

POLITECHNICZNE KRAKÓW

OTEKA GŁÓWNA

~~2720~~

Nr 235

Schrank IV

Fach 3

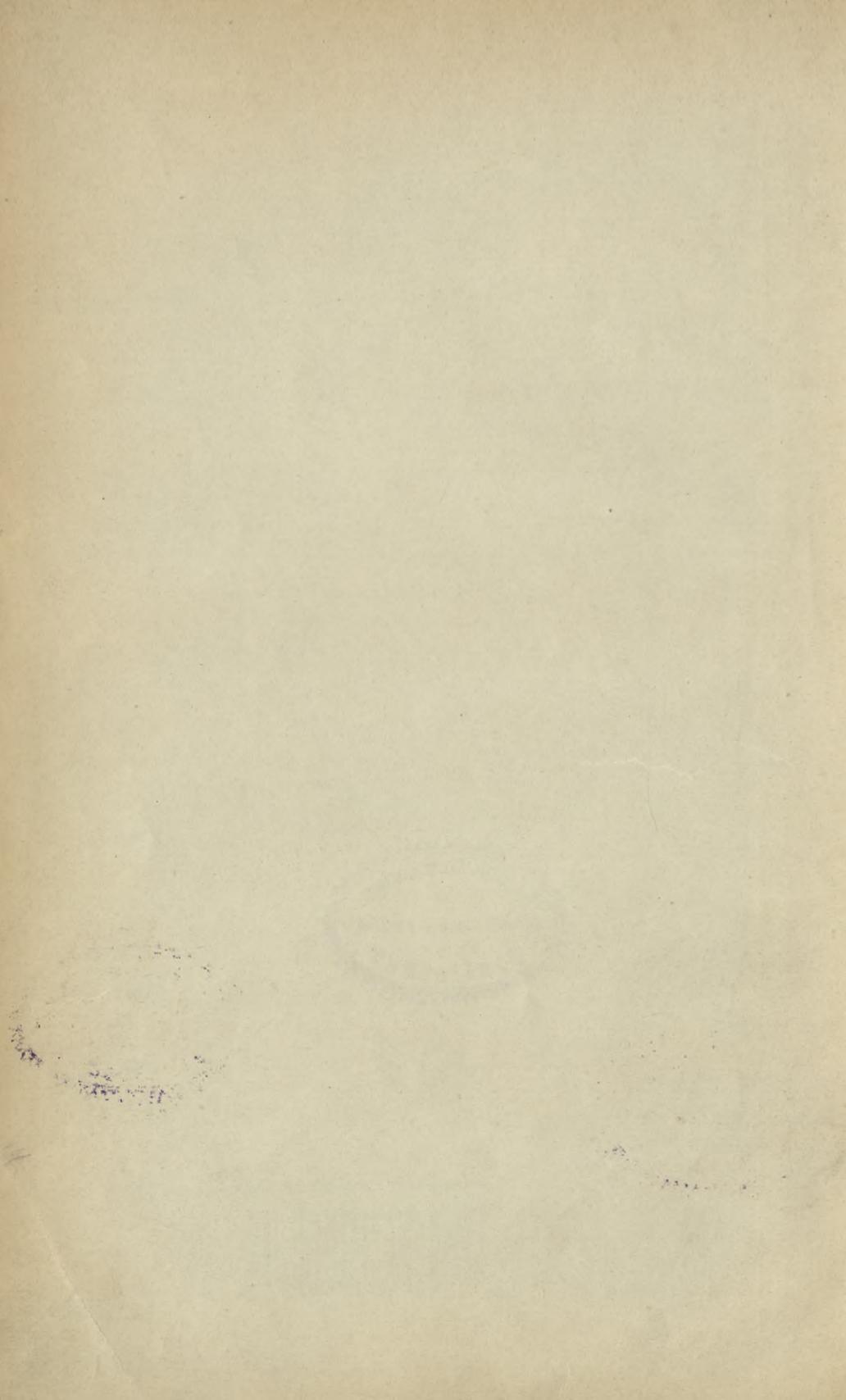
Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000297486



xx
447



HYDROMECHANIK

ODER

DIE TECHNISCHE MECHANIK FLÜSSIGER KÖRPER

VON

D^r. MORITZ RÜHLMANN,

KÖNIGLICH PREUSSISCHER GEHEIMER REGIERUNGSRATH UND PROFESSOR
AN DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZU HANNOVER

ZWEITES HEFT.

HYDRODYNAMIK VOM AUSFLUSSE DES WASSERS DURCH
SEITENÖFFNUNGEN UND ÜBERFÄLLE, BEWEGUNG DES WASSERS IN
CANÄLEN UND RÖHREN BIS MITWIRKUNG UND WIDERSTAND DES
WASSERS. AËROSTATIK UND AËRODYNAMIK.

ZWEITE VERBESSERTE UND VERMEHRTE AUFLAGE.

HANNOVER.

HAHN'SCHE BUCHHANDLUNG.

1880.



No. 618.

xx
447

LEHRBÜCHER

DIE TECHNISCHE MECHANIK FÜR MASCHINENKONSTRUKTEUREN

VON DR. H. M. SCHUBERT

VERLAG VON FRIEDRICH WISSENBERG, LEIPZIG

INHALT

1. Die allgemeine Mechanik. 2. Die Festigkeitslehre. 3. Die Lehre von der Bewegung. 4. Die Lehre von der Wärme. 5. Die Lehre von der Schwingung. 6. Die Lehre von der Akustik. 7. Die Lehre von der Optik. 8. Die Lehre von der Elektrizität. 9. Die Lehre von der Magnetismus. 10. Die Lehre von der Wärmelehre.

LEIPZIG, DRUCK VON FRIEDRICH WISSENBERG

Hannover, Schrift und Druck von Fr. Culemann.

1880

HYDROMECHANIK

ODER

DIE TECHNISCHE MECHANIK FLÜSSIGER KÖRPER

VON

DR. MORITZ RÜHLMANN,

KÖNIGLICH PREUSSISCHER GEHEIMER REGIERUNGSRATH,
PROFESSOR AN DER TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZU HANNOVER,
RITTER DES HANNOVERSCHEN GUELPHENORDENS DRITTER CLASSE UND DES ORDENS
DER FRANZÖSISCHEN EHRENLEGION, OFFICIER DES ÖFFENTLICHEN UNTERRICHTS IN FRANKREICH,
EHRENBÜRGER DER RESIDENZSTADT HANNOVER, EHRENMITGLIED DES SÄCHSISCHEN
INGENIEUR- UND ARCHITEKTENVEREINS, DES ARCHITEKTEN- UND INGENIEUR-
VEREINS ZU HANNOVER, DES POLYTECHNISCHEN VEREINS IN MÜNCHEN ETC.,
CORRESPONDIRENDES MITGL. DES NIEDERÖSTERREICHISCHEN
GEWERBEVEREINS IN WIEN ETC. ETC. ETC.

„Les formules ne sont que des outils que
doit diriger l'intelligence et qui ne peuvent
jamais la remplacer.“ Dupuit.

ZWEITE VERBESSERTE UND VERMEHRTE AUFLAGE.

MIT 246 IN DEN TEXT GEDRUCKTEN HOLZSCHNITTEN.

HANNOVER.

HAHN'SCHE BUCHHANDLUNG.

1880.

xx
448



II - 349451

BIBLIOTEKA POLITECHNICZNA
KRAKÓW

~~II 2720~~

Hannover. Schrift und Druck von Fr. Culemann.

Akc. Nr. ~~1989~~ / 49

002-0-265/2017

Vorwort zur ersten Auflage.

Bei der Bearbeitung gegenwärtigen Buches habe ich besonders die practische Bestimmung der Zöglinge der polytechnischen Schule zu Hannover, sodann aber den ausführenden Ingenieur vor Augen gehabt und daher analytische Formen wie naturphilosophische Auseinandersetzungen höchstens nur für den Zweck wissenschaftlicher Begründungen und des Verständnisses beachtet.

Die Einwebung des geschichtlichen Elementes an entsprechenden Stellen schien mir, nach meinen Erfahrungen im Vortrage, eben so nützlich wie interessant. Wo es nur immer möglich war, bin ich in der Behandlungsweise des Stoffes den ausgezeichnetsten Meistern der Vergangenheit und Gegenwart gefolgt, wobei ich von den Neueren vor Allem Weisbach zu erwähnen habe, von dessen hydraulischen Arbeiten, außer den an betreffenden Stellen notirten, mir besonders die werthvollen Artikel der Maschinenencyklopädie „Ausfluß“ und „Bewegung des Wassers“ von großem Nutzen waren. Nächstdem habe ich der Werke und der Versuche Dubuat's, vorzüglich Poncelet's, sodann Bidone's, Navier's, d'Aubuisson's und Redtenbacher's zu gedenken, so wie endlich der allerjüngsten Arbeiten von Lesbros und Dupuit.

Die von letzterem Hydrauliker zuerst gelieferten Tabellen zur practischen Ermittlung von Stauhöhen und Stauweiten, habe ich frisch berechnen lassen und wesentlich erweitert. Hierbei erfülle ich zugleich eine angenehme Pflicht, wenn ich meinen verehrten Schülern, Herrn Lichtenberg, Gödecker und Weichelt, für ihre eben so mühevollen wie zeitraubende Arbeit beim Berechnen der Stautabellen, meinen verbindlichsten Dank ausspreche.

Nicht minder gebührt der Verlagshandlung mein Dank für die schöne Ausstattung des Werkes, so wie der Druck-Officin für die treffliche Ausführung.

Möge das Ganze keinen ungerechten Tadel erfahren!

Hannover, im Juni 1857.

Der Verfasser.

Vorwort zur zweiten Auflage.

Eine zweite Auflage meiner Hydromechanik, richtiger technischen Mechanik flüssiger Körper¹⁾, ausgestattet mit den nothwendigen Veränderungen, Erweiterungen und Verbesserungen, welche sowohl vom Standpunkte der Wissenschaft als der Erfahrung, verlangt werden mußten, vermochte ich während der Zeit nicht zu liefern, wo die Bearbeitung der vier Bände „Allgemeine Maschinenlehre“, meine Aufmerksamkeit und Arbeitskraft in vollem Maaße in Anspruch nahm.

Ob ich den vorbemerkten Forderungen an eine zweite Auflage des Buches gegenwärtig ganz entsprochen habe, muß ich nachsichtsvollen Beurtheilern überlassen, bemerke jedoch, daß hierzu weder der gute Wille noch die erforderliche Energie gefehlt hat.

Die Art und Weise der Auffassung und die allgemeine Behandlung des Gegenstandes, stets den Gesichtspunkt der praktischen Anwendung berücksichtigend, habe ich unverändert im Auge behalten, jedoch die geschichtlichen Notizen erweitert, da ich vom Einflechten dieses Elementes, selbst überall in meine Vorträge (auch in der Allgem. Maschinenlehre), nur von ganz besonderen Erfolgen berichten kann²⁾. Erfreulich war mir daher die Wahrnehmung, daß ich durch ebenbürtige, nachsichtsvolle Recensenten in dieser meiner auf Erfahrung beruhenden Ansicht bestärkt wurde. In allen diesen Beziehungen bin ich besonders mit den Urtheilen des Herrn Professors Weyrauch in Stuttgart einverstanden³⁾, wozu auch der Gedanke gehört, daß es keineswegs meine Absicht war, durch mein Buch etwa Grashof's Bearbeitung der Mechanik flüssiger Körper, im 1. Bande der vortrefflichen „Theoretischen Maschinenlehre“ dieses gelehrten Herrn, entbehrlich zu machen, sondern vielmehr eine Arbeit zu liefern, welche zu tieferen (gründlicheren) Studien anregt und

¹⁾ Meinen Wunsch, der neuen Auflage den richtigeren Titel „Technische Mechanik flüssiger Körper“ zu geben, hielt die geehrte Verlagshandlung nicht in ihrem Interesse.

²⁾ Man sehe auch das Urtheil des Herrn Dr. Steiner, Professor an der technischen Hochschule in Prag, in seiner Abhandlung „Bilder aus der Geschichte des Verkehrs“. Prag 1880 (Vorrede).

³⁾ Zeitschrift für Baukunde, Bd. II, S. 684. München 1879.

gleichsam die Einleitung zu jenem Werke bildet, worin die theoretischen Ableitungen überall in den Vordergrund gestellt sind.

Wie sehr der practische Hydrotekt noch bedauern muß, daß zur Entscheidung wichtiger technischer Fragen immer noch geeignete, in hinlänglich großem Maaßstabe angestellte Versuche fehlen, liefern namentlich die §§. 104 und 111 (beziehungsweise Ausfluß durch Schützenmündungen unter Wasser und Ausfluß bei Ueberfällen) traurige Beweise.

Bei Beantwortung hydrotechnischer Fragen letzterer Gattung bin ich insbesondere dem Königl. sächs. Kunstmeister, Herrn Bornemann in Freiberg (leider jetzt der einzige Experimentator im Gebiete der technischen Hydraulik in Deutschland), zu ganz besonderem Danke verpflichtet, sowohl für mancherlei Winke und Rathschläge überhaupt, als namentlich für die (erbetene) Mittheilung eines Auszuges aus einer größeren Arbeit dieses Herrn, betreffend den Ausfluß durch Schützenmündungen unter Wasser, welche hier im Nachtrage unter Nr. III (S. 747) zu finden ist¹⁾.

Auch meinem lieben Freunde und treuen, ehemaligen Schüler, Herrn Middendorf, jetzt Oberingenieur der Schiffsbauabtheilung in dem Bremer Maschinenbau-Etablissement „Weser“ (früher Carstens Waltjen), bin ich zu besonderem Danke verpflichtet, indem dieser Herr bereitwilligst meiner Bitte entsprach, mir (nach den Resultaten Nystrom's und Froude's) seine neuesten Formeln zur Berechnung des Schiffswiderstandes und der Arbeitsleistung von Schiffsdampfmaschinen für mein Buch mitzutheilen. Der Nachtrag Nr. VII (S. 752) enthält diese Arbeit.

Die Nothwendigkeit, daß sich der rationell gebildete practische Ingenieur wenigstens mit den Grundzügen der mechanischen Wärmetheorie bekannt machen muß, tritt nicht nur am augenfälligsten in den Capiteln „Wärme und Ausfluß der Gase und Dämpfe aus Gefäßmündungen“, sondern ganz besonders in den Fällen hervor, wo es sich um Ermittlung der Druckverluste der atmosphärischen Luft von hoher Spannung und der gesättigten Wasserdämpfe, bei der Bewegung dieser Flüssigkeiten in langen Röhrenleitungen (S. 681, 684 und §. 201) handelt.

¹⁾ Ausführliches wird die jetzt von Dr. Hartig in Dresden redigirte Zeitschrift „Der Civilingenieur“ (noch im Jahrgange 1880) über diesen eben so interessanten wie practisch wichtigen Gegenstand, aus der Feder Herrn Bornemann's, bringen.

Großen Dank habe ich außerdem mehreren Herren auszusprechen, welche mir ebenfalls bei der Bearbeitung dieser zweiten Auflage wesentliche Dienste leisteten.

Hierher gehören die Herren Maschineningenieure Prahl, Frese und Borchers, beziehungsweise ehemalige und gegenwärtige ehrenwerthe Assistenten an unserer technischen Hochschule, so wie auch Herr Krull, seiner Zeit noch Studirender unserer Lehranstalt. Ebenfalls unermüdliche Unterstützung, insbesondere beim Studium geschichtlicher Quellen, gewährte mir der Bibliothekar unserer Hochschule, Herr Rommel. Dabei vergessen darf ich auch nicht den Assistenten der Bibliothek, Herrn Cleves, da ich auch die Geduld dieses Herrn sehr oft auf die Probe stellen mußte.

Endlich gebührt noch mein Dank der geehrten Verlagshandlung, die nicht nur sämtliche Holzschnitte der alten Auflage neu herstellen ließ, sondern auch für die Ausstattung des Werkes und dessen Druck in der Officin des Herrn Senators Culemann auf's Beste sorgte.

Hannover, Ende Juni 1880.

Rühlmann.

Inhaltsverzeichniss.

Hydromechanik.

	Seite
§. 1—3. Allgemeine Einleitung	1
§. 4. Geschichtliche Notizen	3

Erste Abtheilung.

Hydrostatik.

§. 5—7. Erstes Capitel. §. 5. Pascal's Gesetz	7
§. 7. Hydrostatische Grundgleichung	14
§. 8—54. Zweites Capitel. Gleichgewicht und Druck des Wassers in Gefäßen, wenn auf solches blos die Schwerkraft wirkt	20
§. 9—13. Bodendruck	21
§. 14—18. Druck auf die Seitenwände der Gefäße	27
§. 19. Druck nach bestimmten Richtungen	33
§. 23. Vonr Mittelpunkte des Druckes	45
§. 27. Mittelkraft aus verschiedenen Druckkräften	53
§. 28—49. Drittes Capitel. Gleichgewicht des Wassers mit eingetauchten festen Körpern	55
§. 28. Archimedes Princip	55
§. 29. Gleichgewicht schwimmender Körper	56
§. 31. Tiefe der Einsenkung schwimmender Körper	59
§. 34. Tiefe der Einsenkung eines Schiffes und Ausmessen der Schiffe	64
§. 35. Inhaltsberechnung eingetauchter Schiffskörper	70
§. 36—39. Stabilität schwimmender Körper	74
§. 40. Bestimmung der specifischen Gewichte fester und tropfbar flüssiger Körper	85
§. 41. Tabellen specifischer Gewichte	90
§. 42—49. Zusatz-Capitel. Ausdehnung der Körper durch Wärme	93
§. 48. Compensations-Pendel	101

Zweite Abtheilung.

Aërostatik.

§. 50. Allgemeines	107
§. 51. Barometer, Manometer	108
§. 53. Mariotte-Boyle's und Gay-Lussac's Gesetz	111
§. 55. Einige technisch wichtige Anwendungen der Hauptsätze vorstehender Paragraphen	114
§. 56. Heber	116
§. 58. Isothermische Expansion und Compression	120
§. 59. Das potenzierte Mariotte'sche Gesetz	124
§. 60. Adiabatische Expansion und Compression	126
§. 61. Wärmeeinheit und specifische Wärme	128
§. 62. Das mechanische Wärmeäquivalent	132
§. 63. Geschichtliche Notizen	137
§. 64. Wasserdämpfe	148
§. 65. Spannkraft gesättigter Wasserdämpfe	148
§. 66. Gesamtwärme, Flüssigkeitswärme. Innere und äußere Verdampfungswärme. Dampfwärme	150

	Seite
§. 67. Zeuner's Dampfkesselaufgabe	155
§. 68. Expansionsarbeit gesättigten Wasserdampfes	158
§. 69. Ueberhitzter Wasserdampf	163
§. 70. Geschichtliche Notizen, die Wasserdämpfe betreffend	165
§. 71. Druck und Dichte einer elastischen Flüssigkeitssäule	170
§. 72. Höhenmessen mit dem Barometer	173
§. 73. Geschichtliche Notizen, das barometrische Höhenmessen betr.	180

Dritte Abtheilung.

Hydrodynamik.

§. 75—76. Geschichtliche Notizen	187
--	-----

Erster Abschnitt.

§. 77—86. Erstes Capitel. Ausfluß des Wassers aus Bodenöffnungen bei constanter Druckhöhe	207
§. 77. Ausflußgeschwindigkeit	207
§. 79. Hydraulischer Druck	210
§. 80. Ausfluß aus Gefäßen mit nicht verticaler Achse, wenn der Beharrungszustand noch nicht eingetreten ist	215
§. 81. Wassermenge	219
§. 82. Contraction des ausfließenden Wasserstrahles	220
§. 83. Verengungen und Erweiterungen im Innern der Gefäße	224
§. 84. Ausfluß durch Bodenmündungen unter Wasser	226
§. 85—86. Ausfluß aus bewegten Gefäßen	227
§. 87—94. Zweites Capitel. Ausfluß aus horizontalen Bodenöffnungen bei veränderlicher Druckhöhe	231
§. 95—115. Drittes Capitel. Ausfluß des Wassers durch Mündungen in den Seitenwänden der Gefäße	242
§. 98. Versuche über den Ausfluß des Wassers durch Seitenöffnungen	249
§. 99. Strahlenmessungen	253
§. 100—103. Ausflußcoefficienten nach Poncelet und Lesbros	256
§. 104. Schützenmündungen unter Wasser	269
§. 105. Partielle Contraction	274
§. 106. Unvollkommene Contraction	277
§. 107. Ausfluß durch kurze prismatische Ansatzröhren	279
§. 108. Ausfluß durch kurze conische Ansatzröhren	286
§. 110. Einfluß der Mündungsart auf Geschwindigkeitshöhe und mechanische Arbeit des ausströmenden Wassers	293
§. 111. Ausfluß bei Ueberfällen	294
§. 113. Beispiele aus der Praxis, Berechnungen der Wassermengen bei vollkommenen Ueberfällen betreffend	310
§. 114. Unvollkommene Ueberfälle	315
§. 115. Dicke des Wasserstrahles in der Ebene der Ueberfallskante	318
§. 116—117. Viertes Capitel	325
§. 116. Ausfluß des Wassers durch Seitenöffnungen bei veränderlicher Druckhöhe	325
§. 117. Schleusenfüllung und Entleerung	326
Zweiter Abschnitt.	
§. 121. Bewegung des Wassers in Canälen und Flüssen. — Geschichtliche Notizen	335
§. 122. Erstes Capitel. Benennungen und Zahlenwerthe, die sich auf die Bewegung des Wassers in Canälen und Flüssen beziehen	350
§. 123. Geschwindigkeiten eines Stromprofiles	354
§. 124. Wassermenge. — Mittlere Geschwindigkeit	357
§. 125. Tachometer (Hydrometer)	361

	Seite
§. 126. Woltmann'sche Flügel der Gegenwart	370
§. 128. Formeln zu Geschwindigkeitsberechnungen bei Messungen mit Woltmann'schen Flügeln	379
§. 129. Die Pitot'sche Röhre der Gegenwart	383
§. 130. Empirische Geschwindigkeitsformeln	388
§. 131. Bewegende Kraft fließender Wasser	392
§. 132—141. Zweites Capitel. Allgemeine Gleichungen für die Be- wegung des Wassers in Canälen und Flüssen	394
§. 133. Geschichtliche Notizen	397
§. 134. Gleichförmige Bewegung des Wassers in Canälen und regel- mäßigen Flußstrecken	412
§. 135. Prony's Entwässerungsaufgabe	422
§. 136. Dubuat's Entwässerungsaufgabe	426
§. 137. Vortheilhafteste Canalprofile	431
§. 138. Anschwellungsprofil	436
§. 139. Durchstiche	437
§. 140. Eintritt und Austritt des Wassers bei Canälen	439
§. 142—147. Drittes Capitel. Ungleichförmige Bewegung des Wassers in Canälen	446
§. 145. Geschichtliche Notizen	450
§. 148—159. Viertes Capitel. Stauhöhe und Stauweite bei Einbauen in Canälen und Flüssen	459
§. 149. Stauhöhe	459
§. 155. Stauweite	476
§. 157. Tabellen zur Berechnung von Stauweiten und Stauhöhen	483
§. 158. Beispiele als Gebrauchsanweisung der Stautabellen	487

Dritter Abschnitt.

§. 160. Bewegung des Wassers in Röhren und Röhrenleitungen	494
§. 160—167. Erstes Capitel. Bewegung des Wassers in Röhren	494
§. 161. Geschichtliche Notizen	496
§. 162. Berechnung von Röhrendurchmessern für practische Zwecke	504
§. 164. Ungleichförmige Bewegung des Wassers in Röhren	508
§. 165. Verengungen, Erweiterungen, Krümmungen und Richtungs- veränderungen bei Wasserleitungsröhren	510
§. 166. Widerstände beim Fließen des Wassers durch Schieber, Klappen, Ventile und Hähne	516
§. 167. Druck des Wassers gegen die Wände der Röhrenleitungen	528
§. 168—173. Zweites Capitel. Wasserleitungssysteme	531
§. 170. Röhrendurchmesser der Wasserleitungen	534
§. 173. Bewegung des Wassers durch künstliche Sandfilter	547
§. 174—176. Drittes Capitel. Springende Wasserstrahlen	556

Vierter Abschnitt.

§. 177. Kraft bewegten Wassers und Widerstand, welchen feste Körper erfahren, die in ruhendem Wasser bewegt werden	572
§. 178—186. Erstes Capitel. Stoß des Wassers	572
§. 179. Gerader Stoß eines isolirten Wasserstrahles	573
§. 180. Geschichtliche Notizen	575
§. 181. Schiefer Stoß eines isolirten Wasserstrahles	578
§. 182. Versuchsergebnisse über den Stoß isolirter Wasserstrahlen	582
§. 183. Stoß unbegrenzten Wassers gegen ebene Flächen	594
§. 184. Schiefer Stoß unbegrenzten Wassers gegen ebene Flächen	596
§. 186. Stoß unbegrenzten Wassers gegen feste Körper	603

	Seite
§. 187—188. Zweites Capitel. Widerstand des Wassers gegen bewegte feste Körper	607
§. 188. Geschichtliche Notizen über den Widerstand der Schiffe bei ihrem Fortlaufe im Wasser	618
§. 189. Drittes Capitel. Gesamtdruck des Wassers gegen die Wände einer engen Röhre, aus welcher es strömt (Reaction des Wassers)	630
Vierte Abtheilung.	
Aërodynamik.	
§. 190. Einleitung	637
Erster Abschnitt.	
§. 191. Ausfluß gasförmiger Flüssigkeiten aus Gefäßmündungen	638
§. 192. Der isothermische permanente Ausfluß	638
§. 193. Der adiabatische permanente Ausfluß	641
§. 194. Ausflußgeschwindigkeit gesättigter Wasserdämpfe	646
§. 195. Ausflußmenge der Gase nach Volumen und Gewicht	648
§. 196. Ausflußmenge des gesättigten Wasserdampfes	654
§. 197. Ausfluß der Gase und Dämpfe aus Gefäßmündungen bei veränderlicher Druckhöhe	660
§. 198—199. Geschichtliche Notizen	662
Zweiter Abschnitt.	
§. 200. Bewegung elastischer Flüssigkeiten in Röhren	677
§. 201. Bewegung gesättigter Wasserdämpfe in Leitungsröhren	685
§. 202. Geschichtliche Notizen	687
Dritter Abschnitt.	
§. 203. Wirkung (Stoß) und Widerstand elastischer Flüssigkeiten	692
§. 204. Freier Fall der Körper mit Beachtung des Widerstandes der atmosphärischen Luft	698
§. 206. Stoß (Druck) der bewegten Luft gegen die schiefe Fläche eines Windrades	703
§. 207. Theorie des Widerstandes von krummen, convexen Flächen begrenzter Körper für einige besondere Fälle	709
§. 208. Anemometer	712
§. 209. Die ersten Elemente der Ballistik	725
§. 212. Geschichtliche Notizen über Wirkung (Stoß) und Widerstand elastischer Flüssigkeiten	731
Nachträge.	
I. Bodendruck des Wassers zu §. 11, S. 26	745
II. Kreisproceß der mechanischen Wärmetheorie zu §. 62, S. 136	746
III. Ausfluß durch Schützenmündungen unter Wasser zu §. 104, S. 273	747
IV. Verlust an Wasser und an mechanischer Arbeit bei Pumpenkolben ohne Liderung zu §. 105, S. 274	749
V. Veränderter Ansatz an der Ausflußmündung der großen Herenhäuser Fontäne zu §. 175, S. 565	751
VI. Woltmann'scher Flügel mit Zeichengebung durch Schallübertragung zu §. 126, S. 370	751
VII. Widerstand der Schiffe und Arbeitsleistung der Schiffsmaschinen zu §. 188, S. 630	752
VIII. Froude's Formel zur Berechnung des Winddruckes gegen die Segelfläche eines Schiffes zu §. 203, S. 693, Nr. 3	756

Tabelle¹⁾

der Ausflußcoefficienten der Formel $Q = b(H - h) \sqrt{2g \left(\frac{H + h}{2} \right)}$, für eine Seitenöffnung von 0^m,6 Breite und verschiedenen Höhen, in einer Wand von 0^m,05 Dicke befindlich und mündend in die freie Luft. Die Druckhöhe unmittelbar an der Mündung gemessen.

Druckhöhe über der oberen Kante der Mündung in Metern	Die Höhe der Mündung beträgt, mit Bezug auf Fig. 102, P, Q und R:											
	0 ^m ,40			0 ^m ,20			0 ^m ,05			0 ^m ,03		
	P	Q	R ²⁾	P	Q	R	P	Q	R	P	Q	R
0,10	0,598	0,644	0,648	0,634	0,665	0,668	0,691	0,664	0,666	0,710	0,694	0,696
0,20	0,609	0,653	0,657	0,640	0,672	0,675	0,685	0,687	0,688	0,696	0,704	0,706
0,24	0,612	0,655	0,659	0,641	0,674	0,677	0,684	0,690	0,692	0,694	0,706	0,708
0,30	0,616	0,656	0,660	0,641	0,675	0,678	0,683	0,693	0,695	0,692	0,709	0,711
0,60	0,618	0,649	0,653	0,640	0,676	0,679	0,678	0,695	0,697	0,688	0,710	0,712
1,00	0,608	0,632	0,634	0,638	0,674	0,676	0,673	0,694	0,695	0,680	0,704	0,705
1,30	0,602	0,624	0,626	0,637	0,673	0,675	0,672	0,693	0,694	0,678	0,701	0,702
1,50	0,598	0,620	0,622	0,137	0,673	0,674	0,672	0,692	0,693	0,676	0,699	0,699
1,70	0,596	0,618	0,620	0,637	0,672	0,673	0,672	0,692	0,693	0,676	0,698	0,698
2,00	0,595	0,615	0,617	0,636	0,671	0,672	0,671	0,691	0,692	0,675	0,696	0,696
3,00	0,592	0,611	0,612	0,634	0,669	0,670	0,669	0,689	0,690	0,672	0,693	0,693

Die Ergebnisse dieser Tabelle stimmen zugleich mit den Resultaten anderer Experimentatoren über die sogenannte partielle Contraction (S. 203). Lesbros führt in dieser Beziehung noch an, daß die Coefficienten der Tabelle jenen für die dünne Wand gefundenen gleich werden, sobald der Strahl die Mündungskanten nirgends berührt, was sich bei seinen Versuchen stets ereignete, sobald die Mündung oberhalb mit keinem Schutzbrette versehen oder die Dicke dieses Schützens an der unteren Kante auf eine Schneide reducirt war.

§. 102.

Ausfluß unter Berücksichtigung der Gefäßwände.

Um die für die Praxis gleichfalls wichtige Frage nach dem Einflusse der Entfernung und Lage der Gefäßwände auf das Ausflußquantum beantworten zu können, hat Lesbros ebenfalls sorg-

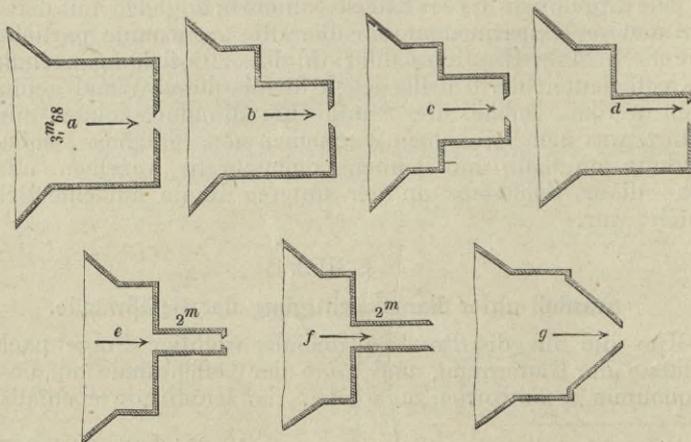
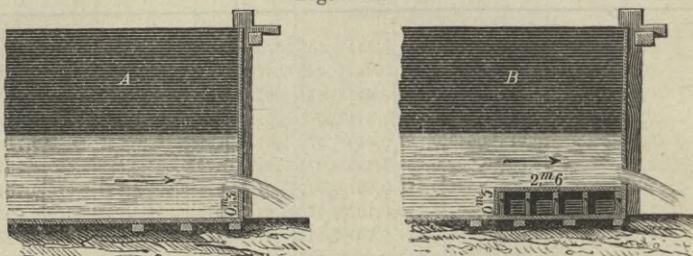
¹⁾ Lesbros, Expériences hydrauliques etc. Pg. 464—467. Tableau XXXIII.

²⁾ Diese Mündungsform entspricht ziemlich den Schützenöffnungen an den Schleusenthoren des Canales von Languedoc, für welche nach d'Aubuisson (Hydraulique §. 28) der Ausflußcoefficient $\mu = 0,625$ (Mittelwerth aus 8 Versuchen) bei Druckhöhen von 1^m,895 bis 4^m,436 über der Mitte der Mündung und für Höhen der letzteren von 0^m,46 bis 0^m,55 gefunden wurde. Zu bemerken ist jedoch, daß dabei die untere Mündungskante fast im Schleusenboden lag, während in obiger Tabelle diese Kante 0^m,54 Entfernung vom Boden des Ausflußbehälters hatte, die größere Nähe der Kante am Boden aber eine Vergrößerung des Ausflußcoefficienten zur Folge haben mußte.

fältige Versuche angestellt, deren allgemeines Ergebniß zunächst lehrte¹⁾:

- Daß die Gefäßwände stets von Einfluß sind, sobald ihr Abstand von der Ausflußöffnung 2,7 mal und weniger als die Breite der Mündung beträgt;
- daß die Ausflußcoefficienten nicht blos um so größer werden, an je mehr Stellen der Mündung überhaupt die Contraction aufgehoben ist, sondern auch um so größer, wenn sich die Grundseite der Mündung unter den gedachten Stellen befindet.

Fig. 103.



Die speciellen Resultate der Messungen bei Anordnungen, wie sie Fig. 103 erkennen lassen, sind (auszugsweise) in folgender Tabelle zusammengestellt.

¹⁾ Lesbros, Expériences hydrauliques etc., §. 254 et §. 255.

Tabelle¹⁾

der Ausflußcoefficienten einer rechteckigen Seitenöffnung von $0^m,2$ Breite, in die freie Luft mündend und entsprechend der Formel $Q = b (H - h) \sqrt{2g \left(\frac{H+h}{2} \right)}$, dabei die Druckhöhen im Behälter unmittelbar über der Ausflußöffnung gemessen.

Druckhöhe über der oberen Kante der Mündung in Metern	Höhe der Mündung in Metern	Die Anordnung des Behälters im Grund und Aufrisse ist dabei mit Rücksicht auf Fig. 103 die von:											
		<i>A, a</i>	<i>A, b</i>	<i>A, c</i>	<i>B, a</i>	<i>B, d</i>	<i>B, e</i>	<i>B, f</i>	<i>A, d</i>	<i>A, e</i>	<i>A, f</i>	<i>B, g</i>	<i>A, g</i>
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0,005	0,20	0,605	0,593	0,593	0,634	0,509	1,028	1,139	0,625	0,683	0,735	0,697	0,614
0,020		0,594	0,584	0,584	0,621	0,674	0,963	1,073	0,608	0,657	0,696	0,668	0,602
0,050		0,593	0,588	0,586	0,616	0,646	0,848	0,950	0,600	0,641	0,665	0,646	0,599
0,100		0,595	0,594	0,591	0,618	0,637	0,730	0,790	0,601	0,639	0,652	0,643	0,601
0,200		0,599	0,599	0,597	0,622	0,637	0,690	0,710	0,605	0,640	0,645	0,647	0,607
0,500		0,603	0,603	0,605	0,624	0,637	0,675	0,687	0,610	0,633	0,640	0,646	0,611
1,00		0,605	0,605	0,606	0,624	0,637	0,668	0,680	0,611	0,630	0,638	0,643	0,611
1,50		0,602	0,603	0,604	0,624	0,637	0,663	0,672	0,610	0,628	0,638	0,642	0,611
2,00		0,601	0,602	0,602	0,619	0,636	0,661	0,669	0,609	0,626	0,636	0,640	0,610
3,00	0,601	0,600	0,602	0,615	0,633	0,658	0,666	0,607	0,623	0,633	0,637	0,608	
0,005	0,10	0,635	—	—	0,693	0,722	0,950	—	—	0,691	—	—	—
0,020		0,618	—	—	0,653	0,678	0,839	—	—	0,663	—	—	—
0,050		0,613	—	—	0,646	0,665	0,743	—	—	0,652	—	—	—
0,100		0,614	—	—	0,648	0,661	0,707	—	—	0,647	—	—	—
0,200		0,616	—	—	0,649	0,659	0,691	—	—	0,641	—	—	—
0,500		0,617	—	—	0,648	0,657	0,682	—	—	0,633	—	—	—
1,00		0,615	—	—	0,647	0,656	0,675	—	—	0,631	—	—	—
1,50		0,611	—	—	0,644	0,654	0,672	—	—	0,630	—	—	—
2,00		0,607	—	—	0,641	0,652	0,669	—	—	0,629	—	—	—
3,00	0,603	—	—	0,636	0,648	0,664	—	—	0,625	—	—	—	
0,005	0,05	0,665	0,658	0,658	0,772	0,799	0,949	0,975	0,667	0,700	0,725	0,809	0,664
0,020		0,638	0,634	0,634	0,700	0,717	0,786	0,805	0,651	0,676	0,676	0,729	0,645
0,050		0,636	0,634	0,633	0,679	0,686	0,729	0,739	0,643	0,662	0,656	0,695	0,637
0,100		0,634	0,633	0,631	0,673	0,680	0,705	0,713	0,638	0,655	0,647	0,685	0,633
0,200		0,631	0,633	0,629	0,672	0,677	0,694	0,698	0,634	0,648	0,642	0,979	0,631
0,500		0,628	0,627	0,630	0,669	0,676	0,685	0,689	0,633	0,638	0,640	0,672	0,630
1,00		0,625	0,622	0,626	0,667	0,672	0,681	0,685	0,628	0,635	0,629	0,670	0,627
1,50		0,619	0,618	0,619	0,665	0,671	0,678	0,682	0,621	0,635	0,624	0,670	0,620
2,00		0,613	0,615	0,615	0,664	0,670	0,675	0,681	0,611	0,634	0,621	0,669	0,616
3,00	0,606	0,609	0,609	0,662	0,670	0,673	0,679	0,611	0,631	0,616	0,669	0,610	

¹⁾ Lesbros, a. a. O., Pg. 442, Tableau XXV.

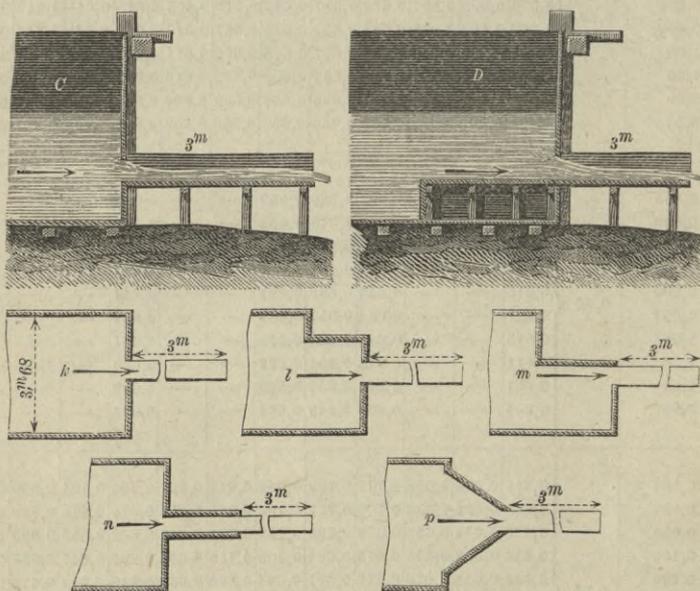
§. 103.

Ausfluß durch Schützenöffnungen mit außerhalb angesetzten Gerinnen.

Kurze Gerinne, welche außerhalb einer Durchlaßmündung (Schützenöffnung mit Druckhöhe über der oberen Kante) angebracht sind, wo der Beharrungszustand der Bewegung nicht vollständig eintreten kann, wie bei Wasserradgerinnen, bei Festungs- und Schiffahrtsschleusen, vermindern im Allgemeinen die Ausflußcoefficienten. Insbesondere ist dies bei geringen Druckhöhen der Fall, während bei größeren Druckhöhen (von etwa 1 Meter aufwärts) über der oberen Mündungskante, diese Verminderung fast ganz verschwindet.

Die hierüber von Lesbros angestellten Versuche haben mit Bezug auf Fig. 104 Resultate geliefert, wovon in nachfolgender Tabelle ein entsprechender Auszug mitgetheilt wird¹⁾.

Fig. 104.



Anmerkung. Mit dem Buchstaben *E* wird in der Tabelle eine Anordnung bezeichnet, welche hinsichtlich des Behälters der von *D*, Fig. 104, gleich kommt, dagegen vor der Mündung ein Gerinne von $2^m,5$ Länge und $\frac{1}{10}$ Neigung vorhanden ist. Die Gerinne aller übrigen Figuren sind horizontal und haben 3 Meter Länge.

¹⁾ Lesbros, Expériences §. 257 etc. Tableau XXXIV.

Tabelle

der Ausflußcoefficienten einer Seitenöffnung von $0^m,2$ Breite, außerhalb des Behälters mit einem reclangulären offenen Gerinne von $0^m,2$ Breite versehen, entsprechend der Formel $Q = b (H - h) \sqrt{2g \left(\frac{H + h}{2} \right)}$, dabei die Druckhöhen im Behälter unmittelbar über der Ausflußöffnung gemessen.

Druckhöhe über der oberen Kante der Mündung in Metern	Höhe der Mündung in Metern	Die Anordnung von Behälter und Gerinne, im Grund und Aufriß ist dabei, mit Rücksicht auf Fig. 104, die von :													
		C, k ¹⁾	D, k	D, l	D, m	D, n	C, m	C, n	D, p	E, k	E, m	E, n	C, E, n ²⁾		
		15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26		
0,005	0,20	0,502	0,501	0,502	0,534	0,581	0,506	0,513	0,520	0,555	0,584	0,769	0,563		
0,020		0,502	0,501	0,502	0,527	0,581	0,503	0,512	0,517	0,552	0,575	0,721	0,560		
0,050		0,520	0,518	0,519	0,537	0,588	0,517	0,538	0,541	0,560	0,574	0,670	0,578		
0,100		0,545	0,541	0,543	0,557	0,602	0,539	0,574	0,573	0,575	0,583	0,638	0,602		
0,200		0,575	0,566	0,569	0,577	0,614	0,569	0,599	0,596	0,593	0,596	0,639	0,617		
0,500		0,600	0,591	0,594	0,597	0,631	0,601	0,620	0,618	0,607	0,610	0,640	0,626		
1,00		0,602	0,601	0,602	0,604	0,635	0,608	0,629	0,627	0,611	0,617	0,641	0,629		
1,50		0,601	0,602	0,604	0,605	0,635	0,610	0,628	0,626	0,611	0,617	0,643	0,628		
2,00		0,601	0,602	0,604	0,604	0,634	0,609	0,626	0,625	0,609	0,616	0,643	0,626		
3,00	0,601	0,602	0,603	0,604	0,634	0,607	0,623	0,622	0,607	0,613	0,641	0,623			
0,005	0,05	0,471	0,464	0,464	0,481	0,536	0,518	0,534	0,489	0,638	0,666	0,779	0,584		
0,020		0,508	0,506	0,499	0,530	0,563	0,539	0,568	0,537	0,620	0,634	0,677	0,599		
0,050		0,589	0,581	0,576	0,589	0,610	0,599	0,611	0,594	0,629	0,637	0,656	0,625		
0,100		0,628	0,609	0,609	0,616	0,634	0,623	0,631	0,621	0,643	0,647	0,654	0,638		
0,200		0,631	0,617	0,619	0,625	0,642	0,630	0,636	0,629	0,651	0,653	0,655	0,620		
0,500		0,625	0,626	0,627	0,631	0,649	0,632	0,636	0,636	0,652	0,652	0,657	0,637		
1,00		0,624	0,628	0,628	0,633	0,649	0,627	0,635	0,638	0,651	0,651	0,657	0,635		
1,50		0,619	0,627	0,627	0,633	0,647	0,621	0,635	0,637	0,651	0,652	0,657	0,635		
2,00		0,614	0,623	0,623	0,630	0,644	0,617	0,833	0,635	0,650	0,651	0,656	0,633		
3,00	0,606	0,618	0,618	0,625	0,639	0,611	0,632	0,632	0,646	0,647	0,653	0,632			
0,005	0,01	0,558	0,565	0,565	0,559	0,589	0,562	0,619	0,592	0,756	0,733	0,706	0,627		
0,020		0,614	0,630	0,630	0,619	0,654	0,625	0,663	0,659	0,732	0,718	0,701	0,668		
0,050		0,668	0,678	0,679	0,671	0,693	0,673	0,698	0,697	0,718	0,712	0,706	0,702		
0,100		0,673	0,683	0,685	0,687	0,703	0,677	0,698	0,705	0,709	0,708	0,707	0,700		
0,200		0,665	0,679	0,681	0,683	0,699	0,666	0,680	0,699	0,703	0,702	0,702	0,681		
0,500		0,648	0,671	0,673	0,678	0,692	0,650	0,669	0,686	0,699	0,700	0,699	0,669		
1,00		0,630	0,665	0,666	0,671	0,685	0,632	0,661	0,677	0,695	0,699	0,699	0,661		
1,50		0,618	0,657	0,657	0,663	0,679	0,623	0,653	0,664	0,693	0,696	0,699	0,653		
2,00		0,613	0,654	0,654	0,659	0,672	0,618	0,650	0,660	0,692	0,694	0,698	0,650		
3,00	0,609	0,651	0,651	0,657	0,666	0,613	0,647	0,657	0,690	0,691	0,697	0,647			

1) Behälter wie bei C, Gerinne wie bei E.

2) Die Ziffern der Columnen entsprechen den viel umfangreicheren Originaltafeln von Lesbros a. a. O. S. 468 etc. Tableau XXXIV.

Zusatz 1. Um den Einfluß der Neigung eines Gerinnes auf die Ausflußcoefficienten kennen zu lernen, hat Lesbros¹⁾ Versuche mit einer Gefäß- und Gerinnanordnung angestellt, welche der Zusammenstellung *D*, *n*, Fig. 104, entspricht.

Bezeichnet μ_1 den Ausflußcoefficienten für eine Mündung mit außerhalb unter bestimmter Neigung angebrachtem Gerinne, μ dagegen den betreffenden Coefficienten ohne Vorhandensein irgend eines Gerinnes, wenn die Figur der Zusammenstellung *B*, *e*, Fig. 103, entspricht und endlich Δ ein Werth, welcher aus nachfolgender Tabelle zu entnehmen ist, so läßt sich überhaupt setzen:

$$\mu_1 = \frac{\mu}{1 + \Delta}$$

Gerinne		Druckhöhen über der oberen Kante der quadratischen Mündung von 0 ^m ,20 Seite		Werthe von Δ	
Länge	Neigung gegen den Horizont	Größte Druckhöhen	Kleinste Druckhöhen	Größte Druckhöhen	Kleinste Druckhöhen
Meter		Meter	Meter		
3,00	$\frac{1}{20}$	1,00	0,11	0,054	0,214
3,00	$\frac{1}{15}$	—	0,11	—	0,207
1,24	$\frac{1}{5,24}$	1,52	0,11	0,006	0,116
0,74	$\frac{1}{2,9}$	1,17	0,11	0,000	0,057
0,15	$\frac{1}{2,9}$	—	0,11	—	0,000
2,25	Null	—	0,11	—	0,134

Aus Allem erhellt jetzt der wichtige Satz: „daß es zur Berechnung der durch eine bestimmte Schützenöffnung fließenden Wassermenge unumgänglich nothwendig ist, gleichzeitig die Anordnungen des Ausflußbehälters, die Mündung und die Neigung des Gerinnes (vor der Mündung) ins Auge zu fassen.“

Beispiel. Wie groß ist der Ausflußcoefficient μ_1 für eine quadratische Mündung in dünner Wand von 0^m,20 Seitenlänge, bei 0^m,11 Druckhöhe über dem Scheitel der Mündung, wenn außerhalb der letzteren ein Gerinne 0^m,74 Länge und $\frac{1}{2,9}$ Neigung gegen den Horizont angebracht, die Anwendung des Behälters aber die *B*, *e* von Fig. 103 ist?

¹⁾ a. a. O. §. 261, Pg. 200.

Auflösung. Mit Bezug auf B, e , Fig. 103, giebt die Tabelle, §. 102, zuerst $\mu = 0,730$, während die hier unmittelbar vorstehende Tabelle $\Delta = 0,057$ liefert, so daß für μ_1 folgt:

$$\mu_1 = \frac{\mu}{1 + \Delta} = \frac{0,730}{1,057} = 0,690.$$

Zusatz 2. Geneigte Schützenöffnungen. Beobachtungen über den Ausfluß des Wassers aus gegen den Horizont geneigten Schützenöffnungen, bei Anordnungen, wie sie Fig. 105 und Fig. 106 erkennen lassen, haben im Allgemeinen gelehrt, daß durch dieselben, unter sonst gleichen Umständen, der Ausflußcoefficient vergrößert wird. Die Ursache hiervon liegt in der Construction derselben, wodurch die Contraction an mehreren Seiten der Ausflußöffnung aufgehoben wird.

Fig. 105.

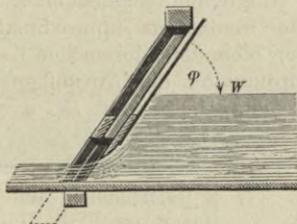
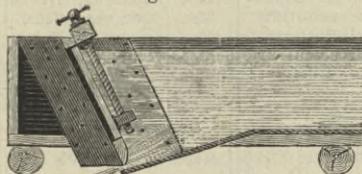


Fig. 105 zeigt den von Poncelet bei seinen Wasserrädern angewandten Schützen und die von ihm deshalb angestellten Beobachtungen¹⁾ geben

$\mu = 0,80$, wenn der Neigungswinkel des Schützens $\varphi = 45$ Grad
(1 Basis auf 1 Höhe);

$\mu = 0,74$, wenn der Neigungswinkel des Schützens $\varphi = 63\frac{1}{3}$ Grad
(1 Basis auf 2 Höhe).

Fig. 106.



Die Anordnung, Fig. 106, ist ein bei überschlägigen Wasserrädern gebräuchlicher Schütze²⁾ (Freiberger Spanschütze), wobei man $\mu = 0,77$ setzen kann³⁾.

Zusatz 3. Die Bestimmung der Geschwindigkeit des Wassers in Gerinnen von geringer Länge, ist ein Gegenstand, welcher bei Anordnung der Wasserräder von Wichtigkeit ist. Navier⁴⁾ betrachtete hierzu das Gerinne als eine kurze am Gefäße angebrachte Ansatzröhre und nahm den Ausflußcoefficienten allein von der Wasserdruckhöhe abhängig zu 0,86 bis 0,89 an. Lesbros⁵⁾ fand jedoch bei seinen Versuchen, daß der Ausflußcoefficient nicht allein von letzterer Größe, sondern insbesondere auch von der Stelle des Gerinnes abhängig ist, wo man die Geschwindigkeit angeben will, von der Anordnung des Ausflußbehälters und Gerinnes und endlich von der Höhe der Mündung. Dieser Complication

¹⁾ Mémoire sur les roues hydrauliques à aubes courbes etc. Metz 1827, §. 78.

²⁾ Jahrbuch (Freiberger) für den Berg- und Hüttenmann. Jahrgang 1844, S. 22.

³⁾ Man sehe hierüber auch Grasshof's Theoret. Maschinenlehre, Bd. I, S. 463.

⁴⁾ Architecture hydraulique de Bélidor (nouvelle édition) note du §. 3, p. 424.

⁵⁾ a. a. O. Nr. 264.

der Umstände wegen rath Lesbros (für sehr genaue Arbeiten) diese Geschwindigkeit in jedem besonderen Falle auf directem Wege, d. h. durch Messung des Strahlenquerschnittes für die Stelle zu bestimmen, woselbst man die Geschwindigkeit kennen lernen will.

Poncelet fand bei seinen Schützen (Fig. 105), daß an der Stelle der größten Zusammenziehung des Strahles (vor der Mündung) der Geschwindigkeitscoefficient ψ im Mittel zu setzen sei¹⁾:

$$\psi = 0,9274.$$

Zur noch besseren Beurtheilung des fraglichen Gegenstandes, so wie auch, um für manche practische Fälle wenigstens approximative Bestimmungen machen zu können, folgt hier eine den Versuchen Lesbros²⁾ entlehnte Tabelle, wobei die Anordnungen der Ausflußgefäße (Behälter) und der horizontalen Gerinne, jene D , k und D , n von Fig. 104 waren.

Quadratische Mündung von 0 ^m ,20 Seite.					Rectanguläre Mündung von 0 ^m ,05 Höhe und 0,20 Breite.						
Anordnung D , k Fig. 104					Anordnung D , n , Fig. 104.					Anordnung D , k Fig. 104.	
Druckhöhe über der Mitte der Ausflußöffnung	Verhältniß der wirklichen Geschwindigkeit im Gerinne zur Geschwindigkeit, welche der Druckhöhe entspricht, wenn die Entfernung abwärts von der Mündung beträgt:				Druckhöhe über der Mitte der Ausflußöffnung	Verhältniß der wirklichen Geschwindigkeit im Gerinne zur Geschwindigkeit, welche der Druckhöhe entspricht, wenn die Entfernung abwärts von der Mündung beträgt:				Druckhöhe über der Mitte der Ausflußöffnung	Verhältniß der wirklichen Geschwindigkeit im Gerinne zur Geschwindigkeit, welche der Druckhöhe entspricht, wenn die Entfernung abwärts von der Mündung ist:
	Meter	0 ^m ,05	0 ^m ,06	0 ^m ,07		0 ^m ,08	Meter	0 ^m ,09	0 ^m ,36		
0,4005	0,8232	0,8651	0,8687	0,8842	0,9105	0,8595	0,9841	0,9643	0,2125	0,9694	
0,2440	0,8022	0,8381	0,8475	0,8561	0,4005	0,8657	0,9223	0,9036	0,1058	0,9475	
0,1220	0,7202	0,7297	0,7443	0,7569	0,2420	—	0,8771	0,8488	—	—	

Anmerkung. Hier würde vielleicht der passendste Ort gewesen sein, den Einfluß zu erörtern, welche zwei unmittelbar neben einander liegende Mündungen auf die Menge des ausfließenden Wassers ausüben, wenn nicht das Resultat der zur Zeit hierüber angestellten Versuche geradezu widerstreitend wäre. Man lese deshalb den d'Aubuisson'schen Bericht über die Versuche von Lespinasse und Castel³⁾.

¹⁾ Mémoire sur les roues hydrauliques etc. Pg. 48, Nr. 46.

²⁾ a. a. O. Nr. 266, Pg. 204.

³⁾ Traité d'hydraulique. Nr. 29—31.

§. 104.

Schützenmündungen unter Wasser.

Wir betrachten zuerst den Fall, Fig. 107, des betreffenden Ausflusses, wo vor der Mündung, in einem Gerinne, durch einen Einbau (Schwelle, Wasserrad) ein künstliches Hinderniß angebracht und demzufolge ein Anschwellen (Stau) des Wassers erzeugt ist.

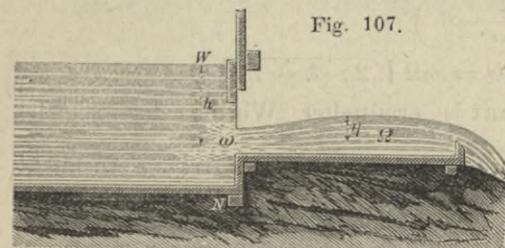


Fig. 107.

Hierzu sei A der Querschnitt des Ausflußbehälters MN , Fig. 107, ω der Querschnitt der Mündung, Ω der Querschnitt des Wasserstrahles im Gerinne und zwar an einer Stelle, wo der Beharrungszustand ziemlich wieder eingetreten

und der Parallelismus der Schichten als (beinahe) wieder vorhanden anzunehmen ist. Ferner sei h die Druckhöhe im Behälter über der Mitte der Mündung, η der Abstand des Wasserspiegels im Querschnitte Ω von derselben Mitte, so daß $h - \eta$ die Höhendifferenz der Wasserspiegel im Behälter und Gerinne darstellt, endlich mögen die Geschwindigkeiten in den Querschnitten A , ω und Ω respective mit V , v und U bezeichnet werden.

Sodann liefert aber das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte unmittelbar die Gleichung:

$$(1) \quad \frac{1}{2} M (U^2 - V^2) + \frac{1}{2} M (v - U)^2 = gM(h - \eta).$$

Ferner ist $V = \frac{\Omega U}{A}$; $v = \frac{\Omega U}{a\omega}$, daher und wenn man durch die Masse M dividirt:

$$(2) \quad \frac{1}{2} U^2 \left(1 - \frac{\Omega^2}{A^2}\right) + \frac{1}{2} U^2 \left(\frac{\Omega}{a\omega} - 1\right)^2 = g(h - \eta).$$

Setzt man wie gewöhnlich A sehr groß gegen Ω voraus, so kann man $\frac{\Omega}{A}$ vernachlässigen, also schreiben:

$$U^2 \left\{1 + \left(\frac{\Omega}{a\omega} - 1\right)^2\right\} = 2g(h - \eta), \text{ woraus}$$

$$U = \sqrt{\frac{2g(h - \eta)}{1 + \left(\frac{\Omega}{a\omega} - 1\right)^2}}.$$

Die pro Secunde ausfließende Wassermenge = Q ergibt sich sonach zu:

$$I. \quad Q = \Omega \sqrt{\frac{2g(h - \eta)}{1 + \left(\frac{\Omega}{a\omega} - 1\right)^2}},$$

eine Gleichung, welche zuerst von Poncelet¹⁾ entwickelt wurde.

¹⁾ Cours de Mécanique appliquée aux machines. Seconde Partie (Kretz, Ausgabe von 1876), Pg. 70, Nr. 60.

Man erkennt sofort, daß sich mittelst dieser Formel der Werth von Q ergibt, ohne eines Ausflußcoefficienten ($= \mu$) zu bedürfen, daß jedoch die Kenntniß des Contractionscoefficienten α für die Schützenmündung vorausgesetzt wird.

Schreibt man in I.

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Omega}{\alpha\omega} - 1\right)^2}} = m, \text{ so ergibt sich}$$

$$\text{II. } Q = m\Omega \sqrt{2g(h - \eta)},$$

ein bereits von Dubuat¹⁾ ermittelter Werth, der zugleich $m = 0,815$ ²⁾ angiebt.

Leider giebt diese Formel das Gesetz dieser Art des Ausflusses keineswegs wieder³⁾.

Da im Querschnitte Ω von einer Contraction nicht wohl die Rede sein kann, so ist m eigentlich der vorher immer mit ψ bezeichnete Geschwindigkeitscoefficient, so daß, wenn man die Geschwindigkeit in Ω mit V bezeichnet, folgt:

$$\text{III. } V = m \sqrt{2g(h - \eta)},$$

und nach Dubuat:

$$V = 0,815 \sqrt{2g(h - \eta)}.$$

Der Ausdruck III. ist übrigens genau derselbe, den wir §. 84 für den Ausfluß des Wassers durch Bodenöffnungen fanden.

Zu beachten ist für den vorstehenden Fall der Satz, daß die Druckhöhen bei einer vollständig unter Wasser gesetzten Seitenmündung völlig constant sind, während dies beim Ausflusse in die freie Luft bei diesen Mündungen (§. 96 ff.) nicht der Fall ist.

Zusatz 1. Lesbros hat auch über diesen für die Praxis wichtigen Gegenstand Versuche angestellt und dabei einige Uebereinstimmung der Formel I. mit der Erfahrung gefunden, sobald man nur daselbst α durch den Ausflußcoefficienten μ (S. 257) ersetzt, welcher der Formel $Q = \frac{2}{3}b \sqrt{2g} \left\{ H^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}} \right\}$ entspricht.

Wir entnehmen diesen Versuchen folgende Zusammenstellung, welche sich übrigens auf die Anordnung von C , h , Fig. 104, bezieht⁴⁾.

¹⁾ Dubuat, Principes d'hydraulique, Tome I, p. 263.

²⁾ Nach Dubuat a. a. O., p. 6 und p. 269, woraus sich

$$m = \psi = \mu = \sqrt{\frac{478}{724}} = 0,8125.$$

Poncelet a. a. O. (Ausgabe von 1876, Pg. 70), giebt an, Dubuat habe $m = 0,850$ gefunden!

³⁾ Bornemann im Civilingenieur, Jahrg. 1871, Bd. 17, S. 47.

⁴⁾ Lesbros, a. a. O. Nr. 277 und besonders Tabelle XVIII, p. 407.

Nr. der Lesbros Ver- suche	h	η	ω	Ω	$\mu = \psi$	Wassermenge		$\frac{Q_1}{Q}$	Bemerkungen
						berechnet $= Q$	beobachtet $= Q_1$		
1634	$0^m,0808$	$0^m,0326$	$0 \square^m,010$	$0 \square^m,01652$	0,6297	8,4249	8,9100	1,0554	Der Stau erreichte nicht den zusammengezogenen Strahl
1637	0,0808	0,0363	0,010	0,01626	0,6297	8,116	8,518	1,0494	Der Stau erstreckte sich nicht bis zum Schwerpunkt der Mündung
1541	0,0868	0,0434	0,010	0,10868	0,6297	7,2571	8,044	1,1091	Der Stau füllte die Ecken der Mündung und bespülte deren obere Kante
1658	0,0216	0,0178	0,010	0,01356	0,6247	2,40472	2,444	1,006	Der Stau reichte über die Mündung der oberen Kante

Die Werthe für h sind an einer Stelle gemessen, wo der Oberwasserspiegel völlig ruhig war; ω hatte $0^m,20$ Breite und $0^m,05$ Höhe.

Zusatz 2. Entfernt man in der Gleichung (2) U mittelst des

Werthes $U = \frac{\alpha\omega v}{\Omega}$, so folgt:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\alpha\omega v}{\Omega} \right)^2 \left(1 - \frac{\Omega^2}{A^2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha\omega v}{\Omega} \right)^2 \left(\frac{\Omega}{\alpha\omega} - 1 \right)^2 = g(h - \eta),$$

d. i.

$$\left(\frac{\alpha\omega v}{\Omega} \right)^2 - \left(\frac{\alpha\omega v}{A} \right)^2 + \left(1 - \frac{\alpha\omega}{\Omega} \right)^2 v^2 = 2g(h - \eta), \text{ folglich}$$

$$v = \sqrt{\frac{2g(h - \eta)}{\left(\frac{\alpha\omega}{\Omega} \right)^2 - \left(\frac{\alpha\omega}{A} \right)^2 + \left(1 - \frac{\alpha\omega}{\Omega} \right)^2}},$$

daher auch

$$Q = \mu\omega v = \mu\omega \sqrt{\frac{2g(h - \eta)}{\left(\frac{\alpha\omega}{\Omega} \right)^2 - \left(\frac{\alpha\omega}{A} \right)^2 + \left(1 - \frac{\alpha\omega}{\Omega} \right)^2}},$$

so wie, wenn $\alpha = 1$ gesetzt und angenommen wird, daß $\omega = be$, $\Omega = b\eta_1$, und $A = bT$ ist, T und η_1 also die Wassertiefen oberhalb und unterhalb des Schützens bezeichnet:

$$\text{IV. } Q = \mu b e \sqrt{\frac{2g(h - \eta)}{\left(\frac{e}{\eta_1}\right)^2 - \left(\frac{e}{T}\right)^2 + \left(1 - \frac{e}{\eta_1}\right)^2}},$$

eine Gleichung, welche Boileau in seinem Werke: „Traité de la mesure des eaux courantes“, Paris 1854, Pg. 225, entwickelt und behauptet, dieselbe durch Versuche (als brauchbar) geprüft zu haben.

Da Boileau nirgends die betreffenden Werthe von μ bezeichnet, so werde letzterer Coefficient aus dem passendsten Versuche Boileau's berechnet.

Hierzu ist ausdrücklich zu bemerken, daß die Berechnung der secundlichen Wassermenge Q mittelst der Formel IV. und zwar für den Fall geschah, daß die Schützenmündung ω von e Höhe und b lichter Weite vollständig unter Wasser gesetzt worden war.

Verzeichnet werden dann in dem Tableau LXIII, Pg. 227 des Boileau'schen Werkes, als dem 10. Versuche entsprechend, folgende Größen

$Q = 0,09944 = 99,44$ Liter, $b = 0^m,90$, $e = 99^{mm},7 = 0^m,0997$, wofür gesetzt wurde $e = 0^m,10$, daher $be = 0\text{ }^m.09$.

Ferner ist $h = 0^m,5410$, $\eta = 0^m,4320$, daher $h - \eta = 0^m,109$, folglich $\sqrt{h - \eta} = \sqrt{0,109} = 0,330$. Sodann, wenn man als genau, $\eta_1 = \eta = 0^m,432$ und $T = h = 0,541$ annimmt:

$$\left(\frac{e}{\eta_1}\right)^2 = \left(\frac{0,10}{0,432}\right)^2 = 0,0534;$$

$$\left(\frac{e}{T}\right)^2 = \left(\frac{0,10}{0,541}\right)^2 = 0,0342;$$

$$\left(1 - \frac{e}{\eta_1}\right)^2 = (1 - 0,231)^2 = (0,767)^2 = 0,591.$$

Daher mit Bezug auf Gleichung IV:

$$\sqrt{\left(\frac{e}{\eta_1}\right)^2 - \left(\frac{e}{T}\right)^2 + \left(1 - \frac{e}{\eta_1}\right)^2} = \sqrt{0,0534 - 0,0342 + 0,591} \\ = \sqrt{0,6101} = 0,78.$$

Folglich, wenn $\sqrt{2g} = 4,43$ genommen wird:

$$Q = \mu \cdot \frac{0,09 \cdot 1,462}{0,78} = 0,168 \cdot \mu,$$

d. i. endlich, wegen $Q = 0,09944$:

$$\mu = \frac{0,09944}{0,16800} = 0,592.$$

Bornemann berechnet (im Civilingenieur, Jahrg. 1871, Bd. 17, S. 50), gleichfalls mittelst der Formel IV. aus Boileau'schen Versuchen über den Ausfluß unter Wasser, den kleinsten Werth von μ zu 0,5200, den größten zu 0,7109 und schließt daraus, daß für μ ein constanter Werth überhaupt nicht angenommen werden könne.

Zusatz 3. Zu den für practische Zwecke zur Zeit empfehlenswerthen Versuchen über den Ausfluß bei ganz unter Wasser gesetzten Schützenöffnungen gehören die, welche der Herr Kunstmeister etc. Bornemann in Freiberg anstellte, dessen Leistungen, im Gebiete der technischen Experimental-Hydraulik, bereits S. 207 rühmlichst erwähnt

wurden. Ein ausführlicher Bericht über diese Versuche findet sich im Civil-Ing., Bd. 17 (1871), S. 46—59. Für gegenwärtigen Zweck werden nachstehende Notizen genügen, die wir durch die beiden Figuren 108 (Vertical-Längenschnitt) und 109 (Grundriß-Skizze) vervollständigen können, welche der Verfasser der besonderen Güte Herr Bornemann's verdankt.

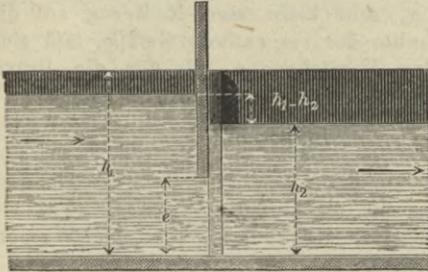


Fig. 108.

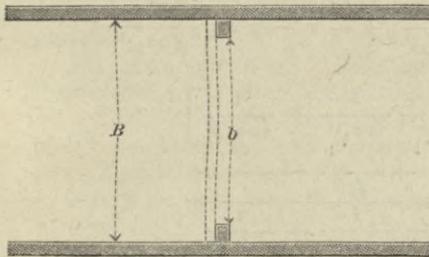


Fig. 109.

Das Zuführgerinne hatte überall die Breite $B = 1,135$ Meter. Vor die Ausflußstelle hatte man ein Paar Säulchen eingesetzt, resp. an den Gerinnsboden befestigt, welche oben durch einen Holm verbunden waren und vor denen sich mit Hilfe einer durch den Holm gesteckten Schraube (ähnlich Fig. 106 S. 267) eine aus 43 Millimeter starken Pfosten gefertigte, über die ganze Breite des Gerinnes reichende Schütze verschob. Die Weite der Ausflußmündung war überall $b = 1,006$ Meter, die Beobachtungen der Wasserstände h_1 (im Oberwasser) und h_2 (im Unterwasser) wurden bei constanter Zufußmenge angestellt.

Leider waren die bei den Versuchen benutzten Wassermengen zu gering, variierten nur von 50 bis 135 Liter pro Secunde, um völlig entscheidende Resultate erwarten zu können.

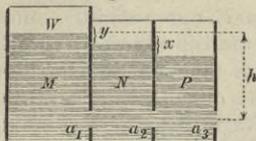
Aus 15 Versuchen, bei denen der Schützenszug e von 0,034 Meter bis 0,174 Meter variierte, ergab sich der Ausflußcoefficient und damit die secundliche effective Wassermenge $= Q$ zu:

$$Q = \left(0,63775 + 0,30 \frac{e}{h_3} \right) b e \sqrt{2g (h_1 - h_2)}.$$

Hierbei ist $h_3 = h_2 - \frac{e}{2}$ der Abstand der Mitte der Mündungshöhe e vom Unterwasserspiegel und zwar wurde h_3 an einer Stelle gemessen, wo der genannte Spiegel seine größte Erhebung zeigt und möglichst beruhigt war¹⁾.

¹⁾ Gegen vorsehende Formel des Herrn Bornemann wurden im Jahre 1877, bei einer Versammlung des Verbandes deutscher Müller und Mühleninteressenten in Hannover vom Herrn Ingen. Linnenbrügge in Hamburg, Einsprüche erhoben. Seit dieser Zeit hat Herr Linnenbrügge eigene betreffende Versuche und Formeln im Civil-Ing., Jahrg. 1879, S. 25 veröffentlicht, worüber am Ende dieses Bandes, Anhang Nr. I, berichtet wird.

Zusatz 4. Für den Beharrungszustand des Durchflusses einer constanten Wassermenge Q durch rechteckuläre Seitenöffnungen dreier oben offener Gefäße M, N, P , Fig. 110, unter der Voraussetzung, daß die Mündungsinhalte a_1, a_2, a_3 sehr klein sind in Bezug auf die Querschnitte der respectiven Gefäße, läßt sich nach dem Vorstehenden, als für die Praxis genau genug, setzen:



$$Q = \mu a_1 \sqrt{2gy} = \mu a_2 \sqrt{2gx} = \mu a_3 \sqrt{2g(h - x - y)}.$$

Hierbei bezeichnet y die Differenz der Wasserspiegel in den Gefäßen M und N , x eben diese Differenz für die Gefäße N und P , so wie h den Schwerpunktsabstand der äußersten Mündung a_3 über dem Wasserspiegel im Gefäße M .

Hiernach ist

$$y = \frac{Q^2}{2g(\mu a_1)^2}; \quad x = \frac{Q^2}{2g(\mu a_2)^2}; \quad h - x - y = \frac{Q^2}{2g(\mu a_3)^2},$$

so wie

$$h = \frac{Q^2}{2g} \left[\frac{1}{(\mu a_1)^2} + \frac{1}{(\mu a_2)^2} + \frac{1}{(\mu a_3)^2} \right]$$

und endlich:

$$Q = \sqrt{\frac{2gh}{\frac{1}{(\mu a_1)^2} + \frac{1}{(\mu a_2)^2} + \frac{1}{(\mu a_3)^2}}}.$$

§. 105.

Partielle Contraction.

Begriff und Wirkung partieller Contraction wurden bereits §. 82 (Zusatz 1, Buchstabe d) erörtert und bei Lesbros' Versuchen über den Ausfluß durch Schützenöffnungen (auch bei den Poncelet- und Freiburger Spannschützen) auf die Vortheile aufmerksam gemacht, welche sich hinsichtlich der Vermehrung der Wassermenge herausstellen, sobald die Contraction des Wasserstrahles an einer oder mehreren Stellen aufgehoben ist.

Die ersten ausführlichen Versuche über diesen Gegenstand verdankt man dem italienischen Hydrauliker Bidone, der sie in demselben hydraulischen Etablissement anstellte, welches bereits die beiden Michelotti's (§. 76, S. 198) benutzt hatten. Die Resultate seiner Versuche paßte er der analytischen Form an:

$$\mu_{\frac{n}{p}} = \mu \left(1 + A \frac{n}{p} \right)^{-1}$$

Hierbei bezeichnet $\mu_{\frac{n}{p}}$ den gesuchten Ausflußcoefficienten der partiellen Contraction, μ den Ausflußcoefficienten der vollkommenen

¹⁾ Memorie etc. di Torino, Tomo XL, p. 1 (1831) und im Auszuge hieraus: Maschinenencyclopädie, Artikel „Ausfluß“ (von Weisbach), S. 468.

Contraction unter sonst gleichen Umständen vorausgesetzt. Ferner bezeichnet n den Theil des ganzen Mündungsperimeters p , woselbst die Contraction aufgehoben ist und endlich A einen Coefficienten, der mit der Mündungsform als veränderlich angenommen wird.

Die Vergleichung der Versuche mit obigem Ausdrucke führten zu den Gleichungen:

I. $\frac{\mu_n}{p} = \mu \left(1 + 0,1523 \frac{n}{p} \right)$ für rechteckige Mündungen,

II. $\frac{\mu_n}{p} = \mu \left(1 + 0,1280 \frac{n}{p} \right)$ für kreisförmige Mündungen,

Außer Bidone hat nur noch Weisbach¹⁾ directe Versuche über partielle Contraction angestellt, welche

III. $\frac{\mu_n}{p} = \mu \left(1 + 0,1343 \frac{n}{p} \right)$ für rechteckige Mündungen lieferten.

Im Allgemeinen giebt die theilweise Einfassung einer Ausflußöffnung, um eben die Contraction partiell zu machen, dem Strahle eine schiefe von der Normale zur Ebene der Ausflußöffnung abweichende Richtung und zerstreut den Strahl auch mehr, als dies bei vollkommener Contraction der Fall ist.

Zur noch besseren Beurtheilung des Ganzen werden Fig. 111

Fig. 111.

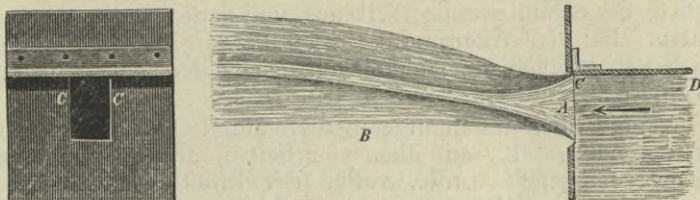
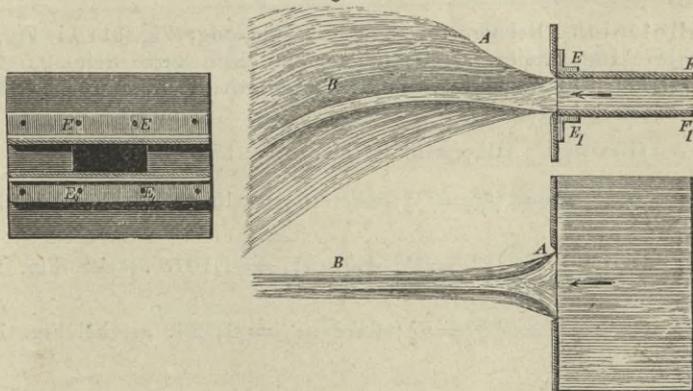
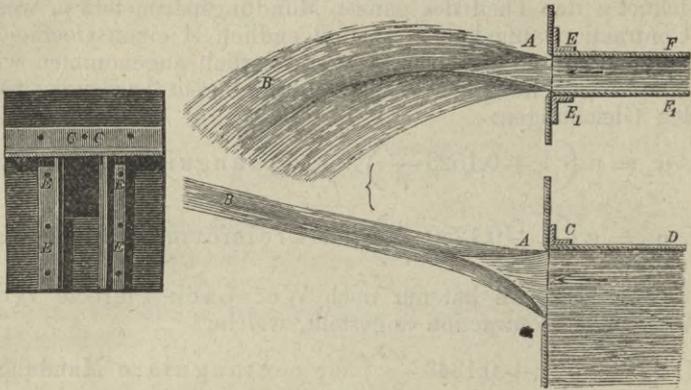


Fig. 112.



¹⁾ Untersuchungen, 2. Abtheilung, S. 143.

Fig. 113.



bis Fig. 113 dienen, welche den Weisbach'schen Versuchen mit rechteckigen Mündungen entlehnt sind.

Bei der Anordnung, Fig. 111, war die Contraction nur an der oberen schmalen Seite CD aufgehoben und es floß der Strahl AB zwar noch hell aus, wurde aber auf der eingefassten Seite CD , 7 bis 9 Grad von der Normale zur Mündungsebene seitwärts gedrückt. Wurde die Mündung wie Fig. 112 gestaltet, d. h. die Contraction an den beiden langen Seiten EE und E_1E_1 aufgehoben, so floß der Strahl wenig hell aus und hatte stark abgerundete Kanten. Bei der Anordnung, Fig. 113, war die Contraction an drei Seiten aufgehoben, nämlich auf den beiden langen Seiten EE und E_1E_1 und auf einer kurzen Seite CC .

Wenn endlich dieselbe rechteckige Mündung, bei der Lage der Seiten von Fig. 112, auf allen vier Seiten, also an ihrem ganzen Umfange, eingefasst wurde, verlor der Strahl seine regelmäßige Form, es floß das Wasser ganz stoßweise und in zerrissenen Fäden divergirend aus.

Beispiel. Bei der rechteckigen Mündung, Fig. 111 bis Fig. 113, hatte jede lange Seite 5,0 Centimeter und jede kurze Seite 2,5 Centimeter Länge, es fragt sich, wie sich hiernach die Werthe der Bidone'schen Eormel I. gestalten?

Auflösung. Allgemein ist hier $p = 15,0$, ferner

$$n = 2,5; \quad \frac{n}{p} = \frac{2,5}{15,0} = \frac{1}{6}; \quad \text{daher } \mu_{\frac{1}{6}} = 1,0254 \cdot \mu \text{ bei Fig. 111;}$$

$$n = 10,0; \quad \frac{n}{p} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}; \quad \text{daher } \mu_{\frac{2}{3}} = 1,1015 \cdot \mu \text{ bei Fig. 112;}$$

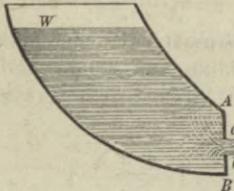
$$n = 12,5; \quad \frac{n}{p} = \frac{12,5}{15,0} = \frac{5}{6}; \quad \text{daher } \mu_{\frac{5}{6}} = 1,1269 \cdot \mu \text{ bei Fig. 113.}$$

§. 106.

Unvollkommene Contraction.

Auch dieser zuerst von Weisbach unter gesetzliche Form gebracht¹⁾ und von ihm mit vorstehendem Namen belegten Contraction ist bereits §. 82 (Zusatz 1, Buchstabe e) hinlänglich gedacht und auf ihre Wirkung, die Ausflußmenge unter sonst gleichen Umständen zu vermehren, aufmerksam gemacht worden.

Fig. 114.



Bezeichnet μ_m den Ausflußcoefficienten bei unvollkommener Contraction, x das Querschnittsverhältniß der Mündung $ab = a$, Fig. 114, zum Querschnitt A des vor dieser ankommenden Wassers, also $x = \frac{a}{A}$ und μ wiederum den der vollständigen Contraction entsprechenden

Ausflußcoefficienten, so hat man nach Weisbach:

$$\mu_m = \mu \{ 1 + 0,04564 [(14,821)^x - 1] \} \text{ für kreisförmige Mündungen; } ^2)$$

$$\mu_m = \mu \{ 1 + 0,076 (9^x - 1) \} \text{ für rechteckige Mündungen. } ^3)$$

Zur Ersparung der Rechnung nach vorstehenden Formeln können folgende Tabellen dienen, wobei λ den Factor von μ bezeichnet.⁴⁾

I. Kreisförmige Mündungen.

x	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
λ	1,007	1,014	1,023	1,034	1,045	1,059	1,075	1,092	1,112	1,134
x	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
λ	1,161	1,189	1,223	1,260	1,303	1,351	1,408	1,471	1,546	1,613

II. Rectanguläre Mündungen.

x	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
λ	1,009	1,019	1,030	1,042	1,056	1,071	1,088	1,107	1,128	1,152
x	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95	1,00
λ	1,178	1,208	1,241	1,278	1,319	1,365	1,416	1,473	1,537	1,608

¹⁾ Bemerkenswerth dürfte es sein, daß die Weisbach'schen Sätze über unvollkommene Contraction den Ergebnissen der französischen Experimentatoren (selbst Lesbros nicht ausgenommen) weit voranstellen und daß Weisbach bereits das Gesetz der ganzen Erscheinung aufgefunden hatte, als es Andere nur ahnten.

²⁾ Untersuchungen, Abtheilung II, S. 52.

³⁾ Ebendasselbst, S. 91.

⁴⁾ Ingenieur - Mechanik, Bd. 1, Fünfte Auflage, S. 989.

Zusatz. Für reetanguläre Schützenöffnungen, vor welchen das Wasser mit beträchtlicher Geschwindigkeit ankommt und die Druckhöhe nur im bewegten Wasser unmittelbar vor der Mündung gemessen werden kann, fanden wir §. 96, S. 245 zur Berechnung der durchfließenden Wassermenge Q :

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left\{ \left(H + \frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(h + \frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right\}.$$

Da hier c eine Function von Q , nämlich $c = \frac{Q}{A}$ ist, wenn A den Querschnitt des zufließenden Wasserstromes unmittelbar vor der Mündung bezeichnet, so führt die Auflösung dieser Gleichung zu umständlichen Rechnungen. Um letztere zu vermeiden, hat Weisbach aus seinen eigenen Versuchen die Formel abgeleitet: ¹⁾

$$Q = \mu \left[1 + 0,641 \left(\frac{a}{A} \right)^2 \right] a \sqrt{2g \left(\frac{H+h}{2} \right)},$$

wobei jedoch $\frac{a}{A}$ nicht viel über $\frac{1}{2}$ sein darf.

Zur nochmehrigen Abkürzung der Rechnungen kann folgende Tabelle dienen, in welcher der binomische Factor von μ mit k bezeichnet ist:

$\frac{a}{A}$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
k	1,002	1,006	1,014	1,026	1,040	1,058	1,079	1,103	1,130	1,160

Beispiel. Welche Wassermenge fließt durch eine reetanguläre Schützenöffnung von 1,2 Meter Breite und 0,20 Meter Höhe, wobei der Wasserstrom vor der Mündung 1,2 Meter Breite und 1,0 Meter Tiefe hat, wenn die Mündung über die ganze Gerinnbreite reicht und nur Contraction an der oberen Kante stattfindet, d. h. die Contraction an drei Seiten aufgehoben ist?

Auflösung. Hier ist die Druckhöhe über der unteren Kante $H = 1^m,0$, die über der oberen Kante $h = 0^m,8$, daher, mit Bezug auf die Mündungshöhe $0^m,2$, nach Tafel II. S. 258, $\mu = 0,605$.

Ferner ist der eingefaßte Theil der Mündung $n = 1,2 + 0,4 = 1,6$. Der Mündungsperimeter $p = 2,8$, also $\frac{n}{p} = \frac{1,6}{2,8} = \frac{4}{7}$ und daher nach I. §. 105:

$$\mu_{\frac{4}{7}} = 1,087 \cdot \mu = 1,087 \cdot 0,605 = 0,660.$$

Ferner ist $a = 0,2 \times 1,2 = 0^m,24$; $A = 1 \cdot 1,2 = 1^m,2$, also $\frac{a}{A} = \frac{0,24}{1,2} = 0,2$, daher nach letzterer Tabelle:

$$k = 1,026 \cdot \mu_{\frac{4}{7}} = 1,026 \cdot 0,660 = 0,677.$$

¹⁾ Ingenieur-Mechanik. Bd. 1, 5. Auflage, S. 991.

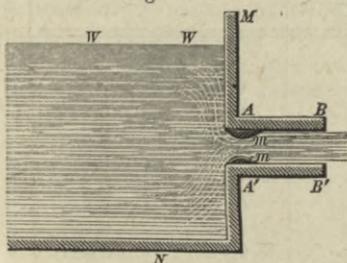
Da endlich überdies $\frac{H+h}{2} = \frac{1+0,8}{2} = 0,90$ und $a = 1,2 \cdot 0,2 = 0,24$ ist, ergibt sich:

$$Q = 0,677 \cdot 0,24 \sqrt{2 \cdot 9,8088 \cdot 0,9} = 0,6824 \text{ Cubikmeter.}$$

§. 107.

Ausfluß durch kurze prismatische Ansatzröhren.

Fig. 115.



Versieht man eine Ausflußöffnung AA, Fig. 115, außerhalb des Wassergefäßes MN mit einer cylindrischen Ansatzröhre¹⁾, die etwa zwei- bis dreimal so lang als weit ist, so nimmt der Strahl eine andere Gestalt an, als wenn die Oeffnung allein in der (dünnen) Wand angebracht wäre, wovon der Erfolg, unter sonst gleichen Umständen, eine vermehrte Ausflußmenge ist. Die Ursache hiervon liegt in der Capillarattraction der Röhrenwände gegen die Flüssigkeit und entfernter im Luftdrucke²⁾. Aehnlich wie bei der dünnen Wand zieht sich zwar der Strahl zu einem weit kleineren Querschnitte mm wie der Mündungsquerschnitt AA zusammen, geht aber bald darauf wieder aus einander, und füllt endlich die Röhre völlig aus, so daß an der Ausflußstelle BB der Querschnitt des Wasserstrahles gleich dem Querschnitte der Röhre ist. Da demungeachtet die ausfließende Wassermenge nicht jene ist, welche dem Producte aus dem Querschnitte der Röhrenmündung BB in die zur Druckhöhe über der Röhrenachse gehörigen Geschwindigkeit entspricht, so folgt ohne Weiteres, daß bei dem fraglichen cylindrischen Ansätze der Geschwindigkeitscoefficient gleich dem Ausflußcoefficienten, also $\mu = \psi$, dagegen $\alpha = 1$ ist.

Alle bis jetzt für Practiker brauchbaren Resultate über den Ausfluß des Wassers durch cylindrische oder prismatische Ansatzröhren, sind auf dem Wege des Experimentirens gefunden worden, in welcher Beziehung hier Einiges zur Vervollständigung des bis jetzt Gewonnenen mitgetheilt werden soll.

Ueber den oben erwähnten Einfluß der Röhrenlänge auf die Ausflußmenge hat insbesondere Eytelwein vertrauenswerthe Versuche angestellt³⁾.

¹⁾ Man beachte hierbei den bereits für die Ausflußgeschwindigkeit durch kurze cylindrische Ansätze in Bodenöffnungen, S. 225, Nr. IV, gefundenen Ausdruck.

²⁾ Für das mehr wissenschaftliche Studium fast aller, hier und in folgendem Paragraphen, behandelten Gegenstände, kann nicht genug ein Aufsatz von Feilitsch: „Ueber den Ausfluß der Flüssigkeiten aus Oeffnungen in dünner Wand und aus kurzen Ansatzröhren“, empfohlen werden, der sich in Poggend. Annalen, Bd. 63, S. 1 und S. 224 vorfindet.

³⁾ Man sehe hierüber S. 281.

Die absolute Größe der Ausflußcoefficienten bei kurzen cylindrischen oder parallelepipedischen Ansatzröhren zeigt wenig Variationen, wie aus folgender Tabelle erhellt, die d'Aubuisson's Hydraulik¹⁾ entlehnt und durch Hinzufügung der Weisbach'schen Versuche vervollständigt ist.

I. Cylindrische Ansatzröhren.

Beobachter	Der Ansatzröhre		Druckhöhe Meter	Ausfluß- coefficient $\mu = \psi$
	Durchmesser	Länge		
	Meter	Meter		
Castel	0,0155	0,040	0,20	0,827
"	0,0155	0,040	0,48	0,829
"	0,0155	0,040	0,99	0,829
"	0,0155	0,040	2,00	0,829
"	0,0155	0,040	3,03	0,830
Bossut	0,0230	0,054	0,65	0,788
"	0,0230	0,054	1,24	0,787
Eytelwein	0,0260	0,078	0,72	0,821
Bossut	0,0270	0,041	3,85	0,804
"	0,0270	0,054	3,87	0,804
"	0,0270	0,108	3,92	0,804
Venturi	0,0410	0,123	0,88	0,822
Michelotti	0,0810	0,216	2,18	0,815
Weisbach ²⁾	0,0330	0,125	0,571	0,8175
"	0,0403	0,275	0,569	0,7822
"	0,01064	Ungefähr 3 mal so lang als weit	0,5780	0,8540
"	0,01064	—	0,2361	0,8509
"	0,01934	—	0,5762	0,8330
"	0,01934	—	0,2334	0,8323
"	0,02672	—	0,5748	0,8171
"	0,02672	—	0,2319	0,8129
"	0,03020	—	0,5749	0,8170
"	0,03020	—	0,2319	0,8165

II. Parallelepipedische Ansatzröhren.

Beobachter	Der Ansatzröhre			Druck- höhe Meter	Ausfluß- coefficient $\mu = \psi$
	Höhe	Breite	Länge		
	Meter	Meter	Meter		
Michelotti	0,081	0,081	0,216	3,80	0,803
"	0,081	0,081	0,216	6,71	0,803
Weisbach	0,0191	0,04217	0,125	0,569	0,8194
"	0,02478	0,05018	0,320	0,576	0,7960

¹⁾ a. a. O. p. 49. d'Aubuisson nennt dabei die Contraction beim cylindrischen Ansatz eine innere, im Gegensatz zu der bei dünner Wand stattfindenden, die er mit dem Namen äußere Contraction bezeichnet.

²⁾ Untersuchungen, Abtheil. I. und II, S. 92 etc.

Die Weisbach'schen Versuche lassen besonders erkennen, daß der Ausflußcoefficient zunimmt, wenn der Mündungsdurchmesser kleiner wird. Hinsichtlich des Einflusses der Druckhöhe läßt sich weniger Bestimmtes sagen.

Zusatz 1. Ueber die Einwirkung der Länge cylindrischer Ansätze hat vorzüglich Eytelwein sorgfältige Versuche angestellt, welche im Allgemeinen das bereits oben Gesagte bestätigen¹⁾.

Sämmtliche von Eytelwein benutzte Ansatzröhren hatten kreisförmigen Querschnitt und durchaus 1 Zoll (rheinisch) Durchmesser. Der prismatische Wasserbehälter, in dessen Seitenwand sie angebracht wurden, bildete im horizontalen Durchschnitte ein im Lichten 18,5 Zoll langes und 14,5 Zoll breites Rechteck. Die Versuche wurden bei veränderlicher Druckhöhe von anfänglich 36 Zoll bis 20,6 Zoll angestellt, wobei, in verschiedenen Zeiten, immer dieselbe Wassermenge, nämlich 4156 Cubikzoll ausfloß. Die Resultate dieser Versuche enthält folgende Tabelle:

Länge der Röhren in Zollen	$\frac{1}{4}$	1	3	12	24	36	48	60
Beobachtete Zeit des Ausflusses	$59\frac{1}{2}$	$59\frac{1}{2}$	$44\frac{3}{4}$	48	$50\frac{1}{2}$	54	58	61
Ausflußcoefficient = μ	0,6176	0,6176	0,8211	0,7655	0,7276	0,6804	0,6335	0,6024

Hieraus erkennt man ohne Weiteres:

1) daß, wenn der cylindrische Ansatz noch nicht das Doppelte des Durchmessers beträgt, also noch nicht so lang ist, um über die Stelle hinwegzukommen, wo der Strahl die Ansatzröhre nicht füllt, der Ausfluß genau so wie bei einer Oeffnung in dünner Wand erfolgt;

2) daß, wenn die Länge des cylindrischen Ansatzes im Verhältniß zu seinem Durchmesser beträchtlich wird, die Geschwindigkeit der Flüssigkeitstheilchen durch deren Anhängen an den Röhrenwänden eine bedeutende Verzögerung erfährt und bei noch größerer Länge der Einfluß der Ausbreitung des Wasserstrahles auf ein vermehrtes Ausflußquantum ganz wirkungslos wird.

Zusatz 2. Von den Versuchen, welche insbesondere zur Erklärung der Ursachen der Ausflußerscheinungen bei kurzen cylindrischen Ansätzen angestellt wurden, verdienen zuerst die des Italieners Venturi²⁾ angeführt zu werden.

Dieselben wurden unter einem constanten Drucke von $32\frac{1}{2}$ pariser Zoll (= 0,88 Meter) vorgenommen, wobei das Wasser aus Seitenmündungen eines Behälters von 36 Zoll Höhe, 40 Zoll oberen und 30 Zoll

¹⁾ Hydraulik §. 98.

²⁾ Gilb. Annalen (1799), Bd. 2, S. 418.

unteren Durchmesser floß. Die hierhergehörigen Hauptergebnisse waren folgende:

a. Brachte man an einer Stelle des Gefäßes, wo die Wand von einer dünnen (kaum $\frac{1}{4}$ Linie starken) Kupferplatte gebildet wurde, eine kreisförmige Mündung von 15 Linien an, so strömten 4 Cubikfuß Wasser in der Zeit von 41 Secunden aus. Durch eine cylindrische Ansatzröhre außerhalb dieser Mündung, von 15 Linien Durchmesser und 54 Linien Länge, flossen dagegen 4 Cubikfuß Wasser in 31 Secunden aus. Da sich überdies durch anderweitige Versuche der Ausflußcoefficient für jene dünne Kupferwand zu 0,6215 ergeben hatte, müßte hiernach der Ausflußcoefficient μ für den bemerkten cylindrischen Ansatz sein:

$$\mu = \frac{41}{31} \cdot 0,6215 = 0,822.$$

b. Bohrte man durch dieselbe cylindrische Röhre, 9 Linien weit von der Gefäßwand ringsherum zwölf kleine Löcher, Fig. 116, so flossen wiederum nur 4 Cubikfuß Wasser in 41 Secunden aus, d. h. der cylindrische Ansatz war ohne Einfluß auf die Wassermenge, welche vorher durch die dünne Wand strömte. Dabei sickerte durch diese Löcher nicht ein Tropfen Wasser, während aber auch der Strahl die Röhre nicht ausfüllte. Man stopfte darauf ein Loch nach dem andern mit nassem Leder zu. So lange noch ein Loch offen war, blieb der Ausfluß derselbe; als aber endlich alle zwölf Löcher verstopft waren, füllte der Wasserstrahl die Röhre wieder aus und es flossen abermals 4 Cubikfuß Wasser in 31 Secunden aus.

Fig. 116.

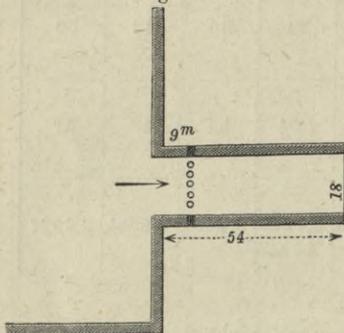
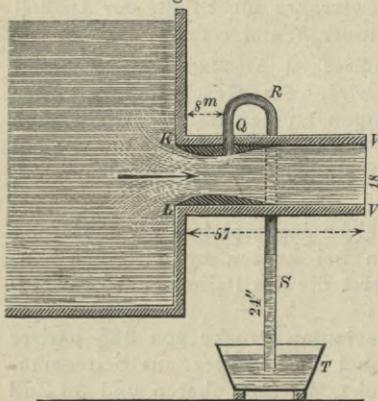


Fig. 117.



c. An eine cylindrische Röhre KL , Fig. 117, von abermals 18 Linien Durchmesser, jedoch 57 Linien Länge, wurde 8 Linien weit von K die Glasröhre QRS angebracht, deren unteres Ende in ein Gefäß T tauchte, welches mit gefärbtem Wasser gefüllt war. Bei dieser Anordnung der Ausflußmündung flossen 4 Cubikfuß Wasser wiederum in 31 Secunden aus; dabei stieg aber das gefärbte Wasser in der Röhre SR auf 24 Zoll Höhe über den Spiegel des Wassers in T hinan.

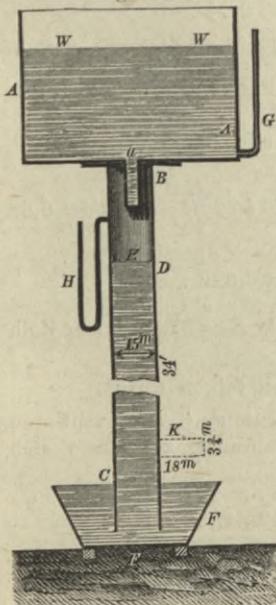
Wurde hierauf der Arm RS der Glasröhre so weit verkürzt, daß er nur 6 Zoll länger als RQ blieb, so stieg das gefärbte Wasser beim Ausflusse die ganze Glasröhre SR hinan, vermischte sich mit dem durch

KV strömenden Wasserstrahle und floß mit demselben durch V ab, so daß in kurzer Zeit das Gefäß T ausgeleert war.

d. In einem cylindrischen Gefäße, das 4,5 Zoll weit war, wurde unweit des Bodens, in der senkrechten Seitenfläche, eine Blechplatte mit einer kreisförmigen Oeffnung von 4,5 Zoll Durchmesser eingesetzt. Als dies Gefäß, bis zu einer Höhe von 8,3 Zoll über dem Mittelpunkte der Oeffnung, mit Wasser gefüllt wurde, senkte sich der Wasserspiegel beim Ausfließen durch die Oeffnung um 7 Zoll in einer Zeit von 27,5 Secunden. Als man an diese Oeffnung eine eben so weite, 11 Linien lange cylindrische Röhre ansetzte, erfolgte die Senkung um 7 Zoll in der Zeit von 21 Secunden.

Wiederholte man hierauf diesen Versuch unter dem Recipienten einer Luftpumpe, in welchem das Quecksilbermanometer nur noch 10 Linien hoch stand, so senkte sich hier der Wasserspiegel im Gefäße um 7 Zoll, stets in der Zeit von 27,5 Secunden, gleichgültig, ob die Oeffnung blos von einer dünnen Platte gebildet oder mit einer cylindrischen Ansatzröhre versehen war.

Fig. 118.



Zusatz 3. Aehnliche Versuche wie die Venturi's sind unter andern von Matthieu Young und Hachette angestellt worden¹⁾, aus denen übereinstimmend hervorgeht, daß sich, bei kurzen cylindrischen Ansätzen, welche außerhalb der Gefäße angebracht werden, die Ausflußmenge mit dem Drucke der Luft vermindert.

Nach Buff's²⁾ Versuchen findet ebenfalls eine Vermehrung des Ausflusses durch kurze cylindrische Ansätze nicht statt, wenn sich der Strahl in einen luftleeren Raum ergießt.

Wegen des höchst sinnreichen Verfahrens, mittelst welchem Buff zu diesen Resultaten gelangte, werde hier versucht, zur Beschreibung seines Versuchsapparates die fehlende Abbildung in Fig. 118 zu liefern. AA ist ein genau cylindrisches Blechgefäß von etwa $1\frac{1}{2}$ Fuß Höhe mit einem langen Rohre BC von 34 Fuß (pariser) Höhe in Verbindung gesetzt. An der Seite des Gefäßes A befand sich ein mit dessen Innerem communicirendes Glasrohr G, um die Wasserstandshöhe zu messen. Am oberen Ende des Rohres BC communicirte mit dem inneren Theile desselben ein Quecksilbermanometer H (§. 51), dessen Stand während des Versuches die Größe des Luftdruckes im Raume E anzeigt, welcher nach §. 79, Fig. 71, eine Art von Toricelli'sche Leere bilden mußte, sobald BC länger als $10^m,333 = 31,818$ pariser Fuß war und das untere Ende

1) Annales de Chimie et du Physique, Tome III (1816), p. 88, so wie auch Feilitsch in Poggend. Annalen, Bd. 63 (1844), S. 236.

2) Poggend. Annalen, Bd. 46 (1839), S. 240.

des Rohres BC in ein mit Wasser ganz angefülltes Gefäß tauchte. Wurde nun im Boden von A ein cylindrisches Ansatzrohr a von 18 Linien Länge und $3\frac{3}{4}$ Linien Durchmesser angebracht, durch welches das Wasser aus A in den luftverdünnten (beinahe luftleeren) Raum strömte, so ergab sich als Mittelwerth der Ausflußcoefficient zu 0,6458, d. h. wie für die dünne Wand. Wurde jedoch derselbe Ansatz am unteren Ende des Fallrohres bei K angebracht, so erhielt man 0,8248 als Mittelwerth für den betreffenden Ausflußcoefficienten. Im erstern Falle betrug der Barometerstand 333,62 Linien, der Manometerstand 7 Linien, folglich die Quecksilbersaugsäule 326,62 Linien, oder die Wassersäule $\overline{CD} = 4442$ Linien.

Zusatz 4. Die Ergebnisse des Venturi'schen Experimentes c , Zusatz 2 (deren Ursache schon D. Bernoulli¹⁾ nachwies), stimmen vollständig mit den unter §. 79 aufgestellten Formeln.

Dasselbst findet sich unter (3):

$$\frac{\Pi}{\gamma} = Z + \frac{P}{\gamma} - \frac{v^2}{2g} \left(\frac{a^2}{O^2} - \frac{a^2}{A^2} \right).$$

Wird hier $\left(\frac{a}{A}\right)^2$ als klein genug vernachlässigt und der Querschnitt der kleinsten Zusammenziehung des Strahles, Fig. 115, gleich aa genommen, so folgt

$$\frac{\Pi}{\gamma} = \frac{P}{\gamma} + Z - \frac{1}{a^2} \frac{v^2}{2g}.$$

Nach §. 83, S. 225, läßt sich $v = 0,816 \sqrt{2gZ}$ und $a = 0,64$ setzen, so daß erhalten wird:

$$\frac{\Pi}{\gamma} = \frac{P}{\gamma} + Z - \left(\frac{816}{640}\right)^2 Z = \frac{P}{\gamma} - 0,626 \cdot Z.$$

Bei dem erwähnten Versuche Venturi's war $Z = 32,2$ pariser Zoll, woraus die Saughöhe:

$$0,626 \cdot Z = 0,626 \cdot 32,3 = 20,34 \text{ Zoll folgen würde.}$$

Hätte man statt des Contractioncoefficienten α den mittleren Ausflußcoefficienten $\mu = 0,62$ in Rechnung gebracht, so würde sich die Saughöhe berechnet haben zu:

$$\frac{P}{\gamma} - \frac{\Pi}{\gamma} = \left(\frac{820}{640}\right)^2 Z - Z = 0,749 \cdot Z, \text{ d. i.}$$

$$\frac{P}{\gamma} - \frac{\Pi}{\gamma} = 0,749 \cdot 32,3 = 24,3425 \text{ Zoll,}$$

während der directe Versuch, übereinstimmend, 24 Zoll ergab.

Zusatz 5. Der Einfluß cylindrischer Ansatzröhren auf die Menge des ausströmenden Wassers, wenn sie nicht außerhalb der Mündung, sondern wie Fig. 68 nach dem Innern des Gefäßes gerichtet sind, wurde bereits S. 197 für den Fall erwähnt, daß der Strahl die Ansatzröhre nirgends berührte. Es kann jedoch auch hier der Ausfluß bei gefüllter Röhre (*à gueule-bée*) erfolgen und die Ausflußcoefficienten bis beinahe auf 0,82 gesteigert werden.

¹⁾ Hydrodynamica, p. 264.

Fig. 119.

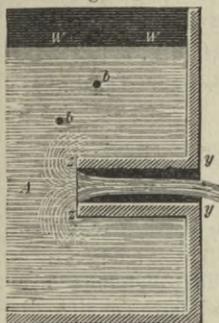
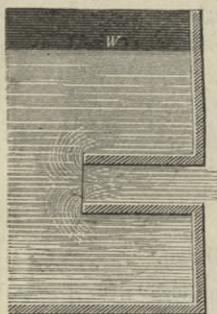


Fig. 120.



Schließt man nämlich die Ansatzröhre yz , Fig. 119, bevor der Ausflußbehälter mit Wasser gefüllt wird, an ihrer inneren Basis zz durch eine ebene Platte, läßt in diesem Zustande das Wasser im Behälter A bis zu einer nicht zu geringen Höhe AW über der Ansatzröhre treten und nimmt hierauf die vor zz gelegte Platte wieder hinweg, so fließt und bleibt der Strahl contractirt, wie Fig. 119, so lange die Druckhöhe über der Mitte der Mündung nicht zu gering wird. Unterbricht man jedoch in diesem Zustande den Ausfluß dadurch, daß man die äußere Mündung yy der Ansatzröhre schließt, so bemerkt man zuerst Luftblasen b aus der Röhre treten, aufsteigen und am Wasserspiegel WW entweichen, und wenn hierauf die Platte yy entfernt wird und das Wasser in der Ansatzröhre und dem Behälter eine nirgends unterbrochene Masse bildet, so fließt der Strahl die Röhre völlig ausfüllend, wie Fig. 120, aus.

In vorbeschriebener Weise hat namentlich Bidone¹⁾ Ausflußversuche über nach Innen gerichtete Ansatzröhren angestellt und dabei vorzüglich einen ganz besonderen Einfluß der Wanddicke der Ansatzröhre auf die unter sonst gleichen Umständen ausströmende Wassermenge bemerkt. Die Resultate dieser Versuche enthält folgende Tabelle, in welcher r den innern Radius

der cylindrischen Ansatzröhre und e die Wanddicke der Röhre bezeichnet.

Größe der Ausflußcoefficienten μ nach Innen des Ausflußgefäßes gerichteter cylindrischer Ansatzröhren bei			
Nicht gefüllter Röhre		Gefüllter Röhre	
Kleinster Werth von e (beinahe Null)	Größter Werth von $e > (\sqrt{2}-1)r$	Kleinster Werth von e (beinahe Null)	Größter Werth von $e > (\sqrt{2}-1)r$
$\mu = 0,50$	$\mu = 0,61$	$\mu = 0,7071$	$\mu = 0,8125$

Zusatz 6. Ausfluß aus kurzen cylindrischen Ansätzen bei unvollkommener Contraction. Ist der Röhrenquerschnitt a im Verhältniß zum Querschnitte A des zufließenden Wasserkörpers im Gefäße sehr groß, d. h. $\frac{a}{A} = n$ ein nicht kleiner echter Bruch, so hat dies, unter sonst gleichen Umständen, eine Vergrößerung des Ausflußcoefficienten zur Folge.

¹⁾ Memorie etc. di Torino. Tomo XL. Recherches expérim. etc. sur l'écoulement par des tuyaux additionels intérieurs et extérieurs (1831).

Nach Weisbach's Versuchen¹⁾ erhält man in dem gedachten Falle die betreffenden Ausflußcoefficienten μ_n mittelst der Formel:

$$\mu_n = \mu \{ 1 + 0,1017 \cdot n + 0,0669 \cdot n^2 + 0,0462 \cdot n^3 \},$$

wo μ den Ausflußcoefficienten für die kurze cylindrische Ansatzröhre bei vollkommener Contraction bezeichnet.

Beispielsweise sei $n = \frac{a}{A} = 0,67$, $\mu = 0,82$, so folgt:

$$\mu_{0,67} = 0,82 (1 + 0,112) = 0,9118.$$

Zusatz 7. Steht die Achse des prismatischen Ansatzes nicht rechtwinklig auf der Wandebene, in welcher die Mündung angebracht ist, sondern schließt diese Achse mit der Normale zur Wandebene an der Einmündung irgend einen Winkel δ ein, so vermindern sich die Ausflußcoefficienten.

Ebenfalls nach Weisbach's Versuchen²⁾ lassen sich die betreffenden Ausflußcoefficienten mittelst der Formel finden:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{1+\eta}}, \text{ wo}$$

$$\eta = 0,505 + 0,303 \cdot \sin \delta + 0,226 \cdot \sin^2 \delta \text{ ist.}$$

Für den Fall, daß $\delta = 45^\circ$ ist, findet man daher $\eta = 0,832$ und $\mu = 0,740$.

§. 108.

Ausfluß durch kurze conische Ansatzröhren.

Man hat zuerst conisch convergente und conisch divergente Ansatzröhren zu unterscheiden, je nachdem, von der Gefäßwand an gerechnet, vor welcher die Ansätze angebracht sind, die Seitenwände der letzteren zusammenlaufen (convergiren) oder aus einander gehen (divergiren). Wie aus dem Nachfolgenden erhellen wird, sind die ersteren fast allein von practischer Wichtigkeit.

Conisch convergente Ansätze vermehren unter sonst gleichen Umständen den Ausfluß noch mehr als cylindrische, liefern regelmäßige Strahlen, deren Sprungweite (S. 249) fast dieselbe als beim Ausflusse durch eine dünne Wand ist, d. h. sie vergrößern gegenüber den cylindrischen Ansätzen auch die Ausflußgeschwindigkeiten. Bei dieser Art von Ansätzen tritt daher die Nothwendigkeit der Einführung von Ausflußcoefficienten und Geschwindigkeitscoefficienten am sichtbarsten vor Augen.

Beide Coefficienten hängen hier wesentlich von dem neu hinzugekommenen Elemente, nämlich von dem Convergenzwinkel, d. h. von dem Winkel ab, welchen die beiden Langseiten des trapezförmigen Längenprofiles, durch die Kegellachse, mit einander bilden.

Die ausgedehntesten und zuverlässigsten Versuche hierüber haben d'Aubuisson und Castel angestellt³⁾, deren Hauptergebnisse folgende Tabelle enthält.

¹⁾ Untersuchungen, Abtheilung 2, S. 106.

²⁾ Ing. Mechanik, Bd. 1, §. 450. Fünfte Auflage.

³⁾ Annales des Mines (1838), Tome XIV, p. 187. Hieraus im Auszuge in d'Aubuisson's Hydraulique, §. 50.

Ansatzröhre von 0 ^m ,0155 Durchmesser und 0 ^m ,040 Länge			Ansatzröhre von 0 ^m ,020 Durchmesser und 0 ^m ,050 Länge		
Convergenz- Winkel	μ	ψ	Convergenz- Winkel	μ	ψ
0° 0'	0,829	0,830			
1 36	0,866	0,866			
3 10	0,895	0,894	2° 50'	0,914	0,906
4 10	0,912	0,910			
5 26	0,924	0,920	5 26	0,930	0,928
7 52	0,929	0,931	6 54	0,938	0,938
8 58	0,934	0,942			
10 20	0,938	0,950	10 30	0,945	0,953
12 4	0,942	0,955	12 10	0,949	0,957
13° 24'	0,946	0,962	13° 40'	0,956	0,964
14 28	0,941	0,966			
16 36	0,938	0,971	15 2	0,949	0,967
19 28	0,924	0,970	18 10	0,939	0,970
21 0	0,918	0,971			
23 0	0,913	0,974	23 4	0,930	0,973
29 58	0,896	0,975	33 52	0,920	0,979
40 20	0,869	0,980			
48 50	0,847	0,984			

Aus dieser Tabelle geht hervor:

1) daß die Ausflußcoefficienten, für dieselbe Oeffnung und Druckhöhe, anfänglich mit den Convergenzwinkeln wachsen, bei 13 bis 14 Grad ihr Maximum erreichen, sodann aber wieder abnehmen und wahrscheinlich bei 180 Grad wieder die Werthe für die dünne Wand erreichen;

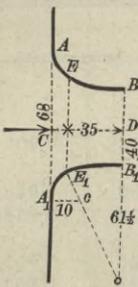
2) daß die Geschwindigkeitscoefficienten bei 0° Convergenz, d. h. bei einer cylindrischen Ansatzröhre, den Ausflußcoefficienten für letztere Arten von Röhren gleich kommen, sodann mit dem Convergenzwinkel wachsen und sich immer mehr der Einheit nähern, bis sie solche (wahrscheinlich) bei 180° Convergenzwinkel erreichen, d. h. der Ansatz wieder in die dünne Wand übergeht.

Bei Gelegenheit genannter Versuche hat man auch die Frage nach der vortheilhaftesten Länge conisch convergenter Ansatzröhren zu beantworten gesucht, ist jedoch zu keinem bestimmten Resultate gelangt. Am Wahrscheinlichsten schien es, diese Länge fünf mal so groß als den Mündungsdurchmesser zu setzen. (?)

Anmerkung. Die Stelle, wo d'Aubuisson und Castel die Versuche über den Ausfluß aus conisch convergenten Röhren anstellten, befand sich unten am Thurme der Toulouser Wasserkunst (S. 204). Die Druckhöhe variirte dabei von 0^m,21 bis 3^m,03 (in obiger Tabelle unbeachtet gelassen, weil sich herausstellte, daß die Druckhöhe unter sonst gleichen Umständen ohne Einfluß auf die Größe von μ und ψ war). Die ausfließende Wassermenge wurde in geachteten Gefäßen aufgefangen, die Geschwindigkeit aber aus den Coordinaten der Parabel, welche der fließende Wasserstrahl bildete (§. 97), berechnet.

Zusatz 1. Zu der Gattung der hier betrachteten Ansatzröhren kann man auch die nach der Gestalt des contractirten Wasserstrahles geformten conoidischen Mundstücke zählen.

Fig. 121.

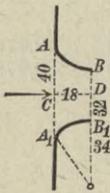


Nach Michelotti¹⁾ sollten, wenn ABB_1A_1 , Fig. 121, ein Mundstück letztgedachter Art ist, die Bögen AEB und $A_1E_1B_1$ verlängerte Cycloiden bilden und in dem Falle, daß sich $AA_1 : BB_1 : CD$ wie $23 : 18 : 9$ verhält, die Versuche ergeben haben: $\mu = \psi = 0,9834$.

Venturi²⁾ fand, wenn $AA_1 = 18$ Linien, $BB_1 = 14,3$ Linien und $CD = 11$ Linien betrug: $\mu = \psi = 0,935$, wobei jedoch die scharfen Ecken bei A und A_1 nicht entfernt waren.

Eytelwein³⁾ fand, wenn $AA_1 = 15$ Linien, $BB_1 = 12$ Linien und $CD = 8$ Linien groß war, bei nicht abgerundeten Ecken $\mu = \psi = 0,9186$, und wenn die scharfen Ecken entfernt worden waren $\mu = \psi = 0,9798$.

Fig. 122.



Nach den von Weisbach⁴⁾ bei seinen Versuchen angewandten Mundstücken sind unsere Figuren 121 so wie 122 gezeichnet, auch geben die eingeschriebenen Zahlen die Dimensionen derselben in Millimetern an.

Bei den weiteren Mundstücken variierten die mit mittleren Druckhöhen von $0^m,1282$ bis $0^m,5959$ und bei den engeren ebenso von $0^m,1921$ bis $0^m,5766$.

Der Mittelwerth von $\mu = \psi$ ergab sich zu $0,970$ für Fig. 121.
 " " " $\mu = \psi$ " " " $0,965$ " Fig. 122⁵⁾.

Zusatz 2. Die Vortheile convergenter Seitenwände an der Ausflußstelle ergeben sich bereits aus §. 103, sind aber auch speciell für große Düsen (buses pyramidales), welche Wasserrädern Aufschlagwasser zuführten, von Lespinnasse⁶⁾ beobachtet worden. Es bildeten diese Düsen (Lutten) abgekürzte Pyramiden von $2^m,923$ Länge, mit rechteckigen Endflächen, wovon die größere $0^m,731$ Breite, $0^m,975$ Länge und die kleinere $0^m,135$ Breite bei $0^m,190$ Länge hatte, die gegenüberliegenden Seiten bildeten Winkel von $11^\circ 38'$ und $15^\circ 18'$. Die Druckhöhe war constant $2^m,923$. Der kleinste beobachtete Ausflußcoefficient war $0,976$, der größte $0,987$.

¹⁾ Hydraulische Versuche, Bd. 1, §. 91 und Anhang §. 24, S. 247, Exp. XVII.

²⁾ Eytelwein, Hydraulik, §. 92 und 95.

³⁾ Hydraulik, §. 97.

⁴⁾ Untersuchungen, Abtheilung 2, S. 147.

⁵⁾ Die theoretische Bestimmung der Dimensionsverhältnisse dieser hier erwähnten Mundstücke, respective der Ermittlung der Form des zusammengezogenen Wasserstrahles, haben bis jetzt sämmtlich zu keinem Ziele geführt. Man sehe deshalb die bereits oben S. 220 und 221 (in der Note) angegebenen Werke und Abhandlungen von Bidone, Gerstner, Navier, Buff, Feilitzsch, Bayer, Scheffler und Boussinesq.

⁶⁾ d'Aubuisson, Hydraulique, Nr. 51.

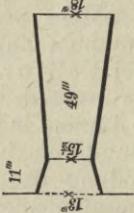
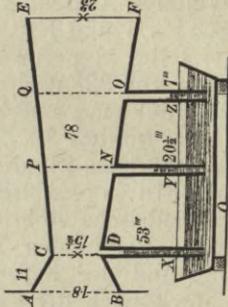
§. 109.

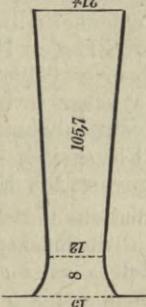
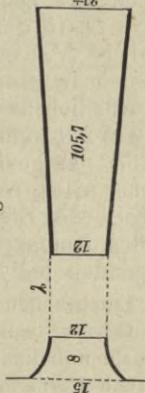
Conisch divergente Ansätze geben im Allgemeinen und unter sonst gleichen Umständen eine kleinere Ausflußmenge als conisch convergente Röhren.

Weiteren Aufschluß hierüber giebt folgende aus den Versuchen Venturi's¹⁾ und Eytelwein's²⁾ zusammengestellte Tabelle. Bei dem ersteren Experimentator war die Druckhöhe fortwährend die constante von $32\frac{1}{2}$ pariser Zoll, während Eytelwein bei veränderlicher Druckhöhe operirte, wie solches bereits §. 107 (Zusatz 1) angeführt worden ist. Alle benannten Zahlenwerthe der Tabelle und zugehörigen Figuren sind bei Venturi in pariser Linien, bei Eytelwein in preußischen Linien ausgedrückt. Mit λ wird allemal eine cylindrische Röhre von 12 Linien innerem Durchmesser bezeichnet. Bei beiden Experimentatoren ist zwischen der Gefäßöffnung und der äußersten Mündung des conischen Ansatzes ein Mundstück nach der Form des zusammengezogenen Wasserstrahles, jedoch mit nicht abgerundeten Ecken angebracht.

¹⁾ Gilb. Annalen, Bd. 2, S. 448.

²⁾ Hydraulik §. 97.

Experimentator	Dimensionen der conisch divergenten Ansätze		Ausflußcoefficienten, bezogen auf den Querschnitt von 18 Linien Durchmesser bei Venturi und auf 12 Linien bei Eytelwein	Ausflußcoefficienten für die äußerste Röhrenmündung	Bemerkungen	Gestalt der Ansatzröhre
	Durchmesser der Mündung	Länge				
Venturi . .	18"	49"	0,924	0,924		 <p style="text-align: center;">Fig. 123.</p>
"	23	78	1,016	0,622		 <p style="text-align: center;">Fig. 124.</p>
"	27	148	1,210	0,538	Die Bewegung des Strahles war unregelmäßig.	

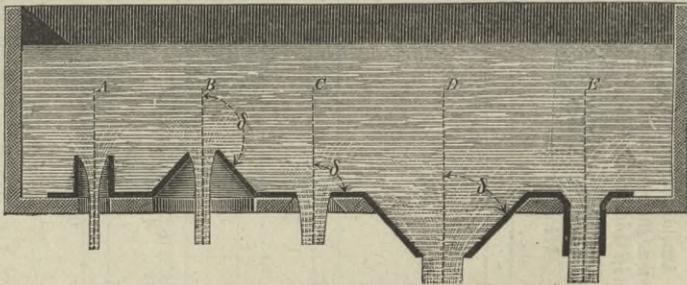
Experimentator	Dimensionen der Ansatzröhre (Vom zweiten Versuche an mit zwischen gebrachter cylindrischer Röhre λ von 12 Linien Durchmesser)		Ausflußcoefficienten, bezogen auf den Querschnitt von 18 Linien Durchmesser bei Venturimesser und auf 12 Linien bei Eytelwein	Ausflußcoefficienten für die äußerste Röhrenmündung	Bemerkungen	Gestalt der Ansatzröhre
	Durchmesser der Mündung	Länge				
Eytelwein.	21,5	105,75	1,5526	0,483		 <p style="text-align: center;">Fig. 125.</p>
"	"	117,75	1,3362	0,416	$\lambda=12$ Linien lang	
"	"	141,75	1,3362	0,416	$\lambda=36$ Linien lang	
"	"	249,75	1,1051	0,344	$\lambda=144$ Linien lang	 <p style="text-align: center;">Fig. 126.</p>
"	"	537,75 ¹⁾	0,9073	0,283	$\lambda=432$ Linien lang	

¹⁾ Eytelwein bemerkt a. a. O. S. 112, daß bei einer 20 Fuß langen Röhre λ und bei stets 3 Fuß Druckhöhe das ausfließende Wasserquantum dasselbe blieb, es mochte das conisch convergente Ansatzrohr vorhanden sein oder nicht; auch war es nicht möglich, zu bewerkstelligen, daß letzteres Rohr vom Wasser ausgefüllt wurde.

Bei dem zweiten Venturi'schen Versuche brachte man in der Weise, wie Fig. 124 zeigt, drei Glasröhren an; die erste DX in der Verengung CD , in der Entfernung von 26 Linien von ihr und von einander, die NY und OZ . Die unteren Enden dieser drei Röhren mündeten in einem mit Quecksilber gefüllten Gefäße Q . Während des Ausfließens stieg das Quecksilber in der Röhre DX auf 53, in NY auf $20\frac{1}{2}$ und in OZ auf 7 Linien Höhe, Erscheinungen, die der in §. 79 aufgestellten Theorie vollkommen entsprechen, vermöge welcher die Pressung des Wassers im Innern der Röhre mit dem Wachsen des Strahlquerschnittes abnimmt. Venturi soll dieses Mittel des Aufsaugens der Flüssigkeiten zur Austrocknung sumpfiger Gegenden bei Modena angewandt haben¹⁾

Zusatz. Entsprechend der wiederholten Bemerkung, daß das mathematische Gesetz, welchem die Ausflußcoefficienten unterworfen sind, immer noch unbekannt ist, muß es ganz angemessen bezeichnet werden, empirische Formeln aufzustellen, die aus bekannten Versuchen abgeleitet worden sind und von denen aus man für ähnliche Verhältnisse auf die Größe der verlangten Coefficienten schließt. Eine solche empirische Formel ist u. a. (als sogen. Contractionsscala von Herrn Dr. Zeuner²⁾ für die in Fig. 127 skizzirten 5 Mündungsverhältnisse auf Grund von 11 Weisbach'schen Versuchen aufgestellt worden.

Fig. 127.



Sämmtliche Mundstücke hatten kreisförmige Querschnitte von 2 Centimeter Mündungsweite, während die angewandten Druckhöhen von 1 bis 10 Fuß variirten. Die Kanten der Einmündung des äußeren Ansatzrohres und der convergenten Mündungsstücke waren überdies abgerundet, um das Wasser ohne Entstehung von Wirbeln und daher ohne Verlust an mechanischer Arbeit in die Mündung eintreten zu lassen.

Mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate gelangte Zeuner zu folgender empirischer Formel, in welcher μ_x den aus dem gegebenen Abweichungswinkel δ ³⁾ zu berechnenden Ausflußcoefficienten bezeichnet:

$$\mu_x = 0,63850 + 0,21207 \cos^3 \delta + 0,10645 \cos^4 \delta.$$

Aus nachstehender Tabelle erhellt, wie die hieraus berechneten Werthe mit den Versuchsergebnissen übereinstimmen.

¹⁾ Munke, Handbuch der Naturlehre. Erster Theil, S. 163.

²⁾ Der Civilingenieur (Neue Folge), Bd. 2 (1856), S. 53.

³⁾ δ ist der Winkel, um welchen die Richtung der seitwärts der Mündung zufließenden Wasserstrahlen von der Mündungsachse abweicht.

Nr. des Versuchs	Abweichungswinkel = δ	Beobachteter Ausflußcoefficient = μ	Berechneter Ausflußcoefficient μ_x	Differenzen $\mu = \mu_x$
1	0°	0,9660	0,9570	+ 0,0090
2	$5\frac{3}{4}^\circ$	0,9490	0,9517	- 0,0027
3	$11\frac{1}{4}^\circ$	0,9243	0,9371	- 0,0128
4	$22\frac{1}{2}^\circ$	0,8823	0,8833	- 0,0010
5	45°	0,7530	0,7372	+ 0,0158
6	$67\frac{1}{2}^\circ$	0,6841	0,7159	- 0,0318
7	90°	0,6317	0,6385	- 0,0068
8	$112\frac{1}{2}^\circ$	0,6058	0,6039	+ 0,0019
9	135°	0,5766	0,5912	- 0,0146
10	$157\frac{1}{2}^\circ$	0,5459	0,5488	- 0,0029
11	180°	0,5411	0,5429	- 0,0018

§. 110.

Einfluß der Mündungsart auf Geschwindigkeitshöhe und mechanische Arbeit des ausströmenden Wassers.

Bezeichnen wir mit a den Querschnitt der Ausflußmündung, behalten aber sonst die bisherigen Bezeichnungen bei, so ist für die Geschwindigkeit v und Wassermenge Q pro Secunde zu setzen:

$$v = \psi \sqrt{2gH}, \quad Q = \mu a \sqrt{2gH}.$$

Aus ersterem Werthe ergibt sich die Geschwindigkeits- oder Steighöhe des Strahles zu:

$$\frac{v^2}{2g} = \psi^2 H.$$

Wird ferner die dem Wasser inwohnende natürliche oder Totalarbeit mit \mathcal{A} , die resultirende oder Nutzarbeit mit \mathcal{A}_1 bezeichnet, so erhält man noch:

$$\mathcal{A}_1 = \frac{1}{2} \frac{\gamma Q}{g} v^2 = \mu \psi^2 \gamma a H \sqrt{2gH} = \mu \psi^2 \cdot \mathcal{A}.$$

Hiernach läßt sich aus den Ergebnissen der vorhergehenden Paragraphen folgende für die Praxis nicht unwichtige Zusammenstellung machen:

Art der Mündung.	ψ	μ	Resultirende Steighöhe $= \psi^2 \cdot H$	Resultirende mechanische Arbeit $= \mu \psi^2 \cdot \mathcal{A}$
Dünne Wand	0,970	0,620	0,951 $\cdot H$	0,583 $\cdot \mathcal{A}$
Conoidisches Mundstück nach der Form des zusammengezogenen Strahles	0,980	0,970	0,960 $\cdot H$	0,941 $\cdot \mathcal{A}$
Kurze (äußere) cylindrische Ansatzröhre	0,820	0,820	0,672 $\cdot H$	0,551 $\cdot \mathcal{A}$
Conisch convergenter Ansatz von $13^\circ 40'$ Convergenzwinkel	0,964	0,956	0,895 $\cdot H$	0,822 $\cdot \mathcal{A}$
Eytelwein'scher conisch divergenter Ansatz der größten Wassermenge	0,483	0,483	0,233 $\cdot H$	0,113 $\cdot \mathcal{A}$

Hieraus folgt vornämlich, daß man, unter sonst gleichen Umständen, zur Erreichung einer großen Steig- oder Sprunghöhe des Wassers, den Ausfluß durch dünne Wand oder geeignete conoidische Ansätze, zur Hervorbringung der größtmöglichen mechanischen Arbeit aber durch conisch convergente Ansätze mit vortheilhaften Neigungswinkeln wird geschehen lassen müssen.

Ausfluß bei Ueberfällen.

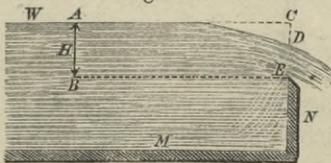
II. Mündungen ohne Druckhöhe über der oberen Kante.

§. 111.

a. Vollkommene Ueberfälle.

Wie bereits S. 200 bemerkt wurde, wird jede rechtwinklige Oeffnung in der Seitenwand eines Behälters MN , Fig. 128, deren obere Seite entweder gänzlich fehlt, oder bei welcher der ruhige Wasserspiegel unter dieser Seite liegt, ein Ueberfall genannt. Beim Fließen des Wassers aus einer derartigen Oeffnung senkt sich der horizontale Wasserspiegel AW von einer gewissen Stelle A an mehr oder weniger, so

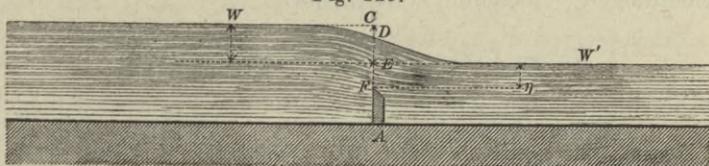
Fig. 128.



daß der Strahl unmittelbar über der Ausflußkante E bei Weitem dünner ist, als an irgend einer anderen Stelle rückwärts von E aus gerechnet¹⁾.

Wenn hierbei die Abflußkante E , wie in Fig. 128, über dem Spiegel des Unterwassers liegt, heißt der Ueberfall ein vollkommener; wenn dies jedoch nicht der Fall ist, sondern, wie in Fig. 129, die Ueberfallskante F tiefer als der Unterwasserspiegel W' liegt, wird der Ueberfall ein unvollkommener genannt.

Fig. 129.



Nach vorstehender Erklärung wird man die pro Secunde über einen vollkommenen Ueberfall strömende Wassermenge mittelst der Formel I. S. 245 berechnen können, sobald man dort h gleich Null setzt und die Druckhöhe H , als Abstand AB des ungesenkten Wasserspiegels von der Abflußkante E , in gehöriger Entfernung (mindestens einen Meter) rückwärts von E mißt. Man erhält also

$$\text{I. } Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left\{ \left(H + \frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right\}.$$

Nimmt man ferner an, daß die Geschwindigkeit c des zufließenden Wassers entweder klein genug ist, um vernachlässigt werden zu können, oder daß deren Einfluß durch den entsprechend bestimmten Ausflußcoefficienten μ corrigirt werden kann, so ergiebt sich die Formel:

$$\text{II. } Q = \frac{2}{3} \mu b H \sqrt{2gH}.$$

Anmerkung. Außer den vorstehenden beiden Formeln, wovon die letztere gewöhnlich die Dubuat'sche²⁾ genannt wird, hat man auch noch die I. §. 95: $Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left\{ H^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}} \right\}$, wo $h = CD$, Fig. 128,

so wie II. §. 95: $Q = \mu b (H-h) \sqrt{2g \left(\frac{H+h}{2} \right)}$ und endlich eine

von Navier³⁾ vorgeschlagene $Q = 2,561 \cdot \mu \cdot b H^{\frac{3}{2}}$ (für Metermaße) in Anwendung gebracht, wovon jedoch keine, den Versuchen gegenüber, so wenig abweichende Resultate als die II. liefert, weshalb dieselbe, natürlich auch mit Rücksicht auf ihre Einfachheit, gegenwärtig fast ausschließlich angewandt wird.

Wir benutzen jedoch diese Gelegenheit, um auf die höchst interessante Art der Herleitung der Navier'schen Formel (mittelst

¹⁾ Man beachte deshalb noch besonders S. 201, Note 1.

²⁾ Principes d'hydraulique, Tome I, §. 142. (Ausgabe von 1816.)

³⁾ Dessen Ausgabe von Bélidor's Architecture hydraulique, S. 299, Note (cm).

des sogenannten Principes der kleinsten Wirkung) aufmerksam zu machen.

Ersetzt man in der Gleichung (1) S. 243 h durch x , so ergibt sich die mittlere Geschwindigkeit zu $\frac{2}{3} \frac{H^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{3}{2}}}{H - x} \sqrt{2g}$, die Wassermenge zu $\frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left\{ H^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{3}{2}} \right\}$ und daher die dem abfließenden Wasser inwohnende lebendige Kraft, wenn sonst die früheren Bezeichnungen beibehalten werden, zu:

$$\frac{1}{2} Mv^2 = \frac{1}{2} \frac{\gamma}{g} \cdot \frac{8}{27} \cdot \mu b \sqrt{(2g)^3} \cdot \frac{[H^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{3}{2}}]^3}{(H - x)^2}.$$

Die Summe der lebendigen Kräfte der Flüssigkeitstheilchen, welche durch den Querschnitt ED , Fig. 128, gehen, ist daher der Function proportional:

$$\frac{(H^{\frac{3}{2}} - x^{\frac{3}{2}})^3}{(H - x)^2}.$$

Die erste Abgeleitete dieses Werthes Null gesetzt, liefert ohne Weiteres die Gleichung:

$$5x^{\frac{3}{2}} - 9Hx^{\frac{1}{2}} + 4H^{\frac{3}{2}} = 0,$$

woraus $x = 0,2753 \cdot H$ folgt, d. h. die Dicke DE des über die Kante E strömenden Strahles wäre 0,7247 oder etwas über $\frac{7}{10}$ der Druckhöhe. Ferner ist $Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left\{ H^{\frac{3}{2}} - (0,2753H)^{\frac{3}{2}} \right\}$ u. s. w.

So viel Wahrscheinlichkeit auch die Hypothese für sich hat, welche letzterer Rechnung zu Grunde liegt, so stimmt sie doch eben so wenig mit der Erfahrung, wie andere von Scheffler¹⁾ und Braschmann²⁾ versuchte Modificationen derselben. Der hierbei besonders wichtige Gegenstand, die Strahldicke über der Abflußkante, wird in den nachfolgenden Paragraphen weiter erörtert und sind es Versuche von Lesbros³⁾ und theoretische Betrachtungen von Boileau⁴⁾ und Braschmann, welche, mit Bezug auf geeignete Experimente, hierüber einigen Aufschluß geben.

§. 112.

Practisch brauchbare Versuche über den Ausfluß bei Ueberfällen sind namentlich angestellt worden von Dubuat⁵⁾, Eytelwein⁶⁾, Bidone⁷⁾, Poncelet und Lesbros⁸⁾, Castel⁹⁾ und

¹⁾ Die Principien der Hydrostatik und Hydraulik, §. 92.

²⁾ Schweizerische Polytechn. Zeitschr. Bd. 9 (1864), S. 1—12.

³⁾ Expériences Nr. 167. Paris 1851.

⁴⁾ Traité de la mesure des eaux courantes. Paris 1854, Pg. 78 etc.

⁵⁾ Principes d'hydraulique, Nr. 412.

⁶⁾ Handbuch der Mechanik und Hydraulik, §. 104 und S. 201 gegenwärtigen Buches.

⁷⁾ Turiner Memoiren, Bd. 28 und hieraus Weisbach in Hülse's Maschinenencyclopädie, Bd. 1, S. 480.

⁸⁾ Expériences (von 1828), Nr. 110.

⁹⁾ d'Aubuisson, Hydraulique, Nr. 72.

Lesbros¹⁾, ferner von Boileau²⁾, Weisbach³⁾, Francis⁴⁾ und Bornemann⁵⁾.

I. Versuche von Lesbros.

Aus den von Lesbros allein (in den Jahren 1829—1834) angestellten Versuchen wurden für vollkommene Ueberfälle (auszugsweise) nachstehende zwei Tabellen entlehnt.

Tabelle⁶⁾

der Ausflußcoefficienten = $\frac{2}{3} \mu$ der Formel $bH \sqrt{2gH}$ für Ueberfälle von $0^m,2$ Breite, mündend in die freie Luft.

(Die Druckhöhen sind gehörig entfernt von der Ueberlaßschwelle gemessen.)

Druckhöhen über der Basis der Abflußkante	Behälter und Ueberfall im Grund und Aufriß entsprechen der Anordnung Fig. 103:										
	A, a	A, b	A, c	B, a	B, d	B, e	A, d	A, e	A, f	A, g	
Meter											
0,010	0,424	0,431	0,436	0,384	0,362	0,292	0,457	0,457	0,492	0,446	
0,015	0,421	0,427	0,432	0,394	0,371	0,305	0,450	0,450	0,481	0,441	
0,020	0,417	0,424	0,428	0,402	0,379	0,318	0,446	0,444	0,473	0,437	
0,030	0,412	0,418	0,422	0,410	0,388	0,337	0,437	0,435	0,459	0,430	
0,040	0,407	0,413	0,416	0,411	0,394	0,352	0,430	0,429	0,449	0,424	
0,050	0,404	0,408	0,411	0,411	0,398	0,362	0,425	0,426	0,442	0,419	
0,060	0,401	0,405	0,407	0,410	0,400	0,370	0,420	0,424	0,437	0,416	
0,070	0,398	0,403	0,405	0,409	0,402	0,375	0,416	0,422	0,435	0,412	
0,080	0,397	0,401	0,402	0,409	0,403	0,379	0,413	0,421	0,434	0,409	
0,090	0,396	0,399	0,400	0,409	0,404	0,380	0,411	0,421	0,434	0,407	
0,100	0,395	0,398	0,399	0,408	0,405	0,382	0,409	0,420	0,434	0,405	
0,120	0,394	0,396	0,396	0,408	0,406	0,383	0,407	0,420	0,434	0,403	
0,140	0,393	0,395	0,395	0,408	0,407	0,383	0,407	0,422	0,434	0,403	
0,160	0,393	0,394	0,394	0,407	0,407	0,384	0,405	0,424	0,433	0,403	
0,180	0,392	0,393	0,393	0,406	0,408	0,383	0,404	0,424	0,432	0,403	
0,200	0,390	0,391	0,391	0,405	0,408	0,383	0,402	0,424	0,432	0,403	
0,250	0,379	0,383	0,383	0,404	0,407	0,381	0,396	0,422	0,428	0,401	
0,300	0,371	0,375	0,375	0,403	0,406	0,378	0,390	0,418	0,424	0,398	

¹⁾ Expériences (von 1829—1834), Nr. 281 etc.

²⁾ a. a. O., Pg. 40 etc.

³⁾ Ing.-Mechanik, Bd. 1. Erste Auflage (1845), S. 419. Fünfte vom Professor Herrmann besorgte Auflage, S. 992.

⁴⁾ Lowell, Hydraulic Experiments. Boston 1855, Pg. 70 unter der Ueberschrift: „Experiments on the flow of water over weirs“.

⁵⁾ Die Zeitschrift „Der Civil-Ingenieur“, Bd. 16, Jahrg. 1870, S. 291 und Bd. 22, Jahrg. 1876, S. 89.

⁶⁾ Expériences, Pag. 484.

Tabelle 1)

der Ausflußcoefficienten $= \frac{2}{3} \mu$ der Formel $bH\sqrt{2gH}$ für Ueberfälle von $0^m,2$ Breite außerhalb mit offenen, rechteckulären Gerinnen von gleicher Breite versehen.

(Die Druckhöhen sind gehörig entfernt von der Ueberlaßschwelle gemessen.)

Druckhöhen über der Basis der Abflußkante	Behälter und Ueberfall entsprechen in Grund- und Aufriß der Anordnung Fig. 104:							
	C, k	D, k	D, m	D, n	C, m	C, n	D, p	$C, E,$ $n^2)$
Meter								
0,010	—	—	—	—	0,382	0,395	—	0,406
0,015	—	—	—	—	0,375	0,388	—	0,400
0,020	0,196	0,208	0,201	0,175	0,368	0,383	0,190	0,395
0,030	0,234	0,232	0,228	0,205	0,358	0,373	0,222	0,385
0,040	0,263	0,251	0,250	0,234	0,351	0,365	0,250	0,379
0,050	0,278	0,268	0,267	0,260	0,346	0,360	0,272	0,375
0,060	0,286	0,281	0,280	0,276	0,344	0,355	0,286	0,372
0,070	0,292	0,288	0,289	0,285	0,343	0,352	0,296	0,371
0,080	0,297	0,294	0,295	0,291	0,341	0,349	0,304	0,371
0,090	0,301	0,298	0,300	0,295	0,340	0,347	0,309	0,370
0,100	0,304	0,302	0,304	0,299	0,340	0,345	0,313	0,369
0,120	0,309	0,308	0,310	0,306	0,338	0,343	0,320	0,369
0,140	0,313	0,312	0,314	0,311	0,336	0,341	0,325	0,368
0,160	0,316	0,316	0,317	0,315	0,334	0,340	0,329	0,367
0,180	0,317	0,319	0,319	0,319	0,333	0,339	0,333	0,367
0,200	0,319	0,323	0,322	0,322	0,331	0,338	0,335	0,366
0,250	0,321	0,329	0,326	0,329	0,328	0,336	0,341	0,364
0,300	0,324	0,332	0,329	0,332	0,326	0,334	0,345	0,361

Beim Gebrauche vorstehender Tabellen hat man wohl in's Auge zu fassen, daß Lesbros Versuchen³⁾ gemäß zwei Classen von Ueberfällen zu unterscheiden sind, je nachdem die Breite der Abflußkante b derselben kleiner oder größer wie $\frac{1}{10}$ der Breite B des Wasserzuführcanales ist.

Erste Classe von Ueberfällen, wenn $b < \frac{1}{10} B$, jedoch $b > 0^m,08$ ist. Hierbei sind die Ausflußcoefficienten von den Breiten b und B und deren Verhältnissen ganz unabhängig und ergeben sich entweder unmittelbar aus Columne I. der ersten vorstehenden Tabelle, welche der Anordnung A, a , Fig. 102, entspricht, oder man leitet sie durch Interpolation aus der Columne derselben Tabelle ab, welche zur Anordnung B, a , Fig. 102, gehört, je nachdem die Entfernung der Ueberfallskante von dem Boden des Zufußbehälters größer oder kleiner wie $0^m,54$ ist.

Zweite Classe von Ueberfällen, wenn $b > \frac{1}{10} B$ ist. In diesem Falle hat man die den jedesmaligen Werthen von $\frac{b}{B}$

1) Expériences, Pag. 488.

2) Behälter wie bei C , dagegen E ein Gerinne bezeichnet, welches bei $2^m,5$ Länge eine Neigung von $\frac{1}{10}$ gegen den Horizont hat.

3) Lesbros a. a. O., Nr. 306, Pag. 245.

entsprechenden Ausflußcoefficienten aus der Columne jener Tabelle schätzungsweise zu entnehmen, welche den Anordnungen *Ac*, *Ae* und *Af*, Fig. 102, entsprechen, sobald der Abstand der Abflußkante vom Canalboden gleich oder größer ist wie $0^m,54$. Ist jedoch letztgedachter Abstand kleiner wie $0^m,54$, so sind die Coefficienten aus denen herzuleiten, welche der Anordnung *Be* verglichen mit *Ae*, Fig. 102, angehören¹⁾.

Zur Beurtheilung des Einflusses der Wanddicke der Ueberfallskante bei Ueberfällen hat Lesbros ebenfalls Versuche angestellt, und zwar mit einer Mündung, wobei die horizontale Basis und die verticalen Seiten gleichmäßig $0^m,05$ Dicke hatten, ferner die Abflußkante eine Breite $b=0^m,60$ und der Zufußcanal die Breite $B=3^m,68$ besaß, die Abflußkante $0^m,54$ vom Canalboden abstand, der Strahl unmittelbar in die freie Luft strömte und die sonstigen Anordnungen der von *A*, *a*, Fig. 102, gleich kamen.

Die betreffenden Werthe $\frac{2}{3}\mu$ des Ausflußcoefficienten der Formel $Q = bHV\sqrt{2gH}$ enthält folgende Tabelle:²⁾

Druckhöhe = <i>H</i> (weit von der Uebergangskante ge- messen)	$0^m,01$	$0^m,02$	$0^m,03$	$0^m,04$	$0^m,05$	$0^m,06$	$0^m,07$	$0^m,08$	$0^m,09$	$0^m,10$	$0^m,12$	$0^m,14$	$0^m,16$
$\frac{2}{3}\mu$	0,424	0,421	0,418	0,416	0,414	0,412	0,410	0,409	0,407	0,406	0,403	0,401	0,399
<i>H</i>	$0^m,18$	$0^m,20$	$0^m,25$	$0^m,30$	$0^m,35$	$0^m,40$	$0^m,45$	$0^m,50$	$0^m,60$	$0^m,70$	$0^m,80$	$0^m,90$	$1^m,00$
$\frac{2}{3}\mu$	0,397	0,395	0,392	0,391	0,391	0,391	0,391	0,391	0,390	0,390	0,390	0,389	0,389

II. Versuche und Formeln von Weisbach.

Obwohl die Versuche von Castel und d'Aubuisson (S. 204) lehrten, daß die Abflußmengen bei Ueberfällen, unter sonst gleichen Umständen, mit dem Verhältnisse zwischen der Breite des Ueberfalles und des Wasserzführcanales wachsen und daß demnach die Wasserquanta am größten sind, wenn der Ueberfall die ganze Breite des Canales einnimmt³⁾; so war es doch erst Weisbach, dem es gelang, aus seinen im Jahre 1842 begonnenen Versuchen,

¹⁾ Diese unsichere, umständliche Bestimmungsweise der Ausflußcoefficienten für Ueberfälle der zweiten Classe wird durch die Versuche Weisbach's über unvollkommene Contraction völlig beseitigt.

²⁾ a. a. O. Nr. 322, Pag. 487.

³⁾ Nach jenen Versuchen sind unter übrigens gleichen Umständen und Verhältnissen bei den relativen Breiten

$$\frac{b}{B} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 1,00 & 0,90 & 0,80 & 0,70 & 0,60 & 0,50 & 0,40 & 0,30 & 0,25 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Die Ausflußcoefficient. } \mu = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline 0,664 & 0,657 & 0,646 & 0,635 & 0,624 & 0,615 & 0,608 & 0,599 & 0,596 \\ \hline \end{array}$$

auch für den Ausfluß durch Ueberfälle, das Gesetz der unvollkommenen Contraction (S. 205 und S. 221) nachzuweisen.

Allerdings läßt sich der Einfluß der Geschwindigkeit c (§. 111), womit sich das Wasser im Zufußcanale ersetzt, durch die (ebenfalls zuerst von Weisbach aufgestellte)¹⁾ Gleichung

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left\{ \left(H + \frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right\}$$

in Rechnung ziehen, da offenbar $c = \frac{Q}{B \cdot T}$ ist, wenn B (wie vorher) die Breite des gedachten Canales und T die Wassertiefe desselben stromaufwärts gemessen ist, bevor sich der Wasserspiegel (in der Fig. 128 dargestellten Weise) gesenkt hat; allein die betreffenden Rechnungen sind doch nicht direct zu führen, abgesehen davon, daß damit das erwähnte Gesetz noch nicht hinlänglich ausgedrückt wurde.

Aus desfalligen im Anfange der vierziger Jahre von Weisbach begonnenen Versuchen mit Ueberfällen in dünner Wand bei 20 Centimeter Weite in einem Gerinne von 36 Centimeter Weite, fand dieser fruchtbare und zuverlässige Experimentator:²⁾

$$\text{I. } Q_1 = \mu_0 \left\{ 1 + 1,718 \left(\frac{bH}{BT} \right)^2 \right\} bH \sqrt{2gH}, \text{ wenn } b < B \text{ und}$$

$$\text{II. } Q_2 = \mu_0 \left\{ 1,041 + 0,3693 \left(\frac{H}{T} \right)^2 \right\} bH \sqrt{2gH}, \text{ wenn } b = B \text{ ist.}$$

Die Ausflußcoefficienten $\mu_0 = \frac{2}{3} \mu$ sind hierzu den Poncelet-Lesbros'schen Versuchen (bei sogenannten Poncelet-Ueberfällen), also den betreffenden Tabellen S. 297 und S. 298, zu entnehmen.

Für beide Formeln, wenn man sie beziehungsweise durch $Q_1 = m_1 bH \sqrt{2gH}$ und $Q_2 = m_2 bH \sqrt{2gH}$ ersetzt, berechnete Weisbach folgende Tabelle:³⁾

$\frac{bH}{BT}$	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	
$\frac{m_1}{\mu_0}$	1,000	1,000	1,001	1,003	1,007	1,014	1,026	1,044	1,070	1,107	
$\frac{H}{T}$	0,00	0,05	0,01	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$\frac{m_2}{\mu_0}$	1,041	1,042	1,045	1,049	1,056	1,064	1,074	1,086	1,100	1,116	1,133

¹⁾ Zuerst nachgewiesen in Hülse's Maschinenencyclopädie, Bd. 1 (1841), S. 490 mit der Bemerkung, daß die betreffende Formel in Nr. 79 der d'Aubuisson'schen Hydraulik (Zweite Auflage) $Q = \frac{2}{3} \mu bH \sqrt{H + 0,115 c^2}$, wo c die Geschwindigkeit des zufließenden Wassers bezeichnet, nicht richtig ist.

²⁾ Die Experimental-Hydraulik. Freiberg 1855, S. 130 und 131.

³⁾ Weisbach, Ing.-Mechanik. Bd. 1, S. 993. Fünfte Auflage.

Für μ_0 läßt sich (nach den angegebenen Tabellen der Poncelet-Lesbros'schen Versuche) setzen:

$\mu_0 =$	0,412	0,407	0,401	0,397	0,395	0,393	0,390
Wenn H in Metern =	0,03	0,04	0,06	0,08	0,10	0,15	0,20

Gegen die allgemeine Anwendbarkeit dieser Weisbach'schen Formeln sind wiederholt Bedenken erhoben worden, meist dahin gehend, daß ihre Resultate Versuchen mit verhältnißmäßig zu geringen Ueberfallsbreiten (im Maximum bis zu $b = 0^m,40$) entlehnt sind und daß sie überdies der Poncelet'schen Ausflußcoefficienten bedürfen, die mit Ueberfällen von zu geringer Breite $b = 0^m,20$ gewonnen wurden.

An einer Stelle¹⁾ wird deshalb gerathen, bei sehr breiten Ueberlaßschwellen, z. B. von $b = 3^m,6$ Breite, den Ueberfall in zwei Theile zerlegt zu denken, nämlich bestehend aus einem (sogenannten) Poncelet-Ueberfall von $0^m,20$ Breite, der aus den beiden Randstücken zusammengeschoben wurde, und aus einem Ueberfalle über die ganze Wand von $3,60 - 0,20 = 3,40$ Breite etc. Diesem Rathe dürfte jedenfalls beizustimmen sein.

III. Versuche und Formeln von Boileau²⁾.

Die so eben erwähnten Bedenken gegen die Weisbach'schen Formeln zur Berechnung von Ausflußmengen durch Ueberfälle, veranlaßten auch Boileau, die bereits S. 206 erwähnten Versuche mit solchen Oeffnungen anzustellen, deren Abflußkante über die ganze Breite des Zuführcanales reichte (wo also $B = b$ war) und wobei die absolute Größe von $0^m,288$ bis $1^m,616$ betrug.

Entsprechend diesen Versuchen hält es Boileau, abweichend von allen andern Experimentatoren, für erforderlich, in die zur Berechnung der Wassermenge über die (zugeschräkten) Schwellen gedachter Ueberfälle, das sogenannte Oberflächen-Gefälle $H - e = DC$, Fig. 128, wenn die Strahldicke über der Abflußkante E , d. i. $\overline{ED} = e$ gesetzt wird, in die Formel aufzunehmen, so wie auch die Höhe der Abflußkante E über den Boden M des Zuführcanales (welche Höhe er mit S bezeichnet) zu berücksichtigen.

Weiter rath Boileau, zur Berechnung der secundlichen Wassermenge Q die Gleichung I, §. 81 (für den Fall, daß $P = p$) zu verwenden und daher, weil (mit Bezug auf die Bezeichnungen in vorstehenden Paragraphen) $h = H - e$, $a = b \cdot H$ und $A = b(H + S)$ ist, zu schreiben:

¹⁾ Brückmann im Polytechn. Centralblatt, Jahrg. 1849, S. 1030 und S. 1037.

²⁾ Zuerst veröffentlicht und besprochen im Pariser Journal de l'école polytechnique, 33^e Cahier, Tome XIX (1850), Pg. 129—234.

$$Q = bH \sqrt{\frac{2g(H-e)}{1 - \left(\frac{H}{H+S}\right)^2}}$$

Diesen Werth aber gleich zu setzen:

$$Q = \mu bH \sqrt{2gH},$$

so daß sich μ aus der Gleichung berechnen läßt:

$$\mu = \sqrt{\frac{\left(1 - \frac{S}{H}\right)}{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{S}{H}\right)^2}}}$$

Bezeichnet man hiernach, wie Boileau, $\frac{e}{H}$ mit k , so folgt:

$$\text{I. } \mu = \frac{\sqrt{1-k}}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{S}{H}}\right)^2}} \text{ und somit}$$

$$\text{II. } Q = \frac{\sqrt{1-k}}{\sqrt{1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{S}{H}}\right)^2}} bHV\sqrt{2gH}, \text{ wie Boileau a. a. O. } ^1)$$

Um wenigstens für einen Fall den Grad der Uebereinstimmung der Formel I. mit den Versuchen Boileau's beurtheilen zu können, mag hier folgende Tabelle Platz finden²⁾, welche sich auf 13 Versuche des Genannten bei einem vollkommenen Ueberfall bezieht, wobei $S = 1^m,109$ und $b = 0^m,291$ für die Versuche Nr. 1, 4, 5, 6 und 8, dagegen für die übrigen Versuche $b = 0^m,288$ war.

Tabelle aus Boileau'schen Versuchen zusammengestellt.

Versuchs-Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
In Milli- metern	H	45,7	65,0	82,0	89,5	134,0	167,0	176,0	182,0	208,0	239,0	268,0	285,0	375,0
	e	38,0	54,0	68,5	75,0	113,4	140,0	149,0	154,0	176,0	202,0	227,0	241,0	320,0
$\mu =$	Versuch	0,4061	0,4050	0,4069	0,4085	0,4125	0,4125	0,4147	0,4179	0,4132	0,4218	0,4262	0,4248	0,4242
	Rechnung	0,4107	0,4119	0,4068	0,4036	0,3943	0,4056	0,3953	0,3963	0,3971	0,3997	0,3988	0,4113	0,3959

¹⁾ Pg. 182 im Journal de l'école polytechnique, Cahier 33 (1850) und Pg. 87 des Separatwerkes „Traité de la mesure des eaux courantes“ vom Jahre 1854. Auch Bornemann im Civil-Ing., Bd. 2 (1856), S. 73 ff.

²⁾ Tableau Nr. XVI, Pg. 90 des Separatwerkes.

Auf noch andere, mehr oder weniger werthvolle practische Erörterungen und Versuche Boileau's, Messungen der Druckhöhen H , der Strahldicke e und Ermittlung von Ausflußcoefficienten, kommen wir später mehrmals zurück. Hier werde jedoch noch Folgendes beigefügt: Bei Ueberfällen, deren scharfe Abflußkanten schief gegen die Stromrichtung gestellt sind, fand Boileau die Ausflußmenge 0,942 und 0,911 von derjenigen des Normalüberfalles, wenn der Winkel, den die Abflußkante mit dem Gerinnboden bildet, beziehungsweise 45° und $26^\circ 35'$ ist. Bei Ueberfällen, die aus zwei geraden, unter 45° an die Seitenwände stoßenden Flügeln bestehen, deren gemeinschaftliche Kante durch einen Viertelkreis abgerundet und deren Schwelle abgeschrägt ist, berechnet man die Ausflußmenge wie bei schiefen Ueberfällen und führt als Breite die Summe der beiden geraden Flügel, vermehrt um die halbe Sehne des Abrundungsbogens, ein. Bei einem nach dem Oberwasser zu geneigten Ueberfalle mit scharfer Kante, dessen verticale Höhe sich zu seiner Basis wie 3 : 1 verhält, beträgt die Ausflußmenge 0,973 der unter gleichen Verhältnissen über einen senkrechten Ueberfall abfließenden Wassermenge. Ueberfälle mit ebener Schwelle von 95 Millimeter Dicke geben bei freiem Strahl 0,982 und bei gestörtem Strahl 0,993 der Ausflußmenge des Normaltypus. Ist die Schwelle eben so stark, aber im Halbkreis abgerundet, so beträgt die Ausflußmenge 22 Procent mehr als bei scharfer Kante und ist das Ueberfallsbrett außerdem im Verhältniß 3 : 1 geneigt, so fließt nur $\frac{1}{2}$ Procent weniger aus als bei normalem Stande.

Der Verfasser räth, sowohl das Capitel der Ueberfälle letzterer Art im 2. Buche, 2. Abschnitt, §. I bis §. VI im Boileau'schen Hauptwerke, als auch den folgenden §. VII in betreffenden Fällen zu studiren, indem letzterer Paragraph wichtige Versuche enthält, welche den Einlauf des Wassers bei Kropfrädern mit Ueberfall-schützen betreffen.

IV. Versuche von Castel und Formel von Redtenbacher.

Nach Weisbach's Vorgange hat Redtenbacher sich bemüht, die S. 204 und S. 205 erörterten Versuche Castel's zur Aufstellung eines (wenigstens theilweise auf das Gesetz der vollkommenen Contraction basirten) Ausdruckes für die secundliche Wassermenge Q zu benutzen¹⁾ und ist dabei (unter Beibehaltung der bisherigen Bezeichnungen) zu folgender Gleichung gelangt:

$$Q = \left(0,381 + 0,062 \frac{b}{B} \right) bH \sqrt{2gH}.$$

Für $b = B$ wird letztere Formel zu:

$$Q = 0,443 bH \sqrt{2gH}.$$

¹⁾ In Redtenbacher's „Theorie und Bau der Wasserräder“, Mannheim 1846, findet sich der betreffende Werth von Q noch nicht, wohl aber in der ersten Auflage der 1848 erschienenen „Resultate für den Maschinenbau“, also viel später, als Weisbach das Gesetz der unvollkommenen Contraction aufgestellt hatte.

Redtenbacher hebt ausdrücklich hervor, daß zur Benutzung dieser Formeln der Ueberfall folgende Eigenschaften haben muß, um diese Gleichung zur Berechnung der pro Secunde in Cubikmetern über eine scharfe Kante abfließenden Wassermenge Q benutzen zu können:

1) Muß der Querschnitt des Wasserkörpers im Zuflußcanale ($B \cdot T$) 5 Mal größer als der Querschnitt $b \cdot H$ sein.

2) Muß die Breite b des Ueberfalles wenigstens den dritten Theil von der Canalbweite B betragen.

3) Muß der Ueberfall mit einer horizontalen und scharfen Kante versehen sein.

4) Muß sich die Kante des Ueberfalles wenigstens in einer Höhe $2H$ über dem Spiegel des Unterwassers befinden.

Diese Redtenbacher'sche Formel hat den Vortheil, daß sie nicht von den Coefficienten der Poncelet-Lesbros'schen Mündungen abhängt, die außerdem nur Versuchen entsprechen, welche mit Ueberfällen von $0^m,20$ Breite angestellt wurden.

V. Versuche und Formeln von Francis.

Dem amerikanischen Civilingenieur Francis genügten bei Wassermessungen zur Ermittlung des Güteverhältnisses von ihm ausgeführter Turbinen¹⁾, sämtliche in Vorstehendem mitgetheilten und erörterten Formeln besonders deshalb nicht, weil sich die Bestimmung der erforderlichen Ausflußcoefficienten auf Versuche mit (für seine Verhältnisse) zu schmalen Ueberfällen stützt²⁾. Francis bedurfte für seine Zwecke Ueberfälle von $b = 9,9997$ Fuß engl. (rund 10 Fuß) oder von 3,05 Meter, wobei der Zuflußcanal die Breite $B = 13,96$ Fuß engl. oder = 4,36 Meter hatte und die Höhe der Ueberfälle (also S der Boileau'schen Formel) 2,014 Fuß engl. und 5,048 Fuß engl. betrug.

Francis' Beobachtungen und Messungen erstreckten sich auf Ueberfälle in dünner Wand und Contraction auf allen 3 Seiten, dann mit Ueberfällen über die ganze Wand und endlich mit einem wehrförmigen Ueberfalle. In den ersten beiden Fällen bildete die Ueberfallskante eine stromabwärts abgeschrägte eiserne Platte.

Das über die Versuchsüberfälle geflossene Wasser wurde in einer genau cubicirten und gehörig dichten Schleusenkammer (als Aichbassin) gemessen und dabei alle erdenklichen Mittel in Anwendung gebracht, welche ein sicheres und zuverlässiges Messen

¹⁾ Lowell, Hydraulic Experiments etc. Boston 1855, von S. 70 ab unter der Ueberschrift „Experiments on the flow of water over weirs, and in short rectangular canals“. Auszugsweise (von Bornemann) mitgetheilt im 2. Bande (1854), S. 163 des Civilingenieurs.

²⁾ Die colossalen Wassermassen des Merrimackstromes (circa 3600 Cubikfuß pro Secunde und einer Wasserkraft von fast 9000 Maschinenpferden entsprechend) verlangten eine Vertheilung zum Betriebe verschiedener Fabriken in Lowell (Massachusetts), womit man Francis beauftragt hatte.

und Beobachten (Meßstäbe mit Spitzen zum Einstellen, Chronometer, electriche Telegraphen etc.) erfordert.

Von der Weisbach'schen Gleichung S. 295 ausgehend, gelangte Francis, durch allerlei geschickte Wendungen (worüber in den vorher notirten Quellen ausführlich berichtet wird), zu der (empirischen) Formel für die secundliche, in englischen Cubikfuß en ausgedrückte Wassermenge Q :

$$(1) \quad Q = 3,33 [b - 0,1 \cdot nH] H^{\frac{3}{2}},$$

worin n die Zahl der Seitencontractionen (also bei Poncelet-Ueberfällen = 2) ist.

Beiläufig erwähnt, gelangte Francis zu dieser Formel durch die Betrachtung, daß es ihm unrichtig erschien, die Ausflußmenge, wie es die Dubuat'sche Formel §. 111, S. 295 $Q = \frac{2}{3}\mu \sqrt{2g} \cdot bH^{\frac{3}{2}}$ voraussetzt, der Breite b direct proportional anzunehmen, da ja durch die Seitencontraction eine Verminderung der Strahlbreite verursacht wird etc.

Offenbar ist Francis Formel schon deshalb für eine allgemeine Anwendung nicht brauchbar, weil sie für $b = 0,1 \cdot nH$ die Wassermenge $Q = \text{Null}$ giebt.

Für die über die ganze Canalbreite reichenden Ueberfälle, wo $n = \text{Null}$ ist, er giebt sich aus (1):

$$(2) \quad Q = 3,33 bH^{\frac{3}{2}} \text{ (Cubikfuß engl.)}$$

Endlich fand Francis noch für wehrartige Ueberfälle (gewissermaßen ein Modell¹⁾ des 900 Fuß breiten und 24 Fuß hohen hölzernen Wehres im Merrimackstrome bei Lawrence)

$$(3) \quad Q = 3,01208 bH^{1,53} \text{ (Cubikfuß engl.)}$$

Mit der Weisbach'schen Formel stimmt die Francis-Formel Nr. 1 nur dann gut überein (weil diese von dem Coefficienten der Poncelet-Ueberfälle abhängt), wenn man, wie bereits S. 301, Note 1 erörtert wurde, für sehr breite Ueberfälle annimmt, derselbe sei zusammengesetzt aus einem Poncelet-Ueberfalle von 0,20 Meter Breite und einem Ueberfalle über die ganze Wand²⁾. Francis vergleicht die Resultate seiner Formeln mit denen, welche man bei Benutzung der Formeln von Lesbros, Castel und Boileau erhält. Die Resultate sind bei ersteren Beiden als zufriedenstellend zu bezeichnen, bei Boileau nicht³⁾.

VI. Formeln von Braschmann.

Professor Braschmann in Moskau⁴⁾ wandte nach dem Vorgehange Navier's, §. 111, S. 296, zur Bestimmung des über

¹⁾ Schöne Abbildungen dieses Modellwehres finden sich bei Francis auf Pg. XIV, Fig. 11 und 12.

²⁾ Bornemann im Civil-Ingenieur, Bd. 2 (1854), S. 168 ff.

³⁾ Francis, Hydraulic Experiments, Pg. 128, 130 und 132.

⁴⁾ Ein Auszug aus der betreffenden Braschmann'schen Abhandlung wurde bereits am 16. Decbr. 1861 in den Comptes rendus der Pariser Academie der

einen Ueberfall fließenden Wasserquantums und der dabei stattfindenden Senkung des Flüssigkeitsspiegels über der Abflußkante, ebenfalls das Princip der kleinsten Wirkung an, wobei er jedoch nicht, wie Navier, die mechanische Wirkung des ausfließenden Wassers in Bezug auf eine mittlere Geschwindigkeit nimmt, sondern die Summe der lebendigen Kräfte aller Elemente in Rechnung zieht. Ferner setzt Braschmann, nach dem Princip der kleinsten Wirkung, nicht das Differenzial dieser mechanischen Wirkung, sondern die Summe aus den Differenzialen der lebendigen Kräfte und der Summe aller statischen Momente gleich Null.

Auf diesem Wege findet Braschmann, daß der Coefficient, womit man den Ausdruck $bHV\sqrt{2gH}$ zu multipliciren hat, um die wirkliche Ausflußmenge zu erhalten, eine Function der relativen Ueberfallsbreite ist. Da aber dieser Coefficient auch noch von der Druckhöhe des Ueberfalls abhängt, was die bemerkte mathematische Entwicklung nicht zeigt, so setzt Braschmann empirisch, für den Coefficienten μ den Ausdruck:

$$\mu = \alpha + \beta \frac{b}{B} + \frac{\gamma}{H}, \text{ folglich}$$

$$Q = \left(\alpha + \beta \frac{b}{B} + \frac{\gamma}{H} \right) bHV\sqrt{2gH}.$$

Die Constanten α , β und γ dieser Formel bestimmte Braschmann aus 47 Castelschen, von Lesbros corrigirten Versuchen, und zwar fand er:

$$\alpha = 0,3838316; \beta = 0,0386361 \text{ und } \gamma = 0,000534118.$$

Hiernach läßt sich aber setzen:

$$(1) \quad Q = \left[0,3838 + 0,0386 \frac{b}{B} + \frac{0,00053}{H} \right] bHV\sqrt{2gH}.$$

Für Ueberfälle über die ganze Wand wird $b = B$, daher:

$$(2) \quad Q = \left[0,4224 + \frac{0,00053}{H} \right] bHV\sqrt{2gH}, \text{ oder allgemein:}$$

$$(3) \quad Q = \mu_1 bHV\sqrt{2gH}.$$

Diese Formeln sollen nun alle vollkommenen Ueberfälle in dünner Wand oder mit stromabwärts abgeschrägter Kante umfassen, sobald die Seitenwände senkrecht zur Ueberfallsebene

Wissenschaften veröffentlicht, während die vollständige Abhandlung 1862 in Moskau unter dem Titel erschien: „Sur l'application du principe de moindre action à la détermination du volume de fluide qui s'écoule d'un déversoir, par N. Braschmann“. — Quellen in deutscher Sprache, worin über die Braschmann'sche Formel berichtet wird, sind folgende: Stüßi (Ein Auszug etc.) im Civilingenieur, Bd. 9 (1863), S. 450. — Derselbe in der Schweizerischen polytechnischen Zeitschrift, Bd. 9 (1864). Nach einer gekrönten Preisschrift. — Städt, „Der Ausfluß des Wassers durch Ueberfälle“. Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbleißes in Preußen. Jahrg. 1867, S. 32.

stehen und deren absolute Breite nicht sehr klein (nicht unter 0,08 Meter) ist, ferner sollen sie für alle Druckhöhen und Ueberfallshöhen über 0,10 Meter, mit einer Genauigkeit gelten, die für die Praxis hinreichend ist.

Offenbar haben die Braschmann'schen Formeln die gute Eigenschaft, daß sie bei Einführung der Druckhöhe und dem Breitenverhältnisse den Hauptvorwurf vermeiden, welchen man den Weisbach'schen Formeln macht, daß sie zur Correction Coefficienten erfordern, die nur für bestimmte (und verhältnißmäßig geringe) Dimensionen Geltung haben.

Bei Berechnungen von Q nach (3) kann man μ_1 aus folgender, von Studt¹⁾ entworfenen Tabelle entnehmen:

Relative Breite	Druckhöhe H in Metern							
	0,030	0,050	0,100	0,200	0,300	0,400	0,500	0,600
$\frac{b}{B} = 0,1$	0,4057	0,3982	0,3931	0,3905	0,3896	0,3891	0,3888	0,3887
0,4	0,4172	0,4098	0,4046	0,4020	0,4011	0,4006	0,4003	0,4002
0,6	0,4250	0,4176	0,4123	0,4097	0,4088	0,4083	0,4080	0,4079
0,8	0,4327	0,4253	0,4200	0,4174	0,4166	0,4160	0,4157	0,4156
1,0	0,4404	0,4330	0,4277	0,4251	0,4242	0,4237	0,4234	0,4233

Um die Resultate der drei beachtenswerthesten Formeln, nämlich der von Weisbach, Francis und Braschmann, einigermaßen vergleichen zu können, wurden den betreffenden Abhandlungen von Bornemann und Studt nachstehende Tabellen entlehnt, die jedoch der Verfasser durch die Berechnung von Q nach Braschmann ergänzte.

Vorausgesetzt wird in beiden Fällen eine scharfe Ueberfallskante, wobei im ersten Falle $B = 13,96$ Fuß englisch = 4,256 Meter, $b = 9,997$ Fuß englisch = 3,049 Meter, im zweiten Falle $B = b = 9,992$ Fuß = 3^m,046 ist.

¹⁾ Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfließes in Preußen. Jahrg. 1867, S. 48.

Tabelle I. Poncelet-Ueberfall.

Versuchsnummer im Francis'schen Werke Tabl. XIII, Pg. 124	Druckhöhe = H in Milli- metern	Ueberfalls- höhe = S in Milli- metern	Beobach- tete Wasser- menge pro Secunde in Cubikfuß engl.	Berechnete secundliche Wassermenge = Q nach			
				Weisbach in Cubikfuß engl.	Francis in Cubikfuß engl.	Braschmann Coefficient = μ_1	Cubikfuß engl.
Nr. 72—78	190	1723	16,215	15,199	16,235	0,4143	16,424
„ 79—84	198	810	17,443	16,176	17,451	0,4141	17,402
„ 56—61	243	1780	23,431	22,050	23,540	0,4136	22,940
„ 62—66	252	863	25,041	23,257	25,123	0,4135	24,953
„ 11—33	303	1840	32,580	30,754	32,711	0,4132	32,852
„ 36—43	320	930	36,002	33,434	36,148	0,4130	35,465
„ 5—10	380	1906	45,565	43,046	45,684	0,4127	46,066
„ 1—4	472	2000	62,602	59,697	62,615	0,4124	61,857

Tabelle II. Ueberfall über die ganze Wand.

Nr. 67—71	424	1782	23,7905	22,936	23,719	0,4245	24,12
„ 44—50	298,6	1838	32,5616	31,417	32,457	0,4242	32,96
„ 51—55	305	1845	33,4946	32,460	33,536	0,4241	34,00

Entnimmt man aus dieser Tabelle, daß die Braschmann'sche Formel mit den von Francis gemessenen, so wie die mit seiner Formel berechneten Werthe, besser als die mittelst der Weisbach'schen Formel berechneten übereinstimmt, so darf man nicht vergessen, daß sich letztere auf die Versuche mit nur 0,20 Meter breiten Ueberfällen von Lesbros stützt, daher auch bessere Ueber-einstimmung geliefert hätte, wenn man (wie bereits erwähnt) die

breiten Ueberfälle aus zweien bestehend annimmt, wovon der eine (Poncelet-Ueberfall) die normale Breite 0,20 Meter hat. In der That zeigt Bornemann (Civil-Ing., Bd. 2, S. 169), daß bei einem solchen Rechnungsgange die Resultate der Weisbach'schen Formeln in wünschenswerther Weise mit den Beobachtungen harmoniren. Als ein Hauptfehler der Braschmann'schen Formel ist jedenfalls der Umstand zu bezeichnen, daß sie die Höhe des Ueberfalles unberücksichtigt läßt.

VII. Versuche und Formeln von Bornemann.

Gelegentlich nachher zu besprechender Versuche über den Ausfluß des Wassers bei unvollkommenen Ueberfällen, oder, was dasselbe ist, wo die Ueberfallsmündungen unter Wasser gesetzt sind, fand Bornemann auch sehr passende Gelegenheit, Versuche mit vollkommenen (freien) Ueberfällen von einigermaßen größerer Breite vorzunehmen, indem $b = B = 1,13$ Meter war während die Druckhöhen von $H = 0,07$ Meter bis 0,21 Meter und $\frac{H}{T}$ von 0,20 bis 0,80 variierten.

Die Resultate dieser Versuche¹⁾ führten zur Berechnung der secundlichen Wassermenge = Q auf folgende Formeln:

$$(1) \quad Q = \left(0,5673 - 0,1239 \sqrt{\frac{H}{T}} \right) b H \sqrt{2gH}, \text{ wenn } H < \frac{1}{3}T \text{ und}$$

$$(2) \quad Q = \left(0,6402 - 0,2862 \sqrt{\frac{H}{T}} \right) b (H + H_1) \sqrt{2g(H + H_1)},$$

wenn $H > \frac{1}{3}T$ ist und H_1 den Werth $\frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{BT} \right)^2$ hat, d. i. die Geschwindigkeit des beim Ueberfalle ankommenden Wassers, bezeichnet.

Bornemann selbst urtheilt über diese seine Formeln folgendermaßen:

„Vergleicht man meine Formeln mit den Weisbach'schen, so scheinen sie den letzteren geradezu zu widersprechen. Bei näherer Betrachtung ist indessen der Widerspruch nicht so groß, weil in den Weisbach'schen Formeln der Factor $\frac{2}{3}\mu$ mit der wachsenden Druckhöhe abnimmt, während meine Formeln dafür einen constanten Factor besitzen.“ Ferner bemerkt Bornemann:

„Meine Formeln können nicht darauf Anspruch machen, allgemein gültig zu sein, da die benutzten Ueberfälle sämmtlich von gleicher Breite waren, und der Ausflußcoefficient, aller Wahrscheinlichkeit nach, kein constanter, sondern ein mit der Breite wachsender ist. Sie zeigen aber vielleicht den Weg, wie eine allgemeiner anwendbare und sich nicht auf die Poncelet'schen Coefficienten stützende Formel zu finden wäre, und dürften daher, innerhalb der Grenzen des Verhältnisses $\frac{H}{T} = 0,20$ bis 0,80, für

¹⁾ Civilingenieur, Bd. 16, S. 395 und 396.

breite Ueberfälle genauere Resultate geben, als Formeln, deren Coefficienten den Poncelet'schen Versuchen mit Ueberfällen von nur 0,20 Meter Breite entlehnt sind. Ob sie auch für geringere Werthe des Verhältnisses $\frac{H}{T}$ und für andere Ueberfallsbreiten anwendbar sind, darüber müssen erst noch weitere Versuche angestellt werden.¹⁾

§. 113.

Beispiele aus der Praxis, Berechnungen der Wassermengen bei vollkommenen Ueberfällen betreffend.

Es bedarf keiner Erörterung, daß der wissenschaftliche Werth sämtlicher Formeln des vorstehenden Paragraphen sehr gering ist, was indeß nicht auffallen kann, wenn man immer wieder beachtet, auf welchen Grundlagen (S. 192) die wissenschaftliche Hydrodynamik beruht. Anders gestaltet sich die Brauchbarkeit dieser Formeln für die rationelle Praxis. Hier bedarf man sehr selten, eigentlich nur bei Ermittlung des sogenannten Güteverhältnisses²⁾ der Wasserräder, höchst genaue Bestimmung der Aufschlagwassermenge etc. Dazu kommt noch, daß letzteres Wasserquantum überhaupt nur ganz ausnahmsweise constant ist, vielmehr fast immer die drei

¹⁾ Daß beispielsweise bei sehr kleinen Druckhöhen schon ein kleiner Messungsfehler einen großen Einfluß auf die aus den Resultaten ermittelten Ausflußcoefficienten, namentlich bei Ueberfällen, ausüben kann, zeigt Weisbach in seiner Experimental-Hydraulik (S. 69) durch folgende beachtenswerthe Rechnung:

Nach S. 295 ist für vollkommene Ueberfälle: $Q = \frac{2}{3} \mu b H \sqrt{2gH}$ und hieraus abzuleiten:

$$\mu = k^{\frac{3}{2}} H^{-\frac{3}{2}},$$

wenn man $\frac{3Q}{2b\sqrt{2g}} = k^{\frac{3}{2}}$ setzt.

Aus letzterem Werthe für μ erhält man aber durch Differenziation

$$d\mu = -\frac{3}{2} k^{\frac{3}{2}} H^{-\frac{5}{2}} dH$$

und hieraus den procentalen Werth in dem Ausflußcoefficienten:

$$\frac{d\mu}{\mu} = -\frac{3}{2} \frac{dH}{H}.$$

Wenn also z. B. die Druckhöhe über der Schwelle des Ueberfalles = 2 Centimeter beträgt und diese um 1 Millimeter zu groß oder zu klein gefunden wird, so bestimmt sich dadurch der Ausflußcoefficient um

$$\frac{d\mu}{\mu} = -\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{20} = -\frac{3}{40} = -0,075, \text{ d. i.}$$

um $7\frac{1}{2}$ Procent zu klein oder zu groß!

²⁾ Allgem. Maschinenlehre (des Verfassers), Bd. 1, S. 238 und 239 (2. Aufl.). Bezeichnet, wie in diesem Werke, g das Güteverhältniß eines Wasserrades, \mathcal{A}_b die durch Bremsung ermittelte secundliche Nutzarbeit desselben, ist ferner H_n das natürlich vorhandene Gefälle des Wassers, d. h. der Verticalabstand von Ober- und Unterwasserspiegel, so ist $g = \frac{\mathcal{A}}{\gamma Q H_n}$. Ermittelt man daher Q falsch, in der Regel zu klein, so erhellt ohne Weiteres, zu welchen Fehlschlüssen und Täuschungen man gelangen kann.

Fälle: Kleinwasser, Mittelwasser (Immerwasser?) und Großwasser (Hochwasser) unterschieden werden müßten.

Das vorzüglichste Mittel zur Bestimmung der secundlichen Wassermenge, welche Motoren zugeführt wird, ohne Anwendung sogenannter Hydrometer¹⁾, ist und bleibt (wahrscheinlich noch lange Zeit) die Herstellung sogenannter Poncelet-Durchlaßmündungen (S. 249 und 256) mit Contraction des Wassers an allen vier Seiten.

Da diese jedoch bei größeren Wassermengen meist nicht auszuführen sind, so verbleibt, als nächstes Mittel, der Einbau von Ueberfällen, mit scharfen Abflußkanten, ins Ober- oder Unterwasser, fast als alleinige Aushülfe übrig. Die betreffende Berechnung ist dann nach einer der Formeln des vorigen Paragraphen vorzunehmen, wobei man am Besten diejenige wählt, welche auf Versuchen mit Ueberfällen beruht, deren Dimensionen und Anordnungen dem vorliegenden speciellen Falle am Meisten entsprechen.

Hiernach schreiten wir zur Berechnung zweier Beispiele, die beide der Praxis entlehnt wurden und wobei man die erforderlichen Messungen mit Sachkenntniß und Gewissenhaftigkeit ausführte.

Beispiel 1.²⁾ Zur Ermittlung der Wassermenge, welche als Aufschlagwasser für eine von Escher, Wyß & Co. in Zürich construirte und ausgeführte Henschel-Jonval-Turbine benutzt wurde, hatte Weisbach im Abflußgraben des Wassers eine Spundwand (einen vollkommenen Ueberfall) einbauen und das Wasser über die nach Außen abgeschrägte Kante desselben fließen lassen. Die zur Berechnung erforderlichen Abmessungen waren (unter Beibehaltung der seitherigen Bezeichnungen) für den in unserer Quelle mit Nr. 2 bezeichnetem Versuch folgende:

$$B = 4^m,034; T = 0^m,590; b = 3^m,602 \text{ und } H = 0^m,229.$$

Auflösung.

I. Weisbach's Formel (S. 300):

$$Q = \frac{2}{3} \mu_1 \left\{ 1 + 1,718 \left(\frac{bH}{BT} \right)^4 \right\} b H \sqrt{2gH}.$$

Hier berechnet sich zuerst:

$$\left(\frac{bH}{BT} \right) = \frac{0,825}{2,380} = 0,3465.$$

Sodann ist: $1 + 1,718 \left(\frac{bH}{BT} \right)^4 = 1,02472$ und somit:

$$Q = \frac{2}{3} \mu_1 \cdot 1,02472 \cdot 0,825 \sqrt{2gH},$$

¹⁾ Allgemeine Maschinenlehre, a. a. O., S. 134 ff. Auch später hier im Abschnitte „Bewegung des Wassers in Canälen und Flüssen“.

²⁾ Dynamometrische Versuche mit mehreren von Escher, Wyß & Co. in Zürich in der Fischer'schen Papierfabrik zu Bantzen aufgestellten Henschel-Jonval-Turbinen. Polytechn. Centralblatt, Jahrg. 1849, S. 1025. Bewährte Sachverständige waren bei den Versuchen betheiligt, (nächst Weisbach) Zupfinger, Hülse, Bornemann und Brückmann.

oder da genau genug $\sqrt{2g} = \sqrt{2 \cdot 9^m,8088} = 4,43$ gesetzt werden kann:

$$Q = \frac{2}{3} \mu_1 \cdot 1,02472 \cdot 0,825 \cdot 4,43 \sqrt{H}.$$

In der ersten Tabelle S. 297 ist der betreffende Werth von $\frac{2}{3} \mu_1 = \mu$, welcher $H = 0^m,229$ entspricht, direct nicht enthalten, weshalb derselbe durch Interpolation und zwar (hinreichend genau) mit Hülfe der sogenannten Newton'schen Formel

$$\mu = y = y_1 + (y_2 - y_1) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

gesucht werden mag.

Dieser Formel entsprechen die Werthe:

$$\begin{array}{r|l} x_1 = 0,200 & y_1 = 0,390 \\ \hline x_2 = 0,250 & y_2 = 0,379 \\ \hline x (= H) = 0,229 & y (= \mu) = ? \end{array}$$

$$y = 0,390 + (0,379 - 0,390) \frac{0,229 - 0,200}{0,250 - 0,200} = 0,3836.$$

Folglich:

$$Q = 0,3836 \cdot 1,02472 \cdot 0,825 \cdot 4,43 \sqrt{0,229}, \text{ d. i.}$$

$$Q = 0,68735 \text{ Cubikmeter}^1).$$

II. Francis' Formel (engl. Maaße):

$$Q = 3,33 [b - 0,2 H] H^{\frac{3}{2}}, \text{ (wegen } n = 2).$$

Da $b = 3^m,602 = 11',814$; $H = 0^m,229 = 0',751$ und $\sqrt{H^3} = 0,65$ ist, so ergibt sich

$$Q = 3,33 [11,814 - 0,2 \cdot 0,751] 0,65, \text{ d. i.}$$

$$Q = 25,285 \text{ Cubikf. engl.} = 0,7156 \text{ Cubikmeter.}$$

III. Redtenbacher's Formel:

$$Q = \left(0,381 + 0,62 \frac{b}{B} \right) b H \sqrt{2gH}, \text{ also wegen } \frac{b}{B} = \frac{3602}{4034} = 0,892,$$

$$Q = (0,381 + 0,062 \cdot 0,892) 3,602 \cdot 0,2229 \cdot 4,43 \sqrt{0,229}, \text{ d. i.}$$

$$Q = 0,762 \text{ Cubikmeter.}$$

¹⁾ Nach Abzug von 0,01240 Cubikmeter sogenannten todtten Wassers, ergab sich als Betriebswassermenge pro Secunde:

$$Q_n = 0,68735 - 0,01240 = 0,67495 \text{ Cubikmeter.}$$

Das natürliche Gefälle bei diesem (in unserer Quelle, S. 1027) unter Nr. 2 vermerkten Versuche, betrug $H_n = 4^m,305$. Der Bremsversuch (mittelst des Prony'schen Zaumes) ergab als disponible Arbeit der Turbine: $\mathfrak{U}_b = 2137,45$ Meter-Kilogramm, so daß sich das Güteverhältniß = η berechnete zu:

$$\eta = \frac{\mathfrak{U}_b}{\gamma Q_n H_n} = \frac{2137,45}{1000 \cdot 4,305 \cdot 0,67495} = 0,735.$$

IV. Braschmann's Formel:

$$Q = \left[0,3838 + 0,0386 \frac{b}{B} + \frac{0,00053}{H} \right] b H \sqrt{2gH}, \text{ giebt, da}$$

$$\frac{0,00053}{H} = \frac{53}{22900} = 0,0023 \text{ ist:}$$

$$Q = [0,3838 + 0,0386 \cdot 0,892 + 0,0023] 3,602 \cdot 0,229 \cdot 4,43 \sqrt{0,229},$$

d. i.:

$$Q = 0,771 \text{ Cubikmeter.}$$

Bei diesen colossalen Differenzen erscheint eigentlich, für gegenwärtigen Fall, nur Francis' Formel anwendbar, weil dessen Versuche mit einem annähernd gleich breiten, wenn auch bedeutend höheren Ueberfalle angestellt wurden.

Beispiel 2. Bei einer von der Maschinenfabrik Briegleb, Hansen & Co. in Gotha für C. Walter zu Mühlhausen in Thüringen ausgeführten Achsial-Henschel-Jonval- (Knop-) Turbine, wurden am 15. Februar 1878 Bremsversuche und gleichzeitig Messungen zur Ermittlung des betreffenden Aufschlagwasserquantums vorgenommen. In einer uns vorliegenden Uebersichtstabelle der betreffenden Resultate wird die secundliche Wassermenge = Q zu 0,2937 Cubikmeter angegeben, während die correspondirende Druckhöhe $H = 0,1664$ Meter gemessen wurde.

Der mit scharfer Abflußkante versehene Ueberfall (ohne Seitencontraction an der Ueberlaßstelle) hatte gleiche Breite mit dem Zufußcanale, und zwar war $B = b = 2,310$ Meter, während die Höhe der Ueberfallskante über der Canalsohle, d. h. $S = 0,3574$ Meter, also die ganze Wassertiefe $T = S + H = 0,3574 + 0,1664 = 0,5238$ Meter betrug.

Es fragt sich, wie der nach Weisbach berechnete und angegebene Werth von Q mit den Werthen übereinstimmt, welchen für diesen Fall die Formeln von Francis, Boileau, Bornemann und Braschmann liefern?

Auflösung. Wir controliren zuerst die Angabe der erwähnten Versuchstabelle, nach welcher das secundliche Q mittelst der Weisbach'schen Formel berechnet sein soll:

$$Q = \frac{2}{3} \mu_1 \left[1,041 + 0,3693 \left(\frac{H}{T} \right)^2 \right] b H \sqrt{2gH}.$$

Zufolge der den Versuchen Lesbros entlehnten Tabelle S. 299 ist hier zuerst:

$$\frac{2}{3} \mu_1 = 0,393 \text{ zu setzen,}$$

so daß erhalten wird:

$$\text{I. } Q = 3,393 \left[1,041 + 0,3693 \left(\frac{0,1664}{0,5238} \right)^2 \right] 0,393 \cdot 2,31 \cdot 0,1664 \cdot$$

$$4,43 \sqrt{0,1664}, \text{ d. i.}$$

$$Q = 0,299 \text{ Cubikmeter,}$$

ein Werth, der nur wenig von den oben angeführten abweicht.

Dagegen giebt:

II. Die Francis' Formel:

$$Q = 3,33 b H^{\frac{3}{2}} \text{ (Cubikfuß engl.), wegen}$$

$$b = 2^m,31 = 7,58 \text{ Fuß engl. und } H = 0^m,1664 = 0,546 \text{ Fuß engl.}$$

$$Q = 3,33 \cdot 7,58 \cdot 0,546 \sqrt{0,546} = 10,17 \text{ Cubikfuß engl., d. i.} \\ Q = 10,17 \cdot 0,0283 = 0,2878 \text{ Cubikmeter.}$$

Ferner liefert

III. Die Formel Boileau's:

$$Q = bH \sqrt{\frac{2g(H-e)}{1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{S}{H}}\right)^2}} = bH \sqrt{\frac{2gH \left(1 - \frac{e}{H}\right)}{1 - \left(\frac{1}{1 + \frac{S}{H}}\right)^2}} = \mu bH \sqrt{2gH},$$

wenn man $H - e$ aus der später S. 323 von Boileau berechneten Tabelle entlehnt, woraus ich, wenn $H = 0^m,1664$ und $S = 0^m,3574$ ist, sofort ergibt:

$$H - e = 0^m,028, \text{ ferner } e = 0^m,1384 \text{ und } \frac{e}{H} = \frac{1384}{1664} = 0,831.$$

Daher ist:

$$\mu = \sqrt{\frac{1 - \frac{e}{H}}{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{S}{H}\right)^2}}} = \frac{\sqrt{1 - 0,831}}{\sqrt{1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{3574}{1664}\right)^2}}} = \frac{0,411}{0,947} = 0,434,$$

folglich:

$$Q = 0,434 bH \cdot 4,43 \sqrt{H} = 0,434 \cdot 2,31 \cdot 0,1664 \cdot 4,43 \cdot 0,407, \text{ d. i.} \\ Q = 0,300 \text{ Cubikmeter.}$$

Weiter liefert:

IV. Die Braschmann'sche Formel:

$$Q = \left[0,4224 + \frac{0,00053}{H}\right] bH \sqrt{2gH}, \\ Q = [0,4224 + 0,0032] 2,31 \cdot 0,1664 \cdot 4,43 \sqrt{0,1664}, \text{ d. i.} \\ Q = 0,295 \text{ Cubikmeter.}$$

Endlich erhält man mittelst Bornemann's Formel, da hier $\frac{1}{3} T = \frac{0^m,5234}{3} = 0^m,174$, also $H < \frac{1}{3} T$ ist:

$$Q = \left(0,5673 - 0,1239 \sqrt{\frac{H}{T}}\right) bH \sqrt{2gH}, \text{ also} \\ Q = \left(0,5673 - 0,1239 \sqrt{\frac{1664}{5238}}\right) 2,31 \cdot 0,1664 \cdot 4,43 \sqrt{0,1664}, \text{ d. i.} \\ Q = 0,343 \text{ Cubikmeter.}$$

Nimmt man hiernach zur Bestimmung des Güteverhältnisses der Knop'schen Turbine, für den correspondirenden Versuch (Nr. 1, vom 15. Febr. 1878)

$$Q = 0,30 \text{ Cubikmeter}$$

an und beachtet man, daß das bei diesem Versuche gemessene Gefälle 8,015 Meter, die natürlich vorhandene Arbeit in Maschinenpferden ($= N_a$) also

$$\frac{1000 \cdot 0,3 \cdot 8,015}{75} = 32,06$$

betrug, endlich die durch das Bremsen ermittelte Zahl der Maschinenpferde sich zu 24,72 berechnete, so war das Güteverhältniß = g der fraglichen Turbine:

$$g = \frac{2472}{3206} = 0,77.$$

Rechnet man mit dem arithmetischen Mittel aus sämtlichen 5 Werthen für Q , so ergibt sich $Q = 0^{m}3,305$ und $N_a = 32,59$, folgt

$$g = \frac{2472}{3259} = 0,75,$$

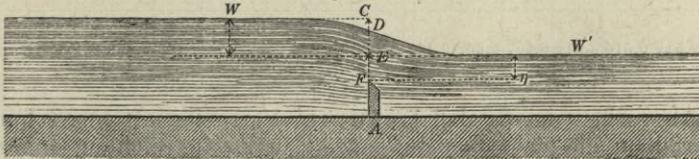
d. h. noch so viel, als man nur immer von einer achsialen Druckturbine (Actionsturbine) verlangen kann, wenn diese mit partieller Beaufschlagung arbeitet, was in der That bei dem fraglichen Versuche der Fall war, indem man hier nur den $\frac{10}{55}$ ten Theil des Umfanges der Turbine beaufschlagt hatte.

§. 114.

b. Unvollkommene Ueberfälle.

Bei diesen Ueberfällen, wo, wie bereits S. 295 erklärt wurde, der Spiegel des Unterwassers W' , Fig. 129, höher als die Kante F des Ueberfalles liegt, der Ausfluß also ähnlich wie bei einer unter

Fig. 129.



Wasser gesetzten Mündung erfolgt, hat man ebenfalls betreffende Messungen angestellt und darnach verschiedene Wege zur Berechnung der secundlich abfließenden Wassermenge = Q in Vorschlag gebracht.

Nach Dubuat¹⁾ läßt sich der Abfluß des Wassers bei einem solchen Ueberfalle so ansehen, als wenn es von der Höhe CE wie bei einem vollkommenen Ueberfalle strömte und gleichzeitig durch eine unter Wasser gesetzte Mündung EF flösse, so daß das gesammte Wasserquantum Q aus zwei Theilen bestehend angenommen wird, und weshalb zufolge §. 104 und §. 112 für Q ohne Weiteres gesetzt werden müßte:

$$I. \quad Q = \frac{2}{3} \mu_1 b (H - \eta) \sqrt{2g(H - \eta)} + \mu_2 b \eta \sqrt{2g(H - \eta)}.$$

Eytelwein²⁾, welcher diese Dubuat'sche Gleichung für brauchbar hält, räth $\mu_1 = \mu_2 = 0,633$ zu setzen.

¹⁾ Principes d'hydraulique. T. I, Pag. 203, §. 146.

²⁾ Handbuch der Mechanik und der Hydraulik. 2. Aufl., S. 186, §. 139.

Redtenbacher¹⁾ bemerkt, daß die genaue Berechnung von Q , im vorliegenden Falle, mit unüberwindlichen Schwierigkeiten verbunden sei und räth deshalb ebenfalls, sich mit einer rohen Annäherung zu begnügen, unter welcher Voraussetzung dieser Autor schreibt:

$$Q = 0,57 b (H - \eta) \sqrt{2g (H - \eta)} + 0,62 b \eta \sqrt{2g (H - \eta)}.$$

Es wird rathsam sein, von dieser Gleichung keinen Gebrauch zu machen, da Redtenbacher selbst sagt, daß die Werthe der Coefficienten 0,57 und 0,62 nur auf Schätzungen beruhen. Die ersten ausgedehnteren Versuche über den Abfluß bei unvollkommenen Ueberfällen verdankt man wieder Lesbros, der dabei die Formel zu Grunde legte:

$$\text{II. } Q = \mu b H \sqrt{2g (H - \eta)}.$$

Die erforderlichen Werthe von μ sind aus nachstehender Tabelle zu entnehmen²⁾.

$\frac{H-\eta}{H}$	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008	0,009	0,010	0,015	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040	0,045	0,050
μ	0,295	0,363	0,430	0,496	0,556	0,597	0,605	0,600	0,596	0,580	0,570	0,557	0,546	0,537	0,531	0,526	0,522
$\frac{H-\eta}{H}$	0,06	0,08	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,70	0,80	0,90	1,00
μ	0,519	0,517	0,516	0,512	0,507	0,502	0,497	0,492	0,487	0,048	0,474	0,466	0,459	0,444	0,427	0,409	0,390

Abgesehen davon, daß Lesbros' Versuche mit nur schmalen Ueberfällen, die nicht über die ganze Canalbreite reichten, angestellt wurden, gab die Verschiedenheit der Coefficienten vorstehender Tabelle zu der Befürchtung Raum, daß die aufgestellte Formel nicht das wahre Gesetz des Ausflusses bei solchen Ueberfällen ausspricht.

Deshalb unternahm Bornemann³⁾ in den Jahren 1866, 1867 und 1869 neue Versuche an Ueberfällen von 1,135 Meter Breite, bei Wassermengen von 105 bis 220 Liter pro Secunde. Aus diesen Resultaten bemühte sich auch der holländische Ingenieur Delprat, eine passende Formel zur Berechnung für Q bei unvollkommenen Ueberfällen zu entwickeln, worüber in der unten notirten Quelle ausführlich berichtet wird⁴⁾.

¹⁾ „Der Maschinenbau“. Zweiter Band (1863), S. 27.

²⁾ Expériences hydrauliques. Pg. 490, Nr. 310, Tableau XLIII. Die Breite der Ueberfallskante b betrug hierbei $b = 0,24$ Meter.

³⁾ Civilingenieur, Bd. 16 (1870), S. 291 und S. 375.

⁴⁾ Tijdschrift van het Koninklijk Institut van Ingenieurs. Institutsjaar 1871—1872, Pg. 10—32 unter der Ueberschrift: „Proeven omtrent de afvloeiing van water over breede overlaten. Door K. R. Bornemann.

Delprat's Formel ist übrigens folgende:¹⁾

$$\text{III. } Q = \left(\alpha + \beta \frac{\eta}{H} \right) \left\{ 2(H+k) + \eta \right\} b \sqrt{2g} \sqrt{H - \eta + k}.$$

Hierin sind α und β Erfahrungscoefficienten, so wie k die der Geschwindigkeit des ankommenden Wassers entsprechende Geschwindigkeitshöhe bezeichnet, also

$$k = \frac{1}{2g} \left[\frac{Q}{bT} \right]^2 \text{ ist.}$$

Später hat Bornemann unter Benutzung noch anderer, von ihm in den Jahren 1871 und 1872 mit Ueberfällen von 0^m,551 und von 0^m,801 Breite angestellten Versuchen, entsprechende Werthe von α und β berechnet, so daß er unter Andern, für den Ausfluß mit bedecktem Strahle, folgende Uebersicht bilden konnte:²⁾

	α	β
Bei $b = 1^m,135$	0,1878	0,0981
„ $b = 0^m,801$	0,2119	0,0207
„ $b = 0^m,551$	0,1958	0,0489

Hiernach würden die Constanten für jede Ueberfallsbreite andere Werthe erhalten, deren gesetzmäßige Veränderung für eine allgemein gültige Formel noch ermittelt werden müßte.

Um dieses Uebel zu umgehen, hat es Bornemann vorgezogen, eine noch andere Formel aufzustellen, nämlich:

$$\text{IV. } Q = b \sqrt{2g} \left\{ \frac{2}{3} \mu [(H - \eta + k)^{\frac{3}{2}} - k^{\frac{3}{2}}] + \mu \eta (H - \eta + k)^{\frac{1}{2}} \right\},$$

worin

$$\mu = 0,702 - 0,2226 \sqrt{\frac{H - \eta}{b}} + 0,1845 \left(\frac{\eta}{H} \right)^2 \text{ ist.}$$

Der Uebereinstimmungsgrad aller dieser Formeln, für practische Zwecke, erhellt einigermaßen aus folgendem Beispiele, welches wir absichtlich Eytelwein entlehnen³⁾.

Beispiel. An dem Ausflusse eines See's befindet sich ein 2 Fuß hoher und 10 Fuß breiter unvollkommener Ueberfall ohne Flügelwände. Die Tiefe des Wassers unterhalb des Wehres ist 3 Fuß und die Höhe des Aufstaus 4 Fuß; man fragt, wie viel Wasser in jeder Secunde abfließt, wenn mit Eytelwein $\sqrt{2g} = 7,9$ (für preussische Maaße) und $\mu = \mu_1 = \mu_2 = 0,633$ angenommen wird.

¹⁾ Bornemann in der Abhandlung: „Weitere Versuche über den Ausfluß unter Wasser bei Ueberfällen über die ganze Wand“. Civilingenieur, Bd. XXII (1876), S. 87 ff.

²⁾ Ebendasselbst, S. 92.

³⁾ Handbuch der Mechanik und Hydraulik. 2. Auflage, S. 186, §. 139.

Auflösung. Mit Bezug auf Fig. 129 ist hier: $\overline{AE} = 3'$, $\overline{AF} = 2'$, folglich $\overline{EF} = \eta = 3 - 2 = 1'$, $\overline{EC} = 4'$, daher $\overline{EC} = \overline{EF} = \overline{H} = 5'$, und wie Eytelwein nach Formel I:

$$Q = \mu \sqrt{2g} \left\{ \frac{2}{3} (H - \eta) + \eta \right\} b \sqrt{H - \eta}, \text{ d. i.}$$

$$Q = 5 \left\{ \frac{2}{3} \cdot 4 + 1 \right\} 10 \sqrt{4} = 366,6 \text{ Cubikfuß.}$$

Um nach Lesbros Formel II. zu rechnen, beachte man, daß hier $\frac{H - \eta}{H} = \frac{5 - 1}{5} = 0,8$, also nach letzterer Tabelle $\mu = 0,427$ ist, daher auch:

$$Q = 0,42 \cdot 10 \cdot 5 \sqrt{2g \cdot (5 - 1)} \text{ und wiederum } \sqrt{2g} = 7,9,$$

$$Q = 337,33 \text{ Cubikfuß.}$$

Bornemann's (jüngste) Formel IV:

$$Q = \mu b \sqrt{2g} \left\{ \left[\frac{2}{3} (H - \eta + k) \right]^{\frac{3}{2}} - k^{\frac{3}{2}} \right\} + \eta (H - \eta + k)^{\frac{1}{2}},$$

erfordert zuerst die Berechnung von μ und k aus

$$\mu = 0,702 - 0,226 \sqrt{\frac{H - \eta}{b}} + 0,1845 \left(\frac{\eta}{H} \right)^2 \text{ und aus}$$

$$k = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{bT} \right)^2.$$

Für μ erhält man:

$$\mu = 0,702 - 0,2262 \sqrt{\frac{4}{10}} + 0,1845 \left(\frac{1}{5} \right)^2 = 0,568.$$

Sodann aber, wenn in der Gleichung IV, $k = \text{Null}$ angenommen wird:

$$Q = 0,568 \cdot 10 \cdot 7,9 \left\{ \frac{2}{3} \cdot 4 \sqrt{4} + 1 \cdot \sqrt{4} \right\} = 328,51 \text{ Cubikfuß.}$$

$$\text{Demnach } k = \frac{1}{62,41} \left(\frac{328,51}{10 \cdot 7} \right)^2 = 0,352.$$

Somit also:

$$Q = 0,568 \cdot 10 \cdot 7,9 \left\{ \left[\frac{2}{3} (5 - 1 + 0,352) \right]^{\frac{3}{2}} - 0,352^{\frac{3}{2}} \right\} + 1 \cdot [5 - 1 + 0,352]^{\frac{1}{2}}, \text{ d. i.}$$

$$Q = 44,872 \left[\frac{2}{3} \cdot 8,865 - 2,086 \right], \text{ also:}$$

$$Q = 358,97 \text{ Cubikfuß.}$$

§. 115.

Dicke des Wasserstrahles in der Ebene der Ueberfallskante.

Wie bereits erwähnt, haben die theoretisch (von Navier und Braschmann) versuchten Bestimmungsweisen der Strahldicke e ($= ED$, Fig. 128) und damit die Senkungsgröße $H - e$ ($= CD$, Fig. 128) zu keinem für die Praxis brauchbaren Resultate geführt, weshalb es nicht genug anzuerkennen ist, daß Lesbros und Boileau auch diesen Gegenstand ihren Versuchen unterwarfen und damit zur Ausfüllung dieser Lücke so weit beitrugen, als damit practischen Bedürfnissen einigermaßen genügt wird.

In nachstehender Tabelle (aus Lesbros, Expériences etc., §. 200, Pag. 154) sind die gedachten Erfahrungswerte zusammengestellt, wobei B , b und H die bisherigen Bedeutungen haben, e aber die mittlere Dicke des Wasserstrahles in der Ebene des Ueberfalls bezeichnet¹⁾, ferner $D^{(A)}$, $D^{(B)}$, $D^{(C)}$, . . . die Senkungen $H - e$ ausdrücken, welche die respective mit (A), (B), (C) . . . bezeichneten Formeln liefern²⁾.

Als Maaßinheit ist überall der Millimeter angenommen.

Werthe des Verhältnisses $\frac{b}{B}$	Ueberfälle, deren Abflußkante vom Canalboden gänzlich isolirt ist.	
$\frac{b}{B} < 0,5$	Mündend in die freie Luft $H - e = D^{(A)} = 0,9 + \sqrt{\frac{pe}{pe} + 0,81}$ (A) $p = 5,428 - (0,00173l - 2,373)^2$	Außerhalb der Mündung mit einem horizontalen Gerinne versehen $H - e = D^C = [1,0 - (0,00138e - 0,768)^2] D^{(C)}$
$\frac{b}{B} > 0,6$	$H - e = D^{(B)} = \alpha\eta^2 + \beta\eta - \gamma$ $\alpha = 0,00315 \left[\left(\frac{b}{B} - 0,656 \right)^2 + 0,037 \right]$ (B) $\beta = 0,89 \left[\left(\frac{b}{B} - 0,83 \right)^2 + 0,096 \right]$ $\gamma = 9,1 \left[\left(\frac{b}{B} - 0,98 \right)^2 - 0,333 \right]$	$H - e = D^D = \frac{D^B}{1,723 + (0,00444h - 0,607)^2} (D)$

¹⁾ Man erhält diese Dicke, wenn man das Querprofil des Strahles in der Ueberfallskante (wie Fig. 131 zeigt) sorgfältig ermittelt und dessen Flächeninhalt durch die Breite der Ueberfallskante dividirt.
²⁾ Zur Ermittlung der Constanten in den Formeln (A) und (C) benutzte Lesbros nicht weniger als 78 Versuche von Castel, Bidone, Eytelwein und Lesbros. In gleicher Weise wurde für denselben Zweck bei den Formeln (B) und (D) die Anzahl von 59 Versuchen von Castel, Eytelwein und Lesbros benutzt.

Zur Beurtheilung der Formeln (A) und (B) wurden in nachstehender Tabelle einige vergleichende Resultate aus den Versuchen und Rechnungen Lesbros zusammengestellt:¹⁾

Beobachter	Beobachtet				H berechnet nach Formel (A)	Beobachter	Beobachtet				H berechnet nach Formel (B)
	b	$\frac{b}{B}$	Strahl- dicke η	H			b	$\frac{b}{B}$	Strahl- dicke η	H	
	Millim.		Millim.	Millim.		Millim.	Millim.	Millim.	Millim.		Millim.
Castel	50,00	0,0675	235,5	240,0	241,27	Castel	740,0	1,00	68,30	81,49	81,20
"	100,0	0,1351	111,30	120,0	120,33	"	"	"	103,20	124,50	122,90
"	200,0	0,2703	88,0	100,0	99,73	"	361,0	1,00	50,70	60,82	60,62
Eytelwein	157,0	0,1250	382,77	392,50	408,35	"	680,4	0,9195	67,60	80,91	78,38
"	261,0	0,2080	267,84	282,60	290,02	"	300,2	0,8316	122,60	143,78	139,11
"	366,0	0,2920	202,53	226,08	225,52	"	600,1	0,8109	84,10	100,66	95,44
"	471,0	0,3750	164,22	187,14	187,31	"					
Bidone	77,44	0,1205	159,60	169,19	168,71	Eytelwein	1082,0	0,8656	92,0	109,74	105,17
"	170,77	0,2656	117,71	129,55	130,05	"	673,0	0,5384	128,0	152,48	152,52
Poncelet und Lesbros	200,0	0,0543	1644,0 ²⁾	1803,0	1800,5	Lesbros ³⁾	200,0	0,833	183,30	209,00	209,04
						"	"	1,000	129,70	155,10	155,36

¹⁾ Experiences etc., Pag. 109—111.

²⁾ Nach sorgfältigen Messungen ergab sich der Querschnitt des Strahles, Fig. 131, in der Ebene der Abflußkante zu: 328,80 Quadratcentimeter. Dividirt man letztere Zahl durch die Breite 0^m,20 des Ueberfalles, so folgt die mittlere Dicke des Wasserstrahles: $\frac{328,80}{200} = 1644$ Millimeter, wie in der Tabelle.

³⁾ Der erste Versuch entspricht der Anordnung A, e, Fig. 103, der zweite der von A, f, Fig. 103.

Zur Vervollständigung des Vorstehenden zeigt Fig. 130 den Längendurchschnitt mittelst einer Verticalebene durch die Mitte eines Ueberfallstrahles nach der Stromrichtung, welcher zu dem in vorstehender Tabelle angeführten Versuche Poncelet's und Lesbros¹⁾ gehört, wobei die Ueberfallsbreite $b = 0^m,20$, $\frac{b}{B} = 0,0543$, $\eta = 0^m,1644$ und die Druckhöhe $H = 0^m,1803$ betrug. Fig. 131 zeigt endlich noch das Profil dieses Strahles in der Ebene der Ueberfallskante rechtwinklig zur Bewegungsrichtung.

Fig. 130.

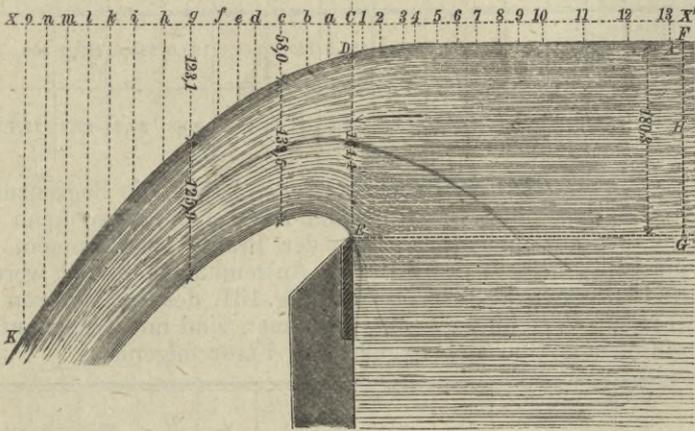
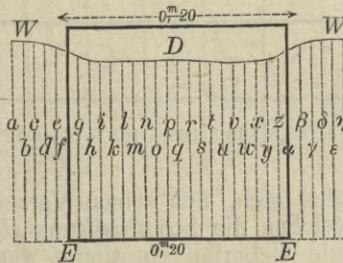


Fig. 131.



Die Coordinaten der Begrenzungscurve des Längenprofils, Fig. 130, von der Ebene der Abflußkante, links nach CX und rechts nach CX' gerechnet, sind mit Bezug auf die eingeschriebenen Buchstaben und Ziffern der Figur in folgenden Tabellen zusammengestellt:

¹⁾ Expériences etc. par Poncelet et Lesbros. Pag. 130, Nr. 127, Planche 6.

Ort auf CX	C	a	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o
Horizontalabstand von C aus in Millimetern	0,0	20,0	40,0	64,0	90,0	104,0	120,0	150,0	170,0	200,0	220,0	240,0	260,0	280,0	300,0
Verticalabstand in Millimetern	35,6	40,9	47,7	58,0	73,3	83,4	96,5	123,1	141,7	170,0	191,1	214,4	239,0	264,5	293,4
Ort auf CX'	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Horizontalabstand von C aus in Millimetern	10,0	30,0	50,0	60,0	80,0	100,0	120,0	140,0	160,0	180,0	220,0	260,0	300	} Anfang der Senkung	
Verticalabstand in Millimetern	33,0	29,8	27,1	26,2	24,5	23,0	22,0	21,3	20,9	20,8	20,2	19,8	19,7		

Obwohl, wie die Coordinaten erkennen lassen, die Begrenzungscurve ADK nicht genau eine gemeine Parabel bildet, so kann dies doch für die gewöhnlichsten Fälle der Praxis angenommen, also auch hier die Formeln des §. 97 in Anwendung gebracht werden.

Die Ordinaten des Querprofiles, Fig. 131, des Strahles von der unteren Kante der Mündung aus gerechnet, sind mit Bezug auf die eingeschriebenen Buchstaben gedachter Figur folgende:

a	b	c	d	e	f	g	h	i	k	l	m	n	o	p
181,0	180,5	179,5	178,1	177,7	173,2	165,8	163,8	163,5	163,3	163,5	163,8	164,0	164,2	164,3
q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	α	β	γ	δ	$\varepsilon = \eta$
164,4	164,3	164,2	164,0	163,8	163,5	163,3	163,5	163,8	165,8	173,2	177,7	178,1	179,5	181,0

Boileau bemühte sich, aus seinen Versuchen Tabellen zu berechnen, mittelst welchen die Strahlensenkung $H - e$ für über die ganze Wand reichende Ueberfälle bestimmt werden kann, sobald die Druckhöhe H und die Höhe S der Ueberfallskante über der Canalsole gegeben ist¹⁾.

Wir theilen hier diejenige dieser Tabellen mit, welche die Werthe von $H - e$ für vollkommene Ueberfälle verzeichnet und zwar:

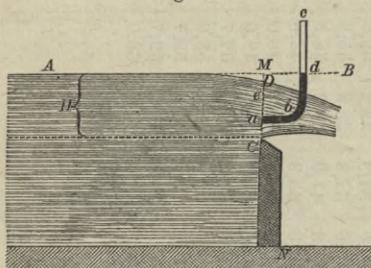
1) Traité de la mesure des eaux courantes. Pag. 70.

Druckhöhen = H in Millimetern	Für folgende Höhen = S der Ueberfallskante etc. über der Canalsohle. (Alle Werthe in Millimetern ausgedrückt.)															Druckhöhen = H in Millimetern
	200	250	300	350	400	450	500	550	600	700	800	900	1000	1100		
40	8,0						8,6	7,6	7,1	6,5	6,4	6,5	6,6	6,7	40	
50	9,0	9,0	9,3	9,5	9,5	9,3	9,8	9,0	8,4	8,3	8,0	8,1	8,2	8,3	50	
60	10,3	11,4	12,0	12,2	12,0	11,8	11,0	10,4	10,2	10,0	9,8	9,9	10,0	10,1	60	
70	11,9	12,8	13,3	13,4	13,2	13,0	12,2	12,0	11,8	11,4	11,2	11,4	11,5	11,6	70	
80	13,2	14,1	14,9	15,0	14,8	14,5	13,6	13,4	13,3	13,0	12,8	12,9	13,0	13,1	80	
90		15,8	16,3	16,8	16,2	16,0	15,2	15,1	15,0	14,7	14,5	14,4	14,5	14,6	90	
100		17,2	18,0	18,2	17,9	17,6	17,0	16,6	16,5	16,3	16,1	16,0	16,0	16,0	100	
120		20,4	21,4	21,6	21,3	20,6	19,9	19,6	19,4	19,2	19,1	19,0	19,0	19,0	120	
140		23,4	24,5	24,8	24,3	23,7	23,1	22,9	22,7	22,4	22,0	21,6	21,6	21,6	140	
160		26,5	27,6	27,7	27,0	26,7	26,4	26,2	26,0	25,7	25,5	24,7	24,6	24,6	160	
180		29,4	30,5	30,4	29,6	29,0	28,8	29,0	29,2	29,4	28,6	27,5	27,1	27,4	180	
200		32,4	33,0	32,9	32,4	31,9	31,7	31,6	32,4	32,6	31,7	30,3	30,0	30,6	200	
220								35,0	35,8	35,8	34,8	33,2	32,8	33,8	220	
240								38,2	38,7	38,6	37,8	36,0	35,6	36,8	240	
260									41,4	41,8	41,0	39,2	38,9	39,9	260	
280									44,9	45,0	43,8	42,4	42,6	43,8	280	
300										47,9	47,0	46,1	46,0	46,7	300	
320											49,1	49,6	49,6	49,5	320	
340											51,8	52,9	52,7	52,1	340	
360											54,8	56,4	56,0	54,7	360	
380											57,0	60,0	59,7	57,2	380	
400											59,6	63,2	62,7	60,3	400	
420											62,4	67,0	66,0		420	
440											65,6	70,0			440	
460											69,4	73,5			460	
480											73,0				480	
500											77,0				500	

Ist beispielsweise (wie S. 313) $H = 0^m,1664$ und $S = 0^m,3574$ gegeben, so liefert die Tabelle genau genug: $H - e = 0^m,028$, folglich $e = H - 0,028 = 0,1664 - 0,028 = 0^m,1384$.

Zusatz. Um bei Ueberfällen, auf möglichst leichte und sichere Weise, sowohl die Druckhöhe H als die Senkung $H - e$ des Wasserspiegels über der Abflußkante messen zu können, bedient man sich am Besten folgender zwei Methoden.

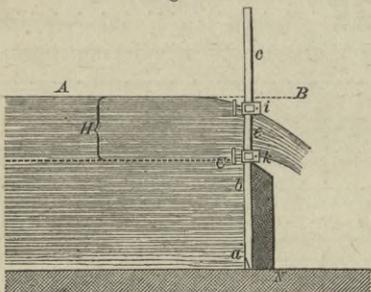
Fig. 132.



Nach Bidone¹⁾ nimmt man eine umgebogene Glasröhre abc , Fig. 132, und taucht diese so ein, daß die Mündung a des horizontalen Schenkels ab in die Ebene MN der Ueberfallskante kommt. Der Wasserstand bd im verticalen Schenkel bc ist dann stets so, daß dessen Oberfläche d im Niveau AB des ungesenkten Wasserspiegels liegt, mag die Mündung a mehr oder weniger tief unter das Wasser getaucht sein.

Dies Verfahren setzt jedoch voraus, daß die Oberfläche des Wassers sich ganz ruhig verhält, was naturgemäß nicht immer der Fall ist.

Fig. 133.



Deshalb bediente sich Boileau²⁾ bei seinen Versuchen einer ganz geraden, an beiden Enden offenen Glasröhre abc , Fig. 133, die aber unten noch eine Seitenöffnung a hat, um die Röhre unmittelbar auf den Boden des Canals stellen zu können. Versieht man dann die Röhre mit zwei geeigneten, verschiebbaren und festzustellenden Schiebern i und k , die mit etwas Reibung auf der Glasröhre gleiten, ferner mit Marken

(Spitzen etc.) ausgestattet sind, so erkennt man bald, daß sowohl e , als $H - e$ und H entsprechend gemessen werden können. Die Correction der Capillaritätswirkung, die Höhe des hierdurch entstehenden Meniscus ermittelte Boileau durch die Formel $\frac{29,8}{d}$, worin d den inneren Durchmesser der Röhre in Millimetern bezeichnet. Bei Röhren von 13 Millimeter lichter Weite, deren sich Boileau vorzugsweise bediente, wäre demnach die Meniscushöhe $= \frac{29,8}{13} = 2,292$ Millimeter. Die directe Messung ergab 2,30 Millimeter.

Um Oscillationen des Wassers in der Röhre abc zu verhüten, verschloß Boileau deren untere Oeffnung nicht vollständig, sondern ließ eine kleine Oeffnung a frei, deren Durchmesser etwa 1 Millimeter betrug.

¹⁾ Mémoires de l'Académie de Turin. Tome XXVIII, année 1824.

²⁾ Traité de la mesure des eaux courantes. Pag. 51 und 83.

Bei Ueberfällen von geringer Breite rath Boileau, den durch Einsetzen der Röhre verursachten Stau bei der Berechnung zu berücksichtigen. Beispielsweise giebt er an, daß die Breite des Ueberfalles um das 1,4fache der Röhrendicke zu vermindern ist, wenn diese 10 bis 13 Millimeter beträgt.

Wegen noch anderer Sicherheitsmaßregeln und sonstiger Specialitäten für genaue Messungen, muß der Verfasser wiederum auf Boileau's kurz vorher citirtes Werk verweisen, woselbst dieser Gegenstand auf den Seiten 51, 82, 83 und 84 ausführlich erörtert wird. Einiges hiervon findet sich auch im Referate Herrn Bornemann's über Boileau's Werk im 2. Bande (1854), S. 78 des Civilingenieurs.

Viertes Capitel.

Ausfluß des Wassers durch Mündungen in den Seitenwänden der Gefäße bei veränderlicher Druckhöhe.

§. 116.

Unter Voraussetzung einer rechteckigen Mündung, wie Fig. 92, würde, vom mathematischen Standpunkte aus, zur Berechnung der Ausflußmenge und Zeit der Senkung des Wasserspiegels, bei veränderlicher Druckhöhe, die Gleichung I, §. 95, zu Grunde zu legen sein. Für die betreffenden und gewöhnlichen Fälle der Praxis sind jedoch die Mündungshöhen im Verhältniß zu den Druckhöhen meist so niedrig, daß man für den Zweck der gedachten Berechnungen von der Formel II, §. 95, ausgehen, d. h. die Schwerpunktsentfernung vom Oberwasserspiegel als Druckhöhe einführen kann. Sodann erhält man aber Gleichungen, welche ganz identisch den des §. 87 etc. sind, sobald man die dortigen Druckhöhen auf den Schwerpunkt bezieht.

Unter Voraussetzung eines prismatischen Behälters vom Querschnitte = A ist daher die Zeit = t der Senkung von einer anfänglichen Druckhöhe η bis zu einer geringeren η_1 :

$$t = \frac{2A}{\mu a \sqrt{2g}} \left\{ \sqrt{\eta} - \sqrt{\eta_1} \right\}.$$

Anmerkung. Bezeichnet q die pro Secunde dem prismatischen Gefäße vom Querschnitte A zufließende Wassermenge, u die Druckhöhe über der oberen Mündungskante, e die Höhe der Mündung, so erhält man, ähnlich wie S. 234, für das Element dQ der in der Zeit dt ausfließenden Wassermenge: $dQ = \frac{2}{3} \mu b dt \sqrt{2g} \left\{ (u + e)^{\frac{3}{2}} - u^{\frac{3}{2}} \right\}$ und

$dQ = \pm Adu + qdt$, also:

$$dt = \frac{\pm A}{-q + \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g}} \left\{ \frac{du}{(u + e)^{\frac{3}{2}} - u^{\frac{3}{2}}} \right\}.$$

+ oder - je nachdem u mit t wächst oder abnimmt.

Die Integration dieser Gleichung ist zwar etwas umständlich, jedoch mit keinen besonderen Schwierigkeiten verbunden¹⁾.

Zusatz 1. Fließt das Wasser bei veränderlicher Druckhöhe durch einen oben offenen Seitenwandeneinschnitt oder Ueberfall, so erhält man mit Bezug auf II, §, 111, für die Senkungszeit t , wenn die obigen Bezeichnungen beibehalten werden:

$$t = \frac{3A}{\mu b \sqrt{2g}} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\eta_1}} - \frac{1}{\sqrt{\eta}} \right\}.$$

Zusatz 2. Für den Ausfluß bei veränderlicher Druckhöhe aus Seitenöffnungen nicht prismatischer oder ganz unregelmäßiger Gefäße, so wie für den Fall, daß mit dem Abflusse gleichzeitig Zufluß verbunden ist, kann es nach allem bis jetzt Abgehandelten keine besondere Schwierigkeit bieten, die betreffenden Fragen mit Hinsicht auf §. 91 bis mit §. 92 zu beantworten.

§. 117.

Schleusen-Füllung und Entleerung.

Die Formeln des vorigen Paragraphen lassen sich auch auf den Fall anwenden, wo ein ursprünglich leeres Gefäß $BCGFE$,

Fig. 134.

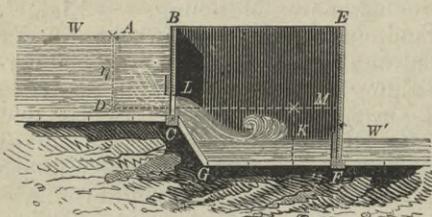


Fig. 134, zum Theil oder ganz dadurch gefüllt wird, daß sich in dasselbe, durch eine Seitenmündung L , Wasser eines zweiten Gefäßes ergießt, in welchem letzteren die Druckhöhe fortwährend dieselbe bleibt. Die Erklärung hierzu ergibt sich von selbst, wenn man beachtet, daß die Zeit

der gedachten Füllung keine andere als die sein kann, welche man beobachtet haben würde, wenn ein gleiches Wasserquantum aus einer Seitenwandöffnung, vom Flächeninhalte L , aus dem sonst überall verschlossenen Gefäße $BGFE$ bei abnehmender Druckhöhe ausgeflossen wäre.

Den gemachten Voraussetzungen besonders entsprechend sind die sogenannten einfachen Schiffahrtsschleusen, weshalb auch hier die Zeit zur Anfüllung der Kammer $BGFE$ einer solchen Schleuse berechnet werden mag.

Hierzu bezeichne A den mittleren Querschnitt des auf ein rechteckuläres Prisma reducirten Kammerraumes, K die mittlere Tiefe des letzteren vom Schwerpunkte der Schützenöffnung L bis zum Boden GF der Kammer gerechnet, ferner η die constante Druckhöhe des Oberwassers und endlich sei a der Flächeninhalt der Mündung L im Oberthore.

Sodann erhält man ohne Weiteres für die Zeit t , nach welcher der Raum $LGFM$ vom Boden bis zur Schwerpunktebene LM der Mündung L gefüllt wird, wegen $A \cdot K = \mu a t_1 \sqrt{2g\eta}$:

¹⁾ Lösung solcher Aufgaben finden sich namentlich in Lehmus Sammlung etc. Bd. 1, S. 91 ff. Berlin 1828.

$$(1) \quad t_1 = \frac{AK}{\mu a \sqrt{2g\eta}}.$$

Eben so ergibt sich die Zeit t_2 , binnen welcher der obere Raum $LBEM$ gefüllt wird, zu:

$$(2) \quad t_2 = \frac{2A\sqrt{\eta}}{\mu a \sqrt{2g}} = \frac{2A\eta}{\mu a \sqrt{2g\eta}}.$$

Daher die Zeit T zur vollständigen Füllung der vorher leeren Kammer, aus (1) und (2):

$$I. \quad T = \frac{A(K + 2\eta)}{\mu a \sqrt{2g\eta}}.$$

Die fast unglaublich gute Uebereinstimmung dieser Rechnungen mit der Erfahrung läßt sich u. A. aus einem Versuche Eytelwein's¹⁾ entnehmen, den derselbe an einer Schleusenammer des Bromberger Canales anstellen ließ. Dabei war $A = 4284$ rhein. Quadratfuß, $\eta = 7$ Fuß 1 Zoll (man ließ vor der Beobachtung die Kammer erst so weit voll laufen, daß die Schützenöffnung vollkommen unter dem Wasserspiegel der Kammer stand, so daß η die Differenz des Ober- und Kammerwassers am Anfange der Beobachtung bezeichnet), $a = 2' \times 1\frac{1}{3}' = \frac{8}{3}$ □ Fuß. Nimmt man nun nach §. 102 $\mu = 0,615$, so erhält man mittelst der Formel (2), wegen $\sqrt{2g} = 7,91$, für preuß. Maaße:

$$t_2 = \frac{2 \cdot 4284 \cdot 7,083}{0,615 \cdot \frac{8}{3} \cdot 21,04} = 1758,71 \text{ Secunden.}$$

Die Beobachtung gab 1763 Secunden.

Die Zeit des Leerlaufens der Schleuse berechnet sich, wenn η_1 die Niveau-Differenz des Schleusen- und Außenwassers bezeichnet und die Mündungshöhe im Unterthore = e , die Mündungsbreite = b ist, sofort nach (2) zu:

$$II. \quad T_1 = \frac{2A\sqrt{\eta_1}}{\mu b e \sqrt{2g}},$$

sobald die Ausflußmündung im Unterthore ganz unter Wasser steht.

Wird dagegen letztgedachte Mündungshöhe e nur bis zu e_1 Höhe vom Unterwasser bedeckt, d. h. ist der Abstand des Unterwassers von der oberen Mündungskante = $e - e_1$, so berechnet sich die Entleerungszeit T_2 aus der Gleichung:

$$T_2 = \frac{2A\eta_1}{\mu b e_1 \sqrt{2g\eta_1}} + \frac{2A\eta_1}{\mu b (e - e_1) \sqrt{2g[\eta_1 - \frac{1}{2}(e - e_1)]}}, \text{ zu}$$

$$III. \quad T_2 = \frac{2A\eta_1}{\mu b \sqrt{2g} \left\{ e_1 \sqrt{\eta_1} + (e - e_1) \sqrt{\eta_1 - \frac{1}{2}(e - e_1)} \right\}}.$$

Beispiel. Nach den Angaben d'Aubuisson's²⁾ wurde eine Schleusenammer des Canals von Languedoc in der Zeit von 5 bis 6 Minuten gefüllt, bei welcher $A = 325,6$ Quadratmeter war und in Bezug auf Fig. 134, die Druckhöhe über dem Mündungsschwerpunkt

¹⁾ Hydraulik, §. 120.

²⁾ Traité hydraulique, §. 97.

$\eta = 1^m,949$, der Abstand dieses Schwerpunktes vom Unterwasserspiegel, d. i. $k = 0^m,325$ und zwei neben einander liegenden Schützenöffnungen 1,2572 Quadratmeter Inhalt hatten. Es fragt sich, wie sich die Füllzeit nach obigen Formeln berechnet?

Auflösung. Man erhält ohne Weiteres nach Formel I, wenn, aus Tabelle S. 261, $\mu = 0,595$ gewählt wird:

$$T = \frac{325,6 [2 \cdot 1,949 + 0,325]}{0,595 \cdot 1,2572 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 1,949}} = 297,2 \text{ Sec.}$$

d'Aubuisson nimmt $\mu = 0,548$ und findet daher

$$T = 323 \text{ Sec.}$$

Trotzdem letzterer Werth noch besser mit der Beobachtung stimmt als der vorher berechnete, so beruht dennoch die d'Aubuisson'sche Annahme auf Versuchen, deren Resultate etwas bezweifelt werden müssen. Höchst wahrscheinlich ist die Angabe von 5 bis 6 Minuten Füllzeit nicht richtig, was um so wahrscheinlicher ist, als sie nur von Geschichtsschreibern, nicht aber von Hydraulikern angegeben wird. d'Aubuisson verweist daher selbst auf den oben angeführten Versuch Eytelwein's, um den practischen Werth der Formeln vorstehenden Paragraphens zu beurtheilen.

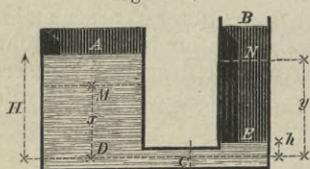
§. 118.

Füllzeit der Kammern gekuppelter Schleusen.

Die Resultate des vorstehenden Paragraphen sind ganz unbrauchbar für den Fall, daß die Druckhöhe des Speisewassers für das vorher leere Gefäß ebenfalls veränderlich ist, was unter Andern beim Anfüllen hinter einander liegender Schleusenkammern, oder bei sogenannten gekuppelten Schleusen ¹⁾ eine practische Anwendung finden kann.

Zur Herleitung der betreffenden mathematischen Ausdrücke

Fig. 135.



für die Füllzeit solcher Schleusen stelle Fig. 135 ABC zwei communicirende Gefäße M und N von prismatischer Form mit den respectiven Querschnitten A und B dar, das Verbindungsgefäß C beider habe den durchaus gleichen Querschnitt a . Ferner sei die anfängliche Druckhöhe im ersten Gefäße H , die variable daselbst x , die anfängliche Druckhöhe im zweiten Gefäße B sei h , die variable daselbst y .

Sodann erhält man sofort:

$$(1) \quad Adx = -Bdy; \quad (2) \quad Adx = -\mu adt \sqrt{2g} \cdot \sqrt{x-y}.$$

¹⁾ Gekuppelte Schleusen werden bei großen Gefällen angewandt, um letzteres auf mehrere Schleusen zu vertheilen, d. h. für jede einzelne Schleuse das gewöhnliche Gefälle von 6 bis höchstens 12 Fuß (1,88 bis 3,76 Meter) zu erhalten. Hierüber, so wie über das Füllen und Leeren der Schleusenkammern lese man Hagen, Wasserbaukunst. 2. Theil, 3. Bd., S. 23 und 221.

Die Integration beider Werthe liefert, wenn man beachtet, daß für $x = H$ gleichzeitig $y = h$ wird:

$$Ax + By = AH + Bh.$$

Hieraus ferner:

$$(3) \quad y = \frac{AH + Bh}{B} - \frac{A}{B} x,$$

wofür zur Abkürzung gesetzt werden mag:

$$y = m - nx.$$

Substituirt man letzteren Werth in (2), so folgt leicht, nach gehöriger Integration und Wiederentfernung der Größen m und n :

$$t = - \frac{2A \sqrt{B}}{\mu a (A + B) \sqrt{2g}} \sqrt{[x(A + B) - AH - Bh]} + K.$$

Für die Constante K ergibt sich aber, weil für $x = H$ die Zeit $t = \text{Null}$ ist:

$$K = \frac{2A \sqrt{B}}{\mu a (A + B) \sqrt{2g}} \sqrt{B(H - h)}.$$

Daher aus (4) das bestimmte Integral folgt:

$$\text{I. } t = \frac{2A \sqrt{B}}{\mu a (A + B) \sqrt{2g}} \left\{ \sqrt{B(H - h)} - \sqrt{[x(A + B) - AH - Bh]} \right\}.$$

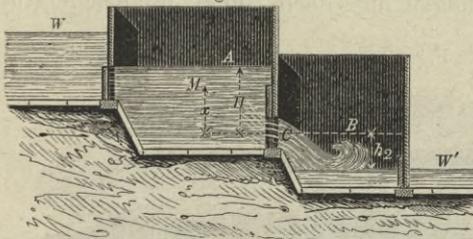
Für die Zeit T , nach welcher das Wasser in beiden Gefäßen (Kammern) gleiche Höhe hat, wird $x = y$ und somit aus (3):

$$x = \frac{AH + Bh}{A + B}.$$

Letzterer Werth in I. substituirt, giebt:

$$\text{II. } T = \frac{2AB \sqrt{H - h}}{\mu a (A + B) \sqrt{2g}}.$$

Fig. 136.



Zusatz. Im Vorstehenden ist vorausgesetzt, daß die Ausflußöffnung gleich beim Anfange der Füllung ganz unter Wasser gesetzt ist. Ist dies nicht der Fall, steht vielmehr das Unterwasser um die Größe h_2 unter dem Schwerpunkte C , Fig. 136, der Schützenmündung,

so gestalten sich die betreffenden Rechnungen folgendermaßen:

Zuerst erhält man für die Zeit t_1 , nach welcher so viel Wasser aus der ersten Kammer in die zweite geflossen ist, daß der Wasserstand der unteren Kammer den Schwerpunkt der Einflußöffnung erreicht:

$$t_1 = \frac{2A}{\mu a \sqrt{2g}} \left\{ \sqrt{H} - \sqrt{x_1} \right\},$$

wo x_1 aus der Gleichung $A(H - x_1) = Bh_2$ zu entnehmen ist.

Eben so erhält man für die Zeit t_2 , nach welcher der Wasserstand

in beiden Kammern gleiche Höhe erreicht hat, weil sodann x_1 die anfängliche Druckhöhe bezeichnet, nach II:

$$t_2 = \frac{2AB \sqrt{x_1}}{\mu a (A+B) \sqrt{2g}}.$$

Daher endlich die ganze Zeit $T_1 = (t_1 + t_2)$ zum Füllen, bis das Wasser in beiden Kammern in gleichem Niveau steht:

$$T_1 = \frac{2\sqrt{A}}{\mu a \sqrt{2g}} \left\{ \sqrt{AH} - \sqrt{AH - Bh_2} \right\} + \frac{2B\sqrt{A}}{\mu a(A+B)\sqrt{2g}} \sqrt{[AH - Bh_2]}$$

oder

$$\text{III. } T_1 = \frac{2\sqrt{A}}{\mu a \sqrt{2g}} \left\{ \sqrt{AH} - \frac{A}{A+B} \sqrt{AH - Bh_2} \right\}.$$

Beispiel. An einer gekuppelten Schleuse des Canals von Languedoc beobachtete d'Aubuisson¹⁾ die Füllzeit bis zu gleichem Wasserstande in zwei Kammern zu 2 Minuten 29 Sekunden, es fragt sich, welche Zeit sich nach vorstehenden Formeln berechnet, wenn $H = 4^m,14$ und $h_2 = 0^m,24$, ferner $A = 205 \square^m$, $B = 215 \square^m$, $a = 1^m,249$ ist und μ (nach d'Aubuisson) = 0,548 gesetzt wird?

Auflösung. Mittelst Formel II. ergibt sich:

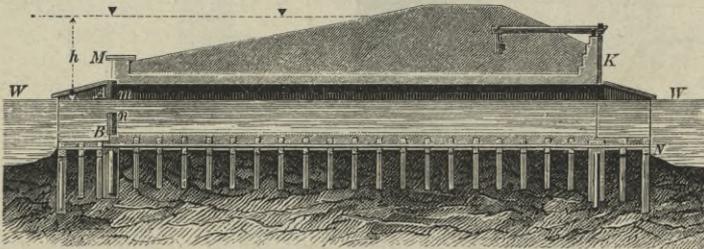
$$T = \frac{2 \cdot 205 \cdot 215 \sqrt{4,14 - 0,24}}{0,548 \cdot 1,249 \cdot 420 \cdot \sqrt{2 \cdot 9,81}} = 137 \text{ Sec.} = 2 \text{ Minuten } 17 \text{ Sekunden.}$$

Die Differenz von 12 Sekunden zwischen der beobachteten und berechneten Zeit schreibt d'Aubuisson dem Umstande zu, daß der Thorschützen noch nicht ganz aufgezogen war, als das Wasser den Mündungsschwerpunkt erreichte.

§. 119.

Zum ferneren Studium des Ausflusses aus Seitenöffnungen bei veränderlicher Druckhöhe, folgen hier noch einige practische Aufgaben.

Fig. 137.



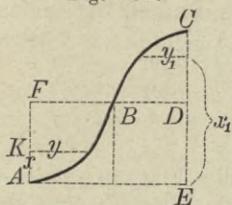
Aufgabe 1. In der Thür AB (Flutthüre) einer größeren Abwässerungsschleuse (eines Sieles) MN , Fig. 137, befindet sich eine Schützen- oder Schoßöffnung mn zum Hereinlassen des frischen Stromwassers, welches nahe der Mündung am Meere seinen Wasser-

¹⁾ Traité d'hydraulique, Pag. 117.

stand mit der Ebbe und Flut ändert. Beim Schließen der Thür berühre der Wasserspiegel W die obere Kante m der Schoßöffnung und die Flut steige unmittelbar nachher, während der ganzen Flutzeit T auf die Höhe h . Es ist anzugeben, wie viel Wasser durch die Schoßöffnung vom Flächeninhalte a (gegen die ganze Thoröffnung sehr gering) während der vollen Flutzeit ausgeflossen ist, sobald sich das Wasser über eine sehr große Binnenlandfläche ungehindert verbreiten kann.

Auflösung. Da das Gesetz des Steigens und Fallens der Flut und Ebbe an den Meeresküsten und betreffenden Stromschnellen, wohin sich Ebbe und Flut noch erstrecken, fast überall verschieden und insbesondere von der Gestalt der Ufer etc. abhängig ist, so würde die Auflösung unserer Aufgabe die Bekanntheit einer sogenannten Flutcurve (Flutwelle) für den jedesmaligen Ort voraussetzen, aus welcher man die gehörigen Elemente der Rechnung entnehmen müßte. Nimmt man deshalb für gegenwärtigen Zweck an, daß die Flutcurve aus zwei gemeinen Parabeln AB und BC , Fig. 138, besteht, wovon der Scheitel A der einen im Ebbe-, der der anderen im Flutspiegel liegt¹⁾, so gestaltet sich die Rechnung folgendermaßen.

Fig. 138.



Es repräsentire AE die Flutzeit T , EC die Höhe h vom Schwerpunkte der Oeffnung mn aus gerechnet und der Rechnungsabkürzung wegen werde angenommen, daß beide Parabeläste im Punkte B zusammenstoßen, welcher genau in der halben Höhe h liegt, so daß $DE = \frac{h}{2}$, $BD = \frac{T}{2}$ ist. Hiernach erhält man zunächst für den Parameter p

$$p = \frac{FB^2}{AF} = \frac{T^2}{2h}.$$

Zur Berechnung der Wassermenge q , welche in der ersten Hälfte der Flutzeit ins Binnenland fließt, sei ferner $AK = x$ die veränderliche Steighöhe, welche der Zeit $= y$ entspricht. Sodann ist aber $y^2 = px = \frac{T^2}{2h} \cdot x$, $dy = \frac{T}{\sqrt{2h}} \cdot \frac{dx}{2\sqrt{x}}$ und sonach:

$$dq = \mu a dy \sqrt{2gx}, \text{ d. i.}$$

$$dq = \mu a \frac{T}{2\sqrt{2h}} dx \sqrt{2g} \text{ und}$$

$$(1) \quad q = \mu a \frac{T \sqrt{g}}{2 \sqrt{h}} \int_0^{\frac{h}{2}} dx = \frac{\mu a T \sqrt{2gh}}{4 \sqrt{2}}.$$

Um eben so eine Gleichung für die Wassermenge q_2 der

¹⁾ Diese Annahme entspricht so ziemlich der von Hübbe (Reisebemerkungen, Hamburg 1844, S. 41) für Cuxhaven beobachteten Flutwelle.

zweiten Zeithälfte zu erhalten, sei x_1 der veränderliche Wasserstand über dem Schwerpunkte der Mündung mn und y_1 die entsprechende Zeit. Sodann ist: $y_1^2 = p(h - x_1) = \frac{T^2}{2h}(h - x_1)$ und

$$dy_1 = -\frac{T}{\sqrt{2h}} \cdot \frac{dx_1}{2\sqrt{h-x_1}},$$

oder, weil hier y_1 abnimmt, wenn x_1 wächst: $dy_1 = \frac{T}{\sqrt{2h}} \cdot \frac{dx_1}{2\sqrt{h-x_1}}$, daher:

$$dq_1 = \mu a dy_1 \sqrt{2gx_1}, \text{ d. i.}$$

$$dq_1 = \frac{\mu a T \sqrt{2g}}{\sqrt{2h}} \frac{dx_1 \sqrt{x_1}}{2\sqrt{h-x_1}} \text{ und hieraus:}$$

$$q_1 = \frac{\mu a T \sqrt{2g}}{2\sqrt{2h}} \int_{\frac{h}{2}}^h \frac{x_1 dx_1}{\sqrt{hx_1 - x_1^2}} \text{ } ^1) = \left(1 + \frac{\pi}{2}\right) \frac{\mu a T \sqrt{2gh}}{4\sqrt{2}}.$$

Sonach die während der ganzen Zeit T ins Binnenland geflossene Wassermenge = Q :

$$Q = q + q_1 = \left(2 + \frac{\pi}{2}\right) \frac{\mu a T \sqrt{2gh}}{4\sqrt{2}}, \text{ oder}$$

$$\text{I. } Q = 0,631 \cdot \mu a T \sqrt{2gh}.$$

Zusatz. Hätte man vorausgesetzt, daß die Flut in gleichen Zeiträumen auf gleiche Intervalle steigt, so würde man für eine veränderliche Zeit $t < T$ erhalten haben:

$$T : t = h : x \text{ oder } dt = \frac{T}{h} dx.$$

$$dQ = \mu a dt \sqrt{2gx} = \mu a \frac{T}{h} dx \sqrt{2gx} \text{ und}$$

$$Q = \mu a \frac{T}{h} \sqrt{2g} \int_0^h x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{3} \mu a T \sqrt{2gh},$$

$$\text{II. } Q = 0,666 \cdot \mu a T \sqrt{2gh}.$$

Aus dem Vergleiche von I. und II. dürfte, mindestens für ähnliche practische Fälle, hervorgehen, daß man bei der Schwierigkeit, ein mathematisches Gesetz aus der Flutcurve abzuleiten, welche für einen bestimmten Ort beobachtet wurde, der letzteren Annahme wird folgen können.

¹⁾ $\int \frac{x_1 dx_1}{\sqrt{hx_1 - x_1^2}} = -\sqrt{hx_1 - x_1^2} + \frac{h}{2} \arccos \left[\cos = \left(\frac{h-2x_1}{h} \right) \right] + \text{Const.}$

§. 120.

Aufgabe 2. Es ist die Spülzeit bei einer Spülschleuse, Fig. 139 (Längendurchschnitt) und Fig. 140 (Grundriß)¹⁾ unter

Fig. 139.

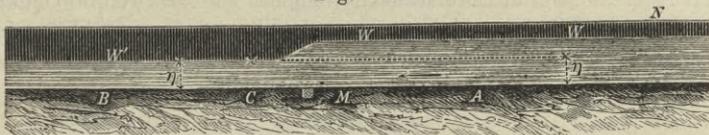
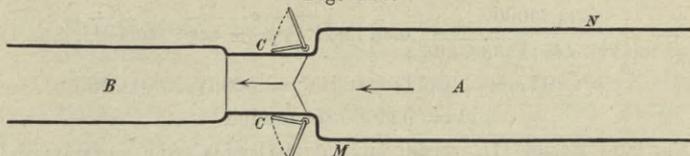


Fig. 140.



der Voraussetzung zu berechnen, daß das Wasser (Unterwasser) W' im Vorhafen B fortwährend gleiche Tiefe $= \eta$ behält, der anfängliche Abstand des ungesenkten Oberwasserspiegels W vom Unterwasserspiegel $= h$, am Ende der Spülzeit dagegen h_1 ist, und bei letzterem Wasserstande das Schließen der Thore erfolgt. Die sogenannte Luftöffnung (Ausflußmündung) der Schleuse habe eine Breite $CC = b$ und das Spülbassin MN enthalte (unter Voraussetzung prismatischer Form) einen Flächeninhalt von A Quadratfuß. Alle sonstigen Bezeichnungen mögen die bisherigen bleiben.

Auflösung. Setzen wir die veränderliche Wassertiefe des Oberwassers $= x$, die am Anfange des Spülens $h + \eta$, am Ende $h_1 + \eta$ ist, bezeichnen ferner mit dt ein Element der Spülzeit, so ist zuerst nach Formel II, S. 316:

$$-Adx = \mu b x dt \sqrt{2g(x - \eta)},$$

eine Gleichung, deren bestimmtes Integral zwischen den Grenzen $\eta + h$ und $\eta + h_1$ genommen und auf t reducirt giebt:

$$I. t = \frac{2A}{\mu b \sqrt{2g\eta}} \left\{ \text{arc. tg} \sqrt{\frac{h}{\eta}} - \text{arc. tg} \sqrt{\frac{h_1}{\eta}} \right\}.$$

Geht man dagegen von Formel I, S. 315, aus, so ist zu setzen:

$$-Adx = \frac{2}{3} \mu_1 (x - \eta) b dt_1 \sqrt{2g(x - \eta)} + \mu_2 \eta b dt_1 \sqrt{2g(x - \eta)}.$$

Für $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ folgt hieraus:

$$dt_1 = \frac{-Adx}{\mu b \sqrt{2g} \left\{ \frac{2}{3} (x - \eta)^{\frac{3}{2}} + \eta (x - \eta)^{\frac{1}{2}} \right\}},$$

¹⁾ Es bezieht sich diese Aufgabe auf die Bremerhaven-Spülschleuse mit Fächerthoren (Hagen, Handbuch der Wasserbaukunst. 2. Theil, 3. Bd., S. 300). Die hier am Ende folgenden Zahlenwerthe verdanke ich der Güte des beim Baue beschäftigt gewesenen Ingenieurs (jetzigen Geheimen Regierungsrathe etc.) Herrn von Kaven in Aachen.

wovon das bestimmte Integral zwischen den obigen Grenzen ist:

$$\text{II. } t_1 = \frac{A \sqrt{6}}{\mu b \sqrt{2g\eta}} \left\{ \text{arc. tg } \sqrt{\frac{2h}{3\eta}} - \text{arc. tg } \sqrt{\frac{2h_1}{3\eta}} \right\}.$$

Beispiel. Bei der Bremerhaven-Schleuse ist $A = 640,000$ Quadratfuß¹⁾, $\mu = 14$ Fuß, $h = 4\frac{1}{2}$ Fuß, $h_1 = 1$ Fuß und $b = 40$ Fuß, ferner ist $g = 33',6$ anzunehmen.

Auflösung. Für die Formel I. ist nach S. 316:

$$\mu = 0,512$$

als Mittelwerth zu nehmen, daher:

$$t = \frac{2 \cdot 640000}{0,512 \cdot 40 \sqrt{33,6 \cdot 28}} \left\{ \text{arc. tg } \sqrt{\frac{4,5}{140}} - \text{arc. tg } \sqrt{\frac{1}{14}} \right\}, \text{ d. i.}$$

$$t = 2037,65 \cdot \{0,516 \cdot 0,216\} = 2037,65 \cdot 0,255,$$

$$t = 519,60 \text{ Sekunden.}$$

Für die Formel II. werde mit Eytelwein (wie bereits S. 317) $\mu = 0,633$ angenommen, weshalb folgt:

$$\frac{A \sqrt{6}}{\mu b \sqrt{2g\eta}} = \frac{640000 \sqrt{6}}{0,633 \cdot 40 \sqrt{33,6 \cdot 28}} = 2018,56 \text{ und}$$

$$t_1 = 2018,56 \left\{ \text{arc. tg } \sqrt{\frac{2 \cdot 45}{3 \cdot 140}} - \text{arc. tg } \sqrt{\frac{2}{42}} \right\}, \text{ d. i.}$$

$$t = 2018,56 \{0,433 - 0,214\},$$

$$t = 442,10 \text{ Sekunden.}$$

Die Beobachtung gab beinahe 8 Minuten = 480 Sekunden, was, merkwürdig genug, das arithmetische Mittel aus beiden berechneten Werthen ist.

¹⁾ Bremer Maaße, wovon 1 Bremer Fuß = 0,922 preuß. = 0,289 Meter.

Zweiter Abschnitt.

Bewegung des Wassers in Canälen und Flüssen.

§. 121.

Geschichtliche Notizen.

Die Culturgeschichte der Erdbewohner lehrt bekanntlich¹⁾, daß sich schon die allerältesten, gebildeten Völker, die Aegypter und Assyrer, bemühten, mehr oder weniger von der Noth getrieben, die fließenden Binnengewässer ihrer Gebiete zu beherrschen, solche zum Nutzen für Landwirthschaft und Verkehr verwendbar zu machen, die Gefährlichkeit ihrer Hochfluten zu verhindern und deren vortheilhafte Beschiffung zu ermöglichen oder zu erhöhen, kurz Alles aufzubieten, die natürlich vorhandenen Verhältnisse der fließenden Gewässer zum Wohle der Menschen zu gestalten.

Dem Canal- und Teichbau widmeten die Aegypter²⁾ die größte Aufmerksamkeit, errichteten Dämme zu Schutzwehren der Städte und registrirten die Nilwasserstände durch besondere Meßapparate (Nilmesser), wovon sich einer in Oberaegypten, an der Insel Elephantina, ein anderer (wahrscheinlich) in Coptus für Mittelägypten und ein dritter in Memphis für Unteraegypten vorfand³⁾. Schleusenwerke waren wahrscheinlich durch ganz Aegypten und zwar sehr häufig und von beträchtlicher Größe angelegt; ihre Aufsicht führten geeignete Kunstverständige, welche das Oeffnen und Schließen der Thore und Thüren und den Ausfluß und Einfluß der Gewässer überwachten⁴⁾.

Nach den Aegyptern hatten die Assyrer⁵⁾ das kühnste und ausgedehnteste Wasserbausystem, regulirten die Gewässer des Euphrat und Tigris, hemmten deren nachtheilige Wirkungen durch gewaltige Steindämme und erbauten flußbreite Canäle und andere geeignete Werke.

Persien⁶⁾ besaß in dieser altgeschichtlichen Zeit bereits eine eigenthümliche Gattung unterirdischer Canäle, Karuz genannt, die, ganz in

¹⁾ In der Allgemeinen Maschinenlehre des Verfassers, Bd. IV, S. 545 ff., nach Herodot und anderen zuverlässigen Quellen.

²⁾ Hirt, „Ueber den allmäligen Anbau und Wasserbau des alten Aegyptens“. Berlin 1815. Ferner Prof. Schmidt in der deutschen Bauzeitung, Jahrg. 1878, S. 210 ff. (Zur Geschichte des Wasserbaues in Aegypten etc.).

³⁾ Nilmesser (der alten Zeit) findet man beschrieben und abgebildet in (dem Werke Napoleon I.) „Description de l'Égypte“. Tome I, Pag. 146 und 201, so wie Pag. 31 und 33. Ferner berichtet hierüber Wilkinson in seinem Werke „A popular account of the ancient Egyptians“. Vol. II, Pg. 249 und 257.

⁴⁾ Auch bei Wilkinson in dessen zweibändigem Werke „A popular account of the ancient Egyptians“. Vol. II, Pg. 5—11. — Herodot, besonders die (englische, illustrierte) Ausgabe von Rawlison und zwar Vol. I, Pag. 389 und Vol. II, Pag. 278. Endlich auch in Engineering (The British Association at Bristol), Jahrg. 1875, Pag. 142.

⁵⁾ Hirt, Die Geschichte der Baukunst bei den Alten. Berlin 1821, S. 148 ff.

⁶⁾ Ebendasselbst, S. 178.

Felsen gehauen, süßes Wasser aus reichen Quellengebieten durch ein felsiges Vorland in die persische Ebene leiteten.

In Indien wurden künstliche Wasserreservoirs (Sammelteiche) gepflegt, worin man die massenhaften Niederschläge der Regenzeit aufspeicherte und in der Zeit der Trockenheit durch zahlreiche Canäle den wasserbedürftigen Ländereien zuführte.

Auch in China, wo Land- und Gartenbau, nach Bedürfniß und Liebhaberei, schon in den ältesten Zeiten sorgfältig gepflegt wurden, stand die Wasserwirthschaft in großer Blüthe¹⁾.

Im zweiten Zeitalter Griechenlands (658 bis 476 vor Chr.) hatte man wahrscheinlich dort bereits gründliche Erfahrungen über den Bau der Wasserleitungen gesammelt, was namentlich durch die große Leitung zu Samos bestätigt wird²⁾.

Von den Wasserbauten der Römer³⁾ sind es hauptsächlich die Wasserleitungen (Aquaducte) der Hauptstadt, die zu den bewundernswürdigsten der damaligen Bauwerke gehörten. Aus weiter Ferne zogen sich die Leitungen durch die Campagna, ganze Bäche Wassers wurden in mannshohen bedeckten Canälen nach Rom geführt, damit auch die höchsten Punkte der Stadt der Wohlthat des Wassers theilhaftig wurden.

Die erste Wasserleitung erhielt Rom bereits 442 vor Chr. durch den Censor Appius Claudius, weshalb sie Aqua Appia genannt wurde⁴⁾. Die heute noch berühmteste (dem Zeitalter nach dritte) Leitung, die Aqua Marcia⁵⁾, wurde 146 vor Chr. unter dem Consulate des Sulpicius Galba und des Aurelius Cotta hergestellt⁶⁾.

Als die Leitungen der Appia und der nach ihr angelegten (zweiten) Leitung, die des Anio vetus, baufällig geworden waren, gab der Senat einem gewissen Marcius, welcher damals als Prätor zwischen Bürgern und Auswärtigen Recht sprach, den Auftrag, nicht nur diese Leitungen wieder herzustellen, sondern es sich auch angelegen sein zu lassen, zu erforschen, ob der Stadt nicht noch andere Gewässer zugeführt werden könnten. Dieser nun erbaute aus Quadersteinen weitere Leitungen und führte durch sie das zum Vortheile der Bürger Roms erworbene Wasser in die Stadt, welches (noch) heute von seinem Urheber den Namen „Aqua Marcia“ führt⁷⁾.

¹⁾ Reuleaux, „Ueber das Wasser“. Berlin 1871, S. 33 ff.

²⁾ Hirt, Die Geschichte der Baukunst bei den Alten. Bd. 1, S. 256.

³⁾ Becker, Handbuch der Römischen Alterthümer. Erster Theil, S. 701. — Ersch und Gruber, Encyclopädie der Wissenschaften und Künste. Fünfter Theil, der Artikel „Wasserleitungen“ (Aquaducte).

⁴⁾ Becker, a. a. O., S. 702.

⁵⁾ Frontinus, Ueber die Wasserleitungen der Stadt Rom. In der deutschen Uebersetzung, welche 1841 Dederich in Wesel besorgte, S. 244.

⁶⁾ Der Verfasser kann nicht umhin, der herrlichen Limonaden zu gedenken, welche demselben bei seinem Besuche Roms, im Jahre 1871, mit vielen anderen Besuchern der ewigen Stadt, an dem Brunnen des Marcia-Wassers, auf der Piazza Colonna, von schönen Händen gereicht wurden.

⁷⁾ In der deutschen (von Dederich besorgten) Uebersetzung der Schrift des Frontinus wird S. 245 bemerkt, „daß die Marcia an der Valeris'schen Straße quillt und zwar beim 36. Meilensteine, 3000 Schritt von Rom kommend rechts. Ihre Leitung hat von der Fassung bis zur Stadt eine Länge von 61710 $\frac{1}{2}$ Schritt“ etc.

Zu Frontinus Zeit (unter Kaiser Nerva, 96 bis 98 nach Chr.), der damals Aufseher der Wasserleitungen war, wurde Rom durch 9 Aqueducte mit Wasser versorgt¹⁾, welche der Stadt täglich 27 Millionen Cubikfuß (englisch) oder 764 Millionen Liter Wasser zugeführt haben sollen²⁾.

In seiner Schrift berichtet Frontinus auch über die Maaße und Mittel, welche bei Vertheilung der Nutzwasser in der Stadt Rom in Anwendung gebracht wurden, bemerkt dabei u. A., daß die aus einem Ausgußrohre fließende Wassermenge nicht bloß von der Weite dieses Rohres, sondern auch von der Höhe des zugehörigen Sammelbehälters abhängt, ohne jedoch ein bestimmtes Gesetz für die Abhängigkeit von Durchmesser und Druckhöhe angegeben zu haben, weshalb es zweifellos ist, daß Frontinus ein solches Gesetz überhaupt nicht gekannt hat, einfach, weil ihm die Gesetze des freien Falles der Körper unbekannt waren. Schon zu Frontinus Zeiten befanden sich Kunst und Wissenschaft in Verfall, bald nachher wurde jedoch ganz Europa in die gräulichste Barbarei versenkt, ein Zustand, der bekanntlich 1300 Jahre dauerte. Zuerst in Italien und zwar in der Zeit der Mediceer (von 1400 an) erholte sich der menschliche Geist aus der langen Erstarrung, insbesondere unter der Regierung des Cosmus (der 1464 starb), und zwar anfänglich im Gebiete der schönen Künste, nachher aber auch in den mathematischen, astronomischen und Naturwissenschaften, wo bald nachher die Namen Leonardo da Vinci³⁾ und Galilei⁴⁾ (Galileo) weithin glänzten.

Leonardo war das größte Genie des 15. Jahrhunderts. Berühmt als Maler (man denke nur an sein herrliches „Abendmahl Christi“), war er auch Philosoph, Dichter, Musiker, Architekt, Ingenieur und Meister in der Behandlung naturwissenschaftlicher und technischer Fragen⁵⁾. Von neueren italienischen Schriftstellern⁶⁾ wird Leonardo als der Urheber einer systematischen Hydraulik bezeichnet.

Beim Baue des berühmten Mailänder Domes war Leonardo hervorragend beschäftigt⁷⁾. Nach der unten citirten Quelle⁸⁾ sollen von Leonardo

¹⁾ Nach Größe der Druckhöhe geordnet, waren die damaligen 9 Leitungen folgende: Anio vetus (die höchste von allen) — Claudia — Julia — Tepula — Marcia — Anio novus — Virgo — Appia und Alsietina (unter allen die niedrigste).

²⁾ Nach (des Amerikaners) J. H. Parker's Buche „Aqueducts of Rom“, sollen später, nachdem die Wasserleitungen des Trajan und des Marcus Aurelius vollendet waren, die Zahl der Leitungen $9 + 5 = 14$ betrug, täglich $332\frac{1}{2}$ Gallon oder 1508 Liter Wasser pro Kopf der Bevölkerung in die Stadt geführt worden sein. Man sehe hierüber auch den Scientific American vom 11. August 1877.

³⁾ Leonardo da Vinci, geb. 1452 zu Vinci bei Florenz; gest. 1519 auf Schloß Cloux bei Amboise.

⁴⁾ Galilei, geb. 1564 zu Florenz und gest. 1642 zu Arcetri im Toscanischen.

⁵⁾ Dr. H. Grothe „Leonardo da Vinci als Ingenieur und Philosoph“. Ein Beitrag zur Geschichte der inductiven Wissenschaften und der Technik des Maschinenwesens. Eine fleißige (nach italienischen Quellen bearbeitete) Abhandlung, die zuerst in den Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbefleißes in Preußen, Jahrg. 1875, S. 96—189, veröffentlicht wurde.

⁶⁾ Die betreffenden Quellen bei Grothe etc., a. a. O., S. 115.

⁷⁾ Ebendasselbst, S. 107.

⁸⁾ Grebenaу, „Theorie der Bewegung des Wassers in Flüssen und Canälen“. München 1867, S. 16 (Note).

angegebene Schleusen zum ersten Male¹⁾ an dem Canale von Tessin nach Mailand benutzt worden sein, um Steine zum Dombaue herbeizuführen. Um 1497 beschäftigte den Leonardo die Schiffbarmachung des Canales von Martesano, die Canalisation des Ticino, so wie er außerdem das Wasser der Adda nach Mailand leitete, den schiffbaren Canal von Martesana nach den Thälern von Chiavenna und dem Veltlin zog, das Project des Canals von Romorantin entwarf, welcher den Zweck hatte, das Land zu berieseln und fruchtbar zu machen.

Bei diesen vielen und verschiedenen hydraulischen Arbeiten dürfte der von Boileau²⁾ gelieferte Nachweis richtig sein, daß Leonardo da Vinci zur Ermittlung der Geschwindigkeit betreffender fließender Gewässer, zuerst die Methode der Doppelschwimmer in Anwendung gebracht habe, worauf wir später (S. 363) ausführlich zurückkommen werden.

Nach bestimmten hydraulischen Gesetzen für die Bewegung des Wassers in Flüssen und Canälen zu forschen, scheint sich Leonardo nicht zur Aufgabe gemacht zu haben. Dies hat vielmehr zuerst ausschließlich Galilei, mehr noch seine Schüler und Zeitgenossen beschäftigt.

Galilei's directe Wirksamkeit in dieser Richtung ist allerdings nicht groß gewesen³⁾, vielmehr scheint er vor der wissenschaftlichen Behandlung der hydraulischen Aufgaben eine gewisse Scheu gehabt zu haben, welches folgender Ausspruch bestätigen würde, den er gemacht haben soll:⁴⁾ „Ich habe weniger Schwierigkeiten in der Entdeckung der Bewegung der Himmelskörper gefunden, ungeachtet ihrer erstaunlichen Entfernung, als in den Untersuchungen über die Bewegung des fließenden Wassers, welche doch unter unseren Augen vorgeht“.

Mehr als wahrscheinlich ist jedoch, daß Galilei seinen Schülern zuerst eine Theorie des Wasserabflusses aufgestellt habe, welche sich auf die Gesetze der Bewegung fester Körper auf schiefen Ebenen (ohne Beachtung der Reibung) gründete⁵⁾. Besondere Aufmerksamkeit scheint Galilei der Frage über den Einfluß der Krümmungen eines Flusses in Bezug auf den Aufenthalt des Wassers zugewandt zu haben. In der auf folgender Seite, Note 1, angegebenen Quelle sagt hierüber der große Naturforscher, der Mann der Thatsachen, Folgendes:

¹⁾ Es ist (nach den Vorgängen der Aegypter und Assyrier) unrichtig, wenn man Leonardo als den Erfinder der Schleusen bezeichnet.

²⁾ *Traité de la mesure des eaux courantes etc.* Page. 262.

³⁾ *Zeitschr. des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins.* Jahrg. 1869, S. 6. Nach Bernard's 1787 in Paris erschienenen „*Nouveaux principes d'hydraulique*“.

⁴⁾ Brünings, „*Abhandlung über die Geschwindigkeit des fließenden Wassers*“. Frankfurt a. M. 1798, S. 4.

⁵⁾ Wie der große Meister zur Erfindung des Barometers, durch seinen Schüler Toricelli (S. 180), die erste Veranlassung gegeben hat, so ist es kaum zweifelhaft, daß der Entdecker der Bewegungsgesetze fester Körper auf der schiefen Ebene, auch mehr als Andeutungen machte, daß die Bewegung des Wassers in Canälen und Flüssen auf ähnlichen Gesetzen beruhe. Brünings in seiner *Abhandlung über die Geschwindigkeit des fließenden Wassers*, S. 8, ist genau derselben Ansicht.

Der Verfasser benutzt hier die Gelegenheit, (besonders) junge Studierende auf Dr. Caspar's Schrift: „*Galileo Galilei. Zusammenstellung der Forschungen und Entdeckungen Galilei's auf dem Gebiete der Naturwissenschaft*“, aufmerksam

„Was die Krümmungen und Biegungen eines Canales anlangt, so bin ich nicht abgeneigt, zuzugeben, daß die aus geradlinigen Winkeln gebildeten und vorzüglich, wenn sie spitz oder rechtwinklig, oder beinahe rechtwinklig sind, den Lauf des Wassers beträchtlich und auch merkbar verzögern können. Wenn aber die Winkel stumpf sind, und selbst, wenn sie von geraden Linien eingeschlossen werden, so glaube ich, daß die Verzögerung nur gering sei. Wenn aber der Fluß, wie man zu sagen pflegt, sich schlängelt und seine Biegungen einen Bogen bilden, so hege ich entschieden die Ansicht, daß der Aufenthalt des Wassers dann ganz unmerkbar ist¹⁾“.

Im Jahre 1628 erschien von Castelli²⁾ (Benedictiner von der Congregation des Monte Cassino), dem Schüler und treuesten Freunde³⁾ Galilei's, das erste wissenschaftliche Werk über Hydraulik als Abhandlung vom Maaße fließender Gewässer (*Della misura dell' acque correnti*)⁴⁾. In dieser Schrift findet sich der allgemeine Satz vor, daß sich bei einem im Beharrungszustande fließenden Wasser die Querschnitte umgekehrt wie die Geschwindigkeiten verhalten. Hiernach führte derselbe die Geschwindigkeit als ein Element in der Berechnung des Ausflußquantums ein und war demnach der erste, welcher auf den Irrthum aufmerksam machte, als wenn bei der Berechnung des strömenden Wassers allein die Profile und nicht auch die Geschwindigkeiten in Rechnung zu bringen wären. Leider hatte Castelli über die Abhängigkeit zwischen Geschwindigkeit und Tiefe eines Flusses eine falsche Ansicht. Nach ihm sollte die Geschwindigkeit der Wasserfäden den Tiefen proportional sein, so daß das Gesetz der Veränderung, die sogenannte Geschwindigkeitsscala, ein Dreieck bilden müsse, dessen Spitze in dem Wasserspiegel und dessen Basis am Boden liege.

Toricelli⁵⁾ war es (1644) namentlich, welcher die Castelli'sche Ansicht widerlegte und durch sorgfältig angestellte Versuche zeigte, daß hier dasselbe Gesetz wie beim freien Falle der Körper herrsche, weshalb er auch schloß, daß die Acceleration oder die Beschleunigung der Bewegung des Wassers auf schiefen Ebenen von dem Gefälle abhängt. Hiernach darf man annehmen, daß die heutige wissenschaftliche Hydraulik zur Zeit des 17. Jahrhunderts in Italien entstand.

zu machen, die 1854 in Stuttgart (bei Ebner & Seubert) erschienen ist. Das Capitel über die Bewegung der Körper auf schiefer Ebene beginnt in dieser Schrift S. 31.

¹⁾ Lettera di Galileo Galilei sopra il fiume Bisenzio a Rafaello Staccoli. Da Belosguarda li 16. Gennajo 1630. Nach Bloehm's „Versuch einer näheren Erörterung der Mittel, durch welche der Handelsverkehr in den Elbgegenden des Fürstenthums Lüneburg erhalten und gehoben werden kann“. Göttingen 1841, S. 73.

²⁾ Castelli (S. 187 dieses Buches).

³⁾ Castelli leistete Galilei (als dessen Nachfolger in der Professur der Universität Pisa im Jahre 1613) wesentliche Dienste in dem Kampfe mit der römischen Curie, worüber u. A. nachzulesen ist in Carl von Gebler's Werke „Galileo Galilei“. Stuttgart (bei Cotta) 1876, S. 56, 69 ff.

⁴⁾ Bossut's „Lehrbegriff der Hydrodynamik“. Deutsch von Langsdorf, Bd. II, S. 439 und 440.

⁵⁾ Toricelli (S. 187).

An mehreren Stellen dieses Landes fanden sich hierzu besondere Veranlassungen. In Oberitalien, wo von den Alpen viele wilde Wasser herabstürzen, und bevor sie sich in den Po ergießen, die Besitzungen einer Menge kleiner Potentaten durchströmten, trachtete Jeder, sich diese unschädlich zu machen. In Mittelitalien, wo zahlreiche Bäche ihren Ursprung in den Apenninen finden, konnten die den Arno u. s. w. zufließenden Wasser in gleicher Weise gefährlich werden. Bei dem Bestreben der Anwohner, sich hiergegen zu schützen, entstanden die zahlreichen Streitigkeiten, insbesondere zwischen den Städten Bologna, Modena und Ferrara. Hierüber sind sehr viele Bücher geschrieben worden, für die Mehrzahl der Beteiligten unnütz oder schädlich, oft genug das Werk (hinsichtlich der betreffenden Fächer) unwissender Menschen.

Aehnliches fand sich an den Ufern der Tiber vor, überall hatte man sich nach Mitteln zur Beherrschung der fließenden Wasser umgesehen, so daß der Gedanke, die Gesetze ihrer Bewegung aufzusuchen, durch diese Bemühungen sehr bald erweckt werden mußte. Gleichzeitig wurden, zufolge der sich überall findenden kleinstaatlichen Grenzen und naturgemäß sich widerstrebenden Interessen, häufige und erbitterte Erörterungen hervorgerufen, worüber uns die Schriften von Castelli, Guglielmini¹⁾, Manfredi²⁾, Zendrini³⁾, später noch Brünings⁴⁾ u. A. berichten. Die lange Polemik regte alle Kräfte des Geistes auf, welche der Wissenschaft ohne solche Berührung wohl niemals würden zu Gute gekommen sein.

Guglielmini folgte der Anschauung des Toricelli, d. h. er nahm an, daß die Geschwindigkeit des sich in Canälen und Flüssen bewegendem Wassers (analog dem Gesetze über den Ausfluß des Wassers aus Gefäßen), wie die Quadratwurzel aus der Tiefe wachse, demzufolge also die in einer Verticalen auftretenden Geschwindigkeiten eine parabolische Scala bilden müßten. Eben so untersuchte Guglielmini Alles, was sich auf die Bewegung des Wassers in Leitungen bezieht, er bestimmte die Abmessungen dieser Wasserleitungen in Rücksicht auf ihr Gefälle und die Wassermenge, welche sie abführen, u. dgl. m. Die betreffende Schrift hierüber erschien 1690 unter dem Titel: „Della misura dell' acque correnti“ (Vom Messen fließender Wasser). Dieser Arbeit folgte 1697 „Della natura de fiumi“ (Abhandlung über die Natur der Flüsse). Diese Schrift fand zu ihrer Zeit den größten Beifall, deren

¹⁾ Guglielmini (geb. 1655 zu Bologna, gest. 1710 zu Padua), Dr. med., Generalaufseher der Gewässer des Bolognesischen und daneben Professor der Mathematik und Hydrometrie (seit 1694) an der Universität Bologna, dann Professor der Mathematik (1698) und der Medicin an der Universität zu Padua.

²⁾ Manfredi (geb. 1674 zu Bologna, gest. 1739 ebendasselbst), Dr. juris, seit 1699 Professor der Mathematik an der Universität zu Bologna, dann 1704 auch Oberaufseher der Wasserleitungen daselbst. Seine hydraulischen Arbeiten sind abgedruckt in der „Raccolta di autori che trattano del moto dell' acque“. II, Pag. 374.

³⁾ Zendrini (geb. 1679 zu Savio, gest. 1747 zu Venèdig), Dr. med. (Padua 1701), Mathematiker und Wasserbaumeister der Republik Venèdig seit 1720.

⁴⁾ Brünings, „Abhandlung über die Geschwindigkeit des fließenden Wassers“. Deutsch von Krönke, S. 3.

letzte Ausgaben Manfredi¹⁾ mit lehrreichen Anmerkungen bereicherte. Darin handelt der Verfasser (entsprechend der Galilei'schen Lehre von der Beschleunigung schwerer Körper) von der Bewegung des Wassers, welches entweder lothrecht oder längs eines schief gegen den Horizont geneigten Bettes herabläuft; er macht auch einen Versuch, die Resultate der Theorie so zu modificiren, wie es der Widerstand der Luft, die Reibung und überhaupt alle Hindernisse erfordern, welche das Wasser bei seiner fortschreitenden Bewegung findet und seine Geschwindigkeit vermindern können. Weiter handelt Guglielmini vom Ausfluß eines Stromes in einen anderen oder ins Meer, von der Vereinigung mehrerer Flüsse, vom Steigen und Fallen der Flüsse etc., kurz, er berührt fast alle Verhältnisse und Umstände, welche für den rationellen Hydrotekten von Nutzen sein können. Deshalb wird auch behauptet²⁾, daß Guglielmini die erste wirkliche Theorie der Bewegung des Wassers in Flüssen aufgestellt habe und daß er den Namen des größten Meisters der italienischen hydraulischen Schule verdiene³⁾.

Recht gut abgefaßte und ziemlich vollständige Auszüge aus den beiden vorgenannten Werken Guglielmini's liefert Bossut im 2. Theile seines Lehrbegriffes der Hydrodynamik, worauf hier verwiesen werden muß⁴⁾.

Grandi⁵⁾, dessen Tractat „Del movimento dell' acque“ etc. sich ebenfalls in der Raccolta befindet, hält wegen der Hindernisse, welche das Wasser im Bette zu überwinden hat, die Annahme von Guglielmini für nicht genügend, doch behält er noch eine parabolische Geschwindigkeitsscala, indem er annimmt, daß sich die Geschwindigkeiten, wie die Quadratwurzeln der Abstände von einem gewissen Punkte über dem Wasserspiegel verhalten. Ausführlichere Notizen über Grandi's Arbeiten finden sich wieder bei Bossut⁶⁾ und Brünings⁷⁾.

Erwähnt zu werden verdient noch, daß seiner Zeit auch der gelehrte italienische Mathematiker Frisi⁸⁾, in seinem 1777 zu Mailand erschienenen Werke: „Istituzioni di Meccanica, d'Idrostatica, d'Idrometria“ etc., der Grandi'schen Theorie huldigte. Frisi hat sich auch durch andere hydrotechnische Arbeiten⁹⁾ einen Namen gemacht, insbesondere durch

¹⁾ Manfredi (geb. 1674 zu Bologna, gest. 1739 ebendasselbst), 1699 Professor der Mathematik zu Bologna, dann 1704 auch Oberaufseher der Wasserleitungen daselbst. Die meisten seiner hydraulischen Arbeiten sind abgedruckt in der „Raccolta degli autori che trattano del moto dell' acque“. Firenze 1723.

²⁾ Robert Gordon in seinem „Fragment containing a discussion of a new Formula for the flow of Water in open Channels“. Nach Bornemann im Civil-Ingenieur. Jahrg. 1877, S. 47.

³⁾ Grebenau, „Humphreys und Abbot's Theorie der Bewegung des Wassers“, S. 16, Nr. 4.

⁴⁾ Deutsch von Langsdorf. Bd. 2, S. 443 bis mit 458.

⁵⁾ Grandi (geb. 1671, gest. 1742), Professor an der Universität zu Pisa.

⁶⁾ Hydrodynamik (Deutsche Bearbeitung), Bd. 2, S. 458.

⁷⁾ Brünings, Abhandlung über die Geschwindigkeit des fließenden Wassers, S. 13 ff.

⁸⁾ Frisi, geb. 1728, gest. 1784.

⁹⁾ Nach Brünings, a. a. O., S. 16, durch eine Abhandlung über Vertheilung und Zusammenfluß der Ströme.

die in drei Bücher getheilte Schrift: „Del moto di regolare i fiume i torrenti“, die auch Bossut bespricht¹⁾.

Der Erste, welcher durch Versuche nachwies, daß in Bezug auf Geschwindigkeitsänderung des fließenden Wassers von der Oberfläche nach dem Boden hin gerechnet, oft keine Zunahme, sondern im Gegentheil eine Abnahme stattfinden könne, war der uns bereits hinlänglich bekannte Mariotte²⁾. Dieser verdienstvolle Physiker nahm seine ersten Geschwindigkeitsmessungen in einem kleinen Flusse vor und zwar bediente sich derselbe hierzu der schon von Leonardo da Vinci in Anwendung gebrachten Doppelschwimmer, wozu er Wachskügelchen benutzte, die mittelst Fäden unter einander verbunden waren³⁾. Wie nachher durch spätere Beobachtungen bestätigt wurde, ging in der That hieraus hervor, daß die Geschwindigkeit mit wachsender Tiefe abnimmt, außer im Falle eines Aufstaus durch plötzliche Verengung des Querschnittes.

Zu fast gleichen Resultaten gelangte der französische Gelehrte und Wasserbaumeister Henri Pitot⁴⁾, der mit einem nach ihm benannten Instrumente (Pitot's Röhre), worauf wir später ausführlich zurückkommen werden, Messungen in verschiedenen Tiefen der Seine bei Paris anstellte, wobei er ebenfalls fand, daß die Geschwindigkeiten von oben nach unten zu abnehmen.

Von Italienern, welche sich (namentlich) um die Ermittlung des Gesetzes der Geschwindigkeitsänderungen von der Oberfläche zum Boden, des in Canälen und Strömen fließenden Wassers, durch Anstellung von Versuchen verdient machten, sind (in dieser Zeit) insbesondere folgende vier zu nennen: Zendrini⁵⁾, Lecchi⁶⁾, Michelotti⁷⁾ und Lorgna⁸⁾, die sich zugleich sämmtlich des sogenannten Stromquadranten⁹⁾ als Geschwindigkeitsmessers bedienten.

Zendrini stellte seine Versuche im Po an und zwar an einer 5 Fuß 8 Zoll tiefen Stelle dieses Flusses, wobei er die im Wasser tauchende Kugel an einem 7 Fuß langen Faden aufgehängt hatte.

Leider lieferten die meisten Versuche, welche sich auf die Ermitt-

¹⁾ Bossut (II, S. 463 der deutschen Uebersetzung) hebt hervor, daß diese drei Bücher über wichtige practische Fragen handeln, z. B. über Flüsse, welche über Grand fließen, Sand und Steine mit sich führen etc.

²⁾ Mariotte, S. 137 und S. 187.

³⁾ „Traité du mouvement des eaux“ (Ausgabe von 1700), Pag. 198 ff. In der deutschen Ausgabe (von Meinig) S. 213 ff.

⁴⁾ Pitot (geb. 1695, gest. 1771), gelehrter Mathematiker und Wasserbaumeister der Staaten von Languedoc.

⁵⁾ Zendrini (geb. 1679, gest. 1747), Doctor med. in Padua, dann Mathematicus und Wasserbaumeister der Republik Venedig.

⁶⁾ Lecchi (geb. 1702, gest. 1776), Prof. der Mathematik zu Pavia, dann Mathematicus und Hydraulicus der Kaiserin Maria Theresia.

⁷⁾ Michelotti (geb. 1710, gest. 1777). Siehe S. 198.

⁸⁾ Lorgna (geb. 1730, gest. 1796), Brigadier und Gouverneur der Militärschule in Verona.

⁹⁾ Eine im Wasser untertauchende Kugel, aufgehängt an einem Faden, den man im Mittelpunkte eines (rahmenförmigen) Kreisquadranten befestigte. Specielles hierüber in dem mit „Tachometer“ überschriebenen Paragraphen S. 361.

lung des Gesetzes der Geschwindigkeitsänderungen in verschiedenen Tiefen des Flusses bezogen, widersprechende Resultate. Ein Hauptgrund, zufolge dessen Zandrini die Geschwindigkeiten in der Tiefe meist zu groß fand, scheint der gewesen zu sein, daß er den Einfluß der Kettenlinie unbeachtet gelassen hatte, welche der Faden bildete, woran die Kugel aufgehängt war.

Zandrini selbst handelt von diesen Messungen etc. in seinem Werke „Leggi e Fenomeni dell' acque correnti“ und hiernach insbesondere Brünings in seiner Abhandlung über die Geschwindigkeit des fließenden Wassers, S. 15 und S. 50¹⁾.

Lecchi's Versuche wurden an dem Flusse Chiése und in der angrenzenden Wasserleitung von Brescia, bei Gelegenheit eines gewissen Streites über die Vertheilung des Wassers in diesen beiden Armen angestellt, aus denen der eine²⁾ Hydrotekt eine Zunahme der Geschwindigkeiten von oben nach unten, der andere³⁾ eine Abnahme derselben entnehmen zu können glaubt, Lecchi aber selbst sich folgendermaßen ausdrückt: „Meine Versuche haben eine große Verschiedenheit von zu- und abnehmender Geschwindigkeit, und auch über die Stelle der größten Geschwindigkeit gegeben, und zwar nicht bloß in Canälen von geringer Tiefe, sondern auch im Po an sehr tiefen Stellen“ etc. Weiteres hierüber in Lecchi's (1765 erschienen) Schrift: „Idrostatica esaminata ne' suoi principi et stabilita nelle sue regole della misura dell' acque correnti“.

Michelotti (der Vater)⁴⁾ stellte vielfache Versuche zur Ermittlung des gedachten Geschwindigkeitsgesetzes, so wie über andere, für den Hydrotekten wichtige Sätze an und benutzte in ersterer Beziehung, außer dem Stromquadranten, auch die Pitot'sche Röhre⁵⁾, ferner ein kleines unterschlägiges Wasserrad (Strauberad)⁶⁾ und noch andere Mittel (hydraulische Schnellwaage⁷⁾ etc.), die gleichfalls sämmtlich später (unter der Ueberschrift „Tachometer“) erörtert werden sollen.

Die zahlreichen (freilich vorzugsweise) in kleinen künstlichen Canälen angestellten Versuche Michelotti's ließen die Ansicht dieses fruchtbaren Hydraulikers im Allgemeinen dahin neigen, daß er der alten Parabeltheorie, mit nach dem Boden hin zunehmenden Geschwindigkeiten, zwar (zum Theil) widersprach⁸⁾, indeß doch auch zu keiner ganz bestimmten Entscheidung gelangte.

¹⁾ Man sehe auch wieder Bossut, „Hydrodynamik“. Zweiter Band, S. 46 3 Grebenau, in der Uebersetzung der „Theorie der Bewegung des Wassers in Flüssen und Canälen, nach den Untersuchungen Humphreys' und Abbot's des Mississippi-Stromes“. München 1867. Anhang F (Zusätze des Uebersetzers), S. CVIII ff., bemüht sich nachzuweisen, daß auch Zandrini's, Lecchi's und Lorgna's Versuche die neue Theorie, nämlich die einer Geschwindigkeits-Parabel mit horizontaler Achse, deren Scheitel unter dem Wasserspiegel liegt etc., dennoch bestätigten.

²⁾ Brünings, a. a. O., S. 58.

³⁾ Grebenau (Humphreys und Abbot), a. a. O., Anhang F, S. CVIII.

⁴⁾ Das bereits S. 199 citirte Werk.

⁵⁾ Ebendasselbst (Deutsche Uebersetzung), S. 205.

⁶⁾ Dasselbst S. 110.

⁷⁾ Desgleichen S. 119.

⁸⁾ Hydraulische Versuche (Deutsche Bearbeitung), S. 218 und besonders Brünings a. a. O., S. 66 und 75, wo derselbe (S. 66) über Miche-

Bemerkenswerth sind noch folgende Ergebnisse der Michelotti'schen Versuche:

Erstens, daß das Längenprofil der Oberfläche eines fließenden Wassers eine Hyperboloide und das Längenprofil des Grundbettes die hierzu gehörige Asymptote bilde¹⁾.

Zweitens, daß man bei der Bewegung fließender Gewässer in regulären Canälen auf folgende drei Grundregeln Rücksicht nehmen müsse:

a. Daß sich die Geschwindigkeiten wie die Quadratwurzeln der Höhen verhalten.

b. Daß die Querschnitte (Querprofile) ihren mittleren Geschwindigkeiten, umgekehrt genommen, proportional sind.

c. Daß die Geschwindigkeiten merckliche Verzögerungen durch die vielen Hindernisse im Flußbette erleiden²⁾.

Lorgna nahm seine Geschwindigkeitsmessungen (mit dem Stromquadranten) an kleinen Flüssen und Bächen (im Jahre 1770) vor und war den hierbei erhaltenen Resultaten gemäß der Ansicht, daß die Geschwindigkeit des fließenden Wassers „erst bis auf eine gewisse Tiefe unter der Oberfläche zu, von da aber nach dem Boden hin, wieder abnehme“³⁾. In dem von Lorgna 1777 zu Verona veröffentlichten Werke „Memorie intorno all' acque correnti“ wird die von ihm zu Geschwindigkeitsmessungen erfundene hydraulische Schnellwaage (Stadera Idraulica) ausführlich beschrieben und besprochen, worauf wir gleichfalls (nachher §. 125 im Abschnitte „Tachometer“) zurückkommen werden.

Genauere und deshalb schon entscheidendere Versuche über die Geschwindigkeitsabnahmen in Betten fließender Wässer, haben zuerst der Italiener Ximenez (Ximenes)⁴⁾ und der bereits wiederholt erwähnte Deutschholländer Brünings⁵⁾ angestellt.

Ximenes nahm seine Geschwindigkeitsmessungen im Arno vor und zwar mit einem eigens von ihm erfundenen mechanischen Instrumente, Ventola Idraulica (Wasserfahne)⁶⁾ genannt. An der betreffenden

Lotti's Messung Folgendes bemerkt: „Aus diesen Berechnungen, wenn man sie mit einander vergleicht, ist es klar, daß die nach der (alten) parabolischen Scala (nach dem Boden hin) zunehmende Geschwindigkeit nicht einmal in kleinen gemauerten Canälen statthat, wo man die Hindernisse nur gering, oder wenigstens sehr einförmig annehmen kann, wie viel weniger ist dann zu erwarten, daß dies Gesetz in natürlichen Canälen (Flußbetten) statthaten sollte. Man sehe deshalb auch Woltmann, Bd. 3, S. 309 seiner hydraulischen Architectur.

¹⁾ Ebendasselbst §. 120 (S. 135).

²⁾ Brünings a. a. O., S. 16 und 22. Ferner Woltmann a. a. O., Bd. 3, S. 302.

³⁾ Ebendasselbst S. 61. Grebenau im Anhang F, S. CIX, zur Uebersetzung des wiederholt citirten Werkes von Humphreys und Abbot, will aus den von Lorgna mit dem Stromquadranten angestellten Versuchen ebenfalls den Beweis von der (neuen) Geschwindigkeitsparabel mit horizontaler, aber tief unter dem Wasserspiegel liegenden Achse entnehmen können.

⁴⁾ Ximenes (geb. 1716 in Sicilien, gest. 1786 zu Florenz), Jesuit, Prof. zu Florenz und Wasserbaumeister des Großherzogs von Toscana.

⁵⁾ Brünings (geb. 1736 zu Neckerau in der Pfalz, gest. 1805 in Haag), Generaldirector des Waterstaats der batavischen Republik.

⁶⁾ Beschrieben und abgebildet in §. 125 (Tachometer).

Stelle hatte der Arno ungefähr 115 Braccia oder $355\frac{1}{2}$ rh. Fuß ($111\frac{2}{3}$ Meter) Breite und circa $16\frac{1}{2}$ rhn. Fuß (5,18 Meter) Tiefe und zwar in einer Entfernung von 20 italienischen Meilen von der See, so daß Ebbe und Flut keine Einwirkung auf die Strömung erzeugen konnten.

Von seinen Versuchen handelt Ximenes in dem Werke „Nuove Sperienze Idrauliche, fatte ne' Canali e ne' fiume“ etc. etc. Siena 1780¹⁾.

Brünings schließt seine Kritik über die Messungen des Ximenes mit folgendem, die ganzen Ergebnisse charakterisirenden Satze: „Es ist keine theoretische und durch die Erfahrung bestätigte Regel vorhanden, wonach die Geschwindigkeit des strömenden Wassers auf allen Tiefen, und also auch die mittlere Geschwindigkeit bestimmt werden könnte.“²⁾

Die Versuche von Brünings am Oberrhein, Niederrhein, an der Waal, Yssel u. s. w. (1789, 1790 und 1792) angestellt, wurden seiner Zeit als solche bezeichnet, welche Alles an Größe, Zweck, Ordnung und Genauigkeit übertreffen, was die Hydraulik damals in diesem Punkte aufzuweisen hatte³⁾.

Zu den Geschwindigkeitsmessungen bediente sich Brünings eines von ihm selbst angegebenen Instrumentes (Tachometer genannt), welches im Wesentlichen mit der Schnellwaage des Michelotti übereinstimmt, jedoch den Vorzug hatte, daß man die Geschwindigkeiten in verschiedenen Tiefen derselben Perpendiculare, unmittelbar nach einander messen konnte, ohne das Instrument bei jedem Versuche aus dem Wasser nehmen zu müssen.

Eytelwein⁴⁾ zog seiner Zeit aus sämtlichen Versuchsergebnissen des Ximenes und Brünings folgenden Schluß: „Obgleich sich aus allen diesen vortrefflichen Beobachtungen noch kein allgemeines Gesetz zur Bestimmung der Geschwindigkeitsabnahme ableiten läßt, so geht doch so viel daraus hervor, daß die Geschwindigkeiten von oben nach unten zu abnehmen, und daß für einerlei Verticallinie, bei größeren Geschwindigkeiten an der Oberfläche, die Abnahmen bei einerlei Tiefen größer sind, als bei kleineren Geschwindigkeiten.“

Bereits vor diesem Ausspruche Eytelwein's hatte sich Woltmann⁵⁾ bemüht, (aus Beobachtungen des Ximenes und des Brünings) nachzuweisen⁶⁾, daß die sogenannte Geschwindigkeitsscala eine Parabel sei, deren Achse vertical und deren Scheitel in derjenigen Tiefe unter dem Wasserspiegel liege, wo die Geschwindigkeit ganz aufhöre. Die betreffende Parabel erhielt daher die genau entgegengesetzte Lage (von d'Aubuisson „parabole renversée“ genannt), wie die Geschwindigkeitsparabel der alten (italienischen) Schule, d. h. ihre größte Ordinate sollte

¹⁾ Im Auszuge bei Brünings, Abhandlung von der Geschwindigkeit des fließenden Wassers, S. 67, 99 und besonders S. 69 ff.

²⁾ Zur Kenntnißnahme der Versuche des Ximenes ist auch das Lesen betreffender Referate zu empfehlen, welche Woltmann in seinen Beiträgen zur hydraulischen Architectur, Bd. III, S. 310 und ferner liefert.

³⁾ Woltmann, Beiträge zur hydraulischen Architectur, Bd. III, S. 348.

⁴⁾ Eytelwein, Handbuch der Mechanik fester Körper und der Hydraulik. Zweite Auflage, S. 171.

⁵⁾ Woltmann (geb. 1757 im Hannoverschen, gest. zu Hamburg 1837), bis 1812 Wasserbaudirector in Hamburg.

⁶⁾ Theorie und Gebrauch des hydrometrischen Flügels. Hamburg 1790, S. 47.

nahe oder im Wasserspiegel, die kleinste aber am Boden des betreffenden Canales oder Flusses liegen.

Dessen ungeachtet empfahl Eytelwein¹⁾, bis zuverlässigere, noch zweifellosere Versuche bekannt sind, statt eines complicirten Gesetzes über die Geschwindigkeitsabnahme, die betreffende Scala als eine gerade Linie anzusehen.

Selbstverständlich folgte man diesem Vorschlage Eytelwein's nur in beschränktem Maaße, in gewissen Kreisen und selbst hier nur so lange, als nicht weitere Versuche zu neuen Forschungen veranlaßten.

So gelangte Gerstner²⁾, zufolge Messungen mit dem Stromquadranten oder hydrometrischen Pendel, zu einer Ellipse als Geschwindigkeitscurve³⁾, während Funk⁴⁾ eine logarithmische Stromscala nachwies⁵⁾.

Raucourt⁶⁾, welcher Versuche in der an der Oberfläche gefrorenen Newa anstellte, glaubte, daß das Gesetz der Geschwindigkeitsabnahme durch die Ordinaten einer Ellipse dargestellt werden könnte, deren Scheitel ein wenig unter der Fußsohle und deren kleine Achse etwas unter dem Wasserspiegel liege⁷⁾.

Defontaine (Ingénieur en chef des ponts et chaussées) veröffentlichte 1833 die unten notirte vortreffliche Arbeit⁸⁾ über den (französischen) Rhein und dessen Wasserbauwerke, wobei er nachwies, daß das Gesetz der Geschwindigkeitsabnahme von der Oberfläche nach dem Boden hin, durch die Ordinaten zweier mit einander einen Winkel bildenden geraden Linien, dargestellt werde⁹⁾.

Sehr richtige Bemerkungen machte später (1847) der französische

¹⁾ Hydraulik, §. 133, S. 175.

²⁾ Gerstner (geb. 1756 zu Komotau in Böhmen, gest. 1832 bei Gitschin), Prof. der Mechanik und Hydraulik am polytechn. Institute in Prag, Wasserbau-director von Böhmen etc.

³⁾ Bemerkungen über das hydrometrische Pendel etc. Prag 1819.

⁴⁾ Funk (geb. 1768 zu Neuen-Rhese in Mecklenb.-Strelitz, gest. 1820 in Berlin), Geheimer Oberbaurath, vorher Landbaumeister in Minden a. d. Weser.

⁵⁾ Versuch einer auf Theorie und Erfahrung gegründeten Darstellung der wichtigsten Lehren der Hydrotechnik. Berlin 1820, S. 22 ff.

⁶⁾ Raucourt (geb. 1799 in Charville, gest. 1841 zu Paris), Ingénieur en chef des ponts et chaussées und einige Jahre in russischen Diensten.

⁷⁾ Annales de Chimie et Physique. Tome 46 (1831), Pag. 93. Auch in d'Aubuisson's Hydraulique (2^e Edit.), Pag. 177.

⁸⁾ „Des Travaux du Rhin“ etc. Annales des Ponts et Chaussées. Tome VI (1833), Pag. 1—200.

⁹⁾ In unserer Quelle (Pag. 150) mit schönen Abbildungen (Tafel LXVII) begleitet. — Bresse in seinem „Cours de Mécanique Appliquée“. Seconde Partie (Hydraulique), Paris 1860, berichtet Pag. 187, daß Defontaine bei einem seiner Versuche am Rheine das Gesetz der Geschwindigkeitsabnahme in einer Perpendicularen, vom Wasserspiegel zum Boden, durch eine Parabel darstellbar, gefunden habe, deren Achse im Längenprofile lag und welche für den Stromstrich der Gleichung entsprach:

$$u = 1,226 - 0,175 \cdot z^2,$$

wenn u die Geschwindigkeit bezeichnet, welche in der Tiefe z einer Verticalen unter dem Oberwasserspiegel vorhanden ist, dabei u und z in Metern ausgedrückt. Bresse liefert (a. a. O.) eine Tabelle, woraus die große Uebereinstimmung zwischen den Geschwindigkeiten erhellt, welche mit Hilfe des Woltmann'schen Flügels erhalten wurden, und denen, welche die Formel liefert.

Ingenieur Baumgarten in der unten notirten Arbeit¹⁾ über den fraglichen Gegenstand, welche folgendermaßen lauten:

„Man darf annehmen, daß diejenigen Ingenieure, welche glaubten, das Gesetz der Geschwindigkeitsabnahme durch Ellipsen, Parabeln oder durch zwei sich schneidende gerade Linien darstellen zu können, mehr oder weniger Recht hierzu hatten; allein ich bin der Ansicht, daß in Wirklichkeit keine dieser Linien dem wahren Naturgesetze entspricht, daß sie vielmehr höchstens als Aushilfsmittel in der Weise betrachtet werden können, wie die Ellipsen nur Annäherungen an die Bahnen sind, welche die Planeten bei ihrer Bewegung beschreiben“.

Boileau²⁾ gelangte bei seinen mit Woltmann'schen Flügeln ausgeführten Messungen in der Mosel zu Metz ebenfalls zu Parabeln mit horizontaler Achse, deren Gleichungen die Form hatten:

$$u = A - Bz^2,$$

wenn u wieder die Geschwindigkeit und z die Tiefe des betreffenden Profilverpunktes in einer Perpendicularen im Stromstriche bezeichnet. Die Achse lag dabei in der Regel etwas unter dem Wasserspiegel³⁾.

Einen vollständig theoretischen Nachweis, daß das Gesetz der Geschwindigkeitsabnahme durch eine Parabel mit horizontaler, in der Wasseroberfläche liegenden Achse darzustellen sei, lieferte wohl zuerst Dupuit in der ersten Auflage⁴⁾ seiner „Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux courantes“. In der 2. Ausgabe dieses Werkes findet derselbe Autor als Geschwindigkeitcurve eine Parabel des $\frac{n+1}{n}$ Grades, deren Achse ebenfalls mit dem Wasserspiegel zusammenfällt.

Ebenfalls Parabeln mit horizontaler Achse ergaben sich bei den großartigen, in den Jahren 1851 bis 1858 angestellten Mississippi-Messungen, welche, zum Zwecke der Regulierung dieses gewaltigen Stromes, zwei Officiere der nordamerikanischen Kriegsmarine, der Capitän A. A. Humphreys und der Lieutenant H. C. Abbot ausführten und die 1861 unter dem Titel „Report upon the physics and hydraulics of the Mississippi“ veröffentlicht wurden⁵⁾.

¹⁾ Annales des Ponts et Chaussées. Tome XIV (1847, 3), Pag. 362. „Sur le moulinet de Woltmann, destiné à mesurer les vitesses de l'eau“.

²⁾ „Traité de la mesure des eaux courantes“ etc. Pg. 297.

³⁾ An einer Stelle im Stromstrich, wo die größte Wassertiefe $0^m,348$ betrug, ergab sich das Geschwindigkeitsmaximum zu $u = 0^m,872$ und zwar in der Entfernung $0^m,065$ unter dem Wasserspiegel. Obige Gleichung war für diesen Fall:
 $u = 0^m,878 - 2,615 \cdot z^2$.

⁴⁾ Paris 1848, §. 15, Dupuit's Gleichung war damals folgende:

$$u = V - \frac{V-W}{H^2} \cdot z^2, \text{ während sie in der 2. Auflage (Pag. 18) die Gestalt hat:}$$

$$u = (V-W) \left(\frac{z}{H} \right)^{\frac{n+1}{n}},$$

worin V die Geschwindigkeit an der Oberfläche, W die am Boden und H die ganze Wassertiefe bezeichnet.

⁵⁾ Deutsch bearbeitet von Grebenau, München 1867. Der Wasserspiegel des colossalen Stromes, der zu Zeiten über eine Million Cubikfuß engl. Wasser pro Secunde abführt, hat Breiten von 2000 — 4400 Fuß engl. und Tiefen von 50 bis 120 Fuß.

Von hierher gehörigen Hauptresultaten dieser für die Praxis sehr beachtenswerthen Messungen notiren wir folgende:

1) Die horizontale (in der Stromrichtung liegende) Parabelachse der Geschwindigkeitscurve liegt in 0,3 (genauer in 0,297) der Wassertiefe unter der Oberfläche¹⁾.

2) Der Parameter dieser Parabel ist direct proportional der Quadratwurzel aus der mittleren Geschwindigkeit der betreffenden Perpendicularen und indirect proportional dem Quadrate der Wassertiefe.

3) Als allgemeines Gesetz der Windeinwirkung auf die Lage der Curvenachse sind folgende Ergebnisse zu betrachten:²⁾

a. Die Wirkung eines stromabwärts oder aufwärts wehenden Windes ist direct proportional seiner Stärke; im ersten Falle bewirkt er eine Hebung, im zweiten Falle eine Senkung der Geschwindigkeitscurve.

b. Die Größe dieser Hebung oder Senkung ist unabhängig von der mittleren Geschwindigkeit des Flusses⁴⁾.

Die Geschwindigkeitsmessungen Humphreys' und Abbot's und deren Folgerungen sind nachher einerseits Gegenstand scharfer Kritiken und von mancherlei Zweifeln, andererseits aber auch zu weit getriebener Lobeserhebungen geworden. Von gewichtigen Männern, die in Bezug der gewonnenen Resultate viele Bedenken und scharfe Tadel erhoben, nennen wir hier nur Hagen³⁾, und von denen, welche die Arbeiten in wissenschaftlicher Beziehung jedenfalls zu hoch stellten, Grebenau⁴⁾.

Grashof nahm hinsichtlich dieser Beurtheilung gleich Anfangs die rechte Stellung ein, indem er u. A. sich an der unten angegebenen Stelle folgendermaßen äußerte:⁵⁾

„Ist auch durch Humphreys' und Abbot's Werk die rationelle Theorie der Wasserbewegung kaum gefördert worden, so ist solches dennoch als wesentlich Epoche machend in der Hydraulik anzuerkennen, theils wegen der darin enthaltenen wichtigen, neuen empirischen Thatsachen und Formeln, theils wegen des dadurch gebotenen, außerordentlich reichen Materiales zu einer späteren rationalen Erklärung und Begründung der durch Beobachtung gefundenen Gesetze“.

Von anderen neueren Arbeiten, die sich auf den fraglichen Gegen-

¹⁾ Grebenau's Uebersetzung, S. 65 und ferner.

Zufolge 222 im Mississippi unter den verschiedensten Umständen angestellten Messungen ergab sich die betreffende Parabelgleichung (für engl. Fuß) zu:

$$u = 3,2611 - 0,79222 (z - 0,3)^2,$$

wenn z die vom Oberwasserspiegel an gerechnete Entfernung des Wasserfadens ist, welcher der secundlichen Geschwindigkeit u entspricht, dabei z in Bruchtheilen der als 1 angenommenen Flußtiefe vorausgesetzt.

²⁾ Grebenau's Uebersetzung, S. 104, §. 113.

³⁾ Abhandlungen der Königlichen Academie der Wissenschaften in Berlin, Jahrgang 1868 und Erbkam's Zeitschrift für Bauwesen, Jahrg. 1868, S. 63 ff.

⁴⁾ In der Uebersetzung des Humphreys und Abbot'schen Werkes, sowie in dessen Buche: „Rheinstrommessung bei Basel“.

⁵⁾ Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure. Bd. XI (1867), S. 875.

stand beziehen, sind vorzugsweise die der Franzosen Darcy-Bazin und die Grashof's für uns von beachtenswerther Bedeutung.

Darcy's Arbeiten, Beobachtungen, Messungen und Theorien über die Bewegung des Wassers in Canälen, Flüssen und Röhren, deren Anfang vom Jahre 1850 datirt, wurden durch seinen Tod unterbrochen¹⁾, nachher aber durch seinen Collegen und Mitarbeiter Bazin vollständig zu Ende geführt.

Bereits 1865 erschien zu Paris das Werk „Recherches hydrauliques, entreprises par M. H. Darcy, Inspecteur général des ponts et chaussées, continuées par H. Bazin, Ingénieur des ponts et chaussées“. In diesem Werke wird das betreffende Geschwindigkeitsgesetz von Pag. 226 an behandelt und zwar weist Bazin für regelmäßige Canäle eine gemeine Parabel mit horizontaler Achse nach, welche letztere, zugleich die Maximalgeschwindigkeit enthaltend, bei größeren Tiefen etwas unter dem Wasserspiegel liegen soll²⁾.

Auf höchst elegantem, analytischem Wege gelangt Grashof³⁾ ebenfalls zu Geschwindigkeitsparabeln mit horizontaler Achse. Referent kann das Studium der betreffenden „Theoretischen Entwicklungen“ in §. 124 des unten notirten Werkes nicht genug empfehlen, benutzt jedoch den Eingang des folgenden Paragraphen (125) desselben, um jetzt den Schluß des ersten Abschnittes gegenwärtiger geschichtlicher Einleitung, zum Capitel „Bewegung des Wassers in Flüssen und Canälen“, zu bilden. Dieser Eingang lautet folgendermaßen:

„Die theoretischen Entwicklungen im vorigen Paragraphen beruhen auf der Voraussetzung, daß die materiellen Punkte des Wassers in einfach gesetzmäßiger Weise sehr schwach gekrümmte Bahnen durchlaufen, welche bei gleichförmiger permanenter Bewegung in parallele Grade übergehen. In der That ist es aber unausbleiblich, daß die längs der Canalwand hinfließenden Wassertheilchen, durch die in verschiedenen Graden stets vorhandenen Hervorragungen dieser Wand, vielfach seitlich abgelenkt werden, daß also Strömungen entstehen, die von der Canalwand nach oben und nach der Mitte hin gerichtet sind, und welche dann nothwendig wieder andere, entgegengesetzt gerichtete Strömungen zur Folge haben. Indem diese Mischungsbewegungen mit der Hauptströmung des Wassers im Canal interferiren, kann dadurch das Gesetz der Geschwindigkeitsänderung von Punkt zu Punkt eines Querschnittes so wesentlich modificirt werden, daß es mit Zuverlässigkeit nur auf empirischem Wege durch vielfache Beobachtungen bestimmbar ist⁴⁾.“

¹⁾ Darcy, geb. 1803, gest. 1858. Ein betreffender, von Charié-Marsaines verfaßter Nekrolog findet sich abgedruckt in den „Annales des ponts et chaussées“. Tome XV (1858, 2), Pag. 90 ff.

²⁾ a. a. O., Pag. 233, §. 38. Mit großen Darstellungen der Geschwindigkeitscurven auf Planche XXIV.

³⁾ Theoretische Maschinenlehre, Bd. 1, S. 713. Unserer Bezeichnung entsprechend, findet Grashof:

$$u = V - m(z - a_0)^2,$$

wobei V das Maximum von u , m den Parameter und a_0 den Abstand der Parabelachse vom Wasserspiegel bezeichnet.

⁴⁾ Der Verfasser verzeichnet im Nachstehenden eine Reihe für die rationelle Praxis werthvolle Arbeiten, die sich vorzugsweise auf das Thema der Geschwindigkeitscala fließender Wässer beziehen: Exner in Breslau

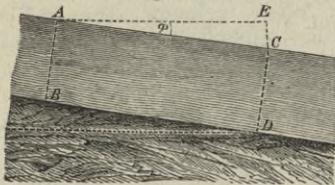
Erstes Capitel.

Benennungen und Zahlenwerthe, die sich auf die Bewegung des Wassers in Canälen und Flüssen beziehen.

§. 122.

Bevor die geschichtlichen Notizen in einem zweiten Abschnitte fortgesetzt und beendet werden können, haben wir uns mit technischen Benennungen und mit Zahlenwerthen bekannt zu machen, die zum weiteren Verständnisse erforderlich sind, so wie endlich gewisse Fundamentalsätze gefunden werden müssen, welche die Grundlage empirischer Formeln bilden, ohne die zur Zeit die technische wissenschaftliche Hydrodynamik ihre Aufgaben nicht zu lösen vermag.

Fig. 141.



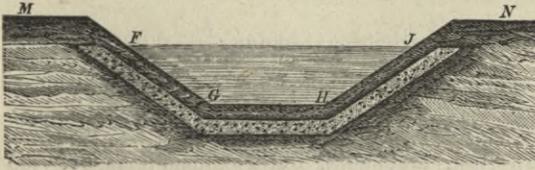
Hierzu stelle zunächst Fig. 141 das Längenprofil eines Canales (Flusses) in der Stromrichtung genommen dar, so wird die Niveaudifferenz EC zweier Punkte A und C der Wasseroberfläche, die durch eine Gerade AC von bestimmter Länge verbunden sind, das Gefälle, bezogen auf die Länge AC , genannt. Das Gefälle pro Längeneinheit heißt relatives Gefälle, Abhang oder Rösehe.

In der Folge werden wir das Gefälle EC stets durch h , die zugehörige Länge AC mit l , also den Abhang durch $\frac{h}{l}$ ausdrücken,

(eine Abhandlung, die vom Jahre 1869 datirt und Messungen in der Oder aus dem Jahre 1863 zu Grunde legt), „Ueber den Gebrauch des hydrometrischen Flügels zur Bestimmung der Wassermenge von Strömen“. Erbkam's Zeitschrift für Bauwesen. Jahrg. 1875, S. 341. — Sasse in Merseburg, „Ueber die Geschwindigkeitsformeln in Bezug auf die Bewegung des Wassers in Flüssen“. Deutsche Bauzeitung. Jahrg. 1871, S. 241 und 249. — Harlacher in Prag, „Beiträge zur Hydrographie des Königreichs Böhmen“ (auf Messungen in der Elbe basirt). Technische Blätter. Jahrg. 1871, S. 81 und Jahrg. 1872, S. 137. — Bukowský in Prag, „Mittheilung über eine an der Elbe bei Podiëbrad gemachte Wassermessung“. Mittheilungen des Böhmisches Architekten- und Ingenieur-Vereins. Jahrg. 1873, S. 1. — Grebenau in Germersheim, „Die internationale Rheinstrom-Messung bei Basel“, im November 1867. Ein Beitrag zur Theorie und Praxis der Wassermessungen in größeren Flüssen. München 1873. — Keck in Hannover „Ueber das von Hagen aufgestellte Gesetz, nach welchem die Geschwindigkeit des strömenden Wassers mit der Entfernung vom Boden sich vergrößert“. Zeitschrift des Hannoverschen Architekten- und Ingenieur-Vereins. Jahrg. 1872, S. 476. — Sasse in Merseburg, „Die Vertical-Parabel bei Stromgeschwindigkeits-Messungen“ (an der Saale und Unstrut). Zeitschrift des Hannoverschen Architekten- und Ingenieur-Vereins. Jahrg. 1873, S. 191. — Schlichting in Tilsit, „Ueber die Geschwindigkeits-Parabel mit senkrechter Achse“. (Nach Messungen in der Memel bei Tilsit.) Erbkam's Zeitschrift für Bauwesen. Jahrg. 1877, S. 75. — Sasse in Merseburg, „Ueber die Verticalgeschwindigkeitscurve in den Flüssen“. Zeitschrift des Hannoverschen Architekten- und Ingenieur-Vereins. Jahrg. 1878, S. 53.

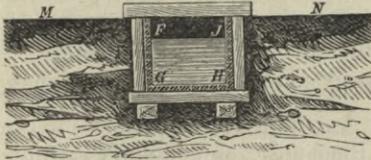
zuweilen aber auch $\frac{h}{l} = \sin \varphi$ setzen, wobei φ den Winkel CAE bezeichnet, welchen die Oberfläche mit dem Horizonte AE bildet.

Fig. 142.



$FGHJ$, Fig. 142, das Querprofil, der Querschnitt des Wasserkörpers genannt, dessen Inhalt in der Folge stets mit a bezeichnet werden soll.

Fig. 143.



Derjenige Theil vom Umfange des Canalprofils (Flußprofils), welcher sich in unmittelbarer Berührung mit dem Wasser befindet, wird der benetzte Umfang oder der Wasserperimeter genannt, in unseren Figuren also $FG + GH + HJ$. Wir werden die Größe

desselben stets durch p bezeichnen.

Den Quotienten $\frac{a}{p}$ pflegt man (nach Dubuat)¹⁾ den mittleren Radius (rayon moyen) zu nennen, weil bei einem halbkreisförmigen Querschnitt vom Radius $= r$, offenbar

$$\frac{a}{p} = \frac{r^2 \pi}{2r\pi} = \frac{r}{2}$$

ist. Bei sehr flachen Canälen, von rechteckigem Querschnitte, wo bei b Breite und e Wassertiefe $\frac{a}{p} = \frac{be}{b+2e}$ ist, läßt sich annäherungsweise $\frac{a}{p} = e$, d. i. gleich der Wassertiefe setzen.

Anmerkung. Bewässerungscanälen giebt man nach Nadault de Buffon²⁾ ein relatives Gefälle von $\frac{1}{3600}$ bis $\frac{1}{15666}$ oder beziehungsweise ein absolutes Gefälle von $0^m,277$ bis $0^m,60$ pro Kilometer. Canälen, die zur Bewässerung und Schiffahrt zugleich dienen, ein relatives Gefälle von $\frac{1}{6666}$ bis $\frac{1}{3333}$ oder ein absolutes Gefälle von beziehungsweise $0^m,15$ bis $0^m,30$ pro Kilometer.

Canäle, die zur Schiffahrt allein bestimmt sind, erhalten entweder gar kein Gefälle, oder ein sehr geringes. So z. B. hat der Erie-Canal (Buffalo-Albany) bei 358 engl. Meilen (à 5280') Länge ein Gefälle von 689 Fuß (im Hauptcanale), was eine Rösche $\frac{h}{l} = 0,000351$ giebt, der

*das aber das
offen sein
sollte*

¹⁾ Principes d'hydraulique. Tome Première, Pag. 33, Nr. 29.

²⁾ Traité des Irrigations. Tome II, Pag. 213.

Canal de l'Oureq bei 96000 Meter Länge, ein absolutes Gefälle von $10^m,14$ oder einen Abhang $\frac{h}{l} = 0,0001056$.

Bei der Croydon-Wasserleitung (New-York) nahm man $\frac{h}{l} = 0,0002174$, bei der New-River-Wasserleitung (London) $\frac{h}{l} = 0,00004735$ etc.

Für Aufschlagwassergräben oder Gerinnen giebt man dem Zuführcanale: $\frac{h}{l} = \frac{1}{2000}$ bis $\frac{1}{2500}$, dem Abführcanale: $\frac{h}{l} = \frac{1}{500}$ bis $\frac{1}{1000}$.¹⁾ Nach Weisbach (Ing.-Mechanik, Bd. 2) nimmt man bei Aufschlaggräben der Freiburger Betriebsgewässer $\frac{h}{l} = 0,00025$ bis $0,0005$, dagegen bei Abzugsgräben $\frac{h}{l} = 0,001$ bis $0,002$.

Ströme und Flüsse haben nahe ihrem Ursprunge ein größeres Gefälle, als unweit der Mündung ins Meer. So hat die Elbe auf der Strecke von Podiebrad bis Leitmeritz auf die Meile durchschnittlich ein Gefälle (nach Stranz)²⁾ von 9 Fuß, d. i. $\frac{h}{l} = \frac{1}{2822} = 0,00035$. Hübbe³⁾ fand dagegen das Gefälle des Elbspiegels, auf der Strecke von Neßhaken bis Schulau (unterhalb Hamburg) auf 30000 Fuß Stromlänge: in der Mitte der Flutzeit circa 14 Zoll oder $\frac{h}{l} = \frac{1}{26000} = 0,000038$; in der Mitte der Ebbezeit circa 12 Zoll oder $\frac{h}{l} = \frac{1}{30000} = 0,000033$. Der Rhein von Constanz bis Straßburg hat: $\frac{h}{l} = 0,001140$ und von Straßburg bis Rotterdam: $\frac{h}{l} = 0,000450$. Die Donau von Donaueschingen bis Wien: $\frac{h}{l} = 0,000490$, und von Wien bis zum Meere: $\frac{h}{l} = 0,000090$.⁴⁾

Eine Zusammenstellung der Gefälle für die wichtigsten deutschen Ströme befindet sich im 15. Bande der „Statistik des deutschen Reiches“.

Die stärksten für Schiffe eben noch passirbar relativen Gefälle in Strömen (Stromschnellen), sind nach Hagen $\frac{1}{600}$ bis $\frac{1}{500}$, a. a. O., Theil II, Bd. 1, S. 472.

Schließlich folgen hier noch zwei Tabellen über das Gefälle des Mississippi von Cairo aus (nahe da, wo sich der Ohio in den Mississippi ergießt) bis zu den vier Stromspalten im Golf von

1) Eine fernere Regel ist die, im Zuleitungscanale dem Wasser eine mittlere Geschwindigkeit von $0^m,40$ bis $0^m,60$ pro Secunde und im Abführcanale eine mittlere Geschwindigkeit von $0^m,75$ bis $1^m,0$ zu gestatten, das Gefälle aber nach den folgenden Paragraphen zu berechnen.

2) Vergleichende hydrographische Tafeln. Breslau 1836, S. 30.

3) Das Fahrwasser der Unterelbe. Hamburg 1854, S. 66.

4) Angaben für noch andere Flüsse finden sich u. A. in „Annales des Ponts et Chaussées“. 1843, 3, Pag. 254. Für den Rhein bei Hagen, Theil II, Bd. II, S. 329.

Mexico. Auch sind dabei die Hoch- und Niederwasser von St. Louis bis zum Golf verzeichnet¹⁾).

Oertlichkeit	Entfernung vom Beginn der Strom- spaltungen	Differenz zwischen Hoch- und Niederwasser			Entsprechende Höhe über dem Golf	
		Hochwasser	Nieder- wasser	Größe der Differenz	Hochwasser	Nieder- wasser
	Engl. Meilen	Jahr	Jahr	Fuß	Fuß	Fuß
Beginn d. Stromspaltung	0	1851	1851	2,3	2,8	0,5
Fort St. Philipp	20	1851	1851	4,5	5,1	0,6
Carollton	104	1851	1851	14,4	15,3	0,9
Donaldsonville	176	1851	1851	24,3	25,8	1,5
Baton Rouge	228	1851	1851	31,1	33,9	2,8
Red - river - Landing . .	299	1851	1851	44,3	49,5	5,2
Natchez	361	1858	1855	51,0	60,0	15,0
Vicksbury	470	1858	1855	49,0	?	?
Gaines Landing	630	1858	1855	?	149,0	?
Napoleon	672	1858	1855	50,0	?	?
Memphis	855	1858	1855	40,0	221,0	181,0
Columbus	1059	1858	1855	47,0	310,0	263,0
Cairo	1080	1858	1855	51,0	322,0	271,0
St. Louis	1253	1858	1860	37,0	408,0	371,0

Resultirendes Gefälle des Wasserspiegels pro Meile (1 Meile = 5280 Fuß engl.)				Relatives Gefälle auf 1000 Längen- einheiten bei		
bis	Ent- fernung	bei		Hoch- wasser	Nieder- wasser	
		Hoch- wasser	Nieder- wasser			
	Meilen	Fuß	Fuß			
Golf bei	S. W. Paß . .	17	0,165	0,029	0,031	0,0055
	N. O. Paß . .	16	0,175	0,031	0,033	0,0059
	Paß à l'Outre .	15	0,187	0,033	0,035	0,0062
	Süd Paß	14	0,200	0,036	0,037	0,0068
Beginn der Stromspalten .	20	0,115	0,005	0,022	0,0009	
Fort St. Philipp	84	0,121	0,004	0,023	0,0008	
Carrollton	72	0,146	0,008	0,028	0,0016	
Donaldsonville	52	0,156	0,025	0,029	0,0047	
Baton Rouge	71	0,220	0,034	0,042	0,0064	
Red - river - Landing	62	0,266	0,158	0,050	0,0299	
Natchez	269	0,309	?	0,058	?	
Gaines Landing	225	0,320	?	0,061	?	
Memphis	204	0,436	0,402	0,082	0,076	
Columbus	21	0,571	0,381	0,108	0,072	
Cairo	173	0,497	0,578	0,094	0,109	

¹⁾ Humphreys und Abbot a. a. O. Deutsche Bearbeitung von Grebenau, Anhang A, S. VI.

§. 123.

Geschwindigkeit eines Stromprofles.

Um zur Beurtheilung der verschiedenen Geschwindigkeiten in einem und demselben Stromprofile Gelegenheit zu geben, theilen wir nachfolgende Tafel aus dem Resultate der Geschwindigkeitsmessungen des holländischen Hydraulikers Brünings im Niederreine (oberhalb der Scheidung des Ysselstromes) mit, wobei bemerkt werden mag, daß die Breite von 48 Ruthen = 576 Fuß des betreffenden Querprofiles in 8 gleich große Theile getheilt, und in jedem Theilpunkte eine Perpendiculare genommen wurde, so daß die Zahl der Perpendicularen 7 betrug, in denen er die Geschwindigkeiten in verschiedenen Tiefen bestimmte¹⁾.

Tiefe unter der Oberfläche	1. Perpendiculare	2. Perpendiculare	3. Perpendiculare	4. Perpendiculare	5. Perpendiculare	6. Perpendiculare	7. Perpendiculare	Mittelwerthe
1 Fuß	30,85	35,28	38,27	43,63	42,78	43,63	42,78	39,603
2 "	30,85	35,28	37,30	41,04	41,04	41,92	41,92	38,479
3 "	32,02	34,23	37,30	40,13	41,92	41,92	41,04	38,366
4 "	29,64	33,14	37,30	40,13	41,44	42,79	41,04	37,497
5 "	28,88	32,02	36,30	38,27	39,21	42,78	39,21	36,667
6 "	28,88	29,64	35,28	37,30	38,27	41,04	37,3	35,387
7 "	27,06	27,06	34,23	36,30	37,30	37,30	36,30	33,650
8 "	25,67	27,06	32,02	33,14	35,28	36,30	36,40	32,253
9 "	24,21		27,06	30,85	34,23	33,14	29,64	31,022
10 "					32,02			32,020
Mittelwerthe ²⁾	28,422	32,166	35,389	37,749	39,497	39,602	39,389	35,873
Ganze Tiefe der Perpendiculare	11 Fuß	8½ Fuß	9½ Fuß	10 Fuß	10½ Fuß	11 Fuß	11 Fuß	

Die Abnahme der Geschwindigkeiten, von der Oberfläche nach dem Boden hin, ist dabei unverkennbar. Die Nichtstetigkeit dieser Abnahme dürfte vorzugsweise ihren Grund darin haben, daß die bei größeren Flüssen vorkommenden Wirbel und Gegenströme hier von Einfluß waren. Die Geschwindigkeiten unmittelbar an der Oberfläche und am Boden fehlen (wozu das von Brünings angewandte Geschwindigkeits-Meßinstrument nicht eingerichtet war), jedoch ist anzunehmen, daß beide beziehungsweise kleiner gewesen

¹⁾ Woltmann, Beiträge zur hydraulischen Architectur. Bd. 3, S. 359.

²⁾ Der Profillinhalt betrug: 5752½ Quadratfuß;

Mittlere Tiefe: 9 Fuß 11½ Zoll;

Mittlere Geschwindigk.: 2,99 Fuß (pro Secunde);

Wassermenge: 17197 Cubikfuß (pro Secunde).

Alle Maaße sind Rheinländische:

(1 Fuß rhn. = 0^m,314; 1 Quadratfuß rhn. = 0^m,093; 1 Cubikfuß = 0^m,0283).

sind, als die Werthe der Horizontalreihen für 6 Zoll und 9 Fuß Tiefe. Hiernach würde ferner zu schließen sein, daß die größte Geschwindigkeit etwa 6 Zoll bis 1 Fuß unter der Oberfläche stattfand. Alle diese Schlüsse lassen sich von den sonst in den verschiedenen Rheinarmen (Waal, Yssel etc.) von Brünings angeestellten Messungen (man sehe dessen S. 345, Note 1, angegebenes Werk) in gleicher Weise bilden.

Um die Gelegenheit zum Anknüpfen nicht unwichtiger Bemerkungen zu benutzen, läßt der Verfasser hier noch einige Tabellen folgen, wovon sich die ersteren auf die bereits vorher (S. 353) erwähnten Mississippi-Messungen, die anderen auf Messungen in drei deutschen Flüssen (der Unstrut, Saale und Elbe) beziehen.

I. Resultate aus Geschwindigkeitsmessungen unter dem Wasserspiegel des Mississippi bei Carrollton¹⁾.

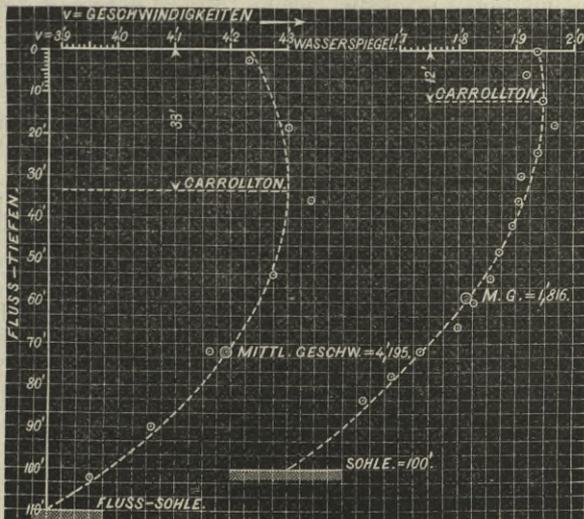
A. Während des Hochwassers von 1851 bei circa 110 Fuss (engl.) Flusstiefe. (Jede Geschwindigkeit ist das Mittel aus 13 Werthen [Messungen]).

Wassertiefen	Spiegel	3 Fuß	6 Fuß	18 Fuß	36 Fuß	54 Fuß	72 Fuß	90 Fuß	102 Fuß
Geschwindigkeiten pro Sec. im Stromstrich-profile	4,3538	4,3747	4,4285	4,2984	4,3463	4,2745	4,1580	4,0528	3,9481

Von diesen mittelst Doppelschwimmern gewonnenen Werthen

Fig. 143a.

Fig. 143b.



¹⁾ Humphreys und Abbot's Theorie der Bewegung des Wassers etc. Nach Mississippi-Messungen. Deutsch von Grebenau, S. 56 und 57, so wie S. 60 und 61.

haben sich die Experimentatoren (Humphreys und Abbot) bemüht, vorstehende Curve (Parabel), Fig. 143^a, zu entwerfen. Man erkennt dabei, daß die Maximalgeschwindigkeit in der Tiefe von 33 Fuß unter dem Wasserspiegel stattgehabt hatte und die mittlere Geschwindigkeit 4,195 Fuß gewesen sein soll. Referent hat sich vergeblich bemüht, letzteren Werth direct aus den Messungsergebnissen zu entnehmen. Allerdings, wenn man die drei ersten Werthe durch 4,2301 Fuß ersetzt (während ihr Mittel nach der Tabelle 4,3856 beträgt), ergibt sich 4,196 Fuß etc.

B. Während des Hochwassers von 1851 bei circa 100 Fuss Tiefe.

(Jede Geschwindigkeit ist das Mittel aus 5 Werthen [Messungen]).

Wassertiefen	Spiegel	6 Fuß	12 Fuß	18 Fuß	24 Fuß	30 Fuß	36 Fuß	42 Fuß
Geschwindigkeiten pro Sec. im Stromstrichprofile	1,9362	1,9185	1,9438	1,9727	1,9394	1,9062	1,9043	1,8929
Wassertiefen	48 Fuß	54 Fuß	60 Fuß	66 Fuß	72 Fuß	78 Fuß	84 Fuß	
Geschwindigkeiten pro Sec. im Stromstrichprofile	1,8672	1,8596	1,8247	1,7996	1,7388	1,6891	1,6390	

Auch diese Geschwindigkeitsänderungen haben die Experimentatoren sich bemüht, durch die zweite Curve (Parabel), Fig. 143^b, darzustellen. Die Maximalgeschwindigkeit soll in 12 Fuß Tiefe unter dem Wasserspiegel stattgefunden haben, während die mittlere Geschwindigkeit zu 1,816 Fuß angegeben wird. Letzterer Werth ist wiederum nicht aus den Versuchswerten zu ermitteln. Der Durchschnitt aus den Versuchen ergibt 1,856 Fuß als mittlere Profilgeschwindigkeit.

Referent muß überhaupt vor der Täuschung warnen, als hätten die Versuchsergebnisse die in Fig. 143^a und 143^b dargestellten gefälligen, continuirlichen Curven als Geschwindigkeitsscalen ergeben. Die Herren Humphreys und Abbot haben hierzu vielmehr allerlei Wendungen und Annahmen machen müssen. Man hat eben vorausgesetzt, es müssen diese Curven Parabeln sein! Hagen hat diese ganze Darstellungsweise ebenfalls scharf kritisirt, worüber nachzulesen ist im XVIII. Jahrg. (1868) der Erbkam'schen Zeitschrift für Bauwesen, S. 67 ff.

II. Resultate aus Geschwindigkeitsmessungen in der Unstrut, Saale und Elbe,
nach Angaben des Regierungs- und Baurathes Sasse in Merseburg¹⁾.

(Die Geschwindigkeitsmessungen geschahen mit Hilfe Woltmann'scher Flügel.)

A. Unstrut-Profil.		B. Saale-Profil.		C. Elbe-Profil.	
Wassertiefen in Metern	Geschwindigkeit pro Secunde in Metern (7 Verticalen)	Wassertiefen in Metern	Geschwindigkeit pro Secunde in Metern (15 Verticalen)	Wassertiefen in Metern	Geschwindigkeit pro Secunde in Metern
0,157	1,089	0,157	0,510	0,314	1,044
0,471	1,184	0,471	0,485	0,942	1,065
0,785	1,218	0,785	0,428	1,569	1,026
1,098	1,172	1,098	0,395	2,197	0,981
1,412	1,108	1,412	0,392	2,825	0,897
1,726	1,024	1,726	0,367	3,452	0,871
2,040	0,872	2,040	0,329	4,080	0,736
Größte Tiefe = 3,532 Met.		Größte Tiefe = 2,511 Met.		Größte Tiefe = 5,65 Met.	
Stromaufwärts mäßiger Wind.					

Nach dem Vorhergehenden kann es nicht schwer fallen, aus diesen drei Zusammenstellungen Schlüsse über den Gang der Verticalcurven in einem Profile zu ziehen. Bemerkenswerth sind die besonderen Gründe, welche Herrn Sasse bestimmten, in den mehr regelmäßigen und tiefen Profilen der Saale und Unstrut Messungen zu versuchen. A. a. O. S. 196 wird nämlich Folgendes bemerkt: „Auch nach Feststellung einer geeigneten Formel für das zu den Messungen angewandte Instrument (Woltmann'scher Flügel) und nach Verwendung von einer genügenden Zeit zur Geschwindigkeitsmessung ist es schwer, aus den aufgetragenen Geschwindigkeiten sofort zu erkennen, ob die Geschwindigkeitscurve einer Parabel angehört, ob deren Achse senkrecht stehen oder wagerecht liegen müsse, und ob in letzterem Falle die Achse unterm Wasserspiegel liegen könne oder nicht“. Nach den vorstehenden Resultaten dürfte (auch entsprechend den Theorien S. 347 und 349) die Annahme einer Geschwindigkeitsparabel mit senkrechter Achslage (nach Hagen und Schlichting) nicht aufrecht zu erhalten sein²⁾.

§. 124.

Wassermenge. — Mittlere Geschwindigkeit.

Die Wassermenge = Q , welche pro Secunde durch ein bestimmtes Fluß- oder Canalprofil fließt, erhält man, unter Voraussetzung, daß der Beharrungszustand der Bewegung (§. 77)

¹⁾ „Die Verticalparabel bei Stromgeschwindigkeits-Messungen“. Zeitschrift des Hannov. Archit.- und Ing.-Vereins, Jahrg. 1873, S. 191 ff. Der Verfasser benutzt die Gelegenheit, auf eine ebenfalls werthvolle Abhandlung desselben Autors in derselben Zeitschrift, Jahrg. 1870, S. 193, aufmerksam zu machen, welche die Ueberschrift trägt: „Die Parabeltheorie in ihrer Anwendung auf die Bewegung des Wassers in der Saale und Unstrut“.

²⁾ Ausführlich hierüber in einer Abhandlung des Herrn Sasse in der Zeitschrift des Hannov. Archit.- und Ing.-Vereins, Jahrg. 1878, S. 53.

bereits eingetreten ist, nach §. 81 oder §. 96, wenn man den Querschnitt ω eines jeden das Profil durchströmenden Wasserfadens, mit der ihm entsprechenden Geschwindigkeit $= u$ multiplicirt und die Producte addirt. Es ergibt sich folglich die Gleichung:

$$(1) \quad Q = \Sigma (\omega u).$$

Dividirt man Q durch den Flächeninhalt a des Profiles, wobei $a = \Sigma(\omega)$ ist, so wird der Quotient die mittlere Geschwindigkeit des ganzen Profiles genannt, die zwar nur eingebildet, zu betreffenden Verständnissen für die ganze Hydraulik aber von der größten Wichtigkeit ist. Wir bezeichnen die mittlere Profilvergeschwindigkeit in der Folge stets mit v , erhalten also:

$$(2) \quad v = \frac{Q}{a}, \text{ so wie}$$

$$(3) \quad Q = av$$

$$\text{und auch: } (4) \quad v = \frac{\Sigma(\omega u)}{a}.$$

Aus (4) erhellt zugleich, wie man durch entsprechende Messungen die mittlere Profilvergeschwindigkeit zu bestimmen im Stande ist.

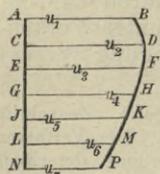
Statt, wie es in (4) verlangt wird, das durch Breiten- und Tiefenmessungen ermittelte Stromprofil in entsprechend kleine Flächenstücke ω zu theilen, und für die Mitte eines jeden derselben eine Messung der Geschwindigkeit $= u$ des durchfließenden Wasserfadens vorzunehmen, schlägt man gewöhnlich nachbemerkte Wege ein.

1) Man theilt die aufgenommene Profillfläche durch Perpendicularen in Abschnitte, bestimmt die mittlere Geschwindigkeit in jeder dieser Perpendicularen¹⁾, berechnet den Flächeninhalt des einer jeden Perpendiculare zugehörigen Theiles, multiplicirt beziehungsweise diese Werthe mit einander, und dividirt die Summe derselben durch den Flächeninhalt des ganzen Profiles, der Quotient wird dann als mittlere Geschwindigkeit des letzteren betrachtet.

Aus geeigneten Messungen (die Geschwindigkeiten durch schwimmende, unten mit Eisen beschlagene Stäbe bis auf 20 Fuß Tiefe ermittelt) stellte Wiebeking a. a. O. S. 37, §. 41, bei einem

¹⁾ Die mittlere Geschwindigkeit $= U$ in einer und derselben Perpendiculare ist auf folgende Weise zu bestimmen.

Fig. 144.



Es sei \overline{AN} die Perpendiculare, in der man in gleichen Abständen $AC = CE \dots = LN$ die Geschwindigkeiten $u_1, u_2, u_3 \dots u_7$ gemessen und als Ordinaten einer Curve BP aufgetragen hat, deren Fläche $ABPN$ man die Geschwindigkeitsscala zu nennen pflegt. Der Inhalt der letzteren Fläche ist offenbar die Summe aller Geschwindigkeiten der ganzen Perpendiculare, aus der man U erhält, wenn man diese Summe durch die Länge \overline{AN} der Perpendiculare dividirt. Demnach ist:

$$U = \frac{\frac{1}{2} \overline{AC} [(AB + CD) + (CD + EF) \dots (LM + NP)]}{\overline{AN}}, \text{ oder}$$

$$U = \frac{\overline{AC}}{\overline{AN}} \left(\frac{1}{2} u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + \frac{1}{2} u_7 \right).$$

Rheinprofile von 920 Fuß Breite (unweit Erfelden im Großherzogthum Hessen) nachstehende Tabelle zusammen:

Perpendicularen	Flächeninhalt des einer jeden Perpendiculare zugehörigen Theiles	Mittlere Geschwindigkeit der Perpendiculare	Wassermenge, welche durch den Profiltheil fließt
I.	1691 □Fuß	3,527 Fuß	5866 Cub.-Fuß
II.	1936	4,454	8623
III.	1843	4,211	7760
IV.	2006	3,944	7912
V.	2111	3,823	8068
VI.	2146	3,712	7966
VII.	1971	3,693	7279
VIII.	1732	3,441	5960
IX.	1668	3,398	5668
X.	1557	2,981	4641
XI.	1026	2,949	3026
XII.	1330	2,632	3500
Summen . .	21017	42,765	76269

Hiernach ist:

$$Q = \Sigma (\omega u) = 76269 \text{ Cubikfuß}^1),$$

$$a = 21017 \text{ Quadratfuß und somit}$$

$$v = \frac{76269}{21017} = 3,628 \text{ Fuß},$$

die mittlere Tiefe = e des ganzen Profiles ist überdies:

$$e = \frac{21017}{920} = 22,83 \text{ Fuß}.$$

Diese Methode ist unter Andern auch von Lahmeyer bei seinen vielfachen Versuchen (Messungen in der Weser) in Anwendung gebracht worden. Man sehe deshalb S. 56 seines Buches: „Erfahrungsergebnisse über die Bewegung des Wassers in Flußbetten und Canälen“. Braunschweig 1845.

¹⁾ Nach einer Angabe in den „Annales des Ponts et Chaussées“, 1846, Bd. 3, Pag. 212, beträgt die normale Wassermenge des Rheines in den Gebieten der Niederlande (Hollands), nach im Jahre 1819 gemachten Beobachtungen, pro Secunde (in runden Zahlen):

2000 Cubikmeter	bei mittlerem Wasserstande,
6000	bei Hochwasser und bis
9000	bei den allerhöchsten Wasserständen.

Vergleichsweise werde auf die Wassermenge der Elbe im ungetheilten Strome oberhalb Hamburg und Harburg aufmerksam gemacht. Nach Hübbe („Erfahrungen und Beobachtungen im Gebiete der Strombaukunst“. Erster Theil, S. 77) ist daselbst bei 800 Fuß Breite die Profilgröße = 12224 Quadratfuß, die mittlere Geschwindigkeit = 2,16 Fuß, und sonach die pro Secunde abfließende Wassermenge 26404 Cubikfuß = 815,88 Cubikmeter. Grebenau („Die internationale Rheinstrommessung bei Basel“. München 1873, S. 67) berechnete, nach im November 1867 angestellten sorgfältigen Messungen (oberhalb der Baseler Drahtseilfähre, bei 201,27 Meter Flußbreite) in einem Profile von 426,122 Quadratmeter, die Wassermenge pro Secunde zu 828,836 Cubikmeter.

2) Ein anderes Verfahren (gewöhnlich das Brünings'sche genannt) besteht darin, die mittleren Geschwindigkeiten der einzelnen Perpendicularen zu addiren, die Summe durch die Anzahl der Perpendicularen zu dividiren, und den Quotienten als die mittlere Geschwindigkeit der ganzen Profilfläche zu betrachten. Wendet man dies Verfahren auf das Beispiel der Brünings'schen Messungen an einem Rheinarme (§. 123) an, so erhält man zuvörderst also als Summe sämtlicher 7 Perpendiculargeschwindigkeiten: 251,214 und die mittlere Geschwindigkeit:

$$v = \frac{251,214}{7} = 35,887 \text{ Zoll} = 2,99 \text{ Fuß.}$$

Da nun der Inhalt des dort gemessenen Profiles 5752,5 □Fuß betrug, so ergibt sich

$$Q = av = 5752,5 \times 2,99 = 17199,97 \text{ Cubikfuß}$$

für die zur Zeit der Messung durch das Profil fließende Wassermenge.

Die Wassermenge des ganzen Rheinstromes nach der Wiebeking'schen Messung (1) berechnet sich auf diese Weise folgendermaßen:

Es ist die Summe der sämtlichen 12 Perpendiculargeschwindigkeiten = 42,765, daher deren mittlere Geschwindigkeit = $\frac{42,765}{12}$ = 3,563. Diese als mittlere Geschwindigkeit = v des ganzen Profiles betrachtet, findet sich endlich die Wassermenge

$$Q = av = 21017 \times 3,563 = 74883 \text{ Cubikfuß.}$$

3) Der Verfasser hat folgende Methode im Frühsommer 1852 zur Bestimmung der Wassermenge des Leineflusses unweit Hannover (zwischen Döhren und dem sogenannten „schnellen Graben“) benutzt. Die Geschwindigkeiten wurden in 5 gleich weit, in der ganzen Flußbreite von 101 Fuß, von einander abstehenden Perpendicularen beziehungsweise gemessen und die mittleren Perpendiculargeschwindigkeiten gefunden zu: 1,4319 Fuß; 1,3279 Fuß; 1,2761 Fuß; 1,36278 Fuß und 0,8418 Fuß, so daß sich für die mittlere Profilschwindigkeit setzen ließ: $v = \frac{6,240}{5} = 1,248 \text{ Fuß} = 0,3644 \text{ Meter.}$

Mit Hülfe der Simpson'schen Regel wurde aus den betreffenden Tiefenmessungen der Flächeninhalt des Profiles zu 916,5 Quadratfuß = 78,20 Quadratmeter, und daher die pro Secunde abfließende Wassermenge berechnet zu:

$$Q = av = 916,5 \times 1,248 = 1143,79 \text{ Cubikfuß} = 28,49 \text{ Cubikmeter.}$$

Das Maaß der Genauigkeit der besprochenen Methoden dürfte in der Weise als abnehmend zu bezeichnen sein, wie sie hier aufgezählt wurden.

Bei einer am 25. Juni 1869 von den Studirenden der Hannoverschen technischen Hochschule sorgfältig ausgeführten Messung zwischen dem Schützenhause bei Hannover und der Stadt (also unterhalb des sogenannten „schnellen Grabens“, eines Wehres für Hochwasser), d. h. an einer Stelle, wo die beiden Leinarne noch vereinigt sind,

welche das Aufschlagwasser für die beiden Stadtmühlen zuführen, ergab sich in einem Profile von $42\text{m},522$ die mittlere Geschwindigkeit zu $0,536$ Meter, folglich die secundliche Durchflußmenge zu $22,79$ Cubikmeter. Die fast 6 Cubikmeter größere, vorher berechnete Wassermenge, bei ziemlich gleichem Wasserstande, ist als das Quantum zu betrachten, welches zu jener Zeit über das angegebene Wehr floß.

Im Sommer (12. Juli) 1877 wurden gleichfalls sorgfältige Messungen in den beiden Leinearmlen ausgeführt, wobei sich für den östlichen Arm (Klickmühle) eine secundliche Wassermenge von $11,50$ Cubikmeter ergab, während sich für den nördlichen Leinearmlen (Brückmühle) das secundliche Wasserquantum zu $8,80$ Cubikmeter herausstellte, die Summe (beider Arme) also $20,30$ Cubikmeter betrug. Das ebenfalls gemessene Gefälle an den Mühlen war dabei $2,15$ Meter.

§. 125.

Tachometer.

Von allen zum Messen der Geschwindigkeit fließender Gewässer zur Zeit in Anwendung gebrachten und bemerkenswerthen Mitteln¹⁾ oder mechanischen Instrumenten (Tachometer)²⁾, lassen sich

¹⁾ Zur Vervollständigung geschichtlicher Notizen werde hier noch der sogenannten hydrometrischen Flasche gedacht, mit welcher 1721 der italienische Arzt Dr. Nadi Versuche im Po und anderen italienischen Flüssen anstellte. Diese Vorrichtung bestand in einem Blechgefäße (einem prismatischen Kasten) mit einer verschließbaren Oeffnung (einem Loche) in einer der Seitenwände und einer bis über die Oberfläche hinausreichenden Röhre. Brachte man dies Gefäß unter Wasser und öffnete das Loch in der Seitenwand, so strömte durch letzteres Wasser in das Gefäß, während durch die nach oben hin mündende Röhre die atmosphärische Luft entweichen konnte. Aus der Wassermenge, welche in einer gewissen Zeit durch die Seitenwandöffnung in das unter Wasser befindliche Gefäß floß, schloß man auf die Geschwindigkeit des Wassers in der Tiefe des betreffenden Flusses. Die hierbei gemachten Voraussetzungen zeigten sich bald nachher als unstatthaft.

Mit Abbildungen begleitete Beschreibungen dieser Flasche finden sich bei Brünings, a. a. O., S. 45, Fig. 5 und in der Nuova Raccolta, Tomo II, Pag. 460, Tav. 10, Fig. 1.

Ein anderes Mittel zum Messen des Wassers kleiner Flüsse (Bäche), der sogenannte Regulator, wurde seiner Zeit von Guglielmini in Vorschlag und in Anwendung gebracht. Dieser bestand in einem derartigen Einbaue quer in den Fluß, daß eine rechteckigere Durchlaßöffnung geschaffen wurde, hinter der sich constantes Druckwasser über ihrer oberen Kante bilden konnte, so daß überhaupt ein Ausfluß durch eine sogenannte Lesbros Mündung (§. 101) entstand. Mittelst Formeln, wie die auf S. 243 dieses Buches, ließ sich dann die betreffende mittlere Geschwindigkeit berechnen. Auch Michelotti hat einen solchen Regulator zu Beobachtungen fließenden Wassers mehrfach in Anwendung gebracht. Man sehe deshalb die hydraulischen Versuche Michelotti's (Zimmermann's Uebersetzung), Bd. I, S. 119 und Bd. II, S. 196. Ferner verdient auch nachgelesen zu werden das mit „Del Regolatore“ überschriebene Capitel in Venturoli's „Elementi di Meccanica e d'Iraulica“, Pag. 240, §. 525.

²⁾ Von τάχος (tachos) Geschwindigkeit.

zwei Hauptgattungen unterscheiden. Erstens solche, wobei feste Körper der Strömung des Wassers frei überlassen werden, sogenannte Schwimmer, deren Anwendung sich darauf gründet, daß sie genau die Geschwindigkeit des Wassers annehmen, auf welchem sie schwimmen¹⁾. Zweitens Instrumente, wo man die statische oder mechanische Wirkung des Wassers gegen feste Flächen benutzt, um daraus mehr oder weniger direct die Geschwindigkeit des fließenden Wassers zu bestimmen.

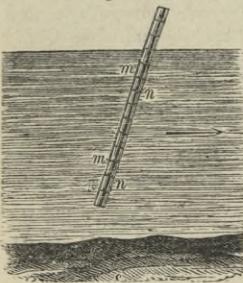
Wir werden im Nachstehenden die hauptsächlichsten Schwimmer und mechanischen Instrumente kurz besprechen.

A. Schwimmer.

1) Holzstückchen, Holzklötze²⁾, Tönnchen³⁾, Glasflaschen, Stäbe, hohle Kugeln u. s. w. läßt man je nach Umständen unmittelbar auf der Wasseroberfläche oder etwas unter derselben tauchend so schwimmen, daß man nur die Zeit zu beobachten braucht, innerhalb welcher der betreffende Körper eine bestimmte vorher gemessene Strecke gleichförmig, ohne durch irgend welche Hindernisse gestört zu werden, durchläuft. Der Quotient aus dem zurückgelegten Wege, dividirt durch die beobachtete Zeit, giebt die Geschwindigkeit des Wassers in dem betreffenden Stromstriche. Wie man hieraus auf die Geschwindigkeit einer bestimmten Perpendiculare und weiter auf die eines ganzen Profiles zu schließen vermag, wird weiter unten ausführlich erörtert.

2) Der Stab des Cabeo⁴⁾, oder der hydrometrische Stab, Fig. 145, der bereits §. 124 bei den Wiebeking'schen Geschwindigkeitsmessungen im Rheine erwähnt wurde,

Fig. 145.



kann entweder von so einfacher Anordnung, wie bei Wiebeking, d. h. ein schwimmender, unten mit Eisen beschlagener Stab sein, oder, wie in unserer Abbildung, eine hohle Blechröhre von 30 bis 40 Millimeter Durchmesser mit Deckel und Boden bilden, welche aus gleich langen, zusammengeschobenen Stücken *mn* besteht und die mit kleinen Metallkugeln etc. für die gehörige Eintauchung gefüllt werden kann.

Hat der Stab auf seine ganze Länge

¹⁾ Bei verhältnißmäßig großen Körpern ist diese Annahme nicht ganz richtig. So z. B. bewegen sich ohne weitere Triebkraft stromabwärts fahrende Schiffe immer etwas schneller als das Wasser, was man an der Wirksamkeit der Steuer- ruder bemerken kann.

²⁾ Grebenau, „Rheinstrommessung“ etc., S. 16 und S. 76.

³⁾ Humphreys und Abbot's Mississippi-Messungen (Deutsche Ueber- setzung), S. 50, §. 67.

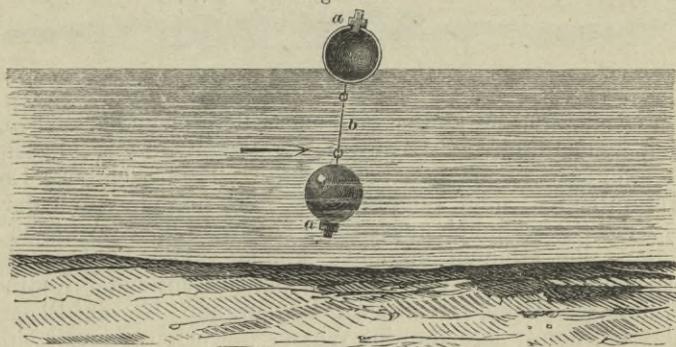
⁴⁾ Cabeo (geb. 1585 zu Ferrara, gest. 1650 zu Genua), Jesuit und eine Zeit lang Professor der Mathematik in Parma, benutzte den nach ihm benannten Stab (asta) zuerst im Jahre 1646, worüber von Masetti berichtet wird in der „Nuova Raccolta“, Tomo II, Pag. 398. Nachher bemühte sich ein anderer Italiener und Zeitgenosse von Cabeo, Barattieri, um die Verbesserung dieses hydrometrischen Stabes, worüber Brünings in seiner Abhandlung über die Geschwindigkeit des fließenden Wassers, S. 99 ff., betreffende Angaben liefert.

einen gleichen Querschnitt (und verhütet man das Aufstoßen auf den Boden, wie die Einwirkung des Windes auf das aus dem Wasser hervorragende Ende), so kann man annehmen, daß er sich bald mit der mittleren Geschwindigkeit des Längenprofils fortbewegt, in welchem er schwimmt.

Wiebeking¹⁾ empfiehlt diesen Stab, für jede beliebige Tiefe des Stromstriches, unter allen Schwimmern am meisten, und selbst Hagen²⁾ führt eine Stelle an, wo er oft mit großem Vortheile benutzt worden sein soll. In neuester Zeit (1867) hat Grebenau bei seinen „Rheinstrommessungen“ von derartigen Stabschwimmern nützlichen Gebrauch gemacht. Die dabei verwandten cylindrischen hölzernen Stäbe hatten 3 Centimeter Dicke und tauchten 45 Centimeter tief ein, daß sie vertical (?) schwammen. Ausführliches hierüber in der erwähnten Grebenau'schen Schrift, S. 79 ff. Theoretisch handeln am Ausführlichsten über diesen Stab die italienischen Professoren Masetti in der „Nuova Raccolta“, Tomo II, Pag. 494 und Venturoli in der unten notirten Quelle³⁾

3) Hohlkugeln von Metallblech, Fig. 146, von gleichem, 10 bis 20 Centimeter betragenden Durchmesser, mit Verschraubung *a*

Fig. 146.



und Dichtung versehen, um durch Einfüllung von Wasser und nachherigem Verschließen die Kugeln zu bestimmten Einsenkungen veranlassen und die Geschwindigkeit in der Schwimmtiefe der zweiten Kugel angeben zu können, die überdies mit der ersten, nahe der Oberfläche schwimmenden, durch einen an beiden Enden mit Haken versehenen Draht *b* verbunden ist. Durch entsprechende Gestaltung der an die beiden Kugeln befestigten Oesen ist sowohl die Verbindung der Kugeln leicht zu bewirken, als deren Auslösung im Wasser zu verhüten. Nach vielfachen Messungen mit derartigen, der technischen Hochschule in Hannover gehörigen Kugeln schwimmen sie bei weitem unregelmäßiger, als die vorbemerkten Schwimmstäbe.

¹⁾ a. a. O., §. 130, S. 181 ff.

²⁾ a. a. O., 2. Theil, Bd. 1, S. 250.

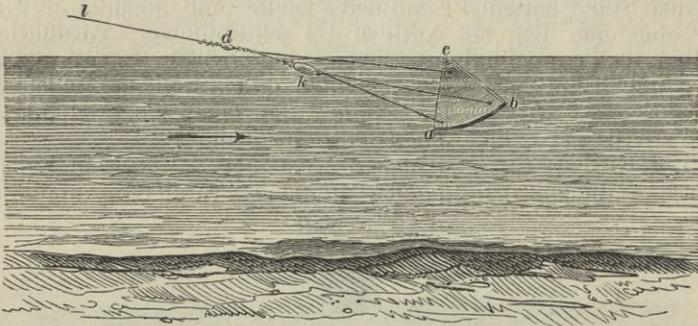
³⁾ „Elementi di meccanica e d'idraulica“. Vol. II. Septima edizione. Milano 1847. §. 487.

Auch Lahmeyer in seinen „Erfahrungsergebnissen“ (S. 50, Note 2) bemerkt, daß Flaschen weit besser schwimmen als Kugeln, die ein zu großes Beharrungsvermögen besitzen.

Hat man zuerst die Geschwindigkeit $= V$ beobachtet, mit welcher die obere Kugel schwimmt und nachher ferner die Geschwindigkeit $= u$ der verbundenen Kugeln, so läßt sich die Geschwindigkeit c der unteren Kugel aus der Gleichung $u = \frac{V+c}{2}$ zu $c = 2u - V$ bestimmen¹⁾.

4) Das Log der Seeschiffer, Fig. 147. Ein Schwimmer

Fig. 147.



für den besonderen Fall, daß man von entsprechenden Stellen, z. B. Brücken, namentlich bei Hochwasser, Messungen der Oberflächengeschwindigkeit zu machen beabsichtigt. Es besteht das Log aus drei Haupttheilen, dem Logbrettchen, der Logleine und der Logrolle²⁾, wozu gewöhnlich noch das Logglas, d. h. eine kleine Sanduhr (die halbe Minuten anzeigt), kommt. Das Logbrett ist ein hölzerner Quadrant *abc* von etwa 15 bis 16 Centimeter Radius und 12 Millimeter Dicke, an dessen Bogenrande *ab* ein Bleistreifen befestigt ist, damit dasselbe, ins Wasser geworfen, so weit einsinkt, daß nur die Spitze *c* hervorragt und zugleich in möglichst senkrechter Stellung fortschwimmt. Die Logleine *l* ist durch kurze Schnüre *da*, *db* und *dc* mit dem Log verbunden, wozu letzteres nahe seinen Winkelpunkten durchbohrt ist. Bei *k* befindet sich eine Art von Zapfenkuppelung (Dog und Pinne), die durch einen starken Ruck an der Logleine gelöst werden kann, damit beim Wiederaufwickeln der letzteren das Logbrett eine flache Lage annimmt.

Ein verbessertes sogenanntes „Patent-Log“, mit einer Propeller-Schraube ausgestattet, findet sich abgebildet und beschrieben in des Verfassers „Allgemeiner Maschinenlehre“, Bd. I, S. 139. Ein Schiffslog nach neuerer Anordnung (Reynold's Patent und „The Pendant Log“ genannt) lassen die vorstehenden

¹⁾ Mehr hierüber sehe man in Venturoli, a. a. O., §. 482, so wie in Bornemann's „Hydrometrie“, S. 92.

²⁾ Die Logrolle zur Aufnahme, zum Los- und Aufwickeln der Logleine ist, als selbstverständlich, in unserer Figur weggelassen.

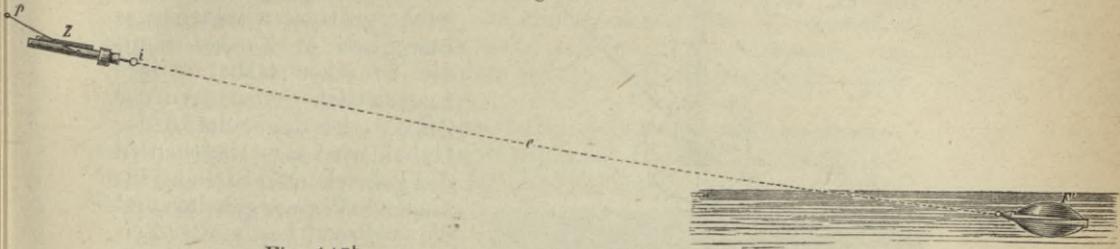
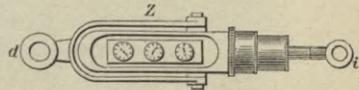
Fig. 147^a.Fig. 147^b.Fig. 147^c.

Fig. 147^a bis mit 147^c erkennen. Hierbei ist der Zählapparat *Z* von der Wasserschraube *F* derartig getrennt, daß sich ersterer, wie aus Fig. 147^a erhellt, auf dem Hintertheile des Schiffes (auf einer Brücke etc.) befindet, während letztere im Wasser schwimmt, das Verbindungsmittel beider aber die $\frac{1}{2}$ Zoll (engl.) dicke Logleine *e* derartig bildet, daß sie zu gleicher Zeit die Transmissionswelle ist, welche die Umdrehungen der Schraube *F* auf den erwähnten Zählapparat *Z* überträgt. Der Körper der Schraube ist dabei ein Holzcyylinder von 50 Millimeter Dicke und 400 Millimeter Länge, während die äußerste Kante eines jeden der drei Schraubenflügel 70 Millimeter von der Drehachse entfernt ist. Da die Schraube der Wirkung zweier Kräfte unterworfen ist, wovon die eine (die Schwerkraft) senkrecht, die andere (der Druck des fließenden Wassers) horizontal gerichtet ist, so erklärt sich bald, weshalb die Schraube nicht untersinkt, sondern mit ihrer Achse in einer Richtung erhalten wird, welche, als Resultirende der beiden genannten Kräfte, mit der Richtung der rotirenden Logleine *ie* zusammenfällt.

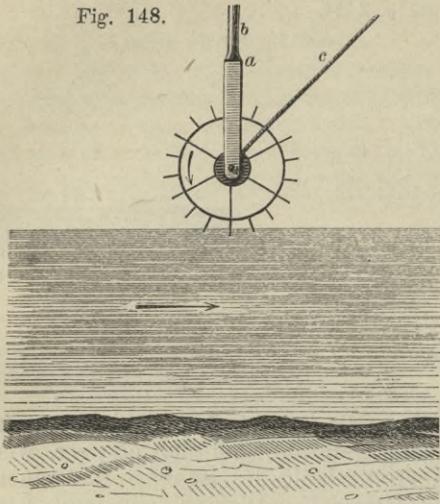
B. Besondere mechanische Instrumente.

Mancherlei selbstverständliche Uebel, welche alle Schwimmer mit sich führen, insbesondere die Voraussetzung, daß das Wasser in der Länge des Stromfadens, worin der schwimmende Körper fließt und woraus die Geschwindigkeit abgeleitet werden soll, eine ganz gleichförmige Bewegung habe, daß die Schwimmer nur im Stromstriche mit entsprechender Regelmäßigkeit fortgehen u. s. w., sind bereits seit langer Zeit Veranlassung gewesen, Instrumente zu ersinnen, welche von diesen Uebelständen frei sind. Ein sehr einfaches, aber auch nur zur Bestimmung der Oberflächengeschwindigkeit brauchbares Instrument ist:

- 1) Das hydrometrische Strauberädchen¹⁾, Fig. 148,

¹⁾ Von wem dies Strauberädchen zuerst in Anwendung gebracht worden ist, hat der Verfasser nicht ermitteln können. Die älteste von ihm aufgefundene Nachricht findet sich in Leupold's „Theatrum Machinarum Generale“. Leipzig 1724, S. 151, Tafel 59. Brünings, a. a. O., S. 86, berichtet über die Ver-

Fig. 148.

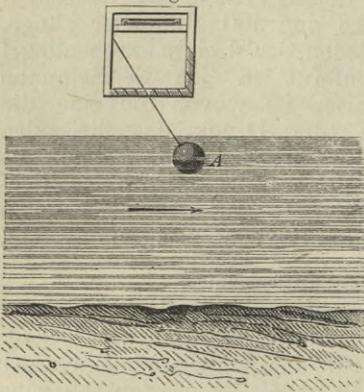


aus dünnem Blech möglichst leicht gearbeitet, was höchst beweglich in Zapfen läuft, die in einer Gabel *a* ihre Lagerstellen finden. An der Zinke oder dem Stiele *b* der Gabel wird das Rädchen in der gezeichneten Stellung ins fließende Wasser gehalten und die während bestimmter Zeit erfolgten Umdrehungen durch die Zahl der Windungen eines dünnen Fadens *c* bestimmt, den man auf der Welle des Rädchens sich aufwickeln läßt.

Wegen der Zapfenreibung, der schiefen Eintauchung der Radschaufeln, auch weil letztere immer etwas

Wasser mit in die Höhe nehmen, können die hiermit angestellten Geschwindigkeitsmessungen keine großen Ansprüche auf Sicherheit machen.

Fig. 149.



Aus letzterer Ursache und namentlich um Geschwindigkeitsmessungen an jeder beliebigen Stelle eines fließenden Wassers vornehmen zu können, erdachte man die ferner hier zu nennenden Instrumente, wovon wir zunächst aufführen:

2) Das hydrometrische Pendel oder den Stromquadranten, Fig. 149.¹⁾ Eine an einem Faden aufgehängene Kugel *A*, von größerem specifischen Gewichte als das Wasser, wird dem Stöße des strömenden Wassers ausgesetzt und aus dem Abweichungswinkel der

Fadenrichtung von der Verticalen, auf die betreffende Stromgeschwin-

wendung dieses Rädchens durch die Italiener Muratori, Genneté und Andere. Nicht minder hat mit derartigen Rädchen auch Michelotti (der Vater) Versuche angestellt, worüber in dessen wiederholt citirtem Werke (Deutsche Uebersetzung von Zimmermann, S. 111 ff.) berichtet wird.

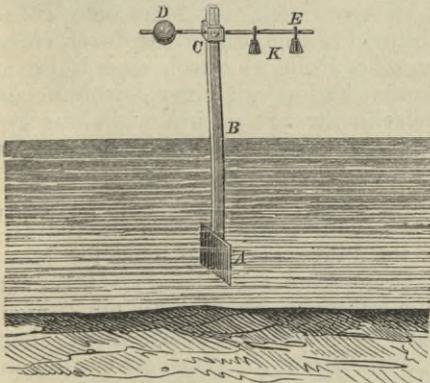
¹⁾ Das von Zandrini, Lecchi, Lorgna, Michelotti u. A. zu Versuchen benutzte hydrometrische Pendel soll (nach Boileau, a. a. O., Pag. 265) Castelli erfunden haben. Theorien desselben, mit Beachtung der Gestalt, welche der Faden im tiefen Wasser annimmt (Kettenlinie oder Ellipse), hat besonders Gerstner in seiner Schrift gegeben: „Bemerkungen über das hydrometrische Pendel“. Prag 1819. Ferner handelt davon auch Venturoli in seinem wiederholt citirten Buche: „Elementi di Meccanica e d'Idraulica“. Pag. 226, §. 500.

digkeit geschlossen. Bei Messungen in einiger Tiefe wird dies Instrument ganz unbrauchbar, da die Wirkung des Wasserstoßes gegen den Faden einen andern Abweichungswinkel erzeugt, als ohnedem wahrgenommen werden würde, betreffende Rechnungen aber zu keinem Ziele führen¹⁾.

Bekanntlich war der Stromquadrant vorzugsweise das Instrument, womit die obengenannten italienischen Hydrauliker Guglielmini, Grandi, Zendrini, Michelotti etc. ihre Geschwindigkeitsmessungen ausführten.

3) Die hydraulische Schnellwaage des Michelotti (wahrscheinlich vom Jahre 1771)²⁾, Fig. 150, aus einer ebenen Platte *A* bestehend, gegen welche das fließende Wasser stößt

Fig. 150.



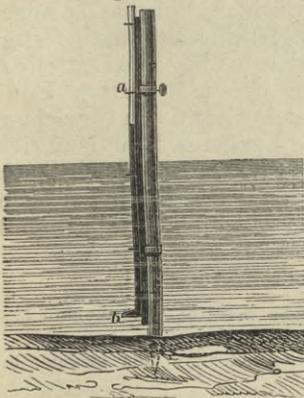
und die an einer Stange *B* befestigt ist, welche mit einem Hebel *DE* derartig zu einem Ganzen vereinigt werden kann, daß beide zusammen an einer rechtwinklig auf *DE* stehenden Achse aufgehängt und um diese zu Schwingungen veranlaßt werden können. Die betreffenden Hebellager werden von einem besonderen Gestelle (in der Figur weggelassen) getragen³⁾. Wie man durch geeignete Verschiebung der Laufgewichte *K*, wenn die

Platte *A* der Stromwirkung ausgesetzt ist, eine Verticalstellung der Stange *B* und Horizontalstellung des Hebels *DE* bewirken kann, ist von selbst klar. Aus den betreffenden Dimensionsverhältnissen der Platte, des Hebels und der Gewichte *K* läßt sich auf die Größe des Wasserstoßes und hiervon wiederum auf die betreffende Stromgeschwindigkeit schließen.

Die verhältnißmäßig großen Reibungen bei diesem Instrumente, die selbst genauere Stoßmessungen unsicher machen, sind Ursachen, daß auch dies Instrument gegenwärtig nirgends mehr Anwendung findet.

4) Pitot's Röhre, Fig. 151 (zuerst

Fig. 151.



¹⁾ Sehr speciell hat sich, wie schon bemerkt, mit diesem Instrumente Gerstner in der bereits genannten Schrift, so wie in seinem Handbuche der Mechanik, Bd. 2, §. 229, beschäftigt. Empfehlenswerth ist ferner das Lesen der Abschnitte „Del pendulo idrometrico“ und „Del pendulo idrometrico composto“ in Venturoli's Buche Elementi di Meccanica e d'Iraulica.

²⁾ Michelotti, Hydraulische Versuche, S. 220, §. 36.

³⁾ Michelotti, a. a. O., Tafel IV, Fig. 42. Zu erwähnen ist, daß schon

1730 von Pitot der Pariser Academie der Wissenschaften präsentirt¹⁾, besteht aus zwei nicht zu engen Glasröhren *a*, die beide an den Enden offen sind, wovon aber die eine am unteren Ende rechtwinklig umgebogen und zu einer entsprechend feinen trichterförmigen Spitze *b* gestaltet ist. In letzterer Röhre steigt das Wasser um eine der Geschwindigkeit des fließenden Wassers in gewissem Verhältnisse proportionale Größe höher, als in der durchaus geraden Röhre, aus welcher Höhendifferenz auf die betreffende Stromgeschwindigkeit geschlossen werden kann.

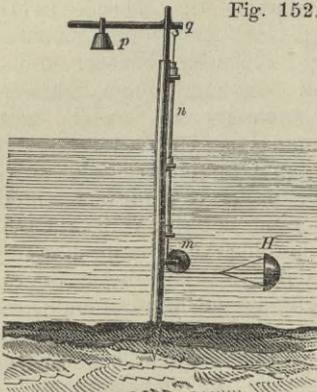


Fig. 152.

5) Wasserhebel des Lorgna, Fig. 152 (in dem unten notirten Werke Lorgna's zuerst besprochen²⁾). Statt der Platte bei Michelotti, wogegen das Wasser stößt, ist hier eine hohle Halbkugel *H* angebracht, die durch einen über eine Rolle *m* durch eine Röhre *n* gehenden Faden mit einer gewöhnlichen Hebelschnellwaage *pq* in Verbindung gebracht ist. Auch dies Instrument ist gegenwärtig außer Gebrauch.

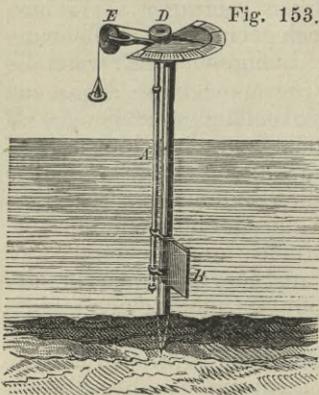


Fig. 153.

6) Wasserfahne des Ximenes, Fig. 153 (von diesem berühmten Hydrauliker im Jahre 1780 zunächst für Messungen im Arno erfunden³⁾). Dabei ist *A* eine lothrechte Spindel, die um Zapfen an beiden Enden drehbar, unten aber mit einer Platte *B* versehen ist, gegen welche man ebenfalls das fließende Wasser stoßen läßt. Am oberen Ende der Spindel *A* ist eine horizontale Scheibe *D* angebracht, an dieser eine Schnur befestigt und solche wiederum über eine Leitrolle *E* geschlagen, an deren äußersten Ende eine Schale zum Auflegen von Gewichten vorhanden ist. Letzteres kann man sich leicht so groß denken, daß die Scheibe *B* normal von den Wasserfäden getroffen wird, deren Geschwindigkeit bestimmt werden soll⁴⁾.

Leupold (Theatr. mach. generale, 1724, Tab. 59) derartige Instrumente beschrieben hat.

¹⁾ Unter der Ueberschrift: „Description d'une machine pour mesurer la vitesse des eaux courantes“.

²⁾ Memorie interno all' acque correnti. Verona 1777. Auch Brünings bespricht in seiner wiederholt notirten Abhandlung über die Geschwindigkeit des fließenden Wassers, S. 88 ff., das Lorgna'sche Instrument.

³⁾ Nuove Sperienze Idrauliche etc. Siena 1780. Dann in der Nuova Raccolta II (1824), Pag. 477, so wie endlich im Brünings'schen Werke S. 67, S. 69 und 99.

⁴⁾ Man sehe Woltmann's Beiträge zur hydraulischen Architectur, Bd. 3, S. 310.

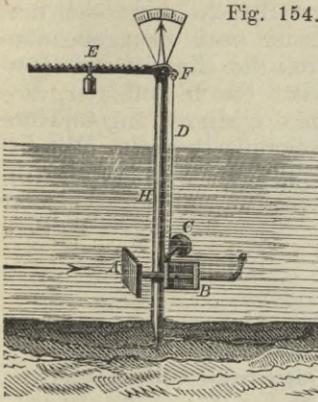


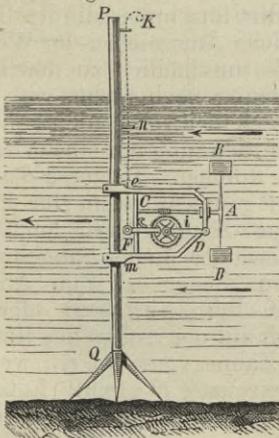
Fig. 154.

7) Tachometer von Brünings, Fig. 154 (wahrscheinlich schon vor 1789 von Brünings in Ausführung und bei seinen holländischen Strommessungen in Anwendung gebracht¹⁾), ein Instrument, welches zwar in der Hauptsache an denselben Uebeln der zuletzt aufgeführten leidet, aber deshalb berühmt geworden ist, weil Brünings seine zahlreichen, bereits vorher erwähnten und theilweise aufgeführten großartigen Versuche in den Hauptflüssen Hollands damit angestellt hat und weil dies Instrument zum Messen der Geschwindigkeiten in verschiedenen Tiefen derselben Perpendicularen, un-

mittelbar nacheinander, benutzt werden kann, ohne daß man es zum betreffenden Ablesen aus dem Wasser zu nehmen nöthig hat. Die Stoßplatte A nebst dem Kasten B, zur Führung ihres Armes und der Leitrolle C für den Faden D, welcher die Stoßkraft des Wassers auf den Hebel EF überträgt, sind an der festen Stange H mittelst Zahnstangen und Zahnradanordnungen (die in unserer Figur weggelassen sind) verschiebbar und beliebig höher und niedriger zu stellen.

8) Woltmann's hydrometrischer Flügel, (wahrscheinlich noch vor 1790²⁾ von Woltmann in Hamburg zuerst zu

Fig. 154^a.



Geschwindigkeitsmessungen in der Elbe in Anwendung gebracht), ist einem Anemometer von Schöber nachgebildet und daher nicht ganz angemessen nach Woltmann (allein) benannt worden³⁾.

Unsere Fig. 154^a zeigt den Flügel in der Gestalt, welche ihm Woltmann zuerst gab. Der Flügel (ein kleines Windmühlenrädchen) AB hat vier Arme und deshalb auch vier Flächen B, gegen welche man das strömende Wasser wirken läßt. Auf der Flügelwelle Ac ist eine endlose Schraube eingeschnitten, die ihre Bewegung auf ein Zahnrad i überträgt, welches

¹⁾ Brünings, a. a. O., S. 110 ff. Dann Woltmann in seinen Beiträgen zur hydraulischen Architectur. Dritter Band, S. 347 ff.

²⁾ Theorie und Gebrauch des hydrometrischen Flügels. Erste Auflage (4^o), Hamburg 1790. Zweite (vom Herausgeber mehr oder weniger verdorbene) Auflage (8^o), datirt vom Jahre 1835.

³⁾ Woltmann bemerkt selbst in der Vorrede seines Buches, daß er die Hamburgische Gesellschaft zur Beförderung der Künste und Gewerbe auf Schöber's Anemometer aufmerksam gemacht habe. Daß er der Erfinder des Flügels sei, wird nirgends behauptet.

in einer Brücke DF gelagert ist. Letztere Brücke dreht sich um D , während ihr anderes Ende F mittelst einer nach oben gehenden Schnur K gefaßt werden kann und dadurch der Eingriff zwischen Zahnrad und Schraube zu bewirken ist. Nach Aufhören des Zuges an der Schnur k wird durch eine geeignet angebrachte Feder die Auslösung von Zahnrad und Schraube bewirkt. Mittelst geeigneter Bügel und zweier Hülsen m läßt sich das ganze Instrument auf einer kräftigen Stange PQ verschieben und in geeigneter Tiefe feststellen.

§. 126.

Woltmann'sche Flügel der Gegenwart.

a. Verbesserter Woltmann'scher Flügel ohne electriche Zeichengebung.

Abgesehen von den Schwimmern, haben sich von sämmtlichen im vorigen Paragraphen besprochenen mechanischen Instrumenten zum Messen der Geschwindigkeiten in Canälen, Flüssen etc., strömenden Gewässern nur der Woltmann'sche Flügel und die Pitot'sche Röhre als wirklich practisch brauchbar herausgestellt, weshalb auch nur diese nach einander speciell erörtert werden sollen.

Fig. 154^b zeigt einen Woltmann'schen Flügel in $\frac{1}{2}$ der natürlichen Größe, wie solcher von Landsberg in Hannover für die Maschinen-Modellsammlung der hiesigen technischen Hochschule, hauptsächlich nach Amsler'schem¹⁾ Vorbilde, ausgeführt wurde.

Der schraubenförmige Flügel aa rotirt hier innerhalb des Blechcylinders T , dessen Zweck ist, das seitliche Ausweichen der Wasserfäden in den Umgebungen des Flügels unschädlich zu machen²⁾. Die Flügelwelle b wird in ihrer Fortsetzung nach rechts von einer cylindrischen Hülse c umgeben, die bei S theilweise aufgeschnitten ist, um die daselbst angebrachte endlose Schraube mit einem Rade d von 100 Zähnen in Eingriff bringen zu können. Letzteres Zahnrad hat demnach stets einen ganzen Umlauf gemacht, wenn der Flügel 100 Umdrehungen (Touren) vollendet hat. Zum Ablesen der Einer und Zehner dient die nahe der Peripherie des Rades d angebrachte Theilung, nebst dem correspondirenden Zeiger e . Zum Ablesen der Hunderte wird ein sogenanntes Maltheserkreuz oder das Einzahnrad f benutzt. Es steckt nämlich auf der Achse des Rades d eine Scheibe, die mit einem einzigen Zahne versehen ist, welcher letzterer in die Lücken des Maltheserkreuzes f greift. Letzteres wird also um eine Zahntheilung verdreht, wenn das Rad d einen

¹⁾ J. Amsler-Laffon, „Der hydrometrische Flügel“. Beschrieben und abgebildet in den Prager (von Prof. Kick redigirten) „Technischen Blättern“, III. Jahrg. (1871), S. 91.

²⁾ Nach Wissen des Verfassers hat Treviranus seiner Zeit zuerst vorge schlagen, das Woltmann'sche Flügelrad mit dem Ringe T zu umgeben. Man sehe hierüber eine Abhandlung von Treviranus, welche in Förster's Allgemeiner Bauzeitung, Jahrg. 1861, S. 125, abgedruckt ist.

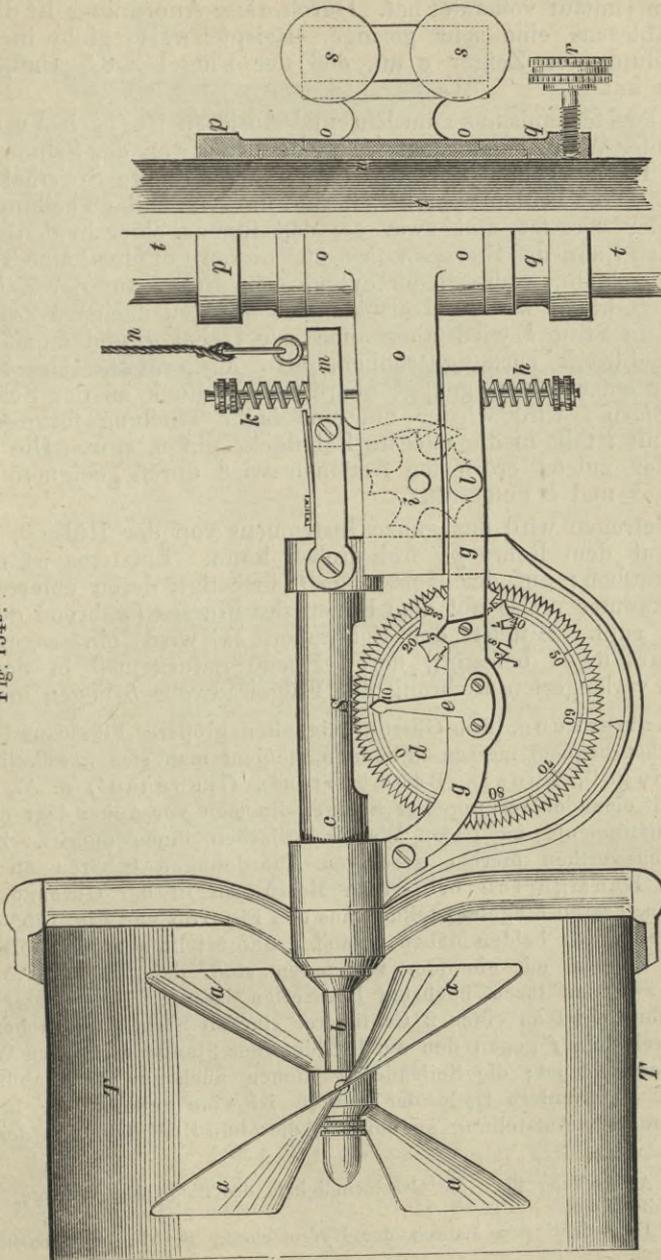


Fig. 154b.

ganzen Umlauf vollendet hat. Durch diese Anordnung ist die Mühe des Ablesens eine sehr geringe. Beispielsweise giebt in unserer Abbildung der Zeiger *e* an, daß der Flügel 208,5 Umläufe gemacht hat.

Der Mechanismus zum Ein- und Auslösen ist (nach Amsler) in folgender Weise angeordnet: Ein Zug (Ruck) an der Schnur *n* hebt einen Hebel *m* und zwei an diesem angebrachte Sperrhaken aufwärts. Diese beiden Sperrhaken sind um eine halbe Theilung gegen einander versetzt und zwar so, daß immer einer in den entsprechenden Zahn des Sternes *i* faßt und diesen um eine halbe Theilung weiter schiebt, wodurch der cylindrische Stift *l* aus der Zahnlücke herausgedrängt wird und alsbald sich auf den nächsten Zahn legt. Mit dem Stifte *l* wird aber auch der Hebel *g* und damit wieder das Zählwerk zurückgeschoben, also ausgerückt. Um letzteres wieder einzurücken, genügt abermals ein Ruck an der Schnur *m*. Der Stern *i* wird wieder um eine halbe Theilung fortgeschoben, der Stift *l* fällt in die nächste Zahnlücke ein u. s. w. Die Sicherheit der zuletzt erörterten Actionen wird durch geeignete Spiralfedern *h* und *k* unterstützt.

Getragen wird das ganze Instrument von der Hülse *o*, welche sich auf dem Rohre *pq* frei drehen kann. Letzteres ist mittelst 3 Schrauben *r* auf der Holzstange *tt* befestigt, deren unteres Ende in bekannter Weise auf dem Boden des Flusses (während der Messung) ruht. Mittelst der Schrauben *ss* wird ein sogenannter Steuerflügel befestigt, deren Ebene naturgemäß in der nach hinten verlängerten Richtung der Flügelradwelle *b* liegen muß.

Anmerkung. Um Geschwindigkeiten größerer Flüsse und Ströme möglichst bequem messen zu können, bedient man sich gewöhnlich, wie Brünings¹⁾, Funk²⁾, Baumgarten³⁾, Grebenau⁴⁾ u. A., zweier fest mit einander verkuppelter Schiffe, die man vor Anker legt und mit dem Instrumente im freien Wasser zwischen ihnen operirt. Zu den beachtenswerthen hierher gehörigen Anordnungen gehören auch die, welche Baumgarten bei seinen Messungen in der Garonne vorgenommen, dessen Flügelaufstellung aus den Fig. 155 und Fig. 155^a erhellt. *a* ist eins der beiden neben einander aufgestellten Schiffe, die durch starke Zangen mit einander verbunden sind, dabei aber 3^m,5 freien Raum zwischen ihren höchsten Bordseiten lassen. Der Flügel *c* mit der Fahne *d* ist an einer 2 Centimeter starken Stahlstange *e* befestigt, die durch Seile *f* gegen den auf Biegung der Stange wirkenden Wasserstoß verstrebt ist; die Seilenden *g* dienen auch zur Handhabung der Stange. Am untern Ende der Stange ist eine Scheibe zur besseren Sicherung der Aufstellung angebracht, die ohne Buchstaben in der Figur

1) Abhandlung über die Geschwindigkeit des fließenden Wassers, S. 115 mit Abbildungen.

2) Die wichtigsten Lehren der Hydrotechnik, S. 57; ebenfalls mit Abbildungen.

3) Annales des Ponts et Chaussées. 1847, 3, Pag. 374, P. 127.

4) Rheinstrom-Messungen, S. 14 ff. mit Abbildungen auf Taf. VII.

Fig. 155.

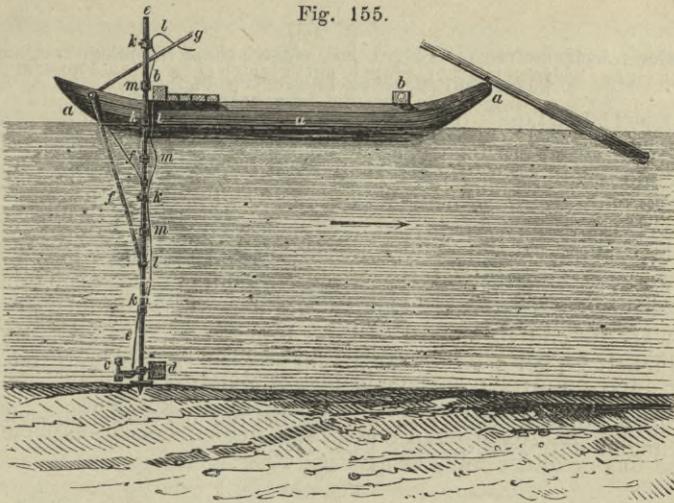
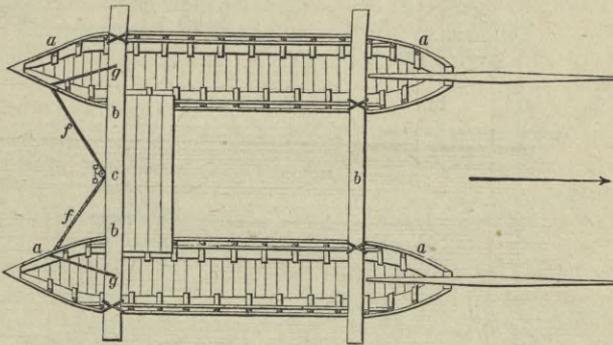


Fig. 155a.



unter dem Flügel hinlänglich zu erkennen ist. Die Stahlstange ist aus mehreren Theilen zusammengesetzt, kann länger und kürzer gemacht werden, wozu Kuppelmuffe *m* mit Keilen versehen, vorhanden sind. Endlich sind *k* Hülsen mit Oesen zur Führung des Messingdrahtes *l*, um den Zählapparat des Flügels wirksam machen zu können.

Baumgarten bediente sich dieser Aufstellungsweise bis zu 10 Meter Tiefe bei geringen Geschwindigkeiten. Bei Geschwindigkeiten über 2 Meter an der Oberfläche nur bis zu 4 Meter Tiefe. Für größere Tiefen ließ er die Stange *e* ganz weg, und befestigte den Flügel an dem Ende eines Eisendrahtes, der etwas darüber mit einem linsenförmigen Bleigewichte von 75 Kilogrammen belastet war.

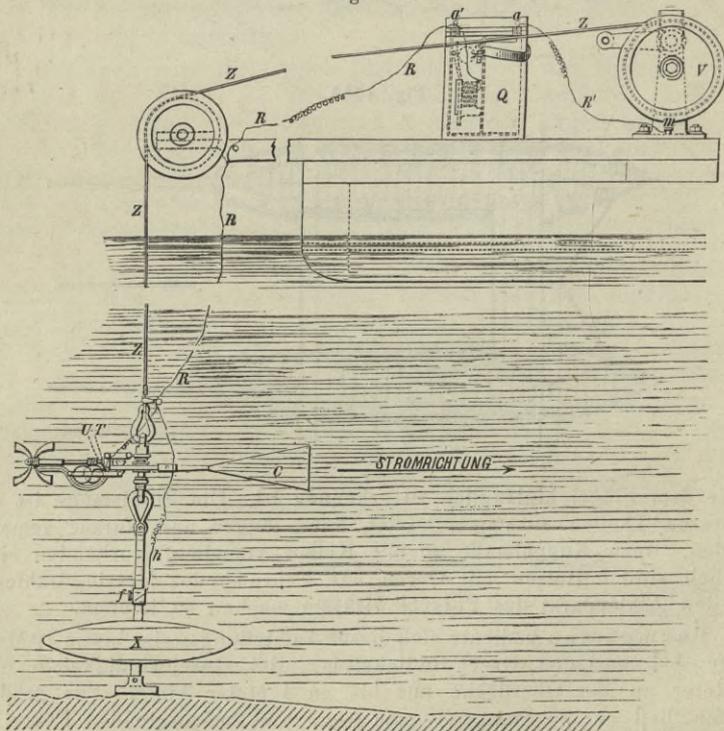
§. 127.

b. Amsler's hydrometrischer Flügel mit electrischem Signalapparat und mit Haspel zur Messung in grossen Tiefen¹⁾.

Der Uebelstand, daß man das vorher beschriebene Amsler-Landsberg'sche Instrument bei jeder Beobachtung aus dem Wasser heben muß, um die während einer bestimmten Zeit vollendete Zahl von Flügelumdrehungen abzulesen, ist durch die Beifügung eines electro-magnetischen Zähl- oder Signalapparates, nach eigenthümlicher Anordnung des Herrn Amsler, vollständig beseitigt worden. Eine zweite von diesem Herrn angebrachte Verbesserung besteht in einer zweckmäßigen Anordnung, um den Flügel in noch größeren Tiefen als die von 10 Metern (bei der Bornemann'schen Anordnung), also auch bei Tiefen von mehr als 30 Metern (wie beim Mississippi, S. 347, Note 3), in Anwendung bringen zu können.

Einen Amsler'schen Flügel, mit beiden hervorgehobenen Verbesserungen dargestellt, zeigt Fig. 156.

Fig. 156.



¹⁾ Mittheilungen des Hannov. Gewerbevereins, Jahrg. 1873, S. 11 (Amsler's neue Flügel). Ebendasselbst, Holsbeer's Flügel mit electro-magnet. Signalapparat. Ferner die selbstständige Schrift: „Der hydrometrische Flügel mit Zählwerk und electrischer Zeichengebung“. Von J. Amsler-Laffon in Schaffhausen. Schaffhausen, Brodtmann'sche Buchdruckerei, 1877.

Was zunächst den electricisch-magnetischen Signalapparat betrifft, so besteht derselbe aus einem, am Flügel selbst angebrachten Contact, der nach je 100 Touren der Flügelachse geschlossen wird, und der in der folgenden (größeren) Fig. 156^a mit dem Buchstaben *P* bezeichnet ist. Ein Kästchen *Q*, auf dem an der Oberfläche schwimmenden Schiffe gehörig placirt, enthält hierzu ein sogenanntes galvanisches Element und eine damit verbundene Signalglocke. Zur bequemen Behandlung des Elementes kann man das ganze Innere des Kästchens *Q*, nach oben hin, herausziehen, sobald man vorher zwei an dem Deckel angebrachte Haken ausgehängt hat. *R* und *R'* sind zwei an die Batteriepole angeschlossene Leitungsdrähte, deren freie Enden man an Klemmen *a* und *a'* des Batteriekastens anschließt, nachdem man den erwähnten Deckel geöffnet hat.

Am unteren Ende des Leitungsdrahtes *R* (also am Flügel) befindet sich ein Neusilberring *T* (siehe specieller Fig. 156^a), den man mittelst einer Schraube *U* an den Bügel des Flügels befestigt.

Das Batterieglas räth Amsler, mit der Lösung von einigen Grammen Chromsäure in Wasser bis auf die Hälfte zu füllen. Die Klammern am Deckel des Elementes werden mit den Spiraldrähten am Kasten verbunden.

Die eine der electricischen Leitungen nach dem Contacte unweit *U* (bei *P* in der größeren Fig. 156^a), bildet ein starker Draht *Z*, während die andere Leitung der (bereits erwähnte) durch Gutta-percha isolirte Draht *R* ist. Hieraus erkennt man allerdings bald, daß die Isolirung der Contactstelle (*P*, Fig. 156^a) zwar (wegen des umgebenden Wassers) keine vollständige, aber eine vollkommen genügende ist. Am Flußboden wird der Apparat durch die (circa 40 Kilogramm wiegende eiserne) Linse *X* gehalten, die durch Einschaltung eines geeigneten (eisernen) Gasrohres *f*, durch einen sogenannten Carabinerhaken mit dem Woltmann'schen Flügel verbunden ist.

Da es hierbei nicht möglich ist, die Flügelachse unabhängig von der Richtung der Wasserströmung senkrecht zum Querprofile des Flusses festzuhalten, so ist der Flügel an einen zweiten, über ihm befindlichen Carabinerhaken derartig aufgehängt, daß er sich frei in die Stromrichtung stellen kann. Ein conisch gestaltetes Steuerruder *C*, dessen Längsachse (in der Verlängerung) mit der Welle des Flügels zusammenfällt, bewirkt dann ein hinreichendes Einstellen parallel den Wasserfädenlängen des Flusses.

Von recht sinnreicher (practischer) Anordnung ist dann noch der Haspel *V*, den man auf dem Vordertheile des Schiffes (kleinen Bootes) festschraubt. Auf der Welle dieses Haspels ist der verzinkte Eisendraht *Z* aufgewickelt, an dessen freien Ende der zweite von den beiden vorhandenen Carabinerhaken, zum Aufhängen des Flügels, befestigt ist.

Endlich ist *R'* noch ein besonderer Leitungsdraht, der von der Batterie *Q* aus nach dem Haspel *V* führt und der zwischen den Klemmen *a* und *m* eingeschaltet ist.

Hinsichtlich des Haspels ist noch Folgendes zu erwähnen:

Mit der Kurbelwelle hat man ein Sperrrad fest vereinigt, dessen zugehöriger Sperrkegel am Gestelle von V angebracht ist. Will man nämlich den Flügel in einer beliebigen Tiefe festhalten, ohne daß die Linse X auf dem Fußboden aufliegen kann, so verhindert der eingeklinkte Sperrhaken ein zu weit gehendes Ablaufen des Aufhängedrahtes Z . Bemerkte zu werden verdient vielleicht noch, daß die Seiltrommel nicht auf der Kurbelwelle, sondern tiefer liegend angebracht ist, derartig, daß zwischen beiden noch ein geeignetes Zahnradvorgelege eingeschaltet werden konnte. Löst man andererseits den gedachten Sperrkegel aus und hält die Kurbel mit der Hand entsprechend zurück (bremst gleichsam), so kann man den Flügel weiter und zwar langsam hinablassen, bis endlich die Linse den Fußboden berührt.

Um die Tiefe, in welcher man den Flügel durch Abwickeln des Seiles Z von der Haspeltrommel hinabgelassen hat, sofort registriren zu können, hat man die Kurbelwelle mit einer endlosen Schraube versehen, die in ein entsprechendes Zahnrad faßt, auf dessen nach Außen verlängerter Achse ein Zeiger sitzt, welcher sich vor einer getheilten Kreisscheibe bewegt. Derselbe ist dabei so aufgeschoben, daß er sich nur durch Reibung an einer Stelle erhält, daher gedreht werden kann, während die Kurbel stehen bleibt.

Was nach vorstehenden Erörterungen die größere Abbildung des Flügels, Fig. 156^a, betrifft, so bleibt für deren Verständniß nur hinzuzufügen übrig, daß hier gleiche Theile mit denselben Buchstaben, wie dies bei der kleinere Fig. 156 der Fall war, bezeichnet wurden. Beim Gebrauche des Flügels verfährt man folgendermaßen:

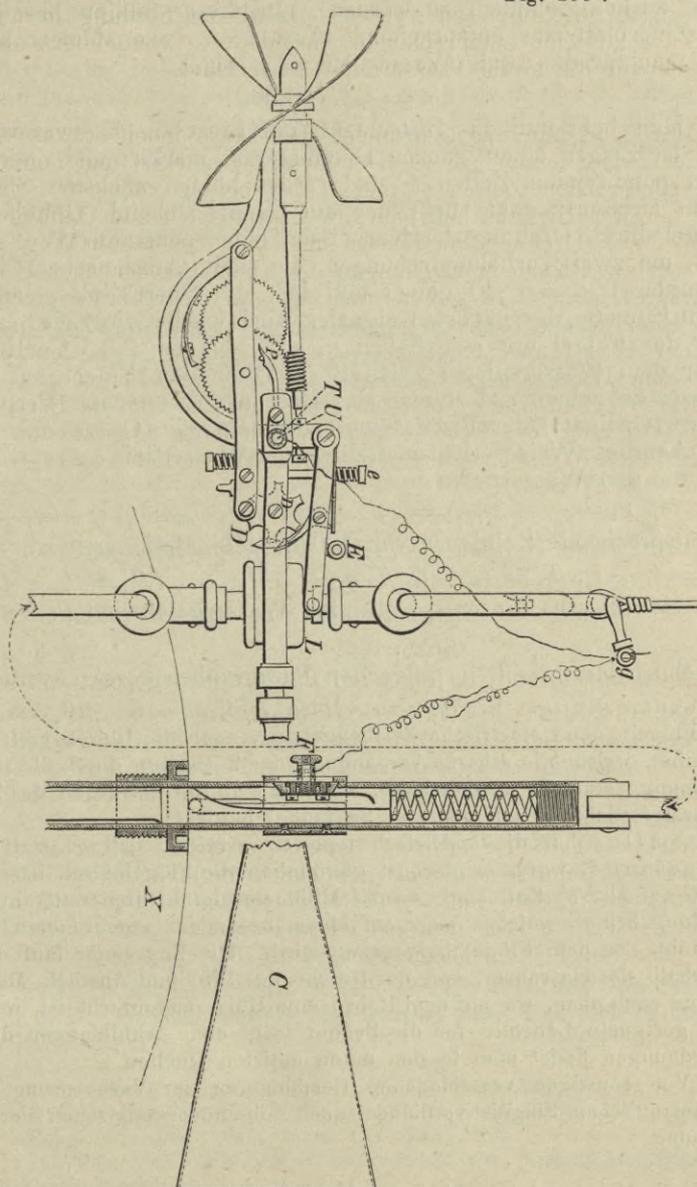
Man senkt zuerst das ganze Instrument nebst der unten angehangenen Linse X so tief ins Wasser, daß die Achse des Flügels gerade mit dem Wasserspiegel zusammenfällt und stellt dabei den Zeiger am Registrirapparate des Flügels auf Null¹⁾. Senkt man nun durch Drehen der Kurbel den Flügel in die beabsichtigte Tiefe, so kann man diese (in Metern etc.) am Zifferblatte ablesen. Hierauf löst man die Sperrklinke aus und gestattet dem Instrumente so tief hinabzugehen, bis die Linse (mit ihrem Fuße) auf dem Fußboden auftritt und daselbst ruht. Aus der Angabe des Zeigers am Registrirapparate, plus dem Abstände der Flügelachse vom Linsenfuße (beim Amsler'schen Instrumente 0,50 Meter), erhält man dann sofort die Wassertiefe der Beobachtungsstelle.

Bei dem Niedersinken des Instrumentes und der Linse läuft das Flügelrad fortwährend um, so daß, weil nach je 100 Touren der Stromschluß (Contact) eintritt, Glockensignale erfolgen, die jedoch ihrer Kürze wegen, von den lang anhaltenden Signalen recht wohl zu unterscheiden sind, welche auftreten, sobald der Linsenfuß den Flußgrund erreicht hat²⁾.

¹⁾ Der Verfasser folgt von hier ab zuweilen wörtlich der Amsler'schen Beschreibung.

²⁾ Sobald der Linsenfuß am Grunde auftritt, staucht sich die über der Linse befindliche Fortsetzung der Verbindungstheile (zufolge einer Spiralfederanordnung) bei f etwas zusammen, verkürzt sich, worauf sich die betreffenden Theile berühren, wodurch der Stromschluß (Contact) erreicht wird. Der zugehörige Leitungsdraht ist in Fig. 156^a mit h bezeichnet.

Fig. 156a.



Ist man von letzterem Zustande genau überzeugt, so hebt man die gewichtige Linse mit dem Instrumente etwas in die Höhe, bis das Schellen aufhört (also bis der Taster eben nur noch aufsitzt, ohne zurückgeschoben zu werden). In dieser Stellung liest man am Zifferblatt eine entsprechende Anzahl = e_0 von Metern ab, so daß man für die totale Wassertiefe = e erhält:

$$e = e_0 + 0^m,50.$$

Man hebt nun das Instrument (mit Linse) noch etwas weiter, bis der Zeiger einen ganzen Decimeter e_1 markirt und notirt die correspondirenden Zeiten t_0 und t_1 der beiden nächsten Signale. Beim zweiten Signale hebt der am Haspel stehende Gehülfe den Flügel durch Drehung der Kurbel um einen constanten Weg = w , z. B. um zwei Kurbelumdrehungen, die (beim Amsler'schen Flügel-exemplare) $w = 0^m,40$ geben und läßt die Sperrklinke einfallen. Beim Eintritte des nächsten Signales wird wieder die Zeit t_1 notirt und der Flügel um w gehoben u. s. f., bis er 2—3 Centimeter unter dem Wasserspiegel anlangt. — Ohne den Flügel aus dem Wasser zu heben, rudert man das Boot auf die nächste Perpendiculare (Ordinate) des Profiles und wiederholt die Operationen.

Auf diese Weise erhält man die ganze Wassertiefe $e = e_0 + 0^m,5$ und die den Wassertiefen

$$e_1, e_2 = e_1 - w, e_3 = e_1 - 2w \dots e_m = e_1 - mw,$$

je entsprechende Zeitdauer von 100 Flügelumdrehungen zu

$$T_1 = t_1 - t_0, T_2 = t_2 - t_1, T_3 = t_3 - t_2 \dots T_m = t_m - t_{m-1}.$$

Wie sich hieraus die entsprechenden Wassergeschwindigkeiten

$$v_1, v_2, v_3 \dots v_m$$

berechnen lassen, soll im folgenden Paragraphen gezeigt werden.

Anmerkung. Erwähnt zu werden verdient noch, daß Amsler, bei Flügeln ohne electriche Zeichengebung, noch die Unsicherheit entfernt hat, welche die scharfe Anspannung der Zugschnur durch die starke Strömung veranlaßt werden kann, wodurch man das Einrücken des Zählapparates (Zahnrad mit endloser Schraube) bewirkt.

Amsler hat dies mehrfach dadurch erreicht, daß er statt der Holzstange, woran man sonst gewöhnlich die Flügelhülsen befestigt, ein Gasrohr ($\frac{3}{4}$ Zoll engl. = 19 Millimeter im Lichten weit) in Anwendung bringt, welches man auf einem besonders angeordneten Fuße schraubt, der dem Flügel beigegeben wird. Die Zugschnur läuft dann innerhalb des Gasrohres, von der Brücke des Ein- und Ausrück-Mechanismus nach oben, wo auf dem Rohre eine Hülse angebracht ist, welche eine geeignete Leitrolle für die Schnur trägt etc. Abbildungen dieser Anordnungen findet man in den unten notirten Quellen¹⁾.

Von sonstigen verschiedenen Bemühungen zur Verbesserung des Woltmann'schen Flügels verdienen noch folgende (wenigstens) der Erwähnung.

¹⁾ Harlachner im 1. Jahrgange der (böhmischen) „Technischen Blätter“, S. 91. Amsler in seiner bereits oben (S. 374) citirten Schrift „Der hydro-metrische Flügel“, S. 3 ff.

Boileau¹⁾ schließt eine lange endlose Schraube²⁾ womit er die Flügelwelle ausrüstete, in eine möglichst wasserdichte Röhre, um das Zählwerk vor Schmutz, Blättern, Stroh, Fäden und anderen Unreinigkeiten, welche sich im fließenden Wasser leicht vorfinden, gehörig zu schützen.

Die Mutter dieser Schraube wird von einem Läufer (zwei Ringen) gebildet, der nur eine fortschreitende, aber keine drehende Bewegung ausführen kann. Ein Zeiger dieses Läufers markirt an einer Scala, im Innern der sie umschließenden Röhre, die Zahl der Flügelumdrehungen etc.

Lapointe³⁾ ordnete den Zählapparat so an, daß dieser ganz außer Wasser zu liegen kommt etc.

§. 128.

Formeln zu Geschwindigkeitsberechnungen des Wassers aus den Umdrehzahlen der Woltmann'schen Flügel.

Bezeichnet man die Entfernung des Stoßmittelpunktes der Flügelebenen von der Drehachse mit r und nimmt an, daß die Geschwindigkeiten v und v_1 des fließenden Wassers, zweier verschiedener Stromstellen, den correspondirenden Peripheriegeschwindigkeiten der Flügel proportional sind⁴⁾, und bezeichnet man die betreffenden Flügelumdrehungen während der Zeiten t und t_1 , beziehungsweise mit n und n_1 , so kann man setzen:

$$v : v_1 = \frac{2r\pi n}{t} : \frac{2r\pi n_1}{t_1},$$

woraus folgt:

$$v = \left(\frac{v_1 t_1}{n_1} \right) \cdot \frac{n}{t},$$

oder wenn man $\frac{v_1 t_1}{n_1} = \beta$ und $\frac{n}{t}$, d. i. die Umdrehzahl pro Secunde = u setzt:

$$\text{I. } v = \beta u.$$

Damit nicht für $u = 0$ auch $v = \text{Null}$ wird (weil in sehr langsam fließendem Wasser die Reibungen in den Lagerstellen des Flügels nicht überwunden werden können), fügt man dem Werthe I. noch ein Zahlenglied α bei, erhält also

$$\text{II. } v = \alpha + \beta u.$$

Wie später in der Lehre vom Stoße (oder der Wirkung) der Flüssigkeiten gegen feste Körper gezeigt werden wird, läßt sich II. theoretisch nachweisen⁵⁾.

¹⁾ Traité sur la mesure des eaux courantes, Pag. 272.

²⁾ Die Schraube hat 325^{mm} Länge, 5^{mm} Durchmesser und 1^{mm} Steigung.

³⁾ Comptes rendus. 1848, Tome XXV, Pag. 2150.

⁴⁾ Die Flügel eine von der Geschwindigkeit des Wassers abhängige Geschwindigkeit annehmen.

⁵⁾ Einen anderen Beweis dieser Formel, ebenfalls ohne auf die Theorie des Wasserstoßes einzugehen, giebt Eytelwein in den Abhandlungen der mathematischen Classe der Academie der Wissenschaften in Berlin, Jahrg. 1816 bis 1817, S. 23.

Auf ähnlichem Wege der Theorie, unter Voraussetzung doppelt gekrümmter und daher wirksamerer Flügelflächen (welche das Instrument empfindlicher machen), gelangt Baumgarten¹⁾ zu der Formel:

$$\text{III. } v = Au + \sqrt{Bu^2 + C},$$

worin A , B und C durch Versuche zu bestimmende Coefficienten sind. Die Zahl der statt I. bis III. in Vorschlag gebrachten empirischen Formeln ist bereits so groß geworden, daß wir uns auf Angabe einiger derselben in der unten stehenden Note²⁾ beschränken müssen.

Die Bestimmung der Coefficienten α und β in Formel II. geschieht entweder dadurch, daß man den Flügel in Stromstellen einbringt, deren Geschwindigkeiten durch anderweite Mittel oder Verfahrungsweisen bereits bekannt geworden sind, daselbst die secundlichen Umlaufszahlen u des Flügels genau beobachtet und hierauf in bekannter Weise, nach der Methode der kleinsten Quadrate rechnet; oder daß man das Instrument in völlig ruhigem Wasser mit gleichförmiger Bewegung geradlinig fortführt³⁾.

Hat man beispielsweise, im ersten Falle, n Geschwindigkeitswerthe $v_1, v_2, v_3 \dots v_{n-1}, v_n$ durch Versuche ohne Zuziehung desselben Flügels ermittelt und bezeichnet man die correspondirenden secundlichen Umlaufszahlen des Flügels, respective mit $u_1, u_2, u_3 \dots u_{n-1}$, so hat man, wenn:

$$\Sigma(v) = v_1 + v_2 + v_3 \dots + v_{n-1} + v_n \text{ und}$$

$$\Sigma(u) = u_1 + u_2 + u_3 \dots + u_{n-1} + u_n$$

gesetzt wird, nach bekannten Formeln⁴⁾:

$$\text{IV. } \alpha = \frac{\Sigma(u^2) \Sigma(v) - \Sigma(u) \Sigma(uv)}{n \Sigma(u^2) - [\Sigma(u)]^2};$$

$$\text{V. } \beta = \frac{n \Sigma(uv) - \Sigma(v) \Sigma(u)}{n \Sigma(u^2) - [\Sigma(u)]^2}.$$

¹⁾ Annales des ponts et chaussées. 1847 (Tome XIV), 3, Pag. 339 und Pag. 352.

²⁾ 1. Lahmeyer (Erfahrungsergebnisse, S. 53) setzte:

$$v = \alpha + \beta u + \frac{\varepsilon}{\delta + u^2}.$$

2. Weisbach (Ing.-Mechanik, 5. Aufl., Bd. 1, S. 1144) schlug vor:

$$v = \alpha + \beta u + \gamma u^2.$$

3. Grebenau (Rheinstrommessungen, S. 62) hielt für angemessen:

$$v = a(u - b) + \sqrt{(u - c)^2 + m}.$$

4. Sasse (Erbkam's Zeitschrift für Bauwesen, 1874, S. 78):

$$v = \alpha + \beta u + \gamma \sqrt{u}.$$

Daß hier sowohl α , β , γ , δ und ε , wie a , b , c und m Erfahrungscoefficienten sind, bedarf wohl kaum der Erwähnung.

³⁾ Obgleich zwei Coefficienten nur zwei für v beobachtete Werthe verlangen würden, so ist es doch viel sicherer, so viel als möglich recht verschiedene Werthe von v in Rechnung zu bringen.

⁴⁾ Navier-Wittstein, Lehrbuch der Differenzial- und Integralrechnung. Bd. 2 (Vierte Auflage), S. 345 (Anhang, die Methode der kleinsten Quadrate umfassend).

Der wahrscheinlichste Werth des mittleren Fehlers = ε der gegebenen Beobachtungen, ergibt sich dann zu:

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\Sigma(x^2)}{n-2}},$$

wenn $\Sigma(x^2)$ die Summe der Quadrate sämtlicher Beobachtungsfehler und n die Anzahl der Beobachtungen bezeichnet.

Führt man den Flügel in völlig ruhigem (stillstehendem) Wasser in gleichförmiger Bewegung, geradlinig auf eine gemessene Strecke L , jedoch mit verschiedenen Geschwindigkeiten $v_1, v_2, v_3 \dots v_{n-1}, v_n$ fort, so hat man, wenn $T_1, T_2, T_3 \dots T_{n-1}, T_n$, die jenen Geschwindigkeiten correspondirenden Zeiten und $U_1, U_2, U_3 \dots U_{n-1}, U_n$ die zugehörigen Tourenzahlen sind, wegen

$$v_1 = \frac{L}{T_1}, v_2 = \frac{L}{T_2}, v_3 = \frac{L}{T_3} \text{ etc.,}$$

und wegen $u = \frac{U}{T}$, zuerst statt II:

$$v = \alpha + \beta \frac{U}{T},$$

sodann aber auch, weil $v = \frac{L}{T}$ ist,

$$\frac{L}{T} = \alpha + \beta \frac{U}{T}, \text{ oder}$$

$$L = \alpha T + \beta U$$

und daher, ebenfalls nach der Methode der kleinsten Quadrate:¹⁾

$$\text{VI. } \alpha = \frac{\Sigma(U^2) \Sigma(T \cdot L) - \Sigma(T \cdot U) \Sigma(U \cdot L)}{\Sigma(T^2) \Sigma(U^2) - [\Sigma(TU)]^2};$$

$$\text{VII. } \beta = \frac{\Sigma(T^2) \Sigma(U \cdot L) - \Sigma(T \cdot U) \Sigma(T \cdot L)}{\Sigma(T^2) \Sigma(U^2) - [\Sigma(TU)]^2}.$$

Will man sich mit der einfachsten Formel I. begnügen und soll diese, unter sonst gleichen Umständen, dieselben Resultate liefern, so kann man in I. erst k statt β , also setzen:

$$\text{VIII. } v = ku,$$

woraus im Vergleiche mit II. folgt:

$$ku = \alpha + \beta u.$$

Dies giebt aber

$$k = \frac{\alpha}{u} + \beta,$$

oder da $u = \frac{U}{T}$ ist, auch

$$k = \frac{\alpha T}{U} + \beta, \text{ so wie,}$$

wegen $T = \frac{L}{v}$:

$$k = \frac{\alpha L}{vU} + \beta.$$

¹⁾ Navier-Wittstein, a. a. O., S. 345, §. 23.

Für einen Amsler'schen Flügel mit electricischer Zeichengebung also, wo $U = 100$ ist:

$$k = \frac{\alpha L}{100v} + \beta.$$

Es nimmt sonach k ab, wie die Wassergeschwindigkeiten wachsen¹⁾.

Für Amsler'sche Flügel mit electricischer Zeichengebung, wo also $U = 100$ ist, erhält man aus I, wegen:

$$k = \frac{\alpha T}{100} + \beta,$$

$$v = \left(\frac{\alpha T}{100} + \beta \right) \frac{100}{T}, \text{ d. i.}$$

$$v = \alpha + \frac{100\beta}{T} \text{ } ^2).$$

Anmerkung. Hinsichtlich der beiden erwähnten Methoden, nach welchen man die Erfahrungscoefficienten vorstehender Geschwindigkeitsformeln ermitteln kann, d. h. ob man den Flügel in fließendes Wasser einhält, dessen Geschwindigkeiten völlig bekannt sind, oder das Instrument in gleichförmiger Bewegung in völlig ruhigem Wasser fortführt, war man früher weniger einig als gegenwärtig³⁾.

Die erste Methode, die insbesondere seiner Zeit Weisbach⁴⁾ empfahl, setzt durchaus voraus, daß man die Geschwindigkeit des betreffenden fließenden Wassers genau kennt, was jedoch höchstens bei den Gerinnen sogenannter hydraulischer Observatorien der Fall ist, wie u. A. Weisbach ein solches zu Gebote stand. Trotzdem hat diese Bestimmungsweise den Mangel, daß die ermittelten Coefficienten in der Regel nicht für breite Bäche, Canäle oder gar Flüsse passen, weil die Wände des (wohl immer nur schmalen) Zuführgerinnes beim Observatorium jedenfalls von Einfluß auf die Bestimmungsweise sind, derartig,

¹⁾ Wie der Verfasser, so fand auch (bereits vorher) Grebenau bei seinen „Rheinstrommessungen“ etc., S. 60, die Veränderlichkeit des Coefficienten k vollständig bestätigt. Unter Andern ergab sich für:

$v =$	0 ^m ,740	0 ^m ,90	1 ^m ,5	2 ^m ,0
$k =$	0,5404	0,5335	0,5288	0,5206

Man sehe deshalb auch einen betreffenden Aufsatz des Verfassers in den Mittheilungen des Hannov. Gewerbe-Vereins, Jahrg. 1874, S. 135.

²⁾ Für einen Amsler'schen Flügel mit electricischer Zeichengebung fand der Verfasser: $v = 0,026 + \frac{24,21}{T}$.

³⁾ Sollen beide Methoden (streng genommen) gleiche Werthe geben, so würde dies der Voraussetzung entsprechen, daß der Stoß bewegten Wassers gegen ruhende Flächen eben so groß ist, wie (unter sonst gleichen Umständen) der Widerstand, welchen in ruhigem Wasser bewegte Flächen erfahren. Diese Voraussetzung ist immer noch nicht völlig erwiesen.

⁴⁾ Ing.-Mechanik. Bd. 1 (5. Auflage), S. 1145.

daß man bei Flügeln, deren Coefficienten nach dieser Methode ermittelt wurden, mindestens jede (große) Canal- oder Flußbreite in Abtheilungen zerlegen mußte, welche dem Gerinne des Beobachtungsfalles entsprechen, in der Hauptsache also so verfährt, wie bereits S. 301 beim Wassermessen mittelst Ausfluß durch Gefäßmündungen empfohlen wurde. Von diesem Allen macht die zweite Methode frei, weshalb sie auch in neuerer und neuester Zeit von allen rationell gebildeten Practikern ausgeführt und empfohlen wird.

Der Verfasser verweist deshalb namentlich auf betreffende, unten angegebene Arbeiten von Baumgarten¹⁾, Harlacher²⁾, Volger³⁾ und Grebenau⁴⁾.

§. 129.

Die Pitot'sche Röhre der Gegenwart.

Mittelst der Pitot'schen Röhre Geschwindigkeitsmessungen vornehmen zu können, ohne zugleich Zeitbeobachtungen machen zu müssen, hat, neben den Vortheilen, mit ihr nahe dem Boden und den Wänden der Canäle und Flüsse operiren zu können, diesem Instrumente stets die Aufmerksamkeit der Betheiligten zugewendet. Dessen ungeachtet stellt man gewöhnlich die Pitot'sche Röhre, hinsichtlich zuverlässiger Brauchbarkeit, immer noch dem Woltmann'schen Flügel nach.

Unter den vielfachen Verbesserungen, die man für die Pitot'sche Röhre in Vorschlag gebracht hat⁵⁾, ist keine, die mit so viel Beifall begrüßt wurde, wie die von Darcy, bekanntlich seiner Zeit General-Inspector für Straßen- und Brückenbau in Frankreich⁶⁾.

Wie schon andere vor Darcy, war dieser bemüht, das Instrument so zu construiren, daß die Schwankungen in den beiden Wassersäulen so weit als nur möglich vermieden werden und zweitens, daß er das oft schwierige und lästige Ablesen der Wasserstände in den verhältnißmäßig engen Röhren, durch Anordnung eines geeigneten Saugwerkes völlig umging.

Eine derartige, von Herrn Prof. Amsler in Schaffhausen für

¹⁾ Annales des ponts et chaussées, Tome IV (1847, 3), Pag. 326 und 353.

²⁾ Prager Technische Blätter. III. Jahrg. (1871), S. 97.

³⁾ Civil-Ing., Jahrg. 1872, S. 78 ff.

⁴⁾ Rheinstrommessungen (1873), S. 62.

⁵⁾ Nach Wissen des Verfassers war es in Deutschland der als Mechaniker berühmte (Münchener) Reichenbach, welcher seiner Zeit bemüht war, die Pitot'sche Röhre zu verbessern, worüber u. A. Weisbach im Polytechn. Centralblatte, Jahrg. 1847, S. 531 berichtet. — Duchemin in seinem Buche „Recherches expérim. sur les lois de la resistance des fluides“, (Deutsch von Schnuse. Braunschweig 1844), empfahl (S. 36 der Uebersetzung) eine Pitot'sche Röhre mit Schwimmer. — Boileau in dem Werke „Traité de la mesure des eaux courantes“, Paris 1854, verbindet eine eigenthümlich angeordnete Pitot'sche Röhre mit einem kleinen Aichgefäße, wodurch man die Geschwindigkeit fließenden Wassers durch ein Quantum des letzteren mißt, welches über den Wasserspiegel gepreßt wird.

⁶⁾ Fontaines Publiques de la Villes de Dijon. Paris 1856, Pag. 543 und Annales des ponts et chaussées. Tome XV (1858), Pag. 351.

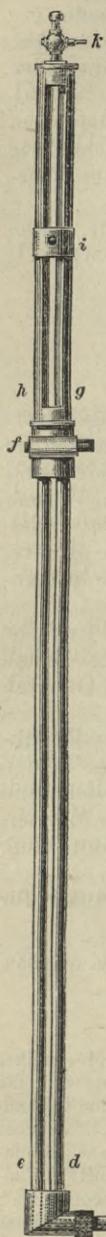
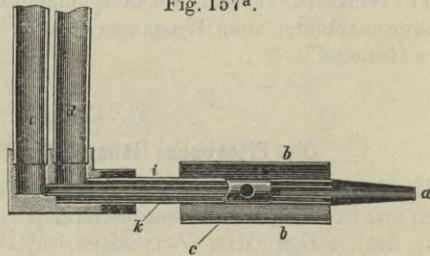


Fig. 157. die technische Hochschule in Hannover verfertigte Darcy'sche Röhre, mit noch einigen Verbesserungen des genannten Künstlers, zeigen nachstehende Figuren.

Unter Bezugnahme auf Fig. 151 ist hier *di* das sogenannte hydrostatische und *eh* das hydraulische Rohr, *a* die Mündung des letzteren und *c* der seitlich liegende Eingang zu

Fig. 157a.



ersterem. Das im hydrostatischen Rohre von *c* aus eintretende Wasser steigt also in *d* auf und gelangt endlich nach *g*, während das Wasser im hydraulischen Rohre den Weg von *a* aus nach *keh* nimmt. *f* und *k* sind zwei Abschlußhähne.

Ein umhüllender, vorn und hinten offener Cylinder *b* soll verhindern, daß das Wasser direct in die seitliche Oeffnung *c* des äußeren, hydrostatischen Rohres *a* eintritt.

Beide Röhren *d* und *e* münden in weite, von einer gemeinsamen Hülse theilweise umschlossene Glasröhren *g* und *h*. Um nun den Höhenunterschied in beiden Röhren bequem und sicher beobachten und sein betreffendes Maaß eben so ablesen zu können, hat Darcy die Anordnung getroffen, daß man über *k* einen geeigneten Gummischlauch stülpen kann und mittelst solchem derartig Luft bis in die Glasröhren *g* und *h* (mittelst des Mundes) zu saugen im Stande ist, daß sich die Wassersäulen in *d* und *e* um genau gleiche Größen heben, folglich die Höhendifferenz in der hydraulischen und hydrostatischen Röhre sich außerordentlich bequem ablesen läßt. Für letzteren Zweck ist ein besonderer Schieber *i* vorhanden, um das Ablesen der Menisken zu erleichtern.

Was die Berechnung der einer beobachteten Höhendifferenz = *h* in beiden Röhren, Fig. 157, entsprechenden Geschwindigkeit = *v* anlangt, so ist in keinem Falle (wenn *g* = 9,81 Meter)

$$v = \sqrt{2gh} = 4,43 \sqrt{h},$$

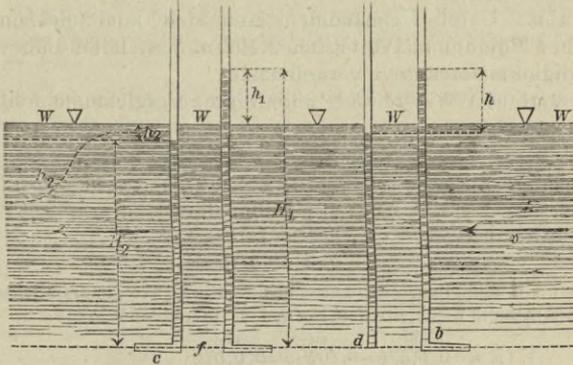
sondern

$$I. v = \psi \sqrt{2gh}$$

zu setzen, wo $\psi < 1$ ist, weil ein Theil der lebendigen Kraft des Stromes durch vorhandene hydraulische Widerstände verloren geht.

Bringt man dagegen die Röhre in der Fig. 157^b dargestellten Art und Weise in Anwendung, d. h. kehrt man einmal, wie bei *ef*,

Fig. 157^b.



die zugespitzte (conisch convergente) Mündung dem Strome entgegen und beobachtet dabei in derselben den Wasserstand über dem Spiegel *ww* zu h_1 ; kehrt ferner die Mündung, wie in *gc* dargestellt ist, in die Richtung des Stromes und beobachtet den durch eine Art von Saugen gebildeten Wasserstand unter dem Spiegel *ww* zu h_2 , so läßt sich (mit Darcy)¹⁾, wenn m_1 und m_2 beziehungsweise entsprechende Erfahrungscoefficienten sind, schreiben:

$$\frac{v^2}{2g} = m_1 h_1 \text{ und } \frac{v^2}{2g} = m_2 h_2^2.$$

Multiplicirt man die erste dieser beiden Gleichungen mit m_2 , die zweite mit m_1 und addirt entsprechend, so erhält man:

$$\frac{v^2}{2g} (m_1 + m_2) = m_1 m_2 (h_1 + h_2)$$

und daher:

$$v = \sqrt{2g \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} (h_1 + h_2)},$$

¹⁾ „Recherches expérimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyaux.“ Paris 1857, Pag. 224.

²⁾ So fand Darcy, a. a. O., Pag. 222:

$$v^2 = 18,36 \cdot h_1 \text{ und } v^2 = 45,17 h_2,$$

so wie, wenn die Eintrittsöffnung rechtwinklig zur Strömung genommen wurde, sich ergab:

$$v^2 = 28,91 h_3,$$

während der theoretische Werth ergibt:

$$v^2 = 19,62 \cdot h.$$

oder kürzer:

$$\text{II. } v = \varphi \sqrt{2g(h_1 + h_2)^1}.$$

Benutzt man daher ein Instrument, welches aus zwei Röhren wie *ef* und *cg* besteht, wovon gleichzeitig die eine Mündung dem Strome zugekehrt ist, während die andere Mündung in der Richtung desselben liegt, so braucht man die Höhenlage des Wasserspiegels gar nicht zu berücksichtigen, was zuweilen höchst vortheilhaft ist²⁾.

Zusatz. Unter Umständen lassen sich mit Schwimmern, Woltmann'schen Flügeln und Pitot'schen Röhren, auffallend übereinstimmende Geschwindigkeitsmessungen vornehmen.

So berichtet Weisbach³⁾ über eine vergleichende hydrometrische

¹⁾ Der Verfasser fand 1879 in der Weser bei Hameln (am Zuflußcanale der Brückmühle), an einer sehr günstigen Stelle, die Geschwindigkeit in 0,30 Meter Tiefe unter dem Wasserspiegel mit Hilfe eines sehr guten Woltmann'schen Flügels), in einer bestimmten Verticale:

$$v = 1,65 \text{ Meter,}$$

und erhielt an derselben Stelle mittelst der Fig. 157 dargestellten Pitot'schen Röhre (von Amsler), für *h*, in der Formel I. folgende Werthe:

1. $h = 0,375$	—	$0,205$	=	$0,170$	} Hiernach ergibt sich als Mittelwerth: $h = 0^m,1688.$
2. $h = 0,376$	—	$0,194$	=	$0,182$	
3. $h = 0,411$	—	$0,251$	=	$0,160$	
4. $h = 0,259$	—	$0,094$	=	$0,165$	
5. $h = 6,398$	—	$0,231$	=	$0,167$	

Daher:

$$\varphi = \frac{v}{\sqrt{2g} \cdot \sqrt{h}} = \frac{1,65}{4,43 \cdot 0,4108} = 0,907.$$

folglich:

$$v = 0,907 \sqrt{2gh}.$$

Eben so ergaben andere Versuche, in derselben Perpendiculare und in gleicher Tiefe, zur Bestimmung des Coefficienten φ der Formel II:

Stromaufwärts.				Stromabwärts.			
	meter	meter	meter		meter	meter	meter
1.	$h_1 = 0,395$	—	$0,235 = 0,160$;		$h_2 = 0,317$	—	$0,297 = 0,020$;
2.	$h_1 = 0,387$	—	$0,224 = 0,163$;		$h_2 = 0,310$	—	$0,294 = 0,016$;
3.	$h_1 = 0,384$	—	$0,223 = 0,161$;		$h_2 = 0,300$	—	$0,294 = 0,012$;
4.	$h_1 = 0,382$	—	$0,219 = 0,163$;		$h_2 = 0,305$	—	$0,290 = 0,015$;
5.	$h_1 = 0,380$	—	$0,215 = 0,165.$		$h_2 = 0,288$	—	$0,268 = 0,020.$
	Mittelwerth: $h_1 = 0,1624,$				Mittelwerth: $h_2 = 0,0166,$		
$h_1 + h_2 = 0,1790,$							

folglich:

$$\varphi = \frac{v}{\sqrt{2g} \sqrt{(h_1 + h_2)}} = \frac{1,65}{4,43 \cdot 0,4231} = 0,889,$$

daher:

$$v = 0,880 \sqrt{2g(h_1 + h_2)}.$$

²⁾ Weiteres über diesen Gegenstand im Nachtrage Nr. 2 am Ende dieses Buches.

³⁾ Civilingenieur. Bd. XIII (1867), S. 318.

Messung, mittelst eines Woltmann'schen Flügels, einer größeren rechteckigen Ausflußmündung und eines größeren über die ganze Wand weggehenden Ueberfalls, welche in einem künstlichen Canale, dem von der Mulde gespeisten sogenannten Wernergraben bei Freiberg, vorgenommen wurde.

Dem Woltmann'schen Flügel entsprach die im Freiburger hydraulischen Observatorium bestimmte Formel (II, §. 128):

$$v = 0,02686 + 0,0019405 \cdot u \text{ Meter.}$$

Bezeichnet daher Q die secundliche Wassermenge (in Cubikmetern) und $a = \Sigma (\omega)$ der Flächeninhalt des in Querschnittsfeldern $\omega_1, \omega_2 \dots \omega_n$ getheilten Profiles, so war:

$$Q = 0,02686 a + 0,0019405 \cdot au.$$

Die secundliche Wassermenge = Q_1 , welche die Durchlaßmündung lieferte, wurde mittelst der Formel II, §. 95 (S. 244) und die = Q_2 des Ueberfalles mittelst II, §. 112 (S. 300) berechnet.

Man erhielt auf diesen Wegen:

$Q = 0,9166$ Cubikmeter unter Benutzung des Woltmann'schen Flügels,
 $Q_1 = 0,9298$ „ mittelst der Durchlaßmündung,
 $Q_2 = 0,9229$ „ „ des Ueberfalles.

Beachtet man nun, daß das Mittel aus beiden letzteren Werthen

$$\frac{0,9298 + 0,9229}{2} = \frac{1,8527}{2} \text{ ist,}$$

so ergibt sich eine Differenz von

$$0,9263 - 0,9166 = 0,0097,$$

höchstens 1 Procent, um welche die Messung mit Zuziehung des Woltmann'schen Flügels von den Messungen mittelst der beiden Ausflußmündungen abweicht.

Noch bei weitem auffallender sind die Uebereinstimmungen, zu welchen Grebenau bei seinen Baseler Rheinstrommessungen gelangte, wo Schwimmer, eine Pitot-Darcy'sche Röhre (von Salleron in Paris) und ein (von Ertel und Sohn in München gelieferter) Woltmann'scher Flügel¹⁾ gleichzeitig als Tachometer benutzt wurden.

Beachtet zu werden verdient dabei noch, daß die Schwimmer keine Stäbe (nach Cabeo etc.), sondern nur viereckige und cylindrische Holzklötze waren; erstere 1 Cubikfuß Inhalt, letztere 10 Centimeter Durchmesser und 30 Centimeter Höhe hatten und beide Schwimmergattungen mit Steinen beschwert, 30 Centimeter tief eintauchten.

Die unter Zeitbeobachtung von 9 Schwimmern (im Mittel 41,38 Sekunden) durchlaufene Länge betrug 90 Meter, also die secundliche Geschwindigkeit = v_1 :

$$v_1 = \frac{90}{41,22} = 2,183 \text{ Meter.}$$

Die Pitot'sche Röhre lieferte die Geschwindigkeit v_2 mittelst der Formel I, weil $h = 0,34115$ und $\psi = 0,84$ war, zu:

$$v_2 = 0,84 \sqrt{19,62 \cdot 0,34115} = 2,1732 \text{ Meter.}$$

¹⁾ Abgebildet bei Grebenau, a. a. O., Tafel IX.

Der Woltmann'sche Flügel machte in 120 Secunden 494 Umläufe, weshalb nach Formel VIII, §. 128, das correspondirende v_3 war:

$$v_3 = k \frac{494}{120} = 4,117 \cdot k.$$

Da sich nun nach der (Grebenaу'schen) Tabelle S. 22, Note 1, $k = 0,5263$ ergibt, so erhielt man:

$$v_3 = 0,5263 \cdot 4,117 = 2,1668 \text{ Meter.}$$

In überraschender Uebereinstimmung erhielt man sonach die secundliche Rheinstromgeschwindigkeit:

2,1668	Meter	mittelst	des	Woltmann'schen	Flügels,
2,1732	"	"	"	der	Pitot-Darcy'schen Röhre und
2,183	"	"	"	der	9 Schwimmer.

Außer anderen Schlüssen entnimmt Grebenaу hieraus den besondern Beweis für die Richtigkeit des oben (S. 382) ermittelten Satzes, daß der Coefficient k in der Formel $v = kv$ des Woltmann'schen Flügels mit den Geschwindigkeiten veränderlich ist.

So auffallend und interessant eine derartige Uebereinstimmung ist, so wird man doch gut thun, eine solche nicht für alle Fälle vorauszusetzen.

§. 130.

Empirische Geschwindigkeitsformeln, ohne Rücksicht auf relative Gefälle und Profile der Canäle und Flüsse.

Seit Dubuat bis jetzt hat man sich fortwährend bemüht, aus Versuchen, mittelst der im Vorstehenden beschriebenen und erörterten Tachometer, Formeln zu entwerfen, woraus sich die Geschwindigkeiten in einer bestimmten Perpendiculare und nicht minder die mittlere Geschwindigkeit eines ganzen Profiles berechnen läßt.

Zu den beachtenswerthesten dieser Formeln gehören folgende:

Bezeichnet v die mittlere Geschwindigkeit eines ganzen Profiles und V die größte Geschwindigkeit im Stromstriche (nahe der Oberfläche) desselben und ist ferner w die Geschwindigkeit am Boden, so sollte nach Dubuat¹⁾, zufolge eigener Versuche an künstlichen Canälen sein:

$$v = \frac{V + w}{2}.$$

$$v = 0,25 + (\sqrt{V} - 0,5)^2;$$

$$w = (\sqrt{V} - 1)^2.$$

Auf Grund Dubuat'scher Versuche stellte später Prony³⁾ für

¹⁾ Principes d'hydraulique. Tome I, Pag. 90, §. 66.

²⁾ Zulässige Werthe von w , mit Bezug auf die Beschaffenheit des Bodens, sind aus Tabellen am Ende dieses Paragraphen zu entnehmen.

³⁾ Recherches physico-mathématiques sur les eaux courantes. Paris 1804. Deutsch von Langsdorf, 1812, unter dem Titel „Theoretisch-practische Abhandlung über die Leitung des Wassers“ etc., Nr. 194, S. 98, so wie in Prony's „Recueil de cinq tables“. Paris 1825, Pag. 59.

Metermaaß die Formel auf:

$$v = \frac{V(0,372 + V)}{3,153 + V},$$

so wie er als Näherungsausdrücke, wenn die größte Geschwindigkeit innerhalb der Grenzen 0,20 bis 1,50 Meter liegt, in Vorschlag brachte:

$$v = 0,816 V \text{ bis auf } \frac{1}{25} \text{ genau, oder}$$

$$v = 0,80 V \text{ " " } \frac{1}{19} \text{ genau.}$$

Eytelwein¹⁾ setzte, gestützt auf Messungen von Ximenes und Brünings, aus den bereits S. 346 angegebenen Gründen:

$$c = (1 - 0,004e_1)C, \text{ für rheinländische Fuße,}$$

wenn C die Oberflächengeschwindigkeit für eine bestimmte Perpendiculare und c die Geschwindigkeit in irgend einem Punkte dieser Perpendiculare in der Tiefe e_1 unter der freien Wasseroberfläche bezeichnet.

Lahmeyer²⁾ empfahl nach eigenen Versuchen in der Weser, für die mittlere Geschwindigkeit c einer Perpendiculare die Formel:

$$c = (0,937 - 0,0252C)C.$$

Aus den bereits S. 347 und 348 besprochenen Messungen von Humphreys und Abbot im Mississippi³⁾, wurde für die Geschwindigkeit c in irgend einer Tiefe e_1 (für englische Fuße) die Formel abgeleitet:

$$c = 3,261 - 0,7922 \left(\frac{e_1}{e} \right)^2,$$

worin e die ganze Tiefe der Verticale darstellt.

Hagen⁴⁾, welcher die Angaben der beiden Amerikaner über diesen Punkt in hohem Grade für verdächtig erklärte, entwickelte dafür, mit Zuziehung älterer Messungen von Brünings am Niederrheine, die mittlere Geschwindigkeit = u einer Perpendiculare (von e Tiefe) zu:

$$u = \frac{1 + 0,2676 \sqrt{e}}{1 + 0,4014 \sqrt{e}} \cdot C,$$

dabei Metermaaß vorausgesetzt, so wie, daß C die correspondirende Oberflächengeschwindigkeit bezeichnet.

Später (1876) brachte Hagen⁵⁾ dafür die einfachere Gleichung (ebenfalls für Metermaaße):

$$u = C \{ 1 - 0,0582 \sqrt{e} \}.$$

¹⁾ Handbuch der Mechanik und Hydraulik. Zweite Auflage, §. 133.

²⁾ Förster's Bauzeitung, 1852, S. 158.

³⁾ Grebenau's deutsche Bearbeitung der Humphreys' und Abbot'schen Resultate, S. 65.

⁴⁾ Abhandlung der königlichen Academie der Wissenschaften zu Berlin 1871, S. 21. Hieraus in der Zeitschrift des Hannov. Archit. und Ingenieur-Vereins, Bd. XVIII (1872), S. 476.

⁵⁾ Untersuchungen über die gleichförmige Bewegung des Wassers. Berlin 1876, S. 101. Vorausgesetzt ist bei dieser Formel eine so große Breite des Flusses oder eine so kräftige Strömung, daß der Einfluß des Zusammenhanges der Oberfläche auf die Geschwindigkeit in derselben aufgehoben ist.

Während sämtliche vorstehende Formeln weder auf die Rauigkeit (Beschaffenheit) des Strombettes, noch auf die Dimensionen des betreffenden Canales oder Flusses Rücksicht nehmen, haben dies Darcy-Bazin nach den von ihnen besonders am Canale von Bourgogne angestellten Versuchen für nothwendig erachtet und diesem entsprechend für das Verhältniß:

$$\frac{v}{V} = \frac{\text{Mittlere Profilgeschwindigkeit}}{\text{Maximalgeschwindigkeit an der Oberfläche}}$$

die Gleichung aufgestellt¹⁾:

$$\frac{v}{V} = \frac{1}{1 + \sqrt{\alpha + \frac{\beta}{r}}},$$

worin r den sogenannten mittleren Radius (S. 351) oder, für sehr flache Canäle, die mittlere Wassertiefe bezeichnet, so wie α und β die sogenannten Rauigkeitscoefficienten sind. Die hierfür von Darcy-Bazin ermittelten Werthe sind folgende:

1) Für sehr gut verbundene Wände aus glattem Cement ohne Sand, oder aus gehobeltem Holze mit Sorgfalt gefugt:

$$\alpha = 0,00015; \beta = 0,000045.$$

2) Für Wände aus Cement mit Sand, aus behauenen Steinen (Quadern), aus Ziegeln oder aus nicht gehobelten Brettern:

$$\alpha = 0,00019; \beta = 0,000133.$$

3) Für wenig verbundene Wände, Mauerwerk aus Bruchsteinen:

$$\alpha = 0,00024; \beta = 0,000060.$$

4) Für Wände aus Erde:

$$\alpha = 0,00028; \beta = 0,000350.$$

Welchen Einfluß hiernach die verschiedene Beschaffenheit der Canalwände auf das Verhältniß $\frac{v}{V}$ hat, erhellt aus folgenden Zahlenwerthen, welche der Verfasser einer größeren, von Bazin berechneten Tabelle²⁾ entlehnte. Die Ziffern (1) bis mit (4) beziehen sich auf die vorher in gleicher Ordnung angegebenen vier Canalwandarten.

¹⁾ Darcy-Bazin, „Recherches Hydrauliques“. Paris 1875, Pag. 18, 21, 145, 157 etc. Eine Ableitung dieser Gleichung folgt später.

²⁾ a. a. O., Pag. 328.

Werthe von r	Werthe von $\frac{v}{V}$				Werthe von r	Werthe von $\frac{v}{V}$			
	(1)	(2)	(3)	(4)		(1)	(2)	(3)	(4)
0,01	0,745				0,80	0,851	0,832	0,801	0,727
0,02	0,787	0,710			0,90	0,852	0,833	0,803	0,734
0,04	0,815	0,758			1,00	0,852	0,834	0,805	0,740
0,06	0,826	0,779	0,670		1,10	0,852	0,834	0,806	0,745
0,08	0,833	0,791	0,694		1,20	0,852	0,834	0,807	0,749
0,10	0,836	0,799	0,711	0,537	1,40	0,852	0,835	0,809	0,756
0,13	0,840	0,807	0,729	0,567	1,60	0,852	0,835	0,811	0,762
0,16	0,843	0,812	0,742	0,590	1,80	0,853	0,836	0,812	0,766
0,19	0,844	0,816	0,752	0,608	2,00	0,853	0,836	0,813	0,770
0,22	0,845	0,819	0,759	0,623	2,40	0,853	0,836	0,814	0,776
0,26	0,847	0,822	0,767	0,639	2,80	0,853	0,837	0,815	0,780
0,30	0,848	0,824	0,773	0,653	3,20	0,853	0,837	0,816	0,784
0,35	0,848	0,825	0,779	0,666	3,60	0,853	0,837	0,817	0,786
0,40	0,849	0,827	0,783	0,678	4,00	0,853	0,837	0,817	0,788
0,45	0,850	0,828	0,787	0,687	4,50	0,853	0,837	0,818	0,791
0,50	0,850	0,829	0,790	0,695	5,00	0,853	0,837	0,818	0,792
0,60	0,851	0,831	0,795	0,709	5,50	0,853	0,837	0,818	0,794
0,70	0,851	0,832	0,798	0,719	6,00	0,853	0,837	0,819	0,795

Für regelmäßige, künstliche Canäle (Gerinne für Wasserräder, Ent- und Bewässerungsgräben etc.) wird man sich am besten dieser letzteren Resultate bedienen, da solche aus Ergebnissen directer, sorgfältiger Messungen an derartigen Canälen entnommen sind. Für Flüsse, Gräben etc. mit natürlichen Betten, wird man sich (annäherungsweise) einer der vorhergehenden Formeln bedienen und zwar derjenigen, welche unter ähnlichen Verhältnissen unternommenen Versuchen entlehnt sind, oder man wird selbst geeignete Versuche anstellen müssen.

Letzteres Urtheil ist übrigens dasselbe, welches Hagen in seiner 1876 erschienenen Schrift „Untersuchungen über die gleichförmige Bewegung des Wassers“, S. 86 ausspricht, woselbst §. 16, nach Prüfung von vier größeren Beobachtungsreihen (von Dubuat, Brünings, Darcy-Bazin und Humphreys-Abbot) Folgendes gesagt wird:

„Die vorstehenden Untersuchungen ergeben, daß das Wasser bei gleichförmiger Bewegung in kleinen Canälen und Gräben einem andern Gesetze folgt, als in Flüssen und Strömen“.

Zusatz. Für practische Zwecke sind ferner nachstehende Notizen und Werthe ohne Nutzen, welche sich darauf beziehen, in wiefern durch fließendes Wasser am Boden seines Bettes liegendes Material mit fortgenommen, oder unter Umständen die Cohäsion der Bodenmasse selbst überwunden werden kann.

Dubuat¹⁾ legte für ersteren Zweck betreffendes Material auf den

¹⁾ „Principes“ etc. Tome second, Pag. 94, §. 399.

Boden eines hölzernen künstlichen Canals und gab letzterem immer größer werdende Neigungen, bis das Material vom fließenden Wasser mit fortgenommen wurde¹⁾. Das Ergebniß der Versuche war Nachstehendes: ²⁾

Material.	Geschwindigkeiten, wobei das Material aufhörte, mit fortgerissen zu werden.	
Brauner Töpferthon	3 Pariser Zoll	0,081 Meter
Sandkörner der Seine wie Anis groß	4 " "	0,108 "
desgl. wie Erbsen groß	7 " "	0,189 "
desgl. wie Bohnen groß	12 " "	0,325 "
Meergeschiebe, abgerundet von 1 Zoll Durchmesser	24 " "	
Feuersteine, kantig, von der Größe der Hühnereier	36 " "	0,975 "

Zur Beurtheilung, bei welchen Geschwindigkeiten Böden und Wände der Fluß- und Canalbetten angegriffen werden können, mag nachstehende Tabelle dienen, welche der von Telford und Nimmo redigirten Edinburgher Encyclopädie, Artikel „Bridge“, entlehnt ist.

Geschwindigkeit pro Secunde		Material, welches diesen Geschwindigkeiten wider- steht, den größeren aber nachgiebt
Fuß engl.	Meter	
0,25	0,076	Schlamm, aufgelöste Erde.
0,50	0,152	Fetter Thon.
1,0	0,305	Sand.
2,0	0,609	Grand.
3,0	0,914	Abgerundete Kieselsteine.
4,0	1,220	Eckige Kieselsteine.
5,0	1,520	Conglomerate, Schiefer.
6,0	1,830	Geschichtete Felsen.
10,0	3,05	Ungeschichtete, harte Felsen.

§. 131.

Bewegende Kraft fließender Wasser.

Aus den Gesetzen der Hydrostatik läßt sich ohne Weiteres der Schluß ziehen, daß Wasser, welches sich in Fluß- oder Canal-

¹⁾ Weiteres über diesen Gegenstand findet sich in folgenden Werken: Schubert, „Theorie der Construction steinerne Bogenbrücken“. Erster Theil, S. 366. — Hagen, „Handbuch der Wasserbaukunst“. Zweiter Theil, Erster Band (Dritte Auflage), S. 158 und 358.

²⁾ Hagen bemerkt a. a. O., S. 161, daß er die Angaben Dubuat's durch eigene Versuche vollständig bestätigt gefunden habe.

betten fortbewegt und dabei allein der Schwerkraftwirkung unterworfen ist, keine horizontale Oberfläche bilden kann. Diese Thatsache und weitere Erfahrungen waren Veranlassung, daß Dubuat¹⁾ an die Spitze aller Bewegungsbetrachtungen in Betten fließender Wasser den Satz stellte:

„die bewegende Kraft in Fluß- oder Canalbetten strömenden Wassers rührt nur von der Neigung seiner Oberfläche her“.

Nachstehendes wird zur weiteren Aufklärung dieses Satzes dienen.

Bei der fraglichen Bewegung giebt sich die Wirkung der Schwerkraft in zweifacher Weise zu erkennen, erstens indem sich jedes Flüssigkeitselement über das darunter liegende, wie auf einer schiefen Ebene herablaufend accelerirt, zweitens aber auch eine Druckdifferenz an den Enden der betreffenden Wasserelemente erzeugt. Zur betreffenden Erläuterung werde zunächst Fig. 158 benutzt, wobei *abcd* eine Wasserschicht zwischen zwei derartig

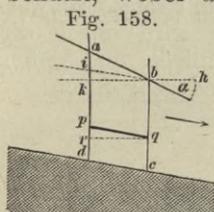


Fig. 158.

nahe liegenden verticalen Ebenen *ad* und *bc* darstellen soll, daß sich darin Gefälle und mittlere Geschwindigkeit nicht verändern, *ab* der Oberwasserspiegel, α dessen Neigungswinkel gegen den Horizont, endlich *pq* ein beliebiges Wassermolecül ist, dessen Länge = 1 gesetzt werden mag.

Denkt man sich *pq* parallel zum Boden *dc* (dessen Neigung von α verschieden), so ist die Acceleration dieses Molecüls, wenn *rq* || zum Horizonte *kh* gezogen wird, durch $g \cdot \overline{pr}$ darzustellen²⁾, die bewegende Kraft also durch $mg \cdot \overline{pr}$, wenn *m* die Masse von *pq* bezeichnet. Außerdem wirkt aber auf den Punkt *p* noch ein resultirender Druck, dessen Größe durch $mg (\overline{ap} - \overline{bq}) = mg \overline{ia}$ auszudrücken ist, so daß also die Gesamtkraft, welche *pq* zur Bewegung antreibt, ist:

$$mg (\overline{pr} + \overline{ia}), \text{ oder}$$

weil $\overline{pr} = \overline{ik}$ auch $mg \cdot (\overline{ik} + \overline{ia}) = mg \cdot \overline{ak}$, wofür der Kleinheit der ganzen Schicht *ac* wegen gesetzt werden kann:

$$mg \cdot \sin \alpha.$$

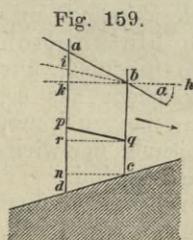


Fig. 159.

Da dasselbe von allen Molecülen wie *pq* nachzuweisen ist, so folgt für die ganze Schicht *ac*, wenn deren Masse mit *m'* bezeichnet wird:

$$m'g \sin \alpha,$$

was genau dem Dubuat'schen Satze entspricht.

Hat der Boden *dc* die Neigung, wie Fig. 159, so ist die fragliche Erklärung nur noch auf das am Boden liegende Wasser-Molecül *dc* auszu-

¹⁾ „Principes“. Nr. 15.

²⁾ $g = 9^m,81 =$ Acceleration (Beschleunigung) der Schwerkraft.

daß ferner die betreffenden Bahnen der Wasserelemente nur schwach gekrümmt sind und sich endlich die relativen Gefälle (Röschen) nur in sanften Uebergängen (ohne Sprünge) ändern.

Sodann ist aus Versuchen ein mathematischer Ausdruck für den Widerstand zu bilden, welchen unter den gedachten Umständen das in Canälen oder Flüssen strömende Wasser fortwährend erfährt.

Hierzu wählen wir folgenden zuerst von Prony aufgestellten Werth:

$$(1) \quad \frac{\gamma}{g} p (\alpha v + \beta v^2) d\lambda,$$

worin $d\lambda$ ein Längenelement des betreffenden Canales ist, γ , g , p und v aber Größen sind, die bereits §. 122 in gleicher Weise bezeichnet wurden.

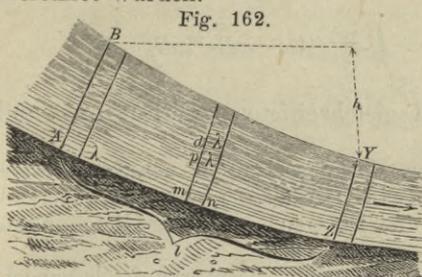


Fig. 162.

Mit Bezug auf Fig. 162 mögen ferner AB und YZ zwei normale Querschnitte des strömenden Wasserkörpers beziehungsweise vom Inhalte a_0 und a_n sein, mit den correspondirenden mittleren Geschwindigkeiten v_0 , v_n und den betreffenden Wasserperimetern p_0 und p_n . Ferner befinde sich

an einer Stelle mn , zwischen den diesen ebenfalls verschiedenes Profil vom Inhalte a , der mittleren Geschwindigkeit v und dem Wasserperimeter p .

Bezeichnet sodann dM die Wassermasse, welche in der unendlich kleinen Zeit dt durch die betreffenden Verticalschichten AB , mn und YZ fließt, so erhält man vorerst:

$$(2) \quad dM = \frac{\gamma a_0 v_0 dt}{g} = \frac{\gamma a v dt}{g} = \frac{\gamma a_n v_n dt}{g}.$$

Mit Bezug auf den im §. 131 bewiesenen Satz von der bewegenden Kraft fließender Wasser, wenn z die Gefällhöhe des Oberwasserspiegels zwischen den Querschnitten mn und AB ist, liefert aber sodann das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte:

$$\frac{1}{2} dM (v^2 - v_0^2) = g dM z - \int_0^{\lambda} \left[\frac{\gamma}{g} p (\alpha v + \beta v^2) d\lambda \right] v dt,$$

oder da, nach (2):

$$\frac{dM}{a} = \frac{\gamma}{g} v dt \text{ ist:}$$

$$\frac{1}{2} dM (v^2 - v_0^2) = g dM z - \int_0^{\lambda} dM \frac{p}{a} (\alpha v + \beta v^2) d\lambda,$$

oder wenn, wie in (2), dM als constant betrachtet und durch g dividirt wird:

$$\frac{v^2 - v_0^2}{2g} = z - \int_0^{\lambda} \frac{p}{a} \left(\frac{\alpha}{g} v + \frac{\beta}{g} v^2 \right) d\lambda,$$

oder endlich $\frac{\alpha}{g} = A$ und $\frac{\beta}{g} = B$ gesetzt:

$$\frac{v^2 - v_0^2}{2g} = z - \int_0^{\lambda} \frac{p}{a} (Av + Bv^2) d\lambda.$$

So wie endlich, wenn h das Oberflächengefälle zwischen den Profilen YZ und AB bezeichnet:

$$I. \quad \frac{v_n^2 - v_0^2}{2g} = h - \int_0^l \frac{p}{a} (Av + Bv^2) dl.$$

Diese Gleichungen wurden fast gleichzeitig von Poncelet¹⁾ und Belanger²⁾ aufgestellt.

Unter den vorher erörterten Voraussetzungen nennt man sie die Gleichungen für die ungleichförmig-permanente Bewegung des Wassers in Canälen und Flüssen. Auf diese Gleichungen kommen wir später mehrfach zurück.

Für den Fall einer völlig gleichförmigen Bewegung, wird aus I, wegen $v_n = v_0 = v$:

$$II. \quad h = \frac{p}{a} (Av + Bv^2) l.$$

Da $\frac{h}{l}$ als Ausdruck für die bewegende Kraft des fließenden Wassers und $\frac{p}{a} (Av + Bv^2)$ als der Widerstand angesehen werden kann, welcher dieser Kraft entgegentritt, so bestätigt II. den von Dubuat³⁾ aufgestellten Satz:

„daß, wenn sich Wasser gleichförmig in offenen Canälen fortbewegt, der Widerstand, welchen dasselbe erfährt, gleich der bewegenden Kraft des Wassers ist.“⁴⁾

¹⁾ Poncelet veröffentlichte diesen Ausdruck zuerst in den lithographirten Heften, welche seinen Vorträgen in Metz über „Mécanique appliquée aux machines“ (während der Jahre 1821—1830) zu Grunde lagen.

²⁾ Belanger, „Essai sur la solution numériques de quelques problèmes relatifs au mouvement permanent des eaux courantes.“ Paris 1828.

³⁾ In §. 20 der „Principes d'hydrauliques“ lautet dieser Satz wörtlich also: „quand l'eau se meut uniformément, la resistance qu'elle éprouve est égale à sa force accélératrice“.

⁴⁾ Den ersten Versuch zur Aufstellung eines Gesetzes über die Bewegung des Wassers in Canälen und Flüssen, scheint (früher als Dubuat) Albert Brahms in seinem Buche „Anfangsgründe der Deich- und Wasserbaukunst“ gemacht zu haben. Nach Hagen soll dies Buch zwischen 1753 und 1756 erschienen sein. Dem Verfasser ist nur die zweite Auflage bekannt, die 1767

Da für den Fall einer gleichförmigen Bewegung nach (2) auch $a_0 = a = a_n$ ist, so folgt, daß für künstliche Canäle, wo man für bestimmte Längen auch gleiche Breiten und somit gleiche Wassertiefen voraussetzen kann, auch die Oberfläche des Wassers dem Canalboden parallel sein wird, so daß die Fig. 141 (neue Auflage) und Fig. 150 (alte Auflage) eine gleichförmige Bewegung des Wassers voraussetzen.

§. 133.

Geschichtliche Notizen.

Die erste für Practiker brauchbare Formel¹⁾ für die gleichförmige Bewegung des Wassers in Canälen scheint 1775 der französische Ingenieur Chezy und zwar unter der Gestalt: $a \frac{h}{l} - \frac{pv^2}{k^3} = 0$ aufgestellt zu haben²⁾, wobei k einen aus Versuchen zu bestimmenden Coefficienten bezeichnet, die übrigen Größen aber die bisherige Bedeutung haben. Die wenigen hierzu von Chezy unternommenen Versuche (am Abwässerungsgraben von Courpalet und in der Seine) und die Umstände, unter welchen sie angestellt sein mochten, lieferten nicht denjenigen

in Aurich (Ostfriesland) gedruckt wurde. Die fragliche Begründung wird hier in §. 115 erörtert und lautet folgendermaßen:

„Wenn eine vollkommen runde Kugel auf einer platten und ebenen Planum inclinatum herunter rollet, so nimmt deren Geschwindigkeit in einem jeden gleichen Zeitpunkt einen gleichen Grad über der bereits gehabtten Geschwindigkeit zu: folglich sind diese Geschwindigkeiten allemal gleich denen Radices Quadratae der gefallenen perpendicularen Höhen. Mit dem Abfluß des Gewässers würde es die nämliche Beschaffenheit haben, daferne das Bette des Flusses ein solches ebenes Planum inclinatum wäre, und das Wasser, wegen seiner anhängenden Klebrigkeit, keine Friktion und Aufenthalt litte; dannen hero geschiehets, daß ein abfließendes Gewässer in der Schnelligkeit nicht immer zunimmt, sondern durch die Friktion dermaßen auf- und zurückgehalten wird, daß, sobald es zu einem gewissen Grad der Schnelligkeit gelanget, es in dieser Geschwindigkeit unveränderlich verbleibet, so lange, als das Profil oder Durchschnitt des Flusses einerlei bleibt, und weder weiter noch enger, flächer oder tiefer wird.“

¹⁾ Hagen, in §. 12 seiner 1876 erschienenen Schrift: „Untersuchungen über die gleichförmige Bewegung des Wassers“, leitet aus dem S. 397 angegebenen Brahm'schen Satze, mit Hülfe zweier von diesem (wohl ältesten deutschen Hydrotekten von Bedeutung) angestellten Versuchen (für rheinländisches Maaß) die Gleichung ab:

$$v = 97,6 \sqrt{\frac{a}{p} \cdot \frac{h}{l}}.$$

Im „Anderen Theile“ des Brahm'schen Buches, wovon dem Verfasser die 1757 in Aurich gedruckte 2. Auflage zur Hand ist, wird über die genannten Brahm'schen Versuche in §. 208 berichtet, eine desfalls aufgestellte Formel findet sich aber nirgends!

²⁾ Mémoire de l'académie des sciences 1813—1815. Vorrede zu einer Abhandlung Girard's über die Bewegung des Wassers in Capillarröhren, so wie auch in Girard's Werke: Rapport etc. sur le canal de l'Ourcq. Paris 1803, Pag. 33, und endlich in dessen Mémoires sur le canal de l'Ourcq. Paris 1831, Tome I, Pag. 327.

Werth, um der Formel das Vertrauen der Practiker abzugewinnen. Aus diesen und anderen Gründen stellte der französische Ingenieur Oberst Dubuat eine große Anzahl sorgfältiger Versuche an, nämlich 23 an künstlichen, trapezoidalen und rechteckigen Canälen¹⁾, ferner 6 am Canal du Jard²⁾ und 4 am Haine-Flusse³⁾, denen er die Formel anpaßte:

$$v = \frac{297 \left(\sqrt{\frac{a}{p}} - 0,1 \right)}{\sqrt{\frac{l}{h}} - \lgnt \sqrt{\left(\frac{l}{h} + 1,6 \right)}} - 0,3 \left(\sqrt{\frac{a}{p}} - 0,1 \right),$$

worin alle Größen in französischen Zollen ausgedrückt sind und die er in seinen berühmten „Principes“ etc. 1779 zum ersten Male bekannt machte⁴⁾.

Obwohl die Uebereinstimmung der Versuche mit den aus diesen Formeln berechneten Werthen gut genannt werden konnte, so war doch die complicirte Gestalt des Ausdrucks, so wie der Mangel auch jeder wissenschaftlichen Begründung Ursache, daß man sich bemühte, andere Formeln aufzustellen, welche diesen Anforderungen besser entsprächen.

Versuche von Coulomb⁵⁾ zur Ermittlung der Cohäsion und überhaupt der Widerstände, welche Flüssigkeiten zeigen, wenn man in ihnen feste Körper langsam bewegt, führten auf den Satz, daß ein mathematischer Ausdruck zur Darstellung dieser Erscheinung vor Allem aus zwei Gliedern bestehen müsse, wovon das eine die erste Potenz, das andere die zweite der betreffenden Geschwindigkeit in sich fasse. Girard⁶⁾ hatte zuerst den glücklichen Gedanken, die von Coulomb aufgefundenen Gesetze auch auf alle Fälle anzuwenden, wobei sich die Flüssigkeit bewegt, der mit ihr in Berührung befindliche feste Körper aber ruht, d. h. der Analogie nach, auch auf die Bewegung des Wassers in Canälen. Die von Girard hiernach aufgestellte Gleichung hatte die Form:

$$\frac{ah}{l} - k_1 (v + v^2) = 0,$$

worin k_1 einen gemeinsamen constanten Erfahrungscoefficienten bezeichnet, den Girard aus 8 Versuchen Chezy's und Dubuat's ermittelte. Zu bemerken ist überdies hierbei, daß Girard später seine Formel analytisch abzuleiten bemüht war und dabei von der Aehnlichkeit ausging, welche stattfindet zwischen dem in irgend einer Leitung fließenden Wasser und einer völlig biegsamen Kette, die in derselben Leitung herabsinkt, auch sich bei den betreffenden Entwicklungen auf L. Euler'sche Arbeiten über die Bewegung der Flüssigkeiten stützte⁷⁾.

Gegen die von Girard gewählte Form eines gemeinsamen Coefficienten für beide Glieder der Parenthese, erhob zuerst Prony ganz

¹⁾ Principes Nr. 377. (Ausgabe von 1816.)

²⁾ Ebendasselbst, Pag. 404.

³⁾ Ebendasselbst.

⁴⁾ Desgleichen. Tome Premier, Pag. 68.

⁵⁾ Mémoire de l'Institut national. Prairal an IX (1800), Pag. 246.

⁶⁾ Rapport etc. sur le canal de l'Oureq. Paris, an XII (1803), Pag. 36 und 42.

⁷⁾ Mémoire sur le canal de l'Oureq. Tome I, Pag. 246 und Pag. 276.

richtige Bedenken¹⁾, indem jedes der Glieder einen anderen, verschiedenen Gesetzen folgenden Widerstand repräsentire, und daß man sich überdies, bei der Natur des ganzen Gegenstandes, alle Mittel vorbehalten müsse, um den absoluten Werth des fraglichen Widerstandes der wirklichen Erscheinung möglichst entsprechend anzupassen. Hierauf gestützt, setzte Prony:

$$\frac{h}{l} \cdot \frac{a}{p} = Av + Bv^2,$$

eine Gleichung, welche bereits aus vorigem Paragraphen bekannt ist.

Die Werthe von A und B ermittelte Prony aus 31 Dubuat'schen Versuchen, nach einer Methode von Laplace, für Metermaaß zu:

$$A = 0,00004445 \text{ und } B = 0,00030931.$$

Diesem gemäß erhält man aus vorstehender Gleichung (die nachher berühmt gewordene Prony'sche Formel), für Metermaaß:

$$\frac{a}{p} \cdot \frac{h}{l} = 0,00004445 v + 0,00030931 v^2, \text{ oder}$$

$$\frac{a}{p} = r \text{ (nach S. 351) und } \frac{h}{l} = s \text{ gesetzt:}$$

$$r \cdot s = 0,00004445 v + 0,00030931 v^2.$$

Nach Prony hielt man es zuerst für eine ganz besondere Aufgabe, den bereits gewonnenen mathematischen Ausdruck dadurch zu einem noch treueren Darsteller der betreffenden Naturerscheinung zu machen, daß man eine immer größere Zahl von Beobachtungen zur Bestimmung der Coefficienten A und B benutzte, merkwürdiger Weise aber dabei ganz davon absah, ob sie allen zu machenden Anforderungen, allermeist denen einer gleichförmigen Bewegung entsprachen oder nicht. So nahm zuerst Eytelwein²⁾ sämmtliche 36 Dubuat'sche, an künstlichen Canälen angestellte Versuchsergebnisse (wie solche Bd. 1 der „Principes“, Pag. 76, aufgeführt sind)³⁾ und bestimmte daraus den Coefficienten k der Chezy'schen Formel, nach einer ähnlichen Methode wie Prony, wonach er für preußische Fuße seine in der deutschen Wasserbaupraxis berühmt gewordene Formel erhielt:

$$v = 90,9 \sqrt{\frac{a}{p} \cdot \frac{h}{l}} = 90,9 \sqrt{r \cdot s}.$$

Für Metermaaße ergab sich:

$$v = 50,9 \sqrt{\frac{a}{p} \cdot \frac{h}{l}} = 50,9 \sqrt{r \cdot s}.$$

¹⁾ „Recherches physico-mathématique sur la théorie du mouvement des eaux courantes.“ Paris 1804. Deutsch von Langsdorf unter dem Titel: „Theoretisch-practische Abhandlung über die Leitung des Wassers in Canälen und Röhrenleitungen.“ Gießen 1812. Später (1825) lieferte Prony noch: „Recueil de cinq tables, pour faciliter et abréger les calculs des formules relatives aux mouvements des eaux“ etc.

²⁾ Handbuch der Mechanik fester Körper. Zweite Auflage, S. 160.

³⁾ Prony hatte von diesen Versuchen Nr. 97, 100 und 105 als wenig sicher, Nr. 116 und 117, wegen der Wasserpflanzen im Jardcanale, und Nr. 125 im Haineflusse deshalb weggelassen, weil bei diesem Versuche ein starker Wind geweht hatte.

Später, in einer Abhandlung der Königlichen Academie der Wissenschaften in Berlin, aus den Jahren 1814—1815, S. 167 der mathematischen Classe, behandelt Eytelwein den ganzen Gegenstand noch ausführlicher, kommt aber dabei auf den Prony'schen Ausdruck I, §. 132, zurück und ermittelt die Coefficienten A und B aus überhaupt 91 Versuchen (36 von Dubuat, 16 von Brünings, 4 von Woltmann und 35 von Funk), ohne freilich die Frage der Brauchbarkeit des einen oder anderen dieser Versuche, für die gleichförmige Bewegung des Wassers, streng zu erwägen. Die Prony'sche Gleichung wurde hiernach, für Metermaß, zu:

$$\frac{a}{p} \cdot \frac{h}{l} = r \cdot s = 0,0000243 \cdot v + 0,000366 \cdot v^2.$$

Hagen war es, der zuerst, (1837) in seiner Wahrscheinlichkeitsrechnung¹⁾, die Coefficienten A und B der Prony'schen Formel, aus besonders ausgewählten Versuchen, nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmte und zugleich die einfache Chezy-Eytelwein'sche Form dadurch brauchbar zu machen sich bemühte, daß er

$$\frac{v^2}{k} = Av + Bv^2$$

setzte, daher:

$$k = \frac{1}{\sqrt{\frac{A}{v} + B}}$$

erhielt, oder nachwies, daß mindestens k mit der Geschwindigkeit veränderlich genommen werden müsse, wenn beide Formeln gleiche Werthe liefern sollten²⁾.

Bedeutendes Aufsehen machten seiner Zeit, von 1845 ab, die Resultate³⁾ und betreffenden Formeln, welche der Hannoversche Wasserbauinspector J. W. Lahmeyer⁴⁾, aus vielen Hunderten eigener (meist in der Weser angestellten) Messungen, in Verbindung mit den Versuchsergebnissen anderer zuverlässiger Hydrotekten, zu gewinnen bestrebt war, die nach mancherlei Controversen mit Bornemann in Freiberg⁵⁾ und Wex⁶⁾ in Wien schließlich dazu führten, daß Lahmeyer aus 616 Versuchen⁷⁾ für Metermaß folgende Formel aufstellte:

¹⁾ Erste Auflage 1837, S. 143. Zweite Auflage 1867, §. 35.

²⁾ Bei Benutzung der Prony'schen Werthe für A und B ergaben sich folgende Werthe für k :

v	$0^m,1$	$0^m,2$	$0^m,3$	$0^m,4$	$0^m,5$	$0^m,75$	$1^m,0$	$1^m,25$	$1^m,50$	$2^m,0$	$3^m,0$
k	36,42	43,37	46,75	48,77	50,11	52,09	53,17	53,85	54,32	54,92	55,86

³⁾ Erfahrungsresultate über die gleichförmige Bewegung des Wassers in Flußbetten und Canälen. Braunschweig 1845.

⁴⁾ Lahmeyer, geb. zu Hannover 1817, gest. 1859.

⁵⁾ Der Ingenieur (Erste Reihe des Bornemann'schen Civil-Ingenieurs). Bd. 1 (1848), S. 28 und 228.

⁶⁾ Förster's Bauzeitung, Jahrg. 1840. Literatur- und Anzeigebblatt, Bd. III, S. 273. Ferner Jahrg. 1851. Literaturbl., Bd. IV, S. 137.

⁷⁾ Ebendaselbst, Jahrg. 1852, S. 149.

$$\frac{a}{p} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{1}{v \sqrt{v}} = 0,0004021 + 0,0002881 \sqrt{\frac{b}{q}},$$

worin, außer den bereits im Vorhergehenden festgesetzten Bezeichnungen, b die Breite des Flusses und q der Krümmungshalbmesser desselben ist. Für gerade Flußstrecken erhält man sonach:

$$\frac{a}{p} \cdot \frac{h}{l} = 0,0004021 v \sqrt{v},$$

daher, wenn man die Chezy-Eytelwein'sche Formel

$$v = k \sqrt{\frac{a}{p} \cdot \frac{h}{l}} = k \sqrt{r \cdot s}$$

in Anwendung bringen will, zu setzen ist:

$$k = \frac{\sqrt[4]{v}}{\sqrt{0,0004021}} = 49,87 \sqrt[4]{v}.$$

Ferner erhält man noch überdies:

$$v = 183,56 \sqrt[3]{(r \cdot s)^2}.$$

Noch bevor Lahmeyer die letzteren Resultate veröffentlichte, schlug Bornemann vor¹⁾, Versuchen Weisbach's über die gleichförmige Bewegung des Wassers in langen Röhrenleitungen entsprechend, nachstehende Form zu wählen:

$$\frac{k}{v^2} = \frac{A}{v} + B = q, \text{ oder}$$

$$q = A + \frac{B}{\sqrt{v}} \text{ zu setzen.}$$

Aus 88 Versuchen Dubuat's, Funk's, Kragenhoff's und Woltmann's, fand dann Bornemann unter Zuziehung der Methode der kleinsten Quadrate (für Meter):

$$q = 0,000313143 + \frac{0,0000414977}{\sqrt{v}}.$$

Später (1848) empfahl Bornemann, unter Zuziehung ausgewählter Lahmeyer'scher Versuche, die einfachere Form:²⁾

$$q = \frac{0,000562151}{\sqrt{v}}.$$

Bemerkenswerth dürfte noch sein, daß ungefähr um dieselbe Zeit der französische Ingenieur St. Venant³⁾ aus den von Eytelwein benutzten 91 Versuchen die Formel ermittelte und empfahl:

$$\frac{a}{p} \cdot \frac{h}{l} = r \cdot s = 0,00040102 \cdot v.$$

¹⁾ Polytechnisches Centralblatt, Jahrg. 1845. (Neue Folge. Sechster Band.) S. 312.

²⁾ Der Ingenieur (Erste Folge der Zeitschrift des Civilingenieur). Erster Band (1848), S. 38.

³⁾ Annales des Mines, 4^e Série, T. XX (1851), Pag. 183. Ferner in St. Venant's Buche: „Formules et tables nouvelles“ etc. Paris 1851.

Im Jahre 1848 veröffentlichte Dupuit (Ingénieur en Chef des Ponts et Chaussées) eine, besonders in theoretischer Beziehung beachtenswerthe Arbeit unter dem Titel „Etudes théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux courantes“, worin Pag. 59 zur Ermittlung der mittleren Profilgeschwindigkeit v , von der Bodengeschwindigkeit w ausgegangen werden sollte, und zwar unter Anwendung der Formel:

$$\frac{a}{p} \cdot \frac{h}{l} = r \cdot s = 0,00081 \cdot w + 0,00036 w^2,$$

worauf zur Bestimmung von v selbst die Gleichung benutzt werden sollte:

$$v = w + \frac{1}{4\varepsilon} \cdot r \cdot s \cdot e,$$

wenn e die mittlere Tiefe des Querschnittes bezeichnet und ε ein Erfahrungscoefficient ist, den Dupuit (damals, nach Sonnet) $= \frac{1}{3200}$ setzte.

Da die hierbei gemachten Voraussetzungen den Erfahrungen nicht entsprechen, so haben diese Formeln keinen practischen Werth.

Interessant ist es übrigens, daß die amerikanischen Ingenieure (S. 347) Humphreys und Abbot, bei Herleitung von Formeln aus ihren Versuchen, von den Europäern fast ausschließlich nur die Ergebnisse von Dubuat und Dupuit benutzten (man sehe deshalb besonders S. 125 und 126 der bereits citirten Grebenau'schen Uebersetzung des Werkes der Genannten). Auch nach dem Bekanntwerden der Arbeiten Darcy's ist es Dupuit nicht gelungen, brauchbare Formeln aufzufinden, wie die zweite Ausgabe seines Werkes (Paris 1863), von S. 44, §. 36 an, erkennen läßt.

Besondere Hoffnungen knüpften die Practiker zuerst an die Mississippi-Messungen der amerikanischen Ingenieure Humphreys und Abbot.

In der That gelangten diese Ingenieure zu folgender sehr complicirten Formel (für Metermaaß):

$$v = \left\{ \sqrt{0,0025 m} = \sqrt{68,72 \cdot r \sqrt{s}} - 0,05 \sqrt{m} \right\}^2,$$

wo $m = \frac{0,933}{\sqrt{r + 0,437}}$ ist¹⁾.

Allerdings bemühten sich die genannten Ingenieure dennoch, wie auch bereits S. 348 erörtert wurde, diese Formel in rationeller Weise abzuleiten, allein dem Resultate ist nur ein rein empirischer Charakter beizulegen²⁾.

¹⁾ Grebenau's (bereits S. 343, Note 1) citirte Uebersetzung des Humphreys-Abbot'schen Werkes, S. 124, Anhang F, XCIII und C.

²⁾ Hagen sprach schon 1867 ein sehr scharfes, nicht überall günstiges Urtheil über die neuen Formeln der amerikanischen Ingenieure aus, welches sich in einem längeren Aufsätze abgedruckt vorfindet in Erbkam's Zeitschrift für Bauwesen, Jahrg. XVIII (1868), S. 63 ff. Sehr zweckmäßige Uebersichten der Humphreys und Abbot'schen Arbeiten (nach Grebenau's Uebersetzung) haben nachbemerkte Ingenieure geliefert: Treuding (in Hannover) in der Zeitschrift des Hannov. Architekten- und Ingenieurvereins, Bd. XIV, Jahrg. 1868, S. 306 ff. — Klaas (in Wiesbaden) in Dünkelberg's Cultur-Ingenieur, Bd. I, S. 43 ff.

Ueber diese Messungen wurden an vorhergehenden Stellen dieses Buches, namentlich S. 348, 353 und S. 355, bereits hinreichende Mittheilungen gemacht, wozu hier noch als eine besondere Eigenthümlichkeit hinzugefügt werden mag, daß die betreffenden relativen Gefälle sehr gering waren, d. h. s von 0,00069851 bis 0,00000342 variirten, so wie die mittleren Radien (die hydraulischen Tiefen) $r=3,66$ bis $74,37$ Fuß englisch betragen.

Grebena¹⁾ bemühte sich, die letztere complicirte Formel durch folgende einfachere zu ersetzen:

$$v = 8,29 \cdot \beta \sqrt{r \cdot \sqrt{s}},$$

wo β zwischen 0,85 und 0,95 genommen werden soll, je nachdem man aufsteigend für kleine oder größere Bäche, für kleinere oder größere Flüsse Rechnungen zu führen hat.

Geradezu unbrauchbar muß man beide Formeln für künstliche Canäle, so wie für Wasserläufe mit starkem Gefälle bezeichnen.

Bei sämtlichen vorstehenden Formeln hat man den Einfluß der mehr oder weniger rauhen Beschaffenheit der Canalwände völlig unberücksichtigt gelassen. Die Wichtigkeit dieses neuen Elementes wurde zuerst durch Darcy's Beobachtungen an Wasserleitungsröhren der Stadt Dijon außer Zweifel gesetzt²⁾ und dazu benutzt, auch den wahrscheinlich gleichen Einfluß auf die Bewegung des Wassers in Canälen, durch ganz neue Versuche zu ermitteln.

Darcy, durch die französische Regierung kräftig unterstützt³⁾, ließ hierzu im Jahre 1856 am Canal von Bourgogne, in der Gegend von Dijon, einen besonderen Experimentencanal (Abflußcanal) von 596,5 Meter Länge, 2 Meter Breite und 1 Meter Tiefe anlegen, welcher sein Wasser aus dem Schiffahrtscanal von Bourgogne am Bief (Canalhaltung) Nr. 57 empfing und in den Fluß l'Ouche ergoß. Dieser Experimentencanal wurde nach und nach mit jenen vier Verkleidungen ausgestattet, worüber S. 390 berichtet wurde⁴⁾. Ferner wurden dem Canale verschiedene geometrische Formeln, so wie relative Gefälle von 0,001 bis 0,009 gegeben und die betreffenden Geschwindigkeiten sowohl mittelst der von Darcy verbesserten Pitot'schen Röhre, als auch dadurch ermittelt, daß man im Voraus bestimmte Wassermengen durch die Inhalte der correspondirenden Querschnitte dividirte.

¹⁾ Uebersetzung des Humphreys und Abbot'schen Werkes, Anhang, Buchstabe F, CLX.

²⁾ Recherches expérimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyaux. Paris 1857, Pag. 110 ff.

³⁾ Recherches hydrauliques etc. Entreprises par Darcy et continuées par Bazin. Paris 1865. Avant-propos XXXII.

⁴⁾ Besonders empfehlenswerthe Berichte über diese höchst wichtigen Versuche, haben von deutschen Ingenieuren folgende geliefert: v. Kaven in der Zeitschrift des Hannov. Archit. und Ingen.-Vereins, Jahrg. 1866, S. 327. — Ganguillet und Kutter in der Zeitschrift des österr. Ingen. und Archit.-Vereins, Jahrg. 1869, S. 9 ff. — Kutter in Dünkelberg's Cultur-Ingenieur, Bd. II, S. 88 ff. — Kutter in seinem Buche „Die neuen Formeln über die Bewegung des Wassers“. Zweite Auflage, 1877, S. 39 ff. — Hagen in seinen „Untersuchungen über die gleichförmige Bewegung des Wassers“. Berlin 1876. S. 43 ff.

Die von Bazin nach Darcy's Tode gewonnenen Resultate führten schließlich zu der Formel: ¹⁾

$$\frac{r \cdot s}{v^2} = \alpha + \frac{\beta}{\sqrt{r}},$$

und speciell für Metermaaß zu den vier Categorien:

$$\frac{r \cdot s}{v^2} = 0,00015 \left(1 + \frac{0,03}{r} \right) \text{ für sehr glatte Wände;}$$

$$\frac{r \cdot s}{v^2} = 0,00019 \left(1 + \frac{0,07}{r} \right) \text{ für glatte Wände;}$$

$$\frac{r \cdot s}{v^2} = 0,00024 \left(1 + \frac{0,25}{r} \right) \text{ für rauhere Wände;}$$

$$\frac{r \cdot s}{v^2} = 0,00028 \left(1 + \frac{1,25}{r} \right) \text{ für Erdwände.}$$

Der Umstand, daß die Formel der amerikanischen Ingenieure nur für große Flüsse mit geringem Gefälle als recht brauchbar bezeichnet werden konnte, die vorstehenden Bazin'schen Formeln aber wiederum nur für künstliche Canäle mit großen Gefällen, veranlaßte 1867 den französischen Wasserbauingenieur Gauckler in Colmar, auf Grund der Darcy-Bazin'schen Versuche folgende zwei neuen Formeln aufzustellen: ²⁾

$$\sqrt{v} = \alpha_1 \sqrt[3]{r} \cdot \sqrt[4]{s} \text{ für Gefälle über 0,0007 und}$$

$$\sqrt[4]{v} = \beta_1 \sqrt[3]{r} \cdot \sqrt[4]{s} \text{ für Gefälle unter 0,0007,}$$

so daß der Coefficient k der Chezy-Eytelwein'schen Formel wurde beziehungsweise zu:

$$k = \alpha_1^2 \sqrt[6]{r} \text{ und } k = \beta_1^4 \sqrt[6]{r^5} \cdot \sqrt{s}.$$

Die Constanten α_1 und β_1 verändern sich übrigens ebenfalls nach der Beschaffenheit der Wände und Sohle des Wasserlaufes und sollten folgende Werthe erhalten:

	$s > 0,0007$	$s < 0,0007$
Für Mauerung in Werkstücken und Cement.	$\alpha_1 = 0,00010$ bis $0,000192$	$\beta_1 = 0,000152$ bis $0,000192$
Gewöhl. gute Mauerung	$\alpha_1 = 0,000192$ „ $0,00030$	$\beta_1 = 0,000192$ „ $0,000244$
Gemauerte Seiten und natürlicher Boden . .	$\alpha_1 = 0,000300$ „ $0,000468$	$\beta_1 = 0,000244$ „ $0,000284$
Gräben mit natürlichen Wänden und Boden .	$\alpha_1 = 0,000468$ „ $0,000947$	$\beta_1 = 0,000284$ „ $0,000416$
Dergl. mit bewachsenen Wänden	$\alpha_1 = 0,000947$ „ $0,00160$	$\beta_1 = 0,000416$ „ $0,000527$
Für Flüsse		$\beta_1 = 0,000527$ „ $0,000635$

Um den Uebelstand der Gauckler'schen Resultate zu beseitigen, daß für geringere Gefälle eine andere Formel angewendet werden müßte,

¹⁾ Darcy-Bazin, Recherches hydrauliques, Pag. XVIII und XIX; ferner Pag. 130, 134, 135 und 142.

²⁾ Annales des ponts et chaussées. 1868. 1^e Sem., Pag. 229. Ferner im Civilingenieur (eine mit kritischen Bemerkungen versehene, überhaupt beachtenswerthe Arbeit Bornemann's). Bd. XV (1869), S. 13, sodann auch in der Zeitschrift des Hannoverschen Archit. und Ingen.-Vereins, Jahrg. 1870, S. 280.

als für größere Gefälle, veranlaßten Bornemann¹⁾, unter Benutzung einiger Freiburger (bis dahin nicht veröffentlichter) Versuche, zur Aufstellung folgender Formel:

$$\sqrt[4]{v} = \gamma \sqrt[3]{r} \cdot \sqrt[5]{s},$$

so daß der Chezy-Eytelwein'sche Coefficient wird zu:

$$k = \frac{\sqrt[6]{r^5} \sqrt[10]{s^3}}{\gamma}.$$

Für γ fand Bornemann folgende Werthe:

für hölzerne Gerinne im Mittel	$\gamma = 0,000623$;
„ gemauerte Gräben „ „	$\gamma = 0,00109$;
„ ungemauerte „ „ „	$\gamma = 0,00390$;
„ Flüsse „ „ „	$\gamma = 0,00390$.

Auch gegen die Benutzung dieser Formel wurde Bedenken erhoben²⁾, namentlich deshalb, weil, wie bei der Gauckler'schen Formel, der Coefficient k mit dem relativen Gefälle $\frac{h}{l} = s$, zugleich abnimmt und ferner ihre Anwendbarkeit für größere Gewässer mindestens zweifelhaft zu sein scheint³⁾.

Das größte Vertrauen seitens der Practiker erwarben sich dafür die schweizerischen Ingenieure Ganguillet und Kutter im Jahre 1869 durch die Aufstellung nachstehender Formel⁴⁾, welche für alle Arten von Gefällen passen, folglich die sämtlichen, namentlich die amerikanischen, sowie die Bazin'schen Resultate in sich fassen sollte, und die für Metermaaß folgendermaßen lautet:

$$v = \left\{ \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0,00155}{s}}{1 + \left(23 + \frac{0,00155}{s} \right) \frac{n}{\sqrt{r}}} \right\} \sqrt{r \cdot s}.$$

Hiernach ist der in der Parenthese eingeschlossene Werth kein anderer als der Coefficient k der Chezy-Eytelwein'schen Formel:

$$v = k \sqrt{r \cdot s}.$$

Ferner ist n der sogenannte Rauigkeitscoefficient, für welchen die genannten Ingenieure folgende sechs Werthe ermittelten:

- 1) $n = 0,010$ für Canäle von sorgfältig gehobeltem Holz und von glatter Cementverkleidung.
- 2) $n = 0,012$ für Canäle aus Brettern.

¹⁾ Civilingenieur, Bd. 15 (1869), S. 489.

²⁾ Prof. Schmidt (in Darmstadt) im 3. Bande, S. 261, „des Handbuches der Ingenieur-Wissenschaften von Franzius und Sonne.“

³⁾ Kreisbaumeister Graeve (in Breslau), „Beobachtungen über die Bewegung des Wassers in Strömen“. „Civilingenieur“, Jahrg. 1879, S. 188 und 189.

⁴⁾ Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins, XXI. Jahrg. (1869), S. 6 unter der Ueberschrift: „Versuch zur Aufstellung einer neuen allgemeinen Formel für die gleichförmige Bewegung des Wassers in Canälen und Flüssen, gestützt auf die Resultate französischer und nordamerikanischer Messungen“.

- 3) $n = 0,013$ für Canäle aus behauenen Quadersteinen und gut gefügten Backsteinen.
- 4) $n = 0,017$ für Canäle aus Bruchstein-Mauerwerk.
- 5) $n = 0,025$ für Canäle in Erde, so wie für Bäche und Flüsse.
- 6) $n = 0,030$ für Gewässer mit groben Geschieben und mit Wasserpflanzen.

Die Betrachtung der allerdings etwas complicirten Formel lehrt in Bezug auf k sofort, daß dieser Coefficient mit r in gleichem Sinne, mit s aber in entgegengesetztem Sinne sich ändert, daß er (k) ferner um so kleiner wird, je größer die Rauigkeit der Wände ist, und daß endlich der Rauigkeitsgrad durch den einzigen Coefficienten n und nicht, wie bei der Bazin'schen Formel, von zwei variabeln Coefficienten α und β dargestellt wird.

Offenbar ist die allerwichtigste Frage die, ob mit der Ganguillet-Kutter'schen Formel das Ziel wirklich erreicht ist, was sich die strebsamen schweizerischen Ingenieure steckten.

Seiner Zeit wurde als das competenteste Urtheil hierüber das betrachtet, welches 1871 Bazin aussprach, von dessen Formel Ganguillet und Kutter ausgingen. Bazin behauptete in der unten angegebenen Zeitschrift¹⁾, daß die Formel der Schweizer für künstliche Canäle aus Holz und Stein, deren Gefälle gewöhnlich beträchtlich ist, keine schärferen Resultate liefern, als seine eigene, einfachere Formel, daß für Canäle in Erde, mit relativen Gefällen $s = \frac{h}{l} < \frac{1}{1000}$, beide Formeln fast ganz gleiche Resultate liefern, so lange $r < 6$ Meter ist, daß man dagegen aus beiden Formeln für $r > 6$ Meter sehr verschiedene Werthe erhält, von denen aber die der schweizerischen Formeln mit den Messungen am Mississippi übereinstimmen. Da letzteres aber ganz besonders in der Absicht von Ganguillet und Kutter lag, so erkennt Bazin, daß diese Herren „ihr Ziel in sehr geschickter Weise erreichten“.

Obgleich nun auch deutsche Autoritäten, wie u. A. Grashof²⁾, die Formel von Ganguillet und Kutter als am Meisten empfehlenswerth bezeichneten, so war es doch Kutter selbst, der schon im Jahre 1869 außer dem Zugeständnisse, daß die schweizerische Formel für die Praxis viel zu complicirt sei, einen anderen, viel größeren Uebelstand derselben zugeben mußte³⁾. Es ist dies der unsichere Spielraum der Größe n , des sogenannten Rauigkeitscoefficienten, bei dessen Verwendung schon geringe Abweichungen ausreichen, das Gesamtergebnis wesentlich zu beeinflussen. Kutter suchte diesem Uebel dadurch abzuhelfen, daß er statt der ursprünglich fünf Kategorien von Wandbeschaffenheiten, deren zwölf unterschied. Um dabei dem Practiker, so weit als thunlich, die Benutzung der Chezy-Eytelwein-Formel:

¹⁾ Annales des ponts et chaussés, 5^e Série, Tome I (1871), Pag. 9—43. Hieraus im Auszuge in der Zeitschrift des Hannoverschen Architekten- und Ingenieur-Vereins, Jahrg. 1871, S. 553.

²⁾ Theoretische Maschinenlehre. Erster Band (1875), S. 737.

³⁾ Der Cultur-Ingenieur. Zweiter Band. Braunschweig 1869, S. 177 und 184.

$$v = k \sqrt{r \cdot s.}$$

(für Metermaaß) möglich zu machen, berechnete Kutter geeignete Tabellen¹⁾, wovon wir im folgenden Paragraphen Kenntniß nehmen und zugleich davon Gebrauch machen wollen.

Daß dennoch die Werthe dieser Tabellen nicht ohne Weiteres abgeschrieben, sondern mit großer Sorgfalt benutzt, bei wichtigen practischen Fällen allerlei Nebenumstände erwogen werden müssen, zeigte bald nachher der sächsische Wasserbauingenieur Herr v. Wagner (jetzt Professor am Colleg. Carol. in Braunschweig)²⁾, so wie auch Bornemann in Freiberg noch 1877³⁾ wiederum aufmerksam zu machen für erforderlich hielt, daß den von Bazin, Ganguillet und Kutter mit großem Geschick weiter ausgebildeten Formeln kein höherer Werth als der von Interpolationsformeln beizulegen sei.

Auch Hagen stellte im Jahre 1869⁴⁾ (für Metermaaß) eine neue Formel auf, nämlich:

$$v = 2,425 \sqrt{r \cdot \sqrt[5]{i}}$$

welche für alle relativen Gefälle gelten sollte, die kleiner als 0,0002 sind. Allein sehr wenige Jahre nachher war Hagen selbst mit dieser Formel unzufrieden, insbesondere deshalb, weil sie sich namentlich für kleine Wasserläufe unbrauchbar zeigte. Hagen bemühte sich deshalb um die Aufstellung neuer Formeln, wobei er noch einmal fast alle älteren und neueren Versuche der Kritik unterwarf und gelangte endlich 1876 dazu, zwei verschiedene Formeln (für die Geschwindigkeit gleichförmiger Wasserbewegung aufzustellen⁵⁾, nämlich (Metermaaß vorausgesetzt):

$$v = 4,90 \cdot r \sqrt[5]{s} \text{ für kleine Wasserläufe und}$$

$$v = 3,34 \sqrt{r} \sqrt[5]{s} \text{ für Flüsse und Ströme,}$$

so daß der Coefficient k der Chezy-Eytelwein'schen Formel wird:

$$k = 4,09 \sqrt{\frac{r}{\sqrt[5]{s^3}}} \text{ für kleine Wasserläufe und}$$

$$k = \frac{3,34}{\sqrt[10]{s^3}} \text{ für Flüsse und Ströme.}$$

In beiden Fällen sind die Wände der Betten aus Erdreich bestehend angenommen.

Wir werden nachher erfahren, welchen Werth, für practische Zwecke, diese neuesten Hagen'schen Formeln besitzen.

1) Cultur-Ingenieur, Bd. II, S. 185.

2) In dem 1877 in zweiter Auflage erschienenen Buche Kutter's: „Die neuen Formeln für die Bewegung des Wassers“ etc., bemüht sich derselbe (S. 90 ff.), die Nothwendigkeit von zwölf statt vier Kategorien von Rauigkeit des benetzten Umfanges besonders darzuthun, worauf hier verwiesen werden muß.

3) Protokolle des sächs. Ingen.- und Archit.-Vereins. Mai 1875, S. 28 ff.

4) Civil-Ing., Jahrg. 1877, S. 22 unter der Ueberschrift „Neueste Literatur über die Bewegung des Wassers in Flüssen und Canälen“.

5) „Untersuchungen über die gleichförmige Bewegung des Wassers“. Berlin 1876, S. 87.

Zu den allerjüngsten Formeln für die Geschwindigkeit gleichförmiger Bewegung des Wassers in Flußbetten, gehört noch die des Hamburger Ingenieurs P. E. Harder¹⁾, der eine andere Form deshalb für erforderlich erachtete, weil er die Annahme von 12 Rauigkeits-Kategorien seitens Kutter's für nicht gerechtfertigt hielt und außerdem aus Versuchen gefunden haben wollte, daß sowohl die Kutter'sche als Bazin'sche Formel für Bäche und kleinere Flüsse zu geringe Werthe liefere.

Harder empfiehlt daher, wenn die Chezy-Eytelwein'sche Form

$$v = k\sqrt{r \cdot s}$$

beibehalten wird, zu setzen:²⁾

$$k = k_1 + k_2 \sqrt{r}$$

und zu nehmen (Metermaß):

- 1) Für Canäle mit sehr glatten Wänden:

$$k = 70,5 + 7,254 \sqrt{r}.$$

- 2) Für Canäle mit glatten Wänden (Brettern, Quadersteinen und Backsteinen):

$$k = 56,0 + 7,254 \sqrt{r}.$$

- 3) Für Canäle in Erde und aus rauhem Bruchsteinwerk:

$$k = 36,27 + 7,254 \sqrt{r}.$$

Nachträglich werde bemerkt, daß Harder seine Beobachtungen und Messungen in der Elbe bei Hamburg und in einem kleinen Bache (Collau mit Namen), 5 Kilometer von Hamburg entfernt, anstellte. Ueber die betreffenden Geschwindigkeitsmessungen (mittels Stabschwimmern S. 362), so wie über die correspondirenden Nivellements und Profilmessungen wird ausführlich in unserer Quelle berichtet. Eine nachher (S. 410) folgende Tabelle zeigt allerdings, daß die nach Harder's Formel berechneten Geschwindigkeiten merkwürdig gut mit den Messungsergebnissen bewährter Hydrotekten übereinstimmen.

Der Verfasser schließt (vorerst) hiermit die geschichtlichen Notizen, die Gesetze der Bewegung des Wassers in Canälen und Flüssen betreffend, dabei bemerkend, daß aus Allem nur noch mehr der wahrhaft klägliche Zustand unseres Wissens in diesem Gebiete hervorgeht, auf den bereits früher wiederholt (S. 192 und 394) aufmerksam gemacht wurde. Vollkommen wird man sich mit einem Ausspruche des Herrn Kunstmeisters Bornemann einverstanden erklären müssen, dessen erfahrenen Rath sich der Verfasser auch in gegenwärtigem Abschnitte der technischen Hydromechanik erbat, der u. A. (in einem Briefe vom Anfange dieses Jahres) folgendermaßen lautet:

„Wir wissen gegenwärtig noch zu wenig von der Beschaffenheit und der Einwirkung des Bettwiderstandes der Canäle und Flüsse, um Theorien aufstellen zu können, weshalb es mir fast komisch erscheint, wenn für große Ströme und seichte Bäche eine und dieselbe Formel empfohlen wird, die man dann mit unzähligen Correctioncoef-

¹⁾ Die Theorie der Bewegung des Wassers in Flüssen und Canälen. Hamburg 1878.

²⁾ Harder a. a. O., S. 93 und 94.

ficienten versieht. Wahrscheinlich wird es noch lange dauern, ehe dieser Zustand der Hydraulik sich bessert“.

Wichtig scheint mir noch eine andere Bemerkung Herrn Bornemann's, die sich am Ende eines Aufsatzes des Civil-Ingen., Jahrg. 1877 (Bd. XXIII), vorfindet, welcher die Ueberschrift trägt: „Neuere Literatur über die Bewegung des Wassers in Flüssen und Canälen“. Dieselbe lautet (a. a. O., S. 58) folgendermaßen:

„Wenn man bedenkt, daß im Allgemeinen in größeren Flüssen eine gleichförmige Bewegung des Wassers kaum zu erwarten ist, so scheint es richtiger, nach Weisbach's Vorgänge die Widerstandscoefficienten aus der ungleichförmig permanenten Bewegung des Wassers, d. h. unter Verwendung der Formel I, S. 396 zu ermitteln, was zwar Mühe und Arbeit verursacht, durch die größere Brauchbarkeit der erzielten Resultate aber jedenfalls aufgewogen werden wird“.

Als einen passenden Anhang zu Vorstehendem mögen hier noch zwei Tabellen Platz finden, aus welchen man einigermaßen die Uebereinstimmungen beurtheilen kann, welche sich bei der Verwendung derjenigen Formeln finden, die man zur Zeit mehr oder weniger, für practische Zwecke, als brauchbar bezeichnet.

Der Kern der ersten Tabelle ist dem Dingler'schen Polytechn. Journale, Bd. 192, S. 13 ff., entlehnt. Neu hinzugefügt wurden die Werthe der mit Lahmeyer, Hagen und Harder überschriebenen Columnen. Zur Berechnung der mittleren Geschwindigkeiten nach Hagen wurde dessen jüngste, für Flüsse und Ströme bestimmte Formel $v = 3,34 \sqrt{r} \cdot \sqrt[3]{s}$ (S. 407) in Anwendung gebracht.

Die für r und s , so wie für die gemessenen Geschwindigkeiten angegebenen Werthe, scheint der (nicht genannte) Verfasser des betreffenden Artikels im Dingler'schen Journale der schönen, sehr vollständigen „Zusammenstellung der Resultate zuverlässiger Messungen“ etc. entnommen zu haben, welche sich (von S. 94 ab) in dem vorher angegebenen Kutter'schen Buche: „Die neuen Formeln für die Bewegung des Wassers“ etc., vorfinden.

Die in Klammern eingeschlossenen Ziffern bezeichnen die Anzahl der Versuche einer Reihe, von welchen man jedoch gewöhnlich den letzten der betreffenden Versuche als Beispiel gewählt hat. Harder hat dagegen (richtiger) mit den Mittelwerthen gerechnet.

Tabelle II.

Vergleichung von Geschwindigkeitsmessungen in der Oder und Warthe, mit den Resultaten der nachbenannten sieben Formeln: 1)

Bezeichnung der Geschwindigkeits- Formel	Warthe-Profil	Oder-Profil
	$\frac{h}{l} = s = \frac{1}{4572} = 0,000218$	$\frac{h}{l} = s = \frac{1}{6234} = 0,000160$
$\frac{a}{p} = r = 2,21$	$\frac{a}{p} = r = 2,393$	
$v = 0,9170$ Meter (gemessen mit Woltmann's Flügel)	$v = 0,7113$ Meter (gemessen mit Woltmann's Flügel)	
Die von:	v berechnet	v berechnet
Humphreys u. Abbot	0,983 Meter	0,945 Meter
Grebenaü	0,975 „	0,962 „
Bazin	0,847 „	0,763 „
Gauckler	0,306 „	1,051 „
Hagen (neuere F.) .	0,920 „	0,899 „
Ganguillet u. Kutter	0,727 „	0,629 „
Harder	1,031 „	1,043 „

Da sich hiernach ein mit den Messungen übereinstimmendes Resultat für das Wartheprofil ergibt, so behauptet Herr Graeve, daß die (neueste) Hagen'sche Formel in der Anwendung auf Ströme bei Gefällen zwischen $\frac{1}{5000} = 0,00020$ und $\frac{1}{4000} = 0,00025$, allen übrigen vorzuziehen sei. Es dürfte Sachverständigen zu überlassen sein, dem Urtheile des Herrn Graeve beizustimmen oder nicht.

Tabelle III. Vergleichung von Geschwindigkeitsmessungen des Herrn Prof. Harlacher in Prag²⁾, welche im April 1871 mittelst eines vorzüglichen, von Amsler in Schaffhausen bezogenen Woltmann'schen Flügels, mit größter Sorgfalt, Aufmerksamkeit und Sachkenntniß, in der böhmischen Elbe unweit Herrnskretsch (in der böhmisch-sächsischen Schweiz) angestellt wurden³⁾.

¹⁾ Graeve, Kreisbaumeister in Breslau, „Beobachtungen über die Bewegung des Wassers in Strömen“. Civiling. 1879, S. 174.

²⁾ Bestimmung der Wassermenge von Flüssen und Wassermessung im Elbströme an der böhmisch-sächsischen Grenze. Technische Blätter, III. Jahrg. (1871), S. 81 ff.

³⁾ Der Verfasser hält es für nicht überflüssig, noch auf nachbemerkte Quellen aufmerksam zu machen, worin sich Vergleiche directer Geschwindigkeitsmessungen mit den vorzüglichsten der erörterten Formeln vorfinden: Bornemann im Civiling., Jahrg. 1869 (Bd. XV), S. 45. — Ganguillet und Kutter in der Zeitschrift des österr. Ingen.- und Archit.-Vereins, Jahrg. 1869, S. 53 ff. — Sasse in der (Berliner) Deutschen Bauzeitung, Jahrg. 1871, S. 250. — Bukovský in den Mittheilungen des Böhmisches Archit.- und Ingen.-Vereins, Jahrg. 1873, S. 6. — Wagner in dem Protokolle des Sächs. Ingen.- und Archit.-Verein. 85. Hauptversammlung (9. Mai 1875), S. 29. — Kutter, die neuen Formeln für die Bewegung des Wassers in Canälen und regelmäßigen Flußstrecken. Zweite Auflage. Wien 1877, S. 95 unter dem Titel: „Zusammenstellung der Resultate von 418 Messungen mit den Resultaten von Eytelwein, Humphreys und Abbot, Bazin, Gauckler, so wie Ganguillet und Kutter“.

Die Messungen ergaben die Querschnittsfläche $a = 252 \square^m,40$, einen Wasserperimeter $p = 121^m,0$, daher $\frac{a}{p} = r = 2,086$. Ferner ergab das Nivellement $\frac{h}{l} = s = 0,000315$. Die secundliche Wassermenge ($= Q$) wurde in der S. 358 und S. 359 erörterten Weise zu $Q = 281$ Cubikmeter, so daß sich die mittlere Profilgeschwindigkeit $= v$ ergab zu:

$$v = \frac{Q}{a} = \frac{281,0}{252,4} = 1,11 \text{ Meter.}$$

Dafür lieferten die Formeln nachbemerkter Autoren die untergeschriebenen Werthe:

Eytelwein	Humphreys und Abbot	Bazin	Gauckler	Hagen	Bornemann	Ganguillet und Kutter	Harder
1 ^m ,30	1 ^m ,03	1,21	1,69	0,962	1,08	1,19	1,198

Der Hagen'sche Werth wurde mittelst der neuesten Formel dieses Herrn, d. h. mit $v = 3,34 \sqrt{r} \cdot \sqrt[5]{s}$, und der Harder'sche Werth aus dessen Formel $v = (36,27 + 7,254 \sqrt{r}) \sqrt{r \cdot s} = 46,75 \sqrt{r \cdot s}$ berechnet. Nach der Tabelle hat die Bornemann'sche Formel das genaueste Resultat geliefert. Bei Graeve's Messungen in der Oder und Warthe soll dennoch die Bornemann'sche Formel unbrauchbare Resultate geliefert haben. Liegt dies an letzterer Formel, oder an Herrn Graeve's Messungen?!

§. 134.

Gleichförmige Bewegung des Wassers in Canälen und regelmäßigen Flußstrecken. Verschiedene Aufgaben aus diesem Gebiete.

Nach den Erörterungen der vorigen Paragraphen handelt es sich jetzt vorzugsweise um die Beantwortung der Fragen: Erstens, welche von den verschiedenen in Vorschlag gebrachten Formeln zur Lösung practischer Aufgaben für specielle Fälle räthlich erscheint, und Zweitens, wie man sich das Rechnen mittelst derselben, so weit als möglich, vereinfacht.

Nach den in der geschichtlichen Einleitung ausgesprochenen Urtheilen und übereinstimmend mit den Ansichten rationell gebildeter und erfahrener Practiker, hält es der Verfasser für angemessen, bis auf Weiteres, je nach dem vorliegenden Falle, sich der Formeln Bazin's, so wie Ganguillet und Kutter's zu bedienen, und dabei die Hülftabellen zu benutzen, welche diese Ingenieure für practische Rechner entworfen haben.

Tabelle I.

der Coefficienten k in der Formel $v = k \sqrt{r \cdot s}$ nach Darcy und Bazin¹⁾.

Werthe des mittleren Radius oder der hydraulischen Tiefe $\frac{a}{p} = r$	Für sehr gut verbundene Wände aus glattem Cement oder gehobeltem gut gefügten Holze	Für Wände aus Cement mit Sand aus behauenen Steinen, aus Ziegeln oder aus gewöhl. Brettern	Für nicht sehr glatte Wände oder für Mauerwerk aus Bruchsteinen	Für Wände aus Erde
0,01	40,8	.	.	.
0,02	51,6	34,2	.	.
0,03	57,7	39,7	.	.
0,04	61,7	43,8	.	.
0,05	64,6	46,8	26,4	.
0,06	66,7	49,3	28,4	.
0,07	68,3	51,3	30,2	.
0,08	69,6	53,0	31,8	.
0,09	70,7	54,4	33,2	.
0,10	71,6	55,6	34,5	16,3
0,11	72,4	57,7	35,7	17,0
0,12	73,0	57,7	36,8	17,7
0,13	73,6	58,5	37,8	18,3
0,14	74,1	59,2	38,7	19,0
0,15	74,5	59,9	39,5	19,6
0,16	74,9	60,5	40,3	20,1
0,17	75,3	61,1	41,1	20,7
0,18	75,6	61,6	41,8	21,2
0,19	75,9	62,0	42,4	21,7
0,20	76,1	62,4	43,0	22,2
0,21	76,4	62,8	43,6	22,7
0,25	77,2	64,1	45,6	24,4
0,30	77,9	65,3	47,7	26,3
0,35	78,4	66,2	49,3	28,0
0,40	78,8	66,9	50,6	29,4
0,45	79,1	67,5	51,8	30,7
0,50	79,3	67,9	52,7	31,9
0,60	79,7	68,7	54,2	34,0
0,70	80,0	69,2	55,4	35,8
0,80	80,2	69,6	56,3	37,3
0,90	80,3	69,9	57,1	38,7
1,00	80,4	70,1	57,7	39,8
1,10	80,6	70,3	58,3	40,9
1,20	80,6	70,5	58,7	41,8
1,30	80,7	70,7	59,1	42,7
1,40	80,8	70,8	59,5	43,4
1,50	80,8	70,9	59,8	44,1
1,60	80,9	71,0	60,0	44,8
1,70	80,9	71,1	60,3	45,4
1,80	81,0	71,2	60,5	45,9
1,90	81,0	71,2	60,7	46,4
2,00	81,0	71,3	60,9	46,9
2,50	81,2	71,6	61,5	48,8
3,00	81,2	71,7	62,0	50,2
3,50	81,3	71,8	62,3	51,3
4,00	81,3	71,9	62,6	52,2
5,00	81,4	72,0	63,0	53,5
6,00	81,4	72,1	63,2	54,4

¹⁾ Auszug aus der großen Tabelle des Darcy-Bazin'schen Werkes (Recherches hydrauliques. Paris 1865, Pag. 323). Hier ist nach S. 404: $k = \frac{1}{\sqrt{\alpha + \frac{\beta}{r}}}$.

Tabelle II.

der Coefficienten $k = \frac{\alpha}{1 + \frac{\beta}{\sqrt{r}}}$ in der Formel $v = k \sqrt{r \cdot s}$ für

verschiedene Rauigkeitswerthe $= n$ (S. 405) nach Ganguillet und Kutter¹⁾.

Relatives Gefälle $\frac{h}{l} = s$	I. Cement, sorgfältig gehobeltes Holz ($n = 0,0100$)		II. Bretter, verschiedene Formen ($n = 0,0120$)		III. Behauene Quader- und gut gefügte Backsteine ($n = 0,0130$)		IV. Bruchstein- Mauerwerk ($n = 0,0170$)	
	α	β	α	β	α	β	α	β
0,0000	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞
0,0001	138,5	0,385	121,8	0,462	115,4	0,500	97,3	0,654
2	130,7	0,307	114,1	0,369	107,7	0,400	89,6	0,523
3	128,2	0,282	111,5	0,338	105,1	0,366	87,0	0,479
4	126,9	0,269	110,2	0,320	103,8	0,349	85,7	0,457
5	126,1	0,261	109,4	0,313	103,0	0,339	84,9	0,444
6	125,6	0,256	108,9	0,307	102,5	0,332	84,4	0,435
7	125,2	0,252	108,5	0,302	102,1	0,328	84,0	0,428
8	124,9	0,249	108,3	0,299	101,8	0,324	83,8	0,424
9	124,7	0,247	108,0	0,297	101,6	0,321	83,5	0,420
0,0010	124,5	0,245	107,9	0,295	101,5	0,319	83,4	0,417
20	123,8	0,238	107,1	0,285	100,7	0,309	82,6	0,404
30	123,5	0,235	106,8	0,282	100,4	0,306	82,3	0,400
40	123,4	0,234	106,7	0,281	100,3	0,304	82,2	0,398
50	123,3	0,233	106,6	0,280	100,2	0,303	82,1	0,396
60	123,3	0,233	106,6	0,279	100,2	0,302	82,1	0,395
70	123,2	0,232	106,5	0,279	100,1	0,301	82,0	0,395
80	123,2	0,232	106,5	0,278	100,1	0,301	82,0	0,394
90	123,2	0,232	106,5	0,278	100,1	0,301	82,0	0,394
0,0100	123,15	0,231	106,48	0,278	100,06	0,301	81,97	0,393
200	123,08	0,230	106,41	0,277	99,99	0,300	81,90	0,392
300	123,05	0,230	106,38	0,277	99,96	0,299	81,87	0,392
400	123,04	0,230	106,37	0,276	99,95	0,299	81,86	0,392
500	123,03	0,230	106,36	0,276	99,94	0,299	81,85	0,391
600	123,03	0,230	106,36	0,276	99,94	0,299	81,85	0,391
700	123,02	0,230	106,35	0,276	99,93	0,299	81,84	0,391
800	123,02	0,230	106,35	0,276	99,93	0,299	81,84	0,391
900	123,02	0,230	106,35	0,276	99,93	0,299	81,84	0,391
0,1000	123,01	0,230	106,34	0,276	99,92	0,299	81,83	0,391
∞	123,00	0,230	106,33	0,276	99,91	0,299	81,82	0,391

¹⁾ Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins. Jahrg. 1869, S. 59. Erinnerung werde (in Bezug auf S. 405), daß

$$k = \frac{\frac{1}{n} + 23 + \frac{0,00155}{s}}{1 + \left(23 + \frac{0,00155}{s}\right) \frac{n}{\sqrt{r}}}. \text{ Hier gesetzt: } \left\{ \begin{array}{l} \alpha = \frac{1}{n} + 23 + \frac{0,00155}{s} \\ \beta = \left(23 + \frac{0,00155}{s}\right) n, \end{array} \right.$$

$$\text{folgt } k = \frac{\alpha}{1 + \frac{\beta}{\sqrt{r}}}.$$

Tabelle II. Fortsetzung.

Relatives Gefälle $\frac{h}{l} = s$	V. Canäle in Erde, so wie für Bäche und Flüsse ($n = 0,0250$)		VI. Gewässer mit groben Geschieben und mit Wasserpflanzen ($n = 0,0300$)		Relatives Gefälle $\frac{h}{l} = s$	V. Canäle in Erde, so wie für Bäche und Flüsse ($n=0,0250$)		VI. Gewässer mit groben Geschieben und mit Wasserpflanzen ($n=0,0300$)	
	α β		α β			α β		α β	
0,000000	∞	∞	∞	∞	0,00015	73,3	0,833	66,7	1,000
0,000001	1613,0	39,325	1606,3	47,190	16	72,7	0,817	66,0	0,981
3	579,7	13,492	573,0	16,190	17	72,1	0,803	65,4	0,963
5	373,0	8,325	366,3	9,990	18	71,6	0,790	64,9	0,948
7	284,4	6,111	277,8	7,333	19	71,2	0,779	64,5	0,935
0,000010	218,0	4,450	211,3	5,340	20	70,7	0,769	64,1	0,922
15	166,3	3,157	159,7	3,790	30	68,2	0,704	61,5	0,845
20	140,5	2,512	133,8	3,015	40	66,9	0,672	60,2	0,806
25	125,0	2,125	118,3	2,550	50	66,1	0,652	59,4	0,783
30	114,7	1,867	108,0	2,240	60	65,6	0,640	58,9	0,767
35	107,3	1,682	100,6	2,019	70	65,2	0,630	58,5	0,756
40	101,7	1,544	95,1	1,852	80	64,9	0,623	58,3	0,748
45	97,4	1,436	90,8	1,723	90	64,7	0,618	58,0	0,741
50	94,0	1,350	87,3	1,620	0,00100	64,55	0,614	57,88	0,736
55	91,2	1,280	84,5	1,535	200	63,77	0,594	57,10	0,713
60	88,8	1,221	82,2	1,465	300	63,52	0,588	56,85	0,705
65	86,8	1,171	80,2	1,405	400	63,39	0,585	56,72	0,702
70	85,1	1,128	78,5	1,354	500	63,31	0,583	56,64	0,699
75	83,7	1,092	77,0	1,310	600	63,26	0,581	56,59	0,698
80	82,4	1,059	75,7	1,271	700	63,22	0,580	56,55	0,696
85	81,2	1,031	74,6	1,237	800	63,19	0,580	56,52	0,696
90	80,2	1,005	73,6	1,206	900	63,17	0,579	56,50	0,695
95	79,3	0,983	72,6	1,180	0,001000	63,15	0,579	56,48	0,694
0,000100	78,5	0,962	71,8	1,155	2000	63,08	0,577	56,41	0,692
11	77,1	0,927	70,4	1,113	3000	63,05	0,576	56,38	0,691
12	75,9	0,898	69,3	1,078	4000	63,04	0,576	56,37	0,691
13	74,9	0,873	68,2	1,047	5000	63,03	0,576	56,36	0,691
14	74,1	0,852	67,4	1,022	∞	63,00	0,575	56,33	0,690

Tabelle III. ¹⁾

der Coefficienten k in der Formel $v = k \sqrt{r \cdot s}$ nach Kutter und Grebenau, für 10 Kategorien nach Wandrauigkeiten und Querprofilformen ²⁾.

Werthe des mittleren Radius oder der hydraul. Tiefe $\frac{a}{P} = r$	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.
0,01	45,5	40,0	33,3	27,0	23,2	18,2	15,2	12,2	9,7	7,6
0,03	59,0	53,6	46,4	39,0	33,1	27,8	23,6	19,4	15,7	12,4
0,05	65,1	59,9	52,9	45,3	39,0	33,2	28,6	23,7	19,4	15,5
0,07	68,6	63,9	57,0	49,5	43,1	37,1	32,1	26,9	22,2	17,8
0,10	72,5	67,8	61,2	53,9	47,5	41,3	36,1	30,5	25,4	20,6
0,11	73,2	68,6	62,1	54,9	48,5	42,3	37,1	31,4	26,2	21,3
0,12	74,0	69,5	63,1	55,9	49,5	43,3	38,0	32,3	27,0	22,0
0,13	74,7	70,3	64,0	56,9	50,5	44,3	39,0	33,2	27,8	22,7
0,14	75,5	71,2	65,0	57,9	51,5	45,2	39,9	34,1	28,6	23,4

¹⁾ Cultur-Ingenieur, Bd. II, S. 15 und Grebenau, Taschenbuch für Bautechniker. Theil I, 6. Aufl. (1877), S. 500.

²⁾ Die mit I.—X. bezeichneten Kategorien sind folgende:

- Kateg. I. Glatt gehobelte Bretter, rechtwinkliges Profil, reiner Cement, halbkreisförmiges Profil.
- „ II. Reiner Cement, rechtwinklig. Cement mit $\frac{1}{3}$ feinem Sand, halbkreisförmiges Profil.
- „ III. Bretter, halbkreisförmiges Profil.
- „ IV. Desgl., rechtwinkliges (trapezförmiges, dreieckiges etc.) Profil.
- „ V. Kleine Canäle von behauenen Quadern und Backsteinen, rechtwinklige Profile.
- „ VI. Bretter mit grober Leinwand bedeckt, mit aufgenagelten kleinen Latten, rechtwinklige Profile. Festgemachter Kies oder gutes Trockenmauerwerk, halbkreisförmiges Profil.
- „ VII. Festgemachter Kies von 1 bis 2 Centimeter Dicke, Mauerwerk mit Cement bestochen, die Sohle schadhaf mit Schlamm bedeckt, Profil rechtwinklig. Trockenmauerwerk von abgerichteten Steinen, schadhaf, halbkreisförmig.
- „ VIII. Festgemachter grober Kies, 3 bis $4\frac{1}{2}$ Centimeter groß, Profil rechtwinklig. Trockenmauerwerk von Bruchsteinen, schlecht unterhalten, Trapezprofil. Beschädigtes Mauerwerk, die Sohle mit Steinen und Schlamm bedeckt, rechtwinkliges Profil.
- „ IX. Kleine Canäle in Erde, steiniger Boden und wenig Pflanzen, theils schlammig mit Gras. Mauerwerk schlecht unterhalten, mit Moos und Kräutern bedeckt.
- „ X. Kleine Canäle in Erde, mit Pflanzen und Gras, auch felsig mit Steinwürfen.

Noch zwei andere von Kutter beigefügte Kategorien „geschiebführende Bäche und Flüsse“, hält Grebenau für so unsicher, daß es auch dem Verfasser für angemessener erschien, diese (für jetzt) noch wegzulassen!

Tabelle III. Fortsetzung.

Werthe des mittleren Radius oder der hydraul. Tiefe $\frac{a}{p} = r$	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	IX.	X.
0,15	76,3	72,0	65,9	58,9	52,5	46,2	40,9	35,0	29,4	24,1
0,16	76,8	72,5	66,5	59,6	53,2	46,9	41,6	35,6	30,0	24,6
0,17	77,3	73,2	67,1	60,3	53,9	47,6	42,3	36,3	30,6	25,2
0,18	77,8	73,7	67,8	60,9	54,7	48,3	43,0	36,9	31,2	25,7
0,19	78,3	73,3	68,4	61,6	55,3	49,1	43,7	37,6	31,8	26,3
0,20	78,8	74,9	69,0	62,3	56,1	49,8	44,4	38,3	32,4	26,8
0,25	80,4	76,7	71,1	64,7	58,6	52,3	47,0	40,8	34,8	28,9
0,30	82,0	78,5	73,2	67,0	61,0	54,9	49,5	43,2	37,1	31,0
0,35	83,0	79,7	74,6	68,6	62,7	56,7	51,3	45,0	38,8	32,6
0,40	84,0	80,8	76,0	70,1	64,4	58,4	53,0	46,7	40,4	34,1
0,45	84,8	81,7	77,0	71,3	65,8	59,8	54,4	48,1	41,8	35,4
0,50	85,5	82,5	77,9	72,4	66,9	61,1	55,8	49,5	43,2	36,7
0,55	86,0	83,2	78,7	73,3	67,9	62,2	57,0	50,7	44,4	37,8
0,60	87,6	83,8	79,5	74,2	68,9	63,3	58,1	51,8	45,5	38,9
0,65	87,0	84,3	80,1	74,9	69,7	64,2	59,0	52,8	46,4	39,8
0,70	87,5	84,8	80,7	75,6	70,5	65,1	59,9	53,8	47,4	40,7
0,75	87,9	85,2	81,2	76,2	71,2	65,8	60,7	54,6	48,2	41,5
0,80	88,2	85,6	81,7	76,8	71,9	66,5	61,5	55,4	49,0	42,3
0,85	88,5	86,0	82,2	77,4	72,5	67,2	62,2	56,2	49,8	43,1
0,90	88,8	86,4	82,6	77,9	73,0	67,8	62,9	56,9	50,5	43,8
0,95	89,0	86,7	83,0	78,3	73,5	68,4	63,5	57,6	51,2	44,4
1,00	89,3	87,0	83,3	78,7	74,0	69,0	64,1	58,2	51,8	45,0
1,50	56,1	49,4
2,00	60,3	53,7
2,50	62,7	56,2
3,00	65,0	58,7
3,50	66,7	60,4
4,00	68,3	62,1
4,50	69,5	63,4
5,00	70,6	64,8
5,50	71,6	65,8
6,00	72,5	66,8

Beispiel 1. Welche Wassermenge liefert ein Fluß von 12 Meter Breite, $1\frac{1}{2}$ Meter mittlerer Tiefe und von 15 Meter benetztem Umfange, wenn derselbe auf 250 Meter Länge ein Gefälle von 0,25 Meter hat?

Auflösung. Hier ist $a = 1,5 \cdot 12 = 18 \square^m$; $p = 12 + 2 \cdot 1,5 = 15^m$,
 folglich $\frac{a}{p} = r = \frac{18}{15} = 1,20$. Ferner ist $\frac{h}{l} = s = \frac{0,25}{250} = 0,001$.

Des verhältnißmäßig starken Gefälles wegen machen wir von der Bazin-
 schen Formel Gebrauch, entnehmen aber $\frac{1}{\sqrt{\alpha + \frac{\beta}{r}}}$ aus Tabelle I,

$$\frac{1}{\sqrt{\alpha + \frac{\beta}{r}}}$$

woselbst für Wände aus Erde, das Argument $r = 1,20$ ohne Weiteres $k = 41,8$ liefert, demnach sich ergibt:

$$v = 41,8 \sqrt{1,2 \cdot 0,001} = 41,8 \cdot 0,0364 = 1^m,45, \text{ daher} \\ Q = 18 \cdot 1,45 = 26,10 \text{ Cubikmeter.}$$

In der 5. Auflage (1875), S. 119 der Weisbach'schen Ingenieur-Mechanik, wird unter Benutzung der älteren Coefficientenwerthe, welche nicht Rücksicht auf die Rauhigkeit der Canalwände nehmen (ein zu großer Werth), nämlich

$$Q = 31,57 \text{ Cubikmeter}$$

gefunden.

Beispiel 2. Wie groß ist das Gefälle, welches ein in der Sohle 1,884 Meter breiter, 0,942 Meter tiefer und auf beiden Seiten mit einer Böschung von 45 Grad versehener Abzugsgraben auf 376,8 Meter Länge haben muß, damit sich das Wasser in demselben mit einer mittleren Geschwindigkeit von 0,314 Meter bewegt?

Auflösung. Zunächst berechnet sich:

$$a = 2 \square^m,66; \quad p = 4^m,55, \text{ daher}$$

$$\frac{a}{p} = r = \frac{266}{455} = 0,584.$$

Aus der Kutter-Grebenau'schen Tabelle (III, S. 416) (die hier den Bazin'schen Werthen deshalb vorzuziehen ist, weil ein sehr geringes Gefälle zu erwarten ist), läßt sich für die hier in Anwendung zu bringenden Kategorien IX. und X, als ein Mittelwerth für k der Chezy-Eytelwein'schen Formel $v = k \sqrt{r \cdot s}$ entnehmen:

$$k = 41,65.$$

Daher sich ergibt:

$$0,314 = 41,65 \sqrt{0,584 \cdot s},$$

woraus folgt:

$$s = \frac{h}{l} = 0,00009732 \text{ Meter,}$$

demnach:

$$h = 0,00009732 \cdot l = 0,00009732 \cdot 376,8, \text{ d. i.}$$

$$h = 0,03667 \text{ Meter.}$$

Eytelwein findet statt dessen in seiner Hydraulik (2. Auflage, S. 162):

$$h = 0,02446 \text{ Meter.}$$

Berechnet man dieselbe Größe nach der Prony'schen Formel (S. 399)

$$\frac{a}{p} \cdot \frac{h}{l} = r \cdot s = 0,00004445 \cdot v + 0,00030931 \cdot v^2,$$

so erhält man

$$h = 0,0283 \text{ Meter.}$$

Da Eytelwein und Prony den Rauheitszustand der Grabenwände unbeachtet lassen, so mußten die mittelst der betreffenden Formeln berechneten Gefälle zu klein und demnach für die practische Ausführung zu gering ausfallen.

Beispiel 3. Es ist die Wassermenge zu berechnen, welche pro

Secunde durch das Profil, Fig. 163, fließt, wobei $\frac{h}{l} = 0,0005$ bekannt ist und die in der Figur eingeschriebenen Maaße gegeben sind.

Fig. 163.



Auflösung. Offenbar ist hier die Gesamtaufgabe in zwei Fälle zu zerlegen, da sich zwei verschiedene Stromstriche, einer für das Trapez, der andere für das Dreieck, bilden.

Für das Trapezprofil von $1^m,6$ Tiefe ist:

$$a_1 = \frac{1,6}{2} (14 + 10) = 0,8 \cdot 24 = 19^m,2,$$

$$p_1 = 2,56 + 10,00 + 2,56 = 15^m,12.$$

Um nun den Unterschied zwischen den Resultaten der alten und neuen Formeln auch für diesen Fall kennen zu lernen, werde zuerst mit der Prony'schen Formel S. 399 gerechnet, d. h. mit

$$\frac{a_1}{p_2} \cdot \frac{h}{l} = r \cdot s = 0,00004445 \cdot v_1 + 0,00030931 \cdot v_1^2.$$

Aus dieser folgt zuerst:

$$v_1 = -0,07185 + \sqrt{0,005163 + 3233,43 \cdot r_1 \cdot s},$$

d. i. für das Trapezprofil, wo $r_1 = \frac{a_1}{p_1} = \frac{1920}{1512} = 1,269$ ist,

$$v_1 = -0,07185 + \sqrt{1,43122} = 1^m,36,$$

daher, wenn mit Q_1 die betreffende secundliche Wassermenge bezeichnet wird: $Q_1 = a_1 v_1 = 19,2 \cdot 1,36 = 26,112$ Cubikmeter.

Für das Dreieckprofil ist:

$$a_2 = 15 \cdot 0,35 = 5^m,25 \text{ und } p_2 = 15^m,003 \frac{a_2}{p_2} = \frac{5250}{15003} = r_2,$$

daher v_2 , weil wieder $\frac{h}{l} = s = 0,0005$ angenommen werden kann, aus Prony's Formel:

$$v_2 = 0^m,5136 \text{ und folglich:}$$

$$Q_2 = a_2 v_2 = 5,25 \cdot 0,5136 = 2,696 \text{ Cubikmeter.}$$

Für die Wassermenge = Q beider Profile erhält man daher:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 26,112 + 2,696 = 28,808 \text{ Cubikmeter.}$$

Die neuen Formeln anlangend, wird es, für gegenwärtigen Fall, angemessen sein, die Kutter-Grebenau'sche Tabelle (S. 416) zu benutzen und aus dieser Mittelwerthe für k der Chezy-Eytelwein'schen Formel $v = k \sqrt{r \cdot s}$ zu entnehmen, welche gleichzeitig den Kategorien IX. und X. entsprechen.

Für das Trapezprofil ist aber $\frac{a_1}{p_1} = r_1 = 1,269$, daher für das betreffende k_1 , als genau genug angenommen werden kann: $k_1 = 50$

so daß erhalten wird:

$$v_1 = 50 \sqrt{1,269 \cdot 0,0005} = 1^m,259,$$

folglich:

$$Q_1 = a_1 v_1 = 19,2 \cdot 1,259 = 24,173 \text{ Cubikmeter.}$$

Für das Dreieckprofil ist:

$$\frac{a_2}{p_2} = r_2 = \frac{5,25}{30,006} = 0,1749.$$

Für letzteren Werth ist aber aus der bereits benutzten Tabelle (S. 416) der Coefficient k_2 , als hinreichend genau zu entnehmen:

$$k_2 = 28,$$

so daß erhalten wird:

$$Q_2 = a_2 v_2 = k_2 a_2 \sqrt{r_2 \cdot s}, \text{ d. i.}$$

$$Q_2 = 28 \cdot 5,25 \sqrt{0,1749 \cdot 0,0005}, \text{ folglich:}$$

$$Q_2 = 1,375 \text{ Cubikmeter.}$$

Die gleichzeitig durch beide Profile strömende Wassermasse ist nach den neuen Formeln sonach:

$$Q = Q_1 + Q_2 = 24,173 + 1,375 = 25,548 \text{ Cubikmeter.}$$

Also 3,26 Cubikmeter weniger als nach Prony.

Beispiel 4.¹⁾ Es sollen die Dimensionen eines Entwässerungsgrabens bestimmt werden, der bei einem Trapezprofile mit einer Böschung (Dossirung) von 3 Basis auf 2 Höhe seiner Seitenwände, bei einem relativen Gefälle $\frac{h}{l} = s = \frac{1}{23333} = 0,0000428$, ferner bei einer mittleren Wassertiefe von $e = 1,884$ Meter, pro Secunde die constante Wassermenge von $Q = 9,27$ Cubikmeter abführt.

Auflösung. Unter Benutzung der Chezy - Eytelwein'schen Gleichung

$$Q = ak \sqrt{\frac{a}{p} \cdot s},$$

erhält man zur Lösung dieser Aufgabe:

$$(1) \quad \frac{Q^2}{k^2 \cdot s} = \frac{a^3}{p}.$$

Bezeichnet dann e die Wassertiefe und d die Sohlbreite des Canales, so ist, mit Rücksicht auf die angegebene ($1\frac{1}{2}$ füßige) Dossirung:

$$a = \frac{e}{2} (2x + 3e) \text{ und } p = x + e \sqrt{13},$$

folglich, wenn man die gegebenen Werthe substituirt:

$$(2) \quad a = 1,884x + 2,826 \text{ und } p = x + 3,605,$$

und nach (1):

$$(3) \quad \frac{(9,27)^2}{k^2} \cdot 23333 = \frac{(1,884x + 2,826)^3}{x + 3,605}.$$

Nimmt man hier k mit Eytelwein constant zu 50,90 (für Metermaß)

¹⁾ Lahmeyer's Beispiel in Förster's Bauzeitung, Jahrg. 1852, S. 152, von diesem Ingenieur gewählt, um die Vorzüge seiner Formel (S. 401) vor der Prony's und Eytelwein's nachzuweisen.

an, so erhält man, nach Auflösung der betreffenden cubischen Gleichung:

$$x = 9,55 \text{ Meter.}$$

Lahmeyer berechnet dagegen, mit Hülfe der S. 401 mitgetheilten Gleichung:

$$x = 13,75 \text{ Meter.}$$

Diese Abweichung ist offenbar groß genug, um ein gerechtes Bedenken gegen die Richtigkeit beider Werthe zu erwecken.

Unter Benutzung der Ganguillet-Kutter'schen Formel für k , nämlich (S. 414):

$$k = \frac{\alpha}{1 + \frac{\beta}{\sqrt{r}}}$$

wird allerdings die Lösung der Aufgabe noch umständlicher, jedoch dürfte es, für den vorliegenden practischen Zweck, nicht unangemessen sein, folgenden Weg einzuschlagen.

Man betrachtet den Lahmeyer'schen Werth $x = 13,75$ als eine Annäherung, berechnet damit a , p , r , k und v und untersucht schließlich, ob sich mit den erlangten Resultaten das verlangte secundlich abzuführende Wasserquantum $Q = 9,27$ Cubikmeter ergibt¹⁾.

Zuerst erhält man hiernach:

$$a = 28^{\square m}, 731 \text{ und } p = 17^m, 355, \text{ daher} \\ r = 1,655.$$

Für in Erde ausgehobene Canäle und mit Berücksichtigung des angegebenen relativen Gefälles $\frac{h}{l} = s = 0,0000427$ findet sich dann:

$$k = \frac{100}{1 + \frac{1,5}{\sqrt{r}}} = 46,16,$$

ferner $v = 0^m, 4997$ und folglich:

$$Q = av = 28,731 \cdot 0,4997 = 14,36 \text{ Cubikmeter.}$$

Da dieser Werth viel zu groß ist, so schreiten wir zu einer neuen Rechnung, unter der Annahme von

$$x = 11,0 \text{ Meter.}$$

Dann ergeben sich folgende Werthe:

$$a = 23^{\square m}, 55; \quad p = 14^m, 605.$$

Ferner $r = \frac{a}{p} = 1,612$ und $k = 45,80$, folglich $v = 0^m, 3805$ und daher:

$$Q = 8,961 \text{ Cubikmeter,}$$

welcher Werth wieder zu klein ist.

Bei Fortsetzung dieses Verfahrens läßt sich überhaupt nachstehende Tabelle entwerfen:

¹⁾ Ein noch anderer Weg wäre der, aus der gegebenen Wassertiefe $e = 1,884$ Meter, einen ersten Mittelwerth für r zu entnehmen, hiernach die Rechnung zu führen und nach und nach, durch Wiederholung dieses Verfahrens, dem wahren Werthe von r möglichst nahe zu kommen.

$x =$	13,75	12,00	11,50	11,25	11,00
$a =$	28 ^m 730	25,434	24,492	24,021	23,550
$p =$	17 ^m ,355	15,605	15,105	14,855	14,605
$r =$	1,655	1,630	1,620	1,617	1,612
$k =$	46,16	46,00	45,90	45,87	45,80
v	0 ^m ,4997	0,3840	0,3822	0,3814	0,3805
Q	Cubikmeter 14,360	9,770	9,368	9,161	8,961

Unter der Voraussetzung, daß die Lahmeyer'sche Formel weniger empfehlenswerth ist, als die von Ganguillet und Kutter, wäre es rathsam, die gesuchte Sohlbreite zwischen 11,25 und 11,50 Meter zu nehmen und hiernach die übrigen Profildimensionen zu berechnen.

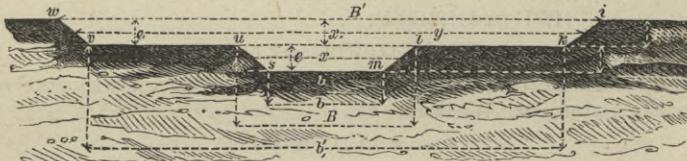
§. 135.

Prony's Entwässerungsaufgabe.

Prony hat seiner Zeit bei Gelegenheit seiner Arbeit über die berühmten Pontini'schen Sümpfe¹⁾, ein Entwässerungsprofil in Vorschlag gebracht, welches damals zu vielfachen Erörterungen Veranlassung gegeben hat und noch gegenwärtig ein beachtenswerthes Beispiel der practischen Hydrodynamik abgiebt.

Das betreffende Prony'sche Profil zeigt Fig. 164²⁾. Dasselbe soll in seinem mittleren Theile *usml* ein bestimmtes (normales) ver-

Fig. 164.



hältnißmäßig kleines Wasserquantum, sodann aber in dem erweiterten Profile *swiklm* die Wassermassen der bekannten höchsten Anschwellungen abführen.

Hierzu hielt Prony folgende Verhältnisse für angemessen¹⁾: x die mittlere Breite = $\frac{B+b}{2}$ des unteren (normalen) Profiles gesetzt, sollte $e = \frac{1}{6}x$ sein, so daß:

¹⁾ Im früheren Kirchenstaate, südlich von Rom, ein Landstrich, der sich von Nettuno bis Terracina erstreckt.

²⁾ Prony, „Description hydrographique et historique des Marais Pontins“. Paris 1822. In dieser heute noch beachtenswerthen Schrift wird der genannte Gegenstand im X. Capitel der Einleitung behandelt.

$$a = e \left(\frac{B+b}{2} \right) = ex = \frac{x^2}{6},$$

folglich die Sohlbreite $\overline{sm} = b = 0,75x$ und $\overline{ul} = B = 1,25x$ wurde.

Für die mittlere Breite = y des erweiterten Profiles setzte Prony $y = \frac{B_1+b_1}{2} = 3,5 \cdot x$, so daß für beide Profile gleiche Tiefe = e vorausgesetzt, der Flächeninhalt des angeschwellten Profiles = a_1 ist:

$$a_1 = e \cdot y = \frac{x}{6} \cdot \frac{7}{2} x = \frac{7}{12} x^2.$$

Der gesammte Wasserquerschnitt betrug hiernach:

$$a + a_1 = \frac{x^2}{6} + \frac{7}{12} x^2 = \frac{3}{4} x^2 = 0,75 \cdot x^2.$$

Unter Voraussetzung, daß für beide Profile die Dossirung oder Böschung beträgt: 2 Basis bei 3 Höhe, ergibt sich der gesammte Wasserperimeter zu:

$$p + p_1 = 3,9516 \cdot x.$$

Substituirt man diese Werthe in die Prony'sche Formel S. 399, so erhält man:

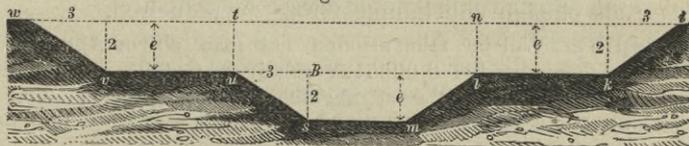
$$I. \frac{0,75x^2}{3,9516x} \cdot s = 0,00004445 \frac{Q}{0,75x^2} + 0,0003091 \left(\frac{Q}{0,75x^2} \right)^2.$$

Ein Annäherungswerth x_1 berechnet sich demnach mittelst der Gleichung:

$$II. x_1 = 0,310744 \sqrt[5]{\frac{Q^2}{s}}.$$

Behandelt man den Profilquerschnitt der Anschwellung nicht (wie Prony) als ein Ganzes, sondern in drei gesonderten Theilen, wovon der mittlere Theil durch die senkrechten Linien ln und ut Fig. 164^a, begrenzt wird²⁾, so ergibt sich, wenn man außerdem

Fig. 164^a.



$\overline{kl} = \overline{uv} = b_1 = 6e$ setzt, zunächst für das Profil $tusmln$ der Flächeninhalt:

$$a = e \left(\frac{B+b}{2} \right) + Be,$$

d. i., weil vorher auch $\frac{B+b}{2} = x = 6e$ gesetzt wurde und eben so $B = 7,5 \cdot e$, also $B \cdot e = 7,5e^2$ ist:

$$a = 6e^2 + 7,5e^2 = 13,5 \cdot e^2 = a_1 = a_2.$$

Eben so groß ist aber die Summe der beiden noch übrigen Anschwellungsprofile $tuvw$ und $ikln$. Auf ähnlichem Wege erhält

¹⁾ a. a. O., Pag. 53 und 54.

²⁾ Grashof, Theoretische Maschinenlehre. Bd. 1, S. 738 und 742.

man für die Wasserperimeter $p_1 = lmsu$ und $p_2 = ikl + uvw$, die Werthe:

$$p_1 = 8,10 \cdot e \text{ und } p_2 = 15,6e.$$

Aus vorstehenden Werthen ergibt sich nun:

$$r_1 = \frac{a_1}{p_1} = \frac{13,5}{8,1} e = 1,666 e \text{ und}$$

$$r_2 = \frac{a_2}{p_2} = \frac{13,5}{15,6} e = 0,865 e.$$

Weiter ergibt sich dann, aus der Ganguillet-Kutter'schen Tabelle (S. 414), $n = 0,025$ als Rauigkeitscoefficienten angenommen und beachtet, daß $\frac{h}{l} = s = 0,0005187$ ist:

$$k_1 = \frac{66,1}{1 + \frac{0,652}{\sqrt{r_1}}} = \frac{66,1 \sqrt{r_1}}{0,652 + \sqrt{r_1}} \text{ und}$$

$$k_2 = \frac{66,1}{1 + \frac{0,652}{\sqrt{r_2}}} = \frac{66,1 \sqrt{r_2}}{0,652 + \sqrt{r_2}}.$$

Daher wird aus:

$$Q = a_1 v_1 + a_2 v_2 = a (v_1 + v_2) = a \sqrt{s} [k_1 \sqrt{r_1} + k_2 \sqrt{r_2}], \text{ d. i. :}$$

$$Q = 13,5 \cdot e^2 \sqrt{s} \left[\frac{66,1 r_1}{0,652 + \sqrt{r_1}} + \frac{66,1 r_2}{0,652 + \sqrt{r_2}} \right],$$

demnach, wenn man die obigen Werthe von r_1 und r_2 substituirt:

$$\text{III. } Q = 13,5 \cdot e^3 \left\{ \frac{66,1 \cdot 1,666 \sqrt{s}}{0,625 + 1,291 \sqrt{e}} + \frac{66,1 \cdot 0,865 \sqrt{s}}{0,652 + 0,93 \sqrt{e}} \right\}.$$

Da außer Q auch s als gegeben anzunehmen ist, so hat man hieraus e als einzige unbekannte Größe zu reduciren.

Beispiel. Welche Dimensionen hat man einem Abwässerungs-canale zu geben, der bei 0,0005187 relativem Gefälle regelmäßig pro Secunde 4,6 Cubikmeter Wasser abzuführen hat, zugleich aber auch der bekanntesten höchsten Anschwellung aus dem betreffenden Flußgebiete von 1 Quadratmeile¹⁾ Größe, Genüge leisten muß. Beobachtet wurde als Maximum ein Niederschlag (Regenguß) von 6 Centimeter Höhe in 30 Stunden, eine Zeit, die noch hinreichen soll, sämmtliches Wasser zu entfernen.

Auflösung. Nimmt man an, daß $\frac{1}{3}$ des plötzlich niedergefallenen Wassers in den Erdboden zieht (was begreiflicher Weise nach Boden- und klimatischen Verhältnissen in jedem Falle verschieden sein wird), rechnet eine Quadratmeile gleich 55044634,8 Quadratmeter und beachtet, daß 30 Stunden = 108000 Secunden sind, so ist pro Secunde eine zufällige Wassermenge abzuführen von:

¹⁾ 1 preußischer Morgen = 180 Quadratruthen = 2553,224 Quadratmeter.
1 Hektare = 10000 Quadratmeter = 2,47114 engl. Acre = 1,73739 Wiener Joch.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{55044634,8}{108000} \cdot 0,06 = 20,4 \text{ Cubikmeter.}$$

Die überhaupt in Rechnung zu bringende Wassermenge ist demnach:

$$Q = 4,6 + 20,4 = 25,0 \text{ Cubikmeter.}$$

Hiernach liefert die Prony'sche Annäherungsformel, da $Q^2 = 25^2 = 625$ ist:

$$x_1 = 0,310744 \sqrt[5]{\frac{625}{0,0005187}} = 5^m,111,$$

so wie aus der genauen Formel:

$$x^5 - 15,05 \cdot x^2 - 3491,24 = 0, \text{ folgt:}$$

$$x = 5^m,227,$$

so wie, weil $e = \frac{x}{6}$ ist:

$$e = 0^m,871 \text{ Meter.}$$

Ferner berechnet sich sodann:

$$\begin{aligned} \text{die Sohlbreite } b &= 3^m,92, \\ B &= 6^m,531, \\ b_1 &= 16^m,987, \\ B_1 &= 19^m,601, \\ A &= a + a_1 = 20 \square^m,4907, \\ v &= \frac{Q}{A} = 1^m,22. \end{aligned}$$

Nach der zweiten, jedenfalls allein richtigen Auffassung, wonach angenommen ist, daß das Wasser auf den Seitencanaltheilen kl und wv langsamer, als im mittleren Theile $nlmsut$ fließt¹⁾, gestaltet sich die Berechnung von e folgendermaßen:

Es ist $Q = 25$, $s = 0,0005187$, daher aus Gleichung III. folgt:

$$25 = 13,5 \cdot e^3 \left\{ \frac{2,507}{0,652 + 1,291 \sqrt{e}} + \frac{1,301}{0,652 + 0,930 \sqrt{e}} \right\}, \text{ oder}$$

$$25 = 13,5 \cdot e^3 \left\{ \frac{1,941}{0,505 + \sqrt{e}} + \frac{1,40}{0,70 + \sqrt{e}} \right\}.$$

Hieraus ergibt sich $e = 0^m,952$, so wie die Prony'sche mittlere Breite $x = 5^m,712$, während sich die übrigen Dimensionen folgendermaßen berechnen:

$$\begin{aligned} b &= 0,75 \cdot x = 4^m,28; \\ B &= 1,25 \cdot x = 7^m,14; \\ b_1 &= x = 6 \cdot e = 5^m,712; \\ B_1 &= 3,75 \cdot x = 3,75 \cdot 5,712 = 21^m,42. \end{aligned}$$

Auch hier ergeben sich nach den neuen Formeln größere Dimensionen.

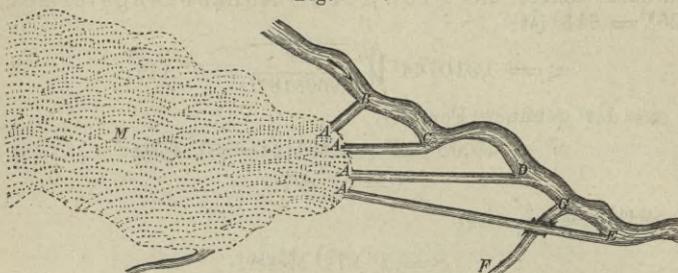
¹⁾ Die überdies gemachte Voraussetzung, die Rauigkeit der Hochwasserfläche gleich der des Abwässerungscanales $lmsu$ anzunehmen, ist in den meisten Fällen unzulässig, beispielsweise, wenn die Flächen kl und wv mit hohem Grase bewachsen oder andere Dinge vorhanden sind, wodurch die Rauigkeit vergrößert wird.

§. 136.

Dubuat's Entwässerungsaufgabe.

Es sei AM , Fig. 165, ein trocken zu legendes Terrain, welches in seinem gegenwärtigen Zustande sein Wasser durch einen kurzen

Fig. 165.



Canal AB einem Flusse $BCDE$ zuführt und wobei eine gehörig frühe und vollständige Entwässerung der Fläche M durch Selbstabfluß niemals möglich ist, weil zu keiner Zeit das Wasser im Flusse BE niedrig genug steht.

Um nun sowohl die Bodenfläche AM für landwirthschaftliche Zwecke nutzbar machen zu können, als auch schädliche Ausdünstungen zu vermeiden, beabsichtigt man, einen anderen Canal AC oder AD , oder selbst AE auszuheben. Ein solcher Canal soll erstens das fragliche Terrain völlig trocken legen, was geschehen wird, sobald sich der Canal so weit längs des Flusses erstreckt, bis ein Punkt erreicht ist, woselbst die Oberfläche des höchsten Wasserstandes im Flusse noch unter dem Terrainboden liegt; zweitens soll aber auch das dabei auszuhebende Erdquantum das kleinstmögliche, die Herstellung also die wohlfeilste sein, natürlich in letzterem Falle vorausgesetzt, daß nicht zu erbauende Brücken, wie wenn z. B. FG überschritten werden muß, oder andere Terrain- oder Besitzverhältnisse (theuere Ländereien) dazwischen treten.

Zur Auflösung der betreffenden Aufgabe werde vorausgesetzt, daß, ziemlich genau, die Canallänge AC gleich der Flußlänge BC , eben so AD gleich BD u. s. w. ist. Ferner bezeichne x die mittlere Breite und y die Länge des Canales, e den Wasserstand in letzterem über dem Boden des trocken zu legenden Terrains AM gemessen, q die Tiefe dieses Bodens unter der Oberfläche des Flusses BE .

Bezeichnet man ferner mit η das absolute und mit $\frac{1}{\varepsilon}$ das relative Gefälle des Flusses, so ist $\frac{1}{\varepsilon} = \frac{\eta}{y}$, oder $\eta = \frac{y}{\varepsilon}$. Das absolute Gefälle des Canales muß also werden $\frac{y}{\varepsilon} - q$, so wie endlich das relative desselben:

$$(1) \quad \frac{\frac{y}{\varepsilon} - q}{y} = \frac{y - \varepsilon q}{\varepsilon y}.$$

Außerdem erhält man nach den vorstehenden Bezeichnungen:

$$\frac{\text{Profilfläche}}{\text{Wasserperimeter}} = \frac{a}{p} = \frac{x \cdot e}{x + 2e},$$

so wie, wenn Q die pro Secunde abzuführende Wassermenge bezeichnet, wegen:

$$v = \frac{Q}{a} = k \sqrt{\frac{a}{p} \frac{h}{l}}$$

$$(2) \quad \frac{Q}{xe} = k \sqrt{\frac{x \cdot e}{x + 2e} \cdot \frac{y - \varepsilon Q}{\varepsilon y}}.$$

Zu dieser Gleichung kommt noch die Bedingung, daß man die geringstmögliche Erdmasse auszuheben wünscht, also:

$$(3) \quad \frac{xye}{xdy + ydx} = 0, \quad \text{oder}$$

Aus (2) erhält man:

$$y = \frac{Q \varepsilon k^2 e^3 \cdot x^3}{k^2 e^3 x^3 - \varepsilon Q^2 (2e + x)},$$

oder wenn man $\varepsilon k^2 e^3 = \alpha$, $k^2 e^3 = \beta$ und $\varepsilon Q^2 = \gamma$ setzt:

$$y = \frac{\alpha x^3}{\beta x^3 - \gamma (2e + x)},$$

so wie hieraus durch Differenziation:

$$(4) \quad dy = \frac{3\alpha x^2 dx [\beta x^3 - \gamma (2e + x)] - \alpha x^3 [3\beta x^2 dx - \gamma dx]}{[\beta x^3 - \gamma (2e + x)]^2}.$$

Jetzt (3) und (4) in (1) substituirt, reducirt und für α , β , γ wieder die ursprünglichen Werthe eingeführt, giebt:

$$0 = \frac{e^3}{\varepsilon} \left(\frac{k}{Q} \right)^2 x^3 - 3x - 8e, \quad \text{oder}$$

$$\text{I. } 0 = x^3 - \frac{3\varepsilon Q^2}{k^2 e^3} x - \frac{8\varepsilon Q^2}{k^2 e^2}.$$

Beispiel. Die zu entwässernde Fläche AM habe eine Ausdehnung von 9284,075 hannov. Morgen = 2432,42765 Hectaren²⁾ = 24324276,5 Quadratmeter. Regen und Zufluß der Quellen erzeugen darauf eine Wasserdecke von 36,6 Millimeter = 0,0366 Meter Dicke. Das relative Gefälle des Flusses BE sei $\frac{1}{3600}$ und der Boden AM liege $Q = 0,974$ Meter tiefer als die höchste Anschwellung des Flusses, endlich werde eine Tiefe des Abwässerungscanales von $e = 1,948$ Meter und von 5076 Meter Länge vorausgesetzt.

Wie hat man die Dimensionen des Canales zu wählen, damit die vorhandene Wassermasse in einem Tage = 86,400 Secunden abgeführt und der Canal so wohlfeil wie möglich wird?

Auflösung. Der gegebenen Fläche von 24324276 \square^m ,5 entspricht bei 0^m,0366 Wasserhöhe ein Wasserquantum von 890268,52 Cubikmeter pro Tag, so daß die pro Secunde zu entfernende Wassermenge = Q beträgt:

$$Q = \frac{890268,52}{86400} = 10,30 \text{ Cubikmeter.}$$

¹⁾ Principes, Tome I, Pag. 232.

²⁾ Ein Hannov. Morgen = 0,2621 Hektaren.

Nimmt man sodann mit d'Aubuisson¹⁾ für stark mit Gras und Wasserpflanzen besetzte Canalwände den Coefficienten k der Chezy-Eytelwein'schen Formel zu:

$$k = 36^2)$$

an, so folgt für vorstehende Zahlenwerthe aus I:

$$0 = x^3 - \frac{3 \cdot 3600 (10,3)^2}{36^2 \cdot (1,948)^3} \cdot x - \frac{8 \cdot 3600 (10,3)^2}{36^2 \cdot (1,948)^2}, \text{ d. i.}$$

$$0 = x^3 - 119,59x - 621,27$$

und hieraus, für die gestellte Aufgabe genau genug:

$$x = 13 \text{ Meter.}$$

Ferner folgt:

$$v = \frac{Q}{x \cdot e} = \frac{10,3}{13 \cdot 1,948} = \frac{10,3}{25,324} = 0,406 \text{ Meter.}$$

Daher, wenn $p = 17,0$ Meter angenommen wird:

$$\frac{h}{l} = \frac{v^2}{k^2} \frac{p}{a} = \frac{(0,406)^2}{36^2} \cdot \frac{17}{25,324} = 0,0000855,$$

folglich, wenn $l = 5076$ Meter ist:

$$h = 0,0000855 \cdot 5076 = 0,434 \text{ Meter.}$$

Zur Probe kann man auch das relative Gefälle des Canales aus (1) (S. 427) berechnen, wodurch man erhält:

$$\frac{h}{l} = \frac{\frac{y}{\varepsilon} - \varrho}{y} = \frac{\frac{5076}{3600} - 0,974}{5076} = 0,0000858,$$

eine Uebereinstimmung, die (für practische Zwecke) als hinreichend bezeichnet werden muß.

Zusatz 1. Um ein Urtheil über die Geschwindigkeitsveränderungen bei Anschwellungen, oder verschiedenen Wasserständen e und e_1 in demselben Canale abzugeben, setzt man sehr oft $e = \frac{a}{p}$, $e_1 = \frac{a_1}{p_1}$ und findet mittelst der Chezy-Eytelwein'schen Formel beziehungsweise:

$$v = k \sqrt{e \frac{h}{l}} \text{ und } v_1 = k_1 \sqrt{e_1 \frac{h_1}{l}},$$

nimmt ohne Weiteres $h = h_1$ an, d. h. setzt voraus, daß sich bei verschiedenen Wasserständen die Gefälle nicht ändern, und schreibt:

$$\frac{v}{v_1} = \frac{k_1}{k} \sqrt{\frac{e}{e_1}},$$

oder auch genau genug ($k_1 = k$):

$$(1) \quad \frac{v}{v_1} = \sqrt{\frac{e}{e_1}}.$$

Eben so setzt man beziehungsweise $Q = av = kbe \sqrt{e \frac{h}{l}}$ und

¹⁾ Annales des Ponts et Chaussées (1841, 2), Pag. 255.

²⁾ Prof. Wagner in Braunschweig nahm für eine aus Wiesenboden bestehende Thalsohle, die mit Pflanzen bewachsen ist, (nach Kutter'schen Theorien) $k = 35,6$. Man sehe hierüber das Protokoll der 85. Hauptversammlung des Sächs. Ingen.- und Archit.-Vereins, vom 9. Mai 1875, S. 32.

$Q_1 = a_1 v_1 = k_1 b t e \sqrt{e_1 \frac{h}{l}}$ und findet:

$$(2) \quad \frac{Q}{Q_1} = \frac{e \sqrt{e}}{e_1 \sqrt{e_1}} \quad \text{oder} \quad \left(\frac{Q}{Q_1} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{e}{e_1}.$$

Lahmeyer (Förster's Bauzeitung, Jahrg. 1852, S. 153) empfiehlt statt (1):

$$(3) \quad \frac{v}{v_1} = \sqrt[3]{\frac{e^2}{e_1^2}}.$$

Noch andere derartige Schlüsse lassen sich nach den Formeln von Bazin, Hagen, Kutter u. A. bilden. Welchen geringen Werth alle solche Formeln, selbst für die gewöhnlichste Praxis, haben, bedarf wohl keiner Erörterung. Durchaus unerwiesen ist vor Allem die Annahme $h = h_1$.¹⁾

Zusatz 2. Bei der Angabe von Canaldimensionen, wobei das abzuführende Quantum aus der Menge atmosphärischer Niederschläge (Regen, Schnee, Hagel) annähernd berechnet werden muß, hat man vor Allem das Stromgebiet eines Flusses mit Hilfe guter Karten zu ermitteln und sodann aus entsprechenden Beobachtungsergebnissen über Niederschläge und Verdunstung in dem betreffenden Terrain, die übrig gebliebene, also abzuführende Wassermenge zu berechnen. In den meisten Fällen kann man letztere zu $\frac{1}{3}$ des gesammten Niederschlages in Anschlag bringen²⁾. In Marschgegenden und eingedeichten Niederungen ist überdies auf das zuweilen über die Deiche laufende Wasserquantum, so wie besonders auf das aus dem Boden und den Bedeckungen hervordringende Qualm- und Kuverwasser Rücksicht zu nehmen.

So rechnete Blohm³⁾, beispielsweise für die Elbmarschen, im Mittel die ganze Niederschlagshöhe vom 1. Januar bis zum letzten April 10,2 Pariser Zoll oder 276 Millimeter. Hiervon ab, für gleichen Zeitraum und für dieselbe Gegend 127 Millimeter für Verdunstung des Wassers. Dazu wieder an Kuverwasser 143 Millimeter, so daß sich die zu entfernende Wasserdecke berechnet zu:

+ 276	Millimeter Niederschlag.
- 127	" Verdunstung.
+ 149	"
+ 143	" Kuverwasser.
292	Millimeter.

¹⁾ Hagen, Handbuch der Wasserbaukunst. Erster Band. Zweiter Theil (Dritte Auflage, 1871), S. 199.

²⁾ Nach van Bebbber (Die Regenverhältnisse Deutschlands. München 1877, S. 27) kann man für ganz Deutschland eine mittlere Regenmenge von 709,3 Millimeter annehmen: für das norddeutsche Tiefland 612,8 Millimeter, für die mitteldeutschen Gebirgslandschaften 690,2 Millimeter und für das süddeutsche Tiefland 824,8 Millimeter. Für die Stadt Hannover beobachtete Prof. Begemann, während der Jahre 1875, 1876 und 1877, die Regenhöhen beziehungsweise zu 677,8, 628,8 und 678,6 Millimeter. Der Mittelwerth ist folglich 661,73 Millimeter.

³⁾ Ueber die Abwässerung der Marschen durch Dampfkraft etc. Hamburg 1846, S. 34 ff.

Um wenigstens über die Vertheilung der Regenmenge in zeitlicher Beziehung, in Bezug auf die Provinz Hannover und Oldenburg, Auskunft geben zu können, entnehmen wir dem unten notirten van Beber'schen Buche (S. 40 und 41) nachstehende Tabelle (Millimeter vorausgesetzt):

Anzahl der Beobachtungsstationen	Dec.	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	October	Nov.	Jahressumme.
5	8,49	7,06	5,71	6,14	5,67	7,06	8,46	9,67	12,11	11,07	9,39	9,14	718,4
7	8,38	6,75	5,91	6,92	6,46	8,20	10,55	11,93	11,19	8,43	7,57	7,72	662,1

Die umfanglichsten Beobachtungen über Niederschlag und Verdunstung sind wohl die auf Zwaneburg in den Jahren 1743 bis 1841 angestellten, welche man vollständig für jeden Monat in den Nieuwe Verhandlungen van het Bataafsche Genootschap IX, 1. Stuek, findet und wovon hier die Mittelwerthe der fast hundertjährigen Beobachtungen folgen.

Die Maaße sind Millimeter

	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni	Juli	August	Sept.	October	Nov.	Dec.	Summa im Jahre
Niederschlag in Millimetern	37,82	37,10	36,21	37,71	39,61	53,04	68,36	75,41	71,68	78,63	70,17	51,47	657,21
Verdunstung in Millimetern	8,28	14,49	34,79	60,60	82,91	94,92	94,89	82,47	54,89	51,59	17,92	13,32	591,07
Niederschlag weniger Verdunst.	+29,54	+22,61	+1,42	-22,89	-43,30	-41,88	-26,53	-7,06	+16,79	+47,04	+52,25	+38,15	+66,14

Vorstehende Notizen mögen durch folgende Literaturangaben gleichsam eine Vervollständigung erfahren:

Lahmeyer, Ueber die Consumtionsverhältnisse der Weser, Elbe und Ems und deren Nebenflüsse bei den niedrigsten und höchsten Wasserständen. Zeitschrift des Hannov. Archit.- und Ingen.-Vereins, Jahrg. 1859, S. 229. — Möllendorf, Regenverhältnisse Deutschlands und die Anwendbarkeit der Regenbeobachtungen bei Ent- und Bewässerungen und gewerblichen Anlagen. Görlitz 1862. Insbesondere S. 168 und 174. — Prestel, Die Aenderung des Wasserstandes der Flüsse und Ströme in der jährlichen Periode etc. Zeitschrift des Hannov. Archit.- und Ingen.-Vereins, Jahrg. 1864, S. 412. — Treuding, Ueber Ent- und Bewässerung der Ländereien. Ebendasselbst, Jahrg. 1864, S. 473 und Jahrg. 1865, S. 25, 174 und 412. — Hess, Die Entwässerung des Wietzenbruchs (in der Provinz Hannover) und die Bewässerung durch Leinewasser. Im Cultur-Ingenieur, Bd. 2 (1869), S. 1 bis mit 71. — v. Kaven, Ueber einige empirische Verfahrungsarten, die Durchflußweite von kleineren Brücken aus der Größe des Niederschlagsgebietes zu bestimmen. (Eine fleißige, mit vielen Zahlenbeispielen, unter Benutzung der neuen Darcy-Bazin'schen Formeln, begleitete Arbeit.) In dem Werke „Der Wegbau“. Hannover 1870, S. 420 ff. — van Bëbber, Die Regenverhältnisse Deutschlands. München 1877.

§. 137.

Vortheilhafteste Canalprofile.

Aus der einfachen Betrachtung irgend einer der bis jetzt für die Bewegung des Wassers in Canälen aufgestellten Formeln, ergibt sich sofort, daß der Widerstand des Bettes, unter sonst gleichen Umständen, zu einem Minimum wird, sobald man Profile wählt, welche beim größten Flächeninhalte den kleinsten Wasserperimeter besitzen. Fänden sich daher nicht practische Hindernisse in der Ausführung, so müßten das vielseitige Polygon und der Halbkreis die vor Allem zu empfehlenden Profile abgeben. Da dies jedoch überall da nicht der Fall sein kann, wo der Canal im Erdboden unter Voraussetzung einer bestimmten Anlage auszuheben ist, so hat man die ganze Frage (vom mathematischen Standpunkte aus) nach der Lehre von den Eminenzien der Functionen zu beantworten.

Unter Beibehaltung der bisherigen Bezeichnungen und Einführung eines Böschungswinkels = φ , ist:

$$a = \frac{e}{2} (B + b); \quad (1) \quad p = b + \frac{2e}{\sin \varphi},$$

oder, weil $B = b + 2e \cdot \cotg \varphi$ ist, ergibt sich auch:

$$a = e (b + e \cotg \varphi), \quad \text{so wie}$$

$$(2) \quad \frac{a}{e} = b + e \cotg \varphi \quad \text{und}$$

$$(3) \quad \frac{a}{e^2} = \frac{b}{e} + \cotg \varphi.$$

Ferner erhält man aus der Verbindung von (1) und (2):

$$p = \frac{a}{e} - e \cotg \varphi + \frac{2e}{\sin \varphi}.$$

In Bezug auf e , als unabhängige Variable, wird dieser Ausdruck ein Minimum für:

$$(4) \frac{a}{e^2} = \frac{2}{\sin \varphi} - \cotg \varphi = \frac{2}{\sin \varphi} - \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi},$$

d. i. für:

$$\text{I. } e = \sqrt{\frac{a \sin \varphi}{2 - \cos \varphi}}.$$

Aus der Verbindung von (3) mit (4) folgt noch:

$$\frac{b}{e} + \cotg \varphi = \frac{2}{\sin \varphi} - \cotg \varphi, \text{ das giebt:}$$

$$\text{II. } \frac{b}{e} = 2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} \varphi.$$

Endlich giebt noch (3):

$$\text{III. } e = \sqrt{\frac{a}{\frac{b}{e} + \cotg \varphi}}.$$

Für $\varphi = 90^\circ$, d. h., wenn die Canalwände senkrecht auf dem Boden stehend angeordnet werden können, ist endlich nach II:

$$\text{IV. } b = 2e.$$

Zusatz. In vielen practischen Fällen kann man ein Canalprofil nicht nach vorstehenden mathematischen Regeln abmessen. Zuweilen ist, wegen der Terrainverhältnisse, die Anlage eines breiteren Canales wohlfeiler als die eines engeren¹⁾, oft folgt man auch dem Satze, daß je größer die fortzuleitende Wassermasse ist, um so breiter müsse der Canal im Verhältniß zur Tiefe werden. Aus letzterem Grunde nimmt z. B. Redtenbacher²⁾ für Fabrikcanäle, welche große Aufschlagwassermengen zuführen, das Verhältniß $\frac{b}{e}$ nicht constant, sondern läßt es mit der Größe des Querschnittes wachsen. Für Metermaaß setzt derselbe:

$$\frac{b}{e} = 2,7 + 0,9 \cdot a.$$

und führt die betreffenden Dimensionsberechnungen mit dieser Gleichung und der vorher unter III. entwickelten aus.

Oft ist aber auch eine Vergrößerung der Canalbreite von großem Nachtheil, z. B. wenn die Aushebung desselben in gutem, culturfähigen Boden geschehen muß. In einem solchen Falle wäre es vortheilhafter, die Tiefe zu vergrößern, weil damit zugleich der Vortheil des geringeren Pflanzenwuchses gewonnen würde. Canäle mit großer Wassertiefe empfehlen sich in kalten Gegenden auch zur Fortleitung des Aufschlag-

¹⁾ Hagen, Wasserbaukunst. II. Theil, 3. Bd., S. 522.

²⁾ Resultate für den Maschinenbau. 3. Aufl., S. 125.

wassers für Wasserräder, weil sodann die Eisbildungen von geringerem Nachtheile sind.

Bei in Erde ausgehobenen Canälen für letztgenannte Zwecke (Fabrikanäle), nimmt man in der Regel eine Wassergeschwindigkeit $v = 0^m,4$ bis $0^m,8$ an, sorgt jedoch dabei, daß die Querschnitte nicht zu groß werden, was die Wahl innerhalb der bemerkten Grenzen bestimmt, zuweilen aber auch Veranlassung werden kann, daß man sie überschreitet, d. h. die Geschwindigkeit größer nimmt.

Beispiel 1. Es ist nach den mathematischen Regeln das vortheilhafteste Profil eines Canales unter der Voraussetzung zu bestimmen, daß derselbe pro Secunde eine Wassermenge von 2 Cubikmeter fortleitet, ein relatives Gefälle 0,0012 besitzt und den Ufern eine $1\frac{3}{4}$ fache Anlage gegeben werden soll?

Auflösung. Die Forderung einer $1\frac{3}{4}$ fachen Anlage liefert sofort: $\cotg \varphi = 1,75$, d. i. $\varphi = 29^\circ 45'$, also $\frac{1}{2} \varphi = 14^\circ 52' 30''$ und $\tg \frac{1}{2} \varphi = 0,2656$, daher nach II:

$$\frac{b}{e} = 2 \cdot 0,2656 \text{ und}$$

$$b = 0,5312 \cdot e,$$

so wie ferner folgt:

$$B = 4,0312 \cdot e,$$

$$a = 2,2812 \cdot e^2 \text{ und}$$

$$\frac{a}{p} = 0,5 \cdot e^2 \cdot 1).$$

Nimmt man schätzungsweise $e = 1,0$ Meter an, so erhält man:

$$\frac{a}{p} = r = 0^m,50,$$

welchem Werthe, nach der Bazin'schen Tabelle S. 413 (die hier des starken relativen Gefälles wegen zu empfehlen ist), der Coefficient $k = 32$ (für Erdwände) entspricht, so daß man für die Geschwindigkeit $= v$ erhält:

$$v = k \sqrt{r \cdot s} = 32 \sqrt{0,5 \cdot 0,0012} = 0^m,784.$$

Da sich ferner a berechnet zu

$$a = 2,281 \text{ Quadratmeter,}$$

¹⁾ Es läßt sich nämlich leicht nachweisen, daß:

$$p = 2e \left[\tg \frac{1}{2} \varphi + \frac{1}{\sin \varphi} \right] \text{ ist.}$$

Da nun a gefunden wurde zu:

$$a = e^2 \left(\frac{2 - \cos \varphi}{\sin \varphi} \right), \text{ so folgt}$$

$$\frac{a}{p} = r = \frac{e}{2} \left[\frac{2 - \cos \varphi}{\sin \varphi \tg \frac{1}{2} \varphi + 1} \right] = \frac{e}{2} \left[\frac{2 - \cos \varphi}{1 + 2 \sin^2 \frac{1}{2} \varphi} \right], \text{ d. i.}$$

$$\frac{a}{p} = r = \frac{e}{2}.$$

so gäbe die Schätzung

$$Q = av = 2,281 \cdot 0,784 = 1^{cm},788.$$

Da dieser Werth zu klein ist, so rechnen wir ein zweites Mal für die Annahme $e = 1,1$ Meter, so daß $\frac{a}{p} = \frac{e}{3} = 0,51$ und daher (wieder nach Bazin's Tabelle) $k = 32,3$, somit

$$v = 32,3 \sqrt{0,51 \cdot 0,0012} = 0^m,795$$

folgt, so daß sich, wegen $a = 2,2812 \cdot (1,05)^2 = 2^{\square m},515$ berechnet:

$$Q = 2,515 \cdot 0,795 = 2^{cm},090.$$

Man wird also für die practische Ausführung nehmen:

$$e = 1^m,10,$$

$$b = 0^m,584,$$

$$B = 4^m,434.$$

d'Aubuisson berechnet für dasselbe Beispiel¹⁾, aus einer Gleichung vom 5^{ten} Grade, $e = 0^m,8689$, rath jedoch, für die practische Ausführung $e = 1^m,20$ zu nehmen, so wie $b = 0^m,462$ und $B = 4^m,662$.

Mit Zuziehung der Redtenbacher'schen Erfahrungsformel, hätte man, unter Annahme einer mittleren Geschwindigkeit von $v = 0^m,6$, erhalten:

$$Q = \frac{2}{0,6} = 3,33 \square \text{Meter},$$

folglich:

$$\frac{b}{e} = 2,7 + 0,9 \cdot \frac{10}{3} = 5,70,$$

und aus III:

$$e = \sqrt{\frac{3,33}{5,70 + 1,75}} = \sqrt{\frac{333}{745}} = 0^m,668,$$

daher:

$$b = 5,7 \cdot 0,668 = 3^m,81.$$

Beispiel 2. Welche Dimensionen würde der bereits §. 134, S. 420, Beispiel 4, berechnete Abwässerungscanal mit Zuziehung der Redtenbacher'schen Erfahrungsformel $\frac{b}{e} = 2,7 + 0,9 \cdot a$ erhalten?

Auflösung. Es ist $Q = 9,27$ Cubikmeter. Nimmt man die mittlere Geschwindigkeit zu $v = 0^m,5$, an so folgt zunächst:

$$a = \frac{Q}{v} = \frac{9,27}{0,5} = 18^{\square m},54,$$

sodann $\frac{b}{e} = 2,7 + 0,9 \cdot 18,54 = 19,386$ und, wegen $\cotg \varphi = \frac{3}{2}$, ferner:

$$e = \sqrt{\frac{18,54}{19,386 + \frac{3}{2}}} = 0^m,9421.$$

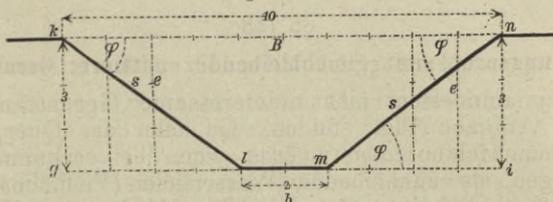
Hiernach berechnet sich $b = 19,386 \cdot e = 18^m,26$.

Die vorgeschriebene Wassertiefe von $e = 1^m,884$ ist dann naturgemäß nicht vorhanden.

¹⁾ Traité d'Hydraulique. Seconde Édition, Pag. 138.

Beispiel 3. Einem kleinen, in Erde auszuführenden Bewässerungscanale beabsichtigt man das von Eytelwein vorgeschlagene, in Fig. 165^a, skizzirte Profil zu geben, (welches nach ihm hinlängliche Dossirung und dabei den möglichst kleinsten Umfang haben soll). Hierzu soll sich die Sohlbreite b , zur größten Breite B und zur Tiefe e wie 2 : 10 : 3 verhalten. Pro Secunde sind $Q = 0,40$ Cubikmeter Wasser abzuführen, während ein relatives Gefälle $\frac{h}{l} = s = 0,0010$ gefordert wird. Welche Dimensionen muß das Profil erhalten?

Auflösung. Bezeichnet man die Höhe des rechtwinkligen Profils,

Fig. 165^a.

d. i. $k\bar{g} = \bar{ni}$ mit e , so erhält man:

$$\begin{aligned} \text{Die obere Breite} \dots B &= \frac{10}{3}e, \\ \text{„ untere „} \dots b &= \frac{2}{3}e, \\ \text{den Wasserperimeter } p &= 4e \text{ und} \\ \text{„ Flächeninhalt} \dots a &= 2e^2, \end{aligned}$$

daher aus der Chezy-Eytelwein'schen Formel:

$$Q = ak \sqrt{\frac{a}{p} \cdot \frac{h}{l}},$$

durch Einsetzung vorstehender allgemeiner Werthe und Reduction der Gleichung auf e :

$$e = \sqrt[5]{\frac{Q^2}{2 \cdot sk^2}}.$$

Entlehnt man für die Grenze $r = 0,25$ und $0,30$ der Bazin'schen und Kutter-Grebenau'schen Tabelle, S. 416, approximativ den Werth $k = 31$, so erhält man mittelst letzterer Formel:

$$e = \sqrt[5]{\frac{(0,4)^2}{2 \cdot 0,001 \cdot 961}} = 0,6082 \text{ Meter.}$$

Da der gewählte Coefficient $k = 31$ der Kategorie X. der Kutter-Grebenau'schen Tabelle einem mittleren Radius $r = 0,30$ entspricht, so ergibt sich auch die mittlere Geschwindigkeit v zu:

$$v = 31 \sqrt{s \cdot r} = 31 \sqrt{0,001 \cdot 0,3} = 0^m,536.$$

Da sich ferner $a = 2e^2 = 0^{\square m},37$ berechnet, so erhält man (als Proberechnung):

$$Q = av = 0,37 \cdot 0,536 = 0,39664 \text{ Cubikmeter,}$$

eine für die Praxis hinreichende Uebereinstimmung mit $Q = 0,4$ Cubikmeter.

¹⁾ Mechanik und Hydraulik. Zweite Auflage, S. 166.

Für die verlangten Canaldimensionen findet man schließlich:

$$B = \frac{10}{3} e = \frac{6,082}{3} = 2^m,027;$$

$$b = \frac{2}{3} e = \frac{2}{3} \cdot 0,6082 = 0^m,405;$$

$$p = 4 \cdot 0,6082 = 2^m,4328.$$

Bei größeren Wassermengen fällt die Tiefe des Profiles nach Eytelwein und daher auch die mittlere Geschwindigkeit zu groß aus, weshalb dann die Verfahrungsweisen der vorhergehenden zwei Beispiele in Betracht zu ziehen sind¹⁾.

§. 138.

Anschwellungsprofil mit gleichbleibender mittlerer Geschwindigkeit.

Als ein mindestens nicht uninteressanter Gegenstand mag hier noch die Aufgabe Platz finden, wie man das Querprofil eines Canales einzurichten haben würde, wenn bei vorkommenden Anschwellungen, also zunehmenden Wassertiefen (Peilhöhen), die mittleren Geschwindigkeiten stets dieselben blieben und damit Nachteile für Schifffahrt und Haltbarkeit der Ufer vermieden werden sollten.

Hierzu sei $ABCD$, Fig. 166, das für den gewöhnlichen normalen Wasserabfluß hinreichende Profil, dagegen $EGADCJF$ das zu ermittelnde. Zu letzterem Zwecke wählen wir D als den Ursprung eines rechtwinkligen Coordinatensystemes (DX als Abscissenachse vertical und DY als Ordinatenachse horizontal) und setzen für einen Punkt K der Begrenzungscurve x , $DH = x$ und $HK = y$, das betreffende Längenelement des Bogens $CF = ds$, so wie endlich $DC = DA = b$.

Die Hauptbedingung der Auflösung folgt ohne Weiteres aus der Formel $v = k \sqrt{\frac{h}{l} \cdot \frac{a}{p}}$, indem man setzt:

$$\frac{h}{l} \cdot \frac{a}{p} = \text{Const.},$$

oder unter der Annahme, daß $\frac{h}{l}$ auch constant ist (?) und mit Beachtung der gewählten Bezeichnungen:

$$\frac{a}{p} = \frac{2ydx}{2ds} = r,$$

wobei r stets aus dem normalen Profile $ABCD$ zu ermitteln ist.

Aus letzterer Gleichung findet sich, indem man

¹⁾ Für betreffende Zahlenbeispiele sehe man auch Grebenaus's Taschenbuch für Bautechniker. Erster (theoretischer) Theil. Sechste Auflage (1877), S. 508.

$$ds^2 = dx^2 + dy^2$$

setzt:

$$dx = \frac{c \cdot dy}{\sqrt{y^2 - c^2}},$$

so wie hieraus:

$$x = c \operatorname{Lgnt} (y + \sqrt{y^2 - c^2}) + A.$$

Zur Bestimmung der Constante A beachte man, daß $y = b$ wird, wenn man $x = \text{Null}$ setzt, daher das bestimmte Integral giebt:

$$x = c \{ \operatorname{Lgnt} (y + \sqrt{y^2 - c^2}) - \operatorname{Lgnt} (b + \sqrt{b^2 - c^2}) \}.$$

Woltmann¹⁾, der nach unserem Wissen gegenwärtige Aufgabe zuerst löste, bezweifelt selbst unter allen Umständen die Vortheile derartiger Profile, wenn sie auch sonst streng practisch ausführbar wären, weil der seichten Ufer wegen der Schifffahrt eher Nachtheile wie Vortheile gebracht werden könnten, auch eine größere mittlere Geschwindigkeit die für die Schifffahrt verlorene Anschwellungszeit möglichst verkürzt, der dabei nothwendigen großen Terrainfläche zu beiden Seiten des Hauptstromstriches noch gar nicht zu gedenken. Ganz anders gestaltet sich indeß die Frage in Fällen, wo leicht angreifbare (sandige) Ufer von großen Geschwindigkeiten weggerissen werden können oder es der Schifffahrt bei trockenen Jahreszeiten an Wasser mangelt. Unter solchen Umständen beklagt Woltmann nun, daß die Curven des Ueberschwemmungsprofils schwer auszuführen wären, und glaubt schließlich, daß polygonale Profile (wie das von Prony, Fig. 164, vorgeschlagene) beinahe dieselben Dienste thun würden.

§. 139.

Durchstiche.

Canäle oder Gräben, deren Achsen in Krümmungen liegen, sind oft in völlig geradlinige Strombetten umzuändern, d. h. es sind Durchstiche zu bilden. Hierdurch wird das Angreifen der Ufer vermindert und nachtheiligen Ablagerungen vorgebeugt, besonders aber das relative Gefälle vergrößert und eine Senkung des Wasserspiegels erzeugt, welche namentlich für Entwässerungen von bedeutendem Nutzen sein kann.

Zur Beurtheilung des Erfolges eines derartigen Durchstiches und Berechnung der vorbemerkten Größen läßt sich, unter Voraussetzung, daß der ursprüngliche Canal oder Graben nur Krümmungen von großen Halbmessern und dabei sanfte Uebergänge besitzt, bei abermaligem Mangel eines besseren, die Chezy-Eytelwein'sche Formel benutzen²⁾.

¹⁾ Beiträge zur Schiffbarmachung der Canäle. S. 60 etc.

²⁾ Wir nehmen Gelegenheit, folgendes Werk zum Nachlesen zu empfehlen, dem auch das Zahlenbeispiel dieses Paragraphen entlehnt ist: Blohm (Wasserbaudirector), „Versuch einer näheren Erörterung der Mittel, durch welche der Handelsverkehr in den Elbgegenden erhalten und gehoben werden kann“. Göttingen 1841, S. 70.

Da die Wassermengen der gekrümmten und geraden Strecke gleichbleibend anzunehmen sind, so erhält man ohne Weiteres:

$$ka \sqrt{\frac{a}{p} \cdot \frac{h}{l}} = k_1 a_1 \sqrt{\frac{a_1}{p_1} \cdot \frac{h}{l_1}},$$

wo sich die mit dem Index versehenen Buchstaben auf den Durchstich beziehen.

Annäherungsweise, $k = k_1$ gesetzt, und für Canäle und Gräben, wobei die (als gleichbleibend anzunehmenden) Breiten b , die mittleren Tiefen e und e_1 sehr bedeutend übertreffen, ergibt sich aus dieser Gleichung (da selbstverständlich $h = h_1$ ist):

$$be \sqrt{\frac{be}{b+2e} \cdot \frac{1}{l}} = be_1 \sqrt{\frac{be_1}{b+2e_1} \cdot \frac{1}{l_1}}, \text{ und}$$

$$\text{I. } e_1 = e \sqrt[3]{\frac{b+2e_1}{b+2e} \cdot \frac{l_1}{l}}.$$

Als einen Annäherungsausdruck, indem nahe genug $b + 2e_1 = b + 2e$ vorausgesetzt wird, kann man hierbei benutzen:

$$\text{II. } e_1 = e \sqrt[3]{\frac{l_1}{l}}.$$

Beispiel. Bei dem (Hannoverschen) Flusse Ilmenau und zwar für die Abtheilung von Lüneburg bis zur Netze, beträgt die Normalbreite 61 Fuß Hannov. ($17^m,812$), die Länge im Fahrstriche gemessen 55340 Hannov. Fuß ($16159^m,28$), das absolute Gefälle auf diese Länge 12,427 Fuß ($3^m,628$), die geringste mittlere Wassertiefe 28 Zoll = 2,33 Fuß ($0^m,680$), es fragt sich, welche Senkung der Wasserspiegel erfährt, wenn man die bemerkte Längsstrecke mittelst eines geradlinigen Durchstiches auf 44200 Fuß ($12906^m,4$) herabbringt?

Auflösung. Zuerst liefert II:

$$e_1 = 28 \sqrt[3]{\frac{44200}{55400}} = 25,969 \text{ Zoll} = 2,164 \text{ Fuß} (0^m,631), \text{ sodann aus I:}$$

$$e_1 = 28 \sqrt[3]{\left(\frac{61+2 \cdot 2,164}{61+2 \cdot 2,33} \cdot \frac{44200}{55400}\right)} = 25,94 \text{ Zoll} (0^m,630).$$

Hiernach beträgt die Senkung höchstens 2,1 Zoll ($0^m,051$), das relative Gefälle ist aber gewachsen von $\frac{1}{4453}$ auf $\frac{1}{35556}$.

Zusatz. Der Einfluß, welchen die Krümmungen, der sonst regelmäßigen Betten, auf die Bewegung des Wassers ausüben, ist im Vorstehenden deshalb vernachlässigt worden, weil er unter den gemachten Voraussetzungen in der That äußerst gering ist¹⁾.

Dubuat²⁾ räth, den Widerstand der Stromkrümmungen genau wie bei Wasserleitungsröhren zu berechnen, d. h. er setzt den Gefällverlust = η (auf Metermaaß reducirt):

$$\eta = 0,0123 \cdot v^2 \cdot \Sigma (\sin \delta)^2,$$

¹⁾ Man beachte den Ausspruch Galilei's (S. 339) über den Widerstand der Flußkrümmungen.

²⁾ Principes, Nr. 103.

wobei Σ (sin δ) die Summe der Sinus aller vorhandenen Einfall- oder Anprallwinkel darstellt, aber auch vorauszusetzen ist, daß $\delta < 36$ Grad.

Lahmeyer¹⁾ bestimmt den Einfluß der Krümmungen dadurch, daß er dem Weisbach-Bornemann'schen Ausdrucke für die Bewegung des Wassers in Canälen²⁾, nämlich:

$$\frac{a}{p} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{1}{v^2} = \frac{A'}{\sqrt{v}} \text{ oder: } \frac{h}{p} \cdot \frac{1}{v \sqrt{v}} = A'$$

ein besonderes Glied, nämlich $B' \sqrt{\frac{b}{q}}$ beifügt, also überhaupt setzt:

$$\frac{a}{p} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{1}{v \sqrt{v}} = A' + B' \sqrt{\frac{b}{q}},$$

wobei A' und B' Erfahrungscoefficienten sind, b die Canalbreite (Flußbreite) und q den Halbmesser der betreffenden Krümmung bezeichnet.

Schließlich gelangt Lahmeyer zu der bereits S. 401 mitgetheilten Formel:

$$\frac{a}{p} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{1}{v \sqrt{v}} = 0,0004021 + 0,0002881 \sqrt{\frac{b}{q}} \text{ für Meter.}$$

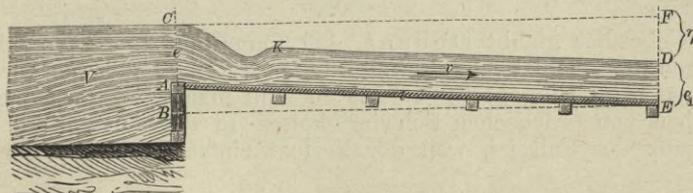
§. 140.

Eintritt und Austritt des Wassers bei Canälen.

Die meisten Canäle, in welchen sich Wasser mit merkbarer Geschwindigkeit bewegt, namentlich die zur Leitung des Aufschlagwassers für Motoren bestimmten, werden entweder direct durch Flüsse gespeist, oder sie empfangen ihr Wasser aus Sammelbehältern (Teichen, Anspannungen etc.), die mit ersteren in Verbindung stehen oder durch selbständige Zuflüsse aus Bächen oder Quellen versorgt werden.

Die Eintrittsstelle des Wassers in den Canal, die sogenannte Spitze desselben, ist dabei entweder frei, wie Fig. 167 zeigt, oder sie ist mit Schützvorrichtungen (Fig. 97 und Fig. 107) versehen. Beide Fälle lassen verschiedene Erscheinungen erkennen und sind daher bei gegenwärtiger Betrachtung zu trennen.

Fig. 167.



Befindet sich an der Spitze AC des Canales keine Schütz-

¹⁾ Förster's Bauzeitung 1852, S. 153.

²⁾ Hülse's polytechn. Centrallblatt 1845, S. 308, und besonders Bornemann etc. „Der Ingenieur“, Bd. 1, S. 38.

anordnung, so senkt sich der Wasserspiegel nahe der Eintrittsstelle recht merklich, erhebt sich aber bald wieder und gelangt endlich nach einigen ferneren Schwankungen in denjenigen Zustand der Gleichförmigkeit, wobei der Wasserspiegel glatt und eben und dem Canalboden parallel ist¹⁾.

Vom wissenschaftlichen Standpunkte betrachtet, entbehren die hier auftretenden Erscheinungen noch jeder mathematischen Darstellung, während man sich für practische Zwecke mit einigen von Dubuat gewonnenen Beobachtungsergebnissen begnügen muß²⁾.

Hinsichtlich des Ausführlichen hierüber auf unsere Quelle verweisend, machen wir zunächst von folgendem Satze Gebrauch:³⁾

„in einem Canale von constanter Breite und durchaus gleichem Gefälle stellen sich Querschnitte und mittlere Geschwindigkeit in der Weise her, daß die der Geschwindigkeit entsprechende Höhe gleich der Differenz ist, zwischen dem Wasserstande im Speisebehälter und im Canale, erstere über der Einlaßschwelle *A*, letztere stromabwärts an einer Stelle gemessen, woselbst die gleichförmige Bewegung vollständig eingetreten ist⁴⁾.

Bezeichnet man hiernach die Tiefe *AC* mit *e*, die *ED* mit *e*₁, mit *m* aber einen Erfahrungs- (Contractions-) Coefficienten, und drückt endlich durch *V* die Geschwindigkeit aus, womit sich das Wasser an der Canalspitze ersetzt, so ergibt sich die Gleichung:

$$e - e_1 = \frac{1}{2g} \frac{v^2}{m^2} - \frac{V^2}{2g},$$

oder wenn *V* klein genug:

$$\text{I. } e - e_1 = \frac{1}{2g} \frac{v^2}{m^2}, \text{ d. i.}$$

$$e - e_1 = 0,0510 \frac{v^2}{m^2} \text{ für Meter.}$$

Dubuat fand bei seinen Versuchen⁴⁾ die Größe *m* wechseln von 0,91 bis 0,73, ist dabei jedoch der Ansicht, daß in großen Canälen, mit verhältnißmäßig geringen Geschwindigkeiten, die Contraction unbedeutender ist und *m* = 0,97 gesetzt werden kann. Eytelwein⁵⁾ nimmt für breite Canäle *m* = 0,95 und für schmale *m* = 0,86.

Ueberdies glaubt Dubuat, daß man durch gehörige Abrundungen und schickliche Erweiterungen (S. 288) den betreffenden Verlust beim Eingange fast ganz zu Null machen könne, was abgesehen von practischen Schwierigkeiten in der Ausführung nicht so ganz der Fall ist, weil der Verlust einfach schon wegen des

¹⁾ Fälle, wobei der Oberwasserspiegel auch im Beharrungszustande dem Canalboden nicht parallel ist, gehören in das nächstfolgende Capitel.

²⁾ Principes, Nr. 170.

³⁾ Ebendasselbst, Nr. 178.

⁴⁾ Desgleichen, Nr. 366.

⁵⁾ Handbuch der Mechanik und Hydraulik, 2. Auflage, S. 115.

nothwendigen Ueberganges von einer kleinen Geschwindigkeit (V) in eine größere (v) völlig unvermeidlich ist. Der Nutzen der gedachten Abrundungen und Erweiterungen, wenn sie sich überhaupt ausführen lassen, soll dabei durchaus nicht in Zweifel gezogen werden.

In Bezug auf die Gleichung I. ist noch zu bemerken, daß sie eigentlich voraussetzt, daß beim Eintritte die Ablenkungsrichtung nur einen spitzen Winkel bildet, weil bei größeren und namentlich rechten Winkeln der Wassereinfluß in derartigen krummen Linien geschieht, daß das Querprofil des Wasserkörpers kleiner als das des Canales wird, Stöße, wirbelnde Bewegungen u. s. w. erzeugt werden, über welche Erscheinungen es noch gänzlich an Betrachtungen fehlt.

Zur Lösung betreffender practischer Aufgaben sind noch einige Formeln erforderlich, die hier abgeleitet werden sollen.

Es sei CF die verlängerte Horizontale der Wasserfläche bei C , η die Höhendifferenz DF zwischen dem Spiegel im Behälter und dem bei E , dessen Entfernung $AE = l$ sein mag, so wie h_n das absolute Gefälle des Spiegels KD der Canalwasserfläche ausdrücken soll, wobei in Bezug auf die Figur $\overline{AB} = h_n$ sein wird, sobald BE eine Horizontale ist.

Es sei deshalb CF die verlängerte Horizontale des Oberwasserspiegels im Behälter, $\overline{FD} = \eta$ die Höhendifferenz zwischen gedachtem Spiegel und der Wasseroberfläche im Canale bei D , während die Canallänge $\overline{EA} = l$ und das absolute Gefälle der Wasseroberfläche DK , d. i. $AB = h_n$ gesetzt werden mag, wobei $BE \parallel CF$ angenommen ist.

Sodann folgt ohne Weiteres, wegen $\overline{CB} = EF$:

$$\frac{e + h_n = e_1 + \eta}{h_n = \eta - (e - e_1)}$$

und das relative Canalgefälle:

$$\text{II. } \frac{h_n}{l} = \frac{\eta - (e - e_1)}{l}.$$

Verbindet man endlich letzteren Werth mit den Gleichungen S. 399, so findet sich überdies:

$$\frac{\eta - (e - e_1)}{l} = \frac{p}{a} (Av + Bv^2),$$

und wenn man hierin den Werth für $e - e_1$ aus I. substituirt:

$$\eta = \frac{v^2}{m^2 \cdot 2g} + \frac{p}{a} (Av + Bv^2)l,$$

oder, weil $Av + Bv^2 = \frac{v^2}{k^2}$ zu setzen ist:

$$\text{III. } \eta = \frac{v^2}{2gm^2} + \frac{p}{a} l \cdot \frac{v^2}{k^2}.$$

In welcher Weise mit Hülfe der Ausdrücke I, II. und III. vorkommende practische Aufgaben gelöst werden, erhellt aus nachfolgendem Beispiele, welches der Verfasser d'Aubuisson¹⁾ entlehnte.

¹⁾ Traité d'Hydraulique, Pag. 150.

Beispiel. Aus einem Flußbassin (einer Anspannung) wird ein Quantum Wasser unter der Bedingung gekauft, daß dasselbe durch einen rechtwinkligen, 4 Meter breiten Ausschnitt in der Dammkappe, dessen Schwelle 2 Meter unter dem tiefsten Wasserstande des Flusses angeordnet ist, abgeleitet werde. Das gekaufte Wasser soll nach einer 265 Meter entfernten Stelle zum Wasserradbetriebe und zwar in der Weise fortgeführt werden, daß der Wasserspiegel nahe der Aufschlagstelle nicht mehr als 0^m,44 unter dem Niveau des Sammelbehälters beim kleinsten Wasser desselben liegt.

Welche Wassermenge wird hiernach ein mit dem Ausschnitte verbundener rechtwinkliger Canal fortzuführen haben, welches Gefälle wird derselbe besitzen müssen und wie groß wird die Wassertiefe am Ende des Canales sein?

Auflösung. Nach den gegebenen Zahlenwerthen ist annäherungsweise $a = 4 \cdot 2 = 8 \square^m$ und eben so $p = 4 + 2 \cdot 2 = 8^m$ zu nehmen. Wählt man überdies (mit d'Aubuisson) $m = 0,905$ und nimmt $k = 45$ (der Kutter-Grebenau'schen Tabelle, S. 417, Kategorie X.) entsprechend:

$$r = \frac{\alpha}{p} = 1,0,$$

so erhält man nach III:

$$0,44 = \frac{0,051 v^2}{(0,905)^2} + \frac{v^2}{(45)^2} \cdot 265.$$

Hieraus aber, als ersten Annäherungswerth für v :

$$v = 1^m,508.$$

Demnach aus I, da $v^2 = 2,274$ und $m^2 = 0,819$ ist:

$$e_1 = 2 - 0,051 \frac{2,274}{0,819} = 1^m,86.$$

Mit dieser Tiefe ergibt sich aber:

$$a = 4 \cdot 1,86 = 7 \square^m,44 \text{ und}$$

$$p = 4 + 2 \cdot 1,86 = 7,72.$$

Folglich, für die nochmalige Berechnung von v mit Hülfe der Gleichung III:

$$0,44 = \frac{0,051 v^2}{0,819} + \frac{7,72}{7,44} \cdot \frac{265}{2025} v^2, \text{ woraus}$$

$$v = 1^m,493, \text{ daher}$$

$$v^2 = 2,229 \text{ und demnach sich}$$

$$e_1 = 2 - 0,051 \frac{2,229}{0,819} = 1^m,863 \text{ ergibt,}$$

ein Rechnungsgang, der in gleicher Weise fortgesetzt werden könnte.

Wir betrachten indeß letzteren Werth, für gegenwärtigen Zweck, als hinreichend genau und finden daher das dem Canale zu gebende relative Gefälle $\frac{h_n}{l}$ nach II:

$$\frac{h_n}{l} = \frac{\eta - (e - e_1)}{l} = \frac{0,44 - (2 - 1,863)}{265}, \text{ d. i. :}$$

$$\frac{h_n}{l} = 0^m,00114.$$

Endlich ergibt sich auch die pro Secunde zugeführte Wassermenge Q , wegen $a = 1,863 \cdot 4 = 7\text{m},452$, zu:

$$Q = av = 7,452 \cdot 1,493 = 11,126 \text{ Cubikmeter.}$$

d'Aubuisson fand $\frac{h_n}{l} = 0,001041$ und

$$Q = 11,83 \text{ Cubikmeter.}$$

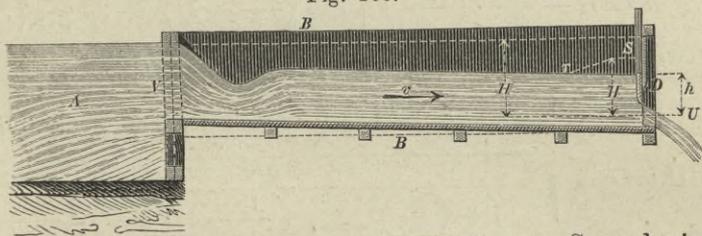
§. 141.

Was sich in den Fällen ereignet, wenn die Spitze des Canales mit einer Schützenöffnung versehen ist, durch welche der Eintritt des Wassers erfolgt, erhellt ohne Weiteres aus den Versuchen Lesbros über diesen Gegenstand, §. 103, so wie aus den betreffenden Rechnungen etc. des §. 104, wenn man wiederum die Gleichung für die gleichförmige Bewegung des Wassers in Canälen entsprechend damit in Verbindung bringt. Welches Rechnungsverfahren endlich beobachtet werden muß, wenn am unteren Ende des Canales eine Schützenvorrichtung angebracht ist, wird aus nachstehender, von Poncelet¹⁾ gelösten Aufgabe klar.

Es sei $H - h$ die Differenz der Wasserstände H im Sammelbehälter und h unmittelbar vor dem Schützen der Ausflußöffnung, Fig. 168, beide vom Schwerpunkte der letzteren aus gemessen.

Man soll den Verlust an Druckhöhe und die Geschwindigkeit, womit das Wasser aus der Schützenöffnung bei D tritt, berechnen, wenn hierzu alle sonst erforderlichen Werthe gegeben sind.

Fig. 168.



Zur betreffenden Auflösung sei M die pro Secunde in den Canal B aus dem Sammelbehälter A mit der Geschwindigkeit V tretende Wassermasse, v die mittlere Geschwindigkeit der als gleichförmig vorauszusetzenden Bewegung des Wassers im Canale, U die Geschwindigkeit in der Ausflußöffnung = ω bei D , ferner sei μ der Ausflußcoefficient an letzterer Stelle, so wie α der Coefficient für die Zusammenziehung des Strahles am oberen Ende des Canales bei A .

Das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte in Verbindung mit dem Principe Carnot's liefert hier, mit Bezug auf den Widerstandsdruck S. 395, ohne Weiteres die Gleichung:

$$\frac{1}{2}M(U^2 - V^2) + \frac{1}{2}Mv^2 \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2 = gMH - \frac{\gamma}{g} pl(av + \beta v^2)v,$$

¹⁾ Cours de Mécanique appliquée aux Machines, Sect. VI, Nr. 78.

oder wegen $M = \frac{\gamma av}{g}$, d. i. $\frac{\gamma}{g} v = \frac{M}{a}$:

$$\frac{1}{2} M(U^2 - V^2) + \frac{1}{2} Mv^2 \left(\frac{1}{a} - 1\right)^2 = gMH - M \frac{pl}{a} (Av + Bv^2),$$

$$\text{oder auch } \frac{U^2}{2g} - \frac{V^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} \left(\frac{1}{a} - 1\right)^2 = H - \frac{pl}{a} (Av + Bv^2).$$

Beachtet man, daß hier noch $U^2 = v^2 + 2gh$ ist, so folgt:

$$\frac{v^2}{2g} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{a} - 1\right)^2 \right\} - \frac{V^2}{2g} + \frac{pl}{a} (Av + Bv^2) = H - h,$$

oder endlich, wenn man $\frac{V^2}{2g}$ als klein genug vernachlässigt und $H - h = h_1$ setzt:

$$\text{I. } h_1 = H - h = \frac{v^2}{2g} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{a} - 1\right)^2 \right\} + \frac{pl}{a} (Av + Bv^2).$$

Führt man wieder $\frac{v^2}{k^2}$ statt $Av + Bv^2$ ein und beachtet, daß auch $av = \mu \omega U = Q$ ist, wo Q die pro Secunde durch die Schützenmündung fließende Wassermenge bezeichnet, so findet sich:

$$h_1 = \left(\frac{\mu \omega}{a}\right)^2 \frac{U^2}{2g} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{a} - 1\right)^2 + 2g \frac{pl}{ak^2} \right\}.$$

Ueber den Schwerpunkt der Schützenöffnung D verbleibt sonach als Druckhöhe = h :

$$h = H - h_1, \text{ d. i. :}$$

$$h = H - \frac{U^2}{2g} \cdot \left(\frac{\mu \omega}{a}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{1}{a} - 1\right)^2 + 2g \frac{pl}{ak^2} \right],$$

oder weil $h = \frac{U^2}{2g}$ ist, auch:

$$\text{II. } H = \frac{U^2}{2g} \left\{ 1 + \left(\frac{\mu \omega}{a}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{1}{a} - 1\right)^2 + 2g \frac{pl}{ak^2} \right] \right\} \text{ und}$$

$$\text{III. } U = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \left(\frac{\mu \omega}{a}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{1}{a} - 1\right)^2 + 2g \frac{pl}{ak^2} \right]}}$$

so wie endlich:

$$\text{IV. } Q = \mu \omega \sqrt{\frac{2gH}{1 + \left(\frac{\mu \omega}{a}\right)^2 \left[1 + \left(\frac{1}{a} - 1\right)^2 + 2g \frac{pl}{ak^2} \right]}}$$

wo μ , je nach der betreffenden Anordnung der Mündung, aus §. 101, 102 oder 103 zu entnehmen ist.

Erhebt sich vor dem Ausflusse bei D der Wasserspiegel wieder, d. h. bildet sich ein Stau an der Schützenstelle, (wie die punktirte Linie rs , Fig. 168, erkennen läßt), so kann man die Formel I. des §. 77 in Anwendung bringen, wie die Versuche von Lesbros ohne Zweifel lehren¹⁾. Bezeichnet hierzu H' die im Canale an einer Stelle gemessene Druckhöhe, woselbst die Stauoberfläche sich im

¹⁾ Expériences, Pag. 195, mit zugehörigen Abbildungen auf Taf. 7.

Beharrungszustande befindet (bei Lesbros etwa 1 Meter aufwärts), so wie Ω den Profilquerschnitt dasebst, so erhält man:

$$U = \sqrt{\frac{2gH'}{1 - \frac{\omega^2}{\Omega^2}}} \text{ und } Q = \mu_1 \omega U.$$

Die betreffenden Ausflußcoefficienten μ_1 variiren dabei nach Lesbros, wie folgende kleine Tabelle zeigt:

H'	μ_1
Meter	
1,4195	0,658
1,0437	0,662
0,7651	0,658
0,4410	0,660
0,2244	0,643
0,1696	0,625
0,1200	0,604

Ausführliches hierüber enthält das später folgende Staucapitel.

Beispiel. Für den Zweck eines Wasserradbetriebes verlangt man, daß der Ausfluß aus der Schützenöffnung D , Fig. 168, mit einer Geschwindigkeit von 3,3 Meter erfolgt, während die Aufschlagwassermenge pro Secunde 0,72 Cubikmeter beträgt und der Canal (das Gerinne) eine Länge von 100 Metern hat. Die Ausflußöffnung bei D soll 3,0 Meter lichte Weite und 0,10 Meter Höhe erhalten, das Wasser im Gerinne, bei 3,29 Meter Breite eine Tiefe von 0,546 Meter besitzen, während $\mu = 0,72$ und $\alpha = \frac{2}{3}$ angenommen wurde. Es ist die erforderliche Druckhöhe H , Fig. 168, im Sammelbehälter und die Differenz zwischen dieser Druckhöhe und der h vor der Schützenöffnung D zu berechnen.

Auflösung. Hier ist:

$$\omega = 3 \cdot 0,1 = 0,3; \mu\omega = 0,72 \cdot 0,03 = 0,216;$$

$$a = 0,546 \cdot 3,29 = 1,8; v = \frac{Q}{a} = \frac{0,72}{1,80} = 0,4. \text{ Demnach, wenn}$$

$$\text{man } k^2 = 2500 \text{ setzt, } \frac{2g}{k^2} = \frac{19,62}{2500} = 0,00784. \text{ Ferner:}$$

$$p = 3.290 + 1,092 = 4,382; \frac{pl}{a} = \frac{4,382 \cdot 100}{1,80} = 243,4.$$

Sonach zufolge II:

$$H = 0,555 \{ 1 + 0,0144 [1,25 + 1,9082] \}, \text{ d. i.}$$

$$H = 0,580.$$

$$\text{Ferner berechnet sich: } h = \frac{(3,3)^2 - (0,4)^2}{2 \cdot 9,81} = 0,546, \text{ daher endlich:}$$

$$H - h = 0,580 - 0,546 = 0,034.$$

Hieraus erhellt, daß der Einfluß der hier in Rechnung gebrachten Widerstände höchst gering ist.

Drittes Capitel.

Ungleichförmige Bewegung des Wassers in Canälen.

§. 142.

Aus den §. 132 aufgestellten Bedingungen, unter welchen allein eine gleichförmige Bewegung des Wassers in Canälen stattfindet, folgt ohne Weiteres, daß eine ungleichförmige Bewegung allemal vorhanden ist, sobald die Querprofile des strömenden Wassers eines und desselben Canales verschieden sind, das Bodengefälle veränderlich, null oder die Neigung des Bodens gar der Bewegungsrichtung entgegengesetzt ist. Eben so tritt noch Ungleichförmigkeit der Bewegung ein, wenn in einem Canale von sonst gleichem Profile und Längengefälle, Einbaue (Wehre, Buhnen, Brücken etc.) vorkommen, wodurch, von der Stelle des bemerkten Hindernisses ab, der Wasserspiegel auf eine mehr oder weniger lange Strecke stromaufwärts erhoben (gestaut) wird.

Um hierbei überhaupt Rechnungen möglich zu machen, setzen wir abermals voraus, daß für die Zeitintervalle der betreffenden Rechnungen und Beobachtungen, gleiche Wassermengen Q pro Secunde durch die verschiedenen Querschnitte $a_0, a_1, a_2, a_3 \dots a_{n-1}$ und a_n gehen, so daß, wenn man beziehungsweise die zugehörigen mittleren Geschwindigkeiten mit $v_0, v_1, v_2, v_3 \dots v_n$ bezeichnet, die Gleichung statt hat:

$$Q = a_0 v_0 = a_1 v_1 = a_2 v_2 = a_3 v_3 \dots a_n v_n.$$

Unter dieser letzten Voraussetzung nennt man die ungleichförmige Bewegung, wie bereits S. 396 erwähnt, eine permanente.

Ferner werde noch vorausgesetzt, daß die fließende Wassermasse aus ziemlich parallelen Fäden besteht und daß Wirbel und Gegenströme gar nicht vorhanden sind, auch die bemerkten Querschnitte ihre Gestalt und Größe nur in sanften Uebergängen verändern und demnach aus diesen und anderen Ursachen plötzliche Geschwindigkeitsänderungen nicht vorkommen.

Von den in folgenden Paragraphen zu entwickelnden Formeln ist natürlich noch weniger, als von den für die gleichförmige Bewegung gewonnenen, für die Praxis zu erwarten, daher bei ihrem Gebrauche auch noch mehr Vorsicht zu empfehlen ist.

Zwei Fälle sind es besonders, in welchem die Praxis gezwungen ist (um mindestens einige Haltpunkte zu gewinnen), von der Theorie dieser Wasserbewegung Gebrauch zu machen. Entweder hat man die secundliche Wassermenge zu bestimmen, wenn die auf einander folgenden Querschnitte des Canales oder Flusses und ferner die Gefälle bekannt sind; oder man soll bei gegebener Wassermenge die Wassertiefen stromauf- oder stromabwärts, überhaupt die Erhebung oder Senkung der Wasseroberfläche ermitteln.

§. 143.

Sieht man zunächst davon ab, ob es überhaupt zulässig ist, mit der lebendigen Kraft zu rechnen, welche der mittleren Profil-

geschwindigkeit entspricht, oder statt dieser mit der Summe der lebendigen Kräfte der einzelnen Wasserfäden, und ob man überdies die Widerstandscoefficienten für alle Punkte desselben Querschnittes constant voraussetzen darf, so liefert für den ersten Fall, d. h. für die Bestimmung der secundlichen Wassermenge, die Gleichung I, S. 396, wegen $v_n = \frac{Q}{a_n}$ und $v_0 = \frac{Q}{a_0}$, sofort den Ausdruck:

$$\frac{Q^2}{2g} \left[\frac{1}{a_n^2} - \frac{1}{a_0^2} \right] = h - \int_0^l \frac{p}{a} \frac{v^2}{k^2} dl,$$

wenn man zugleich den Prony'schen Widerstandswerth $Av + Bv^2$ durch den von Chezy und Eytelwein ersetzt. Oder da auch $v = \frac{Q}{a}$ ist:

$$\frac{Q^2}{2g} \left[\frac{1}{a_n^2} - \frac{1}{a_0^2} \right] = h - Q^2 \int_0^l \frac{p dl}{a^3 k^2}.$$

Hieraus folgt aber:

$$I. \quad Q^2 = \frac{h}{\frac{1}{2g} \left(\frac{1}{a_n^2} - \frac{1}{a_0^2} \right) + \int_0^l \frac{p dl}{a^3 k^2}}.$$

Für practische Zwecke bestimmt man den zweiten Theil des Nenners dieses Ausdruckes am Besten dadurch, daß man eine geeignete, möglichst regelmäßige Canal- oder Flußstrecke $= l$ in eine entsprechende Anzahl gleicher oder ungleicher Theile ($= \lambda$) theilt und für jedes darauf fallende Profil die Flächeninhalte $a_1, a_2, a_3 \dots a_n$ und eben so die Wasserperimeter $p_1, p_2, p_3 \dots p_n$ ermittelt und dann schreibt:

$$Q^2 = \frac{h}{\frac{1}{2g} \left(\frac{1}{a_n^2} - \frac{1}{a_0^2} \right) + \sum_0^l \left(\frac{p \lambda}{a^3 k^2} \right)}.$$

Sodann ergibt sich aber:

$$II. \quad \frac{1}{2g} \left(\frac{1}{a_n^2} - \frac{1}{a_0^2} \right) = E \text{ und } \sum_0^l \left(\frac{p \lambda}{a^3 k^2} \right) = G \text{ gesetzt:}$$

$$III. \quad Q = \sqrt{\frac{h}{E + G}}.$$

Beispiel. Es ist die Wassermenge eines Flusses zu bestimmen, bei welchem man auf die Länge von 414,9 Meter 6 Profile abgesteckt und ferner die entsprechenden Gefälle, Wasserperimeter und Flächeninhalte ermittelt hat. Geeignete mechanische Instrumente zum directen Messen der mittleren Profugeschwindigkeiten sind nicht vorhanden¹⁾.

¹⁾ Der Verfasser entlehnte dies Beispiel absichtlich der d'Aubuisson'schen Hydraulik, Pag. 183, woselbst für die Widerstände die Eytelwein'schen Coefficienten (S. 400) benutzt wurden.

Auflösung. Unter Benutzung der Kutter-Grebenau'schen Tabelle III, S. 416, die Wandbeschaffenheit des Flusses der Kategorie IX. entsprechend angenommen, ergibt sich überhaupt folgende kleine Tafel:

Nr. des Profiles	Längen der einzelnen Distanz in Metern = λ	Gefälle von Profil zu Profil, in Metern	Wasserperimeter = p in Metern	Flächeninhalt der Profile = a in Quadratmetern	Werthe von $\frac{p\lambda}{a^3}$	Werthe von $\frac{a}{p} = r$	Werthe von k	Werthe von k^2	Werthe von $\frac{p\lambda}{a^3 k^2}$
0	0,0	0,0	99,0	76,68	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
1	159,4	0,1720	110,8	73,84	0,04385	0,67	47,0	2209	0,0000198
2	65,6	0,0709	99,1	45,51	0,06896	0,46	42,7	1823	0,0000378
3	71,0	0,0659	94,1	64,05	0,02182	0,68	48,5	2352	0,0000038
4	79,7	0,0852	94,4	45,51	0,07980	0,48	41,5	1722	0,0000463
5	49,2	0,0531	117,8	62,68	0,02355	0,53	45,8	2098	0,0000112
Summen	414,9	0,4471			0,23798				0,0001189

Sodann ist:

$$E = \frac{1}{2g} \left(\frac{1}{a_n^2} - \frac{1}{a_0^2} \right) = 0,051(0,0002546 - 0,0001701) = 0,000043095;$$

$$G = \sum_0^i \left(\frac{p\lambda}{a^3 k^2} \right) = 0,00011890.$$

Daher:

$$E + G = 0,00012321,$$

und, da $h = 0^m,4471$ ist:

$$Q = \sqrt{\frac{0,4471}{0,00012321}} = 60,239 \text{ Cubikmeter.}$$

d'Aubuisson berechnete dagegen:

$$Q = 68,4 \text{ Cubikmeter.}$$

Die Messung mittelst eines Hydrometers (Tachometers) soll geliefert haben:

$$Q = 75,10 \text{ Cubikmeter.}$$

Ist letztere Messung richtig, so bestätigt dies Beispiel unsere Warnung vor dem Gebrauche der Formeln I. bis mit III.

In einzelnen Fällen, wo die Profilquerschnitte, überhaupt die Unregelmäßigkeit der Bewegung nicht so groß, wie in dem vorberechneten Falle ist, erhält man oft bessere Uebereinstimmungen, wie sich u. A. Weisbach bemüht, in der unten notirten Quelle ¹⁾ an Beispielen darzuthun.

So berechnet Weisbach (mittelst obiger Formeln) die Wassermenge an einer Stelle des Saaleflusses zu 1809 Cubikfuß, während eine directe Messung (mit den geeigneten Instrumenten) nur

¹⁾ Hülse, Maschinenencyklopädie. Bd II, S. 151 ff.

1578 Cubikfuß, also 231 Cubikfuß zu wenig lieferte. Der betreffende Fehler betrug daher $\frac{1809-1578}{1578} = 0,146$, d. i. fast 15 Procent.

Weisbach nimmt als Grund dieses Mißverhältnisses den Umstand an, daß auf einer über 2000 Fuß langen Flußstrecke nur 8 Profilmessungen gemacht worden wären, während, bei der vorhandenen Unregelmäßigkeit der Profile und demnach der großen Ungleichförmigkeit der Bewegung, eine viel bedeutendere Zahl (also auch geringere Abstände) hätten genommen werden müssen.

Wir werden nachher hören, wie die jüngsten Urtheile ausgezeichnete Hydrauliker hierüber lauten, so daß schon hier vor Anwendung vorstehender Formeln, auf Flüsse und Gräben mit natürlichen, unregelmäßigen Betten, unter allen Umständen gewarnt werden muß! Was daher die Ermittlung der Wassermenge Q betrifft, so muß man diese stets nach §. 124 bestimmen.

§. 144.

Um für den zweiten der oben bezeichneten Fälle, mindestens bei Canälen, Aufschlagwassergräben u. d. m., überhaupt für in regelmäßig, künstlichen Betten fließenden Wassers von den Sätzen der ungleichförmig permanenten Bewegung Gebrauch machen zu können, bemühen wir uns, die Gleichung I. des §. 132 (S. 396) entsprechend umzuformen.

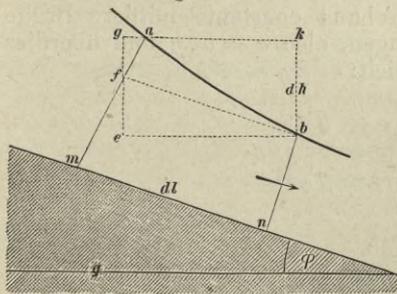
Differenzirt man hierzu diese Gleichung, so ergibt sich:

$$(1) \quad \frac{v dv}{g} = dh - \frac{p}{a} (Av + Bv^2) dl,$$

ein Ausdruck, der vorzugsweise dazu benutzt wird, die Länge l durch die Wassertiefe, oder auch diese letztere Größe durch die erstere auszudrücken.

Für diese Zwecke ist es von Vortheil, (1) wie nachstehend zu gestalten.

Fig. 169.



Es sei $abmnq$, Fig. 169, das Längensprofil einer Canalstrecke von der Länge $mn = dl$ und dem Neigungswinkel φ des Bodens; ferner sei die größte Tiefe des Profiles, stromaufwärts, d. i. $\overline{am} = y$, die kleinste stromabwärts $\overline{bn} = y - dy$, so daß af die Größe dy darstellt.

Sodann ist, wenn \overline{eb} und \overline{gak} parallel zum Horizonte gezogen werden, ge und kb aber

Verticallinien sind und $\overline{fb} \parallel \overline{mn}$ genommen wird:

$$\frac{\overline{kb} = \overline{gf} + \overline{ef}}{dh} = \frac{-dy \cdot \cos \varphi + dl \cdot \sin \varphi}{}$$

Hiernach folgt aus (1):

$$(2) \quad \frac{v dv}{g} = -dy \cdot \cos \varphi + dl \cdot \sin \varphi - \frac{p}{a} (Av + Bv^2) dl.$$

Aus dieser Gleichung entferne man dv , indem man beachtet, daß, wenn Q die pro Secunde abfließende Wassermenge bezeichnet, $v = \frac{Q}{a}$ und $dv = -\frac{Q \cdot da}{a^2} = -\frac{v}{a} da$ ist.

Statt da kann man aber schreiben $da = x \cdot dy$, wenn x die horizontale Breite des Wasserspiegels im Querprofile a bezeichnet, d. h. es ist auch:

$$dv = -\frac{v \cdot x}{a} \cdot dy.$$

Daher wird aus (2):

$$-\frac{v^2}{g} \cdot \frac{x}{a} \cdot dy + dy \cdot \cos \varphi = dl \cdot \sin \varphi - \frac{p}{a} (Av + Bv^2) dl$$

und daher:

$$\text{I. } \frac{dl}{dy} = \frac{\frac{v^2}{g} \cdot \frac{x}{a} - \cos \varphi}{\frac{p}{a} (Av + Bv^2) - \sin \varphi}.$$

In den meisten Fällen ist φ sehr klein, weshalb man setzen kann $\cos \varphi = 1$. Setzt man überdies $\sin \varphi = i$, so folgt:

$$\text{II. } \frac{dl}{dy} = \frac{\frac{v^2}{g} \cdot \frac{x}{a} - 1}{\frac{p}{a} (Av + Bv^2) - i}.$$

Führt man hier wieder Q ein, ersetzt abermals $Av + Bv^2$ durch $\frac{v^2}{k^2}$ und beachtet, daß $dy = \frac{da}{x}$ ist, so ergibt sich:

$$\text{III. } dl = \frac{1}{i \cdot x} \cdot \frac{\frac{x}{g} Q^2 - a^3}{\frac{pQ^2}{ik^2} - a^3} \cdot da.$$

Kann man endlich eine durchaus constante mittlere Breite $= b$ der Profile in Rechnung bringen, also $a = b \cdot y$ und überdies $x = b$ setzen, so erhält man endlich:

$$\text{IV. } i \cdot dl = \frac{\frac{Q^2}{gb^2} - y^3}{\frac{pQ^2}{ib^3k^2} - y^3} \cdot dy.$$

§. 145.

Geschichtliche Notizen.

Eine Theorie der ungleichförmigen Bewegung des Wassers dürfte zuerst von Eytelwein aufgestellt worden sein. Mindestens entwickelt derselbe im Zusatze zu §. 131 der 1822 bearbeiteten zweiten Auflage seiner Hydraulik, eine Gleichung zur Berechnung der Wassertiefe und des Gefälles für einen Canal von unveränderlicher Breite, worin das

Wasser im oberen Querschnitt höher steht als im Querschnitt am unteren Ende einer bestimmten Länge.

Leider ist Eytelwein's Entwicklung insofern mangelhaft, als er die lebendige Kraft unberücksichtigt läßt, welche entweder einen Theil des Gefälles in Anspruch nimmt, wenn das Wasser aus einer kleineren Geschwindigkeit in eine größere übergeht oder das Gefälle vermehrt, wenn das Wasser an Geschwindigkeit verliert.

Auch Gerstner in seiner Mechanik (Anmerkung zu §. 253, Bd. II) entwickelt eine Formel für die ungleichförmige Bewegung des Wassers in Betten, unter der Voraussetzung, daß das Gefälle constant und die Wassertiefe in Hinsicht auf Wasserperimeter und Breite der Profile sehr klein und wenig veränderlich ist. Die Rechnung ist jedoch so verwickelt, daß sie keinen practischen Werth hat.

Frei von dem bei Eytelwein gerügten Fehler, bei gehöriger Einfachheit für practische Zwecke, behandelte zuerst Poncelet die fragliche Aufgabe in der (im Winter von 1827 auf 1828 bearbeiteten) lithographirten Ausgabe seines berühmten Werkes „Cours de mécanique appliquée aux machines“, und zwar gelangte er daselbst zu den im vorigen Paragraphen entwickelten Gleichungen. Unmittelbar nachher (ebenfalls 1828) veröffentlichte Belanger seine werthvolle Abhandlung über denselben Gegenstand unter dem Titel „Essai sur la solution numérique de quelques problèmes relatifs au mouvement permanent des eaux courantes“¹⁾. Der Verfasser gegenwärtigen Buches hat es für Pflicht gehalten, entsprechend der Bedeutung, welche man lange Zeit hindurch der hierin gegebenen Lösung von Aufgaben der practischen Hydraulik mit Recht beilegte, einige derselben im folgenden Paragraphen aufzunehmen.

Später machten sich insbesondere Coriolis und Vauthier um die Ausbildung der Theorie der permanenten Bewegung verdient, deren Abhandlungen in den Annales des ponts et chaussées, Jahrgang 1836, Tome XI. und XII, zu finden sind. Vauthier insbesondere suchte die Theorie durch zahlreiche Beispiele den Practikern zugänglich zu machen.

Coriolis war es namentlich, welcher es zuerst für erforderlich hielt, den linken Theil der Gleichung (1) des vorigen Paragraphen mit dem Erfahrungscoefficienten α zu multipliciren, den er größer als Eins voraussetzte und wodurch er glaubte, den Fehler corrigiren zu können, den man offenbar begeht, indem man statt der Summe der lebendigen Kräfte der einzelnen Stromfäden, die lebendige Kraft in Rechnung nimmt, welche der mittleren Geschwindigkeit entspricht.

Vauthier zeigte, daß man $\alpha = 1,03$ nehmen könne, wenn die mittlere Geschwindigkeit 1,5 Meter beträgt, dagegen $\alpha = 1,10$, wenn die mittlere Geschwindigkeit 0,25 Meter ist.

Das erste Lehrbuch einer für Ingenieure brauchbaren Hydraulik, worin die permanente ungleichförmige Bewegung des Wassers in Flüssen und Canälen behandelt wurde, war die zweite, 1840 erschienene Auf-

¹⁾ Die Priorität der Aufstellung betreffender Formeln, Belanger gegenüber, wird auch in der von Kretz (1876) besorgten Ausgabe des erwähnten Poncelet'schen Werkes, Seconde Partie, Pag. 100, entschieden Poncelet zugesprochen.

lage des für seine Zwecke höchst werthvollen Buches d'Aubuisson's (Traité d'Hydraulique a l'Usage des Ingénieurs), worüber bereits oben S. 205 berichtet wurde.

Zu bedauern war, daß d'Aubuisson zum Vergleiche seiner Rechnungsergebnisse lediglich Funk'sche Messungen benutzte, welche dieser Hydrotekt seiner Zeit in der Weser angestellt hatte und von denen sehr viele (nach Hagen und Lahmeyer)¹⁾ als von sehr zweifelhaftem Werthe nachgewiesen wurden.

Weisbach bemühte sich zuerst und zwar in seiner für den Unterricht und für das Selbststudium höchst anzuerkennenden Weise, die Theorie der ungleichförmigen Bewegung fließender Wässer in Deutschland zu verbreiten, so daß, in Bezug der werthvollen Aufgaben, die betreffende, für Hülse's Maschinenencyklopädie, Bd. II. (Artikel „Bewegung des Wassers“) gelieferte Arbeit noch heute Beachtung verdient.

Welcher geringe Werth, trotz alledem, für die Praxis, sämtlichen bis gegen Ende der vierziger Jahre aufgestellten Theorien dieser Wasserbewegung, beigelegt werden konnte, wies zuerst Dupuit in seinem schon oben S. 347 markirten, (1848) erschienenen Werke: „Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux courantes“²⁾, ganz entschieden nach.

Es wird genügen, hier nur einige seiner scharfen Urtheile wiederzugeben. Bei Gelegenheit einer Kritik über die Coefficienten zur Correction der fehlerhaften Bildung der betreffenden lebendigen Kräfte nach Coriolis, Vauthier u. A., bemerkt Dupuit schließlich Folgendes:³⁾ „Tous les calculs faits jusqu'à present, et qui reposent sur la différence de la force vive de deux sections voisines, sont donc complètement erronés. S'il s'agissait de rectangles indéfinis ou de sections régulières, les formules, qui précèdent (Siehe vorigen Paragraphen) ou d'autres analogues pourraient servir à les rectifier, mais les sections de cours d'eau naturel sont tellement irrégulières qu'il est impossible d'arriver à déterminer d'une manière un peu exacte l'expression de la force vive. Or une légère erreur dans l'évaluation de deux quantités peut en donner une énorme dans leur différence“.

Von den Formeln des vorigen Paragraphen macht daher Dupuit auch nur in den Fällen Gebrauch⁴⁾, wenn die Profile Rechtecke von unveränderlicher Breite bilden, oder die Querschnitte sich weder plötzlich noch graduell verändern.

Unter Beachtung dieser Vorschrift gelangte Dupuit zu werthvollen practischen Resultaten, welche die weitläufigen, sehr ermüdenden Rechnungen Belanger's⁵⁾ überflüssig machten und wovon hier nachfolgende Paragraphen Zeugniß geben werden.

¹⁾ Lahmeyer, Erfahrungsresultate, S. 16.

²⁾ Eine zweite Auflage dieses schätzbaren Buches (durchgesehen und beträchtlich vermehrt) erschien 1863. Die hauptsächlichsten theoretischen Erörterungen sind jedoch unverändert geblieben.

³⁾ a. a. O., Pag. 65, §. 45 der zweiten Auflage.

⁴⁾ Études, Zweite Auflage, Pag. 73.

⁵⁾ Essai sur la solution numérique etc.

Unter Beibehaltung derselben Rechnungsbasis (Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte) konnten begreiflicher Weise diese Theorien keine erfolgreiche Aenderung bewirken, wie dies u. A. auch Bresse in seinem sonst vortrefflichen Buche „Cours de mécanique appliquée“, II^e Partie, Paris 1860, erkennen läßt.

Als völlig unzulänglich, wenn nicht als eine beklagenswerthe Täuschung, wenigstens für die Sache im Allgemeinen, müßte den rationalen Practikern der Abschnitt „Expériences sur le mouvement varié“ (Pag. 247—296) in dem sonst so ausgezeichneten Werke „Recherches hydrauliques“ von Darcy-Bazin, erscheinen. Aus den hier mitgetheilten Versuchen ist für die wichtigsten practischen Fälle nur sehr wenig zu entnehmen.

Das größte Aufsehen in der betreffenden theoretischen Welt hat das jüngste Werk des Franzosen Boussinesq erregt, welches am 28. October 1872 der Pariser Academie der Wissenschaften präsentirt wurde und betitelt ist: „Essai sur la théorie des eaux courantes“¹⁾. Nach dem Berichte einer Commission, bestehend aus Bonnet, Phillips und Saint-Venant, erklärte die Academie dasselbe als würdig zur Aufnahme in das Recueil des Savants étrangers, was gleichbedeutend dem Urtheile ist, daß die Arbeit zu den Ausgezeichnetsten ihrer Art gehört. Hiermit wird zugleich das höchste Lob über die vorzügliche Leistung eines Nichtmitgliedes der Academie ausgesprochen.

Diese Arbeit umfaßt, von rein theoretischen Standpunkte, die Bewegung des Wassers in offenen Betten und in (geschlossenen) Röhren und behandelt in ersterer Beziehung namentlich die ungleichförmige Bewegung, wie sich solche bei Hochwasser und bei der Einwirkung von Fluth und Ebbe zu erkennen giebt.

Boussinesq basirt hierzu seine Theorien nicht auf das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte, sondern auf die hydrostatischen und hydrodynamischen Gleichungen Euler's (S. 15 und S. 193) und zwar besonders deshalb, weil nach seiner Ansicht sonst die widerstehenden Arbeiten der inneren Kräfte nicht die erforderliche Beachtung erfahren können.

Leider sind die sich ergebenden analytischen Rechnungen so verwickelt und weitläufig, daß wenigstens in der von Boussinesq erhaltenen Gestalt, die Praxis keinen Gebrauch davon machen kann.

§. 146.

Um die Brauchbarkeit vorstehender Formeln in einigen practischen Fällen darzuthun, mag zunächst II, §. 144, zur Lösung eines Belanger'schen Zahlenbeispiels²⁾ vorbereitet werden.

Der Boden des betreffenden Canales (Aqueduc de Ceinture in Paris) sei ganz horizontal, also $i = \text{Null}$, so daß aus II. wird:

¹⁾ Paris. Imprimerie Nationale. 1877.

²⁾ a. a. O., Nr. 25.

$$(1) \frac{dl}{dy} = \frac{\frac{v^2}{g} \cdot \frac{x}{a} - 1}{\frac{p}{a} (Av + Bv^2)}.$$

Belanger integrirt diesen Ausdruck in gewöhnlicher Weise nicht, sondern betrachtet die Differenzialien als Differenzen, schreibt, indem er gleichzeitig l stromaufwärts zählt:

$$(2) \Delta l = \frac{a - \frac{v^2}{g} \cdot x}{p(Av + Bv^2)} \cdot \Delta y,$$

und verfährt übrigens ganz so, wie §. 143 bei der Lösung derartiger Zahlenbeispiele, was auch aus dem Nachstehenden ferner klar werden wird.

Zum Vergleiche mit diesem Verfahren integriren wir erstere Gleichung mit Dupuit¹⁾ direct, schicken jedoch noch einige entsprechende Umgestaltungen derselben und fernere Annahmen voraus.

Zuerst nehmen wir die Profilquerschnitte (nahezu) als Rectangel von gleicher Breite $x = 2b$ an, erhalten also:

$$a = 2by, \quad Q = 2vby, \quad v = \frac{Q}{2b} \cdot \frac{1}{y},$$

oder wenn zur Abkürzung $\frac{Q}{2b} = r$ gesetzt wird,

$$v = \frac{r}{y}, \text{ daher}$$

$$\frac{dl}{dy} = \frac{\frac{2b}{2by} \cdot \frac{r^2}{g} \cdot \frac{1}{y^2} - 1}{\frac{2b + 2y}{2by} \left(A \frac{r}{y} + B \frac{r^2}{y^2} \right)}, \text{ oder}$$

$$\frac{dl}{dy} = b \cdot \frac{\frac{r^2}{g} - y^3}{(b + y)(Ary + Br^2)}.$$

Hier wieder $Ary + Br^2 = m$ als constant angenommen, liefert endlich:

$$\frac{m \cdot l}{b} = \frac{r^2}{g} \int \frac{dy}{b + y} - \int \frac{y^3 dy}{b + y} + \text{Const.}$$

Beachtet man hier, daß

$$\frac{y^3}{y + b} = y^2 - by + b^2 - \frac{b^3}{b + y}$$

ist, so erhält man:

$$\frac{m \cdot l}{b} = \left(\frac{r^2}{g} + b^3 \right) \text{Lgnt}(b + y) - \frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{2}y^2b - yb^2 + \text{Const.}$$

Bezeichnet ferner Y die größte Wassertiefe stromaufwärts, so wird $l = \text{Null}$ für $y = Y$ und daher das bestimmte Integral:

$$(3) l = \frac{b}{m} \left[\left(\frac{r^2}{g} + b^3 \right) \text{Lgnt} \left(\frac{b+y}{b+Y} \right) - \frac{1}{3}(y^3 - Y^3) + \frac{1}{2}b(y^2 - Y^2) - b^2(Y - y) \right].$$

¹⁾ Etudes Nr. 54 (Erste Auflage) und Nr. 55 (Zweite Auflage).

Beispiel. Der Canal des Aqueduc de Ceinture in Paris führt pro Secunde eine Wassermenge von 0,8 Cubikmeter, bei ganz horizontalem Boden ab und hat bei seiner Ausmündung eine Wassertiefe von $0^m,4$. Die Seitenwände haben eine $\frac{1}{3,2}$ fache Anlage und die Sohle eine constante Breite von $1^m,3$; es fragt sich, in welcher Entfernung stromaufwärts die Wassertiefe $1^m,7$ beträgt?

Erste Auflösung.

Des bemerkten Vergleiches mit den Belanger'schen Zahlenwerthen wegen, rechnen wir hier mit den Eytelwein'schen Coefficienten, setzen also nach §. 133, S. 400:

$$A = 0,0000243; B = 0,000366.$$

In Bezug auf Gleichung (3) ist ferner $Y = 1^m,7$, $y = 0^m,4$ daher die mittlere Tiefe auf die bemerkte Strecke. $\frac{1,7 + 0,4}{2} = 1,05$, und deshalb die mittlere Breite im Wasserspiegel des trapezförmigen Profles:

$$1,3 + \frac{2}{3,2} \cdot 1,05 = 1^m,366, \text{ also}$$

$$2b = \frac{1,30 + 1,366}{2} = 1,333 \text{ und}$$

$$b = 0^m,67.$$

Ferner

$$r = \frac{Q}{2b} = \frac{0,8}{1,333} = 0,6,$$

so wie, wegen $m = Ary + Br^2$:

$$Ary = 0,0000243 \cdot 0,6 \cdot 1,05 = 0,00015309;$$

$$Br^2 = 0,000366 \cdot 0,36 = 0,00013176;$$

$$m = 0,000147069.$$

Deshalb aber aus (3):

$$l = \left\{ \frac{0,67}{0,000147069} \left[\left(\frac{0,36}{9,82} + 3,01 \right) \text{Lgnt} \frac{1,07}{2,37} - \frac{1}{3} (0,064 - 4,913) \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \cdot 0,67 (0,16 - 2,89) - 0,4489 (0,40 - 0,70) \right\}$$

d. i. $l = 4639$ Meter.

Zweite Auflösung¹⁾.

Mit Bezug auf Gleichung (2) ist:

$$x = 1,30 + \frac{2}{3,2} \cdot y = \frac{1}{3,2} \cdot (41,6 + 2y);$$

$$p = 1,30 + 2y = \sqrt{1 + \left(\frac{1}{3,2}\right)^2} = \frac{1}{3,2} (41,6 + 64,03 \cdot y);$$

$$a = \frac{y}{2} (1,30 + x) = \frac{y}{32} (41,6 + y);$$

$$v = \frac{Q}{a} = \frac{0,80}{a}.$$

$$\text{Daher } \Delta t = \frac{32 \cdot a - \frac{v^2}{2g} (83,2 + 4y)}{(41,6 + 64,03 \cdot y) (Av + Bv^2)} \cdot \Delta y.$$

¹⁾ Belanger, Essai etc. Nr. 28.

Von $y = 0^m, 4$ anfangend und um $0^m, 1$ fortschreitend, hat Belanger nach und nach folgende Tabelle berechnet, welche, mit Rücksicht auf vorstehenden Ausdruck für Δl , von selbst verständlich ist.

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
y	$32 \cdot a$	$v = \frac{25,6}{32 \cdot a}$	$\frac{v^2}{2g}$	$83,2 + 4y$	Producte der Columnen 4 und 5 = P	$32a - P$	$32p = \frac{32p}{41,6 + 64,03y}$	$\Delta v + Bv^2$	Nenner des Ausdrucks $\frac{\Delta l}{\Delta y}$ oder Product aus 8 und 9	$\frac{\Delta l}{\Delta y}$ oder Quotient aus 7 durch 10	Abstände der auf einander folgenden Tiefen
$0^m, 40$	16,80	1,523	0,1182	84,80	10,0284	6,7766	67,212	0,0008848	0,059469	114	23^m
0,50	21,95	1,216	0,0753	85,20	6,4156	14,6344	73,615	0,0005701	0,041968	349	50
0,60	25,32	1,011	0,0521	85,60	4,4598	20,8602	80,018	0,0003982	0,031863	655	84
0,70	29,61	0,865	0,03814	86,00	3,2800	26,3300	86,421	0,0002945	0,025451	1035	126
0,80	33,92	0,755	0,02906	86,40	2,5108	31,4092	92,824	0,0002267	0,021043	1493	176
0,90	38,25	0,669	0,02281	86,80	1,9799	36,2701	99,227	0,0001798	0,017841	2033	234
1,00	42,60	0,601	0,01841	87,20	1,6054	40,9946	105,630	0,0001466	0,015485	2647	299
1,10	46,97	0,545	0,01514	87,60	1,3263	45,6437	112,033	0,0001218	0,013646	3345	373
1,20	51,36	0,498	0,01242	88,00	1,0930	50,2670	118,436	0,0001027	0,012163	4133	455
1,30	55,77	0,459	0,01074	88,40	0,9494	54,8260	124,839	0,0000881	0,010998	4985	545
1,40	60,20	0,425	0,00921	88,80	0,8178	59,3832	131,242	0,0000763	0,010014	5930	643
1,50	64,65	0,396	0,00799	89,20	0,7127	63,9373	137,645	0,0000670	0,009222	6932	749
1,60	69,12	0,370	0,00698	89,60	0,6254	68,4946	144,038	0,0000590	0,008498	8060	863
1,70	73,61	0,348	0,00617	90,00	0,5553	73,0547	150,441	0,0000527	0,007928	9215	
Summa, d. i. l = 4620 ^m											

Es bedarf hiernach keiner Erörterung, welcher Auflösungsmethode man den Vorzug geben wird,

§. 147.

Ein etwas allgemeinerer Ausdruck, wie der des vorigen Paragraphen, läßt sich durch directe Integration von IV, §. 144, unter Voraussetzung erhalten, daß i und k constante Größen sind.

Zuerst kann man nämlich schreiben:

$$i \cdot dl = \frac{y^3 - \frac{Q^2}{gb^2}}{y^3 - \frac{pQ^2}{3k^2}} \cdot dy, \text{ oder auch:}$$

$$i \cdot dl = \left[1 + \frac{\frac{pQ^2}{ib^3k^2} - \frac{Q^2}{gb^2}}{y^3 - \frac{pQ^2}{ib^3k^2}} \right] dy.$$

Ferner setze man $\frac{pQ^2}{ib^3k^2} = D^3$, $\frac{Q^2}{gb^2} = E^3$, wo D und E als bekannte Werthe anzunehmen sind, so daß erhalten wird:

$$i \cdot dl = \left[1 + \frac{D^3 - E^3}{y^3 - D^3} \right] dy,$$

hieraus aber, wenn Y wieder stromaufwärts die (größte) Tiefe am Ende der Strecke l bezeichnet:

$$i \cdot l = (y - Y) + (D^3 - E^3) \int_Y^y \frac{dy}{y^3 - D^3}.$$

Durch Zerlegung in Partialbrüche erhält man aber:

$$\frac{1}{y^3 - D^3} = \frac{1}{3D^2(y - D)} - \frac{2D + y}{3D^2(y^2 + Dy + D^2)},$$

daher:

$$i \cdot l = (y - Y) + \frac{D^3 - E^3}{3D^2} \int_Y^y \frac{dy}{y - D} - \frac{D^3 - E^3}{3D^2} \int_Y^y \frac{(2D + y) \cdot dy}{(y^2 + Dy + D^2)},$$

so wie nach vollständiger Ausführung der Integration:

$$\text{I. } l = \frac{y - Y}{i} + \frac{D^3 - E^3}{3 \cdot i \cdot D^2} \left\{ \frac{1}{2} \text{Lgnt} \left[\left(\frac{y - D}{Y - D} \right)^3 \frac{Y^3 - D^3}{y^3 - D^3} \right] + \frac{1}{2} \text{arc} \left[\text{tg} = \frac{D(Y - y) \sqrt{3}}{D(2D + Y) + y(2Y + D)} \right] \right\} \cdot 1)$$

1) Es ist $\int \frac{dy(2D + y)}{y^2 + Dy + D^2} = \frac{1}{2} \int \frac{dy(2y + D)}{y^2 + Dy + D^2} + \frac{1}{2} \int \frac{3D \cdot dy}{y^2 + Dy + D^2}$, ferner:

$$\int \frac{dy(2y + D)}{y^2 + Dy + D^2} = \text{Lgnt}(y^2 + Dy + D^2) + \text{Const.}, \text{ so wie}$$

$$\int \frac{dy}{y^2 + Dy + D^2} = \frac{2}{D\sqrt{3}} \text{arc} \left(\text{tg} = \frac{2y + D}{D\sqrt{3}} \right) + \text{Const.}$$

(In letzterem Falle zur Integration $y = u \frac{D}{2}$ gesetzt.)

Beispiel. Am Hamelner Wehre maß Funk¹⁾ die Wassertiefe der Weser 9,497 Fuß, während 3300 Cubikfuß Wasser über dasselbe flossen. Ferner betrug die Wassertiefe des natürlichen (nicht gestauten) Flusses, da wo die Bewegung (ziemlich) gleichförmig war, 2,40 Fuß und die mittlere Geschwindigkeit $v = 2,94$ Fuß, ferner war die Flußbreite an letzterer Stelle 467,69 Fuß und das Gefälle pro Längeneinheit $\frac{1}{2253}$. Es fragt sich, in welcher Entfernung stromaufwärts die Wassertiefe 7,4 Fuß betrug?

Auflösung. Es ist hier, mit Bezug auf I: $Q = 3300$; $v = 2,94$;
 $a = \frac{Q}{v} = 1122 \square', 4$; $b = 467,69$; $p = 467,69 + 4,8 = 472,49$; $i = \frac{1}{2253}$;
 $k = 97,847$, $g = 31,25$, und daher:

$$D^3 = \frac{pQ^2}{ib^3k^2} = 11,56,$$

$$D^2 = 5,114,$$

$$D = 2,261.$$

Ferner: $E^3 = \frac{Q^2}{gb^2} = 1,59312$; $Y = 2,4$; $y = 9,497 - 2,40 = 7,097$.

$$\text{Daher } \int \frac{dy}{y^3 - D^3} = \frac{1}{3D^2} \text{Lgnt}(y - D) - \frac{1}{6D^2} \text{Lgnt}(y^2 + Dy + D^2) -$$

$$\frac{1}{D^2 \sqrt{3}} \arcc\left(\text{tg} = \frac{2y + D}{D \sqrt{3}}\right) + \text{Const.}$$

oder auch:

$$\int \frac{dy}{y^3 - D^3} = \frac{1}{3D^2} \text{Lgnt}(y - D) - \frac{1}{3D^2} \text{Lgnt} \sqrt{y^2 + Dy + D^2} -$$

$$\frac{1}{D^2 \sqrt{3}} \arcc\left(\text{tg} = \frac{2y + D}{D \sqrt{3}}\right) + \text{Const.}$$

Daher mit Beachtung der Grenzen:

$$\int_Y^y \frac{dy}{y^3 - D^3} = \frac{1}{3D^2} \left\{ \text{Lgnt} \frac{y - D \sqrt{Y^2 + DY + D^2}}{Y - D \sqrt{y^2 + Dy + D^2}} - \right.$$

$$\left. \sqrt{3} \left[\arcc\left(\text{tg} = \frac{2y + D}{D \sqrt{3}}\right) - \arcc\left(\text{tg} = \frac{2Y + D}{D \sqrt{3}}\right) \right] \right\},$$

oder nach fernerer Zusammenziehung und mit Rücksicht auf die Form:

$$\arcc\left(\text{tg} = \frac{m}{p}\right) - \arcc\left(\text{tg} = \frac{n}{p}\right) = \arcc\left\{\text{tg} = \frac{mq - np}{pq + mn}\right\}.$$

$$\int_Y^y \frac{dy}{y^3 - D^3} = \frac{1}{3D^2} \left\{ \frac{1}{2} \text{Lgnt} \left(\frac{y - D}{Y - D}\right)^3 \left(\frac{Y^3 - D^3}{y^3 - D^3}\right) \right.$$

$$\left. \sqrt{3} \arcc\left[\text{tg} = \frac{D(Y - y) \sqrt{3}}{D(2D + Y) + y(2Y + D)}\right] \right\}.$$

¹⁾ Darstellung der wichtigsten Lehren der Hydrotechnik etc., S. 135. Des Vergleiches mit der Funk'schen Originalarbeit wegen, behält der Verfasser hier die rhnl. (preußischen) Maaße bei. Bekanntlich ist 1 Meter = 3,186 solcher Fuße und 1 Cubikmeter = 32,346 Cubikfuß rhnl.

Daher also:

$$l = \frac{9,497 - 7,400}{\frac{1}{2258}} + \frac{11,56 - 1,593}{3 \cdot \frac{1}{2253} \cdot 5,114} \left(\frac{1}{2} \text{Lgnt} \left[\left(\frac{9,497 - 2,261}{7,40 - 2,261} \right)^3 \left(\frac{405,22 - 11,56}{856,56 - 11,56} \right) \right] - \sqrt[3]{\text{arc} \left(\text{tg} = \frac{2,261 \cdot 2,097 \cdot 1,732}{26,956 \cdot 162,028} \right)} \right);$$

$$l = 2253 \{ 2,097 + 0,65 \left[\frac{1}{2} (0,263) - 1,732 \cdot \text{arc } 2^{\circ} 30' \right] \};$$

$$l = 2253 (2,097 + 0,0367) = 2253 \cdot 2,1337;$$

$$l = 4807 \text{ Fuß.}^1)$$

Im vierten Capitel, bei der Berechnung der sogenannten Stauweiten, kommen wir auf dies Beispiel zurück, wobei ein außerordentlich kurzes Verfahren zur Auflösung angewandt werden wird.

Viertes Capitel.

Stauhöhe und Stauweite bei Einbauen in Canälen und Flüssen.

§. 148.

Jede Beschränkung, Erhöhung oder jeder Einbau im Bette eines Canales oder Flusses, erzeugt eine Erhebung (einen Aufstau) der Schichten und beziehungsweise der Oberfläche des fließenden Wassers. Die Größe dieser Erhebung über den natürlichen Wasserspiegel nennt man die Stauhöhe und die Länge, auf welche sie sich stromaufwärts fortpflanzt, die Stauweite.

Hier kann nur von regelrechten, künstlichen Einbauen im Wasserbette die Rede sein, welche sich entweder über die ganze Breite oder nur über einen Theil derselben erstrecken. Zur ersten Classe gehören die dichten Wehre, bei denen man wieder vollkommene und unvollkommene Ueberfallwehre, so wie Durchlaß- und Schleusenwehre unterscheidet; zur zweiten Classe rechnet man die lichten Wehre, Bühnen, Parallelwerke und Brücken, wenn die Pfeiler der letzteren in den Strom eingebaut sind.

Im Nachstehenden beantworten wir die Fragen, welche sich auf Berechnung der Stauhöhe und Stauweite aller dieser Einbaue beziehen.

§. 149.

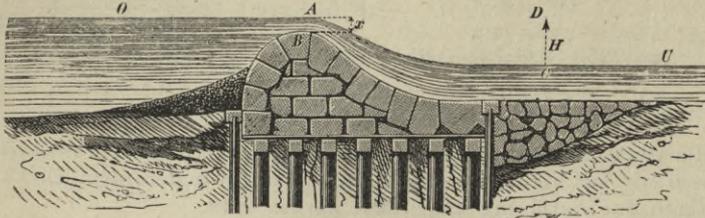
Stauhöhe.

Stauhöhe bei vollkommenen Ueberfallswehren, d. h. bei Wehren, woselbst der Unterwasserspiegel U , Fig. 170, stets unter der Wehrkrone (dem Fachbaume) B liegt.

¹⁾ Zum Vergleiche betreffender Formeln ist dies Zahlenbeispiel absichtlich der Maschinenencyclopädie, Bd. 2, S. 190, entlehnt, woselbst Weisbach, aus einer Gleichung anderer Form, $l = 4826$ Fuß berechnet.

Es sei $CD = H$ die durch das Wehr erzeugte oder hervorzubringende Stauhöhe, oder die Differenz der Wasserspiegel U hinter und O vor dem Wehre, ferner b die Breite der Wehrkrone

Fig. 170.



(Fachbaumlänge), so wie $AB = x$ die Tiefe der Ueberfallsstelle B unter dem gestauten, aber ungesenkten Wasserspiegel O , und endlich c die mittlere Geschwindigkeit im größten Stauprofile vor dem Wehre.

Sodann erhält man zunächst, nach §. 111, für die pro Sekunde über das Wehr fließende Wassermenge $= q$:

$$(1) \quad q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left\{ \left(x + \frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \left(\frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} \right\},$$

oder wenn c klein genug ist:

$$(2) \quad q = \frac{2}{3} \mu b x \sqrt{2gx}.$$

Verlangt man nun in einem bestimmten Falle, die zur Erzeugung der Stauhöhe H erforderliche Höhe $= z$ der Wehrkrone über dem ungestauten Wasserspiegel, d. i. die Größe $H - x = z$ zu kennen, so ergibt sich aus (1):

$$\text{I.} \quad z = H + \frac{c^2}{2g} - \left\{ \left(\frac{3q}{2\mu b \sqrt{2g}} \right) + \left(\frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{2}{3}} \right\}^{\frac{3}{2}},$$

so wie die Wehrhöhe $= \eta$ über der Sohle des Flußbettes, wenn e die Tiefe des natürlichen, ungestauten Stromes ist:

$$\text{II.} \quad \eta = e + H + \frac{c^2}{2g} - \left\{ \left(\frac{3q}{2\mu b \sqrt{2g}} \right) + \left(\frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{2}{3}} \right\}^{\frac{3}{2}}.$$

Ist dann B die natürliche Flußbreite vor dem Wehre, im größten Stauprofile, wobei $B \leq b$ sein kann, so ist:

$$c = \frac{Q}{B(e+H)},$$

wenn Q die Wassermenge des Flusses oberhalb bezeichnet, die gleich q ist, sobald vor dem Wehre keine Wasserabführung erfolgt.

Nach Eytelwein¹⁾ soll man für Ueberfälle mit Flügelwänden und wenn die Ueberfallskante gehörig abgerundet ist, $\mu = 0,855$ oder $\frac{2}{3}\mu = 0,570$ nehmen. Bei Ueberfällen ohne Flügelwände rath derselbe Hydrauliker $\mu = 0,632$ zu setzen. Nach Weisbach's Versuchen soll sich, für den ersten Fall, $\mu = 0,8$ ergeben haben

¹⁾ Handbuch der Mechanik und Hydraulik, 2. Auflage, S. 115 und 181.

Beispiel. In einem Flusse, welcher 11,68 Meter Breite und 1,46 Meter mittlere Tiefe hat und pro Secunde 7,47 Cubikmeter Wasser abführt, will man ein vollkommenes Ueberfallswehr von 14,6 Meter Breite an einer Stelle einbauen, woselbst kein größerer Stau als 0,73 Meter gestattet wird, aber 1,84 Cubikmeter Wasser pro Secunde in einen Seitengraben zum Beaufschlagen eines Wasserrades abgeführt werden sollen. Man soll die Höhe der Wehrkrone über der Flußsohle berechnen.

Auflösung. Zuerst ist hier, um c zu berechnen, $Q = 7^{cbm}, 47$, $e = 1^m, 46$, $B = 11^m, 68$, $H = 0^m, 73$, also:

$$c = \frac{7,47}{11,68 (1,46 + 0,73)} = \frac{7,47}{25,58} = 0,292,$$

daher wegen $g = 9^m, 81$ und $\frac{1}{2g} = 0,051$:

$$\frac{c^2}{2g} = 0,004348,$$

folglich, wenn man überdies Flügelwände voraussetzt und $\mu = 0,855$ nimmt, ferner beachtet, daß $q = 7,47 - 1,84 = 5,63$ Cubikmeter ist, nach II:

$$\eta = 1,46 + 0,73 + 0,004348 - \left\{ \frac{3 \cdot 5,63}{2 \cdot 0,835 \cdot 14,6 \cdot 4,43} + (0,004348)^{\frac{3}{2}} \right\}^{\frac{2}{3}},$$

$$\eta = 2,194348 - [0,1527 + 0,0002596]^{\frac{2}{3}}, \text{ d. i. :}$$

$$\eta = 2,194348 - 0,2870 = 1^m, 907348.$$

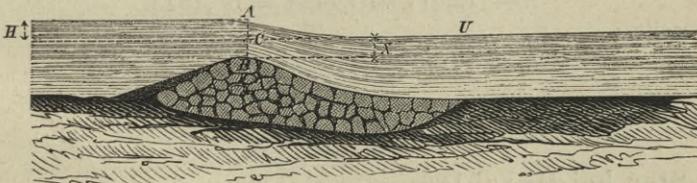
Aus den letzteren (Zahlen-) Gleichungen ist zugleich zu entnehmen, welchen geringen Einfluß auf die Wehrhöhe die Geschwindigkeit ($= c$) im größten Stauprofile vor dem Wehre hat.

§. 150.

Stauhöhe bei unvollkommenen Ueberfallswehren (Grundwehren), d. h. bei solchen Wehren, wo der Wasserspiegel des Unterwassers stets über der Wehrkrone liegt.

Bezeichnet x die Tiefe der Wehrkrone B , Fig. 171, unter dem

Fig. 171.



ursprünglichen, ungestauten Wasserspiegel und H die Stauhöhe, d. h. die Differenz der Wasserspiegel O und U , so erhält man zuvörderst unmittelbar aus I, §. 114, woselbst die Geschwindigkeit c des ankommenden Wassers vernachlässigt ist, für die pro Secunde über das Wehr fließende Wassermenge $= Q$:

$$\text{I. } Q = \frac{2}{3} \mu_1 b H \sqrt{2gH} + \mu_2 b x \sqrt{2gH}.$$

Ferner ergibt sich:

$$\text{II. } x = \frac{Q}{\mu_2 b \sqrt{2gH}} - \frac{2}{3} \frac{\mu_1}{\mu_2} \cdot H.$$

Setzt man mit Weisbach $\mu_1 = \mu_2 = 0,8$, so folgt:

$$(1) \quad x = \frac{Q}{0,8 \cdot b \sqrt{2gH}} - 0,66 \cdot H.$$

Nimmt man dagegen mit Redtenbacher¹⁾ $\mu_2 = 0,62$ und $\mu_1 = 0,855$, so folgt:

$$(2) \quad x = \frac{Q}{0,62 \cdot b \sqrt{2gH}} - 0,92 H.$$

Die Höhe η der Wehrkrone über dem Flußbette berechnet sich sonach, wenn e wiederum die natürliche, ungestaute Wassertiefe des Flusses ist, zu:

$$\text{III. } \eta = e - \frac{Q}{\mu_2 b \sqrt{2gH}} + \frac{2}{3} \frac{\mu_1}{\mu_2} H.$$

Beispiel. Es ist die Höhe η eines Grundwehres über der Flußsohle unter der Voraussetzung zu berechnen, daß $e = 1^m,17$, $b = 8^m,76$, $H = 1^m,17$ und die pro Secunde abfließende Wassermenge 32,72 Cubikmeter ist.

Auflösung. Unter der Voraussetzung, daß $\sqrt{2g} = 4,43$ ist, erhält man aus (1):

$$x = \frac{32,72}{0,8 \cdot 8,76 \cdot 4,43 \cdot \sqrt{1,17}} - 0,66 \cdot 1,17, \text{ d. i. :}$$

$$x = 0,97 - 0,77 = 0^m,20$$

und folglich als Wehrhöhe:

$$\eta = 1,17 - 0,20 = 0^m,97.$$

Dagegen findet man aus (2):

$$x = \frac{32,72}{0,62 \cdot 8,76 \cdot 4,43 \cdot \sqrt{1,17}} - 0,92 \cdot 1,17, \text{ oder}$$

$$x = 1,2577 - 1,0764 = 0^m,1813.$$

und weiter:

$$\eta = 1,170 - 0,1813 = 0^m,9887.$$

§. 151.

Stau bei Durchlaß- oder Schleusenwehren, Fig. 172. Hierbei sind folgende drei Fälle zu unterscheiden.

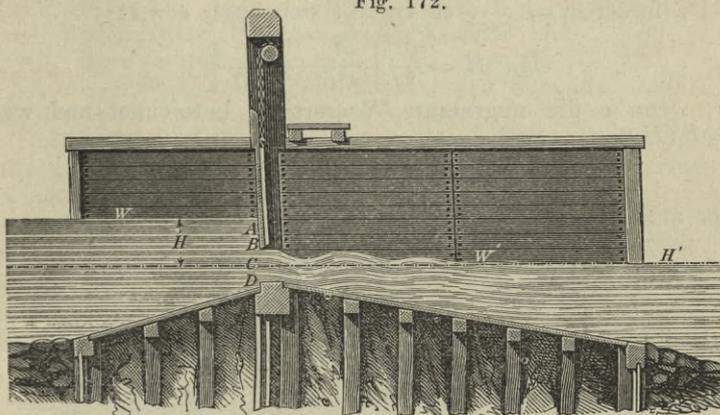
Erster Fall. Der Wasserspiegel W des ungestauten Wassers geht durch die Ausflußöffnung CB , oder, was dasselbe ist, das

¹⁾ Resultate für den Maschinenbau, 6. Auflage, S. 114, Nr. 148.

Niveau des Unterwassers liegt bei C unterhalb der oberen Kante B der Schützenmündung, so daß ein Theil Wasser (durch BC) frei in die Luft strömt, ein anderer Theil unter Wasser (durch CD) ausfließt.

Ist hierbei $\overline{BC} = e_1$, $\overline{CD} = e_2$ und sind μ_1 und μ_2 die be-

Fig. 172.



treffenden Ausflußcoefficienten, ferner b die lichte Weite der rechteckulären Mündung und endlich H die Stauhöhe, oder die Differenz zwischen dem Oberwasserspiegel W und dem Unterwasserspiegel W' , so erhält man für die durch BC pro Secunde strömende Wassermenge $= q_1$:

$$q_1 = \mu_1 b e_1 \sqrt{2g \left(H - \frac{1}{2} e_1 \right)},$$

so wie für das durch CD fließende Wasser $= q_2$:

$$q_2 = \mu_2 b e_2 \sqrt{2g H}.$$

Die Gesammtmenge $= Q = q_1 + q_2$ ist sonach:

$$\text{I. } Q = b \sqrt{2g} \left\{ \mu_1 e_1 \sqrt{\left(H - \frac{1}{2} e_1 \right)} + \mu_2 e_2 \sqrt{H} \right\},$$

wobei die Geschwindigkeit $= c$, womit das Wasser vor der Mündung ankommt, abermals vernachlässigt ist.

Mit Berücksichtigung der Letzteren erhält man:

$$\text{II. } Q = b \sqrt{2g} \left\{ \mu_1 e_1 \sqrt{\left(H - \frac{1}{2} e_1 \right) + \frac{c^2}{2g}} + \mu_2 e_2 \sqrt{H + \frac{c^2}{2g}} \right\}.$$

Zweiter Fall. Die Mündung \overline{BD} ist ganz unter Wasser gesetzt. (Man sehe auch Fig. 108, S. 273.) Ist hierbei $b (e_1 + e_2) = \omega$ der Flächeninhalt von \overline{BD} , ferner A der Inhalt des Wasserprofils in \overline{AB} , unmittelbar vor der Mündung, so läßt sich der Ausfluß so betrachten, als träte das Wasser durch den Querschnitt A in ein Gefäß und durch eine Mündung vom Inhalte ω aus demselben, so daß man die betreffende Geschwindigkeit $= v$ in der Mündung \overline{BD} , nach I, S. 208, erhält:

$$(1) \quad v = \sqrt{\frac{2gH}{1 - \frac{\alpha^2 \omega^2}{A^2}}}$$

wo H die Differenz zwischen Ober- und Unterwasserspiegel, d. i. die Stauhöhe, bezeichnet.

Da ferner $v = \frac{Q}{\alpha \omega}$, so ergibt sich auch aus (1):

$$\text{II. } H = \frac{Q^2}{2g} \left[\frac{1}{\mu^2 \omega^2} - \frac{1}{A^2} \right]^1)$$

oder, wenn e die ungestaute Wassertiefe bezeichnet und wegen $A = b(H + e)$:

$$\text{II}^a. \quad H = \frac{Q^2}{2g} \left[\frac{1}{e^2 \omega^2} - \frac{1}{b^2(H+e)^2} \right],$$

ferner aus II:

$$\text{II}^b. \quad \omega = \frac{Q}{\mu \sqrt{2gH + \left(\frac{Q}{A}\right)^2}}.$$

Dritter Fall. Der Fachbaum des Schleusenwehres liegt über dem Spiegel des Unterwassers.

In diesem Falle ist gleichfalls von II. und II^a. Gebrauch zu machen, nur daß dabei H die Druckhöhe über der Mitte der Schützenöffnung bis zum Oberwasserspiegel darstellt²⁾.

Beispiel. Wie hat man den Querschnitt der Schützenöffnung bei einem Schleusenwehre zu nehmen, wenn die Mündung ganz unter Wasser steht, die gestattete Stauhöhe 0^m,50 betragen darf, die Tiefe des ungestauten Wassers 0^m,8, ferner die Breite 4^m,0 und endlich die mittlere Geschwindigkeit im Profile von letzteren Dimensionen 0^m,75 ist?

Auflösung. Wegen aufgehobener Contraction an der unteren Kante der Ausflußöffnung, nehmen wir $\alpha = 0,650$, so wie den gegebenen Werthen entsprechend:

$$Q = 4 \cdot 0,8 \cdot 0,75 = 2^{cbm},40; \quad H + e = 0,5 + 0,8 = 1^m,3.$$

$$A = 4 \cdot 1,3 = 5^m,2, \text{ weshalb aus II}^b. \text{ folgt:}$$

$$\omega = \frac{2,4}{0,65 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,5 + \left(\frac{2,4}{5,2}\right)^2}} = 1^m,16.$$

§. 152.

Zur noch weiteren Anwendung der bis jetzt zur Beantwortung von Fragen über Stauhöhen gewonnenen Resultate, so wie um die

¹⁾ Diese Gleichung läßt sich auch unmittelbar aus §. 143 ableiten, wenn man daselbst $Av + Bv^2$ gleich Null setzt, ein Umstand, der zugleich Anlaß zu der Ansicht gegeben hat, man könne ohne Weiteres das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte auf Fälle gegenwärtiger Art, d. h. auf Bewegungen, wo plötzliche Geschwindigkeitsänderungen vorkommen, anwenden.

²⁾ Die gute Uebereinstimmung dieser Formeln mit der Erfahrung zeigen auch Lesbros: Expériences hydrauliques etc. Paris 1851, Pag. 195.

besondere Wichtigkeit des Gegenstandes bei Anlage der Wassergräben und Gerinne zum Beaufschlagen der Wasserräder für den Gewerb- und Fabrikbetrieb darzuthun, lösen wir nachstehende Aufgabe¹⁾.

„Die Maschinen einer Baumwollspinnerei von 12000 Feinspindeln (Garn Nr. 40) sollen durch eine Turbine und zwar an einer Stelle in Bewegung gesetzt werden, woselbst ein betreffender Fluß bei 10 Meter Breite, ein natürliches Gefälle von 2^m,459 besitzt, während derselbe bei Hochwasser pro Secunde 7,0 Cubikmeter, bei Kleinwasser aber nur 2 Cubikmeter pro Secunde abführt und dabei die Wasserstände um 0^m,43 variiren.

Die Terrainverhältnisse, die angeführte Differenz der Wasserstände und die möglichst vortheilhafte Disposition der ganzen Anlage, machen die Herstellung eines Wehres und das Ausheben eines Canales von 1000 Meter Länge wünschenswerth, wobei zu beachten ist, daß höchstens 1 Meter Stau gestattet wird und die größte Differenz der Wasserstände oberhalb des Wehres nicht mehr als 0^m,24 betragen darf. Man soll die betreffenden Canal- und Wehrdimensionen berechnen.“

Rechnet man auf jede Maschinenpferdekraft 300 Feinspindeln, so ist eine Nutzarbeit von 40 Pferdekraften zu entwickeln. Garantirt man ferner einen Wirkungsgrad der Turbine von 0,70, bezeichnet die pro Secunde erforderliche Wassermenge mit q und das Totalgefälle mit h , so erhält man:

$$\frac{40 \cdot 75 = 0,7 \cdot 1000 \cdot q \cdot h, \text{ d. i.}}{\frac{30}{7} = q \cdot h}$$

Da man der Aufgabe nach mit Sicherheit stets auf 1,5 Cubikmeter Wasser pro Secunde rechnen kann, so wäre ein Nutzgefälle erforderlich von:

$$h = \frac{30}{7 \cdot 1,5} = \frac{300}{105}$$

oder in runder Zahl von

$$h = 3^m,0.$$

Zur Beurtheilung des nothwendigen Totalgefälles berechnen wir zunächst das dem Canale zu gebende Gefälle, der, bei 1000^m Länge, pro Secunde 1,5 Cubikmeter Wasser abzuführen hat.

Hierzu sei die mittlere Geschwindigkeit des Wassers $v = 0^m,5$ und nach S. 432 die Breite des Wasserprofiles gleich der doppelten Tiefe, oder $b = 2e$. Der Inhalt des Querschnittes also

$$a = \frac{q_1}{v} = \frac{1,5}{0,5} = 3 \square^m$$

und daher $e = 1^m,2245$, so wie $b = 2^m,449$ und ferner der Wasserperimeter $p = b + 2e = 4^m,898$.

Nimmt man daher, bei Benutzung der Chezy-Eytelwein'schen Formel $v = k \sqrt{\frac{a}{p} \frac{\eta}{l}}$, den Coefficienten k (mit Redtenbacher)

¹⁾ Es ist diese Aufgabe einer in Redtenbacher's „Theorie und Bau der Wasserräder“, S. 218, nachgebildet.

zu 50,25 an, so ist, wenn η das absolute Gefälle bezeichnet:

$$\eta = \frac{v^2}{k^2} \frac{p}{a} \cdot l$$

$$\eta = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{25 \cdot 25} \cdot 1,632 \cdot 1000 = 0^m,162.$$

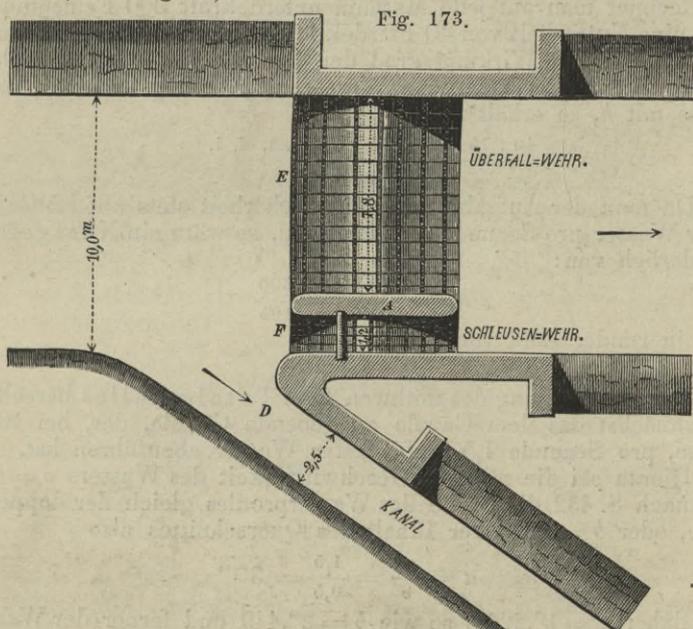
Um sowohl den Gefällverlust beim Eintritte des Wassers in den Canal (§. 140) in Anschlag zu bringen, als auch, um selbst beim niedrigsten Wasserstande die erforderliche Wassermenge mit Sicherheit für den Motor zu erhalten, legen wir den Wasserspiegel im Canale 0,2 unter den des Flusses, bedürfen folglich ein Totalgefälle von

$$3 + 0,162 + 0,2 = 3^m,362.$$

Da jedoch blos 2,459 natürliches Gefälle vorhanden sind, so ist durch den Wehrbau eine Stauhöhe zu erzeugen:

$$3,362 - 2,459 = 0^m,903.$$

Da nun, trotz des veränderlichen Wasserzufflusses, der Wasserstand oberhalb des Wehres höchstens um 0,24 differiren soll, so ist es am angemessensten, ein Ueberfall-Schleusenwehr, Fig. 173 bis mit 173^c, anzulegen¹⁾.



Hierzu werde ferner angenommen, daß der Fachbaum *B* des Schleusenwehres, Fig. 173^c, mit dem höchsten Wasserstande unter-

¹⁾ In der Grundrißfigur ist 1 Meter Länge durch $3\frac{1}{2}$ Millimeter, in den doppelt so großen Durchschnittsfiguren (173^a rechtwinklig zum Stromstrich, 173^b und 173^c in der Längsrichtung durch Ueberfall- und Schleusenwehr) 1 Meter durch 7 Millimeter dargestellt.

halb des Wehres in einerlei Niveau, also $0^m,43$ über dem Stande des Kleinwassers, oder $1^m,43$ über der Flußsohle liege.

Fig. 173a.

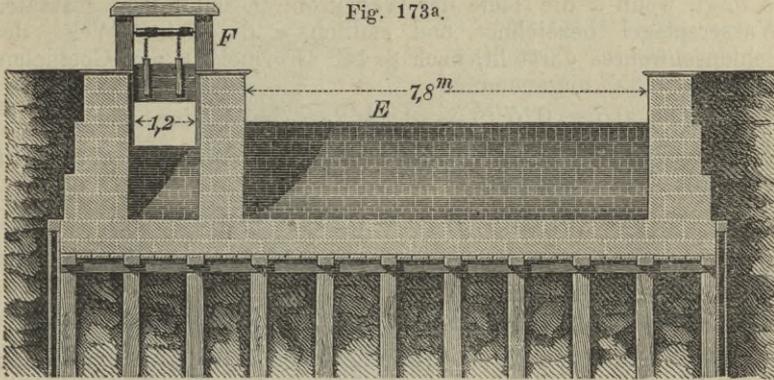


Fig. 173b.

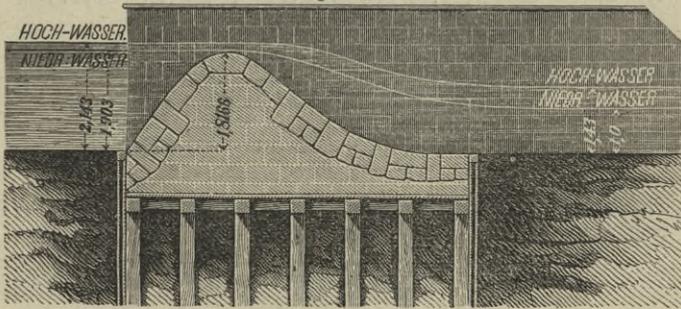
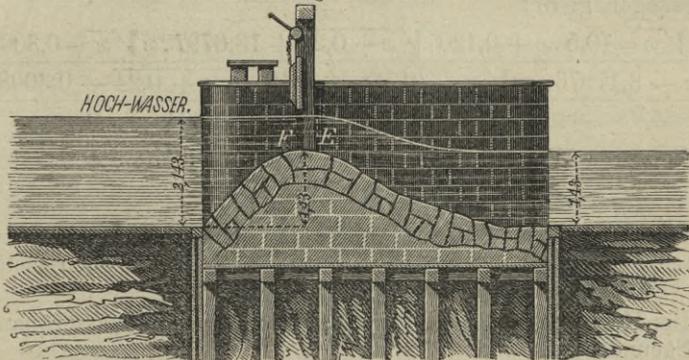


Fig. 173c.



Vernachlässigt man die Geschwindigkeit des ankommenden Wassers, setzt die Pfeilerdicke A , Fig. 173, gleich einem Meter, beachtet, daß beim Kleinwasser über das vollkommene Ueberfallweh E , Fig. 173b, $2,0 - 1,5 = 0,5$ Cubikmeter Wasser gehen (da

der Canal D , Fig. 173, 1,5 Cubikmeter Wasser aufzunehmen hat, dabei aber das Schleusenwehr F , Fig. 173^c, ganz geschlossen ist), so folgt, wenn x die Tiefe der Wehrkrone E unter dem gestauten Wasserspiegel bezeichnet und endlich y die lichte Weite des Schleusenwehres darstellt, nach §. 149 (Formel 2), den Coefficienten $\mu = 0,855$ angenommen:

$$(1) \quad 0,5 = 0,57 (9 - y) x \sqrt{2gx} \quad (\text{bei Kleinwasser}).$$

Dagegen ist beim Hochwasser über den Ueberfall zu leiten die Wassermenge:

$$(2) \quad 0,57 (9 - y) (x + 0,24) \sqrt{2g(x + 0,24)},$$

so wie gleichzeitig durch das ganz geöffnete Schleusenwehr, Fig. 173^c, die Wassermenge:

$$(3) \quad 0,57 \cdot y (0,903 + 0,24 - 0,43) \sqrt{2g(0,903 + 0,24 - 0,43)}.$$

Die Summe von (2) und (3) muß aber $7,0 - 1,5 = 5,5$ Cubikmeter betragen, weshalb erhalten wird:

$$(4) \quad 5,5 = 0,57 (9 - y) (x + 0,24) \sqrt{2g(x + 0,24)} + 0,57 y (0,713) \sqrt{2g(0,713)}.$$

Substituirt man hier: $9 - y = \frac{0,5}{0,57 \cdot x \sqrt{2gx}}$ und

$$(5) \quad y = 9 - \frac{0,5}{0,57 \cdot x \sqrt{2gx}} \quad \text{aus (1), so folgt:}$$

$$5,5 = \frac{0,5}{x \sqrt{2gx}} (x + 0,24) \sqrt{2g(x + 0,24)} + 9 \cdot 0,57 \cdot 0,713 \sqrt{2g \cdot 0,713} - \frac{0,57 \cdot 0,5 (0,713) \sqrt{2g(0,713)}}{0,57 \cdot x \sqrt{2gx}}.$$

Hier mit $x \sqrt{x}$ multiplicirt, $\sqrt{2g} = 4,429$ gesetzt und zusammengezogen giebt:

$$\frac{5,5 x \sqrt{x} = (0,5 \cdot x + 0,120) \sqrt{x + 0,24} + 13,6797 \cdot x \sqrt{x} - 0,300866,}{\text{oder: } - 8,17976 \cdot x \sqrt{x} = (0,5 \cdot x + 0,12) \sqrt{x + 0,24} - 0,300866,}$$

so wie hieraus I. $x = 0^m,0864$.

Letzterer Werth in (5) gesetzt, liefert endlich:

$$\text{II. } y = 9,0 - 7,8 = 1^m,2.$$

Die Breite des Ueberfallwehres ist sonach $7^m,8$, eine Größe, wonach auch unsere Figuren 173 bis 173^c in bereits oben bemerktem, verjüngten Maßstabe aufgetragen sind.

Bei Hochwasser geht daher über das Wehr ein Wasserquantum pro Secunde von:

$$0,57 \cdot 7,8 (0,0864 + 0,24) \sqrt{2g(0,0864 + 0,24)} = 3,6727 \text{ Cubikmeter,}$$

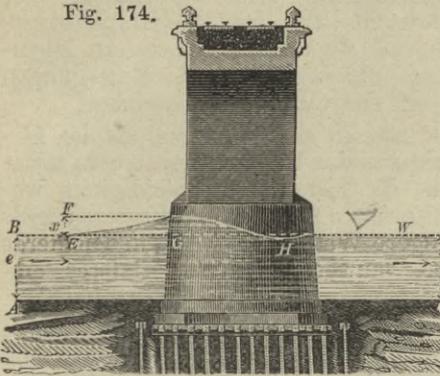
so wie gleichzeitig durch das geöffnete Schleusenwehr:

$$5,5 - 3,6727 = 1,8273 \text{ Cubikmeter.}$$

§. 153.

Stauhöhe bei Brücken, Buhnen und Schleusen.

Fig. 174.



Es sei BW , Fig. 174, der natürliche, ungestaute Wasserspiegel, die größte Erhebung G des letzteren beim Eingange in die Brücke und die größte Senkung in H , während sich noch andere geringere Senkungen und Erhebungen in immer abnehmenden Wellen, außerhalb der Pfeiler, stromabwärts, bis zur Wiederherstellung des ursprünglichen Wasserspiegels wiederholen.

Nimmt man hier die betreffenden Staugesetze jenen bei den Grundwehren, §. 150, gleich an, setzt die ungestaute Wassertiefe $\overline{AB} = e$, die Stauhöhe $\overline{EF} = x$, bezeichnet mit B die natürliche Flußbreite, mit b die lichte Weite zwischen den Brückenpfeilern (oder dem Buhnenkopfe und dem gegenüberliegenden Ufer) und mit c die Geschwindigkeit des ankommenden Wassers in gestautem Profile vom Inhalte $B(x + e)$, so erhält man, mit Rücksicht auf I, §. 111, wenn außerdem $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ gesetzt wird:

$$\text{I. } Q = \mu b \sqrt{2g} \left\{ \frac{2}{3} \left(x + \frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{3} \left(\frac{c^2}{2g} \right)^{\frac{3}{2}} + e \sqrt{\left(x + \frac{c^2}{2g} \right)} \right\},$$

oder genau genug:

$$\text{II. } Q = \mu b \sqrt{2g} \left\{ \left(\frac{2}{3} x + e \right) \sqrt{x + \frac{c^2}{2g}} \right\}.$$

Hierbei ist $c = \frac{Q}{B(x+e)}$ oder, für die meisten Fälle genau genug: $c = \frac{Q}{Be}$ und $\frac{c^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{Be} \right)^2$, welcher letzterer Werth = h gesetzt werden mag.

Zur Berechnung der Stauhöhe = x reducirt man leicht aus II:

$$\text{III. } 0 = x^3 + (h + 3e)x^2 + \left(\frac{9}{4}e^2 + 3eh \right)x - \left(\frac{9}{8} \frac{Q^2}{\mu^2 g b^2} - \frac{9}{4} h e^2 \right).$$

Nach Navier¹⁾ hat man bei Brückenöffnungen zu nehmen:

$\mu = 0,95$, wenn sich die Pfeiler in Halbkreisen oder spitzen Winkeln endigen;

$\mu = 0,90$, wenn der Horizontalschnitt des Vordertheils einen stumpfen Winkel bildet;

$\mu = 0,70$, wenn die Anfänger der Bögen ins Wasser tauchen, wie dies bei vielen kleinen Brücken der Fall ist.

Eytelwein²⁾ räth zu nehmen:

¹⁾ Résumé des Leçons etc. Deuxième Partie, Pag. 108.

²⁾ Hydraulik, 2. Auflage, §. 142.

$\mu = 0,954$ bei Brückenpfeilern mit spitzen Vordertheilen;
 $\mu = 0,855$ bei Pfeilern mit geraden Vordertheilen.

Die Hintertheile der Brückenpfeiler sind abzurunden oder zuzuschärfen, will man beim Austritte aus den Pfeilern plötzliche Geschwindigkeitsveränderungen und demnach Verluste an lebendiger Kraft vermeiden, so wie gleichzeitig wirbelnde Bewegungen verhindern, welche nachtheilig auf das Grundbett einwirken.

Es sind diese Rücksichten um so nothwendiger, als die Geschwindigkeit, womit das Wasser aus den Pfeilern heraustritt, unter allen Umständen größer ist, als die Eintrittsgeschwindigkeit, wodurch zugleich stromabwärts eine größere Neigung des Wasserspiegels erzeugt wird, so wie eine geringere Wassertiefe und ein leichteres Angreifen des Bettes und der Bauwerke, welche letzteres einschließen.

Zusatz 1. Belanger¹⁾, d'Aubuisson²⁾ und nach ihnen andere französische Schriftsteller, selbst der von Vielen als besondere Autorität betrachtete Bresse³⁾, in seiner allerdings werthvollen Hydraulik (Sec. Part., Nr. 89), mit Ausnahme jedoch von Dupuit⁴⁾, benutzen zur Berechnung von Stauhöhen in den fraglichen Fällen den I, §. 132, entwickelten Ausdruck, vernachlässigen jedoch (der betreffenden kurzen Strecke wegen) den Bettwiderstand und setzen, wenn x wiederum die Stauhöhe, ferner v und v_0 beziehungsweise die größte und kleinste Geschwindigkeit der Staustelle bezeichnet:

$$\text{IV. } x = \frac{v^2}{2g} - \frac{v_0^2}{2g}.$$

Hieraus würde die (allerdings) sehr einfache Regel folgen, daß die Stauhöhe gleich der Differenz der Druckhöhen ist, welche den größten und kleinsten Geschwindigkeiten der Staustelle entsprechen.

Statt IV. läßt sich auch schreiben, wenn Q die pro Secunde durch die Staustelle fließende Wassermenge darstellt und a , a_0 die Inhalte der betreffenden Profile:

$$x = \frac{Q^2}{2g} \left[\frac{1}{a^2} - \frac{1}{a_0^2} \right],$$

oder, da in unserem Falle $a = \mu be$, $a_0 = B (e + x)$ ist:

$$\text{V. } x = \frac{Q^2}{2g} \left[\frac{1}{(\mu be)^2} - \frac{1}{B^2(e+x)^2} \right].$$

Zusatz 2. Zur Beurtheilung des practischen Werthes der bis jetzt aufgestellten Formeln benutzen wir zunächst Funk's hydrometrische Messungen an der Weserbrücke zu Minden⁵⁾, wobei die ersten acht im Jahre 1804, die neunte aber 1799 bei einer sehr hohen Ueber-

¹⁾ Essai etc. Nr. 57.

²⁾ Traité d'hydraulique, §. 172.

³⁾ Cours de Mécanique appliquée. Seconde Partie. Hydraulique. Paris 1860.

⁴⁾ Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux courantes. Paris 1848 (Erste Ausgabe) und 1863 (Zweite Ausgabe), Nr. 91.

⁵⁾ Hydrotechnik, S. 131.

schwemmung vorgenommen wurden. Sämmtliche Maaße sind preußische, wobei $g = 31,25$ Fuß, $\sqrt{2g} = 7,91$ ist.

Zu den betreffenden Rechnungen wandte Funk die Gleichung III. an, führte dabei jedoch $\psi \cdot e$ statt e ein, wobei ψ einen Coefficienten bezeichnet, welcher die Abnahme der Geschwindigkeit von der Oberfläche nach dem Boden zu corrigiren soll.

Die natürliche Flußbreite B ist überall $= 576$ Fuß, der Coefficient $\psi = 0,85$.

Nr. der Funk'schen Versuche	Unge-staute Fluß-tiefe = e in Fuß.	Wasser-menge pro Sec. = Q in Cubikf.	Aus-fluß-coeffi-cient ¹⁾ = μ	$k = \frac{c^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left(\frac{Q}{Be} \right)^2$	Summe der Brücken-weite = b in Fuß	Beobach-tete Stauhöhe in Fuß	Berech-nete Stauhöhe = x in Fuß
722	4,540	1867	0,90	0,031	235	0,160	0,070
723	8,009	13972	0,90	0,243	270	0,666	0,750
724	12,396	25181	0,90	0,380	282	0,833	0,895
725	11,789	26409	0,90	0,400	291	0,944	1,005
726	10,680	23781	0,81	0,418	282	1,000	1,150
727	14,153	32208	0,81	0,474	311	1,101	1,075
728	15,618	36326	0,81	0,481	302	1,202	1,250
729	17,112	42625	0,81	0,501	306	1,222	1,325
730	17,896	76670	0,90	0,501	422	1,830	1,900

d'Aubuisson²⁾ benutzt dieselben Versuche, um die practische Brauchbarkeit der Formel V. darzuthun (wobei 1 preußischer Fuß $= 0,31385$ Meter, 1 preußischer Cubikfuß $= 0,0309158$ angenommen ist).

Für Metermaaß ist $B = 180,71$, $\frac{1}{2g} = 0,051$.

Q in Cubikmet.	b in Metern	e in Metern	μ	x in Metern	
				beobachtet	berechnet
58,0	73,7	1,425	0,90	0,052	0,016
432,0	94,6	2,514	0,90	0,209	0,220
779,0	88,5	3,890	0,90	0,261	0,267
817,0	91,3	3,700	0,90	0,296	0,302
735,0	91,3	3,352	0,90	0,314	0,323
996,0	97,6	4,441	0,81	0,345	0,342
1123,0	94,8	4,901	0,81	0,377	0,383
1318,0	96,0	5,371	0,81	0,384	0,426
2370	132,4	5,671	0,81	0,540	0,559

¹⁾ Die Coefficienten μ sind wegen der Bollwerke, welche die Pfeiler umgeben, wegen der verschiedenen Gestaltungen der Vorpfeiler, wegen der davor gerammten Eisbrecher und endlich wegen des Einströmens des Wassers in die Bogen bei Hochwasser schwer zu bestimmen, weswegen sie hier so angegeben sind, wie sie am besten mit den Beobachtungen stimmen. (Anmerkung von Fun k.)

²⁾ Traité d'hydraulique, Pag. 206.

Aus beiden Tabellen erkennt man, daß die Formeln III. und V. den Umständen entsprechend, als für die Praxis brauchbar bezeichnet werden können.

Zusatz 3. Dubuat¹⁾ und Eytelwein²⁾ entwickeln zur betreffenden Stauberechnung die Formel:

$$\text{VI. } x = \frac{v^2}{\mu^2 \cdot 2g} \left[\left\{ \frac{B \cdot e}{b(e+x)} \right\}^2 - 1 \right],$$

wobei v die Geschwindigkeit des Wassers im Profile $B.e$ bezeichnet.

Wie aus einem nachfolgenden Beispiele (S. 474) erhellt, stimmen die Werthe für x nach dieser Formel nicht mit den Erfahrungswerthen der vorigen Tabellen, weshalb, bis zur weiteren Aufklärung des ganzen Gegenstandes, nicht zu rathen ist, letztere Gleichung in Anwendung zu bringen.

Zusatz 4. Wir entlehnen der für practische Fälle an Aufgaben so reichhaltigen Arbeit Weisbach's in Hülse's Maschinenencyclopädie, Artikel „Bewegung des Wassers“ (S. 170 ff.), noch nachbemerkten Fall, mit Zuziehung der Abbildungen Fig. 174^a und 174^b.

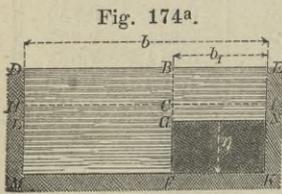


Fig. 174^a.

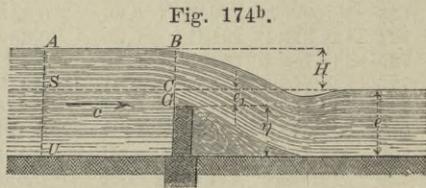


Fig. 174^b.

Es soll nämlich, für Schiffahrtzwecke, die vorhandene Tiefe $= e$ eines Flusses, durch Einbau einer Buhne $FGKN$, von η Höhe um H aufgestaut und berechnet werden, welche Breite dem durch die noch vorhandene Oeffnung $GFLM$ fließenden Wasser noch verbleibt. Die normale Flußbreite ist $DE = b$, die überhaupt fließende secundliche Wassermenge $= Q$, während μ der allgemeine Ausflußcoefficient sein mag. Die Geschwindigkeit des zuströmenden Wassers sei $= c = \frac{Q}{b(H+e)}$. Endlich sei die unbekannte Buhnenlänge $FK = GN = b_1$.

Offenbar hat man hier drei verschiedene Wassermengen q_1, q_2 und q_3 zu berechnen, deren Summe $= Q$ sein muß. Hierzu sei:

1) q_1 die Wassermenge, welche durch das Profil $DBEJCH$ fließt.

Für diese erhält man, ohne Weiteres, wenn $\frac{c^2}{2g} = h$ gesetzt wird:

$$q_1 = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left\{ (H+h)^{\frac{3}{2}} - (h)^{\frac{3}{2}} \right\}.$$

2) Ferner sei q_2 die Wassermenge, welche noch außerdem über die Kappe GN , durch das Profil $CGNJ$ fließt. Dafür hat man:

$$q_2 = \mu b_1 (e - \eta) \sqrt{2g(H+h)} = \mu b_1 e_1 \sqrt{2g(H+h)}.$$

3) Demnach muß q_3 die Wassermenge sein, welche durch das Profil $HCFM$ fließt, wofür ist:

$$q_3 = \mu (b - b_1) e \sqrt{2g(H+h)}.$$

¹⁾ Principes, Nr. 158.

²⁾ Hydraulik, §. 142.

Folglich ergibt sich:

$$\text{VII. } Q = q_1 + q_2 + q_3 = \mu \sqrt{2g} \left\{ \frac{2}{3} b [(H+h)^{\frac{3}{2}} - (h)^{\frac{3}{2}}] + [b_1 e_1 + (b - b_1) e] \sqrt{H+h} \right\}.$$

Die erforderliche Bühnenlänge b_1 ist aber hiernach:

$$\text{VIII. } b_1 = \frac{\mu b \sqrt{2g} \left\{ \frac{2}{3} [(H+h)^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}}] + e \sqrt{H+h} \right\} - Q}{\mu \eta \sqrt{2g} (H+h)}.$$

Zusatz 5. Zur Warnung für eine allgemeine Anwendung vorstehender Formeln, bei practischen Rechnungen, unter allen Umständen und wenn man mehr von denselben verlangen will, als Annäherungswerthe, notirt hier der Verfasser betreffende Aussprüche der beiden bereits vorgenannten theoretischen und practischen Autoritäten Dupuit (Inspecteur Général des Ponts et Chaussées) und Bresse (Ingénieur des Ponts et Chaussées, Professeur de Mécanique a l'École des Ponts et Chaussées).

Dupuit, a. a. O., Nr. 96 (Pag. 183 der Auflage von 1848 und Pag. 141 der Auflage von 1863), erklärt sich hier folgendermaßen:

„En résumé, les formules données jusqu'à présent pour calculer les remous produits par un étranglement brusque ne méritent aucune espèce de confiance, c'est une des nombreuses lacunes de l'hydraulique actuelle“ etc.

Bresse, a. a. O., Nr. 89 im Abschnitte „Gonflement produit par le passage d'une rivière sous un pont“ äußert sich wie nachstehend:

„Cette question, est extrêmement difficile à résoudre d'une manière satisfaisante. Il n'est guère possible d'analyser à fond le phénomène, à cause de sa complication: la loi suivant laquelle se contractent et s'épanouissent les filets fluides, l'influence de leur frottement mutuel et des mouvements tumultueux, sont des choses très-imparfaitement connues et qui jouent ici le principal rôle. On n'est pas même complètement d'accord sur la manière dont les faits se passent“ etc.

Beispiel 1. Wie groß ist die Stauhöhe bei einer Brücke (Fig. 174), wenn die durch die Pfeileröffnung pro Secunde fließende Wassermenge $Q = 996$ Cubikmeter beträgt, die natürliche Flußbreite $B = 180,71$ Meter, die Summe der Wasserdurchgangsweiten $b = 97,6$ Meter und die ungestaute Wassertiefe $e = 4,441$ Meter ist. Den Coefficienten $\mu = 0,81$ angenommen?

Auflösung. Es werde die Gleichung V. benutzt und zwar zu einer approximativen Berechnung, im zweiten Gliede derselben, der Werth x weggelassen, so daß man erhält:

$$x = \frac{Q^2}{2ge^2} \left[\frac{1}{(\mu b)^2} - \frac{1}{B^2} \right],$$

d. i. nach Substitution der gegebenen Zahlenwerthe:

$$x = \frac{0,051 \cdot 992016}{19,722} \left[\frac{1}{(79,056)^2} - \frac{1}{(180,71)^2} \right],$$

d. i.:

$$x = 0^m,331.$$

Benutzt man letzteren Werth, für den Theil rechts der Gleichung V. zur ferneren Rechnung, so ergiebt sich schließlicb:

$$x = 0^m,342.$$

Beispiel 2. Wie berechnet sich, nach der Dubuat-Eytelweinschen Formel VI, der durch die vorhandenen Pfeiler erzeugte Stau, welcher an der Weserbrücke bei Minden entsteht, wenn daselbst $B = 576$ Fuß (rhnl.)¹⁾, $b = 311$ Fuß, $e = 14,153$ Fuß, $\mu = 0,81$ und $Q = 32208$ Cubikfuß ist, ferner $g = 31,25$ angenommen wird?

Auflösung. Nach Zusatz (3) ist wegen:

$$v = \frac{Q}{a} = \frac{32208}{576 \cdot 14,153} = 3,95 \text{ Fuß},$$

so wie $\frac{1}{\mu^2 \cdot 2g} = \frac{1}{41}$ und $\frac{v^2}{\mu^2 \cdot 2g} = \frac{15,6}{41} = 0,38$, zuerst annäherungsweise, indem man rechts x vernachlässigt:

$$\frac{x = 0,38 \left[\left(\frac{576 \cdot 14,153}{311 \cdot 25,053} \right)^2 - 1 \right]}{x = 0,38 (3,43 - 1)} \\ x = 0,9234 \text{ Fuß}.$$

Setzt man nunmehr $x + e = 15,076$ für den Zweck einer genaueren Rechnung, so folgt:

$$\frac{x = 0,38 \left[\left(\frac{576 \cdot 14,153}{311 \cdot 15,076} \right)^2 - 1 \right]}{x = 0,38 (3,023 - 1)} \\ x = 0,768 \text{ Fuß}.$$

Funk's Beobachtung gab nach der Tabelle I. (Zusatz 2) Versuch Nr. 727:

$$x = 1,101 \text{ Fuß},$$

die Rechnung mittelst Formel III, wenn ψe statt e gesetzt wird, giebt:

$$x = 1,075.$$

Beispiel 3. Durch die Fig. 174^a und 174^b skizzirte Buhne von 2^m,50 Höhe, soll der Oberwasserspiegel einer ganz regelmäßigen Flußstrecke, um 0^m,50 Höhe aufgestaut werden. Es fragt sich, welche Länge diese Buhne (rechtwinklig zum Stromstriche) erhalten muß, wenn die secundlich abfließende Wassermenge (im Minimum) 1356 Cubikmeter, die freie Profildbreite 350 Meter und die ungestaute mittlere Wassertiefe 3 Meter beträgt. Der Coefficient μ werde = 0,85 angenommen.

Auflösung. Mit Bezug auf Gleichung VIII, ist hier:

$$b = 350^m, Q = 1356^{cbm}, e = 3^m,0, H = 0^m,5, \text{ daher:}$$

$$c = \frac{Q}{b(e + H)} = \frac{1356}{350 \cdot 3,5} = 1^m,107, \text{ folglich:}$$

$$h = \frac{c^2}{2g} = 0^m,0635.$$

1) 1 Fuß rhnl. = 0,314 Meter, 1 Cubikfuß rhnl. = 0,0309 Cubikmeter.

Da hiernach $H + h = 0^m,5635$, ferner $\eta = 2^m,50$ und $\sqrt{2g} = 4,43$ ist, so ergibt sich schließlich:

$$b_1 = 278^m,6.$$

Die Breite des Raumes für durchgehende Schiffe ist sonach:

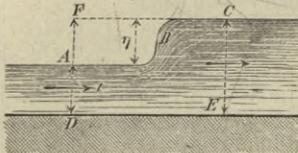
$$b - b_1 = 350,0 - 278,6 = 71^m,4,$$

d. h. vollkommen genügend.

§. 154.

Sprünge oder Wasserschwellen in Canälen. Eben so interessante wie bemerkenswerthe Staufälle wurden von dem italienischen Hydrauliker Bidone beobachtet¹⁾, die zwar selten oder gar nicht bei Flüssen, wohl aber bei Canälen einzutreten vermögen. Bidone fand nämlich, daß unter Umständen (bei großen Geschwindigkeiten und geringen Wassertiefen), in nicht großer Entfernung von der höchsten Staustelle, eine plötzliche Erhebung des Wasserspiegels, ein sogenannter Sprung (Wasserschwelle) BC , Fig. 175, entstehen kann.

Fig. 175.



Zur Berechnung der betreffenden Stauhöhe $AF = \eta$ läßt sich, wie Belanger²⁾ zuerst gezeigt hat, die Gleichung IV, §. 153, und zwar in nachbemerkter Weise benutzen.

Es sei $AD = e$ die Wassertiefe stromaufwärts des Staues, e_0 die Wassertiefe im gestauten und sehr nahe bei AD liegenden Profile EC , ferner b die constante Canalbreite. Sodann hat man

$$bev = be_0 v_0,$$

oder, weil $e_0 = e + \eta$ ist, auch

$$ev = (e + \eta) v_0,$$

weshalb man aus dem citirten Ausdrucke erhält:

$$\eta = \frac{v^2}{2g} \left[1 - \left(\frac{e}{e + \eta} \right)^2 \right].$$

Hier auf beiden Seiten mit $\frac{(e + \eta)^2}{\eta}$ multiplicirt und reducirt, giebt endlich:

$$I. \quad \eta = \frac{v^2}{4g} - e + \sqrt{\frac{v^2}{2g} \left(\frac{v^2}{8g} + e \right)}.$$

Die Beschaffenheit der Aufgabe verlangt η positiv, weshalb die Bedingung erfüllt sein muß:

$$\left(e - \frac{v^2}{4g} \right) < \sqrt{\frac{v^2}{2g} \left(\frac{v^2}{8g} + e \right)},$$

woraus folgt:

¹⁾ Mémoire de l'Académie des sciences de Turin. Tom. XXV, 1820.

²⁾ d'Aubuisson, Hydraulique, §. 169.

$$e < \frac{v^2}{g},$$

d. h. die Wassertiefe muß kleiner als die doppelte Geschwindigkeitshöhe sein.

Weitere Auskunft über die Bedingung der Entstehung dieses eigenthümlichen Staues giebt die Gleichung II, §. 144, indem dort für $e = \frac{v^2}{g}$ die Stauweite = l zu Null wird.

Folgende Tafel ¹⁾ zeigt die bemerkenswerthe Uebereinstimmung der mittelst I. berechneten Werthe mit der Erfahrung:

Versuchsreihe	Nr.	e	v	$\frac{v^2}{2g}$	Werthe von η		Verhältniß der beiden Werthe von η
					berechnet	beobachtet von Bidone	
1ste	1	0 ^m ,0470	1 ^m ,3607	0 ^m ,0944	0 ^m ,0818	0 ^m ,0814	1,005
	2	0,0472	1,3552	0,0936	0,0809	0,0859	0,942
	3	0,0474	1,3445	0,0921	0,0792	0,0836	0,948
	4	0,0464	1,3772	0,0966	0,0845	0,0864	0,978
2te	1	0,0635	1,7031	0,1478	0,1312	0,1233	1,064
	2	0,0639	1,6930	0,1461	0,1303	0,1250	1,042
	3	0,0643	1,6832	0,1444	0,1281	0,1278	1,002
	4	0,0646	1,6733	0,1428	0,1265	0,1311	0,965
3te	5	0,0626	1,7286	0,1523	0,1373	0,1346	1,020
	1	0,0750	1,9170	0,1872	0,1696	0,1502	1,129
	2	0,0743	1,9363	0,1910	0,1739	0,1557	1,117
	3	0,0738	1,9462	0,1930	0,1762	0,1592	1,107
4te	1	0,0457	1,3876	0,0981	0,0863	0,0756	1,141
	2	0,0455	1,3934	0,0989	0,0873	0,0782	1,116
	3	0,0455	1,3934	0,0989	0,0873	0,0848	1,029
	4	0,0453	1,3994	0,0998	0,0923	0,0836	1,104

Anmerkung. Weisbach²⁾ beobachtete diese Wasserschwellen auch in den Fällen, wo sich die Neigung des Canalbettes plötzlich ändert, und zwar entstand der Sprung stets an der Stelle, woselbst die der größeren Neigung entsprechende kleinere Wassertiefe in die der kleineren Neigung entsprechende größere Wassertiefe überging.

§. 155.

Stauweite.

Bei dem gegenwärtigen Standpunkte der wissenschaftlichen Hydraulik läßt sich die Frage hinsichtlich der Bestimmung von Stauweiten, mit einiger Zuverlässigkeit, fast allein oder doch vorzugsweise mit Hülfe der Sätze über ungleichförmige Bewegung des Wassers beantworten.

¹⁾ Belanger, Essai etc., Pag. 36.

²⁾ Ingen.-Mechanik, Bd. 2, 4. Auflage, S. 360 (Anmerkung).

Aus den betreffenden Gleichungen (§. 144) ergeben sich zunächst ganz allgemein folgende zwei Hauptsätze über Stauweiten.

Erstens, daß die Stauweite, wenn man das vollständige Ende eines Staues im Auge hat, unendlich groß werden kann, also der gestaute Wasserspiegel eine Fläche bildet, welche sich der ursprünglichen (ungestauten) Wasseroberfläche bis ins Unendliche nähert, ohne diese jemals vollständig zu erreichen.

Zu diesem Satze gelangt man ohne Weiteres, wenn man beachtet, daß da, wo der Stau völlig beendet ist, offenbar die gleichförmige Bewegung wieder eintreten und also nach §. 132, S. 396 die Bedingungsgleichung stattfinden muß:

$$\frac{h}{l} = \sin \varphi = \frac{v}{a} (Av + Bv^2),$$

wonach die Gleichung I, §. 144, sofort liefert:

$$l = \infty.$$

Zweitens, daß die Stauweite auch Null werden kann. Dieser Fall tritt ein, wenn der Zähler der Gleichung II, §. 144, früher zu Null wird, als der Nenner derselben, d. h. unter der Bedingung:

$$\frac{v^2}{g} = \frac{a}{x} = e,$$

wobei e die mittlere Wassertiefe bezeichnet. Es ist also hier $\frac{dl}{dy} = \text{Null}$, d. h. der Wasserspiegel steht an der Staustelle vertical (bildet eine sogenannte stehende Welle) oder es tritt jener Sprung (Fig. 175) ein, der bereits §. 154 betrachtet und dessen Höhe berechnet wurde.

Der erstere dieser beiden Fälle ist der gewöhnlich und am Meisten vorkommende, indem sich letzterer nur bei sehr geringen Wassertiefen und bei gleichzeitig großen Geschwindigkeiten ereignet.

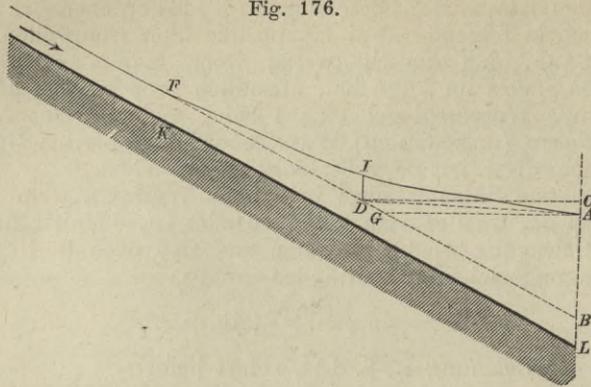
In jedem anderen Falle als diesen beiden extremen, hat man die Stauweiten entweder mittelst der allgemeinen Gleichung I. (§. 147) zu berechnen, oder nimmt zu den Methoden des §. 146 seine Zuflucht, wie aus dem Nachstehenden speciell klar werden wird.

Anmerkung. Dubuat¹⁾ war der Erste, welcher sich mit der Staufrage und namentlich der Gestalt des gestauten Wasserspiegels ausführlicher beschäftigte und insbesondere den Schluß machte, daß die Staucurve eine concave sein müsse und im Stromprofile nur wenig von einer Kreislinie verschieden sei. Dubuat's Behandlung des fraglichen Gegenstandes ist folgende.

Es sei $EKLB$, Fig. 176, das Längenprofil eines rechteckigen Canales mit der Rösche oder dem Abhänge $= s$ der überall gleichen Tiefe $EK = BL = e$ und der constanten Breite $= b$. In L sei ein Einbau angebracht, wodurch über B ein Stau von der Höhe $BA = H$ erzeugt und das Längenprofil des gestauten Wasserspiegels AJF geworden sein mag. Könnte man sodann die Wasseroberfläche über B genau horizontal voraussetzen, so würde der Punkt G einer durch A

¹⁾ Principes, Nr. 150.

Fig. 176.



gezogenen Wagerechten AG die Stelle bezeichnen, woselbst der Stau endigte. Dies ist jedoch unmöglich (§. 131), weil sodann das Wasser kein Gefälle besitzen und mithin ohne Bewegung sein würde. Wir nehmen daher eine Gerade AD an, welche dasselbe Gefälle besitzen soll wie das Wasser über B , und die zugleich Tangente für den Punkt A der als Kreisbogen anzusehenden Staucurve AJF sein mag, dabei vorausgesetzt, daß D im ungestauten Wasserspiegel FB liegt¹⁾.

Eine Gerade von D nach G wird ferner als Tangente des Kreisbogens FJA bei F anzusehen und deshalb $\overline{FD} = \overline{DA}$ zu setzen sein.

Zieht man endlich durch D eine Horizontale CD , so wird CA das Gefälle auf die Canalstrecke DB oder genau genug auf CD darstellen, so daß, wenn der betreffende Abhang mit s_1 bezeichnet wird,

$$s_1 = \frac{\overline{CA}}{\overline{AD}} \text{ ist, oder auch}$$

$$(1) \quad s_1 = \frac{\overline{CA}}{\overline{CD}}, \text{ wenn man } \overline{CD} \text{ mit } \overline{AD} \text{ verwechselt.}$$

Da ferner auch der Abhang $= s$ des ungestauten Wasserspiegels $s = \frac{\overline{CB}}{\overline{BD}}$ oder genau genug (2) $s = \frac{\overline{CB}}{\overline{CD}}$ gesetzt werden kann, so folgt aus (1) und (2) folgende Proportion:

$$\frac{\overline{CA}}{\overline{CD}} : \frac{\overline{CB}}{\overline{CD}} = s_1 : s \text{ und hieraus:}$$

$$\overline{CB} - \overline{CA} : \overline{CA} = s - s_1 : s_1, \text{ d. i.,}$$

$$\text{wegen } \overline{CB} - \overline{CA} = \overline{AB} = H,$$

$$(3) \quad \overline{CA} = \frac{Hs_1}{s - s_1},$$

oder weil nach dem Vorhergehenden $\overline{AD} = \frac{\overline{AC}}{s_1}$ ist, endlich auch

¹⁾ Funk (Hydrotechnik, S. 134) nennt die Horizontale AG die hydrostatische Stauweite, dagegen AF (die wirkliche) die hydraulische Stauweite.

$$\overline{AD} = \frac{H}{s - s_1},$$

als Ausdruck für die Tangente \overline{AD} oder die Hälfte der Stauweite, so daß für die ganze Stauweite gesetzt werden kann:

$$\overline{AF} = \overline{AD} + \overline{DF} = 2 \cdot \overline{AD}, \text{ oder}$$

$$\overline{AF} = \frac{2 \cdot H}{s - s_1}.$$

Da in dieser Gestalt die Formel, Dubuat's Erfahrungen zufolge, zu große Werthe giebt, rath derselbe, statt der 2 im Zähler 1,9 zu setzen¹⁾, so daß zuletzt erhalten wird:

$$I. \quad l = \frac{1,9 \cdot H}{s - s_1}.$$

Außer den verschiedenen, mehr oder weniger unhaltbaren Annahmen, worauf sich die Entwicklung dieser Formel stützt, leidet sie namentlich an dem Uebel, daß sie den Abhang s_1 des aufgestauten Wasserspiegels als bekannt voraussetzt, dem natürlich nicht anders als durch eine Annäherungsrechnung entsprochen werden kann²⁾.

Ungeachtet der Correctioncoefficients der Formel I. giebt sie fast immer zu große Werthe³⁾, so daß sie recht eigentlich dazu benutzt werden kann, den Ort zu bestimmen, wohin sich ein bestimmter Staustromaufwärts nicht mehr erstreckt.

Funk⁴⁾ behauptet, daß unter allen Umständen von der Dubuat'schen Darstellung für die Ausübung kein Gebrauch zu machen sei, weil die betreffenden Rechnungsresultate sich zu sehr von den Erfahrungswerthen entfernten.

Nach demselben Hydrauliker soll die Curve, welche der gestaute Wasserspiegel oberhalb des Wehres bildet, als eine halbe Parabel angesehen werden können, deren Achse über dem Wasserspiegel liegt, auch soll die hydraulische Stauweite niemals das Doppelte der hydrostatischen betragen. Auf diese Annahmen gestützt, leitet Funk für die Stauweite den Ausdruck ab:

$$II. \quad l = \frac{3}{2} \cdot \frac{H}{s}.$$

Aber auch dieser Werth leidet an dem doppelten Uebel einer mangelhaften Begründung und der Nichtübereinstimmung mit der Erfahrung⁵⁾.

d'Aubuisson vernachlässigt in I. s_1 ohne Weiteres, und um den hierdurch erzeugten Fehler zu corrigiren, ersetzt er den Coefficienten

¹⁾ Principes, Nr. 153 und 154.

²⁾ Man sehe deshalb Funk, Hydrotechnik, S. 135, insbesondere aber Weisbach in der Maschinenencyclopädie, Bd. 2, S. 175.

³⁾ Auch Hagen's Erfahrungen bestätigen dies (Wasserbaukunst, 2. Theil, 1. Bd., S. 322).

⁴⁾ a. a. O., S. 136.

⁵⁾ Mit Ausnahme eines Falles am Hameln'schen Wehre (§. 250 der Hydrotechnik) liefert II, auch nach Funk's eigenen Erfahrungen, stets zu große Werthe, was dieser Hydrauliker aber nicht seiner Formel, sondern den Flußkrümmungen Schuld giebt.

1,9 wieder durch 2, schreibt also:

$$\text{III. } l = \frac{2H}{s},$$

wonach die hydraulische Stauweite genau doppelt so groß, wie die hydrostatische sein würde, ein Ausdruck, dessen Mangelhaftigkeit nach dem Vorstehenden von selbst einleuchtet.

Noch andere Formeln zur Bestimmung der Stauweite, ohne gleichfalls begründete Ableitungen und ohne daß dieselben für die Praxis zufriedenstellende Resultate gaben, lieferten St. Guilhem¹⁾ und Poiré²⁾, in Bezug welcher auf die unten citirten Quellen verwiesen werden muß³⁾.

§. 156.

Unter der Voraussetzung einer sehr bedeutenden Canalbreite in Bezug auf die vorhandene Wassertiefe, so daß letztere bei der Größenbestimmung des Wasserperimeters vernachlässigt werden kann, ferner unter der Annahme eines constanten Gefälles und Profiles in der ganzen Strecke, worauf sich die Staufrage bezieht, läßt sich in nachstehender Weise ein für die Anwendung einigermaßen brauchbarer Ausdruck ableiten.

Man setze in (2) (§. 144) dv gleich Null, d. h. vernachlässige die lebendigen Kräfte, welche den Geschwindigkeitsänderungen in den auf einander folgenden Profilen entsprechen, zähle ferner die gestauten Profile stromaufwärts, schreibe also $-dl$ statt $+dl$, wonach folgt:

$$0 = -dy \cdot \cos \varphi - dl \cdot \sin \varphi + \frac{p}{a} (Au + Bu^2) dl,$$

wobei u die Geschwindigkeit in einem beliebigen, gestauten Profile von der Wassertiefe y bezeichnet.

Aus letzterer Gleichung folgt aber, wenn $\cos \varphi = 1$ und $\sin \varphi = i$ und für $Au + Bu^2$ der bekannte Werth $\frac{u^2}{k^2}$ eingeführt wird:

$$(1) \quad dy = \left(\frac{1}{y} \frac{u^2}{k^2} - i \right) dl.$$

Für die ungestaute Strecke FG , Fig. 177, wo e die constante Tiefe und v die unveränderliche mittlere Geschwindigkeit bezeichnen mag, ergibt die Chezy-Eytelwein'sche Gleichung direct:

$$(2) \quad i = \frac{1}{e} \cdot \frac{v^2}{k^2}, \text{ oder}$$

weil durch alle Profile pro Secunde dieselbe Wassermenge = Q

¹⁾ Annales des Ponts et Chaussées 1837, Nr. 2, Pag. 78 und 1838, Nr. 2, Pag. 249.

²⁾ Ebendasselbst 1839, Nr. 2, Pag. 275.

³⁾ Hagen (Wasserbaukunst, 2. Th., 1. Bd., S. 324) glaubt sogar, daß durch diese Annahme das betreffende Rechnungsergebnis wahrscheinlich an Genauigkeit gewinne, oder doch die Wirkung der vernachlässigten Geschwindigkeitsänderungen höchst unbedeutend bleibt (a. a. O., S. 329 und 330 durch ein Zahlenbeispiel erwiesen).

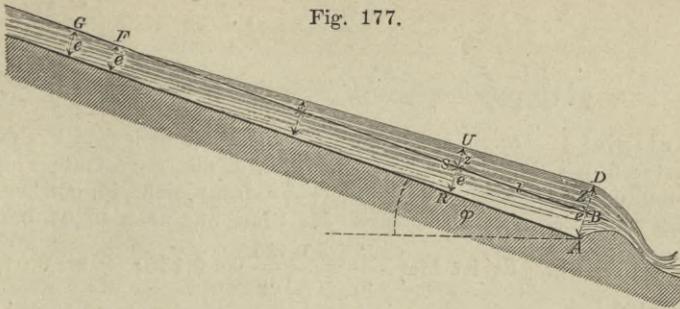


Fig. 177.

fließt, d. h. der Beharrungszustand eingetreten sein soll, wegen $Q = bev = byu$, also $v = \frac{y}{e} \cdot u$, auch (aus 2):

$$(3) \quad i = \frac{y^2}{e^3} \cdot \frac{u^2}{k^2}.$$

Entfernt man jetzt $\frac{u^2}{k^2}$ aus (1) mittelst (3), so erhält man endlich:

$$I. \quad i \cdot dl = \frac{y^3 dy}{e^3 - y^3} \quad ^1).$$

Führt man hier die Stauhöhe $SU = z$, Fig. 177, ein, d. h. setzt $e + z$ statt y , so folgt:

$$i \cdot dl = \frac{(e + z)^3 dz}{e^3 - (e + z)^3}.$$

Hieraus ferner

$$i \cdot dl = - \left[1 + \frac{e^3}{(e + z)^3 - e^3} \right] dz^2),$$

so wie nach Ausführung der Division des Zählers in den Nenner:

$$(4) \quad \frac{i \cdot dl}{e} = - \left[\frac{1}{3} \frac{dz}{z} + \frac{2}{3} \frac{dz}{e} + \frac{2}{9} \frac{z \cdot dz}{e^2} - \frac{1}{9} \frac{z^2 dz}{e^3} + \frac{1}{17} \frac{z^3 dz}{e^4} \dots \right].$$

Integriert man und setzt die größte Stauhöhe BD am Einbaue bei A , Fig. 177, gleich Z , so findet sich endlich:

$$I. \quad \frac{i \cdot l}{e} = \frac{1}{3} \text{Lgnt} \frac{Z}{z} + \frac{2}{3} \frac{Z - z}{e} + \frac{1}{9} \frac{Z^2 - z^2}{e^2} - \frac{1}{27} \frac{Z^3 - z^3}{e^3} + \frac{1}{108} \frac{Z^4 - z^4}{e^4} - \\ - \frac{1}{486} \frac{Z^5 - z^5}{e^5} + \frac{1}{567} \frac{Z^7 - z^7}{e^7} - \frac{1}{972} \frac{Z^8 - z^8}{e^8} + \frac{1}{2187} \frac{Z^9 - z^9}{e^9} - \\ - \frac{1}{7290} \frac{Z^{10} - z^{10}}{e^{10}} + \frac{1}{26244} \frac{Z^{12} - z^{12}}{e^{12}} \dots$$

Für den Fall, daß eine Senkung der Oberfläche statt hat (wie dies z. B. zufolge Ausbaggerungen geschehen kann), erhält man:

¹⁾ Dieselbe Gleichung findet Hagen auf etwas anderem Wege (S. 326, II. Theil, Bd. 1 seiner Wasserbaukunst). Mir war I. aus den Vorträgen des Herrn Professor Weisbach bereits vor dem Erscheinen der ersten Ausgabe des Hagen'schen Werkes (d. h. vor 1844) bekannt.

²⁾ Auch bei Dupuit (Études etc.) Nr. 66.

$$\text{II. } \frac{i \cdot l}{e} = \frac{1}{3} \text{Lgnt} \frac{Z}{z} - \frac{2}{3} \frac{Z-z}{e} + \frac{1}{9} \frac{Z^2-z^2}{e^2} + \frac{1}{27} \frac{Z^3-z^3}{e^3} + \frac{1}{108} \frac{Z^4-z^4}{e^4} - \\ - \frac{1}{486} \frac{Z^5-z^5}{e^5} - \frac{1}{567} \frac{Z^7-z^7}{e^7} - \frac{1}{972} \frac{Z^8-z^8}{e^8} - \frac{1}{2187} \frac{Z^9-z^9}{e^9} - \frac{1}{7920} \frac{Z^{10}-z^{10}}{e^{10}} \dots$$

Beispiel 1. Durch ein Wehr wird ein Fluß über dem Fachbaume des ersteren um $0^m,135$ aufgestaut, während die ungestaute Flußtiefe $1^m,0$ und das Bodengefälle $\frac{1}{3000}$ ist; es fragt sich, in welcher Entfernung vom Wehre stromaufwärts der Stau nur noch $0^m,01$ beträgt?

Auflösung. Es ist hier $\frac{Z}{e} = \frac{0,135}{1,0} = 0,135$; $\frac{z}{e} = 0,01$, also

$$\frac{Z}{z} = \frac{0,135}{0,01} = 13,5, \text{ daher aus I. unmittelbar:}$$

$$\frac{i \cdot l}{e} = \frac{1}{3} \text{Lgnt} 13,5 + \frac{2}{3} \cdot 0,125 + \frac{1}{9} (0,018225 - 0,0001) - \frac{1}{27} (0,002460 - 0,000001),$$

$$\text{d. i. } \frac{i \cdot l}{e} = 0,867563 + 0,083333 + 0,002013 - 0,000091, \text{ oder}$$

$$(1) \frac{i \cdot l}{e} = 0,952818, \text{ wonach}$$

$$l = 0,952818 \cdot 1 \cdot 3000 = 2858^m,45.$$

Beispiel 2. In welcher Entfernung noch weiter stromaufwärts des vorigen Beispielen beträgt die Stauhöhe nur noch $0^m,0098$?

Auflösung. Hier ist

$$\frac{Z}{e} = 0,010; \frac{z}{e} = 0,0098; \frac{Z}{z} = \frac{0,010}{0,0098} = 1,02,$$

sonach aus I:

$$(2) \frac{i \cdot l}{e} = \frac{1}{3} \text{Lgnt} \cdot 1,02 + \frac{2}{3} \cdot 0,0002 = 0,006734,$$

so wie ferner:

$$l = 0,006734 \cdot 1 \cdot 3000 = 20^m,202.$$

Beispiel 3. Durch eine Ausbaggerung wird stromabwärts der Wasserspiegel eines sonst 1 Meter tiefen Flusses von $\frac{1}{4000}$ Bodengefälle um $0^m,225$ gesenkt; es fragt sich, in welcher Entfernung stromaufwärts diese Senkung nur noch $0^m,01$ beträgt?

Auflösung. Hier ist

$$\frac{Z}{e} = \frac{0,225}{1} = 0,225; \frac{z}{e} = 0,01 \text{ und } \frac{Z}{z} = 22,5,$$

demnach aus II:

$$(3) \frac{i \cdot l}{e} = \frac{1}{3} \text{Lgnt} 22,5 - \frac{2}{3} \cdot 0,215 + \frac{1}{9} \cdot 0,050525 + \frac{1}{27} \cdot 0,011389625 \\ + \frac{1}{108} \cdot 0,00256288 = 0,9005985,$$

und ferner:

$$l = 0,9005985 \cdot 1 \cdot 4000 = 3602^m,394.$$

§. 157.

Tabellen zur Berechnung von Stauweiten und Stauhöhen¹⁾.

Nachstehende Tabellen beruhen auf der (übrigens willkürlichen) Voraussetzung, daß eine Stauhöhe (pro Einheit der natürlichen Wassertiefe) $\frac{z}{e} = 0,0098$ den Ausgangspunkt bildet, also eine Stelle der Wasseroberfläche, gleichsam der Ursprung eines betreffenden Coordinatensystems ist, woselbst der Stau als fast verschwunden betrachtet werden kann. Für die bemerkte Stauhöhe berechnet sich der Abstand von der ersten Stauhöhe $\frac{z}{e} = 0,01$ der Tabelle zu 0,006734, wofür in der mit $f\left(\frac{z}{e}\right)$ bezeichneten Columnne der kürzere Werth 0,0067 aufgeführt ist.

Weiteres über die betreffenden Berechnungen erhellt aus den Beispielen des vorigen Paragraphen. In Bezug auf die erste Tabelle ergibt sich, wenn die Resultate für $\frac{il}{e}$ aus (1) Beispiel 1 und aus (2) Beispiel 2 addirt werden,

$$0,952818 + 0,006734 = 0,959552,$$

was dem Werthe $f\left(\frac{z}{e}\right)$ für $\frac{z}{e} = 0,135$ der Tabelle I. entspricht.

Der Gebrauch der Tabellen, beispielsweise zur Ermittlung der Stauweiten, besteht einfach darin, daß man die Stauhöhen am Einbaue Z und die z , bis zu welcher man die Stauweite ermitteln will, durch die Tiefe $= e$ des ungestauten Wassers dividirt, für diese Quotienten in der Tabelle die Werthe von $f\left(\frac{Z}{e}\right)$ und $f\left(\frac{z}{e}\right)$ aufsucht, letztere von einander abzieht und dadurch $\frac{i \cdot l}{e}$ erhält. Um endlich die Stauweite l zu finden, multiplicirt man jene Differenz mit der natürlichen Wassertiefe e und dividirt zuletzt durch den Abhang i . Soll umgekehrt die Stauhöhe oder Senkung gefunden werden, so versteht sich nach dem so eben Aufgeführten das Verfahren von selbst, so wie auch zu den betreffenden Verständnissen die nach den Tabellen folgenden Beispiele dienen werden²⁾.

¹⁾ Es sind diese Tabellen ganz neu mit Hilfe der Formeln I. und II. berechnet, einige der letzteren Werthe der ersten Tabellen sind Dupuit (Études, Pag. 255 erste Auflage und Pag. 297 zweite Auflage) entlehnt, dem überhaupt das Verdienst zuzuschreiben ist, zuerst den glücklichen Gedanken zur Berechnung practisch brauchbarer Tabellen aus den gedachten Formeln gefaßt und ausgeführt zu haben. Unsere Tafeln sind übrigens von doppelt so großem Umfange wie die Dupuit's. Bei der Berechnung dieser Tabellen betheiligte sich (185 $\frac{6}{7}$) u. A. besonders der jetzige Oberlehrer am Gymnasium zu Göttingen, Herr Dr. Gödecker, der auch später (1861) die letzteren Werthe noch genauer nach einer Formel ermittelte, auf welche wir in dem folgenden Paragraphen zurückzukommen Gelegenheit finden.

²⁾ Wichtig ist's übrigens auch noch, auf die Bemerkungen am Anfange des §. 156 Rücksicht zu nehmen.

(Tabelle I.)

Zur Berechnung von

$\frac{z}{e}$	$f\left(\frac{z}{e}\right)$	$\frac{z}{e}$	$f\left(\frac{z}{e}\right)$	$\frac{z}{e}$	$f\left(\frac{z}{e}\right)$	$\frac{z}{e}$
0,010	0,0067	0,160	1,0335	0,310	1,3610	0,460
0,015	0,1452	0,165	1,0473	0,315	1,3700	0,465
0,020	0,2444	0,170	1,0608	0,320	1,3789	0,470
0,025	0,3222	0,175	1,0740	0,325	1,3877	0,475
0,030	0,3863	0,180	1,0869	0,330	1,3964	0,480
0,035	0,4411	0,185	1,0995	0,335	1,4050	0,485
0,040	0,4889	0,190	1,1119	0,340	1,4136	0,490
0,045	0,5316	0,195	1,1241	0,345	1,4221	0,495
0,050	0,5701	0,200	1,1361	0,350	1,4306	0,500
0,055	0,6053	0,205	1,1479	0,355	1,4390	0,505
0,060	0,6376	0,210	1,1595	0,360	1,4473	0,510
0,065	0,6677	0,215	1,1709	0,365	1,4556	0,515
0,070	0,6958	0,220	1,1821	0,370	1,4638	0,520
0,075	0,7222	0,225	1,1931	0,375	1,4720	0,525
0,080	0,7482	0,230	1,2040	0,380	1,4801	0,530
0,085	0,7708	0,235	1,2148	0,385	1,4882	0,535
0,090	0,7933	0,240	1,2254	0,390	1,4962	0,540
0,095	0,8148	0,245	1,2358	0,395	1,5041	0,545
0,100	0,8353	0,250	1,2461	0,400	1,5119	0,550
0,105	0,8550	0,255	1,2563	0,405	1,5197	0,555
0,110	0,8739	0,260	1,2664	0,410	1,5275	0,560
0,115	0,8922	0,265	1,2763	0,415	1,5353	0,565
0,120	0,9098	0,270	1,2861	0,420	1,5430	0,570
0,125	0,9269	0,275	1,2958	0,425	1,5507	0,575
0,130	0,9434	0,280	1,3054	0,430	1,5583	0,580
0,135	0,9595	0,285	1,3149	0,435	1,5659	0,585
0,140	0,9751	0,290	1,3243	0,440	1,5734	0,590
0,145	0,9903	0,295	1,3336	0,445	1,5809	0,595
0,150	1,0051	0,300	1,3428	0,450	1,5884	0,600
0,155	1,0195	0,305	1,3519	0,455	1,5958	0,605

Erhebungen des Wasserspiegels.

$f\left(\frac{z}{e}\right)$	$\frac{z}{e}$	$f\left(\frac{z}{e}\right)$	$\frac{z}{e}$	$f\left(\frac{z}{e}\right)$	$\frac{z}{e}$	$f\left(\frac{z}{e}\right)$
1,6032	0,610	1,8112	0,760	2,0010	0,910	2,1800
1,6106	0,615	1,8178	0,765	2,0071	0,915	2,1858
1,6179	0,620	1,8243	0,770	2,0132	0,920	2,1916
1,6252	0,625	1,8308	0,775	2,0193	0,925	2,1974
1,6324	0,630	1,8373	0,780	2,0254	0,930	2,2032
1,6396	0,635	1,8438	0,785	2,0315	0,935	2,2090
1,6468	0,640	1,8503	0,790	2,0375	0,940	2,2148
1,6540	0,645	1,8567	0,795	2,0435	0,945	2,2206
1,6611	0,650	1,8631	0,800	2,0495	0,950	2,2264
1,6682	0,655	1,8695	0,805	2,0555	0,955	2,2322
1,6753	0,660	1,8759	0,810	2,0615	0,960	2,2380
1,6823	0,665	1,8823	0,815	2,0675	0,965	2,2438
1,6893	0,670	1,8887	0,820	2,0735	0,970	2,2496
1,6963	0,675	1,8951	0,825	2,0795	0,975	2,2554
1,7032	0,680	1,9014	0,830	2,0855	0,980	2,2611
1,7101	0,685	1,9077	0,835	2,0915	0,985	2,2668
1,7170	0,690	1,9140	0,840	2,0975	0,990	2,2725
1,7239	0,695	1,9203	0,845	2,1035	0,995	2,2782
1,7308	0,700	1,9266	0,850	2,1095	1,000	2,2839
1,7376	0,705	1,9329	0,855	2,1154	1,100	2,3971
1,7444	0,710	1,9392	0,860	2,1213	1,200	2,5683
1,7512	0,715	1,9455	0,865	2,1272	1,300	2,6179
1,7589	0,720	1,9517	0,870	2,1331	1,400	2,7264
1,7647	0,725	1,9579	0,875	2,1390	1,500	2,8337
1,7714	0,730	1,9641	0,880	2,1449	1,600	2,9401
1,7781	0,735	1,9703	0,885	2,1508	1,700	3,0458
1,7848	0,740	1,9765	0,890	2,1567	1,800	3,1508
1,7914	0,745	1,9827	0,895	2,1625	1,900	3,2553
1,7980	0,750	1,9888	0,900	2,1683	2,000	3,3594
1,8046	0,755	1,9949	0,905	2,1742	2,100	3,4631
					2,200	3,5564
					2,300	3,6694
					2,400	3,7720
					2,500	3,8745
					2,600	3,9768
					2,700	4,0789
					2,800	4,1808
					2,900	4,2826
					3,000	4,3843
					3,500	4,4891
					4,000	5,3958
					4,500	5,8993
					5,000	6,4120

48914 2

(Tab. II.) Zur Berechnung von Senkungen des Wasserspiegels.

$\frac{z}{e}$	$f\left(\frac{z}{e}\right)$	$\frac{z}{e}$	$f\left(\frac{z}{e}\right)$	$\frac{z}{e}$	$f\left(\frac{z}{e}\right)$
0,010	0,0067	0,225	0,8939	0,440	0,9931
0,015	0,1251	0,230	0,8982	0,445	0,9941
0,020	0,2287	0,235	0,9023	0,450	0,9951
0,025	0,2888	0,240	0,9063	0,455	0,9961
0,030	0,3463	0,245	0,9101	0,460	0,9971
0,035	0,3943	0,250	0,9138	0,465	0,9980
0,040	0,4356	0,255	0,9174	0,470	0,9989
0,045	0,4715	0,260	0,9209	0,475	0,9998
0,050	0,5034	0,265	0,9242	0,480	1,0006
0,055	0,5319	0,270	0,9275	0,485	1,0014
0,060	0,5577	0,275	0,9306	0,490	1,0022
0,065	0,5811	0,280	0,9336	0,495	1,0029
0,070	0,6025	0,285	0,9365	0,500	1,0036
0,075	0,6222	0,290	0,9394	0,505	1,0043
0,080	0,6405	0,295	0,9421	0,510	1,0050
0,085	0,6575	0,300	0,9448	0,515	1,0057
0,090	0,6733	0,305	0,9473	0,520	1,0063
0,095	0,6881	0,310	0,9498	0,525	1,0069
0,100	0,7020	0,315	0,9522	0,530	1,0075
0,105	0,7150	0,320	0,9546	0,535	1,0081
0,110	0,7273	0,325	0,9569	0,540	1,0086
0,115	0,7389	0,330	0,9591	0,545	1,0091
0,120	0,7500	0,335	0,9612	0,550	1,0096
0,125	0,7603	0,340	0,9632	0,555	1,0101
0,130	0,7703	0,345	0,9652	0,560	1,0106
0,135	0,7796	0,350	0,9671	0,565	1,0111
0,140	0,7886	0,355	0,9690	0,570	1,0116
0,145	0,7971	0,360	0,9708	0,575	1,0121
0,150	0,8053	0,365	0,9725	0,580	1,0125
0,155	0,8131	0,370	0,9742	0,585	1,0129
0,160	0,8205	0,375	0,9759	0,590	1,0133
0,165	0,8276	0,380	0,9775	0,595	1,0137
0,170	0,8344	0,385	0,9790	0,60	1,0140
0,175	0,8410	0,390	0,9805	0,65	1,0166
0,180	0,8473	0,395	0,9819	0,70	1,0184
0,185	0,8533	0,400	0,9833	0,75	1,0194
0,190	0,8591	0,405	0,9847	0,80	1,0199
0,195	0,8647	0,410	0,9860	0,85	1,0203
0,200	0,8700	0,415	0,9873	0,90	1,0203
0,205	0,8751	0,420	0,9885	0,95	1,0203
0,210	0,8801	0,425	0,9897	1,00	1,0203
0,215	0,8848	0,430	0,9909		
0,220	0,8895	0,435	0,9920		

§. 158.

Beispiele als Gebrauchsanweisung vorstehender Tabellen.

Beispiel 1. Ein Strom hat in seinem natürlichen Zustande $\frac{1}{5000}$ Gefälle pro Längeneinheit und eine mittlere constante Wassertiefe von 2 Fuß. Durch den Einbau eines Wehres wird über dem Fachbaume des letzteren ein 3 Fuß hoher Stau erzeugt, so daß die Wassertiefe am Wehre 5 Fuß beträgt.

Es ist zu berechnen, in welchen Entfernungen stromaufwärts die Stauhöhen beziehungsweise noch 2 Fuß, 1 Fuß, $\frac{1}{2}$ Fuß und $\frac{1}{4}$ Fuß sind?¹⁾

Auflösung. Für sämtliche Stauhöhen ist:

$$\frac{Z}{e} = \frac{3}{2} = 1,5.$$

Dagegen für 2 Fuß Stauhöhe: $\frac{z}{e} = \frac{2}{2} = 1,0$ und sonach, wenn man letztere beiden Werthe in der mit $\frac{z}{e}$ der Tabelle überschriebenen Columnne aufsucht und die correspondirenden Zahlen der Columnne $f\left(\frac{Z}{e}\right)$ hier niederschreibt:

$$f\left(\frac{Z}{e}\right) = 2,8337$$

$$f\left(\frac{z}{e}\right) = 2,2839,$$

daher, weil $\frac{i \cdot l}{e} = f\left(\frac{Z}{e}\right) - f\left(\frac{z}{e}\right)$, auch

$$\frac{i \cdot l}{e} = 0,5498, \text{ d. i. wegen } i = \frac{1}{5000}, e = 2,$$

$$l = 0,5498 \cdot 2 \cdot 5000 = 5498 \text{ Fuß.}$$

Die Berechnung der übrigen Fälle versteht sich hiernach von selbst, weshalb wir nur die Endresultate und zwar unter Nebenstellungen der Hagen'schen und Heinemann'schen, aufführen:

¹⁾ Es ist dies Beispiel absichtlich Hagen's Wasserbaukunst, S. 328, II. Theil, Bd. 1, entlehnt, um das Vortheilhafte der Tafeln recht hervorzuheben. Eben so ist nachher Rücksicht auf Heinemann's lange Formel genommen, die derselbe zur Vervollständigung der Hagen'schen Rechnungsweise in Erbkam's Zeitschrift für Baukunst, Jahrg. 1855, S. 207 mittheilte und solche ebenfalls auf das obige Zahlenbeispiel anwandte.

Stauweiten.				
Stauhöhen	$z = 2$ Fuß	$z = 1,0$ Fuß	$z = \frac{1}{2}$ Fuß	$z = \frac{1}{4}$ Fuß
Nach Hagen	5496	11745	15880	19067
Nach Heinemann	5487	11682	15797	18948
Nach den Tabellen	5498	11726	15876	19068

Beispiel 2.¹⁾ In einem 80 Fuß breiten und 4 Fuß tiefen Flusse, welcher 1400 Cubikfuß Wasser pro Secunde abführt und dabei einen Abhang gleich 0,000623 besitzt, soll ein Wehr eingebaut werden, um das Wasser 3 Fuß hoch aufzustauen; man soll angeben, in welcher Entfernung vom Wehre stromaufwärts die Stauhöhen beziehungsweise sind: 2,5 Fuß, 2 Fuß, 1,5 Fuß, 1,0 Fuß, 0,5 Fuß, 0,25 Fuß und 0,1 Fuß?

Auflösung. Für alle Fälle ist hier $\frac{Z}{e} = \frac{3}{4} = 0,75$, und correspondirend nach der Tabelle I: $f\left(\frac{Z}{e}\right) = 1,9888$. Sodann wollen wir eine der betreffenden Stauweiten wählen, wobei die Tabellen nur mittelst Interpolation gebraucht werden können.

Es folgt für $z = \frac{1}{4}$ Fuß, $\frac{z}{e} = \frac{1}{16} = 0,0625$, d. i. ein Werth, der nach Tabelle I. zwischen 0,060 und 0,065 der ersten Columne liegt. Wir benutzen deshalb die bekannte Interpolationsformel (S. 312):

$$f\left(\frac{z}{e}\right) = y = y_1 + (y_2 - y_1) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1},$$

erhalten mit Zuziehung der Tabelle I:

$$x_2 = 0,0650 \quad y_2 = 0,6677$$

$$x_1 = 0,0600 \quad \text{und} \quad y_1 = 0,6376$$

$$x = 0,0625$$

sodann aber

$$f\left(\frac{z}{e}\right) = y = 0,6376 + 0,0301 \frac{0,0025}{0,0050} = 0,6526.$$

$$\text{Daher } \frac{i \cdot l}{e} = f\left(\frac{Z}{e}\right) - f\left(\frac{z}{e}\right) = 1,9888 - 0,6526,$$

$$\frac{i \cdot l}{e} = 1,3362 \quad \text{und}$$

$$l = 1,3362 \cdot 4 \cdot \frac{1000000}{623} = 8579,1 \text{ Fuß.}$$

¹⁾ Absichtlich Weisbach's Ing.-Mechanik (4 Auflage), Bd. 2, S. 355 entlehnt, um die Resultate des Rechnungsganges dieses Hydraulikers mit den Tabellenwerthen vergleichen zu können.

Die übrigen berechneten Werthe stellen wir ohne Weiteres mit den correspondirenden Weisbach'schen in folgendem Täfelchen zusammen:

Stauhöhen = z	2,5 Fuß	2',0	1',5	1',0	0,50	0,25	0,10
Wassertiefen = $z + e$	6,5 Fuß	6,0	5,5	5,0	4,5	4,25	4,10
Stauweiten nach Weisbach	1005,6	2078,7	3260,8	4649,1	6537,0	8102,7	10434,5
Stauweiten nach den Tabellen	1014,4	2104,01	3318,1	4768,0	6817,9	8579,1	10700,5

Beispiel 3.¹⁾ Die Wassermenge eines Flusses beträgt 40 Cubikmeter pro Secunde, seine mittlere Tiefe (an ungestauter Stelle) 1^m,05 und sein (ziemlich) constantes Gefälle 0^m,000115. Durch ein Wehr wird in diesem Flusse ein Stau von 1^m,5 Höhe erzeugt und dabei zu wissen verlangt, in welcher Entfernung stromaufwärts dieser Stau noch 0^m,6 beträgt?

Auflösung. Hier ist

$$\frac{Z}{e} = \frac{1,50}{1,05} = 1,428, \quad \frac{z}{e} = \frac{0,60}{1,05} = 0,570.$$

Daher mit Zuziehung von Tabelle I:

$$f\left(\frac{Z}{e}\right) = 2,757517^2)$$

$$f\left(\frac{z}{e}\right) = 1,75890, \text{ d. i.}$$

$$\frac{i \cdot l}{e} = 1,000 \text{ genau genug, daher}$$

$$l = 1,0 \cdot 1,05 \cdot \frac{1000000}{115};$$

$$l = 9130^m,4.$$

Belanger findet, nach demselben umständlichen Verfahren, welches S. 456 angegeben wurde: $l = 9245^m,0$.

Beispiel 4.³⁾ Wie hoch wird ein (bei Poissy in der Seine) zu erbauendes Wehr das Niveau des niedrigsten Wasserstandes daselbst

¹⁾ Belanger: Essai etc., Pag. 24, Nr. 44.

²⁾ Nach bekannter Interpolationsformel ist:

$$f\left(\frac{Z}{e}\right) = y = y_1 + (y_2 - y_1) \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = 2,7264 + 0,1073 \frac{0,029}{0,100} = 2,75717.$$

³⁾ Eine berühmte Aufgabe, deren Lösung Prony zuerst versuchte (Annales des Ponts et Chaussées, 1835, 2, Pag. 244 ff. etc.). Später unternahm Vauthier eine neue Lösung, in Betreff welcher auf unsere Quelle verwiesen werden muß (Annales des Ponts et Chaussées, 1836, 2, Pag. 241). Man sehe auch Dupuit: Études etc., Pag. 109 erste Auflage und Pag. 88 zweite Auflage.

erheben, damit stromaufwärts (bei Maisons) in 2020 Meter Entfernung, der Stau nicht mehr als $0^m,891$ beträgt, vorausgesetzt, daß an letzterer Stelle die Tiefe des ungestauten Wassers $1^m,59$ ist, auch überdies bekannt ist, daß die Niveaudifferenz zwischen den beiden genannten Punkten (Poissy und Maisons) $1^m,737$ und der Wasserabfluß pro Secunde $158,52$ Cubikmeter beträgt?

Auflösung. Hier ist $i.l = 1,737$, $e = 1,59$, also

$$\frac{i.l}{e} = \frac{1,737}{1,590} = 1,0924.$$

Ferner ist $\frac{z}{e} = \frac{0,891}{1,590} = 0,560$ und folglich nach Tabelle I:

$$f\left(\frac{z}{e}\right) = 1,7444.$$

Ferner ist:

$$1,0924 = f\left(\frac{Z}{e}\right) - f\left(\frac{z}{e}\right), \text{ also}$$

$$1,0924 + 1,7444 = f\left(\frac{Z}{e}\right), \text{ d. i.}$$

$$2,8368 = f\left(\frac{Z}{e}\right).$$

Letzterem Werthe entspricht, genau genug, nach Tabelle I:

$$\frac{Z}{e} = 1,50, \text{ daher}$$

$$Z = 1,50 \cdot 1,59 = 2^m,385,$$

ganz denselben Werth findet Vauthier¹⁾ nach einem umständlichen Verfahren, welches demjenigen Belanger's nachgebildet ist.

Beispiel 5.²⁾ In einem Flusse, woselbst das Bodengefälle (ziemlich constant) $0,0003$, ferner die natürliche Wassertiefe $1^m,2$ ist, unternimmt man eine Ausbaggerung (oder Verbreiterung des Profiles), wodurch an betreffender Stelle eine Senkung des Wasserspiegels $= 0^m,36$ entsteht. Es fragt sich, in welcher Entfernung stromaufwärts diese Senkung nur noch $0^m,12$ beträgt?

Auflösung. Es ist hier: $\frac{Z}{e} = \frac{0,36}{1,2} = 0,3$; $\frac{z}{e} = \frac{0,12}{1,20} = 0,10$; sonach zufolge Tabelle II:

$$f\left(\frac{Z}{e}\right) = 0,9448; f\left(\frac{z}{e}\right) = 0,7020, \text{ daher:}$$

$$\frac{i.l}{e} = 0,9448 - 0,7020 = 0,2428, \text{ also}$$

$$l = 0,2428 \cdot 1,2 \cdot \frac{10000}{3} = 971^m,2.$$

Beispiel 6. Wie berechnet sich mit Hülfe der Tafeln die Stauweite des Beispieles S. 458, woselbst am Hamelner Wehre die Stauhöhe

1) Annales des Ponts et Chaussées 1836, 2, Pag. 283.

2) Dupuit: Études, §. 74.

9,497 — 2,400 = 7,097 Fuß, die natürliche (ungestaute) Wassertiefe 2,40 Fuß, die Rösche $\frac{1}{2 \cdot 253}$ und die Stauhöhe am Ende der fraglichen Strecke 5 Fuß betrug?

Zunächst ergibt sich

$$\frac{Z}{e} = \frac{7,097}{2,40} = 2,957, \quad \frac{z}{e} = \frac{5,0}{2,4} = 2,083.$$

Sodann mittelst Tabelle I. und gehöriger Interpolation:¹⁾

$$f\left(\frac{Z}{e}\right) = 4,340056; \quad f\left(\frac{z}{e}\right) = 3,4455. \quad \text{Daher:}$$

$$\frac{i \cdot l}{e} = 4,3406 - 3,4455 = 0,8951 \quad \text{also:}$$

$$l = 0,8951 \cdot 2,40 \cdot 2253 = 4839,98 \text{ Fuß,}$$

ein Werth, der verhältnißmäßig gut mit dem S. 459 gefundenen übereinstimmt.

§. 159.

Die directe Integration des Ausdruckes I, §. 156, welche, nach dem in §. 147 angewandten Verfahren, leicht auszuführen ist, liefert eine Gleichung, die zur Berechnung von Stauweiten dann vortheilhafter wie die Reihe Nr. 4, S. 481 ist, wenn die Werthe von $\frac{z}{e}$ die Zahl 3 übersteigen.

Hierzu verändern wir wieder $i \cdot dl = \frac{y^3 dy}{e^3 - y^3}$ in

$$i \cdot dl = - \left[1 + \frac{e^3}{y^3 - e^3} \right] dy \quad \text{und weiter in}$$

$$i \cdot dl = - \left[dy + \frac{e}{3} \frac{dy}{y - e} - \frac{e}{3} \frac{(y + 2e) dy}{y^2 + ye + e^2} \right], \quad \text{woraus folgt:}$$

$$i \cdot l = -y - \frac{e}{3} \text{Lgnt}(y - e) + \frac{e}{6} \int \left(\frac{2y + e}{y^2 + ye + e^2} \right) dy + \frac{e^2}{2} \int \frac{dy}{y^2 + ye + e^2} + \text{Const.}^2), \quad \text{d. i.}$$

$$1) f\left(\frac{Z}{e}\right) = 4,2826 + 0,1017 \frac{0,083}{0,10} = 4,2826 + 0,0577 = 4,3406.$$

$$f\left(\frac{z}{e}\right) = 3,3594 + 0,1037 \frac{0,083}{0,100} = 3,3594 + 0,0861 = 3,4455.$$

²⁾ Die directe Integration der Gleichung I. des §. 156 hat zuerst Weisbach zur Berechnung von Stauweiten ausgeführt und zwar bereits gegen Ende der dreißiger Jahre nach Mittheilung an den damals an der Chemnitzer Gewerbeschule lehrenden Verfasser. Später, 1844, hat Weisbach das betreffende Endresultat in Hülse's Maschinenencyklopädie, im Abschnitte „Bewegung des Wassers“ (Bd. I, S. 190) zur Berechnung eines Funk'schen Beispielles benutzt.

Nachher hat sich Hagen (Wasserbaukunst, Theil II, Bd. 1, S. 326) um die Sache bemüht, ferner Heinemann in Erbkam's „Zeitschrift für Baukunst“. Jahrg. V (1855), S. 203 ff., der namentlich den Hagen'schen Integral-

$$i.l = -y - \frac{e}{3} \text{Lgnt}(y - e) + \frac{e}{6} \text{Lgnt}(y^2 + ey + e^2) + \frac{e}{\sqrt{3}} \arcc\left(\text{tg} = \frac{2y+e}{e\sqrt{3}}\right) + \text{Const.}$$

Daher mit Bezug auf die in Fig. 177 markirten Grenzen

$$\overline{RU} = z + e = y \text{ und } \overline{AB} = Z + e = Y,$$

wonach l durch \overline{SB} dargestellt wird:

$$\text{I. } i.l = Z - z + \frac{e}{6} \text{Lgnt} \left[\frac{Z^2(z^2 + 3ez + 3e^2)}{z^2(Z^2 + 3eZ + 3e^2)} \right] - \frac{e}{\sqrt{3}} \left\{ \arcc\left(\text{tg} = \frac{2Z+3e}{e\sqrt{3}}\right) - \arcc\left(\text{tg} = \frac{2z+3e}{e\sqrt{3}}\right) \right\}.$$

Setzt man in letzterer Gleichung $Z = Ue$, also $U = \frac{Z}{e}$ und eben

so $z = ue$, also $u = \frac{z}{e}$, dividirt ferner links und rechts durch e , so folgt:

$$\text{II. } \frac{i.l}{e} = U - u + \frac{1}{6} \text{Lgnt} \left[\frac{U^2(u^2 + 3u + 3)}{u^2(U^2 + 3U + 3)} \right] - \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \arcc\left(\text{tg} = \frac{2U+3}{\sqrt{3}}\right) - \arcc\left(\text{tg} = \frac{2u+3}{\sqrt{3}}\right) \right\}.$$

Mittelst dieser Gleichung hat Herr Dr. Gödecker sich bereits 1861 mit Erfolg bemüht, die Werthe meiner Stautabellen (der ersten Auflage der Hydrodynamik) zu verbessern und zu erweitern, wovon auch bei der gegenwärtigen (2. Auflage) Gebrauch gemacht wurde¹⁾.

ausdruck wegen unvollkommener Constantenbestimmung tadelt und diesem Mangel abzuhelfen suchte. Bald nach Heinemann hat einer meiner fleißigen Zuhörer, der jetzige Oberlehrer Dr. Gödecker am Gymnasium zu Göttingen, die Gleichung I. abgeleitet, solche aber erst 1861 im VII. Bande, S. 136 der Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins veröffentlicht.

Bei sämtlichen vorgenannten Rechnungen war man mit ganz richtigem Tacte bemüht, den Erfahrungscoefficienten k der Chezy-Eytelwein'schen Formel (S. 400 ff.) vor der Integration völlig wegzuschaffen, was den jüngsten Erfahrungen über Bestimmung der jedesmaligen Größe von k (S. 404—417) vollständig entspricht.

Unter Beibehaltung eines constanten Werthes für k hat 1860 der Pariser Professor und Ingenieur Bresse in seinem „Cours de mécanique appliquée“, Seconde Partie, Pag. 220 etc., denselben Gegenstand behandelt und den betreffenden Endwerth zur Berechnung von Stautabellen benutzt, die jedoch den vorher mitgetheilten Tabellen nicht vorzuziehen sind. Endlich hat sich in jüngster Zeit auch Grashof im ersten Theile seiner theoretischen Maschinenlehre, §. 133, um die Sache bemüht und auch gezeigt, wie man selbst ein veränderliches k in die Formel einzuführen vermag.

¹⁾ Dr. Gödecker nahm überdies nicht (wie hier §. 157 geschah) $\frac{z}{e} = 0,0098$ zum Ausgangspunkte bei der Berechnung der höchsten Tabellenwerthe, sondern wählte dafür $\frac{z}{e} = u = 0,010$. Die betreffende Endgleichung erscheint demnach

Benutzt man letztere Gleichung zur directen Berechnung des §. 158, S. 489 (Belanger, Essai etc., §. 25) entlehnten Beispielles, so ist:

$$U = \frac{Z}{e} = \frac{1,50}{1,05} = 1,429; \quad u = \frac{z}{e} = \frac{0,60}{1,05} = 0,571, \text{ folglich:}$$

$$3U = 4,287; \quad U^2 = 2,042; \quad 3u = 1,713; \quad u^2 = 0,326; \quad = \text{Lgnt} \left[\frac{U^2(u^2 + 3u + 3)}{u^2(U^2 + 3U + 3)} \right] = \text{Lgnt} 3,383 = 1,21876.$$

Daher:

$$\frac{i \cdot l}{e} = 1,429 - 0,571 + \frac{1,218764}{6} - 0,0627 = 0,998427,$$

folglich, weil $i = 0,000115$ auch

$$l = \frac{0,998427 \cdot 1,05}{0,000115} = 9116^m,07.$$

Unsere Tabelle I. lieferte, nach S. 489:

$$l = 9130^m,40,$$

Belanger (Essai, Pag. 25) berechnet $l = 9245^m,0$, Bresse (Cours de Mécanique II, Pag. 224 und 225) findet $l = 9072^m,0$, Grashof (Theoret. Maschinenlehre, S. 767) findet $l = 9066^m,0$.

Zum Vergleiche werde noch die S. 488 gelieferte Tabelle durch die nach Bresse berechneten Werthe erweitert:

Wenn die Stauhöhen sind	2 Fuß	1,0 Fuß	0,50 Fuß	0,25 Fuß
Ergeben sich die Stauweiten nach Bresse zu	5472 Fuß	11642 Fuß	15708 Fuß	18803 Fuß

Hinsichtlich anderer, namentlich theoretischer Erörterungen und Berechnungen etc. für Specialfälle der Abschnitte Stauhöhe und Stauweite, u. A. auch den interessanten Bidone'schen „Wassersprung“ betreffend, ist namentlich Studirenden nicht genug Grashof's „Theoretische Maschinenlehre“, Bd. I, insonderheit §. 134 und 135 zu empfehlen. Der für die (mehr) practischen Zwecke gegenwärtiger Hydrodynamik zulässige Umfang unseres Buches gestattete leider nicht, dasselbe durch die gedachten höchst werthvollen Arbeiten Grashof's zu vervollständigen.

im citirten Bande der Zeitschrift des Hannov. Archit.- und Ingen.-Vereins unter der Form:

$$\frac{i \cdot l}{e} = U + 2,32275 - \frac{1}{6} \text{Lgnt} \left(\frac{U^2 + 3U + 3}{U^2} \right) - \frac{1}{\sqrt{3}} \text{arc} \left(\text{tg} = \frac{2U + 3}{\sqrt{3}} \right).$$

Dritter Abschnitt.

Bewegung des Wassers in Röhren und Röhrenleitungen.

Erstes Capitel.

Bewegung des Wassers in Röhren.

§. 160.

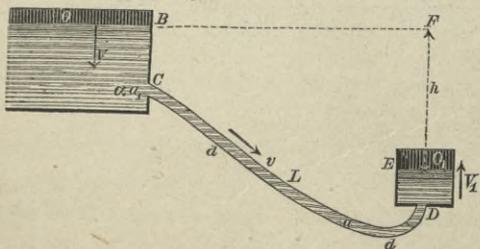
Die Gesetze der Bewegung des Wassers in Röhren würden ohne Weiteres aus §. 78 bis mit §. 80 zu entnehmen sein, hätte man dort bereits auf den Widerstand Rücksicht genommen, welcher, eben so wie beim Fortfließen in Canälen, in Röhren bemerkbar wird, sobald deren Länge (nach S. 281) ungefähr das Vierfache ihres Durchmessers übertrifft. In der Gestalt, wie sich die betreffenden Gleichungen an den citirten Orten vorfinden, geben sie gegenüber den Beobachtungen viel zu große Geschwindigkeiten, und zwar ist diese Differenz um so bedeutender, je länger die Röhren sind und je kleiner ihr Durchmesser ist.

So weit bis jetzt Beobachtungen über die Natur dieses Widerstandes lehren, kann man ihn, für practische Zwecke, abgesehen von den Zahlenwerthen der betreffenden Coefficienten, durch denselben mathematischen Ausdruck, §. 132, S. 395, darstellen, welcher unter ziemlich gleichen Umständen bei der Canalbewegung benutzt wurde.

Bezeichnet man den Durchmesser der überall als gleichweit vorauszusetzenden cylindrischen Röhre von kreisförmigem Querschnitte mit d und deren Länge mit l , so ergibt sich jener Widerstandswerth zu

$$\frac{\gamma}{g} d\pi \cdot l (a'v + \beta'v^2),$$

Fig. 178.



wobei v die mittlere Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre ist.

Hiernach sei O , Fig. 178, der Querschnitt des Speisebassins B der Röhre CD , woselbst sich die pro Secunde abfließende Wassermasse $M = \frac{Q}{g}$

fortwährend an der Oberfläche mit der Geschwindigkeit V so ersetzen mag, daß die Druckhöhe über der Mündung a_1 bei C stets dieselbe bleibt, dabei aber der Contractionscoefficient bei a_1 gleich α ist. Das prismatische Gefäß ED , in welches sich das Röhrenwasser ergießt, habe einen Querschnitt $= O_1$ und die Geschwindigkeit des Wassers an der Oberfläche E daselbst sei $= V_1$; endlich werde die Druckhöhe über E oder die Differenz der Wasserspiegel in E und B mit h bezeichnet.

Unter denselben Voraussetzungen, wie §. 78 und 83, und mit Beachtung, daß hier $OV = \alpha a_1 v_1 = av = O_1 V_1$ ist, wenn v_1 die Geschwindigkeit in der Mündung a_1 bei C bezeichnet, liefert das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte in Verbindung mit dem Principe Carnot's unmittelbar die Gleichung: ¹⁾

$$\frac{1}{2} M (V_1^2 - V^2) + \frac{1}{2} M (v_1 - v)^2 + \frac{1}{2} M (v - V_1)^2 = \\ gMh - \frac{\gamma}{g} dxl (\alpha'v + \beta'v^2)v,$$

oder wegen $\frac{\gamma}{g} v = \frac{M}{a} = \frac{4M}{d^2\pi}$, so wie $V_1 = \frac{av}{O_1}$ und $v_1 = \frac{a}{a_1} v$:

$$\frac{1}{2} Mv^2 \left(\frac{a^2}{O_1^2} - \frac{a^2}{O^2} \right) + \frac{1}{2} Mv^2 \left(\frac{a}{\alpha a_1} - 1 \right)^2 + \frac{1}{2} Mv^2 \left(1 - \frac{a}{O_1} \right)^2 = \\ gMh - \frac{4l}{d} M (\alpha'v + \beta'v^2),$$

d. i. auch, wenn man durch gM dividirt:

$$\frac{v^2}{2g} \left[\frac{a^2}{O_1^2} - \frac{a^2}{O^2} + \left(\frac{a}{\alpha a_1} - 1 \right)^2 + \left(1 - \frac{a}{O_1} \right)^2 \right] = \\ h - \frac{l}{d} \left(\frac{4\alpha'}{g} \cdot v + \frac{4\beta'}{g} v^2 \right),$$

oder endlich, wenn $\frac{4\alpha'}{g} = A'$ und $\frac{4\beta'}{g} = B'$ gesetzt wird:

$$\text{I. } \frac{v^2}{2g} \left[\frac{a^2}{O_1^2} - \frac{a^2}{O^2} + \left(\frac{a}{\alpha a_1} - 1 \right)^2 + \left(1 - \frac{a}{O_1} \right)^2 \right] = \\ h - \frac{l}{d} (A'v + B'v^2).$$

Ist der Querschnitt a der Röhre CD in Bezug auf die Querschnitte O und O_1 der Gefäße B und ED klein genug und führt man nach §. 84, S. 226 statt $\left(\frac{a}{\alpha a_1} - 1 \right)^2$ den sogenannten Widerstandscoefficienten η_0 ein, so ergibt sich:

$$h = \frac{v^2}{2g} (1 + \eta_0) + \frac{l}{d} (A'v + B'v^2).$$

Schreibt man ferner ähnlich §. 133, S. 400,

$$\frac{v^2}{2gk_1^2} = A'v + B'v^2, \text{ so folgt:}$$

¹⁾ Der Rohrstrang CD wird hierbei als ganz gerade, oder die Krümmungen so gering gedacht, daß deren Einfluß vernachlässigt werden kann. Auf die Krümmungswiderstände der Röhren kommen wir später ausführlich zurück.

$$h = \frac{v^2}{2g} \left[1 + \eta_0 + \frac{1}{k^2} \frac{l}{d} \right],$$

oder endlich $\frac{1}{k^2} = \eta$ gesetzt:

$$\text{II. } h = \frac{v^2}{2g} \left[1 + \eta_0 + \eta \frac{l}{d} \right],$$

hieraus aber:

$$\text{III. } v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \eta_0 + \eta \frac{l}{d}}}.$$

Bei sehr langen Leitungen fällt $1 + \eta_0$ gegen $\eta \frac{l}{d}$ so klein aus, so daß man einfach nehmen kann:

$$\text{IV. } h = \eta \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Die secundliche Wassermenge = Q berechnet sich in beiden Fällen zu:

$$\text{V. } Q = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v.$$

Der Widerstandcoefficient η_0 für das Einmündungsstück, läßt sich nach Weisbach, für practische Zwecke 0,505, folglich $1 + \eta_0 = 1,505$ setzen. Nach derselben Autorität ist zu nehmen (für Metermaaß):

$$\eta = 0,01439 + \frac{0,0094711}{\sqrt{v}}.^1)$$

Nach letzterem Werthe wurde folgende Tabelle berechnet:

v	$0^m,1$	$0^m,2$	$0^m,3$	$0^m,4$	$0^m,5$	$0^m,7$	$1^m,0$	$1^m,1$	$1^m,2$	$1^m,3$	$1^m,4$	$1^m,5$	$2^m,0$	$3^m,0$
η	0,0443	0,0356	0,0317	0,0294	0,0278	0,0257	0,0239	0,0234	0,0230	0,0227	0,0224	0,0221	0,0211	0,0199

§. 161.

Geschichtliche Notizen.

Ueber den Widerstand, welchen bewegtes Wasser in Röhren erfährt, handelte zuerst Pitot in den Memoiren der Pariser Academie von 1728, indem er daselbst zeigte, daß sich der Widerstand wie umgekehrt die Durchmesser der Röhren verhalte. Die ersten und zugleich für die

¹⁾ Auf die betreffenden verdienstlichen Arbeiten Weisbach's, so wie auf die späteren Arbeiten von Darcy, Hagen u. A. kommen wir im nächstfolgenden Paragraphen zurück, wo auch über den Einfluß der Temperatur des Wassers berichtet wird.

Praxis noch heute brauchbarsten Beobachtungen stellte Couplet¹⁾ an den Wasserleitungen von Marly nach Versailles an, die leider nur nicht umfangreich genug waren, um den Anforderungen hinlänglich zu entsprechen; am allerwenigsten aber befriedigten die Theorien, welche sowohl Couplet selbst, als nachher Belidor auf diese Versuche zu gründen suchten.

Die größte Zahl von Versuchen, mit besonders hierzu hergestellten Röhren aus Weißblech, stellte Bossut bei dem Speisebassin an, welches die Stadt Mezières mit Wasser versorgt²⁾. Bossut wagte jedoch nicht, aus den bis dahin gewonnenen Erfahrungsresultaten einen mathematischen Ausdruck aufzustellen, vielmehr empfahl er, aus den Beobachtungswerthen durch Interpolation oder durch graphische Darstellung, etwa zu suchende Größen annäherungsweise zu ermitteln.

Dubuat³⁾ unternahm neue Versuche, um die Couplet's und Bossut's zu vervollständigen, und war besonders so glücklich, jene mathematische Formel aufzustellen, welche wir bereits S. 398 aufführten und die er für Röhren wie Canäle gleich anwendbar hielt. Die betreffenden Zahlencoefficienten bestimmte Dubuat aus 7 Beobachtungen Couplet's, 26 Bossut's und aus 56 eigenen, überhaupt aus 89 an Röhren gemachten Beobachtungen, denen er 36 Beobachtungen an Canälen und Flüssen befügte.

Die Mängel der Dubuat'schen Formel wurden bereits S. 398 erörtert, und waren Ursache, daß man sich auch für Röhrenleitungen bemühte, andere brauchbarere mathematische Ausdrücke zu bilden.

In Deutschland gebührt Woltmann⁴⁾ das Verdienst, eine derartige bessere Formel aufgestellt zu haben.

Er findet (1790), aus entsprechenden Raisonnements und unter Bestimmung der Zahlenwerthe mittelst 87 Versuchen Couplet's, Bossut's und Dubuat's für Röhrenleitungen⁵⁾:

$$\frac{v^{\frac{7}{4}}}{133,6} = \frac{g \cdot r}{b} \quad (\text{franz. Zollmaaß}),$$

wobei $g = 362$, $r = \frac{1}{4}d$, $b = \frac{l}{h - \frac{v^2}{478}}$ ist, weshalb man auch schreibt:

$$v^{\frac{7}{4}} = 133,6 \cdot g \cdot \frac{d}{4} \left(\frac{h - \frac{v^2}{478}}{l} \right).$$

Eytelwein hielt auch letzteren Ausdruck noch zur Bestimmung von v nicht einfach genug und entwickelte (1796) aus allgemeinen Principien der Hydraulik einen anderen, dessen Zahlencoefficienten er

¹⁾ Couplet, der Sohn, theilt die betreffende Abhandlung in den Mémoires de l'Académie für 1732 mit. Ausführlich berichtet hierüber Bossut in seinem Traité d'hydrodynamique, Tome II, Nr. 672.

²⁾ S. 128, T. II, seiner 1795 erschienenen Hydrodynamique.

³⁾ Principes, Nr. 334.

⁴⁾ Beiträge zur hydraulischen Architektur, Bd. 1, S. 165.

⁵⁾ Ebendasselbst, S. 169.

aus 51 Beobachtungen (7 von Couplet, 26 von Bossut und 18 von Dubuat) bestimmte und dadurch überhaupt erhielt:

$$v = \sqrt{\frac{478 \cdot h}{1 + 0,0206 \frac{l}{d}}},$$

wobei sich alle Größen auf Pariser Zoll beziehen¹⁾.

Noch brauchbarer für große Geschwindigkeiten hielt Eytelwein folgende Formel:

$$v = \sqrt[35]{\left(\frac{478 \cdot h}{1 + 0,0206 \frac{l}{d}}\right)^{18}},$$

der er sich auch bei Röhrenleitungen, in den bemerkten Zusätzen der Dubuat'schen Hydraulik, ausschließlich bediente.

Prony's (1802) bereits S. 399 hervorgehobenen Bemühungen, eine recht brauchbare Formel für das Gesetz der Bewegung des Wassers in Canälen zu Stande zu bringen, wurden Veranlassung, daß dieser Hydrauliker gedachte Formel auch auf Röhrenleitungen anzuwenden suchte und hierzu aus den bekannten, von Eytelwein bereits benutzten 51 Versuchen, nach einer Methode von La Place²⁾ die Gleichung entwickelte:

$$h = \frac{v^2}{2g} + \frac{4l}{d} (0,0000173314 \cdot v + 0,00000940302 \cdot v^2) \text{ für pariser Zoll,}$$

oder:

$$h = \frac{v^2}{2g} + \frac{4l}{d} (0,0000173314 \cdot v + 0,000348259 \cdot v^2) \text{ für Meter.}$$

Zwölf Jahre später (1814) behandelte Eytelwein letztere Form der Darstellung von Neum³⁾, und zwar besonders aus dem Grunde, weil Prony ein wesentliches Glied, nämlich das, was sich auf die Contraction beim Eintritt des Wassers in die Röhre bezieht, vernachlässigt hatte, und findet mit Zuziehung derselben Beobachtungen nach gleicher Methode:

$$h = \frac{v^2}{2g\varepsilon^2} + \frac{4l}{d} (0,0000223579 \cdot v + 0,0000075882 \cdot v^2) \text{ für pariser Zoll,}$$

wobei $\varepsilon = 0,8125 = \frac{13}{16}$, also $\varepsilon^2 = 0,660156$ vorausgesetzt ist.

Die Versuche von Gerstner⁴⁾ (1798) und die Bemühungen des Engländers Young⁵⁾ um eine passende Formel mögen insbesondere deshalb hier aufgeführt werden, weil ersterer den Einfluß der Wärme auf die Bewegung des Wassers in Röhren nachwies und zeigte, daß

¹⁾ Dubuat's Principien der Hydraulik, deutsch von Kosmann, mit Zusätzen von Eytelwein. Berlin 1796, S. 86 etc.

²⁾ Mécanique céleste, 1^{re} part., liv. 3, art. 40 und auch Recherches physico-mathématiques de Prony, introduction, Pag. XVIII.

³⁾ Abhandlung der Königlichen Academie der Wissenschaften in Berlin. Aus den Jahren 1814—1815, S. 159.

⁴⁾ Handbuch der Mechanik, Bd. 2, S. 191.

⁵⁾ „Rees' Cyclopaedia“, Artikel Water, Bd. 38, und daraus „Maschinen-encyklopädie, Bd. 2, S. 564.

durch erhöhte Temperatur die Geschwindigkeit vergrößert werde¹⁾ und letzterer die Erfahrungscoefficienten der Röhrenformel als mit den Durchmessern der Röhren veränderlich annahm.

Weisbach²⁾ wandte zuerst (1840) die Methode der kleinsten Quadrate zur Bestimmung der Coefficienten A' und B' (S. 495) an und benutzte dabei, außer den genannten 51 Beobachtungen noch eine von Gueymard, welche dieser Ingenieur an der Wasserleitung zu Grenoble angestellt hatte³⁾. Die Resultate der betreffenden Rechnungen ergaben (für Metermaaß):

$$h = 0,0774 v^2 + 0,00022915 \frac{l}{d} v + 0,00092627 \frac{l}{d} v^2.$$

Hagen⁴⁾ kam nachher bei seinen Bestimmungen auf den Woltmann'schen gebrochenen Exponenten $\frac{7}{4}$ zurück, benutzt außer bereits oben aufgeführten Versuchen auch noch von Provis⁵⁾ in England angestellte und findet ebenfalls nach der Methode der kleinsten Quadrate, wenn q den innern Röhrenhalbmesser bezeichnet,

$$h = 0,024 \cdot v^2 + 0,003 \frac{l}{q} v^{\frac{7}{4}},$$

wo h , v und l in Fuß und q in Zollen, rheinländisches Maaß, ausgedrückt sind.

Auch diesen Ausdruck betrachtet Hagen nur als Annäherungswerth, räth deshalb, das erste Glied rechts ganz fortzulassen, dafür aber den Zahlencoefficienten des zweiten Gliedes auf 0,005 zu erhöhen, wodurch die Formel gleichzeitig noch für Röhren mit schwachen Krümmungen brauchbar werden soll. Es wird sonach

$$h = 0,005 \frac{l}{q} v^{\frac{7}{4}},$$

oder nach Einführung der Wassermenge Q :

$$Q^{\frac{9}{2}} = 0,00069 \frac{4l}{h} Q^{\frac{7}{4}}.$$

Als seiner Zeit practische Fachautorität darf d'Aubuisson nicht unerwähnt bleiben, der, anders als Eytelwein, insbesondere nach Couplet's Versuchen (Hydraulique, Pag. 224, §. 186) die Gleichung aufstellte:

$$h = 0,051 v^2 + 0,00137 \frac{l}{d} (v^2 + 0,055 v).$$

¹⁾ Indeß gilt dies nur für Röhren von geringen Durchmessern. Gerstner wandte zu seinem Versuche solche von $\frac{4}{5}$ bis $2\frac{2}{5}$ Linien Weite an. Seine Resultate bewogen ihn zu mancherlei interessanten Folgerungen, z. B. Nachweis, weshalb der Puls des Menschen unter heißen Himmelsstrichen schneller als unter kalten schlägt, warum die Vegetation im Sommer besser von Statten gehe als im Winter etc. (a. a. O., S. 199).

²⁾ Polytechn. Centralblatt 1840, Bd. 2, S. 863.

³⁾ Annales des mines, II^e Serie, Tome V, 1829.

⁴⁾ Handbuch der Wasserbaukunst. 1. Theil, S. 220 etc., 2. Aufl., 1853.

⁵⁾ Transactions of the Institution of Civil Engineers. Vol. II. London 1838, Pag. 201.

Entfernt man hier v mittelst $\frac{Q}{d^2 \frac{\pi}{4}}$ und reducirt auf d , so erhält man

(zur Bestimmung des Durchmessers d):

$$d^5 - \left\{ 0,00009594 \frac{lQ}{h} d^2 + 0,0826 \frac{Q^2}{h} d + 0,00222 \frac{lQ^2}{h} \right\} = 0.$$

Im Jahre 1854 behandelte Hagen¹⁾ die Frage über den Einfluß der Temperatur auf die Bewegung des Wassers in Röhren von Neuem höchst sorgfältig und mit Hinzufügung eigener Beobachtungen (an Röhren von $1\frac{1}{4}$ bis $2\frac{3}{4}$ Linien Durchmesser) zu den bereits bekannten²⁾. Indeß ließ sich aus diesen Versuchen ein bestimmter Schluß auf den Temperatureinfluß bei der Bewegung des Wassers in Röhren von größeren Durchmessern, wie solche in der Hydrotechnik Anwendung finden, nicht machen.

Weisbach³⁾ gelangte später nach 11 eigenen Versuchen, so wie mit Benutzung von 52 Versuchen Couplet's, Bossut's, Dubuat's und Gueymard's, zu dem bereits im vorigen Paragraphen benutzten Ausdrucke für den Widerstandscoefficienten η , nämlich zu

$$\eta = 0,01439 + \frac{0,0094711}{\sqrt{v}} \text{ (Meter). } ^4)$$

Der bereits S. 401 aufgeführte französische Ingenieur St. Venant⁵⁾ entwickelte aus den bekannten 51 französischen Versuchen die Formel

$$\frac{h}{l} \cdot \frac{d}{4} = 0,00029557 \cdot v^{\frac{1,2}{7}} \text{ (Meter), oder}$$

$$v = 114,494 \left(\frac{d}{4} \cdot \frac{h}{l} \right)^{\frac{7}{1,2}},$$

deren Werthe sich, nach einer vergleichenden Zusammenstellung seiner Abhandlung (a. a. O., S. 73) den Versuchen ungewöhnlich gut anschließen.

Sowohl vom wissenschaftlichen als namentlich vom practischen Standpunkte aus betrachtet, verdienen die Arbeiten Darcy's⁶⁾ beson-

¹⁾ Abhandlungen der Königlichen Academie der Wissenschaften, Jahrg. 1854.

²⁾ Für enge Röhren, wie sie Hagen in Anwendung brachte, sollte

$$h = m \cdot \frac{l \cdot v^{1,75}}{Q^{1,25}}$$

zu setzen sein, wobei $m = 0,000038941 - 0,0000017185 \sqrt{t}$ ist, alles auf Zolle bezogen und die Temperatur t in Réaumur Graden ausgedrückt.

³⁾ Ingenieur-Mechanik, Bd. 1, S. 1015, 5. Auflage.

⁴⁾ Zu den allerjüngsten Bestätigungen über practische Brauchbarkeit der Weisbach'schen Widerstandscoefficienten bei Berechnungen von Wasserleitungsröhren dürften auch Versuche des Ingenieurs Disselhoff zu rechnen sein, welche mitgetheilt werden in der Wochenschrift des Vereins Deutscher Ingenieure, vom 11. Octbr. 1879, S. 382.

⁵⁾ Formules et Tables Nouvelles etc. Paris 1851, Pag. 71.

⁶⁾ Les Fontaines Publiques de la ville de Dijon. Paris 1856, Pag. 376 und Recherches expérimentales relatives au mouvement de l'eau dans les tuyaux. Paris 1857, Pag. 111. Unter der Ueberschrift: „Die Messungen Darcy's“, berichtet in den uns bekannten deutschen Quellen über Darcy's reichhaltige Arbeit am Vollständigsten Lampe in seiner werthvollen Abhandlung „Untersuchungen über die Bewegung des Wassers in Röhren“, welche sich im „Civilingenieur“, Bd. 19, S. 1 und S. 67 abgedruckt vorfindet.

dere Beachtung, der nach eigenen Beobachtungen an der Wasserleitung zu Chaillot in Paris mit Röhren aus verschiedenem Material (Eisen, Blei, Glas, Asphalt, neu so wie alt, aber von Niederschlägen gereinigt), bei Durchmessern von $0^m,0122$ bis $0^m,50$, bei 100^m Länge und mittleren Geschwindigkeiten $0^m,160$ bis $5^m,0$ pro Secunde, vor Allem zu dem bemerkenswerthen Resultate gelangte, daß die Beschaffenheit und der Zustand der Röhrenwände einen merklichen Einfluß auf die Wassermengen der Röhren ausübe¹⁾. Uebrigens paßte er seine Versuche der Formel an:

$$q \cdot \frac{h}{l} = b_1 v^2,$$

$$\text{oder } \frac{h}{l} = \frac{b_1}{q} v^2, \text{ oder auch } v = \sqrt{\frac{q}{b_1} \frac{h}{l}},$$

wobei b_1 ein Zahlenwerth ist, dessen Größe (nach dem Beispiele Young's) mit dem Halbmesser q der Röhre veränderlich ist.

Da übrigens Darcy vorzugsweise bestrebt war, empirische Regeln ausfindig zu machen, nach denen die Leistungsfähigkeit der Röhrenleitungen in ihrer gewöhnlichen Unvollkommenheit und mit Rücksicht auf Verunreinigung nach längerem Gebrauch beurtheilt werden kann, so nahm er, unter allen Umständen, vorausgesetzt, daß $v > 0,20$ Meter ist:

$$b_1 = 0,000507 + \frac{0,00000645}{q}.$$

Zur Benutzung dieser Formeln entlehnen wir folgende Werthe einer größeren Tabelle Darcy's:

Durchmesser d (Meter)	Radien q (Meter)	Coefficient b_1	$\frac{b_1}{q}$	$\sqrt{\frac{q}{b_1}}$
0,01	0,005	0,001801	0,36020	1,666
0,02	0,010	0,001154	0,11540	2,943
0,05	0,025	0,000765	0,030632	5,713
0,10	0,050	0,000636	0,012728	8,863
0,15	0,075	0,000593	0,007910	11,243
0,20	0,100	0,000571	0,005717	13,225
0,25	0,125	0,000558	0,004470	14,956
0,30	0,150	0,000550	0,003667	16,512
0,35	0,175	0,000543	0,003108	18,936
0,40	0,200	0,000539	0,002696	19,256
0,50	0,250	0,000532	0,002131	21,659
0,60	0,30	0,000528	0,001761	23,823
0,80	0,40	0,000523	0,001307	27,650
1,00	0,50	0,000519	0,001039	31,010

¹⁾ Weisbach's Angaben, daß nach seinen Versuchen ordinäre hölzerne Röhren von $2\frac{1}{2}$ und $4\frac{1}{2}$ Zoll Weite den Widerstandcoefficienten 1,75 Mal so groß gaben als Metallröhren, stimmen damit überein. Ingen.-Mechanik, Bd. 1 (5. Auflage), S. 1019 (Anmerkung).

Vorausgesetzt sind hierbei im Innern völlig reine und glatte Röhren. Sind die Wände bereits mit leichtem Niederschlag oder Oxyd bedeckt, so rath Darcy, sobald das einer bestimmten Geschwindigkeit correspondirende Gefälle gesucht wird, das berechnete Gefälle zu verdoppeln, oder wenn das Gefälle gegeben ist, nur die Hälfte davon zur Bestimmung der betreffenden Geschwindigkeit einzuführen.

Für die mittlere Geschwindigkeit v als Function der Geschwindigkeit V in der Achse der Röhre und der Geschwindigkeit W an den Wänden giebt Darcy den Ausdruck:

$$v = \frac{3V + 4W}{7}.$$

Gestützt auf Darcy's Versuche bemühte sich Hagen¹⁾, die wahren Gesetze der Bewegung des Wassers in Röhren, unter Rücksicht auf die inneren Bewegungen des strömenden Wasserkörpers, abzuleiten, wobei er zu der Gleichung gelangte:

$$\frac{h}{l} = \alpha \frac{v}{d^2} + \beta \frac{v^2}{d},$$

wo α und β Erfahrungscoefficienten sind und β von der jedesmaligen Temperatur des Wassers abhängig ist.

Giebt man dieser Gleichung die Weisbach'sche Form, so wird:

$$h = \left(\alpha_1 + \frac{\beta_1}{vd} \right) \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g},$$

weshalb, wenn man $h = \eta_1 \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}$ setzt, der Coefficient $\eta_1 = \alpha_1 + \frac{\beta_1}{vd}$ ist.

87 einzelne Messungen an Röhren aus Eisen, Glas und Asphalt mit Durchmessern von 0^m,014 bis 0^m,50 und bei Geschwindigkeiten von 0^m,16 bis 5^m,0, lieferten Hagen:

$$\alpha_1 = 0,023577 \text{ und}$$

$$\beta_1 = 0,00011519 - 0,000004191t + 0,0000009229t^2, ^2)$$

wobei t die Temperatur des Wassers in Centigraden ist.

Vernachlässigt man von den beiden Coefficienten α_1 und β_1 den ersteren von der Temperatur unabhängig, so ergibt sich:

$$\frac{h}{l} = \beta_1 \frac{v}{d^2},$$

ein Ausdruck, der auch (später als Hagen) von dem französischen Arzte Poiseuille³⁾, nur unter etwas anderer Gestalt gefunden wurde,

¹⁾ „Ueber die Bewegung des Wassers in cylindrischen nahe horizontalen Leitungen“. Gelesen in der Gesamtsitzung der Berliner Academie der Wissenschaften am 16. Decbr. 1869. (Als besonderer Abdruck 1870 erschienen.)

²⁾ Berechnet man für $t = 10^0$ die Werthe von η der Weisbach'schen Tabelle (S. 496), so variiren die gefundenen Zahlen nur zwischen 0,02369 als Minimum und 0,02399 als Maximum, so daß man für technische Zwecke bei dieser Temperatur einfach 0,024 setzen kann.

Bei $t = 15^0$ würde man statt $\eta = 0,024$ die Zahl 0,02395 gefunden haben. Man sehe hierüber eine Arbeit des Ingenieurs Halbertsma in Schilling's Journal für Gasbeleuchtung etc., 1879, S. 236. (Nach den Transactions of the American Society of Civil Engineers, über Bewegung des Wassers in Röhren von C. G. Darrach.)

³⁾ Annales de Chimie et de Physique etc. III^e Série. Tome VII (1843),

weshalb man auch das darauf folgende Resultat das Hagen-Poiseuille'sche Gesetz zu nennen pflegt¹⁾.

Die allerjüngsten Arbeiten über den fraglichen Gegenstand haben nach einander Prof. Neumann und Dr. Jacobson in Königsberg geliefert, indem Neumann das Gesetz der Bewegung des Wassers in Röhren, insbesondere das Poiseuille'sche Gesetz aus streng wissenschaftlichen Principien ableitete²⁾ und nachher Jacobson³⁾ unter ferneren geeigneten Annahmen⁴⁾, nach allgemeinen Principien der Mechanik fand:

$$h = \frac{v^2}{g} + \frac{8\eta l}{g\delta q^2} v,$$

worin außer den bereits bekannten Bezeichnungen (auch $g = 9^m, 81$), δ die der Temperatur t entsprechende Dichte der betreffenden Flüssigkeit bezeichnet und η , Coefficient der innern Reibung ist:

$$\eta = \frac{g\delta}{5511,3} \times \frac{1}{1 + 0,033679 t + 0,0002209 t^2}.$$

Durch das Glied $\frac{8\eta l}{g\delta q^2} v$ wird überdies der theoretische Werth des Seitendrucks am Anfange des Rohres dargestellt. Jacobson's Versuche⁵⁾ bestätigen im Wesentlichen die aus der Theorie abgeleiteten Resultate.

Unter Benutzung aller dieser Arbeiten hat sich Dr. Lampe in Danzig in allerjüngster Zeit bemüht, von 1869 ab, Versuche an der dortigen großen, circa zwei Meilen (14130 Meter) langen Wasserleitung anzustellen und zwar mit Röhren von 0,4185 Meter Durchmesser und was von besonderer Wichtigkeit ist, bei Druckhöhen von über 50 Fuß rhn. oder von 15,70 Meter.

oder der ganzen Reihe Bd. 82. Führt man nämlich die secundliche Wassermenge $Q = \frac{d^2\pi}{4} v$ in dem obigen Ausdrucke ein, so ergibt sich

$$Q = \frac{\pi}{4\beta_1} \frac{hd^4}{l} = k_1 \frac{hd^4}{l},$$

wie Poiseuille, a. a. O., Pag. 59 findet.

¹⁾ Poiseuille entwickelte diesen Ausdruck aus Versuchen, die er hauptsächlich zu dem Zwecke anstellte, um die Gesetze des Blutkreislaufes, namentlich die Bewegung des Blutes in den Capillargefäßen zu untersuchen. Er experimentirte daher auch nur mit Röhren, deren Durchmesser von 0,01395 bis 0,6522 Millimetern variierte, d. h. mit Capillarröhren. Neuerdings hat Dr. Lampe in Danzig dem Hagen-Poiseuille'schen Gesetze besondere Aufmerksamkeit gewidmet, worüber nachzulesen ist im Civil-Ingenieur, Bd. 19 (1873), S. 10 und 17.

²⁾ Dr. Lampe in den Schriften der Naturforschenden Gesellschaft zu Danzig. Neue Folge. III. Bd., 1. Heft (1872), S. 64. Diese Arbeit wurde für einen größeren Kreis von Lesern, verändert und erweitert veröffentlicht in Bornemann's Civil-Ingenieur, Bd. 19 (1873), S. 1 und S. 67, unter der Ueberschrift: „Untersuchungen über die Bewegung des Wassers in Röhren“.

³⁾ In letzterer Quelle S. 33.

⁴⁾ Gedachte Annahme besteht darin, daß beim Uebergange des Wassers aus dem Speisegefäße in die Röhre kein Verlust an lebendiger Kraft stattfindet.

⁵⁾ Civil-Ingenieur, a. a. O. (Bd. 19), S. 36, 38 und S. 74.

Zur Vergleichung mit den Darcy'schen Messungen giebt Lampe (für Meter) a. a. O., S. 79, die Formel:

$$\frac{h}{l} = 0,000061341 \frac{v}{d^2} + 0,00079332 \frac{v^2}{d}$$

und gelangt hierbei zuletzt zu dem Schlusse, „daß die neueste in den Abhandlungen der Berliner Academie (Jahrgang 1869) von Hagen aufgestellte Formel für die Bewegung des Wassers in Röhren nur als eine Interpolationsformel, nicht aber als wahrer Ausdruck des Gesetzes für jene Bewegung betrachtet werden kann.“¹⁾

§. 162.

Bei der Berechnung von Röhrendurchmessern für practische Ausführungen geben vorstehende Formeln fast insgesamt zu geringe Werthe, ein Uebelstand, der in der Natur der Sache liegt, da man, mit Ausnahme der Couplet'schen Versuche, alle anderen mit Röhren anstelle, deren Wände glatt und rein waren und überhaupt nicht der Beschaffenheit und dem Zustande entsprachen, in welchem sich selbst die besten Röhren, in mehr oder weniger Zeit des practischen Gebrauches, befinden. So zeigt u. A. Darcy²⁾, daß die Widerstandcoefficienten für die gebrauchten Wasserleitungsröhren von Dijon im Mittel doppelt so groß genommen werden müßten, als die seiner Formel, wobei neue Röhren vorausgesetzt werden. Aehnliche Erfahrungen haben andere Practiker gemacht.

Die Klagen, selbst der rationellsten Ingenieure, über diese Sachlage sind hinlänglich bekannt. d'Aubuisson³⁾ und Hagen⁴⁾ rathen deshalb, um sicher zu gehen, bei den Berechnungen die Wassermengen um die Hälfte größer zu nehmen, als sie wirklich zu sein brauchen, Dupuit⁵⁾ aber empfiehlt, für die gewöhnlichen Fälle der Praxis, ein für allemal die Formel

$$d = \sqrt[5]{\frac{l}{h} \left(\frac{Q}{20}\right)^2}, \text{ oder}$$

$$d = 0,3018 \sqrt[5]{\frac{l}{h} Q^2} \text{ für Metermaaß. } ^{6)}$$

¹⁾ Ueber Dr. Lampe's Messungen des Seitendruckes des in Röhren fließenden Wassers, um, nach dem Vorgange Bornemann's und Darcy's, aus den direct beobachteten Druckverlusten die mittlere Geschwindigkeit im Rohre und weiter das gelieferte Wasserquantum zu bestimmen, wird ein späterer Paragraph Auskunft ertheilen.

²⁾ Les Fontaines publiques de la ville de Dijon, Pag. 426.

³⁾ Traité d'hydraulique, Pag. 242.

⁴⁾ Handbuch der Wasserbaukunst. Erster Theil, S. 222. Zweite Auflage.

⁵⁾ Traité de la distribution des eaux etc. Paris 1854, Pag. 58.

⁶⁾ Diese Formel ist fast dieselbe, welche d'Aubuisson in seiner Hydraulik, Pag. 226 (Nr. 190), für Geschwindigkeiten empfiehlt, welche $0^m,6$ übersteigen, indem er setzt:

$$d = 0,298 \sqrt[5]{\frac{l}{h} Q^2}.$$

Letzterer Ausdruck, von dessen practischer Brauchbarkeit auch Referent vielfache Gelegenheit gehabt hat, sich zu überzeugen, soll bis auf Weiteres, statt aller früheren Formeln, in der Folge hier benutzt werden, wenn nicht besondere Umstände (wie sehr geringe Geschwindigkeiten) die Anwendung einer der anderen Formeln durchaus nothwendig machen.

Es entspricht hierbei der Widerstandcoefficient dem Werthe $\eta = \frac{1}{33} = 0,03030$, zu dessen weiteren Beurtheilungen die kleine Tabelle des §. 160, S. 496, benutzt werden kann.

Anmerkung. Unter Annahme einer bestimmten Geschwindigkeit v , womit sich das Wasser in einer Röhre bewegen soll (für gewöhnliche Fälle von $0^m,6$ bis $1^m,0$), erhält man für den Durchmesser d :

$$d = \sqrt[5]{\frac{4Q}{\pi v}} = 1,128 \sqrt[5]{\frac{Q}{v}}$$

Beispiel 1. Welchen Durchmesser muß man der völlig geraden Hauptröhre einer Wasserleitung geben, wenn erstere 1450 Meter Länge hat und bei $5\frac{1}{3}$ Meter Druckhöhe pro Stunde 140 Cubikmeter Wasser liefern soll? ¹⁾

Erste Auflösung. Durch Einführung vorstehender Werthe in den älteren Weisbach'schen Ausdruck S. 499, wenn dort

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} = 1,27324 \frac{Q}{d^2}$$

gesetzt und auf d reducirt wird, ergiebt sich:

$$d^5 - 0,0030847 \cdot d^2 - 0,00003558 \cdot d - 0,000617414 = 0.$$

Setzt man, um einen Annäherungswerth zu erhalten, $d^5 = 0,000617414$, so bekommt man vorläufig:

$$d = \sqrt[5]{0,000617414} = 0^m,2.$$

Führt man aber diesen Werth in das zweite und dritte Glied der genauen Gleichung ein, so erhält man:

$$d^5 = 0,000617414 + 0,00012339 + 0,000007116, \text{ d. i. :}$$

$$d = \sqrt[5]{0,0007479} = 0^m,237.$$

Nehmen wir ferner noch $d = 0^m,24$ an, so ergiebt sich:

$$d^5 = 0,000617414 + 0,000177678 + 0,000008539, \text{ folglich:}$$

$$d = \sqrt[5]{0,000803631} = 0^m,2404.$$

Zweite Auflösung. Aus III, §. 160, reducirt man leicht, wenn $v = \left(\frac{4Q}{\pi d^2}\right)$ gesetzt wird:

$$d = \sqrt[5]{\left[\frac{(1 + \eta_1) d + \eta l}{2gh}\right] \left(\frac{4Q}{\pi}\right)^2}$$

Da hier d unter dem Wurzelzeichen vorkommt, so nehmen wir, der vorigen Auflösung entsprechend, $d = 0^m,2$ und finden demgemäß die mittlere Geschwindigkeit, womit sich das Wasser in der Leitung

¹⁾ Weisbach's Beispiel im Polytechn. Centralblatte 1840, Bd. 2, S. 877, zum Vergleiche mit Dupuit's Formel gewählt.

bewegt, zu $v = 0^m,86$, und folglich nach Weisbach (S. 496) $\eta = 0,025$ und $1 + \eta_1 = 1,505$ gesetzt, liefert:

$$d = \sqrt[5]{\frac{(1,505 \cdot 0,24 + 0,025 \cdot 1450)}{2 \cdot 9,81 \cdot \frac{1,6}{3}} \left(\frac{4 \cdot 7}{\pi \cdot 180}\right)^2},$$

$$d = \sqrt[5]{\frac{109,834}{313,920} \left(\frac{26}{\pi \cdot 180}\right)^2}, \text{ d. i. :}$$

$$d = 0^m,2436.$$

Dritte Auflösung. Mittelst Dupuit's Formel (S. 504) erhält man sofort:

$$d = \sqrt[5]{\frac{1450 \cdot 3}{16} \left(\frac{140}{3600 \cdot 20}\right)^2} = 0^m,2525.$$

Hiernach wird zu rathen sein, bei der Ausführung zu nehmen:

$$d = 0^m,253.$$

Vierte Auflösung. Unter Voraussetzung einer bestimmten Geschwindigkeit, mit welcher sich das Wasser in der Röhre bewegen soll, hätte man erhalten:

$$d = 1,128 \sqrt[5]{\frac{140}{3 \cdot 600} \cdot \frac{1}{1}} = 0^m,2224, \text{ wenn } v = 1^m,0 \text{ angenommen wurde,}$$

$$d = 1,128 \sqrt[5]{\frac{140}{3 \cdot 600} \cdot \frac{1}{0,6}} = 0^m,2865, \text{ wenn } v = 0^m,6 \text{ angenommen wurde.}$$

Beispiel 2. Man verlangt den Durchmesser einer 757 Meter langen Röhrenleitung zu kennen, welche bei 1,0 Meter Druckhöhe pro Secunde 0,089 Cubikmeter Wasser liefert.

Erste Auflösung. Mit besonderer Berücksichtigung der Versuche von Couplet findet man, nach d'Aubuisson¹⁾ (auch S. 500 dieses Buches):

$$d^5 = \left\{ 0,00009594 \frac{lQ}{h} \cdot d^2 + 0,0826 \frac{Q^2}{h} + 0,00222 \frac{lQ^2}{h} \right\} = 0,$$

so wie, wenn man vorstehende Zahlenwerthe substituirt:

$$d^5 - (0,006464 \cdot d^2 + 0,0006547 \cdot d + 0,013318) = 0.$$

Zuerst das zweite und dritte Glied vernachlässigt, giebt:

$$d = \sqrt[5]{0,01338} = 0^m,4216.$$

Dieser Werth ist offenbar zu klein, weshalb $0^m,425$ in die Gleichung gesetzt werden mag, wodurch sie sich reducirt auf:

$$\begin{aligned} & - 0,00090 = 0; \\ \text{mit } 0,427 \text{ liefert sie: } & - 0,00058 = 0; \\ \text{" } 0,430 \text{ " " " } & - 0,00009 = 0; \\ \text{" } 0,4306 \text{ " " " } & 0 = 0. \end{aligned}$$

Der gesuchte Durchmesser ist sonach:

$$d = 0^m,4306.$$

Zweite Auflösung. Dupuit's Formel liefert wieder direct:

$$d = \sqrt[5]{\frac{757}{1} \cdot \left(\frac{0,089}{20}\right)^2} = 0^m,4316,$$

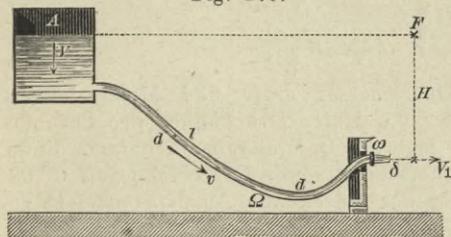
wonach man die practische Ausführung beschaffen wird.

¹⁾ D'Aubuisson: Traité d'hydraulique, Nr. 191.

§. 163.

Ist das untere Ende einer Leitungsröhre vom Querschnitte $\Omega = \frac{d^2\pi}{4}$, wie bisher vorausgesetzt, nicht offen, sondern durch ein

Fig. 179.



Mundstück, einen Schieber oder Hahn, Fig. 179, verengt, so daß der Querschnitt ω der Ausflußöffnung kleiner wie Ω ist, so erhält man ohne Weiteres, ähnlich wie §. 160, wenn man, bis auf die Druckhöhe H , die dortigen Bezeichnungen beibehält, für die Bewegung des Wassers

in dieser Leitungsröhre:

$$\frac{1}{2} M (V_1^2 - V^2) + \frac{1}{2} M (v_1 - v)^2 = gMH - \frac{1}{2} M\eta \frac{l}{d} v^2,$$

d. i. wegen $v_1 = \frac{\Omega}{\alpha a_1} v$ und $V_1 = \frac{\Omega}{\mu\omega} v$, so wie $V = \frac{\Omega}{A} v$:

$$\frac{1}{2} Mv^2 \left[\left(\frac{\Omega}{\mu\omega} \right)^2 - \left(\frac{\Omega}{A} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} vM^2 \left(\frac{\Omega}{\alpha a_1} - 1 \right)^2 = gMH - \frac{1}{2} M\eta \frac{l}{d} v^2,$$

oder wenn A in Bezug auf Ω recht groß ist, ferner $\left(\frac{\Omega}{\alpha a_1} - 1 \right)^2 = \eta_1$ gesetzt wird:

$$\frac{1}{2} Mv^2 \left[\left(\frac{\Omega}{\mu\omega} \right)^2 + \eta_1 + \eta \frac{l}{d} \right] = gMH, \text{ d. i. :}$$

$$\text{I. } v = \sqrt{\frac{2gH}{\left(\frac{\Omega}{\mu\omega} \right)^2 + \eta_1 + \eta \frac{l}{d}}}.$$

Ist η_1 klein genug, um vernachlässigt zu werden, und bildet die Mündung ω eine Kreisfläche vom Durchmesser = δ , so ist $\frac{\Omega}{\mu\omega} = \frac{d^2}{\mu\delta^2}$, also:

$$\text{II. } v = \sqrt{\frac{2gH}{\frac{d^4}{\mu^2\delta^4} + \eta \frac{l}{d}}}.$$

Führt man in letztere Gleichung die Wassermenge = Q pro Secunde ein, d. h. setzt $v = \frac{4Q}{d^2\pi}$ und nimmt $\eta = \frac{1}{33}$ an, so folgt für Metermaaß, indem sodann $\frac{1}{2g} = 0,051$ ist, nach gehöriger Reduction:

$$\text{III. } d = 0,3018 \sqrt[5]{\frac{lQ^2}{H - 0,0826 \frac{Q^3}{\mu^2\delta^4}}},$$

so wie auch aus I. für $\eta_1 = 1$:

$$\text{IV. } Q = 20 \sqrt{\frac{H \cdot d^5}{l + 33 \cdot d + \frac{33d^5}{\mu^2 \delta^4}}}$$

oder genau genug:

$$\text{V. } Q = 20 \sqrt{\frac{H \cdot d^5}{l + 33 \frac{d^5}{\mu^2 \delta^4}}}$$

Beispiel. Es ist der Durchmesser einer 834 Meter langen Leitung zu bestimmen, die unter 6,5 Meter Druckhöhe, pro Secunde 0,011 Cubikmeter Wasser durch mehrere Oeffnungen am unteren Ende ausgießen soll, deren Gesamtquerschnitt einer Kreisfläche von $0^m,04$ Durchmesser entspricht und wofür der betreffende Ausflüßcoefficient zu 0,85 abgeschätzt ist.

Auflösung. Aus III. folgt ohne Weiteres:

$$d = 0,3018 \sqrt[5]{\frac{834 \cdot (0,011)^2}{6,50 - 5,498}} = 0^m,187.$$

§. 164.

Aehnlich wie bei Canälen läßt sich auch bei Röhren mit (gesetzmäßig) veränderlichen Weiten, die ungleichförmige Bewegung des Wassers in denselben durch eine Gleichung ausdrücken.

Mit Bezug auf S. 216, und wenn man die dortigen Bezeichnungen beibehält, erhält man nämlich:

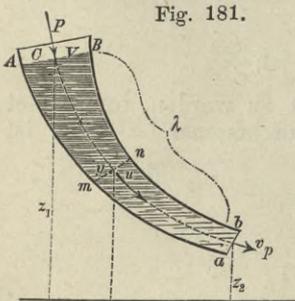


Fig. 181.

1. Für die mechanischen Arbeiten, welche die Pressungen P und p auf die Endflächen AB und ab , Fig. 181, der Röhre von veränderlichen Querschnitten ausüben:

$$\omega dt (P - p),$$

oder, wenn man die Masse des Volumens ωdt mit m bezeichnet, wegen

$$m = \frac{\gamma \omega dt}{g},$$

$$(1) \frac{m \cdot g}{\gamma} (P - p).$$

Ebenso für die gleichzeitigen mechanischen Arbeiten, welche der Schwerkraftwirkung entsprechen, wenn z_1 und z_2 beziehungsweise die Schwerpunktsabstände der Schichten AB und ab von einer beliebigen Horizontalebene bezeichnen:

$$(2) mg (z_1 - z_2).$$

Endlich für die widerstehende Arbeit, welche das Wasser in der Röhre erfährt, wenn $\overline{mn} = 2y$ den veränderlichen Durchmesser des kreisförmigen Röhrenquerschnittes bezeichnet, $\overline{Cu} = s$ und λ die ganze Röhrenlänge ist:

$$(3) \int_0^\lambda \frac{ds}{2y} (A_1 u + B_1 u^2) \cdot m \cdot g.$$

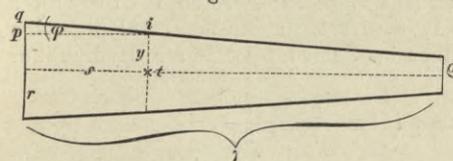
Setzt man daher V und v die Geschwindigkeiten beziehungsweise in den Schichten \overline{AB} und \overline{ab} , so liefert das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte die Gleichung:

$$\frac{1}{2} m (v^2 - V^2) = \frac{mg}{\gamma} (P - p) + mg (z_1 - z_2) - \int_0^\lambda m \cdot g \cdot \frac{ds}{2 \cdot y} (A_1 u + B_1 u^2),$$

oder wenn man auch hier $\frac{u^2}{k_1}$ statt $A_1 u + B_1 u^2$ setzt und durch mg dividirt:

$$\frac{v^2}{2g} - \frac{V^2}{2g} = \frac{P}{\gamma} - \frac{p}{\gamma} + z_1 - z_2 - \frac{1}{2k_1^2} \int_0^\lambda \frac{ds}{y} \cdot u^2.$$

Zusatz. In dem besonderen Falle, daß bei einer Röhre von der Länge λ , Fig. 182, die kreisförmigen Querschnitte, also auch deren Radien r und q , mit λ gleichförmig abnehmen, läßt sich die allein zur Bewältigung des Röhrenwiderstandes erforderliche Druckhöhe $= h_1$, unmittelbar durch Auflösung der Gleichung:



höhe $= h_1$, unmittelbar durch Auflösung der Gleichung:

$$h_1 = \frac{1}{2k_1^2} \int_0^\lambda \frac{ds}{y} u^2$$

wie nachstehend auffinden.

Man drücke zuerst den veränderlichen Röhrenhalbmesser $\overline{it} = y$ durch s aus, was wie folgt geschehen kann.

Es verhält sich $\overline{pq} : \overline{pi} = r - q : \lambda$, d. i.:

$$\overline{pq} = \frac{s(r - q)}{\lambda}, \text{ daher ist}$$

$$\overline{it} = y = r - \frac{s(r - q)}{\lambda} = r \left[1 - \frac{s(r - q)}{\lambda r} \right].$$

Zur Abkürzung setzen wir $\frac{r - q}{\lambda \cdot r} = A$, erhalten also:

$$y = r(1 - As).$$

Ferner ist $u^2 = \left(\frac{q}{y}\right)^4 v^2$, daher

$$h_1 = \frac{q^4 v^2}{2k_1^2} \int_0^\lambda \frac{ds}{y^5}, \text{ oder}$$

$$h_1 = \frac{q^4 v^2}{2k_1^2 r^5} \int_0^\lambda \frac{ds}{(1 - As)^5}, \text{ d. i.}$$

$$h_1 = \frac{1}{8} \frac{Q^4 v^2}{A k_1^2 r^5} \left[\frac{1}{(1 - A\lambda)^5} - 1 \right],$$

hier für A den obigen Werth eingeführt, giebt

$$h_1 = \frac{1}{8} \frac{v^2}{k_1^2} \left(1 - \frac{Q^4}{r^4} \right) \frac{\lambda}{r - q}.$$

Wird endlich der Convergenzwinkel der Röhre, d. i. piq , mit φ bezeichnet, so ist $\frac{\lambda}{r - q} = \cotg \varphi$ und sonach:

$$h_1 = \frac{1}{8} \frac{v^2}{k_1^2} \left(1 - \frac{Q^4}{r^4} \right) \cotg \varphi.$$

Beachtet man noch, daß $k_1^2 = \frac{2g}{\eta}$ gesetzt werden kann, so folgt überdies:

$$h_1 = \frac{1}{8} \eta \cdot \cotg \varphi \left(1 - \frac{Q^4}{r^4} \right) \frac{v^2}{2g}.$$

Letzteren Ausdruck entwickelte zuerst Gerstner in seinem Handbuche der Mechanik fester Körper (Bd. 2, S. 288). Nach Weisbach's Angaben (Ingen.-Mechanik, Bd. 1, S. 1021, 5. Auflage) soll derselbe recht gut mit den Versuchen übereinstimmen. Letzterer Hydrauliker berechnet übrigens:

$$h_1 = \frac{1}{8} \eta \cdot \operatorname{cosec} \varphi \left(1 - \frac{Q^4}{r^4} \right) \frac{v^2}{2g},$$

was daher rührt, daß er nicht Längenstücken der Röhre wie pi , sondern qi in Rechnung bringt. Bei so kleinen Winkeln φ , wie hier vorkommen, ist jedoch diese Verschiedenheit ohne Einfluß auf das Endresultat.

Ausführlicher wird die Bewegung des Wassers in Röhren von stetig veränderlicher Weite behandelt in folgenden Schriften: Bresse, Cours de mécanique appliquée, seconde partie, Pag. 154 etc. Grashof, Theoretische Maschinenlehre, Bd. I, S. 519 etc.

§. 165.

Verengungen, Erweiterungen, Krümmungen und Richtungsveränderungen bei Wasserleitungsröhren.

Verengungen und Erweiterungen in Wasserleitungs- röhren erzeugen Geschwindigkeits- und demnach Druckhöhen- verluste, deren Größen nach §. 83 vollständig zu beurtheilen und zu berechnen sind.

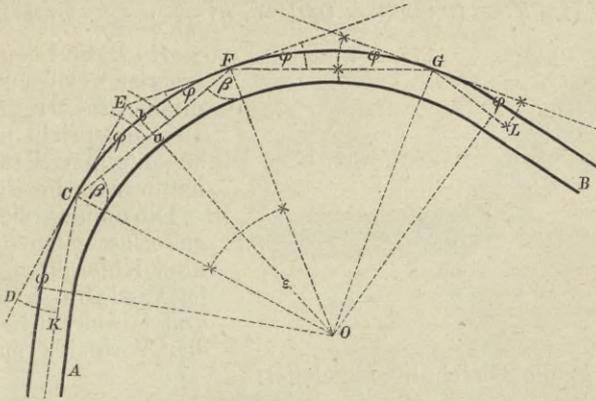
Eben solche Verluste bewirken aber auch Richtungsveränderungen, die entweder durch Krümmungen oder durch völlige Ecken der Röhren (Knieröhren) veranlaßt werden.

Die Größe der Wirkung derartiger Richtungsveränderungen ist bis jetzt ganz allein durch Versuche zu ermitteln gewesen, deren Resultate man in Formeln darzustellen bemüht war.

Um diese zu verstehen, werde zuvor bemerkt, daß wenn, wie

in Fig. 183, die verlängerte Achse \overline{KC} einer geraden Röhre die

Fig. 183.



krumme Röhrenwand bei C trifft und an diesem Punkte die zugehörige Kreistangente DE gezogen wird, der Winkel KCD der Anprallungs- oder Reflexionswinkel heißt, und wenn man diese Construction fortsetzt, also von C abermals die Röhrenachse bei a zu tangiren sucht und die Wand eben so in F , ferner so fort noch in G u. s. w. trifft, alsdann gesagt wird: „die Röhre habe eine Krümmung von zwei, drei oder mehreren Anprallungen“. Der Centriwinkel KOL , welcher dem ganzen vorhandenen Röhrenbogen KL entspricht, wird der Krümmungswinkel genannt. In einem folgenden Beispiele wird gezeigt, wie man die Anprallungswinkel einer krummen Röhrenstrecke ermitteln kann.

Die ersten brauchbaren Versuche über diesen Gegenstand hat Dubuat angestellt und daraus den Schluß gebildet, daß der Krümmungswiderstand einer Röhrenleitung dem Quadrate der Geschwindigkeit des darin sich bewegenden Wassers und der Summe der Quadrate der Sinus sämtlicher Anprallungswinkel proportional sei. Aus 25 Messungen leitete Dubuat ferner eine Gleichung für den Verlust an Druckhöhe = h' ab:¹⁾

$$h' = \frac{v^2 \cdot s^2}{3000}.$$

wenn pariser Zollmaaß vorausgesetzt wird, und $s^2 = \Sigma (\sin \varphi^2)$, die bemerkte Sinussumme, so wie v die Geschwindigkeit des Wassers bezeichnet. Vorausgesetzt ist dabei, daß die Größe der Anprallungswinkel 36 Grad nicht überschreitet.

Für Metermaaß erhält man aus letzterer Formel:

$$\text{I. } h' = 0,0123 \cdot v^2 \cdot \Sigma (\sin \varphi^2),$$

oder, wenn man v entfernt und die Wassermenge pro Secunde = Q , so wie den Röhrendurchmesser d einführt:

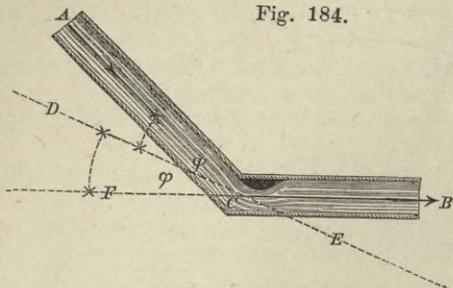
$$\text{Ia. } h' = 0,02 \frac{Q^2}{d^4} \Sigma (\sin \varphi^2).$$

¹⁾ Principes, Nr. 105 und Nr. 357.

Navier¹⁾ empfiehlt, wahrscheinlich auf dieselben Versuche gestützt, den Ausdruck:

$$\text{II. } h' = (0,0039 + 0,0186 \cdot \varrho) \frac{\lambda}{\varrho^2} \cdot \frac{v^2}{2g} \text{ (Meter),}$$

Fig. 184.



worin λ die Länge des Bogens ist, welcher dem Krümmungswinkel ($\angle KOL$, Fig. 183) entspricht und ϱ den zugehörigen Krümmungshalbmesser bezeichnet.

Die umfangreichsten und zuverlässigsten Versuche über Knieröhren, Fig. 184, hat Weisbach²⁾ angestellt und daraus zur Berechnung des Verlustes an Druck-

höhe = h_2 die Gleichung abgeleitet:

$$\text{III. } h_2 = (0,9457 \cdot \sin \varphi^2 + 2,047 \cdot \sin \varphi^4) \frac{v^2}{2g}.$$

Hierbei bezeichnet φ den Anprallwinkel $ACD = DCF$, Fig. 184, oder den halben Ablenkungswinkel ACF .

$$\text{Hiernach wird } h_2 \left\{ \begin{array}{l} 0,046 \cdot \frac{v^2}{2g} \text{ wenn } \varphi = 10^\circ \\ 0,139 \cdot \frac{v^2}{2g} \quad \text{''} \quad \varphi = 20^\circ \\ 0,364 \cdot \frac{v^2}{2g} \quad \text{''} \quad \varphi = 30^\circ \\ 0,984 \cdot \frac{v^2}{2g} \quad \text{''} \quad \varphi = 45^\circ \\ \text{etc.} \end{array} \right.$$

Endlich fand Weisbach für gekrümmte Röhren (Kropfröhren), nach eigenen und Versuchen Dubuat's für den gewöhnlichen Fall, daß die Mittellinie des Kropfes ein Viertelkreis, also die Richtungsveränderung 90 Grad ist:

$$h_1 = \eta_1 \frac{v^2}{2g} \left[0,131 + 1,847 \left(\frac{r}{\varrho} \right)^{\frac{7}{2}} \right] \frac{v^2}{2g} \text{ für Kröpfe mit kreisförmigem Querschnitt und}$$

$$h_2 = \eta_2 \frac{v^2}{2g} \left[0,124 + 3,104 \left(\frac{r}{\varrho} \right)^{\frac{7}{2}} \right] \frac{v^2}{2g} \text{ für Kröpfe mit rechteckigem Querschnitt.}$$

Hiernach hat Weisbach³⁾ folgende Werthe für η_1 und η_2 berechnet:

$\frac{r}{\varrho}$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
η_1	0,131	0,138	0,158	0,206	0,294	0,440	0,661	0,977	1,408	1,978
η_2	0,124	0,135	0,180	0,250	0,398	0,634	1,015	1,546	2,721	3,228

¹⁾ Résumé des Leçons etc. Deuxième Partie, Nr. 119.

²⁾ Ingenieur-Mechanik, Bd. 1, S. 1044 (5. Auflage).

³⁾ Ebendasselbst, S. 1048.

Außerdem hebt Weisbach hervor¹⁾, daß sich der Widerstand in Kropfröhren durch entsprechende Erweiterungen, so wie durch das Anbringen dünner Scheidewände in der Mitte der Röhre, wesentlich vermindern läßt.

Bei engeren Knieröhren (als die der Tabelle) wird der Widerstand ansehnlich größer als bei weiteren. Unter andern fand Weisbach für eine Knieröhre von 1 Centimeter Weite und 90 Grad Ablenkung oder $\varphi=45$ Grad den Widerstandscoefficienten $\eta=1,636$. Man sehe hierüber auch Weisbach's Experimental-Hydraulik, S. 152 ff.

Weisbach²⁾ macht noch auf folgende zwei besondere Fälle, Fig. 184^a und 184^b, aufmerksam.

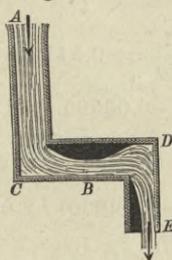
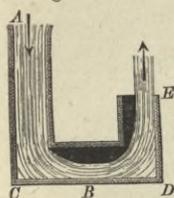


Fig. 184^a und 184^b, aufmerksam. Lenkt das zweite Knie *BDE* nach derselben Seite hin ab, wie das erste *ACB* (Fig. 184^a), so erfolgt keine weitere Contraction des Strahles, so daß η auch bei vollem Ausflusse nicht größer als für ein einfaches Knie *ACB* ist. Erfolgt aber die Ablenkung wie in Fig. 184^b, d. h. auf die entgegengesetzte Seite,

so ist die Contraction eine doppelte, und daher auch der Widerstandscoefficient doppelt so groß als bei einfachem Knie. Wird endlich *BDE* so an *ABC* gesetzt, daß *DE* rechtwinklig auf die Ebene *ABD* zu stehen kommt, so stellt sich η ungefähr $1\frac{1}{2}$ Mal so groß heraus als beim Knie *ACB* allein.

Schließlich werde noch erwähnt, daß sich die allgemeine Gleichung I, §. 163, schreiben läßt:

$$IV. \quad v = \sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{\Omega}{\mu\omega}\right)^2 + \eta \frac{l}{d} + \Sigma\eta_n}},$$

wenn man mit $\Sigma\eta_n$ die Widerstandscoefficienten aller passiven Widerstände bezeichnet, welche in der Leitung, außer dem Röhrenwiderstände an sich, vorkommen.

Beispiel 1. Eine Wasserleitungsröhre von $0^m,25$ Durchmesser führe pro Secunde 0,05 Cubikmeter Wasser ab, wobei der zugehörige Krümmungswinkel (*KOL*, Fig. 183) $119\frac{1}{5}$ Grad, der Krümmungshalbmesser der kreisförmig gekrümmten Röhre $2^m,10$ beträgt; man verlangt die Größe der durch diese Krümmung verlorenen Druckhöhe zu kennen?

Auflösung. Man hat zuerst die Anzahl und Größe der Anprallungswinkel *DCK* = φ zu bestimmen, was folgendermaßen geschieht. Es sei $\angle COF = \varepsilon$, daher $ab = r(1 - \cos \frac{1}{2}\varepsilon)$, oder weil $\varepsilon = 2\varphi$, auch $ab = r(1 - \cos \varphi)$. Es ist aber *ab* der halbe Röhrendurchmesser $= \frac{d}{2}$, folglich:

$$\sin \text{vers } \varphi = \frac{d}{2r}.$$

¹⁾ Ingenieur-Mechanik. Bd. 1 (5. Auflage), S. 1048.

²⁾ Ebendasselbst, S. 1044.

so wie

$$Q = \frac{d^2\pi}{4} \cdot v = 0,785 \cdot (0,2)^2 \cdot 3,715,$$

$$Q = 0,1166 \text{ Cubikmeter.}$$

Anmerkung. Wie aus den beiden letzteren Beispielen erhellt, sind bei nicht zu großen Geschwindigkeiten (unter $1^m,3$) die Verluste an Druckhöhe wegen Krümmungen und Kniestücken der Röhren unerheblich, sobald die betreffenden Anprallwinkel und Krümmungshalbmesser entsprechend klein sind. Bei zweckmäßig und vortheilhaft angelegten Leitungen kann man daher auch (man beachte insbesondere das vorstehende Beispiel 1) ganz von diesen Richtungs- und Geschwindigkeitsverlusten absehen, zumal wenn man mit Dupuit den Widerstandcoefficienten allgemein zu $\eta = \frac{1}{3}$ annimmt und außerdem, bei Berechnung der Röhrendurchmesser, mit d'Aubuisson¹⁾ die fortzuführende Wassermenge um die Hälfte vergrößert einführt.

Bemerkenswerth, außer dem ähnlich lautenden Urtheile des letztgenannten Hydraulikers, sind noch die Ansichten anderer erfahrener, rationeller Practiker über den Einfluß der Krümmungen und Verengungen, wovon wir hier Nachstehendes mitzutheilen für unseren Zweck nicht unangemessen halten.

Hagen²⁾ bemerkt zunächst, daß die theoretische Bestimmung des Einflusses der Krümmungen, so wie die Anwendung, die man davon machen kann, sehr unsicher sei, und führt dann folgendermaßen fort: „da aber wahrscheinlich das Wasser beim Durchgange durch weite Röhren eine starke innere Bewegung annimmt, so sollte man kaum glauben, daß der Einfluß von mäßigen und sanften Krümmungen überhaupt noch merklich wäre. Eine bleierne Röhre von $\frac{1}{3}$ Zoll Weite und 8 Fuß Länge gab genau gleiche Resultate, wenn ich ihr eine kreisförmige Windung gab, oder wenn ich sie in eine gerade Linie auszog“.

„Verengungen muß man möglichst zu vermeiden suchen, man darf aber nicht annehmen, daß sie, wenn sie nur mäßig sind, eine starke Verminderung der Wassermenge bedingen, denn zur Erzeugung der hier nöthigen Geschwindigkeit wird zwar ein gewisser Theil der Druckhöhe consumirt, aber eben diese größere Geschwindigkeit liefert auch wieder die lebendige Kraft zur Ueberwindung der Widerstände im folgenden Theile der Röhrenleitung. Ich fand, daß die Wassermenge, sobald ich die Einmündung der Röhre um die Hälfte ihres Querschnittes verengte, unverändert blieb; brachte ich aber eine gleiche Verengung an der Ausmündung der Röhre an, so gab sich eine starke Abnahme der Wassermenge zu erkennen, indem die zur Erzeugung der größeren Geschwindigkeit erforderliche lebendige Kraft in diesem Falle vollständiger Verlust war“.

Bei Dupuit³⁾ findet sich folgende Notiz: „Nous avons fait quelques

¹⁾ D'Aubuisson, Traité d'Hydraulique, Pag. 235, 243 und 257.

²⁾ Handbuch der Wasserbaukunst. 1. Theil, S. 225. 2. Auflage.

³⁾ Distribution des eaux, Nr. 62. Dupuit macht hierbei auf die bei Weitem nachtheiligeren Einflüsse von gekrümmten Röhren aufmerksam, welche in verticaler Ebene liegen, wobei in der dem Himmel zugekehrten Convexität

expériences pour déterminer l'influence du changement brusque de direction des conduites. Ces expériences nous ont convaincu que la découverte d'une formule qui donnerait exactement l'influence des angles dans les conduites ne saurait avoir beaucoup d'utilité pratique“ etc.

„Il va sans dire qu'il ne faut pas multiplier sans nécessité les coudes et les sinuosités; mais quand ils sont motivés par l'état des lieux, et qu'on ne pourrait les faire disparaître qu'avec de grandes dépenses, il faut s'y résigner. La moindre augmentation du diamètre de la conduite dans cette partie ferait plus que compenser la perte de charge due à ces circonstances“.

Darcy (Font. Publ., Pag. 426) macht sogar folgenden Schluß: „Quant aux coudes, je n'en parle pas, les pertes de charge qu'ils occasionnent ne sont pas à considérer dans le pratique“.

Lampe's Druckmessungen an der neuen Wasserleitung der Stadt Danzig bestätigen die Darcy'schen Angaben. Lampe berichtet hierüber (Civil-Ingenieur, Bd. 19, S. 5), daß auch durch ziemlich starke Krümmungen, wenn dieselben nur allmählich eintreten, kein merklicher Druckverlust hervorgebracht wird.

§. 166.

Widerstände beim Fließen des Wassers durch Schieber, Klappen, Ventile und Hähne.

Beim Fließen des Wassers durch vorbenannte Organe (Regulirungsvorrichtungen) entstehen Geschwindigkeitsverluste durch mehr oder weniger gleichzeitige Ursachen, insbesondere durch Querschnitts- und Richtungsveränderungen, sowie durch Stromzertheilungen und Reibungswiderstände.

Diese Verluste auf rein theoretischem Wege abzuschätzen, ist bei dem gegenwärtigen Zustande der Hydrodynamik geradezu unmöglich, weshalb man auch hier gezwungen ist, bei betreffenden practischen Rechnungen Hand in Hand mit der Erfahrung zu gehen.

Weisbach hat auch hier das große Verdienst, der rationellen Praxis durch zuverlässige und zahlreiche Versuche die entsprechenden Hilfsmittel geliefert zu haben und sind die betreffenden Ergebnisse im Nachstehenden für den Zweck gegenwärtigen Buches zusammengestellt¹⁾.

Eins der nächst wichtigsten Ergebnisse dieser Versuche ist die durch dieselben nachgewiesene Veränderlichkeit der Contractions- und Ausflußcoefficienten, wonach dieselben von 0,6 bis 1,0

sich Luft im Scheitel ansammelt, dadurch eine Verengung, folgeweise eine Geschwindigkeitsvermehrung und ein großer Verlust an Druckhöhe erzeugt und selbst der ganze Abfluß unterbrochen werden kann. Man umgeht diesen Uebelstand, wenn man an der convexen Scheitelstelle sogenannte Windstöcke (ventouses) anbringt, welche Luft entweichen lassen, ohne daß dabei Wasser mit entweicht. Abbildungen bei Darcy, a. a. O., Pag. 409.

¹⁾ Weisbach stellte die betreffenden Versuche im Jahre 1841 an und veröffentlichte dieselben 1842 in dem schätzbaren Werke: „Versuche über den Ausfluß des Wassers durch Schieber, Hähne, Klappen und Ventile“.

wachsen, wenn das Verhältniß zwischen dem Querschnitte der Mündung (Verengung) und dem der ebenen Wand, worin diese sich befindet, von 0 bis 1,0 zunimmt. Deshalb giebt auch die Theorie ganz unbrauchbare Resultate, wenn sie auf diese Veränderlichkeit nicht Rücksicht nimmt.

Mit Hülfe dieser Weisbach'schen Versuche läßt sich, unter rechter Benutzung der §. 83, Zusatz 1, entwickelten Formel

$$z = \left(\frac{a}{\alpha a_1} - 1\right)^2 \frac{v^2}{2g}, \text{ oder } z = \eta_0 \frac{v^2}{2g}, \text{ wenn } \eta_0 = \left(\frac{a}{\alpha a_1} - 1\right)^2$$

gesetzt wird, d. h. unter η_0 mit Weisbach der Widerstandscoefficient verstanden wird, der Druckhöhenverlust z berechnen. Unter a wird hier der Querschnitt der Röhre und unter a_1 der Inhalt der Verengung, so wie unter αa_1 der Querschnitt der größten Verengung verstanden.

Für den Fall, daß η_0 derjenige Widerstandscoefficient ist, welcher allein der Querschnittsveränderung Fig. 81, S. 225, entspricht, hat Weisbach folgende Tabelle berechnet (Ing.-Mechanik, Bd. 1, 5. Auflage, S. 1036):

$\frac{a_1}{a} =$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\alpha =$	0,624	0,632	0,643	0,659	0,681	0,712	0,755	0,813	0,892	1,00
η_0	225,9	47,77	17,51	7,801	3,753	1,796	0,797	0,290	0,060	0,00

Wichtig ist weiter die Bemerkung Weisbach's, daß die in den folgenden Tabellen angegebenen Zahlenwerthe nur für den Fall gelten, daß das Wasser nach dem Durchgange durch die Verengung den Rohrquerschnitt wieder ausfüllt, so wie endlich, daß das Rohr eine um so beträchtlichere Länge haben muß, je stärker die Verengung ist, damit der volle Ausfluß wieder eintreten kann.

I. Durchgang des Wassers durch Schieber in gehörig verlängertem Rohre.

Das Rohr CD , Fig. 184^c, hatte bei einer Versuchsreihe einen Kreisquerschnitt und einen Durchmesser $d = 0^m,04032$, einen

Fig. 184^c.

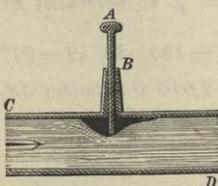


Fig. 184^d.

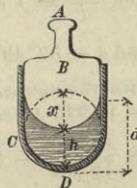
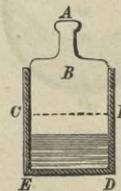


Fig. 184^e.



Radius $r = 0^m,02016$, also einen Querschnitt $a = 12,768$ Quadratcentimeter. Bei einer anderen Versuchsreihe war der Rohrquerschnitt rechteckig, wie Fig. 184^e erkennen läßt und betrug dessen Breite $ED = CF = 0^m,05$, während seine Höhe $CE = DF = 0^m,025$ war.

Der Ausfluß erfolgte dann durch einen mondförmigen Querschnitt CD , Fig. 184^d, von der Ausschnitthöhe = x und der Sichelhöhe = h , d. i. wobei $d = x + h$, oder $x = d - h$ und die relative Stellhöhe des Schiebers = $\frac{h}{d} = \frac{h}{2r}$ ist¹⁾.

Nach diesen Erörterungen und mit Bezug auf die untenstehende Note, bedürfen folgende Tabellen keine besonderen Erläuterungen.

Tabelle A. *Cylindrisches Rohr, kreisförmiger Schieber.*

a. Direct nach Weisbach²⁾.

$\frac{h}{2r}$	$\frac{32}{32}$	$\frac{31}{32}$	$\frac{30}{32}$	$\frac{29}{32}$	$\frac{28}{32}$	$\frac{27}{32}$	$\frac{26}{32}$	$\frac{25}{32}$	$\frac{24}{32}$	$\frac{23}{32}$	$\frac{22}{32}$
$\frac{a_1}{a}$	1,000	0,993	0,981	0,966	0,948	0,928	0,905	0,881	0,856	0,829	0,800
η	0,000	0,008	0,016	0,033	0,066	0,100	0,151	0,202	0,255	0,344	0,453
$\frac{h}{2r}$	$\frac{21}{32}$	$\frac{20}{32}$	$\frac{19}{32}$	$\frac{18}{32}$	$\frac{17}{32}$	$\frac{16}{32}$	$\frac{15}{32}$	$\frac{14}{32}$	$\frac{13}{32}$	$\frac{12}{32}$	$\frac{11}{32}$
$\frac{a_1}{a}$	0,771	0,740	0,709	0,677	0,643	0,609	0,574	0,539	0,503	0,466	0,429
η	0,642	0,860	1,087	1,390	1,757	2,210	2,871	3,661	4,707	6,128	7,693

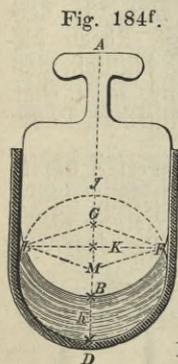


Fig. 184^f.

¹⁾ Bezeichnet man in Fig. 184^f den $\angle LGF$ mit φ , den Radius der Röhre $MD = LG$.. mit r , so ist, wegen

$$\overline{BD} = \overline{GM} = h, \cos \frac{1}{2} \varphi = \frac{\frac{1}{2} GM}{LG} = \frac{h}{2r} = \frac{h}{d}$$

und der Inhalt der Verengung, d. i. der Mondsichelfläche

$$LBFD = a_1 = (\pi - \varphi + \sin \varphi) r^2.$$

Ist dann beispielsweise $\frac{h}{2r} = \frac{h}{d} = \frac{3}{4}$, oder wegen

$$x = 2r - h \text{ auch } \frac{x}{d} = 1 - \frac{h}{2r} = \frac{1}{4}, \text{ so berechnet sich}$$

$$\frac{\varphi}{2} = 41^\circ 24\frac{1}{2}' \text{ und } \varphi = 82^\circ 49', \pi - \varphi = 180 - 82^\circ 49' = 97^\circ 14'.$$

Da ferner der Rohrhalmmesser $r = 2,016$ Centimeter ist, so erhält man $a_1 = 10,925$ Quadratcentimeter, daher

$$\frac{a_1}{a} = \frac{10,925}{12,768} = 0,856$$

und folglich stimmend mit der Tabelle für $\frac{h}{2r} = \frac{24}{32}$ oder für $\frac{x}{d} = \frac{1}{4} = \frac{2}{8}$.

²⁾ Versuche etc. Erste Abtheilung, S. 14.

b. Nach Grashof aus Weisbach'schen Versuchen¹⁾.

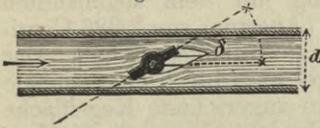
$\frac{x}{d} = \frac{x}{2r}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{7}{8}$
$\pi - \varphi$	122° 5'	97° 11'	77° 22'	60° 0'	44° 3'	28° 58'	14° 22'
$\frac{a_1}{a}$	0,948	0,856	0,740	0,609	0,466	0,315	0,159
η_1	0,070	0,260	0,808	2,057	5,524	16,967	97,803

Tabelle B. Rectanguläre Schieber im parallelepipedischen Rohre.²⁾

$\frac{a_1}{a}$	0,90	0,80	0,70	0,60	0,50	0,40	0,30	0,2	0,1
η_2	0,093	0,387	0,948	2,079	4,021	8,116	17,844	44,473	192,94

II. Durchgang des Wassers durch Drosselventile (Drehklappen).

Fig. 184g.



Das Rohr, in welchem sich bei den Versuchen das betreffende Drosselventil, Fig. 184g, befand, hatte auch hier die vorher angegebenen Querschnitte und Dimensionen, d. h. es hatte in der einen Versuchsreihe (Kreis-

querschnitt) den Flächeninhalt $a = 12,768$ Quadratcentimeter und bei der anderen Versuchsreihe (Rechteckiger Querschnitt) einen Flächeninhalt von $a = 12,435$ Quadratcentimeter.

Setzt man den Radius der kreisförmigen Röhre von d inneren Durchmesser $= r$, so hat man $a = r^2\pi$. Da nun bei δ° (Fig. 184g) Stellung der Drehklappe, die Projection der Klappe winkelrecht zur Achse des Rohres eine Ellipse vom Inhalte $r^2\pi \sin \delta$ ist, so erhält man für den Inhalt der beiden mondformigen Durchgänge $a_1 = r^2\pi - r^2\pi \sin \delta$, d. i. $a_1 = r^2\pi (1 - \sin \delta) = a (1 - \sin \delta)$, also $\frac{a_1}{a} = 1 - \sin \delta$.³⁾

Letzterer Werth gilt übrigens auch für die rectanguläre Drehklappe im parallelepipedischen Rohre.

¹⁾ Theoretische Maschinenlehre, Bd. 1, S. 502.

²⁾ Versuche etc. Erste Abtheilung, S. 11.

³⁾ Beachtet muß werden, daß Weisbach auf die Dicke der Klappe nicht Rücksicht genommen hat. Man sehe deshalb die erste Abtheilung (S. 57) des bereits genannten Werkes „Untersuchungen aus dem Gebiete der Mechanik und Hydraulik“. 1842.

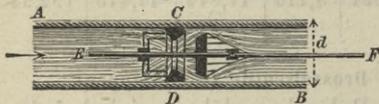
Tabelle C¹⁾,

worin η_1 den Widerstandscoefficienten des Drosselventils für das cylindrische Rohr und η_2 den für das Rohr mit rechteckulärem Querschnitt bezeichnet.

δ	η_1	η_2	δ	η_1	η_2	δ	η_1	η_2
5°	0,241	0,284	30°	3,913	3,538	55°	60,18	42,67
10°	0,518	0,448	35°	6,220	5,722	60°	115,83	77,42
15°	0,897	0,771	40°	10,844	9,29	65°	266,47	158,6
20°	1,539	1,339	45°	18,30	14,73	70°	1076,9	368,5
25°	2,513	2,162	50°	32,37	24,90	75°	?	1012,4

III. Durchgang des Wassers durch Ventile.²⁾

1) Kegelventile. Die Anordnung des Ventiles zu den Versuchen stellt im Längendurchschnitte Fig. 184^h dar. Das Messingrohr AB , worin sich das Ventil befand, war $27\frac{1}{2}$ Centimeter lang und hatte 4 Centimeter Durchmesser, also einen Querschnitt $a = 12,566$ Quadratcentimeter.



Der im Rohre festgeschraubte Ventilring mit dem sogenannten Sitze, hatte eine freie Durchgangsöffnung (Apertur) von 2,386 Centimeter Durchmesser, also von 4,471 Quadratcentimetern Inhalt. Der Hals des Ventiles wurde durch zwei Kegel und durch eine schmale Cylinderfläche gebildet. Die nach E hin zugerichtete Kegelfläche hatte einen Convergenzwinkel von 65 Graden, die nach F (dem Ausfluß) hin gerichtete aber einen solchen von 90 Grad.

Die 18,5 Centimeter lange und 0,38 Centimeter dicke Ventilstange EF ruhte in galgenförmigen Gestellen, so daß nur eine Verschiebung in der Achsenrichtung möglich war. Dieser lange Ventilstab war nöthig, um das Ventil von außen in beliebigen Entfernungen einstellen zu können. Der größte zulässige Ventilschub, d. h. der größte Abstand des Ventiles von der Sitzfläche, betrug 2,53 Centim.

Bei einiger Aufmerksamkeit bemerkt man recht bald, daß das durch das geöffnete Ventil strömende Wasser drei verschiedene Querschnitte passiren muß, nämlich die kreisförmige Durchflußmündung = a_1 im Ventilringe, die ringförmige Durchflußöffnung = a_2 und die cylindrische Durchflußöffnung zwischen Ventil und Ventilsitz = $d\pi h = a_3$, sobald h den Ventilschub bezeichnet.

Weisbach brachte das Verhältniß $\frac{a_1}{a} = \frac{4,471}{12,566} = 0,356$ in

Rechnung, während $\frac{a_2}{a} = \frac{5,096}{12,566} = 0,406$, der mittlere relative Inhalt also 0,381 war³⁾.

¹⁾ Weisbach, Versuche etc. Erste Abtheilung, S. 66 und 61.

²⁾ Ebendasselbst, S. 68.

³⁾ Der mittlere relative Inhalt beider Aperturen ist daher auch = 0,381, wonach $\eta = 11$ und der Ausflußcoefficient $\alpha = 0,608$ wird. In der 5. Auflage

Bei vollständiger Oeffnung des Ventiles fand Weisbach den Widerstandscoefficienten

$$(1) \quad \eta = \left(\frac{a}{a_1} - 1 \right)^2 = 10,61,^1)$$

welcher Werth sich nicht viel ändert, so lange der Ventilschub nicht kleiner als der Halbmesser der Apertur ist, daß dagegen η bedeutend wächst, wenn sich das Ventil weniger ausschieben läßt, oder einen geringeren Hub hat.

Nachstehende Tabelle D. giebt über letzteren Umstand entsprechenden Aufschluß:

Tabelle D.

Ventilschub in Centim.	2,53	2,28	2,02	1,77	1,52	1,26	1,01	0,76	0,63	0,51	0,38	0,25
Relativ. Abstand	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,25	0,20	0,15	0,10
η	10,61	10,61	10,71	10,79	11,06	11,42	12,36	12,93	18,19	27,46	55,08	150,93

Für einen anderen Fall, wo das Verhältniß $\frac{a_1}{a}$ nicht 0,356, sondern anders, allgemein $\frac{\omega_1}{\omega}$ ist, so daß also

$$(2) \quad \eta_1 = \left(\frac{\omega}{a_1 \omega_1} - 1 \right)^2$$

sein würde, nimmt Weisbach für beide Fälle α constant, setzt $\alpha = \alpha_1$ und eliminirt mittelst $\frac{1}{\alpha} = \frac{a_1}{a} (1 + \sqrt{\eta})$ den Werth α_1 aus (2), so daß schließlich erhalten wird:

$$\eta_1 = \left[-1 + \frac{\omega}{\omega_1} \frac{a_1}{a} (1 + \sqrt{\eta}) \right]^2,$$

oder, wenn man obige Zahlenwerthe

$$\left(\frac{a_1}{a} = 0,356 \text{ und } \eta = 10,61 \right)$$

substituirt:

$$(3) \quad \eta_1 = \left[1,515 \frac{\omega}{\omega_1} - 1 \right]^2. ^2)$$

2) Klappenventile. Länge und Durchmesser (d) der cylindrischen Röhre AB , Fig. 184ⁱ, waren dieselben, während der innere Durchmesser der Apertur im Ventilringe $d_1 = 2,925$ Centimeter betrug, also

$$\frac{a_1}{a} = \left(\frac{2,925}{4} \right)^2 = 0,5347 \text{ war.}$$

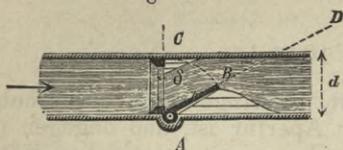
der Ingenieur-Mechanik, Bd. 1, S. 1054, wird mit letzterem Werthe gerechnet. Grashof (Theoret. Maschinenlehre, Bd. 1, S. 507) setzt

$$\eta = \left(1,537 \frac{a}{a_1} - 1 \right)^2 \text{ für Teller- und Kegelveile.$$

¹⁾ Weisbach, Versuche etc. S. 70.

²⁾ Ebendasselbst, S. 87.

Fig. 184i.



Die kreisrunde Klappe AB hatte 3,55 Centimeter im Durchmesser und betrug bei größtmöglicher Oeffnung der Winkel

$$CAD (= \delta) = 73\frac{1}{2} \text{ Grad.}$$

Für den betreffenden Widerstandscoefficienten $= \eta_2$, wenn man in (2) $\frac{1}{\alpha_1} = \frac{1}{\alpha} = \frac{\alpha_1}{\alpha} (1 + \sqrt{\eta})$, d. i. nach vorstehendem Zahlenwerthe

$$\frac{1}{\alpha_1} = 0,5347 (1 + \sqrt{\eta}) = x, \text{ setzt:}$$

$$\eta_2 = \left(x \frac{\omega}{\omega_1} - 1 \right)^2.$$

Die Werthe von x für verschiedene Oeffnungswinkel δ sind dann aus folgender, von Grashof¹⁾ berechneten Tabelle E. zu entnehmen:

Tabelle E.

δ	η	x	δ	η	x	δ	η	x
15°	90	5,61	35°	20	2,93	55°	4,6	1,68
20°	62	4,75	40°	14	2,54	60°	3,2	1,49
25°	42	4,00	45°	9,5	2,18	65°	2,3	1,35
30°	30	3,47	50°	6,6	1,91	70°	1,7	1,23

IV. Durchgang des Wassers durch Hähne.

Weisbach hat auch hier, übereinstimmend mit den vorher erörterten Versuchen, den Durchgang des Wassers durch Hähne im cylindrischen und im parallelepipedischen Rohre, Fig. 184k, den Versuchen unterworfen, die Kegelgestalt der Hähne jedoch

Fig. 184k.

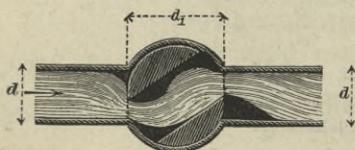
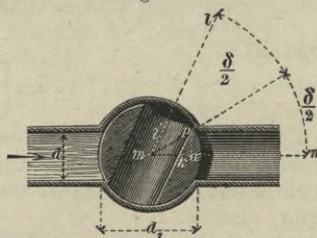


Fig. 184l.



dadurch umgangen, daß er einen mittleren Hahnhalbmesser, beim Hähne mit runder Bohrung im cylindrischen Rohre $r_1 = 3,085$ Centimeter, oder $d_1 = 6,170$ Centimeter, so wie auch den Rohrhalmmesser $r = 2,027$ Centimeter, oder $d = 4,054$ Centimeter in die betref-

¹⁾ Theoretische Maschinenlehre, Bd. 1, S. 507.

fenden Rechnungen einführt. Der sogenannte Absperrwinkel δ , Fig. 184¹, d. h. der Drehwinkel, bei welchem der Abschluß eintritt, ergab sich demgemäß aus der Gleichung:

$$\sin \frac{1}{2} \delta_1 = \frac{\overline{pq}}{nm}, \text{ oder}$$

$$\sin \frac{1}{2} \delta_1 = \frac{d}{d_1} = \frac{4054}{6170} = 0,657050, \text{ d. i.:}$$

$$\frac{1}{2} \delta_1 = 41^\circ 4\frac{1}{2}' \text{ und } \delta_1 = 82^\circ 9'.^1)$$

Für den Hahn mit vierkantiger (rectangulärer) Bohrung im parallelepipedischen Rohre, wobei das Rechteck des Rohrquerschnittes 5 Centimeter hoch und $2\frac{1}{2}$ Centimeter weit war, ferner der mittlere Hahnhalbmesser sich zu 2,415 Centimeter berechnete²), ergab sich der Absperrwinkel zu $\delta_1 = 60^\circ 49'.^3)$

Weisbach berechnete (in umständlicher, jedoch zum Nachstudiren sehr empfehlenswerther Weise) das Verhältniß $\frac{a_1}{a}$. In Bezug auf den betreffenden Contractionscoefficienten in dem Werthe $\frac{a}{aa_1}$ ist

zu beachten, daß das Wasser in gegenwärtigem Falle, außer der plötzlichen Querschnittsveränderung, eine zweimalige Richtungsveränderung erleidet, hierfür jedoch nur ein α , d. h. ein solches ermittelt werden konnte, was jene drei Widerstände zusammenfaßt.

Grashof⁴) hat in sinniger, einfach practischer Weise, zur Ermittlung der jedesmaligen Widerstandscoefficienten überhaupt, besonders aber für den Fall einen empfehlenswerthen Weg eingeschlagen, wo der betreffende Hahn andere Dimensionen hat, wie der der Weisbach'schen Versuche.

Grashof stellte zunächst aus den Weisbach'schen Versuchen folgende Tabelle F. zusammen:

Tabelle F.

δ	η_0	η_1	η_2	δ	η_0	η_1	η_2
5°	0,02	0,05	0,05	40°	8,72	17,3	20,7
10°	0,15	0,29	0,31	45°	15,40	31,2	41,0
15°	0,39	0,75	0,88	50°	27,90	52,6	95,3
20°	0,85	1,56	1,84	55°	53,90	106,0	275,0
25°	1,62	3,10	3,45	60°	113,0	206,0	?
30°	2,89	5,47	6,15	65°	276,0	486,0	?
35°	5,05	9,68	11,20				

Hierbei ist η_1 der jedesmalige Widerstandscoefficient für den

¹) Weisbach, Versuche etc. Erste Abtheilung, S. 39.

²) Ebendasselbst S. 17.

³) Desgleichen S. 21.

⁴) Theoret. Maschinenlehre, Bd. 1, S. 503 ff.

Hahn im cylindrischen, η_2 im parallelepipedischen Rohre und η_0 ist derjenige Widerstandscoefficient, welcher sich berechnet, sobald die plötzliche Querschnittsvergrößerung von a_1 bis a die einzige Ursache des in Rede stehenden Widerstandes ist¹⁾.

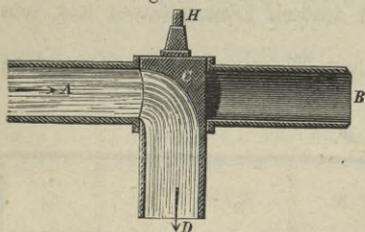
Vorstehende Tabelle kann nun dazu dienen, den einem gewissen Stellwinkel δ entsprechenden Widerstandscoefficienten η_n auch für einen solchen Hahn, annäherungsweise, zu finden, dessen Absperrwinkel von dem des Weisbach'schen Versuchshahns $\delta_1 = 82^\circ 9'$ (oder rund 82° , wie Grashof annimmt) verschieden ist. Man hat nämlich zu berücksichtigen, daß der Bestandtheil η_0 von η_1 nur vom Querschnittsverhältnisse $\frac{a_1}{a}$, also von dem Verhältnisse $\frac{\delta}{\delta_1}$, abhängt, dagegen der andere Bestandtheil, d. i. $\eta_1 - \eta_0$, hauptsächlich nur von δ abhängig ist. Soll z. B. geschätzt werden für $\delta = 50^\circ$ bei $\delta_1 = 75^\circ$, so hat man für $\delta = \frac{50}{75} \cdot 82 = 54\frac{2}{3}$, so liefert die Grashof'sche Tabelle mittelst Interpolation $\eta_0 = 52$. Für $\delta = 50$ liefert dagegen die Tabelle $\eta_1 - \eta_0 = 52,6 - 27,9 = 24,7$, so daß also der gesuchte Widerstandscoefficient ist:

$$\eta_n = 52 + 24,7 = 76,7.$$

V. Ausfluss des Wassers durch den krumm gebohrten Hahn.

Um auch dem in der Praxis, Fig. 184^m, vorkommenden Falle zu entsprechen, wo das durch den Hahn fließende Wasser um

Fig. 184^m.



einen rechten Winkel abgelenkt wird, hat Weisbach ebenfalls Versuche angestellt²⁾. Zu letzterem Zwecke wurde in das Rohr AB ein Hahn CD eingesetzt, auf dessen Kopf H (wie bei den in IV. erörterten Hähnen) die eingetheilte Kreisscheibe geschraubt, um die Größen der Drehwinkel δ ablesen zu können, dessen ein Knie bil-

dende Bohrung abgerundet und polirt war.

Nachstehende Werthe, der größeren Tabelle Weisbach's entlehnt, werden für gegenwärtigen Zweck ausreichen:

δ°	0°	$2\frac{1}{2}^\circ$	5°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°
$\frac{a_1}{a}$	1,0	0,964	0,926	0,850	0,692	0,535	0,385	0,250	0,137	0,052
η	0,0	0,01	0,038	0,191	0,989	2,944	9,516	28,816	100,53	624,81

¹⁾ Man sehe hierzu S. 517 und insbesondere die dort beigegebene Tabelle Weisbach's.

²⁾ Versuche etc. Erste Abtheilung, S. 47 und 48.

Zu beachten ist noch, daß die Werthe η der Tabelle nur den Widerstand in sich fassen, welcher der Hahnverengung entspricht, der Krümmungswiderstand (S. 512) aber noch unberücksichtigt ist. Ist beispielsweise $\delta = 20^\circ$, so liefert unsere Tabelle den Coefficienten der Verengung $\eta = 0,989$. Der Coefficient des Krümmungswiderstandes (der Ablenkung) ist aber $\eta_0 = 0,410$, daher der Coefficient für den Totalwiderstand $= \eta_n$:

$$\eta_n = \eta_0 + \eta = 0,410 + 0,989 = 1,399.$$

Beim gerade gebohrten Hahne würde sich, nach der Tabelle unter IV. (S. 523) für $\delta = 20^\circ$ der Widerstandcoefficient ergeben haben zu $\eta_1 = 1,56$.

Weisbach¹⁾ knüpft hieran den Schluß, daß bei dem krumm gebohrten Hahne (mit einer Verengung) der Widerstand immer kleiner ist als beim, zwei Verengungen bildenden, geradebohrten Hahne.

Nachfolgende Beispiele mögen zu ferneren Erläuterungen sämtlicher in diesem Paragraphen erörterten Fälle dienen.

Beispiel 1.²⁾ In einem horizontal liegenden, cylindrischen Rohre von 26,15 Centimeter Weite und 7,53 Meter Länge tritt eine Schieberverengung bis zur Mitte der Röhre ein, während die Druckhöhe constant 1,25 Meter beträgt. Es fragt sich, wie groß die secundliche, durch diese Röhre fließende Wassermenge ist und wie groß letztere sein würde bei völlig geöffnetem Schieber, d. h. ohne jede Verengung der Röhre?

Auflösung. Beachtet man, daß der betreffende Widerstandcoefficient für die zur Hälfte verschlossene cylindrische Röhre, nach Tabelle A. (S. 519), $\Sigma\eta_n = 2,057$ ist, so hat man erst nach S. 513:

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{1 + \eta_1 + \eta \frac{l}{d} + 2,057}} \quad \text{und}$$

$$Q = \frac{d^2\pi}{4} v.$$

Daher, wenn man die gegebenen Zahlenwerthe substituirt:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \cdot 1,25}{1,505 + 0,025 \frac{7,53}{0,2615} + 2,057}}, \quad \text{d. i. :}$$

$$v = \sqrt{\frac{24,625}{4,282}} = 2^m, 36.$$

Folglich, da $\frac{d^2\pi}{4} = 0^m, 05369$ ist, ergibt sich

$$Q = 0,05369 \cdot 2,36 = 0,1267 \text{ Cubikmeter.}$$

Bei völlig geöffnetem Schieber würde man, unter sonst gleichen

1) Versuche etc. Erste Abtheilung, S. 49.

2) Bornemann, Hydrometrie, S. 211.

Umständen, erhalten haben:

$$v = 3,32 \text{ Meter und}$$

$$Q = 0,05369 \cdot 3,32 = 0,1782 \text{ Cubikmeter.}$$

Beispiel 2.¹⁾ Eine kreisrunde Wasserleitungsröhre von 0,15 Meter Durchmesser liefert pro Minute 3 Cubikmeter Wasser. Es fragt sich, wie man einen in derselben befindlichen Schieber einstellen muß, damit in derselben Zeit nur 2 Cubikmeter Wasser durch die Röhre fließen?

Auflösung. Es berechnet sich die secundliche Geschwindigkeit, womit sich das Wasser in der Röhre bewegt, in dem ersteren Falle zu $v_1 = 2^m,82$ und im zweiten Falle zu $v_2 = 1^m,88$. Die Geschwindigkeit im ersten Falle ist hiernach $\frac{282}{188} = \frac{3}{2}$ mal so groß als die bei der kleineren Ausflußmenge, deshalb ist die Geschwindigkeitshöhe $= (\frac{3}{2})^2 = \frac{9}{4}$ mal so groß als diese und folglich die zu erzeugende Widerstandshöhe

$$\eta \cdot \frac{v^2}{2g} = (\frac{9}{4} - 1) \frac{v^2}{2g} = \frac{5}{4} \frac{v^2}{2g},$$

demnach der Widerstandscoefficient $\eta = \frac{5}{4} = 1,25$. Für letzteren Widerstandscoefficienten findet sich in Weisbach's Tabelle A. (S. 518) für $\frac{h}{2r}$ kein berechneter Werth. Wohl aber ein größerer 1,390, welcher $\frac{h}{2r} = \frac{1}{3}\frac{8}{2}$ und ein kleinerer 1,087, welcher $\frac{h}{2r} = \frac{1}{3}\frac{9}{2}$ entspricht. Durch Interpolation (S. 312) erhält man jedoch:

$$\frac{h}{2r} = \frac{18 + \frac{1,390 - 1,250}{1,390 - 1,087} \cdot 18 + \frac{140}{303}}{32} = \frac{18 + \frac{140}{303}}{32} = 0,577.$$

Da nun $2r = 0^m,15$ ist, so ergibt sich die gesuchte Schieberstellung zu

$$h = 0,577 \cdot 2r = 0,577 \cdot 0,15 = 0^m,08655.$$

Hätte der Schieber anfänglich schon auf der Höhe von $11\frac{1}{4}$ Centimeter gestanden, wäre also $\frac{h}{2r} = \frac{1125}{1500} = \frac{3}{4} = \frac{2}{3}\frac{4}{2}$ gewesen, so würde, da für diese Stellung die Weisbach'sche Tabelle den Widerstandscoefficienten $\eta = 0,255$ giebt, für den Widerstandscoefficienten

$$\eta_1 = 1,25 + \eta = 1,25 + 0,255 = 1,505$$

die Stellhöhe des Schiebers auszumitteln sein.

Durch Interpolation findet man auch hier

$$\frac{h}{2r} = \frac{17,688}{32} = 0,554, \text{ also}$$

$$h = 0,554 \cdot 2r = 0,554 \cdot 0,15 = 0^m,0831.$$

Beispiel 3.²⁾ Welche mechanische Arbeit geht verloren, wenn bei einer einfach wirkenden Wassersäulenmaschine, die in einem geraden

¹⁾ Weisbach, Versuche etc. Erste Abtheilung, S. 88.

²⁾ Ebendasselbst, S. 88.

rundgebohrten Hahne bestehende Tagepiepe um 50 Grad gedreht ist und der Hahn die nämlichen Dimensionsverhältnisse hat wie der, welcher den Weisbach'schen Versuchen (S. 522) zu Grunde lag?

Die Einfallsröhren sind $d = 0,20$ Meter, der Treibcylinder $D = 0,50$ Meter weit und der Treibkolben macht bei $H = 2$ Meter Hub pro Minute 10 Spiele.

Auflösung. Die mittlere Geschwindigkeit $= v$ des Wassers im Treibcylinder ist $v = \frac{10 \cdot 2}{60} = \frac{1}{3}$ Meter, folglich die v_1 in den Einfalls-

röhren: $v_1 = v \left(\frac{D}{d} \right)^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{5}{2} \right)^2 = \frac{25}{12} = 2^m,083$.

Nach Tabelle F. (S. 523) entspricht dem Stellwinkel $\delta = 50^\circ$, der Widerstandcoefficient $\eta_1 = 52,6$, daher ergibt sich ein Verlust an Druckhöhe von

$$z = \eta_1 \frac{v_1^2}{2g} = 52,6 \cdot 0,2211 = 11^m,63.$$

Da ferner pro Hub ein Wasserverbrauch statt hat von

$$\frac{D^2 \pi}{4} \cdot H = 0,785 (0,5)^2 \cdot 2 = 0,3925 \text{ Cubikmeter,}$$

pro Secunde also von $\frac{1}{6} \cdot 0,3925 = 0,0654$ Cubikmeter $= 65,4$ Kilogramm, so ergibt sich ein secundlicher Arbeitsverlust von

$$65,4 \cdot 11,63 = 760,50 \text{ Meterkilogramm,}$$

oder von

$$\frac{760,50}{75} = 10,14 \text{ Maschinenpferden.}$$

Weisbach¹⁾ reiht hieran den richtigen und für die Praxis wichtigen Schluß, daß dieses zum Reguliren des Ganzen nöthige, dem Bremsen der Lokomotiven ähnliche Krafttöden bei Wassersäulenmaschinen eine bekannte und nachtheilige Eigenthümlichkeit dieser Maschinen sei, welche den Wasserrädern nicht zukomme.

Beispiel 4. Bei einer Druckpumpe, welche einer Steigröhre von $d = 0,1$ Meter Weite hat und bei jedem 3 Secunden dauernden Spiele 0,03 Cubikmeter (pro Secunde also $Q = 0,01$ Cubikmeter) liefert, ist der relative Querschnitt der Apertur im Ringen des Kegelventiles, am Fuße der Steigröhre, 0,4. Es fragt sich, welcher Arbeitsverlust der Durchgang des Wassers durch dies Ventil allein veranlaßt?

Auflösung. Die secundliche Geschwindigkeit $= v_1$ des Wassers in der Steigröhre berechnet sich aus

$$v_1 = \frac{Q}{\frac{1}{4} d^2 \pi} = \frac{4Q}{d^2 \pi} = 4 \cdot 0,3183 \cdot \frac{Q}{d^2} = 1,2732 \cdot \frac{Q}{d^2}.$$

Da nun $Q = 0,01$ und $d = 0,1$ ist, so ergibt sich $v_1 = 1,2732$ und die entsprechende Geschwindigkeitshöhe

$$\frac{v_1^2}{2g} = (1,2732)^2 \cdot 0,051 = 0,08267 \text{ Meter.}$$

¹⁾ Versuche etc., a. a. O., S. 88. Weisbach berechnet den obigen Arbeitsverlust etwas größer, nämlich zu $10\frac{1}{2}$ Maschinenpferden, was daran liegt, daß wir den betreffenden Widerstandcoefficienten der Grashof'schen Tabelle entlehnten.

Nun liefert aber die Formel 2 (S. 521) $\eta = \left(1,515 \frac{\omega}{\omega_1} - 1\right)^2$, daher hier $\frac{a}{a_1} = \frac{10}{4}$ gesetzt, $\eta = 7,770$. Die erzeugte Widerstandshöhe z ist daher $z = \eta \cdot \frac{v^2}{2g} = 7,770 \cdot 0,08267 = 0^m,642$.

Da die secundlich gelieferte Wassermenge ein Gewicht von 10 Kilogramm hat, so erhält man für den fraglichen Arbeitsverlust = \mathcal{A} :

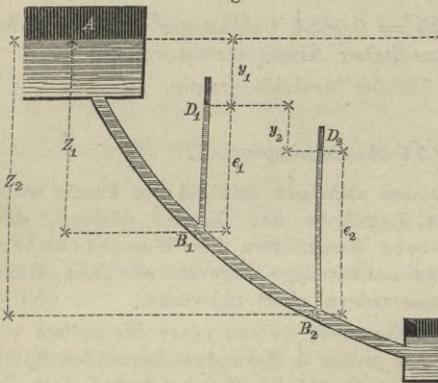
$$\mathcal{A} = \gamma Qz = 10 \cdot 0,642 = 6^{mk},42.$$

§. 167.

Druck des Wassers gegen die Wände der Röhrenleitung.

Die zuerst von Daniel Bernoulli entdeckten und mathematisch dargestellten Gesetze über den Druck des Wassers gegen Röhrenwände, wurden bereits §. 79 erörtert und dabei hauptsächlich in Erfahrung gebracht, daß der hydraulische Druck stets geringer sei, als der unter sonst gleichen Umständen stattfindende hydrostatische Druck.

Fig. 185.



Noch geringer ist jedoch dieser Druck in Röhren der unmittelbar vorher betrachteten Art, d. h. wo auf Widerstände wegen Adhäsion, Cohäsion, Richtungs- und Geschwindigkeitsänderung Rücksicht zu nehmen ist.

Für die Druckhöhe $\frac{\Pi}{\gamma}$ an einem Punkte B_1 , Fig. 185, welcher um Z_1 unter dem Wasserspiegel im Speisebassin

A liegt, erhält man nämlich jetzt:

$$\frac{\Pi_1}{\gamma} = Z_1 + \frac{P}{\gamma} - \frac{v^2}{2g} - \eta \frac{l_1}{d} \frac{v^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} \cdot \Sigma \eta_1;$$

eben so für einen Punkt B_2 , der um Z_2 unter A sich befindet:

$$\frac{\Pi_2}{\gamma} = Z_2 + \frac{P}{\gamma} - \frac{v^2}{2g} - \eta \frac{l_2}{d} \frac{v^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} \Sigma \eta_2.$$

Daher auch ferner:

$$(1) \quad \frac{\Pi_2}{\gamma} - \frac{\Pi_1}{\gamma} = Z_2 - Z_1 - \eta \frac{v^2}{2g} \left(\frac{l_2}{d} - \frac{l_1}{d} \right) - \frac{v^2}{2g} (\Sigma \eta_2 - \Sigma \eta_1).$$

Bringt man nun in B_1 und B_2 (ähnlich wie S. 214, Fig. 73) verticale Röhren B_1D_1 und B_2D_2 an, welche unterhalb mit der Leitung communiciren, oberhalb aber in die freie Luft münden, so wird man offenbar durch die Höhen, auf welche sich das Wasser darin erhebt, die Drücke an den betreffenden Stellen der Röhre

messen können. Aus letzterem Grunde giebt man diesen Röhren den Namen Piezometer¹⁾.

Bezeichnet man nun die Piezometerstände bei B_1 und B_2 beziehungsweise mit e_1 und e_2 und beachtet, daß die den Atmosphärendruck messende Wassersäule $10^m,333$ Höhe hat, so ergibt sich:

$$\frac{\Pi_1}{\gamma} = 10,333 + e_1 \text{ und } \frac{\Pi_2}{\gamma} = 10,333 + e_2,$$

und daher aus (1), $l_2 - l_1 = l$ gesetzt:

$$(2) \quad e_2 - e_1 = Z_2 - Z_1 - \eta \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} \Sigma \eta_n.$$

Beachtet man endlich, daß der Fig. 185 nach

$$Z_2 = y_1 + y_2 + e_2 \text{ und } Z_1 = y_1 + e_1$$

ist, so erhält man aus (1):

$$(3) \quad y_2 = \eta \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} \cdot \Sigma \eta_n.$$

Hieraus folgt aber der Satz, „daß der Widerstand, welchen eine Leitung, dem Wasser zwischen zwei von einander entfernten Punkten entgegengesetzt, unmittelbar durch den Höhenunterschied der Oberflächen der an diesen aufgesetzten Piezometer angegeben wird“.

Zugleich erkennt man, daß nach dem Stande zweier auf einander folgenden Piezometer die Widerstände zu beurtheilen sind, welche zwischen den betreffenden Punkten regelmäßig oder zufällig auftreten.

Aus der bekannten (gemessenen) Differenz der Piezometerstände zweier nicht zu naher und doch innerhalb regelmäßiger Strecken einer Leitung liegender Punkte, läßt sich annäherungsweise die Geschwindigkeit berechnen, womit das Wasser in der Röhre fließt und folglich auch das Wasserquantum, sobald der Durchmesser der Röhre bekannt ist.

Reducirt man (3) auf v und ersetzt letztere Größe durch den gleichgeltenden Werth $\frac{4Q_2}{d^2\pi}$ (mit Q_2 die secundliche Wassermenge bezeichnet), so erhält man:

$$(4) \quad Q_2 = \frac{d^2\pi}{4} \sqrt{\frac{2gy_2}{\eta \frac{l}{d} + \Sigma \eta_n}}.$$

so wie, wenn man $\Sigma \eta_n$ vernachlässigen kann:

$$(5) \quad Q_2 = \frac{d^2\pi}{4} \sqrt{2gy_2 \frac{d}{\eta l}}.$$

Für eine und dieselbe Röhre sind die Größen d und l als constant und innerhalb gewisser Grenzen auch η so anzusehen, weshalb man findet, wenn $\frac{d^2\pi}{4} \sqrt{2g \frac{d}{\eta l}} = \varepsilon$ gesetzt wird: $Q_2 = \varepsilon \sqrt{y_2}$.

1) πιεζω, drücken, pressen.

Einer anderen Differenz = y_1 der Piezometerstände entspricht eine andere Wassermenge = Q_1 , so daß $Q_1 = \varepsilon \sqrt{y_1}$ ist. Hiernach verhält sich:

$$\frac{Q_1 - Q_2}{Q_2} = \frac{\sqrt{y_1} - \sqrt{y_2}}{\sqrt{y_2}},$$

wonach eine betreffende Scala berechnet werden kann.

Beispiel. An der großen Fontaine zu Herrenhausen bei Hannover verlangte man seiner Zeit (1852), eines Umbaues wegen, die Bestimmung der Wassermenge, welche pro Secunde in der Röhrenleitung, aus zwei Strängen bestehend, jeder von 0,292 Meter Durchmesser, zugeführt wurde. Zu diesem Ende brachte man an zwei Punkten der Leitung, die um 519,5 Meter von einander abstanden, Piezometer (Manometer nach Bourdon) an, wobei das der Wasserkunst nahestehende 3,7 Atmosphären, das nahe der Fontaine 3,56 Atmosphären Spannung (als Mittelwerthe) zeigte. Wie berechnet sich hiernach die Wassermenge?

Auflösung. Die Piezometerdrücke auf Wassersäulen in Metern reducirt, giebt:

$$y_2 = 10,333 (3,70 - 3,56) = 1^m,4462.$$

Rechnet man dann einmal die Geschwindigkeitshöhe für den Widerstand in den geringen vorhandenen Krümmungen, so erhält man aus (3):

$$1,4462 = \frac{1}{3^3} \cdot \frac{519,5}{0,292} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot 9,81} + \frac{v^2}{2 \cdot 9,81} \text{ und deshalb:}$$

$$1,4462 = \frac{519,5}{9,636} \cdot 0,051 v^2 + 0,051 v^2, \text{ d. i.}$$

$$\frac{1,4462}{1,4462} = \frac{0,051 (54,91) \cdot v^2}{2,80 v^2}, \text{ oder auch}$$

$$1,4462 = 2,80 v^2, \text{ d. i.}$$

$$v = \sqrt{\frac{1,4462}{2,80}} = \sqrt{0,5166} = 0^m,718.$$

Hiernach war also die in beiden Röhren pro Secunde fortfließende Wassermenge:

$$Q = 2 \cdot \frac{d^2 \pi}{4} \cdot v = 2 \cdot (0,067) 0,718 = 0,0962 \text{ Cubikmeter. } ^1)$$

Zusatz. D'Aubuisson²⁾ scheint der erste gewesen zu sein, welcher Piezometer dazu benutzte, den Zustand einer Röhrenleitung zu jeder Zeit beurtheilen zu können. In letzterer Beziehung zeigte Weisbach³⁾, daß sich die Widerstände, welche durch Regulirungsapparate, wie Hähne, Schieber u. s. w. erzeugt werden, sich ebenfalls durch Piezometerstände ausdrücken lassen. Bornemann⁴⁾ dürfte ebenso der erste gewesen sein, welcher darauf hinwies, daß die Piezometer auch zum Wassermessen, d. i. zur Angabe der Wassermengen, welche Röhren

¹⁾ Der etwas großen Schwankungen des Manometers wegen, welches nahe der Wasserkunst aufgestellt war, ist diese Berechnung weniger genau, als eine später folgende, denselben Gegenstand betreffend.

²⁾ Hydraulique, §. 213.

³⁾ Ingenieur-Mechanik. Bd. 1, 5. Auflage, S. 1030.

⁴⁾ Hydrometrie. Freiberg 1849, §. 36.

abführen, benutzt werden können. Die letzteren Formeln gegenwärtigen Paragraphens lassen in der That erkennen, daß die Wassermengen den Quadratwurzeln aus den Piezometerständen proportional sind, demzufolge auch ein graduirtes Piezometer sehr leicht als Wasserscala zu benutzen sein wird.

Die ausgedehnteste Verwendung der Piezometer hat Darcy bei der Wasserleitung in Dijon gemacht, worüber in dem bereits wiederholt citirten Werke: „Les Fontaines publiques de la ville de Dijon“ ausführlich berichtet wird. Von letzterer Arbeit lieferte Bornemann¹⁾ in der unten notirten Zeitschrift einen übersichtlichen Auszug.

Der Verfasser benutzte seiner Zeit (1852) Piezometer zur Bestimmung der Wassermenge, welche in geeigneten Röhren der großen Fontaine der Herrenhäuser Wasserkünste zugeführt wird und worüber schon in der ersten, 1857 erschienenen Auflage seiner Hydrodynamik, S. 413 und S. 431 ff. berichtet wurde.²⁾ In allerjüngster Zeit hat Dr. Lampe³⁾ die Piezometer zu Druckmessungen an der großen Danziger Wasserleitung benutzt, aus denen er mit Hülfe einer von ihm berechneten Tabelle das durch das dortige Hauptrohr (von 0,4185 Meter Durchmesser) in 24 Stunden fließende Wasserquantum bestimmt.

Die Uebereinstimmungen mit den directen Messungen sind recht befriedigend, wie folgende Zusammenstellung erkennen läßt:

Beobachtetes relatives Gefälle $\left(\frac{h}{l}\right)$	Wasserquantum in rhein. Cubikfuß pro 24 Stunden	
	berechnet	beobachtet
0,001630	317800	317400
0,001376	290200	290500
0,0005915	184700	184700

Zweites Capitel.

Wasserleitungssysteme.

§. 168.

In den meisten Fällen der Praxis hat man es bei vorkommenden Rechnungen nicht mit einer einzigen Röhrenleitung von unveränderlichem Durchmesser, sondern in der Regel mit einer Haupttröhre zu thun, welche das Wasser einem ganzen Systeme von Neben- und Zweigröhren zuführt.

Um in einem solchen Falle die Auflösung betreffender Aufgaben, z. B. die Berechnung der verschiedenen Röhrendurchmesser, im vollen Umfange der mathematischen Anforderungen zu bewirken,

¹⁾ Der Civilingenieur. Bd. 4 (1858), S. 124.

²⁾ Man beachte das Beispiel auf der vorigen Seite.

³⁾ Der Civilingenieur. Bd. 19 (1873), S. 4 und S. 106.

gelangt man zu verwickelten Rechnungen, die fast ohne practischen Werth sind¹⁾).

Um den Anforderungen der Ausführungen zu genügen, nimmt man daher zu Annäherungsrechnungen seine Zuflucht, die aufgeführt werden sollen, sobald vorher auf einige besondere, bisher nicht erwähnte Umstände aufmerksam gemacht worden ist.

Wenn nämlich vom Hauptrohre AD , Fig. 186, einer Leitung

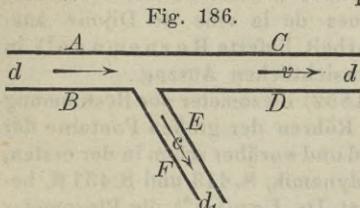


Fig. 186.

ein Zweigrohr EF abgeht, so findet an letzterer Stelle begreiflicher Weise sowohl eine Veränderung der Querschnitte, als auch der Richtung der bewegten Schichten statt, wodurch offenbar Druckhöhenverluste bewirkt werden, deren Größe von der Geschwindigkeit

der Bewegung, dem Durchmesser und dem Richtungswinkel abhängen wird, worüber jedoch zur Zeit die Theorie mindestens keine bestimmte Auskunft zu ertheilen vermag.

Glücklicher Weise sind diese Verluste bei den verhältnißmäßig geringen Geschwindigkeiten, womit sich das Wasser in den gewöhnlichen Leitungen bewegt, sehr gering, und wird man sich daher bis auf Weiteres für practische Rechnungen mit den Resultaten einiger deshalb von Mallet und Génieys²⁾ an den Pariser Wasserleitungen angestellten Beobachtungen begnügen können, wonach der Verlust an Druckhöhe, der durch eine solche Verzweigung (érogation) herbeigeführt wird, ungefähr gleich zweimal der Höhe ist, welche der Geschwindigkeit in der Nebenröhre EF entspricht.

Ist z die durch ein Piezometer gemessene Niveausenkung beim Uebergange von AC nach EF , ist ferner c die Geschwindigkeit in der Abzweigung und v die der Hauptröhre, so hat man nach letzterer Regel:

$$z = \frac{c^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} + 2 \frac{c^2}{2g} = 3 \frac{c^2}{2g} - \frac{v^2}{2g} \cdot 3)$$

Anmerkung. Eine andere Frage, ob nämlich eine Verschiedenheit der Pressungen in der Hauptröhre bei AB oberhalb und bei CD unterhalb der Abzweigung EF stattfindet, hat d'Aubuisson, durch Beobachtung von Piezometern an den betreffenden Stellen, mit Nein beantwortet, d. h. er hatte die betreffenden Piezometerstände bei AB und CD einander gleich gefunden⁴⁾. Indeß läßt die Genauigkeit, womit diese Beobachtungen angestellt wurden, mancherlei zu wünschen übrig.

¹⁾ Unter Andern Eytelwein: „Ueber die Anordnung der Röhrenleitungen mit Verzweigungen und die Bestimmung ihrer Abmessungen unter gegebenen Umständen“. Crelle, Journal für die Baukunst. Bd. 15, S. 297.

²⁾ d'Aubuisson: Traité d'hydraulique. Nr. 218.

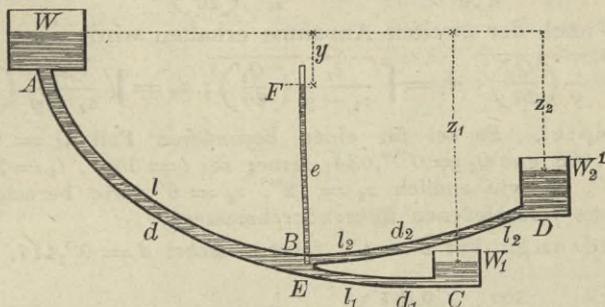
³⁾ Man sehe hierüber auch Bresse: „Cours de mécanique appliquée“. Seconde Partie, Hydraulique, §. 158.

⁴⁾ d'Aubuisson: Traité d'hydraulique. Nr. 219. — Von diesen Gegenständen, so wie von dem ganzen Artikel über Bewegung des Wassers in Röhren der d'Aubuisson'schen Hydraulik, hat Crelle eine deutsche Bearbeitung in seinem Journale für die Baukunst, Bd. 17, S. 289, geliefert.

§. 169.

Wir sind nunmehr im Stande, die erforderlichen Rechnungen (für practische Zwecke) zur Anlage eines ganzen Röhrensystems führen zu können. Als Prototyp hierzu, für den einfachsten Fall, sei AB , Fig. 187, das Hauptrohr einer Leitung von der Länge l

Fig. 187.



und dem Durchmesser d , von welchem Rohre bei B zwei Zweige BC und BD abgeführt werden, deren Längen beziehungsweise l_1 und l_2 mit den Durchmessern d_1 und d_2 sind. Die Abstände der Wasserspiegel der Behälter C und D , in welche die Zweigröhren münden, von der Wasseroberfläche im Hauptbehälter AW , möge beziehungsweise mit z_1 und z_2 bezeichnet werden, während der Piezometerstand bei E , d. i. $BF = e = H - y$ sein mag, wobei H die Tiefe von B unter dem Wasserspiegel in A und y den Verlust an Druckhöhe darstellt, welcher auf der Strecke von A bis E stattfindet. Werden endlich für die drei Röhrenabtheilungen AE , EC und ED die Geschwindigkeiten beziehungsweise mit v , v_1 und v_2 , die Wassermengen mit Q , Q_1 und Q_2 bezeichnet, so ergeben sich, nach dem Früheren, ohne Weiteres folgende Gleichungen:

$$Q = Q_1 + Q_2$$

$$y = \eta \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} \quad \text{und} \quad Q = \frac{1}{4} \pi d^2 v;$$

$$z_1 - y = \eta \frac{l_1}{d_1} \frac{v_1^2}{2g} \quad \text{„} \quad Q_1 = \frac{1}{4} \pi d_1^2 v_1;$$

$$z_2 - y = \eta \frac{l_2}{d_2} \frac{v_2^2}{2g} \quad \text{„} \quad Q_2 = \frac{1}{4} \pi d_2^2 v_2.$$

Sind nun beispielsweise die Wassermengen Q , Q_1 und Q_2 , die Höhen z_1 und z_2 , so wie die Längen l , l_1 und l_2 gegeben, und sollen die Durchmesser d , d_1 und d_2 berechnet werden, so hat man es mit 7 Unbekannten (außer den Durchmessern mit y , v , v_1 und v_2) zu thun, während überhaupt nur 6 Gleichungen vorhanden sind, weshalb die Aufgabe im mathematischen Sinne eine Unbestimmte ist.

Für den practischen Fall, welcher hier verfolgt werden soll, kann man jedoch im Voraus eine der Unbekannten, z. B. die

Geschwindigkeit für die Hauptröhre annehmen, oder auch für y einen geeigneten Werth einführen, in welchem Falle man nur zu beachten nöthig hat, daß y sowohl kleiner wie z_1 , als auch wie z_2 gewählt werden muß.

Nach der ersten Annahme berechnet man also:

$$d^2 = \frac{4Q}{\pi \cdot v}, \text{ findet } y = \frac{l}{d^5} \left(\frac{Q}{20} \right)^2 \text{ u. s. w.,}$$

während nach der zweiten Annahme erhalten wird:

$$d = \sqrt[5]{\frac{l}{y} \left(\frac{Q}{20} \right)^2}; \quad d_1 = \sqrt[5]{\frac{l_1}{z_1 - y} \left(\frac{Q_1}{20} \right)^2}; \quad d_2 = \sqrt[5]{\frac{l_2}{z_2 - y} \left(\frac{Q_2}{20} \right)^2}.$$

Beispiel. Es sei für einen besonderen Fall $Q = 0^{cbm}, 137$; $Q_1 = 0^{cbm}, 103$ und $Q_2 = 0^{cbm}, 034$, ferner sei $l = 300^m$, $l_1 = 200^m$ und $l_2 = 600^m$, so wie endlich $z_1 = 12^m$, $z_2 = 6^m$, wie berechnen sich hiernach die verschiedenen Röhrendurchmesser?

Auflösung. Für $v = 1^m$, folgt zunächst $d = 0^m, 417$. Sodann aber:

$$y = \frac{300}{(0,417)^5} \left(\frac{0,137}{20} \right)^2 = 1^m, 116, \text{ worauf weiter folgt:}$$

$$d_1 = \sqrt[5]{\frac{200}{10,884} \left(\frac{0,103}{20} \right)^2} = 0^m, 2175 \text{ und}$$

$$d_2 = \sqrt[5]{\frac{600}{4,884} \left(\frac{0,034}{20} \right)^2} = 0^m, 2042.$$

§. 170.

Ein anderes Verfahren und für die Praxis in den meisten Fällen völlig ausreichend, zur Berechnung der Durchmesser eines Röhrensystems, ist nachstehendes, wozu wir, des werthvollen Vergleiches wegen, ein Beispiel d'Aubuisson's wählen und dabei unseren höchst einfachen Rechnungsgang den Haupttext bilden lassen, den umständlicheren des genannten Hydraulikers aber in correspondirenden Noten beifügen.

Beispiel. Aus dem Sammelbehälter A, Fig. 188, einer sogenannten Wasserkunst will man Wasser mittelst Röhren an verschiedene Punkte a, b, c, B, C, D etc. einer Stadt, und zwar in Summa pro Secunde $0,060407$ Cubikmeter¹⁾ schaffen; es fragt sich, wie man die

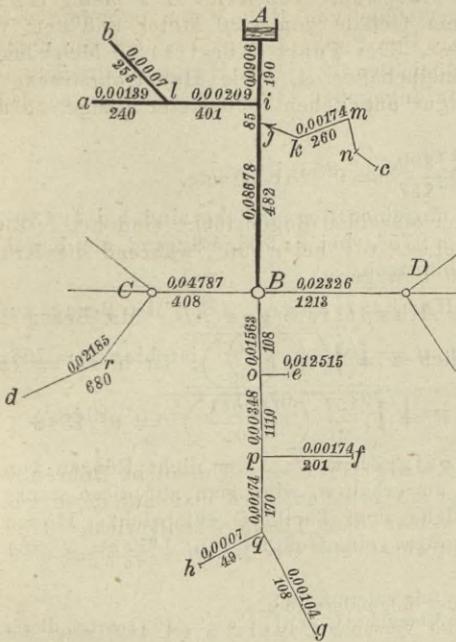
¹⁾ In Darcy's Werke: „Fontaines Publiques“, Pag. 530 und Pag. 556, welches 1856 (also vor 24 Jahren) erschien, wird noch die Quantität Wasser als täglicher Bedarf pro Kopf der Einwohner angegeben:

in London 90 Liter	in Bordeaux 170 Liter
„ Paris 84 „	„ Nantes 60 „
„ Brüssel 80 „	„ Besançon 246 „
„ Lyon 85 „	„ Dijon 240 „

Später rechnete man für London 171 Liter (bei $3\frac{3}{4}$ Millionen Einwohner), für Paris 215 Liter, für Berlin 141 Liter, für Dresden 166 Liter (300000 Einwohner angenommen) etc.

Ingenieur Thiem in seiner Schrift: „Das Wasserwerk der Stadt Nürnberg“,

Fig. 188.



Durchmesser der betreffenden Röhren zu nehmen hat, wenn die Wassermengen der einzelnen Stränge so verlangt werden, wie die nachstehende Tabelle und überdies zur Ergänzung die Figur erkennen läßt, wenn ferner die Längen der einzelnen Röhrenzweige (in der Figur durch ganze Zahlen notirt), so wie die Gefälle durch ein entsprechendes Nivellement in nebenbemerkter Weise gegeben und ermittelt sind?

Auflösung. Zuerst werde bemerkt, daß wir (nach §. 162) die zu vertheilende Wassermenge um die Hälfte größer nehmen, also in die Rechnung das Quantum einführen: $0,060407 + 0,030203 = 0,09061$ Cubikmeter pro Secunde. Weitere Anhaltspunkte und Angaben folgen aus der Tabelle:

Ausgüßtiefe unter dem Wasserspiegel in A (Meter)		Auszugießende Wassermenge pro Sec. (Cubikmet.)	Röhrenlängen (Meter)	Bemerkungen
a	8,10	0,00139	$\overline{AB} = 757$	Bei d soll eine Fontaine von 7 ^m ,5 Sprunghöhe angeordnet werden.
b	10,30	0,00070	$\overline{ia} = 641$	
c	16,80	0,00174	$\overline{ib} = 255$	
C	2,90	0,02604	$\overline{jc} = 260$	
d	11,80	0,02185	$BC = 405$	Bei e eine andere, ein Strahlenbouquet aus 7 Zweigen von 5 ^m ,8 üb. d. Straßenpflaster daselbst.
D	3,20	0,02326	$Cd = 680$	
e	8,30	0,01215	$BD = 1213$	
f	8,80	0,00174	$Bo = 108$	
g	9,80	0,00104	$op = 281$	
h	9,50	0,00070	$pf = 201$	
			$qg = 108$	
			$qh = 49$	
Summe:		0,09061		

Leipzig 1879, theilt S. 5 mit, daß für deutsche Städte, von und über 100000 Einwohnern, der Maximalconsum, wonach neue Anlagen zu entwerfen sind, pro Tag und Kopf zu 150 Liter anzunehmen sei.

Beim neuen Wasserwerke der Stadt Hannover hat man einen Consum von 25000 Cubikmeter in 24 Stunden angenommen; setzt man daher auch hier den täglichen Bedarf pro Kopf = 150 Liter, so würde dies einer Einwohnerzahl von ca. 170000 genügen. Ausführliches hierüber enthält Ingenieur Grahn's 1878 erschienenes Werk: „Die städtischen Wasserversorgungen“.

Außerdem hat man dem Hauptrohre von A bis B 1 Meter Gefälle zugetheilt, dem Zweige \overline{BC} ein Gefälle von 1,90 Meter und dem von Cd ein Gefälle von 1,40 Meter. Der Punkt d liegt 11,80 Meter unter dem Wasserspiegel im Sammelbehälter A . Die Hauptrohrstrecke Ai (Fig. 188) hat, wie in der Figur angegeben, 190 Meter Länge, so daß für diese Strecke

$$\frac{h}{l} = 1^m,0 \frac{190}{757} = 0^m,251 \text{ ist etc.}$$

Die Krümmungswinkel der einzelnen Bogenstücke sind bei $l:130^\circ$, bei $k:140^\circ$, bei $m:110^\circ$, bei $n:75^\circ$, bei $r:90^\circ$, während die Krümmungshalbmesser überall $3^m,0$ betragen.

I. Durchmesser des Hauptstranges \overline{AB} . Mit Bezug auf die Formel des §. 162, nämlich $d = \sqrt[5]{\frac{l}{h} \left(\frac{Q}{20}\right)^2}$ ist hier $l = 757$, $h = 1,0$, $Q = 0,09061$, also $d = \sqrt[5]{\frac{757}{1} \left(\frac{0,09061}{20}\right)^2} = 0^m,4348^1$.

II. Berechnung der Zweigröhre ia . Um nicht Röhren von zu verschiedenem Durchmesser zu erhalten, wird man auf diese ganze Strecke eine Weite wählen, welche dem Theile il entspricht. Hierzu hat der Theil Ai des Hauptrohres ein Gefälle von $\frac{1,90}{757} = 0^m,251$

¹⁾ d'Aubuisson rechnet hier folgendermaßen:

Mit besonderer Beachtung der Versuche Couplet's (S. 499) setzt dieser Hydrauliker:

$$h_1 = 0,051 \cdot v^2 + 0,00137 \cdot \frac{l}{d} (v^2 + 0,055 \cdot v),$$

so wie, wenn $v = \frac{4Q}{d^2\pi}$ gesetzt wird:

$$h_1 = 0,08264 \frac{Q^2}{d^4} + 0,002221 \frac{l}{d^5} (Q^2 + 0,0432 \cdot Q \cdot d^2),$$

oder genau genug:

$$h_1 = 0,002221 \left(\frac{Q^2}{d^5} + \frac{0,0432 \cdot Q}{d^3} \right) \cdot l.$$

Daher nach Setzung obiger Werthe:

$$h_1 = \frac{0,0138}{d^5} + \frac{0,00658}{d^3}.$$

Hierzu ist aber rechts noch der Verlust $= h_2$ an Druckhöhe zu fügen, welcher dadurch entsteht, daß beim Herabsteigen der Hauptröhre von A in die Horizontale ein Bogen mit zwei Anprallungswinkeln, jeder von $22^\circ 30'$, gebildet wird, und weshalb nach Ia, §. 165, ist:

$$h_2 = 0,02 \frac{Q^2}{d^4} \Sigma (\sin \varphi^2) = \frac{0,0000481}{d^4}.$$

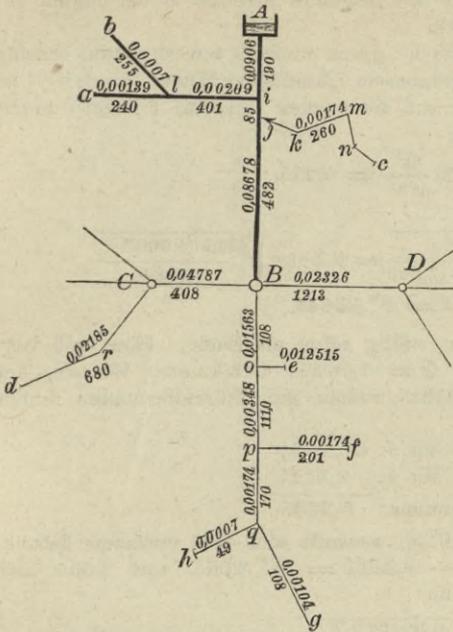
Sonach, weil $h_1 + h_2 = 1^m,0$ auch:

$$1 = \frac{0,0138}{d^5} + \frac{0,00658}{d^3} + \frac{0,0000481}{d^4}.$$

Eine erste Annäherungsrechnung liefert $d = 0^m,431$, woraus sodann, nach und nach, in bekannter Weise, endlich gefunden wird:

$$d = 0^m,432.$$

Fig. 188.



und a liegt $8^m,1$ unter A , so daß als wirksame Druckhöhe verbleibt: $8,1 - 0,251 = 7^m,849$. Berechnet man hiernach mittelst der unter I. gebrauchten Formel einen Röhrendurchmesser und sodann die Geschwindigkeit, womit sich das Wasser in der Röhre bewegt, so ergibt sich $v = 0^m,669$ u. daher $\frac{v^2}{2g} = 0,02282$.

Wegen der Abzweigung bei A und der Geschwindigkeitserzeugung ziehen wir nach §. 168, S. 532, die dreifache Geschwindigkeitshöhe, das ist $3 \cdot 0,02282 = 0,06846$ von $7,849$ ab, so daß als Druckhöhe noch übrig bleibt: $7^m,78$. Da nun der Ausguß bei a durch einen kurzen cylindrischen Ansatz von $\delta = 0^m,04$ Durchmesser erfolgen soll (Ausflußcoefficient $\mu = 0,82$), so liefert die Gleichung III, S. 507:

$$d = 0,3018 \sqrt[5]{\frac{lQ^2}{7,78 - 0,082 \frac{Q^2}{\mu^2 \delta^4}}}, \quad d = 0,3018 \sqrt[5]{\frac{lQ^2}{7,78 - 0,208}} = 0,3018 \sqrt[5]{\frac{641(0,00209)^2}{7,572}}$$

d. i.: $d = 0^m,06212$.¹⁾

III. Nebenzweig lb . Es liegt b bekanntlich $10^m,30$ unter A . Hiervon ab das Gefälle von A bis i , d. i. $0^m,251$, bleiben übrig:

$$10^m,30 - 0^m,251 = 10^m,049.$$

¹⁾ d'Aubuisson berechnet:

$$\left. \begin{array}{l} \text{für Röhrenwiderstände eine Druckhöhe} = 0^m,2502 \\ \text{wegen des Winkels bei } l: \quad \quad \quad = 0^m,0014 \end{array} \right\} = 0^m,2516.$$

Ferner:

$$\left. \begin{array}{l} \text{zur Erzeugung der Geschwindigkeit in der Röhre: } 0^m,0195, \\ \text{„ „ „ Austrittsgeschwindigkeit: } \quad \quad \quad 0^m,0210. \end{array} \right\}$$

Veranschlagt den Verlust wegen der Vertheilung bei i zu: $\frac{0,000000722}{d^4}$

und setzt endlich:

$$8,1 = 0,3516 + 0,0195 + \left(\frac{0,000006226}{d^5} + \frac{0,000128}{d^3} \right) + \frac{0,000000722}{d^4} + 0,021,$$

woraus er findet: $d = 0^m,0615$.

Ferner betrug das Gefälle von i bis a : 7,85 und daher von i bis l : $\frac{4,91}{6,41} \cdot 7,85 = 4^m,91$. Für die fragliche Strecke lb verbleiben sonach: $10,049 - 4,91 = 5^m,139$.

Der Ausguß bei l soll durch einen conisch convergenten Ansatz von $\delta = 0^m,021$ Mündungsdurchmesser (Ausflußcoefficient $= 0,90$) erfolgen, wehalb wir (mit Bezug auf die vorher benutzte Formel) zuerst berechnen:

$$0,0820 \frac{Q^2}{\mu^2 \delta^4} = 0,255$$

und daher erhalten:

$$d = 0,3018 \sqrt[5]{\frac{lQ^2}{5,139 - 0,255}} = 0,3018 \sqrt[5]{\frac{255 (0,0007)^2}{4,884}},$$

d. i.: $d = 0^m,03644$.¹⁾

IV. Abzweigung $jkmc$, völlig offen am Ende. Hier soll fortgeführt werden pro Secunde: $Q = 0,00174$ Cubikmeter Wasser, bei $l = 260^m$ und bei einer Druckhöhe, welche sich folgendermaßen finden läßt. Es beträgt das Gefälle:

von A bis i : $0^m,2510$
 von i bis j : $0,1125$
 Summa: $0,3635$.

Es liegt aber c unter A : $16^m,8$, weshalb sich eine wirksame Druckhöhe für jc ergibt von: $16,8 - 0,3635 = 16^m,4365$, und daher sich der Durchmesser d berechnet zu:

$$d = \sqrt[5]{\frac{260}{16,436} \left(\frac{0,00174}{20}\right)^2} = 0^m,04127$$

¹⁾ d'Aubuisson rechnet hier wie Nachstehend. Nach den Resultaten in der Note unter Nr. II. ergibt sich für die Strecke von A bis i :

ein Verlust an Druckhöhe	$0^m,2516$	
Für il findet er		}
Druckhöhenverlust wegen Röhrenwiderstände $4^m,7670$		
Druckhöhenverlust wegen Vertheilung	$0,0503$	
Druckhöhenverlust wegen Richtungsveränder. $0,0195$	$= 4,8368$	
Höhe zur Erzeugung der Geschwindigkeit in der Nebenleitung	$0,0251$	
Höhe zur Erzeugung der Ausflußgeschwindigkeit bei b	$0,2572$	
	$5^m,3707$	

Daher verbleiben von $10^m,3$ als wirksame Druckhöhe $10,30 - 5,3707 = 4^m,9293$, weshalb unter Berücksichtigung von Röhrenwiderstand und Vertheilung bei dem Zweige lb erhalten wird:

$$4,929 - \left(\frac{0,0000002788}{d^5} + \frac{0,000000081}{d^4} + \frac{0,0000171}{d^3} \right) = 0,$$

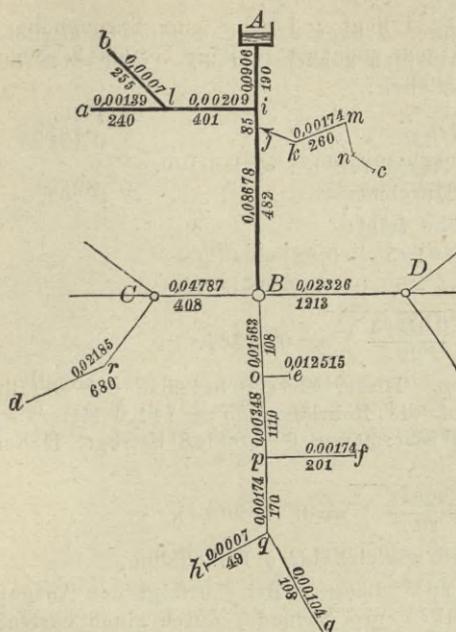
woraus aber folgt: $d = 0^m,0362$.

²⁾ d'Aubuisson rechnet hier wegen Vertheilung und Geschwindigkeits-erzeugung die dreifache der Geschwindigkeit v entsprechende Druckhöhe, d. i.:

$3 \times 0,0826 \frac{Q^2}{d^4}$. Für Gesamtwiderstände von A bis j : $0^m,385$ und setzt dann:

$$16,42 - \left(\frac{0,000001748}{d^5} + \frac{0,0000434}{d^4} + \frac{0,000000751}{d^3} + \frac{0,0000000606 \cdot s^2}{d^4} \right) = 0,$$

Fig. 188.



V. Hauptseitenstrang BC. Hier ist $l=405^m$, $h=1^m,9$ und $Q=0^{cbm},04789$ und daher

$$d = \sqrt[5]{\frac{405}{1,9} \left(\frac{0,04789}{20} \right)^2} = 0^m,2614.^1)$$

VI. Seitenzweig Crd: $l=680^m$, $Q=0^{cbm},02185$. Das wirksame Gefälle berechnet sich folgendermaßen. Es liegt d unter A : $11^m,80$ und bei d soll sich ein Wasserstrahl $7^m,5$ über das Steinpflaster erheben, weshalb verbleiben $1180 = 7,50 = 4^m,30$. Außerdem ist Gefälle von A bis B : 1^m und von B bis C : $1^m,9$, in Summa also $2^m,90$.

Es ergibt sich daher überhaupt eine wirksame Druckhöhe von $4^m,30 - 2,90 = 1^m,40$. Da der Durchmesser des Mündungsstückes an der Sprungöffnung (bei d'Aubuisson) nicht weiter bezeichnet ist,

alle übrigen passiven Widerstände ihrer Kleinheit wegen vernachlässigt werden können, so berechnet sich der Röhrendurchmesser für diese Strecke ohne Weiteres zu:

$$d = \sqrt[5]{\frac{680}{1,4} \left(\frac{0,02185}{20} \right)^2} = 0^m,2252.^2)$$

VII. Hauptstrangtheil BD: $l=1213^m$, $h=2^m,2$ und $Q=0^{cbm},02326$. Hier berechnet sich ohne Weiteres der Röhrendurchmesser zu:

$$d = \sqrt[5]{\frac{1213}{2,2} \left(\frac{0,02326}{20} \right)^2},$$

d. i. zu $d = 0^m,2369.^3)$

wobei das vorletzte Glied der Parenthese den Widerstand wegen Vertheilung etc. bezeichnet, das letzte Glied aber den vorhandenen Reflexionswinkeln entspricht. Durch Vernachlässigung des letzten Gliedes berechnet d'Aubuisson zuerst: $d = 0^m,04078$. Mit Hilfe dieses Durchmessers findet er dann nach bekannter Methode (§. 165), daß die Strecke (wegen $\angle k=140^\circ$, $\angle m=110^\circ$ und $\angle n=75^\circ$) 16 Reflexionswinkel, jeden von $6^\circ 41'$, enthält und sonach:

$$s^2 = \Sigma \sin \varphi^2 = 16 \cdot \sin (6^\circ 41')^2 = 0,2168$$

ist, der Röhrendurchmesser aber sich durch weiteres Rechnen findet:

$$d = 0^m,04078.$$

1) d'Aubuisson findet: $d = 0^m,260$.
 2) d'Aubuisson berechnet: $d = 0^m,2250$.
 3) Nach d'Aubuisson: $d = 0^m,235$.

VIII. Hauptrohrtheil Bo , pro Secunde $Q=0,01563$ Cubikmeter Wasser führend, bei $l=108^m,0$.

Da e bekanntlich $8^m,30$ unter A liegt und bei e eine Sprunghöhe von $5^m,8$ erwartet wird, so verbleiben zunächst: $8,30 - 5,80 = 2^m,50$. Hiervon sind jedoch noch abzuziehen:

das Gefälle von A bis B	1 ^m ,0
die Geschwindigkeitshöhe in AB	0 ^m ,0195
die Widerstandshöhe von 7 Ausgüssen bei e , jeder von 12 ^m Länge und 0 ^m ,04 Durchmesser	0 ^m ,82,

weshalb die wirksame Druckhöhe folgt:

$$2,5 - (1 + 0,0195 + 0,82) = 0^m,66$$

und der Durchmesser der Röhre Bo sich berechnet zu:

$$d = \sqrt[5]{\frac{108}{0,66} \left(\frac{0,01563}{20}\right)^2} = 0^m,1584.^1)$$

IX. Hauptrohrtheil op . Dieser Strecke hat man das Gefälle 2,14 Meter zugetheilt, während die Rohrlänge $\overline{op} = 111,0$ Meter ist und die secundlich geforderte Wassermenge $0^{cbm},00348$ beträgt. Daher ergibt sich:

$$d = \sqrt[5]{\frac{111}{2,14} \left(\frac{0,00348}{20}\right)^2} = 0^m,06906.^2)$$

Letzterer Durchmesser wird zugleich bis q beibehalten.

X. Zweigrohr pf von 201^m Länge. Bei f erfolgt der Ausguß der Wassermenge, $Q = 0^{cbm},00174$ pro Secunde, durch einen conisch convergenten Ansatz von $\delta = 0^m,02$ Mündungsdurchmesser ($\mu = 0,90$). Die wirksame Druckhöhe berechnet sich leicht also:

Gefälle von A bis B : 1 ^m ,00	}	Da nun f $8^m,8$ unter A liegt, so ergibt sich $h = 8,8 - 3,8 = 5,0$.
" " B " o : 0,66		
" " o " p : 2,14		

Daher:

$$d = 0,3018 \sqrt[5]{\frac{201 \cdot (0,00174)^2}{5 - \frac{(0,00174)^2}{(0,09)^2 \cdot (0,02)^4}}} = 0,3018 \sqrt[5]{\frac{201 \cdot (0,00174)^2}{3,071}},$$

d. i.: $d = 0,05484.^3)$

XI. Zweigrohr gg . Hier ist $Q = 0^{cbm},00104$, $l = 108^m$. Der Ausguß erfolgt durch ein conisch convergentes Ansatzrohr von $0^m,015$ Mündungsdurchmesser ($\mu = 0,9$). Das Gefälle von A bis g beträgt $4^m,68$, während g um $9^m,8$ unter A liegt, folglich wirksam bleiben:

$$9,8 - 4,68 = 5^m,12.$$

Es berechnet sich demnach, da $0,0820 \frac{Q^2}{\mu^2 \delta^4} = 2,179$ ist:

$$d = 0,3018 \sqrt[5]{\frac{108 (0,00104)^2}{5,12 - 2,179}} = 0^m,03953.^4)$$

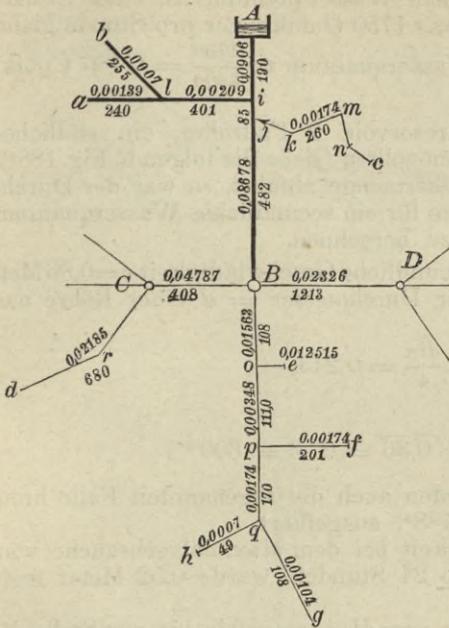
¹⁾ Nach d'Aubuisson: $d = 0^m,1564$.

²⁾ d'Aubuisson findet: $0^m,0683$.

³⁾ Nach d'Aubuisson: $d = 0^m,0544$.

⁴⁾ d'Aubuisson berechnet: $d = 0^m,0392$.

Fig. 188.



XII. Zweigrohr *qh*. Der Ausguß von $Q = 0^{cbm},0007$ pro Secunde erfolgt bei *h* durch eine dünne Platte von $0^m,014$ Durchmesser ($\mu=0,62$), ferner ist $l = 49^m,0$ und liegt *h* unter *A*: $9^m,50$, weshalb (nach XI) die wirksame Druckhöhe $9,50 - 4,68 = 4^m,82$ ist. Da sich nun berechnet:

$$0,0820 \frac{Q^2}{\mu^{284}} = 2,715,$$

so findet sich:

$$d = 0,3018 \sqrt[5]{\frac{49 \cdot (0,0007)^2}{4,82 - 2,715}} = 0^m,03091.^1)$$

Anmerkung. Für den Zweck der practischen Ausführung wird man die Durchmesser der Leitung vorstehenden Beispieles vielleicht am besten nehmen: $0^m,45$, $0^m,30$, $0^m,15$, $0^m,08$ und $0^m,05$.

d'Aubuisson wandte für öffentliche Zwecke nie engere

(gußeiserne) Röhren als solche von $0^m,05$ Durchmesser an.

§. 171.

Als zweites practisches Beispiel, zur Berechnung der Dimensionen städtischer Wasserleitungen, benutzt der Verfasser nachstehende Notizen und Daten, welche sich auf die Berechnung der neuen Wasserkunst der Stadt Hannover beziehen und die er der Güte des Herrn Ingenieurs Halbertsma, eines ehemaligen Studierenden der Hannoverschen Technischen Hochschule, verdankt, der bei den betreffenden Entwürfen betheilt war²⁾.

Wie bereits oben (S. 535, Note) erwähnt, wurde dies neue Werk für ein Wasserquantum von 25000 Cubikmetern pro 24 Stunden berechnet³⁾.

¹⁾ d'Aubuisson findet: $d = 0^m,0306$.

²⁾ Ausführliches über das neue Wasserwerk der Stadt Hannover liefert ein Bericht des Herrn Stadtbaumeisters, Oberbaurath Berg, welcher sich abgedruckt findet in der Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins zu Hannover. Bd. XXIII (1877), S. 398—406.

³⁾ Das aus horizontalen Brunnen (Sammelrohr-Strängen) gewonnene Wasser wird mittelst Dampfmaschinen in Röhren von 600 Millimeter Durchmesser und von 2300 Meter Länge auf die Höhe von 48,664 Meter gefördert, wozu die Pumpen zusammen 219 effective Maschinenpferdekräfte entwickeln müssen. Der Sicherheit wegen hat man angenommen, daß die Förderung von 25000 Cubikmetern in 24 Stunden durch zwei Röhrenstränge geschehen kann.

Zuerst wurde hierbei angenommen, daß beim stärksten Consum 7 Procent des ganzen täglichen Wasserquantums in einer Stunde verbraucht werden können, was 1750 Cubikmeter pro Stunde giebt, so daß sich das secundliche Wasserquantum zu $\frac{1750}{3600} = 0,486$ Cubikmeter berechnet.

Da nun aus dem Hochreservoir 2 Fallrohre, ein südliches und ein nördliches, hervorgehen sollten (siehe die folgende Fig. 188^a), wovon jedes eine gleiche Wassermenge abführt, so war der Durchmesser eines jeden dieser Rohre für ein secundliches Wasserquantum von $Q = 0,243$ Cubikmeter zu berechnen.

Hierzu wurde als größte secundliche Geschwindigkeit $v = 0,86$ Met. angenommen, so daß sich der Durchmesser $= d$ einer Röhre aus der Gleichung ergab:

$$0,86 \cdot \frac{d^2 \pi}{4} = 0,243,$$

woraus sich ergibt:

$$d = \sqrt{\frac{243}{675}} = \sqrt{0,36} = 0^m,6 = 600^{mm}.$$

In letzteren Dimensionen wurden auch die sogenannten Fallröhren und Hauptröhren MN , Fig. 188^a, ausgeführt.

Als mittlere Geschwindigkeit bei dem Maximalverbrauche von 25000 Cubikmeter Wasser pro 24 Stunden, wurde 0,52 Meter festgesetzt.

Die Länge einer Leitung vom Hochreservoir bis zur Stelle M , Fig. 188^a, d. i. bis zur Ecke der großen Packhofstraße und Georgstraße, beträgt 3850 Meter ($= l$), während der Boden des Hochreservoirs (auf dem Lindener Berge) 33 Meter über der Oberkante des Canalschachtes hinter dem Theater liegt und der mittlere Wasserstand im Reservoir 3 Meter ist, so daß die Höhe des mittleren Wasserstandes über dem Steinpflaster bei M (Fig. 188^a) beträgt $H = 36$ Meter.

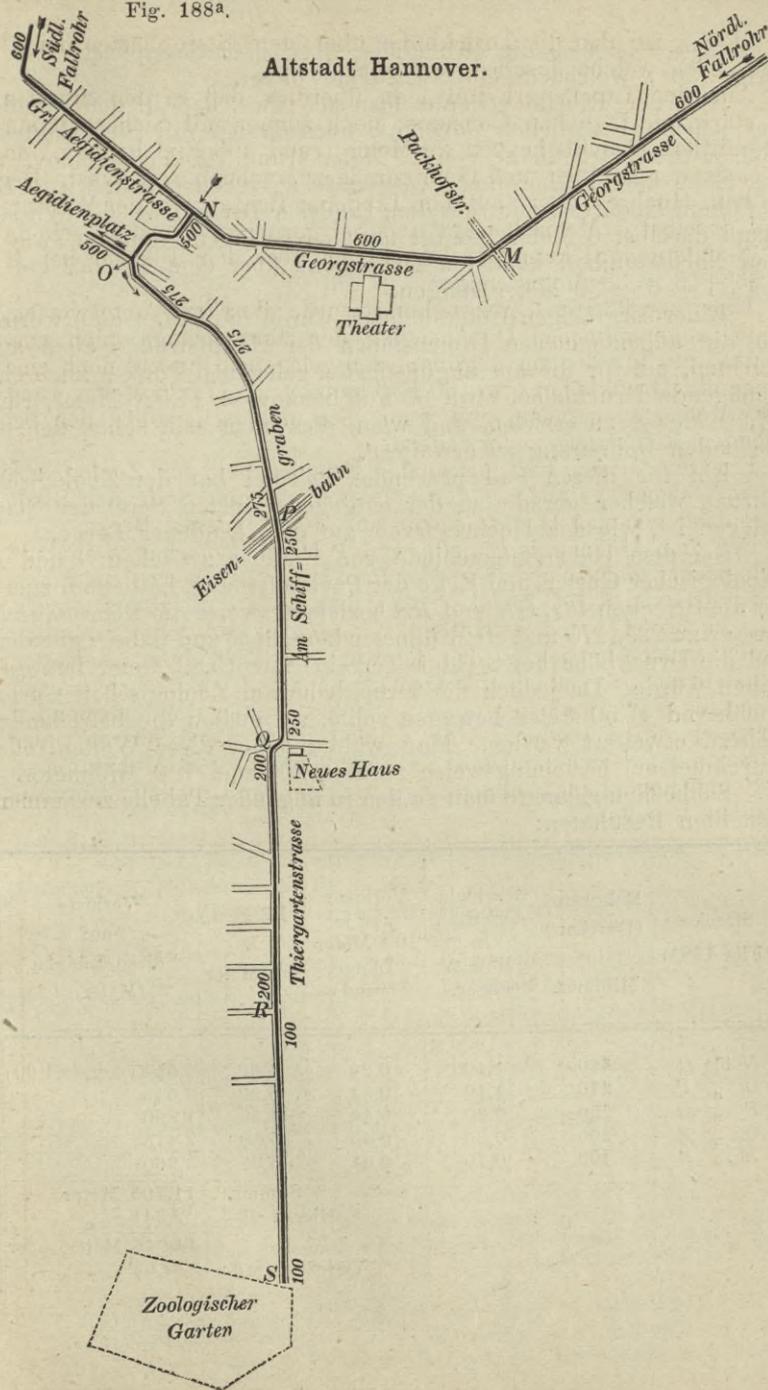
Diesen Annahmen entsprechend und ferner unter der Voraussetzung, daß die Weisbach'schen Widerstandscoefficienten (S. 496) um 20 Procent vergrößert wurden, weil Weisbach nur ganz neue (völlig reine) Röhren voraussetzte und die hier erforderlichen Berechnungen eine dauerhafte Gültigkeit erhalten mußten, entwarf Herr Halbertsma für die Druckhöhenverluste $= z$, mit Hülfe der Weisbach'schen Formel

$$z = \eta \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g},$$

folgende Tabelle:

	η dafür	$1,2\eta$	$\frac{v^2}{2g}$	z	H	$H - z$
$0^m,52$ dafür $0^m,50$	0,0278	daf. 0,03336	0,012742	$2^m,726$	36^m	$33^m,274$
$0^m,86$ „ $0^m,85$	0,0247	„ 0,02964	0,036825	$6^m,995$	36^m	$29^m,005$

Fig. 188a.



$H - z$ ist also die Druckhöhe über dem Steinpflaster bei M (Fig. 188^a), welche daselbst verfügbar bleibt.

Aus der Tabelle erkennt man überdies, daß in den Stunden des stärksten täglichen Consums, noch immer mit Sicherheit auf eine mittlere Druckhöhe von 29 Meter (rund 100 Fuß hannov.) an der Ecke der Packhof- und Georgstraße zu rechnen sein wird. Bei gefülltem Hochreservoir (auf dem Lindener Berge), wo der Wasserstand daselbst 6 Meter beträgt und bei geringem Consum (wie in den Nachtstunden) kann die Druckhöhe über dem Pflaster bei M bis $33 + 6 = 39$ Meter steigen.

Einer sorgfältigen Untersuchung wurde die Frage unterworfen, ob die angenommenen Dimensionen der Hauptstränge auch ausreichten, um für die am ungünstigsten gelegenen Punkte noch eine genügende Druckhöhe, etwa 60 Fuß hannov. = 17,526 Meter, rund 17,50 Meter, zu erzielen, und wenn dies nicht sein sollte, den betreffenden Rohrstrang zu erweitern.

Ein für diesen Fall passendes Beispiel bot der Zoologische Garten, welcher gerade an der entgegengesetzten Seite der Stadt gelegen ist, wie das Hochreservoir auf dem Lindener Berge.

Bei dem Höhenunterschiede von 1 Meter zwischen S und M (Zoologischer Garten und Ecke der Packhofstraße), hatte man zuerst für die Strecken PQ , QR und RS beziehungsweise die Röhrendurchmesser zu 225, 175 und 80 Millimeter berechnet und dabei gefunden, daß die Druckhöhe bei S (über Terrain) nur 15,82 Meter betragen haben würde. Da jedoch die Druckhöhe am Zoologischen Garten annähernd 17,50 Meter betragen sollte, so mußten die betreffenden Röhren erweitert werden. Man wählte daher diese Weiten (oder Durchmesser) beziehungsweise zu 250, 200 und 100 Millimeter.

Schließlich gelangte man zu den in folgender Tabelle zusammengestellten Resultaten:

Strecke (Fig. 188 ^a)	Rohrweite (Durchm.) in Millimet.	Geschwin- digkeiten in Metern (abger.)	Verluste auf je 100 Meter Länge (rund)	Längen à 100 Meter	Verluste auf diese Längen (Meter)
N bis O	500	1,10	0,29	1,90	0,551 (= 0,29.1,90)
O " P	275	1,10	0,51	6,90	3,519
P " Q	250	0,90	0,40	4,50	1,800
Q " R	200	0,85	0,45	5,50	2,475
R " S	100	0,70	0,64	5,25	3,360
				Summa:	11,705 Meter
				Hierzu $20 \frac{0}{0}$	2,341 "
					14,046 Meter, oder
				Verlust rund:	14,05 "

Es beträgt aber die Druckhöhe über dem Terrain bei M : 30,16 Met
 Der Druckverlust von N bis S ist 14,05 „
 Folglich bleibt an Druckhöhe bei S über dem Terrain
 bei M 16,11 Met.
 Da nun das Terrain bei S tiefer liegt als das bei M um 1,00 „
 So erhält man als Druckhöhe bei S über dem dortigen
 Terrain 17,11 Met.

Letzterer Werth differirt so wenig von den gewünschten 17,50 Meter, daß hiermit die Aufgabe, den Bedingungen gemäß, als gelöst betrachtet werden konnte.

§. 172.

Noch ist ein, nach Wissen des Verfassers zuerst von Bresse¹⁾ erörtertes Verfahren zur Ermittlung des Röhrendurchmessers einer Stadt-Wasserleitung zu erwähnen, welches darin besteht, für jede bestimmte Strecke diese Durchmesser so zu wählen, daß die gesammten Anlagekosten die möglichst Kleinsten werden.

Indem zur erforderlichen Umfangsbeschränkung gegenwärtigen Buches, hinsichtlich der allgemeinen Behandlung dieses Gegenstandes, auf die Hydraulik des vorgenannten Autors, so wie auf desfallsige Arbeiten Grashof's²⁾ und Thiem's³⁾ verwiesen werden muß, beschränken wir uns auf einen speciellen Fall (auf ein Zahlenbeispiel), nämlich auf die nach diesem Verfahren geführte Rechnung des Bauraths Gerstner zur Ermittlung des Hauptrohrdurchmessers für die Wasserleitung des Großherzogl. Schlosses in Karlsruhe⁴⁾.

Die betreffenden Gesamtkosten = K setzten sich aus folgenden drei zusammen:

1) Aus den Anlagekosten = A der Dampfmaschine, Kessel, Schornstein, Fundamente etc.

2) Aus dem Brennmaterialaufwande = B der Dampfmaschine und Zubehör.

3) Aus den Anlagekosten der Röhrenleitung und den betreffenden Nebenkosten (Verlegung der Röhren etc.).

Es werden demnach die Gesamtkosten dargestellt durch

$$K = A + B + C.$$

Die hierbei in Rechnung zu bringende secundliche Wassermenge betrug $Q = 0,75$ Cubikfuß badisch = $0,75 \cdot 0,027 = 0,02025$ Cubikmeter. Die zugehörige Röhrenlänge war $l = 3250$ badisch = 975,0 Meter:

¹⁾ Hydraulique etc., §. 60 und §. 64. An ersterer Stelle wird erwähnt, daß sich die Anlagekosten der Pariser Wasserleitung pro laufenden Meter auf nahezu 100 d Franken belaufen, wenn d den Röhrendurchmesser in Metern bezeichnet.

²⁾ Theoretische Maschinenlehre, Bd. 1, S. 528.

³⁾ Thiem, Die Wasserwerke der Stadt Nürnberg. Leipzig 1879, S. 46 etc.

⁴⁾ Großherzogl. Hof-Wasserwerk zu Karlsruhe, entworfen und ausgeführt von Obermüller und Gerstner. Karlsruhe 1871. Groß-Folio, mit 30 Blatt Abbildungen.

Um A als Function des Röhrendurchmessers $= d$ auszudrücken, hat man zuerst nach Dupuit (S. 504) für die zur Ueberwindung der Bewegungshindernisse erforderliche Druckhöhe $= z$:

$$z = \frac{l}{d^5} \frac{Q^2}{400},$$

so wie die correspondirende Zahl von Maschinenpferdekraften $= N$ (à 75 Meterkilogr. pro Secunde):

$$N = \frac{1000}{75} \cdot Q \cdot z = 13,33 Qz, \text{ d. i.}$$

$$N = 13,33 \cdot \frac{l}{d^5} \cdot \frac{Q^3}{400},$$

daher wegen $l = 975$ und $Q = 0,02025$

$$(1) \quad N = \frac{0,00054}{d^5}.$$

Rechnet man nun (wie in unserer Quelle) die Anlagekosten pro Maschinenpferdekraft zu

$$600 \text{ Gulden rhn.} = 600 \cdot \frac{1^2}{7} = 1028,6^1) \text{ Mark,}$$

so ergibt sich:

$$(2) \quad A = \frac{1028,6 \cdot 0,00054}{d^5} = \frac{0,555}{d^5} \text{ Mark.}$$

Veranschlagt man ferner (wiederum mit Gerstner), daß jede Maschinenpferdekraft in 12 Stunden 27 Kreuzer ($2\frac{1}{4}$ Kreuzer pro Stunde) an Brennmaterial bedarf, so macht dies pro Jahr (da die genannte Wasserkunst ununterbrochen in Thätigkeit bleiben muß)

$$\frac{27 \cdot 365}{60} = 164,25 \text{ Gulden, oder } 281,57 \text{ Mark. Letztere Summe zu } 5\frac{9}{10}$$

capitalisirt, giebt für N Maschinenpferde $5631 \cdot N$, daher, wegen (1):

$$(3) \quad B = \frac{3,04}{d^5} \cdot \text{Mark.}$$

Werden dann (drittens) die Anlagekosten (inbegriffen alle Nebenkosten) der Leitung einfach dem Rohrdurchmesser proportional gesetzt, und zwar (abermals mit Gerstner) für den laufenden Fuß Leitung bei 1 Zoll Rohrdurchmesser zu 1 Gulden 6 Kreuzer, so erhält man, nach ausgeführter Reduction auf Metermaß und Mark:²⁾

$$(4) \quad C = 204262,5 d \cdot \text{Mark.}$$

¹⁾ 35 Kreuzer rhn. = 1 Mark gerechnet, daher:

$$1 \text{ Gulden rhn.} = \frac{60}{35} = \frac{12}{7} \text{ Mark.}$$

²⁾ Es ergibt sich nämlich:

$$\begin{array}{l} 66 \text{ Kreuzer für je } 30 \text{ Millim., d. i.} \\ 22 \text{ " " " } 10 \text{ " folglich} \\ \text{pro Meter Durchmesser } 2200 \text{ Kreuzer} = 62,85 \text{ Mark.} \end{array}$$

Da nun der badische Fuß $= 0,3$ ist, so folgt $\frac{62,85}{0,3} = \frac{628,5}{3} = 209,5$ Mark pro

Meter Länge, also für 975 Meter:

$$975 \cdot 209,5 = 204262,5 \text{ Mark.}$$

Sodann ergibt sich:

$$K = \frac{0,555}{d^5} + \frac{3,04}{d^5} + 204262,5 \cdot d,$$

wofür man auch schreiben kann:

$$K = \frac{a}{d^5} + \frac{b}{d^5} + c \cdot d.$$

Dieser Werth wird aber ein Kleinstes für

$$d = \sqrt[6]{\frac{5(a+b)}{c}},$$

also in Zahlen ausgedrückt für

$$d = \sqrt[6]{\frac{17,975}{204262,5}} = 0,2114 \text{ Meter.}$$

Die Ausführung dieser Hauptleitung wurde beschafft für

$$d = 0,195 \text{ Meter}^1).$$

§. 173.

Bewegung des Wassers durch künstliche Sandfilter²⁾.

Bei dem höchst schwachen Fundamente, worauf gegenwärtig die technische Hydrodynamik noch beruht, ist es natürlich, daß die Gesetze der Bewegung des (unreinen) Wassers durch künstliche Sandfilter, zum Zwecke der Reinigung von mechanisch beigemengten Stoffen, zur Zeit noch derartig wenig bekannt sind, daß man sich für practische Anwendungen einfach mit Erfahrungsergebnissen und daraus abgeleiteten, also mehr oder weniger empirischen Formeln begnügen muß.

Der bereits wiederholt rühmlich genannte französische Ingenieur Darcy war der erste, der sich bemühte, auf experimentellem Wege die Gesetze für den Durchgang des Wassers durch künstliche Filter aufzufinden³⁾.

Darcy gelangte dabei vor Allem zu der Formel:

$$(1) \quad Q = k \frac{H}{e} \cdot F,$$

worin Q die pro Zeiteinheit filtrirte Wassermenge, H die Differenz der Wasserspiegel über und unter dem Filter, also die wirksame Druckhöhe, e die Dicke des Filters und k einen Coefficienten bezeichnet, der von der Durchlässigkeit und Beschaffenheit des Filtermaterials abhängt.

Bezeichnet ferner v die mittlere Geschwindigkeit im Filter und F_1 den effectiven, freien Durchflußquerschnitt im Filter (die Summe

¹⁾ Gerstner, a. a. O., S. 16.

²⁾ Allgemeines über den betreffenden Gegenstand findet man insbesondere in nachbemerktten Schriften: 1. Hagen, Handbuch der Wasserbaukunst. Erster Theil, Bd. 1 (3. Aufl., 1869), S. 235. — 2. E. Grahn und Andreas Meyer, Ueber künstliche centrale Sandfilter. Hamburg 1877. — 3. Sonne, im 3. Bande (Wasserbau) des Handbuches der Ingenieurwissenschaften. Leipzig 1879, S. 59.

³⁾ Les Fontaines publiques de la ville de Dijon, Pag. 559 ff.

der Räume, welche die Sandkörner zum Durchfließen des Wassers frei lassen), so hat man ebenfalls nach Darcy:

$$(2) \quad Q = F_1 v.$$

Ist ferner $\frac{F_1}{F} = n$ gehörig ermittelt, so hat man auch:

$$(3) \quad Q = nF \cdot v,$$

daher, wenn man (1) mit (3) verbindet, erhalten wird:

$$(4) \quad H = \left(\frac{n}{k} \right) ev.$$

Diese Formeln entsprechen hauptsächlich folgenden zwei Gesetzen:

1) Das durch den Filter gegangene Wasserquantum ist der einfachen Druckhöhe H direct und der Filterdicke e umgekehrt proportional.

2) Die beim Durchgange eines gewissen Wasserquantums mit einer Geschwindigkeit v durch eine Filtermasse von e Dicke verlorene Druckhöhe H ist proportional der ersten Potenz der Geschwindigkeit, ferner proportional der Weglänge (Höhe des Filters) und einem von der Natur des Materiales abhängigen Coefficienten.

Von den Versuchen¹⁾, aus welchen Darcy überhaupt vorstehende Gesetze ableitete, enthalten nachstehende Tabellen 3 Reihen. Das Filtermaterial bestand hierbei aus Flußsand und zwar aus

einer 0,58 Meter starken Lage Sand von 0,77 Millim. Siebgröße							
" 0,13 "	"	"	"	"	"	1,10	" "
" 0,12 "	"	"	"	"	"	2,00	" "
0,17 "	feiner Kies,	Muschelschalenstücke	etc.				

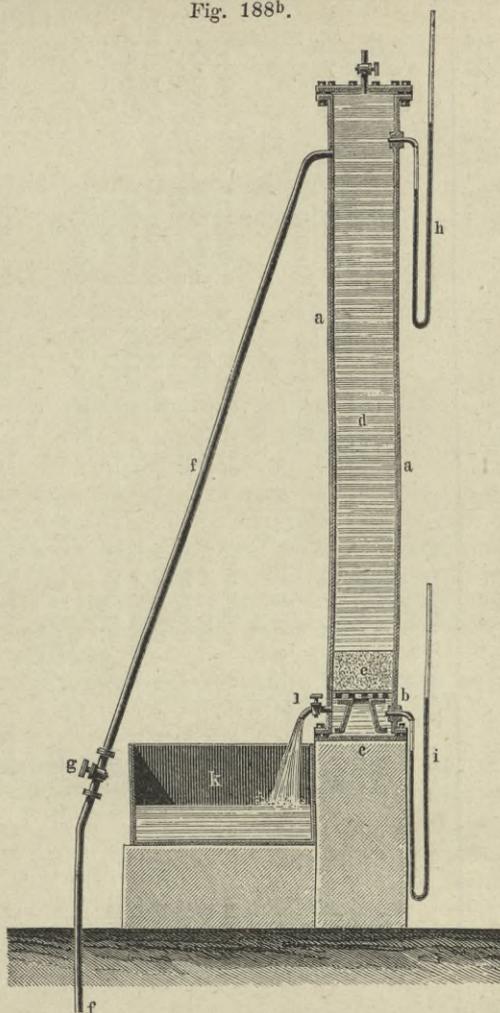
Die Zwischenräume betragen ungefähr 38 Procent, so daß n in vorstehenden Formeln = 0,38 war, folglich gesetzt werden mußte:

$$(5) \quad Q = 0,38 Fv.$$

Darcy benutzte zu seinen Versuchen den in Fig. 188^b abgebildeten Apparat, der aus einem vertical gestellten Kreiscylinder a bestand, bei 35 Centimeter Durchmesser (im Lichten) und 3,5 Meter Höhe. In 20 Centimeter Abstand vom Boden b war ein eiserner Rost aus 7 Millimeter starken prismatischen Stäben und mit eben so großen (freien) Zwischenräumen gebildet, darauf rechtwinklig ein zweiter Rost aus Drähten von 5 Millimeter Dicke und eben so großen Zwischenräumen angebracht, über welchen man endlich ein Metallsieb mit Löchern von 2 Millimeter Weite gelegt hatte. Das zu filtrierende Wasser wurde in einer Röhre f zugeführt, die man von dem Hauptstrange der Dijoner Wasserleitung abgezweigt hatte. Mit Hülfe von Hähnen g und l stellte man ziemlich constante Ausflüsse her. Das durch den Filter gegangene Wasser wurde von einem gehörig geaichten Gefäße k aufgenommen. Zum Messen der Druckhöhen dienten an beiden Enden angebrachte Quecksilbermanometer i .

¹⁾ Auszugsweise auch (von Bornemann) im Civilingen., Bd. 4 (1858), S. 125.

Fig. 188b.



Beim Versuche wurde der Cylinder *a* zuerst mit Wasser *d* gefüllt, hierauf Sand eingeschüttet, um zu verhüten, daß die Sandzwischenräume Luft enthalten, und endlich wurde die Höhe des Sandes erst am Ende jeder Versuchsreihe gemessen, nachdem ihn das durchfließende Wasser zusammengedrückt hatte¹⁾.

Einige Ergebnisse der im October und November 1855 in Dijon ausgeführten Versuche zeigt nachstehende Tabelle:

¹⁾ Man sehe hierüber auch Bornemann's Uebersetzung im Civilingenieur, Bd. IV (1858), S. 125, und eine beachtenswerthe Abhandlung von Weiß, ebenfalls im Civilingenieur, Bd. XI (1865), S. 190, welche die Ueberschrift trägt: „Studien über die Filtration des Wassers im Großen und Theorie derselben“.

Nr. des Darcy'schen Versuches	Filterquantum pro Minute pro 0□ ^m 0962 Querschnitt in Litern	Filterquantum pro Secunde pro 0□ ^m 0962 Querschnitt in Litern	Filterquantum pro Secunde pro 1□ ^m Querschnitt in Litern	Filterquantum pro Secunde, pro 1□ ^m in Cubikmetern	Druckhöhe = $\frac{H}{e}$ in Metern	$\varepsilon = \frac{Q}{H}$	Coefficient k in der Formel $Q = k \frac{H}{e}$	Secundliche Geschwindigkeit = v in Metern $\left(v = \frac{Q}{0,38}\right)$
Erste Versuchsreihe: $e = 0^m,58.$								
1	3,6	0,060	0,6237	0,0006237	1,11	0,562	0,000326	0 ^m ,00164
5	15,2	0,253	2,6300	0,00263	5,02	0,524	0,000304	0,0069
10	29,4	0,490	5,0936	0,0050936	10,89	0,468	0,000271	0,0134
Mittelwerth = 0,00030								
Zweite Versuchsreihe: $e = 1^m,14.$								
1	2,66	0,0443	0,4605	0,0004605	2,60	0,1771	0,0002019	0,00121
2	4,28	0,0713	0,7411	0,0007411	4,70	0,1577	0,0001798	0,00195
3	6,26	0,1043	1,0842	0,0010842	7,71	0,1406	0,0001603	0,00285
4	8,60	0,1433	1,4890	0,001489	10,34	0,1440	0,0001642	0,003918
5	8,90	0,1483	1,5410	0,0015410	10,75	0,1433	0,0001634	0,004055
6	10,40	0,1733	1,8010	0,0018010	12,34	0,1459	0,0001664	0,00474
Mittelwerth = 0,0001726								
Dritte Versuchsreihe: $e = 1^m,71.$								
1	2,13	0,0355	0,3690	0,0003690	2,57	0,1436	0,000246	0,000971
2	3,90	0,0650	0,6756	0,0006756	5,09	0,1327	0,000227	0,001778
3	7,25	0,1208	1,2557	0,0012557	9,46	0,1327	0,000227	0,003304
4	8,55	0,1425	1,4812	0,0014812	12,35	0,1199	0,000205	0,003898
Mittelwerth = 0,000226								

Nach dem Mittelwerthe (der ersten Versuchsreihe) erhält man für die pro Secunde gefilterte Wassermenge Q in Cubikmetern $Q = 0,00030 \frac{H}{e}$, daher, weil $n = 0,38$, auch

$$\frac{n}{k} = \frac{0,38}{0,0003} = 1266, \text{ also aus (4):}$$

$$(5) \quad H = 1266ev.$$

Da sich ferner aus der Gleichsetzung von (1) und (2) ergibt:

$$(6) \quad v = \frac{k}{n} \cdot \frac{H}{e},$$

so erhält man, wenn zugleich $H = e$ gesetzt wird:

$$v = \frac{k}{n},$$

d. i. für vorstehenden speciellen Versuchsfall:

$$v = \frac{0,0003}{0,38} = 0^m,0008.$$

Soll daher eine Sandschicht von obenbezeichneter Art und von 1 Meter Dicke bei ebenfalls 1 Meter Druckhöhe durchlaufen werden, so braucht das Wasser nur eine Geschwindigkeit von 0,8 Millimeter anzunehmen¹⁾.

Dupuit, in seinem S. 452 notirten Werke, bemüht sich, wie nachstehend, den theoretischen Nachweis vorstehender Formeln Darcy's zu liefern.

Von der Prony'schen Gleichung II, S. 396 ausgehend,

$$\frac{h}{l} = \frac{p}{a} (Av + Bv^2),$$

vernachlässigt er, wegen der Kleinheit von v , das mit der zweiten Potenz dieser Größe ausgestattete Glied, setzt zur Abkürzung $\frac{p}{a} A = \mu$ und schreibt (wie wir von S. 450 ab) i statt $\frac{h}{l}$, so daß folgt:

$$(7) \quad i = \mu v.$$

Da nun bei dieser Auffassung i nichts anderes als $\frac{H}{e}$ darstellen kann, so folgt

$$\frac{H}{e} = \mu v, \text{ oder}$$

$$(8) \quad v = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{H}{e},$$

d. i. die Darcy'sche Gleichung (6), so daß zugleich

$$\frac{1}{\mu} = \frac{k}{n}, \text{ oder}$$

$$\mu = \frac{n}{k} \text{ ist.}$$

¹⁾ Der Verfasser entlehnte dies Beispiel absichtlich dem wiederholt erwähnten Werke Darcy's: „Études etc. sur le mouvement des eaux“, 2^e Edit., Pag. 233, indem daselbst die Deutlichkeit der Darstellung Einiges zu wünschen übrig läßt.

Statt (1) erhält man sodann:

$$(9) \quad Q = \frac{n}{\mu} \cdot \frac{H}{e} \cdot F,$$

woraus auch noch folgt:

$$(10) \quad \mu = \frac{n}{Q} \cdot \frac{H}{e} \cdot F.$$

Darcy berechnet hiernach für $n=0,3$, $Q=4^{cbm},5$ pro 24 Stunden = 24 · 3600 Secunden und für $H=e$, so wie $F=1$ Quadratmeter vorausgesetzt:

$$\mu = \frac{0,3 \cdot 24 \cdot 3600}{4,5} = 5760. ^1)$$

Darcy²⁾ leitet auch noch das Gesetz ab, nach welchem der Wasser-
spiegel über dem Filter sinkt, wenn kein Wasser mehr zuströmt,
also die Druckhöhe über dem Filter veränderlich ist.

Wir setzen hierzu $H=h+e$, so daß man nach (1) erhält:

$$(11) \quad Q = k \frac{h+e}{e} F.$$

Ist dann dh die unendlich kleine Höhe, um welche der Wasser-
stand in der Zeit dt sinkt, so erhält man für die betreffende Ge-
schwindigkeit = v den Werth $v = -\frac{dh}{dt}$. Aus (2) folgt aber

außerdem $v = \frac{Q}{F} = k \frac{h+e}{e}$, so daß man erhält:

$$-\frac{dh}{dt} = k \frac{h+e}{e}, \text{ d. i.}$$

$$\frac{dh}{h+e} = -\frac{k}{e} dt.$$

Hieraus ergibt sich aber durch Integration, die betreffende Con-
stante mit C bezeichnet:

$$\text{Lgnt}(h+e) = C - \frac{k}{e} t.$$

Entspricht einer bestimmten Zeit t_0 der Widerstand h_0 , so hat
man:

$$\text{Lgnt}(h_0+e) = C - \frac{k}{e} t_0,$$

folglich auch:

$$(12) \quad \text{Lgnt}(h+e) = \text{Lgnt}(h_0+e) - \frac{k}{e} (t-t_0).$$

Ersetzt man nun noch $h+e$ und h_0+e beziehungsweise
durch $\frac{Qe}{kF}$ und durch $\frac{Q_0e}{kF}$, so ergibt sich überdies die Gleichung:

$$(13) \quad \text{Lgnt} Q = \text{Lgnt} Q_0 - \frac{k}{e} (t-t_0).$$

Vorstehende Gesetze werden jetzt gewöhnlich die Darcy-

¹⁾ a. a. O., Pag. 233.

²⁾ Les Fontaines Publiques etc., Pag. 594.

Dupuit'schen genannt. Es ist werth, hervorzuheben, daß ihre Grundlage darauf beruht, daß die Wassergeschwindigkeit in den Filtern nicht der Quadratwurzel aus der Druckhöhe (also nicht dem Toricelli'schen Theorem), sondern der einfachen Druckhöhe (also dem Hagen-Poiseuille'schen Gesetze)¹⁾ proportional ist.

Nach Darcy-Dupuit stützte zuerst Thiem²⁾ auf dieselbe Theorie Untersuchungen über die Ergiebigkeit von Filtergallerien, artesischen Bohrlöchern und Schachtbrunnen, und bemühte sich um die Verallgemeinerung derselben dadurch, daß er die betreffenden Formeln auch für Filter von veränderlichem Querschnitte brauchbar machte³⁾.

Hagen⁴⁾ fand nach eigenen, mit Sandfiltern angestellten Versuchen, daß das Darcy-Dupuit'sche Gesetz nur dann mit der Erfahrung stimmende Resultate lieferte, wenn er die Druckhöhe um eine bestimmte constante Größe verminderte.

Für die in der Zeiteinheit durch den Sandfilter gehende Wassermenge = Q findet dann Hagen die Gleichung:

$$Q = m \frac{h + e - c}{e},$$

wo m und c entsprechende Constanten sind.

Außerdem glaubt Hagen, daß jede Erwärmung des Wassers um 1 Grad eine Steigerung der Ergiebigkeit des Filters um nahe 4 Procent veranlaßt.

Ebenfalls unter Zugrundelegung des Darcy-Dupuit'schen Gesetzes, hat neuerdings der französische Ingenieur Havrez Versuche mit Filtern aus feinem und grobem Sand und aus Wolle angestellt, wobei er auch die jedesmalige Temperatur = t der Filterflüssigkeit in Betracht gezogen hat⁵⁾.

Die hierbei erhaltenen Formeln haben folgende Gestalt (unter Beibehaltung der bisherigen Bezeichnungen):

$$\frac{Q}{F} = \left[\alpha + \beta t \right] e + \left[\gamma + \frac{\delta + \varepsilon t}{e} \right] H.$$

Hierin sind α , β , γ , δ und ε Constanten, die von der Durchlässigkeit und Beschaffenheit des Filtermaterials abhängen⁶⁾.

Offenbar wird man sich bis auf Weiteres mit dem Darcy-

¹⁾ S. 502 und 503.

²⁾ Journal für Gasbeleuchtung etc. von Dr. Schilling. XIII. Jahrgang (1870), S. 451.

³⁾ Man sehe auch Thiem's „Kritische Bemerkungen“ etc. im vorher notirten Journal für Gasbeleuchtung und Wasserversorgung, Jahrg. XII (1869), S. 515, so wie ebendasselbst (S. 518), eine Abhandlung, welche die Ueberschrift trägt: „Die Ergiebigkeitsbestimmung eines artesischen Brunnens“.

⁴⁾ Hagen, Wasserbaukunde. Erster Theil. Erster Band, S. 256 (Dritte Aufl.).

⁵⁾ Cuyper's Revue universelle des mines etc. des travaux publics etc., Tome XXXV (1874), Pag. 469, und Lacroix's Annales du génie civil, 14^e Année de la Publication (1875), Pag. 144. An beiden Stellen unter der Ueberschrift: „Lois de la Filtration“.

⁶⁾ Auch der Bemühungen Grashof's (im 1. Bande der Theoretischen Maschinenlehre, S. 540) muß anerkennend gedacht werden, eine Theorie des Gegenstandes, in einer für die Praxis brauchbaren Weise, anzubahnen.

Dupuit'schen Gesetze für Filter zu begnügen haben, die betreffenden Erfahrungscoefficienten aber für jedes neue Filtermaterial (für jeden besonderen Fall) bestimmen müssen.

Zusatz. Während Darcy, Dupuit und Thiem die vorerwähnten Gesetze nicht nur auf Filter, sondern auch auf die Bewegung des sogenannten Grundwassers, der Schachtbrunnen und der artesischen Brunnen für anwendbar halten, wird dies in jüngster Zeit von einem Ingenieur Oscar Smreker entschieden bestritten und dafür eine ganz neue Theorie aufgestellt, die unter der Ueberschrift: „Das Grundwasser und seine Verwendung zu Wasserversorgungen“ in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Bd. XXIII (1879), S. 347,¹⁾ enthalten ist.

Bemerkt zu werden verdient überdies, daß sich Herr Smreker bereits früher, in derselben Zeitschrift, um die Entwicklung eines Gesetzes für den Widerstand bei der Bewegung des Grundwassers, unter Benutzung eigener Versuche, verdient gemacht hat, jedoch leider damit noch zu keinem bestimmten Abschlusse gelangt ist.

Anmerkung. Zur Feststellung der Begriffe Grundwasser, Quellwasser und Brunnenwasser, von welchen im Vorstehenden wiederholt die Rede war, mögen folgende Bemerkungen dienen.

Die gesammten auf der Erdoberfläche entstehenden Niederschläge (vorzugsweise Regen, Schnee und Hagel) theilen sich in vier Theile. Ein Theil verdunstet, ein zweiter Theil wird von Pflanzen aufgesogen, ein dritter Theil versickert in den Boden (bildet das sogenannte Grundwasser) und ein vierter Theil fließt an der Erdoberfläche (als Tagewasser) direct ab, bildet Bäche, Flüsse und Ströme²⁾.

Hierzu noch Folgendes zur weiteren Erläuterung:

Grundwasser sammelt sich unter der Erdoberfläche, bewegt sich (in der Regel) auf Bodenschichten, welche für Wasser undurchdringlich sind und wird von durchdringlichen Schichten überlagert. Hat hierbei der den betreffenden Erdkörper durchströmende Fluß ein durchlassendes Bett, so können zwei Fälle eintreten, je nachdem der Grundwasserspiegel über oder unter dem Flusse liegt. Im ersten Falle strömt das Grundwasser dem Flusse zu, im zweiten Falle tritt das Flußwasser in den Untergrund, d. h. es wird wieder zu Grundwasser.

Bei einem völlig undurchlässigen Flußbette hören die hervor gehobenen Beeinflussungen auf. In solchen Fällen eignet sich jedoch das Grundwasser (da es in der Regel sehr reines Wasser ist) ganz

¹⁾ Es werde die Gelegenheit benutzt, auf einen Versuch Gerstner's (des Ingenieurs der Karlsruher Hof-Wasserleitung) in dem bereits S. 545 besprochenen Werke aufmerksam zu machen, dahin gehend, die Theorie der Grundwasserbewegung so aufzufassen, als passirte dasselbe hohle Räume von Kugelsystemen, die pyramidal gelagert sind.

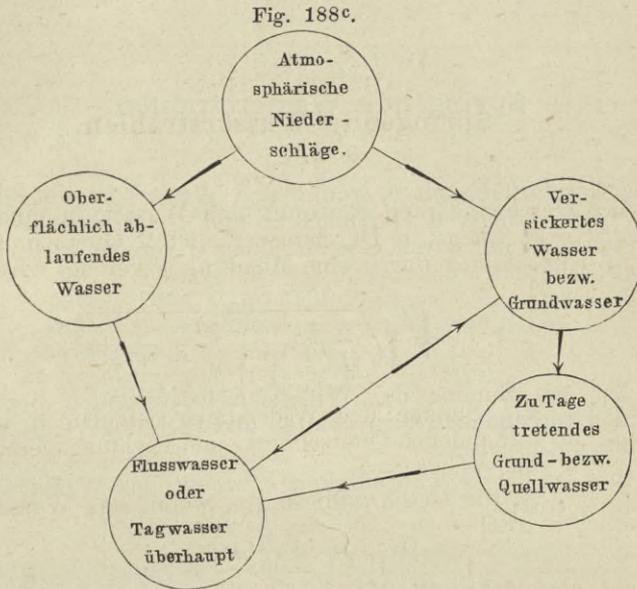
²⁾ Ohne genauere Begründung nimmt man gewöhnlich an, daß ungefähr $\frac{1}{3}$ der gesammten atmosphärischen Niederschläge verdunstet, $\frac{1}{3}$ in den Boden versickert und das letzte Drittheil oberflächlich ablaufe (Handbuch der Ingenieurwissenschaften, Bd. III, S. 18, §. 7). Man vergleiche hier die bereits S. 429 gemachten Angaben.

besonders zur Wasserversorgung der Städte und wird dann am Besten in geeigneten Sammelröhren gewonnen¹⁾.

Quellwasser ist natürlich zu Tage tretendes Grundwasser, was wieder Tagewasser wird.

Brunnenwasser endlich ist Quellwasser, welches auf seinem Wege zur Thalniederung (zum Flusse, Strome) künstlich abgefangen wird.

Nachstehende Skizze²⁾, Fig. 188^c, kann als bildliche Darstellung der vorbemerkten Wasserverhältnisse dienen.



Dem Zwecke gegenwärtigen Buches entsprechend, schließt der Verfasser hiermit den betreffenden Gegenstand und benutzt dabei nur noch die Gelegenheit, auf zwei neuere Arbeiten des Herrn Ingenieurs Thiem in München aufmerksam zu machen, worin sich höchst werthvolle An-

¹⁾ Für die Wasserversorgung der Stadt Hannover hat man derartige Sammelröhren von 800^{mm} Weite und 904 Meter Länge, mit offenen Schlitzten in den Wänden, 7,7 Meter tief in ein gehörig (5 Meter) starkes Kies- und Sandlager des Leinegebietes (stromaufwärts bei Ricklingen) gelegt. In 24 Stunden lassen sich hier circa 47000 Cubikmeter reines Wasser gewinnen. Die secundliche Geschwindigkeit, womit das Grundwasser durch die Schlitzte des Sammelrohrstranges tritt, wird in unserer Quelle zu 2,60 Millimeter angegeben und dabei bemerkt, daß die thunlichste Langsamkeit des Zufusses als eine Hauptsache bei einer solchen Anlage anzusehen sei, weil dadurch die Zuführung von Sand etc. vermieden und das Wasser des Grundwasserstromes in keinerlei gewaltsame Bewegung gesetzt wird. (Nach Oberbaurath Berg in der Zeitschrift des Hannov. Archit. und Ingen.-Vereins, Jahrg. 1877, S. 400.)

²⁾ Der schätzbaren, vorher citirten Abhandlung (a. a. O., S. 351) des Ingen. Smreker entnommen, welche hier überhaupt mit benutzt wurde.

gaben über Grundwasserbewegung, Filtergalerien, Schachtbrunnen etc. vorfinden.

Die erste dieser Schriften (im Mai 1878 erschienen) ist betitelt: „Die Wasserversorgung der Stadt Leipzig“, während die zweite (im Februar 1879 erschienen) die Ueberschrift trägt: „Das Wasserwerk der Stadt Nürnberg“.

Drittes Capitel.

Springende Wasserstrahlen.

§. 174.

Die Geschwindigkeit v , womit sich Wasser in einer Röhrenleitung von l Länge, d Durchmesser und Ω Querschnitt bewegt, deren Ausflußöffnung durch eine Mündung ω verengt wird, ist nach §. 165, S. 513:

$$\text{I. } v = \sqrt{\frac{2gh}{\left(\frac{\Omega}{\mu\omega}\right)^2 + \eta \frac{l}{d} + \Sigma\eta_n}},$$

wobei $\Sigma\eta_n$ die Summe der Widerstandscoefficienten bezeichnet, welche den vorhandenen Querschnitts- und Richtungsveränderungen der Röhre entsprechen.

Ferner ist die Geschwindigkeit c , womit das Wasser aus der Mündung ω tritt:

$$\text{II. } c = v \frac{\Omega}{\mu\omega}.$$

Giebt man daher der Mündung ω eine solche Lage, daß das Wasser in verticaler Richtung, aufwärts, aus derselben tritt, so müßte sich der hervortretende Strahl zu einer Höhe Z erheben, welche durch die Gleichung ausgedrückt wird:

$$\text{III. } Z = \frac{v^2}{2g} \left(\frac{\Omega}{\mu\omega}\right)^2.$$

Diese Höhe wird indeß nicht erreicht, weil Luftwiderstand und zurückfallende Wassertheilchen dem Aufsteigen neue Widerstände bereiten, die im Vorstehenden nicht berücksichtigt worden sind.

Zur Zeit fehlt es noch an einem für alle Fälle brauchbaren mathematischen Ausdruck, um die wirkliche Steighöhe S eines Wasserstrahles aus der theoretischen Sprunghöhe Z berechnen zu können. Höchst wahrscheinlich ist es jedoch, daß diese Steighöhe in einem zusammengesetzten Verhältnisse der Geschwindigkeitshöhe Z abnimmt und im geraden Verhältnisse des einfachen Strahlendurchmessers wächst.

Anmerkung. Bemerkenswerthe Versuche über den Einfluß des Luftwiderstandes auf die Höhe springender Strahlen haben zur Zeit

nur Mariotte¹⁾, Bossut²⁾, Baumgarten³⁾ und Weisbach⁴⁾ ange-
stellt, von denen zur Zeit die letzteren als die brauchbarsten zu be-
trachten sind.

Die wichtigsten Resultate der Versuche Mariotte's sind Folgende:

Die Ausflußöffnung der vertical aufwärts springenden Strahlen war
in dünner Wand in der horizontal gelegten Mündung eines nach oben
gekehrten Röhrendes angebracht.

	Durchmesser der Mündung					Durchm. der Münd.	
	6 pariser Linien					3'''	4'''
Druckhöhe	5'6''	12'4''	24'5''	26'1''	34'11½''	34'11½''	34'11½''
Strahlhöhe	5'3'11'''	12'0''	22'10''	24'2½'	31'8½'	28'0''	30'0''

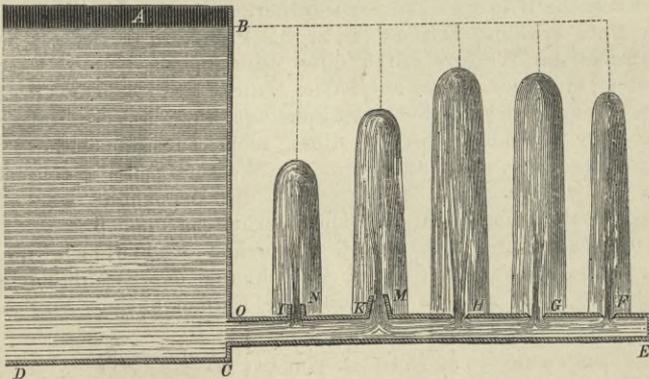
Aus diesen Versuchen schloß Mariotte (S. 328 a. a. O.), daß
zu einer Strahlhöhe von $5 \cdot n$ Fuß, allemal eine Druckhöhe von
 $5n + \frac{1}{12}n^2$ Fuß gehöre. Setzt man daher die Strahlhöhe $5n = S$
und die Druckhöhe $= Z$, so erhält man:

$$Z = S + \frac{1}{12} \frac{S^2}{25} \quad (\text{pariser Fuß}), \text{ oder}$$

$$Z = S + \frac{S^2}{300}$$

$$S = -150 + \sqrt{300 \cdot Z + 22500}.$$

Fig. 189.



¹⁾ Oeuvres de H. Mariotte, T. II à Leyde, 1717. Deutsch von Meining
(Grundlehren der Hydrostatik und Hydraulik). 4. Theil, S. 331 etc. Leipzig, 1723.

²⁾ Traité d'hydrodynamique, T. II, Pag. 104.

³⁾ Darcy: Fontaines publiques, Pag. 436.

⁴⁾ Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1861, S. 113.

Bei Aufstellung dieser Regeln hat Mariotte weder auf die Gestalt noch Größe der Sprungmündung, noch auf die Länge der Leitung Rücksicht genommen, in welcher die Ausflußöffnung angebracht war.

Von den Versuchen Bossut's verdienen nachstehende besondere Erwähnung.

Bei einer constanten Druckhöhe $OB = 11$ Fuß, Fig. 189, über der oberen Wand OF im Gefäße $ABCD$ von 9 Quadratfuß Querschnitt, wobei die Röhre OE eine Weite von 3 Zoll 8 Linien hatte, erhoben sich die Strahlen auf folgende Höhen:

Etwas geneigter Strahl	Verticaler Strahl	Mündung in dünner Wand
10' 4" 6'''	10' 0" 10'''	F : 2 Linien Durchmesser
10' 7" 6'''	10' 5" 10'''	G : 4 " "
10' 8" 0'''	10' 6" 6'''	H : 8 " "
9' 8" 6'''	9' 6" 4'''	Kegelmündung KM von 70'' Höhe, 9''' untern und 4''' obern Durchmesser.
7' 3" 6'''	7' 1" 6'''	Cylindrischer Ansatz JN von 70'' Höhe und 4''' Durchmesser.

Bei der verhältnißmäßig geringen Länge (6 Fuß) der Röhre OE , konnte der Einfluß des Röhrenwiderstandes vernachlässigt und überhaupt geschlossen werden, daß auch hier die Sätze des §. 110 Bestätigung fanden, die Steighöhe, unter sonst gleichen Umständen, für eine Öffnung in dünner Wand am größten, für den cylindrischen Ansatz am kleinsten war, ferner auch (wie bei Mariotte) die Steighöhe mit der Strahldicke zunahm.

Die Versuche Baumgartens, worüber, wie schon in einer vorhergehenden Note erwähnt, Darcy a. a. O., Pag. 235 berichtet, wurden beim Ausflusse des Wassers durch eine Mündung in dünner Wand von 5 Centimeter Durchmesser und unter dem Drucke von höchstens 12 Meter angestellt. Wegen des hierbei stattfindenden kleinen Verhältnisses der Steighöhe zur Strahldicke waren diese nicht zur Begründung eines neuen Gesetzes über das Aufsteigen der Wasserstrahlen geeignet und zwar um so weniger, als bei derselben die Druckhöhe wegen ihrer mittelbaren Bestimmung noch viel Unsicherheit zurückließ.

d'Aubuisson¹⁾ leitete aus 6 Versuchen Mariotte's und aus einem Versuche Bossut's für die Berechnung der Strahlhöhe S aus der Druckhöhe $= Z$ an der Mündung die Formel ab:

$$\left. \begin{aligned} S &= Z - 0,01 \cdot Z^2 \text{ oder} \\ Z &= 50 + \sqrt{2500 - 100 S} \end{aligned} \right\} \text{ (Metermaaß).}$$

Hierbei wird letzterer Werth schon imaginär, wenn die Strahlhöhe 25 Meter übersteigt. Welches Vertrauen hiernach diese Formeln verdienen, versteht sich von selbst.

¹⁾ Traité d'hydraulique, Pag. 274.

§. 175.

Die Weisbach'schen Versuche über die Steighöhe springender Wasserstrahlen¹⁾ übertreffen Alles, was vorher in dieser Beziehung unternommen wurde und beantworten namentlich entschieden und bestimmt die Hauptfragen:

„Wie wächst die Steighöhe mit der Druckhöhe im Ausflußreservoir und in welcher Abhängigkeit ist die Steighöhe von der Form und Weite der Mundstücke?“

Die Versuche wurden bei Druckhöhen von $\frac{1}{2}$ bis 21 Meter und mit verschieden geformten Mundstücken von 4 bis 25 Millimeter Mündungsweite angestellt.

Die allgemeinen Ergebnisse sämtlicher Versuche waren folgende:

1) Der Widerstand der Luft ist bei kleinen Ausflußgeschwindigkeiten von $1\frac{1}{2}$ bis $7\frac{1}{2}$ Meter so klein, daß hier die Sprunghöhe fast ganz der Geschwindigkeitshöhe des ausströmenden Wassers gleich gesetzt werden kann. Bezeichnet daher (in diesem Falle) s die Steighöhe (Sprunghöhe) des Strahles und h die theoretische Druck- oder Geschwindigkeitshöhe, so hat man:

$$s = \frac{h}{1 + \eta},$$

sobald η den Widerstandcoefficienten des Mundstückes bezeichnet.

2) Die Steighöhe s wächst nicht in einem Verhältnisse mit der Druck- oder theoretischen Geschwindigkeitshöhe h ; es läßt sich jedoch innerhalb gewisser Grenzen, namentlich wenn h nicht sehr groß ist, annähernd setzen:

$$s = \frac{h}{\alpha + \beta h + \gamma h^2},$$

wobei α , β und γ für jede Mündung besonders bestimmte Erfahrungszahlen sind.

3) Bei gleicher Druckhöhe wächst die Steighöhe mit der Dicke des Strahles oder der Weite der Mündung. Der Widerstand der Luft ist bei dicken Strahlen kleiner als bei dünnen; große Steighöhen erfordern daher nicht allein eine große Druckhöhe, sondern auch eine große Strahldicke.

4) Unter übrigens gleichen Verhältnissen springen die Wasserstrahlen mit kreisförmigem Querschnitte höher, als die aus quadratischen oder anders geformten Mündungen aufsteigenden Wasserstrahlen.

Die Mundstücke, aus welchen bei den Weisbach'schen Versuchen²⁾ die springenden Strahlen aufstiegen, lassen nachstehende

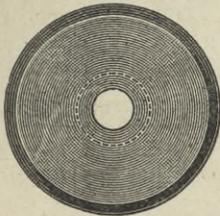
¹⁾ Diese Versuche wurden im Jahre 1856 (für größere Druckhöhen) im Hofraum des ehemaligen Amalgamirwerkes zu Halsbrücke, und 1859 (bei kleineren Druckhöhen) im Hofe des Bergacademiegebäudes in Freiberg, bei ganz ruhigem Wetter ausgeführt. Ausführlich berichtet hierüber eine von Weisbach selbst geschriebene Abhandlung im 5. Bande (Jahrg. 1861), S. 113 der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure.

²⁾ Die betreffenden Versuchsapparate sind in unserer Quelle ausführlich beschrieben und der Apparat für kleine Sprunghöhen in schöner Abbildung dargestellt.

Fig. 189a.



Fig. 189b.



(in $\frac{1}{2}$ der natürlichen Größe dargestellten) Abbildungen, Fig. 189^a bis mit Fig. 189ⁱ, erkennen.

Von kreisförmigen Mündungen in dünner Wand, wie Fig. 189^a und 189^b, kamen 5 Stück in Anwendung und zwar für Mündungsdurchmesser = δ von 4, 7, 10, 14 und 25,5 Millimeter Durchmesser.

Wie sich aus diesen Versuchen die Werthe der Coefficienten α , β und γ ergaben, erkennt man aus nachstehenden Gleichungen, indem Weisbach für die Hauptformel fand:

wenn

$$\delta = 7^{mm}, 1: s = \frac{h}{1 + 0,010348 h + 0,0011851 h^2};$$

$$\delta = 10^{mm}: s = \frac{h}{1 + 0,011578 h + 0,00058185 h^2};$$

$$\delta = 14^{mm}, 1: s = \frac{h}{1 + 0,007782 h + 0,00060377 h^2}.$$

Tabelle I.¹⁾

Resultate der Rechnungen mittelst der aufgestellten Formeln.

Kreismündung in dünner Wand von 10 ^{mm} Durchmesser				Kreismündung in dünner Wand von 14,1 ^{mm} Durchmesser		
Druckhöhe = h in Metern	Steighöhe = s in Metern	Verhältniß $\frac{h}{s}$	Verhältniß $\frac{s}{h}$	Steighöhe = s in Metern	Ver- hältniß $\frac{h}{s}$	Ver- hältniß $\frac{s}{h}$
1	0,99	1,012	0,988	0,99	1,008	0,992
2	1,95	1,025	0,976	1,96	1,018	0,982
3	2,89	1,040	0,962	2,92	1,029	0,972
4	3,79	1,056	0,947	3,84	1,041	0,961
6	5,50	1,090	0,917	5,62	1,068	0,936
8	7,08	1,130	0,885	7,26	1,101	0,908
10	8,53	1,173	0,853	8,79	1,138	0,879
12	9,82	1,223	0,818	10,16	1,180	0,847
14	10,98	1,276	0,784	11,41	1,227	0,815
16	12,00	1,334	0,750	12,51	1,279	0,782
18	12,88	1,397	0,716	13,48	1,336	0,749
20	13,66	1,464	0,683	14,32	1,397	0,716
21	14,00	1,500	0,667			
22	14,32	1,536	0,651			
23	14,63	1,573	0,636			
24	14,88	1,612	0,620			

¹⁾ In nachstehenden Tabellen, deren Zahlenwerthe genau den Weisbach'schen Angaben entsprechen, erhält man sowohl für $\frac{h}{s}$ als $\frac{s}{h}$, beim Nachrechnen, nicht überall (genau) die vom Experimentator verzeichneten Resultate.

Tabelle II.

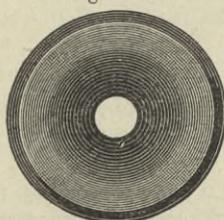
zur Beurtheilung der Uebereinstimmung von Beobachtung mit Rechnung.

Mündung von 10 ^{mm} Durchmesser				Mündung von 14,1 ^{mm} Durchmesser			
h Meter	s Meter	$\frac{h}{s}$ beobachtet	$\frac{h}{s}$ berechnet	h Meter	s Meter	$\frac{h}{s}$ beobachtet	$\frac{h}{s}$ berechnet
1,8828	1,8577	1,013	1,024	0,9162	0,9060	1,011	1,009
2,5721	2,5175	1,021	1,034	1,7110	1,6870	1,014	1,017
4,210	3,936	1,070	1,059	2,6967	2,6518	1,017	1,029
5,975	5,456	1,095	1,090	5,384	5,089	1,058	1,059
7,391	7,011	1,131	1,128	7,333	6,673	1,099	1,090
12,440	10,061	1,236	1,234	9,275	8,372	1,108	1,124
15,834	11,885	1,332	1,329	15,113	11,883	1,272	1,256
21,769	14,297	1,523	1,528	17,925	13,444	1,333	1,333

Fig. 189c.



Fig. 189d.



Ferner wurden zu den Versuchen verwendet ein kurzes conoidisches Mundstück, Fig. 189c und 189d, von 10 Millimeter Weite in der Ausmündung. Für diesen Fall ergab sich:

$$s = \frac{h}{1,0272 + 0,000476 h + 0,00095614 h^2}$$

Zu entsprechenden Beurtheilungen und Vergleichen dienen hier die folgenden Tabellen III und IV:

Tabelle III.

Rechnungsergebnisse. Conoidisches Mundstück von 10^{mm} Mündungsweite.

Druckhöhe = h in Metern	Steighöhe = s in Metern	Verhältniß $\frac{h}{s}$	Verhältniß $\frac{s}{h}$	Druckhöhe = h in Metern	Steighöhe = s in Metern	Verhältniß $\frac{h}{s}$	Verhältniß $\frac{s}{h}$
1	0,97	1,029	0,972	10	8,87	1,128	0,887
2	1,94	1,032	0,969	12	10,26	1,170	0,855
3	2,89	1,037	0,964	14	11,47	1,221	0,819
4	3,83	1,044	0,958	16	12,50	1,280	0,781
6	5,64	1,064	0,940	18	13,39	1,345	0,744
8	7,33	1,092	0,916	20	14,10	1,419	0,705

Tabelle IV.
Vergleich von Beobachtung mit Rechnung. Conoidisches
Mundstück von 10^{mm} Mündungsweite.

h Meter	s Meter	$\frac{h}{s}$ beobachtet	$\frac{h}{s}$ berechnet	h Meter	s Meter	$\frac{h}{s}$ beobachtet	$\frac{h}{s}$ berechnet
1,1929	1,1654	1,023	1,029	8,064	7,434	1,085	1,093
2,1911	2,1315	1,028	1,033	13,852	11,382	1,217	1,217
5,389	5,100	1,057	1,058	17,776	13,281	1,338	1,338

Fig. 189e.

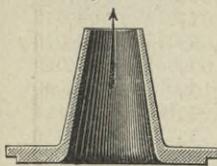
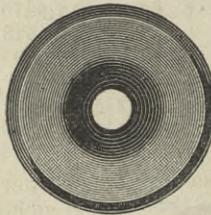


Fig. 189f.



Weiter fanden folgende
Mundstücke Verwendung:

a. Eine kurze conische
Ansatzröhre mit innerer
Abrundung, wie Fig. 189e
und 189f, von 40 Millimeter Länge
und 10 Millimeter Weite in
der Ausmündung.

Für diesen Fall wurde er
halten:

$$s = \frac{h}{1,0162 + 0,007107h + 0,000406h^2}$$

Auch hier dienen die nachstehenden Tabellen V und VI zu
geeigneten Beurtheilungen und Vergleichen.

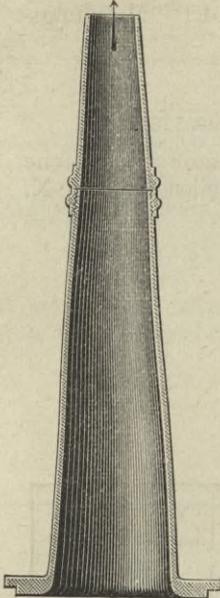
Tabelle V.
Rechnungsergebnisse.

Druck- höhe = h in Metern	Steighöhe = s in Metern	Ver- hältnis $\frac{h}{s}$	Ver- hältnis $\frac{h}{s}$	Druck- höhe = h in Metern	Steighöhe = s in Metern	Ver- hältnis $\frac{h}{s}$	Ver- hältnis $\frac{h}{s}$
1	0,98	1,024	0,977	15	12,36	1,214	0,824
3	2,88	1,041	0,961	18	14,11	1,276	0,784
6	5,59	1,073	0,932	20	15,14	1,321	0,757
9	8,08	1,113	0,898	22	16,06	1,369	0,730
12	10,34	1,160	0,862	24	16,90	1,421	0,704

Tabelle VI.
Vergleich von Beobachtung mit Rechnung.

Druck- höhe = h in Met.	Steig- höhe = s in Met.	$\frac{h}{s}$ beobachtet	$\frac{h}{s}$ berechnet	Druck- höhe = h in Met.	Steig- höhe = s in Met.	$\frac{h}{s}$ beobachtet	$\frac{h}{s}$ berechnet
1,2864	1,2570	1,023	1,027	8,895	8,030	1,107	1,112
2,4698	2,4176	1,022	1,036	12,793	10,795	1,185	1,174
4,543	4,330	1,049	1,057	15,509	12,451	1,246	1,224
6,138	5,704	1,076	1,075	20,519	15,653	1,311	1,333

Fig. 189g.



b. Das längere düsenförmige Mundstück, Fig. 189g und Fig. 189i, von 10 Millimeter Mündungsweite, 145 Millimeter Länge und $5\frac{3}{4}$ Grad Seitenconvergenz.

Für diesen Fall ergab sich:

$$s = \frac{h}{1,0453 + 0,000373 h + 0,000859 h^2}$$

Zur Beurtheilung und zum Vergleiche dienen hier die Tabellen VII und VIII.

Fig. 189i.

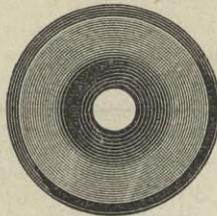


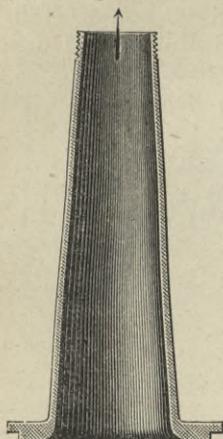
Tabelle VII.
Rechnungsergebnisse.

Druckhöhe = h in Metern	Steighöhe = s in Metern	Verhältniß $\frac{h}{s}$	Verhältniß $\frac{s}{h}$	Druckhöhe = h in Metern	Steighöhe = s in Metern	Verhältniß $\frac{h}{s}$	Verhältniß $\frac{s}{h}$
1	0,96	1,047	0,955	12	10,24	1,173	0,853
3	2,85	1,054	0,949	14	11,48	1,219	0,820
5	4,68	1,068	0,936	16	12,59	1,271	0,787
7	6,43	1,089	0,918	18	13,54	1,330	0,752
9	8,05	1,118	0,894	20	14,32	1,396	0,716

Tabelle VIII.
Vergleich von Beobachtung mit Rechnung.

Druckhöhe = h in Met.	Steighöhe = s in Met.	$\frac{h}{s}$ beobachtet	$\frac{h}{s}$ berechnet	Druckhöhe = h in Met.	Steighöhe = s in Met.	$\frac{h}{s}$ beobachtet	$\frac{h}{s}$ berechnet
0,5065	0,4781	1,060	1,045	8,466	7,660	1,105	1,109
1,3097	1,2490	1,049	1,047	10,575	9,200	1,149	1,145
2,3571	2,2775	1,035	1,051	14,058	11,516	1,221	1,220
4,650	4,357	1,067	1,066	18,075	13,573	1,332	1,333

Fig. 189^b.



c. Das vorige düsenförmige Mundstück um 40 Millimeter abgekürzt, so daß das Mundstück, Fig. 189^b, von 14,1^{mm} Mündungsweite zurückblieb.

Hier ergab sich:

$$s = \frac{h}{1,0216 + 0,002393h + 0,00032676h^2}$$

Zur Beurtheilung und zum Vergleiche dienen hier die folgenden Tabellen IX und X.

Tabelle IX.
Rechnungsergebnisse.

Druckhöhe = h in Metern	Steighöhe = s in Metern	Verhältniß $\frac{h}{s}$	Verhältniß $\frac{s}{h}$	Druckhöhe = h in Metern	Steighöhe = s in Metern	Verhältniß $\frac{h}{s}$	Verhältniß $\frac{s}{h}$
1	0,980	1,024	0,977	10	9,280	1,078	0,928
3	2,910	1,032	0,969	12	10,930	1,097	0,911
5	4,800	1,042	0,960	14	12,520	1,119	0,894
7	6,640	1,054	0,949	16	13,980	1,144	0,874

Tabelle X.
Vergleich von Beobachtung mit Rechnung.

Druckhöhe = h in Met.	Steighöhe = s in Met.	$\frac{h}{s}$ beobachtet	$\frac{h}{s}$ berechnet	Druckhöhe = h in Met.	Steighöhe = s in Met.	$\frac{h}{s}$ beobachtet	$\frac{h}{s}$ berechnet
0,5200	0,5096	1,020	1,023	7,591	7,198	1,054	1,059
1,4340	1,4079	1,019	1,026	9,809	9,163	1,070	1,077
2,1704	2,0919	1,038	1,028	11,309	10,444	1,083	1,090
4,4980	4,2770	1,051	1,039	13,542	12,068	1,122	1,114

Vorstehende Auszüge aus der Weisbach'schen sehr ausführlichen Arbeit müssen genügen, um deren Werth zu bemessen. Der wackere Experimentator hebt selbst ausdrücklich hervor, daß für größere Druckhöhen (als 25 Meter) und für Mündungsweiten über $2\frac{1}{2}$ Centimeter, durchaus noch Versuche erforderlich sind.

Von beachtenswerthen Bemühungen um die mathematische

Theorie der springenden Wasserstrahlen verdienen besonders notirt zu werden: Scheffler (Oberbaurath in Braunschweig) im Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens, Jahrg. 1862, S. 143, unter der Ueberschrift: „Die Berechnung der Fontaine zu Herrenhausen bei Hannover“, und Grashof in seiner theoretischen Maschinenlehre, Bd. 1, S. 821, unter der Ueberschrift: „Versuch einer theoretischen Entwickelung“. In letzterer Quelle wird die Sache mit folgenden Worten eingeleitet, die bei der hohen Bedeutung dieses Schriftstellers im Gebiete der rationellen Mechanik von besonderem Werthe sind:

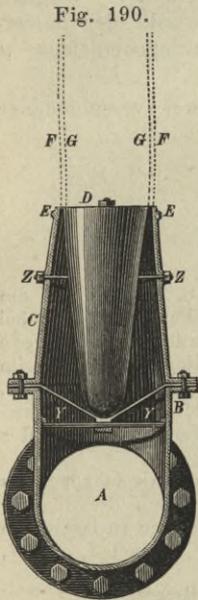
„Die Steighöhe eines springenden Wasserstrahles wird offenbar durch so mannigfache und complicirte Einflüsse bedingt, daß eine im befriedigten Maaße zutreffende Analyse und mathematische Formulirung kaum zu gewärtigen ist.“

Anmerkung. Bei hohlen Strahlen, wie z. B. an der großen Fontaine zu Herrenhausen, sind alle vorbemerkten Regeln zur Bestimmung von S aus Z unbrauchbar, wie sich der Verfasser durch in Herrenhausen angestellte Versuche überzeugte.

Um anderweite betreffende Mittheilungen hierüber zu machen, zeigen die Figuren 190 bis mit 192 die Sprungöffnung des Herrenhausener großen Strahles, wobei A das 16 Zoll (hannov.) oder 388 Millimeter weite Zuführrohr und B ein cylindrischer Aufsatz ist, auf welchen man den Hohlkegel CE geschraubt hat. Im Innern des Hohlkegels befindet sich in umgekehrter Lage ein zweiter massiver Kegel D , welcher auf Stegen Y ruht und durch die Schrauben Z justirt werden kann.

Der äußere Durchmesser EE der Mündung mißt 11 Zoll (hannov.) oder 267,63 Millimeter, der innere $10\frac{5}{8}$ Zoll oder 258,51 Millimeter, so daß die Wanddicke FG des Hohlstrahles nur $\frac{3}{16}$ Zoll oder 4,56 Millimeter beträgt.

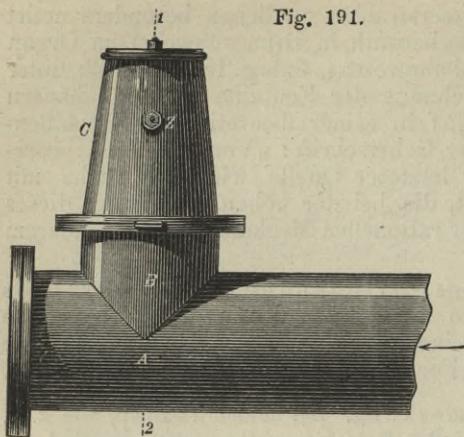
Sorgfältige, vom Verfasser bei ruhigem Wetter angestellte Versuche und gleichzeitige Messungen der Strahlhöhe lieferten folgende Resultate:



Druck in Atmosphären nahe der Mündung (über dem äußern Luftdrucke)	Druckhöhe an der Mündung = Z in Fuß (hannov.)	Sprunghöhe = S in Fuß (hannoversch)	$\frac{S}{Z}$
$3\frac{1}{2}$	123,65	102,75	0,83
$3\frac{1}{4}$	114,90	99,40	0,86

Die Werthe der ersten Verticalreihe wurden mit Hülfe sogenannter Rühlmann's Hydromechanik.

Fig. 191.



Etalon-Manometer von Bourdon in Paris, die man so nahe wie möglich an der Sprungöffnung anbrachte, ermittelt.

Da zur Zeit der Versuche, eines Umbaues wegen, es wünschenswerth wurde, die Wassermenge des Strahles möglichst genau zu kennen (wenigstens genauer, als dies durch die Dimensionen und Hubzahlen der vorhandenen 40 Pumpen an der sogenannten Wasserkunst¹⁾ möglich war), so wurde der betreffende Ausflußcoefficient μ

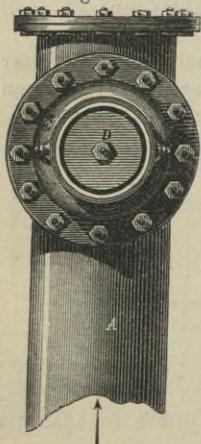
ermittelt und zu $\mu = 0,96$ gefunden²⁾.

Die betreffende Rechnung geschah mittelst zwei verschiedener Formeln. Einmal wählte man nach V, §. 163:

$$Q = 20 \sqrt{\frac{hd^5}{l + 33 \frac{d^5}{\mu^2 8^4}}}$$

¹⁾ Die betreffenden Versuche (man sehe auch §. 167, S. 530) wurden am 4. November 1858 angestellt. Der vollständige Neubau des Pumpwerkes (wobei ihm die gegenwärtige Gestalt und Anordnung ertheilt wurde, u. a. 4 große doppelwirkende Pumpen, statt der früheren 40 einfach wirkenden) begann im Jahre 1860. Ausführlich hierüber berichtet der betreffende Maschineningenieur, Herr Baurath Hagen, in der Zeitschr. des Hannov. Archit.- und Ingenieurvereins, Jahrg. 1864, S. 423. Auszugsweise mit Abbildungen begleitet in des Verfassers Allgemeiner Maschinenlehre, Bd IV, S. 718.

Fig. 192.



²⁾ Man bediente sich hierzu eines Ausflußapparates nach Herrn Bergrath Weisbach, welchen derselbe für die hiesige technische Hochschule anfertigen zu lassen die Güte gehabt hatte. Dabei war der Formel I, §. 87,

nämlich $\mu = \frac{2A(\sqrt{h} - \sqrt{h_1})}{a \cdot t \cdot \sqrt{2g}}$ entsprechend:

$A = 80089 \text{ mm}^2$, $a = 18 \text{ mm}$, 064 , $h = 811 \text{ mm}$, $h_1 = 697 \text{ mm}$, $\sqrt{2g} = 140 \text{ mm}$, 06 , $\sqrt{h} - \sqrt{h_1} = 2,076$, und daher:

$\mu = \frac{131,43}{t}$, wonach folgende kleine Tabelle berechnet wurde:

t	135 Sec.	137	137	138	137
μ	0,973	0,959	0,959	0,952	0,959.

und fand, da $h = 3,5 \times 10,336 = 36^m,176$

$$l = 25^m,5$$

$d = 0,4130$ (berechnet, da zwei Röhren von je $0^m,292$ Durchmesser das Wasser zuführten)

$$\delta = 0^m,06928$$

$$Q = 20 \sqrt{\frac{36,176 \cdot (0,4130)^5}{18698,9}} = 0,09643 \text{ Cubikmeter.}$$

Ein zweites Mal rechnete man mit Zuziehung der Prony'schen Formel, §. 161, S. 499, unter Einführung der von Weisbach berechneten Coefficienten, und beachtete dabei die Richtungsveränderung (neunzig Grad) nahe der Mündung bei AB , Fig. 191, setzte, wenn c die Mündungsgeschwindigkeit bezeichnet:

$$\frac{M}{2} \left(\frac{c^2}{\mu^2} - v^2 \right) + \frac{1}{2} Mv^2 = gMh - \frac{Mlp}{a} (\alpha v + \beta v^2)$$

$$\frac{c^2}{\mu^2 \cdot 2g} = h - \frac{l}{d} (Av + Bv^2) \text{ oder wegen } c = \frac{2vd^2}{\mu\delta^2} \text{)}$$

$$\frac{4v^2d^4}{\mu^4 \cdot 2g \cdot \delta^4} = h - \frac{l}{d} (Av + Bv^2), \text{ d. i.}$$

$$\frac{4d^4}{\mu^4 \cdot 2g\delta^4} \cdot v^2 = h - \frac{l}{d} (0,00022915 \cdot v - 0,00092627 \cdot v^2) \text{ Metermaa}\beta.$$

Da nun: $h = 3\frac{1}{2} \times 10,336 = 36^m,176$, $l = 25^m,50$, $\mu = \psi = 0,96$, $d = 0^m,292$ und $\delta = 0^m,06928$, $2g = 19^m,617$ ist, so folgt:

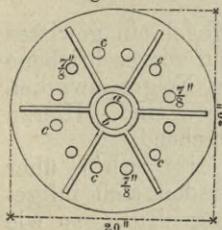
$$\frac{75,75 \cdot v^2 = 36,176 - 87,32 (0,00022915 \cdot v + 0,00092627 \cdot v^2)}{75,75 \cdot v^2 = 36,176 - 0,02 \cdot v - 0,081 \cdot v^2}$$

$$\frac{v^2 + 0,000264 \cdot v = 0,477.}{v = 0^m,69.}$$

Daher die Wassermenge = Q pro Secunde:

$$Q = 2 \cdot \frac{d^2\pi}{4} \cdot v = 2 \cdot 0,067 \cdot 0,69 = 0,09246 \text{ Cubikmeter}^2).$$

Fig. 193.



Schließlich noch folgende nicht unwichtige Bemerkung. Auch bei der Herrenhausener großen Fontaine hat man es als einen Uebelstand bemerkt, daß hohle Strahlen, wegen des sich im Innern bildenden luftverdünnten Raumes, unangenehme Zusammenziehungen und Störungen der Bewegung hervorbringen. Diesem Uebel wird man jedoch anders abzuhelpen suchen müssen, wie dies bei dem berühmten Casseler Strahle und bei der Sanssouci-Fontaine³⁾ bei Potsdam geschehen ist.

¹⁾ d bezeichnet hier den Durchmesser (= $0^m,292$) einer der beiden Leitungsröhren.

²⁾ Dieser Werth ist ein wenig kleiner als der vorher und bereits S. 530 aus beobachteten Piezometerständen berechnete. Die ersten beiden (fast ganz gleichen) Werthe sind die richtigeren.

³⁾ Der Fontainenbau in Sanssouci. Erbkam, Zeitschrift für Bauwesen, II. Jahrg. (1852), S. 372 und S. 460.

Die Mündung des Strahles der Casseler Hauptfontaine ist im Grundriß, Fig. 193, abgebildet und hat dabei die Mündung des mittleren vollen Strahles $ab = 1\frac{1}{6}$ Zoll (preuß.) Durchmesser, während jede der zwölf Seitenstrahlen $\frac{7}{8}$ Zoll Durchmesser besitzt¹⁾.

§. 176.

Geneigte Strahlen.

Zur Beurtheilung gegen den Horizont geneigter Strahlen kann man, unter der Voraussetzung, daß die Bahn sowohl für den aufsteigenden, wie absteigenden Ast eine gemeine Parabel ist²⁾, von den Sätzen über Wurfbeugung im luftleeren Raume eine nützliche Anwendung machen.

Bezeichnet daher c die Anfangsgeschwindigkeit und α den Neigungswinkel des Achsenwasserfadens gegen den Horizont, so erhält man als Beziehung zwischen den rechtwinkligen Coordinaten x und y :

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{g \cdot x^2}{2 \cdot c^2 \cdot \cos^2 \alpha}, \text{ oder}$$

wenn man $c = \psi \sqrt{2gS}$, also $\frac{g}{c^2} = \frac{1}{2 \cdot \psi^2 \cdot S}$ einführt:

$$(1) \quad y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha - \frac{x^2}{4\psi^2 \cdot S \cdot \cos^2 \alpha}.$$

Für die Culminationshöhe $= e$ erhält man daher:

$$(2) \quad e = \frac{c^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} = \psi^2 \cdot S \sin^2 \alpha,$$

so wie für die Sprungweite $= w$:

$$(3) \quad w = \frac{c^2 \cdot \sin 2\alpha}{g} = 4 \cdot \psi^2 \cdot S \sin \alpha \cos \alpha.$$

Endlich folgt aus der Division von (3) in (2):

$$(4) \quad \frac{e}{w} = \frac{1}{4} \operatorname{tg} \alpha.$$

In practischen Fällen erhält man in der Regel ein gewisses Wasserquantum, was unter gegebenem Drucke auf vorgeschriebene Höhe und Weite getrieben werden soll und wozu Neigungswinkel, Art und Durchmesser der Mündung zu bestimmen sind. Hierzu sind aber auch vorstehende Formeln völlig ausreichend.

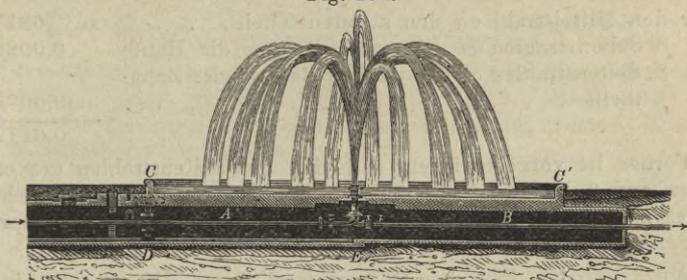
Interessante, nützliche Versuchsergebnisse Weisbach's über sogenannte Strahlenbüschel bei Fontainen finden sich mitgetheilt im XIII. Jahrgang der Zeitschrift „Civilingenieur“, so wie auch in der 5. Auflage, Bd. 1, S. 120, §. 42 der „Ingenieur-Mechanik“ desselben Autors.

¹⁾ Näheres über die Casseler Fontaine findet sich in des Verfassers Allgem. Maschinenlehre, Bd. 4, S. 717 (Note).

²⁾ Bei den hier vorkommenden geringen Anfangsgeschwindigkeiten ist diese Voraussetzung, für den fraglichen Zweck, als genau zutreffend für den aufsteigenden Ast und als hinlänglich annähernd für den absteigenden Ast zu betrachten.

Anmerkung. Eine Aufgabe letzterer Art ist in folgendem Beispiele gelöst, worauf sich auch unsere Figuren 194 bis mit 197 beziehen, welche die Fontainenanlage auf dem Petersplatze zu Dijon darstellen ¹⁾.

Fig. 194.



Das Bassin *CC* hat dabei 27 Meter Durchmesser und $0^m,7$ Tiefe, der Röhrenstrang *A*, welcher das Speisewasser zuführt, ist $0^m,19$ weit und verzweigt sich über *E* in drei Aeste, wovon der eine den im Rohre *m* aufsteigenden Mittelstrahl *aa*, Fig. 195, speist, der andere im Rohre *n* das Wasser zu den größeren und kleineren Seitenstrahlen liefert und dabei den ringförmigen Raum *p* füllt, eine Anordnung, wodurch der Centralstrahl von den Seitenstrahlen ganz unabhängig wird. Ein drittes Rohr *B* kann die Wasser zu anderen Zwecken weiter führen, wenn die Strahlen bei *E* nicht springen, so wie ferner über *D* ein Abfallrohr für das Bassin *C* angeordnet ist, und endlich links von *E* sich Stellschieber vorfinden, um das aufzuwerfende Wasserquantum und den Effect der Strahlen verändern zu können.

Der Mittelstrahl ist in dünner Wand angebracht, für die Seitenstrahlen sind dagegen conisch convergente Ansätze *rr*, Fig. 197, vorhanden, welche in Oeffnungen *b, b* und *c, c* der gekrümmten Decke *kk*, Fig. 196, geschraubt werden können.

Fig. 195.

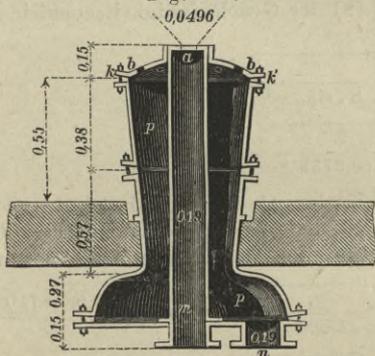


Fig. 196.

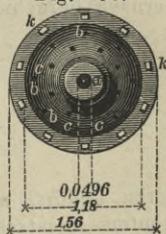


Fig. 197.



Beispiel. Es ist die Anordnung zu einer Fontainenanlage, wie Fig. 194 bis 197, unter folgenden gegebenen Bedingungen zu treffen.

¹⁾ Darcy: Fontaines publiques, Planche 19.

Nach Abzug aller passiven Widerstände steht unmittelbar vor der Mündung eine Druckhöhe von 11 Meter zu Gebote, während die zur Disposition stehende Wassermenge von 0,017742 Cubikmeter pro Sekunde in folgender Weise vertheilt werden soll.

Für den Mittelstrahl aa den zehnten Theil	$0^{cm},0017742$
„ 8 Seitenstrahlen bb des ersten Ranges die Hälfte	0,0088710
„ 8 Seitenstrahlen cc des zweiten Ranges vier Zehnteile	0,0070968
	<hr/>
	0,0177420

Ferner ist vorgeschrieben, daß sich die Seitenstrahlen des ersten Ranges auf 9 Meter Höhe erheben und $8^m,5$ Sprungweite annehmen, die des zweiten Ranges sich aber auf 8 Meter Höhe und $9^m,5$ Sprungweite erstrecken.

Auflösung. Für den Durchmesser d des Mittelstrahles in der dünnen Wand (Ausflußcoefficient $\mu = 0,62$), erhält man ohne Weiteres, wenn $0,0017742 = q$ und $11,0 = h$ gesetzt wird:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot q}{\mu \cdot \pi \cdot \sqrt{2gh}}}, \text{ d. i. :}$$

$$d = \sqrt{\frac{0,0017742}{0,62 \cdot 0,785 \cdot 4,42 \sqrt{11}}} = 0^m,0157.$$

Im Falle, daß alles Wasser durch den Mittelstrahl ausgegossen werden soll, hat man hiernach der Mündung einen Durchmesser von $d\sqrt{10} = 0,0157 \cdot \sqrt{10} = 0^m,0496$ zu geben.

Die Richtung der Mundstückachse für die Seitenstrahlen ersten Ranges bb erhält man, nach (4) der vorstehenden Formeln, zu $\alpha = 76^\circ 43'$, indem

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{4 \cdot e}{w} = \frac{4 \cdot 9,0}{8,5} = \operatorname{tg} 76^\circ 43' \text{ ist.}$$

Hiernach berechnet sich aus (2) der Geschwindigkeitscoefficienten ψ zu:

$$\psi = \sqrt{\frac{e}{S \cdot \sin \alpha^2}}, \text{ d. i.}$$

$$\psi = \sqrt{\frac{9}{11 \cdot (0,9732)^2}} = 0,9294.$$

Hierzu gehört, nach S. 287, der Convergenzwinkel des conisch convergenten Ansatzes $5^\circ 26'$ und der Ausflußcoefficient $\mu = 0,930$, daher sich der Durchmesser d_1 einer der Mündungen berechnet, wegen

$$d_1 = \sqrt{\frac{q_1}{\mu \cdot 0,785 \cdot 4,42 \sqrt{h_1}}} = \sqrt{\frac{q_1}{11,508 \cdot \mu}}, \text{ d. i., da } q_1 = \frac{0,0088710}{8} \text{ ist, zu}$$

$$d_1 = \sqrt{\frac{0,001109}{11,508 \cdot 0,930}},$$

$$d_1 = 0,01018.$$

Als Länge der Ansätze wird man $0^m,03$ annehmen können.

Für die Seitenstrahlen zweiten Ranges ist:

$$\operatorname{tg} . \alpha = \frac{4.8}{9.5} = \operatorname{tg} 73^{\circ}28', \text{ daher}$$

$$\psi = \sqrt{\frac{e}{S \cdot \sin . \alpha^2}} = \sqrt{\frac{8}{11 \cdot (\sin 73^{\circ}28')^2}} = 0,889.$$

Letzterer Werth entspricht (genau genug) einem Convergenzwinkel von $3^{\circ}10'$ und einem Ausflußcoefficienten $\mu = 0,895$, daher erhält man für einen der Durchmesser d_2 der 8 kleineren Seitenstrahlen, weil hier

$$q_2 = \frac{0,0070968}{8} = 0,0008871 \text{ ist,}$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{q_2}{11,508 \cdot \mu}} = \sqrt{\frac{0,0008871}{11,508 \cdot 0,895}}, \text{ d. i.}$$

$$d_2 = 0^m,00928.$$

Vierter Abschnitt.

Kraft bewegten Wassers und Widerstand, welchen feste Körper erfahren, die in ruhendem Wasser bewegt werden.

§. 177.

Setzt man in Bewegung begriffenem Wasser irgend ein Hinderniß derartig entgegen, daß die Wasserelemente zu einer Ablenkung, Richtungsveränderung veranlaßt werden, oder Richtung und Geschwindigkeit zugleich eine Veränderung erfahren; so wirkt dieser Veränderung das Beharrungsvermögen der flüssigen Masse entgegen, wodurch Kräfte (Drücke) gegen das Hinderniß hervorgerufen werden, die man hydraulische Drücke, oder je nach den Verhältnissen und Umständen, unter welchen sie auftreten, Stoß des Wassers oder Reaction des Wassers zu nennen pflegt.

Bewegen sich feste Körper in ruhendem (oder bewegtem) Wasser, so sind ebenfalls Drücke zu überwinden, die man mit dem Namen Widerstand des Wassers bezeichnet und deren Gesetze, wenigstens im Allgemeinen, wesentlich nicht verschieden sind von denen des Wasserstoßes.

Erstes Capitel.

Stoß des Wassers.

§. 178.

Der Stoß des Wassers gegen feste Körper ist verschieden von dem Stoße, welcher zwischen festen Körpern unter sich stattfinden kann, weil im ersteren Falle, wenn der Beharrungszustand eingetreten ist, der passive feste Körper von den betreffenden Wassertheilchen ohne Unterbrechung gedrückt wird, während beim Stoße fester Körper unter sich, die dabei hervorgerufene Wirkung die Sache eines Augenblicks ist, nach dessen Verlauf der stoßende Körper seine ganze Bewegungsgröße abgegeben hat. Man sollte daher (richtiger) stets vom Drucke, nicht aber vom Stoße bewegten Wassers reden. Indeß folgen wir im Nachstehenden dem Sprachgebrauche, behalten die Benennung „Wasserstoß“ bei und

gedenken nur zur rechten Zeit der wahren Auffassung des Gegenstandes.

Für die Praxis ist es wichtig, bei den Untersuchungen über den Stoß des Wassers folgende Unterscheidungen festzustellen:

1. Stoß eines (isolirten) bestimmt begrenzten Wasserstrahles, dessen Querschnitte kleiner sind, als die des gestoßenen Körpers.

2. Stoß unbegrenzten Wassers, wenn die bewegte Wassermasse den gestoßenen festen Körper überall umgiebt und das Wasser zu beiden Seiten des letzteren mit gehöriger Leichtigkeit und Geschwindigkeit ausweichen kann.

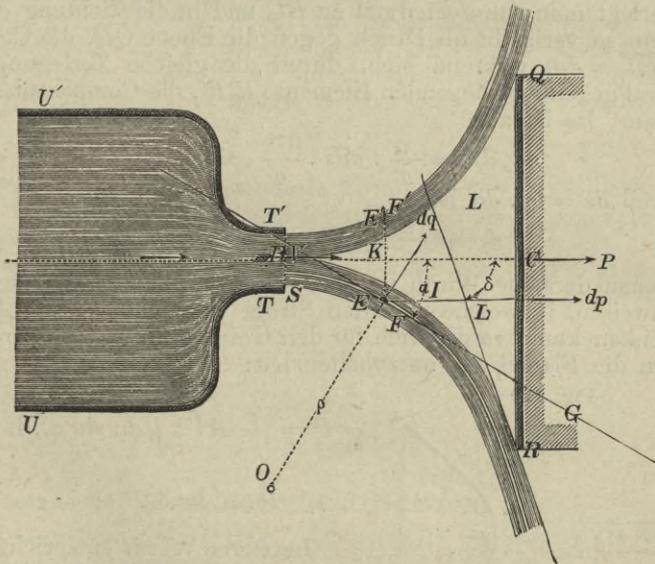
Ferner unterscheidet man noch in beiden Fällen geraden und schiefen Stoß, je nachdem die Achse des stoßenden Strahles auf der Fläche, welche getroffen wird, normal oder schiefwinkelig steht.

§. 179.

Gerader Stoß eines isolirten Wasserstrahles.

Aus einem beständig voll erhaltenen Gefäße UU' , Fig. 198, fließe, nach Eintritt des Beharrungszustandes aus einer Mündung TT'

Fig. 198.



in horizontaler Richtung ein Wasserstrahl mit der Geschwindigkeit $V = \sqrt{2gH}$, dessen ursprüngliche Richtung \overline{BC} ist. Durch eine feste unbewegliche Ebene \overline{QR} , die rechtwinklig auf \overline{BC} steht, werden die Wasserfäden von der geraden Richtung ihrer Bewegung abgelenkt und breiten sich, in Curven ausweichend, symmetrisch derartig um \overline{BC} herum aus, daß alle Meridianschnitte die Form

wie Fig. 198, d. h. die eines ebenen Wasserstrahles haben, sämtliche Schnitte aber unter einander ähnlich gleich sind. Dabei kann ferner angenommen werden, es flösse das Wasser in vielen kleinen Canälen (Wasserfäden) wie $BEFR$ von überall gleicher Weite oder Dicke mit unveränderter Geschwindigkeit fort und die bewegte Wassermasse bilde einen conoidischen Trichter, dessen innerer Raum LL anzusehen ist, als wäre er mit ruhender, im Gleichgewichte befindlicher Flüssigkeit gefüllt.

Es sei nun a der Querschnitt eines dieser Wassercanäle = \overline{SR} von äußerst geringer Weite und $\overline{EF} = ds$ ein unendlich kleines Längenstück eines solchen Canales, so wie $\overline{OE} = \rho$ der Krümmungshalbmesser eines Punktes E der betreffenden Canalachse und endlich α der Winkel, unter welchem die allgemeine Tangente \overline{FG} bei E (gehörig verlängert) die ursprüngliche Strahlachse \overline{BC} schneidet.

Bezeichnet dann γ die Dichte der strömenden Flüssigkeit und g die Erdbacceleration, so entsteht, vermöge der erzwungenen Krümmung der Wasserfäden, eine in der Richtung des Halbmessers \overline{OE} wirkende Ablenkungskraft = dq , die nach bekannten Sätzen der Mechanik ist:

$$dq = \frac{\gamma}{g} ads \frac{V^2}{\rho}.$$

Zerlegt man nun dq normal zu \overline{BC} und in die Richtung dieser Geraden, so verbleibt als Druck gegen die Ebene \overline{QR} , die Componente $\overline{EJ} = dp$, während sich, durch die gleiche Zerlegung am diametral gegenüber liegenden Elemente $E'F'$, die Componenten \overline{EK} aufheben. Es ist also

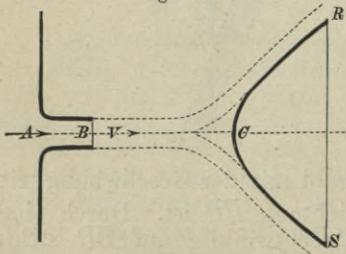
$$dp = \frac{\gamma}{g} \cdot ads \cdot \frac{V^2}{\rho} \cdot \sin \alpha,$$

oder weil $ds = \rho \cdot d\alpha$ ist:

$$dp = \frac{\gamma}{g} a \cdot V^2 \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha.$$

Genau derselbe Werth ist aber für jeden der n Wasserfäden nachzuweisen, in welche man den Strahl vom Querschnitte A zerlegt denken kann, so daß sich für den Gesamtdruck = P ergibt, welchen die Fläche \overline{QR} auszuhalten hat:

Fig. 199



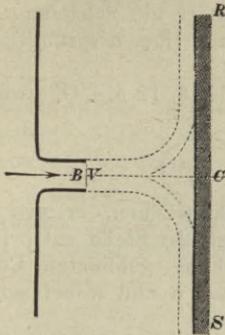
$$P = \frac{\gamma}{g} AV^2 \int_0^\delta d\alpha \sin \alpha, \text{ d. i.}$$

$$I. P = \frac{\gamma}{g} AV^2 (1 - \cos \delta).$$

Letzterer Werth entspricht auch dem hydraulischen Drucke eines isolirten Strahles gegen ein convexes Conoid \overline{CRS} , Fig. 199, von solcher Ausdehnung und Form, daß alle

Wasserfäden am Umfange desselben mit der ursprünglichen Strahlrichtung \overline{BC} den Winkel δ einschließen.

Fig. 200.



Für $\delta = 90^\circ$, d. h. wenn die Ausdehnung der Ebene \overline{QR} so groß ist¹⁾, daß alles Wasser parallel zu derselben, wie Fig. 200 zeigt, abfließen muß, wird:

$$\text{II. } \begin{cases} P = \frac{\gamma}{g} \cdot A \cdot V^2 = \gamma A \cdot 2 \left(\frac{V^2}{2g} \right), \text{ oder} \\ P = \gamma \cdot A \cdot 2H. \end{cases}$$

Hiernach ist der hydraulische Druck, oder der Stoß eines isolirten Wasserstrahles, gegen eine ebene, unbewegliche (feste) Fläche, gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, welche die gedrückte Fläche zur Basis und zur Höhe die doppelte der Geschwindigkeit des fließenden Wassers entsprechende Höhe hat.

Wird das Wasser ähnlich wie Fig. 201 genöthigt, in der genau entgegengesetzten Richtung abzufießen, in welcher es ankam, so wird in I. $\delta = 180$ und daher:

$$\text{III. } P = \frac{\gamma}{g} \cdot A \cdot 2V^2 = \gamma \cdot A \cdot 4H,$$

d. h. man erhält einen doppelt so großen hydraulischen Druck wie unter II.

Führt man in I. die pro Secunde zuströmende Wassermenge $Q = AV$ ein, so folgt:

$$\text{IV. } P = \frac{\gamma}{g} \cdot QV(1 - \cos \delta).$$

Bewegt sich endlich die feste Ebene \overline{QR} mit der Geschwindigkeit v in derselben Richtung oder in der genau entgegengesetzten des ankommenden Wassers, so wird zur Bestimmung des entsprechenden hydraulischen Druckes nur nöthig sein, in IV. statt V die relative Geschwindigkeit $V \pm v$ einzuführen, so daß sich überhaupt ergibt:

$$\text{V. } P = \frac{\gamma}{g} \cdot Q(V \pm v)(1 - \cos \delta).$$

§. 180.

Geschichtliche Notizen.

Abgesehen von der höchst unvollkommenen Erklärung Newton's²⁾ über den Stoß des Wassers isolirter Strahlen, behandelte zuerst Daniel Bernoulli 1736 in den Commentarii acad. scient. imp. Petropol.,

¹⁾ Nach S. 585 mindestens vierfacher Strahlquerschnitt.

²⁾ Newtoni: Philosophiae naturalis principia mathematica. Propos. XXXVI. Probl. VIII, Coriol. II (erste Ausgabe 1687, zweite von 1714), enthält hierüber

T. VIII, Pag. 113 diesen Gegenstand in der diesem Hydrauliker eigenen selbstständigen und scharfsinnigen Weise, indem er die Schätzung der Kraft unternahm, die einen bewegten Körper von seiner ursprünglichen Bahn ablenkt.

Die vollständige Auflösung giebt Bernoulli, §. 12 a. a. O. (zweiter Theil), woselbst er zu der Formel gelangt:

$$P = \frac{\gamma A}{g} \cdot V^2 \left(1 - \cos \delta \cdot \sqrt{\frac{h}{H}} \right).$$

Hierin bezeichnen H und h Geschwindigkeitshöhen, erstere die von V , letztere die, welche der Geschwindigkeit an der Stelle entspricht, wo der Tangentenwinkel der durch die Ablenkung gebildeten Curve mit der ursprünglichen Strahlachse der GröÙte = δ und wobei selbstverständlich $h < H$ ist.

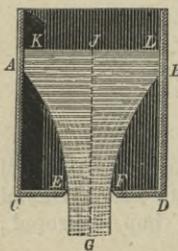
Für $H = h$ ergeben sich unsere vorher abgeleiteten Formeln¹⁾.

Mit noch mehr Klarheit entwickelte dieselbe Gleichung 1745 Leonhard Euler in seiner Uebersetzung von Robin's „Grundsätze der Artillerie“ (Anmerkungen, Pag. 451 und 458) aus dem Englischen, indem er dabei ebenfalls die Kraft aufsucht, welche zur Veränderung der Bewegungsrichtung und Geschwindigkeit aller Theile der flüssigen Masse erforderlich ist, wenn sie nach ihrem Austritte aus einer Gefäßmündung, zur Wirkung gegen eine unveränderliche feste Ebene veranlaßt wird.

Höchst wahrscheinlich, ohne Bernoulli's und Euler's Theorien zu kennen, behandelte Lagrange die Aufgabe (Mém. de l'académie royale des sciences de Turin. Prem. Partie 1784 et 1785, Pag. 95) in ähnlicher Weise, wie oben §. 179 geschah, jedoch unter den Voraussetzungen, daß die Geschwindigkeit der Wasserelemente während ihrer ganzen Ablenkung dieselbe bleibe und die dabei gebildeten Curven Kreisbogen wären.

Nach genannten Männern haben sich mit der wissenschaftlich theoretischen Behandlung der ganzen Wasserstoß-Aufgabe insbesondere beschäftigt: Coriolis in seinem Werke: „Du Calcul sur l'effet des machines“. Paris 1829, Pag. 59 (dabei Lagrange's Principien benutzend) und Navier in den „Résumé des Leçons“ etc., Deuxième

Fig. 220.



Folgendes: „Die Kraft, wodurch die ganze Bewegung des aus (EF, Fig. 202) strömenden Wassers hervorgebracht werden kann, ist gleich dem Gewichte einer cylindrischen Wassersäule, deren Basis die Oeffnung EF und deren Höhe $2 \cdot GJ$ oder $2 \cdot CK$ ist. Denn das heraustretende Wasser kann in der Zeit, wo es dieser Wassersäule gleich kommt, seine Ausfließgeschwindigkeit dadurch erreichen, daß sein Gewicht von der Höhe GJ herabfällt“.

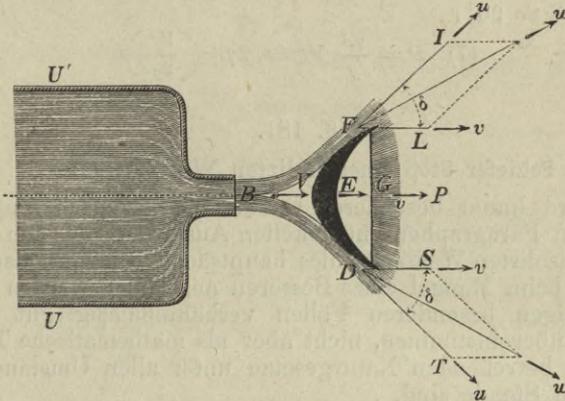
Dabei dachte sich Newton das Gefäß in den Umgebungen über der Mündung EF voll Eis, so daß das Wasser gleichsam wie durch einen Trichter AEFB hindurch gehen müÙte, das Eis aber noch in Ruhe verbliebe, selbst wenn es in fließendes Wasser aufgelöst sei etc.

¹⁾ Der Verfasser ist hier der von Euler und Lagrange gemachten Annahme gefolgt, weil es bis jetzt noch Niemand gelungen ist, das Abhängigkeitsgesetz der GröÙe h von der Höhe H zu entdecken.

Partie, Nr. 160, Paris 1838, indem er dabei von Bestimmung des Gesamtdruckes bewegter Flüssigkeit gegen Gefäßwände ausgeht, so wie endlich, von 1846 ab, Weisbach in seiner „Ingenieur-Mechanik“ und in seinem 1855 erschienenen Buche „Die Experimental-Hydraulik“, woselbst dieser, in seiner Art fruchtbare Schriftsteller und Experimentator, die Theorie des Wasserstoßes, gestützt auf das Princip von der Erhaltung der Kraft, einfach und bündig auffaßte und durchführte.

Zusatz. Die erwähnte Theorie Weisbach's¹⁾ nimmt auch Rücksicht auf den Reibungswiderstand, welchen das Wasser am Mantel eines Conoids (einer Rotationsfläche) *DEFG*, Fig. 203, erfährt, gegen

Fig. 203.



welches dasselbe aus einem Gefäße *UU'*, mit der constanten Geschwindigkeit *V* in der Richtung (der geometrischen Achse) *GE* strömt. Es dürfte für manche Leser von Interesse sein, die betreffende Entwicklung kennen zu lernen, weshalb wir sie hier, in möglichster Kürze, folgen lassen.

Vorausgesetzt wird, daß das Conoid *DEFG* in der Richtung *BEG* (mit der von *V* zusammenfallend) ausweicht und zwar mit der Geschwindigkeit *v*. Ferner sei *u* die relative Geschwindigkeit des Wassers gegen die Conoidfläche, *w* die absolute Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser den Rand *DGF* des Conoids überall verläßt und zwar unter dem Ablenkungswinkel $\delta = \angle FBE = \angle JEL = \angle SDT$.

Ohne Beachtung der Reibung würde das aus der Mündung *B* tretende Wasser mit der relativen Geschwindigkeit $u = V - v$ am Conoidmantel hinfließen, wogegen mit Beachtung dieses Widerstandes gesetzt werden kann:

$$(1) \quad V - v = u \sqrt{1 + k} \quad \text{oder auch} \quad (2) \quad (V - v)^2 = u^2 + ku^2.$$

Unter Beibehaltung der bisherigen Bezeichnungen liefert dann das Princip von der Erhaltung der lebendigen Kräfte die Gleichung:

$$(3) \quad \frac{1}{2} M (w^2 - V^2) = Pv - \frac{1}{2} Mku^2,$$

worin $M = \frac{\gamma A V}{g}$ und $w^2 = u^2 + v^2 + 2uv \cos \delta$ ist.

¹⁾ Die Experimental-Hydraulik. Freiberg 1855, S. 256 ff.

Demnach erhält man aus (3):

$$(4) \quad Pv = \frac{\gamma AV}{2} \left[1 - \frac{\cos \delta}{\sqrt{1+k}} \right] (V - v) \text{ und folglich auch:}$$

$$(5) \quad P = \frac{\gamma AV}{g} [1 - n \cos \delta] (V - v),$$

wenn man mit Grashof $\frac{1}{\sqrt{1+k}} = n$ setzt¹⁾.

Für $v = \text{Null}$ folgt ferner aus (5):

$$(6) \quad P = \frac{\gamma A}{g} (1 - n \cos \delta) V^2,$$

so wie für $\delta = 90^\circ$:

$$(7) \quad P = \frac{\gamma A}{g} V^2 = 2\gamma A \left(\frac{V^2}{2g} \right).$$

§. 181.

Schiefer Stoß eines isolirten Wasserstrahles.

Es wird kaum besonderer Erwähnung bedürfen, daß die in den vorigen Paragraphen entwickelten Ausdrücke für den geraden Stoß eines isolirten Wasserstrahles hauptsächlich als practische Aus Hilfsmittel beim Mangel eines Besseren angesehen werden müssen, die in einigen besonderen Fällen verhältnißmäßig gut mit der Erfahrung übereinstimmen, nicht aber als mathematische Theorien, welche die betreffenden Naturgesetze unter allen Umständen darzustellen im Stande sind.

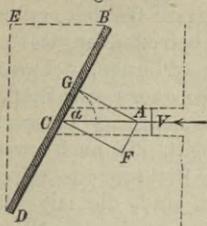
Noch schwieriger wird deshalb auch die Auflösung des Problems über die Wirkung eines Wasserstrahles, welcher ursprünglich schief gegen die Ebene gerichtet ist, die er stößt²⁾. Ohne uns unter diesen Umständen auf nicht durchaus haltbare Hypothesen zu stützen, wählen wir zur Herleitung brauchbarer Ausdrücke für practische Zwecke ein ganz einfaches Verfahren (nach Langsdorf und Eytelwein).

Es sei \overline{BD} , Fig. 204, die unbeweglich feste Ebene, gegen welche der Wasserstrahl vom Querschnitte $= A$ in der Richtung \overline{AC} trifft, wobei seine Achse mit der Ebene einen Winkel $\overline{ACB} = \alpha$ bildet und die Wasserelemente sämmtlich die Geschwindigkeit V

¹⁾ Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1863 (Bd. VII), S. 240 und „Theoretische Maschinenlehre“, Bd. 1, S. 870 ff.

²⁾ Lagrange sagt u. A. §. 9 seiner vorher citirten Arbeit, „daß die Behandlung des Problems des schiefen Stoßes vom Standpunkte der Mathematik nur eine analytische Uebung darbieten würde, ohne Nutzen für irgend welchen Zweck der Anwendung“. Langsdorf (S. 187 seiner 1794 erschienenen Hydraulik) bemerkt ebenso hierüber ganz richtig: „Alle diese großen Männer (D. Bernoulli, d’Alembert, L. Euler etc.) haben durch ihre tief sinnigen Untersuchungen nicht sowohl die Lehre vom Stoße des Wassers, als die von Anwendung analytischer Kunstgriffe auf angenehme Hypothesen, zu einer höheren Vollkommenheit gebracht“. — Aussprüche, die für den heutigen Standpunkt der Sache noch unverändert gültig sind!

Fig. 204.



besitzen. Ferner sei P die Kraft, mit welcher das Wasser gegen eine Ebene DE wirken würde, die rechtwinklig auf der Richtung der Strahlachse AC steht.

Stellt man P durch AC dar und zerlegt normal (in CF) zur Ebene BD und (in CG) in die Richtung der letzteren, so verbleibt FC als der sogenannte Normalstoß = N gegen die Fläche, während CG als in der Richtung der Ebene liegend, wirkungslos gegen die letztere

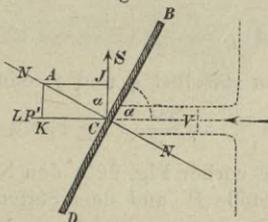
ist, also verloren geht. Wegen $CF = CA \cdot \sin \alpha$ erhält man daher ohne Weiteres:

$$N = P \cdot \sin \alpha,$$

oder, wenn für P der betreffende Werth aus II, §. 180, gesetzt wird:

$$\text{I. } \begin{cases} N = \frac{\gamma A}{g} \cdot V^2 \cdot \sin \alpha, \text{ oder auch} \\ N = \frac{\gamma}{g} Q \cdot V \cdot \sin \alpha. \end{cases}$$

Fig. 205.



Zerlegt man ferner $N = CA$, Fig. 205, parallel (in CK) und rechtwinklig (in CJ) zur Strahlachse, so erhält man beziehungsweise den sogenannten Parallelstoß $CK = P$ und den Seitenstoß $CJ = S$ zu:

$$\text{II. } P' = N \cdot \sin \alpha = \frac{\gamma A}{g} \cdot V^2 \sin^2 \alpha = \frac{\gamma}{g} Q \cdot V \cdot \sin^2 \alpha,$$

$$\text{III. } S = N \cdot \cos \alpha = \frac{\gamma A}{g} V^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{\gamma Q}{g} \cdot V \cdot \sin \alpha \cos \alpha.$$

Für den relativen Stoß, wenn sich die Ebene mit der Geschwindigkeit v in der Richtung von V oder genau entgegengesetzt derselben bewegt, folgt sodann:

$$\text{IV. } N = \frac{\gamma Q}{g} (V \mp v) \sin \alpha;$$

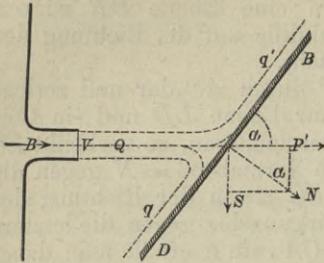
$$\text{V. } P' = \frac{\gamma Q}{g} (V \mp v) \sin^2 \alpha;$$

$$\text{VI. } S = \frac{\gamma Q}{g} (V \mp v) \sin \alpha \cdot \cos \alpha.$$

Zusatz. In neuerer Zeit leitet man (ursprünglich nach den Vorgehungen Navier's und Duchemin's)¹⁾ den schiefen Stoß eines isolirten Strahles gegen eine feste Ebene dadurch ab, daß man annimmt, der Wasserstrahl theile sich auf der Ebene in zwei oder vier Theile,

¹⁾ Experimental-Untersuchungen über die Gesetze des Widerstandes der Flüssigkeiten, deutsch von Schnuse. Braunschweig 1844, §. 52 etc.

Fig. 206.



und werde auch so genöthigt, abzufließen. Um wenigstens für den ersten dieser Fälle den betreffenden Rechnungsgang kennen zu lernen, nehmen wir an, daß sich die ganze zum Stoße gelangende Wassermenge Q in zwei Theile q und q' theilt, die nach zwei entgegengesetzten Richtungen abzufließen gezwungen sind, die mit der Ebene BD beziehungsweise die Winkel α und $180 - \alpha$ einschließen.

Für den Parallelstoß P' erhält man sodann, nach dem Vorhergehenden :

$$(1) P' = \frac{\gamma q}{g} (V \pm v) (1 - \cos \alpha) + \frac{\gamma q'}{g} (V \pm v) (1 + \cos \alpha).$$

Weiter nimmt man an, daß das Gleichgewicht der beiden Strahltheile fordert:

$$q (V \pm v) (1 - \cos \alpha) = q' (V \pm v) (1 + \cos \alpha),$$

woraus wegen $Q = q + q'$ folgt:

$$q = \frac{Q}{2} (1 + \cos \alpha) \text{ und } q' = \frac{Q}{2} (1 - \cos \alpha)$$

und deshalb aus (1) wird, wenn man daselbst q und q' eliminiert:

$$P' = \frac{\gamma Q}{g} (V \pm v) (1 - \cos^2 \alpha) = \frac{\gamma Q}{g} (V \pm v) \sin^2 \alpha.$$

Betrachtet man nun wieder, wie vorher Fig. 205, den Normalstoß N als die Resultante aus dem Parallelstoße P' und dem Seitenstoße S , so folgt abermals

$$N = \frac{P'}{\sin \alpha} = \frac{\gamma Q}{g} \cdot V \cdot \sin \alpha \text{ und}$$

$$S = P' \cdot \cotg \alpha = \frac{\gamma Q}{g} \cdot V \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha.$$

Anmerkung. Für den Fall, daß der flüssige Strahl Freiheit hat, sich nach allen Seiten über die feste Ebene zu verbreiten und abzufließen, findet

$$\text{Duchemin}^1): N = \frac{\gamma}{g} Q (V \pm v) \frac{2 \cdot \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} \text{ (d. h. für den Normalstoß),}$$

$$\text{Weisbach}^2): P' = \frac{\gamma}{g} Q (V \pm v) \frac{2 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} \text{ (d. h. für den Parallelstoß),}$$

$$\text{Scheffler}^3): N = \frac{\gamma}{g} Q (V \pm v) \sin \alpha \text{ und}$$

$$P' = \frac{\gamma}{g} Q (V \pm v) \sin^2 \alpha.$$

Die Nichtübereinstimmung dieser Werthe ist nur eine Bestätigung

1) Experimental - Untersuchungen, S. 62.

2) Ingenieur-Mechanik, 3. Auflage, Bd. 1, S. 179.

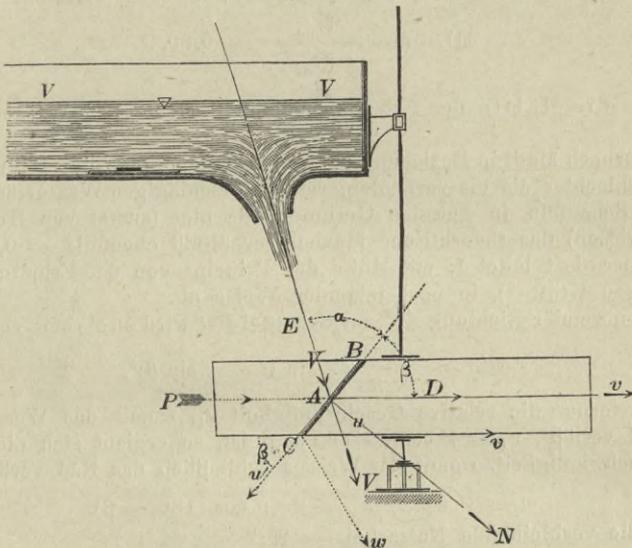
3) Principien etc. der Hydraulik, 2. Band, S. 125.

unserer früheren Bemerkungen über den gegenwärtigen Standpunkt der Theorie des Wasserstoßes.

Zusatz. Ein interessantes, beachtenswerthes Beispiel für den Stoß isolirter Wasserstrahlen bietet die Theorie und Bestimmung des Güteverhältnisses (des Wirkungsgrades) sogenannter Stoßturbinen, d. h. solcher horizontaler Wasserräder dar, wobei das Wasser ausschließlich durch Stoß wirkt und die sich unter Anderen in dem unten notirten Werke¹⁾ des Verfassers ausführlich besprochen vorfinden. Die Theorie dieser Wasserräder wurde zuerst 1767 von Borda (S. 196, §. 76) ganz richtig aufgestellt²⁾ und nachher von Poncelet³⁾ in etwas vollständiger Weise wiedergegeben.

Mit Bezug auf die Abbildung, Fig. 206^a, und die daselbst eingeschriebenen Größen, wo V die Geschwindigkeit des eine Schaufel BC

Fig. 206^a.



(unter dem Winkel $BAE = \alpha$ in A) treffenden mittleren Wasserstrahles und v die unter dem Winkel $BAD = \beta$ gegen die Schaufel gerichtete Peripheriegeschwindigkeit des Rades ist u. s. w., ergiebt sich der Normaldruck $= N$, womit das Wasser die Schaufel BC trifft, nach IV. zu:

$$N = \frac{\gamma Q}{g} (V \sin \alpha - v \sin \beta)$$

und hieraus der sogenannte Parallelstoß P (in der Richtung von v) zu

¹⁾ Allgem. Maschinenlehre. Bd. 1, S. 361 (Zweite Auflage) und Bd. 2, S. 18 (Zweite Auflage).

²⁾ Mémoires de l'Académie Royale des Sciences (de Paris). Année 1767 Pag. 270.

³⁾ Cours de mécanique appliquée aux machines. Sect. VII (1832).

$$P = \frac{\gamma Q}{g} (V \sin \alpha - v \sin \beta) \sin \beta,$$

folglich die vom Wasser auf das Rad übertragene (secundliche) Arbeit = \mathfrak{A} :

$$I. \quad \mathfrak{A} = Pv = \frac{\gamma Q}{g} (V \sin \alpha - v \sin \beta) v \sin \beta.$$

Dieser Ausdruck zeigt, daß diese mechanische Arbeit ein Größtes wird für

$$v = \frac{1}{2} \frac{V \sin \alpha}{\sin \beta}$$

und aus I. dann folgt:

$$II. \quad \mathfrak{A}_{max} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} \frac{\gamma Q}{g} V^2 \right).$$

Das größte (theoretische) Güteverhältniß = g ist sonach:

$$III. \quad g = \frac{\mathfrak{A}_{max}}{\frac{1}{2} \frac{\gamma Q}{g} V^2} = 0,50,$$

d. i. nur die Hälfte des Arbeitsvermögens, welches dem Wasser innewohnt.

Hiernach sind, in Beziehung auf den Wirkungsgrad, die Stoßturbinen nicht schlechter als die verticalen, rein unterschlägigen Wasserräder mit ebenen Schaufeln in geraden Gerinnen, da hier (zuerst von Borda¹⁾ nachgewiesen) das theoretische Maximalverhältniß ebenfalls = 0,50 ist.

Poncelet leitet I, mit Hülfe des Princips von der Erhaltung der lebendigen Kräfte²⁾, in nachstehender Weise ab.

In normaler Richtung \overline{AN} zur Schaufel \overline{BC} wird an Arbeit verloren:

$$\frac{1}{2} Mu^2 = \frac{1}{2} \frac{\gamma Q}{g} (V \sin \alpha - v \sin \beta)^2.$$

Da ferner die relative Geschwindigkeit u_1 , womit das Wasser die Schaufel verläßt, $u_1 = V \cos \alpha + v \cos \beta$ ist, so ergibt sich die absolute Geschwindigkeit, womit das Wasser schließlich das Rad verläßt, zu

$$w = \sqrt{u_1^2 + v^2 + 2u_1v \cos(180 - \beta)}.$$

Daher die verbleibende Nutzarbeit = \mathfrak{A} :

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{2} \frac{\gamma Q}{g} \left[V^2 - u^2 - w^2 \right],$$

woraus sich wieder, nach Einsetzung vorstehender Werthe von u und w , ergibt:

$$\mathfrak{A} = \frac{\gamma Q}{g} (V \sin \alpha - v \sin \beta) v \sin \beta.$$

§. 182.

Versuchsergebnisse über den Stoß isolirter Wasserstrahlen.

Die Rechnungsergebnisse der wesentlichsten Formeln vorstehender Paragraphen stimmen, wie bereits bemerkt, in vielen Fällen mit

¹⁾ Mémoires etc., a. a. O., Pag. 273.

²⁾ Mécanique appliquée aux Machines. Sect. VII, Nr. 55.

den Erfahrungen in einer Weise, welche für die Praxis als hinreichend bezeichnet werden kann, wie aus den betreffenden Versuchen zu entnehmen ist und wovon die vorzüglichsten im Nachstehenden aufgeführt werden sollen.

Die ersten beachtenswerthen Versuche zur Ermittlung der Größe des Wasserstoßes scheinen im Jahre 1667 unter den Auspicien der Academie der Wissenschaften zu Paris angestellt worden zu sein¹⁾. Hierauf sind zwar bald viele andere gefolgt, die aber meistentheils der einmal vorgefaßten (irrigen) Idee der Experimentatoren entsprechen, daß die Kraft des vor der Ausflußöffnung von einer festen Ebene aufgenommenen Wasserstromes unter allen Umständen gleich dem Gewichte des über der Oeffnung, in der Höhe des Wasserstandes, errichteten Wasserprismas sei. D. Bernoulli's eigene Versuche bestätigten zwar seine (richtige) Theorie, entfernten jedoch nicht alle Zweifel, was erst späteren Zeiten und nach Experimenten, welche mit vollkommeneren Apparaten angestellt wurden, vorbehalten blieb.

In dieser Beziehung sind zunächst die Versuche Bossut's²⁾ zu erwähnen, der sich dabei eines Apparates bediente, wie Fig. 207 zeigt.

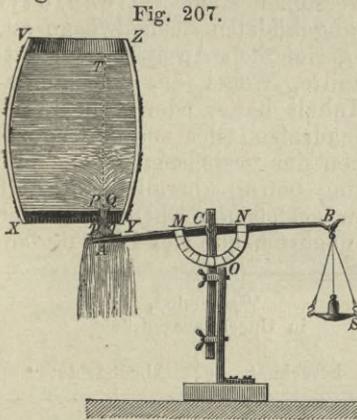


Fig. 207.

Im hinlänglich großen Wasserbehälter VXYZ ist eine Bodenöffnung PQ vom kreisförmigen Querschnitt angebracht, außerhalb mit einem cylindrischen Ansatzrohr pq von solcher Kürze versehen, daß der Ausfluß dennoch wie aus der dünnen Wand erfolgte. In mindestens 1 Zoll Abstand von der äußeren Mündungskante war eine kreisförmige Kupferplatte A von $2\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser an dem einen Ende des Waagbalkens einer doppelarmig, gleicharmigen Waage AB angebracht. Gegen die Platte A ließ man den stoßenden Strahl

wirken und maß den entsprechenden hydraulischen Druck dadurch, daß man in die Waagschale so lange Gewichte legte, bis der Waagbalken AB genau horizontal stand. Einige der wesentlichsten Resultate des geraden Stoßes sind in folgendem Täfelchen zusammengestellt, wobei bemerkt werden muß, daß Bossut den Contractionscoefficienten = α überall = 0,64 voraussetzte.

¹⁾ Kästner: Hydrodynamik, S. 294, II. und S. 296, III.

²⁾ Hydrodynamique, T. II, Nr. 856.

Druckhöhe	Durchmesser der Mündung	Größe des Stoßes	
		nach d. Beobachtung	nach der Rechnung
4 Fuß	10 Linien	12608 Grains ¹⁾	13030 Grains
4 "	6 "	4484 "	4691 "
2 "	10 "	6306 "	6518 "
2 "	6 "	2243 "	2345 "

Die Uebereinstimmung zwischen Theorie und Versuch ist den Umständen nach als genügend zu bezeichnen, und würde wahrscheinlich noch besser gewesen sein, hätte Bossut genau genug die Größe des zusammengezogenen Strahles ermittelt. Bossut macht überdies besonders darauf aufmerksam, daß sich der Stoß nur halb so groß ergab, wenn die Platte *A* unmittelbar vor der Mündung *pp* angebracht wurde; übrigen war der Querschnitt von *A*, selbst beim stärksten Strahlquerschnitte, immer noch über 9 mal so groß als dieser²⁾.

Ferner bemerkenswerthe Stoßversuche stellte Michelotti (der Sohn)³⁾ mit Hülfe der Fig. 150 abgebildeten Schnellwaage an. Der Ausfluß erfolgte aus horizontal gerichteten Ansatzröhren, entweder von quadratischem Querschnitte, wobei der zusammengezogene Strahl 0,785 Quadratzoll Inhalt hatte, oder vom kreisförmigen Querschnitte bei 0,6215 Quadratzoll des zusammengezogenen Strahles. Der Abstand zwischen der gestoßenen Ebene und der äußeren Kante der Ausflußmündung betrug überall 14,166 Zoll. Die Strahlachse war stets normal zur gestoßenen Ebene gerichtet. Von seinen 13 Versuchen mögen hier nachstehende vier Platz finden:

Strahlform	Druckhöhe in Pariser Zoll	Wasserstoß, in Unzen ausgedrückt	
		berechnet	beobachtet
Quadrat . . .	249,775	251,727	251,152
	249,50	251,4498	251,1520
Kreis	250,5	199,492	199,4297
	248,5	198,295	198,286

Bei Weitem ausführlichere Versuche hat Langsdorf beim Ausflusse des Strahles aus Seitenöffnungen angestellt und sich dabei eines Apparates bedient, der im Allgemeinen mit dem (von

¹⁾ 1 Pfund (Livre) = 9116 Grains. Ein Cubikfuß Wasser = 70 Pfund.

²⁾ Minder bedeutsam sind die Versuche Dubuat's über den Stoß eines isolirten Strahles gegen eine unbewegliche ebene Fläche, weshalb wir nur auf die Principes, Nr. 425, verweisen.

³⁾ Hydraulische Versuche. Deutsch von Eytelwein. Anhang, S. 251.

Morosi und Bidone) weiter unten (Fig. 210) abgebildeten übereinstimmt¹⁾.

Den überhaupt gewonnenen Versuchsergebnissen (145 Versuche, wovon 79 über geraden, 66 über schiefen Stoß isolirter Strahlen) entnehmen wir folgende Zusammenstellung, wobei keine weitere Auswahl als die gemacht ist, daß solche Versuche zusammengestellt wurden, wobei die Druckhöhen für geraden und schiefen Stoß dieselben waren.

Der Querschnitt des zusammengezogenen Strahles betrug überall 1,9468 pariser Quadratzoll, der Abstand der Stoßfläche von der Ausflußmündung 8 Zoll²⁾. Das Gewicht eines pariser Cubikzoll Wassers wurde zu 0,0389 nürnberger Pfund berechnet.

Nr. der Langsdorfschen Versuche		Druckhöhe = h_1 in paris. Zoll und Linien	Gerader Stoß = P		Größe des Stoßwinkels	Schiefcr Stoß = P' (Parallelstoß)	
Gerader Stoß	Schiefer Stoß		berechnet aus $P = 0,1514 \cdot h$	beobachtet		berechnet aus $P' = P \cdot \sin^2 \alpha$	beobachtet
70	63	42'' 4'''	6,409 $\bar{8}$	6,900 $\bar{8}$	26° 16'	1,2552 $\bar{8}$	1,2940 $\bar{8}$
49	34	42'' 10'''	6,485	6,900	33° 16'	1,9513	2,0842
77	27	39'' 10'''	6,0307	6,3250	39° 46'	2,4675	2,5450
76	22	40'' 4'''	6,1064	6,3968	50° 46'	3,6720	3,5347
65	9	43'' 7'''	6,5985	6,900	60° 16'	4,9754	5,3727
54	1	39'' 1'''	5,9172	6,3250	70° 16'	5,2426	5,6700

Jedenfalls ist auch hier die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch als genügend zu bezeichnen, die noch größer gewesen wäre, hätte Langsdorf nicht überall den Ausflußcoefficienten 0,64 für die dünne Wand, sondern den Contractionscoefficienten (wahrscheinlich 0,64) in Rechnung gebracht.

Wichtig ist noch der von Langsdorf ermittelte Satz, daß der isolirte Strahl, um ganz zu wirken, im Stande sein muß, sich in einem Kreise auszubreiten, dessen Durchmesser wenigstens viermal so groß ist als der des Strahles.

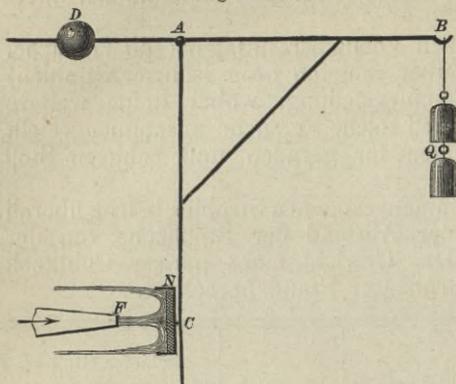
Interessant und bemerkenswerth sind die Versuche des Italieners Morosi³⁾. Unter Zuziehung eines Fig. 208 abgebildeten Hebelapparates, der sich um A als Achse drehte und wobei der Wasser-

¹⁾ Lehrbuch der Hydraulik. Altenburg 1794, S. 189 etc.

²⁾ Ueber die vortheilhafteste Entfernung der Mündung von der gestoßenen Fläche gelangte Langsdorf zu keinem bestimmten Resultate. Vor der Ausbreitung des Strahles, in geringerer Entfernung als $1\frac{1}{2}$ Zoll von der Mündung, wurde der Stoß immer mehr durch die einfache Druckhöhe (statt der doppelten) repräsentirt, auf welche unmittelbar vor der Mündung der Stoß auch vollständig herabgezogen wurde (a. a. O., §. 204).

³⁾ Memorie dell' Imperiale Reggio Instituto del Regno Lombardo-Veneto. Volume primo. Anni 1812 e 1813, Pag. 119. Milano 1819.

Fig. 208.



strahl an der conisch convergenten Ausflußöffnung einen Quadratzoll (pariser Maaß) Querschnitt hatte, die gestoßene Fläche wenigstens achtmal Strahlquerschnitt als Ausdehnung besaß und endlich der Mündungsabstand von der gestoßenen Ebene etwa dreimal kleinsten Strahldurchmesser betrug, fand Morosi, daß, unter sonst gleichen Umständen, der Stoß ungefähr doppelt so groß wurde, wenn man am

Umfange der gestoßenen quadratischen Platte Erhöhungen (Ränder oder Leisten) von mindestens $6\frac{1}{2}$ Linien Höhe anbrachte, wodurch (wie Fig. 208 zeigt) das Wasser genöthigt wurde, in genau entgegengesetzter Richtung abzufießen, als die war, in welcher es ankam.

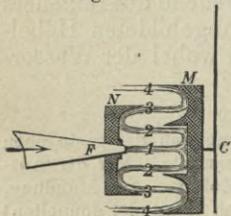
Seine speciellen Resultate sind in folgendem Täfelchen zusammengestellt:

Druckhöhe	Beobachtete		Berechnete Stoßkraft $P = \gamma \cdot A \cdot 2H = 0,97 \cdot 2H^1$
	Stoßkraft ohne Randplatte	Stoßkraft mit Randplatte	
6 Fuß	5 ℔	11 ℔	5,83 ℔
8 "	7 "	15 "	7,77 "
10 "	9 "	20 "	9,72 "

Hierdurch erhält besonders die Formel III, §. 179, ihre Bestätigung.

Bei einem anderen Versuche²⁾ hat Morosi eine Anordnung, wie Fig. 209 erkennen läßt, getroffen, wobei jedes Wassertheilchen die Platte *M* des Hebelwerkes zweimal stößt, nämlich einmal in seinem centralen Theile, ein anderes Mal in dem Theile, welcher zwischen beiden Rändern enthalten ist.

Fig. 209.



Nach dem letzten Stoße strömt das Wasser ziemlich unter 180 Grad Winkel zurück. Um hierbei das Gleichgewicht der Waage herzustellen, mußte Morosi 8,30 ℔ in die Schale legen, während bei Anwendung der Platte, Fig. 208, mit nur einem Rande, unter

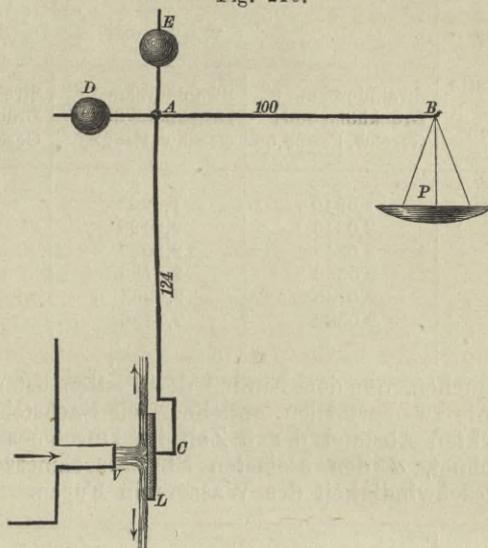
¹⁾ $\gamma = 70$ pariser Pfund.

²⁾ Memorie etc. Pag. 309.

sonst gleichen Umständen, nur 4,50 ℔ erfordert und ohne jeglichen Rand sogar nur 2,50 nöthig wurden.

Es verhalten sich hierbei also die drei verschiedenen Stoßwirkungen wie $83 : 45 : 25 = 3,32 : 1,8 : 1$.

Fig. 210.



Auch dies Resultat stimmt gut mit dem Bernoulli-Euler'schen Stoßausdrucke, §. 180, wenn man dort $H = h$ setzt und den betreffenden Werth ($\delta = 180$ gesetzt) für die 2 gleichzeitigen Stöße addirt¹⁾.

Sehr umfangreiche Versuche über den Stoß isolirter Wasserstrahlen hat Bidone²⁾ in den Jahren 1835 und 1836 angestellt, aus deren Resultaten hier einige besonders werthvolle Mittheilungen gemacht werden sollen. Bidone's Versuchsapparat ist Fig. 210 abgebildet. Dabei ist A wieder die Hebelachse, ferner als Armverhältniß $\frac{AB}{AC} = \frac{2}{3} \frac{5}{1}$. Die Entfernung der Ausflußöffnung V von der gestoßenen Platte L betrug stets 6 Zoll, bei welcher Entfernung der Stoß am stärksten und der Strahl gleichzeitig noch sichtbar horizontal (rechtwinklig zur Platte) war. Aus seiner ersten Versuchsreihe entlehnen wir (im Auszuge) nachfolgende Tabelle, wobei m den Coefficienten der Formel $P = m \cdot \gamma \cdot A \cdot H$ (II, §. 179)

¹⁾ Hierher gehörige Rechnungen hat in bemerkter Weise zuerst Bidone geführt, worüber dessen vortreffliche Abhandlung „Expériences sur la percussion des veines d'eau“, S. 130 der Memorie della Reale Academia delle scienze di Torino, Tomo XI (1838) nachzulesen ist. Auszüge hieraus folgen im Nachstehenden.

²⁾ a. a. O., S. 81.

bezeichnet, der nach der Theorie = 2 sein müßte, allgemein aber nach Bernoulli-Euler ist:

$$m = 2 \left(1 - \cos \delta \sqrt{\frac{h}{H}} \right).$$

Durchmesser der gestoßenen Platte in pariser Linien	Werthe von m		
	Strahldurchm. 9''' Druckhöhe 3061''' Geschw. $V=28,56'$	Strahldurchm. 12''' Druckhöhe 3071''' Geschw. $V=28,56'$	Strahldurchm. 16''' Druckhöhe 3068''' Geschw. $V=28,76'$
24'''	2,0940	1,9202	1,5630
36	2,0940	2,2198	2,0423
48	2,0849	2,2099	2,0859
60	2,0582	2,2198	2,0804
72	2,0760	2,2296	2,1458
108	2,0582	2,2296	2,1349

Aus Versuchen, um den Einfluß des Plattenabstandes von der Mündungskante zu beurtheilen, entnehmen wir Nachstehendes, wobei e den bemerkten Abstand der 6 Zoll im Durchmesser haltenden Platte bezeichnet, d den kleinsten Strahldurchmesser in Linien und V die Geschwindigkeit des Wassers in Fußen.

e	m		
	$d = 9$ $V = 28,23$	$d = 12$ $V = 28,23$	$d = 16$ $V = 28,76$
0	1,6259	1,5839	1,5358
6	1,9565	2,1447	2,0741
12	1,9654	2,1545	2,0668
24	1,9745	2,1595	2,0750
36	1,9834	2,1693	2,0804
48	2,0101	2,1987	2,1131
60	2,0637	2,2135	2,1458
72	2,0726	2,2184	2,1458

Ueber 72 Linien Entfernung hinaus änderten sich Querschnitt und Form des Strahles derartig, daß eine theoretische Vergleichung nicht rätlich erschien. Zu einer mathematischen Bestimmung des Einflusses von e gelangte Bidone nicht. In einer anderen Reihe von Versuchen bestätigte Bidone die von Morosi gefundenen Resultate über die Vermehrung der Stoßkraft des Wassers, wenn man die gestoßenen ebenen Flächen (Platten) mit Einfassungen oder Rändern (wie bei Fig. 208) versieht. Aus diesen Versuchen folgt, daß es für jeden Strahl und für jede gegebene Platte einen Rand rechtwinklig zur Platte und von gewisser Höhe giebt, für

welche der Stoß ein Maximum wird. Den größten Werth für den bereits vorher bemerkten Coefficienten *m* erhielt Bidone bei einem Strahle von 12 Linien Durchmesser und einer gestoßenen Platte von 36 Linien Durchmesser, wenn letztere mit Rändern von $2\frac{1}{2}$ Linien Höhe versehen und endlich die Geschwindigkeit des ausströmenden Wassers 28,31 Fuß pro Secunde war. Diese Versuchsreihe mag hier speciell noch Platz finden.

Randhöhe in Linien	0	1	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	5	6	9	12	18
Werthe des Coefficient. <i>m</i>	2,094	3,114	3,318	3,383	3,374	3,365	3,347	3,302	3,284	3,221	3,168	3,114

Zu einem allgemeinen Gesetze über diese Erscheinung gelangte Bidone ebenfalls nicht.

Noch werde einer Versuchsreihe über den sogenannten ersten Stoß eines isolirten Strahles gedacht, d. h. des Stoßes, welcher im Augenblicke erfolgt, wo der aus der geöffneten Mündung strömende Strahl die Platte zum ersten Male trifft. Dieser Stoß ist jederzeit viel größer, wie der andauernde (permanente) Stoß desselben Strahles gegen dieselbe Platte.

Folgende Tabelle belehrt weiter hierüber.

Durchmesser der gestoßenen Platte in Linien	Strahl von 9 Linien Durchmesser			Strahl von 16 Linien Durchmesser		
	Höhe des Randes der Platte in Linien	Größe des permanenten Stoßes in Unzen	Größe des ersten Stoßes in Unzen	Höhe des Randes der Platte in Linien	Größe des permanenten Stoßes in Unzen	Größe des ersten Stoßes in Unzen
24	0	117,55	204,95	0	288,34	385,79
	3	201,94	301,40	$6\frac{1}{2}$	502,33	602,80
36	0	117,55	223,04	0	376,75	566,63
	2	191,89	277,29	5	710,30	807,75
48	0	117,04	229,04	0	384,79	638,97
	2	185,86	265,23	$4\frac{1}{2}$	693,22	831,87
60	0	115,54	217,81	0	383,78	614,86
	$3\frac{1}{2}$	175,82	289,34	$4\frac{1}{2}$	675,14	855,98

Die allerjüngsten Versuche über den Stoß isolirter Strahlen verdankt man Weisbach¹⁾.

Das Gesamtresultat aus diesen Versuchen ist die (den Um-

¹⁾ Die Experimental-Hydraulik, Freiberg 1855, S. 254 etc. Ferner im Bornemann'schen Civilingenieur, Jahrg. 1861 (Bd. 7), S. 262 und Jahrg. 1862 (Bd. 8), S. 1 ff. Ferner (mit Zusätzen von Grashof) in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1863 (Bd. VII), S. 235.

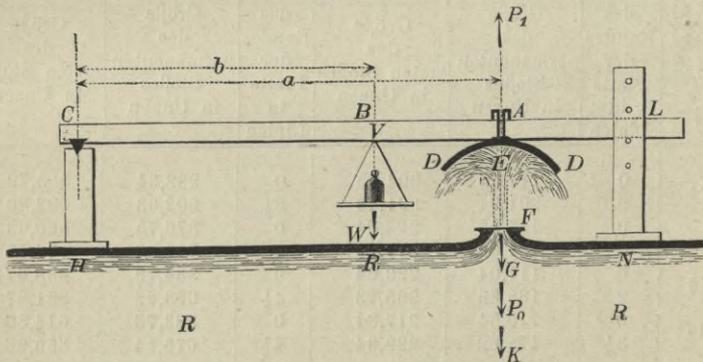
ständen nach) gute Uebereinstimmung der in §. 179 entwickelten Formeln für den geraden Stoß isolirter Strahlen mit der Erfahrung sowohl für den Stoß des Wassers gegen ruhende als gegen bewegte Flächen.

Weniger gute Uebereinstimmung zwischen Erfahrung und Theorie zeigte sich bei den Versuchen über den schiefen Stoß des Wasserstrahles¹⁾, was unsere §. 181 gemachten Bemerkungen über die mathematische Abschätzung dieser Stoßgattung nur bestätigt.

Die beachtenswerthen Versuche führte Weisbach in den Jahren 1856 und 1859 mit demselben Apparate aus, woran die (S. 559) erörterten und mitgetheilten Versuche über die Steighöhe springender Wasserstrahlen ausgeführt wurden.

Daher bestand auch hier das Ausflußgefäß in einem Dampfkessel RR , Fig. 210^a, von $1\frac{1}{4}$ Meter Durchmesser und von 5 Meter Länge, welcher mit einem nöthigenfalls als Feuerspritze dienenden Druckwerke in Verbindung stand. Auf der oberen Seite dieses Kessels war eine Oeffnung angebracht, woran sich verschiedene Mundstücke F für den Ausfluß anschrauben ließen. Die Spannung oder der Druck der eingeschlossnen Flüssigkeit wurde an einem Quecksilbermanometer abgelesen, welches in das Innere des Kessels mündete; eben so gab ein Quecksilberthermometer, mit einer in das Innere des Kessels reichenden Kugel, die Temperatur dieser Flüssigkeit an. Endlich wurde auch an einem Barometer der äußere Luftdruck etc. beobachtet.

Zum Messen der Stoßkraft des Flüssigkeitsstrahles bediente man sich eines einarmigen Hebels ABC , welcher über der oberen

Fig. 210^a.

Seite (der Decke) HN des Kessels RR hinlief und mittelst einer schneidigen Achse C auf einer mit der Kesselwand fest verbundenen Stütze CH ruhte. Die Stoßplatte DED war so mit dem Hebel verbunden, daß ihre Achse mit der Achse des aus der Mündung F

¹⁾ Eine besondere Bearbeitung dieser Versuche hat Zeuner im „Civilingenieur“, Neue Folge, Bd. 1, S. 1 geliefert, worauf wir ganz besonders aufmerksam machen.

aufsteigenden Wasserstrahles FE zusammenfiel. Das freie Ende L des Hebels ging durch eine, ebenfalls auf der Kesselwand befestigte Gabel LN , und durch letztere hindurch gesteckte Bolzen dienten dazu, den Hebel so lange in horizontaler Lage zu erhalten, bis das Moment der Stoßkraft größer war, als das Moment des Gewichtes W auf der in B aufgehängenen Waagschale sammt dem des unbelasteten Waagbalkens¹⁾.

Bei sämmtlichen Versuchen war der Hebelarm der Kraft: $\overline{CA} = a = 1,2750$ Meter, der der Waagschale (und der daraufgestellten Gewichte) $\overline{CB} = b = 0,9715$ Meter, folglich die einem Gewichte W entsprechende Größe der Stoßkraft

$$K = \frac{b}{a} W = \frac{0,9715}{1,2750} W = 0,7620 W.$$

Ferner betrug das auf den Kraftpunkt E reducirte Gewicht der leeren Waage $P_0 = 0,6571$ Kilogramm und das Gewicht der Stoßplatten $G = 0,0772$ Kilogramm, wenn diese Platte eben, so wie $G = 0,0539$ Kilogramm, wenn diese Platte hohl war.

Bezeichnet man hiernach die effective Stoßkraft mit P_1 , so er giebt sich:

- (1) $P_1 = P_0 + G + K = 0,7343 + 0,7620 \cdot W$ für die ebene gestoßene Fläche und
 (2) $P_1 = 0,7110 + 0,7620 W$ für die hohle gestoßene Fläche.

Mit Bezug auf die in §. 179 erhaltenen Formeln setzt Weisbach für den Querschnitt des zusammengezogenen Wasserstrahles in der Gefäßmündung αA , wo α den Contractionscoefficienten (§. 82) bezeichnet, so wie ψV für die Ausflußgeschwindigkeit, wenn ψ der Geschwindigkeitscoefficient ist, so daß man für die theoretische Stoßkraft P erhält:

$$P = \frac{\gamma \alpha A}{g} (1 - \cos \delta) \psi^2 V^2.$$

Da nun (ebenfalls nach §. 82) $\alpha \psi = \mu$ ist, so hat man:

$$P = \frac{\gamma \mu \psi A}{g} (1 - \cos \delta) V^2,$$

oder wenn $\frac{V^2}{2g} = H$ gesetzt wird:

$$(3) \quad P = 2\gamma \mu \psi A (1 - \cos \delta) H.$$

Weisbach maaß die jedesmal vorhandene Pressung nicht durch Wassersäulen H , sondern durch Quecksilbersäulen $= h$, weshalb in (3) H durch $13,6 h$ zu ersetzen ist, so daß man erhält:

$$(4) \quad P = 27,2\gamma \mu \psi A (1 - \cos \delta) h.$$

Die bei den Versuchen in Anwendung gebrachten Mundstücke waren:

a. Eine Kreismündung in dünner Wand von 1,01 Centimeter Durchmesser, so daß hier $A = 0,801$ Quadratcentimeter war.

¹⁾ Specielles über die Ausführung der Versuche findet sich in unserer Quelle, das bei ähnlichen Versuchen wohl zu beachten sein würde.

b. Eine Kreismündung in ebenfalls dünner Wand, jedoch von 1,408 Centimeter Durchmesser, wobei also $A = 1,5570$ Quadratcentimeter.

c. Ein kurzes conoidisches Mundstück, mit cylindrischer Ausmündung, von 1,002 Centimeter Durchmesser, also $A = 0,7885$ Quadratcentimeter.

Wie bereits angedeutet, wurden zweierlei Platten (Flächen) in Anwendung gebracht, gegen welche man die isolirten Wasserstrahlen wirken ließ, nämlich eine ebene und eine hohle, letztere nach einem Rotationshyperboloid geformt. In beiden Fällen betragen die Durchmesser 10 Centimeter, also im Vergleich mit den Strahldurchmessern von solcher Größe, daß die Richtung des den Rand der Stoßfläche verlassenden Wassers tangential an letztere angenommen werden dürfte.

Bei den Versuchen mit der ebenen Platte war folglich δ in (4) $= 90^\circ$; dagegen betrug bei der Hohlfläche $\delta = 134^\circ$, während die dem Wasserstrahle zugekehrte concave Fläche 3,40 Centimeter Tiefe hatte.

Des Raumangels wegen beschränkt sich der Verfasser auf folgende Angaben.

I. Stoß gegen die ebene Fläche.

Mündung in dünner Wand von 1,01 Centimeter Durchmesser, wo überdies $\mu = 0,6318$ war und $\psi = 1$ gesetzt werden konnte.

Aus (4) wird für diesen Fall:

$$P = 27,2 \cdot 1000 \cdot 0,6318 \cdot 0,00008012 \cdot 13,6 \cdot h, \text{ d. i.}$$

$$(5) \quad P = 1,377 \cdot h.$$

Die betreffenden Versuche und Beobachtungen lieferten mit Zuziehung der Formeln (1) und (5) folgende Werthe:

W in Kilogr.	Werthe P_1 in Kilogramm nach (1)	h in Metern	Werthe von P in Kilogramm nach (5)	$\frac{P_1}{P}$
0,80	1,3439	1,023	1,4086	0,9541
0,50	1,1153	0,850	1,1704	0,9525
0,30	0,9629	0,783	1,0162	0,9476
0,00	0,7343	0,5485	0,7552	0,9726
Mittelwerthe	1,0391		1,0876	0,9567

II. Stoß gegen die hohle Fläche.

Hier ist überall:

$$1 - \cos \delta = 1 - \cos 134^\circ = 1 + \cos 46^\circ = 1,69465.$$

a. Kreismündung in dünner Wand.

$$\mu = 0,6318, \psi = 1 \text{ und } A = 0,00008012.$$

Hiernach folgt aus der Formel (4):

$$(6) \quad P = 2,333 \cdot h.$$

Mit Zuziehung letzterer Gleichung und der (2) lieferten die Versuche nachstehende Werthe:

	W in Kilogramm	Werthe P_1 in Kilogramm nach (2)	h in Metern	Werthe P in Kilogramm nach (6)	$\frac{P_1}{P}$
	1,5	1,8540	0,9760	2,2770	0,8146
	1,0	1,4730	0,7760	1,8104	0,8136
	0,75	1,2818	0,6736	1,5715	0,8156
	0,50	1,0920	0,5652	1,3186	0,8231
	0,25	0,9015	0,4640	1,0825	0,8337
	0,00	0,7110	0,3648	0,8511	0,8334
Mittel- werthe	0,66	1,2189	0,6366	1,4852	0,8231

Die bedeutende Abweichung des sich hier ergebenden Mittelwerthes $\frac{P_1}{P} = 0,8231$ von der Einheit, giebt zu erkennen, daß die Stoßkraft in Folge der Reibung des Wassers an der hohlen Fläche sehr herabgezogen wird.

b. Kreismündung in dünner Wand.

Ebenfalls $\mu = 0,6318$, $\psi = 1,0$, $1 - \cos \delta = 1,69465$, jedoch $A = 0,0001557$ Quadratmeter.

Daher aus (4):

$$(7) P = 4,4597 \cdot h.$$

Da sich aus 8 Versuchen, wo sich h von $0^m,9460$ bis $0,1820$ veränderte, der Mittelwerth ergab:

$$h = 0^m,532,$$

so berechnete sich der Mittelwerth von P zu

$$(8) P = 4,4597 \cdot 0,532 = 2,373 \text{ Kilogramm.}$$

Die Versuche lieferten als Mittelwerth der effectiven Stoßkraft

$$(9) P_1 = 2,092 \text{ Kilogramm,}$$

so daß das mittlere Kraftverhältniß war:

$$(10) \frac{P_1}{P} = \frac{2092}{2373} = 0,881.$$

c. Ausfluß des Wassers durch das kurze conoidische Mundstück.

Hier war $\mu = \psi = 0,9792^1$, $1 - \cos \delta = 1,69465$ und $A = 0,00007885$ Quadratmeter.

Daher aus (4):

$$P = 3,484h.$$

¹⁾ Ebert (nach Weisbach's Versuchen) im Civilingenieur, Jahrg. 1861 (Bd. 7), S. 270.

Hier (als Mittelwerth) $H = 1^m,91$, also $h = 0^m,140$ gesetzt¹⁾, liefert
 $P = 0,4877$ Kilogramm.

Der Mittelwerth P_1 ist aber

$$P_1 = 0,4385 \text{ Kilogramm,}$$

daher

$$\frac{P_1}{P} = \frac{4385}{4877} = 0,899.$$

Grashof ermittelte²⁾ noch aus den Weisbach'schen Versuchen den Werth n der Formel 6, S. 578, d. i. das Verkleinerungsverhältniß der Geschwindigkeiten durch Reibungen (oder der Factor von $\cos \delta$ in der D. Bernoulli'schen Formel, S. 576), für die vorbemerkten drei Fälle, über den Wasserstoß gegen die hohle Fläche eines Rotations-Hyperboloids, wonach sich folgende Zusammenstellung machen läßt, in welcher $\frac{D}{d}$ das Durchmesserverhältniß von gestoßener Fläche und Strahlquerschnitt bezeichnet:

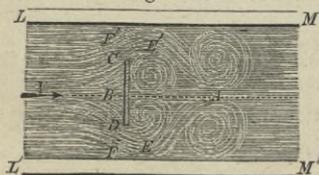
Mündungsform	$\frac{D}{d}$	H in Metern	h in Metern	$\frac{P_1}{P}$	n
Ausfluß durch eine dünne Wand	12,5	8,66	0,636	0,824	0,674
	9,0	7,24	0,532	0,881	0,837
Ausfluß durch ein conoidisches Mundstück	10,0	1,91	0,140	0,899	0,851

In Bezug bestimmter Gesetze für n hält Grashof die Weisbach'schen Versuche nicht für ausreichend.

§. 183.

Stoß unbegrenzten Wassers gegen ebene Flächen.

Fig. 211.



Bei der Betrachtung des Stoßes einer unbegrenzten Wassermasse gegen eine unbewegliche feste Fläche CD , Fig. 211, bemerkt man leicht, daß die Flüssigkeitsfäden innerhalb eines gewissen Raumes $LML'M'$ (gleichsam in dem Bereiche eines prismatischen Canales) mehr oder weniger von ihrer

¹⁾ Grashof (aus Weisbach's Versuchen) in der Zeitschrift deutscher Ingenieure, Jahrg. 1863 (Bd. VII), S. 242.

²⁾ Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1863, S. 242 und Theoretische Maschinenlehre, Bd. 1, S. 874.

ursprünglichen Richtung abgelenkt, zu einer Divergenz und endlich zum Herumgehen um die äußeren Kanten C und D veranlaßt werden, wobei sich in einem bestimmten Raume B vor der Fläche sogenanntes Vorderwasser (proue fluide) bildet, was unbeweglich zu sein scheint, obwohl seine Geschwindigkeit nur geringer als die der umgebenden Flüssigkeit ist. Beim Strömen der übrigen Wasserelemente von B nach C hin bemerkt man sofort eine Geschwindigkeitszunahme, die um so größer wird, je bedeutender die horizontale Ausdehnung von CD ist, was sich dadurch erklärt, daß die ganze Erscheinung auch so betrachtet werden kann, als erfolge ein Ausfluß durch eine Art einförmiger Oeffnung DF und CF' , d. h. durch einen Querschnitt, der kleiner ist als der, welcher der Gesamtatmosphäre LL' der überhaupt in Betracht kommenden Wassermasse entspricht und wobei die Wirkung des bei B gebildeten Stauens als accelerirende Kraft auftritt¹⁾.

Nach dem Passiren der äußeren Kanten C und D bewirkt die umgebende Flüssigkeit wieder eine Convergenz der Wasserfäden, die sich endlich nach einigen wirbelnden und excentrischen Bewegungen mit der unbegrenzten Wassermasse vereinigen und mit dieser weiter fließen. Nach der Vereinigung der Wasserfäden hinter der gestoßenen Fläche begrenzen dieselben eine Art von vertiefter Pyramide (eine Art Conoid), das sogenannte Kielwasser (poupe fluide), die um so mehr bemerkbar wird, je schneller die flüssige Masse sich überhaupt bewegt. In diesem Raume E steht das Wasser niedriger als an der Vorderfläche von CD , wodurch eine Druckverminderung auf die Hinterfläche entsteht, welche dem Drucke auf die Vorderfläche zu Gute kommt. Dubuat hat diesen besonders von der Geschwindigkeit der Bewegung abhängigen Druck auf die Hinterfläche mit dem Namen Nichtdruck (non-pressure) bezeichnet und seine Größe ebenso durch Versuche zu bestimmen gesucht, wie den Druck auf die Vorderfläche²⁾. Aus der Differenz der Drücke auf Vorder- und Hinterfläche besteht aber der Gesamtdruck, welcher auf die Platte vom bewegten Wasser ausgeübt wird, dessen genaue mathematische Bestimmung (trotz allen Bemühungen, insbesondere d'Alembert's³⁾, L. Euler's⁴⁾ und neuerdings wieder Poncelet's⁵⁾) bisher unmöglich gewesen ist.

Um practischen Zwecken zu genügen, leitet man daher (nach

¹⁾ Der Verfasser ist hier ganz den Ansichten Dubuat's in dessen Principien, Partie III, S. 151 und S. 162 gefolgt.

²⁾ Im Allgemeinen hat sich ergeben, daß diese Drücke auf die verschiedenen Punkte der gestoßenen Fläche verschieden sind, und zwar abnehmend vom Centrum nach den Rändern hin (Princ. Nr. 444 und Nr. 463), während die Geschwindigkeiten im umgekehrten Verhältnisse abnehmen (Nr. 438, Pag. 153). Tredgold hat (Phil. Magazin 1828, Vol. III, Pag. 251) statt der Benennung Nichtdruck den Namen Minus-Pressure eingeführt.

³⁾ Essai d'une nouvelle théorie de la resistance des Fluides 1752 und Opuscules mathématiques 1761—80.

⁴⁾ Petersburger Comment. Jahrg. 1763.

⁵⁾ Introduction à la mécanique industrielle. Paris 1839, Pag. 675 (und hiernach Broch's Lehrbuch der Mechanik, §. 301).

Dubuat) einen betreffenden mathematischen Ausdruck gewöhnlich folgendermaßen ab.

Es sei b die Höhe der Wassersäule, welche zum Messen des mittleren hydrostatischen Druckes auf die Vorderfläche benutzt wird, V die mittlere Geschwindigkeit des fließenden Wassers und H die ihr entsprechende Druckhöhe. Nach den Versuchsergebnissen lassen sich die hydraulischen Drücke auf die Vorder- und Hinterfläche den Geschwindigkeitshöhen proportional setzen, also überhaupt durch mH und nH darstellen, wenn m und n durch Versuche zu bestimmende Zahlenwerthe sind. Der mittlere Druck auf jede Einheit der Vorderfläche ist daher $b + mH$ und eben dieser Druck auf die Hinterfläche $b - nH$ zu setzen, weshalb der resultirende Druck $(b + mH) - (b - nH) = (m + n)H$ sein wird. Bezeichnet man daher den Inhalt der ebenen Fläche CD , welche zunächst rechtwinklig zur Stromrichtung vorausgesetzt werden mag, mit A und mit γ wiederum die Dichte der unbegrenzten Flüssigkeit, so erhält man den Gesamtdruck auf die feste Fläche oder den Stoß $= P$ des unbegrenzten Wassers zu:

$$(1) \quad P = \gamma \cdot A (m + n) \frac{V^2}{2g},$$

oder wenn man $m + n = k$ setzt, auch:

$$I. \quad P = k \cdot \gamma \cdot A \frac{V^2}{2g}.$$

Zusatz 1. Für sehr kleine ebene Flächen (1 Quadratfuß) und geringe Geschwindigkeiten (nicht über 3 Fuß pro Secunde) fand Dubuat¹⁾ $m = 1,186$ und $n = 0,670$, also $k = 1,856$, ein Werth, der auch mit den Resultaten anderer Experimentatoren²⁾ übereinstimmt, so daß man bis auf Weiteres für sehr kleine ebene Flächen wird setzen können:

$$k = 1,86.$$

Zusatz 2. Bewegt sich die gestoßene Fläche mit der Geschwindigkeit v in der Richtung des Wassers oder entgegengesetzt derselben, so hat man in I, analog V, §. 179, die entsprechende relative Geschwindigkeit, also allgemein $V \mp v$ statt V zu setzen, d. h. es ist

$$P = k \cdot \gamma \cdot A \frac{(V \mp v)^2}{2g}.$$

§. 184.

Schiefer Stoß unbegrenzten Wassers gegen ebene Flächen.

Aus dem, was beim schiefen Stoße isolirter Wasserstrahlen bekannt geworden ist, folgt von selbst, daß für unbegrenztes Wasser noch mehr von der Möglichkeit einer mathematischen Theorie wird abgesehen werden müssen, als dies an gedachter Stelle der Fall war. Man begnügt sich daher auch für technische Zwecke mit

¹⁾ Principes, Nr. 482.

²⁾ Poncelet: Introduction à la mécanique industrielle, Pag. 585.

Fig. 212.



dem für den Normalstoß N , §. 181, gefundenen Werth:

$$N = \frac{\gamma^A}{g} V^2 \sin \alpha,$$

führt statt des hier erforderlichen Strahlquerschnittes A die Verticalprojection $\overline{CG} = \overline{CD} \cdot \sin \alpha$ ein, oder wenn die Fläche CD mit F

bezeichnet wird, schreibt für A den Werth $F \sin \alpha$ in die aufgeführte Gleichung und corrigirt alle hierbei gemachten Fehler durch Einführung eines besonderen Erfahrungscoefficienten $\frac{k_1}{2}$, so daß endlich erhalten wird:

$$\text{I. } N = k_1 \frac{\gamma^F}{2g} \cdot V^2 \sin^2 \alpha,$$

für den Normalstoß unbegrenzten Wassers gegen eine feste ebene Fläche, welche unter einem Winkel α gegen die Richtung des ankommenden Wassers geneigt ist.

Für Flächen von nicht zu großer Ausdehnung (etwa bis zur Größe der Windflügel der gebräuchlichen Windmühlen) wird man mit Coriolis $k_1 = 3$,¹⁾ folglich setzen können:

$$\text{II. } N = 3 \cdot \frac{\gamma \cdot F}{2g} \cdot V^2 \sin^2 \alpha.$$

Haben die Flächen nur sehr geringe Ausdehnung (1 Quadratfuß und weniger), so giebt letzte Gleichung etwas zu große Werthe²⁾.

Anmerkung. So weit zur Zeit die vorhandenen Versuche über die Anwendbarkeit der Formel I. reichen, läßt sich bestimmt annehmen, daß für practische Zwecke, wenn der Winkel nicht kleiner wie 60 Grad ist, ohne Weiteres von derselben Gebrauch gemacht werden kann, daß aber von 60 Grad abwärts die Anwendbarkeit immer unzulässiger und endlich für Winkel unter 20 Grad eigentlich unbrauchbar wird, wie unter Anderen Coriolis³⁾ und Prechtl⁴⁾ nachgewiesen haben.

Zusatz. Ungeachtet der Mängel, an welchen Gleichung I. leidet, ist sie doch immer noch die einzige, welche sich mit einigem Erfolge zur Lösung betreffender technischer Aufgaben verwenden läßt. Eines der interessantesten hierher gehörigen Beispiele ist die zuerst von Leonhard Euler⁵⁾, bereits vor länger als hundert Jahren (1773),

¹⁾ *Traité de la mécanique etc. Deuxième Partie, Pag. 237.*

²⁾ Empfehlenswerth scheint Weisbach's Vorschlag (*Ingenieur-Mechanik, Bd. 2, S. 798, Vierte Auflage*) zu sein, nach Hutton für Fußmaaße zu setzen $k_1 = 1,86 \cdot F^{0,1}$, so daß z. B. für $F = 200 \square'$ (mittlere Größe der gewöhnlichen Windflügel) aus k_1 wird: $k_1 = 1,86 \cdot 200^{0,1} = 3,159$, was mit der oben bemerkten Zahl von Coriolis gut übereinstimmt. Weiteres hierüber in dem später folgenden Abschnitte „Stoß und Widerstand der Luft“.

³⁾ *Traité de la mécanique etc., Pag. 199.*

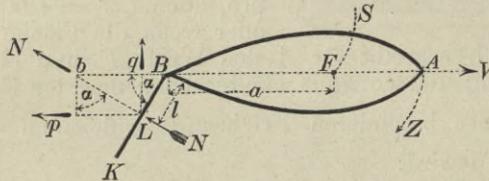
⁴⁾ Untersuchungen über den Flug der Vögel (Wien 1856), S. 154, wo für kleinere Winkel der Vorschlag gemacht wird, $(\alpha + 3\frac{1}{2})^0$ statt α zu setzen.

⁵⁾ In der 1773 (in Petersburg) erschienenen Schrift: „*Théorie complète de la construction et de la manoeuvre des vaisseaux*“. Mir liegt (nur) die von

beantwortete Frage nach dem Winkel, unter welchen das Steuerruder eines Schiffes gegen die Kiellänge (bei geradem Fortlaufe) gestellt werden muß, um die möglichst größte Wirkung zu äußern.

Der Verfasser folgt im Nachstehenden ganz dem Gange des großen Meisters Euler. Ist dann V die secundliche Fortlaufgeschwindigkeit

Fig. 212a.



des Schiffes in der Richtung von B nach A und α der Winkel, welchen die Steuerruderfläche BLK mit AB bildet, so erfährt (nach Gleichung I) das Steuerruder in seinem Schwerpunkte L einen Normaldruck, welcher gleich ist:

$$(1) \quad N = \frac{k_1 \gamma F V^2}{2g} \sin^2 \alpha.$$

Zerlegt man diesen (durch $L\bar{b}$ dargestellten) Druck in die beiden Componenten $L\bar{q}$ normal zu AB und $L\bar{p}$ parallel zu AB , so ergibt sich:

$$(2) \quad L\bar{q} = N \cos \alpha = \frac{k_1 \gamma F V^2}{2g} \sin^2 \alpha \cos \alpha \quad \text{und}$$

$$(3) \quad L\bar{p} = N \sin \alpha = \frac{k_1 \gamma F V^2}{2g} \sin^3 \alpha.$$

Ist dann F die Projection des Schiffsschwerpunktes S auf der horizontalen Schnittfläche AB des Schiffes, so erhält man für das Drehmoment $= M$, zufolge welchen das Schiff nach rechts hin, nach AZ (der Steuerbordseite) um \overline{FS} als Achse gedreht wird, wenn man über die $\overline{BF} = a$ und $\overline{BL} = l^1$) setzt:

$$M = \frac{k_1 \gamma F V^2}{2g} \sin^2 \alpha \cos \alpha [a + l \cos \alpha] + \frac{k_1 \gamma F V^2}{2g} \sin^3 \alpha [l \sin \alpha],$$

$$\text{I.} \quad M = \frac{k_1 \gamma F V^2}{2g} l \sin^2 \alpha + \frac{k_1 \gamma F V^2}{2g} a \sin^2 \alpha \cos \alpha.$$

Zunächst erkennt man hieraus, daß für $\alpha = \text{Null}$, die Wirksamkeit des Steuerruders ebenfalls $= \text{Null}$, so wie für $\alpha = 90$ sehr klein ist, da l gegen a einen verhältnißmäßig geringen Werth hat.

Aus letzteren Resultaten erhellt aber, daß es eine Stellung (einen Werth für α) geben muß, wobei das Steuerruder die größtmögliche Wirkung äußert.

Um (für unseren Zweck) die Lösung dieser Aufgabe auf möglichst einfachem Wege zu bewirken, benutzen wir die vorher gemachte

Watson 1776 besorgte englische Uebersetzung vor, welche betitelt ist: „A complete theory of the construction and properties of Vessels“, woselbst der fragliche Gegenstand Pag. 130 unter der Ueberschrift sich findet: „Upon the Action of the Rudder in a direct course“.

¹⁾ Die ganze Breite $= 2l$ des Steuerruders läßt sich (nach Scott Russel) nach der Formel berechnen: $2l$ (Fuß) $= \frac{1}{50}$ Schiffslänge in Fuß + 1 Fuß.

Angabe, daß l gegen a verhältnissmäßig klein ist und setzen demgemäß statt I. den Annäherungswerth:

$$\text{II. } M = \frac{k_1 \gamma F V^2}{2g} a \sin^2 \alpha \cos \alpha,$$

Hieraus findet man aber leicht, daß sich der dem Maximum von M entsprechende Werth für α aus der Gleichung berechnet:

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{1}{3}},$$

$$\text{so daß } \alpha = 54^\circ 44' \text{ ist.}$$

Denselben Werth findet auch Euler (a. a. O., Pag. 136).

Offenbar gilt vorstehende Rechnung nur dann, wenn das Wasser völlig frei gegen das Steuerruder und zwar in der Richtung AB (oder von L nach p) abfließen kann, was jedoch nur bei dem tiefsten horizontalen Durchschnitt des Wasserraumes geschieht, wo derselbe vom Kiele begrenzt ist. Die höher liegenden horizontalen Durchschnitte dagegen erhalten, namentlich nach der Mitte hin, eine bedeutende nach Außen gewölbte Ausdehnung, wodurch dem Wasser der freie Lauf gegen das Steuerruder verwehrt wird.

Euler hat auch diesen Fall behandelt. Er bezeichnet nämlich den Winkel, welchen das Achterende des betreffenden Schwimmbenenschnittes mit der Längsachse einschließt, mit β und schreibt dann zuerst statt II:

$$M_1 = k_1 \frac{\gamma F V^2}{2g} a \sin^2 (\alpha + \beta) \cos \alpha.$$

Weiter macht Euler darauf aufmerksam, daß die Geschwindigkeit, womit in diesem Falle das Steuerruder getroffen wird, nicht mehr V , sondern, zufolge einer Gegenströmung, $V \cos \beta$ ist, folglich auch sein muß:

$$\text{III. } M_1 = k_1 \frac{\gamma F V^2}{2g} a \cos^2 \beta \sin^2 (\alpha + \beta) \cos \alpha.^1)$$

Endlich wird gezeigt, daß dies Drehmoment seinen Maximalwerth erreicht für $\alpha = 90 - \left(\frac{\beta + \delta}{2}\right)$, wo δ einen Hilfswinkel bezeichnet, welcher aus der Gleichung $\cos \delta = \frac{1}{3} \cos \beta$ gefunden wird²⁾.

Hinsichtlich specieller Erörterungen dieses letzteren Gegenstandes muß der Verfasser auf folgende drei Bücher verweisen, wobei jedoch die Bemerkung nicht unterlassen werden kann, daß in den beiden ersten Quellen, in Bezug auf den fraglichen Gegenstand, keine anderen als die Formeln L. Euler's zu finden sind!

Die gedachten drei Bücher sind: Bobrik, Handbuch der practischen Seefahrtskunde. Zweiter Band, Zweite Abtheilung. Leipzig 1848, S. 2249 ff.³⁾ — Lutschauning (Prof. für Schiffsbau an der k. k. Akademie für Handel und Nautik in Triest), „Die Theorie des Schiffes“. Triest 1879, S. 138⁴⁾. — White (Constructeur der englisch. Kriegsmarine), Handbuch für Schiffbau. Deutsche Bearbeitung. Leipzig 1879, S. 620 ff.

¹⁾ L. Euler, a. a. O., §. 52, Pag. 140.

²⁾ Ebendasselbst §. 56.

³⁾ In Bezug auf das Werk des Dr. Bobrik ist noch zu bemerken, daß er alle betreffenden Entwicklungen speciell aufführt und auch die Endresultate durch Zahlenbeispiele erläutert.

⁴⁾ Lutschauning berechnete Tabellen zum noch besseren Verständniß

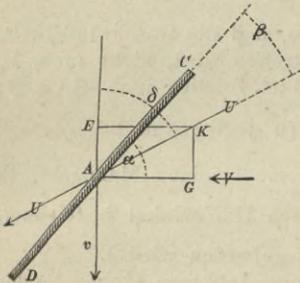
Die Gelegenheit benutzend, notirt der Verfasser noch zwei andere Quellen, worin man versucht hat, besondere Anwendung vom schiefen Stoße unbegrenzten Wassers gegen ebene Flächen zu machen. An beiden Stellen wird die Bewegung fliegender Brücken (Ponten) am Giertau auf Flüssen und Strömen behandelt, jedoch ohne Rücksicht auf die Gestalt und den Widerstand des Fährschiffes, nur mit Rücksicht auf das Gewicht des letzteren (den Körper des eingetauchten Schiffstheiles als ebene Fläche betrachtet). Beide Arbeiten sind wenigstens als nennenswerthe Versuche zur Lösung betreffender Aufgaben zu bezeichnen.

Die erste findet sich (als Aufgabe XXXII) in Lehmus' Buche: „Anwendungen des höheren Calculs“, Leipzig 1836, S. 160, unter der Ueberschrift: „Bestimmung der Zeit des Ueberganges einer fliegenden Brücke“. — Die zweite Arbeit, von Prof. Becker in Karlsruhe, ist in Förster's „Allgemeiner Bauzeitung“, Jahrg. 1847, S. 254 ff., abgedruckt und trägt die Ueberschrift: „Ueber fliegende Brücken“.

§. 185.

Weicht die vom unbegrenzten Wasser schief getroffene Fläche CAD mit einer Geschwindigkeit v in einer Richtung aus, welche rechtwinklig auf der Geschwindigkeit V , Fig. 213, des Wassers steht, so ermittelt man den Normaldruck gegen die Fläche, wenn man in I. des vorigen Paragraphen die entsprechende relative Geschwindigkeit $= U$ statt V einführt. Hierzu denke man sich Wasser und Fläche zu einer gemeinsamen Bewegung entgegengesetzt v angeregt, wodurch an der Wirkungsweise Nichts geändert, für den Rechnungsgang aber der Zustand herbeigeführt wird, als würde die ruhende Fläche vom Wasser mit einer Geschwindigkeit

Fig. 213.



$U = \sqrt{V^2 + v^2}$ getroffen, deren Richtung mit der Fläche einen Winkel $KAC = \beta$ bildet. Es ist daher der Normalstoß N :

$$(1) \quad N = k_1 \frac{\gamma}{2g} \cdot F (U \cdot \sin \beta)^2.$$

Setzt man ferner $\angle KAE = \delta$, so ist $\delta + \alpha - \beta = 90^\circ$, also $\cos(90 + \beta) = \cos(\delta + \alpha)$ und daher $\sin \beta = \sin \delta \cdot \sin \alpha - \cos \delta \cos \alpha$,

der Formel III. und zwar besonders um darzuthun, wie sich mit der Schärfe des Schwimmschnittes, also mit dem Winkel β , auch α für die Maximalwirkung des Drehmoments ändert. Außerdem hebt dieser Autor hervor, daß die ganze (Euler'sche) Theorie nur für Segelschiffe und Raddampfer, nicht aber für Schraubenschiffe gilt, da bei letzteren das Steuerruder von einer Strömung getroffen wird, welche die Resultirende ist aus der oben genannten Gegenströmung und dem Wirbelstrome, den der Propeller erzeugt.

oder wegen $\sin \delta = \frac{V}{U}$, $\cos \delta = \frac{v}{U}$, auch $\sin \beta = \frac{V \sin \alpha}{U} - \frac{v \cos \alpha}{U}$
 oder $U \sin \beta = (V \sin \alpha - v \cos \alpha)$, weshalb aus (1) wird:

$$(2) \quad N = k_1 \frac{\gamma}{2g} \cdot F (V \sin \alpha - v \cos \alpha)^2.$$

Zusatz 1. Aus letzterer Gleichung erhält man ohne Weiteres die bereits §. 128 erwähnte Kraft, womit frei strömendes Wasser das Rad eines Woltmann'schen Flügels (§. 126) in der Richtung der ausweichenden Fläche zur Umdrehung veranlaßt, zu

$$p = k_1 \frac{\gamma}{2g} \cdot F (V \sin \alpha - v \cos \alpha)^2 \cos \alpha,$$

wenn dabei von Wasserreibungen und Zapfenreibungen abgesehen wird. Sodann ergibt sich aber:

$$V = v \cotg \alpha + \sqrt{\frac{2gp}{k_1 \gamma \cdot F \sin^2 \alpha \cos \alpha}},$$

oder, wenn r den Halbmesser des Stoßmittelpunktes vom Flügel bezeichnet und v gleichzeitig die Peripheriegeschwindigkeit dieses Punktes ist, endlich in T Secunden u Umdrehungen erfolgen:

$$(3) \quad V = \frac{2r\pi}{T} \cdot u \cdot \cotg \alpha + \sqrt{\frac{2gp}{k_1 \gamma \cdot F \sin^2 \alpha \cos \alpha}}.$$

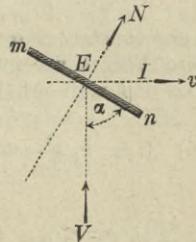
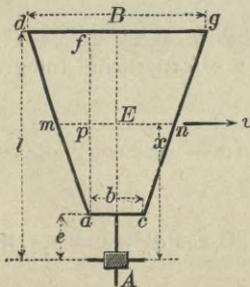
In diesem Ausdrucke kommen unter Voraussetzung ebener Flügel (wie dies bei manchen Woltmann'schen Flügeln der Fall ist), außer u nur bekannte Größen vor, so daß man setzen kann, wenn A und B betreffende Coefficienten bezeichnen:

$$V = A + Bu,$$

was genau der auf empirischem Wege, §. 128, abgeleitete Werth ist.

Zusatz 2. Eine fernere Anwendung der Gleichung (2) bietet die Ermittlung der mechanischen Arbeit $= \mathfrak{A}$, welche fließendes, unbegrenztes Wasser auf ein sogenanntes Sprengel'sches Wasserrad¹⁾ im freien Strome (einen Woltmann'schen Flügel mit ebenen Trapezflächen als Kraftmaschine) überträgt.

Wir bezeichnen hierzu mit x (Bezug nehmend auf Fig. 213^a) die Entfernung \overline{AE} eines beliebigen Flügелеlementes von der Drehachse Fig. 213^a.



¹⁾ Allgemeine Maschinenlehre des Verfassers. Bd. 1, S. 340 (2. Auflage).

und die Geschwindigkeit, womit dasselbe dem Wasser ausweicht, mit v , erhalten daher auch, wenn ω die Winkelgeschwindigkeit des Flügels für den Beharrungszustand bezeichnet:

$$v = \omega x.$$

Die correspondirende elementare Arbeit $= d\mathfrak{A}$, in der Richtung \overline{AJ} , Fig. 213^b, des ausweichenden Flügels, da hierzu dN in (2) mit $x\omega \cos \alpha$ zu multipliciren und dF statt F zu setzen ist, ergibt sich daher für ebene, nur schief gestellte Flügel:

$$(4) \quad d\mathfrak{A} = k_1 \frac{\gamma}{2g} dF (V \sin \alpha - x\omega \cos \alpha)^2 x\omega \cos \alpha.$$

Da F als Function von x auszudrücken ist, so werde noch der Flügelradius mit l , die Entfernung des ersten Flügелеlementes von der Drehachse A mit e bezeichnet, so wie $\overline{gd} = B$ und $\overline{ac} = b$ gesetzt. Sodann erhält man:

$$\overline{mn} = b + 2\overline{mp} = b + \frac{B-b}{l-e} (l-x)$$

und daher:

$$dF = \left[b + \frac{(B-b)}{l-e} (l-x) \right] dx.$$

Um die Reibungswiderstände sowohl am Wellenzapfen vom Halbmesser $= \varrho_1$ der Flügelwelle, als am Halslager derselben (wo $\varrho_2 =$ Wellradius ist), unmittelbar an der Flügelebene in Rechnung bringen zu können, sind folgende Bemerkungen zu beachten.

Die Zerlegung des Normaldruckes (2) in die Richtung von v er giebt (jetzt dN) zwar ganz richtig die eine Seitenkraft $dN \cos \alpha$, jedoch tritt auch gleichzeitig die zugehörige (zweite) Seitenkraft auf, nämlich $dN \cdot \sin \alpha$, deren Richtung mit der Achse der Flügelwelle zusammenfällt. Außerdem ist der Druck W gegen das Halslager zu ermitteln, so wie die passenden Reibungscoefficienten, beziehungsweise f_1 und f_2 zu wählen.

Sodann erhält man statt (4):

$$(5) \quad \mathfrak{A} = k_1 \frac{\gamma}{2g} \int_e^l dF [V \sin \alpha - x\omega \cos \alpha]^2 x\omega \cos \alpha - \\ - \frac{2}{3} f_1 \varrho_1 \frac{k_1 \gamma}{2g} \int_e^l dF [V \sin \alpha - x\omega \cos \alpha]^2 \sin \alpha - f_2 \varrho_2 W \cdot \omega.$$

Für ein constantes α (Sprengel nahm $\alpha = 64^\circ 26' 24''$)¹⁾ und für rechteckuläre Flügel vereinfacht sich die erforderliche Integration bedeutend, so daß man erhält:

$$(6) \quad \mathfrak{A} = k_1 \frac{\gamma}{2g} \omega b \cos \alpha \int_e^l [V \sin \alpha - x\omega \cos \alpha]^2 x dx - \\ - \frac{k_1}{3} \frac{\gamma}{g} f_1 \varrho_1 \sin \alpha \int_e^l [V \sin \alpha - x\omega \cos \alpha]^2 dx - f_2 \varrho_2 W \omega.$$

¹⁾ Notizblatt des Hannoverschen Architekten- und Ingenieur-Vereins, Bd. 2 (1852-53), S. 190.

Zusatz 3. Aus letzterem Ausdrucke läßt sich noch die S. 380 mitgetheilte Formel Baumgarten's ableiten¹⁾, welche dieser Ingenieur seiner Zeit empfahl, um mittelst des Woltmann'schen Flügels, aus dessen Umdrehzahlen = U , die Geschwindigkeit in Betten fließenden Wassers möglichst genau berechnen zu können.

Offenbar läßt sich (6) auf folgende Form bringen:

$$(mV^2 - n\omega V - p\omega^2) = (m_1V^2 - n_1\omega V - p_1\omega^2) + R + \mathfrak{A}.$$

Verkürzt man diese Gleichung ferner entsprechend und ersetzt ω durch die Umdrehzahl U des Flügels, so kann man schließlich schreiben.

$$V^2 - 2kUV - \lambda U^2 = \mu,$$

woraus folgt

$$V = kU + \sqrt{U^2(k^2 + \lambda) + \mu},$$

oder für $k^2 + \lambda = r$:

$$(7) \quad V = kU + \sqrt{rU^2 + \mu},$$

wie angegeben.

Wie man in vorstehenden Fällen für doppelt gekrümmte Flächen zu operiren hat, d. h. wenn v und α zugleich veränderlich sind, dürfte selbstverständlich sein, soll jedoch später bei den sogenannten holländischen Windmühlenflügeln mit erledigt werden.

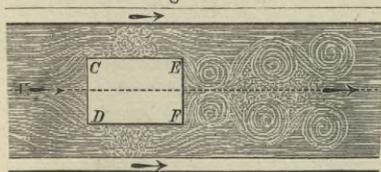
§. 186.

Stoß unbegrenzten Wassers gegen feste Körper.

Werden feste Körper vom bewegten Wasser getroffen, so hängt die Größe des entsprechenden hydraulischen Druckes oder Stoßes von der Ausdehnung, Gestalt, dem Anhängen (der Reibung) der Flüssigkeit an den Begrenzungsflächen etc., überhaupt von so viel Umständen ab, daß man sich hier, mit Ausnahme einiger ganz speciellen Fälle, ausschließlich mit Ergebnissen aus Versuchen begnügen muß.

Beispielsweise werde Nachstehendes aufgeführt.

Fig. 214.



Strömt das Wasser gegen feste unbewegliche Prismen $DCEF$, wie Fig. 214, mit ebenen Endflächen, und liegen deren Achsen überdies in der Bewegungsrichtung, so läßt sich der bewirkte hydraulische Druck = P immer noch mittelst der Gleichung berechnen:

$$P = k \cdot \gamma \cdot A \frac{V^2}{2g}.$$

Hierbei ist jedoch k mit der Länge = L des Prismas und mit der Quadratwurzel aus dem Querschnitte = A , rechtwinklig

¹⁾ Eine etwas andere Ableitung giebt Bresse in seiner Hydraulique, §. 113.

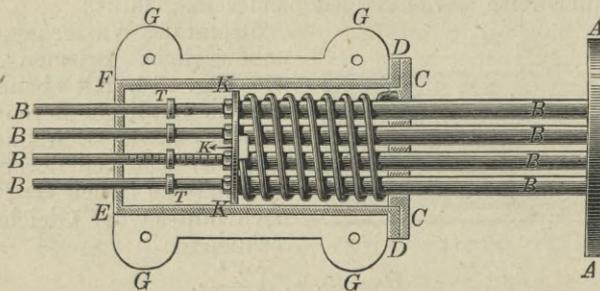
zur Länge genommen verschieden. Versuche von Dubuat¹⁾ und Duchemin²⁾ geben über letztere Beziehung Auskunft.

Nach Dubuat ist für	$\frac{L}{\sqrt{A}} =$	0,00	1,00	3,00	6,00
	k	1,865	1,451	1,323	1,360
Nach Duchemin für	$\frac{L}{\sqrt{A}} =$	0,00	1,00	2,00	3,00
	k	1,864	1,477	1,347	1,328

Die Wirkung unbegrenzten Wassers gegen ruhende feste Körper hat man wenig oder gar nicht direct ermittelt, betrachtet vielmehr diese Wirkung als identisch mit dem Widerstande, welchen unter sonst gleichen Umständen diese Körper erfahren, wenn sie in ruhigem Wasser bewegt werden, wovon im folgenden Capitel die Rede sein wird.

Zusatz. Die einzige zuverlässige Erfahrung über Wirkung der Meereswellen gegen Bauconstructionen verdanken wir dem englischen Ingenieur Thomas Stevenson, welcher mit einem geeigneten Instrumente, von ihm Marine-Dynamometer genannt, in den Jahren 1842 bis 1846 incl. an drei verschiedenen Orten Messungen anstellte, nämlich an der Irish-Sea auf Little Roß (Bay of Kirkcubright), im atlantischen Ocean an den Skerryvore Rocks, auf der Insel Tyree, Argyllshyre (Ostküste Schottlands) und in der Nordsee (German Ocean) am Bell-Rock-Leuchthurm³⁾.

Die allgemeine Anordnung des benutzten Dynamometers erhellt aus Fig. 214^a, welche dasselbe im Längenschnitte darstellt.

Fig. 214^a.

¹⁾ Principes, Nr. 484 und Poncelet: Introduction à la mécanique industrielle, Nr. 414.

²⁾ Poncelet: Ebendaselbst, Pag. 594.

³⁾ Transactions of the Royal Society of Edinburgh. Vol. XVI (1849),

DEFD ist ein gußeiserner Cylinder, welcher mittelst Flantschen *GG*, die außerhalb parallel der Cylinderachse angebracht sind und womit das Instrument seitwärts, an einem geeigneten, vorspringenden Felskopfe so befestigt wurde, daß die Wellen in der Richtung der horizontalen Achse, gegen eine außerhalb befindliche ebene Platte (Kreisscheibe) *A* in normaler Richtung wirken konnten. Zum Tragen und Führen der Platte *A* dienten vier Rundeisenstangen *BB*, die einerseits durch einen Deckel *CC* gingen, anderseits durch entsprechende Löcher im Boden *EF* des Cylinders hindurchtraten.

Im Innern des Cylinders *DEFD* ist an dem Deckel *CC* das eine Ende einer sehr starken Stahlfeder (a very strong steel spring)¹⁾ befestigt, während das andere oder freie Ende dieser Feder mit einer dünnen kreisförmigen Scheibe *K* verbunden war, die man wieder mit den vier Rundstangen *BB* unabänderlich vereinigt hatte.

Ferner waren Lederringe *TT* (mit etwas Reibung gleitend) auf den Stangen *BB* verschiebbar angebracht, die als Marken dienten, um die Größe der Strecke registriren zu können, bis zu welcher die Stangen *BB* aus den Löchern des Bodens *EF* durch den Wasserstoß herausgetrieben waren, oder, mit anderen Worten, um welche Längen die Feder zufolge des Wellenschlages ausgedehnt wurde.

Mittelst dieses mechanischen Instrumentes (wobei die Stoßplatte *A* von 3 bis 9 Zoll, meist 6 Zoll Durchmesser hatte) fand *Stevenson* an der Insel Skerryvore, wo die Heftigkeit der Wellen die gewöhnlichen Grenzen überschreitet, den hydraulischen Druck (Stoß) zu:

611 Pfd. pro Quadratfuß engl., oder zu 2992 Kil. pro Quadratmeter (als Mittelwerthe) während der 5 Sommermonate 1843 und 1844.

Ferner zu:

2086 Pfd. pro Quadratfuß, oder zu 10217 Kil. pro Quadratmeter, während der 6 Wintermonate derselben Jahre.

Der allergrößte überhaupt beobachtete Druck war:

6083 Pfd. pro Quadratfuß engl., oder 29797 Kil. pro Quadratmeter, Der an Bell-Rock Leuchthürme beobachtete größte Druck betrug 3013 Pfd. pro Quadratfuß engl., oder 14753 Kil. pro Quadratmeter.

Benutzt man zur Berechnung der Geschwindigkeit *V*, womit der betreffende Wellenschlag erfolgte, die Formel dieses Paragraphen und nimmt (nach *Dubuat*) $k = 1,865$, also:

$$P = 1,865 \gamma A \frac{V^2}{2g},$$

setzt ferner $P = 29800$, $A = 1$ und $g = 9,81$, so ergibt sich:

$$V = \sqrt{\frac{29800 \cdot 2 \cdot 9,81}{1,865 \cdot 1000}} = 17^m,67.$$

Pag. 23 unter der Ueberschrift: „Account of Experiments upon the force of the waves“ etc. Ferner *T. Stevenson*, The Design and Constructions of Harbours. Edinburgh, 1864, Pag. 39 etc. Hieraus in *Hagen*, Handbuch der Wasserbaukunst. Dritter Theil. Erster Band. Zweite Auflage. Berlin 1878, S. 120.

¹⁾ Im Originale ist überall nur von einer Feder die Rede, während deutsche Berichterstatter (u. A. *Franzius* und *Sonne* im 3. Bande, S. 702 des Handbuches der Ingenieur-Wissenschaften) von vier Federn berichten.

Zum Vergleiche werde erwähnt, daß nach Gebr. Weber¹⁾ die Geschwindigkeit der Meereswellen vom Engländer Thomson zu 29,49 engl. Meilen pro Stunde, oder zu 13^m,19 pro Secunde beobachtet wurden. Gaudry²⁾ giebt die größten Geschwindigkeiten der Meereswellen zu 50 bis 60 Kilometer pro Stunde an, was 13^m,88 bis 16^m,66 pro Secunde ausmacht.

Beiläufig bemerkt, wird die Maximalhöhe der Wellen für den großen Ocean, von dem vertrauenswerthen Horner³⁾, zu 25 bis 32 pariser Fuß, d. i. zu 8^m,125 bis 10^m,40 angegeben. Darcy⁴⁾ berichtet von 15^m hohen Wellen, Weber⁵⁾ sogar von solchen über 20 Meter Höhe.

White⁶⁾ erwähnt ganz richtig, daß über so bedeutende Wellenhöhen keine zuverlässigen Mittheilungen existiren und bezeichnet das größte glaubwürdige Maaß, nämlich Höhen von 44 Fuß englisch (13,42 Meter) bis 48 Fuß (14,64 Meter), als etwas ganz Außerordentliches. Derselbe Sachverständige bemerkt übrigens ganz richtig, daß sich alle diese Angaben auf einen einfachen Seegang beziehen und daß dabei ausgeschlossen ist, daß sich mehrere Wellenzüge über einander thürmen, oder daß irgend eine locale Erhöhung des Wasserspiegels durch Anstauung der Wellen gegen das Ufer oder durch Passiren über einen vereinzelt Felsen entsteht⁷⁾.

Nachschrift. Hagen, im Handbuche der Wasserbaukunst⁸⁾, will diesen Stevenson'schen Resultaten, selbst für eine bestimmte Localität, keine allgemeine Gültigkeit gestatten und hält dieselben vorzugsweise davon abhängig, in welcher Art die Wellen anlaufen etc. Zweifelhaft sei es ferner, ob der Stoß der Ausdehnung der getroffenen Scheibe proportional ist und ob die letztere, in Folge ihres Trägheitsmomentes, nicht weiter zurückwich, als der Druck des Wassers es erfordert hätte.

Manche dieser Bedenken sind unstreitig richtig und rathen zur Vorsicht bei Benutzung der Stevenson'schen Zahlenwerthe. Jedoch ist zu bedauern, daß Hagen nur Tadel für Stevenson hat und bei seiner einflußreichen Fachstellung im großen preußischen Staate und bei den gewiß vorhandenen Gelegenheiten, nicht direct oder indirect zur Anstellung neuer (und vollkommener) Versuche über „Wirkung der Wellen gegen Bauconstructionen“ Veranlassung gegeben hat.

1) „Wellenlehre auf Experimente gegründet“. Leipzig 1826, S. 56. Auch Gehler's Physik. Wörterbuch (Artikel „Meer“), Bd. 6, S. 1743.

2) *Traité des machines à vapeur*. Sec. Part., Nr. 840, Pag. 448.

3) Gehler's Physik. Wörterbuch (Meer), S. 1742.

4) Ebendasselbst, S. 448.

5) Wellenlehre, S. 45.

6) Handbuch für Schiffbau. Deutsch bearbeitet von Schlick und van Hüllen. Leipzig 1879, S. 176.

7) Höchst beachtenswerth ist im 5. Abschnitte des White'schen Buches, von S. 168 ab, eine Abhandlung, welche die Ueberschrift trägt: „Methoden zur Beobachtung der Dimensionen und Perioden der Wellen, nach dem von der englischen Admiralität acceptirten Vorschlage von Froude“.

8) Dritter Theil (das Meer). Erster Band (Seeufer- und Hafengebäude), S. 120 (Zweite Auflage).

Zweites Capitel.

Widerstand des Wassers gegen bewegte feste Körper.

§. 187.

Im Allgemeinen sind, unter sonst gleichen Umständen, die Erscheinungen des Widerstandes der Flüssigkeiten dieselben wie die des Stoßes, und daher auch die theoretischen Sätze des letzteren auf den Widerstand anwendbar, welchen feste Körper erfahren, wenn sie in Flüssigkeiten (widerstehenden Mitteln) bewegt werden.

Wir unterscheiden im Nachfolgenden, ob die festen Körper im Wasser völlig eingetaucht sind, oder nur zum Theil von diesem umgeben werden.

A. Völlig eingetauchte feste Körper.

1. Widerstand ebener Flächen bei geradliniger Bewegung der letzteren.

Hier macht man wieder von dem Ausdrucke (1), §. 183, Gebrauch, d. h. setzt für den fraglichen Widerstand = P :

$$P = (m + n) \cdot \gamma A \cdot \frac{V^2}{2g} = k\gamma A \frac{V^2}{2g}.$$

Für kleine Flächen (1 Quadratfuß Querschnitt mit 3 Fuß Geschwindigkeit bewegt) fand Dubuat: $m = 1$ und $n = 0,433$, also $k = 1,433$. Letzterer Werth stimmt auch mit einem Versuchsergebnisse Pambour's¹⁾ überein, während Poncelet²⁾ räth, allgemein $k = 1,30$ zu setzen.

Nach Versuchen von Piobert, Morin und Didion³⁾, mit Flächen von 0,03 bis 0,25 Quadratmeter Inhalt, ist für P zu setzen:

$$P = 0,934 \cdot A + 2,81 \cdot \gamma A \frac{V^2}{2g},$$

wenn A und V in Quadratmetern und Metern, und P in Kilogramm ausgedrückt werden.

Mit Vernachlässigung des ersten Gliedes folgt, auf beliebiges Maaß bezogen:

$$P = 2,81 \cdot \gamma A \frac{V^2}{2g},$$

wonach $k = 2,81$, d. h. doppelt so groß wie bei Dubuat ist, ein Unterschied, der seinen Grund in der Größe der Versuchsfläche hat (S. 597, zweite Note⁴⁾).

¹⁾ Gaudry: *Traité des machines à vapeur*. Paris 1856, T. I, Pag. 70.

²⁾ Introduction etc., Pag. 587.

³⁾ Poncelet: *Introduction à la mécanique industrielle*, Pag. 582.

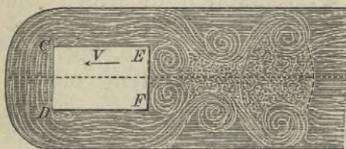
⁴⁾ Nach Campaignac (Gaudry a. a. O., Pag. 70) soll k bei den Schaufeln der Ruderräder von 1,24 bis 3,90 variiren, wofür derselbe 2,76 als Mittelwerth in Rechnung bringt. Redtenbacher (Resultate etc., S. 299. Sechste Auflage)

nimmt, für denselben Fall, $k = \frac{125}{51} = 2,5$. Garthe in seiner Schrift: „Prüfung der Leistungsfähigkeit etc. eines Dampfschiffes“ (Köln 1852) empfiehlt (S. 7) als Widerstandscoefficienten der Ruderradschaufeln (ebenfalls) $k = 2,5$ zu nehmen.

Nicht unwichtig dürfte die Bemerkung sein, daß im Allgemeinen k größer ist bei geradliniger als (unter sonst gleichen Umständen) bei kreisförmiger Bewegung, so wie daß alle vorbemerkten Resultate eine durchaus gleichförmige Bewegung voraussetzen.

2. Widerstand rechtwinkliger Prismen. Werden Prismen wie $CDEF$, Fig. 215, ihrer Längensachse nach parallel im ruhenden Wasser bewegt, und bezeichnet wiederum L deren Länge und A den Querschnitt normal zu L , so ist mit Bezug auf die Widerstandsformel

Fig. 215.



$$P = k\gamma A \frac{V^2}{2g} :$$

Nach Dubuat wenn	$\frac{L}{\sqrt{A}} =$	0,00	1,00	3,00	
	$k =$	1,433	1,172	1,101	
Nach Duchemin wenn	$\frac{L}{\sqrt{A}} =$	0,00	1,00	2,00	3,00
	$k =$	1,254	1,282	1,300	1,326

Hinsichtlich des Einflusses der Länge sind hier die Angaben im Widerspruche. Poncelet räth jedoch, die Schlüsse Duchemin's nicht als entscheidend zu betrachten.

3. Widerstand von Körpern verschiedener Gestalt. Aus den Versuchen von Borda und Hutton hat Poncelet¹⁾ nachfolgende Zusammenstellung gemacht, wobei die Zahlenwerthe das Verhältniß des Widerstandes der erhabenen Außenseite zu dem Widerstande gegen die Basis angeben²⁾.

- a. Der dreiseitige Keil mit ebenen Seitenflächen, zu seiner rechteckigen Basis, wenn der Winkel an der Spitze ist $\left. \begin{array}{l} 90^\circ \text{ (Borda)} \dots 0,728 \\ 60^\circ \text{ " } \dots 0,520 \end{array} \right\}$
- b. Dreiseitiger Keil mit Seitenflächen aus Kreisbögen von 60° , diese von den Gegenecken beschrieben, in Bezug auf seine rechteckige Basis (Borda) 0,390

¹⁾ Introduction etc., Pag. 612.

²⁾ Poncelet bedauert hier mit Recht den Mangel der directen Beziehung zum Widerstande der ebenen Fläche von derselben Gestalt und Größe wie die betreffenden Körperbasen. Nimmt man mit Poncelet (a. a. O., Pag. 587) allgemein 1,3 für die kleine ebene Fläche, so erhält man z. B. für die Kugel

$$k = 1,3 \cdot 0,407 = 0,5291,$$

was mit Borda ($k = 0,56$) und Hutton ($k = 0,594$) beinahe übereinstimmt.

c.	Halbcylinder, die Grundfläche eine halbe Ellipse, welche um ein gleichschenkliges Dreieck beschrieben ist, im Verhältniß zum Widerstande gegen seine rechteckige Basis (Borda)	0,430								
d.	Halbcylinder, Halbkreis als Grundfläche in Bezug auf seine rechteckige Basis (Borda)	0,570								
e.	Kegel, die Spitze voraus, im Verhältniß zur kreisförmigen Basis desselben, wenn der Winkel an der Spitze ist	<table border="0"> <tr> <td>90° (Borda)</td> <td>0,691</td> </tr> <tr> <td>60° " "</td> <td>0,543</td> </tr> <tr> <td>51°24' (Hutton)</td> <td>0,433</td> </tr> </table>	90° (Borda)	0,691	60° " "	0,543	51°24' (Hutton)	0,433		
90° (Borda)	0,691									
60° " "	0,543									
51°24' (Hutton)	0,433									
f.	Halbkugel zur ganzen Kugel (Borda und Hutton)	0,990								
g.	Halbkugel zum größten Kreise derselben	<table border="0"> <tr> <td>Borda</td> <td>0,405</td> </tr> <tr> <td>Hutton.</td> <td>0,413</td> </tr> <tr> <td>Vince</td> <td>0,405</td> </tr> <tr> <td colspan="2" style="border-top: 1px solid black; text-align: right;">Mittel: 0,407</td> </tr> </table>	Borda	0,405	Hutton.	0,413	Vince	0,405	Mittel: 0,407	
Borda	0,405									
Hutton.	0,413									
Vince	0,405									
Mittel: 0,407										

B. Zum Theil eingetauchte (schwimmende) Körper.

Nach den Versuchen von Bossut, d'Alembert und Condorcet¹⁾ scheint bei nicht völlig in das Wasser getauchten Körpern der Widerstand etwas rascher als mit dem Quadrate der Geschwindigkeit zu wachsen, so wie sich ferner ergeben hat, daß unter sonst gleichen Umständen der Widerstand etwas größer ist für einen nahe an der Oberfläche als für einen in gewisser Tiefe schwimmenden Körper. Für die Praxis kann jedoch, wenn *A* den größten Querschnitt des eingetauchten Theiles vom Körper bezeichnet, der betreffende Widerstand abermals dargestellt werden durch:

$$P = k\gamma A \frac{v^2}{2g}.$$

a. Prismen (gerade) in der Achsenrichtung bewegt.

Aus einem Versuche Borda's, welcher eine parallelepipedische Kiste von 14 Zoll Höhe, im ruhigen Wasser rechtwinklig zu einer Seitenfläche so bewegte, daß genau ein Würfel von 1 Fuß Seite in das Wasser tauchte, berechnete Dubuat $k = 1,11$, während er $k = 1,172$ fand, sobald der Körper ganz unter Wasser getaucht war. Ersteren Werth von k rath Poncelet²⁾ zu wählen, sobald die Länge wenigstens das Dreifache der horizontalen Breite ist. Nach d'Aubuisson soll $k = 1,0$ also am kleinsten sein, wenn die Länge des Prismas das Fünf- bis Sechsfache der Breite (oder vielmehr von \sqrt{A}) beträgt.

Vermehrt sich die Länge über letztere Grenze hinaus, so wächst k wieder, was sich durch die vermehrte Reibung (das Anhängen) des Wassers an den Seitenflächen erklären läßt.

¹⁾ Architecture Hydraulique, par Bélidor, nouvelle Édition (par Navier), Pag. 346, Note (db), §. 4.

²⁾ Introduction, Pag. 596.

b. Prismen mit zugeschärften Vorder- und Hintertheilen.

Wie sehr man den Widerstand schwimmender Prismen vermindert, wenn man die Vorderflächen nach Art mancher Schiffsvordertheile so gestaltet, daß dem Wasser gleichsam eine Schneide zugekehrt wird, lehren unter Andern die Versuche, welche hierüber Bossut, d'Alembert und Condorcet anstellten¹⁾. Nimmt man den Widerstand des Prismas ohne Vordertheil als Einheit, so erhält man, je nach den Winkeln des Vordertheiles, nachverzeichnete Werthe, vorausgesetzt, daß die Länge des ganzen Körpers das Fünf- bis Sechsfache der Breite ist.

Winkel des Vordertheils	180°	156°	132°	108°	84°	60°	36°	12°
Verhältniß der Widerstände	1,00	0,96	0,85	0,69	0,54	0,44	0,41	0,40

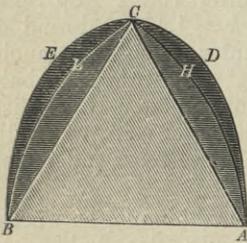
Die am Hintertheile der schwimmenden Prismen angebrachten Zuschärfungen vermindern zwar, wie man aus folgendem Täfelchen erkennt, ebenfalls den Widerstand, allein bei Weitem weniger wie die am Vordertheile.

Winkel am Hintertheile	180°	96°	48°	24°
Verhältniß der Widerstände	1,00	0,89	0,86	0,84

Noch mehr wird der Widerstand vermindert, wenn man Vorder- und Hintertheil, so wie endlich den Seitenflächen gekrümmte Formen giebt.

Ein interessanter Versuch von Borda²⁾ giebt hierüber noch weitere Auskunft. Er nahm drei gerade Prismen, wovon das eine von ebenen Seitenflächen *BC* und *AC*, Fig. 216, begrenzt war, die mit *AB* ein gleichseitiges Dreieck *ABC* bildeten, das andere von Kreisbogen *BLC* und *AHC*, die aus *A* und *B* beschrieben waren, und endlich das dritte die Halbellipse *BECD* zur Außenfläche hatte.

Fig. 216.



Indem er diese Prismen gleichförmig in unbegrenzter Flüssigkeit fortführte, ergab es sich, daß die Widerstände der Bewegung — je nachdem die ebene Fläche *AB* voranging oder der Winkel *C*, oder die Spitzen *C*

¹⁾ Nouvelles expériences, sur la résistance des fluides 1777. Im Auszug d'Aubuisson: Hydraulique, Nr. 264.

²⁾ Mém. de l'académie etc., 1763, Pag. 370, und d'Aubuisson Hydraulique, Pag. 313. Borda's Versuch, zwar in der Luft angestellt, ist von Beaufoy später bestätigt worden, wie man bei d'Aubuisson a. a. O. nachlesen kann.

des Kreiskörpers LCH , oder endlich der Ellipse ECD — sich zu einander verhielten, wie die Zahlen $100 : 52 : 43 : 39$.

c. Schiffe auf Canälen und Flüssen.

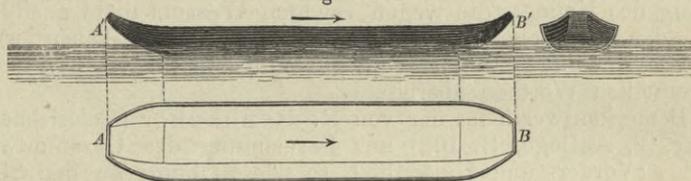
Aus dem Vorstehenden folgt von selbst, daß für Schiffe, je nach der Constructionsform der Vorder- und Hintertheile und besonders der sanften Abrundungen dieser Theile, so wie der Seitenflächen, nicht minder nach dem Verhältnisse der größten Breite zur Länge des Schiffes ¹⁾, der Widerstandcoefficient k verschieden ausfallen muß, was auch die Erfahrung bestätigt, indem hier k im Allgemeinen von 1,10 bis 0,05 variirt.

In Bezug bestimmter Angaben für k wird man sich daher auf specielle Fälle beschränken müssen.

Nach Poncelet ²⁾ ist für große Moselschiffe, deren allgemeine nicht unvortheilhafte Gestalt Fig. 217 in Aufriß, Grundriß und Seitenansicht darstellt, $k = 0,33$ zu nehmen, so daß man erhält:

$$I. P = 0,33 \cdot \frac{\gamma A (V \pm v)^2}{2g}$$

Fig. 217.



wenn V die Geschwindigkeit des Schiffes und v die des Flusses bezeichnet.

Nach Versuchen Morin's ³⁾ mit den seiner Zeit von Paris nach Meaux gehenden Postschiffen, die aus Eisenblech nach den besten schottischen Canalschiffen construirt waren und wovon Fig. 218 den Aufriß und Fig. 219 die Hälfte des in größerem Maaßstabe gezeichneten Grundrisses darstellt (die Hälfte AB das

Fig. 218.

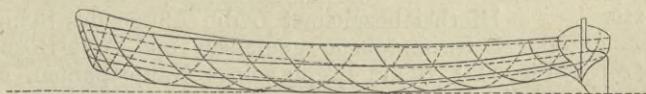
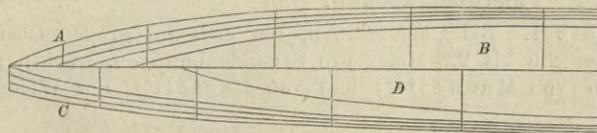


Fig. 219.



¹⁾ Nach Callon, Mathias und Gaudry (a. a. O., T. II, Pag. 418) ist das beste Verhältniß der Breite zur Länge wie 1 : 6 bis 1 : 8 bei Seedampfschiffen und 1 : 12 bis 1 : 15 für Flußdampfschiffe.

²⁾ Introduction, Pag. 609.

³⁾ Ebendasselbst, Pag. 609.

Vordertheil, CD das Hintertheil), ist $k = 0,207$ bis $0,271$ (je nach der Canalbreite), wofür man als Mittelwerth $0,24$ wird annehmen können.

Bei Schiffsformen wie Fig. 218 und 219 ist daher:

$$\text{II. } P = 0,24 \cdot \frac{\gamma A (V \pm v)^2}{2g}.$$

Garthe (a. a. O., S. 6) will für sehr viele Fälle an Rheinschiffen die Bestätigung des schon von Navier¹⁾ aufgestellten Satzes erhalten haben, daß

$$k \text{ von } 0,20 \text{ bis } 0,50$$

variiren kann, derartig, daß $0,2$ für die beste (?) Form eines Flußschiffes und $0,5$ für die schlechteste Form desselben angesehen werden darf.

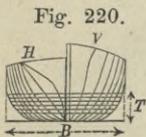
Letztere Angaben stimmen mit Erfahrungen überein, welche Herr Bellingrath aus Versuchen mit einem Elbschiffe von 2000 Centner Tragfähigkeit gewonnen hat²⁾.

Für einen solchen Kahn, wenn er leicht belastet wurde, ergab sich $k = 0,38$, wozu Bellingrath bemerkt, daß eine größere Belastung des Kahnes, die wegen seichten Wassers nicht ausführbar war, den Coefficienten noch günstiger gestaltet haben würde. Letztere Annahme stimmt recht gut mit den für k in I. und II. mitgetheilten Werthen überein.

Bemerkenswerth ist der von Redtenbacher (Calorische Maschine, 2. Auflage, S. 108) zur Berechnung des Gesamtwiderstandes (Vorder- und Hintertheil, so wie Reibung an den Seitenflächen) eingeschlagene Weg, wobei derselbe zu dem Resultate gelangt, daß der Reibungswiderstand an den Seitenflächen die beiden anderen Widerstände derartig übertreffe, daß man meistens letztere gegen den ersteren vernachlässigen könne.

Auf diese Voraussetzungen basirt, setzt Redtenbacher (für gut gebaute Fluß- wie Seeschiffe):

$$k = 0,00606 \left\{ \frac{2}{3} \frac{L}{T} + 2 \frac{L}{B} \right\}.$$



Hierbei bezeichnet L die Länge des Schiffes in der Schwimmebene gemessen und, mit Bezug auf Fig. 220, B die Breite seines Hauptspantens, so wie T die Tauchung (Einsenkung) desselben. Man sehe hierüber noch §. 188.

Zusatz 1. Bei Canalschiffen, die sich mit großen Geschwindigkeiten über $2,5$ bis $2,8$ Meter pro Secunde bewegen, wächst, nach den Versuchen von Macneill³⁾ und von Russell⁴⁾, der Widerstand in

¹⁾ Résumé des Leçons etc., III^e Partie, Pag. 407.

²⁾ Studien über Bau und Betriebsweise eines deutschen Canalnetzes. Von E. Bellingrath, Director der Ketten-Schleppschiffahrt der Oberelbe in Dresden. Berlin 1879.

³⁾ Annales des ponts et chaussées, 1834, 3, Pag. 129.

⁴⁾ Ebendasselbst, Jahrg. 1837, 3, Pag. 143.

größeren Verhältnisse als mit dem Quadrate der relativen oder beziehungsweise absoluten Geschwindigkeit der Bewegung. Zur Aufstellung allgemeiner, namentlich mathematischer Gesetze ist man jedoch nicht gelangt.

Zusatz 2. Bei Schiffen, welche sich auf engen Canälen und Flüssen bewegen und wo das Wasser zu beiden Seiten des Schiffes nicht mit gehöriger Leichtigkeit ausweichen kann, ist nach Dubuat aus Bossut's Versuchen der Widerstand P' :

$$V. P' = \frac{8,46}{2 + \frac{F'}{F}} \cdot P,$$

wenn P den Widerstand im unbegrenzten Wasser, F den Querschnitt des eingetauchten Theiles und F' den Wasserquerschnitt des Canales bezeichnet.

Hierbei wird für $F' = 6,46 \cdot F$ der Werth $P' = P$, woraus folgt, daß wenn der Canalquerschnitt 6,46 mal so groß wie der des Prismas wird, der Widerstand gleich dem im unbegrenzten Wasser ist.

Hagen (Handbuch der Wasserbaukunst. Zweiter Theil, 4. Band, S. 196) erwähnt einer practischen Regel, wonach der fünffache Werth von $\frac{F'}{F}$ als genügend angesehen wird. Die Ueberschreitung dieses Werthes soll sich, mit Rücksicht auf die Ersparniß der Zugkraft, nicht mehr lohnen.

Der Werth V ändert sich nach der Gestalt und Größe der Schiffe, weshalb z. B. d'Aubuisson¹⁾ für die auf dem Canale von Languedoc benutzten Barken gefunden hat:

$$P' = 140 \frac{F^2 V^2}{F' + 2F} \text{ Kilogr.}$$

Nach Versuchen des französischen Ingenieurs Bazin am Canal de Bourgogne (Annales des Ponts et Chaussées, 1862, 2, Pag. 358), kann man für einen Zug von n zusammengekuppelten Canal- oder Flußschiffen (geschleppten Kähnen) statt des Coefficienten k , den Werth $\frac{k}{2} (n + 1)$ in Rechnung bringen. Dazu bemerkt Lagrené (Cours de Navigation Intérieure, Tome II, Pag. 96. Paris 1871), daß hierdurch noch nicht das wirkliche Gesetz ausgedrückt sei, solches vielmehr durch zahlreichere Versuche erst festzustellen sein würde.

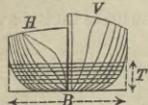
Zusatz 3. Eine nützliche und theilweise auch practische Anwendung von vorstehenden Sätzen läßt sich zur Lösung passender Aufgaben für Dampfschiffe machen, welche mit flachem Boden und ohne Kiel gebaut sind und nicht die vollkommenen Zuspärfungen an beiden Enden besitzen, wie dies bei guten See- oder Meeresschiffen der Fall ist.

Zur Herleitung betreffender Formeln folgt der Verfasser Marestier und Redtenbacher. Ersterer entwickelte das Hauptsächlichste dieser Formeln in einer 1824 in Paris erschienenen Schrift, welche betitelt

¹⁾ Traité d'Hydraulique, Pag. 323.

ist: „Mémoire sur les bateaux à vapeur des états-unis d'Amérique“, während Redtenbacher seine (ähnlichen) Gleichungen in einer 1853 erschienenen Abhandlung: „Die calorische Maschine“, 2. Auflage, veröffentlichte.

Hierzu bezeichne A den Inhalt vom Parallelogramme des Hauptspanten, also mit Bezug auf Fig. 220: $A = BT$. Der thatsächlich vorhandene Flächeninhalt $= F$ des Hauptspantenquerschnittes ist, wegen der seitlichen Abrundungen, in der Regel kleiner, so daß $\frac{F}{A} < 1$ ist.



Schreibt man daher $F = mBT$, so variirt m zwischen 0,90 bis 1,0 für Canal- und Flußschiffe, für See- und Meeresschiffe von 0,70 bis 0,88. Campaignac (in seinem Werke „De l'état actuel de la navigation par la vapeur etc.“) verzeichnet m für 13 verschiedene Dampfschiffe.

Bezeichnet man hiernach mit U die relative Geschwindigkeit $V \pm v$ des Schiffes gegen das Wasser und mit C die Umfangsgeschwindigkeit der Ruderräder gegen das Schiff, so wird man den Fortlaufwiderstand $= P$ des Schiffes setzen können:

$$(1) \quad P = k \frac{\gamma F}{2g} \cdot U^2 = k \frac{\gamma F}{2g} \cdot (V \pm v)^2.$$

Ist ferner a der Inhalt der gleichzeitig eintauchenden Schaufeln der Ruderräder, so hat man ebenso für den Druck $= p$ derselben gegen das Wasser:

$$(2) \quad p = \kappa \frac{\gamma}{2g} a [C - U]^2 = \kappa \frac{\gamma}{2g} a [C - (V \pm v)]^2.$$

Daher ergibt sich auch die widerstehende Arbeit $= \mathfrak{A}$ des Schiffes zu:

$$(3) \quad \mathfrak{A} = k \frac{\gamma F}{2g} U^3,$$

so wie die erforderliche bewegende Arbeit $= \mathfrak{A}_1$ für die Ruderräder:

$$(4) \quad \mathfrak{A}_1 = \kappa \frac{\gamma a}{2g} (C - U)^2 C.$$

Für den Beharrungszustand der Bewegung muß (1) gleich (2) sein, d. i.

$$(5) \quad kFU^2 = \kappa a (C - U)^2,$$

woraus folgt:

$$(C - U)^2 = \frac{kFU^2}{\kappa \cdot a}, \text{ so wie } \frac{C}{U} = 1 + \sqrt{\frac{kF}{\kappa a}},$$

und weshalb man aus (4) erhält:

$$\mathfrak{A}_1 = \frac{\kappa \gamma a}{2g} \frac{kFU^2}{\kappa a} \cdot C = \frac{\gamma k F}{2g} U^3 \left(\frac{C}{U} \right),$$

oder wenn N die Zahl der Total-Pferdekräfte bezeichnet:

$$\text{I. } 75 \cdot N = \frac{\gamma k F}{2g} U^3 \left(\frac{C}{U} \right).$$

Unter Voraussetzung englischer Maaße, wo $\gamma = 62,5$ und $g = 32,2$ Fuß ist:

$$\text{II. } 550 N = \frac{\gamma k F}{2g} U^3 \left(\frac{C}{U} \right).$$

Nach Navier und ebenfalls nach Garthe kann man den Widerstandcoefficienten, welcher den Schaufeln des Ruderrades als ebenen Flächen angehört, d. i. $\alpha = 2,50$ setzen, so wie ferner annehmen, daß der Quotient $\frac{C}{U}$ für Flußschiffe $= 1,40$ ist.

Um die Nützlichkeit vorstehender Formeln für manche practische Zwecke durch Zahlenbeispiele darzuthun, entlehnt der Verfasser der wiederholt citirten Schrift des Dr. Garthe nachstehende Fälle und zwar deshalb noch, weil dieser Herr Gelegenheit hatte, die betreffenden Rechnungen durch Versuche mit Rheinschiffen (die zwischen Bonn und Ruhrort fahren) zu controlliren.

Beispiel 1. Es ist durch Rechnung zu ermitteln, ob ein Rhein-Schleppdampfschiff, dessen Propeller Schaufelräder sind, seiner Form nach, zu den bestmöglichen gehört oder nicht, wenn die hauptsächlichsten (von Garthe selbst ermittelten) Dimensionen und Verhältnisse folgende sind:¹⁾

Flächeninhalt des Hauptspantenquerschnittes $F = 32,50$ Quadratfuß engl.
 „ der Summe der eintauchenden
 Schaufelflächen beider Räder ($6 \cdot 8,645$) $a = 51,87$ „ „
 Durchmesser jedes der Schaufelräder, von
 Mittelpunkt zu Mittelpunkt der Schaufel
 gemessen, durchschnittlich 11,88 Fuß.

Diese Räder machten pro Minute 26,46 Umläufe, weshalb sich die secundliche Umfangsgeschwindigkeit C derselben berechnete zu

$$C = 16,45 \text{ Fuß.}$$

Die betreffende Fahrt wurde stromaufwärts von Ruhrort nach Köln gemacht, wobei die Schiffsgeschwindigkeit 9,09 Fuß pro Secunde betrug, während der Rheinstrom daselbst die correspondirende mittlere Geschwindigkeit $v = 4,45$ Fuß hatte, die relative Geschwindigkeit also war:

$$U = V + v = 9,09 + 4,45 = 13,54 \text{ Fuß engl.}$$

Auflösung. Aus (5) der vorstehenden Gleichungen erhält man:

$$k = \frac{\alpha a [C - U]^2}{FU^2},$$

folglich, wenn $\alpha = 2,5$ angenommen wird, ergibt sich nach Einsetzung vorstehender Zahlenwerthe:

$$k = \frac{2,5 \cdot 51,87 [16,45 - 13,54]^2}{32,5 \cdot (13,54)^2},$$

d. i.: $k = 0,184$.

Da die Länge des Schiffes $L = 90$ Fuß, seine Breite $B = 14$ Fuß und seine Tauchung $T = 3$ Fuß betrug, also

$$\frac{L}{T} = 30 \text{ und } \frac{L}{B} = \frac{90}{14} = \frac{45}{7}$$

¹⁾ Das betreffende Dampfschiff hatte die englische Firma: Ditchbourne & Mann in Blackwell geliefert. Die betreffenden Maße sind daher englische, die hier auch beibehalten wurden.

ist, so würde man nach Redtenbacher's Formel, S. 612, erhalten:

$$k = 0,00606 \left[\frac{2}{3} \cdot 30 + 2 \frac{45}{7} \right] = 0,00606 \cdot 32,85 = 0,1991.$$

In dem folgenden, mit „Geschichtliche Notizen über die Bestimmung des Widerstandes beim Fortlaufe der Schiffe im Wasser“ überschriebenen §. 188, kommen wir auf diesen Gegenstand ausführlich zurück.

Beispiel 2. Es fragt sich, welche Umfangsgeschwindigkeit die Ruderräder desselben Dampfschiffes, bei einer Fahrt von Köln nach Bonn, mit der Geschwindigkeit von 9,32 Fuß engl. und bei der Wassergeschwindigkeit von 4,45 Fuß, also mit der relativen Geschwindigkeit 13,77 Fuß pro Secunde annehmen mußten, wenn man den Widerstandscoefficienten des Schiffes $k=0,2$ und den der Schaufeln $\alpha=2,5$ setzte, alle sonstigen Werthe aber dieselben bleiben?

Auflösung. Aus Gleichung (5) erhält man für diesen Fall:

$$C = U \left[1 + \sqrt{\frac{kF}{\alpha a}} \right],$$

so wie nach Einsetzung vorstehender Zahlenwerthe:

$$C = 13,77 \left[1 + \sqrt{\frac{0,2 \cdot 32,5}{2,5 \cdot 51,87}} \right], \text{ d. i.} \\ C = 16,85 \text{ Fuß.}$$

Beobachtet wurden 27,4 Umläufe der Schaufelräder pro Minute, so daß sich deren secundliche Umfangsgeschwindigkeit $= C_1$ berechnete, zu:

$$C_1 = \frac{3,14 \cdot 11,88 \cdot 27,4}{60} = 17,03 \text{ Fuß.}$$

Hiernach ist die Differenz zwischen Rechnung (Theorie) und Experiment:

$$C_1 - C = 17,03 - 16,85 = 0,18 \text{ Fuß,}$$

ein Resultat, welches hinreichend angiebt, daß die angewandten Maschinen unter dem zweckmäßigen Baue des Schiffes ihre Schuldigkeit gethan.

Beispiel 3. Wie viel effective Pferdekkräfte müßten die Dampfmaschinen auf die Ruderradwelle des genannten Schleppdampfschiffes übertragen, wenn dasselbe mit der relativen Geschwindigkeit von ($U = V + v = 9,55 + 4,45$) 14 Fuß pro Secunde stromaufwärts fahren soll?

Auflösung. Da hier $U^3 = 14^3 = 2744$ ist, so erhält man zufolge II, wenn $\frac{C}{U} = 1,40$ genommen wird:

$$N_1 = \frac{62,5 \cdot 0,184 \cdot 32,5 \cdot 2744 \cdot 1,4}{2 \cdot 32,2 \cdot 550} = 40,5.$$

Soll dies Schleppdampfschiff zeitweise auch für den Personenverkehr benutzt werden und dann mit der relativen secundlichen Geschwin-

digkeit von 20,31 Fuß (circa 12 Knoten)¹⁾ stromaufwärts fahren, so berechnet sich nach derselben Gleichung, da jetzt $U^3 = (20,31)^3 = 8378$ ist:

$$N_2 = \frac{8378}{2744} \cdot 40,5 = 3,05 \cdot 40,5 = 123,6.$$

Hiernach könnte man als Mittelwerth der Dampfmaschinenarbeit setzen:

$$N = \frac{N_1 + N_2}{2} = \frac{164,1}{2} = 82,05.$$

Garthe berechnet in unserer Quelle (a. a. O., S. 15) die effective Arbeit der beiden vorhandenen Dampfmaschinen (nach Pambour) zu 88,4 Pferdekraften.

Anmerkung. Entsprechend der ersten Auflage dieses Buches wäre hier der Ort gewesen, zu noch anderen Anwendungen der Sätze vom schiefen Stöße des Wassers, die wesentlichsten, theoretischen Formeln für die Wirkungsweise der Schiffsschrauben (Schrauben-Propeller), ferner für die Ermittlung ihrer Gestalt, so wie zur Berechnung ihrer Dimensionen folgen zu lassen. Der Verfasser hält es jedoch für angemessener, der practischen Tendenz seines Buches folgend, hiervon abzusehen, da alle zur Zeit bekannten Theorien die (bereits in der Allgem. Maschinenlehre des Verfassers, Bd. IV, S. 159 ausgesprochene) Thatsache zeigen, daß die Gestalt der Schiffsschrauben, wie solche gegenwärtig die Constructeure für die vortheilhafteste halten, theoretisch nicht zu bestimmen ist. Mit letzterem Urtheile übereinstimmend ist das, was neuerdings Prof. Lewicki in seiner beachtenswerthen, im Nachstehenden aufgeführten Arbeit ausspricht und was also lautet: „Daß es noch keine Theorie giebt, welche alle Wirkungen in Betracht zieht, die auf die Construction der Schiffsschraube von wesentlichem Einfluß sind“. Diesem allen gemäß werden hier nur folgende Werke und Abhandlungen genannt, deren Studium nach einander zu empfehlen ist:

Redtenbacher, „Die calorische Maschine“, 2. Auflage. Mannheim 1853, S. 115 ff. — Derselbe in seinem Werke „Der Maschinenbau“, Bd. 3, S. 174. Mannheim 1865. — Grashof in der 6. Auflage der Redtenbacher'schen „Resultate für den Maschinenbau“, S. 322. — Lewicki, „Ueber Schraubenpropeller“ in der Zeitschrift „Der Civilingenieur“. Jahrg. 1876 (Bd. XXII), S. 610. — Szily, „Zur Theorie der Propellerschraube“ in derselben Zeitschrift. Jahrg. 1877 (Bd. XXIII), S. 177. — White, „Handbuch für Schiffbau“. Deutsch bearbeitet von Schlick und van Hüllen. Leipzig 1879, von S. 575 an. Höchst beachtenswerthe Erfahrungsergebnisse, meist auf Versuchen von Froude basirt. Auf die Resultate des letzteren (leider zu früh verstorbenen) ausgezeichneten Theoretikers und Experimentators kommen wir im folgenden Paragraphen wieder zurück.

¹⁾ Die Knotenlänge = 6086,4 Fuß engl. gerechnet, erhält man

$$\text{Knoten pro Stunde} = \frac{3600 \cdot U}{6086,4},$$

wenn U die secundliche Geschwindigkeit bezeichnet.

Geschichtliche Notizen,

betreffend den Widerstand der Schiffe bei ihrem Fortlaufe im Wasser.

Die erste bedeutsame mathematische Abhandlung, vorbemerkten Gegenstand betreffend, lieferte Leonhard Euler in seinem berühmten, 1749 in Petersburg erschienenen Werke: „Scientia Navalis etc.“ In diesem Werke hat Euler Alles, ja sogar mehr geleistet, als man bei seinem Mangel der practischen Kenntnisse des Seewesens erwarten durfte. Später bemühte sich Euler, dieses große Werk auch dem practischen Seemann zugänglich und brauchbar zu machen, indem er eine Art Auszug verfaßte, dessen Original in französischer Sprache 1776 in Paris erschien und das ins Russische, Italienische und Englische, nicht aber ins Deutsche übersetzt wurde. Die englische Uebersetzung liegt dem Verfasser vor und führt den Titel: „A Complete Theory of the Construction and Properties of Vessels with practical conclusions for the management of Ships made easy to Navigators“. London 1776. Im zweiten Buche dieses letzteren Werkes rath Euler, unter Anwendung des Newton'schen Hauptsatzes (daß der Widerstand dem Quadrate der Fortlaufgeschwindigkeit proportional sei), den Widerstand eines Schiffskörpers dadurch zu ermitteln, daß man die Fläche (die Haut) des im Wasser schwimmenden Theiles in so kleine Flächenstücke zerlegt, daß man jedes derselben als eine ebene Fläche von gewisser Neigung gegen die Bewegungsrichtung betrachten kann.

Sind auch manche Abschnitte dieses Werkes noch heute als brauchbar zu bezeichnen (beispielsweise die oben S. 598 aufgeführte Wirkungsweise der Steuerruder), so waren doch naturgemäß viele andere dieser Theorien, namentlich die, welche sich auf den Widerstand der Schiffe im Wasser bezogen, ohne mit den Schiffen selbst angestellte Experimente (ungeachtet der scharfsinnigsten analytischen Rechnungen), durchaus nicht von der Art, daß man die betreffenden Resultate als für die Praxis brauchbar hätte bezeichnen können.

Das Verdienst, Versuche in letzterer Beziehung vorgenommen zu haben, gebührt den Franzosen. Wahrscheinlich durch d'Alembert angeregt, trug 1775 Turgot, der bekannte Minister Ludwig XVI. (als Generalcontroleur der Finanzen), den drei Mitgliedern der Akademie der Wissenschaften, d'Alembert, Bossut und Condorcet, die Vornahme von Experimenten zur Ermittlung des Widerstandes auf, welchen ein in einem engen und nicht sehr tiefen Canal fortgehendes Schiff erleidet. Den Absichten des Ministers konnten die Genannten nicht anders Genüge leisten, als daß sie zuerst den Widerstand flüssiger Massen in unbeschränkten Behältnissen untersuchten, um Vergleichungsglieder für den vorliegenden Fall zu erhalten.

Zur Ausführung dieser Versuche bedienten sich die Akademiker kleiner Schiffe (Modelle) von $0^m,531$ bis $3^m,57$ Länge und von $0,325$ bis $1^m,30$ Breite, welche man in einem Wasserbehälter der Pariser Militärschule (von einigen 30 Meter Länge und ungefähr halb so viel

Breite) an Seilen ziehend bewegte und die Zugkräfte in entsprechender Weise maaß¹⁾.

Die Hauptresultate dieser Versuche zeigten: Erstens, daß der Widerstand eines und desselben Körpers von beliebiger Gestalt, welcher eine flüssige Masse mit verschiedenen Geschwindigkeiten zertheilt, dem Quadrate der Geschwindigkeiten sehr nahe proportional ist und daß der senkrechte Widerstand ebener Flächen mit der Größe der letztern beziehungsweise zu- oder abnimmt.

Zweitens, daß der von schief zur Bewegungsrichtung gestellten Flächen herrührende Widerstand, unter sonst gleichen Umständen, sich bei Weitem nicht im Verhältnisse der Quadrate des Sinus vom Anstoßwinkel ändert und daß diese (Newton'sche) Theorie ganz unanwendbar ist, wenn die Anstoßwinkel klein sind.

Leider wurde die Reibung des Wassers längs den Wänden und dem Boden des Schiffes nicht ermittelt und in dieser Hinsicht nur bemerkt²⁾, daß sie sehr unbedeutend sei, unter Umständen sogar das längere Schiff einen geringeren Widerstand zeige als das kürzere.

Da bei den Versuchen von 1775 die Frage nach dem Widerstande von schief gegen die Bewegung gerichteten Flächen nur nebenbei betrachtet worden war, so widmete man diesem Punkte, wegen seiner Wichtigkeit und seines Nutzens in der Schiffsbaukunst, eine Reihe besonderer Versuche, die 1778 in einem etwa doppelt so großen Wasserbehälter (an der Nordseite der alten Außenwerke von Paris) angestellt wurden.

Diese Versuche bestätigten die Resultate der ersten Reihe (von 1775), d. h. zeigten in noch höherem Maaße die Unzulänglichkeit der Theorie wenigstens in Ansehung des Theiles des Widerstandes, welcher sich auf das Quadrat vom Sinus des Anstoßwinkels bezieht.

Zeigten auch die Versuche, daß sich der Widerstand im Wasser bewegter prismatischer Körper wesentlich vermindert, wenn man sie mit Vordertheilen versieht, welche aus geneigten ebenen Flächen gebildet sind (wie dies heut zu Tage noch bei manchen Fährbooten etc. der Fall ist), so ließen sie doch die Frage unbestimmt, ob der Widerstand vieleckiger oder krummliniger Vordertheile nach eben den Gesetzen erfolge, wie der Widerstand solcher Vordertheile, die nur nach einem einzigen Winkel zugeschärft sind³⁾. Eben so unbestimmt blieb die Frage, ob bei geänderten Vordertheilen die größere oder geringere Länge des Hintertheiles einen Einfluß auf den Widerstand habe. Im Allgemeinen wurde allerdings ein geringer Vortheil bei einem zugeschärften Hintertheile (statt des geraden, rechtwinklig zur Länge abgeschnittenen Endes) zugestanden, jedoch ohne ein allgemeines Gesetz

¹⁾ Hinsichtlich aller Details der betreffenden Schiffe und der Versuche überhaupt, ist zunächst auf das nachher (1777 in Paris) erschienene Werk zu verweisen: „Nouvelles expériences sur la résistance des fluides“, ferner auf die Mittheilungen des Wesentlichsten aus dieser Schrift in Bossut's (1778 in Paris erschienenen) „Hydrodynamique“. Deutsch von Langsdorf (Frankfurt a. M. 1792). Zweiter Band, S. 314 ff. Endlich (ganz besonders) auf das (nachher, S. 625) erörterte Werk Bourgois.

²⁾ Bossut, Hydrodynamik. Deutsche Ausgabe, Bd. 2, S. 853, §. 907.

³⁾ Ebendasselbst, S. 415 ff.

auszusprechen. Als Beispiel für den besonderen Fall, daß das Hintertheil (im Grundrisse) ein gleichschenkliges Dreieck mit einem Winkel von 48 Graden an der Spitze bildet, wird behauptet, daß sich hierdurch der Widerstand gegenüber dem gerade abgeschnittenen Hintertheile im Verhältnisse von 14 : 15 $\frac{3}{4}$ herausstellte¹⁾. Was endlich die Frage betrifft, welchen Einfluß die Länge eines Schiffes auf die Geschwindigkeit seines Fortlaufes habe, so kommt deren Beantwortung darauf hinaus, daß in allen Fällen ein gewisses Verhältniß zwischen Breite und Länge des Schiffes beobachtet werden muß, wenn die Fortlaufgeschwindigkeit ihr größtmögliches Maaß erreichen soll. Für Geschwindigkeiten von 2 bis 3 Fuß pro Secunde und bei Schiffen mit scharfem Hintertheile soll hierzu die Länge des Schiffes wenigstens drei Mal so groß sein, wie seine Breite. Für größere Fortlaufgeschwindigkeiten müßte dies Verhältniß größer sein. Letzterer Vorschrift wird aber noch zugefügt, „daß wenn die Länge hinlänglich ist, man durch Vergrößerung dieser Länge die Geschwindigkeit nothwendig vermindern würde, weil man dadurch die Reibung an den Wänden des Schiffes vergrößert; man muß indeß zugestehen, daß diese Reibung nicht gar merklich sei, und daß sie es auch nur auf beträchtliche Längen werden könnte“.

In höchst anerkennender Weise nützte der englische Obrist Marc Beaufoy durch in den Jahren 1793 bis 1798 in London angestellte Versuche und zwar in dem Wasser des über 400 Fuß langen und 11 bis 12 Fuß tiefen Greenland Docks, mit verschiedenen, namentlich auf die Schiffsform Bezug habenden Körpern. Die betreffenden Resultate wurden vollständig jedoch erst nach seinem Tode im Jahre 1834 durch den Sohn (Henry Beaufoy) veröffentlicht²⁾, während vorher nur Auszüge, u. A. auch einer in deutscher Sprache (im Jahre 1827), vom damaligen Director der Wiener polytechnischen Schule, Herrn Prechtl³⁾, bekannt geworden waren.

Beaufoy's Aufmerksamkeit auf den Widerstand im Wasser bewegter Körper wurde bereits im 15. Jahre seines Alters erregt, als er einen berühmten (englischen) Professor der Mathematik äußern hörte, ein Kegel erleide weniger Widerstand im Wasser, wenn er mit der Basis, als wenn er mit der Spitze gegen dasselbe bewegt werde⁴⁾. Da der Jüngling diesen Satz bezweifelte, so ließ er sich sofort einen Kegel verfertigen, setzte ihn in einem großen Kühlschiffe der Bierbrauerei seines Vaters durch Gewichte in gleichförmige Bewegung und fand dadurch die im Voraus erwartete Widerlegung⁵⁾.

¹⁾ Der Uebersetzer der Bossut'schen Hydrodynamik, Langsdorf (seiner Zeit Königl. Preuß. Rath und Salineninspector), begleitet diese Schlußfolge der Experimentatoren mit folgender Bemerkung (a. a. O., Bd. 2, S. 417): „Darum gab die Natur den Fischen zu ihrer Erleichterung im Schwimmen das zugespitzte hintere Ende“.

²⁾ Der vollständige Titel des Beaufoy'schen Werkes lautet: „Nautical and hydraulic experiments“. Versprochen wurden hier drei Bände, während nach meinem Wissen nur ein Band (der erste) erschienen ist.

³⁾ Jahrbücher des k. k. polyt. Institutes in Wien, Bd. 11 (1827), S. 56—75.

⁴⁾ Vorrede zum vorgenannten großen Werke, Pag. VIII.

⁵⁾ Es dürfte hier der Ort sein, auf Versuche mit Schiffsmodellen und

Die größeren, ausführlichen und genauen Versuche Beaufoy's wurden hauptsächlich auf Kosten einer englischen Gesellschaft (der Society for the improvement of naval architecture) angestellt. Hierbei wurden verschieden gestaltete Körper, Kugeln, Würfel, Cylinder, Parallelepipede etc., Körper mit Zuspitzungen an beiden Enden aus Kreis- und Ellipsenbogen gebildet, sowohl auf der Oberfläche, als auch völlig eingetaucht, mehrere Fuß tief unter dem Wasser, mit bestimmter Geschwindigkeit bewegt. Um den eigentlichen Zweck nicht zu verfehlen, wählte man zu den Versuchen auch ziemlich große Boote von der verschiedensten Bauart.

Interessant ist die Bemerkung in der Vorrede des citirten Werkes Beaufoy's, wo sich der Sohn verpflichtet hält, seiner gelehrten Frau Mutter seinen öffentlichen Dank für deren Mitwirkung bei den vielfachen, höchst mühsamen Berechnungen der Resultate aus den Versuchen auszusprechen¹⁾. Da hier Zweck und Raum ein speciellcs Eingehen auf die von Beaufoy erlangten Resultate nicht zulassen, so werde von den hauptsächlichsten Ergebnissen nur Nachstehendes berichtet.

Aus den Versuchen erhellt evident, daß der Widerstand im Wasser bewegter Körper aus drei Theilen besteht, nämlich:

erstens aus dem vordern Widerstande, d. i. demjenigen, welchen das Wasser auf jene Flächen ausübt, die dasselbe vorwärts drücken und welcher dem Stöße des Wassers gleich ist;

zweitens aus dem hinteren Widerstande, welcher dadurch erzeugt wird, daß an den Flächen des Hintertheils, je nach der Form desselben, bei der Vorwärtsbewegung ein relativ leerer Raum entsteht, welcher von dem umgebenden Wasser nicht augenblicklich ausgefüllt werden kann, daher ein angemessener Druck gegen das Vordertheil erzeugt wird;

drittens aus dem Reibungswiderstande an den Seiten- und

andern Körpern aufmerksam zu machen, welche seiner Zeit der schwedische Admiral Chapman (geb. 1721, gest. 1808) vornahm. Chapman war u. A. auch Verfasser des (1768 erschienenen) noch heute empfehlenswerthen Werkes „Architectura navalis mercatoria etc.“ — Mir ist leider nur die deutsche Uebersetzung einer auf den obigen fraglichen Gegenstand Bezug habenden Abhandlung bekannt, welche betitelt ist: „Bestimmung des Widerstandes unbegrenzter Massen vom Viceadmiral Chapman in Karlskrona“. Der Uebersetzer ist der Königl. Preuß. Bauconducteur Clemens. Der Ort der Veröffentlichung ist Berlin, die betreffende Jahrzahl 1797. Aus der Clairbois'schen Uebersetzung des großen Chapman'schen Werkes theilt d'Aubuisson u. A. (Hydraulique, Pag. 315, §. 269) den interessantesten Satz mit, daß Chapman mit Doppelkegeln Versuche anstellte, deren Resultat ergab, daß, wenn die stumpfere Spitze von beiden der Bewegung vorausging, der Widerstand geringer war, als wenn die schärfere Spitze vorausging und zwar im Verhältniß von 100 : 132.

¹⁾ S. XXVIII der Vorrede heißt es wörtlich also: „The calculations were made assisted by his wife, favoured alike in person and in mind, being a woman of considerable talent and scientific attainment, besides the usual female accomplishments in which she excelled, she was a good mathematician and practical astronomer, familiar with all the details of the observatory, the calculation of eclipses etc.; and by method and strict economy of her time, while the domestic arrangements proceeded with perfect regularity, she was never at a loss for leisure in the furtherance of her husband's pursuit“.

Bodenflächen, welcher letzterer, unter Umständen, eine beträchtliche Größe erlangen kann.

Hinsichtlich der relativen Widerstände bei verschiedenen Formen der im Wasser bewegten Körper ergaben sich hauptsächlich folgende Sätze:

1) Den geringsten Widerstand zeigte ein Körper, bei welchem das Vordertheil durch zwei, sich an der Spitze schneidende Kreisbögen abgerundet ist, deren Halbmesser der Breite des Körpers gleich ist, die Zuspitzung des Hintertheils aber die dreifache Breite zur Länge hat.

2) Dieser Form kommt, rücksichtlich des geringsten Widerstandes, diejenige am nächsten, wo das Vordertheil in der Länge, gleich der dreifachen Breite des Körpers, nach einem Halbmesser abgerundet wurde, welcher 8 Mal so groß ist, als die Breite des Körpers; das Hintertheil aber (wie im vorgenannten Falle) in einer Länge gleich der dreifachen Breite zugespitzt ist.

3) Ein Schiff bewegt sich (unter sonst gleichen Umständen) mit dem geringsten Widerstande im Wasser, wenn dessen größte Breite vom Vordertheile (bow) um $\frac{2}{5}$ der ganzen Länge entfernt ist¹⁾.

4) Der hintere Widerstand eines im Wasser bewegten Körpers ist der geringste, wenn die Zuspitzung drei Mal so lang als die Breite ist.

5) Eine Verlängerung des Hintertheils (des Sterns) auf mehr als das Dreifache der Breite ist daher beim Schiffsbau ohne Nutzen.

In Deutschland wurden in den technischen Kreisen Beaufoy's Versuchsresultate zuerst durch Pechtl bekannt, der (1827) darüber (auszugsweise) Mittheilungen in dem bereits vorher citirten Bande (XI.) der Jahrbücher des Wiener polytechn. Instituts machte, besonders aber dieselben bei der Bearbeitung des Artikels „Dampfschiff“ im 4. Bande (1833) seiner schätzbaren Encyclopädie benutzte und, nach meinem Wissen, überhaupt zuerst zeigte, wie man die Beaufoy'schen Resultate der Schiffswiderstände zur Berechnung der Maschinenpferdekräfte der betreffenden Betriebsdampfmaschinen zu benutzen im Stande ist.

Aus den zwei unten citirten von Pechtl gewählten Beispielen erhellt²⁾, daß der Theil der erforderlichen mechanischen Arbeit, welcher allein zur Ueberwindung der Wasserreibung an den Seiten und am

¹⁾ Dieser Satz findet sich in der Vorrede des großen Beaufoy'schen Werkes Pag. XXIV. Diesem entsprechend würde die größte Breite dem Vordertheile des Schiffes näher liegen müssen, als dem Hintertheile. Später will man das Umgekehrte für richtiger halten. So beträgt z. B. beim Riesenschiffe Great Eastern die Länge des Vordertheiles 330 Fuß, die des Hintertheiles aber nur 230 Fuß. Andere geben dies Verhältniß wie 3 : 2 an. Man sehe deshalb die Zeitschrift des Hannoverschen Architekten- und Ingenieur-Vereins, Jahrg. 1858 (Bd. IV), S. 477.

²⁾ Das von Pechtl in den citirten Jahrbüchern gewählte Beispiel (a. a. O., S. 73) bezieht sich auf ein Flußdampfschiff von 120 Fuß Länge (in der Schwimmebene gemessen) und von 19 Fuß Breite, dessen Körper (die Schiffsschale) nach (aus Beaufoy's Versuchen entnommenen) vortheilhaften Dimensionen gebaut sein sollte. Für $2\frac{1}{2}$ Fuß Eintauchung und für eine Fortlaufgeschwindigkeit von 12 Fuß in der Secunde berechnet Pechtl die, wegen des Vorder- und Hintertheils etc. erwachsende, mechanische Arbeit zu 17100 Fuß-Pfund oder gleich 40 Pferdekräften, während er die der Seiten- und Bodenreibung entstammende Arbeit zu 8496 Fuß-Pfunden, also gleich $19\frac{3}{4}$ Pferdekräften ermittelt, so daß

Boden des Schiffes erforderlich wird, $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{2}$ der totalen widerstehenden Arbeit betragen kann, ein Resultat, das mit zu benutzen ist, um später gemachten Behauptungen entgegen zu treten, daß allein der Reibungswiderstand eines Schiffes mehr als $\frac{2}{3}$ vom Gesamtwiderstande betragen könne.

Zu bedauern war, daß Prechtl in dem erwähnten Artikel „Dampfschiff“ seiner Encyclopädie noch der älteren (unrichtigen) Annahme (Daniel Bernoulli's) folgte, daß der von dem Propeller (Ruderrade) gegen das Wasser ausgeübte Druck der Differenz der Quadrate der Schaufelrad-Geschwindigkeit gegen das Wasser und der relativen Geschwindigkeit des Schiffes gegen das Wasser proportional genommen werden müsse, während schon 1824 Marestier¹⁾ der einzig richtigen Annahme (von Borda) gefolgt war, daß man jenen Widerstand dem Quadrate der Differenz gedachter Geschwindigkeiten proportional setzen müsse²⁾.

sich die zum Fortlauf des Schiffes total erforderliche mechanische Arbeit zu $59\frac{3}{4}$ oder fast zu 60 Pferdekräften herausstellt.

Als Beispiel für seine Encyclopädie wählt Prechtl (nach Angaben Marestier's in dessen Mémoire sur les bateaux à vapeur des états-unis d'Amérique, Paris 1824, S. 64 etc.) das amerikanische Dampfschiff „Der Kanzler Livingston“ von 156 Fuß engl. Länge und 33 Fuß engl. Breite, berechnet für 6 Fuß Eintauchung und unter Voraussetzung einer Fortlaufgeschwindigkeit von 9,514 Fuß pro Secunde, den Widerstand am Vorder- und Hintertheile zu 2709,0 Pfund, dagegen den, welcher der Reibung entspricht, zu nur 612,4 Pfund, so daß der Totalwiderstand 3321,4 Pfund beträgt. Diese Zahl mit 9,514 multiplicirt, liefert als Product eine Totalarbeit von 31600 Fuß-Pfunden, welche gleich $\frac{31600}{550}$, d. i. gleich 57,45 Pferdekräften ist.

Um in beiden Beispielen die erforderliche Pferdekraft der Betriebsdampfmaschinen zu berechnen, müssen die gefundenen Werthe noch mit dem Verhältniß der Umfangsgeschwindigkeit des Propellers (hier der Ruderräder) zur relativen Geschwindigkeit des Schiffes gegen das Wasser multiplicirt werden, eine Zahl, die schon Prechtl (Beispiel der Encyclopädie a. a. O., S. 31) zu 1,429 ermittelte.

¹⁾ Das vorher citirte Mémoire, Pag. 198.

²⁾ Bezeichnet man, wie oben (S. 614), mit C die relative Geschwindigkeit des Umfanges eines Schaufelrades gegen das Schiff, ferner mit U die relative Geschwindigkeit des Schiffes gegen das Wasser und bezeichnet a die Summe der eingetauchten Schaufelflächen und k einen entsprechenden Erfahrungscoefficienten, so erhält man für den Druck der Schaufeln gegen das Wasser:

$$ka(C^2 - U^2) \text{ nach Prechtl und}$$

$$ka(C - U)^2 \text{ nach Marestier,}$$

und demnach die Größe der erforderlichen bewegenden Arbeit (die Größe der betreffenden Betriebsdampfmaschine) zu

$$ka(C^2 - U^2)V \text{ nach Prechtl und}$$

$$ka(C - U)^2V \text{ nach Marestier.}$$

Bezeichnet ferner A den Flächeninhalt des eigentlichen Theiles vom Hauptspanten des betreffenden Schiffes und K den Widerstand des Schiffes pro Flächeneinheit dieses Hauptspantens, so erhält man für beide Annahmen für den Widerstand des Schiffes KAU^2 und daher die bewegende Arbeit zu

$$KAU^3 \sqrt{1 + \frac{KA}{ak}} \text{ nach Prechtl und}$$

$$KAU^2 \left(1 + \sqrt{\frac{KA}{ka}}\right) \text{ nach Marestier.}$$

Wurden auch bereits in dem ersten Viertel dieses Jahrhunderts allerlei Einwendungen und Besorgnisse gegen die Genauigkeit des von Beaufoy gewählten Meßverfahrens laut¹⁾, so übten doch die erlangten Resultate wesentlichen Nutzen auf den (englischen und französischen) Schiffsbau aus und gewannen auch die absoluten Zahlenwerthe der Beaufoy'schen Resultate in neuer Zeit wieder die verdiente Anerkennung²⁾.

Im Jahre 1828 bemühte sich der als technischer Schriftsteller bekannte Engländer (Civilingenieur) Thomas Tredgold³⁾, den Gesamtwiderstand (= W) eines vorn und hinten zugespitzten, im Wasser schwimmenden Prismas durch die Gleichung darzustellen:

$$W = \frac{FU^2}{2g} (2 \sin^3 \alpha + \sin^2 \beta) + R.$$

Außer den bisherigen Bezeichnungen ist hier α der Winkel, welchen die Zuschärfung am Vordertheile mit der Längennachse des Prismas bildet, β derselbe Winkel für das Hintertheil.

Das erste Glied dieses Ausdruckes soll den Widerstand der Form (des Hauptspantens, der Trägheit der vom Schiffe zu zertheilenden Wassermasse), der zweite den der Reibung des Wassers an den Außenflächen des Schiffes darstellen.

Tredgold bemühte sich zwar, dieser Formel mittelst Versuchsergebnissen von Bossut⁴⁾, Vince⁵⁾, Beaufoy⁶⁾, Bevan⁷⁾ u. A. einige practische Brauchbarkeit zu verschaffen, indeß gelang ihm dies in rechter Weise nicht, obwohl er seiner Arbeit großen Werth beilegte⁸⁾.

Das erste Lehrbuch, worin die richtigen Borda-Marestier'schen Theorien benutzt wurden und zwar mit Berücksichtigung der Erfahrungen, welche Marestier bei seinen Reisen in den Vereinigten Staaten von Nordamerika sorgfältig sammelte, war der zweite Theil von Navier's berühmtem Werke „Résumé des leçons etc. sur l'application de la mécanique etc.“, Nr. 256 ff.

Campaignac erwarb sich das Verdienst, die Marestier'schen Gleichungen mit Erfahrungscoefficienten zu versehen, welche er aus Versuchsergebnissen mit guten französischen und englischen Dampfschiffen ermittelte. Seine sämmtlichen desfallsigen Arbeiten finden sich zu-

¹⁾ Ueber spätere Versuche (1828) eines Engländers Walker, der in den Londoner Ostindien-Docks Versuche (unter Anwendung von Feder-Dynamometern) anstellte, berichtete Muncke im Artikel „Widerstand“, S. 1835 des Gehler'schen Physikalischen Wörterbuches. d'Aubuisson's Bemerkungen über Messungsfehler bei den Beaufoy'schen Versuchen finden sich in der 2. Auflage seiner „Hydraulique“, Pag. 303, Note 1.

²⁾ Bourgois in seinem Mémoire sur la résistance de l'eau etc. nimmt Beaufoy gegen d'Aubuisson in Schutz.

³⁾ The Philosophical Magazine. Vol. III, June 1828, Pag. 251.

⁴⁾ Traité d'Hydrodynamique. Tome II, Pag. 394–411.

⁵⁾ Philos. Trans. Vol. XVIII, Pag. 250.

⁶⁾ Philos. Magaz. Vol. III (1828), Pag. 254.

⁷⁾ Ebendasselbst, Pag. 257.

⁸⁾ Tredgold schließt (a. a. O., Pag. 262) seine Arbeit mit folgender Bemerkung: „Having opened a new path in this difficult subject of the motion of fluids, it was not in my nature to stand still; the efflux of fluids, the impulse on bodies placed in a moving fluid, and various other inquiries followed. These, as my health permits, will be presented to the world“.

sammengestellt in dem in Paris 1842 erschienenen Werke: „De l'état actuel de la navigation par la vapeur etc.“

Unter Beibehaltung der bisherigen Bezeichnungen giebt Campaignac zur Berechnung der erforderlichen Pferdekraftzahl $= N$, welche die Betriebsdampfmaschine eines Schiffes erfordert, die Formel:

$$N = m\lambda BTU^3,$$

worin m ein Erfahrungscoefficient ist, der bei den kleinsten Dampfschiffen (von 20—50 Pferdekraften) zu 0,013 und bei den größten (von 400—500 Pferdekraften) zu 0,007 angegeben wird, λ (von 0,7 bis 1,0 variirend) die Reductionszahl für das Parallelogramm (BT) des Hauptspantens bezeichnet und U die Fortlaufgeschwindigkeit des Schiffes in Knoten ist.

Redtenbacher's hierhergehörigen Arbeiten, der allein den Reibungswiderstand zu beachten für erforderlich hielt, wurde bereits vorher (S. 612 und 614) gedacht.

Die nächste bemerkenswerthe Arbeit ist die Schrift des französischen Fregattencapitäns Bourgois, welche 1857 in Paris erschien und betitelt ist: „Mémoire sur la résistance de l'eau au mouvement des corps et particulièrement des batiments de mer“.

Bourgois erörtert hier ausführlich die Versuche von Bossut, d'Alembert und Condorcet, so wie die von Beaufoy, bemüht sich auch, deren Resultate durch Formeln darzustellen und gelangt¹⁾ schließlich mit Zuziehung sehr ausführlicher Versuche, welche er im Auftrage der französischen Regierung über Wasserwiderstand und Leistungen von Dampfschiffen anstellte, zu folgender Formel für die Bestimmung des Schiffswiderstandes $= W$:

$$W = k_1 FV^2 + k_2 BV^4 + k_3 S \cdot V,$$

worin, unter Beibehalt der bisherigen Bezeichnungen, S den eingetauchten oder benetzten Theil der Schiffsoberfläche bezeichnet und k_1, k_2, k_3 Constanten sind, welche nach den verschiedenen Schiffsklassen variiren, aber bei einem und demselben Schiffe, mit demselben Propeller, gleich bleiben. Nachstehende Tabelle giebt für Metermaße über diese Coefficienten Auskunft.

$\frac{L}{B}$	k_1	k_2	k_3
4	2,5	0,16	0,08
4,5	2,1	0,14	0,08
5 bis 6	2,5	0,14	0,08

Leider konnte sich Bourgois' Formel das Zutrauen der Schiff- und Dampfschiffs-Maschineningenieure, namentlich für die Beantwortung einer der wichtigsten aller Fragen, der Vorausbestimmung der Fortlaufgeschwindigkeit, nicht erwerben. Besondere Aufmerksamkeit richtete

¹⁾ a. a. O., Pag. 230—233.

man deshalb auf eine im folgenden Jahre (1858) veröffentlichte Arbeit des Dr. Eckhardt, Großherzoglicher Geheimrath in Darmstadt, im „Artizan“ (vom 1. März 1858), welche die Ueberschrift trägt: „On calculation of the resistance of steam-vessels“, die der Verfasser gleichzeitig in deutscher Sprache bekannt machte und zwar im IV. Bande (S. 466) der Zeitschrift des Architekten- und Ingenieur-Vereins für das Königreich Hannover.

Gestützt auf L. Euler's Theorie und auf die Versuche der Akademiker d'Alembert, Bossut und Condorcet, gelangt Eckhardt schließlich zu folgender Gleichung für den Fortlaufwiderstand = W eines Dampfschiffes:

$$W = kFU^2 \{ m \sin^3 \alpha - m_1 \sin^3 \beta + (m - m_1) \}.$$

Hierin bezeichnet α den halben Neigungswinkel der Seitenflächen an der Spitze (am Vorderschiffe) oder am Schnabel des Schiffes, β den halben Winkel der Zuschärfungen am Hinterschiffe, m und m_1 Constanten, wofür Eckhardt als Mittelwerthe $m = 0,60$ und $m_1 = 0,167$ zu nehmen räth, endlich bezeichnet k den Widerstand einer ebenen Fläche von einem Quadratfuß Inhalt in englischen Pfunden, während F und U die bisherige Bedeutung behalten.

Für Zwecke practischer Berechnungen liefert Eckhardt mehrere Tabellen, namentlich um k (als Function von U) auszudrücken, ferner für $m \sin^3 \alpha$ und für $m_1 \sin^3 \beta$ u. s. w., worauf hier nicht weiter eingegangen werden kann.

Den Reibungswiderstand des Schiffes hielt auch Eckhardt als besonders in Rechnung zu nehmen für überflüssig, glaubte vielmehr diesem Gegenstande entsprechende Beachtung durch Einführung der Coefficienten m und m_1 geschenkt zu haben.

Bemerkenswerth ist bei Eckhardt noch der Umstand, daß er als Verbindungscurven der Vordertheilszuschärfen, von dem Schnabel bis zur Stelle, wo die Seite des Mittelschiffes tangirt, sowohl die Kreislinie als die sogenannte Wellenlinie (wave-line), eine Art Cycloide (Trochoide), für angemessen hält.

Mehr Aufsehen in der practischen Welt machten die Bemühungen Rankine's (seiner Zeit Professor der Ingenieurwissenschaften an der Universität Glasgow), geeignete Formeln für den Schiffswiderstand im Wasser aufzustellen und daraus die Vorbestimmung der Fortlaufgeschwindigkeit der Schiffe, so wie die erforderliche Anzahl von Indicatorpferdekraften (= N) abzuleiten.

Rankine¹⁾ ging gleich anfänglich (im Jahre 1861) von der Ansicht aus, daß bei einem gut geformten Schiffe der Widerstand fast ausschließlich von der Reibung des Wassers an der Schiffsschale gebildet wird und daß sich demgemäß dieser Widerstand = W durch die Gleichung darstellen läßt:

$$W = f\gamma \frac{U^2}{2g} \int q^3 ds.$$

Hierin ist, außer den bereits bekannten Bezeichnungen, (nach Weisbach) für eiserne Schiffe mit reiner Oberfläche f der Reibungs-

¹⁾ Die englische Zeitschrift „The Artizan“ vom 1. Octbr. 1861, S. 232 und hieraus in den Mittheilungen des Hannov. Gewerbevereins, Jahrg. 1871, S. 334.

coefficient, ($f = 0,0036$), $\int q^3 ds$ ein symbolischer Ausdruck, in welchem ds ein Element der benetzten Fläche und q das Verhältniß zwischen der Geschwindigkeit des Schiffes und jener Geschwindigkeit ist, mit welcher die Wassertheilchen längs den verschiedenen Theilen der gekrümmten Schiffsoberfläche vorbeigleiten.

Um practischen Zwecken zu dienen, findet Rankine¹⁾ für das Integral vorstehender Formel einen Näherungswerth und zwar, indem er die Reibung berechnet, welche zwischen einer Flüssigkeit und einem von einer trochoidal förmigen (cycloidischen) Bandfläche = S begrenzten Körper stattfindet.

Unter dieser Voraussetzung erhält er:²⁾

$$\int q^3 ds = S [1 + 4 \sin^2 \beta + \sin^4 \beta].$$

Dabei ist β das arithmetische Mittel aus den Winkeln, welche die Wasserlinien lediglich des Vorderschiffes mit einander bilden.

Für die Anzahl der indicirten Pferdekräfte = N_i findet dann schließlich Rankine:

$$N_i = \frac{L G U^3}{20000} [1 + 4 \sin^2 \beta + \sin^4 \beta],$$

wenn mit L die Länge des Schiffes, mit G die arithmetischen Mittel aus den Spantenumfängen und endlich mit U die Fortlaufgeschwindigkeit des Dampfschiffes in Knoten (Seemeilen pro Stunde) bezeichnet wird³⁾.

Bezeichnet man den in der Parenthese eingeschlossenen Werth vorstehender Formel mit m , so erhält man:

$$U = \sqrt[3]{\frac{20000 N_i}{m L G}}.$$

Später will man gefunden haben, daß letztere Formel, besonders bei schnell fahrenden Dampfern, etwas zu große Geschwindigkeiten giebt. Dieser Umstand, so wie die großen Mühen, die Construction des Winkels β nach der Wasserlinie auszuführen und dennoch nur annähernd richtige Werthe zu erhalten, ist Veranlassung gewesen, immer wieder die Construction noch anderer Formeln zu versuchen.

So stellte im Jahre 1865 der berühmte Chefconstructeur der französischen Kriegsmarine unter Napoleon III, Dupuy de Lôme⁴⁾, nachstehende Formel (für Metermaaße und Kilogramme) auf:

$$W = k F [U^2 + 0,145 U^3] + k_1 S_1 \sqrt[3]{U},$$

worin W , F und U dieselbe Bedeutung wie in den früheren Formeln haben, während S_1 das Product der mittleren eingetauchten Gurtlänge

¹⁾ „Philosophical Transactions“ für 1863 und Rankine in den von ihm dirigirten Werke „Shipbuilding etc.“, London 1866, Pag. 84.

²⁾ Auszugsweise auch in Lutschanning's „Theorie des Schiffes“, S. 117 (Note).

³⁾ Nach einigen Beispielen, welche der Verfasser in einem betreffenden Artikel der Mittheilungen des Hannov. Gewerbevereins, Jahrg. 1871, S. 335, dem Rankine'schen Werke entlehnt, ist die Uebereinstimmung von Rechnung und Indicatorversuchen geradezu frappant (wenn nicht zufällig?) zu nennen.

⁴⁾ Lutschanning, a. a. O., S. 133.

mit der Schiffslänge, beides in Quadratmetern, und U die Fortlaufgeschwindigkeit des Schiffes in Metern pro Secunde bezeichnet.

Von den überdies vorhandenen Coefficienten k und k_1 ist ersterer abhängig von der Schiffsform, während k_1 nur mit dem Zustande der Glattheit der äußeren benetzten Fläche variirt. Beispielsweise wird k_1 zu 0,3 angegeben für bekupferte Schiffsböden, wenn die Köpfe der Nägel gut niedergehämmt sind. Für mit Seegras und Muscheln bewachsene Schiffsböden soll dagegen k_1 zu 3,0 werden können.

Eine sehr complicirte Formel stellte 1869 der bekannte englische Schiffsbauingenieur Thornycroft auf¹⁾, welche der Verfasser in der unten citirten Quelle²⁾ mitgetheilt hat.

Allein auch diese Formel läßt sehr viel zu wünschen übrig, besonders deshalb, weil die Bestimmung eines in ihr vorkommenden Werthes $\Sigma (\sin^{2,5} \varphi \cdot ds)$ ungemein schwierig und zeitraubend ist und endlich die betreffende Rechnung erst nach Vollendung des Schiffes ausgeführt werden kann.

Bei diesem Zustande der Sache kann man es nur angemessen finden, wenn neuerdings, namentlich deutsche Schiffbaumeister, die Formeln eines schwedischen, in Nordamerika lebenden Civilingenieurs, John W. Nystrom, zur Grundlage betreffender Rechnungen verwenden und deren Resultate mit passenden Correctionen zu practischen Rechnungen benutzen.

Können diese Formeln auch keine Ansprüche auf theoretische Begründung machen, so muß an ihnen doch ganz besonders der Umstand gerühmt werden, daß sie nicht die vollendete Zeichnung des Schiffskörpers und die Bekanntschaft der Winkel erfordern, welche die Wasserlinien oder Flächeninhalte des Vorderschiffes mit der Bewegungsrichtung bilden.

Was nun die Nystrom'schen Formeln selbst betrifft, so setzt derselbe, für englische Maaße und Gewichte, den Widerstand = W , zuerst

$$W = 4\Omega U^2,$$

worin Ω den sogenannten Widerstandsquerschnitt in Quadratfuß bezeichnet, welcher mittelst der Formel berechnet wird:

$$\Omega = F \sqrt{\frac{B^2}{B^2 + kL^2}}.$$

Hier haben F , B und L die seitherige Bedeutung, während der Coefficient k mit Hülfe eines Argumentes = x ermittelt wird, wofür man hat

$$x = \frac{D}{FL},$$

worin D das Displacement des Schiffes in Cubikfuß bezeichnet, so daß, wenn das Displacement in Tonnen = T gegeben ist, $D = 35 T^3$) gesetzt werden kann.

¹⁾ Transaction of the Institution of Naval Architects, Vol. X, Pag. 144 unter der Ueberschrift: „On the resistance opposed by water to the motion of vessels of various form etc.“

²⁾ Mittheilungen des Hannoverschen Gewerbevereins. Jahrg. 1871, S. 336 ff.

³⁾ Nach S. 73, Note 2.

Ausführliches über den Gebrauch der Nystrom'schen Formeln und zwar erläutert durch mehrere Zahlenbeispiele, findet man in den beiden unten notirten Abhandlungen des Verfassers¹⁾.

Die allerjüngsten höchst beachtungswerthen Resultate über den Widerstand der Schiffe gegen Fortbewegung im Wasser verdanken wir dem (leider am 4. Mai 1879 verstorbenen) englischen Schiffingenieur und Mitglied der Royal Society, William Froude, der hierzu, von 1867 ab, berühmt gewordene Versuche mit größeren Schiffsmodellen anstellte. Die Resultate dieser Versuche finden sich größtentheils in den Transactions of the Institution of the Naval Architects, ferner auszugsweise in den englischen Journalen „Engineer“ und „Engineering“ und zwar insbesondere in den Jahrgängen 1877 bis 1879, und endlich folgerecht zusammengestellt im „Handbuch für Schiffbau“ von White, aus dem Englischen übersetzt von Schlick und van Hüllen.

Nach Froude besteht der Gesamtwiderstand des Schiffes aus drei Haupttheilen: 1) aus dem Reibungswiderstande, der von dem Entlanggleiten der Wassertheilchen an dem rauhen Boden des Schiffes herrührt; 2) aus dem Wirbelwiderstande im Kielwasser und 3) aus der Oberflächenstörung oder dem Wellen erzeugenden Widerstande.

Zur betreffenden Erläuterung noch Folgendes:²⁾

ad 1) Der Reibungswiderstand ist abhängig von dem Flächeninhalte der benetzten Oberfläche des Schiffsbodens, dem Grade der Rauigkeit desselben³⁾, dessen Länge und (annähernd) vom Quadrate der Geschwindigkeit; dagegen wird er nicht merkbar von den Formen und Verhältnissen des Schiffes beeinflusst; es sei denn, daß irgend eine ungewöhnliche Eigenthümlichkeit der Form oder Mangel am guten Verlaufe derselben vorhanden sei. Für kleinere Geschwindigkeiten ist dieses Element bei Weitem das wichtigste; für große Geschwindigkeiten nimmt dasselbe ebenfalls eine wichtige Stelle ein — nämlich 50 bis 70 Procent des Gesamtwiderstandes in der Mehrzahl der Fälle bei reinem Boden und in einem größeren Verhältnisse, wenn der Boden bewachsen ist.

ad 2) Der Wirbel erzeugende Widerstand ist gewöhnlich klein, mit Ausnahme specieller Fälle und beträgt etwa 8 bis 10 Procent des Reibungswiderstandes. Eine fehlerhafte Form des Hinterschiffes verursacht eine bedeutende Vergrößerung dieses Widerstandes.

ad 3) Der die Wellen erzeugende Widerstand ist dasjenige Element des Gesamtwiderstandes, welches am meisten von der Form und den Verhältnissen des Schiffes abhängig ist. Sein Verhältniß zum Reibungswiderstande sowohl, als auch seine absolute Größe hängen von

¹⁾ Mittheilungen des Hannov. Gewerbevereins, Jahrg. 1871, S. 343 ff. und Allgemeine Maschinenlehre, Bd. IV, S. 296 ff.

²⁾ White (Deutsche Bearbeitung), S. 498 und Hannov. Wochenblatt für Handel und Gewerbe, Jahrg. 1880, S. 65.

³⁾ Beispielsweise fand Froude den Reibungswiderstand ungefähr 1 Pfund pro Quadratfuß der gereinigten Bodenfläche eiserner Schiffe bei einer Geschwindigkeit von 12,8 Knoten (White, a. a. O., S. 479).

vielen Umständen ab, von denen die wichtigsten die Form und Länge von Vor- und Hinterschiff im Verhältnisse zu der beabsichtigten Geschwindigkeit des Schiffes bei voller Kraftentwicklung sind. Für jedes Schiff besteht eine Grenze der Geschwindigkeit, über welche hinaus ein geringer Zuwachs an Geschwindigkeit von einer unverhältnißmäßigen Zunahme an Widerstand begleitet ist. Diese Grenze wird durch die Länge von Vor- und Hinterschiff — den Wellen erzeugenden Factor eines Schiffes — bestimmt.

Wie bereits bemerkt, bilden diese drei Elemente den Gesamtwiderstand, den das Wasser der Bewegung eines Schiffes entgegengesetzt, wenn dasselbe geschleppt oder mittelst Segel bewegt wird.

Hoffentlich wird es sich Froude's hinterlassener Sohn angelegen sein lassen, die zahlreichen, zur Zeit noch nicht hinreichend bekannten Resultate der Theorie und Experimente seines Vaters recht bald zu veröffentlichen ¹⁾.

Drittes Capitel.

Gesamtdruck des Wassers gegen die Wände einer engen Röhre, aus welcher es strömt. (Reaction des Wassers.)

§. 189.

Bereits früher (§. 79) wurde der Druck des bewegten Wassers auf einen beliebigen Punkt einer Röhre ermittelt, während jetzt der Gesamtdruck bestimmt werden soll, welchen das Gefäß erfährt, und wodurch zugleich die Kraft bekannt wird, die man von Außen auf das Gefäß wirken lassen müßte, um dasselbe an dem betreffenden Orte des Raumes im Ruhezustande zu erhalten.

Der Einfachheit wegen setzen wir eine beständig voll Wasser erhaltene Röhre BE , Fig. 221, von einfacher Krümmung ohne plötzliche Verengungen oder Erweiterungen voraus, deren Querschnitte bei $BC = A$ und bei $GE = a$ constant sind, während sich die Querschnitte zwischen beiden Enden beliebig, jedoch in sanften Uebergängen, ändern und allgemein der bei JK mit der veränderlichen Größe $= \omega$ bezeichnet werden mag. Ferner seien die Geschwindigkeiten in den Schichten BC , GE und JK beziehungsweise V , v und u ,

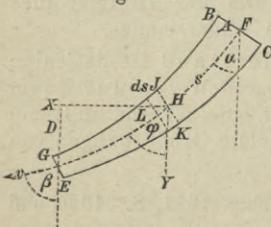


Fig. 221.

¹⁾ Man sehe in den Nachträgen, am Ende gegenwärtigen Buches, so wie Kirchner, „Ueber die Bewegungswiderstände der Schiffe“. Nach Vorträgen von W. Froude. In den Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbflusses. Berlin 1876, S. 333.

so wie endlich die Winkel, welche die Tangenten an der Achsenlinie der Röhre bei F , H und G mit der Verticalen bilden, respective α , φ und β .

Für ein Massenelement $= dm$ der Flüssigkeit bei H , wenn man dessen Länge $HL = ds$ annimmt, ergibt sich, unter Beibehaltung bereits bekannter Bezeichnungen:

$$dm = \frac{\gamma}{g} \omega ds.$$

Die zu ermittelnden Drücke auf die Röhrenwände müssen durch die in den entsprechenden Richtungen verlorenen Kräfte dargestellt werden, weshalb man für die Drücke auf die Wandstellen erhält, welche von der Schicht JKL berührt werden und die betreffenden Coordinatenachsen bei H , nämlich HX und HY horizontal und vertical vorausgesetzt werden:

$$\text{horizontal} = \frac{\gamma}{g} \omega ds \left[\text{Null} - \frac{d^2x}{dt^2} \right],$$

$$\text{vertical} = \frac{\gamma}{g} \omega ds \left[g - \frac{d^2y}{dt^2} \right],$$

so wie für alle Schichten von BC bis JK , wenn man die Horizontalcomposante des Gesamtdruckes mit X und die Verticalcomposante mit Y und endlich die Integralconstanten mit C und C' bezeichnet:

$$(1) \quad X = - \frac{\gamma}{g} \int (\omega ds \cdot \frac{d^2x}{dt^2}) + C;$$

$$(2) \quad Y = \left[\gamma \int \omega ds - \frac{\gamma}{g} \int \omega ds \cdot \frac{d^2y}{dt^2} \right] + C'.$$

Es ist aber $\gamma \int \omega ds$ das Gewicht $= w$ des Wassers in der Röhre von BC bis JK gerechnet, ferner wegen

$$u = \frac{av}{\omega} \quad \text{und} \quad ds = u dt \quad \text{auch} \quad \omega ds = \omega u dt = av dt,$$

weshalb aus (1) und (2) nach Einführung dieser Werthe erhalten wird:

$$(3) \quad X = - \frac{\gamma}{g} av \int \frac{d^2x}{dt} + C; \quad (4) \quad Y = w - \frac{\gamma}{g} av \int \frac{d^2y}{dt} + C'.$$

Es verbleibt jetzt nur noch die Bestimmung von $\frac{d^2x}{dt}$ und $\frac{d^2y}{dt}$, was jedoch keine Schwierigkeit bietet, indem man ohne Weiteres erhält:

$$\frac{dx}{dt} = u \cdot \sin \varphi = av \cdot \frac{\sin \varphi}{\omega} \quad \text{und} \quad \frac{dy}{dt} = u \cdot \cos \varphi = av \cdot \frac{\cos \varphi}{\omega}.$$

Hieraus aber:

$$\frac{d^2x}{dt} = av \cdot d \left(\frac{\sin \varphi}{\omega} \right) \quad \text{und} \quad \frac{d^2y}{dt} = av \cdot d \left(\frac{\cos \varphi}{\omega} \right).$$

Daher aus (3) und (4):

$$X = -\frac{\gamma}{g} a^2 v^2 \int d\left(\frac{\sin \varphi}{\omega}\right) + C = -\frac{\gamma}{g} a^2 v^2 \left(\frac{\sin \varphi}{\omega} - \frac{\sin \alpha}{A}\right) \text{ und}$$

$$Y = w - \frac{\gamma}{g} a^2 v^2 \int d\left(\frac{\cos \varphi}{\omega}\right) + C' = w - \frac{\gamma}{g} a^2 v^2 \left(\frac{\cos \varphi}{\omega} - \frac{\cos \alpha}{A}\right).$$

Für die ganze Ausdehnung der Röhre von F bis G ergeben sich daher die Composanten H (horizontal) statt X , und S (senkrecht) statt Y , wenn W das Totalgewicht des Wassers in der Röhre bezeichnet:

$$\text{I. } H = -\frac{\gamma}{g} a^2 v^2 \left(\frac{\sin \beta}{a} - \frac{\sin \alpha}{A}\right) \text{ und}$$

$$\text{II. } S = W - \frac{\gamma}{g} a^2 v^2 \left(\frac{\cos \beta}{a} - \frac{\cos \alpha}{A}\right).$$

Sind die Achsenelemente bei F und bei G vertical, also α und β gleich Null (oder ist die Achse des Gefäßes senkrecht), erhält man:

$$H = \text{Null und}$$

$$S = W - \frac{\gamma}{g} a^2 v^2 \left(\frac{A-a}{Aa}\right),$$

oder da nach §. 75, S. 190 $\frac{v^2}{g} = \frac{2A^2 \cdot h}{A^2 - a^2}$ gesetzt werden kann, sobald h die constante Druckhöhe über Mündungsmitte G bezeichnet:

$$\text{III. } H = 0;$$

$$\text{IV. } S = W - \gamma \frac{2aAh}{A+a}.$$

Im Falle die Mündung a sehr klein ist, kann man statt IV. auch schreiben:

$$S = W - \gamma \cdot 2ah.$$

Hiernach ist also unter allen Umständen der Druck in verticaler Richtung gegen das Gefäß kleiner wie das Gewicht des darin enthaltenen Wassers und im letzteren Falle gerade um so viel kleiner wie die Größe des bereits §. 179, II. ermittelten hydraulischen Druckes oder Wasserstoßes beträgt.

Wenn endlich $\alpha = \text{Null}$ und $\beta = 90^\circ$ ist, so folgt aus I. und II:

$$\text{V. } H = -\frac{\gamma}{g} a \cdot v^2 = -\gamma a \cdot 2h, \text{ oder}$$

$$\text{VI. } H = -Mv,$$

wenn M die Masse der secundlich ausfließenden Wassermenge bezeichnet. Ferner:

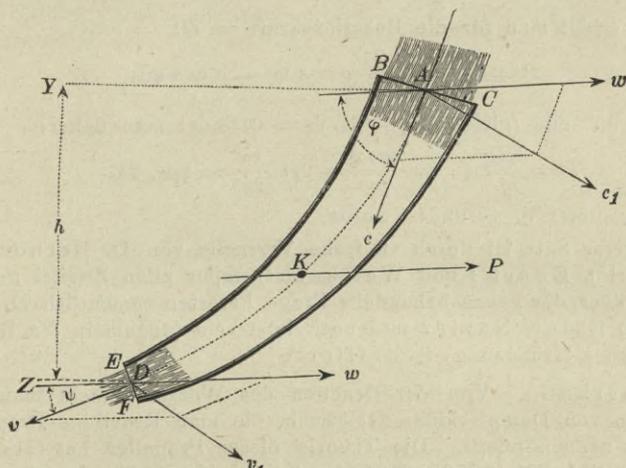
$$\text{VII. } S = W + \frac{\gamma}{g} \frac{a^2 v^2}{A}.$$

Bei einem Gefäße mit horizontaler Achse der Ausflußmündung ist also der Druck in verticaler Richtung größer wie das Gewicht des darin enthaltenen Wassers.

Der Horizontaldruck aber, gewöhnlich die Reaktionskraft oder kurz Reaction der ausströmenden Flüssigkeit genannt, welcher sich in einer dem Ausflusse direct entgegengesetzten Richtung äußert, ist gleich dem Gewichte einer Flüssigkeitssäule, welche den Strahlquerschnitt (a) zur Basis und zur Druckhöhe die doppelte Höhe ($2h$) hat, welche der Ausflußgeschwindigkeit entspricht.

Zusatz. Eine beachtenswerthe Ableitung der letzteren Gleichungen und zwar mit Hülfe des Principes von der Erhaltung der lebendigen Kräfte hat seiner Zeit Weisbach¹⁾ gemacht, wozu wir nebenskizirte Fig. 221^a benutzen.

Fig. 221^a.



Das Wasser ströme bei A zu, sinke von der Höhe $YZ = h$ herab und fließe bei D mit einer gewissen Geschwindigkeit v aus, während das ganze Gefäß $BCEF$ mit einer Geschwindigkeit w in einer gewissen Richtung (von links nach rechts) gleichförmig fortgeschoben wird.

Wird nun die relative Geschwindigkeit $= c$ des Wassers im Gefäße, an der Eintrittsstelle, nach Größe und Richtung durch \overline{Ac} dargestellt und ist φ der Winkel, um welchen c von der Bewegungsrichtung \overline{Aw} des Gefäßes abweicht, so erhält man für die absolute Geschwindigkeit $= c_1$, womit das Wasser bei A eintritt:

$$(5) \quad c_1^2 = c^2 + w^2 - 2cw \cos \varphi.$$

Eben so erhält man für die absolute Geschwindigkeit v_1 , womit das Wasser bei D ausströmt, und hier ψ der Winkel ist, um welchen die Richtung von v von der Bewegungsrichtung $Dw \parallel Aw$ abweicht:

$$(6) \quad v_1^2 = v^2 + w^2 - 2vw \cos \psi.$$

Das Wasser, welches durch das Gefäß fließt, hat also auf letzteres

¹⁾ Ingenieur-Mechanik, Bd. 1 (Erste Auflage), S. 184, und Experimental-Hydraulik. Freiberg 1855, S. 228.

die mechanische Arbeit = \mathfrak{A} übergetragen, wenn man mit Q die pro Secunde durchfließende Wassermenge bezeichnet:

$$\mathfrak{A} = \gamma Q h - \frac{1}{2} \frac{\gamma Q}{g} (v_1^2 - c_1^2),$$

d. i., wenn man die Werthe aus (5) und (6) substituirt und gehörig reducirt:

$$\mathfrak{A} = \gamma Q \left[h - \frac{v^2 - c^2 - 2w(v \cos \psi - c \cos \varphi)}{2g} \right].$$

Da nun aber $\frac{v^2 - c^2}{2g} = h$ ist, so ergiebt sich schließlich:

$$\mathfrak{A} = \frac{\gamma Q}{g} (v \cos \psi - c \cos \varphi) w.$$

Demnach erhält man für die Reaktionskraft = P :

$$P = \frac{\mathfrak{A}}{w} = \frac{\gamma Q}{g} (v \cos \psi - c \cos \varphi).$$

Für $\varphi = 90^\circ$ und (gleichzeitig) für $\psi = 0$ findet man daher:

$$P = \frac{\gamma Q}{g} v = \frac{\gamma a v^2}{g} = 2\gamma a \frac{v^2}{2g} = \gamma a \cdot 2h,$$

wie vorher unter V. gefunden wurde.

Letzterer Satz ist durch vielfache Versuche von D. Bernoulli¹⁾, Brunnaci²⁾, Ewart³⁾ und Weisbach⁴⁾ außer allen Zweifel gesetzt. Theorien über die ganze behandelte Frage lieferten namentlich D. Bernoulli, L. Euler, Navier und nach letzterem (allgemein für Röhren von doppelter Krümmung) Scheffler⁵⁾.

Anmerkung. Von der Reaction des Wassers macht man zum Forttreiben von Dampfschiffen Gebrauch, die man Reactions-Propellerschiffe zu nennen pflegt. Die Theorie dieser Propeller hat Grashof neuerdings (Bd. XX [1876], S. 65 der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure) aufgestellt, nachdem er vorher (1869) in der von ihm herausgegebenen 5. Auflage von Redtenbacher's „Resultate für den Maschinenbau“, die Ergebnisse dieser Theorie mitgetheilt hatte.

Bezeichnet man die Geschwindigkeit des Schiffes mit c und mit v die relative Horizontalgeschwindigkeit, womit das Wasser (hinterwärts) aus den Reactionsröhren ausfließt, so erhält man für den Druck = H , womit das Schiff fortgetrieben wird, nach VI. der vorstehenden Gleichungen:

$$P = M(v - c).$$

Für den Beharrungszustand der Bewegung des Schiffes ergiebt sich

1) Hydrodynamica, Sect. XIII, §. 4, Pag. 280.

2) Memorie della Societa Italiana delle Science, Tom. XVII, parte Mathematica etc. Verona 1816.

3) Freiburger Ingenieur. Erster Band, S. 137.

4) „Versuche über die Leistung eines einfachen Reactionsrades“. Freiberg 1851, S. 19, und die „Experimentalhydraulik“. Freiberg 1855, S. 253.

5) „Die Principien der Hydrostatik und Hydraulik“, Bd. I, §. 122, Braunschweig 1847.

sodann, nach (1), §. 187, S. 614:

$$M(v - c) = \frac{k\gamma F}{2g} \cdot c^2,$$

oder wenn mit A der Gesamtquerschnitt beider Reactionsröhren bezeichnet wird, so daß also $M = \frac{\gamma Av}{g}$ ist:

$$Av(v - c) = \frac{1}{2}kFc^2,$$

eine der Fundamentalgleichungen der Grashof'schen Theorie (a. a. O., S. 68).

Von anderen bemerkenswerthen Theorien über Reactionspropeller der Dampfschiffe, verdient namentlich die des Cavaliere Brin (im italienischen Marineministerium) Erwähnung, welche sich in der englischen Zeitschrift „The Artizan“, Jahrg. 1871, Pag. 115 und 125 abgedruckt vorfindet.

Vierte Abtheilung.

A e r o d y n a m i k.

Einleitung.

§. 190.

Uebereinstimmend mit der Hydrodynamik handelt die Aërodynamik von dem Ausflusse elastischer Flüssigkeiten aus Gefäßen, ihrer Bewegung in Röhren und vom Stoße und Widerstande derselben.

Im Wesentlichen unterscheiden sich die betreffenden Gesetze nur durch den Einfluß der beiden charakteristischen Eigenschaften der elastischen Flüssigkeiten, nämlich Elasticität (in bemerkbarer Weise) und leichte Ausdehnbarkeit durch die Wärme, die bereits §. 53 erörtert und durch Formeln festgestellt wurden. Eine Ergänzung in letzterer Beziehung werde durch folgendes Verzeichniß specifischer Gewichte und Dichten solcher Flüssigkeiten beigelegt, welche in der technischen Aërodynamik mehr oder weniger von Wichtigkeit sind.

Name der Flüssigkeit	Specifisches Gewicht = <i>s</i>	Dichte oder abso- lutes Gewicht = Δ eines Cubikmeters bei 0° C und bei 0 ^m ,76 Barometer- stand (Kilogramm)	Name des Beobachters
Atmosph. Luft . . .	1,00000	1,293187	Regnault
Kohlensaures Gas .	1,52901	1,977414	desgl.
Leuchtgas	0,40000 ¹⁾	0,517275	{ Deutsche Continental- Gasgesellsch.inDessau
Sauerstoffgas . . .	1,10563	1,429802	Regnault
Stickstoffgas . . .	0,97137	1,256157	desgl.
Wasserstoffgas . . .	0,06926	0,089578	desgl.

¹⁾ Das specifische Gewicht (die Dichtigkeit) des Leuchtgases ist sehr verschieden, je nach der Kohlensorte und dem Stadium des Destillationsprocesses. Beispielsweise fand Heeren (Mittheil. des Hannov. Gewerbevereins, Jahrg. 1859, S. 362):

Erster Abschnitt.

Ausfluß gasförmiger Flüssigkeiten aus Gefäßmündungen.

§. 191.

Zur Ermittlung mathematischer Ausdrücke für die Geschwindigkeit und Menge von aus Gefäßmündungen strömenden gasförmigen Flüssigkeiten lassen sich (im Allgemeinen) drei verschiedene Annahmen machen oder Hypothesen aufstellen, welche folgende sind:

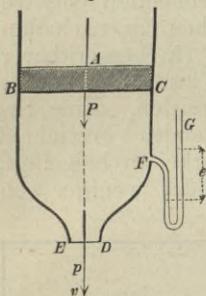
1) Die Dichtigkeit des Gasstromes bleibt unveränderlich, d. h. der Ausfluß erfolgt nach denselben Gesetzen wie beim Wasser.

2) Die Temperatur des Gasstromes bleibt unverändert. Die Dichte ändert sich nach dem Mariotte'schen Gesetze.

3) Das Gas nimmt beim Ausflusse weder Wärme auf, noch giebt es welche ab, Druck und Volumen sind durch das Laplace-Poisson'sche Gesetz (§. 59) an einander gebunden.

Ausflußgeschwindigkeit unter constantem Drucke.**I. Unter Voraussetzung constanter Dichte des Gases.**

Ist $BCDE$, Fig. 222, ein mit irgend einer elastischen Flüssigkeit gefülltes Gefäß, so wird, wenn die Pressung der Flüssigkeit im Gefäße genau so groß ist, wie die der äußeren Umgebung (in der Regel der atmosphärischen Luft), aus einer Oeffnung ED weder innere Flüssigkeit aus-, noch äußere einströmen. Drückt man jedoch die Flüssigkeit im Innern des Gefäßes mit Hülfe eines gehörig dicht schließenden Kolbens BC zusammen, oder beschwert diesen Kolben mit einem Gewichte, dessen Größe pro Flächeninhalt $=P$ bedeutender ist, wie die eben so geschätzte Pressung $=p$ außerhalb der Mündung ED , so wird ein Ausströmen durch eine entsprechend kleine Mündung



Für Cannel-Kohlen, Mittel von 36 Bestimmungen . . . $s = 0,619$
 „ Newcastle-Kohlen, Mittel von 28 Bestimmungen . . $s = 0,422$
 „ Staffordshire-Kohlen, Mittel von 6 Bestimmungen . $s = 0,369$.

Der Grundsatz, je schwerer das Gas um so besser, kann zwar im Allgemeinen als richtig zugegeben werden, aber schon die Gegenwart von Kohlenoxyd ist geeignet, die Richtigkeit dieses Schlusses zu beeinträchtigen. Bei westfälischen Kohlen (nach Ingenieur-Taschenbuch des Vereins „Hütte“, 11. Aufl. [1877], S. 594) ist im Mittel (wie oben) $s = 0,40$ anzunehmen. Welchen Einfluß die Stunde der Destillation auf das spezifische Gewicht des Leuchtgases hat, zeigt folgende Tabelle (der „Hütte“ etc.), welche westfälische Kohlen voraussetzt:

	Erste Stunde	Zweite Stunde	Dritte Stunde	Vierte Stunde
$s =$	0,540	0,400	0,320	0,260

ung ED mit einer Geschwindigkeit $= v$ stattfinden, die, unter der Voraussetzung, daß elastische Flüssigkeiten beim Ausflusse aus Gefäßen denselben Gesetzen folgen, wie das Wasser¹⁾, nach §. 78 ist:

$$I. \quad v = \sqrt{2g \frac{(P-p)}{A}},$$

sobald Δ die Dichte der eingeschlossenen elastischen Flüssigkeit (nach §. 190) bezeichnet, der Querschnitt a der Mündung ED sehr klein gegen den Querschnitt $BC = A$ des Gefäßes \overline{BD} ist und endlich die Größe h als klein genug vernachlässigt wird, welche hier das Gewicht der im Gefäße eingeschlossenen Flüssigkeit repräsentirt.

Wird die Pressung im Innern des Gefäßes durch die Höhe $= e$ eines Quecksilbermanometers FG angegeben, so ist bekanntlich, wenn b den gleichzeitigen Barometerstand bezeichnet:

$$\frac{P}{p} = \frac{b+e}{b}, \text{ also } P - p = \frac{P \cdot e}{b+e},$$

daher aus I. folgt:

$$II. \quad v = \sqrt{\frac{2g}{A} \cdot \frac{P \cdot e}{b+e}}.$$

Speciell für atmosphärische Luft erhält man daher nach

§. 54 für Metermaaß, wenn beachtet wird, daß $\sqrt{2g \frac{P}{A}} = 396 \sqrt{1+\delta t}$ ist:

$$v = 396 \sqrt{(1+\delta t) \frac{e}{b+e}}.$$

§. 192.

II. Ausflußgeschwindigkeit unter Voraussetzung constanter Temperatur.

Bei der Annahme, daß im Beharrungszustande der Bewegung in derselben Zeit gleiche Massen (Gewichte) durch die verschiedenen Querschnitte eines Gefäßes gehen, erhält man zunächst die Gleichung:

$$(1) \quad PAV = zwu = pav^2.$$

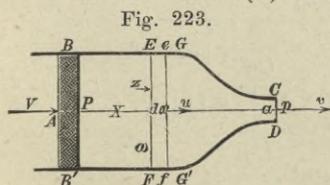


Fig. 223.

Hierbei haben P, A, V und p, a, v die bisherigen Bedeutungen, während z die veränderliche Pressung in einer beliebigen Schicht EF vom Querschnitte ω bezeichnet, welche von BB' um x absteht und in welcher sämtliche durchströmende Flüssigkeitselemente die Geschwindigkeit $= u$ besitzen.

Der weitere Gang ist dann folgender:

¹⁾ Daniel Bernoulli, Hydrodynamica, Pag. 200 ff. und Poncelet, Comptes rendus de l'Académie des Sciences. Tome XXI, Pag. 187.

²⁾ Erweiterungen des Satzes vom Parallelismus der Schichten (§. 75, S. 189). — Navier, Annales de chimie et de physique. T. 34 (1827), Pag. 400. (Specielles in den später folgenden „Geschichtlichen Notizen“.)

Die am Ende einer Zeit $= t$ der beliebigen Elementarschicht Ef inwohnende lebendige Kraft ist: $\frac{1}{2} \frac{A}{g} \omega dx \cdot u^2$, daher der Zuwachs an lebendiger Kraft derselben Schicht während eines unendlich kleinen Zeittheilchens dt : $\frac{1}{2} \frac{A}{g} \omega dx \cdot 2udu$ und eben dieser Zuwachs für die ganze Flüssigkeit im Gefäße, während desselben Zeittheilchens:

$$(2) \quad \frac{1}{2} \int \frac{A}{g} \omega dx \cdot 2udu + \text{Const.}$$

Andererseits ist die Schicht Ef , zufolge der gegenseitigen Wirkung der Schichten auf einander, der Kraft ωdz unterworfen, welche im entgegengesetzten Sinne der Bewegung thätig und deren durchlaufener Weg in der Zeit dt gleich udt ist.

Die Summe der allen Schichten der Flüssigkeit eingepprägten mechanischen Arbeiten beträgt daher:

$$(3) \quad - \int \omega dz \cdot udt + \text{Const.}$$

Beide Integrale (2) und (3) zwischen denselben Grenzen genommen, erhält man nach dem Principe von der Erhaltung der lebendigen Kräfte:

$$- \int \omega dz \cdot udt = \frac{1}{2} \int \frac{A}{g} \omega dx \cdot 2udu,$$

oder, wenn man udt an die Stelle von dx setzt, sodann dt wie einen constanten, allen Gliedern gemeinsamen Factor entfernt und endlich $\Delta = \frac{z}{k}$ nach (2) §. 54 einführt, wobei k eine Constante bezeichnet:

$$(4) \quad - gk \int \omega dz \cdot u = \int z \omega u^2 du.$$

Zufolge (1) ist nun $u = \frac{pav}{z\omega}$, also $du = - pav \frac{d(z\omega)}{(z\omega)^2}$, daher nach Einführung dieser Werthe in (4):

$$- gk \cdot pav \int \frac{dz}{z} = - (pav)^3 \int \frac{d(z\omega)}{(z\omega)^2}, \text{ d. i.}$$

$$gk \text{ Lgnt } \frac{p}{P} = \frac{(pav)^2}{2} \left[\frac{1}{(PA)^2} - \frac{1}{(pa)^2} \right], \text{ oder}$$

$$2gk \text{ Lgnt } \frac{P}{p} = v^2 \left[1 - \left(\frac{pa}{PA} \right)^2 \right], \text{ folglich:}$$

$$\text{I. } v = \sqrt{\frac{2gk \cdot \text{Lgnt} \cdot \frac{P}{p}}{1 - \left(\frac{pa}{PA} \right)^2}}.$$

Ist endlich a im Verhältniß zu A recht klein und führt man wiederum $\Delta = \frac{P}{k}$ ein, so läßt sich setzen:

$$\text{II. } v = \sqrt{2g \frac{P}{A} \text{Lgnt} \cdot \frac{P}{p}}.$$

Für verhältnißmäßig geringe Pressungsdifferenzen endlich ist:

$$v = \sqrt{2g \frac{P}{A} \cdot \frac{P-p}{p}}.$$

Hebt man hier P im Zähler gegen p im Nenner auf, so erhält man die bereits §. 191 unter der Voraussetzung der Nichtzusammendrückbarkeit der Flüssigkeiten abgeleitete Formel.

§. 193.

III. Ausflußgeschwindigkeit auf Grund des Laplace-Poisson'schen Gesetzes, oder unter der Voraussetzung, daß das Gas beim Ausflusse weder Wärme aufnimmt noch abgibt.

(Der adiabatische permanente Ausfluß.)

Da aus Versuchen bekannt ist, daß unter Umständen die Luft beim Ausströmen aus einer Gefäßmündung nicht bloß eine Pressungs-, sondern auch eine Temperaturveränderung erleiden kann und daß dies allemal stattfindet, wenn der Luft zum Ausgleichen der Temperatur nicht die erforderliche Zeit gelassen wird, endlich mit einer momentanen Temperaturveränderung auch eine plötzliche Dichtungsveränderung verbunden ist, so hat man, für solchen Fall, bei Ableitung einer Formel für die Ausflußgeschwindigkeit dem gedachten Gesetze oder der erwähnten Voraussetzung Rechnung zu tragen.

Nehmen wir die fragliche Ableitung zuerst auf Grund des Laplace-Poisson'schen Gesetzes vor.

Unter Beibehaltung der im vorigen Paragraphen gewählten Bezeichnung hat man dann zuerst:¹⁾

$$(1) \Delta_z = \Delta \frac{z^{\frac{1}{n}}}{P^{\frac{1}{n}}}.$$

Ferner ist $\frac{udu}{dx} = \frac{\text{Kraft}}{\text{Masse}} = \frac{-\omega dz}{\Delta_z \frac{\omega dx}{g}}$, daher, mit Bezug auf (1):

$$(2) udu = -g \frac{P^{\frac{1}{n}}}{A} \cdot \frac{dz}{z^{\frac{1}{n}}}.$$

Das Integral dieses Ausdruckes ist aber:

$$(3) \frac{u^2}{2} = -g \frac{P^{\frac{1}{n}}}{A} \cdot \frac{n}{n-1} z^{\frac{n-1}{n}} + \text{Const.}$$

Folglich ergeben sich (mit Bezug auf Fig. 223) nachstehende zwei Werthe:

¹⁾ Nach $\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^n$, also $\frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{n}}$, wonach zugleich I, §. 59, S. 125 zu corrigiren ist.

$$\frac{v^2}{2} = -g \frac{P^n}{A} \cdot \frac{n}{n-1} \cdot P^{\frac{n-1}{n}} + \text{Const.}$$

$$\frac{V^2}{2} = -g \frac{P^n}{A} \cdot \frac{n}{n-1} P^{\frac{n-1}{n}} + \text{Const.}$$

Zieht man letzteren Werth von ersterem ab, so erhält man:

$$v^2 - V^2 = 2g \frac{P^n}{A} \cdot \frac{n-1}{n} \left[P^{\frac{n-1}{n}} - p^{\frac{n-1}{n}} \right], \text{ oder}$$

$$v^2 - V^2 = 2g \cdot \frac{n}{n-1} \frac{P}{A} \left[1 - \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right], \text{ folglich:}$$

$$\text{I. } v = \sqrt{V^2 + 2g \frac{n}{n-1} \frac{P}{A} \left[1 - \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]}.$$

Ist hier wieder $\frac{a}{A}$ (Fig. 223) so klein, daß V^2 vernachlässigt werden kann, so ergibt sich, wenn man zugleich, wie beim Ausfluß des Wassers (S. 210) den sogenannten Geschwindigkeitscoefficienten ψ einführt:

$$\text{II. } v = \psi \sqrt{2g \frac{n}{n-1} \frac{P}{A} \left[1 - \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]}.$$

Auch hier ist wieder für Metermaaß zu setzen:

$$\sqrt{2g \frac{P}{A}} = 396 \sqrt{1 + \delta t}.$$

Zusatz 1. Letztere beiden Gleichungen hätten sich direct ableiten lassen aus dem Werthe IV, §. 60, für die mechanische Arbeit, welche frei wird, wenn sich ein Gasvolumen \mathfrak{B} von der Pressung P so weit ausdehnt, daß die Pressung auf p herabsinkt.

Der gleichgeltende Werth dieser Arbeit ist offenbar, wenn die Geschwindigkeit V im Gefäße sehr gering ist:

$$\frac{1}{2} \Delta \mathfrak{B} \frac{v^2}{g}.$$

Daher:

$$\frac{1}{2} \Delta \mathfrak{B} \frac{v^2}{g} = \frac{n}{n-1} P \mathfrak{B} \left[1 - \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right],$$

d. i., wenn wieder ψ eingeführt wird:

$$v = \psi \sqrt{2g \frac{n}{n-1} \frac{P}{A} \left[1 - \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]}.$$

Zusatz 2. Mit Hülfe der mechanischen Wärmetheorie, welche auf die besondere Zustandsänderung und auf das innere Arbeitsvermögen der Gase Rücksicht nimmt, läßt sich Gleichung II. wie folgt ableiten.

Es ist nach Vorstehendem:

$$(4) \quad udu = - gwdz,$$

wenn mit w das specifische Volumen oder das Volumen der Gewichtseinheit (1 Kilogramm) §. 54, S. 112 des Gases bezeichnet wird.

Vorstehender Werth (4) läßt sich aber dadurch umgestalten, daß man $d(wz) = wdz + zdw$ reducirt:

$$wdz = d(wz) - zdw,$$

wonach aus (4) wird:

$$(5) \quad \frac{udu}{g} = - d(wz) + zdw.$$

Das letzte Glied im rechten Theile dieser Gleichung läßt sich aber nach VII, §. 62, ersetzen durch:

$$EdQ - dU,$$

in welchem Werthe bekanntlich dU den Zuwachs (die Aenderung) an innerem Arbeitsvermögen des Gases bezeichnet.

Sonach folgt aus (5):

$$(6) \quad d\left(\frac{u^2}{2g}\right) = - d(wz) - dU + EdQ.$$

Diese Gleichung läßt sich, in nachstehender Weise, in eine einfachere Gestalt bringen.

Zunächst ist nach (6) S. 113:

$$wz = RT = R(a + t), \text{ also auch } d(wz) = Rdt,$$

sodann lehrt die mechanische Wärmetheorie¹⁾, daß $dU = Ecdt$ ist (c statt c_v geschrieben), folglich aus (6) erhalten werden kann:

$$d\left(\frac{u^2}{2g}\right) = - Rdt - Ecdt + EdQ,$$

oder auch wegen $R = c(n - 1)E$ (S. 135):

$$d\left(\frac{u^2}{2g}\right) = - ncEdt + Ecdt - Ecdt + EdQ, \text{ oder}$$

$$d\left(\frac{u^2}{2g}\right) = - ncEdt + EdQ,$$

oder auch, wegen $E = \frac{1}{A}$:

$$(7) \quad Ad\left(\frac{u^2}{2g}\right) = - ncdt + dQ.$$

Erfolgt nun während des Ausströmens des Gases aus der Mündung vom Querschnitte $= a$, weder eine Mittheilung, noch Entziehung von Wärme, d. h. ist in vorstehender Gleichung $dQ = \text{Null}$ zu setzen, so ergibt sich:

$$Ad\left(\frac{u^2}{2g}\right) = - ncdt.$$

oder, mit Bezug auf Fig. 223, wenn man beachtet, daß dt auch gleich $d(T - a)$, d. i. $= dT$ ist, sobald, wie von S. 113 ab, mit T die absolute Temperatur des Gases bezeichnet wird und diese Temperatur im Gefäße bei BB' zu T_1 , an der Mündung CD aber zu T_2 bekannt ist, nach der Integration:

²⁾ Zeuner, mechanische Wärmetheorie (2. Auflage) S. 164, Nr. 105.

$$(8) \quad \frac{A}{2g} (v^2 - V^2) = -ncT_2 + ncT_1 = nc(T_1 - T_2),$$

oder, da nach S. 125, Formel III.

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{n-1}{n}} \text{ ist,}$$

$$\frac{A}{2g} (v^2 - V^2) = ncT_1 \left[1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{n-1}{n}} \right],$$

oder, wenn wieder V klein genug vorausgesetzt werden kann und ψ eingeführt wird:

$$\text{III. } v = \psi \sqrt{2g \frac{nc}{A} T_1 \left[1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{n-1}{n}} \right]},$$

welche Gleichung auch Zeuner in seinen Grundzügen der mechanischen Wärmetheorie (2. Auflage), S. 166, unter Nr. 109 findet.

Da nun $\frac{T_1 c}{A} = \frac{P}{A(n-1)}$ nach S. 125 und 135 ist¹⁾, so erhält man auch aus vorstehendem Werthe für v (wie oben):

$$\text{IV. } v = \psi \sqrt{2g \frac{n}{n-1} \frac{P}{A} \left[1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{n-1}{n}} \right]}.$$

Entfernt man aus III. nur $\frac{c}{A}$, wofür sich nach dem Vorstehenden setzen läßt $\frac{c}{A} = \frac{R}{n-1}$, so ergibt sich noch eine dritte Form für die Ausflußgeschwindigkeit = v , nämlich:

$$\text{V. } v = \psi \sqrt{2g \frac{n}{n-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{n-1}{n}} \right]},$$

Hier ist wieder T_1 die absolute Temperatur des Gases im Innern des Ausflußgefäßes, worin das Gas der constanten Pressung P unterworfen ist.

Da nach dem Vorstehenden die Ausdehnung der Luft allein auf Kosten der inneren Arbeit stattfindet, so muß die Luft eine Wärmemenge verlieren, welche gleichgeltend der Arbeit ist, die bei der Ausdehnung in Anspruch genommen wird.

Setzt man die Temperatur T_1 im Innern des Gefäßes, so wie die Ausflußgeschwindigkeit v als bekannt voraus, so läßt sich die Temperatur T_2 in der Ebene der Mündung mit Hülfe der Gleichung (8) berechnen, indem man reducirt:

$$\text{VI. } T_2 = T_1 - \frac{A}{nc} \frac{v^2}{2g}.$$

Zusatz 3. Bei sehr geringen Pressungsdifferenzen, d. h. wenn P und p wenig verschieden sind, läßt sich der Ausdruck für v in II. sehr vereinfachen.

¹⁾ Nach S. 125 ist $\frac{P}{A} = RT_1$ und nach S. 135 $RA = (n-1)c$, also etc.

Schreibt man nämlich $\frac{p}{P}$ unter der Gestalt $1 - \frac{P-p}{P}$ und setzt

$$\frac{P-p}{P} = k, \text{ so hat man } \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(1 - k\right)^{\frac{n-1}{n}} \text{ und für nur zwei}$$

Glieder der binomischen Reihe:

$$\left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{n-1}{n}} = 1 - \frac{n-1}{n} k,$$

so daß aus II. wird:

$$v = \psi \sqrt{2g \frac{n}{n-1} \frac{P}{A} \cdot \frac{n-1}{n} \left(\frac{P-p}{P}\right)}, \text{ d. i.}$$

$$\text{VII. } v = \psi \sqrt{2g \frac{(P-p)}{A}} = \psi \sqrt{2g \frac{P}{A} \left(1 - \frac{p}{P}\right)}.$$

Der bereits S. 639 von Daniel Bernoulli unter der Voraussetzung gefundene Werth für v , daß die Dichtigkeit des Gases constant bleibt oder der Ausfluß so erfolgt, als wäre das Gas, gleich Wasser, unelastisch.

Beispiel. In einem geeigneten Gefäße befinde sich Luft von 1,2 Atmosphären Spannung und von $10^{\circ}C$ Temperatur. Es fragt sich, mit welcher Geschwindigkeit der Ausfluß in das Freie erfolgen wird, wenn man die Mündung so abgerundet hat, daß sie die Gestalt des zusammengezogenen Strahles annimmt und demzufolge der Ausflußcoefficient $\psi = 0,981$ ist.

Erste Auflösung.

Die Bernoulli'sche Formel liefert sofort:

$$v = 0,981 \cdot 396 \sqrt{(1 + \delta t) \left(1 - \frac{p}{P}\right)}, \text{ d. i.}$$

$$v = 0,981 \cdot 396 \sqrt{(1 + 0,00367 \cdot 10) \left(1 - \frac{10}{12}\right)}$$

$$v = 0,981 \cdot 164,6 = 161^m,47.$$

Zweite Auflösung.

Die Navier'sche Formel liefert:

$$v = \psi \sqrt{2g \frac{P}{A} \text{Lgnt } \frac{P}{p}} = 0,981 \cdot 396 \sqrt{(1 + \delta t) \text{Lgnt } \frac{P}{p}}, \text{ d. i.}$$

$$v = 0,981 \cdot 396 \sqrt{(11 + 0,00367 \cdot 10) \text{Lgnt } \frac{6}{5}},$$

$$v = 0,981 \cdot 172,16 = 168^m,89.$$

Dritte Auflösung.

Von den genaueren Formeln lieferte IV:

$$v = \psi \cdot 396 \sqrt{(1 + \delta t)} \cdot \sqrt{\frac{n}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}$$

$$v = 0,981 \cdot 396 \sqrt{3,440 \left[1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{0,2907}\right]}$$

$$v = 0,981 \cdot 396 \sqrt{3,440 \cdot [1 - 0,9484]}$$

$$v = 0,981 \cdot 396 \sqrt{3,440 \cdot 0,0516}$$

$$v = 0,981 \cdot 166,84 = 163^m,67.$$

Es bleibt jetzt noch die Beantwortung der eben so interessanten, wie wichtigen Frage übrig, welche Temperatur die Luft in der Ausflußmündung besitzt, wenn sie im Innern des Gefäßes constant bleibt.

Hierüber giebt die Gleichung VI. sofort Auskunft, indem sie für $V = \text{Null}$ liefert:

$$T_2 = T_1 - \frac{A}{nc} \frac{v^2}{2g} = T_1 - \frac{v^2}{2gncE},$$

oder, da auch (nach S. 113)

$$T_2 = 273 + t_2 \text{ und } T_1 = 273 + t_1 \text{ ist:}$$

$$t_2 = t_1 - \frac{v^2}{2gncE}.$$

Nimmt man nun von den vorher für v berechneten Werthen den der dritten Auflösung für den wahrscheinlich richtigsten (den zweiten als unrichtig an¹⁾, so ergiebt sich, wegen $n=1,41$ (S. 125), $c=0,16847$ (S. 131) und $E=425$ (S. 133):

$$t_2 = 10 - \frac{(163,67)^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 1,41 \cdot 0,16847 \cdot 425}, \text{ d. i.}$$

$$t_2 = 10 - 13,524 = -3,524.$$

Die Luft hat sich also beim Ausflusse bedeutend abgekühlt.

Hätte der Ausfluß ohne irgend welchen Mündungswiderstand geschehen können, so würde $\psi = 1$ und t_2 gewesen sein:

$$t_2 = 10 - \frac{(166,84)^2}{2 \cdot 9,81 \cdot 1,41 \cdot 0,16847 \cdot 425}, \text{ d. i.}$$

$$t_2 = 10 - 14,053 = -4,053.$$

Hieraus resultirt aber der hochwichtige Satz, daß durch die Widerstände in der Ausflußmündung die Luft um

$$4,053 - 3,524 = 0,529 \text{ Grad Celsius}$$

erwärmt wurde, d. h. der durch die Widerstände hervorge-rufene Verlust an lebendiger Kraft besteht in Wirklichkeit nicht in dem Verschwinden von Arbeit, sondern in dem Umsetzen von Arbeit in Wärme, d. h. in Molekulararbeit.

§. 194.

Ausflußgeschwindigkeit gesättigter Wasserdämpfe.

Entsprechend den Erörterungen S. 160, Zusatz 2, lassen sich die für den Ausfluß permanenter Gase im vorigen Paragraphen entwickelten Formeln auch für den Ausfluß des gesättigten Wasserdampfes aus Gefäßmündungen benutzen, wenn man die Zahl $n=1,41$ durch den Erfahrungswerth Zeuner's (S. 160, Zusatz 2), d. i. durch

$$x = 1,035 + 0,10y^2)$$

¹⁾ Zuerst bestätigt durch die Versuche Weisbach's, worüber in §. 198, S. 667 berichtet wird.

²⁾ Wir schreiben von hier an x statt μ auf S. 160, da μ später überall den sogenannten Ausflußcoefficienten bezeichnete.

ersetzt, worin y angiebt, der wievielte Theil des Ganzen aus wasserfreiem, gesättigtem Dampfe besteht.

Hiernach wird z. B. aus IV:

$$v = \psi \sqrt{2g \frac{z}{z-1} \frac{P}{A} \left[1 - \left(\frac{P}{P'} \right)^{\frac{z-1}{z}} \right]}, \text{ oder}$$

$$\text{I. } v = 4,43 \psi \sqrt{\frac{z}{z-1} \frac{P}{A} \left[1 - \left(\frac{P}{P'} \right)^{\frac{z-1}{z}} \right]}.$$

Zusatz. Eine von Redtenbacher¹⁾ angegebene Formel für die Geschwindigkeit des aus Gefäßmündungen in die atmosphärische Luft strömenden gesättigten Wasserdampfes, verdient zur Zeit immer noch beachtet zu werden²⁾, weshalb deren Ableitung (wie in der ersten Auflage dieses Werkes) hier Platz finden mag.

Redtenbacher setzte hierbei voraus, daß der Dampf während seines Ausflusses gesättigt bleibe, auch sich kein Dampf niederschlage und endlich die Dichtigkeit Δ sich nach der Navier'schen (empirischen) Formel S. 169, d. i. nach $\Delta = \alpha + \beta z$ berechnen ließ, worin z die Spannkraft des Wasserdampfes pro Quadratmeter bezeichnet.

Wie S. 641 erhält man auch hier:

$$\frac{u du}{dx} = g \cdot \frac{-\Omega dz}{\Omega(\alpha + \beta z) dx}$$

und durch Integration:

$$\int_0^v u du = -g \int_P^p \frac{dz}{\alpha + \beta z}, \text{ d. i.:}$$

$$\frac{v^2}{2} = -\frac{g}{\beta} \text{Lgnt} \frac{\alpha + \beta p}{\alpha + \beta P}, \text{ oder}$$

$$\text{II. } v = \sqrt{\frac{2g}{\beta} \text{Lgnt} \frac{\alpha + \beta P}{\alpha + \beta p}}.$$

¹⁾ Gesetze des Lokomotivbaues. Mannheim 1855. S. 34.

²⁾ Grashof hat selbst in der 6. Auflage der von ihm herausgegebenen Redtenbacher'schen „Resultate für den Maschinenbau“ (S. 194, Nr. 246), diese Formel beibehalten und die vorher entwickelte Formel (mit entsprechenden Modificationen) im Anhange (Resultate der mechanischen Wärmetheorie) mitgetheilt.

³⁾ Für Dämpfe von 1 bis 2
Atmosph. Spannkraft:

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,06295 \\ \beta &= 0,000051 \\ \frac{\alpha}{\beta} &= 1234 \end{aligned}$$

Für Dämpfe von 2 bis 5
Atmosph. Spannkraft:

$$\begin{aligned} \alpha &= 0,1427 \\ \beta &= 0,0000473 \\ \frac{\alpha}{\beta} &= 3017. \end{aligned}$$

Diese der 6. Ausgabe von Redtenbacher's „Resultaten etc.“ entnommenen Werthe weichen ein wenig von den (älteren) Werthen, S. 169, ab.

Beispiel. Mit welcher Geschwindigkeit strömt gesättigter Wasserdampf aus der Sicherheitsventilöffnung eines Kessels, in welchem die Flüssigkeit eine Spannung von 5 Atmosphären besitzt und der Ausfluß direct in die atmosphärische Luft, ohne Reibung und sonstige Geschwindigkeitsverluste stattfindet?

Erste Auflösung.

Vorausgesetzt, daß nur reiner gesättigter Dampf ohne Beimischung von Wasser zum Ausflusse gelangt. Unter letzterer Voraussetzung ist $y = 1$ und daher $x = 1,035 + 0,10 = 1,135$, folglich nach I. (wegen $\psi = 1$ und $\Delta = 2,75$, S. 154):

$$v = 4,43 \sqrt{\frac{1,135}{0,135} \cdot \frac{5 \cdot 10333}{2,75} [1 - (0,2)^{0,119}]}, \text{ oder}$$

$$v = 4,43 \sqrt{8,407 \cdot 18787,27 [1 - 0,8257]}$$

$$v = 4,43 \sqrt{8,407 \cdot 18787,27 \cdot 0,1743}$$

$$v = 735,03 \text{ Meter.}$$

Ist der ausströmende Dampf mit 10 Procent Wasser vermischt, d. h. ist $y = 0,9$, so wird

$$x = 1,035 + 0,09 = 1,125,$$

sodann:

$$v = 4,43 \sqrt{9 \cdot \frac{5 \cdot 10333}{2,75} [1 - (0,2)^{0,111}]}$$

$$v = 4,43 \sqrt{9 \cdot 18787,27 [1 - 0,8364]}$$

$$v = 13,29 \sqrt{18787,27 \cdot 0,1636}$$

$$v = 736,798 \text{ Meter.}$$

Zweite Auflösung.

Die Redtenbacher'sche Formel liefert, wenn $\beta = 0,00005$ angenommen wird:

$$v = \sqrt{\frac{19,62}{0,00005} \cdot \text{Lgnt} \left(\frac{0,1427 + 0,0000473 \cdot 5 \cdot 10333}{0,06295 + 0,00005 \cdot 1 \cdot 10333} \right)}, \text{ d. i.}$$

$$v = 4,43 \sqrt{20000 \text{ Lgnt } 4,46}$$

$$v = 4,43 \cdot 100 \sqrt{2 \cdot 1,495148}, \text{ folglich}$$

$$v = 765,96 \text{ Meter.}$$

Letzterer Werth ist größer als der nach der ersteren Formel gefundene, was ganz natürlich ist, indem sich zeigen läßt¹⁾, daß wenn

¹⁾ In dem Werke Zeuner's „Das Lokomotiv-Blasrohr“, findet sich S. 84 eine Tabelle für v , der wir folgende Werthe entnehmen:

	Atmosph.	1½	2	2½	3
Nach Zeuner	v in Metern	368,09	481,31	553,45	606,00
Nach Redtenbacher	v in Metern	368,38	487,63	565,36	622,87

reiner gesättigter Wasserdampf in die freie Luft strömt, bis zur Ebene der Mündung hin, eine theilweise Condensation stattfindet und zwar, daß die sich condensirende Dampfmenge (die dem Dampfe beigemischte Wassermenge) wächst, je höher der Druck im Kessel ist¹⁾.

§. 195.

Ausflußmenge der Gase nach Volumen und Gewicht.

Mit Hülfe der in §. 193 für die Ausflußgeschwindigkeit = v der Gase gewonnenen Formel ergibt sich die secundliche Ausflußmenge = Q_2 ganz so wie bei den wasserförmigen Flüssigkeiten, wenn nach §. 82 der Ausflußcoefficient $\mu = \psi a$ gesetzt wird und a der Inhalt der Ausflußmündung ist, zu:

$$Q_2 = \mu a v, \text{ d. i.}$$

$$\text{I. } Q_2 = \mu a \sqrt{2g \frac{P}{A} \frac{n}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{n-1}{n}} \right]}.$$

Diese Gas- oder Windmenge strömt dabei unter dem Drucke p mit einer gewissen Dichtigkeit = Δ_0 aus, für welche man (nach S. 125) hat:

$$\Delta_0 = \Delta \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{1}{n}} \text{ und}$$

$$t_0 = \frac{(1 + \delta t) \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1^2}{\delta}.$$

Daher erhält man für die unter dem inneren Drucke P , bei der Dichtigkeit Δ und der Temperatur t gemessene Luftmenge = Q_1 :

$$Q_1 = \frac{\Delta_0}{\Delta_1} Q_2 = \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{1}{n}} Q_2, \text{ d. i.}:$$

¹⁾ Zeuner, Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie. Zweite Auflage, S. 413.

²⁾ Es ist nämlich $\frac{T_0}{T} = \frac{t_0 + 273}{t + 273} = \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{n-1}{n}}$, d. i. wegen $273 = \frac{1}{\delta}$

$$t_0 + \frac{1}{\delta} = \left(t + \frac{1}{\delta} \right) \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{n-1}{n}}, \text{ daher auch}$$

$$t_0 = \frac{(1 + \delta t) \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1}{\delta}$$

$$\text{II. } Q_1 = \mu a \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{1}{n}} \sqrt{2g \frac{P}{A} \frac{n}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}, \text{ oder}$$

$$\text{III. } Q_1 = \mu a \sqrt{2g \frac{P}{A} \frac{n}{n-1} \left[\left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right]}.$$

Schließlich erhält man die Luftmenge = Q , welche Q_1 unter dem äußeren Drucke p , bei der gegebenen Temperatur t und der Dichte $\frac{p}{P} \Delta$ annimmt:

$$Q = \frac{P}{p} Q_1 = \mu a \frac{P}{p} \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{1}{n}} \sqrt{2g \frac{P}{A} \frac{n}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}$$

$$Q = \mu a \left(\frac{P}{p}\right) \left(\frac{P}{p}\right)^{-\frac{1}{n}} \sqrt{2g \frac{P}{A} \frac{n}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]},$$

oder:

$$\text{IV. } Q = \mu a \left(\frac{P}{p}\right)^{\frac{n-1}{n}} \sqrt{2g \frac{P}{A} \frac{n}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]},$$

so wie endlich, wenn man wie S. 639, den Barometerstand b und den Manometerstand h einführt, und überdies beachtet, daß

$$\sqrt{2g \frac{P}{A}} = 396 \sqrt{1 + \delta t} \text{ ist:}$$

$$\text{V. } Q = 396 \mu a \left(\frac{b+h}{b}\right)^{\frac{n-1}{n}} \sqrt{\frac{n}{n-1} (1 + \delta t) \left[1 - \left(\frac{b}{b+h}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]},$$

oder auch:

$$\text{VI. } Q = 396 \mu a \sqrt{\frac{n}{n-1} (1 + \delta t) \left(\frac{b+h}{b}\right)^2 \left[\left(\frac{b+h}{b}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right]}.$$

Bezeichnet man mit G_1 das Gewicht der Gasmenge Q_1 in II, so ergibt sich aus II. und III:

$$\text{VII. } G = \Delta Q_1 = \mu a \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{1}{n}} \sqrt{2g \Delta P \frac{n}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}.$$

$$\text{VIII. } G = \Delta Q_1 = \mu a \sqrt{2g \Delta P \frac{n}{n-1} \left[\left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{2}{n}} - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right]}.$$

Zusatz. Man gelangt zu besonders interessanten Resultaten,

²⁾ Man sehe Richard Rühlmann's (meines Neffen) „Handbuch der mech. Wärmetheorie“, Bd. 1, S. 311.

wenn man, zunächst in Bezug auf das in VII. ermittelte Gewicht, die Frage erörtert, für welchen Werth von p dies G ein Maximum wird?

Nach den bekannten Lehren von Maximum und Minimum der Functionen findet man leicht, daß in der That ein Maximum statthat und zwar für:

$$\text{IX. } p = \left(\frac{2}{n+1} \right)^{\frac{n}{n-1}} P.$$

Substituirt man diesen Werth in VII, so folgt:

$$\text{X. } G_{max} = \mu a \left(\frac{2}{n+1} \right)^{\frac{1}{n-1}} \sqrt{2g\Delta P \left(\frac{n}{n+1} \right)}.$$

Gleichzeitig erhält man für die Maximalgeschwindigkeit, wenn man denselben Werth für $\frac{p}{P}$ aus IX. in IV, §. 193, einführt:

$$\text{XI. } v_{max} = \psi \sqrt{2g \frac{n}{n+1} \frac{P}{A}}.$$

Beachtet man nun, daß nach S. 125

$$\frac{p}{P} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{\frac{n}{n-1}}$$

ist, wenn T_1 die Temperatur im Gas- oder Windbehälter und T_2 die äußere Temperatur (ohne Vorlage, die der atmosphärischen Luft) bezeichnet, so ergibt sich mit Zuziehung von Gleichung IX:

$$\text{XII. } T_2 = T_1 \frac{2}{n+1}$$

und da überdies $\frac{P}{A} = RT_1$ ist, schließlich:

$$\text{XIII. } v_{max} = \psi \sqrt{gnT_2 \cdot R}.$$

Bekanntlich ist aber $R = 29,27$ (nach S. 113, Nr. 7), ferner ist $n = 1,41$, so wie $g = 9,81$ angenommen werden kann, so daß man erhält ($\psi = 1$ gesetzt):

$$\text{XIV. } v_{max} = 20,12 \sqrt{T_2} = 20,12 \sqrt{273 + t_2}.^1)$$

Daher für $t_2 = \text{Null}$:

$$v_{max} = 332,5 \text{ Meter.}$$

Nach S. 143 sind XIII. und XIV. die Gleichungen für die Geschwindigkeit der Wellen, womit sich Luft in einem cylindrischen Rohre fortbewegt, d. h. die Schallgeschwindigkeit in der atmosphärischen Luft bei der absoluten Temperatur $= T_2$.

Es ergibt sich ferner der interessante aber wohl zufällige Satz:

„Die Geschwindigkeit eines ausfließenden Luftstrahles in einer Mündung von solcher Gestalt, daß der Coefficient ψ gleich Eins ist, kann im Beharrungszustande niemals größer werden als die Schallgeschwindigkeit“.²⁾

¹⁾ Nach Prof. Gustav Schmidt in Prag in der Zeitschrift des österreich. Ingenieur- und Architekten-Vereins, Jahrg. 1873, S. 227.

²⁾ Mit Prof. Schmidt verdient hier ein Ausspruch erwähnt zu werden,

Endlich ist noch zu beachten, daß sich für $n = 1,41$ aus IX. ergibt:

$$\frac{p_{max}}{P} = \left(\frac{200}{241} \right)^{3,439} = 0,5266^1),$$

d. h. das Maximum der Ausflußmenge wird erhalten, wenn der äußere Druck p ungefähr die Hälfte des inneren Druckes beträgt.

Von letzterer Grenze an nimmt sonach die Ausflußmenge mit der Verminderung des äußeren Druckes ab und die Formeln zeigen sogar, daß sie für $p = \text{Null}$, d. h. für den Fall, daß der äußere Werth gleich Null wird, ebenfalls die Werthe = Null liefern, so daß nach einem luftleeren Raume hin gar kein Ausströmen mehr stattfindet²⁾.

Zeuner³⁾ dürfte wohl der erste gewesen sein, der auf das widersinnige des letzteren Resultates zuerst in ganz bestimmter Weise aufmerksam machte und zeigte, daß bei der Benutzung vorstehender Formeln eine unzulässige Annahme gemacht wurde.

In einem nächstfolgenden Paragraphen, worin die Geschichte des Ausflusses der Gase aus Gefäßmündungen erörtert wird, kommen wir auf diesen Gegenstand zurück.

Für gewöhnliche technische Anwendungen, insbesondere für Gebläse, Ventilatoren etc. kommt ein Sinken von p unter p_{max} nicht vor, da hier die Pressungsdifferenzen $P - p$ überhaupt verhältnißmäßig klein sind. In diesen Fällen sind diese Formeln ohne Weiteres brauchbar.

Anlangend den bei Gebläsdüsen in Anwendung zu bringenden Ausflußcoefficienten μ , müßte man, streng genommen, den von Weisbach für diese Gattung von Mündungsformen aus sorgfältigen Versuchen abgeleiteten Werth $\mu = 0,917$ in Rechnung bringen, hätte man nicht Rücksicht auf die Verengung zu nehmen, welche die Düse durch Ansätze (Schlackenbildung, Nasenbildung) erfährt. Es wird daher angemessen sein, den Rath des Prof. Schmidt und des Prof. v. Hauer zu befolgen⁴⁾, die für schwach conische Gebläsdüsen $\mu = 0,86$ und für cylindrische Ansatzrohre (bei Bessemergebläsen) $\mu = 0,78$ zu nehmen rathen. Selbst Grashof, bei seiner sonst sehr strengen Auffassung der Ausflußgesetze atmosphärischer Luft, bemerkt⁵⁾, daß der Coefficient μ ,

den bereits 1861 Holzmann in seiner „Theoretischen Mechanik“, S. 376, machte und der folgendermaßen lautet: „Der Beharrungszustand der Bewegung tritt (bei ursprünglich geringer Dichtigkeit vor der Ausflußmündung) erst dann ein, wenn die Dichte so groß geworden ist, daß die Geschwindigkeit des Ausströmens der Geschwindigkeit des Schalles gleich geworden ist“.

¹⁾ Aus II, S. 640, entnahm seiner Zeit (1838) Coriolis

$$\frac{p_{max}}{P} = 0,60653.$$

²⁾ Den Ausfluß der Gase in den luftleeren Raum behandelt höchst ausführlich Bauschinger in einem beachtenswerthen Artikel, welcher sich im 8. Jahrgange der Schlömilch'schen „Zeitschrift für Physik und Mathematik“, S. 160, abgedruckt vorfindet.

³⁾ Protokoll des Sächs. Ingenieur- und Architekten-Vereins. 75. Hauptversammlung (19. Nov. 1871), S. 50.

⁴⁾ v. Hauer, „Die Hüttenwesen-Maschinen“. Zweite Auflage (Leipzig 1876), S. 18 und S. 22.

⁵⁾ Theoretische Maschinenlehre. Bd. 1, S. 554.

die Gesamtgröße a der (durch Schlackenansätze möglicherweise verengten) Düsenmündungen und die äußere Pressung p (mit Rücksicht auf den Widerstand der Schmelzmassen) gewöhnlich mit größeren Fehlern behaftet sind, als die Formel an sich.

Nichtsdestoweniger halten wir für gebildete Techniker und für Studierende technischer Hochschulen die Ansicht Grashof's¹⁾ für wichtig, dahin gehend, daß, wenn auch für die technischen Anwendungen vorzugsweise nur der Fall einer mäßigen Verschiedenheit der inneren und äußeren Pressung Wichtigkeit hat, es doch von Interesse ist, die Gesetze der Luftausströmung innerhalb des ganzen Aenderungsgebietes des Verhältnisses $\frac{p}{P}$ von 1 bis 0 zu prüfen.

Wir werden deshalb auch Veranlassung nehmen, in den nachher folgenden „Geschichtlichen Notizen“ auf letzteren Gegenstand ebenfalls zurückzukommen.

Beispiel 1. Am Regulator (Windsammler) eines Cylindergebläses für Hochofenzwecke ist der Stand des Quecksilbermanometers $h=0^m,038$, die Temperatur der eingeschlossenen Luft beträgt $t=20^{\circ}C$, der Barometerstand $b=0^m,73$, während die conisch convergente Düse den kleinsten Durchmesser $\delta=0^m,042$ hat.

Es fragt sich, wie groß das unter dem äußeren Drucke gemessene Luftquantum ist?

Auflösung. Hierzu dient unmittelbar die Formel V. dieses Paragraphen, d. i.:

$$Q = 396\mu\alpha \left(\frac{b+h}{b}\right)^{\frac{n-1}{n}} \sqrt{\frac{n}{n-1} (1 + \delta t) \left[1 - \left(\frac{b}{b+h}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}.$$

Nach den gegebenen Werthen ist aber:

$$\alpha = \frac{\delta^2\pi}{4} = 0,785 (0,042)^2 = 0\text{ }0\text{ }0\text{ }001385.$$

$$\frac{b+h}{b} = \frac{768}{730} = 1,052; \quad \frac{n-1}{n} = 0,291; \quad \frac{n}{n-1} = 3,439.$$

$$\left(\frac{b+h}{b}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{768}{730}\right)^{0,291} = (1,052)^{0,291}; \quad \left(\frac{b}{b+h}\right)^{\frac{n-1}{n}} = (0,95)^{0,291},$$

Daher ($\mu = 0,86$ und $\delta = 0,00367$ angenommen):

$$Q = 396 \cdot 0,86 \cdot 0,001385 \cdot (1,052)^{0,291} \sqrt{3,439 \cdot 1,0734 \{1 - (0,95)^{0,291}\}},$$

d. i.: $Q = 0,1119$ Cubikmeter pro Secunde, oder

$$60 Q = 6,714 \quad \text{„} \quad \text{„} \quad \text{Minute.}$$

Die einfache D. Bernoulli'sche Formel S. 639 giebt $Q_1=0,108$ Cubikmeter pro Secunde unter dem inneren Drucke gemessen, folglich unter dem äußeren Drucke gemessen $Q = 0,108 \frac{7}{3} = 0,1124$ Cubikmeter pro Secunde, oder $60 Q = 60 \cdot 0,1124 = 6,734$ Cubikmeter pro Minute.

Beispiel 2. Aus einem mit Steinkohlengas gefüllten Gasometer sollen für Beleuchtungszwecke pro Stunde 1000 Cubikmeter Gas, unter einem constanten Drucke von 0,045 Meter Wassermanometerhöhe, aus

¹⁾ Theoretische Maschinenlehre, Bd. 1, S. 554.

einer in dünner Wand zu bildenden kreisförmigen Oeffnung abgeführt werden, wenn die Temperatur des Gases $15^{\circ}C$ und der äußere Barometerstand $0^m,755$ ist. Es fragt sich, welchen Durchmesser die Ausflußöffnung erhalten muß?

Auflösung. Wird das spezifische Gewicht des Steinkohlengases zu $0,40$ angenommen, so erhält man zuerst (nach §. 54 und §. 190) für das Gewicht der Cubikeinheit = Δ dieses Gases: $\Delta = \frac{0,5173P}{10333(1 + \delta t)}$.

Ferner folgt, wenn man die Wassermanometerhöhe auf die einer Quecksilbersäule reducirt, der betreffende Manometerstand

$$e = \frac{0,045}{13,6} = 0^m,00331, \text{ also } b + e = 0^m,755 + 0^m,00331 = 0^m,75831.$$

Daher wegen $v = \sqrt{\frac{2g}{\Delta}(P - p)}$, hier

$$v = 4,43 \sqrt{\frac{10333(1 + \delta t)}{0,5173} \left(\frac{P - p}{P}\right)}, \text{ oder}$$

weil $\frac{P - p}{P} = \frac{e}{b + e}$ und $1 + \delta t = 1 + 0,00367 \cdot 15 = 1,055$ ist:

$$v = 4,43 \sqrt{\frac{10333 \cdot 1,055 \cdot 0,00331}{0,5173 \cdot 0,75831}}, \text{ woraus folgt:}$$

$$v = 42^m,487.$$

Der Mündungsdurchmesser = δ , da die pro Secunde ausfließende Gasmenge = $Q = \frac{1000}{3600}$ sein soll, berechnet sich hiernach zu

$$\delta = \sqrt{\frac{Q}{3600 \cdot 0,785 \cdot \mu \cdot v}} = \sqrt{\frac{1000}{3600 \cdot 0,62 \cdot 0,785 \cdot 42,487}} = 0^m,1159,$$

sobald der Ausflußcoefficient $\mu = 0,62$ angenommen wird.

§. 196.

Ausflußmenge des gesättigten Wasserdampfes.

Die Geschwindigkeit, womit gesättigter Wasserdampf aus einer Gefäßmündung, unter constantem Drucke, im Beharrungszustande strömt, war nach §. 194:

$$v = 4,43\psi \sqrt{\frac{x}{x-1} \frac{P}{\Delta} \left[1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{x-1}{x}} \right]},$$

daher man für die secundliche Ausflußmenge = Q erhält, wenn wieder a den Flächeninhalt der Mündung und α den Contractionscoefficienten bezeichnet:

$$Q = aav = 4,43\alpha\psi a \sqrt{\frac{x}{x-1} \frac{P}{\Delta} \left[1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{x-1}{x}} \right]}.$$

Ferner ergibt sich das Gewicht G dieses Dampfes, die Dichte in der Mündung = Δ_0 gesetzt und beachtet, daß (nach §. 82)

$\psi\alpha = \mu$ ist:

$$G = \Delta_0 \alpha a v, \quad \frac{1}{x}$$

oder wegen (S. 125) $\Delta_0 = \Delta \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{1}{x}}$:

$$G = 4,43\mu a \cdot \Delta \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{1}{x}} \sqrt{\frac{x}{x-1} \frac{P}{\Delta} \left[1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{x-1}{x}}\right]}, \quad \text{d. i.}$$

$$\text{I. } G = 4,43\mu a \sqrt{\Delta P \frac{x}{x-1} \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{2}{x}} \left[1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{x-1}{x}}\right]}, \quad \text{oder}$$

$$\text{II. } G = 4,43\mu a \sqrt{\Delta P \frac{x}{x-1} \left[\left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{2}{x}} - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{x+1}{x}} \right]}.$$

Für Δ setzen wir nach Zeuner (S. 151):

$$\Delta = 0,6061 \left(\frac{P}{p}\right)^{0,9393}.$$

Unter der (gewöhnlichen) Voraussetzung, daß der Dampfstrahl seine Dichte während des Ausströmens sehr wenig oder gar nicht ändert, also $\Delta_0 = \Delta$ und $P - p$ sehr klein ist, erhält man aus I. (auf demselben Wege wie im Zusatz 3, §. 193 angegeben wurde),

$$\text{d. h. für } \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{x-1}{x}} = 1 - \frac{x-1}{x} \left(\frac{P-p}{P}\right):$$

$$G = 4,43\mu a \sqrt{\Delta (P-p)}, \quad \text{d. i.}$$

$$\text{III. } G = 4,43\mu a \sqrt{\Delta P \left(1 - \frac{p}{P}\right)},$$

sonach wieder denselben Werth, welchen das unter gleichen Umständen ausfließende secundliche Wasserquantum (nach Gewicht) liefert.

Zusatz 1. Für practische Zwecke wird man (übereinstimmend mit Grashof)¹⁾ für den Ausflußcoefficienten μ einstweilen die betreffenden, für atmosphärische Luft aus Erfahrungen und Versuchen gewonnenen Werthe (S. 652 und S. 669) in Rechnung bringen müssen. Ausnahme hiervon machen gewisse Sicherheitsventile von Dampfkesseln, für welche man, nach directen Versuchen Kolster's²⁾, setzen kann:

¹⁾ Redtenbacher's „Resultate für den Maschinenbau“. Sechste Auflage (1875), S. 486, Nr. 59.

²⁾ Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure. Bd. XI, Jahrg. 1867, S. 433 unter der Ueberschrift: „Ueber das Ausströmen von Dampf und Luft aus Gefäßmündungen und über die Dimensionen der gebräuchlichen Sicherheitsventile“. Kolster's Arbeit ist namentlich für Ingenieure höchst beachtenswerth. Derselbe weist n. A. hierbei auch nach, daß, während beim Wasser der Ausflußquerschnitt stets kleiner als der Mündungsquerschnitt ist, bei hochgespannten elastischen Flüssigkeiten gerade das Gegentheil stattfindet, d. h. der

$\mu = 0,977$ für ein Ventil mit ebener Sitzfläche.

$\mu = 0,886$ " " " " conischer "

Wie schon andere Experimentatoren und ähnlich wie oben beim Ausflusse atmosphärischer Luft, untersuchte auch Kolster in der unten bezeichneten Abhandlung die Spannungsveränderungen in den Querschnitten $\overline{BB'}$, \overline{EF} und \overline{CD} des Gefäßes BD , Fig. 223 (S. 639), berechnet zum näheren Aufschluß der Frage Tabellen, setzt dabei

$\left(\frac{z}{P}\right) = y$ und findet (für $z = 1,135$):

$$y_{max} = 0,5776, \text{ also } z_{max} = 0,5776 P.$$

Für diesen Werth muß also der variable Querschnitt ω ($= \overline{EF}$) sein Minimum erreichen, so daß die Spannung im engsten Querschnitte nur von der Anfangsspannung abhängig ist und zu dieser in einem constanten Verhältnisse steht¹⁾. Für $z = 0,5776 P$ fließt das Maximum des Gewichtes aus etc.

Zusatz 2. Mit Hülfe der mechanischen Wärmetheorie läßt sich zeigen²⁾, daß bei der Voraussetzung, unter welchen die vorstehenden Formeln für v und G abgeleitet wurden, in der Ebene der Ausflußmündung die Flüssigkeit stets aus einem Gemische von Wasser und Dampf besteht. Setzt man daher im Dampferzeuger (Kessel) nur reinen Dampf voraus, so muß sich beim Hinströmen nach der Mündung offenbar ein Theil des Dampfes condensiren und zwar läßt sich zeigen, daß die beim Ausströmen in die Atmosphäre beigemischte Wassermenge um so größer wird, je höher der Dampfdruck im Kessel ist³⁾.

Der ausströmende Dampfstrahl erweitert sich conisch nach außen hin (bildet bis auf eine gewisse Entfernung hin fast genau einen Kegel)⁴⁾. In verhältnißmäßig geringer Entfernung von der Mündung verschwindet

Ausflußquerschnitt größer als der Mündungsquerschnitt ist und daß derselbe stets vor der Gefäßmündung zu suchen ist. Der kleinste Querschnitt des ausfließenden Strahles (mit größerer Spannung) liegt näher der Mündung. Man sehe hierüber auch die Ergebnisse der Forschungen Zeuner's im nachfolgenden Zusatze 2.

¹⁾ Eine sehr übersichtlich berechnete Tabelle Kolster's (a. a. O., S. 438) giebt nähere Auskunft. Hiernach ist der Strahlquerschnitt, in welchem $z = p$ wird, nicht immer der kleinste, vielmehr kommen zwischen dem Ausflußquerschnitte und dem Ausflußgefäße immer noch kleinere vor.

²⁾ Zeuner, Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie. Zweite Auflage, S. 412. — Grashof, Theoretische Maschinenlehre, Bd. 1, S. 637.

³⁾ Nach Zeuner hat zuerst Joule darauf aufmerksam gemacht, daß man unbedenklich die Hand in einen aus einer Mündung selbst unter sehr hohem Drucke tretenden Dampfstrahl halten könne, ohne ein Verbrühen der Hand zu befürchten. Clausius und Zeuner haben gezeigt, daß die mechanische Wärmetheorie diese Erscheinung leicht erklärt. (Man sehe hierüber das citirte Werk Zeuner's, „Das Lokomotiv-Blasrohr“, S. 88.)

⁴⁾ Zeuner, „Das Lokomotiv-Blasrohr“, S. 89. Zeuner hat den Winkel des Strahlkegels durch Versuche ermittelt und denselben zwischen $20^{\circ} 24'$ und $24^{\circ} 4'$ gefunden, den kleineren Winkel bei höherer, den größeren bei niedriger Dampfspannung.

das beigemengte Wasser wieder¹⁾ und noch weiterhin ist dann der Dampf überhitzt.

Innerhalb welcher Grenzen diese Resultate Gültigkeit haben können, hat vorzüglich Grashof im ersten Bande, §. 111, seiner „Theoretischen Maschinenlehre“ erörtert, worauf hier recht angelegentlich verwiesen werden muß.

Zeuner hat zur Beurtheilung der technisch wichtigen Hauptfrage, wie groß nämlich Ausflußgeschwindigkeit und Ausflußmenge der aus reinem Dampfe und Wasser gebildeten Mischung, unter verschiedenen Pressungen in einem Dampfkessel ist, eine Tabelle unter Zuziehung der streng nach den Sätzen der mechanischen Wärmetheorie entwickelten Formeln berechnet²⁾, die leider nicht ohne Hülfe der S. 153 mitgetheilten Tabellen benutzt werden können und weshalb hier diese Ermittlungen (nach Kolster) mit vorstehenden Hauptformeln, nämlich mit

$$v = 4,43 \cdot \psi \sqrt{\frac{\kappa}{\kappa-1} \frac{P}{A} \left[1 - \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}$$

und mit

$$G = 4,43 \mu a \sqrt{\Delta P \frac{\kappa}{\kappa-1} \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{2}{\kappa}} \left[1 - \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}$$

vorgenommen wurden.

Um zum Rechnen möglichst einfache Gestalten zu erhalten, wurde (mit Zeuner) der Ausfluß trockenen, gesättigten Wasserdampfes in die freie Atmosphäre vorausgesetzt, wofür ist:

$$\kappa = 1,135; \quad \frac{\kappa}{\kappa-1} = 8,407; \quad \frac{2}{\kappa} = 1,762 \quad \text{und} \quad \frac{\kappa-1}{\kappa} = 0,119.$$

Ferner (nach S. 151) $\Delta = 0,6061 \left(\frac{P}{p} \right)^{0,9393}$ und $\psi = \mu = 1$, so wie ebenfalls $a = 1$ und endlich $p = 10333$ angenommen.

Sodann ergibt sich:

$$\text{III. } v = 1266,7 \sqrt{P^{0,0607} \left[1 - \left(\frac{10333}{P} \right)^{0,119} \right]} \quad \text{und}$$

$$\text{IV. } G = 447,56 \sqrt{P^{0,1773} \left[1 - \left(\frac{10333}{P} \right)^{0,119} \right]}.$$

Zur Berechnung der specifischen Dampfmenge x_2 in der Ebene der Mündung wurde die Zeuner'sche Formel S. 159 benutzt, aus

¹⁾ Beispielsweise war bei einer Mündung von 10 Millim. Durchmesser schon in der Entfernung von 12 Millim. bereits reiner gesättigter Dampf vorhanden, letzteren von keiner höheren Spannung als der von $1\frac{1}{2}$ Atm. Ueberdruck vorausgesetzt.

²⁾ Zeuner, Grundzüge etc. S. 411. Die betreffende Formel dieses Autors (die Bezeichnungen nach S. 153 und 169, $\sigma = \frac{1}{1000}$):

$$A \frac{v^2}{2g} = \frac{x_1 r_1}{T_1} (T_1 - T_2) + q_1 - q_2 - T_2 (\tau_1 - \tau_2) + A \sigma (P - p).$$

$$\left(A = \frac{1}{E} = \frac{1}{425} \right).$$

welcher folgt:

$$x_2 = \frac{T_2}{r_2} \left\{ \frac{x_1 r_1}{T_1} + \tau_1 - \tau_2 \right\},$$

oder für $x_1 = 1$ Kilogramm:

$$x_2 = \frac{T_2}{r_2} \left[\frac{r_1}{T_1} + \tau_1 - \tau_2 \right]^1).$$

Kesseldruck in Atmosphären	Secundliche Ausflußgeschwin- digkeit = v in Metern		Secundliche Ausflußmenge der Mischung in Kilogrammen = G		Secundliche Ausflußmenge in Kilogrammen (nach Zeuner)	
	Nach Zeuner	Vorsteh. Formel	Nach Zeuner	Vorsteh. Formel	Dampf	Wasser
2	481,71	483,58	304,12	304,07	291,86	12,26
5	734,32	736,32	489,38	489,60	444,90	44,48
7	807,57	811,90	548,95	550,04	489,28	59,67
10	878,74	884,84	609,85	600,5	532,40	77,45
14	941,06	946,95	665,67	667,76	570,15	95,52

Zusatz 3. Von den Formeln III. und IV. kann man einigermaßen Gebrauch machen, wenn es sich um angenäherte Berechnung der Größe der Durchmesser von Sicherheitsventilen bei Dampfkesseln handelt.

Nehmen wir beispielsweise an²⁾, es wäre der Ventildurchmesser = d (Fig. 57, S. 110) unter der Voraussetzung zu ermitteln, daß der gesättigte Kesseldampf eine Spannung von 4 Atmosphären besitzt, pro Stunde 250 Kilogramm Dampf entwickelt werden müssen³⁾ und das

¹⁾ Beispielsweise ist für den Druck von 2 Atmosphären im Kessel, nach der kleinen Tabelle S. 159:

$$\frac{r_2}{T_2} = 1,4383; \quad \frac{r_1}{T_1} = 1,3258; \quad \tau_1 = 0,3681 \text{ und } \tau_2 = 0,3135, \text{ daher:}$$

$$x_2 = \frac{1}{1,4383} (1,3258 + 0,3681 - 0,3135) = 0,9597.$$

Der Gewichtseinheit Mischung wohnt also, in diesem Falle, in der Ebene der Mündung 0,9597 Kilogr. Dampf und 0,0402 Kilogr. Wasser inne. Im Falle, daß (wie in der folgenden Tabelle) $G = 304,12$ Kilogr. ist, ergeben sich daher $304,12 \times 0,9597 = 291,86$ Kilogr. Dampf und demnach 12,22 Kilogr. Wasser.

²⁾ Der Verfasser entlehnt dies Beispiel (des Vergleichs wegen) absichtlich dem 2. Bande (4. Auflage), S. 968 der Weisbach'schen Ingenieur-Mechanik.

³⁾ Setzt man einen mäßig geschonten, cylindrischen (Walzen-) Dampfkessel voraus, so kann man (nach v. Reiche, „Anlage und Betrieb der Dampfkessel“⁴. Zweite Auflage, S. 234) annehmen, daß jeder Quadratmeter seiner Heizfläche pro Stunde 16,66 Kilogr. Dampf producirt, die gesammte Heizfläche des fraglichen Kessels also $\frac{250}{16,66} = 15$ Quadratmeter betragen muß.

Für sehr stark angestrengte cylindrische Kessel schätzt v. Reiche die stündliche Dampfproduction bis zu 30 Kilogramm. Grove (Die Lokomotive im Allgemeinen) rechnet die Verdampfungsfähigkeit der Lokomotivröhrenkessel zu 32 bis 43 Kilogr. Dampf pro Quadratmeter.

Ventil (Fig. 57) eine ebene Sitzfläche hat, also der Ausflußcoefficient (nach Kolster) $\mu = 0,977$ ist. Die Formel IV. giebt für

$$P = 4 \cdot 10333 = 41332 \text{ Kilogramm}$$

das Dampfgewicht G für die Einheit der Mündungsfläche zu

$$G = 447,83 \text{ Kilogramm,}$$

daher man erhält, wenn mit G_1 das in Rechnung zu bringende secundliche Dampfquantum bezeichnet wird:

$$G_1 = 447,83 \cdot \mu \cdot \frac{d^2 \pi}{4}.$$

Nimmt man nun mit den Practikern an, daß das Ventil eine 20fache Sicherheit bieten, also das 20fache der erzeugten Dampfmenge in Rechnung gebracht werden soll, so erhält man

$$G_1 = \frac{250}{3600} \cdot 20 = 1,388, \text{ daher}$$

$$1,388 = 447,83 \cdot 0,977 \cdot 0,785 d^2, \text{ folglich}$$

$$d = \sqrt{\frac{1,388}{447,83 \cdot 0,977 \cdot 0,785}}, \text{ d. i.}$$

$$d = 0^m,0635 = 6,35 \text{ Centimeter.}$$

Weisbach findet (a. a. O., S. 969) nach seiner Formel

$$d = 0,178 \text{ Fuß rhn.} = 0^m,0559 = 5,59 \text{ Centimeter.}$$

Zu ferneren Vergleichen werde erwähnt, daß eine aus Versuchen von Thrémery¹⁾ (1841) ermittelte Formel fordert, daß

$$d = 2,6 \sqrt{\frac{F}{i - 0,412}} \text{ Centimeter}$$

genommen wird, wenn F die Heizfläche in Quadratmetern und i die Dampfspannung im Kessel (also nicht Ueberdruck) in Atmosphären bezeichnet. Für unsern Fall erhält man daher

$$d = 2,6 \sqrt{\frac{15}{4 - 0,412}} = 5,316 \text{ Centimeter.}$$

Ferner daß das frühere Königl. Sächs. Dampfkesselgesetz in gleicher Weise vorschreibt²⁾:

$$d = 2,6 \sqrt{\frac{F}{i_1 + 0,588}},$$

wonach für unser Beispiel sich ergibt (da hier $i_1 =$ Atmosph.-Ueberdruck bezeichnet)

$$d = 2,6 \sqrt{\frac{15}{3,588}} = 5,316 \text{ Centimeter.}$$

Früher mußte zufolge gesetzlicher Bestimmungen in Preußen der Querschnitt des Sicherheitsventiles in Quadratmillimetern folgender Tabelle entsprechen:

¹⁾ Annales des mines. Tome XX, 1841.

²⁾ Scholl, Führer des Maschinisten. Neunte Auflage (1875), S. 572.

Dampfüberdruck = i_1 in Atmosphär.	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	4	5	$5\frac{1}{2}$	6
Querschnitt in \square^{mm} pro $1\square^m$ Heizfläche	482	338	255	207	174	154	135	121	96	89	82

Für unser Beispiel, wo 15 Quadratmeter Heizfläche vorausgesetzt wurden, würde daher bei $i_1 = 3$ Atmosphären Ueberdruck ein Ventildurchmesser d erforderlich gewesen sein, welcher der Gleichung entspricht:

$$\frac{d^2\pi}{4} = 154 \cdot 15 = 2310 \square^{mm} = 23,10 \square \text{Centimeter.}$$

Daher

$$d = 5,42 \text{ Centimeter.}$$

Rationelle Practiker¹⁾ betrachten die theoretischen Untersuchungen über die erforderliche Größe des Sicherheitsventiles geradezu als werthlos, weil die Basis, auf welcher sie beruhen, nicht gut fundirt ist.

Hiermit stimmen auch die neuerdings von den meisten Regierungen (u. a. die Preußische) erlassenen gesetzlichen Bestimmungen überein, eine bestimmte Oeffnungsgröße der Dampfkesselventile gar nicht mehr vorzuschreiben, die Ventilbelastungen durch Versuche zu ermitteln und daher das Ventil eigentlich nur als einen Alarmapparat zu betrachten, welcher eine Dampfspannung anzeigt, die jene übertrifft, welche gesetzlich als Maximum zulässig ist.

Höchst bemerkenswerth ist daher der Schlußsatz, welchen Grashof einer interessanten Abhandlung über die Größe der Sicherheitsventile im 1. Bande seiner theoretischen Maschinenlehre, §. 113 beifügt und welcher S. 656 also lautet:

„Zur noch größeren Sicherheit und zur Vermeidung unnöthigen Dampfverlustes bleibt es immerhin rathsam, die Kesselwärter dahin zu instruiren, daß er das Feuer zu mäßigen hat, sobald das Ventil abzublasen anfängt, dieses also in erster Reihe lediglich als Signalvorrichtung zu betrachten“.

§. 197.

Ausfluß der Gase und Dämpfe aus Gefäßmündungen bei veränderlicher Druckhöhe.

Um keinen Gegenstand unerörtert zu lassen, der Analogie des Ausflusses tropfbarer Flüssigkeiten, §. 87 und §. 116, zu entsprechen und wie S. 233 für Wasser, so auch für elastische Flüssigkeiten die Ausflußcoefficienten für Gefäßmündungen bei variablen Pressungen, abnehmenden Manometerständen berechnen zu können, folgen hier nachstehende Erörterungen.

Unter dem äußeren Drucke p gemessen fanden wir S. 650, IV für das secundlich aus einer Gefäßmündung strömende Luftquantum = Q die Gleichung:

¹⁾ v. Reiche, Anlage und Betrieb der Dampfkessel. Zweite Auflage, S. 246.

$$Q = \mu a \left(\frac{P}{p}\right)^{\frac{n-1}{n}} \sqrt{2g \frac{n}{n-1} \frac{P}{A} \left[1 - \left(\frac{p}{P}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]},$$

oder, wenn man den Barometerstand b und den Manometerstand h einführt und beachtet, daß für atmosphärische Luft

$$\sqrt{2g \frac{P}{A}} = 396 \sqrt{1 + \delta t} \text{ ist:}$$

$$Q = 396\mu a \left(\frac{b+h}{b}\right)^{\frac{n-1}{n}} \sqrt{\frac{n}{n-1} (1 + \delta t) \left[1 - \left(\frac{b}{b+h}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}.$$

Ist h variabel, so erhält man hieraus das Ausflußquantum dQ , welches einem Zeitelemente dt entspricht, zu:

$$(1) dQ = 396\mu a dt \left(\frac{b+h}{b}\right)^{\frac{n-1}{n}} \sqrt{\frac{n}{n-1} (1 + \delta t) \left[1 - \left(\frac{b}{b+h}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}.$$

Bezeichnet man ferner mit \mathfrak{B} den Cubikinhalte des Behälters (Kessels), aus welchem die Luft durch die Mündung a strömt, so hat man noch:

$$(2) dQ = \frac{\mathfrak{B} dh}{b},$$

daher aus (1) und (2):

$$dt = \frac{\mathfrak{B}}{396\mu a b \sqrt{\frac{n}{n-1} (1 + \delta t)}} \cdot \frac{dh}{\left(\frac{b+h}{b}\right)^{\frac{n-1}{n}} \sqrt{\left[1 - \left(\frac{b}{b+h}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}}$$

und folglich:

$$I. t = \frac{\mathfrak{B}}{396\mu a b \sqrt{\frac{n}{n-1} (1 + \delta t)}} \cdot \int \frac{dh}{\left(\frac{b+h}{b}\right)^{\frac{n-1}{n}} \sqrt{\left[1 - \left(\frac{b}{b+h}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}}.$$

Es bedarf kaum der Erwähnung, daß sich statt \mathfrak{B} auch das ursprüngliche Gewicht G des Gases einführen läßt²⁾.

¹⁾ Ist h_0 der anfängliche Manometerstand und h_1 der am Ende einer Zeit t , so ist das auf den äußeren Druck (beim Barometerstande b) reducirte Volumen: $\mathfrak{B} \frac{(b+h_0)}{b}$ und am Ende der Zeit t : $\mathfrak{B} \frac{(b+h_1)}{b}$. Daher erhält man für das in der Zeit t ausgeflossene, unter dem äußeren Drucke gemessene Luftquantum: $\frac{\mathfrak{B}}{b} [(b+h_1) - (b+h_0)] = \frac{\mathfrak{B}(h_1-h_0)}{b}$ und demnach für das Quantum, welches in Zeitelemente dt ausgeflossen ist:

$$\frac{\mathfrak{B} dh}{b}.$$

²⁾ Man sehe hierzu die wiederholt citirte Arbeit Kolster's, „Ueber das Ausströmen von Dampf und Luft aus Gefäßmündungen“. Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure, Bd. XI (1867), S. 715 ff.

Wie S. 233 (§. 87) im ähnlichen Falle beim Wasser, kann man I. auch benutzen, um den Ausflußcoefficient μ aus Versuchen zu ermitteln. Man erhält dann:

$$\text{II. } \mu = \frac{\mathfrak{B}}{396abt \sqrt{\frac{n}{n-1}(1+\delta t)}} \cdot \int \frac{dh}{\left(\frac{b+h}{b}\right)^{\frac{n-1}{n}} \sqrt{\left[1 - \left(\frac{b}{b+h}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}}$$

Unter Andern hat Weisbach letztere Formel zur Berechnung von μ aus seinen schönen Versuchen über den Ausfluß der Luft unter hohem Drucke in Anwendung gebracht¹⁾, die vorgeschriebene Integration aber dadurch ausgeführt, daß er h als Abscisse = x und

$$\frac{1}{\left(\frac{b+h}{b}\right)^{\frac{n-1}{n}} \sqrt{\left[1 - \left(\frac{b}{b+h}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}}$$

als Ordinate = y einer Curve ansah und deren Quadratur $\int y dx$ durch Anwendung der Simpson'schen Regel bestimmte.

Noch andere werthvolle Arbeiten über denselben Gegenstand haben Bauschinger²⁾, Grashof³⁾ und Herrmann⁴⁾ geliefert.

§. 198.

Geschichtliche Notizen.

(Theorie und Versuche, den Ausfluß elastischer Flüssigkeiten aus Gefäßen betreffend.)

Die Theorie des Ausflusses elastischer Flüssigkeiten aus Gefäßmündungen behandelte zuerst mit Erfolg Daniel Bernoulli in seinem berühmten Werke „Hydrodynamica“.⁵⁾ Er setzte dabei die Flüssigkeit im Innern des Gefäßes als ruhend, die Pressungen in der ganzen Ausdehnung des Gefäßes als constant voraus und nahm ferner an, daß die Molecüle, welche die Gefäßmündung durchströmen, eine Geschwindigkeit besitzen, die dem Ueberschusse der inneren Pressung über der äußeren

¹⁾ Civilingenieur, Bd. 5 (1859), S. 6 ff. und Bd. 12 (1866), S. 9.

²⁾ Theorie des Ausströmens vollkommener Gase aus einem Gefäße und ihres Einströmens in ein solches. (Ueberall auf Grundlage der mechanischen Wärmetheorie.) Schlömilch, Zeitschrift für Mathematik und Physik, Bd. 8 (1863), S. 81—183.

³⁾ Theoretische Maschinenlehre, Bd. 1, S. 569 ff.

⁴⁾ Compendium der mechanischen Wärmetheorie. Berlin 1869, S. 59 ff.

⁵⁾ Hydrodynamica, sive de viribus et motibus fluidorum Commentarii. Argentorati, 1738, Sect. X, Problem 35, Pag. 226 ff. Wer sich für die Bernoulli'sche Behandlung des Gegenstandes besonders interessirt, findet einen passenden Auszug, in deutscher Sprache, im VII. Bande des Physikalischen Wörterbuchs von Gehler, Capitel „Pneumatik“, von S. 602 ab. Hier werden sowohl betreffende Formeln für den Ausfluß bei constantem als veränderlichem Drucke abgeleitet.

entsprechend ist, der Ausfluß also überhaupt wie bei nicht zusammen-drückbaren Flüssigkeiten, d. h. bei constanter Dichte erfolge.

Die betreffenden Formeln für die Ausflußgeschwindigkeit sind dann die des §. 191.

Demselben Gegenstände widmeten sowohl Johann Bernoulli¹⁾ und Leonhard Euler²⁾, als auch d'Alembert³⁾ und Bossut⁴⁾ ihre Aufmerksamkeit, ohne jedoch wesentliche Vervollkommnungen der Theorie (insbesondere für die Praxis) zu erringen. Der Einfachheit wegen wurden die Formeln des Daniel Bernoulli von den Deutschen⁵⁾ und Engländern⁶⁾ beibehalten, während sich in den zwanziger Jahren zuerst die Franzosen um genauere Lösung des Problems bemühten.

Die ersten beachtenswerthen Versuche über den Ausfluß atmosphärischer Luft aus Gefäßmündungen, scheinen der Engländer Young und der Schwede Lagerhjelm angestellt zu haben. Ueber die des Ersteren wird berichtet in Gilbert's Annalen der Physik, Bd. XXII, Jahrg. 1801, S. 385.

Die viel bedeutenderen Lagerhjelm'schen Versuche werden behandelt in dem schwedischen Werke „Hydrauliska Försök af Lagerhjelm, Forselles och Kallstenius“, 1 Delen, Stockholm 1818. Ferner berichten über dieselben Saint-Venant und Wantzel in dem Journal de l'école polytechnique, Tome XVI (1838), Pag. 106, ferner Girard in den Annales de Chimie et de Physique, Tome XXI (1822), so wie d'Aubuisson in seinem „Traité d'hydraulique“, seconde édition, Pag. 578. Die für den Ausfluß aus dünner Wand erhaltenen Coefficienten variirten von 0,58 bis 0,70, während der Mittelwerth sich zu 0,62, also im Allgemeinen wie beim Wasser herausstellte (S. 198 und S. 199).

Der erste deutsche Physiker, welcher sich um dieselbe Sache verdient machte, war der Professor Schmidt an der Universität Gießen, der seine Versuche im 66. Bande von Gilbert's Annalen der Physik (1820) veröffentlichte. Führte dieser Physiker auch seine Versuche nur im Kleinen aus, so lieferten sie doch schon sehr brauchbare Ergebnisse. Die vorzüglichsten der damaligen im Großen ausgeführten Versuche sind die von Koch (seiner Zeit Eisenhüttengehülfe zu Königshütte am Harz, später Bergrath in Grünenplan), worüber berichtet wird im 1. Bande (1824), S. 1, der Studien des Göttingen'schen Vereins Bergmännischer Freunde. Da dieser Experimentator nicht von ganz richtigen Principien ausging, so bedurften seine Ergebnisse noch besondere Berechnungen, deren sich nach einander unterzogen Schmidt im 2. Bande (1824), S. 39 von Poggendorf's Annalen der Physik und Chemie, ferner Buff ebendasselbst im 37. Bande (1836), S. 277. Gerstner legte bei seinen Untersuchungen im 3. Bande seines Handbuches der

¹⁾ Hydraulica etc. Anno 1732.

²⁾ Principes généraux du mouvement des fluides. 1755.

³⁾ Traité de l'équilibre et du mouvement des fluides. 1744.

⁴⁾ Hydrodynamique. 1794.

⁵⁾ Eytelwein, Handbuch der Mechanik fester Körper und der Hydraulik. 1800 (Erste Auflage), 1823 (Zweite Auflage), §. 202.

⁶⁾ Robison, Mechanical Philosophy. 1822. — Olinth Gregory, Darstellung der mechanischen Wissenschaften, übersetzt von Dietlein. Halle 1824.

Mechanik die Koch'schen Versuche zu Grunde, verwechselte aber dabei das in Hannover übliche Calenberger Maaß mit dem Rheinländischen, so daß die Koch'schen Versuche nicht zu der verdienten Geltung gelangten.

Die Methoden, nach welchen Schmidt und Koch experimentirten, stimmten im Wesentlichen mit einander darin überein, daß Beide bei veränderlichen Druckhöhen operirten. Das dabei ausgeflossene Luftquantum wurde nach Formeln berechnet, welche im Allgemeinen denen des Wassers gleich kommen, wie solche im §. 87 und ferner aufgestellt wurden.

Das meiste Aufsehen erregten seiner Zeit die Versuche d'Aubuisson's über den Ausfluß der Luft aus Gefäßmündungen, welche derselbe für rein practische Zwecke (wie vor ihm Lagerhjelrn) unter constantem Drucke (im Anfange der zwanziger Jahre) anstellte. Ausführliches über diese Versuche findet sich in einer von d'Aubuisson selbst geschriebenen Abhandlung, welche in den Annales des mines, Tome XIII, 1826 abgedruckt wurde. Einen schönen Auszug hiervon giebt d'Aubuisson in der zweiten Auflage (1840) seines „Traité d'hydraulique“, Nr. 502 bis mit Nr. 508. Merkwürdiger Weise wichen die d'Aubuisson'schen Versuchsergebnisse (für die drei technisch wichtigen Hauptmündungen, nämlich dünne Wand, kurze cylindrische und kurze conische Ansätze) wesentlich von den Resultaten der Schmidt'schen und Koch'schen Versuche ab. Weisbach¹⁾ zeigte zuerst, daß die Ursache hiervon besonders in der Unrichtigkeit der von d'Aubuisson zur Berechnung seiner Versuche angewandten Formel lag, eine Behauptung, die durch spätere Versuche von Buff zur Gewißheit wurden. In letzterer Beziehung ist noch zu bemerken, daß Buff's Versuche außerdem den Zweck hatten, die Ausflußcoefficienten für ganz geringe Pressungen zu ermitteln, welche in der Praxis am Meisten vorkommen, da auch die Versuche von Koch über diesen Gegenstand nicht Auskunft gaben, indem diese schon Druckhöhen von $\frac{1}{2}$ bis 7 Fuß Wassersäule umfassen. Buff selbst berichtet über seine Versuche und deren Resultate ausführlich in Poggenдорff's Annalen der Physik und Chemie. Bd. 40 (1837), S. 14 ff.

Die am Ende der dreißiger Jahre gewonnenen Versuchsergebnisse (und deren Abweichungen) lassen sich aus folgender Tabelle entnehmen:

Mündungsform	E s f a n d :		
	d'Aubuisson	Buff	Weisbach aus Koch's Versuchen
Für die dünne Wand	$\mu = 0,65$	$\mu = 0,50$ bis $0,60$	$\mu = 0,57$ bis $0,62$
Für kurze cylindrische Ansätze	$\mu = 0,93$	$\mu = 0,72$ bis $0,74$	$\mu = 0,72$ bis $0,76$
Für kurze conische Ansatzröhren von 5° bis 15° Convergengzwinkel	$\mu = 0,94$	$\mu = 0,73$ bis $0,85$	$\mu = 0,85$ bis $0,89$

¹⁾ Hüls e, Allgemeine Maschinenencyklopädie. Bd. 1, S. 626 und 629.

Wir sind mit unserem Referate über Versuchsergebnisse des Auströmens atmosphärischer Luft aus Gefäßmündungen der Zeit vorangeeilt, wo Navier seine in §. 192 entwickelten Formeln (1827) veröffentlichte¹⁾, die jedoch in Deutschland erst durch Weisbach in weiteren Kreisen bekannt wurden. Daher kam es auch, daß alle von Weisbach in der Hülse'schen Maschinenencyclopädie, Artikel „Ausfluß“, angewandten Formeln keine anderen als die Navier's sind. Bis zum Jahre 1838 hatte man von keiner Seite erhebliche Einwendungen gegen die Navier'schen Formeln gemacht und stimmten ihre Resultate in der That hinlänglich mit den Versuchen überein, so lange man voraussetzte, daß der Druck in der Ebene der Ausflußmündung gleich dem in der Vorlage, d. h. in dem Raume ist, wohin sich der Luftstrom ergießt.

Coriolis scheint der Erste gewesen zu sein, der (1838) darauf aufmerksam machte, daß diese Annahme nicht mehr gilt, wenn die Pressungsdifferenzen im Ausflußgefäße und in der Vorlage groß sind; sich vielmehr dann derartig sonderbare Schlüsse machen lassen, welche geeignet sind, die Genauigkeit der Hypothese zu verdächtigen, auf welcher die Ableitung der Formeln beruht²⁾.

Unter Erklärung, daß die Navier'sche Ausflußformel falsch sei³⁾, unternahm es im Jahre 1839 deshalb die französischen Ingenieure des Ponts et Chaussées, Saint-Venant und Wantzel, eine ganz neue Formel unter der Voraussetzung großer Druckdifferenzen und unter Rücksichtnahme der Temperaturerniedrigung (Abkühlung) des Gases bei dessen Ausdehnung, aufzustellen⁴⁾. Mit Hilfe des potenzierten Mariotte'schen Gesetzes (S. 125) gelangten dieselben zu der Formel für das aus einer Mündung von 1 Quadratmeter Inhalt austretende unter dem inneren Drucke gemessene secundliche Luftquantum (unter Beibehaltung unserer Bezeichnungen bis auf den Coefficienten m):

$$Q = m \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{1}{n}} \sqrt[1 - \frac{1}{n}]{\frac{P}{A} \frac{1 - \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{1 - \frac{1}{n}}{n}}}{1 - \frac{1}{n}}},$$

ein Werth, welcher identisch mit den bereits oben S. 650, Nr. II, gefundenen ist, sobald man dem Coefficienten m den entsprechenden Werth beilegt.

¹⁾ „Sur le mouvement d'un fluide élastique qui s'écoule hors d'un réservoir ou gazomètre“, in den Annales de chimie et de physique, Tome XXXIV (1827). Ausführlich in den Mémoires de l'Académie des Sciences. Tome IX (1830), Pag. 311.

²⁾ Comptes rendus des séances de l'Académie vom 19. Febr. 1838, Pag. 229. Coriolis zeigt zugleich, daß das beim inneren Drucke gemessene secundliche Luftquantum ein Maximum wird für $\frac{p}{P} = 0,60653$. Man vergleiche auch hiermit die betreffenden Resultate auf S. 652.

³⁾ Comptes rendus etc. von 1843, Pag. 1140.

⁴⁾ Journal de l'école royale polytechnique. 27^e Cahier (1839), Tome XVI, Pag. 85.

Ganz besonders aber heben Saint-Venant und Wantzel hervor, daß in ihrer Formel p nicht als der Druck in der Vorlage, sondern als derjenige in der Ebene der Mündung anzusehen sei und daß beide Pressungen nur so lange identisch seien, als $\frac{p}{P} > 0,3$ bis 0,4, sobald aber dieses Verhältniß kleiner sei, so bleibe von da an die Ausflußmenge (selbst bei luftleerer Vorlage) constant. Die Verhältnißwerthe 0,3 bis 0,4 leiten die Experimentatoren aus ihren Versuchen ab, zu deren Berechnung sie merkwürdiger Weise nicht vorstehende Formel, sondern nicht ganz sachgemäße Annäherungsausdrücke benutzten. Letzterer Umstand, so wie die Thatsache, daß die Versuche von Saint-Venant und Wantzel (um entscheidend wirken zu können) unter viel zu geringen Druckhöhen ausgeführt wurden, waren Ursache, daß sich Poncelet (1845) entschieden gegen diese Versuche und deren Resultate aussprach¹⁾.

Gestützt auf im Anfange der vierziger Jahre angestellte Versuche von Pecqueur, Bontemps und Zambaux und unter Beachtung der älteren Versuche von Girard und d'Aubuisson, gelangte Poncelet in seinem über die Luftausflußfrage der Pariser Akademie der Wissenschaften am 21. Juli 1845 abgestatteten Berichte²⁾ zu folgenden Hauptschlüssen:

1) Die Gase folgen beim Ausflusse durch Oeffnungen in Röhren, innerhalb weiter Grenzen, demselben Gesetze wie tropfbare Flüssigkeiten, oder das sie befolgen würden, wenn sie unzusammendrückbar wären.

2) Es findet bei den Gasen die nämliche Contraction und gleicher Verlust an lebendiger Kraft statt, welche für die letzteren Flüssigkeiten genügend genau von Borda angegeben wurden.

3) Bei Oeffnungen in dünner Wand, deren Querschnitt sehr klein ist, im Verhältniß zum Querschnitt des Gefäßes, und durch welche die gasförmige Flüssigkeit unter constantem Drucke ausströmt, ist der Ausflußcoefficient μ der äußeren Contraction, durch welchen die unter dem äußeren Drucke gemessene Ausflußmenge in der Formel:

$$Q = 396 \mu a \sqrt{\frac{P}{p} (1 + 0,004 t) \left(\frac{P}{p} - 1 \right)^3}$$

¹⁾ Poncelet nennt deshalb die Versuche „mikroskopische“ (Comptes rendus, Tome XXI (1845), Pag. 178 und Pag. 387).

²⁾ In deutscher Uebersetzung: Hülse, Polytechn. Centralblatt, Jahrg. 1845 (Bd. 6), S. 452.

³⁾ Nach §. 195, Gleichung IV ist für sehr geringe Pressungen:

$$Q = \mu a \frac{P}{p} \sqrt{2g \frac{(P-p)}{A}}$$

oder da man $\sqrt{2g \frac{P}{A}} = 396 \sqrt{1 + \delta t}$ hat:

$$Q = 396 \mu a \frac{P}{p} \sqrt{(1 + \delta t) \left(1 - \frac{p}{P} \right)} = 396 \mu a \sqrt{\frac{P^2}{p^2} \frac{p}{P} (1 + \delta t) \left[\frac{P}{p} - 1 \right]}, \text{ d. i.}$$

$$Q = 396 \mu a \sqrt{\frac{P}{p} (1 + \delta t) \left(\frac{P}{p} - 1 \right)},$$

wobei nur $\delta = 0,004$ statt $\delta = 0,00367$ zu setzen ist.

bestimmt werden kann,

$$\mu = 0,71 \quad 0,65 \quad 0,58 \quad 0,56 \quad \text{oder} \quad 0,55$$

bei Pressungsunterschieden, welche

$$0,003, \quad 0,010, \quad 0,050, \quad 1,000$$

mal so groß sind als der äußere Druck, wobei vorausgesetzt wird, daß die Ausströmungsöffnung ganz isolirt von den Seitenwänden des Behälters sich befindet und daß daher die Contraction nicht partiell, sondern total ist.

Ohne von Saint-Venant und Wantzel's Formel Kenntniß zu haben, gelangte 1855 Weisbach (in der dritten Auflage seiner Ingenieur-Mechanik) wieder zu derselben und zwar zufolge der Wahrnehmung, daß bei Versuchen die Temperatur aus Gefäßen strömender atmosphärischer Luft, nach der Navier'schen Auffassung, schon bei $\frac{P}{p} = 2$ sich bis auf $-126,25$ Grad erniedrigen, d. h. eine so außerordentliche Kälte entwickeln würde, daß das Quecksilber gefriere, während unter Beachtung der Wärmelehre die Temperatur für den erwähnten speciellen Fall auf nicht mehr als $-34,20$ herabgehen konnte.

Die erwähnten, nie zu vergessenden Versuche Weisbach's, welche ganz bestimmt über den Unwerth der Navier'schen Formel entschieden, wurden in den Jahren 1856 bis 1865 angestellt¹⁾ und zwar mit so großen Mitteln und bei viel bedeutenderen Pressungen (von $\frac{21}{20}$ bis $\frac{5}{2}$ Atmosphären Kesseldruck), als die Versuche sämtlicher Vorgänger.

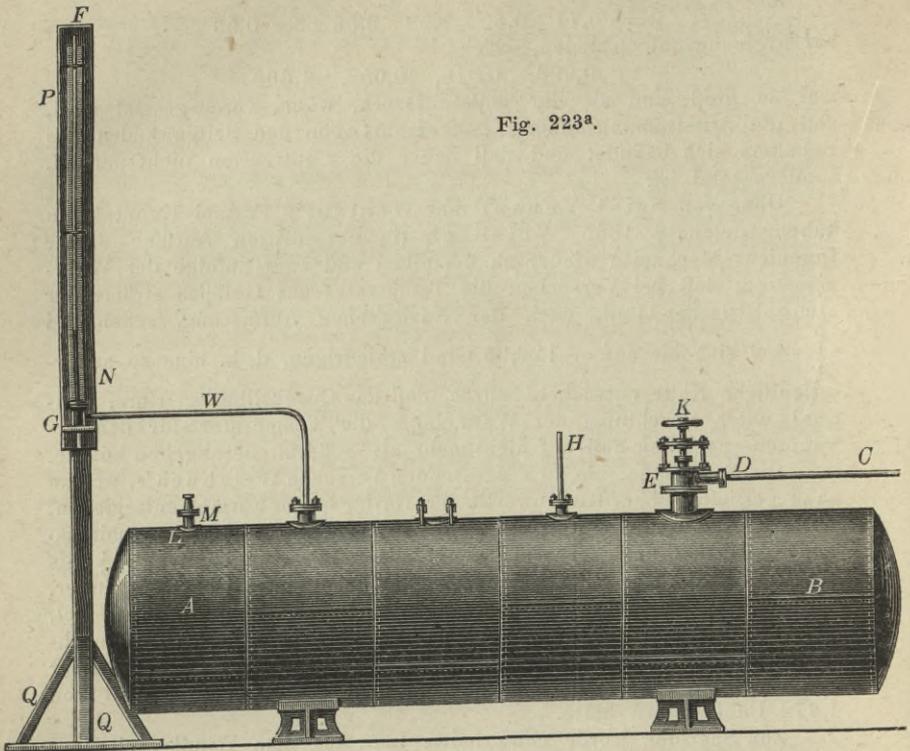
Als Luftsammelgefäß benutzte Weisbach einen Dampfkessel, dessen Gestalt (Kreiscylinder mit halbkugelförmigen Enden) aus nachstehender Fig. 223^a erhellt und der bei 1,25 Meter Durchmesser und 5 Meter Totallänge einen durch Aichung ermittelten Inhalt von 4,672 Cubikmetern hatte.

Zur Speisung wurde comprimirte Luft aus dem Windkessel eines als Feuerspritze dienenden Druckwerkes (im Hofe des Königl. Amalgamirwerkes zu Halsbrücke bei Freiberg) durch ein Rohr *CD* in das Innere des Kessels *AB* geleitet und nach gehöriger Füllung ein Kegellventil geschlossen, welches im Gehäuse *E* und durch eine Schraube mittelst eines Handrades *K* stark auf seinen Sitz gepreßt werden konnte. Der Ausfluß gepreßter Luft (unter veränderlichem Drucke) erfolgte bei *M*, wobei die Einrichtung getroffen war, daß daselbst Mundstücke von verschiedener Gestalt und Größe aufgeschraubt werden konnten.

Zur Beobachtung des Druckes und der Temperatur der äußeren Luft diente beziehungsweise ein im Schatten aufgehängenes Barometer und Thermometer. Zum Messen der Temperatur im Innern des Kessels reichte in letzteren ein Thermometer *H* hinein, während die Pressungsdifferenzen mittelst eines Piezometers *FG* bestimmt wurden, welches man durch ein Bleirohr *W* mit dem Innern des Kessels in Communication gesetzt hatte.

Ueber die Art der Ausführung der Versuche müssen wir (leider, des Raummangels wegen) auf die vorher angegebenen Quellen verweisen, so wie erinnern, daß zur Berechnung der Ausflußcoefficienten, nach den Versuchsergebnissen, die bereits im vorigen Paragraphen entwickelte Formel II in sinnreich-practischer Weise angewandt wurde.

¹⁾ Civilingenieur, Bd. V (1859), S. 1 und Bd. XII (1866), S. 1.

Fig. 223^a.

Der bekanntlich höchst bescheidene Weisbach gesteht in der unten bezeichneten Abhandlung¹⁾ selbst, daß ihm diese umfänglichen Versuche nicht nur viel Sorge gemacht, sondern auch viel Zeit in Anspruch genommen und ansehnliche Geldausgaben veranlaßt haben!

Anlangend die hauptsächlichsten (für practische Zwecke) aus diesen Versuchen gewonnenen Resultate, ist vorerst zu bemerken, daß als Mundstücke an der Ausflußstelle *M*, Fig. 223^a, solche in ebener dünner Wand angebracht wurden, dann solche, daß der Ausfluß durch Oeffnungen in conisch convergenten und divergenten Wänden erfolgte, ferner für kurze cylindrische Ansatzröhren, für conische und conoidische Mundstücke und für conische düsenförmige Mundstücke.

Die dabei erhaltenen Durchschnittsergebnisse waren folgende:²⁾

1) Für die dünne Wand, Kreismündungen von 1 bis 2,54 Centimeter Durchmesser bei Druckhöhen von im Mittel:

1,157 Atmosphären (Ueberdruck)	ist	$\mu = 0,788$	} durchschnittlich.
0,374 " " "	"	$\mu = 0,734$	
0,060 " " "	"	$\mu = 0,562$	

Dabei nimmt μ mit der Mündungsweite $= d$ ab. So ist z. B. bei 0,374 Atmosphären Ueberdruck (wenn in Centimetern):

¹⁾ Civilingenieur, Bd. XII (1866), S. 1.

²⁾ Ebendasselbst, S. 80.

Zusatz. Entsprechend den Grundsätzen der mechanischen Wärmetheorie brachte Grashof¹⁾ in den von Weisbach zur Ermittlung der Ausflußcoefficienten geführten Rechnungen Correctionen an, welche zu etwas anderen Werthen von μ , nämlich zu folgenden führten (überall wachsend mit den Manometerständen):

1) Für die dünne Wand:

$$\mu = 0,641 \text{ bis } 0,723.$$

2) Für das kurze cylindrische Ansatzrohr:

$$\mu = 0,816 \text{ bis } 0,821.$$

3) Für kurze conoidische Mundstücke mit cylindrischer Berührungsfäche an der Mündung auslaufend:

$$\mu = 0,917 \text{ bis } 0,986.$$

§. 199.

Fortsetzung der geschichtlichen Notizen.

Wie wohl allen Fachschriftstellern und Experimentatoren, war auch für Weisbach die Arbeit von Saint-Venant und Wantzel unbekannt geblieben. In der That scheint der Eisenbahningenieur Max Herrmann²⁾ (seiner Zeit in Wien) insbesondere das Verdienst zu haben, die Hypothese (oder Ansicht) der genannten Franzosen selbstständig und zwar unter Anwendung der mechanischen Wärmetheorie wiedergefunden zu haben³⁾, „daß die Außenspannung nur so lange Einfluß nimmt auf die Ausflußmenge, als das Maximum der letzteren nicht erreicht ist, eine Außenspannung aber, kleiner als die so bestimmte Grenzspannung, alterirt die ausfließende Menge entweder gar nicht, oder doch in so geringem Grade, daß man davon absehen kann“. Max Herrmann war es aber auch, der (in der Zeitschrift des österr. Ingenieurvereins) die Saint-Venant und Wantzel'sche Formel zuerst mit Hülfe der mechanischen Wärmetheorie ableitete.

Ogleich von der chronologischen Folge abweichend, dürfte ferner hier die geeignete Stelle sein, hervorzuheben, daß es ebenfalls Max Herrmann war (und zwar in der Zeitschrift des österr. Ingenieurvereins,

¹⁾ Theoretische Maschinenlehre. Bd. 1, S. 585. In einer vortrefflichen Abhandlung Grashof's, „Ueber die Bewegung der Gase in Röhren“, welche sich in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Bd. VII (1863) abgedruckt vorfindet, berechnete Grashof ebenfalls aus Weisbach'schen Versuchen (S. 280, Note):

für die dünne Wand $\mu = 0,555 \text{ bis } 0,795$

„ das kurze cylindrische Ansatzrohr $\mu = 0,737 \text{ bis } 0,89$

„ „ conoidische Mundstück . . . $\mu = 0,981$.

²⁾ Bruder des Professors Emil Herrmann in Schemnitz, dessen Compendium über mechanische Wärmetheorie wir bereits oben S. 662 citirten.

³⁾ Max Herrmann's Abhandlung „Theoretische Untersuchungen über den Ausfluß der Gase unter hohem Drucke“ findet sich abgedruckt in der Zeitschrift des österr. Ingenieurvereins, XII. Jahrgang (1860), S. 34 ff.

Jahrg. 1867, S. 29), welcher die Hypothese von Saint-Venant und Wantzel auch auf die Dämpfe anzuwenden wagte¹⁾.

Unbekümmert um diese Vorgänge entwickelte Redtenbacher 1855 in seinem Werke „Gesetze des Lokomotivbaues“, S. 34, die bereits oben S. 647 mitgetheilte Formel für den Ausfluß des gesättigten Wasserdampfes, bei welcher die Voraussetzung gemacht wurde, daß die Dichtigkeit Δ nach der von Navier angegebenen empirischen Formel (S. 169) berechnet werden dürfe und stillschweigend angenommen war, daß während des Ausflusses der Dampf gesättigt bleibe.

In den Jahren 1854 und 1856 gelangten Rankine²⁾ und Clausius³⁾ zu der höchst vortheilhaften Formel (oben S. 159), welche das Mittel an die Hand giebt, für jede Temperatur und den zugehörigen Druck die specifische Dampfmenge zu berechnen.

1859 machte Rankine⁴⁾ den ersten Versuch, das Gesetz der Druckabnahme bei der Expansion des gesättigten Wasserdampfes durch eine einfache empirische Formel darzustellen⁵⁾ und zwar (mit Bezug auf S. 160, III) durch:

$$\kappa = \frac{p}{p_1} = \left(\frac{\mathfrak{B}_1}{\mathfrak{B}} \right)^{\frac{1.0}{9}} = \left(\frac{\mathfrak{B}_1}{\mathfrak{B}} \right)^{1,111},$$

wenn \mathfrak{B} und \mathfrak{B}_1 die betreffenden Volumina, oder die den Spannungen p und p_1 entsprechenden specifischen Volumina von einem Kilogramme Wasserdampf sind.

Im Vorworte zur ersten (1863 erschienenen) Auflage des schätzbaren Buches „Der Indicator“ von Völkers (Pag. XII), zeigte nachher Grashof, daß dies Spannungsverhältniß in etwas höherem Grade wachse und das wahrscheinlich richtiger gesetzt werden könne:

$$\kappa = \frac{p}{p_1} = \left(\frac{\mathfrak{B}_1}{\mathfrak{B}} \right)^{1,140}.$$

Hierbei ist jedoch angenommen, daß der Wasserdampf im Anfange der Expansion zwar gesättigt, jedoch ihm kein Wasser beigemischt sei.

Endlich gelangte (1866) Zeuner⁶⁾ zu dem bereits S. 160 mitgetheilten Resultate, daß der Exponent κ mit der anfänglichen Dampfmenge in der Beziehung variiert, ob dem gesättigten Dampfe anfangs kein Wasser beigemischt ist, oder ob man es mit einer Mischung von Wasser und Wasserdampf zu thun hat, sodann aber gesetzt werden kann:

$$\kappa = 1,035 + 0,10y,$$

worin y angiebt, der wievielte Theil des Ganzen aus wasserfreiem, gesättigtem Dampfe besteht. Ist also nur wasserfreier gesättigter Dampf

¹⁾ Man sehe hierüber auch Emil Herrmann in der Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architektenvereins. XXVII. Jahrgang (1875), S. 189, in einer Abhandlung, welche die Ueberschrift trägt: „Vollständige Theorie des gesättigten Wasserdampfes“.

²⁾ Philos. Transact. (1854), Bd 144, S. 115 bis 175.

³⁾ „Ueber die Anwendung der mechanischen Wärmethorie auf die Dampfmaschine“ (1856). Abhandlungen, Bd. I, S. 155 bis 241.

⁴⁾ Manuel of Applied Mechanics. A Manuel of the Steam engine, Pag. 385. London and Glasgow 1859.

⁵⁾ Man sehe hierzu auch den 16. Band des „Civilingenieur“ (1870), S. 88 unter der Ueberschrift „Ueber den Ausfluß des Dampfes“.

⁶⁾ „Grundzüge der mechanischen Wärmethorie“. 2. Auflage (1866), S. 342.

vorhanden, so wird $y = 1$ und

$$x = 1,135.$$

Zeuner¹⁾ bemerkt allerdings in Bezug auf den Gebrauch des vorstehenden Werthes von x , daß er nur (vermöge der bei der Herleitung gemachten Annahmen) innerhalb der Grenzen von $y = 0,70$ bis $y = 1,0$ benutzt werden darf, daß dies jedoch die gewöhnlichen Fälle technischer Anwendung umschließe, da man besonders bei Lokomotiven für den aus dem Kessel nach den Dampfeylindern strömenden Dampf annehmen könne, daß letzterem 25 $\frac{0}{0}$ bis 30 $\frac{0}{0}$ Wasser mechanisch beigemengt sei²⁾.

Kolster dürfte wohl der Erste gewesen sein, der (1867) für technische Zwecke, in der oben, S. 655 (Note 2) erwähnten Arbeit den Exponenten x , nach der Zeuner'schen Allgemeinheit, in die Saint-Venant und Wantzel'sche Formel einführte.

Da Weisbach bei seinen schönen und großartigen Versuchen nur bis zu einer Atmosphäre Ueberdruck ging, so blieb es sehr wünschenswerth, die Hypothese (S. 666) der genannten Franzosen durch unter höherem Druck ausgeführte Versuche zu bestätigen, was denn auch Zeuner im Jahre 1871 gelang³⁾.

Zeuner erstreckte hierzu seine Versuche bis zu 4 Atmosphären Ueberdruck und bediente sich dabei eines Apparates, der jenem Weisbach's, S. 668, ähnlich war⁴⁾. Ein cylindrischer Kessel aus Eisenblech (Dampfkessel) von 4,2 Meter Länge und 0,50 Meter Durchmesser, dessen Inhalt durch Aichung mit Wasser zu 0,81088 Cubikmeter ermittelt worden war, hatte auf seinem Rücken einen Aufsatz mit 6 weiten Hälsen oder Röhren, in welche die Ausflußmündungen eingesetzt werden konnten.

Bei den Versuchen wurde mit dreierlei Mündungen experimentirt, nämlich:

- 1) mit kurzen, nach innen gut abgerundeten Mundstücken, deren Durchmesser von 4 bis 7 Millimeter variirten;
- 2) mit kurzen cylindrischen Ansatzröhren, ohne Abrundung im Innern, mit Durchmessern von beziehungsweise 5,79 und 7,00 Millimetern;
- 3) mit Mündungen in dünner Wand, deren Durchmesser von 4 bis 10 Millimetern variirten.

Die ersten beiden Arten von Mündungen führten auf Resultate, welche die Hypothese von Saint-Venant und Wantzel als richtig erscheinen ließen, während die Mündungen in dünner Wand geringe Abweichungen zeigten, welche aber Zeuner durch den Umstand erklärte, daß sich mit dem Drucke die Stärke der Contraction des Strahles ändert und zwar schien den Versuchen gemäß die Zusammenziehung des Strahles mit dem Ueberdrucke langsam zu wachsen.

Zeuner's Versuche hatten überdies noch einen anderen Zweck. Es kam nämlich Zeuner darauf an, eine neue Methode der Berech-

¹⁾ Grundzüge etc., S. 342.

²⁾ Specielles über das fraglich meehanisch mit dem Dampfe fortgerissene Wasserquantum, findet sich u. A. im 3. Bande, S. 544 (2. Auflage) der Allgem. Maschinenlehre des Verfassers.

³⁾ Protokoll des Sächs. Ingenieurvereins vom 12. Nov. 1871, S. 47.

⁴⁾ Civilingenieur, Bd. 20 (1874), Taf. I, mit Beschreibung auf S. 7.

nung jener Widerstände der Prüfung zu unterwerfen, welche beim Ausströmen der elastischen Flüssigkeiten aus Gefäßmündungen (ähnlich wie beim Wasser) auftreten.

Wie hinlänglich bekannt, mußten sowohl die Formeln für die Ausflußgeschwindigkeit der Gase, als die für das Ausflußquantum mit geeigneten Coefficienten multiplicirt werden, um mit der Erfahrung übereinstimmende Resultate zu liefern. Bei solchem Verfahren tritt offenbar die physikalische Bedeutung der Correction durchaus nicht hervor, vielmehr wird hierdurch allein dem practischen Bedürfnisse genügt.

Da jedoch auch die rationelle Technik auf die Fortschritte der ihr zugehörigen Wissenschaften Bedacht zu nehmen hat, so ist es mehr oder weniger Pflicht, mindestens interessant, den Zusammenhang dieser Correctionen mit den Sätzen der mechanischen Wärmetheorie zu untersuchen.

Den ersten Versuch dieser Art machte Grashof in seiner werthvollen Abhandlung „Ueber die Bewegung der Gase in Röhrenleitungen und Canälen“, welche sich Bd. VII (1863) der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, S. 243, 273 und 335, so wie in derselben Zeitschrift, Bd. VIII (1864), S. 47 und 101, abgedruckt vorfindet. Für die eigentlichen Ausflußerscheinungen hat jedoch erst Zeuner eine Lösung gegeben, die ganz besonderer Aufmerksamkeit werth ist und zu deren Kenntniß nachstehende Bemerkung dienen mag.

Die Verminderung der Geschwindigkeit, womit Gase und Dämpfe aus Gefäßmündungen fließen, erfolgt wahrscheinlich durch Reibung der Flüssigkeitstheilchen unter sich und hat jedenfalls einen Verlust an Arbeit zur Folge, der mit Hülfe der mechanischen Wärmetheorie ermittelt werden kann. Hierbei ist aber ganz besonders darauf aufmerksam zu machen, daß in Wirklichkeit dieser Verlust an Arbeit nicht in einem Verschwinden von Arbeit, sondern in einer Umwandlung von äußerer Arbeit in innere besteht, oder mit anderen Worten, daß ein Theil der lebendigen Kraft (der kinetischen Energie), welche der Flüssigkeit innewohnt, durch die Widerstände in Wärme (calorische Energie) umgesetzt wird. Dieser letztere Theil muß sich aber dadurch zu erkennen geben, daß die Flüssigkeit, unter sonst gleichen Umständen, mit erhöhter Temperatur ausfließt, wie dies unter Anderm S. 646 an einem Beispiele für atmosphärische Luft gezeigt wurde, wo, durch die Widerstände der aus einer Gefäßmündung strömenden Luft, eine Temperaturerhöhung (Erwärmung) der letzteren um 0,529 Grad *C* erzeugt wurde.

Von diesen und anderen Gesichtspunkten ausgehend, gelangte Zeuner¹⁾ zu folgenden Gleichungen für die Ausflußgeschwindigkeit *v* und für das Ausflußquantum nach Gewicht = *G*:

$$v = \sqrt{2g \frac{n}{n-1} RT_2 \left[1 - \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{m-1}{m}} \right]} \text{ und}$$

¹⁾ Protokolle des sächs. Ingenieur- und Architektenvereins vom 19. Nov. 1871, S. 49. Eine mit allen Details durchgeführte Ableitung findet sich jedoch erst in dem „Handbuch der mechanischen Wärmetheorie“ meines Neffen, des Professor Richard Rühlmann. Bd. I, S. 304 bis 311.

$$G = \sqrt{2g \frac{n}{n-1} RT_2 \left[\left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{2}{m}} - \left(\frac{p}{P} \right)^{\frac{m+1}{m}} \right]}$$

Darin bedeutet m einen constanten Werth, der durch Versuche bestimmt werden muß, welcher kleiner ist als n und den Zeuner den „Ausflußexponenten“ genannt hat¹⁾, wobei allerdings die Contraction des Strahles, wie sie bei gewissen Mündungen stattfindet, noch eine besondere Correction erfordert.

Für m ermittelte aber Zeuner²⁾ den Werth

$$m = \frac{n(1 + \eta_n)^3}{1 + n \cdot \eta_n}$$

Zufolge Neuberechnung der Weisbach'schen Versuche findet beispielsweise Grashof (Theoret. Maschinenlehre I, S. 585), für Kreis-mündungen in dünner Wand, so wie (angenähert) auch für conoidische Mundstücke ($\eta_n = 0,04$ ³⁾), daher, weil für atmosphärische Luft $n = 1,14$ ist, er giebt sich für die bezeichneten Mündungen:

$$m = \frac{1,14 \cdot 1,04}{1 + 1,14 \cdot 0,04} = 1,388.$$

Bald nacher (1874) gelangte Professor Fliegner in Zürich⁴⁾, bei neuen Versuchen über das Verhalten des Druckes in der Mündungsebene⁵⁾, zu dem Schlusse, daß man, für technische Rechnungen,

¹⁾ Schmidt behauptet allerdings (Civilingenieur, Bd. 17, S. 388), daß die Einführung eines Ausflußexponenten m statt n nicht durch die Natur der Sache gerechtfertigt sei.

²⁾ Civilingenieur, Bd. VII (1871), S. 84 und Richard Rühlmann, a. a. O., Bd. I, S. 309.

³⁾ Bezeichnet man, wie S. 249, das Verhältniß der effectiven (beobachteten) zur theoretischen Geschwindigkeit (d. h. der ohne hydraulische Widerstände) mit ψ , setzt also

$$\psi = \frac{v}{v_1},$$

nennt dann auch hier (ähnlich S. 226) η_n den hydraulischen Widerstandskoeffizienten, so kann man für kurze Ansatzröhren (S. 496, Nr. III) auch schreiben:

$$v_1^2 = v^2 (1 + \eta_n), \text{ d. i.}$$

$$\frac{v}{v_1} = \frac{1}{\sqrt{1 + \eta_n}}, \text{ also } \psi = \frac{1}{\sqrt{1 + \eta_n}} \text{ und}$$

$$\eta_n = \frac{1}{\psi^2} - 1.$$

Grashof macht (Maschinenlehre I, S. 417, ferner S. 550 und 551) hierzu die ganz richtige Bemerkung, daß, bei Gasen und Dämpfen, zufolge der in Wärme sich umsetzenden Widerstandsarbeit, der Werth von η_n sich vergrößert und gesetzt werden muß:

$$\eta_n = \frac{1}{\frac{n-1}{n}} - 1.$$

$$\psi^2 \left\{ 1 - \frac{p}{P} \right\}$$

⁴⁾ Civilingenieur, Bd. 20, S. 44.

⁵⁾ Fliegner bemerkt hierzu noch (a. a. O., S. 45), daß, wenn man früher

beim Ausströmen der Luft durch gut abgerundete Mündungen, die Widerstände vollständig vernachlässigen könne“.

Noch weitere (1878) angestellte Versuche Fliegner's¹⁾ über das Ausströmen der Luft durch die dünne Wand, lieferten fernere, wenn auch nicht technisch wichtige, doch immerhin so interessante Resultate, daß auf dieselben mindestens (auch der rationell gebildete Techniker) aufmerksam gemacht werden muß. Leider gestatten Zweck und Raum hier nicht mehr als folgende Ergebnisse derselben aufzunehmen:

1) Bei Mündungen in dünner Wand darf man, zur Berechnung des ausströmenden Luftgewichtes, nicht den Mündungsquerschnitt mit seinen convergirenden Geschwindigkeitsrichtungen in die Formel für G (S. 650) einsetzen, sondern den Querschnitt des Strahles an der Stelle der stärksten Contraction.

2) Im Querschnitte der stärksten Contraction haben alle Flüssigkeitselemente Bewegungsrichtungen, die unter sich und mit der Mündungsachse parallel sind.

3) Mit abnehmendem Ueberdrucke nimmt auch der Contractionscoefficient ab, bekanntlich ein schon von Weisbach experimentell gefundenes Resultat.

Da zur Berechnung der Contractionscoefficienten die Druckverhältnisse durch geeignete Formeln bestimmt werden mußten, so gelangte Fliegner zu folgendem Ausdruck für gut abgerundete Mündungen und für die Druckverhältnisse $\frac{p_1}{p_m}$ und $\frac{p_0}{p_m}$, wenn p_m die Pressung in dem Raume oder Gefäße bezeichnet, aus welchem das Gas strömt, p_1 der Druck in der Mündungsebene und p_0 der in der Vorlage ist¹⁾.

$$\frac{p}{p_m} = 0,2820 + 0,4891 \frac{p_0}{p_m} + \sqrt{0,0632 - 0,2374 \left(\frac{p_0}{p_m}\right) + 0,2266 \left(\frac{p_0}{p_m}\right)^2},$$

worin (der Gleichung einer Hyperbel) für $\frac{p_0}{p_m} = 0$, der Quotient $\frac{p}{p_m}$ den Minimalwerth = 0,5334 erreicht.

Ferner fand Fliegner für den Ausfluß durch die dünne Wand:²⁾

$$\frac{p}{p_m} = 0,2716 + 0,4962 \frac{p_0}{p_m} + \sqrt{0,0650 - 0,2435 \left(\frac{p_0}{p_m}\right) + 0,2333 \left(\frac{p_0}{p_m}\right)^2}.$$

Den Contractionscoefficienten = α berechnete derselbe aus der Annäherungsformel:

$$\alpha = a + b \cos \frac{p_0}{p_m} \pi,$$

wobei a und b Werthe sind, welche vom Exponenten $n = 1,41$ abhängen,

durch Versuche erhebliche Widerstände gefunden habe, der Grund davon in der Annahme liege, daß man p in der Ausflußformel auf den äußeren Druck bezogen habe. Man müsse nur den richtigen Druck in der Mündungsebene einführen, den Fliegner (leider) bis jetzt durch kein bestimmtes Gesetz, sondern nur durch eine Curve dargestellt hat etc.

¹⁾ Civilingenieur, Bd. XXIV (Jahrg. 1878), S. 402 ff.

²⁾ Ebendasselbst, S. 426.

wenn unter Annahme innerer Widerstände die Zustandsänderung nach dem Gesetze (Zeuner's) $p\mathcal{B}^n$ erfolgt.

Bei dem derzeitigen Standpunkte aller dieser physikalisch höchst wichtigen Erörterungen wird man, in diesem Buche, kein Eingehen auf die mannigfach noch divergirenden Ansichten verlangen, welche gegenwärtig an nachverzeichneten Stellen ausgesprochen werden:

1) Civilingenieur, Bd. 23 (1877), S. 343: Illeck in Wien, „Ueber den Ausfluß der permanenten Gase mit Beziehung auf die Hypothese von Saint-Venant und Wantzel“. — S. 571: E. Herrmann in Schemnitz, „Bemerkungen zu Herrn Illeck's Theorie des Ausflusses der Luft durch ein cylindrisches Rohr“. — S. 643: Illeck's Erwiderung auf die Einwendungen E. Herrmanns.

2) Civilingenieur, Bd. 24 (1878), S. 47: E. Herrmann's „Bemerkungen zu Fliegner's neueren Versuchen und Ansichten über den Ausfluß der Luft“.

Zweiter Abschnitt.

Bewegung elastischer Flüssigkeiten in Röhren ¹⁾.

§. 200.

Setzen wir zunächst nur Gase voraus, welche dem Mariotte'schen Gesetze folgen, also namentlich atmosphärische Luft oder Leuchtgas und nehmen ferner an, wie es für letztere Gase im Bereich der technischen Anwendungen der Fall ist, daß die Druckdifferenzen im Ausflußgefäße und in der Vorlage (der Atmosphäre) verhältnißmäßig gering sind, so kann man (wie beim Wasser ²⁾, §. 160 ff.) und mit Bezug auf die Bezeichnungen in umstehender Fig. 225 setzen:

$$\frac{1}{2} Mv^2 \left[\left(\frac{\Omega}{\mu\omega} \right)^2 + \left(\frac{\Omega}{\alpha a_1} \right)^2 \right] = gM \frac{P-p}{A} - M \frac{4l}{d} (\alpha_1 v + \beta_1 v^2).$$

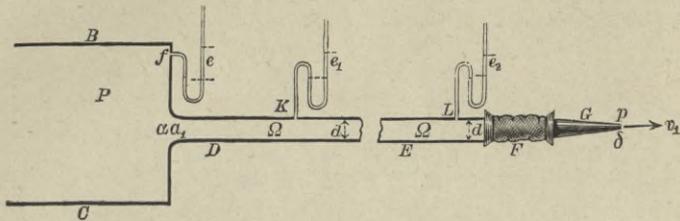
Dividirt man diesen Ausdruck durch $\frac{1}{2} M$, nimmt $\alpha_1 = \Omega$, vernachlässigt α_1 und ersetzt die Querschnitte Ω und ω beziehungsweise durch die Formeln $\frac{d^2\pi}{4}$ und $\frac{\delta^2\pi}{4}$, so folgt:

¹⁾ Die vorzüglichsten neueren Arbeiten über Bewegung der Gase in Röhrenleitungen hat Grashof geliefert und finden sich dieselben an folgenden Stellen: 1) In der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Bd. VII (1863), S. 241 und 273. (Vorzugsweise ganz allgemeine Auffassung des Gegenstandes.) 2) Ebendasselbst, Bd. VIII (1864), S. 47 (mit besonderer Berücksichtigung der Theorie der Gebläsmaschinen). 3) Desgleichen Bd. X (1866), S. 456 (besonders Theorie der Zugerzeugung durch Schornsteine). 4) Theoretische Maschinenlehre. Bd. I, S. 532, §. 104 (Bewegung der Luft in Röhren).

Der Verfasser sieht sich, dem practischen Zwecke gegenwärtigen Buches entsprechend, um so mehr veranlaßt, von einer derartigen streng wissenschaftlichen Auffassung des Gegenstandes, wie in den bezeichneten Arbeiten, zu abstrahiren, als Grashof selbst (a. a. O., Bd. VII, S. 243) ausdrücklich Folgendes bemerkt: „Die Theorie der Bewegung der Luft oder irgend eines Gases oder Gasgemisches in einer ausgedehnten Leitung (Röhre oder Canal) auf Grund der allgemeinen mechanischen Principien nicht nur, sondern auch insbesondere des hierbei eine wesentliche Rolle spielenden Principes vom mechanischen Aequivalent der Wärme, ist ziemlich complicirt, wenn dabei auf sämtliche influirende Umstände, die Reibungs- und anderen Widerstände, die Wärmeleitung der Canalwände etc. Rücksicht genommen wird“.

²⁾ Nach Zeuner (Blasrohr, S. 100) und Grashof (Maschinenlehre I, S. 620 und 625) ist der Carnot'sche Satz (S. 224, §. 83) auch für elastische Flüssigkeiten brauchbar.

Fig. 225.



$$v^2 \left[\frac{d^4}{\mu^2 \delta^4} + \left(\frac{1}{a} - 1 \right)^2 \right] = 2g \frac{P-p}{A} - 8\beta_1 \frac{l}{d} v^2,$$

oder wenn v durch die Ausflußgeschwindigkeit v_1 an der Mündung G , Fig. 225, ersetzt wird, wegen $\mu \delta^2 v_1 = d^2 v$:

$$\frac{\mu^2 \delta^4}{d^4} v_1^2 \left\{ \frac{d^4}{\mu^2 \delta^4} + \left(\frac{1}{a} - 1 \right)^2 \right\} = 2g \frac{P-p}{A} - 8\beta_1 \mu^2 \frac{l \delta^4}{d^5} v_1^2, \text{ d. i.}$$

$$v_1^2 \left\{ 1 + \mu^2 \left[\frac{\delta^4}{d^4} \left(\frac{1}{a} - 1 \right)^2 + 8\beta_1 \frac{l \delta^4}{d^5} \right] \right\} = 2g \frac{P-p}{A} \text{ und}$$

$$\text{I. } v_1 = \sqrt{\frac{2g \frac{P-p}{A}}{1 + \mu^2 \left[\frac{\delta^4}{d^4} \left(\frac{1}{a} - 1 \right)^2 + 8\beta_1 \frac{l \delta^4}{d^5} \right]}}.$$

Ist P_1 die Pressung, welche an einem Punkte K (Fig. 225) der Leitung beobachtet wurde, die von der Mündung oder Ausflußöffnung bei G um $KG = \lambda$ entfernt ist, so erhält man auf gleichem Wege:

$$\text{II. } v_1 = \sqrt{\frac{2g \left(\frac{P_1 - p}{A} \right)}{1 + 8\beta_1 \mu^2 \frac{\lambda \delta^4}{d^5}}}.$$

Zur Bestimmung der Pressung P_1 , welche bei K in der Entfernung λ von der Mündung statt hat, folgt endlich noch aus I. und II.:

$$\text{III. } \frac{P_1 - p}{P - p} = \frac{1 + 8\beta_1 \mu^2 \frac{\lambda \delta^4}{d^5}}{1 + \mu^2 \frac{\delta^4}{d^4} \left[\left(\frac{1}{a} - 1 \right)^2 + \frac{8\beta_1 l}{d} \right]}.$$

Für das pro Secunde ausströmende Flüssigkeitsquantum $= Q$, gemessen unter dem inneren Drucke, erhält man wieder:

$$Q = \mu_1 \frac{\delta^2 \pi}{4} v_1,$$

so wie, wenn dies Quantum unter dem äußeren Drucke gemessen wird:

$$Q_1 = \mu_1 \frac{\delta^2 \pi}{4} v_1 \frac{P}{p}.$$

Für den Fall, daß in I. $\delta = d$ gesetzt und beachtet wird, daß so dann $\mu = 1$ ist:

$$Q_1 = \mu_1 \frac{d^2 \pi}{4} \cdot \frac{P}{p} \sqrt{\frac{2g(P-p)}{\Delta \left[1 + \left(\frac{1}{a} - 1 \right)^2 + \frac{8\beta_1 l}{d} \right]}}$$

oder für $1 + \left(\frac{1}{a} - 1 \right)^2$ den Werth K eingeführt:

$$\text{IV. } Q_1 = \mu_1 \frac{d^2 \pi}{4} \frac{P}{p} \sqrt{\frac{2g(P-p)}{\Delta \left(K + \frac{8\beta_1 l}{d} \right)}}$$

Letztere, zuerst von Poncelet¹⁾ entwickelte Formel hat einen geschichtlichen Werth, wie §. 202 gezeigt werden wird.

In der unten angegebenen Quelle empfahl Poncelet, als Mittelwerth anzunehmen:

$$\beta = 0,00315.$$

Zusatz 1. Führt man in vorstehende Formeln die Manometerstände e, e_1, e_2 etc. e_m , Fig. 225, so wie den Barometerstand b ein, d. h. setzt namentlich in III:

$$\frac{P_1 - p}{P - p} = \frac{b + e_1 - b}{b + e - b} = \frac{e_1}{e},$$

vernachlässigt man ferner das zweite Glied des Zählers in III. und im Nenner $\left(\frac{1}{a} - 1 \right)^2$ gegen $\frac{8\beta_1 l}{d}$, so erhält man:

$$\frac{e_1}{e} = \frac{1}{1 + 8\mu^2 \beta_1 \frac{\delta^4 l}{d^5}}.$$

Den Werth $8\mu^2 \beta_1$ im Nenner letzterer Gleichung ermittelte d'Aubuisson für practische Zwecke aus Versuchen und fand dafür die Zahl 0,0238,²⁾ so daß überhaupt erhalten wird, wenn e_m den Manometerstand nahe der Düse G in Fig. 225 bezeichnet:

$$\text{V. } e = e_m \left[1 + 0,0238 \frac{\delta^4 l}{d^5} \right].$$

Der practische Werth dieses Ausdrucks ist unverkennbar, wenn man (wie gewöhnlich) beachtet, daß die erforderliche Größe der z. B. für den Eisenhochofenbetrieb erforderlichen Windspannung sich auf das Manometer an der Düse bezieht³⁾.

Zusatz 2. Will man allein den Druckverlust = z berechnen, der auch bei einer überall gleich weiten Röhrenleitung von d Durchmesser und l Länge unvermeidlich ist, so kann man sich hier, wie beim Wasser, der Formel IV, §. 160, S. 496 bedienen, also setzen:

$$z = \eta \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g},$$

oder da sich leicht nachweisen läßt, daß in Bezug auf vorstehende Formeln $\eta = 8\beta_1$ ist, so folgt auch, wenn man zugleich den von

¹⁾ Mécanique appliquée etc. Section VI, Nr. 36. Deutsch von Schnuse, Bd. II, §. 36.

²⁾ Hydraulique, §. 523. (Aus mehr als 300 Beobachtungen.)

³⁾ Bei Eisenhochöfen übersteigt e_m selten 19 Centimeter Quecksilbersäule, bei Bessemer-Apparaten selten 115 Centimeter Quecksilbersäule.

Poncelet gewählten Werth von β_1 einführt:

$$z = 0,0252 \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g}.$$

Diese Widerstandshöhe ($=z$) stellt eine Luftsäule von der Dichte Δ dar, die auch als Wassersäule ausgedrückt werden kann, wenn man beachtet, daß dann z in dem Verhältnisse von $\frac{\gamma}{\Delta}$ kleiner wird, sobald γ die Dichte des Wassers (Gewicht eines Cubikmeters dieser Flüssigkeit) $= 1000$ bezeichnet, demnach sich nach (1), §. 54, ergibt:

$$\frac{\gamma}{\Delta} = \frac{1000 (1 + \delta t)}{1,293},$$

also z_1 statt z gesetzt folgt:

$$z_1 = \eta \frac{1,293}{1000 (1 + \delta t)} \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g},$$

oder auch, wegen $\eta = 8\beta_1$

$$z_1 = \frac{4l}{d} \cdot \frac{1,293 \beta_1}{1000 (1 + \delta t)} \cdot \frac{v^2}{g},$$

so wie, wenn man $\frac{\beta_1}{g} = b_1$ setzt:

$$z_1 = \frac{4l}{d} \frac{1,293 \cdot b_1 v^2}{1000 (1 + \delta t)}.$$

Im Vorstehenden war als elastische Flüssigkeit stets atmosphärische Luft vorausgesetzt. Für ein anderes Gas, dessen spezifisches Gewicht $= s$ ist (wie in der Tabelle S. 637 das spezifische Gewicht der atmosphärischen Luft $=$ Eins gesetzt), erhält man daher, als Druckverlust eine Wassersäule von z_2 Höhe gemessen:

$$\text{VI. } z_2 = \frac{4l}{d} \frac{1,293 \cdot s \cdot b_1 v^2}{1000 (1 + \delta t)}.$$

In den Mémoires etc. de la société des Ingenieurs Civils, Année 1867, Pag. 560, wird für practische Zwecke und für gußeiserne Röhren (Metermaaß vorausgesetzt) folgende Formel empfohlen:

$$\text{VII. } z_3 = \frac{4l}{d} \cdot \frac{1,293 \cdot s}{1000 (1 + \delta t)} \cdot (av + bv^2).^2$$

Die Werthe der Coefficienten a und b variiren dabei nach den Durchmesser der eisernen Röhren, zufolge Versuchen Arson's (worüber im folgenden Paragraphen berichtet wird) in nachverzeichneter Weise:

¹⁾ Der Verfasser hat für z_2 deshalb diese Form gewählt, weil sich diese Formel genau so in der Pariser „Agendas Dunod“, Nr. 3. Arts et Manufactures Mécanique, Jahrg. 1879, S. 69 vorfindet und die zur Zeit in Frankreich ganz allgemein bei den Praktikern Anwendung zu finden scheint. In Paris setzt man für Leuchtgas $s = 0,41$.

²⁾ Man beachte, daß hiernach $\frac{a}{v} + b = b_1 = \frac{\beta_1}{g}$, folglich wegen $\beta_1 = \frac{\eta}{8}$,

$$\text{auch } \eta = 8g \left(\frac{a}{v} + b \right) \text{ ist.}$$

Letzterer Werth findet sich auch in der vierten (1878) von Hudelo besorgten Ausgabe von Péclet's „Traité de la chaleur“. Tome I, Pag. 199.

Durchmesser = d in Metern	Coefficienten	
	a	b
0,050	0,000702	0,000593
0,054	0,000682	0,000575
0,081	0,000589	0,000489
0,100	0,000550	0,000475
0,108	0,000530	0,000560
0,135	0,000470	0,000442
0,150	0,000440	0,000430
0,162	0,000410	0,000420
0,189	0,000355	0,000405
0,200	0,000330	0,000395
0,216	0,000300	0,000382
0,243	0,000257	0,000362
0,250	0,000240	0,000360
0,270	0,000215	0,000350
0,300	0,000180	0,000332
0,325	0,000151	0,000326
0,350	0,000125	0,000310
0,400	0,000075	0,000280
0,500	0,000020	0,000246
0,600	0,000000	0,000220
0,700	0,000000	0,000200

Auf ganz anderem Wege, als sämtliche vorbemerkte Autoren, berechnet Grashof den Verlust an Druckhöhe oder die Pressungsverluste durch die Röhrenwiderstände in §. 105 und §. 106 des ersten Bandes seiner theoretischen Maschinenlehre.

Derselbe bezeichnet mit H_0 die der Anfangsgeschwindigkeit v_0 entsprechende Höhe, so daß $H_0 = \frac{v_0^2}{2g}$ ist und setzt, dem analog, für die Geschwindigkeitshöhe am Ende einer Röhrenleitung für atmosphärische Luft $H = \frac{v^2}{2g}$. Mit Zuziehung der mechanischen Wärmetheorie findet dann Grashof (a. a. O., S. 597) für eine horizontal gelegte Röhre:

$$\text{VIII. } \frac{H_0}{H} = 1 - \frac{2}{RT} \left[\eta \frac{l}{d} H_0 \right],$$

worin $R=29,4$ für feuchte Luft (statt 29,27, §. 54, Nr. 7), $T=273+t$ (S. 113) ist und für η ein Werth in Rechnung gebracht werden muß, welcher sich aus der Gleichung berechnet:

$$\eta = 0,01355 + \frac{0,001235 + 0,01 d}{d \sqrt{v_0}}$$

Wird dann, obigen Bezeichnungen entsprechend, mit p_0 die Anfangs- und mit p die (offenbar kleinere) Endpressung in der Leitung bezeichnet, so erhält man, zufolge (1), §. 192, wenn dort $A = \omega = \alpha$ gesetzt wird:

$$\text{IX. } \frac{p}{p_0} = \frac{v_0}{v} = \sqrt{\frac{H_0}{H}} \text{ } ^1).$$

Daher läßt sich auch setzen:

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = 1 - \sqrt{\frac{H_0}{H}}, \text{ d. i.}$$

$$\text{X. } \frac{p_0 - p}{p_0} = 1 - \sqrt{1 - \frac{2}{RT} \left(\eta \frac{l}{d} H_0 \right)},$$

oder für viele Fälle genau genug:

$$\text{XI. } \frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{\eta}{RT} \frac{l}{d} H_0.$$

Zusatz 3. Für Leuchtgasleitungsröhren haben Experimente und Erfahrungen zu Formeln geführt, die für practische Zwecke entsprechend zu schätzen sind.

So findet man in der dritten Auflage (1879) des Schilling'schen Handbuchs für Steinkohlengasbeleuchtung, S. 484, die Formel:²⁾

$$z_4 = 0,84 \frac{lQ^2}{d^5},$$

worin bedeutet:

d den Durchmesser der Rohrleitung in Centimetern,

l die Länge der Rohrleitung in Metern,

Q die Ausflußmenge in Cubikmetern pro Stunde,

z_4 den Druckhöhenverlust in Millimetern Wassersäule

(überall das specifische Gewicht des Gases $s = 0,42$ vorausgesetzt).

Die S. 637 genannte Dessauer Gasgesellschaft, welche das specifische Gewicht des Leuchtgases durchschnittlich zu 0,40 rechnet, hat der Redaction der „Hütte“, als Herausgeberin des Ingenieur-Taschenbuchs, Elfte Auflage (1877), S. 594, für den Druckverlust $= z_5$ in Metern, folgende Formel mitgetheilt:

$$z_5 = \left(\frac{Q}{0,00333 d^2 \sqrt{\frac{d}{l}}} \right)^2.$$

Hierin bezeichnet

Q die Gasmenge in Cubikmetern,

welche in einer Stunde das Rohr durchströmt (1 Flamme = 160 Liter angenommen),

d den Durchmesser des Rohres in Millimetern,

l die Länge der Rohrleitung in Metern.

Für Leuchtgas von s specifischem Gewichte ist in unserer Quelle gesetzt:

$$Q = 0,00210 d^2 \sqrt{\frac{hd}{sl}}.$$

¹⁾ Während also bei der Bewegung durch die Röhre die Geschwindigkeit wächst, nehmen Pressung und Temperatur ab. Ausführlich hierüber Grashof in seiner schönen Abhandlung „Ueber Bewegung der Gase in Röhren“. Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1863, S. 337.

²⁾ Nach D. Monnier's „Aide-Mémoire, pour les calculs des conduites de distribution du gaz d'éclairage et de la chauffage“. Paris 1876 (Baudoyr). Pag. 17.

Beispiel 1. An dem Regulator eines Gebläses steht das Quecksilbermanometer auf $0^m,08$, während der äußere Barometerstand $0^m,73$ und die gleichzeitige Temperatur $10^0 C$ ist. Vermittelt dieses Gebläses wird Wind durch eine 70^m lange und $0^m,18$ weite Röhre in die Nähe eines Schmelzofens geführt und dort durch eine Düse mit einer $0^m,045$ weiten kreisförmigen (conischen) Mündung in den Schmelzraum geblasen. Es fragt sich, wie groß das unter diesen Umständen gelieferte Windquantum ist, wenn der Contractionscoefficient (für den Eintritt) $\alpha = 0,75$ und der Ausflußcoefficient $\mu = 0,86$ angenommen wird?

Auflösung. Mit Bezug auf Formel (1), §. 54, ist hier

$$\Delta = 1,2932 \frac{0,73 + 0,08}{0,76} \cdot \frac{1}{1,0367}, \text{ so wie}$$

$$P - p = 10333 \cdot \frac{8}{76} \text{ und } \left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2 = \left(\frac{4}{3} - 1\right)^2 = \frac{1}{9}.$$

Daher ($\beta = 0,00315$ angenommen) aus I, S. 678:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 9,808 \cdot \frac{8}{81} \frac{1,0367}{1,2932} 10333}{1 + 0,86^2 \cdot \left\{ \left(\frac{0,045}{0,18}\right)^4 \cdot \frac{1}{9} + 8 \cdot 0,00315 \frac{70 \cdot (0,045)^4}{(0,18)^5} \right\}}},$$

d. i.

$$v_1 = \sqrt{\frac{16048,3}{1,028649}} = 124^m,91.$$

Ferner

$$Q = \frac{\mu \delta^2 \pi}{4} v_1 = \frac{0,86 (0,045)^2}{4} \cdot \pi \cdot 124,91,$$

$$Q = 0,17084 \text{ Cubikmeter pro Secunde, oder}$$

$$60 Q = 10,25 \text{ Cubikmeter pro Minute,}$$

das unter dem inneren Drucke gemessene Luftquantum.

Reducirt man letzteres Quantum auf den Barometerstand der äußeren Luft und auf 0^0 Temperatur, so folgt:

$$60 Q_1 = \frac{60 \cdot Q}{1,0367} \frac{81}{76} = 10,26 \cdot \frac{81}{76} \cdot \frac{1}{1,0367}, \text{ d. i.}$$

$$60 Q_1 = 10,537 \text{ Cubikmeter,}$$

als die auf 0^0 reducirte minutliche Luftmenge unter dem äußeren Drucke gemessen.

Beispiel 2. Wie groß ist der Manometerstand, der, zur Ermittlung der Betriebsarbeit des Gebläses¹⁾ im vorigen Beispiele, statt $0^m,08$ am Ende der Windleitung in Rechnung zu bringen ist?

Auflösung. Mit Benutzung der oben S. 679 aufgeführten d'Aubuisson'schen Formel V:

$$e = e_m \left[1 + 0,0238 \frac{l \delta^4}{d^5} \right],$$

erhält man ohne Weiteres:

$$e = e_m \left[1 + 0,0238 \cdot 70 \frac{(0,045)^4}{(0,18)^5} \right], \text{ d. i.}$$

¹⁾ Man sehe die Beispiele S. 123 und S. 128.

$$e = 0,08 [1 + 0,0362] = 0,08, 1,0362, \text{ folglich}$$

$$e = 0^m,082896, \text{ oder genau genug}$$

$$e = 0^m,083.$$

Beispiel 3. Es ist der Druckverlust und die Geschwindigkeitszunahme zu berechnen, welche erwartet werden müssen, wenn man auf 6 Atmosphären (Innendruck) zusammengepreßte atmosphärische Luft in einer (fast) horizontalen völlig geraden Röhre von $0^m,20$ Durchmesser und von 5000 Meter Länge, den vor Ort aufgestellten Bohrmaschinen eines Tunnels zuführt. Die mittlere Temperatur im Tunnel kann zu $27^{\circ}C$ und die Anfangsgeschwindigkeit zu $4^m,92$ angenommen werden.

Auflösung. Der hohen Pressungen wegen ist die Lösung dieser Aufgabe nur mittelst der Grashof'schen Formel X, S. 682 zu bewirken, die leicht auf die Form gebracht werden kann:

$$\frac{p}{p_0} = \sqrt{1 - \eta \frac{2}{RT} \cdot \frac{l}{d} H_0}.$$

Es ist aber hier $R = 29,4$; $T = 273 + t = 273 + 27 = 300^{\circ}$; ferner $l = 5000$; $d = 0,20$ und

$$H_0 = \frac{(4,92)^2}{2g} = 24,20 \cdot 0,051 = 1,2342, \text{ folglich:}$$

$$\frac{p}{p_0} = \sqrt{1 - \eta \frac{2}{29,4 \cdot 300} \cdot \frac{5000}{0,20} \cdot 1,2342} = \sqrt{1 - 7,0192 \eta}.$$

Aus der von Grashof für η gefundenen Formel, S. 681, ergibt sich nun:

$$\eta = 0,01355 + \frac{0,001235 + 0,01 \cdot 0,20}{0,20 \sqrt{4,92}}$$

$$\eta = 0,01355 + 0,00729 = 0,02084,$$

daher:

$$\frac{p}{p_0} = \sqrt{1 - 7,0192 \cdot 0,02084}, \text{ d. i.}$$

$$\frac{p}{p_0} = \sqrt{0,85372} = 0,924.$$

Der durch die Leitung erzeugte Druckverlust beträgt also noch nicht ganz 10 Procent.

Für die am Ende der Leitung erlangte Geschwindigkeit $= v$ ergibt sich, wenn v_0 die Geschwindigkeit am Anfange der Leitung bezeichnet, wegen

$$\frac{p}{p_0} = \sqrt{\frac{H_0}{H}} = \sqrt{\frac{v_0^2}{v^2}} = \frac{v_0}{v}, \text{ d. i.}$$

$$v = \frac{p_0 v_0}{p} = \frac{4,92}{0,924} = 5^m,32.$$

Die Geschwindigkeit der strömenden Luft wächst also, gegen das Ende der Röhre hin, nicht unbedeutend.

§. 201.

Bewegung gesättigter Wasserdämpfe in Leitungsröhren.

Die im vorigen Paragraphen für die Bewegung der Luft und Gase in langen Röhren aufgestellten Gleichungen sind für Dämpfe nicht brauchbar, vornämlich, weil sie auf der Annahme constanter Temperatur¹⁾ in den Leitungsröhren beruhen und daher für gesättigte Dämpfe die Unzulässigkeit gleichbleibender Pressung einschließen würden.

Unter der Voraussetzung, daß der Wärmeverlust durch die Rohrwand nach außen von der mäßigen Wärmeentwicklung durch den Leitungswiderstand gerade aufgewogen wird, lassen sich dann die Pressungsänderungen durch nachstehende Formel Grashof's bestimmen, deren Fundament auf den Sätzen der mechanischen Wärmetheorie beruht und welche Formel durch Integration einer geeigneten Differenzialgleichung erhalten wird. Wir verweisen auf die unten angegebene Quelle²⁾.

Gedachte Formel ist nachstehende:

$$\left(\frac{H_0}{H}\right)^{\frac{x+1}{2}} = 1 - \frac{x+1}{x} \frac{H_0 A_0}{p_0} \left(\eta \frac{l}{d} + \frac{h}{H}\right).$$

Außer den bereits in dem Vorstehenden benutzten Bezeichnungen ist hier, wie §. 194

$$x = 1,035 + 0,10 \cdot y$$

und h die (positive oder negative) Ansteigung der Röhre, also $h = l \cos \varphi$, sobald φ den Winkel bezeichnet, welchen die Rohrachse mit der Verticalen bildet.

Den Widerstandcoefficienten η rath auch Grashof, wie im Beispiele 3 des vorigen Paragraphen (d. h. wie für atmosphärische Luft, S. 681) zu nehmen.

Endlich anlangend den Einfluß besonderer Widerstände, welche durch Verengungen und Erweiterungen herbeigeführt werden, darf man Zeuner folgen, der (wie bereits oben erwähnt) zeigt³⁾, daß man wenigstens annähernd auch bei Dämpfen, den betreffenden Arbeitsverlust nach Carnot (dem Vater) berechnen darf⁴⁾.

Beispiel.⁵⁾ Einer unterirdischen Wasserhaltungsmaschine soll

¹⁾ Wie immer Dampfleitungsröhren vor Abkühlung durch geeignete Umhüllungen geschützt werden mögen, so sind doch Temperaturerniedrigungen und demzufolge theilweise Condensationen des Wasserdampfes unvermeidlich. Deshalb bringt man neuerdings auch, für Heizzwecke, Dämpfe von hoher Spannung in Anwendung, läßt den Dampf in den Röhren mit secundlichen Geschwindigkeiten von 30 bis 40 Meter strömen, erhält dadurch verhältnißmäßig geringe Rohrdurchmesser, kleinere Außenflächen und vermindert damit Condensation, so weit als möglich.

²⁾ Theoretische Maschinenlehre. Bd. 1, S. 659, Gleichung (7).

³⁾ Das Lokomotivblasrohr, S. 100.

⁴⁾ S. 224, §. 83. Man sehe deshalb auch Grashof, a. a. O., Bd. 1, S. 620, §. 108 und S. 659 (unten).

⁵⁾ Der Verfasser entlehnte dies Beispiel absichtlich der Grashofschen theoretischen Maschinenlehre. Bd. 1, S. 660,

der Dampf von dem über Tage aufgestellten Kessel durch eine 180 Meter lange Rohrleitung zugeführt werden, welche 30 Meter weit horizontal bis zur Schachtmündung fortgeführt ist und dann vertical in den 150 Meter tiefen Schacht hinabgeht. Beim Eintritt in die Leitung habe der gesättigte Dampf eine Pressung von 3 Atmosphären. Die Leitungsröhre habe den Durchmesser 0,18 Meter und die secundliche Anfangsgeschwindigkeit des strömenden Dampfes sei zu 19,80 Meter angenommen. Es fragt sich, wie groß die Druckabnahme am Ende der Leitung, also unmittelbar vor der Betriebsdampfmaschine ist?

Auflösung. Mit Bezug auf vorstehende Grashof'sche Formel ist hier:

$$H_0 = \frac{v_0^2}{2g} = (19,8)^2 \cdot 0,051 = 19^m,994,$$

also rund $H_0 = 20^m,$

Ferner für trockenen Dampf, wo $y = 1$ ist: $x = 1,035 + 0,1 = 1,135$;
 $x + 1 = 2,135$; $\frac{x+1}{2} = 1,0675$; $\frac{x+1}{x} = 1,881$ und $\frac{x}{2} = 0,5675$.

Weiter ist $p_0 = 3 \cdot 1,0333$, $\Delta_0 = 1,7021$ (nach S. 153), $l = 180$;
 $h = 150$, $d = 0,18$, so wie sich η berechnet (nach S. 681) zu
 $\eta = 0,018$.

Demnach ist

$$\left(\frac{20}{H}\right)^{1,0675} = 1 - 1,881 \frac{20 \cdot 1,7021}{3 \cdot 1,0333} \left[0,018 \frac{180}{0,18} - \frac{150}{20}\right],$$

folglich:

$$H = 20^m,415.$$

Da nun, wenn v die Geschwindigkeit und Δ die Dichte des Dampfes am Ende der Leitung bezeichnet (also H die correspondirende Geschwindigkeitshöhe ist), gesetzt werden kann:

$$\frac{v_0}{v} = \frac{\Delta}{\Delta_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{x}} = \sqrt{\frac{H_0}{H}},$$

so folgt:

$$\frac{p}{p_0} = \sqrt{\left(\frac{H_0}{H}\right)^x} = \left(\frac{H_0}{H}\right)^{\frac{x}{2}},$$

daher

$$p = p_0 \left(\frac{H}{H_0}\right)^{-\frac{x}{2}} = 3 \cdot \left(\frac{20,415}{20}\right)^{-0,5675}, \text{ d. i.}$$

$$p = 3 \cdot (1,02075)^{-0,5675} = 2,965 \cdot \text{Atmosph.}$$

Der Verlust folglich:

$$p_0 - p = 3 - 2,965 = 0,035 \text{ Atmosph.},$$

d. i. circa $3\frac{1}{2}$ Procent.

Die Geschwindigkeit v des Dampfes am Ende der Leitung ist aber:

$$v = v_0 \sqrt{\frac{H}{H_0}} = 19,8 \sqrt{\frac{20,415}{20}} = 20^m,004,$$

hiernach hat die Geschwindigkeit um sehr wenig, nämlich um
 $20,004 - 19,994 = 0^m,01,$

d. i. um etwa 1 Procent zugenommen.

§. 202.

Geschichtliche Notizen.

Die ersten beachtenswerthen Versuche zur Ermittlung des Widerstandes, welche atmosphärische Luft bei ihrer Bewegung in Röhren findet, haben seiner Zeit Schmidt in Gießen und Koch zu Königshütte am Harz angestellt.

Ersterer verwandte hierzu Glasröhren von nur $\frac{3}{4}$ Linien Weite, letzterer Messingröhren von etwas über 3 und 4 Linien Weite. Sichere Resultate ergaben sich in beiden Fällen deshalb nicht, weil die betreffenden Röhren noch nicht 40 Zoll Länge hatten. Schmidt's Versuche finden sich beschrieben in Gilbert's Annalen der Physik, Bd. 66 (1820), S. 68, während die von Koch in den „Studien des Göttingischen Vereins bergmännischer Freunde“, Bd. I (1824), S. 1 bis S. 232 mitgetheilt werden.

Ausgedehntere Versuche in größerem Maaßstabe unternahmen 1821 Girard und Cagniard de Latour und wurde hierzu der für die Erleuchtung des St. Louis-Hospitals errichtete Steinkohlengas-Apparat benutzt.

Die bemerkenswerthesten Versuche sind die, welche mit Röhren angestellt wurden, die man aus Flintenläufen von $0^m,01579$ zusammengesetzt hatte und wobei die Längen von $37^m,53$ bis $126^m,58$ variierten. Die durchschnittlichen Ergebnisse bei einem constanten Wasserdruck von $0^m,03383$ waren folgende:

Atmosph. Luft	Leuchtgas
$\beta = 0,00323$	$\beta = 0,00326$
$\eta = 8\beta = 0,02584$	$\eta = 8\beta = 0,02608.$

Als Hauptresultate dieser Versuche stellte Girard Folgendes auf:

Atmosphärische Luft und Steinkohlengas bewegen sich in Röhrenleitungen vollkommen nach gleichen Gesetzen, es ist also der Röhrenwiderstand bei gleicher Pressung in einerlei Röhrenleitung derselbe und unabhängig von dem specifischen Gewichte der Gase.

Von 1827 ab stellte d'Aubuisson Versuche über den Luftwiderstand in Röhren an, die an Ausdehnung und Großartigkeit Alles übertrafen, was bis dahin für gleiche Zwecke geschehen war. Die betreffenden Röhren bestanden aus Weißblech mit Durchmesser von $0^m,10$, ferner $0^m,05$ und von $0^m,0235$. Bei ersteren variierten die Längen von 100 Meter bis 387 Meter. Bei den halb so weiten von $9^m,35$ bis $55^m,53$ und bei den engsten von $8^m,90$ bis $50^m,55$. Die betreffenden Quecksilber-Manometerstände variierten von $0^m,0181$ bis $0^m,0610$.

Als Mittelwerth aus mehr als 1000 Versuchen berechnete d'Aubuisson

$$\eta = 8\beta = 0,0238.$$

Die erste gründliche Theorie über die Bewegung der Luft in Röhren lieferte Navier 1827 (auszugsweise) in den Annales de chimie et de physique, Tome XXIV, und ausführlicher in den Memoiren der Pariser Akademie, Tome IX, 1830.

Eine Modification fand letztere Theorie in der Annahme Poncelet's, daß die sich bewegende Luft nicht dem Mariotte'schen Gesetze folge, sondern mit constanter Dichte in der ganzen Ausdehnung des

Reservoirs und der Röhren, also wie das nicht zusammendrückbare Wasser ströme. Diesem gemäß gelangte Poncelet zu der Formel II, §. 200, welche er zuerst 1836 in seinem berühmten Werke „Mécanique appliquée aux machines“, 6^{me} Section¹⁾, ableitete und dabei $\beta = 0,00315$, also $\eta = 8\beta = 0,02520$ setzte.

Beachtenswerthe Versuche stellte auch Buff in Gießen im Jahre 1841 an, worüber im 4. Bande, S. 131 der „Studien des Göttingischen Vereins bergmännischer Freunde“ ausführlich berichtet wird und welche den Mittelwerth $\eta = 0,0375$ lieferten. Die geringen Durchmesser, namentlich der Bleiröhren, von nur $3\frac{3}{4}$ bis $7\frac{3}{4}$ Pariser Linien, waren wohl Ursache dieses großen Widerstandscoefficienten.

Im Jahre 1845, bei Gelegenheit des Projectes einer atmosphärischen Eisenbahn zwischen Paris und Saint - Germain, unternahm Pecqueur im Vereine mit Bontemps und Zambaux, Versuche über die Bewegung atmosphärischer Luft in langen Leitungsröhren (aus gezogenem Blei) von $0^m,01028$ Durchmesser, unter Anwendung eines Druckes von 2 Atmosphären, welche die besondere Aufmerksamkeit aller Betheiligten erregten.

Poncelet erkannte bald nachher, daß diese Versuche, wobei Röhren von $0^m,07$ bis $18^m,0$ Länge in Anwendung gebracht wurden, die betreffenden pro Secunde ausgeflossenen Luftmengen ($= Q$) sehr gut mit seiner bereits oben (S. 679) mitgetheilten Formel:

$$Q = a \frac{P}{p} \sqrt{\frac{2g(P-p)}{\Delta \left(K + \frac{8\beta_1 l}{d} \right)}}$$

übereinstimmend lieferten, wenn darin

$$\Delta = 1,30 \text{ Kil. und } \beta_1 = 0,00295$$

gesetzt wurde²⁾.

Nachträglich ist noch zu bemerken, daß auch bereits vorher anerkennenswerthe Arbeiten in Bezug auf Theorie der Bewegung der Luft in Röhren und deren Anwendung auf die Praxis des Berg- und Hüttenwesens, vom französischen Bergwerksdirector Combes geliefert wurden, die in folgenden beiden Quellen enthalten sind: Annales des mines, Tome XII (1837), Pag. 373 unter der Ueberschrift: „Sur le mouvement de l'air dans les tuyaux de conduite“. Ferner ebendasselbst Tome XV (1839), Pag. 91 unter der Ueberschrift: „Aérage des mines“.

Von den in jüngster Zeit angestellten Versuchen verdienen zuerst die von Weisbach genannt zu werden, worüber ausführlich im Civilingenieur, Bd, V (1859), S. 8 ff. und ebendasselbst Bd. XII (1866), S. 83 berichtet wird.

Weisbach führte diese Versuche auf gleiche Weise aus, wie die über den Ausfluß atmosphärischer Luft durch Wandöffnungen in Gefäßen; auch ist die Berechnung dieser Versuche der Hauptsache nach wie in dem bezeichneten Falle.

¹⁾ Deutsch von Schnuse unter dem Titel: „Lehrbuch der Anwendung der Mechanik auf Maschinen“. Bd. II, §. 36.

²⁾ Hiernach wäre $\eta = 8\beta = 0,0236$. Ausführlich wird über diese Versuche berichtet in den Pariser „Comptes rendus etc.“ vom 21. Juli 1845.

Die sich ergebenden Widerstandscoefficienten η bei Geschwindigkeiten der Luft von 25 bis 105 Meter pro Secunde waren folgende:

Für eine Messingröhre von 1 Centimeter Durchmesser und 200 Centimeter Länge:

$$\eta = 0,0273 \text{ bis } 0,0148,$$

Für eine Glasröhre von gleichen Dimensionen:

$$\eta = 0,0274 \text{ bis } 0,0139.$$

Für eine Messingröhre von 1,41 Centimeter Weite und 3 Meter Länge:

$$\eta = 0,0258 \text{ bis } 0,0121.$$

Für eine dergleichen Glasröhre:

$$\eta = 0,0266 \text{ bis } 0,0094.$$

Für eine Zinkröhre von 2,4 Centimeter Weite und 10 Meter Länge:

$$\eta = 0,0230 \text{ bis } 0,0129.$$

Ueberall η abnehmend mit wachsender Geschwindigkeit, so daß Weisbach annähernd für Metermaaß setzte¹⁾:

$$\eta = \frac{0,120}{\sqrt{v}}.$$

Als eine Art Ergänzung dieser Weisbach'schen Versuche können die betrachtet werden, welche im Jahre 1861 der Director der Dresdener Gasbeleuchtungsanstalt Blochmann junior²⁾ über die Bewegung des Leuchtgases in Röhren anstellte.

Die von verschiedenen Längen angewandten Leitungen waren aus gezogenen schmiedeeisernen Röhren hergestellt, hatten 16,5 und 26 Millimeter inneren Durchmesser und lagen in gerader Richtung genau horizontal. Am Ende strömte das Gas, theils frei, theils angezündet, durch Düsen von 1, 3, 5, 7, 10, 15, 20 und 25 Millimeter Weite oder mit der ganzen Rohröffnung aus.

Die Geschwindigkeiten des Leuchtgases variirten von 0,169 bis 4,206 Meter pro-Secunde.

Mit Hülfe der Methode der kleinsten Quadrate und entsprechend der von Weisbach für die Bewegung des Wassers in Röhren eingeführten Form des Widerstandscoefficienten η , §. 160, S. 496, fand Blochmann schließlich, Metermaaß vorausgesetzt:

$$\eta = 0,009113 + \frac{0,06379}{\sqrt{v}}.$$

Neuere Versuche³⁾ wurden in den Jahren 1863 und 1864 mit atmosphärischer Luft und Leuchtgas von Arson (Ingénieur en chef de la compagnie parisienne de chauffage et d'éclairage par le gaz) unter Mitwirkung von Monard und Honoré (alle drei ehemalige Zöglinge der école centrale des arts et métiers) angestellt und darüber in den „Mémoires de la société des ingénieurs civils“ vom Jahre 1867, Pag. 537 ff. berichtet.

Zu den betreffenden Sammel- oder Ausflußgefäßen benutzte man

¹⁾ Ingenieur-Mechanik. Fünfte Auflage, S. 1100.

²⁾ Civilingenieur. Bd. VII (1861), S. 489.

³⁾ Ueber die allerneuesten Versuche von Monnier (S. 682) siehe die Nachträge am Ende dieses Buches.

die großen Gasometer von Saint-Mandé und La Villette, wovon namentlich der erstere einen Inhalt von 15000 Cubikmeter hatte. In den genannten Memoiren ist S. 549 von 88 Versuchen die Rede und zwar mit Röhren von 50 bis 500 Millimeter Durchmesser (84 gußeiserne und 4 Röhren aus Eisenblech), während in den speciellen Versuchstabellen nur Röhren von 50 bis 250 Millimeter Durchmesser mit Längen von 50 bis 86 Millimeter aufgeführt sind¹⁾. Nach letzteren Tabellen variierten die Druckhöhen von 0^m,0255 bis 0^m,1186 in Wassersäulen (Wassermanometerhöhen) ausgedrückt, so daß die Versuche unter sehr geringen Pressungen ausgeführt wurden. Beigegeben sind dem Memoire 11 Tabellen über Druckverluste, welche mittelst der bereits S. 680 mitgetheilten Formel berechnet wurden:

$$z = \frac{4l}{d} \times \frac{1,293 \cdot s (av + bv^2)}{1000},$$

wobei also die Temperatur zu 0° C angenommen ist.

Die Berechnung der Coefficienten a und b wurde mittelst einer von Belanger²⁾ aufgestellten Formel vorgenommen, gegen welche sich leider mancherlei Bedenken erheben lassen.

Ein ganz besonderes Verdienst hat sich neuerdings Grashof, in Bezug auf die Bestimmung des Widerstandcoefficienten η für die Bewegung der Gase und Dämpfe in langen Röhren dadurch erworben, daß er, übereinstimmend mit den Versuchen Weisbach's und gestützt auf die Form

$$\eta = \alpha_1 + \frac{\beta_1}{vd},$$

(welche sich aus den Hagen'schen Erörterungen S. 502 ableiten läßt und woraus erhellt, daß η nicht nur mit wachsender Geschwindigkeit, sondern auch mit zunehmendem Rohrdurchmesser abnimmt), für η die Gleichung S. 681 aufstellte:

$$\eta = 0,01355 + \frac{0,001235 + 0,01d}{d\sqrt{v}}.$$

Aus Weisbach'schen Versuchsergebnissen und damit vorgenommenen Correctionen berechnete ferner Grashof nachstehende Tabelle³⁾, die wir deshalb hier aufführen, um die Abnahme von η mit den Rohrdurchmessern (d) und den Geschwindigkeiten (v) der sich in den Röhren bewegendem Luft einigermaßen beurtheilen zu können.

¹⁾ Die Röhren von 500 Millimeter Durchmesser wurden nur in Längen von 100 Metern benutzt.

²⁾ Notes sur le Cours d'Hydraulique (Lithographirtes Heft der école des ponts et chaussées. Session 1849—1850), Pag. 163. In den oben genannten Memoiren wird diese Formel, wenn wir unsere Bezeichnungen einführen, folgendermaßen angegeben:

$$\frac{v^2}{2g} \left(g \frac{8bl}{d} + 4,6052 \text{ Lgnt} \frac{P}{p} \right) = \frac{10,334 (1 + \delta t)}{2 \cdot 1,293 \cdot s} \left[1 - \left(\frac{p}{P} \right)^2 \right] - \frac{4l}{d} av \left(\frac{P+p}{2P} \right).$$

³⁾ Theoret. Maschinenlehre. Bd. 1, S. 604.

d	η		
	$0^m,01051$	$0^m,01432$	$0^m,02495$
$v = 30^m$	0,03265	0,02955	0,02441
$v = 70^m$	0,02759	0,02615	0,02066
$v = 110^m$	0,02657	0,02360	0,01922

Von den ferneren Verdiensten Grashof's um die Theorie der Bewegung von Gasen und Dämpfen, auch für die practischen Zwecke der Technik¹⁾, muß der Verfasser hervorheben, daß beispielsweise Grashof als der Erste zu bezeichnen ist, welcher es verstanden hat, gestützt auf die Principien der mechanischen Wärmetheorie, practisch brauchbare Formeln für die Bewegung hochgespannter Gase und Dämpfe zur Berechnung der Druckverluste dieser Flüssigkeiten bei ihrer Bewegung in langen Röhren aufzustellen!

¹⁾ Der Verfasser hält für Pflicht, mit gegenwärtigem Schlusse einer ungerichteten Bemerkung Hudelo's in der 4. Auflage (1878), Bd. 1, Pag. 204 des Péclet'schen Werkes „Traité de la chaleur“ entgegenzutreten, woselbst hinsichtlich Grashof's wiederholt citirter, trefflicher Arbeit Folgendes gesagt wird: „On reconnaîtra, aisément que la question de l'écoulement des gaz par de longs tuyaux de conduite, sous de grandes pressions, peut être traitée par le calcul, mais qu'elles doit alors conduire à des résultats que leur complication rend d'un emploi tour à fait impossible dans la pratique“.

Dritter Abschnitt.

Wirkung (Stoß) und Widerstand elastischer Flüssigkeiten.

§. 203.

Im Allgemeinen sind, bei nicht zu großen Geschwindigkeiten (von 10 Meter pro Secunde abwärts), die zur Zeit gewonnenen Resultate über Stoß und Widerstand elastischer Flüssigkeiten mit jenen übereinstimmend, welche in der Hydrodynamik für Wasser etc. aufgeführt wurden.

Deshalb kann man auch (innerhalb gedachter Grenzen) den geraden Stoß = P und Widerstand = W elastischer Flüssigkeiten gegen feste Körper, wie den Gesamtwiderstand, welchen feste Körper erfahren, die sich in bemerkten Flüssigkeiten bewegen, unter Beibehaltung der früheren Bezeichnungen, darstellen durch:

$$\text{I. } P = W = k \Delta A \frac{(V \pm v)^2}{2g}.$$

Hierbei ist k verschieden, je nachdem Stoß oder Widerstand in Frage kommt, mit der Größe und Gestalt der betreffenden Körper, ferner verschieden je nachdem die Bewegung geradlinig-fortschreitend, drehend (rotatorisch oder oscillatorisch), gleichförmig oder ungleichförmig ist. k bedarf auch hier (streng genommen) in jedem besonderen Falle einer speciellen Bestimmung.

Von den in diesen Beziehungen gewonnenen Versuchsergebnissen werden hier nur einige und zwar diejenigen aufgeführt, welche für die rationelle Technik von Werth sind.

1) Ebene Flächen, normal zur Bewegung gerichtet, letztere überdies gleichförmig und geradlinig.

Entsprechend den beim Wasser (§. 184, S. 597, Note 2) gemachten Voraussetzungen kann man zunächst mit d'Aubuisson den Luftwiderstand (nach Hutton) setzen¹⁾.

$$\text{II. } P = W = 0,110 \Delta A^{1,1} (V \pm v)^2 \text{ Kilogramm,}$$

wo k in Bezug auf I. ist:

$$k = 2g \cdot 0,110 A^{0,1} = 2,1582 A^{0,1}.$$

Wird dagegen $k = 1,86$ (wie in §. 183, S. 596) für $A = 0,1$

¹⁾ Traité d'hydraulique. Edit. 2, Pag. 615.

zu Grunde gelegt, so ergibt sich¹⁾ das allgemeine k für eine beliebige, aber immer noch kleine Fläche:

$$k = 2,34 A^{0,1},$$

so daß aus II. wird:

$$\text{III. } P = W = 0,120 \Delta A^{1,1} (V \pm v)^2.$$

Poncelet²⁾ schlug seiner Zeit vor zu nehmen:

$$k = 1,85 A^{-0,1} = 2,316 \text{ für bewegte Luft bei ruhender Fläche;}$$

$$k = 1,30 A^{-0,1} = 1,628 \text{ „ ruhende Luft bei bewegter Fläche.}$$

Versuche von Piobert, Morin und Didion³⁾ mit dünnen Platten, wobei $A = 0,25$ bis $1,0$ Quadratmeter war und die secundliche Geschwindigkeit 9 Meter nicht überschritt, stimmten besser, wenn man für P und k zweigliedrige Ausdrücke zu Grunde legte und demgemäß erhielt:

$$\text{IV. } P = \overset{\text{Kil.}}{\Delta A} \left[0,03 + 1,3574 \frac{V^2}{2g} \right], \text{ so wie}$$

$$k = 2g \left[\frac{0,03}{V^2} + \frac{1,3574}{2g} \right] = \frac{0,5886}{V^2} + 1,3574.$$

2) Ebene Flächen, bei veränderlicher verticaler Bewegung, die betreffende Acceleration oder Bewegung $\frac{dV}{dt}$ gesetzt.

Nach Didion⁴⁾ läßt sich in diesen Fällen für W annehmen (Flächen von nicht über 1 Quadratmeter vorausgesetzt):

$$\text{V. } \overset{\text{Kil.}}{W} = \frac{A}{\Delta_1} A \left(0,036 + 0,084 V^2 + 0,164 \frac{dV}{dt} \right)$$

bei verticalem Niedersteigen,

$$\text{VI. } \overset{\text{Kil.}}{W} = \frac{A}{\Delta_1} A \left(0,036 + 0,084 V^2 - 0,164 \frac{dV}{dt} \right)$$

bei verticalem Aufsteigen.

$\Delta_1 = 1,214$ die Dichte der atmosphärischen Luft bei $0^m,76$ Barometerstand und 10^0 Celsius Temperatur.

3) Hohlflächen, speciell Kugelabschnitte, wie bei Fallschirmen, bei verticalem Niedersteigen, ebenfalls nach Didion⁵⁾:

$$\text{VII. } \overset{\text{Kil.}}{W} = \frac{A}{\Delta_1} A \left[0,07 + 0,163 V^2 + 0,142 \frac{dV}{dt} \right].$$

¹⁾ Grashof, Theoretische Maschinenlehre. Bd. 1, S. 898.

²⁾ Introduction à la mécanique industrielle. Nr. 407.

³⁾ Traité de Balistique. Paris 1848, Pag. 34.

⁴⁾ Poncelet, Introduction etc. Nr. 405 (3. Auflage, Pag. 626).

⁵⁾ Poncelet a. a. O., Nr. 411. Hervorgehoben wird hierbei folgendes Ergebnis: Setzte man (bei gleichförmiger Bewegung) den Widerstand einer ebenen Fläche vom Inhalte $= A$ gleich Eins, so ergab sich dieser Widerstand zu ungefähr 1,94, wenn die hohle (concave) Seite vorausging, dagegen zu 0,77, wenn die erhabene (convexe) Seite vorausging. Der Versuchsfallschirm (Parapluie) hatte $1^m,27$ Durchmesser und $A = 1,20$ Quadratmeter Fläche.

4) Ebene Flächen bei gleichförmiger Drehbewegung. Aus Versuchen Borda's¹⁾ mit kleinen Flächen, deren Mitte von der Drehachse um $r = 1,20$ Meter abstand und bei Geschwindigkeiten, die 4 Meter pro Secunde nicht überschritten, ergab sich:

$$k = 1,39, \text{ wenn } A = 0,012 \text{ Quadratmeter.}$$

$$k = 1,49, \text{ " } A = 0,026 \text{ "}$$

$$k = 1,64, \text{ " } A = 0,059 \text{ "}$$

Eben so fand Hutton²⁾, wenn $r = 1^m,36$ war:

$$k = 1,24 \text{ für } A = 0,011 \text{ Quadratmeter.}$$

$$k = 1,43 \text{ " } A = 0,021 \text{ "}$$

Endlich ergab sich aus Versuchen Thibault's³⁾ bei $r = 1^m,37$ und für Geschwindigkeiten nicht über 11 Meter pro Secunde:

$$k = 1,525 \text{ für } A = 0,026 \text{ Quadratmeter.}$$

$$k = 1,784 \text{ " } A = 0,103 \text{ "}$$

Aus allen diesen Versuchen erkennt man, daß der Widerstandcoefficient k mit der Größe von A wächst. Man wird daher, bis auf Weiteres, wiederum für kleine Flächen mit Weisbach⁴⁾ setzen können:

$$\text{VIII. } k = 1,254 + \frac{1,295 \sqrt{A}}{r}.$$

Duchemin⁵⁾ leitete aus seinen Versuchen für den Widerstandcoefficienten $= k$, wenn ebene Flächen im Kreise von r Halbmesser bewegt werden (wohl früher als Weisbach) den Werth ab:

$$\text{IX. } k = 1,254 + \frac{1,624 \sqrt{A}}{r - s}.$$

Hier bezeichnet s den Abstand des Schwerpunktes des Flächentheiles, welcher auf der entgegengesetzten Seite der Drehachse liegt.

Professor von Miller⁶⁾ will bei der Berechnung eines Windfanges zu Bremszwecken (einer Luftflügelbremse) für Fördermaschinen bei Annahme, daß der Luftwiderstand einfach mit dem Quadrate der Geschwindigkeit wächst, derartig unbrauchbare Resultate erhalten haben, daß er (ähnlich wie Coulomb und Prony für Wasser S. 399) den gedachten Widerstand dem Werthe proportional setzte:

$$dA [3\alpha V^2 + 2\beta V],$$

worin dA ein Element der Flügelfläche ist und α , β Coefficienten

¹⁾ Mémoires de l'Académie des Sciences von 1763, Pag. 359.

²⁾ Tracts on mathematical and philosophical subjects. London 1812 und Terquem's Uebersetzung ins Französische, Pag. 117 etc.

³⁾ „Recherches expérimentales sur la resistance de l'air“. Brest 1826.

⁴⁾ Ingenieur-Mechanik, Bd. III, Erste Auflage, S. 329. (In der zweiten von Prof. Herrmann bearbeiteten Auflage wurde S. 942 derselbe Ausdruck beibehalten).

⁵⁾ Experimentaluntersuchungen über die Gesetze des Widerstandes der Flüssigkeiten. Deutsche Ausgabe S. 97 (Braunschweig 1844).

⁶⁾ Berg- und Hüttenmännisches Jahrbuch der k. k. Bergakademien Leoben, Schemnitz und Příbram. Bd. XII (1863), S. 225.

sind, für die v. Miller aus Versuchen fand: $\alpha = 0,0182$ und $\beta = 0,2638$, dabei österr. (Wiener) Fuße und Pfunde vorausgesetzt¹⁾.

Jedenfalls lehrt das v. Miller'sche Ergebnis, daß es am gerathensten sein wird, für jeden besonderen Fall, so weit als möglich, sorgfältige Versuche anzustellen.

Zusatz 1. Bemerkenswerth sind deshalb folgende drei Fälle:

1) Den Widerstand $= W_r$, welchen die atmosphärische Luft verticalen Wasserrädern bei ihrer Umdrehung entgegenstellt, ermittelte Piobert, Morin und Didion aus directen Versuchen²⁾ zu:

$$X. \quad W_r = 0,10 + (0,0068 + 0,1179 na)V^2,$$

worin n die Zahl der Schaufeln, a die Fläche einer derselben in Quadratmetern und V die secundliche Umfangsgeschwindigkeit in Metern bezeichnet.

Gewöhnlich nimmt man dafür

$$W_r = 0,118 naV^2,$$

so daß sich der correspondirende Arbeitsverlust $= \mathfrak{A}_r$ herausstellt zu $\mathfrak{A}_r^{mk} = 0,118 naV^3$.

2) Den Widerstand W_e , welchen ein in ruhiger Luft mit der Geschwindigkeit $= v$ pro Stunde in englischen Meilen fahrender Eisenbahnzug erfährt, fand Pambour aus directen Versuchen³⁾:

$$XI. \quad W_e = 0,002687 Av^2 \text{ Pfd. engl.}$$

Die in englischen Quadratfußern auszudrückende Fläche A rüth Pambour aus der Formel $A = 70 + 10 \cdot i^4$ zu berechnen, worin i die Zahl der überhaupt vorhandenen Wagen (Lokomotive und Tender inbegriffen) bezeichnet.

Für Metermaaße ist ebenfalls nach Pambour:

$$W_e = 0,005064 AV^2 \text{ Kilogramm,}$$

wenn A in Quadratmetern und V in Kilometern pro Stunde ausgedrückt wird.

3) Eine Arbeit über die Mechanik des Fluges, welche der Ingenieur und Assistent Kargl am Züricher Polytechnikum in der unten angegebenen Zeitschrift⁵⁾ veröffentlichte, veranlaßte zu besonderen Versuchen mit ebenen, rotirenden Doppelfügeln, wobei ein eigenthümlicher von Reuleaux angegebener Dynamometer in Anwendung gebracht wurde, führte, was die Formel

1) Da selbst ein College (?) des Herrn v. Miller, nämlich Herr v. Hauer, in seinem Werke „Die Fördermaschinen“, 2. Auflage, S. 458 die v. Miller'schen Coefficienten für „unsicher“ erklärt, so möchten auch wir dieser Bestimmung keinen besonderen Werth beilegen!

2) Poncelet, Introduction etc., Nr. 404.

3) Theoretisch-practisches Handbuch über Dampfwagen. (Deutsch von Schnuse), S. 81 ff.

4) Nach Versuchen des Maschinenmeisters Garcke (Thüringische Eisenbahn) wäre gegenwärtig für A zu setzen: $A = 85 + 5 \cdot i$. Man sehe deshalb Erbkam's Zeitschrift für Bauwesen. Jahrg. 1855, S. 228.

5) Bornemann's Civilingenieur. Bd. 16 (1870), S. 454.

$$W = k\Delta A \frac{V^2}{2g}$$

betrifft, zu dem merkwürdig großen Mittelwerthe von

$$k = 7,$$

vorausgesetzt, daß die secundlichen Geschwindigkeiten nicht viel über 2 Meter betragen.

Zusatz 2. Der Eigenthümlichkeit wegen ist hier noch einer Arbeit des Herrn A. Samuelson, Ingenieur in Hamburg (eines ehemaligen Studirenden der technischen Hochschule in Hannover) zu gedenken, die im 10. Bande (1865) von Bornemann's Zeitschrift „Der Civilingenieur“ (S. 323 ff.) veröffentlicht wurde und welche die Ueberschrift trägt: „Der Widerstand der Luft gegen bewegte Körper“.

Mit Hülfe der einfachsten Sätze der mechanischen Wärmetheorie beantwortete Samuelson die Frage nach dem Widerstande, welchen die vor und hinter einem sehr dünnen Kolben befindliche atmosphärische Luft der Bewegung entgegensetzt, wenn dieser Kolben dicht schließend in einer unendlich langen Röhre mit variabler Geschwindigkeit verschoben wird.

Samuelson gelangt zu dem etwas complicirten (sonderbaren) Ausdrucke, der für ebene Flächen brauchbar sein soll:

$$\text{XII. } W = A \left\{ P^{\frac{n-1}{n}} + mv^2 \right\}^{\frac{n}{n-1}} - A \left\{ P^{\frac{n-1}{n}} - mv^2 \right\}^{\frac{n}{n-1}},$$

worin n die bekannte Zahl 1,41 bezeichnet und

$$m = \frac{n-1}{n} \frac{\Delta}{2g} P^{-\frac{1}{n}} \text{ ist.}$$

Für $P = 10333$ Kil., $\Delta = 1,293$ Kil. und $2g = 19^m,62$ wird dann:

$$\text{XIII. } W = A \left\{ (14,697 + 0,0000273v^2)^{3,439} - (14,697 - 0,0000273v^2)^{3,439} \right\}.$$

Offenbar läßt sich für letzteren Ausdruck auch schreiben:

$$W = A \left\{ (a + b)^n - (a - b)^n \right\}.$$

Ist nun b ein kleiner Bruch, a dagegen eine größere Zahl, wie dies bei Geschwindigkeiten bis zu 100 Metern pro Secunde der Fall ist, so läßt sich approximativ setzen:

$$W = 2Aa^{n-1}b,$$

woraus folgt, wenn man die ursprünglichen Werthe wieder einführt:

$$\text{XIV. } W = \frac{\Delta}{g} Av^2, \text{ oder}$$

$$W = k\Delta A \frac{v^2}{2g},$$

wenn $k = 2$ angenommen wird.

Letztere Annahme ist in der That zulässig, da sich, für verhältnißmäßig kleine Flächen, nach den Versuchen k bald etwas kleiner, bald größer wie 2 herausstellt¹⁾.

Endlich erwähnen wir noch einer Formel des Geh. Ober-Bau-

¹⁾ Man sehe eine betreffende Tabelle in der folgenden Anmerkung.

directors Hagen in Berlin, welche Bd. 152 (1874) von Poggend. Annalen, S. 104 mitgetheilt wird und welche, nach Versuchen Hagen's, den Widerstand der Luft gegen Planscheiben darstellen soll, die in normaler Richtung gegen ihre Ebene bewegt werden. Mit Beibehaltung unserer Bezeichnungen ist dieselbe

$$W = (\alpha + \beta \cdot q) AV^2.$$

Nur bezeichnet q den Umfang der benutzten Scheiben und ist

$$\alpha = 2,264; \beta = 0,08942 \text{ für preuß. Maaße.}$$

Anmerkung. d'Aubuisson berechnete mit Hülfe der Formel II ($v = \text{Null}$ vorausgesetzt):

$$P = 0,11 \Delta A^{1,1} V^2,$$

nachstehende Tabelle, dabei

$$A = 1 \square^m, \Delta = 1,231 \text{ Kil.}, b = 0^m,755 \text{ und } t = 12^\circ C.$$

angenommen: ¹⁾

Benennung des Windes	V (Meter pro Sec.)	P (pro \square Met.inKil.)
Kaum merkbarer W.	1,0	0,135
Gelinder W.	2,0	0,540
Frischer W. (Brise) Schiffssegel gut spannend	6,0	4,870
Bester Windmühlen W.	7,0	6,460
Sehr frischer W. (sehr gut für Meeresfahrt)	9,0	10,970
Fast stürmisch (die größten Schiffssegel spannend)	12,0	19,50
Stürmisch	15,0	30,47
Ungestümer W.	20,0	54,16
Heftiger Sturm	30,0	122,20
Orkan	36,0	174,81
Großer Orkan	45,0	277,80

Eben so berechnete Samuelson mittelst der Formeln XIII, und XIV. folgende Tabelle:

¹⁾ Richard (Aide Memoire, Pag. 1514) berichtet, daß Fresnel bei der Beurtheilung der Stabilität von Leuchtthürmen pro Quadratmeter 275 Kil. Druck (also das fünffache des Werthes für Orkane in Rechnung gebracht habe, was vielleicht (?), nach den Bidone'schen Beobachtungen der sogenannten ersten Stöße, S. 589, erklärt werden könnte. Deutsche Ingenieure führen bei betreffenden Rechnungen als Maximum des in Europa herrschenden Winddruckes 150 Kilogramm pro Quadratmeter ein. Hiernach wurde neuerdings berechnet, daß der Einsturz der Tay-Brücke bei Dundee (am 28. Decbr. 1879) zufolge fehlerhafter Construction der eisernen Pfeiler, schon bei einem Drucke von 100 Kilogramm pro Quadratmeter erfolgen mußte. Man sehe deshalb die Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Jahrg. 1880, S. 69.

	V (Meter pro Sec.)	P (pro □Meter in Kil.)	
		Nach Gleichung XIII	Nach Gleichung XIV
		Kaum fühlbarer Luftzug .	1,0
Guter Segelwind	10,0	13,180	12,899
Tropischer Orkan	50	329,52	329,50

Samuelson hält die Formel XIV für alle Geschwindigkeiten bis zu 100 Metern pro Secunde, vielleicht mit einem Erfahrungscoefficienten berichtigt, für vollkommen (?) genau¹⁾.

§. 204.

Freier Fall der Körper aus geringen Höhen, mit Beachtung des Widerstandes der atmosphärischen Luft.

Der Verfasser bestrebt sich, mit diesem Paragraphen den doppelten Zweck zu erfüllen, sowohl eine passende Anwendung von Resultaten des vorigen Paragraphen zu machen, als auch das zu ergänzen, was im Abschnitte „Freier Fall der Körper“ in den von ihm verfaßten „Grundzügen der Mechanik“ (Dritte Auflage), §. 38, versprochen wird. Vorausgesetzt ist dabei, daß die fallenden Körper entweder solche sind, deren Widerstand mit Hilfe der §. 187 für die Bewegung im Wasser ermittelten Gesetze bestimmt werden kann, oder daß die Körper von so geringer Dicke sind und solche Gestalt haben, daß sie als Flächen (nach vorigem Paragraphen) in Rechnung genommen werden dürfen. Endlich setzen wir noch voraus, daß die Dichtigkeit der Luft in jedem Augenblicke des Falles constant ist und der Widerstand nur von der augenblicklichen Fallgeschwindigkeit, nicht aber von der Beschleunigung (Acceleration) abhängt, d. h. daß bei Anwendung der Werthe für W Nr. V, VI und VII des vorigen Paragraphen das Glied unbeachtet bleiben darf, welches $\frac{dV}{dt}$ als Factor enthält²⁾.

Wird hiernach der dem frei fallenden Körper, vom Gewichte Q , entgegenwirkende Luftwiderstand mit $k\Delta A \frac{v^2}{2g}$ bezeichnet, so hat man (ähnlich wie §. 193 und §. 194):

¹⁾ Man vergleiche mit vorstehenden Tabellenwerthen die des englischen Ingenieurs Smeaton im ersten Bande, S. 461 und 462, der zweiten Auflage der „Allgemeinen Maschinenlehre“ des Verfassers.

²⁾ Allgemeiner, mehr oder weniger ohne die sämtlichen hier gemachten Voraussetzungen, wird die vorliegende Frage in nachbemerkten Schriften behandelt: Poncelet, Introduction etc., Nr. 450. — Duchemin, Experimental-untersuchungen, §. 111.

$$\frac{\text{Kraft}}{\text{Masse}} = \frac{dv}{dt} = \frac{Q - k\Delta A \frac{v^2}{2g}}{\frac{Q}{g}},$$

oder, wenn man $\frac{k\Delta A}{2Q} = a$ setzt:

$$\frac{dv}{dt} = g - av^2,$$

daher ergibt sich die Zeit t , nach welcher der Körper die Geschwindigkeit v erlangt hat, zu:

$$\text{I. } t = \int \frac{dv}{g - av^2} = \frac{1}{2r} \text{Lgnt} \frac{1 + mv}{1 - mv},$$

worin $m = \sqrt{\frac{a}{g}}$ und $r = \sqrt{ag}$ ist.

Aus I. reducirt sich leicht die correspondirende Geschwindigkeit:

$$\text{II. } v = \frac{1}{m} \frac{e^{2rt} - 1}{e^{2rt} + 1},$$

wenn e die bekannte Zahl 2,71828 bezeichnet.

Endlich erhält man für den nach der Zeit t zurückgelegten Weg $= x$, wegen $dx = vdt$:

$$dx = \frac{1}{m} \frac{e^{2rt} - 1}{e^{2rt} + 1} dt, \text{ d. i. } ^1)$$

$$\text{III. } x = \frac{1}{m} \text{Lgnt} \frac{2e^{2rt} + 1}{2e^{rt}}.$$

Der in II. für die Geschwindigkeit v gefundene Werth läßt sich auch darstellen durch:

$$v = \sqrt{\frac{g}{a} \frac{1 - \frac{1}{e^{2rt}}}{1 + \frac{1}{e^{2rt}}}}.$$

Läßt man daher die Zeit t stetig wachsen, so nimmt $\frac{1}{e^{2rt}}$ rasch ab, folglich nähert sich v der Grenze $^2)$:

¹⁾ $e^{2rt} - 1 = u$, also $e^{2rt} + 1 = u + 2$ gesetzt, liefert:

$$dx = \frac{1}{m} \cdot \frac{u}{u + 2} \cdot \frac{1}{2r} \cdot \frac{du}{1 + u}, \text{ d. i.}$$

$$2ax = 2 \int \frac{du}{u + 2} - \int \frac{du}{1 + u} + C,$$

woraus sich ergibt:

$$2ax = 2 \text{Lgnt} (e^{2rt} + 1) - 2 \text{Lgnt} e^{rt} - 2 \text{Lgnt} . 2, \text{ d. i.}$$

$$x = \frac{1}{a} \text{Lgnt} \frac{\frac{1}{2}(e^{2rt} + 1)}{e^{rt}}.$$

²⁾ Ein ganz gleicher Fall wurde bereits in §. 80, S. 217, bei der Ermittlung der Ausflußgeschwindigkeit des Wassers aus Gefäßen behandelt.

$$\text{IV. } v = \sqrt{\frac{g}{a}} = \sqrt{\frac{2gQ}{k\Delta A}},$$

woraus erhellt, daß das Fallen der Körper in der Luft zwar eine beschleunigte (accelerirende) Bewegung, jedoch von der Art ist, daß sie sich immer mehr und mehr einem gleichförmigen Beharrungszustande nähert.

Leidet daher der Körper von der Luft einen erheblichen Widerstand, so erkennt man leicht, daß seine Geschwindigkeit jener Grenze IV sehr bald nahe kommt und dann während der übrigen Zeit seines Fallens nur noch geringen Aenderungen unterworfen sein müsse.

Beispiel 1. Eine Kugel von $0^m,03$ Durchmesser und von $0,0113$ Kilogramm Gewicht läßt man in ruhiger Luft bei $12^\circ C$ Temperatur und $0^m,75$ Barometerstand fallen. Es fragt sich, welchen Weg dieselbe nach $2\frac{1}{2}$ Secunden durchlaufen und welche Geschwindigkeit sie dann erreicht haben wird, sobald man sie vom Zustande der Ruhe aus fallen läßt.

Auflösung. Wir nehmen

$$\Delta = \frac{1,293}{1 + 0,00367 \cdot 12} \cdot \frac{75}{76} = 1,222 \text{ Kil.},$$

finden

$$A = \frac{\pi}{4} (0,03)^2 = 0^m,0007065$$

und setzen $k = 0,52$ (nach S. 608, Note 2), so erhält man:

$$a = \frac{k\Delta A}{2Q} = \frac{0,52 \cdot 1,222 \cdot 0,0007065}{2 \cdot 0,0113} = 0,01995$$

und daher

$$r = \sqrt{ag} = \sqrt{0,01995 \cdot 9,81} = 0,44233, \text{ so wie}$$

$$m = \sqrt{\frac{a}{g}} = 0,0451 \text{ und}$$

$$e^{rt} = 3,0217.$$

Daher der in $2\frac{1}{2}$ Secunden durchfallene Weg:

$$x = \frac{1}{0,01995} \text{Lgnt} \frac{1 + (3,0217)^2}{2 \cdot 3,0217} = 25^m,6.$$

Für die erlangte Geschwindigkeit ergibt sich nach II:

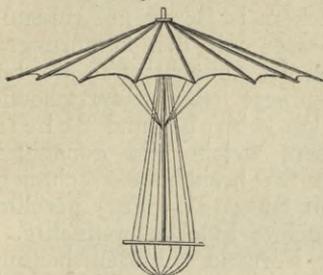
$$v = \frac{1}{0,0451} \cdot \frac{9,1307 - 1}{10,1307}, \text{ d. i.}$$

$$v = 17^m,80.$$

Beispiel 2.¹⁾ Mit welcher Geschwindigkeit gelangt ein Luftschiffer, unter Benutzung eines sogenannten Fallschirmes, Fig. 226, von 8 Meter Durchmesser zur Erde, wenn das Gesamtgewicht von Insassen und Schirm 85 Kilogramm beträgt?

¹⁾ Der Verfasser entlehnte dies Beispiel absichtlich der 3. Ausgabe (1870) des Poncelet'schen Werkes „Introduction à la mécanique indust.“ Nr. 452.

Fig. 226.



Auflösung. Mittelst der Gleichung IV ist hier ohne Weiteres:

$$v = \sqrt{\frac{2gQ}{kAA}}.$$

Mit Bezug auf VII in Nr. 3 des vorigen Paragraphen läßt sich aber, wenn $\Delta = \Delta_1$ angenommen wird, setzen:

$$kAA \frac{v^2}{2g} = 0,163 Av^2, \text{ also}$$

$$kAA = 2g \cdot 0,163 A,$$

daher für v erhalten wird:

$$v = \sqrt{\frac{Q}{0,163 A}}.$$

Für unseren speciellen Fall also, wo $A = 4^2 \cdot \pi = 16 \cdot 3,145 = 50 \square^m, 264$ und $Q = 85$ Kil. ist:

$$v = \sqrt{\frac{85}{0,163 \cdot 50,264}}, \text{ d. i.}$$

$$v = 3^m, 224.$$

Diese Geschwindigkeit ist offenbar nicht hinreichend, um große Gefahr in dem Augenblicke befürchten zu müssen, wo die Gondel des Fallschirms die Erdoberfläche erreicht.

Wäre der Luftspringer nur aus der Höhe von 4 Metern herabgesprungen, so würde er mit einer fast dreifach so großen Geschwindigkeit, nämlich mit

$$v = 4,43 \sqrt{4} = 8^m, 86$$

auf den Boden gestoßen sein.

§. 205.

Ist der Luftstrom unter einem Winkel α gegen eine ebene Fläche (Fig. 212) oder gegen einen plattenförmigen Körper geneigt, so sollte nach §. 184 der resultirende Normaldruck im Verhältnisse $\sin^2 \alpha$ kleiner sein, als für $\alpha = 90^\circ$. Auf das Unzureichende dieses Satzes, nach betreffenden Versuchen, wurde bereits in der Anmerkung zu §. 184 aufmerksam gemacht, was hier dadurch ergänzt werden mag, daß noch gegenwärtig folgender, von Hutton¹⁾ aus sorgfältigen Versuchen abgeleiteter Werth einiges Vertrauen verdient²⁾:

$$P = W = 0,11 \Delta A^{1,1} V^2 (\sin \alpha)^{1,84} \cos \alpha.$$

¹⁾ Tracts Nr. XXXVI (oder Vol. III), Pag. 208. London 1812.

²⁾ Der Verfasser entlehnte diesen Ausdruck d'Aubuisson (Hydraulique, Nr. 550), der für Meter und Kilogramme aus dem Hutton'schen Originale reducirt ist, an welcher letzteren Quelle (Tract XXXVI, Pag. 208) jedoch folgender Werth angegeben wird:

$$W = P = 0,03 A V^{2,04} (\sin \alpha)^{1,84} \cos \alpha.$$

Hinsichtlich anderweiter Bemühungen für die Wirkung (P) oder den Widerstand (W) schiefer Flächen, in Bezug auf ruhende oder bewegte atmosphärische Luft, besser mit den Erfahrungen übereinstimmende Formeln aufzustellen, ist zunächst auf die betreffenden Werthe für Wasser als bewegte oder widerstehende Flüssigkeit Navier's, Duchemin's, Weisbach's und Scheffler's, S. 580, aufmerksam zu machen, welche die genannten Autoren auch für atmosphärische Luft für brauchbar erachteten, zu denen sich später (1865) die Arbeit Samuelson's¹⁾ gesellte, die sich auf den Widerstand gegen geneigte Flächen erstreckte.

Die Unbrauchbarkeit aller dieser Formeln zur Beurtheilung der Wirkung des Windes gegen größere und namentlich gegen wenig gebogene, sogenannte windschiefe Flächen der Flügel unserer gewöhnlichen Windräder, hat schon Barlow²⁾ und nach ihm auch alle anderen Schriftsteller im Gebiete der technischen Mechanik bedauert, die sich mit der praktisch wichtigen Frage beschäftigten, die Arbeit zu berechnen, welche bewegte atmosphärische Luft (d. h. der Wind) auf die Flügel der Windmühlen überträgt.

Deshalb mußten sich selbst scharfe tatentvolle Theoretiker, wie beispielsweise Coriolis³⁾ entschließen, dem Vorgange L. Euler's zu folgen und für Windgeschwindigkeiten bis zu 8 Metern pro Secunde das Verhältniß $\sin^2 \alpha$ beizubehalten, um zu Differenzialfunctionen zu gelangen, welche noch integrirbar waren und deren Resultate wenigstens einigermaßen mit den Erfahrungen übereinstimmten oder doch zu Vergleichen für technische Zwecke benutzt werden konnten. Die beiden folgenden Paragraphen sind diesem Gegenstande gewidmet.

Beispiel. Eine ebene feste Fläche von 20 Quadratmetern Inhalt (ein Rechteck von 10 Metern Breite und 2 Metern Höhe) wird von einem heftigen Winde unter einem Winkel von $\alpha = 70$ Grad mit der Geschwindigkeit von 10 Metern pro Secunde getroffen. Es fragt sich, wie groß das Verhältniß des hierbei ausgeübten Druckes zu dem Drucke ist, welchen diese Fläche erfährt, wenn der Luftstrom unter einen rechten Winkel gegen dieselbe gerichtet ist?

Das Gewicht eines Cubikmeters Luft sei vorher zu 1,231 Kilogramm ermittelt.

Auflösung. Der schief gerichtete Luftstrom übt einen Druck (Stoß) $= P$ aus, für welchen man erhält, da $A^{1,1} = (20)^{1,1} = 26 \square,99$, $\sin 70^\circ = 7,9397$; $\cos \beta = 0,342$ und

$$1,84 \cos 70^\circ = 1,84 \cdot 0,342 = 0,6292 \text{ ist:}$$

$$P = 0,11 \cdot 1,231 \cdot 26,99 \cdot 10^2 (0,9397)^{0,6292}, \text{ d. i.}$$

$$P = 351 \text{ Kilogramm.}$$

¹⁾ Civilingenieur, Bd. 11 (1865), S. 332 ff.

²⁾ Encyclop. metrop. Mixed Sciences. T. I, Pag. 360.

³⁾ „Traité de la mécanique des corps solides et du calcul de l'effet des machines“⁴. Pag. 238.

Für den Druck (Stoß) P_0 , wenn $\alpha = 90^\circ$ ist, folgt aber:

$$P_0 = 0,11 \cdot 1,231 \cdot 26,99 \cdot 10^2 \cdot 0,9397^{0,6292}, \text{ d. i.}$$

$$P_0 = 365 \text{ Kilogramm,}$$

demnach

$$\frac{P}{P_0} = \frac{351}{365} = 0,962.^1)$$

§. 206.

Druck (Stoß) der bewegten Luft gegen die schiefe Fläche eines Windrades.

Wie bereits im vorigen Paragraphen erwähnt, hat es weder im letzten noch gegenwärtigen Jahrhundert, selbst den ausgezeichnetsten Meistern der Wissenschaft, gelingen wollen, die in der Ueberschrift bezeichnete Aufgabe anders zu lösen, als den Druck (Stoß) unbegrenzter Luft gegen ein mehr oder weniger schief gestelltes Flächenelement proportional dem Sinusquadrate des Winkels α anzunehmen, unter welchen dasselbe gegen die Windrichtung geneigt ist.

Die Arbeit = \mathfrak{A} , welche auf die Summe derartiger Flügелеlemente dF übertragen wird, erhält man daher nach (5), §. 185, indem man Δ statt γ einführt und ferner annimmt, daß die Zahl der vorhandenen Windflügel = n und die Winkelgeschwindigkeit ω constant ist, zu:

$$(1) \quad \mathfrak{A} = nk_1 \frac{\Delta}{2g} \omega \int_{r_0}^{r_1} dF (V \sin \alpha - \omega x \cdot \cos \alpha)^2 x \cos \alpha.$$

Hierbei bezeichnet r_1 die von der Drehachse am weitesten abstehende Sprosse des Windrades und r_0 diejenige, welche die nächste zu gedachter Achse ist.

Da es jedoch zu einfacheren Entwicklungen führt, sobald man x und F als Functionen von α darstellt, so erhält man, sobald sich die Winkel α_1 und α_0 auf die Sprossen in den Entfernungen r_1 und r_0 von der Drehachse beziehen:

$$(2) \quad \mathfrak{A} = n \cdot \frac{k\Delta\omega}{2g} \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} dF (V \sin \alpha - \omega x \cos \alpha)^2 x \cos \alpha.^2)$$

Bildet jeder der n Flügel ein Rechteck von der constanten

¹⁾ Denselben Werth findet Grashof in Bd. 1, S. 898 seiner „Theoretischen Maschinenlehre“.

²⁾ Für die verlorene Arbeit, welche der Zapfenreibung in der Achsenrichtung der Windradwelle entspricht, erhält man ebenso, wenn f den betreffenden Reibungscoefficient bezeichnet:

$$\mathfrak{A} = \frac{nk\Delta}{2g} \cdot \frac{2}{3} f\omega \cdot \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} dF (V \sin \alpha - \omega x \cos \alpha)^2 \omega x \sin \alpha.$$

Breite = b , so wird $dF = b dx$ und man erhält aus (2) nach einiger Umformung:

$$(3) \quad \mathcal{W} = n \frac{k \Delta \omega b}{2g} \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} (V \operatorname{tg} \alpha - x \omega)^2 x dx \cos^3 \alpha.$$

Um letzteren Ausdruck in bereits gedachter Weise integrirbar zu machen, nehme man zuerst x und F als constant an und suche denjenigen Werth von α , für welchen

$$f(\alpha) = (V \sin \alpha - x \omega \cos \alpha)^2 \cos \alpha$$

ein Maximum wird.

Nach bekannter Methode erhält man dann leicht:

$$(4) \quad \operatorname{tg} \alpha^2 - 3 \frac{x \omega}{V} \cdot \operatorname{tg} \alpha = 2 \text{ und}$$

$$(5) \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{2} \frac{\omega x}{V} + \sqrt{2 + \left(\frac{3}{2} \frac{\omega x}{V}\right)^2} \quad ^1).$$

Aus (4) folgt ferner:

$$\frac{V}{3} \cdot \operatorname{tg} \alpha - x \omega = \frac{2}{3} V \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

und wenn man zu letzterem Werthe auf beiden Seiten der Gleichung $\frac{2}{3} V \operatorname{tg} \alpha$ addirt, wird:

$$V \operatorname{tg} \alpha - x \omega = \frac{2}{3} V \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \frac{2}{3} V \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{2}{3} \cdot \frac{V}{\sin \alpha \cos \alpha}.$$

Sonach erhält man aus (3):

$$(6) \quad \mathcal{W} = \frac{2}{9} \frac{k n \Delta b V^2 \omega}{g} \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \frac{x dx \cdot \cos \alpha}{\sin^2 \alpha}.$$

¹⁾ Nimmt man mit Coulomb $\frac{\omega r_1}{V} = 2,40$, so folgt aus (5):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{2} \cdot \frac{2,4x}{r_1} + \sqrt{2 + \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{2,4x}{r_1}\right)^2}, \text{ d. i.}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 3,6 \frac{x}{r_1} + \sqrt{2 + \left(\frac{3,6x}{r_1}\right)^2}.$$

Hieraus berechnen sich nachstehende Werthe für $r_1 = 12^m$, $r_0 = 2^m$ und $r_m = 7^m$ (Mittelsprosse der Flügelfläche), die mit Werthen von Maclaurin, Smeaton und Coulomb folgende Zusammenstellung liefern:

	Maclaurin (Rechnung)	Smeaton (Versuch)	Coulomb (Versuch)	Vorstehende Formel
α_0	53° 26'	72°	63° 42'	64° 55'
α_m	77° 20'	72°	?	77° 49'
α_1	81° 0'	83°	81° 22'	82° 23'

Ueber die Verdienste von Maclaurin, Smeaton und Coulomb um die Sache wird in den später folgenden Paragraphen unter der Ueberschrift „Geschichtliche Notizen“ berichtet. Außerdem sehe man auch des Verfassers „Allgemeine Maschinenlehre“, Bd. I, Abschnitt „Windräder“.

Um jetzt x durch α auszudrücken, reducire man zunächst aus (4):

$$x = \frac{V}{3\omega} \left(\operatorname{tg} \alpha - \frac{2}{\operatorname{tg} \alpha} \right) = \frac{V}{3\omega} \left(\frac{\sin^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} \right).$$

Durch Differenziation des ersten Werthes folgt:

$$dx = \frac{V}{3\omega} d\alpha \left(\frac{\sin^2 \alpha + 2 \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha \sin^2 \alpha} \right),$$

so wie ferner:

$$x dx = \frac{V^2}{9\omega^2} \left(\frac{\sin^4 \alpha - 4 \cos^4 \alpha}{\cos^3 \alpha \sin^3 \alpha} \right) \cdot d\alpha.$$

Mit Hülfe dieser Gleichung folgt endlich aus (6), wenn gleichzeitig mit Coriolis $k = 3$ gesetzt wird:

$$\mathfrak{H} = \frac{2}{27} \frac{n \Delta b V^4}{g\omega} \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} d\alpha \frac{\sin^4 \alpha - 4 \cos^4 \alpha}{\cos^2 \alpha \sin^5 \alpha} \quad \text{oder}$$

$$\mathfrak{H} = \frac{2}{27} n \Delta \frac{b V^4}{g\omega} \left[\int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \frac{d\alpha}{\sin \alpha \cos^2 \alpha} - 4 \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} \frac{d\alpha \cos^2 \alpha}{\sin^5 \alpha} \right].$$

Nach gehöriger Ausführung der Integration findet sich:¹⁾

$$\mathfrak{H} = \frac{2}{27} \frac{n \Delta b V^4}{g\omega} \left\{ \frac{\cos^3 \alpha + \cos \alpha}{2 \sin^4 \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha} + \frac{3}{2} \operatorname{Lgnt} \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha \right\} + C,$$

$$\text{oder weil } \frac{\cos^3 \alpha + \cos \alpha}{2 \sin^4 \alpha} + \frac{1}{\cos \alpha} = \frac{2 \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha + \cos^2 \alpha}{2 \sin^4 \alpha \cos \alpha} =$$

$$= \frac{1}{\sin^4 \alpha \cos \alpha} - \frac{3}{2} \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} \quad \text{ist:}$$

$$\text{I. } \mathfrak{H} = \frac{2}{27} \cdot \frac{n \Delta b V^4}{g\omega} \left\{ \frac{1}{\sin^4 \alpha \cos \alpha} - \frac{3}{2} \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha} + \frac{3}{2} \operatorname{Lgnt} \left(\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha \right) \right\} + C.$$

¹⁾ Zur Integration wurden folgende Formeln benutzt:

$$\int \frac{dx}{\sin^m x \cos^n x} = \frac{1}{(n-1) \sin^{m-1} x \cos^{n-1} x} + \frac{m+n-2}{n-1} \int \frac{dx}{\sin^m x \cos^{n-2} x}$$

$$\int \frac{dx}{\sin x \cos^2 x} = \frac{1}{\cos x} + \int \frac{dx}{\sin x} = \frac{1}{\cos x} + \operatorname{Lgnt} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{2} x$$

$$\int \frac{\cos^n x dx}{\sin^m x} = -\frac{\cos^{n+1} x}{(m-1) \sin^{m-1} x} + \frac{m-n-2}{m-1} \int \frac{dx \cdot \cos^n x}{\sin^{m-2} x}$$

$$\int \sin^m x \cos^n x dx = \frac{\sin^{m+1} x \cos^{n-1} x}{m+n} + \frac{n-1}{m+n} \int dx \sin^m x \cos^{n-2} x$$

und damit erhalten: $\int \frac{d\alpha}{\sin \alpha \cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos \alpha} + \operatorname{Lgnt} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha$, so wie

$$\int \frac{\cos^2 \alpha d\alpha}{\sin^5 \alpha} = -\frac{\cos \alpha^3}{4 \sin^4 \alpha} - \frac{1}{8} \frac{\cos^3 \alpha}{\sin^2 \alpha} - \frac{1}{8} \cos \alpha - \frac{1}{8} \operatorname{Lgnt} \left(\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha \right) =$$

$$-\frac{\cos^3 \alpha + \cos \alpha}{8 \sin^4 \alpha} - \frac{1}{8} \operatorname{Lgnt} \left(\operatorname{tg} \frac{1}{2} \alpha \right).$$

Letzterer Werth, zuerst von Coriolis abgeleitet¹⁾, läßt sich mit Beachtung der Grenzen und für $n = 4$ auch darstellen durch:

$$\text{II. } \mathcal{W} = \frac{2}{3} \frac{\Delta b V^4}{g \omega} [\psi(\alpha_1) - \psi(\alpha_0)].$$

Zusatz 1. Um zu zeigen, wie weit die Gleichung II. mit den Versuchen Coulombs übereinstimmt, hat Coriolis²⁾ eine Tabelle berechnet, der wir nachstehende Zusammenstellung entlehnen:

Windgeschwindigkeit = V	Winkelgeschwindigkeit = ω in 1 Meter Entfernung von der Drehachse	α_0 in 2 ^m Entfernung von der Drehachse (Gradmaaß)	α_1 in 12 ^m Entfernung von der Drehachse (Gradmaaß)	Arbeit in Dynamoden, d. i. 1000 Kilogr. pro Sec. auf 1 Meter Höhe erhoben	
				nach der Formel (ohne Reibungswiderstände)	nach der Beobachtung
2 ^m , 27	0,31	63° 42'	81° 17'	0,0105	0,0250
4 ^m , 05	0,78	63° 42'	81° 17'	0,1080	0,1480
6 ^m , 50	1,36	63° 42'	81° 17'	0,5197	0,6309

Zusatz 2. Noch allgemeiner wie Coriolis, nämlich für trapezförmige Flügel, hat Weisbach die Theorie der Windräder in seiner „Bergmaschinenmechanik“, Leipzig 1836, S. 185, behandelt. Weisbach gelangt dabei zu Formeln, welche mit denen fast identisch sind, welche vorher S. 185, S. 602 bei dem Sprengel'schen Wasserrade entwickelt wurden.

In der That erhält man die Weisbach'schen Formeln, wenn man, wie Coriolis, den veränderlichen Neigungswinkel α der Sprossen des Windrades als unabhängige Variable annimmt und γ_1 durch Δ ersetzt, so daß statt (5) S. 602 erhalten wird:

$$\text{III. } \mathcal{W} = k_1 \frac{\Delta}{2g} \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} dF (V \sin \alpha - x \omega \cos \alpha)^2 x \omega \cos \alpha - \\ - \frac{2}{3} f_1 Q_1 k_1 \omega \frac{\Delta}{2g} \int_{\alpha_0}^{\alpha_1} dF (V \sin \alpha - x \omega \cos \alpha)^2 \sin \alpha - f_2 Q_2 W \cdot \omega,$$

worin außerdem zu setzen ist:

$$dF = dx \left[b + \frac{B-b}{l-e} (x-e) \right]^3,$$

¹⁾ Traité de la mécanique des corps solides et du calcul de l'effet des machines, seconde édition, Pag. 307.

²⁾ a. a. O., Pag. 308. Nach Coulomb's Abhandlung in den Mémoires de l'Académie des Sciences. Année 1781. T. LXV, Pag. 41 unter der Ueberschrift: „Observations sur l'effet des moulins à vents“.

³⁾ Durch ein Versehen ist S. 602 statt des gegenwärtigen richtigen Werthes für dF fälschlich gesetzt worden:

$$dF = \left[b + \frac{B-b}{l-e} (l-x) \right]^3.$$

unter Beibehaltung der in Fig. 213^a und 213^b (S. 601) gewählten Bezeichnungen. Für x ist der in gegenwärtigem Paragraphen gefundene Werth, nämlich

$$x = \frac{V}{3\omega} \left(\frac{\sin^2 \alpha - 2 \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} \right)$$

einzuführen.

Die betreffenden Integrationen sind entweder nach denselben oder ganz ähnlichen Formeln auszuführen, wie in der Note von S. 705 angegeben wurde.

In seiner Ingenieur-Mechanik (Bd. 2, S. 793, §. 346 der 4. Auflage) bemerkt Weisbach, daß man für die meisten Fälle die Reibung an der Basis des hinteren Zapfens (der Kleinheit wegen) weglassen können, was doch nicht unter allen Umständen zu rathen sein dürfte. Dafür berechnet derselbe Autor die Halsreibung bei eisernen Wellen zu 15 Procent, bei hölzernen Wellen zu 30 Procent der theoretischen Nutzarbeit.

Zusatz 3. Navier¹⁾ entwickelt, um, wie er sagt, eine Idee der betreffenden Theorie zu geben, unter Voraussetzung eines constanten Neigungswinkels φ für alle Sprossen, die Größe der vom Winde, auf das Rad von F Gesamtmfläche der Flügel, übertragenen mechanischen Wirkung = \mathfrak{A} zu:

$$\mathfrak{A} = \frac{k_1 \Delta F}{2g} (V \sin \varphi - v \cos \varphi)^2 v \cos \varphi,$$

wobei v die Geschwindigkeit des Flügelmittelpunktes bezeichnen soll.

Für $v = \frac{1}{3} V \operatorname{tg} \varphi$ wird \mathfrak{A} zu einem Maximum = \mathfrak{A}_1 und daher

$$\mathfrak{A}_1 = \frac{4}{27} \cdot k \Delta F \frac{V^3}{2g} \cdot \sin^3 \varphi.$$

Statt letzterem Werthe kann man auch setzen:

$$\text{IV. } \mathfrak{A}_1 = m \cdot FV^3,$$

wobei m einen aus Versuchen zu ermittelnden Coefficienten bezeichnet.

Leider kennt man für letzteren Zweck nur einen einzigen von d'Aubuisson²⁾ angeführten Versuch Coulomb's³⁾, aus welchem sich Nachstehendes entnehmen läßt.

Bei einer gut construirten holländischen Windmühle (in der Umgebung der Stadt Lille), welche sechs Stampfen für Oelsamen bewegte, fand Coulomb die Windgeschwindigkeit $V = 6^m,5$, während jene sechs Stampfen zusammen ein Gewicht von 2741 Kilogrammen hatten, die Hubhöhe jeder Stampfe $0^m,4872$ betrug und pro Minute 26 Hübe erfolgten.

Hiernach ergab sich pro Sec. als Nutzarbeit: $\frac{2741 \cdot 0,4872 \cdot 26}{60} = 578^m k,6$

Ferner betrug die gleichzeitige Nebenarbeit:

wegen Reibungen	49,0
„ Stößen zwischen Daumen und Heblatten	43,7
	671 ^{m k} ,3

1) Résumé des leçons, III^e Partie, Nr. 140.

2) Traité d'hydraulique, Pag. 625.

3) Théorie des machines simples. Nouvelle Édition. Paris 1821. Pag. 316,

Da nun überhaupt eine Gesamtflügelfläche = F von 81,12 Quadratmeter vorhanden war, so hatte man zur Bestimmung von m :

$$\frac{671,3 = m \cdot 81,12 (6,5)^3, \text{ woraus sich}}{m = 0,0302 \text{ berechnet}}$$

und daher wird:

$$V. \mathcal{A}_1 = 0,0302 \cdot F \cdot V^3 \text{ Meterkilogramme.}$$

Wird die Arbeit \mathcal{A}_1 in Pferdekraften = N zu 75 Meterkilogramm ausgedrückt, so folgt:

$$VI. N = \frac{FV^3}{2483}.$$

Daher, wenn man mit Redtenbacher ein nur aus 4 Flügeln gebildetes Windrad voraussetzt und die Oberfläche dieser Flügel = Ω annimmt:

$$VII. N = \frac{\Omega V^3}{621}.$$

Redtenbacher¹⁾ findet dafür den größeren Werth:

$$N = \frac{\Omega V^3}{577}.$$

Da dieser sonst ausgezeichnete Schriftsteller im Maschinenbaufache nicht angiebt, welche Versuche dem größeren Werthe im Nenner des letzteren Ausdruckes zu Grunde liegen, dagegen die Coulomb'schen Versuche immer noch die einzig zuverlässigen sind, so dürfte zu rathen sein, von der Redtenbacher'schen Formel so lange keinen Gebrauch zu machen, bis das erwähnte Bedenken beseitigt ist.

Um einigermaßen beurtheilen zu können, wie sich nach VII, bei verschiedenen Windgeschwindigkeiten und bei größeren und kleineren Flügeldimensionen, die Zahl der Maschinenpferdekräfte herausstellt, mögen hier folgende zwei Beispiele Platz finden, überall die Coulomb'schen Werthe für α_1 und α_0 vorausgesetzt:

a. Für $r_1 = 12^m$; $r_0 = 2^m$; $b = 2^m$, also $\Omega = 10 \cdot 2 = 20 \square^m, 0$, ergibt sich:

wenn $V =$	5^m	6^m	7^m	8^m
wenn $N =$	4,02	6,95	11,04	16,48

b. Für $r_1 = 10^m$; $r_0 = 1^m, 5$; $b = 1^m, 5$, also $\Omega = 12 \square^m, 75$, ergibt sich:

wenn $V =$	5^m	6^m	7^m	8^m
wenn $N =$	2,58	4,43	7,04	10,51

¹⁾ „Resultate für den Maschinenbau“. Sechste von Grashof erweiterte Auflage, S. 255.

Die den angenommenen Werthen für V correspondirenden Umlaufszahlen = U pro Minute der Windflügel ergeben sich, wenn $\frac{\omega r_1}{V} = 2,4$ gesetzt wird, also $U = \frac{22,92 V}{r_1}$ ist, wie nachstehend:

c. Für $r_1 = 12^m$, also $U = 1,91V$:

wenn $V =$	5^m	6^m	7^m	8^m
zu $U =$	9,55	11,46	13,37	15,28

d. Für $r_1 = 10^m$, also $U = 2,292V$:

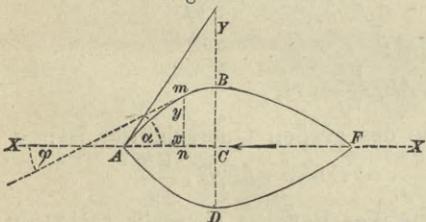
wenn $V =$	5^m	6^m	7^m	8^m
zu $U =$	11,46	13,75	16,04	18,34

§. 207.

Theorie des Widerstandes von krummen, convexen Flächen begrenzter Körper für einige besondere Fälle.¹⁾

Der Vollständigkeit wegen behandeln wir hier einige der wenigen Fälle, wobei die mathematische Theorie (so weit überhaupt hier von einer solchen die Rede sein kann) noch zu Resultaten gelangt, welche (einigermaßen) mit der Erfahrung übereinstimmen.

Fig. 227.



Hierzu sei AB die Erzeugungslinie einer der convexen krummen Flächen, welche den vordern Theil eines Körpers begrenzt, der sich in ruhender Luft nach der durch die Mitte C der Figur gehenden Richtung FA (wie der Pfeil anzeigt) bewegt. Ferner sei DB der Durchschnitt der Ebene dieser Erzeugungslinie mit dem größten Querschnitt = A dieses Körpers nach der Bewegungsrichtung, α der Neigungswinkel eines Elementes der Curve bei A gegen die Horizontale XX und φ eben dieser Winkel für ein beliebiges Element bei m , an einem Punkte der Curve AB , dessen rechtwinklige Coordinaten x und y sind, während sonst die früheren allgemeinen Bezeichnungen beibehalten werden mögen.

Nach Duchemin²⁾ kann man das Differenzial = dP des

¹⁾ Nach Duchemin's „Recherches Expérimentales etc.“ im Mémorial de l'Artillerie“. Nr. V, Pag. 231. Deutsch von Schnuse, S. 113.

²⁾ a. a. O., S. 314.

Druckes auf ein Element m des Vordertheiles darstellen durch:

$$dP = \frac{\Delta k_1}{\sin^2 \alpha} \frac{V^2}{2g} \cdot dF \cdot \sin^3 \varphi.$$

Da ferner, für Körper von entsprechend geringer Länge, angenommen werden kann, daß das Integral dieses Ausdrucks den Gesamtwiderstand des Körpers darstellt, indem, unter Voraussetzung von Körpern mit geringer Länge, das gehörig¹⁾ abgerundete Hintertheil von sehr geringem Einfluß ist, so erhält man für den Gesamtwiderstand:

$$\text{I. } P = \frac{\Delta k_1}{\sin^2 \alpha} \cdot \frac{V^2}{2g} \int dF \cdot \sin^3 \varphi.$$

1) Ist der bewegte Körper eine Kugel vom Radius $= r$, so wird $\alpha = 90^\circ$, $r^2 = x^2 + y^2$, $dF = 2\pi y dy$ und $\sin \varphi = \frac{dy}{ds} = \frac{\sqrt{r^2 - y^2}}{r}$, daher für diesen Fall aus I. wird:

$$\text{II. } P = \Delta k_1 \frac{V^2}{2g} \cdot \frac{2\pi}{r^3} \int_0^r y dy (r^2 - y^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{5} \Delta k_1 \cdot r^2 \pi \cdot \frac{V^2}{2g},$$

welcher Werth mit den Versuchen von Borda, Hutton und Vince, §. 187, S. 609, recht gut übereinstimmt.

2) Für einen Cylinder mit kreisförmiger Basis, welcher sich rechtwinklig zu seiner Achse bewegt, ist $dF = 2l \cdot dy$, sobald l die Länge des Cylinders bezeichnet, alles Uebrige aber wie vorher, so daß erhalten wird:

$$P = \Delta k_1 l \cdot \frac{V^2}{2g} \int_0^r \frac{(r^2 - y^2)^{\frac{3}{2}}}{r^3} \cdot dy^2 = \Delta k_1 \cdot \frac{V^2}{2g} \cdot \frac{3}{8} r \pi l,$$

wenn $\pi = \frac{3.2}{7}$ angenommen wird:

$$P = \frac{6.6}{5.6} \cdot \Delta k_1 \frac{V^2}{2g} \cdot r l,$$

oder weil $2r l = F =$ der Fläche des großen Querschnittes ist:

$$\text{III. } P = \frac{3.3}{5.6} \cdot \Delta k_1 F \frac{V^2}{2g} = 0,589 \cdot \Delta k_1 F \cdot \frac{V^2}{2g}.$$

Nach §. 187, S. 609, stimmt dies Resultat ebenfalls recht gut mit einem Versuche von Borda, der

$$P = \frac{5.0.2.4}{2.8.6.4} \cdot \Delta k_1 F \cdot \frac{V^2}{2g} = 0,570 \cdot \Delta k_1 F \frac{V^2}{2g} \text{ fand}^3).$$

¹⁾ Auch Borda schließt aus seinen Versuchen *Mém. de l'Acad. des Sciences* 1767, Pag. 498, daß für kleine Geschwindigkeiten die Vordertheile der Körper allein die Ursache des Widerstandes sind.

Es kann jedoch nicht genug hervorgehoben werden, daß dennoch allgemein der Gesamtwiderstand aus den beiden Widerständen an der Vorder- und Hinterfläche und aus der Reibung an den Seitenwänden des Körpers zusammengesetzt ist.

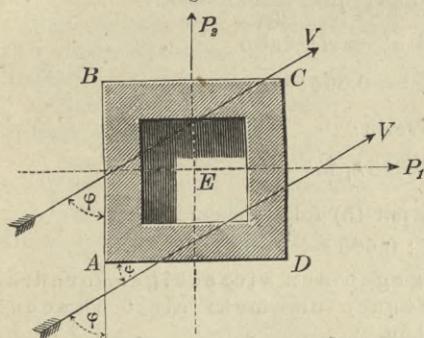
²⁾ $\int \frac{(r^2 - y^2)^{\frac{3}{2}} dy}{r^2} = - \left(\frac{y^3}{4r^3} - \frac{5y}{8r} \right) \sqrt{r^2 - y^2} + \frac{3}{8} r \arcsin \left(\frac{y}{r} \right).$

³⁾ Expérience sur la résistance par M. le Chevalier de Borda in den *Mémoires de l'Académie des Sciences*. Année 1763, Pag. 367.

Für noch andere derartige Rechnungen sind die unten bezeichneten Werke zu empfehlen¹⁾. Für Fälle, wovon der im nachstehenden Zusatze einer ist, kann man von diesen Resultaten auch Gebrauch machen, wenn der Körper $ABDF$ ruht und die Luft allein in Bewegung ist.

Zusatz 1. In Fällen, wo es sich um Vergleiche, weniger um absolute Werthe handelt, können vorstehende Endresultate unter Umständen eine zweckmäßige Verwendung finden.

Fig. 228.



schnitt ausgeübt werden?

Zur Beantwortung dieser beiden Fragen sei V die mittlere Windgeschwindigkeit, deren für den betreffenden Ort vorherrschende Richtung mit der Fläche AB den Winkel φ und mit der AD den Winkel ψ einschließt, wobei jedoch $\varphi + \psi = 90^\circ$ ist.

Hiernach ergibt sich (zufolge §. 205 und 206), wenn P_1 und P_2 die Größen der betreffenden, gegen die Flächen AB und AD gerichteten Windpressungen sind:

$$P_1 = k_1 \Delta F \frac{V^2 \sin^2 \varphi}{2g} \quad \text{und} \quad P_2 = k_1 \Delta F \frac{V^2 \sin^2 \psi}{2g}.$$

Der resultirende Druck = R_\square ist daher:

$$R_\square = \sqrt{P_1^2 + P_2^2} = k_1 \Delta F \frac{V^2}{2g} \sqrt{\sin^4 \varphi + \sin^4 \psi}, \quad \text{oder}$$

$$(1) \quad R_\square = k_1 \Delta F \frac{V^2}{2g} \sqrt{\sin^4 \varphi + \cos^4 \varphi}.$$

Dieser Werth wird ein Kleinstes für $\varphi = 45^\circ$ und zwar ergibt sich dafür:

$$(2) \quad R'_\square = 0,707 k_1 \Delta F \frac{V^2}{2g}.$$

Hieraus folgt zugleich, daß es am Vortheilhaftesten ist, den quadratischen Schornstein so zu stellen, daß die Diagonalen seiner Querschnitte in die Richtung des für den betreffenden Ort vorherrschenden Windes zu liegen kommen.

¹⁾ Duchemin a. a. O., §. 93, §. 98 etc. Scheffler, Principien der Hydrostatik und Hydraulik, Bd. 2, §. 175.

Bezeichnet man ferner mit a die Seite der überall als gleich anzunehmenden Schornsteinsquerschnitte und ist h die Höhe des Schornsteines, so folgt:

$$(3) R'_{\square} = 0,707 k_1 \Delta a h \frac{V^2}{2g}.$$

Nach III. des gegenwärtigen Paragraphen erfährt aber, unter sonst gleichen Umständen, ein Schornstein von überall gleichen Querschnitten, deren Radien $= r$ sind, einen Druck R_0 , welcher ist:

$$(4) R_0 = 0,589 k_1 \Delta 2rh \frac{V^2}{2g}.$$

Setzt man daher voraus, daß $a^2 = r^2 \pi$, also

$$r = \frac{a}{\sqrt{\pi}} = 0,56419 a$$

ist, so ergibt sich aus (4) der Werth:

$$(5) R_0 = 0,665 k_1 \Delta a h \frac{V^2}{2g}.$$

Aus dem Vergleiche von (2) mit (5) folgt daher:

$$R'_{\square} : R_0 = 0,707 : 0,665 = 1,063 : 1,0.$$

Der Druck des Windes gegen den viereckigen (quadratischen) Schornstein ist sonach um mehr als 6 Procent größer, wie gegen den runden.

Anmerkung. Der Verfasser benutzt die Gelegenheit, noch auf zwei in mancher Beziehung ähnliche Beispiele aufmerksam zu machen, gegen deren Behandlung sich allerdings Mancherlei einwenden läßt. Es sind dies:

1) Schwammkrug, „Ueber den Einfluß der Winde auf den Zug von Schornsteinen, über die zerstörende Wirkung derselben, so wie über die möglichste Beseitigung der letzteren“. Im Jahrbuche für den Berg- und Hüttenmann auf das Jahr 1854, S. 232—247. Herausgegeben von der Königl. Bergakademie zu Freiberg. — 2) A. Euler, „Des Cerfs Volans“ (der Drache, das Spielwerk der Kinder, von welchem Franklin Gebrauch machte, um die Electricität der Gewitter zu beweisen). In der Histoire et Mémoires de l'Académie de Berlin. Année 1756, Tome XII, Pag. 322 ff.

§. 208.

Anemometer¹⁾.

Zum Messen der Geschwindigkeit bewegter elastischer Flüssigkeiten, vorzugsweise der bewegten atmosphärischen Luft, d. i. des Windes, benutzt man mechanische Instrumente, Anemometer²⁾

¹⁾ Von ἀνεμος (anemos), der Wind.

²⁾ Zum ausführlichen Studium der Geschichte der Anemometer sind folgende Schriften zu empfehlen: Munke in Gehler's physik. Wörterbuche, Artikel „Windmesser“ im 10. Bande, Abschnitt 2, S. 2146. — Hülse, Maschinenencyklopädie. Bd. 1, S. 214 und S. 223. — Schmid im Lehrbuche der Meteorologie (21. Bd. von Karsten's „Allgemeiner Encyklopädie der Physik“), S. 476. Leipzig 1860. — Carl, Repertorium für physik. Technik. (In fast allen Jahrgängen von 1864 bis zur Gegenwart.)

genannt, die sich, ihrer Anordnung nach, ähnlich wie die Tachometer oder Hydrometer §. 125 bis §. 127, hauptsächlich in zwei Classen¹⁾ bringen lassen.

Bei der einen Classe bewirkt der Wind die fortschreitende Bewegung fester oder tropfbar flüssiger Körper, während der Wind bei der anderen Classe die Umdrehung geeigneter Räder veranlaßt.

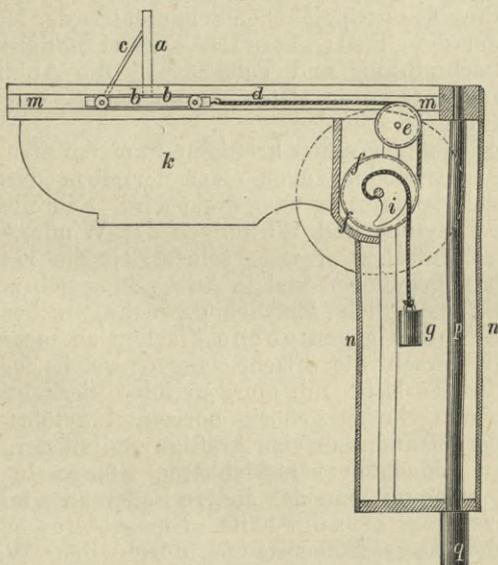
A. Instrumente erster Classe.

Nach Wissen des Verfassers ist es Leupold, der zuerst in seinem bekannten, im Jahre 1724 in Leipzig erschienenen Werke „Theatrum Machinarum Generale“, S. 110 ein Anemometer bekannt machte, das Beachtung verdiente.

Nachstehende Abbildung (Fig. 229) wird zum Verständniß desselben dienen.

Zur Aufnahme des Winddruckes benutzte man eine senkrecht gestellte hölzerne Tafel *a* von 6 Zoll Höhe und 12 Zoll Breite, die man auf einen kleinen Rollwagen *b* befestigt und dabei gehörig durch Streben *c* versteift hatte.

Fig. 229.



Der Wagen *b* war gezwungen, sich mit seinen Rädern zwischen parallelen horizontalen Bahnen *mm* zu bewegen, sobald man den Luftstrom gegen die Vorderfläche von *a* wirken ließ (dabei *c* als die Rückseite vorausgesetzt). Bei dieser Bewegung mußte der Wagen die Erhebung eines Gewichtes *g* bewirken, welches man

¹⁾ Forbes wollte Windkraft (Windgeschwindigkeit) und Windrichtung durch die Ablenkung von der Verticalen messen, welche freifallende Körper erfahren, wenn man auf dieselben seitlich Wind wirken läßt. Das Nähere der von Forbes getroffenen Anordnungen findet sich insbesondere bei Hülse a. a. O.

am freien Ende einer Schnur befestigt hatte. Eine zweite über eine Leitrolle *e* geschlagene Schnur *d* wurde einerseits am Wagen *b*, andererseits am Umfange einer kreisförmigen (festen) Rolle *ff* befestigt. Mit *f* auf derselben Welle hatte man ein spiralförmiges Bogenstück *i* angebracht und auf dessen Umfange das obere Ende des Seiles befestigt, welches man am unteren Ende mit dem Gewichte *g* belastete.

Aus dieser Anordnung erkennt man leicht, daß der Constructeur des Apparates (Leupold selbst) bemüht war, daß dem mit der Windstärke wachsenden statischen Momente, womit der gegen die Tafel *a* wirkende Wind eine Drehung der Kreisscheibe *f* zu bewirken strebte, ein entsprechendes veränderliches statisches Moment durch ein und dasselbe Gewicht *g* entgegengestellt wurde. Hierdurch wurde auch der Weg beschränkt, den sonst der Wagen *b* bei verschiedenen Windstärken hätte durchlaufen müssen.

Der ganze Apparat, mit der zur Richtungsbestimmung des Windes dienenden Windfahne *k*, drehte sich zugleich mit dem Gehäuse *nn* um die verticale Welle *pq* etc.

In der zwei Jahre später (1726 ebenfalls in Leipzig) erschienenen Fortsetzung des Leupold'schen Schauplatzes der Maschinen etc. findet sich unter dem Titel: „Pars III, Theatri Statici Universalis“, S. 303 die Beschreibung und Tafel XXII, die Abbildung eines Registrirapparates zur steten Aufzeichnung von Winddruck und Windrichtung.

Leupold läßt hier einen kräftigen Papierstreifen von Cylindern auf- und abwickeln, wovon einer derselben durch ein Uhrwerk mit Pendel gleichförmig umgedreht wird. Schreibstifte notiren die gedachten Zustände und Wirkungen des Windes.

Besonderes Aufsehen erregten seiner Zeit die 1746 und 1775 von Bouguer angegebene und in Anwendung gebrachten Instrumente¹⁾, um (namentlich für Schiffszwecke) insbesondere den Druck des Windes gegen ebene Flächen zu messen.

Bouguer versah die Fläche, gegen welche er den Wind wirken ließ, in der Mitte mit einer geraden vierkantigen Stange, welche in einem Cylinder gehörig horizontal geführt wurde. In diesem Cylinder befand sich eine kräftige Spiralfeder, deren eines Ende mit der gedachten verschiebbaren Stange in Verbindung gebracht war, während man das andere Federende, im Innern des Cylinders, unverrückt befestigt hatte. Ein größeres oder kleineres Eindringen der Druckflächenstange durch den Wind in den Federcylinder veranlaßte eine Zusammendrückung der Feder, woraus die Größe des Winddruckes mindestens annähernd zu berechnen war. Offenbar giebt Bouguer's Apparat (nach gewöhnlicher Anordnung) nur das jedesmalige Maximum des Winddruckes an.

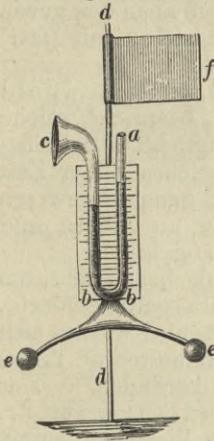
Ein ganz eigenthümliches Anemometer wurde von einem

¹⁾ Traité du Navire (Paris 1746), S. 359, mit Abbildung auf Tafel VIII. unter dem Titel „Description d'un Instrument pour mesurer la force du Vent“. Dann auch in dessen Werke „De la Manoeuvre des Vaisseaux“ (Paris 1757), S. 151. Aus letzterer Quelle in Hülse's Maschinenencyklopädie, Bd. 1, S. 224.

Dr. Hales in Vorschlag gebracht, nachher von Lind ausgeführt und 1775 in den Phil. Transactions beschrieben¹⁾.

Nachstehende Abbildung (Fig. 230)²⁾ wird zur Erläuterung dieses Anemometers dienen.

Fig. 230.



Zwei Glassöhren *ab* und *bc* stehen durch ein Knieröhr in geeigneter Verbindung und bilden ein communicirendes Gefäß, welches man theilweise mit Quecksilber füllt. Wird das horizontal umgebogene und trichterförmig erweiterte Ende *c* dem Winde dargeboten, so erhellt ohne Weiteres, daß das Quecksilber in dem Schenkel *ab* höher als in dem Schenkel *bc* stehen und aus der Differenz dieser Höhen der correspondirende Winddruck zu berechnen sein wird³⁾.

Die zugehörige Windfahne *f* ist an einer Stange *dd* angebracht, woran auch die heberförmige Glasröhre *abc* befestigt ist und die sich um ihren Unterzapfen gehörig leicht drehen kann. Die am unteren Ende des Gefäßes *abc* angebrachten Kugeln *ee* dienen zur Herstellung des erforderlichen Gleichgewichtes.

Ein großer Uebelstand des Lind'schen Anemometers ist der, daß die Höhenunterschiede der gehobenen Flüssigkeitssäulen selbst für große Geschwindigkeiten verhältnißmäßig gering sind. Ein gewisser Robinson⁴⁾ gab sich Mühe, das Lind'sche Instrument in gedachter Hinsicht zu verbessern, indeß scheint dasselbe dem ungeachtet eine weite Verbreitung nicht gefunden zu haben.

Großen Beifall und vielfache Verwendung fand dagegen das Anemometer mit Registrirapparat (Anemograph), welches der gelehrte Birminghamer Glasfabrikbesitzer A. Follet Osler (Mitglied der Königl. Englischen Gesellschaft der Wissenschaften) im Jahre 1839 zur Ausführung brachte⁵⁾.

Man kann Osler's Instrument als eine Combination und Vervollkommnung der Anemometer von Leupold und Bouguer betrachten. Osler hatte beim Aufzeichnen der Windrichtung eine Zahnstange wirksam gemacht und das Gewicht, wodurch die vom Winde getroffene ebene Fläche zurückgezogen wurde, durch ein paar Stahlfedern ersetzt.

Der Verfasser fand ein vom Engländer Browning etwas verändertes Anemometer bei einem Besuche der Greenwich Stern-

¹⁾ Auch über Lind's Anemometer berichtet am Ausführlichsten Hülse a. a. O., S. 228.

²⁾ Die Abbildung wurde dem Schmid'schen Werke (a. a. O., S. 490) entnommen.

³⁾ Betreffende mathematische Formeln finden sich bei Hülse etc.

⁴⁾ Hülse a. a. O., S. 230, Nr. 6.

⁵⁾ Description of a self-registering Anemometer and Rain-Gauge. British Association 7. Report. Birmingham 1839. 4.

warte (am 8. Septbr. 1875) daselbst in Thätigkeit. Specielles hierüber enthalten die unten angegebenen Quellen¹⁾.

B. Instrumente zweiter Classe.

Es dürfte kaum zu bezweifeln sein, daß die radförmigen Anemometer die allerältesten sind, da ihre Anordnung offenbar den gewiß über 1000 Jahre alten Flügelrädern der Windmühlen mit (fast) horizontaler oder verticaler Achse entnommen ist.

Deshalb darf es nicht auffallen, daß auch schon Leupold derartige Anemometer von Wolff in Halle u. A. bespricht, solche mit horizontaler Achse eigener Construction empfiehlt²⁾ und insbesondere eins mit verticaler Achse rühmt³⁾, welches seiner Zeit im Dingler'schen Hause zu Dresden aufgestellt und gangbar gewesen sein soll⁴⁾. Die Stärke des Windes wurde hier an Ziffern und Worten einer geeigneten kreisförmigen Scheibe abgelesen.

In betreffenden französischen und selbst deutschen⁵⁾ Schriften wird viel Redens von Anemometern mit Registrirapparat gemacht, dessen Erfinder der Franzose Ons-en-Bray ist und wovon sich Abbildungen und Beschreibung in den Pariser Mémoires de l'Académie Royale des Sciences von 1734, S. 123, vorfinden⁶⁾. Zur Richtungsbestimmung dient hier eine Windfahne, zur Ermittlung der Stärke (und Geschwindigkeit) des Windes aber ein horizontales Windrad. Betreffende Angaben werden auf zwei getrennte Papierstreifen notirt, deren zugehörige Walzen eine gute Pendeluhr in Umdrehung setzt. Ein besonderer Cylinder ist mit 32 Stiften (entsprechend den 32 Strichen der Windrose) ausgestattet, deren Spur eine Spirallinie bildet und wovon man Eindrücke in besonders hierzu bereitetes Papier macht.

Der Verfasser sah wiederholt das gut ausgeführte Exemplar dieses Anemometers, welches im Pariser Conservatorium für Künste und Gewerbe (Rue St. Martin) aufgestellt ist, dessen complicirte Anordnung (namentlich viel Räderwerk) sich jedoch keineswegs zur Nachbildung empfiehlt.

In Deutschland hat ein Anemometer die meiste Anwendung

¹⁾ „Results of the Magnetical and Meteorological Observations made at the Royal Observatory, Greenwich“, 1866, S. XLV unter der Ueberschrift: „Osler's Anemometer“. Abbildung und Beschreibung des Browning'schen Anemometers hat der Verfasser in den Mittheilungen des Hannoverschen Gewerbevereins, Jahrg. 1875, S. 234 geliefert.

²⁾ Leupold's Windmaschine in seinem Theatr. Mach. Generale. Leipzig 1724, S. 111 und in dessen Theatrum Aërostaticum. Leipzig 1726, S. 302. Wolff, seiner Zeit Professor der Mathematik in Halle, scheint diese Windrädchen zuerst als Anemometer benutzt zu haben.

³⁾ Leupold nennt diesen Apparat „Gärthner's Artificium“.

⁴⁾ Ebendaselbst (an beiden Stellen mit Abbildungen).

⁵⁾ Gehler's Physik. Wörterbuch. Bd. 10, 2. Abth. S. 2164.

⁶⁾ Die Ueberschrift der Abhandlung des Ons-en-Bray, a. a. O., lautet folgendermaßen: „Anémomètre qui marque de lui-même sur le papier, non seulement des Vents qu'il a fait pendant le 24 heures et à quelle heure chacun a commencé et fini, mais aussi leurs différentes vitesses ou forces relatives“.

gefunden, welches man gewöhnlich als eine Erfindung des (einstmaligen) Hamburger Wasserbaudirectors Woltmann bezeichnet, obwohl dasselbe nur als eine mechanisch vollkommenerer Construction des erwähnten Leupold'schen, richtiger Wolff'schen Instrumentes mit verticalem Windrade ist¹⁾. Merkwürdiger Weise nehmen auch die Engländer die Erfindung dieses Woltmann'schen Flügels für sich in Anspruch. Als ganz zweifellos wird diese Behauptung im 22. Bande der Transactions of the Royal Irish Academy (1849), Pag. 157 ausgesprochen und die Erfindung dem allerdings auch in anderen technischen Kreisen als Schriftsteller bekannten Engländer Edgeworth²⁾ zugeschrieben, der solche 1783 gemacht haben soll. Namentlich wird in gedachter englischer Quelle großer Werth auf den von Edgeworth in Anwendung gebrachten sinnreichen Zählapparat gelegt, dessen Anordnung darin besteht, daß von zwei auf derselben Welle steckenden Cylinder-rädern das eine mit n , das andere mit $n + 1$ Zähnen ausgestattet ist und beide in ein und dieselbe endlose Schraube eingreifen, welche man auf der Windradwelle befestigt hat. Aber auch dieser allerdings sinnreiche Zählmechanismus ist alt, indem er gleichfalls schon von Leupold (1739) in seinem Theatri Machinarum Supplementum, S. 17, beschrieben und daselbst Tafel IV durch Abbildung erläutert wird.

Am 11. Novbr. 1837 zeigte der Bergwerksdirector Combes³⁾ der französischen Akademie der Wissenschaften ein äußerst sorgfältig gearbeitetes „Windflügel-Anemometer“ vor, welches derselbe mit großem Erfolge zum Messen der Geschwindigkeit von Luftströmungen in den Stollen, Gallerien etc. der Bergwerke in Anwendung gebracht hatte⁴⁾.

Um die Bewegung des Windrädchens sofort unterbrechen, die Flügel zum Stillstande bringen zu können, hatte Combes eine Klinke angeordnet, die durch einen eigenthümlichen Drahtzug zum Einfallen zwischen die Arme des Windrädchens veranlaßt werden konnte.

Fast in derselben Zeit hatte sich auch Whewell in England um einen Anemographen bemüht, über welchen er 1837 der Versammlung britischer Naturforscher zu Liverpool Bericht erstattete. Die nachher folgende Ausführung ließ eine Windfahne nebst einem Windrädchen erkennen, die beide auf derselben horizontalen Platte

1) Theorie und Gebrauch des hydrometrischen Flügels. Hamburg 1790.

2) Allgemeine Maschinenlehre, Bd. 3, S. 81, Note.

3) Combes in den Annales des Mines, Troisième Série, Tome XIII (1838) unter der Ueberschrift: „Mémoire sur un nouvel anémomètre, propre au jaugeage des courants d'air qui circulent dans les galeries de mines, les tuyaux des calorifères, les cheminées etc.“

4) Stanley's in London Bergwerks-Anemometer mit Zeiger und Registrirapparat findet sich ebenfalls im 1. Bande (2. Auflage) der Allgem. Maschinenlehre des Verfassers beschrieben und abgebildet. Biram's Anemometer hat zu viel Flügel. Man sehe hierüber die Mittheilungen des Hannoverschen Gewerbevereins, Jahrg. 1862, S. 24.

Fig. 231.

angebracht, unter sich ein rahnenförmiges Gehänge trugen, welches mit der Windfahne zugleich um einen festen (unbeweglichen) Cylinder drehbar gemacht war. Auf dem Mantel dieses Cylinders hatte man 16 sichtbare Verticallinien gezogen, welche 4 Hauptgegenden und 12 Nebengegenden des Compasses entsprachen. Durch mehrere Paare zusammengreifender endloser Schrauben und zugehöriger Räder wurde das Herabsinken eines Gewichtes mit Schreibstift veranlaßt, dessen horizontale Linien auf dem vorgedachten unbeweglichen Cylinder die Richtung des Windes angaben, während aus den Längen der verticalen Linien die Geschwindigkeit des Windes abzuleiten war. Näheres über Whewell's Anemographen ist aus den Beschreibungen (und besonders notirten Schriften) dieses Instrumentes im ersten Bande meiner Allgem. Maschinenlehre, S. 105 (zweite Auflage) zu entnehmen.

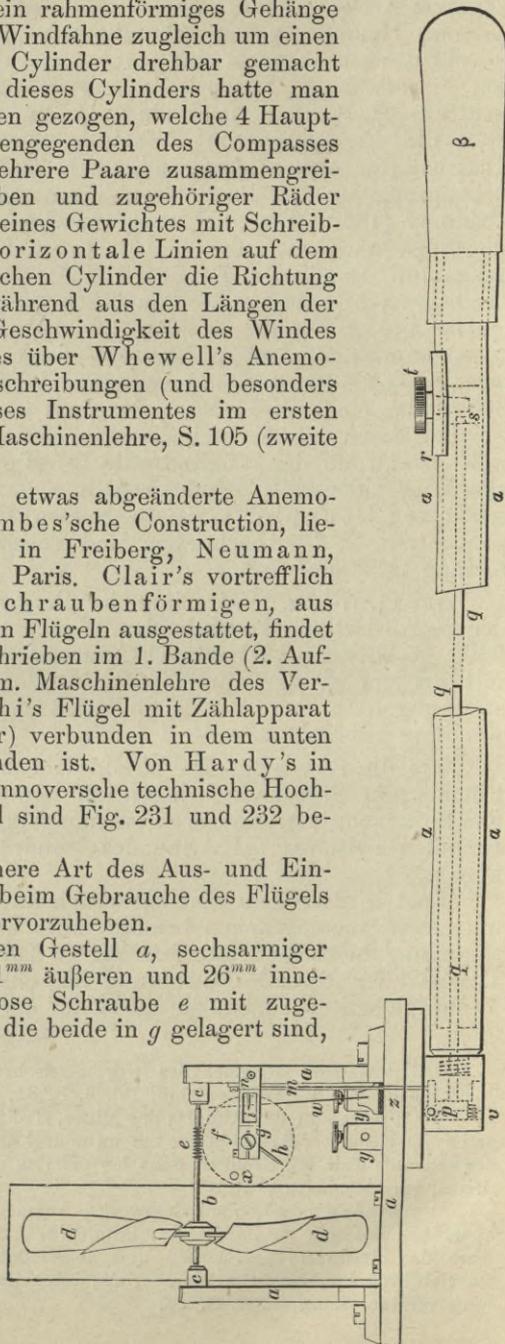
Mehr oder weniger etwas abgeänderte Anemometer, ursprünglich Combes'sche Construction, lieferten nachher Linke in Freiberg, Neumann, Clair und Bianchi in Paris. Clair's vortrefflich gearbeiteter und mit schraubenförmigen, aus Aluminmetall gearbeiteten Flügeln ausgestattet, findet sich abgebildet und beschrieben im 1. Bande (2. Auflage), S. 136 der Allgem. Maschinenlehre des Verfassers, während Bianchi's Flügel mit Zählapparat (nach Art der Hubzähler) verbunden in dem unten notirten Werke¹⁾ zu finden ist. Von Hardy's in Paris neuestem, für die hannoversche technische Hochschule gelieferten, Flügel sind Fig. 231 und 232 betreffende Abbildungen.

Hierbei ist die sichere Art des Aus- und Einrückens des Zählwerkes beim Gebrauche des Flügels als Eigenthümlichkeit hervorzuheben.

In Fig. 231 bedürfen Gestell *a*, sechsarmiger Flügel *d* (jeder Flügel 91^{mm} äußerem und 26^{mm} innerem Durchmesser), endlose Schraube *e* mit zugehörigen Zahnrädern *ef*²⁾, die beide in *g* gelagert sind,

¹⁾ Pécelet, Traité de la Chaleur. Quatrième Édition (von Hudelo in Paris besorgt), T. I, Pag. 262.

²⁾ Zwei Räder gleichzeitig in dieselbe Schraube *e* fassend, ganz wie beim Clair'schen Flügel, worüber ausführlich in der bereits citirten Allgem. Maschinenlehre, Bd. I, S. 128 (2. Auflage), des Verfassers gehandelt wird.

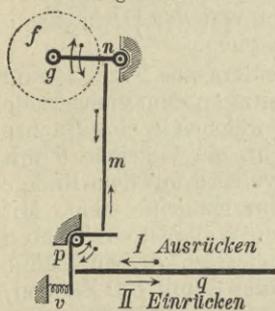


keiner besonderen Erörterung¹⁾), weshalb wir uns ohne Weiteres zu dem eigenthümlichen Mechanismus des Ein- und Ausrückens wenden.

Statt der zum Heben und Senken des einarmigen Hebels gn , beziehungsweise zum Ein- und Ausrücken von ff mit e , sonst (bei Combes, Neumann, Clair etc.) gebräuchlichen Doppelschnüre oder Drähte, hat Hardy eine steife Schubstange q angeordnet, die sich in der Hülse aa , mit dem zugehörigen Handgriffe β , frei bewegen, d. h. hin und her geschoben werden kann.

Um während des Haltens des Instrumentes mit der einen Hand am Griffe β , mit der andern Hand auf die Schubstange q von Außen wirken zu können, ist ein mit Knopf t versehener Schieber r vorhanden, den man nach unten hin mit einem Stäbchen s versehen hat, wodurch von t aus ein Druck gegen das hintere Ende der Schubstange q ausgeübt werden kann.

Fig. 232.



Mit Zuziehung des besonderen, in Fig. 232 gezeichneten Diagrammes, erhellt ohne Weiteres sowohl Anordnung wie Wirksamkeit des betreffenden Mechanismus, sobald man einen Winkelhebel beachtet, dessen Drehpunkt p ist und dessen verticaler Arm stets von einer kleinen Spiralfeder v nach rechts gedrückt wird.

Demnach ist zum Ausrücken des Zählwerkes fe nur erforderlich, die Zugstange q nach links zu drücken, d. h. diese Stange in der Richtung des Pfeiles I

zu verschieben, wodurch die Spiralfeder v zusammengedrückt und einer Schubstange m das Niedersinken möglich gemacht wird, die jedoch weder mit p noch mit gn verbunden ist.

Dem Niedersinken von m folgt aber sofort der Niedergang von fgn , da der Schwerpunkt dieser Zusammenstellung offenbar zwischen n und g liegt, d. h. die Zahnräder ff rücken aus den Gewinden der endlosen Schraube e . Das Einrücken des Zählwerkes fe erfolgt beim Zurückziehen der Stange q , wodurch die Feder v frei und dadurch der Winkelhebel p so gedreht wird, daß sein horizontaler Arm aufwärts geht, die Schubstange m erhebt und den Arm ng ebenfalls zu einer nach oben hin gerichteten Drehung veranlaßt, so daß schließlich die Zähne von ff zwischen die Gänge der endlosen Schraube e fassen. Ein Zeiger h läuft beständig mit f herum, während ein Stift i den correspondirenden festen Zeiger bildet.

Aehnlich wie bei dem Amsler'schen Flügel, zum Ermitteln der Geschwindigkeiten in Flußbetten oder Canälen strömenden Wassers, Fig. 156 und 156^a (S. 374—377), kann man auch bei Hardy's

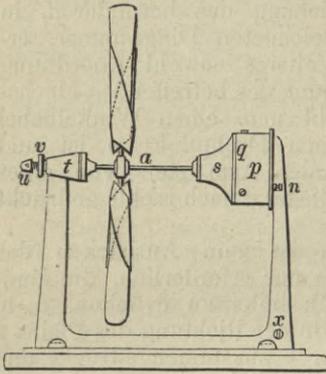
¹⁾ Durch h ist ein mitgehender, durch i ein fester Zeiger notirt, so wie n der Drehpunkt für den einarmigen Hebel gn ist.

Anemometer je 100 Umläufe eines der beiden Räder *f* durch ein Glockensignal unter Vermittlung eines electrischen Stromes markiren. Hierzu befindet sich an der ebenen Fläche von *f* ein Stift *x*, der zur rechten Zeit den Contact mit einer Metallfeder *w* bildet, während geeignete Klemmen *yy* zur Aufnahme electricischer Leitungsdrähte vorhanden sind.

Ein (nach General Morin's Angaben)¹⁾ ebenfalls von Hardy ausgeführtes Anemometer mit electromagnetischem Zählwerke für Ventilationszwecke ist in nachstehenden Figuren 234, 235 und 236 dargestellt, die jedoch nicht den unten notirten Quellen entnommen, sondern nach einem von Hardy (1876) für die technische Hochschule in Hannover bezogenen, vortrefflich gearbeiteten Exemplare gezeichnet sind.

Jeder der 6 aus Aluminiummetall gearbeiteten Flügel des Windrades, Fig. 233, hat 210^{mm}

Fig. 233.

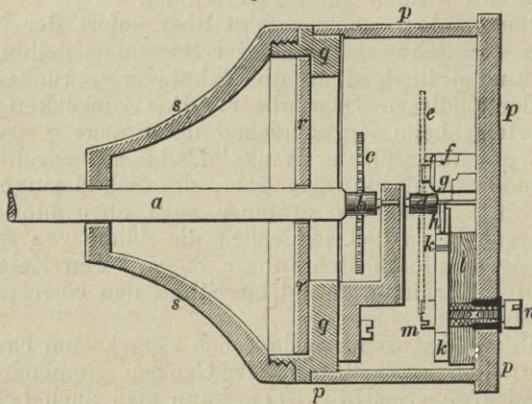


äußeren Durchmesser, während deren innere Kanten von der Drehachse *a* um 45^{mm} abstehen.

Wie besonders aus Fig. 234 und 235 erhellt, sitzt an dem einen Ende der Welle *a*, welches in eine Büchse *ps* hineinreicht, ein Getriebe *b* mit 12 Zähnen, welches mit dem Rade *c* (72 Zähne) im Eingriffe steht. Mit *c* auf derselben Welle ist ein Trieb *d* (6 Zähne) befestigt, dessen Zähne in die des Rades *e* (mit 100 Zähnen) fassen.

Aus der Uebersetzungszahl

Fig. 234.



¹⁾ Anémomètre totaliseur à compteur électrique. Annales du Conservatoire etc. Tome V (1864), Pag. 341 und hieraus in Dingler's Polytechn. Journal, Bd. 177 (1865), S. 200.

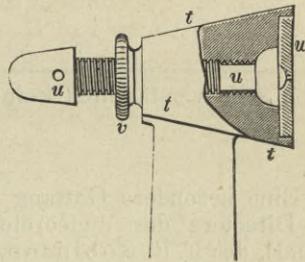
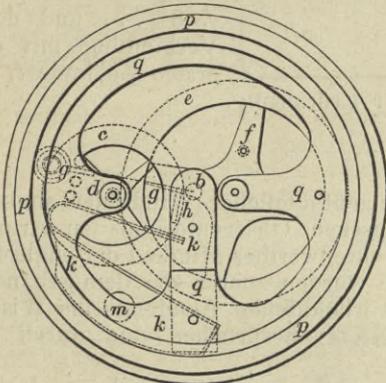
$$\frac{c}{b} \cdot \frac{e}{d} = \frac{72}{12} \cdot \frac{100}{6} = 100,$$

ergibt sich ohne Weiteres, daß bei je 100 Umdrehungen der Welle *a* ein an der Ebene des Rades *e* befestigter Stift *f* gegen eine Feder *g* drückt, die durch Vermittlung des Hammers *h* mit einem Bügel *k* (Fig. 235) in Verbindung tritt.

Das andere Ende der Welle *a* ist in der Messingscheibe *w* der Büchse *t* (Fig. 236) gelagert. Durch geeignetes Stellen der

Fig. 235.

Fig. 236.

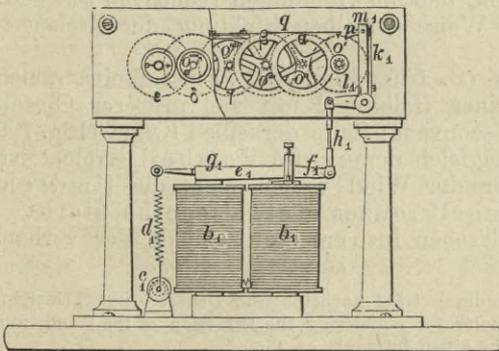


Druckschraube *u* und der Contremutter *v* wird die Welle *a* in ihrer Lagerung justirt und fixirt.

Der erwähnte Bügel *k* ist mittelst einer Schraube *m* auf einer Unterlage *l* aus Hartgummi befestigt und wird überhaupt durch diese Anordnung der Contact für einen electrischen Strom hergestellt, dessen Anschlüsse bei *n* und *x* (Fig. 233) mittelst Klemmschrauben erfolgen.

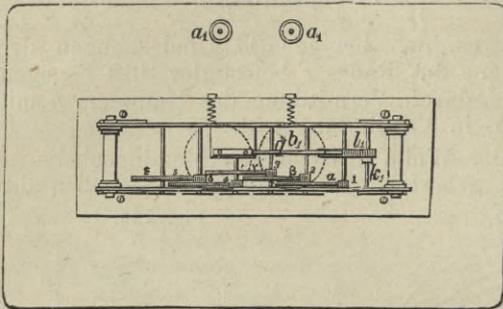
In den electrischen Strom ist auch zugleich der Zählapparat (Figuren 237 und 238) durch die Klemmen *a*₁*a*₁ eingeschaltet.

Fig. 237.



Der electrische Strom durchläuft die Spiralen *b*₁*b*₁ und bewirkt bei Herstellung des im Anemometer erzeugten Contactes ein Anziehen des Ankers *e*₁ bei *f*₁ nach je 100 Umdrehungen des Flügels. Bei dieser Anziehung wird die Zugspannung einer Feder *d*₁ überwunden, welche in geeigneter Weise durch Drehung einer Spindel *c*₁ angespannt werden kann.

Fig. 238.



Dem Niedergange des Ankers e_1 folgt die Zugstange h_1 und diese bewirkt, in bekannter Weise, mittelst eines Klinkwerkes $m_1 n_1 k_1$, den Schub des ersten Zählrades.

Die Anordnung der übrigen Zählräder $\alpha, \beta, \gamma, \delta \dots$ und deren Verbindung mit dem ersten Zählrade l_1 be-

dürfen selbstverständlich keiner Erörterung.

Eine besondere Gattung eigenthümlicher Windräder sind die des Directors des meteorologischen Observatoriums zu Armagh (Irland), des F. R. Robinson, ehrenwerthes Mitglied der englischen Hochkirche. Diese Instrumente wurden zuerst von dem genannten Herrn in den Transactions der irländischen Akademie der Wissenschaften, Jahrg. 1849 (Vol. XXII) besprochen und durch Abbildungen erläutert¹⁾.

Der Verfasser gegenwärtigen Buches hat aus der gedachten Quelle Beschreibung und Abbildung des Robinson'schen Instrumentes entnommen und in den Mittheilungen des Hannoverschen Gewerbevereins²⁾ veröffentlicht.

Die nachstehende Fig. 239 zeigt ein Robinson'sches Anemometer und zwar nach der Ausführung des Mechanikers Schade well in Dresden, mit electricischem Zählapparate, ebenfalls für die technische Hochschule zu Hannover angefertigt.

Man erkennt aus der Figur sehr leicht, daß dd 4 halbe Hohlkugeln sind, welche an je um 90 Grad von einander entfernt abstehenden Armkreuzen, in gleicher Entfernung von der Umdrehachse aa so befestigt sind, daß die Höhlungen (concaven Flächen) jeder Kugel in gleicher Weise derselben Richtung der Kreisperipherie zugekehrt sind.

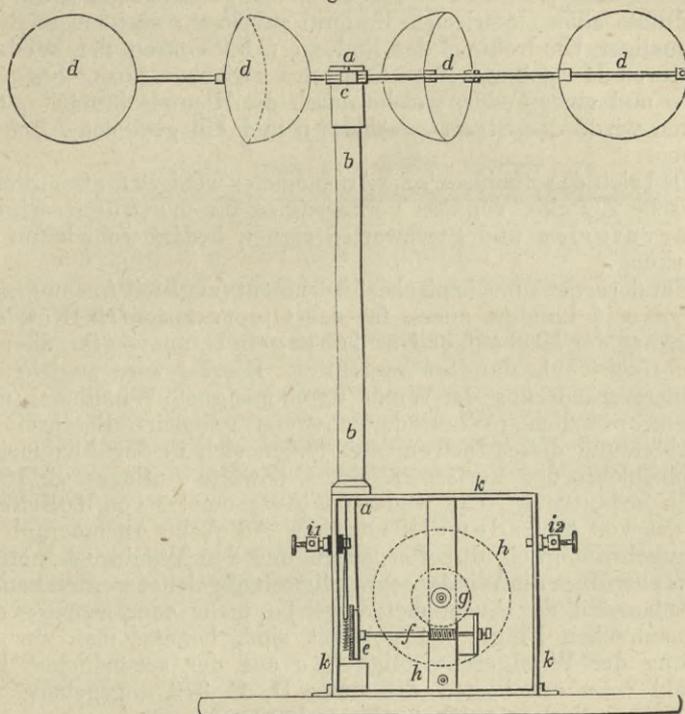
Bekanntlich wirken (S. 575, Fig. 201) Flüssigkeitsstrahlen gegen die Höhlungen einer Halbkugel mit viel größerer Gewalt wie gegen die erhabene (convexe) Seite derselben Kugel (Fig. 199 und 203), womit auch zugleich der große Vortheil erreicht ist, daß, woher auch immer der Wind wehen mag, die Umdrehrichtung des Halbkugelkreuzes stets dieselbe bleibt.

Bei dem Schadewell'schen Instrumente hat jede der vorhan-

¹⁾ Die betreffende Abhandlung trägt nachstehende Ueberschrift: „Description of an improved Anemometer for registering the Direction of the Wind, and the pace which it traverses in given intervals of Time“.

²⁾ Jahrg. 1875, S. 239.

Fig. 239.



denen aus Messingblech gearbeiteten Hohlkugeln einen Durchmesser von 85^{mm} , während sich diese in 194^{mm} Abstand von der verticalen Drehachse (Welle) a befinden. Letztere wird von einer hohlen Säule bb umschlossen, die nach unten hin in einen Kasten kk endet und daselbst ihr Spurlager findet, während ein geeignetes Halslager oben bei c angebracht ist.

Am unteren Ende von a befindet sich eine endlose Schraube, in deren Gewinde ein mit 100 Zähnen versehenes Rad e greift, welches auf der Welle f befestigt ist.

Wie aus der Abbildung erhellt, ist die Welle f mit einer endlosen Schraube versehen, deren Gewinde gleichzeitig mit den Zähnen zweier Räder g im Eingriffe steht. Von diesen beiden Rädern hat das eine 100, das andere 101 Zähne, so daß bei je 100 Umdrehungen des einen Rades das andere um 1 Zahn zurückbleibt. Wie durch diese Anordnung eine verhältnißmäßig große Anzahl Umläufe registriert und auf einer geeigneten Theilscheibe h mittelst Zeiger markirt werden kann, darf wohl hier als bekannt vorausgesetzt werden¹⁾.

¹⁾ Man sehe hierzu Note 2, S. 718.

Bei i_1 und i_2 sind auch hier Klemmen vorhanden, um die Leitungsdrähte einer electricischen Batterie anbringen zu können. Nach je einmaliger Umdrehung des Rades e (100 Touren der Welle a) wird durch Herstellung eines Contactes zwischen einem Stifte am Rade e und einer Feder, welche durch die Klemmschraube i_1 festgehalten wird, der Strom geschlossen und ein geeignetes Zeichen gegeben.

Daß sich das Robinson'sche Anemometer weniger für unmittelbar technische Zwecke, sondern vorzugsweise für meteorologische Observatorien und Sternwarten eignet, bedarf wohl kaum der Bemerkung.

Ein derartiges mechanisches Instrument (zugleich Anemograph), von Adie in London, zuerst für das Observatorium in Kew construirt, hat der Mechaniker Landsberg in Hannover für die technische Hochschule daselbst ausgeführt. Hierbei wird zugleich die Richtungsveränderung der Winde durch geeignete Windflügel (nach Art der gewöhnlichen Windräder construirt) registriert. Beschreibung und Abbildung dieses Instrumentes finden sich in der Allgemeinen Maschinenlehre des Verfassers, Bd. I (Zweite Auflage), S. 107¹⁾.

Zu bedauern ist, daß weder das Anemometer von Robinson, noch das von Schadowell, noch der Adie'sche Anemograph die Windgeschwindigkeit direct, sondern nur den Winddruck notiren, woraus allerdings die Windgeschwindigkeit abgeleitet werden kann²⁾.

Anlangend die Anemometer, welche mehr oder weniger dem Woltmann'schen Flügel nachgebildet sind, benutzt man zur Berechnung der Windgeschwindigkeit v aus der secundlichen Umdrehzahl $= u$ am besten die unter II, S. 379 angegebene und S. 601 theoretisch entwickelte Formel

$$v = \alpha + \beta u.$$

Zur Ermittlung der Erfahrungscoefficienten α und β verwendet man am besten einen geeigneten Apparat, der hauptsächlich aus einer senkrechten Welle mit einem gehörig langen horizontalen Arme ($2^m,0 - 2^m,5$ Radius) besteht, an dessen äußerstem Ende der betreffende Flügel befestigt werden kann, eine Anordnung, die im Allgemeinen mit den Apparaten für ähnliche Zwecke von Hutton und Borda übereinstimmt und auf welche wir in einem später folgenden Paragraphen zurückkommen werden, der die Ueberschrift trägt: „Geschichtliche Notizen über Druck und Widerstand atmosphärischer Luft“.

Die betreffenden Versuche können mit großer Genauigkeit angestellt werden, namentlich, wenn man die Arretirung des Zählwerkes durch einen Electromagneten ausführt, wie dies unter Andern auch bei dem Apparate der technischen Hochschule zu Hannover

¹⁾ Aehnliche mechanische Instrumente verschiedener meteorologischen Stationen und Sternwarten finden sich beschrieben und abgebildet in Carl's Repertorium für Experimental-Physik, Jahrg. 1867—1874 etc.

²⁾ Man sehe deshalb die Mittheilungen des Hannoverschen Gewerbevereins, Jahrg. 1863, S. 109 und 111 unter der Ueberschrift: „Ueber Anemographen und insbesondere den von Adie in London“.

der Fall ist, wo diese Arretirungsvorrichtung nach den Angaben des Herrn Professors v. Quintus-Icilius ausgeführt wurde¹⁾.

Beispielsweise wurden zur Controle für das Flügelanemometer von Neumann in Paris, der die Formel für v bei seinem Instrumente für die Hannoversche Hochschule (für Metermaaße) zu

$$v = 0,120 + 0,180 u$$

bestimmt hatte, aus 93 Versuchen des Herrn Professors v. Quintus-Icilius²⁾ mit demselben Instrumente, nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet:

$$v = 0,11688 + 0,17909 u \pm (0,01232 + 0,014945 u),$$

ein Werth, der fast genau mit den von Neumann gefundenen übereinstimmt.

Daß auch bei diesen Anemometern die doppelte Krümmung der Flügelflächen, ähnlich wie bei den Flügeln der Windmühlen, von Vortheil ist, d. h. diese Instrumente sodann empfindlicher sind, dürfte aus der Geschwindigkeitsformel hervorgehen, welche für ein von Clair in Paris bezogenes Anemometer³⁾ ermittelt wurde, das mit solchen Flügeln ausgestattet war. Man fand (für Metermaaß):

$$v = 0,056 + 0,160 u,$$

also weit geringere Coefficienten, wie bei dem Neumann'schen Instrumente mit nur ebenen, schief gestellten Windflügeln, bei sonst gleichen Dimensionen und derselben Ausführung.

§. 209.

Die ersten Elemente der Ballistik⁴⁾.

Der Vollständigkeit wegen und um einen eben so interessanten wie schwierigen Gegenstand nicht ganz unberücksichtigt zu lassen, behandeln wir hier die in der Ueberschrift bezeichnete Frage für den allereinfachsten Fall, d. h. unter der Voraussetzung, daß auch bei Körpern, welche sich mit sehr großer Geschwindigkeit in der atmosphärischen Luft bewegen (abgeschossen oder geworfen werden), der verursachte Widerstand dem Quadrate der Geschwindigkeit proportional ist⁵⁾.

¹⁾ Mittheilungen des Hannoverschen Gewerbevereins, Jahrg. 1862, S. 265.

²⁾ Ebendaselbst, S. 269.

³⁾ Clair's Anemometer findet sich beschrieben und abgebildet in den Mittheilungen des Hannoverschen Gewerbevereins, Jahrg. 1875, S. 237 und in der Allgemeinen Maschinenlehre des Verfassers, Bd. I (Zweite Auflage), S. 136.

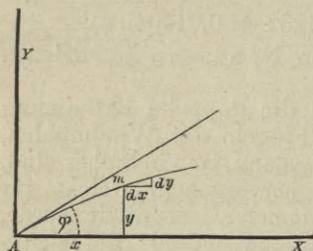
⁴⁾ Vom griechischen Worte βάλειν (ballein) werfen.

⁵⁾ Otto (Hilfsmittel für ballistische Rechnungen. Berlin 1855) hat den verschiedenen Ausdrücken zur Darstellung des Luftwiderstandes bei Geschützkugeln eine ganz besondere Betrachtung gewidmet, aus welcher im Allgemeinen folgt, daß es für die meisten practischen Fälle ziemlich gleichgültig ist, welches der verschiedenen Luftwiderstandsgesetze man wählt. Eine ganz vorzügliche Arbeit hat später Otto (als Königl. Preußischer Generalmajor) im 11. Jahrgange (1866) der Schlämilch'schen Zeitschrift für Mathematik und

Es bezeichne hierzu G die widerstehende Acceleration, welche die Luft einem Projectile entgegensetzt, φ den Elevationswinkel, Fig. 240, und x, y die Coordinaten desjenigen Punktes m der Trajectorie, in welchem sich der geworfene Körper am Ende einer Zeit t befindet.

Ferner sei s der Bogen Am , den der Schwerpunkt des Körpers am Ende der Zeit t beschrieben hat, so wie $v = \frac{ds}{dt}$ die Geschwin-

Fig. 240.



digkeit der fortschreitenden Bewegung im Punkte m der Bahn. Von der gleichzeitigen Drehung des Körpers wird abgesehen¹⁾, wonach angenommen werden kann, daß die Bewegung in einer Verticalebene erfolgt, die durch die Richtung der Anfangsgeschwindigkeit $= V$ gelegt ist. Hiernach folgt: $G = nv^2$, wo n einen aus der untenstehenden Note²⁾ zu entnehmenden constanten Werth bezeichnet.

Für die Acceleration, beziehungsweise parallel der Achsen UX

Physik (S. 515) unter der Ueberschrift geliefert: „Ein Beitrag zur Ermittlung des Luftwiderstandsgesetzes“. Hierin zeigt Otto, daß nicht das quadratische (Newton'sche Gesetz), sondern das cubische, also nv^3 das empfehlenswerthe Gesetz für den Luftwiderstand der Geschosse zur Rechnungsbasis zu nehmen sei. Für die Zwecke seines Buches hält es der Verfasser (mit andern Fachautoren) für angemessener, das quadratische Gesetz beizubehalten.

¹⁾ Wie man die (in der Wirklichkeit stets vorhandene) Umdrehbewegung der Projectile in Rechnung zieht, zeigt u. A. recht einfach Otto a. a. O. S. 27. Ausführlicher in den Abhandlungen Poisson's und Didion's, welche hier unter der Rubrik „Literatur der Ballistik“ am Ende des §. 211, S. 731 verzeichnet sind.

²⁾ Ist das Projectil eine Kugel und bezeichnet d den Durchmesser und q das Gewicht der Cubikeinheit derselben, so ist

$$G = \frac{\text{Widerstand}}{\text{Masse}} = \frac{k \Delta \frac{d^2 \pi}{4} \frac{v^2}{2g}}{\frac{1}{6} q \frac{d^3 \pi}{g}} = \frac{3}{4} \frac{k \Delta}{q d} \cdot v^2 = nv^2,$$

wobei k' einen Coefficienten bezeichnet, der aus folgender Tabelle entnommen werden kann, die Poncelet (Introduction etc., Nr. 428) aus Versuchen von Robins und Hutton berechnete:

v	1^m	3^m	5^m	10^m	25^m	50^m	100^m	200^m	300^m	400^m	500^m	600^m
k'	0,59	0,61	0,63	0,65	0,67	0,69	0,71	0,77	0,88	0,99	1,04	1,01

Hiernach ergibt sich z. B. der Widerstand $= W$ einer mit 400 Meter Anfangsgeschwindigkeit abgeschossenen eisernen Kugel von 12,01 Kilogramm Gewicht (24 Pfänder), deren Durchmesser $0^m,1485$ beträgt, da für diesen Fall $k' = 1$, $\Delta = 1,3$ gesetzt werden kann, zu:

$$W = \Delta \frac{d^2 \pi}{4} \cdot \frac{v^2}{2g} = 1,3 \cdot (0,1485) \cdot 0,785 \cdot 0,021 \cdot (400)^2 = 177 \text{ Kilogr.}$$

und UY (wovon letztere in der Richtung der Schwerkraft liegen mag), Fig. 240, ergibt sich aber:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -G \cos \alpha \text{ und } \frac{d^2y}{dt^2} = -g - G \sin \alpha,$$

wo α der Winkel ist, welcher die Tangente am Punkte m mit dem Horizonte einschließt.

Führt man in letztere beiden Gleichungen $\cos \alpha = \frac{dx}{ds}$ und $\sin \alpha = \frac{dy}{ds}$ ein, so folgt:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -nv^2 \frac{dx}{ds}; \frac{d^2y}{dt^2} = -g - nv^2 \frac{dy}{ds}, \text{ oder}$$

$$(1) \frac{d^2x}{dt^2} = -n \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \cdot \frac{dx}{ds}; (2) \frac{d^2y}{dt^2} = -g - n \left(\frac{ds}{dt}\right)^2 \frac{dy}{ds}.$$

Zuerst werde (1) integrirt und diese Gleichung zu diesem Ende geschrieben (t als unabhängige Variable vorausgesetzt):

$$\frac{\frac{d^2x}{dt^2}}{\frac{dx}{dt}} = -n \cdot ds,$$

woraus erhalten wird:

$$\text{Lgnt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \text{Const.} - n \cdot s.$$

Setzt man $\text{Const.} = \text{Lgnt } B$, wobei B ebenfalls eine constante Größe bezeichnet, und multiplicirt ferner auf beiden Seiten der Gleichung mit $\text{Lgnt} \cdot e = 1$, so findet sich:

$$\text{Lgnt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \text{Lgnt} \frac{B}{e^{ns}}, \text{ d. i.}$$

$$(3) \frac{dx}{dt} = B \cdot e^{-n \cdot s}.$$

B findet sich, wenn man beachtet, daß für $s = \text{Null}$, die horizontale Geschwindigkeitscomposante $V \cdot \cos \varphi$, d. h.

$$V \cdot \cos \varphi = B \cdot e^0 \text{ ist.}$$

Daher statt (3), die veränderliche Fortschreitungs geschwindigkeit = v :

$$\text{I. } v = \frac{dx}{dt} = V \cdot \cos \varphi \cdot e^{-ns.1)}$$

§. 210.

Die Differenzial-Gleichung der Geschosßbahn (Trajectorie) läßt sich jetzt mit Hülfe des Vorstehenden leicht entwickeln.

Aus (1) folgt:

¹⁾ Um hiernach Zahlenbeispiele zu berechnen, ist für Anfänger besonders zu empfehlen: Timmerhans, „Essai d'un Traité d'Artillerie“. Liège 1842, Pag. 124 etc.

$$n \cdot ds = - \frac{d^2x}{dx}$$

und ebenso aus (2):

$$d^2y = - gdt^2 - n \cdot ds \cdot dy,$$

daher aus der Verbindung letzterer beiden Werthe:

$$d^2y = - gdt^2 + \frac{d^2y}{dx} \cdot dy, \text{ oder}$$

$$\frac{dx d^2y - dy d^2x}{dx} = - gdt^2, \text{ d. i.}$$

$$dx \cdot d \left(\frac{dy}{dx} \right) = - gdt^2,$$

oder auch, wenn $\frac{dy}{dx} = p$ gesetzt wird:

$$(4) \quad dx \cdot dp = - gdt^2.$$

Nun folgt aber aus I. des vorigen Paragraphen: $dt = \frac{dx \cdot e^{ns}}{V \cdot \cos \varphi}$,
daher aus (4):

$$dx \cdot dp = - g \frac{dx^2 e^{2ns}}{V^2 \cos^2 \varphi}, \text{ d. i.}$$

$$\frac{dp}{dx} = - \frac{g}{V^2 \cos^2 \varphi} \cdot e^{2ns}.$$

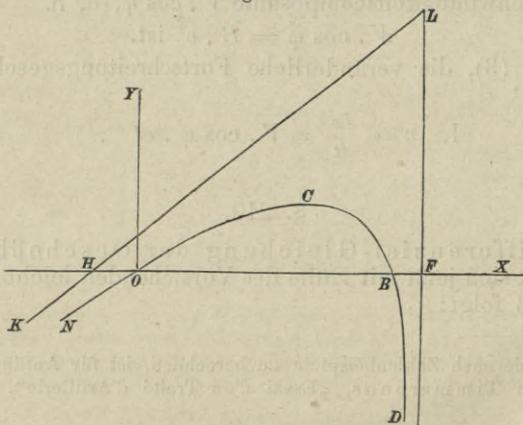
Oder wenn hier endlich die zur Anfangsgeschwindigkeit V gehörige Höhe $= H$ eingeführt, also $V^2 = 2gh$ gesetzt wird:

$$\text{II.} \quad \frac{dp}{dx} = - \frac{1}{2H \cos^2 \varphi} \cdot e^{2ns},$$

eine Gleichung, deren Integration unter endlicher Form nicht möglich ist.

Anmerkung. Hinsichtlich der Integration von II. muß verwiesen werden auf Poisson (Mechanik, Bd. 1, §. 211 etc.), insbesondere aber auf Didion (Traité de Balistique, §. 55—57), welcher letzterer Schrift-

Fig. 241.



steller zugleich (Pag. 147) die reichhaltigste Literatur des ganzen Gegenstandes (der Ballistik) liefert und ganz besonders die verschiedenen Annäherungsmethoden zur Behandlung der beiden Fundamentalgleichungen (als Methode der Quadraturen) und die Methode Euler's, (§. 111), Methode der Reihenentwickelungen von Lambert, (§. 118), Borda (§. 122), Tempelhof (§. 123) und Français (§. 124), und endlich Annäherungsverfahren von Borda (§. 134), Besout (§. 135) und Legendre (§. 136), ausführlich erörtert.

Poisson zeigt übrigens noch (a. a. O., §. 214), daß im Allgemeinen sowohl der aufsteigende Ast *NOC* der Bahn, Fig. 241, als der absteigende *CBD* zur Gattung der Hyperbeln gehört, deren Asymptoten *KL* und *LF* sich in einem Punkte *L* schneiden und wovon die eine *KL* (des nach unten verlängerten aufsteigenden Astes) gegen den Horizont geneigt ist, die andere *LF* (des absteigenden Astes) auf denselben rechtwinklig steht oder vertical ist. Ganz dasselbe zeigt Hutton durch Raisonnements (A Cours of Mathematics. Vol. III, Pag. 318, London 1827, 4. Edition).

§. 211.

Unter Voraussetzung so kleiner Elevationswinkel (unter 10 Grad), daß man die Horizontalprojectionen der Bahnen statt der wirklich durchlaufenen Bögen in Rechnung bringen darf, gestalten sich die vorstehenden Entwickelungen außerordentlich einfach.

Zunächst folgt aus II. des vorigen Paragraphen:

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{e^{2nx}}{2H \cos^2 \varphi},$$

wovon das Integral ist:

$$p = -\frac{e^{2nx}}{4nH \cos^2 \varphi} + \text{Const. oder}$$

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{e^{2nx}}{4nH \cos^2 \varphi} + \text{Const.}$$

Für $x = \text{Null}$ wird aber $\frac{dy}{dx} = \text{tg } \varphi$, daher:

$$dy = dx \cdot \text{tg } \varphi + \frac{(1 - e^{2nx}) dx}{4nH \cos^2 \varphi}.$$

Aus der Integration dieser Gleichung ergibt sich:

$$y = x \cdot \text{tg } \varphi + \frac{x}{4nH \cos^2 \varphi} - \frac{e^{2nx}}{8n^2 H \cos^2 \varphi} + \text{Const.}$$

Da für $x = \text{Null}$ auch $y = \text{Null}$ wird, so ist

$$\text{Const.} = \frac{1}{8n^2 H \cos^2 \varphi},$$

daher das bestimmte Integral:

$$\text{III. } y = x \left(\text{tg } \varphi + \frac{1}{4nH \cos^2 \varphi} \right) - \frac{(e^{2nx} - 1)}{8n^2 H \cos^2 \varphi}.$$

Schreibt man hier z statt $2nx$, setzt $n = \frac{1}{2x}$, nimmt φ so klein, daß man den Cosinus mit der Einheit verwechseln kann und führt wieder $V^2 = 2gH$ ein, so erhält man:

$$\text{III}^a. \quad y = x \operatorname{tg} \varphi - \frac{gx^2}{V^2} (e^x - 1 - x),$$

eine Gleichung, welche Otto (Hilfsmittel zu ballistischen Rechnungen, 1. Lieferung, S. 24, Formel Nr. 17 und S. 41 etc.) zu vergleichenden Berechnungen mit gemachten Beobachtungen verwendet und worauf hier zum Weiterstudium aufmerksam gemacht werden mag.

Endlich folgt noch aus I, §. 209:

$$dt = \frac{e^{nx} \cdot dx}{V \cos \varphi},$$

woraus sich ohne Weiteres ergibt:

$$\text{IV.} \quad t = \frac{1}{n \cdot V \cos \varphi} (e^{nx} - 1).$$

Für $y = \text{Null}$ folgt noch aus III:

$$\text{V.} \quad \sin 2\varphi = \frac{e^{2nx} - 2nx - 1}{4n^2 Hx},$$

ein Ausdruck, mittelst welchen die Anfangsgeschwindigkeit¹⁾ $V = \sqrt{2gH}$ oder die größte Entfernung (Wurfweite) $= x$ zu berechnen ist, die bei gegebener Anfangsgeschwindigkeit und gegebenem Elevationswinkel eine bestimmte Kugel erreichen kann.

Für die Abscisse x_1 , welche der größten Ordinate der Trajectorie entspricht, findet sich noch aus III, indem man $\frac{dy}{dx} = 0$ entwickelt:

$$\text{VI.} \quad x_1 = \frac{\operatorname{Lgnt}(1 + 2nH \cdot \sin 2\varphi)}{2n \operatorname{Lgnt} \cdot e}.$$

Beispiel. Zu welcher Höhe hat sich eine 12 Pfänder Kugel von 0^m,1161 Durchmesser erhoben, welche bei 1 Grad Elevationswinkel und 543 Meter Anfangsgeschwindigkeit in einer Entfernung von 605 Meter wieder den Horizont erreichte?

Auflösung. Für $\Delta = 1,2291$ und $g = 7000$, $k' = 1,032$ und $d = 0,1161$ folgt $n = 0,00116$ und sodann aus III: $y = 4^m,35$, während (nach Timmerhans, Essai d'un Traité d'Artillerie, Pag. 336) die Beobachtung $y = 4^m,24$ lieferte. (Mehrere ähnliche Beispiele finden sich ebenfalls bei Timmerhans.)

Anmerkung. Außer den bereits mehrfach citirten Werken und

¹⁾ Ueber die Bestimmung der Anfangsgeschwindigkeit der Geschosse aus zuverlässig ermittelten Schußweiten, Papierscheiben, die sich um feste Achsen drehen, sogenannte ballistische Pendel etc., handelt am Ausführlichsten Didion in seiner Ballistik, §. 174 bis mit §. 201. Minder ausführlich, aber übersichtlich Hartmann in seiner „Einleitung in die Ballistik“, S. 29. Ueber die neuesten Apparate (elektromagnetische Chronographen), um aus der Zeit, in welcher das Geschöß eine gewisse sehr kurze Wegstrecke zurücklegt, auf die Geschwindigkeit zu schließen, insbesondere über die Apparate von Navez und Boulengé, berichtete Maresch (a. a. O., Erster Abschnitt, S. 33) und Otto in Schlömilch's Zeitschrift für Mathematik und Physik. Jahrg. XI (1866), S. 530 etc.

Abhandlungen über Ballistik kann den Studirenden noch besonders empfohlen werden:

Poisson, „Sur le Mouvement des Projectiles dans l'air, en ayant égard à leur rotation“. Journal de l'Ecole Polytechnique. 27. Cahier, Tome XVI, Pag. 1. Paris 1839. — Magnus, „Ueber die Abweichung cylindrischer Geschosse etc.“ Poggendorfs Annalen der Physik und Chemie, Bd. 88 (1852). — J. Hartmann (Capitain der K. hannov. Artillerie), „Vorträge über Artillerie. Einleitung in die Ballistik“. Hannover 1856. (Ein mit Fleiß und Sachkenntniß bearbeitetes Werkchen, was Anfängern nicht genug empfohlen werden kann.) — F. Otto (K. preuß. Artilleriemajor), „Ueber den Luftwiderstand in der Ballistik und Kritik des Didion'schen (oben citirten) Werkes über Ballistik“. Archiv für die Officiere der K. preuß. Artillerie und des Ingenieurcorps, Bd. 33, S. 75 und Bd. 35, S. 105. (Werthvolle Abhandlungen.) — Rouveroy (K. sächs. Artilleriegeneral), „Bemerkungen und Untersuchungen über einige Gegenstände der Ballistik“. (Eine beachtenswerthe Arbeit.) Zeitschrift für Mathematik und Physik (von Schlömilch und Witschel). Erster Jahrgang (1856), S. 325. — Mayevski, „Traité de Balistique“. Paris 1872. (Dieses schätzbare Werk eines russischen Generals hat besonders in Frankreich und Belgien Anerkennung gefunden.) — Maresch (österreich. Artilleriehauptmann), „Waffenlehre“. Wien 1875. Sechster Abschnitt, S. 4 und insbesondere §. 8 („Die ballistische Curve“). Eine empfehlenswerthe, vorzugsweise practische Arbeit. — Tilly (belg. Artilleriecapitain), „Ballistique“. 2^e Edit. Bruxelles et Paris 1876. Ein nur 244 kleine Octavseiten umfassendes gutes Buch, was Anfängern sehr zu empfehlen ist. — Haupt (Hauptmann im Generalstabe der preußischen Armee), „Mathematische Theorie der Flugbahnen gezogener Geschosse“. Berlin 1876. Eine beachtenswerthe übersichtliche, allerdings streng theoretische Arbeit, welche sich das cubische Luftwiderstandsgesetz zur Basis nimmt und nach einander behandelt: 1) Die Bewegung der gezogenen Geschosse nach vorwärts. 2) Die Rotation und Seitenabweichung der gezogenen Geschosse.

§. 212.

Geschichtliche Notizen

über Wirkung (Stoß) und Widerstand elastischer Flüssigkeiten.

Die hier zusammengestellten geschichtlichen Notizen erstrecken sich, diesem Buche angemessen, auf physikalische, artilleristische (ballistische) und mechanisch technische Zwecke.

Als Galilei 1602 die Fallgesetze entdeckt¹⁾, in seinen Gesprächen über die Bewegung vorgetragen²⁾ und damit gleichsam den Grund zu unserer ganzen neueren Mechanik gelegt hatte, fanden sich natürlich auch Gegner dieser Theorie, die zwar Galilei selbst, ferner Riccioli³⁾ und Grimaldi durch directe Fallversuche zu bestätigen suchten,

¹⁾ Gehler, Physikalisches Wörterbuch (alte Auflage von 1789). Artikel „Fall der Körper“, S. 120.

²⁾ Discorsi e dimostrazione matematiche etc. Leiden 1638.

³⁾ Almagestum novum. Bologna 1651.

die jedoch sämmtlich die Frage nicht so entschieden, bis 1651 Dechales¹⁾ bei Fallversuchen mit kleinen Steinen die Abweichung mit der Theorie durch den Widerstand der atmosphärischen Luft erklärte.

Galilei wandte zuerst die Fallgesetze auf die Untersuchungen der Kugelbahnen (in seinen Discorsi 1638) an und zeigte, daß die Bahn jeder abgeschossenen Kugel eine gemeine Parabel sein müsse, jedoch nur unter der Voraussetzung, daß der Widerstand der Luft die Bahn nicht modificire. Letztere Andeutung des Meisters übersah man gänzlich und wandte die parabolische Theorie vollständig auf die Ballistik an, in der Meinung, daß die Luft als ein sehr dünnes Medium auf so dicke und schwere Körper, als eiserne Kugeln sind, keinen Einfluß haben könne.

Unter den in jener Zeit erschienenen Werken wurde besonders Blondel's „L'art de jeter les bombes“. Paris 1683, beachtet, wovon selbst 1686 eine deutsche Uebersetzung unter dem Titel: „Blondel's Kunst, Bomben zu werfen“, erschien.

Newton²⁾ war der erste, welcher 1687 den Einfluß des Luftwiderstandes auf die Bewegung theoretisch formulirte und durch Versuche das Gesetz begründete, „daß der Widerstand eines in Luft und Wasser bewegten Körpers dem Quadrate der Geschwindigkeit des bewegten Körpers proportional sei“.

Um zu erfahren, wie das quadratische Luftwiderstandsgesetz mit der Erfahrung übereinstimmt, ließ Newton (durch Hawksbee) im Juni 1710 in der St. Paulskirche zu London Fallversuche anstellen. Beim Durchfallen einer Höhe von 220 Fuß engl. stimmten diese Versuche verhältnißmäßig gut mit den theoretischen Berechnungen überein³⁾.

Mariotte stellte (1717?) ebenfalls Fallversuche aus Höhen von 166½ Pariser Fuß in der Spindel der Wendeltreppe der Pariser Sternwarte an, die dasselbe Gesetz bestätigten⁴⁾. 1719 wiederholte Desaguliers (zum Theil im Beisein von Halley, Graham etc.) Fallversuche in der Paulskirche aus etwas größerer, nämlich aus 272 Fuß Höhe.

1719 entwickelte Johann Bernoulli⁵⁾ das ballistische Problem für das Luftwiderstandsgesetz (unter Annahme der n^{ten} Potenz für die Geschwindigkeit) mit Hülfe der Differenzial- und Integralrechnung. Indessen gelang es ihm nicht, eine genügende Lösung zu bewirken.

Aus von Newton angestellten Pendelversuchen⁶⁾ und aus Resultaten, welche ein gewisser Günther zu Petersburg aus den Zeitintervallen lothrecht in die Höhe geschossener eiserner Kugeln bis zu ihrem Herabfallen erhielt, folgerte Daniel Bernoulli⁷⁾, daß der Luftwider-

¹⁾ Mundus mathematicus. Tom. II, Stat. Lib. II, prop. I, II (1690).

²⁾ Philosophiae naturalis principia mathematica. Lib. II, Sect. II—VII. Wolfers deutsche Bearbeitung der Principien. Berlin 1872. Buch II, Abschnitt II—VII.

³⁾ Principien (Wolfers Ausgabe), S. 349 und 350.

⁴⁾ Gehlers Physikalisches Wörterbuch. Bd. X (1842), S. 1784.

⁵⁾ Ebendasselbst, Bd. I (1825), S. 702.

⁶⁾ Principien (Wolfers Ausgabe), S. 308 ff.

⁷⁾ Nach den Petersburger Commentarien, Bd. II und IV in Gehlers Physikalischem Wörterbuche, Bd. X (1842), S. 1784.

stand durch zwei Werthe, einen beständigen und einen andern, dem Quadrate der Geschwindigkeit proportionalen, ausgedrückt werden könne.

Schon etwas vor dieser Zeit (1704) wandte der um die Theorie der Wasserräder verdiente französische Akademiker Parent¹⁾ das quadratische Luftwiderstandsgesetz auf die Theorie der schief gestellten Flügel der Windmühlen an und zwar so, daß er gleichzeitig den Winddruck (Windstoß) dem Quadrate des Sinus des Einfallswinkels proportional setzte. Hierauf gestützt fand Parent, daß die vortheilhafteste Neigung der Flügel gegen die Richtung des Windes einem Winkel von $54^{\circ} 44'$ entspreche. Leider hatte hierbei Parent den Irrthum begangen, daß er die Windflügel im Zustande der Ruhe, nicht aber, wie es sein muß, im Beharrungszustande der Bewegung voraussetzte²⁾.

Zwar machte schon Daniel Bernoulli³⁾ auf die Unrichtigkeit dieses Resultates aufmerksam, allein eine vollständige Auflösung des Problems gelang erst Maclaurin, der solche im 2. Bande seines berühmten, 1742 erschienenen Werkes: „Treatise on Fluxions“ mittheilte und zu jener Formel für die Tangente des Neigungswinkels gelangte, welche bereits S. 704 unter (5) entwickelt wurde.

Besondere Mühe gab sich der Engländer Robins, den Widerstand der Luft namentlich gegen Geschütz- und Gewehrkugeln, theils durch die Theorie, theils durch Versuche zu bestimmen.

Die von Newton selbst zugestandene Mangelhaftigkeit des quadratischen Luftwiderstandsgesetzes⁴⁾ für große Geschwindigkeiten, wie die aus Geschützen (und Kleingewehren) abgeschossenen Kugeln annehmen, wurde von Robins durch das von ihm erfundene sogenannte ballistische Pendel⁵⁾ zuerst in seinem 1742 in London erschienenen Buche: „New principles of Gunnery“ nachgewiesen. Leonhard Euler besorgte hiervon eine mit vielen Zusätzen versehene Uebersetzung und zwar unter dem Titel: „Neue Grundsätze der Artillerie u. s. w.“ (Berlin 1745).

Zur Bestimmung des Luftwiderstandes von Körpern, die sich mit geringerer Geschwindigkeit bewegen, bediente sich Robins einer sogenannten Wirbelmaschine (whirling-machine).

Fig. 242 zeigt eine Abbildung dieser Maschine.⁶⁾ Dabei ist *BCDE* ein hohler Messingcylinder, der oben und unten mit Zapfen versehen ist, um die er sich drehen kann. Nach oben hin ist die Welle verlängert und daselbst ein Hohlkegel *AG* aufgesteckt. Aus dem unteren Theile des Kegels läuft ein dünner hölzerner, (flacher) linealartiger Arm *GH*, dessen Längenkanten messerartig zugeschärft

¹⁾ Mémoires de l'Académie des sciences. Année 1704. Paris 1706.

²⁾ Burg im 8. Bande der Jahrbücher des k. k. polytechnischen Institutes in Wien (1826), S. 90 ff. und d'Aubuisson, Hydraulik, Pag. 620.

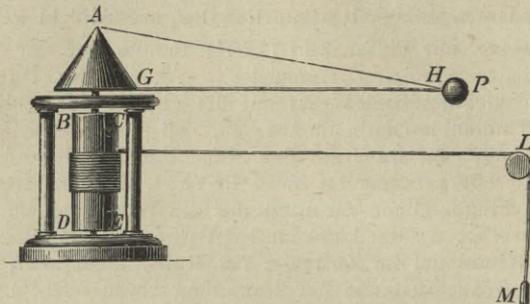
³⁾ d'Aubuisson, Hydraulik, Pag. 620.

⁴⁾ Principien (Wolfer's Ausgabe), S. 307 ff.

⁵⁾ Robins bediente sich als Pendel eines geeigneten, außerhalb seines Schwerpunktes aufgehängenen Holzkörpers. Hutton verbesserte nachher dieses ballistische Pendel, wovon sich Beschreibung und Abbildung in dessen Tracts, Nr. 34, Pag. 317, Plate IV und V vorfindet.

⁶⁾ Hutton, Tracts 36, Pag. 164 ff.

Fig. 242.



sind, um dessen Widerstand möglichst herabzuziehen. Eine Zugstange oder Strebe AH diente zur Verhinderung des Durchbiegens dieses Armes. Der Körper P , dessen Luftwiderstand bestimmt werden sollte, wurde am Ende H des Armes gehörig befestigt. Bei den Versuchen wurde um den Messingcylinder $BCDE$ eine feine seidene Schnur gewunden, welche über eine an der Wand angebrachte Rolle L geführt und an ihrem äußersten Ende mit einem Gewicht M belastet wurde.

Man erkennt nun leicht, daß das Gewicht M , sich selbst überlassen, senkrecht niedersteigt und dabei die Welle $BCDE$, den Arm GH und den daran befestigten Körper P in Umdrehung versetzt. Anfänglich ist der Widerstand von Arm und Körper geringer als der des Gewichtes M , so daß letzteres eine accelerirende Bewegung erzeugt. Die zunehmende Geschwindigkeit veranlaßt jedoch bald einen entsprechenden großen Luftwiderstand von Arm GH und Körper P und demzufolge schließlich eine gleichförmige Bewegung des Systemes¹⁾.

Bei den verhältnißmäßig geringen Geschwindigkeiten der Umdrehung bestätigte sich das quadratische Gesetz des Luftwiderstandes, während sich dasselbe für mit großer Anfangsgeschwindigkeit geschossene Körper nicht anwendbar zeigte.

Leonhard Euler schloß zuerst, aus Versuchen Robins, daß man den Luftwiderstand besser durch die Form

$$A(v^2 + Bv^3)$$

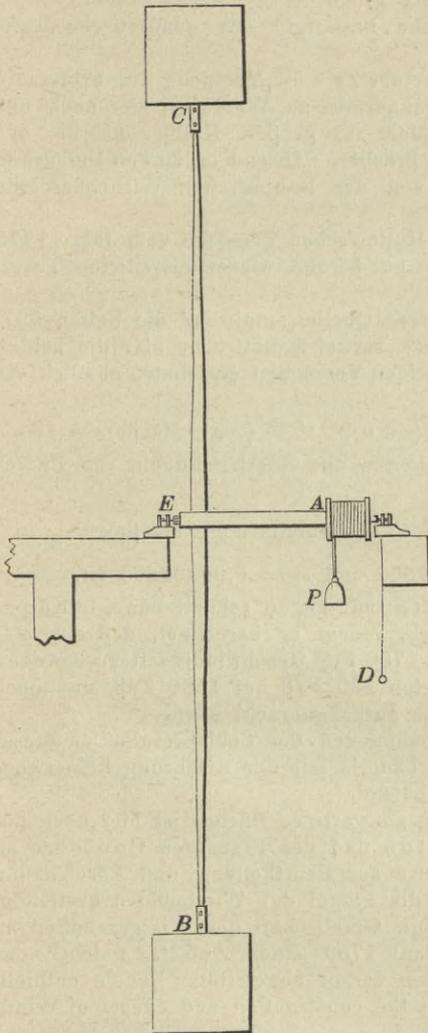
darzustellen hätte, wenn v die veränderliche Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung ist, während A und B constante Factoren sind. Später, in der unten²⁾ notirten Abhandlung, ging er jedoch auf das Newton'sche (quadratische Gesetz) zurück.

Um die Schwierigkeiten zu vermeiden, welche dennoch bei Behandlung des ballistischen Problems durch die Integration der für die Flugbahn abzuleitenden Differenzialgleichungen entstanden, schlug Euler die Einführung geeigneter Hilfstafeln vor. Eine Probe solcher Tafeln berechnete Euler selbst und theilt dieselben in Nr. 44 ff. der vorher citirten Abhandlung (Memoiren der Berliner Akademie der Wissenschaften vom Jahre 1753) mit.

¹⁾ Zum Studium der betreffenden Rechnungen ist das *Mémorial de l'artillerie*, Nr. V, Pag. 557 (Paris 1842) zu empfehlen.

²⁾ *Histoire de Berlin*. Année 1753, unter der Ueberschrift: „Recherche sur la véritable courbe que décrivent les corps jetés dans l'air“.

Fig. 243.



Beachtenswerthe Versuche über den Widerstand der Luft stellte auch Borda für geringe Geschwindigkeiten der Bewegung ebenso wie für Wasser an. In Bezug auf letzteres wurde bereits S. 608 und 609 berichtet. Die Resultate seiner Versuche über den Widerstand der Luft veröffentlichte Borda in den Memoiren der Berliner Akademie der Wissenschaften vom 20. Decbr. 1763, Pag. 358.

Den von ihm hierzu benutzten Apparat zeigt nebenstehende Fig. 243. Wie man sofort erkennt, bildet derselbe ein zweiarmiges Flügelrad (einen Windfang) CB , das sich um eine horizontale Achse AE dreht. Auf letzterer ist eine geeignete Rolle A zur Aufnahme einer sich abwickelnden Schnur befestigt, deren unteres freies Ende mit einem Gewichte P belastet ist.

Borda ließ das Gewicht P frei herabgehen und begann die erforderlichen Zeitmessungen mittelst eines seitlich aufgehängenen Pendels D , wenn nach einer geringen Zahl von Umdrehungen des Flügels die accelerirende Bewegung des Systemes sich in eine gleichförmige umgesetzt hatte¹⁾.

Bemerkenswerth dürfte vielleicht noch sein, daß der Durchmesser des Flügelrades BC $7\frac{1}{2}$ Pariser Fuß (2,44 Meter) betrug, während Borda drei verschiedene quadratische Flächen in Anwendung brachte, beziehungsweise von 9 Zoll, 6 Zoll und 4 Zoll Seitenlänge²⁾.

¹⁾ Eine elegante, wissenschaftlich strenge Berechnungsweise dieser Versuche hat Poncelet geliefert in der Section I seines berühmten Werkes „Mécanique appliquée aux machines“, Nr. 52 ff.

²⁾ Später hat Duchemin in seinen „Experimental-Untersuchungen über die Gesetze des Widerstandes der Flüssigkeiten“, §. 108, eine tabellarische Zusammenstellung aus den Borda'schen Versuchen geliefert, aus welcher man den Grad der Uebereinstimmung der beobachteten und berechneten Widerstände entnehmen kann. Das Resultat ist sehr zufriedenstellend.

Das aufgehengene Gewicht P betrug nach einander 8, 4, 2 Pariser Pfund und endlich 1 Pfund und $\frac{1}{2}$ Pfund.

Das Resultat dieser Versuche bestätigte das quadratische Luftwiderstandsgesetz.

Großes Aufsehen erregten seiner Zeit die Versuche des Professors Hutton an der Königl. Militärakademie zu Woolwich, der auch das ballistische Pendel zum ersten Male für größere Kaliber als die des kleinen Gewehres in Anwendung brachte, während er zu den Versuchen für geringe Geschwindigkeiten von der Robins'schen Wirbelmaschine Gebrauch machte.

Die Zusammenstellung aller Hutton'schen Versuche vom Jahre 1775 an bis 1791 findet sich in dessen bereits wiederholt citirten Tracts Nr. 27 bis mit Nr. 37.

Indem der Verfasser auf diese Quellen und auf die Seiten 597, 608, 692 und 701 dieses Buches verweist, notirt er hier die beiden Hauptformeln, welche Hutton seinen Versuchen entlehnte, nämlich die für geringe Geschwindigkeiten:

$$W^1) = 0,03 \cdot AV^{2,04} \cdot (\sin \alpha)^{1,84} \cdot \cos \alpha \quad (\text{engl. Maaße})$$

und die für größere Geschwindigkeiten und Geschützkugeln vom Radius $= r$:

$$W^2) = \frac{Ar^2\pi}{8g} (nV + mV^2) \quad (\text{ebenfalls engl. Maaße}),$$

wobei $g = 16$ Fuß, $n = -0,00665$ und $m = 0,00002665$ ist.

Wie groß der Widerstand der Luft gegen schnell bewegte Körper sei, macht Hutton³⁾ anschaulich, indem er berechnet, daß eine 24-pfundige Kugel, welche sich mit 1780 Fuß Geschwindigkeit zu bewegen anfängt, schon nach zurückgelegten 280 Fuß auf 1500 Fuß, und nach 1000 Fuß auf 1367 Fuß dadurch zurückgebracht werde.

Leider geht trotz aller Bemühungen das Schlußresultat zu dieser Zeit noch dahin, daß sich die Theorie mit der Erfahrung keineswegs in gehöriger Uebereinstimmung befand.

Entsprechend dem Zwecke gegenwärtigen Buches ist hier noch der Versuche des Engländers Smeaton und des Franzosen Coulomb zu gedenken, welche diese Ingenieure zur Beurtheilung und Abschätzung der Wirkung des Windes gegen die Flügel der Windmühlen anstellten.

Smeaton las in der Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu London den 3. Mai und 14. Juni 1759 einen Aufsatz, welcher das Resultat seiner Versuche nebst den daraus abgeleiteten Regeln enthielt. Betitelt war dieser Aufsatz: „On the construction and effects of Windmill Sails“.

Smeaton behauptete, daß, um genaue Versuche mit den Windflügeln anzustellen, der natürliche Wind hierzu zu unsicher sei und daß man daher zu einem künstlich erzeugten Winde seine Zuflucht nehmen müsse. Deshalb benutzte er auch nur ein Modellrad mit vier Flügeln, deren Halbmesser 21 Zoll engl. bei $5\frac{1}{2}$ Zoll Breite betrug. Dieses

1) Tract 36, Pag. 208.

2) Ebendasselbst 37, Pag. 226.

3) Ebendasselbst, Pag. 252.

Windrad placirte er am Ende eines Rotationsapparates, welcher dem vorher mitgetheilten Robins'schen (S. 734, Fig. 242) der Hauptsache nach gleichkam¹⁾.

Einige technisch wichtige Hauptresultate dieser Versuche finden sich mitgetheilt in des Verfassers Allgemeiner Maschinenlehre, Bd. I, S. 460 und 461 (Zweite Auflage).

Für die größte Arbeitsleistung = \mathfrak{A} eines Windrades von F^m Flügelfläche läßt sich aus diesen Smeaton'schen Versuchen (Metermaaß) die Formel ableiten:

$$\mathfrak{A} = 0,0500 FV^3 \text{ (Meterkilogramm),}$$

worin V die secundäre Geschwindigkeit des Windes bezeichnet.

Ueber Coulomb's Versuche wurde bereits hier von S. 707 ab ausführlich berichtet, wozu als Ergänzung auf das hingewiesen werden muß, was der Verfasser ebenfalls im 1. Bande, S. 464 (2. Auflage) seiner Allgemeinen Maschinenlehre davon mittheilt.

Jedenfalls ist der aus zahlreichen Versuchen mit großen gut construirten Windrädern verschiedener Windmühlen in der Umgegend von Lille abgeleiteten Formel Coulomb's für die Nutzarbeit, welche der Wind auf derartige Flügel überträgt, vor jener Smeaton's der Vorzug zu geben, d. i. nach V, S. 708, der Formel:

$$\mathfrak{A} = 0,0302 FV^3 \text{ (Meterkilogramm),}$$

worüber an der genannten Stelle unseres Buches ausführlich berichtet wurde.

Vor dem Ende des 18. Jahrhunderts (1795) stellte noch Vince, einer der wenigen Engländer, die sich überhaupt mit technisch-wissenschaftlich hydraulischen Arbeiten beschäftigten und über dessen Experimente bereits S. 201 berichtet wurde, Versuche mit kleinen Flächen bei geringen Geschwindigkeiten der Bewegung an, welche ebenfalls im Allgemeinen zeigten, daß der Widerstand der Größe der Fläche und den Quadraten der Geschwindigkeiten proportional sei. Näheres über Vince's Versuche findet sich in den unten citirten Quellen²⁾.

Im Jahre 1802 stellte der Dr. Benzenberg mit großer Sorgfalt Fallversuche auf dem Michaelisthurm in Hamburg an und zwar zunächst, um die Richtigkeit der täglichen Umdrehung der Erde um ihre Achse und die Abweichung der fallenden Körper nach Osten nachzuweisen³⁾.

Die Fallhöhe betrug dabei 235 Pariser Fuß oder 76,4 Meter⁴⁾. Diese Versuche gaben zugleich Veranlassung zu einer Reihe von

¹⁾ Ausführlich berichtet Burg über diese Smeaton'schen Versuche unter Beigabe von Abbildungen in den Jahrbüchern des k. k. polytechnischen Instituts in Wien, Bd. 8, S. 115.

²⁾ Philos. Trans. 1795 und 1798 und daraus in Gilbert's Annalen der Physik, Bd. II, S. 401 und Bd. IV, S. 34. Endlich noch Gehler's Physikalisches Wörterbuch, Bd. X, S. 1788. — Duchemin, Experimental-Untersuchungen, S. 63 und 102.

³⁾ Gilbert's Annalen der Physik. Bd. XIV (1803), S. 222 ff.

⁴⁾ Die ganze Höhe des Michaelisturmes von 402 Pariser Fuß (130,65 Meter) ließ sich, des nachtheiligen Luftzuges wegen, in der Spitze nicht zu den Versuchen benutzen.

400 Experimenten über den Widerstand der atmosphärischen Luft bei verschiedenen Fallhöhen. Die Resultate dieser Versuche gingen dahin, daß das quadratische (Newton'sche) Luftwiderstandsgesetz schon beträchtlich von der Erfahrung abzuweichen anfängt, sobald die Geschwindigkeit auf 100 Fuß (35,5 Meter) pro Secunde steigt und daß bei Fallhöhen von 321 Pariser Fuß (104,3 Meter) der Widerstand auf $1\frac{1}{2}$ zöllige Bleikugeln gerade noch einmal so groß ist, als die Theorie ihn angiebt.

Thibault (seiner Zeit Marinelieutenant in Brest) stellte (1826) die bereits S. 694 erwähnten Versuche in der atmosphärischen Luft mit einem Rotationsapparate an, welcher fast ganz dem gleich, den Borda (S. 735) benutzte. Die Entfernung von der Drehachse, in welcher Thibault bei seinen Versuchen kleine Flächen aus Cartonpappe befestigte, betrug in drei Fällen, wie bereits oben (S. 694) angegeben wurde, 1,37 Meter. Diese Versuche lieferten jedoch verschiedene Resultate, nicht nur bei verschiedener Flächengröße (mit Seitenlinien von $0^m,227$ bis $0^m,454$ Länge, sondern auch bei verschiedener Lage der Fläche (bei Rechtecken, je nachdem die große oder kleine Seite in der Richtung des Radius zu liegen kam, oder nicht). Diese und noch kleinere Flächen wurden in geringeren Distanzen von der Drehachse befestigt, zeigten aber ziemlich gleiche Widerstände bei gleichen Geschwindigkeiten. Ausführliches über diese Thibault'schen Versuche findet sich in den unten citirten Quellen¹⁾.

Noch andere interessante Versuche stellte Thibault mit hohlen cylindrischen Flächen und mit kleinen Flächen doppelter Krümmung (den von Wind gespannten Segelflächen ähnlich) an, worüber Poncelet in dem unten notirten Werke²⁾ berichtet.

Im Jahre 1831 veröffentlichte Professor Schmidt in Göttingen ein Buch unter dem Titel: „Theorie des Widerstandes der Luft bei der Bewegung der Körper“, worin besonders ein neues Luftwiderstandsgesetz aufgestellt wurde, was jedoch derartig complicirt war, daß selbst der um den wissenschaftlichen Theil der Ballistik sehr verdiente preußische Artillerieofficier Otto (später Generalmajor in Spandau), der sich von complicirten Rechnungen nicht leicht abschrecken ließ, darüber bemerkt, daß die mathematische Arbeit mit diesem Gesetze, durch ihre Mühsamkeit, ganz dazu angethan sei, um mit der Geduld Bankerott zu machen³⁾.

Später zeigte Otto, mit Hülfe der Methode der kleinsten Quadrate⁴⁾, daß das complicirte Schmidt'sche Gesetz, gegenüber den quadratischen, cubischen und anderen Gesetzen, den größten wahrscheinlichen

¹⁾ Duchemin, Experimental-Untersuchungen (deutsch von Schnuse), S. 161, §. 123, und Didion, *Traité de Balistique*, Pag. 31 etc.

²⁾ Poncelet, *Introduction à la mécanique industrielle*, Nr. 409 und 410. Beachtenswerth sind auch noch die Mittheilungen, welche Poncelet von den Thibault'schen Versuchen überhaupt in dem genannten Werke von Nr. 400 bis mit Nr. 402 machte.

³⁾ Otto, *Hilfsmittel für ballistische Rechnungen*. Berlin 1855, S. 20.

⁴⁾ Schlömilch, *Zeitschrift für Mathematik und Physik*. 11. Jahrgang (1866), S. 518.

Fehler liefert und deshalb zu rathen sei, von diesem Gesetze, als dem unvortheilhaftesten, ganz abzusehen.

Vom Jahre 1828 an datiren Arbeiten und Versuche des französischen Obersten Duchemin, die sich bis zum Anfange der vierziger Jahre erstreckten und deren Resultate zuerst in dem *Mémorial de l'artillerie*, Nr. 5 (1842) unter der Ueberschrift erschienen: „*Recherches expérimentales sur les lois de la résistances des fluides*“.

Die Art und Weise, wie Duchemin den Gegenstand auffaßt und bemüht ist, die allerdings durch oft ganz eigenthümliche Wendung gewonnenen mathematischen Theorien durch Experimente zu unterstützen oder zu vervollständigen, nimmt sehr für diese fleißige Arbeit ein (womit auch Duchemin einen desfallsigen, von der Pariser Akademie ausgesetzten Preis zu gewinnen hoffte), allein schließlich ist doch das Ergebniß nicht viel anders als das vieler seiner Vorgänger, d. h. es genügt das Ganze nicht und am allerwenigsten für die meisten und wichtigsten Fälle der practischen Verwendung.

Es muß hier genügen, auf zwei dieser Fälle hinzuweisen. Der erste betrifft den Normaldruck = N des schiefen Stoßes flüssiger Strahlen¹⁾, der nach Duchemin für atmosphärische Luft von der Dichte Δ , zufolge S. 580 dieses Buches, sein würde:²⁾

$$N = \frac{\Delta}{g} Q (V \pm v) \cdot \frac{2 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}.$$

Für geringe Geschwindigkeiten stimmten die Werthe dieser Formel allerdings mit den Beobachtungen innerhalb der Grenzen von $\alpha = 90^\circ$ bis $\alpha = 45^\circ$ überein, allein Duchemin beklagt es selbst³⁾, daß die Formel für sehr spitze Einfallswinkel bald beträchtlich größere, bald merklich kleinere Resultate als die Experimente liefert.

Unermüdlich in seinen Bestrebungen, bringt deshalb Duchemin geeignete und scheinbar selbst wissenschaftlich nachzuweisende Correctionen an und gelangt (unter Einführung unserer Bezeichnungen) schließlich zu der Formel:

$$N_1 = \frac{\Delta}{g} Q (V \pm v) \frac{2 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha} \left(1 \pm \frac{\cos^2 \alpha}{15 \sin^2 \alpha} \right).$$

Verglichen mit Versuchen von Vince⁴⁾ und Langsdorf⁵⁾ ergibt sich dann allerdings eine gute Uebereinstimmung.

Mit Bezug auf die aus Versuchen bei kreisförmiger Bewegung dünner Flächen von Hutton und Thibault gewonnenen Resultate gelangte Duchemin zu dem Schlusse⁶⁾ (wie früher schon Borda und

¹⁾ Sowohl im französischen Originale als in der (Schnuse'schen) Uebersetzung §. 53, 57 und 78.

²⁾ Poncelet in Nr. 403 seiner „*Introduction à la mécanique industrielle*“ bemerkt allerdings, daß der Hutton'sche Werth (§. 205, S. 701) $(\sin \alpha)^{1,842 \cos \alpha}$ zuweilen mit Vortheil durch den Duchemin'schen $\frac{2 \sin^2 \alpha}{1 + \sin^2 \alpha}$ zu ersetzen sei.

³⁾ Duchemin im „*Mémorial de l'artillerie*“, Nr. 5, §. 53. In der Schnuse'schen Uebersetzung, S. 63.

⁴⁾ Ebendasselbst, §. 54.

⁵⁾ Desgleichen, §. 56.

⁶⁾ Desgleichen, §. 80.

andere Beobachter): „daß die Verhältnisse der Widerstände unter übrigens gleichen Umständen für Luft und Wasser dieselben sind“.

Der zweite der oben erwähnten Fälle betrifft die theoretische Behandlung des Widerstandes der von krummen Flächen begrenzten Körper, wenn sich diese in einer ruhenden Flüssigkeit bewegen.

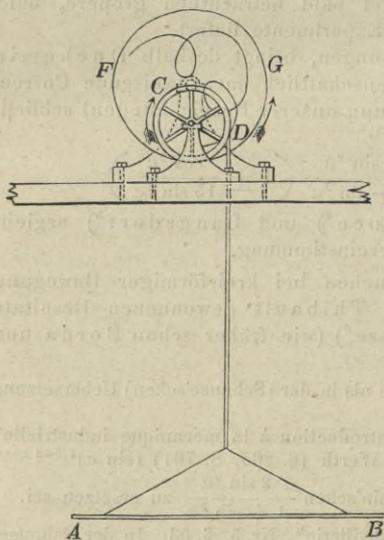
Wie in diesem Buche §. 207 berichtet wurde, basirte Duchemin diese Untersuchung auf folgenden Satz¹⁾:

„Der Druck, welcher auf die Einheit der vorderen Fläche an einer beliebigen Stelle ausgeübt wird, hat das Gewicht einer Flüssigkeitssäule zum Maaße, deren Höhe der doppelten, der Geschwindigkeit des Körpers entsprechenden Fallhöhe gleich ist, multiplicirt mit dem Cubus des Sinus vom Einfallswinkel des Elementes der Erzeugungslinie der vorderen Fläche des Körpers, in diesem Punkte, und dividirt durch das Quadrat des Sinus vom Einfallswinkel des Elementes dieser Erzeugungslinie, welches an der Achse des Körpers liegt“.

Wie ebenfalls §. 207 hervorgehoben wurde, läßt sich mittelst dieses Satzes zwar der Widerstand einiger von krummen Flächen begrenzter Körper berechnen und zwar derartig, daß die Resultate verhältnißmäßig gut mit der Erfahrung übereinstimmen; allein es ist deshalb keineswegs auf eine allgemeine Anwendbarkeit desselben zu schließen.

Von großer Bedeutung sind die vom Jahre 1835 an, auf Befehl des französischen Kriegsministers, in Metz angestellten Versuche der Artillerieofficiere Piobert, Morin und Didion.

Fig. 244.



Ueber die Versuche, betreffend den Widerstand dünner, mit geringer Geschwindigkeit in der Luft geradlinig bewegter Flächen (Platten), wurde bereits S. 693 gegenwärtigen Buches berichtet, was wir hier noch mit der Beschreibung des betreffenden Versuchsaapparates vervollständigen²⁾.

AB, in nebenstehender Fig. 244, bezeichnet eine der quadratischen Platten von 0^m,5 bis 1^m,0 Seitenlinie, welche man in horizontaler Lage an dem Ende einer seidenen Schnur von geringem Durchmesser befestigte. Gedachte Schnur war auf einer Rolle CD mit horizontaler Achse aufgewickelt, wobei letztere so weit vom Erdboden entfernt war, daß Fallhöhen von wenigstens 12 Meter beobachtet werden konnten.

¹⁾ Duchemin, a. a. O., §. 4 und §. 86.

²⁾ Didion, „Traité de Balistique“. Paris 1844, Pag. 33, §. 37.

Die betreffenden Geschwindigkeiten, die, wie schon S. 693 bemerkt, 9 Meter pro Secunde nicht überschritten, wurden entweder durch gehörige Zulagegewichte auf die Platte AB vergrößert, oder durch geeignete Gegengewichte vermindert.

Seitlich hinter der Rolle hatte man in verticaler Lage eine größere kreisförmige Platte FG aufgestellt, diese mit weißem Papier beklebt und ihr sodann durch ein Uhrwerk eine gleichförmige Drehbewegung ertheilt und zwar in entgegengesetzter Richtung der Schnurrolle CD .

Befestigte man dann an der Schnurrolle einen Schreibstift, so zeichnete dieser während der Bewegung krumme Linien (eine Art Epicykloiden), aus denen sich die Acceleration oder Beschleunigung der entstehenden ungleichförmigen Bewegung ableiten ließ. Diese Anordnung war streng genommen dieselbe, welche Morin bei seinen in den Jahren 1831 — 1833 in Metz angestellten Reibungsversuchen in Anwendung gebracht hatte und über welche in den unten angegebenen Quellen berichtet wird¹⁾.

Aus diesen Versuchen wurden die betreffenden Erfahrungscoefficienten, unter Berücksichtigung der Massen des Apparates und der bei der Bewegung auftretenden passiven Widerstände (Reibung und Seilbiegung), ganz auf demselben Wege berechnet, welchen Morin bei der Ermittlung der Reibungscoefficienten aus den vorerwähnten Versuchen einschlug.

Sehr ausführlich werden alle diese Rechnungen, welche die Versuche mit dem vorbeschriebenen Apparate, Fig. 244, erforderten, in dem *Mémorial de l'artillerie*, Nr. 5 (1842), Pag. 557 etc. mitgetheilt.

In derselben Quelle²⁾ wird auch über noch andere Versuchsergebnisse berichtet, welche durch die geradlinige Bewegung geneigter Flächen und durch die Drehbewegung von Flügelrädern gewonnen wurden.

Vom Jahre 1839 ab beginnen die berühmten Metzger Versuche zur Ermittlung der wichtigsten ballistischen Gesetze durch eine vom französischen Kriegsminister gebildete Commission (*Commission des principes du tir*), deren Hauptpersonen ebenfalls Piobert, Morin und Didion waren und die sich auf sphärische Projectile (vorzugsweise auf 12pfündige und 24pfündige Kanonenkugeln) erstreckten. Die secundlichen Anfangsgeschwindigkeiten variierten von 200 bis 650 Meter und wurden dieselben mittelst des ballistischen Pendels bestimmt.

Aus den Resultaten dieser Versuche ermittelte man (Meter und Kilogramm zur Einheit genommen) schließlich die Formel:

$$W = 0,027 \pi r^2 \frac{A}{A_1} V^2 \left(1 + \frac{V}{435} \right).$$

¹⁾ Nouvelles expériences sur le frottement, faites à Metz en 1831, 32 et 33. Deutsch bearbeitet von Brix im 16. Jahrgange (1837) der Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfließes in Preußen. Der betreffende Apparat wird auch beschrieben und abgebildet in der 3. Auflage der *Mechanik und Geostatik* des Verfassers, S. 26.

²⁾ Didion in seiner *Balistique*, §. 37, notirt, außer dem *Mémorial de l'artillerie*, noch ein „Mémoire présenté à M. le Ministre de la guerre et au concours pour le grand prix de Mathématique de l'Institut, sur la Résistance des fluides, par MM. Piobert, Morin et Didion, 1837“.

Später glaubte der sardinische Artillerieofficier Graf Paoli di San Roberto vorstehende Formel besser durch folgende ersetzen zu können:

$$W = 0,0387 \cdot \pi r^2 \frac{A}{A_1} V^2 \left[1 + \left(\frac{V}{696} \right)^2 \right].$$

In beiden Formeln ist r der Radius des Projectiles und A_1 die Dichte der atmosphärischen Luft für Zeit und Ort der Versuche.

Zweifel, welche über die Resultate der durch das ballistische Pendel bestimmten Anfangsgeschwindigkeiten der vorerwähnten Versuche erhoben wurden, veranlaßten die französische Artilleriecommission, die Versuche unter Anwendung eines von dem belgischen Major Navez¹⁾ erfundenen Apparates (pendule électro-balistique) zu wiederholen, wozu man wieder vorzugsweise 8pfündige und 24pfündige Kanonenkugeln benutzte und die secundlichen Geschwindigkeiten von 190 Meter bis 560 Meter variiren ließ.

Die Resultate dieser Versuche lieferten die Formel (Meter und Kilogramm wieder als Einheit vorausgesetzt):²⁾

$$W = 0,000142 \pi r^2 \frac{A}{A_1} V^3.$$

Von deutschen Experimentatoren über Wirkung und Widerstand atmosphärischer Luft sind aus dieser Zeit nur zwei zu verzeichnen, nämlich Magnus³⁾ in Berlin für artilleristische Zwecke und Weisbach⁴⁾ über den Stoß isolirter Luftstrahlen bei geringen Geschwindigkeiten.

Die Versuche von Magnus erstreckten sich namentlich auf die eigenthümlichen Erscheinungen bei der Umdrehung von Cylindern um ihre Achse (längliche Projectile) in der umgebenden Luft. Obgleich diese Magnus'schen Versuche von nicht geringem Werthe sind, so gehören sie doch einem Gebiete an, welches die Grenzen unseres Buches bei Weitem übertrifft.

Weisbach's Versuche über den Stoß isolirter Luftstrahlen gegen ebene und hohle Flächen (angestellt mit dem S. 590 beschriebenen, für den Wasserstoß in Anwendung gebrachten Apparate) bestätigten im Allgemeinen nur die bekannten Versuchsergebnisse anderer Experimentatoren.

In den Jahren 1868 und 1869 wiederholte man in St. Petersburg die Metzger Versuche⁵⁾ und zwar besonders deshalb, weil man bei letzteren Unregelmäßigkeiten wahrgenommen zu haben glaubte, die ihren Grund in der Verwendung des elektro-ballistischen Apparates von Navez haben sollten. Man ermittelte daher die Widerstände aus den in zwei verschiedenen Punkten der Flugbahn (Trajectorie) gemessenen Geschwindigkeiten⁶⁾, welche letztere mit Hilfe zweier elektrischer Chronographen des belgischen Officiers Le Boulengé⁷⁾ geschätzt wurden.

¹⁾ Archiv für preußische Artillerie- und Ingenieurofficiere. Bd. 54, S. 24 ff.

²⁾ Mayevski, „Traité de Ballistique“. Paris 1872, Pag. 37.

³⁾ „Ueber die Abweichung der Geschosse“. Berlin 1852 und Poggen-dorf's Annalen der Physik und Chemie, Bd. 88, S. 1.

⁴⁾ Bornemann's „Civilingenieur“. Bd. 8 (1862), S. 9.

⁵⁾ Mayevsky, „Ballistique“, §. 24.

⁶⁾ Didion, „Ballistique“, §. 44.

⁷⁾ Archiv für preußische Artillerie- und Ingenieurofficiere. Bd. 56, S. 189.

Dabei erstreckten sich die Versuche auf Kugeln aus glatten Kanonen und auf Bombenkanonen (canon à bombes), so wie auf Langgeschosse aus gezogenen Kanonen.

Aus diesen und noch anderen in England von Bashforth¹⁾ im Jahre 1868 angestellten Versuchen entwickelte Mayevski²⁾ folgende Formeln, die wohl als das Neueste ihrer Art betrachtet werden müssen.

Diese Formeln sind folgende fünf (dabei wieder Kilogramm und Meter als Einheiten vorausgesetzt):

a. Für sphärische Projectile.

$$W = 0,061 \pi r^2 \frac{A}{A_1} V^2 \text{ für secundl. Anfangsgeschw. von } 530^m \text{ bis } 376^m.$$

$$W = 0,012 \pi r^2 \frac{A}{A_1} V^2 \left[1 + \left(\frac{V}{186} \right)^2 \right] \text{ für secundl. Anfangsgeschw. von } 376^m \text{ und weniger.}$$

b. Für längliche Projectile.

$$W = 0,044 \pi r^2 \frac{A}{A_1} V^2 \text{ für secundl. Anfangsgeschw. von } 510^m \text{ bis } 360^m.$$

$$W = 0,000\ 000\ 000\ 0026 \pi r^2 \frac{A}{A_1} V^6 \text{ für secundl. Anfangsgeschw. von } 360^m \text{ bis } 280^m.$$

$$W = 0,012 \pi r^2 \frac{A}{A_1} V^2 \left[1 + \left(\frac{V}{488} \right)^2 \right] \text{ für secundl. Anfangsgeschw. von } 280^m \text{ und weniger.}$$

Die deutschen Autoritäten im Gebiete der wissenschaftlichen Ballistik, Otto (in Schlömilch's Zeitschrift für Mathematik und Physik, Jahrg. 1866, S. 515) und Haupt (in seiner Theorie der Flugbahnen gezogener Geschütze. Berlin 1876, S. 9), weisen nach, daß sich das sogenannte Luftwiderstandsgesetz $W = AV^3$ wissenschaftlich am besten und jedenfalls am einfachsten rechtfertigen lasse.

¹⁾ Proceedings of the Royal Artillerie Institution. Woolwich 1868.

²⁾ „Balistique“, §. 28.

³⁾ Bei den russischen Versuchen war $A_1 = 1,206$ Kilogramm und A berechnete man aus der Formel (§. 31 Mayevski):

$$A = 1,293 \frac{b - \frac{3}{8}F}{760(1 + \delta t)},$$

worin b die jedesmalige Barometerhöhe und F den Druck des nicht gesättigten Wasserdampfes von der Temperatur t bezeichnet, ferner $\delta = 0,00367$ ist.

Nachträge.

I. Bodendruck des Wassers.

Zu §. 11, Seite 26.

Aufmerksam gemacht auf die Behauptung im Handbuche der Ingenieur-Wissenschaften von Franzius und Sonne, Bd. III (Wasserbau), S. 879, daß die Mary'sche Formel (Annales des ponts et chaussées, 1832, 2, Pag. 96) zur Berechnung der Dicke eines Betonbodens, der einem von unten nach oben gerichteten Wasserdrucke zu widerstehen hat, auf mangelhafter theoretischer Basis beruhe, halte ich nachstehende Bemerkung für erforderlich.

Vor mir ist bereits Hagen der Mary'schen Berechnung gefolgt (Handbuch der Wasserbaukunst. Erster Theil, Abschnitt V. Zweite Auflage, S. 802 und Dritte Auflage, Bd. II, S. 344) und hat dabei zugleich nachgewiesen, daß die für einen besonderen Fall berechnete Dicke ganz der Erfahrung entsprach, d. h. die Bettung brach, wenn sich der Wasserstand über die bei der Berechnung zu Grunde gelegte Höhe erhob. Die Mary'sche Formel gab demnach nicht zu große Betonstärken.

Nichts destoweniger rühmt der Aufsteller der gedachten neuen Formel, daß letztere auf viel geringere Betonstärken führe und daß dies der practischen Idee zu danken sei, einen sogenannten Correctioncoefficienten $n = \frac{1}{2}$ bis $n = \frac{1}{4}$ für die wirksame Wasserdruckhöhe eingeführt zu haben.

Hiernach ist gedachte Formel, unsere in §. 11 gewählten Bezeichnungen beibehaltend:

$$\left[\frac{n(h+e)\gamma - eq}{12} \right] b^2 = \frac{ke^3}{6},$$

worin k die zulässige Beanspruchung eines Quadratmeters Beton, etwa $\frac{1}{8}$ der Druckfestigkeit, d. i. $k = 5000$ Kilo pro Quadratmeter bezeichnet.

Der Verfasser bedauert, der Ansicht nicht völlig beistimmen zu können, welche der Ableitung dieser Formel zu Grunde gelegt wird. Eine ganz streng mathematische Lösung der Aufgabe führt zu sehr complicirten Ausdrücken, nicht zu gedenken, daß es fraglich ist, ob

unsere gegenwärtige Erfahrung über den Widerstand von nur wenig elastischen Baumaterialien hierzu eine hinreichende Grundlage bietet.

Es dürfte nicht uninteressant sein, die Mary und Franzius Formel auf zwei verschiedene Fälle in Anwendung zu bringen, um aus den Endresultaten geeignete Schlüsse bilden zu können. Wir wählen hierzu die Beispiele gegenwärtigen Buches (S. 27) und das des Franzius, Wasserbau, S. 878.

Gegeben ist:

(Beispiel S. 27.)

$$\begin{aligned} b &= 9^m, 1 \\ h &= 4^m, 7 \\ \gamma &= 1000 \text{ Kil.} \\ q &= 1500 \text{ Kil.} \\ m &= 68256 \text{ Kil.} \end{aligned}$$

(Beispiel Franzius S. 878.)

$$\begin{aligned} b &= 20^m \\ h &= 4^m, 0 \\ \gamma &= 1000 \text{ Kil.} \\ \gamma_1 &= 2000 \text{ Kil.} \\ n &= \frac{1}{2} \text{ Kil.} \\ k &= 5000 \text{ Kil.} \end{aligned}$$

Man erhält:

$$\begin{array}{l|l} \text{nach Mary's Formel } e = 1^m, 34 & \text{nach Mary's Formel } e = 2^m, 06 \\ \text{" Franzius' " } e = 1^m, 90 & \text{" Franzius' " } e = 1^m, 30 \end{array}$$

II. Kreisproceß der mechanischen Wärmetheorie.

Zu §. 62, Seite 136.

Ein ehrenwerther, einsichtsvoller Recensent¹⁾ der ersten Hälfte gegenwärtigen Buches wünscht, daß ich im Druckfehlerverzeichnisse der zweiten Hälfte den S. 136 erörterten Kreisproceß schärfer definiren möchte. Ich glaube dem Wunsche dieses Herrn Collegen am Besten zu entsprechen, wenn ich Clausius' vortrefflichem Werke: „Die mechanische Wärmetheorie“, Zweite Auflage, wörtlich das entlehne, was dort S. 34, §. 9 unter der Ueberschrift: „Gleichungen für endliche Zustandsänderungen und Kreisprocesse“, über den fraglichen Gegenstand gesagt ist.

Es heißt daselbst also: Denken wir uns die Gleichung²⁾

$$(1) \quad dQ = A(dU + dW) \text{ oder } EdQ = dU + dW,$$

welche sich auf eine unendlich kleine Veränderung bezieht, für irgend eine endliche Veränderung, oder auch für eine Reihe von auf einander folgenden endlichen Veränderungen integrirt, so läßt sich das Integral des einen Gliedes sofort angeben. Die Energie U ist nämlich nur von dem gerade stattfindenden Zustande des Körpers, und nicht von der Art, wie er in denselben gelangt ist, abhängig. Daraus folgt, daß, wenn man den Anfangs- und Endwerth von U mit U_1 und U_2 bezeichnet, man setzen kann:

$$(2) \quad \int dU = U_2 - U_1.$$

Demnach läßt sich die durch Integration von (1) entstehende

¹⁾ Professor Dr. Weyrauch an der technischen Hochschule in Stuttgart in der Zeitschrift für Baukunde. Bd. II (1879), S. 684.

²⁾ Der Verfasser benutzt hier die in gegenwärtigem Buche, S. 136, gewählten Bezeichnungen.

Gleichung so schreiben:

$$(3) \quad E \int dQ = U_2 - U_1 + \int dW,$$

oder, wenn wir die beiden in dieser Gleichung noch vorkommenden Integrale $E \int dQ$ und $\int dW$, welche die während der Veränderung oder der Reihe von Veränderungen im Ganzen mitgetheilte Wärme und geleistete äußere Arbeit bedeuten, mit Q und W bezeichnen:

$$(4) \quad E \cdot Q = U_2 - U_1 + W.$$

Als speciellen Fall wollen wir annehmen, der Körper erleide eine solche Reihe von Veränderungen, durch die er schließlich wieder in seinen Anfangszustand zurückkommt. Eine solche Reihe von Veränderungen habe ich einen Kreisproceß genannt. Da in diesem Falle der Endzustand des Körpers derselbe ist, wie der Anfangszustand, so ist auch der Endwerth U_2 der Energie gleich dem Anfangswerthe U_1 , und die Differenz $U_2 - U_1$ ist somit gleich Null. Demnach gehen die Gleichungen (3) und (4) für einen Kreisproceß über in folgende:

$$(5) \quad E \int dQ = \int dW,$$

$$(6) \quad EQ = W.$$

Bei einem Kreisproceße ist also die dem Körper im Ganzen mitgetheilte Wärme (d. h. die algebraische Summe aller einzelnen im Verlaufe des Kreisprocesses mitgetheilten Wärmemengen, welche theils positiv, theils negativ sein können) einfach gleich der im Ganzen geleisteten äußeren Arbeit.

III. Schützenmündung unter Wasser.

Zu §. 104, Seite 273.

Auf meine Bitte verdanke ich Herrn Kunstmeister Bornemann in Freiberg, hinsichtlich der von Herrn Ingenieur Linnenbrügge in Hamburg erhobenen Einwendungen¹⁾ gegen die Brauchbarkeit der Bornemann'schen Formel zur Berechnung der Wassermengen, welche bei constanter Druckhöhe aus völlig unter Wasser gesetzten Schützenöffnungen fließen, nachstehende Mittheilungen. Eine ausführliche, den fraglichen Gegenstand betreffende Abhandlung Herrn Bornemann's wird noch in diesem Jahre (1880) in der Zeitschrift „Der Civilingenieur“ erscheinen.

In einer ersten Mittheilung (vom 25. März 1879) spricht sich Herr Bornemann über die Angelegenheit wie nachstehend aus:

„Der Weg, auf welchem Herr Linnenbrügge die Ausflußmenge der großen 3^m,40 breiten Schützenöffnung (unter Wasser) zu bestimmen gesucht, verdient recht sinnreich genannt zu werden, nur schade, daß für die zweite Mündung (Ausfluß in die freie Luft durch eine rechteckige Mündung mit Druckhöhe über der oberen Kante) von 1^m,0 Breite, welche ihm als Meßvorrichtung gedient hat, die richtigen Coefficienten fehlen!

¹⁾ „Civilingenieur“. Bd. XXV (1879), S. 25 ff.

²⁾ Betreffende Abbildungen in der notirten Zeitschrift „Der Civilingenieur“, Tafel III.

Herr L. legt die Lesbros'schen Coefficienten für eine Poncelet-Mündung von 20×20 (Centimeter) zu Grunde und bedient sich dann der Weisbach'schen Correction für partielle Contraction¹⁾. Wenn es nun Herrn L. bedenklich erschienen ist, den von mir bei einem $1^m, 13$ breiten Schutze beobachteten Ausflußcoefficienten zu benutzen, weil sich meine Versuche nur auf verhältnißmäßig geringe Druckhöhen und Wassermengen beziehen, so hätte es ihm wohl nicht viel weniger bedenklich erscheinen müssen, sich der Lesbros'schen Coefficienten zu bedienen, welche aus Versuchen mit so sehr viel kleineren Mündungen in der dünnen Wand hervorgegangen sind, er hätte auch in der Anwendung der Weisbach'schen Correction zweifeln sollen, da die letzteren sich nur auf vier Versuche mit einer Poncelet-Mündung von 20×10^m bei 20 bis 26^m Druckhöhe basiren.

Wenn Herr L. ferner glaubt, einen neuen Weg für die Berechnung des Ausflusses bei Schützen unter Wasser (= A) angegeben zu haben, so befindet er sich im Irrthum. Er berechnet nämlich zuerst aus der mit Hülfe des zweiten Schützens²⁾ (Durchlaßschützen = B mit directem Ausflusse in die freie Luft) ermittelten Wassermenge den Ausflußcoefficienten $\mu_1 = \frac{Q}{ab \sqrt{2gp_1}}$, dann führt er eine ideelle Druckhöhe = h ein, bei welcher unter Annahme des Ausflußcoefficienten 0,65 dieselbe Ausflußmenge stattfinden, also $h = \left(\frac{Q}{0,65 \cdot ab \sqrt{2g}} \right)^2$ sein würde.

Demgemäß ist $h = \left(\frac{\mu_1}{0,65} \right)^2 p_1$. Nun setzt Herr L.

$$h = \alpha p_1 + \beta p_1 \left(\frac{T - p_1}{T} \right)^2,$$

worin T die Tiefe der Schützenunterkante bei A unter Oberwasser ist und α und β noch zu bestimmende Constanten bedeuten, was jedoch dasselbe ist, als wenn man

$$\left(\frac{\mu_1}{0,65} \right)^2 = \alpha + \beta \left(\frac{T - p_1}{T} \right)^2, \text{ oder}$$

$$\mu_1^2 = \alpha_1 + \beta_1 \left(\frac{T - p_1}{T} \right)^2$$

schreibt.

Somit kommt schließlich doch auch Alles darauf an, eine Formel für den Ausflußcoefficienten zu finden⁴⁾.

Unterm 28. März 1880 hatte Herr Bornemann ferner die Güte, aus einer ausführlichen, der Redaction des „Civilingenieurs“ zu gedachter Zeit bereits eingesandten Arbeit „Ueber den Ausfluß durch breite unter Wasser gesetzte Schützenöffnungen“, mir seine neue Formel für den

¹⁾ Mittelwerth aus Versuchen Bidone's und Weisbach's (S. 275):

$$\mu_n = \mu \left[1 + 0,155 \cdot \frac{n}{p} \right] \text{ für rechteckige Mündungen.}$$

²⁾ „Civilingenieur“, Bd. XXV. (1879), Taf. III, Fig. 1, woselbst dieser zweite Schützen durch den Buchstaben B markirt ist.

betreffenden Ausflußcoefficienten μ mitzuthellen, welche also lautet:

$$\mu = 0,43479 + 0,25666 \sqrt{\frac{a}{h_1 + \frac{a}{2}}} + 0,03121 \frac{1}{\left(h_2 + \frac{a}{2}\right)} \sqrt{\frac{1}{b}}.$$

Die Bezeichnungen haben folgende Bedeutung. Es ist:

h_1 die Druckhöhe des Oberwasserspiegels } über der obern
 h_2 " " " " Unterwasserspiegels } Mündungskante
 a " Höhe der Mündung und
 b " lichte Weite.

Diese Formel ist auf 63 Versuche basirt bei Mündungen von $0^m,52$, $0^m,78$ und $1^m,0$ Weite, Druckhöhen h_1 von $0^m,049$ bis $0^m,415$ und h_2 von $0^m,042$ bis $0^m,264$ und wobei secundliche Wassermengen von 48 bis 135 Liter zur Anwendung gekommen sind.

Allerdings bleibt es immerhin fraglich, ob bei größeren Druckhöhen sich bestätigen würde, daß der Ausflußcoefficient als Function der Verhältnisse

$$\sqrt{\frac{a}{h_1 + \frac{a}{2}}} \text{ und } \frac{\sqrt{\frac{1}{b}}}{h_2 + \frac{a}{2}}$$

anzusehen ist.

Ersteres hat variirt von 0,282 bis 1,205, letzteres von 4,045 bis 9,093.

IV. Wasser- und Arbeitsverlust bei sogenannten Ringkolben ohne Liderung.

Zu §. 105, Partielle Contraction.

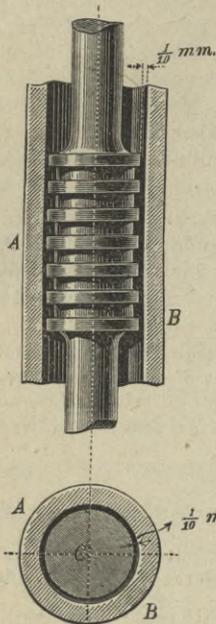
Seit Bearbeitung der §§. 83 (Verengungen und Erweiterungen im Innern der Gefäße) und 105 (Partielle Contraction) dieses Buches, hat der Verfasser mehrfach Gelegenheit gehabt, sich von der Nützlichkeit, für practische Zwecke, der Grashof'schen Untersuchungen zu überzeugen, welche derselbe im 1. Bande seiner „Theoretischen Maschinenlehre“, S. 475, über die Vergrößerung des Widerstandes durch mehrfache Querschnittsänderungen, angestellt hat. Es betrifft dies namentlich den speciellen Fall, wenn man den Wasser- und Arbeitsverlust bestimmen soll, welchen sogenannte Ringkolben ohne Liderung, Fig. 245 und Fig. 246, mit sich führen¹⁾.

Nach S. 226 dieses Buches läßt sich für den Verlust an Druckhöhe $= z$ bei $n + 1$ Verengungen und n Erweiterungen, in dem Gefäße, worin Wasser fließt, setzen:

$$(1) \quad z = \left\{ (n + 1) \left(\frac{1}{a} - 1 \right)^2 + n \left(1 - \frac{A}{A_1} \right)^2 \right\} \frac{V^2}{2g},$$

¹⁾ Die Abbildungen beziehen sich auf die Kolben, welche bei der Jordanschen Wassersäulenmaschine im Marienschachte (Bd. 1, S. 452 der zweiten Auflage meiner Allgem. Maschinenlehre) in Anwendung gebracht wurden.

Fig. 245 und 246.



oder wenn der Werth $\frac{A}{A_1}$ als klein genug außer Acht gelassen wird:

$$(2) \quad z = \left\{ (n+1) \left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2 + n \right\} \frac{V^2}{2g}.$$

Da jedoch die innere Contraction beim Eintritte in die engeren Abtheilungen nur partiell stattfindet, so ist der Contractioncoefficient α nach §. 105 durch den Mittelwerth zu ersetzen:

$$\alpha_1 = \alpha \left[1 + 0,155 \cdot \frac{n}{p} \right],$$

oder, weil im fraglichen Falle $n = \frac{1}{2}$ und $p = 1$ angenommen werden kann:

$$(3) \quad \alpha_1 = \alpha \left[1 + \frac{0,155}{2} \right] = 1,077 \alpha.$$

Führt man daher für α den Werth 0,64 ein, so ergibt sich:

$$(4) \quad \alpha_1 = 1,077 \cdot 0,64 = 0,689,$$

folglich ist:

$$\left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2 = \left(\frac{1}{0,689} - 1 \right)^2 = (0,45)^2 = 0,2025,$$

oder genau genug

$$\left(\frac{1}{\alpha} - 1 \right)^2 = 0,20 \text{ und somit}$$

$$z = \left\{ 0,20 (n+1) + n \right\} \frac{V^2}{2g}, \text{ d. i.}$$

$$(5) \quad z = \left\{ 1,20 n + 0,20 \right\} \frac{V^2}{2g},$$

wie Grashof in seiner „Theoretischen Maschinenlehre“, Bd. 1, S. 476 findet.

Der Widerstandcoefficient = η , nach §. 84, S. 226, läßt sich daher auch setzen:

$$(6) \quad \eta = 1,20 n + 0,2,$$

so daß für z erhalten wird:

$$z = \eta \frac{V^2}{2g}.$$

Bezeichnet nun q den bei der vorhandenen Druckhöhe H entstehenden Wasserverlust, wenn a_0 der Durchflußquerschnitt ist, so ist

$$(7) \quad q = \mu a_0 \sqrt{2gH}$$

anzunehmen und nur noch bestimmte Auskunft über μ zu geben.

Hierzu setzen wir mit Grashof zunächst $\mu = \psi$ (S. 220, §. 82) und finden ψ (zufolge der Note 3, S. 674) aus der Gleichung

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{1 + \eta}}.$$

Für den speciellen Fall der Wassersäulenmaschine im Marienschachte ist nun beim Treibkolben dieser Maschine (wonach unsere Figuren 245 und 246 gezeichnet sind) $n = 6$ und $n + 1 = 7$ (d. h.

es sind 6 Vertiefungen und 7 Erhöhungen vorhanden), daher

$$\eta = 1,20 \cdot 6 + 0,2 = 7,40, \text{ folglich}$$

$$\psi = \frac{1}{\sqrt{8,40}} = 0,345.$$

Bei der genannten Maschine ist ferner¹⁾ die lichte Weite des Kolbencylinders AB (Fig. 245) $d = 0^m,31132$ und der größte Durchmesser $= d_1$ des Kolbens C (Fig. 246) $d_1 = 0^m,31112$, folglich ist auch:

$$a_0 = \frac{\pi}{4} (d^2 - d_1^2) = 0,785 \cdot 0,0001245, \text{ d. i.}$$

$$a_0 = 0,00009773 \square^m.$$

Da endlich $H = 340^m,77$ angenommen werden kann, so folgt schließlich aus (7):

$$q = 0,345 \cdot 0,00009773 \sqrt{2g \cdot 340,77}, \text{ oder}$$

$$q = 0,345 \cdot 0,00009773 \cdot 4,43 \sqrt{340,77}, \text{ d. i.}$$

$$q = 0,002757 \text{ Cubikmeter pro Secunde.}$$

Sonach ergibt sich endlich der secundliche Arbeitsverlust \mathcal{H}_0 zu:

$$\mathcal{H}_0 = 1000 qH = 2,757 \cdot 340,77 = 939^{mk},6,$$

oder zu:

$$N_0 = \frac{939,5}{75} = 12,6 \text{ Maschinenpferde.}$$

V. Neues Mundstück an der Herrenhäuser großen Fontäne.

Zu §. 175, Seite 565.

Den conischen Einsatz D , Fig. 190, hat man seit einiger Zeit ganz entfernt, weil er eine Verdrehung und Zusammenziehung des ausgetretenen Strahles bewirkte. Dafür wurde bei D einfach eine ebene Deckplatte eingesetzt, auf deren äußeren Umfang ein erhöhter ($= 30^{mm}$) Rand gebildet und ein eben solcher Rand im Umfange von EE angebracht, so daß der emporsteigende Strahl einen Hohleylinder von 420^{mm} äußeren Durchmesser und von $41\frac{1}{2}^{mm}$ Wanddicke bildet. Jede Verdrehung und Zusammenziehung des Strahles ist damit weggefallen und die colossale Wassermasse tritt als schöner, durchsichtiger Strahl aus der Mündung.

VI. Woltmann'scher Flügel mit Zeichengebung durch Schallübertragung von Prof. v. Wagner.²⁾

Zu §. 126.

Die Anwendung von Elektromagnetismus zur Zeichengebung bei Woltmann'schen Flügeln ist trotz ihrer vielen Vortheile mit manchen Unzuträglichkeiten verknüpft und namentlich gehören oft recht unan-

¹⁾ Hoppe, „Theoretische Erörterungen über die Zwillingswassersäulenpumpen im Königin-Marienschachte bei Clausthal“. Zeitschrift für Berg-, Hütten- und Salinenwesen. Bd. XXVI (1879), S. 208.

²⁾ Deutsche Bauzeitung, Jahrg. 1880, Nr. 43, S. 229.

genehme Störungen beim Gebrauche derartiger Instrumente keineswegs zu den Seltenheiten. Diese Umstände haben Herrn Professor v. Wagner in Braunschweig veranlaßt, einen Woltmann'schen Flügel zu construiren, bei welchem die Signalgebung durch einfache Schallübertragung bewirkt wird. Zu diesem Zwecke ist mit der Flügelwelle des mit zwei nach einer Schraubenfläche gekrümmten Flügeln versehenen Instruments durch ein Scharnier ein kleiner Hammer verbunden, welcher an der Drehung theilnimmt und bei jeder Umdrehung einmal gegen einen im Gehäuse der Flügelwelle angebrachten, ungeglühten Eisendraht schlägt. Der hierdurch entstehende Ton wird durch einen zweiten, mit dem ersten mittelst einer Klemme verbundenen Draht nach dem Standorte des Beobachters geleitet und hier durch einen kleinen Resonanzkasten bedeutend verstärkt, so daß derselbe selbst bei größeren Entfernungen dem Ohre deutlich wahrnehmbar ist. Durch jedesmalige Registrirung der kurz auf einander in gleichen Zeiträumen folgenden Schläge erhält man unmittelbar die Zahl der Flügelumdrehungen während einer gewissen Versuchszeit, und kann aus dieser dann wieder die betreffende Wassergeschwindigkeit in der bekannten Weise ermitteln. — Störungen sind beim Gebrauche des Instruments kaum zu befürchten, doch hat man die Vorsicht anzuwenden, weiche Körper nicht mit dem Leitungsdraht in Berührung zu bringen, da sonst der Ton erheblich abgeschwächt wird.

Herr Hofmechanikus Schmidt in Braunschweig hat der technischen Hochschule in Hannover einen Woltmann'schen Flügel mit v. Wagner'scher akustischer Signalvorrichtung für den Preis von 200 M. geliefert.

VII. Middendorfs Formeln zur Berechnung des Schiffswiderstandes und der Arbeitsleistung der Schiffsdampfmaschine.¹⁾

Zu §. 188, Seite 630.

Die Unzuverlässigkeit der bislang bekannten Formeln zur Berechnung des Schiffswiderstandes und der Arbeitsleistung der Schiffsmaschinen gab nach den Experimenten von Froude Veranlassung, den Reibungswiderstand der benetzten Oberfläche bei der Bestimmung des Gesamtwiderstandes besonders zu berücksichtigen.

Gewöhnlich zerlegt man den Widerstand, den ein Schiff bei der Fortbewegung im Wasser erfährt, in folgende Einzelwiderstände: Formwiderstand, Reibungswiderstand, Widerstand durch Wellenbildung und Luftwiderstand. Bei ruhigem Wetter und ruhigem, tiefen und seitlich unbegrenztem Wasser sind die beiden erstgenannten die bedeutendsten. Die Widerstände der Wellenbildung und der Luft können unter gewöhnlichen Verhältnissen mit dem Formwiderstand combinirt werden; für ungewöhnliche Formen des Schiffes und bei Schiffen mit großen Aufbauten sind jedoch diese Widerstände besonders zu berücksichtigen.

¹⁾ Der Verfasser verdankt diesen Nachtrag Herrn Oberingenieur Middendorf, Dirigenten der Schiffsbauabtheilung, Maschinenfabrik Actiengesellschaft „Weser“ in Bremen. Herr Middendorf machte seine theoretischen Studien von 1859 bis 1863 an der technischen Hochschule in Hannover.

Wenn es nun auch wirklich gelingen sollte, mathematisch zuverlässige Formeln für den Formwiderstand und für den Widerstand, der durch Wellenbildung entsteht, aufzustellen, so ist doch mit Sicherheit anzunehmen, daß derartige Formeln nicht die für die Praxis erforderliche Einfachheit besitzen können. Die genaue Bestimmung des Reibungswiderstandes bei dem jetzt vorherrschenden Baumaterial — Eisen, Holz, Metallbeschlag — ist aber unmöglich, weil sich die Beschaffenheit der Oberfläche fortwährend durch Oxydation, Anwachsen etc. ändert und sogar von der Qualität des Anstrichs abhängig ist.

Man kann daher den Gesamtwiderstand eines Schiffes nicht theoretisch genau bestimmen und muß zu empirischen Formeln seine Zuflucht nehmen.

In den nachstehenden Formeln ist der Form- und Wellenbildungswiderstand im Allgemeinen nach der Nystrom'schen Methode¹⁾, unter Veränderung der Coefficienten, ermittelt und der Reibungswiderstand besonders bestimmt, bei welchem letzteren aber nicht eine vollständig reine und glatte Oberfläche vorausgesetzt ist, sondern eine mittelmäßig gut erhaltene, wie sie in Wirklichkeit bei Schiffen vorkommt. Man wird daher bei sorgfältig gereinigten und neu gestrichenen Oberflächen, wie sie meistens bei Probefahrten vorhanden sind, und bei ganz vorzüglich construirten Propellern eine etwas größere Geschwindigkeit erwarten dürfen.

Es bezeichne:

L die Länge des Schiffes in der Wasserlinie über Steven in Metern,

B die größte Breite des Hauptspanten in Metern,

O das Areal des Hauptspanten in Quadratmetern,

F die eingetauchte Oberfläche " "

a die Fläche des Propellers " "

(die Kreisfläche der Schraube, die Fläche zweier Radschaufeln, der Querschnitt der Ausströmungsröhren bei hydraulischen Propellern),

v die Geschwindigkeit des Schiffes in Metern pro Secunde,

W den Gesamtwiderstand des Schiffes in Kilogramm,

*W*₁ " Formwiderstand " " " "

*W*₂ " Reibungswiderstand " " " "

*N*_i die indicirten Pferdestärken der Maschine,

*N*_e " effectiven " " "

k, *m*, *ε* und *η* constante Werthe.

Dann ist:

$$I. \quad W_1 = 11 \cdot \frac{O \cdot B}{\sqrt{B^2 + mL^2}} \cdot v^{2,5}.$$

¹⁾ S. 628.

Displacement <i>O. L.</i>	<i>m</i>	Displacement <i>O. L.</i>	<i>m</i>
0,7		0,80	1,62
und darunter	2,00	0,81	1,50
0,71	1,99	0,82	1,42
0,72	1,98	0,83	1,32
0,73	1,96	0,84	1,18
0,74	1,93	0,85	1,06
0,75	1,89	0,86	0,90
0,76	1,85	0,87	0,74
0,77	1,81	0,88	0,55
0,78	1,75	0,89	0,31
0,79	1,69	0,90	0,02

Der Reibungswiderstand wird dargestellt durch die Formel:

$$\text{II. } W_2 = 0,17 \cdot F \cdot v^2.$$

(Für sehr gute Oberflächen, z. B. Kupferbeschlag, ist $W_2 = 0,17 \cdot F \cdot v^{1,85}$.)
Der Gesamtwiderstand demnach:

$$\text{III. } W = W_1 + W_2 = 11 \frac{O \cdot B}{\sqrt{B^2 + mL^2}} \cdot v^{2,5} + 0,17 \cdot F \cdot v^2.$$

Für Schleppdampfer ist, wenn Z den Zug in der Schlepptrasse bezeichnet:

$$W = W_1 + W_2 + Z.$$

Bezeichnet u die Geschwindigkeit des Propellers, so ist der von dem Propeller auf das Wasser ausgeübte Druck $= W = \varepsilon \cdot a \cdot (u - v)^2$, also

$$u = v + \sqrt{\frac{W}{\varepsilon a}},$$

mithin ist die erforderliche Leistung der Schiffsmaschine $= W \cdot u = 75 N_e$, demnach:

$$N_e = \frac{W \cdot u}{75}.$$

Für $\varepsilon = 160$ angenommen, gibt:

$$\text{IV. } N_e = \frac{W}{75} \left(v + \sqrt{\frac{W}{160 \cdot a}} \right)$$

die effectiven Pferdekräfte der Maschine.

Die oben mit u bezeichnete Geschwindigkeit des Propellers kann zur Construction des letzteren nicht ohne Weiteres benutzt werden, weil der Propeller eines Schiffes aus practischen Gründen sehr nahe am Schiff angebracht werden muß und die Wassertheile in unmittelbarer Nähe des Fahrzeuges mit diesem fortgezogen werden. Beim Schraubpropeller, der nicht allein nahe am Schiff, sondern auch im Bereich des Kielwassers arbeitet, kommt es sogar oft vor, daß die Geschwindigkeit (Vorrückung) der Schraube gleich und mitunter kleiner wird als die Geschwindigkeit des Schiffes, daß also der Rücklauf (Slip) $= 0$

oder negativ wird. Bei der Construction des Propellers muß daher ganz besonders auf diese Erscheinung Rücksicht genommen werden.

Für gewöhnliche Hoch- und Niederdruckmaschinen mit zwei Cylindern ist, wenn $N_e = \eta N_i$, also $N_i = \frac{N_e}{\eta}$ gesetzt wird, der Werth von η aus nachstehender Tabelle zu finden:

N_i	η	N_i	η
30—40	0,61	800—900	0,76
40—60	0,62	900—1000	0,77
60—80	0,63	1000—1200	0,78
80—100	0,64	1200—1400	0,79
100—150	0,65	1400—1600	0,80
150—200	0,66	1600—2000	0,81
200—250	0,67	2000—2500	0,82
250—300	0,68	2500—3000	0,83
300—350	0,69	3000—3500	0,84
350—400	0,70	3500—4000	0,85
400—450	0,71	4000—5000	0,86
450—500	0,72	5000—6000	0,87
500—600	0,73	6000—7000	0,88
600—700	0,74	7000—8000	0,89
700—800	0,75	8000 und darüber	0,90

Noch vor Vollendung des Satzes gegenwärtigen Bogens macht mir Herr Middendorf nachstehende wichtige Mittheilungen:

1) Erklärt derselbe, daß Nystrom's Formel für kurze Schiffe zu hohe Widerstandswerthe giebt. Für flachgehende Schiffe, d. h. Schiffe, die auf sehr flachem Wasser fahren, es aber überhaupt keine Formel existirt, die nur annähernd mit der Wirklichkeit stimmt.¹⁾

2) Macht mich derselbe Freund auf eine Arbeit des Herrn Marine-Ingenieurs Rauchfuß in Kiel aufmerksam, welche zuerst im Beihefte Nr. 28 zum Marineverordnungsblatte erschien, dann aber als besonderer Abdruck, im Verlag von Siegfried Mittler & Sohn in Berlin (1880), Jedermann zugänglich gemacht wurde.

Diese Arbeit ist jedenfalls beachtenswerth und werthvoll, auch Herr Middendorf bezeichnet sie als sehr interessant, bemerkt jedoch auch, daß die Handhabung der betreffenden Formel etwas umständlich ist.

Fast ganz im Sinne Froude's (S. 620) hält Rauchfuß es für entsprechend, den Gesamtwiderstand $= R_t$ eines Schiffes in vier verschiedene Theile (statt Froude in drei Theile) zu zerlegen, nämlich in den Reibungswiderstand $= R_f$, den Luftwiderstand $= R_a$, den Wirbel und Wellen bildenden Widerstand $= R_w$ und in den Stauwasserwiderstand $= R_v$, so daß sich für den Gesamtwiderstand die

¹⁾ Eine practische Aushilfe dürfte Redtenbacher's Formel (S. 612 und S. 616) bieten.

Gleichung ergibt:

$$R_t = R_f + R_a + R_w + R_b.$$

Der von Rauchfuß noch zu den Froude'schen Werthen gefügte Widerstand R_b ist der Widerstand des Stauwassers vorn am Bug des Schiffes, welcher Widerstand eigentlich zum Form und Wellenbildungswiderstand gerechnet werden kann.

Für metrisches Maaß und Kilogramme, v die Geschwindigkeit in Knoten, gelangt Rauchfuß schließlich zu folgenden Formeln:

$$\text{I. } R_t = 0,0471 F v^{1,83} + 0,0215 A v^2 + 1,842 v^2 \int ds \sin^3 \alpha + \\ + 0,00481 v^6 \int dl \sin^7 \alpha.$$

In Pferdekraften = N (zu 75 Sekunden Meterkilogramm):

$$\text{II. } N = \frac{323 F v^{2,83}}{1\,000\,000} + \frac{147 A v^3}{1\,000\,000} + 0,0126 v^3 \int ds \sin^3 \alpha + \frac{33,0 \cdot v^7 \int dl \sin^7 \alpha}{1\,000\,000}.$$

Hierin bedeutet F die benetzte Schiffsschale, A die Fläche des Luftwiderstandes (der über Wasser liegenden Schiffsteile), ds ein Element der Fläche des eingetauchten Schiffskörpers und α den kleinsten Winkel, welchen dies Flächenelement mit der Bewegungsrichtung bildet¹⁾ und endlich dl ein Curvenelement der oberen Wasserlinie.

Für die Zwecke practischer Rechnungen liefert Rauchfuß Tabellen der Integrale $\int ds \cdot \sin^3 \alpha$ und $\int dl \sin^7 \alpha$ und zeigt deren Anwendung für verschiedene Schiffe der englischen und deutschen Kriegsmarine.

Letzterer Schiffsgattung entlehnen wir zwei Beispiele, woraus zu erkennen ist, wie sich die gesammte in Pferdekraften ausgedrückte widerstehende Arbeit = N_w auf die vier verschiedenen Widerstände vertheilt.

1) Bei der deutschen Dampf-Panzerfregate „König Wilhelm“:	
Reibungsarbeit	1580,2
Luftwiderstand	171,1
Wirbel und Wellen	902,2
Stauwasser	922,3
$N_w =$	3575,8

} Die indicirte Pferdekraft
} war $N_i = 8345$ bei
} $v = 14,723$ (Knoten).

Daher der Wirkungsgrad²⁾ = $g = \frac{N_w}{N_i} = 0,428$.

2) Bei dem deutschen Kanonenboote „Cyklop“:

Reibungswiderstand	57,6
Luftwiderstand	4,0
Wirbel und Wellen	23,5
Stauwasser	2,3
$N_w =$	87,4

} Die indicirte Pferdekraft
} war $N_i = 245$ bei
} $v = 8,831$ (Knoten).

Daher der Wirkungsgrad = $g = \frac{N_w}{N_i} = 0,357$.

Schließlich sei noch erwähnt, daß Rauchfuß auf ein Werk Berthin's „Notice sur la marine à vapeur“ aufmerksam macht und solches als eine compendiöse, aber geistvolle Arbeit bezeichnet. Dem Verfasser war dies Werk seither unbekannt.

¹⁾ In unserer Fig. 227 (S. 709) ist dieser Winkel mit ϕ bezeichnet.

²⁾ Mit Bezug auf Propeller, Rücklauf und die Dampfmaschine.

VIII. Froude's Formel ¹⁾ zur Berechnung des Winddruckes gegen die Segelfläche eines Schiffes.

Zu §. 203, S. 693, Nr. 3.

Nach Versuchen Froude's kann man den Druck = P in engl. Pfunden auf die Segelfläche von F engl. Quadratfuß nach folgender Formel berechnen, wenn die secundliche Windgeschwindigkeit mit V bezeichnet wird:

$$P = 0,0017 FV^2.$$

Ist also beispielsweise $F = 24500$ Quadratfuß ²⁾ und beträgt die durch ein Anemometer gemessene Windgeschwindigkeit 10 Knoten pro Stunde, so ist $V = \frac{6086,4 \cdot 10}{3600} = 16,90$ Fuß und daher

$$P = 0,0017 \cdot 24500 (16,9)^2 = 11895 \text{ Pfund.}$$

Die pro Secunde verrichtete Arbeit = \mathfrak{A} des Windes würde so nach betragen

$$\mathfrak{A} = PV = 11895 \cdot 16,9 = 201036 \text{ Fußpfund oder}$$

$$N = \frac{\mathfrak{A}}{550} = \frac{201036}{550} = 366 \text{ Maschinenpferdekräfte.}$$

¹⁾ White, Manual of Nav. Arch. Deutsch von Schlick und v. Hüllen unter dem Titel „Handbuch für Schiffbau“, Abschnitt XII, S. 515 und 516.

²⁾ Hierbei sind 7 Quadratfuß Segelfläche für jede engl. Tonne des Schiffs-deplacements (Gewicht des vom Schiffe verdrängten Wassers) gerechnet, also ein Schiff von 3500 Tonnen vorausgesetzt.

Berichtigungen.

- S. 2, Z. 11 und Z. 13 von unten ist Pictet statt Pietet zu schreiben.
- S. 2, Z. 16 von unten muß es heißen: „Nachdem man am Anfange dieses Jahrhunderts dahin gelangt war, verschiedene Gase tropfbar zu machen etc.“
- S. 3, im Haupttexte Z. 4 von unten lies: auf Böden und Wände der Gefäße drücken.
- S. 4, Note Z. 5 von unten lies: regelt statt reget.
- S. 6, Z. 6 von unten ist Wüllner statt Wülbern zu setzen.
- S. 8, im Haupttexte Z. 10 von unten lies: einen Kolben R (in einem Rohre NQ) vom Querschnitte $= na$.
- S. 10, Z. 14 von oben lies: als, statt also.
- S. 10, Z. 3 von unten lies: $\frac{4x}{d^2\pi} D\pi H$ statt $\frac{4x}{d^2\pi} D\pi h$.
- S. 12, im Haupttexte Z. 7 von unten lies: $\frac{wa}{b} \cdot \frac{d^2\pi}{4}$ statt $\frac{wa}{a} \cdot \frac{d^2\pi}{4}$.
- S. 12, im Haupttexte Z. 5 von unten lies: $\frac{wa}{b} \frac{d^2\pi}{4}$ statt $\frac{wa}{b} \frac{d^2\pi}{4}$.
- S. 15, Z. 4 von unten ist das Wort „nur“ zu streichen.
- S. 16, Z. 9 von oben lies: $\left[p + \left(\frac{dp}{dz} \right) dz \right]$ statt $\left[p + \left(\frac{dp}{dy} \right) dz \right]$.
- S. 21, Z. 21 von oben lies: ME statt MB .
- S. 26, Z. 4 von unten lies: $\frac{m}{3} \cdot 1 \cdot e^2$ statt $\frac{m}{8} \cdot 1 \cdot e^2$.
- S. 26, Z. 4 von unten ist R statt N zu setzen.
- S. 27, Z. 4 von oben lies: $e = 1^m, 34$ statt $1^m, 4$.
- S. 32, im Haupttexte Z. 6 von unten, ist statische statt statistische zu schreiben.
- S. 85, Note 2 ist die Angabe von neueren Werken, welche die Stabilität der Schiffe behandeln, noch durch Lutschaunings „Theorie des Schiffes“ (S. 627) und White's „Handbuch des Schiffbaues“ (S. 629) zu ergänzen.
- S. 108, Note 1 muß es $\mu\alpha\nu\acute{o}\varsigma$ statt $\mu\alpha\nu\acute{o}\rho$ heißen.
- S. 108, Note 2 muß es $\beta\acute{\alpha}\rho\acute{\upsilon}\varsigma$ statt $\beta\acute{\alpha}\rho\acute{o}\varsigma$ heißen.
- S. 110. In der Auflösung des Beispiels ist zu setzen:
- $$p = \frac{P}{4} + 1 = 21,2785 \text{ Kil.}$$
- S. 111, Z. 10 von unten ist zu schreiben:
- $$v_1 = v_0 (1 + \delta t_1) \text{ und } v_2 = v_0 (1 + \delta t_2).$$
- S. 111, im Haupttexte Z. 9 von unten lies: Volumina statt Voluminas.
- S. 111, im Haupttexte Z. 1 von unten lies: $\frac{A_1}{A_2}$ statt $\frac{A_1}{A_2}$.
- S. 111, Note 1 statt geschichtlichen ist geschichtliche zu setzen.
- S. 112, Z. 21 von oben schreibe man 7990 statt 7992,655.

S. 115, Z. 20 von oben lies:

$$x = \frac{a + b + h}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{a + b + h}{2}\right)^2 - ah}.$$

S. 118, Zusatz 1 muß überall π' statt π_1 stehen.

S. 118. In Gleichung (1) und den zugehörigen Werthen muß es analog der Fig. 61 heißen \overline{HK} statt \overline{GK} .

S. 119 fehlt in der Gleichung I beim Factor $\lambda - x_{n-1}$ die hintere Klammer.

S. 120, Z. 11 von oben lies:

$$x_2 = x_1 \left(\frac{V}{V + v} \right) = b \left(\frac{V}{V + b} \right)^2 \text{ statt } = b \left(\frac{V}{V + v} \right).$$

S. 120, Z. 16 von oben lies: $x_n = \left(\frac{V + nv}{V} \right) \cdot b$ statt $x_n = \left(\frac{V + nv}{V} \right)$.

S. 121, Z. 14 von oben setze man UF' statt AF' .

S. 122, Z. 19 von unten muß es heißen: $\mathcal{U} = \mathcal{U}_c + \mathcal{U}_f + \mathcal{U}_a$.

S. 125, Z. 3 von oben ist zu schreiben:

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^n, \text{ also } \frac{A_1}{A_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{n}}.$$

S. 125, Note 3 lies: Bravais und Martins statt Bravais und Martius.

S. 128. Bei Auflösung des Beispiels 1 muß es heißen: Gleichung II und bei Beispiel 2 analog Gleichung III.

S. 129, Z. 10 von oben ist 425 Calorien durch 425 Meterkilogramm zu ersetzen.

S. 130. In der Tabelle muß der der Temperatur $0^\circ C$ entsprechende Werth für Platin 0,032386 und nicht 0,03286 sein.

S. 135, Z. 11 von oben ist zu schreiben: $\frac{R}{n-1} = Ec_v$.

S. 158 und 159. In §. 68 bezeichnen x_2 und x_1 die Dampfgewichte beziehungsweise am Anfange und am Ende der Expansion, folglich ist S. 159 $x_2 = 1$ Kil. und $x_1 = 0,921$ Kil. und daher auch $q_2 + x_2 q_2 = 606,806$ und $q_1 + x_1 q_1 = 557,592$, wonach die betreffenden Berichtigungen leicht vorzunehmen sind.

S. 203, Z. 26 von oben ist 1500 statt 15000 Quadratmeter zu setzen.

S. 209, Z. 19 von oben lies: $A = 0 \square^m, 20$ statt $A = 0^m, 20$.

S. 209, Z. 27 von oben lies: $= 8^m, 592$ statt $= 8^m, 502$.

S. 212, Z. 14 von oben lies: $z = h \frac{a^2}{O^2}$ statt $z = h \frac{a^2}{O^2}$.

S. 212, Z. 17 von oben lies: $z < h \frac{a^2}{O^2}$ statt $z > h \frac{a^2}{O^2}$.

S. 213, Z. 8 von oben ist Ppfropfen statt Propfen zu schreiben.

S. 222 lies in der zweiten Tabelle: Mündungsdurchmesser $= d$ in Linien.

S. 223, Z. 15 von unten lies:

$$\frac{\Pi}{\gamma} = \frac{P}{\gamma} + z - \left(\frac{a^2 a^2}{O^2} - \frac{a^2 a^2}{A^2} \right) \frac{v^2}{2g} \text{ statt } \frac{\Pi}{\gamma} = \frac{P}{\gamma} + z - \left(\frac{a^2 a^2}{O^2} - \frac{a^2 a^2}{A^2} \right).$$

S. 224, Z. 6 von unten lies rechter Hand: $= \frac{mv^2}{2} \left(\frac{1}{a_1 a_1} - \frac{1}{A_1} \right)^2 a^2 a^2$.

S. 226, Z. 1 von oben ist $\eta = \left(\frac{A}{a a_1} - 1 \right)^2$ statt $\left(\frac{A}{a a_1} - 1 \right)^2 \frac{V^2}{2g} = \eta$ zu setzen.

S. 226, Z. 12 von unten lies rechter Hand:

$$= \frac{1}{2} m V^2 \left(\frac{A}{A_1} - 1 \right)^2 \text{ statt } = \frac{1}{2} m V^2 \left(\frac{A}{A_2} - 1 \right)^2.$$

S. 226, Z. 2 von unten lies: BR statt RR .

S. 228, Note 1 muß Gleichung (1) heißen:

$$m\gamma\omega^2 \sin \varphi = gm \cos \varphi \text{ statt } m\gamma\omega \sin \varphi = gm \cos \varphi.$$

S. 230, Z. 18 von oben lies in Gleichung (3) rechter Hand:

$$g(M-m) - \frac{1}{2} \frac{dm}{dt} V \text{ statt } g(M-m) + \frac{1}{2} \frac{dm}{dt} V.$$

S. 230, Z. 1 von unten lies: $v = \sqrt{\frac{2gz}{\left(1 - \frac{a^2}{A^2}\right)}}$ statt $v = \sqrt{2gz}$.

S. 231, Z. 1 von unten lies: $t_2 = \frac{A \sqrt{h}}{\mu a \sqrt{2g}}$ statt $= \frac{A \sqrt{h}}{\mu a \sqrt{2g}}$.

S. 235, Z. 17 und 27 von oben lies: §. 87 statt §. 88.

S. 236, Z. 11 von oben lies: $k = \frac{A}{\mu a \sqrt{2gx}}$ statt $= \frac{by}{\mu a \sqrt{2gx}}$.

S. 236, Z. 13 von oben lies: $l = \frac{by}{\mu a \sqrt{2gx}}$ statt $= \frac{A}{\mu a \sqrt{2gx}}$.

S. 244, Z. 3 von oben lies rechter Hand:

$$= \frac{1}{2g} \left\{ \frac{Q}{ab(H-h)} \right\}^2 \text{ statt } = \frac{1}{2g} \left\{ \frac{Q}{ab(H+h)} \right\}^2.$$

S. 255, Z. 4 von oben lies: $Q = 0,625 \cdot 0,02 \cdot 0,60 \sqrt{2g \cdot 1,55} =$

S. 257. In der mittleren Columnne der Tabelle muß es heißen:

$$Q = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} (H^{\frac{3}{2}} - h^{\frac{3}{2}}).$$

S. 374, Z. 12 von oben muß es heißen: bei der Baumgarten'schen statt der Bornemann'schen Anordnung.

S. 386, Z. 6 von unten ist $\varphi = 0,880$ und nicht $0,889$.

S. 312, Z. 5 von oben fehlt nach Cubikmeter das Wort „gefunden“.

S. 435, Z. 2 von oben fehlt beim Namen Eytelwein die correspondirende Marke (1) der untenstehenden Note 1.

S. 523 ist überall δ statt δ_1 zu setzen und ferner zu schreiben (mit Bezug

$$\text{auf Fig. 1841): } \sin \frac{1}{2} \delta = \frac{\overline{op}}{\overline{mp}} = \frac{\frac{1}{2} d}{\frac{1}{2} d_1} = \frac{d}{d_1}.$$

S. 565. Wie in den Nachträgen S. 751 berichtet wird, hat man später den Innenkegel D ganz entfernt.

S. 602, Z. 14 und 15 von oben ist in beiden Gleichungen $l - x$ durch $x - e$ zu ersetzen.

S. 630. Der an dieser Stelle (Note 1) versprochene Nachtrag ist S. 752 ff. geliefert.

S. 681. Wie sehr bedauert werden muß, daß vielen practischen Ingenieuren Grashof's Formel X, S. 682, zur Berechnung der Druckverluste bei der Bewegung stark comprimierter Luft in langen Rohrleitungen, noch unbekannt ist, erhellt u. A. aus einer Abhandlung des Ingenieurs Stockalper in der Züricher Eisenbahnzeitung, Nr. 18, S. 103, vom 1. Mai 1880. Dasselbe findet statt in Bezug auf die Ermittlung der Druckverluste in Dampfleitungen. Grashof's desfallsige Formel §. 201 will man entweder nicht kennen, oder kennt sie nicht. Man sehe u. A. Dingler's polytechn. Journal, Bd. 236 (1880), S. 353.

S. 697, Note 1. In den Verhandlungen der vom brittischen Handelsamte eingesetzten Commission, betreffend die Ursachen des Taybrücken-Einsturzes, wurde allgemein die Annahme eines Winddruckmaximums von 244 Kilogramm pro Quadratmeter empfohlen. Ausführliches hierüber berichtet die (Berliner) Deutsche Bauzeitung vom 26. Juni 1880, S. 272.

38-2

150

S-96

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



II-349451

Biblioteka Politechniki Krakowskiej



100000297486