansichten wurden aber wenig beachtet und gerieten in Vergessenheit, da *H. W. Dove*[40]) gegen dieselben heftig zu Felde zog und die Auffassung vertrat, daß umgekehrt die Winde das Ursprüngliche seien, und daß erst durch diese die Temperaturunterschiede und dadurch Druckdifferenzen hervorgerufen würden.

7. **Die Strahlung.** Wir haben gesehen, wie die ungleiche Temperaturverteilung lokal eine Hebung der Flächen gleichen Druckes bewirkt, und wir hatten weiter gesehen, wie Hebung der Flächen gleichen Druckes und damit das Bestehen eines Gradienten Ortsveränderungen der Luft in horizontaler Richtung, damit aber auch vertikale Bewegung, also Zustandsänderungen der Luft im Gefolge hat. Die Temperaturverschiedenheiten sind aber wieder verursacht durch Strahlungsverschiedenheiten. Wir wollen uns jetzt diesen zuwenden.

Wir brauchen zur Ermittlung der Verschiedenheiten der Sonnenstrahlung vor allem die Kenntnis der *Solarkonstanten*, d. h. jener Wärmemenge, die pro Minute bei senkrechtem Auffallen der Sonnenstrahlen an der Grenze der Atmosphäre einem Quadratzentimeter zugeführt wird.

C. S. Pouillet hat es zuerst versucht[41]), diese Größe zu bestimmen. Er bediente sich dabei des Gesetzes, daß die Intensität der Sonnenstrahlung J nach Durchlaufen des Weges ε (die Höhe der Atmosphäre als Einheit genommen) gegeben ist durch den Ausdruck $J_0 q^\varepsilon$, wenn J_0 die Solarkonstante und q der Transmissionskoeffizient der Atmosphäre ist. Wendet man diese Formel einmal bei hohem Sonnenstande an (ε_1 und J_1), dann bei tiefem Sonnenstande (ε_2 und J_2), so hat man zwei Gleichungen, aus denen man q und auch die Solarkonstante J_0 berechnen kann.

Die Größe berechnete *Pouillet* unter der Voraussetzung, daß die Erde eben sei, man kann aber auch auf die Krümmung Rücksicht

39) Beiträge zur Witterungskunde, Leipzig 1820.

40) Meteor. Untersuchungen Berlin 1837. Auch Gesetz der Stürme, Berlin (4) 1873.

41) Paris C. R., 7 (1838), p. 1.

nehmen und auf die Refraktion, was in aller Strenge *J. Maurer* getan hat.[42])

Ein Übelstand hierbei ist unsere Unkenntnis der Höhe der Atmosphäre; da aber diese Größe nicht ausschlaggebend in die Formel einfließt, genügt die nur genäherte Kenntnis derselben.

Viel bedenklicher ist der Umstand, daß die angewandte Formel streng nur für eine bestimmte Strahlenart gilt, also nicht für die Gesamtstrahlung angewandt werden kann. Das *Bouguer*sche Gesetz gilt nur für eine bestimmte Wellenlänge λ, und die Gesamtintensität der Sonnenstrahlung unten ist daher in aller Strenge

$$\sum J_\lambda q_\lambda^\varepsilon.$$

Dieser Ausdruck ist aber nicht identisch mit dem Ausdrucke $J_0 q^\varepsilon$, wenn J_0 die Gesamtintensität an der Grenze der Atmosphäre und ebenso q der Transmissionskoeffizient der Gesamtintensität ist.

S. Langley hat daher mit seinem Bolometer für jede einzelne Strahlenart aus Messungen bei hohem und tiefem Sonnenstand J_0 und q ermittelt[43]), die einzelnen Werte graphisch aufgetragen und nun aus dem Verhältnis der Flächen, welche durch die J_0-Kurve und durch die J-Kurve bei hohem Sonnenstand und andererseits durch die Abszissenachse gebildet wurde, erschlossen, wie sich die Gesamtstrahlung an der Grenze der Atmosphäre, also die Summe aller J_0 (oder anders ausgedrückt die Solarkonstante) zur Summe aller J verhält. Da man die Gesamtstrahlung bei hohem Sonnenstande mit einem Aktinometer messen kann, ist uns auch die Kenntnis der Solarkonstanten gegeben.

Noch ein anderer Punkt ist sehr bedenklich. Wir ermitteln J_0 und q aus zwei Gleichungen, von denen die eine um die Mittagszeit, die andere morgens oder abends gewonnen wurde. Es fragt sich, bleibt q während des ganzen Tages konstant? Diese Voraussetzung steckt offenbar in der Ermittlung von J_0.

Durch Beobachtungen z. B. in Montpellier wurde erwiesen, daß die Durchlässigkeit der Atmospäre durchaus nicht immer dieselbe ist. Sie ist — wegen des größeren Wasserdampfgehaltes — um die Mittagszeit kleiner.

Wir müssen deshalb nach Tunlichkeit in wasserdampfarmen Gegenden Sonnenstrahlungsmessungen machen.

Langley machte daher seine Messungen in den trockensten Teilen von Californien, auf dem Mount Whitney in der Sierra Nevada und andererseits in Mountain-Camp am Fuße des Mount Whitney. Sein

42) Schweizerische Met. Beobachtungen 18 (1881) Nr. 2.

43) Researches on Solar-Heat. Washington 1884.

Wert für die Solarkonstante 3,07 Calorien wurde neuerdings von *F. Very*[44]) zu 3,18 verbessert.

Dieser Wert ist aber infolge eines unterlaufenen Fehlers nicht verläßlich.

Neuerlich ist der *Langley*sche Wert als zu groß gefunden worden. *K. Angström*[45]) fand 2,17 Gr.-Cal; *J. Scheiner*[46]) gibt 2,2 an, *Abbot* und *Fowle*[47]) fanden für die Solarkonstanten 2.1 Gr.-Cal.

Der Wert von q schwankt sehr für die einzelnen Wellenlängen. Man hat zwei Arten der Schwächung der Strahlen in der Atmosphäre anzunehmen, einmal durch diffuse Reflexion und dann durch Absorption. Da die letztere besonders stark ist im dunklen Teile der Strahlung, übt die Atmosphäre eine Art Glashauswirkung aus. Sie läßt die Sonnenstrahlung leicht durch, die dunkle Ausstrahlung aber nicht. Diese „selektive Absorption“ der Atmosphäre hat für den Energiehaushalt der Erde eine große Bedeutung.

Ist J_0 bekannt, kann man für die Grenze der Atmosphäre die Strahlenmenge berechnen, die jedes Quadratzentimeter in einer bestimmten Zeit bekommt. Man kann auch für beliebige Transmissionskoeffizienten diese Größe bestimmen.

Für $q = 1$ oder die Grenze der Atmosphäre ist die Wärme pro Tag

$$\int_{-\tau}^{+\tau} J_0 \sin h \, dt,$$

wenn τ der halbe Tagbogen der Sonne und h ihre Höhe ist.

A. Angot hat[48]) dieses Integral für verschiedene Breiten und die verschiedenen Teile des Jahres ermittelt.

F. Hopfner hat gezeigt[49]), daß man dasselbe bequem darstellen könne, wenn man berücksichtigt, daß in *der gleichen Strahlungszeit*:

$$W_\varphi = W_a \cos \varphi + W_p \sin \varphi .$$

W_a ist die Wärmemenge, die in dieser Zeit der Äquator bekommt, W_p jene, die in dieser Zeit der gerade betrachtete Pol erhält.

W_a und W_p sind durch Einführung der Sonnenlänge zu berechnen. Es wird aber stets statt eines bestimmten Flächenelements

44) Monthly Weather Review 29 (1901), p. 357; Annals of the Astrophysical Observatory 1 (1890) Washington.

45) Journal de Physique 7 (1908), p. 701.

46) Annals of the Astrophysical Observatory 2 (1908).

47) Publication d. astrophysical. Observatoriums zu Potsdam 18 (1898) Nr. 55.

48) Annales du Bureau central 1883, Bd. 1.

49) Wien. Ber. 114 IIa (1905), p. 1315.

der jeweilig betrachtete Teil des betreffenden Parallelkreises zugrunde gelegt, um so die diskontinuierliche Änderung der Bestrahlung zu vermeiden.

Früher haben sich bereits mit diesem Probleme beschäftigt: *L. W. Meech*[50]), *L. C. Wiener*[51]) und *W. Zenker.*[52])

Einen sehr beträchtlichen Anteil an der Wärmezufuhr einer bestimmten Erdstelle macht aber auch das diffuse Himmelslicht aus. Eine auch nur genäherte, experimentelle Bestimmung dieser Größe fehlt.

Sehr wenig wurde auch die Ausstrahlung, z. B. eines Quadratzentimeters pro Minute in einer heiteren Nacht, gemessen. Die erste diesbezügliche Messung rührt von *J. Maurer* her[53]), und kurze Zeit darauf wurden Ausstrahlungsmessungen von *J. Pernter* veröffentlicht.[54])

Mit einem *Angström*schen Ausstrahlungsmesser wurden Messungen gemacht von *Felix Exner*[55]) und von *Krčmář* und *Schneider.*[56])

Alle diese Messungen haben die Aufgabe, die Gegenstrahlung der Atmosphäre zu berechnen. Für die gegebene Temperatur kann die Ausstrahlung einer schwarzen Fläche von 1 cm^2 pro Minute nach dem *Stefan*schen Gesetz ermittelt werden. Dieser Wert ist nun durchaus größer als der beobachtete Wärmeverlust eines geschwärzten qcm pro Minute. Die Differenz stellt offenbar die Wärme dar, welche die Atmosphäre einem qcm zuführt. Diese Gegenstrahlung der Atmosphäre hängt selbstverständlich von der Temperatur und von der Höhe ab.

8. Die Wärmeverteilung auf der Erdoberfläche. Mit der Ermittlung der Strahlungsverhältnisse für jede beliebige Breite sind die Grundbedingungen für die theoretische Angabe der Wärmeverhältnisse geliefert.

Es ist aber noch nicht gelungen, den Übergang von den Wärmemengen zu den Temperaturen zu finden, so daß das „solare Klima" noch immer durch Strahlungssummen, also durch Wärmemengen, nicht durch Temperaturen zur Darstellung kommt.

Der Hauptgrund ist der, daß ein Gutteil der zugeführten Wärme nicht durch Strahlung in den Weltraum zurückgeht oder durch

---

50) Smithsonian Contributions 9 (1857).

51) Über die Bestrahlung der Erde durch die Sonne, Karlsruhe, Bielefeld, 1876.

52) Die Verteilung der Wärme auf der Erdoberfläche, Springer, Berlin 1888.

53) Berlin. Ber. 1887, Math. u. naturw. Mitteil., p. 495.

54) Wien. Ber. 97 IIa (1888), p. 1562.

55) Met. Ztschr. 20 (1903), p. 409.

56) Wien. Ber. 116 IIa (1907), p. 571.

Leitung an die Atmosphäre abgegeben wird, sondern durch die mathematisch nicht faßbare Konvektion während der Tageszeit in die Atmosphäre übergeht oder aber zur Verdampfung verwendet wird.

Wir haben es übrigens auch nicht mit einem Gleichgewichtszustande zu tun, bei dem der gesamten Sonnenstrahlung ein Wärmeverlust durch Strahlung, Leitung und Konvektion gegenübersteht. Es wird vielmehr am Tage direkt im Boden Wärme aufgespeichert und bei Nacht wieder vom Boden abgegeben. Derselbe Vorgang tritt im Laufe des Jahres ein. Im Frühjahr speichert die Unterlage Wärme auf, im Herbste gibt sie Wärme ab. Nur im Jahresmittel, wenn wir von Änderungen desselben absehen, herrscht Gleichgewicht zwischen Wärmegewinn und Wärmeverlust.

Die direkte Absorption der Sonnenstrahlung durch die Luft ist gering, daher ist der tägliche Temperaturgang auf dem Meere und in der freien Atmosphäre sehr klein. Vom festen Erdboden wird hauptsächlich durch Konvektion Wärme an die unteren, etwa 1000 m hoch reichenden Schichten abgegeben; daher ist über dem Kontinent die Tagesschwankung der Temperatur so groß.

Der jährliche Temperaturgang ist in erster Linie durch die Oberflächentemperatur bestimmt, hängt also in hohem Grade von der Beschaffenheit der Oberfläche ab.

Zur Darstellung der Temperaturverteilung nach der Breite geht man daher von den direkten Temperaturangaben aus, und es hat *Dove* aus den ihm vorliegenden Isothermen (nach *Humboldt* wurden solche entworfen z. B. von *H. W. Dove*[57]), von *J. v. Hann*[58]) und von *A. Buchan*[59])) Mitteltemperaturen für jeden Parallelkreis berechnet. Nach *H. W. Dove* sind Mitteltemperaturen für Jänner, Juli und das Jahr berechnet worden von *R. Spitaler*[60]) und *S. F. Batchelder.*[61])

R. Spitaler hat in der zitierten Arbeit diese Zahlen auch rein empirisch als Funktion der Breite φ und der relativen Landbedeckung n des betreffenden Parallelkreises darzustellen versucht und kommt dabei zu dem folgenden Ergebnisse:

$$T_{\varphi} = -2{,}43 + 17{,}6 \cos\varphi + 7{,}1 \cos 2\varphi + 19{,}3\, n \cos 2\varphi\,.$$

Man kann so die Temperaturen für eine reine Landhemisphäre ($n = 1$) und eine Meerhemisphäre ($n = 0$) berechnen.

---

57) Temperaturtafeln nebst Bemerkungen über die Verbreitung der Wärme. Berlin 1848

58) Berghaus Physikalischer Atlas. Gotha.

59) Report on the scientific results of the voyage of H. M. S. Challenger 1889.

60) Pet. Geograph. Mitteilungen 33 (1887), p. 364; 35 (1889), p. 281.

61) Americ. Met. Journal 10 (1894), p. 63 und 451.

Auf mehr theoretischem Wege hat *J. Liznar*[61a]) für eine Land- und eine Wasserhemisphäre die Temperatur bestimmt.

In neuerer Zeit hat *Spitaler*[62]) versucht, die Mitteltemperatur als Funktion der Strahlung darzustellen und kommt zu dem Resultate,

$$T_\varphi = 69{,}138^0 S_0^2 + 16{,}162^0 S^2 - 47{,}884^0 n + 138{,}806\, n\, S,$$

worin S_0 die mittlere jährliche und S die jeweilige Intensität für den betreffenden Parallelkreis darstellt. *Spitaler* rechnet nach dieser Formel die Temperaturen für Januar, Juli und das Jahr.

Von besonderem Interesse ist es, die Abhängigkeit der Konstanten von der jeweiligen Schiefe der Ekliptik ε kennen zu lernen. *Spitaler* berechnet dieselben für einen Maximal- und Minimalwert von ε ($27^0 31'$ und $21^0 20'$). Größerer Schiefe der Ekliptik würde hiernach auf der ganzen Erde eine niedrigere Temperatur, also eine Eiszeit entsprechen.

Mit dem Umstande, daß für die Erwärmung der Atmosphäre in erster Linie die Erdoberfläche in Betracht kommt, hängt die Temperaturabnahme mit der Höhe zusammen.

Die Temperatur an der unteren Grenze der Atmosphäre ist durch die Insolationsverhältnisse gegeben. Es stellt sich hier jene Temperatur her, bei welcher Gleichgewicht zwischen Wärmegewinn und Wärmeverlust vorhanden ist.

Die Abnahme hängt nun ganz von den vertikalen Bewegungen ab, die beim Aufsteigen mit Kondensation eine Abnahme von etwa $\frac{1}{2}{}^0$ pro 100 m, beim Absteigen eine Temperaturzunahme um 1^0 mit geringer werdender Höhe bewirken. Außerdem ist wohl auch die Zunahme der Ausstrahlung an der Temperaturabnahme mit der Höhe schuld.

Die Ballonfahrten geben eine zwischen den Werten $\frac{1}{2}$ bis 1^0 liegende Temperaturabnahme, die sich vor 10000 m Höhe dem Werte von 1^0 pro 100 m nähert. Nur bis zu dieser Höhe scheinen sich aber auch die vertikalen Bewegungen zu erstrecken.

In etwa 10000 m hat man allgemein eine Temperaturumkehr oder doch eine isotherme Schicht erreicht, und von hier aus scheint die Temperatur, wenn überhaupt, nur sehr langsam abzunehmen. In dieser Höhe wäre vermutlich wie an der Erdoberfläche eine zweite Gleichgewichtstemperatur zu suchen, oberhalb welcher wahrscheinlich nur die Leitung maßgebend ist.

Genauere Kenntnis über die Temperaturverhältnisse der freien

61a) Met. Zeitschr. 29 (1911), p. 301; vgl. auch 17 (1910), p. 36.

62) Beiträge zur Geophysik 8 (1907), p. 565.

Atmosphäre verdankt man besonders den „deutschen Ballonfahrten"[63]), die Tatsache der isothermen Schichte wurde insbesondere durch *R. Assmann*[64]) und *L. Teisserenc de Bort*[65]) aufgefunden.

In neuester Zeit wurde von *A. Wagner*[66]) das gesamte Material der unbemannten Ballonfahrten verarbeitet und dabei als mittlere Höhe der isothermen Zone 10,5 km gefunden. Sie liegt im Sommer, über den Tropen und über Barometermaximis höher; im Winter, über den mittleren Breiten und Barometerminimis niedriger.

Darauf, daß für die unteren Schichten im Mittel die Atmosphäre abkühlend wirkt, indem die vom Boden abgegebene Wärme in die Höhe geht und sich einer größeren Luftmasse mitteilt, während die Kälte in den untersten Schichten verbleibt, hat zuerst *Bezold*[67]) hingewiesen. Diesem Umstand ist es zuzuschreiben, daß in den untersten Schichten die Temperaturabnahme nur etwa $^1/_2{}^0$ beträgt.

Die Temperaturabnahme ist, abgesehen hiervon, in erster Linie ein Effekt der vertikalen Bewegungen. Wenn die Luft absteigt, wird sie durch den höheren Druck komprimiert, und die gewonnene äußere Arbeit erscheint in Form von Wärme.

A. Schmidt hat[68]) eine Temperaturabnahme von 1^0 pro 100 m als eine Art Gleichgewichtszustand auffassen wollen, indem er annahm, daß eo ipso die unteren Schichten infolge der Schwere wärmer seien, weil jedes Molekül hier wegen seines Falles aus größerer Höhe oder des Falles anderer Moleküle, die ihre Geschwindigkeit beim Stoße an dasselbe abgegeben haben, eine größere lebendige Kraft habe.

Wäre diese Auffassung richtig, müßte die Wärmeleitfähigkeit eine Funktion der Höhe sein. Es liegt aber dem Nachweise der Richtigkeit der *Schmidt*schen Auffassung eine Annahme über das vertikale Untereinanderliegen der Moleküle zugrunde, die wesentlich ist, aber der Wirklichkeit gewiß nicht entspricht.

II. Dynamik der Atmosphäre.

9. Allgemeine Ursache der Luftströmungen.[68]) Sämtliche Luftströmungen verdanken Luftdruckunterschieden oder äußeren Kräften

63) Wissenschaftliche Luftfahrten. Braunschweig 1900.

64) Berlin. Ber. 1902, p. 495.

65) Paris C. R. 134 (1902), p. 987.

66) Beiträge zur Physik der freien Atmosphäre 3 (1910), p. 57.

67) Wissenschaftl. Luftfahrten, Braunschweig 1900.

68) Math. naturw. Mitt. d. Vereins in Plochingen 3 (1889), p. 1.

68) Infolge der Enge des zugewiesenen Raumes kann die folgende Darstellung keinen Anspruch auf Vollständigkeit machen. Da der Artikel im Jahre 1908 geschrieben ist, so findet man die neuesten, umfangreichen Untersuchungen

ihre unmittelbare Entstehung. Nach der Schwerkraft und der Spannkraft der Gase, die die Bewegungen einleiten, spielen noch scheinbare Kräfte, die dann aus den Bewegungen selbst herstammen, eine Rolle, nämlich die Zentrifugalkraft und die sogenannte ablenkende Kraft der Erdrotation, ferner die Reibung.

Nach der barometrischen Höhenformel hängt der Luftdruck an einem Orte ab von der Höhe der Luftsäule darüber, dem Druck am oberen Ende derselben und der mittleren Temperatur. Druckunterschiede, die durch ungleiche Mitteltemperaturen der Luftsäulen bedingt sind, bezeichnet man als thermische, andere als dynamische Effekte.

Die allgemeine Ursache der Luftströmungen ist wesentlich in Ungleichheiten der Temperatur zu suchen, bedingt zunächst durch ungleiche Wärmezufuhr, wie sich dies am deutlichsten in der Zirkulation zwischen Äquator und Pol offenbart. Die Winde enthalten große Mengen lebendiger Kraft; deren Energiequelle ist die Sonnenstrahlung. Diese kann entweder unmittelbar zur Wirkung kommen, indem sie Teile der Atmosphäre erwärmt und ausdehnt, wodurch schon Bewegung eintritt, oder sie kann sich als potentielle Energie aufspeichern und erst später in kinetische Energie umsetzen. Die erste unmittelbare Wirkung tritt z. B. bei der allgemeinen Zirkulation und gewissen periodischen Erscheinungen zutage, die zweite bei den atmosphärischen Störungen verschiedenster Art.

A. Allgemeine Zirkulation der Atmosphäre.

10. Allgemeine Bewegungsgleichungen. Da die stärkste Sonnenstrahlung in der Nähe des Äquators herrscht, wird die Luft daselbst am meisten erwärmt, dehnt sich nach oben aus und fließt in der Höhe nach den höheren Breiten ab. Zur mathematischen Behandlung dieses Vorganges stehen 5 Gleichungen zur Verfügung, die 3 hydrodynamischen Bewegungsgleichungen, die Kontinuitätsbedingung und die Gleichung für die zugeführte Wärme. Aus diesen sollen sich 5 Unbekannte darstellen lassen, nämlich die 3 Komponenten der Geschwindigkeit, der Luftdruck und die Temperatur, sämtlich als Funktionen von Ort und Zeit. Die Zustandsgleichung des Gases gibt noch eine Beziehung zwischen Druck, Temperatur und Dichte.

Eine allgemeine, befriedigende Lösung dieser 5 Gleichungen ist bisher nicht gefunden worden. Es fehlt in erster Linie die Kenntnis der Wärmezufuhr (bzw. Wärmeentziehung) für jeden Ort. Infolgedessen kann die Gleichung für die zugeführte Wärme nicht verwendet

von V. Bjezknes und J. W. Sandström hier nicht berücksichtigt. (Anm. bei der Korrektur F. M. Exner.)

werden. Man wählte daher von den 5 Unbekannten eine als gegeben, und zwar meist die Temperatur. Tatsächlich ist die Verteilung dieser Größe aber nur an der Erdoberfläche bekannt, in höheren Schichten nur ungenau; eine exakte Lösung ist daher nicht möglich.

Die mathematische Analyse konnte aber immerhin für die Wirkungsweise der Kräfte einen Fingerzeig geben, woraus sich eine angenäherte Vorstellung über die Zirkulation ergab.

Die wichtigsten Untersuchungen auf diesem Gebiete verdanken wir *W. Ferrel*[69]), *W. v. Siemens*[70]), *M. Möller*[71]), *A. Oberbeck*[72]), *L. de Marchi*[73]), sowie *H. von Helmholtz.*

Mit der (mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden) Erde sei ein Koordinatensystem fest verbunden; r Abstand vom Mittelpunkt, φ geographische Breite, λ geographische Länge (nach Westen wachsend). Dann gelten mit genügender Genauigkeit folgende Bewegungsgleichungen[74]):

$$\text{I.}\qquad \ddot{r} - r\cos^2\varphi\,\dot{\lambda}(\dot{\lambda} - 2\omega) - r\dot{\varphi}^2 = -g - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial r} - F_r$$

$$\text{II.}\qquad \begin{aligned} &r\cos\varphi\,\ddot{\lambda} + 2\dot{r}\cos\varphi(\dot{\lambda} - \omega) - 2r\sin\varphi\,\dot{\varphi}(\dot{\lambda} - \omega) \\ &\qquad = -\frac{1}{\varrho r\cos\varphi}\frac{\partial p}{\partial \lambda} - F_\lambda \end{aligned}$$

$$\text{III.}\qquad r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi} + r\sin\varphi\cos\varphi\,\dot{\lambda}(\dot{\lambda} - 2\omega) = -\frac{1}{\varrho r}\frac{\partial p}{\partial \varphi} - F_\varphi.$$ [75])

Die Kontinuitätsgleichung lautet:

$$\text{IV.}\qquad \frac{d\varrho}{dt} + \varrho\left(\frac{\partial \dot{r}}{\partial r} + \frac{2\dot{r}}{r} + \frac{\partial \dot{\varphi}}{\partial \varphi} - \dot{\varphi}\,\mathrm{tg}\,\varphi + \frac{\partial \dot{\lambda}}{\partial \lambda}\right) = 0.$$

Mit diesen 4 Gleichungen und der Gasgleichung $p = \varrho R T$ (für trockene Luft) hat man die Bewegungserscheinungen zu behandeln.

---

69) Meteorological Researches, U. Sol. Coast Survey. Washington 1877; Recent Advances in Meteorology, Rep. Chief Sign. Off. Washington 1885, part 2; A popular treatise on the winds, London 1889. Eine der ältesten Arbeiten *Ferrels* „The motions of fluids and solids on the earth's surface" wurde von *Frank Waldo* neu herausgegeben: Profess. Pap. Sign. Serv. Nr. 8, part 1, Washington (1882).

70) Berlin. Ber. 1886, p. 261; 1890, p. 397.

71) Der Kreislauf der atmosph. Luft etc.; Arch. d. deutsch. Seewarte 10 (1887), Nr. 3.

72) Berlin. Ber. 1888, p. 221 und p. 739.

73) Acc. Lincei Rend. (5) 13 (1904), 1 Sem., Heft 9.

74) Siehe z. B. *W. Ferrel:* The motions etc. s. Fußnote 69.

75) Die Koordinaten mit einem Punkte oben bedeuten die ersten, jene mit zwei Punkten die zweiten Differentialquotienten nach der Zeit $\left(\text{z. B. } \dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}\right)$; ferner g Schwere, p Druck, ϱ Dichte, T absolute Temperatur, F Reibungskräfte.

Ihre Integration ist unter beschränkenden Bedingungen mitunter möglich.

11. Konstanz der Flächengeschwindigkeit. Für die allgemeine Zirkulation werde zunächst angenommen, daß auf einem Breitenkreise alles symmetrisch sei, d. h. $\frac{\partial}{\partial \lambda} = 0$ Ferner werden die Reibungskräfte vernachlässigt.

Integriert man unter diesen Umständen Gleichung II, so ergibt sich

$$\frac{r^2 \cos^2 \varphi}{2} (\dot{\lambda} - \omega) = \text{const.}$$

Der Wert links ist die Flächengeschwindigkeit eines Luftteilchens, die Gleichung selbst der bekannte Flächensatz. Ein freibeweglicher Körper würde nach demselben seine Ost-Westgeschwindigkeit ($\dot{\lambda}$) beim Übergang von einem zum andern Breitenkreise in bestimmter Weise verändern. Wäre er z. B. am Äquator relativ zur Erde in Ruhe ($\dot{\lambda} = 0$), so hätte er, reibungslos gegen den Pol zu bewegt, in 50^0 Breite schon eine Geschwindigkeit gegen *Osten* $r \cos \varphi \dot{\lambda} = 424$ m/sec. Umgekehrt würde der Körper, in 50^0 Breite in Ruhe und dann an den Äquator gebracht, daselbst die Geschwindigkeit von 273 m/sec gegen *Westen* erlangt haben.

Wie die Beobachtung lehrt, kommen solche Geschwindigkeiten nicht vor, ein Beweis, daß bestimmte Luftmassen nicht frei beweglich so große Breitenunterschiede zurücklegen; sie mischen sich auf ihrem Wege mit anderen von geringerer lebendiger Kraft oder verlieren diese durch Reibung.

12. Gürtel hohen Druckes. Betrachtet man nach *H. v. Helmholtz*[77]) den Breitekreisen parallele geschlossene Luftringe, so hat man die Gleichung gelten zu lassen, solange die Ringe voneinander gesondert bleiben; doch werden sich dieselben als Ganzes nicht auf große Strecken verschieben. Bleiben sie an der Erdoberfläche, so kontrahieren sie sich bei Verschiebung gegen den Pol und erhalten eine Beschleunigung ostwärts. Bei Bewegung gegen den Äquator expandieren sie und bewegen sich als Ostwinde westwärts. Ist keine meridionale Bewegung vorhanden, so ergibt sich bei reibungsloser Bewegung aus Gleichung III mit Benutzung des Flächensatzes, daß für $\dot{\lambda} = 0$, also Windstille, $\frac{\partial p}{\partial \varphi} = 0$ wird. Durch Bildung von $\frac{\partial^2 p}{\partial \varphi^2}$ erkennt man, daß in der Breite, wo $\dot{\lambda} = 0$, ein Maximum des Luftdrucks, ein Gürtel hohen Druckes um die Erde sich zieht.

77) Berlin. Ber. 1888, p. 413; auch abgedruckt in Met. Ztschr. N. F. 5, (1888), p. 329.

Diese Folgerung aus der Theorie paßt zu der Tatsache, daß in den Gürteln hohen Druckes (den Roßbreiten) mehr oder weniger Windstille herrscht, während auf deren Polarseiten westliche, auf den Äquatorialseiten östliche Winde beobachtet werden.

W. Ferrel[78]) und *W. v. Siemens*[79]) haben versucht, die Lage jener Hochdruckgürtel rechnerisch zu bestimmen, indem sie beide von einer anfänglichen Ruhelage der Atmosphäre relativ zur Erde ausgingen.[80]) *Ferrel* nahm hierzu die Konstanz der Flächengeschwindigkeit der ganzen Luftmasse, *Siemens* die Konstanz der Energie in der Atmosphäre an. Beide Annahmen scheinen nicht ganz gerechtfertigt, trotzdem führen sie zum gleichen von der Wahrheit nicht zu sehr abweichenden Resultat. *Ferrel*s Rechnung sei kurz skizziert:

Das Integral der Flächengeschwindigkeit, über eine Halbkugel erstreckt, ist:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{r^2 \cos^2\varphi}{2} (\dot{\lambda} - \omega) 2 r^2 \pi \cos\varphi \, d\varphi.$$

Als mittlere Flächengeschwindigkeit C ergibt sich danach für den zu Anfang angenommenen Ruhezustand relativ zur Erde:

$$C = -\frac{r^2\omega}{2} \int_0^{\pi/2} \cos^3\varphi \, d\varphi = -\frac{r^2\omega}{3}.$$

Heute herrscht teils östliche, teils westliche Bewegung. Dabei sollen durch Mischung die Luftmassen alle die gleiche Flächengeschwindigkeit angenommen haben. Soll das Integral der Flächengeschwindigkeit von früher erhalten geblieben sein, so muß der Luftgürtel jenes Breitenkreises, wo Windstille ist, die mittlere absolute Flächengeschwindigkeit C haben. Es muß also für jene Breite φ_1 sein:

$$-\frac{r^2 \cos^2\varphi_1 \, \omega}{2} = -\frac{r^2\omega}{3},$$

woraus folgt

$$\cos\varphi_1 = \sqrt{\frac{2}{3}}, \quad \varphi_1 = 35^0\, 16'.$$

Ferrel erhielt also (wie auch *Siemens*) in $35^0\, 16'$ nördlicher und süd-

78) s. Fußnote 69.

79) s. Fußnote 70.

80) *Marchi* hat (s. Fußn. 73) eine mathematische Theorie der allgemeinen Zirkulation entwickelt, welche die Reibung an der Erdoberfläche näher in Betracht zieht. Auf die unterste Luftschicht angewendet, ergibt die Rechnung aus der Annahme, daß die Reibung die Rotationsgeschwindigkeit der Erde nicht ändert, eine Kalmenzone zwischen dem 40. und 41. Breitengrade. Am Äquator würde in allen Höhen Windstille herrschen.

licher Breite Gürtel hohen Druckes mit Windstille. Rückt Luft aus diesem Breitenkreise meridional heraus, so erhält sie eine Geschwindigkeit in der Ost-West-Richtung:

$$\dot{\lambda} = \omega \left(1 - \frac{\cos^2 \varphi_1}{\cos^2 \varphi}\right).$$

Das Luftteilchen erzeugt also bei Bewegung gegen den Äquator Ostwind, gegen den Pol Westwind, woraus gefolgert wird, daß die Gegend zwischen den beiden Breitekreisen von $35^0\,16'$ durch östliche Luftströmungen, die jenseits derselben bis zu den Polen durch westliche ausgefüllt wird.

13. Druck- und Geschwindigkeitsverteilung nach Ferrel. Von besonderem Interesse ist die Verteilung von Luftdruck und Westostbewegung in meridionaler Richtung nach Gleichung III. Vernachlässigt man hier die Beschleunigung $\ddot{\varphi}$, die vertikale Bewegung $\dot{r}$ und die Reibung und führt statt der Winkelgeschwindigkeit die lineare $v = \dot{\lambda} r \cos \varphi$ ein, so erhält man

$$\frac{v^2}{r} \operatorname{tg} \varphi - 2\omega v \sin \varphi = - \frac{1}{\varrho r} \frac{\partial p}{\partial \varphi}.$$

Das erste Glied, die meridionale Komponente der Zentrifugalkraft der Luftbewegung, ist bei Ost- wie bei Westwind bestrebt, den Druck gegen die Pole hin zu erniedrigen, vom zweiten Gliede, der „ablenkenden Kraft der Erdrotation" gilt dies nur bei Westwind, $v < 0$; Ostwind hat die umgekehrte Tendenz. Beide Glieder wachsen gegen die Pole, das erste viel rascher. Soll der Druck gegen den Pol zu nicht unbegrenzt abnehmen, so muß v daselbst sehr klein werden. In niederen Breiten ist die Zentrifugalkraft gering, hier gibt die ablenkende Kraft $2\omega v \sin \varphi$ den Ausschlag.

Ferrel erkannte in diesen beiden Kräften zuerst die Ursache des tiefen Druckes am Südpol der Erde, der aus dem Grunde merkwürdig ist, da der niedrigsten Temperatur daselbst der tiefste Druck entspricht (dynamischer Effekt). Am Nordpol sind die Erscheinungen durch die Land- und Meerverteilung gestört.

Vernachlässigt man nach *Ferrel* für nicht zu hohe Breiten die Zentrifugalkraft, so ergibt sich:

$$v = \frac{R T \frac{\partial l g p}{\partial \varphi}}{2 \omega r \sin \varphi}.$$

Diese Beziehung benutzte *Ferrel* zur Darstellung der Ostwestgeschwindigkeit v in verschiedenen Höhen über der Erde. Bezeichnet nämlich P den Druck am Boden, so ist $P = p e^{\frac{gh}{RT}} = p e^{Kh}$, wo K eine

Funktion der Mitteltemperatur T in der Luftsäule h ist. Man erhält dann:

$$v = \frac{\frac{g}{K}\frac{\partial lg P}{\partial \varphi} - h\frac{\partial lg K}{\partial \varphi}}{2\omega r \sin\varphi},$$

eine Gleichung, die nur in einiger Entfernung vom Äquator Anwendung finden kann (da dort $\sin\varphi = 0$ ist). Drückt man hier P und T nach den Beobachtungen als Funktionen von φ aus, so ergibt sich v für verschiedene Höhen und Breiten. *Ferrel* erhielt so in niederen Breiten am Boden Luftströmungen aus Osten, die in der Höhe rasch abnehmen und in Westwinde übergehen, in höheren Breiten Westwinde, die nach oben zunehmen, schließlich in hohen Breiten der nördlichen Halbkugel wegen des gegen den Pol etwas zunehmenden Druckes an der Erdoberfläche schwache östliche Luftströmungen. Diese Verteilung stimmt für die unteren Luftschichten nicht schlecht mit der Erfahrung, versagt aber in größerer Höhe, wo die mittlere Temperaturverteilung wenig bekannt ist. Vertikale und meridionale Bewegungen sind hier nicht berücksichtigt.

M. Möller[81]) hat die von *Ferrel* wenig berücksichtigte Kontinuität der Luftmasssen eingehender behandelt; es kommt hier hauptsächlich die Verengung des Querschnitts eines vom Äquator zum Pol fließenden Luftstroms in Betracht, die vertikale Bewegung verursacht.

Die Reibung spielt bei der allgemeinen Zirkulation wesentlich in den unteren Schichten eine Rolle, die Winde sind bei stationärer Bewegung nicht parallel zu den Isobaren, sondern mit einer Komponente gegen den tiefen Druck gerichtet, wie z. B. die Passate.

14. Schema der allgemeinen Zirkulation.[82]) Im allgemeinen ergibt sich ein ziemlich gutes Schema derselben aus folgender Überlegung: Winde, welche sich der Erdachse nähern, erlangen vermöge des Flächensatzes westöstliche, die sich entfernen, ostwestliche Bewegung. Am Äquator aufsteigende Luft mit westlicher Bewegung fließt gegen die Pole zu, verliert hierdurch die Bewegung gegen Westen und erlangt eine solche gegen Osten. Abkühlung in höherer Breite bewirkt ein Absinken der Luft, eine Annäherung an die Erdachse, folglich stärkeren Westwind. Infolge der erhöhten Zentrifugalkraft und ablenkenden Kraft wird diesen Kräften durch den polwärts gerichteten Gradienten nicht mehr Gleichgewicht gehalten, sondern

81) S. Fußnote 71.

82) Schon im Jahre 1857 hat *James Thomson* ein solches Schema gegeben (British Assoc. Meeting 1857, p. 38), das mit *Ferrels* Schema vom Jahre 1889 ziemlich identisch ist

die Luft erlangt in tieferen Schichten wieder eine Bewegung gegen den Äquator; die dem Erdboden zunächst liegende Luftschicht verliert durch Reibung (Hindernisse am Boden) einen Teil der Westostbewegung, daher tritt hier wieder eine südliche Komponente im Westwind auf. In der Nähe der Pole sammelt sich kalte Luft und drängt, weil schwerer, am Boden auseinander unter die wärmeren Schichten der Umgebung. Diese Bewegung äquatorwärts ergibt eine östliche Komponente, also auf der nördlichen Halbkugel Nordostwinde. Die Gürtel hohen Druckes an der Erdoberfläche sind durch Aneinanderdrängen der am Äquator aus Osten mit geringer Ablenkungskraft und der in höheren Breiten aus Westen mit verstärkter Ablenkungskraft wehenden Winde verursacht. (So würde auch eine raschere Rotation der Erde ein Drängen der Erdmassen zum Äquator, eine geringere Rotation als die tatsächliche ein Drängen zum Pol verursachen.) In größerer Höhe verlieren sich die Gürtel hohen Druckes, es herrscht dort, durch die Temperaturverteilung bedingt, ein Abfall der Flächen gleichen Druckes vom Äquator zum Pol. Die Passatwinde entsprechen der Druckverteilung zwischen den Hochdruckgürteln bei geringer ablenkender Kraft und Reibung am Boden.

15. Zusammenhang der allgemeinen Zirkulation mit den Störungen in der Atmosphäre. Durch das Abfließen warmer wasserdampfreicher Luftschichten vom Äquator zu höheren Breiten, das Zurückfließen derselben in tieferen Lagen, das Abfließen kalter Luftschichten von den Polargegenden werden Luftströme verschiedener Temperatur und verschiedener Geschwindigkeit aneinandergrenzen. Ohne Berücksichtigung dieser Umstände muß eine Theorie der allgemeinen Zirkulation recht unvollständig bleiben. *Helmholtz* hat die Frage aufgeworfen, ob solche Schichten verschiedener Temperatur und Geschwindigkeit übereinander im Gleichgewicht sein können. Die Rechnung lehrte, daß bei Luftringen, wie oben beschrieben, Gleichgewicht bestehen kann, wenn die potentiell[83]) wärmere Schicht oben, die potentiell kältere unten liegt und sich keilförmig vom Pol her unter die wärmere einschiebt.

Solche diskontinuierliche Verteilungen lassen aber die inneren Reibungskräfte zur Wirkung kommen, welche (nach *Helmholtz*) sonst in größeren Luftmassen nur eine geringe Rolle spielen, und führen zur Wellen- und Wirbelbildung.[84]) *Helmholtz* sagt darüber: „Durch

83) Potentielle Temperatur ist nach *Helmholtz* und *W. v. Bezold* jene Temperatur, welche eine Luftmasse, adiabatisch auf den Normaldruck gebracht, erreicht.

84) *Helmholtz* hat (Über atmosphärische Bewegungen, 2. Mittg., Berlin. Ber. 1889, p. 503) die Wellenbildung an der Grenze ungleich dichter Schichten der

solche Ungleichmäßigkeiten wird es bedingt sein, daß die antizyklonische Bewegung der unteren und der große und allmählich wachsende Zyklon der oberen Schichten, die am Pole zu erwarten wären, sich in eine große Zahl unregelmäßig fortwandernder Zyklonen und Antizyklonen mit Übergewicht der ersteren auflösen." Es bilden also die im folgenden beschriebenen atmosphärischen Störungen höherer Breiten einen wesentlichen Bestandteil der allgemeinen Zirkulation.

B. Atmosphärische Störungen.

16. Gleichgewicht in ruhender Luft. Die atmosphärischen Störungen äußern sich in unregelmäßig auftretenden Winden oder Stürmen, Luftdruck- und Temperaturschwankungen sowie Niederschlägen. Um die Bedingung zur Entstehung von Störungen festzustellen, ist es nötig, zunächst die Gleichgewichtsbedingungen kennen zu lernen.

In einer ruhenden Luftmasse herrscht das sogenannte indifferente Gleichgewicht, wenn ein Luftteilchen bei Bewegung ohne Wärmeaustausch (adiabatischer) stets auf Luft trifft, die gleiche Dichte hat wie es selbst. Das Teilchen kann dann überall im Ruhezustand sein. Dies ist — trockene Luft vorausgesetzt — bei der sogenannten adiabatischen Temperaturabnahme in vertikaler Richtung, bei Temperaturgleichheit in horizontaler der Fall.

Kann ein Luftteilchen nicht vertikal aus seiner Lage kommen, ohne durch sein Gewicht nach dieser zurückgezogen zu werden, so ist das Gleichgewicht stabil, entfernt es sich bei geringer Verschiebung infolge seines Gewichts stets weiter aus der Ruhelage, labil. Die potentielle Temperatur ist daher bei indifferentem Gleichgewicht nach der Höhe konstant, bei stabilem wächst sie nach oben, bei labilem nimmt sie ab. In ruhender Luft kann Gleichgewicht nur herrschen, wenn keine horizontalen Dichtigkeitsunterschiede vorhanden sind. Ist die Luft trocken, so muß die Temperatur in der Horizontalen konstant sein, bei feuchter Luft kann jene mit größerem Dampfgehalt kälter sein, da Wasserdampf spezifisch leichter als Luft ist.

Ruhende trockene Luftmassen mit horizontalen Temperaturunterschieden oder Temperaturabnahme des labilen Gleichgewichts werden daher das Bestreben haben, sich so anzuordnen, daß horizontale Temperaturgleichheit herrscht und die potentielle Temperatur (oder auch die Entropie) nach oben wächst.

---

mathematischen Analyse unterworfen und die streifenförmigen parallelen Wolken als Effekte solcher Wellen erklärt.

17. Energiequelle der atmosphärischen Störungen nach Margules. Durch diese Umlagerung gelangen die kalten Schichten zu Boden, der Schwerpunkt der Luftsäule sinkt, die potentielle Energie der Lage wird also geringer, und es entsteht kinetische Energie. *M. Margules*[85]) hat gezeigt, daß die beobachtete kinetische Energie der Winde aus der Abnahme der potentiellen Energie quantitativ zu erklären ist.

Bisher hatte man die Energiequelle der Stürme auch noch anderswo gesucht. Wegen des augenfälligen Zusammenhangs der horizontalen Druckgradienten mit den Winden war die Meinung verbreitet, daß die potentielle Energie einer horizontalen Druckverteilung allein genüge, die kinetische Energie zu liefern. Nach *Margules*[86]) ist diese gegen die obige verschwindend klein. *W. Ferrel*[87]) und *Th. Reye*[88]) suchten die Energiequelle in der Kondensationswärme der Niederschläge. Von dieser Energie wies *Margules*[89]) nach, daß sie zur lebendigen Kraft der Winde nichts beiträgt.

Die alte Streitfrage, ob der Wind den Druckgradienten oder der Gradient den Wind erzeugt, ist daher gegenstandslos geworden. Nach *Margules* erscheinen die horizontalen Gradienten nur „als Übersetzung im Getriebe des Sturmes".

Margules geht von der Energie- und der Wärmegleichung aus. Ist die Reibung zu vernachlässigen, so läßt sich bei adiabatischer Umlagerung der Luftschichten zum stabilen Gleichgewicht die gewonnene lebendige Kraft K aus potentieller Energie P und innerer Energie I ausdrücken, und zwar $\delta K = -\delta(P + I)$; hierbei ist für eine vertikale Luftsäule über der Flächeneinheit

$$P = \int_0^\infty z\varrho g dz, \qquad I = c_v \int_0^\infty \varrho T dz.^{90)}$$

Der untere Teil der Masse bis zu einer bestimmten Höhe werde von dem darüber unterschieden; im unteren Teile werden Umlegungen der Schichten erfolgen, der Druck an der oberen Grenze wird dadurch nicht geändert.

---

85) Jahrb. d. k. k. Zentr.-Anst. f. Met. u. Geod. 40 für 1903, Anhang (1905) u. Met. Ztschr. 23 (1906), p. 481.

86) Wien. Akad. Denkschr. 73 (1901), p. 329.

87) S. Fußnote 69. Treat. on the winds.

88) Die Wirbelstürme, Tornados und Wettersäulen, Hannover 1872.

89) S. Fußnote 85.

90) z Höhe über dem Boden, ϱ Dichte, T Temperatur, c_v und c_p spezifische Wärmen im Arbeitsmaß, $c_p = c_v + R$.

Es läßt sich dann

$$P = R\int T dm + \text{Const.}$$

schreiben, wo das Integral über den unteren Teil zu erstrecken ist. Weiter ist

$$I = c_v \int T dm,$$

daher

$$\delta K = c_p \int (T - T') dm$$

(T Temperatur zu Anfang, T' nach der Umlegung).

Erstes Beispiel: Im Ruhezustand liege eine Masse niedrigerer potentieller Temperatur über einer anderen höherer. Das Gleichgewicht ist labil, die Massen wechseln ihren Platz. In jeder Masse sei die potentielle Temperatur konstant.

Hier wird:

$$\int_0^z T \varrho dz = \frac{1}{g} \frac{1}{1+k} (p_o T_o - p T).$$ [91])

Dieser Ausdruck ist auf die beiden Massen anzuwenden und $(P + I)_a$ zu Anfang und $(P + I)_e$ zu Ende zu bilden. Die ganze Masse ist $(p_o - p_h) g$, folglich $\delta K = \frac{V^2}{2} \frac{(p_o - p_h)}{g}$, wo V ein Mittelwert der erzielten Geschwindigkeit ist.

Durch Auswertung des Ausdrucks $V^2 = 2g \frac{(P+I)_a - (P+I)_e}{p_o - p_h}$ findet *Margules* z. B., wenn jede Schichte ursprünglich 2000 m hoch war, $p_o = 760$ mm, T_o zu Anfang 10^0 C oder 283^0 abs. ist, und an der Grenze der Schichten die Temperatur einen Sprung von 3^0 macht (nach oben kälter): $V = 14{,}85$ m/sec. Stellenweise wird die wirkliche Geschwindigkeit größer, stellenweise kleiner sein, so daß die Entstehung von Sturm jedenfalls auf diesem Wege möglich ist.

Die Temperatur braucht keinen Sprung zu machen wie hier; Umlagerungen entstehen auch, wenn z. B. die potentielle Temperatur kontinuierlich nach oben abnimmt.

Zweites Beispiel: Die Temperatur nehme nach oben adiabatisch ab (potentiell konstant), doch herrsche in horizontaler Richtung ein stetiges Temperaturgefälle. Die einzelnen Schichten (definiert durch ihre potentielle Temperatur) liegen also hier nicht übereinander, son-

---

91) $k = \frac{R}{c_p}$; $p_o T_o$ unten, pT oben, p_h Druck an der oberen Grenze der Massen.

dern horizontal nebeneinander. Am Boden herrscht dann ein Druckgefälle, das die Massen in Bewegung setzt; sie lagern sich so, daß die potentiell kälteste Schichte, die früher vertikal stand, jetzt horizontal zu unterst liegt, die nächst wärmere darüber, die wärmste zu oberst. Bei adiabatischer Bewegung gilt wieder die obige Gleichung für die entstehende kinetische Energie, doch wird die Rechnung schwieriger. Auch dieses Schema kann Sturmgeschwindigkeiten liefern.

Bei feuchten Luftmassen wird die Rechnung komplizierter (s. *Margules*[85]).

Sind die Massen vertikal aus dem Gleichgewicht gebracht und kehren sie in dieses zurück, so liefert also die Arbeit der Schwerkraft jene Menge kinetischer Energie, welche in den großen und andauernden Windgeschwindigkeiten tropischer Zyklone, der Depressionen und auch Antizyklonen höherer Breiten und der Böen enthalten ist.

18. Gleichgewicht bewegter Luft. Horizontales Temperaturgefälle braucht nicht immer Umlagerung hervorzurufen; ist die Luft in Bewegung, so sind die Gleichgewichtsbedingungen andere wie oben.

Helmholtz hat nachgewiesen, daß Diskontinuitäten der Temperatur bei reibungsloser Bewegung in der Atmosphäre bestehen können. *Margules*[92]) zeigte, daß auch kontinuierliches Temperaturgefälle sich mit stationärem Zustand verträgt, wenn die Geschwindigkeit in bestimmter Weise verteilt ist.

Wird der ablenkenden Kraft der Erdrotation durch den Druckgradienten allein das Gleichgewicht gehalten, und ist der vertikale Gradient durch die Schwerkraft kompensiert, so gelten die Beziehungen (vgl. Nr. **19**):

$$\lambda v = = \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial x}, \quad g = -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial z}. ^{93)}$$

Damit die Gleichungen bestehen können, muß sein:

$$\lambda \frac{\partial \frac{v}{RT}}{\partial z} = g \frac{\partial \frac{1}{RT}}{\partial x}$$

oder

$$\frac{\partial v}{\partial z} = v \frac{\partial lg T}{\partial z} - \frac{g}{\lambda}\frac{\partial lg T}{\partial x}.$$

Zur Erhaltung des horizontalen Temperaturgefälles $\frac{\partial T}{\partial x}$ ist also notwendig, daß die zu diesem senkrechte horizontale Bewegungs-

92) Über Temperaturschichtung in stationär bewegter und in ruhender Luft; *Hann*-Band der Met. Ztschr. 1906, p. 243.

93) $\lambda = 2\omega \sin \varphi$, ω Rotationsgeschwindigkeit der Erde, φ geographische Breite, g Schwere, x gegen Osten, y gegen Süden, z aufwärts, v Geschwindigkeit in der Richtung y.

komponente in bestimmter Weise mit der Höhe variiere. Ist z. B. am Boden $v = 0$, so wird bei Temperaturzunahme gegen Osten über der Erde Südwind wehen, stationären Zustand vorausgesetzt.

Ist $\frac{\partial T}{\partial x} = 0$, die Schichtung also horizontal, so ist $\frac{v}{T}$ konstant; die wärmere Luft muß sich rascher bewegen als die kältere.

Der Gleichgewichtszustand bewegter Luft bleibt nicht dauernd erhalten. Die kinetische Energie wird schließlich durch Reibung (Pseudoreibung an der Erdoberfläche[94]), innere Reibung[95]) bei Wirbelbildung) und Mischung[96]) von Luftmassen aufgezehrt.

19. Geradlinige horizontale Bewegung. Aus den obigen Energiebetrachtungen ergibt sich nichts über die Verteilung der lebendigen Kraft auf die verschiedenen Gebiete der Luftmasse. Um über diese etwas zu erfahren, müssen wieder die Bewegungsgleichungen befragt werden.

Im folgenden wird die atmosphärische Bewegung auf einem engen Gebiete der Erdoberfläche betrachtet und hierzu die geographische Breite als konstant, die Erdoberfläche als horizontale Ebene angenommen. Die Bewegungsgleichungen lassen sich (etwas vereinfacht) für die horizontale Bewegung über dem Boden folgendermaßen schreiben:

$$\frac{du}{dt} + \lambda v + ku = -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\frac{dv}{dt} - \lambda u + kv = -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial y}.\text{[97])}$$

Diese Gleichungen rühren von *C. M. Guldberg* und *H. Mohn*[98]) her. Eine Beschleunigung in der X-Richtung kann entweder durch einen Druckgradienten in dieser Richtung entstehen, oder durch eine Geschwindigkeit v senkrecht dazu; z. B. erhält Nordwind ($v > 0$) eine Beschleunigung für positives λ (nördliche Halbkugel) nach Westen $\left(-\frac{du}{dt}\right)$, infolge der ablenkenden Kraft der Erdrotation. Die ablenkende Kraft kann, da sie stets senkrecht zur Bewegung steht, nie Arbeit leisten (scheinbare Kraft). Die Reibung wirkt natürlich nach dem hier benutzten Ausdrucke stets verzögernd. Ist die ablenkende

94) S. Fußn. 84).

95) S. Fußn. 77).

96) S. Fußn. 92).

97) Von x nach y Drehung in der Richtung des Uhrzeigers; $\lambda = 2\omega \sin\varphi$; k Reibungskonstante für die Erdoberfläche; u, v Geschwindigkeitskomponenten.

98) Vgl. *A. Sprung*, Lehrbuch der Meteorologie, Hamburg 1885, p. 132.

Kraft gering, so füllt die Beschleunigung den Gradienten rasch aus[99]); es kann Wind ohne Gradient bestehen.

Ist die Beschleunigung Null $\left(\frac{du}{dt} = \frac{dv}{dt} = 0\right)$, so bewegt sich die Luft gleichförmig in einer Richtung, also geradlinig. Für diesen Fall ist:

$$\sqrt{u^2 + v^2} = -\frac{1}{\varrho}\sqrt{\frac{\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial p}{\partial y}\right)^2}{\lambda^2 + k^2}}, \quad \frac{v}{u} = \frac{\lambda\frac{\partial p}{\partial x} + k\frac{\partial p}{\partial y}}{k\frac{\partial p}{\partial x} - \lambda\frac{\partial p}{\partial y}}.$$

Nach der ersten Gleichung ist die totale Geschwindigkeit dem totalen Gradienten proportional. Das Koordinatensystem läßt sich drehen; es liege so, daß z. B. $\frac{\partial p}{\partial y} = 0$, der Gradient also in die X-Achse fällt. Dann ergibt sich $\frac{v}{u} = \frac{\lambda}{k}$; d. h. die Tangente des Winkels, den die Bewegungsrichtung mit dem Gradienten einschließt, beträgt $\frac{\lambda}{k}$. Dieser Winkel heißt nach *Guldberg* und *Mohn* der „normale Ablenkungswinkel". Er wächst mit der geographischen Breite. Im obigen Falle $\left(\frac{\partial p}{\partial y} = 0\right)$ ist u und v negativ (wenn $\lambda > 0$); daher ist die Bewegung hier vom Gradienten nach rechts um einen Winkel $\alpha < 90^0$ abgelenkt. Für $k = 0$ wird $\alpha = 90^0$. Eine Prüfung der beiden obigen Gleichungen an den Beobachtungen gab für den Ozean recht gute, für den Kontinent schlechte Übereinstimmung.

20. Gekrümmte Luftbahnen. Bei diesen bedient man sich besser der Polarkoordinaten.[100]) Die zwei Bewegungsgleichungen für die Horizontalebene lauten mit gleichen Reibungskräften wie oben:

$$\text{a)} \qquad \ddot{r} - r\dot{\vartheta}^2 + \lambda r\dot{\vartheta} + k\dot{r} = -\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial r}$$

$$\text{b)} \qquad r\ddot{\vartheta} + 2\dot{r}\dot{\vartheta} - \lambda\dot{r} + kr\dot{\vartheta} = -\frac{1}{\varrho r}\frac{\partial p}{\partial \vartheta}.$$

Die Kontinuitätsbedingung ist:

$$\text{c)} \qquad \frac{d\varrho}{dt} + \varrho\left(\frac{\partial \dot{r}}{\partial r} + \frac{\dot{r}}{r} + \frac{\partial \dot{\vartheta}}{\partial \vartheta} + \frac{\partial \dot{z}}{\partial z}\right) = 0.$$

In Gleichung a) steht die Zentrifugalkraft $r\dot{\vartheta}^2$ neben der ablenkenden Kraft $\lambda r\dot{\vartheta}$. Ist auf der Nordhemisphäre $\dot{\vartheta} < 0$ (Rotation gegen den Uhrzeiger, zyklonal), so summieren sich diese Kräfte, ist

99) *E. v. Oppolzer*, Met. Ztschr. 11 (1894), p. 274.

100) $\ddot{r} = \frac{d^2 r}{dt^2}$ etc.; r Abstand vom Zentrum, ϑ Azimut (Drehung mit dem Uhrzeiger positiv), z Höhe. In den Gleichungen a) und b) sind Glieder mit der vertikalen Geschwindigkeit vernachlässigt.

$\dot{\vartheta} > 0$ (antizyklonal), so schwächen sie sich gegenseitig. Im stationären Zustand entspricht somit einer gewissen Rotationsgeschwindigkeit bei Zyklonen größerer Gradient als bei Antizyklonen, wie die Erfahrung bestätigt. Bei zyklonaler Rotation ist $\frac{\partial p}{\partial r}$ positiv, der Druck wächst nach außen, bei antizyklonaler im allgemeinen negativ, da $\lambda > \dot{\vartheta}$ zu sein pflegt, der Druck wächst also nach innen. Der umgekehrte Fall ist in niederen Breiten denkbar (antizyklonale Rotation mit tiefem Druck im Innern).

21. Kreisförmige Isobaren. Die Isobaren seien konzentrische Kreise, also $\frac{\partial p}{\partial \vartheta} = 0$; dann folgt aus Gleichung b):

$$\frac{dS}{dt} - \frac{\lambda}{4}\frac{dr^2}{dt} + kS = 0, \quad \text{wenn } S = \frac{r^2\dot{\vartheta}}{2}.$$

S ist die Flächen- oder Sektorengeschwindigkeit. Der Satz von der Erhaltung des S (s. Nr. **11**) gilt also hier nur für den Äquator (ohne Reibung). Ist $k \gtrless 0$, so nimmt S mit der Zeit nach einer e-Potenz ab.

Vernachlässigt man k bei $\lambda > 0$, so ergibt sich

$$S = S_0 + \frac{\lambda}{4}(r^2 - r_0^2).$$

Die Flächengeschwindigkeit vermindert sich also mit Annäherung an das Zentrum, oder — da sie bei Zyklonen negativ ist — nimmt ihr Absolutwert zu, bei Antizyklonen ab.

Wird die Reibung beibehalten und soll $\frac{dS}{dt} = 0$ sein, so ist $\lambda \dot{r} = kr\dot{\vartheta}$ oder $\frac{r\dot{\vartheta}}{\dot{r}} = \frac{\lambda}{k}$. Die totale Geschwindigkeit bildet dann mit dem Gradienten den Winkel, dessen Tangente wieder $\frac{\lambda}{k}$ ist (normaler Ablenkungswinkel wie bei geradliniger Bewegung). Die Luftbahn wird eine logarithmische Spirale. Die Bahn ist einwärts gerichtet, wenn $\dot{\vartheta} < 0$, auswärts, wenn $\dot{\vartheta} > 0$, da nach obiger Gleichung (für positives λ) $\dot{r}$ dasselbe Vorzeichen wie $\dot{\vartheta}$ haben muß. Dies gibt Einströmung in der Zyklone, Ausströmung in der Antizyklone.

22. Kreisförmige Zyklonen nach Oberbeck. Die Bewegungen in einem zirkularen Wirbel sind meist nur unter sehr vereinfachenden Voraussetzungen berechnet worden. Nach *Margules'* Untersuchungen ist es klar, daß das Schema einer Zyklone mit kreisförmigen Isobaren nur in der Nähe des Erdbodens einigermaßen passen kann, da in der Höhe assymetrische Temperaturverteilung zur Beschaffung der Energie angenommen werden sollte. Diese Rechnungen wurden zuerst von

Guldberg und *Mohn*[101]), sowie von *Ferrel*[102]) gegeben. Später hat *A. Oberbeck*[103]) eine etwas allgemeinere Lösung gefunden.[104])

Wenn man die einströmende Bewegung in einem Wirbel berücksichtigt, so kann die vertikale Bewegung nicht mehr weggelassen werden; von den Annahmen über diese wenig bekannte Größe hängt dann das Resultat der Rechnung hauptsächlich ab. Der Wirbelkörper sei in einen inneren und äußeren Teil geschieden; im letzteren werde die vertikale Bewegung vernachlässigt, im ersteren nehme sie rasch gegen das Zentrum zu; dann findet *Oberbeck* die folgenden Ausdrücke für die Geschwindigkeiten:

im äußeren Gebiete $r \geqq r_1$

$$\dot{r} = -\frac{c}{2}\frac{r_1^2}{r}, \quad r\dot{\vartheta} = -\frac{\lambda}{k}\frac{c r_1^2}{2r},$$

im inneren Gebiete $r \leqq r_1$

$$\dot{r} = -\frac{cr}{2}, \quad r\dot{\vartheta} = \frac{\lambda}{k-c}\cdot\frac{cr}{2} f(r), \quad f(r) = 1 - \frac{c}{k}\left(\frac{r}{r_1}\right)^{2\cdot\frac{k-c}{c}}.$$

Diese Gleichungen geben einen kontinuierlichen Übergang der Komponenten der Bewegung vom äußeren zum inneren Gebiet.[105]) Aus Gleichung a) kann auch die Druckverteilung berechnet werden; die Auswertung gibt recht gute Übereinstimmung mit dem an der Erdoberfläche beobachteten Verlauf der Isobaren eines tropischen Wirbelsturms. Über die Erstreckung der Bewegung nach aufwärts, über die Bedingung des Entstehens der Zyklonen, über ihre Veränderungen und Fortbewegung erfährt man aus dieser Rechnung freilich nichts, sie muß als ziemlich unfruchtbar gelten.

23. Depressionen höherer Breiten. Während ein tropischer Wirbelsturm (Tornado, Wettersäule) noch mehr oder weniger als Wirbel um eine vertikale Achse angesehen werden kann, trifft dies bei den Depressionen höherer Breiten nicht mehr zu. Die Höhe dieser Luftkörper ist verschwindend klein gegen ihre horizontale Ausdehnung, die Assymetrie der Temperaturverteilung verhindert eine

101) Études sur les mouvements de l'atmosphère, Christiania 1 (1876), 2 (1880).

102) S. Fußn. 69. *Ferrel* findet aus der Erhaltung der Flächengeschwindigkeit, daß jede Zyklone von einer ringförmigen Antizyklone umgeben sein soll, wie es bei der allgemeinen Zirkulation der Atmosphäre der Fall ist.

103) Ann. Phys. 17 (1882), p. 128.

104) Siehe auch *F. H. Bigelow,* z. B. in Rep. on the Int. Cloud Observ. in Rep. Chief Weath. Bur. 1898—99, part 2, p. 602; daselbst ist auch eine Zusammenstellung der von verschiedenen Autoren herrührenden Gleichungen.

105) Vgl. *A. Sprungs* Lehrbuch, p. 144.

eigentliche Rotationsbewegung um eine vertikale Achse. Auf der nördlichen Hemisphäre sind im allgemeinen an der Rückseite der Zyklone niedrigere Temperaturen als an der Vorderseite, weil dort nördliche, hier südliche Winde wehen. Nebst dem nimmt die Temperatur überhaupt gegen höhere Breiten ab, so daß der nördliche Teil des Wirbels kälter als der südliche ist. Nehmen wir zur Vereinfachung überall gleiche Temperaturabnahme mit der Höhe an, so werden sich trotzdem die Isobaren nach der Höhe zu deformieren. Der tiefste Druck in der Höhe liegt ungefähr über der kältesten Luftsäule, also meist im Nordwesten des Zentrums am Boden. Außerdem sind die Flächen gleichen Druckes in der Höhe stark gegen den Pol geneigt, so daß der am Boden geschlossenen Isobare oben eine offene entsprechen wird mit tiefem Druck polwärts. Die Wirbel höherer Breiten werden daher in höheren Niveaus als Ausbuchtungen im allgemeinen Polarwirbel erscheinen. Die Luft wird sich dort angenähert parallel zu den Isobaren bewegen, also durchaus keinen Wirbel mehr bilden. Unsere obigen Gleichungen passen somit für die Zyklonen höherer Breiten nicht. Eine Berechnung der Bewegung in diesen würde eine genaue Kenntnis der Temperaturverteilung verlangen und dann keine großen Schwierigkeiten im einzelnen Falle machen. Aus der Höhenformel ergibt sich die Druckverteilung im oberen Niveau, aus den Bewegungsgleichungen dann die Geschwindigkeit.[106])

Die Resultate der internationalen Ballonaufstiege[107]) sprechen dafür, daß in höheren Schichten eine Art Temperaturkompensation eintritt. Über warmen Schichten liegt die „isotherme Zone" höher, die Luft ist also hier in der Höhe (oberhalb von 9 km etwa) kälter als über kalten unteren Schichten. Dies deutet daraufhin, daß, wenn man genügend hohe Luftsäulen in Betracht zieht, der ungleiche Luftdruck am Boden in Depressionen und Antizyklonen höherer Breiten zum großen Teile thermisch verursacht ist. Diese Sache ist freilich noch nicht endgültig aufgeklärt.

24. Assymetrische Zyklonen nach Marchi. *L. de Marchi*[108]) hat die assymetrische Temperaturverteilung in Zyklonen in die Rechnung

---

106) Mit dem von *V. Bjerknes* aufgestellten Begriff der „Zirkulation" hat *I. W. Sandström* mehrere Sätze über die Temperaturverteilung in Zyklonen im Zusammenhang mit der Geschwindigkeit abgeleitet. Met. Ztschr. 19 (1902), p. 161.

107) *A. Wagner*, Die Temperaturverhältnisse in der freien Atmosphäre; Beiträge zur Phys. d. freien Atm., III. Bd., 1909, Heft 2/3.

108) Sulla teoria dei Cicloni; Pubbl. d. R. Oss. di Brera in Milano Nr. 38 (1893).

eingeführt.[109]) Er betrachtet besonders die Abnahme der Temperatur vom Äquator zum Pol. Für horizontale Bewegung ergibt sich aus den Bewegungsgleichungen und der Kontinuitätsbedingung die Dichtenänderung mit der Zeit in folgender Form:

$$\frac{1}{\varrho}\frac{d\varrho}{dt} = \frac{1}{Z}\frac{dZ}{dt} + \frac{k\zeta}{Z} - \frac{RG_p G_\tau}{2Zp}\sin\gamma.^{110)}$$

Nach dieser Gleichung zerfällt die Dichtigkeitsänderung in einen von der assymetrischen Temperaturverteilung unabhängigen (erste 2 Glieder rechts) und in einen von ihr abhängigen Teil (3. Glied rechts). Nach *Marchis* ursprünglicher Voraussetzung[111]) ist die „totale Wirbelgeschwindigkeit" Z für ein Luftteilchen konstant; fehlt dann die Reibung, so ändert sich die Dichte bloß infolge des Temperaturgradienten G_τ. *Marchi* gelangt unter anderem zu dem Satz: „In einer Zyklone wächst die mittlere Dichte, wo die Isothermen — in der Richtung gesehen, daß rechts die höhere Temperatur liegt — in die Zyklone eindringen, und umgekehrt." Es wird nämlich an einer solchen Stelle wärmere Luft von kälterer verdrängt, wie der Zusammenhang von Isobaren und Winden leicht erkennen läßt. Die Veränderung und Bewegung der Zyklone wird teilweise aus der Änderung von Z (bei wechselnder geographischer Breite ändert sich λ und verursacht eine Bewegung der Zyklone polwärts), teilweise aus der Verteilung der Temperatur am Boden bestimmt. Auf diese Weise läßt sich in vielen Fällen die Bewegung aus sich selbst heraus erklären, so daß es nicht nötig ist, sie auf die allgemeine Zirkulation der Atmosphäre oder andere äußere Ursachen zurückzuführen. Die ungleiche Temperaturverteilung bewirkt jedenfalls schon allein eine Bewegung der Zyklonen.[112])

---

109) *Nils Ekholm* fand, daß die Zyklonen ungefähr parallel mit den Linien gleicher Dichte wandern; Svenska Vet. Akad. Handl. Bihang 16, 1, Nr. 5.

110) $Z = 2\zeta + \lambda$ „totale Wirbelgeschwindigkeit", wenn $\zeta = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial x}\right)$; k Reibungskoeffizient, G_p Druckgradient, G_T Temperaturgradient, γ Winkel, welchen beide miteinander bilden (positiv, wenn der Druck rechts vom Temperaturgradienten liegt). Die Gleichung ist wegen der Definition der Reibung nur für die Erdoberfläche verwendbar.

111) Annali di Meteorologia, Rom 1 (1882). Ref. von *Margules* in Öst. Ztschr. f. Met. 19 (1884), p. 278.

112) Kürzlich hat *F. J. B. Cordeiro* (Met. Ztschr. 25 (1908), p. 201 und früher Monthly Weath. Rev. 1903, p. 516) die Bahnen der tropischen Zyklone aus der Voraussetzung zu berechnen versucht, daß auf diese Wirbel die Gesetze der Kreiselbewegung anwendbar sind. Wird die X-Achse des Zyklons bei der Bewegung von W nach E geneigt (infolge der Erdkrümmung), so tritt eine „gyroskopische Kraft" nach Norden auf; in entgegengesetzter Richtung wirkt

25. Vertikale Bewegung. Wie oben hervorgehoben, spielt die vertikale Bewegung bei der Umlagerung der Luftmassen, der Temperaturverteilung in der Höhe und schließlich beim Wetter überhaupt (Kondensation) eine große Rolle. Man kann die vertikale Bewegung leicht aus der Kontinuitätsgleichung darstellen, besonders bei ein- oder ausströmenden horizontalen Bewegungen. So ergibt sich im *Oberbeck*schen Wirbel für konstante Dichte im inneren Wirbelteile aus der Kontinuitätsbedingung $\frac{\partial \dot{z}}{\partial z} = c$; da $\dot{z}$ am Erdboden Null und c (die *Oberbeck*sche Konstante, s. Nr. 22) positiv ist, entsteht also im inneren Wirbelkörper aufsteigende Bewegung.

Die vertikale Beschleunigung kommt in der dritten hydrodynamischen Bewegungsleichung vor; diese lautet mit Vernachlässigung eines Gliedes der ablenkenden Kraft:

$$\frac{d\dot{z}}{dt} = -g - \frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial z}.$$

Da die Beschleunigung im allgemeinen ganz gegen die Schwere g zu vernachlässigen ist, so gilt die gewöhnliche barometrische Höhenformel meist ohne Einschränkung. Nur in den eigentlichen Zyklonen (Tornados, Wettersäulen) mag die Beschleunigung so bedeutend werden, daß sich dadurch der Druck am Boden erheblich ändert. Dann wird die Höhenformel also eine Korrektion benötigen.

Da die barometrische Höhenförmel sehr verläßlich ist und stets bei richtiger Anwendung zu sehr genauen Resultaten führt, kann die vertikale Beschleunigung bei diesen Anwendungen nie eine merkliche Größe haben. Auch die vertikale Geschwindigkeit ist meist sehr gering.[113])

26. Problem der Sturmtheorie. Eine allgemeine mathematische Theorie der atmosphärischen Störungen, welche die vertikale Bewegung und die Assymetrie der Temperaturverteilung berücksichtigt, fehlt bisher. Die Energiequelle der Stürme ist gegeben. Wie aber die Luftmassen erst in die Lage mit großer potentieller Energie, die doch mehr oder weniger ein Gleichgewichtszustand sein muß, kommen, wie und warum sie diese dann plötzlich verlassen, ist bisher nicht ausreichend geklärt.[114])

27. Kalte und warme Zyklonen. Nach *Ferrel*s Ansicht ist die Existenz eines Wirbels sowohl mit relativ warmem wie mit kaltem

---

die Zentrifugalkraft; aus diesen beiden Kräften und der Reibung am Boden hat *Cordeiro* die Bahnen, wie es scheint mit gutem Erfolge, zu berechnen versucht.

113) *A. Sprung*, Lehrbuch der Meteorologie p. 160.

114) *M. Margules:* Zur Sturmtheorie, Met. Ztschr. 23 (1906), p. 496.

Zentrum möglich. Im ersten Falle wird warme Luft an einem Orte die aufsteigende Bewegung einleiten, ein horizontales Zuströmen dieselbe ersetzen. Die in die Höhe gebrachte Luft muß oben ausfließen, wie die Wolkenbeobachtungen bestätigen; durch Kondensation freiwerdende Wärme soll zur Erhaltung des aufsteigenden Stroms beitragen (Konvektionstheorie, vgl. Nr. 17). Andrerseits soll in größeren Höhen durch Abkühlung der Luftsäule (Niedersinken) eine Depression entstehen. Die kalte Luft wird am Boden ausströmen, die rotierende Bewegung soll sich von oben nach unten übertragen. Ein Beispiel für die kalte Zyklone ist der Polarwirbel. Der tiefe Druck ist hier ein dynamischer, im ersten Fall ein thermischer Effekt.

In höheren Breiten scheinen beide Arten von Wirbeln vorzukommen[115]); doch ist da wohl die Assymetrie besonders zu berücksichtigen. Die tropischen Wirbelstürme sind in dieser Richtung bisher nicht untersucht.

28. **Antizyklonen.** Die Antizyklonen sind Gebiete relativ hohen Luftdrucks, in welchen die Luft herabsteigt, um am Boden auseinanderzufließen (mit antizyklonaler Rotation). Die abwärts steigenden Massen werden in der Höhe durch einströmende ersetzt. Der hohe Druck am Boden kann bedingt sein durch niedrige Mitteltemperatur der Luftsäule oder durch hohen Druck am oberen Ende der Säule. Es scheinen beide Arten vorzukommen; die ersteren sind, der Konvektionstheorie entsprechend, kalt (durch *H. H. Clayton* in Nordamerika nachgewiesen), die letzteren sogar wärmer als die Umgebung (*J. Hanns* warme Antizyklonen).[116]) Damit diese wärmeren Massen trotz ihres Auftriebes herabsteigen, ist es nötig, daß von oben her eine dynamische Ursache die Massen herabdrückt. *F. H. Bigelow*[117]) hat die Ansicht ausgesprochen, daß diese dynamische Wirkung mit der allgemeinen atmosphärischen Zirkulation in Zusammenhang steht. Andrerseits kann auch, wie *M. Margules*[118]) vermutet, die Antizyklone auf einer (der West-)Seite mit noch wärmerer Luft in Verbindung sein, welche gegen die Antizyklone abfließt. Hier kommt wieder die assymetrische Temperaturverteilung in Betracht, von der noch wenig bekannt ist. Auf der nördlichen Halbkugel ist die östliche Seite kalt, die westliche warm; bei rasch sich bewegenden Antizyklonen (Nordamerika) sind diese Gegensätze groß — diese Gebilde können

---

115) *J. Hann,* Lehrbuch der Meteorologie, 1. Aufl., Leipzig 1901, p. 584.
116) *J. Hann,* Lehrb. d. Met., 1. Aufl., p. 588.
117) Rep. Weath. Bur., 1898/99, Bd. 2.
118) Met. Ztschr. 23 (1906), p. 242.

mehr als Rückseiten von Depressionen gelten —; bei langsam sich bewegenden oder stillstehenden gering. Nur bei diesen ist die hohe Temperatur Regel; sie zeigen in größerer Höhe noch eine zentrale Bewegung, während sich bei den rasch ziehenden die oberen Luftströmungen ziemlich in das System der allgemeinen Zirkulation einordnen; letztere sind daher seichter.[119])

In höheren Niveaus einer Antizyklone tritt nach *E. v. Oppolzer*[120]) durch den Auftrieb der warmen unteren Massen und die dynamische Wirkung von oben her eine Kompression und Druckerhöhung ein.

29. Kompression und Ausbreitung einer Luftmasse nach Margules. Den beobachteten geringen Temperaturgradienten im absteigenden Luftstrom einer Antizyklone hat *Margules*[121]) folgendermaßen erklärt: Steigt Luft adiabatisch herab, so wird sie komprimiert und um rund 1^0 pro 100 m erwärmt $\left(\frac{g}{c_p}\right)$. Breitet sie sich aber zugleich über eine größere Fläche seitlich aus, so wird der Temperaturgradient kleiner; und zwar ergibt sich:

$$\frac{dT'}{dz'} = \frac{B'p'}{Bp}\left(\frac{dT}{dz} + \frac{g}{c_p}\right) - \frac{g}{c_p}.\text{[122])}$$

Die Gradienten können durch Ausbreitung der Luftmasse vom adiabatischen Wert ausgehend sehr gering werden, sogar ihr Vorzeichen wechseln (Inversion). Das indifferente Gleichgewicht ist also, wenn eine Luftmasse bei ihrer Verschiebung zugleich ihren Querschnitt ändert, nicht mehr das gleiche wie in Nr. **6**. Das Auseinanderströmen findet bei Antizyklonen tatsächlich statt, weswegen diese Gleichung hier angewendet werden kann.

30. Bewegung der Isobaren. Einen Fingerzeig für die Berechnung der Ortsveränderung von Zyklonen hat, wie oben erwähnt, *Marchi* gegeben. Im übrigen gibt es für diese fast nur empirische Regeln. Wie weit insbesondere die Bewegung tropischer Wirbel mit den allgemeinen Strömungen zusammenhängt, wie weit sie aus der Beschaffenheit der Wirbel selbst hervorgeht, ist noch nicht aufgeklärt. Die Depressionen und Antizyklonen der höheren Breiten kann man wegen der Assymetrie nach aufwärts nicht als geschlossene Wirbel auffassen, sondern subsummiert sie besser unter die übrigen

119) *St. Hanzlik,* Wien. Akad. Denkschr. 84 (1908).

120) Met. Ztschr, 10 (1893), p. 153.

121) S. Fußn. 118).

122) $\frac{dT}{dz}$ vertikales Temperaturgefälle, B Basisfläche einer Luftmasse, p Druck derselben zu Anfang; die gestrichelten Werte beziehen sich auf dieselbe Luftmasse nach dem Abstieg und der Ausbreitung.

Isobarenformen. Für deren Veränderungen lassen sich allgemeine Gesichtspunkte aufstellen, wenn Vereinfachungen vorgenommen werden. Nimmt man an[123]), die Bewegung der Massen geschehe adiabatisch, so ist

$$\frac{c_p}{R}\frac{dlg\,T}{dt} = \frac{dlg\,p}{dt}.$$

Mit einigen Vernachlässigungen findet man aus dieser und den Bewegungsgleichungen (Nr. **19**):

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -C\left(\frac{\partial p}{\partial x}\frac{\partial T}{\partial y} - \frac{\partial T}{\partial x}\frac{\partial p}{\partial y}\right),$$

wo C nicht wirklich konstant ist, aber um einen mittleren Wert sich bewegt. Die Gleichung sagt, daß die Druckänderung an einem Orte verkehrt proportional ist der Fläche, welche zwei benachbarte Isothermen mit zwei benachbarten Isobaren daselbst einschließen. Der Druck steigt, wenn kalte Luft an die Stelle von warmer, er fällt, wenn warme an die Stelle von kalter strömt, wie dies am einfachsten an der Rückseite bzw. Vorderseite einer Depression zu beobachten ist. Hieraus ergibt sich z. B. die mittlere Westostbewegung der Isobaren.

Läßt man die Voraussetzung adiabatischer Bewegung fallen[124]) und zieht die tatsächlich vorhandene Wärmezufuhr in Betracht, so ergibt sich eine von der Wärmezufuhr modifizierte Westostbewegung, die sehr kompliziert ausfallen kann.

Für adiabatische, horizontale und reibungslose Bewegung läßt sich eine Differentialgleichung des Luftdrucks aufstellen, die folgende Form hat:[125])

$$\frac{\partial p^{\frac{1}{k}}}{\partial z}\frac{\partial^2 p^{\frac{1}{k}}}{\partial z \partial t} = \frac{g}{\lambda}\left[\frac{\partial p^{\frac{1}{k}}}{\partial y}\frac{\partial^2 p^{\frac{1}{k}}}{\partial x \partial z} - \frac{\partial p^{\frac{1}{k}}}{\partial x}\frac{\partial^2 p^{\frac{1}{k}}}{\partial y \partial z}\right].$$

Dieselbe stellt den Luftdruck ganz allgemein als Funktion von Ort und Zeit dar. Es zeigt sich, daß die Bedingung stationären Zustands $\left(\frac{\partial p^{\frac{1}{k}}}{\partial t} = 0\right)$ die ist, daß die Isobaren nach der Höhe zu symmetrisch liegen. Zu einer zeitlichen Druckänderung ist deren Assymmetrie erforderlich; und zwar bewirkt (auf der Nordhemisphäre) eine

123) *F. M. Exner,* Wien. Ber. 115, Abt. 2a (1906).

124) *F M. Exner,* Wien. Ber. 116, Abt. 2a (1907) und Met. Ztschr. 25 (1908), p. 57.

125) *F. M. Exner,* Wien. Ber. 119, Abt. 2a (1910), $k = \frac{c_p}{AR}$, c_p spezifische Wärme bei konstantem Druck, R Gaskonstante, A Wärmeäquivalent.

Rechtsdrehung der Isobaren mit zunehmender Höhe ein Fallen, eine Linksdrehung ein Steigen des Luftdrucks.

P. Brounow[126]) und kürzlich *Nils Ekholm*[127]) sowie *G. v. Friesenhof*[128]) konstruierten Wetterkarten, welche die Änderung des Luftdrucks in bestimmten Zeitintervallen darstellen (Isallobaren = Linien gleicher Druckänderung). *Brounow* gab auch eine Methode an, den Weg der Minima mit Hilfe dieser Karten rechnerisch vorauszubestimmen. Nach *Ekholm* bewegen sich die Gebiete, wo das Barometer steigt oder fällt, ähnlich den Zyklonen und Antizyklonen, nur viel regelmäßiger. Neuerdings werden mit Nutzen auch Karten verwendet, welche Linien gleicher Temperaturänderung enthalten (Isallothermen).

C. Schwingungen der Atmosphäre.

31. Schwingungen periodisch erwärmter Luft. Die Atmosphäre als Ganzes wird, irgendwie aus ihrer Ruhe gebracht, Eigenschwingungen ausführen, die schließlich durch Reibung erlöschen. Die Periode dieser Schwingungen ist von den Größenverhältnissen der Atmosphäre, ihrer Konstitution (Temperatur) und der Rotationsdauer der Erde abhängig. Wirkt statt einer einmaligen Störung auf die Atmosphäre eine periodische Kraft, so werden erzwungene Schwingungen entstehen, die je nach der Dauer dieser Periode den Eigenschwingungen mehr oder weniger nahe kommen können. Günstigen Falles kann daher ein Resonanz-Phänomen auftreten.

Lord Kelvin stellte die Vermutung auf, daß ein solches die Ursache der auf der ganzen Erdoberfläche ziemlich gleichmäßig auftretenden 12stündigen Periode der Barometerschwankungen sei. Beträgt die Eigenschwingung der Atmosphäre nahe an 12 Stunden, so kann eine sehr schwache 12stündige Temperaturwelle eine verhältnismäßig große Amplitude in der 12stündigen Luftdruckwelle erzeugen, und die große 24stündige Temperaturschwingung bringt nur eine geringe solche Druckwelle mit sich. *M. Margules*[129]) hat diesen Gedanken zu einer mathematischen Theorie der „doppelten täglichen Barometerschwankung" ausgebildet. Er berechnet unter vereinfachenden Voraussetzungen (Vernachlässigung vertikaler Bewegungen und der Reibung, Annahme geringer Geschwindigkeiten, welche die Weglassung der quadratischen Glieder in den Bewegungsgleichungen ge-

126) Met. Bull. Petersburg 1880, p. 1.

127) Met. Ztschr. 21 (1907), p. 345.

128) Met. Ztschr. 23 (1906), p. 209.

129) Über die Schwingungen periodisch erwärmter Luft; Wien. Ber. 99, Abt. 2a (1890), p. 204.

statten) die Druckwelle, welche eine 24stündige und eine 12stündige gegebene Temperaturwelle an der Erdoberfläche erzeugen. Der äußerst lehrreiche Gang dieser Rechnung wird hier kurz wiedergegeben.

Den Ausgang bilden die Bewegungsgleichungen in Nr. **10**. Um mit der Bezeichnungsweise in *Margules*' Abhandlungen in Übereinstimmung zu bleiben, seien folgende Vertauschungen eingeführt:

für die geographische Breite die Polhöhe ω;

für die Winkelgeschwindigkeit der Erde ω : — $n\left(=\frac{2\pi}{24\cdot 3600}\right)$;

für ϱ (Dichte) μ; λ wird nach Osten positiv gezählt.

Margules nimmt an, daß die zeitlichen Änderungen von Druck, Temperatur und Dichte gegen deren Absolutwerte klein sind, und setzt:

$$p = p_0(1+\varepsilon), \quad \mu = \mu_0(1+\sigma), \quad T = T_0(1+\tau);$$

$$p = \mu R T, \quad \varepsilon = \sigma + \tau.$$

Bei Weglassung der quadratischen Glieder in den Bewegungsgleichungen und der Reibungskräfte erhält man, wenn noch

$$a = \dot r, \quad b = r\dot\omega, \quad c = r\sin\omega\dot\lambda$$

und im Ruhezustand $\frac{1}{p_0}\frac{dp_0}{dr} = -\frac{g}{RT_0}$ $\left(\frac{dT_0}{dr}\right.$ wegen des späteren vernachlässigt$\left.\right)$ die folgenden Bewegungsgleichungen:

$$g\tau - RT_0\frac{\partial\varepsilon}{\partial r} = \frac{\partial a}{\partial t} - 2n\sin\omega\cdot c$$

$$-RT_0\frac{\partial\varepsilon}{r\partial\omega} = \frac{\partial b}{\partial t} - 2n\cos\omega\cdot c$$

$$-RT_0\frac{\partial\varepsilon}{r\sin\omega\partial\lambda} = \frac{\partial c}{\partial t} + 2n\sin\omega a + 2n\cos\omega b;$$

ferner die Kontinuitätsgleichung (aus Gleichung IV, Nr. **10**):

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} - \frac{\partial\tau}{\partial t} + \left(\frac{2}{r} - \frac{g}{RT_0}\right)a + \frac{\partial a}{\partial r} + \frac{\partial(b\sin\omega)}{r\sin\omega\partial\omega} + \frac{\partial c}{r\sin\omega\partial\lambda} = 0.$$

Durch die Beschränkung auf rein horizontale Bewegungen wird $a = 0$ und die erste Bewegungsgleichung gegenstandslos. Der Radius der Erde sei S; dann ergibt sich:

$$-\frac{RT_0}{S}\frac{\partial\varepsilon}{\partial\omega} = \frac{\partial b}{\partial t} - 2n\cos\omega\cdot c$$

$$-\frac{RT_0}{S}\frac{\partial\varepsilon}{\sin\omega\partial\lambda} = \frac{\partial c}{\partial t} + 2n\cos\omega\cdot b$$

$$S\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial t} - \frac{\partial\tau}{\partial t}\right) + \frac{1}{\sin\omega}\left[\frac{\partial(b\sin\omega)}{\partial\omega} + \frac{\partial c}{\partial\lambda}\right] = 0.$$

Die *ganztägige Temperaturperiode* sei gegeben durch

$$\tau = A(\omega)\sin(nt+\lambda);$$

also eine nach Westen fortschreitende Welle, deren Amplitude A Funktion der Polhöhe ω ist.

Aus den obigen Gleichungen ergibt sich dann:

$$\varepsilon = E(\omega)\sin(nt+\lambda),\quad b = \varphi(\omega)\cos(nt+\lambda),\quad c = \psi(\omega)\sin(nt+\lambda),$$

unter der Bedingung, daß die Funktionen E, φ und ψ den folgenden Differentialgleichungen genügen:

$$nS(E-A) + \frac{1}{\sin\omega}\left[\frac{d(\varphi\sin\omega)}{d\omega} + \psi\right] = 0,$$

$$\varphi = \frac{RT_0}{nS}\,\frac{\dfrac{dE}{d\omega} + E\dfrac{2\cos\omega}{\sin\omega}}{1-4\cos^2\omega},\quad \psi = -\frac{RT_0}{nS}\,\frac{\dfrac{dE}{d\omega}\,2\cos\omega + \dfrac{E}{\sin\omega}}{1-4\cos^2\omega}.$$

Setzt man $\Phi(\omega) = \frac{nS}{RT_0}\varphi(\omega)\sin\omega$, so gibt die zweite Gleichung:

$$E = \frac{1}{\sin^2\omega}\int\Phi(\omega)\sin\omega(4\sin^2\omega-3)\,d\omega,$$

die erste und dritte:

$$\frac{n^2S^2}{RT_0}(E-A) + \frac{1}{\sin\omega}\left[\frac{d\Phi}{d\omega} - \Phi\frac{2\cos\omega}{\sin\omega} - \frac{E}{\sin\omega}\right] = 0.$$

Es sei

$$\Phi(\omega) = \cos\omega\cdot(a_1\sin\omega + a_3\sin^3\omega + a_5\sin^5\omega + \cdots),$$

wo die a später zu bestimmende Konstanten sind; dann folgt durch Integration der ersten Gleichung:

$$E(\omega) = b_1\sin\omega + b_3\sin^3\omega + b_5\sin^5\omega + \cdots,$$

wobei

$$b_1 = -a_1,\quad b_3 = \frac{4a_1-3a_3}{5},\quad b_5 = \frac{4a_3-3a_5}{7}\quad \ldots$$

Es sei nun gegeben $A(\omega) = C\sin\omega$, die Temperaturschwankung also am Äquator ein Maximum (C), am Pole Null.

Wird E und A in die letzte Differentialgleichung eingesetzt, so findet man durch Nullsetzung der Faktoren, welche bei den einzelnen Sinuspotenzen stehen, folgende Beziehungen, die zur Bestimmung der Konstanten a dienen $\left(k = \frac{n^2S^2}{RT_0}\right)$:

$$(1+\tfrac{3}{5})a_3 - (k+\tfrac{4}{5})a_1 - kC = 0$$
$$(3+\tfrac{3}{7})a_5 - (\tfrac{3}{5}k + \tfrac{4}{7} + 2)a_3 + \tfrac{4}{5}ka_1 = 0;$$

. . . .

allgemein

$$\left(i-2+\frac{3}{i+2}\right)a_i - \left(\frac{3}{i}k + \frac{4}{i+2} + i - 3\right)a_{i-2} + \frac{4}{i}ka_{i-4} = 0$$
$$\text{für } i = 5, 7, 9\ldots$$

Nach *Laplaces* Berechnungsweise in seiner Theorie der Ebbe und

Flut hat *Margules* diese Gleichungen folgendermaßen gelöst; es ist:

$$\frac{a_{i-2}}{a_{i-1}} = \frac{4k(i+2)}{3k(i+2)+(i-2)i(i+1)-(i-1)i(i+1)\dfrac{a_i}{a_{i-2}}}.$$

Einen analogen Ausdruck kann man für $\frac{a_i}{a_{i-2}}$ anschreiben und in den vorstehenden einsetzen, in diesem wieder $\frac{a_{i+2}}{a_i}$ durch einen analogen ersetzen usw. Man erhält dann folgende Kettenbruchentwicklungen:

$$q_3 = \frac{a_5}{a_3} = \cfrac{4k\cdot 9}{N_3 - \cfrac{Z_5}{N_5 - \cfrac{Z_7}{N_7 - \cdots}}}, \quad q_5 = \cfrac{4k\cdot 11}{N_5 - \cfrac{Z_7}{N_7 - \cfrac{Z_9}{N_9 - \cdots}}}, \quad \ldots,$$

wobei

$$N_1 = 3k\cdot 7 + 3\cdot 5\cdot 6,\quad N_3 = 3k\cdot 9 + 5\cdot 7\cdot 8,\quad N_5 = 3k\cdot 11 + 7\cdot 9\cdot 10 \ldots$$
$$Z_3 = 4k\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 9,\quad Z_5 = 4k\cdot 6\cdot 7\cdot 8\cdot 11 \quad \ldots$$

Aus der ersten der obigen Gleichungen findet man schließlich auch a_1 und damit $a_3 = q_1 a_1$, $a_5 = q_1 q_3 a_1$ usw.

Da die Kettenbrüche rasch konvergieren, genügt die Berechnung einer beschränkten Anzahl der Nenner N (*Margules* rechnete bis N_{19}).

Ersetzt man a durch αC und b durch βC, so erhält man die folgende Darstellung der Temperatur- und Druckwelle:

$$\tau = C \sin\omega \sin(nt+\lambda), \quad \varepsilon = C \sin(nt+\lambda)(\beta_1 \sin\omega + \beta_3 \sin^3\omega + \cdots).$$

Margules berechnete für eine Mitteltemperatur $T_0 = 273^0$ (wobei $k = 2\cdot 7352$) die folgenden β:

β_1	β_3	β_5	β_7	β_9
1,146	— 0,423	— 0,370	— 0,106	— 0,018.

Die Sinusreihe in ε ergibt dann für verschiedene Breite $(90 - \omega)$:

Breite	0^0	30^0	45^0	60^0
	0,23	0,50	0,58	0,51.

Für eine Temperaturschwankung von 1^0 am Äquator ergibt sich daraus die Druckschwankung am Äquator zu 0,64 mm, in 45^0 Breite zu 1,6 mm.

Um die Wirkung einer *halbtägigen Temperaturperiode* auf den Luftdruck zu beurteilen, wird gesetzt:

$$\tau = A(\omega) \sin(2nt + 2\lambda);$$

daraus:

$$\varepsilon = E(\omega) \sin(2nt+2\lambda),\quad b = \varphi(\omega)\cos(2nt+2\lambda),$$
$$c = \psi(\omega)\sin(2nt+2\lambda).$$

Es folgt nun eine ähnliche Rechnung wie bei der ganztägigen Welle, und schließlich ergibt sich für $A(\omega) = C \sin^2 \omega$ als Verteilung der Temperaturamplitude:

$$\tau = C \sin^2 \omega \sin (2nt + 2\lambda)$$

$$\varepsilon = C \sin (2nt + 2\lambda)(\alpha_4 \sin^4 \omega + \alpha_6 \sin^6 \omega + \alpha_8 \sin^8 \omega + \cdots).$$

Für T_0 nahe 268^0 steigen die Werte von α_4 ins unendliche, es fällt dort die erzwungene Periode mit der Eigenperiode zusammen, wie folgende Zahlen zeigen:

$T_0 =$	$298,7^0$	$273,0^0$	$271,5^0$	$269,1^0$	$266,7^0$	$248,9^0$
$\alpha_4 =$	$-6,196$	$-37,99$	$-55,00$	$-247,8$	$+101,8$	$+8,270.$

Mit $T_0 = 298,7$ ergibt sich für den Äquator:

$$\varepsilon = -10,26\, C \sin (2nt + 2\lambda).$$

Eine Temperaturamplitude von 0.038^0 erzeugt eine Druckwelle von 1 mm.

Es beträgt also die Eigenperiode der Atmosphäre nahezu 12 Stunden. Eine kleine 12stündige Temperaturperiode würde genügen, um die verhältnismäßig große Druckperiode zu erklären. Nun kann man den täglichen Temperaturgang durch eine Summe von Sinusgliedern darstellen, deren Perioden sich verhalten wie $1 : {}^1/_2 : {}^2/_3 \ldots$. Da die vereinfachten Bewegungsgleichungen linear sind, erzeugt jedes Glied in der Temperaturreihe ein solches von gleicher Periode in der Druckreihe; die geringe Amplitude der halbtägigen Temperaturwelle hat also nach der Rechnung eine viel größere halbtägige Druckperiode zur Folge als die ganztägige Temperaturwelle. *Margules* hat auch noch den Einfluß der Reibung untersucht[130]), worauf hier nur hingewiesen werden kann.

32. Freie Schwingungen der Atmosphäre. Anschließend an obige Theorie hat *Margules* auch die Eigenbewegungen der Atmosphäre genau analysiert.[131]) Ein ausführliches Referat über alle vier Arbeiten hat *W. Trabert* gegeben (Met. Ztschr. 1903, p. 481). Vor *Margules* gab *Lord Rayleigh*[132]) eine derartige Untersuchung für die ruhende Erde. *Margules* behandelte die Frage für eine rotierende Erde und unter Annahme von Oberflächenreibung. Die Temperatur wird hier konstant gesetzt. Die folgenden kurzen Andeutungen über die Ergebnisse dieser Theorie sind meist aus *Traberts* Referat wiedergegeben.

130) Luftbewegungen in einer rotierenden Sphäroidschale, III T.; Wien. Ber. 102, Abt. IIa (1893), p. 1369.

131) Ibid. I und II T. Wien. Ber. 101, 1892, Abt. IIa, p. 597 und 102, 1893, Abt. IIa, p. 11 und 1369.

132) Die Theorie des Schalles (deutsche Ausgabe) 1880.

Ohne Reibung sind auf der ruhenden wie auf der rotierenden Erde stehende Schwingungen möglich, wobei sich alle Punkte eines Breitenkreises im gleichen Schwingungszustande befinden (zonale Klasse). Auf der ruhenden Erde gibt es stationäre Strömungen, die den Bewegungsgleichungen gehorchen und der *Buys-Ballot*schen Regel entsprechen; die Schwingungen tun dies nicht. Diese stationären Strömungen verwandeln sich durch die Rotation in langsam gegen Westen fortschreitende Wellen. Auf der ruhenden Erde gibt es außerdem stehende Wellen, welche auf einem Breitenkreise einen, zwei, drei ... Wellenberge besitzen (I, II, III ... Klasse); diese Wellen verwandeln sich durch die Rotation in fortschreitende Wellen; und zwar in westwärts wandernde Wellen mit kürzeren Schwingungsdauern und in ostwärts wandernde mit längeren. Durch die Reibung werden alle Wellen erlöschende; die ostwärts wandernden und die langsamen, westwärts wandernden Wellen sind beständiger, die übrigen erlöschen rasch. Die *Margules*sche Theorie geht von den oben benützten Bewegungsgleichungen aus; die quadratischen Glieder sind darin vernachlässigt, so daß sich die Bewegungen verschiedener Art superponieren. Die Gebiete hohen und tiefen Druckes (Wellentäler und Wellenberge) verändern ihre Lage unter dem Einflusse der Erdrotation; *Ferrel*s Ansicht, daß diese Gebiete von der allgemeinen Strömung getragen werden, bestätigt sich also unter den gemachten Voraussetzungen nicht.