

WYDZIAŁY POLITECHNICZNE KRAKÓW

BIBLIOTEKA GŁÓWNA

12



15199

L. inw.

104

EIBLIOTHEK
Kgl. El. u. Lit. Prellan
T. A. 43.
Ee

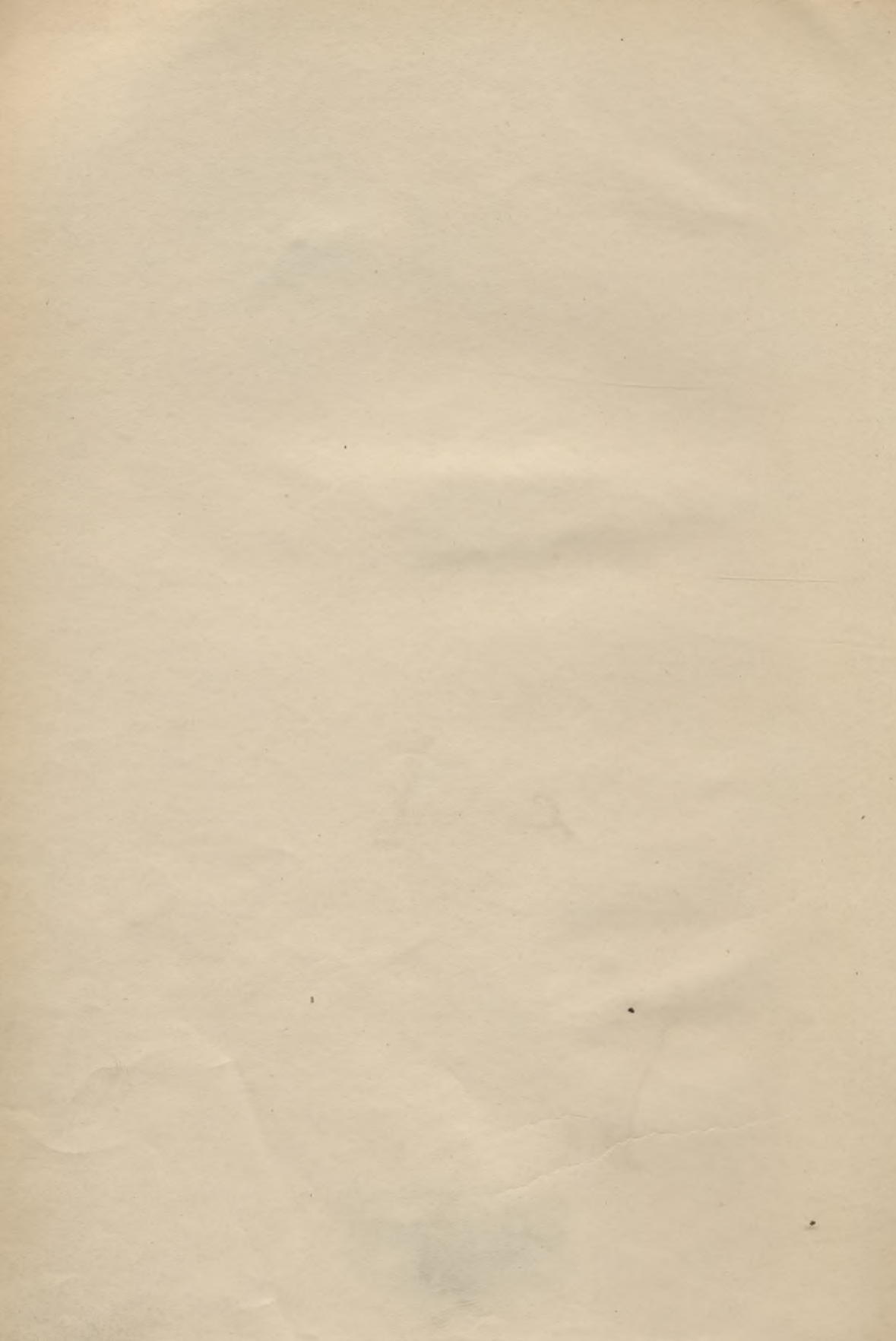
Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000298650

15199

W+2



HANDBUCH

INGENIEURWISSENSCHAFTEN

in vier Bänden

Zweiter Band:

Der Brückenbau

Dr. Schiller und Ed. Zösch

HANDBUCH
der
INGENIEURWISSENSCHAFTEN

in vier Bänden.

Zweiter Band:

Der Brückenbau.

Herausgegeben

von

Th. Schäffer und Ed. Sonne.

Vierte Abteilung.

Zweite, umgearbeitete und vermehrte Auflage.

Leipzig
Verlag von Wilhelm Engelmann
1888.

Der
BRÜCKENBAU.

Handbuch der Ingenieurwissenschaften II. ^{2ue} Band.

Vierte Abteilung.

Eiserne Bogenbrücken und Hängebrücken

bearbeitet von

J. Melan und **Dr. Th. Schäffer,**

herausgegeben von

Dr. Th. Schäffer,

Großherzogl. Ministerialrat
in Darmstadt,

und

Ed. Sonne,

Geh. Baurat, Professor
an der technischen Hochschule in Darmstadt.

Zweite, umgearbeitete und vermehrte Auflage.

Mit 134 Textfiguren, Sachregister und 10 lithographierten Tafeln.



Leipzig

Verlag von Wilhelm Engelmann

1888.



III - 306595

Alle Rechte, insbesondere das Recht der Übersetzung, sind vorbehalten.

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

III 15199

Akc. Nr.

~~158~~ / 50

BPK-B-281/2018

Vorwort

zu der zweiten Auflage.

Der im Frühling des laufenden Jahres erschienenen dritten Abteilung des Brückenbaus (Bewegliche Brücken) folgt nunmehr die vierte Abteilung (Eiserne Bogenbrücken und Hängebrücken).

In Vergleich mit der ersten Auflage hat der vorliegende Teil des Werks eine durchgreifende Umgestaltung erfahren. Es handelte sich namentlich darum, eine möglichst einheitliche Behandlung der Theorie der eisernen Brücken anzubahnen. Theils zu diesem Zweck, theils auch wegen des innigen Zusammenhanges der Theorie der Bogenbrücken mit der Theorie der Hängebrücken erschien es erwünscht, dieselben als XII. Kapitel von einer Hand bearbeiten zu lassen und die Herausgeber sind Herrn Professor Heinzerling, welcher die Theorie der Hängebrücken in erster Auflage behandelt hatte, zu besonderem Danke dafür verpflichtet, dass er sich mit jener Änderung einverstanden erklärt hat. Für das fragliche theoretische Kapitel ist Herr Professor Melan in Brünn gewonnen worden; derselbe hat sich mit Professor Steiner in Prag, welcher die Theorie der Balkenbrücken bearbeitet, über die Grundzüge der Behandlung insoweit verständigt, dass nach Vollendung des Werks die theoretischen Kapitel der zweiten und der vierten Abteilung Hand in Hand miteinander gehen werden. Als Anhang zum XII. Kapitel ist die Anwendung der Theorie der elastischen Bogenträger auf die Gewölbe gegeben, nachdem dieser Gegenstand, um Wiederholungen zu vermeiden, in Kapitel II dieses Werks (Steinere Brücken) unberücksichtigt geblieben ist.

Die oben bezeichnete Änderung bezüglich der Bearbeitung der Theorie der Hängebrücken wurde Veranlassung, Herrn Professor Heinzerling zu ersuchen, auch die Konstruktion der Hängebrücken an Professor Melan abzutreten und zwar in Anbetracht des Umstandes, dass es im allgemeinen zweckmässig ist, wenn für ein und dieselbe Brückenart beides von demselben

Verfasser bearbeitet wird. Auch auf diesen Vorschlag ist Herr Heinzerling in sehr dankenswerter Weise bereitwillig eingegangen.

Bei dem XIV. Kapitel (Konstruktion der eisernen Bogenbrücken) waren namentlich hinsichtlich der Besprechung der Systeme der Bogenträger und der Wahl derselben diejenigen Änderungen vorzunehmen, welche durch die neue Bearbeitung der Theorie der Bogenbrücken bedingt wurden; ausserdem waren einige Ergänzungen zu bewerkstelligen, welche den Vergleich zwischen Balkenbrücken und Bogenbrücken, die Pfeiler der letzteren u. s. w. betreffen. Da der mitunterzeichnete Ministerialrat Schäffer durch Überlastung mit Dienstgeschäften verhindert wurde, jene Änderungen bezw. Ergänzungen selbst vorzunehmen, so ist auch dieser Teil der Arbeit in die Hand des Herrn Professor Melan gelegt worden. — Wegen der zu dem fraglichen Kapitel gehörigen Tafeln ist zu erwähnen, dass die Tafel, welche die Brücke über den Mississippi bei St. Louis bringt, eine Umarbeitung erfahren hat, während die übrigen Tafeln des XIV. Kapitels aus der ersten Auflage in die vorliegende übergehen konnten.

Bezüglich der fünften Abteilung des Werks, welche in den nächsten Monaten gleichfalls erscheinen wird, sei unter Bezugnahme auf die nachstehende Übersicht vorläufig bemerkt, dass Herr Professor Winkler, dessen erfolgreichem Wirken der Tod am 27. August d. J. ein frühes Ziel gesetzt hat, noch bei Lebzeiten durchgreifende Änderungen an seinen in der ersten Auflage enthaltenen Untersuchungen über die theoretische Gewichtsbestimmung der eisernen Brücken als erforderlich bezeichnet und Anweisung zur Ausführung derselben erteilt hat. Diese Änderungen ohne erhebliche Verzögerung des Erscheinens der fünften Abteilung vorzunehmen, war aber nicht möglich; die fragliche Abhandlung musste deshalb aus der Reihe der Kapitel ausscheiden und es ist im Plane, dieselbe als Ergänzungsheft nachträglich zu liefern. Eine erhebliche Lücke entsteht indessen hierdurch nicht, weil das erweiterte, der zweiten Abteilung angehörige VII. Kapitel das Notwendige über die Vorherbestimmung des Eigengewichts der eisernen Brücken bringt. Die Arbeiten an der bezeichneten Abteilung werden lebhaft betrieben, so dass die gänzliche Vollendung des Werks in nicht ferner Zeit erfolgen wird.

Darmstadt, im September 1888.

Schäffer. Sonne.

Handbuch des Brückenbaus.

Übersicht des Inhalts der einzelnen Kapitel.

Bei dem Plane, welcher der ersten Abteilung des Brückenbaues beigelegt ist, wurde die Einteilung des Werks in drei Abteilungen in Aussicht genommen; es ist indessen erforderlich geworden, deren fünf zu bilden und die Kapitel in nachstehender Weise einzufügen.

Erste Abteilung.

- I. Die Brücken im allgemeinen.
- II. Steinernen Brücken.
- III. Ausführung und Unterhaltung der steinernen Brücken.
- IV. Hölzerne Brücken.
- V. Aquadukt- und Kanal-Brücken.
- VI. Die Kunstformen des Brückenbaus.

Zweite Abteilung.

- VII. Die eisernen Brücken im allgemeinen.
- VIII. Die Brückenbahn.
- IX. Theorie der eisernen Balkenbrücken.
- X. Konstruktion der eisernen Balkenbrücken.

Dritte Abteilung.

- XI. Bewegliche Brücken.

Vierte Abteilung.

- XII. Theorie der eisernen Bogenbrücken und der Hängebrücken.
- XIII. Konstruktion der Hängebrücken.
- XIV. Konstruktion der eisernen Bogenbrücken.

Fünfte Abteilung.

- XV. Eiserne Brückenpfeiler.
 - XVI. Ausführung und Unterhaltung der eisernen Brücken.
-

Handbuch der Brückenbaukunst

Die Brückenbaukunst ist ein Zweig der Baukunst, der sich mit der Konstruktion und dem Bau von Brücken beschäftigt.

Die Aufgabe des Brückenbauers ist es, eine sichere und dauerhafte Verbindung zwischen zwei Punkten zu schaffen, die durch ein Hindernis, wie ein Gewässer oder ein Gelände, getrennt sind.

Die Brückenbaukunst hat eine lange Geschichte, die bis in die Vorzeit zurückreicht.

Die ersten Brücken waren einfache Holzbrücken, die aus Baumstämmen und Ästen gebaut wurden.

Im Laufe der Jahrhunderte haben sich die Brückenbauarten vielfältig entwickelt, von Steinbrücken bis hin zu Eisenbrücken.

Die moderne Brückenbaukunst ist eine Kombination aus verschiedenen Materialien und Bauweisen.

Die Brückenbaukunst ist eine anspruchsvolle Aufgabe, die viel Erfahrung und Fachwissen erfordert.

Die Brückenbaukunst ist ein wichtiger Bestandteil der Baukunst und hat einen großen Einfluss auf die Entwicklung der Städte und Dörfer.

Die Brückenbaukunst ist eine Kunst, die die Natur in Einklang mit der Technik bringt.

Die Brückenbaukunst ist eine Kunst, die die Schönheit der Natur mit der Stärke der Technik verbindet.

Die Brückenbaukunst ist eine Kunst, die die Verbindung zwischen den Menschen und der Natur herstellt.

Die Brückenbaukunst ist eine Kunst, die die Verbindung zwischen den Menschen und der Welt herstellt.

Die Brückenbaukunst ist eine Kunst, die die Verbindung zwischen den Menschen und der Zukunft herstellt.

Die Brückenbaukunst ist eine Kunst, die die Verbindung zwischen den Menschen und der Hoffnung herstellt.

Die Brückenbaukunst ist eine Kunst, die die Verbindung zwischen den Menschen und der Liebe herstellt.

Die Brückenbaukunst ist eine Kunst, die die Verbindung zwischen den Menschen und der Gerechtigkeit herstellt.

Die Brückenbaukunst ist eine Kunst, die die Verbindung zwischen den Menschen und der Wahrheit herstellt.

Die Brückenbaukunst ist eine Kunst, die die Verbindung zwischen den Menschen und der Schönheit herstellt.

Inhalts-Verzeichnis

der vierten Abteilung.

XII. Kapitel.

Theorie der eisernen Bogenbrücken und der Hängebrücken.

Bearbeitet von J. Melan, Professor an der technischen Hochschule zu Brünn.

(Hierzu Tafel I und 85 Textfiguren.)

	Seite
§ 1. Einleitung	1
§ 2. Allgemeine Methode der Berechnung	4
A. Der schlaffe Bogen und das unversteifte Hängewerk.	
§ 3. Das Seil- oder Stabpolygon für beliebige Vertikal-Belastung	5
§ 4. Die unversteifte Hängebrücke	6
1. Form der Kette und Grösse des Horizontalzuges	6
2. Günstigstes Stichverhältnis	8
3. Formänderungen	9
4. Sekundärspannungen	11
B. Die Versteifung des Stabpolygons durch einen geraden Balken.	
§ 5. Näherungstheorie	12
1. Gleichgewichtsbedingungen des Stabpolygons	13
2. Äussere Kräfte des Versteifungsträgers	13
3. Bestimmung der Horizontalspannung	15
§ 6. Ungünstigste Beanspruchung des Systems durch die Verkehrslast	24
1. Maximum der Horizontalkraft	24
2. Spannungen im Versteifungsträger	24
3. Kämpferdrucklinie; ungünstigste Belastungsweise	25
4. Bestimmung der Maximalmomente bzw. der grössten Gurtspannungen	28
5. Bestimmung der maximalen Transversalkräfte	31
6. Einfluss von Temperaturänderungen	33
7. Sekundärspannungen	34
§ 7. Berechnung der Durchbiegungen	35
a. Durchbiegung infolge Belastung	35
b. Durchbiegung infolge Temperaturänderung oder Verschiebung der Kettenlager	38
§ 8. Genauere Theorie des durch einen geraden Balken versteiften Stabpolygons	38
C. Der vollwandige Bogen.	
§ 9. Die Biegungsspannungen gekrümmter Stäbe	42
a. Bestimmung der Normalspannung	43
b. Bestimmung der Schubspannung	46

	Seite
§ 10. Festigkeitsbedingungen, Stützlinie, Kern. Graphische Bestimmung der Normalspannungen	47
§ 11. Bestimmung der Formänderung	49
§ 12. Äussere Kräfte der Bogenträger	52
§ 13. Kämpferdrucklinie, Kämpferdruck-Umhüllungslinie. Ungünstigste Belastungen	53
1. Kämpferdrucklinie und Kämpferdruck-Umhüllungslinie	53
2. Belastungsgesetze für die Normalspannungen.	55
3. Belastungsgesetze für die Schubkraft	57
1. Bogenträger mit drei Gelenken.	
§ 14. Äussere Kräfte	57
§ 15. Formänderungen	60
2. Vollwandiger Bogenträger mit Kämpfergelenken.	
§ 16. Horizontalschub	63
1. Allgemeiner Fall.	63
2. Bogen mit flacher parabolischer Achse und parallelen Gurtungen. Belastung durch eine Einzellast.	67
3. Vollwandiger Blechbogen mit parabelförmigem Untergurte und geradem Obergurte.	68
4. Bogen mit kreisförmiger Achse	69
§ 17. Grösste Momente und Transversalkräfte	70
1. Allgemeiner Fall. Graphische Bestimmung	70
2. Bogen mit parabelförmiger Schwerachse und veränderlichem Trägheitsmomente	71
3. Bogen mit flacher parabolischer Schwerachse und parallelen Gurtungen	71
4. Bogen mit kreisförmiger Stabachse	73
5. Temperaturspannungen	73
§ 18. Formänderungen.	74
3. Vollwandige Bogenträger ohne Gelenk.	
§ 19. Bestimmung der Auflagerkräfte.	78
1. Allgemeiner Fall. Belastung durch eine Einzellast	78
2. Vereinfachung bei konstantem Trägheitsmomente	83
3. Flacher Parabelbogen	85
4. Wirkung einer Temperaturänderung des Bogens, bezw. einer Verschiebung der Widerlager	86
5. Bogen mit kreisförmiger Achse.	87
§ 20. Grösste Momente und Transversalkräfte	90
1. Beliebige Bogenform, konstantes Trägheitsmoment	91
2. Flacher Parabelbogen	91
3. Bogen mit kreisförmiger Achse	93
4. Temperaturspannungen	93
§ 21. Formänderungen	94
4. Der kontinuierliche Bogen.	
§ 22. Bestimmung des Horizontalschubes bei gelenkartiger und bei fester Verbindung der einzelnen Bögen	96
§ 23. Genauere Theorie der Bogenträger mit Berücksichtigung der durch die Belastung erzeugten Formänderung	100
§ 24. Querschnittsbestimmung bei Blechbogenträgern	101
D. Bogen und Hängewerk mit gegliederter Wand (Fachwerksbogen).	
§ 25. Bestimmung der Stabspannungen, wenn die äusseren Kräfte bekannt sind	103
1. Allgemeines	103
2. Ungünstigste Belastungen und Bestimmung der grössten Spannungen	106
§ 26. Fachwerksbogen mit drei Gelenken. Scharnier-Hängebrücken mit versteifender Ausfachung	110
§ 27. Der Fachwerksbogen mit Kämpfergelenken bezw. mit einfacher Auflagerung	113
1. Allgemeine Bestimmungsgleichung für den Horizontalschub	113
2. Berechnung von Summengrössen zur Ermittlung der Einflusslinie der Horizontalkraft	115
3. Vorläufige Wahl der Querschnittsflächen.	115
4. Vereinfachte Bestimmung des Horizontalschubes	116

	Seite
5. Ergänzung der vorstehenden Methode unter Berücksichtigung der Längenänderung der Gitterstäbe	119
6. Berechnung der Formänderungen	120
7. Das Bogenfachwerk mit Verankerung	122
8. Der kontinuierliche Fachwerksbogen	122
§ 28. Der Fachwerksbogen ohne Kämpfergelenke, bzw. mit doppelter Auflagerung	122
1. Allgemeine Bestimmungsgleichungen für die Horizontalkräfte	123
2. Eine andere, vereinfachte Berechnungsweise des verspannten Fachwerksbogens	126
3. Berechnung der Formänderungen	128

E. Kombinierte Systeme.

§ 29. Die Verbindung des steifen Bogens mit dem geraden Träger	128
1. Allgemeine schärfere Berechnung	128
2. Angenäherte einfachere Berechnung	130
§ 30. Die Verbindung des steifen Bogens mit einer Kette	131

Anhang.

Anwendung der Theorie der elastischen Bogenträger auf die Gewölbe.

(Hierzu 2 Textfiguren.)

(Anfang des Anhangs)	135
a. Allgemeines graphisches Verfahren	137
b. Rechnerische Ermittlung der Drucklinie	138
c. Störende Einflüsse	139
Litteratur, Theorie der Bogen und Hängewerke betreffend	141

XIII. Kapitel.

Konstruktion der Hängebrücken.

Bearbeitet von J. Melan, Professor an der technischen Hochschule zu Brünn.

(Hierzu Tafel II bis V und 32 Textfiguren.)

§ 1. Einleitung	145
§ 2. Geschichtliches und Allgemeines	146
§ 3. Die unversteiften oder unvollkommen versteiften Hängebrücken	150
§ 4. Die Schwingungserscheinungen an Brücken	152
§ 5. Die neueren Konstruktionssysteme der Hängebrücken	157
1. Die Kabelbrücken mit Versteifungsbalken	157
2. Hängebrücken mit versteiften Tragwänden (Fachwerks-Hängebrücken)	158
a. Träger mit ausgefachten Bogenzwickeln	158
b. Sichelförmiger Hängeträger mit einem Mittelgelenk	160
c. Hängeträger mit Doppelketten	160
3. Hängebrücken mit geraden Tragketten	161
§ 6. Material und Materialwiderstände	162
§ 7. Anordnung des Querschnittes und Konstruktion der Bahn der Hängebrücken	167
1. Die Querschnittsanordnung der Hängebrücken	167
2. Die Konstruktion der Fahrbahn	168
3. Die Aufhängung der Fahrbahn	170
§ 8. Die Tragwände	172
1. Konstruktion der Ketten	172
2. Konstruktion der Kabel	173
3. Regulierungsvorrichtungen bei den Ketten und Kabeln	178
4. Kabelbrücken mit Versteifungsträgern	179
5. Fachwerks-Hängeträger	182
§ 9. Horizontale und vertikale Queryverbände	186
§ 10. Die Auflagerung auf den Mittel- und Endpfeilern	188
1. Gleitlager	189
2. Rollenlager mit drehbar befestigten Rollen	190
3. Walzen- und Stelzenlager	190
4. Pendellager	191

	Seite
§ 11. Die Zwischenpfeiler und die Pylonen der Hängebrücken.	193
§ 12. Die Verankerungen	195
1. Allgemeine Anordnung der Verankerungen	195
2. Konstruktion der Verankerung.	196
a. Getrennte Verankerung	196
b. Die Verankerung mit vereinigten Kabeln.	199
3. Anordnung des Ankermauerwerks	199
§ 13. Beispiele ausgeführter Hängebrücken.	202
1. Drahtseilsteg über die Donau in Passau.	202
2. Die Monongahela-Hängebrücke zu Pittsburgh	202
Litteratur	203
Allgemeine Werke und Schriften	203
Unversteifte Hängebrücken, Kettenbrücken.	203
Europäische Drahtkabelbrücken	204
Amerikanische Drahtkabelbrücken	205
Versteifte Hängebrücken.	205

XIV. Kapitel.

Konstruktion der eisernen Bogenbrücken.

Bearbeitet von Dr. Th. Schäffer, Grossherzogl. Ministerialrat in Darmstadt,
unter Mitwirkung von

J. Melan, Professor an der technischen Hochschule zu Brünn.

(Hierzu Tafel VI—X und 15 Textfiguren.)

§ 1. Einleitung.	207
§ 2. Geschichtlicher Rückblick	212
§ 3. Bogenträger aus Gusseisen.	216
§ 4. Systeme der Bogenträger	219
§ 5. Wahl des Systems der Bogenträger.	224
§ 6. Bogenträger aus Schmiedeeisen und Stahl	228
§ 7. Lager, Kämpfer- und Scheitelgelenke.	231
§ 8. Die Pfeiler der Bogenbrücken	236
§ 9. Ausgeführte neuere Bogenbrücken	237
a. Bogenbrücken ohne Gelenke.	237
1. Fussgängerbrücke mit Treppe	237
2. Margarethen-Brücke in Buda-Pest	237
3. Brücke über den Mississippi bei St. Louis	238
b. Bogen mit Kämpfergelenken.	240
1. Eisenbahnbrücke über die Ruhr bei Mülheim.	240
2. Brücke über den Rhein bei Coblenz	242
3. Eisenbahnbrücke über den Rhein oberhalb Coblenz.	243
4. Brücke über den Douro bei Oporto.	246
c. Bogen mit drei Gelenken	248
1. Tegetthoff-Brücke über den Wienfluss in Wien.	248
2. Eisenbahnbrücken auf dem Centralbahnhof Magdeburg.	248

Litteratur.

1. Historisches und allgemeine Werke	249
2. Veröffentlichungen über die Ausführung verschiedenartiger Bogenbrücken	250
a. Bogen aus Gusseisen	250
b. Bogen aus Schmiedeeisen und Stahl.	253
Berichtigungen und Ergänzungen	257
Sachregister	258

XII. Kapitel.

Theorie der eisernen Bogenbrücken und der Hängebrücken.

Bearbeitet von

J. Melan,

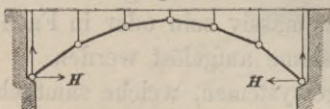
Professor an der technischen Hochschule zu Brünn.

(Hierzu Tafel I und 85 Holzschnitte.)

§ 1. Einleitung. Unter der Bezeichnung Hänge- oder Sprengwerke können im weiteren Sinne alle jene Tragkonstruktionen zusammengefasst werden, welche hinsichtlich ihrer statischen Wirkungsweise das Gemeinschaftliche haben, dass auch bei lotrechter Belastung in ihren Auflagerpunkten schiefe gerichtete Kräfte auftreten, welche sich je in eine lotrechte und in eine wagrechte Seitenkraft zerlegen lassen. Je nachdem diese letztere nach dem Inneren der lichten Weite oder nach aussen gerichtet ist, also einen auf das Auflager ausgeübten Zug oder Schub vorstellt, unterscheidet man zwischen den Hängewerks- und Sprengwerks-Konstruktionen. Bei den ersteren tritt ein Horizontalzug, bei den letzteren ein Horizontalschub auf und diese Horizontalkraft wird entweder direkt auf die angrenzenden Stützen übertragen oder durch anschließende ähnliche Träger mit gemeinschaftlichem Auflager bis an die festen oder nur in einem gewissen Grade verschiebbaren Enden der Konstruktion fortgepflanzt und hier durch die Standfestigkeit der stützenden Körper aufgenommen. Man muss aber als hierher gehörig, weil im Wesen des Systems keinen Unterschied begründend, auch jene Anordnungen betrachten, bei welchen die Horizontalkraft nicht auf die Widerlager übertragen, sondern in der Tragkonstruktion selbst durch einen die Endpunkte verbindenden geraden Konstruktionsteil (Zugband oder Riegel) aufgehoben wird, oder bei welchen in einem Auflager irgend welche Mechanismen in Verbindung mit belastenden Gewichten zu dem Zwecke angebracht sind, um eine Horizontalkraft von bestimmter gleichbleibender Grösse in der Tragkonstruktion hervorzurufen. Endlich mögen hier auch noch die aus dem Hänge- und Sprengwerk zusammengesetzten Systeme Erwähnung finden.

Der Ausgangspunkt für alle diese Systeme kann in dem schlaffen Seile oder in dem Stabpolygone Fig. 1 gesucht werden, welches, je nachdem es die konkave Seite

Fig. 1.



$$n + a = 6 + 4 = 10, \quad 2m = 14.$$

seiner Krümmung, bzw. seine einspringenden Winkel nach auf- oder abwärts kehrt, als Hänge- oder Sprengwerk aufzufassen ist. Ein solches schlaffes Seil oder Stabpolygon hat jedoch die Eigenschaft, dass dessen Gleichgewichtslage mit der Lastverteilung wechselt und dass dessen Form jeweils durch diese bedingt wird. Man erhält auch für ein aus n Stäben durch gelenkartige Verbindung gebildetes Polygon leicht das Kriterium der

schlaffen Systeme. Denkt man sich nämlich die unverschiebbaren Auflager durch je zwei Stäbe, welche dieselben mit absolut festen Punkten der Trägerebene verbinden und deren Spannungen die Auflagerkräfte darstellen, ersetzt, so ist die Anzahl der unbekannt Systemspannungen $n + 4$. Denselben stehen $2m = 2(n + 1)$ statische Gleichgewichtsbedingungen gegenüber, welche sich für die $m = n + 1$ Knotenpunkte, bezw. für die daselbst angreifenden Belastungs- und Stabkräfte aufstellen lassen. Sobald nun $n > 2$ ist, d. h. sobald das Stabpolygon aus mehr als zwei Stäben besteht, wird mit $2(n + 1) > n + 4$ die Anzahl der Gleichungen gröfser als diejenige der Unbekannten. Diesen überzähligen Gleichgewichtsbedingungen kann nicht allgemein, sondern nur bei bestimmten Verhältnissen der Konstanten, also bei bestimmten Beziehungen zwischen der geometrischen Form des Systems und den wirkenden Kräften entsprochen werden. Die durch eine geänderte Lastverteilung bedingte statische Formänderung des schlaffen Systems wird jedoch nur beim Hängewerk thatsächlich eintreten können, während das schlaffe Sprengwerk nur eine labile Gleichgewichtslage annehmen kann und bei einer Änderung der Belastung, wodurch eine andere Gleichgewichtslage bedingt würde, in sich zusammenstürzen muss.

Schlaffe Sprengwerke sind daher für sich allein als Träger nicht verwendbar; sie bedürfen hierzu der Verbindung mit versteifenden, ihre Form fixierenden Konstruktionen oder der Umwandlung in starre Systeme, welche Anordnung auch beim Hängewerk notwendig wird, wenn man dessen Formänderungen herabmindern will. Die Versteifungskonstruktion für schlaffe Hänge- oder Sprengwerke kann in deren Verbindung mit einem geraden Balkenträger (Fig. 2 u. 3) bestehen, dessen elastische Durchbiegungen die statischen Formänderungen des Stabpolygons in ihrer Gröfse begrenzen. Anstatt dieser

Fig. 2.

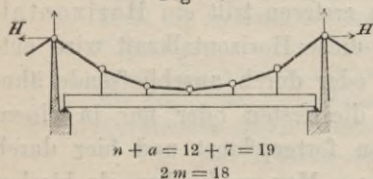


Fig. 3.

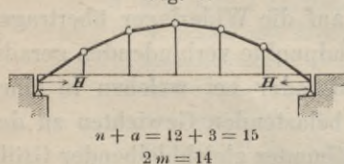
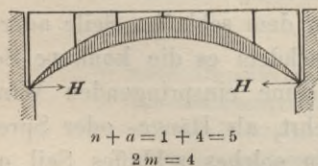


Fig. 4.



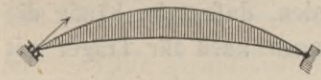
Kombination kann aber auch das Spreng- oder Hängewerk an und für sich steif ausgebildet und dadurch befähigt werden, auch solche Belastungen aufzunehmen, deren Mittelkraftslinie mit den Achsen der zum Spreng- oder Hängewerk verbundenen Teile nicht zusammenfällt. Diese steifen Systeme kann man sich aus dem schlaffen Stabpolygon entstanden denken, indem man die gelenkartige Verbindung zwischen den einzelnen Stäben durch eine starre Verbindung ersetzt und diesen Stäben selbst ein solches Querschnittsträgheitsmoment giebt, das sie Biegungsspannungen aufnehmen können. Damit aber die Schloffheit des Systems behoben ist, muss die Anzahl der frei beweglichen, d. i. durch ein Gelenk verbundenen Teile auf einen (Fig. 4) oder höchstens zwei Teile (vorausgesetzt, dass zu den vorhandenen nicht neue Auflagerbedingungen geschaffen werden, wo dann die Anzahl der freien Stäbe eine gröfser sein könnte) beschränkt werden. Diese Trägeteile können selbst wieder entweder massiv sein oder in Fachwerke bezw. steife Stabsysteme aufgelöst werden.

Man erhält so verschiedene Formen von steifen Trägersystemen, welche sämtlich als Hängewerke, bezw. als Bogenträger aufzufassen sind, wenn ihnen nebst der gekrümmten oder polygonalen Form des Hauptkonstruktionsteiles noch die eingangs erwähnte Eigenschaft schief gerichteter Auflagerkräfte, die entweder von den Widerlagern

oder von einer Verspannungskonstruktion (Fig. 3) aufgenommen werden, zukommt. Diese steifen Systeme können nun aber selbst wieder in solche unterschieden werden, bei welchen die statischen Gleichgewichtsbedingungen zur Bestimmung der System-Kräfte hinreichen (statisch bestimmte Systeme), und in solche, bei welchen dies nicht der Fall ist, die sonach statisch unbestimmt sind. Für die ersteren ist $2m = n + a$, für die letzteren $2m < n + a$, wenn wir das System als in der Ebene der äußeren Kräfte liegend ansehen und wenn n die Anzahl der steifen Einzelsysteme (Stabgruppen oder Einzelstäbe) bezeichnet, welche das ganze System durch ihre Vereinigung in m Scharnierknoten (die Auflagerpunkte mitgerechnet) zusammensetzen, wenn ferner unter a die Anzahl der Auflagerbedingungen verstanden wird. Bezüglich der letzteren ist zu bemerken, daß für jedes bewegliche, d. i. längs einer bestimmten Bahn verschiebbare Auflager eine, für jedes feste, d. i. unverschiebbare, aber eine Drehung zulassende Auflager zwei und für jedes fest eingespannte Auflager drei Auflagerbedingungen einzuführen sind.

Man findet hiernach, daß beispielsweise die in den Figuren 2 u. 3 dargestellten Systeme zu den statisch unbestimmten gehören, daß jedoch die statische Bestimmtheit rücksichtlich der an den Teilsystemen (Stabpolygon und Versteifungsträger) angreifenden Kräfte durch Anbringung eines Gelenkes im Versteifungsträger erreicht würde. Dasselbe gilt bezüglich des steifen Bogens mit Kämpfergelenken (Fig. 4), auch dieser wird durch Anbringung eines Mittelgelenkes, d. i. als Dreigelenk-Bogen, statisch bestimmbar. Das gleiche Resultat könnte hier aber auch dadurch erreicht werden, daß die Horizontal-komponente des Auflagerdruckes durch einen Gewichtsapparat auf konstanter Höhe erhalten oder daß die Anzahl der Auflagerbedingungen um eine vermindert wird, indem

Fig. 5.



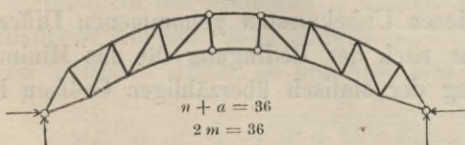
man ein Auflager in ein (auf schiefer Bahn) bewegliches verwandelt (Fig. 5). Der betreffende Auflagerdruck ist dann stets normal zur Auflagerbahn gerichtet, daher ebenso wie der Druck auf das zweite Auflager durch einfache Kraftzerlegung bestimmbar. Diese letztere Anordnung kann füglich auch als ein Balken-träger aufgefaßt werden, dessen bewegliches Lager gegen die Horizontale geneigt ist.

Werden andererseits bei dem Bogen mit zwei Gelenken neue Auflagerbedingungen geschaffen, indem die Kämpfer an einer Drehung gehindert, also eingespannt werden, so erhöht sich die Zahl der statischen Unbestimmtheiten bei diesem Bogen ohne Gelenk auf drei.

Ist der Träger kein massiver, sondern ein aus Stabgliedern zusammengesetzter, so kann das obige Kriterium rücksichtlich der statischen Bestimmtheit auf denselben als Ganzes, sowie auch auf dessen Teile angewendet werden. Hier ist aber zu bemerken, daß, will man ein brauchbares System erhalten, die statische Bestimmtheit nicht etwa durch Hinweglassung solcher Stabglieder herbeigeführt werden darf, welche die Steifheit des Systems beeinträchtigen oder dasselbe in ein schlaffes verwandeln.

So entspricht der Träger Fig. 6, wenn man sich auch im Mittelfelde die Diagonale vorhanden denkt, einem Bogen mit zwei Kämpfergelenken, ist sonach statisch unbestimmt. Durch Weglassung der

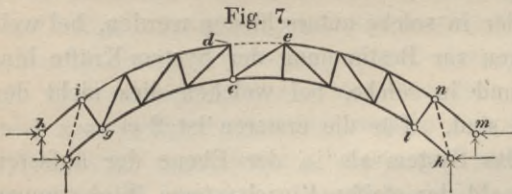
Fig. 6.



Diagonale würde zwar eine statische Bestimmtheit erreicht, allein dieser Träger ist dann im allgemeinen nicht stabil, besonders dann nicht, wenn die Gurtungsstäbe des Faches, in welchem die Diagonale fehlt, sich auf der Verbindungslinie der Auflagerpunkte schneiden. Etwas ähnliches gilt bezüglich des Trägers Fig. 7 (S. 4), welcher als ein eingespannter

Bogen, d. i. als ein solcher ohne Scheitel- und Kämpfergelenk zu betrachten ist, wenn die Stäbe

de , if und nk vorhanden sind. Läßt man diese Stäbe weg, so wird ein Gelenk e im Scheitel und es



werden zwei imaginäre Gelenke in den Kämpfern gebildet, die man sich in den Schnittpunkten der Gurtstäbe hi und fg , bzw. kl und mn zu denken hat. Der Träger wäre sonach ein Dreigelenkbogen und als solcher statisch bestimmt, er wird aber dann unbrauchbar, wenn diese drei Gelenke auf eine und dieselbe gerade Linie fallen.

§ 2. Allgemeine Methode der Berechnung. Für die Berechnung der obgedachten Trägersysteme gelten dieselben Grundsätze, wie sie auch bei den früher besprochenen Balkenträgern zur Anwendung kamen. Hier wie dort handelt es sich zunächst um die Bestimmung der äußeren Kräfte, also der Auflagerreaktionen, welche bei gegebener Belastung auftreten. Sind diese bekannt, so kann zur Ermittlung der inneren Systemspannungen geschritten werden, wobei zwischen den Trägern mit voller und gegliederter Wand, d. i. zwischen den massiven und den Stabsystemen zu unterscheiden ist. Für die ersteren kommt die Biegungstheorie gekrümmter Stäbe im allgemeinen, welche sich näherungsweise auf jene für gerade Stäbe zurückführen läßt, zur Anwendung; für die Berechnung der letzteren dienen die allgemein für das Fachwerk geltenden Regeln und Methoden. Allerdings setzen diese bekanntlich ein ideelles Fachwerk voraus, bei welchem die Stäbe nur an ihren Endpunkten miteinander und mit den äußeren Kräften in Verbindung treten und der bei der Formänderung notwendigen Drehung um diese Punkte ohne Widerstand folgen können, — Voraussetzungen, die bei den ausgeführten Konstruktionen in der Regel nicht erfüllt sind und es notwendig machen, sich über die Größe der Abweichungen, der sog. Sekundärspannungen, ein Urteil zu bilden. Übrigens muß hier auch erwähnt werden, daß sehr häufig die Ergebnisse der für vollwandige Träger angestellten Berechnungen auch für Träger mit gegliederter Wand angewendet worden sind.

Ist das Trägersystem ein statisch bestimmtes, so genügen die Regeln über die Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte in der Ebene, um die Auflagerreaktionen und bei Stabsystemen die Systemspannungen eindeutig zu bestimmen. Bei den statisch unbestimmten Systemen sind jedoch die $2m$ statischen Bedingungen zur Bestimmung der $n + a$ unbekanntten Kräfte nicht hinreichend; es müssen hier die fehlenden Bestimmungsstücke aus den Verschiebungen der Angriffspunkte der Kräfte, d. i. aus den elastischen Formänderungen des Systems abgeleitet werden. Zur Aufstellung der betreffenden Gleichungen verhilft der Satz von den virtuellen Verrückungen, welchen zuerst Mohr auf die Berechnung der statisch unbestimmten Fachwerke in Anwendung gebracht hat.¹⁾ Zu denselben Gleichungen führt auch die unter Umständen bequemere Benützung des von Castigliano und Fränkel nachgewiesenen Satzes, daß in einem, im Gleichgewichtszustande befindlichen, elastischen Systeme jene Spannungen auftreten, welche dessen gesamte Formänderungsarbeit zu einem Minimum machen, vergl. Kap. IX. Wird sonach diese Deformationsarbeit ausgedrückt als Funktion der statisch unbestimmten Systemkräfte, bzw. Auflagerreaktionen, deren Zahl $(n + a - 2m)$ ist, so geben die nach diesen Unbekannten genommenen Differentialquotienten der Formänderungsarbeit, welche nach der Bedingung für das Minimum gleich Null zu setzen sind, die zur Ermittlung der statisch überzähligen Größen hinreichenden Bestimmungsgleichungen.

¹⁾ Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1874—1875.

A. Der schlaife Bogen und das unversteifte Hängewerk.

§ 3. Das Seil- oder Stabpolygon für beliebige Vertikal-Belastung. Wenn an einem in zwei Punkten festgehaltenen, gewichtslos gedachten Seile vertikale Einzelkräfte angreifen, so nimmt dasselbe eine bestimmte, von dem Verhältnis der Lasten abhängige polygonale Form an. Bezeichnet A die Vertikalkomponente des Zuges in dem einen Aufhängepunkte, $P_1 \dots P_m$ die angreifenden Kräfte bis zur m ten Seilpolygonseite, so wird die Vertikalkomponente der Spannung dieser letzteren $V_m = A - P_1 - P_2 \dots - P_m$, während die Horizontalkomponente H für alle Polygonseiten konstant ist. Der Winkel τ_m , den die m te Polygonseite mit der Horizontalen bildet, bestimmt sich aus

$$tg \tau_m = \frac{V_m}{H} = \frac{A - P_1 - P_2 - \dots - P_m}{H}, \dots \dots \dots 1.$$

die resultierende Spannung aus

$$T_m = \sqrt{V_m^2 + H^2} = H \sec \tau_m \dots \dots \dots 2.$$

Bezeichnen ferner $x_m y_m$ und $x_{m+1} y_{m+1}$ die auf den Punkt A (Fig. 8) als Ursprung bezogenen Koordinaten der Polygonpunkte, welche der m ten Polygonseite anliegen, so hat man auch

$$y_{m+1} - y_m = \frac{A - P_1 - P_2 \dots - P_m}{H} \cdot (x_{m+1} - x_m) \dots \dots \dots 3.$$

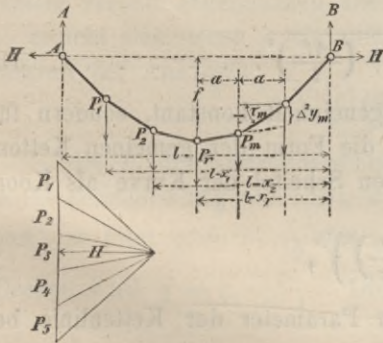
oder $\Delta y_m = \frac{A - P_1 \dots - P_{m-1} - P_m}{H} \cdot \Delta x_m$. In gleicher Weise erhält man für die vorhergehende Polygonseite $\Delta y_{m-1} = \frac{A - P_1 - P_2 \dots - P_{m-1}}{H} \cdot \Delta x_{m-1}$. Setzt man nun

$$\Delta y_m - \Delta y_{m-1} = y_{m+1} - 2y_m + y_{m-1} = \Delta^2 y_m$$

und ist ferner $\Delta x_m = \Delta x_{m-1} = a$, d. h. ist die Horizontalentfernung der Polygonpunkte gleich groß, so erhält man auch

$$\Delta^2 y_m = - \frac{P_m}{H} \cdot a \dots \dots \dots 3^a.$$

Fig. 8.



Allgemein hat man

$$(tg \tau_m - tg \tau_{m-1}) = \frac{P_m}{H} \dots \dots \dots 3^b.$$

Das den Kräften P und dem Horizontalschube H entsprechende Seilpolygon kann in bekannter Weise auch auf graphischem Wege gefunden werden.

Liegen die Aufhängepunkte des Seiles in einer Horizontalen, so bestimmt sich A , gleich dem Auflagerdruck eines frei aufliegenden Balkens, aus dem Momente der Vertikallasten

$$A = \frac{\Sigma P(l-x)}{l} \dots \dots \dots 4.$$

Ist in diesem Falle f die Pfeilhöhe des Seilpolygons, r dessen tiefste Ecke, so

$$wird \quad H = \frac{M_r}{f} = \frac{A x_r - P_1(x_r - x_1) - P_2(x_r - x_2) - \dots - P_{r-1}(x_r - x_{r-1})}{f} \dots \dots \dots 5.$$

Ist nicht die Pfeilhöhe f , sondern die Länge des Seiles gegeben, bzw. sind die Aufhängepunkte der Hängestangen 1, 2 .. und dadurch die Längen $e_0 e_1 e_2 \dots$ der einzelnen Seilseiten fixiert, so bestimmt sich der Horizontalzug aus

$$\frac{e_0}{\sqrt{H^2 + A^2}} + \frac{e_1}{\sqrt{H^2 + (A - P_1)^2}} + \frac{e_2}{\sqrt{H^2 + (A - P_1 - P_2)^2}} + \dots = \frac{l}{H} \dots \dots 6.$$

Es ist leicht einzusehen, daß die Spannungen T der einzelnen Polyonglieder gegen die Auflagerpunkte zunehmen und im ersten und letzten Gliede ihre größten

Werte erreichen, daß ferner für nach abwärts gerichtete Belastungskräfte in einem nach abwärts gekehrten, hängenden Polygone nur Zugspannungen, in einem nach aufwärts gekehrten Polygon nur Druckspannungen auftreten.

Sind die Belastungskräfte stetig verteilt, so geht das Seil- oder Stabpolygon in eine stetige Kurve über. Ist q die Belastung für die horizontale Längeneinheit an einer beliebigen, der Abscisse x entsprechenden Stelle, so liefert Gl. 3

$$dy = \frac{A - \int q dx}{H} \cdot dx,$$

woraus sich die Differenzialgleichung der Seilkurve mit

$$H \frac{d^2 y}{dx^2} = -q \dots \dots \dots 7.$$

ergiebt. Es folgt hieraus weiter, da, wenn r der Krümmungsradius der Seilkurve,

$\frac{d^2 y}{dx^2} = -\frac{1}{r} \sec^3 \tau$ ist, mit Rücksicht auf Gl. 2

$$T_x = q r \cos^2 \tau \dots \dots \dots 8.$$

und für die Last q_0 und den Krümmungsradius r_0 im Scheitel der Kurve

$$H = q_0 r_0 \dots \dots \dots 9.$$

Für eine gleichmäßig verteilte Last, also für q konstant, wird, wenn man den Koordinatenanfang in den Scheitel der Kurve verlegt, durch Integration der Gl. 7 erhalten

$$y = \frac{q x^2}{2H}, \dots \dots \dots 10.$$

die Seilkurve wird sonach in diesem Falle eine Parabel. Bezeichnet l deren Spannweite, f die Pfeilhöhe, so wird

$$H = \frac{q l^2}{8f}, \dots \dots \dots 11.$$

folglich nach Gl. 10

$$y = 4f \frac{x^2}{l^2} \dots \dots \dots 12.$$

Die größte Spannung im Seile wird

$$T_{\max} = \sqrt{H^2 + \left(\frac{1}{2} q l\right)^2} = \frac{q l^2}{8f} \sqrt{1 + \left(\frac{4f}{l}\right)^2} \dots \dots \dots 13.$$

Ist die Belastung nicht für die horizontale Längeneinheit konstant, sondern für die Längeneinheit des Seiles, so nimmt die Seilkurve die Form der gemeinen Kettenlinie an. Es ist nämlich dann nach Gl. 7 und für den Scheitel der Kurve als Koordinatenanfang

$$H \frac{d^2 y}{dx^2} = g \sec \tau = g \left(1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right)^{1/2},$$

woraus die Gleichung der Kurve, wenn $\frac{1}{c} = \frac{H}{g}$ den Parameter der Kettenlinie bezeichnet, folgt mit

$$y = \frac{1}{2c} (e^{cx} + e^{-cx} - 2) \dots \dots \dots 14.$$

Für die Bogenlänge s der Kettenlinie hat man

$$s = \frac{1}{c} \sqrt{2cy + c^2 y^2} \dots \dots \dots 15.$$

§ 4. Die unversteifte Hängebrücke.

1. Form der Kette und Größe des Horizontalzuges. Wir setzen das Gewicht der an die Kette angehängten Fahrbahnkonstruktion samt der gleichmäßig verteilt angenommenen zufälligen Belastung f. d. Längeneinheit = q_0 und machen ferner die für die

praktischen Verhältnisse sehr angenäherte Annahme, daß sich das Gewicht der Kette oder des Seiles so verteile, als ob die Seilkurve eine Parabel und der Querschnitt der Kette durchweg proportional ihrer Spannung bei größter Belastung wäre. Das Gewicht der Längeneinheit der Kette im Scheitel derselben sei g_0 , dann kommt auf die horizontale Längeneinheit im Abstände x vom Scheitel das Kettengewicht

$$g_x = g_0 \sec^2 \tau,$$

und da nach Gl. 12 der Parabel $\sec^2 \tau = 1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 1 + \frac{64 f^2 x^2}{l^4}$

$$g_x = g_0 \left(1 + \frac{64 f^2 x^2}{l^4}\right).$$

Das Gewicht der Hängestangen sei für die horizontale Längeneinheit

$$= g y = g \frac{4 f x^2}{l^2},$$

sodafs Gl. 7 bei Verlegung des Koordinatenanfanges in den Scheitel der Kurve nunmehr übergeht in

$$H \frac{d^2 y}{d x^2} = g_0 + g_0 + \left(g_0 \frac{64 f^2}{l^4} + g \frac{4 f^2}{l^2}\right) x^2.$$

Setzt man zur Abkürzung

$$\left. \begin{aligned} q_0 + g_0 &= q \\ \frac{2}{3} \frac{f}{l^2} \left(16 \frac{f}{l^2} g_0 + g\right) &= \kappa, \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 16.$$

so erhält man durch zweimalige Integration der obigen Differentialgleichung

$$y = \frac{x^2}{2H} (q + \kappa x^2) \dots \dots \dots 17.$$

und daraus durch Substitution der Werte $x = \frac{l}{2}$ und $y = f$

$$H = \frac{l^2}{8f} \left(q + \kappa \frac{l^2}{4}\right) \dots \dots \dots 18.$$

In der Regel ist die Fahrbahnlänge l' etwas kleiner als die Stützweite l der Ketten. Wird dies berücksichtigt und überdies das Gewicht der Hängestangen gleichmäfsig verteilt angenommen und in das Gewicht der Bahn g_1 pro lfd. m eingerechnet, so ergibt sich, wenn p die zufällige Belastung pro lfd. m bezeichnet, für die Horizontalkraft der Ausdruck

$$H = g_0 \left(1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{l^2}\right) \frac{l^2}{8f} + (p + g_1) \frac{l^2 - (l-l')^2}{8f} \dots \dots \dots 18^a.$$

Ist F_0 der Kettenquerschnitt im Scheitel der Kette in qcm, γ das spezifische Gewicht derselben (kg pro cdm), s ihre Inanspruchnahme bei größter Belastung (kg pro qcm), so folgt $g_0 = F_0 \frac{\gamma}{10}$ (kg pro lfd. m) und $F_0 = \frac{H}{s}$, daher auch $g_0 = H \cdot \frac{\gamma}{10 \cdot s}$.

Ebenso wird $g = g_0 \frac{\gamma}{10 \cdot s}$. Dies in die Gl. 16 und 18 eingesetzt, giebt

$$H_{\max} = \frac{q_0 l^2}{8f} \frac{1 + \frac{1}{6} f \frac{\gamma}{10 \cdot s}}{1 - \frac{\gamma}{10 \cdot s} \left(\frac{l^2}{8f} + \frac{1}{3} f\right)} \dots \dots \dots 19.$$

Das Gewicht der halben Kette wird $G = \int_0^{\frac{l}{2}} g_x dx$

$$G = H_{\max} \cdot \frac{\gamma}{10 \cdot s} \frac{l}{2} \left(1 + \frac{16}{3} \frac{f^2}{l^2}\right) \dots \dots \dots 20.$$

Hiermit wird die Vertikalkomponente der Auflagerreaktion

$$V_{\max} = \frac{1}{2} q_0 l \left(1 + \frac{1}{3} f \frac{\gamma}{10 \cdot s}\right) + G \dots \dots \dots 21.$$

und diese letztere selbst oder die größte Spannung in der Kette

$$T_{\max} = \sqrt{V_{\max}^2 + H_{\max}^2} \dots \dots \dots 22.$$

Der Winkel, den die Kette im Auflager mit der Horizontalen bildet, bestimmt sich aus $tg \tau_0 = \frac{V}{H}$, näherungsweise ist $tg \tau_0 = \frac{4f}{l} \left(1 + \frac{1}{3} f \frac{\gamma}{10 \cdot s}\right)$. . . 23.

Die Länge der Kette wird erhalten aus

$$L = 2 \int_0^{\frac{l}{2}} \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} dx = 2 \left\{ x + \frac{1}{\frac{d^2y}{dx^2}} \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 \left[\frac{1}{6} - \frac{1}{40} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \dots \right] \right\}^{\frac{l}{2}},$$

worin $\frac{dy}{dx}$ und $\frac{d^2y}{dx^2}$ aus Gl. 17 abzuleiten sind. Die Substitution ergibt

$$L = l \left\{ 1 + \frac{16 f^2}{l^2} \frac{\left(q + x \frac{l^2}{2}\right)^3}{\left(q + x \frac{l^2}{4}\right)^2 \left(q + \frac{3}{2} x l^2\right)} \left[\frac{1}{6} - \frac{2 f^2}{5 l^2} \left(\frac{q + x \frac{l^2}{2}}{q + x \frac{l^2}{4}}\right)^2 + \dots \right] \right\} \dots 24.$$

Für kleine Werte von x , d. i. für kleine Stichverhältnisse, erhält man den auch für flache Parabelkurven geltenden, angenäherten Ausdruck für die Kettenlänge

$$L = l \left\{ 1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{l^2} - \frac{32}{5} \frac{f^4}{l^4} \right\} \dots 25.$$

Die größtmögliche mit einer Hängebrücke von bestimmtem Material und gewisser Inanspruchnahme zu erreichende Spannweite ergibt sich aus der Bedingung, daß der Nenner der Gl. 19 noch positiv ausfällt, dafs also

$$8f > \frac{\gamma}{10s} \left(l^2 + \frac{8}{3} f^2\right)$$

ist, woraus folgt

$$l < \frac{\frac{80s}{\gamma} \frac{f}{l}}{1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{l^2}} \dots 26.$$

Hiernach ergeben sich für die nachstehenden Pfeilverhältnisse und Inanspruchnahmen die beige-setzten theoretisch größtmöglichen Spannweiten von Hängebrücken

$\frac{f}{l} =$...	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{18}$
l_{max} { für $\gamma = 7,79$ und $s = 700 \text{ kg}$	700	588	507	473	444	418	396 m	
für $\gamma = 7,79$ und $s = 1600 \text{ kg}$	1600	1344	1158	1083	1016	957	905 m	

2. Günstigstes Stichverhältnis. Von der Pfeilhöhe der Kette sind einerseits deren Gewicht, sowie das Gewicht der Hängestangen, andererseits die Kosten der Pylonen abhängig. Sieht man von dem Einflusse auf die Spannketten und das Ankermauerwerk ab, so läßt sich leicht jenes Stichverhältnis berechnen, für welches die Kosten ein Minimum werden. Bezeichnen wir dasselbe mit $\frac{f}{l} = n$, ferner mit P das Verhältnis der Kosten der Pylonen in einer Öffnungsweite pro Meter Höhe zum Preise von 1 kg Eisenkonstruktion und setzen zur Abkürzung $\frac{\gamma}{10 \cdot s} = \varepsilon$, so lautet mit Rücksicht auf Gl. 20 und mit einer kleinen zulässigen Vereinfachung die Bedingungsgleichung

$$\frac{\varepsilon \left(1 + \frac{16}{3} n^2\right)}{8 \frac{n}{l} - \varepsilon \left(1 + \frac{8}{3} n^2\right)} q_0 l + \frac{1}{3} \varepsilon n q_0 l^2 + P n l = \min.$$

Die Differentiation und Auflösung nach n ergibt, wenn zur Abkürzung die sehr kleine Gröfse $\frac{2\varepsilon q_0 l + 3P}{\varepsilon q_0 l + P} \frac{\varepsilon l}{12} = \alpha$ gesetzt wird,

$$n = \alpha + \sqrt{\alpha^2 + \frac{1}{8} \frac{\varepsilon q_0 l}{\varepsilon q_0 l + P}} \dots 27.$$

Mit Vernachlässigung von α hat man

$$n = \sqrt{\frac{1}{8} \frac{\varepsilon q_0 l}{\varepsilon q_0 l + P}} \dots 28.$$

Beispielsweise würde für $P = \frac{1100}{0,22} = 5000$, $\epsilon = 0,00065$, $q_0 = 6000$ kg
 und $l = 100$ m $n = 0,085 = \frac{1}{12}$.

3. Formänderungen. Zur Vereinfachung der nachfolgenden Untersuchungen wollen wir die Form der Tragketten bei unbelasteter, d. h. nur durch das Eigengewicht beanspruchter Brücke als Parabel annehmen, was bei geringen Stichverhältnissen mit grosser Annäherung zulässig ist. Auch vernachlässigen wir den Widerstand, den die Reibung in den Gelenkknoten der Kette bzw. die Steifigkeit der Drahtkabel einer Formänderung entgegensetzt. Es bezeichne:

- g das totale Eigengewicht der Brücke f. d. m,
- p die zufällige, gleichmässige verteilte Belastung f. d. m.

1. Grösste Scheitelsenkung infolge der Formänderung bei Belastung. Diese wird eintreten, wenn eine gewisse mittlere Strecke von der Länge 2ξ belastet ist. Wir sehen vorläufig von den etwa möglichen Verschiebungen der auf den Pylonen gelagerten Kettensättel ab, nehmen also die Kettenauflager als vollständig fest an. Bezeichnet f' die durch die Belastung entstandene Pfeilhöhe der Kette, so rechnet sich diese nach Gl. 5

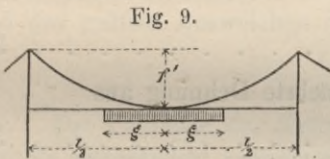


Fig. 9.

$$f' = \frac{1}{8} \frac{g l^2}{H} + \frac{1}{2} \frac{p \xi (l - \xi)}{H} \dots \alpha.$$

Ferner findet man, wenn für die Länge der Parabelkurven der Näherungsdruck Gl. 25 mit Hinweglassung des dritten Gliedes eingeführt wird, für die halbe Kettenlänge die beiden, für den unbelasteten und für den belasteten Zustand geltenden Werte

$$\frac{L}{2} = \frac{l}{2} \left(1 + \frac{8}{3} \frac{f'^2}{l^2} \right) = \frac{l}{2} + \frac{1}{H^2} \left\{ \frac{1}{6} (p + g)^2 \xi^3 + \frac{1}{4} \left[p \xi + \frac{1}{4} g (l + 2\xi) \right]^2 (l - 2\xi) + \frac{1}{24} g^2 \left(\frac{l}{2} - \xi \right)^3 \right\} \dots \beta.$$

Hieraus folgt

$$H = \frac{1}{4f} \sqrt{l \left\{ \frac{1}{4} g^2 l^3 + \frac{3}{2} p g l^2 \xi + 3 p^2 l \xi^2 - (4 p^2 + 2 p g) \xi^3 \right\}} \dots \gamma.$$

und mithin aus Gl. α

$$\frac{f'}{f} = \frac{2 p \xi (l - \xi) + \frac{1}{2} g l^2}{\sqrt{l \left\{ \frac{1}{4} g^2 l^3 + \frac{3}{2} p g l^2 \xi + 3 p^2 l \xi^2 - (4 p^2 + 2 p g) \xi^3 \right\}}} \dots 29.$$

Die Ermittlung des grössten Wertes von f' führt durch Differentiation des vorstehenden Ausdruckes nach ξ zu der Bestimmungsgleichung

$$2 \left(\frac{\xi}{l} \right)^4 \left(2 \frac{p}{g} + 1 \right) \frac{p}{g} + 2 \left(\frac{\xi}{l} \right)^3 \left(\frac{p}{g} - 1 \right) \frac{p}{g} + \frac{3}{2} \left(\frac{\xi}{l} \right)^2 \left(1 - \frac{p}{g} \right) - \frac{\xi}{l} + \frac{1}{8} = 0 \dots 30.$$

Der hieraus gerechnete Wert von $\frac{\xi}{l}$ in Gl. 29 eingesetzt, giebt durch letztere die grösste Scheitelsenkung $\Delta f_1 = f' - f$.

Man findet:

für $\frac{p}{g}$ =	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$\frac{\xi}{l}$ =	0,5	0,141	0,126	0,113	0,107
Δf_1 =	0	0,028	0,045	0,067	0,079 f.

Innerhalb der Grenzen $\frac{p}{g} = \frac{1}{4}$ bis 4 lassen sich hiernach auch die folgenden Näherungswerte aufstellen:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\xi}{l} &= 0,1 + 0,025 \frac{g}{p} \\ \Delta f_1 &= 0,007 + 0,046 \frac{p}{g} - 0,0075 \frac{p^2}{g^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 31.$$

2. Scheitelsenkung infolge Längenänderung der Kette. Die Differentiation der Gl. 25 liefert, wenn das Pfeilverhältnis $\frac{f}{l} = n$ gesetzt wird,

$$\Delta f_2 = \frac{15}{16(5n - 24n^3)} \Delta L \dots \dots \dots 32.$$

Die Längenänderung der Kette kann entweder von der elastischen Dehnung derselben, von Temperaturschwankungen oder von einer Zusammendrückung bezw. Verschiebung des Ankermauerwerkes herrühren.

Ist s die spezifische Spannung der Kette bei größter zufälliger Belastung (p pro Längeneinheit), so rechnet sich die elastische Längendehnung infolge des Eigengewichtes (g) der Brücke aus

$$\Delta L_g = \frac{s}{E} \frac{g}{g+p} \cdot L \dots \dots \dots 33.$$

und die durch den Einfluss der zufälligen Belastung vermehrte Dehnung aus

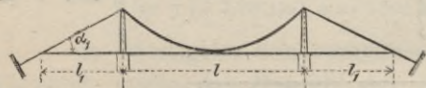
$$\Delta L_p = \frac{s}{E} \frac{p}{g+p} \cdot L \dots \dots \dots 34.$$

Die Längenänderung infolge Temperaturschwankung um $\pm t^\circ$ beträgt bei dem Ausdehnungskoeffizienten $\omega = 0,0000124$

$$\Delta L_t = \pm \omega t L \dots \dots \dots 35.$$

Setzt sich die eine Öffnung überspannende Tragkette beiderseits als Spannkette zum Ankermauerwerk fort (Fig. 10), so ist, wenn ein Gleiten der Kette über die festgelagerten Kettensättel möglich ist, für L in den Formeln 32–35 die Gesamtlänge der Kette zwischen den Verankerungen einzuführen; also

Fig. 10.



$$L = l \left(1 + \frac{8}{3} n^2 - \frac{32}{5} n^4 \right) + 2 l_1 \sec \alpha_1 \dots 36.$$

Tritt hingegen eher ein Verschieben der Kettensättel als ein Gleiten der Kette ein, so hat man, wenn ΔL die Längenänderung der Tragkette, ΔL_1 die Längenänderung einer Spannkette bezeichnet,

$$\Delta f_2 = \frac{15}{16(5n - 24n^3)} \Delta L + \frac{2}{\sqrt{1+n^2}} \frac{15 - 8(5n^2 - 36n^4)}{16(5n - 24n^3)} \Delta L_1.$$

Setzt man allgemein

$$\Delta L = c \cdot L = c \cdot \left(1 + \frac{8}{3} n^2 - \frac{32}{5} n^4 \right) l$$

$$\Delta L_1 = c L_1 = c \cdot \sqrt{1+n^2} l_1,$$

worin c durch die Koeffizienten von L in den Gleichungen 33–35 gegeben ist, so erhält man

$$\Delta f_2 = \left\{ \frac{1}{2} l - l_1 + \frac{15 + 96n^4}{16(5n - 24n^3)} (l + 2l_1) \right\} \cdot c \dots \dots \dots 37.$$

3. Scheitelsenkung infolge Verschiebung der Kettensättel. Wird bei festgelagerter Kette die Spannweite der Tragkette durch eine Verschiebung der Kettensättel um Δl vermindert, ohne dass sich gleichzeitig die Länge der Tragkette ändert, so sinkt der Scheitel der Kette um

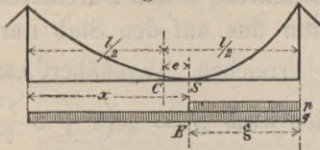
$$\Delta f_3 = \frac{15 - 8(5n^2 - 36n^4)}{16(5n - 24n^3)} \Delta l \dots \dots \dots 38.$$

Ist mit der Verschiebung der Kettensättel gleichzeitig auch ein Gleiten der Kette verbunden, derart, daß die Gesamtlänge derselben zwischen den Verankerungen (Fig. 10) ungeändert bleibt, so beträgt die Senkung des Scheitels

$$\Delta f_3 = \frac{15 - 8(5n^2 - 36n^4) - 15\sqrt{1+n^2}}{16(5n - 24n^3)} \Delta l \quad \dots \quad 39.$$

4. Größtes seitliches Ausweichen des Kettenscheitels. Für den tiefsten

Fig. 11.



Punkt der Seilkurve ist $\frac{dM}{dx} = 0$; folglich wird unter Bezeichnung auf die aus Fig. 11 ersichtlichen Bezeichnungen, solange S links von E gelegen ist,

$$\frac{1}{2} g(l - 2x) + \frac{1}{2} p \frac{\xi^2}{l} = 0.$$

Hiernach erreicht x den größten Wert, wenn ξ den größten Wert annimmt, also $\xi = l - x$ wird. Dies in obige Gleichung substituiert, giebt

$$\frac{\xi}{l} = -\frac{g}{p} + \sqrt{\frac{g}{p} + \frac{g^2}{p^2}},$$

und das größte Ausweichen des Kettenscheitels aus der Brückenmitte wird

$$\frac{e}{l} = \frac{1}{2} + \frac{g}{p} - \sqrt{\frac{g}{p} + \frac{g^2}{p^2}} \quad \dots \quad 40.$$

Die Pfeilhöhe der Kette kann für die praktisch vorkommenden Verhältnisse von $g:p$ als unverändert angenommen werden. Es beträgt dann die Hebung der Kette in der Brückenmitte

$$\Delta f_4 = \left(\frac{2e}{l+2e}\right)^2 \cdot f \quad \dots \quad 41.$$

Man erhält hiernach

für $\frac{g}{p} =$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$e =$	0,167	0,134	0,086	0,051	0,036 . l
$\Delta f_4 =$	0,0625	0,0445	0,0214	0,0084	0,0045 . f .

Beispiel. Es ist eine Stahldraht-Kabelbrücke für eine Straße von 12 m Breite zu entwerfen. Spannweite $l = 100$ m, Pfeilhöhe $f = 8$ m. Es werden zwei Kabel angeordnet. Die Belastungen pro Kabel und pro lfd. m betragen: Eigengewicht der Fahrbahn 1400 kg, zufällige Belastung $400 \times 6 = 2400$ kg, daher $q_0 = 3800$ kg. Die Inanspruchnahme $s = 2000$ angenommen, giebt nach Gl. 19 den Horizontalschub $H = 632,2$ t. Ermittelt man hiernach das Gewicht des Kabels mit $g_0 = 260$ kg f. d. m, ferner das Gewicht der Hängestangen $g = 4$ kg, so wird nach Gl. 16 $q = 3800 + 260 = 4060$ und $\alpha l^2 = 39$, womit sich nach Gl. 18 der Horizontalzug genauer bestimmt mit $H = 635,9$ t. Ferner giebt Formel 24 für die Länge der Kette $L = 101,672$ m, und Formel 23 für den Auflagswinkel $tg \tau_0 = 0,32034$.

Wird auf eine Versteifung durch die Brückenbahn oder durch allenfalls angebrachte schräge Zugseile keine Rücksicht genommen, so berechnen sich die Formänderungen wie folgt: Größte Scheitelsenkung bei teilweiser Belastung (nach Gl. 31 für $\frac{p}{g} = \frac{2400}{1671}$) $\Delta f_1 = 0,057 \cdot f = 0,456$ m; Scheitelsenkung infolge der elastischen Dehnung bei totaler Belastung nach Gl. 37 und 34, wenn die Horizontallänge der Spannseile $l_1 = 25$ m angenommen wird, $\Delta f_2 = 0,208$ m; jene infolge einer Temperaturänderung um $\pm 30^\circ$ C. $\Delta f_3 = \pm 0,144$ m. Endlich wird das größte seitliche Ausweichen des Brückenscheitels nach Gl. 40 $e = 0,110l = 11$ m, die größte Hebung in der Brückenmitte nach Gl. 41 $-\Delta f_4 = 0,0325f = 0,260$ m. Die vertikale Bewegung des Brückenmittels beim Darüberrollen der größten Verkehrsbelastung betrüge sonach, wenn die Brücke ganz unversteift ist, angenähert $+0,46$ m und $-0,26$ m, d. i. $0,72$ m.

4. Sekundärspannungen. Die vorangestellte Theorie der schlaffen Hängewerke macht die Voraussetzung, daß die Kette oder das Seil stets die der jeweiligen Belastung entsprechende Gleichgewichtslage annehmen könne; hierbei wurde der Widerstand der Reibung in den Gelenkknoten der Kette, bezw. der Steifigkeitswiderstand des

Seiles vernachlässigt. Wenn nun auch der letztere thatsächlich so klein ist, daß er auf die Beanspruchung des Seiles so gut wie keinen Einfluß übt, so gilt dies im allgemeinen nicht von dem Reibungswiderstande in den Kettengelenken; Versuche, welche von Steiner und Fränkel an bestehenden Kettenbrücken mit Hilfe des Fränkel'schen Dehnungszeichners angestellt wurden, haben das Auftreten von nicht unbeträchtlichen Biegungsspannungen in den einzelnen Kettengliedern nachgewiesen.

Bezeichnet T die in einem Kettenstabe wirkende Achsialkraft, d den Durchmesser des Gelenkbolzens und φ den Reibungskoeffizienten, so kann das auf den Stab durch die Reibung übertragene Moment den Wert $M_\rho = \varphi T \cdot \frac{d}{2}$ erreichen. Angenähert kann $\varphi T = \varphi' H$ gesetzt werden, wenn für den meist gespannten Stab $\varphi' = \varphi \left(1 + 8 \frac{f^2}{l^2}\right)$ eingeführt wird. Um nun den überhaupt möglichen größten Wert des Biegemoments zu erhalten, muß H für jene Belastung bestimmt werden, bei welcher durch die einseitige Belastung ein Formänderungsmoment hervorgerufen wird, welches dem Reibungsmomente $\varphi' H \frac{d}{2}$ gleichkommt. Man kann sich hierzu die zufällige Belastung p pro Längeneinheit in zwei Teile p' und p'' zerlegt denken, wovon der erstere nur partiell aufgebracht das, nach Gl. 86* annähernd sich mit $0,0165 p' l^2$ bestimmende, Formänderungsmoment hervorruft, während der zweite Teil p'' über die ganze Spannweite anzunehmen ist. Vernachlässigt man dann bei der Bestimmung von H den Einfluß der Belastung p' , so hat man

$$0,0165 p' l^2 = \varphi' \cdot \frac{1}{8} (p'' + g) \frac{l^2}{f} \cdot \frac{d}{2},$$

woraus sich

$$p'' + g = \frac{0,264}{0,264 + \varphi' \frac{d}{f}} (p + g)$$

und das größte Biegemoment mit

$$M_\rho = \frac{\varphi' \cdot d}{16} \frac{0,264}{0,264 + \varphi' \frac{d}{f}} (p + g) \cdot \frac{l^2}{f}$$

bestimmt. Hieraus sind, bei Kenntnis der Querschnittsdimensionen der Kettenstäbe, auch die Biegungsspannungen selbst leicht zu ermitteln. Für den Reibungskoeffizienten φ wird man wohl namentlich bei älteren Kettenbrücken mit Rücksicht auf das mögliche Vorhandensein von Rost einen ziemlich hohen Wert, mindestens 0,20 einführen müssen.

Beispiel. Bei einer bestehenden Kettenbrücke von 83,7 m Stützweite und 5,673 m Pfeilhöhe entfällt auf eine Tragkette eine Eigengewichtsbelastung $g = 968 \text{ kg}$ und eine zufällige Belastung von $p = 1218 \text{ kg}$ f. d. m. Es berechnet sich hierfür $H_{g+p} = 337,2 \text{ t}$. Der Durchmesser der Gelenkbolzen beträgt $d = 0,05 \text{ m}$.

Wir setzen $\varphi' = 0,25$, dann wird $\frac{0,264}{0,264 + \varphi' \frac{d}{f}} = 0,99$ und $M_\rho = 0,25 \cdot 0,025 \cdot 337,2 \cdot 0,99 = 2,086 \text{ t}$. Die

Kette besteht aus 5 Stäben von 13,2 cm Höhe und 3,1 cm Stärke; es entfällt sonach auf einen Stab ein Biegemoment von $\frac{208600}{5} = 41720 \text{ kg cm}$ und es beträgt daher bei einem Widerstandsmomente eines Stabes von 90 cm^3 die größte mögliche Biegungsspannung bei ungünstigster Belastung $\frac{41720}{90} = 462 \text{ kg}$ pro qcm.

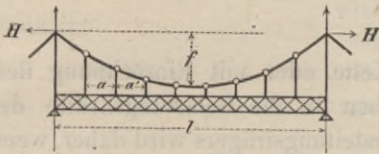
B. Die Versteifung des Stabpolygons durch einen geraden Balken.

§ 5. Näherungstheorie. Um die in § 4 berechneten statischen Formänderungen des Stabpolygons oder des schlaffen Seiles in ihrer Größe zu beschränken, hat man dasselbe, wie eingangs erwähnt wurde, mittels Hängestangen mit einem geraden Balken

verbunden und hierdurch ein, im allgemeinen statisch unbestimmtes Trägesystem erhalten. Wir geben zunächst die angenäherte, für die praktische Anwendung in den meisten Fällen aber vollständig ausreichende Theorie dieses Systems, wobei die beiden in den Figuren 2 und 3 dargestellten Modifikationen desselben gemeinschaftlich behandelt werden sollen.

1. Gleichgewichtsbedingungen des Stabpolygons. Die Gleichungen 1 bis 5 (§ 3) gelten auch hier, wenn darin für die Kräfte P die Spannungen S der Hängestangen, vermehrt um die aus dem Eigengewicht des Stabpolygons resultierenden Knotenlasten K , eingesetzt werden. Sind die Hängestangen in den gleichen Abständen a angeordnet, so hat man nach Gl. 3^a

Fig. 12.



$$-H \cdot \Delta^2 y_m = (S_m + K) \cdot a \dots \dots \dots 42.$$

Liegen die Polygonpunkte auf einer Parabel mit vertikaler Achse, deren Scheitelhöhe f ist, und

sind die der m ten Hängestange benachbarten Hängestangen um a und a' abstehend, so folgt nach Gl. 3^b

$$H \cdot \frac{4f(a+a')}{l^2} = S_m + K \dots \dots \dots 43.$$

Sind sonach bei parabolischem Polygon die Horizontalabstände der Knotenpunkte gleich groß, so werden auch die Hängestangenkräfte durchgehends gleich groß und es erscheint überhaupt dem Balkenträger die Aufgabe zugewiesen, die wechselnden zufälligen Belastungen derart auf die Hängestangen zu verteilen, wie es durch die Form des Stabpolygons, bzw. der Kette oder des Seiles bedingt ist.

Für eine kontinuierliche Krümmung bestimmen sich die am Bogen f. d. horizontale Längeneinheit angreifenden Vertikalkräfte aus

$$s_m + k = -H \cdot \frac{d^2 y}{dx^2} \dots \dots \dots 44.$$

und speciell für eine parabolische Krümmung wird

$$s + k = H \cdot \frac{8f}{l^2} \dots \dots \dots 45.$$

Wir wollen nun für die Näherungstheorie annehmen, daß die obigen Gleichungen 42 bis 45 auch nach der Formänderung noch Giltigkeit haben, d. h. wir setzen die letztere als so gering voraus, daß die durch die Form des Stabpolygons bedingte Verteilung der Hängestangenkräfte praktisch ungeändert bleibt. Diese Annahme erscheint um so zulässiger, je steifer der Balkenträger konstruiert ist, je kleiner sodin dessen elastische, durch die Hängestangen auf das Stabpolygon übertragenen Formänderungen sind.

2. Äußere Kräfte des Versteifungsträgers. Dieselben setzen sich zusammen: aus dem Eigengewichte des Trägers und der daran angehängten oder daraufgelagerten Konstruktion, aus der zufälligen Belastung und aus den Spannungen der Hängestangen, welche als nach aufwärts gerichtete Vertikalkräfte in Thätigkeit treten. Denken wir uns die letzteren Kräfte hinweg, so lassen sich das Moment M und die Transversalkraft Q für den beliebigen im Abstände x von der Stütze befindlichen Balkenquerschnitt ebenso wie für den frei aufliegenden Balken (einfachen oder kontinuierlichen, je nachdem der Träger auf zwei oder mehreren Stützen aufliegt) bestimmen. Dieses Moment und diese Transversalkraft würden auftreten, wenn die Kette oder der Bogen nicht vorhanden und die ganze Belastung blofs von dem Balken zu tragen wäre. Bezeichnet nun M_s das Biegemoment der Hängestangenkräfte für den betreffenden Balkenquer-

schnitt, so ist das resultierende Gesamtmoment, durch welches der Versteifungsträger beansprucht wird,

$$M = \mathfrak{M} - M_s.$$

Legt man durch die Auflagerpunkte AB der Kette oder des Bogens eine Gerade als Abscissenachse und zählt von dieser die Ordinaten y des Stabpolygons, so ist, falls wir uns das Eigengewicht der Kette (k pro Längeneinheit) gleichmäßig verteilt denken, für den bloß auf zwei Stützen aufliegenden Balken von der Spannweite $AB = l$ nach einer bekannten Eigenschaft des Seilpolygons

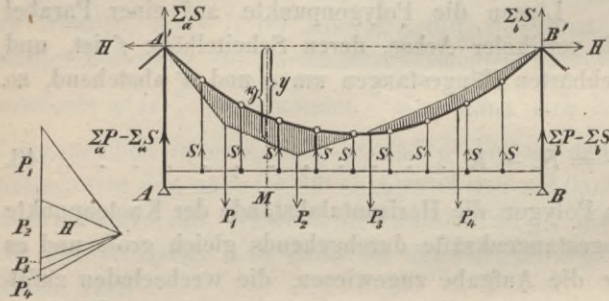
$$M_s + \frac{1}{2} kx(l-x) = H \cdot y,$$

sonach

$$M = \mathfrak{M} + \frac{1}{2} kx(l-x) - Hy.$$

Mit Vernachlässigung des Eigengewichtes der Kette oder mit Einrechnung desselben in die Belastungskräfte des Versteifungsträgers wird daher, wenn man auch \mathfrak{M} durch die Ordinaten y eines Seilpolygons bezw. einer Seilkurve darstellt, welche für die äußere Belastung des Trägers und mit der Poldistanz $= H$ konstruiert wurde,

$$M = \mathfrak{M} - Hy = H(y - y'). \quad 46.$$



Das Moment für den Versteifungsbalken ist sonach proportional dem Vertikalabstande des durch die Punkte AB gelegten Seilpolygons der äußeren Belastung von der Achse des Stabpolygons (Fig. 13).

Für einen über mehrere Öffnungen kontinuierlichen Versteifungsbalken ist

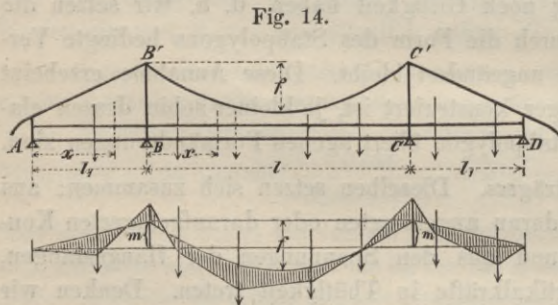
$$M_s = Hy - M'' \frac{x}{l} - M' \frac{l-x}{l} = H \left(y - m'' \frac{x}{l} - m' \frac{l-x}{l} \right),$$

daher

$$M = \mathfrak{M} - H \left(y - m'' \frac{x}{l} - m' \frac{l-x}{l} \right), \quad \dots \quad 47.$$

wenn M' und M'' die dem betreffenden Felde anliegenden Stützenmomente der Hängestangenkräfte für den kontinuierlichen Träger bezeichnen. Dieselben lassen sich bei gegebener Form des Stabpolygons immer leicht als Strecken m' und m'' für die Poldistanz $H = 1$ berechnen oder konstruieren.

Für den durch Fig. 14 dargestellten Fall, wo bei symmetrischer Anordnung der Träger über zwei kleinere Seitenöffnungen verlängert, daselbst aber ohne Verbindung mit den Spannketten ist, hat man



$$\left. \begin{array}{l} \text{in der Mittelloffnung} \quad M = \mathfrak{M} - H(y - m) \\ \text{in den Seitenöffnungen} \quad M = \mathfrak{M} + H \cdot m \frac{x}{l} \end{array} \right\} \dots \quad 48.$$

Für eine gleichmäßige Verteilung der Hängestangenkräfte, d. i. für eine parabolische Kettenkurve und annähernd auch für ein parabolisches Stabpolygon, wird bei dem Verhältnisse $\nu = \frac{l_1}{l}$ der Spannweiten

$$m = \frac{2}{3 + 2\nu} \cdot f \dots \dots \dots 49.$$

daher

$$\left. \begin{aligned} \text{in der Mittelöffnung } M &= \mathfrak{M} - H \left(y - \frac{2}{3 + 2\nu} f \right) \\ \text{in der Seitenöffnung } M &= \mathfrak{M} + H \frac{2}{3 + 2\nu} \cdot \frac{x}{l_1} \cdot f \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 49^a.$$

Ist der Träger auch in den Seitenöffnungen durch Hängestangen mit der Kette verbunden, und bezeichnet man mit y_1 die von der Verbindungslinie AB nach abwärts gemessene Ordinate der Kette, so ist unter Annahme einer parabolischen Kettenform nunmehr

$$m = \frac{2(1 + \nu^3)}{3 + 2\nu} \cdot f \dots \dots \dots 50.$$

und es wird

$$\left. \begin{aligned} \text{in der Mittelöffnung } M &= \mathfrak{M} - H \left(y - \frac{2(1 + \nu^3)}{3 + 2\nu} f \right) \\ \text{in den Seitenöffnungen } M &= \mathfrak{M} - H \left(y_1 - \frac{2(1 + \nu^3)}{3 + 2\nu} \cdot \frac{x}{l_1} f \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 50^a.$$

Für die Berechnung der Transversalkräfte Q dienen die nachstehenden Formeln: der Balken reicht nur über eine Öffnung

$$Q = \mathfrak{Q} - H \cdot tg \tau \dots \dots \dots 51.$$

der Balken ist kontinuierlich über mehrere Öffnungen

$$Q = \mathfrak{Q} - H \left(tg \tau - tg \sigma + \frac{m' - m''}{l} \right) \dots \dots \dots 52.$$

Hierin bezeichnet τ den Winkel der vom Querschnitte getroffenen Stab-Polygonseite, bzw. der Tangente an die Kettenkurve, gegen die Horizontale und σ den Winkel, welchen die Verbindungslinie der Kettenaufhängepunkte mit der Horizontalen (positiv, wenn nach abwärts gerichtet) bildet. m' und m'' haben die früher angegebenen Bedeutungen. Für den durch Fig. 14 dargestellten Fall wird

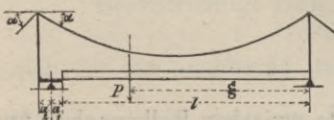
$$\left. \begin{aligned} \text{in der Mittelöffnung } Q &= \mathfrak{Q} - H tg \tau \\ \text{in den Seitenöffnungen } Q &= \mathfrak{Q} + H \frac{2}{3 + 2\nu} \frac{f}{l_1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 53.$$

Ist der Träger auch in den Seitenöffnungen durch Hängestangen mit der Kette verbunden, so tritt an Stelle der zweiten der Gleichungen 53

$$Q = \mathfrak{Q} + H \left(\frac{2(1 + \nu^3)}{3 + 2\nu} \frac{f}{l_1} + tg \sigma - tg \tau \right) \dots \dots \dots 54.$$

3. Bestimmung der Horizontalspannung H . In den vorbehandelten Trägersystemen ist die Horizontalspannung statisch nur dann bestimmbar, wenn durch die Konstruktion noch eine Bedingung gegeben ist, welche die in dieser Richtung vorhandene statische Unbestimmtheit aufhebt. So könnte beispielsweise der Kette von vornherein eine unveränderliche Horizontalspannung dadurch gegeben werden, daß man eine Verankerung derselben durch ein angehängtes Gewicht ersetzt. Der Versteifungsträger würde dadurch eine gleichbleibende Entlastung durch konstante nach aufwärts gerichtete Kräfte erfahren. — Eine andere Anordnung, die aber bisher ebenfalls nur Vorschlag geblieben ist, besteht darin, daß man die Stützendrücke abwägt, bzw. daß man die vertikalen

Fig. 15.



Auflagerkräfte der Kette und des Balkens durch gemeinschaftliche Auflagerung dieser beiden Systemteile auf einen Balancier in ein bestimmtes Verhältnis bringt. Ist $\alpha = \frac{\alpha_1}{\alpha_2}$ das Verhältnis des Hebelarmes des Balkenauf-lagers zu jenem des Kettenständers, so wird bei dieser

Anordnung und bei der in Fig. 15 angegebenen Belastung

$$H = \frac{P \cdot \xi}{2l} \cdot \frac{z}{1+z} \cot \alpha \dots \dots \dots 55.$$

Endlich läßt sich eine statische Bestimmtheit auch dadurch erzielen, daß in dem Versteifungsträger ein Gelenk angebracht wird. In diesem Falle muß nämlich für den durch das Gelenk gelegten Querschnitt das Moment M gleich Null gesetzt werden, wodurch sich eine Bestimmungsgleichung für H ergibt. Legt man das Gelenk in die Trägermitte und bezeichnet das darauf bezogene Moment des frei aufliegenden Balkens mit M_0 , so wird nach Vorstehendem für den bloß über eine Öffnung reichenden Träger nach Gl. 46

$$H = \frac{M_0}{f} \dots \dots \dots 56.$$

für den kontinuierlichen Träger nach Gl. 48

$$H = \frac{M_0}{f-m} \dots \dots \dots 57.$$

Wird nun aber keine von diesen eben besprochenen Anordnungen gewählt, so muß nach dem, was eingangs im allgemeinen über die statisch unbestimmten Systeme gesagt wurde, die fehlende Bestimmungsgleichung für die Horizontalspannung aus den elastischen Formänderungen des Systems abgeleitet werden. Hierzu kann ein verschiedenes Verfahren eingeschlagen werden. Man kann die Änderung der Ordinaten der Knotenpunkte des Stabpolygons, vermehrt um die Längenänderung der Hängestangen, den Durchbiegungen des Versteifungsträgers gleich setzen und hieraus den Ausdruck für die Horizontalspannung entwickeln. Auf kürzerem Wege gelangen wir aber hierzu durch Anwendung des „Satzes von der kleinsten Formänderungsarbeit“.

Bezeichnet P die Achsialkraft, M das Biegemoment, welches auf die Querschnitte der einzelnen Systemteile, deren Länge s sein möge, einwirkt, ferner F die Querschnittsfläche und J deren auf die Schwerpunktsachse bezogenes Trägheitsmoment, E den Elasticitätskoeffizienten, dann lautet bekanntlich der Ausdruck für die Formänderungsarbeit

$$A = \int \frac{P^2}{2EF} ds + \int \frac{M^2}{2EJ} ds = \min. \dots \dots \dots 58.$$

und die mit Rücksicht auf den vorliegenden Fall daraus abgeleitete Bedingungsgleichung wird

$$\frac{dA}{dH} = \int \frac{P}{EF} \frac{dP}{dH} ds + \int \frac{M}{EJ} \frac{dM}{dH} ds = 0 \dots \dots \dots 59.$$

Es ist nun zur Anwendung dieser Gleichung notwendig, die Achsialkraft und das Moment für die einzelnen Systemteile durch die äußeren Kräfte und die unbekannte Horizontalspannung H auszudrücken.

Wir wollen zunächst das durch Fig. 12 dargestellte Trägersystem einer Hängebrücke mit bloß über eine Öffnung reichendem Versteifungsbalken in Betracht ziehen und bezeichnen mit

- F die Querschnittsfläche der Kette, F_0 jene im Kettenscheitel,
- λ die Länge eines Kettenstabes bzw. einer Polygonseite,
- a die Entfernung zweier Hängestangen,
- $2F_1$ die Querschnittsfläche des Versteifungsbalkens (bei einem Fachwerksbalken die beiden Gurtflächen),
- J das Trägheitsmoment desselben,
- F_2 die Querschnittsfläche einer Hängestange;
- y' die Länge der Hängestangen, bzw. die Ordinate zwischen Balkenachse und Stabpolygon,

- y die Ordinate des Stabpolygons, von der die Endpunkte verbindenden Sehne gemessen,
- h die Höhe des Versteifungsträgers (Abstand der Schwerlinien der Gurte),
- f die Pfeilhöhe der Kette,
- f' die Höhe der Endvertikalen, F_3 deren Querschnitt,
- l_1 die Horizontalprojektion der Spannkettlänge,
- α_1 deren Neigungswinkel gegen die Horizontale,
- α den Ablaufswinkel der Tragkette,
- G die totale auf den Versteifungsträger wirkende Belastung,
- A und B die durch dieselbe erzeugten Stützendrücke,
- K die vom Eigengewichte des Stabpolygons herrührende Knotenlast, bei gleichmäßiger Verteilung k pro laufenden Meter.

Berücksichtigt man, dafs die Spannung der Kette

$$T_m = H \frac{\lambda}{a} \dots \dots \dots 60.$$

ist und wählt man den Querschnitt derselben proportional der Spannung in jedem Gliede, so wird $F = F_0 \frac{\lambda}{a}$, und der Querschnitt der Spannketten $F' = F_0 \sec \alpha_1$.

Es ist nun für die einzelnen Systemteile der durch Gl. 59 gegebene Ausdruck zu berechnen, wozu nachstehende tabellarische Zusammenstellung dienen mag. In derselben ist die Spannung der Hängestangen nach Gl. 42 eingesetzt, ferner angenommen, entweder

- a. dafs der Versteifungsträger nicht selbständig aufgelagert, sondern mit seinen Enden an den Auflagpunkten der Kette aufgehängt sei, oder
- b. dafs der Versteifungsträger ein selbständiges Auflager besitze.

Systemteil.	P bzw. M	$\frac{dP}{dH}$ bzw. $\frac{dM}{dH}$	F bzw. J	$f ds$	$E \frac{dA}{dH}$
Kette	$H \frac{\lambda}{a}$	$\frac{\lambda}{a}$	$\frac{\lambda}{a} F_0$	λ	$\frac{H}{a F_0} \int_0^l \lambda^2$
Spannketten .	$H \sec \alpha_1$	$\sec \alpha_1$	$F_0 \sec \alpha_1$	$2 l_1 \sec \alpha_1$	$\frac{2 H}{F_0} l_1 \sec^3 \alpha_1$
Hängestangen	$H \frac{\Delta^2 y}{a} - K$	$\frac{\Delta^2 y}{a}$	F_2	y'	$\frac{H}{a^2 F_2} \int_0^l y' (\Delta^2 y)^2 - \frac{K}{a F_2} \int_0^l y' \Delta^2 y$
a. Endvertikalen . .	$\left\{ \begin{matrix} A - H tg \alpha \\ B - H tg \alpha \end{matrix} \right.$	$- tg \alpha$	F_3	$2 f'$	$\left\{ \begin{matrix} \frac{2 H}{F_3} f' tg^2 \alpha - \frac{G}{F_3} f' tg \alpha \\ \frac{2 H}{F_3} f' (tg \alpha + tg \alpha_1)^2 \cdot \frac{E}{E'} \end{matrix} \right.$
b. Pylonen .	$H (tg \alpha + tg \alpha_1)$	$(tg \alpha + tg \alpha_1)$			
Versteifungsbalken . .	$\mathfrak{M} + \frac{1}{2} k x (l-x)$ $- Hy$	$- y$	J	$\int dx$	$H \int_0^l \frac{y^2 dx}{J} - \int_0^l \frac{\mathfrak{M} y}{J} dx - \frac{1}{2} k \int_0^l \frac{y x (l-x)}{J} dx$

Berücksichtigt man, dafs $\int_0^l \lambda^2 = \int_0^l a^2 + \int_0^l (\Delta y)^2 = la - \int_0^l y \Delta^2 y$ ist, und dafs sich für ein annähernd parabolisches Stabpolygon $\int_0^l \frac{y x (l-x)}{J} dx = \frac{l^2}{4f} \int_0^l \frac{y^2 dx}{J}$ setzen läßt, so erhält man aus $\frac{dA}{dH} = 0$ für die Horizontalspannung die nachstehenden Ausdrücke:

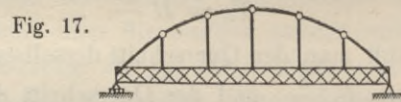
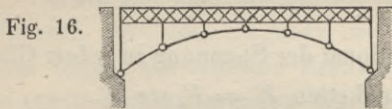
Für den Fall a:

$$H = \frac{F_0 \int_0^l \frac{\mathfrak{M}y}{J} dx + f' \operatorname{tg} \alpha \frac{F_0}{F_3} G + \left(-\frac{F_0}{F_2} \sum_0^l y' \Delta^2 y + \frac{F_0 l^2}{8f} \int_0^l \frac{y^2 dx}{J} \right) k}{l - \sum_0^l \frac{y}{a} \Delta^2 y + 2l_1 \sec^2 \alpha_1 + \frac{F_0}{F_2} \sum_0^l \frac{y'}{a^2} (\Delta^2 y)^2 + 2f' \frac{F_0}{F_3} \operatorname{tg}^2 \alpha + F_0 \int_0^l \frac{y^2 dx}{J}}$$

für den Fall b:

$$H = \frac{F_0 \int_0^l \frac{\mathfrak{M}y}{J} dx + \left(-\frac{F_0}{F_2} \sum_0^l y' \cdot \Delta^2 y + \frac{F_0 l^2}{8f} \int_0^l \frac{y^2 dx}{J} \right) k}{l - \sum_0^l \frac{y}{a} \Delta^2 y + 2l_1 \sec^2 \alpha_1 + \frac{F_0}{F_2} \sum_0^l \frac{y'}{a^2} (\Delta^2 y)^2 + 2f' \frac{F_0}{F_3} \frac{E}{E_1} (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \alpha_1)^2 + F_0 \int_0^l \frac{y^2 dx}{J}}$$

Gl. 61 giebt mit $l_1 = 0$ auch den Horizontalschub für das durch einen geraden Träger versteifte Bogensprengwerk (Fig. 16).



Auch auf das durch Fig. 17 dargestellte Trägersystem ist Gl. 61 anzuwenden, wenn darin l_1 und $f' = 0$, $y' = y$ gesetzt und der Nenner des Ausdruckes um das von der Achsialkraft im Balken herrührende Glied $\frac{F_0}{2 F_1} l$ vermehrt wird.

Dasselbe Glied ist auch, bei gleichzeitiger Substitution von $l_1 = 0$, den Nennern der Gl. 61 u. 62 anzufügen, wenn anstatt der Spannketten ein die Kettenauflager verbindender Spannriegel vom Querschnitte $2 F_1$ angewendet wird.

Dividirt man Zähler und Nenner der vorstehenden Gleichungen durch F_0 und faßt man jene Glieder, welche das Trägheitsmoment J nicht enthalten, unter der Bezeichnung S bzw. s zusammen, so lautet der allgemeine Ausdruck für H

$$H = \frac{\int_0^l \frac{\mathfrak{M}y}{J} dx + \frac{1}{F_0} S + \frac{k l^2}{8f} \int_0^l \frac{y^2 dx}{J}}{\int_0^l \frac{y^2 dx}{J} + \frac{s}{F_0}} \dots \dots \dots 63.$$

Da das zweite Glied des Zählers in allen praktischen Fällen gegen das erste vernachlässigt werden kann, so hat man auch mit großer Annäherung

$$H = \frac{\int_0^l \frac{\mathfrak{M}y}{J} dx}{\int_0^l \frac{y^2 dx}{J} + \frac{s}{F_0}} + \frac{k l^2}{8f} (1 - \alpha), \dots \dots \dots 63^a.$$

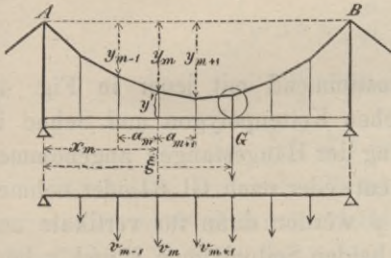
wenn α die stets sehr kleine Größe $\frac{s}{F_0 \int_0^l \frac{y^2 dx}{J}}$ bezeichnet.

Wir nehmen nun an, daß das Trägheitsmoment J des Balkens innerhalb einer Feldlänge a konstant gesetzt werden darf und zwar sei dasselbe für das beliebige Feld zwischen der $(m-1)$ ten und m ten Hängestange = J_m . Dann lassen sich die beiden bestimmten Integrale in obiger Formel in Summenglieder auflösen, die durch Ausdehnung der Integration auf die einzelnen Feldlängen a_m erhalten werden. Hierbei kann, wenn man die Abscisse x' von der $(m-1)$ ten Hängestange zählt, gesetzt werden

$$y = y_{m-1} + \frac{x'}{a_m} (y_m - y_{m-1}) \quad \mathfrak{M} = \mathfrak{M}_{m-1} + \frac{x'}{a_m} (\mathfrak{M}_m - \mathfrak{M}_{m-1}),$$

wenn \mathfrak{M}_{m-1} und \mathfrak{M}_m die einfachen Momente des Balkens in Beziehung auf die Knotenpunkte $m-1$ und m sind. Man erhält alsdann

Fig. 18.



$$\begin{aligned} \frac{1}{J_m} \int_0^{a_m} \mathfrak{M} y \, dx &= \\ \frac{a_m}{6 J_m} [\mathfrak{M}_{m-1} (2 y_{m-1} + y_m) + \mathfrak{M}_m (2 y_m + y_{m-1})], \\ \frac{1}{J_m} \int_0^{a_m} y^2 \, dx &= \\ \frac{a_m}{6 J_m} [y_{m-1} (2 y_{m-1} + y_m) + y_m (2 y_m + y_{m-1})]. \end{aligned}$$

Nehmen wir nun weiter ein mittleres Trägheitsmoment J_0 und eine mittlere Feldlänge a_0 an, so ergeben sich die Summenausdrücke

$$\begin{aligned} \int_0^l \frac{\mathfrak{M} y \, dx}{J} &= \frac{a_0}{6 J_0} \left[\dots + \frac{a_m}{a_0} \frac{J_0}{J_m} \{ \mathfrak{M}_{m-1} (2 y_{m-1} + y_m) + \mathfrak{M}_m (2 y_m + y_{m-1}) \} + \right. \\ &+ \left. \frac{a_{m+1}}{a_0} \frac{J_0}{J_{m+1}} \{ \mathfrak{M}_m (2 y_m + y_{m+1}) + \mathfrak{M}_{m+1} (2 y_{m+1} + y_m) \} + \dots \right] \\ &= \frac{a_0}{6 J_0} \sum_0^l \mathfrak{M}_m \left[\frac{a_m}{a_0} \frac{J_0}{J_m} (2 y_m + y_{m-1}) + \frac{a_{m+1}}{a_0} \frac{J_0}{J_{m+1}} (2 y_m + y_{m+1}) \right] \end{aligned}$$

und ebenso

$$\int_0^l \frac{y^2 \, dx}{J} = \frac{a_0}{6 J_0} \sum_0^l y_m \left[\frac{a_m}{a_0} \frac{J_0}{J_m} (2 y_m + y_{m-1}) + \frac{a_{m+1}}{a_0} \frac{J_0}{J_{m+1}} (2 y_m + y_{m+1}) \right].$$

Setzt man zur Abkürzung

$$v_m = \frac{a_m}{6 a_0} \frac{J_0}{J_m} (2 y_m + y_{m-1}) + \frac{a_{m+1}}{6 a_0} \frac{J_0}{J_{m+1}} (2 y_m + y_{m+1}), \dots \dots \dots 64.$$

so erhält man schliesslich durch Substitution in Gl. 63^a für die von der äusseren Belastung herrührende Horizontalkraft

$$H = \frac{\sum_0^l \mathfrak{M}_m v_m}{\sum_0^l y_m v_m + \frac{s}{a_0} \frac{J_0}{F_0}} \dots \dots \dots 65.$$

Besteht die Belastung blofs aus einer Einzellast G , welche im Abstände ξ von der Stütze liegt, so läfst sich den beiden Summengröfsen des vorstehenden Ausdruckes eine statische Bedeutung beilegen, welche auch deren Bestimmung auf graphischem Wege ermöglicht.

Es ist nämlich, wenn x_m die Abscisse des beliebigen Knotenpunktes bezeichnet,

$$\begin{aligned} \sum_0^l \mathfrak{M}_m v_m &= G \left[\frac{l-\xi}{l} \sum_0^\xi x_m v_m + \frac{\xi}{l} \sum_\xi^l (l-x_m) v_m \right] = G m_\xi \\ \sum_0^l y_m v_m &= \mu, \end{aligned}$$

wobei m_ξ das auf die Angriffslinie der Last G bezogene Moment eines frei aufliegenden Trägers bedeutet, der in den Knotenpunkts-Vertikalen mit den als Kräfte aufgefaßten Gröfsen v belastet ist. μ ist das statische Moment dieser in den Knotenpunkten des Stabpolygons horizontal wirkend gedachten Kräfte v , bezogen auf die Sehne AB . Diese Momente können leicht durch die Ordinaten von Seilpolygone dargestellt werden.

Ist die Knotenweite a konstant, so wird

$$v_m = \frac{J_0}{6 J_m} (2 y_m + y_{m-1}) + \frac{J_0}{6 J_{m+1}} (2 y_m + y_{m+1})$$

und für ein konstantes Trägheitsmoment J

$$v_m = \frac{1}{6} (y_{m-1} + 4 y_m + y_{m+1}),$$

oder mit hinreichender Annäherung $v_m = y_m$.

Die graphische Konstruktion ist ganz übereinstimmend mit jener in Fig. 45 (s. § 16) durchzuführen. Wir teilen die Fläche zwischen Kettenpolygon und Sehne in Streifen von der Breite a , welche gleich der Entfernung der Hängestangen angenommen werden kann, und berechnen die Belastungselemente v entweder nach Gl. 64 oder nehmen dieselben angenähert gleich y an. Mit der Poldistanz p werden dann für vertikale und horizontale Angriffsrichtung dieser Kraftgrößen v die beiden Seilpolygone b und c konstruiert. Die in der Lastvertikalen gelegene Ordinate des Seilpolygons b giebt die Horizontalkraft H , wenn die Einzellast G durch eine Strecke dargestellt wird, die sich aus dem Abschnitte $n_0 n$ des Seilpolygons c auf der Sehne AB und aus einer Strecke $n n_1 = c = \frac{s}{a p} \frac{J}{F_0}$ zusammensetzt. Es ist nämlich

$$H = \frac{m \xi}{\mu + c p} \cdot G \dots \dots \dots 66.$$

In einem durchgeführten Beispiele war $l = 50$ m, $f = 6,5$ m, $\sum \frac{y}{a} \Delta^2 y = 4,506$ m, $l_1 = 15$ m, $\frac{J}{F_0} = 2,049$; der Einfluss der Hängestangen wurde vernachlässigt, ferner $a = 2,5$ m, $p = 35$ m gewählt, womit $c = 2,167$ m folgt. Für die Last in der Brückenmitte ergab die Konstruktion $H = \frac{19,3}{15,0} = 1,286 G$.

Ist der Versteifungsbalken ein Fachwerksträger, so kann von den vorstehenden Formeln 63 bis 66 ebenfalls Gebrauch gemacht werden. J ist dann das Trägheitsmoment der beiden Gurtungen, d. i. bei der Fläche F_1 einer Gurtung und bei dem Abstände h der Gurtschwerpunkte $J = F_1 \frac{h^2}{2}$. J kann auch wieder für die einzelnen Fachlängen a oder bei der ersten Näherungsberechnung für die ganze Trägerlänge konstant gesetzt werden. Will man auch den Einfluss der Gitterstäbe in Rechnung ziehen, so ist, wenn F_4 einen Gitterstab-Querschnitt, γ den Winkel der Stablage gegen die Vertikale bezeichnet, mit Rücksicht auf Gl. 51 in den Ausdrücken 61 und 62 für H der Zähler um $\frac{h}{a} \sec^3 \gamma \sum \Delta \frac{F_0}{F_4} \Delta y$, der Nenner um $-\frac{h}{a^2} \sec^3 \gamma \sum \frac{F_0}{F_4} y \Delta^2 y$ zu vergrößern. Man hat sonach für den mit a bezeichneten Fall in Formel 63 und in den folgenden Formeln zu setzen:

$$S = G \cdot f' \operatorname{tg} \alpha \frac{F_0}{F_3} - k \frac{F_0}{F_2} \sum_0^l y' \Delta^2 y + \frac{h}{a} \sec^3 \gamma \sum_0^l \Delta \frac{F_0}{F_4} \Delta y$$

$$s = l - \sum_0^l \frac{y}{a} \Delta^2 y + 2 l_1 \sec^2 \alpha_1 + \frac{F_0}{F_2} \sum \frac{y'}{a^2} (\Delta^2 y)^2 + 2 f' \frac{F_0}{F_3} \operatorname{tg}^2 \alpha - \frac{h}{a^2} \sec^3 \gamma \sum_0^l \frac{F_0}{F_4} y \cdot \Delta^2 y.$$

Es ist jedoch der Anteil der Füllungsglieder des Versteifungsträgers, sowie der Hängestangen an der Gesamt-Formänderung ein so geringer, dass die betreffenden Glieder ohne wesentlichen Fehler vernachlässigt werden können. Für praktische Verhältnisse beträgt deren Einfluss auf die Größe von H nicht über 0,3 bis 0,5 %.

Ist die Kette oder der Bogen nach einer Parabel gekrümmt und erlaubt man sich die Annäherung, die Entfernung a der Hängestangen verschwindend klein zu setzen, so erhält man, wenn $h_1 = f' - f$ den Abstand des Bogenscheitels von der Balkenachse bezeichnet, für die in den Ausdrücken für H erscheinenden Summengrößen:

$$\begin{aligned} \sum_0^l \frac{\lambda^2}{a} &= l - \sum_0^l \frac{y}{a} \Delta^2 y = l \left(1 + \frac{16}{3} \frac{f^2}{l^2} \right) \\ \sum_0^l \frac{y'}{a^2} (\Delta^2 y)^2 &= \frac{64 f^2}{l^3} \left(f' - \frac{2}{3} f \right) \\ \int_0^l y^2 dx &= \frac{8}{15} f^2 l \\ - \sum \frac{y'}{a} \Delta^2 y &= \frac{8f}{l} \left(f' - \frac{2}{3} f \right) \\ - \sum \frac{y}{a} \Delta^2 y &= \frac{16}{3} \frac{f^2}{l}. \end{aligned}$$

Setzt man ferner das Trägheitsmoment J des Balkens für die ganze Länge konstant = J , so wird für die Belastung durch eine im Abstände ξ von einer Stütze liegende Einzellast G

$$\int_0^l \mathcal{M} y dx = G \frac{4f}{l^2} \left[\int_0^\xi x^2 (l-x) dx + \xi \int_\xi^l x (l-x) dx \right] = \frac{1}{3} \xi (\xi^3 - 2l\xi^2 + l^3) \frac{f}{l^2} G.$$

Substituiert man dies in Gl. 61 und bezeichnet mit F_2 die auf den lfd. m Trägerlänge entfallende Querschnittsfläche der Hängestangen, so ergibt sich die Horizontalspannung mit

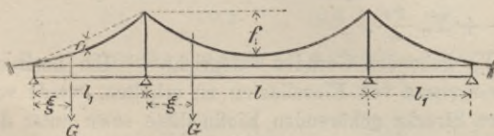
$$H = \frac{\left[\frac{1}{3} \xi (\xi^3 - 2l\xi^2 + l^3) + 4f' l \frac{J}{F_3} \right] G + \left[8f \left(f' - \frac{2}{3} f \right) \frac{J}{F_2} + \frac{l^4}{15} \right] k l}{\frac{8}{15} f l^3 + \frac{l^3}{f} \left(1 + \frac{16}{3} \frac{f^2}{l^2} \right) \frac{J}{F_0} + \frac{2l_1 l^2}{f} \sec^2 \alpha_1 \frac{J}{F_0} + 64 \frac{f}{l} \left(f' - \frac{2}{3} f \right) \frac{J}{F_2} + 32 f f' \frac{J}{F_3}} \dots 67.$$

Mit Vernachlässigung des Einflusses der Längendehnung der Hängestangen, sowie mit Ausserbetrachtung des Eigengewichtes der Kette wird:

$$H = \frac{5 \frac{\xi}{l} \left(\frac{\xi^3}{l^3} - 2 \frac{\xi^2}{l^2} + 1 \right) \cdot G}{8 \frac{f}{l} + 15 \frac{J}{f l^2 F_0} \left(l + \frac{16}{3} \frac{f^2}{l} + 2 l_1 \sec^2 \alpha \right)} \dots \dots \dots 67^a.$$

Die vorstehende Gleichung wird in der Regel für die erste Näherungsberechnung ausreichen, auf Grund deren man dann eine Annahme über die Veränderlichkeit des Trägheitsmomentes J treffen und die Rechnung dann nochmals nach den genaueren Formeln 63 bzw. 65 durchführen wird. Allerdings wird auch schon bei der ersten Berechnung eine Annahme rücksichtlich des Verhältnisses $\frac{J}{F_0}$ notwendig; es liegt aber dieser Wert für die Ausführung innerhalb gewisser Grenzen, für welche die Änderung von H noch nicht sehr bedeutend ist. Bezeichnet ν das Verhältnis $\frac{J}{F_0 f^2}$ und $\Delta \nu$ dessen Änderung, so wird ungefähr $\frac{\Delta H}{H} = -3 \cdot \Delta \nu$. Bei der Höhe h und der Querschnittsfläche $2 F_1$ des Versteifungsträgers ist $\nu = \frac{F_1}{F_0} \frac{h^2}{4 f^2}$, welches Verhältnis äußersten Falls etwa mit 0 bis $\frac{1}{20}$ anzunehmen ist. Für diese Grenzwerte würde sonach die Änderung der Horizontalkraft nicht mehr als etwa 15% betragen.

Fig. 19.



Nach demselben Rechnungsvorgange, wie er zur Entwicklung der Formel 61 angewendet wurde, lässt sich auch der Ausdruck für die Horizontalkraft bei dem über drei Öffnungen kontinuierlichen Träger aufstellen (Fig. 19). Wir begnügen

uns hier mit den Näherungsformeln, welche auf der Annahme einer parabolisch ge-

krümmten, gewichtslos gedachten Kette und eines konstanten Trägheitsmomentes des Versteifungsbalkens beruhen.

Es bezeichnet im Nachstehenden

f die Pfeilhöhe der Kette in der Mittelöffnung l ,

f_1 " " " " " den Seitenöffnungen l_1 ,

J und J_1 die bezüglichen Trägheitsmomente des Versteifungsträgers,

ferner setzen wir zur Abkürzung

$$\frac{2(l^3 + l_1^3)}{l^2(3l + 2l_1)} = \varepsilon,$$

dann wird für eine in der Mittelöffnung im Abstände ξ von der Stütze liegende Einzel-
last G und bei parabolischer Kettenform

$$H = \frac{\left(\frac{f}{l}\right)^3 - 2\left(\frac{f_1}{l}\right)^2 + 1 - \frac{3}{2}\varepsilon\left(1 - \frac{\xi}{l}\right) - \frac{3}{2}\varepsilon\frac{l^3}{l^3 + l_1^3}\left(1 - \frac{\xi}{l}\right)\left[\left(1 - \frac{3}{2}\varepsilon\right) + \left(\frac{f_1}{f} - \varepsilon\right)\frac{l_1}{l}\frac{J}{J_1}\right]}{\left(\frac{8}{5} - 4\varepsilon + 3\varepsilon^2\right)\frac{f}{l} + 2\frac{J}{J_1}\left(\frac{8}{5}\frac{f_1^3}{f^2} - 2\varepsilon\frac{f_1}{f} + \varepsilon^2\right)\frac{f}{l}\frac{l_1}{l} + 3\frac{J}{F_0 f l}\left[1 + \frac{16}{3}\frac{f^2}{l^2} + 2\frac{l_1}{l}\left(1 + \frac{16}{3}\frac{f_1^2}{l_1^2}\right)\right]} \frac{\xi}{l} G \dots \dots 68.$$

Liegt die Einzellast G in einem Seitenfelde im Abstände ξ von der Endstütze,
so wird die Horizontalkraft in der Kette

$$H = \frac{\left[\left(\frac{f}{l}\right)^3 - 2\left(\frac{f_1}{l}\right)^2 + 1\right]\frac{f_1}{f} - \frac{1}{2}\varepsilon\left(1 - \left(\frac{\xi}{l}\right)^2\right) - \frac{1}{2}\varepsilon\frac{l^3}{l^3 + l_1^3}\left(1 - \left(\frac{\xi}{l}\right)^2\right)\left[\left(1 - \frac{3}{2}\varepsilon\right)\frac{J_1}{J} + \left(\frac{f_1}{f} - \varepsilon\right)\frac{l_1}{l}\right]}{\left(\frac{8}{5} - 4\varepsilon + 3\varepsilon^2\right)\frac{f}{l} + 2\frac{J}{J_1}\left(\frac{8}{5}\frac{f_1^3}{f^2} - 2\varepsilon\frac{f_1}{f} + \varepsilon^2\right)\frac{f}{l}\frac{l_1}{l} + 3\frac{J}{F_0 f l}\left[1 + \frac{16}{3}\frac{f^2}{l^2} + 2\frac{l_1}{l}\left(1 + \frac{16}{3}\frac{f_1^2}{l_1^2}\right)\right]} \frac{J}{J_1} \frac{l_1^2}{l^2} \frac{\xi}{l_1} G \dots 68^a.$$

Der Einfluß der Längendehnung der Hängestangen ist hierin nicht berücksichtigt.

Setzt man in den vorstehenden beiden Gleichungen $\varepsilon = 0$, so erhält man die
Ausdrücke für die Horizontalkraft bei einem über drei Öffnungen reichenden, aber an
den Mittelstützen unterbrochenen Versteifungsträger. Wird dagegen in Gl. 68 $l_1 = 0$
gesetzt, so erhält man die Horizontalkraft für den bloß über eine Öffnung reichenden,
an den Enden horizontal eingespannten Versteifungsträger.

Für die Untersuchung der Wirkung einer mobilen Belastung empfiehlt es
sich, von dem Prinzip der Einflußlinien Gebrauch zu machen.

Es mögen hier für diese und die späteren Anwendungen dieses Verfahrens die allgemeinen
Eigenschaften der Einflußlinien ins Gedächtnis gerufen werden. Um die Einflußlinie für eine
gewisse GröÙe, deren Belastungsgesetz man ermitteln will, zu erhalten, hat man den für jede Laststellung
bestimmten Wert dieser GröÙe am Orte der hervorrufenden Belastung als Ordinate aufzutragen. Die
verbindende Kurve läÙt dann deutlich jene Stellen erkennen, wo der Einfluß der Last am größten und
kleinsten ist und es läÙt sich mit deren Hilfe auch die ungünstigste Stellung eines Lastenzuges bestim-
men. Ist nämlich die Einflußlinie für die Bewegung der Gewichtseinheit gezeichnet, so ergibt sich die
zu bestimmende GröÙe für eine Reihe von Lasten gleich der Summe der Produkte aus den Lasten und
den zu ihrem Ort gehörenden Ordinaten Y der Einflußlinie. Ist nicht die Gewichtseinheit, sondern die
Kraft G der Einflußlinie zu Grunde gelegt, so ist für die Einzellasten P die Summe zu bilden $\frac{1}{G} \sum P Y$.

Die Einflußlinie ist eine stetige Kurve, wenn der Träger unmittelbar belastet ist. Kann sich hingegen
die Belastung nur in einzelnen Punkten auf den Träger absetzen, wie dies bei Hauptträgern, auf denen
Querträger liegen, der Fall ist, so tritt an Stelle der Kurve ein derselben eingeschriebenes Polygon mit
geraden Seiten, dessen Ecken in den Vertikalen durch die direkt belasteten Punkte liegen. Sei P die
Belastung in einem Fache a zwischen zwei Querträgern, an welchen die Ordinaten der für die Bewegung
der Gewichtseinheit ermittelten Einflußlinie Y , und Y'' , sind, e der Abstand dieser Last vom ersten Quer-
träger, so findet sich die Ordinate der Einflußlinie an der Belastungsstelle aus der Gleichung

$$P \cdot Y = Y \cdot \frac{P \cdot (a - e)}{a} + Y'' \cdot \frac{P e}{a},$$

wonach Y den Ordinaten der durch die Punkte Y, Y'' , gehenden Geraden entspricht. — Um noch ein
Urteil über die vorzunehmenden Verschiebungen eines Systems von Einzellasten zu erhalten, werde vor-
ausgesetzt, die einzelnen Seiten der zu einer belasteten Strecke gehörenden Einflußlinie seien unter den
Winkeln $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \dots$ gegen die horizontale Abscissenachse geneigt, während sich die Lasten P_1, P_2, P_3, \dots
auf den Projektionen derselben befinden. Dann ist der Gesamteinfluß dieser Lasten dargestellt durch die

Summe $P_1 Y_1 + P_2 Y_2 + P_3 Y_3 + \dots$ und die Veränderung, welche dieser Wert infolge einer Verschiebung des Systems der Einzellasten um $\Delta \xi$ erfährt, wenn vorausgesetzt wird, daß während dieser Verschiebung keine Belastungen neu hinzutreten oder den Träger verlassen oder einen Querträger überschreiten,

$$\Delta \xi (P_1 \operatorname{tg} \alpha_1 + P_2 \operatorname{tg} \alpha_2 + P_3 \operatorname{tg} \alpha_3 + \dots),$$

da die zu einer beliebigen Last gehörige Ordinate Y bei dieser Verschiebung um $\Delta \xi$ ihren Wert um $\Delta \xi \operatorname{tg} \alpha$ ändert. Es gilt dieser Ausdruck auch noch für eine unmittelbare Belastung des Trägers, wenn $\alpha_1 \alpha_2 \dots$ die Winkel der Tangenten an die Einflußlinie in den Lastvertikalen mit der Horizontalen und $\Delta \xi$ eine sehr kleine Verschiebung bezeichnen. Man erfährt nun, ob für die ungünstigste Laststellung eine Verschiebung nach rechts oder links erforderlich ist, je nachdem der Klammerausdruck ein positives oder negatives Vorzeichen erhält, daß ferner im allgemeinen für den hervorragenden Wert eine Belastung an einem Querträger sich befinden wird u. s. w. Es erscheint zweckmäßig, den Klammerausdruck durch Konstruktion zu bestimmen, indem die Lasten auf der Kraftlinie des Kräftepolygons aufgetragen werden und, vom Anfange der ersten Belastung beginnend, ein Polygon verzeichnet wird, dessen Seiten mit der Vertikalen die Winkel $\alpha_1 \alpha_2 \dots$ bilden und die Strecken $P_1 P_2 \dots$ als Vertikalprojektionen haben. Die Lage des Endpunktes dieses polygonalen Linienzuges, rechts oder links der Kraftlinie, entscheidet über den Sinn der vorzunehmenden Verschiebung.

Man erhält endlich aus der Einflußlinie auch die Wirkung einer stetigen, gleichmäßigen Belastung. Es ist diese proportional dem Inhalte der Fläche zwischen der Einflußlinie und der Abscissenachse, welche der belasteten Strecke entspricht.

Um die Einflußlinie der Horizontalkraft oder die Horizontalkraftkurve zu erhalten, hat man diese nach den vorstehend entwickelten Gleichungen für die verschiedenen möglichen Lagen einer Einzellast (welche wir gleich der Gewichtseinheit annehmen) zu berechnen und die Werte als Ordinaten in den Lastvertikalen aufzutragen. Man findet hieraus die Horizontalkraft für jede beliebige Belastung entweder durch ein Einzellastensystem oder durch eine stetige Belastung. Bezeichnet man nämlich mit $\eta_1 \eta_2 \dots$ die Ordinaten der Horizontalkraftkurve an den Stellen der Lasten $P_1 P_2 \dots$, so ergibt sich die Horizontalkraft aus

$$H = P_1 \eta_1 + P_2 \eta_2 + \dots$$

Ist hingegen die Belastung q pro Längeneinheit über die Strecke $x_2 - x_1$ gleichmäßig verteilt, so folgt die Horizontalkraft aus

$$H = q \int_{x_1}^{x_2} \eta dx = q \Phi,$$

wenn Φ die Fläche der Horizontalkraftkurve zwischen den Ordinaten bezeichnet, welche die belastete Strecke begrenzen. Ist in der Mitte des Versteifungsbalkens ein Gelenk angebracht, so ist nach Gl. 56 u. 57 die Horizontalkraftkurve durch die Einflußlinie hinsichtlich der Momente für den mittleren Querschnitt des Balkens gegeben. Für den einfachen Träger geht sonach die Horizontalkraftkurve in ein Dreieck über mit der Scheitel-Ordinate $\frac{1}{4} G \frac{l}{f}$.

Beispiel. a. Bei einer durch einen kontinuierlichen Träger versteiften Hängebrücke nach Fig. 19 sei $l_1 = 0,4l$, $f = 0,1l$, $f_1 = 0,04l$, $J = 5J_1$ und $\frac{J}{F_0 f l} = \frac{1}{600}$; es wird $\varepsilon = \frac{2(1 + 0,4^3)}{3 + 2 \cdot 0,4} = 0,56$ und es folgen aus Gl. 67 u. 68 die nachstehenden Werte des Horizontalzuges.

Last in einer Seitenöffnung

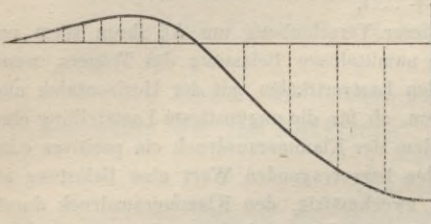
$\frac{\xi}{l_1} = 0,1$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$H = -0,0635$	$-0,1285$	$-0,1942$	$-0,2566$	$-0,3095$	$-0,3431$	$-0,3453$	$-0,3012$	$-0,1930 \cdot G$

Last in der Mittelöffnung

$\frac{\xi}{l} = 0,1$	0,2	0,3	0,4	0,5
$H = 0,6206$	1,2056	1,6783	1,9837	2,0801 \cdot G

Beistehende Fig. 20 giebt die nach diesen Werten aufgetragene Horizontalkraftkurve.

Fig. 20.



b. Ist der Träger über den Mittelstützen unterbrochen, so erhält man unter den gleichen Annahmen wie oben

für eine Last in der Seitenöffnung

$\frac{\xi}{l} =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$H =$	0,0690	0,1305	0,1791	0,2092	0,2197 . G,

für eine Last in der Mittelöffnung

$\frac{\xi}{l} =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
$H =$	0,5388	1,0195	1,3991	1,6347	1,7166 . G.

Wie aus den Ausdrücken für H hervorgeht, ist die Größe der Horizontalkraft von dem Verhältnisse $\frac{J}{F_0 f l}$

abhängig. Dieses Verhältnis liegt aber für die praktischen Ausführungen in nicht zu weiten Grenzen, etwa zwischen $\frac{1}{200}$ und $\frac{1}{800}$, wofür sich in dem vorstehend unter a. behandelten Beispiele die Horizontalkraft mit dem 0,85 bzw. 1,021fachen der gerechneten Werte ergeben würde. Die größtmöglichen Werte von H würden sich für $\frac{J}{F_0} = 0$ ergeben und in dem obigen Beispiele das 1,093fache der berechneten Werte erreichen.

§ 6. Ungünstigste Beanspruchung des Systems durch die Verkehrslast.

1. Maximum der Horizontalkraft. Der größte Zug in der Kette, bzw. der größte Druck im Bogen tritt auf, wenn bei gleichmäßig verteilter Last die Mittelöffnung total belastet ist. Für ein System von Einzellasten ist die ungünstigste Laststellung aus der Horizontalkraftkurve nach der Methode der Einflußlinien zu ermitteln.

Für die vereinfachenden Annahmen und mit den Vernachlässigungen, wie sie den Gleichungen 67^a bzw. 68 zu Grunde liegen, berechnet sich die größte Horizontalkraft infolge einer totalen gleichmäßigen Belastung (mit p pro Längeneinheit):

Für den über eine Öffnung reichenden Träger

$$H_{tot} = \frac{pl}{N} \dots \dots \dots 69.$$

und bei Anbringung eines Gelenkes in der Balkenmitte

$$H_{tot} = \frac{1}{8} \frac{l}{f} \cdot pl, \dots \dots \dots 69^a.$$

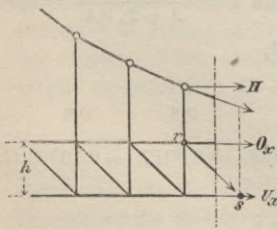
für den über drei Öffnungen reichenden, kontinuierlichen Träger

$$H_{tot} = \frac{l + 4l_1 - 5l_1 \left(1 + \frac{f_1}{f} \frac{J}{J_1}\right) \varepsilon}{10(3l + 2l_1) N_1} pl, \dots \dots \dots 70.$$

worin N bzw. N_1 den Nenner der Ausdrücke 67^a bzw. 68 bezeichnet.

2. Spannungen im Versteifungsträger. Zur Bestimmung der größten auf den Versteifungsträger einwirkenden Kräfte, also zu dessen Dimensionierung, ist die Kenntnis der größten Biegemomente und Transversalkräfte erforderlich. Für einen Blechträger

Fig. 21.



berechnen sich hieraus in bekannter Weise die demselben zu gebenden Querschnittsgrößen; für einen Fachwerkträger mit parallelen Gurtungen folgen die Gurtspannungen aus den Momenten, die Gitterstabspannungen aus den Transversalkräften. Das Moment M kann nach den Formeln 46 und 47 allgemein durch das Produkt $H \cdot z$ dargestellt werden, wenn z den Vertikalabstand zwischen dem Seilpolygon der äußeren Belastung und der Achse des Stabpolygons bezeichnet. Die Momente sind auf die Knotenpunkte des Fachwerkes zu beziehen, welche den betreffenden Gurtungsstäben gegenüberliegen, und es wird hiernach (siehe Fig. 21)

$$\left. \begin{aligned} O_x &= -\frac{M_s}{h} = -\frac{z_s}{h} H \\ U_x &= +\frac{M_r}{h} = +\frac{z_r}{h} H \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 71.$$

Wird, wie bei dem System Fig. 22^a, die Horizontalkraft des Bogens durch den Versteifungsbalken aufgenommen, so ist die hierdurch hervorgerufene Achsialkraft bei der Dimensionierung des Trägers natürlich zu berücksichtigen. Für einen Fachwerksträger werden in diesem Falle die Gurtspannungen

$$\left. \begin{aligned} O_x &= -\frac{M_s}{h} + \frac{H}{2} = -\left(z_s - \frac{h}{2}\right) \frac{H}{h} \\ U_x &= +\frac{M_r}{h} + \frac{H}{2} = +\left(z_r + \frac{h}{2}\right) \frac{H}{h} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 72.$$

Im allgemeinen kann man sonach setzen:

$$\left. \begin{aligned} O_x &= -\frac{e_o}{h} H \\ U_x &= +\frac{e_u}{h} H \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 73.$$

wenn man unter e_o und e_u die Abstände des Seilpolygons von der Achse des Stabpolygons bzw. (bei System Fig. 17 u. 23^a) von zwei Linien versteht, welche erhalten werden, wenn man die Achse des Stabpolygons um $\frac{h}{2}$ nach aufwärts und nach abwärts verschiebt.

3. Kämpferdrucklinie; ungünstigste Belastungsweise. Zur Ermittlung der ungünstigsten Einwirkung der Verkehrsbelastung auf den Versteifungsträger empfiehlt es sich, zunächst den Einfluß einer mobilen Einzellast zu untersuchen. Wählt man zu diesem Zwecke die graphische Darstellung, so geht die Aufgabe dahin, für eine beliebige Lastlage das Seilpolygon der äußeren Kräfte zu verzeichnen. Es unterliegt dies keiner Schwierigkeit, nachdem die Größe des der Konstruktion des Seilpolygons zu Grunde zu legenden Horizontalschubes aus der Horizontalkraftkurve entnommen werden kann.

Für den bloß über eine Öffnung reichenden Versteifungsträger ist überdies das Seilpolygon durch die Aufhängepunkte $A_1 B_1$ der Kette zu legen. Hier findet man die Richtung der Seilpolygoneiten einfach als die Resultanten aus dem Horizontalzuge und dem vertikalen Auflagerdrucke der Belastung, welcher letzterer sich für die im Abstände ξ von der Stütze A liegende Einzellast aus $G \frac{l-\xi}{l}$, mithin durch die Ordinate der geraden Linie bc bestimmt (Fig. 22, S. 26). Führt man die Konstruktion des Seilpolygons in der in der Figur angedeuteten Weise für mehrere Lastlagen durch, so erhält man als geometrischen Ort des Punktes E , in welchem sich die Seilpolygoneiten auf der Lastvertikalen schneiden, eine Kurve KEK , welche wir in Analogie mit den später zu behandelnden steifen Bogensystemen, die Kämpferdrucklinie nennen wollen. Analytisch bestimmt sich die Ordinate dieser Kurve, von der Sehne $A_1 B_1$ gemessen, aus

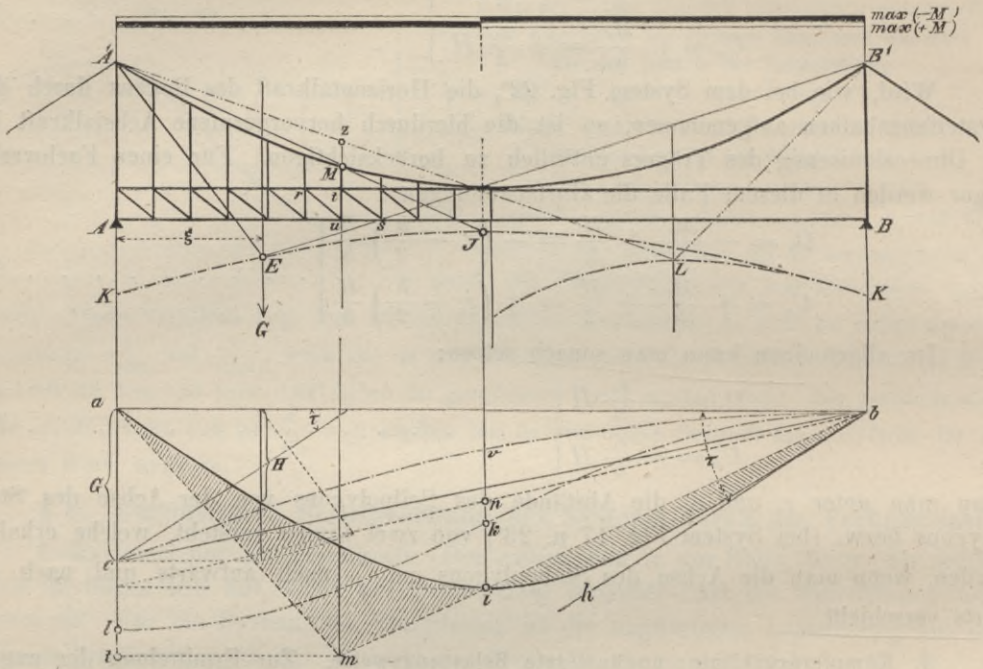
$$\eta = \frac{G(l-\xi)}{H.l} \cdot \xi \dots \dots \dots 74.$$

Mit Einführung des Näherungsausdruckes 67^a für H wird

$$\eta = \frac{N.l^3}{5(l^2 + l\xi - \xi^2)} \dots \dots \dots 75.$$

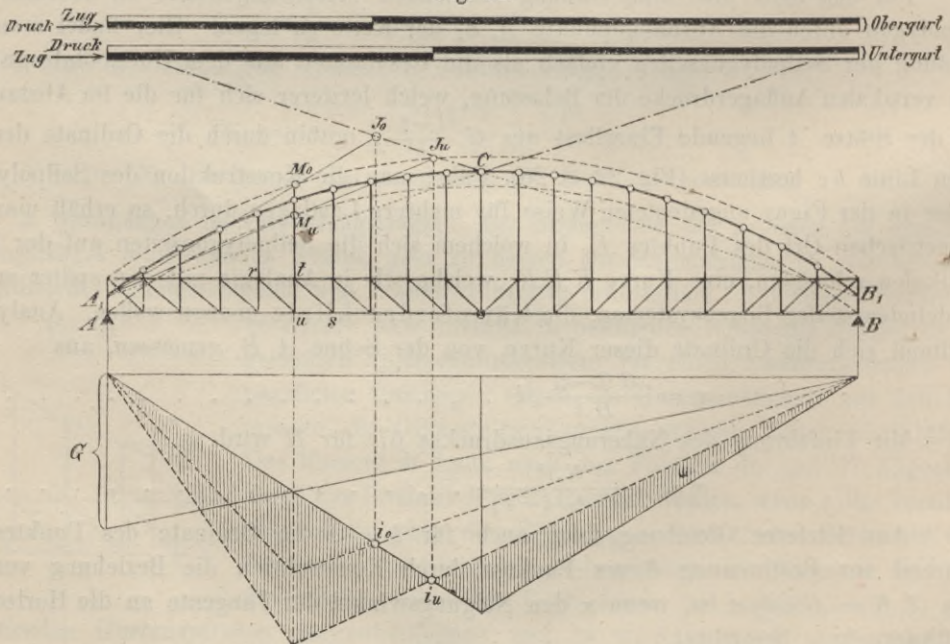
Aus letzterer Gleichung folgt auch für $\xi = 0$ die Ordinate des Punktes K , während zur Bestimmung dieses Punktes durch Konstruktion die Beziehung verhilft, dass $A_1 K = G \cot \alpha$ ist, wenn α den Neigungswinkel der Tangente an die Horizontalkraftkurve in a bezeichnet.

Fig. 22.



Ist in der Mitte des Versteifungsbalkens ein Gelenk angebracht, so muß, nachdem das Moment für diesen Querschnitt gleich Null ist, das Seilpolygon der Belastung stets durch den vertikal über dem Gelenke gelegenen Punkt C_1 der Stabpolygonachse hindurchgehen. Die Kämpferdrucklinie besteht in diesem Falle aus zwei Geraden, welche die Verlängerungen der Sehnen $A_1 C_1$ und $B_1 C_1$ darstellen (Fig. 23).

Fig. 23.



Die Gleichungen dieser Geraden, auf $A_1 B_1$ als Abscissenachse bezogen, lauten

$$\text{bezw. } \left. \begin{aligned} \eta &= \frac{2f}{l} (l - \xi) \\ \eta &= \frac{2f}{l} \xi \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 76.$$

Da nach dem Früheren (Gl. 71) sich die Spannung des Obergurtstückes rt (Fig. 22) bzw. des Untergurtstückes su , aus den Abständen des Seilpolygons von dem Punkte M der Kettenlinie bestimmt, so erhält man (Fig. 22) durch den Punkt J , welcher sich als Schnittpunkt der Verbindungsgeraden $A_1 M$ mit der Kämpferdrucklinie ergibt, jene Lage der Einzellast, für welche ein Spannungswechsel in den betreffenden Gurtstäben eintritt. Für alle rechts von J liegenden Lasten wird der Schnitt des Seilpolygons in der Vertikalen durch M oberhalb der Kettenlinie fallen, also z negativ werden, während für alle links (bis zu dem sich eventuell ergebenden Schnittpunkte J_1 der Verbindungsgeraden $B_1 M$ mit der Kämpferdrucklinie) gelegenen Lasten, dieser Schnitt unterhalb M fällt, also z positiv wird. Es entspricht daher die Belastung der Strecke JB dem größten im Obergurte rt auftretenden Zuge bzw. dem größten Drucke im Untergurte su , während die Belastung des anderen Trägerteils AJ den größten Druck im Obergurt und den größten Zug im Untergurte hervorruft.

Für jene Systeme, bei welchen die Horizontalkraft von den Gurten des Versteifungsträgers aufgenommen wird (Fig. 17), für welche also die Gleichungen 72 Giltigkeit haben, sind, wie oben erwähnt wurde, an Stelle der Achse des Kettenpolygons zwei Linien zu setzen, welche von dieser um $\pm \frac{h}{2}$ abstehen und von welchen die obere für den Obergurt, die untere für den Untergurt maßgebend ist (Fig. 23).

Analytisch bestimmt sich die Abscisse ξ_1 , der Lastgrenze oder des neutralen Punktes J aus

$$\xi_1 = \frac{x}{y} \eta_1 \dots \dots \dots 77.$$

wenn x und y die Koordinaten des Punktes M , bezogen auf die Sehne $A_1 B_1$, bezeichnen. Wird für η_1 der Näherungsausdruck 75 eingeführt, so erhält man die Bestimmungsgleichung

$$-\xi_1^3 + l\xi_1^2 + l^2\xi_1 = \frac{Nl^3}{5} \cdot \frac{x}{y} \dots \dots \dots 78.$$

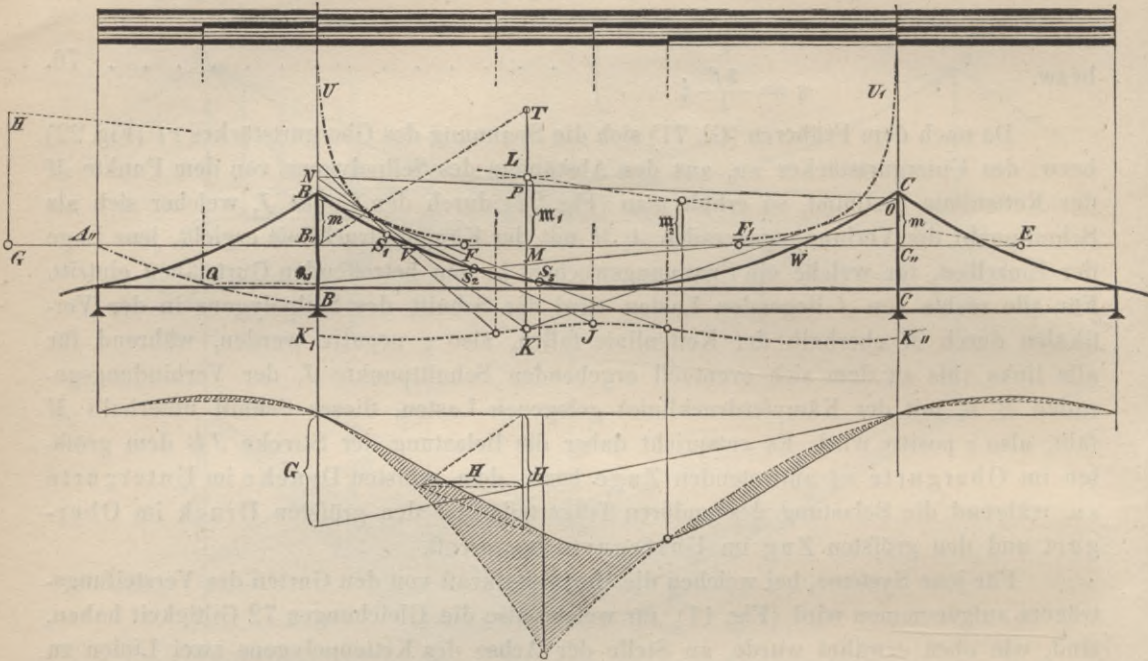
Für den Fall, das in der Mitte des Versteifungsbalkens ein Gelenk angebracht wird, ergibt sich mit Gl. 76 die Abscisse der Lastgrenze aus

$$\frac{\xi_1}{l} = \frac{2fx}{l \cdot y + 2fx} \dots \dots \dots 79.$$

Bei dem auch über die Seitenöffnungen kontinuierlichen Träger tritt insofern eine Komplikation ein, als das Seilpolygon, nachdem nun das Moment über den Mittelstützen nicht Null wird, hier nicht durch die Aufhängepunkte der Kette zu legen ist. Bezeichnen $\mathfrak{M}_1 = H m_1$ und $\mathfrak{M}_2 = H m_2$ die Momente der Vertikallasten für den kontinuierlichen Träger an den beiden Mittelstützen, so sind (nach Fig. 14) die Schnittpunkte des Seilpolygons mit den Stützenvertikalen um $(m_1 - m)$ bzw. $(m_2 - m)$ über die Aufhängepunkte der Kette zu legen, wobei die Strecke m durch die Gl. 49 u. 50 bestimmt ist. Die Größen \mathfrak{M}_1 und \mathfrak{M}_2 bzw. m_1 und m_2 sind nach der Theorie des kontinuierlichen Trägers entweder durch Rechnung oder durch Konstruktion zu ermitteln.

In Fig. 24 (S. 28) ist die graphische Konstruktion angedeutet. FF_1 sind die in bekannter Weise zu bestimmenden Fixpunkte in der Mittelöffnung. Man mache $C_1 E = B_1 C_1 - 3 F_1 C_1$, und $EG = B C \cdot \frac{F F_1}{B_1 F_1}$; ferner $GH = \frac{1}{H} \cdot G \cdot \frac{\xi(l - \xi)}{l}$. Letztere Strecke wird in dem 2. Abschnitte MT des mit

Fig. 24.



dem Horizontalschube H konstruierten einfachen Seilpolygons auf der Lastvertikalen erhalten. Die Verbindungsgerade EH giebt in dem Abschnitte ML auf der Lastvertikalen die Strecke m_1 und auf einer symmetrisch zur Mitte gezogenen Vertikalen die Strecke m_2 . Trägt man nun diese Strecken in den Stützenvertikalen, ferner die Höhe des Seilpolygons MT nach PK auf, so erhält man in NKO das Seilpolygon in seiner richtigen Lage zum Kettenbogen.

Führt man die Konstruktion des Seilpolygons für verschiedene Lagen einer Einzelast durch, so erhält man wieder die Kämpferdrucklinie K, K_1 , als den geometrischen Ort des Punktes K , in welchem sich die Seilpolygonseiten auf der Lastvertikalen schneiden. Außerdem umhüllen hier die verschiedenen Richtungen der Seilpolygonseiten eine Kurve UU_1 , welche man als Kämpferdruck-Umhüllungslinie bezeichnen kann. Wir konstruieren ferner die Kurve A_1Q , deren Ordinaten den auf H reduzierten Stützenmomenten für die verschiedenen Lagen der Einzelast im Seitenfelde entsprechen. Wird für die in Q angreifende Einzelast Q horizontal nach Q_1 projiziert, so stellt die durch Q_1 nach dem Fixpunkte F_1 gezogene Gerade die dieser Lastlage entsprechende Seilpolygonlinie im Mittelfelde dar.

Hiernach unterliegt es nun auch keiner Schwierigkeit, für einen bestimmten Querschnitt des Versteifungsträgers die ungünstigste Belastungsweise rücksichtlich der Momente zu ermitteln. Ist S der in der Querschnittsvertikalen gelegene Bogenpunkt, so bestimmt die durch S gezogene Tangente an die Kämpferdruck-Umhüllungslinie im Schnittpunkte J mit der Kämpferdrucklinie die Belastungsgrenze im Mittelfelde, während sich jene im linken Seitenfelde durch den Punkt Q ergibt. In Fig. 24 sind die Belastungsschemas für drei verschiedene Querschnitte verzeichnet.

4. Bestimmung der Maximalmomente bzw. der größten Gurtspannungen.

a. Methode der Einflusslinien. Für den bloß über eine Öffnung reichenden Träger drückt sich das von einer Einzelast im Querschnitte M erzeugte Moment aus durch

$$M = M - Hy = y \left[\frac{M}{y} - H \right]. \dots \dots \dots 80,$$

Für eine mobile Last stellt $\frac{\mathfrak{M}}{y}$ die mit der Poldistanz y konstruierte Einflußlinie der Momente des frei aufliegenden Trägers dar und ist sonach das Moment M der Differenz der Ordinaten dieser Einflußlinie und der Horizontalkraftkurve proportional.

Die Einflußlinie der einfachen Momente ist bekanntlich durch ein Dreieck gegeben, dessen Höhe in der Querschnittsvertikalen $= G \frac{x(l-x)}{l \cdot y}$ ist. Zur Konstruktion desselben kann aber auch der neutrale Punkt J (Fig. 22 u. 23) benutzt werden, der nach dem Vorstehenden mit Hilfe der Kämpferdrucklinie erhalten und nach i in die Horizontalkraftkurve projiziert wird. Bezeichnen Φ_1 und Φ_2 die oberhalb und unterhalb der Horizontalkraftkurve gelegenen, von dieser und der obenerwähnten Einflußlinie begrenzten Flächen (in Fig. 22 Fläche ibh und Fläche ami), so ist für die gleichmäßig verteilte Last p pro Längeneinheit

$$\begin{aligned} \max(+M) &= \frac{p}{G} \Phi_2 y \\ \max(-M) &= \frac{p}{G} \Phi_1 y \end{aligned} \quad \dots \dots \dots 81.$$

Zur Ermittlung der Flächen Φ genügt es, die Flächen der Horizontalkraftkurve entweder durch Rechnung oder auf graphischem Wege zu bestimmen und, auf die Basis $\frac{l}{2}$ reduziert, als Ordinaten einer Kurve bkl aufzutragen, indem Fläche $b'i'ih = \overline{i'k} \cdot \frac{l}{2}$ gemacht wird (Fig. 22). Es entspricht dann die Ordinate $i'k$ auch der Horizontalkraft für die gleichmäßige Belastung der Strecke BJ , wobei gleichzeitig $ac = G = \frac{pl}{2}$ wird.

Die Reduktion der Dreiecksfläche $i'ib$ auf die Basis $\frac{l}{2}$ giebt die Strecke $i'n$; es ist sonach $\Phi_1 = \overline{kn} \cdot \frac{l}{2}$ und

$$\max(-M) = \overline{kn} \cdot y.$$

Desgleichen ergibt sich der Einfluß einer totalen Belastung aus

$$M_{tot} = \overline{tl} \cdot y$$

und das größte positive Moment wird

$$\max(+M) = (\overline{kn} + \overline{tl}) y.$$

Die Strecken \overline{kn} und \overline{tl} sind hierbei auf einem Kraftmaßstabe abzumessen, der sich durch $ac = \frac{pl}{2}$ bestimmt.

Diese Methode kann auch für den kontinuierlichen Versteifungsträger (Fig. 24) angewendet werden, wobei dann allerdings die Einflußlinie der Momente \mathfrak{M} nicht mehr so einfach durch ein Dreieck gegeben ist, sondern (auf die Basis $y-m$ bezogen) nach der Theorie des kontinuierlichen Trägers abgeleitet werden muß. Es verhelfen hierzu die Seilpolygone, welche zur Konstruktion der Kämpferdrucklinie gedient haben. Für jene Querschnitte, welche in der Nähe der Punkte V und W gelegen sind, für welche sonach $y-m$ sehr klein wird, ist jedoch diese Methode nicht anwendbar; für diese Querschnitte ist aber das Moment M sehr nahe (für die Punkte V und W genau) gleich dem Momente \mathfrak{M} für den gewöhnlichen kontinuierlichen Träger.

b. Bestimmung der größten Momente aus dem Seilpolygone der partiellen Belastung. Bezeichnet η den Abstand des Seilpolygons der Belastung von der Achse des Bogens in der Vertikalen durch den Querschnitt M , \mathfrak{S} die Horizontalkraft, so ist nach dem in § 5 unter 2 angeführten Satze allgemein das Moment für den Querschnitt M des Versteifungsbalkens

$$M = \mathfrak{S} \cdot \eta \quad \dots \dots \dots 82.$$

Die Gröfsen \mathfrak{H} und η können entweder durch Rechnung oder durch Konstruktion bestimmt werden. Für eine gleichmäfsig verteilte Belastung erhält man die Horizontalkraft durch Integration der für eine Einzellast aufgestellten Ausdrücke innerhalb der bezüglichen Grenzen. Reicht die Belastung von einem Punkte mit der Abscisse ξ_1 bis zum rechten Trägerende, so wird für den einfachen Träger mit einem Mittelgelenk ($\xi_1 < \frac{l}{2}$)

$$\mathfrak{H} = \frac{p}{8f} (l^2 - 2 \xi_1^2), \dots \dots \dots 83.$$

für den Träger ohne Gelenk (nach Gl. 67^a, wenn der Nenner des dortigen Ausdruckes = N gesetzt wird)

$$\mathfrak{H} = \frac{p l}{N} \left[1 - \left(\frac{\xi_1}{l}\right)^6 + \frac{5}{2} \left(\frac{\xi_1}{l}\right)^4 - \frac{5}{2} \left(\frac{\xi_1}{l}\right)^2 \right] \dots \dots \dots 84.$$

In gleicher Weise ergeben sich die Werte der Horizontalkraft für den kontinuierlichen Träger bei partieller, gleichmäfsiger Belastung durch Integration der Ausdrücke 68 und 68^a.

Die Kurve der Horizontalkraft \mathfrak{H} läfst sich, wie schon erwähnt, graphisch durch Flächenbestimmung der Horizontalkraft-Kurve H erhalten. Wird überdies auch die Parabel bc der Vertikaldrücke konstruiert (Fig. 22), so giebt die Resultierende aus den Strecken $i'v$ und $i'k$, welche den Auflagerkräften für Belastung des Trägerteiles JB entsprechen, die Richtung der durch A gehenden Seilpolygonseite. Der Abschnitt derselben auf der Vertikalen durch M bestimmt die Gröfse $\overline{Mz} = \eta$. Die Ermittlung dieser Gröfse kann dadurch vereinfacht werden, dafs man sich den geometrischen Ort des Punktes L , d. i. die sog. zweite Kämpferdrucklinie, verzeichnet, in welchem sich die Richtung der Seilpolygonseite A_1L mit der Mittellinie der belasteten Strecke schneidet. — Es bestimmt sich sonach das gröfste negative Moment in Beziehung auf den Querschnitt M durch Multiplikation der beiden Strecken $\overline{i'k}$ und \overline{Mz} , wovon die erstere auf dem Kraftmafsstabe ($ac = \frac{pl}{2}$), letztere auf dem Längenmafsstabe zu messen ist.

Analytisch folgt das Moment für eine, den betreffenden Querschnitt nicht überdeckende Belastung aus

$$M = \mathfrak{B}x - \mathfrak{H}y;$$

hierin ist für das negative Maximum oder für das Minimum des Momentes $\mathfrak{B} = \frac{p(l - \xi_1)^2}{2l}$ und \mathfrak{H} nach den Formeln 83 bzw. 84 einzusetzen. ξ_1 bestimmt sich dabei aus den Gleichungen 79 bzw. 78.

Bezeichnet M_{tot} das Moment für eine totale, gleichmäfsige Belastung, so erhält man bei parabolischer Form des Stabpolygons oder des Kettenbogens und unter Zugrundelegung des Näherungsausdruckes 67^a für die Horizontalkraft die nachstehenden Ausdrücke für die auf den Versteifungsträger einwirkenden gröfsten Momente:

Für den Träger mit einem Mittelgelenk:

$$\left. \begin{aligned} M_{tot} &= 0 \\ M_{\min}^{\max} &= \pm \frac{p x (l-x) (l-2x)}{2(3l-2x)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 85.$$

Das absolut gröfste Moment tritt bei $x = 0,234 l$ auf und wird

$$absol. \max M = \pm 0,01883 p l^2 \dots \dots \dots 85^a.$$

Für den Träger ohne Gelenk:

$$\left. \begin{aligned} M_{\text{tot}} &= \frac{Nl - 8f}{N} \cdot \frac{px(l-x)}{2l} \\ M_{\text{min}} &= -\frac{2px(l-x)}{N} \cdot \frac{f}{l} \left[2 - 5 \frac{\xi_1}{l} + 10 \left(\frac{\xi_1}{l} \right)^3 - 10 \left(\frac{\xi_1}{l} \right)^4 + 3 \left(\frac{\xi_1}{l} \right)^5 \right] \\ M_{\text{max}} &= M_{\text{tot}} - M_{\text{min}} \end{aligned} \right\} \dots 86.$$

ξ_1 ist hierin durch Gl. 78 bestimmt. N bezeichnet den Nenner des Näherungsausdruckes 67^a für H . Das absolute Maximum des Moments ist von dieser Größe abhängig; setzt man dafür als Näherung deren kleinsten Wert $N = 8 \frac{f}{l}$, so tritt das absolut grösste Moment bei $x = 0,250 l$ auf und wird

$$\text{absol. max } M = 0,01652 p l^2 \dots \dots \dots 86^a.$$

Formel 86 gilt für die Querschnitte von $x = 0$ bis $\frac{x_1}{l} = \frac{N}{20} \frac{l}{f}$; für die mittleren Querschnitte von x_1 bis $l - x_1$ ist für das Minimum des Momentes auch ein Teil der Spannweite von der linken Stütze aus zu belasten und setzt sich dementsprechend das Minimalmoment aus zwei Teilen zusammen, welche aus Formel 86 für die beiden symmetrisch gelegenen Punkte x und $l - x$ resultieren.

Fig. 25 a.
Maximalmomente für den Träger mit Mittelgelenk.

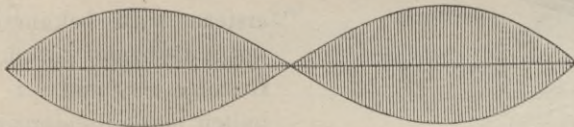
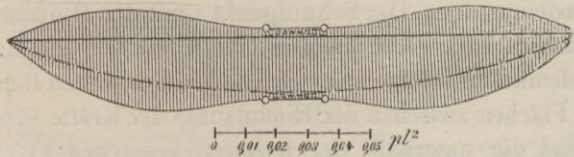


Fig. 25 b.
Maximalmomente für den Träger ohne Gelenk.

$$\frac{f}{l} = 0,13 \quad N = 1,215.$$



In den Figuren 25 a u. b sind hiernach die Linien der Maximalmomente für den Träger mit und ohne Mittelgelenk dargestellt.

Für den letzteren Fall wurde das auf S. 20 angezogene Beispiel gewählt. Für dasselbe ist $l = 50 \text{ m}$, $f = 6,5 \text{ m}$, $l_1 \sec \alpha_1^2 = 19,05 \text{ m}$, $\frac{J}{F_0} = 2,049$, $F_0 = 0,03 \text{ qm}$, daher $N = 1,215$, womit das Moment in der Brückenmitte bei totaler Belastung sich mit $0,0180 p l^2$ ergibt.

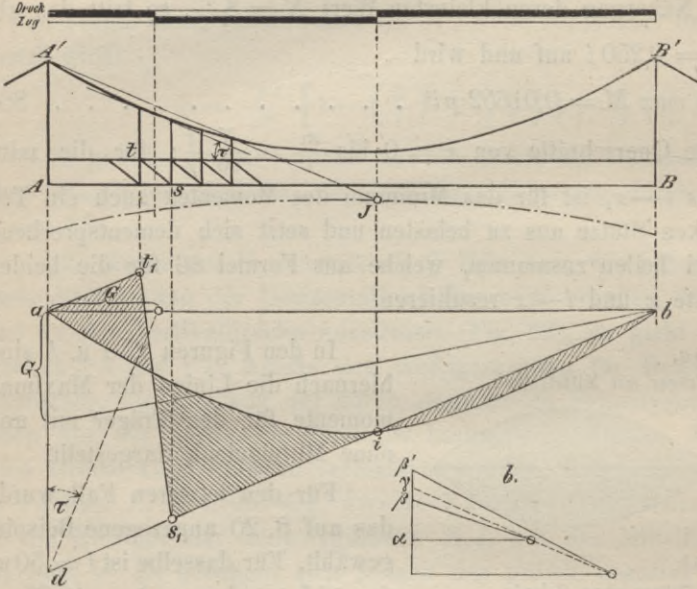
5. Bestimmung der maximalen Transversalkräfte. Die ungünstigste Belastungsweise rücksichtlich der Transversalkräfte ergibt sich aus der Betrachtung der Formel 51. Hiernach findet man jene Lage der Einzellast, für welche ein Wechsel in dem Vorzeichen der Transversalkraft eintritt, durch den Schnittpunkt J der Kämpferdrucklinie mit der unter dem Winkel τ , d. i. parallel zur Tangente an den in der Querschnittsvertikalen gelegenen Punkt der Bogen- bzw. Stabpolygonachse, gezogenen Seilpolygonseite. Ausserdem wechselt Q sein Vorzeichen im Querschnitte selbst, sodafs sich die in Fig. 26, S. 32 angedeutete ungünstigste Belastungsweise ergibt. Die gleiche Regel gilt auch für das Mittelfeld des über drei Öffnungen kontinuierlichen Trägers, wobei gleichzeitig das auf der Seite des Querschnittes gelegene Seitenfeld für das positive Maximum der Transversalkraft gar nicht, das andere Seitenfeld total, bzw. für die in der Trägermitte gelegenen Querschnitte vom Ende aus teilweise zu belasten ist.

Zur Bestimmung der grössten Transversalkräfte können wieder die beiden oben erwähnten Methoden angewendet werden.

a. Methode der Einflußlinien. Die Transversalkraft in einem beliebigen Querschnitte des Versteifungsträgers bestimmt sich nach 51 aus $Q = \Omega - H \operatorname{tg} \tau = \operatorname{tg} \tau (\Omega \operatorname{cotg} \tau - H)$. Hat man es mit einem Fachwerkträger mit parallelen Gurten zu thun und bezeichnet δ den Neigungswinkel des vom Querschnitte getroffenen Gitterstabes gegen die Vertikale, so folgt die Spannung dieses Gitterstabes aus

$$S = Q \sec \delta = \operatorname{tg} \tau \sec \delta (\Omega \operatorname{cotg} \tau - H) \dots \dots \dots 87.$$

Fig. 26.
a.



Die Werte, welche die Klammergröße des vorstehenden Ausdruckes für verschiedene Lagen einer Einzellast annimmt, lassen sich wieder einfach darstellen. Sie ergeben sich nämlich als die Differenz der (mit $\operatorname{cotg} \tau$ multiplizierten) Ordinaten der Einflußlinie der Transversalkräfte Ω für den frei aufliegenden Träger und jenen der Horizontalkraftkurve. Die erstere wird bekanntlich durch die beiden parallelen Geraden $a t_1$ und $b s_1$ erhalten, deren Richtung sich durch den Abschnitt $a d = G \cdot \operatorname{cotg} \tau$ auf der Stützen-

vertikalen bestimmt. Die Eckpunkte t_1, s_1 liegen auf den Vertikalen durch die dem betreffenden Gitterstabe angehörenden Knotenpunkte. Der Schnittpunkt i mit der Horizontalkraftkurve, welcher vertikal unter J liegen soll, giebt überdies eine Kontrolle. Die maximalen Transversalkräfte, bzw. die Strebenkräfte infolge einer gleichmäÙig verteilten Belastung, bestimmen sich wieder durch die Flächen zwischen der Einflußlinie der Kräfte Ω und der Horizontalkraftkurve und zwar sind die unterhalb der letzteren gelegenen Flächen positiv, die oberhalb gelegenen negativ einzuführen. Diese Flächen sind mit dem Faktor $\frac{p}{G} \operatorname{tg} \tau$, bzw. $\frac{p}{G} \operatorname{tg} \tau \sec \delta$ zu multiplizieren, um die maximalen Transversalkräfte, bzw. die Gitterstabspannungen zu erhalten.

Gl. 87 gilt auch für das Mittelfeld des über vier Stützen kontinuierlichen Trägers, nur ist für diesen die Einflußlinie der Ω nicht mehr durch gerade Linien dargestellt.

Für die nahe der Trägermitte gelegenen Querschnitte wird die Transversalkraft nahe gleich jener (Ω) für den freien Träger.

b. Bestimmung der Transversalkräfte aus dem Seilpolygon der partiellen Belastung. Mit Hilfe der zweiten Kämpferdrucklinie läÙt sich wieder für eine partielle Belastung das Seilpolygon und das zugehörige Kräftepolygon (Fig. 26 b) verzeichnen. In dem letzteren ist $\overline{\alpha\beta} = \Omega$, $\overline{\alpha\gamma} = H \operatorname{tang} \tau$, wenn $O\gamma$ unter dem Winkel τ gezogen wurde, daher $\overline{\gamma\beta} = Q$ für die Belastung des Trägerteiles JB . Desgleichen giebt $\overline{\gamma\beta'}$ die Transversalkraft für die Belastung der Strecke MB , mithin $\overline{\beta\beta'}$ die maximale positive Transversalkraft $+ Q_{\max}$ im Querschnitte M .

Unter Annahme einer parabolischen Kettenkurve lassen sich die nachstehenden Ausdrücke für die maximalen Transversalkräfte entwickeln:

Für den Träger mit einem Mittelgelenk:

$$\left. \begin{aligned} x = 0 \text{ bis } 0,25 l \quad \max (\pm Q) &= \pm \frac{p(l^2 - 3lx + 4x^2)^2}{2l^2(3l - 4x)} \\ x = 0,25 \text{ bis } 0,5 l \quad \max (\pm Q) &= \pm \frac{px^2(3l - 4x)}{2l^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 88.$$

Die absolut größten Transversalkräfte treten am Auflager und in der Trägermitte ein und zwar wird hier $\max (\pm Q) = \frac{1}{8} pl$ bzw. $\frac{1}{8} pl$.

Für den Träger ohne Gelenk wird:

$$\max (+Q) = p(l-x) \left\{ \frac{1}{2} \left(1 - \frac{x}{l}\right) - \frac{4f}{Nl} \left(1 - \frac{2x}{l}\right) \left[\left(\frac{x}{l}\right)^4 - \frac{3}{2} \left(\frac{x}{l}\right)^3 - \frac{3}{2} \left(\frac{x}{l}\right)^2 + \left(\frac{x}{l}\right) + 1 \right] \right\} 89.$$

Bei den Querschnitten an den Trägerenden von $x = 0$ bis $x = \frac{l}{2} \left(1 - \frac{Nl}{20f}\right)$ tritt zu obigem Ausdrucke noch die Größe

$$-p \frac{(l - \xi_2)^2}{2l} + \frac{pl}{N} \left[1 - \left(\frac{\xi_2}{l}\right)^5 + \frac{5}{2} \left(\frac{\xi_2}{l}\right)^4 - 5 \left(\frac{\xi_2}{l}\right)^2 \right] \frac{4f}{l^2} (l - 2x), \dots \dots \dots 90.$$

Fig. 27 a.

Maximal-Transversalkräfte für den Träger mit Mittelgelenk.

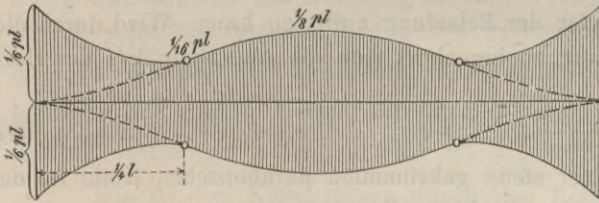
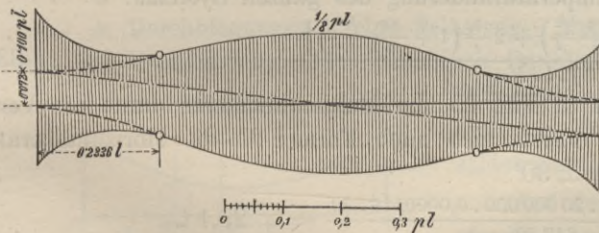


Fig. 27 b.

Maximal-Transversalkräfte für den Träger ohne Gelenk.

$$\frac{f}{l} = 0,13 \quad N = 1,215.$$



worin ξ_2 sich aus der Gleichung bestimmt:

$$\xi_2(l^2 + l\xi_2 - \xi_2^2) = \frac{Nl^5}{20f(l - 2x)} \dots 91.$$

Außerdem wird für eine totale Belastung

$$Q_{tot} = p(l - 2x) \left[\frac{1}{2} - \frac{4f}{Nl} \right] \dots 92.$$

und

$$\max (-Q) = Q_{tot} - \max (+Q).$$

An den Stützen erhält die Transversalkraft ihren größten Wert und zwar wird dieser für die Näherung

$$N = 8 \frac{f}{l}$$

$$\text{absol. } \max (+Q) = 0,1523 pl.$$

Für die Trägermitte ist

$$\max (+Q) = \pm \frac{1}{8} pl.$$

In den Figuren 27 a und 27 b sind die Kurven der größten Transversalkräfte dargestellt.

6. Einfluss von Temperaturänderungen. Bezeichnet t die Temperaturänderung gegenüber dem spannungslosen Zustande, ω den Ausdehnungskoeffizienten, so lautet die an Stelle der Gl. 59 tretende Bestimmungsgleichung für die Horizontalkraft H

$$\int \left(\frac{P}{EF} + \omega t \right) \frac{dP}{dH} ds + \int \frac{M}{EJ} \frac{dM}{dH} ds = 0 \dots \dots \dots 93.$$

Die Entwicklung dieser Gleichung in ähnlicher Weise, wie solche auf S. 17 durchgeführt wurde, ergibt, wenn die Nenner der Ausdrücke 61, 62 u. s. w. mit N_{61} , N_{62} u. s. w. bezeichnet werden, für die bezüglichen Fälle die nachstehenden Ausdrücke für H_1 :

$$\left. \begin{aligned} H_t &= - \frac{[l + 2h \sec^2 \alpha_1 - f^a \left(\Sigma \frac{\Delta^2 y}{a} + 2 tg \alpha \right)] F_0 E \omega t}{N_{61}} \\ H_t &= - \frac{[l + 2h \sec^2 \alpha_1 - f^a \left(\Sigma \frac{\Delta^2 y}{a} + 2 (tg \alpha - tg \alpha_1) \right)] F_0 E \omega t}{N_{62}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 94.$$

und mit Vernachlässigung des Einflusses der Hängestangen

$$H_t = - \frac{(l + 2h \sec^2 \alpha_1) F_0 E \omega t}{F_0 N_{63}} \dots \dots \dots 95.$$

Bei dem durch Fig. 17 dargestellten Trägersysteme hat eine gleichmäßige Temperaturänderung sämtlicher Systemteile keine Spannungen zur Folge. Würde hingegen bei diesem Systeme der Bogen seine Temperatur um t , der Versteifungsträger und die Hängestangen um t' ändern, so wird die Horizontalspannung

$$H_t = + \frac{(l - \Sigma \frac{y}{a} \Delta^2 y) F_0 E \omega (t - t')}{N_{61} + \frac{F_0}{2 F_1} l} \dots \dots \dots 96.$$

Bei dem durch ein Gelenk unterbrochenen Versteifungsträger sind Temperaturänderungen selbstverständlich ohne Einfluss.

Zur Bestimmung der Momente und Transversalkräfte dienen nunmehr die Gleichungen

$$M = - H_t y \qquad Q = - H_t tg \tau.$$

In ähnlicher Weise ermittelt sich auch der Einfluss einer Verschiebung der Kettenauflager, wie eine solche durch ein Zusammenpressen des Ankermauerwerks oder durch ein Straffspannen der Spannketten unter der Belastung auftreten kann. Wird durch dieselbe die Spannweite um δl verkleinert, so berechnet sich die Änderung ΔH der Horizontalkraft aus

$$\Delta H = - \frac{F_0 E \delta l}{F_0 N_{63}} \dots \dots \dots 97.$$

Für die Näherungsannahme einer stetig gekrümmten parabolischen Kette ist der Nenner der Ausdrücke 94, 95 und 97 durch $\frac{1}{15} f l^2 \frac{F_0}{J} N$ (worin N den Nenner des Ausdruckes 67^a bezeichnet) zu ersetzen.

Bei dem über drei Öffnungen kontinuierlichen Träger wird die Horizontalspannung infolge einer gleichmäßigen Temperaturänderung des ganzen Systems:

$$H_t = - \frac{3 E J \omega t \left[\left(1 + \frac{16}{3} \frac{f^2}{l^2} \right) + 2 \frac{h}{l} \left(1 + \frac{16}{3} \frac{f^2}{l^2} \right) \right]}{f \cdot l \cdot N_{68}} \dots \dots \dots 98.$$

Für das Beispiel, für welches in Fig. 25 die Maximalmomente durch die Verkehrslast ($p = 5 \text{ t}$) dargestellt sind, ergibt sich nach Formel 95 die Horizontalkraft infolge einer Temperaturdifferenz von $\pm 30^\circ$

$$H_t = \frac{(50 + 38,1) 0,03 \cdot 20\,000\,000 \cdot 0,0000118 \cdot 30}{642,39} = \mp 29,1 \text{ t.}$$

Das hierdurch in der Mitte des Versteifungsträgers hervorgerufene Moment erreicht den Wert von $\pm 189,1 \text{ tm}$.

Die Spannungen infolge Temperaturdifferenzen oder Nachgeben des Ankermauerwerks können sonach bei dem in Rede stehenden System der versteiften Hängebrücken ziemlich hohe Werte annehmen. Das Bogensprengwerk (Fig. 16 oder Fig. 17) erscheint in dieser Beziehung günstiger. In der Aufhebung dieser Deformations-Spannungen liegt ein wesentlicher Vorteil, der durch die Anordnung eines Gelenkes im Versteifungsträger erreicht wird.

7. Sekundärspannungen. In der bisher entwickelten Theorie der versteiften Hängebrücken wurden reibungslose Gelenke sowohl in der Kette als in den Knotenpunkten

des Versteifungsträgers vorausgesetzt. Hinsichtlich des Einflusses der festen Vernietung der letzteren kann auf das hingewiesen werden, was im allgemeinen über die Sekundärspannungen in Fachwerkträgern in Kap. IX gesagt wurde, und wäre hier nur zu untersuchen, welche Wirkung die in den Gelenken der Kette auftretende Reibung auf die Gröfse der Horizontalspannung und der äufseren Kräfte des Versteifungsträgers zur Folge hat. Bei versteiften Draht-Kabelbrücken tritt an die Stelle dieses Reibungswiderstandes der Steifigkeitswiderstand der Seile, welcher jedoch von so geringer Bedeutung ist, dafs er aufer acht gelassen werden kann.

Bezeichnet bei dem Bolzendurchmesser d und dem Reibungskoeffizienten φ , ferner der Kettenspannung T , $M_\rho = \varphi T \frac{d}{2}$ das Reibungsmoment oder angenähert $M_\rho = \varphi H \frac{d}{2}$, so entfällt dann auf den Balken das Biegemoment

$$M = \mathfrak{M} - Hy - M_\rho = \mathfrak{M} - H \left(y + \varphi \frac{d}{2} \right).$$

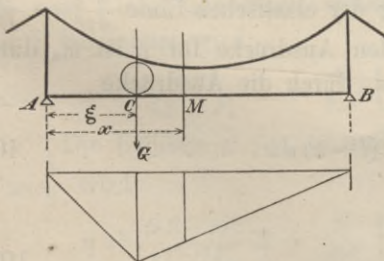
An den in § 5 entwickelten Ausdrücken für \bar{H} (Gl. 61—65) ändert sich sonach weiter nichts, als dafs die Bogenordinate y um $\varphi \frac{d}{2}$ vergröfsert einzusetzen ist. Nun ist aber diese Gröfse gegen y immer sehr klein (bei dem Reibungskoeffizienten $\varphi = 0,2$ wird $\varphi \frac{d}{2}$ stets nur wenige Millimeter betragen), sodafs sie in dem Ausdrucke für H ohne weiteres vernachlässigt werden kann. Auf die Gröfse der Horizontalspannung hat sonach die Reibung in den Kettengelenken keinen merkbaren Einflufs. Auch die äufseren Kräfte des Versteifungsträgers erfahren nur eine unwesentliche Veränderung und zwar werden die Momente um das Reibungsmoment $\varphi H \frac{d}{2}$ vermindert. Man kann diesem Umstande übrigens dadurch Rechnung tragen, dafs man sich die Achse des Kettenpolygons um $\varphi \frac{d}{2}$ nach abwärts verschoben denkt.

Die in den Kettenstäben durch das Reibungsmoment hervorgerufene Biegungsspannung wird dagegen in der Regel nicht zu vernachlässigen sein. Die Berechnung derselben hat auf bekannte Weise zu erfolgen.

§ 7. Berechnung der Durchbiegungen.

a. Durchbiegungen infolge Belastung. Nach dem Satze von Castigliano erhält man die Verschiebung eines beliebigen Punktes eines elastischen Systems durch den

Fig. 28.



Differentialquotienten der Deformationsarbeit nach einer, in dem betreffenden Punkte nach der Verschiebungsrichtung wirkend gedachten Kraft.

Auf den Träger AB (Fig. 28) greife im Abstände ξ von der Stütze eine Einzellast G an. Die hierdurch im Träger entstehenden Achsialkräfte und Momente seien P_ξ und M_ξ . Dann berechnet sich die Durchbiegung in einem Querschnitte mit der Abscisse x aus

$$\eta = \frac{dA}{dG_x} = \int \frac{P_\xi}{EF} \cdot \frac{dP_x}{dG_x} ds + \int \frac{M_\xi}{EJ} \frac{dM_x}{dG_x} ds, \dots \dots \dots 99.$$

wenn P_x und M_x Achsialkraft und Moment für eine in x liegende Last G_x bezeichnen. Setzt man die den Laststellungen ξ und x entsprechenden Horizontalkräfte $H_\xi = h_\xi \cdot G$ und $H_x = h_x \cdot G$, worin die Koeffizienten h_ξ und h_x aus den oben entwickelten Formeln 61 bis 67^a oder aus der Horizontalkraftkurve zu entnehmen, daher als bekannt anzu-

sehen sind, so wird $\frac{dP_x}{dG_x} = \frac{dP_x}{dH_x} \cdot h_x$, $\frac{dM_x}{dG_x} = \frac{dM_x}{dH_x} \cdot h_x$ und man erhält für den über eine Öffnung reichenden Träger ohne Gelenk:

$$\begin{aligned} \text{Kette:} \quad \frac{dA}{dG_x} &= \sum_0^{\eta} H_{\xi} \cdot \frac{\lambda}{a} \cdot \frac{\lambda}{EF'} \cdot h_x \cdot \frac{\lambda}{a} = \frac{1}{EF_0} h_{\xi} \cdot h_x \sum_0^{\eta} \frac{\lambda^2}{a} \cdot G \\ \text{Spannketten:} \quad &= \Sigma H_{\xi} \cdot \sec \alpha_1 \frac{2l \sec \alpha_1}{EF'_0 \sec \alpha_1} h_x \sec \alpha_1 = \frac{2}{EF'_0} h_{\xi} \cdot h_x \cdot l_1 \sec^2 \alpha_1 \cdot G \\ \text{Hängestangen:} \quad &= \Sigma H_{\xi} \cdot \frac{\Delta^2 y}{a} \cdot \frac{y'}{EF_2} \cdot h_x \cdot \frac{\Delta^2 y}{a} = \frac{1}{EF_2} h_{\xi} h_x \Sigma y' \left(\frac{\Delta^2 y}{a} \right)^2 \cdot G \\ \text{Balken:} \quad &= \frac{1}{EJ} \int (\mathfrak{M}_{\xi} - H_{\xi} y) \cdot \left(\frac{d\mathfrak{M}_x}{dG_x} - y \cdot h_x \right) dx \\ &= \frac{1}{EJ} [m_x + h_{\xi} h_x \mu - h_x m_{\xi} - h_{\xi} m_x] \cdot G. \end{aligned}$$

Es bezeichnet hierin m_x das auf den Punkt M bezogene Moment eines einfachen Trägers, für welchen die Momentenfläche, die der Lage der Lasteinheit in C entspricht, die Belastungsfläche darstellt. Man findet hierfür die Ausdrücke

$$\begin{aligned} \text{für } x < \xi \quad m_x &= [2l\xi - \xi^2 - x^2] \frac{x(l-\xi)}{6l} \dots \dots \dots 100. \\ \text{für } x > \xi \quad m_x &= [2lx - x^2 - \xi^2] \frac{\xi(l-x)}{6l} \dots \dots \dots 100^a. \end{aligned}$$

Weiterhin stellen m_{ξ} und m_x die Momente für die Vertikalen durch C bzw. durch M dar, welche bei einem einfachen Träger auftreten, dessen Belastungsfläche durch die Fläche zwischen Kettenpolygon und Sehne gebildet wird. μ ist das doppelte statische Moment dieser Fläche bezogen auf die Sehne. Da nun nach Formel 66 $h_{\xi} = \frac{m_{\xi}}{\mu + cp}$ und $h_x = \frac{m_x}{\mu + cp}$ ist, so wird $m_{\xi} h_x = m_x h_{\xi}$ und es folgt durch Summierung der Werte $\frac{dA}{dG_x}$

$$\begin{aligned} \eta &= \left[\frac{h_x h_{\xi}}{EF_0} \left(l - \sum_0^{\eta} \frac{y}{a} \Delta^2 y + 2l_1 \sec^2 \alpha_1 + \frac{F_0}{F_2} \Sigma y' \left(\frac{\Delta^2 y}{a} \right)^2 \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{EJ} (m_x + h_x h_{\xi} \mu - 2 h_{\xi} m_x) \right] \cdot G \dots \dots \dots 101. \end{aligned}$$

Berücksichtigt man, daß die erste Klammergröße in dem vorstehenden Ausdrucke nach der eingeführten Bezeichnung $= \frac{F_0}{J} cp$ und daß $m_x = h_x (\mu + cp)$ zu setzen ist, so erhält man schließlich für die Durchbiegung des Trägers in M die einfache Beziehung

$$\eta = \frac{1}{EJ} [m_x - h_{\xi} m_x] \cdot G, \dots \dots \dots 101^a.$$

welche auch unmittelbar aus der Differentialgleichung der elastischen Linie $\frac{d^2 \eta}{dx^2} = \frac{M}{EJ}$ hätte abgeleitet werden können. In dem vorstehenden Ausdrucke für η ist m_x durch Gl. 100, h_{ξ} durch die Gleichungen 63 bis 67^a und m_x durch die Ausdrücke

$$m_x = \frac{l-x}{l} \int_0^x xy \, dx + \frac{x}{l} \int_x^l y(l-x) \, dx \dots \dots \dots 102.$$

bzw. für eine parabolische Kette durch

$$m_x = \frac{fx}{3l^2} (x^3 - 2lx^2 + l^3) \dots \dots \dots 102^a.$$

bestimmt. Es läßt sich für die Ordinaten der elastischen Linie hiernach auch eine einfache graphische Konstruktion angeben. Dieselbe ist im Wesen übereinstimmend mit jener, welche in den Fig. 1^a bis 1^r auf Taf. I für den Bogen mit Kämpfergelenken durchgeführt wurde. Schreibt man nämlich den Ausdruck η in der Form $\eta = \frac{h_{\xi}}{EJ} \left(\frac{m_x}{h_{\xi}} - m_x \right) G$, so läßt sich derselbe als die Differenz der Ordinaten zweier

Seilpolygone ansehen, von denen das eine (I) mit der Horizontalkraftkurve übereinstimmt, während das andere (III) für die einfache Momentenfläche (Fig. 1^d) als Belastungsfläche konstruiert wurde. Letztere ist aus dem Kräftepolygon (Fig. 1^e) mit H_ξ als Poldistanz verzeichnet worden. Sind ζ_1 und ζ_3 die auf dem Längenmaßstab gemessenen Ordinaten der beiden Seilpolygone, ist ferner a die Breite der Streifen, in welche man die Belastungsflächen teilt, p die Poldistanz der Kräftepolygone Fig. 1^b u. 1^f, so hat man $\eta = \frac{ap}{EJ} (\zeta_3 - \zeta_1) H_\xi$ und der Maßstab, auf welchem die Durchbiegungsordinaten zu messen sind, bestimmt sich aus der $\frac{EJ}{H_\xi ap}$ fachen Einheit des Längenmaßstabes.

In dem Beispiele auf S. 20 ist $J = 0,0625 \text{ m}^4$, $a = 2,5 \text{ m}$, $p = 35 \text{ m}$, $H_\xi = \frac{11,45}{15,0} G = 0,764 G$, $E = 20\,000\,000 \text{ t pro qm}$; wird der Längenmaßstab $1 \text{ m} = 2 \text{ mm}$ gewählt, so wird der Maßstab für die verzeichneten Durchbiegungsordinaten $1 \text{ mm der Natur} = 37,4 \text{ mm der Zeichnung}$.

Mit Hilfe der für die Lasteinheit im Querschnitte C verzeichneten Durchbiegungen unterliegt es nunmehr auch keiner Schwierigkeit, für die Belastung durch ein beliebiges System von Einzellasten oder eine gleichmäßig verteilte Belastung die resultierende Durchbiegung im Querschnitte C anzugeben. Nach dem Satze von der Gegenseitigkeit der Verschiebungen ist nämlich die Durchbiegung in C für eine in M liegende Last gleich der Durchbiegung in M für eine gleich große in C liegende Last. Es sind daher, um die Gesamteinsenkung in C zu erhalten, die in den Lastvertikalen gelegenen Ordinaten des Durchbiegungspolygons, mit den betreffenden Lastgrößen multipliziert, zu summieren.

Obige Konstruktion, welche ein konstantes Trägheitsmoment des Versteifungsträgers voraussetzt, läßt sich auch auf ein variables Trägheitsmoment anwenden. Bezeichnet dann J_0 ein bestimmtes, J das Trägheitsmoment an einer beliebigen Stelle, so hat man die Ordinaten der Belastungsflächen, d. i. der Flächen zwischen Bogenachse und Sehne und der einfachen Momentenfläche in dem Verhältnis $\frac{J_0}{J}$ zu reduzieren und im übrigen die Konstruktion für diese reduzierten Flächen wie oben durchzuführen. In dem auf den Bogenträger sich beziehenden Beispiele auf Taf. I wurde auf die Verschiedenheit des Trägheitsmomentes Rücksicht genommen.

Bei dem durch ein Mittelgelenk unterbrochenen Versteifungsträger sind in Gl. 101, welche die Durchbiegungsordinaten bestimmt, $h_\xi = \frac{\xi}{2f}$ und $h_x = \frac{x}{2f}$ einzuführen, wobei ξ und $x < \frac{l}{2}$ vorausgesetzt werden. Man erhält, wenn überdies der erste Klammerausdruck, welcher den Einfluß der Achsialkräfte giebt, zur Abkürzung mit Σ bezeichnet wird:

$$\eta = \frac{G x \xi}{4 f^2 E F_0} \Sigma + \frac{G}{EJ} \left[m_x + \frac{x \xi}{4 f^2} \mu - \frac{1}{2f} (m_x \xi + m_\xi x) \right] \dots \dots \dots 103.$$

Die Größen m_x , μ , m_x und m_ξ haben die oben angegebenen Bedeutungen. Für $x > \frac{l}{2}$ wird

$$\eta = \frac{G (l-x) \xi}{4 f^2 E F_0} \Sigma + \frac{G}{EJ} \left[m_x + \frac{(l-x) \xi}{4 f^2} \mu - \frac{1}{2f} [m_x \xi + m_\xi (l-x)] \right] \dots \dots 103^a.$$

Durch Einsetzung der für eine parabolische Kette geltenden Werte von m_x , μ und m_ξ ergeben sich die nachstehenden Ausdrücke

für $x < \xi < \frac{l}{2}$:

$$\eta = \frac{G x \xi \Sigma}{4 f^2 E F_0} + \frac{G x}{30 E J l^2} [4 l^3 \xi - 15 \xi^2 l^2 + 15 \xi l (x^2 + \xi^2) - 5 \xi (x^3 + \xi^3) - 5 x^2 l^2] \dots 104.$$

für $x > \xi < \frac{l}{2}$:

$$\eta = \frac{Gx\xi\Sigma}{4f^2EF_0} + \frac{G\xi}{30EJl^2} [4l^3x - 15x^2l^2 + 15xl(x^2 + \xi^2) - 5x(x^3 + \xi^3) - 5\xi^2l^2] \quad 105.$$

für $x > \frac{l}{2} > \xi$:

$$\eta = \frac{G\xi(l-x)\Sigma}{4f^2EF_0} + \frac{G\xi(l-x)}{30EJl^2} [5\xi^2(l-\xi) + 5x(l-x)^2 - l^3] \quad 106.$$

Man kann auch hier wieder die graphische Konstruktion zur Bestimmung der Durchbiegungsordinaten anwenden. Gl. 103 läßt sich nämlich auch schreiben :

$$\eta = \frac{G}{EJ} (m_x - h_\xi m_x) + \delta \frac{2x}{l} \quad 107.$$

wenn

$$\delta = \frac{G\xi l \Sigma}{8f^2EF_0} + \frac{Gl}{4EJf} \left(\frac{\xi}{2f} \mu - m_\xi \right) \quad 108.$$

gesetzt wird.

Die Klammergröße in dem Ausdrucke 107 kann nun wieder, wie oben, durch die Differenz der beiden Seilpolygone I und III (Fig. 1^a—1^t, Taf. I) dargestellt werden, wobei aber die einfache Momentfläche (Fig. 1^d) aus dem Kräftepolygon (Fig. 1^e) unter Zugrundelegung der Poldistanz $H_\xi = G \frac{\xi}{2f}$ zu verzeichnen ist. Um die Durchbiegungen zu erhalten, sind die Vertikalabstände der beiden Seilpolygone dann noch um die Ordinaten einer Dreiecksfläche zu vergrößern, deren größte Höhe in der Brückenmitte $\delta \frac{EJ}{H_\xi ap}$ beträgt. Bezüglich des Einflusses eines Lastensystems oder einer stetigen Belastung gilt das oben Gesagte.

b. Durchbiegungen infolge Temperaturänderung oder Verschiebung der Kettenauf-lager. Gl. 101^a, welche die Durchbiegungsordinate im Abstände x vom Trägerende bestimmt, gilt auch für den Fall, daß die Formänderungen nicht durch eine Belastung, sondern durch Temperatureinflüsse oder Verschiebung der Kettensättel hervorgerufen werden. Es ist in diesem Falle $m_x = 0$ und Gh_ξ gleich der infolge dieser Einflüsse auftretenden Horizontalkraft H_t zu setzen. Es wird sonach

$$\eta = - \frac{1}{EJ} H_t m_x \quad 109.$$

Hierin ist H_t nach den Gleichungen 94 bis 96, bezw. wenn es sich um ein Nachgeben der Wurzelpunkte der Kette handelt, nach Gl. 97 einzuführen, während m_x durch die Ausdrücke 102 bezw. 102^a bestimmt ist. Da die Größe m_x der Horizontalkraft für eine im Punkte x liegende Einzellast proportional ist, so sind die Durchbiegungen des Versteifungsträgers auch durch die Ordinaten der Horizontalkraftkurve, d. i. durch das Seilpolygon I (Fig. 1^a, Taf. I) bestimmt, wobei (unter Beibehalt der obigen Bezeichnung) die Maßstabseinheit = der $\frac{EJ}{H_t ap}$ fachen Einheit des Längenmaßstabes zu wählen ist.

Bei dem durch ein Mittelgelenk unterbrochenen Versteifungsträger tritt infolge einer Längenänderung der Kette in dem Punkte x ($< \frac{l}{2}$) eine Senkung bezw. Hebung ein, welche sich aus $\eta = \Delta f \cdot \frac{2x}{l}$ berechnet, worin Δf durch die Formeln 32 bis 37 bestimmt ist.

§ 8. Genauere Theorie des durch einen geraden Balken versteiften Stab-polygons. Die in den vorstehenden Paragraphen entwickelte Theorie, welche unter der Anwendung des Satzes über die Formänderungsarbeit abgeleitet wurde, giebt nur für solche

Systeme befriedigende Resultate, bei welchen blofs sehr kleine (elastische) Formänderungen auftreten. Bei den vorbehandelten Systemen hängt sonach die Zulässigkeit dieser angenäherten Berechnungsweise von dem Grade der Vollkommenheit ab, in welchem der Versteifungsträger seiner Aufgabe, die Schloffheit des Systems zu beheben, entspricht. Ist dieser Träger, wie es bei den älteren Ausführungen solcher halb versteiften Hängebrücken der Fall ist, schwach dimensioniert, d. h. besitzt er nur ein kleines Trägheitsmoment, so dürfen auch die statischen Formänderungen des Stabpolygons nicht mehr unberücksichtigt gelassen werden, und es ist dann eine strengere Berechnungsweise anzuwenden.

Es bezeichne H_g den Horizontalzug in der Kette bei ihrer normalen Gleichgewichtslage, für welche eine parabelförmige Grundform angenommen werden möge. Man kann dann H_g als die Wirkung der konstanten Belastung durch das Eigengewicht der Konstruktion ansehen. Die Hängestangenkräfte bei dieser Belastung seien s_0 (pro Längeneinheit), das Eigengewicht der Kette k , dann folgt nach (Gl. 44) für die Differentialgleichung der Seilkurve

$$H_g \frac{d^2 y}{dx^2} = - (s_0 + k) \dots \dots \dots \alpha.$$

Infolge einer auf den Träger aufgebrachten Belastung q (pro Längeneinheit) ändere sich die Hängestangenkraft in s_1 , der Horizontalzug in $(H_g + H)$, die Ordinate der Seilkurve in $y + \eta$ und es besteht zwischen diesen Gröfsen wieder die Beziehung

$$- (H_g + H) \frac{d^2 (y + \eta)}{dx^2} = s_1 + k \dots \dots \dots \beta.$$

Durch das Hinzutreten der Belastung q wird aber auch eine Durchbiegung des Versteifungsträgers hervorgerufen. Sieht man von einer Längenänderung der Hängestangen ab, so kann diese Zunahme der Durchbiegung des Trägers der Senkung η der Kette in den lotrecht übereinander gelegenen Punkten gleichgesetzt werden, sodafs η die Ordinate der elastischen Linie des Balkens ist, für welche die Differentialgleichung besteht

$$EJ \frac{d^4 \eta}{dx^4} = q - (s_1 - s_0) \dots \dots \dots \gamma.$$

Die Addition von α, β, γ ergibt

$$EJ \frac{d^4 \eta}{dx^4} - (H_g + H) \frac{d^2 \eta}{dx^2} - H \frac{d^2 y}{dx^2} = q.$$

Setzt man zur Abkürzung

$$\frac{H + H_g}{EJ} = c^2, \dots \dots \dots 110.$$

so liefert die Integration obiger Differentialgleichung unter der Annahme, dafs innerhalb der Integrationsgrenzen J und q konstant sind,

$$\frac{d^2 \eta}{dx^2} = A e^{cx} + B e^{-cx} - \frac{H}{H + H_g} \left(\frac{q}{H} + \frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{1}{c^2} \frac{d^4 y}{dx^4} + \dots \right)$$

oder da mit Rücksicht auf die parabolische Grundform der Kette $\frac{d^2 y}{dx^2} = - \frac{8f}{l^2}$ und $\frac{d^4 y}{dx^4} = 0$ ist,

$$\frac{d^2 \eta}{dx^2} = A e^{cx} + B e^{-cx} - \frac{H}{H + H_g} \left(\frac{q}{H} - \frac{8f}{l^2} \right) \dots \dots \dots \delta.$$

Den auf den Balken einwirkenden Kräften $q - (s_1 - s_0)$ entspricht ein Moment $M = \mathfrak{M} - (H + H_g)(y + \eta) + H_g y$, d. i.

$$M = \mathfrak{M} - (H + H_g) \eta - H y, \dots \dots \dots 111.$$

wenn \mathfrak{M} das Moment der Belastung q für den auf zwei Stützen liegenden Träger bezeichnet. Es ist sonach

$$\frac{d^2 \eta}{dx^2} = - \frac{M}{EJ} = + c^2 \eta - \frac{c^2}{H + H_g} (\mathfrak{M} - Hy) \dots \dots \dots \epsilon.$$

Die Gleichsetzung von δ . und ϵ . und die Substitution von $y = \frac{4f}{l^2} x(l-x)$ ergibt, wenn schliesslich anstatt A und B die Konstanten $C_1 = \frac{AEJ}{H}$ und $C_2 = \frac{BEJ}{H}$ eingeführt werden,

$$\eta = \frac{H}{H + H_g} \left(C_1 e^{cx} + C_2 e^{-cx} + \frac{8f}{c^2 l^2} - \frac{4f}{l^2} x(l-x) + \frac{\mathfrak{M}}{H} - \frac{q}{Hc^2} \right) \dots 112.$$

Die Konstanten C_1 und C_2 der vorstehenden Gleichung bestimmen sich durch die Bedingung, dass für $x = 0$ und $x = l$ $\eta = 0$ sein muss. Reicht die zufällige Last q nur über einen Teil der Spannweite, so sind in der Gleichung der elastischen Linie für die belastete und unbelastete Strecke verschiedene Werte der Konstanten einzuführen. Die nötigen Bestimmungsgleichungen folgen aus der Bedingung, dass für die Grenzpunkte sich aus den beiden aneinanderstossenden Strecken dieselben Werte von η und $\frac{d\eta}{dx}$ ergeben müssen.

Die Substitution von η in Gl. 111 giebt für das Moment den Ausdruck

$$M = -H \left[C_1 e^{cx} + C_2 e^{-cx} + \frac{1}{c^2} \left(\frac{8f}{l^2} - \frac{q}{H} \right) \right] \dots \dots \dots 111^a.$$

Aus der Gl. 111 erkennt man, dass das Moment M , welches durch die zufällige Last q hervorgerufen wird, nicht mehr dieser Last proportional ist, sondern in seiner Grösse auch durch die Horizontalkraft H_g beeinflusst wird, welche vor Aufbringung der Last q bereits in der Konstruktion vorhanden war. Gegenüber der Näherungstheorie giebt $-(H + H_g)\eta$ den Einfluss der Formänderung und der Anfangsspannung H_g der Kette. Derselbe wirkt beim versteiften Hängewerk in günstigem Sinne, da für den Belastungsfall, bei welchem das grösste positive Moment entsteht, η positiv, also das Moment verringert wird und ein gleiches auch hinsichtlich des numerischen Wertes des negativen Momentes gilt. Beim Bogensprengwerk findet jedoch das Umgekehrte statt, hier wirkt die Durchbiegung des Trägers auf das Moment vergrößernd. Das Verhältnis des Fehlergliedes $-(H + H_g)\eta$ zum angenäherten Werte des Momentes $\mathfrak{M} - Hy$ kann natürlich unter Umständen auch bei einem steifen Träger sehr gross werden, nämlich für solche Querschnitte, für welche $\mathfrak{M} - Hy$ sehr klein oder Null wird. Dagegen ergibt sich für jene Belastungsfälle, welche den grössten Momenten entsprechen, nur dann ein berücksichtigungswerter Einfluss dieser Formänderung, wenn der Koeffizient c in vorstehenden Formeln eine gewisse Grösse erhält, was bei einem kleinen Trägheitsmomente J der Fall ist.

Nach Gl. 111^a sind nun die auf den Versteifungsträger bei einer bestimmten Belastung entfallenden Momente in ihrer genauen Grösse zu berechnen, wenn der Horizontalschub H bekannt ist. Nachdem die Formänderungen der Kette im allgemeinen doch nur sehr gering sein werden, so wird, wie sich vorweg behaupten lässt, dieser Horizontalschub nur sehr wenig von jenem Werte verschieden sein, der sich nach den früheren Näherungsformeln (§ 5) ergibt. Man kann sich daher zumeist damit begnügen, die Momente mit diesem angenäherten Werte des Horizontalzuges nach Formel 111^a zu berechnen.

Will man jedoch H genauer bestimmen, so verhilft hierzu die Beziehung, dass für kleine Formänderungen die Arbeit der Kräfte $s_1 + k$, welche an der Kette angreifen, gleich der Formänderungsarbeit der inneren Kettenspannungen sein muss, dass mithin unter Beibehaltung der früher gewählten Bezeichnungen

$$\int_0^l (s_1 + k) \cdot \eta \, dx = \frac{(H + H_g) H}{E F_0} \left(\Sigma \frac{\lambda^2}{a} + 2 l_1 \sec^2 \alpha_1 \right)$$

ist. Setzt man nach Gl. β . mit großer Annäherung

$$s_1 + k = - (H + H_g) \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{8f}{l^2} (H + H_g)$$

und ferner zur Abkürzung $\Sigma \frac{\lambda^2}{a} + 2 l_1 \sec^2 \alpha_1 = L$, wobei für eine parabolische Kette

$$L = l \left(1 + \frac{16}{3} \frac{f^2}{l^2} \right) + 2 l_1 \sec^2 \alpha_1$$

ist, so folgt mit der Substitution von η aus Gl. 112

$$\int_0^l \left[C_1 e^{cx} + C_2 e^{-cx} + \frac{1}{H} \left(\mathfrak{M} - \frac{q}{c^2} \right) + \frac{8f}{l^2 c^2} - \frac{4fx(l-x)}{l^2} \right] dx = c^2 \frac{J}{F_0} \frac{l^2 L}{8f},$$

woraus sich die Horizontalkraft H berechnet:

$$H = \frac{\int_0^l \left(\mathfrak{M} - \frac{q}{c^2} \right) dx}{-\int_0^l (C_1 e^{cx} + C_2 e^{-cx}) dx + \frac{2}{3} fl - \frac{8f}{lc^2} + c^2 \frac{J}{F_0} \frac{l^2 L}{8f}} \dots \dots \dots 113.$$

Um diese Formel anwenden zu können, ist es notwendig, zuerst den Näherungs-

wert von H nach der früheren Methode, nämlich aus $H = \frac{\int_0^l \mathfrak{M} y \, dx}{\int_0^l y^2 \, dx + \frac{JL}{F_0}}$ zu ermitteln

und mit diesem Werte die in obiger Formel erscheinenden Größen c , C_1 und C_2 zu berechnen.

Die Gleichungen 111^a und 113 gelten für einen beliebigen Belastungszustand. Nachstehend mögen sie zunächst auf den Fall angewendet werden, daß die Belastung nur aus einer, in den Abständen ξ und $l - \xi = \xi'$ von den Stützen liegenden Einzel- last besteht. Hierfür bestimmen sich die Konstanten mit folgenden Werten:

Für die Strecke von o bis ξ :

$$C_1 = \frac{1}{e^{c\xi} - e^{-c\xi}} \left\{ \frac{P}{2cH} (e^{-c\xi'} - e^{c\xi'}) - \frac{8f}{c^2 l^2} (1 - e^{-c\xi}) \right\}$$

$$C_2 = \frac{1}{e^{c\xi} - e^{-c\xi}} \left\{ \frac{P}{2cH} (e^{c\xi} - e^{-c\xi}) + \frac{8f}{c^2 l^2} (1 - e^{c\xi}) \right\}$$

Für die Strecke von ξ bis l :

$$C_3 = \frac{1}{e^{c\xi} - e^{-c\xi}} \left\{ \frac{P}{2cH} (e^{-c\xi} - e^{c\xi}) - \frac{8f}{c^2 l^2} (1 - e^{-c\xi}) \right\}$$

$$C_4 = \frac{1}{e^{c\xi} - e^{-c\xi}} \left\{ \frac{P}{2cH} (e^{c\xi} - e^{-c\xi}) + \frac{8f}{c^2 l^2} (1 - e^{c\xi}) \right\}$$

Hiermit ergibt sich

$$H = \frac{P \xi \xi'}{c^2 \left[K - \frac{8f}{l} \right] + \frac{2}{3} fl + c^2 \frac{J}{F_0} \frac{l^2 L}{8f}}, \dots \dots \dots 114.$$

wenn zur Abkürzung gesetzt wird

$$K = \frac{2}{e^{c\xi} - e^{-c\xi}} \left\{ \frac{P}{2H} [e^{c\xi} - e^{-c\xi} - (e^{c\xi} - e^{-c\xi}) - (e^{c\xi'} - e^{-c\xi'})] + \frac{8f}{c l^2} (e^{c\xi} + e^{-c\xi} - 2) \right\} 114^a.$$

Die auf den Versteifungsträger entfallenden Momente sind alsdann nach Gl. 111^a zu berechnen.

Wie bereits oben hervorgehoben wurde, besteht nach dieser schärferen Theorie keine Proportionalität mehr zwischen den Belastungskräften und den inneren Spannungen.

Die Methode der Einfluslinien ist daher nicht anwendbar; vielmehr müssen die Horizontalkraft und die Momente und Transversalkräfte, welche die inneren Spannungen bedingen, für jeden Belastungsfall besonders gerechnet werden.

Es mögen nachstehend noch die Formeln für jenen Fall angegeben werden, wo die Belastung aus einer die ganze Spannweite bedeckenden gleichmäßigen Belastung p pro Längeneinheit und aus einer vom linken Trägerende bis zum Punkte ξ reichenden Belastung q pro Längeneinheit besteht. Man erhält

für die Strecke von o bis ξ :

$$C_1 = \frac{\frac{q}{2H} (e^{c\xi} + e^{-c\xi} - 2) + \left(\frac{p+q}{H} - \frac{8f}{l^2}\right) (1 - e^{-c1})}{c^2 (e^{c1} - e^{-c1})}$$

$$C_2 = -C_1 + \frac{1}{c^2} \left(\frac{p+q}{H} - \frac{8f}{l^2}\right),$$

für die Strecke von ξ bis l :

$$C_3 = \frac{\frac{q}{2H} (e^{c\xi} + e^{-c\xi} - 2) + \left(\frac{p}{H} - \frac{8f}{l^2}\right) (1 - e^{-c1})}{c^2 (e^{c1} - e^{-c1})}$$

$$C_4 = -C_3 + \frac{1}{c^2} \left(\frac{p}{H} - \frac{8f}{l^2}\right),$$

und es ergibt die Substitution in Gl. 113:

$$H = \frac{\frac{1}{12} [p l^3 + q \xi^2 (3l - 2\xi)] - \frac{1}{c^2} (p l + q \xi)}{\frac{1}{c} (C_1 + C_3 - C_2 - C_4) - \frac{8f}{c^2 l} + \frac{2}{3} f l + c^2 \frac{J}{F_0} \frac{l^2 L}{8f}} \dots \dots \dots 115.$$

Es ist hier H der von der Last $p + q$ hervorgebrachte Horizontalzug, wenn nach dem obigen $c = \frac{H + H_x}{EJ}$ und H_x die Horizontalkraft in der Kette bezeichnet, welche dem Gleichgewichtszustande der Kette bei dem Wegfall der Belastung p und q entspricht. Zur Berechnung der Gröfse c wird zunächst wieder der nach der Näherungsmethode ermittelte Wert von H verhelfen.

C. Der vollwandige Bogen.

§ 9. Die Biegungsspannungen gekrümmter Stäbe. Wir denken uns einen stabförmigen Träger durch die Bewegung einer ebenen Figur entstanden, welche mit ihrem Schwerpunkte längs einer festen Kurve von einfacher Krümmung gleitet, während ihre Ebene auf der Leitkurve fortwährend senkrecht bleibt. Die sich bewegende Figur heifst der Querschnitt des Trägers, die Leitkurve seine Achse.

Es wird vorausgesetzt, die Angriffslinien der auf den Träger einwirkenden äußeren Kräfte (Belastungskräfte und Widerstände der Stützen) seien in einer Ebene — der Kräfteebene — enthalten, welche mit der Ebene der Stabachse zusammenfällt und eine Hauptträgheitsachse jedes Querschnittes enthält.

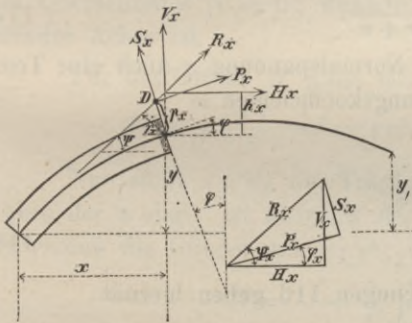
Kennt man die äußeren Kräfte, so sind auch die Mittelkräfte der in beliebig gedachten Schnitten wirkenden inneren Kräfte bekannt, da diese im Gleichgewichte sein müssen mit allen äußeren Kräften, welche zwischen dem gedachten Schnitte und einem Ende des Trägers angreifen. Geht diese Mittelkraft in jedem Schnitte durch den Schwerpunkt des Querschnittes, ist sonach die Belastung so verteilt, daß das Seilpolygon derselben mit der Bogenachse zusammenfällt, so wird der Träger bei gleichmäßiger Verteilung der Spannungen über den Querschnitt nur auf reine Normalfestigkeit (Zug- oder

Druckfestigkeit) beansprucht. Für jede andere Belastung, für welche die Mittelkraftslinie von der Bogenachse abweicht, wird der Träger Biegungsspannungen aufzunehmen haben.

Infolge der Belastung ändert die Stabachse ihre Form und geht in eine andere krumme Linie — die elastische Linie — über. Genau genommen müßten daher die in den folgenden Betrachtungen benutzten Größen auf den nach der Formänderung eintretenden Zustand bezogen werden (man vergleiche hierzu § 23). Es wird indessen — und dies erscheint für die im Auge behaltenen Fälle der praktischen Anwendung stets zulässig — vorausgesetzt, die Formänderung sei eine so geringe, daß die unter Benutzung der ursprünglichen Koordinaten der Stabachse aufgestellten Beziehungen auch noch nachher gültig sind.

Wir legen den Koordinaten-Anfang in den linken Endpunkt der Bogenachse und zählen die Abscissen nach rechts, die Ordinaten nach oben positiv. Der Winkel der

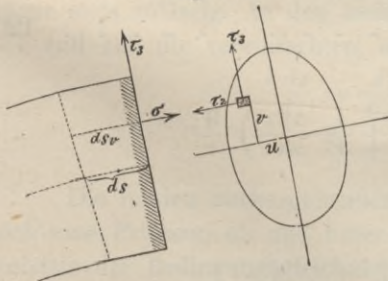
Fig. 29.



Tangente an die Stabachse im Punkte xy gegen die Horizontale, bzw. der Winkel der Querschnittsnormalen gegen die Vertikale, sei φ . Dann ist für eine nach oben konvexe Krümmung für ein positives dx die Winkeländerung $d\varphi$ negativ einzuführen. Es bezeichne ferner R_x die Mittelkraft der äußeren Kräfte, welche das durch einen im Punkte xy der Achse gedachten Schnitt abgetrennte Bogenstück beeinflussen. Deren Seitenkräfte parallel zu den Koordinatenachsen seien H_x und V_x , parallel zur Richtung der Tangente

und Normale an die Achse im Punkte xy : P_x und S_x (Fig. 29). M_x bezeichne das Moment der äußeren Kräfte in Bezug auf eine im Punkte xy zur Kräfteebene senkrechte Gerade, positiv gezählt, wenn das entsprechende Kräftepaar eine Drehung im Bewegungsinne der Uhrzeiger anstrebt. Die äußeren Kräfte können hiernach ersetzt werden durch eine durch den Schwerpunkt des betreffenden Querschnittes gehende Einzelkraft R_x , bzw. deren Seitenkräfte H_x , V_x oder P_x , S_x und ein Kräftepaar vom Momente M_x . Mit diesen äußeren Kräften sind die im Querschnitte bei x wirkenden inneren Spannungen im Gleichgewichte.

Fig. 30.



Bezeichnen daher σ , τ_2 und τ_3 die Normal- und Schubspannungen eines Elementes $df = du \cdot dv$ der Schnittfläche (Fig. 30), so bestehen die Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} P_x + \int \sigma df &= 0 \\ S_x + \int \tau_3 df &= 0 \\ \int \tau_2 df &= 0 \\ M_x + \int \sigma v df &= 0 \\ \int \sigma u df &= 0 \\ \int \tau_3 u df - \int \tau_2 v df &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots 116.$$

a. Bestimmung der Normalspannung σ . Es wird vorausgesetzt, die Achse bleibe bei der Formänderung eine ebene Kurve und die Biegung erfolge in der Kräfteebene. Der Krümmungsradius der Stabachse im Punkte xy sei r (positiv, wenn die Kurve nach oben konvex ist). Bezeichnet ds , die Länge einer Faser zwischen zwei unendlich nahen Querschnitten vor der Formänderung, Δds , die Längenänderung derselben,

so ist die Länge derselben nach der Formänderung $ds_v + \Delta ds_v$. Man macht nun hier die gleiche Annahme, wie bei der Biegungstheorie gerader Stäbe, dafs nämlich die materiellen Querschnitte auch nach der Biegung eben und auf der neuen Achse senkrecht bleiben. Unter dieser Voraussetzung ist, wenn $-d\varphi$ den Winkel zwischen den beiden unendlich nahen Querschnitten bezeichnet und dieser nach der Formänderung in $-(d\varphi + \Delta d\varphi)$ übergeht ($d\varphi$ und $\Delta d\varphi$ negativ genommen, wenn die Kurve nach oben konvex ist und durch die Formänderung diese Krümmung vergrößert wird)

$$ds_v = ds - v d\varphi \quad \text{und} \quad ds_v + \Delta ds_v = ds + \Delta ds - v (d\varphi + \Delta d\varphi).$$

Die Subtraktion der beiden Gleichungen giebt

$$\Delta ds_v = \Delta ds - v \cdot \Delta d\varphi,$$

die relative Längenänderung der Faser wird sonach

$$\frac{\Delta ds_v}{ds_v} = \frac{\Delta ds - v \cdot \Delta d\varphi}{ds - v d\varphi}$$

oder, da $ds = -r d\varphi$ ist,

$$\frac{\Delta ds_v}{ds_v} = \left(\frac{\Delta ds}{ds} - v \frac{\Delta d\varphi}{ds} \right) \frac{r}{r+v} \dots \dots \dots 117.$$

Hat an der Längenänderung Δds_v , nebst der Normalspannung σ auch eine Temperaturänderung t Anteil, so wird bei dem Ausdehnungskoeffizienten ω

$$\frac{\Delta ds_v}{ds_v} = \frac{\sigma}{E} + \omega t.$$

Hieraus folgt mit Gl. 117 die Normalspannung

$$\sigma = E \left(\frac{\Delta ds}{ds} - v \frac{\Delta d\varphi}{ds} \right) \frac{r}{r+v} - E \omega t. \dots \dots \dots 118.$$

Die erste und vierte der Gleichgewichtsbedingungen 116 geben hiermit

$$\left. \begin{aligned} P_x &= -E \frac{\Delta ds}{ds} \int \frac{r df}{r+v} + E \frac{\Delta d\varphi}{ds} \int \frac{rv}{r+v} df + E \omega t \cdot F \\ M_x &= -E \frac{\Delta ds}{ds} \int \frac{rv}{r+v} df + E \frac{\Delta d\varphi}{ds} \int \frac{rv^2}{r+v} df + E \omega t \int v df \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 119.$$

Beachtet man, dafs $\int df = F$ und dafs

$$\int \frac{r df}{r+v} = \int df - \int \frac{v df}{r+v} = F - \frac{1}{r} \int v df + \frac{1}{r} \int \frac{v^2 df}{r+v} = F + \frac{1}{r^2} \int \frac{rv^2}{r+v} df$$

$$\int \frac{rv}{r+v} df = \int v df - \int \frac{v^2 df}{r+v} = -\frac{1}{r} \int \frac{rv^2}{r+v} df$$

ist, und setzt man zur Abkürzung

$$\int \frac{rv^2}{r+v} df = W, \dots \dots \dots 120.$$

so gehen die Gleichungen 119 über in

$$\frac{P_x}{E} = \left(-\frac{\Delta ds}{ds} + \omega t \right) F - \left(\frac{\Delta d\varphi}{ds} + \frac{1}{r} \frac{\Delta ds}{ds} \right) \frac{W}{r}$$

$$\frac{M_x}{E} = \left(\frac{\Delta d\varphi}{ds} + \frac{1}{r} \frac{\Delta ds}{ds} \right) W.$$

Man findet hieraus

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\Delta ds}{ds} &= \frac{P_x}{EF} + \frac{M_x}{EFr} - \omega t \\ \frac{\Delta d\varphi}{ds} &= \frac{P_x}{EFr} + \frac{M_x}{EFr^2} - \frac{\omega t}{r} + \frac{M_x}{EW} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 121.$$

Dies in Gl. 118 eingesetzt, giebt die Normalspannung

$$-\sigma = \frac{P_x}{F} + \frac{M_x}{Fr} + \frac{M_x rv}{W \cdot (r+v)} \dots \dots \dots 122.$$

Diese Gleichung zeigt, daß σ nicht linear in Bezug auf v ist, vielmehr durch die Ordinaten einer gleichseitigen Hyperbel dargestellt wird, deren zur Tangente parallele Asymptote durch den Krümmungsmittelpunkt geht, während die zur v -Achse parallele im Abstand

$$-\sigma = + \frac{P_x}{F} + \frac{M_x}{F r} + \frac{M_x \cdot r}{W}$$

liegt. Die Spannung σ wird zu Null für

$$v = - \frac{\frac{P_x r}{F} + \frac{M_x}{F}}{\frac{P_x}{F} + \frac{M_x}{F r} + \frac{M_x r}{W}},$$

und wenn $P_x = 0$, für

$$v = - \frac{r \cdot W}{W + F r^2}.$$

Die neutrale Achse geht hiernach für $P_x = 0$ nur dann durch den Schwerpunkt des Querschnittes ($v = 0$), wenn $r = \infty$ oder der Körper ein solcher mit ursprünglich gerader Achse ist.

Für die Größe W kann mit Reihenentwicklung gesetzt werden:

$$W = \int \frac{v^2 r}{r+v} df = \int v^2 df - \frac{1}{r} \int v^3 \left(1 - \frac{v}{r} + \frac{v^2}{r^2} - \dots \right) df.$$

Nun stellt $\int v^2 df$ das Trägheitsmoment J des Querschnittes in Beziehung auf die Achse der u dar. Ist überdies der Querschnitt zu dieser Achse symmetrisch, so verschwinden die Glieder mit $v^3, v^5 \dots$ und man hat

$$W = J + \frac{1}{r^2} \int v^4 \left(1 - \frac{v^2}{r^2} + \frac{v^4}{r^4} - \dots \right) df.$$

Ist der Krümmungsradius r im Verhältnis zur Höhe des Querschnittes groß, so können in dem Ausdrucke für W alle Glieder bis auf J vernachlässigt werden und es ist in diesem Falle in den oben entwickelten Formeln für W das Trägheitsmoment J des Querschnittes zu setzen.

Für einen rechteckigen Querschnitt von der Breite b und der Höhe h wird beispielsweise

bei einem Verhältnisse von $\frac{h}{r} =$	0,05	0,10	0,20
$\frac{W}{J} =$	1,000 187	1,000 749	1,002 979.

Diese Näherung erscheint in der Anwendung der Formeln auf eiserne Bogen-träger stets zulässig. In den meisten Fällen genügen dann auch an Stelle der Formeln 121 und 122 die vereinfachten, auch für gerade Stäbe gültigen Gleichungen

$$-\frac{\Delta ds}{d} = \frac{P_x}{E F} - \omega t, \quad \frac{\Delta d\varphi}{ds} = \frac{M_x}{E J} \dots \dots \dots 121^a.$$

$$-\sigma = \frac{P_x}{F} + \frac{M_x v}{J} \dots \dots \dots 122^a.$$

Die in den vorhergehenden Entwicklungen benutzten Voraussetzungen erfordern noch eine Prüfung, ob und unter welchen Umständen die, gleichfalls von σ abhängige, vorletzte der Bedingungsgleichungen 116 erfüllt wird. Führt man den Wert 118 ein, so folgt mit einer geringen Vernachlässigung

$$E \left(\frac{\Delta ds}{ds} - \omega t \right) \int u df - E \frac{\Delta d\varphi}{ds} \int \frac{r u v}{r+v} df = 0 \quad \text{oder,}$$

weil $\int u df = 0$,

$$\int \frac{u v df}{r+v} = 0.$$

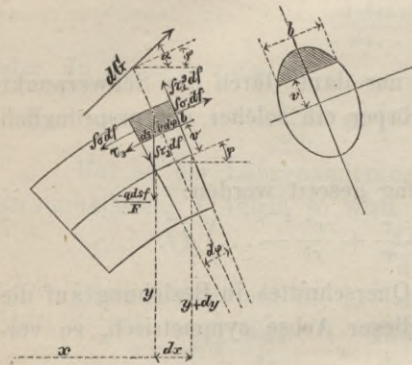
Dieser Gleichung wird unter anderem genügt, wenn der Querschnitt zur Kraftebene symmetrisch gestaltet ist; sie geht, wenn r sehr groß ist gegen v , über in

$$\int uvdf = 0,$$

wonach eine Hauptachse in die Kraftebene fallen muß.

b. Bestimmung der Schubspannung τ_3 . In der Regel werden die Schubspannungen vernachlässigt, doch ist deren Kenntnis in einigen Fällen von Bedeutung und soll darum der Wert von τ_3 entwickelt werden, indessen unter der beschränkenden Voraussetzung, daß der Krümmungshalbmesser genügend groß gegen die Höhe des Querschnittes sei, um bei Ermittlung der Normalspannung Gl. 122^a benutzen zu können.

Fig. 31.



Trennt man (Fig. 31) von dem bei xy gelegenen und durch den Nachbarquerschnitt begrenzten Körperstück einen oberen Teil durch einen auf der Kraftebene senkrechten, zur Tangente parallelen Schnitt ab, so wirken auf denselben die in Fig. 31 eingetragenen Spannungen und Kräfte. Es bezeichnet darin dG die auf das Trägerelement wirkende Belastung, qds dessen Eigengewicht. Dabei ist vorausgesetzt, die Schubspannungen τ_3 haben in demselben Punkte den gleichen Wert für zwei aufeinander senkrechte Flächenelemente und dieselbe sei konstant für die ganze der Tangente parallele Trennungsfläche. Unterscheidet man die

Spannungen im Nachbarquerschnitt durch Zufügen eines Index und setzt eine nur geringe Querschnittsänderung voraus, so ist

$$\int \sigma df = -\frac{P_x \cdot f}{F} - \frac{M_x \cdot \Sigma}{J}$$

$$\int \sigma_1 df = -\frac{(P_x + dP_x) f}{F} - \frac{(M_x + dM_x) \Sigma}{J}.$$

Hierin bedeutet f den Inhalt des über der Schnittlinie gelegenen Querschnittsteiles, Σ das statische Moment desselben bezüglich der U -Achse. Nun ist (man vergleiche Fig. 29)

$$P_x = H_x \cos \varphi + V_x \sin \varphi, \quad \dots \dots \dots 123.$$

daher

$$\frac{dP_x}{ds} = (-H_x \sin \varphi + V_x \cos \varphi) \frac{d\varphi}{ds} + \frac{dV_x}{ds} \sin \varphi + \frac{dH_x}{ds} \cos \varphi$$

und, weil

$$S_x = -H_x \sin \varphi + V_x \cos \varphi \quad \dots \dots \dots 124.$$

ferner

$$dV_x = dG \sin \alpha - qds; \quad dH_x = dG \cos \alpha \quad \text{und} \quad \frac{d\varphi}{ds} = -\frac{1}{r},$$

so folgt

$$\frac{dP_x}{ds} = -\frac{S_x}{r} + \frac{dG}{ds} \cos(\alpha - \varphi) - q \sin \varphi = -\frac{S_x}{r} + q_n, \quad \dots \dots 125.$$

wenn q_n die für die Längeneinheit der Achse im Punkte xy nach der Richtung der Normalen auf das Körperstück wirkende Seitenkraft der äußeren Kräfte bezeichnet. Ebenso erhält man für

$$dM_x = -H_x ds \sin \varphi + V_x ds \cos \varphi + dG \cdot m \cos(\alpha - \varphi)$$

$$\frac{dM_x}{ds} = S_x + m \frac{dG}{ds} \cos(\alpha - \varphi) \quad \dots \dots \dots 126.$$

wenn m der im Radius gelegene Hebelarm der Kraft dG in Beziehung auf die Bogenachse im Punkte xy ist.

Es liefert nunmehr die Bedingung, daß die Summe der zur Tangente parallelen Seitenkräfte gleich Null sein muß, die zur Bestimmung von τ_3 geeignete Gleichung

$$-\tau_3 b (ds - v d\varphi) - d\varphi \int \tau_3' df + \int \sigma' df - \int \sigma df + dG \cos(\alpha - \varphi) - q ds \cdot \frac{f}{F} \sin \varphi = 0.$$

Setzt man $ds - v d\varphi = -d\varphi (r + v)$ oder entsprechend den obigen Voraussetzungen mit genügender Annäherung $= -d\varphi \cdot r = ds$, so folgt nach Einführung der Werte für $\int \sigma_1 df - \int \sigma df$, sowie der Gleichungen 125 und 126, wenn noch $\int \tau_3' df = \int \tau_3 df$ gesetzt wird:

$$\tau_3 b - \int \frac{\tau_3 df}{r} = S_x \left(\frac{f}{F'r} - \frac{\Sigma}{J} \right) + \frac{dG}{ds} \cos(\alpha - \varphi) \left(1 - \frac{f}{F'} - \frac{m\Sigma}{J} \right) \dots 127.$$

Für den vollen Querschnitt, d. i. für den unteren Rand desselben, ist nach der zweiten der Gl. 116: $\int \tau_3 df = -S_x$, $f = F$, $\Sigma = 0$, daher an dieser Stelle, wie es sein muß, $\tau_3 = 0$. Kann $-\frac{d\varphi}{ds} = \frac{1}{r} = \text{Null}$ gesetzt werden, so ist einfacher

$$\tau_3 b = -\frac{S_x \Sigma}{J} + \frac{dG}{ds} \cos(\alpha - \varphi) \left(1 - \frac{f}{F'} - \frac{m\Sigma}{J} \right) \dots 127^a.$$

Ist noch $\frac{dG}{ds} = 0$, oder $\cos(\alpha - \varphi) = 0$, so wird

$$\tau_3 = -\frac{S_x \cdot \Sigma}{bJ} \dots 127^b.$$

Hiernach können bei großem Krümmungshalbmesser angenähert die für den Balken mit ursprünglich gerader Achse geltenden Ausdrücke benutzt werden und folgt hieraus, daß flache Bogen auch bezüglich der weiteren Spannungsbestimmungen, der Ermittlung der Hauptspannungen u. s. w. angenähert ebenso behandelt werden dürfen.

Bei den in Wirklichkeit vorkommenden Bogenträgern wird überdies die Transversalkraft S_x gegen die Achsialkraft P_x stets so klein, daß die Schubspannungen ganz vernachlässigt werden können.

§ 10. Festigkeitsbedingungen, Stützlinie, Kern. Graphische Bestimmung der Normalspannungen. Vernachlässigt man nach dem eben Bemerkten die Schubspannungen, so fallen die Hauptspannungen mit den Normalspannungen zusammen. Diese erhalten nach Gl. 122 ihre größten Werte in den von der Achse am weitesten entfernten Querschnittselementen und ergeben sich für diese Abstände v_1 und $-v_2$:

$$\sigma_1 = -\frac{P_x}{F} - \frac{M_x}{F'r} - \frac{M_x r v_1}{W(r + v_1)}; \quad \sigma_2 = -\frac{P_x}{F} - \frac{M_x}{F'r} + \frac{M_x r v_2}{W(r - v_2)} \dots 128.$$

Keiner dieser Werte darf die zulässige Spannung überschreiten, bei deren Bestimmung für Schmiedeisen und Stahl auf Grund der neueren Anschauungen zu verfahren ist, sodaß es nicht genügt, für eine Stelle nur den absolut genommen größten Wert der Spannung zu ermitteln.

Ist r genügend groß gegen v , so wird

$$\sigma_1 = -\frac{P_x}{F} - \frac{M_x \cdot v_1}{J}; \quad \sigma_2 = -\frac{P_x}{F} + \frac{M_x v_2}{J} \dots 128^a.$$

oder, wenn $M_x = P_x \cdot p_x$ eingeführt wird,

$$\sigma_1 = -\frac{P_x}{F} \left(1 + \frac{F p_x v_1}{J} \right); \quad \sigma_2 = -\frac{P_x}{F} \left(1 - \frac{F p_x v_2}{J} \right) \dots 128^b.$$

Hiernach erscheint die Verteilung der Spannungen über dem Querschnitt insbesondere abhängig von dem Werte p_x , d. i. von dem Abstände desjenigen Punktes D (Fig. 29), in welchem der Querschnitt von der Richtungslinie der Mittelkraft R_x der

äußeren Kräfte getroffen wird, von der Achse. Es ist daher zweckmäfsig, die Lage dieser Punkte für sämtliche Querschnitte zu kennen und es erhält in jedem bestimmten Belastungsfalle diejenige Linie, welche den geometrischen Ort dieser Durchschnittspunkte bildet, die Bezeichnung Stützlinie.

Die im allgemeinen von der Stützlinie verschiedene, durch die aufeinanderfolgenden Mittelkräfte der äußeren Kräfte umhüllte Linie, d. i. das Seilpolygon oder die Seilcurve der Belastung, heifst Richtungslinie des Druckes oder auch kurz Drucklinie. Derart giebt die von einem Punkte der Stützlinie an die Drucklinie gezogene — dem betreffenden Strahl des zur Verzeichnung der Stützlinie benutzten Kräftepolygons parallele — Tangente die Richtung der entsprechenden Mittelkraft R_x . Der Name Stützlinie ist noch insofern bezeichnend, als der Körper sich schon dann in labilem Gleichgewichte befinden würde, wenn die Querschnitte in den der Stützlinie angehörigen Punkten einen den äußeren Kräften entsprechenden Widerstand zu leisten vermöchten. Im übrigen erhält die Stützlinie dadurch eine wichtige Bedeutung, dafs ihr Abstand von der Achse von grossem Einflufs auf Gröfse und Verteilung der Spannungen im Querschnitte ist.

Bezeichnet i den Trägheitshalbmesser des Querschnittes in der Kräfteebene, so ist $J = F i^2$ und nach Gl. 122^a:

$$\sigma = -\frac{P_x}{F} - \frac{M_x \cdot v}{J} = -\frac{P_x}{F} \left(1 + \frac{p_x \cdot v}{i^2} \right) \dots \dots \dots 129.$$

Nach Gl. 129 verteilen sich die Normalspannungen über den Querschnitt nach den Ordinaten einer geraden Linie und zwar folgt für

$$v = v_1 \qquad v = 0 \qquad v = -v_2$$

$$\sigma_1 = -\frac{P_x}{F} \left(1 + \frac{p_x \cdot v_1}{i^2} \right); \quad \sigma_0 = -\frac{P_x}{F}; \quad \sigma_2 = -\frac{P_x}{F} \left(1 - \frac{p_x \cdot v_2}{i^2} \right) \dots \dots 130.$$

Die Gleichungen 130 zeigen, dafs die Spannungen σ_1 und σ_2 und damit sämtliche Spannungen im Querschnitt einerlei Vorzeichen besitzen, so lange die Ungleichungen bestehen $1 + \frac{p_x \cdot v_1}{i^2} > 0$ und zugleich $1 - \frac{p_x \cdot v_2}{i^2} > 0$, oder $1 + \frac{p_x \cdot v_1}{i^2} < 0$ und zugleich $1 - \frac{p_x \cdot v_2}{i^2} < 0$. Die letzten sind nicht erfüllbar, dagegen die ersten, welche liefern:

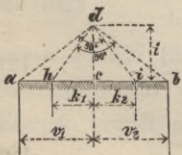
$$p_x > -\frac{i^2}{v_1} \quad \text{und zugleich} \quad < \frac{i^2}{v_2} \dots \dots \dots 131.$$

Hiernach giebt es für jeden Querschnitt zwei in der Kräfteebene gelegene Punkte in den Abständen k_1 und $-k_2$ von der Achse:

$$k_1 = \frac{i^2}{v_2}, \quad k_2 = \frac{i^2}{v_1}, \dots \dots \dots 132.$$

deren Lage nach Fig. 32 bestimmt werden kann, und welche den Querschnitt so teilen, dafs sämtliche Normalspannungen im Querschnitt einerlei Sinn haben, so lange der Schnitt der Mittelkraft R_x (Punkt der Stützlinie) zwischen ihnen liegt. Diese Punkte, der Lage nach nur von der Querschnittsform abhängig, heifsen die Kernpunkte, ihre stetige Folge bildet die beiden Kernlinien, während der von diesen eingeschlossene Teil der Kräfteebene die Kernfläche oder der Kern heifst.

Fig. 32.



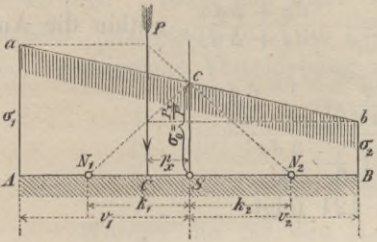
Sämtliche Normalspannungen eines Querschnittes haben hiernach dasselbe Vorzeichen oder denselben Sinn, so lange die Stützlinie in diesem Querschnitt innerhalb des Kernes gelegen ist.

Mit Einführung der Größen k_1 und k_2 in die Gleichungen 130 erhält man

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= -\frac{P_x}{F'} \left(\frac{k_2 + p_x}{k_2} \right) = -\frac{P_x (k_2 + p_x)}{J} \quad v_1 = -\frac{M_{k_2} v_1}{J} \\ \sigma_2 &= -\frac{P_x}{F'} \left(\frac{k_1 - p_x}{k_1} \right) = -\frac{P_x (k_1 - p_x)}{J} \quad v_2 = +\frac{M_{k_1} v_2}{J} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 133.$$

wenn M_{k_1} und M_{k_2} die Momente der äußeren Kräfte in Beziehung auf die beiden Kernpunkte des Querschnittes bezeichnen.

Fig. 33.



Diese Gleichungen, bezw. die Formen

$$\sigma_1 = -\frac{P_x}{F'} \left(1 + \frac{p_x}{k_2} \right) \quad \text{und} \quad \sigma_2 = -\frac{P_x}{F'} \left(1 - \frac{p_x}{k_1} \right)$$

erklären das in Fig. 33 zur Ermittlung der Normalspannungen angegebene Verfahren. N_1, N_2 sind die in der Kräfteebene gelegenen Kernpunkte, die Ordinate Sc im Schwerpunkte wurde $= \frac{P_x}{F'}$ gemacht. Die Abschnitte der von den Kernpunkten zum Punkte c gezogenen Linien auf der im Angriffspunkte C der Mittelkraft errichteten Ordinate bestimmen die Spannungen σ_1 und σ_2 .

Man erkennt aus dieser Darstellung, daß die Spannung an einem Querschnittsrande zu Null wird, wenn die Stützlinie mit dem entsprechenden Kernpunkte zusammenfällt, daß σ_1 und σ_2 gleiches Vorzeichen erhalten, wenn die Resultierende innerhalb des Kernes angreift, dagegen verschiedenes, wenn der Angriffspunkt außerhalb des Kernes gelegen und zwar rückt die neutrale Achse desto näher gegen den Schwerpunkt, je weiter die Stützlinie nach außen rückt. Mit Zuhilfenahme von Sätzen der Geometrie der Lage läßt sich die neutrale Achse auch auffassen als die Antipolare der Centralellipse zu dem Angriffspunkte der Mittelkraft als Pol.

Besteht der Querschnitt aus zwei niedrigen Gurtungen vom Inhalte F_1 und F_2 und Schwerpunktsabstände h , so kann annäherungsweise, mit Vernachlässigung der Wand, geschrieben werden $F_1 v_1 = F_2 v_2$, $F_1 v_1^2 + F_2 v_2^2 = (F_1 + F_2) i^2$ und $k_1 v_2 = i^2$, $k_2 v_1 = i^2$, woraus sich $k_1 = v_1$, $k_2 = v_2$ ergeben, oder die Kernpunkte mit den Gurtungen zusammenfallen. Dann folgt noch aus Gl. 133:

$$\sigma_1 = -\frac{P_x (p_x + k_2)}{F_1 (k_1 + k_2)} = -\frac{M_u}{F_1 h}; \quad \sigma_2 = -\frac{P_x (k_1 - p_x)}{F_2 (k_1 + k_2)} = +\frac{M_o}{F_2 h} \dots \dots 134.$$

M_o und M_u bezeichnen darin die Momente der äußeren Kräfte, bezogen auf die Schwerlinien des Ober- und Untergurtes.

§ 11. Bestimmung der Formänderung. 1. Längenänderung der Achse.

Die Längenänderung der Achse zwischen zwei Punkten von den Koordinaten $xy, x_0 y_0$ und den Abständen s bzw. s_0 auf der Achse von einem in ihr gewählten Punkte wird durch Integration der ersten Gl. 121 erhalten. Man findet:

$$\Delta s - \Delta s_0 = \omega t (s - s_0) - \int_{s_0}^s \left(\frac{P_x}{EF} + \frac{M_x}{EFr} \right) ds \dots \dots \dots 135.$$

und angenähert, wenn r sehr groß,

$$\Delta s - \Delta s_0 = \omega t (s - s_0) - \int_{s_0}^s \frac{P_x}{EF} ds \dots \dots \dots 135^a.$$

2. Änderung des Winkels φ . Die Winkeländerung zwischen den Normalen oder Tangenten zu den Punkten von den ursprünglichen Koordinaten $xy, x_0 y_0$ erhält man durch Integration der zweiten Gl. 121:

$$\Delta\varphi - \Delta\varphi_0 = \int_{s_0}^s \left(\frac{P_x}{E F r} + \frac{M_x}{E F r^2} + \frac{M_x}{E W} \right) ds - \omega t \int_{s_0}^s \frac{ds}{r} = \int_{s_0}^s \frac{M_x}{E W} ds - \frac{\Delta s - \Delta s_0}{r} \quad 136.$$

Ist r sehr groß gegen die Querschnittsabmessungen, so ist angenähert

$$\Delta\varphi - \Delta\varphi_0 = \int_{s_0}^s \frac{M_x ds}{E J} - \omega t \int_{s_0}^s \frac{ds}{r} = \int_{s_0}^s \frac{M_x ds}{E J} + \omega t (\varphi - \varphi_0) \quad 136^a.$$

3. Änderung des Krümmungshalbmessers. Ist r_1 der Krümmungshalbmesser der Achse nach der Formänderung, so ist $\frac{1}{r_1} = -\frac{d\varphi + \Delta d\varphi}{ds + \Delta ds}$, mithin die Änderung der Krümmung

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} = -\frac{d\varphi + \Delta d\varphi}{ds + \Delta ds} + \frac{d\varphi}{ds} = -\frac{\frac{\Delta d\varphi}{ds} + \frac{1}{r} \frac{\Delta ds}{ds}}{1 + \frac{\Delta ds}{ds}},$$

woraus mit Einsetzung der Werte aus den Gleichungen 121 folgt

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} = -\frac{M_x}{E W} \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{P_x}{E F} - \frac{M_x}{E F r} + \omega t\right)} \quad 137.$$

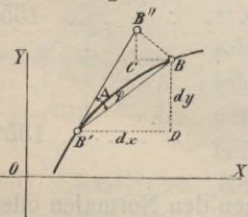
Angenähert kann unter Berücksichtigung, daß $\frac{\Delta ds}{ds}$ gegen die Einheit stets sehr klein ist, und wenn ferner r gegen die Querschnittsabmessung sehr groß ist, gesetzt werden

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r} = -\frac{M_x}{E J} \quad 137^a.$$

Ist der Bogen nach einer Gleichgewichtslinie gestaltet, so wäre beim Zusammenfallen von Achse und Stützlinie $M_x = 0$ und es würde, wenn die Enden des Bogens der notwendigen Formänderung frei folgen könnten, nach Gl. 137 $\frac{1}{r_1} = \frac{1}{r}$, oder der Krümmungshalbmesser überall derselbe bleiben. Die Formänderung bestünde dann in einer der Achsialkraft entsprechenden Drehung der Nachbarquerschnitte um den Krümmungsmittelpunkt, bei Verkürzung der Achse um die Strecken Δds . Im ganzen müßte hierdurch eine Verkürzung der Weite erfolgen (beispielsweise ein Kreisbogen in einen solchen von kleinerer Länge und demselben Halbmesser übergehen), oder um diese aufzuheben, beim Bogen mit Kämpfergelenken eine Veränderung des Horizontalschubes, beim Bogen mit festen Enden außerdem, um die Endfläche in der ursprünglichen Richtung zu erhalten, ein Kräftepaar wirksam werden. Die Stützlinie würde daher beim Bogen mit festen Enden in der Scheitelstrecke höher, gegen die Kämpfer tiefer als die Achse, beim Bogen mit Kämpfergelenken im ganzen über der Achse liegen, für denjenigen Belastungsfall, für welchen die Gestalt der Achse einer Gleichgewichtslinie entspricht. Man ersieht hieraus, daß das Zusammenfallen von Achse und Stützlinie in diesem Falle beim Bogen mit drei Gelenken stattfindet, bei demjenigen mit Kämpfergelenken oder festen Enden aber nur dann, wenn der Einfluss der Achsialkraft vernachlässigt oder unelastisches Material vorausgesetzt wird.

4. Änderungen der Koordinaten. Es bezeichnen wieder $\Delta x, \Delta y$ die Verrückungen des beliebigen Punktes $B (xy)$ nach der Richtung der Koordinatenachsen

Fig. 34.



(Fig. 34); $\Delta dx, \Delta dy, \Delta ds$ seien die Änderungen der Abstände dx, dy, ds der beiden unendlich nahen Punkte BB' . Der Querschnitt in B' erfahre die Winkelverdrehung $\Delta\varphi$, welche wir annäherungsweise gleich jener in B setzen. Der Punkt B der Stabachse gelangt hierdurch nach B'' und die Projektionen der Verrückung BB'' auf die beiden Koordinatenachsen bestimmen sich aus dem Dreieck $B B'' C$, welches ähnlich ist mit dem Dreieck $B B' D$. Es wird

$$BC = -\Delta\varphi ds \cdot \frac{dy}{ds} = -\Delta\varphi dy \quad \text{und} \quad B''C = \Delta\varphi ds \cdot \frac{dx}{ds} = \Delta\varphi dx.$$

Erfährt die Stabachse auch eine Längendehnung und zwar das Stabelement $BB' = ds$ eine Längenänderung Δds , so verschiebt sich der Punkt B' nach den Koordinatenrichtungen um $\Delta ds \frac{dx}{ds}$ und $\Delta ds \frac{dy}{ds}$, sodafs die totale Verschiebung von B gegen B' sich mit

$$\Delta dx = -\Delta\varphi dy + \Delta ds \frac{dx}{ds}$$

$$\Delta dy = \Delta\varphi dx + \Delta ds \frac{dy}{ds}$$

ausdrückt. Treten nun diese Veränderungen in allen Bogenelementen von einem gewissen Anfangspunkte A an gerechnet ein, so summieren sich dieselben und es folgt die resultierende Verschiebung von B aus

$$\Delta x = -\int \Delta\varphi dy + \int \frac{\Delta ds}{ds} dx$$

$$\Delta y = \int \Delta\varphi dx + \int \frac{\Delta ds}{ds} dy.$$

Werden die für den Anfangspunkt A geltenden Werte der Koordinaten- und Winkeländerungen mit dem Index 0, jene für den Punkt B geltenden mit dem Index 1 bezeichnet, so erhält man durch eine teilweise Integration obiger Gleichungen und Einsetzung der Grenzen

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_1 - \Delta x_0 &= -\Delta\varphi_1 y_1 + \Delta\varphi_0 y_0 + \int_{s_0}^{s_1} \frac{\Delta d\varphi}{ds} y ds + \int_{x_0}^{x_1} \frac{\Delta ds}{ds} dx \\ \Delta y_1 - \Delta y_0 &= \Delta\varphi_1 x_1 - \Delta\varphi_0 x_0 - \int_{s_0}^{s_1} \frac{\Delta d\varphi}{ds} x ds + \int_{x_0}^{x_1} \frac{\Delta ds}{ds} dy \end{aligned} \right\} \dots 138.$$

Hierin sind für $\frac{\Delta d\varphi}{ds}$ und $\frac{\Delta ds}{ds}$ die Ausdrücke 121, sowie für $\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi_0 + \int_{s_0}^{s_1} \frac{\Delta d\varphi}{ds} ds$ zu substituieren und man erhält, wenn zur Abkürzung

$$\frac{\Delta ds}{ds} = -\frac{P_x}{EF} - \frac{M_x}{EFr} + \omega t = -\frac{P'}{EF} + \omega t$$

gesetzt wird:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_1 - \Delta x_0 &= -\Delta\varphi_0 (y_1 - y_0) - \int_{s_0}^{s_1} \frac{M}{EW} (y_1 - y) ds - \int_{s_0}^{s_1} \frac{P'}{EF} \left(\frac{y_1 - y}{r} ds + dx \right) \\ &\quad + \omega t \int_{s_0}^{s_1} \left(\frac{y_1 - y}{r} ds + dx \right) \end{aligned} \right\} 139.$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta y_1 - \Delta y_0 &= \Delta\varphi_0 (x_1 - x_0) + \int_{s_0}^{s_1} \frac{M}{EW} (x_1 - x) ds + \int_{s_0}^{s_1} \frac{P'}{EF} \left(\frac{x_1 - x}{r} ds - dy \right) \\ &\quad - \omega t \int_{s_0}^{s_1} \left(\frac{x_1 - x}{r} ds - dy \right) \end{aligned} \right\} \dots 140.$$

Die vorstehenden Gleichungen vereinfachen sich, wenn der Krümmungshalbmesser gegen die Querschnittsabmessungen sehr groß ist. Es kann dann $P' = P$, $W = J$ gesetzt und in den von der Temperaturänderung abhängigen Gliedern das erste Glied vernachlässigt, also der Einfluss der Temperatur durch $+\omega t (x_1 - x_0)$ bzw. $+\omega t (y_1 - y_0)$ dargestellt werden.

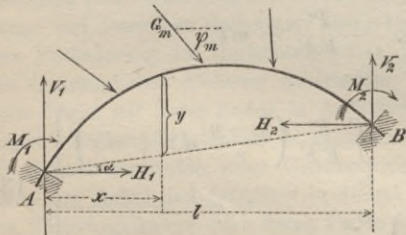
Man erhält alsdann:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x_1 - \Delta x_0 &= -\Delta \varphi_0 (y_1 - y_0) - \int_{s_0}^{s_1} \frac{M}{EJ} (y_1 - y) ds - \int_{s_0}^{s_1} \frac{P}{EF} \left(\frac{y_1 - y}{r} ds + dx \right) + \omega t (x_1 - x_0) \\ \Delta y_1 - \Delta y_0 &= \Delta \varphi_0 (x_1 - x_0) + \int_{s_0}^{s_1} \frac{M}{EJ} (x_1 - x) ds + \int_{s_0}^{s_1} \frac{P}{EF} \left(\frac{x_1 - x}{r} ds - dy \right) + \omega t (y_1 - y_0) \end{aligned} \right\} 140^a.$$

§ 12. Äußere Kräfte der Bogenträger. Wir betrachten hier unter der Bezeichnung „vollwandige Bogenträger“ gekrümmte Stäbe, welche an ihren Enden mit festen Stützen in Verbindung stehen. Diese Verbindung kann entweder derart sein, daß die Stabenden, Kämpfer, zwar unverrückbar, bezw. nur in bedingtem Maße verschiebbar, festgehalten sind, daß jedoch Winkelverdrehungen der Stabachse daselbst widerstandslos vor sich gehen können — Bogen mit Kämpfergelenken — oder es kann die Auflagerung derart sein, daß auch keine Winkelverdrehungen eintreten können, daß sonach die Stabachse in den Kämpfern eingespannt erscheint — Bogen ohne Gelenk. Beide Bogenformen gehören, wie bereits in der Einleitung (§ 1) auseinandergesetzt wurde, zu den statisch unbestimmten Trägersystemen, d. h. zur Bestimmung der Auflagerkräfte reichen die Gleichgewichtsbedingungen der Statik nicht hin, es ist vielmehr erforderlich, die weiteren Bedingungsgleichungen auf Grund der elastischen Formänderungen abzuleiten. Hierzu können die im § 11 entwickelten Ausdrücke für die Formänderung verhelfen oder es kann, wie später gezeigt werden wird, von dem Satze der kleinsten Formänderungsarbeit Gebrauch gemacht werden. Die statische Bestimmtheit wird jedoch erreicht, wenn in dem Bogen mit Kämpfergelenken noch ein drittes Gelenk angebracht wird, wodurch man den Bogen mit drei Gelenken erhält.

Für den allgemeinen Fall des Bogens ohne Gelenk bestehen die folgenden Beziehungen zwischen den äußeren Kräften: Es seien (Fig. 35) *A* und *B* die beiden verschieden hoch gelegenen Kämpferpunkte. Auf den Bogen wirken beliebig gerichtete Kräfte *G*. Wir denken uns zunächst den Kämpfer *A* horizontal verschiebbar, gleichzeitig den anderen Kämpfer *B* gelenkartig gelagert und bestimmen für den so erhaltenen frei aufliegenden Träger das Moment \mathfrak{M}_x der gegebenen Belastung in Beziehung auf den Bogenpunkt *xy*, dessen Ordinate *y* wir von der Sehne *AB* messen.

Fig. 35.



Sind *g* und γ die senkrechten Abstände der Angriffslinien der Belastungskräfte von dem Kämpfer *B*, bezw. vom Bogenpunkte (*xy*), so wird

$$\mathfrak{M}_x = \frac{x}{l} \sum_0^l G g - \sum_0^x G \gamma \dots \dots \dots 141.$$

Die feste Einspannung der Stabenden und die Unverschiebbarkeit des Kämpfers *A* läßt sich durch die Wirkung einer in *A* angreifenden, nach der Richtung der Sehne *AB* wirkenden Kraft, deren Horizontalkomponente *H*₁ ist, und eines Kräftepaars in *A* vom Momente *M*₁, sowie eines Kräftepaars vom Momente *M*₂ im Kämpfer *B* ersetzen, welche Auflagerkräfte zu den äußeren Kräften des frei aufliegenden Trägers hinzutreten. Es wird nunmehr das Moment in Beziehung auf den Punkt *xy*

$$M_x = \mathfrak{M}_x + \frac{M_1 (l - x) + M_2 x}{l} - H_1 y \dots \dots \dots 142.$$

Man erhält ferner leicht unter Einführung der aus Fig. 35 ersichtlichen Bezeichnungen

$$V_1 = \frac{1}{l} \sum_0^l G g + \frac{M_2 - M_1}{l} + H_1 \operatorname{tg} \alpha \quad 143.$$

$$V_2 = \sum_0^l G \sin \psi - V_1 \quad 144.$$

$$H_2 = H_1 + \sum_0^l G \cos \psi \quad 145.$$

und es wird die Horizontal- und Vertikalkomponente der Mittelkraft für den beliebigen Querschnitt x

$$H_x = H_1 + \sum_0^x G \cos \psi \quad V_x = \sum_0^x G \sin \psi - V_1 \quad 146.$$

Hiermit folgt, wenn φ den Richtungswinkel der Tangente an die Stabachse im Punkte xy bezeichnet,

die Achsialkraft $P_x = V_x \sin \varphi + H_x \cos \varphi \quad 147.$

die Transversalkraft $S_x = V_x \cos \varphi - H_x \sin \varphi \quad 148.$

Aus M_x und P_x sind aber die inneren Spannungen im Bogen nach Gl. 122 bzw. 122^a, die größten Werte der Normalspannungen nach Gl. 128 bzw. 128^a zu bestimmen. Die Aufgabe ist sonach gelöst, wenn P_x und M_x bekannt sind; hierzu ist aber beim Bogen ohne Gelenk die vorhergehende Ermittlung dreier statisch unbestimmbarer Größen, als welche etwa H_1 , M_1 und M_2 angenommen werden können, erforderlich. Beim Bogen mit Kämpfergelenken sind die Einspannungsmomente M_1 und M_2 gleich Null, es reduzieren sich hier sonach die statisch unbestimmbaren Größen auf eine, den Horizontal Schub H . Ist endlich noch ein drittes Gelenk im Bogen angebracht, so ist dadurch eine weitere statische Bedingung gegeben, indem für den Gelenkpunkt das Moment der äußeren Kräfte wieder gleich Null sein muß, aus welcher Bedingung sich beim Dreigelenkbogen auch die Horizontalkraft H ableitet.

Liegen die beiden Kämpfer in einer Horizontalen und besteht die Belastung nur aus vertikal gerichteten Kräften, so erhält man

$$H_2 = H_x = H_1 \quad V_1 = \frac{1}{l} \sum_0^l G g + \frac{M_2 - M_1}{l} \quad 149.$$

Besteht die Belastung nur aus vertikal gerichteten Kräften, so kann \mathfrak{M}_x durch ein Seilpolygon dargestellt werden. Wird dieses Seilpolygon aus einer Poldistanz $= H_1$ konstruiert und in eine solche Lage zu dem Bogen gebracht, daß die Schnittpunkte mit den Kämpfervertikalen um $e_1 = \frac{M_1}{H_1}$ und $e_2 = \frac{M_2}{H_1}$ über den Kämpferpunkten liegen, so entsprechen dann die mit H_1 multiplizierten und von der Bogensehne gemessenen Ordinaten des Seilpolygons den Momenten $\mathfrak{M}_x + \frac{M_1(l-x) + M_2 x}{l}$, folglich, mit Berücksichtigung von Gl. 142, die mit H_1 multiplizierten Vertikalabstände des Seilpolygons der Belastung von der Bogenachse den auf diese Achse bezogenen Biegemomenten. Dieser Satz wurde zuerst von Winkler aufgestellt.

§ 13. Kämpferdrucklinie, Kämpferdruck-Umhüllungslinie. Ungünstigste Belastungen.

1. Kämpferdrucklinie und Kämpferdruck-Umhüllungslinie. Sind die Kämpferdrücke, d. i. die Mittelkräfte aus $H_1 V_1$ und $H_2 V_2$ und den Kräftepaaren M_1 und M_2 für einen gegebenen Belastungsfall bekannt geworden, so lassen sich Kräfte und Seilpolygon, bzw.

die Stützlinie verzeichnen. Die beiden Kämpferdrücke schneiden sich in einem auf der Mittelkraft der Belastungen gelegenen Punkte, welcher mit der Veränderung der Belastungen seine Lage ändert, und wenn diese Veränderung nach bestimmtem Gesetze erfolgt, eine Linie, die Kämpferdrucklinie, beschreibt.

Mit der Bewegung der Mittelkraft der Belastungen ändern die Kämpferdrücke ihre Lage und dieselbe würde unter anderem bestimmt sein, wenn für jeden Punkt der Kämpferdrucklinie die beiden Punkte gegeben wären, in welchen die Lotrechten durch die Schwerpunkte der Kämpferquerschnitte von den zugehörigen Kämpferdrücken getroffen werden.

In anderer Weise läßt sich die Lage der Kämpferdrücke bestimmen durch die beiden Kurven, welche von ihnen umhüllt werden, während die Mittelkraft der Belastungen sämtliche Punkte der Kämpferdrucklinie durchläuft. Die Kämpferdrücke würden dann nach Lage und Richtung bekannt durch die beiden Tangenten, welche vom betreffenden Punkte der Kämpferdrucklinie

an die entsprechenden eingehüllten Kurvenzweige gezogen werden können. Die GröÙe der Drücke giebt das mit diesen Richtungen und der Mittelkraft der Belastungen verzeichnete Krätedreieck. Die von den Kämpferdrücken eingehüllten Linien heißen Kämpferdruck-Umhüllungslinien.

Bezeichnen (Fig. 36) $x \eta_x$ die Koordinaten eines beliebigen Punktes der Angriffslinie eines Kämpferdruckes, $\eta_1 \eta_2$ die

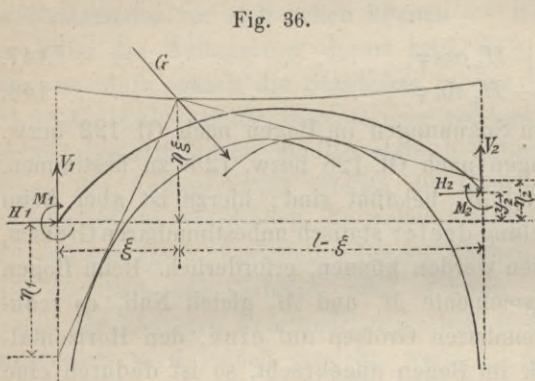


Fig. 36.

Abschnitte des links- bzw. rechtsseitigen mit den entsprechenden Auflagervertikalen, $\xi \eta_\xi$ die Koordinaten ihres Schnittpunktes, so ist für den allgemeinsten Fall

$$\eta_1 = \frac{M_1}{H_1} \dots \dots \dots 150.$$

$$\eta_2 - y_2 = \frac{M_2}{H_2} \quad \text{oder} \quad \eta_2 = y_2 + \frac{M_2}{H_2} \dots \dots \dots 151.$$

Ferner für den linksseitigen Kämpferdruck

$$\eta_{x < \xi} = \eta_1 + \frac{V_1}{H_1} x = \frac{M_1 + V_1 x}{H_1}, \dots \dots \dots 152.$$

für den rechtsseitigen

$$\eta_{x > \xi} = \eta_2 - \frac{V_2}{H_2} (l - x) = \frac{M_2 + H_2 y_2 - V_2 (l - x)}{H_2} \dots \dots \dots 153.$$

Aus Gl. 152 oder 153 folgt für $x = \xi$ die Ordinate des Schnittpunktes der Kämpferdrücke, oder mit veränderlichem ξ die Gleichung der Kämpferdrucklinie

$$\eta_\xi = \frac{M_1 + V_1 \xi}{H_1} = \frac{M_2 + H_2 y_2 - V_2 (l - \xi)}{H_2} \dots \dots \dots 154.$$

Zur Bestimmung der Gleichung der Kämpferdruck-Umhüllungslinie hat man in den Gleichungen 152 und 153 den Wert ξ als Parameter aufzufassen. Die Gleichung der Umhüllungslinie für die linksseitigen Kämpferdrücke ergibt sich daher, indem aus Gl. 152 ($\eta_{x < \xi} = \frac{M_1 + V_1 x}{H_1}$) und der durch Differentiation nach ξ aus ihr folgenden Gleichung die GröÙe ξ eliminiert wird.

In gleicher Weise erhält man die Gleichung der Umhüllungslinie der rechtsseitigen Kämpferdrücke, indem aus Gl. 153 ($\eta_{x > \xi} = \frac{M_2 + H_2 y_2 - V_2 (l - x)}{H_2}$) und der durch Differentiation nach ξ sich ergebenden Gleichung ξ entfernt wird.

Sind Kämpfergelenke vorhanden, so ist $M_1 = M_2 = 0$, somit $\eta_1 = 0$, $\eta_2 = y_2$, die Kämpferdrücke gehen stets durch die Schwerpunkte der Endquerschnitte, mit diesen Punkten fallen demnach die Kämpferdruck-Umhüllungslinien zusammen. Die Gleichungen der Kämpferdrücke werden

$$\eta_{x < \xi} = \frac{V_1}{H_1} \dots \dots \dots 152^a.$$

$$\eta_{x > \xi} = \frac{H_2 y_2 - V_2 (l - x)}{H_2} \dots \dots \dots 153^a.$$

Für die Kämpferdrucklinie ist

$$\eta_{\xi} = \frac{V_1}{H_1} \xi = \frac{H_2 y_2 - V_2 (l - \xi)}{H_2} \dots \dots \dots 154^a.$$

Sind drei Gelenke vorhanden, so gelten im allgemeinen die vorstehenden Formeln. Man kann hier aber auch von der Beziehung Gebrauch machen, daß die Stützzlinie in diesem Falle stets durch die drei Gelenke gehen muß, wodurch dieselbe für eine bestimmte Belastung auch sofort gegeben ist. Bedeckt die Last nur eine Strecke zwischen einem Kämpfergelenk und dem Mittelgelenk, so ist die Kämpferdrucklinie die Verlängerung der durch das andere Kämpfergelenk und das mittlere Gelenk gezogenen Geraden. Für eine wandernde Einzellast besteht hiernach die Kämpferdrucklinie aus zwei im mittleren Gelenk zusammentreffenden geraden Strecken, deren Träger die durch die Kämpfer- und das Mittelgelenk gehenden Geraden sind.

Auf Grund des Vorhergehenden ist noch einzusehen, auf welche einfache Weise die Kämpferdrücke graphisch gefunden werden können, sobald die Schnittlinie und Umhüllungslinien der Kämpferdrücke bekannt sind. Insbesondere ergibt sich, daß mit den für eine Einzellast verzeichneten Linien nicht allein die Kämpferdrücke für jede Stellung dieser Belastung, sondern überhaupt für jedes beliebige System von Einzellasten (Wagenzug) oder stetige Lasten, welche nur an einzelnen Stellen auf den Bogen übertragen werden, auf graphischem Wege ermittelbar sind. Besonders einfach werden diese Verfahrensweisen bei Anordnung von Kämpfergelenken, da dann die den einzelnen Lasten entsprechenden Kämpferdrücke bzw. durch dieselben Punkte gehen, somit die Lage ihrer, nach Größe und Richtung mit dem zugehörigen Kräftepolygon bestimmten Mittelkraft sofort bekannt ist, während beim Bogen ohne Gelenke diese Lage mit Hilfe eines besonderen Seilpolygons bestimmt werden muß.

Man kann hier den Kämpferdruck, welcher einem Lastensystem entspricht, entweder aus den Summen der für die Einzellasten bestimmten horizontalen und vertikalen Auflagerkräfte zusammensetzen, oder man kann auch die den Einzelbelastungen entsprechenden Auflagerdrücke zu einem Polygon ordnen, dessen Sehnen für die verschiedenen Belastungsfälle den gesamten, einer Reihe von aufeinanderfolgenden Lasten zugehörigen Auflagerdruck angeben. Dies ist namentlich dann von Vorteil, wenn die Verkehrslast durch eine stetige Last gebildet oder ersetzt gedacht ist und die Belastung der einzelnen Punkte aus der Hälfte der Belastung der anschließenden Fache berechnet wird. Im weiteren finden sich durch Zusammensetzen des in vorstehender Weise ermittelten Auflagerdruckes mit den Belastungen, welche ein abgeschnittenes Trägerstück beeinflussen, bzw. durch Einzeichnen des zugehörigen Seilpolygons Größe und Lage der Mittelkraft R_x der äußeren Kräfte und hiernach in früher erörterter Weise die Spannungen.

Mit Hilfe der für eine Einzellast gezeichneten Schnittlinie und Umhüllungslinie der Kämpferdrücke lassen sich noch die ungünstigsten Belastungsweisen feststellen.

2. Belastungsgesetze für die Normalspannungen. Nach Früherem (§ 10) erreichen die Normalspannungen ihre eingrenzenden Werte in den am weitesten von der Achse entfernten Querschnittselementen. Im allgemeinen ist es daher hinreichend, für diese die Grenzbelastungen zu ermitteln, und ist hier daran zu erinnern, daß bei genügend großem Krümmungsradius die Spannung σ_1 in den obersten Elementen gleiches oder entgegengesetztes Vorzeichen mit der Normalkraft P_x besitzt, je nachdem die Mittelkraft R_x den Querschnitt unterhalb oder oberhalb des unteren Kernpunktes schneidet. Dagegen haben die Spannungen σ_2 in den untersten Querschnittselementen das gleiche

oder entgegengesetzte Zeichen mit P_x , je nachdem der Querschnitt oberhalb oder unterhalb des oberen Kernpunktes geschnitten wird. Ferner fällt für eine Einzellast G die Mittelkraft R_x zusammen mit dem ersten Auflagerdrucke R_1 , wenn sich die Belastung auf der Strecke $(l - x)$, dagegen mit der Gegenkraft des zweiten Auflagerdruckes R_2 , so lange die Last sich auf der Strecke x befindet. Das Vorzeichen der Normalkomponente P_x für die verschiedenen möglichen Laststellungen ist somit abhängig von demjenigen der Einzelwerte R_1, R_2 und deren Lage gegen den Querschnitt. Für die hier in Frage kommenden Fälle kann vorausgesetzt werden, P_x habe für alle Querschnitte und alle Laststellungen dasselbe Vorzeichen, und zwar bei vertikalen Lasten das positive, wenn die Achse nach unten konkav, das negative, wenn dieselbe nach unten konvex gekrümmt ist.

Zur Untersuchung des Einflusses der Belastungen auf die Normalspannungen in den obersten Elementen eines Querschnittes zieht man hiernach (Fig. 37) vom unteren Kernpunkte n_2 desselben Tangenten an die Kämpferdruck-Umhüllungslinien. Diese geben in den Lotrechten durch die Schnittpunkte J und G mit der Kämpferdrucklinie die Belastungsscheiden. Denn eine jede zwischen C und J gelegene Last gibt in Bezug auf den Querschnitt eine unterhalb JH bzw. n_2 gelegene äußere Kraft, somit

Fig. 37.

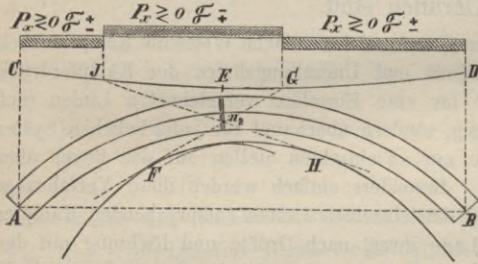
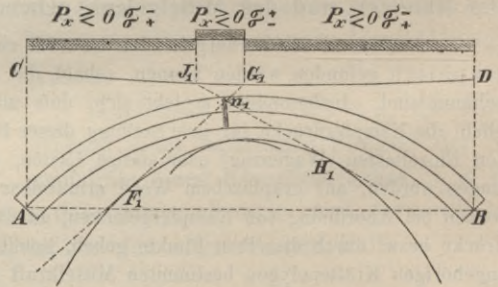


Fig. 38.



Beanspruchung auf Zug oder Druck, je nachdem P_x positiv oder negativ ist. Jede Belastung zwischen J und E (dem Schnittpunkte einer Lotrechten durch den oberen Querschnittsrand mit der Kämpferdrucklinie) giebt eine über JH , jede Belastung zwischen E und G eine über FG , somit beidemal eine über n_2 gelegene äußere Kraft, oder Druck bzw. Zug, je nachdem $P_x \geq 0$. Jede Belastung zwischen G und D endlich giebt eine unterhalb FG oder n_2 gelegene äußere Kraft, somit Inanspruchnahme auf Zug bzw. Druck, je nachdem $P_x \geq 0$.

Für die Normalspannungen in den untersten Querschnittselementen (Fig. 38) sind die Tangenten $J_1 H_1, F_1 G_1$ zu ziehen und die Punkte $J_1 G_1$ bilden die Belastungsscheiden derart, daß, je nachdem $P_x \geq 0$, Lasten zwischen C und J_1 bzw. G_1 und D Inanspruchnahme auf Druck oder Zug hervorrufen, solche zwischen J_1 und G_1 aber in umgekehrtem Sinne.

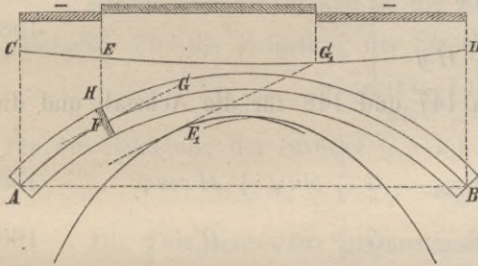
Zieht man durch die Punkte C und D die Tangenten an die Kämpferdruck-Umhüllungslinien, so geben deren Schnitte mit den Kernlinien Abteilungen des Trägers von verschiedenem Belastungsgesetz, indem je nach der Lage die Schnitte der durch die Kernpunkte gehenden Tangenten mit der Kämpferdrucklinie außerhalb oder innerhalb der Spannweite fallen.

Beim Bogen mit Kämpfergelenken treten die Kämpferpunkte an die Stelle der Umhüllungslinien, beim Bogen mit drei Gelenken besteht außerdem die Kämpferdrucklinie aus zwei im mittleren Gelenke zusammentreffenden geraden Strecken.

3. Belastungsgesetze für die Schubkraft S_x . Von der Schubkraft S_x hängen die Schubspannungen beim Träger mit voller Wand, die Beanspruchungen der Fachwerkteile beim Bogen mit parallelen Gurtungen ab. Die Bestimmung der Grenzwerte ist daher von Wichtigkeit.

Zieht man (Fig. 39) die Lotrechte HE durch den oberen Querschnittsrand H und parallel zur Tangente FG an die Stabachse eine Tangente F_1G_1 an die Kämpferdruck-Umhüllungslinie, so geben die Schnittpunkte E und G_1 mit der Kämpferdrucklinie die Belastungsscheiden. Für die Querschnitte vor dem Scheitel entsprechen jeder zwischen C und E oder G_1 und D gelegenen Last

Fig. 39.



eine negative, jeder zwischen E und G_1 befindlichen eine positive Schubkraft. Für Querschnitte nach dem Scheitel ist das Entgegengesetzte der Fall und liefert allgemein jede am Querschnitt beginnende Belastung einen positiven oder negativen Beitrag, je nachdem sie sich nach rechts oder links erstreckt, während die Belastungsenden durch das Trägerende bzw. den Schnitt der zur Stabachse

parallelen Tangente an die Kämpferdruck-Umhüllungslinie mit der Kämpferdrucklinie bestimmt werden.

Zieht man von den Punkten C und D Tangenten an die Umhüllungslinien, so geben die hierzu parallelen Tangenten an die Stabachse Abteilungen des Trägers, für welche je zwei oder nur eine Belastungsscheide vorhanden sind. Heißen die Berührungspunkte der fraglichen Tangenten M und N , so bildet für alle zwischen M und N gelegenen Querschnitte die Vertikale durch den oberen Querschnittsrand die einzige Belastungsscheide, indem die oben benutzten Schnittpunkte G_1 hier außerhalb der Weite liegen. Die Grenzwerte der Schubkraft S_x treten demnach ein bei Belastungen, welche vom Querschnitt bis zum rechten bzw. linken Trägerende sich erstrecken, übereinstimmend mit der Öffnungsbelastung der Balkenträger.

Beim Bogen mit Kämpfergelenken treten deren Mittelpunkte an die Stelle der Umhüllungslinien, während beim Vorhandensein noch eines weiteren Gelenkes die Kämpferdrucklinie aus zwei in diesem Gelenke zusammentreffenden geraden Strecken besteht.

1. Bogenträger mit drei Gelenken.

§ 14. Äußere Kräfte. Nach Gl. 142 wird bei Vorhandensein von Kämpfergelenken, also mit $M_1 = M_2 = 0$ allgemein

$$M_x = \mathfrak{M}_x - H_1 y \dots \dots \dots 155.$$

Die Anbringung eines dritten Gelenkes in dem Punkte $x = g, y = f$ der Bogenachse liefert eine weitere Gleichgewichtsbedingung, welche zur direkten Bestimmung von H_1 hinreicht. Für den Gelenkpunkt muß nämlich, da hier die Druckkräfte in der Achse übertragen werden, das Moment der äußeren Kräfte = 0, folglich

$$\mathfrak{M}_g - H_1 f = 0.$$

sein, woraus folgt
$$H_1 = \frac{\mathfrak{M}_g}{f} \dots \dots \dots 156.$$

Sind die beiden Kämpfer in einer Horizontalen gelegen und ist das Gelenk im Bogenscheitel angebracht, so wird bei der Spannweite l des Bogens für eine im Abstände ξ ($< \frac{l}{2}$) vom Kämpfer gelegene Vertikallast G

$$\mathfrak{M}_g = G \frac{\xi}{l} \frac{l}{2} = G \frac{\xi}{2},$$

§ 15. Formänderungen.

1. Einfluss von Temperaturänderungen und einer horizontalen Verschiebung der Auflager. Wir setzen einen Dreigelenkbogen voraus, dessen Kämpfer sich in einer Horizontalen befinden. Die Spannweite l vergrößere sich durch eine Verschiebung der Kämpfer um Δl , außerdem wirke gleichzeitig eine Temperaturänderung $\pm t$. Aus der allgemeinen Gleichung 139 für die Formänderung folgt mit $M = 0$ und $P = 0$, wenn die Integration auf den halben Bogen ausgedehnt, die Länge der ganzen Bogenachse mit b , die Länge vom Kämpfer bis zum Punkte xy mit s bezeichnet und die Bogenachse selbst kreisförmig angenommen wird:

$$\frac{\Delta l}{2} = -\Delta\varphi_0 f \pm \omega t \left[\frac{b-l}{2} + \frac{l}{2} \right],$$

hieraus
$$\Delta\varphi_0 = -\frac{\Delta l}{2f} \pm \omega t \frac{b}{2f} \dots\dots\dots 169.$$

oder angenähert auch für nicht kreisförmige flache Bögen

$$\Delta\varphi_0 = -\frac{\Delta l}{2f} \pm \frac{\omega t l}{2f} \dots\dots\dots 169^a.$$

Hiermit ergibt sich für die Verschiebungen eines Bogenpunktes

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= -\frac{\Delta l}{2} \left(1 - \frac{y}{f}\right) \pm \omega t \left(s \cos \varphi - \frac{b}{2f} y\right) \\ \Delta y &= -\frac{\Delta l}{2} \frac{x}{f} \pm \omega t \left(s \sin \varphi + \frac{b}{2f} x\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 170.$$

oder wieder angenähert

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= -\frac{\Delta l}{2} \left(1 - \frac{y}{f}\right) \pm \omega t \left(x - \frac{ly}{2f}\right) \\ \Delta y &= -\frac{\Delta l}{2} \frac{x}{f} \pm \omega t \left(y + \frac{lx}{2f}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots 170^a.$$

Für die Hebung des Bogenscheitels erhält man

$$\Delta f = -\frac{l}{4f} \Delta l \pm \omega t \frac{bl}{4f} \dots\dots\dots 171.$$

2. Formänderungen infolge Belastung. In den Gleichungen 139 und 140, welche zur Bestimmung der Formänderungen dienen, ist die Gröfse $\Delta\varphi_0$, d. i. die Winkelverdrehung im linken Kämpfer A , unbekannt. Es lässt sich für dieselbe beim Bogen mit Scheitel- und Kämpfergelenken der nachstehende Ausdruck aufstellen:

Bezeichnet b die ganze Bogenlänge, $\Delta\varphi'_s$ die Verdrehung des rechten Bogenteiles im Scheitelquerschnitte, so erhält man durch Anwendung der Gleichungen 139 auf die beiden Bogenhälften mit der zulässigen Näherungsannahme $W = J$ und $P' = P$ für die Verschiebungen des Scheitels die Ausdrücke:

$$\Delta x_s = -\Delta\varphi_0 f - \int_0^{\frac{b}{2}} \frac{M}{EJ} (f-y) ds - \int_0^{\frac{b}{2}} \frac{P}{EF'} \left(\frac{f-y}{r} ds + dx\right) \dots\dots 172.$$

$$-\Delta x_s = +\Delta\varphi'_s f + \int_{\frac{b}{2}}^b \frac{M}{EJ} y ds + \int_{\frac{b}{2}}^b \frac{P}{EF} \left(\frac{y}{r} ds - dx\right)$$

$$\Delta y_s = \Delta\varphi_0 \frac{l}{2} + \int_0^{\frac{b}{2}} \frac{M}{EJ} \left(\frac{l}{2} - x\right) ds + \int_0^{\frac{b}{2}} \frac{P}{EF'} \left(\frac{l-2x}{2r} ds - dy\right) \dots\dots 173.$$

$$-\Delta y_s = \Delta\varphi'_s \frac{l}{2} + \int_{\frac{b}{2}}^b \frac{M}{EJ} (l-x) ds + \int_{\frac{b}{2}}^b \frac{P}{EF} \left(\frac{l-x}{r} ds - dy\right).$$

Werden die erste und zweite Gleichung, sowie die dritte und vierte Gleichung addiert und wird aus den beiden erhaltenen Gleichungen $\Delta\varphi'$ eliminiert, so ergibt sich nach einigen Zusammenziehungen

$$\Delta\varphi_0 = -\int_0^b \frac{M}{EJ} \left(1 - \frac{y}{2f} - \frac{x}{l}\right) ds - \int_0^b \frac{P}{EF} \left[\left(1 - \frac{y}{2f} - \frac{x}{l}\right) \frac{ds}{r} + \frac{dx}{2f} - \frac{dy}{l}\right] \quad 174.$$

Da M und P für jeden Belastungsfall als bekannt anzusehen sind, so erscheint durch die vorstehende Formel $\Delta\varphi_0$ allgemein bestimmt und hierdurch mit den Gleichungen 139 und 140 die Verschiebung eines beliebigen Bogenpunktes, mit 172 und 173 jene des Bogenscheitels gegeben.

a. Flacher parabolischer Bogen, Belastung durch eine Einzellast. Die Gleichung der Stabachse lautet $y = \frac{4f}{l^2}x(l-x)$; für einen flachen Bogen kann ferner mit grosser Annäherung $ds = dx$, $r = \frac{l^2}{8f}$ und P für alle Querschnitte konstant $= H$ gesetzt werden. J und F werden ebenfalls konstant angenommen. Dann folgt für eine im Abstände ξ ($< \frac{l}{2}$) vom linken Kämpfer liegende Einzellast G aus 174

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_0 = & -\frac{G}{EJ} \left[\frac{l-\xi}{l} \int_0^\xi x \left(1 - \frac{3x}{l} + 2 \frac{x^2}{l^2}\right) dx + \frac{\xi}{l} \int_0^\xi (l-x) \left(1 - \frac{3x}{l} + 2 \frac{x^2}{l^2}\right) dx \right. \\ & \left. - \frac{2\xi}{l^2} \int_0^l x(l-x) \left(1 - \frac{3x}{l} + 2 \frac{x^2}{l^2}\right) dx \right] - \frac{G}{EF} \frac{\xi}{2f} \left[\frac{8f}{l^2} \int_0^l \left(1 - \frac{3x}{l} + 2 \frac{x^2}{l^2}\right) dx + \int_0^l \left(\frac{dx}{2f} - \frac{dy}{l}\right) \right]. \\ \Delta\varphi_0 = & \frac{G\xi [l^3 - 5(l-\xi)^3]}{30EJl^2} - \frac{G\xi(8f^2 + 3l^2)}{12EFf^2l} \dots \dots \dots 175. \end{aligned}$$

Desgleichen erhält man für die Winkelverdrehung im rechten Kämpfer B

$$-\Delta\varphi_1 = \frac{G\xi [l^3 - 5\xi^2(l-\xi)]}{30EJl^2} - \frac{G\xi \cdot (8f^2 + 3l^2)}{12EFf^2l} \dots \dots \dots 176.$$

Die Koordinatenverschiebungen eines Punktes xy der Stabachse ergeben sich hiermit aus den Gleichungen 139 und 140 mit folgenden Werten

für $x < \frac{l}{2}$:
 $< \xi$

$$\begin{aligned} \Delta x = & \frac{G}{EJ} \frac{fx}{15l^4} \left[2\xi \{5(l-\xi)^3 - l^3\} (l-x) - \{5l^2(2l-3x) - \xi(30l^2 - 55lx + 16x^2)\} x^2 \right] \\ & + \frac{G}{EF} \frac{\xi x}{6fl^4} \{16(l-2x)f^2 + 3l^3\} (l-2x) \dots \dots \dots 177. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta y = & \frac{G}{EJ} \frac{x}{30l^2} \left[5x^2 \{l^2 - \xi(3l-x)\} + \xi \{l^3 - 5(l-\xi)^3\} \right] \\ & + \frac{G}{EF} \frac{\xi x}{12f^2l^2} \left[16(3x-2l)f^2 - 3l^3 \right] \dots \dots \dots 178. \end{aligned}$$

für $x < \frac{l}{2}$:
 $> \xi$

$$\begin{aligned} \Delta x = & \frac{G}{EJ} \frac{f\xi}{15l^4} \left[-5\xi^2l^2(2l-\xi) + 2xl(4l^3 + 15l\xi^2 - 5\xi^3) - 2x^2(19l^3 + 15\xi^2l - 5\xi^3) \right. \\ & \left. + 70l^2x^3 - 55lx^4 + 16x^5 \right] + \frac{G}{EF} \frac{\xi x}{6fl^4} \left[16(l-2x)f^2 + 3l^3 \right] (l-2x) \dots \dots \dots 179. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta y = & \frac{G}{EJ} \frac{\xi}{30l^2} \left[5\xi^2l^2 - x(4l^3 + 15l\xi^2 - 5\xi^3) + 15x^2l^2 - 15x^3l + 5x^4 \right] \\ & + \frac{G}{EF} \frac{\xi x}{12f^2l^2} \left[16(3x-2l)f^2 - 3l^3 \right] \dots \dots \dots 180. \end{aligned}$$

endlich für $x > \frac{l}{2}$:

$$\Delta x = \frac{G}{EJ} \frac{f\xi}{15l^4} [-l^3 + 2xl(6l^3 - 5\xi^2l + 5\xi^3) - 2x^2(21l^3 - 5\xi^2l + 5\xi^3) + 70x^3l^2 - 55x^4l + 16x^5] - \frac{G}{EF} \frac{\xi(l-x)}{6f^4} \{16f^2(2x-l) + 3l^3\} (2x-l) \dots \dots \dots 181.$$

$$\Delta y = \frac{G\xi(l-x)}{30EJl^2} [l^3 - 5\xi^2(l-\xi) - 5x(l-x)^2] + \frac{G\xi(l-x)}{EF12f^2l^2} [16(l-3x)f^2 - 3l^3] \dots \dots \dots 182.$$

Die Ausdrücke für die Vertikalverschiebungen stimmen in dem ersten, vom Einflusse der Momente herrührenden Teile, mit jenen überein, welche unter den Gleichungen 104 bis 106 für das System des durch einen geraden Träger mit Mittelgelenken versteiften, schlaffen Bogens oder Hängewerkes gefunden wurden. Es kann demnach auch hier von der dort mitgetheilten graphischen Konstruktion zur Bestimmung der Durchbiegungen Gebrauch gemacht werden.

Die Verschiebungen des Scheitels werden:

$$\Delta x_s = \frac{Gf\xi}{6EJl^2} (\xi^3 + \frac{1}{8}l^3 - \xi^2l) \dots \dots \dots 183.$$

$$\Delta y_s = \frac{G\xi}{60EJl} (5\xi^3 + \frac{3}{8}l^3 - 5\xi^2l) - \frac{G\xi(8f^2 + 3l^2)}{24EFf^2} \dots \dots \dots 184.$$

Für die Winkelverdrehungen im Scheitelgelenk erhält man und zwar für den linken Bogenteil

$$\Delta \varphi_s = \frac{G\xi}{120EJl^2} (9l^3 - 60\xi^2l + 20\xi^3) - \frac{G\xi}{12EFf^2l} (3l^2 - 16f^2) \dots \dots \dots 185.$$

für den rechten Bogenteil

$$\Delta \varphi'_s = \frac{G\xi}{120EJl^2} (l^3 + 20\xi^2l - 20\xi^3) + \frac{G\xi}{12EFf^2l} (3l^2 - 16f^2) \dots \dots \dots 186.$$

Die vorstehenden Formeln gelten nur für $\xi < \frac{l}{2}$; der Einfluß einer Belastung der rechten Bogenhälfte ergibt sich aus dem Symmetriegesetze.

Ist die Last im Scheitel gelegen, so ergibt sich

$$\Delta x_s = 0$$

$$\Delta y_s = -\frac{Gl^3}{480EJ} - \frac{G(8f^2 + 3l^2)}{48EFf^2} \dots \dots \dots 187.$$

$$\Delta \varphi_s = -\Delta \varphi'_s = -\frac{7Gl^2}{480EJ} + \frac{G(16f^2 - 3l^2)}{24EFf^2} \dots \dots \dots 188.$$

Nach Gl. 183 wird die horizontale Verschiebung des Scheitels am größten, wenn eine Last sich bei $\xi = \frac{l}{4}$ befindet, im übrigen bewirkt jede Last auf der ersten Hälfte ein Verschieben des Scheitels nach rechts. Betrachtet man ferner nur das erste Glied in Gl. 184, so ergibt sich $\Delta y_s = 0$ für nahezu $\xi = 0,336l$, sodafs angenähert die Lasten in den äußeren Dritteln ein Heben, im mittleren Drittel ein Senken des Scheitels bewirken.

b. Flacher Parabelbogen; Belastung durch stetige Last. Man erhält die durch eine beliebige Belastung, also auch durch einen Lastenzug oder durch eine stetige Belastung hervorgebrachte Formänderung leicht mit Hilfe der Einfluslinien, zu deren Konstruktion die Gleichungen 175 bis 186 verhelfen. Es sei hier nur der Fall behandelt, dafs die gleichmäfsig verteilte Last von der Gröfse p pro Längeneinheit eine Strecke λ vom linken Kämpfer an bedecke, wobei $\lambda < \frac{l}{2}$ vorausgesetzt wird. Es ergeben sich hierfür die nachstehenden Formeln:

$$\Delta \varphi_0 = -\frac{p\lambda^2}{120EJl^2} [8l^3 - 20l^2\lambda + 15l\lambda^2 - 4\lambda^3] - \frac{p\lambda^2(8f^2 + 3l^2)}{24EFf^2l} \dots \dots \dots 189.$$

$$-\Delta \varphi_1 = \frac{p\lambda^2}{120EJl^2} [2l^3 - 5l\lambda^2 + 4\lambda^3] - \frac{p\lambda^2(8f^2 + 3l^2)}{24EFf^2l} \dots \dots \dots 190.$$

ferner für den Bogenscheitel

$$\Delta \varphi_s = \frac{p \lambda^2}{240 E J l^2} [9 l^3 - 30 l \lambda^2 + 8 \lambda^3] - \frac{p \lambda^2 (3 l^2 - 16 f^2)}{24 E F f^2 l} \dots 191.$$

$$\Delta \varphi'_s = \frac{p \lambda^2}{240 E J l^2} [l^3 + 10 l \lambda^2 - 8 \lambda^3] + \frac{p \lambda^2 (3 l^2 - 16 f^2)}{24 E F f^2 l} \dots 192.$$

$$\Delta x_s = \frac{p \lambda^2 f}{480 E J l^2} [5 l^3 - 20 l \lambda^2 + 16 \lambda^3] \dots 193.$$

$$\Delta y_s = \frac{p \lambda^2}{960 E J l} [3 l^3 - 20 l \lambda^2 + 16 \lambda^3] - \frac{p \lambda^2 (8 f^2 + 3 l^2)}{48 E F f^2} \dots 194.$$

Reicht die belastete Strecke λ vom linken Kämpfer an über den Bogenscheitel hinaus, also $\lambda > \frac{l}{2}$, so gelten die Gleichungen

$$\Delta \varphi_0 = - \frac{p (l - \lambda)^2}{120 E J l^2} [2 l^3 - 5 (l - \lambda)^2 + 4 (l - \lambda)^3] - \frac{p (4 l \lambda - l^2 - 2 \lambda^2) (8 f^2 + 3 l^2)}{48 E F f^2 l} \dots 195.$$

$$- \Delta \varphi_1 = \frac{p (l - \lambda)^2}{120 E J l^2} [-l^3 + 2 l^2 \lambda + 3 l \lambda^2 + 4 \lambda^3] - \frac{p (4 l \lambda - l^2 - 2 \lambda^2) (8 f^2 + 3 l^2)}{48 E F f^2 l} \dots 196.$$

$$\Delta \varphi_s = \frac{p (l - \lambda)^2}{240 E J l^2} [l^3 + 10 l (l - \lambda)^2 - 8 (l - \lambda)^3] - \frac{p [4 l \lambda - l^2 - 2 \lambda^2] (3 l^2 - 16 f^2)}{48 E F f^2 l} \dots 197.$$

$$\Delta \varphi'_s = \frac{p (l - \lambda)^2}{240 E J l^2} [9 l^3 - 30 l (l - \lambda)^2 + 8 (l - \lambda)^3] + \frac{p [4 l \lambda - l^2 - 2 \lambda^2] (3 l^2 - 16 f^2)}{48 E F f^2 l} \dots 198.$$

$$\Delta x_s = \frac{p (l - \lambda)^2 f}{480 E J l^2} [5 l^3 - 20 l (l - \lambda)^2 + 16 (l - \lambda)^3] \dots 199.$$

$$\Delta y_s = \frac{p (l - \lambda)^2}{960 E J l} [3 l^3 - 20 l (l - \lambda)^2 + 16 (l - \lambda)^3] - \frac{p [4 l \lambda - l^2 - 2 \lambda^2] (3 l^2 + 8 f^2)}{96 E F f^2} \dots 200.$$

Die horizontale Verschiebung des Scheitels wird am größten bei $\lambda = \frac{l}{2}$; man erhält hierfür

$$\max (\Delta x_s) = \frac{p f l^3}{960 E J} \dots 201.$$

Die größte Hebung des Bogenscheitels findet angenähert statt, wenn das erste und letzte Drittel der Spannweite belastet ist. Es ergibt sich

$$\max (\Delta y_s) = \frac{37}{116640} \frac{p l^4}{E J} - \frac{p l^2 (3 l^2 + 8 f^2)}{216 E F f^2} \dots 202.$$

Die größte Einsenkung, welche angenähert bei Belastung des mittleren Drittels auftritt, wird

$$\max (-\Delta y_s) = \frac{37}{116640} \frac{p l^4}{E J} + \frac{5}{864} \frac{p l^2 (3 l^2 + 8 f^2)}{E F f^2} \dots 203.$$

2. Vollwandiger Bogenträger mit Kämpfergelenken.

§ 16. Horizontalschub.

1. Allgemeiner Fall. Durch die Gleichungen 141 bis 148, in welchen die beiden Spannungsmomente M_1 und M_2 gleich Null zu setzen sind, sind die äußeren Kräfte bestimmt, sobald die Horizontalkraft H als bekannt anzusehen ist. Zur Bestimmung dieser letzteren wird es notwendig, die elastischen Formänderungen zu berücksichtigen. Die betreffende Bestimmungsgleichung kann aus dem Satze über die Formänderungsarbeit entwickelt oder unmittelbar aus Gl. 139 abgeleitet werden. Man erhält aus letzterer mit der vereinfachenden Annahme $W = J$ für die Verschiebung des Kämpfers B gegen A

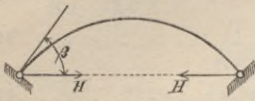
$$\Delta l = \int_0^b \frac{M}{E J} y ds + \int_0^l \frac{P'}{E F} \left(\frac{y}{r} ds - dx \right) - \omega t \int_0^l \left(\frac{y ds}{r} - dx \right) \dots 204.^1)$$

¹⁾ Nach dem Satze über die Formänderungsarbeit läßt sich Gl. 204 wie folgt ableiten: Allgemein lautet der Ausdruck für die Formänderungsarbeit gekrümmter Stäbe

$$A = \int \frac{P'^2 ds}{2 E F} + \int \frac{M^2 ds}{2 E W} - \int \omega t P' ds,$$

Für flache Bögen kann sehr nahe

Fig. 43.



$$\frac{y}{r} ds - dx = - ds \cdot \cos \beta$$

und $P' = H$

gesetzt werden; es ist dies eine Annäherung, welche mit Rücksicht auf den überhaupt geringen Einfluss der Achsialkraft P auf das Endergebnis in der Anwendung stets zulässig ist.

Führt man ferner einen mittleren Querschnitt F_0 ein, der aus

$$\frac{b}{F_0} = \int_0^b \frac{ds}{F} = \frac{s_1}{F_1} + \frac{s_2}{F_2} + \dots$$

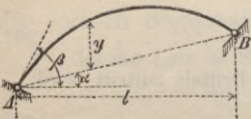
zu berechnen ist, worin b die Länge der Bogenachse, $F_1 F_2 \dots$ die mittleren Querschnitte für die einzelnen Bogenstücke $s_1 s_2 \dots$ bezeichnet, und substituiert $M = \mathfrak{M} - Hy$, so liefert Gl. 204 für den Horizontalschub den Ausdruck

$$H = \frac{\int_0^b \frac{\mathfrak{M} y}{J} ds + E \omega t b \cos \beta - E \Delta l}{\int_0^b \frac{y^2 ds}{J} + \frac{b \cos \beta}{F_0}} \dots \dots \dots 205.$$

Dabei ist zu bemerken, dass die Auflagerung des Bogens nicht notwendigerweise im Schwerpunkte des Kämpferquerschnittes vorausgesetzt wird, sondern beliebig tiefer oder höher liegen kann. Es ist dann nur y immer auf die Kämpferlinie zu beziehen.

Liegen die beiden Kämpfer nicht in gleicher Höhe, sondern bildet die Verbindungslinie derselben den Winkel α mit der Horizontalen (Fig. 44), so folgt die Horizontalkomponente der Auflagerkräfte und zwar:

Fig. 44.



a. für den Fall, dass sich die Spannweite durch eine horizontale Verschiebung der Widerlagspunkte AB um Δl ändert, aus

$$H = \frac{\int_0^b \frac{\mathfrak{M} y}{J} ds + E \omega t b \cos(\beta - \alpha) \sec \alpha - E \Delta l}{\int_0^b \frac{y^2 ds}{J} + \frac{b \cos(\beta - \alpha) \sec^2 \alpha}{F_0}} \dots \dots \dots 206.$$

b. für den Fall, dass eine Verschiebung der Kämpfer in der Richtung der Verbindungslinie AB um $\Delta l \sec \alpha$ erfolgt, aus

$$H = \frac{\int_0^b \frac{\mathfrak{M} y}{J} ds + E \omega t b \cos(\beta - \alpha) \sec \alpha - E \Delta l \sec^2 \alpha}{\int_0^b \frac{y^2 ds}{J} + \frac{b \cos(\beta - \alpha) \sec^2 \alpha}{F_0}} \dots \dots \dots 207.$$

Für flache Bögen kann sehr nahe $b \cos \beta = l$ bezw. $b \cos(\beta - \alpha) = l \sec \alpha$ gesetzt werden.

In den vorstehenden Ausdrücken für H bestimmt das erste Glied des Zählers den Einfluss einer Belastung, das zweite Glied giebt den Einfluss einer Temperatur-

worin unter Beibehalt obiger Bezeichnungen $P' = P + \frac{M}{r}$ und für den Bogenträger mit Kämpfergelenken $M = \mathfrak{M} - Hy$ und $P' = V \sin \varphi + H \cos \varphi + \frac{\mathfrak{M}}{r} - \frac{Hy}{r}$ ist. Nun ist aber nach dem oben bezeichneten Satze $\frac{\partial \Delta}{\partial H}$ gleich der virtuellen Arbeit der Auflagerkräfte $\bar{H} = 1$, d. i. gleich $-\Delta l$, wenn die beiden Kämpfer ihre horizontale Entfernung um Δl vergrößern. Man erhält hiermit

$$-\Delta l = \int \frac{P'}{EF} \frac{\partial P'}{\partial H} ds + \int \frac{M}{EW} \frac{\partial M}{\partial H} ds + \int \omega t \frac{\partial P'}{\partial H} ds$$

oder
$$\Delta l = \int \frac{P'}{EF} \left(\frac{y}{r} - \cos \varphi \right) ds + \int \frac{M}{EW} y ds - \omega t \int \left(\frac{y}{r} - \cos \varphi \right) ds,$$

was, da $ds \cos \varphi = dx$ ist, mit Gl. 204 übereinstimmt.

änderung und das dritte Glied jenen einer Verschiebung der Widerlager. t bezeichnet darin den Unterschied der Temperatur des Bogens gegen die Montierungstemperatur, d. i. gegen jenen Wärmeszustand, bei welchem der unbelastete und gewichtslos gedachte Bogen spannungslos wäre. Bei einem vollen (Halbkreis-) Bogen hat hiernach eine Temperaturänderung keine Spannungen zur Folge.

Ist das Trägheitsmoment des Bogenquerschnittes innerhalb der Feldlängen $a_1 a_2 \dots a_m \dots$ konstant, so können die bestimmten Integrale in den vorstehenden Ausdrücken für H ganz in gleicher Weise, wie dies in § 5 auf S. 19 entwickelt wurde, in Summengrößen verwandelt werden, wenn man die mit $\cos \varphi$ multiplizierten Trägheitsmomente J' einführt, also

$$J' = J \cos \varphi = J \frac{dx}{ds} \dots \dots \dots 208.$$

setzt. Es ergibt sich auf Grund der Gleichungen 64 und 65, wenn a_0 eine mittlere Feldlänge, J'_0 ein mittleres J' bezeichnet,

$$\int_0^b \frac{\mathfrak{M} y}{J} ds = \frac{a_0}{J'_0} \sum_0^l \mathfrak{M}_m v_m \dots \dots \dots 209.$$

$$\int_0^b \frac{y^2}{J} ds = \frac{a_0}{J'_0} \sum_0^l y_m v_m, \dots \dots \dots 210.$$

worin

$$v_m = \frac{a_m}{6 a_0} \frac{J'_0}{J'_m} (2 y_m + y_{m-1}) + \frac{a_{m+1}}{6 a_0} \frac{J'_0}{J'_{m+1}} (2 y_m + y_{m+1}) \dots \dots \dots 211.$$

ist. Es gilt sonach auch hier hinsichtlich der Belastung durch eine vertikale Einzelast dieselbe Regel, wie sie für die unter B. behandelten Trägersysteme abgeleitet wurde und kann die durch die alleinige Wirkung dieser Last hervorgerufene Horizontalkraft den Ordinaten eines Seilpolygons proportional gesetzt werden, welches den in den Knotenpunktsvertikalen als Kräfte wirkend gedachten Größen v entspricht.

Besteht die Belastung nur aus einer horizontalen Kraft W , welche in einem Abstände h über der Kämpferlinie an einem Punkte der Bogenachse, dessen Abscisse w ist, angreift, so liefert die Grundgleichung 204, wenn man den Einfluss der Temperatur und einer Verschiebung der Widerlager ausscheidet und für die Achsialkräfte die Näherungen

$$P = H - W \Big]_{x=0}^{x=w} \quad \text{und} \quad P = H \Big]_{x=w}^{x=l}$$

einführt, für den Horizontalschub im rechten Kämpfer wieder die Bestimmungsgleichung

$$H_w = \frac{\int_0^b \frac{\mathfrak{M} y}{J} ds + \frac{W w}{F_0}}{\int_0^b \frac{y^2 ds}{J} + \frac{b \cos \beta}{F_0}} \dots \dots \dots 212.$$

bezw. bei Ersatz der bestimmten Integralwerte durch die Summengrößen 209 und 210

$$H_w = \frac{\sum_0^l \mathfrak{M}_m v_m + W \frac{J'_0 w}{F_0 a}}{\sum_0^l y_m v_m + \frac{b \cos \beta J'_0}{F_0 a_0}} \dots \dots \dots 213.$$

Im linken Kämpfer A wirkt dann nach außen die Kraft $W - H_w$.

Es ist aber für die Belastung durch die Horizontalkraft

$$\mathfrak{M} = W y - W \frac{h}{l} x \Big]_{x=0}^{x=w} \quad \text{und} \quad \mathfrak{M} = W \frac{h}{l} (l - x) \Big]_{x=w}^{x=l},$$

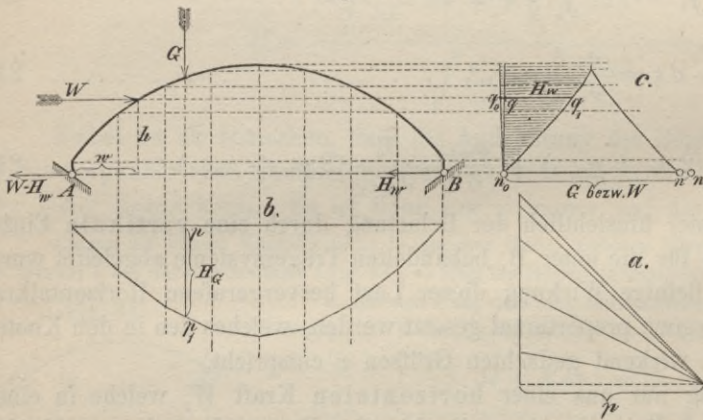
woraus folgt

$$\begin{aligned} \sum_0^l \mathfrak{M}_m v_m &= W \left[\sum_0^w y_m v_m - \frac{h}{l} \sum_0^w v_m x + \frac{h}{l} \sum_w^l v_m (l-x) \right] \\ &= W \left[\frac{h}{l} \sum_0^l (l-x) v_m - \sum_0^w (h-y) v_m \right] \dots \dots \dots 214. \end{aligned}$$

$\frac{1}{l} \sum_0^l (l-x) v_m$ giebt den Stützendruck in A der vertikal wirkend gedachten Kräfte v_m . Denkt man sich diesen Stützendruck, der leicht bestimmbar und für symmetrische Bögen $= \frac{1}{2} \sum_0^l v_m$ ist, horizontal in A , desgleichen die Kräfte v_m an den Bogenpunkten in entgegengesetzter Richtung wirkend, so bezeichnet obige KlammergröÙe das statische Moment dieser Kräfte in Beziehung auf die Angriffshorizontale von W und kann dieselbe durch die Ordinate eines Seilpolygons in bekannter Weise dargestellt werden.

Danach erscheint die Konstruktion des Horizontalschubes für eine vertikale Einzelast G , sowie für eine horizontale Kraft W in Fig. 45 durchgeführt. Fig. 45 *a* ist das

Fig. 45.



aus den, nach Gl. 211 berechneten Strecken v_m konstruierte Kraftpolygon, Fig. 45 *b* ist das Seilpolygon dieser Kräfte für vertikale Angriffsrichtung, Fig. 45 *c* jenes für horizontale Angriffsrichtung. Diese Seilpolygone geben auf den Richtungslinien der Kräfte G und W die Abschnitte $p p_1$ und $q q_1$. Wird zu letzteren noch die Strecke

$q q_0 = \frac{J'_0 w}{F'_0 a_0 p}$ hinzugetragen, so entsprechen die Strecken $p p_1$ und $q_0 q_1$ den durch die Kräfte G und W hervorgerufenen Horizontalschüben, wenn diese Kräfte selbst durch die Strecke $n_0 n_1$ dargestellt werden. Letztere Strecke setzt sich zusammen aus

$$n_0 n = \sum_0^l y_m v_m \quad \text{und} \quad n n_1 = \frac{b \cos \beta J'_0}{F'_0 a_0 p},$$

worin p die Poldistanz des Kraftpolygons (Fig. 45 *a*) bezeichnet.²⁾

Für ein konstantes a_m und ein konstantes J' , d. i. für ein Trägheitsmoment, welches im Maße von $\sec \varphi$ gegen die Kämpfer hin zunimmt, wird angenähert $v_m = y_m$.

Für Blechbogenträger, bei welchen die Stehblechhöhe in der Regel wenig veränderlich ist, liefert die Näherung $v_m = y_m$ wohl immer genügend genaue Resultate. Es zeigt sich, daß die Veränderlichkeit im Trägheitsmomente schon ziemlich bedeutend sein muß, wenn daraus ein merklicher Einfluß auf die GröÙe von H resultieren soll.

Die Formeln 205, bezw. 206 und 207 umfassen auch den Fall, wo die beiden Kämpfer durch ein elastisches Band verbunden sind. Es ist dann bei dem Querschnitte F_1 dieses Bandes

$$\Delta l = \frac{H}{E F_1} l + \omega t l$$

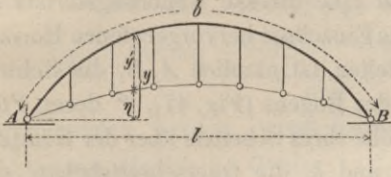
²⁾ Daß die Horizontalschubkurve einer Einzelast für den Bogen mit Kämpfergelenken durch ein Seilpolygon dargestellt werden könne, wurde zuerst von Mohr nachgewiesen.

zu setzen, womit Gl. 205 übergeht in:

$$H = \frac{\int_0^b \frac{\mathfrak{M} y}{J} ds + E \omega t (b \cos \beta - l)}{\int_0^b \frac{y^2}{J} ds + \frac{b \cos \beta}{F_0} + \frac{l}{F_1}} \dots \dots \dots 215.$$

Etwas komplizierter liegt der Fall dann, wenn das Zugband selbst gesprengt und durch Hängestangen an den Bogen angehängt ist.³⁾ Hier wird man am schnellsten zur Aufstellung der Gleichung für H gelangen, wenn man das Prinzip der kleinsten Formänderungsarbeit auf das Trägersystem anwendet. Sind die Hängestangen vertikal in den Abständen a angeordnet (Fig. 46) und erlaubt man sich wieder die für flache Bögen zulässige Näherung, die Achsialkraft im Bogen und im Zugband = H zu setzen, so hat man zunächst

Fig. 46.



$$M = \mathfrak{M} - H y + H \eta = \mathfrak{M} - H y'$$

und man erhält, wenn F_0 einen mittleren Bogenquerschnitt, F_1 den Querschnitt des Zugbandes, F_2 den Querschnitt einer Hängestange bezeichnet,

$$H = \frac{\int_0^b \frac{\mathfrak{M} y'}{J} ds + E \omega t (b - l)}{\int_0^b \frac{y'^2}{J} ds + \frac{b}{F_0} + \frac{l}{F_1} + \frac{1}{F_2} \sum_0^l y' \left(\frac{\Delta^2 \eta}{a} \right)^2} \dots \dots \dots 216.$$

Diese Formel weist wieder auf dieselbe graphische Bestimmung von H hin, wie sie oben aus Gl. 205 u. f. abgeleitet wurde, nur ist nunmehr als Bogenordinate y der Abstand y' zwischen Bogen und Zugband einzuführen.

2. Bogen mit flacher parabolischer Achse und parallelen Gurtungen. Belastung durch eine Einzellast. Lässt man die gleichen vereinfachenden Annahmen gelten wie oben, so ist Gl. 205 für die Bestimmung des Horizontalschubes auch auf den vorliegenden Fall anzuwenden. Setzt man $J \cdot \cos \varphi = J \frac{dx}{ds} = \text{konstant} = J_0$, so wird für die Parabel mit der Pfeilhöhe f und für eine im Abstände ξ vom Kämpfer angreifende Einzellast G (man vergleiche die Entwicklung der Formel 67), wenn man überdies berücksichtigt, dass für flache Bögen $b \cdot \cos \beta = l \left(1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{l^2} \right) \left(1 - 8 \frac{f^2}{l^2} \right) = l \left(1 - \frac{16}{3} \frac{f^2}{l^2} \right)$ ist,

$$H = \frac{5 \xi (\xi^3 - 2l\xi^2 + l^3) f}{\left[8f^2 + 15 \frac{J_0}{F_0} \left(1 - \frac{16}{3} \frac{f^2}{l^2} \right) \right] l^3} G + 15 E J_0 \frac{\omega t \left(1 - \frac{16}{3} \frac{f^2}{l^2} \right) - \frac{\Delta l}{l}}{8f^2 + 15 \frac{J_0}{F_0} \left(1 - \frac{16}{3} \frac{f^2}{l^2} \right)} \dots \dots 217.$$

Will man den Einfluss der Achsialkraft, welcher annähernd mit $P_x = H$ Berücksichtigung fand, ganz vernachlässigen, so wäre im vorstehenden Ausdrucke $F_0 = \infty$ zu setzen, also das zweite Glied im Nenner wegzulassen, wodurch man für die bloße Wirkung einer Einzellast erhält:

$$H = \frac{5}{8} \frac{\xi}{l} \left(\frac{\xi^3}{l^3} - 2 \frac{\xi^2}{l^2} + 1 \right) \frac{l}{f} \cdot G \dots \dots \dots 217^a.$$

³⁾ Dieser bei Dachträgern vorkommende Fall wurde von Prof. Brik eingehend behandelt in der Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1882.

Diese Formel ist auch bei Berücksichtigung der Achsialkraft zu verwenden, wenn anstatt f die Pfeilhöhe

$$f' = f \left[1 + \frac{15}{8} \frac{J_0}{F_0 f^2} \left(1 - \frac{16}{3} \frac{f^2}{l^2} \right) \right] \dots \dots \dots 218.$$

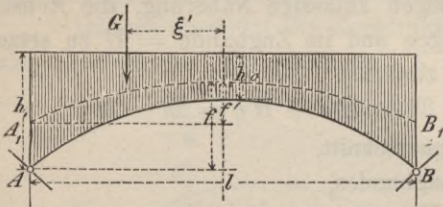
eingeführt wird.

Die Gleichung der Kämpferdrucklinie folgt aus Gl. 154^a mit

$$\eta = \frac{8 f' l^2}{5 (l^2 + l \xi - \xi^2)} \dots \dots \dots 219.$$

3. Vollwandiger Blechbogen mit parabelförmigem Untergurte und geradem Obergurte. Obwohl für die Behandlung dieses Falles die allgemeinen Formeln (205 in Verbindung mit 209 bis 211) genügen, wollen wir hier doch noch eine direkte Näherungsformel für

Fig. 47.



den durch eine Einzellast hervorgerufenen Horizontalschub aufstellen. Ist nämlich $A_1 B_1$ die Schwerpunktsachse des Bogens (Fig. 47), f' deren Pfeilhöhe, f die Höhe ihres Scheitels über der Kämpferlinie, sind h_0 und h_1 die Querschnittshöhen, d. i. der Vertikalabstand der Schwerlinien der Gurte im Scheitel und im Kämpfer, J_0 und J_1 die Trägheitsmomente des Bogenquerschnittes im Scheitel

und im Kämpfer; führt man ferner die Verhältniszahlen

$$\left. \begin{aligned} \nu &= \frac{f'}{f} \\ \varepsilon &= \frac{h_1 - h_0}{h_0} \\ \kappa &= \frac{J_1 + J_0}{J_0} - \frac{2 l_1}{h_0} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 220.$$

ein und setzt angenähert $J_x = J_0 \left(1 + 8\varepsilon \frac{x^2}{l^2} + 16\kappa \frac{x^4}{l^4} \right)$, wobei x den Abstand eines Querschnittes vom Bogenscheitel bezeichnet, so erhält man durch Substitution in Gl. 205 den Horizontalschub für eine im Abstände ξ' vom Bogenscheitel angreifende Einzellast, wenn zur Abkürzung $\frac{2 \xi'}{l} = \gamma$ gesetzt wird:

$$H = \frac{\left\{ \frac{1}{8} (1 - \gamma^2) + \frac{1}{48} a (1 - \gamma^4) - \frac{1}{120} b (1 - \gamma^6) + \frac{1}{224} c (1 - \gamma^8) \right\} G \frac{l}{f} + \frac{E J_0}{f^2 l} \omega t b \cos \beta}{1 - \frac{2}{3} \nu + \frac{1}{5} \nu^2 + 8 \nu^2 \frac{f^2}{l^2} \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5} \nu + \frac{1}{7} \nu^2 \right) - 2 \varepsilon d + (4 \varepsilon^2 - \kappa) e - \frac{4}{7} \varepsilon (2 \varepsilon^2 - \kappa) + \frac{J_0 b \cos \beta}{F_0 f^2 l}} 221.$$

worin

$$\begin{aligned} a &= \left(8 \nu \frac{f^2}{l^2} - 1 \right) \nu - 2 \varepsilon, \\ b &= 8 \nu^3 \frac{f^2}{l^2} + 2 \nu \varepsilon \left(8 \nu \frac{f^2}{l^2} - 1 \right) - 4 \varepsilon^2 + \kappa, \\ c &= 16 \varepsilon \nu^3 \frac{f^2}{l^2} + (4 \varepsilon^2 - \kappa) \nu \left(8 \nu \frac{f^2}{l^2} - 1 \right) - 4 \varepsilon (2 \varepsilon^2 - \kappa), \\ d &= \frac{1}{3} - \frac{2}{5} \nu + \frac{1}{7} \nu^2 + 8 \nu^2 \frac{f^2}{l^2} \left(\frac{1}{5} - \frac{2}{7} \nu \right), \\ e &= \frac{1}{5} + \frac{2}{7} \nu \left(4 \nu \frac{f^2}{l^2} - 1 \right). \end{aligned}$$

Fig. 48.



Die vorstehende Gleichung kann auch als allgemeine Näherungsformel zur Berechnung des Horizontalschubes bei beliebiger Veränderlichkeit der Bogenquerschnitte unter Voraussetzung einer parabolischen Schwerpunktsachse dienen. So erhält man den Horizontalschub für ein konstantes Trägheitsmoment durch die Substitution $\varepsilon = \kappa = 0$, für die Auflagerung in der Schwerpunktsachse durch die Substitution $\nu = 1$. Für den Sichelträger (Fig. 48) wäre

$\nu = 1, \varepsilon = -1, \kappa = +1$ zu setzen; man erhält in diesem Falle

$$H = \frac{\left\{ \frac{1}{8} (1 - \gamma^2) + \left[\frac{1}{48} (1 - \gamma^4) + \frac{1}{120} (1 - \gamma^6) + \frac{1}{224} (1 - \gamma^8) \right] \left(1 + \frac{8f^2}{l^2} \right) \right\} G \frac{l}{f} + \frac{E J_0}{f^2 l} \omega t b \cos \beta}{1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{l^2} + \frac{J_0 b \cos \beta}{F_0 f^2 l}} \quad 222.$$

Eine andere Formel für den Sichelträger lautet⁴⁾:

$$H = \frac{\left((1 + \gamma) \log \text{nat} \frac{2}{1 + \gamma} + (1 - \gamma) \log \text{nat} \frac{2}{1 - \gamma} \right) G \frac{l}{8f} + \frac{E J_0}{f^2 l} \omega t b \cos \beta}{1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{l^2} + \frac{J_0 b \cos \beta}{F_0 f^2 l}} \quad 222^a.$$

Die Kämpferdrucklinie bestimmt sich aus der allgemeinen Gleichung 154^a.

4. Bogen mit kreisförmiger Achse. Gl. 139 ergibt, wenn darin wieder die genauere Beziehung $P' = P + \frac{M}{r}$ eingeführt wird, wenn die Substitutionen

$$y = r (\cos \varphi - \cos \beta), \quad y_0 = y_1 = 0, \quad \frac{y}{r} ds - dx = - ds \cos \beta$$

und $P = H \cos \varphi + V \sin \varphi$

vorgenommen werden, wenn ferner bei konstant angenommenem Trägheitsmomente zur Abkürzung die kleine Größe $\frac{J}{F r^2} = \delta$ 223.

gesetzt wird:

$$\left. \begin{aligned} EJ \Delta l &= r^2 \int_{-\beta}^{+\beta} \mathfrak{M} (\cos \varphi - \cos \beta) d\varphi - r^2 \delta \int_{-\beta}^{+\beta} \mathfrak{M} \cos \beta d\varphi - 2 H r^3 \int_0^{\beta} (\cos \varphi - \cos \beta)^2 d\varphi \\ &+ 2 H r^3 \delta \int_0^{\beta} (\cos \varphi - \cos \beta) \cos \beta d\varphi - 2 H r^3 \delta \int_0^{\beta} \cos \beta \cos \varphi d\varphi - \delta r^3 \int_{-\beta}^{+\beta} V \cos \beta \sin \varphi d\varphi \\ &+ 2 EJ \omega t \cos \beta r \beta \end{aligned} \right\} 224.$$

Für zwei symmetrisch gelegene Einzellasten G , welche an Punkten des Bogens angreifen, deren Centriwinkel = 2γ ist, wird

Fig. 49.



$$\begin{aligned} \mathfrak{M} &= G r (\sin \beta - \sin \gamma) \Big]_{\varphi=0}^{\varphi=\gamma} & V &= 0 \Big]_{\varphi=0}^{\varphi=\gamma} \\ \mathfrak{M} &= G r (\sin \beta - \sin \varphi) \Big]_{\varphi=\gamma}^{\varphi=\beta} & V &= G \Big]_{\varphi=\gamma}^{\varphi=\beta} \end{aligned}$$

Die Substitution dieser Ausdrücke in Gl. 224 und die Reduktion auf H ergibt für den durch eine Einzellast (in Verbindung mit einer Temperaturänderung t und einer Verschiebung der Widerlager um Δl) hervorgerufenen Horizontalschub

$$H = \frac{[\sin^2 \beta - \sin^2 \gamma + 2 \cos \beta (\cos \gamma - \cos \beta) - 2 (1 + \delta) \cos \beta (\beta \sin \beta - \gamma \sin \gamma)] G + 2 \frac{EJ}{r^3} (2 \omega t r \beta \cos \beta - \Delta l)}{2 (\beta - 3 \sin \beta \cos \beta + 2 (1 + \delta) \beta \cos^2 \beta)} \quad 225.$$

Für den Halbkreisbogen, $\beta = \frac{\pi}{2}$, wird $H = \frac{\cos^2 \gamma}{\pi} G - \frac{2 EJ \Delta l}{r^3 \pi}$ 226.

Die Gleichung der Kämpferdrucklinie folgt aus Gl. 154^a mit

$$\eta = \frac{G r (\sin \beta^2 - \sin \gamma^2)}{2 H \sin \beta} \quad 227.$$

Für den Halbkreis wird $\eta = \frac{r \pi}{2}$ 227^a.

Die Kämpferdrucklinie ist sonach für den Halbkreisbogen eine horizontale Gerade. Flache Kreisbögen können ohne großen Fehler nach den für Parabelbögen geltenden Formeln gerechnet werden.

⁴⁾ Siehe in der 1. Auflage dieses Handbuches das von Geh. Oberbaurat Schäffer bearbeitete XI. Kapitel des zweiten Bandes, S. 476.

§ 17. Größte Momente und Transversalkräfte.

1. Allgemeiner Fall. Graphische Bestimmung. Den in § 13 gegebenen allgemeinen Regeln über die Konstruktion der Kämpferdrucklinie und die Bestimmung der gefährlichsten Belastungsweisen ist hinsichtlich der Anwendung auf den Bogen mit Kämpfergelenken nichts wesentliches hinzuzufügen. Hat man die Kurve des Horizontalschubes (bezw. das Polygon, wenn sich die Lasten nur in einzelnen Punkten auf den Bogen absetzen können), für eine wandernde Einzellast nach den gerechneten Werten aufgetragen oder, wie in § 16 unter 1. angegeben, durch Konstruktion bestimmt, so kann auch die Kämpferdrucklinie in der bekannten Weise verzeichnet werden. Mit Hilfe derselben ist nun die gefährlichste Belastungsweise nach § 13 zu ermitteln. Hinsichtlich der Bestimmung der größten Momente und Transversalkräfte gilt das hierüber in § 6 unter 4. und 5. Gesagte. Man kann auch hier wieder entweder von der Methode der Einflußlinien Gebrauch machen oder das Seilpolygon der Belastung verzeichnen. Wie bereits beim Bogen mit drei Gelenken bemerkt wurde, empfiehlt es sich, die Momente auf die Kernpunkte der Querschnitte zu beziehen, da sich aus diesen Momenten nach Gl. 133 die Grenzwerte der Normalspannungen direkt bestimmen.

Fig. 50.

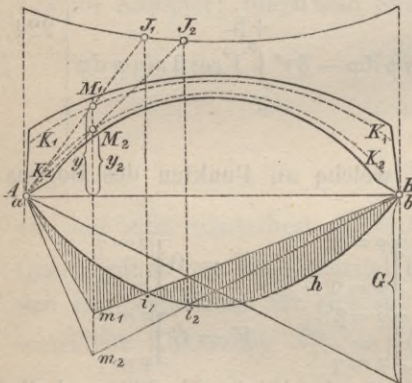


Fig. 50 zeigt die Anwendung der Methode der Einflußlinien. K_1K_2 und K_3K_4 sind die beiden Kernlinien. Da allgemein $M = \mathfrak{M} - Hy = y \left(\frac{\mathfrak{M}}{y} - H \right)$ ist, so stellt sich das Moment für eine wandernde Einzellast durch die Differenz der Ordinaten der mit der Strecke y als Lasteinheit konstruierten Einflußlinie des geraden Balkenträgers und der Kurve des Horizontalschubes dar. Es bestimmt sonach, da für die Lastlage in J_1 das Moment im oberen, für jene in J_2 das Moment im unteren Kernpunkte des Querschnittes M_1, M_2 gleich Null sein muß, $a m_1 i_1 b$ bzw. $a m_2 i_2 b$ die Einflußlinien der Momente in Beziehung auf die beiden Kernpunkte und es wird für eine stetige gleichmäßig verteilte zufällige Belastung p

f. d. Längeneinheit, wenn v_1 und v_2 die Abstände der obersten und untersten Querschnittsfasern von der Schwerachse bezeichnen:

$$\begin{aligned} \text{Größte Zugspannung in der obersten Faser} & \frac{v_1 y_2}{J} \text{ Fläche } \overline{i_2 h b} \left(\frac{p l}{2 \text{ Fläche } a d b} \right) \\ \text{„ Druckspannung „ „ „ „} & \frac{v_1 y_2}{J} \text{ Fläche } \overline{a m_2 i_2} \left(\frac{p l}{2 \text{ Fläche } a d b} \right) \\ \text{größte Zugspannung in der untersten Faser} & \frac{v_2 y_1}{J} \text{ Fläche } \overline{a m_1 i_1} \left(\frac{p l}{2 \text{ Fläche } a d b} \right) \\ \text{„ Druckspannung „ „ „ „} & \frac{v_2 y_1}{J} \text{ Fläche } \overline{i_1 h b} \left(\frac{p l}{2 \text{ Fläche } a d b} \right). \end{aligned}$$

Die Bestimmung der Flächen der Einflußlinien kann wieder auf graphischem Wege erfolgen, wie dies bereits in § 6 unter 4. a. näher angegeben wurde.

Die Einflußlinie der Transversalkräfte ergibt sich nach Fig. 40, wenn für abc die Kurve des Horizontalschubes gesetzt wird.

Die Methode der Einflußlinien wird insbesondere dann vorteilhaft Anwendung finden, wenn die Verkehrsbelastung aus einem Zuge von Einzellasten besteht. Hier kann hinsichtlich der Ermittlung der ungünstigsten Laststellung auf das auf S. 22 Gesagte hingewiesen werden.

Noch wäre darauf aufmerksam zu machen, daß in den meisten Fällen der Anwendung auch die stetige Belastung nur in einzelnen Punkten auf die Hauptkonstruktion übertragen wird. In diesem Falle ist zu berücksichtigen, daß die Einflußlinien keine stetigen Kurven, sondern Polygonzüge bilden, deren Ecken auf den Vertikallinien durch jene Punkte liegen, in welchen die Übertragung der Lasten stattfindet.

Die zweite Methode der graphischen Bestimmung der Momente und Transversalkräfte aus dem Seilpolygon der partiellen Belastung ist in analoger Weise, wie dies in § 6 unter 4. b. gezeigt wurde, durchzuführen.

2. Bogen mit parabelförmiger Schwerachse und veränderlichem Trägheitsmomente. Man erhält den Horizontalschub für eine gleichmäßige totale Belastung mit p pro Längeneinheit durch Integration der Gl. 221. Man findet, wenn N den Nenner der obigen Gleichung bezeichnet,

$$\mathfrak{S}_{\text{tot}} = \frac{\frac{1}{12} + \frac{1}{60} a - \frac{1}{140} b + \frac{1}{252} c}{N} p \frac{l^2}{f} \dots \dots \dots 228.$$

Für eine partielle Belastung, welche von einem Trägerende bis zu einem Punkte reicht, der von der Bogenmitte um $\pm \xi'_1$ absteht, wird der Horizontalschub, wenn wieder $\pm \frac{2\xi'_1}{l} = \pm \gamma_1$ ist, wobei das + Zeichen dann gilt, wenn die Last die Bogenmitte überdeckt, das — Zeichen dann, wenn dies nicht der Fall ist,

$$\mathfrak{S} = \frac{(2 + 3\gamma_1 - \gamma_1^3) + \frac{1}{10}(4 + 5\gamma_1 - \gamma_1^5) \cdot a - \frac{1}{140}(6 + 7\gamma_1 - \gamma_1^7) b + \frac{1}{336}(8 + 9\gamma_1 - \gamma_1^9) c}{48N} \cdot p \frac{l^2}{f} \quad 229.$$

Sind $x_k y_k$ die Koordinaten des Kernpunktes eines Querschnittes, so bestimmen sich die Lastenden für die ungünstigste Belastungsweise aus

$$\frac{x_k}{y_k} = \frac{H}{V_1} \quad \text{bezw.} \quad \frac{l - x_k}{y_k} = \frac{H}{V_2};$$

mit Substitution von H aus Gl. 221 und $V_1 = G \frac{1 + \gamma}{2}$ folgt

$$\frac{1}{4}(1 - \gamma_1) \left[1 + \frac{1}{6}(1 + \gamma_1^2) a - \frac{1}{15}(1 + \gamma_1^2 + \gamma_1^4) b + \frac{1}{28}(1 + \gamma_1^2 + \gamma_1^4 + \gamma_1^6) c \right] \frac{l}{f} = \frac{x_k}{y_k} N \quad 230.$$

Mit dem aus vorstehender Gleichung folgenden Werte von γ_1 berechnet sich \mathfrak{S} aus Gl. 229 und damit das größte negative Moment aus

$$M_{\text{min}} = \mathfrak{B} x_k - \mathfrak{S} y_k = \frac{1}{8} (1 + \gamma_1)^2 p l x_k - \mathfrak{S} y_k \dots \dots \dots 231.$$

Dieser Ausdruck gilt für die Querschnitte vom Kämpfer bis zu einem Punkte, dessen Abscisse sich aus

$$l - x'_k = \frac{l \left(1 + \frac{1}{3} a - \frac{1}{5} b + \frac{1}{7} c \right)}{2Nf} \cdot y'_k \dots \dots \dots 232.$$

bestimmt. Für die mittlere Strecke von x'_k bis $l - x'_k$, für welche eine geteilte, beiderseits bis zum Trägerende reichende Belastung anzunehmen ist, ist zu dem aus Gl. 231 folgenden Werte von M noch jener zu addieren, welcher sich aus derselben Formel für den symmetrisch zur Bogenmitte gelegenen Punkt ergibt.

Für die Berechnung der Transversalkraft können die allgemeinen Formeln benutzt werden.

3. Bogen mit flacher parabolischer Schwerachse und parallelen Gurtungen. Dieser Fall erscheint als ein Specialfall des vorher behandelten und erhält man bei durchaus konstantem Trägheitsmomente die betreffenden Gleichungen durch Substitution von $\varepsilon = \nu = 0$ und $\nu = 1$ in den Gleichungen 228 bis 232. Für ein Trägheitsmoment, welches mit der Sekante des Neigungswinkels gegen die Kämpfer zunimmt, also für $J_x = J_0 \sec \varphi$, folgt aus Gl. 217 durch Integration

$$\mathfrak{S}_{\text{tot}} = \frac{1}{8} \frac{p l^2}{f'} \quad \mathfrak{S} = \frac{5}{16} \left(\frac{\lambda_1}{l} \right)^2 \left[1 - \left(\frac{\lambda_1}{l} \right)^2 + \frac{2}{5} \left(\frac{\lambda_1}{l} \right)^3 \right] \frac{p l^2}{f'} \dots \dots \dots 233.$$

wenn λ_1 die Länge der vom Kämpfer aus belasteten Strecke bezeichnet. Für das größte negative Moment ist λ_1 aus

$$(l - \lambda_1)(l^2 + l\lambda_1 - \lambda_1^2) = \frac{8}{5} \frac{x_k}{y_k} f' l^2 \dots \dots \dots 234.$$

zu bestimmen und berechnet sich dieses selbst mit

$$M_{\min} = \mathfrak{B} x_k - \mathfrak{S} y_k = \frac{p \lambda_1^2}{2l} x_k - \mathfrak{S} y_k \dots \dots \dots 235.$$

Für die mittlere Strecke beiderseits des Bogenscheitels zwischen den Abscissen x'_k und $l - x'_k$, welche durch die Gleichung

$$l - x'_k = \frac{5}{8} \frac{l}{f'} y'_k \dots \dots \dots 236.$$

bestimmt sind, ist zu dem oben berechneten Werte von M noch jener zu addieren, welcher sich aus derselben Formel für den symmetrisch gelegenen Bogenpunkt ergibt.

Für eine totale Belastung wird das auf die parabolische Schwerachse des Bogens bezogene Moment

$$M_{\text{tot}} = \frac{p x (l - x)}{2} \cdot \frac{f' - f}{f'} \dots \dots \dots 237.$$

oder auf die Kernpunkte bezogen

$$M_{\text{tot}} = \frac{p x_k (l - x_k)}{2} - \frac{p l^2}{8 f'} y_k, \dots \dots \dots 237^a.$$

woraus sich auch leicht das größte positive Moment ergibt.

Wird f' , welches sich durch Formel 218 oder angenähert durch

$$f' = f \left(1 + \frac{15}{8} \frac{J_0}{F_0 f^2} \right)$$

bestimmt, gleich f gesetzt, was auf die Vernachlässigung des Einflusses der Achsialkraft auf die Formänderung hinauskommt, so wird $\mathfrak{S}_{\text{tot}} = \frac{1}{8} \frac{p l^2}{f} = \mathfrak{S}'_{\text{tot}}$ und das auf die parabolische Bogenachse bezogene Moment = 0; die Drucklinie fällt sonach unter dieser Voraussetzung mit der Bogenachse zusammen. Der Fehler, den man hierdurch bei der Bestimmung der Spannungen, insbesondere im Bogenscheitel, begehen würde, kann aber unter Umständen ziemlich beträchtlich werden. Besteht beispielsweise der Querschnitt im Bogenscheitel aus zwei im Abstände h befindlichen Gurtungen vom Flächeninhalte F'_0 , so würde mit obiger Vernachlässigung die Spannung pro Flächeneinheit in jeder Gurtung $\sigma' = -\frac{\mathfrak{S}'_0}{F_0}$. Mit Einführung des Wertes $f' = f \left(1 + \frac{15}{32} \frac{h^2}{f^2} \right)$ erhält man jedoch:

$$\text{Spannung in der oberen Gurtung } \sigma_o = \sigma' \frac{f'}{f} \left(1 + \frac{2(f' - f)}{h} \right) = \sigma' \frac{1 + \frac{15}{16} \frac{h}{f}}{1 + \frac{15}{32} \frac{h^2}{f^2}};$$

$$\text{Spannung in der unteren Gurtung } \sigma_u = \sigma' \frac{1 - \frac{15}{16} \frac{h}{f}}{1 + \frac{15}{32} \frac{h^2}{f^2}}.$$

Erstere wird zum Maximum für $\frac{h}{f} = 0,742$, und zwar wird für diesen Wert $\sigma_o = 1,35 \sigma'$, $\sigma_u = 0,242 \sigma'$. Für $\frac{h}{f} \geq \frac{16}{15}$ erhalte σ_u das entgegengesetzte Vorzeichen von σ' , würde sonach eine Zugspannung. Für $\frac{h}{f} = \frac{1}{3}$ ergibt sich für die obere Gurtung $\sigma_o = 1,24 \sigma'$, für die untere Gurtung $\sigma_u = 0,65 \sigma'$.

Für die Transversalkräfte bestimmt sich die ungünstigste Belastungsweise aus

$$\lambda_2 (l^2 + l\lambda_2 - \lambda_2^2) = \frac{8}{5} f' l^2 \cotg \varphi \dots \dots \dots 238.$$

und die größte positive Transversalkraft wird, wenn $\mathfrak{S}_{x-\lambda_2}$ den nach Gl. 233 zu berechnenden Horizontalschub für eine Belastung der Strecke von x bis λ_2 bezeichnet,

$$Q_{\max} = \frac{p}{2l} [(l - x)^2 - (l - \lambda_2)^2] \cos \varphi - \mathfrak{S}_{x-\lambda_2} \sin \varphi \dots \dots \dots 239.$$

desgl. wird

$$Q_{\min} = \frac{1}{2} p (l - 2x) \cos \varphi - \frac{p l^2}{8 f'} \sin \varphi - Q_{\max} \dots \dots \dots 240.$$

4. Bogen mit kreisförmiger Stabachse. Den Horizontalschub für eine stetige, gleichmäßig verteilte Belastung, p pro Längeneinheit, erhält man durch Integration der Gleichung 225 zwischen den entsprechenden Grenzen, wobei $G = p dx = -pr \cos \gamma d\gamma$ zu setzen ist. Reicht die Belastung von einem Kämpfer bis zu einem Punkte, der um den Centriwinkel γ von der Bogenmitte absteht, so sind die Grenzen $\gamma = \beta$ und γ einzuführen und man erhält:

$$\mathfrak{S} = \frac{\sin \beta \cdot A - \sin \gamma \cdot B + \frac{1}{2} \cos \beta (\beta - \gamma) - \frac{1}{2} \delta \cos \beta \cdot C}{2 (\beta - 3 \sin \beta \cos \beta + 2 (1 + \delta) \beta \cos^2 \beta)} p r \dots 241.$$

Hierin ist

$$A = \frac{2}{3} \sin^2 \beta - \frac{1}{2} \cos^2 \beta - \beta \sin \beta \cos \beta,$$

$$B = \sin^2 \beta - \frac{1}{3} \sin^2 \gamma - \cos \beta \left(2 \cos \beta + 2 \beta \sin \beta - \gamma \sin \gamma - \frac{3}{2} \cos \gamma \right),$$

$$C = \sin \beta (2 \beta \sin \beta - 4 \beta \sin \gamma - \cos \beta) + \sin \gamma (2 \gamma \sin \gamma + \cos \gamma) + \beta - \gamma.$$

Für vollständige Belastung ($\gamma = -\beta$) wird

$$\mathfrak{S}_{\text{tot}} = \frac{\sin^3 \beta - 3 (1 - 2 \sin^2 \beta) (\sin \beta - \beta \cos \beta) - 3 \delta \cos \beta (\beta + 2 \beta \sin^2 \beta - \sin \beta \cos \beta)}{6 (\beta - 3 \sin \beta \cos \beta + 2 (1 + \delta) \beta \cos^2 \beta)} p r \dots 242.$$

und für den Halbkreis und vollständige Last

$$\mathfrak{S}_{\text{tot}} = \frac{4}{3\pi} p \cdot r \dots 243.$$

Mit Hilfe der durch Gl. 227 gegebenen Kämpferdrucklinie bestimmt sich wieder die ungünstige Belastungsweise und für diese nach Gl. 235 bzw. 239 die größten Momente und Transversalkräfte. In Fig. 51 u. 52 sind dieselben für eine kreisförmige Stabachse und gleichabstehende Kernlinien dargestellt. Es ist dabei dieselbe Bezeichnung gewählt wie bei den auf den Bogen mit drei Gelenken sich beziehenden Figuren 41 u. 42 und es kann deshalb auf die dort gegebene Erklärung verwiesen werden.

Fig. 51.

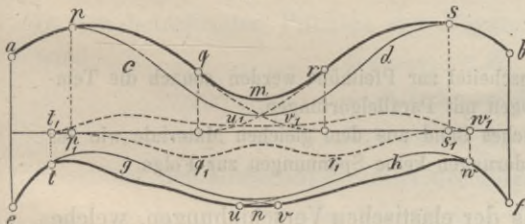
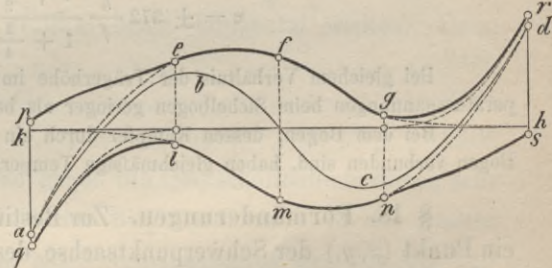


Fig. 52.



5. Temperaturspannungen. Der durch eine gleichmäßige Temperaturänderung t hervorgerufene Horizontalschub H_t ist durch die Gleichungen 205 bis 225, wenn darin G bzw. \mathfrak{M} und $\Delta l = 0$ gesetzt wird, gegeben. Man kann für Schmiedeeisen (auf Meter und Tonne als Einheit bezogen) $E\omega = 248$ annehmen und für die Temperaturänderung den Wert $t = \pm 30^\circ$ einführen. Mit Rücksicht auf eine ungleichmäßige Erwärmung des Bogens empfiehlt es sich, t sogar noch etwas größer in Rechnung zu stellen. Mit den obigen Werten erhält man aus Gl. 205

$$H_t = \pm 7440 \frac{J_0 b \cos \beta}{a_0 \sum_0^l y_m v_m + \frac{J_0 b \cos \beta}{F_0}} \dots 244.$$

oder für den flachen Parabelbogen (angenähert)

$$H_t = \pm 7440 \cdot \frac{15}{8f^2} \frac{J_0}{1 + \frac{15}{8} \frac{J_0}{F_0 f^2}} \dots 244^a.$$

Beim Sichelbogen wird dieser Horizontalschub nach Gl. 222 nur ungefähr halb so groß.

Die durch die Temperaturdifferenz hervorgerufenen Momente, bezogen auf die Kernpunkte, bestimmen sich aus

$$M_t = - H_t y_k \dots \dots \dots 245.$$

Diese Momente sind den Abständen der Kernlinie von der Kämpferhorizontalen proportional, sie erreichen sonach im Bogenseitel ihren größten Wert.

Diese Transversalkraft wird

$$Q_t = - H_t \sin \varphi \dots \dots \dots 246.$$

Für einen aus zwei Gurtungen von gleichem Inhalte, dem Gesamtquerschnitt F und der Höhe h bestehenden Bogen werden die durch die Temperaturwirkung hervorgerufenen Spannungen pro Flächeneinheit im oberen und unteren Gurte

$$\sigma = \pm \frac{H_t \left(y \mp \frac{h}{2} \right) \frac{h}{2}}{J} = \pm \frac{2 H_t \left(y \mp \frac{h}{2} \right)}{F h}$$

und mit der Substitution von H_t aus Gl. 244^a wird für den Parabelbogen mit parallelen Gurtungen

$$\sigma = \pm E \omega t \frac{15}{32} \frac{h(2y \mp h)}{f^2 \left(1 + \frac{15}{32} \frac{h^2}{f^2} \right)}.$$

Hiernach wird für den Bogenseitel die Spannung im Ober- und Untergurte mit $E \omega t = 744$, bezogen auf kg und qcm ,

$$\sigma = \pm 700 \frac{h}{f} \frac{1 \mp \frac{1}{2} \frac{h}{f}}{1 + \frac{15}{32} \frac{h^2}{f^2}}.$$

Die größte Obergurtspannung tritt ein für $\frac{h}{f} = 0,742$, hierfür wird

$$\sigma_o = \pm 0,371 \cdot 700 = \pm 260 \text{ kg}, \quad \sigma_u = \mp 0,808 \cdot 700 = \mp 566 \text{ kg}.$$

Für ein Verhältnis $\frac{h}{f} = \frac{1}{3}$ würde $\sigma_o = \pm 185 \text{ kg}$, $\sigma_u = \mp 259 \text{ kg}$.

Für den Sichelträger mit parabolischer Achse werden die Temperaturspannungen im Ober- und Untergurt konstant und zwar angenähert

$$\sigma = \pm 372 \frac{h}{f} \frac{1 \mp \frac{1}{2} \frac{h}{f}}{1 + \frac{1}{4} \frac{h^2}{f^2}}.$$

Bei gleichem Verhältnis der Trägerhöhe im Bogenseitel zur Pfeilhöhe werden sonach die Temperaturspannungen beim Sichelbogen geringer als beim Bogen mit Parallelgurtungen.

Bei dem Bogen, dessen Kämpfer durch ein elastisches Band aus dem gleichen Materiale wie der Bogen verbunden sind, haben gleichmäßige Temperaturänderungen keine Spannungen zur Folge.

§ 18. Formänderungen. Zur Bestimmung der elastischen Verschiebungen, welche ein Punkt (x, y_i) der Schwerpunktsachse des Bogens erfährt, können die Gleichungen 139 und 140 dienen. Wird zunächst Gl. 140 bzw. 140^a auf die Kämpferpunkte angewendet, so erhält man unter Voraussetzung einer symmetrischen Bogenform, wenn b die Länge der ganzen Bogenachse bezeichnet, für die Verdrehung im Kämpfer A

$$\Delta \varphi_o = - \frac{1}{l} \int_0^b \frac{M}{EJ} (l-x) ds - \frac{1}{l} \int_0^b \frac{P}{EF} \left[(l-x) \frac{ds}{r} - dy \right] + \beta \omega t.$$

Führt man wieder die mit $\cos \varphi = \frac{dx}{ds}$ multiplizierten Trägheitsmomente $J' = J \cos \varphi$ ein und setzt zur Abkürzung

$$\left[M \frac{J_o}{J'} + \left(\frac{P}{F} - E \omega t \right) \frac{J_o}{r \cos \varphi} \right] = z, \dots \dots \dots 247.$$

so läßt sich obige Gleichung in die Form bringen:

$$E J_o \Delta \varphi_o = - \frac{1}{l} \int_0^l z (l-x) dx - \frac{J_o}{l} \int_{x=0}^{x=l} \left(\frac{P}{F} - E \omega t \right) dy \dots \dots \dots 248.$$

Hiermit liefern dann die Gleichungen 140^a für die Koordinatenänderungen die Ausdrücke:

$$- EJ_0 \Delta y = \frac{x_1}{l} \int_0^l z(l-x) dx - \int_0^{x_1} z(x_1-x) dx + C_1 \dots 249.$$

$$EJ_0 \Delta x = \frac{y_1}{l} \int_0^l z(l-x) dx - \int_0^{x_1} z(y_1-y) dx + C_2, \dots 250.$$

worin

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= -\frac{x_1}{l} J_0 \int_{x=0}^{x=l} \left(\frac{P}{F} - E\omega t \right) dy + J_0 \int_{y_0}^{y_1} \left(\frac{P}{F} - E\omega t \right) dy \\ C_2 &= +\frac{y_1}{l} J_0 \int_{x=0}^{x=l} \left(\frac{P}{F} - E\omega t \right) dy - J_0 \int_0^{x_1} \left(\frac{P}{F} - E\omega t \right) dx \end{aligned} \right\} \dots 251.$$

den Einfluss, welchen die Längenänderung der Bogenachse auf die Formänderung nimmt, bestimmen. Begnügt man sich mit der wohl immer zulässigen Annäherung $\frac{P}{F} = \frac{H}{F_0}$, unter F_0 eine mittlere Querschnittsfläche verstanden, so verschwindet das zweite bestimmte Integral der Gl. 248 und es wird

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= J_0 \left(\frac{H}{F_0} - E\omega t \right) y_1 \\ C_2 &= -J_0 \left(\frac{H}{F_0} - E\omega t \right) x_1 \end{aligned} \right\} \dots 251^a.$$

Den die Gröfse z enthaltenden, bestimmten Integralwerten kann leicht eine statische Bedeutung beigelegt werden. Fasst man nämlich die Gröfßen z als Kraft-Intensitäten auf, und denkt man sich die Horizontalprojektion der Bogenachse damit belastet, so stellt die rechte Seite der Gl. 248 den Stützendruck Z_A vor. Es bezeichne nun M_{z_v} bzw. M_{z_h}

das auf den Bogenpunkt x_1, y_1 bezogene Moment der Kräfte Z_A und $\sum_0^{x_1} z$, wenn dieselben in den betreffenden Punkten der Bogenachse vertikal bzw. horizontal wirken. Dann wird

$$EJ_0 \Delta \varphi_0 = Z_A \dots 248^a.$$

$$- EJ_0 \Delta y = M_{z_v} + C_1 \dots 249^a.$$

$$EJ_0 \Delta x = M_{z_h} + C_2 \dots 250^a.$$

Ist der Krümmungsradius der Bogenachse gegen die Querschnittsdimensionen sehr grofs, so kann z dem im Verhältnisse $\frac{J_0}{J}$ reduzierten Biegemomente M des Bogens gleichgesetzt werden, und es ergibt sich dann, mit Vernachlässigung des von der Verkürzung der Bogenachse herrührenden Anteiles C_1 , die Durchbiegung des Bogens $-\Delta y$ als Ordinate einer mit der Poldistanz EJ_0 konstruierten Seilkurve, welcher die reduzierte Momentenfläche $M \frac{J_0}{J}$ als Belastungsfläche zu Grunde liegt. Mit den erwähnten Vernachlässigungen gilt sonach zur Bestimmung der Durchbiegung genau dasselbe Gesetz wie für den Balkenträger.

Für die graphische Ermittlung der Durchbiegungs-Ordinaten empfiehlt sich ein Verfahren, wie es in ähnlicher Weise bereits bei den unter B. behandelten Trägersystemen in § 7 eingeschlagen wurde. Setzt man nämlich, bei bekannter Bedeutung der Gröfßen, $M = \mathfrak{M} - Hy$, so wird

$$z = H \left[\left(\frac{\mathfrak{M}}{H} - y \right) \frac{J_0}{J} + c \right], \dots 252.$$

worin $c = \left(1 - \frac{EF_0 \omega t}{H} \right) \frac{J_0}{F_0 r \cos \varphi}$ ist. $\dots 253.$

Die Momente M_{x_v} und M_{x_h} lassen sich nun durch die Unterschiede der Ordinaten zweier Seilpolygone darstellen. Das eine ist für die Belastungsgrößen $\frac{\mathfrak{M}}{H} \frac{J_0}{J'} + c$ und das andere für die Belastungsgrößen $y \frac{J_0}{J'}$ zu konstruieren. Die ersteren werden erhalten, wenn man die mit $\frac{J_0}{J'}$ reduzierten Ordinaten der mit der Poldistanz H verzeichneten einfachen Momentenfläche um die sehr kleine und nahezu konstante Größe c vermehrt. Das Seilpolygon der Lastgrößen $y \frac{J_0}{J'}$ ist dagegen nichts anderes als die nach § 16, 1. durch die dort angegebene Konstruktion (Fig. 45) ermittelte Kurve des Horizontalschubes für eine Einzellast.

Es dürfte hiernach zum Verständnis der auf Taf. I in Fig. 1 bis 1^b durchgeführten graphischen Ermittlung der Formänderungen eines sichelförmigen Bogenträgers nur wenig hinzuzufügen sein. In Fig. 1 wurden die Ordinaten der Bogenachse mit dem Verhältnisse $\frac{J_0}{J'}$ multipliziert und aus diesen Größen mit Hilfe des Kräftepolygons 1^b das Seilpolygon I, d. i. die Horizontalschubkurve für eine wandernde Einzellast G , konstruiert. Die Größe dieser Last G bestimmt sich in bekannter Weise durch das Seilpolygon II und wird für das angenommene Beispiel, mit $l = 160 \text{ m}$, $J_0 = 2,80 \text{ m}^4$, $F_0 = 0,112 \text{ qm}$, $a = 16 \text{ m}$, $p = 180 \text{ m}$ die anzubringende Korrektur $n m_1 = \frac{b \cos \beta J_0}{F_0 a_0 p} = 1,13 \text{ m}$. Es wurden nun für die Last $G = 1$, im Punkte $C(x_1 y_1)$ angreifend, zunächst die vertikalen Einsenkungen der Bogenpunkte ermittelt. Die Belastungsgrößen z ergaben sich hierfür aus der einfachen Momentenfläche (Fig. 1^a), welche mit Hilfe des Kraftpolygons Fig. 1^a aus der Poldistanz H verzeichnet wurde. Die mit $\frac{J_0}{J'}$ multiplizierten Ordinaten dieser Momentenfläche waren um die Größe $c = \frac{J_0}{F_0 v_0} = 0,33 \text{ m}$, welche im Maßstabe der Zeichnung völlig verschwindet, zu vergrößern und lieferten dieselben mit Hilfe des Kraftpolygons Fig. 1^f das Seilpolygon III, bezw. bei horizontaler Angriffsrichtung das Seilpolygon IV. Die vertikalen Abstände der Seilpolygone I und III, bezw. die horizontalen Abstände der Seilpolygone II und IV, oder richtiger der entsprechenden Seilkurven, sind in vorläufiger Vernachlässigung der Wirkung der Achsialkräfte den vertikalen, bezw. horizontalen Verschiebungen der Bogenpunkte bei der angegebenen Belastung proportional, und zwar bestimmt sich die Maßstabseinheit aus der $\frac{E J_0}{H a p}$ fachen Einheit des Längensmaßstabes. (In dem Beispiele auf Taf. I ist der Längensmaßstab $1 \text{ m} = 0,5 \text{ mm}$; da ferner die Konstruktion für $G = 1 \text{ t}$, $H = 0,454 \text{ t}$ giebt, so folgt mit $E = 20\,000\,000 \text{ t}$ pro qm der Maßstab für die Formänderungen $1 \text{ m} = \frac{20\,000\,000 \cdot 2,8}{0,454 \cdot 16 \cdot 180} \cdot 0,5 \text{ mm}$ oder 1 mm der Natur = $21,4 \text{ mm}$ der Zeichnung. Maßstab I). Die durch die Wirkung der Achsialkräfte hervorgerufene Verschiebung kann in ihren Projektionen auf die beiden Koordinatenachsen $\frac{C_1}{E J_0}$ bezw. $-\frac{C_2}{E J_0}$ den Koordinaten x und y proportional gesetzt werden und es bestimmt sich die Maßstabseinheit hierfür aus der $\frac{E F_0}{H}$ fachen Einheit des Längensmaßstabes. In dem Beispiele wird $1 \text{ m} = \frac{20\,000\,000 \cdot 0,112}{0,454} \cdot 0,5 \text{ mm}$ oder für die Belastung mit $G = 1 \text{ t}$, 1 mm der Natur = 2467 mm der Zeichnung. Man sieht sonach, daß der Einfluß der Achsialkräfte gegenüber der zuerst untersuchten Formänderung in der Regel ein verschwindend kleiner ist.

Die Ordinatenunterschiede der beiden Seilpolygone I u. III bestimmen aber nicht allein die Einsenkung eines jeden Bogenpunktes, wenn in C eine Last $G = 1 \text{ t}$ angreift, sondern nach dem Satze von der Gegenseitigkeit der Verschiebungen giebt auch die im beliebigen Punkte M gemessene Ordinate der Einsenkung, welche in C auftritt, wenn die Last $G = 1 \text{ t}$ in M wirkt. Es bestimmen sonach die erwähnten Ordinatenunterschiede die Einflußlinie der vertikalen Einsenkungen des Punktes C , aus welcher nach den bekannten Regeln die Einsenkung für jede beliebige Belastung abgeleitet werden kann.

In ähnlicher Weise läßt sich auch die Einflußlinie für die horizontalen Verschiebungen des Punktes C durch die beiden Seilpolygone I und V darstellen (Fig. 1^b), wenn man von dem Satze Gebrauch macht, daß die Horizontalverschiebung des Punktes C , welche durch eine in M angreifende Vertikallast = 1 t hervorgebracht wird, an Größe gleich ist der Vertikalverschiebung des Punktes M infolge einer in C angreifenden Horizontalkraft $W = 1 \text{ t}$. Letztere Verschiebung läßt sich aber konstruieren, wenn man wieder die für die Horizontalkraft ermittelten Momentgrößen $\mathfrak{M}_w \frac{J_0}{J'}$ als vertikal wirkende Belastungselemente ansieht. Die Momente \mathfrak{M}_w , welche sich für $W = 1$ mit $y - x \frac{y_1}{l} \Big]_{x=0}^{x=x_1}$ und $(l - x) \frac{y_1}{l} \Big]_{x=x_1}^{x=l}$ ergeben, sind leicht

zu verzeichnen und es wurde aus den mit $\frac{J_0}{J}$ multiplizierten Höhen dieser Momentenflächen mit der Pol-
distanz $H_{y_1} \frac{p}{G}$ das Kräftepolygon (Fig. 1^e) und das Seilpolygon V abgeleitet. Die Unterschiede der Ord-
naten dieses Seilpolygons und der Horizontalschub-Kurve (Seilpolygon I) bestimmen die Horizontalverschiebung
des Punktes C (+ wenn Verschiebung nach rechts, - wenn Verschiebung nach links) für jede beliebige
Lage der Einzellast und zwar nach einem Maßstabe gemessen, dessen Einheit sich aus der $\frac{E J_0}{H_{y_1} a p}$ fachen Ein-
heit des Längenmaßstabes bestimmt. (In dem Beispiele wird $H_{y_1} = 0,405$, daher 1 mm der Natur = 23,9 mm
der Zeichnung, Maßstab II.)

Die Einflußlinien der Größen C_1 und C_2 , das sind jene Verschiebungen, welche durch die Achsial-
kräfte hervorgerufen werden und zu den oben bestimmten Verschiebungsgrößen noch hinzuzufügen sind,
sind nach den Gleichungen 251^a durch die Horizontalschub-Kurve gegeben und es bestimmt sich der Maßstab,
auf welchem die Ordinaten dieser Kurve zu messen sind, um die Vertikal-, bezw. Horizontalverschiebung
des Punktes C zu erhalten, aus der $\frac{E F_0}{y_1}$, bezw. $\frac{E F_0}{x_1}$ fachen Krafterinheit. In dem Beispiele wird hiernach
für die Vertikalverschiebungen (Senkungen) 1 mm der Natur = $\frac{20000 \cdot 0,112}{27,2} \cdot 37,5 = 3082$ mm der Zeichnung
(Maßstab III), für die Horizontalverschiebungen 1 mm der Natur = $\frac{20000 \cdot 0,112}{32} \cdot 37,5 = 2625$ mm der Zeich-
nung (Maßstab IV).

Bei konstantem Trägheitsmomente des Bogens läßt sich auf Grund der Gl. 249^a
auch ein direkter Ausdruck für die Einsenkung, welche durch eine im Abstände ξ von
der Stütze liegende Einzellast G in dem Bogenpunkte xy hervorgerufen wird, aufstellen.
Es wird nämlich, wenn näherungsweise $\frac{1}{r \cos \varphi} = \frac{1}{r_0}$ gesetzt wird (man vergl. Gl. 101^a),

$$- EJ \cdot \Delta y = G m_x - H m_x + H c \left(\frac{x(l-x)}{2} + r_0 y \right) \dots \dots \dots 254.$$

Hierin bezeichnet (Gl. 100)

$$\left. \begin{aligned} m_x &= (2l\xi - \xi^2 - x^2) \frac{x(l-\xi)}{6l} \text{ für } x < \xi \\ m_x &= (2lx - x^2 - \xi^2) \frac{\xi(l-x)}{6l} \text{ für } x > \xi \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 255.$$

H ist der nach § 16 zu bestimmende Horizontalschub und

$$m_x = \frac{l-x}{l} \int_0^x xy dx + \frac{x}{l} \int_x^l (l-x)y dx \dots \dots \dots 256.$$

Allgemein ist bei variablem Trägheitsmoment m_x der Ordinate der Horizontalschub-
Kurve proportional.

Für eine parabolische Bogenachse wird

$$m_x = \frac{fx}{3l^2} (x^3 - 2lx^2 + l^3) \dots \dots \dots 257.$$

und

$$- EJ \Delta y = G m_x - H m_x + H c x (l-x) \dots \dots \dots 258.$$

Die vertikale Bewegung des Bogenpunktes xy infolge einer Temperaturänderung
erhält man aus Gl. 254, wenn darin $G = 0$ und H gleich dem nach Gl. 244 zu be-
rechnenden Horizontalschube H_t gesetzt wird. Man findet:

$$E J_0 \Delta y = H_t m_x + 2 \left(E \omega t - \frac{H_t}{F_0} \right) J_0 y \dots \dots \dots 259.$$

Für das auf Tafel I durchgeführte Beispiel wird, wenn für Schmiedeeisen $E \omega = 248$ gesetzt wird,
 $H_t = 248 \cdot t \frac{2,8 \cdot 128}{16 \cdot 180 \cdot 75} = 0,411 t$ Tonnen. Bezeichnet η die auf dem Längenmaßstabe gemessene Or-
dinate der Horizontalschub-Kurve (Seilpolygon I), so wird $m_x = \eta \cdot p \cdot a = 180 \cdot 16 \cdot \eta$ und man erhält da-
her $E J_0 \Delta y = (1184,6 \eta + 1368,3 y) t$ oder schließlich Δy in mm = $(0,02116 \eta + 0,02444 y) t$, worin
 η und y , auf dem Längenmaßstabe gemessen, in Meter einzusetzen sind. Für $t = \pm 30^\circ$ beträgt hiernach
die Hebung bezw. Senkung im Scheitel des Bogens

$$\Delta y_s = \pm (0,02116 \cdot 51,75 + 0,02444 \cdot 42,5) 30 = \pm 64 \text{ mm.}$$

Ebenso erhält man für den Fall einer Verschiebung der Widerlager, wodurch sich die Spannweite, bzw. die Länge der Bogensehne um Δl vergrößern würde, die vertikale Bewegung des Bogenpunktes $x y$ aus

$$\Delta y = - \frac{\Delta l}{N} \left(m_x - 2 \frac{J_0}{F_0} y \right), \quad \dots \dots \dots 260.$$

worin

$$N = \int_0^b y^2 \frac{J_0}{J} ds + \frac{J_0 b \cos \beta}{F_0},$$

d. i. mit Beziehung auf die graphische Darstellung die Größe $\overline{n_0 n_1} . a . p$ bezeichnet.

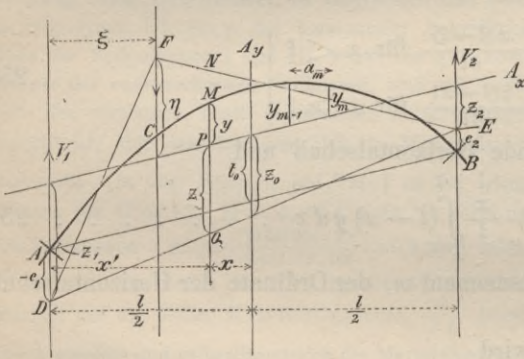
3. Vollwandiger Bogenträger ohne Gelenk.

§ 19. Bestimmung der Auflagerkräfte.

1. Allgemeiner Fall. Belastung durch eine Einzellast. Wir setzen einen Bogen voraus, welcher derart unverrückbar gelagert ist, daß seine Endquerschnitte keine Drehung erfahren können, dessen Enden sonach als fest eingespannt anzunehmen sind. Die Kämpfer mögen im allgemeinen verschieden hoch liegen, jedoch die Form der Bogenachse eine derartige sein, daß die vertikale Mittellinie die zur Verbindungslinie der Kämpfer parallelen Bogensehnen halbiert.

Die Grundgleichungen ergeben sich wieder aus den Gleichungen 139 u. 140, indem die Integrationsgrenzen auf den ganzen Bogen ausgedehnt werden, und aus der

Fig. 53.



Bedingung $\Delta \varphi_1 = 0$, welche zufolge der festen Einspannung erfüllt sein muß.⁵⁾ Die Koordinaten x und y der Bogenpunkte beziehen wir auf ein Achsensystem, welches so gelegt ist, daß die Y-Achse mit der lotrechten Mittellinie des Bogens zusammenfällt, während die X-Achse parallel zur Verbindungslinie der Kämpfer im lotrechten Abstände t_0 über derselben angenommen wird. Mit der zulässigen Vereinfachung $W = J$, $P' = P$ und vorläufiger Aufserachtlassung der Temperaturwirkung, sowie

unter Voraussetzung eines spannungslosen Ausgangszustandes lauten die Grundgleichungen:

$$\begin{aligned} \Delta \varphi_1 = 0 &= \int_0^b \frac{M}{EJ} ds + \int_0^b \frac{P}{EFr} ds \\ 0 &= \int_0^b \frac{M}{EJ} y ds + \int_0^b \frac{P}{EF} \left(\frac{y}{r} ds - dx \right) \\ 0 &= \int_0^b \frac{M}{EJ} x ds + \int_0^b \frac{P}{EF} \left(\frac{x}{r} ds + dy \right). \end{aligned}$$

Mit Rücksicht auf die Kleinheit der von P abhängigen Glieder gegenüber jenen, in welchen M erscheint, ist es immer zulässig $P = H$ und F konstant = einem mittleren Querschnitt F_0 zu setzen. Dann wird entweder genau oder sehr angenähert

⁵⁾ Es bedarf wohl keines besonderen Nachweises, daß sich diese Grundgleichungen auch wieder, wie beim Bogen mit Kämpfergelenken, aus dem Satze über die Formänderungsarbeit entwickeln lassen.

$$\int_0^b \frac{P ds}{EFr} = \frac{Hb}{EF_0 r_0}, \quad \int_0^b \frac{P}{EF} \left(\frac{y}{r} ds - dx \right) = - \frac{Hl}{EF_0}, \quad \int_0^b \frac{P}{EF} \left(\frac{x}{r} ds + dy \right) = 0$$

und man erhält, wenn an Stelle von J die mit $\cos \varphi = \frac{dx}{ds}$ multiplizierten Trägheitsmomente $J' = J \cdot \cos \varphi$ eingeführt werden, wobei wir uns die Abscisse x nicht parallel zur Achse A_x , sondern horizontal gemessen denken,

$$\left. \begin{aligned} \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{M}{J'} dx + \frac{Hb}{F_0 r_0} &= 0 \\ \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{M}{J'} y dx - \frac{Hl}{F_0} &= 0 \\ \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{M}{J'} x dx &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 261.$$

Das Moment M ist aber, wie in § 12 nachgewiesen wurde, durch den mit H multiplizierten Vertikalabstand des Seilpolygons der Belastung von der Bogenachse gegeben; folglich, wenn DFE das mit H als Poldistanz konstruierte Seilpolygon der in C angreifenden Einzellast ist (Fig. 53), durch

$$M = H \cdot MN = H(\overline{QN} - \overline{PM} - \overline{PQ}) = \mathfrak{M} - H(y + z)$$

unter \mathfrak{M} wieder das Moment für den frei aufliegenden Balkenträger von der Spannweite l verstanden. Mit $z = z_0 + \frac{e_2 - e_1}{l} x$ folgt

$$M = \mathfrak{M} - Hy - Hz_0 - H \frac{e_2 - e_1}{l} x.$$

Als Bestimmungsgrößen, deren Kenntnis zur Verzeichnung des Seilpolygons notwendig aber auch ausreichend ist, wählen wir die Größen⁶⁾

$$H, \quad X_1 = H \frac{e_2 - e_1}{l} \quad \text{und} \quad X_2 = Hz_0 \dots \dots \dots 262.$$

und haben sonach

$$M = \mathfrak{M} - Hy - X_1 x - X_2 \dots \dots \dots 263.$$

Die Substitution dieses Ausdruckes in die Gleichungen 261 und die Auflösung derselben nach den drei Unbekannten ergibt für diese, wenn berücksichtigt wird, daß vermöge der Lage der A_y -Achse und unter der Annahme von gegen die Mittellinie sym-

metrischen Bogenquerschnitten $\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{x dx}{J'} = 0 \quad \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{xy dx}{J'} = 0$ ist und wenn überdies

die A_x -Achse so gewählt wird, daß auch

$$\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{y dx}{J'} = 0 \dots \dots \dots 264.$$

ist, die nachfolgenden Ausdrücke:

⁶⁾ Wir folgen hierbei in der Hauptsache dem Rechnungsgange von F. B. Müller-Breslau, s. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover, 1884.

$$H = \frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{\mathfrak{M}}{J'} y dx}{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{y^2 dx}{J'} + \frac{l}{F_0}} \dots \dots \dots 265.$$

$$X_1 = \frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{\mathfrak{M}}{J'} x dx}{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{x^2 dx}{J'}} \dots \dots \dots 266.$$

$$X_2 = \frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{\mathfrak{M} dx}{J'} + \frac{Hb}{F_0 r}}{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{dx}{J'}} \dots \dots \dots 267.$$

Die in vorstehenden Ausdrücken erscheinenden bestimmten Integralwerte lassen sich nun wieder bei Teilung des Bogens in die einzelnen Felder $a_{m-1}, a_m, a_{m+1} \dots$ (deren Trennungspunkte etwa den direkt belasteten Stellen entsprechen) in analoger Weise, wie dies bezüglich der in dem Ausdrucke von H vorkommenden Integrale im § 5 und § 16 gezeigt wurde, durch Summengrößen ersetzen. Wir führen eine beliebige, konstante Feldweite a_0 , sowie ein mittleres Trägheitsmoment J_0 ein und setzen:

$$v_m = \frac{a_m}{6 a_0} \frac{J_0}{J'_m} (2 y_m + y_{m-1}) + \frac{a_{m+1}}{6 a_0} \frac{J_0}{J'_{m+1}} (2 y_m + y_{m+1}) \dots \dots \dots 268.$$

$$v'_m = \frac{a_m}{6 a_0} \frac{J_0}{J'_m} (2 x_m + x_{m-1}) + \frac{a_{m+1}}{6 a_0} \frac{J_0}{J'_{m+1}} (2 x_m + x_{m+1}) \dots \dots \dots 269.$$

$$v''_m = \frac{1}{2} \frac{a_m}{a_0} \frac{J_0}{J'_m} + \frac{1}{2} \frac{a_{m+1}}{a_0} \frac{J_0}{J'_{m+1}} \dots \dots \dots 270.$$

oder mit vollkommen ausreichender Näherung

$$v'_m = x_m v''_m \dots \dots \dots 271.$$

Mit Einführung dieser Größen hat man dann (vergl. Gl. 209 u. 210):

$$H = \frac{\sum_0^l \mathfrak{M}_m v_m}{\sum_0^l y_m v_m + \frac{J_0 l}{F_0 a_0}} \dots \dots \dots 272.$$

$$X_1 = \frac{\sum_0^l \mathfrak{M}_m v'_m}{\sum_0^l x_m v'_m} \dots \dots \dots 273.$$

$$X_2 = \frac{\sum_0^l \mathfrak{M}_m v''_m + H \frac{J_0 b}{F_0 a_0 r}}{\sum_0^l v''_m} \dots \dots \dots 274.$$

Die Lage der Abscissenachse, auf welche die Ordinaten y bezogen sind, wird durch Gl. 264 bestimmt, oder, wenn y' die auf die Kämpferlinie bezogene Bogenordinate ist, durch

$$t_0 = \frac{\int \frac{J_0}{J'} y' dx}{\int \frac{J_0}{J'} dx} = \frac{\sum_0^l y'_m v''_m}{\sum_0^l v''_m} \dots \dots \dots 275.$$

Für ein konstantes Trägheitsmoment J' wird die Abscissenachse zu einer die Flächen ausgleichenden Linie und sohin t_0 die Höhe eines über der Bogensehne errichteten Rechteckes von gleichem Inhalte mit der Fläche zwischen Bogenachse und Bogensehne.

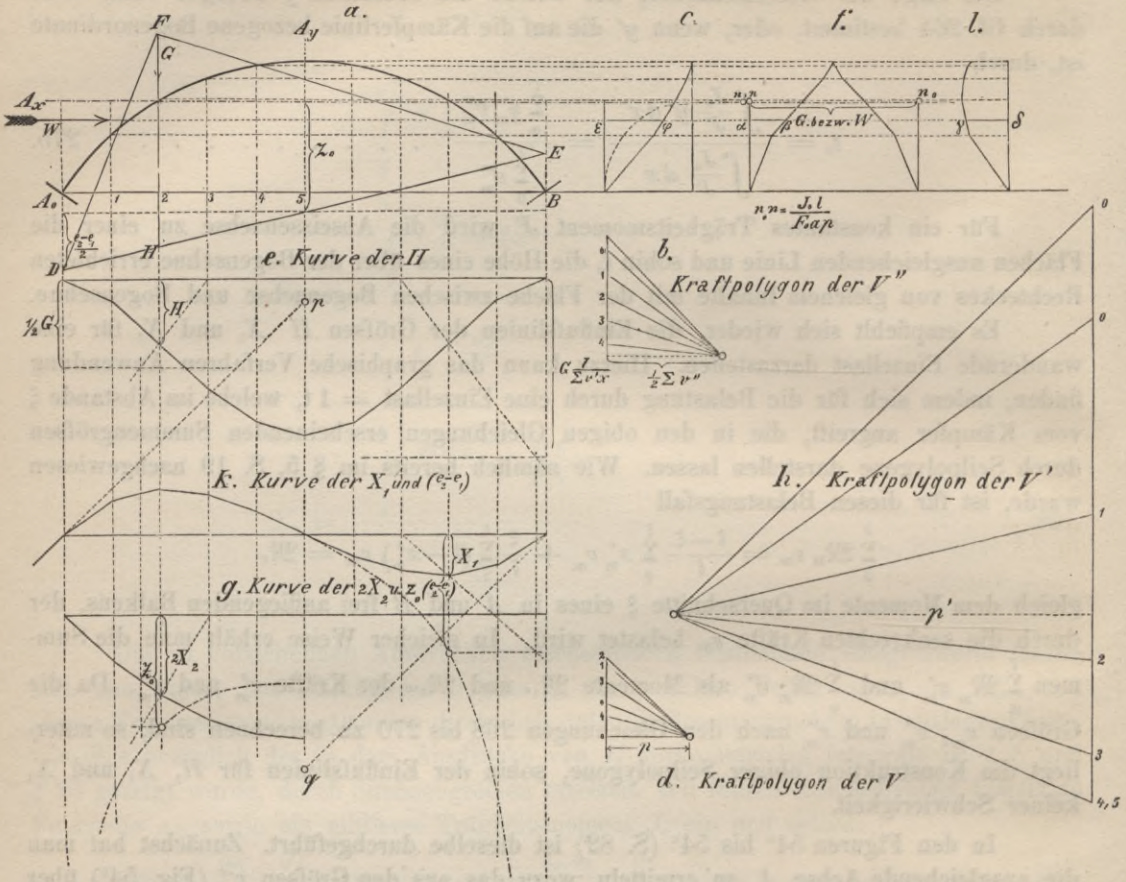
Es empfiehlt sich wieder, die Einflußlinien der Größen H , X_1 und X_2 für eine wandernde Einzellast darzustellen. Hierzu kann das graphische Verfahren Anwendung finden, indem sich für die Belastung durch eine Einzellast = 1 t, welche im Abstände ξ vom Kämpfer angreift, die in den obigen Gleichungen erscheinenden Summengrößen durch Seilpolygone darstellen lassen. Wie nämlich bereits im § 5, S. 19 nachgewiesen wurde, ist für diesen Belastungsfall

$$\sum_0^l \mathfrak{M}_m v_m = \frac{l-\xi}{l} \sum_0^{\xi} x'_m v_m + \frac{\xi}{l} \sum_{\xi}^l (l-x'_m) v_m = \mathfrak{M}_v$$

gleich dem Momente im Querschnitte ξ eines in A und B frei aufliegenden Balkens, der durch die senkrechten Kräfte v_m belastet wird. In gleicher Weise erhält man die Summen $\sum_0^l \mathfrak{M}_m v'_m$ und $\sum_0^l \mathfrak{M}_m v''_m$ als Momente \mathfrak{M}_v' und \mathfrak{M}_v'' der Kräfte v'_m und v''_m . Da die Größen v_m , v'_m und v''_m nach den Gleichungen 268 bis 270 zu berechnen sind, so unterliegt die Konstruktion obiger Seilpolygone, sohin der Einflußlinien für H , X_1 und X_2 keiner Schwierigkeit.

In den Figuren 54^a bis 54^k (S. 82) ist dieselbe durchgeführt. Zunächst hat man die ausgleichende Achse A_x zu ermitteln, wozu das aus den Größen v'' (Fig. 54^b) über den Bogenhöhen verzeichnete Seilpolygon (Fig. 54^c) verhilft. Die nunmehr zu berechnenden Größen v geben das Kräftepolygon Fig. 54^d und für die lot- bzw. wagrechte Angriffsrichtung dieser Kräfte die beiden Seilpolygone Fig. 54^e und Fig. 54^f. Der Abschnitt des letzteren Polygons auf der Abscissenachse, vermehrt um die Größe $\frac{J_0 l}{F_0 a p}$, bestimmt die Größe der Krafteinheit G , während die Ordinaten des ersteren Polygons den Horizontalschub H darstellen. Konstruiert man ferner das Seilpolygon der auf den geraden Balken AB lotrecht wirkend gedachten Kräfte v'' , so erhält man (in Fig. 54^g) die Einflußlinie der Größe X_2 . Desgleichen erhält man in dem Seilpolygon der Kräfte v' (Fig. 54^h), welches mit Hilfe des zugehörigen Kräftepolygons Fig. 54^b verzeichnet wurde, die Einflußlinie der Größe X_1 . (Die an X_2 nach Formel 274 anzubringende Korrektur $\frac{b J_0}{F_0 a_0 r \sum v''} \cdot H = c \cdot H$ kann berücksichtigt werden; in der Regel wird dieselbe jedoch so klein, daß sie, als innerhalb der Genauigkeitsgrenze der Zeichnung gelegen, vernachlässigt werden darf.) Wählt man die Poldistanz im Kräftepolygon Fig. 54^b gleich $\frac{1}{n} \sum_0^l v''$, so ist X_2 auf einem Maßstabe zu messen, dessen Einheit = n Krafteinheiten ist. Die Maßstabseinheit für X_1 ist hingegen durch $\sum_0^l v'_m x_m$, d. i. durch die Strecke \overline{pq} gegeben, welche die erste und letzte Seilpolygonseite auf der Ordinatenachse abschneiden. Aus den Einflußlinien der X_1 und X_2 lassen sich nun aber leicht jene der linearen Größen $e_2 - e_1$ und z_0 ableiten, welche zur Zeichnung der Kämpfer-

Fig. 54.



druckrichtungen direkt gebraucht werden. Man hat nämlich nur die Ordinaten der Einflußlinie der X_1 mit dem Verhältnisse $\frac{G}{H} \cdot \frac{l}{pq}$, jene der X_2 mit dem Verhältnisse $\frac{G}{nH}$ zu multiplizieren, was, wie in den betreffenden Figuren angedeutet, auf graphischem Wege geschehen kann. Das Einzeichnen der Kämpferdruckrichtungen für eine bestimmte Laststellung unterliegt nunmehr weiter keiner Schwierigkeit, da durch die Strecken z_0 und $e_2 - e_1$ die Schlußlinie des Seilpolygons DEF gegeben ist, welches mit H als Pol-distanz zu konstruieren ist. Wird die Konstruktion dieses Seilpolygons für verschiedene Laststellungen durchgeführt, so giebt die verbindende Kurve der Scheitelpunkte F die Kämpferdrucklinie und die einhüllende Kurve der Kämpferdruckrichtungen die Kämpferdruck-Umhüllungslinie.

Durch X_1 sind auch die Vertikaldrücke in den Kämpfern V_1 und V_2 gegeben. Es ist nämlich bei gleicher Höhenlage der Kämpfer

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= G \frac{l - \xi}{l} + \frac{M_1 - M_0}{l} = \mathfrak{B}_1 + H \frac{e_2 - e_1}{l} = \mathfrak{B}_1 + X_1 \\ V_2 &= \mathfrak{B}_2 - X_1 \end{aligned} \right\} \dots \dots 276.$$

wenn \mathfrak{B}_1 und \mathfrak{B}_2 die Auflagerdrücke für den Balkenträger bezeichnen. Da X_1 wohl durch die Veränderlichkeit der Trägheitsmomente, nicht aber durch die Form des Bogens beeinflusst wird, so folgt, daß auch die Vertikaldrücke V_1 und V_2 von der Bogenform unabhängig sind.

Wirkt auf den Bogen eine Einzelkraft W horizontal, bzw. parallel zur Bogen-
sehne, und greift dieselbe an einem Bogenpunkte an, dessen Horizontal- und Vertikal-
abstand vom linken Kämpfer w und h ist, so hat man die angenäherten Gleichungen

$$H_w = \frac{\sum_0^l \mathfrak{M}'_m v_m + W \frac{J'_0 w}{F_0 a_0}}{\sum_0^l y_m v_m + \frac{J_0 l}{F_0 a_0}} \dots \dots \dots 272^a.$$

$$X_{1_w} = \frac{\sum_0^l \mathfrak{M}'_m v'_m - W \frac{J'_0 h}{F_0 a_0}}{\sum_0^l x_m v'_m} \dots \dots \dots 273^a.$$

$$X_{2_w} = \frac{\sum_0^l \mathfrak{M}'_m v''_m + H \frac{J_0 b}{F_0 a_0 r} - W \frac{J'_0 w}{F_0 a_0 r}}{\sum_0^l v''_m} \dots \dots \dots 274^a.$$

Hierin bezeichnet H_w den nach innen gerichteten Horizontalschub im Kämpfer B ;
im Kämpfer A ist derselbe $H_w - W$.

Die in den Zählern vorstehender Ausdrücke erscheinenden Glieder mit W wird
man wegen ihrer Kleinheit wohl immer vernachlässigen können. Die Summen $\sum_0^l \mathfrak{M}'_m v_m$,
 $\sum_0^l \mathfrak{M}'_m v'_m$ u. s. w. lassen sich aber wieder durch Seilpolygone für die in den Bogenpunkten
horizontal wirkend gedachten Kräfte v_m, v'_m, v''_m darstellen. (Man vergleiche die Entwick-
lung der Gl. 214 in § 16.) Es werden hierdurch (Fig. 54) die Seilpolygone Fig. 54',
Fig. 54' u. Fig. 54° erhalten, welche unter Zugrundelegung der gleichen Maßstabsein-
heiten, wie sie durch das oben beschriebene graphische Verfahren für die Größen H ,
 X_1 und X_2 bei vertikaler Belastung gefunden wurden, nunmehr in $\alpha\beta, \gamma\delta, \varepsilon\varphi$ diese Größen
für eine horizontale Krafrichtung bestimmen.

Die Einspannungsmomente bestimmen sich aus $M_1 = Ht_0 - X_1 \frac{l}{2} - X_2$ und
 $M_2 = Ht_0 + X_1 \frac{l}{2} - X_2$.

2. Vereinfachung bei konstantem Trägheitsmomente J' . In der Regel ist die Veränder-
lichkeit des Trägheitsmomentes bei eingespannten Bögen so gering, daß $J' = J \cos \varphi$
konstant gesetzt werden darf. Dann wird bei gleicher Feldweite a

$$v_m = \frac{1}{6}(y_{m-1} + 4y_m + y_{m+1}), \quad v'_m = x_m, \quad v''_m = 1.$$

Häufig genügt auch, bei größerer Felderzahl, $v_m = y_m$.

Für ein konstantes v'' wird aber die Einflußlinie der X_2 eine Parabel und zwar
wird für eine Last G im Abstände ξ vom Kämpfer

$$X_2 = \frac{1}{l} \int_0^l \mathfrak{M} dx + C = G \frac{\xi(l-\xi)}{2l} + C.$$

Hierin bezeichnet C die kleine Größe $H \frac{J_0 b}{F_0 l r}$; wird dieselbe vernachlässigt, so
ergiebt sich:

$$z_0 = \frac{1}{2} \frac{G}{H} \frac{\xi(l-\xi)}{l} = \frac{1}{2} \overline{FH} \dots \dots \dots 277.$$

d. i. gleich der halben Höhe des einfachen Momentendreieckes DEF . Desgleichen findet
man unter obiger Voraussetzung

$$X_1 = \frac{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \mathfrak{M} x dx}{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} x^2 dx} = G \frac{\xi(l-\xi)}{l} \frac{(l-2\xi)}{l^2} = 2 X_2 \frac{l-2\xi}{l^2}$$

oder mit Berücksichtigung der Gl. 262

$$\frac{e_2 - e_1}{2} = z_0 \frac{l - 2\xi}{l} \dots \dots \dots 278.$$

Hiernach ist $e_2 - e_1$ aus z_0 durch eine einfache Konstruktion abzuleiten.

Weiterhin wird nach Gl. 276

$$V_1 = \mathfrak{B}_1 + X_1 = G \frac{(l-\xi)^2(l+2\xi)}{l^3} \dots \dots \dots 279.$$

$$V_2 = \mathfrak{B}_2 - X_2 = G \frac{\xi^2(3l-2\xi)}{l^3} \dots \dots \dots 280.$$

Die Vertikaldrücke stimmen sonach mit jenen überein, welche bei einem horizontal eingespannten, geraden Balken von konstantem Trägheitsmomente auftreten.

Die Ordinate der Kämpferdrucklinie, auf A_x bezogen, wird

$$\eta = \frac{G}{H} \frac{\xi(l-\xi)}{l} - z_0 - \frac{e_2 - e_1}{l} \left(\frac{l}{2} - \xi \right),$$

woraus mit Einsetzung der Werte für z_0 und $e_2 - e_1$ folgt:

$$\eta = \frac{G}{H} \frac{2\xi^2(l-\xi)^2}{l^3} = 8 \frac{H}{G} \frac{z_0^2}{l} \dots \dots \dots 281.$$

Ferner erhält man für die Ordinate des Punktes D

$$z_1 = z_0 + \frac{e_2 - e_1}{2} = 2 \frac{l - \xi}{l} z_0,$$

oder auch

$$z_1 = \frac{\xi(l-\xi)^2}{l^2} \frac{G}{H} = \frac{1}{2} \frac{l}{\xi} \eta \dots \dots \dots 282.$$

Die Einspannungsmomente ergeben sich hieraus mit

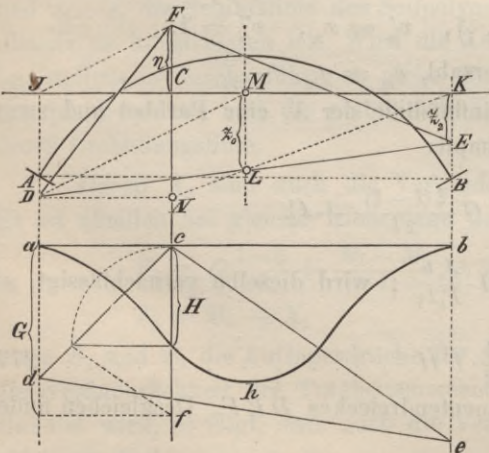
$$M_1 = -H(z_1 - t_0) = -G \frac{\xi(l-\xi)^2}{l^2} + H t_0 \dots \dots \dots 283.$$

und

$$M_2 = -H(z_2 - t_0) = -G \frac{\xi^2(l-\xi)}{l^2} + H t_0 \dots \dots \dots 284.$$

In den von H unabhängigen Gliedern sind diese Ausdrücke identisch mit den Stützmomenten des horizontal eingespannten geraden Balkens.

Fig. 55.



Hiernach läßt sich die in den Figuren 54^a bis 54^k für den allgemeinen Fall durchgeführte Konstruktion bei konstantem Trägheitsmomente J' in folgender Weise vereinfachen. Man konstruiert nach dem mitgetheilten Verfahren bloß die Kurve des Horizontal-schubes ahb und für die angenommene Laststellung mit H als Poldistanz das Momentendreieck dce . Man mache nun $ML = \frac{1}{2} cf$, ziehe die Verbindungslinie KL und ND parallel zur Bogensehne. Dann bestimmt DL die Schlußlinie des Seilpolygons, dessen Spitze F erhalten werden kann, indem man D mit M verbindet und durch J eine Paral-

lele JF zu DM zieht. Als Kontrolle muß die Höhe des Punktes F über der Schlußlinie mit cf übereinstimmen. Man erhält auf diese Weise sowohl Punkte F der Kämpferdrucklinie, als in den Geraden DF und FE Tangenten an die Kämpferdruck-Umhüllungslinien.

Bei konstantem Trägheitsmomente J' und bei Vernachlässigung der Wirkung der Achsialkräfte lassen sich die Bedingungsgleichungen 261 auch wie folgt formulieren: 1. Die Flächen zwischen Bogenachse und Drucklinie gleichen sich aus ($\int M dx = 0$). 2. Denkt man sich die Elemente der Bogenachse mit Gewichten behaftet, welche den Elementen der oben erwähnten Flächen proportional sind, wobei die zu beiden Seiten der Bogenachse gelegenen Flächen mit verschiedenen Vorzeichen einzuführen sind, so ist ihr statisches Moment für zwei beliebige Achsen gleich Null ($\int M y dx = 0$ und $\int M x dx = 0$); die beiden, über einer beliebigen Horizontallinie gelegenen und von der Bogenachse, bzw. von der Drucklinie begrenzten Flächen besitzen sonach den gleichen Schwerpunkt. Winkler⁷⁾ hat diese Bedingungen in dem Satze vereinigt: „Bei konstantem Querschnitte ist diejenige Drucklinie nahezu die richtige, für welche die Summe der Quadrate der Abweichungen von der Bogenachse ein Minimum wird.“ Dieser Satz ergibt sich auch auf Grund des Prinzipes der kleinsten Formänderungsarbeit, wonach $A = \int \frac{M^2}{EJ'} dx + \int \frac{V^2}{EF} ds = \min$ oder mit den obigen Vernachlässigungen $\int M^2 dx = \min$ sein muß.

3. Flacher Parabelbogen. Die Linie, welche die Bogenfläche ausgleicht, liegt hier in $\frac{2}{3}$ der Pfeilhöhe des Bogens. Für die Belastung durch eine im Abstände ξ liegende Last G liefert die Gl. 265, mit der Substitution $y = \frac{4f}{l^2} x(l-x) - \frac{2}{3} f$ und J' konstant, nach einfacher Rechnung den Ausdruck

$$H = \frac{15}{4} \frac{\xi^2 (l-\xi)^2}{f l^3} \cdot \frac{G}{1 + \frac{45}{4} \frac{J}{F_0 f^2}} \dots \dots \dots 285.$$

Für die Vertikaldrücke V_1 und V_2 bleiben die Ausdrücke 279 u. 280 gültig. Die Gleichung der Kämpferdrucklinie wird nach Gl. 281

$$\eta = \frac{8}{15} f \left(1 + \frac{45}{4} \frac{J}{F_0 f^2} \right), \dots \dots \dots 286.$$

es ist also die Kämpferdrucklinie in diesem Falle eine zur Abscissenachse parallele Gerade. Die Richtungen der Kämpferdrücke folgen aus $z_1 = \frac{1}{2} \frac{l}{\xi} \eta$ und $z_2 = \frac{1}{2} \frac{l}{l-\xi} \eta$ und sind dieselben am einfachsten durch die in Fig. 55 angegebene Konstruktion zu bestimmen. Man kann übrigens auch die Gleichungen der Kämpferdruck-Umhüllungslinien aufstellen, welche hier Hyperbeln werden.

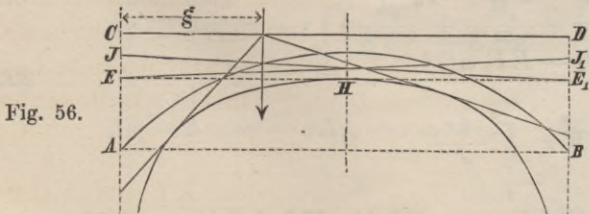
Sind nämlich x_r und y_r die Koordinaten eines beliebigen Punktes der Angriffsrichtung des linken Kämpferdruckes auf E als Ursprung bezogen (Fig. 56), so ist die Gleichung dieser Angriffsrichtung

$$y_r = \frac{\eta + z_1}{\xi} x_r - z_1 = \eta \left(\frac{2\xi + l}{2\xi^2} x_r - \frac{l}{2\xi} \right) \dots \dots \dots 287.$$

oder $2\xi^2 y_r = \xi \eta (2x_r - l) + l \eta x_r$.

Durch Differentiation nach ξ entsteht $4\xi y_r = \eta (2x_r - l)$ und aus beiden Gleichungen ξ eliminiert, erhält man als Gleichung der Umhüllungslinie der Kämpferdrücke

$$(2x_r - l)^2 \eta + 8x_r y_r l = 0 \dots \dots \dots 287^a.$$



$$\begin{aligned} AE = BE_1 &= \frac{2}{3} f \\ EC = E_1 D &= \eta = \frac{8}{15} f \left(1 + \frac{45}{4} \frac{J_0}{F_0 f^2} \right) \\ EJ = JC &= \frac{1}{2} \eta \end{aligned}$$

Von den beiden Asymptoten der durch vorstehende Gleichung dargestellten Hyperbel fällt die eine mit der Vertikalen durch den Kämpfer zusammen, die andere ist eine geneigte Gerade durch die Punkte

⁷⁾ Deutsche Bauzeitung 1879, S. 128.

$x = 0, y = \frac{1}{2} \eta$ und $x = l, y = 0$. In $x = \frac{l}{2}$, also in der Bogenmitte, tangiert die Hyperbel an die Abscissenachse.

Die Spannungsmomente werden

$$M_1 = -H \left(\frac{1}{2} \frac{l}{\xi} \eta - \frac{2}{3} f \right) = -G \frac{\xi (l - \xi)^2}{2l^3} \left\{ 2l - \frac{5\xi}{1 + \frac{45}{4} \frac{J}{F_0 f^2}} \right\} \dots 288.$$

$$M_2 = -H \left(\frac{1}{2} \frac{l}{l - \xi} \eta - \frac{2}{3} f \right) = -G \frac{\xi^2 (l - \xi)}{2l^3} \left\{ 2l - \frac{5(l - \xi)}{1 + \frac{45}{4} \frac{J}{F_0 f^2}} \right\} \dots 289.$$

Bei Vernachlässigung des Einflusses der Achsialkraft ist in den sämtlichen vorstehenden Gleichungen $1 + \frac{45}{4} \frac{J}{F_0 f^2} = 1$ und $\eta = \frac{8}{15} f$ zu setzen.

4. Wirkung einer Temperaturänderung des Bogens, bzw. einer Verschiebung der Widerlager. Der gewichtslos und unbelastet gedachte Bogen ändere seine Temperatur gleichmäßig in allen Teilen um t^0 , außerdem vergrößere sich seine Spannweite durch Verschiebung der Widerlager um Δl . Es lauten dann die aus den Gleichungen 139 und 140 entwickelten Grundgleichungen, wenn wieder die eingangs dieses Paragraphen erwähnten Vereinfachungen eingeführt werden:

$$\left. \begin{aligned} & \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{M}{J'} dx + (H - EF_0 \omega t) \frac{b}{F_0 r_0} = 0 \\ & \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{M}{J'} y dx - (H - EF_0 \omega t) \frac{l}{F_0} = E \cdot \Delta l \\ & \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{M}{J'} x dx = 0 \end{aligned} \right\} \dots 290.$$

Ferner folgt mit $\mathfrak{M} = 0$ aus Gl. 263

$$M = -Hy - X_1 x - X_2.$$

Wählt man wieder die Abscissenachse wie oben, nämlich so, daß $\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{y dx}{J'} = 0$

wird, so ergibt die Auflösung obiger Gleichungen die Ausdrücke

$$H_t = \frac{E(\omega t l - \Delta l)}{\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{y^2 dx}{J'} + \frac{l}{F_0}} \dots 291.$$

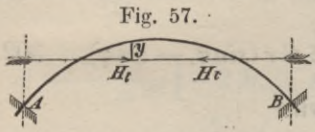
$$X_1 = 0 \quad X_2 = \frac{(H - EF_0 \omega t) b}{F_0 r \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \frac{dx}{J'}} \dots 292.$$

Mit Einführung der durch die Gleichungen 268 bis 270 definierten Größen v, v' und v'' erhält man

$$H_t = \frac{E J_0 (\omega t l - \Delta l)}{a_0 \left(\sum_0^l y_m v_m + \frac{J_0 l}{F_0 a_0} \right)} \dots 293.$$

$$X_1 = 0 \quad X_2 = \frac{J_0 b (H - E F_0 \omega t)}{F_0 a_0 r \sum_0^l v_m''} \dots \dots \dots 294.$$

Die Nenner vorstehender Ausdrücke wurden durch die oben beschriebene graphische Konstruktion bestimmt. X_2 wird immer verschwindend klein und kann ohne wesentlichen Fehler gleich Null gesetzt werden. Die Angriffsrichtung des Horizontalschubes kann sonach in die A_x -Achse, d. i. bei konstantem Trägheitsmomente J' in die, die Bogenfläche ausgleichende Gerade verlegt werden (Fig. 57).



Bei parabolischer Bogenform und konstantem J' erhält man, mit Berücksichtigung

von $\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} y^2 dx = \frac{4}{45} f^2 l,$

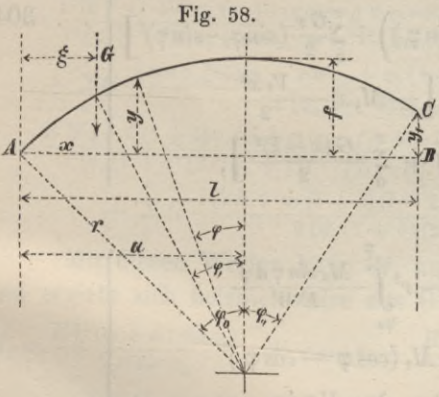
$$H_t = \frac{45}{4 f^2} \frac{E J_0 (\omega t - \frac{\Delta l}{l})}{1 + \frac{45}{4} \frac{J_0}{F_0 f^2}} \dots \dots \dots 295.$$

oder mit Einführung der konstanten Ordinate η der Kämpferdrucklinie nach Gl. 286

$$H_t = \frac{6 E J_0}{\eta f} (\omega t - \frac{\Delta l}{l}) \dots \dots \dots 296.$$

Der Vergleich mit dem parabolischen Bogen mit Kämpfergelenken, für welchen aus Gl. 244^a der Näherungsausdruck $H_t' = \frac{15}{8 f^2} \frac{E J_0 (\omega t - \frac{\Delta l}{l})}{1 + \frac{15}{8} \frac{J_0}{F_0 f^2}}$ folgt, zeigt, daß beim eingespannten Bogen der Horizontalschub infolge Temperaturdifferenz bezw. Verschiebung der Widerlager unter gleichen Umständen ungefähr die sechsfache Größe von demjenigen des Bogens mit Kämpfergelenken erreicht.

5. Bogen mit kreisförmiger Achse. In der Regel wird es sich empfehlen, nach den Formeln, wie sie für eine beliebige Bogenform unter 1. aufgestellt wurden, zu



rechnen. Es soll aber im Nachstehenden für den kreisförmigen Bogen auch noch die schärfere Entwicklung⁸⁾ gegeben werden, welche namentlich dann zu berücksichtigen ist, wenn die Dimensionen des Bogenquerschnittes gegen den Radius nicht mehr als sehr klein angesehen werden können.

Nach den Bezeichnungen in Fig. 58 lauten die aus den Gleichungen 136, 139 und 140 folgenden Grundgleichungen für die kreisförmige Achse

$$\Delta \varphi - \Delta \varphi_0 = -r \int_{\varphi_0}^{\varphi} \left(\frac{P_x}{E F r} + \frac{M_x}{E F r^2} + \frac{M_x}{E W} \right) d\varphi + \omega t (\varphi - \varphi_0) \dots \dots 297.$$

$$\Delta x - \Delta x_0 = -y \Delta \varphi_0 - r \cos \varphi (\Delta \varphi - \Delta \varphi_0) - r^2 \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{M_x \cos \varphi d\varphi}{E W} \dots \dots 298.$$

$$\Delta y - \Delta y_0 = x \Delta \varphi_0 - r \sin \varphi (\Delta \varphi - \Delta \varphi_0) - r^2 \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{M_x \sin \varphi d\varphi}{E W} \dots \dots 299.$$

⁸⁾ Dieselbe ist dem von Geh. Oberbaurat Schäffer bearbeiteten Kap. XI der 1. Auflage des „Brückenbaues“ entnommen.

Setzt man konstanten Querschnitt voraus, ferner

$$\frac{W}{F r^2} = \delta \dots \dots \dots 300.$$

und berücksichtigt für vertikale Lasten

$$P_x = \left(V_1 - \sum_0^x G \right) \sin \varphi + H \cos \varphi \dots \dots \dots 301.$$

$$M_x = M_1 + V_1 r (\sin \varphi_0 - \sin \varphi) - H r (\cos \varphi - \cos \varphi_0) - \sum_0^x G r (\sin \varphi_1 - \sin \varphi) \dots 302.$$

worin sich $M_1 H V_1$ auf den linken Kämpfer beziehen, so wird

$$\left. \begin{aligned} \Delta \varphi - \Delta \varphi_0 &= -r^2 \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{\delta \cdot P_x d\varphi}{E W} - r \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{(1 + \delta) M_x d\varphi}{E W} + \omega t (\varphi - \varphi_0) \\ &= -\frac{r}{E W} \left[M_1 (1 + \delta) (\varphi - \varphi_0) + V_1 [r (\cos \varphi - \cos \varphi_0) + (1 + \delta) r (\varphi - \varphi_0) \sin \varphi_0] \right. \\ &\quad \left. + H [-r (\sin \varphi - \sin \varphi_0) + (1 + \delta) r (\varphi - \varphi_0) \cos \varphi_0] \right. \\ &\quad \left. + \sum_0^x G [-r (\cos \varphi - \cos \varphi_1) - (1 + \delta) r (\varphi - \varphi_1) \sin \varphi_1] \right] + \omega t (\varphi - \varphi_0) \\ &= -\frac{r}{E W} \left[M_1 (1 + \delta) (\varphi - \varphi_0) + V_1 [y + (1 + \delta) a (\varphi - \varphi_0)] + H [x + (1 + \delta) (r - f) (\varphi - \varphi_0)] \right. \\ &\quad \left. - \sum_0^x G [y - h + (1 + \delta) (a - \xi) (\varphi - \varphi_1)] \right] + \omega t (\varphi - \varphi_0) \end{aligned} \right\} \dots 303.$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta x - \Delta x_0 &= -y \Delta \varphi_0 - r \cos \varphi (\Delta \varphi - \Delta \varphi_0) - r^2 \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{M_x \cos \varphi d\varphi}{E W} \\ &= -y \Delta \varphi_0 - r \cos \varphi (\Delta \varphi - \Delta \varphi_0) - \frac{r^2}{E W} \left[M_1 (\sin \varphi - \sin \varphi_0) - \frac{V_1 r (\sin \varphi - \sin \varphi_0)^2}{2} \right. \\ &\quad \left. - H r \left(\frac{\varphi - \varphi_0}{2} + \frac{\sin \varphi}{2} (\cos \varphi - \cos \varphi_0) - \frac{\cos \varphi_0}{2} (\sin \varphi - \sin \varphi_0) \right) + \sum_0^x \frac{G r}{2} (\sin \varphi_1 - \sin \varphi)^2 \right] \\ &= -y \Delta \varphi_0 - r \cos \varphi (\Delta \varphi - \Delta \varphi_0) - \frac{r}{E W} \left[-M_1 x - \frac{V_1 x^2}{2} \right. \\ &\quad \left. - H \left(\frac{r^2 (\varphi - \varphi_0)}{2} + \frac{(a - x) \xi}{2} + \frac{(r - f) x}{2} \right) + \sum_0^x \frac{G (x - \xi)^2}{2} \right], \end{aligned} \right\} \dots 304.$$

wobei $(\Delta \varphi - \Delta \varphi_0)$ aus Gl. 303 zu nehmen.

$$\left. \begin{aligned} \Delta y - \Delta y_0 &= x \Delta \varphi_0 - r \sin \varphi (\Delta \varphi - \Delta \varphi_0) - r^2 \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{M_x \sin \varphi d\varphi}{E W} \\ &= x \Delta \varphi_0 - r \sin \varphi (\Delta \varphi - \Delta \varphi_0) - \frac{r^2}{E W} \left[-M_1 (\cos \varphi - \cos \varphi_0) \right. \\ &\quad \left. - V_1 r \left(\frac{\varphi - \varphi_0}{2} - \frac{\cos \varphi}{2} (\sin \varphi - \sin \varphi_0) - \frac{\sin \varphi_0}{2} (\cos \varphi_0 - \cos \varphi) \right) + \frac{H r}{2} (\cos \varphi - \cos \varphi_0)^2 \right. \\ &\quad \left. + \sum_0^x G r \left(\frac{\varphi - \varphi_1}{2} + \frac{\sin \varphi_1}{2} (\cos \varphi - \cos \varphi_1) + \frac{\cos \varphi}{2} (\sin \varphi_1 - \sin \varphi) \right) \right] \\ &= x \Delta \varphi_0 - (a - x) (\Delta \varphi - \Delta \varphi_0) - \frac{r}{E W} \left[-M_1 y + V_1 \left(\frac{r^2 (\varphi - \varphi_0)}{2} + \frac{x (y + r - f)}{2} + \frac{a \cdot y}{2} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{H \cdot y^2}{2} + \sum_0^x G \left(\frac{r^2 (\varphi - \varphi_1)}{2} + \frac{(a - \xi) (y - h)}{2} + \frac{(y + r - f) (x - \xi)}{2} \right) \right] \end{aligned} \right\} \dots 305.$$

Hier ist noch h die dem Winkel φ_1 entsprechende Ordinate der Bogenachse.

Seien für die Kämpfer $\Delta \varphi - \Delta \varphi_0 = c_1$, $\Delta x - \Delta x_0 = c_2$, $\Delta y - \Delta y_0 = c_3$, so geben die Gleichungen 303, 304, 305 für $x = l$, $y = y_1$, $\varphi = \varphi_{,,}$, die fehlenden drei Bestim-

mungsgleichungen, welche nicht besonders geschrieben zu werden brauchen, da sie sich von den vorhergehenden nur durch die Zufügung der Indices und die Vertauschung von x mit l unterscheiden.

Für symmetrische Träger mit kreisförmiger Achse ist noch $a = \frac{l}{2}$, $y_1 = 0$, $\varphi_{1r} = -\varphi_0$, womit man die Bestimmungsgleichungen, wie folgt erhält:

$$\left. \begin{aligned} \Delta \varphi - \Delta \varphi_0 &= c_1 \\ c_1 &= -\frac{r}{EW} \left[-2 M_1 (1 + \delta) \varphi_0 - V_1 (1 + \delta) l \varphi_0 + 2 H \left(\frac{l}{2} - (1 + \delta)(r - f) \varphi_0 \right) \right. \\ &\quad \left. + \sum_0^l G \left(h + \frac{(1 + \delta)(l - 2\xi)(\varphi_0 + \varphi_1)}{2} \right) \right] - 2 \omega t \varphi_0 \end{aligned} \right\} \dots 306.$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta x - \Delta x_0 &= c_2 \\ c_2 &= -c_1 r \cos \varphi_0 - \frac{r}{EW} \left[-M_1 l + \frac{V_1 l^2}{2} + H \left(r^2 \varphi_0 - \frac{l(r-f)}{2} \right) + \sum_0^l \frac{G(l - \xi)^2}{2} \right] \end{aligned} \right\} \dots 307.$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta y_1 - \Delta y_0 &= c_3 = l \Delta \varphi_0 + \frac{c_1 l}{2} - \frac{r}{EW} \left[V_1 \left(r^2 \varphi_0 - \frac{l(r-f)}{2} \right) \right. \\ &\quad \left. - \sum_0^l \frac{G}{2} \left(r^2 (\varphi_0 + \varphi_1) + \frac{h(l - 2\xi)}{2} - (r - f)(l - \xi) \right) \right] \end{aligned} \right\} \dots 308.$$

Aus Gl. 308 erhält man:

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= -\frac{EW(c_3 - l \Delta \varphi_0 - c_1 r \sin \varphi_0)}{r^3 (\varphi_0 - \sin \varphi_0 \cos \varphi_0)} \\ &\quad + \sum_0^l G \frac{(\varphi_0 + \varphi_1 - \sin \varphi_0 \cos \varphi_0 - 2 \sin \varphi_1 \cos \varphi_0 + \sin \varphi_1 \cos \varphi_1)}{2(\varphi_0 - \sin \varphi_0 \cos \varphi_0)} \\ &= -\frac{EW(2c_3 - 2l \Delta \varphi_0 - c_1 l)}{r[2r^2 \varphi_0 - l(r-f)]} + \sum_0^l G \frac{2r^2(\varphi_0 + \varphi_1) + h(l - 2\xi) - 2(r-f)(l - \xi)}{2r^2 \varphi_0 - l(r-f)} \end{aligned} \right\} \dots 309.$$

Aus den Gleichungen 306 u. 307 folgt:

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{EW[-(1 + \delta) \varphi_0 (c_2 + c_1 r \cos \varphi_0) + c_1 r \sin \varphi_0]}{r^3 [\varphi_0 (1 + \delta) (\varphi_0 + \sin \varphi_0 \cos \varphi_0) - 2 \sin^2 \varphi_0]} + \frac{2EW \omega t \varphi_0 \sin \varphi_0}{r^2 [\varphi_0 (1 + \delta) (\varphi_0 + \sin \varphi_0 \cos \varphi_0) - 2 \sin^2 \varphi_0]} \\ &\quad + \sum_0^l G \frac{2 \sin \varphi_0 [\cos \varphi_1 - \cos \varphi_0 + \varphi_1 (1 + \delta) \sin \varphi_1] - (1 + \delta) \varphi_0 (\sin^2 \varphi_0 + \sin^2 \varphi_1)}{2 [\varphi_0 (1 + \delta) (\varphi_0 + \sin \varphi_0 \cos \varphi_0) - 2 \sin^2 \varphi_0]} \\ &= \frac{EW[-2(1 + \delta) \varphi_0 (c_2 + c_1 (r-f)) + c_1 l]}{r [\varphi_0 (1 + \delta) (2r^2 \varphi_0 + l(r-f)) - l^2]} + \frac{2EW \omega t \varphi_0 l}{r [\varphi_0 (1 + \delta) (2r^2 \varphi_0 + l(r-f)) - l^2]} \\ &\quad + \sum_0^l G \frac{l[2h + \varphi_1 (1 + \delta)(l - 2\xi)] - (1 + \delta) \varphi_0 (l^2 - 2l\xi + 2\xi^2)}{2 [\varphi_0 (1 + \delta) (2r^2 \varphi_0 + l(r-f)) - l^2]} \end{aligned} \right\} \dots 310.$$

Mit diesen Werten kann M_1 aus der Gleichung 306 oder 307 berechnet werden und ergibt sich beispielsweise aus Gl. 307:

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \frac{EW(c_2 + c_1 r \cos \varphi_0)}{2r^2 \sin \varphi_0} - V_1 r \sin \varphi_0 + \frac{H(\varphi_0 - \sin \varphi_0 \cos \varphi_0) r}{2 \sin \varphi_0} + \sum_0^l \frac{Gr(\sin \varphi_0 + \sin \varphi_1)^2}{4 \sin \varphi_0} \\ &= \frac{EW(c_2 + c_1 (r-f))}{r l} - \frac{V_1 l}{2} + \frac{H(2r^2 \varphi_0 - l(r-f))}{2l} + \sum_0^l \frac{G(l - \xi)^2}{2l} \end{aligned} \right\} \dots 311.$$

Am einfachsten wird M_1 in dieser Weise ermittelt, nachdem V_1 und H bestimmt sind. Dann folgen noch

$$V_2 = V_1 - \sum_0^l G \dots \dots \dots 312.$$

$$M_2 = M_1 + V_1 l - \sum_0^l G(l - \xi) \dots \dots \dots 313.$$

Die vorstehenden Gleichungen bestimmen nicht blofs den Einfluss einer Einzelbelastung, sondern auch jenen einer Temperaturänderung, deren alleinige Wirkung man erhält, wenn in den entwickelten Gleichungen $G = 0$ gesetzt wird. Desgleichen kann

mit Hilfe dieser Formeln der Einfluss einer Verdrehung oder Verschiebung der Widerlager von bekannter Größe (e_1 bzw. e_2 und e_3) ermittelt werden. Für unverrückbar eingespannte Bogen ist $e_1 = e_2 = e_3 = 0$ zu setzen. Für einen flachen Kreisbogen können wieder ohne wesentlichen Fehler die für den Parabelbogen geltenden Formeln benutzt werden.

Bezeichnet H, V_1 die Auflagerkräfte im linken Kämpfer, M_1 das Moment daselbst, welche durch die alleinige Wirkung einer Einzellast entstehen und sich aus obigen Formeln berechnen, so hat man für die Ordinate der Kämpferdrucklinie, bezogen auf die Bogensehne

$$\eta = \frac{M_1 + V_1 \xi}{H_1} \dots \dots \dots 314.$$

Für $\xi = 0$ wird $\eta_0 = \frac{r(\varphi_0 - \sin \varphi_0 \cos \varphi_0)}{2 \sin \varphi_0} = \frac{2r^2 \varphi_0 - l(r-f)}{2l}$.

§ 20. Größte Momente und Transversalkräfte. Hinsichtlich der Bestimmung der gefährlichsten Belastungsweisen kann auf das in § 13 darüber Gesagte verwiesen werden. Es gelten im allgemeinen beim eingespannten Bogen dieselben Regeln, wie beim Bogen mit Kämpfergelenken, nur mit dem Unterschiede, daß die Richtungen der Kämpferdrücke anstatt durch die Kämpfergelenke hier als Tangenten an die Kämpferdruck-Umhüllungslinien zu legen sind.

Die Bestimmung der größten Momente und Transversalkräfte kann wieder entweder nach der Methode der Einflußlinien oder aus dem Seilpolygon der Belastung erfolgen. Die Einflußlinien der Momente und Transversalkräfte werden allerdings nicht so einfach gefunden, wie für den Bogen mit Kämpfergelenken, sie lassen sich aber nach den Formeln

$$M = \mathfrak{M} - Hy - X_1 x - X_2 = y \left[\frac{\mathfrak{M}}{y} - \left(H + X_1 \frac{x}{y} + \frac{X_2}{y} \right) \right] \dots \dots 315.$$

$$Q = (\mathfrak{Q}_1 + X_1) \cos \varphi - H \sin \varphi, \dots \dots \dots 316.$$

worin $\mathfrak{M} = G \frac{(l-\xi)(l-2x)}{2l}$ bzw. $G \frac{\xi(l+2x)}{2l}$ und $\mathfrak{Q}_1 = G \frac{l-\xi}{l}$ und x auf die Bogenmitte bezogen ist, aus den Einflußlinien der H, X_1 und X_2 ableiten. Zur Ermittlung der größten Spannungen im Querschnitte wird man auch hier wieder die Momente auf die Kernpunkte beziehen. Die Methode der Einflußlinien wird sich namentlich empfehlen, wenn die Verkehrsbelastung aus einem Zuge von Einzellasten besteht.

Für die direkte Bestimmung der größten Momente und Transversalkräfte aus dem Seilpolygone der ungünstigsten Belastung wird es notwendig, Horizontalschub, Auflagerdruck und Einspannungsmoment für die betreffende Belastung zu ermitteln. Es unterliegt keiner Schwierigkeit, diese Größen durch Summierung aus den für eine Einzellast gefundenen Werten zu bestimmen, was auf graphischem Wege geschehen kann. Hat man nun mit H, V und M_1 das Seilpolygon der Belastung oder die Drucklinie in der richtigen Lage zur Bogenachse verzeichnet, so wird alsdann das Moment im untersuchten Querschnitte $M = Hy'$, wenn y' den Abstand des Seilpolygons von der Bogenachse, bzw. vom Kernpunkte des betreffenden Bogenquerschnittes bezeichnet. Man kann auch hier wieder, wenn die Verkehrslast gleichmäÙig verteilt angenommen wird, die Konstruktion des Seilpolygons mit Hilfe einer zweiten Kämpferdruck- und Kämpferdruck-Umhüllungslinie sich erleichtern.

Für spezielle Bogenformen berechnet sich der Einfluss einer teilweisen, gleichmäÙig verteilten Last wie folgt:

1. Beliebige Bogenform, konstantes Trägheitsmoment J' . Bedeckt die Belastung p pro Längeneinheit die Strecke λ vom linken Kämpfer aus, so erhält man die Vertikaldrücke aus den Gleichungen 279 und 280 durch Integration zwischen den Grenzen 0 und λ , und zwar wird

$$V_1 = \frac{p\lambda(2l^3 - 2l\lambda^2 + \lambda^3)}{2l^3} \dots\dots\dots 317.$$

$$V_2 = \frac{p\lambda^3(2l - \lambda)}{2l^3} \dots\dots\dots 318.$$

Bezeichnet ferner \mathfrak{H} den bei dieser Belastung auftretenden Horizontalschub, so erhält man, durch Integration der Ausdrücke 283 und 284, die Spannungsmomente:

$$M_1 = - \left[p\lambda^2 \frac{6l^2 - 8\lambda l + 3\lambda^2}{12l^2} - \mathfrak{H} t_0 \right] \dots\dots\dots 319.$$

$$M_2 = - \left[p\lambda^3 \frac{4l - 3\lambda}{12l^2} - \mathfrak{H} t_0 \right], \dots\dots\dots 320.$$

worin t_0 durch Gl. 275 bestimmt ist.

Für eine totale Belastung wird sonach, wenn \mathfrak{H}_{tot} den Horizontalschub bezeichnet

$$V_1 = V_2 = \frac{1}{2} p l \dots\dots\dots 321.$$

$$M_1 = M_2 = - \left[\frac{1}{12} p l^2 - \mathfrak{H}_{tot} t_0 \right] \dots\dots\dots 322.$$

Ist λ_1 die nach den im § 13 gegebenen Regeln zu bestimmende Strecke, welche zu belasten ist, um im Kernpunkte $x_k y_k$ (auf den Kämpfer A als Ursprung bezogen) das größte positive Moment hervorzurufen, so berechnet sich dieses aus

$$M_{max} = M_2 + V_2(l - x_k) - \mathfrak{H} y_k - p \frac{(\lambda_1 - x_k)^2}{2}$$

$$M_{max} = \frac{p\lambda^3}{12l^2} \left[8l - 3\lambda_1 - 6(2l - \lambda_1) \frac{x_k}{l} \right] - \mathfrak{H} (y_k - t_0) - p \frac{(\lambda_1 - x_k)^2}{2} \dots\dots 323.$$

Für totale Belastung wird

$$M_{tot} = \frac{1}{12} p \left[6 x_k (l - x_k) - l^2 \right] - \mathfrak{H}_{tot} (y_k - t_0), \dots\dots\dots 324.$$

womit das kleinste Moment $M_{min} = M_{tot} - M_{max}$.

Bezeichnet ferner λ_2 die Abscisse der Lastgrenze der gefährlichsten Belastung hinsichtlich der Transversalkräfte und $\mathfrak{H}_{x-\lambda_2}$ den Horizontalschub für die Belastung der Strecke $x - \lambda_2$, so folgt

$$Q_{max} = \frac{p}{2l^3} \left[(l - x)^2 (l^2 - x^2) - (l - \lambda_2)^2 (l^2 - \lambda_2^2) \right] \cos \varphi - \mathfrak{H}_{x-\lambda_2} \sin \varphi \dots\dots 325.$$

$$Q_{min} = \frac{1}{2} p (l - 2x) \cos \varphi - \mathfrak{H}_{tot} \sin \varphi - Q_{max} \dots\dots\dots 326.$$

2. Flacher Parabelbogen. Für eine gleichmäßig verteilte Last p pro Längeneinheit, welche die Strecke λ vom linken Kämpfer aus bedeckt, liefert die Integration der Gl. 285

$$\mathfrak{H} = \frac{p\lambda^3(10l^2 - 15l\lambda + 6\lambda^2)}{8fl^3 \left(1 + \frac{45}{4} \frac{J_0}{F_0 f^2} \right)} \dots\dots\dots 327.$$

Für totale Belastung wird

$$\mathfrak{H}_{tot} = \frac{pl^2}{8f} \cdot \frac{1}{1 + \frac{45}{4} \frac{J_0}{F_0 f^2}} \dots\dots\dots 328.$$

Die Vertikaldrücke und die Spannungsmomente M_1 und M_2 sind durch die oben entwickelten Formeln mit der Substitution von \mathfrak{H} aus den vorstehenden Gleichungen bestimmt; desgleichen auch die Maximal-Momente und Transversalkräfte durch die Gleichungen 323 und 325, wenn die Belastungsstrecken λ_1 und λ_2 , welche der ungünstigsten Belastungsweise entsprechen, bekannt sind. Für den Parabelbogen lassen sich diese Laststrecken analytisch wie folgt bestimmen:

Für die Maximalmomente im Kernpunkte $x_k y_k$ (auf dem Kämpfer A als Ursprung bezogen) folgt aus Gl. 287

$$y_k - \frac{2}{3}f = \left(\frac{l + 2\lambda_1}{2\lambda_1^2} x_k - \frac{l}{2\lambda_1} \right) \frac{8}{15} f \left(1 + \frac{45}{4} \frac{J}{F_0 f^2} \right)$$

oder

$$\left(y_k - \frac{2}{3}f \right) \lambda_1^2 + \frac{4}{15} f' (l - 2x_k) \lambda_1 = \frac{4}{15} f' l x_k, \dots \dots \dots 329.$$

wenn zur Abkürzung $f \left(1 + \frac{45}{4} \frac{J}{F_0 f^2} \right) = f'$ gesetzt wird.

λ_1 wird = l für einen Bogenpunkt, dessen Koordinaten x'_k und y'_k der Gleichung Genüge leisten:

$$\left(y'_k - \frac{2}{3}f \right) l^2 + \frac{4}{15} f' l^2 = \frac{12}{15} f' l x'_k \dots \dots \dots 330.$$

Ergibt sich hieraus $x'_k > \frac{l}{2}$, so ist für die mittlere Bogenstrecke zwischen den Abscissen $l - x'_k$ und x'_k die ungünstigste Belastungsweise eine geteilte und es ist für die in dieser Strecke gelegenen Bogenpunkte zu dem nach Formel 323 gerechneten Werte von M_{\max} noch jener hinzuzufügen, welcher sich aus derselben Formel für den symmetrisch zur Mitte gelegenen Bogenpunkt ergibt.

Die ungünstigste Belastung hinsichtlich der Transversalkräfte bestimmt sich aus

$$\frac{2\lambda_2 + l}{\lambda_2^2} \frac{8}{15} f' = tg \varphi = \frac{4f}{l^2} (l - 2x) \dots \dots \dots 331.$$

Für eine totale gleichmäßige Belastung werden die Einspannungsmomente

$$M_1 = M_2 = -\frac{1}{12} p l^2 \left(1 - \frac{f}{f'} \right)$$

Das auf den Scheitel der Bogenachse bezogene Moment wird

$$M_s = \frac{1}{24} p l^2 \left(1 - \frac{f}{f'} \right).$$

Wird $f' = f$ gesetzt, was einer Vernachlässigung des Einflusses der Achsialkraft auf die Formänderung gleichkommt, so ergibt sich $M_1 = M_2 = M_s = 0$ und es fällt die Drucklinie mit der Bogenachse zusammen. Hinsichtlich der Fehler, die man durch diese Vernachlässigung begeht, gilt ähnliches, wie beim Bogen mit Kämpfergelenken. Besteht der Bogen aus zwei gleichen Gurtungen vom Abstände h und der Gesamtfläche F und bezeichnet σ die spezifische Gurtspannung für eine mit der Schwerachse zusammenfallende Drucklinie, so werden die Spannungen mit Rücksicht auf die excentrische Lage der Drucklinie im Scheitel des Obergurtes

$$\sigma_o = \sigma \frac{1 + \frac{15}{8} \frac{h}{f}}{1 + \frac{45}{16} \frac{h^2}{f^2}}$$

im Scheitel des Untergurtes

$$\sigma_u = \sigma \frac{1 - \frac{15}{8} \frac{h}{f}}{1 + \frac{45}{16} \frac{h^2}{f^2}}.$$

Der größte Wert der Obergurtspannung tritt ein bei $\frac{h}{f} = \frac{4}{15}$ und wird $\sigma_o = 1,25 \sigma$, während die Untergurtspannung σ_u das Vorzeichen wechselt, also eine Zugspannung wird, wenn $\frac{h}{f} > \frac{8}{15}$ ist.

Desgleichen wird für den Kämpferquerschnitt

$$\sigma_o = \sigma \frac{1 - \frac{15}{4} \frac{h}{f}}{1 + \frac{45}{16} \frac{h^2}{f^2}} \quad \text{und} \quad \sigma_u = \sigma \frac{1 + \frac{15}{4} \frac{h}{f}}{1 + \frac{45}{16} \frac{h^2}{f^2}}.$$

Hier wird die Spannung im Untergurte am größten für $\frac{h}{f} = 0,387$ und zwar wird $\sigma_u = 1,72 \sigma$.

Für $\frac{h}{f} > \frac{4}{15}$ würde der Obergurt im Kämpfer eine Zugspannung erfahren. Beispielsweise wird für $\frac{h}{f} = \frac{1}{3}$ im Scheitel $\sigma_o = 1,24 \sigma$, $\sigma_u = 0,28 \sigma$; im Kämpferquerschnitt $\sigma_o = -0,19 \sigma$, $\sigma_u = 1,7 \sigma$.

3. Bogen mit kreisförmiger Achse. Für eine stetige, f. d. horizontale Längeneinheit konstante Belastung p , welche die Strecke λ vom linken Kämpfer aus bedeckt, werden die Auflagerkräfte V_1 , \mathfrak{S} und M_1 aus den Gleichungen 309, 310 und 311 erhalten, wenn darin $G = p dx = -pr \cos \varphi_1 d\varphi_1$ gesetzt und die Integration zwischen den Grenzen 0 und λ bzw. φ_0 und φ_1 vorgenommen wird.

Hier sollen nur die Formeln für den Fall einer vollständigen gleichförmigen Belastung p für die Längeneinheit gegeben werden.

Aus der Symmetrie ergibt sich sofort

$$V_1 = V_2 = \frac{pl}{2} = pr \sin \varphi_0 \dots \dots \dots 332.$$

Ferner mit Gl. 310

$$\mathfrak{S}_{\text{tot}} = \frac{pr \sin \varphi_0}{6} \left(\frac{3(1-\delta)(\varphi_0 - \sin \varphi_0 \cos \varphi_0) - 2(1+\delta)\varphi_0 \sin^2 \varphi_0}{\varphi_0(1+\delta)(\varphi_0 + \sin \varphi_0 \cos \varphi_0) - 2 \sin^2 \varphi_0} \right) \dots \dots 333.$$

Hiermit folgt aus Gl. 311

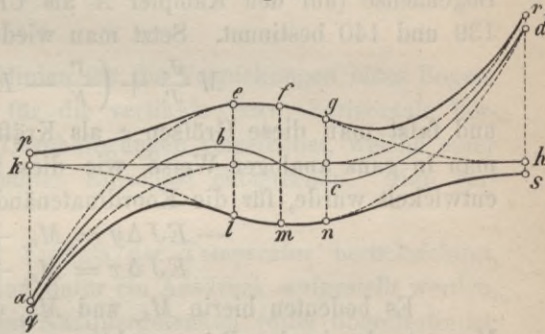
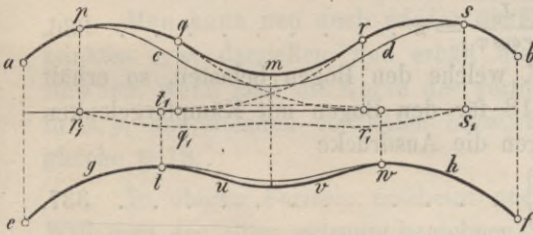
$$M_1 = \frac{pr^2}{12} \cdot \frac{3(1-\delta)(\varphi_0 - \sin \varphi_0 \cos \varphi_0)^2 - 2 \sin^2 \varphi_0 [(1+\delta)(3\varphi_0^2 + \varphi_0 \sin \varphi_0 \cos \varphi_0) - 4 \sin^2 \varphi_0]}{\varphi_0(1+\delta)(\varphi_0 + \sin \varphi_0 \cos \varphi_0) - 2 \sin^2 \varphi_0} = M_2 \quad 334.$$

Für das Moment im Bogenseitel erhält man:

$$M_s = \frac{pr^2}{12} \cdot \frac{3(1-\delta)(\sin^2 \varphi_0 - \varphi_0^2 - 2 \sin^2 \varphi_0 \cos \varphi_0 + 2 \varphi_0 \sin \varphi_0) - 4(1+\delta)\varphi_0 \sin^3 \varphi_0 + \sin^4 \varphi_0 (1+3\delta)}{\varphi_0(1+\delta)(\varphi_0 + \sin \varphi_0 \cos \varphi_0) - 2 \sin^2 \varphi_0} \quad 335.$$

Fig. 59.

Fig. 60.



Die größten Momente und Transversalkräfte bestimmen sich nach den allgemeinen Regeln. In den beistehenden Figuren sind dieselben, und zwar in Fig. 59 die größten Momente, in Fig. 60 die größten Transversalkräfte für eine kreisförmige Bogenachse und gleichweit abtastende Kernlinien dargestellt. Es wurde dieselbe Bezeichnung gewählt, wie bei den auf den Bogen mit Kämpfergelenken, sowie auf den Dreigelenkbogen bezüglichen Darstellungen und da sich dieselben auf Bogen von gleicher Pfeilhöhe und Trägerhöhe beziehen, so wird hierdurch ein Vergleich der drei Bogensysteme hinsichtlich der auftretenden äußeren Kräfte ermöglicht.

4. Temperaturspannungen. Die durch die Wirkung einer Temperaturänderung hervorgerufene Horizontalkraft wurde in § 19, Absatz 4 ermittelt und erscheint dieselbe allgemein durch Gl. 291, für den Parabelbogen durch Gl. 295, für den Kreisbogen durch Gl. 310 bestimmt.

Über die Größe der Spannungen durch Temperatureinflüsse wäre folgendes zu bemerken: Für einen Parabelbogen, aus zwei gleichen Gurtungen vom Gesamtquerschnitt F' und der Höhe h bestehend, wird die Spannung pro Flächeneinheit im Scheitel des oberen und unteren Gurtes angenähert

$$\sigma_s = \pm \frac{2 H_t \left(\frac{1}{3} f \mp \frac{h}{2} \right)}{F' h}$$

und desgleichen im Kämpferquerschnitt

$$\sigma_c = \mp \frac{2 H_t \left(\frac{2}{3} f \pm \frac{h}{2} \right)}{F h}$$

Mit der Substitution von H_t aus Gl. 295 erhält man

$$\sigma_s = \pm \frac{45}{24} E \omega t \frac{\left(1 \mp \frac{3}{2} \frac{h}{f} \right) \frac{h}{f}}{1 + \frac{45}{16} \frac{h^2}{f^2}} \quad \text{und} \quad \sigma_k = \mp \frac{45}{12} E \omega t \frac{\left(1 \pm \frac{3}{4} \frac{h}{f} \right) \frac{h}{f}}{1 + \frac{45}{16} \frac{h^2}{f^2}}$$

Für Schmiedeseisen $E \omega t = 744$ eingeführt, ergibt abgerundet

$$\sigma_s = \pm 1400 \frac{h}{f} \frac{1 \mp \frac{3}{2} \frac{h}{f}}{1 + \frac{45}{16} \frac{h^2}{f^2}} \quad \text{und} \quad \sigma_k = \mp 2800 \frac{h}{f} \frac{1 \pm \frac{3}{4} \frac{h}{f}}{1 + \frac{45}{16} \frac{h^2}{f^2}}$$

Die Obergurtspannung im Bogenscheitel erreicht ihren größten Wert für ein Verhältnis $\frac{h}{f} = \frac{4}{15}$ und wird hierfür $\sigma_{s_0} = + 187 \text{ kg}$, $\sigma_{s_u} = - 435 \text{ kg}$ pro qcm; ebenso wird die Untergurtspannung im Kämpferquerschnitte am größten für $\frac{h}{f} = 0,39$ und zwar wird $\sigma_{k_0} = - 983 \text{ kg}$, $\sigma_{k_u} = + 540 \text{ kg}$.

Für ein Verhältnis $\frac{h}{f} = \frac{1}{3}$ würde $\sigma_{s_0} = + 178 \text{ kg}$, $\sigma_{s_u} = - 533 \text{ kg}$, ferner $\sigma_{k_0} = - 889 \text{ kg}$, $\sigma_{k_u} = + 533 \text{ kg}$.

Man sieht hieraus, daß die Temperaturspannungen außerordentlich bedeutend werden können und daß sich in dieser Beziehung der eingespannte Bogen wesentlich ungünstiger verhält, als der Bogen mit Kämpfergelenken.

§ 21. Formänderungen. Die elastischen Verrückungen eines Punktes x_1, y_1 der Bogenachse (auf den Kämpfer A als Ursprung bezogen) sind durch die Gleichungen 139 und 140 bestimmt. Setzt man wieder zur Abkürzung

$$M \frac{J_0}{J'} + \left(\frac{P}{F'} - E \omega t \right) \frac{J_0}{r \cos \varphi} = z \dots \dots \dots 336.$$

und faßt man diese Größen z als Kräfte auf, welche den Bogen belasten, so erhält man in ganz analoger Weise, wie dies in § 18 für den Bogen mit Kämpfergelenken entwickelt wurde, für die Koordinatenänderungen die Ausdrücke

$$\left. \begin{aligned} -EJ \Delta y &= M_{z_y} + C_1 \\ EJ \Delta x &= M_{z_x} + C_2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 337.$$

Es bedeuten hierin M_{z_y} und M_{z_x} die auf den Punkt x_1, y_1 bezogenen statischen Momente der in den Bogenpunkten angreifenden Kräfte z , sowie einer im Kämpfer A angreifenden Kraft $-Z_A = -EJ_0 \Delta \varphi_0$ und zwar für vertikale bzw. horizontale Angriffsrichtung. Bei dem vollkommen eingespannten Bogen ist $\Delta \varphi_0 = 0$, daher auch $Z_A = 0$; allgemein ist Z_A gleich dem Stützendrucke der Kräfte z , welcher auftritt, wenn man sich die Horizontalprojektion des Bogens damit belastet denkt.

Es ist ferner

$$C_1 = J_0 \int_{y_0}^{y_1} \left(\frac{P}{F'} - E \omega t \right) dy \quad C_2 = - J_0 \int_0^{x_1} \left(\frac{P}{F'} - E \omega t \right) dx$$

oder mit wohl immer zulässiger Annäherung

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= J_0 \left(\frac{H}{F_0} - E \omega t \right) y_1 \\ C_2 &= - J_0 \left(\frac{H}{F_0} - E \omega t \right) x_1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 338.$$

Es gelten sonach für die Bestimmung der Formänderung ganz dieselben Regeln, wie beim Bogen mit Kämpfergelenken und man kann den bloß von den Biegemomenten herrührenden Anteil der Formänderung ebenso wie dort als Ordinate einer mit EJ_0 als Poldistanz konstruierten Seilkurve erhalten, welcher die reduzierte Momenten-

fläche $M \frac{J_0}{J'}$ als Belastungsfläche zu Grunde liegt. Bei der graphischen Bestimmung wäre, wie folgt, zu verfahren:

Man konstruiere für die gegebene Belastung das Seilpolygon bzw. die Drucklinie. Die vertikalen Abstände derselben von der Bogenachse m mit dem Verhältnis $\frac{J_0}{J'}$ multipliziert und vermehrt um die kleine und nahezu konstante Gröfse

$$c = \left(1 - \frac{E \omega t F_0}{H}\right) \frac{J_0}{F_0' r \cos \varphi} \dots \dots \dots 339.$$

geben die Belastungskräfte

$$\frac{z}{H} = \left(m \frac{J_0}{J'} + c\right) \dots \dots \dots 340.$$

Diese hat man im Kräftepolygon mit richtiger Berücksichtigung des Vorzeichens (m positiv, wenn die Drucklinie über der Bogenachse gelegen) aufzutragen und daraus die beiden Seilpolygone für vertikale und horizontale Krafrichtung zu konstruieren.

Wählt man die Poldistanz $= \frac{1}{n} \cdot \frac{E J_0}{H \cdot a}$, unter a den gleich angenommenen Horizontalabstand der z -Lasten verstanden, so geben die auf dem n -fachen Längenmaßsstabe gemessenen Ordinaten der beiden Seilpolygone die vertikalen und horizontalen Durchbiegungen der Bogenpunkte unter der angenommenen Belastung, wenn hierzu noch die Gröfsen $\frac{C_1}{E J_0}$ und $\frac{C_2}{E J_0}$, welche in der Regel aber von ganz geringer Bedeutung sind, hinzugefügt werden.

Man kann nun auch wieder die Einfluslinien für die Verrückungen eines Bogenpunktes x, y_1 darstellen, und erhält dieselbe für die vertikale bzw. horizontale Verrückung, wenn man die Kurve der vertikalen Durchbiegungen verzeichnet, welche einer in x, y_1 angreifenden vertikalen bzw. horizontalen Einzellast entsprechen. Man vergleiche § 18.

In obigen Formeln erscheint auch der Einfluss der Temperatur berücksichtigt. Will man denselben getrennt berechnen, so kann dafür ein Ausdruck aufgestellt werden, welcher mit jenem (Gl. 259) für den Bogen mit Kämpfergelenken völlig übereinstimmt. Man findet nämlich für die Hebung eines Bogenpunktes infolge Temperaturwirkung

$$E J_0 \Delta y = H_t m_x + 2 \left(E \omega t - \frac{H_t}{F_0}\right) J_0 y_1 \dots \dots \dots 341.$$

Hierin bezeichnet H_t den Horizontalschub infolge Temperaturdifferenz und m_x das statische Moment der Fläche zwischen Bogenachse und Ausgleichsline bzw. Richtungslinie des Horizontalschubes. Diese Gröfse ist der Ordinate der Horizontalschubkurve η für die Einzellast (Fig. 54^e) proportional und zwar $m_x = \eta \cdot p \cdot a$, wenn p die Poldistanz und a die Feldweite ist, welche der Konstruktion der Horizontalschubkurve zu Grunde gelegt wurden und wenn η am Längenmaßsstab gemessen wird. Man erhält sonach für die Temperaturwirkung allgemein

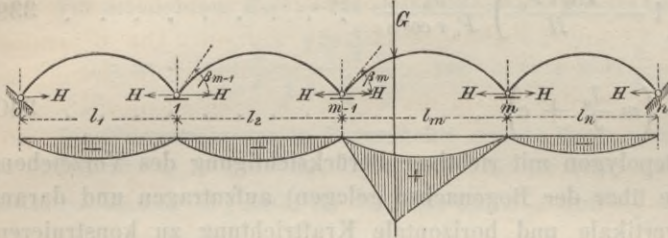
$$\Delta y = (\alpha \eta + \beta y) t \dots \dots \dots 342.$$

Für das in Fig. 54 durchgeführte Beispiel, für welches $l = 160 \text{ m}$, $f = 42,5 \text{ m}$, $F_0 = 0,112 \text{ qm}$, $J_0 = 0,70 \text{ m}^4$ angenommen ist, wird nach der Näherungsformel 295 mit $E \omega = 248$ (für Schmiedeisen) und $\Delta l = 0$, $H_t = 1,040 \text{ t}$ Tonnen. Der Konstruktion der Horizontalschubkurve wurde $a = 16 \text{ m}$, $p = 25 \text{ m}$ zu Grunde gelegt, sodaß $H_t m_x = 16 \cdot 25 \cdot 1,04 \eta \text{ t}$ und $E J_0 \Delta y = (416 \eta + 334,2 y) t$ oder schliesslich Δy in $\text{mm} = (0,0297 \eta + 0,0238 y) t$ wird.

4. Der kontinuierliche Bogen.

§ 22. Bestimmung des Horizontalschubes bei gelenkartiger und bei fester Verbindung der einzelnen Bögen. 1. Wir betrachten zunächst jenen Fall, wo der Träger aus n aneinander gereihten Bögen besteht, die in den Kämpfern gelenkartig verbunden und auf den Zwischenpfeilern so gelagert sind, dass eine horizontale Verschiebung der Auflager stattfinden kann (Fig. 61)⁹⁾. Erlaubt man sich wieder die Näherung, die Achsialkraft $P' = H$ zu setzen und für jeden Bogen einen mittleren Querschnitt $F_{01} F_{02} \dots$

Fig. 61.



einzuführen, setzt man ferner für das m te Feld $\int \frac{1}{F'} \left(\frac{y}{r} ds - d\dot{x} \right) = - \frac{b_m \cos \beta_m}{F'_{0m}}$ und $\int \frac{y^2 ds}{J} = \sum_m \frac{y^2 ds}{J}$, nimmt man endlich an, dass die Verschiebung in den Auflagern reibungslos vor sich gehe, und dass die Temperaturunterschiede gegen den spannungslosen Zustand in den einzelnen Bögen $t_1, t_2, t_3 \dots$ betragen, so wird für eine Belastung des m ten Bogens die Vergrößerung Δl der Spannweite desselben

einzuführen, setzt man ferner für das m te Feld $\int \frac{1}{F'} \left(\frac{y}{r} ds - d\dot{x} \right) = - \frac{b_m \cos \beta_m}{F'_{0m}}$ und $\int \frac{y^2 ds}{J} = \sum_m \frac{y^2 ds}{J}$, nimmt man endlich an, dass die Verschiebung in den Auflagern reibungslos vor sich gehe, und dass die Temperaturunterschiede gegen den spannungslosen Zustand in den einzelnen Bögen $t_1, t_2, t_3 \dots$ betragen, so wird für eine Belastung des m ten Bogens die Vergrößerung Δl der Spannweite desselben

$$\begin{aligned} \Delta l &= \sum \frac{\mathfrak{M} y}{EJ} ds - H \sum_m \frac{y^2 ds}{EJ} - H \frac{b_m \cos \beta_m}{EF_{0m}} + \omega t_m b_m \cos \beta_m = \\ &= - H \left[\sum_1 \frac{y^2 ds}{EJ} + \sum_2 \frac{y^2 ds}{EJ} + \dots + \sum_{m-1} \frac{y^2 ds}{EJ} + \sum_{m+1} \frac{y^2 ds}{EJ} + \dots + \sum_n \frac{y^2 ds}{EJ} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{b_1 \cos \beta_1}{EF_{01}} + \dots + \frac{b_{m-1} \cos \beta_{m-1}}{EF_{0m-1}} + \frac{b_{m+1} \cos \beta_{m+1}}{EF_{0m+1}} + \dots + \frac{b_n \cos \beta_n}{EF_{0n}} \right] \end{aligned}$$

$$- \omega [t_1 b_1 \cos \beta_1 + t_2 b_2 \cos \beta_2 + \dots + t_{m-1} b_{m-1} \cos \beta_{m-1} + t_{m+1} b_{m+1} \cos \beta_{m+1} + \dots + t_n b_n \cos \beta_n]$$

woraus

$$H = \frac{\sum \frac{\mathfrak{M} y}{J} ds + E \omega (t_1 b_1 \cos \beta_1 + t_2 b_2 \cos \beta_2 + \dots + t_n b_n \cos \beta_n)}{\sum_1 \frac{y^2 ds}{J} + \sum_2 \frac{y^2 ds}{J} + \dots + \sum_n \frac{y^2 ds}{J} + \frac{b_1 \cos \beta_1}{F_{01}} + \frac{b_2 \cos \beta_2}{F_{02}} + \dots + \frac{b_n \cos \beta_n}{F_{0n}}} \quad 343.$$

Der Vergleich mit dem einfachen Bogenträger mit Kämpfergelenken ergibt hier-nach folgendes: Der Horizontalschub infolge Belastung wird beim kontinuierlichen Bogen wesentlich geringer, und zwar um so geringer, je größer die Anzahl der gekuppelten Bögen ist. Sind die sämtlichen Bögen gleich dimensioniert, so wird bei n Bögen und Belastung bloß eines Bogens

$$H = \frac{1}{n} H', \dots \dots \dots 343^a.$$

wenn H' den Horizontalschub des belasteten Bogens bei unverschiebbaren Widerlagern bezeichnet.

Auf die Konstruktion der Horizontalschubkurve für eine wandernde Einzellast kann das in § 16 angegebene Verfahren unmittelbar Anwendung finden. Zur Bestimmung der größten Spannungen empfiehlt sich die Methode der Einflußlinien, aus welcher sofort ersichtlich wird, dass zur Hervorbringung des größten positiven Momentes

⁹⁾ Dieser Fall des kontinuierlichen Bogens wurde zuerst von H. D. Schmid behandelt. „Die kontinuierlichen Bögen.“ Wien 1878.

in einem Querschnitte nur die betreffende Spannweite ganz oder teilweise zu belasten ist, während für das grösste negative Moment sämtliche übrige Spannweiten unter Vollbelastung zu bringen sind.

Wird der Reibungswiderstand in den Auflagern berücksichtigt, so modifiziert sich die Berechnung des Horizontalschubes wie folgt: Es sei H_1 der auf das linke feste Endwiderlager übertragene Horizontalschub; ferner wird angenommen, dafs der vom Eigengewichte der Bögen herrührende Vertikaldruck auf sämtlichen Zwischenfeilern ungefähr die gleiche Gröfse A habe und dafs der Reibungskoeffizient $= f$ sei. Die Belastung in der m ten Spannweite erzeuge auf der $(m - 1)$ ten und m ten Stütze die lotrechten Auflagerdrücke V_1 und V_2 . Dann werden die in der ersten bis n ten Spannweite wirkenden Horizontalkräfte

$$H_1, \quad H_1 + fA, \quad H_1 + 2fA \dots, \quad H_1 + (m - 2)fA, \quad H_1 + (m - 1)fA + fV_1, \\ H_1 + (m - 2)fA + f(V_1 - V_2), \quad H_1 + (m - 3)fA + f(V_1 - V_2) \dots, \\ H_1 + (2m - n - 1)fA + f(V_1 - V_2)$$

und es führt unter Beibehaltung derselben Vereinfachungen wie oben und unter Ausserbetrachtung der Temperaturwirkungen, welche sich nach Gl. 343 bestimmen, die Aufstellung der Arbeitsgleichung zu folgendem Ausdrucke für H_1

$$H_1 = \frac{\sum \frac{M y ds}{J} - C_1 f A - C_2 f V_1 - C_3 f (V_1 - V_2)}{\sum_1 \frac{y^2 ds}{J} + \sum_2 \frac{y^2 ds}{J} + \dots + \sum_n \frac{y^2 ds}{J} + \frac{b_1 \cos \beta_1}{F_1} + \frac{b_2 \cos \beta_2}{F_2} + \dots + \frac{b_n \cos \beta_n}{F_n}} \quad 344.$$

Hierin bedeutet

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \left[\sum_2 \frac{y^2 ds}{J} + 2 \sum_3 \frac{y^2 ds}{J} + \dots + (m - 1) \sum_m \frac{y^2 ds}{J} + (m - 2) \sum_{m+1} \frac{y^2 ds}{J} + \right. \\ &\quad \left. + \dots + (2m - n - 1) \sum_n \frac{y^2 ds}{J} + \frac{b_2 \cos \beta_2}{F_2} + 2 \frac{b_3 \cos \beta_3}{F_3} \dots + (m - 1) \frac{b_m \cos \beta_m}{F_m} + \right. \\ &\quad \left. + (m - 2) \frac{b_{m+1} \cos \beta_{m+1}}{F_{m+1}} + \dots + (2m - n - 1) \frac{b_n \cos \beta_n}{F_n} \right] \\ C_2 &= \sum_m \frac{y^2 ds}{J} + \frac{b_m \cos \beta_m}{F_m} \\ C_3 &= \sum_{m+1} \frac{y^2 ds}{J} + \dots + \sum_n \frac{y^2 ds}{J} + \frac{b_{m+1} \cos \beta_{m+1}}{F_{m+1}} + \dots + \frac{b_n \cos \beta_n}{F_n} \end{aligned} \right\} \dots 345.$$

Sind wieder die sämtlichen Bögen vollkommen gleich dimensioniert, so wird

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{1}{2} [2m(2n - m + 1) - n^2 - 3n] \left(\sum \frac{y^2 ds}{J} + \frac{b \cos \beta}{F} \right) \\ C_2 &= \sum \frac{y^2 ds}{J} + \frac{b \cos \beta}{F} \\ C_3 &= (n - m) \left(\sum \frac{y^2 ds}{J} + \frac{b \cos \beta}{F} \right) \end{aligned} \right\} \dots 345^a.$$

und man erhält

$$H_1 = \frac{1}{n} H' - \frac{2m(2n - m + 1) - n^2 - 3n}{2n} fA - \frac{1}{n} fV_1 - \frac{n - m}{n} f(V_1 - V_2). \quad 344^a.$$

Es ist jedoch dabei zu berücksichtigen, dafs der Horizontalschub infolge Belastung in keiner Öffnung negativ, d. h. dafs der infolge des Eigengewichts bereits vorhandene Horizontalschub durch die Belastung nicht vermindert werden kann; würde sich dies nach obiger Formel herausstellen, so sind beiderseits des belasteten Bogens nur diejenigen Bögen als vorhanden anzusehen, für welche sich H_1 im letzten Felde eben noch mit einem positiven Werte ergibt.

2. Sind die aneinander grenzenden Bögen über den Zwischenfeilern in starre Verbindung gebracht, sodafs eine Änderung des Winkels zwischen den einzelnen Bogenachsen an der Auflagerstelle ausgeschlossen, dabei aber doch eine horizontale Verschiebung der Auflager auf den Zwischenfeilern möglich ist, so erscheint ein solcher Träger mit n einzelnen Öffnungen und beim Fehlen von Gelenken n fach statisch unbestimmt, d. h. es sind zur Berechnung der Auflagerkräfte n Elasticitätsgleichungen aufzustellen.¹⁰⁾ Durch die Anordnung von n_1 Gelenken kann die Zahl dieser Gleichungen um n_1 vermindert werden. Dabei ist vorausgesetzt, dafs die festen Lager auf den Endfeilern drehbar konstruiert sind.

Zur Aufstellung der Elasticitätsgleichungen verhilft am einfachsten der Satz von der Formänderungsarbeit. Für flache Bögen und im Verhältnis zum Krümmungshalbmesser geringe Querschnittshöhen kann bekanntlich die Formänderungsarbeit

$$\mathfrak{A} = \int \frac{M^2}{2EJ} dx + \frac{H^2 l}{2EF} - \omega H \int t dx \dots \dots \dots 346.$$

gesetzt werden, wenn man die zulässige Annäherung sich erlaubt, die Achsialkraft gleich H und eine mittlere Querschnittsfläche F anzunehmen, und unter der Bezeichnung J die mit $\cos \varphi = \frac{dx}{ds}$ multiplizierten Trägheitsmomente versteht. Die Integration hat sich auf den ganzen Träger zu erstrecken und es bezeichnet l die gesamte Spannweite zwischen den Endwiderlagern.

Bezeichnen nun $V_1 V_2 \dots$ die lotrechten Auflagerdrücke in der 1., 2., ... Zwischenstütze und nennt man $y_1 y_2 \dots$ die leicht darzustellenden Momente eines geraden Balkens von der Spannweite l , welcher in den Punkten, die den Zwischenstützen entsprechen, der Reihe nach mit der Krafteinheit belastet wird; bezeichnet ferner \mathfrak{M} die Biegemomente dieses Balkens für die auf den kontinuierlichen Bogen wirkende äufsere Belastung und endlich y die auf die Verbindungslinie der Widerlagspunkte AB bezogene Bogenordinate, so hat man

$$M = \mathfrak{M} - Hy - V_1 y_1 - V_2 y_2 - V_3 y_3 - \dots \dots \dots 347.$$

Nimmt man allgemein an, dafs die Endwiderlager sich unter der Belastung um Δl nach aufsen verschieben, und dafs auch die Zwischenstützen sich um die kleinen Gröfsen $\delta_1 \delta_2 \dots$ senken, so liefert der Castigliano'sche Satz von der Abgeleiteten der Formänderungsarbeit die Beziehungen

$$\Delta l = - \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial H} \quad \delta_1 = - \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial V_1} \quad \delta_2 = - \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial V_2} \dots$$

Aus Gl. 347 folgt aber

$$\frac{\partial M}{\partial H} = -y \quad \frac{\partial M}{\partial V_1} = -y_1 \quad \frac{\partial M}{\partial V_2} = -y_2 \dots$$

womit man, wenn J_0 ein beliebiges Trägheitsmoment bezeichnet, aus Gl. 346 die folgenden Bedingungsgleichungen erhält:

$$EJ_0 \Delta l - \omega EJ_0 t l = \int M \frac{J_0}{J} y dx - Hl \frac{J_0}{F}$$

$$EJ_0 \delta_1 = \int M \frac{J_0}{J} y_1 dx$$

$$EJ_0 \delta_2 = \int M \frac{J_0}{J} y_2 dx.$$

.....

¹⁰⁾ Die Theorie dieses Trägersystems, welches als eine Verallgemeinerung des kontinuierlichen Balkens aufgefaßt werden kann, wurde zuerst von H. Müller-Breslau gegeben. Wochenbl. f. Arch. u. Ing. 1884. In der obigen Darstellung wurde diese Arbeit benutzt.

Wird hierin M aus Gl. 347 eingesetzt und werden zur Abkürzung die Bezeichnungen

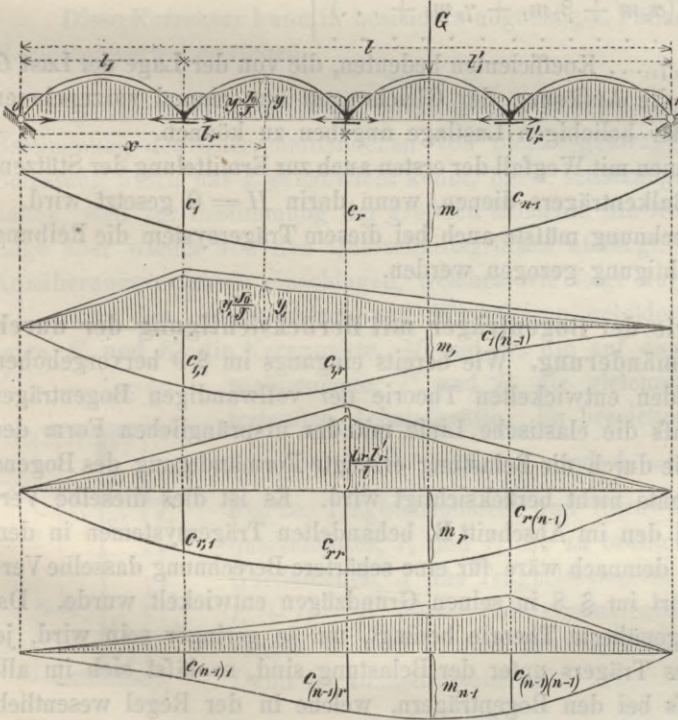
$$\left. \begin{aligned} c_0 &= \int y^2 \frac{J_0}{J} dx + l \frac{J_0}{F} \\ c_m &= \int y y_m \frac{J_0}{J} dx \\ c_{mr} &= \int y_m y_r \frac{J_0}{J} dx \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 348.$$

eingeführt, so ergeben sich schließlich die Gleichungen:

$$\left. \begin{aligned} -\omega EJ_0 t l + EJ_0 \Delta l &= \int \mathfrak{M} \frac{J_0}{J} y dx - Hc_0 - V_1 c_1 - V_2 c_2 - V_3 c_3 - \dots \\ EJ_0 \delta_1 &= \int \mathfrak{M} \frac{J_0}{J} y_1 dx - Hc_1 - V_1 c_{11} - V_2 c_{21} - V_3 c_{31} - \dots \\ EJ_0 \delta_2 &= \int \mathfrak{M} \frac{J_0}{J} y_2 dx - Hc_2 - V_1 c_{12} - V_2 c_{22} - V_3 c_{32} - \dots \\ &\dots \dots \dots \end{aligned} \right\} 349.$$

Besteht die Belastung wieder blofs aus einer, in der m ten Spannweite angreifenden Einzellast G , so können die bestimmten Integrale $\int \mathfrak{M} \frac{J_0}{J} y dx, \int \mathfrak{M} \frac{J_0}{J} y_1 dx \dots$

Fig. 62.



durch die Ordinaten von Seilpolygonen dargestellt werden. Es sind nämlich in diesem Falle (vergl. § 16) diese Integrale gleich den in der Lastvertikalen gemessenen und mit G multiplizierten Momenten eines einfachen Balkenträgers von der Spannweite l , der mit den Größen $y \frac{J_0}{J}$, bzw. $y_1 \frac{J_0}{J}, y_2 \frac{J_0}{J} \dots$ stetig belastet ist (Fig. 62). Wir bezeichnen diese durch Konstruktion leicht zu bestimmenden Momente mit $m, m_1, m_2 \dots$

Aber auch die Größen $c_1 c_2 \dots c_m$ und allgemein c_{mr} sind durch diese Seilpolygone gegeben. Da nämlich $y_r = \frac{l'_r}{l} x$ (von $x = 0$

bis $x = l_r$) bzw. $y_r = \frac{l_r}{l} (l - x)$ (von $x = l_r$ bis $x = l$) ist, so folgt

$$c_{mr} = \frac{l'_r}{l} \int_0^{l_r} \left(y_m \frac{J_0}{J} \right) x dx + \frac{l_r}{l} \int_{l_r}^l \left(y_m \frac{J_0}{J} \right) (l - x) dx,$$

d. i. = dem Momente der Belastungsfläche $y_m \frac{J_0}{J}$ an der r ten Stütze, oder da zufolge der Definition, Gl. 348 $c_{mr} = c_{rm}$ ist, auch gleich dem Momente der Belastungsfläche $y_r \frac{J_0}{J}$ an der m ten Stütze. Die Gleichungen 349 gehen sonach über in

schub nach den in den vorstehenden Paragraphen entwickelten Näherungsformeln berechnen kann. In den weitaus meisten Fällen genügt es auch noch, die Berechnung der inneren Spannungen, d. h. der größten Biegemomente und Scheerkräfte ohne Rücksicht auf die unter der Belastung erfolgende Formänderung vorzunehmen. Will man jedoch diese letztere berücksichtigen, was bei sehr niedrigen Bögen mit verhältnismäßig kleinem Trägheitsmomente notwendig werden dürfte, so wird es sich auch hier empfehlen, nicht nach den komplizierten Formeln der genaueren Theorie zu rechnen, sondern lieber ein Annäherungsverfahren einzuschlagen. Dieses bestände darin, daß man die Formänderungen des Bogens unter der Belastung nach den oben entwickelten Regeln, etwa auf graphischem Wege, bestimmt und nunmehr die Momente auf die deformierte Achse bezieht. Mit dieser einmaligen Annäherung wird man sich in allen Fällen von Bogenträgern begnügen können, und es dürfte nicht notwendig werden, die elastische Linie nach den geänderten Momenten zu rektifizieren. Sind Δx und Δy die Verschiebungen eines Bogenpunktes durch die Belastung, H der Horizontalschub und V die Summe der Vertikalkräfte auf einer Seite des betreffenden Querschnittes, so beträgt die am Moment infolge der Formänderung anzubringende Korrektur

$$\Delta M = V \cdot \Delta x - H \cdot \Delta y \dots\dots\dots 352.$$

Diese Korrektur kann in besonders ungünstigen Fällen 10 bis 15 % des angenäherten Momentenwertes erreichen.

§ 24. Querschnittsbestimmung bei Blechbogenträgern. Eine direkte genaue Bestimmung der Querschnittsflächen von Blechbogenträgern stößt, auch wenn man die Belastung durch das Eigengewicht kennt, bezw. schätzungsweise annimmt, auf Schwierigkeiten, weil zur Bestimmung der größten Momente die Kernlinien notwendig sind, deren Lage aber wieder von den Querschnittsgrößen abhängt. Man wird hier am besten ein Annäherungsverfahren einschlagen, welches wie folgt durchgeführt werden kann.

Für den aus Stehblech und Winkelleisen gebildeten Grundquerschnitt (Fig. 63) seien K_1 und K_2 die Kernpunkte, M_1 und M_2 die auf diese Kernpunkte bezogenen Maximalmomente, P_1 und P_2 die gleichzeitig mit diesen Momenten auftretenden Achsialkräfte. Es bezeichne ferner



$$f_0, J_0 \text{ und } k_0 = \frac{2J_0}{f_0 h}$$

Fläche, Trägheitsmoment und Kernweite des angenommenen Grundquerschnittes, f_1 und f_2 die zu bestimmenden Querschnittsflächen der Gurtlamellen, J das Trägheitsmoment des Gesamtquerschnittes $F = f_1 + f_2 + f_0$, dessen Schwerpunktsabstände von den Mitten der Gurtungen a_1 und a_2 und dessen Kernweiten k_1 und k_2 sein mögen.

Dann ist zunächst sehr nahe

$$f_1 a_1 - f_2 a_2 - f_0 \left(a_2 - \frac{h}{2} \right) = 0 \quad \text{und} \quad a_1 + a_2 = h,$$

woraus

$$a_1 = \left(1 - \frac{f_1 - f_2}{F} \right) \frac{h}{2} \quad a_2 = \left(1 + \frac{f_1 - f_2}{F} \right) \frac{h}{2}$$

oder wenn das Verhältnis $\frac{f_1 - f_2}{F} = \varphi \dots\dots\dots 353.$

gesetzt wird, $a_1 = (1 - \varphi) \frac{h}{2} \quad a_2 = (1 + \varphi) \frac{h}{2} \dots\dots\dots 354.$

folgt. Hiermit ergibt sich weiter der angenäherte Ausdruck für das Trägheitsmoment

$$J = f_1 a_1^2 + f_2 a_2^2 + J_0 + f_0 \left(\frac{h}{2} - a_1 \right)^2 = F (1 - \varphi^2) \frac{h^2}{4} + J_0 - f_0 \frac{h^2}{4}.$$

In der Regel sind die in den äußeren Fasern des Querschnitts auftretenden größten Spannungen Druckspannungen; man hat sie daher der zulässigen Druckbeanspruchung σ gleichzusetzen und erhält:

$$\sigma = \frac{M_1 a_2}{J} - P_1 \left[k_1 - k_0 + \frac{h}{2} - a_1 \right] \frac{a_2}{J} = \frac{M_2 a_1}{J} + P_2 \left[k_2 - k_0 + \frac{h}{2} - a_2 \right] \frac{a_1}{J}.$$

Berücksichtigt man, daßs hierin mit genügender Annäherung

$$k_1 = \frac{J}{F a_2} = \frac{F a_1 a_2}{F' a_2} = a_1 \quad \text{und} \quad k_2 = \frac{J}{F a_1} = \frac{F a_1 a_2}{F' a_1} = a_2$$

gesetzt werden kann, so liefert die vorstehende Gleichung

$$\frac{a_2}{a_1} = \frac{M_2 + P_2 \left(\frac{h}{2} - k_0 \right)}{M_1 - P_1 \left(\frac{h}{2} - k_0 \right)} = \frac{M'_2}{M'_1}$$

oder nach Einsetzung der Ausdrücke von a_2 und a_1 aus Gl. 354

$$\frac{1 + \varphi}{1 - \varphi} = \frac{M'_2}{M'_1}, \quad \dots \dots \dots 355.$$

wenn M'_2 und M'_1 die auf die Flantschenfläche der Winkeleisen des Grundquerschnittes bezogenen Momente bezeichnen.

Aus

$$J \sigma = \left[M_2 + P_2 \left(\frac{h}{2} - k_0 \right) \right] a_1 = M'_2 (1 - \varphi) \frac{h}{2}$$

oder

$$\left\{ F (1 - \varphi^2) \frac{h^2}{4} + J_0 - f_0 \frac{h^2}{4} \right\} \sigma = M'_2 (1 - \varphi) \frac{h}{2}$$

folgt aber

$$F = \frac{2 M'_2}{(1 + \varphi) h \sigma} + \frac{f_0 h^2 - 4 J_0}{(1 - \varphi^2) h^2} \dots \dots \dots 356.$$

und mit der Substitution von φ aus Gl. 355

$$F = \frac{(M'_1 + M'_2)}{h \sigma} + \frac{f_0 h^2 - 4 J_0}{4 h^2} \frac{M'_1 + M'_2}{M'_1 M'_2} \dots \dots \dots 357.$$

Die näherungsweise Berechnung der Gurtungsquerschnitte erfordert sonach, daßs man an Stelle der Kernlinien des Grundquerschnittes die äußeren Begrenzungslinien desselben treten läßt, für diese die Maximalmomente M'_1 und M'_2 bestimmt, hieraus das Verhältnis φ berechnet

$$\varphi = \frac{M'_2 - M'_1}{M'_2 + M'_1} \dots \dots \dots 358.$$

und damit den Gesamtquerschnitt F nach Gl. 356 oder 357 bestimmt. Die Querschnitte der Gurtungen ergeben sich dann aus

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= \frac{1 + \varphi}{2} F - \frac{1}{2} f_0 = \frac{M'_2}{M'_1 + M'_2} F - \frac{1}{2} f_0 \\ f_2 &= \frac{1 - \varphi}{2} F - \frac{1}{2} f_0 = \frac{M'_1}{M'_1 + M'_2} F - \frac{1}{2} f_0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 359.$$

Mit Hilfe der nach dieser ersten Näherung entwickelten Querschnitte kann nunmehr eine genauere Berechnung erfolgen, indem man die Kernlinien ermittelt, die Maximalmomente nun auf diese bezieht und dabei auch den Einfluß der Temperatur berücksichtigt. Zur Berechnung von f_1 und f_2 dienen wieder die obigen Formeln.

D. Bogen und Hängewerke mit gegliederter Wand.

(Fachwerksbogen.)

§ 25. Bestimmung der Stabspannungen, wenn die äußeren Kräfte bekannt sind.

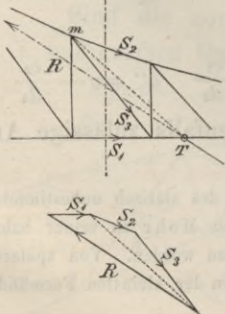
1. Allgemeines. Nach der eingangs dieses Kapitels gegebenen Erklärung umfaßt die nachstehend zu besprechende Trägergruppe alle jene Fachwerkssysteme, die durch das Auftreten von horizontalen Auflagerkräften als Bögen, bezw. Hängewerke gekennzeichnet sind. In der Ausführung bestehen diese Träger immer aus zwei Gurtungen, von denen mindestens eine gekrümmt, bezw. polygonal ist, und welche durch eine Ausfachung (Gitterwerk) miteinander verbunden sind. Bei der Berechnung machen wir dieselbe Voraussetzung, welche der allgemeinen Fachwerktheorie zu Grunde gelegt wird, nämlich daß die einzelnen Stäbe des Fachwerks in den Knotenpunkten mit reibungslosen Gelenken verbunden sind, sodafs nur axiale Spannungen darin auftreten können. Die infolge der festen Knotenverbindungen entstehenden Sekundärspannungen wären getrennt zu berechnen, dieselben werden aber bei rationeller Konstruktion bei den Bogenträgern wegen der geringeren Formänderungen im allgemeinen geringer ausfallen als bei den Balkenfachwerken und man wird zumeist nicht notwendig haben, auf ihre Bestimmung einzugehen. Wir setzen ferner voraus, daß die Formänderungen so gering sind, daß der Berechnung der Spannungen die ursprüngliche geometrische Gestalt des Trägers zu Grunde gelegt werden kann (vergl. § 23).

Sind die äußeren Kräfte, d. i. die Belastungen und die Auflagerkräfte, bekannt, so erfolgt die Berechnung der Spannungen der einzelnen Fachwerksglieder nach den allgemein geltenden, in Kap. IX entwickelten Regeln. Enthält das Fachwerk selbst keine überzähligen Stäbe, so können die sämtlichen Stabspannungen in einfacher Weise aus den statischen Gleichgewichtsbedingungen abgeleitet werden und zwar kann dies geschehen

1. indem man für jeden Knotenpunkt die Bedingungen für das Gleichgewicht der an demselben angreifenden Kräfte aufstellt, was in der graphischen Durchführung zu der Methode des Kräfte-Diagrammes führt, oder
2. mittels der sogenannten Schnittmethode, deren Wesen mit Rücksicht auf das im Kap. IX darüber Gesagte ebenfalls als bekannt vorausgesetzt werden darf.

Die letztere Methode kann dann Anwendung finden, wenn es möglich ist, einen Trägerteil, für welchen die angreifenden äußeren Kräfte bekannt sind, durch einen solchen Schnitt abzutrennen, welcher nur drei, nicht von demselben Knotenpunkte ausgehende Stäbe trifft. Die Spannungen dieser Stäbe lassen sich entweder durch Rechnung bestimmen, indem man das Gleichgewicht der Kräftepaare ausdrückt, welche einerseits der Mittelkraft der äußeren Kräfte, andererseits der zu bestimmenden Spannung in Beziehung auf den Durchschnittspunkt der beiden anderen Stabrichtungen entsprechen oder indem man die Mittelkraft auf graphischem Wege nach den drei Stabrichtungen zerlegt (Fig. 64).

Fig. 64.



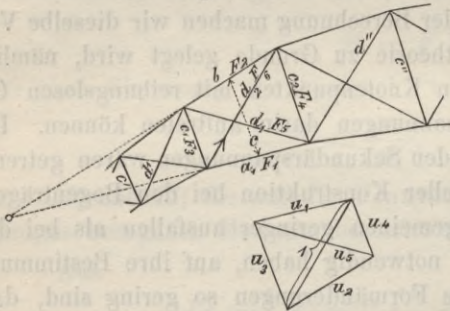
Enthält das Fachwerk überzählige Stäbe, so erfordert eine genaue Berechnung die Anwendung der Methode, welche die

elastischen Längenänderungen der einzelnen Stabglieder berücksichtigt.¹¹⁾ Man erhält dann ebensoviel Bestimmungsgleichungen als überzählige Stäbe vorhanden sind.

In vielen Fällen läßt sich jedoch dieses Berechnungsverfahren vereinfachen und die Zahl der statisch unbestimmbaren Größen einschränken, wenn man sich mit einer gewissen Annäherung begnügt, was nachstehend an einigen Systemen der Ausfachung näher erörtert werden soll.

1. Das Bogenfachwerk besteht aus drei Gitterstab-Lagen, welche sämtlich steif konstruiert sind (Doppelfachwerk). Die Knotenweite sei verhältnismäßig klein, sodafs die Richtungen der Gurte in den aufeinanderfolgenden Feldern

Fig. 65.



nicht zu sehr abweichen. Es ist hier in jedem Fache ein überzähliger Stab vorhanden; als solchen betrachten wir die eine der beiden Diagonalen. Die Spannung dieser Diagonalen beeinflusst, wenn wir die äußeren Kräfte als bereits bekannt ansehen, nur die Spannungen der Stäbe des betreffenden Faches, sodafs nur die je zwei Fächern gemeinschaftlichen Stäbe auch von den Spannungen der Nachbar-Diagonalen beeinflusst werden. Führt man für die Längen und die Querschnittsflächen

der Stäbe eines beliebigen Faches die aus der Fig. 65 ersichtlichen Bezeichnungen ein, so hat man zur Bestimmung der Spannung S_6 der Diagonale d_2 die Gleichung

$$\sum r S \frac{dS}{dS_6} = \sum r S u = 0, \dots \dots \dots 360.$$

wenn, bei durchaus gleichem Elastizitätskoeffizienten, r das Verhältnis der Stablänge zum Stabquerschnitt und u die Spannungen bezeichnet, welche zwei entgegengesetzte, in der Richtung von d_2 wirkende Kräfteinheiten in den übrigen Stäben hervorrufen. Sind nun \mathcal{S} die Spannungen, welche unter der gegebenen Belastung in den Fachwerkstäben, bei Hinweglassung der überzähligen Diagonalen auftreten, so wird

$$S = \mathcal{S} + S_6 u \dots \dots \dots 361.$$

und nur für die Stäbe c_1 und c_2 kommt hierzu noch ein Glied $S' u'$ bzw. $S'' u''$, welches den Einfluss der Nachbar-Diagonalen darstellt. Hiermit folgt aus Gl. 360

$$\sum r \mathcal{S} u + S_6 \sum r u^2 + r_3 S' u_3 u' + r_4 S'' u_4 u'' = 0 \dots \dots \dots 362.$$

Die Spannungsgrößen u sind aus dem Kräftepolygone Fig. 65 bei annähernd paralleler Richtung von c_1 und c_2 unschwer mit folgenden Werten zu entnehmen:

$$u_1 = -\frac{a}{d_2} \quad u_2 = -\frac{b}{d_2} \quad u_3 = -\frac{c_2}{d_2} \quad u_4 = -\frac{c_1}{d_2} \quad u_5 = \frac{d_1}{d_2}.$$

Ferner ist

$$u' = -\frac{c'}{d'} \quad u'' = -\frac{c''}{d''}, \text{ wofür man angenähert } u' = -\frac{c_1}{d_2} \quad u'' = -\frac{c_2}{d_2}$$

setzen kann. Erlaubt man sich noch in obiger Gleichung die jedenfalls zulässige An-

¹¹⁾ Wie bereits an anderer Stelle hervorgehoben wurde, ist die genaue Theorie des statisch unbestimmten Fachwerkes, und zwar auf Grund des Gesetzes der virtuellen Verrückungen, zuerst von Mohr in seiner bahnbrechenden Arbeit in der Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1874—75 gegeben worden. Von späteren Autoren (Castigliano, Fränkel, Müller-Breslau u. a.) wurde hierzu der Satz von der kleinsten Formänderungsarbeit benutzt.

näherung $S' = S'' = S_0$, so giebt dieselbe schliesslich nach S_0 aufgelöst, hierfür den Ausdruck

$$S_6 = \frac{(\mathfrak{S}_1 \frac{a^2}{F_1} + \mathfrak{S}_2 \frac{b^2}{F_2} + \mathfrak{S}_3 \frac{c_1 c_2}{F_3} + \mathfrak{S}_4 \frac{c_1 c_2}{F_4} - \mathfrak{S}_5 \frac{d_1^2}{F_5}) d_2}{\frac{a^3}{F_1} + \frac{b^3}{F_2} + c_1 c_2 (c_1 + c_2) \left(\frac{1}{F_3} + \frac{1}{F_4} \right) + \frac{d_1^3}{F_5} + \frac{d_2^3}{F_6}} \dots 363.$$

Man erzielt aber noch eine völlig ausreichende Genauigkeit, wenn man eine mittlere Höhe c des Faches einführt und $c_1 c_2 = c^2$, $c_1 c_2 (c_1 + c_2) = 2 c^3$ setzt, ferner auch eine mittlere Querschnittsfläche F_3 der Stäbe c_1 und c_2 annimmt. Dies giebt

$$S_6 = \frac{(\mathfrak{S}_1 \frac{a^2}{F_1} + \mathfrak{S}_2 \frac{b^2}{F_2} + (\mathfrak{S}_3 + \mathfrak{S}_4) \frac{c^2}{F_3} - \mathfrak{S}_5 \frac{d_1^2}{F_5}) d_2}{\frac{a^3}{F_1} + \frac{b^3}{F_2} + 4 \frac{c^3}{F_3} + \frac{d_1^3}{F_5} + \frac{d_2^3}{F_6}} \dots 364.$$

Endlich kann zur weiteren Vereinfachung mit hinreichender Annäherung in obiger Formel $\mathfrak{S}_3 = \mathfrak{S}_4 = -\mathfrak{S}_5 \frac{c}{d_1}$ gesetzt werden, wodurch dieselbe übergeht in

$$S_6 = \frac{(\mathfrak{S}_1 \frac{a^2}{F_1} + \mathfrak{S}_2 \frac{b^2}{F_2}) d_2 - \mathfrak{S}_5 \left(2 \frac{c^3}{F_3} + \frac{d_1^3}{F_5} \right) \frac{d_2}{d_1}}{\frac{a^3}{F_1} + \frac{b^3}{F_2} + 4 \frac{c^3}{F_3} + \frac{d_1^3}{F_5} + \frac{d_2^3}{F_6}} \dots 365.$$

Mit S_6 sind nach Gl. 361 auch die Spannungen der übrigen Stabglieder gegeben. So erhält man für die Spannung der Diagonalen d_1

$$S_5 = \mathfrak{S}_5 + \frac{d_1}{d_2} S_6$$

und die Substitution ergibt

$$S_5 = \frac{(\mathfrak{S}_1 \frac{a^2}{F_1} + \mathfrak{S}_2 \frac{b^2}{F_2}) d_1 + \mathfrak{S}_5 \left(\frac{a^3}{F_1} + \frac{b^3}{F_2} + 2 \frac{c^3}{F_3} + \frac{d_2^3}{F_6} \right)}{\frac{a^3}{F_1} + \frac{b^3}{F_2} + 4 \frac{c^3}{F_3} + \frac{d_1^3}{F_5} + \frac{d_2^3}{F_6}} \dots 366.$$

Zwischen den Spannungen der beiden sich kreuzenden Diagonalen besteht so nach das Verhältnis

$$\frac{S_5}{S_6} = \frac{(\mathfrak{S}_1 \frac{a^2}{F_1} + \mathfrak{S}_2 \frac{b^2}{F_2}) d_2 + \mathfrak{S}_5 \left(\frac{a^3}{F_1} + \frac{b^3}{F_2} + 2 \frac{c^3}{F_3} + \frac{d_2^3}{F_6} \right) \frac{d_2}{d_1}}{(\mathfrak{S}_1 \frac{a^2}{F_1} + \mathfrak{S}_2 \frac{b^2}{F_2}) d_2 - \mathfrak{S}_5 \left(2 \frac{c^3}{F_3} + \frac{d_1^3}{F_5} \right) \frac{d_2}{d_1}} \cdot \frac{d_1}{d_2} \dots 367.$$

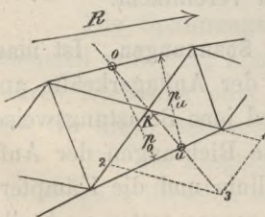
Einen unter Umständen genügenden Annäherungswert hierfür erhält man, wenn die Glieder, welche die Gurtquerschnittsflächen F_1 und F_2 im Nenner enthalten, vernachlässigt werden. Es ergibt sich dann die einfache Beziehung

$$\frac{S_5}{S_6} = - \frac{2 \frac{c^3}{F_3} + \frac{d_2^3}{F_6}}{2 \frac{c^3}{F_3} + \frac{d_1^3}{F_5}} \frac{d_1}{d_2} \dots 368.$$

Sind die normalen Stäbe c gegenüber den Diagonalen verhältnismässig stark, d. i. mit grossen Querschnitten ausgeführt, so wird noch einfacher

Fig. 66.

$$\frac{S_5}{S_6} = - \frac{d_2^2 F_5}{d_1^2 F_6} \dots 369.$$



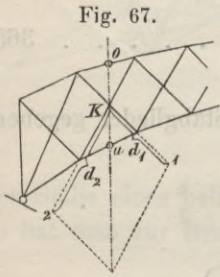
Die Ausdrücke 368 bzw. 369 sind nur von den Längen und den Querschnittsflächen der Gitterstäbe abhängig; man kann daher, wenn die letzteren oder das Verhältnis derselben von vornherein angenommen werden, leicht die Richtung der Resultierenden aus den beiden Spannungen S_5 und S_6 ermitteln (Fig. 66). Man hat zu diesem Zwecke nur vom Kreuzungs-

punkte der beiden Diagonalstäbe auf deren Richtungen Strecken $K,1$ und $K,2$ aufzutragen, welche dem Zähler und dem Nenner obiger Ausdrücke proportional sind. Die Diagonale des Parallelogramms bestimmt die Richtung der Resultierenden aus S_5 und S_6 und ihre Schnittpunkte o und u mit den beiden Gurtungen geben die Momentenpunkte für die Bestimmung der Gurtungsspannungen. Sind nämlich M_o und M_u die auf diese beiden Punkte bezogenen Angriffsmomente der äußeren Kräfte, p_o und p_u die Lote von o bzw. u auf den Untergurt bzw. Obergurt, so werden die Gurtungsspannungen

$$S_1 = + \frac{M_o}{p_o} \quad S_2 = - \frac{M_u}{p_u} \quad \dots \quad 370.$$

Nach den vorstehenden Formeln gestaltet sich sonach die Bestimmung der inneren Spannungen sehr einfach, wenn die auf das Fachwerk einwirkenden äußeren Kräfte bekannt sind.

2. Die Ausfachung besteht aus einfach gekreuzten Diagonalstäben (zweiteiliges Netzwerk, Fig. 67). Auch dieses System der Ausfachung ist in Bezug auf seine inneren Spannungen streng genommen nicht mehr statisch bestimmt. Eine stets ausreichende Näherungsberechnung läßt sich jedoch auch hier aus den oben entwickelten Formeln herleiten, wenn darin $F_3 = 0$ gesetzt wird. Man erhält so für das Verhältnis der Spannungen zweier sich kreuzenden Diagonalstäbe aus Gl. 367



$$\frac{S_5}{S_6} = - \frac{d_1}{d_2} \quad \dots \quad 371.$$

Trägt man wieder vom Kreuzungspunkte K der beiden Stäbe die Längen d_1 und d_2 derselben auf, so bestimmt die Diagonale des Parallelogramms in dem Schnitte mit den Gurtungen die beiden Punkte o und u , auf welche die Angriffsmomente für die Gurtspannungen zu beziehen sind. Die Spannung des Gitterstabes wird nach Gl. 366

$$S_5 = \frac{1}{2} \mathfrak{S}_5, \quad \dots \quad 372.$$

woraus sich die bekannte Regel herleitet, daß die Berechnung eines solchen mehrteiligen Gitterwerkes auf Grund der Zerlegung in die Einzelsysteme erfolgen kann.

3. Die Ausfachung ist durchgeführt, wie unter 1. angegeben, jedoch mit schlaffen Diagonalstäben. Die Näherungsformeln 368 und 369 lassen erkennen, daß die Diagonalen eines Faches bei derselben Belastung in ungleichem Sinne beansprucht werden. Ergiebt sich aber nach der genaueren Formel 367 ein gleiches Vorzeichen der Spannungen, so wird wenigstens eine derselben in diesem Falle stets sehr klein. Man kann daher sagen, daß immer eine der beiden Diagonalen eines Faches so gut wie außer Spannung ist. Es bleibt dann nur zu untersuchen, für welche von den beiden Diagonalen bei der gegebenen Belastung \mathfrak{S} positiv, also eine Zugspannung wird; diese ist dann in dem betreffenden Fache als allein vorhanden anzusehen, wodurch sich das Gittersystem in ein statisch bestimmtes System vereinfacht.

2. Ungünstigste Belastungen und Bestimmung der größten Spannungen. Ist man imstande, für jede beliebige Lage einer Einzellast die Richtung der Auflagerkräfte anzugeben, so unterliegt es keiner Schwierigkeit, für jedes Stabglied jene Belastungsweise zu ermitteln, für welche dessen Spannung am größten wird. Die Richtungen der Auflagerkräfte für eine Einzellast sind aber durch die Kämpferdrucklinie und die Kämpferdruck-Umhüllungslinien bestimmt. Bei Bogen mit einfacher Kipplagerung treten an Stelle

der letzteren die Kämpferpunkte und bei Bogen, welche außerdem noch ein Scheitelgelenk besitzen, ist die Kämpferdrucklinie durch zwei Gerade, welche die Kämpfergelenke mit dem Scheitelgelenk verbinden, gegeben. Bögen mit doppelter Auflagerung (Fig. 68), welche den eingespannten vollwandigen Bögen entsprechen, äußern im allgemeinen in jedem der beiden Auflagerpunkte Kräfte gegen das Widerlager, als deren Resultierende die Tangente an die Kämpferdruck-Umhüllungslinie erscheint.

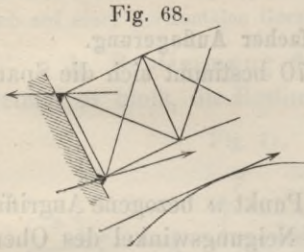


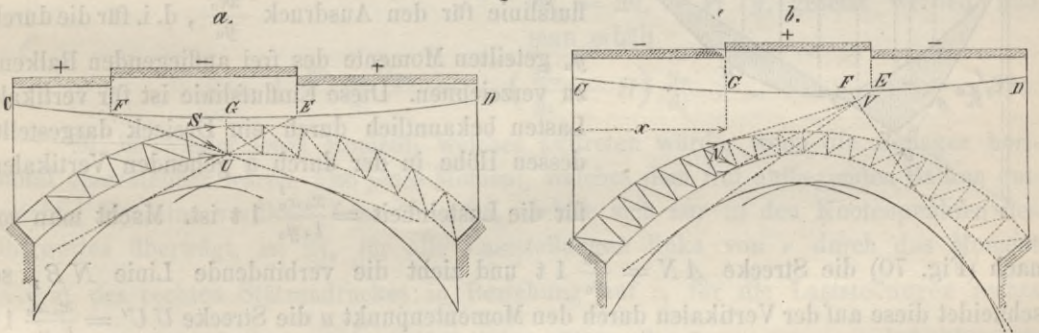
Fig. 68.

Für eine stetige gleichförmig verteilte zufällige Belastung gelten nun zur Bestimmung der gefährlichsten Belastungsweise ähnliche Regeln, wie für den vollwandigen Bogen.

Man hat nur für den zu untersuchenden Stab den Momentenpunkt zu ermitteln und durch diesen die Tangenten an die Kämpferdruck-Umhüllungslinien zu legen. Dieser Momentenpunkt ist für einen Gurtstab der gegenüberliegende Knotenpunkt, bzw. der nach Fig. 66 oder 67 zu ermittelnde Punkt, für einen Gitterstab der Schnittpunkt der dem betreffenden Fache angehörenden Gurtstäbe. Die Schnittpunkte jener Tangenten mit der Kämpferdrucklinie bestimmen die Belastungsscheiden.

Für den Gurtstab (Fig. 69a) bestimmt sich nämlich die Spannung nach Gl. 370 aus $S = -\frac{M_u}{p_u}$. Das Moment M_u ist für eine beliebige Lage der Einzellast durch das Moment des Kämpferdruckes in Beziehung auf U gegeben, und zwar ist für eine Last rechts vom Punkte G der linke, für eine links von G liegende Last der rechte Kämpferdruck einzuführen. Das Moment wird positiv, wenn die Richtung des

Fig. 69.



Kämpferdruckes oberhalb U zu liegen kommt, negativ für die unterhalb U liegenden Richtungen. Hieraus folgt, daß der Belastung der Strecke FE die größte Druckbeanspruchung, der Belastung des übrigen Teiles der Spannweite die größte Zugbeanspruchung des Obergurtes entspricht. Für die Bestimmung der Gitterstabspannung N ist V als Momentenpunkt anzusehen (Fig. 69b). Auch hier ist für die Lagen der Last links von G der rechte Kämpferdruck, für jene rechts von G der linke Kämpferdruck einzuführen und man findet, da nun in dem in der Figur dargestellten Falle der Punkt G außerhalb der Strecke FE zu liegen kommt, daß das Moment sein Vorzeichen ändert, wenn die Last die Stellen G und E überschreitet. Für die Belastung der Strecke GE wird sonach das Moment und demzufolge auch die Gitterstabspannung N den größten positiven Wert annehmen.

Die Spannungen, welche unter der so ermittelten Belastung in einem Konstruktionsteil auftreten, können nun am einfachsten nach der Schnitt- oder Momentenmethode durch Rechnung oder auf graphischem Wege bestimmt werden, wenn man in der Lage ist, für diese Belastung die Auflagerkräfte anzugeben.

Für ein ausgefachtes Hängewerk (Fig. 72 u. 73) bleibt natürlich die Bestimmungsweise ganz dieselbe und der Unterschied besteht gegenüber dem Bogen nur darin, daß das Vorzeichen sämtlicher Spannungen ein entgegengesetztes ist.

Besteht die Verkehrsbelastung aus einem Zuge von Einzellasten, so sind die größten Spannungen am besten mit Hilfe der Einflußlinien zu ermitteln. Diese Methode wird sich bei Bögen mit Kämpfergelenken ihrer Einfachheit wegen überhaupt empfehlen und soll deshalb nachstehend näher besprochen werden.

Methode der Einflußlinien bei Fachwerksbögen mit einfacher Auflagerung.

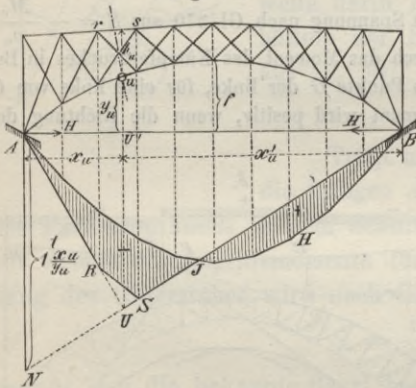
a. Bestimmung der Gurtspannungen. Nach Gl. 370 bestimmt sich die Spannung des Obergurtes rs (Fig. 70) aus

$$S_{(rs)} = - \frac{M_u}{p_u} = - \frac{M_u}{h_u} \sec \sigma,$$

wenn M_u das auf den (nach dem Früheren zu ermittelnden) Punkt u bezogene Angriffsmoment, h_u die vertikale Trägerhöhe im Punkte u und σ den Neigungswinkel des Obergurtes gegen die Horizontale bezeichnet. Das Moment M_u drückt sich aber bekanntlich beim Bogen mit Kämpfergelenken aus durch das Moment \mathfrak{M}_u des frei aufliegenden Balkens, weniger dem Momente des Horizontalschubes, also durch $M_u = \mathfrak{M}_u - Hy_u$, mithin wird die Gurtspannung

$$S = - \frac{\mathfrak{M}_u - Hy_u}{h_u} \sec \sigma = - \left(\frac{\mathfrak{M}_u}{y_u} - H \right) \frac{y_u}{h_u} \sec \sigma \quad \dots \quad 373.$$

Fig. 70.



Hat man nun die Einflußlinie des Horizontalschubes H , d. i. die Horizontalschubkurve für eine wandernde Einzellast $= 1$ t nach den später folgenden Angaben berechnet oder konstruiert, so handelt es sich nunmehr nur noch darum, die Einflußlinie für den Ausdruck $\frac{\mathfrak{M}_u}{y_u}$, d. i. für die durch y_u geteilten Momente des frei aufliegenden Balkens zu verzeichnen. Diese Einflußlinie ist für vertikale Lasten bekanntlich durch ein Dreieck dargestellt, dessen Höhe in der durch u gehenden Vertikalen für die Lasteneinheit $= \frac{x_u x'_u}{l \cdot y_u} 1$ t ist. Macht man so-

nach (Fig. 70) die Strecke $AN = \frac{x_u}{y_u} 1$ t und zieht die verbindende Linie NB , so schneidet diese auf der Vertikalen durch den Momentenpunkt u die Strecke $UU' = \frac{x_u x'_u}{l \cdot y_u} 1$ t ab, AUB ist sonach das Momentendreieck. Weil jedoch sich die Lasten nur in den Punkten r und s übertragen können, zwischen den entsprechenden Punkten R, S die Einflußlinie sonach eine Gerade sein muß, so wird nicht das volle Momentendreieck zur Geltung kommen, sondern die Einflußlinie durch $ARSB$ gegeben sein. Zieht man von den Ordinaten dieser Linie jene der Horizontalschubkurve ab, so geben die Differenzen, mit dem Zahlenfaktor $\frac{y_u}{h_u} \sec \sigma$ multipliziert, nach Gl. 373 die Spannungen des Gurtstabes rs .

Für ein Einzellastensystem bestimmt sich nun die ungünstigste Lastenstellung, sowie die dabei sich ergebende Spannung nach den allgemeinen, im § 5, S. 22 mitgeteilten Sätzen über die Einflußlinien. Für eine gleichförmig verteilte Belastung mit p f. d. Längeneinheit werden die größten Spannungen im Gurtstabe rs

$$S_{\min} = - \text{Fläche } ARSJ \cdot \frac{y_u}{h_u} \sec \sigma \cdot p$$

$$S_{\max} = + \text{Fläche } JHB \cdot \frac{y_u}{h_u} \sec \sigma \cdot p,$$

lastungsscheide, d. i. blofs ein Schnitt der Polygone $ARSB$ und H herausstellen und zwar ist dies dann der Fall, wenn der Punkt Z auferhalb des H -Polygons zu liegen kommt.

Für eine gleichförmig verteilte Belastung p pro Längeneinheit werden hiernach die grössten Spannungen im Stabe rv

$$S_{\max} = + \text{Fläche } J_1 S J_2 \cdot \frac{y_x}{d_x} \cdot p,$$

$$S_{\min} = - (\text{Fläche } AR J_1 + \text{Fläche } J_2 HB) \frac{y_x}{d_x} \cdot p.$$

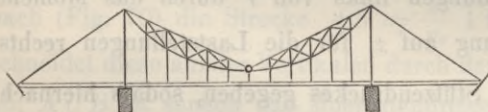
Ist das Fachwerksystem zweiteilig (Fig. 70), so ist für das Einzelsystem p nur mit dem halben Werte einzuführen.

§ 26. Fachwerkbogen mit drei Gelenken. Scharnier-Hängebrücken mit versteifender Ausfachung. Um nach dem Vorhergehenden die inneren Stabkräfte des Fachwerks bestimmen zu können, ist die Kenntnis der äufseren Kräfte, der Auflagerkräfte, notwendig. Hat der über eine Öffnung gespannte Bogen aufer an den beiden Auflagern auch noch ein Mittelgelenk, so reichen bekanntlich zur Bestimmung der Auflagerkräfte die statischen Gleichgewichtsbedingungen hin. Die Kämpferdrucklinien sind in diesem Falle zwei durch die Kämpfer- und das Mittelgelenk gehende Gerade und die Auflagerkräfte sind durch die Formeln 156 u. 157 gegeben. Das H -Polygon geht hier in ein Dreieck über, dessen Höhe bei gleich hoher Lage der Kämpfer und bei der Pfeilhöhe f des Bogens $= \frac{l}{4f} \cdot 1 t$ wird.

Über die Bestimmung der Spannungen in einem solchen Dreigelenkbogen ist so nach nach dem Vorausgeschickten weiter nichts zu bemerken. Dieselbe kann nach den allgemeinen Bemerkungen entweder rechnerisch oder graphisch erfolgen. Die Einflußlinien für Gurt- und Gitterstäbe bestimmen sich nach Fig. 70 u. 71, nur dafs an Stelle des H -Polygons das erwähnte Dreieck tritt.

Das in Fig. 72 dargestellte Hängebrückensystem ist als ein umgekehrter Dreigelenkbogen aufzufassen und ganz ebenso wie ein solcher zu berechnen. Wird bei

Fig. 72.

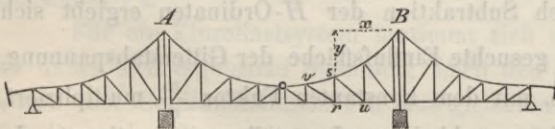


diesem System dem kettenförmig konstruierten Untergurte die Form des Seilpolygons der Eigengewichtsbelastung gegeben, so wird das Eigengewicht ganz, und eine gleichmäfsig verteilte totale Belastung zum über-

wiegenden Teile von dem Untergurte getragen, während der Obergurt und das aussteifende Fachwerk blofs bei teilweiser, d. i. einseitiger Belastung beansprucht werden.

In diese Trägerart gehört auch das Hängewerk mit ausgefachten Zwickeln und einem Mittelgelenke. Hier schliesen sich meist an das Mittelfeld Seitenfelder

Fig. 73.



an, deren Obergurte die Stelle der Spannketten vertreten (Fig. 73). Dieses System ist aber nur dann statisch völlig bestimmt, wenn die Auflagerung auf den Mittelpfeilern (Pylonen) nur mit den oberen Gurtungen (in den Punkten A und B) erfolgt und wenn die Untergurte daselbst unterbrochen und nicht aufgelagert sind.

Für diese Anordnung möge die Ermittlung der Spannungen noch etwas näher besprochen werden.

a. Mittelfeld. Auf die Spannungen im Mittelfelde ist die Belastung der Seitenfelder ohne Einfluss. Für eine über das Mittelfeld wandernde Einzellast bestimmen sich aber die Einflusslinien nach den vorausgeschickten Regeln. In Fig. 2^a auf Taf. I ist in $B' C' J_1 S A'$ die Einflusslinie für den Untergurtstab ru dargestellt. Der Faktor, mit welchem die Einflussfläche zu multiplizieren ist, um die Spannung des Gurtstabes ru zu erhalten, ist $p \cdot \frac{y}{h_r}$. Bei parabolischer Form der Obergurte liegt S auf der durch C' gezogenen Horizontalen; die beiden Dreiecksflächen $A' C' B'$ und $A' S B'$ sind sonach inhaltsgleich und die positive Fläche $A' S J_1$ gleich der negativen Fläche $B' C' J_1$. Der Untergurt wird unter dieser Voraussetzung bei totaler gleichmäßiger Belastung, also auch durch das Eigengewicht, gar nicht beansprucht und es wird

$$U_{\max} = - U_{\min} = p \cdot \text{Fläche } A' S J_1 \cdot \frac{y}{h_r}.$$

Es bedarf wohl keines besonderen Hinweises, wie diese Grenzspannung auch auf anderem Wege mit Hilfe der zweiten Kämpferdrucklinie und Zerlegung der linksseitigen Auflagerkraft nach Fig. 64 bestimmt werden kann.

In Fig. 2^a, Taf. I sind ferner die Einflusslinien für den Stab os des Obergurtes und für den Gitterstab mn eingezeichnet. Mit Hilfe derselben bestimmen sich die Grenzspannungen des Obergurtes für eine gleichmäßig verteilt angenommene Eigengewichtsbelastung mit g pro Längeneinheit und für eine ebensolche zufällige Belastung p aus:

$$O_{\max} = [(p + g) \text{ Fläche } B' C' J_2 - g \text{ Fläche } J_2 R A'] \frac{h_1}{h_r} \sec \sigma$$

$$O_{\min} = [g \text{ Fläche } B' C' J_2 - (p + g) \text{ Fläche } J_2 R A'] \frac{h_1}{h_r} \sec \sigma$$

und die Spannungen des Gitterstabes mn aus

$$D_{\max} = [(p + g) (\text{Fläche } B' N J_3 + \text{Fläche } J_4 C' A') - g \text{ Fläche } J_3 M J_4] \frac{h_1}{d}$$

$$D_{\min} = [g (\text{Fläche } B' N J_3 + \text{Fläche } J_4 C' A') - (p + g) \text{ Fläche } J_3 M J_4] \frac{h_1}{d}.$$

Für die Gurtspannungen im Mittelfelde lassen sich auch einfache algebraische Ausdrücke aufstellen. Zunächst findet man für eine beliebige Form des Kettengurtes, wenn die Spannungen durch das Eigengewicht mit O_g und U_g bezeichnet werden,

$$U_g = \left[\frac{x^2}{2} \left(\frac{2fl}{yl + 2fx} - 1 \right) - \frac{l^2}{8} \frac{ly - 2fx}{ly + 2fx} \frac{y}{f} \right] \frac{g}{h_r} \dots \dots \dots 375.$$

$$U_{\max} = U_g + \frac{px^2}{2} \left(\frac{2fl}{yl + 2fx} - 1 \right) \frac{1}{h_r} \dots \dots \dots 376.$$

$$U_{\min} = U_g - \frac{pl^2}{8} \frac{ly - 2fx}{ly + 2fx} \frac{y}{f} \frac{1}{h_r} \dots \dots \dots 377.$$

$$O_g = \left[- \frac{x^2}{2} \left(\frac{2fl}{h_1l + 2fx} - 1 \right) + \frac{l^2}{8} \frac{lh_1 - 2fx}{lh_1 + 2fx} \frac{h_1}{f} \right] \frac{g}{h_r} \sec \sigma \dots \dots \dots 378.$$

$$O_{\max} = O_g + \frac{px^2}{2} \frac{lh_1 - 2fx}{lh_1 + 2fx} \frac{h_1}{f} \frac{1}{h_r} \sec \sigma \dots \dots \dots 379.$$

$$O_{\min} = O_g - \frac{pl^2}{2} \left(\frac{2fl}{h_1l + 2fx} - 1 \right) \frac{1}{h_r} \sec \sigma \dots \dots \dots 380.$$

Für eine parabolische Form des Obergurtes vereinfachen sich die Ausdrücke für die Untergurtspannungen in:

$$U_g = 0$$

$$U_{\max} = - U_{\min} = \frac{px(l-x)(l-2x)}{2(3l-2x)h_r} \dots \dots \dots 381.$$

Für die Grenzspannungen der Gitterstäbe werden die Ausdrücke weitläufig; man wird hier besser die allgemeine Formel 374 anwenden, in welche man die für die ungünstigste Belastungsweise berechneten Werte von M_z und H einführt.

b. Seitenfeld. Bei der bei diesem Trägersysteme üblichen Anordnung einer horizontal beweglichen Auflagerung auf den Pylonen sind die Träger der Seitenfelder als frei aufliegende Balken aufzufassen, auf welche sich der im Mittelfelde auftretende Hori-

zontalzug in der vollen GröÙe überträgt. Für eine Belastung in dem Seitenfelde bestimmen sich die Spannungen so wie überhaupt bei einem auf zwei Stützen frei aufliegenden Fachwerke. Der Obergurt wird hiernach die gröÙste Druckspannung erfahren, wenn das Seitenfeld ganz, das Mittelfeld gar nicht belastet ist, und die gröÙste Zugspannung, wenn bei totaler Belastung des Mittelfeldes das Seitenfeld unbelastet ist. Für den Untergurt gilt das umgekehrte Belastungsgesetz. Ist wieder für eine beliebige Belastung im Mittel- und Seitenfelde H der auftretende Horizontalzug, \mathfrak{M} das Moment der Belastung im Seitenfelde in Bezug auf den entsprechenden Momentenpunkt, so bestimmt sich die Spannung des Obergurtes $o' s'$ (Taf. I, Fig. 2) aus

$$O = -(\mathfrak{M} - H y') \frac{\sec \sigma}{h_{r'}} = -\left(\frac{\mathfrak{M}}{y''} - H\right) \frac{y''}{h_{r'}} \sec \sigma$$

und jene des Untergurtes $r' u'$ aus

$$U = (\mathfrak{M} - H y') \frac{1}{h_{r'}} = \left(\frac{\mathfrak{M}}{y'} - H\right) \frac{y'}{h_{r'}}.$$

Hiernach lassen sich auch wieder die Einfluslinien leicht verzeichnen. Dieselben sind in Fig. 2^b für die benannten Gurtstäbe dargestellt; sie werden erhalten, indem man $A' a_1 = \frac{x_1}{y''} 1 \text{ t}$ und $A a_2 = \frac{x_1}{y'} 1 \text{ t}$ macht. Die gröÙsten Spannungen bei gleichmäÙig verteilt angenommener Eigengewichtsbelastung g im Mittelfelde, g_1 im Seitenfelde und bei einer ebensolchen zufälligen Belastung p pro Längeneinheit bestimmen sich dann aus

$$O_{\max} = [(p + g) \text{ Fläche } A' C' B' - g_1 \text{ Fläche } D' R' A'] \frac{y''}{h_{r'}} \sec \sigma$$

$$O_{\min} = [g \text{ Fläche } A' C' B' - (p + g_1) \text{ Fläche } D' R' A'] \frac{y''}{h_{r'}} \sec \sigma$$

$$U_{\max} = [(p + g_1) \text{ Fläche } D' S' A' - g \text{ Fläche } A' C' B'] \frac{y'}{h_{r'}}$$

$$U_{\min} = [g_1 \text{ Fläche } D' S' A' - (p + g) \text{ Fläche } A' C' B'] \frac{y'}{h_{r'}}.$$

Die Spannung eines Gitterstabes, z. B. $m' n'$, ergibt sich allgemein aus

$$D = -(\mathfrak{M}_{z'} - H y_{z'}) \frac{1}{d'} = -\left(\frac{\mathfrak{M}_{z'}}{y_{z'}} - H\right) \frac{y_{z'}}{d'},$$

wobei sich $\mathfrak{M}_{z'}$ und $y_{z'}$ auf den Schnittpunkt z' der beiden dem betreffenden Fache angehörenden Gurtstäbe beziehen. Fällt z' innerhalb der Spannweite, so gilt für den Gitterstab ein gleiches Belastungsgesetz wie für die Gurte, d. h. die Grenzspannungen treten auf, wenn abwechselnd das Mittelfeld und das Seitenfeld ganz belastet sind. Für diesen Fall sind die Einfluslinien in Fig. 2^b dargestellt und folgen hieraus die Spannungen im Stabe $m' n'$:

$$D_{\max} = [(p + g) \text{ Fläche } A' C' B' - g_1 \text{ Fläche } B' N' M' E'] \frac{y_{z'}}{d'}$$

$$D_{\min} = [g \text{ Fläche } A' C' B' - (p + g_1) \text{ Fläche } B' N' M' E'] \frac{y_{z'}}{d'}.$$

Die Bestimmung der Gitterstabspannungen nach der Schnittmethode zeigen die Figuren 2^c und 2^d, Taf. I. Erstere giebt die Spannungen bloÙs infolge Belastung des Mittelfeldes. H ist der dabei auftretende Horizontalzug, aus welchem sich in 2,3 die in BE wirkende Kraft bestimmt. Diese ist, zur Bestimmung der in $m' n'$ herrschenden Spannung, in v nach $v z'$ und $v m'$ zu zerlegen, was in Fig. 2^c durch das Kräftedreieck 3, 5, 2 bewerkstelligt ist, wodurch sich in 5,2 die GröÙe der Spannung von $m' n'$ ergibt. Desgleichen geben 4,2 die Spannung der vorhergehenden, 6,2 die Spannung der folgenden Diagonalen. — Die durch die Belastung des Seitenfeldes in $m' n'$ hervorgerufene Spannung erscheint in Fig. 2^d bestimmt. Es ist hierzu notwendig, mittels eines aus den

Knotenkräften konstruierten Seilpolygons die Lage der Vertikalkraft Q zu ermitteln und diese wieder nach Richtung von qz' und qn' zu zerlegen. Dies ist im Kräftedreieck $d, 4, 2$ durchgeführt.

Die analytischen Ausdrücke für die Spannungen im Seitenfelde lauten:

$$U_g = \left[\frac{1}{2} g_1 x_1 (l_1 - x_1) - g \frac{l^2 y'}{8f} \right] \frac{1}{h_{r'}} \dots \dots \dots 382.$$

$$U_{\max} = U_g + \frac{1}{2} p x_1 (l_1 - x_1) \frac{1}{h_{r'}} \dots \dots \dots 383.$$

$$U_{\min} = U_g - p \frac{l^2 y'}{8f} \frac{1}{h_{r'}} \dots \dots \dots 384.$$

$$O_g = - \left[\frac{1}{2} g_1 x_1 (l_1 - x_1) - g \frac{l^2 y''}{8f} \right] \frac{\sec \sigma}{h_{r'}} \dots \dots \dots 385.$$

$$O_{\max} = O_g + p \frac{l^2 y''}{8f} \frac{\sec \sigma}{h_{r'}} \dots \dots \dots 386.$$

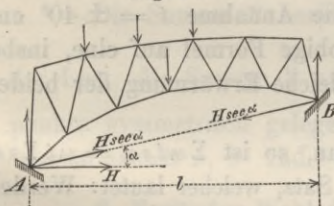
$$O_{\min} = O_g - \frac{1}{2} p x_1 (l_1 - x_1) \frac{\sec \sigma}{h_{r'}} \dots \dots \dots 387.$$

Die Gitterstabspannungen sind nach der allgemeinen Formel 374 zu berechnen.

§ 27. Der Fachwerksbogen mit Kämpfergelenken bzw. mit einfacher Auflagerung.

1. Allgemeine Bestimmungsgleichung für den Horizontalschub. Dieses System charakterisiert sich im allgemeinen dadurch, daß zwei Knotenpunkte des in sich stabilen Fachwerkes, die beiden Kämpfer A und B , unverschiebbar oder nur bedingungsweise verschiebbar gelagert sind. Würde diese Unfreiheit in der Beweglichkeit der Kämpfer aufgehoben und beispielsweise einer derselben horizontal verschiebbar gemacht, so wirkt das System als ein einfacher Balken und für diesen lassen sich die Spannungen der einzelnen Stabglieder bei gegebener Belastung in bekannter Weise bestimmen. Wir wollen dieselben mit \mathcal{S} bezeichnen und nennen ferner u jene Spannungen, welche zwei in der Verbindungslinie der beiden Kämpferpunkte wirkende, nach innen gerichtete Kräfte von der Größe $= 1 \cdot \sec \alpha$ in den sämtlichen Stabgliedern hervorrufen. Diese Spannungen u sind ebenfalls ohne Schwierigkeit zu ermitteln. Ist nun der tatsächlich auftretende Horizontalschub $= H$, folglich die in der Verbindungsrichtung der beiden Kämpfer wirkende Kraft $= H \sec \alpha$, so werden die Spannungen im

Fig. 74.



Bogenschub $= H$, folglich die in der Verbindungsrichtung der beiden Kämpfer wirkende Kraft $= H \sec \alpha$, so werden die Spannungen im

$$S = \mathcal{S} + H u \dots \dots \dots 388.$$

Infolge dieser Spannungen finden elastische Längenänderungen in den Stabgliedern statt, welche sich bei der Länge s und der Querschnittsfläche F eines Stabes, ferner dem Elastizitätskoeffizienten E mit $\Delta s = \frac{s}{EF} S$ berechnen; die Formänderungsarbeit der inneren Spannungen des Systems wird sonach

$$\mathcal{U} = \frac{1}{2} \Sigma S \cdot \Delta s = \frac{1}{2} \Sigma \frac{S^2 s}{EF} = \frac{1}{2E} \Sigma r S^2,$$

wenn man zur Abkürzung $r = \frac{s}{F}$ setzt.

Nimmt man an, daß die Widerlager sich unter der Belastung um Δl horizontal nach außen verschieben, so muß nach den bekannten Sätzen über die Formänderungsarbeit

$$- \Delta l \sec \alpha = \frac{d \mathcal{U}}{d(H \sec \alpha)}, \quad \text{oder} \quad - \Delta l \sec^2 \alpha = \frac{d \mathcal{U}}{dH} = \frac{1}{E} \Sigma r S \frac{dS}{dH}$$

sein, oder mit der Substitution von S aus Gl. 388 und von $\frac{dS}{dH} = u$

$$- E \Delta l \sec^2 \alpha = \Sigma r S u = \Sigma r \mathfrak{S} u + H \Sigma r u^2,$$

woraus folgt

$$H = - \frac{\Sigma r \mathfrak{S} u + E \Delta l \sec^2 \alpha}{\Sigma r u^2} \dots \dots \dots 389.$$

In diesem Ausdrucke stellt überdies $-\Sigma r \mathfrak{S} u$ die *E*fache horizontale Verschiebung der Kämpfer dar, welche der in den Auflagern frei bewegliche Bogenträger durch die vertikale Belastung, und der Nenner die *E*fache Horizontalverschiebung, welche die Auflager durch eine daselbst angreifende Horizontalkraft 1 erleiden würden.

Die vorstehende Bestimmung des Horizontalschubes hat einen spannungslosen Anfangszustand des Systems zur Voraussetzung, d. h. es ist dabei angenommen, daß bei einem Verschwinden der äußeren Belastung das System vollständig spannungslos wird. Im allgemeinen wird aber dieser spannungslose Zustand nur eintreten, wenn jedes Stabglied eine gewisse Temperatur besitzt, bei welcher man sich dasselbe zwanglos in die Konstruktion eingefügt denken kann. Ist jedoch der Wärmezustand der einzelnen Stäbe gegen die so bestimmte Temperatur um t° verschieden, so lautet nunmehr die Bestimmungsgleichung für H , wenn ω den Ausdehnungskoeffizienten bezeichnet¹²⁾,

$$- E \Delta l \sec^2 \alpha = \Sigma (r S + E \omega t . s) u,$$

oder, wenn man, um den alleinigen Einfluß der Temperatur zu bestimmen, die äußere Belastung in Wegfall bringt, also $\mathfrak{S} = 0$ setzt

$$- E \Delta l \sec^2 \alpha = \Sigma E \omega t s u + H \Sigma r u^2,$$

woraus

$$H_t = - \frac{E \Delta l \sec^2 \alpha + \Sigma E \omega t s u}{\Sigma r u^2} \dots \dots \dots 390.$$

Hierzu ist zu bemerken, daß es Schwierigkeiten hat, in Wirklichkeit sogar un-durchführbar ist, die Temperaturunterschiede t der einzelnen Stäbe gegen den spannungslosen Anfangszustand zu messen. Man muß sich begnügen, gewisse Temperatur-Extreme, und zwar für alle Stäbe oder wenigstens für Gruppen von Stäben gleich groß, anzunehmen, wobei man allerdings nicht versichert ist, den thatsächlich möglichen ungünstigsten Verhältnissen in vollem Maße Rechnung zu tragen. Aus diesem Umstande wird es sich jedenfalls empfehlen, die Temperaturdifferenzen nicht mit zu kleinen Werten einzuführen. Für unsere klimatischen Verhältnisse dürfte die Annahme $t = \pm 40^\circ$ entsprechen; übrigens ist es auch noch leicht möglich, die obige Formel auf eine, insbesondere bei geschützter Lage eines Gurtes auftretende ungleiche Erwärmung der beiden Gurte anzuwenden.

Nimmt man ωt für sämtliche Stäbe gleich groß an, so ist $\Sigma \omega t s u = \omega t \Sigma s u$. Nun besteht aber ein zuerst von Mohr¹³⁾ nachgewiesener Satz, welcher lautet: Werden in zwei Knotenpunkten AB eines unbelasteten, freien Fachwerkes, welche die gegenseitige Entfernung s_1 haben, zwei in der Verbindungslinie dieser Knotenpunkte, aber in entgegengesetzter Richtung wirkende Kräfte von der Stärke 1 angebracht, so rufen dieselben in den Stäben s des Fachwerkes Spannungen u hervor, welche der Bedingung genügen

$$\Sigma u s + s_1 = 0.$$

Im vorliegenden Falle ist die Entfernung der Knotenpunkte $AB = l \sec \alpha$ und mit u wurden die Spannungen bezeichnet, welche die in der Verbindungslinie AB wirkenden Kräfte 1. $\sec \alpha$ im Fachwerke hervorrufen; demnach ist $\Sigma u s = - l . \sec^2 \alpha$ und man erhält

¹²⁾ Man vergl. die Aufsätze des Verfassers: „Beitrag zur Berechnung statisch unbestimmter Stabsysteme.“ Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1884 und „Über den Einfluß der Wärme auf elastische Systeme.“ Wochenschrift desselben Vereins 1882.

¹³⁾ Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1874.

$$H_i = - \frac{E(\Delta l - \omega t l) \sec^2 \alpha}{\sum r u^2} \dots \dots \dots 391.$$

Für Schmiedeisen kann $E\omega = 240$ (bezogen auf Meter und Tonne), daher bei $t = 40^\circ$ $E\omega t = 9600$ gesetzt werden.

Es möge hier noch hervorgehoben werden, daß die obige Berechnungsweise von H nur als eine Annäherung aufzufassen ist, denn dieselbe setzt voraus, daß sich für die Bestimmung der Spannungen die ursprüngliche geometrische Form des Systems nicht geändert habe. Nur unter dieser Voraussetzung gilt der in Anwendung gebrachte Satz von der Formänderungsarbeit. Es ist dies aber dieselbe Näherungsannahme, welche auch der Theorie der vollwandigen Bogenträger zu Grunde gelegt wurde, und bezüglich ihrer Zulässigkeit gelten dieselben Bemerkungen, wie sie dort im § 23 gemacht wurden. Man wird diese Berechnungsmethode für Fachwerksbogen umso eher als zureichend bezeichnen können, als diese meist eine gröfsere Tragwandhöhe und dementsprechend geringe elastische Formänderungen aufweisen.

2. Berechnung der Summengrößen $\sum r \mathfrak{S} u$ und $\sum r u^2$. Um die Einflufslinie der Horizontalkraft H zu erhalten, ist es notwendig, eine Last = 1 der Reihe nach in den einzelnen Knotenpunkten anzunehmen und hierfür die Summengrößen $\sum r \mathfrak{S} u$ zu berechnen. Bei einer symmetrischen Bogenform läfst sich diese Berechnung am einfachsten in der Art durchführen, daß man für eine im Kämpfer A angreifende horizontale und für eine vertikale Auflagerkraft = 1 die Spannungen u und \mathfrak{S} in den sämtlichen Fachwerksstäben bestimmt und zwar die Spannungen \mathfrak{S} auch für die über den Scheitel hinaus liegenden Stäbe der rechten Bogenhälfte. Die Bestimmung der Spannungen u und \mathfrak{S} kann durch Rechnung oder auf graphischem Wege mittels Kräfteplänen erfolgen. Auf Taf. I ist in den Fig. 3—3^c ein Beispiel für die letztere Bestimmungsweise durchgeführt. — Liegt nun die Last 1 in einem Knoten, dessen Horizontalabstände von den beiden Kämpfern A und B x und x' sind, so berechnet sich der Horizontalschub bei unnachgiebigen Widerlagern aus der Formel

$$H_x = - \frac{l \sum_0^x r \mathfrak{S} u + x \sum_r^{x'} r \mathfrak{S} u}{l \sum_0^l r u^2} \dots \dots \dots 392.$$

Die Summe \sum_0^x bezieht sich darin auf alle Stäbe zwischen dem Kämpfer A und der Last, die Summe $\sum_r^{x'}$ auf alle Stäbe zwischen der Last und dem zu ihrem Angriffspunkte symmetrisch gelegenen Knotenpunkte. Sind die Knotenweiten gleich grofs, so können anstatt x , x' und l auch die betreffenden Nummern der Knoten eingesetzt werden.

3. Vorläufige Wahl der Querschnittsflächen. In den obigen Summenausdrücken erscheinen die Gröfsen $r = \frac{s}{F}$; es ist sonach zur Berechnung von H die Kenntnis der Querschnittsflächen der einzelnen Stabglieder notwendig. Nachdem aber eben diese Berechnung erst zur Feststellung der Querschnittsdimensionen verhelfen soll, so bleibt nichts anderes übrig, als eine vorläufige Annahme zu machen. Wie schon aus der relativen Gröfse der Spannungen \mathfrak{S} und u hervorgeht, haben namentlich die Gurtungen Einflufs auf die Gröfse der Formänderung, während der Anteil der Gitterstäbe ein verschwindender ist. Man kann sich daher in der Regel damit begnügen, die obigen Summenausdrücke blofs auf die Gurtungsstäbe auszudehnen, und die Formänderungen der Gitterstäbe ganz zu vernachlässigen, oder wenn man diese berücksichtigen will, für sämtliche Gitterstäbe eine gleiche Querschnittsfläche einzusetzen. Aber auch für die Gurtungen ist diese Annahme eines konstanten Querschnittes für die erste Berechnung immer zulässig und es wird selten notwendig werden, die Rechnung noch einmal auf Grund der

ermittelten variablen Querschnitte zu wiederholen. Durchgerechnete Beispiele haben ergeben, daß der Fehler insbesondere bei mehr oder weniger parallelen Gurtungen, sowie bei sichelförmigen Bögen verschwindend ist, und daß auch bei Bögen mit geradem Obergurt diese Annahme für die erste Berechnung als die zweckentsprechendste erscheint. Führt man nun einen durchaus konstanten Querschnitt des Obergurtes und einen konstanten Querschnitt des Untergurtes in die Rechnung ein, so kommt in dem Ausdruck für H_x nur das Verhältnis dieser beiden Querschnitte vor, während man zur Berechnung von H_i einen mittleren Gurtquerschnitt, wie er sich voraussichtlich ergeben dürfte, einzusetzen hat. Berücksichtigt man ferner, daß hauptsächlich die Längenänderungen der in der Nähe des Bogenscheitels gelegenen Gurtstäbe die Größe von H beeinflussen, so wird jenes Querschnittsverhältnis einzuführen sein, welches thatsächlich in der Nähe des Bogenscheitels angewendet wird. Diesem Verhältnisse können nun allerdings verschiedene Werte beigelegt werden, aber nur bei einem bestimmten Werte desselben werden sich in beiden Gurtungen annähernd gleiche Inanspruchnahmen auf die Flächeneinheit erzielen lassen. Durchgerechnete Beispiele haben ergeben, daß bei einem von wechselnder (mobiler) Belastung beanspruchten Fachwerksbogen mit parallelen oder nicht parallelen Gurtungen dieses zweckmäßigste Verhältnis der Scheitel-Gurtquerschnitte in der Nähe der Einheit gelegen ist. Es empfiehlt sich daher, für die erste Berechnung die Gurtquerschnittsflächen konstant und auch im Ober- und Untergurt gleich groß anzunehmen.

Bei einem Fachwerksbogen, der einer wechselnden Belastung ausgesetzt ist, erscheint es allerdings wie bei jedem anderen statisch unbestimmten Systeme, für dessen einzelne Teile verschiedene ungünstigste Belastungsfälle maßgebend sind, möglich, eine direkte Querschnittsbestimmung vorzunehmen und sämtliche Systemteile für die gleiche Inanspruchnahme auf die Flächeneinheit zu bemessen. Diese Berechnung würde aber nicht nur äußerst umständlich und mühevoll, sondern auch von zweifelhaftem Werte sein, da andere Fehlerquellen (Ungleichheiten im Elasticitätskoeffizienten, Montierungs- und Temperaturspannungen) nach wie vor fortbestehen. Man wird daher immer den angedeuteten Näherungsweg auf Grund vorläufiger Querschnittsannahme vorziehen und, wenn nötig, die Rechnung ein zweitesmal wiederholen.

Anders verhält es sich mit einem Fachwerksbogen, welcher einer bleibenden Belastung ausgesetzt ist, dessen sämtliche Teile sonach für einen und denselben Belastungsfall zu berechnen sind. In diesem Falle ist es, wie in dem unten angeführten Aufsatz¹⁴⁾ nachgewiesen wurde, im allgemeinen nicht möglich, in allen Teilen des Trägers die gleiche Inanspruchnahme zu erzielen, wenn nicht zu künstlichen Anspannungen, welche kaum genau zu bemessen sein dürften, gegriffen werden will. Für solche Träger läßt sich aber ein einfacherer Rechnungsvorgang angeben, welcher darin besteht, daß man die Inanspruchnahmen $\pm \sigma = \frac{S}{F}$ der einzelnen Stäbe so wählt, daß der Bedingungsgleichung

$$\Sigma \frac{S}{F} \frac{\partial S}{\partial H} s = \Sigma \pm \sigma u s = - E \cdot \Delta l$$

entsprochen wird. Die vorläufige Querschnittsannahme wird alsdann überflüssig; nachdem aber die Wahl der statisch unbestimmbaren Auflagerkraft, bzw. der Spannung eines als überzählig angenommenen Stabes hiernach innerhalb gewisser Grenzen, nämlich insoweit dadurch ein Wechsel im Vorzeichen der Spannungen ausgeschlossen ist, beliebig erscheint, so wird man auch eine Reihe von verschieden dimensionierten Trägern aufstellen können, welche sämtlich hinsichtlich der Inanspruchnahme der obigen Bedingung entsprechen. Man vergleiche den unten citierten Aufsatz.

4. Vereinfachte Bestimmung des Horizontalschubes. Wird mit Rücksicht auf das Vorerwähnte bei der Berechnung des Horizontalschubes von der Längenänderung der Gitterstäbe abgesehen und nur der Einfluß der Gurtungen berücksichtigt, so läßt sich aus Formel 392 ein vergleichsweise einfaches graphisches Verfahren zur Bestimmung

¹⁴⁾ „Beitrag zur Berechnung statisch unbestimmter Stabsysteme“. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1884, 3. Heft.

des Horizontalschubes entwickeln.¹⁵⁾ Unter Einführung der aus Fig. 75 ersichtlichen Bezeichnungen ist nämlich für den Gurtstab, welcher dem Knoten m gegenüber liegt und dementsprechend auch diese Ordnungszahl führen möge,

$$\bar{s}_m = \pm 1 \cdot \frac{x_m}{h_m} \sec \sigma_m \quad r_m = \frac{s_m}{F_m} = \frac{a_m}{F_m} \sec \sigma_m,$$

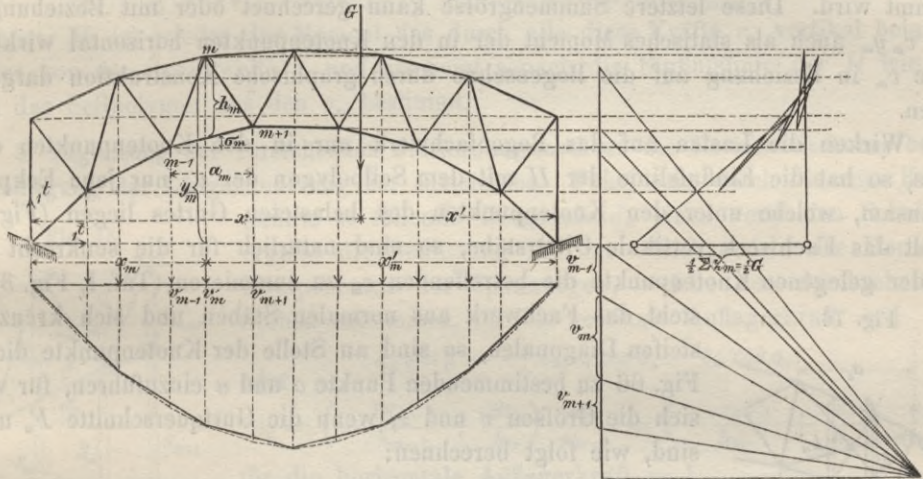
daher

$$r_m \bar{s}_m u_m = \pm \frac{1}{F_m} \frac{a_m u_m}{h_m} x_m \sec^2 \sigma_m$$

und

$$r_m u_m^2 = \frac{1}{F_m} a_m u_m^2 \sec \sigma_m.$$

Fig. 75.



Setzt man zur Abkürzung

$$\left. \begin{aligned} v_m &= \frac{F_c}{F_m} \frac{a_m u_m}{h_m} \sec^2 \sigma_m \\ z_m &= \frac{F_c}{F_m} a_m u_m^2 \sec \sigma_m = v_m y_m \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 393.$$

unter F_c einen beliebigen Grundquerschnitt verstanden, so erhält man Größen, welche für jeden Knotenpunkt des Fachwerks leicht berechnet werden können. Die Spannungszahlen u sind entweder einem Kräftediagramm zu entnehmen oder aus

$$u_m = 1 \cdot \frac{y_m}{h_m} \sec \sigma_m \dots \dots \dots 393^a.$$

zu berechnen. Hierbei ist zu berücksichtigen, daß für sämtliche Stäbe des Untergurtes \bar{s}_m positiv, u_m negativ wird, während für die Stäbe des Obergurtes das umgekehrte stattfindet, sodafs $r \bar{s} u$ stets negativ wird. Man kann daher das negative Vorzeichen von H in Gl. 392 in ein positives verwandeln und dafür auch die Größen $u_m v_m$ und z_m ohne Rücksicht, ob dieselben einem Knotenpunkt des Ober- oder Untergurtes angehören, mit positivem Vorzeichen in die Rechnung führen. Gl. 392 verwandelt sich mit obigen Substitutionen in

$$H_x = \frac{\int_0^x v_m x_m + x \sum_x v_m x_m}{\int_0^l z_m} = \frac{\frac{x'}{l} \sum_0^x v_m x_m + \frac{x}{l} \sum_x v_m x'_m}{\int_0^l z_m}.$$

¹⁵⁾ Müller-Breslau. „Vereinfachung der Theorie der statisch unbestimmten Bogenträger.“ Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover, 1884, Heft 8.

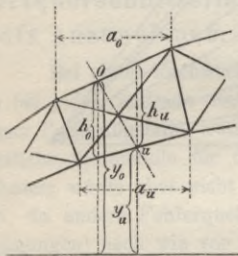
Der Zähler des vorstehenden Ausdruckes bezeichnet nun aber nichts anderes, als das Moment im Querschnitte (x, x') eines frei aufliegenden Balkens, der in den Lotrechten durch die Knotenpunkte des Bogenfachwerkes mit den Kräften v_m belastet ist. Man hat daher

$$H_x = \frac{\mathfrak{M}_v}{\sum_0^l z_m} \dots \dots \dots 394.$$

und kann sonach die Einflußlinie des Horizontalschubes durch das Seilpolygon der als Kräfte aufgefaßten Zahlengrößen v_m darstellen, wobei dann die Lasteinheit durch $\sum_0^l z_m$ bestimmt wird. Diese letztere Summengröße kann gerechnet oder mit Beziehung auf $z_m = v_m y_m$ auch als statisches Moment der in den Knotenpunkten horizontal wirkenden Kräfte v_m in Beziehung auf die Bogensehne durch graphische Konstruktion dargestellt werden.

Wirken die Lasten auf das Bogenfachwerk nur in den Knotenpunkten eines Gurtes, so hat die Einflußlinie der H mit dem Seilpolygon der v_m nur jene Eckpunkte gemeinsam, welche unter den Knotenpunkten des belasteten Gurtes liegen (Fig. 75). Enthält das Fachwerk vertikale Gitterstäbe, so sind natürlich für die senkrecht übereinander gelegenen Knotenpunkte die betreffenden v_m zu summieren (Taf. I, Fig. 3). Besteht das Fachwerk aus normalen Stäben und sich kreuzenden steifen Diagonalen, so sind an Stelle der Knotenpunkte die nach Fig. 66 zu bestimmenden Punkte o und u einzuführen, für welche sich die Größen v und z , wenn die Gurtquerschnitte F_o und F_u sind, wie folgt berechnen:

Fig. 76.



$$\left. \begin{aligned} v_o &= \frac{F_o}{F_u} \frac{a_u y_o}{h_o^2} \sec \sigma_u^3, & z_o &= v_o y_o \\ v_u &= \frac{F_u}{F_o} \frac{a_o y_u}{h_u^2} \sec \sigma_o^3, & z_u &= v_u y_u \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 395.$$

Das Gleiche gilt für das Fachwerk aus einfach gekreuzten Diagonalstäben. Ist die Höhe h des Bogenfachwerkes im Verhältnis zur Pfeilhöhe klein und setzt man die Querschnitte des Ober- und Untergurtes einander gleich (man vergleiche das oben darüber Bemerkte), so kann man sich meist mit der Annäherung begnügen

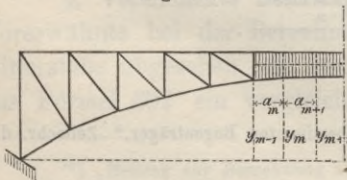
$$v_o + v_u = 2 \frac{F_c}{F_m} \frac{a_m y_m}{h_m^2} \sec \sigma_m^3, \dots \dots \dots 396.$$

worin $y_m, h_m, a_m, \sec \sigma_m$ sich auf die Bogenachse und auf den Durchkreuzungspunkt der Gitterstäbe beziehen. Diese Last $v_o + v_u$ wäre dann in der Vertikalen durch den Durchkreuzungspunkt der Gitterstäbe wirkend zu denken.

Der Horizontalschub infolge einer Verschiebung der Kämpfer um Δl und einer gleichmäßigen Temperaturänderung wird nach Gl. 391

$$H_t = - \frac{(\Delta l - \omega t l) E F_c}{\sum_0^l z_m} \dots \dots \dots 397.$$

Fig. 77.



Bei dem mit gerader Obergurtung ausgeführten Fachwerksbogen wird in der Nähe des Scheitels das Fachwerk nicht selten durch eine volle Blechwand ersetzt (Fig. 77). Für diesen mittleren Teil gilt dann für die Berechnung des Horizontalschubes die für den vollwandigen Blechbogen aufgestellte Formel 205 und man er-

hält, wenn F_b den mittleren Querschnitt des Blechbogens und s die Länge der Achse desselben bezeichnet, für den Horizontalschub den Ausdruck

$$H = \frac{M_v}{\Sigma z_m + \Sigma y_m v_m + s \frac{F_c}{F_b}} \dots \dots \dots 398.$$

Darin bezieht sich Σz_m auf sämtliche Knotenpunkte des Fachwerkes, für welche z_m und v_m nach den Formeln 393 zu berechnen sind, $\Sigma y_m v_m$ dagegen auf einzelne Querschnitte des Blechbogens, wofür y_m die Ordinate der Achse des Blechbogens vorstellt und v_m sich (nach Formel 211) aus

$$v_m = \frac{a_m}{6} (2 y_m + y_{m-1}) \frac{F_c}{J_m} + \frac{a_{m+1}}{6} (2 y_m + y_{m+1}) \frac{F_c}{J_{m+1}} \dots \dots \dots 399.$$

berechnet. M_v ist wieder das Moment des durch alle diese Kräfte v_m vertikal belasteten Balkens von der Spannweite l , und erscheint sonach die Einflußlinie der H wie oben durch das Seilpolygon aus den v_m bestimmt.

5. Ergänzung der vorstehenden Bestimmungsmethode des Horizontalschubes bei Berücksichtigung der Längenänderung der Gitterstäbe. Führt man durch die zum Knoten-

punkte m fallende Diagonale d_m einen vertikalen Schnitt, so ergibt die Bedingung für das Gleichgewicht der Horizontal-Komponenten der Spannungen, welche den durchschnittenen Stäben zukommen, für die vertikale Auflagerkraft = 1

$$\bar{s}_d \sin \beta = -\bar{s}_{m-1} \cos \sigma_u - \bar{s}_m \cos \sigma_o$$

oder

$$\bar{s}_d = \left(-\frac{M_{m-1}}{h_{m-1}} + \frac{M_m}{h_m} \right) \frac{d_m}{a_{m-1}} = \left(-\frac{x_{m-1}}{h_{m-1}} + \frac{x_m}{h_m} \right) \frac{d_m}{a_{m-1}},$$

für die horizontale Auflagerkraft = 1

$$u_d = -(1 + u_{m-1} \cos \sigma_u + u_m \cos \sigma_o) \frac{d_m}{a_{m-1}} = \left(\frac{y'_{m-1}}{h_{m-1}} - \frac{y_m}{h_m} \right) \frac{d_m}{a_{m-1}}.$$

Es werden sonach die Summenglieder $r \bar{s} u$ und $r u^2$, welche den Einfluß der Diagonale d_m darstellen, wenn F_d den Querschnitt derselben bezeichnet,

$$r \bar{s} u = \frac{1}{F_d} \frac{d_m^2}{a_{m-1}^2} \left[-\frac{x_{m-1}}{h_{m-1}} \left(\frac{y'_{m-1}}{h_{m-1}} - \frac{y_m}{h_m} \right) + \frac{x_m}{h_m} \left(\frac{y'_{m-1}}{h_{m-1}} - \frac{y_m}{h_m} \right) \right],$$

$$r u^2 = \frac{1}{F_d} \frac{d_m^3}{a_{m-1}^2} \left[\left(\frac{y'_{m-1}}{h_{m-1}} - \frac{y_m}{h_m} \right) \frac{y'_{m-1}}{h_{m-1}} - \left(\frac{y'_{m-1}}{h_{m-1}} - \frac{y_m}{h_m} \right) \frac{y_m}{h_m} \right].$$

Berücksichtigt man, daß für die rechtssteigende Diagonale d_{m+1} , deren Querschnitt $F_{d'}$ sein möge, ganz analoge Ausdrücke erhalten werden, so führt der Vergleich mit den Formeln 393 leicht zu dem Schlusse, daß dem Einflusse der Längenänderung der Diagonalen dadurch Rechnung getragen werden kann, daß man die Knotengewichte v_m vermehrt für den m ten Knotenpunkt um:

$$\left. \begin{aligned} \Delta v_m &= \frac{F_c}{F_d} \frac{d_m^3}{a_{m-1}^2 h_m} \left(\frac{y_m}{h_m} - \frac{y'_{m-1}}{h_{m-1}} \right) + \frac{F_c}{F_{d'}} \frac{d_{m+1}^3}{a_m^2 h_m} \left(\frac{y_m}{h_m} - \frac{y'_{m+1}}{h_{m+1}} \right) \\ \Delta z_m &= \Delta v_m \cdot y_m \end{aligned} \right\} \dots \dots 400.$$

für den $(m-1)$ ten Knotenpunkt um:

$$\left. \begin{aligned} \Delta v_{m-1} &= \frac{F_c}{F_d} \frac{d_m^3}{a_{m-2}^2 h_{m-1}} \left(\frac{y'_{m-1}}{h_{m-1}} - \frac{y_m}{h_m} \right) + \frac{F_c}{F_{d''}} \frac{d_{m-1}^3}{a_{m-2}^2 h_{m-1}} \left(\frac{y'_{m-1}}{h_{m-1}} - \frac{y_{m-2}}{h_{m-2}} \right) \\ \Delta z_{m-1} &= \Delta v_{m-1} \cdot y'_{m-1} \end{aligned} \right\} \dots \dots 401.$$

Diese Formeln sind leicht für den Fall abzuändern, daß die eine Gitterstablage vertikal ist.

Wie schon erwähnt, wird jedoch der Einfluss der Längenänderungen der Gitterstäbe so verschwindend, daß von der Berücksichtigung desselben in der Regel ganz abgesehen werden kann.

6. Berechnung der Formänderungen. Auf das Bogenfachwerk wirke in einem Knotenpunkte C , dessen Horizontalabstände von den beiden Kämpfern ξ und ξ' seien, eine Last P . Um die hierdurch erzeugte Einsenkung Δy eines Knotenpunktes D , der von den beiden Kämpfern um x bzw. x' absteht, zu berechnen, denken wir uns in D die Lasteinheit angreifend und bestimmen hierfür die Spannungen \bar{s}_x in den sämtlichen Stäben des statisch bestimmten, d. h. frei aufliegend gedachten Fachwerkes. Sind nun $S = P \cdot (\bar{s}_\xi + H_\xi u)$ die Systemspannungen im Bogenfachwerke infolge der Last P in C , also $\frac{r}{E} S$ die Längenänderungen der einzelnen Stäbe, so ergibt das Prinzip der Gleichheit der äußeren und inneren virtuellen Arbeit die Gleichung

$$\Delta y \cdot 1 = \Sigma \frac{r}{E} S \cdot \bar{s}_x = \frac{P}{E} [\Sigma r \bar{s}_\xi \bar{s}_x + H_\xi \Sigma r u \bar{s}_x],$$

welche Gleichung sich entweder

$$\Delta y = \frac{P}{E} \left[\frac{1}{H_\xi} \Sigma r \bar{s}_\xi \bar{s}_x + \Sigma r u \bar{s}_x \right] H_\xi \dots \dots \dots 402.$$

oder, weil $\Sigma r u \bar{s}_x = -H_x \Sigma r u^2$, auch

$$\Delta y = \frac{P}{E} [\Sigma r \bar{s}_\xi \bar{s}_x - H_x \Sigma r u^2] \dots \dots \dots 402^a.$$

schreiben läßt. Die letztere Form wird sich für die Rechnung eignen, wenn man die Horizontalschübe H_ξ und H_x , welche durch die in C und D angreifende Lasteinheit hervorgerufen werden, bereits nach Gl. 392 ermittelt hat. Das Summenglied $\Sigma r \bar{s}_\xi \bar{s}_x$ kann ebenfalls aus der Spannungsreihe \bar{s} , welche eine im Kämpfer A lotrecht nach aufwärts wirkende Kraft in sämtlichen Fachwerksstäben hervorruft, nach folgenden Formeln berechnet werden:

$$\left. \begin{aligned} \text{für } \xi < x \quad \Sigma r \bar{s}_\xi \bar{s}_x &= \frac{x' \xi'}{l^2} \sum_0^{\xi} r \bar{s}^2 + \frac{x' \xi}{l^2} \sum_{\xi}^x r \bar{s}^2 + \frac{x \xi}{l^2} \sum_x^l r \bar{s}^2 \\ \text{für } \xi > x \quad \Sigma r \bar{s}_\xi \bar{s}_x &= \frac{x' \xi'}{l^2} \sum_0^x r \bar{s}^2 + \frac{x \xi'}{l^2} \sum_x^{\xi} r \bar{s}^2 + \frac{x \xi}{l^2} \sum_{\xi}^l r \bar{s}^2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 403.$$

Aus Gl. 402 läßt sich auch wieder eine graphische Ermittlung der Durchbiegungsordinaten ableiten. $F_c \Sigma r \bar{s}_x u$ stellt die mit der Poldistanz p multiplizierte negative Ordinate η_x der Einflußlinie des Horizontalschubes dar, welche durch die unter 4 besprochene Konstruktion als Seilpolygon der Knotengewichte v_m erhalten wurde. In ähnlicher Weise läßt sich auch $F_c \Sigma r \bar{s}_\xi \bar{s}_x$ durch ein Seilpolygon darstellen, indem man jeden Knotenpunkt des Fachwerkes mit einem Gewichte $v_m \frac{\bar{s}_\xi}{u}$ behaftet. Wird dieses Seilpolygon mit einer Poldistanz $p \cdot H_\xi$ konstruiert und seine Ordinate mit m_x bezeichnet, so hat man alsdann

$$\Delta y = \frac{P \cdot H_\xi}{F_c \cdot E} [m_x - \eta_x] \cdot p \dots \dots \dots 404.$$

und hieraus ergibt sich die folgende Regel: Man konstruiere über einer gemeinsamen Schlußlinie zwei Seilpolygone; das eine, die Einflußlinie der H darstellend, aus den durch die Gleichungen 393 bzw. 400 u. 401 bestimmten vertikalen Knotengewichten v_m mit der beliebigen, nach dem Maßstabe der v_m gemessenen Poldistanz p , das zweite aus den Knotengewichten $v_m \frac{\bar{s}_\xi}{u}$ mit einer Poldistanz $p \cdot H_\xi = p \cdot \frac{\eta_\xi}{2 n n_0}$, wenn $2 n n_0$ die

Die horizontale Verschiebung des Knotenpunktes D infolge Temperaturwirkung wird

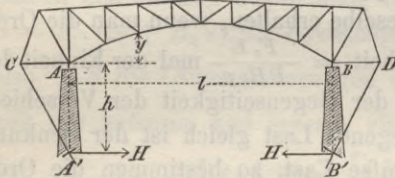
$$\Delta x_t = \Sigma w \left(\omega t s + \frac{r}{E} H_t u \right) = \omega t \Sigma w s + \frac{H_t}{E} \Sigma r u w$$

oder mit Rücksicht darauf, daß $\Sigma w s = -l + x$ ist,

$$\Delta x_t = \pm \omega t (x - l) \pm (\omega t l - \Delta l) \frac{\Sigma r u w}{\Sigma r u^2} \dots \dots \dots 408.$$

7. Das Bogenfachwerk mit Verankerung. Diese in Fig. 79 skizzierte, von Ingenieur A. Schnirch in Vorschlag gebrachte Anordnung¹⁶⁾ besteht darin, daß bei einem bogenförmigen Träger, welcher bei A und B auf Rollen gelagert ist, das Fachwerk über die Widerlager hinaus verlängert und durch eine Verankerung CA' und DB' mit einem möglichst tief gelegenen Punkte des Pfeilermauerwerks verbunden ist. Die Wirkung dieser Verankerung entspricht einer Tieferlegung der Kämpfer und ist ein solcher Träger wie ein gewöhnlicher Zweigelenkbogen, dessen Kämpfer in A' und B' liegen, zu berechnen, wobei man sich in AA' und BB' Stäbe aus unelastischem und unnachgiebigem Material eingeschaltet zu denken hat.

Fig. 79.



Diese Anordnung bietet den Vorteil, daß durch die vergrößerte Stützhöhe der Horizontalschub überhaupt und insbesondere jener durch Temperaturwirkung vermindert wird, wodurch unter Umständen eine Materialersparnis in der Fachwerkskonstruktion, vornehmlich aber im Widerlagsmauerwerk erzielt werden kann. Die Verankerung wird namentlich bei flachen Bögen von guter Wirkung sein.

Die Berechnung des Horizontalschubes hat nach Formel 392 zu erfolgen. Die Spannungen s bleiben dieselben wie bei dem in A und B gestützten Bogen, dagegen sind die Spannungen u nun für die in A' angreifende Horizontalkraft 1 zu bestimmen. Für die Formänderungen dieses Systems gelten die im Vorhergehenden entwickelten Formeln. Danach bestimmen sich auch die Bewegungen der Rollenlager, und zwar findet man für die Gesamtverschiebung beider Rollenlager (positiv nach außen) infolge einer Belastung des Trägers, welche die Spannungen $S = \mathcal{E} + Hu$ hervorruft, nach Gl. 406

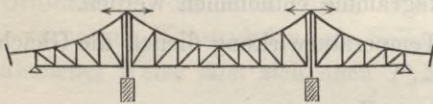
$$-\Delta l = \frac{1}{E} [\Sigma r \mathcal{E} w + H \Sigma r u w] \dots \dots \dots 409.$$

Die Spannungen w sind durch ein Kräfdiagramm oder aus $w = \frac{y}{y+h} \cdot u$ zu bestimmen, wenn y die auf die Bogensehne bezogene Ordinate des einer Stabspannung entsprechenden Momentenpunktes bezeichnet. Für die Rollenlagerverschiebung infolge Temperaturwirkung hat man nach Gl. 408 mit $x = 0$ und $\Delta l = 0$

$$\Delta l_t = \omega t l \frac{\Sigma r u^2 - \Sigma r u w}{\Sigma r u^2} = \frac{H_t}{E} (\Sigma r u^2 - \Sigma r u w) \dots \dots \dots 410.$$

8. Der kontinuierliche Fachwerksbogen, bzw. das ausgefachte Hängewerk ohne Mittelgelenk (Fig. 80). Bei diesem Trägersystem, welches sich von dem in § 26 behandelten nur durch das Fehlen des Mittelgelenkes unterscheidet, berechnet sich der Horizontalschub für eine beliebige äußere Belastung auch wieder nach Gl. 389

Fig. 80.



$$H = - \frac{\Sigma r \mathcal{E} u}{\Sigma r u^2},$$

jedoch ist nunmehr die Bestimmung der Spannungen u , welche zwei entgegengesetzt gerichtete, in den Auflagerpunkten angreifende Horizontalkräfte 1 hervorrufen, auch auf die Seitenöffnungen auszudehnen. \mathcal{E} bezeichnen die Spannungen infolge der äußeren Belastung, welche auftreten, wenn man sich die horizontale Verbindung über dem Auflager gelöst denkt. Natürlich hat nunmehr auch eine Last im Seitenfelde einen Horizontalschub zur Folge.

§ 28. Der Fachwerksbogen ohne Kämpfergelenke, bzw. mit doppelter Auflagerung. Bei diesem Systeme sind im allgemeinen 6 Auflagerkräfte zu bestimmen. Wenn nämlich in Fig. 81 AB die Knotenpunkte sind, in welchen das eine Trägerende mit dem Widerlager in Verbindung steht, so erscheint A durch zwei Auflagerbedingungen festgelegt, während der Knotenpunkt B durch den Systemstab AB und durch

¹⁶⁾ Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1884, S. 184.

eine Auflagerbedingung vollständig fixiert ist. Für beide Trägerenden ergeben sich sonach 6 Auflagerkräfte, für welche sich drei statische Gleichgewichtsbedingungen aufstellen lassen, sodafs drei weitere Bestimmungsstücke aus den elastischen Formänderungen des Systems abzuleiten sind. Als diese durch die Elasticitätsgleichungen zu bestimmenden Größen können entweder der Horizontalschub, d. i. die Resultierende aus den Horizontalkräften in A und B , die Vertikalkraft und das Moment in irgend einem Querschnitte des Bogens, etwa im Scheitel, angenommen werden oder es können auch drei der in den vier Auflagerpunkten auftretenden Horizontalkräfte als Unbekannte eingeführt werden. Wir wollen zunächst diese letztere Methode in Anwendung bringen.

Fig. 81.

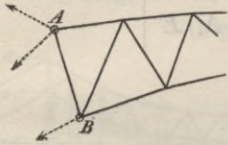
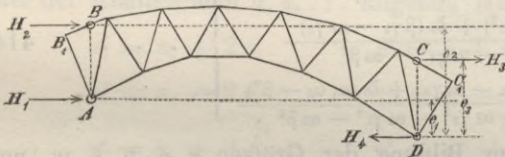


Fig. 82.



1. **Allgemeine Bestimmungsgleichungen für die Horizontalkräfte.** Denken wir uns in A und D die beiden vertikalen Stäbe AB und DC eingeschaltet, so werden die vier Knotenpunkte A, B, C, D erhalten, die (mit Vernachlässigung der geringen Längenänderung der Stäbe BB' und CC') an Stelle der Kämpferpunkte gesetzt werden dürfen, in welchen sonach die Horizontalkräfte H_1, H_2, H_3 und $-(H_1 + H_2 + H_3)$ anzunehmen sind, welche die horizontale Beweglichkeit dieser Punkte beschränken, bezw. ganz aufheben. Die Spannungen, welche unter der äusseren Belastung entstehen, wenn die Horizontalkräfte gleich Null wären, der Träger sonach nur in D fest, und in A horizontal verschiebbar gelagert wäre, bezeichnen wir wieder mit \mathfrak{S} , ferner seien u_1 die Spannungen, welche eine in A wirkende Horizontalkraft 1, u_2 " " " " " " B " " " " " " 1, \mathfrak{s} " " " " " " A vertikal nach aufwärts wirkende Kraft 1 in sämtlichen Fachwerksstäben hervorruft. Dann hat man für die Spannung eines Stabes im Bogenfachwerke

$$S = \mathfrak{S} + H_1 u_1 + H_2 u_2 - \left(H_1 \frac{e_1}{l} + H_2 \frac{e_2}{l} + H_3 \frac{e_3}{l} \right) \mathfrak{s} \dots 411.$$

Wird bei der Länge s und dem Querschnitt F eines Stabes $r = \frac{s}{F}$ gesetzt, so drückt sich die innere Deformationsarbeit durch $\mathfrak{A} = \Sigma \frac{r}{2E} S^2$ aus, und es berechnen sich die horizontalen Verschiebungen $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$ der Kämpferpunkte A, B, C, D , welche positiv genommen sein mögen, wenn die Verschiebung nach innen stattfindet, nach dem bekannten Gesetze aus

$$\Sigma r S \frac{dS}{dH_1} = (\Delta_1 + \Delta_4) E, \quad \Sigma r S \frac{dS}{dH_2} = (\Delta_2 + \Delta_1) E, \quad \Sigma r S \frac{dS}{dH_3} = -(\Delta_3 - \Delta_4) E \dots 411^a.$$

Substituiert man hierin S aus Gl. 411, ferner für

$$\frac{dS}{dH_1} = u_1 - \frac{e_1}{l} \mathfrak{s} = u_1$$

$$\frac{dS}{dH_2} = u_2 - \frac{e_2}{l} \mathfrak{s} = u_2$$

$$\frac{dS}{dH_3} = -\frac{e_3}{l} \mathfrak{s},$$

wo u_1 und u_2 die Spannungen bezeichnen, welche je eine in A und B angreifende und in der Richtung AD bzw. BD wirkende Kraft von der Stärke 1 in den Fachwerksstäben hervorruft, so folgen die Bestimmungsgleichungen für die drei Horizontalkräfte

$$\left. \begin{aligned} \Sigma r \mathfrak{S} u_1 + H_1 \Sigma r u_1^2 + H_2 \Sigma r u_1 u_2 - H_3 \frac{e_3}{l} \Sigma r \mathfrak{S} u_1 &= (\Delta_1 + \Delta_4) E \\ \Sigma r \mathfrak{S} u_2 + H_1 \Sigma r u_1 u_2 + H_2 \Sigma r u_2^2 - H_3 \frac{e_3}{l} \Sigma r \mathfrak{S} u_2 &= (\Delta_2 + \Delta_4) E \\ \Sigma r \mathfrak{S} \mathfrak{s} + H_1 \Sigma r u_1 \mathfrak{s} + H_2 \Sigma r u_2 \mathfrak{s} - H_3 \frac{e_3}{l} \Sigma r \mathfrak{S}^2 &= \frac{l}{e_3} (\Delta_3 - \Delta_4) E \end{aligned} \right\} \dots 412.$$

Man setze zur Abkürzung

$$\left. \begin{aligned} \Sigma r u_1^2 &= \alpha_1 & \Sigma r u_1 u_2 &= \beta \\ \Sigma r u_2^2 &= \alpha_2 & \Sigma r u_1 \mathfrak{s} &= \gamma_1 \\ \Sigma r \mathfrak{S}^2 &= \alpha_3 & \Sigma r u_2 \mathfrak{s} &= \gamma_2 \\ E(\Delta_1 + \Delta_4) - \Sigma r \mathfrak{S} u_1 &= \delta_1 \\ E(\Delta_2 + \Delta_4) - \Sigma r \mathfrak{S} u_2 &= \delta_2 \\ \frac{l}{e_3} E(\Delta_3 - \Delta_4) - \Sigma r \mathfrak{S} \mathfrak{s} &= \delta_3, \end{aligned} \right\} \dots 413.$$

dann ergibt die Auflösung der obigen Gleichungen 412 nach den Unbekannten H

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= \frac{\delta_1 (\alpha_2 \alpha_3 - \gamma_2^2) + \delta_2 (\gamma_1 \gamma_2 - \beta \alpha_3) + \delta_3 (\beta \gamma_2 - \alpha_2 \gamma_1)}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 + 2 \beta \gamma_1 \gamma_2 - \alpha_1 \gamma_2^2 - \alpha_2 \gamma_1^2 - \alpha_3 \beta^2} \\ H_2 &= \frac{\delta_1 (\gamma_1 \gamma_2 - \beta \alpha_3) + \delta_2 (\alpha_1 \alpha_3 - \gamma_1^2) + \delta_3 (\beta \gamma_1 - \alpha_1 \gamma_2)}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 + 2 \beta \gamma_1 \gamma_2 - \alpha_1 \gamma_2^2 - \alpha_2 \gamma_1^2 - \alpha_3 \beta^2} \\ H_3 &= - \frac{l}{e_3} \frac{\delta_1 (\beta \gamma_2 - \alpha_2 \gamma_1) + \delta_2 (\beta \gamma_1 - \alpha_1 \gamma_2) + \delta_3 (\alpha_1 \alpha_2 - \beta^2)}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 + 2 \beta \gamma_1 \gamma_2 - \alpha_1 \gamma_2^2 - \alpha_2 \gamma_1^2 - \alpha_3 \beta^2} \end{aligned} \right\} \dots 414.$$

Die Spannungsreihen $u_1 u_2 \mathfrak{s}$, welche zur Bildung der Größen $\alpha_1 \alpha_2$ u. s. w. notwendig sind, können graphisch durch Kräftediagramme bestimmt werden. Man wird wieder zweckmäÙig die Einflußlinie der Horizontalkräfte ermitteln und zu diesem Zwecke die Spannungen \mathfrak{S} für verschiedene Lagen einer Einzellast $P = 1$ bestimmen. Bei symmetrischer Bogenform genügt hierzu die Spannungsreihe \mathfrak{s} , indem für eine Last 1 in einem Knotenpunkte, dessen Horizontalabstände von den beiden Kämpfern A und D x und x' sind,

$$\begin{aligned} \Sigma r \mathfrak{S} u &= \sum_0^x r \mathfrak{s} u + \frac{x}{l} \sum_x^{x'} r \mathfrak{s} u \\ \Sigma r \mathfrak{S} \mathfrak{s} &= \sum_0^x r \mathfrak{S}^2 + \frac{x}{l} \sum_x^{x'} r \mathfrak{S}^2 \end{aligned}$$

ist, wobei \sum_0^x sich auf alle Stäbe zwischen dem Kämpfer A und der Last, $\sum_x^{x'}$ auf alle Stäbe zwischen der Last und dem zu ihrem Angriffspunkte symmetrisch gelegenen Knotenpunkte bezieht.

Hat man die Horizontalkräfte bestimmt, so ergeben sich die Systemspannungen des Bogenfachwerkes nach Gl. 411. Der resultierende Horizontalschub, welcher auf die Widerlager übertragen wird, ist

$$H = H_1 + H_2 \dots 415.$$

seine Lage zum Kämpfer A folgt aus

$$e = - \frac{H_2 (e_2 - e_1)}{H_1 + H_2}, \dots 416.$$

seine Lage zum Kämpfer D aus

$$e' = \frac{H_3 e_3}{H_1 + H_2} \dots 417.$$

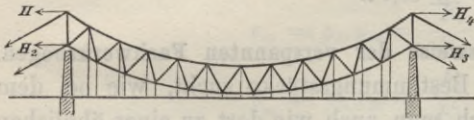
Der Vertikaldruck auf das linke Widerlager wird

$$V = \mathfrak{B} - H_1 \frac{e_1}{l} - H_2 \frac{e_2}{l} - H_3 \frac{e_3}{l}, \dots 418.$$

wenn \mathfrak{B} den Druck für den frei aufliegenden Balken bezeichnet.

Die Gleichungen 414 bestimmen die Horizontalkräfte in dem ganz allgemeinen Falle, wenn gewisse Verschiebungen Δ der Widerlager stattfinden. Sind die Widerlager unnachgiebig, so sind in den Ausdrücken für δ die Verschiebungen $\Delta = 0$ zu setzen.

Fig. 83.



Die Gleichungen sind aber auch auf den Fall anzuwenden, wenn die Widerlager elastisch verschiebbar sind, wie dies bei dem in Fig. 83 skizzierten System der versteiften Kettenbrücken zutrifft. Die elastische Beweglichkeit der Auf-

lagerpunkte ist hier durch die Längendehnung der Spannketten bedingt und dieselbe bestimmt sich, bei gleicher Länge s_0 und gleichem Querschnitt F_0 der Spannketten, wenn $\frac{s_0}{F_0} = r_0$ gesetzt wird, aus

$$\Delta_1 = -\frac{r_0}{E} H_1 \quad \Delta_2 = -\frac{r_0}{E} H_2 \quad \Delta_3 = +\frac{r_0}{E} H_3 \quad \Delta_4 = -\frac{r_0}{E} (H_1 + H_2 + H_3).$$

Die Gleichungen 414 sind in diesem Falle direkt zu gebrauchen, wenn darin anstatt der Koeffizienten $\alpha_1, \alpha_2 \dots$ folgende Werte substituiert werden:

$$\left. \begin{aligned} \alpha'_1 &= \alpha_1 + 2r_0 & \beta' &= \beta + r_0 & \delta_1 &= -\Sigma r \odot u_1 \\ \alpha'_2 &= \alpha_2 + 2r_0 & \gamma'_1 &= \gamma_1 - \frac{l}{e_3} r_0 & \delta_2 &= -\Sigma r \odot u_2 \\ \alpha'_3 &= \alpha_3 + 2\frac{l^2}{e_3^2} r_0 & \gamma'_2 &= \gamma_2 - \frac{l}{e_3} r_0 & \delta_3 &= -\Sigma r \odot \bar{s} \end{aligned} \right\} \dots 419.$$

Um die durch Temperaturwirkung hervorgerufenen Spannungen zu erhalten, muß auf die Gleichungen 411^a zurückgegangen werden, welche nunmehr lauten

$$\Sigma (rS + E\omega t s) \frac{dS}{dH_1} = E(\Delta_1 + \Delta_4)$$

oder

$$\Sigma r S u_1 = E[\Delta_1 + \Delta_4 - \omega t \Sigma s u_1].$$

Hieraus geht hervor, daß man die infolge gleichmäßiger Temperaturänderungen entstehenden Horizontalkräfte erhält, wenn in die Gleichungen 414 unter Beibehaltung der übrigen Größen

$$\left. \begin{aligned} \delta_1 &= -E\omega t \Sigma s u_1 = E\omega t l' \\ \delta_2 &= -E\omega t \Sigma s u_2 = E\omega t l'' \\ \delta_3 &= -E\omega t \frac{l}{e_3} \Sigma s \bar{s} = 0 \end{aligned} \right\} \dots 420.$$

eingesetzt wird. Hierin bezeichnen l' und l'' die Längen der Verbindungslinien AD und BD und die Richtigkeit der Beziehungen $\Sigma s u_1 = -l'$, $\Sigma s u_2 = -l''$, $\Sigma s \bar{s} = 0$ folgt aus dem auf S. 114 angeführten Mohr'schen Satze.

Auf Taf. I sind für den in Fig. 4 dargestellten Bogenträger die Kräftepläne der $u_1 = u_1, u_2$ und \bar{s} konstruiert, und in Fig. 4^a die daraus berechneten Einflußlinien der H_1 und H_2 aufgetragen. Unter Annahme eines konstanten und im Ober- und Untergurt gleichen Gurtquerschnittes $F_c = 250 \text{ qcm}$, ferner eines konstanten Querschnittes der Gitterstäbe $F_d = 25 \text{ qcm}$, erhält man die Ausdrücke

$$H_1 = \frac{149951 \delta_1 - 163062 \delta_2 + 641 \delta_3}{3407067}, \quad H_2 = \frac{-163062 \delta_1 + 239439 \delta_2 + 6873 \delta_3}{3407067}$$

Hieraus rechnen sich die Horizontalkräfte mit folgenden Werten:

für $\frac{x}{l} =$	$\frac{1}{26}$	$\frac{3}{26}$	$\frac{5}{26}$	$\frac{7}{26}$	$\frac{9}{26}$	$\frac{11}{26}$	$\frac{13}{26}$
$H_1 =$	0,157	0,372	0,565	0,666	0,658	0,612	0,481
$H_2 =$	0,100	0,187	0,272	0,407	0,594	0,734	0,922
$H_3 =$	0,364	0,782	1,030	1,183	1,187	1,056	0,922
$H_4 =$	-0,107	-0,223	-0,193	-0,110	0,065	0,290	0,481

Die Temperaturwirkungen werden, wenn $l = 80 \text{ m}$, $E\omega t = \pm 9600$ und für einen Gurtstab im Mittel $r = \frac{0,025}{6,2} = 0,004$ eingesetzt wird,

$$H_{1,t} = - \frac{13111 \cdot 0,004}{3407067} \cdot E\omega t l = \mp 11,8 \text{ t}$$

$$H_{2,t} = \frac{76877 \cdot 0,004}{3407067} \cdot E\omega t l = \pm 68,7 \text{ t.}$$

2. Eine andere, vereinfachte Berechnungsweise der verspannten Fachwerksbogen. Dieselbe besteht darin, daß man die analogen Bestimmungsstücke sucht, wie bei dem eingespannten vollwandigen Bogenträger, wodurch man auch wie dort zu einer ähnlichen graphischen Methode gelangt. Legt man nämlich ein beliebiges Achsensystem, auf welches man die Knotenpunkte des Fachwerkes durch die Koordinaten x und y bezieht, — wobei auch bei schräger Lage der Abscissenachse x horizontal gemessen werden soll, — so läßt sich das Moment in Beziehung auf den Knotenpunkt $x_m y_m$ nach Gl. 263 ausdrücken durch

$$M = \mathfrak{M} - H y_m - X_1 x_m - X_2,$$

worin wieder \mathfrak{M} das Moment für den frei aufliegenden Balken, H den resultierenden Horizontalschub, und nach den Gleichungen 262

$$X_1 = H \cdot \frac{e}{l} \quad X_2 = H z_0$$

bezeichnet. Mit noch geringerem Fehler als beim Zweigelenbogen können auch hier die Längenänderungen der Gitterstäbe vernachlässigt und die Spannung des dem Knotenpunkt $x_m y_m$ gegenüberliegenden Gurtstabes kann durch $S = \mp \frac{M}{h_m} \sec \sigma_m$ ausgedrückt werden, wobei sich das obere Zeichen auf den Ober-, das untere auf den Untergurt bezieht. Nach dem Satze über die Formänderungsarbeit ergeben sich aber, sofern man sich die Widerlager unverschiebbar und das System selbst zwanglos und ohne Temperaturspannungen denkt, die Bedingungsgleichungen

$$\sum \frac{S}{EF} \frac{dS}{dH} s = 0 \quad \sum \frac{S}{EF} \frac{dS}{dX_1} s = 0 \quad \sum \frac{S}{EF} \frac{dS}{dX_2} s = 0,$$

welche mit Rücksicht darauf, daß

$$\frac{dS}{dH} = \pm \frac{y_m}{h_m} \sec \sigma_m \quad \frac{dS}{dX_1} = \pm \frac{x_m}{h_m} \sec \sigma_m \quad \text{und} \quad \frac{dS}{dX_2} = \pm \frac{\sec \sigma_m}{h_m}$$

ist, sowie mit der abkürzenden Bezeichnung

$$\rho_m = \frac{s_m F_c}{h_m^2 F_m} \sec \sigma_m^2 = \frac{a_m F_c}{h_m^2 F_m} \sec \sigma_m^2 \dots \dots \dots 421.$$

bei Annahme eines konstanten Elasticitätskoeffizienten zu den Gleichungen führen:

$$\sum \mathfrak{M} \rho_m y_m - H \sum \rho_m y_m^2 - X_1 \sum \rho_m x_m y_m - X_2 \sum \rho_m y_m = 0$$

$$\sum \mathfrak{M} \rho_m x_m - H \sum \rho_m y_m x_m - X_1 \sum \rho_m x_m^2 - X_2 \sum \rho_m x_m = 0$$

$$\sum \mathfrak{M} \rho_m - H \sum \rho_m y_m - X_1 \sum \rho_m x_m - X_2 \sum \rho_m = 0.$$

Da die Lage der Koordinatenachsen an keine Bedingung geknüpft ist, so kann man dieselbe so wählen, daß die Auflösung obiger Gleichungen möglichst einfach wird. Dies wird dann der Fall sein, wenn man

$$\sum \rho_m x_m y_m = 0 \quad \sum \rho_m x_m = 0 \quad \sum \rho_m y_m = 0 \dots \dots \dots 422.$$

macht, welche drei Bedingungen zur Festlegung der Achsen, unter Annahme einer vertikalen Y -Achse, vollkommen ausreichend sind. Alsdann wird aber

$$H = \frac{\sum \mathfrak{M} \rho_m y_m}{\sum \rho_m y_m^2}, \quad X_1 = \frac{\sum \mathfrak{M} \rho_m x_m}{\sum \rho_m x_m^2}, \quad X_2 = \frac{\sum \mathfrak{M} \rho_m}{\sum \rho_m}.$$

Besteht die Belastung nur aus einer Einzellast von der Gröfse 1, so nehmen die Zähler vorstehender Ausdrücke die bekannte Form an, wonach sie sich als die auf den Angriffspunkt der äußeren Belastung bezogenen statischen Momente von — in den einzelnen Knotenpunkten — angreifenden Lasten

$$\left. \begin{aligned} v_m &= \rho_m y_m = \frac{F_c}{F_m} \frac{a_m y_m}{h_m^2} \sec^3 \sigma_m \\ v'_m &= \rho_m x_m = \frac{F_c}{F_m} \frac{a_m x_m}{h_m^2} \sec^3 \sigma_m \\ v''_m &= \rho_m = \frac{F_c}{F_m} \frac{a_m}{h_m^2} \sec^3 \sigma_m \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 423.$$

darstellen, sodafs man die mit den Gleichungen 272 bis 274 für den vollwandigen Bogen ganz übereinstimmenden Formeln erhält:

$$\left. \begin{aligned} H &= \frac{\mathfrak{M}_v}{\Sigma v y} \\ X_1 &= \frac{\mathfrak{M}_{v'}}{\Sigma v' x} \\ X_2 &= \frac{\mathfrak{M}_{v''}}{\Sigma v''} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 424.$$

Es unterliegt sonach keiner Schwierigkeit, die Einflufslinien der Gröfsen H , X_1 und X_2 zu konstruieren und zwar werden selbe als Seilpolygone der Knotengewichtslasten v_m , v'_m und v''_m erhalten. (Man vergleiche hierzu Fig. 54, welche auch für den Fachwerksbogen gelten würde, wenn die Gewichte v , v' , v'' nach den obigen Formeln 423 gerechnet und in den einzelnen Knotenpunkten angreifend angenommen werden.)

Die Vereinfachung, nur die Längenänderungen der Gurtungen zu berücksichtigen, ist wohl in der Regel zulässig. Indessen kann man auch hier, in ähnlicher Weise, wie dies bei dem Zweigelenkbogen gezeigt wurde, der Längenänderung der Gitterstäbe durch gewisse Korrekturen an den Knotengewichten v ebenfalls Rechnung tragen. Die Methode wird jedoch dann wesentlich komplizierter und für eine solche schärfere Berechnung dürfte dem jedenfalls durchsichtigeren Verfahren, wie es unter 1 mitgeteilt wurde, der Vorzug zu geben sein.

Um die Knotengewichte v_m u. s. w. berechnen zu können, handelt es sich noch um die Bestimmung der Koordinatenachsen, für welche die Bedingungsgleichungen 422 maßgebend sind. Wählt man zunächst ein Koordinatensystem durch den Punkt A als Ursprung und nennt $x' y'$ die darauf bezogenen Koordinaten eines Knotenpunktes, a und b die Koordinaten des Ursprunges des zu ermittelnden Achsensystems, α den Neigungswinkel der beiden X -Achsen, so ist

$$\begin{aligned} x &= a - x' \\ y &= y' - b + (a - x') \operatorname{tg} \alpha \end{aligned}$$

und die Bedingungsgleichungen 422 ergeben die folgenden Werte für a , b und $\operatorname{tg} \alpha$

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{\Sigma \rho_m x'_m}{\Sigma \rho_m} & b &= \frac{\Sigma \rho_m y'_m}{\Sigma \rho_m} \\ \operatorname{tg} \alpha &= \frac{a \Sigma \rho_m y'_m - \Sigma \rho_m x'_m y'_m}{a \Sigma \rho_m x'_m - \Sigma \rho_m x_m'^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots 425.$$

Diese Ausdrücke vereinfachen sich wesentlich, wenn der Bogen eine vertikale Symmetrielinie hat. In diesem Falle wird $\operatorname{tg} \alpha = 0$, die X -Achse sonach horizontal,

$$a = \frac{l}{2} \quad \text{und} \quad b = \frac{\Sigma \rho_m y'_m}{\Sigma \rho_m} \dots \dots \dots 426.$$

Um den Einfluß der Temperaturänderungen zu erhalten, hat man auch hier wieder von den Grundgleichungen

$$\Sigma \left(\frac{S}{EF} + \omega t \right) s \frac{dS}{dH} = 0, \quad \Sigma \left(\frac{S}{EF} + \omega t \right) s \frac{dS}{dX_1} = 0, \quad \Sigma \left(\frac{S}{EF} + \omega t \right) s \frac{dS}{dX_2} = 0$$

auszugehen. Mit Zugrundelegung des durch die Bedingungen 422 bestimmten Achsen-systems ergibt sich

$$H_t = - \frac{EF_c \omega t \Sigma s \frac{dS}{dH}}{\Sigma \rho_m y_m^2}, \quad X_{1t} = - \frac{EF_c \omega t \Sigma s \frac{dS}{dX_1}}{\Sigma \rho_m x_m^2}, \quad X_{2t} = - \frac{EF_c \omega t \Sigma s \frac{dS}{dX_2}}{\Sigma \rho_m}$$

Die in den Zählern vorstehender Ausdrücke erscheinenden Summengrößen lassen sich unter Anwendung des Mohr'schen Satzes (s. S. 114), durch eine ziemlich einfache geometrische Konstruktion bestimmen.¹⁷⁾ Ist der Bogen zu einer lotrechten Mittellinie symmetrisch, so wird $\Sigma s \frac{dS}{dX_1} = 0$ und sehr angenähert $\Sigma s \frac{dS}{dH} = -l$, $\Sigma s \frac{dS}{dX_2} = 0$, sodafs der Horizontalschub infolge Temperaturwirkung

$$H_t = \frac{EF_c \omega t l}{\Sigma \rho_m y_m^2} \dots \dots \dots 427.$$

wird und seine Angriffslinie mit der durch Gl. 426 bestimmten X-Achse zusammenfällt.

3. Berechnung der Formänderungen. Die vertikale Senkung eines Knotenpunktes *D* infolge einer beliebigen Belastung, welche die Spannungen *S* in den einzelnen Fachwerksstäben hervorruft, ergibt sich aus

$$\Delta y = \Sigma \frac{r}{E} S \bar{s}_x, \dots \dots \dots 428.$$

wenn \bar{s}_x die Spannungen bezeichnet, welche die in *D* angreifende Lasteinheit in dem frei aufliegend gedachten Fachwerke hervorbringen würde. Besteht die äußere Belastung nur aus einer Einzellast *P* im Punkte ξ , so ist

$$S = P \left[\bar{s}_{\xi} + H_{1\xi} u_1 + H_{2\xi} u_2 - H_{3\xi} \frac{e_3}{l} \bar{s} \right].$$

Desgleichen folgt die horizontale Verschiebung von *D* aus

$$\Delta x = \Sigma \frac{r}{E} S w_x, \dots \dots \dots 429.$$

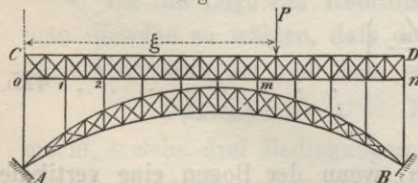
unter w_x die Spannungen verstanden, welche die in *D* horizontal wirkende Lasteinheit in dem frei aufgelagerten Fachwerke hervorbringt.

E. Kombinierte Systeme.

§ 29. Die Verbindung des steifen Bogens mit dem geraden Träger.

1. Allgemeine schärfere Berechnung. Ein steif konstruierter Bogen *AB* (Fig. 84) sei durch Vertikalstäbe 0, 1, 2 bis *n* mit einem geraden Träger *CD* in Verbindung.

Fig. 84.



Die Belastung bestehe aus einer auf den geraden Träger aufgebrachtten Einzellast *P*. Dieselbe überträgt sich durch die Vertikalstäbe teilweise auch auf den Bogen. Wenn man diese vertikalen Stabkräfte $V_0 V_1 V_2 \dots V_n$ nennt und dieselben positiv nimmt, sofern sie auf den Bogen in der Anordnung Fig. 84 abwärts wirkend, also Druckspannungen

¹⁷⁾ Man vergleiche die bereits erwähnte Abhandlung Müller-Breslau's in der Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1884.

Man wird nun wieder für verschiedene Lagen der Einzellast die Einflußlinien der $V_1 V_2 \dots$ und H ermitteln, woraus für jeden Belastungsfall die angreifenden Kräfte sowohl für den Bogen, wie für den geraden Träger leicht abzuleiten sind. Bezeichnet M_v das Moment im Querschnitt x eines geraden, frei aufliegenden Trägers, der mit den Kräften V belastet ist, so wird das auf den Bogen bezogene Moment

$$M'_x = M_v - Hy \dots \dots \dots 435.$$

und das Moment für den geraden Träger

$$M''_x = P \frac{(l-\xi)x}{l} - M_v \dots \dots \dots 436.$$

2. Angenäherte einfachere Berechnung. Nach den im § 18 gegebenen Entwicklungen kann man bei Vernachlässigung der Axialkräfte die Durchbiegung des Bogens in einem Querschnitte in dem Abstände x_1 vom Kämpfer nach der annähernd auch für Fachwerksbogen geltenden Formel

$$\Delta y = \frac{1}{E} \left[\frac{x_1}{l} \int_0^l \frac{M_x}{J'} (l-x) dx - \int_0^{x_1} \frac{M'_x}{J'} (x_1-x) dx \right]$$

berechnen, worin M'_x das auf die Bogenachse bezogene Moment, J' das mit $\cos \tau = \frac{dx}{ds}$ multiplizierte Trägheitsmoment des Bogenquerschnittes bezeichnet. Ebenso erhält man die Durchbiegung des Balkenträgers

$$\Delta y' = \frac{1}{E} \left[\frac{x_1}{l} \int_0^l \frac{M''_x}{J''} (l-x) dx - \int_0^{x_1} \frac{M''_x}{J''} (x_1-x) dx \right],$$

wenn M'' das auf den Balken entfallende Moment und J'' das Trägheitsmoment seines Querschnittes ist. Vernachlässigt man weiter die Längenänderung der Vertikalstäbe, so wird $\Delta y = \Delta y'$ oder

$$\frac{x_1}{l} \int_0^l \left(\frac{M'_x}{J'} - \frac{M''_x}{J''} \right) (l-x) dx - \int_0^{x_1} \left(\frac{M'_x}{J'} - \frac{M''_x}{J''} \right) (x_1-x) dx = 0.$$

Die linke Seite der vorstehenden Gleichung stellt aber das Moment im Querschnitte x_1 eines auf zwei Stützen liegenden Balkens dar, der in jedem Punkte mit der Größe $\frac{M'_x}{J'} - \frac{M''_x}{J''}$ belastet ist. Dieses Moment muß hiernach für alle Querschnitte x_1 , d. i. für alle Punkte, wo eine Verbindung zwischen Bogen und Balken durch Vertikale stattfindet, gleich Null sein. Denkt man sich diese Vertikalen unendlich nahe, so gilt obige Bedingung für jeden Punkt des Balkens, was notwendigerweise verlangt, daß die Belastung in jedem Querschnitte gleich Null, daß also

$$\frac{M'_x}{J'} - \frac{M''_x}{J''} = 0 \dots \dots \dots 437.$$

ist. Die Biegemomente des Bogens und Balkens verhalten sich hiernach so, wie das Trägheitsmoment des ersteren zu dem des letzteren. Sind diese Trägheitsmomente konstant, so stehen auch die beiden Biegemomente in einem konstanten Verhältnisse. Ist dieses Verhältnis

$$\frac{J'}{J''} = i$$

und bezeichnet \mathfrak{M} das Moment der äußeren Belastung für einen auf zwei Stützen liegenden einfachen Träger, M_v wie oben das Moment der Vertikalkräfte V , so hat man nach Gl. 435 und 436

$$\begin{aligned} M''_x &= \mathfrak{M} - M_v \\ M'_x &= i \cdot M''_x = M_v - Hy, \end{aligned}$$

daher
$$M'_x = \frac{\mathfrak{M} - Hy}{1 + i} \quad M_x = \frac{i}{1 + i} (\mathfrak{M} - Hy) \dots \dots \dots 438.$$

Zur Berechnung von H dient bei Vernachlässigung der Wirkung der Axialkräfte im Bogen die Gleichung:

$$\Delta l = \int_0^l \frac{M'_x}{EJ'} y dx = \frac{i}{1 + i} \int_0^l \frac{\mathfrak{M} - Hy}{EJ'} y dx,$$

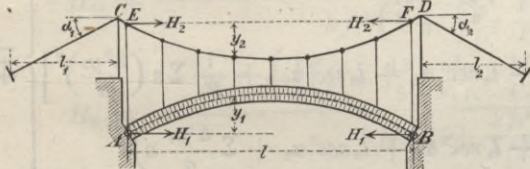
woraus

$$H = \frac{\int_0^l \frac{\mathfrak{M}}{EJ'} y dx - \frac{1 + i}{i} \Delta l}{\int_0^l \frac{y^2}{EJ'} dx} \dots \dots \dots 439.$$

Bei Aufserachtlassung einer Verschiebung der Kämpfer ergibt sich sonach der Horizontalschub mit demselben Werte wie für den direkt belasteten Bogen, der mit keinem Versteifungsträger verbunden ist. Auch die Ermittlung der gefährlichsten Belastungsweise und der grössten Momente ist in derselben Weise vorzunehmen; die Momente auf die Schwerpunktsachse des Bogens erhalten jedoch nur den $\frac{i}{1 + i}$ fachen, die Momente auf den Balken den $\frac{1}{1 + i}$ fachen Wert von jenen für den direkt belasteten Bogen.

§ 30. Die Verbindung des steifen Bogens mit einer Kette. Die bei C und D auf Rollenwagen oder auf Pendelpfeilern gelagerte Kette sei durch lotrechte Hängestangen mit dem Bogen AB verbunden (Fig. 85). Der Horizontalschub des Bogens sei mit H_1 , der Horizontalzug in der Kette mit H_2 bezeichnet. Ferner sei y_1 die Ordinate der Bogenachse bezogen auf die Verbindungslinie der Kämpfer, y_2 die Ordinate des Kettenpolygons, bezogen auf die Verbindungslinie EF . Bei Entwick-

Fig. 85.



lung der nachstehenden Theorie machen wir ebenso, wie bei den vorher behandelten Systemen, die Voraussetzung, dass die Formänderungen geringe genug seien, um ihren Einfluss auf die Gröfse der Momente vernachlässigen zu können. Es bezeichne nun

- λ die Länge eines Kettengliedes,
- a die Entfernung zweier Hängestangen,
- F_k den Querschnitt der Kette im Scheitel,
- F_b den Mittelwert aus den Querschnitten des Bogens,
- F_a den Querschnitt einer Hängestange,
- $J_1 = J \cos \varphi$ das mit dem Cosinus des Neigungswinkels der Bogenachse multiplizierte Trägheitsmoment des Bogenquerschnittes,
- b die Länge der Bogenachse,

dann wird die Spannung des Kettengliedes

$$T = H_2 \frac{\lambda}{a}$$

und jene einer Hängestange

$$S = H_2 \frac{\Delta^2 y_2}{a}.$$

Berücksichtigt man, daß das Moment der Hängestangenkräfte für den Querschnitt xy , des Bogens $= H_2 y_2$ ist, und bezeichnet \mathfrak{M} das Moment der Belastung für einen auf zwei Stützen frei aufliegenden Träger von der Spannweite l , so ergibt sich das Moment für den Bogen mit

$$M = \mathfrak{M} - H_1 y_1 - H_2 y_2 \dots \dots \dots 440.$$

Die Axialkraft im Bogen kann mit hinreichender Genauigkeit $= H_1$ gesetzt werden. Wird ferner angenommen, daß die Wurzelpunkte der Kette in der Richtung der Spannkette um δ_1 bzw. δ_2 nachgeben, daß die Stützen CP_1 und DP_2 sich um δ_3 und δ_4 zusammendrücken, und daß endlich durch ein Nachgeben der Widerlager sich die Spannweite des Bogens um Δl vergrößert, ferner daß die Temperatur von dem spannungslosen Zustande um t° verschieden sei, so ergibt der Satz über die Formänderungsarbeit die nachstehenden beiden Bestimmungsgleichungen:

$$-\Delta l = \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial H_1} = \int_0^l \frac{M}{E J_1} \frac{\partial M}{\partial H_1} dx + \frac{H_1 b}{E F_b} - \omega t b$$

$$-\delta_1 \sec \alpha_1 - \delta_2 \sec \alpha_2 - \delta_3 (tg \alpha_1 + tg \alpha'_1) - \delta_4 (tg \alpha_2 + tg \alpha'_2) = \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial H_2} = \int_0^l \frac{M}{E J_1} \frac{\partial M}{\partial H_2} dx +$$

$$+ \frac{H_2}{E F_k} \Sigma \frac{\lambda^2}{a} + \frac{H_2}{E F_k} (l_1 \sec^2 \alpha_1 + l_2 \sec^2 \alpha_2) + \frac{H_2}{E F_s} \Sigma \left(\frac{\Delta^2 y_2}{a} \right)^2 s +$$

$$+ \omega t \left(\Sigma \frac{\lambda^2}{a} + l_1 \sec^2 \alpha_1 + l_2 \sec^2 \alpha_2 + \Sigma \frac{\Delta^2 y_2}{a} s \right),$$

oder wenn man zur Abkürzung

$$\delta_1 \sec \alpha_1 + \delta_2 \sec \alpha_2 + \delta_3 (tg \alpha_1 + tg \alpha'_1) + \delta_4 (tg \alpha_2 + tg \alpha'_2) = \Delta k$$

und für M den Ausdruck 440 einsetzt:

$$\left. \begin{aligned} H_1 \left[\int_0^l \frac{y_1^2 dx}{J_1} + \frac{b}{F_b} \right] + H_2 \int_0^l \frac{y_1 y_2}{J_1} dx &= \int_0^l \frac{\mathfrak{M} y_1 dx}{J_1} - E \cdot \Delta l + E \omega t b \\ H_1 \int_0^l \frac{y_1 y_2}{J_1} dx + H_2 \left[\int_0^l \frac{y_2^2 dx}{J_1} + \frac{1}{F_k} \left(\Sigma \frac{\lambda^2}{a} + l_1 \sec^2 \alpha_1 + l_2 \sec^2 \alpha_2 \right) + \frac{1}{F_s} \Sigma s \left(\frac{\Delta^2 y_2}{a} \right)^2 \right] &= \int_0^l \frac{\mathfrak{M} y_2 dx}{J_1} - E \Delta k - E \omega t \left(\Sigma \frac{\lambda^2}{a} + l_1 \sec^2 \alpha_1 + l_2 \sec^2 \alpha_2 + \Sigma \frac{\Delta^2 y_2}{a} s \right). \end{aligned} \right\} 441.$$

Diese beiden Gleichungen bestimmen die beiden Horizontalkräfte H_1 und H_2 .

Besteht die äußere Belastung nur aus einer Einzellast, so können die bestimmten Integrale $\int \frac{\mathfrak{M} y_1}{J_1} dx$ und $\int \frac{\mathfrak{M} y_2}{J_1} dx$, wie an früherer Stelle gezeigt wurde, als die Momente eines Trägers auf zwei Stützen, der mit den Größen $\frac{y_1}{J_1}$ bzw. $\frac{y_2}{J_1}$ belastet ist, aufgefaßt und dementsprechend durch Seilpolygone dargestellt werden.

Wird in der ersten der Gleichungen 441 $y_2 = 0$ gesetzt, so geht dieselbe in die Formel für den einfachen Bogen mit Kämpfergelenken über. Setzt man in der zweiten dieser Gleichungen $y_1 = 0$, so erhält man die Näherungsformel für die Horizontalkraft in einer mit einem geraden Balken verbundenen Kette.

Für den Fall, daß Bogen und Kette eine parabolische Grundform haben, ersterer mit der Pfeilhöhe f_1 , letztere mit der Pfeilhöhe f_2 , wird für ein konstantes Trägheitsmoment des Bogens

$$\int_0^l \frac{y_1^2 dx}{J_1} = \frac{8 f_1^2 l}{15 J_1} \quad \int_0^l \frac{y_2^2 dx}{J_1} = \frac{8 f_2^2 l}{15 J_1} \quad \int_0^l \frac{y_1 y_2}{J_1} dx = \frac{8 f_1 f_2 l}{15 J_1},$$

ferner für eine im Abstände ξ vom Kämpfer A liegende Einzellast P

$$\int_0^l \frac{\mathfrak{M} y_1 dx}{J_1} = \frac{f_1 \xi (l - \xi) (l^2 + l\xi - \xi^2)}{3 l^2 J_1} P, \quad \int \frac{\mathfrak{M} y_2 dx}{J_1} = \frac{f_2 \xi (l - \xi) (l^2 + l\xi - \xi^2)}{3 l^2 J_1} P.$$

Setzt man $\Sigma \frac{\lambda^2}{a} + l_1 \sec^2 \alpha_1 + l_2 \sec^2 \alpha_2 + \frac{F'_k}{F'_s} \Sigma s \left(\frac{\Delta^2 y_2}{a} \right)^2$ mit Vernachlässigung des von der Längenänderung der Hängestangen herrührenden Gliedes und für eine kontinuierliche Krümmung der Kette =

$$l \left(1 + \frac{16}{3} \frac{f_2^2}{l^2} \right) + l_1 \sec^2 \alpha_1 + l_2 \sec^2 \alpha_2 = k \quad \dots \quad 442.$$

ferner $\Delta l = \Delta k = 0$ und $t = 0$, so ergibt die Auflösung der beiden Gleichungen 441

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= \frac{5}{8} \frac{P \xi (l - \xi) (l^2 + l\xi - \xi^2)}{f_1 l^3 \left[1 + \frac{b f_2^2}{k f_1^2} \frac{F'_k}{F'_b} + \frac{15}{8} \frac{b}{l} \frac{J_1}{F'_b f_1^2} \right]} \\ H_2 &= \frac{5}{8} \frac{P \xi (l - \xi) (l^2 + l\xi - \xi^2)}{f_2 l^3 \left[1 + \frac{k f_1^2}{b f_2^2} \frac{F'_b}{F'_k} + \frac{15}{8} \frac{k}{l} \frac{J_1}{F'_k f_2^2} \right]} \end{aligned} \right\} \dots \quad 443.$$

Die beiden Horizontalkräfte stehen hiernach zu einander in einem konstanten Verhältnisse und zwar ist

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{k f_1 F'_b}{b f_2 F'_k} \quad \dots \quad 444.$$

Dieses Verhältnis wird für jede beliebige Belastung stattfinden.

Der Einfluß der Temperatur, sowie einer Verschiebung der Widerlager und eines Nachgebens der Wurzelpunkte bedingt das Auftreten von Horizontalkräften, welche sich aus nachstehenden Formeln berechnen:

$$\left. \begin{aligned} H_{1,t} &= \frac{E F'_k f_2^2 \left[\left(1 + \frac{15}{8} \frac{J_1}{F'_k f_2^2} \frac{k}{l} \right) (\omega t b - \Delta l) + \frac{f_1}{f_2} (\omega t k + \Delta k) \right]}{k f_1^2 \left(1 + \frac{b f_2^2}{k f_1^2} \frac{F'_k}{F'_b} + \frac{15}{8} \frac{b}{l} \frac{J_1}{F'_b f_1^2} \right)} \\ H_{2,t} &= - \frac{E F'_b f_1^2 \left[\left(1 + \frac{15}{8} \frac{J_1}{F'_b f_1^2} \frac{b}{l} \right) (\omega t k + \Delta k) + \frac{f_2}{f_1} (\omega t b - \Delta l) \right]}{b f_2^2 \left(1 + \frac{k f_1^2}{b f_2^2} \frac{F'_b}{F'_k} + \frac{15}{8} \frac{k}{l} \frac{J_1}{F'_k f_2^2} \right)} \end{aligned} \right\} \dots \quad 445.$$

Setzt man, entsprechend der Gl. 444, $H_2 = C \cdot H_1$, wobei

$$C = \frac{b f_2 F'_k}{k f_1 F'_b},$$

so berechnet sich das Moment für den Querschnitt xy_1 des Bogens aus

$$M = \mathfrak{M} - H_1 (y_1 + C y_2), \quad \dots \quad 446.$$

woraus sich für die Bestimmung der Momente und der gefährlichsten Belastungsweisen hinsichtlich des Bogens die folgende Regel ergibt: Man vergrößere die Pfeilhöhe des Bogens um $C f_2 = \frac{b f_2 F'_k}{k f_1 F'_b} \cdot f_2$ und nehme die so erhaltene Parabel als die Achse eines Bogens an, für welchen mit Hilfe des durch Gl. 443 gegebenen Horizontalschubes H_1 die größten Momente, bezw. Spannungen in bekannter Weise zu bestimmen sind.

Bei Berechnung des Temperatureinflusses hat man nicht zu übersehen, daß sich ein negatives H_2 bei schlaffer Kette und schlaffen Hängestangen nicht auf den Bogen übertragen kann. Wird sonach infolge Temperaturerhöhung H_2 negativ, so wird die Kette wirkungslos und es verhält sich dann dieses Trägersystem wie ein einfacher Bogen mit Kämpfergelenken. Es läßt sich leicht nachweisen, daß dieser Fall schon für ganz mäßige Temperaturerhöhungen eintritt und daß die Kette selbst unter einer

totalen Belastung des Trägers schlaff werden kann, wenn nicht gleichzeitig ein Nachgeben der Widerlager des Bogens stattfindet oder wenn nicht die Kette eine künstliche Anspannung erhalten hatte. Die Horizontalkraft in der Kette infolge Temperaturänderung wird nämlich größer als jene infolge Belastung (mit q pro lfd. m), wenn

$$E \omega t \left[\frac{F_b (f_1 k + f_2 b) f_1}{b f_2^2} + \frac{15}{8} \frac{J_1 k}{f_2 l} \right] > \frac{1}{8} q l^2$$

oder mit $J_1 = F_b \frac{h^2}{4}$ und $\sigma' F_b = \frac{1}{8} \frac{q l^2}{f_1}$, wenn

$$\frac{E \omega t}{\sigma'} \left[1 + \frac{k f_1}{b f_2} + \frac{15}{32} \frac{h^2 k}{f_1 f_2 l} \right] > 1$$

ist. σ' bezeichnet hier annähernd die mittlere Spannung, welche durch eine totale Belastung q im Scheitelquerschnitte des Bogens hervorgerufen wird. Diese Spannung wird für einen schmiedeisernen Bogen mit Rücksicht auf das Hinzutreten der Temperaturwirkung wohl nicht höher als mit etwa 500 kg pro qcm anzunehmen sein. Setzt man den Klammerausdruck angenähert = 2, so dürfte hiernach die Temperaturerhöhung nicht über

$$t = \frac{\sigma'}{2 E \omega} = \frac{500}{2 \cdot 24} = 10^6$$

betragen, wenn die Kette nicht schlaff werden soll. Da aber in Wirklichkeit wesentlich größere Temperaturschwankungen zu gewärtigen sind, so geht daraus hervor, daß die Wirkung der Kette nur eine unvollkommene sein wird und daß dieses Trägersystem demnach überhaupt nicht als ein vorteilhaftes zu bezeichnen ist.

Zu beachten ist noch, daß die Pfeilhöhen f_2 und f_1 der Kette und des Bogens in einem bestimmten Verhältnisse stehen müssen, damit die größten Inanspruchnahmen des Materials in den beiden Systemteilen annähernd gleich ausfallen oder bestimmte Werte erhalten. Setzt man zur Abkürzung $N = 1 + \frac{b f_2^2 F_k}{k f_1^2 F_b} + \frac{15}{8} \frac{b}{l} \frac{J_1}{F_b f_1^2}$, so wird die größte Beanspruchung der Kette bei totaler Belastung mit Vernachlässigung der Temperaturspannung

$$\sigma_k = \frac{1}{8} \frac{q l^2}{f_1 N} \frac{b f_2}{k f_1 F_b}.$$

Desgleichen ergibt sich die größte Beanspruchung im Scheitelquerschnitte des Bogens bei schlaffer Kette annähernd aus

$$\sigma_b = \frac{2 q l^2 + 15 E \omega t F_b h}{16 F_b f_1 \left(N - \frac{b f_2^2 F_k}{k f_1^2 F_b} \right)}.$$

Man hat sonach

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_k} = \left(1 + \frac{15}{16} \frac{E \omega t h}{\sigma' f_1} \right) \frac{N}{N - \frac{b f_2^2 F_k}{k f_1^2 F_b}} \frac{k f_1}{b f_2}$$

oder angenähert

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_k} = \left(1 + \frac{15}{16} \frac{960}{500} \frac{h}{f_1} \right) 2 \frac{k f_1}{b f_2}.$$

Sollen Kette und Bogen die gleiche Inanspruchnahme erfahren, so müßte

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{b}{2k} \frac{1}{1 + 1,8 \frac{h}{f_1}}$$

sein, die Pfeilhöhe des Bogens dürfte mithin nur $\frac{1}{2}$ bis $\frac{1}{3}$ der Pfeilhöhe der Kette betragen.

Anhang.

Anwendung der Theorie der elastischen Bogenträger auf die Gewölbe.

(Hierzu 2 Holzschnitte.)

Die im Vorstehenden entwickelte Theorie der eisernen Bogenträger, welche von den aus der Elasticität des Materials entspringenden Formänderungen ausgeht, macht hinsichtlich des Materials keine andere Voraussetzung, als daß dasselbe innerhalb derjenigen Beanspruchungen, welche es in der Praxis erfährt, als vollkommen elastisch anzusehen ist. Träfe diese Voraussetzung in demselben Maße, wie bei den metallischen Konstruktionen auch bei Steinmaterial und bei Mauerwerk zu, so könnte die obige Theorie der elastischen vollwandigen Bögen mit derselben Berechtigung auch auf die steinernen Bögen angewendet werden und es wären nur etwa gewisse Vernachlässigungen, welche man sich bei den eisernen Bögen infolge der im Verhältnis zum Radius geringen Querschnittsdimensionen erlauben könnte, hier allenfalls wieder in Erwägung zu ziehen.

Das elastische Verhalten des Steinmaterials, über welches bereits Tredgold und Bevan bestimmte Angaben machen, erscheint durch die Festigkeitsuntersuchungen Bauschingers¹⁾ außer Zweifel gestellt. Die natürlichen und die künstlichen Bausteine sind innerhalb der Grenzen der üblichen Beanspruchung als ziemlich vollkommen elastische Körper anzusehen und man ist demnach zu dem Schlusse berechtigt, daß sich auch die Druckverteilung in glatten, ebenflächigen Steinfugen nach dem Elasticitätsgesetze, bezw. mit den vereinfachenden Annahmen der Navier'schen Hypothese nach den in § 10 durch die Gleichungen 133 ausgedrückten Regeln bestimmt. Ein Gewölbe aus vollkommenem, d. i. mit Ausschluß von Mörtel hergestelltem Quadermauerwerk wird sich sonach wie ein elastischer Bogen verhalten, wenigstens insoweit als in den Fugenflächen durchaus Pressungen auftreten und die Formänderungen gewisse Grenzen nicht überschreiten. Dasselbe gilt auch für Gewölbe aus homogenem Gufsmauerwerk, vorausgesetzt, daß dieses vollständig erhärtet ist, bevor Kräfte darauf einwirken. Man hat es aber selten mit derartigen Gewölben, sondern meist mit solchen aus mehr oder weniger unhomogenem, aus Steinen und Mörtel bestehenden Mauerwerk zu thun, und es fragt sich, ob auch auf diese die Elasticitätstheorie angewendet werden dürfe. Die Beobachtungen der elastischen Formänderungen an bestehenden gemauerten Bauwerken, welche Köpcke vornahm²⁾, sowie jene Perrodil's an einem gemauerten Versuchsbogen³⁾ bejahen diese Frage insofern, als sie erkennen lassen, daß auch Mauerwerk bei einem entsprechenden Erhärtungsgrade des Mörtels sich wie ein elastischer Körper verhält. Wäre aber in dem Mauerwerke auch nur eine unvollkommene Elasticität vorhanden, was übrigens bei geringer Erhärtung des Mörtels auch wahrscheinlich ist, so werden im wesentlichen die gleichen Gesetze über die Druckverteilung wie bei vollkommen elastischem Materiale gelten, falls

¹⁾ Mitteilungen aus dem mechanisch-technischen Laboratorium zu München, X. Heft.

²⁾ Die Messung von Bewegungen an Bauwerken mit der Libelle. Protokolle des sächs. Ing.-Ver. 1877.

³⁾ Arc d'experience, Rapport de M. de Perrodil. Ann. des ponts et chaussées 1882.

man nun überhaupt voraussetzen kann, daß das Verhalten in der ganzen Mauer-
 masse ein gleichmäßiges und daß auch die bleibende Zusammendrückung den Druckkräften
 proportional ist. Ja man gelangt, wie Foeppl⁴⁾ zeigt, zu Resultaten, die von jenen eines
 elastischen Bogens im Wesen nicht verschieden sind, wenn man die Wölbsteine als
 starre Körper ansieht und nur dem Mörtel eine den Fugenpressungen proportionale Zu-
 sammendrückung beilegt. Allerdings liegen die Verhältnisse in Wirklichkeit komplizier-
 ter; das Mauerwerk besteht aus verschieden elastischem und bei unvollkommener Er-
 härtung des Mörtels auch noch ungleichmäßig preßbarem Material und während der
 Ausführung eines Gewölbes können sich leicht störende Einflüsse auf die Druckvertei-
 lung in den Fugen geltend machen. Zudem kann auf eine Zugfestigkeit des Mörtels
 nur in ganz geringem Grade gerechnet werden. Wenn daher die Lage der Drucklinie

Fig. I.



das Auftreten von Zugspannungen in einem Teile des Gewölbbogens
 ergeben würde, so ist dieser Teil als nicht mehr dem Gewölbe ange-
 hörig zu betrachten und zur Belastung zu rechnen (Fig. I). Die Schwier-
 rigkeit besteht hier darin, daß man die Drucklinie eines Bogens zu
 ermitteln hat, dessen nutzbare Querschnitte wieder von der Lage dieser
 Drucklinie abhängen. Man wird sich hier mit wiederholter Annäherung
 behelfen müssen. Mit Berücksichtigung aller dieser Umstände läßt sich

daher nicht erwarten, daß die Theorie hier eine ebenso exakte Handhabe zur Beurteil-
 ung der statischen Verhältnisse bieten werde, wie bei einem Bogen aus homogenem
 elastischen Materiale; immerhin wird man aber auf Grund der obenerwähnten Unter-
 suchungen die Resultate der für einen solchen Bogen entwickelten Theorie auch auf die
 Gewölbebögen übertragen können und damit unter allen bisherigen Gewölbetheorien den
 thatsächlichen Verhältnissen unstreitig am nächsten kommen. Die Anschauung, daß eine
 richtige Gewölbetheorie auf die Elasticitätsgesetze zu gründen sei, wurde schon von
 Poncelet (1852) ausgesprochen, doch erst von späteren Autoren (Winkler, Culmann,
 Schwedler u. a.) weiter ausgeführt und zur wirklichen Aufstellung einer solchen Theorie
 verwertet. Dieselbe wird gegenwärtig wohl überall dort in Anwendung gebracht, wo
 es sich um schärfere statische Untersuchungen von Gewölbebögen handelt.

Wie oben bemerkt wurde, hat man die Aufgabe zunächst dadurch zu vereinfachen,
 daß man von den etwa vorhandenen störenden Einflüssen vorläufig absieht und sich das
 Gewölbe in einem gewissen Normalzustande denkt. Hinsichtlich dieses setzen wir vor-
 aus, daß außer der Belastung keine Ursachen vorhanden sind, welche die Lage und
 Gestalt der Stützlinie beeinflussen. Man hat sich sonach zu denken, daß in einem sol-
 chen Gewölbe, solange es noch vom Lehrgerüste getragen wird, zwar gleichmäßig ge-
 schlossene Fugen, aber noch keine Fugendrucke existieren, daß der Mörtel vollständig er-
 härtet ist, und daß nach dem Ausrüsten kein Nachgeben der Widerlager stattfindet.

Die nachstehenden Erörterungen beziehen sich ferner auf ein Tonnengewölbe, wel-
 ches wir strenge genommen als unendlich lang voraussetzen müssen, um die zu den
 Stirnflächen des Gewölbes parallelen Schubspannungen vernachlässigen und die Aufgabe
 auf die Behandlung eines elastisch veränderlichen, ebenen Systems zurückführen zu
 können. Auf ein solches Gewölbe lassen sich nun die Ergebnisse der in den Paragraphen
 19 bis 21 für den eingespannten, vollwandigen Bogen entwickelten Theorie unmittelbar
 anwenden. Es wird hierbei nur die Besonderheit eintreten, daß die Belastung des
 Bogens stetig, aber ungleichmäßig verteilt anzunehmen ist. Diese Belastung setzt sich
 nämlich zusammen aus dem Eigengewichte des Gewölbes, aus dem Drucke der Über-

⁴⁾ Foeppl. Theorie der Gewölbe. Leipzig 1881.

schüttung und aus der zufälligen Belastung. In den meisten Fällen genügt es, den Druck der Überschüttung in jedem Punkte vertikal gerichtet und gleich dem Gewichte derselben anzunehmen, nur bei Bögen mit hohem Pfeil und bei großer Überschüttungshöhe ist diese Belastung nach der Theorie des Erddruckes zu bestimmen.⁵⁾ Jedenfalls kann man aber bei gegebener Gewölbeform die vertikalen Komponenten der Belastung, welche sich aus den obenerwähnten drei Teilen zusammensetzt, für jeden Punkt der Bogenachse ermitteln und, auf das spezifische Gewicht des Wölbmaterials reduziert, durch die Ordinaten einer Belastungsfläche darstellen. Für diese Belastung ist nun die im Gewölbe auftretende Drucklinie zu bestimmen.

a. Allgemeines graphisches Verfahren. Die Wirkung einer beliebig verteilten Belastung läßt sich bekanntlich am einfachsten aus den für eine Einzellast entwickelten Einflußlinien ableiten. Diese Einflußlinien und zwar jene der Größen H , X_1 und X_2 (man vergl. § 19, Gl. 262) bestimmen sich für den eingespannten Bogen nach der im § 19 unter 1. (Fig. 54) mitgeteilten Konstruktion. Letztere gilt, mit den dort näher bezeichneten vereinfachenden Annahmen hinsichtlich der Axialkraft, allgemein für eine beliebige Bogenform und ein variables Trägheitsmoment, also für beliebig wechselnde Bogenstärke. Die so erhaltenen Einflußlinien sind alsdann im Verhältnisse der Belastungen zu reduzieren. Ist nämlich g die Belastungsordinate an einer beliebigen Stelle, G die Strecke $n_0 n_1$ (Fig. 54), welche die Lasteinheit darstellt, so hat man die Ordinaten der Einflußlinien mit dem Verhältnisse $\frac{g}{G}$ zu multiplizieren, was durch eine einfache geometrische Konstruktion geschehen kann. Die Flächen der so reduzierten Einflußlinien bestimmen nunmehr die für die verteilte Belastung geltenden Größen

$$\mathfrak{S} = \Sigma H \frac{g}{G}, \quad \mathfrak{x}_1 = \Sigma X_1 \frac{g}{G}, \quad \mathfrak{x}_2 = \Sigma X_2 \frac{g}{G}$$

und mit diesen ist auch die Seilcurve der Belastung oder die Drucklinie gegeben, da sich deren Schlußlinie (man vergl. Fig. 54) aus $z_0 = \frac{\mathfrak{x}_2}{\mathfrak{S}} \cdot \frac{G}{n}$ (wenn die Poldistanz von Fig. 54^b gleich $\frac{1}{n} \Sigma v''$ gewählt wurde) und $e_2 - e_1 = \frac{\mathfrak{x}_1}{\mathfrak{S}} \cdot \frac{G}{pq} \cdot l$ (vergl. Fig. 54^k) bestimmt. Der Kräftemaßstab für \mathfrak{S} ist durch die Belastungsfläche gegeben.

Ist bei symmetrischer Bogenform auch die Belastung eine zur Mittellinie symmetrische, so wird $\mathfrak{x}_1 = 0$ und zur Verzeichnung der Drucklinie genügt die Bestimmung von \mathfrak{S} und z_0 . Ist in diesem Falle überdies noch die Bedingung erfüllt, daß $J' = J \cos \varphi$ konstant ist, was dann zutrifft, wenn die Gewölbestärke im Maße von $\sqrt[3]{\sec \varphi}$ gegen den Kämpfer zunimmt, so kann auch von dem mit einer geringfügigen Vernachlässigung aus der ersten der Gleichungen 261 folgenden Satze Gebrauch gemacht werden, daß die Flächen zwischen Bogenachse und Drucklinie sich ausgleichen ($\int M dx = 0$). Man kann sich dann damit begnügen, nur den Horizontalschub \mathfrak{S} zu bestimmen, für diesen die Seilcurve der Belastung (am besten auf Pauspapier) verzeichnen und letztere dann in eine solche Lage zur Bogenachse bringen, daß sich die zwischen beiden Kurven eingeschlossenen Flächen dem Augenmaße nach ausgleichen. Das oben angegebene direkte Verfahren zur Bestimmung der Lage der Drucklinie dürfte aber in der Regel vorzuziehen sein.

Von anderen graphischen Verfahren zur Ermittlung der Drucklinie eines Gewölbes auf Grund der Elasticitätstheorie sind noch jene von Culmann⁶⁾, Steiner⁷⁾

⁵⁾ Über Tunnelgewölbe vergl. Gröger. Die Statik der Tunnelgewölbe in druckreichem Gebirge. Prag 1881.

⁶⁾ Graphische Statik. 2. Aufl. 1. Band.

⁷⁾ Veröffentlicht durch Hübl, Allg. Bauz. 1878.

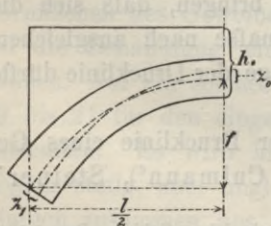
und Foeppl zu erwähnen. Das etwas umständliche Foeppl'sche Verfahren macht von dem für konstantes Trägheitsmoment und bei Vernachlässigung der Axialkräfte geltenden Satze (s. S. 85) Gebrauch, daß die Schwerpunkte der von der Bogenachse und der Drucklinie begrenzten Flächen aufeinander fallen müssen. Die Methode nach Steiner gilt für die gleichen beschränkenden Voraussetzungen und ist dem oben mitgeteilten allgemeineren Verfahren ähnlich.

b. Rechnerische Ermittlung der Drucklinie. Eine strenge Elasticitätstheorie eines aus isotropem Materiale gedachten Bogens stößt auf Schwierigkeiten, welche eine allgemeine Lösung nicht zulassen.⁸⁾ Man muß sich mit den näherungsweise Annahmen (§ 9), welche überhaupt der gewöhnlichen Biegungstheorie zu Grunde gelegt werden, begnügen und kann dies für die Fälle der praktischen Anwendung auf Gewölbe umso eher thun, als daselbst, wie oben erwähnt wurde, noch ganz andere störende und der Rechnung sich entziehende Einflüsse auftreten. Die Resultate dieser im § 19 entwickelten Theorie werden übrigens als ganz scharf bezeichnet werden können, wenn die Dicke des Gewölb Bogens im Verhältnis zu dessen Krümmungsradius klein ist.

Die im genannten Paragraph enthaltenen Formeln geben den Horizontalschub und die Kämpfermomente, welche bei einem gewichtslos gedachten Bogen durch eine Einzelast hervorgerufen werden. Man wird diese Formeln direkt auf die Gewölbe anwenden können, indem man durch Teilung der Belastungsfläche in Streifen sich die Belastung des Gewölbes durch Einzellasten ersetzt denkt und deren Einfluß summiert. Für den zumeist vorkommenden Fall eines Gewölbes mit kreisförmiger Achse, gleich hohen Kämpfern und annähernd konstanter Dicke gelten die genauen Formeln 310 bis 313 zur Bestimmung des Einflusses einer Einzellast. Es ist darin auch der Einfluß einer Temperaturänderung, sowie einer Verschiebung und Verdrehung der Widerlager ausgedrückt, welcher aber vorläufig unberücksichtigt zu bleiben hätte. Für Gewölbe mit im Verhältnis zum Radius nicht zu großer Dicke kann in diesen Formeln auch die Größe W durch $J = \frac{1}{12} d^3$ ersetzt werden, s. S. 45. Durch Summierung der für die einzelnen Belastungselemente berechneten Werte von H , M_1 und M_2 erhält man nun diese Größen für das in Betracht gezogene Gewölbe und mit diesen ist auch die Lage und Gestalt der Drucklinie gegeben.

Mit mehr oder weniger näherungsweise Annahmen und Vernachlässigungen lassen sich auch direkte Formeln zur Bestimmung des in einem Gewölbe auftretenden Horizontalschubes, sowie der Lage der Drucklinie aufstellen, welche in vielen Fällen ausreichen. Zunächst möge unter diesen Näherungsregeln des bereits auf S. 85 citierten Satzes von Winkler Erwähnung geschehen, wonach jene Drucklinie nahezu die richtige ist, für welche die Summe der Quadrate der Abweichungen von der Bogenachse ein Minimum wird. Dieser Satz gilt für konstantes Trägheitsmoment und bei Vernachlässigung der Wirkung der Axialkräfte. Die genauere Bedingung lautet auf Grund des Satzes von der kleinsten Formänderungsarbeit

Fig. II.



$$\mathfrak{A} = \int \frac{M^2}{EJ} ds + \int \frac{P^2}{EF} ds = \min.$$

Wir nehmen ein kreisförmiges Segmentgewölbe an, dessen Scheitelstärke d sei und denken uns die Belastung des Gewölbes annähernd durch eine horizontal abgeglichen, auf das spez. Gewicht γ des Steinmaterials reduzierte Überschüttung repräsentiert (Fig. II). Die Belastungshöhe im Scheitel sei mit h_0 , jene an den Kämpfern $h_0 + f$ bezeichnet. Dann kann

⁸⁾ Man vergl. Foeppl a. a. O. S. 56—75.

näherungsweise für die Belastung pro Flächeneinheit im Abstände x vom Scheitel gesetzt werden: $q_x = \gamma \left(h_0 + 4f \frac{x^2}{l^2} \right)$. Wir nehmen ferner $F = d$ konstant und $J = \frac{1}{12} d^3 \frac{ds}{dx}$ an und führen die Axialkraft mit $P = -H \frac{ds}{dx}$ ein. Aus $\mathcal{A} = \min$ folgen durch Differentiation die beiden Bestimmungsgleichungen für H und M_1 , aus welchen sich schliesslich die Ausdrücke ableiten⁹⁾

$$H = \frac{(8 - 10n^2)f}{60 \varepsilon d^2 + 20(2 - 2n^2 - n^4)f^2} \gamma \left(h_0 + \frac{1}{5} f \right) l^2$$

$$M_1 = \frac{5 \varepsilon d^2 - 2(1 - n^2)f^2}{60 \varepsilon d^2 + 20(2 - 2n^2 - n^4)f^2} \gamma \left(h_0 + \frac{1}{5} f \right) l^2,$$

worin $n = \frac{2f}{l}$, $\varepsilon = \frac{1+n^2}{1-n^2}$ bezeichnet und die für die kreisförmige Bogenachse geltenden Näherungsausdrücke, für die Fläche über der Sehne $\frac{l^2}{6}(4+n^2)$, für deren statisches Moment $\frac{1}{12} l f^2 (3+n^2)$ eingeführt wurden.

Hiermit bestimmt sich auch die Lage der Drucklinie; man erhält nämlich näherungsweise für ihre Abstände von der Bogenachse:

in der Kämpferfuge (positiv nach innen gerechnet)

$$z_1 = \frac{M_1}{H} \frac{(1+n^2)H}{(1-n^2)H + n \left(h_0 + \frac{1}{3} f \right) \gamma l},$$

in der Scheitelfuge (positiv nach aufsen gerechnet)

$$z_0 = \frac{\frac{1}{8} \left(h_0 + \frac{1}{6} f \right) \gamma l^2 - M_1}{H} - f.$$

c. Störende Einflüsse. Der oben betrachtete, vollkommen normale Zustand eines Gewölbes ist in Wirklichkeit selten anzutreffen. Es sind namentlich drei Ursachen, welche, von besonderen Ausführungsmängeln, welche sich rechnermässig nicht näher verfolgen lassen, abgesehen, die Lage und Gestalt der Drucklinie beeinflussen können, nämlich

1. eine Senkung des Lehrgerüsts bei schon teilweise erhärteten Fugen im Gewölbsanlaufe,
2. ein Nachgeben, Verschieben oder Verdrehen der Widerlager und
3. grosse Temperaturänderungen.

Die Wirkung dieser störenden Ursachen auf das Gewölbe äussert sich darin, dass eine Verdrehung $\delta\varphi$ der Kämpferfugen und eine horizontale Verschiebung δl der Widerlager stattfindet. Bezeichnet nämlich s die vor Schluss des Gewölbes, aber schon bei teilweiser Erhärtung der Mörtelfugen eingetretene Senkung des Lehrgerüsts am Scheitel, so wird derselben eine Verdrehung der Gewölbschenkel um

$$\delta\varphi = s \cdot \frac{2l}{l^2 + 4f^2} = \frac{s}{l} \frac{2}{1+n^2}$$

entsprechen. Wir nehmen dieselbe positiv, wenn sie den Centriwinkel des Bogens vergrößert und zählen ebenso die Verschiebung des Widerlagers positiv, wenn sie nach aufsen gerichtet ist.

Für einen kreisförmigen Gewölbbogen von konstanter Dicke berechnen sich die hierdurch bewirkten Änderungen in H und M_1 aus den Gleichungen 310 und 311, und zwar aus jenen Gliedern, welche $c_1 = 2\delta\varphi$ und $c_2 = 2\delta l$ enthalten.

Für ein kreisförmiges Segmentgewölbe lassen sich mit Benutzung der obigen Näherungsausdrücke auch die angenäherten Formeln ableiten:

$$\Delta H = - \frac{\delta l + 2f(4+n^2)\delta\varphi}{[60 \varepsilon d^2 + 20(2 - 2n^2 - n^4)f^2]l} 120 E d^3$$

$$\Delta M_1 = \frac{2f(4+n^2)\delta l + [\varepsilon d^2 + 2f^2(3+n^2)]\delta\varphi}{[60 \varepsilon d^2 + 20(2 - 2n^2 - n^4)f^2]l} 10 E d^3.$$

⁹⁾ Siehe des Verfassers: „Beitrag zur Gewölbetheorie.“ Wochenschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1885, S. 262.

Würde die Formänderung so weit gehen, daß die in der Kämpferfuge auftretenden Zugspannungen die Mörtelfestigkeit überwinden, so wird sich daselbst der Querschnitt so wesentlich vermindern, daß sich das Gewölbe dann mehr oder weniger wie ein Zweigelenkbogen verhält.

Über den Elasticitätskoeffizienten E des Mauerwerks liegen nur wenige und überdies sehr weit auseinandergehende Angaben vor. Köpcke ermittelt denselben aus seinen Beobachtungen an Bauwerken mit rund 70 000 kg pro qcm, Perrodil fand aus Druckversuchen mit aus Ziegeln und Portlandcement angefertigten Mauerwerkskörpern $E = 5260$ bis 9650 kg, dagegen aus Beobachtungen an einem aus gleichem Materiale hergestellten Versuchsbogen von 20 m Spannweite $E = 19 000$ bis 30 000 kg pro qcm. Jedenfalls dürfte nebst der Qualität der Materialien der Erhärtingsgrad des Mörtels, bezw. das Alter des Mauerwerks, dessen Feuchtigkeitszustand u. s. w. dabei eine wichtige Rolle spielen.¹⁰⁾

Über die Durchführung der statischen Untersuchung eines Gewölbes und die daraus auf dessen Stabilität zu ziehenden Schlüsse ist folgendes zu bemerken: Man setze einen normalen Zustand des Gewölbes voraus und bestimme für diesen die Drucklinien, welche bei vollständiger Belastung und, wenn eine solche möglich ist, auch bei teilweiser Belastung durch die zufällige Last auftreten. Bezüglich letzterer genügt es dann meist, nebst der vollständigen Belastung nur den einen Belastungsfall in Betracht zu ziehen, daß die halbe Spannweite belastet ist. Diese Drucklinien sollen in ihrem ganzen Verlaufe innerhalb des mittleren Drittels der Gewölbstärke fallen, damit in den Fugen durchaus Pressungen entstehen. Durch eine entsprechende Form und Stärke des Gewölbes wird man diese Bedingung immer erfüllen können; bei kreisförmigen Segmentbögen würde hierfür in der Regel eine ziemlich geringe Gewölbstärke genügen, und man hat letztere dann so zu bestimmen, daß der Druckfestigkeit des Materials Rechnung getragen wird. Außerdem empfiehlt es sich aber, auch die Veränderungen an den Drucklinien in Rücksicht zu ziehen, welche ungünstigenfalls durch kleine Formänderungen des Lehrgerüstes, durch Temperaturänderungen u. s. w. herbeigeführt werden können. Mit welchen Maßen diese Faktoren, bezw. mit welchen Werten die Größen δl und $\delta \varphi$ hierbei in Rechnung gestellt werden sollen, hängt von der Beurteilung des einzelnen Falles ab. Jedenfalls hat man sich aber zu vergegenwärtigen, daß die erwähnten Einflüsse, auch bei geringer Größe der Formänderungen, sehr bedeutend werden können. Ihre Wirkung äußert sich dahin, daß die Drucklinie im Scheitel gehoben wird, also an die äußere Gewölbleibung rückt, im Kämpfer dagegen sich der inneren Leibung nähert. Überwinden die dabei auftretenden Zugspannungen die Kohäsion des Mörtels, so muß ein Klaffen der Fugen entstehen und thatsächlich zeigen dies die Haarrisse an, welche man bei vielen Gewölben an den äußeren Leibungen in der Nähe der Kämpfer beobachten kann, namentlich dann, wenn daselbst bei Schluß des Gewölbes schon eine teilweise Erhärtung des Mörtels stattgefunden hat.

Um dem schädlichen Einflusse dieser Störungen zu begegnen oder wenigstens ihn zu begrenzen, sind verschiedene Mittel und Ausführungsarten der Gewölbe teils in Vorschlag, teils auch schon in Anwendung gebracht worden, welche in § 27 des III. Kapitels besprochen sind.

¹⁰⁾ Man vergleiche in der ersten Abteilung dieses Bandes (2. Aufl.) Kap. II, S. 126.

Litteratur

Theorie der Bogen und Hängewerke betreffend.

- Navier. Rapport et mémoire sur les ponts suspendus. Paris 1823.
- Navier. Résumé des leçons données à l'école des ponts et chaussées, sur l'application de la mécanique à l'établissement des constructions et des machines. Paris 1826. — 2. édition. 1833, S. 277.
Deutsch in erster Auflage übersetzt von G. Westphal, Hannover 1851, zweite Auflage, bearbeitet von G. Westphal und Föppl. Hannover 1878.
- Bresse. Études théoriques sur la résistance des arcs employés dans les ponts en fonte ou en bois. Ann. des ponts et chaussées 1848, S. 150.
- Bresse. Recherches analytiques sur la flexion et la résistance des pièces courbes. Paris 1854.
- Tellkamp. Theorie der Hängebrücken. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1856.
- Winkler. Formänderung und Festigkeit gekrümmter Körper, insbesondere der Ringe. Civiling. 1856, S. 232.
- Bresse. Cours de mécanique appliquée, professée à l'école des ponts et chaussées. Paris 1859. Deuxième édition, 1866.
- Fabré. Théorie des voûtes élastiques et dilatables, d'une application spéciale aux arcs métalliques. Paris 1859.
- Mantion. Étude de la partie métallique du pont construit sur le canal St. Denis. Ann. des ponts et chaussées 1860, I, S. 161.
- Vorschläge zur Anwendung von drei Gelenken: Mantion. Ann. des ponts et chaussées 1860, I, S. 221. — Köpcke. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1860, S. 354.
- Köpcke. Projekt einer steifen Hängebrücke. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1861, S. 231.
- Schwedler. Statische Berechnung der festen Hängebrücke. Zeitschr. f. Bauw. 1861, S. 73.
- Sternberg. Theorie der Bogen mit zwei Gelenken (1861). Rheinbrücke bei Koblenz. Zeitschr. f. Bauw. 1864, S. 538.
- Albaret. Calcul des arcs métalliques à section constante et à section variable soumis à des charges uniformément réparties suivant l'horizontale. Ann. des ponts et chaussées 1861, II, S. 90.
- Darcel. Sur divers problèmes relatifs aux arcs et fermes métalliques surbaissées. Ann. des ponts et chaussées 1862, II, S. 60.
- Albaret. Sur le calcul des arcs métalliques dans le cas de grandes surcharges. Ann. des ponts et chaussées 1862, II, S. 305.
- Versuch einer Theorie des Schnirch'schen Brückensystems. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1863.
- Darcel. Mémoire sur les arcs et fermes surbaissées. Ann. des ponts et chaussées 1865, I, S. 1.
- Köpcke. Über den Bau eiserner Brücken (Vorschläge zur Einführung eines konstanten Horizontalschubes). Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1865, S. 71.
- Schulze. Theorie einer Bogenbrücke. Zeitschr. d. Ver. deutsch. Ing. 1865, S. 537.
- Winkler. Die Lehre von der Elasticität und Festigkeit. Prag 1867, S. 268.
- Fränkel. Berechnung eiserner Bogenbrücken (Einführung der Kämpferdrucklinie). Civiling. 1867, S. 57.
- Winkler. Über den Einfluss der Temperatur bei Bogenbrücken. Civiling. 1867, S. 95. Mitteil. d. Arch.- u. Ing.-Ver. f. Böhm. 1867, S. 14.
- Heinzerling. Theorie und Berechnung der gestützten und aufgehängten Scharnierbrückenträger. Civiling. 1867, S. 375.
- Durand Claye. Sur la vérification de la stabilité des voûtes en maçonnerie et sur l'emploi des courbes de pression. Ann. des ponts et chaussées 1867, I, S. 63.
- Winkler. Vortrag über die Berechnung der Bogenbrücken. Mitteil. d. Arch.- u. Ing.-Ver. f. Böhm. 1868, S. 6; 1869, S. 1.
- Durand Claye. Sur la vérification de la stabilité des arcs métalliques et sur l'emploi des courbes de pression. Ann. des ponts et chaussées 1868, I, S. 109.
- Bartholomäus. Theorie der Scharnier-Bogenträger. Civiling. 1868, S. 249.
- Schwedler. Stabilität der flachen tonnenförmigen Kappen. Zeitschr. f. Bauw. 1868, S. 468.
- Heinzerling. Die Pfeilerstärken der gestützten Scharnierbrücken. Civiling. 1868, S. 263.
- Heinzerling. Grundzüge der konstruktiven Anordnung und statischen Berechnung der Brücken und Hochbaukonstruktionen. Civiling. 1868, S. 369; 1870, S. 227; 1872, S. 359; 1873, S. 167, 313.
- Winkler. Berechnung der eisernen Bogenbrücken. Mitteil. d. Arch.- u. Ing.-Ver. f. Böhmen 1869, S. 1.

- Ritter. Berechnung einer kombinierten Gitter- und Hängebrücke. Deutsche Bauz. 1869.
- Collignon. Cours de mécanique appliqué aux constructions. Paris 1869.
- Engesser. Bogenträger mit zwei Gelenken. Jahrbuch d. polyt. Ver. Karlsruhe 1869. V. Teil, S. 336.
- Albaret. Étude des ponts métalliques en arcs surbaissées. Ann. des ponts et chaussées 1870, II, S. 463.
- Schäffer. Versteifung des Bogens durch gesondertes Fachwerk mit parallelen Gurtungen. Zeitschr. f. Bauw. 1871, S. 79.
- Mohr. Beitrag zur Theorie der elastischen Bogenträger. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover, 1870, S. 389.
- Airy. The practical theory of the continous arch. Engng. 1870, II, S. 1, 53, 83, 110, 127.
- Bell. On the struss of rigid arches and other curved structures, s. Gaudard, Théorie et détails de construction des arcs. S. 85.
- Rankine. A manual of civil engineering. 1. Aufl. 1862; 2. Aufl. 1872, S. 296, 538, 565.
- de Perrodil. Application des équations du problème général de la résistance des matériaux au problème de la stabilité d'une voûte d'épaisseur variable, traité comme un monolithe homogène. Ann. des ponts et chaussées 1872, II, S. 42.
- Winkler. Theorie der Bogenträger mit geradem Obergurte und gekrümmtem Untergurte. Zeitschr. d. österr. Arch.- u. Ing.-Ver. 1872, S. 400, 438.
- Gaudard. Théorie et détails de construction des arcs en métal et en bois. Paris 1872 (extrait des annales du génie civil 1872).
- Vala. Beitrag zur graphischen Berechnung elastischer parabolischer Bogenträger mit Kämpfergelenken. Mitteil. d. Arch.- u. Ing.-Ver. für Böhmen 1873, S. 60.
- Contamin. Cours de résistance appliquée (années scolaire 1873—74), S. 279.
- Kübler. Theorie der eisernen Bogenbrücken. Zeitschr. d. Ver. deutscher Ing. 1873, S. 385, 705.
- Guillaume. Berechnung für eine eiserne versteifte Bogenbrücke der Comp. de l'Est, s. Leber, Das Eisenbahnenwesen in Frankreich 1874, S. 126.
- Steiner. Über Theorie der Bogenbrücken, nach Vorlesungen von Prof. Winkler. Allg. Bauz. 1874, S. 21.
- Mohr. Beitrag zur Theorie der Bogenträger. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1874, S. 223.
- Keck. Ungünstigste Belastungsart für Fachwerkträger, kontinuierliche Gelenkträger und für Bogen mit drei Gelenken. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1874, S. 349.
- Mohr. Beitrag zur Theorie des Fachwerks. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1874, S. 509; 1875. S. 17.
- Gouilly. Note sur le calcul des forces extérieures développées dans les poutres courbes en arc de cercle. Paris 1875.
- Culmann. Die graphische Statik. 2. Aufl. 1875, S. 562.
- Fränkel. Über die ungünstigste Belastung von Bogenträgern mit zwei Gelenken. Civiling. 1875, S. 585.
- Fränkel. Anwendung der Theorie des augenblicklichen Drehpunktes auf die Bestimmung der Formänderung von Fachwerken; Theorie des Bogenfachwerkes mit zwei Gelenken. Civiling. 1875, S. 515.
- Salaba. Über eiserne bogenförmige Dächer. Mitteil. d. Arch.- u. Ing.-Ver. für Böhmen 1875, S. 41.
- Schäffer. Graphische Ermittlung der Grenzspannungen für den Bogen mit drei Scharnieren (1873). Zeitschr. f. Bauw. 1875, S. 381.
- Schäffer. Graphische Bestimmung der Grenzspannungen für die Seitenöffnungen der festen Hängebrücke. Zeitschr. f. Bauw. 1876.
- Tetmayer. Die äußeren und inneren Kräfte an statisch bestimmten Brücken- und Dachstuhlkonstruktionen. Zürich 1875.
- Foeppl. Vorschläge für die Konstruktion von eisernen Bogenbrücken. Deutsche Bauz. 1875, S. 92, 120, 518; (siehe indessen Köpcke. 1865).
- Knoll. Allgemeine Theorie des Fachwerkes. Allg. Bauz. 1875, S. 54, 61.
- Dion. Theorie der Hängebrücken, insbesondere der Kombination der Kette mit dem geraden Balken. Mém. de la société des ing. civ. 1875, S. 158 u. 191.
- C. Fidler. Über Bogen und versteifte Hängebrücken. Engng. 1875, I. S. 372, II. S. 351, 429, 487, 510; 1876, II. S. 63, 183.
- Heinzerling. Berechnung der Pfeiler von Bogenbrücken. Allg. Bauz. 1875, S. 13 (s. auch Civiling. 1868).
- Ritter. Lehrbuch der Ingenieur-Mechanik. Hannover 1876.
- Fränkel. Über die ungünstigste Einstellung eines Systems von Einzellasten auf Fachwerkträgern mit Hilfe von Influenzkurven. Civiling. 1876, S. 441.
- Ritter. Der Bogen mit festem Auflager. Zeitschr. f. Bauw. 1876, S. 277.
- de Perrodil. Théorie de la stabilité des voûtes. Ann. des ponts et chaussées 1876, I, S. 178.
- v. Willmann. Kräfteplan eines versteiften Bogens. Eisenbahn 1877, S. 57, 65, 76.

- Graphostatische Behandlung eines Bogens. Engineer 1877, S. 30, 42, 50, 66, 82, 100, 108.
- Ritter. Versteifungsfachwerke bei Bogen und Hängebrücken. Zeitschr. f. Bauw. 1877, S. 189, 413.
- Brune. Influence de la position des tirants sur la résistance des arcs circulaires. Ann. des ponts et chaussées 1877, II, S. 105.
- Kohfahl. Die durch Winddruck erzeugten Spannungen in Bogenträgern mit drei Gelenken. Civiling. 1877, S. 577.
- Grashof. Theorie der Elasticität und Festigkeit (1866). 2. Aufl. 1878, S. 252.
- Weyrauch. Theorie der elastischen Bogenträger. Zeitschr. f. Baukunde 1878, S. 31, 367, 549.
- Reimann. Graphische Berechnung gegliederter Bogen mit drei Gelenken. Deutsche Bauz. 1878, S. 209, 226.
- Belpaire. Essai d'une théorie des voûtes, en berceau, en arc de cercle et en plein-cintre. Paris 1878.
- Eddy. Researches in graphical statics. New-York 1877, 1878.
Auch deutsch: Konstruktionen aus der graphischen Statik. 1880.
- Schmid. Die kontinuierlichen Bogen und die Mittel zur Bestimmung der an denselben thätigen äußeren Kräfte. Wien 1878.
- Steiner. Über graphische Behandlung des Bogenträgers von konstantem Querschnitt ohne Gelenk. Allg. Bauz. 1878, S. 21.
- Ezdorf. Graphisch-statische Untersuchung von Brücken und Dächern mit drei Gelenken. Allg. Bauz. 1878, S. 49; 1879, S. 75.
- Technische Mechanik, bearbeitet und herausgegeben vom Ingenieurverein am Polytechnikum in Stuttgart. VII. Kap. Berechnung des elastischen Bogenträgers. 1878. (Enthält im wesentlichen die Bestimmungen nach Mohr. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1870).
- Tolkmit. Die Berechnung der Gewölbstärke und Bogenform massiver Brücken. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1878, S. 451.
- Holzhey. Vorträge über Baumechanik. Wien 1872—1879.
- Foeppl. Der Bogen mit sechs Gelenken. Civiling. 1879, S. 197.
- Engesser. Belastungsäquivalente bei Eisenbahnbogenbrücken. Deutsche Bauz. 1879, S. 322.
- Dupuy. Notice sur le pont de l'Erdre. Formeln zur Berechnung der Bogenträger. Ann. des ponts et chaussées 1879, I, S. 343.
- Weyrauch. Über die Berechnung der Douro-Brücke. Zeitschr. f. Baukunde 1879, S. 421.
- de Perrodil. Résistance des voûtes et arcs métalliques. Paris 1879.
- Winkler. Vorträge über Brückenbau. IV. Heft. Querkonstruktionen. Wien 1879.
- Engesser. Theorie und Berechnung der Bogenfachwerkträger ohne Scheitelgelenk. Berlin 1880.
- Winkler. Beitrag zur Theorie der elastischen Bogenträger. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1879, S. 199.
- Ritter. Elementare Theorie und Berechnung eiserner Dach- und Brückenkonstruktionen. Hannover 1863, 4. Aufl. 1880.
- Winkler. Lage der Stützlinie im Gewölbe. Deutsche Bauz. 1879, S. 117, 127; 1880, S. 58.
- Krohn. Beitrag zur Theorie der elastischen Bogenträger. Zeitschr. f. Baukunde 1880, S. 219.
- Die in Frankreich üblichen Berechnungsmethoden für Bogenbrücken, siehe Leber, Das Eisenbahnwesen in Frankreich zur Zeit der Pariser Weltausstellung im Jahre 1878. Wien 1880.
- Foeppl. Theorie des Fachwerks. Leipzig 1880.
„ Theorie der Gewölbe. Leipzig 1880.
- Müller-Breslau. Theorie und Berechnung eiserner Bogenbrücken. Berlin 1880.
- Durand Claye. Vérification de la stabilité des voûtes et des arcs, application aux voûtes sphériques. Ann. des ponts et chaussées 1880, I, S. 416.
- de Perrodil. Note sur la résistance des voûtes et des arcs métalliques. Ann. des ponts et chaussées 1880, I, S. 218.
- Heinzerling. Die Brücken der Gegenwart. Eiserner Brücken. Heft IV. Bogenbrücken. Aachen 1880.
- Brik. Beitrag zur Theorie der elastischen Bogenträger mit Kämpfergelenken. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1880, S. 109.
- Hardung. Ermittlung der Spannungen einer Bogenbrücke mit drei Gelenken. Zeitschr. f. Bauw. 1880, S. 419.
- Göbel. Beitrag zur Bogen Theorie. Eisenbahn 1880, S. 71, 77, 83, 89.
- Mohr. Beitrag zur Theorie des Bogenfachwerks. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1881, S. 243.
- Engesser. Über den Horizontalverband der Bogenbrücken. Zeitschr. f. Bauw. 1881, S. 57.
- Engesser. Über statisch unbestimmte Trägersysteme, mit besonderer Berücksichtigung der Bogenkonstruktionen. Deutsche Bauz. 1881, S. 231.
- Müller-Breslau. Theorie der durch einen Balken versteiften Kette. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1881, S. 57.

- Krohn. Berechnung einer durch einen Balken versteiften Hängebrücke auf Grund der Deformationen der einzelnen Fachwerkstäbe. *Civiling.* 1881, S. 347—369.
- Fidler. Theorie des an geradlinigen Ketten aufgehängenen Balkens. *Engng.* 1881, S. 297 u. a.
- Max am Ende. Die Theorie der Bogen, erläutert durch eine Zeichnung für eine Brücke über den Douro. *Engng.* 1881, I. S. 557, 606, 634.
- Fränkel. Das Prinzip der kleinsten Arbeit der inneren Kräfte elastischer Systeme und seine Anwendung auf die Lösung baustatischer Aufgaben. *Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover* 1882, S. 63.
- Schmid. Einfache Berechnung des sichelförmigen Bogenträgers. *Wochenschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver.* 1882, S. 240.
- Thullie. Analytische Bestimmung der Einflußlinien für den parabolischen Bogenträger mit zwei Gelenken und ohne Gelenk. *Przeglad techn. Warschau* 1883.
- Brik. Zur Berechnung eines besonderen Konstruktionssystems bogenförmiger Dachbinder. *Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver.* 1882.
- Ritter. Statische Berechnung der Versteifungsfachwerke der Hängebrücken. *Schweiz. Bauz.* 1883, S. 6 u. a.
- Résal. Über die Berechnung eiserner Bogenbrücken. *Ann. des ponts et chaussées* 1882, S. 329.
- Melan. Über den Einfluß der Wärme auf elastische Systeme. *Wochenschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver.* 1883, S. 183.
- Brik. Die neue Ferdinands-Brücke in Graz (durch einen geraden Träger versteifter Bogen). *Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver.* 1883.
- Gabriely und Winter. Ferdinands-Brücke in Graz. *Mitteil. d. polytechn. Klubs in Graz* 1882.
- Schmidt, Ew. Beitrag zur Theorie der Bogenträger ohne Gelenk. *Allg. Bauz.* 1883, S. 25.
- Müller-Breslau. Theorie des durch einen Balken verstärkten steifen Bogens. *Civiling.* 1883, S. 13; *Zeitschr. f. Bauw.* 1884, S. 323—346.
- Derselbe. Beiträge zur Theorie der Versteifung labiler und flexibler Bogenträger. *Zeitschr. f. Bauw.* 1883, S. 312.
- Skibinski. Das Deformationspolygon. *Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver.* 1883, S. 23.
- Melan. Beitrag zur Theorie statisch unbestimmter Stabsysteme. *Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver.* 1884, S. 100.
- Müller-Breslau. Vereinfachung der Theorie der statisch unbestimmten Bogenträger. *Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover* 1884, S. 575.
- Derselbe. Über kontinuierliche Bogen und Balken. *Wochenbl. f. Arch. u. Ing.* 1884, S. 463.
- Schnirch. Bogenfachwerke mit Verankerungen. *Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver.* 1884, S. 184.
- Cadart. Berechnung amerikanischer Hängebrücken mit versteifter Fahrbahn. *Ann. des ponts et chaussées* 1885, I. S. 197.
- Barkhausen. Auftragung von Einflußlinien für Bogen. *Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover* 1885, S. 159.
- Müller-Breslau. Beitrag zur Theorie des Fachwerkes. *Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover* 1885, S. 418.
- Derselbe. Die neueren Methoden der Festigkeitslehre und der Statik der Baukonstruktionen. *Leipzig* 1886.
- Durand Claye. La poussée des voutes. *Ann. des ponts et chaussées* 1885, I. S. 1200.
- Tourtay. Stabilité des voutes en maçonnerie. *Ann. des ponts et chaussées* 1886, I. S. 857.
- Schnirch. Die Verbindungsbahn-Kettenbrücke über den Donau-Kanal bei Wien (Theorie des Schnirch'schen Kettenbrückensystems). *Wochenschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver.* 1886, S. 273.
- Ritter. Der elastische Bogen, berechnet mit Hilfe der graphischen Statik. 1886.
- Graphostatische Untersuchung eines Bogenträgerdaches (Kensington-Halle). *Centrbl. d. Bauverw.* 1886, No. 47.
- Winkler. Theorie der Brücken. I. Heft. 3. Aufl. 1886. XI. Kap. Theorie der Verbindung des Balkenträgers mit dem Stabpolygon.
- Castigliano. Theorie des Gleichgewichtes elastischer Systeme und deren Anwendung. *Turin* 1880. Übersetzt von Hauff. *Wien* 1886.
- Lévy. Calcul des ponts suspendus rigides. *Ann. des ponts et chaussées* 1886, II. S. 179.
- Steiner. Theorie statisch unbestimmter Systeme mit Berücksichtigung der Anfangsspannungen. *Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver.* 1886.
- Müller-Breslau. Bemerkungen hierzu. *Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver.* 1887, S. 157.
- Schwend. Über Berechnung und Konstruktion von Hängebrücken unter Anwendung von Stahldraht-Kabeln und Versteifungsbalken. *Leipzig* 1887.

XIII. Kapitel.

Konstruktion der Hängebrücken.

Bearbeitet von

J. Melan,

Professor an der technischen Hochschule zu Brünn.

(Hierzu Tafel II bis V und 32 Holzschnitte.)

§ 1. Einleitung. Wie bereits an früheren Stellen dieses Handbuches (Kap. I, S. 76 und Kap. XII, S. 1) hervorgehoben wurde, sind von den drei Konstruktionsystemen für den Überbau der Brücken, den Balkenträgern, den Sprengwerken oder Stützträgern und den Hängewerkträgern, die letzteren durch eine, das Auftreten von Zugspannungen in den Hauptteilen der Tragkonstruktion bedingende Wechselwirkung zwischen Pfeilern und Überbau gekennzeichnet. Dieser aus der statischen Wirkungsweise abgeleiteten Unterscheidung entsprechen auch unterscheidende Merkmale in konstruktiver Beziehung, sodaß es gerechtfertigt erscheint, die Hängewerkbrücken getrennt von den Bogenbrücken zu besprechen, während zufolge der gemeinsamen Ausgangspunkte die Theorie für diese beiden Brückensysteme gemeinschaftlich im XII. Kapitel gegeben werden konnte.

Da, wie bemerkt, die Hauptteile eines Hängewerkträgers auf Zug beansprucht werden, so können als Konstruktionsmaterialien hierfür nur Eisen und Stahl ernsthaft in Betracht kommen. Die Verwendung von Seilen aus Hanf oder anderen Pflanzenfasern hat insofern Interesse, als die den Chinesen zugeschriebene Erfindung des Hängebrückensystems hiervon ausgegangen sein soll; den diesbezüglichen neueren Vorschlägen¹⁾ dürfte aber selbst für ganz provisorische Konstruktionen kaum eine Bedeutung beizumessen sein.

Die ersten eisernen Brücken, welche erbaut wurden, sind als Hängewerkbrücken ausgeführt worden. Diese älteren Konstruktionen sollen aber im Nachstehenden nur ihres historischen Interesses und hauptsächlich des Umstandes wegen eine kurze Besprechung finden, weil gegenwärtig noch viele derartige Bauwerke bestehen, deren Erhaltung den mit ihrer Beaufsichtigung betrauten Behörden obliegt. Ausführlicher sollen dagegen jene Konstruktionen besprochen werden, zu welchen das System der Hängebrücken in neuerer Zeit ausgestaltet wurde und welche unter Umständen berufen erscheinen können, mit den anderen Systemen der eisernen Brücken in Mitbewerbung zu treten.

¹⁾ Rziha. Eisenbahn-Ober- und Unterbau. II., S. 250.

Es sollen sonach nach Vorausschickung einer allgemeinen und geschichtlichen Übersicht in den folgenden Paragraphen zunächst das Material der Hängebrücken, insoweit es denselben eigentümlich ist, hierauf die Anordnungen der Tragwände, des Querschnittes der Hängebrücken und der Brückenbahn behandelt werden, woran sich die Besprechung der Pfeiler in ihrer für die Hängebrücken charakteristischen Ausgestaltung, der Auflagerungen und der Verankerungen schliesen soll.

§ 2. Geschichtliches und Allgemeines. Obwohl die Hängebrücken in primitiven Ausführungen unzweifelhaft schon seit langer Zeit bekannt sind, hat die Entwicklung ihres Baues doch erst mit dem Ende des vorigen Jahrhunderts begonnen.²⁾ Das erste Beispiel einer Brücke, welche an eisernen, über die Öffnungsweite gespannten Ketten die mittels lotrechter Hängestangen angehängte Fabrbahn trug, bot die von James Finlay im Jahre 1796 in der Strafe von Town nach Greenburgh in Amerika über den Jacobs Creek erbaute Brücke von 21 m Spannweite. Nach diesem Vorbilde entstanden zu Anfang dieses Jahrhunderts zahlreiche Kettenbrücken in Amerika und England, welche sämtlich dem Strafsenverkehre dienten und zum Teil schon ziemlich bedeutende Spannweiten (Schuylkill-Brücke 93 m) aufwiesen. Diese ersten nach dem Finlay'schen Systeme erbauten Brücken hatten Ketten, welche aus Rund- oder Quadrat-eisen geschmiedet waren; erst im Jahre 1811 stellte Brown in London die Ketten aus hochkantigen, durch Bolzen verbundenen Flacheisen her, welche Konstruktion dann bei den später erbauten Kettenbrücken ausschliesslich angewendet wurde. Dieser Fortschritt führte bald zu kühnen, bis dahin auf dem Gebiete des Brückenbaues unerreichten Leistungen. 1818 bis 1826 entstand die von Telford projektierte Menai-Kettenbrücke mit 176 m Spannweite, 1827 die von Clark erbaute Hammersmith-Brücke in London mit einer Mittelöffnung von 121,8 m und auch auf dem Kontinente wurden nunmehr zahlreiche Kettenbrücken erbaut. Bemerkenswert hierunter ist der 1828 vollendete, im Jahre 1870 aber wegen der bedeutenden Schwankungen wieder abgetragene Karls-Kettensteg über den Donaukanal in Wien von 95 m Spannweite, dessen Ketten aus Puddelstahl hergestellt waren und welcher sonach das erste Brückenbauwerk ist, bei dem dieses Material für die Hauptteile der Tragkonstruktion zur Anwendung gelangte.

Die größte Spannweite unter den bestehenden Kettenbrücken besitzt die Clifton-Hängebrücke bei Bristol, die mit einer Öffnung von 214 m in einer Höhe von 79,3 m den Avon überspannt. Sie wurde 1864 vollendet und zwar mit den Ketten der von Brunnel 1845 erbauten Hungerford-Brücke in London, welche anfang der 60er Jahre durch die jetzige Charing Cross-Eisenbahnbrücke ersetzt wurde. Erwähnung verdient auch noch die 1835 bis 1845 von Clark erbaute Donaubrücke zu Pest (T. II, F. 4 bis 8), welche mit ihrer Mittelöffnung von 203 m die nächst größte Spannweite aufweist.

Diese Leistungen waren aber bereits übertroffen worden durch ein anderes Hängebrückensystem, dessen Ausgestaltung ebenfalls ein Verdienst der amerikanischen Ingenieure ist und welches auf der Anwendung von Drahtseilen anstatt der Ketten beruht. Dem ersten Bauwerke dieser Art, der 1815 erbauten Schuylkill-Brücke bei Pittsburgh mit 124 m Spannweite folgten bald weitere und aufser in Amerika fand dieses System insbesondere in Frankreich und in der Schweiz Verbreitung. Das bedeutendste Beispiel unter den europäischen Drahtseilbrücken ist die 1832 bis 1834 von Chaley erbaute Saane-Brücke zu Freiburg in der Schweiz (T. II, F. 18 bis 27) mit einer Spann-

²⁾ Vergl. das I. Kapitel dieses Werkes, S. 9 und 12.

weite von 273 m. Die größten Leistungen im Bau der Drahtbrücken knüpfen sich aber an den Namen der amerikanischen Ingenieure J. und W. A. Röbling; dieselben werden bekrönt durch die im Jahre 1876 vollendete East River-Brücke mit einer Mittelöffnung von rund 490 m (T. IV, F. 1 bis 4).

Die Mehrzahl der bestehenden Hängebrücken und zwar sämtliche mit Ausnahme der wenigen Hängebrücken, welche in den letzten drei Dezennien gebaut wurden, sind schlaffe Konstruktionen mit gar keiner oder nur wenig wirksamer Versteifung. Bei wechselnder und ungleichmäßiger Belastung sucht die Kette oder das Hängeseil dieser Brücken jene Form anzunehmen, welche der Gleichgewichtslage entspricht (vergleiche Kapitel XII, § 4), und die Folge davon sind starke Schwankungen der Fahrbahn in vertikaler Richtung unter einer bewegten Last, welche umso größer werden, je geringer die bleibende Belastung durch das Eigengewicht der Brücke im Verhältnisse zur zufälligen Belastung ist. Hierzu treten auch noch die seitlichen Schwankungen infolge des Winddruckes, welchen bei den Hängebrücken überhaupt schwierig zu begegnen ist. Das System der Hängewerke in seiner älteren Durchführung, welches den Kettenbrücken und unversteiften Drahtseilbrücken zu Grunde liegt, erscheint sonach naturgemäß auf die Straßens- und Kanalbrücken beschränkt und insbesondere für die letzteren entfällt auch die Notwendigkeit einer vertikalen Versteifung, da dieselben nur einer bleibenden gleichmäßigen Belastung unterworfen sind. Ein Beispiel einer Kanal-Hängebrücke giebt der Aquadukt des Pennsylvania-Kanals bei Pittsburgh, vergl. Kap. V, S. 469.

In den letzten Jahrzehnten hat sich ein Fortschritt im Bau der Hängebrücken in der Richtung geäußert, daß man bestrebt gewesen ist, dieselben als steife Konstruktionen auszubilden und hierdurch den Bereich ihrer Anwendbarkeit zu vergrößern. Diese versteiften Konstruktionen werden nachstehend noch näher besprochen werden; hier sei bloß erwähnt, daß es auf diese Art möglich geworden ist, das Hängewerksystem auch auf Eisenbahnbrücken anzuwenden. Allerdings sind nur zwei Ausführungen von Eisenbahn-Hängebrücken bekannt: Die in den Jahren 1851 bis 1855 von Röbling erbaute Kabelbrücke über den Niagarafluß und die 1860 vollendete Schnirch'sche versteifte Kettenbrücke der Verbindungsbahn über den Donaukanal in Wien, und von diesen beiden mußte die letztere im Jahre 1884 abgetragen werden, weil ihre Betriebssicherheit in einem bedenklichen Grade abgenommen hatte.³⁾ Dieses ungünstige Ergebnis läßt sich aber in diesem Falle durch ungenügende Dimensionierung und konstruktive Fehler erklären, auf welche später noch näher hingewiesen werden wird, und kann nicht dem Hängebrücken-System als solchem zur Last gelegt werden. Auch darf daraus und aus der bisher auf diese vereinzelt Beispiele beschränkt gebliebenen Anwendung des Hängebrücken-Systems nicht gefolgert werden, daß dasselbe für Eisenbahnbrücken überhaupt ungeeignet sei. Bei zweckmäßiger Ausgestaltung des Systems und der Detailanordnung läßt sich auch durch eine versteifte Hängebrücke jenen Anforderungen entsprechen, welche an eine für den Eisenbahnverkehr dienende Brücke gestellt werden, sodaß es nicht gerechtfertigt erschiene, dieses System von der Anwendung auf Eisenbahnbrücken, namentlich bei beschränkter Fahrgeschwindigkeit, grundsätzlich auszuschließen.

Allerdings sind gute Vorbilder von ausgeführten Hängebrücken auch für den Straßenverkehr bisher noch wenig zahlreich, und die Erfahrungen mit den bestehenden

³⁾ Buberl. Die Donaukanal-Brücke der Wiener Verbindungsbahn. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1886.

alten Hängebrücken haben nicht dazu beigetragen, das Vertrauen in dieses Konstruktionssystem zu festigen. Einstürze sind bei Hängebrücken vergleichsweise häufig vorgekommen; es darf aber nicht übersehen werden, daß sie Bauwerke betroffen haben, welche aus der ersten Zeit des Baues solcher Brücken stammen, und daß nachweisbar immer konstruktive Mängel oder schlechte Erhaltung die Ursachen des Ruins derselben gewesen sind.⁴⁾ Auch zeigen diese älteren Hängebrücken unter Zugrundelegung der jetzt üblichen Belastungsverhältnisse durchweg viel höhere Inanspruchnahmen, als bei den neueren Konstruktionen als zulässig erachtet wird.⁵⁾ Viele dieser Brücken wurden deshalb im Laufe der Zeit verstärkt oder umgebaut⁶⁾; die meisten bestehen aber noch so wie sie gebaut wurden und von diesen läßt sich allerdings nicht sagen, daß ihre Sicherheit den heutigen Anforderungen entspreche.

Die konstruktiven Fortschritte und die Ausbildung, welche die Theorie in den letzten Jahren erfahren hat, eröffnen jedoch der Anwendung der versteiften Hängebrücken in Zukunft unzweifelhaft wieder ein vergleichsweise weiteres Feld. Es bietet das Hängebrückensystem auch manche Vorteile, welche unter Umständen für dessen Wahl bestimmend sein können. Hierzu gehören: die erforderliche geringe Konstruktionshöhe dieser Brücken, welche Eigenschaft sie mit allen jenen Systemen teilen, deren Tragkonstruktion über der Fahrbahn liegt; die verhältnismäßige Leichtigkeit des Überbaues namentlich bei Anwendung von Stabkabeln, welche dieses System insbesondere zur Überbrückung sehr großer Spannweiten geeignet macht; das leichte und kühne Aussehen der Hängebrücke, welches sie bezüglich ihrer ästhetischen Wirkung den Bogenbrücken an die Seite stellt; endlich die Möglichkeit, ihre Aufstellung ohne oder nur mit sehr sparsamer Anwendung fester Gerüste bewerkstelligen zu können, wodurch dieses System ganz besonders zur Überbrückung tiefer Thalschluchten, breiter und tiefer Meeresarme tauglich erscheint.

⁴⁾ Den Anfang der Hängebrücken-Einstürze machte die Katastrophe der Drahtseilbrücke zu Angers im Jahre 1850. Diese Brücke stürzte ein, als Militär darüber marschierte, wobei eine Belastung von über 500 kg pro qm vorgekommen sein soll, während die Brücke nur für 200 kg pro qm gerechnet worden war. Die an Eisendrahtseilen aufgehängte Strafsenbrücke von Mirabel über den Eygues von 59,4 m Spannweite stürzte nach 18jährigem Bestande 1861 bei einer Erneuerung der Probelastung ein. Die Seile waren dabei mit 1700 kg pro qm beansprucht worden; außerdem zeigte die in einem unzugänglichen Teile der Verankerung gelegene und fortwährend feucht gewesene Bruchstelle des gerissenen Seiles viele stark oxydierte Drähte (Civ.-Ing. 1867, 8. Heft).

Die Drahtseilbrücke nach der St. Louis-Insel in Paris stürzte 1872 nach 34jährigem Bestehen bei Gelegenheit einer teilweisen Erneuerung der Drähte ein. (Nouv. ann. de la constr. 1872).

Bei der am 15. September 1886 eingestürzten Kettenbrücke über die Ostrawitz in Mährisch-Ostrian ergab sich als Ursache des Einsturzes die an einer der Beobachtung entzogenen Stelle der einen Spannkette eingetretene, nahezu vollständige Zerstörung des Materiales durch Rost (Wochenschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1886).

⁵⁾ So erleiden beispielsweise die aus den Jahren 1828 bis 1848 stammenden unversteiften Kettenbrücken über den Wienfluß und den Donaukanal in Wien bei einer Vollbelastung mit 420 kg pro qm eine Inanspruchnahme der Ketten von 1400 bis 1700 kg pro qm. In der abgetragenen Donaukanal-Verbindungsbahnbrücke betrug die Inanspruchnahme der Ketten bei ungünstigster Belastung bis zu 2300 kg pro qm. (Schnireh, Die Verbindungsbahnbrücke. Wochenschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1886, No: 32, 33.)

⁶⁾ Die Hammersmith-Kettenbrücke in London erhielt 1882 einen in den Ketten und Längsträgern verstärkten neuen Überbau. — Die Freiburger Drahtseilbrücke wurde 1852 das erstemal und neuerdings 1881 durch Hinzufügung zweier Kabel verstärkt. (Nouv. ann. de la constr. 1881; Riese, Die Ingenieurbauwerke der Schweiz.) — Bei der Eisenbahn-Hängebrücke über den Niagara wurde die Verankerung erneuert und der hölzerne Versteifungsträger durch einen eisernen Fachwerkträger ersetzt (Engineering 1881. II., S. 129). — Desgleichen sind auch in Frankreich in den letzten Jahren eine Anzahl älterer Hängebrücken rekonstruiert worden (Ann. des ponts et chaussées 1886). Von Interesse ist auch das Rundschreiben des französischen Ministers der öffentlichen Arbeiten vom 27. Dez. 1886, welches grundsätzliche Bestimmungen für die Erhaltung und Rekonstruktion der französischen Hängebrücken aufstellt (Centralbl. d. Bauverw. 1887, S. 171).

Diesen Vorzügen stehen als Nachteile gegenüber: Der Materialaufwand, den die Spannketten bedingen und der die Ersparnis an der Tragkonstruktion teilweise wieder aufhebt; das kostspielige Verankerungsmauerwerk, das nur in seltenen Fällen bei direkter Verankerung in gewachsenem Felsen erspart werden kann; der ungünstige Einfluss von Temperaturänderungen oder eines Nachgebens der Widerlager, welchen Nachteil die versteiften Hängebrücken mit anderen statisch unbestimmten Systemen gemein haben, derselbe äußert sich analog wie bei den Bogenbrücken, aber wegen der Längenänderung der Spannketten noch etwas ungünstiger, kann durch Anbringung eines Mittelgelenkes indessen eliminiert werden; endlich und zwar als nicht geringster Nachteil der Umstand, daß wichtige Teile der Eisenkonstruktion, die Verankerung, von deren gutem Zustande die Haltbarkeit der Brücke in erster Linie abhängt, einer regelmäßigen Untersuchung nur schwer zugänglich gemacht werden können. — Der Nachteil der geringen Steifigkeit in vertikaler und horizontaler Richtung und der dadurch bedingten ungünstigen dynamischen Einwirkung der bewegten Last (vergl. nachstehenden Paragraph) kann wohl zumeist nur den älteren Hängebrücken zum Vorwurfe gemacht werden; bei den neueren, rationell versteiften Konstruktionen sind die Schwankungen, so wie bei den anderen steifen Trägersystemen, auf das Maß der elastischen Formänderungen herabgemindert und diese lassen sich wieder je nach dem Grade der Steifheit des Trägers in ziemlich engen Grenzen halten.

Verschiedene Anordnungen bei einer und bei mehreren Öffnungen.

a. Die Brücke enthält nur eine einzige Öffnung. Die Pylonen stehen auf den Landpfeilern und die Rückhalteketten sind entweder aufsen in schräger Richtung zur Verankerung geführt, wobei dann die Pylonen in der Hauptsache nur lotrechte Belastung erfahren (T. II, F. 1, 18; T. III, F. 7; T. IV, F. 5; T. V, F. 29), oder sie sind, bei kleineren Brücken, über die Pylonen selbst vertikal herabgeführt und verankert. In letzterem Falle haben die Pylonen auch den durch die Hängewerkskonstruktion übertragenen Horizontalkräften zu widerstehen. Schließen sich an eine große Hauptöffnung seitlich kleine Landöffnungen an, die mit unabhängigen Tragkonstruktionen überspannt sind (T. III, F. 10 u. 15; T. V, F. 17; T. II, F. 16), so wird hierdurch kein grundsätzlicher Unterschied in der Anordnung der Hauptöffnung bedingt.

b. Die Brücke besteht aus zwei gleichgroßen Öffnungen. Hier wird man in der Regel nur an dem Mittelpfeiler die Auflager der Hängeträger über die Fahrbahn erhöhen, hingegen auf den Landpfeilern keine Pylonen aufstellen. Die Tragkonstruktion besteht alsdann aus zwei Halbbögen (einhüftigen Bögen), welche am Mittelpfeiler auf ein gemeinschaftliches verschiebbares Lager zu lagern sind und welche demgemäß in Wechselwirkung treten, sodaß immer die Konstruktion der einen Öffnung als Rückhalt dient, wenn die andere Öffnung belastet wird (T. II, F. 9; T. IV, F. 17). Natürlich setzt dies die Anwendung von Hängewerken voraus, bei welchen entweder das Eigengewicht groß genug ist oder welche genügend versteift sind, um die Bewegung des Mittelagers in engen Grenzen zu halten. Bei kleinem Bogenpfeiler und entsprechender Steifheit der Träger kann man dieselben wohl auch mit den Pylonen in feste Verbindung bringen (T. IV, F. 17), allein es werden dann auf letzteren auch Horizontalkräfte übertragen.

c. An eine Hauptöffnung schließen sich beiderseits Seitenöffnungen, deren Spannweite ungefähr halb so groß ist wie jene der Mittelöffnung. Diese Anordnung ergibt sich gewissermaßen durch eine Verdoppelung der vorbesprochenen Anordnung, indem man nur zwei derartige Brücken aneinander zu reihen und nach Beseitigung der tren-

nenden Widerlager die Tragkonstruktionen zu verbinden hat. Das Tragwerk bildet sonach in der Mittelöffnung einen Bogen mit gleichhohen Auflagern auf den überhöhten Mittelpfeilern, an welchen sich beiderseits je ein einbüftiger Bogen anschliesst (T. II, F. 4; T. IV, F. 1; T. V, F. 1). Hinsichtlich der Beweglichkeit der Lager auf den Pylonen und der notwendigen Einschränkung derselben durch Wahl einer steifen Trägerkonstruktion gilt das unter b. Gesagte.

d. Die Brücke soll mehrere Öffnungen erhalten, welche mit Hängeträgern zu überspannen sind. Wird hier die Tragkonstruktion nicht durch Zwischenverankerungen unterteilt (Kettenbrücke über die Moldau in Prag), sondern wird dieselbe nur an den Endwiderlagern verankert, hat man es sonach mit einem über sämtliche Öffnungen kontinuierlichen Hängewerke zu thun, so würde zunächst eine schlaife Konstruktion unter der Wirkung einer gleichmäfsigen Belastung (Eigengewicht) eine solche Gleichgewichtslage annehmen, dafs sich die Pfeilhöhen der Kettenbögen wie die Quadratzahlen der Spannweiten verhalten. Eine ungleiche Belastung der einzelnen Öffnungen würde eine wesentlich andere Gleichgewichtslage bedingen, also bedeutende Formänderungen hervorrufen, vorausgesetzt, dafs die Lager auf den Mittelpfeilern verschiebbar sind, oder die Ketten über diese gleiten können. Eine schlaife Konstruktion wäre demnach hier nur dann anwendbar, wenn man die einzelnen Kettenbögen durch feste Verbindung mit den Pylonen oder durch gerade Spannketten (T. II, F. 13) voneinander unabhängig macht. Dagegen bedingt die Anordnung eines über mehrere Öffnungen kontinuierlichen Hängewerkes die Anwendung steifer Träger (Fachwerks-Hängeträger oder durch Balkenträger versteifte Kabel). Dieselben werden aber wohl selten über mehr als drei Öffnungen ausgeführt, da mit wachsender Felderzahl der ökonomische Vorteil der Anordnung von Hängeträgern schwindet, andererseits die Formänderungen aber zunehmen. Ist nämlich n die Zahl der gleichweiten und gleich konstruierten Öffnungen, so beträgt der unter einer Belastung auftretende Horizontalzug nur mehr $\frac{1}{n}$ desjenigen eines einzigen Trägerfeldes; die Biegemomente werden sonach gröfser und die äufseren Kräfte nähern sich jenen des Balkenträgers. Durch Anbringung eines Gelenkes in einem Trägerfelde und frei beweglicher Auflagerung auf sämtlichen Mittelpfeilern (mehr als ein Gelenk darf natürlich nicht angebracht werden, um die Konstruktion nicht unstabil zu machen) läfst sich wieder eine statische Bestimmtheit erzielen. Das betreffende Feld wird hierdurch von der Belastung der übrigen Öffnungen unabhängig, während sich die Träger der letzteren für die auf sie einwirkenden Lasten wie einfache Balkenträger verhalten. Da sie aber als solche keine günstige Form besitzen, so erklärt sich daraus der ökonomische Minderwert dieser Anordnung. — Ein Beispiel für eine versteifte Hängebrücke mit drei gleichen Spannweiten bietet die Lambeth-Brücke in London (T. IV, F. 11).

§ 3. Die unversteiften oder unvollkommen versteiften Hängebrücken. In der Anordnung des Überbaues der Hängebrücken mufs, wie oben bemerkt wurde, zwischen den veralteten und den neueren Konstruktionen unterschieden werden. Zu den ersteren sind sämtliche Kettenbrücken und auch die älteren Ausführungen der Eisendrahtseilbrücken zu zählen, welche nur eine mangelhafte oder gar keine Versteifung besitzen. Bei diesen wird die Fabrbahn von Querträgern getragen, welche mittels Hängestangen an die schlaife Kette oder das Seil angehängt sind (T. II, F. 2, 5, 19). Unter der Eigengewichtsbelastung, sowie unter einer über die ganze Spannweite gleichförmig verteilten zufälligen Belastung nimmt die Kette oder das Seil die Form eines annähernd einer

Parabel eingeschriebenen Polygons an; unter einer ungleichförmig verteilten Belastung treten jedoch mehr oder weniger bedeutende Formänderungen auf (vergl. Kap. XII, S. 9), welche sich bei entsprechend rascher Bewegung der Last vergrößern und starke Schwingungen bezw. Schwankungen der Fahrbahn veranlassen können. Diesen Formänderungen leistet nur die Steifigkeit der Fahrbahnkonstruktion und der Tragseile bezw. der Reibungswiderstand in den Gelenken der Kette einigen Widerstand. Man war nun schon bei den älteren Konstruktionen der Hängebrücken bestrebt, diesen Widerstand zu vergrößern und die Schwankungen der Brücken in gewissen Grenzen zu halten und hat dieses durch die folgenden Mittel zu erreichen gesucht:

a. Durch Versteifung der Fahrbahn mittels stärkerer Unterzüge oder durch Anbringung eines kräftigeren, meist in Form eines hölzernen Howe'schen Trägers oder eines eisernen Gitterträgers ausgebildeten Geländers (Kettenbrücke über die Donau in Pest T. II, F. 4 bis 8; Saane-Brücke in Freiburg T. II, F. 18 bis 27; Drahtseilsteg in Passau T. III, F. 1 bis 6; Kettensteg über die Aare in Bern T. III, F. 7 bis 9). Es wurde hierdurch natürlich nur eine unvollkommene Versteifung der schlaffen Hängebrücke erzielt; die Ausbildung der Theorie hat jedoch in der Neuzeit zur entsprechenden Ausgestaltung dieses Versteifungssystems geführt.

b. Durch Anordnung gerader Hilfsseile (*stays*), welche von den Köpfen der Pylonen (Pfeileraufbauten, welche die Kettenauflager tragen) in fächerförmiger Anordnung ausgehend, die gegen die Pfeiler zu gelegenen Teile der Fahrbahn mit tragen und in ihrer Höhenlage fixieren sollen. Man findet diese Hilfsseile insbesondere bei den neueren amerikanischen Drahtseilbrücken (Ohio-Brücke bei Cincinnati, East River-Brücke T. IV, F. 1 bis 4), jedoch läßt sich gegen sie der Einwand erheben, daß ihre Wirkung unsicher zu beurteilen ist. Temperaturänderungen sind auf die Spannungen dieser Hilfskabel von wesentlichem Einflusse und können bewirken, daß dieselben zeitweise überanstrengt oder entlastet werden. Auch wird durch sie, wenn sie nicht an Rollenlager angeschlossen sind, die Stabilität der Pylonen vermindert. Man bringt diese Hilfsseile neuestens auch bei französischen Drahtseilbrücken in Anwendung, hier allerdings mit der Abänderung, daß in der Nähe der Pfeiler die Hängestangen weggelassen werden, sodaß daselbst die Fahrbahn nur von den schrägen Hilfskabeln getragen wird (Brücke von St. Ilpize, erbaut 1879, T. II, F. 16 bis 17). Hierdurch wird einerseits eine etwas größere Klarheit hinsichtlich der Inanspruchnahme dieser Kabel erzielt, andererseits eine Entlastung des Hauptkabels erreicht, weshalb diese Anordnung auch bei Rekonstruktionen schwacher Drahtseilbrücken Verwendung findet (Brücke von Mornay).

c. Den seitlichen Schwankungen, wie sie namentlich durch die Wirkung des Windes hervorgerufen werden, sowie auch den Hebungen der Fahrbahn suchte man durch Anbringung von Gegenketten oder Sicherheitsseilen, mittels welcher man die Fahrbahn an unterhalb derselben gelegene Punkte der Widerlager oder Pfeiler verankerte, zu beheben (Gehsteg bei den Niagarafällen, Brunel's Brücken auf der Insel Bourbon u. s. w.). Diese Anordnung, welche bei der Schloffheit der Gegenketten auch nur von zweifelhaftem Werte sein konnte, wurde seither verlassen und auch die amerikanischen Ingenieure begnügen sich bei ihren großen Drahtseilbrücken jetzt damit, die Windverankerung in die Ebene der Fahrbahn zu legen. Auch die früher übliche Verbindung des Kabels durch schräge Zugseile mit dem Widerlager (Ohio-Brücke bei Cincinnati, Drahtseilsteg bei Passau T. III, F. 1) erscheint bei den neueren Kabelbrücken (East River-Brücke) nicht mehr angewendet.

Ein anderes Mittel zur Erhöhung der seitlichen Stabilität besteht in der Schräglage der Tragwände, welche Anordnung insbesondere bei den Kabelbrücken sehr häufige Anwendung findet (T. II, F. 19; T. III, F. 4; T. IV, F. 4).

d. Bei den aus mehreren Öffnungen bestehenden Hängebrücken mit kontinuierlichen, an den Pylonen auf Rollenlager gelegten oder an Pendelpfeiler angeschlossenen Ketten oder Seilen, hat man den Einfluss der benachbarten Felder auf die Formänderungen der unversteiften Kette dadurch zu beheben gesucht, dass man die Auflagerpunkte der Kette bezw. die oberen Enden der Pendelpfeiler durch gerade Spannketten untereinander oder mit festen Widerlagerpunkten in Verbindung setzte (Brücke von Cubzac T. II, F. 13 bis 15). Auch diese Anordnung ist gegenwärtig verlassen, und namentlich in Frankreich sind Pendelpfeiler bei Hängebrücken überhaupt nicht mehr gestattet (Verordnung vom 4. Mai 1870).

§ 4. Die Schwingungserscheinungen an Brücken. Bevor dazu übergegangen wird, die neueren Konstruktionen der versteiften Hängebrücken zu besprechen, sollen die Schwingungserscheinungen an Brücken und speziell an Hängebrücken etwas näher betrachtet werden, um die Anforderungen beurteilen zu können, welche an eine Brückenkonstruktion rücksichtlich des Grades ihrer Steifigkeit zu stellen sind.

Bekanntlich nimmt jede aus ihrer Gleichgewichtslage gebrachte Masse eine schwingende Bewegung an, wenn die stetig wirkenden Kräfte, welche dieselbe in die Gleichgewichtslage zurücktreiben, in ihrer Grösse der Verschiebung dieser Masse proportional sind. Die Schwingung findet um die Ruhelage statt und man nennt die grösste Abweichung von der Ruhelage die Schwingungsweite, die Zeit, welche verfliesst, bis sich die schwingende Masse wieder an demselben Orte in dem gleichen Bewegungszustande befindet, die Schwingungsdauer.

Die Molekularkräfte, welche die Elastizität der Körper hervorrufen, entsprechen wenigstens innerhalb gewisser Grenzen der obenerwähnten Bedingung der Proportionalität; es werden daher immer Schwingungserscheinungen an einem elastischen Körper auftreten, wenn eine plötzlich hinzukommende äussere Kraft eine innerhalb der Elastizitätsgrenze gelegene Formänderung bewirkt, oder wenn eine an demselben angreifende Kraft plötzlich zu wirken aufhört. Die Schwingungsweite wird hier hauptsächlich von der Grösse der plötzlich auftretenden oder verschwindenden Kraft abhängen, die Schwingungsdauer dagegen von der Grösse der schwingenden Masse. Theoretisch kann auch eine unendlich kleine, aber impulsiv wirkende Kraft einen elastischen Körper in Schwingungen von unendlich kleiner Schwingungsweite, aber endlicher Schwingungsdauer versetzen. Wiederholen sich diese Impulse, so kann unter Umständen eine Summierung ihrer Wirkungen eintreten. Dies findet bestimmt statt, wenn der Zeitraum zwischen zwei Impulsen der Schwingungsdauer gleichkommt. In diesem Falle können auch kleine Stosskräfte durch entsprechend ofte Wiederholung den Körper allmählich in Schwingungen von grosser Weite versetzen.

Auf einen Brückenträger angewendet, erscheint es sonach für die Inanspruchnahme der Konstruktion von Wichtigkeit, dass die Dauer der Schwingungen, welche eine mit Stoswirkung auftretende Last in der Brückenkonstruktion hervorruft, ein gewisses Mass nicht überschreitet, damit die Schwingungsbewegungen sich nicht summieren. Die Schwingungsdauer soll umso kleiner sein, je rascher die dem Träger mitgetheilten Impulse aufeinander folgen können, also je schneller die Verkehrslast über die Brücke bewegt wird.

Bei den Strafsenbrücken sind es namentlich die taktmäßigen Schritte der Fußgänger, welche das Entstehen von sich allmählich vergrößernden Schwingungsbewegungen dann veranlassen können, wenn die durch die Konstruktionsverhältnisse der Brücke bedingte Schwingungsdauer gleich oder größer ist als die Schrittdauer, welche für den gewöhnlichen Marschschritt mit 0,6 bis 0,7 Sekunden angenommen werden kann. Ist nämlich die Schwingungsdauer der ganzen Konstruktion größer, so kann sie sich durch Ausbildung von Schwingungsknoten der Schrittdauer anbequemen. Die Folge ist, daß durch allmähliche Summierung der lebendigen Kräfte Formänderungen entstehen, die beträchtlich größer sind, als jene, welche durch eine gleich große ruhende Belastung hervorgerufen würden.

Die Schwingungserscheinungen treten aber nicht bloß bei den elastischen oder steifen Trägersystemen auf, sondern auch bei den schlaffen Konstruktionen. Eine frei hängende, schwere Kette, welche in ihrer Vertikalebene aus der Gleichgewichtslage gebracht wurde, wird in schwingende oder schaukelnde Bewegungen geraten, die sich allmählich verstärken, wenn in den Zeitintervallen, welche der Schwingungsdauer oder einem Bruchteil derselben entsprechen, neue Impulse hinzutreten. Da, wie nachstehend gezeigt wird, die Schwingungsdauer der schlaffen Kette wesentlich größer ist, als selbst jene einer sehr stark federnden Konstruktion, so erklärt sich daraus die bekannte Tatsache, daß unversteifte Hängebrücken sogar von einzelnen Fußgängern sehr leicht in heftige Schwankungen versetzt werden können. Allerdings haben diese Schwankungen, wenn man von dem Gefühl der Unsicherheit für die Passanten, sowie von der etwa vermehrten Beanspruchung der Fahrbahnkonstruktion und der Abnutzung der Ketten- gelenke absieht, für die schlaffe Kette selbst keinen Nachteil im Gefolge, während bei einer steifen Trägerkonstruktion mit der Größe der Formänderung (Durchbiegung) auch die Inanspruchnahme zunimmt.

Schwingungsdauer einer schlaffen Kette. Die Belastung der Kette f. d. horizontale Längeneinheit sei p , H der dabei auftretende Horizontalzug, x und y seien die Koordinaten eines Punktes der Kettenlinie in der Ruhelage, bezogen auf die Verbindungslinie der Aufhängepunkte und den einen Aufhängepunkt als Ursprung. Da nur verhältnismäßig geringe Schwingungen vorausgesetzt werden, so erscheint die näherungsweise Annahme zulässig, daß sich die Kettenpunkte dabei in vertikalen Richtungen bewegen. In einer bestimmten Phase, welche der vor einem gewissen Anfange gezählten Zeit t entspricht, wird sonach der betrachtete Kettenpunkt sich um η gesenkt und das Massenelement $\frac{p}{g} dx$ (unter $g = 9,81$ die Acceleration der Schwere verstanden) die Beschleunigung $\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}$ erlangt haben. Der Senkung des Kettenpunktes um η entspricht aber eine nach aufwärts gerichtete Kraft

$$H \left(\frac{\partial^2 (y + \eta)}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) dx = H \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} dx,$$

welche der durch die Beschleunigung hervorgerufenen lebendigen Kraft gleich zu setzen ist. Man hat sonach

$$H \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} dx = \frac{p \cdot dx}{g} \cdot \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}$$

oder

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = \frac{Hg}{p} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = a^2 \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2},$$

wenn zur Abkürzung $\frac{Hg}{p} = a^2$ eingeführt wird.

Obiger Differentialgleichung wird durch

$$\eta = F_1(at + x) + F_2(at - x),$$

worin F_1 und F_2 zwei beliebige Funktionen bezeichnen, entsprechen. Trotz der Unbestimmtheit dieses Ausdruckes reicht derselbe hin, um die Schwingungsdauer daraus abzuleiten, wenn in Berücksichtigung gezogen wird, daß für $x = 0$ und $x = l$, d. i. für die beiden Aufhängepunkte der Kette $\eta = 0$ sein muß, daß sonach

$$F_1(at) + F_2(at) = 0$$

und

$$F_1(at + l) + F_2(at - l) = 0$$

ist. Aus der ersten Gleichung folgt, daß für gleiche Werte der Variablen die Funktionen F_1 und F_2 gleichen, aber im Vorzeichen entgegengesetzten Wert annehmen, daß sonach allgemein F_2 durch $-F_1$ ersetzt werden kann. Damit verwandelt sich die zweite Gleichung in

$$F_1(at + l) - F_1(at - l) = 0$$

oder, wenn $at - l = at_1$ gesetzt wird, in

$$F_1(at_1 + 2l) = F_1(at_1)$$

Die Funktion F_1 , folglich auch F_2 und damit auch η , nimmt denselben Wert an, wenn at_1 um $2l$, also t_1 um $\frac{2l}{a}$ größer wird; es entspricht sonach der Schwingungsdauer der Kette

$$t = \frac{2l}{a} = 2l \sqrt{\frac{p}{Hg}}$$

Für eine gleichmäßige Belastung der Kette mit p f. d. horizontale Längeneinheit ist bei der Pfeilhöhe f derselben $H = \frac{1}{8} \frac{pl^2}{f}$ und es ergibt sich damit die Schwingungsdauer

$$t = 4 \sqrt{\frac{2f}{g}} = 1,806 \sqrt{f} \dots \dots \dots 1.$$

Für eine Pfeilhöhe $f = 1$ m würde sonach die Schwingungsdauer der Kette 1,806 Sek., also bereits wesentlich größer als die Schrittdauer.

Schwingungsdauer eines elastischen Trägers. Allgemeinere, strenge Untersuchungen über die transversalen Schwingungen von elastischen Stäben haben bereits Poisson, Sophie Germain, Bresse u. A. geliefert. Für den hier verfolgten Zweck der Anwendung auf Brückenträger genügt jedoch eine Näherungsbestimmung, wie sie ähnlich auch von M. Resal⁷⁾ und von Köpcke⁸⁾ gegeben wurde. Dieselbe nimmt an, daß die Querschnitte des Trägers vertikal schwingen, sie vernachlässigt sonach die Drehbewegung der Querschnitte, deren Einfluß bei Brückenträgern gegenüber den durch die Biegung hervorgerufenen Bewegungsgrößen immer nur unerheblich sein wird.⁹⁾

Hinsichtlich des Konstruktionssystems des Trägers wird vorläufig keine weitere Annahme gemacht als die, daß die vertikal nach aufwärts gerichtete, elastische Gegenkraft des Trägers in jedem Punkte der augenblicklichen Einsenkung proportional sei. Um die Entwicklung der Formeln an dem einfachsten Falle zu zeigen, denken wir uns den Träger zunächst vollkommen gewichtslos und nur in einem beliebigen Punkte mit $Q = mg$ belastet. Diese Last möge in der Ruhelage in dem Träger an der Laststelle eine Einsenkung u hervorrufen, welche sich aus

$$Q = mg = ku \dots \dots \dots 2.$$

bestimmt, wenn k einen zufolge obiger Annahme konstanten, nur von der Trägerkonstruktion abhängigen Koeffizienten bezeichnet. Durch irgend eine Veranlassung, etwa durch plötzliche Aufbringung eines Teiles oder der gesamten Last Q sei nun der Träger in Schwingungen versetzt worden. Dann wird in einem bestimmten Augenblicke der belastete Punkt sich noch weiter um η unter die der Ruhelage entsprechende elastische Linie gesenkt und eine Geschwindigkeit v erlangt haben; die hierdurch hervorgerufene elastische Gegenkraft wird $P = k(u + \eta)$. Bezeichnet noch v_0 die Geschwindigkeit, mit der die bewegte Masse m durch die der Einsenkung u entsprechende Ruhelage hindurchgeht, so lautet die Arbeitsgleichung

⁷⁾ Ann. des ponts et chaussées 1882, II, S. 337.

⁸⁾ Deutsche Bauz. 1885, S. 163 und 1886, S. 459.

⁹⁾ Eine schärfere Behandlung mit Berücksichtigung der Drehbewegung findet man in Bresse, Cours de mécanique appliquée. 2. Aufl. 1866, I. Teil.

$$\frac{m}{2} (v^2 - v_0^2) = m g \cdot \eta - \int_0^\eta k (u + \eta) d\eta$$

oder mit Rücksicht auf Gl. 2 $m (v^2 - v_0^2) = -k \eta^2$.

Hiernach wird die Geschwindigkeit $v = 0$ für

$$\eta_1 = \pm v_0 \sqrt{\frac{m}{k}}, \dots \dots \dots 3.$$

wodurch sich die Schwingungsweite bestimmt. Da aber $v = \frac{d\eta}{dt}$ ist, so hat man auch

$$m \left(\frac{d\eta}{dt} \right)^2 = m v_0^2 - k \eta^2 \quad \text{und} \quad dt = \frac{\sqrt{m}}{\sqrt{m v_0^2 - k \eta^2}} \cdot d\eta.$$

Die Integration zwischen den Grenzen $\pm \eta_1$ giebt die Dauer einer einfachen Schwingung, also die halbe Schwingungsdauer, sodafs man für letztere selbst erhält

$$t = 2 \sqrt{m} \int_{-\eta_1}^{+\eta_1} \frac{d\eta}{\sqrt{m v_0^2 - k \eta^2}} = 2 \sqrt{\frac{m}{k}} \left[\text{arc sin} \left(\frac{\eta}{v_0} \sqrt{\frac{k}{m}} \right) \right]_{-\eta_1}^{+\eta_1}$$

Die Einsetzung von η_1 aus Gl. 3 giebt

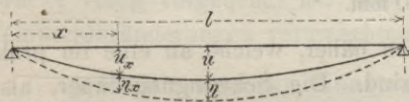
$$t = 2 \sqrt{\frac{m}{k}} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} \right) = 2 \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

oder mit Einführung von k aus Gl. 2 folgt die Schwingungsdauer

$$t = 2 \pi \sqrt{\frac{u}{g}} = 2,0063 \sqrt{u} \dots \dots \dots 4.$$

Es soll nun auch noch eine Näherungsbestimmung für den Fall versucht werden, dafs der Träger gleichmäfsig mit p f. d. Längeneinheit, das eigene Gewicht hierin inbegriffen, belastet ist. Das Trägersystem kann auch wieder ein ganz beliebiges sein, nur wird die Annahme gemacht, die elastische Linie sei eine Parabel und es bezeichne u_0 die Durchbiegung in der Trägermitte in der Ruhelage. Dann ist zufolge der erwähnten Annahme die Durchbiegung im Abstände x von der Stütze $u_x = \frac{4x(l-x)}{l^2} u_0$.

Fig. 1.



Wird der Träger in Schwingungen versetzt, so vergrößert sich diese Durchbiegung um η_x und man kann unter der Voraussetzung, dafs sämtliche Querschnitte des Trägers isochron schwingen, auch wieder annehmen, dafs die elastische Linie eine Parabel bleibt, dafs sonach $\eta_x = \frac{4x(l-x)}{l^2} \eta_0$

ist, wenn η_0 die Schwingungsamplitude in der Trägermitte bezeichnet. Unter dieser Voraussetzung besteht aber auch zwischen den gleichzeitigen Geschwindigkeiten v_x und v des beliebigen Punktes und des Punktes in der Trägermitte die Beziehung $v_x = \frac{4x(l-x)}{l^2} v$ und es berechnet sich die Zunahme der lebendigen Kraft, welche die ganze schwingende Masse, vom Durchgange durch die Ruhelage an gerechnet, erfährt, mit

$$\frac{p}{2g} (v^2 - v_0^2) \int_0^l \frac{16 x^2 (l-x)^2}{l^4} dx = \frac{8}{30} \frac{pl}{g} (v^2 - v_0^2).$$

Drückt man diese Gröfse durch die Arbeit der Kräfte aus, welche an dem Träger wirken, wobei die elastische Gegenkraft in dem Trägerelemente dx wieder mit

$$k_x (u_x + \eta_x) dx = k_0 (u_0 + \eta_0) dx$$

anzunehmen ist, so erhält man durch Gleichsetzung die Beziehung

$$\frac{8}{30} \frac{pl}{g} (v^2 - v_0^2) = \int_0^l \int_0^{\eta_x} p dx d\eta - \int_0^l \int_0^{\eta_x} k_x (u_x + \eta) dx d\eta.$$

Da aber $k_x u_x dx = k_0 u_0 dx = p dx$ ist, so vereinfacht sich die vorstehende Gleichung in

$$\frac{8}{30} \frac{pl}{g} (v^2 - v_0^2) = - \int_0^l \int_0^{\eta_x} k_x \eta dx d\eta = - \frac{1}{2} \int_0^l k_x \eta_x^2 dx.$$

Zufolge der Annahme über die Gestalt der elastischen Linie ist

$$k_x = \frac{l^2}{4x(l-x)} k_0 \quad \text{und} \quad \eta_x = \frac{4x(l-x)}{l^2} \eta_0;$$

man erhält daher

$$\frac{pl}{g} (v^2 - v_0^2) = -\frac{5}{4} k_0 l \eta_0^2.$$

Diese Gleichung stimmt mit jener überein, welche für den vorher behandelten Fall abgeleitet wurde, wenn darin m durch $\frac{pl}{g}$ und k durch $\frac{5}{4} k_0 l$ ersetzt wird. Es ergibt sich dementsprechend auch der Ausdruck für die Schwingungsdauer mit

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{4}{5} \frac{p}{k_0 g}}$$

oder, weil $k_0 = \frac{p}{u_0}$ ist, mit

$$t = 2\pi \sqrt{\frac{4}{5} \frac{u_0}{g}} = 2,0063 \sqrt{0,8 u_0} \dots \dots \dots 5.10)$$

Hat man es nun mit einem Träger zu thun, dessen Durchbiegung in der Mitte infolge einer gleichmäÙig verteilten Belastung (Eigengewicht) u_0 ist und auf den überdies eine konzentrierte Last wirkt, welche in der Ruhelage eine Vergrößerung der Durchbiegung um u erzeugt, so erhält man die Schwingungsdauer dieses Trägers näherungsweise aus

$$t = 2,0063 \sqrt{u + 0,8 u_0} \dots \dots \dots 6.$$

Hierin sind die Durchbiegungen in Meter auszudrücken und es wird t in Sekunden erhalten.

Aus den vorstehenden Formeln folgt das bemerkenswerte Ergebnis, worauf zuerst Köpcke hingewiesen hat, daß die Schwingungsdauer einer Brückenkonstruktion nur von der GröÙe ihrer Durchbiegung in der Ruhelage abhängt, gleichgültig von welcher Art und GröÙe auch die Konstruktion selbst ist. Im Zusammenhalte mit dem oben Erwähnten ergibt sich sonach, daß die Durchbiegung einer Brücke unter einer gewissen Grenze bleiben muß, damit die Schritte der Fußgänger oder sonstige regelmäßig wiederholte Impulse sie nicht in Schwingungen versetzen. Diese Grenze wird für eine Schrittdauer von rund 0,6 Sek.

$$u + 0,8 u_0 = \frac{0,6^2}{2,006^2} m = 90 \text{ mm.}$$

Hiermit bestimmen sich auch die Anforderungen näher, welche an eine im praktischen Sinne steife Brückenkonstruktion zu stellen sind. Die Schwingungsdauer, also auch die Durchbiegung der Konstruktion, muß umso kleiner gewählt werden, je rascher die Wiederholungen der Stofswirkungen auftreten, je schneller also die Verkehrslasten über die Brücke bewegt werden. Man wird daher beispielsweise an eine versteifte Hängebrücke, die für den Eisenbahnbetrieb bestimmt ist, jedenfalls höhere Anforderungen rücksichtlich der Steifigkeit, d. i. der Kleinheit ihrer Durchbiegung stellen müssen, als an eine ebensolche StraÙenbrücke. Allerdings erscheint es schwierig, den auf die Erregung von Schwingungen gerichteten Einfluß einer rollenden Verkehrslast rechnerisch auszudrücken. Die darauf bezüglichen Formeln beruhen auf mehr oder weniger kühnen Annahmen. Eine einfache Beziehung, welche mit mitgeteilten Versuchen eine gute Übereinstimmung zeigt, stellt M. Resal¹¹⁾ auf. Dieselbe lautet folgendermaßen: Ist t die Schwingungsdauer einer Brücke, T die Zeit, welche die Verkehrslast, beispielsweise ein Eisenbahnzug braucht, um von einem Trägerende zum anderen zu gelangen, so erhält man die durch die bewegte Last hervorgerufene Durchbiegung, also auch die durch sie erzeugten Spannungen, wenn man die der ruhenden Last entsprechenden GröÙen mit

¹⁰⁾ Die genauere Berechnung, welche für diesen Fall sehr umständlich wird, und überdies strenge auch nur für einen frei aufliegenden Träger konstanten Querschnittes gilt (man vergl. Bresse, Weisbach), giebt $t = 2\pi \sqrt{0,788 u_0}$.

¹¹⁾ Ann. des ponts et chaussées 1882, II.

dem Faktor $m = \left(1 + \frac{t}{2T}\right)$ multipliziert. Der Grenzfall $T = \frac{t}{2}$ würde einer plötzlich auftretenden Belastung entsprechen und eine Verdoppelung der Wirkung gegenüber der ruhenden Last bedingen. — Die Schwingungen, welche durch eine bewegte Verkehrslast hervorgerufen werden, sind beispielsweise aus dem auf T. VI, F. 8 mitgetheilten Durchbiegungs-Diagramm einer gusseisernen Bogenbrücke deutlich erkennbar.

Man wird aber bei einem Brückenprojekte nicht blofs die Schwingungen in vertikaler, sondern auch jene in horizontaler Richtung, die seitlichen Schwankungen, zu berücksichtigen haben. Zur Beurteilung der vorhandenen Steifigkeit nach dieser Richtung wird auch wieder die Berechnung der Schwingungsdauer bzw. der Horizontaldurchbiegung verhelfen, welche die Brückenkonstruktion unter der Einwirkung des Eigengewichtes und des Winddruckes erfahren würde.

Da die Durchbiegung u_0 infolge einer gleichmäfsig verteilten Last allgemein bei jedem Trägersystem der vierten Potenz der Spannweite proportional ist, so folgt, dafs die Schwingungsdauer zu dieser im quadratischen Verhältnisse steht. Werden daher durch Festhaltung der Konstruktion an 1, 2 u. s. w. ungefähr gleich weit entfernten Stellen ebenso viele Schwingungsknoten gebildet, so vermindert sich die Schwingungsdauer auf $\frac{1}{4}$ bzw. $\frac{1}{9}$ u. s. w. Von diesem Mittel hat Köpcke Anwendung gemacht, um die Schwingungen einer bestehenden Hängebrücke zu verringern.¹²⁾ Die Festhaltung der Fahrbahn an zwei Stellen konnte hier durch eine Verbindung derselben mit dem Erdboden erreicht werden und zwar wurde sie mittels vertikal und quer zur Brückenbahn angeordneter, dreieckiger eiserner Rahmen bewerkstelligt, deren obere horizontale Seite mit den beiden Fahrbahnträgern verschraubt ist, während sie unten sich als Stab unter die Bodenoberfläche fortsetzen und hier zwischen Klemmbacken und Federn so fest gehalten sind, dafs einer Pendelbewegung dieser Punkte beim Überschreiten der Brücke völlig vorgebeugt ist. Eine feste Verbindung mußte mit Rücksicht auf die durch Temperaturänderungen verursachten Bewegungen der Ketten vermieden werden.

§ 5. Die neueren Konstruktionssysteme der Hängebrücken.

1. Die Kabelbrücken mit Versteifungsbalken. Das Tragwerk besteht aus Stahldraht-Kabeln, an welche mittels Hängestangen eine Balkenbrücke (Blech- oder Fachwerksträger) angehängt ist. Den Balkenträgern fällt die Aufgabe zu, eine ungleichmäfsige Belastung so zu verteilen, dafs die Spannungen der Hängestangen nahezu gleich grofs werden, das Kabel sonach seine Gleichgewichtslage auch bei wechselnder Belastung nur unmerklich ändert. Unter dieser Voraussetzung, welche eine entsprechende Steifigkeit der Balkenträger bedingt, werden auch die Durchbiegungen nur klein ausfallen, die Brücke wird daher nicht leicht in Schwingungen versetzt werden.

Nach dem heutigen Stande der Theorie unterliegt auch die schärfere Berechnung dieses Systems, welche auf die Änderung der Kabelform unter der Belastung Rücksicht nimmt, keiner Schwierigkeit; für die in Betracht kommenden Anwendungen genügt jedoch zumeist eine Näherungsberechnung, welche einen nur geringe Formänderungen zulassenden Versteifungsträger voraussetzt (Kap. XII, § 5 bis 8). Dieser Voraussetzung kann in der Ausführung durch ein genügend grofses Trägheitsmoment des Versteifungsträgers entsprochen werden.

Beispiele solcher versteiften Kabelbrücken bieten die grofsen amerikanischen Drahtseilbrücken, insbesondere die Eisenbahn-Hängebrücke über den Niagara (T. III,

¹²⁾ Deutsche Bauz. 1885, S. 163.

F. 15 bis 20) und die East River-Brücke (T. IV, F. 1 bis 4). Bei letzterer Brücke sind aber auch noch gerade Hilfskabel angeordnet, welche das System unklarer und unbestimmter machen und bei entsprechender Dimensionierung der Hauptkabel und Versteifungsträger ganz gut entbehrt werden können.

Wollte man eine statische Bestimmtheit dieses Systems erreichen, so müßten nicht bloß die Hilfskabel weggelassen, sondern es müßte auch ein Mittelgelenk im Versteifungsträger angebracht werden. Diese Anordnung, so sehr sie sich von theoretischem Standpunkte empfiehlt, hat aber einerseits konstruktive Schwierigkeiten hinsichtlich der horizontalen Absteifung der Tragwände, andererseits das Auftreten vermehrter Biegungsspannungen in dem über dem Gelenke gelegenen Kabelquerschnitte zur Folge. Aus diesem Grunde hat man auch bei allen bisherigen Anwendungen des fraglichen Brückensystems von der Anordnung eines Gelenkes im Versteifungsträger abgesehen.

Da dieses Hängebrücken-System erst in neuester Zeit durch die Entwicklung der Theorie eine richtige Grundlage erhielt, so kann es nicht Wunder nehmen, daß muster-giltige Ausführungen desselben bisher noch fehlen und nur erst solche Entwürfe vorhanden sind. Als Beispiele von ausgeführten Brücken dieser Art, welche durch Veröffentlichungen bekannt sind, wären nebst den obenerwähnten amerikanischen Kabelbrücken noch zu nennen: die Drahtkabelbrücke bei Bucaramanga (T. IV, F. 5 bis 10), mehrere kleine Drahtseilstege in der Schweiz (T. III, F. 10 bis 14) u. a. m.

Es braucht kaum hervorgehoben zu werden, daß es zwar Verschiedenheiten in konstruktiver Beziehung, aber keinen eigentlichen Unterschied im System begründen würde, wenn anstatt des Kabels eine Kette angewendet wird. Nachdem aber der Hauptvorteil dieses Systems gerade in der Anwendung des durch hohe Festigkeit ausgezeichneten und daher eine große Inanspruchnahme zulassenden Stahldrahtes gelegen ist, so wird man wohl immer die Anordnung von Kabeln jener von Ketten vorziehen und dieses System bei Kettenbrücken etwa nur für Verstärkungen und Rekonstruktionen anwenden (Beispiel: Rudolfs-Brücke über den Wienfluß in Wien).

2. Hängebrücken mit versteiften Tragwänden (Fachwerks-Hängebrücken). Das Tragwerk der in diese Gruppe einzureihenden Hängebrücken kann in allen Fällen als ein umgekehrter Fachwerksbogen aufgefaßt werden, dessen Widerlagspunkte eine kleine Horizontalverschiebung, hervorgerufen durch die Ausdehnung der Spannketten oder durch die Formänderung der angrenzenden Felder, erfahren. Die Spannungen werden mit derselben Größe, aber mit entgegengesetztem Vorzeichen wie bei dem gleichen Bogenfachwerke erhalten, sodaß die Gurtungen des Trägers überwiegend auf Zug beansprucht werden.

Wie bei dem Fachwerksbogen können auch bei diesen Hängeträgern drei Haupttypen unterschieden werden:

a. Träger mit ausgefachten Bogenzwickeln bzw. mit Ausfachung zwischen Kette und Fahrbahn. Der parabolisch polygonale Obergurt nimmt hier nahezu allein die Eigengewichtslast auf und wird bei nicht zu kleinem Verhältnis des Eigengewichtes zur zufälligen Last, wie es den praktischen Fällen entspricht, auch bei teilweiser Belastung der Brückenöffnung nur auf Zug beansprucht; wogegen der horizontale Untergurt in den ungünstigsten Belastungsfällen meist Zug- und Druckspannungen aufzunehmen hat. Er muß demnach auch mit steifem Querschnitte konstruiert werden, während der Obergurt auch als Kette ausgeführt oder durch ein Kabel ersetzt werden kann. Das letztere ist der Fall bei der von Barlow 1862 erbauten Lambeth-Brücke in London

(T. IV, F. 11 bis 16), welche die erste Anwendung dieses Versteifungssystems, allerdings in nicht ganz reiner Durchführung, darstellt. Diese Brücke überspannt die Themse in drei Öffnungen von je 85,4 m und ihre Fahrbahn wird von zwei, zwischen der Fahrbahn und den Fußwegen angebrachten, an je zwei Drahtkabeln aufgehängten, hohlen Blechbalken getragen. Die zwischen den Drahtkabeln und den Blechbalken enthaltenen Bogenzwickel sind durch ein aus steifen Vertikalpfosten und schlaffen gekreuzten Diagonalstäben bestehendes Gitterwerk ausgefacht. Das System kann wegen des balkenförmigen Untergurtes nicht als ein Fachwerksträger im gewöhnlichen Sinne aufgefaßt werden, jedenfalls muß bei der Berechnung auf die infolge der Kontinuität des Untergurtes auftretenden sehr bedeutenden Sekundärspannungen Rücksicht genommen werden. Auch die Verbindung der Fachwerksstäbe mit dem Kabel ist bei dieser Themse-Brücke nicht zufriedenstellend gelöst, sodafs die versteifende Wirkung der Ausfachtung nur teilweise zur Geltung kommen kann, wogegen der Blechbalken bei einseitiger Belastung und bei Temperaturwechsel beträchtliche Inanspruchnahmen erfährt. Die neueren Anwendungen dieses Systems, wie der von Schmick im Jahre 1869 erbaute Steg über den Main zwischen Frankfurt und Sachsenhausen (T. V, F. 1 bis 11), und eine projektierte Fußgängerbrücke bei Gotha (T. V, F. 12 bis 16), entsprechen hingegen in ihren konstruktiven Einzelheiten den theoretischen Voraussetzungen wesentlich besser. Es sind hier die Gitterstäbe durch Nietung oder, um die Sekundärspannungen herabzumindern, mittels Bolzen an die Gurtungen angeschlossen. Über den Mittelpfeilern sind die Obergurte der benachbarten Felder in einem Scharnier vereinigt, das mit einem Pendel- oder Rollenlager auf dem Mittelpfeiler aufliegt; ferner sind bei den erwähnten beiden Brücken auch im Scheitel des Obergurtes, bei gleichzeitiger Unterbrechung des Untergurtes, Gelenke angebracht, wodurch das System in ein statisch bestimmtes verwandelt und der Einfluß der Temperaturänderungen aufgehoben wird. Die weiteren Einzelheiten dieses Trägersystems werden später noch näher besprochen werden.

Die Anbringung eines Gelenkes in der Hängegurtung bringt allerdings den Übelstand mit sich, dafs dasselbe infolge der zur Erzielung der erforderlichen Steifigkeit im Scheitel nötigen Trägerhöhe über den Untergurt zu liegen kommt, wodurch der Anschluß der in der Ebene des Untergurtes angebrachten Windversteifung an das Gelenk erschwert wird. Köpcke schlägt deshalb vor, die beiden Gurtungen im Scheitелgelenk tangential zusammenzuführen und einen besonderen Versteifungsgurt über dem Hauptgurt nächst den Scheitelpunkten anzuordnen, diesen durch Blechwandung oder Gitterwerk mit dem Untergurte zu verbinden und hierdurch an diesen Stellen einen genügend steifen Querschnitt zu erzielen.¹³⁾

Es sei noch auf das patentierte System des Ingenieurs G. Zampis in Wien aufmerksam gemacht, welches eine Verbesserung des Systems der Lambeth-Brücke hinsichtlich der Knotenpunktverbindungen anstrebt. Der Obergurt ist als Kabel gebildet, der Untergurt hat einen aus Blechen und Winkeleisen zusammengesetzten \perp -Querschnitt, die \mathcal{N} -förmige Ausfachtung besteht aus steif konstruierten Vertikalen und Diagonalen, welche mittels Bolzenverbindung an die mit dem Kabel in möglichst feste Verbindung gebrachten Knotenpunktstücke angeschlossen sind. Der Untergurt ist in der Mitte unterbrochen, und hat hier ein Gelenk, welches nur Druckkräfte, keine Zugkräfte übertragen kann und überdies kleine Hebungen oder Senkungen des Kabelscheitels zulassen soll, ohne

¹³⁾ Über Hängebrücken mit drei Gelenken. Von Geh. Finanzrat C. Köpcke. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1888, S. 29.

daß schädliche Spannungen eintreten. In dieser Hinsicht darf man aber von dieser Anordnung doch nur eine beschränkte Wirkung erwarten.

b. Sichelförmiger Hängeträger mit einem Mittelgelenk. Dieses System, welches durch die Monongahela-Brücke bei Pittsburgh (T. V, F. 17 bis 25) in hervorragender Weise vertreten ist, entspricht einem umgekehrten Dreigelenkbogen mit im Scheitel und an den Kämpfern zusammengeführten Gurtungen. Bei dem erwähnten Bauwerke, einer Straßenbrücke von 243,8 m Spannweite des Mittelfeldes, ist der kettenförmige Untergurt nach der Stützzlinie des Eigengewichts geformt, sodafs im unbelasteten Zustande der Brücke die Versteifungskonstruktion keine Beanspruchung erfährt. Letztere besteht aus zwei geraden Pfosten, welche die Obergurte der Träger bilden und in der Mitte untereinander und mit der Kette scharnierförmig verbunden sind. Zwischen Ober- und Untergurt ist ein doppeltes Fachwerk eingeschaltet. Der Obergurt wird bei teilweiser Belastung der Brücke sowohl auf Zug als auf Druck beansprucht. Wollte man letzteres vermeiden, so müßte die Krümmung des Untergurtes vergrößert und die Stützzlinie der totalen Belastung möglichst in die Mitte zwischen

Fig. 2.



beide Gurte gebracht werden. Man erhält hierdurch ein Trägersystem (Fig. 2), wie es 1861 schon Köpeke¹⁴⁾ und später Claxton Fidler¹⁵⁾ in Vorschlag gebracht haben. Eine Brücke dieser Art besteht in Rom.

Als Vorteile dieses unter b. betrachteten Systems der versteiften Hängebrücken sind anzuführen: die statische Bestimmtheit mit der damit verbundenen Vereinfachung der Berechnung; und gegenüber den Trägern mit ausgefachten Bogenzwickeln der Wegfall der langen Streben in der Ausfachung, wodurch sich dieses System bei großen Spannweiten ökonomischer erweist als das vorhergehend besprochene. Allerdings ist dafür wieder eine stärkere Längs- und Querabsteifung der angehängten Fahrbahn erforderlich, sodafs bei kleinen und mittleren Spannweiten das Verhältnis hinsichtlich der Ökonomie beider Systeme ein umgekehrtes sein dürfte.

c. Hängeträger mit Doppelketten, die durch Gitterwerk miteinander verbunden und abgesteift sind. Diese Träger entsprechen in ihrem statischen Verhalten dem Bogenträger mit Kämpfergelenken, wenn die beiden Ketten am Auflager miteinander

Fig. 3.

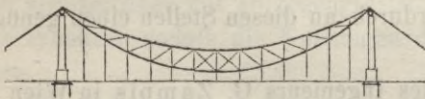
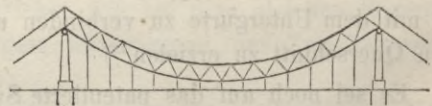


Fig. 4.



vereinigt und durch eine gemeinschaftliche Spannkette gehalten werden (Fig. 3); im anderen Falle, wenn die beiden Ketten getrennte Auflager und Spannketten haben (Fig. 4), bildet das System ein Analogon zum eingespannten Bogen mit elastisch verschiebbaren Widerlagern. Nur von dieser letzteren Anordnung existieren ausgeführte Beispiele und zwar gehören hierher die beiden nach Schnirch's patentiertem System in den Jahren 1860 und 1864 ausgeführten Donaukanal-Brücken in Wien, die Verbindungsbahn-Brücke und die Aspern-Brücke (T. V, F. 29), von welchen aber die erstere im Jahre 1884 infolge ihres schlechten Zustandes abgetragen werden mußte. Dieses

¹⁴⁾ Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1861.

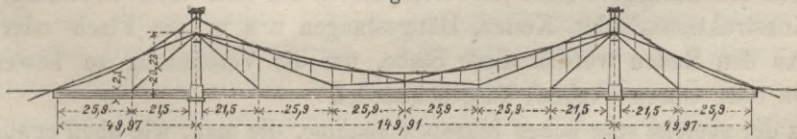
¹⁵⁾ Engng. 1875, I.

System der Kettenversteifung war jedoch auch schon früher von Wendelstadt angewendet worden bei der in den Jahren 1842—45 erbauten Brücke über den Neckar bei Mannheim, welche gegenwärtig (1888) durch einen Neubau ersetzt werden soll. Ein neueres Beispiel bietet die 1871 vollendete Hängebrücke auf dem Bahnhofe zu Gotha (T. IV, F. 17 bis 23), welche zwei Halbbogen zu 48,08 m Spannweite und eine Versteifung der aus Flacheisen bestehenden Gurte durch N-Fachung besitzt. Bei der Berechnung dieser Brücke erlaubte man sich allerdings die kaum zulässige Annäherung, den Träger als einen Dreigelenkbogen aufzufassen.

Die Anordnung mit getrennter Auflagerung hat entschiedene Nachteile. Die statische Unbestimmtheit des Systems wird durch sie wesentlich erhöht und der Einfluss der Temperaturänderung, gleich wie beim eingespannten Bogen, vergrößert; die Unsicherheit der Berechnung wird überdies noch durch den Umstand vermehrt, dass die Beweglichkeit der Auflager nicht blofs von der Elasticität der Spannketten abhängt, sondern auch durch die etwaige Schloffheit derselben und durch die Reibungswiderstände der Ketten auf ihren Auflagern beeinflusst wird. Es kann durch allmähliche Summierung der Verschiebungen dahin kommen, dass das Auflager der einen Kette ganz unwirksam wird, wie sich dies bei der oben erwähnten Donaukanal-Brücke der Verbindungsbahn thatsächlich konstatieren liefs; hier war nämlich auch die Anordnung in unweckmäßiger Weise so getroffen, dass beide Ketten auf einem gemeinsamen Roll-Lagerstuhl frei aufgelagert waren, wodurch gegenseitige Verschiebungen zwischen Ketten und Lagerstuhl möglich wurden. Der eine Kettengurt wurde hierdurch teilweise entlastet, der andere überanstrengt. Besser ist es bei dieser Anordnung doppelter Spannketten, wenn jede Kette ihren eigenen Auflagerstuhl erhält. Übrigens trugen an dem vorzeitigen Ruin der Eisenbahn-Hängebrücke über den Donaukanal noch andere Mängel Schuld, die sich kurz in folgenden Punkten zusammenfassen lassen: Zu geringe Starrheit des Systems infolge zu geringer Pfeilhöhe ($\frac{1}{20}$) und Kettenwandhöhe ($\frac{1}{66}$ d. Sp.); zu grofse Inanspruchnahme in den Ketten¹⁶⁾ und in den Bolzenleibungen; zu grofser Bolzenspielraum (1 mm); ungünstiger Angriff der Streben- und Hängestangenkräfte auf die Bolzen, hierdurch Biegung dieser letzteren und ungleichmäßige Spannungsverteilung über den Kettenquerschnitt; endlich, durch Lokalverhältnisse veranlasst, die im Bogen geführte Verankerung, welche ein Nachgeben des Lastmauerwerks bewirkte.

3. Hängebrücken mit geraden Tragketten (System Ordish-Lefevre). Bei diesem Systeme, das unter anderem bei der 1868 erbauten Franz-Josef-Brücke über die Moldau in Prag und bei der 1872 vollendeten Albert-Brücke über die Themse in London, so-

Fig. 5.



wie bei einer Strafsenbrücke der Pennsylvania-Eisenbahn in Philadelphia zur Anwendung gelangte, wird ein Blechbalkenträger in einzelnen Punkten durch je ein Dreieckshängewerk bezw. durch gerade Zugbänder gestützt. Um die Schloffheit der langen geraden Tragketten oder Zugbänder, welche unter der Belastung schädliche Schwankungen

¹⁶⁾ Zufolge einer unrichtigen Materialprüfung, welche viel zu hohe Zerreijsfestigkeitswerte ergab; ein Fehler, auf welchen zuerst Prof. v. Rebhann aufmerksam machte.

in der Höhenlage der Aufhängepunkte des Balkens zur Folge haben würde, zu beheben, ist noch eine schwache polygonale Kette, bei der Albert-Brücke ein Drahtseil, angebracht, welche aber nur die Aufgabe hat, die geraden Tragketten zu stützen. Fig. 5 (S. 161) giebt das Schema der Prager Brücke. Die Mittelspannweite mißt 146,66 m, der Blechträger ist 2,1 m hoch und an fünf Punkten aufgehängt. Die Hängestangen sind mit dem Blechbalken und den aus Stahlblechen (englischer Stahl von 7500 kg Zerreißfestigkeit und 5500 kg Spannung an der Elasticitätsgrenze) gebildeten Zugbändern durch Bolzen verbunden. Auf den gusseisernen Pylonen sind die Zugbänder mittels Stelzenstühlen gelagert.

Die Erfahrungen, welche man mit diesem Systeme bei der Prager Brücke machte, sind keine günstigen. Es zeigt sich, daß der Blechträger zu schwach ist und zu große Inanspruchnahmen erleidet. Zuzufolge der elastischen Dehnung der Tragketten und ihrer nicht ganz zu behebbenden Schloffheit ändert sich die Höhenlage der Aufhängepunkte des Trägers; derselbe ist deshalb nicht wie ein gewöhnlicher kontinuierlicher Balken zu berechnen, vielmehr ist die Höhenlage seiner Stützpunkte eine Funktion der Stützendrücke bezw. der Kräfte, welche auf die Dreieckshängewerke übertragen werden. Das System ist sonach mehrfach statisch unbestimmt, Ungenauigkeiten in der Montierung, Temperaturänderungen und dergl. müssen also in hohem Grade nachteilig einwirken.¹⁷⁾ Wollte man überdies den Blechbalken stark genug machen, damit er der auf ihn kommenden Belastung gewachsen ist, so erfordert dieses System einen großen Materialaufwand und erscheint dann auch ökonomisch als nicht vorteilhaft. Auch bei der Albert-Brücke in London scheinen die gemachten Erfahrungen, soviel darüber bekannt wurde, nicht zu Gunsten dieses Systems zu sprechen. Dasselbe dürfte denn auch bei den neueren Ausführungen kaum mehr in Betracht gezogen werden.

§ 6. Material und Materialwiderstände. Das wichtigste Konstruktionsmaterial für die Herstellung des Überbaues der Hängebrücken ist Schmiedeeisen und zum Teil auch Stahl in den auch für die übrigen eisernen Brückensysteme üblichen Verwendungsformen, nämlich als Bleche, Flacheisen und sonstiges Walzeisen, nebstdem aber auch als gezogenes Fabrikat, als Eisen- oder Stahldraht. Für untergeordnete Teile, Auflager- und Verankerungsplatten, gewisse Verbindungsstücke u. s. w. gelangt auch Gufseisen und Gufsstahl zur Anwendung.

Dem in Kap. VII über das Material der eisernen Brücken Bemerkten bleibt hier nur das speziell auf den Bau der Hängebrücken Bezügliche hinzuzufügen.

Stab- und Flacheisen. Bei den älteren Kettenbrücken sehen wir zuzufolge der noch geringen Ausbildung, welche der Walzprozefs zur Zeit ihrer Erbauung hatte, die einzelnen Konstruktionsglieder, Ketten, Hängestangen u. s. w. aus Flach- oder Stabeisen gebildet. An den Enden wurden diese Stäbe, um die Verbindung zu bewerkstelligen, zu Schlingen oder Öhren (Augen) ausgeschmiedet.

Trotz der zumeist sehr hohen Inanspruchnahme, die man, wie oben erwähnt wurde, bei diesen älteren Hängebrücken für zulässig erachtete, haben die bisher mit Teilen von solchen Brücken angestellten Versuche bestimmte Anhaltspunkte für eine Verminderung der Festigkeit des Eisens oder eine Änderung seiner Struktur während der Zeit des Bestandes der Brücke nicht ergeben. Es erscheint insbesondere der von mancher

¹⁷⁾ Dieses System ist schon damals, als es sich um dessen Anwendung auf die Prager Brücke handelte, von Prof. Rebhann, P. Fink u. a. richtig beurteilt worden. (Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1868; Wochenschrift desselben Vereins, 1887, S. 103.)

Seite befürchtete und behauptete Einfluß der Erschütterungen auf ein Kristallinischwerden des Eisens hier nicht nachgewiesen. So haben die von Bauschinger im Jahre 1878 mit Kettengliedern der im Jahre 1829 erbauten Bamberger Kettenbrücke angestellten Versuche¹⁸⁾ weder eine Verminderung der Festigkeit des Eisens, noch eine Änderung seiner Struktur oder seiner Elasticität erkennen lassen, obwohl die Kettenglieder fast 50 Jahre im Gebrauch gewesen waren. Von diesen Kettengliedern, deren Länge 2,34 m, deren Breite 9 cm und deren Dicke 2 cm betrug, während die kreisförmigen Enden 25,2 cm und die Bolzenaugen 6,2 cm Durchmesser hatten, zeigten z. B. drei im Gebrauch gewesene Örschienen eine Bruchfestigkeit von 3610 bis 3680 kg pro qcm, während ein ungebrauchtes Reservekettenglied eine solche von nur 3120 kg aufwies. Die Struktur der Bruchflächen sämtlicher Schienen zeigte keine Veränderung. — Von der im Jahre 1884 nach 24jährigem Bestande abgetragenen Verbindungsbahn-Brücke über den Wiener Donaukanal wurden mit beliebig ausgewählten Kettengliedern und Hängestangen von Ingenieur Zampis Zerreißproben durchgeführt.¹⁹⁾ Dieselben ergaben eine mittlere Bruchdehnung von 18 %, eine mittlere Kontraktion von 29,3 % und eine mittlere Zerreißfestigkeit von 3900 kg pro qcm. Nachdem, wie Prof. v. Rebhann nachweist, die zur Zeit der Erbauung der Brücke gemachten Materialproben höchstens auf eine Zerreißfestigkeit von 4300 kg pro qcm schliesen lassen, so ist auch hier keine merkliche Festigkeitsabnahme zu konstatieren. — Ein ähnliches günstiges Resultat hinsichtlich der unveränderten Materialbeschaffenheit lieferte die vom Verfasser vorgenommene Untersuchung von einigen in Wien bestehenden Straßen-Kettenbrücken. Bei einer derselben, welche aus dem Jahre 1828 stammt, wurde zwar ein gerissener Kettenstab vorgefunden, dessen Bruchflächen kurzes, körniges Gefüge zeigten; allein alle Anzeichen sprachen dafür, daß der Bruch ein alter war, der vielleicht schon kurze Zeit nach der Fertigstellung der Brücke eingetreten ist. Die Prüfung auf der Zerreißmaschine ergab ein hartes Material von großer Festigkeit, aber geringer Dehnung; leider mangelten ungebrauchte Probestäbe behufs Anstellung von Vergleichen. — An der Kettenbrücke zu Podiebrad wurde ebenfalls ein abgerissenes Kettenglied vorgefunden.²⁰⁾ Die durch Prof. Gollner vorgenommene Materialuntersuchung ergab auf Grund der Vergleichung von Probestäben aus ungebrauchten Ersatz-Kettengliedern und aus dem gerissenen Gliede, welches 40 Jahre in Verwendung gewesen war, daß, soweit die geringe Anzahl der Probestäbe überhaupt einen Schluß zuläßt, die Proportionalitätsgrenze um 25 %, die Streckgrenze um 15 % und der Festigkeitskoeffizient um 10 % infolge des Gebrauches gesunken, dagegen das Gefüge völlig ungeändert geblieben ist.

Draht und Drahtseile. Die Anwendung des Drahtes zu Brückenkonstruktionen gründet sich auf die wesentlich höheren Festigkeitseigenschaften, welche Eisen und Stahl durch das Drahtziehen erlangen. Während gewöhnliches Walzeisen bei bester Beschaffenheit eine Bruchfestigkeit von höchstens 4000 kg pro qcm, das zu Brücken bis jetzt angewendete gewalzte Stahlmaterial eine solche von nicht über 6000 kg besitzt, entwickelt Eisendraht eine Festigkeit von 6000 bis 8000 kg, Gufstahldraht eine Festigkeit von 12000 bis 14000 kg und darüber.

Die Fortschritte in der Fabrikation des Gufstahldrahtes gestatten es, Stahldraht in jeder gewünschten gleichmäßigen Qualität, mit entsprechender Biegsamkeit und Dehn-

¹⁸⁾ Vergl. „Die Eisenbahn“, Bd. XII, 1880, S. 141.

¹⁹⁾ Wochenschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1886, S. 135.

²⁰⁾ Techn. Blätter 1883, Heft 3 und 4.

ung, fabrikmässig zu verhältnismässig billigen Preisen herzustellen, sodafs nunmehr Gufsstahl-draht dem früher zu den älteren Kabelbrücken verwendeten Eisendraht vorgezogen wird. Den Anfang zu der Anwendung dieses Materials für Kabel machte J. A. Röbling bei der East River-Brücke, deren vier Kabel aus je 6289 verzinkten Gufsstahl-drähten von 4,3 mm Dicke und rund 12000 kg pro qcm Bruchfestigkeit bestehen. Die Drahtstärke wurde gröfser als bei früheren Kabelbrücken gewählt, um die Fabrikationskosten sowie die oxydationsfähige Oberfläche zu vermindern und durch die gröfsere Schwere des Drahtes dessen Widerstand gegen Wind zu erhöhen; andererseits erscheint bei der gewählten Stärke der Draht in Hinsicht auf seine Steifigkeit eben noch handlich genug.

Für die Lieferung des Drahtes zur East River-Brücke wurden folgende Bedingungen gestellt.

„Die Drahringe werden nachstehender vierfachen Probe unterworfen:

a. Unter je 40 Drahringen wird einer ausgewählt, von dessen Enden je 18 m Draht abzuschneiden und in einer (vertikalen) Probiemaschine mit 181 bis 725 kg zu spannen sind. Dabei müssen die Ausdehnungen sich als gleich herausstellen und sowohl rück- als vorwärts je 0,097 . l betragen; bei Reduktion der Spannung auf 544 kg soll der bleibende Teil der Ausdehnung 0,00001 . l nicht überschreiten. Als obere Grenze des Bruchgewichtes sind 1542 kg verbunden mit 0,02 . l Streckung und Reduktion des Durchmessers an der Bruchstelle von 4,31 mm auf 3,81 mm festgesetzt.

b. Unter je 5 Ringen wird einer ausgewählt, von welchem ein 1,82 m langes Ende abgeschnitten und in derselben Weise wie vorstehend geprüft wird. Die Streckung desselben darf 0,035 . l nicht übersteigen und es mufs im übrigen das Verhalten genau wie bei der Prüfung unter a. zeigen.

c. Von jedem Ringe wird ein 0,30 m langes Stück abgeschnitten und in derselben Weise wie unter a. und b. geprüft. Abgesehen von der Streckung mufs sein Verhalten mit dem oben geforderten übereinstimmen.

d. Von jedem Ringe wird ein 0,30 m langes Stück abgeschnitten und dasselbe auf einen Stab von 12,7 mm Durchmesser aufgewickelt, wobei ein Bruch nicht eintreten darf.“

Eine Vorschrift über Härten und Anlassen des Drahtes, um eine gleichartige mittlere Qualität der Waare zu erzielen, wurde nicht erteilt, sondern nur eine Kontrolle seitens eines Aufsichtsbeamten der Gesellschaft in der Fabrik angeordnet. Als Schutzmittel gegen Rosten wurde eine Verzinkung des Drahtes unter der Bedingung vorgeschrieben, dafs das Zinkbad und die nachfolgende Abkühlung keine Veränderung im Härtegrade des Drahtes herbeiführen dürfe. Beim Abrollen sollte der Draht sich völlig gerade strecken, wozu eine entsprechende Gröfse der Windtrommeln und Aufstellung derselben in einer solchen Entfernung vom Zinkbade erforderlich wurde, dafs der Draht vor dem Aufrollen Zeit zur Abkühlung fand.

Was die äufsere Beschaffenheit des Drahtes betrifft, so wurde bestimmt, dafs vor dem Verzinken jedes zu einem Ring gehörige Drahtstück eine gleichförmige Dicke besitzen und nur einen einzigen, bis 127 mm vom Ende entfernten Zangenbiss zeigen soll. Die Ringe durften bei einer Drahtlänge von 241 m das Minimalgewicht von 22,7 kg nicht unter- und bei einer Länge von 289 m das Maximalgewicht von 27,2 kg nicht überschreiten.

Die i. J. 1876 unter Leitung Röblings von C. C. Martin und W. H. Paine mit den von zehn Firmen gelieferten Proberingen angestellten Versuche haben sich auf

die oben unter a. bis d. bezeichneten Punkte erstreckt und einen wertvollen Beitrag zur Kenntnis der Festigkeit des Drahtes geliefert.²¹⁾

Die Bedingungen, die nach dem gegenwärtigen Stande der Fabrikation an einen für Brückenbauzwecke zu verwendenden Gufsstahldraht gestellt werden können, sind:

- Bruchfestigkeit (auf den reduzierten Querschnitt bezogen) 13000 bis 14000 kg pro qcm,
- Elasticitätsgrenze 6000 bis 7000 kg pro qcm,
- Elasticitätskoeffizient 2000000 bis 2100000 kg pro qcm,
- Dehnung bis zum Bruche ca. 4 %.

Man ist jedoch in der Lage, Gufsstahldrähte von noch erheblich höher liegender Elasticitätsgrenze und Dehnung bis zum Bruche, als vorstehend angegeben, fabrikmäßig herzustellen, nur stellt sich der Kostenpreis solcher Drähte entsprechend höher. Die leistungsfähigeren Firmen in diesem Fabrikationszweige sind in Deutschland das Carlswerk der Firma Felten & Guilleaume in Mühlheim a. Rh. bei Köln und die Firma Asbeck, Osthaus & Eicken in Hagen, Westfalen. In Österreich liefert Stahldraht für Brücken kabel die St. Egydier Eisen- und Stahlindustrie-Gesellschaft.

Für besondere Zwecke, namentlich für Kabel zu Kraftübertragungen, werden Gufsstahldrähte von 20000 bis zu 25000 kg pro qcm Bruchfestigkeit erzeugt. John Fowler & Co. in Leeds liefert für Drahtseiltriebe an landwirtschaftlichen Maschinen Stahldraht, welcher bei 2,34 mm Stärke 23200 kg Bruchfestigkeit und 1,5 % Längendehnung (auf 1,26 m Länge) zeigt. Aus den Versuchen mit diesen Drähten geht hervor, daß die Zugfestigkeit mit abnehmender Dicke des Drahtes sehr schnell wächst, während sich die Bruchdehnung von der Dicke nur wenig abhängig erweist. Man muß zur Erklärung dieses Verhaltens annehmen²²⁾, daß durch die Bearbeitungsweise des Drahtes eine oberflächliche Härtung bewirkt worden ist, durch welche sich die Zugfestigkeit der gehärteten Schicht erhöht, deren Bruchdehnung aber nicht vermindert hat. Da bei dünneren Drähten die Härtungsschicht einen größeren Anteil an dem Gesamtquerschnitt hat, so erklärt sich daraus auch deren relativ größere Tragfähigkeit.

Die üblichen für Brücken kabel angewendeten Drahtstärken liegen in den Grenzen von 2,5 bis 4,3 mm; mit Rücksicht auf Oxydation und entsprechend leichte Hantierung dürfte sich etwa das Mittel, ca. 3 bis 3,5 mm, als zweckmäßigste Stärke empfehlen. Solche Drähte können von den deutschen Firmen in Längen von 500 m und darüber bezogen werden. Der Preis des Gufsstahldrahtes stellt sich auf etwa 40 bis 45 M., jener des fertig montierten Kabels auf etwa 66 bis 75 M. pro 100 kg.

Was die zulässige Inanspruchnahme der Brücken kabel betrifft, so kann dieselbe etwa mit ein Viertel der Bruchfestigkeit des verwendeten Drahtes angesetzt werden. Dieser Sicherheitsgrad darf mit Rücksicht auf die verhältnismäßig hoch gelegene Elasticitätsgrenze des Stahldrahtes und auf den nur geringen Spannungswechsel in einem Kabel als genügend erachtet werden. Günstig hierfür wirkt auch noch der Umstand, daß in einem Drahtkabel bei richtiger Herstellung desselben unzweifelhaft eine gleichmäßigere Spannungsverteilung über den Querschnitt, sowie geringere Sekundärspannungen auftreten als in einem durch Nietung zusammengesetzten Gurte. Auch haben die Versuche von Prof. Thurston²³⁾ gezeigt, daß der Einfluß der Dauer der

²¹⁾ S. die Tabelle „Drahtproben für die New York-Brooklyn-Brücke“ in Steiner. Über Brückenbauten in den Vereinigten Staaten von Nordamerika. Wien 1878, S. 166. — Einen wertvollen Beitrag zur Kenntnis der Festigkeitseigenschaften von Metalldrähten liefert auch die Arbeit von Prof. H. Fischer im Civiling. 1884, S. 391.

²²⁾ Dr. Zimmermann im Centralbl. d. Bauverw. 1886, S. 371.

²³⁾ „Stahl und Eisen“ 1883, No. 8.

Belastung bei harten (unausgeglühten) Drähten weniger zur Geltung kommt, als bei weichen Drähten. Der harte Draht trug noch eine Belastung von 85 % seiner Bruchbelastung durch 17 Monate, ohne zu brechen, während weicher Draht unter einer Belastung von 65 % seiner Bruchbelastung nach 15 Monaten zum Bruche kam. — Unter obiger Annahme einer vierfachen Sicherheit würde sich sonach für einen Stahldraht von obenbezeichneter Qualität (12000 bis 14000 kg pro qcm Bruchfestigkeit und 4 % Längendehnung) eine Inanspruchnahme von 3000 bis höchstens 3500 kg pro qcm als zulässig ergeben. Hiermit stimmen auch die bisherigen Ausführungen überein; so beträgt die rechnungsmäßig größte Spannung in den Kabeln der East River-Brücke 3330 kg pro qcm.

Die neuere Methode der Querschnittsbestimmung, welche auf die Grenzwerte der Spannungen Rücksicht nimmt, auf Drahtkabel anwenden zu wollen, erscheint infolge des Mangels von bezüglichlichen Versuchen mit Stahldrähten unthunlich. Man wird nur dem Wesen des durch Wöhler konstatierten Gesetzes Rechnung tragen können und zwar insofern, als man für große Spannweiten einen etwas größeren Wert der Inanspruchnahme zulässt, als für kleine Spannweiten.

Von Interesse sind die Wahrnehmungen, welche an einigen längere Zeit bestehenden Kabelbrücken hinsichtlich der Erhaltung der Kabel gemacht wurden. Dieselben sind dort ausnahmslos günstig, wo den Drähten ein wirksamer Rostschutz gegeben wurde und wo man dieselben möglichst dicht und mit kleinen Zwischenräumen aneinander geprefst zu einem Kabel vereinigte. Das beste Schutzmittel gegen die Oxydation ist unstreitig eine Verzinkung der Drähte. Doch hat sich an der Eisenbahnbrücke über den Niagara, sowie an einer 1882 nach 37jährigem Bestande abgetragenen Strafsenbrücke zu Pittsburgh gezeigt, daß sich auch Kabel aus unverzinkten Drähten sehr gut gegen Rost schützen lassen. Bei der ersteren Brücke war die dichte, mit gut erhaltenem Ölfarbanstrich versehene Bewickelung der Kabel, wie die satt mit Leinöl getränkten Kabel selbst, vollkommen unversehrt, als im Jahre 1877, 22 Jahre nach der Erbauung der Brücke, eine Untersuchung vorgenommen wurde.²⁴⁾ Nur da fanden sich einzelne Drähte angerostet, wo die Kabelenden in die Ankerpfeiler eingemauert waren. Bei der oberwähnten Brücke in Pittsburgh, welche eine der ersten von Röbling erbauten Kabelbrücken war und nur abgetragen wurde, weil infolge ungenügender Absteifung in letzter Zeit starke Schwankungen aufgetreten waren, ergaben überdies die Zerreißproben, daß der Eisendraht, aus dem die Kabel gefertigt waren, trotz der hohen Inanspruchnahme (bis zu $\frac{1}{2}$ der Bruchfestigkeit) in seinen Festigkeitseigenschaften nicht gelitten hatte. Die Proben ergaben durchschnittlich 6800 kg pro qcm Bruchfestigkeit und 5300 kg Spannung an der Elasticitätsgrenze. Bei dieser Brücke wurde übrigens aus den mit den übrigen Teilen (Bolzen, Hängestangen) vorgenommenen Zerreißversuchen gefolgert, daß Eisen, welches durch eine Reihe von Jahren hoch, aber innerhalb der Elasticitätsgrenze beansprucht wird und nur leichten Vibrationen ausgesetzt ist, in seiner Qualität sich nicht verschlechtert, und daß Eisen, welches nur in einem Sinne beansprucht wird, seine Textur nicht ändert, selbst wenn es durch viele Jahre über die Elasticitätsgrenze angestrengt wird. Eisen, welches dagegen abwechselndem Zug und Druck ausgesetzt ist, etwa durch heftige Vibrationen oder Biegung in verschiedener Richtung, scheint eine körnige Struktur anzunehmen.²⁵⁾ — Die ungünstigen

²⁴⁾ Engineering 1881, S. 129.

²⁵⁾ Transactions of the American Society of Civil-Engineers 1884.

Erfahrungen, die man an etlichen älteren amerikanischen und französischen Drahtseilbrücken gemacht hat, deren Kabel aus unverzinkten Eisendrähten bestanden und mangelhaft gegen Rosten geschützt waren — so beispielsweise bei der Alleghany-Hängebrücke in Pittsburgh, wo vermutlich infolge Anstriches mit einem säurehaltigen Teer der Rost stellenweise ganz in das Innere der Drahtseile gedrunken war — weisen nur darauf hin, daß wie bei allen Eisenkonstruktionen, so auch bei den Kabelbrücken auf eine wirksame Sicherung gegen Oxydation und eine gute Unterhaltung die möglichste Sorgfalt angewendet werden muß.

§ 7. Anordnung des Querschnittes und Konstruktion der Bahn der Hängebrücken.

1. Die Querschnittsanordnung der Hängebrücken wird durch die Lage der Fahrbahn bedingt, welche ausnahmslos eine derartige ist, daß die Tragkonstruktion über der Fahrbahn gelegen ist. Hierdurch ist die Anzahl der Tragwände beschränkt; sie übersteigt selten die Zahl zwei (Fig. 6), nur bei sehr breiten Strafsenbrücken oder wo mehrere Verkehrswege (Strafsen und Bahn) überzuführen sind (Fig. 7 bzw. T. IV, F. 4), hat man drei und vier Tragwände angeordnet.

Fig. 6.

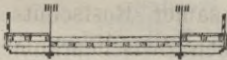


Fig. 7.

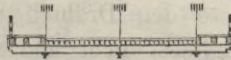
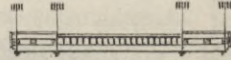


Fig. 8.

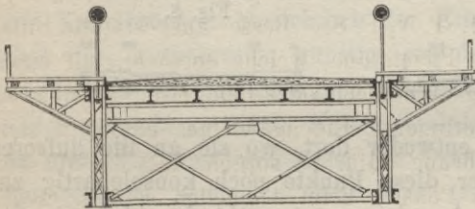


Die Querträger der Fahrbahn endigen entweder dort, wo sie an die äußeren Tragwände angehängt sind, oder sie sind über diese Punkte noch konsolenartig zur Stützung der Fußwege verlängert. Die erstere Anordnung entspricht den bloß für den Fußgängerverkehr bestimmten Stegen, welche je nach der Frequenz eine Breite von 2,5 bis 5 m erhalten. Die Tragwand bildet dann entweder selbst zugleich den Geländerabschluss (T. III, F. 11; T. IV, F. 17; T. V, F. 1) oder es ist ein eigenes Geländer auf die Querträger aufgesetzt, welches bei entsprechender Stärke und gitterförmiger Anordnung gleichzeitig bis zu einem gewissen Grade die Versteifung des Hängewerkes bildet (T. III, F. 4 u. 8; T. IV, F. 8). Die andere Anordnung mit außerhalb der Tragwände liegenden Trottoirs (T. II, F. 5; T. IV, F. 12) erscheint bei Strafsenbrücken als die zweckmäßigere, da sie schwächere Querträger zuläßt und überdies durch die Tragwände den Fußgänger- von dem Wagenverkehr scheidet; bei großen Spannweiten legt man aber doch meist auch die Trottoirs zwischen die Tragwände, um ein günstigeres Verhältnis zwischen Breite und Spannweite und hierdurch eine vollkommenerer Absteifung gegen die horizontalen Windkräfte zu erzielen. Diese Anordnung wurde beispielsweise bei der Monongahela-(Point)-Brücke zu Pittsburgh gewählt (T. V, F. 21).

Werden mehr als zwei Tragwände angeordnet, so wird entweder durch eine in die Brückenachse gelegte Tragwand die für den Wagenverkehr bestimmte Bahn in zwei Bahnen geteilt, oder man ordnet je an der Außen- und Innenseite des Trottoirs eine Tragwand an (Fig. 8). Diese letztere Anordnung erscheint aber deshalb nicht ganz zweckmäßig, weil eine gleiche Belastung der äußeren und inneren Tragwände dabei nicht zu erzielen ist und dieselben daher wesentlich verschieden dimensioniert werden müssen. Eine gleichmäßigerer Lastverteilung bei vier Tragwänden wird durch die, allerdings ziemlich selten gewählte Anordnung erreicht, bei welcher der Fußgängerweg in die Brückenachse verlegt ist und beiderseits desselben Fahrbahnen angeordnet sind. (Kettenbrücke über die Menai-Strafsen bei Bangor.)

Hat die Hängebrücke nebst der Strafe auch noch Eisenbahngleise zu tragen, so können die beiden Verkehrswege entweder in verschiedene Höhen übereinander oder mit mehr oder weniger selbständigem Überbau nebeneinander gelegt werden. Die erstere Anordnung ist bei der Niagara-Brücke gewählt, welche im Querschnitte einer Balkenbrücke gleicht, die am Obergurt eine eingleisige Eisenbahn und am Untergurt eine 5,7 m breite Strafe trägt (T. III, F. 16). Diese an vier Kabel aufgehängte Balkengitterbrücke war in der ursprünglichen, aus dem Jahre 1855 stammenden Ausführung in Holz hergestellt; bei der Rekonstruktion der Brücke wurde sie im Jahre 1880 in Eisen umgebaut. Das zweite vorhandene Beispiel einer auch Schienengleise tragenden Hängebrücke, die East River-Brücke, zeigt dagegen die Nebeneinanderlegung der verschiedenen Verkehrswege in einer fünffach geteilten Fahrbahn (T. IV, F. 4). Bei großen Spannweiten erscheint diese Nebeneinanderlegung wegen der durch die größere Fahrbahnbreite zu erzielenden wirksameren Windversteifung vorteilhaft; gegen die Anordnung der East River-Brücke, wo sechs Versteifungsfachwerke durch bloß vier Kabel getragen werden, läßt sich jedoch der Einwand erheben, daß diese Versteifungsträger sehr ungleich, und zwar der mittlere Träger in jeder Brückenhälfte infolge der

Fig. 9.



Durchbiegung der verhältnismäßig schwachen Querträger wesentlich ungünstiger als die anderen, beansprucht werden.

Bei den durch Balkenträger versteiften Kabelbrücken wird sich unter Umständen auch die in Fig. 9 dargestellte Querschnittsanordnung empfehlen, namentlich dann, wenn die Versteifungsträger nicht hoch genug sind, um eine Querverbindung derselben über der Fahrbahn anbringen zu können. Es wird durch diese Anordnung jedenfalls eine gute Quer- und Windversteifung ermöglicht.

2. Die Konstruktion der Fahrbahn betreffend, ist dem in Kap. VIII über die Fahrbahn der eisernen Brücken im allgemeinen Gesagten wenig hinzuzufügen.

Das Fahrbahngerippe wird durch Querträger, allein oder in Verbindung mit Längszwischenträgern, gebildet. Bei einem Fachwerke (Fachwerks-Hängeträger oder als Fachwerk ausgeführtem Versteifungsträger) bestimmt dessen Knotenweite die Entfernung der Querträger. Diese wäre mit Rücksicht auf die kleinste Materialmenge in den Hauptträgern und in der Fahrbahn zu wählen (vergl. § 8 dieses Kapitels unter 5.). Ist die Querträgerentfernung auf die Materialmenge in den Haupttragwänden ohne Einfluß (unversteifte Hängebrücken oder solche mit Blech- oder engmaschigen Gitterträgern als Versteifungsträgern), so wird jene Entfernung der Quer- und Zwischenträger am zweckmäßigsten sein, welche den Materialverbrauch im Fahrbahngerippe zu einem Minimum macht. (Näheres hierüber siehe Kap. VIII.)

Die Querträger werden meist als Blech- oder Gitterträger, seltener aus gewalztem I-Eisen oder als Spreng- oder Hängewerke bzw. armierte Träger ausgeführt. Holzbalken als Querträger sind nur bei den älteren Kettenbrücken angewendet. Für Brücken von geringer Breite, also für Fußstege, genügen gewalzte I-Träger (T. III, F. 4; T. IV, F. 8) oder sogar doppelte Winkeleisen (T. III, F. 8 u. 11); sie tragen meist direkt, ohne Vermittelung von Zwischen-Längsträgern, die Brückendecke. Man hat diese Querträger auch aus zwei nebeneinander liegenden gewalzten I-Eisen oder aus zwei C-Eisen gebildet und hierdurch eine einfachere Verbindung mit den Hängestangen erreicht. Früher wur-

den auch häufig gusseiserne Querträger verwendet. Selbe hatten meist I-förmigen Querschnitt und voll gehaltene oder durchbrochene Wandungen (T. II, F. 5 u. 9). Zuweilen hat man diese Träger noch durch ein Hängewerk aus Schmiedeisen verstärkt. Zu den neueren Konstruktionen wird jedoch aus bekannten Gründen Gufseisen nicht mehr angewendet. — Dienen die Querträger nicht gleichzeitig zur Absteifung der Hauptträger, sondern sind sie an diese einfach angehängt (Systeme 2 b. und 2 c., § 5), so können sie auch als Hängewerke bezw. als armierte Walzträger ausgeführt werden. — Hinsichtlich der als Blech- oder Gitterträger konstruierten Quer- und Zwischenträger ist gegenüber den Fahrbahnkonstruktionen anderer eisernen Brückensysteme nichts besonderes hervorzuheben. Auch bezüglich der statischen Berechnung der Brückenbahn kann auf das im Kap. VIII darüber Bemerkte verwiesen werden.

Die Brückentafel besteht in der einfachsten Anordnung, wie sie für leichte Fußgängerbrücken in der Regel ausreicht, aus einem 5 bis 9 cm starken Längsbohlenbelag, welcher bei hölzernen Querträgern direkt auf diese oder bei eisernen Querträgern auf hölzerne, mit den letzteren verschraubte Sattelstücke genagelt wird (T. IV, F. 8). Um die Abstände der Querträger bezw. Hängestangen größer nehmen zu können, werden auf dieselben auch hölzerne Längsträger in etwa 1,0 m Entfernung geschraubt und über diese ein Querbohlenbelag genagelt (T. IV, F. 19; T. V, F. 8). Besser ausgestattete Fußgängerbrücken erhalten eine Asphaltierung oder Pflasterung, welche entweder auf einer aus Holzbohlen oder durch einen eisernen Belag (Wellblech oder Belageisen) gebildeten Brückentafel aufgebracht wird. Wegen des geringeren Eigengewichtes empfiehlt sich das Holzstückelpflaster, nur ist bei dessen Ausführung dafür zu sorgen, daß das Wasser unter dem Pflaster abziehen und daß sich das Pflaster beim Anquellen seitlich etwas verschieben kann, da sonst bald Unebenheiten in der Fahrbahn entstehen. Es sind nur imprägnierte, oder wenigstens gut getrocknete und in heißen Teer getauchte Holzstücke anzuwenden. Eine allerdings etwas schwerere aber dauerhaftere Decke geben Klinkerplatten.

Bei den Strafsen-Hängebrücken besteht die einfachste Anordnung der Fahrbahn aus einem doppelten Bohlenbelag auf Querträgern (T. II, F. 2), wobei dann der untere stärkere Belag die eigentlich tragende Fahrbahntafel bildet, während der obere aus nur 3 bis 5 cm starken Querbohlen bestehende Belag nach Maßgabe der Abnutzung durch den Verkehr leicht zu erneuern ist. Eine dauerhaftere, aber schwerere Bahn erzielt man mit einer Beschotterung oder Pflasterung, welche entweder durch einen starken Bohlenbelag (T. II, F. 5) oder besser durch einen eisernen Belag (aus verzinktem Wellblech, Buckelplatten oder Belageisen) unterstützt werden. Größere Abstände der Querträger erfordern die Anordnung von hölzernen oder eisernen Zwischen-Längsträgern. — Werden die Fußgängerwege, wie meist üblich, von der für den Wagenverkehr bestimmten Fahrbahn getrennt und über diese etwas erhöht, so bildet man sie entweder aus Längsbohlen, die direkt oder mittels Unterlage von Sattelhölzern auf die Querträger befestigt werden, oder aus Querbohlen, welche auf hölzerne oder eiserne Längsträger bezw. genagelt oder geschraubt werden, oder endlich, man giebt bei vollkommenerer Ausstattung der Brücke auch den Fußwegen eine Pflasterung oder Asphaltierung auf hölzernem oder eisernem Belage. — Überhaupt unterscheidet sich die Konstruktion der Fahrbahn der neueren Hängebrücken durch nichts von jener der anderen eisernen Brücken und kann daher bezüglich der Einzelheiten auf Kap. VIII verwiesen werden. Dies gilt auch hinsichtlich des Anschlusses der Brückenbahn an den festen Unterbau.

3. Die Aufhängung der Fahrbahn. Bei den unversteiften Hängebrücken, bei den Kabelbrücken mit Versteifungsbalken, sowie auch bei den Fachwerks-Hängebrücken mit oberhalb der Kette gelegenem Versteifungsfachwerke (Systeme 2 b. und 2 c., § 5) ist die Brückenbahn, und zwar in jedem Querträger, an die Hängewerkskonstruktion aufgehängt. Nur bei dem System 2 a. mit geradem Untergurte und ausgefachten Bogenzwickeln können die Querträger direkt entweder an den Untergurt oder an die Vertikalen der Ausfachung in der gewöhnlichen Weise angeschlossen werden.

Bei den Systemen mit frei angehängter Fahrbahn sind die Querträger an ihrem beiderseitigen Ende durch einen Saumbalken oder Streckträger zu verbinden: derselbe besteht bei den einfacheren Konstruktionen, insbesondere bei vielen älteren Kettenbrücken aus einem Holzbalken oder aus einer Flacheisenschiene; bei den neueren Konstruktionen ist er als Walzträger oder als ein leichter Blech- oder Gitterträger ausgeführt (T. IV, F. 18; T. V, F. 20, 21). Bei dem im § 3 unter 1. angeführten Systeme ist er zu dem Versteifungsträger ausgebildet. Die Aufhängung der Fahrbahn erfolgt nun derart, daß die Hängestangen entweder mit den Querträgern oder mit dem Streckträger bzw. dem Versteifungsträger verbunden sind. Hierbei sind verschiedene Anordnungen zu unterscheiden.

a. Die Hängestangen aus Quadrat- oder Rundeisen durchsetzen die Querträger und unterstützen diese mittels Vorlagplatten oder besonderer Unterlagschuhe (T. II, F. 2; T. III, F. 9 u. 12), oder sie umschließen dieselben, indem sie unten entweder direkt (T. III, F. 3) oder mittels eiserner Querstücke an schlingenförmige Hängeeisen angeschlossen sind (T. II, F. 5). Zur Vermeidung von Verbiegungen bei Seitenschwankungen der Brücke erhalten die Tragstangen zuweilen auch Gelenke (T. II, F. 2) oder unten bügelförmige Enden mit halbrundem Splint, um welchen sich die Tragstange etwas drehen kann. Man findet diese Art der Fahrbahnaufhängung insbesondere bei den Kettenbrücken. Bei größerer Brückenbreite sind die Hängestangen an jedem Aufhängepunkte meist doppelt oder auch zu dreien angeordnet; diese mehrfache Aufhängung der Querträger hat aber den Nachteil, daß gleiche Spannungen der Hängestangen dabei nicht zu erzielen sind, was wieder eine mehr oder weniger excentrische Belastung der Kette und hierdurch eine ungleiche Spannungsverteilung in den einzelnen Stäben derselben zur Folge hat.

Bei manchen Kettenbrücken findet man auch die Anordnung, daß die an ihrem unteren Ende schlingenförmig gestalteten oder mit einer entsprechenden Vorlagplatte versehenen Hängestangen entweder einen hölzernen Unterzug oder hochkantig gestellte Flachschiene tragen, auf welche die Querträger neben der Befestigungsstelle der Hängestangen aufgelegt sind.

Bei den ausgeführten Kabelbrücken mit Versteifungsbalken hat man die Aufhängepunkte an die etwas über die Saumträger verlängerten Querträgerenden gelegt und die Aufhängung entweder wie bei den Kettenbrücken mit Rundeisenstangen (T. IV, F. 8) oder

b. mittels Drahtseilen bewerkstelligt. Die Drahtseile endigen unten in einfache oder doppelte Schlingen, in welche die Hängeeisen mittels geeigneter Haken (T. II, F. 20) aufgehängt werden, oder sie sind in der später beschriebenen Weise an bügelförmige Verbindungsstücke angeschlossen (T. III, F. 17, 18; T. IV, F. 4). Die Querträger werden hierbei auch wieder von den Hängeeisen entweder durchsetzt oder umschlossen.

c. Bei den steifen Hängebrücken-Systemen empfiehlt es sich, auch die Tragstangen steif, also etwa aus zwei oder vier Winkeleisen mit +-förmigem Querschnitte oder nach

Art der Gitterdruckstreben zu konstruieren, einerseits um die bei langen Tragstangen vorkommenden Vibrationen zu vermindern, andererseits um den Horizontalschwankungen der Fahrbahn besser entgegenzuarbeiten. Die Anhängung der Querträger kann dann mittels fester Vernietung erfolgen, außerdem sind aber die Tragstangen durch einen leichten

Fig. 10.

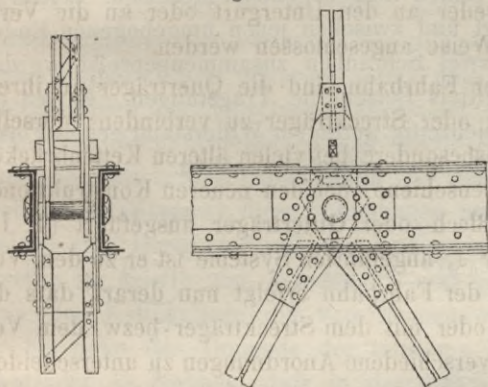
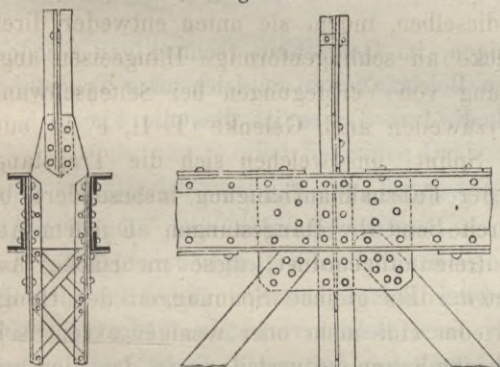


Fig. 11.



Streckträger zu verbinden, der als Gurtung für die horizontale Windverstrebung zu dienen hat (T. V, F. 20). Bei den Systemen mit Versteifungsträger können die Hängestangen direkt mit dem Obergurte dieser Träger verbunden werden, zu welchem Behufe sich die Wahl eines Σ -förmigen Gurtquerschnittes empfiehlt. Die Verbindung der Tragstangen mit der Gurtung kann dann entweder mittels eines Bolzens (Fig. 10) oder unter Rücksichtnahme auf thunlichste Verminderung der Sekundärspannungen durch feste Vernietung bewerkstelligt werden (Fig. 11).

d. Bei den Fachwerks-Hängeträgern mit horizontalem Untergurte (System 2a.) ist der Anschluß der Fahrbahnquerträger an die Hauptträger in der, auch bei anderen Fachwerkssystemen üblichen Weise zu konstruieren. Das Fachwerk dieser Träger wird durch vertikale und entweder einfache oder gekreuzte diagonale Gitterstäbe gebildet, von denen die ersteren den Anschluß der Querträger vermitteln. Bei der Fußgängerbrücke über den Bahnhof in Gotha (T. V, F. 12) sind die lotrechten Fachwerkstäbe aus einem Γ - und einem

L-Eisen zusammengesetzt, zwischen welche das zum Anschlusse des Untergurtes dienende Knotenblech genietet wurde, während der Querträger teils auf dem Untergurte ruht, teils mittels Anschlußblech an die L-Eisen der Vertikalstäbe angenietet ist. Beispiele mit kastenförmigem bezw. \perp -förmigem Untergurte, in welchen die als Gitterdruckstreben konstruierten Vertikalstäbe eingeführt und vernietet sind, zeigen die Lambeth-Brücke in London (T. IV, F. 12 u. 13) und die Fußgängerbrücke über den Main (T. V, F. 8). Hier sind die Querträger der Brückenbahn direkt an dem Untergurte mittels Nietung befestigt.

Die unversteiften Hängebrücken sowie auch das System mit schlaffem Kabel und angehängtem Versteifungsträger erfordern eine Regulierbarkeit der Tragstangen. Diese wird bei den aus Rund- oder Quadrateisen bestehenden Hängestangen teils durch die Schraubenmuttern, welche zur Aufhängung der Querträger dienen (T. II, F. 2; T. III, F. 4, 9, 18), teils durch besondere Schraubenschlösser mit entgegengesetzten Gewinden (T. II, F. 5) erzielt. Bei den aus Formeisen (Profileisen) gebildeten Hängestangen wird ebenfalls eine Einrichtung zu treffen sein, daß die Höhenlage bei der Montierung reguliert werden kann. Man kann hier eine Keiljustierung an der einen Befestigungsstelle in Anwendung bringen (Fig. 10).

§ 8. Die Tragwände.

1. Die Konstruktion der Ketten. a. Bei den Flachat'schen Bandeisenketten, mit welchen in den Jahren 1835 bis 1840 einige Brücken in Frankreich, so die in dem Kriege von 1870/71 zerstörte Brücke über die Seine bei Surènes, ausgeführt wurden, bestand das Hängewerk aus langen, an den Enden aufgebogenen Flacheisen, welche in genügender Zahl horizontal aufeinander gelegt und zwischen jenen umgebogenen Enden durch zweiteilige Klemmbüchsen mittels je zwei Schrauben zusammengepresst wurden (Fig. 12). An den Klemmbüchsen hingen mittels Bolzen die Tragstangen. Es ist ersichtlich, daß in dieser Lamellenkette bei gleichzeitig geringem Widerstand gegen Formänderungen nicht unbedeutende Biegungsspannungen auftreten mußten.

Fig. 12.

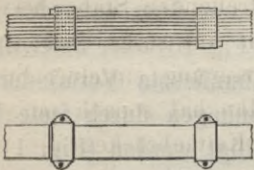


Fig. 13.

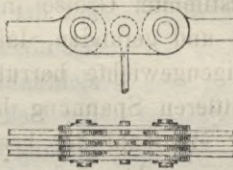
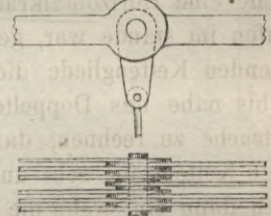


Fig. 14.



b. Die Ketten sind aus schlingenförmigen, im Querschnitt rechteckigen Gliedern gebildet, welche überschoben und durch einen Bolzen, woran zugleich eine Tragstange aufgehängt wird, verbunden werden (T. II, F. 1 u. 3); es ist dies die älteste Konstruktion der Kettenbrücken.

c. Die Ketten bestehen aus hochkantig gestellten Flachschieben, welche an ihren Enden augenförmig ausgeschmiedet und durch Bolzen verbunden sind. Dabei liegen entweder die Stäbe bei gleicher Anzahl in den sämtlichen Kettengliedern bündig und die Verbindung ist mittels Laschen und je zwei Bolzen bewirkt (Fig. 13), oder die Stäbe übergreifen sich und sind bloß durch einen Bolzen verbunden (Fig. 14). Die Tragstangen sind in diesem Falle an die Kettenbolzen entweder direkt oder mittels Laschen (Fig. 14 und T. II, F. 12) angehängt.

Brücken von größeren Spannweiten erfordern bedeutende Kettenquerschnitte, demnach breite, aus vielen Stäben bestehende Ketten mit langen Kettenbolzen. Um dieses zu vermeiden, hat man auch zwei Ketten neben- oder übereinander gelegt und in letzterem Falle die Querträger abwechselnd an die untere und obere Kette angehängt (T. II, F. 1). Diese Anordnung kann aber zur Folge haben, daß bei einer Querträgerentfernung von 1,2 bis 1,4 m, welche ungefähr dem halben Radstande der Wagen gleich ist, nahezu die ganze Wagenbelastung auf eine Kette kommt, sodafs deren Beanspruchung wesentlich höher ist als jene, welche der halben totalen Belastung entspricht und wofür die Kette meist gerechnet wurde. Von den großen Kettenbrücken haben einige auch vierfache Ketten in einer Tragwand, und zwar sind dieselben, wie bei der Straßenhängebrücke über die Menai-Straße bei Bangor, entweder sämtlich übereinander gelegt oder sie liegen zu je zweien neben- und übereinander, wobei immer die Tragstangen der oberen Ketten die unteren Ketten durchsetzen. Letztere Anordnung findet sich beispielsweise bei der Kettenbrücke über die Moldau in Prag.

Man darf sich aber keiner Täuschung darüber hingeben, daß in den älteren Kettenbrücken die Spannung der einzelnen Stäbe eines Kettengliedes eine gleichmäßige

sei. Es würde dies zur Voraussetzung haben, daß die Herstellung der Ketten mit jener Sorgfalt und Genauigkeit in der Ablängung der Kettenstäbe erfolgen konnte, wie sie heutzutage etwa in den amerikanischen Brückenbau-Anstalten geübt wird, von der man aber zur Zeit der Erbauung dieser Kettenbrücken noch sehr weit entfernt war. Ablängungsfehler, ungleich elastisches Material, Verbiegungen der Kettenbolzen, excentrische Belastung derselben bei doppelter Aufhängung der Querträger u. s. w. werden daher immer gröfsere oder geringere Spannungsunterschiede bedingen und man kann sich bei vielen Kettenbrücken oft schon durch eine ganz oberflächliche Untersuchung, etwa durch das Befühlen der einzelnen Kettenstäbe mit der Hand oder durch die verschiedene Klanghöhe beim Anschlagen mit einem Hammer von den mitunter ganz bedeutenden Unterschieden in den Spannungen der Stäbe überzeugen. Bei der Kettenbrücke zu Podiebrad hat Steiner diese Spannungen auf sinnreiche Art, nämlich aus der Ausbiegung, welche eine Horizontalkraft von bestimmter Gröfse in dem betreffenden Stabe hervorzurufen im stande war, gemessen²⁶⁾ und gefunden, daß in einem aus sechs Stäben bestehenden Kettengliede die vom Eigengewichte herrührende Spannung einzelner Stäbe $\frac{2}{5}$ bis nahe das Doppelte der mittleren Spannung betrug. Man hat sonach mit der Thatsache zu rechnen, daß in der Mehrzahl der bestehenden Kettenbrücken die einzelnen Kettenstäbe sehr ungleich beansprucht werden; allerdings tritt ein teilweiser Ausgleich dann ein, wenn die Spannungen die Elasticitätsgrenze überschreiten und bleibende Längenänderungen bewirken.

2. Die Konstruktion der Kabel. Die Brückenkabel werden entweder

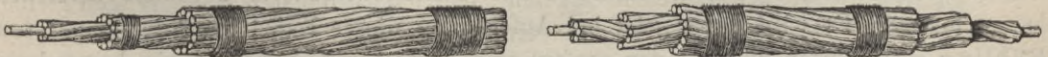
a. aus spiralförmig gewundenen Drähten oder

b. aus parallel liegenden Drähten, die stellenweise durch straffe Umwicklung zu einem Bündel vereinigt sind, hergestellt. Früher wurde Eisendraht, jetzt wird ausschließlich nur Stahldraht verwendet.

Die gedrehten Kabel oder Seile können natürlich erst im fertigen Zustande in ihre Lage in der Brücke gebracht werden. Die spiralförmige Windung der einzelnen Drähte verschafft hierzu dem Kabel eine verhältnismäfsig grofse Biegsamkeit, weil sich ein Teil der Spirale eines und desselben Drahtes beim Biegen des Kabels auf der konkaven, also verkürzten Seite, der andere ebenso grofse Teil auf der konvexen, also verlängerten Seite befindet, sodafs eine Ausgleichung zwischen den aufeinander folgenden Verlängerungen und Verkürzungen möglich ist. Hierbei ist vorausgesetzt, daß keine zu starke Reibung zwischen den Drähten verschiedener Umhüllungsschichten hindernd eintritt, was allerdings in einem gewissen Grade der Fall ist, wenn die Drahtspiralen

Fig. 15.

Fig. 16.



aller Umhüllungsschichten in demselben Sinne gewunden sind (Fig. 15). Man stellt daher, um die Biegsamkeit der Kabel zu erhöhen, in Frankreich in neuerer Zeit die Kabel aus abwechselnd gewundenen Drahtschichten her (Fig. 16) und erreicht dadurch tatsächlich eine bedeutende Verringerung des Reibungs- also auch des Biegungswiderstandes, weil verhältnismäfsig weniger Berührungspunkte unter den Drähten verschiedener Umhüllungsschichten vorhanden sind. Die Schraubenlinien der verschiedenen Umhüllungs-

²⁶⁾ Technische Blätter 1883, Heft 3 u. 4.

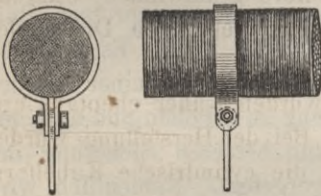
schichten eines solchen Kabels müssen einander ähnlich sein, d. h. ihre Ganghöhen müssen sich verhalten wie die Durchmesser der Umhüllungsschichten; dann besitzen alle Drähte, mit Ausnahme des geraden Mitteldrahtes, die gleiche Länge. Allerdings haben die gleich gewundenen Kabel (Fig. 15) vor den zuletzt beschriebenen den Vorteil voraus, daß bei der Herstellung eine gleichmäßigere Spannung sämtlicher Drähte zu erreichen ist, während bei den abwechselnd gewundenen Kabeln Spannungsunterschiede in den Drähten verschiedener Umhüllungsschichten nicht zu vermeiden sind. Auch ist das Verhältnis der leeren Räume beim abwechselnd gewundenen Kabel etwas größer, als beim gleich gewundenen Kabel, was mit Rücksicht auf die Oxydation ungünstiger ist. Diese leeren Räume betragen je nach der Anzahl der Drähte 0,15 bis 0,30 des vollen Querschnittes gegenüber 0,04 bis 0,05 beim gleich gewundenen Kabel.

Bei dieser Herstellungsart der Kabel ist der Stärke derselben durch die Steifigkeit und die Rücksichtnahme auf eine gleichmäßige Anspannung der Drähte eine gewisse Grenze gesetzt. Nach den französischen Vorschriften sollen in einem Kabel nicht mehr als 250 bis 300 Drähte enthalten sein. Werden größere Querschnitte gebraucht, so legt man entweder mehrere Kabel nebeneinander (Brücke über die Saone bei Lyon mit vier Kabeln u. a.) oder man verbindet mehrere schwächere Drahtseile zu einem Kabel. Letzteres kann geschehen, indem die parallel gehängten Drahtseile in kurzen Abständen mittels Klemmbüchsen fest zusammengedrückt werden (Brücke bei Bucaramanga T. IV, F. 5 bis 10, bei welcher jedes der doppelt angeordneten Kabel aus je 7 dünnen Drahtseilen besteht), oder indem man die Drahtseile in ähnlicher Weise wie die Drähte durch spiralförmige Windung zu einem Kabel vereinigt (Lambeth-Brücke in London T. IV, F. 11 bis 16, deren vier Tragkabel aus je 7 Strängen zusammengesetzt sind, wovon die 6 äußeren den 7. Strang als Seele schraubenförmig umwinden, während jeder dieser sieben Stränge wieder aus sieben schraubenförmig gebildeten Drahtseilen von 7,5 mm Durchmesser zu je 7 Drähten besteht).

Die aus Paralleldrähten hergestellten Kabel wurden früher ebenfalls erst im fertigen Zustande in die Brückenkonstruktion eingefügt. Bei der Herstellung wurden die Drähte horizontal ausgelegt, dann durch Klammern in die cylindrische Kabelform zusammengedrückt und in Abständen von etwa 0,3 bis 0,5 m mit 5 bis 6 cm breiten Drahtumwickelungen zusammengebunden. Es ergab sich aber der Nachteil, daß diese Kabel eine große Steifigkeit besaßen, welche selbst mit der Krümmung, welche sie erfahren, wenn sie von der Geradlinigkeit in die Gleichgewichtsform übergehen, schlecht verträglich ist. So berichtet beispielsweise Vicat, daß er beim Bau der Hängebrücke von Argentat die Umwickelungen der vorbereiteten geraden Kabel bei der Aufbringung wieder zerschneiden, und nach Annahme der Gleichgewichtsform nochmals herstellen lassen mußte. Es wird daher jetzt bei Anfertigung dieser Kabel nach der zuerst von Röbling eingeführten und bei den großen amerikanischen Kabelbrücken in Anwendung gebrachten Methode verfahren. Hiernach werden die einzelnen Drähte frei ausgehängt, wobei deren Länge nach einem entsprechend ausgespannten Leitdraht mittels des Durchhanges genau reguliert wird. Diese Drahtstränge werden dann durch kräftige Schraubenzwingen in die cylindrische Form gepreßt und mit starkem weichen Eisendraht dicht umwickelt. Durch diese straffe Umwicklung, sowie durch das Warmaufziehen der schmiedeisernen Kabelbänder, an welchen die Hängestangen befestigt sind, wird eine genügend große Reibung zwischen den Kabeldrähten erzeugt, sodafs alle Drähte gleichmäßig zur Spannung kommen.

Diese Herstellungsmethode hat die Vorteile, daß die Montierung erleichtert ist, daß man von Temperaturänderungen während der Herstellung des Kabels unabhängig ist, daß die Drähte möglichst gleichmäßig tragen, daß die leeren Räume zwischen den Drähten auf das kleinste Maß gebracht sind und daß sich auch Kabel von sehr großem Querschnitte herstellen lassen. Als ein Beispiel hierfür sei die Legung des Kabels der East River-Brücke kurz beschrieben; Näheres wird das XVII. Kapitel bringen. Nachdem man zunächst zwei einfache Drahtseile in der Art über den Fluß gespannt hatte, daß man das erste Seil mit einem Ende auf die Spitze des ersten Pfeilers emporwand und an der Verankerung befestigte, dann mittels eines Fahrzeuges nach dem anderen Ufer bugsierte, hier auf den zweiten Pfeiler beförderte und endlich mit der Dampfwinde anholte, ebenso das zweite Seil an dem ersten gleitend hinübergezogen hatte, wurden ein Fußsteg und auf zwei weiteren Drahtseilen bewegliche Laufstege angebracht, von denen aus die Kabel montiert wurden. Das Auslegen der Drähte geschah mit Hilfe eines Drahtseiles ohne Ende, welches von einer Verankerung zur anderen über die Pfeilerköpfe hinweglief und von einer feststehenden Dampfmaschine angetrieben wurde. An diesem Drahtseil waren Rollen befestigt, über welche der Kabeldraht geschlungen wurde, sodafs bei jedem Wege, welche eine Rolle von einer Verankerung zur anderen machte, ein Doppeldraht ausgelegt wurde. Vorerst war für jedes Kabel ein Leitdraht gelegt und an den beiden Verankerungen befestigt worden. Je 331 Drähte von 4,3 mm Stärke wurden in ein Bündel vereinigt, indem sie von 0,40 zu 0,40 m mittels Draht provisorisch zusammengebunden wurden; 19 solcher Bündel bilden ein Kabel. Für die Herstellung der einzelnen Bündel, sowie zur Aufnahme sämtlicher Hilfsseile waren oberhalb der definitiven Lager für die Kabel provisorische Lager ange-

Fig. 17.



bracht. Sobald alle 19 Bündel eines Kabels fertiggestellt waren, wurden die provisorischen Umwickelungen nach und nach entfernt und die ganze Masse der Drähte mittels schmiedeiserner Klammern in Cylinderform geprefst; endlich wurden auch diese Klammern entfernt und das Kabel mit 3,2 mm starkem Draht umwickelt. Zum Schlusse folgte das Warmaufziehen der in Abständen von 2,29 m angebrachten Kabelbänder (Fig. 17), an welche auch die Hängeseile befestigt wurden.

Die folgende Tabelle enthält das Nähere über Zahl, Zusammensetzung und Stärke der Kabel der drei bedeutendsten amerikanischen Drahtseilbrücken.²⁷⁾

	Niagara-Brücke.	Ohio-Brücke.	East River-Brücke.
Jahr	1856	1867	1876
Hauptspannweite	250 m	322 m	486,3 m
Totale Belastung f. d. lfd. Meter . .	7000 kg	5950 kg	16 126 kg
Kabelgewicht	1500 „	1000 „	2826 „
Zahl der Kabel	4	2	4
Zahl der Litzen eines Kabels	49 à 19 Drähte	7 à 370 Drähte	19 à 331 Drähte
Drahtdurchmesser	3,4 mm	3,4 mm	4,3 mm
Gesamtquerschnitt der Drähte . . .	1560 qcm	1078 qcm	3450 qcm
Kabeldurchmesser	254 mm	313 mm	400 mm
Größte Spannung der Kabel pro qcm	1960 kg	2670 kg	3330 kg
Bruchfestigkeit des Drahtes pro qcm .	7000 „	7100 „	11 250 „

Die vorstehend beschriebene Methode der Kabelherstellung aus Paralleldrähten wird sich bei größeren Kabelbrücken empfehlen, während man bei kleineren Brücken

²⁷⁾ Nach einem Vortrage Schwedler's. Deutsche Bauz. 1876, S. 480.

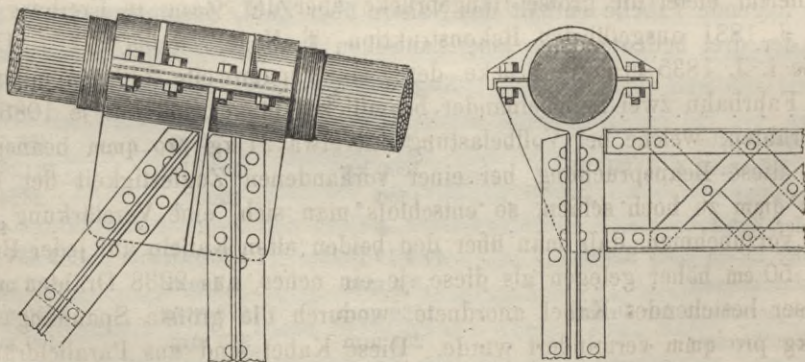
mit fertigen Drahtseilen auskommen kann. Die Länge des Leitdrahtes ist mit aller Schärfe so zu bemessen, daß das danach hergestellte Kabel nach Fertigstellung der Brücke die der Berechnung zu Grunde gelegte Pfeilhöhe erhält. Es ist dabei die Neigung der Kabelebenen gegen die Vertikale, die Abweichung von der mittleren Temperatur, die Abrundung der Kabelsättel und die vermehrte elastische Dehnung bei nachträglicher Belastung durch die Konstruktion zu berücksichtigen. Die dazu dienenden Formeln sind dem Kap. XII, § 4 zu entnehmen.

Die Stofsverbindung der Drähte wurde früher durch Umwicklung der sich übergreifenden Enden mit dünnem Drahte bewerkstelligt. Vollkommener erscheint die bei der East River-Brücke angewendete Verbindung mittels kleiner, Schraubengewinde enthaltenden Muffen; doch haben beide Verbindungsarten den Übelstand, daß sie Unregelmäßigkeiten im Kabel bedingen. Man sucht daher die Zahl der Stöße durch die vergrößerte Fabrikationslänge des Drahtes (bis zu 500 m) zu beschränken. Bei einigen neueren französischen Drahtseilbrücken hat man die schräg abgefeilten Drahtenden durch ein Messinglot verbunden; hierdurch wird allerdings eine gute Verbindung erzielt und jede Unregelmäßigkeit in der Drahtstärke vermieden, jedoch wird durch das notwendige Erhitzen des Drahtes dessen Festigkeit an der Verbindungsstelle einigermaßen beeinträchtigt.

Daß das Kabel einen möglichst guten Rostschutz, am besten durch Verzinkung der Drähte, erhalten soll, wurde bereits oben hervorgehoben.

Die Anbringung der Hängestangen oder Hängeseile geschieht entweder nach Fig. 17, S. 175 an den Bolzen der warm aufgelegten Kabelbänder, oder nach F. 9^a bis 9^c, T. IV, wo statt der schmiedeisernen Kabelbänder zweiteilige gusseiserne Klemmbüchsen angewendet sind, über welche das schlingenförmige Ende der Hängestangen gelegt ist. Jedenfalls sind aber diese Kabelbänder oder Klemmbüchsen so stark anzupressen, daß eine Verschiebung durch die Hängestangenkräfte nicht stattfinden kann. Es empfiehlt sich deshalb auch, zwischen sie und die Kabel eine Dichtungsfüllung aus einer weichen Metall-Legierung, etwa Stereo-Metall, zu geben, um die Reibung zu erhöhen und auch um das Eindringen von Feuchtigkeit zu verhüten. Man hat zur besseren Sicherung der Kabelbänder auch beiderseits dünne Drahtumwickelungen vorgelegt. Namentlich wird

Fig. 18.



bei jenen Hängebrückensystemen, wo das Kabel den Gurt eines Fachwerkträgers bildet (System 2a., § 5), wo also an dasselbe auch Diagonalstäbe anzuschließen sind, die Verbindung derart zu konstruieren sein, daß sich die Stabkräfte auch wirklich in das Kabel eintragen können. Die Klemmbüchsen werden dann eine Länge erhalten

müssen, die zur Unterbringung der zur Hervorrufung der notwendigen Reibung erforderlichen Anzahl Schrauben hinreicht. Sie sind zweckmäfsig aus einem Ober- und Unterteil zu bilden (Fig. 18) mit horizontalen Flantschen, von welchen die oberen die unteren lappenförmig übergreifen, um das Eindringen der Feuchtigkeit abzuhalten. Der Unterteil setzt sich nach abwärts in einer Platte fort, welche den Anschluß der Fachwerkstäbe vermittelt und die durch seitliche Rippen verstärkt sein kann, welche wieder die bequeme Anbringung einer allfälligen Querverbindung der Kabel ermöglichen. Diese

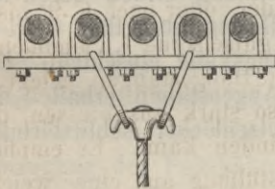
Fig. 19.



Klemmbüchsen, wie sie in ähnlicher Anordnung auch Ingenieur Zampis für das auf S. 159 erwähnte Hängebrückensystem projektiert, müßten dann wohl aus Gußstahl hergestellt werden. Für kleinere derartige Brücken würden aber auch schmiedeiserne Kabelbänder genügen (Fig. 19). Eine andere Konstruktion dieser Gitterstab-Anschlüsse zeigt die Lambeth-Brücke (T. IV, F. 12 u. 13). Hier sind an die zweiteiligen Klemmbüchsen, welche aber in unzureichender Weise nur durch zwei Schrauben zusammengepresst werden, beiderseits schmiedeiserne Laschen mittels eines Bolzens angehängt und an diesen die Gitterstäbe teils durch Nietung, teils durch Keile befestigt.

Werden in einer Tragwand mehr als zwei Kabel angeordnet, so ist eine gleiche Verteilung der Belastung bzw. der Hängestangenkräfte auf die einzelnen Kabel schwer zu erreichen. Man findet diese Anordnung bei einigen älteren Kabelbrücken; so besaß die um die Mitte unseres Jahrhunderts erbaute, i. J. 1865 aber durch Sturm zerstörte

Fig. 20.



Hängebrücke über den Ohio bei Wheeling auf jeder Seite der Brückenbahn sechs nebeneinander hängende Drahtkabel. Die Hängestangen sind dann meist an brillenförmigen Reitern befestigt, welche auf die Kabel einfach aufgelegt sind; eine gleiche Belastung der Kabel wird hierdurch kaum erzielt. Besser ist die an einigen französischen Drahtseilbrücken anzutreffende Aufhängevorrichtung (Fig. 20), welche

eine gewisse Regulierung ermöglicht und überdies ein leichtes Auswechseln eines schadhaften Kabels nach Lösung der betreffenden Hängebügel gestattet.

Bei übereinander angebrachten Kabeln hat man auch, ähnlich wie bei den Kettenbrücken, die Tragstangen abwechselnd am oberen und unteren Kabel befestigt. Ein Beispiel hierfür bietet die große Hängebrücke über die Saane in Freiburg nach ihrer letzten, i. J. 1881 ausgeführten Rekonstruktion (T. II, F. 18 bis 27).²⁸⁾ Ursprünglich hatte diese i. J. 1835 erbaute Brücke, deren Hauptspannweite 246,2 m mißt, auf jeder Seite der Fahrbahn zwei nebeneinander befindliche Hängekabel aus je 1086 je 3,1 mm starken Drähten, welche bei Vollbelastung mit etwa 27 kg pro qmm beansprucht wurden. Da diese Beanspruchung bei einer vorhandenen Zugfestigkeit der Drähte von 75 kg pro qmm zu hoch schien, so entschloß man sich, eine Verstärkung der Brücke in der Art vorzunehmen, daß man über den beiden alten Kabeln auf jeder Brückenseite, und zwar 50 cm höher gelegen als diese, je ein neues, aus 2238 Drähten von 3,4 mm Durchmesser bestehendes Kabel anordnete, wodurch die größte Spannung der Drähte auf 17,8 kg pro qmm vermindert wurde. Diese Kabel sind aus Paralleldrähten hergestellt, welche durch in glühendem Zustande aufgebraachte Drahtumwickelungen zusammengehalten werden. Die Hängeseile greifen abwechselnd an den beiden alten Kabeln und am neuen Kabel an und zwar sind für das letztere die entsprechend verlängerten Hänge-

²⁸⁾ P. Riese. Die Ingenieur-Bauwerke der Schweiz. Berlin 1887.

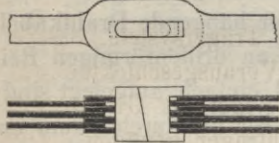
seile mittels Schlingen und darunter liegenden schützenden Metallplatten um dasselbe herumgelegt.

Hinsichtlich dieser und noch zweier anderen Hängebrücken über die Saane, der Gotteron-Brücke mit 200 m und der Brücke von Corbières mit 119,2 m Spannweite sei hier noch bemerkt, daß zum Zwecke des Rostschutzes der nicht verzinkten Drähte die Kabel von Zeit zu Zeit innen und außen sorgfältig eingefettet und mit einem äußeren Anstrich versehen werden müssen. Zu diesem Behufe werden die Binden gelöst, hierauf wird das Kabel sorgfältig mit einem Meißel geöffnet und die kochend erhaltene Mischung von Öl und Talg in das Innere gebracht. Von dem äußeren Ölfarbanstrich ist man abgekommen und versieht jetzt die Kabel mit einem Anstrich von Teer, der vor der Verwendung sorgfältig gereinigt, namentlich von allen sauren Bestandteilen befreit und auf seine Beschaffenheit chemisch untersucht worden ist.

3. Regulierungsvorrichtungen bei den Ketten und Kabeln. Um bei der Aufstellung einer Hängebrücke die genaue Höhenlage des Brückenscheitels zu erreichen, sind Vorrichtungen notwendig, durch welche kleine Längenänderungen in der Kette oder im Kabel bewirkt werden können. Diese Vorrichtungen bestehen meist aus Keilschlössern; bei den Kabeln wird auch eine Regulierung mittels Schrauben angetroffen.

Die Keilschlösser sind in der Regel in den Spannketten, zuweilen auch in den Tragketten angebracht. Bei den Ketten mit schlingenförmigen Gliedern sind deren

Fig. 21.



Enden da, wo die Regulierung stattfinden soll, soweit überschoben, daß sich eine längliche Öffnung bildet, deren abgerundete Ecken durch halbrunde Bolzen ausgefüllt werden, zwischen welche man die Regulierungskeile einschleibt. Bei den Ketten aus Örschienen oder Augenstäben erhalten die Stellglieder anstatt der runden Bolzenlöcher schlitzförmige

Öhre, welche durch die Keile ausgefüllt werden (Fig. 21).

Um in den Kabeln Regulierungsvorrichtungen anbringen zu können, ist es notwendig, daß dieselben an den Anspannungsstellen endigen. Bei Kabeln mit parallel liegenden Drähten läßt sich dies bewerkstelligen, indem man die durch Weglassung der Bewickelung am Ende frei liegenden Drähte schlingenförmig umbiegt und in das Kabel zurückführt. Die so gebildete Schlinge kann zur Aufnahme der Spannkeile dienen, wie dies bei der Drahtbrücke zu Freiburg der Fall ist, deren Stellvorrichtung (T. II, F. 22) zwischen den einfachen Rückhalt- und den doppelten Ankerkabeln angebracht ist und in je zwei halbcylindrischen Bolzen mit dazwischen eingeschobenen Keilen besteht. Mittels einer solchen Kabelschlinge läßt sich auch leicht eine Verbindung des Kabels mit einer aus Örschienen bestehenden Kette herstellen und in dieser die Spannvorrichtung anbringen. Das Biegen der Drähte zur Schlinge ist jedoch wohl nur bei Eisendrähften ratsam, da die Beanspruchung hierbei weit die Elastizitätsgrenze überschreitet, wenn der Durchmesser der Schlinge nicht übermächtig groß genommen wird. Bei Gufstahldrähften von 3,5 mm Stärke müßte beispielsweise der Halbmesser der Biegung

$$r = \frac{E \cdot d}{2s} = \frac{2000000 \cdot 0,35}{2 \cdot 3500} = 100 \text{ cm}$$

betragen, wenn die Biegungsspannung in den Drähften die sonst zulässige Inanspruchnahme nicht überschreiten soll, und etwa 50 cm, wenn diese Spannung unter der Elastizitätsgrenze bleiben soll. Es empfiehlt sich daher in den meisten Fällen eine andere Endigungsweise des Kabels, welche notgedrungen stets dann anzuwenden ist, wenn das-

selbe aus gewundenen Drähten hergestellt wurde. Es wird in diesem Falle das Kabelende aufgedreht und in die sich konisch erweiternde Bohrung eines Gufsstückes eingeführt, an welchem die Augenstäbe oder Rundeisenstangen, welche die Fortsetzung des Kabels bilden, angreifen (Fig. 22; T. II, F. 17; T. III, F. 14). Um das Kabel in dem Gufsstücke zu halten, werden die Drähte durch spitze Eisenkeile auseinander getrieben und mit Blei vergossen. Bei einigen neueren französischen Drahtseilbrücken hat man hierzu eine Legierung aus 50 Teilen Zinn, 40 Teilen Blei und 10 Teilen Antimon benutzt, welche den Vorteil größerer Härte bietet, dabei aber genügend leichtflüssig ist, um beim Eingießen nicht die Drähte zu überhitzen und hierdurch in ihrer Festigkeit zu beeinträchtigen.

Fig. 22.

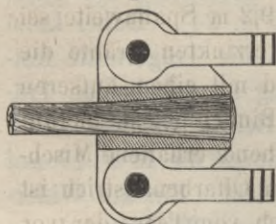
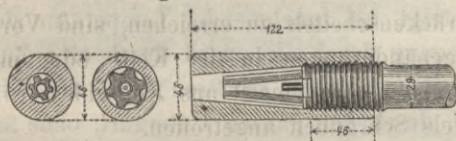


Fig. 23. M. 1:50.



Eine etwas anders konstruierte Endigung der Kabel zeigt Fig. 23, welche sich auf die Brücke von Bucaramanga bezieht. Hier sind die 7 Hauptstränge des Kabels in je eine eiserne, außen cylindrische, innen konische Büchse eingeführt und die einzelnen Litzen

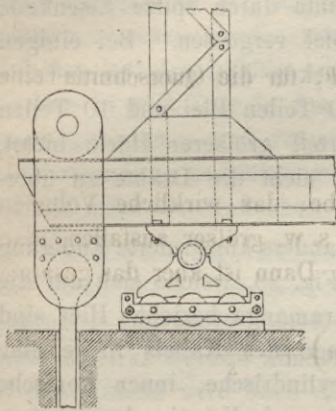
der Stränge werden durch einen Kegel auseinander gespreizt, während das in den unteren Teil der Büchse eingeschnittene Muttergewinde ein Rundeisen aufnimmt, welches die Fortsetzung des Kabelstranges bildet.

4. Die Kabelbrücken mit Versteifungsträgern. Über dieses Trägersystem, dessen Theorie im Kap. XII, § 5 bis 7 gegeben wurde, ist nach dem Vorausgeschickten nur wenig mehr zu bemerken. Der Versteifungsträger wird in der Regel als Gitterträger zu konstruieren sein; bei kleineren Weiten kann auch ein Blechträger genügen. Die Anbringung der Fahrbahnträger, sowie die Art der Aufhängung an dem Kabel wurde im § 7 besprochen.

Bei den bisherigen Anwendungen dieses Trägersystems hat man darauf verzichtet, durch Anbringung eines Mittelgelenkes eine statische Bestimmtheit zu erreichen. Es ist dies nicht unbegründet. Denn soll das Gelenk den theoretischen Bedingungen entsprechen, so müßten eigentlich Versteifungsträger und Kabel im Scheitel des letzteren ein gemeinschaftliches Gelenk erhalten. Würde bloß der Versteifungsträger durch ein Gelenk unterbrochen sein, so hätte das Kabel infolge der größeren Winkeländerungen, die in dem über dem Gelenke gelegenen Aufhängepunkte auftreten, wesentlich vermehrte Biegespannungen aufzunehmen, die insbesondere bei einem stärkeren Kabel in den unteren und oberen Drähten ein unzulässiges Maß erreichen können. Der Anbringung eines Gelenkes im Kabel selbst stehen aber konstruktive Schwierigkeiten entgegen, jedenfalls würde dadurch die Kabelherstellung sehr erschwert werden. Man verzichtet daher lieber auf die Vorteile, welche die statische Bestimmtheit bieten würde und hat dafür allerdings den Mehraufwand an Material im Versteifungsträger, welchen die Temperaturspannungen bedingen, in den Kauf zu nehmen. Natürlich ist dann eine sorgfältige Aufstellung der Brückenkonstruktion, durch welche falsche Montierungsspannungen möglichst vermieden werden, von besonderer Wichtigkeit. Die Tragstangen müssen in ihrer Länge regulierbar sein und, damit den Voraussetzungen der Theorie entsprochen wird, so in die Konstruktion eingefügt werden, daß sie bei mittlerer Temperatur weder schlaff noch aber in Spannung sind, so lange der Versteifungsträger auf dem Montierungsgestänge aufliegt.

Der Versteifungsträger ist mit seinen Enden aufzulagern und, mit Rücksicht auf die unter Umständen auch negativ werdenden Auflagerdrücke, vertikal mit dem Pfeiler-mauerwerke zu verankern. Diese Verankerung muß jedoch derartig konstruiert sein, daß die Dilatation des Trägers dadurch nicht gehindert wird (Fig. 24). Dabei kann

Fig. 24.



es wünschenswert erscheinen, daß die Trägermitte festgehalten wird und die Verschiebung an den beiden Trägerenden gleichmäßig stattfindet. Bei der rekonstruierten Niagara-Hängebrücke wurde dies durch die in F. 17 auf T. III dargestellte Anordnung erreicht. Ein am Widerlager befestigtes Gufsstück trägt einen Winkelhebel, an dessen einem Ende ein Keil angebracht ist, welcher bei jeder Temperatur den Zwischenraum zwischen dem Widerlager und dem Trägerende ausfüllt, indem er bei fallender Temperatur steigt, bei zunehmender Temperatur sich senkt. Die Bewegung des Keiles wird durch eine Zugstange bewirkt, welche an dem kürzeren Arme des Winkelhebels angreift, durch den ganzen Untergurt, ohne mit ihm verbunden zu sein, frei hindurchgeht und mit dem

Widerlager am anderen Ufer fest verbunden ist. Da die Übersetzung des Winkelhebels 1:3, die Neigung der Keilflächen aber 6:1 ist, so läßt die Verstellung des Keiles nur den halben Ausgleich der Längenänderung des Trägers zu und es muß sich auch das andere Trägerende um ebensoviel verschieben.

Die Höhe des Trägers ist so zu wählen, daß die Materialmenge möglichst gering ausfällt. Wären bloß die vertikalen Belastungskräfte zu berücksichtigen, so würde sich die zweckmäßigste Trägerhöhe ziemlich groß ergeben, da bis zu einer gewissen Grenze mit zunehmender Höhe der Materialverbrauch in den Gurtungen abnimmt. Der Temperatureinfluss äußert sich jedoch in umgekehrtem Sinne; die durch ihn bedingte Vermehrung der Trägerquerschnitte wächst sehr rasch, wenn die Trägerhöhe vergrößert wird. Durch eine angenäherte Berechnung läßt sich die günstigste Trägerhöhe h wie folgt feststellen.

Es bezeichne F_1 die Querschnittsfläche eines Gurtes, F_0 den Querschnitt des Kabels, $n = \frac{f}{l}$ das Pfeilverhältnis des Kabels, $2l_1 \sec \alpha_1$ die Längen der beiderseitigen Spann- und Ankerketten und $L = l + 2l_1 \sec^2 \alpha_1$, ferner s die zulässige Inanspruchnahme für den Versteifungsträger.

Die durch die äußere Belastung hervorgerufenen größten Momente und Transversalkräfte M und Q werden, wie aus den betreffenden Formeln Kap. XII, § 6 hervorgeht, durch die Trägerhöhe wenig beeinflusst, so lange das Verhältnis $\frac{J}{F_0 l^2} = \frac{F_1 h^2}{2 F_0 l^2}$ innerhalb gewisser, den praktischen Ausführungen entsprechender Grenzen bleibt. Man kann sie daher näherungsweise als davon unabhängig annehmen. Bezeichnet dann noch H_t den Horizontalzug infolge Temperaturwirkung, so bestimmt sich die Querschnittsfläche des Gurtes in einem Punkte, wo die Kabel-Ordinate (von der Verbindungslinie der Aufhängepunkte des Kabels gemessen) y ist, aus

$$F = \frac{1}{hs} (M + H_t y) \dots \dots \dots 7.$$

und das Volumen der Gitterstäbe, auf die Längeneinheit bezogen, aus

$$V = \frac{2}{s} (Q + H_t \tan \tau) \dots \dots \dots 8.$$

Da aber zufolge Gl. 95, Kap. XII

$$H_1 = k \frac{F_1 h^2}{l^2},$$

wenn zur Abkürzung

$$k = \frac{15 E \omega t}{16 n^2 + 15 \frac{F_1 h^2}{F_0 l^2} \left(\frac{l}{l} + \frac{16}{3} n^2 \right)} \cdot \frac{L}{l} \dots \dots \dots 9.$$

oder angenähert

$$k = \frac{15 E \omega t}{16 n^2} \frac{L}{l} \dots \dots \dots 9^a.$$

gesetzt wird, so liefert die Gl. 7 nach der Reduktion auf F_1 für die Querschnittsfläche eines Gurtcs

$$F_1 = \frac{M l^2}{h s l^2 - k y h^2} \dots \dots \dots 10.$$

Gl. 8 giebt das theoretische Volumen der Gitterstäbe; das wirkliche Volumen wird infolge Nietschwächung, Sicherung gegen Knickung u. s. w. gröfser ausfallen, man kann dasselbe etwa um $\frac{1}{4}$ vergrößert in Rechnung stellen. Dann ist aber das gesamte Volumen für die Längeneinheit

$$\mathfrak{B} = 2 F_1 + 1,25 V = F_1 \left(2 + \frac{2,5 k h^2}{s l^2} \text{tang} \tau \right) + \frac{2,5 Q}{s}$$

$$\mathfrak{B} = \frac{M(2 s l^2 + 2,5 k h^2 \text{tang} \tau)}{s(h s l^2 - k y h^2)} + \frac{2,5 Q}{s}.$$

Die Trägerhöhe ist so zu bestimmen, dafs das Volumen den kleinsten Wert erhält. Die Bedingung für das Minimum ergibt den Ausdruck

$$h = \frac{-4 y k + \sqrt{16 y^2 k^2 + 20 s k l^2 \text{tang} \tau}}{5 k \text{tang} \tau} \dots \dots \dots 11.$$

Für die Trägermitte mit $\tau = 0$ nimmt dieser Ausdruck die unbestimmte Form an. Man hat dann blofs das Gurtvolumen in Betracht zu ziehen und erhält

$$h_0 = \frac{s l^2}{2 k f} = \frac{1}{2 n} \frac{s}{k} \cdot l \dots \dots \dots 12.$$

Wird $y = 4 n \frac{x}{l} (l-x)$ und $\text{tang} \tau = 4 n \frac{l-2x}{l}$ in Gl. 11 eingesetzt, so geht diese über in

$$h = \frac{-4 n k x (l-x) + \sqrt{16 n^2 k^2 x^2 (l-x)^2 + 5 n s k (l-2x) l^3}}{5 n k (l-2x)} \dots \dots \dots 11^a.$$

Für $x = 0$ erhält man

$$h_1 = l \sqrt{\frac{s}{5 n k}} \dots \dots \dots 13.$$

Mit dem Näherungsausdrucke 9^a für k , in welchem $E \omega = 240$ (kg und qcm), $t = 40^0$ zu setzen ist, und mit $s = 750$ kg pro qcm wird

$$h_0 = 0,417 \frac{l}{L} \cdot f \dots \dots \dots 12^a.$$

$$h_1 = 0,408 f \sqrt{\frac{1}{n} \frac{l}{L}} \dots \dots \dots 13^a.$$

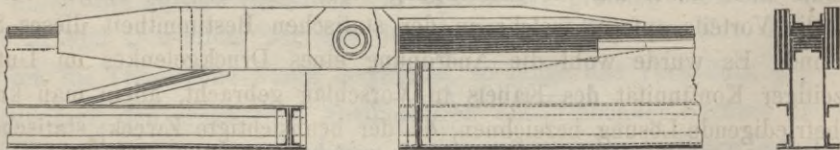
L ist für Träger mit einer Öffnung, an welche sich die Spannkabel anschliesen, gleich $2l$ bis $2,5l$, sodafs hiernach $h_0 = 0,208 f$ bis $0,167 f$ und $h_1 = 0,288 f \sqrt{\frac{1}{n}}$ bis $0,258 f \sqrt{\frac{1}{n}}$ wird. Hiernach würde sich für die gewöhnlich angewandten Pfeilverhältnisse $n = \frac{1}{6}$ bis $\frac{1}{9}$ die theoretisch günstigste Höhe an den Enden des Trägers etwa drei- bis viermal so groß ergeben, als in der Mitte. Wegen der praktisch nicht ausführbaren kleinen Gurtquerschnitte, die man dabei erhielte, empfiehlt es sich aber, die Trägerhöhe an den Enden kleiner anzunehmen. Gewöhnlich giebt man dem Versteifungs-

träger parallele Gurtungen, sonach eine durchaus gleiche Höhe, welche man nach der obigen Formel 12 für die Trägermitte zu bestimmen hätte. Bei größeren Spannweiten wird eine geringe Vergrößerung der Trägerhöhe an den Enden durch eine schwache bogenförmige Krümmung des Untergurtes angezeigt sein; dagegen wird es sich nicht empfehlen, die Trägerhöhe in der Mitte um vieles größer anzunehmen, als sich nach Formel 12 bzw. 12^a ergibt, da schon bei einer Verdoppelung dieser Höhe die theoretische Materialmenge nach Gl. 10 unendlich groß würde.

Für die günstigste Pfeilhöhe des Kabels läßt sich eine einfache Formel nicht aufstellen. Es hängt dieselbe auch wesentlich ab von der Konstruktion der Pylonen. Werden letztere aus Eisen hergestellt, was sich mit Rücksicht auf Verringerung der Kosten und teilweisen Ausgleich der Temperaturwirkungen empfiehlt, so ergibt sich die günstigste Pfeilhöhe größer, als bei Anwendung von steinernen Pylonen, und etwa zu $\frac{1}{7}$ bis $\frac{1}{8}$ der Spannweite.

5. Die Fachwerks-Hängeträger. Wie bereits oben hervorgehoben wurde, sind die in diese Gruppe gehörenden Träger als umgekehrte Bogenfachwerke aufzufassen und in den konstruktiven Einzelheiten dementsprechend auszubilden. Im § 5 unter 2. wurden drei Systeme der Fachwerks-Hängeträger unterschieden, von denen namentlich dasjenige mit Ausfachung der Bogenzwickel bei horizontalem Untergurte und mit Gelenken in den Aufhängepunkten und im Scheitel des die Stelle der Kette vertretenden Obergurtes mehrfache Anwendung gefunden hat. Ein Beispiel hierfür bietet der von Schmick erbaute eiserne Steg über den Main in Frankfurt (T. V, F. 1 bis 11). Derselbe besitzt ein Mittelfeld von 79,69 m und zwei Seitenöffnungen von je 39,56 m Lichtweite. Der Obergurt der um 4,69 m abstehenden beiden Tragwände hat T-förmigen Querschnitt, der Untergurt ist aus vier Winkeleisen kastenförmig (15) mit Vergitterung der Seitenflächen gebildet. Die Vertikal- und Diagonalstäbe der Ausfachung sind als Gitterdruckstäbe steif konstruiert; die Verbindung in den Knotenpunkten ist durch feste Vernietung bewerkstelligt. Über den Strompfeilern sind die Obergurte des Mittel- und des angrenzenden Seitenfeldes an gemeinschaftlichen auf Rollenstühlen horizontal verschiebbaren Bolzen aufgehängt (F. 10, T. V), und ebenso sind die in der Mittelöffnung getrennten beiden Trägerhälften im Scheitel der Obergurte durch einen 16,59 cm starken schmiedeisernen Gelenkbolzen verbunden. An den Gelenken endigen die Obergurte in vertikale, verschränkt ineinander eingreifende Bleche, welche mittels vier innen angebrachter Winkeleisen unter Anwendung von Schraubenbolzen mit den horizontalen Gurtungsplatten

Fig. 25.

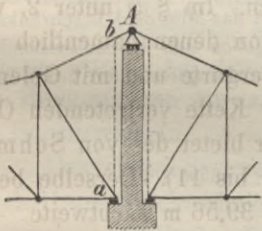


verbunden sind (Fig. 25). Die Grundsätze, welche für derartige Gelenkkonstruktionen hinsichtlich der Bestimmung des Bolzendurchmessers, des zulässigen Leibungsdruckes und der Querschnittsbestimmung der Gelenkplatten maßgebend sind, können als bekannt vorausgesetzt werden. An den Landpfeilern ruhen bei obiger Brücke sowohl die Untergurte als auch die Obergurte auf Gleitlagern; erstere endigen daselbst, während die Horizontalbleche der letzteren über zwei abgerundete gußeiserne Sättel polygonal zu der Verankerung geführt sind (T. V, F. 11).

An dieser Stelle ist ein Projekt für den Steg über den Bahnhof Gotha (T. V, F. 12 bis 16) zu erwähnen, bei dessen Ausführung man jedoch der weiter unten zu besprechenden Anordnung den Vorzug gegeben hat. Bei 48 m Weite der Mittelöffnung und je 24 m Weite der beiden Seitenöffnungen zeigt dasselbe Träger, deren Obergurt aus hochkantig gestellten Flacheisen und deren Untergurt aus Flacheisen und zwei \sqsubset -Eisen zusammengesetzt ist. Die Ausfachung besteht aus steifen, aus \sqsubset - und L-Eisen gebildeten Vertikalen und aus Diagonalen, die aus je zwei durch Zwischenlagen abgespreizten Flacheisen gebildet sind. Die Gitterstäbe sind an den Obergurt mittels Bolzen angeschlossen. Die Gelenkkonstruktion und die hier mittels gußeiserner Pendel geplante Auflagerung auf den Mittelpfeilern sind aus F. 16, T. V ersichtlich. In gleicher Weise war die Auflagerung des Obergurtes auf den Endpfeilern gedacht, während für die Untergurte an den Mittel- und Endpfeilern Gleitplatten vorgesehen wurden.

Damit keine Biegungsbeanspruchungen im Untergurte entstehen, ist an den Mittelpfeilern der Knotenpunkt a (Fig. 26) des letzten Faches direkt über das Auflager zu bringen; die letzte Vertikale ab könnte dann auch ganz weggelassen werden. Bei größeren Spannweiten wird sich bei a die Anordnung eines Rollen- anstatt eines Gleitlagers empfehlen. Will man aber eine Auflagerung des Untergurtes vermeiden, wofür allerdings keine Gründe sprechen, so müßte das Versteifungsfachwerk bzw. der Knotenpunkt a des Untergurtes unmittelbar an den Aufhängebolzen A angeschlossen werden. Letztere Anordnung wird von Heinzerling vorgeschlagen, und zwar in der Art, daß die letzten Vertikalstäbe

Fig. 26.



der Hauptträger im Innern des hohlen eisernen Pfeileraufsatzes vermöge eines T- bzw. U-förmigen Querschnittes einander möglichst nahe gebracht und an den Gelenkbolzen A angehängt sind. Es ist aber, wie bemerkt, kein Bedürfnis vorhanden, diese etwas komplizierte Anordnung einer direkten Auflagerung der Untergurte vorzuziehen, vielmehr spricht der Umstand dagegen, daß dann für die Übertragung der Windkräfte von der Tragkonstruktion auf die Stützpunkte noch besonders vorgekehrt werden müßte.

Die Anwendung eines Kabels an Stelle des Obergurtes, wofür die Lambeth-Brücke in London ein, wie bereits erwähnt, in den Einzelheiten nicht mustergiltiges Beispiel giebt, erscheint wohl mit Rücksicht auf den Umstand zulässig, daß die größten Spannungen in den einzelnen Teilen des Obergurtes nur wenig verschieden sind und Druckspannungen infolge der Eigengewichtsbelastung darin überhaupt nicht auftreten; man muß aber dabei auf die Anbringung eines Gelenkes im Träger verzichten und sonach die Vorteile opfern, welche in der statischen Bestimmtheit dieses Systems gelegen sind. Es wurde wohl die Anordnung eines Druckgelenkes im Untergurte bei gleichzeitiger Kontinuität des Kabels in Vorschlag gebracht, allein man kann dies als keine befriedigende Lösung bezeichnen, da der beabsichtigte Zweck, statische Bestimmtheit und Unabhängigkeit von den Temperaturwirkungen, hierdurch nur unvollkommen erreicht wird.

In Betreff der Anordnung der Ausfachung handelt es sich um eine mit Rücksicht auf den Materialbedarf möglichst günstige Wahl der Knotenweite und der Höhe in der Trägermitte. Eine hierüber angestellte Rechnung für das System mit einem Mittelgelenke hat zu den nachstehenden Ergebnissen geführt.

Es bezeichne g das Eigengewicht der Brücke in kg f. d. lfd. m ,
 p die zufällige Last f. d. lfd. m,

- $f = nl$ die Pfeilhöhe des Obergurtes,
- $h = mf$ die Höhe des Trägers in der Mitte,
- e die konstant angenommene Knotenweite der aus einfachen Diagonal- und Vertikalstäben bestehenden Ausfachung.

Dann läßt sich bei parabolischer Form des Obergurtes und bei der Inanspruchnahme s für das theoretische Volumen der Ausfachung der Näherungsausdruck aufstellen:

$$V_2 = \frac{p l^2}{s} \left[\left(0,5527 + 0,0093 \frac{1}{m} - 1,632 m + 5,47 m^2 - 6,38 m^3 \right) \frac{e}{f} + (0,0889 + 0,0111 m + 0,330 m^2 - 0,634 m^3) \frac{f}{e} \right] + 0,3333 n (1 + 3 m) \frac{g l^2}{s}.$$

Die günstigste Knotenweite e , allerdings ohne Rücksichtnahme auf die in geringerem Maße ebenfalls hierauf Einfluß ausübende Fahrbahnkonstruktion, ist nun offenbar jene, welche obiges Volumen zu einem Minimum macht. Die Rechnung ergibt

für	$m = 0,1$	0,15	0,2	0,3
wird	$\frac{e}{f} = 0,42$	0,45	0,47	0,50.

Im allgemeinen kann daher als günstigstes Verhältnis

$$e = 0,4 \text{ bis } 0,5 f \dots \dots \dots 14.$$

angenommen werden.

Um die zweckmäßigste Höhe im Trägerscheitel zu ermitteln, hat man einen Ausdruck für das Gesamt-Volumen der Tragkonstruktion aufzustellen. Man kann sich dabei auf das Mittelfeld beschränken, da der Materialaufwand in den Seitenfeldern hiervon unabhängig ist. Es ergeben sich die nachstehenden Näherungsausdrücke, in welchen der Beanspruchung der Gitterstäbe auf Zerknickungsfestigkeit durch eine Querschnittsvermehrung um 25% Rechnung getragen wurde.

Volumen der Gurtungen:

$$V_1 = \frac{g l^2}{s} \left(0,667 n + 0,125 \frac{1}{n} \right) + \frac{p l^2}{s} \left[n (6,094 + 0,851 m + 1,465 m^2) + \frac{1}{n} (0,2183 - 0,448 m + 0,665 m^2) \right].$$

Volumen der Ausfachung:

$$V_2 = \frac{g l^2}{s} (1 + 3 m) 0,444 n + \frac{p l^2}{s} \left[0,4935 + 0,0089 \frac{1}{m} + 0,079 m + 0,107 m^2 \right].$$

Volumen der Querverbindung und Windverstrebung:

$$V_3 = \left[(30 + 180 m) f + 840 \right] \frac{l^2}{s}.$$

Das theoretische Gesamt-Volumen wird sonach:

$$V = V_1 + V_2 + V_3.$$

Die Bedingung für das Minimum liefert die nachstehende Bestimmungsgleichung für das günstigste Verhältnis m der Trägerhöhe h zur Pfeilhöhe f

$$1,333 g n + \left(0,851 n + 0,079 - 0,448 \frac{1}{n} \right) p + 180 f + \left(2,930 n + 0,214 + 1,330 \frac{1}{n} \right) p m - 0,0089 p \frac{1}{m^2} = 0 \dots \dots \dots 15.$$

Die hieraus folgenden Werte von m lassen erkennen, daß für die Pfeilverhältnisse $n = \frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{5}$ die Trägerhöhe in der Mitte mit $h = 0,03$ bis $0,05 \cdot l$ anzunehmen ist.

Von den anderen Systemen der Fachwerks-Hängeträger muß insbesondere jenes, welches durch die Monongahela-Brücke (T. V, F. 17 bis 25) vertreten ist, als vorteilhaft bezeichnet werden. Die nach diesem System konstruierten Träger sind infolge Anordnung eines Mittelgelenkes mit Rücksicht auf die äußeren Kräfte ebenfalls statisch bestimmt, also von Temperaturwirkungen und Montierungsspannungen zum großen Teile unabhängig. Die Steifigkeit in vertikaler Richtung ist dieselbe, wie bei einem Bogenträger von den gleichen Verhältnissen und es bestehen einem solchen gegenüber noch die Vorteile, daß die Hauptkonstruktionsteile überwiegend auf Zug beansprucht werden, und daß der Schwerpunkt der ganzen Tragkonstruktion unterhalb der Stützpunkte gelegen ist. Wird der Untergurt nach der Stützlinie des Eigengewichtes geformt, so werden die übrigen Teile des Trägers, Obergurte und Ausfachung, nur bei einseitiger Belastung durch die Verkehrslast beansprucht, und zwar ebenso stark auf Zug wie auf

Druck. Obergurt und Ausfachung müssen daher steif konstruiert werden, während der Untergurt schlaff ausgeführt werden kann. Die Ausbildung des Untergurtes als Kabel erscheint bei der alsdann erwünschten Weglassung des Mittelgelenkes nicht ratsam. Die Anwendung eines Kettengurtes nach dem Beispiele der Monongahela-Brücke, welche die bekannte amerikanische Konstruktionsweise zeigt, hat allerdings Vorteile für die Montierung und hinsichtlich der Herabminderung der Sekundärspannungen. In Übereinstimmung mit der bei uns sonst üblichen Bauweise wird man es aber wohl vorziehen, auch dieses System mit durchgehendem, aus Blechen und Walzeisen zusammengesetzten Untergurte auszuführen. Im Auflager sind die beiden Gurtungen an einem gemeinschaftlichen Bolzen anzuschließen, welcher auf einem von den Spannketten gehaltenen Rollenstuhl zu lagern ist.

Zu erwähnen ist noch, daß unter dem Gelenke auch die an den Träger angehängte Fahrbahnkonstruktion unterbrochen sein muß oder wenigstens nur ein kleines Trägheitsmoment besitzen darf. Es ist dies hier notwendiger als bei den Dreigelenk-Bogenträgern, da infolge der Längenänderung der Spannketten die Scheitelbewegungen beim Hängeträger größer ausfallen.

Der theoretische Materialbedarf ergibt sich, wenn bloß die Mittelöffnungen verglichen werden, bei dem System der Monongahela-Brücke trotz des Mehraufwandes an den Hängestangen etwas kleiner als bei dem vorherbesprochenen System mit ausgefachten Bogenzwickeln.

Das dritte System der Fachwerks-Hängeträger, jenes mit Doppelketten, welche durch Gitterwerk verbunden sind, erweist sich infolge seiner statischen Unbestimmtheit als wenig vorteilhaft. Diese Unbestimmtheit ist namentlich dann mehrfach vorhanden, wenn jede der beiden Gurtungen mit einer eigenen Spannkette in Verbindung steht (Aspern-Brücke T. V, F. 29). Die nach diesem System in wenigen Beispielen ausgeführten Hängeträger zeigen übrigens deutlich, daß sie aus den alten Kettenbrücken hervorgegangen sind. Die Gurte sind zumeist wirklich als Ketten konstruiert und ihr Abstand ist ein sehr geringer, sodaß die Steifigkeit der Träger zu wünschen übrig läßt. Für leichte Fußgängerbrücken kann aber dieses System immerhin eine ganz zweckentsprechende Anwendung finden; ein Beispiel hierfür giebt der Hängesteg über den Bahnhof Gotha (T. IV, F. 17 bis 23).²⁹⁾ Bei den Trägern dieser Brücke bestehen die Gurtungen aus je zwei Flacheisen, die Vertikalen aus vier Winkelleisen, die Diagonalstäbe des Gitterwerkes aus armierten Flacheisen. Mit der Verankerung, welche in den Endwiderlagern über Pendellager geführt ist, steht nur der Untergurt in Verbindung. Das System würde bestimmter geworden sein, wenn man den Obergurt über dem Mittelpfeiler unterbrochen hätte. Dann erscheint es aber zweckmäßiger, die beiden Gurtungen nicht parallel zu führen, sondern einen Sichelträger zu machen, der in den Seitenfeldern auch geraden geneigten Obergurt erhalten kann. In dem Mittelfelde wäre der Träger nach Fig. 3, S. 160 zu gestalten. Durch eine entsprechende Höhe des Trägers wird sich eine genügend große Steifigkeit erzielen lassen und die konstruktive Durchbildung kann dann wie bei anderen Fachwerksträgern erfolgen. Die mit diesem Systeme verbundene Weglassung des Mittelgelenkes hat den Vorteil einer besseren seitlichen Absteifung für sich; dagegen machen sich in nachteiliger Weise die Temperaturspannungen geltend, welche infolge der Längenänderung der Spannketten bei dem Hängeträger größer ausfallen, als bei einem Bogenträger von den gleichen Verhältnissen. Ausge-

²⁹⁾ Vergl. auch Tafel III der ersten Abteilung des Brückenbaues, Fig. 5.

fürte Beispiele dieser zuletzt beschriebenen Hängeträgerformen sind dem Verfasser nicht bekannt.

Schließlich sei bemerkt, daß die leitenden Gesichtspunkte, welche bei Ausbildung der äußeren Gestalt der Tragwände berücksichtigt sein wollen, im VI. Kapitel, S. 509 kurz besprochen sind.

§ 9. Horizontale und vertikale Querverbände. Durch die senkrecht zur Brückenachse wirkenden Kräfte, hervorgerufen durch Winddruck und durch die Seitenschwankungen der Fahrzeuge, wird jede Brückenkonstruktion auch in horizontaler Richtung als Träger beansprucht. Es ist daher ein Längsverband zwischen den Tragwänden erforderlich, die sogen. Windverstrebung, dann aber auch ein Querverband, um die Horizontalkräfte auf die meist in mehreren Ebenen angebrachten Windverstreubungen zu verteilen und auf die Stützpunkte an den Pfeilern zu übertragen.

Die Windverstrebung ist vor allem in der Ebene der Brückenbahn anzubringen, da hier die hauptsächlichsten Horizontalkräfte auftreten. Sie wird durch Einschaltung von Diagonalkreuzen zwischen den Querträgern erhalten, wodurch ein horizontaler Fachwerkträger entsteht, dessen Gurtungen durch die Untergurte der Hauptträger oder durch eigene Streckträger, bei den schlaffen Ketten- und Seilbrücken in unvollkommener Weise auch nur durch Saumbalken oder Unterzüge gebildet werden. Hinsichtlich der Konstruktion dieses Windverbandes im besonderen kann ganz auf das bei den eisernen Balkenbrücken darüber Gesagte verwiesen werden; hier wären nur die Eigentümlichkeiten zu besprechen, welche sich bei den verschiedenen Systemen der Hängeträger ergeben.

Bei den Kabelbrücken mit Versteifungsträgern unterscheidet sich die Anordnung der Windverstrebung gar nicht von jener bei einer gewöhnlichen Balkenbrücke. Liegen die Träger über der Fahrbahn, so kann in der Regel nur eine Verstrebung am Untergurte derselben angebracht werden (T. IV, F. 6); nur bei genügend großer Höhe der Träger wird man auch eine Verstrebung am Obergurte anordnen können und hierdurch eine im Querschnitt geschlossene Brücke erhalten (T. III, F. 16; T. IV, F. 4). Bei über den Versteifungsträgern liegender Fahrbahn (Textfig. 9, S. 168) hat natürlich die Anbringung einer doppelten Windverstrebung keine Schwierigkeit. Man wird dann gleichzeitig durch Anordnung von Querverbänden in Form von Andreaskreuzen dafür sorgen, daß eine Verteilung der Horizontalkräfte auf die beiden Windverstreubungen stattfindet. An den Trägerenden müssen die Stützlager derart beschaffen sein, daß sich die Horizontalkräfte auf die Pfeiler übertragen können. Es empfiehlt sich, die Träger mit jenen Gurten aufzulagern, an welchen die größeren Horizontalkräfte angreifen, also bei oben liegender Fahrbahn mit den Obergurten, oder wenn dies nicht angeht, so sind durch stärkere Endquerverbände die Horizontalkräfte auf die Lager abzusetzen. — Die Kabel können zufolge der geringen Fläche, die sie und die Hängestangen dem Winde bieten, auch für ziemlich große Spannweiten noch ohne Verstrebung gelassen werden, höchstens daß man sie, soweit es das Lichtprofil der Brücke zuläßt, durch horizontale Zugstangen miteinander verbindet. Meistens werden sie in gegen die Vertikale etwas geneigte Ebenen gelegt, um hierdurch eine Sicherung gegen Seitenschwankungen zu erzielen und auch um die Brückenbahn durch die Pylonen nicht zu verengen.

Die Fachwerks-Hängeträger mit horizontalem Untergurte erhalten zunächst eine in der Ebene des Untergurtes, d. i. unterhalb der Fahrbahn gelegene Windverstrebung, dann aber auch, soweit es der Lichtraum zuläßt, eine solche zwischen den oberen

Gurtungen. Ähnliches gilt für die Fachwerks-Hängeträger mit angehängter Fahrbahn. Hier werden bei größeren Spannweiten die Windkreuze in drei Flächen anzuordnen sein: in der Ebene der Fahrbahn zwischen den dieselbe begrenzenden Streckträgern als Gurtungen; dann zwischen den oberen und zwischen den unteren Gurtungen der Hauptträger. Die Horizontalaussteifung der Fahrbahn ist über die ganze Spannweite zu führen, wogegen die über der Fahrbahn gelegenen Windverstreben nur so weit von den Pfeilern gegen die Mitte reichen können, als es der Lichtraum der Brücke gestattet. Ein Beispiel hierfür bietet die Monongahela-Brücke (T. V, F. 17 bis 20).

Die Querverbände sind dann an jedem Vertikal- bzw. Normalstabe der Ausfachung, soweit die obere Windverstrebung reicht und mit Freilassung des Lichtquerschnitts der Brücke anzubringen; die letzten gegen die Trägermitte und gegen die Pylonen zu gelegenen Querverbindungen sind als möglichst steife Querrahmen auszubilden.

Die Anordnung einer wirksamen Windversteifung wird einigermassen erschwert, wenn die Hauptträger ein Mittelgelenk erhalten. Um hier bei den Trägern mit horizontalem Untergurte eine Kontinuität der unteren Windverstrebung zu erzielen, empfiehlt es sich, dieselbe längs der Diagonalen des mittleren Faches ansteigend an das Gelenk anzuschließen. Diese Diagonalen bilden dann einen Teil der Gurtung für die Windverstrebung und muß bei ihrer Querschnittsbemessung auf die Erhöhung der Spannung durch den Winddruck Rücksicht genommen werden. Durch diese Winddruckspannung wird auch eine leicht zu berechnende vertikale Knotenkraft im Gelenke hervorgerufen. Natürlich lassen sich die Windkreuze an das im Obergurte angebrachte Gelenk nur dann anschließen, wenn letzteres unter der Fahrbahnoberfläche gelegen ist; im gegenteiligen Falle müssen diese mittleren Windkreuze, die übrigens nur sehr schwach beansprucht werden, wegb bleiben. Man erkennt aber, daß darin ein schwacher Punkt dieses Systems gelegen ist und daß der auf S. 159 besprochene Vorschlag Köpeke's seine Berechtigung hat, das Gelenk in den Untergurt zu verlegen. Bei den Fachwerken mit angehängter Fahrbahn wird man auch bei den Systemen mit Mittelgelenk die Streckträger der Fahrbahn wohl immer ohne Unterbrechung durchführen; es erscheint jedoch dann, wie schon oben bemerkt wurde, ratsam, denselben einen mehr in horizontaler als in vertikaler Richtung entwickelten Querschnitt zu geben. — Die Enden der Streckträger oder Untergurte müssen so gelagert sein, daß sich die horizontalen Windkräfte auf die Pfeiler übertragen können.

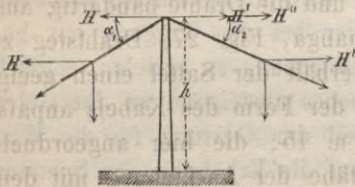
Weit gespannte Hängebrücken, bei welchen infolge des ungünstigen Verhältnisses der Brückenbreite zur Spannweite auch bei vollkommener horizontaler Ausfachung unter dem Winddrucke größere Horizontalausbiegungen und infolge dessen Schwankungen zu erwarten wären, hat man durch Seile versteift, welche in horizontalen Ebenen unter der Fahrbahn angeordnet, mit den Querträgern derselben verbunden und mit den Enden an den Pfeilervorköpfen verankert sind (T. V, F. 18). Es wird auf diese Art ein horizontal liegender Hängeträger, aus Kabel und Versteifungsbalken bestehend, gebildet und die Berechnung dieser Windversteifung ist nach den für dieses Hängeträgersystem geltenden Regeln durchzuführen. Natürlich sind die Kabel, den beiden Windrichtungen entsprechend, doppelt anzubringen und es ist ihnen ein möglichst großer Pfeil zu geben. Man kann sie wie bei der East River-Brücke noch mit geraden Hilfskabeln verbinden.

Bei einigen älteren amerikanischen Kabelbrücken ist die Windversteifung durch schräge Spannseile bewirkt, welche zu beiden Seiten der Brückenenden nach außen fächerförmig angeordnet und einerseits an der Brückenbahn befestigt, andererseits in den Uferbüschungen verankert sind (Clifton-Hängebrücke bei den Niagarafällen).

§ 10. Die Auflagerung auf den Mittel- und Endpfeilern. Wenn die Mittelpfeiler der Hängebrücken nicht in ungünstiger Weise durch Horizontalkräfte beansprucht werden sollen, so müssen die Ketten oder Kabel, oder die Obergurte der Fachwerks-Hängeträger derart beweglich auf ihnen gelagert werden, daß sie sich mit möglichst geringem Reibungswiderstande soweit verschieben können, als es Belastungs- und Temperaturwechsel erfordern. Ebenso sollen dort, wo die Spannketten nicht in gerader Richtung, sondern in polygonaler oder gekrümmter Anordnung zu der Verankerung geführt sind, an allen denjenigen Stellen der Endpfeiler, wo die Ankerketten oder Kabel ihre Richtung ändern, solche bewegliche Auflagerungen angebracht werden.

Feste Auflagerungen auf den Zwischenpfeilern, wie sie beispielsweise die Brücke über den Bahnhof Gotha (T. IV, F. 17 bis 23) besitzt, sind bei nicht pendelnden Pylonen stets mit Horizontalbeanspruchungen der letzteren verbunden. Erhält nämlich von den beiden, auf einem Mittelpfeiler unter dem Winkel α_1 bzw. α_2 aufgelagerten Ketten oder Gurtungen (Fig. 26 a) die eine Kette infolge einer hinzutretenden Belastung oder Temperaturänderung die Horizontalspannung H , so überträgt sich diese Horizontalkraft bei fester Auflagerung nicht mit dem vollen Maße auf die als Rückhaltkette wirkende Nachbarkonstruktion, sondern ein Teil H' wird durch die Biegungsspannungen des Pylonen aufgenommen.

Fig. 26 a.



Es sei w die Verschiebung, welche bei beweglichem Auflager eine in der Richtung von H angreifende Kraft $= 1$ hervorbringen würde; ferner bezeichne h die Höhe, F' die mittlere Querschnittsfläche, J das mittlere Trägheitsmoment des Pylonenquerschnittes für eine auf die Tragwandebene senkrechte Achse, E' den Elastizitätskoeffizienten des Pylonen; dann besteht die Gleichung

$$-(H - H')w - [H(\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2) - H' \tan \alpha_2] \frac{h \cdot \tan \alpha_2}{E' F'} + H' \int_0^h \frac{x^2 dx}{E' J} = 0,$$

woraus sich ergibt:

$$H' = \frac{w + \frac{h}{E' F'} (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2) \tan \alpha_2}{w + \frac{h}{E' F'} \tan^2 \alpha_2 + \frac{h^3}{3 E' J}} H.$$

Vernachlässigt man den geringfügigen Einfluß der Zusammendrückung des Pylonen, so wird einfacher

$$H' = \frac{w}{w + \frac{h^3}{3 E' J}} H.$$

Für schlaffe Ketten ergibt sich mit $w = \infty$ das übrigens selbstverständliche Resultat $H' = H$, d. h. die gesamte Horizontalkraft wird vom Pfeiler aufgenommen. Für versteifte Hängewerke nähert sich w dem Grenzwerte, welcher für gerade Spannketten gilt, nämlich $w = \frac{s \cdot \sec^2 \alpha_2}{E F}$, wenn s die Länge, F den Querschnitt und E den Elastizitätskoeffizienten der Spannkette bezeichnet. Man hat alsdann

$$H' = \frac{s \cdot \sec^2 \alpha_2}{s \cdot \sec^2 \alpha_2 + \frac{h^3 E F'}{3 E' J}} H.$$

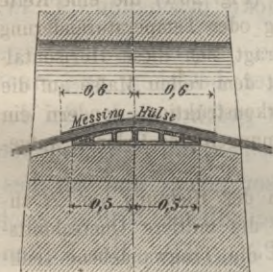
Die beweglichen Lager können, je nachdem bei ihrer Verschiebung vornehmlich gleitende, wälzende oder Zapfenreibung auftritt, in Gleitlager, in Walzen- oder Stelzenlager und in Pendel- und Rollenlager unterschieden werden. Sie befinden sich bei den ausgeführten Hängebrücken bekanntlich stets oben auf den Pfeilern. Es wäre indessen bei Fachwerks-Hängeträgern nicht ausgeschlossen, nach dem Vorschlage von Köpeke (Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1888, S. 29) einen mit der Fachwerkskonstruktion verbundenen Ständer anzuordnen und diesen auf ein unter der Fahrbahn liegendes Walzen-Kipplager zu stellen. Die Obergurte wären an den Ständer mittels

Gelenk anzuschließen, die Untergurte dagegen daselbst zu unterbrechen bezw. unter Aufrechthaltung der Beweglichkeit in der Längenrichtung zu verbinden.

1. Gleitlager stellen die einfachste, aber auch die am wenigsten vollkommene Art der Auflagerung dar. Man findet sie häufig bei Kettenbrücken, wo sie aus segmentförmig gekrümmten gußeisernen Unterlagsplatten oder Sätteln bestehen, worauf die an dieser Stelle aus kürzeren Gliedern gebildeten Ketten gleiten (Franzskettenbrücke über den Donaukanal in Wien u. a.). Die Kettenglieder liegen dann entweder nur in den Gelenkpunkten oder in ihrer ganzen Länge auf, in welch' letzterem Falle sie, der Form der Sättel entsprechend, gekrümmt sein und die gleiche Breite, wie in den Gelenken, erhalten müssen.

Auch bei den Kabelbrücken hat man sich häufig damit begnügt, nur feste Sättel anzuordnen. Zur besseren Verteilung des Druckes sind dann an den Auflagern die

Fig. 27.

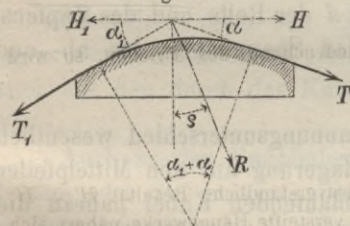


Verbindungen des Kabels gelöst und die Drähte bandartig ausgebreitet (Brücke von Bucaramanga, Fig. 27, Drahtsteg zu Passau T. III, F. 6), oder es erhält der Sattel einen geeigneten Querschnitt, welcher sich der Form des Kabels anpaßt (Lambeth-Brücke T. IV, F. 14 u. 15; die hier angeordnete feste Verbindung der Diagonalstäbe der Ausfachung mit dem Lagerstuhl erscheint übrigens nicht zweckmäßig, da abgesehen von der Unbestimmtheit der Kräfte bei Spannungsänderungen eine Verschiebung des Lagerstuhles oder eine seitliche Beanspruchung des Pfeilers eintreten wird). Um die Drähte am

Auflager vor der Abnutzung durch die Reibung zu schützen, hat man das Kabel daselbst auch mit einer Messinghülse umgeben (Fig. 27).

Die Form des Sattels ist mit Rücksicht auf eine gleichmäßige Druckverteilung so zu bestimmen, daß die Resultierende aus den Spannungen der beiderseits ablaufenden Ketten nahe durch die Mitte der unteren Auflagerfläche hindurchgeht.

Fig. 28.



Sind T und T_1 diese Spannungen, α und α_1 deren Neigungswinkel gegen die Horizontale (Fig. 28), φ der Reibungskoeffizient, so ist, wenn ein Gleiten nach der Seite von T stattfindet,

$$T_1 = T e^{-\varphi(\alpha + \alpha_1)} \dots \dots \dots 16.$$

$$H_1 = H \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha e^{\varphi(\alpha + \alpha_1)}} \dots \dots \dots 17.$$

Die Horizontalkraft, welche auf den Pfeiler übertragen wird, ist sonach

$$H - H_1 = H \left[1 - \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha e^{\varphi(\alpha + \alpha_1)}} \right] \dots \dots \dots 18.$$

und der Winkel der Resultierenden aus T und T_1 mit der Vertikalen berechnet sich aus

$$\text{tang } \rho = \frac{\cos \alpha e^{\varphi(\alpha + \alpha_1)} - \cos \alpha_1}{\sin \alpha e^{\varphi(\alpha + \alpha_1)} + \sin \alpha_1} \dots \dots \dots 19.$$

Setzt man den Koeffizienten φ für trockene Reibung zwischen Gußeisen und Schmiedeeisen gleich 0,18 und wäre beispielsweise $\alpha = \alpha_1 = 30^\circ = \frac{\pi}{6}$, so wird

$$H - H_1 = 0,172 H$$

$$\text{tang } \rho = 0,1628.$$

Für $\alpha = 20^\circ$, $\alpha_1 = 30^\circ$ würde sogar $H - H_1 = 0,212 H$ und $\text{tang } \rho = 0,2594$.

Man sieht, daß hier insbesondere bei größerer Verschiedenheit in der Neigung der aufgelagerten Kabel oder Ketten ein ziemlich beträchtlicher Teil der Horizontalkraft auf den Pfeiler übertragen werden kann, und daß sich demnach diese Art der Auflagerung für größere Spannweiten, um nicht übermäßige starke Pylonen notwendig zu machen, nicht empfiehlt.

An den Endpfeilern mit polygonal geführter Verankerung sind solche Gleitlager eher am Platze und auch häufiger angewendet. Bei der Niagara-Brücke (T. III, F. 20) endigen die Drahtkabel in doppelten Drahtschlingen, durch welche starke Bolzen gesteckt sind, an die sich kurze, mit Öhren versehene Kettenglieder anschließen, welche an fünf Stellen auf getrennten, in einzelne Quader eingelassenen eisernen Platten gleiten. Desgleichen ruht der Obergurt des eisernen Steges über den Main zu Frankfurt (T. V, F. 11) an zwei Stellen des Verankerungsschachtes auf Gleitlagern, die durch gusseiserne, oben segmentförmig abgerundete und in das Mauerwerk eingesetzte Bücke gebildet sind. Ähnlich ist auch das Auflager der Spannkabel der Lambeth-Brücke beschaffen (T. IV, F. 16) u. s. w.

2. Rollenlager mit drehbar befestigten Rollen. Diese Lager bestehen aus einer oder mehreren drehbar gelagerten Rollen, über welche die Kabel geführt sind. Bei der Saane-Brücke zu Freiburg sind die beiden älteren, ursprünglich allein vorhandenen Kabel auf den Pylonen über drei Rollen von je 60 cm Durchmesser gelegt und zur besseren Druckverteilung daselbst flach ausgebreitet; ähnlich ist bei dieser Brücke auch die Auflagerung in der Verankerung bewerkstelligt (T. II, F. 23 u. 27). Bei Kettenbrücken hat man anstatt einzelner Rollen eine größere Anzahl von Walzen angeordnet, welche auf einer gemeinschaftlichen Unterlagsplatte, worin sie sich drehen können, ruhen (Pester Kettenbrücke T. II, F. 8). Die Anordnung gebogener Kettenglieder kann aber nicht als sehr zweckmäßig bezeichnet werden, da bei einer Verschiebung in denselben Biegungsspannungen entstehen müssen.

Bei den Rollenlagern tritt die Zapfenreibung als Bewegungshindernis auf, und es wird bei dem Zapfendrucke P , den Durchmessern D und d der Rolle und des Zapfens, dem Reibungskoeffizienten φ' der Unterschied zwischen den Spannungen des ab- und auflaufenden Kabels $\varphi' \frac{d}{D} P$.

Obwohl bei größerem Rollendurchmesser dieser Spannungsunterschied wesentlich kleiner ausfällt, als bei einem Gleitlager, so ist diese Auflagerung auf den Mittelpfeiler doch auch nur dann anwendbar, wenn die beiderseits ablaufenden Kabel nahezu die gleiche Neigung gegen die Vertikale besitzen, oder es muß sonst der Pfeiler einer Horizontalkraft widerstehen können.

3. Walzen- und Stelzenlager. Die älteren Anordnungen dieser Lager mit geraden Unterlagsplatten und mit freien Walzen von ungleichem Durchmesser, worauf die segmentförmig gebogenen Kettenglieder oder die Drahtkabel ruhen (Ohio-Brücke bei Wheeling), oder mit segmentförmig gekrümmten Unterlagsplatten und mit Walzen von gleichem Durchmesser (Seine-Brücke bei Surène, Auflagerung der Ketten der Pester Kettenbrücke auf den Endpfeilern) mögen hier nur der Vollständigkeit wegen erwähnt werden. Bei den neueren Konstruktionen sind diese Lager ähnlich wie bei den Balkenträgern ausgebildet und findet man immer einen eigenen Walzenstuhl und die Walzen zwischen ebenen Flächen angeordnet. Die Lager bestehen hiernach aus einer Unterlagsplatte, aus den Walzen, die in der Regel aus Gusseisen sind und durch einen Führungsrahmen in gleichen Abständen gehalten werden und aus der Überlagsplatte. Auf die letztere

sind die Kabel oder die daselbst aus kurzen Gliedern bestehenden Ketten entweder unmittelbar aufgelegt (Drahtsteg zu Passau T. II, F. 5, Saane-Brücke zu Freiburg, Auflagerung des neuen Kabels T. II, F. 23, East River-Brücke, Franzenskettenträger über die Moldau in Prag), oder es sind die Ketten bzw. die Gurte der Fachwerks-Hängeträger an die stärker ausgebildete Überlagsplatte mittels Gelenkbolzen angeschlossen (Kettensteg über die Moldau T. II, F. 11, Hängebrücke zu Pittsburgh T. V, F. 22, 23, Steg über den Main zu Frankfurt T. V, F. 9 u. 10). Um eine gleichmäßige Verteilung des Druckes auf die Walzen zu erzielen, muß wieder die Resultierende aus den Spannungen der beiderseitigen Kabel bzw. Gurte durch die Mitte des Walzenstuhles hindurchgehen. Diese Resultierende steht senkrecht auf der Bahn der Walzen, oder richtiger, sie kann mit der Normalen zur Bahn höchstens einen Winkel einschließen, der sich aus

$$\tan \rho = \frac{1,5}{d}$$

bestimmt, wenn d den Durchmesser der Walzen in mm bezeichnet. Der Winkel ρ ergibt sich sonach mit sehr kleinem Werte und es wird daher bei Anordnung solcher Lager auf die Mittelpfeiler auch bei verschiedener Neigung der beiderseitigen Kabel oder Gurte so gut wie keine Horizontalkraft übertragen.

Anstatt der vollen Walzen hat man zur Erzielung eines größeren Durchmessers und dadurch geringeren Wälzungswiderstandes auch Walzensegmente, sog. Stelzen, angewendet. So bestehen bei der auf T. II, F. 13 bis 15 dargestellten Drahtbrücke über die Dordogne bei Cubzac die Lager auf den Mittelpfeilern aus je einem großen gußeisernen Walzensegment (F. 15), welches auf einer etwas konkaven Lagerplatte ruht und über welches das bandartig verbreitete Kabel direkt gelegt ist. Bei den Lagern des neuen Kabels der Saane-Brücke zu Freiburg (T. II, F. 23) sind die Stelzen aus fünf je 2 m langen I-Trägern gebildet, die durch vier, an den Stegen befestigte Flacheisen miteinander verbunden und auf deren wagrechte Flantschen gußeiserne Futterstücke geschraubt sind, welche mit ihrer Oberfläche einer Walze von 293 mm Durchmesser angehören. Die Unterlagsplatte ist hier nicht eben, sondern unter jeder Stelze nach einem Halbmesser von 420 mm gekrümmt, wodurch aber die Beweglichkeit dieses Lagers ziemlich illusorisch gemacht wird, da bei einer Schiefstellung der Stelzen der Sattel, auf den durch das Kabel ein Druck von 245 t ausgeübt wird, gehoben werden mußte.

Auch an den Endpfeilern hat man bei polygonal geführter Verankerung solche Walzen- oder Stelzenlager angeordnet. Natürlich ist hier, um eine gleiche Spannung der Verankerungskette zu erhalten, die Bahn der Walzen normal zur Halbierungslinie des Winkels zu stellen, den die Achsen der Ketten- oder Kabelteile einschließen.

Über die Berechnung der Walzenlager (Annahme des Durchmessers und der Anzahl der Walzen oder Stelzen) findet sich im Kap. X das Erforderliche mitgeteilt.

4. Pendellager. Bei diesen Lagern ist der Aufhängepunkt der Tragketten oder Gurte durch ein Führungsglied (Pendel) mit einem festen Punkte des Pfeilers in Verbindung gebracht, sodafs dessen mögliche Verschiebungen nur in der Richtung der Tangente zu dem vom Pendel mit dem festen Punkte als Mittelpunkt beschriebenen Kreise vor sich gehen können. Je nachdem der feste Drehungspunkt des Pendels oberhalb dem Aufhängepunkte der Tragketten gelegen ist oder unterhalb, unterscheidet man Hänge- und Stützpendel. Die ersteren finden sich nur bei einigen älteren Bauwerken, so bei den von Brunel auf der Insel Bourbon erbauten Kettenbrücken; sie haben den Nachteil, dafs, wenn eine entsprechende Beweglichkeit erzielt werden will, die Pendel-

achse sehr hoch gelegt werden muß, wodurch wieder die Stabilität des Pfeilers beeinträchtigt wird.

Die Stütz-Pendellager bestanden anfangs in Stützen von der Höhe der Pylonen, welche oben die Kabel oder Ketten aufnahmen und sich an ihrem Fufse um ein Zapfengelenk mit horizontaler Drehungsachse oder um ein Kugelgelenk drehen konnten. Der im Jahre 1857 erbaute Kettensteg über die Aare in Bern (T. III, F. 7 bis 9) besitzt derartige gusseiserne Pendelpfeiler, desgl. auch mehrere ältere französische Drahtseilbrücken.

Die Kettenbrücke über die Maas in Seraing (T. II, F. 1 bis 3) hat 2,5 m hohe Stützpendel, welche auf einer mit dem Pfeilerkopf verschraubten Unterlagplatte ruhen und aus zwei um besondere Drehbolzen sich bewegenden Teilen bestehen, wovon der äußere die obere, der innere die untere Tragkette, jede mittels eines Gelenkbolzens aufnimmt. Ein ähnliches Lager hat auch die in den Jahren 1842/44 erbaute Hängebrücke über die Ruhr in Mühlheim erhalten. Unter die neueren Konstruktionen dieser Art gehören die Pendellager, welche auf einer gusseisernen, in den Pfeiler eingelassenen, den Drehbolzen aufnehmenden Unterlagsplatte ruhen, und oben und unten in eine Lagerpfanne endigen, wovon die untere den Drehbolzen umschließt, die obere den Verbindungsbolzen der Traggurten aufnimmt. In ähnlicher Weise, nur mit kürzerem Stützpendel, hat man auch die Auflager im Verankerungsschachte konstruiert. Man vergleiche T. IV, F. 20 und 22, sowie T. V, F. 16, welche ausgeführte derartige Pendellager vorführen.

Bezeichnet r_1 und r_2 die Halbmesser der beiden Drehzapfen, R die Länge des Pendels und φ' den Koeffizienten der Zapfenreibung ($= 0,2$ im trockenen, $0,1$ im geschmierten Zustande), so ist bei dem in der Richtung der Pendelachse wirkenden Drucke P der Widerstand, den das Pendellager in seiner normalen Stellung einer Seitenbewegung entgegensetzt: $\varphi' \frac{r_1 + r_2}{R} P$. Dieser Widerstand ist sonach um so geringer, je größer die Länge des Pendels und je kleiner die Halbmesser der Drehzapfen gewählt werden. Für die Abmessung der letzteren sind die Festigkeitsbedingungen maßgebend und kann, wenn der Zapfen nicht besondere Scheer- oder Biegungsspannungen aufzunehmen hat, $r = 2,5 \frac{P}{l}$ (P in Tonnen, l die Zapfenlänge und r in Centimeter) gesetzt werden.

Der Druck auf den Pfeiler überträgt sich in einer Richtung, welche unter dem kleinen Winkel $\rho = \pm \varphi' \frac{r_1 + r_2}{R}$ gegen die Pendelachse geneigt ist. Man hat aber zu berücksichtigen, daß bei großen Temperaturunterschieden eine Schiefstellung des Pendels eintreten wird, und daß dann bei einem Stützpendel der Widerstand gegen eine Zurückführung in die normale Stellung wesentlich vergrößert ist, da hierbei eine, wenn auch kleine Hebung des Aufhängepunktes der Träger erfolgen muß. Für große Spannweiten werden sich daher solche Pendellager nicht eignen. Günstiger verhält sich in dieser Beziehung jene Auflagerung, wie sie für die Drahtseilbrücke von St. Ilpize angewendet wurde (T. II, F. 17). Das Pendel ist hier am unteren Ende nicht in einem Zapfen gelagert, sondern aus einem Segmente eines Kreiscylinders gebildet, welches sich auf einer ebenen Unterlagsplatte wälzen kann und in dessen horizontaler Achse die Kabel mittels Drehbolzen befestigt sind. Der Aufhängepunkt der Kabel wird sich dementsprechend in einer horizontalen Ebene verschieben und es kommt hierbei nur der geringe Reibungswiderstand im Drehbolzen in Frage. Dieses Lager, welches auch bei Balkenbrücken amerikanischer Konstruktion in Anwendung gebracht ist, hat unstreitig

den Vorzug großer Beweglichkeit; bei großen Auflagerkräften ergibt sich aber aus den Festigkeitsbedingungen ein so großer Halbmesser des Cylindersegmentes, daß es dann nicht mehr gut ausführbar wird. Es ist daher auch dieses Lager auf Brücken kleinerer Spannweiten zu beschränken.

§ 11. Die Zwischenpfeiler und die Pylonen der Hängebrücken. An den Zwischenpfeilern der Hängebrücken sind zwei Teile zu unterscheiden: der bis zur Fahrbahnhöhe reichende Unterbau und der sich über die Fahrbahn erhebende Pfeileraufbau, welcher die Ketten bezw. Kabel oder Zuggurte der Hängeträger mittels der im vorhergehenden Paragraphen beschriebenen Lagerstühle aufnimmt. Wir werden uns nur mit den letzteren, den sog. Pylonen, näher zu befassen haben, da rücksichtlich des Pfeilerunterbaues nichts von den Anordnungen bei den anderen eisernen Brücken Abweichendes zu besprechen ist. Über die Ausbildung der Formen des Unterbaues enthält Kapitel VI, S. 501 u. ff. das Erforderliche.

Die Pfeileraufbauten haben die Brückenbahn frei zu lassen und sie werden deshalb auch als isolierte Stützen für jede Tragwand ausgeführt. Um ihnen aber die seitliche Stabilität zu sichern, verbindet man sie in der Regel durch Querriegel (T. V, F. 3, 19; T. II, F. 10) oder durch Bögen (T. IV, F. 3, 10; T. II, F. 4 u. a.) und sie erhalten dann oft die Gestalt von Thorbögen, durch welche die Brückenbahn hindurchführt. Solche seitliche Absteifungen sind namentlich dann notwendig, wenn die Ketten oder Kabel in geneigten Ebenen aufgehängt sind, oder wenn stärkere Windkräfte an den Pylonenauflagern übertragen werden.

Die Konstruktion der Pylonen richtet sich nach dem verwendeten Materiale. Dieses ist entweder Stein, Eisen oder Holz. Bei den älteren Hängebrücken (Kettenbrücken) wurden die Pfeileraufbauten gewöhnlich in Stein bezw. Mauerwerk ausgeführt. Dabei war, wenngleich durch einen massigen Aufbau die Stabilität gesichert war, die Formengebung nicht immer eine glückliche; man vergleiche Kap. VI, § 16 der zweiten Auflage. Die Vorstellung von der Beanspruchung der Hängebrücken-Pfeiler durch Horizontalkräfte, welche bei einem Laien immer lebhaft sein wird, auch dann, wenn diese Kräfte durch die beweglichen Lager nahezu aufgehoben sind, verlangt eine Verjüngung der Pfeiler nach oben zu, überhaupt, daß die Standfestigkeit durch die architektonischen Formen entsprechend zum Ausdruck gebracht werde. In dieser Hinsicht können die Pfeiler der Pester Kettenbrücke (T. II, F. 4) und der East River-Brücke (T. IV, F. 1 u. 3) als gute Beispiele bezeichnet werden. Die Pfeiler dieser letzteren Brücke, welche sich 82,7 m über Hochwasser, 46,3 m über die Fahrbahn erheben, zum größten Teile aus Granitquadern aufgeführt sind und aus drei Mauerkörpern bestehen, welche unterhalb der Fahrbahn durch Quermauern und an ihrer Krone durch Spitzbögen verbunden sind, zeigen, der Größe des Bauwerkes entsprechend, einfache aber wirkungsvolle Formen. Als ein Beispiel von sehr einfach gehaltenen gemauerten Pfeileraufbauten mag F. 10, T. IV dienen.

Die Beanspruchung der Pylonen ist abhängig von der Art der Auflagerung der Hängeträger. Wie im vorhergehenden Paragraph auseinander gesetzt wurde, treten bei allen Arten von Lagern außer dem vertikalen Drucke noch größere oder geringere Horizontalkräfte auf. Dieselben werden nur bei Walzen- bezw. Stelzenlagern verschwindend klein, sonst aber sind sie wesentlich von den Temperatur- und Belastungsverhältnissen abhängig und sie werden um so größer, je verschiedener die Neigung der Trag- und Spannkette ist. Diesen Kräften muß natürlich bei der Wahl der Pfeilerabmessungen entsprechend Rechnung getragen werden.

Bei den betreffenden Ermittlungen ist die größte Abweichung des Auflagerdruckes von der Lotrechten in Berücksichtigung zu ziehen, und die Stärke an der Basis ist so zu wählen, daß daselbst durchaus Pressungen von noch zulässiger Größe auftreten. Will man mit möglichst geringen Pfeilerabmessungen auskommen, so müssen unbedingt Walzen- oder Stelzenlager angeordnet werden. In diesem Falle sind auch keine besonderen Sicherungen gegen Verschieben der obersten Steinschichten notwendig, wie sie dann erforderlich werden, wenn sich auf die Pylonenlager Horizontalkräfte übertragen können. Bei der Pester Kettenbrücke findet man diese Sicherung durch Einschaltung von Vertikal-Binderschichten erzielt, welche durch mindestens zwei wagrechte Schichten reichen und einer Verschiebung der oberen Steinschichte ihre Scherfestigkeit entgegensetzen. Zum Schutze der Ketten- oder Kabellager werden die Pfeiler meist etwas über diese erhöht, wobei die erforderlichen Durchbrechungen oben mit Deckplatten oder kleinen Gewölben geschlossen werden.

Anstatt der steinernen Pylonen hat man schon bei einigen älteren Hängebrücken Pfeileraufsätze aus Gufseisen angewendet. Beispiele hierfür geben die Kettenbrücke über die Maas bei Seraing (T. II, F. 1), die Dordogne-Brücke bei Cubzac (T. II, F. 14), die Kettenbrücke bei Mühlheim (1. Abteil. T. XXVII, F. 7) u. a. Bei den erstgenannten Brücken sind die Pylonen als durchbrochene Säulen gebildet, welche aus ringförmigen Trommeln aufgebaut sind, worüber § 9 des XV. Kapitels unter I. Näheres bringen wird. Der Kettensteg über die Aare in Bern hat gufseiserne Pendelpfeiler (T. III, F. 7), welche nach Art der Pleuelstangen gestaltet und unten in einem Zapfengelenk gelagert sind. Eine neuere Ausführung von gufseisernen Pylonen findet man u. a. am Kettensteg über die Moldau in Prag (T. II, F. 10) mit Ständern von \perp -förmigem Querschnitte, die sich nach oben verjüngen und durch einen Querriegel verbunden sind.

Die Anordnung eiserner Pylonen hat manche Vorteile. Die geringeren Kosten gegenüber Steinfeilern gestatten ein Höherführen derselben und hierdurch die Wahl eines günstigeren Pfeiles für die Hängeträger; ferner wird bei statisch unbestimmten Systemen, beispielsweise bei dem Kabel mit Versteifungsträger, die Wärmeausdehnung der Hängestangen durch jene der Pylonen unschädlich gemacht. Gufseisen als Material zu den Pylonen wird sich aber nur dann empfehlen, wenn man durch Anordnung von Walzenlagern dafür sorgt, daß sich nur ganz unbedeutende Horizontalkräfte auf die Pfeiler übertragen können und wenn ferner die Beanspruchung durch den Winddruck keine große ist.

Für die Pfeileraufbauten größerer Hängebrücken wird man des letzteren Umstandes wegen wohl das Schmiedeisen dem Gufseisen vorziehen. Diese schmiedeisernen Pylonen werden als Ständer konstruiert, in der Regel mit kastenförmigem, aus Winkel-eisen und Blechen gebildeten Querschnitte. Die Seitenflächen des Ständers können nach Erfordernis vollwandig oder mit Gitterverstrebung ausgeführt werden. Zur Erzielung größerer Standfestigkeit erhalten die Ständer obeliskartige Gestalt (T. V, F. 17) oder seitliche Abstreben (T. V, F. 3 bis 6); außerdem werden sie unter dem Auflager der Hängeträger durch Querriegel und, wenn es das Lichtprofil zuläßt, durch Diagonalkreuze miteinander verbunden. Am Fusse sind die Pylonen gegen Verschiebung (durch den Winddruck) zu sichern; sie werden in gufseiserne Schuhe gestellt bzw. mit Platten verbunden, welche mit dem Unterbau des Pfeilers verankert werden.

Die schmiedeisernen Pylonen werden häufig aus architektonischen Gründen mit Steinfeilern umkleidet, oder es werden deren Formen mitunter auch nur durch eine Verkleidung mit Zinkblech oder Gufseisen nachgebildet (T. V, F. 1). Das Beispiel der

Monongahela-Brücke zu Pittsburgh (T. V, F. 19) zeigt aber, daß bei angemessener Formgebung, welche dem Materiale angepaßt ist und sich in naturgemäßer Weise aus den konstruktiven Bedingungen entwickelt, eine Umkleidung entbehrt werden kann.

Für leichte Stege und kleinere Brücken einfachster Ausstattung werden auch schmiedeiserne Wandpfeiler nach Art der in F. 13 auf T. III dargestellten genügen. Diese Pfeiler sind auf je vier eingerammten I-Eisen befestigt und tragen an ihrem oberen Ende behufs Aufnahme der Kabel entsprechend geformte Gufsstücke.

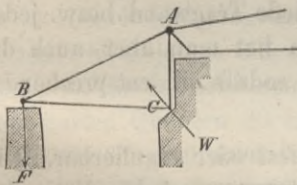
Hölzerne Pfeileraufbauten finden selten Anwendung, in der Regel nur dann, wenn auch der Unterbau aus Holz hergestellt wird. F. 21 u. 22 auf T. III geben hierfür ein Beispiel. Jedes der beiden Kabellager wird hier durch vier schräg stehende Ständer getragen, welche mit den eingerammten Pfählen verschraubt und untereinander durch Kreuzverstrebung verbunden sind. Am oberen Ende sind die beiden Pylonen durch einen Querverband abgesteift. Hölzerne Kabeltürme von rund 17 m Höhe besitzt ferner der Gehsteg bei den Niagara-Fällen.

Die Berechnung der Pylonen hat auf Grund der angreifenden Kräfte (Vertikaldruck, Horizontalkraft, Winddruck) nach den für Pfeiler im allgemeinen, bzw. für Turmpfeiler geltenden Regeln zu erfolgen; vergl. Kap. XV.

§ 12. Die Verankerungen. Zu den wichtigsten Teilen einer Hängebrücke gehören die Verankerungen der Tragkonstruktion, da von ihrer Festigkeit und Unnachgiebigkeit der Bestand der Brücke abhängt. Es ist daher bei der Ausführung einer neuen Hängebrücke der Konstruktion der Verankerung und ihrer Zugänglichkeit die größte Sorgfalt zu widmen und bei der Überwachung bestehender Hängebrücken darf der Zustand der Verankerung nicht außer Beobachtung gelassen werden. Die Nichtbefolgung dieser so nahe liegenden Forderung hat den Einsturz verschiedener Hängebrücken herbeigeführt.

Um die Verankerungskonstruktion einer Hängebrücke besser zugänglich und überwachbar zu machen, schlägt Köpcke das in beistehender Figur dargestellte Verankerungssystem vor. Mit dem Ende des Hängeträgers ist ein Winkelhebel ABC in Form eines Dreieckes verbunden, dessen senkrechte Seite AC , sowie wagrechte Seite BC auf Druck, dessen dritte Seite AB aber auf Zug beansprucht wird. In B ist der Zuganker durch das angehängte Mauerwerk F belastet, während sich die Schubstreben in C auf ein unnachgiebiges Widerlager W stützen.⁸⁰⁾

Fig. 28 a.



1. Allgemeine Anordnung der Verankerungen. Nur in seltenen Fällen ist es möglich, die Ketten oder Kabel unmittelbar im natürlichen festen Felsboden zu verankern. Es müssen dann die Stollen bzw. Schächte, welche die Verankerung aufnehmen, jedenfalls so tief getrieben werden, daß vollkommen gesunder, unverwitterbarer Felsen noch in entsprechender Stärke durchsetzt wird. Beispiele: Drahtseilsteg in Passau (T. III, F. 1 u. 2), Saane-Brücke bei Freiburg (T. II, F. 18 bis 27), Gotteron-Brücke (T. II, F. 28) u. a.

In den weitaus meisten Fällen muß der Rückhalt der Hängeträger durch Mauerklötze geschaffen werden, welche durch ihr Gewicht bzw. durch die hierdurch an ihrer

⁸⁰⁾ C. Köpcke, Über Hängebrücken mit drei Gelenken. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1888, S. 29.

Fundamentsohle erzeugte Reibung dem Zuge der Ankerketten Widerstand zu leisten vermögen. Dieses Ankermauerwerk bildet entweder die Endwiderlager von Uferspannweiten, wobei es mit der Nachbaröffnung durch Tragketten bzw. Hängeträger (T. II, F. 7 u. 9; T. IV, F. 1 u. 17; T. V, F. 1) oder aber durch Spannketten (T. II, F. 1 u. 16; T. III, F. 15; T. V, F. 17) verbunden sein kann, — oder es ist in den Boden eingebettet und steht mit dem nächstliegenden Pylonen durch Spannketten in Verbindung (T. III, F. 10; T. IV, F. 5 u. 16; T. V, F. 29) — oder endlich die Hängeträger sind mit den Pylonen oder Pfeileraufbauten, welche die Endwiderlager bilden, selbst verankert (T. III, F. 1). Die letztere Anordnung, welche man bei Kettenbrücken von kleineren Spannweiten häufig antrifft, macht es dann, um nicht zu breite Mauerkörper zu erhalten, meist notwendig, daß die Ankerkabel oder Ketten in gekrümmter bzw. polygonaler Form von ihrer schiefen Richtung in eine mehr lotrechte Richtung übergeführt werden. Diese Krümmung der Verankerung wird überhaupt erforderlich, wenn das Ankermauerwerk in seiner Länge beschränkt werden soll (T. III, F. 20; T. IV, F. 1 u. 20; T. V, F. 11, 17, 28). Es ist von besonderer Wichtigkeit, sich nicht nur von der Stabilität des Mauerwerks gegen Verschieben, sondern auch von jener gegen Verdrehen und Kanten zu überzeugen bzw. die Drucklinie im Innern des Mauerkörpers zu ermitteln.

Hängeträger, welche über mehrere Öffnungen reichen, hat man zuweilen auch an den Zwischenpfeilern verankert (Bandeisenbrücke über die Seine zu Surènes), um die Träger der einzelnen Öffnungen voneinander unabhängig zu machen. Die Zwischenpfeiler müssen dann einer Horizontalkraft widerstehen können, welche sich durch den Unterschied der Horizontalkräfte der beiden Nachbarfelder, von denen das eine voll-, das andere unbelastet anzunehmen ist, bestimmt. Bei passenden örtlichen Verhältnissen läßt sich eine Hängebrücke mit mehreren Öffnungen auch durch Zwischenverankerungen unterteilen, welche zwischen jedes zweite Pfeilerpaar eingeschaltet werden. (Franzens-Kettenbrücke über die Moldau in Prag mit einer Zwischenverankerung, welche sich auf der in der Mitte des Flusses gelegenen Schützeninsel befindet.)

2. Konstruktion der Verankerung. In der Regel erhält jede Tragwand bzw. jedes Kabel oder jede Kette ihre besondere Verankerung; zuweilen hat man aber auch die Kabel der beiden Tragwände in der Verankerung verbunden, sodaß ein entsprechender Mauer- oder Felskörper von ihnen umfaßt wird.

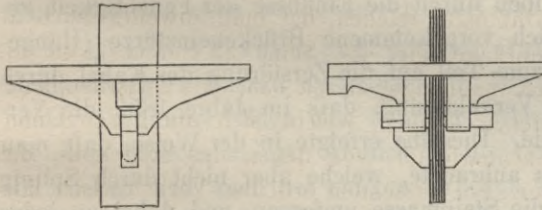
a. Getrennte Verankerung. Dieselbe ist entweder fest oder regulierbar. Die feste Verankerung der Ketten besteht aus einer ein- oder mehrteiligen Ankerplatte, der sog. Wurzelplatte, durch welche die Endglieder der Kette hindurchgesteckt sind und hinter welcher sie durch einen starken Splint oder Bolzen gehalten werden (T. II, F. 7; T. IV, F. 16). Bei kleineren Kettenbrücken findet man auch die Wurzelplatte weggelassen und die Verankerung bloß durch einen Bolzen bewirkt, der beiderseits eingemauert ist, bzw. sich gegen das Ankermauerwerk legt. Für einigermaßen größere Brücken ist diese Anordnung natürlich nicht ausreichend, da der auf Biegung beanspruchte Bolzen zu stark gemacht werden müßte, und weil sich dabei der Druck auf eine nicht genügend große Mauerwerksmasse überträgt. Wegen dieser Druckverteilung muß bei größeren Bauwerken die Wurzelplatte auch eine entsprechende Größe erhalten. So haben die gusseisernen Wurzelplatten der Monongahela-Brücke (T. V, F. 24 u. 25) 2,44 m Breite und 3,05 m Länge und wiegen je 5440 kg. Sie bestehen aus einer sternförmigen Grundplatte, welche durch Rippen versteift ist. Die Pressung gegen das Mauer-

werk beträgt hier bei Vollbelastung der Brücke etwa 20 kg auf den qcm. Ähnlich sind die Wurzelplatten der East River-Brücke gestaltet. Diese haben 16 sternförmig gestellte Rippen von 0,76 m Höhe und einem Durchmesser von 5,34 bzw. 5,03 m. Die Grundfläche der Platten ist für einen Druck von 35 kg pro qcm bei Vollbelastung bemessen.

Um die Platten kleiner und schwächer halten zu können, hat man sie zuweilen auch an der Vorderseite durch Streben gegen das Mauerwerk der Ankerschächte abgestützt (Menai-Kettenbrücke bei Bangor). Zweckmäßiger erscheint es jedoch, vor die Wurzelplatten I-Träger zu legen, welche die Verankerungen der beiden Tragwände verbinden und hierdurch einen größeren Mauerkörper zur Druckübertragung heranziehen.

Die Regulierbarkeit der Verankerung wird gewöhnlich durch Keile erzielt. Sie ist dort notwendig, wo nicht in der Spannkette oder einem anderen zugänglichen Teile der Ankerkette eine solche Regulierungsvorrichtung angebracht wird. Es besteht dann entweder die Wurzelplatte aus zwei Platten, deren Abstand durch zwischen gelegte stählerne Doppelkeile verstellbar werden kann (Kettenbrücke bei Podiehrad, Hammersmith-Brücke in London) oder es sind an Stelle des Splintbolzens, welcher die Ankerkette hinter der Wurzelplatte hält, Doppelkeile durchgeschoben, welche ebenfalls eine kleine Änderung der Kettenlänge ermöglichen. Die letztere Anordnung wird namentlich dort

Fig. 29.

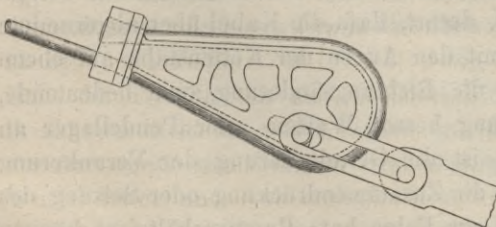


häufig angewendet, wo die Ankerkette bloß aus wenigen Stäben oder aus Flacheisen besteht. Beispiele hierfür geben der Steg über den Main bei Frankfurt (Fig. 29 u. T. V, F. 11) und die Hängebrücke über den Bahnhof Gotha (T. IV, F. 21, vergl. T. V, F. 28). In einigen wenigen Fällen ist auch eine Schrauben-

regulierung angewendet worden. So endigen die einzelnen Litzen, welche die Drahtkabel der Brücke von Bucaramanga zusammensetzen, in der durch Fig. 23, S. 179 dargestellten Weise in Rundeisenstangen, welche einzeln durch die Ankerplatte hindurchgesteckt sind und doppelte Schraubenmutter als Vorlage haben (T. IV, F. 5).

Die Berechnung der eisernen Verankerungskörper hat nach den gleichen Grundsätzen wie diejenige eines anderen Stützlagers zu erfolgen. Die Grundfläche der Wurzelplatte ist so zu bemessen, daß der Druck auf das Mauerwerk die zulässige Grenze (bei harten Quadern 30 bis 35 kg pro qcm) nicht überschreitet. Ihre Stärke bzw. die Höhe der Versteifungsrippen der Platte berechnet sich aus der Bruchbeanspruchung, wobei der Widerlagsdruck in der Mitte der Auflagflächen angenommen werden kann. Die Splintbolzen und Vorsteckkeile sind auf Abscheren und auf Biegung zu rechnen.

Fig. 30.



Mit Rücksicht auf die letztere Beanspruchung giebt man den Bolzen zweckmäßig keinen runden, sondern einen ovalen Querschnitt. Die Stäbe der Verankerung selbst müssen den erforderlichen nutzbaren Querschnitt und eine Stärke erhalten, welche einen noch zulässigen Laibungsdruck ergibt. Flacheisenstäbe werden daher durch aufgenietete Bleche verstärkt.

Die Verankerung der Kabel wird sehr häufig ebenfalls durch Ketten bewerkstelligt. Die Verbindung der Ketten mit den Kabeln wurde in § 8 (S. 178) beschrieben. Als

eine besondere Art dieser Verbindung wäre noch jene bei der im Jahre 1869 erbauten Clifton-Hängebrücke bei den Niagarafällen zu erwähnen (Fig. 30, S. 197).

Bei manchen Brücken wurden die Kabel direkt verankert. Sie endigen dann in Drahtschlingen, welche über Ankerbolzen oder Wurzelböcke gelegt sind. Die Bildung solcher Schlingen ist natürlich nur bei Kabeln möglich, welche aus parallel liegenden Drähten bestehen; sie hat den bereits besprochenen Übelstand, daß bei zu kleinem Durchmesser der Schlinge die Drähte überanstrengt werden können. Die ursprüngliche Verankerung der Saane-Brücke bei Freiburg war in dieser Art ausgeführt (T. II, F. 24 bis 27). Jedes der beiden Tragkabel zu jeder Seite der Brückenbahn ist in dem zu den Verankerungen führenden Stollen in je vier Teile aufgelöst, von denen je zwei an ihrem Ende um einen aus drei Teilen bestehenden eisernen Splint von 320 mm Höhe und 80 mm Stärke geschlungen sind, an dem gleichzeitig eines der vier Verankerungskabel angreift (T. II, F. 22). Letztere sind alsdann über Rollen in einen lotrechten, 16 m tief in Fels ausgesprengten Schacht geführt, in welchem drei umgekehrte kleine Gewölbe eingespannt sind, um den Zug, welchen die am unteren Schachtende angebrachten Anker ausüben, auf die Schachtwände zu übertragen (T. II, F. 24, 25 u. 27). Diese Anordnung hat jedoch den Nachteil, daß die im Mauerwerk liegenden Kabelteile unzugänglich sind, und also auch nicht zeitweise untersucht werden konnten, obwohl gerade hier die Besorgnis vorlag, daß dieselben durch die Einflüsse der Feuchtigkeit gelitten haben könnten. Einige in Frankreich vorgekommene Brückeneinstürze (Hängebrücke von Angers 1851), deren Ursache zum Teil auf die Zerstörung der Kabel durch Rost zurückgeführt wurde, gaben deshalb Veranlassung, daß im Jahre 1852 die Verankerung der Saane-Brücke verstärkt wurde. Dieselbe erfolgte in der Weise, daß man neue Ankerkabel von der Stärke der alten anbrachte, welche aber nicht durch Splinte gehalten werden, sondern schlingenförmig die Steinmasse umfassen, und dabei an jeder Stelle dem Auge sichtbar sind (T. II, F. 26). Zu diesem Zwecke wurde beiderseits der bestehenden Verankerungen ein neuer Schacht abgeteuft; diese Schächte wurden durch einen Querschlag verbunden. Die neuen Verankerungskabel umfassen nun den dazwischen liegenden Steinkörper und legen sich behufs besserer Druckverteilung und allmählichen Überganges der Richtungsänderungen gegen gußeiserne entsprechend geformte Futterstücke. Die neuen Tragkabel der Brücke, welche im Jahre 1881 aufgebracht wurden (man vergl. S. 177), sind mittels Ketten verankert, die paarweise an jedes Kabelende angeschlossen sind. Diese Ketten laufen vor Eintritt in die senkrechten Schächte durch Vermittelung besonders gestalteter Kettenglieder über gußeiserne Sättel und sind am Grunde der Schächte mit vier I-Eisen von 500 mm Höhe, welche sich mittels starker gußeiserner Platten gegen den darüber befindlichen Fels stützen, verankert.³¹⁾

Bei gekrümmter bzw. polygonaler Verankerung sind an den Punkten, woselbst eine Richtungsänderung stattfindet, Lager anzuordnen. Bei der kurzen Länge der Ankerkette genügen in der Regel einfache Gleitlager, derart, daß die Kabel über abgerundete Sättel geführt (T. IV, F. 16) oder die Ketten mit den Augen der Kettenstäbe auf ebene Platten aufgelegt werden (T. III, F. 20). Ist die Richtungsänderung eine bedeutende, so ordnet man zur Fixierung der Druckrichtung besser Walzen- oder Pendellager an (T. IV, F. 20; T. V, F. 28). Im allgemeinen ist die Geradeführung der Verankerung einer Krümmung vorzuziehen, da bei letzterer die Zusammendrückung oder Setzung des Mauerwerks eine größere Streckung der Kette zur Folge hat; Raumverhältnisse können aber oft zu dieser Anordnung nötigen.

³¹⁾ O. Riese. Die Ingenieurbauwerke der Schweiz.

Als ein interessantes Beispiel der Verstärkung einer Verankerung mögen hier noch die Arbeiten an der Niagara-Eisenbahnbrücke erwähnt werden, welche durchgeführt wurden, als die im Jahre 1877 vorgenommene Untersuchung des Bauzustandes dieser Brücke die Unzulänglichkeit der bestehenden, zu schwach konstruierten Verankerung ergeben hatte (T. III, F. 20^{a u. b}). Diese Arbeiten sollen im XVI. Kapitel ausführlich behandelt werden, hier ist nur das zum Verständnis der bezeichneten Figuren Erforderliche aufzunehmen. Die alten Ankerketten sind in F. 20^a mit punktierten Linien angedeutet, während die neuen Ketten durch ausgezogene Linien kenntlich gemacht sind. Man sieht, daß die von der Ankerplatte ausgehende neue Hauptkette sich in zwei Teile teilt, welche mit den Kabeln in Verbindung gesetzt sind. In F. 20^b, T. III ist die Verbindung mit einem Kabel dargestellt. Es endigt nämlich jedes Kabel in sieben Litzen, von denen drei um den oberen und vier um den unteren Bolzen der alten Verankerungskette geschlungen sind. Um nun die Spannung von der neuen Kette k gleichmäßig auf die Litzen zu übertragen, wurde ein excentrisches Verbindungsstück eingeschaltet, durch welches die Querriegel b und c gehen und an welchem die Kette mittels des Zapfens a so angreift, daß sich die Hebelarme von b und c wie 4 zu 3 verhalten. Beachtenswert ist die Art und Weise, wie den neuen Ketten eine angemessene Spannung erteilt worden ist, ohne die Wirkung der bestehenden Verankerungen aufzuheben. Hierüber wird das oben bezeichnete Kapitel das Nähere bringen.

b. Die Verankerung mit vereinigten Kabeln findet sich u. a. bei dem Drahtseilsteg in Passau ausgeführt (T. III, F. 1 u. 2). Die miteinander verbundenen beiden Tragkabel bilden eine Schlinge, welche sich an die Wände des in Felsen getriebenen Stollens anlegt. Ähnlich ist die Verankerung bei einigen französischen Drahtseilbrücken und auch bei einigen Brücken in der Schweiz angeordnet (T. II, F. 28). Gewöhnlich findet man diese Art der Verankerung nur dort angewendet, wo man sie in natürlichen Felsen legen konnte, obwohl kein Grund dagegen spricht, sie nicht auch in gemauerten Widerlagern auszuführen. Sie hat den Vorteil, daß die Kabel als ein kontinuierlicher Strang ausgeführt und daß sie überall der Besichtigung zugänglich gemacht werden können. Dort, wo die Kabel am Mauerwerke anliegen, kann man dasselbe, nach dem Beispiele einiger neueren Schweizerbrücken, mit einzelnen Stücken von Eisenbahn-Schienen armen, um den Druck zu verteilen.

3. Anordnung des Ankermauerwerks. In dem Ankermauerwerk sind die zur Aufnahme der Verankerung erforderlichen Räume auszusparen. Man kann hier zwei verschiedene Anordnungen unterscheiden. Entweder werden die Verankerungsräume in allen oder doch in den hauptsächlichsten Teilen zugänglich gemacht oder es wird auf diese Zugänglichkeit verzichtet.

In ersterem Falle erhalten die senkrechten oder geneigten Ankerschächte solche Abmessungen, daß ein Mann dieselben besteigen kann (T. II, F. 7, 18 u. 26; T. III, F. 1; T. IV, F. 5; T. V, F. 11 u. 28), also etwa 0,7 bis 1,0 m im Lichten. In der Nähe der Wurzelplatte sind die Schächte meist verengt (T. II, F. 7; T. IV, F. 5; T. V, F. 11), um nicht zu große Platten erforderlich zu machen; allerdings ist dann das Ende der Ankerkette der direkten Besichtigung entzogen. Zur bequemen Untersuchung der Wurzelplatten und Ankersplinte dienen wagrechte überwölbte Kammern oder Stollen, welche hinter der Verankerung gelegen sind und mindestens etwa 1,0 bis 1,5 m Breite und 1,8 bis 2,0 m Höhe erhalten. Diese Kammern münden entweder in den Seitenflächen der Widerlagmauern und sind hier durch Thüren verschlossen oder sie sind

durch besondere mit Deckplatten verschließbare Einsteigschächte (T. IV, F. 5; T. V, F. 11) oder durch wagrechte Stollen (T. II, F. 18) zugänglich gemacht. Die geneigten Verankerungskanäle werden theils mit treppenförmig angeordneten wagrechten (T. II, F. 7), theils mit geneigten Deckplatten abgedeckt, theils überwölbt. Man hat darauf zu sehen, daß das Regen- und Schmutzwasser der Strafse von dem Eintritt in die Verankerungskanäle abgehalten wird und es sind daher die Öffnungen, wo die Ketten oder Kabel zu Tage treten, entsprechend zu überbauen (T. IV, F. 5).

Im Gegensatz zu der Anordnung von zugänglichen Verankerungsräumen steht jene Anordnung, bei welcher eine möglichste Fernhaltung von Luft und Wasser von den Teilen der Verankerung erstrebt wird. Es werden dabei die Ketten oder Kabel vollständig ummauert oder mit einem anderen Dichtungsmittel, welches den Zutritt von Luft und Feuchtigkeit und hierdurch die Oxydation verhindern soll, umgeben. Die Kanäle, in welchen die Ankerketten oder Kabel liegen, werden in diesem Falle möglichst eng gehalten und nachträglich mit Cementmörtel, Weiskalkmörtel, Asphaltbeton oder einem ähnlichen Dichtungsmittel ausgefüllt (T. II, F. 27; T. III, F. 20^a; T. IV, F. 1; T. V, F. 29). So wurden zum Schutze gegen Oxydation die Kabel der Niagara-Brücke mit Ölfirnis und Farbe, die Ankerketten zweimal mit Ölfarbe angestrichen, die letzteren ferner mit Gyps überzogen und die Schächte vollständig mit Cementmauerwerk ausgefüllt. Die nach 22jährigem Bestande der Brücke angestellte Untersuchung der Verankerung hat insofern ein günstiges Resultat ergeben, als nennenswerte Rostangriffe nicht nachgewiesen werden konnten; allerdings dürfte die bei dem Bloßlegen der Verankerungen eingedrungene Feuchtigkeit denselben nicht zum Vorteile gereichen. Bei der Panteleimons-Brücke über die Fontanka in Petersburg wurden die Ankerketten, soweit sie im Mauerwerk liegen, zum Schutze vor Oxydation mit einer Mischung von Öl und Ziegelmehl eingerieben, hierauf mit einem fetten Firnis aus Seife, Wachs und Leinöl überzogen und dann mit einer zuvor mit dem erwähnten Firnis getränkten Flanelllage umwickelt, worauf die zwischen Ketten und Mauerwerk befindlichen Räume mit Wachs ausgefüllt wurden. Bei der im Jahre 1830 erbauten Schikaneder-Brücke über den Wienfluß in Wien waren die Kanäle, in welchen die lotrechten Ankerketten liefen, mit Kohlenlösch ausgefüllt; dieses Füllungsmittel hat jedoch eine Oxydation der Ankerketten nicht ganz verhindert und zeigten sich dieselben nach 56jährigem Bestande mit einer 1 bis 1½ mm starken Rostschichte bedeckt. Man hat deshalb das Füllmaterial entfernt, die Ketten gut gereinigt und mit einem säurefreien Fett eingerieben und die Enden der Schächte durch Drainröhren mit der Außenluft in Verbindung gesetzt, um eine Luftzirkulation und eine Trockenhaltung der Ketten zu bewirken. Bei der East River-Brücke zwischen New-York und Brooklyn wurden die Ankerketten, nachdem ihre Oberflächen auf chemischem Wege sorgfältig gereinigt waren, mit Ölfarbe angestrichen und vollständig in Cementmörtel eingebettet. Die Anordnung geschlossener, unzugänglicher Verankerungen wird überhaupt von den amerikanischen Ingenieuren den offenen, zugänglichen Verankerungen noch immer vorgezogen, während sich bei den europäischen Konstrukteuren wohl schon allgemein die Überzeugung Bahn gebrochen hat, daß es im Interesse der Sicherheit einer Eisenkonstruktion gelegen ist, wenn man dieselbe in allen ihren Teilen jeden Augenblick leicht besichtigen und unter beständiger Überwachung halten kann.

Für die sonstige Anordnung des Ankermauerwerks sind die auf dasselbe einwirkenden Kräfte maßgebend. Diese sind: Der von den Ankerketten auf die Wurzelplatte übertragene Zug, bei polygonaler Verankerung der Druck auf die Sättel in den

Bruchpunkten der Ankerketten, das Gewicht des Mauerwerks und endlich der allenfalls auftretende Erddruck. Aus diesen Kräften lassen sich durch Zusammensetzen die Drucklinien im Mauerwerk verzeichnen und nach diesen richtet sich der anzuwendende Fugenschnitt in den Widerlagsquadern bezw. die Anordnung der Lagerfugen im Mauerwerk.

Zunächst hat man die Abmessungen des Mauerwerks so zu wählen, daß durch dessen Gewicht bezw. durch die hierdurch erzeugte Reibung an der Fundamentsohle die Horizontalkraft der Hängeträger aufgenommen wird. Die Resultierende aus dem Zuge der Ankerketten und dem Mauergerichte darf sonach von der Normalen zur Fundamentsohle um keinen größeren Winkel abweichen als der Reibungswinkel ist. Ist dies bei horizontaler Gründungsbasis und bei beschränkten Ausmaßen des Mauerwerks nicht zu erreichen, so läßt sich der Widerstand gegen Verschieben dadurch vergrößern, daß man die Fundamentsohle neigt (T. II, F. 7; T. V, F. 11) oder dieselbe abstuft. Letzteres ist aber nur bei festem Baugrunde von Erfolg. Bei nicht festem Baugrunde, welcher einen Pfahlrost erfordert, läßt man die Querswellen des Rostbelages in das Mauerwerk eingreifen, wobei dann die Pfähle entweder lotrecht, oder besser schräg,

Fig. 31.

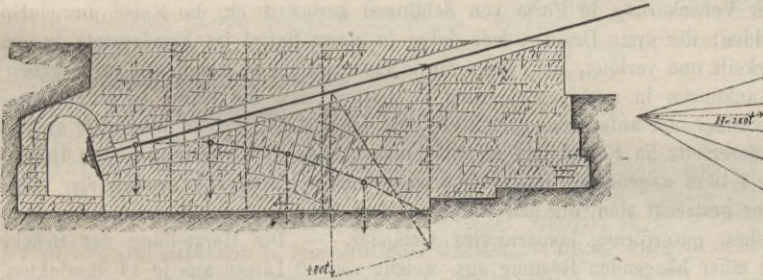
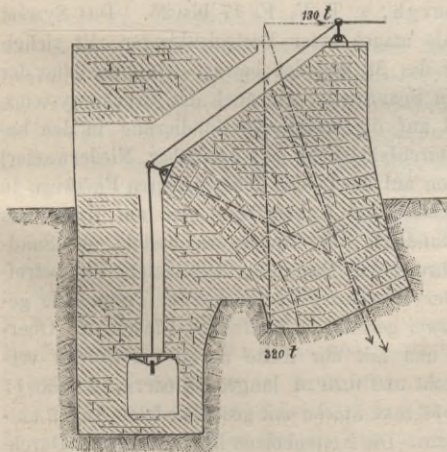


Fig. 32.



mehr in der Richtung des Mitteldruckes eingerammt werden. Sind die von den Spannkettentübertragenen Kräfte sehr groß und ist die Belastung des Ankermauerwerks nicht bedeutend genug, um die Drucklinie in eine zur

Gründungssohle mehr senkrechte Richtung überzuführen, so gelangt man von selbst zur Anordnung eines Gewölbobogens (T. V, F. 29), der aber sein Widerlager entweder in festem Baugrunde oder an einem Mauerpfeiler finden muß.

Bei der Bestimmung der Abmessungen des Ankermauerwerks ist dann noch zu berücksichtigen, daß der Druck auf die Fundamentbasis das für den betreffenden Baugrunde zulässige Maß nicht überschreitet.

Hinsichtlich der Ausführung des Verankerungsmauerwerks ist zu erwähnen, daß man jenen Teil, welcher den Druck der Wurzelplatten und Lager unmittelbar aufnimmt, immer aus Quadern herstellt. Es empfiehlt sich, dieses

Quadermauerwerk mit der Drucklinie entsprechendem, gewölbartigen Fugenschnitt in gewisser Ausdehnung ins Innere der Mauer fortzusetzen, während das übrige Mauerwerk, welches vorzugsweise nur als Belastung wirkt, mit horizontalen Lagerfugen aus Bruchsteinen oder Ziegeln ausgeführt werden kann. Beispiele geben die Figuren 31 u. 32.

Bei kleineren Kräften genügt es wohl auch, das Mauerwerk durchgehend in gewöhnlicher Weise herzustellen.

§ 13. Beispiele ausgeführter Hängebrücken.

1. Drahtseilsteg über die Donau in Passau, s. T. III, F. 1 bis 6. Die Wahl des Hängebrückensystems und zwar speciell einer Kabelbrücke bot sich hier deshalb als eine zweckmäßige Lösung dar, weil es mit Rücksicht auf die hohe Lage der Brücke und die frequente Schifffahrt erwünscht schien, die Aufstellung ohne Gerüste im Flußbette durchzuführen und weil überdies das felsige Ufer wenigstens auf einer Seite eine direkte Verankerung in Fels gestattete. — Die lichte Spannweite der Brücke beträgt 125 m, ihre Breite zwischen den Geländern 2,48 m, die Aufhängepunkte des Kabels haben eine horizontale Entfernung von 141,56 m und einen Vertikalabstand von 3,4 m. Der Scheitel des Kabels liegt 5,8 m unter der Horizontalen durch den tieferen Aufhängepunkt, sodaß das Pfeilverhältnis rund 1:22 ist. Die Brücke ist für eine Nutzbelastung von 293 kg f. d. qm berechnet und vor der Eröffnung mit der doppelten Belastung, d. i. also 596 kg f. d. qm, erprobt worden.

Die beiden Tragkabel von 0,27 m Durchmesser sind zusammen aus 1996 parallel liegenden, 3,41 mm starken Drähten von 182 qcm Gesamtquerschnitt gebildet. Die Drähte, aus schwedischem Holzkohleneisen, mußten kontraktlich eine Zerreißfestigkeit von 7000 kg pro qcm nachweisen; sie wurden beim Aushängen, um die Krümmungen zu beseitigen, einzeln mit etwa 3000 kg f. d. qcm gestreckt, während ihre Spannung bei Vollbelastung der Brücke 2330 kg f. d. qcm beträgt. Die Verknüpfung der in Längen von 180 m gelieferten Drähte geschah mit verzinnem Wickeldrahte aus freier Hand; die Drahtenden wurden an den Berührungsstellen ein wenig breit geklopft, die aufgebogenen Enden nach der Umwicklung rund abgefeilt und zuletzt die ganze Stelle mit Zinn verlötet. Zum Schutze gegen Oxydation wurden die Drähte gefirnist. Die Anordnung der Verankerung in Form von Schlingen gestattete es, die Kabel aus einem kontinuierlichen Drahte zu bilden; der erste Draht wurde dabei in einem Sattel im Fundamente in ein kleines Bohrloch gesteckt, verkeilt und verlötet, der letzte wurde ebendasselbst an einen der vorhergehenden geknüpft. Um die Schwankungen in mäßigen Grenzen zu halten, sind die Kabel in (rund unter 1:12) geneigten Ebenen angeordnet und außerdem acht Sturmseile angebracht, welche einerseits an den Kabeln und an der Bahn, andererseits im Felsen und an den Mauern angehängt wurden. — Die Hängestangen, in Entfernungen von 1,46 m angeordnet, tragen Querträger aus I-Eisen, über welche vier ebensolche, schwächere Längsträger gestreckt sind, die den 12 cm starken Bohlenbelag aufnehmen. Zur Versteifung dient ein 1,16 m hohes, gitterförmig konstruiertes Geländer. — Die Herstellung der Brücke (vergl. Kap. XVI) erfolgte von einer hängenden Rüstung aus, welche von 20 Litzen aus je 14 verzinkten, 2,5 mm starken Eisendrähten getragen wurde.

Die Brücke ist im Jahre 1869 von Seidl erbaut worden mit einem Kostenaufwande von 104 600 M.

2. Die Monongahela-Hängebrücke zu Pittsburgh, s. T. V, F. 17 bis 25. Das System des Überbaues dieser Brücke wurde bereits oben (S. 160) als umgekehrter Dreigelenkbogen mit sichelförmigen Fachwerkträgern gekennzeichnet. Die Spannweite des Mittelfeldes beträgt 243,8 m, jene der Seitenfelder je 44,2 m. Maßgebend für die Wahl der großen Spannweite, wie auch des Brückensystems, war die Rücksichtnahme auf die sehr lebhaft Schifffahrt und auf die schwierige Fundierung in den bedeutenden Wassertiefen; außerdem war auch eine große Durchfahrts Höhe (24,4 m über Niederwasser) verlangt. — Die Fahrbahn ist im ganzen 10,36 m breit, wovon auf die beiden höher gelegten Fußwege je 1,98 m entfallen; sie trägt zwei Pferdebahngleise. Die Zwischen- und Ankerpfeiler sind auf Roste aus sich kreuzenden Balkenlagen von 3,7 m bzw. 1,5 m Höhe fundiert. Das Mauerwerk besteht aus Sandstein; in den Widerlagern wurden die Ankerketten schon während der Mauerung eingelassen, die betreffenden Schächte sind nachher ganz mit Beton ausgefüllt. Der Überbau wird durch zwei Tragwände gebildet, die sich je aus einem kettenförmigen Untergurte und zwei geraden versteifenden Pfosten als Obergurte zusammensetzen, die in der Trägermitte untereinander und mit der Kette durch ein Gelenk verbunden sind. Die Pfeilhöhe beträgt 26,8 m. Die Kette besteht aus 6,25 m langen Gliedern, welche 11 bis 14 nebeneinander liegende Stäbe von 203 mm Breite und 51 mm Stärke mit geschmiedeten Augen enthalten. Der Gesamtquerschnitt wechselt von 1084 bis 1175 qcm. Die Kettenbolzen haben 152 mm Durchmesser. Der Obergurt hat einen aus \square -Eisen und Blechen gebildeten, nach unten zu offenen Kastenquerschnitt, während die Streben der Aufscheidung aus I-Eisen, die gekreuzt angeordneten Diagonalen aus Rundisen konstruiert sind. Das Eigengewicht wird gänzlich von der Kette aufgenommen und auch bei totaler Belastung der Brücke wird die Versteifungskonstruktion nur wenig beansprucht. Bei teilweiser Belastung wird jedoch der Obergurt zum Teil auf Druck, zum Teil auf Zug in Anspruch genommen. Der Berechnung der Tragketten wurde eine Verkehrslast von 245 kg für 1 qm, für die Fahrbahnkonstruktion von 340 kg für 1 qm und eine Inanspruchnahme von 945 kg f. d. qcm zu Grunde gelegt. Die Maximalbeanspruchung des Obergurtes auf Druck beträgt 788 kg f. d. qcm. Die Hängestangen und die Fahrbahnträger werden mit 630 kg beansprucht. — Sowohl in der Ebene der Ketten als auch der aussteifen-

den Gurte, mit Ausnahme der dem Mittelgelenke zunächst benachbarten Felder ist ein Windverband angeordnet; außerdem sind die beiden Tragwände durch Andreaskreuze an jeder Strebe der Ausfachung verbunden. Die Fahrbahn wird von zwei, 2,44 m hohen, als Gitter ausgebildeten und an den Kettenbolzen aufgehängten Hauptlängsträgern getragen, welche an jeder fünften Hängestange unterbrochen bzw. so verbunden sind, daß Längenausdehnungen ermöglicht sind. Die 0,91 m hohen Querträger liegen in Abständen von 6,1 m; sie sind durch zwei niedrige Zwischenlängsträger verbunden, auf welchen letzteren hochkantig gestellte Querhölzer und darauf ein doppelter gekreuzter Bohlenbelag liegen. Unter der Fahrbahn ist dann noch ein Windverband, aus Diagonalkreuzen und zwei Kabeln bestehend, angeordnet. — Die Brücke, deren Aufstellung in Kap. XVI besprochen werden wird, wurde von Hemberle erbaut und im März 1877 dem Verkehre übergeben. Bei der Probelastung mit 175 kg f. d. qm total betrug die Einsenkung in der Mitte 89 mm; bei Belastung der halben Spannweite + 70 und — 29 mm. Das Metallgewicht des Überbaues der großen Öffnung wird mit 1927 t angegeben.

Litteratur.

Allgemeine Werke und Schriften.

- Cordier. Histoire de la navigation intérieure. Deutsch von Philipps. 2 Bde. Paris 1819—1820.
 Papers and practical illustrations of public works of recent construction both british and american. London 1856.
 Malte. Sammlung eiserner Brückenkonstruktionen. Stuttgart 1860.
 Jodl. Vorlegeblätter zum Straßens- und Brückenbau. Berlin 1860/61.
 Dulk. Über Hängebrücken. Zeitschr. f. Bauw. 1867.
 Röbling. Long and short span railway bridges. New-York 1869.
 Heinzerling. Die Brücken in Eisen. Leipzig 1870.
 Bauernfeind. Vorlegeblätter zur Brückenbaukunde. Bearbeitet v. Döhlemann u. Frauenholz. Stuttgart 1872.
 Maw und Dredge. Modern examples of road and railway bridges. London 1872.
 Becker. Der Brückenbau in seinem ganzen Umfange. Stuttgart 1873.
 Arched ribs and suspension bridges with their auxiliaries. Engng. 1876.
 Gleim. Der amerikanische Brückenbau der Neuzeit. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1876.
 Rziha. Eisenbahn-Unter- und Oberbau. Bd. II. Wien 1877.
 Steiner. Über Brückenbauten in den Vereinigten Staaten von Nordamerika. Wien 1878.
 Heinzerling. Die Brücken der Gegenwart. Abteil. I, Heft 5, Die eisernen Hängebrücken. Aachen 1880.
 Barkhausen. Über den Zustand Londoner Hängebrücken. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1882.
 Steiner. Über Schwingungen an der Franz-Josefs-Brücke in Prag. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1884.
 Croizette Desnoyers. Cours de construction des ponts. Paris 1885.
 Boulongne. Construction des ponts suspendus modernes. Ann. des ponts et chaussées 1886, I.
 Riese. Die Ingenieurbauwerke der Schweiz. Berlin 1887.

Unversteifte Hängebrücken, Kettenbrücken.

- Navier. Rapport et mémoire sur les ponts suspendus. Paris 1823.
 v. Mitis. Die Sophien-Kettenbrücke in Wien. 1830; Allg. Bauz. 1836.
 v. Mitis. Der Karlskettensteg über den Donaukanal in Wien. Allg. Bauz. 1836.
 Die Kettenbrücke über die Donau zwischen Pest und Ofen. Allg. Bauz. 1841.
 Schnirch. Beschreibung der Kettenbrücke zu Prag. Prag 1842.
 Neuwerth. Die Franz-Karl-Kettenbrücke über die Mur in Graz. Allg. Bauz. 1846.
 Lintz. Die Kettenbrücke über die Maas bei Seraing. Allg. Bauz. 1848.
 Malberg. Die Friedrich-Wilhelms-Kettenbrücke über die Ruhr bei Mühlheim. Zeitschr. f. Bauw. 1851.
 Clark. An account of the suspension bridge across the river Danube (Pester Kettenbrücke). London 1853.
 Werther. Brücke über die Themse in London bei Charing cross. Allg. Bauz. 1853.
 Clark. Die Hammersmith-Brücke über die Themse bei London. Zeitschr. f. Bauw. 1856 u. 1859.
 Union-Brücke über den Tweed bei Norham-Ford. Zeitschr. f. Bauw. 1857.
 Kettenbrücke über die Menai-Meerenge bei Bangor. Zeitschr. f. Bauw. 1857.
 Malberg. Historisch-kritische Bemerkungen über Kettenbrücken. Zeitschr. f. Bauw. 1857 u. 1859.
 Brücke über den St. Suzanne-Fluss auf der Insel Bourbon. Zeitschr. f. Bauw. 1857.
 Smith. Fufsbrücke über den Tweed bei Drybourgh Abbey. Zeitschr. f. Bauw. 1857.

- Malberg. Kettenbrücken in Petersburg. Zeitschr. f. Bauw. 1859.
 Riener. Kettenbrücken für Eisenbahnen. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1856 u. 1859.
 Neue Invalidenbrücke über die Seine zu Paris. Zeitschr. f. Bauw. 1859.
 Kettenbrücke über den South-Esk-Fluß bei Montrose von S. Brown. Zeitschr. f. Bauw. 1859.
 Kettenbrücke zu Langon. Zeitschr. f. Bauw. 1859.
 Brücke über den Mat-Fluß von Brunel. Zeitschr. f. Bauw. 1859.
 Dulk. Kettenbrücken in Genf und über die Aare in Bern. Zeitschr. f. Bauw. 1864.
 Kettenbrücke bei Clifton. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1863; Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1865.
 Kettenbrücke zu Chelsea in London. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1863 u. 1867.
 Kettenbrücke über die Weser bei Hameln. Deutsche Bauz. 1867.
 Schmitt. Der neue Kettensteg über die Moldau in Prag. Prag 1870. Vergl. Technische Blätter 1870.
 Die Bandeisen-Kettenbrücke über die Seine in Surènes, bezw. Umbau derselben. Nouv. ann. de la constr. 1872.
 Chester suspension bridge. Engineer 1877, S. 48.
 The Conway suspension bridge. Engineer 1881, S. 27.
 Beobachtungen an Kettenbrücken. Techn. Blätter 1883.
 Verstärkung der Albert-Brücke über die Themse bei Chelsea. Wochenbl. f. Bauk. 1886, S. 399.

Europäische Drahtkabelbrücken.

- Ponts suspendus sur l'Ain à Pont d'Ain, sur l'Allier à Vichy, sur l'Aude à St. Marcel, sur le Cère à la Sône, sur le Marne à Luzancy, sur l'Oise à Pontoise. Ann. des ponts et chaussées 1831.
 Pont suspendu à Bry sur Marne. Dasselbst 1832.
 Ponts suspendus sur l'Hérault à Agde et sur la Seine à Conflans St. Honorine. Dasselbst 1833.
 Emploi du fer dans les ponts suspendus. Dasselbst 1834.
 Ponts suspendus sur la Dordogne à Cubzac et sur la Garonne au passage de Belleperche. Dasselbst 1835.
 Chaley. Die Drahtseilbrücke über die Saane bei Freiburg. Paris 1835; Allg. Bauz. 1836; Zeitschr. f. Bauw. 1863.
 Drahtseilbrücke über die Seine bei Conflans St. Honorine. Allg. Bauz. 1836.
 Seguin. Die Drahtseilbrücke über die Seine bei Rouen. Allg. Bauz. 1837.
 Die Drahthängebrücke über die Dordogne bei Cubzac. Allg. Bauz. 1839.
 Leblanc. Pont de la Roche Bernard sur la Vilaine; expériences sur la résistance du fil de fer et la fabrication des cables. Ann. des ponts et chaussées 1839.
 Pont suspendu à Mols (Lot) route départementale de Sarlat à Aurillac. Dasselbst 1841.
 Pont suspendu sur la Durance à Mallemort. Dasselbst 1842.
 Ponts suspendus sur l'Allier à Ris et sur la Dordogne à Gluges. Dasselbst 1843.
 Pont suspendu sur le Rhon entre Tournon et Tain. Dasselbst 1844.
 Ponts suspendus sur la Garonne à Conthures (Lot et Garonne) et à Très-Cassés (Tarn et Garonne). Dasselbst 1845.
 Pont suspendu de la rue Scala. Dasselbst 1851.
 Hartwich. Drahtbrücke über die Seine in Rouen. Zeitschr. f. Bauw. 1853.
 Ponts suspendus sur le Drac, Isère, sur la Garonne à Très-Cassés, sur le Tarn à Villebrunier. Ann. des ponts et chaussées 1855.
 Dulk. Die Drahtseilbrücken über die Rhône und Saône in Lyon, über die Rhône zu Valence zwischen Baucaire und Tarascon und zu Avignon, über die Garonne zu Toulouse und über den Canal latéral, über die Dordogne zu Cubzac, über die Charente bei Tonnay-Charentes, über die Loire zu Nantes, über die Seine zu Paris und über den Herault-Fluß zu Agde. Zeitschr. f. Bauw. 1864.
 Heidmann. Die Lambeth-Brücke in London. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1863; Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1864; Zeitschr. f. Bauw. 1866; Allg. Bauz. 1866.
 Drahtsteg über die Donau bei Passau. Zeitschr. d. bayr. Arch.- u. Ing.-Ver. 1871.
 Margot. Brücke von Beauvoir, Rekonstruktion der Verankerung. Ann. des ponts et chaussées 1872.
 Hängebrücke in des Mikado's Garten in Yeddo. Engng. 1873.
 Fufssteg über den Corry Halloch Wasserfall in Schottland. Engng. 1875.
 Fufsgängerbrücke über den Ness bei Inverness. Engng. 1877.
 Rockhampton-Hängebrücke. Engineer 1877.
 Verstärkung der Hängebrücke über die Saane bei Freiburg. Nouv. ann. de la constr. 1881.
 Über die Dauer französischer Drahtseilbrücken. Ann. des ponts et chaussées 1881.
 Fufsgängerbrücke in Abergeldie. Engineer 1885.
 Brücke von Ilpiz über den Allier und Brücke von Lamothe bei Brioude über den Allier. Ann. des ponts et chaussées 1885.

- Fußgängerbrücke in Abergeldie. Engineer 1885, Aug. S. 102.
 Baum. Erneuerung der Verankerung der Hängebrücke von St. Christophe. Dasselbst 1886.
 Aar-Brücke bei Brugg, Hängesteg. Zeitschr. f. Bauw. 1886, S. 215.
 Neuere Bestimmungen für die Unterhaltung der französischen Hängebrücken. Centralbl. d. Bauverw. 1887.
 Auswechslung der Kabel der Hängebrücke von St. Christophe. Annales industrielles 1887, S. 339.

Amerikanische Drahtkabelbrücken.

- Culmann. Die Drahtkabelbrücken unterhalb der Niagarafälle und über den Ohio bei Wheeling. Allg. Bauz. 1852.
 Schmidt. Drahtseilbrücken in Amerika. Zeitschr. f. Bauw. 1862.
 Bendel. Strafsenbrücke über den Monongahela in Pittsburgh, Drahtseilbrücke über den Niagara, desgl. für den Eisenbahnverkehr, desgl. über den Ohio bei Wheeling, desgl. über den unteren Niagara zwischen Queenstown und Lewiston, desgl. über den Kentucky-Fluß auf der Lexington-Danville-Bahn. Zeitschr. f. Bauw. 1862.
 Hängebrücke über den Niagara von Röbling. Nouv. ann. de la constr. 1865; Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1866; Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1867.
 Drahtbrücke über den Ohio. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1866 und 1868; Zeitschr. f. Bauw. 1868.
 Drahtseilbrücke über den Alleghany bei Pittsburgh. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1869.
 Drahtseilsteg bei den Niagarafällen. Zeitschr. d. Ver. deutscher Ing. 1870.
 Brücke über den Delaware bei Philadelphia. Deutsche Bauz. 1871; Zeitung d. Ver. deutscher Eisenbahnverw. 1872.
 Hängebrücke über den Alleghany-Fluß bei Warren. Engng. 1877.
 Drahtseilbrücke zu Cottoneva, Kalifornien. Engineer 1877.
 Drahtseilbrücke über den Mississippi zu Minneapolis. Iron 1874; Ann. des ponts et chaussées 1878.
 Über amerikanische Hängebrücken. Zeitschr. f. Baukunde 1878; Engineer 1878.
 Brand der Drahtseilbrücke über den Alleghany. Deutsche Bauz. 1881.
 Rekonstruktion der Eisenbahn-Hängebrücke über den Niagara. Expertise sur la solidité. Ann. des ponts et chaussées 1877; Beschreibung des Umbaues. Nouv. ann. de la constr. 1880; Engng. 1881; Zeitschr. f. Baukunde 1883.
 Die East River-Brücke zwischen New-York und Brooklyn. Journal of the Franklin Institut 1873; Scientific American 1873, 1876, 1877, 1878, 1882, Supplement 1876; Journal of the American Society of civil engineers 1877. Ferner:
 Deutsche Bauz. 1870, 1873, 1876, 1878 und 1880.
 Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1871 und 1873.
 Zeitschr. d. Ver. deutscher Ing. 1874.
 Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1877.
 Zeitschr. f. Baukunde 1878.
 Engineer 1874, 1877 und 1881.
 Engng. 1873, 1876, 1877, 1878, 1879.
 Ann. des ponts et chaussées 1874.
 Nouv. ann. de la constr. 1879, 1880.
 Die Eisenbahn 1875; Schweizerische Bauz. 1883.
 Wochenschr. d. Ver. deutscher Ing. 1883.
 Centralbl. d. Bauverw. 1883.

Versteifte Hängebrücken.

a. Versteifte Kettenbrücken.

- Köstlin und Schurz. Hängebrücken für Eisenbahnen. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1859.
 Locard. Über eine provisorische Hängebrücke auf der Eisenbahn von St. Etienne. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1860.
 Langer. Steife Kettenbrücke. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1863.
 Kettenbrücke über den Neckar bei Mannheim. Deutsche Bauz. 1867.
 C. Reyman. Hängesteg über den Bahnhof in Gotha. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1872; Deutsche Bauz. 1873.
 Entwurf einer Brücke über den Harlem-Fluß in New-York (Kombination von Kette und Bogen). Scientific American 1886, S. 278.

Eisenbahn-Kettenbrücke über den Donau-Kanal in Wien.

Schnirch. Eisenbahn-Kettenbrücke über den Donau-Kanal. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1860.
Fanta. Die erste Kettenbrücke für den Lokomotiv-Betrieb von Schnirch. Wien 1861.

Siehe über diese Brücke ferner: Zeitschr. f. Bauw. 1861 u. 1862; Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1862; Zeitschr. d. Ver. deutscher Ing. 1864; Engineer 1873.

Schnirch. Beobachtungen an der Eisenbahn-Kettenbrücke über den Donau-Kanal in Wien. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1861.

Buberl. Die Eisenbahn-Kettenbrücke über den Donau-Kanal in Wien. Über die Untersuchung ihres Zustandes. Zeitschr. u. Wochenschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1886.

Zampis. Die Versteifung der Rudolfs-Kettenbrücke in Wien. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1888.

b. System Ordish-Lefeuve.

Langer. Das Hängewerk Ordish-Lefeuve in Prag. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1865.

Köstlin. Über die neue Moldau-Brücke in Prag. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1868.

Die Albert-Brücke über die Themse bei Chelsea. Engng. 1871 u. 1872; Deutsche Bauz. 1872; Engineer 1873; Ann. des ponts et chaussées 1876, I.

Brücke der Pennsylvania-Eisenbahn in Philadelphia. Journal of the Franklin Inst. 1876.

Albert- und Battersea-Brücken. Engineer 1879.

c. Fachwerks-Hängeträger.

Köpeke. Über die Konstruktion einer steifen Hängebrücke. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1860.
Köpeke. Projekt einer steifen Hängebrücke. Daselbst 1861.

Fidler. Über Konstruktion versteifter Hängeträger. Engineer 1872; Engng. 1875, I. u. II.

Die Hängebrücke (Point-Brücke) über den Monongahela-Fluß zu Pittsburgh. Engng. news 1877; Railroad Gazette 1878; Ann. des ponts et chaussées 1879, II.; Deutsche Bauz. 1879; Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1879.

Schmick. Eiserner Steg zwischen Frankfurt a. M. und Sachsenhausen, s. Rziha. Eisenbahn-Ober- und Unterbau, II, sowie Heinzerling. Hängebrücken.

Projekt einer zweiten Brücke zwischen New-York und Brooklyn. Scientific American 1881.

d. Kabelbrücken mit Versteifungsträgern.

Projekt der Forth-Brücke nach dem Entwurf von Bouch. Engineer 1879.

Projekt einer Hängebrücke zwischen Köln und Deutz. Deutsche Bauz. 1881; Centralbl. d. Bauverw. 1886.

Schwend. Über Berechnung und Konstruktion von Hängebrücken unter Anwendung von Stahldrahtkabeln und Versteifungsbalken. Leipzig 1887.

Schwend. Entwurf für die Elbebrücke Loschwitz-Blasewitz.

Hierher gehören ferner verschiedene Bauwerke, welche unter „Drahtkabelbrücken“ aufgeführt sind, namentlich: Die Eisenbahn-Hängebrücke über den Niagara, die East River-Brücke, u. a.

XIV. Kapitel.

Konstruktion der eisernen Bogenbrücken.

Bearbeitet von

Dr. Th. Schäffer,

Großherzogl. Ministerialrat in Darmstadt.

unter Mitwirkung von

J. Melan,

Professor an der technischen Hochschule zu Brünn.

(Hierzu Tafel VI bis X und 15 Holzschnitte.)

§ 1. Einleitung. Die Hauptträger der Eisenbrücken werden in der Regel nur dann als Bogenträger angeordnet, wenn sie unterhalb der Fahrbahn angebracht werden können, sei es, daß bei der vorhandenen Konstruktionshöhe diese Lage ohne Schwierigkeiten möglich ist, sei es, daß die Verhältnisse es gestatten, die in der Mitte der einzelnen Öffnungen erforderliche lichte Höhe nach den Seiten durch das Hereintreten der Bogenschenkel einzuschränken. Infolge dieser tiefen Lage der Hauptträger ergeben sich einerseits die verhältnismäßig am wenigsten ungünstigen Beanspruchungen hinsichtlich der Stabilität der unterstützenden Teile, sowie einfache konstruktive Anordnungen, andererseits — und es darf hierauf unter Umständen ein besonderes und für die Verwendung entscheidendes Gewicht gelegt werden — kommt die, durch die allgemein verstandene Bogenform gegebene ästhetische Wirkung zur vollsten Geltung. Nur in vereinzelten Fällen überschreitet der Bogenträger die Bahn. Derartige Anordnungen finden sich schon sehr frühe, beispielsweise bei der von Telford erbauten Brücke über den Severn bei Buildwas, sowie einigen anderen Kanal- und Straßensbrücken in England, unter den neueren Ausführungen u. a. bei der Etschbrücke in Verona; während bei den unter der Oberleitung von Hartwich erbauten Brücken über den Rhein in Koblenz, T. VIII, F. 7 bis 11, und bei Rheinhausen nur die obere Gurtung des Bogenfachwerkträgers über die Bahn tritt. In noch selteneren Fällen finden sich Bogenbrücken mit mehreren Bahnen übereinander, wie die von R. Stephenson erbaute Brücke über den Tyne bei Newcastle, oder die Brücke über den Mississippi bei St. Louis von Eads, T. VII, F. 1 bis 15, bei welcher ersteren die untere Straßensbahn in der Linie der Bogensehne gelegen ist und der Horizontalschub der auf hohen Pfeilern gelagerten Bogen durch Zugbänder aufgenommen wird.

Die Notwendigkeit einer möglichst Einschränkung der Konstruktionshöhe, einer Verminderung der Beanspruchung der unterstützenden Pfeiler und der Erreichung einer genügenden Pfeilhöhe für die Bogenträger giebt in der Regel Veranlassung, die Käm-

per der letzteren möglichst tief anzuordnen. Bei der Überbrückung von Wasserläufen hat es sich in dieser Beziehung häufig als notwendig erwiesen, die Anfangspunkte der unteren Flächen der Eisenbogen in die Linie des höchsten Wassers oder nur wenig darüber zu legen. Unter den Bogenschenkeln verbleibt dann bei schiffbaren Flüssen auch bei niederen Wasserständen eine Beschränkung der für die große Schifffahrt erforderlichen Höhe, derart, daß unter Umständen die Verwendung von Bogenträgern nur durch Ermäßigung der Forderungen bezüglich der Breite des eine hinreichende Höhe bietenden Raumes ermöglicht wird.

So wurde bei den Brücken über den schiffbaren Rhein die zulässige Höhe der Konstruktionsunterkante für horizontale Überbrückungen über einem dem Verbote der Dampfschifffahrt entsprechenden Wasserstande auf das Maß von 9,1 m, die lichte Weite der Öffnungen im Interesse der Flossschifffahrt auf durchschnittlich 90 bis 100 m bestimmt, vergl. Kap. I, S. 47. Bei den zur Ausführung gelangten Bogenbrücken war die letztere Bestimmung unverändert beizubehalten, dagegen wurde bezüglich der Höhenlage nachgegeben, daß es genüge, wenn in den für die Schifffahrt dienenden Öffnungen die Länge einer horizontalen Sehne der Bogenträger, in der zulässigen Höhe der Unterkante einer horizontalen Überbrückung gemessen, etwa 40 m betrage. Dieses durch die Erfahrung als entsprechend bewährte Maß wurde mit Rücksicht auf die größte Breite der verkehrenden Schleppzüge und unter der Erwägung für zulässig erachtet, daß die bogenförmigen Öffnungen in der ganzen Ausdehnung der vorgedachten Sehnenlänge eine größere Durchfahrthöhe gewähren und eine jede weitere, nicht unbedingt gebotene Hebung wegen der damit verbundenen großen Nachteile hinsichtlich der Gestaltung der Auffahrten und der beträchtlichen Kosten zu vermeiden sei.

Dessen ungeachtet ergibt sich in den vorherbesprochenen und häufig auch in anderen Fällen für die Brückenbahn, sobald die Bogenträger unterhalb derselben angeordnet werden sollen, eine wesentlich höhere Lage als diejenige, welche unter den gegebenen örtlichen Verhältnissen bei Anordnung von über der Bahn gelegenen Hauptträgern erreichbar und an und für sich zweckmäßig sein würde.

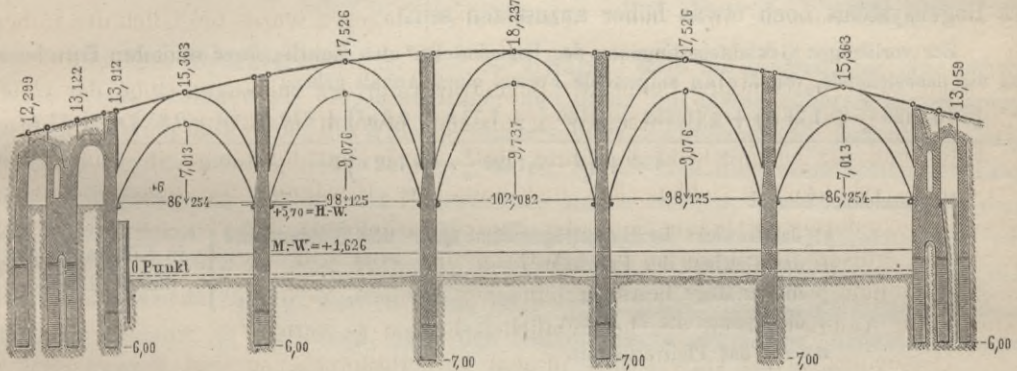
Bei den Brücken über den Rhein bei Koblenz beträgt unter anderem die Kote der zulässigen Höhe für die Unterkante einer horizontalen Überbrückung 16,320 m in Bezug auf den Nullpunkt des Koblenzer Pegels und es könnte hiernach das Planum einer zweigleisigen Brücke bei 17,320 m liegen. Für die ältere Bogenbrücke, bei welcher die Fahrbahn in der Mitte der Öffnungen die untere Gurtung des teilweise über die Bahn vortretenden Bogenfachwerkträgers tangiert, ist die Kote des Planums 18,585 m, für die oberhalb gelegene neuere Brücke, woselbst die Hauptträger von etwa 2,800 m Höhe unterhalb der Bahn liegen, 21,285 m. Die Stützweiten betragen etwa 98,078 bzw. 107,000 m, die Pfeilhöhen, nahezu einander gleich, rund 8,800 m.

Neben einer thunlichsten Beschränkung der Pfeilhöhe der Bogenträger kann, zur Erleichterung der Verbindung der übergeführten Straße mit ihren Fortsetzungen auf den Ufern, die Brückenfahrbahn anstatt horizontal, von dem höchsten Punkte symmetrisch oder einseitig fallend angeordnet werden. Diese bei den Steinbrücken, namentlich in früherer Zeit, häufig vorkommende Anordnung wurde bei dem Bau von Eisenbrücken mit einer oder mehreren Öffnungen sofort zur Verwendung gebracht. Nur in seltenen neueren Fällen wird hierbei das Steigen der Fahrbahn innerhalb der Hauptträger derart bewirkt, daß dasselbe in der Ansicht nicht als wesentlich zur Wirkung kommt, wie beispielsweise bei der älteren Rheinbrücke bei Koblenz, bei welcher die Bahn vom linken Ufer bis zum Scheitel der ersten Stromöffnung mit 1:70 steigt (T. VIII, F. 8). In der Regel tritt vielmehr die steigende Bahn auch in der Ansicht der Eisenkonstruktion als besonderes Glied hervor und wird diese Anordnung namentlich dann empfehlenswert,

wenn es zulässig ist, die Verteilung der Stützweiten in den aufeinanderfolgenden Öffnungen in organischem Zusammenhange mit der steigenden Bahn zu gestalten.

Die vorgedachte, in ästhetischer Hinsicht günstige Anordnung ist unter anderem möglich, wenn im Interesse der Schifffahrt für eine oder mehrere Öffnungen erschwerende Bedingungen gestellt sind, in den Seitenöffnungen aber die Konstruktionsteile weiter heruntertreten dürfen. Solchenfalls ist es passend, eine Steigerung der Stützweiten und Pfeilhöhen nach dem höchsten Punkte eintreten zu lassen und die im Äußeren als bekrönendes Glied zur Erscheinung kommende Fahrbahn parallel zu einer die Bogenlinien der einzelnen Öffnungen tangierenden, stetigen oder gebrochenen Linie anzuordnen, während die Kämpfer der Bogenträger in den aufeinanderfolgenden Öffnungen in derselben Horizontalen liegen, s. Fig. 1. Die Disposition der Weiten geschieht zweckmäßigs dann der-

Fig. 1.



art, daß die Zwischenpfeiler bei leerer oder vollständig belasteter Brücke nur einen vertikalen Druck erfahren. Für flache, insbesondere parabelförmige Bogen bedingt diese Voraussetzung eines konstanten Horizontalschubes die Gleichheit der Werte $\frac{ql^2}{8f}$, oder wenn q als konstant für die verschiedenen Öffnungen angenommen werden darf, der Werte $\frac{l^2}{f}$. In ähnlicher Annäherung kann für flache Bogen mit kreisförmiger Achse die auch in Bezug auf die Ausführung zweckmäßige Wahl desselben Krümmungshalbmessers für die Achse der Bogenträger in den verschiedenen Öffnungen empfohlen werden. Als ungünstig in der Erscheinung und unvorteilhaft ist unter den vorgedachten Verhältnissen die Anordnung von Bogenöffnungen gleicher Weite zu bezeichnen, deren Pfeilhöhen sich entsprechend der fallenden Bahn vermindern und für welche bei einer rationellen Bearbeitung Zwischenpfeiler von verschiedener Stärke anzuordnen wären. Bei specieller Behandlung der Projekte sind die zunächst versuchsweise vorzunehmenden Ermittlungen endgiltig auf Grund von genaueren festzustellen und können auch hinsichtlich der Pfeiler mit Hilfe der Kernpunkte die ungünstigsten Belastungsweisen ermittelt werden.

Bei einem Vergleiche der Bogenträger mit den Balkenträgern hinsichtlich der gröfseren Zweckmäßigkeit des einen oder anderen dieser beiden Konstruktionsysteme sind aufser der bereits besprochenen Thatsache, daß bei Bogenbrücken von ansehnlichen Spannweiten die Konstruktionshöhe in der Regel vergleichsweise grofs ausfällt, mehrere Umstände in Erwägung zu ziehen. Dieselben betreffen:

1. Die Materialmenge. Es läßt sich, ohne dafs erst der Nachweis durch Rechnung erbracht wird, unschwer einsehen, dafs die theoretische Materialmenge eines Bogenträgers kleiner ausfällt, als diejenige eines Balkenträgers von den gleichen Verhältnissen, da bei ersterem die Zuggurtung erspart wird; bei gleichmäfsig verteilter totaler Belastung erfordert ein unversteifter Bogen nicht mehr Material, als der Druckgurt eines Parabelträgers bei derselben Belastung. Durch die notwendige Absteifung des Bogens wird dieser Unterschied allerdings herabgemindert, und es erfährt derselbe noch eine weitere Verminderung, wenn auch die Nebenkonstruktionen, als Fahrbahnstützen, Streckträger u. s. w. mit in Betracht gezogen werden. Der praktische Materialbedarf der Bogenbrücken ist demnach bei kleineren und mittleren Spannweiten, wie auch die ausgeführten Beispiele zeigen (man vergl. die unten folgenden Angaben), von jenem der Balkenbrücken nicht sehr verschieden. Bei gröfseren Spannweiten dürfte die Ersparnis mit 10 bis 15% und bei sehr grofsen Spannweiten und zweckmäfsiger Wahl des Bogensystems noch etwas höher anzusetzen sein.

Zur vorläufigen Gewichtsbestimmung der Bogenbrücken zum Zwecke ihrer statischen Berechnung mag die nachstehende, von Melan aufgestellte Formel einen Anhalt geben:

$$g_1 = \frac{g_2 \left(0,1429 \frac{1}{n} + 1,78 n \right) + p \left(0,309 + 0,169 \frac{1}{n} + 1,77 n + 0,9 n^2 \right) + 840 + (90 + 0,95 l) n l + 11,4 l}{400 + \left(3 - 0,1429 \frac{1}{n} - 0,762 n \right) l} \cdot l$$

Es bezeichnet hierin:

- | | | |
|--|---|------------------------------------|
| g_1 das Gewicht der Hauptträger samt Quer- und Windverband | } | in Kilogramm pro
lfd. m Brücke, |
| g_2 das Gewicht der Fahrbahn ¹⁾ | | |
| p die zufällige Belastung | | |
| l die Spannweite in Meter, | | |
| $n = \frac{f}{l}$ das Pfeilverhältnis. | | |

Ferner ist bei der Inanspruchnahme s (kg f. d. qcm) und dem Konstruktionskoeffizienten C ²⁾

$$\frac{s \cdot 10000}{C \cdot 7800} = 400 + 3l$$

gesetzt worden; bei einer anderen Inanspruchnahme wären die betreffenden Zahlen im Nenner der obigen Formel entsprechend abzuändern.

Für eingleisige Eisenbahnbrücken, mit $g_2 = 800$ kg und $p = \frac{500000 + 1800 l}{70 + l}$ ergeben sich hieraus die nachstehenden Gewichtszahlen:

l in m	g_1 in kg pro m	
	für $n = 0,1$	$n = 0,2$
10	39,9 . l	29,0 . l
20	36,7 . l	26,3 . l
40	31,4 . l	23,1 . l
60	28,5 . l	21,6 . l
80	26,4 . l	20,8 . l
100	25,2 . l	20,7 . l
150	23,9 . l	21,9 . l
200	24,3 . l	24,3 . l

¹⁾ Man vergleiche hierzu Kap. VII, Abschnitt A.

²⁾ Unter Konstruktionskoeffizient versteht man den Quotienten, welchen man erhält, wenn das wirklich nötige Gewicht durch das theoretische Gewicht dividiert wird. Das mittels einer Formel auf theoretischem Wege gefundene Gewicht ist demnach mit dem Konstruktionskoeffizienten zu multiplizieren, um das wirkliche Gewicht zu erhalten. — Näheres über den oben besprochenen Gegenstand s. Engesser, Entwicklung einer Formel für das Eigengewicht schmiedeiserner Bogenbrücken. Zeitschr. f. Bauw. 1877, S. 207.

Zum Vergleiche folgen einige Angaben über ausgeführte Bogenbrücken.

Brücke.	Spannweite m	Pfeilhöhe m	Total-Gewicht der Eisen- konstruktion für 1 m und ein Gleis in kg.	Bemerkungen.
Brücke auf dem Bahnhof Magdeburg (T. X, F. 11 bis 15)	23,0	2,0	425 + 31 l	
Ruhr-Brücke bei Mühlheim (T. VIII, F. 1 bis 5)	36,3	4,92	55 + 46,2 l	
Rhein-Brücke bei Koblenz (T. VIII, F. 7 bis 12)	98,0	8,9	546 + 26,17 l	
Rhein-Brücke oberhalb Koblenz (T. IX, F. 1 bis 10)	106,0	8,83	488 + 20,7 l	
Douro-Brücke bei Oporto (T. X, F. 1 bis 5)	160,0	42,6	<i>g</i> ₂ + 29,3 l	<i>g</i> ₂ ist nicht bekannt.
Mississippi-Brücke bei St. Louis (T. VII, F. 1 bis 15)	158,5	18,2	<i>g</i> ₂ + 38,0 l	Eisenbahn und StraÙe. Stahl, Inanspruchnahme 1600 kg.

Bei dem Kostenvergleich ist aber zu erwägen, daß die Bogenträger eine schwierigere Arbeit bedingen als die Balkenträger und daher mit etwas höherem Einheitspreise zu rechnen sind, daß ferner die Widerlagsmauern bzw. Zwischenpfeiler wesentlich stärker gehalten werden müssen, daher teurer werden, sodaß sich die Gesamtkosten der Eisenteile nicht immer zu Gunsten der Bogenbrücke stellen werden. Der ökonomische Vorzug der Bogenbrücken oder mindestens ihre Gleichwertigkeit mit den Balkenbrücken wird aber im allgemeinen in jenen Fällen zu erwarten sein, wo bei hochgelegener Fahrbahn der Bogenanlauf tief gelegt werden kann, oder wo natürliche feste Widerlager vorhanden sind, da alsdann im Pfeilerbau, auch den Balkenträgern gegenüber, bedeutend erspart werden kann.³⁾

2. Die Aufstellung. Bei den Bogenbrücken ist es leichter als bei den Balkenbrücken möglich, die Aufstellung ohne ein festes Gerüst durchzuführen, wie es die Beispiele der Mississippi-Brücke, der Cinca-Brücke, des Douro- und des Garabit-Viadukts u. a. zeigen, vergl. Kap. XVI. Hierdurch eignet sich dieses Brückensystem insbesondere zur Überspannung tiefer Schluchten oder überhaupt zur Anwendung dort, wo die Aufstellung von festen Gerüsten Schwierigkeiten macht oder sehr kostspielig ist.

3. Die ästhetische Wirkung. Unter allen Trägerformen befriedigt der Bogen, dessen Wirkung am gemeinverständlichsten ist, unser Schönheitsgefühl am besten. Dieser Umstand hat wohl am häufigsten zur Wahl des Bogenbrückensystems geführt. In vielen Fällen ist auch die gänzliche Freihaltung der Fahrbahn von über dieselbe emporragender Tragkonstruktion dafür bestimmend gewesen, was sich durch eine Bogenbrücke auch dann erreichen läßt, wenn die Konstruktionshöhe im mittleren Teile der Brückenöffnung eine beschränkte ist. Die Wirkung der Bogenträger kommt aber, wie bereits erwähnt, nur dann zur vollen Geltung, wenn sie ganz unter die Fahrbahn gelegt werden können, sodaß Durchschneidungen mit derselben vermieden werden. Hierdurch beschränkt sich ihre Anwendung zumeist auf solche Fälle, wo eine genügende Höhe zwischen Bogenanlauf und Fahrbahn vorhanden ist.

Hinsichtlich der Wertschätzung der verschiedenen Systeme der Bogenträger beachte man das hierüber im § 5 Gesagte.

Was die Anordnung der eisernen Bogenbrücken in Bezug auf die Anzahl der Träger, die Gestaltung und Konstruktion der Bahn, der Querverbände, sowie das Material

³⁾ Man vergleiche hierzu Kap. I, S. 89.

anlangt, so ist auf frühere Erörterungen, insbesondere auf Kap. I, VII, VIII und X zu verweisen und es wird sich später Gelegenheit ergeben, einzelne Eigentümlichkeiten hervorzuheben.

§ 2. Geschichtlicher Rückblick.⁴⁾ Die erste Anregung zur Verwendung des Eisens im Brückenbau scheint vor Ablauf des vorigen Jahrhunderts durch italienische und französische Baumeister gegeben zu sein, doch konnten diese ersten Versuche insoweit zu einem befriedigenden Ergebnisse nicht führen, als die Verarbeitung größerer Massen nicht möglich war und der Preis des Materials zugleich eine Mitbewerbung gegen Holz und Stein noch ausschloß. So kam es, daß ein erster allgemein bekannt gewordener Versuch, welcher bei Erbauung einer Bogenbrücke aus Gußeisen im Jahre 1755 zu Lyon eingeleitet war, mit Rücksicht auf die Kosten wieder aufgegeben wurde, nachdem bereits ein vollständiger Bogen auf dem Werkplatz zusammengestellt gewesen sein soll. Die ersten Ausführungen von Eisenbrücken haben wohl in England stattgefunden und zwar in jenem Landstriche, in welchem der Aufschwung der Kohlen- und Eisenindustrie die Herstellung besserer Verkehrswege forderte und zugleich die Überwindung der entgegenstehenden technischen Schwierigkeiten ermöglichte.

Es wird erzählt, daß der erste Anlaß von Bedeutung durch die Notwendigkeit der Herstellung einer festen Brücke über den Severn in der Nähe von Broseley als Ersatz einer unzureichenden Fähre gegeben wurde. Der Bau wurde gegen das Jahr 1776 von Abraham Darby, dem Haupteigentümer der ausgedehnten Eisenwerke von Coalbrookdale, aufgenommen und die mit einem gußeisernen Oberbau von 30,62 m Weite, 12,63 m Pfeilhöhe versehene Brücke im Jahre 1779 dem Verkehr übergeben. Ein jeder der fünf, in je 1,49 m Entfernung liegenden Hauptbogenträger besteht aus drei konzentrischen Ringen, von denen der innere, 210 mm stark, 130 mm breit, nahezu einen Halbkreis bildet und im Scheitel den zur Unterstützung der Bahn dienenden Langträger berührt. Unter diesem Langträger enden der mittlere und äußere Ring von 146 mm Stärke und Breite; weitere stabförmige Verbindungsteile sind in vertikaler und radialer Richtung vorhanden. Es ist noch heute von Interesse, das Urteil R. Stephenson's über dieses Bauwerk zu hören. „Wenn wir erwägen, daß die Anwendung des Gußeisens sich zu jener Zeit noch vollständig in ihrer Kindheit befand, so war der Bau einer Brücke von solchen Abmessungen zweifellos ein ebenso kühnes als außerordentliches Unternehmen und die Tüchtigkeit der Einzelheiten ist der Kühnheit des Entwurfes würdig.“

Der nächste und zugleich sehr kühne Entwurf einer Eisenbrücke, welcher zur allgemeineren Kenntnis gekommen ist, rührt von dem seiner Zeit durch seine Schicksale und seine politische Thätigkeit bekannten Thomas Paine her. Als im Jahre 1787 die Erbauung einer Brücke über den Shuylkill in Philadelphia zur Sprache kam, erbot sich Paine, den ein bewegtes Leben dorthin geführt, ohne Zagen zum Bau einer Brücke mit einer Öffnung von 120,0 m Weite. Demnächst legte er seinen Plan der Akademie der Wissenschaften in Paris vor und kehrte, ermuntert durch die günstigen Urteile der Sachverständigen, nach England zurück, um den Guß seiner Brücke zu Rotherham in Yorkshire bewirken zu lassen, während er zugleich (1788) ein Patent auf die Konstruktion erwarb. Die fertigen Träger wurden demnächst nach London verschifft und dort in einem Wirtsgarten öffentlich ausgestellt. Die beabsichtigte Überführung nach Amerika kam indessen nicht zu stande, und es scheint dem ruhelosen Manne, dessen Thätigkeit sich der Politik mehr zuwandte und dessen Lage infolge des Bankerottes seines Gönners Whiteside eine bedenkliche geworden war, auch nachmals nicht gelungen zu sein, eine eiserne Brücke zu erbauen. Dagegen hatte die in London ausgestellte Brücke einen wichtigen Erfolg, indem die Gießereibesitzer Walker zu Rotherham dieselbe als einen Teil ihres Guthabens zurücknahmen; hierdurch fanden die Materialien bei Erbauung der Brücke über den Wear bei Sunderland Verwendung. In den Einzelheiten scheinen Abweichungen von den Vorschlägen Paine's stattgefunden zu haben, im ganzen aber kam der Gedanke, die Hauptträger aus einzelnen kürzeren, den Steinen eines Gewölbes vergleichbaren Stücken herzustellen, zur Verwirklichung, sowie die Verwendung des Eisens bei einem Bauwerke von großer Weite und Kühnheit. Hauptsächlichliches Verdienst um den in den Jahren 1793 bis 1796 errichteten Bau erwarb sich Rowland Burdon, der als Mitglied der Kommission und des Parlaments

⁴⁾ Vergl. Kap. I, S. 9, 11, 19 u. 20.

die Angelegenheit eifrig förderte, während die Pläne von dem Ingenieur Thomas Wilson bearbeitet wurden. Die lichte Öffnung beträgt 73,15 m, der Pfeil des Bogens 10,36 m, die Kämpferlinie liegt 18,29 m, die Bahn etwa 29,00 m über dem Spiegel des Niederwassers. Sechs Hauptträger tragen die 9,85 m breite Bahn, und ein jeder Bogen besteht aus 125 Stücken von 0,61 m Länge, 1,524 m radialer Höhe. Jeder Teil besitzt drei konzentrische Rippen von 100 mm Stärke und zwei radiale Rippen von 76 mm Breite, 100 mm Stärke. Die Verbindung der Stücke geschieht durch sechs Flacheisen, welche zu beiden Seiten der konzentrischen Rippen in Nuten von 19 mm Tiefe und 76 mm Breite durchlaufen und an den Kreuzungsstellen der konzentrischen und radialen Teile durch Schraubenbolzen verbunden sind. Die Unterstützung der nach der Mitte stark steigenden Bahn geschieht in den Zwickeln durch Gußeisenringe von abnehmender Größe. Die schon bald nach dem Ausrüsten eintretenden Senkungen und seitlichen Ausweichungen gaben mehrfach zu Reparaturarbeiten Veranlassung und namentlich zur Herstellung eines besseren Querverbandes. Doch wurde der Zustand der Brücke schon zu Anfang dieses Jahrhunderts für sehr bedenklich erachtet.

Zur Zeit der Erbauung der vorgenannten Brücke fand auch durch Thomas Telford, einen der hervorragendsten und fruchtbarsten englischen Baumeister, der sich gleich vielen seiner Zeitgenossen vom einfachen Arbeiter durch Selbststudium emporgearbeitet hatte, die Erbauung von Eisenbrücken statt. Besonders bekannt ist hiervon die im Jahre 1796 über den Severn bei Buildwas errichtete Bogenbrücke geworden, deren Gußbogen in Coalbrookdale gegossen und ähnlich wie bei der dort erbauten Brücke aus stabartigen längeren Teilen zusammengesetzt sind. Die Rippen unter der Fahrbahn haben die Form eines flachen Kreisbogens von 39,624 m Weite, 5,182 m Pfeil, während jederseits der 5,486 m weiten Bahn noch ein starker, die ersten kreuzender Bogen liegt, dessen Kämpfer sich 3,048 m tiefer befindet und dessen Scheitel bei 10,363 Pfeilhöhe bis zur Oberfläche des Geländers reicht.

Neben diesen und anderen Erfolgen hatte man indessen in derselben Zeit auch Gelegenheit, Erfahrungen anderer Art zu sammeln, so bei einer Brücke über den Tame in Herfordshire, deren eiserner Oberbau sofort nach dem Ausrüsten in den Fluß stürzte.

Weiter bemerkenswert ist die Ende des Jahres 1801 oder mit Beginn von 1802 dem Verkehr übergebene Brücke über die Themse bei Staines, mit deren Erbauung der früher genannte Ingenieur Thomas Wilson beauftragt war. Die sechs Bogen der 55,16 m weiten Brücke, mit 5,03 m Pfeil, bestehen ähnlich denjenigen der Brücke bei Sunderland aus kürzeren Stücken von 1,100 Länge, mit zwei konzentrischen 150 mm breiten, 108 mm starken, durch vier radiale Stäbe verbundenen Rippen. Die Verbindung der einzelnen Bogenstücke geschieht indessen nicht durch in Seitennuten eingelegte und verschraubte Flacheisen, sondern durch Dübel, welche an den Fugen in zusammenpassende Löcher der aufeinanderfolgenden konzentrischen Rippen eingelegt und durch schmiedeiserne Vorstecker gehalten sind. An jeder Stosstelle sind die Hauptträger mittels gußeiserner Rahmen nach der Quere verbunden. Kurze Zeit nach der Eröffnung begannen die Bogen so erheblich zu sinken, daß der Verkehr eingestellt werden mußte. Trotz angeordneter Verstärkungen der Widerlager, deren Ausweichen diese Erscheinung zugeschrieben wurde, soll die Brücke nach mehreren fruchtlosen Reparaturen eingestürzt sein.

Noch vor Vollendung der vorgenannten wurde zu Yarm die Erbauung einer Brücke von denselben Abmessungen über den Tees begonnen, welche nach der Vollendung plötzlich einstürzte.

Diese und ähnliche Unglücksfälle von geringerer Bedeutung erschütterten allerdings das Vertrauen zu der Anwendung der Eisenbrücken, doch gaben solche Ereignisse andererseits Veranlassung zur Prüfung der Zweckmäßigkeit der allgemeinen Anordnung, der Einzelheiten und Widerlagerstärken, und diese Prüfung liefs erkennen, daß die Ursache des Mißlingens nicht in der Schwäche des Materiales, als vielmehr in einer un Zweckmäßigen Verwendung zu suchen sei.

In dieser Zeit erbaute John Rennie, welcher, geb. 1761, gest. 1821, als Sohn eines schottischen Bauern zunächst das Handwerk eines Mühlenbauers erlernt und betrieben und hierauf unter Leitung von Dr. Robison in Edinburg studiert, sowie die gewerbthätigen Bezirke Englands besucht hatte, seine erste Eisenbrücke über den Witham zu Boston in Lincolnshire. Diese im Jahre 1803 erbaute Brücke zeichnet sich durch besonders flachen Bogen, 1,676 m Pfeil bei 25,90 m Weite, aus. Die Bogen bestanden aus zwei konzentrischen, durch radiale Stäbe verbundenen Rippen und sollen beim Aufbringen des Pflasters vielfache Brüche eingetreten sein.

Zwei bemerkenswerte, gleichgestaltete Brücken von 30,48 m Weite bei 3,80 m Pfeil, 9,45 m Bahnbreite wurden in den Jahren 1805 und 1806 von den Gebrüdern Jessop in Bristol über den Avon erbaut. Jeder der sechs Hauptträger besteht aus zwei im Scheitel durch Flantschen und Bolzen verbundenen Teilen, welche in der Richtung des Radius 700 mm Höhe und 50 mm Stärke besitzen. 80 Durchbrechungen von 305 mm im Quadrat sind durch radiale, 76 mm breite Streifen getrennt. Es scheint, daß bei

diesen Brücken zum erstenmale die Widerlager mit geneigten Schichten unterhalb der Kämpfer zur Ausführung gelangten, eine Anordnung, welche in jener Zeit namentlich von Hutton empfohlen worden war.

Von den Bauwerken Telfords können hier noch die im Anfange dieses Jahrhunderts in Schottland erbauten Brücken bei Craig Ellachie und bei Bonar, mit Weiten von 45,72 m, bei 6,10 m Pfeil, genannt werden. Die Bogen bestanden hier aus fünf Stücken von 914 mm Höhe, 63 mm Stärke, derart durchbrochen, daß die zwischen den radialen und konzentrischen Teilen gebildeten Vierecke durch ein Diagonalkreuz ausgefüllt erscheinen.

Unter den vielfachen Entwürfen, welche in jener Zeit in Vorschlag kamen und von denen nur wenige zu einer allgemeinen Kenntnis gekommen sein mögen, verdient noch derjenige von Telford und Douglas vom Jahre 1799 Erwähnung, durch welchen beabsichtigt war, an Stelle der alten London-Brücke die Themse mit einem einzigen Bogen von 182,85 m Weite und 19,80 m Pfeilhöhe zu überdecken. Der Entwurf nimmt sechs Hauptträger mit sechs Ringen, von welchen die drei unteren konzentrischen eine Höhe von 2,44 m einnehmen, an. Diese Ringe sind durch radiale Rippen, 460 mm voneinander entfernt, verbunden, die drei übrigen Ringe sind nicht konzentrisch geführt und durch radiale Stäbe im doppelten Abstand (920 mm) verbunden. Zur Aussteifung der vorgenannten parallelen Hauptträger sind weitere sechs Träger vorhanden, von welchen vier die erstgenannten diagonal kreuzen und weitere zwei schräg von beiden Enden sich gegen die Stirn der äußersten parallelen lehnen.

Der Entwurf erfuhr mannigfache Angriffe und kam nicht zur Ausführung. Eine besondere Kommission des Hauses der Gemeinen hatte sich auch hiermit zu beschäftigen und dieselbe hörte die Ansichten einer größeren Anzahl hervorragender Theoretiker und Praktiker. Es ist interessant, aus dem erstatteten Berichte den Standpunkt des konstruktiven Wissens jener Zeit zu entnehmen. Unter den Befragten befanden sich: James Watt, John Rennie, Prof. Hutton, Robison, Playfair, die Ingenieure Jessop, Southern, Astronom Maskelyne u. a. Es mag hier, als von besonderem Interesse, angeführt werden, daß Prof. Robison es für zweckmäßig erachtete, um dem Einfluß der Senkung des Bogens unter der Belastung und der hierdurch möglichen Konzentration des Druckes in den oberen Teilen der mittleren Fuge zu begegnen, ein mittleres Schlufstück aus Schmiedeisen mit gekrümmten Fugen von 8 bis 9 m oder weniger Halbmesser einzuschalten. Dieser Gedanke kann als ein Vorläufer für die Anordnung von Gelenken angesehen werden.

Aus derselben Zeit (1801) rühren Vorschläge von J. Rennie her zur Überbrückung der Menaistraße im Interesse einer besseren Verbindung mit Irland. Die Brücke sollte einen mittleren gußeisernen Bogen von 137,16 m Weite und 45,12 m Scheitelhöhe über den höchsten Springfluten erhalten, an einer weiteren in Aussicht genommenen Stelle sollten sich Seitenöffnungen von 106,68 m Weite anschließen. Die Ausführung war nach einer im Jahre 1791 von J. Rennie entworfenen, 1794 an Dr. Hutton zur Begutachtung gegebenen Anordnung beabsichtigt. J. Rennie's Pläne wurden indessen für allzukühn und kostspielig erachtet und der Gegenstand ruhte durch Jahre. Im Jahre 1810 wurde eine Kommission zur Prüfung der Sachlage ernannt, als deren Berichterstatter Telford über die zweckmäßigste Überbrückung der Menaistraße und die Vervollständigung der Verbindung mit dem auf der Insel Anglesea gelegenen Hafen Holyhead sich zu äußern hatte. Auch Telford schlug in erster Linie eine gußeiserne Bogenbrücke mit einer Öffnung von 152,400 m Weite, 30,480 m Scheitelhöhe vor, wobei in höchst bemerkenswerter Weise das Lehrgerüst von auf den Pfeilern aufgestellten Rüstungen aus aufgehängt werden sollte. Auch dies Projekt wurde im Interesse der Schifffahrt verworfen und führten die weiteren Verhandlungen erst im Jahre 1819 zur Genehmigung der bekannten und von Telford an derselben Stelle erbauten Hängebrücke.

Schon bei verschiedenen der vorgenannten Konstruktionen erscheint eine Abänderung in der Detaillierung gegen die früheren Anordnungen, obwohl aus den vorhandenen Beschreibungen dies nicht vollkommen klar ersichtlich wird. Jedenfalls bereitete sich gegen das Ende des Jahrhunderts der Übergang vor zu der noch jetzt gebräuchlichen Verwendung von plattenförmigen Stücken mit I-förmigem Querschnitt, welche an den Stößen durch Flantschen und Bolzen verbunden sind.

Die Erfahrungen an den bis dahin ausgeführten Brücken hatten gezeigt, daß weder die Herstellung der gußeisernen Bogen aus längeren stabartigen Teilen, wie bei Coalbrookdale, noch diejenige aus kürzeren, den Steinen eines Gewölbes vergleichbaren Stücken, mit einer mehr oder weniger mangelhaften Ausfüllung der

Zwickel, der Natur der Aufgabe und des Materiales entspreche. Man mußte erkennen, daß namentlich unter dem Einfluß der Nutzlast bei dem verhältnismäßig geringeren Eigengewichte der Konstruktion ein genügender Widerstand der Bogen gegen Biegen erforderlich ist und dieser durch einen passenden I-förmigen Bogenquerschnitt, eventuell in Verbindung mit ausgesteiften Zwickeln erreicht werden kann.

Im Jahre 1797 erhielt John Nash ein Patent auf die Konstruktion der Bogen aus plattenförmigen Stücken; derselbe verfolgte außerdem den Gedanken, die Bogen aus Kästen mit einem Boden herzustellen, die untereinander verschraubt oder mit Kies oder Mörtel gefüllt werden sollten. Als hierher gehörig kann die in den Jahren 1811 bis 1816 in London erbaute Vauxhall-Brücke genannt werden. In größerem Maßstabe kam das erstgenannte Prinzip bei der von 1814 bis 1819 durch J. Rennie erbauten Southwark-Brücke zur Verwendung. Dieselbe besitzt eine Mittelöffnung von 73,152 m Weite, 7,315 m Pfeil und zwei Seitenöffnungen von je 64,008 m Weite, 5,640 m Pfeil. Acht Hauptträger unterstützen die 12,80 m breite Bahn, welche in der Mittelöffnung aus 70 mm starken, mit 140 mm breiten Flantschen versehenen, 7,315 m langen Gufsplatten bestehen, deren Höhe vom Scheitel (1,830 m) nach den Kämpfern (2,438 m) zunimmt. Die einzelnen Platten haben seitliche Flantschen und treten damit zwischen Vorsprünge der nach der Brückenbreite durchgehenden Querverbindungen. Alle Berührungsflächen sind sauber geschichtet; der Schluß ist durch eingesetzte Keile, bezw. Schraubenbolzen bewirkt. Die beiden äußeren Hauptträger haben nur auf der Innenseite Flantschen. Die Zwickel sind mit durchbrochenen, ein fachwerkartiges Stabsystem darstellenden Platten ausgefüllt, auf denen die Gufsplatten zur Unterstützung von Kiesbettung und Pflaster ruhen. Gegen Seitenbewegungen ist ein Diagonalverband vorhanden. Die ganze Ausführung geschah in der für Rennie charakteristischen, soliden und genauen Weise, namentlich auch bezüglich des aus dem besten Material, Sandstein und Granit, an den geeigneten Stellen mit geeigneten Schichten hergestellten Mauerwerkes. Als bemerkenswert ist noch hervorzuheben, daß die Bogen an den Kämpfern von durchgehenden gusseisernen Auflagerplatten unterstützt werden, welche 40 mm in den Stein eingelassen und unter einem jeden Hauptträger durch Keile unterstützt sind, indem ein keilförmiger, 460 mm weiter Ausschnitt in dem Auflagersteine sehr genau hergestellt und poliert ist, zur Aufnahme von drei gusseisernen Keilen von 2,750 m Länge, 153 mm Breite und 826 bezw. 500 mm Stärke. Nach Einsetzen der sämtlichen Keile an beiden Kämpfern wurden dieselben mit hölzernen Rammen sorgfältig und gleichförmig eingetrieben, sodafs fortschreitend hiermit die Bogen sich von den Montiergerüsten abhoben.

Zweifellos hat die Southwark-Brücke als ein kühnes und meisterhaft ausgeführtes Bauwerk einen maßgebenden Einfluß auf die späteren Ausführungen gehabt. In der Folge wurde die Einschaltung der Querverbindungen zwischen die Stöße der einzelnen Teile der Hauptbogen aufgegeben und in der Regel der für Gufseisen richtige Grundsatz befolgt, die zur Verbindung dienenden Flantschen nicht in ihrer vollen Fläche, sondern vermittels sogenannter Arbeitsleisten an bestimmten und entsprechenden Stellen durch genau eben hergestellte Flächenstreifen in Verbindung treten zu lassen und auf diese Weise eine sichere und richtige Druckübertragung zu bewirken. Weiter trat die einfache Verbindung mit Schraubenbolzen an die Stelle der vordem vielfach angewandten Zapfen, Keile, Schwalbenschwänze u. s. w. Mit einem Worte, es wurden die Regeln durchgeführt, welche im Laufe der Zeit sich als zweckmäßig erwiesen und auch heute noch im Maschinen- und Brückenbau für Gufseisenkonstruktionen gültig sind, während gleichzeitig die Rücksichten, welche bei der Auswahl und dem Mischungsverhältnis des Materiales, in Bezug auf die Lage der Teile in der Form und ihre Abkühlung, die Vermeidung starker Wechsel in den Stärken, bezw. die Herstellung sanfter Übergänge zu nehmen sind, entsprechende Beachtung fanden. Die Befolgung dieser Maßregeln, welche gleiche Sachkenntnis und Sorgfalt bei dem Entwurfe, wie bei der Ausführung verlangen, beugt soweit als möglich den ungünstigen Erfahrungen vor, welche in manchen Fällen mit Konstruktionen aus Gufseisen gemacht werden und nicht sowohl einer fehlerhaften Verwendung des Materiales an ungeeigneten Stellen, als Verstößen gegen jene Regeln zuzuschreiben sind.

Die geschichtliche Entwicklung der Bogenbrücken aus Schmiedeeisen und Stahl soll nur in ihren Grundzügen vorgeführt werden, weil derartige Bauwerke der neueren Zeit angehören.

Obwohl schon im Anfange dieses Jahrhunderts Schmiedeeisen auch zur Herstellung von Bogenbrücken Verwendung gefunden oder dafür in Vorschlag gekommen war, wie unter anderem durch Bruyère bei der Erbauung einer 12,0 m weiten Leinpfadbrücke über den Crou bei St. Denis und bei dem Entwürfe für eine 130,0 m weite Brücke über die Seine in der Achse des Invalidenhauses zu Paris, so entwickelte sich diese Verwendung doch erst mit dem Beginne der fünfziger Jahre. Etwa gleichzeitig mit der Erbauung der Brücke über die Ardèche bei St. Just und der bekannteren, 80,0 m weiten Arcole-Brücke über die Seine in Paris, beide von Oudry entworfen, soll im Jahre 1853 von Stehlin⁵⁾ der Entwurf einer Bogenbrücke über die Sitter vorgelegt und dieser die Anregung zur Anordnung von schmiedeisernen Bogen bei der Brücke über die Aare bei Olten durch Etzel geworden sein. Von da an fand die Verwendung der Bogenträger stetig fortschreitend statt, während gleichzeitig die Theorie entsprechend ausgebildet wurde. Hinsichtlich des Systems waren die ersten Bogenträger im wesentlichen steife Blechbogen mit festen Enden oder Blechbogen mit ausgesteiften Zwickeln. Doch findet sich schon im Jahre 1858, unter anderem bei der Eisenbahnbrücke über den Kanal St. Denis, sowie bei der von Fowler erbauten Brücke über die Themse bei Pimlico die Anordnung von Kämpfergelenken, auch kommt in derselben Zeit ein drittes Gelenk im Scheitel in Vorschlag und, vom Jahre 1864 an, bei einer Reihe von Strafsen- und Eisenbahnbrücken zur Ausführung. Von Bedeutung für die Entwicklung des Baues von Bogenbrücken wurde die in den Jahren 1861 bis 1864 errichtete Brücke über den Rhein bei Koblenz, T. VIII, F. 7 bis 12, ein in Bezug auf die theoretische und konstruktive Durcharbeitung, wie in ästhetischer Hinsicht hervorragendes Bauwerk. Hierbei trat der Bogenfachwerkträger mit Kämpfergelenken auf, eine Anordnung, welche seitdem mit Vorliebe angewendet wird und in Bezug auf die konstruktive Anordnung eine weitere Ausbildung bei der zweiten, stromaufwärts gelegenen Brücke, T. IX, F. 1 bis 10, in Bezug auf die Formgebung in der Brücke über den Douro bei Oporto, T. X, F. 1 bis 5, erfahren hat. Gegenüber den früheren Bestrebungen zur Verwendung von drei Gelenken macht sich neuerdings eine gewisse Zurückhaltung bemerklich, während es andererseits nicht an Versuchen fehlt, die bei Anordnung eines dritten Gelenkes befürchteten Nachteile zu beseitigen, vergl. § 7. Bogenfachwerk mit festen Enden zeigt u. a. die von Eads erbaute Brücke über den Mississippi bei St. Louis, T. VII, F. 1 bis 15, ein durch Kühnheit des Entwurfes und Originalität der Ausführung hervorragendes Bauwerk, bei welchem zugleich in ausgedehntem Maße Stahl als Konstruktionsmaterial zur Verwendung gekommen ist. Neuerdings hat die Verwendung des Stahles bei einer Reihe von Entwürfen zu Brücken mit großen Stützweiten, u. a. über den Bosphorus, die Themse in London u. s. w., weitere Empfehlung gefunden.

§ 3. Bogenträger aus Gußeisen. Gußeisenbogen sind in England bei Brücken im Zuge von Strafsen, Kanälen und selbst von Eisenbahnen bis in die neueste Zeit nicht selten angewendet. Auch in anderen Ländern, namentlich in Frankreich, wurden im Laufe dieses Jahrhunderts Gußeisenbrücken fortwährend zur Ausführung gebracht, während in Deutschland das Gußeisen überhaupt in geringerem Maße und seit der

⁵⁾ Empfehlung von Schmiedeeisen zur Verwendung bei Bogenbrücken. Projekt zur Brücke über die Sitter bei St. Gallen. Allg. Bauz. 1855, S. 111.

Mitte des Jahrhunderts nur in vereinzelt Fällen zur Verwendung gekommen ist. Für den Bau von Eisenbahnbrücken schloß die technischen Vereinbarungen des Vereins deutscher Eisenbahnverwaltungen dies Material überhaupt aus. Mit Rücksicht auf den zur Verfügung stehenden Raum erscheint es nicht zulässig, eine ausführliche Besprechung der zur Veröffentlichung gelangten Gußeisen-Bogenbrücken eintreten zu lassen. Eine solche würde sich zudem auf eine schematische Zusammenstellung des Materiales zu beschränken haben und es kann in dieser Beziehung auf das am Schlusse folgende Litteraturverzeichnis verwiesen werden, nachdem in § 2 die erste Entwicklung bis zu dem Eintritt noch heute gültiger Gesichtspunkte verfolgt worden ist.

Ergänzend sei indessen hervorgehoben, daß zuerst durch Reichenbach in Deutschland und hiernach in erheblicherem Maße durch Polonceau in Frankreich die Anordnung eines ringförmigen Querschnittes für die Hauptträger empfohlen bzw. zur Ausführung gebracht wurde. In Deutschland fand der kreisringförmige Querschnitt unter Anwendung von kurzen, durch Flanschen und Bolzen verbundenen Bogenstücken bei einigen kleineren Brücken Verwendung. Polonceau benutzte einen elliptisch-ringförmigen Querschnitt. Von den Ausführungen ist besonders die Caroussel-Brücke in Paris bekannt geworden, bei welcher ein in vertikaler Richtung aus zwei Hälften bestehender Gußbogen einen inneren Holzkern umschloß.

Von weiteren Anordnungen ist noch auf die Herstellung von Gelenken zu verweisen. Während gemeinhin die Bogenträger mit festen Enden, durch Vermittelung von Keilen, sich gegen die Auflagerstühle stützen, ist bei einigen neueren Straßenbrücken, sowohl an den Kämpfern, wie im Scheitel der Gußbogen die Übertragung des Druckes durch cylindrische Bolzen vermittelt. So bei der von Hermann erbauten Radetzky-Brücke zu Laibach und der Stieger-Brücke über die Wien in Wien, sowie bei einigen durch Gérardin zur Ausführung gekommenen Wegbrücken, vergl. T. VI, F. 14 bis 19. Auch bei mehreren englischen Brücken stützen sich die halbkreisförmig abgerundeten Bogenenden an den Kämpfern gegen entsprechend bearbeitete Auflagerschuhe. Es fand sich diese Anordnung bereits in dem Projekte Stephenson's (1844) für eine gußeiserne Überbrückung der Menaistrafse. Ausführungen geben die von Fowler auf der Severnthal-Bahn zwischen Shrewsbury und Bewdley erbauten Brücken. Bei diesen letzteren ist die Beobachtung gemacht, daß eine Bewegung der cylindrischen Lagerflächen gegeneinander nicht stattfindet.

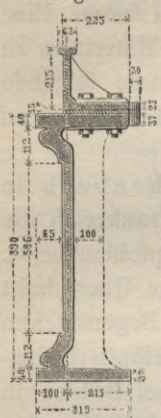
Was die allgemeine Anordnung anlangt, so werden in der Regel eine größere Anzahl einander naheliegender Bogenträger zur Unterstützung der Bahn verwandt, und diese letztere, vielfach unter Verwendung von gußeisernen Platten oder Ziegelgewölben, welche die Zwischenräume der Hauptträger überdecken, so steif hergestellt, daß sie zugleich die Stelle eines horizontalen Windverbandes vertritt. Bei kleineren Objekten genügen dann für die weitere Aussteifung vertikale Querverbindungen in den Zwickeln, bzw. radial gerichtete zwischen den Bogen, bei größeren Weiten ist die Anordnung eines Kreuzverbandes zwischen den Bogen erforderlich. Für die Herstellung der Querverbände ist neuerdings mehrfach Schmiedeeisen verwandt, nachdem die Erfahrung gezeigt, daß Verbände aus Gußeisen infolge der alternierenden Beanspruchungen sehr leicht und vielfach zu Brüchen Veranlassung geben.

Beispiele: 1. Sully-Brücken über die Seine in Paris, T. VI, F. 1 bis 13.

In der Richtung des Boulevard Henry IV führen die Sully-Brücken am oberen Kopfe der Insel St. Louis über die durch diese Insel getrennten Seine-Arme. Die Brücken sind rechts bzw. links schief, F. 3, die Breite der Bahn beträgt zwischen den Geländermitten 20 m (12 m Fahrbahn, je 4 m Trottoir)

und steigt bei beiden Brücken mit 1,5% von den Ufern nach der Brückenmitte. Die Schiefe der Brücke über den Hauptarm ist $51^{\circ}9'45''$ und diese Brücke besitzt drei mit Gufseisenbogen überdeckte Öffnungen, deren Anordnung so getroffen ist, daß die Horizontalschübe bei permanenter Last einander gleich sind. In der Richtung der Brückenachse gemessen beträgt die Weite der Seitenöffnungen 46,354 m bei 4,881 m

Fig. 2.



Pfeilhöhe, der Mittelöffnung 49,564 m bei 5,659 m Pfeilhöhe. Die Brücke über den Seitenarm hat eine Schiefe von $66^{\circ}26'0''$ und besteht aus einer Mittelöffnung, F. 2, von 42,276 m Weite, 5,447 m Pfeilhöhe und zwei halbkreisförmig überwölbten Seitenöffnungen von 15,35 m Weite.

Die eisernen Oberbauten einer jeden Öffnung bestehen aus 11 Hauptträgern, welche in Entfernungen von 2,0 m voneinander angeordnet sind, s. F. 1, T. VI. Die mittleren haben I-förmigen Querschnitt, F. 7^b, bei den Stirnbogen treten die Flantschen nach innen vor; auf der Außenseite ist der Träger mit Profilen gesäumt, Fig. 2. Sämtliche Bogen haben im Scheitel eine Höhe von nur 60 cm, an den Kämpfern eine solche von 90 cm. Sie bestehen aus gleichlangen Stücken, deren centrale Fugen gehobelt und durch Bolzen von 40 bis 45 mm miteinander verbunden sind.

Die Auflagerplatten der Bogen, F. 13, ruhen vermittels Bleiplatten von 3 mm Stärke auf den Auflagersteinen und sind auf denselben durch 45 mm starke Bolzen befestigt. Der für die Aufkeilung zwischen Bogen und Stühlen verbleibende Raum ist 40 mm, die vier 68 mm breiten Stahlkeile liegen in gehobelten Einschnitten von 70 mm Breite. Sie haben eine Steigung von 22 mm auf den Meter und eine mittlere Tiefe von 6,5 mm. Die Pressungen für die Auflagersteine wurden im Hauptarm zu 24,5 bis 30,8 kg f. d. qcm, im Seitenarm zu 18,2 bis 22,9 kg ermittelt.

Die Zwickel, F. 7^a, sind mit gufseisernen Platten gefüllt, deren Aussparungen dieselben als eine Reihe von vertikalen Pfosten erscheinen lassen. Diese Füllungen ruhen durch Vermittelung von Keilen, mit einem Zwischenraum von 15 mm auf den Bogen. Die Verbindung der Teile mit diesem und unter sich erfolgt durch 25 mm Bolzen. Die vertikalen Fugen stützen sich mit Arbeitsleisten gegeneinander, im übrigen sind die Fugen, sowie der Raum zwischen Füllung und Bogen mit Rostkitt ausgefüllt.

Die Querträger, welche die zur Unterstützung der Fahrbahn und Trottoire bestimmten Gewölbe tragen, werden durch I-förmige Walzbalken gebildet. Dieselben liegen im Hauptarm über den senkrechten Teilen der Zwickelfüllung normal zur Brückenachse; der Anschluß an die Pfeiler ist nach F. 11 bewirkt. Die Verbindung zwischen Bogen und Querträger geschieht nach F. 4 u. 5, indem der letztere auf einem unteren Angufs aufrucht und gegen diesen durch einen oberen Keil gepreßt wird, während die Verschraubung unter Zuhilfenahme von schmiedeisernen Winkeln erfolgt. Die Trottoir-Querträger liegen auf den Hauptträgern, F. 1 u. 5. In der Brücke des Nebenarmes liegen die Querträger parallel zu den Pfeilern und die Bahngewölbe sind schief.

Der Horizontalverband zwischen den Bogen ist nach F. 9 u. 12 angeordnet und aus C-Eisen gebildet. Weitere Querverbindungen sind vermittels Anschlußplatten, welche zwischen den Stößen der Zwickelfüllungen liegen, nach F. 10, 6 u. 7, angebracht. Dieselben bestehen, ähnlich wie bei der Brücke von Grenelle, aus Schmiedeisen.

Die Fahrbahn ist mit einem Zwischenraum gegen das Pfeilermauerwerk angeschlossen, indem die Enden der oberen Horizontalbalken vermittels gufseiserner Unterlagsplatten, F. 7^c, seitlich gehalten und durch einen parallel zum Pfeiler gelegten Querträger, F. 11, verbunden sind. Auf diesen letzteren ist ein den Raum zwischen Mauerwerk und Bahn überdeckendes Blech befestigt. Die Fahrbahngewölbe, welche im Hauptarm 1,492 m Weite, bei 0,247 m Pfeilhöhe besitzen, sind von Backsteinen 11 cm stark hergestellt. Die Zwickel dieser Gewölbe sind mit Beton und die wasserdichte Abgleichung der für die Abwässerung mit Gefälle von 0,012 bis 0,015 f. d. m hergerichteten Oberfläche durch eine 10 mm starke Asphalttschicht bewirkt. Für den Wasserabfluß dienen kleine, durch die Gewölbe gehende Steingutröhren.

Die statische Berechnung geschah nach den Formeln von Bresse; hierbei wurde der Querschnitt konstant, die permanente Last für den Hauptarm zu 1600 kg, für den Nebenarm zu 1500 kg f. d. qm angenommen, die Verkehrslast mit 400 kg f. d. qm in Rechnung gebracht. In Wirklichkeit ist der Querschnitt der in der Höhe vom Scheitel nach den Kämpfern zunehmenden Bogen dadurch konstant gehalten, daß die Flantschenstärken sich vermindern. Die Stirnbogen sind, ihrer geringeren Belastung entsprechend, schwächer als die Mittelträger gehalten. Abgesehen von den durch Temperaturveränderung eintretenden Spannungen sollen die durch die permanente, bzw. totale Last hervorgerufenen Beanspruchungen 4 bzw. 5 kg f. d. qmm betragen, bei einseitiger Belastung der halben Brückenöffnungen mit 400 kg f. d. qm ist die Druckspannung auf 8 kg, die Zugspannung zu 1,261 kg für den im Viertel der Weite ge-

legenen Querschnitt ermittelt. Für rollende Last (vierrädrige Wagen von 16000 kg oder zweirädrige von 11000 kg in möglichst großer Anzahl) sind nur die Horizontalschübe berechnet und es ist konstatiert worden, daß sich dieselben geringer als bei gleichförmiger Last ergeben. Außer der totalen und einer einseitigen Belastung der halben Brückenöffnung fand die Probelastung noch mit zweirädrigen Wagen von je 11000 kg Gewicht statt, von denen ein jeder mit 5 Pferden bespannt war. Es wurden 9 Wagen in 3 Reihen geordnet, welche zunächst die Brücke in bestimmten Linien passierten, darauf $\frac{1}{2}$ Stunde auf einer Öffnung hielten und weiter fuhren. In F. 8, T. VI, sind entsprechende Diagramme dargestellt, welche von einem, die Durchbiegungen im dreifachen Maße der natürlichen Länge aufzeichnenden Registrier-Apparate entnommen wurden.

In der nachstehenden Tabelle sind noch die Gewichte für die Eisenkonstruktion der mittleren Öffnung im Hauptarm zusammengestellt.

Weite 49,564 m Pfeilhöhe 5,659 m.	Gewicht kg		
	im ganzen.	f. d. qm Fahr- bahn.	in %.
Auflagerplatten	13342,20	13,05	2,34
Bogen	292088,90	285,67	51,22
Zwickel	135153,40	132,18	23,70
Querverbände der Bogen	27821,80	27,21	4,88
Querverbände der Zwickel	16453,80	16,09	2,89
Fahrbahnträger	37579,20	36,75	6,59
Hauptgesims	31124,00	30,44	5,46
Geländer	16638,80	16,27	2,90
Im ganzen	570202,00	557,66	100,00

2. Gérardin hat bei den Arbeiten zur Speisung des Kanales von der Marne nach der Aisne 10 Überführungen unter Anwendung von Gufseisenbogen mit drei Gelenken hergestellt, namentlich in solchen Fällen, in welchen dieselben in der Ausführung billiger als schmiedeiserne Träger waren. F. 14 bis 19, T. VI, stellen ein derartiges Bauwerk dar. Die Brücken bestehen aus zwei parallelen Bogen, welche die aus Backsteinen hergestellten Fahrbahngewölbe mittels gufseiserner Querträger unterstützen, während die Trottoire auf Konsolen ausgekragt sind, F. 15, 17 u. 18. An den Enden ruhen die Querträger auf Angüssen der Hauptbogen, sodafs die Verbindungsbolzen nur zur Befestigung, nicht zum Tragen dienen. Für die Wahl von gufseisernen Querträgern war die Überlegung maßgebend, daß das Gufseisen dem Einflusse des Rostens an dieser Stelle weniger unterliegt als das Schmiedeisen.

Bei der Berechnung wurde die Wirkung des Eigengewichtes und 1. einer totalen Belastung, 2. einer Belastung der Hälfte der Weite, 3. einer Belastung durch eine Einzellast von 6000 kg in der Mitte berücksichtigt und das Eigengewicht mit 1700 kg für jeden Bogen, die stetige Last für die Bahn mit 400 kg, für die Trottoire mit 200 kg (pro qm) berechnet.

Die schmiedeisernen Gelenkbolzen haben 7 cm Durchmesser und sind abgedreht. Der Scheitelbolzen hat 10 cm Länge und die Berechnung der Inanspruchnahme nach dem Querschnitte (= 70 qcm) ergibt Beanspruchungen von 4,66; 6,58; 5,60 und 7,20 kg für die obengenannten Belastungsfälle. Die Bolzen an den Kämpfern sind 20 cm lang.

Die Auflagerstühle, F. 19, bestehen aus einem festen und einem beweglichen Teile, während eine Regulierung durch zwei Paar sorgfältig bearbeitete Stahlkeile vorgenommen werden kann. Der Druck auf das Mauerwerk ist zu 14,9 kg f. d. qcm berechnet. Die Gewichte betragen: an Gufseisen 12116 kg, Bolzen 121 kg, Geländer 582 kg.

§ 4. Systeme der Bogenträger. Die zur Ausführung gekommenen Bogenträger können nach drei Gruppen geordnet werden:

1. Bogen mit festen (eingespannten) Enden.
2. Bogen mit Kämpfergelenken.
3. Bogen mit drei Gelenken.

Die verschiedenen Anordnungen innerhalb dieser Gruppen, welche sich entwickelt haben, seit für die Bogenbrücken vorzugsweise Schmiedeisen verwendet wird, ergeben sich auf Grund einer Bezugnahme auf die geometrische Form der Aussteifungskonstruktion; hierbei ist zu unterscheiden:

1. Die Aussteifung des an sich schlaffen Bogens wird durch besondere Träger bewirkt, welche ganz vom Bogen getrennt sind;
2. Der Bogen wird an und für sich entsprechend steif angeordnet.

In letzterem Falle können wieder verschiedene Anordnungen dadurch erzielt werden, dafs entweder

- a. die Begrenzungslinien des Bogenträgers, die Gurtungen, zur gekrümmten Bogenachse parallel oder mehr weniger symmetrisch laufen, oder dafs
- b. nur die eine Begrenzung, welche durch die untere Gurtung gebildet wird, nach der Bogenform gestaltet wird, während die obere Gurtung mit der Fahrbahn zusammenfällt, wodurch die sogen. „Bogen mit ausgesteiften Zwickeln“ erhalten werden, endlich
- c. dadurch, dafs man die Bogenform weder im Untergurte noch im Obergurte zum Ausdrucke bringt, sondern diese Begrenzungen nach gebrochenen geraden Linien anordnet, wodurch der Träger mehr den Charakter eines ausgesteiften Sprengwerkes erhält.

Fig. 3. M. 1:1000.



Beispiele für die letztere, übrigens nur selten angewandte Anordnung sind: Der Blauw-Krantz-Viadukt in Kapland (Fig. 3) und die Brücke über den Matina-River in Costarica.

Die Versteifungsträger der schlaffen Bögen, sowie auch die steifen Bögen selbst können mit voller oder gegliederter Wand hergestellt werden, wonach für eine jede der vorgenannten drei Gruppen vier Arten, nämlich 1, 2a., 2b. und 2c. mit den Unterabteilungen nach voller oder gegliederter Wand sich ergeben. Hiervon haben aber einige Anordnungen keine praktische Bedeutung, sodafs man die Unterscheidung auf die folgenden Systeme beschränken kann:

I. Schlaffer Bogen mit einem geraden Balken (Blech- oder Gitterträger) als Versteifung. Letzterer kann entweder über dem Bogen angebracht sein oder derart, dafs seine Achse mit der Bogensehne zusammenfällt und derselbe gleichzeitig zur Aufnahme des Horizontalschubes dient. Hierfür besteht nur ein einziges ausgeführtes Beispiel: die Brücke über die Mur in Graz mit einem Bogen von 67 m Stützweite und 10 m Pfeilhöhe. Der Bogen ist an seinen Enden, ähnlich wie die obere Gurtung der Wechsel-Brücke bei Thorn, in zwei Teile gespalten, welche je mit der oberen bezw. unteren Gurtung des 3,5 m hohen, in der Bogensehne gelegenen Fachwerkträgers mit parallelen Gurten in Verbindung treten. In ähnlicher Weise könnten bei einem Bogen mit Kämpfergelenken die Gelenke durch einen Träger mit parallelen, an den Enden entsprechend zusammengeführten Gurtungen verbunden werden.

Der schlaaffe Bogen wird in den Kämpfern wohl immer gelenkförmig gelagert angenommen werden können, desgleichen wird auch der Versteifungsbalken mit seinen Enden frei aufliegend angeordnet, sodafs von dem System mit fester Einspannung abzusehen ist und hier nur zwei Anordnungen zu unterscheiden sind, nämlich

- a. der Versteifungsträger ist nicht unterbrochen und
- b. er besteht aus zwei in der Trägemitte durch ein Gelenk verbundenen Hälften.

Die Theorie dieser Trägersysteme wurde im Kap. XII in den §§ 5 bis 8 gegeben.

II. Steife Bögen mit eingespannten Enden bezw. ohne Gelenk. Dieselben werden entweder

- a. als Blechbogen (T. VIII, F. 14) oder
- b. als Bogenfachwerke ausgeführt.

Letzteres geschieht jetzt wohl nur nach der Anordnung 2a., welche durch die Mississippi-Brücke bei St. Louis (T. VII, F. 1 bis 15), durch die Schwarzwasser- und Kirchenfeld-Brücke im Kanton Bern u. a. repräsentiert ist. Hierzu treten dann noch

- c. die Bögen mit ausgefachten Zwickeln, welche jedoch nur dann als „eingespannt“ anzusehen sind, wenn der Untergurt selbst durch einen hohen steifen Blechbogen gebildet wird (T. VII, F. 16 bis 20), oder wenn etwa der Obergurt verankert wird (Arcole-Brücke in Paris).

Es sind aber diese eingespannten Bogen mit Zwickelausfachtung wegen der Schwierigkeit einer halbwegs genauen Berechnung und wegen des bedeutenden Einflusses der Temperaturänderungen als unrationelle Konstruktionen zu bezeichnen.

III. Bogen mit Kämpfergelenken, welche sich wieder in vier Anordnungen gliedern:

- a. Blechbogen (T. VIII, F. 13, Erdre-Viadukt, Blackfriars-Brücke u. a.),
- b. Fachwerksbogen mit parallelen Gurtungen (T. VIII, F. 7 bis 12; T. IX, F. 1 bis 10),
- c. Fachwerks-Sichelbogen (T. X, F. 1 bis 5) und
- d. Fachwerksbogen mit ausgesteiften Zwickeln.

Letztere haben die Auflager des bogenförmigen Untergurtes entweder wirklich als Gelenk ausgebildet (T. VIII, F. 1 bis 5, 15 u. 16) oder bei geringer Höhe des Bogengurtes erscheint es auch zulässig, die Kämpfergelenke durch eine ebene Auflagerung zu ersetzen, s. T. IX, F. 11 bis 13.

IV. Bögen mit Kämpfer- und Scheitelgelenken werden ausgeführt

Fig. 4. M. 1:300.



- a. als Blechbögen,
- b. als Fachwerksbögen und zwar dann meist mit mehr oder weniger sichelförmiger Gestalt der beiden im Scheitel verbundenen Bogenhälften, s. Fig. 4^c),

- c. als Bogenfachwerke mit ausgesteiften Zwickeln (T. X, F. 6 bis 10 und F. 11 bis 15). Auch hier findet man das Kämpfergelenk bei schmalen Gurte durch ein ebenes Auflager ersetzt, s. T. X, F. 18.

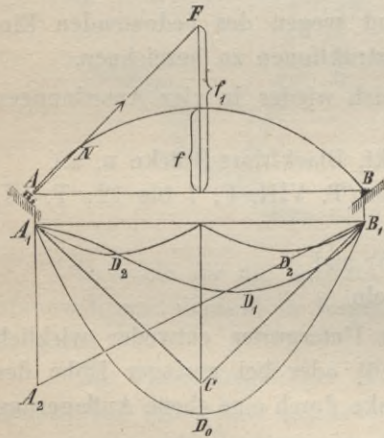
^c) Für diese Figur ist die Zeichnung einer von Häsel erbaute n Fufsgängerbrücke (s. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1888, S. 153) benutzt.

V. Die oben unter 2 c. erwähnten Stützbrücken oder ausgesteiften Sprengwerke, welche, obwohl sie nicht die Bogenform zum Ausdrucke bringen, doch wegen der übereinstimmenden statischen Wirkungsweise den Bogenbrücken anzureihen sind. Dieselben können entweder mit einem Scheitelgelenke (Matina-River-Brücke) oder ohne ein solches (Blauw-Krantz-Viadukt) konstruiert werden.

Man hat noch eine Anzahl von Anordnungen zur Anwendung empfohlen, welche wegen des Auftretens horizontaler Auflagerkräfte als noch hierher gehörig zu betrachten sind, und von welchen ein Teil darauf beruht, daß entweder die Richtung des einen Auflagerdruckes oder die Größe des Horizontalschubes konstant gehalten wird. Derartige Träger, welche in ihrer äußeren Form mit den gebräuchlichen Systemen der Balkenträger übereinstimmen können, werden Träger mit schräger Auflagerung bzw. Träger mit konstantem Horizontalschub genannt. Der erstere Träger entsteht aus demjenigen mit drei Gelenken, indem das dritte Gelenk in der Nähe des einen Kämpfergelenkes angebracht bzw. daselbst ein schräges Rollenlager angeordnet wird, und damit dem einen Auflagerdruck die Richtung der Verbindungslinie der benachbarten Gelenke bzw. der Normalen zur Auflagerbahn, somit eine konstante Richtung angewiesen wird. Besitzt ein solcher Träger eine horizontale Gurtung, so wird durch die schräge Auflagerung, gegenüber einem Balkenträger von gleicher Form, nur eine Verschiedenheit in den Spannungen bzw. dem Gewichte dieser Gurtung bewirkt und hierdurch eine Verminderung des Materialaufwandes herbeigeführt.

Zum Vergleiche mag die Fig. 5 dienen, in welcher $A_2 B_1$ die Einflußlinie des Horizontalschubes für den Träger mit schräger Auflagerung, $A_1 C B_1$ jene für den Dreigelenkbogen, ferner $A_1 D_0 B_1$ die größten Biegemomente unter einer gleichförmig verteilten Belastung für den Balkenträger, $A_1 D_1 B_1$ jene auf die Bogenachse bezogen für den Träger mit schräger Auflagerung, und $A_1 D_2 C_1 D_2 B_1$ jene für den Dreigelenkbogen darstellt. Die Momente für den schräg gelagerten Träger berechnen sich bei parabolischer Bogenachse aus

Fig. 5.



$$M_{\max} = \frac{1}{2} p x (l - x) \frac{f_1 l - 2f(l - x)}{2fx + f_1 l}$$

$$M_{\min} = -2p \frac{x^2(l - x)}{2fx + f_1 l} \cdot \frac{f^2}{f_1}$$

worin f_1 die Höhe des Punktes F über der Bogensehne bezeichnet, in welchem die Normale zur Auflagerbahn die Mittellinie schneidet. Die Formeln gelten für die Bogenpunkte zwischen N und B . Für $f_1 = 2f$, welcher Fall auch der Darstellung in Fig. 5 zu Grunde liegt, wird $M_{\max} = -M_{\min}$; es stehen in jedem Querschnitt gleich große positive und negative Biegemomente und das größte Moment tritt auf bei $x = 0,618l$ und

wird $\pm 0,045 p l^2$. Der horizontale Gurt des schräg und zwar normal zum Bogen aufgelagerten Parabelträgers erfordert hiernach theoretisch nur 32% von der Materialmenge des Gurtes bei horizontaler Auflagerung. Es ist jedoch hervorzuheben, daß diese Materialersparnis sich wesentlich geringer ergibt, wenn die Bestimmung der Querschnitte auf Grund der nach den Versuchen von Wöhler entwickelten empirischen Formeln, anstatt unter Verwendung einer im wesentlichen konstanten zulässigen Inanspruchnahme erfolgt. Seien P_g und P_v die Beanspruchungen der unteren Gurtung eines Balkenträgers durch Eigengewicht und Nutzlast, so wäre die zulässige Inanspruchnahme s bei Benutzung der Launhardt-Weyrauch'schen Formel für einen horizontal gelagerten Träger, für den etwa $P_g = P_v$ ist, mit $s = 1000 \text{ kg}$ anzunehmen, wogegen sich für den oben betrachteten schräg aufgelagerten Parabelträger mit $P_g = 0$ und $P_{\max} = -P_{\min} s = 400 \text{ kg}$ ergeben würde. Die Materialmengen der horizontalen Gurte beider Träger würden alsdann nicht in dem Verhältnis wie 100:32, sondern wie 100:80 stehen.

Ähnliches gilt für jene Träger, bei welchen ein konstanter Horizontalschub angebracht wird, vergl. Kap. IX. Wird dieser Horizontalschub gleich der Eigengewichtsspannung gemacht und ist letztere etwa gleich der Spannung durch die Verkehrslast, so würde bei gleicher zulässiger Inanspruchnahme der Querschnitt des horizontalen Gurtes durch die Anbringung des Horizontalschubes um die Hälfte verringert. Rechnet man jedoch die Querschnitte nach Launhardt-Weyrauch, so beträgt die Ersparnis nur 40%.

Wird bei einem an und für sich steifen, mit horizontalem Zugband versehenen Bogenträger ein konstanter Horizontalschub angebracht, so ist bei der Berechnung noch zu berücksichtigen, daß bei eintretender Mehrbelastung, infolge der Inanspruchnahme des Zugbandes eine Vergrößerung der Stützweite eintritt. Für flache Bogenträger mit parabelförmiger Achse würde beispielsweise Gleichung 217, Kap. XII, S. 67, zu benutzen sein. Bedeuten H_g den konstanten, dem Eigengewichte des unverschieblichen Bogens entsprechenden Horizontalschub, H_q den einer Belastung durch Eigengewicht und beliebige Verkehrslast entsprechenden Horizontalschub, F den Querschnitt des Bogenträgers, F_1 denjenigen des horizontalen Zugbandes, so ist:

$$\Delta l = \frac{(H_q - H_g) l}{E F_1},$$

und mit Aufserachtlassung der Temperaturwirkung

$$H_q = -\frac{15}{8} \frac{E J_0}{f f^3} \frac{\Delta l}{l} + H_g + \frac{5}{8} \frac{l}{f} \sum_0^l G \frac{\xi}{l} \left(\frac{\xi^3}{l^3} - 2 \frac{\xi^2}{l^2} + 1 \right)$$

und hieraus

$$H_q = H_g + \frac{5}{8} \frac{l}{f^3 + \frac{15}{8} \frac{J_0}{F_1 f}} \sum G \frac{\xi}{l} \left(\frac{\xi^3}{l^3} - 2 \frac{\xi^2}{l^2} + 1 \right),$$

wobei f^3 durch Gl. 218 bestimmt ist.

Der der Verkehrslast entsprechende Horizontalschub $H_q - H_g$ ergibt sich hiernach gerade so, als sei dieselbe allein bei einem Bogen mit dem Zugbande vom Querschnitte F_1 vorhanden.

Für diejenigen Fälle, in welchen die Zwischenpfeiler einem Horizontalschube nicht ausgesetzt werden sollen, können Bogenträger zur Anwendung kommen, welche über diesen Pfeilern horizontal verschieblich auf gemeinschaftlichen Rollstühlen aufgelagert sind. Derartige Anordnungen werden wohl kontinuierliche Bogenträger genannt. Für ihre Berechnung findet sich das Erforderliche im Kap. XII, § 22 (S. 96—100) angegeben.

In anderer Weise als bei den kontinuierlichen Bogenträgern kann der Horizontalschub der Bogen durch zwischen den Kämpfern angebrachte Konstruktionsteile aufgehoben werden. Als interessant darf hier an eine von Eads für Bogen mit drei Gelenken vorgeschlagene Anordnung erinnert werden, bei welcher die horizontalen, die Kämpfer verbindenden Teile auf Zug und Druck eingerichtet und zugleich die ungehinderte Ausdehnung der Horizontalbänder bei Temperaturänderungen ermöglicht werden sollen. Das Prinzip der Anordnung, welche auch den Vorteil einer vollkommenen statischen Bestimmtheit für sich hat, besteht (s. Fig. 6) darin, das gemeinschaftliche Kämpfergelenk von zwei aufeinander folgenden Bogen zum Drehpunkte eines gleicharmigen Hebels zu machen, an dessen Enden b und c die horizontalen, nach den zweiten Kämpfergelenken führenden Bänder befestigt sind, während die ganze Vorrichtung auf einem Rollstuhl, horizontal leicht verschieblich, gelagert ist. Die Bänder sind bei gleichartiger oder symmetrischer Belastung der benachbarten beiden Bögen ohne Spannung, bei Belastung nur eines Bogens erhalten sie gleichgroße Beanspruchungen von entgegengesetztem Sinne, der Zwischenpfeiler, über welchem sich der Rollstuhl befindet, ist nur vertikal belastet, die Endpfeiler sind bei voller Last wie diejenigen einer gewöhnlichen Bogenbrücke beansprucht. Für nur eine Öffnung gestaltet sich die Anordnung beispielsweise nach Fig. 7^a und es erfahren die Widerlager bei voller Last nur den halben Horizontalschub eines Bogens mit unverschieblichen Enden. Für vier Öffnungen würde die in Fig. 7^b gezeichnete Anordnung zu wiederholen sein. Pfeiler 1 und 3 sind dann nur vertikal belastet, die Widerlager 0 und 4 haben dem totalen Schube der vollen Last, Zwischenpfeiler 2 nur dem der Verkehrslast entsprechenden Horizontalschube zu widerstehen. Durch die von Eads in Vorschlag gebrachte, in den Skizzen angedeutete Form der Aussteifungskonstruktion, sowie die besprochene Anordnung wird ferner eine Verringerung der Beanspruchungen, somit Querschnittsverminderung, namentlich für große Weiten erstrebt. Es bleibt jedoch zu bemerken, daß dieser Erfolg, gegenüber Bogenträgern mit Zugbändern, welche den gesamten Horizontalschub aufnehmen, in weniger erheblicher Weise eintritt, wenn wieder für die abwechselnd auf Zug und Druck beanspruchten Teile eine geringere zulässige Spannung gewählt wird.

Fig. 6.

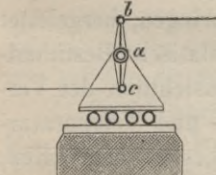


Fig. 7a.

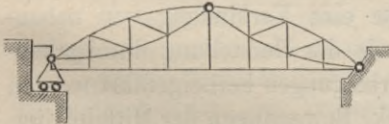


Fig. 7b.



Die in Fig. 7^b gezeichnete Anordnung zu wiederholen sein. Pfeiler 1 und 3 sind dann nur vertikal belastet, die Widerlager 0 und 4 haben dem totalen Schube der vollen Last, Zwischenpfeiler 2 nur dem der Verkehrslast entsprechenden Horizontalschube zu widerstehen. Durch die von Eads in Vorschlag gebrachte, in den Skizzen angedeutete Form der Aussteifungskonstruktion, sowie die besprochene Anordnung wird ferner eine Verringerung der Beanspruchungen, somit Querschnittsverminderung, namentlich für große Weiten erstrebt. Es bleibt jedoch zu bemerken, daß dieser Erfolg, gegenüber Bogenträgern mit Zugbändern, welche den gesamten Horizontalschub aufnehmen, in weniger erheblicher Weise eintritt, wenn wieder für die abwechselnd auf Zug und Druck beanspruchten Teile eine geringere zulässige Spannung gewählt wird.

Letztere wäre bei gleicher Beanspruchung auf Zug und Druck etwa mit $s = 400 \text{ kg}$ anzunehmen, während ein Zugband, welches den gesamten Horizontalschub aufnimmt, also nur eine Zugspannung erleidet, bei $P_v = P_g$ mit $s = 1000$ beansprucht werden könnte.

Es ist noch darauf hinzuweisen, daß die mit Konstruktionsteilen zwischen den Gelenken versehenen Bogen, infolge der Ausdehnung dieser Teile bei Belastung oder Temperaturänderung eine größere elastische Formänderung erfahren als Bögen von unveränderlicher Weite. Die Senkung des Scheitels bei einem Bogen mit drei Gelenken beträgt angenähert für eine Veränderung Δl der Stützweite (siehe mit $t = 0$ die Gleichung 171, S. 60):

$$\Delta f = \frac{l}{4f} \cdot \Delta l.$$

Bei der Anordnung von Eads mit zwei Öffnungen wird $\Delta l = \frac{2 \cdot 400}{2\,000\,000} \cdot l$, bei der Anordnung eines die Kämpfer unmittelbar verbindenden Zugbandes

$$\Delta l = \frac{1000}{2\,000\,000} \cdot l, \text{ mithin } \Delta f = 0,0001 \frac{l^2}{f} \text{ bzw. } \Delta f = 0,000125 \frac{l^2}{f}.$$

Für $\frac{l}{f} = 10$ folgen hieraus $\Delta f = \frac{l}{1000}$ bzw. $\Delta f = \frac{l}{800}$ als diejenigen vertikalen Bewegungen des Bogenscheitels, welche lediglich infolge der gegenseitigen Verschiebungen der Kämpfergelenke und als Vergrößerungen der durch die Belastungen bei konstanter Weite verursachten Formänderungen eintreten.

§ 5. Wahl des Systems der Bogenträger. Was die Wahl des Systems der Bogenträger und innerhalb dieser die Trägerform anlangt, so wird hier nochmals erwähnt, daß im allgemeinen der Bogen mit Kämpfergelenken gegenüber demjenigen mit festen Enden oder drei Gelenken mit Vorliebe verwendet wird. Es sind hierbei einerseits die Rücksichten auf eine mehr gesicherte Montierung und die Verhinderung von Überanspruchungen infolge von Montierungsfehlern, andererseits die Befürchtungen maßgebend, welche aus der Anordnung eines Scheitelgelenkes bezüglich der Steifigkeit der Konstruktion, den Einfluß der Stöße, der Notwendigkeit, entsprechende Vorrichtungen für die Bewegung von Bahn und Geländer im Scheitel u. dergl. anzubringen, hergeleitet werden. Für den Träger mit drei Gelenken spricht allerdings dessen statische Bestimmtheit rücksichtlich der äußeren Kräfte und die Vorteile, die hieraus hinsichtlich der Vereinfachung der Berechnung und der Unabhängigkeit von Montierungs- und Temperaturspannungen folgen. Wenn nun, um die Weglassung des Scheitelgelenkes zu begründen, gerne Bezug genommen wird auf die Nachrichten, welche über die Unterspre-Brücke in Berlin, sowie einige beim Bau des Centralbahnhofes in Magdeburg errichtete Brücken mit drei Gelenken in die Öffentlichkeit gekommen sind, so ist, abgesehen von der Unvollständigkeit der vorliegenden Nachrichten, darauf aufmerksam zu machen, daß bei der Unterspre-Brücke zu Berlin in unzumutbarer Weise eine Verbindung von nebeneinander gelegenen Eisenbahn- und Straßenbrücken, sowie die Herstellung durchgehender Geländer stattgefunden hat, wodurch unangenehme Verbiegungen herbeigeführt werden mußten. Ferner ist nachgewiesen, daß bei der Spree-Brücke Bewegungen der Mittelpfeiler, bei den Brücken in Magdeburg ein Ausweichen der Widerlager, im letzteren Falle für eine Weite von 20,0 m um 1 cm stattgefunden haben. Damit sind starke, eventuell bleibende Einsenkungen verbunden, während an und für sich auch die elastischen Bewegungen der Bögen mit Scheitelgelenken stärker sind. Während aber diese Bewegungen infolge Ausweichens der Widerlager beim Bogen mit drei Gelenken ohne schädliche Spannungen vor sich gehen, sind dieselben beim Bogen ohne Scheitelgelenk zwar kleiner, aber immer von dem Auftreten von Spannungen begleitet.

Für ein Ausweichen der Widerlager um die Größe Δl ergibt sich nach Gl. 171, S. 60 die Scheitelsenkung $\Delta f = -\frac{l}{4f} \Delta l$ oder für die Bögen mit Scheitelgelenken, für welche $\frac{l}{f} = 12$, für einen jeden cm Ausweichen $\Delta f = -3 \text{ cm}$. Gleichzeitig nimmt der Horizontalschub zu, unter anderem für eine totale Belastung um

$$\Delta H_0 = \frac{p(l + \Delta l)^2}{8(f + \Delta f)} - \frac{p l^2}{8f}, \quad \text{wonach: } \frac{\Delta H_0}{H_0} = \frac{(2l + \Delta l) f \Delta l - l^2 \Delta f}{l^2 (f + \Delta f)}.$$

Für $\Delta f = -3$, $\Delta l = 1$, $l = 2000$, $f = \frac{2000}{12}$ ergibt sich beispielsweise $\frac{\Delta H_0}{H_0} = 0,0193$. In einer folgenden Öffnung würde bei Ausweichen des Mittelpfeilers und Verminderung der Weite der Horizontalschub gleichzeitig um nahezu dieselbe GröÙe sich vermindern, ein für die Stabilität ungünstiger Vorgang.

Für einen Bogen mit Kämpfergelenken beträgt für parabolische Achse und konstanten Gurtquerschnitt die Scheitelsenkung (Gl. 260, S. 78)

$$\Delta f = -\frac{25l}{128f} \Delta l \frac{1 - \frac{96}{5} \frac{J}{Fl^2}}{1 + \frac{15}{8} \frac{J}{Fl^2}} = -\frac{25l \left(1 - \frac{48h^2}{10l^2}\right)}{128f \left(1 + \frac{15h^2}{32f^2}\right)} \Delta l,$$

wenn angenähert $J = Fl \frac{h^2}{4}$ eingeführt wird. Hieraus folgt beispielsweise für $\frac{h}{f} = \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}, \frac{f}{l} = \frac{1}{12}, \frac{h}{l} = \frac{1}{36}, \frac{1}{48}, \frac{1}{60}, \frac{1}{120}$, $\Delta l = 1 \text{ cm}$, $\Delta f = -2,220, -2,272, -2,297, -2,332$.

Die Verminderung des Horizontalschubes würde in diesem Falle (nach Gl. 217) sich mit

$$\Delta H_0 = -\frac{15EJ}{8f^2 \left(1 + \frac{15}{8} \frac{J}{Fl^2}\right)} \frac{\Delta l}{l} = -\frac{15EFh^2}{32f^2 + 15h^2} \frac{\Delta l}{l}$$

ergeben und für $l = 2000$, $\Delta l = 1$, $E = 2000000$, $\frac{f}{h} = 3, 4, 5, 10$, der Wert $\frac{\Delta H_0}{H_0} = -49, -28, -18, -4,7$ betragen, während gleichzeitig bei einer gleichgroßen Verminderung der Stützweite in einer Nachbaröffnung der Horizontalschub um dieselben GröÙen zunehmen würde. Die im Scheitelquerschnitt infolge einer Bewegung der Pfeiler oder Widerlager eintretenden Spannungen ergeben sich aus:

$$\sigma = -\frac{\Delta H_0}{F} \left(1 \mp \frac{2f}{h}\right) = \frac{E \left(1 \mp \frac{2f}{h}\right) \Delta l}{\left(1 + \frac{32}{15} \frac{f^2}{h^2}\right) l}.$$

Hieraus folgt beispielsweise für $E = 2000000$, $l = 2000$, $\Delta l = 1$:

$\frac{f}{h} =$	3	4	5	10
$\sigma_0 =$	-247	-200	-165	-89 kg
$\sigma_u =$	346	258	200	98 kg,

während in einer folgenden Öffnung für eine Verminderung der Weite in gleichem Maße die obere Gurtung auf Zug, die untere auf Druck in Anspruch genommen wird.

Es ist noch von Interesse, die bei dem Wechsel der Temperatur oder dem Einfluß der Belastungen eintretenden Senkungen der Träger und die Bewegung der Gelenke für die verschiedenen Anordnungen beispielsweise zu berechnen.

Nach den früheren Ermittlungen (S. 74, 94) ergibt sich für flache Bogen, daß die infolge einer gleichförmigen Änderung der Temperatur eintretenden Spannungen für die tatsächlich vorkommenden Fälle und bei den Bogen mit zwei oder keinem Gelenke um so größer sind, je größer die Bogenhöhe h ist, während beim Bogen mit drei Gelenken infolge einer gleichförmigen Temperaturänderung Spannungen überhaupt nicht auftreten. Beim Bogen mit zwei Gelenken findet eine weitere Verminderung der Inanspruchnahmen statt, wenn der Bogen sichelförmig oder in ähnlicher Form gestaltet wird.

Zur Berechnung der Temperaturspannung dienen die an den obenerwähnten Stellen des Kap. XII mitgeteilten Formeln. Zum Vergleiche diene die danach berechnete nachstehende Tabelle, in welcher für verschiedene Werte von $\frac{f}{h}$ die absolut genommen größten Spannungen für 1° Temperaturdifferenz zusammengestellt sind, welche beim Bogen ohne Gelenk am Kämpfer in der oberen, am Scheitel in der unteren Gurtung, beim Bogen mit Kämpfergelenken am Scheitel in der unteren Gurtung eintreten und beim Sichelträger für die ganze Gurtung konstant sind. Die tatsächlichen Spannungen ergeben sich durch Multiplikation der Zahlen mit $\mp t$

	$\frac{f}{h} =$	0	1	2	3	4	5	10	∞	
Bogen ohne Gelenk am	{	Kämpfer-Obergurt	24,8	42,7	37,6	29,5	23,4	19,2	9,7	0
	{	Scheitel-Untergurt	24,8	30,5	23,9	17,7	13,5	10,8	5,2	0
Bogen mit	} im Scheitel	{ Gurte parallel	24,8	23,7	13,0	8,6	6,3	5,0	2,4	0
Kämpfergelenk	} des Untergurts	{ „ sichelförmig	24,8	14,8	7,3	4,7	3,4	2,7	1,3	0

Die Vertikalbewegungen des Bogenscheitels infolge der Temperaturveränderung können mit Hilfe der Gleichungen 171, 259 u. 341 (Kap. XII) berechnet werden. Für flache Bögen mit annähernd konstantem Querschnitte lassen sich dafür die nachstehenden Näherungsformeln entwickeln.

Bogen mit drei Gelenken:

$$\Delta f = \frac{l}{4f} \left(1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{l^2} \right) \omega t l.$$

Bogen mit Kämpfergelenken:

$$\Delta f = \left(\frac{25}{128} \frac{l}{f} + 2 \frac{f}{l} \right) \frac{\omega t l}{1 + \frac{15}{32} \frac{h^2}{f^2}}.$$

Bogen ohne Gelenk:

$$\Delta f = \left(\frac{15}{64} \frac{l}{f} + 2 \frac{f}{l} \right) \frac{\omega t l}{1 + \frac{45}{16} \frac{h^2}{f^2}}.$$

In der nachstehenden Tabelle sind beispielsweise die Ergebnisse für $\frac{l}{f} = 10$ und für eine Temperaturänderung von 100° zusammengestellt.

Bogen	$\frac{l}{h} = 1$	2	3	4	5	10	∞	
ohne Gelenke	$\frac{1}{1210}$	$\frac{1}{540}$	$\frac{1}{416}$	$\frac{1}{373}$	$\frac{1}{352}$	$\frac{1}{326}$	$\frac{1}{317}$	$\pm \frac{tl}{100}$
mit Kämpfergelenken	$\frac{1}{550}$	$\frac{1}{418}$	$\frac{1}{394}$	$\frac{1}{386}$	$\frac{1}{382}$	$\frac{1}{379}$	$\frac{1}{374}$	$\pm \frac{tl}{100}$
mit drei Gelenken	$\frac{1}{314}$	konstant						$\pm \frac{tl}{100}$

Genaue Formeln würden für $\frac{l}{h} = \infty$ bei den drei Anordnungen dieselbe Zahl ergeben, es sind daher für die praktisch vorkommenden Fälle bei Bogen ohne Gelenke und mit Kämpfergelenken auf Grund des Vorstehenden etwa gleiche Bewegungen, bei Bogen mit drei Gelenken etwas größere zu erwarten. Die nachstehende Tabelle enthält noch Werte für $\frac{l}{h} = 3$:

Bogen	$\frac{l}{f} = 8$	9	10	11	12	
ohne Gelenke	$\frac{1}{498}$	$\frac{1}{454}$	$\frac{1}{416}$	$\frac{1}{383}$	$\frac{1}{355}$	$\pm \frac{tl}{100}$
mit Kämpfergelenken	$\frac{1}{468}$	$\frac{1}{428}$	$\frac{1}{394}$	$\frac{1}{364}$	$\frac{1}{338}$	$\pm \frac{tl}{100}$
mit drei Gelenken	$\frac{1}{386}$	$\frac{1}{347}$	$\frac{1}{314}$	$\frac{1}{287}$	$\frac{1}{264}$	$\pm \frac{tl}{100}$

Die Senkungen des Scheitels infolge einer vollständigen Belastung durch Eigengewicht oder Nutzlast berechnen sich mit Hilfe der Gleichungen 200, 258 und 337, Kap. XII, aus welchen sich dafür die nachstehenden Formeln entwickeln lassen:

Bogen mit drei Gelenken:

$$\Delta f = \frac{1}{32} \frac{p l^2}{E F} \frac{l^2}{f^2} \left(1 + \frac{8}{3} \frac{f^2}{l^2} \right).$$

Bogen mit Kämpfergelenken:

$$\Delta f = \frac{p l^2}{8 E F} \left(\frac{25}{128} \frac{l}{f} + 2 \frac{f}{l} \right) \frac{l}{f \left(1 + \frac{15}{32} \frac{h^2}{f^2} \right)}.$$

Bogen ohne Gelenke:

$$\Delta f = \frac{p l^2}{8 E F} \left(\frac{15}{64} \frac{l}{f} + 2 \frac{f}{l} \right) \frac{l}{f \left(1 + \frac{45}{16} \frac{h^2}{f^2} \right)}.$$

Man sieht durch den Vergleich der Formeln, daß unter sonst gleichen Umständen das Verhältnis der Senkungen unter einer totalen Belastung für die verschiedenen Anordnungen der Bogen mit dem Verhältnis der Senkungen, welche einer Temperaturveränderung entsprechen, übereinstimmt.

Die größten Scheitelsenkungen durch Nutzlast finden nach Früherem angenähert bei Belastung des mittleren Drittels der Stützweite statt. Es leiten sich für diesen Belastungsfall aus den oben angeführten Gleichungen im Kap. XII die nachfolgenden Ausdrücke für die Scheitelsenkungen ab:

Bogen mit drei Gelenken:

$$\Delta f = \frac{1}{1944} \frac{p l^2}{E F} \frac{5400 + 148 \frac{l^2}{h^2} + 2025 \frac{l^2}{f^2}}{60}.$$

Bogen mit Kämpfergelenken:

$$\Delta f = \frac{1}{1944} \frac{p l^2}{E F} \frac{92928 + 320 \frac{l^2}{h^2} + 9225 \frac{l^2}{f^2}}{384 + 180 \frac{l^2}{f^2}}.$$

Bogen ohne Gelenk:

$$\Delta f = \frac{1}{1944} \frac{p l^2}{E F'} \frac{18048 + 32 \frac{l^2}{h^2} + 2205 \frac{l^2}{f^2}}{64 + 180 \frac{h^2}{f^2}}.$$

Diese Formeln ergeben beispielsweise für $\frac{l}{f} = 10$

$\frac{f}{h}$	B o g e n		
	ohne Gelenke.	mit Kämpfergelenken.	mit drei Gelenken.
1	990,7	1874,9	3711,7
10	8488,6	10926,4	28131,7
	$\frac{p l^2}{1944 \cdot E F'}$	$\frac{p l^2}{1944 \cdot E F'}$	$\frac{p l^2}{1944 \cdot E F'}$

Die Senkungen im Scheitel infolge einer daselbst angreifenden Einzellast werden:

Bogen mit drei Gelenken:

$$\Delta f = \frac{G l}{48 E F'} \frac{40 + 15 \frac{l^2}{f^2} + 2 \frac{l^2}{h^2}}{5}.$$

Bogen mit Kämpfergelenken:

$$\Delta f = \frac{G l}{48 E F'} \frac{600 + 60 \frac{l^2}{f^2} + 3 \frac{l^2}{h^2}}{32 + 15 \frac{h^2}{f^2}}.$$

Bogen ohne Gelenk:

$$\Delta f = \frac{G l}{48 E F'} \frac{360 + 45 \frac{l^2}{f^2} + \frac{l^2}{h^2}}{16 + 45 \frac{h^2}{f^2}}.$$

Die vorstehenden Werte zeigen, daß die Bewegungen beim Bogen mit drei Gelenken erheblich gröfser als beim Bogen mit Kämpfergelenken oder ohne Gelenke sind.

Die horizontale Verschiebung des Scheitels berechnet sich beim Bogen mit drei Gelenken für Einzellast oder stetige Belastung nach Gleichung 183 bzw. 199 (Kap. XII). Sie hat beim Bogen mit Kämpfergelenken dieselbe Gröfse, wie sich durch Entwicklung der allgemeinen Gleichung 250^a nachweisen läßt. Für den Bogen ohne Gelenk erhält man für die Scheitelverschiebung durch eine Einzellast

$$\Delta x_s = \frac{G f l^2}{48 E J} \left(\frac{\xi}{l}\right)^2 \left(1 - 2 \frac{\xi}{l}\right) \left(3 - 4 \frac{\xi}{l}\right).$$

Die gröfsten Werte der Horizontal-Verschiebung des Scheitels werden:

Bogen mit Kämpfergelenken und mit drei Gelenken:

$$\text{Einzellast in } \xi = \frac{1}{4} l \quad \Delta x_s = \frac{5}{384} \frac{f l^2}{l h^2} \frac{G l}{E F'},$$

$$\text{stetige Belastung } \lambda = \frac{1}{2} l \quad \Delta x_s = \frac{1}{240} \frac{f l^2}{l h^2} \frac{p l^2}{E F'}.$$

Bogen ohne Gelenke:

$$\text{Einzellast in } \xi = 0,289 l \quad \Delta x_s = \frac{1}{168,6} \frac{f l^2}{l h^2} \frac{G l}{E F'},$$

$$\text{stetige Belastung } \lambda = \frac{1}{2} l \quad \Delta x_s = \frac{1}{640} \frac{f l^2}{l h^2} \frac{p l^2}{E F'}.$$

Die um die Gelenke stattfindenden Drehungen sind für den Bogen mit drei Gelenken durch die bezüglichlichen Gleichungen im § 15, Kap. XII unmittelbar gegeben. Für den Bogen mit Kämpfergelenken leitet sich aus Gl. 248 für Einzelbelastung der Ausdruck ab:

$$\Delta \varphi = \frac{2}{3} \frac{G}{E F'} \frac{\xi}{l} \left(1 - \frac{\xi}{l}\right) \frac{120 \left(1 + \frac{\xi}{l} - \frac{\xi^2}{l^2}\right) + 15 \left(2 - \frac{\xi}{l}\right) \frac{l^2}{f^2} + 8 \left(3 - 9 \frac{\xi}{l} + 5 \frac{\xi^2}{l^2}\right) \frac{l^2}{h^2}}{32 + 15 \frac{h^2}{f^2}}$$

und für die Winkelverdrehung durch Temperaturwirkung

$$\Delta \varphi = 20 \omega t \frac{l}{f} \frac{1 + 9 \frac{h^2}{l^2} + \frac{32}{5} \frac{f^2}{l^2}}{32 + 15 \frac{h^2}{f^2}}.$$

Für die üblichen Verhältnisse werden die Drehungen um die Kämpfergelenke bei den Bögen mit zwei und mit drei Gelenken nicht viel verschieden.

Bezüglich der Wahl der Trägerform ist zu erwähnen, daß für alle Systeme sowohl Bogen mit ausgesteiften Zwickeln, wie Bogenträger mit parallel oder in anderer Weise zur Achse symmetrisch laufenden Gurtungen angewendet wurden. In konstruktiver Hinsicht sind Formen beachtenswert, bei welchen die Gurtungen eine möglichst gleichförmige Beanspruchung und demzufolge annähernd konstanten Querschnitt erhalten. Dies führt beim Bogen mit Kämpfergelenken zu Trägern, welche sichelförmig gestaltet sind, beim Bogen mit drei Gelenken zu Trägern aus zwei symmetrischen Hälften, deren Gurtungen in den Gelenken zusammentreffen und deren größte Höhe etwa mit den Vierteln der Stützweite zusammenfällt, vergl. Fig. 3, S. 220. Diese Formen bieten in konstruktiver Beziehung und hinsichtlich des Gewichtes ähnliche Vorteile, wie solche bei den Balkenträgern auf zwei Stützpunkten durch Anordnung von gekrümmten oder polygonalen Gurtungen erstrebt werden; hier aber erscheint noch die Erwägung von Bedeutung, daß unter Verwendung derselben und bei entsprechender Durcharbeitung die Anordnung der Gelenke in organischer Weise zum klaren Ausdruck gelangt.

§ 6. Bogenträger aus Schmiedeisen und Stahl.

Anzahl der Träger. Querschnittsberechnung und Querschnittsbildung. Quer- und Horizontalverbände.

Hinsichtlich der allgemeinen Anordnung der eisernen Bogenbrücken, mit Bezug auf die Anzahl der Träger, die Gestaltung und Konstruktion der Bahn, der Querverbände und das Material ist bereits auf frühere Erörterungen, insbesondere der Kapitel I, VII, VIII und X verwiesen. Hier kann als beachtenswert noch darauf hingewiesen werden, wie für zweigleisige Eisenbahnbrücken bei genügender Konstruktionshöhe es vorteilhaft erscheint, nur zwei Hauptträger anzuordnen, welche, wie bei der oberen Rheinbrücke bei Koblenz und der Moselbrücke bei Güls, s. T. IX, insbesondere F. 2, 3, unmittelbar unter den äußersten Schienensträngen sich befinden. Es ergeben sich hierbei kürzere Pfeiler, sowie geringere Querschnittsverzerrungen bei eingleisiger Belastung. Die Anordnung von drei oder vier Trägern, wie bei der unteren Rheinbrücke bei Koblenz und der Ruhrbrücke bei Mühlheim, T. VIII, F. 7 bis 12 und F. 1 bis 5, empfiehlt sich in dieser Hinsicht weniger, wenn auch in Betracht gezogen werden muß, daß bei einer größeren Trägerzahl die Verteilung des Druckes auf die Pfeiler, namentlich für die einseitige Belastung sich günstiger gestaltet, bzw. auf eine solche bei geringerer Trägerzahl durch geeignete Anordnungen hinzuwirken ist. Als unzumutbar ist die Anordnung einer noch größeren Trägerzahl zu bezeichnen, wenn diese nicht, wie beispielsweise bei der Blackfriars-Brücke in London, durch die Überführung einer größeren Zahl von Gleisen bedingt wird, namentlich aber die feste Verbindung von nebeneinanderliegenden Straßens- und Eisenbahnbrücken. Ist die Anzahl der Gleise eine größere als zwei und befindet sich die Überbrückung an einer Stelle, an welcher die Anlage von Weichen und Kreuzungen, Veränderungen an den Gleisen u. dergl. zu berücksichtigen sind, so kann es sich empfehlen, die Fahrbahnbettung überzuführen und die Querträger derselben durch Hauptträger zu unterstützen, welche zu je zwei zu einer Brücke verbunden sind, während die Querträger für die zwischenliegenden Teile durch die vorgekragten Enden der unmittelbar durch die Hauptträger unterstützten Querträger getragen werden.

Eine eigentümliche Anordnung zeigt die eingleisige Brücke über den Douro bei Oporto, T. X, F. 1 bis 5, wobei die Hauptträger in geneigten Ebenen stehen und durch

Vermittlung von Pfeilern belastet sind. Die Brücke wird in § 9 eingehender besprochen. Die gleiche Anordnung findet sich u. a. auch beim Garabit-Viadukt.

Für Straßenbrücken sind die verschiedensten Anordnungen zur Ausführung gekommen, in der Regel sind größere Trägerzahlen gewählt worden, wie u. a. bei der Tegetthoff-Brücke in Wien, T. X, F. 6 bis 10. Sehr häufig dürfte sich auch hierbei eine geringere Trägerzahl empfehlen. So hat sich gelegentlich der Konkurrenz für eine Rheinbrücke bei Mainz bei sonst geschickter Anordnung eine geringere Trägerzahl als zweckmäßig erwiesen.

Fig. 8.

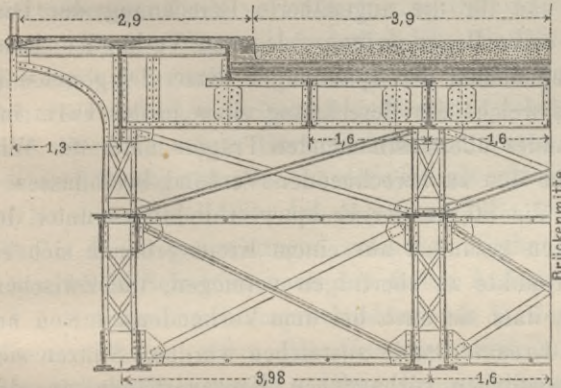


Fig. 8 giebt den Querschnitt des ausgeführten Entwurfes, wobei vier Hauptträger vorhanden sind, während bei anderen Projekten sogar nur zwei nicht unvorteilhaft waren. Bei Straßenbrücken dürfte indessen für die Ausführung auch der Umstand in Betracht zu ziehen sein, daß eine Brücke mit

größerer Trägerzahl steifer wird und die bei der Benutzung unvermeidlichen Schwingungen sich weniger fühlbar machen. Regeln lassen sich hier nicht aufstellen und ist es, insbesondere für größere Aufgaben, Sache des Ingenieurs, in jedem speciellen Falle eine umsichtige Durcharbeitung vorzunehmen, bei welcher sämtliche einschlägigen Punkte, in Bezug auf allgemeine Anordnung, Wahl des Systems, Trägerform, Fahrbahnkonstruktion u. s. w. ihre Würdigung finden.

Bezüglich der Quer- und Horizontalverbände ist hier zu wiederholen, daß im allgemeinen ein Horizontalverband in der Ebene der Bahn anzuordnen sein wird, sofern diese Bahn, wie häufig bei Straßenbrücken, nicht an und für sich auch zur Übertragung der Seitenstöße und des Winddruckes steif genug ist. Bei kleineren Brücken genügen dann für die weitere Aussteifung vertikale Querverbindungen in den Zwickeln, bezw. radial gerichtete zwischen den Bogen. Bei größeren Weiten ist die Anordnung eines Kreuzverbandes zwischen den Bogen erforderlich, wobei je nach den Umständen die vertikalen Querverbände wegfallen können. Bei hohen Bogen ist die Anordnung von zwei Kreuzverbänden, je in der Fläche der oberen und unteren Gurtung empfehlenswert, T. IX, F. 2, 3. Die Weglassung der vertikalen Querverbände hat den Vorteil, daß bei eingleisiger Belastung die Senkung der Hauptträger nahezu unabhängig voneinander erfolgen kann. Bei Bogenträgern mit ausgesteiften Zwickeln würde die Anordnung von zwei Kreuzverbänden und, wenn die Enden der oberen Gurtung nicht seitlich gehalten sind, eine starke vertikale Querverbindung in den Endquerschnitten notwendig, Querverbände in den Zwischenpunkten aber entbehrlich sein. Doch werden diese letzteren sehr häufig angeordnet. GleichermäÙen würde bei Fachwerkbogen mit beliebig gestalteten Gurtungen die Anordnung eines Kreuzverbandes in der Fläche einer jeden Gurtung und eine Querverbindung in jedem Endquerschnitt genügen. Häufig werden hier noch weitere Querverbände eingelegt, während andererseits, wenn dieselben überall vorhanden sind, für die Vollständigkeit des Systems ein Kreuzverband in Wegfall kommen könnte.

Bezüglich der konstruktiven Ausbildung der einzelnen Teile der Kreuzverbände ist besonderes nicht zu erwähnen, es unterscheiden sich die konstruktiven Grundsätze nicht nach dem Systeme der Hauptträger des Bauwerkes, an welchem die Teile anzu-

sprechend den Richtungen der Resultierenden der Ausdehnungen von Fahrbahn und Zwickeln geneigt sind. Fernerhin ist es erforderlich, für die Bewegungen bei Temperaturveränderungen entsprechende Einrichtungen beim Anschlusse der Bahn an die Pfeiler, sowie namentlich bei den Bogen mit drei Gelenken über den Scheitelgelenken zu treffen.

Für die Durchführung der Kreuzverbände bei Trägern mit drei Gelenken ist zu bemerken, daß bei Unterbrechung der oberen Gurtung die Verbindung entweder durch ein federndes Blech oder durch eine Herabführung gegen das Scheitelgelenk und zum unteren Kreuzverbände erforderlich ist. Die Durchführung eines in der Fläche der Bogengurtungen gelegenen Verbandes über das Gelenk kann beispielsweise ähnlich wie bei den Gerber'schen Gelenkverbindungen geschehen, welche in Kap. X, § 19 besprochen sind. Wird der obere Horizontalverband gegen das Scheitelgelenk zum unteren Kreuzverband herabgeführt, so ist derselbe als aus zwei Abteilungen bestehend anzusehen und es ist dann die Hälfte der auf diese Teile treffenden Seitendrücke durch den in der Fläche der Bogengurtungen gelegenen Verband als eine in der Mitte der Stützweite angreifende Belastung nach den festen Auflagern zu übertragen.

Infolge der Inanspruchnahme der in der Fläche der Bogengurtungen gelegenen Kreuzverbände werden diese Gurtungen und im allgemeinen auch die Fachwerkteile der Bogenträger beansprucht. Diese Beanspruchungen lassen sich ebenfalls ermitteln und von manchen Konstrukteuren werden dieselben bei der Berechnung der Querschnitte der Hauptkonstruktionsteile in gleicher Weise wie die Verkehrslast in Betracht gezogen. Es würde hierbei zu berücksichtigen sein, daß bei wechselnder Windrichtung im allgemeinen ein jeder Teil Spannungen von entgegengesetztem Sinne erfährt. Mit Ausnahme besonderer Fälle wird es indessen nicht erforderlich, bei der regelmäßigen Querschnittsbestimmung der Hauptteile den Einfluß der Seitendrücke bzw. des Windes in dieser Weise zu berücksichtigen, vielmehr genügt es, zu prüfen, ob die Gesamtspannung durch Eigengewicht, Nutzlast und Winddruck die für eine ruhende Last zulässige Grenzspannung (für Schmiedeeisen 1200—1600 kg f. d. qcm) nicht überschreitet.

Die Berechnung der Querschnitte und die Querschnittsbildung findet für die Bogenträger auf Grund der für die einzelnen Teile ermittelten Spannungen nach denselben Grundsätzen statt, welche in Kap. X für Träger mit voller oder gegliederter Wand auseinandergesetzt wurden. Maßgebend für die Wahl der Querschnittsform bleibt, neben der statischen Funktion der einzelnen Teile, die Rücksicht auf zweckmäßige, eine möglichst richtige Übertragung der Kräfte gewährleistende Verbindung derselben. Ferner sind Wassersäcke zu vermeiden, es ist eine leichte Besichtigung, sowie die Ergänzung des Anstriches für alle Oberflächen zu ermöglichen und eine einfache Herstellung und Montierung anzustreben.⁷⁾

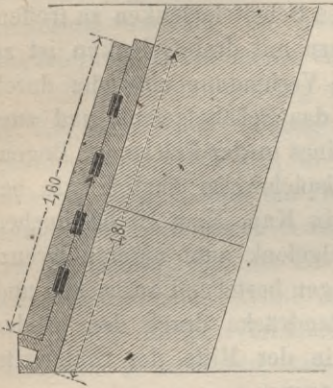
§ 7. Lager, Kämpfer- und Scheitelgelenke. Die Auflagerkonstruktionen haben den Zweck, den Auflagerdruck in der beabsichtigten Weise in die Konstruktion überzuführen, bzw. die Verteilung des Druckes auf eine entsprechende Fläche des Widerlagers oder der Pfeiler zu bewirken und eventuell die bei Temperaturveränderungen zu gestattenden Bewegungen zu ermöglichen. Es können hiernach unterschieden werden: Lager für Bogen mit festen und mit beweglichen Enden.

Beim Bogen mit festen Enden und voller Wand sind die Lager gemeinhin in der schon bei den gußeisernen Bogen betrachteten Weise gestaltet, wobei das Bogen-

⁷⁾ Über die Ausbildung der Formen der Bogenträger und die Behandlung der Bogenzwickel vergleiche man Kap. VI, S. 540 u. ff.

ende durch Vermittelung von Keilen sich gegen eine von dem Pfeilermauerwerk voll unterstützte Platte lehnt. Bei dieser Konstruktion ist eine Regulierung der Lage mit Hilfe der Keile möglich, doch muß vorausgesetzt werden, daß in der ganzen Lagerfläche nur Druckspannungen übertragen werden. Derart ist das Lager des unteren, am Kämpfer 1,600 m starken Bogens der Margarethen-Brücke in Pest angeordnet, wobei, s. Fig. 11, die Stützung einer 0,80 m breiten, 1,60 m hohen, 9 cm starken Gußplatte durch Einfügung von vier 6 cm starken, 14 cm breiten Stahlkeilen gegen eine Unterlagsplatte von 1,20 m Breite, 1,80 m Höhe und 12 cm Stärke erfolgt.

Fig. 11.



Ein festes Lager ohne besondere Justiervorrichtungen ist unter anderem bei der Moselbrücke zu Güls zur Anwendung gekommen, T. IX, F. 12 u. 13. Die untere I-förmige Gurtung des Bogenträgers besitzt ein aus zwei mittleren

Blechen $\left(\frac{554}{13}\right)$ und zwei zwischen den anliegenden Schenkeln der Winkeleisen $\left[\frac{120 \cdot 120}{13}\right]$ liegenden Verstärkungen $\left(\frac{314}{13}\right)$ gebildetes Stehblech. Die zwei Deckbleche sind je $\frac{500}{13}$ stark, zwei obere Winkeleisen $\left[\frac{120 \cdot 120}{13}\right]$ vermitteln die Verbindung mit den Diagonalen des Fachwerks. An den Enden ist der Querschnitt verstärkt, indem das aus zwei äußeren Blechen von 13 mm Stärke und einem mittleren von 26 mm Stärke gebildete Stehblech durch vier obere und zwei untere Deckwinkel $\left[\frac{100 \cdot 100}{19}\right]$ mit je vier Deckblechen von 13 mm Stärke verbunden ist, deren Breite nach der Stützfläche bis 800 mm zunimmt. Die Stirn stützt sich durch Vermittelung eines 3 mm starken Kupferbleches stumpf gegen die quadratische gußeiserne Auflagerplatte von 1,150 m Seite, 16 cm Stärke. Die Montierung wurde, mit Rücksicht auf den Mangel einer Regulierungsvorrichtung, mit der peinlichsten Sorgfalt vorgenommen, das Herablassen der Bogenträger erfolgte, nachdem die genau in die beabsichtigte Lage gebrachten Widerlagsplatten mit Cement hintergossen und diesem acht Tage Zeit zum Erhärten gelassen waren.

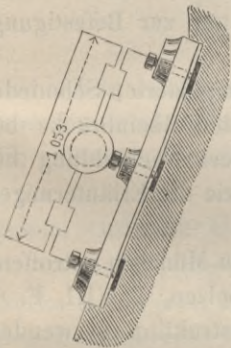
Für einen Bogen mit gegliederter Wand und festen Enden geben die Auflager der Brücke über den Mississippi bei St. Louis entsprechende Darstellungen, T. VII, F. 3. Die Enden der Gurtungsröhren sind hierbei mit starken schmiedeeisernen Schuhen verschraubt, welche auf Gußplatten ruhen und gemeinschaftlich mit diesen durch horizontale Bolzen mit dem Mauerwerk oder den Auflagerschuhern der folgenden Öffnung fest verbunden sind. Auf einem jeden Zwischenpfeiler sind zur Verbindung der Auflager der oberen Gurtungen zwei obere Eisenbolzen, ein unterer Stahlbolzen, für die unteren Gurtungen zwei obere und zwei untere Stahlbolzen vorhanden. Diese Bolzen, deren Länge zwischen 10,2 und 10,8 m beträgt, haben 14 cm Stärke und sind durch sechseckige Muttern von 31 cm Höhe gehalten. An den Widerlagern sind gleiche, 6,700 bis 9,00 m lange Bolzen vermittle Keilen und Gußplatten gegen das Mauerwerk befestigt. Eine Regulierung der Länge der Gurtungen war bei dieser Brücke, deren Konstruktion im § 9 eingehender besprochen wird, durch im Scheitel einzusetzende Schlußstücke ermöglicht, deren Anordnung auf T. VII, F. 15 dargestellt ist.

Bei den Bogen mit Kämpfergelenken stützen sich die angemessen verbreiterten Bogenenden gegen Bolzen, welche häufig vollständig cylindrisch hergestellt sind, T. VIII, F. 16, oder eine cylindrische Stützfläche besitzen und im übrigen, entweder keilförmig gestaltet eine Regulierung in der Richtung der Bogenachse ermöglichen, T. VIII,

F. 1, 7; T. X, F. 11, oder mit Hilfe von Keilen, bezw. Einlagen in die richtige Stellung gebracht werden können, T. VIII, F. 13, 15; T. X, F. 6. Sehr häufig sind auch zur Ermöglichung einer seitlichen Verschiebung Keile vorhanden, T. VIII, F. 1, 7. Die Stützung erfolgt in der Regel unmittelbar, in manchen Fällen noch durch Vermittelung von lagerschalenartigen Zwischenstücken, s. unter anderem T. VIII, F. 13, 15 u. 16.

In anderer Anordnung stützt sich die an den Hauptträgern gebildete cylindrische Fläche gegen den Lagerschuh, wie bei der Brücke über den Douro bei Oporto, T. X, F. 4, oder bei der Brücke über den Rhein oberhalb Koblenz, T. IX, F. 6 und über die Spree am Schiffbauerdamm im Zuge der Stadteisenbahn in Berlin, T. IX, F. 14. In den beiden letzteren Fällen findet die Stützung zunächst auf ein gesondertes Polster aus Stahl statt, das auf einem den Druck über das Mauerwerk verbreitenden Gufsstuhle ruht. Der Zwischenraum zwischen dem Stuhle und dem Polster wird durch entsprechend her-

Fig. 12.



gestellte Pafsstücke ausgefüllt. Für den Fall eines nicht genauen Passens wurden bei der Koblenzer Rheinbrücke zwischen Bogenende und Polster genau abgeschabte Bleiplatten eingelegt, ferner befand sich daselbst zwischen Auflagerstuhl und Stein eine 3 mm starke Bleiplatte. Bei der Spree-Brücke liegt das Pafsstück zwischen zwei je 2 mm starken Kupferplatten, während der Auflagerstuhl zunächst mittels Druckschrauben in die richtige Stellung gegen das Mauerwerk gebracht werden kann. In ähnlicher Weise ist bei der Brücke über den Neckar bei Jaxtfeld, Fig. 12, eine Regulierung der Lage der Auflagerplatte durch Schrauben ermöglicht.

Eine einfache Anordnung, bei welcher die Stützung mittels eines Keiles bewirkt wird, findet sich bei einigen kleineren Brücken der Berliner Stadtbahn, so bei der Brücke über die Stallstraße, T. X, F. 18^{c-d}.

Bei Brücken von kleinerer Weite mit niederen Bogen hat es keine Schwierigkeiten, den Druck des Bogens zunächst in Backenstücke oder Verstärkungsbleche überzuführen, T. VIII, F. 1, 13, 15 u. 16, welche seitlich an den Bogen befestigt sind, oder unter den Bogenenden ruhen, T. X, F. 16, und ihrerseits mit einer genügend großen Fläche sich gegen den Bolzen stützen. Die seitlichen Backenstücke treten mit entsprechenden Ansätzen vor die Bogenstirnen, sodaß die gesamte Druckübertragung durch die genau bearbeiteten Stirnflächen stattfindet und die Befestigungsbolzen hierfür nicht in Anspruch genommen werden.

Bei höheren Bögen ist es zweckmäfsig, die Bogengurtungen nach den Enden zusammenzuführen, wie dies unter anderem die Brücken zu Koblenz, T. VIII, F. 7; T. IX, F. 6, über die Spree, T. IX, F. 14, über den Douro, T. X, F. 4, zeigen. Für eine gute Druckübertragung ist es dann noch vorteilhaft, die von den Gelenken ausgehenden Gurtungsteile mit der weiteren Gurtungsrichtung bogenförmig zu verbinden, wie dies T. IX, F. 6 u. 14, dargestellt ist. Diese Krümmung kann derart nach einer Stützlinie gestaltet werden, daß der infolge der Krümmung einem jeden der durch die Gurtwinkeleisen gehenden Niete entsprechende, zur Bogenachse normal gerichtete Zug von dem Niet aufgenommen und durch eine Platte, welche die gegenüberstehenden Niete in den beiden Gurtungen verbindet, aufgehoben werden kann. Ist die Biegung, wie bei der Brücke oberhalb Koblenz, nach einem Kreisbogen vom Radius ρ hergestellt, p der Druck in der Gurtung, so kann der radial gerichtete Zug für die Längeneinheit mit $t = \frac{p}{\rho}$ berechnet werden. Derselbe wird den an der Krümmungsstelle zwischen obere und untere Gurtung eingeschalteten Verbindungsblechen zugeführt, welche ihrerseits die unter der vor-

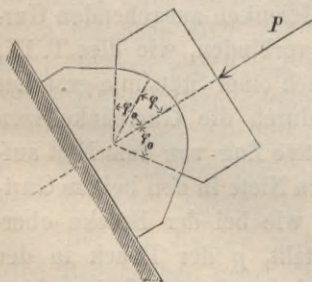
gedachten Anschauung in der Richtung der Bogenachse sich ergebende Kraftkomponente an den in der Achse nach dem Gelenke führenden Konstruktionsteil abgeben. Die zur Aufnahme der radial gerichteten Zugkräfte bestimmten Platten sind noch durch Schlitzte in den Deckplatten der Gurtungen über dieselben hinausgeführt, T. IX, F. 6, und an diesen Verlängerungen durch besondere Winkeleisen nochmals mit den Gurten verbunden. Hierdurch wird bewirkt, daß die aus der Krümmung der Gurtungsdeckbleche sich ergebende, central gerichtete Kraft, indem sich diese Deckbleche gegen die abstehenden Schenkel der darüber genieteten Winkeleisen lehnen, durch die Nieten in den vertikalen Schenkeln den Zugeisen zugeführt wird. Bei einer anderen Anordnung würden die Nietköpfe der Gurtungsdeckbleche auf Abreißen beansprucht werden. Das mit dem Bogen verbundene Scharnierbackenstück von Stahl nimmt den Druck durch stumpfen Stofs aus den Deckblechen durch die Schenkel der nach einem Radius von 35 cm gekrümmten Winkeleisen, sowie durch die Stirnen der nach demselben Kreisbogen bearbeiteten Stehbleche und deren Deckplatten auf. Acht Schraubenbolzen dienen nur zur Befestigung, nicht zur Übertragung von Druck.

In weniger einfacher Weise und durch Vermittelung von komplizierten Schmiedestücken aus Stahl war die Konstruktion des Auflagers bei der ersten Rheinbrücke bei Koblenz bewirkt worden. Bezüglich der Details, welche eine spätere Nachbildung bei dem Erdre-Viadukt erfahren haben, wird hier auf T. VIII, F. 7, sowie die Erläuterungen in § 9 verwiesen.

Es kann hier noch die von Gerber bei der Bahnhofshalle zu München getroffene Anordnung zur unmittelbaren Übertragung des Druckes auf den Bolzen, T. VIII, F. 6, erwähnt werden. Dieselbe würde sich auch bei einer Bogenkonstruktion verwenden lassen, während hier die Vertikalkomponente der Drücke aufgenommen wird; es findet nämlich die Druckverteilung über die ganze Bolzenlänge durch eine besondere, zusammen 684 mm breite Aussteifungskonstruktion statt, deren 12 mm starkes Mittelblech ebenso wie die Schenkel der mittleren Winkeleisen entsprechend der Laibung des Bolzens abgedreht sind.

Bei den Mittelpfeilern der Bogenbrücken werden die Lagerplatten der anschließenden Öffnungen in der Regel gegen das Mauerwerk befestigt und es findet die Übertragung des Horizontalschubes zwischen den gegenüberliegenden Auflagern durch das Mauerwerk statt. In einzelnen Fällen ist hiervon abweichend in Vorschlag gebracht, die Verbindung der gegenüberliegenden Auflagern durch ein zwischenliegendes, vermittels Keilen anzuspännendes Gufsstück zu bewirken und somit bei symmetrischer Belastung der angrenzenden Öffnungen das Mauerwerk nur vertikal zu belasten. Auch wird empfohlen, die Anordnung der Kämpfergelenke, etwa durch Einschaltung eines kalottenförmigen Auflagerteiles, so zu gestalten, daß eine vollständige Centrierung des Druckes ermöglicht ist.

Fig. 13.



Wegen Berechnung der Gelenke, bei welchen der Druck, wie in Fig. 13, durch einen zylindrischen Bolzen übertragen wird, werde für eine um den Winkel φ von der Mittellinie abstehende Stelle die Zusammendrückung in centraler Richtung für den Bolzen ν_1 , für den Lagerkörper ν_2 , die Spannung σ genannt. Es kann dann, wenn A_1 und A_2 vom Material abhängige Konstante bedeuten, angenähert $\nu_1 = A_1 \sigma$, $\nu_2 = A_2 \sigma$ angenommen werden. Setzt man noch, etwas willkürlich, voraus, die elastische Verschiebung in der

werden. Setzt man noch, etwas willkürlich, voraus, die elastische Verschiebung in der

mit der Bolzenmittellinie zusammenfallenden Druckrichtung sei konstant $= \nu$, so besteht die Gleichung $\nu = \frac{\nu_1 + \nu_2}{\cos \varphi} = \frac{(A_1 + A_2) \sigma}{\cos \varphi}$ oder $\sigma = \frac{\nu \cos \varphi}{A_1 + A_2}$ und für das Gleichgewicht der äußeren und inneren Kräfte die Bedingung $P = \int_{-\varphi_0}^{\varphi_0} \sigma l r \cos \varphi d\varphi$. Es bedeutet hierbei l die Länge der den Druck übertragenden Fläche, φ_0 den halben, zum Druckbogen gehörigen Centriwinkel. Hieraus folgt

$$P = \frac{2lr\nu}{A_1 + A_2} \int_0^{\varphi_0} \cos^2 \varphi d\varphi = \frac{2lr\nu}{A_1 + A_2} \left(\frac{\sin \varphi_0 \cos \varphi_0}{2} + \frac{\varphi_0}{2} \right)$$

die größte Spannung, $\sigma = k$, tritt ein für $\varphi = 0$, daher $\max \sigma = k = \frac{\nu}{A_1 + A_2}$ oder

$$P = krl (\varphi_0 + \sin \varphi_0 \cos \varphi_0)$$

und wenn $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$

$$P = \frac{krl\pi}{2} = 1,57 rlk.$$

Sehr häufig wird vorausgesetzt, die Spannung könne aus der zur Druckrichtung normalen Projektion des Bolzenteiles ermittelt werden, wonach für den Halbkreis, wenn die zulässige Spannung nicht überschritten werden soll,

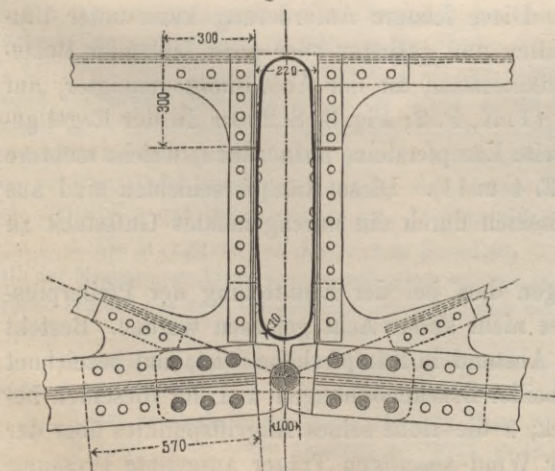
$$P = 2rlk$$

gesetzt wird. Für Gußeisen kann $k = 600$ kg, für Stahl $k = 1000$ kg zugelassen werden.

Die Mittelgelenke bestehen in der Regel aus einem cylindrischen, durch Backenstücke getragenen Bolzen, T. X, F. 10, 15, 16. — F. 17 zeigt eine Anordnung, wobei der Bolzen durch eine 5 cm starke Gußeisenscheibe von 15,5 cm Durchmesser gebildet wird. Die beiderseitigen Bogenhälften stützen sich mit fünf Blechstärken unmittelbar gegen diese Scheibe, welche noch mit zwei äußeren übergreifenden sechseckigen Platten fest verbunden ist, während die zur seitlichen Haltung dieser Platten dienenden Schraubenbolzen durch größere Löcher gehen, F. 17^d, wonach die Bewegungen ungehindert stattfinden können.

Bei der früher bereits erwähnten Brücke über die Stallstraße und einigen anderen Brücken der Berliner Stadtbahn sind die horizontalen Deckbleche der Bogengurtung im Scheitel ununterbrochen durchgeführt, sodaß die Stützung in der vollen Fläche derselben erfolgt, der Widerstand gegen Biegen beim Heben und Senken des Scheitels aber gering

Fig. 14.



ausfällt, F. 18, T. X. Eine Milderung gegen die Einfüsse der Stöße, sowie die Verhinderung von Verschiebungen in vertikalem Sinne, namentlich bei raschem Wechsel der Belastungen von einer Seite des Scheitels zur anderen, — wobei, wenn beispielsweise nur eine Einzellast betrachtet und vom Eigengewichte abstrahiert wird, die Richtung des Scheiteldruckes aus der Verbindungslinie des ersten Kämpfer- und des Scheitelgelenkes in die Linie vom Scheitelgelenk nach dem zweiten Kämpfergelenke überspringt — wird durch vier Stahlfedern von der in T. X, F. 18 u. 19, dargestellten Form bewirkt.

In ähnlicher Weise sollen die in Fig. 14, S. 235 dargestellten Stahlbänder wirken, welche bei der Brücke der Anhaltischen Bahn über den Schiffahrtskanal in Berlin angebracht sind.

Bei einigen der in Magdeburg zur Ausführung gekommenen Bogenträger hat eine nachträgliche Verlaschung der Gurtungsflacheisen und die Einschaltung eines schmiedeisernen Verbindungsstückes mit seitlichem Spielraum, F. 15, T. X, stattgefunden; die Aufsflächen dieses Stückes liegen konzentrisch zum Mittelpunkte des Gelenkes und greifen noch zwischen Einlagen, welche an den Hauptträgern befestigt, in der Zeichnung aber nicht dargestellt sind. Im allgemeinen dürfte es sich empfehlen, bei Anordnung von cylindrischen Bolzen diese nicht bloß zwischen Backenstücke zu lagern, sondern vollständig gelenkförmig von plattenförmigen, mit den Gurtungen verbundenen Teilen umgreifen zu lassen.

§ 8. Die Pfeiler der Bogenbrücken. An den Pfeilern der Bogenbrücken kann der unterhalb der Kämpfer befindliche Teil und der darüber aufgebaute Pfeileraufsatz unterschieden werden. Der erstere hat die Auflagerkräfte der Tragkonstruktion aufzunehmen, während der Pfeileraufsatz nur einen Teil der Fahrbahn zu stützen, und allenfalls bei Endwiderlagern dem Erddrucke zu widerstehen hat.

Die Ermittlung der Pfeilerstärken geschieht nach den bekannten Regeln auf Grund der angreifenden Kräfte. Für die Mittelpfeiler ist dabei der für die Stabilität ungünstigste Fall in Betracht zu ziehen, daß von den angrenzenden Spannweiten die eine mit zufälliger Last beansprucht, die andere unbelastet ist. Wird bei der Erbauung der Brücke die Tragkonstruktion in den beiden Spannweiten nicht gleichzeitig aufgestellt, so ist auch der Fall in der Rechnung zu berücksichtigen, daß auf den Pfeiler bloß der vom Eigengewichte der Tragkonstruktion in einer Öffnung herrührende einseitige Schub wirkt. Man kann nun für diese angreifenden Kräfte, zu welchen sich noch das Gewicht des Pfeilers gesellt, die Mittelkraftslinie oder Drucklinie verzeichnen (man vergl. Kap. II, S. 152) und aus der Lage ihrer Schnittpunkte mit den einzelnen Fugen und speciell mit der Basisfuge die daselbst auftretenden Pressungen (nach Kap. XII, S. 49) bestimmen. Diese sollen die für das verwendete Steinmaterial zulässige Grenze nicht überschreiten und durchaus Druckkräfte sein, oder es sollen wenigstens keine größeren Zugspannungen als höchstens 1 bis 1,5 kg f. d. qem vorkommen. Außerdem muß aber auch ein genügender Reibungswiderstand gegen Verschiebung, namentlich in den unmittelbar unter dem Kämpfer gelegenen Steinschichten, vorhanden sein. Diese letztere Anforderung kann unter Umständen, nämlich bei großen Horizontalkräften und geringer oder ganz fehlender Belastung der Kämpferschichten durch den Pfeileraufsatz, zu der Anordnung geneigter, auf der Drucklinie normalen, Steinfugen führen (T. X, F. 2; Fig. 3, S. 220). In der Regel genügt es aber bei den Mittelpfeilern bloß breite Kämpfersteine anzuordnen, welche mehrere horizontale Schichten überdecken (T. IX, F. 4 u. 11). Diese Kämpferschichten sind aus Hausteinen zu bilden. Der Vorschlag, dieselben durch ein durchgehendes Gufsstück zu ersetzen, fand auf S. 234 Erwähnung.

Bei hohen oder weitgespannten Bögen darf bei der Ermittlung der Pfeilerpressungen auch die Wirkung des Winddruckes nicht außer Acht gelassen werden. Besteht der Überbau aus zwei Hauptträgern, deren Abstand in Kämpferhöhe b ist, und bezeichnet W den auf die Ansichtsfläche der Träger beider Brückenöffnungen und der dieselben bedeckenden Fahrzeuge wirkenden Winddruck, z die Höhe seines Angriffspunktes über der Kämpferlinie, so wird die im Auflager der Wind-abseitigen Träger ausgeübte Pressung

$P = \frac{1}{2} W \frac{z}{b}$. Diese Pressung ist mit richtiger Verteilung über den Pfeilerquerschnitt zu den von den anderen angreifenden Kräften hervorgerufenen Spannungen zu addieren.

Die Stabilität des Überbaues verlangt, daß die Windkraft $\frac{1}{2} W \frac{z}{b}$ nicht größer werde als der vom Gewichte herrührende Vertikaldruck. Bei hohen Bögen kann es hierzu notwendig werden, die Tragwände in geneigte Ebenen zu legen, um den Abstand b entsprechend groß zu machen. Da alsdann aber die Pfeiler eine übermäßige Länge erhielten, welche für die Druckübertragung auf das Fundament nicht notwendig erscheint, so hat man sie in diesen Fällen in der Regel aus zwei für jede Tragwand getrennten Teilen hergestellt. Beispiele hierfür bieten die beiden Douro-Brücken, deren eine auf T. X abgebildet ist, der Garabit-Viadukt, der Blauw-Krantz-Viadukt (Fig. 3, S. 220) und verschiedene andere.

Während für die Herstellung der Pfeiler bis auf Kämpferhöhe wohl ausschließlich nur Stein zur Anwendung kommt, können die Pfeileraufsätze, sofern sie nicht als Endwiderlager gegen Erdreich abschließen, auch aus einem anderen Materiale ausgeführt werden. Bei sparsamen Ausführungen können sie über den Mittelpfeilern auch ganz wegleiben, und es schließen dann die Pfeiler in Kämpferhöhe ab. Handelt es sich aber um eine bessere Gestaltung der Brücke, so wird man die Pfeiler wenigstens an den Stirnen in Stein bis zur Fahrbahnhöhe emporführen und diesen Aufsatz in einen architektonischen Zusammenhang mit dem Unterbau des Pfeilers bringen, wobei Kap. VI, §§ 17 bis 20 zu Rate zu ziehen ist.⁸⁾

Bei hoch über den Kämpfern gelegener Fahrbahn wird man die Pfeileraufsätze nicht aus Stein, sondern in Form eiserner Gitterpfeiler ausführen (Douro-Brücke T. X, F. 1, Garabit-Viadukt); unter Umständen können aber selbst diese überflüssig erscheinen, vergl. Fig. 3, S. 220.

§ 9. Ausgeführte neuere Bogenbrücken. In folgendem sollen noch einige der auf den Tafeln dargestellten Brücken etwas eingehender besprochen werden.

a. Bogenbrücken ohne Gelenke.

1. Fußgängerbrücke mit Treppe⁹⁾, T. VIII, F. 14^{a-e}. In geschickter Weise ist bei diesem, aus einem Werke von Mary entnommenen Bauwerke, die Überführung einer 1,50 m breiten Bahn für Fußgänger vermittels eines Bogens über einen zweigleisigen Eisenbahneinschnitt bewirkt. Die lichte Weite des Bogens beträgt in der inneren Laibung 13,0 m, die zugehörige Pfeilhöhe 3,15 m. Jeder der beiden Bogen ruht an den Widerlagern mit festen Enden auf und ist daselbst mit acht Steinschrauben befestigt, F. 14^f. An den Übergangsstellen der Treppe in den oberen horizontalen Teil der Bahn befinden sich zwei stärkere Querverbindungen, F. 14^g, in der Fläche der unteren Gurtungen außerdem ein Windverband, F. 14^h. Zur Befestigung der hölzernen Tritt- und Setzstufen dient ein entsprechend gestaltetes, mit dem Bogen vernietetes Flacheisen von 4 cm Breite, 7 mm Stärke, mit welchem jede Stufe durch je einen Bolzen von 10 mm Stärke verbunden ist. Gleiche Flacheisen sind bei Herstellung des einfachen Geländers verwandt. Das Gewicht beträgt im ganzen: an Schmiedeeisen 4320 kg, an Gußeisen 7 kg, welches letztere nur zur Herstellung von Schuhen bei der Befestigung der einfachen Geländerstäbe Verwendung gefunden hat. Trittstufen und Belag haben 4 cm, die Setzstufen 3 cm Stärke erhalten.

2. Die Margarethen-Brücke in Buda-Pest, T. VII, F. 16 bis 20¹⁰⁾, überschreitet die Donau unterhalb der Margarethen-Insel, welche anfänglich mit der Brücke in Verbindung gebracht werden sollte. Die Brücke besteht aus zwei symmetrisch gleichen, unter einem Winkel von 150°, F. 17, zusammentreffenden

⁸⁾ Über die Ausbildung der Formen der Widerlager, sowie über Gruppenpfeiler und Widerlagspfeiler vergleiche § 22 bzw. § 23 des VI. Kapitels.

⁹⁾ Man vergleiche in der ersten Abteilung dieses Werkes Kap. I, S. 102 und T. III, F. 6.

¹⁰⁾ Vergl. in der ersten Abteilung T. XXVII, F. 16.

und durch einen starken, im Horizontalschnitt trapezförmigen Pfeiler getrennten Teilen von je drei Öffnungen. Die Bahn steigt von beiden Ufern mit 1:36 nach der Mitte; die Spannweiten der aufeinander folgenden Öffnungen nehmen dementsprechend an Gröfse zu. Sie betragen der Reihe nach 73,501, 82,666, 87,882 m, die gesamte Brückenlänge von Widerlager zu Widerlager etwa 600 m, die Summe der lichten Weiten, einschliesslich der Uferbogen von je 20 m, rund 528,000 m. Die Pfeilhöhen der Bogen sind 5,134, 6,480, 7,371 m, wonach das Pfeilverhältnis von $\frac{1}{14}$ bis $\frac{1}{12}$ wechselt. Die Kämpfer der Eisenbogen liegen für sämtliche Mittelpfeiler auf derselben Höhe, 10,115 m über Null, an den Widerlagern dagegen tiefer, bei 9,483 m. Widerlager und Pfeiler wurden pneumatisch fundiert; die Pfeiler sind in den Vorköpfen mit Granit, an den Seitenflächen mit Sandsteinquadern verkleidet und mit Schichtenmauerwerk aus Sandsteinen hintermauert. Der Kämpfering und die Abdeckung der Vorköpfe bestehen ganz aus Granitquadern, eben solche Quader gehen hinter den Bogen der Eisenkonstruktion auf die ganze Pfeilerbreite durch.

Die Brückenbahn besitzt im ganzen eine Breite von 16,706 m, wovon 11,006 m auf die Fahrbahn und je 2,850 m auf die um 15 cm höher liegenden Fußspfade kommen. Die durch 6 mm starke Buckelplatten von je $1,08 \times 1,85$ m unterstützte Fahrbahn wird durch ein Holzpflaster, die Fußspfade durch Holzbelag gebildet. Die letzteren sind teilweise auf Konsolen übergekragt und es kann hier auf einen Übelstand aufmerksam gemacht werden, welcher sich auch bei anderen, ähnlichen Anordnungen gezeigt hat. Die in der Ebene der Geländer an der Aufsenseite der Fußspfade angebrachten Gas-Kandelaber gerieten infolge der Erschütterungen und der Einbiegung der Fahrbahn in unangenehme Schwankungen, derart, dass im vorliegenden Falle die Gläser der Laternen häufig zerbrachen und man sich schliesslich entschied, die Kandelaber auf der Eisenkonstruktion ganz zu entfernen und nur diejenigen auf den Pfeilern beizubehalten.

Die sechs Hauptbogen liegen in Entfernungen von 2,50 m von Mitte zu Mitte und besitzen einen kastenförmigen Querschnitt, F. 18^a, dessen lichte Weite etwa 60 cm beträgt, während die Höhen von dem Scheitel nach den Kämpfern zunehmen und in den einzelnen Öffnungen von 0,85 bis 1,20, 0,90 bis 1,30 und 0,95 bis 1,50 m wechseln. Diese Träger stützen sich durch Vermittelung von Stahlkeilen gegen gusseiserne Auflagerplatten, Fig. 11, S. 529, während in den Zwickeln eine Aussteifung durch senkrechte Pfosten und Diagonalen, in Verbindung mit dem starken Horizontalgurte 18^b, 19, 20, angebracht ist.

Horizontalquerverbände sind, ausser den durch die steife Bahn gegebenen, nicht vorhanden; in den Kreuzungspunkten der Zwickeldiagonalen führen stabförmige Verbindungen über die ganze Brückenbreite, ausserdem befinden sich in den Ebenen der Pfosten vertikale Querverbindungen zwischen den Hauptträgern, F. 19 u. 20. Aus ästhetischen Rücksichten, welche bei dem ganzen Entwürfe und der Ausführung besonders maßgebend waren, sind noch an den Pfosten und Diagonalen in den Zwickeln der Außenbogen die Winkeleisen nach außen gelegt, während sie an den Innenträgern innen liegen.

Die statische Berechnung, auf Grund deren die Ausführung durch die Unternehmer Gouin & Co. in Paris erfolgte, geschah unter Vernachlässigung der Aussteifung der Zwickel und in etwas unvollkommener Weise nach den von Bresse aufgestellten Formeln. Als Belastungen wurden hierbei 400 kg f. d. qm für Menschengedränge, Raddrücke von 5800 kg zu Grunde gelegt, die Beanspruchung sollte 750 kg für die Hauptträger, 600 kg für die Querträger nicht überschreiten. Die eigentliche Bauzeit der im Jahre 1876 vollendeten Brücke, zu welcher eine Konkurrenz im Herbst 1871 ausgeschrieben worden, betrug rund $3\frac{1}{2}$ Jahre. Die Kosten der in General-Enterprise für eine Pauschalsumme zur Ausführung gekommenen Brücke haben 8531 100 M. betragen, das Gewicht an Eisen f. d. qm der von der lichten Eisenkonstruktion überdeckten Fläche 615 kg.

3. Die Brücke über den Mississippi bei St. Louis, T. VII, F. 1 bis 15, übersetzt den Strom mit drei Öffnungen, von welchen die mittlere 158,50 m, eine jede der Seitenöffnungen 153,01 m lichte Weite besitzen. Maßgebend für die gesamte Anordnung waren einerseits die Interessen der Schifffahrt, andererseits die Rücksichten auf die durch Hochwasser und Eis drohenden Gefahren, welche bei der starken Einengung des Flusses innerhalb der Stadt und dem aus beweglichem Sande bestehenden Flussbett um so ernstlicher in Betracht gezogen werden mussten. Es wurde hiernach erforderlich, die Gründung der Pfeiler auf beträchtliche Tiefe bis zu dem unterhalb des Sandes gelegenen Felsen in Aussicht zu nehmen, wodurch hohe und starke, auf die Anordnung größerer Weiten hinweisende Pfeiler bedingt waren, während zugleich die Erhaltung einer möglichst unbeschränkten Durchflußweite die Anordnung von nur wenigen Pfeilern forderte. Dementsprechend fiel die Entscheidung zu Gunsten der obengenannten Weiten und gleichzeitig für die Verwendung von Stahl.

Die Brücke besitzt zwei Bahnen übereinander, von welchen die obere, F. 8 u. 10, für den Straßenverkehr, die untere, in zwei Teile zerfallende, für die Überführung der zweigleisigen Eisenbahn bestimmt

ist. Die Unterstützung geschieht durch vier Hauptbogenträger mit festen Enden, von denen die inneren 3,66 m, die äußeren 5,03 m voneinander angeordnet sind. Die untere Bahn ist nach einer Parabel gestaltet, welche die unteren Gurtungen der Bogenträger in den Scheiteln tangiert; die obere, um 8 m höher gelegene Bahn fällt mit verschiedenen Neigungen von der Mitte symmetrisch nach beiden Ufern, s. F. 1.

Die Hauptträger sind Fachwerkbogen mit parallelen Gurtungen, deren einzelne von Knotenpunkt zu Knotenpunkt sich erstreckende Teile die Sehnen eines Kreisbogens bilden. Die Bogenhöhe beträgt zwischen den Gurtungsmittelpunkten 3,652 m, die Kämpfer liegen in der Mittelöffnung 3,77 m, in den Seitenöffnungen 3,31 m über dem Horizont des Generalnivelements der Stadt, welcher 5,40 m über dem Mittelwasser sich befindet. Die Pfeilhöhe beträgt in der Mittelöffnung 18,20 m, in den Seitenöffnungen 17,20 m oder etwa $\frac{1}{9}$ der Weite. Die Stahlröhren der Bogengurtungen haben eine mittlere Länge von 3,60 m, einen äußeren Durchmesser von 0,457 m, F. 14^a, und setzen sich aus sechs gewalzten Stahl-Segmenten, welche fahrschaubenanartig aneinander gereiht sind, zusammen, s. F. 14^b. Die Stärken der Röhre variieren vom Scheitel nach den Kämpfern in fünf Abstufungen von 3 bis 6 cm und es werden die Segmente einer jeden Röhre vermittels einer 6 mm starken Hülse von Stahlblech umschlossen, deren Längsfuge durch eine 184 mm breite, mit vier Nietreihen befestigte Lasche gedeckt ist. An den beiden Enden der Hülse sind eiserne, 64 mm breite Ringe aufgezogen, gegen welche die zur Verbindung der aufeinander folgenden Röhren dienenden Kuppelungsmuffen sich lehnen. Die über die Hülsen vorstehenden Enden der Röhren sind abgedreht und mit Nuten versehen, in welche die entsprechenden Hervorragungen von zweiteiligen, in den Flantschen durch je vier Bolzen zusammengehaltenen Kuppelungsmuffen, F. 14^a, eingreifen. Die Nuten haben 9 mm Tiefe, die Breite variiert vom Scheitel nach den Kämpfern mit 23 bis 31 mm, ihre Ausdehnung an den Enden der Röhren mit 190 bis 250 mm. Durch eine jede der Rohrkuppelungen greift ein starker, etwas konischer Stahlbolzen, F. 12, dessen Stärke von 9 bis 17 cm beträgt, und welcher von den Augen der schmiedeisernen Diagonalen der Bogenträger umfaßt wird, auch die Anschlußbleche der die obere Fahrbahn tragenden Pfosten, der Quer- und Kreuzverbände aufnimmt. An einer mit einem Gewinde versehenen Verlängerung dieser Bolzen, F. 12^d, sind außerdem die röhrenförmigen Querverbindungen, welche zwischen den einzelnen Gurtungen liegen, angeschraubt. Diese Röhren haben 146 bis 165 mm äußeren Durchmesser und 9,5 mm Stärke. Die Breite und Stärke der Diagonalen der Hauptbogen wächst nach den Kämpfern und zwar die Breite von 325 bis 500 mm, die Stärke von 40 bis 56 mm. F. 6 giebt den Querschnitt einer der in der Nähe des Bogenanfangs befindlichen Diagonalen. Je zwei, zur Diagonale eines Hauptträgers gehörige Flacheisen sind auf die ganze Bogenhöhe vermittels Gitterwerk ausgesteift, s. F. 6 u. 8. Das Schlußstück der Bogen ist, wie F. 15 zeigt, in zwei Teile zerlegt, worin sich Schraubengewinde und zwar ein rechtsgängiges und ein linksgängiges befinden. Mit Hilfe eines entsprechend ausgestatteten Futters, dessen Drehung mittels durchgesteckter Bolzen bewerkstelligt wurde, konnte dem Schlußstück die richtige Länge gegeben werden. Der hierbei zwischen den beiden Teilen des Stahlrohrs verbleibende Abstand wurde durch einen starken Ring ausgefüllt.

Die Schienen der unteren Fahrbahn ruhen auf Holzstücken, F. 5 u. 8, welche zwischen zwei eisernen Trägern gelagert und von diesen durch untergenietete Quereisen getragen werden. Die eisernen Schienenträger werden in Entfernungen von etwa 4,0 m durch Querträger unterstützt, welche in demjenigen Teil, in welchem die Bahn sich zwischen den Gurtungen der Hauptbogen befindet, aus genieteten Blechbalken bestehen, F. 8 u. 9. Diese letzteren sind an die Bolzen der darüberliegenden Gurtungskuppelungen angehängt, an den Kreuzungsstellen mit der oberen Bogengurtung, F. 8, auch unmittelbar an jene Bolzen befestigt. Wo es thunlich war, ist die Verbindung zwischen der Gurtungskuppelung und dem Querträger durch Eckwinkel ausgesteift, s. F. 9. Auf der über den Bogengurtungen gelegenen Strecke wird die untere Bahn von den Pfosten der oberen mit unterstützt; daselbst bestehen die Querträger, F. 10, aus einem Holzbalken, der durch eine Eisenkonstruktion mit trapezförmiger oberer Gurtung getragen wird. Ob man die Sicherheits-Langschwelen ausgeführt hat, welche in F. 8 u. 9 dargestellt sind, ist zweifelhaft geblieben.

Die Querträger der oberen Fahrbahn, F. 4^a, 8, 10, haben eine Länge von 15,18 m, 0,360 m Höhe und werden durch die vier Pfosten der Hauptbogenträger unterstützt. Die Pfosten sind aus \square -Eisen und Gitterwerk gebildet, s. F. 7 u. 8; die Breiten der \square -Eisen variieren zwischen 254 und 152 mm, F. 7 giebt den Querschnitt der Pfosten bei Knotenpunkt 8. Zwischen den Pfosten sind die vertikalen Querverbände angeordnet; dieselben sind aus Rundeisen hergestellt und mit Spannschlössern versehen, siehe F. 8 u. 10. — Die vorhin genannten oberen Querträger bestehen aus Blechbalken und es war eine zeitlang beabsichtigt, die unteren Gurtungen derselben oberhalb der Eisenbahngleise durch Bleche von 10 mm Stärke zu über die ganze Länge der Brücke reichenden Blechtafeln zu verbinden, teils als Schutz gegen Zündung durch die Lokomotiven, teils zur Erzielung einer kräftigen Windversteifung. Über den Querträgern liegen die hölzernen Strafsenbalken für Fahrbahn und Trottoir, s. F. 8. Diese Strafsenbalken sind so an-

geordnet, daß sich zwei seitliche 1,440 m breite Wege für die Pferdebahn und zwei mittlere Spuren für den gewöhnlichen Fuhrwerksverkehr bilden. Flacheisen schützen die mittleren Balken vor dem Angriff der Räder; den Zwischenraum füllt ein 7,2 cm starker Belag.

Der unter der oberen Fahrbahn befindliche horizontale Querverband (die Windversteifung) ist in F. 4 dargestellt. Die Querträger fügen sich in einen starken eisernen Rahmen ein; zwei Profile des Rahmens sind in F. 4^b aufgenommen. Die Diagonalen bestehen aus Rundeisen mit Spannschlössern; unmittelbar unter denselben liegen mit der Brückenachse parallel vier 127 mm hohe I-Eisen, welche die Querträger aussteifen und die Schwingungen der Diagonalen mildern. Eigenartig angeordnet und beachtenswert ist der Anschluß des Rahmens an die Pfeiler. An der Schmalseite ist derselbe mit einem Schnabel, F. 4^a, versehen, welcher einen prismatischen Ansatz hat, s. F. 4^a. Dieser Ansatz ruht auf einer starken, mit Vorsprüngen versehenen gußeisernen Platte, welche sich zwischen den Punkten $p p_1$, F. 10, befindet, und zwar derart, daß er sich etwas nach der Längsrichtung der Brücke, aber nicht zur Seite verschieben kann. Jene Platte wird von zwei sich kreuzenden Ankerbolzen gehalten, welche die Richtungen $p o_1$, $p_1 o$, F. 10, haben; sie endigen bei $o o_1$ in geeignet gestalteten Gußkörpern. Die letzteren sind durch vertikale Bolzen von etwa 5 m Länge mit dem Mauerwerk verankert.

Daß auch Windversteifungen angebracht sind, welche zwischen den Bogengurtungen liegen, ist selbstverständlich; auf die Konstruktion derselben wurde bereits aufmerksam gemacht.

Die Konstruktion der Auflager der Bogenenden ist schon früher, S. 232, bei Besprechung der Lager im allgemeinen, erörtert und es kann hierauf verwiesen werden.

Bezüglich der Inanspruchnahmen sollte die Spannung des Stahles für Druck 2000 kg, für Zug 1600 kg f. d. qcm nicht übersteigen. Die Röhrensegmente, Stahlbolzen, Kuppelungen u. s. w. sollten bei den Proben einen Druck von 4300 kg, bezw. einen Zug von 2900 kg ohne bleibende Formänderung ertragen, eine Bruchfestigkeit für Zug von 7200 kg besitzen, der Elasticitätsmodul innerhalb der Grenzen 1870000 und 2160000 verbleiben. Das Blech der Stahlhülse sollte ohne Formänderung einer Zug- oder Druckspannung von 2900 kg ausgesetzt werden können, eine Bruchfestigkeit auf Zug von 7200 kg besitzen. Die Stahlbolzen der Auflager haben anfänglich der Inanspruchnahme mit 2900 kg in der vorgedachten Weise nicht zu widerstehen vermocht, obwohl Probestücke einem Zuge von 7000 kg ausgesetzt werden konnten, ohne zu brechen. Spätere Verbesserungen in der Herstellung des Stahles beseitigten diesen Mifsstand. Auch die Anfertigung der Röhrensegmente konnte erst nach und nach in gelungener Weise bewerkstelligt werden. Nicht minder gab die Anfertigung der Schmiedeeisenstäbe zu Schwierigkeiten Veranlassung, da dieselben zuerst nur eine Zugfestigkeit von 3800 kg anstatt der bedungenen 4200 kg zeigten.

Die statische Berechnung wurde sorgfältig und vollständig durchgeführt. Die Montierung der Eisenkonstruktion ist an anderer Stelle (Kap. XVI, § 29) besprochen.

Das Gewicht eines Hauptträgers der Mittelöffnung beträgt ohne Horizontalversteifungen 220 654 kg oder rund 1400 kg f. d. m. Hierzu treten für Fahrbahn und Querverbindungen 1600 kg an Eisen und Stahl; hiernach beträgt das Gesamtgewicht für vier Träger und für den Meter 12000 kg.

Die Arbeiten an den Zufuhrviadukten¹¹⁾ und dem doppelten Tunnel, welcher die tiefer gelegene Bahn mit dem Centralbahnhof verbindet, wurden 1873 begonnen und in einem Jahre vollendet, während der Bau der Hauptbrücke 1871 begonnen und die Eröffnung 1874 stattfand.

Unmittelbar nach der Vollendung im Juni 1874 fanden die Probelastungen mit ruhender und bewegter Last durch eine Lokomotive von 30000 kg Gewicht, sowie durch Züge, aus Lokomotiven und Tendern von 15000 kg Gewicht gebildet, statt. Die Ergebnisse waren befriedigend, und es zeigten sich nirgends bleibende Einbiegungen. Auch die infolge der Temperaturänderungen eintretenden Bewegungen blieben innerhalb der bei dem Entwurfe vorgesehenen Grenzen. Bei der größten beobachteten Temperaturänderung betrug die Scheitelhebung 25 cm.

Über die St. Louis-Brücke ist ein mit vielen Zeichnungen ausgestattetes Werk erschienen, welches von besonderem Wert ist: *Woodward. A history of the St. Louis bridge, containing a full account of every step in its construction and erection and including the theory of the ribbed arch and the test of materials. St. Louis 1881.*

b. Bogen mit Kämpfergelenken.

1. Die Eisenbahnbrücke über die Ruhr bei Mühlheim, T. VIII, F. 1—5, hat drei Stromöffnungen von 36,09 m, und sieben Flutöffnungen von 15,69 m Weite. Letztere sind überwölbt, erstere mit Eisenkonstruktion überdeckt. Die Brücke ist zweigleisig und es sind vier Bogenträger in je 1,78 m

¹¹⁾ Vergl. Kap. I, S. 103.

Entfernung voneinander angeordnet, F. 5. Die Stützweite der mit horizontalem oberen Gurt und Zwickelversteifung versehenen Bogenträger ist 36,29 m, die Pfeilhöhe 4,92 m, die Konstruktionshöhe im Scheitel 0,340 m zwischen den Gurtmittellinien.

Der Bogen besteht aus einem Stehblech von $\frac{435}{26}$ mm, 4 $\sqrt{\frac{104 \cdot 104}{15}}$, 1 Deckflacheisen $\frac{286}{16}$, die untere Gurtung ist in der Mitte auf etwa 8 m Länge durch eine zweite Lage $\frac{286}{13}$ verstärkt. An den Kämpfern wird die Übertragung des Druckes gegen den Stützkeil durch zwei schmiedeiserne Backenstücke bewirkt, welche mit ihren glattgehobelten Flächen sich gegen die Hauptbogen, bezw. die besonders zwischen den Gurtungswinkeln angebrachten Futter legen und, F. 1, durch fünf Bolzen von 32,5 mm Stärke, im unteren Teile durch 22 Bolzen von 30 mm Stärke mit dem Bogen verbunden sind. Der scharfe Schluss der Deckflacheisen und der abstehenden Winkeleisenchenkel mit den Backenstücken wird durch genau eingepasste Keile bewirkt, welche nach der Aufstellung der Träger, aber vor deren Belastung mäfsig eingetrieben und leicht verstemmt wurden.

Die obere Gurtung besteht auf 16,0 m von den Enden aus einem Stehblech von $\frac{340}{13}$, von da bis zum Scheitel ist das Stehblech 26 mm stark und schliesst sich mit der unteren Begrenzung dem Bogen an. Die vier Winkeleisen sind $\sqrt{\frac{80 \cdot 110}{13}}$, die Gurtungsflacheisen $\frac{280}{10}$. Die Stöße der Stehbleche liegen in der Mitte der Felder, nur die 26 mm starke Lage erhielt noch einen Stofs im Scheitel. Die Stöße werden durch Doppellaschen, 429 lange $\frac{182}{13}$ Flacheisen, gedeckt, die Stöße der Flacheisen durch einfache, 600 mm lange Laschen.

Zum Anschluß der Pfosten und Diagonalen sind, F. 2^a, zwei Winkel $\sqrt{\frac{104 \cdot 104}{15}}$ an die obere und untere Gurtung genietet, welche 26 mm starken Anschlußblechen zur Befestigung dienen. Die Räume zwischen den Anschlußblechen sind durch Futterstäbe $\frac{104}{26}$ gefüllt. In der Mitte verbindet eine gemeinschaftliche, 26 mm starke Platte beide Gurtungen, bezw. sind dieselben unter Vermittelung von Keilstücken oder unmittelbar miteinander vernietet.

Die Pfosten bestehen aus vier Winkeleisen, deren Stärke variiert und zwar $\sqrt{\frac{104 \cdot 104}{15}}$, $\sqrt{\frac{90 \cdot 90}{13}}$, $\sqrt{\frac{80 \cdot 80}{10}}$. In der Mitte der Höhe sind die Pfosten noch durch eine aus einem vertikalen Flacheisen $\frac{156}{26}$ und vier Winkeln $\sqrt{\frac{80 \cdot 80}{10}}$ bestehende Längsverbinding ausgesteift, außerdem soweit erforderlich die Winkel durch Einlagen in Verbindung gesetzt, F. 2^{a u. b}.

Die Diagonalen bestehen sämtlich aus vier Winkeln $\sqrt{\frac{104 \cdot 104}{15}}$, die abstehenden Schenkel sind aufeinander genietet, die anliegenden lassen 26 mm Zwischenraum zum Durchgang des $\frac{156}{26}$ Flacheisens der Längsverbinding.

Horizontalsteifen befinden sich, F. 2^{a u. b}, in allen Knotenpunkten des Bogens, an der oberen Gurtung am Auflager und in den Knotenpunkten 1 bis 6. Sie bestehen aus vier $\sqrt{\frac{65 \cdot 65}{8}}$. Außerdem befinden sich bei 1, 3 u. 5 Diagonalkreuze, F. 2^{a u. b}, aus Flacheisen $\frac{90}{16}$, welche durch Anschlußbleche mit den Pfosten und Horizontalsteifen verbunden sind. Diese Anschlußbleche sind entsprechend den Gurtwinkeln ausgeschnitten und im unteren Gurte gebogen. Zwischen den Bogen befindet sich ein durchgehender Kreuzverband und zwar zwischen den inneren Bogenträgern aus zwei Flacheisen $\frac{80}{13}$, den äusseren aus einem Flacheisen $\frac{80}{13}$ gebildet, F. 4. Zwischen den oberen Gurten reicht der Kreuzverband von den Auflagern nur bis zu Punkt 6.

Der Auflagerstuhl, F. 1, hat eine Grundplatte von 1,250 m Länge, 0,52 m Breite und trägt mittels zweier Längen- und einer Querrippe das Lager des Stützkeiles. Dieser hat eine mittlere Höhe von 156 mm, die Lagerfläche eine Neigung von 1:48; er wird von zwei Seitenkeilen gehalten, welche sich gegen die Leisten des Lagers stützen. Letztere springen an beiden Seiten über die Seitenkeile vor und schliessen die schmiedeisernen Backenstücke des Bogenanfanges seitlich ein. Die Grundplatten der Auflagerstühle sind nach genauem Versetzen mit Cement hintergossen. Die Verlängerungen der oberen Gurtungen sind vermittels gußeiserner Auflagerplatten fest, jedoch so gelagert, daß eine Verschiebung in horizontalem Sinne nach der Längenrichtung möglich bleibt. Es ist schon hervorgehoben, daß eine feste Auflagerung der oberen Gurtung sich nicht empfiehlt.

Die statische Berechnung der Bogenträger ist für eine Nutzlast von 3980 kg und unter der Annahme eines Mittelgelenkes geschehen. Die Spannungen sind sehr mäfsig. Die Probelastungen fanden

mit Tender-Lokomotiven von 40000 kg Gewicht und 8,5 m Länge statt. Eine Maschine im Scheitel auf einem Gleis rief eine Senkung desselben um 5 mm, zwei Maschinen eine solche von 7,6 mm hervor, während an dem Träger des nicht belasteten Gleises keine Bewegung eintrat. Bei Belastung durch drei Maschinen senkte sich das belastete Gleis um 9,6 mm, der nächste Träger um 2,17 mm, der äußerste nicht.

Das Eisengewicht für eine Öffnung beträgt 3438 kg f. d. m und getrennt nach Querverbänden und Hauptträgern, einschließlic Horizontalverband

$$p_2 = 109 + 92,46l \quad \text{oder für ein Gleis} \quad p_1 = 55 + 46,2l.$$

2. Die Brücke über den Rhein bei Koblenz,¹²⁾ T. VIII, F. 7 bis 12, überschreitet den Strom noch innerhalb der Stadt mit drei Öffnungen, welche mit Bogenträgern von 98,078 m Stützweite und 8,900 m Pfeilhöhe überdeckt sind. Die Bogenkonstruktion wurde mit besonderer Rücksicht auf die durch die Lage der Brücke laut werdenden Wünsche gewählt, die überall sich bietenden reizenden Aussichten durch den Bau derselben möglichst wenig zu beeinträchtigen. In Bezug auf die Höhenlage wurden hierbei die schon in der Einleitung erwähnten und für weitere Rheinbrücken maßgebend gebliebenen Bestimmungen getroffen. Zur Unterstützung der beiden Eisenbahngleise sind drei Bogenträger angeordnet, von welchen der mittlere die doppelte Tragfähigkeit der beiden äußeren besitzt, s. F. 10. Diese Hauptträger sind in Entfernungen von 4,720 m von Mitte zu Mitte gelagert und durch die Querträger der Fahrbahn, außerdem in den Teilen, in welchen die Bogen unterhalb liegen, durch besondere Verbände gegeneinander abgesteift. Ein oberer Horizontalverband liegt, F. 9, 10, in der Ebene der unteren Gurtungen der Querträger, ein weiterer Horizontalverband ist in der Fläche der unteren Gurtungen der Bogenträger soweit als thunlich durchgeführt und an besondere, an die unteren Querverbände genietete Anschlussbleche befestigt. Die Gurtungen der Hauptträger sind nach Kreisbogen gekrümmt; die radiale Bogenhöhe zwischen den Gurtungsblechen beträgt 3,140 m, das Fachwerk besteht aus vertikal gerichteten, 1,88 m voneinander entfernten Pfosten und zwei Diagonalen in jedem der hierdurch gebildeten Felder. An den Enden sind die Gurtungen gradlinig nach dem Stützpunkt herabgeführt, F. 7, die hierdurch entstehenden äußeren Zwickel jedoch mit besonderen Blechausfüllungen versehen, welche während des Montierens durch Keile besonders unterstützt wurden. Diese Keile sind indessen nachträglich nicht wieder entfernt worden, sodaß der Träger nicht im vollen Mafse frei ist. Eine jede der Bogengurtungen besitzt einen kastenförmigen Querschnitt aus zwei Stehblechen, welche durch vier Winkelleisen mit den Deckblechen verbunden sind, deren Stärke und Anzahl variiert, F. 10. Die Breite der Stehbleche beträgt 42 cm, die durchschnittliche Länge 5,65 m, die Stärke bei den äußeren Bogen 16 mm, bei dem mittleren 26 mm. Die Gurtungsbleche haben im mittleren Träger 995 mm, in den äußeren 685 mm Breite, ihre Länge beträgt etwa 3,77 m. Die Gurtungswinkel von 104 mm Schenkellänge, 17 mm Stärke haben durchschnittlich eine Länge von 11,300 m, sie sind in den Stößen durch besondere Deckwinkel, Stehbleche und Deckbleche durch Laschen gedeckt. Die Krümmung bei h , F. 7^a, von welcher Stelle die Gurtungsbleche nach der Achse des Stützkeiles gerichtet sind, ist nach einem Radius von 1,200 m bewirkt, wobei der Mittelpunkt auf der dem Bogenscheitel zugekehrten Kante der Radialversteifung liegt. Jede Gurtung ist an der Krümmungsstelle noch durch $4 \sqrt{\frac{104 \cdot 104}{17}}$ verstärkt. Die Radialversteifung besteht aus zwei Platten von 60 cm Breite und derselben Stärke wie die Stehbleche, von welchen eine jede, F. 7^c, durch $2 \sqrt{\frac{104 \cdot 104}{17}}$ gesäumt ist. An den Enden werden die Gurtungen zwischen den Stehblechen von zwei geschmiedeten Backenstücken gefast, von denen das äußere, F. 7^c, unmittelbar auf dem Stützkeil ruht, während ein Keilpaar zwischen ihnen angebracht ist. Auf die Backenstücke wird der Druck durch scharf passende, 30 mm starke Bolzen übertragen. Mit den Stehblechen, welche im Stofs durch besondere Deckbleche verbunden, sind noch äußere Backenstücke verschraubt, welche sich ebenfalls gegen den Stützkeil lehnen und in ihrem vorderen Teile mit dem äußeren Backenstück der Gurtbleche fest verschraubt sind, sodaß die drei aufruhenden Teile zusammen gefrast werden konnten. Die vertikal gerichteten Pfosten der Bogenträger bestehen aus einer 10 mm starken Blechplatte und $4 \sqrt{\frac{80 \cdot 80}{13}}$. Die Diagonalen sind aus \perp -Eisen hergestellt und zwar in drei Kalibern 143.100.20; 143.80.15; 124.75.10, welche je nach Erfordernis noch durch Flacheisen $\frac{143}{16}$ bei den mittleren, $\frac{124}{10}$ bei den äußeren Trägern verstärkt sind.

Die Querträger werden auferhalb der Bogen von besonderen vertikalen Stützen, innerhalb der Bogen von den vertikalen Pfosten der Bogenträger getragen. Sie besitzen eine Blechwand $\frac{442}{10}$, Gurtungswinkel $\sqrt{\frac{80 \cdot 80}{13}}$ und Gurtungsflacheisen $\frac{170}{13}$. Sämtliche Querträger sind mit rechteckigen Ausschnitten ver-

¹²⁾ Vergl. Kap. I, S. 72, sowie über die Ausführung Kap. XVI, § 28.

sehen, F. 10, durch welche die in 1,88 m Abstand liegenden Schwellenträger gesteckt sind. Dieselben sind noch durch besondere an die Querträgerbleche genietete Winkeleisen von 470 mm Länge unterstützt. Die Querträgerstützen oberhalb der Bogen bilden eine Fortsetzung der vertikalen Pfosten der letzteren und bestehen wie diese aus einer 10 mm starken Blechplatte und $4 \sqrt{\frac{80 \cdot 80}{13}}$. Die Befestigung auf den oberen Gurtungen geschieht durch $\sqrt{\frac{90 \cdot 90}{15}}$, welche in ihren abstehenden Schenkeln entsprechend der Krümmung im Winkel gerichtet sind. Die oberen Enden der Stützen sind durch eine Längsverbinding unterhalb der Querträger gehalten, welche aus einem 13 mm starken Blech und $2 \sqrt{\frac{90 \cdot 90}{15}}$ bestehen. Die Bleche haben unter dem Mittelbogen 884 mm, über den Aufsenbogen 570 mm Breite. Das gegen den Scheitel gekehrte Ende dieses Längsverbandes ist mit den oberen Gurtungsdeckblechen vernietet, an den Pfeilern ruht das Ende derart auf einem festverankerten gußeisernen Kasten, daß eine freie Bewegung nach der Länge und Höhe möglich ist, dagegen eine Seitenhaltung stattfindet. Auf den Querträgern über den Winkeln des vorgenannten Längsverbandes liegen $\sqrt{\frac{90 \cdot 90}{15}}$. Dieselben sind mit den oberen Gurtungen der Querträger vernietet und bewirken eine Seitenhaltung. Eine Längsverbinding zur Aussteifung der Querträgerstützen geht noch horizontal, etwa von der Mitte der äußersten Stützen bis zum Bogen. Dieselbe wird je von 2 \perp -Eisen $143 \cdot 80 \cdot 15$ gebildet.

Jeder Schwellenträger besteht aus zwei \perp -Eisen, F. 10, deren Längen vier Feldlängen betragen und deren Stöße je auf die Mitte des Zwillingsträgers treffen. Jedes \perp -Eisen ist in seiner Mitte fest mit dem betreffenden Querträger verbunden, im übrigen gestatten die Verbindungen durch längliche Löcher den nötigen Spielraum.

Die horizontalen Steifen der an allen geraden Teilungsnummern von 0 bis 16 angebrachten vertikalen Querverbände bestehen, s. u. a. F. 10, aus einem 10 mm starken, 240 mm hohen Flacheisen mit $\sqrt{\frac{80 \cdot 80}{11}}$, die Kreuze aus Flacheisen $\frac{115}{13}$. Die Stäbe der horizontalen Windverbände haben 104 mm Breite, 13 mm Stärke. Sämtliche Diagonale sind mit Spannung eingesetzt, indem die Bohrung um $\frac{1}{12}$ der Länge zu kurz vorgenommen und beim Montieren die erforderliche Länge durch Erwärmen hergestellt wurde.

Der Stützkeil ist in seiner oberen cylindrischen Fläche nach einem Radius von 104 mm abgeholt und durch zwei Seitenkeile gehalten, während die untere Fläche eine Neigung von 1:42 besitzt. Ein gußeiserner, aus einer Grundplatte und einem hiermit verkeilten Teile bestehender Auflagerstuhl, F. 7^a, dient zur Übertragung des Druckes auf das Mauerwerk. Über und unter diesem Auflagerstuhl liegen noch zwei gußeiserne, mit dem Mauerwerk durch Steinschrauben verbundene Platten, welche sich in gehobelten Kanten der oberen Platte des Auflagerstuhles anschließen und zur Unterstützung der schon früher erwähnten Montierungskeile dienen. Die hohlen Räume der Auflagerstühle wurden vor dem Versetzen mit Cement ausgefüllt, das Ausrichten mit der größten Sorgfalt vorgenommen und darauf die Auflagerstühle und ebenso die genau verlegten Hilfslagerplatten mit Cement hintergossen.

Das Gewicht der Eisenkonstruktion ergibt sich für eine Öffnung aus der Tabelle S. 244. Ausschließlich der Auflager berechnet sich hiernach für eine Stützweite von 98,00 m das Gewicht f. d. m und 1 Gleis = 3110 kg, und getrennt für Fahrbahn und Hauptträger $p = 546 + 26,17l$. Die Nutzlast wurde mit 3150 kg f. d. m eingeführt, die zulässige Spannung mit 730 kg.

Mit der Ausgrabung der Baugrube zum linksseitigen Stürnpfeiler wurde im April 1862 begonnen, die Probelastungen fanden im Mai und die Verkehrseröffnung am 1. Juni 1864 statt.

3. Die Eisenbahnbrücke über den Rhein oberhalb Koblenz,¹³⁾ T. IX, F. 1 bis 10, überschreitet das eigentliche Strombett mit zwei großen Brückenöffnungen von je 106,00 m Weite, zu deren Seiten noch je eine kleinere überwölbte Öffnung von 25,00 m Weite sich anschließt, während der zur Offenhaltung des Abflufsprofils noch weiter erforderliche Flutraum durch zwei gleichgroße überwölbte Öffnungen am linken Ufer gegeben wird. Die Hauptöffnungen sind mit Eisenbogen von 107 m Stützweite überdeckt, für deren Wahl dieselben Gründe als maßgebend erachtet wurden, welche schon früher bei der unterhalb liegenden Brücke für diese Trägerform entschieden.

Die Fundierung der Strompfeiler erfolgte auf Beton, die Aufmauerung unter Verwendung von Beton-Fangdämmen. Zu den Vorköpfen der Pfeiler, den Eckquadern derselben, den Auflagern der Eisenbogen und den Kämpfern der Flutgewölbe sind Quader von Basaltlava verwandt. Zum Kernmauerwerk

¹³⁾ Vergl. in der ersten Abteilung dieses Werkes Kap. I, S. 48, 50, 53 und T. I, F. 7.

Gewicht der Eisenkonstruktion der Rheinbrücke bei Koblenz.

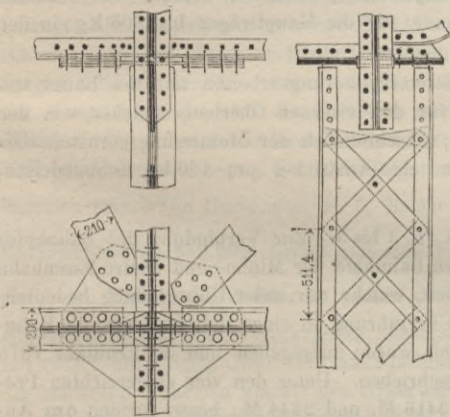
Gegenstand.	Schmiedeseisen.	Schmiedestücke.	Gufiseisen.	Im ganzen.
1. Mittlerer Bogen.				
Gurtungen	130 045			
Anfänge	26 462	4 038	3 415	
Pfosten	17 294			
Diagonalen	19 876			
Querträgerstützen	15 073			
2. Äußere Träger.				
Gurtungen	133 155			
Anfänge	36 207	5 131	4 691	
Pfosten	25 694			
Diagonalen	21 701			
Querträgerstützen	24 186			
3. Querverbände				
4. Horizontalverband				
zusammen A.	485 393	9 169	8 106	502 668
5. Fahrbahn.				
Querträger	74 421			
Schwellenträger	32 435		190	
zusammen B.	106 856		190	107 046
6. Auflager.				
Mittelbogen	1 279	1 205	11 962	
Außenbogen	2 041	1 874	15 798	
zusammen C.	3 320	3 079	27 760	34 159
im ganzen (für eine Öffnung)				643 873 kg.

ist Thonschiefer und Grauwackenbruchstein, zu den Gesimsen der Flutbrücke, Pfeiler und zu den Turmbauten ein rötlicher Pfälzer Sandstein zur Verwendung gekommen. Die Gewölbe und Stirnmauern der Flutbrücke sind mit Backsteinen hergestellt.

Der eiserne Überbau der Hauptöffnungen wird durch zwei 5 m von Mitte zu Mitte voneinander entfernte kreisförmige und zwischen den Außenkanten der Gurtwinkeleisen 2,752 m hohe Bogenträger unterstützt, F. 2 bis 5. Der Bogen trägt in 23 Punkten, teils direkt, teils durch Vermittelung von Pfosten die Bahn. Diese Pfosten haben in der Bogenlinie gemessen gleichen Abstand, das Fachwerk der Hauptträger, welche an den Enden zusammengezogen sind, bildet ein System von doppelten Diagonalen, F. 4. Die Fahrbahnschienen werden durch Vermittelung von eisernen Zwischenplatten durch Schienenträger getragen, welche ihrerseits von den Hauptquerträgern unterstützt sind. Diese letzteren liegen in den mit ungeraden Zahlen bezeichneten Stellen, in einer mittleren Entfernung von 4,500 m und es besitzen die inneren Schienenträger diese freitragende Länge, während die äußeren Schienenträger nochmals durch eine dazwischen liegende Fahrbahnstütze gegen den Hauptträger abgestützt sind. An den mit geraden Zahlen bezeichneten Punkten liegen hiernach schwächere Fahrbahnstützen und keine Querträger, sondern nur Querverbindungen, F. 5^b, 4. Der Bogen erhält somit in den beiden Diagonalsystemen entsprechenden Knotenpunkten der oberen Gurtung Belastungen von verschiedener Größe. Ein oberer Horizontalverband liegt symmetrisch zur Mitte von den Punkten 5 bis zum Auflager in den durch die Quertäger gebildeten Feldern. Die Gurtungen dieser Verbände bilden die durch aufgenietete Flacheisen entsprechend verstärkten unteren Gurtungen der äußeren Schienenträger, F. 5^a, weitere vollständige Horizontalverbände aus Pfosten und zwei Diagonalen in jedem Felde sind in den Flächen der oberen und unteren Bogengurtungen von 0 bis 23 jederseits der Mitte angeordnet. Weiterhin sind die Vertikalstützen durch eine Längsverbinding ausgesteift, vertikale Querverbindungen sind nicht vorhanden. Die Berechnung und Durcharbeitung ist in einer sehr sorgfältigen Weise geschehen.

Obere und untere Gurtung der Hauptbogenträger haben kastenförmigen Querschnitt. Die Stehbleche, im Mittel 600 mm voneinander entfernt, bestehen aus zwei Blechen $460 \cdot 13$, welche durch $4 \sqrt{\frac{150 \cdot 150}{13}}$ mit den Gurtungsdeckblechen verbunden sind. Diese sind gebildet im oberen Gurte aus einem Bleche $\frac{1200}{13}$ und vier Blechen $\frac{600}{13}$, im unteren Gurte aus einem Bleche $\frac{1200}{13}$ und zwei Platten $\frac{600}{13}$, wonach der Querschnitt der unteren Gurtung sich zu 703,16 qcm, der oberen zu 859,16 qcm berechnet. Die Stöße der Stehbleche und Winkeleisen sind mit Hilfe von Laschen und Deckwinkeln gedeckt, F. 10, indem die Gurtungswinkel beiderseits der zum Stofs der Stehbleche eingeschobenen Laschenenden und ihrerseits durch Deckwinkel gestofsen sind. Die Diagonalen sind aus vier Winkeleisen mit zwischenliegendem Flacheisengitter hergestellt, F. 10^a. Die Winkeleisen sind unmittelbar an die Stehbleche befestigt und liegen für die eine Schar außen, für die zweite innen, eine Verbindung der Diagonalen an der Kreuzungsstelle findet nicht statt. Die Winkeleisen haben 95 mm Seite und je nach der Inanspruchnahme 10 bis 15 mm Stärke, die Flacheisen des Gitters $\frac{80}{10}$, während zwischen den Gurten die Verbindung durch doppelte, 10 mm starke Bleche erfolgt, deren Enden entsprechend dem Anschluß des Gitters zugeschnitten sind. Die Konstruktion der Auflager und die Zusammenführung der Gurtungen an den Kämpfern ist bereits früher, S. 233, besprochen.

Fig. 15.



Die Fahrbahnstützen, deren Stärken nach der Beanspruchung bemessen sind, bestehen ähnlich wie die Diagonalen aus vier, durch ein Gitter bzw. eingelegte Bleche verbundenen Winkeleisen, F. 9, 10. Dieselben sind mit den Bogen durch zwei entsprechend der Neigung gerichtete Querwinkeleisen, sowie, unter Vermittelung von zwei ausgeschnittenen Anschlußblechen, noch durch zwei in der Richtung des Bogens liegende Winkel verbunden. Die Verbindung am oberen Ende geschieht für die nur zum Tragen der äußeren Schienenträger bestimmten Zwischenstützen durch zwei mit dem oberen Verbindungsblech vernietete Querwinkel. Die Übertragung des Druckes durch die Querträger wird dagegen möglichst centrisch, Fig. 15, durch vier Winkeleisen bewirkt, für deren Durchtreten die Anschlußbleche des oberen Horizontalverbandes entsprechend ausgeschnitten sind. Die Längsverbindung in der Mitte der Fahrbahnstützen bilden T-Eisen 85 . 137 . 13.

Die inneren Schienenträger sind Blechträger, mit einer Wand $\frac{600}{10}$, $\sqrt{\frac{95 \cdot 95}{13}}$ in der oberen und $\sqrt{\frac{80 \cdot 80}{10}}$ in der unteren Gurtung. Nur in den drei mittleren Feldern ist die Höhe geringer, wegen Durchführung des zwischen den oberen Gurtungen der Hauptbogen gelegenen Kreuzverbandes. Die untere Gurtung besitzt dann ebenfalls $\sqrt{\frac{95 \cdot 95}{13}}$. Die äußeren Schienenträger sind von Punkt 4 bis 24 beiderseits der Bogenmitte mit Flacheisen verstärkt und bilden gleichzeitig die Gurtungen des oberen Horizontalverbandes. Auf diese Strecke haben sie eine Wand $\frac{600}{10}$, obere Gurtung $\sqrt{\frac{95 \cdot 95}{13}}$, untere Gurtung $\sqrt{\frac{80 \cdot 80}{10}}$, und entsprechende Verstärkungflacheisen: zwischen 4 bis 11, zwei $\frac{500}{13}$; 11 bis 15, zwei $\frac{400}{13}$; 15 bis 19, zwei $\frac{300}{13}$; 19 bis 23, zwei $\frac{200}{13}$; 23 bis 24, $\frac{200}{13}$.

Die Querträger sind Blechbalken mit parallelen Gurten $\frac{613}{10}$ Wand, Gurtwinkel $\sqrt{\frac{80 \cdot 80}{10}}$ und Flacheisen $\frac{235}{13}$, F. 2, 8. Nur die Querträger in den Punkten 1 und 3 sind hiervon verschieden, F. 3, indem zur Gewinnung von Konstruktionshöhe die Blechwandhöhe über den Bogen bis auf 35 cm vermindert ist. Der 5 cm starke Bohlenbelag der Fahrbahn wird durch $\frac{13}{10}$ cm starke Querhölzer getragen, welche in Entfernungen von etwa 1,1 m liegen und durch kurze, mit der Blechwand der Schienenträger und dem Steg der Konsolenrandträger vernietete Winkelstücke $\sqrt{\frac{80 \cdot 105}{13}}$ unterstützt sind.

Die Diagonalen des unter der Fahrbahn liegenden Horizontalverbandes bestehen in jedem Felde aus zwei Flacheisen, deren Stärken vom Widerlager gegen Punkt 5 variieren und zwar von $\frac{210}{20}$ bis $\frac{130}{10}$. Der Kreuzverband zwischen den oberen Gurtungen der Hauptbogen ist aus horizontalen Pfosten von konstantem Querschnitt und zwei Flacheisen in jedem Felde gebildet, F. 10. Die Pfosten bestehen aus einem

Die Diagonalen des unter der Fahrbahn liegenden Horizontalverbandes bestehen in jedem Felde aus zwei Flacheisen, deren Stärken vom Widerlager gegen Punkt 5 variieren und zwar von $\frac{210}{20}$ bis $\frac{130}{10}$. Der Kreuzverband zwischen den oberen Gurtungen der Hauptbogen ist aus horizontalen Pfosten von konstantem Querschnitt und zwei Flacheisen in jedem Felde gebildet, F. 10. Die Pfosten bestehen aus einem

Die Diagonalen des unter der Fahrbahn liegenden Horizontalverbandes bestehen in jedem Felde aus zwei Flacheisen, deren Stärken vom Widerlager gegen Punkt 5 variieren und zwar von $\frac{210}{20}$ bis $\frac{130}{10}$. Der Kreuzverband zwischen den oberen Gurtungen der Hauptbogen ist aus horizontalen Pfosten von konstantem Querschnitt und zwei Flacheisen in jedem Felde gebildet, F. 10. Die Pfosten bestehen aus einem

zum Bogen normal gerichteten Flacheisen $\frac{220}{13}$ und $2 \sqrt{\frac{105 \cdot 80}{13}}$ und sind durch Vermittelung von Anschlussblechen und Anschlußwinkeln mit den Deckblechen verbunden, F. 10^d. Die Flacheisenstärken der Diagonalen wechseln von $\frac{175}{20}$ bis $\frac{130}{10}$. Die Pfosten des Kreuzverbandes zwischen den unteren Bogengurtungen haben zwei verschiedene Bleche von $\frac{220}{13}$ und $\frac{190}{13}$, die Winkeleisen sind dieselben wie oben. Die Flacheisen für die Diagonalen variieren von $\frac{130}{13}$ bis $\frac{130}{10}$. Zur Aussteifung der zwischen den Bogengurtungen liegenden horizontalen Pfosten dienen noch zwei Reihen Winkeleisen $\sqrt{\frac{80 \cdot 80}{10}}$, welche von Punkt 3 jederseits bis zur Auflagerverbindung reichen, F. 5^a.

Die Probelastungen fanden am 1. März 1879 mit zwei Zügen statt, welche je aus zwei Lokomotiven und darauf folgenden Güterwagen bestanden. Die Durchbiegungen wurden durch Beobachtung mit Fernrohren, welche auf den Pfeilern aufgestellt waren, ermittelt und hierbei die wegen der bei der Belastung erfolgenden elastischen Bewegung der Pfeiler erforderlichen Korrekturen vorgenommen.

Ausschließlich der Auflager berechnet sich für eine Stützweite von 107,00 m das Gewicht f. d. m und 1 Gleis = 2612 kg und getrennt für Fahrbahn und Hauptträger $p = 488 + 20,72\%$. Die Nutzlast wurde mit 3550 kg f. d. m eingeführt, die zulässige Spannung für die Hauptträger bis 800 kg in der oberen, 870 kg in der unteren Gurtung, 400 kg für die Diagonalen.

Die Kosten der Brücke haben einschliesslich der Stromregulierungsarbeiten und des Baues von drei Durchlässen in der Rheinlache 3155 000 M. betragen, für den eisernen Oberbau, welcher von der Gutehoffnungshütte zu Oberhausen a. d. Ruhr geliefert wurde, einschliesslich der Montierengerüste, aber ausschliesslich der diese letzteren stützenden Senkgerüste und des Anstriches pro 100 kg Schmiedeisen, Gufseisen und Stahl 37,20 M.

4. Brücke über den Douro bei Oporto,¹⁴⁾ T. X, F. 1 bis 5. Zur Verbindung des Bahnhofes in Villa nora de Gaja (gegenüber Oporto) mit dem neuerbauten Bahnhofe der Minho- und Douro-Eisenbahn zu Campanha war eine Überbrückung des Flusses erforderlich, welche nur unter Überwindung bedeutender Schwierigkeiten möglich wurde. Die zuerst beabsichtigte Überführung in einer tieferen Lage, die Bahnhöfe liegen in einer Höhe von 60 m über dem Wasserspiegel, wurde aufgegeben und im Frühjahr 1875 eine Konkurrenz zur Erlangung von Brückenprojekten ausgeschrieben. Unter den vier eingereichten Projekten, deren Preise sich für den m auf 6680 M., 3912 M., 3416 M. und 2344 M., bezw. für den qm Anichtsfläche auf 135,2, 88,0, 68,1, 47,4 M. stellten, wurde das vierte, von Eiffel & Cie. in Paris eingereichte, seiner Billigkeit halber gewählt und mit nicht wesentlichen Abänderungen der Ausführung zu Grunde gelegt, nachdem dasselbe zuvor noch durch eine aus den Ingenieuren Krantz, Molinos und Dion de Mondésir gebildete Kommission geprüft und das definitive Projekt unter der Mitwirkung der Ingenieure Seyrig und Dion de Mondésir aufgestellt war. Der Bau wurde im Januar 1876 begonnen und war Ende Oktober 1877 vollendet.

Das Douro-Thal ist an der für die Überbrückung gewählten Stelle zwischen steilen Felsenlehnen tief eingeschnitten, das Flussbett besteht aus leicht beweglichen Sand- und Geschiebeschichten bis zu einer Tiefe von über 22 m und ist bei den höchsten Wasserständen tiefgehenden Auskolkungen ausgesetzt. Der ausgeführte Entwurf vermeidet demnach Mittelpfeiler und übersetzt den Strom mit einer Öffnung von 160 m Weite vermittelt sichelförmiger Bogenträger von 37,5 m Pfeilhöhe für den Untergurt, 47,5 m Pfeilhöhe für den oberen Gurt und 10 m Höhe zwischen den Gurtungen in der Mitte. Der Bogen wird durch vertikale Pfosten in 21 ungleiche Felder geteilt, in jedem derselben befinden sich zwei Diagonalen. Bezüglich der Formgebung beabsichtigte man zunächst, den Gurtungen Parabeln einzuschreiben, wobei indessen die Trägerhöhe gegen die Enden zu gering ausfiel, sodaß die Form nach einem freien Linienzug unter Rücksichtnahme auf ein möglichst gefälliges Aussehen bestimmt wurde. Die Länge der ganzen Brücke, deren eingleisige Bahn rund 62 m über Niederwasser liegt, beträgt zwischen den beiden hochgelegenen Widerlagern 352,87 m. Auf dem linken Ufer befinden sich zunächst drei Öffnungen 36,625 + 37,375 + 37,375 zusammen = 111,375 m, welche durch einen kontinuierlichen Träger überdeckt sind, der noch bis zum Punkte E, F. 2, über zwei Öffnungen von 28,8 m Weite reicht und in diesen durch den von der Hauptbogenkonstruktion getragenen Pfeiler und am Ende von den Querverbindungen unterstützt wird. Dieser im ganzen über fünf Öffnungen reichende, 169,275 m lange kontinuierliche Träger ist über dem auf dem Widerlager der Hauptbogen stehenden eisernen Pfeiler festgelegt, auf allen übrigen Stützpunkten durch Rollenlager horizontal verschieblich unterstützt. Im mittleren Teile des Hauptbogens, auf die Länge von fünf

¹⁴⁾ Über die Ausführung vergleiche man Kap. XVI, § 29.

Feldern wird die Bahn von einem kontinuierlichen Träger von zusammen 52,00 m Länge unterstützt. Hieran schließt sich ein dritter kontinuierlicher Bahnträger von 132,5 m Länge; derselbe reicht über vier Öffnungen, von welchen zwei auf den Hauptbogen fallen und zwei weitere von 37,375 + 36,625 m bis zum rechten Widerlager anschließen.

Die Fahrbahn ist aus Zores-Eisen, auf fünf I-Eisen, welche auf den in 2,875 m Entfernung liegenden Blechquerträgern ruhen, gebildet. Die kontinuierlichen Träger auf den Seiten haben 3,5 m Höhe bei 3,1 m Abstand von Mitte zu Mitte, F. 1, die mittleren kontinuierlichen Träger sind Blechträger von 90 cm Höhe. Die Walzenlager dieser Träger ruhen auf Querträgern von kastenförmigem Querschnitt, F. 1 u. 5.

Die schmiedeisernen, bis zu 42 m hohen Pfeiler bestehen aus vier Eckpfosten, welche durch einen aus horizontalen Pfosten und doppelten Diagonalen in den Wänden gebildeten Verband ausgesteift sind. Der Anlauf beträgt für die Querwände 40 mm, für die Stirnwände 93 mm auf den Meter. Die Pfeilerkappe bildet ein Rechteck von 3,10 m Breite, 1,35 m Länge in der Richtung der Brückenachse. Jeder aus vier Winkeleisen und Blechplatten gebildete Eckpfosten von kastenförmigem Querschnitt ist am unteren Ende durch ein starkes Blech geschlossen und durch einen 4,6 m langen, 9 cm starken Bolzen mit einer aus I-Eisen gebildeten Verankerung mit dem Mauerwerk des Sockels verbunden.

Der eiserne Überbau der Hauptöffnung wird durch die beiden sichelförmigen Hauptbogen getragen. Die Entfernung zwischen den Achsen dieser Hauptträger ist an den Kämpfern 15 m, im Scheitel 3,95 m. Sie sind durch vertikale Querverbindungen und starke Kreuzverbände in den Ebenen der Gurtungen solid miteinander verbunden. Durch diese Anordnung und insbesondere durch die starke Neigung der Haupttragwände wird die Stabilität gegen Winddruck und Seitenstöße vermehrt. Die Neigung der Wände findet sich unter anderem schon früher bei der von Gerber erbauten Marien-Brücke über den Pöllat-Fall bei Hohenschwangau, der Sichelträger dürfte hier zum erstenmale für den Bogen zur Anwendung gekommen sein. Die Gurtungen, F. 5, haben einen kastenförmigen Querschnitt aus zwei Stehblechen $\frac{600}{12}$, Gurtblechen von 650 mm Breite und vier Verbindungswinkeln zwischen beiden $\frac{100 \cdot 100}{15}$. Außerdem sind

die freien Ränder der Stehbleche aufsen durch $\frac{120 \cdot 90}{14}$ gesäumt und zwischen den abstehenden Schenkeln ein einfaches Gitter aus Winkeleisen angebracht. Die Pfosten bestehen aus vier Winkeleisen, F. 5, *u v*, mit zwischenliegendem Gitterwerk aus Flacheisen, die Diagonalen, *qr*, *ts*, sind ebenso gebildet, doch haben die stärkeren derselben anstatt des Gitterwerkes eine Blechwand. Die Winkeleisen der einen Schar sind aufsen, die der anderen innen an das Stehblech angeschlossen, sodaß an der Kreuzungsstelle die Winkeleisen ununterbrochen aneinander vorübergehen. Die Mitten der Diagonalen und Pfosten sind noch durch ein der Mittellinie des Bogens folgendes 250 mm hohes C-Eisen ausgesteift. Die letzten Felder eines jeden Bogens an den Kämpfern sind mit voller Blechwand versehen, welche noch durch Winkeleisen ausgesteift ist, F. 4, 5. Am Bogenende sind die Gurtwinkel und Flacheisen nach dem Scharnier zusammengeführt. Der cylindrische Auflagerzapfen wird von dem Rücken einer starken schmiedeisernen Gabel gebildet, deren 650 mm breite keilförmige Arme mit den Gurtungsflacheisen und aufsen zutretenden Winkeleisen vernietet sind. Zwickelzusätze sind des Aussehens halber zugefügt. Die Auflagerzapfen ruhen in schmiedeisernen Lagern, welche zwischen den Backen großer gußeiserner Auflagerplatten fest verkeilt sind. Die Neigung dieser Platten beträgt 45°, die Richtung des Auflagerdruckes weicht höchstens um 5° 42' von der Normalen ab, sodaß eine Verankerung nicht notwendig wäre. Zur Sicherung ist indessen jeder Bogenträger durch einen 70 mm starken, 8 m in das Mauerwerk eingreifenden Bolzen gehalten, welcher durch die Mitte der Auflagergabel durchtritt.

Die statische Berechnung erfolgte für eine zufällige Last von 4000 kg f. d. m, 150 kg Winddruck auf die belastete, 275 kg Winddruck auf die leere Konstruktion und wurde in sachgemäßer Weise, wenn auch nur für drei Belastungsfälle: 1. totale Last, 2. Belastung einer Bogenhälfte, 3. Belastung symmetrisch zum Scheitel auf 80 m Länge, durchgeführt. Eingehend wurde die Inanspruchnahme durch Wind berücksichtigt, die Wirkung einer Temperaturveränderung aber nicht zu derjenigen durch Belastung summiert. Die Inanspruchnahmen sind mäßig, etwa 443 bis 610 kg für die Gurtungen, 325 bis 598 kg für das Fachwerk.

Die Belastungsproben fanden mit einem Zuge aus 4 Lokomotiven und 14 Güterwagen statt, dessen Gewicht 477000 kg betrug, oder auf den Meter etwa 3000 kg. Die Einsenkungen betragen:

1. totale Last: im Scheitel 15 mm, am Pfeiler 8 mm;
2. halber Bogen: im Scheitel 9 mm, am belasteten Pfeiler 22 mm, am unbelasteten Hebung 18 mm;
3. 80 m in der Mitte: im Scheitel 19 mm, am Pfeiler 5 mm.

Die Douro-Brücke muß als ein in Bezug auf allgemeine Anordnung, Durcharbeitung und Ausführung hervorragendes Bauwerk bezeichnet werden, bei welchem neben den Forderungen der technischen Lösung zugleich ein Werk geschaffen wurde, welches dem Charakter der Aufgabe und der Örtlichkeit entspricht.

c. Bogen mit drei Gelenken.

1. Tegetthoff-Brücke über den Wienfluß in Wien, T. X, F. 6 bis 10. Die Brücke überspannt in der den oberen Teil des Stadtparkes begrenzenden Johannesstraße den Fluß mit Bogenträgern von 34,600 m Stützweite, 3,14 m Pfeilhöhe. Die Bahn steigt von beiden Ufern nach der Mitte mit 1,83 %, sie hat eine Gesamtbreite von 19,000 m, wovon 11,40 m auf die Fahrbahn, je 3,80 m auf die Fußpfade kommen. Elf Hauptträger in Entfernungen von 1,90 m unterstützen unmittelbar die mit ihnen vernieteten Hängebleche, auf welchen eine Betonierung und darüber das in Sand versetzte Granitpflaster ruht. Jede Bogenhälfte besitzt neun, durch vertikale Pfosten geteilte Felder, davon fünf mit einer nach der Mitte fallenden Diagonale, die vier mittleren Felder haben volle Blechausfüllung. Fahrbahn- und Fußweg-Hauptträger, welche unter Verwendung von Quadrant-Eisen in Gestalt von Röhren hergestellt sind, F. 9, haben der Belastung entsprechend verschiedene Querschnitte erhalten. Pfosten und Diagonalen, sowie die Gurtungen der vorhandenen durchgehenden Querverbindungen bestehen aus zwei über Eck gestellten Winkelleisen, die Diagonalen der Querverbindungen aus einem Winkel. Ein unterer Horizontalverband ist in den Feldern von I bis VII vorhanden. Zur Bildung der Gelenke sind die Röhren an den Enden mit gußeisernen Schuhen geschlossen und mit den vier, zwischen den Schenkeln der Quadrant-Eisen vortretenden ringförmigen 1,9 cm starken, 4,75 cm hohen Teilen durch je einen Bolzen verschraubt. Der mittlere cylindrische Gelenkbolzen hat 19 cm Durchmesser, an den Kämpfern ruht der halbcylindrische Bolzen von gleicher Stärke, unter Vermittelung von Pafsstücken auf den gußeisernen Unterlagplatten. Die Berechnung geschah für eine Belastung von 470 kg f. d. qm, sowie eine Verkehrslast durch vierrädrige Wagen mit 5600 kg Raddruck. Die Spannung soll 800 kg f. d. qcm nicht überschreiten. Das gesamte Eisengewicht wird zu 275 000 kg angegeben. Die Kosten haben 472 000 M. betragen, wovon 190 000 M. auf die Widerlager, 282 000 M. auf den Überbau kommen. Besonderer Wert wurde auf die äußere Erscheinung des Bauwerkes gelegt und es sind die Aufsenträger mit aufgeschraubten Gußteilen verkleidet, sowie ein reiches Gesims und Geländer angeordnet.¹⁵⁾

2. Eisenbahnbrücken über die nach dem Ulrichthor führende Straße auf Centralbahnhof Magdeburg, T. X, F. 11 bis 15. Zur Überführung der Hauptgleise wurden 10 gleiche normale eiserne Überbaue zur Ausführung gebracht, während für die Berlin-Potsdam-Magdeburger Bahn neben der östlichen Brücke noch ein solcher für den Karren des Eilgutverkehrs ausgeführt ist, F. 13, auch sind meist seitliche Fußwege angeordnet, F. 14.

Die Straße, welche unter der Brücke liegt, ist 22,60 m breit. Die Stützweite der Bogen beträgt nahezu 23,00 m; bei der sehr beschränkten Konstruktionshöhe von nur 366 mm ist zwischen Schienenoberkante und Konstruktionsunterkante eine besondere Fahrbahn angeordnet, welche aus Schienenträgern von 1,883 m, Querträgern von 2,615 m Länge besteht. Die mittleren Schienenträger sind kürzer, jederseits des Scheiteltgelenkes ist ein besonderer Querträger angeordnet. Ein oberer Horizontalverband befindet sich zwischen den oberen Gurtungen der Schienenträger, ein zweiter, unterer aus Flacheisen $\frac{65}{10}$ in der Fläche der Bogengurtungen. Die Querverbindungen zwischen den Bogen werden durch Pfostenwinkel $\frac{65 \cdot 65}{10}$ gebildet und wo dies die Höhe gestattet, F. 13, 14, der Verband durch 4 $\frac{58 \cdot 58}{10}$ vervollständigt; durch welche der betreffende Querträger in der Mitte unterstützt wird. Die obere Gurtung der Hauptträger besteht aus einer horizontalen Platte $\frac{314}{10}$, mit untergenieteten Winkelleisen $\frac{65 \cdot 65}{10}$. Die Diagonalen und Pfosten sind gleichmäßig aus demselben \square -Eisen von 14,4 cm Höhe, 7,67 cm Flantschbreite, 1,3 cm Stärke gebildet, die Verbindungen in den Knotenpunkten durch Anschlußbleche bewirkt. Die untere Bogengurtung hat einen in drei Stufen veränderlichen Querschnitt. Die beiden Stehbleche haben überall $\frac{209}{13}$, die unteren Horizontalplatten $\frac{418}{16,4}$, während als Winkelleisen in den einzelnen Stufen; 2 $\frac{131 \cdot 78}{13}$, 1 $\frac{131 \cdot 78}{13}$, 1 $\frac{131 \cdot 105}{13}$, 2 $\frac{131 \cdot 105}{13}$ zur Verwendung gekommen sind. Der Stahlbolzen des mittleren Gelenkes hat 65 mm Durchmesser und ruht in zwei gußeisernen Backenstücken, welche mit Ansätzen zwischen die Stehbleche der unteren Gurtung treten und durch sechs Bolzen mit derselben verbunden sind. An den Kämpfern stützen sich die Bogen durch ähnliche Backenstücke auf einen halbcylindrischen Stahlkörper

¹⁵⁾ Vergl. in der ersten Abteilung dieses Werkes T. XXVII, F. 9.

von 78 mm Durchmesser, welcher durch Keile seitlich gehalten, auf der quadratischen Auflagerplatte von 628 mm Seite ruht. Über die nachträglichen an einigen Brücken getroffenen Abänderungen bezüglich der Scheitelgelenke ist bereits früher das Erforderliche bemerkt.

Die statische Berechnung hat unter Berücksichtigung von Einzellasten stattgefunden.

Die Gewichte haben betragen für den Überbau, für ein Gleis und zwei ausgekragte Fußwege:

Gegenstand.	Gewicht im		Gegenstand.	Gewicht im	
	einzelnen.	ganzen.		einzelnen.	ganzen.
I. Walzeisen.					2707
A. Hauptträger		15800	D. Diagonalverband		605
B. Schienenträger.			E. Querverbände		1645
1. normale 1,85 lang	2540		F. Konsolen mit Abdeckung.		
2. in den Mittelfeldern	490		1. Konsolen	1350	
3. an beiden Enden	355		2. Wellenblech	183	
		3385			2033
C. Querträger.			Summa I. Walzeisen		26175
1. an Punkt 1. 2. 3. 4.	1320		" II. Gußeisen		1190
2. an Punkt 5. 6.	810		" III. Schmiedeseisen		650
3. im Scheitel	280		" IV. Fußstahl		1135
4. Laschen f. d. Sprengwerke ad 1.	297		Gesamtgewicht		29650
		2707			kg

Summe I. ergibt $p = 425 + 31l$, für $l = 23$ m, wenn wie früher A und D , andererseits B , C , E und F zusammengenommen werden.

Litteratur.

1. Historisches. Allgemeine Werke. Sammelwerke. Abhandlungen über eiserne Bogenbrücken im allgemeinen.

- Hutton. Tracts on mathematical and philosophical subjects. Principles of bridges. Second edition. 1812.
- Reichenbach. Theorie der Brückenbogen und Vorschläge zu eisernen Brücken von jeder beliebigen Größe. München 1809—1811.
- Gauthey. Traité de la construction des ponts, publié par Navier. Paris 1809—1813.
- Rondelet. Traité de l'art de bâtir. Paris 1812.
- Deutsch: Theoretisch-praktische Anleitung zur Kunst zu bauen. 5 Bände. Darmstadt 1833.
- Rees. The cyclopaedia or universal dictionary of arts, sciences and literature, Article: Iron bridges. London 1820.
- Simms. Public works of Great Britain. London 1838.
- Pugin and Britton. Illustrations of the public buildings of London. 1838.
- Cresy. Practical treatise on bridge building. London 1839.
- Die Bauausführungen des preussischen Staates, 2 Bände. 1842—1848.
- Hann, Moseley and Hosking. The theory, practice and architecture of bridges. London 1843.
- Becker. Die gußeisernen Brücken der badischen Eisenbahn. Karlsruhe 1847.
- Cresy. An encyclopaedia of civil engineering, historical, theoretical and practical. London 1847. (New impression 1872.)
- Sammlung von Zeichnungen aus dem Gebiete der Wasserbaukunst, mit besonderer Rücksicht auf den Brückenbau. Zusammengestellt und gezeichnet von Studierenden der Bauakademie in Berlin. 1852—1855.
- Müller. Die Brückenbaukunde in ihrem ganzen Umfange. Leipzig 1853.
- Werther. Die Bogenbrücken. Praktische Beiträge zur Konstruktion steinerner, eiserner und Hängebrücken. Civ.-Ing. 1854, S. 67.
- Bauernfeind. Vorlegeblätter zur Brückenbaukunde. 1. Aufl. München 1854.
3. Aufl. von Prof. W. Frauenholz und G. Asimont. Stuttgart 1876.
- Etzel. Brücken und Thalübergänge schweizerischer Eisenbahnen. Basel 1856.
- Molinos et Pronnier. Traité théorique et pratique de la construction des ponts métalliques. Paris 1857.

- Humber. A practical treatise on cast and wrought iron bridges and girders, as applied to railway structures and to buildings generally, with numerous examples. London 1857.
- v. Klein. Sammlung eiserner Brückenkonstruktionen, ausgeführt bei den Bahnen des Vereins deutscher Eisenbahnverwaltungen. Stuttgart 1860.
- Humber. A complete treatise on cast and wrought iron bridge construction, including iron foundations. Illustrated by numerous examples. Second edition. London 1864.
- Romany. Notice historique sur les ponts de Paris. Ann. des ponts et chaussées 1864, II. S. 127.
- Schwarz. Der Brückenbau. Berlin 1866.
- Hartwich. Erweiterungsbauten der rheinischen Eisenbahn. Berlin 1867—1870.
- Sammlung von Zeichnungen ausgeführter Konstruktionen eiserner Brücken. Zu den Vorträgen des Professors Sternberg an der polytechnischen Schule zu Karlsruhe. Mannheim 1867.
- Heinzerling. Historische Übersicht über die Anwendung des Eisens zu Brückenbauten und deren Ergebnisse für die Wahl ihres Konstruktionssystemes und Eisenmaterials. Allg. Bauz. 1868, S. 67.
- Becker. Der Brückenbau in seinem ganzen Umfange. 3. Aufl. Stuttgart 1869.
- Heinzerling. Die Brücken in Eisen. Leipzig 1870.
- Schmitt. Über die Konstruktion eiserner Bogenträger. Civ.-Ing. 1870, S. 15.
- Maw and Dredge. Modern examples of road and railway bridges (partially reprinted from „Engineering“). London 1872.
- Mary. Cours de routes et ponts, professé à l'école centrale des arts et manufactures. Paris 1873.
- Eads. Vortrag über die Konstruktion eiserner Bogenbrücken. Engng. 1874, II. S. 291, 329, 349.
- Smiles. Lives of the engineers. 5 volumes (especially: live of Telford, Rennie and Stephenson). London 1874.
- Debauve. Manuel de l'ingénieur des ponts et chaussées. 11. Fascicule. Ponts et viaducs en bois et en métal. Paris 1874.
- Morandière. Traité de la construction des ponts et viaducs en pierre, en charpente et en métal pour routes, canaux et chemins de fer. Paris 1876.
- Rziha. Eisenbahn-Unter- und Oberbau. Wiener Weltausstellungsbericht, Gruppe XVIII, Sektion 2. Wien 1877.
- Steiner. Brückenbauten in den Vereinigten Staaten von Nordamerika. (Bericht über die Weltausstellung in Philadelphia 1876.) Wien 1878.
- Heinzerling. Die Brücken der Gegenwart. Erste Abteilung, Heft IV. Eiserne Bogenbrücken. Aachen 1880.
- v. Leber. Das Eisenbahnwesen in Frankreich zur Zeit der Pariser Weltausstellung i. J. 1878. Wien 1880.
- Lacroix. La construction des ponts et viaducs en bois, en pierre, ponts métalliques. Comprenant les nouveaux systèmes de constructions adoptés dans tous les pays, avec la description et planches cotées à l'appui, des principaux ouvrages d'art exécutés dans les différentes contrées de l'Europe et des États-Unis d'Amérique.
- Lavoine et Pontzen. Les chemins de fer en Amérique. 1. Bd. Paris 1880.
- M. Ph. Croizette Desnoyers. Cours de construction des ponts. Paris 1885.
- Backhaus. Allgemeine Betrachtungen über die Gelenkkonstruktionen eiserner Bogenbrücken. Zeitschr. d. Ver. deutscher Ing. 1886, S. 741, 762.
- Hinge joints of arched bridges. Engng. 1886, II. S. 526.
- Riese. Neuere Brückenbauten der Schweiz. Zeitschr. f. Bauw. 1886, S. 351.
- Vergleichsweise Berechnung von fluß- und schweifeisernen Bogenbrücken. Schweiz. Bauz. 1886, Dez. S. 138.
- Riese. Die Ingenieurbauwerke der Schweiz aus dem Gebiete des Strassen-, Eisenbahn- und Brückenbaues neuerer Zeit. Berlin 1887.

2. Veröffentlichungen über Ausführungen verschiedenartiger Bogenbrücken.*)

a. Bogen aus Gußeisen.

α. In England und Amerika.

- Brücke über den Severn zu Coalbrookdale. (Abraham Darby, 1776—79.) Hutton, S. 145. Gauthey, II., S. 101. Cressy, encyclopaedia, S. 493. Smiles, Telford, S. 170. Croizette Desnoyers.
- Brücke über den Wear bei Sunderland. (Thomas Wilson, 1793—96.) Hutton, S. 146. Gauthey, II. S. 104. Cressy, encyclopaedia, S. 495. Smiles, Telford, S. 173. Croizette Desnoyers.

*) Die in folgendem vorkommenden, unter 1. bereits angeführten Werke sind in der Regel nur durch die Namen der Verfasser bezeichnet.

- Aquadukte auf dem Shrewsbury und Elsmere Canal. (Thomas Telford, 1795—1805.) Hutton, S. 166. Smiles, Telford, S. 160.
- Brücke über den Severn bei Buildwas, 48 m Sp. (Telford, 1796.) Hutton, S. 147. Gauthey, II. S. 103. Cresy, encyclopaedia, S. 494. Smiles, Telford, S. 175. Croizette Desnoyers.
- Brücke bei Craig Ellachie und bei Bonar. (Telford, 1800.) Cresy, encyclopaedia, S. 498, 503. Smiles, Telford, S. 202, 204.
- Brücke über die Themse bei Staines. (Th. Wilson, 1801—1802.) Hutton, S. 149. Gauthey, S. 106.
- Projekt zur Überbrückung der Themse in London. (Telford u. Douglas, 1799—1801.) Hutton, S. 127, 156. Smiles, Telford, S. 177. Gauthey, S. 107. Cresy, encyclopaedia, S. 475.
- Entwürfe zur Überbrückung der Menaistraße. 1802 von Rennie. Smiles, Rennie, S. 264. 1810 von Telford. Smiles, Telford, S. 263. 1844 von R. Stephenson. Smiles, Stephenson, S. 325. Allg. Bauz. 1852. Aufsatz von Culmann, S. 175.
- Brücke über den Witham zu Boston in Lincolnshire. (J. Rennie, 1803.) Hutton, S. 152. Cresy, encyclopaedia, S. 497. Smiles, Rennie, S. 265.
- Brücken über den Avon in Bristol. (Jessop, 1805—1806.) Hutton, S. 153. Cresy, S. 497.
- Vauxhall-Brücke in London (1811—1816). Pugin and Britton, S. 400. Zeitschr. f. Bauw. 1856, S. 165.
- Southwark-Brücke in London, 73 m Sp. (J. Rennie, 1814—19.) Smiles, Rennie, S. 277. Pugin, Bd. 2, S. 387. Cresy, S. 498. Croizette Desnoyers. Zeitschr. f. Bauw. 1856, S. 64.
- Brücke über den Severn bei Tewkesbury, 52 m Sp. (Telford, 1826.) Cresy, S. 504. Croizette Desnoyers.
- Lary-Brücke bei Plymouth. (Rendel, 1827.) Cresy, S. 506.
- Lary-Brücke zu Trent, 42 m Sp. Croizette Desnoyers.
- Straßenbrücke in Leeds über den Fluß Aire. (Leather, 1827.) Allg. Bauz., Aufsatz von Culmann, 1852, S. 197; 1858, S. 233.
- Brücke zu Handsacre, county of Stafford. (J. Potter, 1830.) Simms, public works. Division II, S. 23.
- Brücke über den Fluß Ouse zu Ely, Cambridgeshire. (J. Glynn, 1833.) Hann, Moseley and Hosking. Vol. II, S. 140.
- Brücke über den Fluß Aire zu Haddlesey. (J. Glynn.) Hann. Vol. II, S. 143.
- Brücke über den Wye bei Chepstow. (Rastrick u. Hazledine.) Hann. Vol. II, S. 112.
- Brücke über den Fluß Cam in Cambridge. (W. C. Mylne.) Hann. Vol. II, S. 157.
- Brücke über den Paddington-Canal und die Birmingham-Bristol-Themse-Verbindungsbahn zu Wormwood Scrubbs. (Hosking, 1838, nach Vorbildern von Leather in Leeds.) Simms, Division I, S. 67.
- Brückkanal über den Fluß Calder bei Weakfield und bei Stanley. (Leather, 1839.) Simms, S. 67; Allg. Bauz. 1858, S. 232.
- Brücke über die Fairfield-Straße in Manchester. (Buck.) Cresy, practical treatise, Taf. 55 u. 56. Cresy, encyclopaedia, S. 504. Allg. Bauz. 1852, S. 194.
- Brücke über die Uppingham-Straße. (Woudhouse.) Cresy, practical treatise, Taf. 40 u. 41.
- Brücke zu New-Castle über den Tyne, 38 m Sp. (R. Stephenson, 1845—49.) Sammlung von Zeichnungen der Bauakademie in Berlin. Smiles, G. and R. Stephenson, S. 312. Allg. Bauz. 1852, S. 208.
- Schiefe Brücke über den Grand Junction Canal. Allg. Bauz. 1845, S. 129.
- Viktoria-Brücke über die Themse bei Windsor. (Th. Page, 1848—51.) Allg. Bauz. 1854, S. 464.
- Brücke über die Crockherbtown-Straße in Cardiffe. (J. Cubitt, 1856.) Humber, a practical treatise, S. 33.
- Brücke über den Medway zu Rochester. (W. Cubitt, 1850—56.) Humber, a complete treatise, S. 166.
- Standish Bridge. (Barlow.) Humber, a complete treatise, S. 168.
- Stamfordbridge, York and North midland railway. (Birkenshaw.) Humber, a practical treatise, S. 30.
- Neue Westminster-Brücke in London. (Page, 1854—65.) Mittlerer Teil der Bogen aus Schmiedeeisen. Humber, a complete treatise, S. 169. Zeitschr. f. Bauw. 1857, S. 221.
- Brücke über den Rock-Creek bei Washington, 61 m Sp. (Meigs, 1858.) Allg. Bauz. 1861. Notizbl. S. 32. Ann. des ponts et chaussées 1863, S. 176. Engng. 1867, S. 448. Croizette Desnoyers.
- Victoria bridge and Albert Edward bridge of the Severn valley railway. (J. Fowler, 1861—64.) Engng. 1864, S. 327; 1866, S. 367. Maw and Dredge, S. 5.
- Brücke über den Shuylkill in Philadelphia. (Kneas, 1861—66.) Engng. 1868, I. S. 612. Maw and Dredge, S. 153. Steiner, S. 152.
- Brücke über die Farringdon-Straße in London. (W. Haywood, 1863—69.) Engng. 1869, I. S. 407. II. S. 339, 351. Maw and Dredge, S. 78.
- Holborn-Viadukt, 16,3 m Sp. Croizette Desnoyers.

- Brücke über den Fluß Swale, Yorkshire. (Th. u. G. Page, 1868.) Engng. 1868, S. 124. Maw and Dredge, S. 131.
- Neue Brücke über den Trent zu Nottingham, 30,5 m Sp. (Tarbotton, 1869.) Engineer 1869, S. 64, 68; 1871, S. 57, 66. Engng. 1871, S. 237. Maw and Dredge, S. 70. Croizette Desnoyers.
- Bridge over the regents canal, regents park, 17 m Sp. (J. Fowler.) Engng. 1866, S. 5. Maw and Dredge, S. 32. Croizette Desnoyers.
- Verbindung eines gußeisernen Bogens mit einem Balken. (Leather, 1820.) Engineer 1882, II. S. 3.
- Neue Themsebrücke zu Battersea, London, 34—49 m Sp. Engineer 1886, II. S. 57.

β. In Frankreich.

- Vorschläge zur Ausführung von Gußeisenbrücken (1755—1800). Gauthey, II. S. 105, 112.
- Louvre-Brücke zu Paris (pont des arts, de Cessart, Dillon, 1803). Gauthey, II. S. 107. Cresy, encyclopaedia, S. 283. Ann. des ponts et chaussées 1864, II. S. 163.
- Alte Austerlitz-Brücke zu Paris. (Baupré, Lamandé, 1806.) Gauthey, II. S. 108. Cresy, encyclopaedia, S. 283. Ann. des ponts et chaussées 1854, S. 105; 1864, II. S. 160.
- Projekt zu einer Brücke in der Nähe des Invalidenhospitals in Paris. (Lamandé, 1811.) Gauthey, S. 110.
- Caroussel-Brücke zu Paris, 45,7 m Sp. (Polonceau, 1831—34.) Allg. Bauz. 1838, S. 285. Bauernfeind, Vorlegeblätter. Ann. des ponts et chaussées 1844, II. S. 197; 1854, I. S. 388; 1864, II. S. 179 u. 194. Croizette Desnoyers.
- Brücke bei Bernières über die Seine (1846). Mary, S. 299.
- Eisenbahnbrücke zu Villeneuve St. Georges, 15 m Sp. (Jullien, Poirée, 1846—47.) Ann. des ponts et chaussées 1854, I. S. 368. Croizette Desnoyers.
- Brücke über die Loire bei Nevers, 42 m Sp. (Baucaumont, 1848—49.) Ann. des ponts et chaussées 1854, II. S. 1. Allg. Bauz. 1856, S. 368. Croizette Desnoyers.
- Eisenbahnbrücke über die Rhône bei Tarascon, 60 m Sp. (Talabot, 1846—52.) Ann. des ponts et chaussées 1854, I. S. 257. Zeitschr. f. Bauw. 1855, S. 67. Civ.-Ing. 1856, S. 121. Croizette Desnoyers.
- Brücke über den Kanal St. Denis. (Polonceau.) Allg. Bauz. 1845, S. 81.
- Brücke nach dem System Polonceau bei Sundhofen. (Kraft.) Allg. Bauz. 1848, S. 35.
- Brücke bei Charenton über die Marne (1846). Morandière, S. 623.
- Eisenbahnbrücke bei Frouard über die Mosel, 30 m Sp. (1849). Morandière, S. 623. Croizette Desnoyers.
- Brücken auf der Eisenbahnlinie Paris-Rouen, zum Ersatz von Holzbrücken, 30 m Sp. (1851—57). Morandière, S. 623. Croizette Desnoyers.
- Viaduc de Lormont, expériences sur la flexion des arcs et poutres en fonte au moment du passage des convois. (Pirel, 1852.) Ann. des ponts et chaussées 1855, I. S. 192.
- Eisenbahnbrücken über die Rhône (40 m Sp.) und Saône zu Lyon (1856). Zeitschr. f. Bauw. 1864, S. 46 und 123. Morandière, S. 624. Croizette Desnoyers.
- Pont St. Esprit, travaux exécutés au pont Saint Esprit pour la construction d'une arche marinière. (Aymard, 1853—56.) Ann. des ponts et chaussées 1859, II. S. 1.
- Solferino-Brücke in Paris, 40 m Sp. (Romany, Lagalissérie, 1858—59.) Allg. Bauz. 1861, S. 97. Ann. des ponts et chaussées 1864, II. S. 207. Croizette Desnoyers.
- Brücke St. Louis in Paris, 64 m Sp. (Savarin, Romany, G. Martin, 1860—62.) Ann. des ponts et chaussées 1863, I. S. 280; 1864, II. S. 216. Civ.-Ing. 1864, S. 233. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1865, S. 3. Croizette Desnoyers.
- Pont de la Voulte, 55,6 m Sp. (1861). Debaue, S. 236. Morandière, S. 625. Croizette Desnoyers.
- Brücke bei Pontcharra über die Isère, auf der Bahn von Grenoble nach Chambéry (1863). Morandière, S. 629.
- Pont du Paillou, bei Nizza. Ann. des ponts et chaussées 1869, I. S. 405.
- Eisenbahnbrücke über den Var bei Nizza, 50 m Sp. (1863). Ann. des ponts et chaussées 1869, I. S. 405. Croizette Desnoyers.
- Wegüberführungen auf der Eisenbahn von Paris nach Tours. (Martin.) Morandière, S. 601.
- Brücke bei Elkantara, 57,4 m Sp. (G. Martin, 1864.) Thunot, 1865. Allg. Bauz. 1866, S. 194. Zeitschr. d. Ver. deutscher Ing. 1865, S. 177. Croizette Desnoyers.
- Brückensystem von Collanot in Lyon. Allg. Bauz. 1866, S. 81.
- Pont sur l'Oued el Hamman. (Martin, 1867.) Ann. des ponts et chaussées 1868, II. S. 582.
- Gußeiserne Bogenbrücken mit drei Gelenken. (Gérardin, 1865—69.) Canal de l'Aisne à la Marne, 14 m Sp. Gérardin, théorie des moteurs hydrauliques. Application et travaux. Gauthier Villars, 1872, S. 104 u. 123. Croizette Desnoyers.

- Brücke von Vichy über den Allier, 37 m Sp. (Ravier, Radoult de la Fosse, 1868—70.) Ann. des ponts et chaussées 1873, II. S. 9.
- Pont de la Chiffa, auf der Linie Algier-Oran, 47,15 m Sp. (Albaret, 1868.) Ann. des ponts et chaussées 1870, S. 463. Croizette Desnoyers.
- Ponts construits en remplacement des ponts détruits pendant la guerre 1870. (Martin.) Mémoire de la société des ingénieurs civils 1875.
- Brücke von Surènes bei Paris, 52 m Sp. (Martin.) Morandière, S. 635. Croizette Desnoyers.
- Brücke von Grenelle über die Seine, 25 m Sp. (Vaudry, 1875.) Ann. des ponts et chaussées 1876, II. S. 337. Croizette Desnoyers.
- Ponts Sully in Paris, 42—46 m Sp. (Vaudry, Brosselin, 1876.) Ann. des ponts et chaussées 1880, II. S. 483.

γ. In Deutschland.

- Brücke über das Striegauer Wasser zu Laasan in Niederschlesien. (Baildon, 1794.) Gauthey, S. 105.
- Weidendammer-Brücke in Berlin (1822—23). Müller, Brückenbaukunde, S. 31.
- Lange Brücke über die Havel bei Potsdam. (Günther, 1822—23.) Bauausführungen des preussischen Staates, daraus: Allg. Bauz. 1837, S. 219.
- Friedrichsbrücke in Berlin (1822—23). Müller, Brückenbaukunde, S. 19. Umbau: Deutsche Bauz. 1879, S. 2.
- Brücke über den Hammerstrom zu Peitz (1828—29). Allg. Bauz. 1837, S. 59.
- Gufseiserne Bogenbrücke über die Wisseck in Gießen. (Moller, 1836.) Moller, Beiträge zur Lehre von den Konstruktionen.
- Brücke über die Czerna bei den Herkulesbädern zu Mehadia in Ungarn (1837). Allg. Bauz. 1838, S. 403.
- Brücken über den Lugos und Karansebes in Ungarn (1841—43). Allg. Bauz. 1849, S. 320.
- Brücke über die Kinzig bei Offenburg. (Keller, 1843—45.) Becker, Gufseiserne Brücken der badischen Eisenbahn, S. 15—39. Allg. Bauz. 1852, S. 2. (Einsturz der Brücke durch Hochwasser, 1851.)
- Brücke über die Elz bei Sexau. (Keller, 1844.) Becker, Gufseiserne Brücken der badischen Eisenbahn, S. 46. Allg. Bauz. 1846, S. 226.
- Alsen-Brücke am Humboldthafen in Berlin. (Schmidt, 1858—65.) Zeitschr. f. Bauw. 1866, S. 122.
- Radetzky-Brücke zu Laibach. (Hermann, 1866.) Drei Gelenke. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1868, S. 23.
- Stieger-Brücke über die Wien zu Wien. (Hermann, 1869.) Drei Gelenke, 30,3 m Sp. Winkler, Technischer Führer durch Wien 1873, S. 16. Croizette Desnoyers.
- Deformationserscheinungen an der Roch-Brücke zu Berlin. Deutsche Bauz. 1882, S. 209.
- Alte lange Brücke zu Potsdam. Centralbl. d. Bauverw. 1886, S. 31.

b. Bogen aus Schmiedeisen und Stahl.

α. Bogen ohne Gelenke.

1. Blechbogen ohne Zwickelaussteifung.

- Brücke über die Aare bei Olten. (Etzel, 1854—56.) Brücken und Thalübergänge der schweizerischen Eisenbahnen. Basel 1856. Civ.-Ing. 1857, S. 214.
- Brücke über den Rhein bei Konstanz. (Gerwig, 1859—62.) v. Klein, Sammlung ausgeführter Konstruktionen.
- Viktoria-Brücke über die Themse bei Pimlico. (Ch. Fox, 1865—66.) Engng. 1866, II. S. 149. Maw and Dredge, S. 73; s. auch Blechbogen mit Kämpfergelenken.
- Augusta-Brücke in Berlin. Trottoirträger der Mittelöffnung. (Quassowski, 1869.) Zeitschr. f. Bauw. 1870, S. 301.
- Wegeübergang für Fußgänger. Mary, tables suppl. 15.
- Neue Brücke über die Aire zu Leeds. Gufseiserne Stirnbogen. Engng. 1873, I. S. 463; II. S. 10, 62.
- Fußgängerbrücken von 14 und 15 m Weite. Nouv. ann. de la constr. 1874, S. 67.
- Sommerley-Brücke bei Ringword. (Airy.) Engng. 1875, S. 129.
- Fußgängerbrücke über den Welland-Fluß. Engineer 1882, I. S. 32.
- Rohrbach-Brücke der Gotthardbahn, 60 m Sp. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1882, S. 490; Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1883, S. 18.
- Prinzen-Brücke in Melbourne, 30,5 m Sp. Scientific American Suppl. 1886, 13. März.
- Ravine-Brücke in Lowestoft (Engl.), 21,1 m Sp. Engineer 1887, II. S. 191.

2. Bogenfachwerk.

- Brücke über den Crou bei St. Denis. (Bruyère, 1808.) Gauthey, S. 110. Cressy, encyclopaedia, S. 284.
- Brücke über den Mississippi bei St. Louis, 158 m Sp. (Eads, 1871—73, eröffnet 1874.) Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1874, S. 75. Ann. des ponts et chaussées 1877, II. S. 1. C. M. Woodward, A history of the St. Louis bridge. St. Louis 1881.
- Projekt für eine Themse-Brücke in London, 259 m Sp. Engng. 1879, II. S. 56.
- Brücke über den Javroz, 85,7 m Sp. (Ott u. Cie., 1877.) Die Eisenbahn 1880, XIII. S. 138.
- Kirchenfeld-Brücke über die Aare in Bern, 81 m Sp. (Ott u. Cie., 1883.) Croizette Desnoyers.
- Schwarzwasser-Brücke im Kanton Bern, 114 m Sp. (Ott u. Cie., 1882.) Die Eisenbahn 1882, XVII. S. 132. II Politechnico 1884, S. 239. Croizette Desnoyers. Schweiz. Bauz. 1884, IV. S. 141. Zeitschr. f. Bauw. 1886, S. 354.
- Straßenbrücke Luiz I. über den Douro bei Oporto, 170 m Sp. (Société de Willebroek, Seyrig.) Le génie civil 1886, S. 129. Engng. 1886, II. S. 7. Mém. de la soc. des ingén. civils 1886, S. 38. Schweiz. Bauz. 1886, II. S. 99. — Konkurrenzprojekte für diese Brücke in Le génie civil, 1880 u. Engng. 1880, II. S. 595.
- Entwurf einer Brücke über die Meerenge von Messina, 1000 m Sp. Giornale del genio civile 1884, Mai; Centralbl. d. Bauverw. 1884, S. 304.
- Entwurf für eine Straßenbrücke über den Harlem-Fluss in New-York. Bogenfachwerk ohne Gelenk und mit drei Gelenken. Der Techniker 1886, S. 109; Scientific American 1886, S. 278.
- Entwurf für eine stählerne Bogenbrücke zu Minneapolis, 164 m Sp. Scientific american 1886, S. 255.

3. Bogen ohne Gelenke mit ausgesteiften Zwickeln.

- Schmiedeeiserne Bogenbrücke aus Eisenbahnschienen, mit Zwickelausfüllung von Gufseisen. (Weishaupt, 1846.) Allg. Bauz. 1848, S. 136.
- Pont Napoléon sur la Saône à Lyon. (Seguin, 1847—49.) Ann. des ponts et chaussées 1851, II. S. 374. Zeitschr. f. Bauw. 1864, S. 123.
- Arcole-Brücke in Paris, 80 m Sp. (M. Oudry, 1854—55.) Blechbogen mit Zwickelaussteifung und Verankerung des Obergurtes. Ann. des ponts et chaussées 1854, II. S. 246; 1864, II. S. 195. Allg. Bauz. 1855, S. 349. — Beschädigung derselben. Centralbl. d. Bauverw. 1888, S. 116.
- Bogenbrücke am Wehr von Dammery. Allg. Bauz. 1857, S. 420.
- Brücke über die Theifs bei Szegedin, 41 m Sp. (Maniel, Cezanne, 1856—58.) Ann. des ponts et chaussées 1859, I. S. 334. Zeitschr. f. Bauw. 1861, S. 303 u. 653. v. Klein, ausgeführte Konstruktionen. Croizette Desnoyers.
- Brücke über die Maas bei Lumes. (Ducos, Perreau.) Blechbogen mit Zwickelaussteifung. Nouv. ann. de la constr. 1858, S. 70.
- Überbrückung der Trankgasse und des Lupusplatzes in Köln. Blechbogen mit Zwickelversteifung. (Hartwich, 1859.) Erweiterungsbauten der rhein. Eisenbahn, S. 33.
- Brücke über den Neckar bei Cannstatt. (Etzell.) Allg. Bauz. 1859, S. 49.
- Brücke bei Lagny über die Marne. (Oppermann, Joret, 1861.) Kontinuierlich. Nouv. ann. de la constr. 1861, S. 26.
- Brücke von St. Juste über die Ardèche, 46,3 m Sp. (M. Oudry, 1853—61.) Debaue, S. 247. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1867, S. 474.
- Schlücht-Brücke bei Waldshut. (Gerwig, 1861—62.) Sammlung von Zeichnungen zu den Vorträgen von Prof. Sternberg.
- Brücke über die Kinzig bei Gelnhausen. (Schmick, 1862.)
- Brücke über die Lahn in Ems. (Schmick, 1863.) Zeitschr. f. Bauw. 1865, S. 105.
- Brücke über den Fluss Wye auf der Midland Eisenbahn (Rowsley und Buxton Linie). (W. H. Barlow, 1866.) Kontinuierlich, Blechbogen mit Zwickelversteifung. Humber, record of modern engineering 1868, S. 44.
- Grado-Brücke über den Cinca-Fluss, 68 m Sp. (Schneider, Creuzot, 1868.) Blechbogen mit Zwickelausfüllung. Rziha, S. 267.
- Brücke über l'Oued Rouina. (Albaret.) Blechbogen mit Zwickelausfüllung. Ann. des ponts et chaussées 1870, II. S. 463.
- Albert-Brücke über den Clyde in Glasgow. (Bell and Miller, 1870.) Blechbogen mit Zwickelversteifung. Engng. 1870, S. 5. Maw and Dredge, S. 27.
- Pont de Chenevières. (Legrand, 1872.) Blechbogen mit Gitterfüllung in den Zwickeln. Mary, tables suppl. 1—3.

- Pont aux moines de la Comp. d'Orléans (1873). Blechbogen mit Zwickelfüllung. Leber, S. 139.
- Untermain-Brücke zu Frankfurt, 31—36 m Sp. (Schmick, 1871—74.)
- Margarethen-Brücke in Pest, 73—88 m Sp. (Gouin et Cie., 1871—76.) Blechbogen mit Zwickelfüllung. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1874, S. 229. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1876, S. 381. Zeitschr. f. Baukunde 1880, S. 191.
- Obermain-Brücke zu Frankfurt. (Schmick, 1876—78.) Zeitschr. f. Baukunde 1879, S. 241, 371.
- Obere Rheinbrücke in Basel. (Lauter, 1877—79.) Eisenbahn 1878, S. 13, 81; Deutsche Bauz. 1879, S. 243. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1879, S. 435; 1880, S. 116. Fahrbahn steigt einseitig mit 2,67% über die ganze Brücke.
- Bogenbrücke der Seilbahn am Giefsbach in der Schweiz. (R. Abt, 1879.) Die Fahrbahn steigt mit 28% Eisenbahn 1879, S. 103. Zeitschr. f. Bauw. 1886, S. 358.
- Michael-Brücke über die Spree in Berlin, 18 + 21 m Sp. Deutsche Bauz. 1879, S. 243.
- Brücke über die Mosel bei Güls, 65 m Sp. (1879). Deutsche Bauz. 1879, S. 223. Zeitschr. f. Bauw. 1881, S. 569.
- Fulda-Brücke bei Hannoverisch Münden. (Lauter, 1879—80.) Deutsche Bauz. 1881, S. 19.
- Untere Rheinbrücke in Basel. (Lauter, 1879—82.) Eisenbahn XIII, S. 50.

β. Bogen mit Kämpfergelenken.

1. Blechbogen.

- Viktoria-Brücke über die Themse bei Pimlico. (J. Fowler, 1859—60.) Humber, a complete treatise, S. 172.
- Brücke über die Drau bei Marburg. (Etzzel, 1864.) Bauten der österreichischen Südbahn.
- Eisenbahnbrücke über den Neckar bei Jagstfeld. (Becker, 1867—69.) Becker, Ausgeführte Konstruktionen. Heft 6, S. 31. (Mit Zwickelversteifung.)
- Brücke über die Ruhr bei Düsern. (Bendel.) Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1877, S. 573. Heinzerling, Brücken der Gegenwart, Heft IV.
- Viaduc de l'Erdre, 95 m Sp. (Dupuy, 1876—77.) Ann. des ponts et chaussées 1879, I. S. 331. Leber, S. 135. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1879, S. 140.
- Blackfriars-Brücke über die Themse in London. Eisenbahnbrücke 56,4 m Sp. (W. Mills u. J. Barry, 1884.) Engineer 1884, II. S. 197. Wochenschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1885, S. 106.
- Brücke über den Kupfergraben in der Berliner Stadtbahn, 26,9 m Sp. Zeitschr. f. Bauw. 1884, S. 233.

2. Bogen mit parallelen Gurtungen und Sichelträger.

- Eisenbahnbrücke über den Rhein bei Koblenz. (Hartwich, 1861—64.) Zeitschr. f. Bauw. 1864, S. 385, 529, 625. Erweiterungsbauten der rheinischen Eisenbahn.
- Brücke über den Rhein bei Rheinhausen. (Hartwich, 1873—76.) Rziha, S. 271.
- Eisenbahnbrücke über den Douro bei Oporto. (Eiffel u. Cie., 1876—77.) Sichelträger, 160 m Sp. Ann. des ponts et chaussées 1878, I. S. 101. Deutsche Bauz. 1878, S. 113. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1879, S. 539. Leber, S. 141. Engng. 1878, I. S. 457; II. S. 29.
- Eisenbahnbrücke über den Rhein oberhalb Koblenz, in der Verbindungsstrecke Koblenz-Güls der Bahn von Berlin nach Metz (1879), 107 m Sp. Wochenschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1878, S. 179. Deutsche Bauz. 1879, S. 223. Zeitschr. f. Bauw. 1881, S. 87.
- Spree-Brücke am Schiffbauerdamm der Berliner Stadtbahn, 49,8 m Sp. (1880). Zeitschr. f. Bauwesen 1884, S. 126, auch als Sonderabdruck: Die Bauwerke der Berliner Stadtbahn. Berlin 1886.
- Garabit-Viadukt bei St. Flour über die Truyere, Eisenbahnbrücke. (Eiffel u. Cie., Boyer, 1884.) Sichelträger, 165 m Sp. Eisenbahn 1880, XIII. S. 93. Centralbl. d. Bauverw. 1881, S. 120; 1884, S. 104. Wochenschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1884, S. 159. Revue générale des chemins de fer, 1884, Juni. Dasselbst 1888, S. 329 (Belastungsprobe). Engng. 1885, I. S. 549.
- Straßenbrücke über die Theifs bei Szegedin, Hauptöffnung 110 m Sp. (Eiffel u. Cie., Kherndl, 1883.) Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1883, S. 7, Aufsatz von Steiner. Konkurrenz-Entwürfe für diese Brücke: Eisenbahn 1882, S. 99 u. 103.
- Straßenbrücke über den Rhein zwischen Mainz und Kastel, Hauptöffnung 102,1 m Sp. (Lauter u. Bilfinger, 1885.) Konkurrenz-Entwürfe für diese Brücke: Deutsche Bauz. 1881, S. 210. Eisenbahn 1881, XIV. S. 122. Wochenbl. f. Baukunde 1881, S. 173. Centralbl. d. Bauverw. 1881, S. 44. Engng. 1881, II. Wochenschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1881, S. 180.
- Konkurrenz-Entwurf für die Donau-Brücke bei Czernawoda. Drei Projekte mit Bogenträgern, 200—206 m Sp. Schweiz. Bauz. 1883, II. S. 96.
- Etsch-Brücke bei Verona, 88 m Sp. Engng. 1885, Apr. S. 385. Centralbl. d. Bauverw. 1885, S. 239.

3. Mit ausgesteiften Zwickeln.

- Brücke über den Kanal St. Denis, in der Eisenbahn von Paris nach Creil. (Couche, Salle, Mantion, 1858.)
Ann. des ponts et chaussées 1860, S. 161. Zeitschr. f. Bauw. 1862, S. 237. Allg. Bauz. 1864, S. 78.
- Brücke über die Ruhr bei Mühlheim. (Hartwich, 1865.) Erweiterungsbauten der rheinischen Eisenbahn.
Staatsstraßen-Übergang bei Blaubeuern. (Schlierholz, 1867.) v. Klein, Sammlung ausgeführter Konstruktionen.
- Brücke über die Tauber bei Weickersheim. (Morlock, Knoll, 1868.) Rziha, S. 268.
- Brücke über den Abvodnai-Kanal in Petersburg (1870). Engineer 1870, S. 388, 394.
- Brücken über den Spandauer und den neuen Verbindungskanal in Berlin. Berlin und seine Bauten, II. S. 50.
- Überführung der Kolonnenstraße über die Berlin-Potsdamer Eisenbahn. Berlin und seine Bauten, II. S. 52.
Rziha, S. 280.
- Brücke der Compagnie de l'Est. (Guillaume, 1874.) Leber, S. 126.
- Brücke über die Ouse bei Littleport. (Oldfield.) Engng. 1874, S. 191.
- Brücke über den Neckar zwischen Heidelberg und Neuenheim. (Gerstner, 1877.) Zeitschr. f. Baukunde 1883,
S. 445.
- Unterführung der Schiffgrabenstraße zu Hannover. Unterführung des Misburger Dammes zu Hannover. Blech-
zwickel. Unterführung der Celler Straße zu Hannover. Autogr. der Eisenbahndirektion zu Hannover.
- Eiserner Oberbau für die kleinen Spannweiten der Elbe-Brücke zu Hamburg. Autogr. d. Bauausführung.
- Canner-Brücke, Linie Diedenhofen-Teterchen (1882), 40 m Sp. Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1883,
S. 7. Aufsatz von Steiner.
- Straßenbrücke über die Beraun in Böhmen (1882), 26,6 m Sp. Allg. Bauz. 1884, S. 73.
- Straßenbrücken im Warthe-Thal bei Cüstrin, 20—38 m Sp. (Roeder, 1879.) Zeitschr. f. Bauw. 1884, S. 375.
- Donaukanal-Brücke der Wiener Verbindungsbahn, 69,6 m Sp. (Battig, 1884.) Allg. Bauz. 1886, S. 101. Be-
lastungsprobe: Wochenschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1884, S. 335.
- Brücke über die Sitter im Lee, St. Gallen, 55,8 m Sp. (Probst, Chappuis u. Wolf, 1885.) Schweiz. Bauz.
1886, S. 66.
- Brücke über die Bahn von St. Cloud nach l'Étang la Ville, 23 m Sp. Nouv. ann. de la constr. 1886, S. 177.
- Fußgängerbrücke im Schloßgarten zu Meiningen, 36 m Sp. Centralbl. d. Bauverw. 1886, S. 69.
- Viadukt von Blauw-Krantz (Kapland), 70 m Sp. (M. am Ende, 1884) Schweiz. Bauz. 1885, V. S. 118.
Engineer LIX, No. 1522.

7. Bogen mit Kämpfer- und Scheitelgelenken.

1. Blechbogen.

- Anwendung von Scheitelgelenken bei Bogenbrücken. Deutsche Bauz. 1881, S. 351.
- Bogenbrücken des Bahnhofes Lüneburg, 11,3 m Sp. Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1883, S. 517.

2. Bogenfachwerk, Sichelbogen.

- Entwurf zu einer Eisenbahnbrücke zwischen New-York und Long-Island, 223,7 m Sp. (Clarke, Reeves u. Cie.)
Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1879, S. 222.
- Brücke über den Matina-River in der Eisenbahn von Limon nach Punta Arenas, Costarica. Bogensprengwerk,
18 m Sp. (M. am Ende.) Engng. 1880, I. S. 24.
- Fußgängerbrücke über die Oker an der Otterstraße in Braunschweig, 24 m Sp. (Häseler, 1887.) Zeitschr.
d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1888, S. 153.

3. Bogen mit ausgesteiften Zwickeln.

- Brücke über die Wien in Wien. (Hermann, 1864.) Rziha, S. 265.
- Brücke über die Spree in der Berliner Verbindungsbahn (Unterspre-Brücke, 1865.) Zeitschr. f. Bauw. 1866,
S. 122, 267, 312.
- Steg über den Pöllatwasserfall bei Hohenschwangau. (Gerber, 1866.) Autogr. d. Süddeutschen Brückenbau-
Aktiengesellschaft.
- Brücke über den Kanal St. Denis bei la Villette (1867). Exposition universelle à Paris en 1867. Notices sur
les modèles, cartes et dessins relatifs aux travaux publics. Paris 1867.
- Brücke im Park der Buttes-Chaumont zu Paris. (Alphand, Darcel, 1867.) Nouv. ann. de la constr. 1867,
S. 2. Debaue, S. 246.
- Brücke über die dreißigste Straße in Philadelphia. (J. Wilson, 1868.) Engng. 1870, I. S. 69. Maw and
Dredge, S. 148.

- Unterführung der Treptower Strafe in der Berliner Ringbahn. Berlin und seine Bauten, II. S. 65.
 Die Tegetthoff-Brücke in Wien. (Köstlin u. Battig, 1870—72.) Allg. Bauz. 1877, S. 12.
 Brücken über die nach dem Sudenburger und Ulrichthor führenden Straßen in Magdeburg. (Quassowski, Schmid, 1872.) Zeitschr. f. Bauw. 1879, S. 506.
 Überführung der Güterstrafe über die Altenbrücker Thorstrafe auf Bahnhof Lüneburg. (Blechwinkel.) Unterführung der Lüner und der Altenbrücker Thorstrafe zu Lüneburg. Autogr. der Eisenbahndirektion zu Hannover.
 Strafenbrücke über den Birmingham-Kanal zu Wolverhampton. Engineer 1878, S. 58, 166.
 Brücke über den Schifffahrtskanal, im Zuge der Anhalt'schen Bahn in Berlin, 21,6 m Sp. (Siegert, Wiedenfeld, Lantzendörfer.) Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1884, S. 317.
 Unterführung der Privatstrafe bei Sagemundshof in der Berliner Stadtbahn. Autogr. der Kgl. Direktion der Berliner Stadtbahn.
 Unterführung der kleinen Präsidentenstrafe in der Berliner Stadtbahn, 20,8 m Sp. Zeitschr. f. Bauw. 1885, S. 5. Auch als Sonderabdruck: Die Bauwerke der Berliner Stadtbahn. Berlin 1886.
 Unterführung der Stallstrafe in Berlin, 22,2 m Sp. Autogr. der Kgl. Direktion der Berliner Stadtbahn. Desgl. a. a. O.
 Unterführung der Friedrichstrafe in Berlin. Autogr. der Kgl. Direktion der Berliner Stadtbahn. Desgl. a. a. O.
 Tepl-Brücke in Karlsbad, 17 m Sp. (Prasil, 1882.) Zeitschr. d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1883, S. 7.

Berichtigungen und Ergänzungen.

Zu Kapitel XII.

S. 13, Z. 6 v. u. setze: Ω statt Q .

S. 48, Gl. 130, setze: $\sigma_1 = -\frac{P_x}{F'} \left(1 + \frac{p_x \cdot v_1}{i^2}\right)$ statt $\sigma_1 = -\frac{P_x}{F} \left(1 + \frac{P_x \cdot v_1}{i^2}\right)$.

S. 59. Die Formeln 164 und 165 lassen sich vereinfachen und zwar wird:

$$M_{\max} = \frac{1}{2} p x_k (\lambda_1 - x_k) \dots \dots \dots 164.$$

$$M_{\min} = \frac{1}{2} p x_k (l - \lambda_1) - p \frac{l^2}{8f} y_k \dots \dots \dots 165.$$

Hieraus geht hervor, daß das Maximum des Momentes für den Bogenträger mit drei Gelenken übereinstimmt mit dem Momente eines Balkenträgers von der Spannweite λ_1 .

S. 91, Gl. 328, setze im Nenner dieser Gleichung: $\frac{J_0}{F_0 f^2}$ statt $\frac{J_0}{F_0 f}$.

S. 91, Z. 11 v. u. Für den flachen Parabelbogen mit eingespannten Kämpfern berechnen sich die Momente bei totaler Belastung aus

$$M_{\text{tot}} = \frac{1}{2} p \left[x(l-x) - \frac{l^2}{6} \right] \frac{f^4 - f}{f}.$$

S. 130, Z. 13 v. o. In der Gleichung für Δy setze: M'_x statt M_x .

S. 135, Z. 13 v. o. setze: konnte statt könnte.

Zu Kapitel XIII.

S. 161 und mehrere andere. Es hat sich ergeben, daß die Hängebrücke auf dem Bahnhofe Gotha auf Grund des auf T. V, F. 12—16 u. 26—28 dargestellten Projektes und nicht so, wie auf T. IV, F. 17—23 gezeichnet, ausgeführt ist. Dementsprechend ist auch die betreffende Angabe zu berichtigen, welche man in Zeitschr. d. Arch.- u. Ing.-Ver. zu Hannover 1872, S. 544 findet.

Zu Kapitel XIV.

Taf. X, Fig. 2. Das Maß 62 m bezieht sich auf den Abstand von Niedrigwasser bis Fahrbahn.

Sachregister der vierten Abteilung.

- Ankermauerwerk.** 199.
- Anordnung, allgemeine bei Bogenbrücken.** 217.
- , verschiedene bei Hängebrücken. 149.
- Anstrich der Kabel.** 178.
- Anzahl der Träger für Bogenbrücken.** 228.
- Auflagerungen der Hängebrücken.** 188.
- Auflagerkräfte bei vollwandigen Bogen ohne Gelenk.** 78.
- Aufstellung der Bogenbrücken.** 211.
- Ausgeführte Bogenbrücken.** 237.
- — mit drei Gelenken. 248.
- — ohne Gelenk. 237.
- — mit Kämpfergelenken. 240.
- Ausgeführte Hängebrücken.** 202.
- Bahn der Hängebrücken, Querschnitt und Konstruktion.** 167.
- Beanspruchung der Pylonen.** 193.
- Belastungsgesetze der Normalspannungen beim vollwandigen Bogen.** 55.
- Belastungen, ungünstigste bei gegliedertter Wand.** 106.
- Blechbogen, Querschnitt.** 101.
- Bogen mit gegliedertter Wand mit drei Gelenken.** 110.
- — — mit Kämpfergelenken. 113.
- — — —, Formänderungen. 120.
- — — —, Horizontalschub. 113.
116. 119.
- Bogen mit gegliedertter Wand und Kämpfergelenken, vorläufiger Querschnitt.** 115.
- — — ohne Kämpfergelenke. 122.
- — — —, Horizontalschub. 123.
- — — —, vereinfachte Berechnung. 126.
- — — —, Theorie. 103.
- — — —, Einflußlinien. 108. 109.
- — — —, Stabspannungen. 103.
- — — —, ungünstigste Belastungen. 106.
- Bogen, genauere Theorie.** 100.
- , kontinuierliche, Theorie. 96.
- , —, Horizontalschub. 96.
- Bogen, steifer, mit geradem Träger kombiniert.** 128.
- , —, mit Kette kombiniert. 131.
- , Theorie der —, Anwendung auf Gewölbe. 135.
- , schlaffer, Theorie. 5.
- , vollwandiger, Theorie. 42.
- , —, äußere Kräfte. 52.
- , —, Belastungsgesetze für Normalspannungen. 55.
- , —, Biegungsspannungen gekrümmter Stäbe. 42.
- , —, Drucklinie. 48.
- , —, Festigkeitsbedingungen. 47.
- , —, Formänderung. 49.
- , —, Kämpferdrucklinie. 53.
- , —, Kämpferdruck-Umhüllungslinie. 53.
- , —, Kern. 47.
- , —, Kernlinie. 48.
- , —, Kernpunkte. 48.
- , —, Längenänderung der Achse. 49.
- , —, Normalspannung. 43. 47.
- , —, Stützlinie. 47.
- , —, Schubspannung. 46.
- , —, ungünstigste Belastungen. 53.
- , —, mit drei Gelenken, Theorie. 57.
- , —, —, äußere Kräfte. 57.
- , —, —, Formänderungen. 60.
- , —, —, ohne Gelenke, Theorie. 78.
- , —, —, Auflagerkräfte. 78.
- , —, —, — bei Temperaturänderung. 86.
- , —, —, Formänderung. 94.
- , —, —, Momente. 90.
- , —, —, Transversalkräfte. 90.
- , —, —, mit Kämpfergelenken, Theorie. 63.
- , —, —, Formänderungen. 74.
- , —, —, Horizontalschub. 63.
- , —, —, Momente. 70.
- , —, —, Temperaturspannungen. 73.
- , —, —, Transversalkräfte. 70.
- Bogenbrücken, Anordnung, allgemeine.** 217.
- , Anzahl der Träger. 228.
- , Aufstellung. 211.
- , ausgeführte. 237.
- , —, mit drei Gelenken. 248.
- , —, ohne Gelenke. 237.
- , —, mit Kämpfergelenken. 240.
- , Geschichtliches. 212.
- , Gewichtsbestimmung. 210.
- aus Gußeisen. 216.
- , Horizontalverband. 229.
- , Kämpfer. 231.
- , Konstruktion. 207.
- , Konstruktionsunterkante, Höhe der —. 208.
- , Kostenvergleich. 211.
- , Lager. 231.
- , Materialmenge. 210.
- , Mittelgelenke. 235.
- , Pfeiler. 236.
- , Pfeilerstärke. 236.
- , Querverbände. 229.
- , Scheitelgelenke. 231.
- aus Schmiedeeisen. 228.
- aus Stahl. 228.
- , Systeme. 219. 224.
- , Theorie. 1.
- , Wahl des Systems. 224.
- , Wahl der Trägerform. 228.
- , Wirkung, ästhetische. 211.
- Bogenfachwerk mit Verankerung.** 122.
- Bogenträger mit drei Gelenken.** 57.
- ohne Gelenke. 78.
- mit Kämpfergelenken. 63.
- Brückentafel der Hängebrücken.** 169.
- Draht für Hängebrücken.** 163.
- Drahtseile für Hängebrücken.** 163.
- Drucklinie bei vollwandigen Bogen.** 48.
- Durchbiegungen beim Stabpolygon.** 35.
- Einflußlinien bei Bogen und Hängewerken mit gegliedertter Wand.** 108.
- der Horizontalkraft. 23.
- beim Stabpolygon. 22. 32.

- Elastizitätskoeffizient des Mauerwerks. 140.
- Endigung der Kabel. 179.
- F**achwerkbogen mit drei Gelenken, Theorie. 110.
— mit Kämpfergelenken, Theorie. 113.
— ohne Kämpfergelenke, Theorie. 122.
— mit Verankerung. 122.
- Fachwerkshängeträger. 182.
- Festigkeitsabnahme bei Hängebrücken. 163.
- Festigkeitsbedingungen bei vollwandigen Bogen. 47.
- Formänderungen bei Fachwerkbogen m. Kämpfergelenken. 120.
- Formänderung bei vollwandigen Bogen. 49.
— — — mit drei Gelenken. 60.
— — — ohne Gelenk. 94.
— — — mit Kämpfergelenken. 74.
- G**eschichtliches, Bogenbrücken. 212.
—, Hängebrücken. 148.
- Gewichtsbestimmung bei Bogenbrücken. 210.
- Gewölbe, Anwendung der Theorie der elastischen Bogen auf dieselben. 135.
- Gitterspannungen bei Bogen und Hängewerken mit gegliederter Wand. 109.
- Gleichgewichtsbedingungen des Stabpolygons. 13.
- Gleitlager für Hängebrücken. 189.
- Gurtspannungen bei Bogen und Hängewerken mit gegliederter Wand. 108.
— beim Stabpolygon. 28.
- Gußstahldraht für Hängebrücken. 165.
- H**ängebrücken, Anordnung, verschiedene. 149.
—, Anstrich der Kabel. 178.
—, Anzahl der Tragwände. 167.
—, Aufhängen der Fahrbahn. 170.
—, Auflagerung auf den Pfeilern. 188.
—, Gleitlager. 189.
—, Pendellager. 191.
—, Rollenlager. 190.
—, Walzen- und Stelzenlager. 190.
—, ausgeführte. 202.
—, Bahn der —, Holzstöckelpflaster. 169.
- Hängebrücken, Bahn der —, Querschnitt und Konstruktion. 167.
— mit ausgefachten Bogenzwickeln. 158.
—, Brückentafel. 169.
— mit Doppelketten. 160.
—, Erhaltung der Kabel. 166.
— mit geraden Tragketten. 161.
—, Geschichtliches. 146.
—, Inanspruchnahme der Kabel. 165.
—, Kabel. 173.
—, Ketten. 172.
—, Klemmbüchsen. 176.
—, Konstruktion. 145.
—, Konstruktionssysteme, neuere. 157.
—, Material. 162.
—, Nachteile der —. 149.
—, Pylonen. 193.
—, Querverbände. 186.
—, Regulierung der Kabel. 178.
—, Schwingungserscheinungen. 152.
—, mit sichelförmigen Trägern und Mittelgelenk. 160.
— für Straßen. 169.
—, Theorie. 1.
—, Tragwände. 172.
—, unvollkommen versteift. 150.
—, Verankerungen. 195.
—, versteifte. 150. 158.
—, Vorteile. 148.
—, Windversteifung. 187.
—, Zwischenpfeiler. 193.
- Hängestangen. 170.
- Hängewerke, ausgefachte ohne Mittelgelenk. 122.
— mit gegliederter Wand, Theorie. 103.
—, unverteifte, Theorie. 6.
—, —, —, Formänderungen. 9.
—, —, —, günstigstes Stichverhältnis. 8.
—, —, —, Horizontalzug. 6.
—, —, —, Länge der Kette. 8.
- Holzstöckelpflaster für Hängebrücken. 169.
- Horizontalkraftkurve. 23.
- Horizontalschub bei Fachwerkbogen mit Kämpfergelenken. 113. 116. 119.
— beim kontinuierlichen Bogen. 96.
— beim vollwandigen Bogen mit Kämpfergelenken. 63.
- Horizontalspannung beim Stabpolygon. 15.
- Horizontalverbände bei Bogenbrücken. 229.
- Horizontalzug des unversteiften Hängewerkes. 6.
- I**nanspruchnahme der Kabel. 165.
- K**abel für Hängebrücken. 173.
— —, Anstrich. 178.
— —, Erhaltung. 166.
— —, gedrehte. 173.
— —, mit Paralleldrähten. 174.
— —, Regulierung. 178.
— —, Stofsverbindung der Drähte. 176.
- Kabelbrücken mit Versteifungsträgern. 179.
—, zulässige Inanspruchnahme. 165.
- Kämpfergelenke für Bogenbrücken. 231.
- Kämpferdrucklinie beim Stabpolygon. 25.
— beim vollwandigen Bogen. 53.
- Kämpferdruck - Umhüllungslinie. 28.
— beim vollwandigen Bogen. 53.
- Keilschlösser. 178.
- Kette, Form bei der unversteiften Hängebrücke. 6.
— der Hängebrücken. 172.
—, Länge bei der unversteiften Hängebrücke. 8.
—, s. auch Stabpolygon.
- Kern beim vollwandigen Bogen. 47.
- Kernlinien. 48.
- Kernpunkte. 48.
- Klemmbüchsen. 176.
- Kombinierte Systeme, Theorie. 128.
— —, —, angenäherte. 130.
— —, —, genauere. 128.
- Konstruktion der Bogenbrücken. 207.
— —, Hängebrücken. 145.
- Konstruktionssysteme, neuere bei den Hängebrücken. 157.
- Kontinuierliche Bogen, Theorie. 96.
— Fachwerkbogen. 122.
- Kostenvergleich bei Bogenbrücken. 211.
- Kräfte, äußere beim vollwandigen Bogen. 52. 57.
- L**ager der Bogenbrücken. 231.
— — Hängebrücken. 188.

- M**aterialmenge bei Bogenbrücken. 210.
Material der Hängebrücken. 162.
Mittelgelenke der Bogenbrücken. 235.
Momente beim Stabpolygon. 28.
 — — vollwandigen Bogen ohne Gelenk. 90.
 — — — — mit Kämpfergelenken. 70.
- N**achteile der Hängebrücken. 149.
Normalspannung beim vollwandigen Bogen. 43. 47.
 — — — —, Belastungsgesetze. 55.
- P**endellager für Hängebrücken. 191.
Pfeiler der Bogenbrücken. 236.
 — — Hängebrücken. 193.
Pfeilerstärken bei Bogenbrücken. 236.
Pylonen der Hängebrücken. 193.
 — —, Berechnung. 195.
- Q**uerschnitt der Blechbogen. 101.
 — — Fachwerkbogen mit Kämpfergelenken. 115.
Querverbände bei Bogenbrücken. 229.
 — bei Hängebrücken. 186.
- R**egulierung der Ketten und Kabel. 178.
 — — Tragstangen bei Hängebrücken. 171.
 — — Verankerung bei Hängebrücken. 197.
Rollenlager für Hängebrücken. 190.
- S**aumbalken. 170.
Scharnier-Hängebrücken mit versteifender Ausfachung, Theorie. 110.
Scheitelgelenke der Bogenbrücken. 231.
Scheitelsenkung des unversteiften Hängewerks. 9. 10.
Schubspannung beim vollwandigen Bogen. 46.
Schwingungsdauer einer schlaffen Kette. 153.
Schwingungserscheinungen. 150.
- S**ekundärspannungen beim Stabpolygon. 34.
 — — unversteiften Hängewerk. 11.
Seilpolygon. 5.
Senkungen bei Bogenbrücken. 225.
Stabspannungen bei Bogen und Hängewerken mit gegliederter Wand. 103.
Stabpolygon. 5.
 —, durch einen Balken versteift. 12.
 —, —, äußere Kräfte des Versteifungsträgers. 13.
 —, —, Durchbiegungen durch Belastung. 35. 38.
 —, —, Einflußlinien. 22. 32.
 —, —, genauere Theorie. 38.
 —, —, Gleichgewichtsbedingungen. 13.
 —, —, Gurtspannungen. 28.
 —, —, Horizontalkraftkurve. 23.
 —, —, Horizontalspannung. 15.
 —, —, Kämpferdrucklinie. 25.
 —, —, Kämpferdruck-Umhüllungslinie. 28.
 —, —, Maximalmomente. 28. 29.
 —, —, Maximum der Horizontalkraft. 24.
 —, —, Sekundärspannungen. 34.
 —, —, Spannungen im Versteifungsträger. 24.
 —, —, Transversalkräfte. 31. 32.
 —, —, ungünstigste Beanspruchung durch Verkehrslast. 24.
 —, —, Wirkung einer mobilen Last. 22.
Stelzenlager für Hängebrücken. 190.
Stichverhältnis des unversteiften Hängewerks. 8.
Stützlinie beim vollwandigen Bogen. 47. 48.
Straßen-Hängebrücke. 169.
Systeme der Bogenbrücken. 219.
- T**emperaturspannungen beim vollwandigen Bogen ohne Gelenk. 86. 93.
 — — mit Kämpfergelenken. 73.
Theorie der Bogen- und Hängebrücken. 1.
 — — mit gegliederter Wand. 103.
- T**heorie der Bogenträger, genauere. 100.
 — der elastischen Bogen, Anwendung auf Gewölbe. 135.
 — — —, —, graphisches Verfahren. 137.
 — — —, —, rechnerisches Verfahren. 138.
 — — —, —, störende Einflüsse. 139.
 — der Fachwerkbogen mit drei Gelenken. 110.
 — — ohne Kämpfergelenke. 122.
 — — mit Kämpfergelenken. 113.
 — des kontinuierlichen Bogens. 96.
 — der Scharnier-Hängebrücke mit versteifender Ausfachung. 110.
 — des schlaffen Bogens und unversteiften Hängewerkes. 5.
 — des Stabpolygons. 12.
 — des versteiften Stabpolygons, genauere. 38.
 — des vollwandigen Bogens. 42.
Tragstangen bei Hängebrücken, Regulierbarkeit. 170.
Tragwände der Hängebrücken. 172.
- T**ransversalkräfte bei dem Stabpolygon. 31. 32.
 — — vollwandigen Bogen ohne Gelenk. 90.
 — — — mit Kämpfergelenken. 70.
- V**erankerung bei Fachwerkbogen. 122.
 — bei Hängebrücken. 195.
 — —, Regulierbarkeit. 196.
 — mit vereinigten Kabeln. 199.
Verankerungsräume. 200.
Vorteile der Hängebrücken. 148.
- W**ahl des Systems der Bogenbrücken. 224.
 — der Trägerform der Bogenbrücken. 228.
Walzenlager für Hängebrücken. 190.
Windversteifung f. Hängebrücken. 187.
Wurzelplatte. 196.
- Z**wischenpfeiler der Hängebrücken. 193.

Atlas

zum

Handbuch des Brückenbaues.

Vierte Abteilung.

Zweite, umgearbeitete und vermehrte Auflage.

Atlas

Handbuch des Brückenbauwesens

von

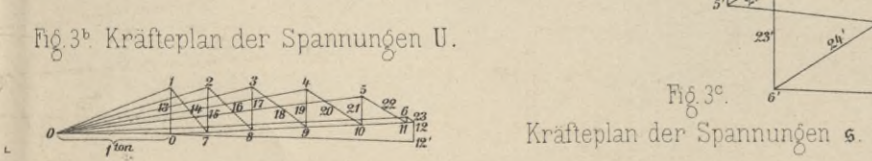
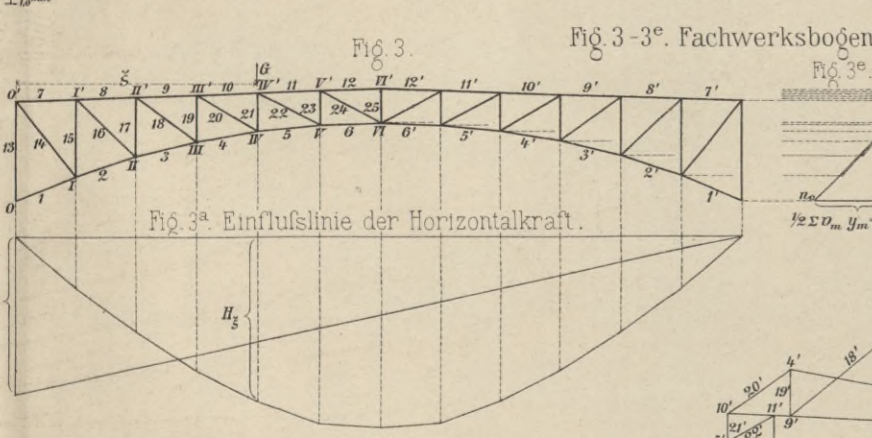
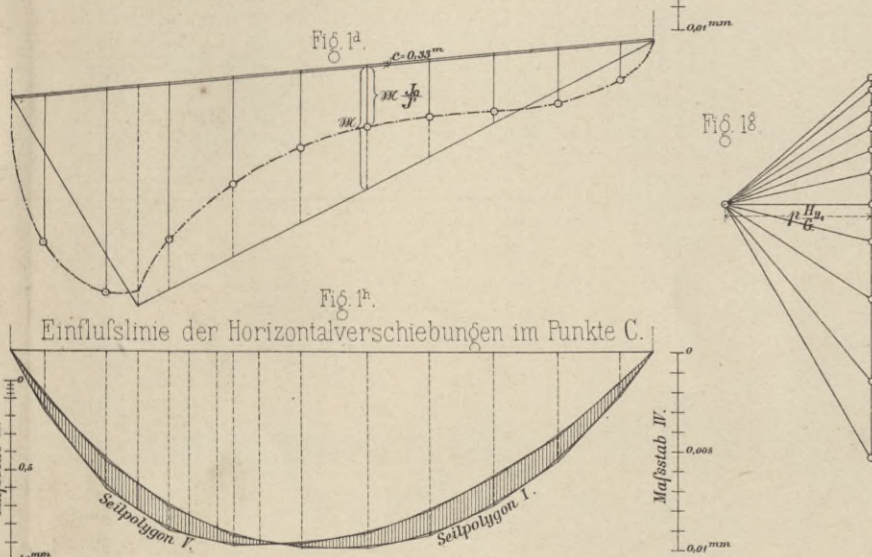
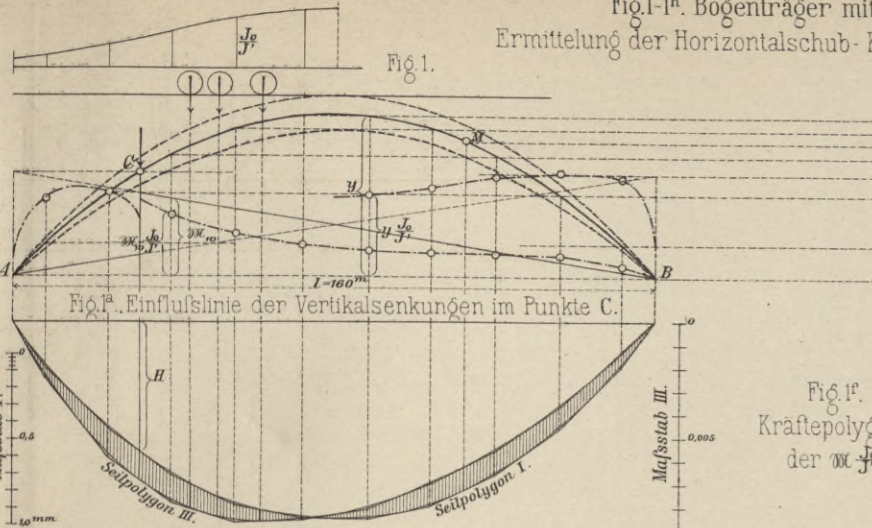
Inhalt.

- Tafel I. Figuren zu der Theorie der Bogen- und Hängebrücken.
- Tafel II bis V. **Hängebrücken.**
- Tafel II. Kettenbrücken über die Maas bei Seraing und über die Donau in Buda-Pest. — Drahtkabelbrücken über die Dordogne bei Cubzac und über die Saane bei Freiburg.
- Tafel III. Drahtsteg über die Donau bei Passau und über die Sitter in Brüggem. — Kettensteg über die Aare bei Bern. — Eisenbahn- und Strassenbrücke über den Niagara. — Hängesteg auf der Insel Wight.
- Tafel IV. Drahtkabelbrücke über den East River zwischen New York und Brooklyn. — Drahtkabelbrücke bei Bucaramanga in Neu-Granada. — Lambeth-Brücke über die Themse in London. — Hängebrücke, Bahnhof Gotha.
- Tafel V. Eiserner Steg über den Main zwischen Frankfurt und Sachsenhausen. — Fussgängerbrücke, Bahnhof Gotha. — Versteifte Hängebrücke über den Monongahela bei Pittsburg. — Versteifte Kettenbrücke über den Donaukanal in Wien.
- Tafel VI bis X. **Eiserne Bogenbrücken.**
- Tafel VI. Gusseiserne Strassenbrücken in Paris über die Seine (Sully-Brücken). — Gusseiserne Strassenbrücke über einen Werkkanal bei Chalons an der Marne.
- Tafel VII. Bogenbrücken mit festen (eingespannten) Enden. (Strassen- und Eisenbahnbrücke über den Mississippi bei St. Louis. — Strassenbrücke über die Donau bei Buda-Pest.)
- Tafel VIII. Bogenbrücken mit Kämpfergelenken. (Eisenbahnbrücke über die Ruhr bei Mühlheim. — Eisenbahnbrücke über den Rhein bei Coblenz. — Verschiedene Kämpfergelenke.)
- Tafel IX. Bogenbrücken mit Kämpfergelenken. (Eisenbahnbrücke über den Rhein bei Horchheim oberhalb Coblenz. — Eisenbahnbrücke über die Mosel bei Gils. — Bogenanfang der Brücke über die Spree am Schiffbauerdamm.)
- Tafel X. Eisenbahnbrücke über den Douro bei Oporto. — Bogenbrücken mit Kämpfer- und Scheitelgelenken. (Strassenbrücke über den Wienfluss in Wien [Tegetthoff-Brücke]. — Eisenbahnbrücke über die Ulrichstrasse in Magdeburg. — Verschiedene Kämpfer- und Scheitelgelenke.)
-

Inhalt

Table I. ...
Table II. ...
Table III. ...
Table IV. ...
Table V. ...
Table VI. ...
Table VII. ...
Table VIII. ...
Table IX. ...
Table X. ...
Table XI. ...
Table XII. ...
Table XIII. ...
Table XIV. ...
Table XV. ...
Table XVI. ...
Table XVII. ...
Table XVIII. ...
Table XIX. ...
Table XX. ...
Table XXI. ...
Table XXII. ...
Table XXIII. ...
Table XXIV. ...
Table XXV. ...
Table XXVI. ...
Table XXVII. ...
Table XXVIII. ...
Table XXIX. ...
Table XXX. ...

Fig. 1^a. Bogenträger mit zwei Gelenken. Ermittlung der Horizontalschub-Kurve und der Durchbiegungen.



Lith. Anst. v. F. Wirtz, Darmstadt.

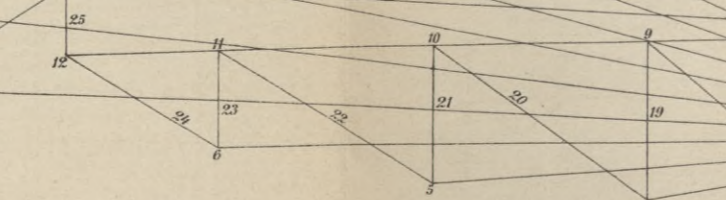
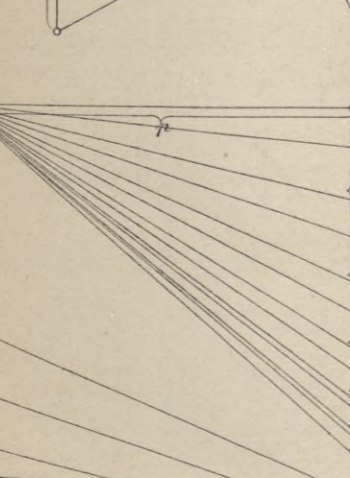
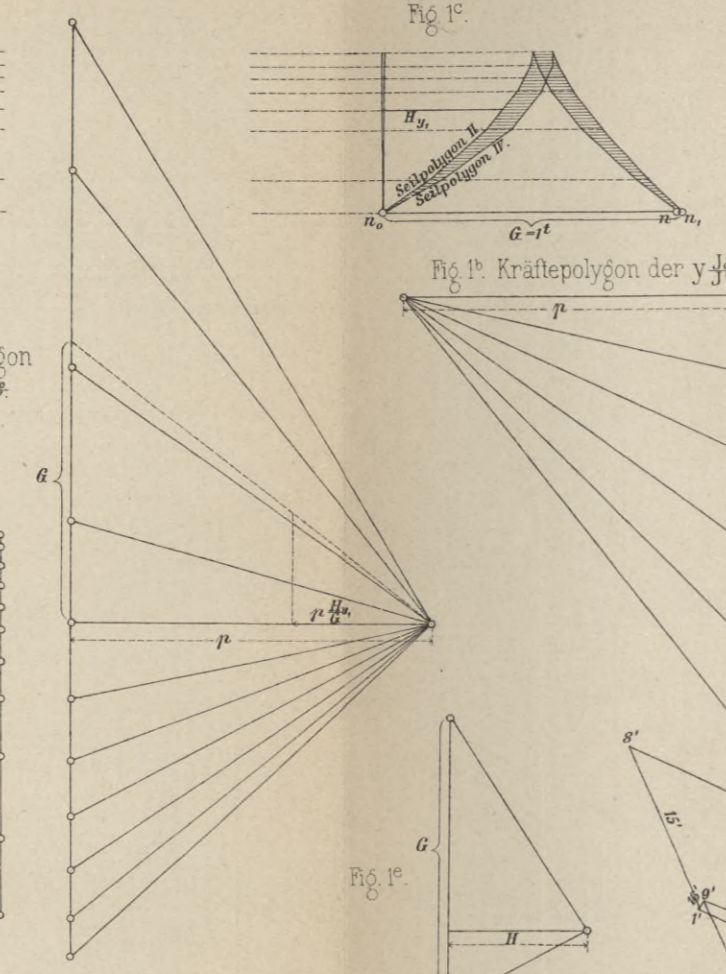
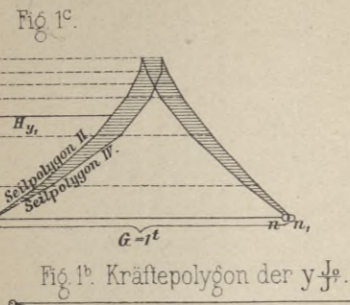
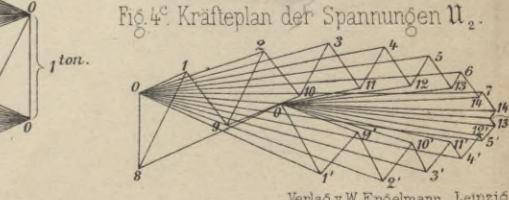
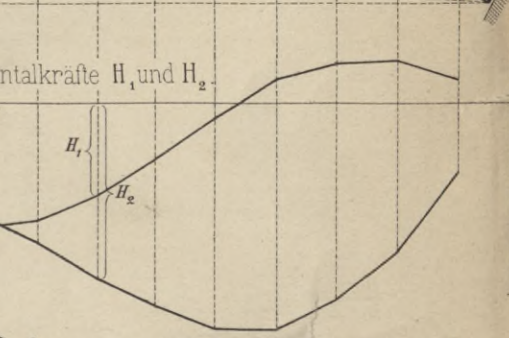
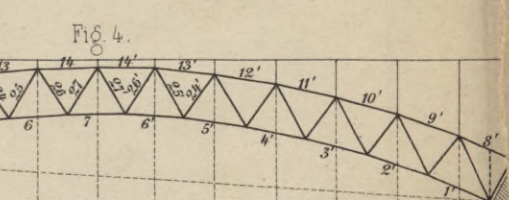
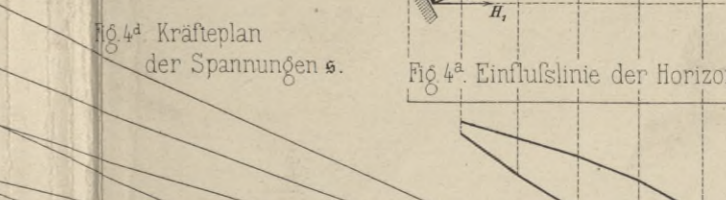
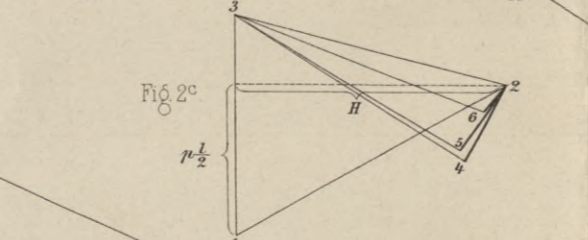
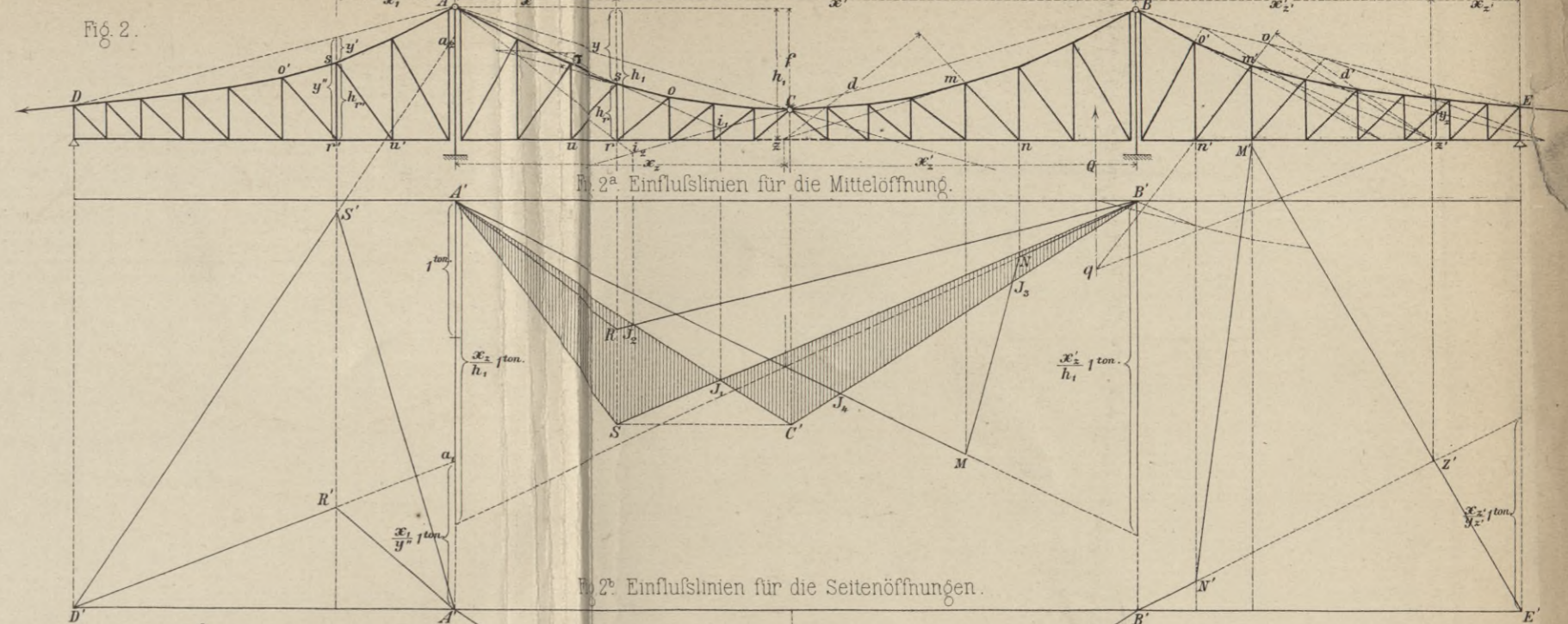


Fig. 2-2^d. Fachwerks-Hängeträger mit einem Mittelgelenk.



BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Hängebrücken.

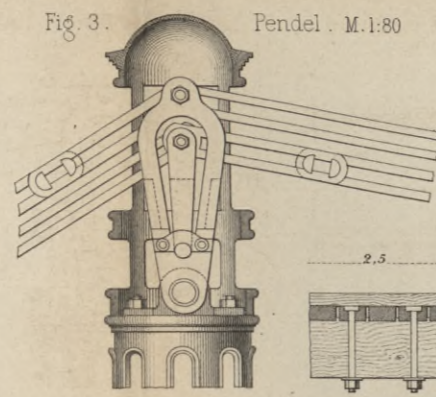
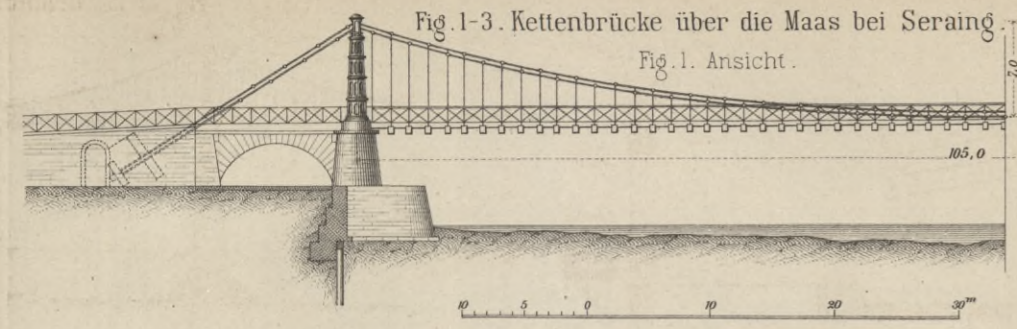


Fig. 2. Querschnitt. M. 1:50.

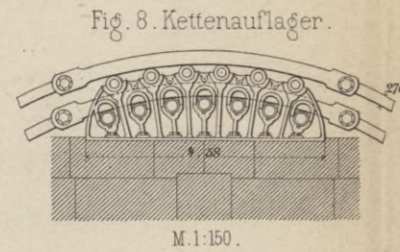
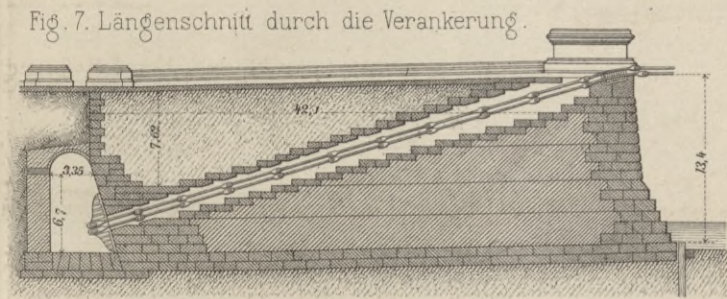
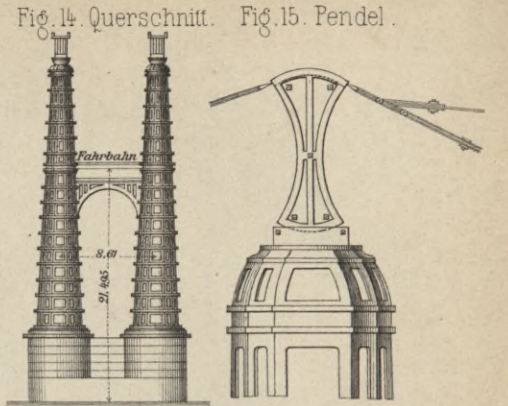
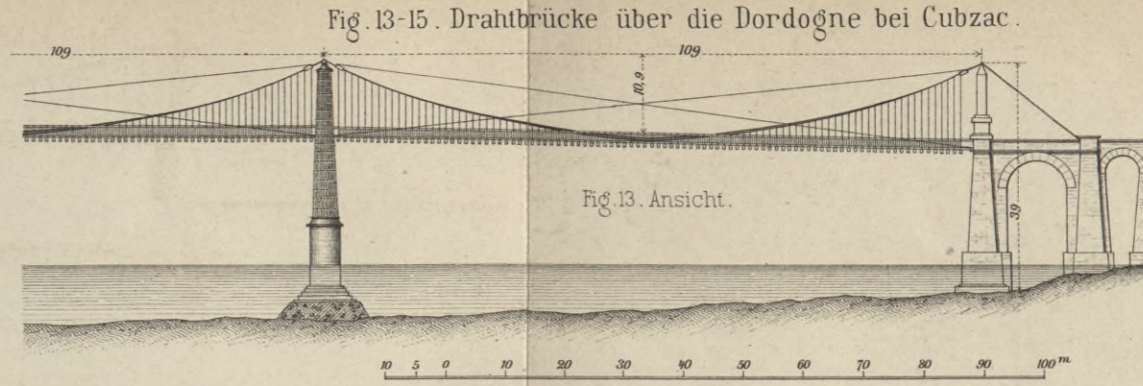
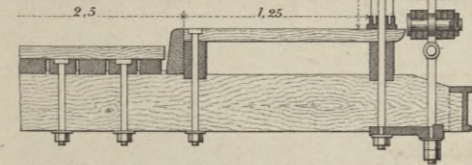


Fig. 18-27. Drahtbrücke über die Saane bei Freiburg. Fig. 18. Ansicht.

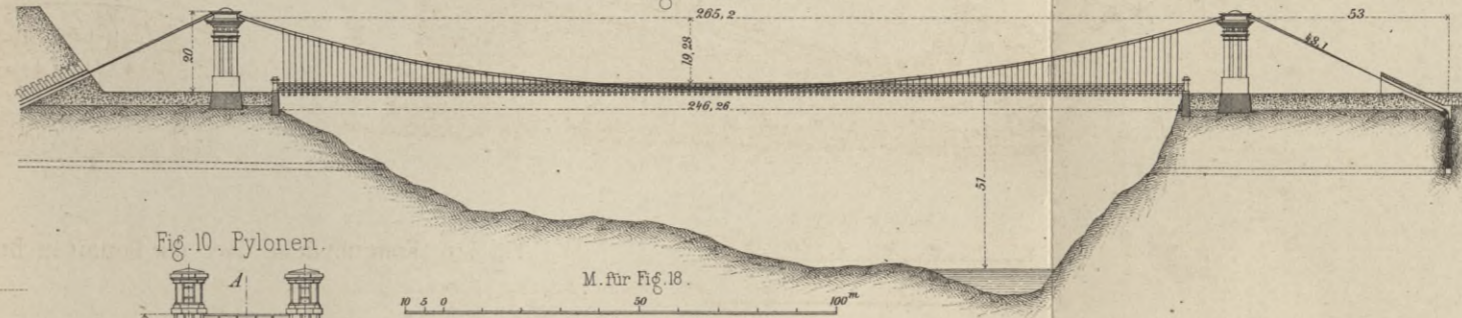


Fig. 16 u. 17. Brücke von St. Ilpice. Fig. 16. Ansicht. M. 1:2000.

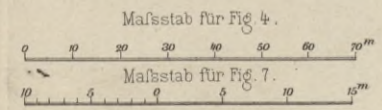
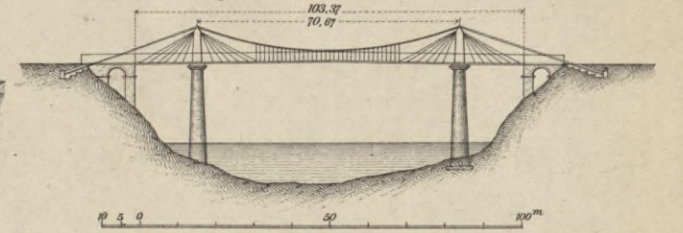


Fig. 4-8. Kettenbrücke über die Donau in Budapest.

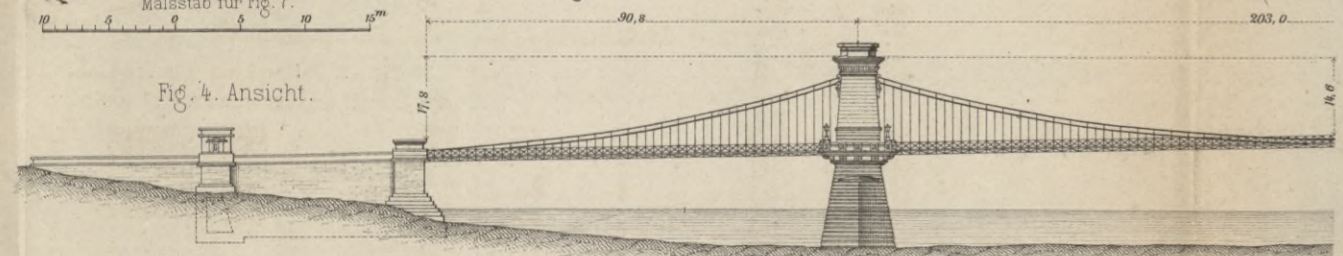


Fig. 10. Pylonen.

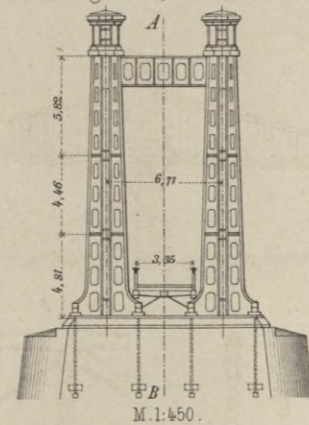
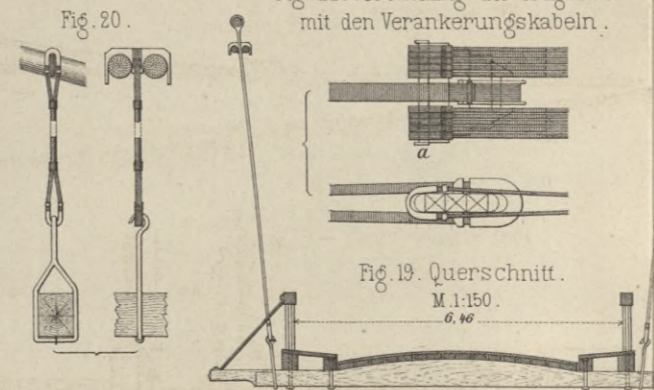


Fig. 22. Verbindung der Tragkabel mit den Verankerungskabeln.



M. für Fig. 20 u. 21 - 1:50.

Fig. 21. Ansicht.

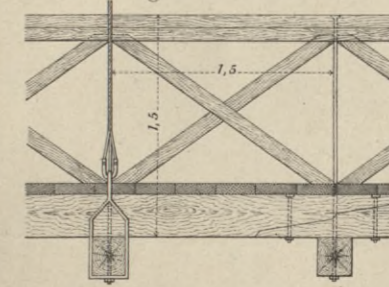


Fig. 19. Querschnitt. M. 1:150.

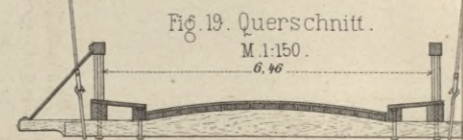


Fig. 23. Auflagerung der Kabel auf den Pylonen. M. 1:45.

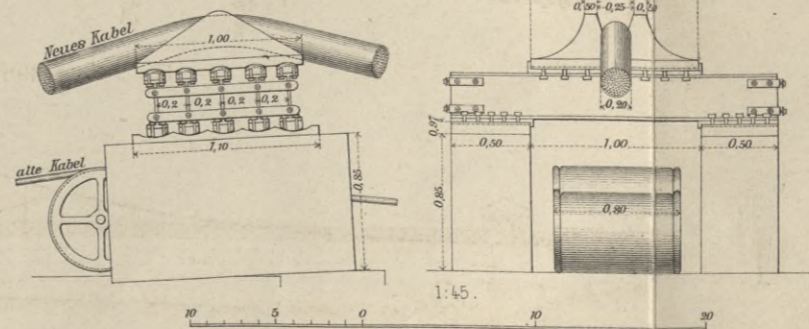


Fig. 17. Auflagerung der Kabel auf den Pylonen.

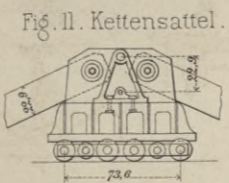
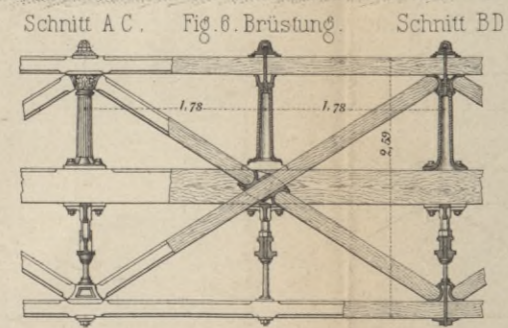
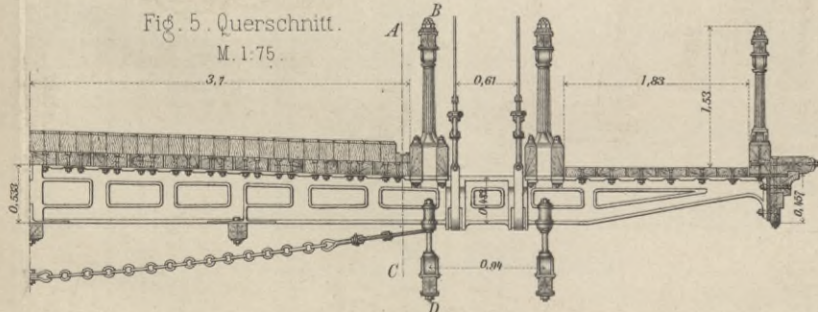
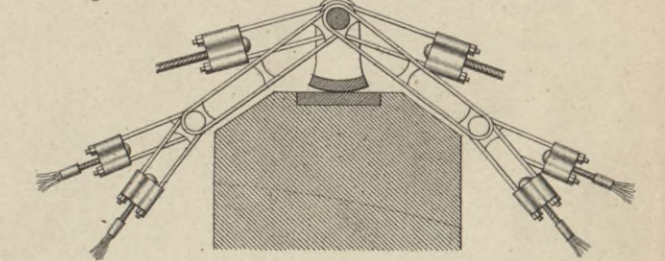


Fig. 9-12. Kettensteg über die Moldau in Prag. Fig. 9. Ansicht. M. 1:1000.

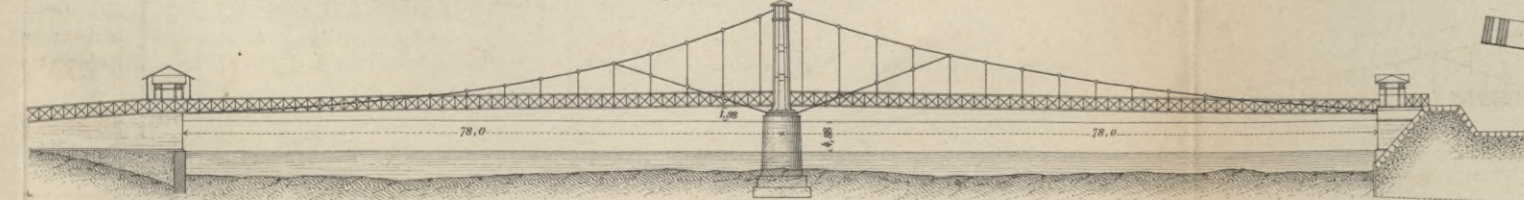


Fig. 12.

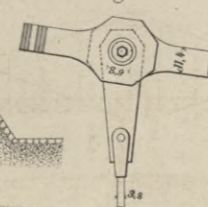


Fig. 24, 25, 27 ursprüngliche Verankerung Fig. 26 verstärkte Verankerung.

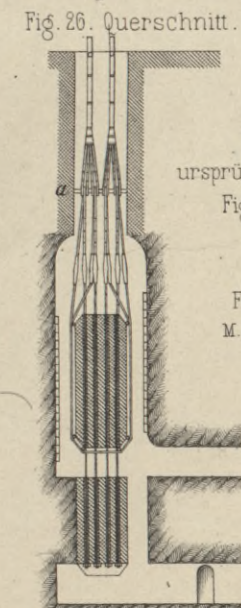
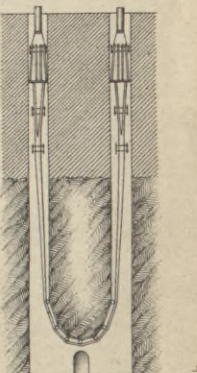


Fig. 28. Verankerung der Gotteron-Brücke.



BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Fig. 1-6. Drahtsteg über die Donau bei Passau.

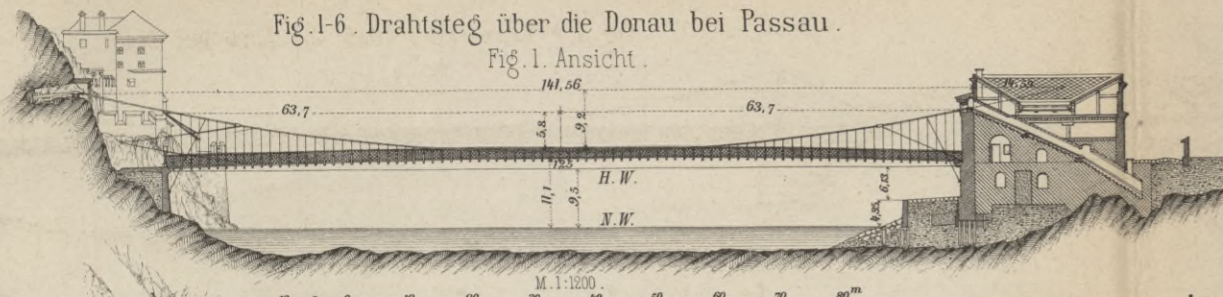


Fig. 2. Grundriss.

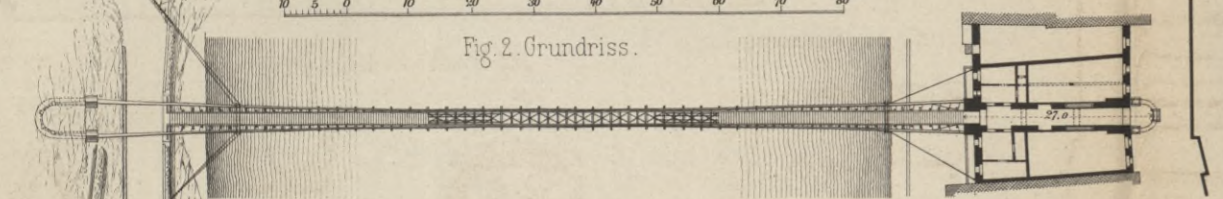


Fig. 3. Ansicht der Tragwand.

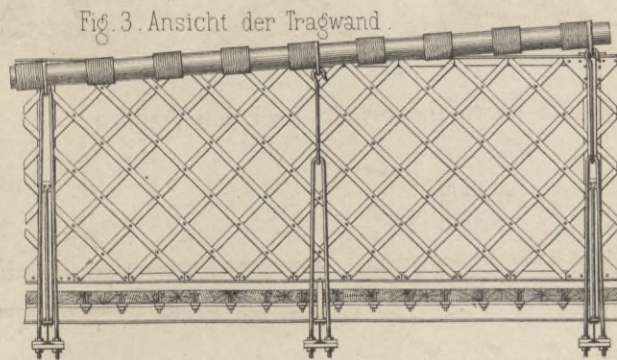


Fig. 4. Querschnitt.

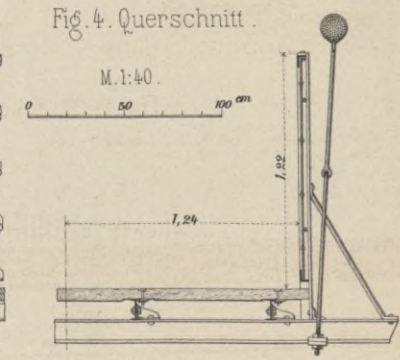


Fig. 10-14. Hängesteg über die Sitter in Bruggen.



Fig. 10. Ansicht. M. 1:800.

Fig. 13. Pylonen.

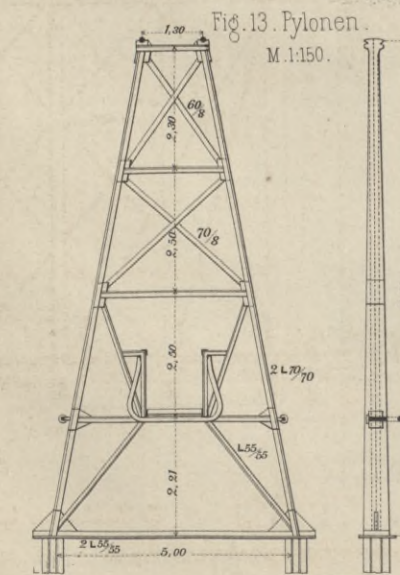


Fig. 11. Querschnitt.

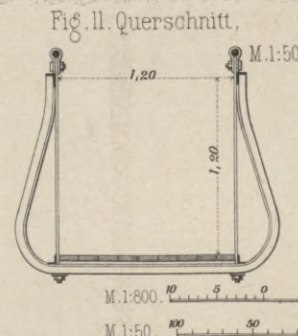


Fig. 12. Längenschnitt.

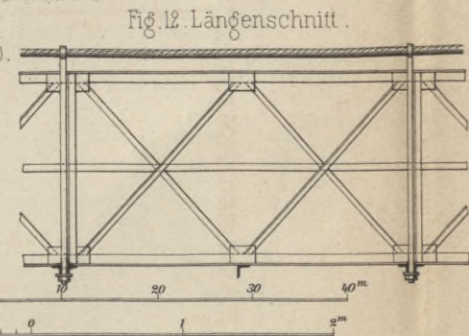
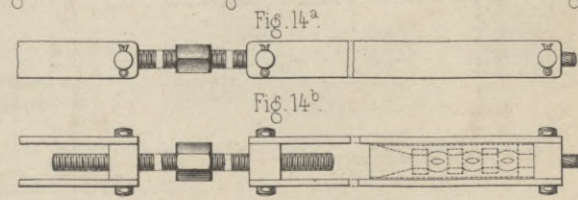


Fig. 14^a u. 14^b. Verbindung der Kabel mit der Verankerung.



Lith. Anst. v. F. Wirtz, Darmstadt.

Fig. 7-9. Kettensteg über die Aare bei Bern.

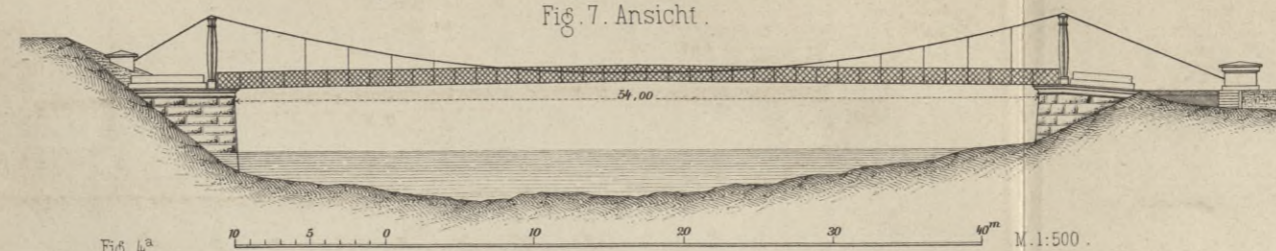


Fig. 4^a. Auflagerung der Brückenbahn. M. 1:15.

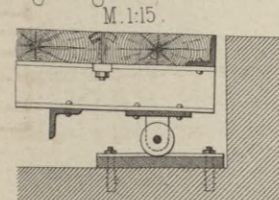


Fig. 5^a u. 5^b. Rollenlager. M. 1:15.

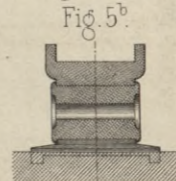
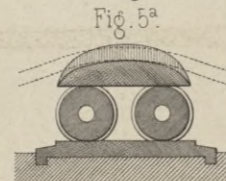


Fig. 6^a u. 6^b. Sattel. M. 1:15.

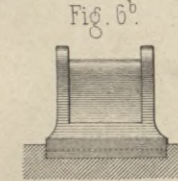
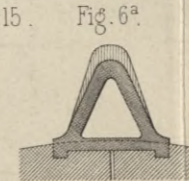


Fig. 15-20. Eisenbahn- u. Strafenbrücke über den Niagara.

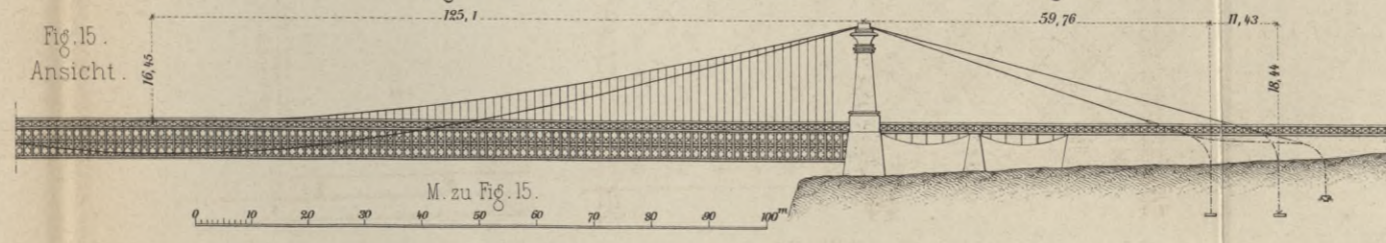


Fig. 15. Ansicht.

Fig. 16. Querschnitt.

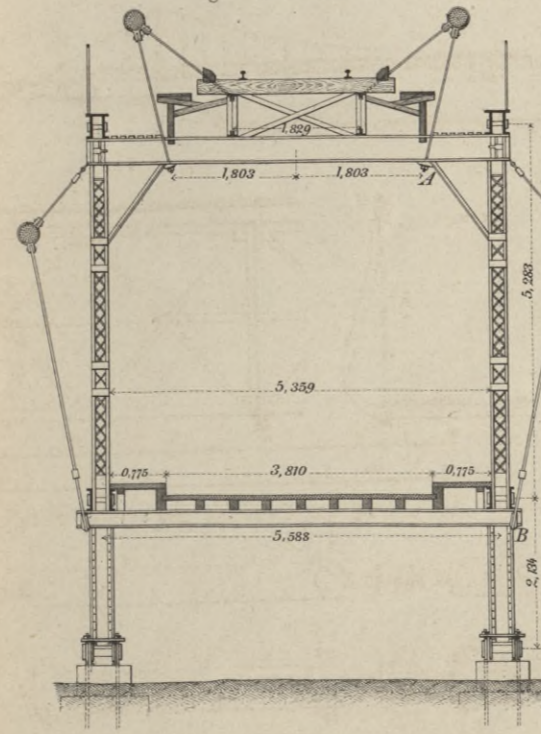


Fig. 17. Längenschnitt.

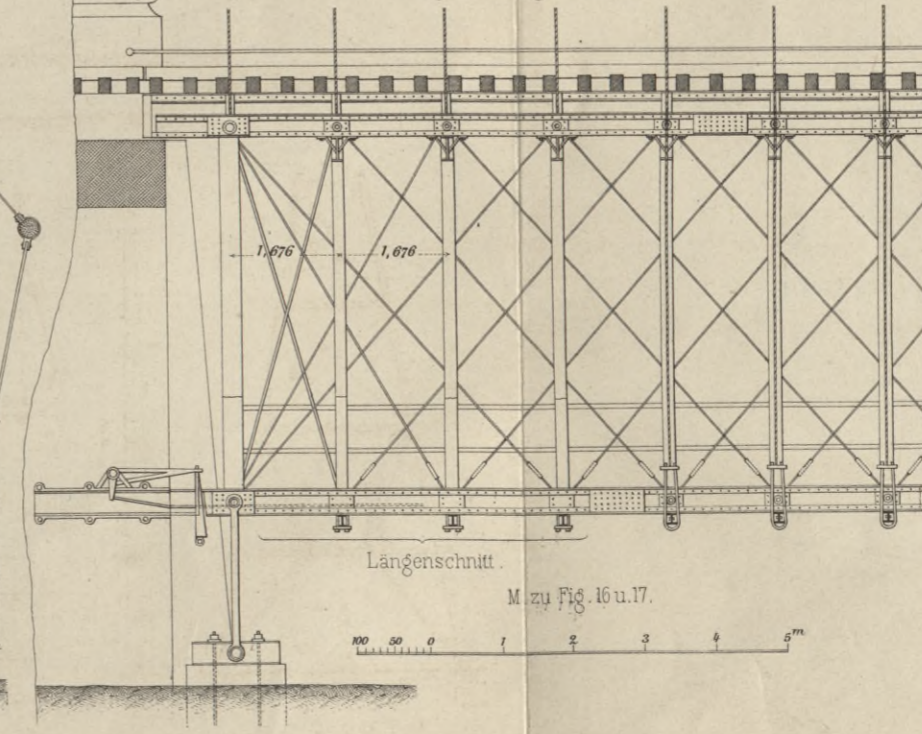


Fig. 8. Querschnitt.

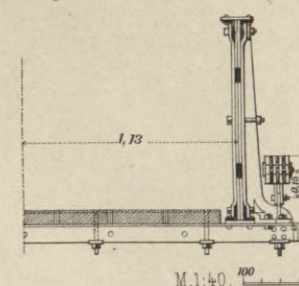


Fig. 9. Ansicht der Tragwand.

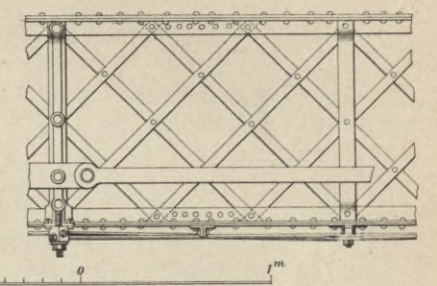


Fig. 20^a u. 20^b. Verstärkung der Verankerung.

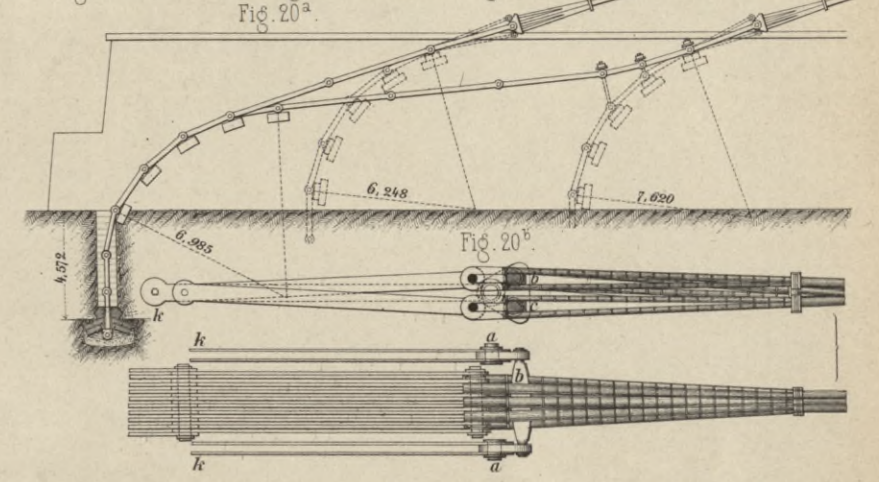


Fig. 18. Detail der Aufhängung bei A.

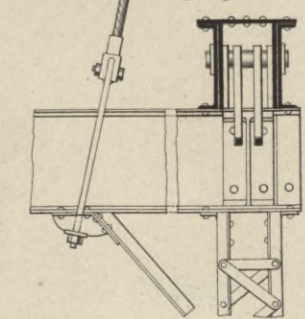


Fig. 19. Detail der Aufhängung bei B.

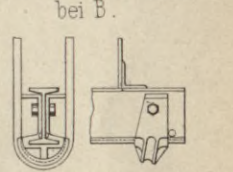


Fig. 21 u. 22. Hängesteg auf der Insel Wight.

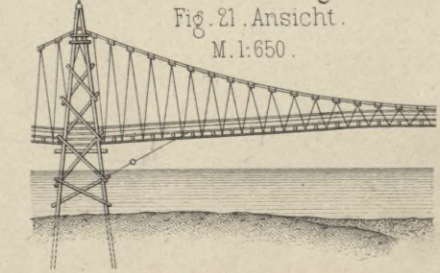
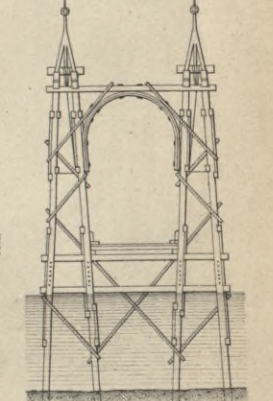


Fig. 21. Ansicht. M. 1:650.

Fig. 22. Pylon. M. 1:400.



Verlag v. W. Engelmann, Leipzig.

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Fig. 1-4. Drahtbrücke über den East-River zwischen New-York und Brooklyn.

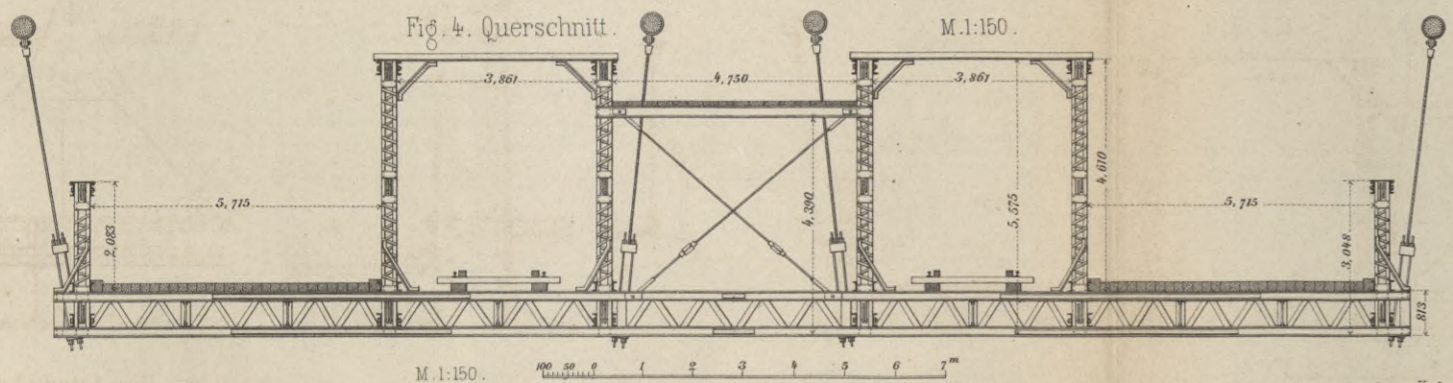
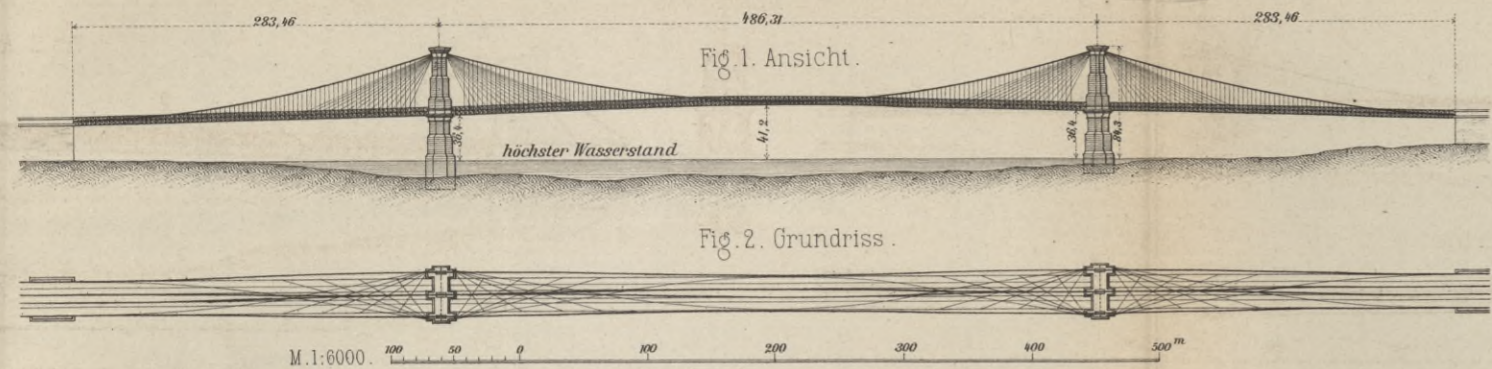


Fig. 5-10. Drahtkabelbrücke bei Bucaramanga in Neu-Granada.

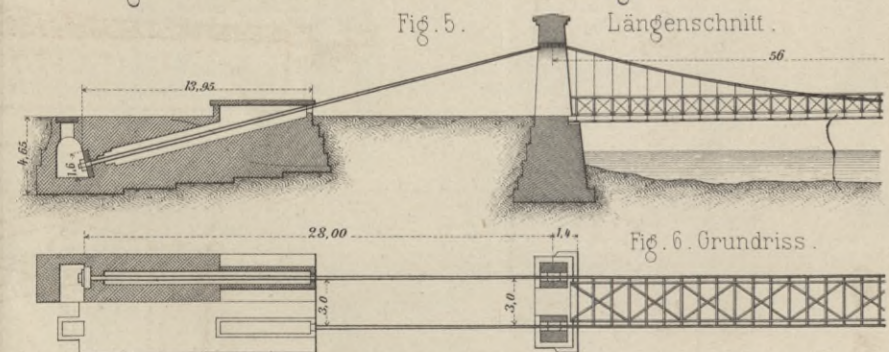


Fig. 7. Ansicht des Versteifungsträgers.

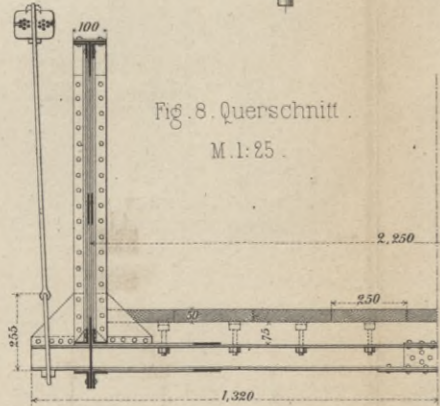
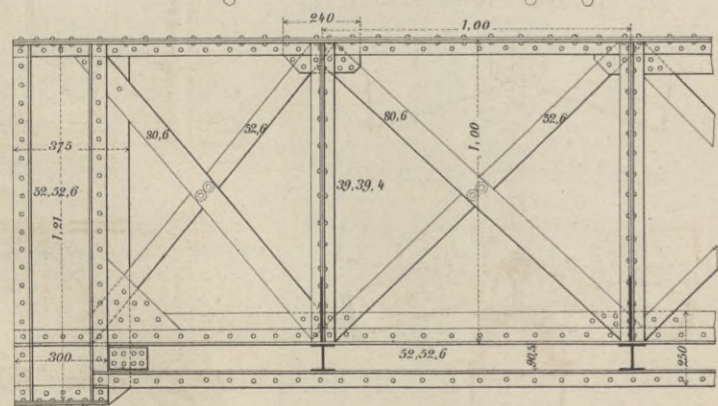


Fig. 9a-9c. Verbindung der Hängestangen mit den Kabeln.

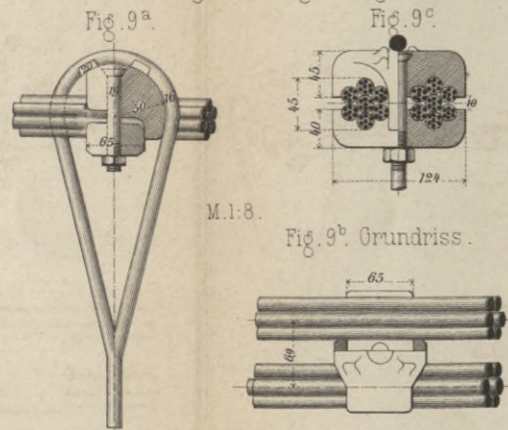


Fig. 23a-23c. Auflagerung am Mittelpfeiler.

Fig. 23c.

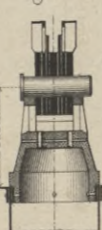


Fig. 10. Querschnitt.

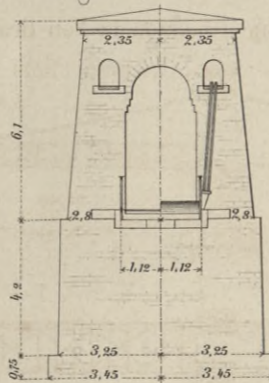


Fig. 23a. Oberer Knotenpunkt.

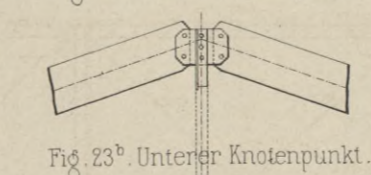
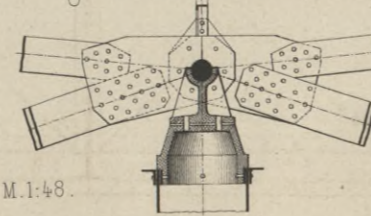


Fig. 23b. Unterer Knotenpunkt.



Hängebrücken.

Fig. 3. Strompfeiler.



Fig. 11-16. Lambeth-Brücke über die Themse in London.

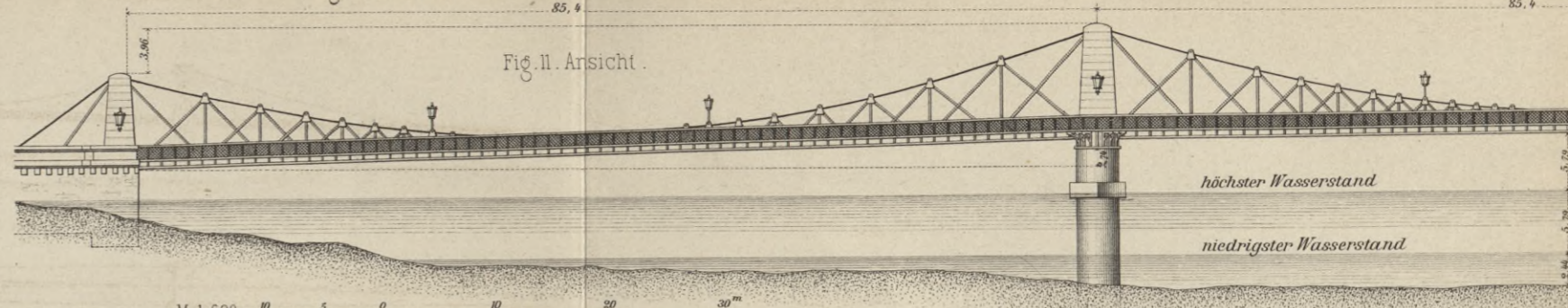


Fig. 14 u. 15. Lager auf d. Landpfeiler.

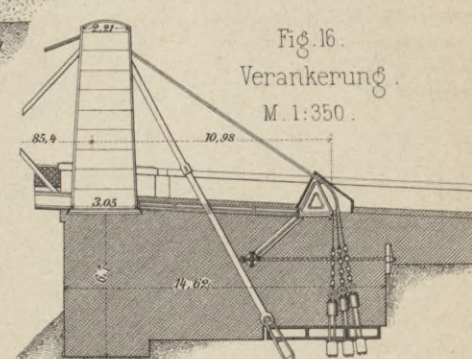
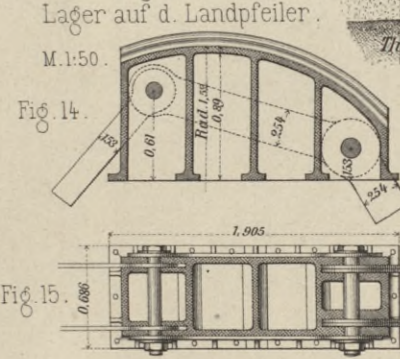


Fig. 17-23. Hängebrücke. Bahnhof Gotha.

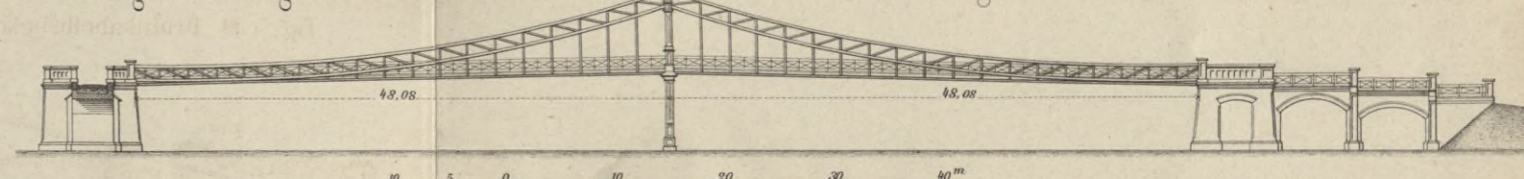


Fig. 20. Längenschnitt durch die Verankerung. M. 1:96.

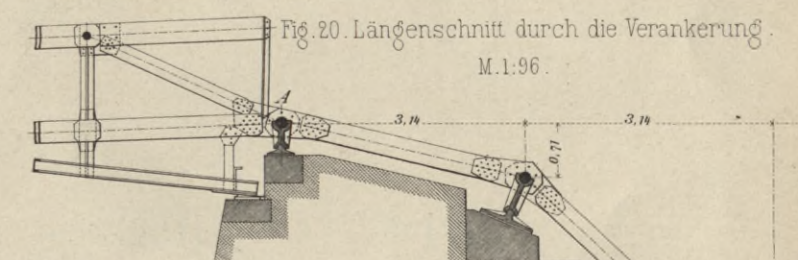


Fig. 21. Ankerplatte. M. 1:96.

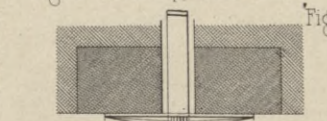


Fig. 22a u. 22b. Auflagerung bei A.

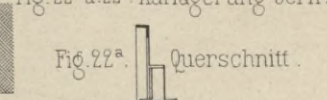


Fig. 22a. Querschnitt.

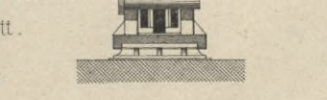


Fig. 22b. Horizontalschnitt.



BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Hängebrücken.

Fig. 1-II. Eiserner Steg über den Main zwischen Frankfurt und Sachsenhausen.

zwischen Frankfurt und Sachsenhausen.

Fig. 1. Ansicht.

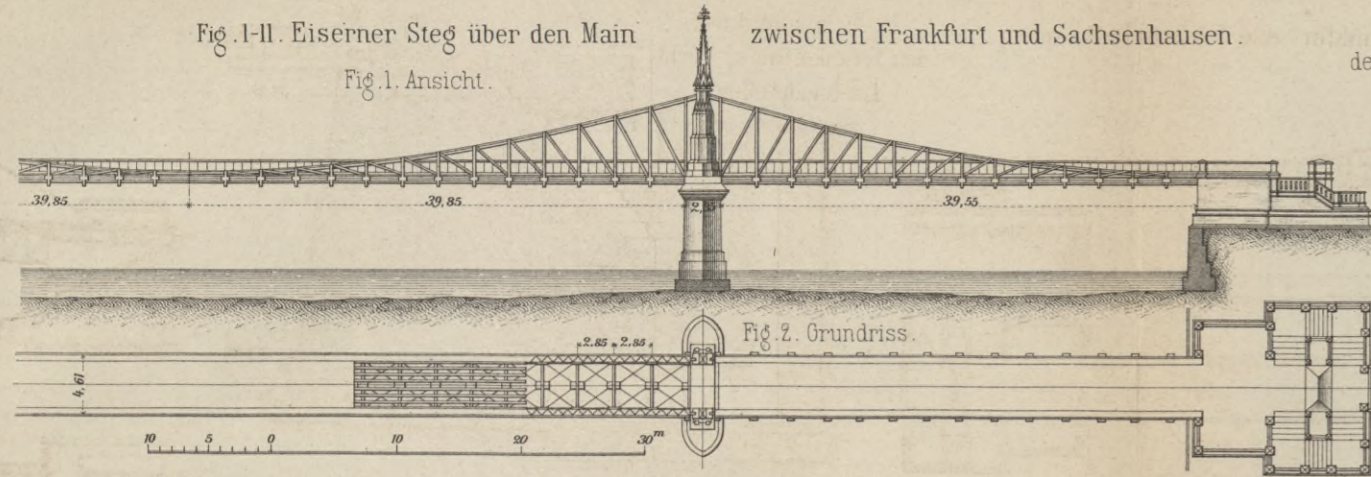


Fig. 2. Grundriss.

Fig. 3-7. Eiserner Pylon.

Fig. 7. Längsschnitt.

Fig. 8. Vertikalschnitt durch den Pfeiler.

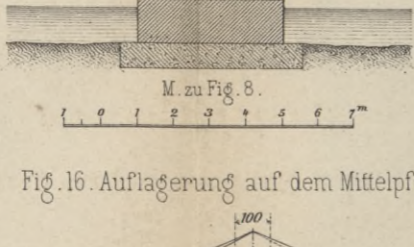
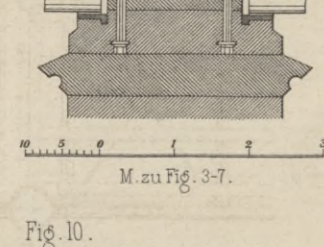
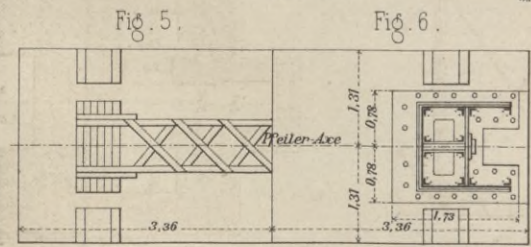
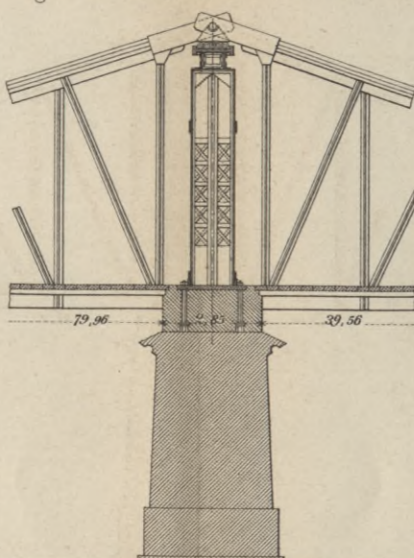
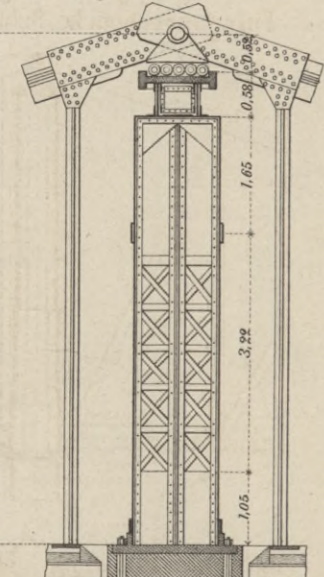
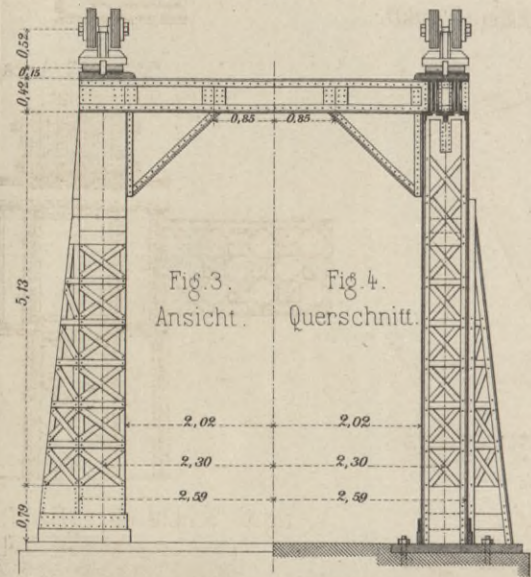
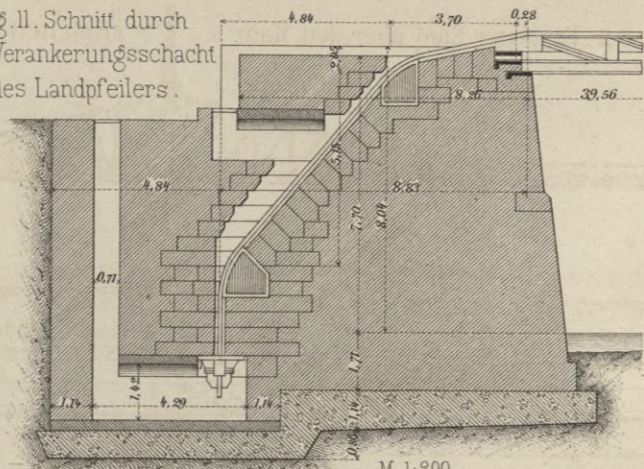


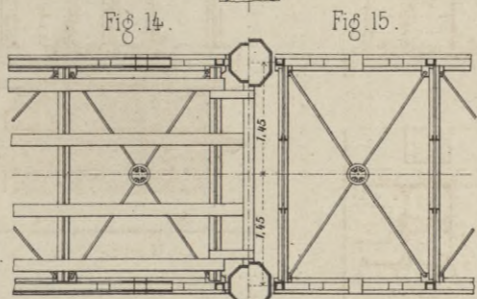
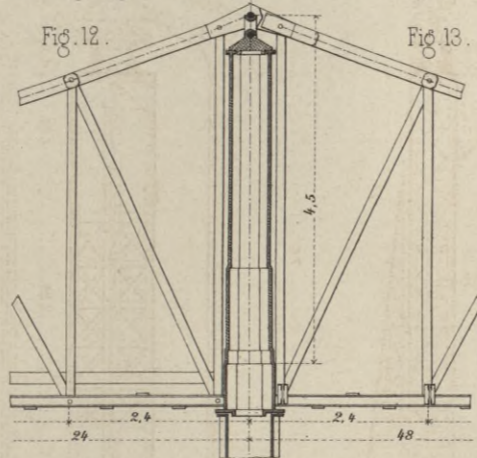
Fig. 11. Schnitt durch den Verankerungsschacht des Landpfeilers.



M. 1:200.

Fig. 12-16 u. Fig. 26-28.

Fußgängerbrücke, Bahnhof Gotha (Projekt).



M. zu Fig. 12-15 - 1:100.

Fig. 29. Versteifte Kettenbrücke (Aspern-Brücke über den Donaukanal in Wien).

M. 1:500.

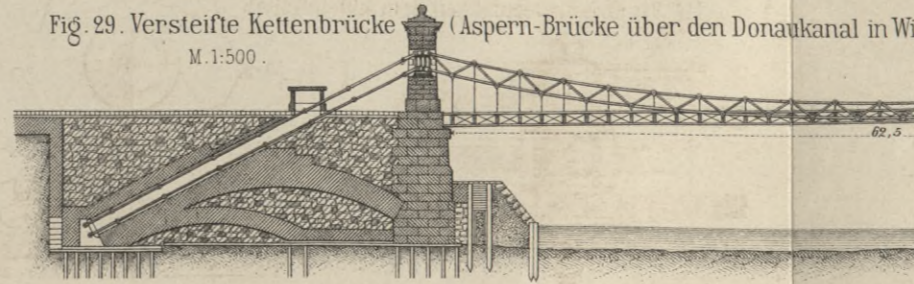


Fig. 17-25. Versteifte Hängebrücke über den Monongahela bei Pittsburg.

Fig. 17. Ansicht.

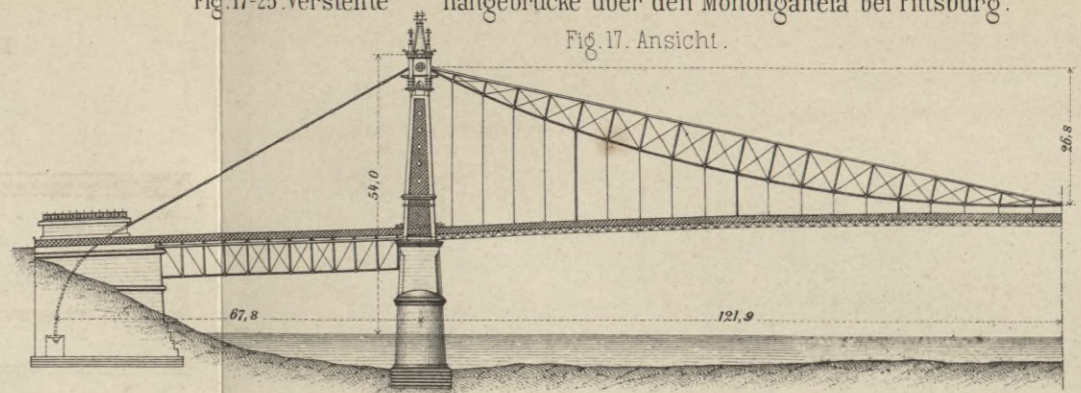


Fig. 18. Grundriss.

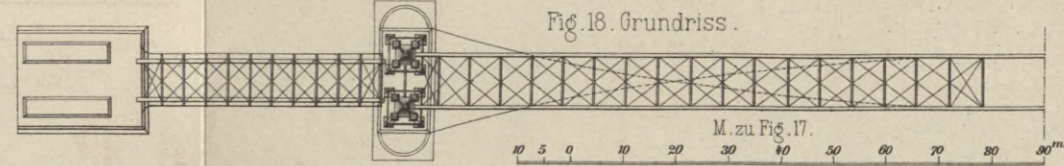


Fig. 22 u. 23. Auflagerung auf dem Pfeiler. Fig. 22. Querschnitt. Fig. 23. Ansicht.

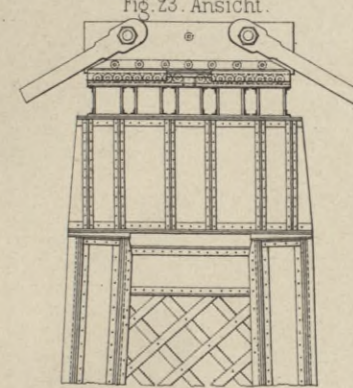
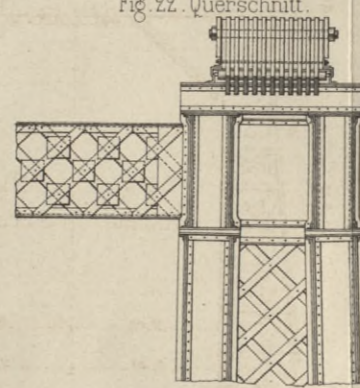


Fig. 20. Ansicht der Tragkonstruktion.

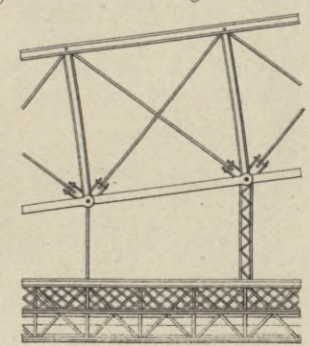


Fig. 26. Schnitt ab. Fig. 27. Schnitt cd (s. Fig. 28).

M. zu Fig. 26-28 - 0,006.

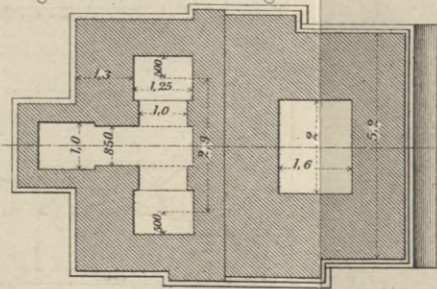
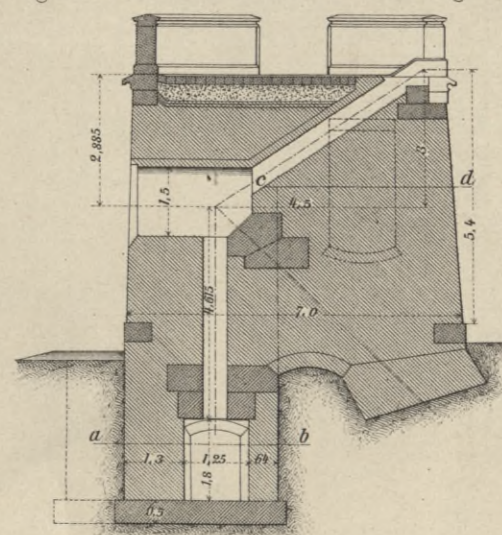


Fig. 28. Vertikalschnitt durch die Verankerungsschächte.



Vierte Abteilung. Taf. V. Fig. 19. Querschnitt.

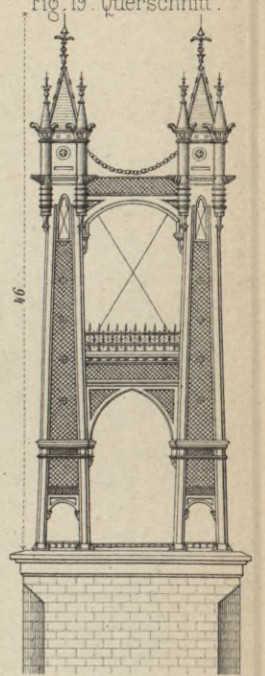


Fig. 21. Querschnitt.

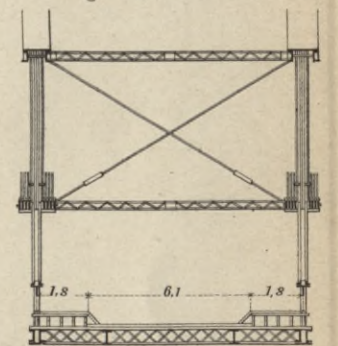


Fig. 24 u. 25. Ankerplatte.

Fig. 24.

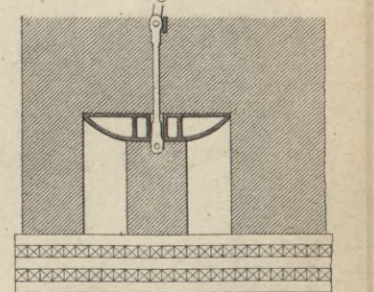
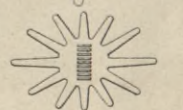


Fig. 25.



BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Fig 1-13. Gusseiserne Strassenbrücken in Paris über die Seine. (Sully-Brücken.)

Fig 1. Hälfte eines schrägen Schnitts im Scheitel, normal zu den Stirnflächen projectirt. M. 0,01.

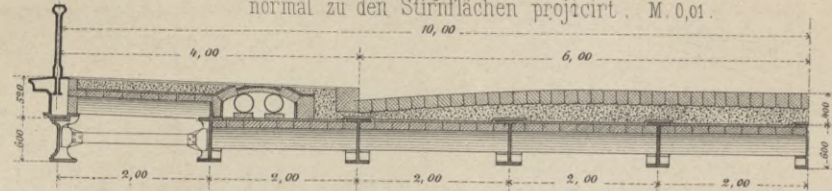


Fig 4. Anschluss der Fahrbahn-Querträger an die Hauptträger. M. 0,05.

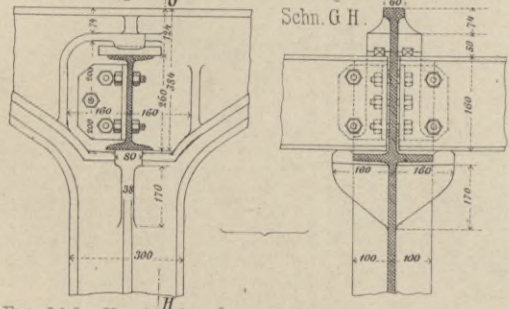


Fig 5. Anschluss der Trottoir- u. der Fahrbahnträger im Scheitel d. 2ten Bogens. M. 0,05.

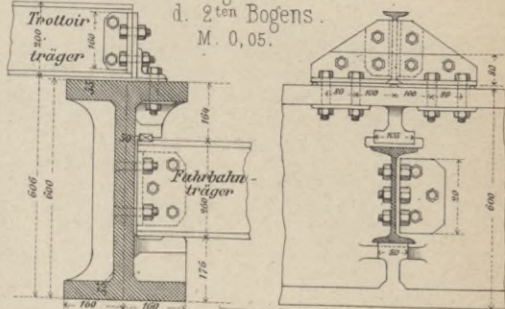


Fig 6^{a-c}. Vertikale Querverbindungen in den Zwickeln.

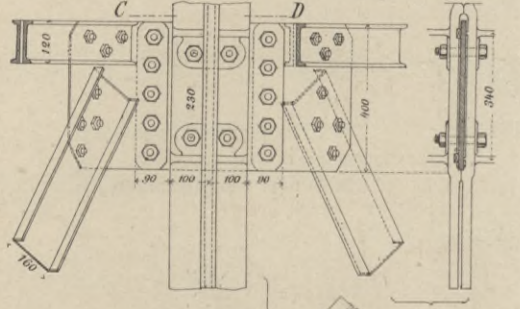


Fig 6^b. Ansicht a-b. M. 0,008.

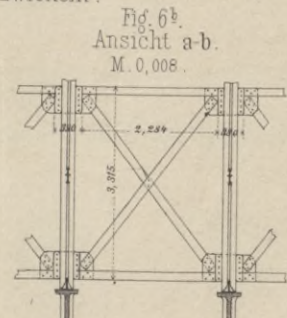


Fig 6^a. Details. M. 0,05.

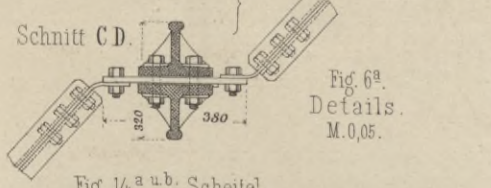


Fig 14^{a,b}. Scheitel.

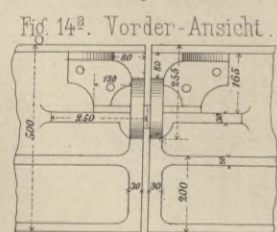


Fig 14^b. Schnitt L M. (s. Fig. 15^a).

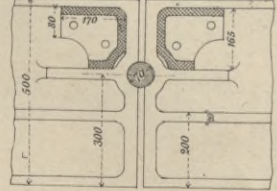


Fig 15^{a,b}. Mittlere Fahrbahnträger. Fig 15^a. Ansicht.

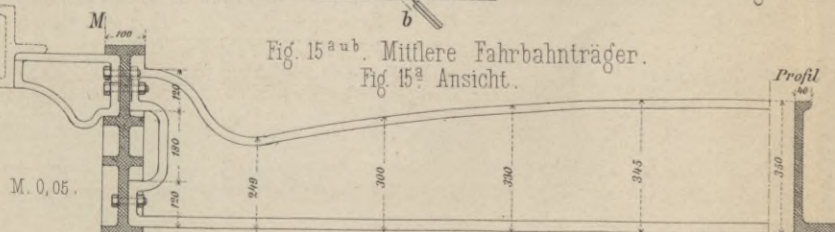
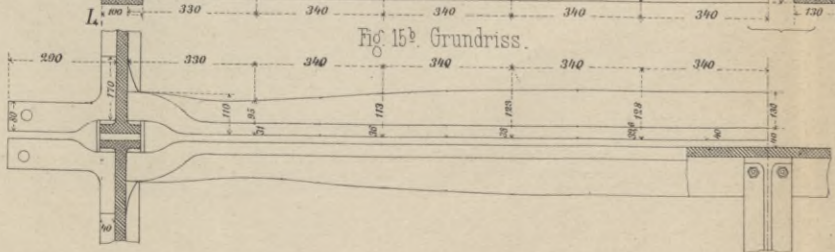


Fig 15^b. Grundriss.



Eiserne Bogenbrücken.

Fig 2. Längenschnitt der Brücke des Seitenarms. M. 0,002.

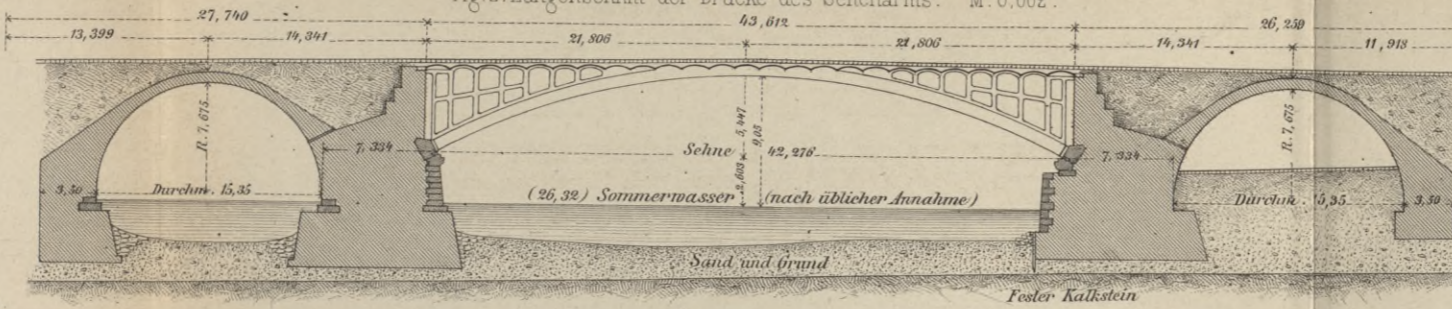


Fig 3. Situation. M. 0,0002.

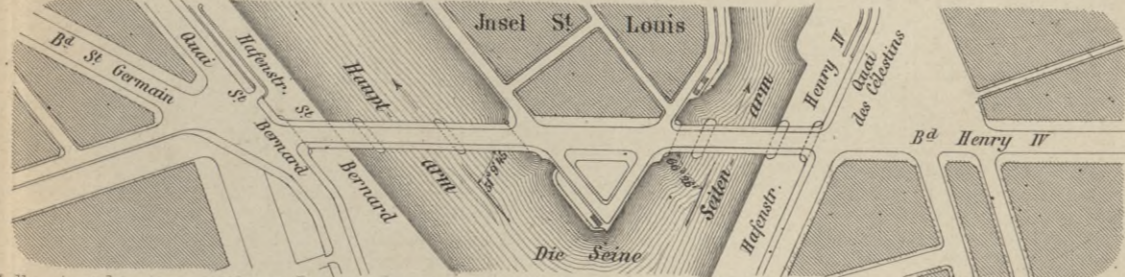


Fig 7^e. Halbe Ansicht eines mittleren Bogens der Brücke des Hauptarms. M. 0,008.

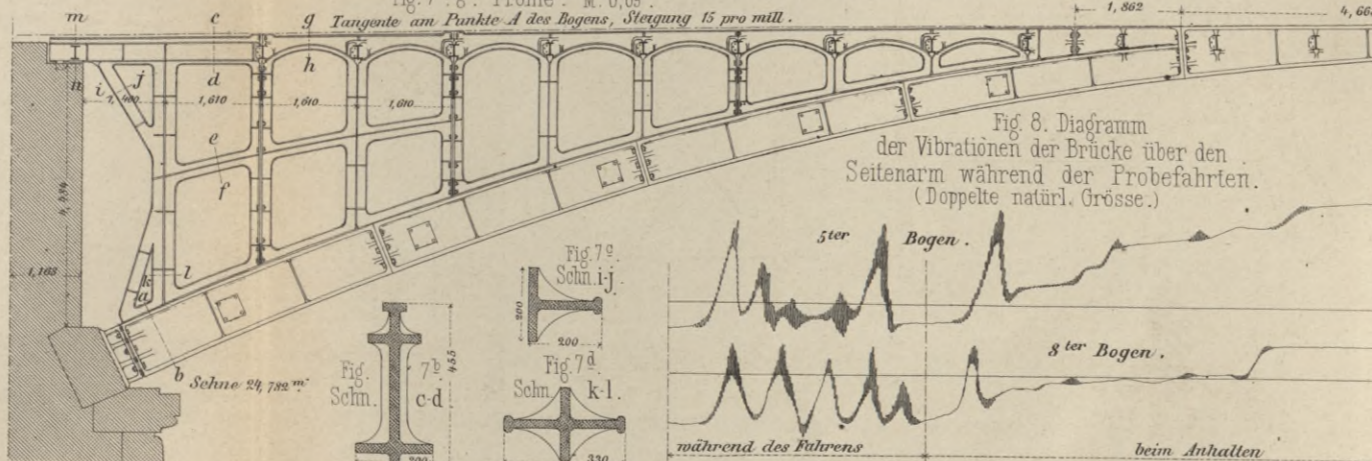


Fig 8. Diagramm der Vibrationen der Brücke über den Seitenarm während der Probefahrten. (Doppelte natürl. Grösse.)

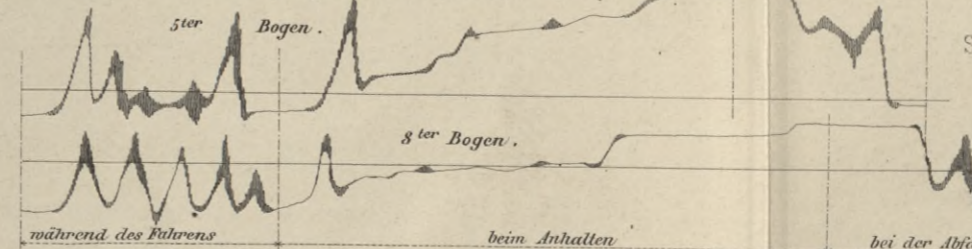


Fig 14-19. Gusseiserne Strassenbrücke über einen Werkkanal bei Chalons an der Marne.

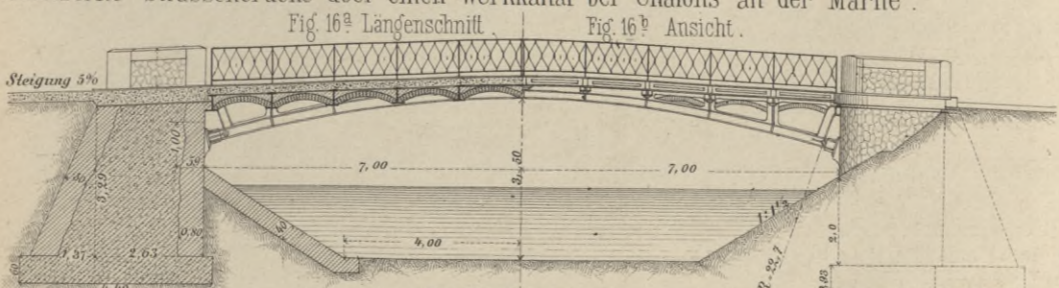


Fig 16^a. Grundriss.

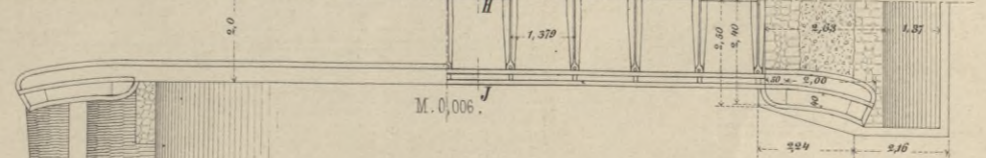


Fig 9. Querverbindungen der Bögen d. Hauptarms (links schief).

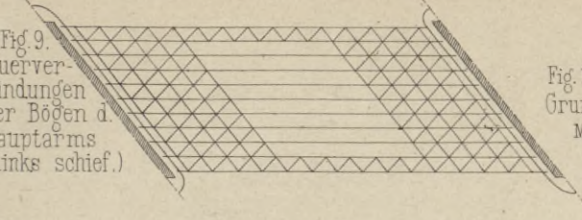


Fig 12^{a,b}. Querverbindungen der Bögen.

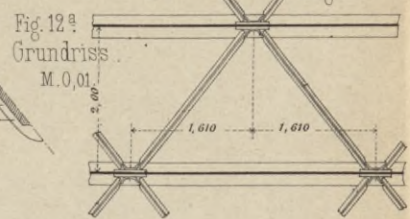


Fig 12^b. Details. M. 0,05.

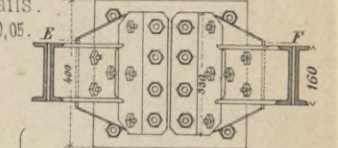


Fig 10. Vertikale Querverbindungen der Zwickel. M. 0,001.

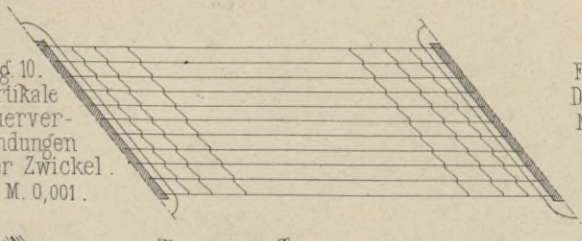


Fig 11. Anordnung der Fahrbahn bei den Pfeilern.

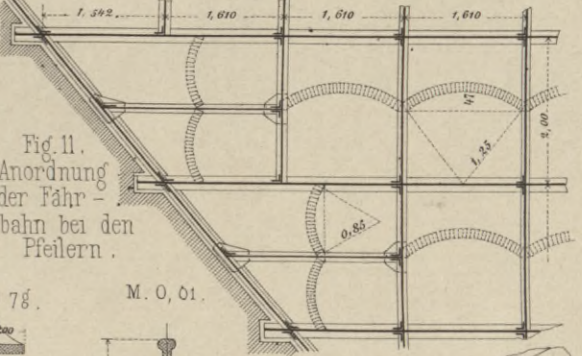


Fig 7^e. Schnitt m-n.

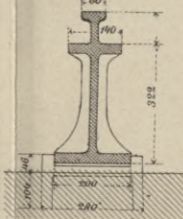


Fig 7^f. Schnitt e-f.

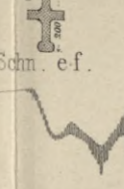


Fig 7^g. Schnitt g-h.

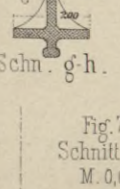


Fig 7^h. Schnitt a-b. M. 0,04.



Fig 13^a. Ansicht.

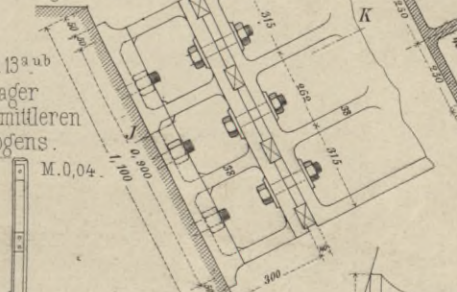


Fig 13^b. Schnitt J-K.



Fig 19^a. Ansicht.

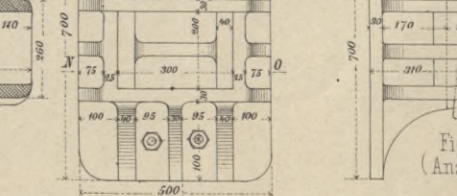


Fig 13^b. Schnitt J-K.



Fig 19^a. Ansicht.

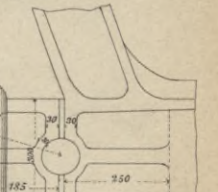


Fig 19^{a-e}. Lager. M. 0,05.

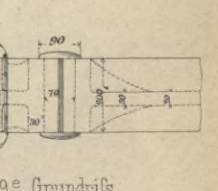


Fig 19^c. Grundriss. (Ansicht von Unten.)



BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Eiserne Bogenbrücken.

Fig. 1. Ansicht. M. 1:2000 (0,0005).

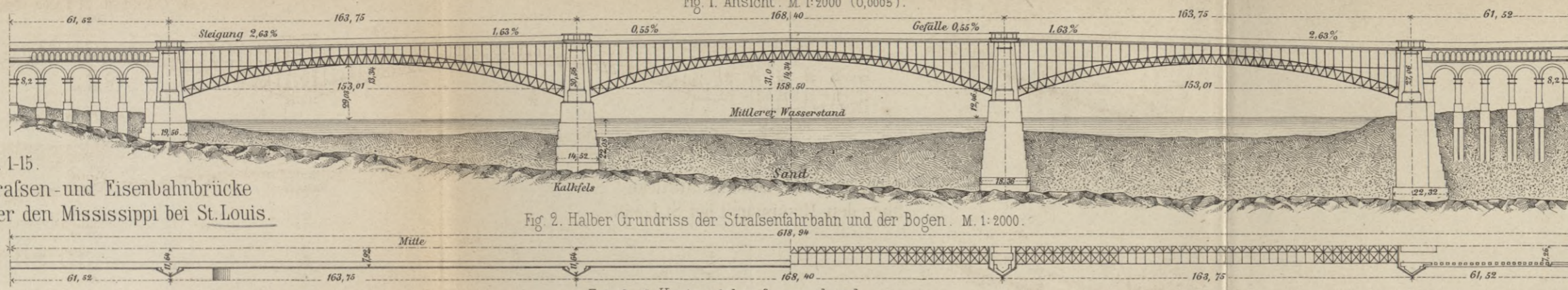


Fig. 1-15. Strafsen- und Eisenbahnbrücke über den Mississippi bei St. Louis.

Fig. 2. Halber Grundriss der Strafsenfahrbahn und der Bogen. M. 1:2000.

Fig. 4^a Detail bei A. M. 1:96.

Fig. 4^b Detail bei B. M. 1:96.

Fig. 4^c Horizontaler Querverband. M. 1:300.

Fig. 4^d Grundriss. M. 1:300.

Fig. 12^{a-c} Knotenpunkt. M. 0,03.

Fig. 12^b Ansicht. M. 0,03.

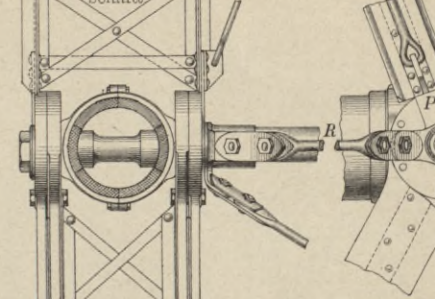


Fig. 12^e Details. M. 0,03.

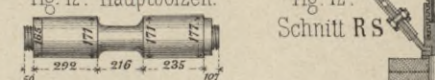


Fig. 13. Zwischenstück am unteren Bogen. M. 0,03.

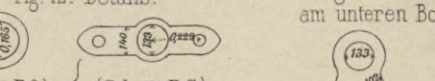


Fig. 14^{a-c} Bogenstücke und ihre Verbindungen. M. 1:50.

Fig. 14^a Längsschnitt und Ansichten. M. 1:50.

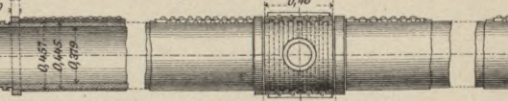


Fig. 14^b Querschnitt. M. 1:50.

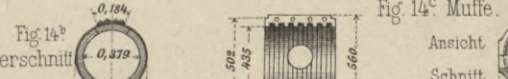


Fig. 14^c Muffe. M. 1:50.

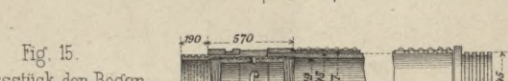


Fig. 15. Schlussstück der Bogen. M. 1:50.

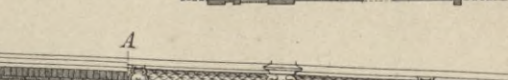


Fig. 16-20. Strafsenbrücke über die Donau bei Buda-Pest (Margarethen-Brücke).

Fig. 16. Ansicht des dritten Bogens. M. 1:1000.

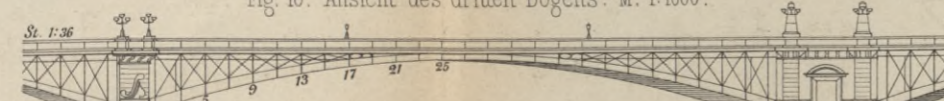


Fig. 17. Grundriss. M. 1:5000.

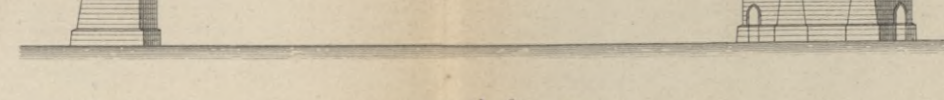
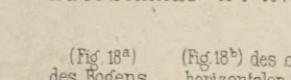
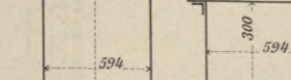


Fig. 18^{a-c} Querschnitte M. 1:40.

(Fig. 18^a) des Bogens. M. 1:40.



(Fig. 18^b) des oberen horizontalen Gurts. M. 1:40.



(Fig. 18^c) der Pfosten und Streben im inneren Bogen. M. 1:40.

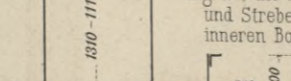


Fig. 19. Halber Querschnitt AB (Fig. 20). M. 1:100.

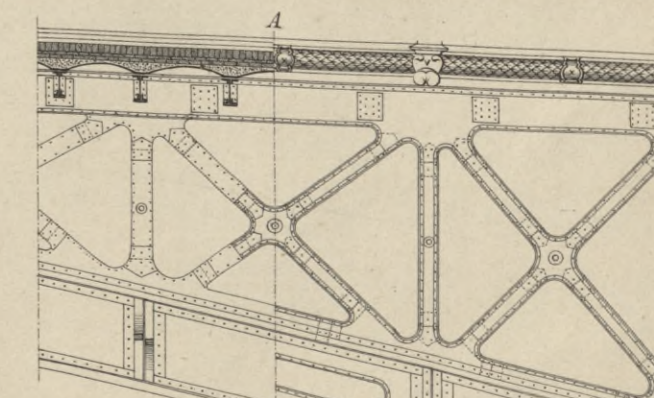
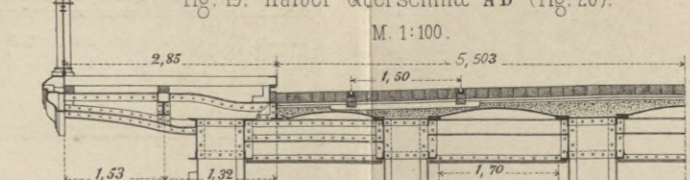


Fig. 20. Längsschnitt und Ansicht. M. 1:100.

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Eiserne Bogenbrücken.

Fig. 1-5. Eisenbahnbrücke über die Ruhr bei Mülheim.

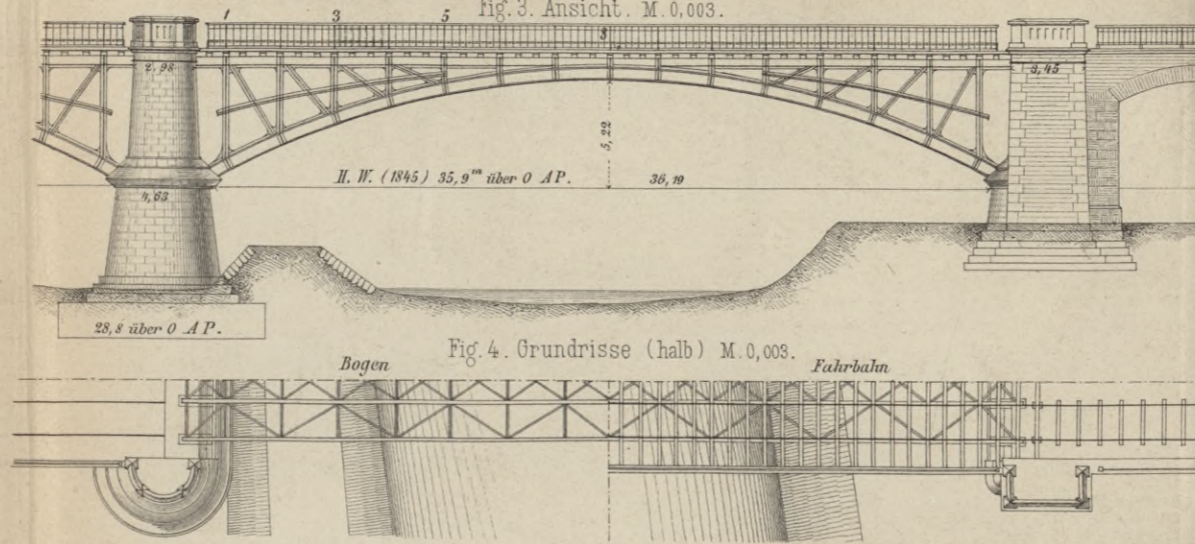


Fig. 6^{a-c} Schnitt a-b. Anfang der Sichelträger d. Bahnhofshalle in München. M. 0,06.

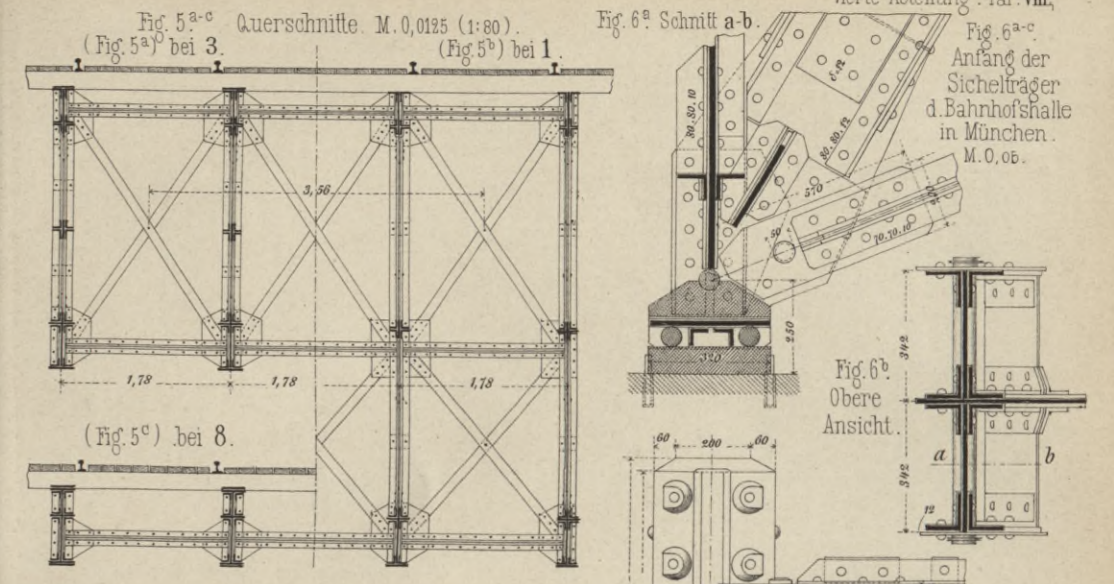


Fig. 1^a. Ansicht.

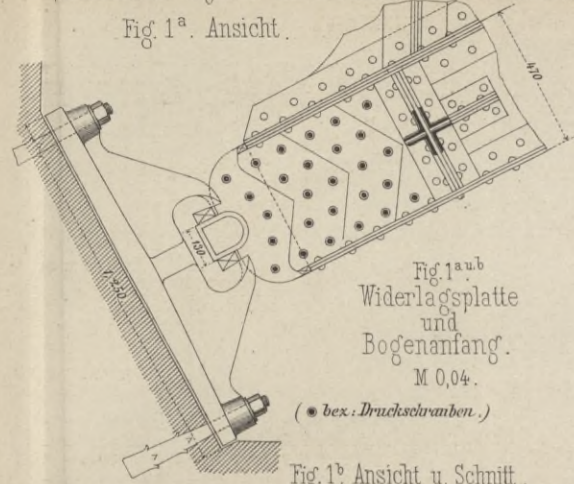


Fig. 2^a u^b Details bei 3. M. 0,03.

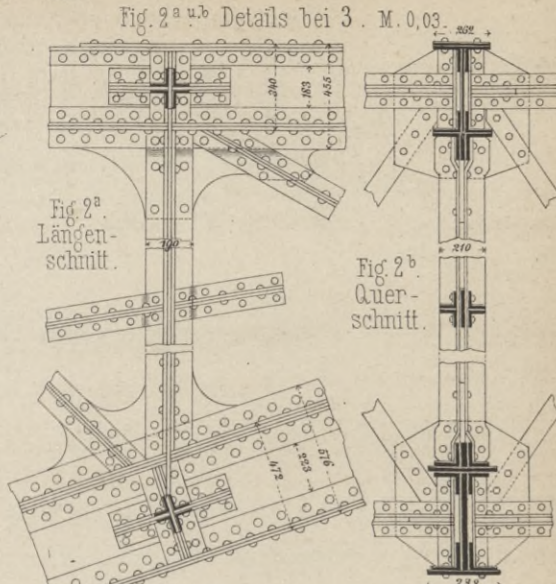


Fig. 7^{a-e} Widerlagsplatte u. Bogenanfang. M. 0,0125. (1:80)

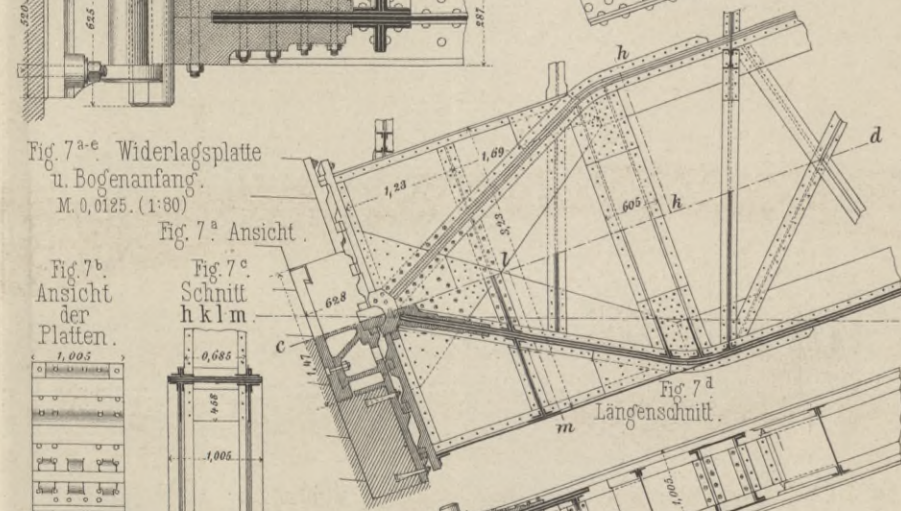


Fig. 7-12. Eisenbahnbrücke über den Rhein bei Coblenz.

Fig. 9. Halber Grundriss. M. 0,002.

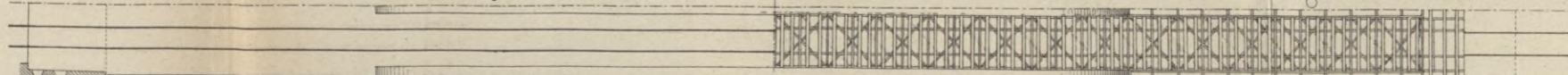


Fig. 15^{a-d} Widerlagsplatte u. Bogenanfang d. Eisenbahnbr. über d. Kanal St Denis. M. 0,002.

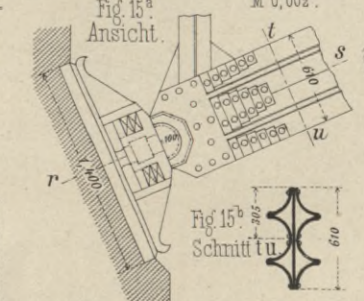


Fig. 16^a u^b Bogenanfang der Abvodnai-Brücke in Petersburg. M. 0,04.

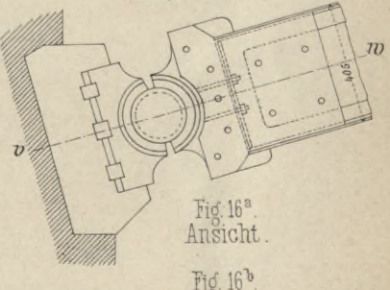


Fig. 13^{a-c} Bogenanfang d. Eisenbahnbrücke über die Drau bei Marburg. M. 0,02.

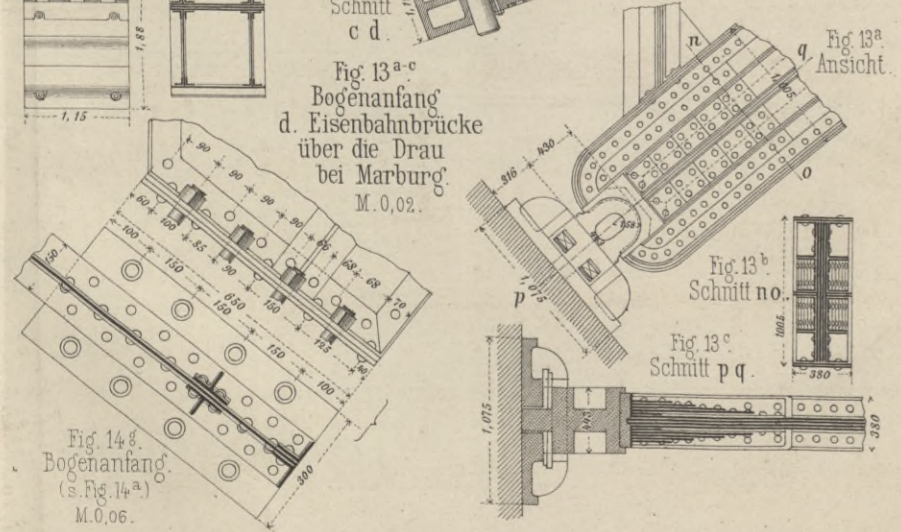


Fig. 14^a Ansicht (halb) M. 0,015.

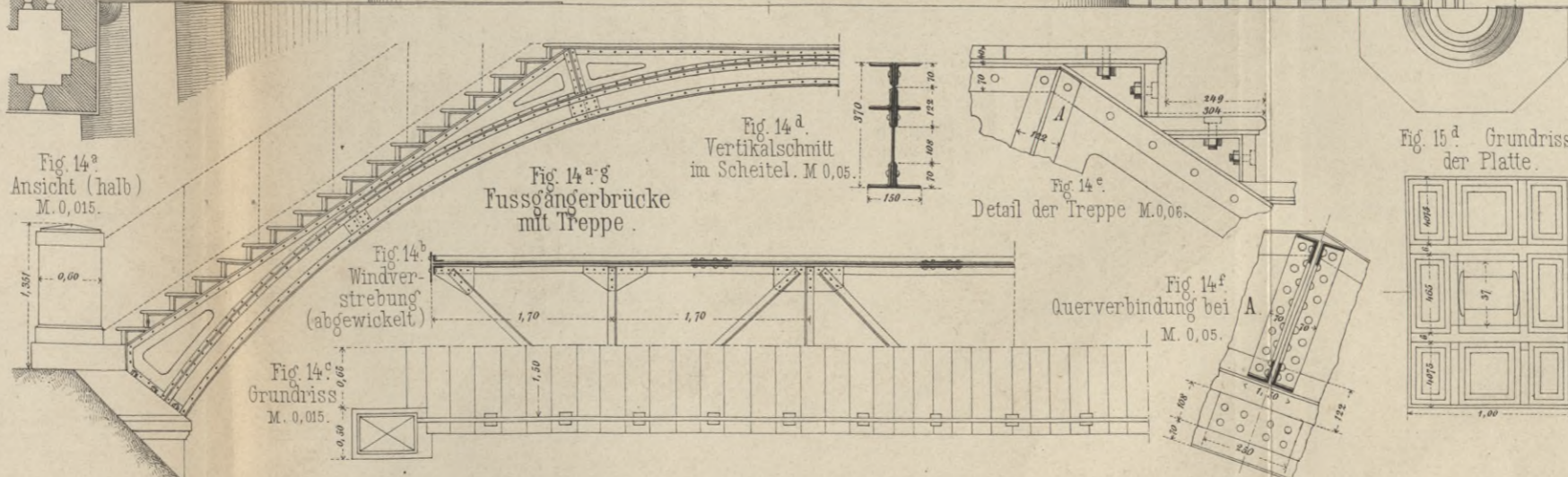


Fig. 15^d Grundriss der Platte.

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Fig. 1-10.
Eisenbahnbrücke
in der
Verbindungsstrecke
Oberlahnstein
Coblenz-Güls
bei Horchheim
oberhalb
Coblenz.

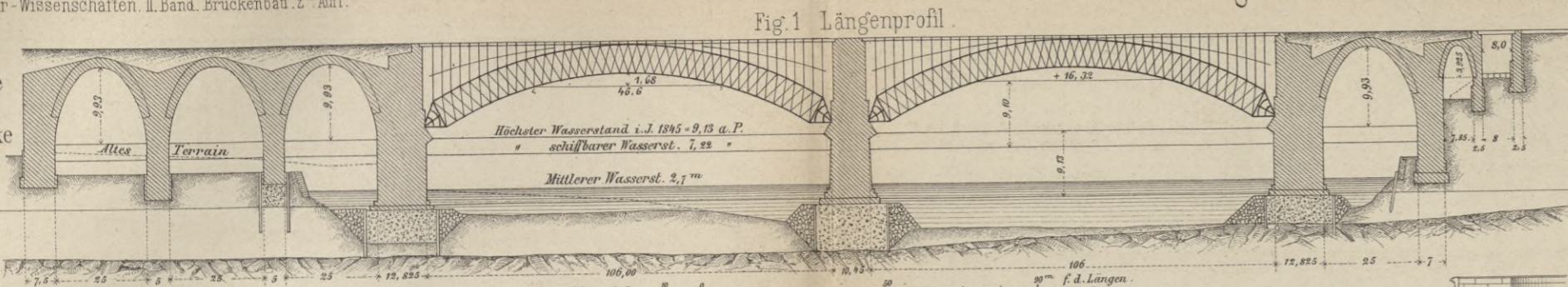


Fig. 2.
Querschnitte
bei 17.

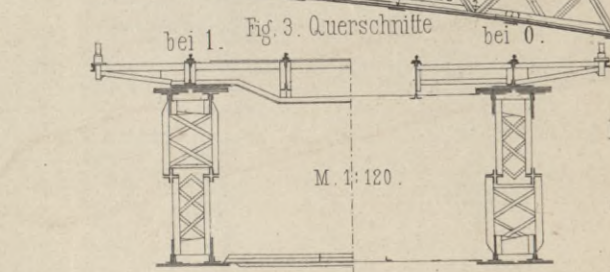
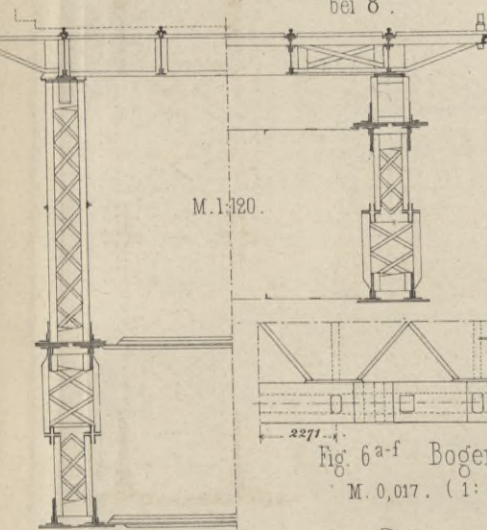


Fig. 4.
Längenschnitt durch die Fahrbahn.
M. 1:240.

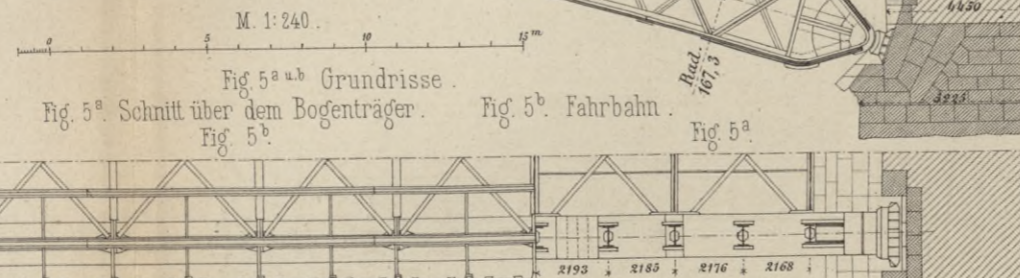


Fig. 5^a u. b. Grundrisse.
Fig. 5^a Schnitt über dem Bogenträger.
Fig. 5^b Fahrbahn.

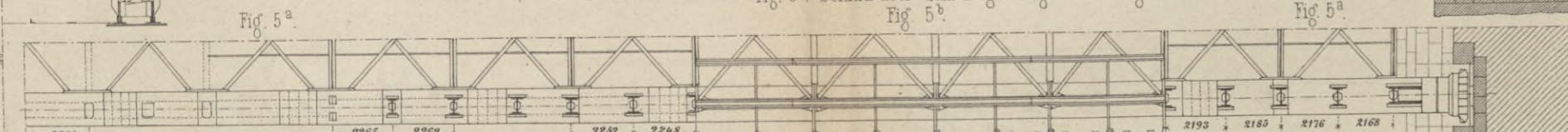


Fig. 6^{a-f} Bogenanfang.
M. 0,017. (1:60).

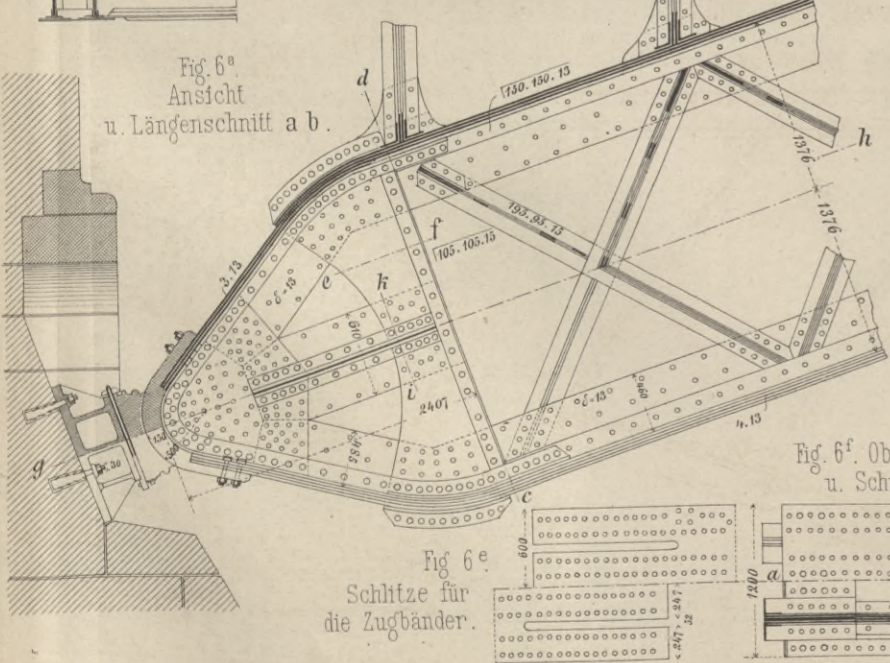


Fig. 6^b Schnitt c d.

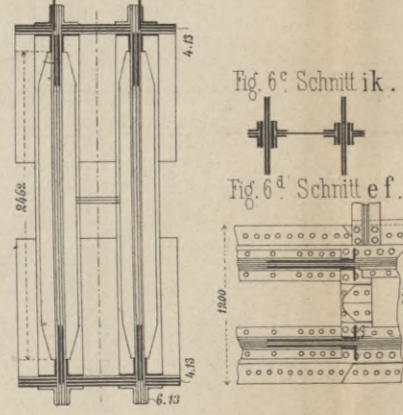


Fig. 6^c Schnitt i k.

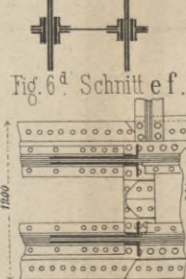


Fig. 6^d Schnitt e f.

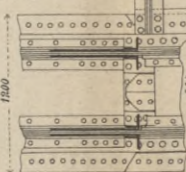


Fig. 6^e Obere Ansicht (halb)
u. Schnitt g h (halb)

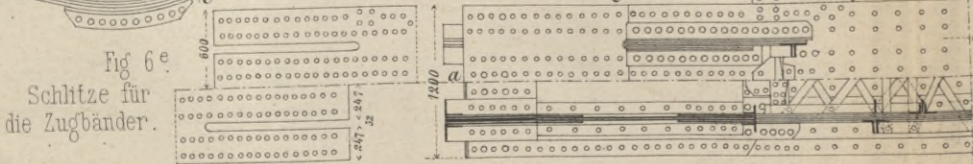


Fig. 11-13. Eisenbahnbrücke
über die Mosel bei Güls.

Fig. 11. Längenschnitt. M. 1:120.

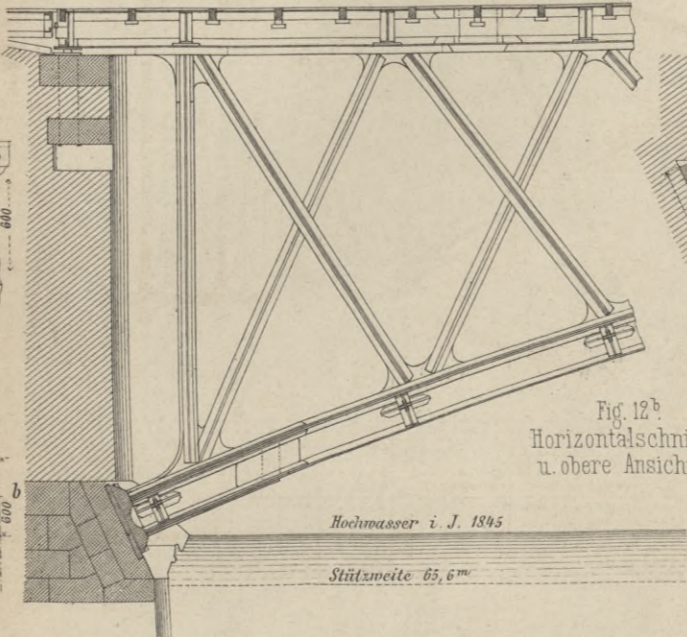


Fig. 12^a u. b.
Bogenanfang
M. 0,025.
(1:40)

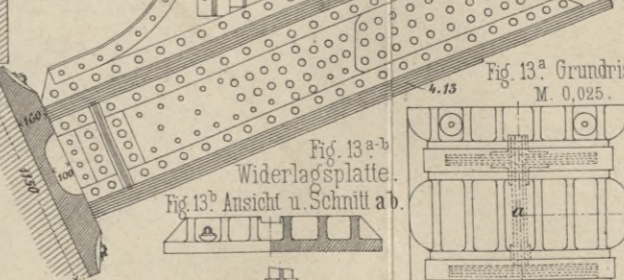


Fig. 12^b
Horizontalschnitt
u. obere Ansicht.

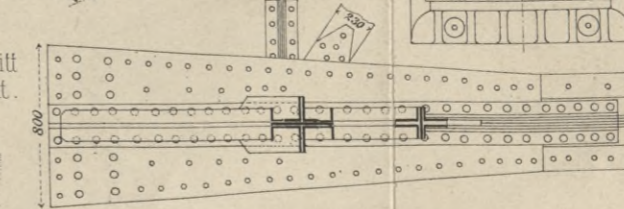


Fig. 7. Querverbindung in 4.

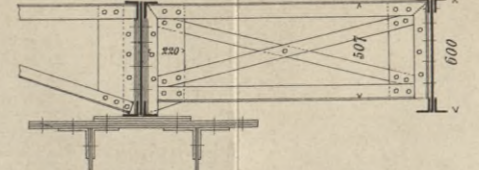


Fig. 9. Fuss der Fahrbahnträger.

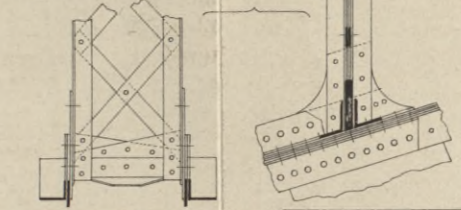


Fig. 10^a Normaler Querschnitt
1 m.

Fig. 10^b Querschnitt
durch den oberen Stoss.

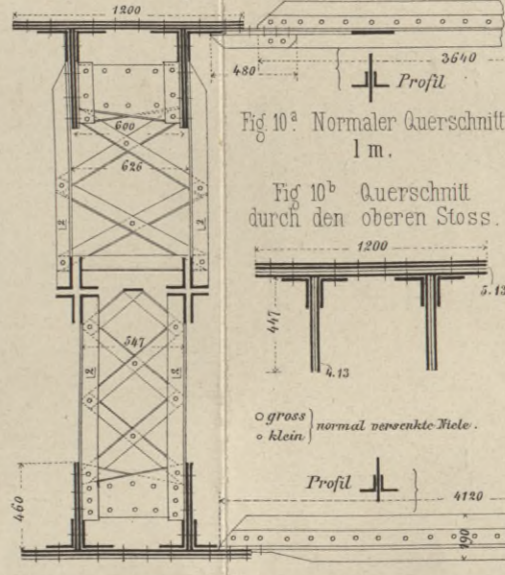
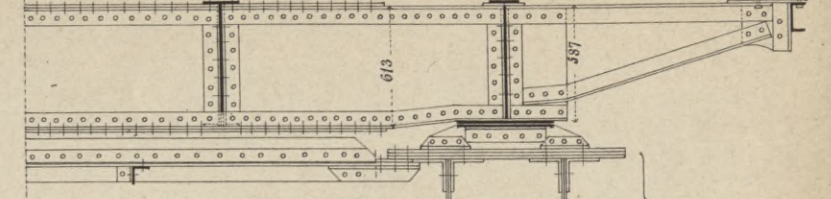
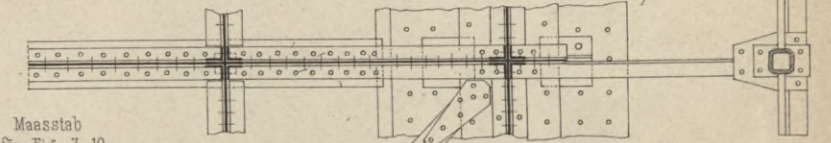


Fig. 8. Querträger in 5. Ansicht.



Grundriss.



Maasstab
für Fig. 7-10
0,025 (1:40).

Fig. 10^{a-d} Bogenträger zwischen 13 u. 14.
Fig. 10^c Längenschnitt n o.

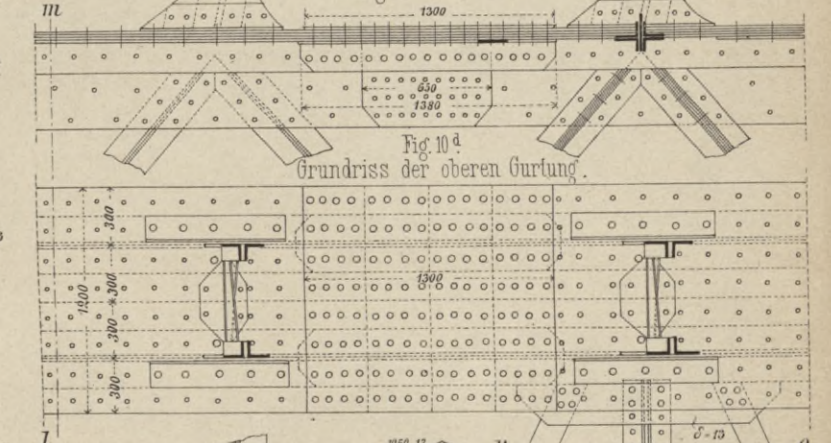


Fig. 14^a Ansicht.

Fig. 14^b Querschnitt des Bogens.

Fig. 14^c Schnitt o p.

Fig. 14^d Platte.

Fig. 14^e Obere Ansicht (halb) u. Schnitt g h (halb).

Fig. 14^f Platte.

Fig. 14^g Obere Ansicht (halb) u. Schnitt g h (halb).

Fig. 14^h Platte.

Fig. 14ⁱ Obere Ansicht (halb) u. Schnitt g h (halb).

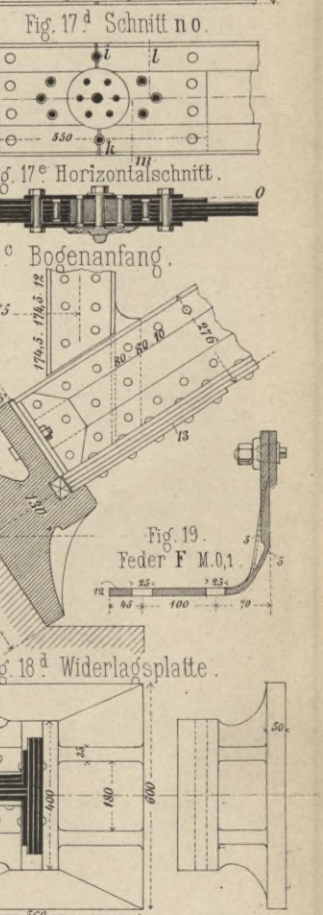
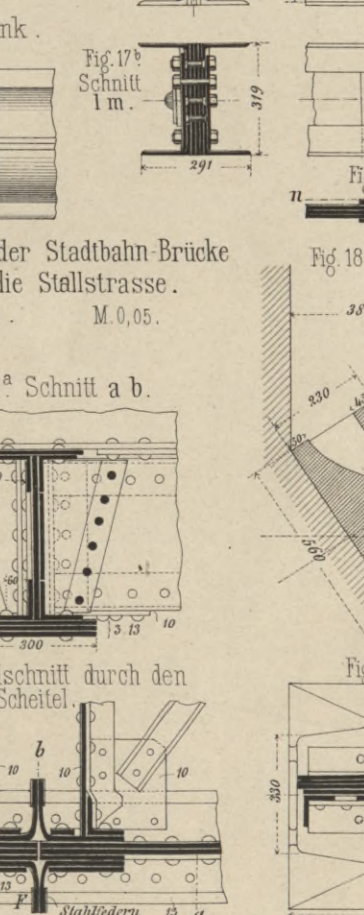
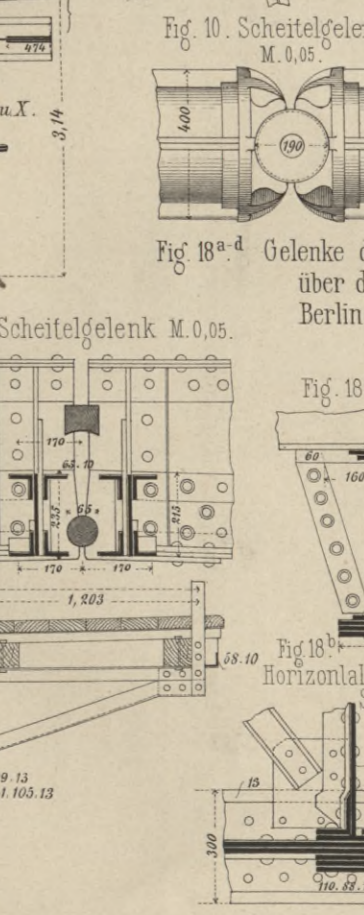
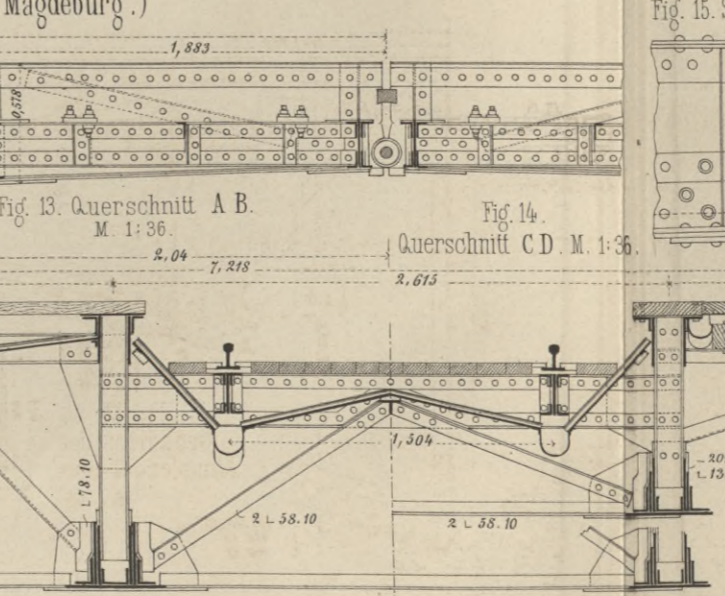
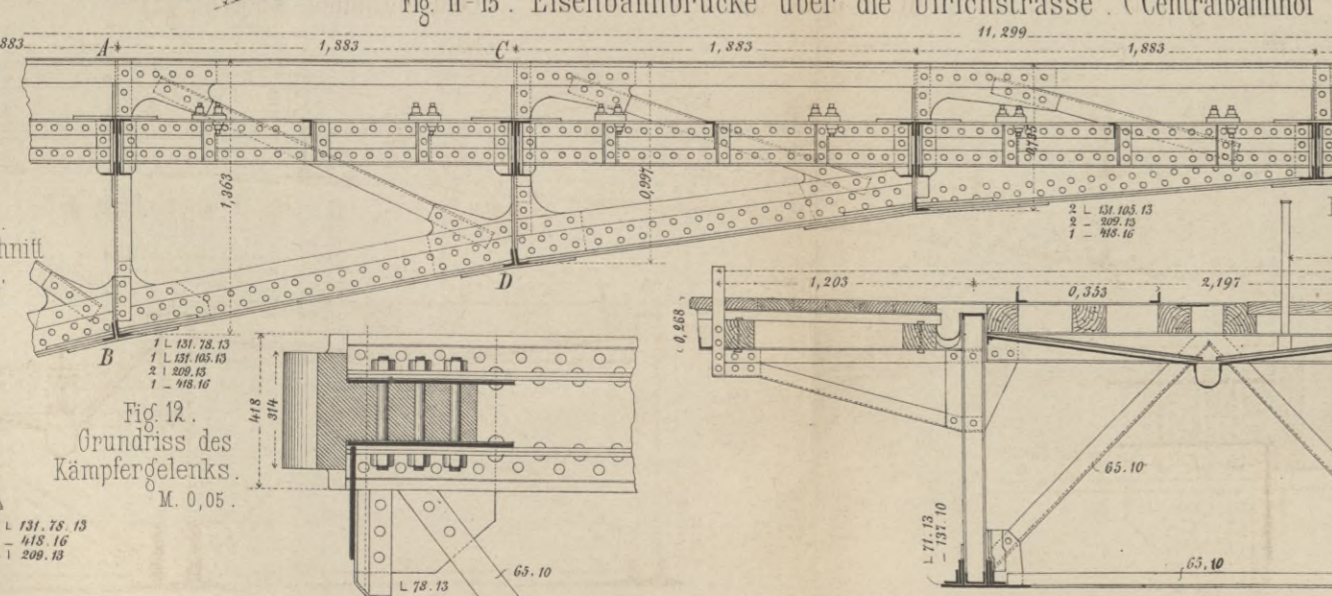
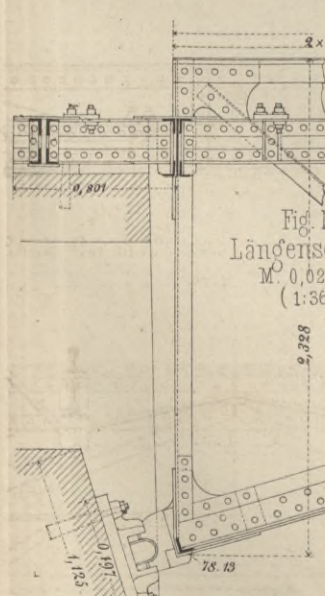
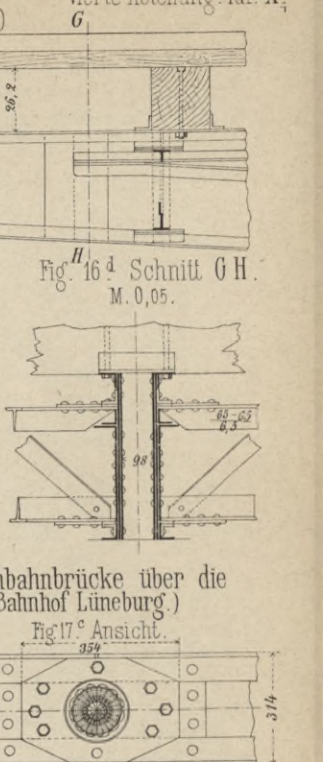
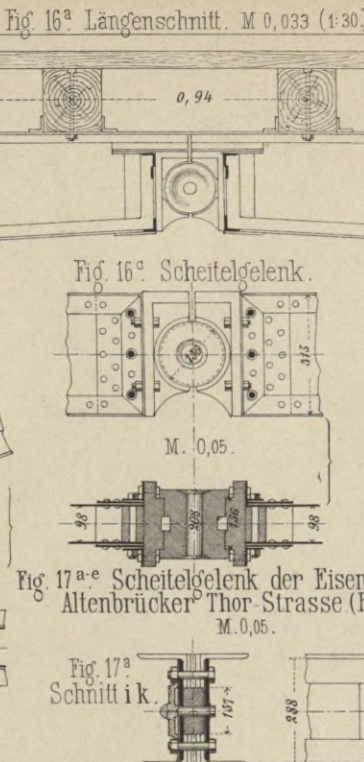
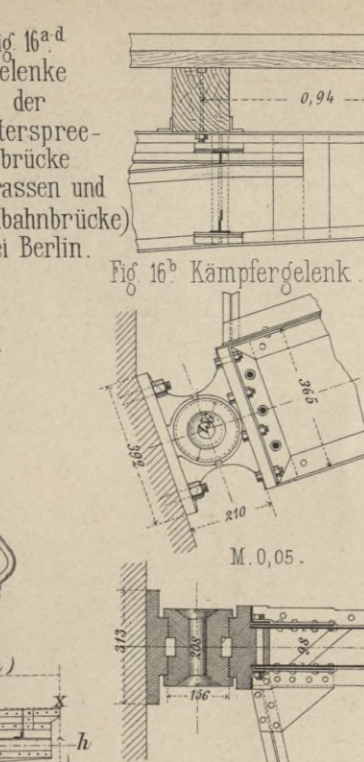
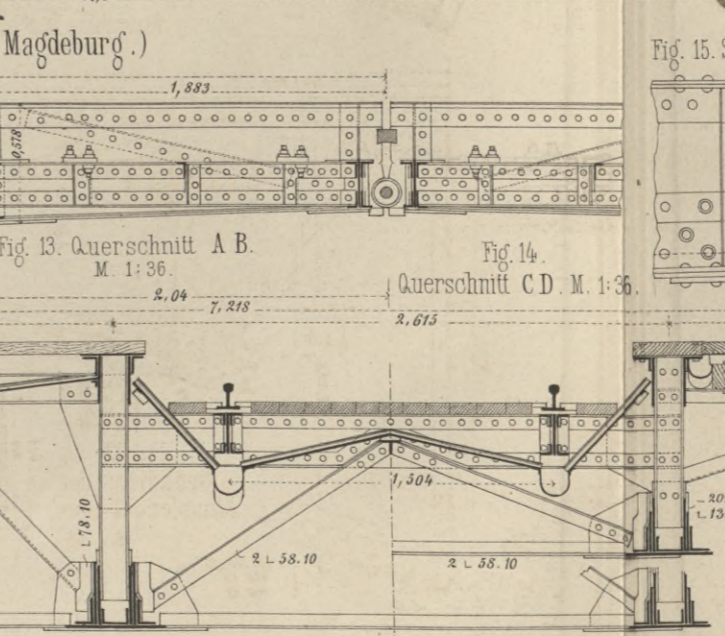
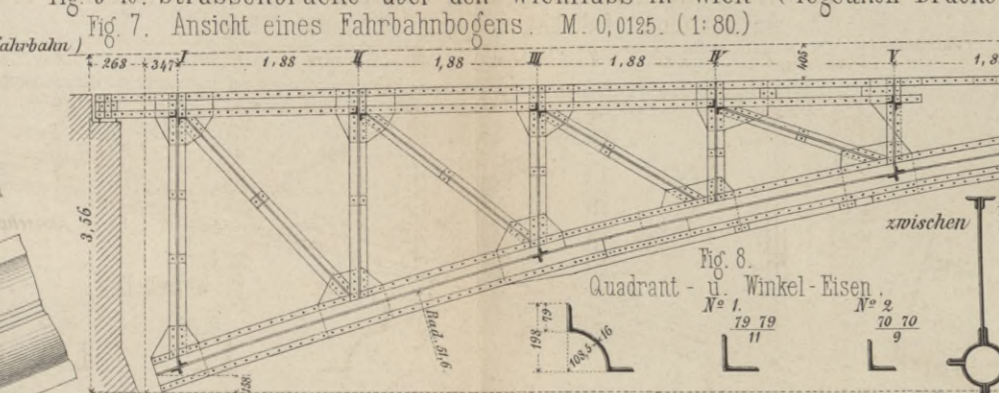
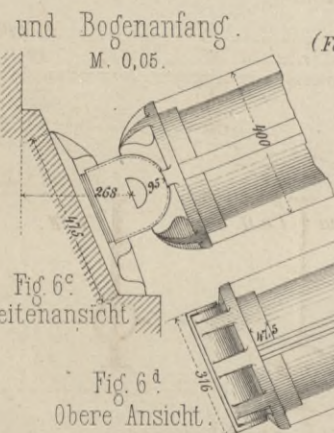
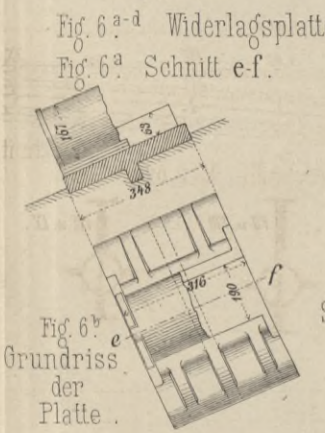
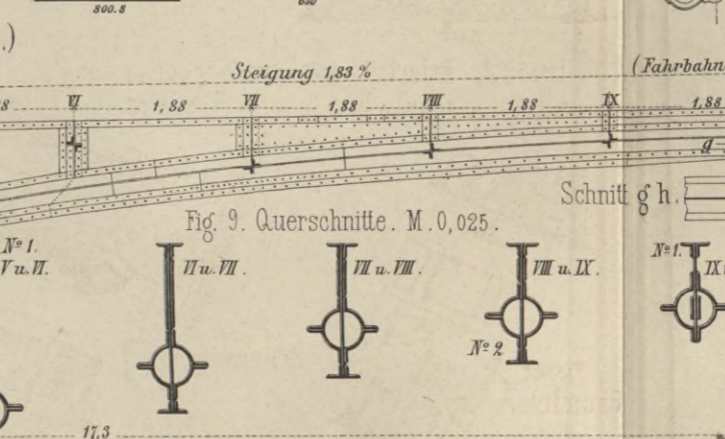
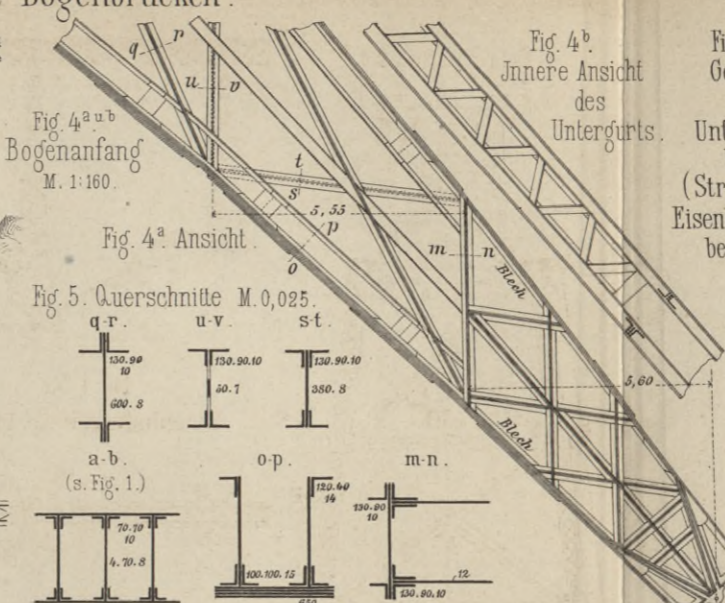
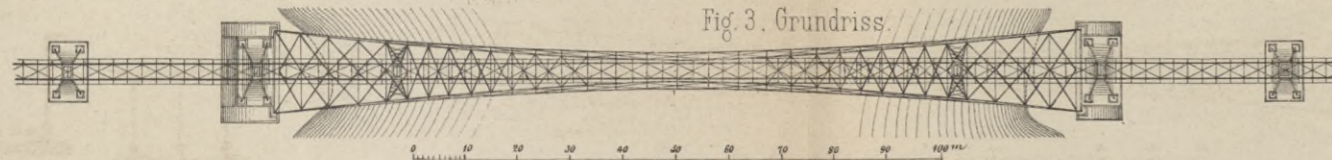
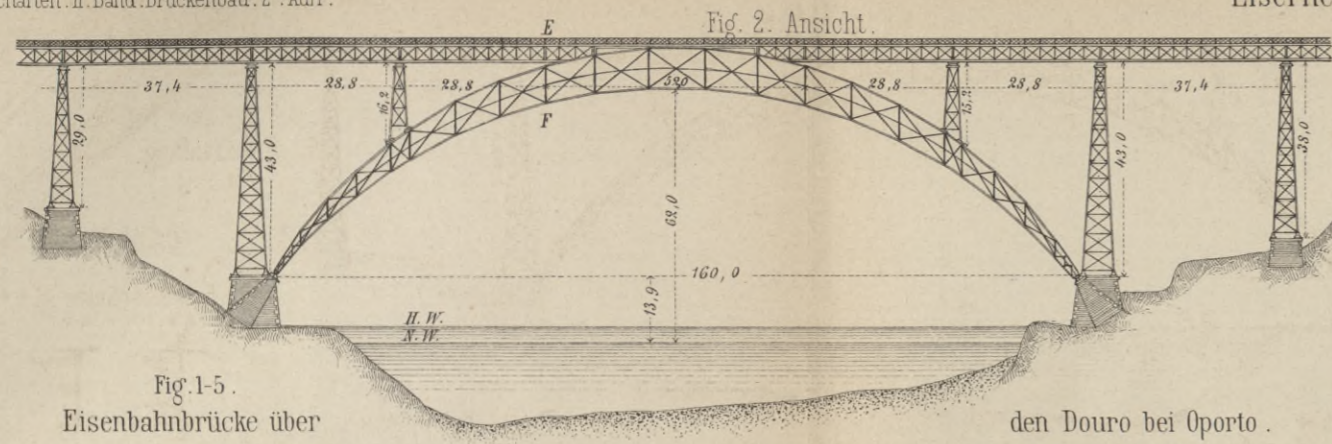
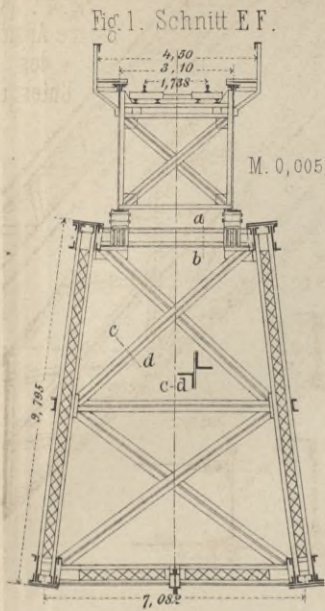
Fig. 14^j Platte.

Fig. 14^k Obere Ansicht (halb) u. Schnitt g h (halb).

Fig. 14^l Platte.

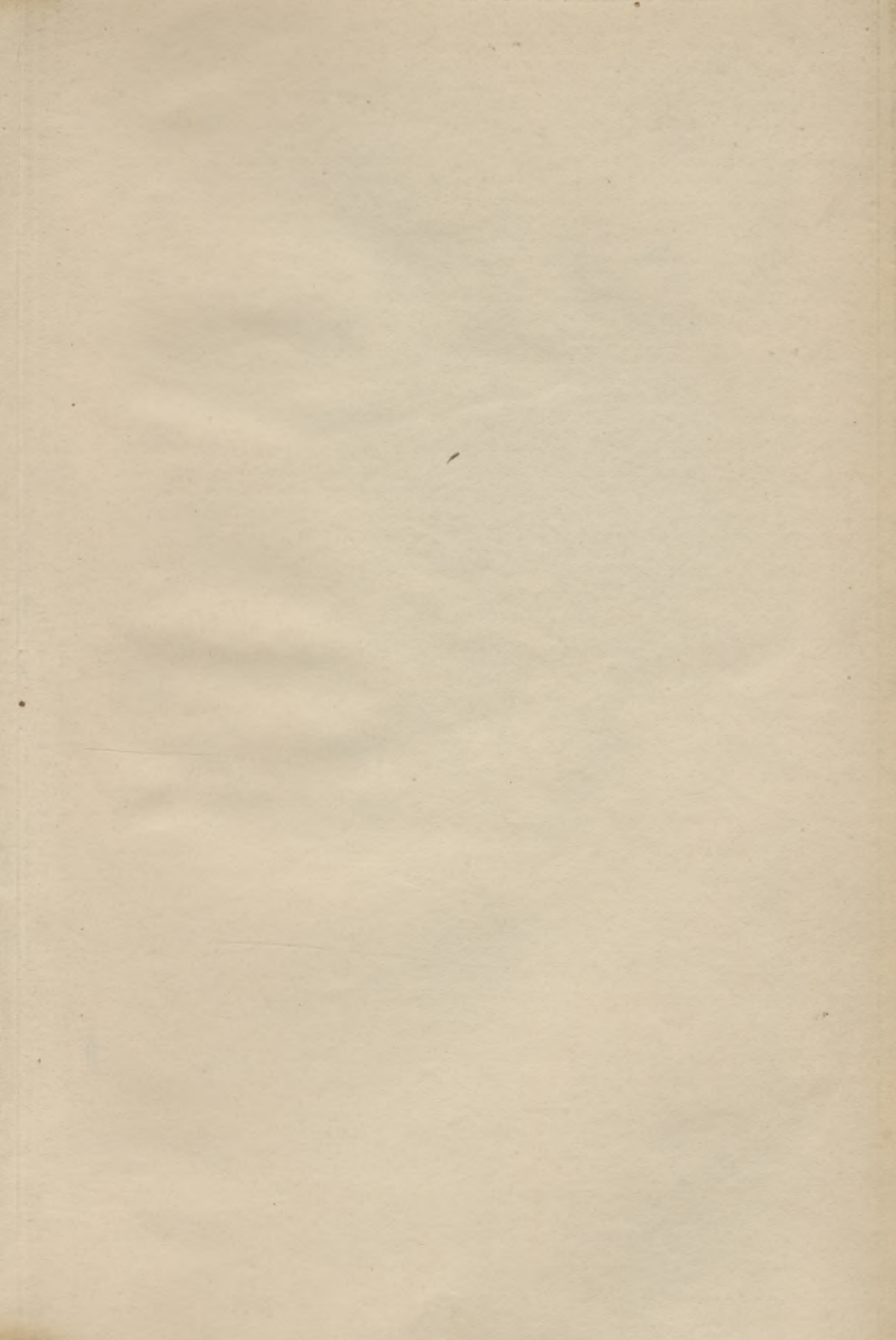
BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

Eiserne Bogenbrücken.



BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

5.61

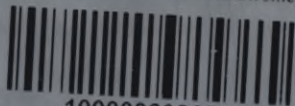


Biblioteka Politechniki Krakowskiej



III-306595

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000298650